

Examen d'introduction aux télécommunications

Première année Sciences du Numérique

Documents de cours/TDs/TPs et calculatrices autorisés.
Téléphones portables interdits, Durée : 1h30.

2020-2021

1 Questions (4 points)

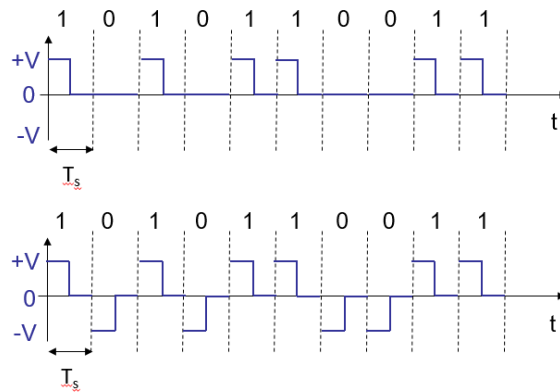
Reportez sur votre copie le numéro de la question et la réponse choisie.

0.5 point par question, !! **-0.25 point si réponse fausse !!**, Plusieurs réponses peuvent être possibles.

1.1 Question 1

La figure suivante présente deux signaux transportant la même information binaire. Afin de générer le deuxième signal, qu'avons nous changé par rapport au premier :

- Réponse A : Le mapping.
- Réponse B : La réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme.
- Réponse C : La période symbole.
- Réponse D : Vous n'avez pas assez d'éléments pour répondre à la question.



1.2 Question 2

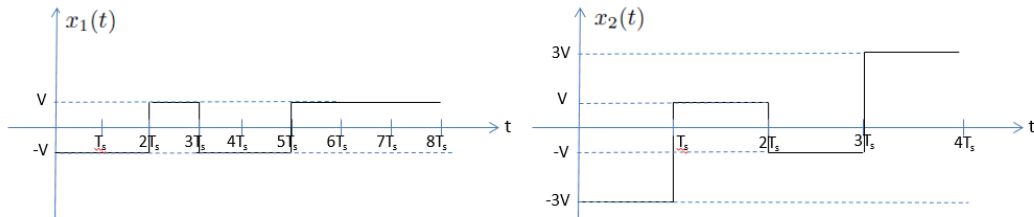
En considérant qu'il est possible de transmettre un débit symbole R_s de 6000 symboles/s, avec une modulation PAM d'ordre 2, on pourra transmettre un débit binaire de :

- Réponse A : 3000 bits/s.
- Réponse B : 6000 bits/s.
- Réponse C : 12000 bits/s.
- Réponse D : Vous n'avez pas assez d'éléments pour répondre à la question.

1.3 Question 3

La figure suivante présente deux signaux transportant la même information binaire : 00100111. L'efficacité spectrale de la transmission sera :

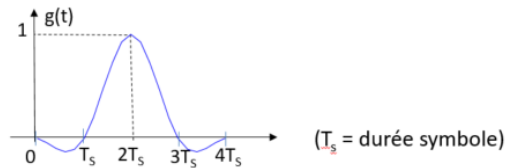
- Réponse A : Meilleure si je transmets le signal $x_1(t)$.
- Réponse B : Meilleure si je transmets le signal $x_2(t)$.
- Réponse C : Identique pour la transmission des deux signaux.
- Réponse D : Vous n'avez pas assez d'éléments pour répondre à la question.



1.4 Question 4

Avec une réponse impulsionnelle globale $g(t) = h(t) * h_c(t) * h_r(t)$ donnée par la figure suivante, où $h(t)$ représente la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme, $h_c(t)$ représente la réponse impulsionnelle du canal de propagation et $h_r(t)$ représente la réponse impulsionnelle du filtre de réception, la chaîne de transmission :

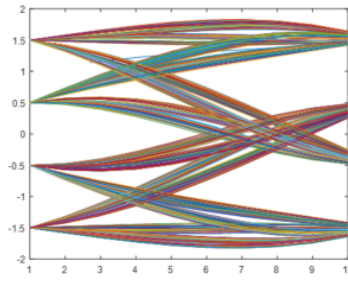
- Réponse A : Respecte le critère de Nyquist.
- Réponse B : Peut respecter le critère de Nyquist.
- Réponse C : Ne peut pas respecter le critère de Nyquist.
- Réponse D : Vous n'avez pas assez d'éléments pour répondre à la question.



