

Funkcionálne programovanie

1-AIN-512/12

2-AIN-116/14

2-INF-117/00

RNDr. Peter Borovanský, PhD.

RNDr. Michal Winczer, PhD.

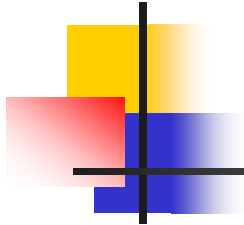
Mgr. Andrej Jursa

I-18

<http://dai.fmph.uniba.sk/courses/FPRO/>

Prečo funkcionálne programovať ?

(pohľad funkcionálneho programátora)



- Because of their relative concision and simplicity, functional programs tend to be easier to reason about than imperative ones.
- Functional programming idioms are elegant and will help you become a better programmer in all languages.
- “The smartest programmers I know are functional programmers.” – one of my undergrad professors 😊

Prečo funkcionálne programovať ?

(pohľad nefunkcionálneho programátora)

funkcionálne programovanie

- je súčasťou moderných/aktuálne/... vznikajúcich jazykov,
 - Python, Go, Clojure, Scala, Swift, Haskell
- sa importuje do jazykov klasicky procedurálnych/imperatívnych jazykov
 - Java (Java 8), C++ (c++ v.11)

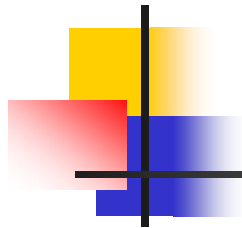
hlavný konkurent OOP je v kríze (na diskusiu :-)

- **Object-Oriented Programming is Bad** – provokatívne video,
- základné princípy OOP (enkapsulácia, inheritance) sú zlé/nebezpečné,
- objekt (stav) je skrytý vstupno-výstupný argument metódy (funkcie),
- z pôvodne elegantných jazykov C, Java sú jazykové multi-paradigmové monštra,
- v snahe mať v jazyku všetko, strácame jednoduchosť a eleganciu,
- ako Java vznikla na smetisku jazykov, stále vznikajú pokusy očistiť (vytiahnuť esenciu) programovania, napr. Haskell, Go



Matematika – zdroj elegancie

- matematici zväčša nestratili zmysel po kráse (dôkazov), elegancii (definícií),
- informatici vylepšujú (efektívnosť) svoje algoritmy nie vždy s cieľom, aby boli čitateľnejšie, a často ani nie sú ...
- pri týchto transformáciach je často veľa matematiky
- programátori sa primárne sústredia na korektnosť,
- eleganciu (ako nevyhnutnosť) riešia, až keď sa to už nedá čítať/udržiavať,
- majú na to metodológie, metodiky, odporúčenia, code-checkery



Funkcie v matematike

- Funkcia je typ zobrazenia, relácie, ...
- Funkcie sú rastúce, klesajúce, ..., derivujeme a integrujeme ich, ...
- Funkcie sú nad N ($N \rightarrow N$), R ($R \rightarrow R$), ...
- Funkcií je $N \rightarrow N$ veľa. Viac ako $|N|$?
- Funkcií $N \rightarrow N$ je toľko ako reálnych čísel...Vieme všetky naprogramovať ?
- Funkcií je $R \rightarrow R$ ešte viac. Naozaj ?
- Funkcie skladáme. To je asociatívna operácia... Je komutatívna ?
- $x \rightarrow 4$ je konštantná funkcia napr. typu $N \rightarrow N$, či $R \rightarrow R$, ...
- $\{x \rightarrow k \cdot x + q\}$ je množstvo (množina) lineárnych funkcií pre rôzne k, q
- Funkcia nie vždy má inverznú funkciu
- Ale skladať ich vieme vždy
 $(x \rightarrow 2 \cdot x + 1) \cdot (x \rightarrow 3 \cdot x + 5)$ je $x \rightarrow 2 \cdot (3 \cdot x + 5) + 1$, teda $x \rightarrow 6 \cdot x + 11$
- aj aplikovať v bode z definičného oboru $(x \rightarrow 6 \cdot x + 11) 2 = 23$
a lineárne funkcie sú uzavreté na skladanie

Prirodzené čísla nám dal sám dobrotivý
pán Boh, všetko ostatné je dielom človeka.
(L. Kronecker)

Funkcionálna apokalypsa ☺

- Predstavme si, že by existovali len funkcie
- a nič iné...
- žiadne čísla, ani prirodzené, ani 0, ani True/False, ani NULL, či nil
- vedeli by sme vybudovať matematiku, resp. aspoň aritmetiku ?
- vieme nájsť
 - funkcie, ktoré by zodpovedali číslam 0, 1, 2, ...
 - a operácie zodpovedajúce +, *, ...
- tak, aby to fungovalo ako $(\mathbb{N}, +, *)$





Jazyky podporujúce FP

- funkcionálne programovanie je programovanie s funkciami ako hodnotami
- kým sa objavilo funkcionálne programovanie, hodnoty boli: celé, reálne, komplexné číslo, znak, pole, zoznam, ...
- funkcionálne programovanie rôzne jazyky rôzne podporujú:
 - Haskell
 - Scheme
 - Go, Groovy, Ruby, Scala, Python,
 - F#, Clojure, Erlang, ...
 - Pascal, C, Java, ...

Ktorý ako...



