IOA rokovi

ИСПИТ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

29. јануар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табели. Задаци укупно носе до 50 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

1. Логички израз F има $D=50$ бинарних променљивих, $x_1, x_2, \ldots x_D \in \{0,1\}$. Израз се састоји од $N=218$ клаузула, тј. $F = C_1 \wedge C_2 \wedge \ldots \wedge C_N$, где је C_k k-та клаузула, а симбол $\wedge$ представља логичку операцију „и“. Свака клаузула садржи тачно три бинарне променљиве и две логичке операције „или“, означене симболом $\vee$. Једна клаузула је записана као низ три цела броја, где позитиван број одговара променљивој под тим редним бројем, а негативан број одговара инвертованој вредности променљиве под тим редним бројем. На пример, клаузула C, записана као тројка бројева $(1, -2, 3)$, је $C = x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$, где $\overline{x}$ представља инвертовану вредност x. Оптимизациона функција се рачуна као $f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N} \overline{C}_k$, где је $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots x_D)$, а $f(\mathbf{x})$ је нумерички једнака укупном броју клаузула које су једнаке нули. Клаузуле су задате у текстуалном фајлу, http://mtt.etf.bg.ac.rs/si/IOA/IOA20210129Z1.txt, у којем у сваком реду има три броја која чине запис једне клаузуле.

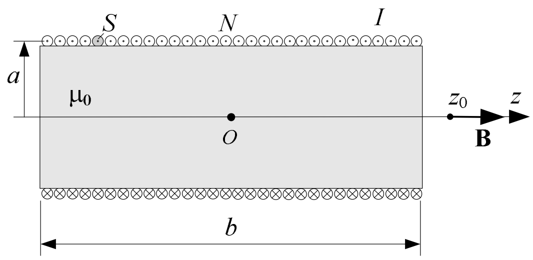
(а) Навести генералну класу оптимизационих проблема којој припада овај оптимизациони проблем. Образложити одговор.

(б) Израчунати и записати вредност оптимизационе функције за решење $\mathbf{x} = \left(\underbrace{1,1,\ldots 1}_{25}, \underbrace{0,0,\ldots 0}_{25}\right)$, где је првих 25 променљивих једнако јединици, а преостале променљиве су нула.

(в) Пронаћи решење $\mathbf{x}_0$ за које $f(\mathbf{x}_0)$ има минималну вредност, коришћењем оптимизационих алгоритама са курса. Решење $\mathbf{x}_0$, као и $f(\mathbf{x}_0)$, записати у простору испод или у пратећи ASCII/TXT фајл који се архивира кроз портал на сајту предмета.

(г) Навести оптимизациони алгоритам коришћен за решавање претходне тачке, као и параметре овог алгоритама. Уколико је коришћено више алгоритама, за сваки навести вредности коришћених параметара.

2. На слици 2.1 приказан је попречни пресек електромагнета у облику соленоида који је дефинисан својим полупречником a, дужином b, укупним бројем завојака N и струјом у завојцима I. Интензитет магнетске индукције, на оси електромагнета (z-оси), на одстојању z_0 од његовог центра, дат је изразом $B = \frac{\mu_0 NI}{2b}\left(\frac{z_0 + b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 + b/2)^2}} - \frac{z_0 - b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 - b/2)^2}}\right)$, а $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m је пермеабилност вакуума. Укупна отпорност свих завојака је $R = N\frac{2\pi a}{\sigma S}$, где је $\sigma = 58\,\mathrm{MS/m}$ специфична проводност бакарне жице и S је површина попречног пресека жице. Полупречник a налази се у опсегу $a_{\min} \le a \le a_{\max}$, где је $a_{\min} = 10^{-2}$ m и $a_{\max} = 20 \cdot 10^{-2}$ m. Дужина b је у опсегу $b_{\min} \le b \le b_{\max}$, где је $b_{\min} = 10^{-1}$ m и $b_{\max} = 5 \cdot 10^{-1}$ m. Површина попречног пресека жице S је у опсегу $S_{\min} \le S \le S_{\max}$, где је $S_{\min} = \frac{1}{2}10^{-6}\ \mathrm{m}^2$ и $S_{\max} = 3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$. Пречник жице је $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$, те је $N = \frac{b}{d} = b\sqrt{\frac{\pi}{4S}}$ укупан број завојака који су намотани густо и у једном слоју. Одстојање од центра соленоида је $z_0 = \frac{b}{2} + \delta$, где је $\delta = 10^{-2}$ m. Струја је константна и износи $I = 1\,\mathrm{A}$. Потребно је максимизирати интензитет магнетске индукције, $\max B = \frac{\mu_0 I}{2}\sqrt{\frac{\pi}{4S}}\left(\frac{z_0 + b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 + b/2)^2}} - \frac{z_0 - b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 - b/2)^2}}\right)$ и минимизирати укупну отпорност $\min R = \frac{2\pi ab}{\sigma S}\sqrt{\frac{\pi}{4S}}$. Усвојени запис решења је $\mathbf{x} = (a, b, S)$.