1.5 Question 5

Soit une chaîne de transmission transportant des symboles 4-aires de valeurs $+3$, $+1$, -1 ou -3 . La figure suivante donne le diagramme de l'œil qui a été tracé, sans bruit, sur le signal en sortie du filtre de réception sur une durée T_s (composée de 10 échantillons de signal en numérique). La chaîne de transmission :

- Réponse A : Respecte le critère de Nyquist.
- Réponse B : Peut respecter le critère de Nyquist.
- Réponse C : Ne peut pas respecter le critère de Nyquist.
- Réponse D : Vous n'avez pas assez d'éléments pour répondre à la question.



1.6 Question 6

Les figures suivantes donnent, pour la chaîne de transmission considérée : le produit $H(f)H_r(f)$, où $H(f)$ représente la réponse en fréquence du filtre de mise en forme et $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et les réponses en fréquences, $H_c(f)$, de plusieurs canaux de propagation. Le canal de propagation permettant à la chaîne de transmission de respecter le critère de Nyquist est :

- Réponse A : le canal numéro 1.
- Réponse B : le canal numéro 2.
- Réponse C : le canal numéro 3.
- Réponse D : le canal numéro 4.
- Réponse E : aucun de ces canaux ne le permet.

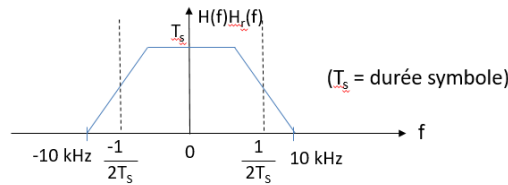
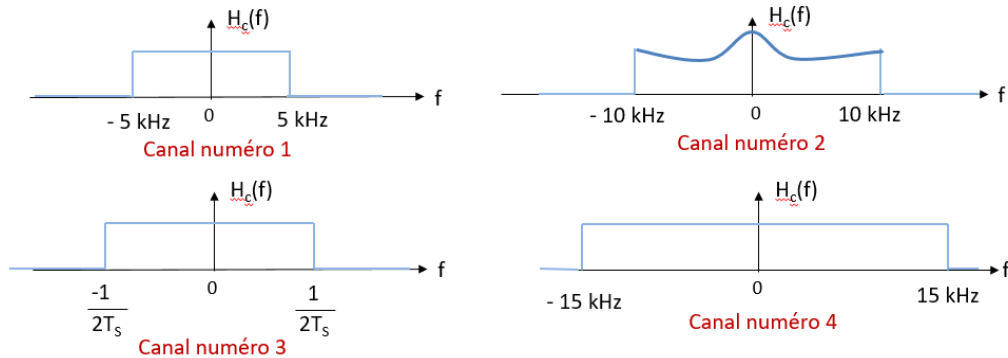


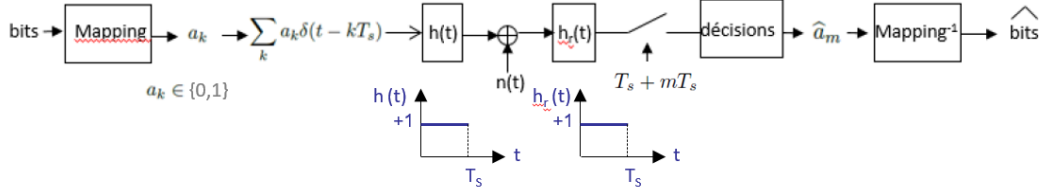
Figure 1:



1.7 Question 7

On considère la transmission de la figure suivante. En considérant un détecteur à seuil pour prendre les décisions, quel est le seuil de décision optimal à utiliser dans cette chaîne de transmission ?

- Réponse A : 0.
- Réponse B : 0.5.
- Réponse C : $0.5T_s$.
- Réponse D : T_s .