Funkcia ako argument

(Pascal/C)

pred FP poznali funkcie ako argumenty, ale *neučili to (na FMFI) na Pascale ani C ...*

program example;

```
function first(function f(x: real): real): real;  
begin  
    first := f(1.0) + 2.0;  
end;
```

```
function second(x: real): real;  
begin  
    second := x/2.0;  
end;
```

```
begin  
    writeln(first(second));  
end.
```

To isté v jazyku C:

```
float first(float (*f)(float)) {  
    return (*f)(1.0)+2.0;  
    return f(1.0)+2.0; // alebo  
}
```

```
float second(float x) {  
    return (x/2.0);  
}
```

```
printf("%f\n",first(&second));
```

Podstatné: použiteľných funkcií je konečne veľa = len tie, ktoré sme v kóde definovali. Nijako nemôžeme dynamicky vyrobiť funkciu, s ktorou by sme pracovali ako s hodnotou.



Funkcia ako hodnota

(požičané z Go-ovského cvičenia, [Programovacie paradigmy](#))

```
type realnaFunckia /*=*/ func(float64) float64

func kompozicia(f, g realnaFunckia) realnaFunckia {
    return (func(x float64) float64 { // kompozicia(f,g) = f.g
        return f(g(x)) // tu vzniká v run-time nová funkcia,
                        // ktorá nebola v čase kompilácie
    })
} // iteracia(n,f)=f^n

func iteracia(n int, f realnaFunckia) realnaFunckia {
    if n == 0 {
        return (func(x float64) float64 { return x }) //id
    } else {
        return kompozicia(f, iteracia(n-1, f))
    } // f . iter(n-1,f)
}
```



Python Closures

```
def addN(n):  
    return (lambda x:n+x)
```

výsledkom addN je funkcia,
ktorá k argumentu pripočína N

```
add5 = addN(5)  
add1 = addN(1)  
  
print(add5(10))  
print(add1(10))
```

toto je jedna funkcia x 5+x
toto je iná funkcia y 1+y
... môžem ich vyrobiť neobmedzene veľa
15
11

```
def iteruj(n,f):  
    if n == 0:  
        return (lambda x:x) # identita  
    else:  
        return(lambda x:f(iteruj(n-1,f)(x))) #  $f(f^{n-1}) = f^n$ 
```

```
add5SevenTimes = iteruj(7,add5)  
print(add5SevenTimes(100))
```

+5(+5(+5(+5(+5(+5(+5(100)))))))
135



Javascript Closures

```
function addN(n) {  
    return function(x) { return x+n };  
}  
function iteruj(n, f) {  
    if (n === 0)  
        return function(x) {return x;};  
    else  
        return function(x) { return iteruj(n-1,f) (f(x)); };  
}
```

```
add5 = addN(5);
```

```
add1 = addN(1);
```

Native Browser JavaScript

```
=> add5(100)
```

```
105
```

```
=> add1(10)
```

```
11
```

```
=> iteruj(7,add5)
```

```
[Function]
```

```
=> iteruj(7,add5)(100)
```

```
135
```

```
=> iteruj(7,iteruj(4,add1))(100)
```

```
128
```



JDK8 - funkcionálny interface

```
interface FunkcionalnyInterface { // koncept funkcie v J8
    public void doit(String s);    // jediná "procedúra"
}
```

```
                // „procedúra“ ako argument
public static void foo(FunkcionalnyInterface fi) {
    fi.doit("hello");
}
```

```
                // „procedúra“ ako hodnota, výsledok
public static FunkcionalnyInterface goo() {
    return (String s) -> System.out.println(s + s);
}
```

```
foo(goo())
"hellohello"
```



JDK8 - funkcionálny interface

```
public interface FunkcionalnyInterface { //String->String
    public String doit(String s); // jediná "funkcia"
}

// "funkcia" ako argument
public static String foo(FunkcionalnyInterface fi) {
    return fi.doit("hello");
}

// "funkcia" ako hodnota
public static FunkcionalnyInterface goo() {
    return
        (String s) -> (s+s);
}

System.out.println(foo(goo()));
"hellohello"
```



JDK8 - funkcionálny interface

```
public interface RealnaFunkcia {  
    public double doit(double s);    // funkcia R->R  
}  
  
public static RealnaFunkcia iterate(int n, RealnaFunkcia  
    f) {  
    if (n == 0)  
        return (double d)->d;    // identita  
    else {  
        RealnaFunkcia rf = iterate(n-1, f);    // f^(n-1)  
        return (double d)->f.doit(rf.doit(d));  
    }  
}  
  
RealnaFunkcia rf = iterate(5, (double d)->d*2);  
System.out.println(rf.doit(1));
```



Java 8

```
String[] pole = { "GULA", "cerven", "zelen", "ZALUD" };  
Comparator<String> comp =  
(fst, snd) -> Integer.compare(fst.length(), snd.length());
```

```
Arrays.sort(pole, comp);  
for (String e : pole) System.out.println(e);
```