Слика 2.1.

(а) За скуп од четири задата решења $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4\}$, где је $\mathbf{x}_1 = (a_{\min}, b_{\max}, S_0)$, $\mathbf{x}_2 = (\frac{a_{\max}}{4}, b_{\max}, S_0)$, $\mathbf{x}_3 = (\frac{a_{\max}}{2}, b_{\max}, S_0)$ и $\mathbf{x}_4 = (a_{\max}, b_{\max}, S_0)$, а $S_0 = 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$, израчунати вредности оптимизационих функција, B и R, и одредити решења која су парето оптимална из овог скупа.

(б) Проценити и нацртати парето фронт овог оптимизационог проблема. Користити случајно претраживање или систематско претраживање са бар 10^6 итерација. Одговарајући код и добијени график архивирати кроз портал на сајту предмета.

(в) Уколико постоји, пронаћи и записати парето оптимално решење $\mathbf{x}_0$ за које је $B \approx 650\,\mu\mathrm{T}$.

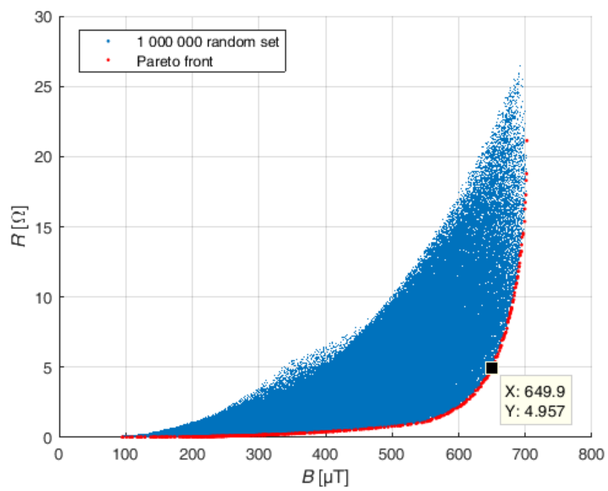
ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 29. ЈАНУАРА 2021. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) Проблем припада SAT класи, јер се решење записује као низ бита. (2)
(б) $f(\mathbf{x}) = 20$. (6)
(в) Постоји више решења, од којих су нека дата у наставку.
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0000 1101 0011 0011 0101 0000 1100 0111 1010 00` (8)[1] и $f(\mathbf{x}_0) = 0$ (2),
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0000 1100 0111 1010 00`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0000 1100 0111 1010 10`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0001 1100 0111 1010 10`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0000 1101 0111 0011 0101 0001 1100 0111 1010 00`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0001 1100 0111 1010 10`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0111 0011 0101 0001 1100 0111 1010 00`.
(г) Задатак се може решити сваким глобалним оптимизационим алгоритмом или поновљеним локалним оптимизационим алгоритмом, који је могуће применити на SAT класу проблема. Коришћени параметри зависе од изабраног алгоритма. (2)

2. (а) Вредности оптимизационих функција за задата решења су
$\mathbf{x}_1$(1.00e-02, 5.00e-01, 1.00e-06): $(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$=(1.630e-04, 4.800e-01) (1)
$\mathbf{x}_2$(5.00e-02, 5.00e-01, 1.00e-06): $(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$=(4.450e-04, 2.400e+00) (1)
$\mathbf{x}_3$(1.00e-01, 5.00e-01, 1.00e-06): $(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$=(4.910e-04, 4.800e+00) (1)
$\mathbf{x}_4$(2.00e-01, 5.00e-01, 1.00e-06): $(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$=(4.906e-04, 9.601e+00) (1)
У задатом скупу $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ и $\mathbf{x}_3$ су парето оптимална. (4)

(б) Парето фронт је процењен на основу 1 000 000 случајно изабраних решења из задатог оптимизационог простора и приказан је на слици испод. Коришћен је генератор случајних бројева са униформном расподелом. (16)



Процењени парето фронт на основу 1 000 000 случајно изабраних решења.

(в) Тражено парето оптимално решење постоји и налази се у непосредној околини решења
$\mathbf{x}_0$(6.8e-02, 2.7e-01, 5.0e-07): $(B_{[T]}, R_{[\Omega]})\approx$(6.5e-04, 5.0e+00) (6)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 30. ЈАНУАРА У 21 ЧАС, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64, ЈЕ 31. ЈАНУАРА ОД 8:00 ДО 9:00 ЧАСОВА.

[1] Ради прегледности зарези између вредности оптимизационих променљивих, као и заграде, су изостављени из записа, а бити су груписани у групе до четири бита.

