Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Calculul limitelor de funcții

0^0

$f^g = e^{g \cdot lnf}$

Exerciții rezolvate

1. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x^x = 0^0 = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} e^{x \cdot lnx} = e^{\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x \cdot lnx} = e^0 = 1$

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x \cdot lnx = 0 \cdot \infty = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{lnx}{\frac{1}{x}} = \frac{\infty}{\infty} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{ln\frac{1}{x}}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{-lnx}{x} = 0$, deoarece funcția polinomială x crește mai repede decât funcția logaritmică lnx

În cazul în care aplicăm l'Hospital pentru calcularea limitei $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x \cdot lnx$, avem

$$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x \cdot lnx = 0 \cdot \infty = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{lnx}{\frac{1}{x}} \overset{l'H}{=} \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x \to 0}(-x) = 0$$

2. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{lnx}} = 0^0 = \lim\limits_{x \to \infty} e^{\frac{1}{lnx} \cdot ln\frac{1}{x}} = e^{\lim\limits_{x \to \infty} \frac{-lnx}{lnx}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$

Exerciții propuse

1) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} (sinx)^{tgx}$

2) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x^{\sqrt{x}}$

3) $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ x<4}} \left(2 - \sqrt{x}\right)^{x-4}$

4) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$

1) 1

2) 1

3) 1

4) 1