GULA
zelen
ZALUD
cerven

```
Arrays.sort(pole,  
(String fst, String snd) ->  
    fst.toUpperCase().compareTo(snd.toUpperCase()));
```

```
for (String e : pole) System.out.println(e);
```

cerven
GULA
ZALUD
zelen



forEach, map, filter v Java8

```
class Karta {
    int hodnota;
    String farba;
    public Karta(int hodnota, String farba) { ... }
    public void setFarba(String farba) { ... }
    public int getHodnota() { ... }
    public void setHodnota(int hodnota) { ... }
    public String getFarba() { ... }
    public String toString() { ... }
}

List<Karta> karty = new ArrayList<Karta>();
karty.add(new Karta(7, "Gula"));
karty.add(new Karta(8, "Zalud"));
karty.add(new Karta(9, "Cerven"));
karty.add(new Karta(10, "Zelen"));
```




forEach, map, filter v Java8

[Gula/7, Zalud/8, Cerven/9, Zelen/10]

```
karty.forEach(k -> k.setFarba("Cerven"));
```

[Cerven/7, Cerven/8, Cerven/9, Cerven/10]

```
Stream<Karta> vacsieKartyStream =
```

```
    karty.stream().filter(k -> k.getHodnota() > 8);
```

```
List<Karta> vacsieKarty =
```

```
    vacsieKartyStream.collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10]

```
List<Karta> vacsieKarty2 = karty
```

```
    .stream()
```

```
    .filter(k -> k.getHodnota() > 8)
```

```
    .collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10]

[MapFilter.java](#)



forEach, map, filter v Java8

```
List<Karta> vacsieKarty3 = karty
```

```
.stream()  
.map(k->new Karta(k.getHodnota()+1,k.getFarba()))  
.filter(k -> k.getHodnota() > 8)  
.collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10, Cerven/11]

```
List<Karta> vacsieKarty4 = karty
```

```
.stream()  
.parallel()  
.filter(k -> k.getHodnota() > 8)  
.sequential()  
.collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10]

Break



If I were to pick a language to use today other than Java, it would be Scala
James Gosling



Predchádzalo vzniku FP

- 19.storočie – DeMorgan, Boole – výrokový a predikátový počet
- 19.storočie – Peano – teória čísel, indukcia
- 20.storočie – Russel, Gödel, Hilbert – Princípy matematiky
- ~1930 ... ~1950 – vypočítateľnosť
 - Turingove stroje – krok, stav, abeceda, výpočet
 - Rekurzívne funkcie (Kleene) – štruktúra funkcií podľa ich konštrukcie, napr. primitívne rekurzívne funkcie \subsetneq vypočítateľné (Ackermannova fcia),
 - -kalkul (Church) . abstrakcia a aplikácia,
 - Markovove algoritmy - symbolické úpravy re azcov, prepisovací systém
- všetky modely (i mnohé ďalšie) sú ekvivalentné,
 - zastavenie Turingovho stroja,
 - zastavenie programu v Pascale-Jave-Pythone...
 - výpočet v -kalkul,
 - výpo et rekuzívnej funkcie dá výsledok
- sú rovnako ťažké (nemožné) úlohy

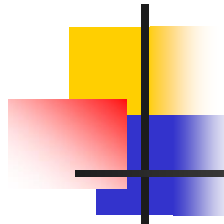
Pôvodne vôbec nešlo o počítanie, ale vypočítateľnosť, či matematiku

- ak počítali, tak to vyzeralo takto [The Bombe @ Bletchley.mov](#)



Trochu z histórie FP

- 1930, Alonso Church, lambda calculus
 - teoretický základ FP
 - kalkul funkcií: abstrakcia, aplikácia, kompozícia
 - Princeton: A.Church, A.Turing, J. von Neumann, K.Gödel - skúmajú formálne modely výpočtov
 - éra: WWII, prvý von Neumanovský počítač: Mark I (IBM), balistické tabuľky
- 1958, Haskell B.Curry, logika kombinátorov
 - alternatívny pohľad na funkcie, menej známy a populárny
 - „premenné vôbec nepotrebujeme“
- 1958, LISP, John McCarthy
 - implementácia lambda kalkulu na „von Neumanovskom HW“
- 1960, SECD (**S**tack-**E**nvironment-**C**ontrol-**D**ump) Machine, Landin
 - predchodca p-code, rôznych stack-orientovaných bajt-kódov, virtuálnych mašín.
 - SECD použili pri implementácii
 - Algol 60, PL/1 – predchodcu Pascalu
 - LISP – prvého funkcionálneho jazyka založenom na -kalkule



Jazyky FP

1977, John Backus, IBM – odpálil boom rôznych FP jazykov

Can Programming Be Liberated from the von Neumann Style?

A Functional Style and Its Algebra of Programs

- 1.frakcia:
 - Lisp, Common Lisp, ..., Scheme (MIT, DrScheme, Racket),
 - ML, Standard ML, CAML, oCAML, ...
- 2.frakcia:
 - Miranda, Gofer, Hope, Erlang, Clean, Hugs, Haskell Platform



1960 LISP

- LISP je rekurzívny jazyk
- LISP je vhodný na list-processing
- LISP používa dynamickú alokáciu pamäte, GC
- LISP je skoro beztypový jazyk
- LISP používal dynamic scoping
- LISP má globálne premenné, priradenie, cykly a pod.
 - ale nič z toho vám neukážem ☺
- LISP je vhodný na prototypovanie a je *všelikde*
- Scheme je LISP dneška, má viacero implementácií, napr.