ИСПИТ ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

19. фебруар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута[1]. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Први задатака укупно носи до 20 поена, а други до 30 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

1. У табели I задато је 10 мерних тачака, x_m, као и два скупа одговарајућих измерених вредности, y_m1 и y_m2. Потребно је измерене вредности апроксимирати **једном** функцијом, чији је аналитички израз $y_\mathrm{app}(x) = A\arctan\left(B - \ln\left(x^C\right)\right) + D$, где су A, B, C и D константе које је потребно одредити, $\arctan(x) = \tan^{-1}(x)$ и $\ln(x) = \log_\mathrm{e} x$. Непознате константе припадају скупу позитивних реалних бројева.

Табела I. Мерне тачке и измерене вредности.

x_m	1	2	5	10	20	50	100	200	300	400
y_m1	7,8	7,8	7,8	7,8	7,2	4,5	4,1	3,0	2,9	2,9
y_m2	7,9	7,9	7,9	7,9	6,7	4,6	3,9	3,0	3,1	2,8

(а) Усвојити једну формулацију оптимизационе функције за решавање овог проблема и записати ту оптимизациону функцију. Навести да ли се тражи минимум или максимум усвојене оптимизационе функције.

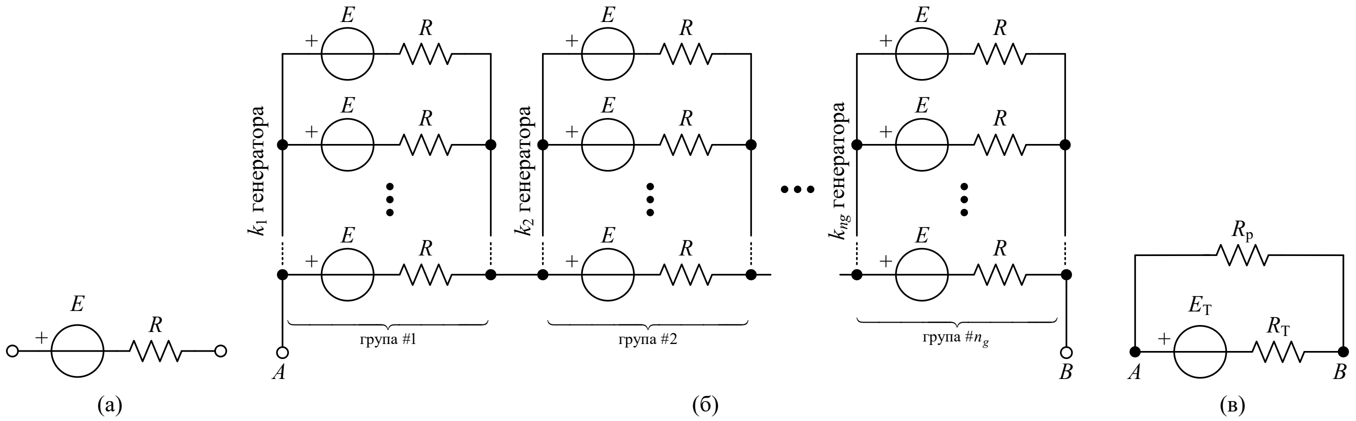
(б) Навести оптимизациони алгоритам (или алгоритме) коришћен за решавање, као и параметре коришћеног алгоритма.

(в) Пронаћи и записати вредности A, B, C и D за које задата аналитичка функција y_app најбоље апроксимира измерне вредности. У простору испод, или у пратећи ASCII/TXT фајл, записати вектор $\mathbf{x}_0 = (A, B, C, D)$ и пронађену вредност оптимизационе функције, $f(\mathbf{x}_0)$.

(г) На истом графику, у логаритамској размери по обе осе, нацртати задате измерне вредности и пронађену аналитичку апроксимацију. Улазну промењљиву x варирати у опсегу $x \in [1, 1000]$ са кораком $\Delta x = 1$. Добијени график и одговарајући код архивирати кроз портал на сајту предмета.

[1] Студенти који желе да користе PyCharm на факултетским рачунарима, требало би да на следећи начин подесе лиценцу:
1. одабрати **License server**,
2. у пољу **server address** унети: **http://zeus.etf.rs:8886** и
3. кликнути на **activate**.