1.8 Question 8

On suppose, dans tous les cas, des symboles indépendants, équiprobables, à moyenne nulle. À débit binaire R_b fixé, une transmission utilisant la modulation 8-PSK avec un filtre de mise de forme en racine de cosinus surélevé de roll off égal à 0.2 sera plus efficace spectralement :

- Réponse A : qu'une transmission utilisant la modulation 8-PSK avec un filtre de mise de forme en racine de cosinus surélevé de roll off égal à 0.35.
- Réponse B : qu'une transmission utilisant la modulation 8-PSK avec un filtre de mise en forme en racine de cosinus surélevé de roll off égal à 0.15.
- Réponse C : qu'une transmission utilisant la modulation QPSK avec un filtre de mise en forme en racine de cosinus surélevé de roll off égal à 0.20.
- Réponse D : Vous n'avez pas assez d'éléments pour répondre à la question.

2 Exercice 1 (12 points)

Soit une transmission en bande de base. Les symboles, générés au débit $1/T_s$, seront considérés comme indépendants, équiprobables et appartenant à l'alphabet $\{0, +1\}$. Le filtre de mise en forme et le filtre de réception sont des filtre de réponses impulsionnelles, $h(t)$ et $h_r(t)$, données par la figure 2. Le canal de transmission ne fait qu'ajouter un bruit $n(t)$ au signal $x(t)$ transmis. On supposera ce bruit gaussien et blanc (densité spectrale de puissance $S_n(f) = N_0/2$ quelle que soit la fréquence). L'échantillonnage sera effectué aux instants $t_0 + mT_s$ et sera suivi d'un détecteur à seuil, pour prendre les décisions, puis d'un demapping.

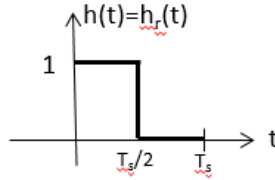


Figure 2: Réponses impulsionnelles du filtre de mise en forme et du filtre de réception

1. Tracez le signal $x(t)$ en sortie du modulateur pour la suite de bits à transmettre 1001101 (0.5 point).

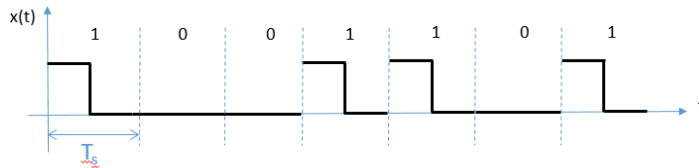


Figure 3: Signal en sortie du modulateur.

2. Déterminez la densité spectrale de puissance de $x(t)$, $S_x(f)$, et tracez la pour $f \in \left[-\frac{4}{T_s}, \frac{4}{T_s}\right]$. (1.5 point)
 $m_a = \frac{1}{2}$, $\sigma_a^2 = \frac{1}{4}$, $R_a(k) = 0$ pour $k \neq 0$, $H(f) = \frac{T_s}{2} \text{sinc}\left(\pi f \frac{T_s}{2}\right) e^{j\pi f \frac{T_s}{2}}$

D'où :

$$S_x(f) = \frac{1}{16} T_s \text{sinc}^2 \left(\pi f \frac{T_s}{2} \right) + \frac{1}{16} \sum_k \text{sinc}^2 \left(\pi \frac{k}{2} \right) \delta \left(f - \frac{k}{T_s} \right)$$

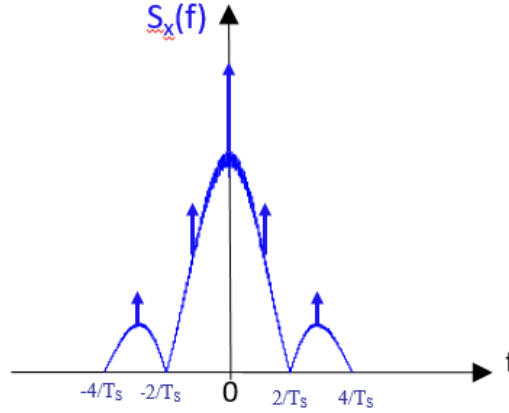


Figure 4: DSP du signal en sortie du modulateur.