Scheme - syntax

$\langle \text{Expr} \rangle ::=$ $\langle \text{Const} \rangle$ |
 $\langle \text{Ident} \rangle$ |
 $(\langle \text{Expr}_0 \rangle \langle \text{Expr}_1 \rangle \dots \langle \text{Expr}_n \rangle)$ |
 (lambda $(\langle \text{Ident}_1 \rangle \dots \langle \text{Ident}_n \rangle)$ $\langle \text{Expr} \rangle$) |
 (define $\langle \text{Ident} \rangle$ $\langle \text{Expr} \rangle$)

definícia funkcie:

```
(define gcd  
  (lambda (a b)  
    (if (= a b)  
        a  
        (if (> a b)  
            (gcd (- a b) b)  
            (gcd a (- b a))))))
```

volanie funkcie:

```
(gcd 12 18)  
6
```




Rekurzia na číslach

```
(define fac (lambda (n)
  (if (= n 0)
      1
      (* n (fac (- n 1))))))
```

(fac 100)
933262....000

```
(define fib (lambda (n)
  (if (= n 0)
      0
      (if (= n 1)
          1
          (+ (fib (- n 1)) (fib (- n 2)))))))
```

(fib 10)
55

[scheme.scm](#)

```
(define ack (lambda (m n)
  (if (= m 0)
      (+ n 1)
      (if (= n 0)
          (ack (- m 1) 1)
          (ack (- m 1) (ack m (- n 1)))))))
```

(ack 3 3)
61

```
(define prime (lambda (n k)
  (if (> (* k k) n)
      #t
      (if (= (mod n k) 0)
          #f
          (prime n (+ k 1))))))
```

```
(define isPrime?(lambda (n)
  (and (> n 1) (prime n 2))))
```



Scheme closures

```
(define (iterate n f)
  (if (= n 0)
      (lambda (x) x)
      (lambda (x) (f ((iterate (- n 1) f) x) ))
  )
)
```

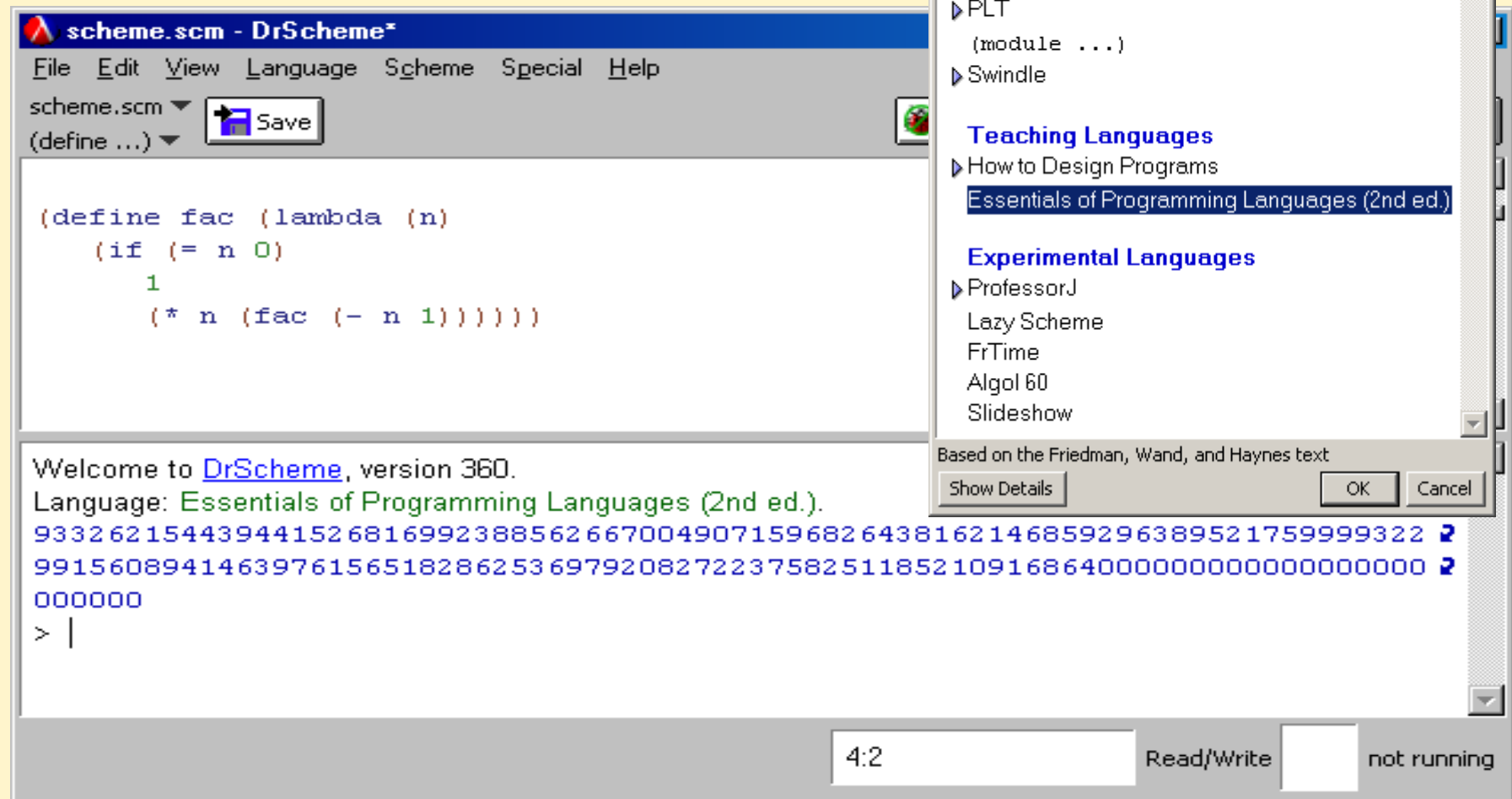
```
(define addN5 (lambda (n) (+ n 5)))
(define addN1 (lambda (n) (+ n 1)))
```

```
((iterate 7 addN5 ) 100)
((iterate 7 (iterate 4 addN1)) 100)
```