2. На располагању стоји $N = 100$ идентичних реалних напонских генератора, сваки електромоторне силе $E = 10\,\text{mV}$ и унутрашње отпорности $R = 50\,\Omega$. На слици 2а приказан је један такав генератор. Дат је и пријемник отпорности $R_\text{p} = 75\,\Omega$. Потребно је повезати генераторе и пријемник тако да снага пријемника буде максимална. Генератори се везују у групе које чине паралелно везани генератори, а затим се такве групе везују редно, као што је приказано на слици 2б. Референтни смер електромоторних сила увек је исти за све генераторе у једној групи, као и за све групе. Број генератора у свакој групи може бити различит, а сви генератори морају бити искоришћени, тј. $\sum_{n=1}^{n_g} k_n = 100$, где је n_g укупан број група и k_n је број паралелно везаних генератора у групи n. При томе важе следећа ограничења: $n_g \geq 1$ и $k_n \geq 1$. Веза генератора се може заменити еквивалентним реалним напонским генератором електромоторне силе $E_\text{T} = n_g E$ и унутрашње отпорности $R_\text{T} = \sum_{n=1}^{n_g} \frac{R}{k_n}$ (Тевененов генератор). Замена места група генератора не утиче на параметре еквивалентног генератора, те се тако добијене везе не сматрају различитим. Између крајева везе генератора (тачке A и B) прикључен је пријемник R_p, као на слици 2в. У том случају, снага пријемника дата је изразом $P = R_\text{p}\left(\frac{E_\text{T}}{R_\text{T} + R_\text{p}}\right)^2$.



Слика 2.

(а) Израчунати и записати број различитих веза генератора. Образложити начин на који је одређен овај број.

(б) Одредити и записати број група генератора n_g и број генератора у свакој групи, тако да снага пријемника буде максимална.

(в) Израчунати и записати максималну снагу пријемника, као и E_T и R_T у том случају.

(г) Навести коришћени оптимизациони алгоритам и његове параметре.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 19. ФЕБРУАРА 2021. ГОДИНЕ

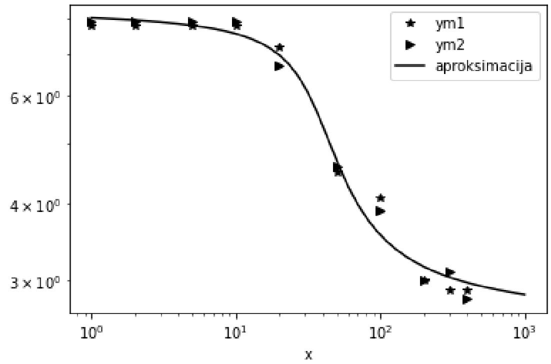
Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) Једна дефиниција оптимизационе функције је $f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{10} (y_{\mathrm{m}1}(x_{\mathrm{m}k}) - y_{\mathrm{app}}(x_{\mathrm{m}k}, \mathbf{x}))^2 + (y_{\mathrm{m}2}(x_{\mathrm{m}k}) - y_{\mathrm{app}}(x_{\mathrm{m}k}, \mathbf{x}))^2$, где је $\mathbf{x} = (A, B, C, D)$, а $x_{\mathrm{m}k}$ су мерне тачке из табеле I. (2) За изабрану оптимизациону функцију проблем се своди на одређивање минимума $f(\mathbf{x})$. (2)

(б) Простор је најпре претражен случајном претрагом у 1000 итерација, а из најбоље пронађене тачке пуштен је *Nelder-Mead Simplex* алгоритам. Задатак се може решити и другим оптимизационим алгоритмима који се могу применити на генералну класу NLP оптимизационих проблема. (2)

(в) За параметре $\mathbf{x}_0 = (1{,}85135212\ ,\ 6{,}13632204\ ,\ 1{,}7301099,\ \ 5{,}41628002\ )$ вредност оптимизационе функције је $f(\mathbf{x}_0) = 0{,}97033$. (8)

(г) Добијени график је приказан на слици 1. (6)



Слика 1. Измерене вредности и апроксимација.

2. (а) Број различитих веза генератора једнак је укупном броју партиција броја 100, тј. $P(100) = 190\ 569\ 292$. (6)

(б) Максимална снага пријемника добија се за $n_g = 12$, при чему је $(k_1, k_2, \ldots k_{12}) = (9{,}9{,}9{,}9{,}8,\ 8{,}8{,}8{,}8{,}8,\ 8{,}8)$. (16)

(в) Максимална снага пријемника је $P_{\max} \approx 49{,}82841\ \mu\mathrm{W}$ (2), $E_{\mathrm{T}} = 120\ \mathrm{mV}$ (2) и $R_{\mathrm{T}} = \frac{650}{9}\ \Omega \approx 72{,}222\ \Omega$ (2).

(г) Проблем је могуће решити потпуном претрагом по свим партицијама броја 100 или коришћењем било ког оптимизационог алгоритма који је могуће применити на генералну SAT класу оптимизационих проблема, где је веза генератора записана као бинарно кодована композиција броја 100. Параметри зависе од изабраног оптимизационог алгоритма. (2)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 20. ФЕБРУАРА У 21 ЧАС, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64, ЈЕ 21. ФЕБРУАРА ОД 18:30 ДО 19:00 ЧАСОВА.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

7. децембар 2018.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табели. Свако питање носи по 5 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ПИТАЊЕ				Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	
/						

