
Matematika 4 – Logika pre informatikov: Cvičenie 4

Úloha 1. Rozhodnite o nasledujúcich formulách, či sú literálmi, klauzulami, v disjunktívnom normálnom tvare, v konjunktívnom normálnom tvare. Pri formulách v konjunktívnom normálnom tvare určte, z koľkých klauzúl sa skladajú.

- | | |
|--|--|
| a) p | i) $((p \vee q) \wedge (q \vee \neg r)) \wedge (\neg r \vee \neg p)$ |
| b) $\neg r$ | j) $((p \wedge q) \vee (q \vee \neg(r \wedge p))) \vee (\neg r \wedge \neg p)$ |
| c) $\neg \neg q$ | k) $((p \wedge q) \vee (q \vee (\neg r \wedge \neg p))) \vee (\neg r \wedge \neg p)$ |
| d) $((p \vee q) \rightarrow r)$ | l) $((p \wedge q) \vee (q \vee (\neg r \vee \neg p))) \vee (\neg r \wedge \neg p)$ |
| e) $((p \vee \neg q) \vee (q \vee \neg r))$ | m) $((p \wedge q) \vee (q \wedge (\neg r \vee \neg p))) \vee (\neg r \wedge \neg p)$ |
| f) $((p \wedge q) \wedge \neg(q \wedge \neg r))$ | n) $((p \vee q) \wedge (q \vee (\neg r \vee \neg p))) \wedge (\neg r \vee \neg p)$ |
| g) $(p \wedge (q \wedge \neg(q \wedge \neg r)))$ | o) $((p \wedge q) \vee (q \wedge (\neg r \vee \neg p))) \vee \neg(r \wedge \neg p)$ |
| h) $((p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r)) \vee (\neg r \wedge \neg p)$ | p) $((p \vee q) \vee (q \vee (\neg r \vee \neg p))) \wedge (\neg r \wedge \neg p)$ |

Úloha 2. Pre každú formulu X z úlohy 1, ktorá je v disjunktívnom normálnom tvare, nájdite všetky ohodnotenia výrokových premenných vyskytujúcich sa v X , ktoré spĺňajú X .

Úloha 3. Pomocou algoritmu CNF_1 z prednášky nájdite k nasledujúcim formulám ekvivalentné formuly v CNF:

- a) $((p \vee q) \rightarrow (\neg q \wedge r))$
b) $((r \rightarrow q) \rightarrow (q \wedge \neg p)) \rightarrow (\neg(q \wedge r) \wedge (p \vee s))$

Určte stupeň formuly vytvorenej algoritmom CNF_1 pre formulu z úlohy 1.k).

Úloha 4. Pomocou algoritmu CNF_2 z prednášky nájdite ekvivalentné formuly v CNF k formulám z úlohy 3 a k formule 1.k).

Úloha 5. Nech A, B, C a D sú formuly. Dokážte priamo z definície ekvivalentnosti formúl alebo vyvráťte:

- a) Ak A je ekvivalentná s C a B je ekvivalentná s D , tak $(A \wedge B)$ je ekvivalentná s $(C \wedge D)$.
b) Ak $(A \wedge B)$ je ekvivalentná s $(C \wedge D)$, tak A je ekvivalentná s C a B je ekvivalentná s D .

Domáca úloha du02. Riešenie domácej úlohy odovzdajte najneskôr v pondelok **27. marca 2017**:

- v **čitateľnej** papierovej podobe na začiatku prednášky o **11:30**;
- elektronicky najneskôr o **23:59:59** cez svoj repozitár na github.com ako pull-request do vetvy (base) **du02** repozitára (base fork) **FMFI-UK-1-AIN-412/lpi17-vášAisLogín**.
Odovzdávaný dokument uložte do súboru **du02.pdf** v adresári **du02** vo vetve **du02**. Dokument **musí byť vo formáte PDF**. Vytvorte ho podľa svojich preferencií (TeXom, textovým procesorom, tlačou do PDF z webového prehliadača, ...), **nesmie** však obsahovať obrázky rukou písaného textu ani screenshoty.

Úloha má hodnotu **2 body** [po 1 bode za každú časť a), b)]. Plné hodnotenie môže získať iba riešenie so **zrozumiteľným a zdôvodneným postupom**.

- a) Prechádzate sa v labyrinte a zrazu sa ocitnete na križovatke, z ktorej vedú tri možné cesty: cesta naľavo je vydláždená zlatom, cesta pred vami je vydláždená mramorom a cesta napravo je vysypaná kamienkami. Každú cestu stráži strážnik a každý z nich vám povie niečo o cestách:

Strážnik zlatej cesty: „Táto cesta vedie priamo do stredu labyrintu. Navyše, ak vás kamienky dovedú do stredu, tak vás do stredu dovedie aj mramor.“

Strážnik mramorovej cesty: „Ani zlato, ani kamienky vás nedovedú do stredu labyrintu.“

Strážnik kamennej cesty: „Nasledujte zlato a dosiahnete stred, nasledujte mramor a stratíte sa.“

Viete, že všetci strážnici stále klamú.

Môžete si byť istí, že niektoré z ciest vedú do stredu labyrintu? Ak áno, ktorú cestu si vyberiete?

Viete o niektorých cestách s určitou povedať, že do stredu labyrintu nevedú? Ak áno, ktoré to sú?

Je o niektorých nemožné povedať, či do stredu labyrintu vedú alebo nevedú? Ak áno, o ktorých?

Vašou úlohou je:

- (i) Formalizovať uvedené skutočnosti ako množinu výrokových formúl a stručne popísať význam použitých výrokových premenných.
- (ii) Pojmami výrokovej logiky (napr. tautológia, splnenie, vyplývanie a pod.) vyjadriť otázky z predloženého problému.
- (iii) Zodpovedať otázky a odpovede dokázať.

b) Nech T je teória, nech A a B sú formuly. Dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia:

- (i) Ak z T vyplýva formula $(A \rightarrow B)$, tak z $T \cup \{\neg B\}$ vyplýva $\neg A$.
- (ii) Ak z T nevyplýva formula $(A \wedge B)$, tak z T vyplýva $\neg A$ alebo z T vyplýva $\neg B$.
- (iii) Ak z T nevyplýva formula $(A \vee B)$, tak z T nevyplýva A a z T nevyplýva B .
- (iv) Ak z T vyplýva formula $(A \rightarrow B)$, tak z T nevyplýva $(A \wedge \neg B)$.