DrScheme

po inštalácii DrScheme treba
zvoliť si správnu úroveň jazyka
(t.j. advanced user, resp.
Essentials of PL)

<http://www.plt-scheme.org/software/drscheme/tour/tour-Z-H-4.html>





Čísla - help

- complex
- real
- rational
- integer

- +, -, *
- quotient, remainder, modulo

(`* 3 (+ 5 7) 2`) |--> 72

(`quotient 7 3`) |--> 2

(`remainder -11 3`) |--> -2, (`modulo -11 3`) |--> 1

- max, min, abs
- gcd, lcm
- floor, ceiling

(`max 1 2 3 4 5`) |--> 5

(`gcd 18 12`) |--> 6, (`lcm 18 12`) |--> 36

(`floor (/ 5 3)`) |--> 1, (`ceiling (/ 5 3)`) |--> 2

(`floor -4.3`) |--> -5.0, (`ceiling -4.3`) |--> -4.0

- truncate, round
- expt

(`truncate -4.3`) |--> -4.0, (`round -4.3`) |--> -4.0

(`expt 2 5`) |--> 32

- eq?, =, <, >, <=, >=
- zero?, positive?, negative?
- odd?, even?

(`odd? 2`) |--> #f, (`even? 2`) |--> #t

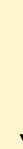
Zoznam je to, čo
má hlavu a chvost



Zoznam a nič iné

- má dva konštruktory
 - Scheme: `()`, `(cons h t)`
 - Haskell: `[]`, `h:t`
- vieme zapísať konštanty *typu* zoznam
 - Haskell: `1 : 2 : 3 : [] = [1,2,3]`
 - Scheme: `(cons 1 (cons 2 (cons 3 ())))`
- poznáme konvencie
 - Scheme: `(list 1 2 3)`, `'(1 2 3)`, `(QUOTE (1 2 3))`
- môžu byť heterogénne
 - Scheme: `'(1 (2 3) 4)`, `(list 1 '(2 3) 4)`, `(list 1 (2 3) 4)`
 - Haskell: nie, vždy sú typu `List<t> = [t]`

procedure application:
expected procedure,
given: 2; arguments were: 3



K zoznamu vždy
pristupujeme cez hlavu

Car-Cdring v Lispe/Scheme

- **car**

(car '(1 2 3)) vráti 1

(car '((1 2) 3 4)) vráti (1 2)

- **cdr**

(cdr '(1 2 3)) vráti (2 3)

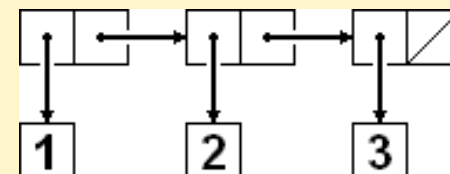
(cdr '((1 2) 3 4)) vráti (3 4)

- **cons**

(cons 1 '(2 3)) vráti (1 2 3)

- **quote**

'(1 2) je ekvivalentné (**quote** (1 2))



(cddr '(1 2 3))

(3)

(cddddr '(1 2 3))

()

(cadr '(1 2 3))

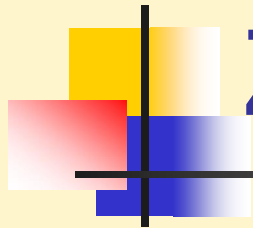
2

(caddr '(1 2 3))

3

(if vyraz ak-nie-je-nil ak-je-nil)

null? je #t ak argument je ()



Zoznamová rekurzia 1

```
(define length
  (lambda (l)
    (if (null? l)
        0
        (+ 1 (length (cdr l))))))
```

(length ~~(1 2 3))~~
3

```
(define sum
  (lambda (l)
    (if (null? l)
        0
        (+ (car l) (sum (cdr l))))))
```

(sum ~~(1 2 3))~~
6

```
(define append
  (lambda (x y)
    (if (null? x)
        y
        (cons (car x)
                (append (cdr x) y)))))
```

zreťazenie zoznamov

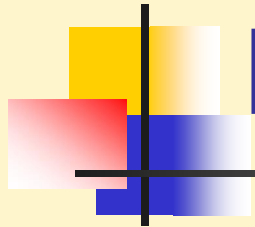
(append ~~(1 2 3) (a b c))~~
(1 2 3 a b c)

```
(define reverse
  (lambda (l)
    (if (null? l)
        '()
        (append (reverse (cdr l))
                  (list (car l))))))
```

otočenie zoznamu

častá chyba

(reverse ~~'(1 2 3 4))~~
(4 3 2 1)