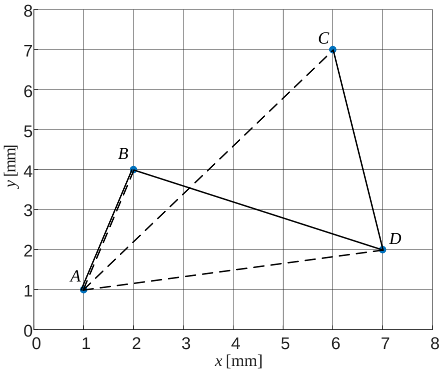
Четири тачке, које се налазе у истој равни, потребно је повезати праволинијским путевима (сегментима), тако да укупна дужина пута буде минимална. При томе, између сваког пара тачака мора да постоји пут. Координате датих тачака (x, y) у Oxy-равни, у милиметрима, су $A(1,1)$, $B(2,4)$, $C(6,7)$ и $D(7,2)$. Разматрају се три начина повезивања.

(1) Тачке се директно повезују једна са другом. На слици 1 приказане су два примера повезивања. Одредити оптималан редослед повезивања у овом случају и израчунати минималну дужину пута. Скицирати решење на приложеном цртежу.

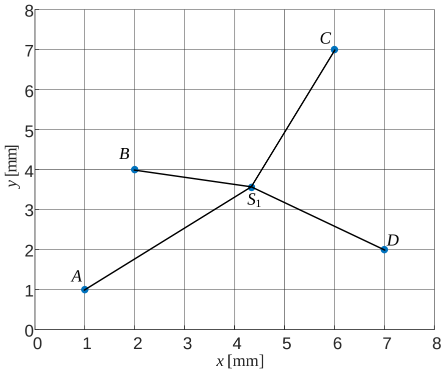
(2) Тачке се повезују додавањем једне додатне тачке $S_1(x_1, y_1)$, као што је приказано на слици 2. Одредити оптималне координате тачке S_1. Координате одредити са тачношћу $\pm 1\,\mu\text{m}$. Израчунати минималну дужину пута у овом случају. Скицирати решење на приложеном цртежу.

(3) Тачке се повезују додавањем двеју додатних тачака $S_1(x_1, y_1)$ и $S_2(x_2, y_2)$, као што је приказано на слици 3. Одредити оптималне координате тачака S_1 и S_2. Координате одредити са тачношћу $\pm 1\,\mu\text{m}$. Израчунати минималну дужину пута у овом случају. Скицирати решење на приложеном цртежу.

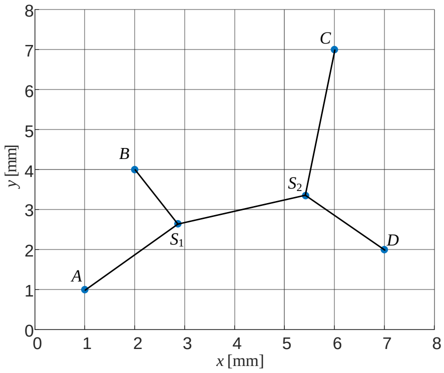
(4) Поређењем претходних резултата утврдити који од разматраних начина повезивања је оптималан.



Слика 1.

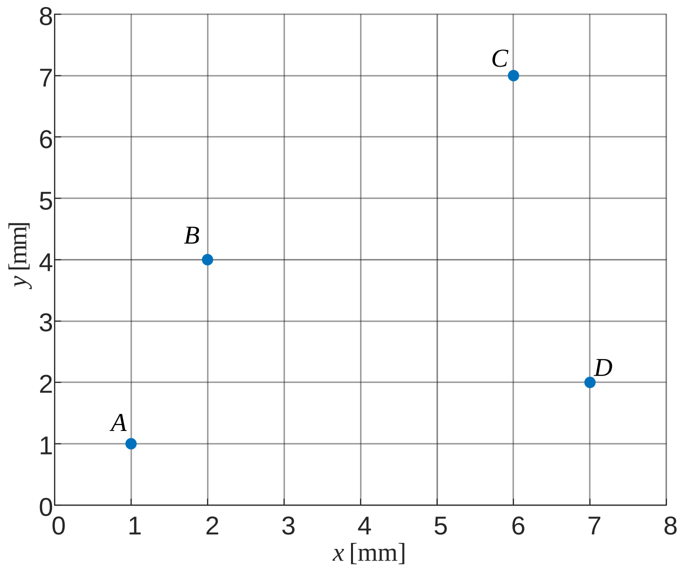


Слика 2.