3. En considérant une fréquence maximale pour notre signal $x(t)$ égale à $\frac{4}{T_s}$, montrez que le puissance de $x(t)$, P_x , est d'environ $\frac{3.9}{16}$. On donne $\int_R B^2 \text{sinc}^2(\pi B f) df = B$ et on rappelle que $\int_R \delta(f) df = 1$. Si problème sur cette question, le résultat peut être admis pour la suite. (1 point)

$$P_x = \int_R S_x(f) df = \frac{1}{4T_s} \int_R \left(\frac{T_s}{2} \right)^2 \text{sinc}^2 \left(\pi f \frac{T_s}{2} \right) df + \frac{1}{16} \sum_{k=-4}^{k=4} \text{sinc}^2 \left(\pi \frac{k}{2} \right) \int_R \delta \left(f - \frac{k}{T_s} \right) df$$

$$P_x = \frac{1}{4T_s} \times \frac{T_s}{2} + \frac{1}{16} \{ 2\text{sinc}^2(2\pi) + 2\text{sinc}^2(\frac{3\pi}{2}) + 2\text{sinc}^2(\pi) + 2\text{sinc}^2(\frac{\pi}{2}) + \text{sinc}^2(0) \} \simeq \frac{3.9}{16}$$

4. Cette chaine de transmission peut-elle respecter le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse. (0.5 point)

Oui : $g(t) = h(t) * h_r(t)$ est de durée T_s , donc pas d'interférences entre symboles.

5. Sans bruit, tracer le signal $z(t)$ obtenu en sortie du filtre de réception pour la même suite de bits émise : 1001101. (1 point)

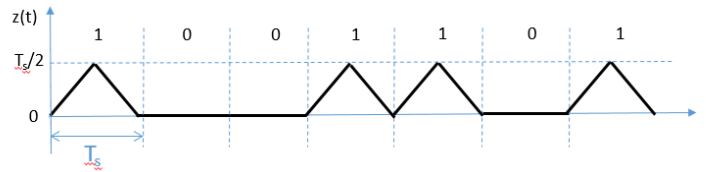


Figure 5: Signal en sortie du filtre de réception.

6. Tracer le diagramme de l'oeil sans bruit en sortie du filtre de réception avec une base de temps de T_s . (1 point)

7. Proposer un instant optimal t_0 pour démarrer l'échantillonnage en expliquant votre choix. On échantillonnera alors aux instants $t_0 + mT_s$, $m = 0, 1, 2, \dots$ (0.5 point)

$t_0 = \frac{T_s}{2}$ permet d'obtenir la distance min la plus grande.

8. En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux, quelle est la distance minimale entre deux symboles reçus sans bruit ? Justifiez votre réponse. (0.5 point)

$D_{min} = \frac{T_s}{2}$. Voir diagramme de l'oeil.

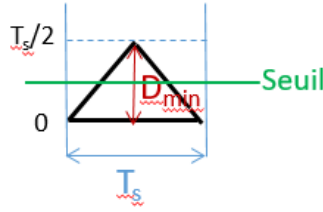


Figure 6: Diagramme de l'oeil sans bruit en sortie du filtre de réception.

9. On choisira d'utiliser un détecteur à seuil. Déterminer le seuil optimal à utiliser en expliquant votre choix. (0.5 point)
Seuil en $\frac{T_s}{4}$: égale distance entre les symboles reçus sans bruit : 0 et $\frac{T_s}{2}$. Voir diagramme de l'oeil.
10. En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, donner le taux d'erreur binaire de la transmission en fonction de T_s et de σ_w , σ_w^2 représentant la puissance du bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$. (0.5 point)
Nyquist respecté : $TEB = TES = Q\left(\frac{D_{min}}{2\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{T_s}{4\sigma_w}\right)$
11. Calculer la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ_w^2 en fonction de N_0 et de T_s . (1 point)
 $\sigma_w^2 = \frac{N_0}{2} \int_R |H_r(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_R |h_r(t)|^2 dt = \frac{N_0 T_s}{4}$
12. Donner l'expression de l'énergie par bit à l'entrée du récepteur, E_b , en fonction de T_s . (1 point)
 $E_b = E_s = P_x T_s = \frac{3.9}{16} T_s$ ($T_s = T_b$ ici)
13. Dédurre des questions précédentes l'expression du taux d'erreur binaire en fonction de E_b/N_0 . (0.5 point)
En reportant les expressions de σ_w^2 et $T_s = \frac{16}{3.9} E_b$ dans l'expression du TEB obtenue plus haut on arrive à $TEB = Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{3.9N_0}}\right)$
14. La figure 7 trace le TEB obtenu pour la chaîne de transmission étudiée et le compare au taux d'erreur binaire donné par $TEB = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$.