Príklad - zásobník

```
(define empty_stack
  ( lambda ( stack ) ( if ( null? stack ) #t #f )))
```

```
(define push
  ( lambda ( element stack ) ( cons element stack ) ))
```

```
(define pop
  ( lambda ( stack ) ( cdr stack )))
```

```
(define top
  ( lambda ( stack ) ( car stack )))
```

```
(define st (push 3 (push 2 (push 1 '()))))
st
```

```
(top (pop (pop st)))
1
```


Zoznamová rekurzia 2

(cond (v1 r1) (v2 r2) (else r))
list? je #t ak argument je
zoznam

■ member ; nachádza sa v zozname
(define member
 (lambda (elem lis)
 (cond
 ((null? lis) '()) ; #f
 ((eq? elem (car lis)) #t)
 (else (member elem (cdr lis))))))

(member 3 '(1 2 3))
#t

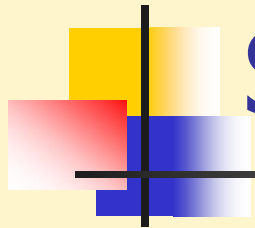
(member '(1 2) '(1 2 (1 2) 3))
()

lebo (eq? '(1 2) '(1 2)) je #f

■ equal ; rovnosť dvoch zoznamov
(define equal
 (lambda (lis1 lis2)
 (cond
 ((not (list? lis1))(eq? lis1 lis2))
 ((not (list? lis2)) '()) ; #f
 ((null? lis1) (null? lis2))
 ((null? lis2) '())
 ((equal (car lis1) (car lis2))
 (equal (cdr lis1) (cdr lis2)))
 (else '()))))

(equal '(1 2) '(1 2))
#t

ak sa rovnajú hlavy,
porovnávame chvosty



Spošenie zoznamu - flat

```
(define flat (lambda (lis)
  (cond
    ((null? lis) lis) ; prázdny zoznam
    ((list? lis)      ; zoznam
     (append (flat (car lis)) (flat (cdr lis))))
    (else (list lis)))) ; atóm
```

```
(flat '(1 2 (3 (4 5) ()) (6 (7))))
(1 2 3 4 5 6 7)
```

porozmýšľajte, ako odstrániť `append` z tejto definície

ako napísať `flat` len s jedným rekurzívnym volaním



Mapping

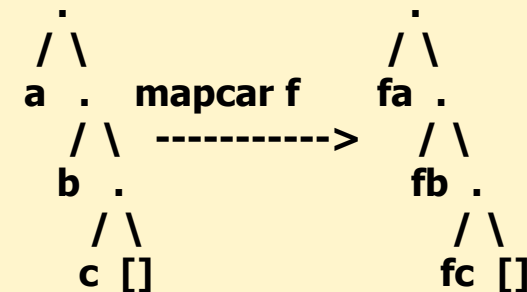
„ mapcar ; aplikuj funkciu na každý prvok zoznamu

```
(define (mapcar fun lis)
  (cond
    ((null? lis) '())
    (else (cons (fun (car lis))
                  (mapcar fun (cdr lis))))))
```

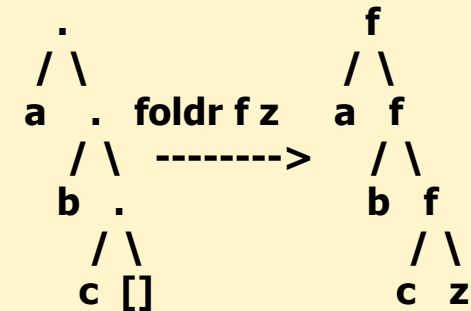
```
(mapcar fib '(1 2 3 4 5 6))
(1 1 2 3 5 8)
```

```
(mapcar (lambda (x) (* x x)) '(1 2 3 4 5 6))
(1 4 9 16 25 36)
```

konštanta typu funkcia



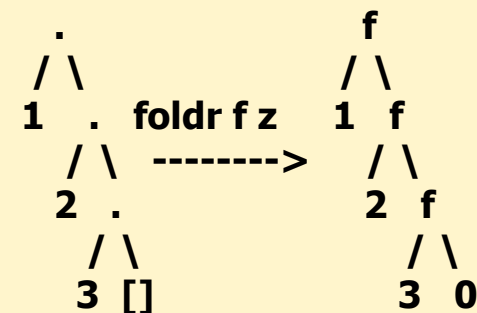
foldr



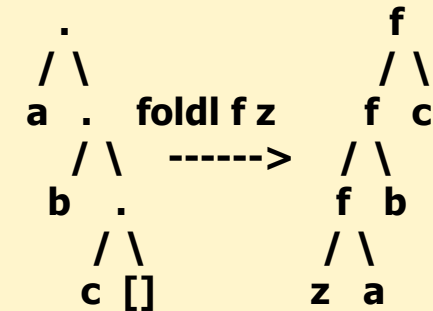
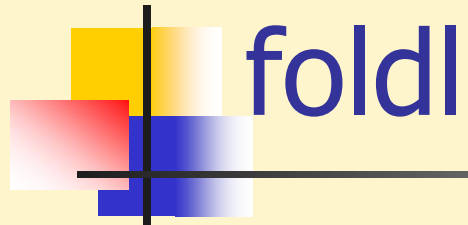
```
(define foldr
  (lambda (func zero lis)
    (if (null? lis)
        zero
        (func (car lis) (foldr func zero (cdr lis))))))
```

```
(foldr (lambda (x y) (+ (* 10 y) x)) 0 '(1 2 3))
321
```

```
(foldr (lambda (x y) (+ (* 10 x) y)) 0 '(1 2 3))
60
```