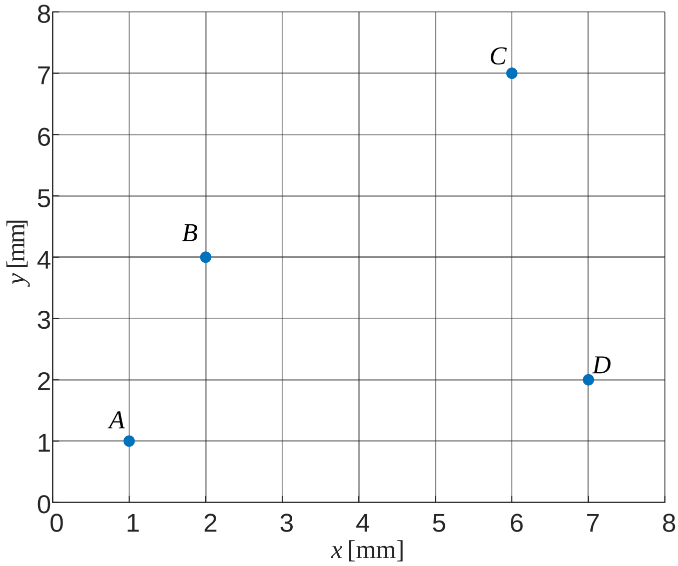


Слика 3.

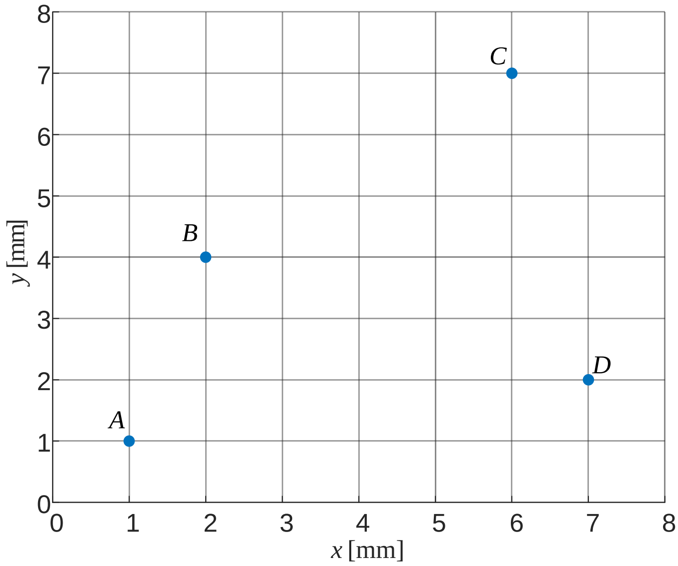
1.



2.



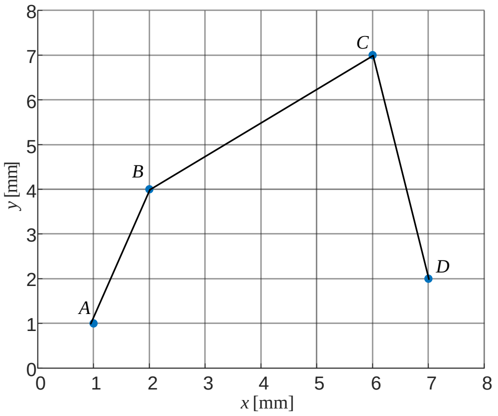
3.



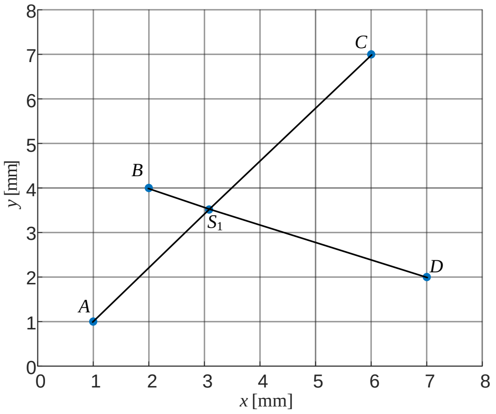
4.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ДРУГОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 7. ДЕЦЕМБРА 2018. ГОДИНЕ

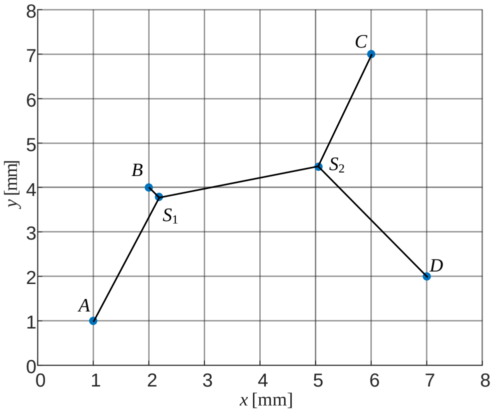
1. Најкраћи пут за повезивање добија се уколико је путања (A,B) - (B,C) - (C,D). У том случају, минимална дужина пута је $L_{\min} \approx 13{,}261$ mm . Решење је приказано на слици испод.



2. Координате додатне тачке су $S_1(x_1, y_1)$ где је $x_1 = 3{,}125$ mm и $y_1 = 3{,}550$ mm . Минимална дужина пута у овом случају је $L'_{\min} = 13{,}195$ mm . Решење је приказано на слици испод.



