
Matematika 4 – Logika pre informatikov

Domáca úloha du01

Riešenie domácej úlohy odovzdajte najneskôr v pondelok **13. marca 2017**:

- v **čitateľnej** papierovej podobe na začiatku prednášky o **11:30**;
- elektronicky najneskôr o **23:59:59** cez svoj repozitár na `github.com` ako pull-request do vetvy (base) **du01** repozitára (base fork) `FMFI-UK-1-AIN-412/lpi17-vášaIsLogin`.

Odovzdávaný dokument uložte do súboru **du01.pdf** v adresári **du01** vo vetve **du01**. Dokument **musí byť vo formáte PDF**. Vytvorte ho podľa svojich preferencií (TeXom, textovým procesorom, tlačou do PDF z webového prehliadača, ...), **nesmie** však obsahovať obrázky rukou písaného textu ani screenshoty.

Úloha má hodnotu 2 body [po 1 bode za každú časť a), b)].

- a) Spojka *a nie*, označovaná symbolom \nrightarrow , je binárna logická spojka s nasledovným významom:

$A \nrightarrow B$ je pravdivé vtt A je pravdivé a B je nepravdivé.

Vybudujte teóriu výrokovej logiky používajúcej spojky \nrightarrow a \rightarrow , teda zadefinujte pojem: (i) formuly, (ii) vytvárajúcej postupnosti pre formulu, (iii) vytvárajúceho stromu pre formulu, (iv) splnenia formuly pri ohodnotení výrokových premenných.

- b) Hovoríme, že binárna logická spojka α je *definovateľná* zo spojok β_1, β_2, \dots , ak existuje formula, obsahujúca iba spojky β_1, β_2, \dots a výrokové premenné p a q , ekvivalentná s formulou $(p \alpha q)$.

Hovoríme, že unárna logická spojka α je *definovateľná* zo spojok β_1, β_2, \dots , ak existuje formula, obsahujúca iba spojky β_1, β_2, \dots a výrokovú premennú p , ekvivalentná s formulou αp .

Napríklad \vee je definovateľná z \neg a \wedge pretože $(p \vee q)$ je ekvivalentná s $\neg(\neg p \wedge \neg q)$ (samozrejme, ekvivalenciu tých dvoch formúl by bolo treba ešte dokázať).

Dokážte, že:

- (i) \rightarrow a \nrightarrow sú definovateľné zo spojok \neg , \wedge a \vee ;
- (ii) \neg , \wedge , \vee a \leftrightarrow sú definovateľné z \nrightarrow a \rightarrow .