
Matematika 4 – Logika pre informatikov: Cvičenie 1

Úloha 1. Sformalizujte nasledujúce vety v jazyku výrokovej logiky nad vhodnou spoločnou množinou výrokových premenných \mathcal{V} :

- a) Aldo nie je Talian.
- b) Aldo je Talian, ale Bob je Angličan.
- c) Ak Aldo nie je Angličan, potom ani Bob nie je Angličan.
- d) Aldo je Talian, alebo ak Aldo nie je Talian, tak Bob je Angličan.
- e) Buď je Aldo Talian a Bob je Angličan, alebo ani Aldo nie je Talian, ani Bob nie je Angličan.

Úloha 2. Sformalizujte nasledujúci logický problém v jazyku výrokovej logiky:

Máme tri osoby, ktoré sa volajú Stirlitz, Müller a Eismann. Vieme, že práve jeden z nich je Rus, kým ostatní dvaja sú Nemci. Navyše každý Rus musí byť špión.

Keď Stirlitz stretne Müllera na chodbe, zavtipkuje: „Vieš, Müller, ty si taký Nemec, ako som ja Rus.“ Je všeobecne známe, že Stirlitz vždy hovorí pravdu, keď vtipkuje.

Máme rozhodnúť, že Eismann nie je ruský špión.

— Andrei Voronkov, <http://www.voronkov.com/lics.cgi>

Zvoľte takú množinu výrokových premenných, aby ste tvrdenia sformalizovali verne, nezjednodušujte príliš (napríklad byť Rusom a byť špiónom nie je to isté).

Zároveň ale dajte pozor, aby formalizácia nepripúšťala nejaké nečakané možnosti (napríklad „Eismann nie je Rus ani Nemec“ či „Stirlitz je zároveň Rus aj Nemec“).

Úloha 3. Rozhodnite, či nasledovné reťazce sú formulami nad množinou výrokových premenných $\mathcal{V} = \{p_1, p_2, \dots, p_n, \dots\}$:

- | | |
|----------------------------|---|
| a) $p_1 \rightarrow p_2$ | d) $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3)$ |
| b) $(p_1) \wedge (p_2)$ | e) $(p_1 \wedge (u_2 \rightarrow p_3))$ |
| c) $(p_1 \vee (\neg p_2))$ | f) $((p_1 \rightarrow p_2) \leftrightarrow (p_2 \wedge p_1))$ |

Úloha 4. Rozhodnite, či nasledovné reťazce sú formulami nad nejakou množinou výrokových premenných \mathcal{V} . Určte aj množinu \mathcal{V} :

- | | |
|--|---|
| a) $(a \wedge \neg a)$ | f) $(\forall x \vee \neg \exists y)$ |
| b) $(tweety_is_penguin \rightarrow \neg tweety_flies)$ | g) $(\neg(\neg wow))$ |
| c) $(rich(jack) \wedge loves(marry, jack))$ | h) $(\neg \neg \neg a \neg \rightarrow \neg \neg(b \vee c))$ |
| d) $\neg \neg \neg \neg \neg \neg \neg \neg kolko_je_hodín?$ | i) $\forall x ((student(x) \wedge \neg studies(x)) \rightarrow$ |
| e) $\neg \neg \neg \neg \neg p \rightarrow \neg \neg \neg q$ | $fails_exam(x))$ |

Úloha 5. Zdefinujte aritmetické výrazy s operátormi súčtu, odčítania, opačného čísla („unárne mínus“) nad množinou premenných \mathcal{V} .

Úloha 6. Zdefinujte formuly výrokovej logiky nad množinou výrokových premenných \mathcal{V} s ternárnou spojkou ($\dots ? \dots : \dots$) a dvoma nulárnymi spojkami \top a \perp .