3. Координате додатних тачака су $S_1(x_1, y_1)$ и $S_2(x_2, y_2)$, где је $x_1 = 2{,}083$ mm , $y_1 = 3{,}899$ mm , $x_2 = 5{,}026$ mm , $y_2 = 4{,}393$ mm . Минимална дужина пута у овом случају је $L''_{\min} = 12{,}095$ mm . Решење је приказано на слици испод.



4. Оптимално је повезати тачке на начин приказан на слици 3.

УВИД У РАДОВЕ ЈЕ 14. ДЕЦЕМБРА 2018. ГОДИНЕ ОД 11:15 до 12:00 У ЛАБОРАТОРИЈИ 64б.

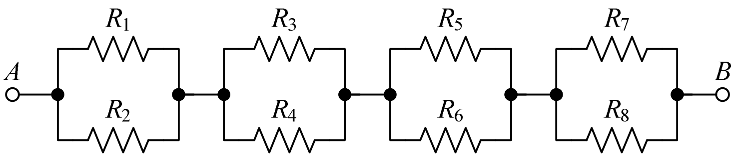
ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

2. новембар 2018.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Свако питање носи по 5 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ПИТАЊЕ				Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	
/						

Осам отпорника, R_k, $k=1,2,\ldots 8$, повезано је у отпорничку мрежу приказану на слици 1. Отпорности отпорника (у омима) су елементи скупа[1] $R_k \in \{0, 10, 12, 15, 18, 22, 27, 33, 39, 47, 56, 68, 82, \infty\}$, $k=1,2,\ldots 8$. Потребно је пронаћи распоред отпорности из задатог скупа, у приказаној мрежи, тако да еквивалентна отпорност између тачака A и B буде једнака или што је могуће ближа задатој отпорности R_0. Отпорност између тачака A и B дата је изразом $R_{AB} = \sum_{p=0}^{3} \left(\frac{1}{R_{2p+1}} + \frac{1}{R_{2p+2}} \right)^{-1}$.



Слика 1.

1. (а) Изабрати један запис решења овог оптимизационог проблема. (б) Записати ком скупу припадају оптимизационе промењљиве, као и њихове границе. (в) Одредити величину оптимизационог простора.

(а)
(б)
(в)

2. Усвојити и записати једну формулацију оптимизационе функције. Образложити да ли се током оптимизације тражи минимум, максимум или нула те оптимизационе функције.

[1] Наведени скуп представља стандардне дискретне отпорности једне декаде које се индустријски израђују, нулта отпорност представља кратак спој, а бесконачна отпорност представља отворену везу.

3. Написати програм којим се решава овај оптимизациони проблем и помоћу њега пронаћи један распоред отпорности у мрежи тако да је отпорност R_{AB} једнака или најближа могућа отпорностима: (а) $R_0 = 107\,\Omega$, (б) $R_0 = 173\,\Omega$ и (в) $R_0 = 271\,\Omega$.

(а)
(б)
(в)

4. Написати програм којим се проверава да ли у опсегу $50\,\Omega \le R_{AB} \le 250\,\Omega$ постоје целобројне отпорности које није могуће тачно реализовати приказаном мрежом и задатим скупом отпорностима отпорника. Пронаћи и записати све целобројне отпорности, из задатог опсега, које се **не могу** тачно реализовати на овај начин и за сваку од њих написати један распоред отпорности који даје најближе могуће решење.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 2. НОВЕМБРА 2018. ГОДИНЕ

1. (а) Један запис овог оптимизационог проблема је $\mathbf{x} = (R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8)$. (б) Отпорности су из задатог скупа и задовољавају следеће неједнакости: $R_1 \geq 0$, $R_2 \geq R_1$, $R_3 \geq R_1$, $R_4 \geq R_3$, $R_5 \geq R_3$, $R_6 \geq R_5$, $R_7 \geq R_5$ и $R_8 \geq R_7$. Ови услови обезбеђују да се идентична решења разматрају само једном. (в) Оптимизациони простор је дискретан, а број решења за изабрани запис је 8 408 778.

2. Једна формулација оптимизационе функције је $f(\mathbf{x}) = \| R_{AB}(\mathbf{x}) - R_0 \|_1 = | R_{AB}(\mathbf{x}) - R_0 |$. Током оптимизације тражи се нула ове функције, која представља тачно решење. Уколико не постоји тачно решење, $R_{AB}(\mathbf{x}) = R_0$, минимум $f(\mathbf{x})$ представља најбоље могуће решење.

3. (а) $\mathbf{x}_{[\Omega]} = (10, 10, 12, 12, 56, 56, 68, \infty)$, $R_{AB}(\mathbf{x}) = 107\,\Omega$, (б) $\mathbf{x}_{[\Omega]} = (0, 0, 18, 18, 82, \infty, 82, \infty)$, $R_{AB}(\mathbf{x}) = 173\,\Omega$, и (в) $\mathbf{x}_{[\Omega]} = (39, \infty, 68, \infty, 82, \infty, 82, \infty)$, $R_{AB}(\mathbf{x}) = 271\,\Omega$.

