

---

## Matematika 4 – Logika pre informatikov: Cvičenie 6

---

**Úloha 1.** V tablovom kalkule dokážte splniteľnosť nasledujúcej formuly:

$$((a \vee b) \wedge ((c \vee d) \rightarrow (a \wedge b)))$$

**Úloha 2.** V tablovom kalkule dokážte nespľniteľnosť nasledujúcej formuly:

$$((a \vee b) \wedge \neg((c \wedge d) \rightarrow (a \vee b)))$$

**Úloha 3.** Pomocou tablového kalkulu rozhodnite o každej z nasledujúcich formúl, či je (i) tautológia, (ii) splniteľná, (iii) falzifikovateľná, (iv) nespľniteľná:

- |  |   |
|--|---|
| a) $(p \leftrightarrow \neg(q \vee p))$                      | d) $((\neg a \vee c) \wedge (\neg b \vee c)) \wedge ((a \vee b) \vee \neg c)$ |
| b) $(p \rightarrow (\neg p \vee (p \vee \neg(q \wedge p))))$ | e) $((a \rightarrow (a \vee b)) \vee ((a \wedge b) \rightarrow a))$           |
| c) $((\neg p \rightarrow q) \wedge (s \rightarrow \neg q))$  | f) $((a \leftrightarrow b) \vee (b \vee \neg(c \wedge \neg a)))$              |

**Úloha 4.** V tablovom kalkule dokážte splniteľnosť nasledujúcej teórie  $T$ . Nájdite všetky ohodnotenia množiny výrokových premenných  $\{p, q, r, u, v, w\}$  spĺňajúce  $T$ .

$$T = \left\{ \begin{array}{l} (p \rightarrow (q \wedge r)), \\ (\neg u \wedge (v \vee w)), \\ ((v \rightarrow p) \wedge (w \rightarrow q)) \end{array} \right\}$$

**Úloha 5.** Dokážte v tablovom kalkule, že formula  $X = (u \wedge \neg t)$  vyplýva z teórie  $T$ :

$$T = \left\{ \begin{array}{l} (q \rightarrow (p \wedge r)), \\ ((\neg u \wedge \neg v) \vee q \vee (t \wedge \neg t)), \\ (u \rightarrow \neg v), \\ (\neg(u \rightarrow (p \wedge r)) \vee (v \wedge (\neg p \vee \neg r))) \end{array} \right\}$$

**Úloha 6.** Nech  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$  sú označené formuly podľa niektorého  $\alpha$  pravidla. Nech  $\beta, \beta_1, \beta_2$  sú označené formuly podľa niektorého  $\beta$  pravidla. Nech  $\pi$  je niektorá vetva tabla  $\mathcal{T}$ . Dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia:

- Ak  $\alpha_1, \alpha_2 \in \pi$  a  $\pi$  je úplná vetva, tak aj  $\alpha \in \pi$ .
- Ak  $\beta \in \pi$  a  $\pi$  je uzavretá vetva, tak aj  $\beta_1, \beta_2 \in \pi$ .
- Ak  $\alpha, \beta \in \pi$  a  $\pi$  je úplná uzavretá vetva, tak aspoň jedna z  $\alpha_1, \beta_1$  je tiež v  $\pi$ .

**Domáca úloha du03.** V rámci prípravy na midterm **odporúčame** odovzdať riešenie tejto domácej úlohy v čitateľnej papierovej podobe na prednáške alebo cvičeniach **3. alebo 4. apríla**, alebo elektronicky najneskôr **4. apríla o 23:59:59**. Potom môžete riešenie **prekonzultovať** s vyučujúcimi v stredu medzi 13:10 a 14:30 (kancelárie I-7 a I-16).

Ak o konzultácie nemáte záujem, riešenie odovzdajte najneskôr v pondelok **10. apríla 2017** buď v čitateľnej papierovej podobe na začiatku prednášky o **11:30**, alebo elektronicky najneskôr o **23:59:59**.

Pri riešení vám môže pomôcť náš webový editor tabiel: <http://dai.fmph.uniba.sk/courses/lpi/tableauEditor/>.

**Elektronicky odovzdávajte** riešenie cez svoj repozitár na [github.com](https://github.com) ako pull-request do vetvy (base) du03 repozitára (base fork) FMFI-UK-1-AIN-412/lpi17-vášaIsLogin.

Odovzdávaný dokument uložte do súboru **du03.pdf** v adresári **du03** vo vetve **du03**. Dokument **musí byť vo formáte PDF**. Vytvorte ho podľa svojich preferencií (T<sub>E</sub>Xom, textovým procesorom, tlačou do PDF z webového prehliadača, ...), **nesmie** však obsahovať obrázky rukou písaného textu ani screenshoty.

Úloha má hodnotu **2 body** [po 1 bode za každú časť a), b)]. Plné hodnotenie môže získať iba riešenie so **zrozumiteľným a zdôvodneným postupom**.

- a) Malá firma vyrába prístrojové skrinky z viacerých materiálov, s rôznymi povrchovými úpravami a v niekoľkých farbách. Aj keď je zdanlivo možných viac ako tisíc kombinácií, nie všetky sa dajú vyrobiť. Vybavenie firmy, vlastnosti materiálov a výrobné postupy kladú nasledujúce obmedzenia:

- |  |  |
|--|--|
| $X_1$ : Skrinky sa vyrábajú materiálov: hliník, oceľ, plast.                 | $X_6$ : Nelakované ocelové skrinky korodujú.   |
| $X_2$ : Hliník a oceľ sú kovy.   | $X_7$ : Koróziu spôsobí aj kombinácia dvoch rôznych kovov.                                 |
| $X_3$ : Iba oceľ sa dá lakovať.  | $X_8$ : Eloxovať sa dajú iba hliníkové skrinky a po tejto úprave sú buď sivé alebo čierne. |
| $X_4$ : Brúsenú povrchovú úpravu môžu mať iba nelakované kovové skrinky.     | $X_9$ : Korózia je neprípustná.  |
| $X_5$ : Lakované skrinky aj plastové skrinky sú čierne, biele, alebo zelené. |  |

Zákazník požaduje eloxovanú čierno-bielu skrinku. Môže mu firma vyhovieť? Ak áno, z ktorých materiálov a z ktorých ich kombinácií môže byť taká skrinka vyhotovená?

Obchodný zástupca si chce ujasniť možné kombinácie. Domnieva sa, že skrinka s brúsenou povrchovou úpravou je sivá alebo čierna. Usúdil správne?

Vašou úlohou je:

- (i) Formalizovať uvedené skutočnosti ako výrokovologickú teóriu a stručne popísať význam použitých výrokových premenných.
  - (ii) Pojmami výrokovej logiky (napr. tautológia, splnenie, vyplývanie a pod.) vyjadriť otázky z predloženého problému.
  - (iii) Zodpovedať otázky a odpovede dokázať *pomocou tablového kalkulu*.
- b) Inšpektor Fishton zistil, že lúpež v záložni spáchal niekto z dvoch podozrivých:  $B$  a  $C$ . Inšpektor vie, že  $B$  nikdy nepracuje sám. Svedok vypovedal, že  $C$  sedel v čase lúpeže vedľa neho na futbale na druhom konci mesta.

Môže inšpektor na základe týchto informácií obviňovať  $B$ ?

- (i) Formalizujte uvedené skutočnosti ako teóriu podobne ako v časti a).
- (ii) Vyjadrite otázku pojmami výrokovej logiky.
- (iii) Odpovedzte na otázku a odpoveď dokážte.