

---

## Matematika 4 – Logika pre informatikov: Cvičenie 7

---

**Definícia 1.** Doplňme tablový kalkul o 3 nové pravidlá:

$$\frac{\mathbf{T}(X \rightarrow Y) \quad \mathbf{TX}}{\mathbf{TY}} \quad (\text{MP}) \qquad \frac{\mathbf{T}(X \rightarrow Y) \quad \mathbf{FY}}{\mathbf{FX}} \quad (\text{MT}) \qquad \frac{}{\mathbf{TX} \mid \mathbf{FX}} \quad (\text{cut})$$

**Úloha 1.** Dokážte, že pravidlá (MP), (MT) a (cut) sú korektné.

**Úloha 2.** V doplnenom tablovom kalkule dokážte, že:

- $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$  je tautológia;
- $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$  je tautológia;
- z množiny  $\{(a \rightarrow p), (b \rightarrow p), (p \rightarrow c), (p \rightarrow d)\}$  vyplýva  $((a \vee b) \rightarrow (c \wedge d))$ .

**Úloha 3.** V rezolvenčnom kalkule dokážte nesplniteľnosť formúl:

- $((a \vee b \vee c) \wedge (b \vee \neg c) \wedge \neg a \wedge \neg b)$
- $((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q))$

**Úloha 4.** Je daná teória  $T$  nad  $\mathcal{V} = \{a, b, \dots, z\}^+$ :

$$T = \left\{ \begin{array}{l} (p \rightarrow (q \wedge r)) \\ ((q \rightarrow p) \vee (s \rightarrow r)) \\ (\neg p \rightarrow (\neg r \wedge s)) \end{array} \right\}$$

Pomocou rezolvenčného kalkulu zistite, či z  $T$  vyplýva formula  $((p \wedge q) \rightarrow r)$ .

**Úloha 5.** Londýnsky obchodník, pán McConnor, telefonoval do Scotland Yardu, že sa stal obeťou lúpeže. Detektívi predviedli na výsluch troch podozrivých  $X, Y, Z$  a zistili nasledujúce fakty:

- Každý z podozrivých  $X, Y, Z$  bol v McConnorovom obchode v deň lúpeže a nik iný tam v ten deň nebol.
- $X$  vždy pracuje s práve jedným spoločníkom.
- $Z$  nie je vinný alebo je vinný  $Y$ .
- Ak sú vinní práve dvaja, tak  $X$  je jedným z nich.
- $Y$  je vinný, iba ak je vinný aj  $Z$ .

Koho má inšpektorka Fishcousová obviniť?

**Úloha 6.** Pripomeňme si slovnú úlohu z predošlých teoretických cvičení:

V prípade lúpeže v klenotníctve predviedli na políciu troch podozrivých  $A, B, C$ . Počas vyšetrovania sa zistilo:

- Ak je  $A$  vinný a  $B$  nevinný, je vinný  $C$ .
- $C$  nikdy nepracuje sám.
- $A$  nikdy nepracuje s  $C$ .
- Do prípadu nie je zapletený nikto okrem  $A, B, C$  a aspoň jeden z nich je vinný.

Pomocou rezolvenčného kalkulu dokážte, o koho vine môžeme rozhodnúť.