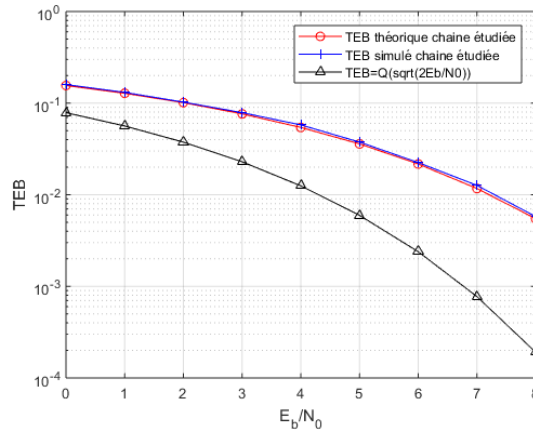


Figure 7: Tracés des TEBs.

- (a) La chaîne de transmission étudiée est-elle, en puissance, plus efficace, moins efficace, identiquement efficace, si on la compare à celle donnant le $TEB = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$? Expliquez votre réponse. (1 point)
Moins efficace en puissance car pour atteindre un même TEB il faut une valeur de E_b/N_0 plus grande.

- (b) Que représente le TEB donné par $Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$? Que devrait-on modifier dans la chaîne étudiée afin de pouvoir l'obtenir ? (1 point) Il représente le TEB le plus faible qui puisse être obtenu pour une transmission binaire. Dans la chaîne étudiée il faudrait émettre des ± 1 au lieu de 0,1 pour augmenter la distance min et ne pas gaspiller de puissance dans le spectre de raies.

3 Exercice 2 (4 points)

Soit une information binaire à transmettre à un débit de 12 kilobits par seconde. Deux modulateurs sont proposés : le premier utilise une modulation QPSK avec un filtrage de mise en forme en racine de cosinus surélevé de roll off $\alpha = 0.25$, le deuxième une modulation 8-PSK avec un filtrage de mise en forme en racine de cosinus surélevé de roll off $\alpha = 0.5$.

Pour chaque système de transmission proposé :

1. A t-on affaire à des modulateurs bande de base ou sur porteuse ? (0.5 point)
Sur porteuse. Les modulations M-PSK sont des modulations de phase d'ordre M .
2. Tracez la constellation de la modulation. (0.5 point)

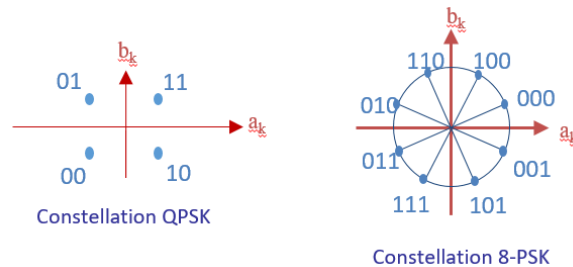


Figure 8: Constellations QPSK et 8-PSK

3. Calculez le débit symbole transmis (1 point).
 $R_s = \frac{R_b}{\log_2(M)} = 6kbauds$ (QPSK) $4kbauds$ (8PSK)
4. Calculez l'efficacité spectrale de la transmission. (1 point)
 $\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{R_b}{(1+\alpha)R_s} = \frac{\log_2(M)}{1+\alpha} = 1.6bits/s/Hz$ (QPSK) $2bits/s/Hz$ (8PSK)
5. En supposant que l'on souhaite traverser un canal de propagation supposé AWGN de bande passante 7 kHz et que le filtre de réception est identique au filtre d'émission, déterminez s'il est possible de réaliser la transmission en trouvant, au niveau du récepteur, des instants d'échantillonnage sans interférence entre symboles. Expliquez votre réponse. (1 point)
Des filtres d'émission et de réception en racine de cosinus surélevé de même roll off permettent de respecter le critère de Nyquist en formant un filtre en cosinus surélevé. En présence d'un canal AWGN à bande limitée il faut que la bande du canal inclue celle du filtre en cosinus surélevé. Ici $B = (1+\alpha)R_s = 7.5kHz$ (QPSK) $6kHz$ (8PSK). La seule transmission permettant de continuer à respecter le critère de Nyquist dans le canal proposé est donc celle utilisant le modulateur 8-PSK avec filtre de mise en forme en racine de cosinus surélevé de roll-off 0.5.