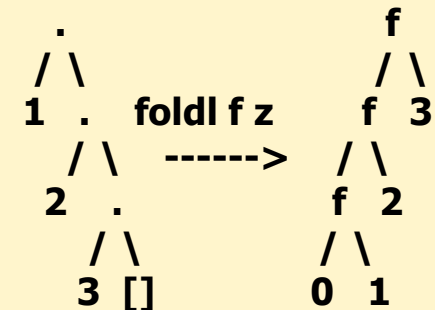
porozmýšľajte, ako definovať append pomocou foldr



```
(define foldl
  (lambda (func accum lis)
    (if (null? lis)
        accum
        (foldl func (func accum (car lis)) (cdr lis))))))
```

```
(foldl (lambda (x y) (+ (* 10 x) y)) 0 '(1 2 3))
123
```

```
(foldl (lambda (x y) (+ (* 10 y) x)) 0 '(1 2 3))
100
```



porozmýšľajte, ako definovať reverse pomocou foldl



spoj a rozpoj

- `(spoj '(1 2 3) '(4 5 6)) = ((1 4) (2 5) (3 6))`
- `(rozpoj '((1 4) (2 5) (3 6))) = ((1 2 3) (4 5 6))`

`(define rozpoj (lambda (pairs)`

`(cond`

`((null? pairs) '())`

`; prázdny zoznam`

`((null? (cdr pairs))`

`; jedno-prvkový zoznam`

`(list (list (caar pairs)) (list (cadar pairs))))`

`(else`

`; dvoj-a-viac prvkový`

`(rozpoj '())` `(list`

`()` `(cons (caar pairs) (car (rozpoj (cdr pairs))))`

`(rozpoj '((1 4)))` `(cons (cadar pairs) (cadr (rozpoj (cdr pairs))))))`

`((1) (4))`

`(rozpoj '((1 4) (2 3)))`

`((1 2) (4 3))`

`(rozpoj '((1 11) (2 12) (3 13) (4 14)))`

`((1 2 3 4) (11 12 13 14))`



rozpoj pomocou let

```
(define rozpoy (lambda (pairs)
  (cond
    ((null? pairs) '())
    ((null? (cdr pairs)) (list (list (caar pairs)) (list (cadar pairs))))
    (else
     (let ((pom (rozpoy (cdr pairs))))
       (list
        (cons (caar pairs) (car pom))
        (cons (cadar pairs) (cadr pom))))))))
```

```
(let (
  (var1 expr1) ...
  (varn exprn))
  expr)
```

priradí do premenných var_i hodnoty výrazov expr_i a vyhodnotí výraz expr



Queens

doposial dobre položené dámy

```
(define btrackRow (lambda (col row queens)  
  (if (> row N)  
      #f  
      (or  
        (and (safe row row row queens) (btrack (+ col 1) (cons row queens)))  
        (btrackRow col (+ row 1) queens))  
      )  
  )  
)
```

; skús položiť dámu do riadku row v stĺpci col

```
(define btrack (lambda (col queens)  
  (if (> col N)  
      queens  
      (btrackRow col 1 queens)  
  )  
)
```

; skús položiť dámu do stĺpca col

> (btrack 1 ())
(4 2 7 3 6 8 5 1)



(define **N** 8)

```
(define safe (lambda (row diag1 diag2 queens)
```

```
  (if (null? queens)
```

```
    #t
```

```
    (if (or (eq? row (car queens)) ; kolizia v riadku
```

```
        (eq? (+ diag1 1) (car queens)) ; kolizia na 1.uhlopriecke
```

```
        (eq? (- diag2 1) (car queens))) ; kolizia na 2.uhlopriecke
```

```
    #f
```

```
    (safe row (+ diag1 1) (- diag2 1) (cdr queens))))
```

```
)
```

```
)
```

```
(define safe (lambda (row diag1 diag2 queens)
```

```
  (let ((diag11 (+ diag1 1)) (diag21 (- diag2 1)))
```

```
    (or (null? queens)
```

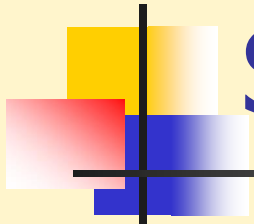
```
        (and (not (or (eq? row (car queens)) ; kolizia v riadku
```

```
                (eq? diag11 (car queens)) ; kolizia na 1.uhlopriecke
```

```
                (eq? diag21 (car queens)))) ; kolizia na 2.uhlopriecke
```

```
        (safe row diag11 diag21 (cdr queens))))
```

```
))
```



Syntax - help

- volanie fcie

(*<operator>* *<operand1>* ...) (max 2 3 4)

- funkcia

(lambda *<formals>* *<body>*) (lambda (x) (* x x))

- definícia funkcie

(define *<fname>* (lambda *<formals>* *<body>*))

- if, case, do, ...

