Simpsonovi zapiski v LaTeX datoteki

Matej Knap

13. november 2023

1 Pravila dokazovanja

Pravili zamenjave

- *izraz* smemo zamenjati z njemu enakim izrazom
- *izjavo* smemo zamenjti z njej ekvivalentno izjavo

za vsak veznik in kvantifikator.

Pravila vpeljave

Povedo nam, kako neposredno dokažemo izjavo s tem veznikom ali kvantifikatorjem.

Pravila uporabe

Povedo nam, kako že znano izjavo uporabimo.

2 Konjunkcija

Pravilo vpeljave

- Če sta izjavi Φ in Ψ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

$$\Phi \wedge \Psi \text{ ker veljata } \Phi \text{ in } \Psi$$

Pravili uporabe

- Če je izjava $\Phi \wedge \Psi$ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

$$\Phi \text{ ker velja } \Phi \wedge \Psi$$

- Če je izjava $\Phi \wedge \Psi$ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

$$\Psi \text{ ker velja } \Phi \wedge \Psi$$

3 Implikacija

Pravilo vpeljave

Lahko dodamo v dokaz:

Dokažimo $\Phi \Rightarrow \Psi$

Predpostavimo Φ
. . . <dokaz> . . .
Ψ

$$\Phi \Rightarrow \Psi$$

Predpostavka Φ je na voljo le v oranžni škatlici.

Pravilo uporabe

- Če sta izjavi $\Phi \Rightarrow \Psi$ in Φ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

  Ψ ker veljata $\Phi \Rightarrow \Psi$ in Φ

4 Disjunkcija

Pravili vpeljave

- Če je izjava Φ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

  $\Phi \vee \Psi$ ker velja Φ

- Če je izjava Ψ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

  $\Phi \vee \Psi$ ker velja Ψ

Pravilo uporabe

- Če je izjava $\Phi \vee \Psi$ na voljo in bi želeli dokazati ρ, lahko dodamo v dokaz:

  Dokažemo ρ z uporabo $\Phi \vee \Psi$

  Predpostavimo Φ
  . . . <dokaz> . . .
  ρ

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Predpostavimo } \Psi \\ \ldots \text{<dokaz>} \ldots \\ \rho\end{array}}$$

$$\rho$$

Vsaka predpostavka je na voljo le v svoji oranžni škatlici.

5 Negacija

Pravilo vpeljave

- Lahko dodamo v dokaz:

$$\text{Dokažemo } \neg\Phi$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Predpostavimo } \Phi \\ \ldots \text{<dokaz>} \ldots \\ \bot\end{array}}$$

$$\neg\Phi$$

Predpostavka Φ je na voljo le v oranžni škatlici.

5.1 Pravilo uporabe

- Če sta $\neg\Phi$ in Φ na voljo, lahko dodamo v dokaz:

$$\bot \text{ ker veljata } \neg\Phi \text{ in } \Phi$$

6 Neresnica

Pravila vpeljave ni

Pravilo uporabe

- Če je $\bot$ na voljo, lahko dodamo v dokaz:

$$\Phi \text{ zaradi protislovja}$$

7 Resnica

Pravilo vpeljave

- Vedno lahko dodamo v dokaz:

$$\top \text{ očitno}$$

Pravila uporabe ni

8 Dokaz s protislovjem

- Dodamo v dokaz:

Dokažemo Φ s protislovjem

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Predpostavimo } \neg\Phi \\ \ldots \text{<dokaz>} \ldots \\ \bot\end{array}}$$

$$\Phi$$

Predpostavka Φ je na voljo le v oranžni škatlici.

9 Pravilo izključene tretje možnosti

- Vedno lahko dodamo v dokaz:

$$\Phi \vee \neg\Phi \text{ LEM}$$

LEM pomeni "Law of the Excluded Middle".

10 Univerzalni kvantifikator

Pravilo vpeljave

- Dodamo v dokaz

Dokažemo $\forall x \in X.\, \Phi(X)$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Naj bo } x \in X \\ \ldots \text{<dokaz>} \ldots \\ \Phi(X)\end{array}}$$

$$\forall x \in X.\, \Phi(X)$$

Izjava $x \in X$ doda spremenljivko x v kontext. x mora biti sveža spremenljivka. x je na voljo le v oranžni škatlici.

Pravilo uporabe

- Če je $\forall x \in X.\, \Phi(X)$ na voljo in če vemo da je $<izraz> \in X$, lahko dodamo v dokaz:

$$\Phi(<izraz>) \text{ ker velja } \forall x \in X.\, \Phi(X)$$

Vse proste spremenljivke v $<izraz>$u morajo biti it trenutnega konteksta.

11 Eksistenčni kvantifikator

Pravilo vpeljave

- Če je $\Phi(<izraz>)$ na voljo in vemo, da $<izraz> \in X$, lahko dodamo v dokaz:

$$\exists x \in X.\, \Phi \text{ ker velja } \Phi(<izraz>)$$

Samodejno drži, da so vse proste spremenljivke $<izraz>$a iz konteksta, ker je to posledica pogoja, da je $\Phi(<izraz>)$ na voljo.

Pravilo uporabe

- Če je izjava $\exists x \in X. \Phi(X)$ na voljo in želimo dokazati ρ, lahko dodamo v dokaz:

Dokažemo ρ z uporabo $\exists x \in X.\, \Phi(X)$

Naj bo $x \in X$
Predpostavimo $\Phi(x)$
… <dokaz> …
ρ

ρ

Izjava $x \in X$ doda x v kontekst, kjer je x sveža spremenljivka. Spremenljivka x in predpostavka $\Phi(x)$ sta na voljo le v oranžnem kvadratku.