Redactare şi comunicare ştiinţifică şi profesională
Laborator 4

Lect. dr. Adela Sasu

Exerciţiu: Redactaţi următoarele texte matematice:

Repartiţia binomială $B_i(n;p)$

Definiţie*: O variabilă aleatoare X are o repartiţie binomială de parametrii n şi p, dacă repartiţia sa are forma:*

$$X\begin{pmatrix} k \\ C_n^k p^k q^{n-k} \end{pmatrix}_{\substack{k=\overline{0,n} \\ n\in N}}, p \geq 0, p+q=1$$

Avem

$$p_{n,k} = C_n^k p^k q^{n-k} \geq 0, k=\overline{0,n} \text{ şi } \sum_{k=0}^{n} p_{n,k} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k p^k q^{n-k} = (p+q)^n = 1.$$

Funcţia de repartiţie a variabilei aleatoare X binomiale este:

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{k=o}^{[x]-1} p_{n,k}, \ [x] \text{ fiind partea întreagă a lui } X.$$

Funcţia caracteristică corespunzătoare repartiţiei binomiale este:

$$\varphi(t) = M(e^{itx}) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k e^{itk} p^k q^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k (e^{it}\cdot p)^k q^{n-k}$$

$$\varphi(t) = (pe^{it}+q)^n.$$

Media variabilei aleatoare X binomiale este:

$$M(X) = np.$$

Dispersia variabilei aleatoare X binomiale este:

$$D^2(X) = npq.$$

Abaterea pătratică medie a variabilei aleatoare X binomiale este:

$$\sigma(X) = \sqrt{D^2(X)} = \sqrt{npq}.$$

Repartiţia uniformă continuă

Definiţia: *O variabilă aleatoare X are o repartiţie uniformă continuă de parametrii a şi b, dacă densitatea sa de repartiţie este:*

$$\rho(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in[a,b],\ 0\le a<b\\ 0, & x\notin[a,b]\end{cases}.$$

Avem

$$\int_{-\infty}^{\infty}\rho(x)dx=1.$$

Media variabilei aleatoare X cu repartiţie uniformă de parametrii a şi b este:

$$M(X)=\frac{a+b}{2}.$$

Dispersia variabilei aleatoare X cu repartiţia uniformă de parametrii a şi b este:

$$D^2(X)=\frac{(a-b)^2}{12}.$$

Funcţia de repartiţie a variabilei aleatoare X cu repartiţia uniformă de parametrii a şi b este:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\rho(t)dt=\begin{cases}0, & x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a<x\le b\\ 1, & x>b\end{cases}.$$

Funcţia caracteristică a variabilei aleatoare X cu repartiţia uniformă de parametrii a şi b este:

$$\varphi(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{it(b-a)}(e^{itb}-e^{ita}), & t\ne 0\\ 1, & t=0\end{cases}.$$

Sisteme de ecuaţii liniare

Un ansamblu de egalităţi de forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{1}$$

se numeşte *sistem de m ecuaţii liniare cu n necunoscute* $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Elementele a_{ij}, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ se numesc *coeficienţi*, iar elementele $b_i \in \mathbb{R}$, $i = \overline{1,m}$ se numesc *termeni liberi*.

Sistemul (1) poate fi scris şi sub formă matriceală:

$$A \cdot X = B \text{ sau } \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, i = \overline{1,m}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Matricea extinsă a sistemului (1) este:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & \ldots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$