(if <i><test></i> <i><then></i>)	(if (even? n) (quotient n 2))
(if <i><test></i> <i><then></i> <i><else></i>)	(if (even? n) (quotient n 2) (+ 1 (*3 x)))
(cond (<i><test1></i> <i><expr1></i>)	(cond ((= n 1) 1)
(<i><test2></i> <i><expr2></i>)	((even? n) (quotient n 2))
(<i><else></i> <i><exprn></i>))	(else (+ 1 (*3 x))))

- let

(let ((<i><var₁></i> <i><expr₁></i>) ...	
(<i><var_n></i> <i><expr_n></i>))	
<i><expr></i>)	(let ((x (+ n 1))) (* x x))



Haskell

(typy v kocke)

- typovaný jazyk, teda má typy, napr. Int, Integer, Bool, Char, Float, String,...
- typové konštruktory:
 - n-tica (t_1, \dots, t_n) , zoznam $[t]$, napr. (Int, Int), [Int], [String]
 - funkčné typy $t_1 \rightarrow t_2$, napr. Int \rightarrow Int, Int \rightarrow Int \rightarrow Int
 - operátor \rightarrow je pravo-asociatívny, preto Int \rightarrow Int \rightarrow Int znamená
 - Int \rightarrow (Int \rightarrow Int)
 - funkcia, ktorá pre celé číslo vráti celočíselnú funkciu
 - a nie (Int \rightarrow Int) \rightarrow Int
 - funkcia, ktorá pre celočíselnú funkciu vráti číslo.
 - zátvorkovanie ruší defaultnú pravú asociativitu

Príklad:

iteruj :: Int \rightarrow ((Float \rightarrow Float) \rightarrow (Float \rightarrow Float))

(.) :: (Float \rightarrow Float) \rightarrow ((Float \rightarrow Float) \rightarrow (Float \rightarrow Float)) – skladanie

iteruj :: Int \rightarrow ((t \rightarrow t) \rightarrow (t \rightarrow t)) – pre každé t – polymorfizmus

(.) :: (v \rightarrow w) \rightarrow ((u \rightarrow v) \rightarrow (u \rightarrow w))



Haskell

(aplikácia v kocke)

- funkciu $f :: A \rightarrow B$ môžeme aplikovať na argument typu A, výsledkom je B
- $f\ a$, alebo $(f\ a)$, nie ako v iných jazykoch $f(a)$

Napr.

`sin :: Float -> Float`

`(+5) :: Int -> Int`

`iteruj 7 :: (Float -> Float) -> (Float -> Float)`

`(iteruj 7) sin :: Float -> Float`

`((iteruj 7) sin) pi :: Float` `-- sin (sin (sin (sin (sin (sin (sin (pi))))))))`

`iteruj 4 :: (Int -> Int) -> (Int -> Int)`

`iteruj 4 (+5) :: (Int -> Int)`

`(iteruj 3) (iteruj 4 (+5)) :: (Int -> Int)`

`((iteruj 3) (iteruj 4 (+5))) 10 :: Int`



Haskell

(definícia v kocke)

```
iteruj    :: Int -> ((Float -> Float) -> (Float -> Float) )
```

```
iteruj    :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) ) – pre každé t – polymorfizmus
```

iteruj n f znamená $f^n = f \circ f \circ \dots \circ f$, teda iteruj n f x znamená $f^n(x)$

```
iteruj 0  f = (\x -> x)                -- identita
```

```
iteruj n  f = (\x -> f (iteruj (n-1) f x))
```

alebo

```
iteruj n  f = (\x -> iteruj (n-1) f (f x))
```

alebo

```
iteruj 0  f x = x
```

```
iteruj n  f x = f (iteruj (n-1) f x)
```

alebo

```
iteruj n  f = f . (iteruj (n-1) f)
```

alebo

```
iteruj n  f = (iteruj (n-1) f) . f
```



Haskell

(pre pokročilejších fajňšmekrov)

```
iteruj_foldr      :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )  
iteruj_foldr n f  = foldr (.) id (replicate n f)
```

```
iteruj_foldl      :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )  
iteruj_foldl n f  = foldl (.) id (take n (cycle [f]))
```

```
iteruj_using_iterate :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )  
iteruj_using_iterate n f x = iterate f x !! n
```

```
iteruj_funkciu      :: Int -> ((t -> t) -> (t->t))  
iteruj_funkciu n f  = iteruj_f !! n  
                      where iteruj_f = id:[f . g | g <- iteruj_f]
```

Miesto pre vašu ešte zvrhlejšiu definíciu iteruj



Iteruj.hs

```
module Iteruj where
```

```
-- exportujeme všetko
```

TestIteruj.hs

```
module TestIteruj where
```

```
import Iteruj
```

```
import Test.Hunit
```

```
main = do
```

```
  runTestTT $ TestList [
```

```
    TestList [
```

```
      TestCase $ assertEquals "iteruj 5 (+4) 100" 120 ( iteruj 5 (+4) 100 ),
```

```
      TestCase $ assertEquals "iteruj 5 (*4) 100 " 102400 ( iteruj 5 (*4) 100 ),
```

```
      TestCase $ assertEquals "iteruj 5 (++ab) c " "cababababab,,
```

```
        ( iteruj 5 (++"ab") "c" )],
```

Iteruj.hs