4. $R_0 = 249\,\Omega$ је једина целобројна отпорност из задатог опсега која се не може реализовати на описани начин. Најбоља апроксимација те отпорности је $\mathbf{x}_{[\Omega]} = (27, 47, 68, \infty, 82, \infty, 82, \infty)$, при чему је $R_{AB}(\mathbf{x}) \approx 249{,}15\,\Omega$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

1. новембар 2019.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Колоквијум носи 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ПИТАЊЕ					Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	5.	
/							

Дат је списак од 29 програма за које су позната времена извршавања у милисекундама. Ове програме је потребно поделити у две групе тако да су укупна времена извршавања свих програма у првој групи и свих програма у другој групи максимално уједначена. Сви задати програми морају се искористити при подели. Времена извршавања програма су

$T_{[\mathrm{ms}]} = \{$ 27257, 11737, 3417, 74732055, 7008769, 71198, 6970, 8602, 74787, 3485, 97291, 61981162, 1938, 8551, 8051, 65105553, 8228, 10217603, 23728483, 72114322, 4896, 85845, 6014, 84696329, 47142, 41039298, 2159, 5235466, 82838 $\}$.

1. Којој генералној класи оптимизационих проблема (TSP, SAT или NLP) припада овај проблем. Образложити одговор.

2. Усвојити и записати једну формулацију оптимизационе функције. Образложити да ли се током оптимизације тражи минимум, максимум или нула те оптимизационе функције.

3. Израчунати број позива оптимизационе функције потребан да се потпуно (систематски) претраже сва могућа решења.

4. Написати код за потпуну претрагу поделе задатог скупа програма и пронаћи укупан број најбољих могућих подела.

5. За сваку најбољу могућу поделу задатог скупа, пронађену у претходној тачки, записати укупна времена извршавања свих програма у првој и другој групи, као и програме који припадају тим групама.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 1. НОВЕМБРА 2019. ГОДИНЕ

1. С обзиром на то да је оптимизациони простор дискретан, да се свако решење може записати (и) као низ бита, а да претрага није по свим могућим пермутацијама, проблем спада у генералну класу SAT оптимизационих проблема.

2. Једна једноставна формулација оптимизационе функције је $f(\mathbf{x}) = \left\| \sum_{\forall x_k \in T_1} x_k - \sum_{\forall x_n \in T_2} x_n \right\|_1 = \left| \sum_{\forall x_k \in T_1} x_k - \sum_{\forall x_n \in T_2} x_n \right|$, где је $\mathbf{x}$ вектор који садржи сва времена извршавања програма, T_1 је прва група програма, T_2 је друга група програма, x_k су времена извршавања програма у првој групи и x_n су времена извршавања програма у другој групи. За овако дефинисану оптимизациону функцију решавање проблема своди се на проналажење $\min f(\mathbf{x})$.

3. Уколико се у првој групи налази k програма $(1 \le k \le 28)$, у другој групи се налази $29-k$ програма према услову задатка да се сви програми морају искористити. Поделе за $k > 14$ одговарају замени места прве и друге групе, те их није потребно посебно проверавати. Поделу где у првој групи постоји k програма могуће је урадити на $\binom{29}{k}$ начина. Стога, за потпуно претрагу оптимизационог простора потребно је $\sum_{k=1}^{14} \binom{29}{k} = 268\,435\,455$ провера.

4. Постоје четири различите поделе датог скупа програма тако да су укупна времена извршавања програма иста у обе групе, тј. $f(\mathbf{x}) = \left| \sum_{\forall x_k \in T_1} x_k - \sum_{\forall x_n \in T_2} x_n \right| = 0$.

5. За сва четири најбоља решења $\sum_{\forall x_k \in T_1} x_k = \sum_{\forall x_n \in T_2} x_n = 223\,209\,723\,\mathrm{ms}$.

- У првом решењу редни бројеви програма у првој групи су $N_1^{(1)} = \{1,6,7,8,9,12,14,16,19,20,29\}$, а одговарајућа времена су $T_1^{(1)} = \{27257,71198,6970,8602,74787,61981162,8551,65105553,23728483,72114322,82838\}$.
- У другом решењу редни бројеви програма у првој групи су $N_1^{(2)} = \{1,4,5,6,7,8,9,14,18,24,26,28,29\}$, а времена су $T_1^{(2)} = \{27257,74732055,7008769,71198,6970,8602,74787,8551,10217603,84696329,41039298,5235466,82838\}$.
- У трећем решењу редни бројеви програма у првој групи су $N_1^{(3)} = \{2,7,8,11,12,14,15,16,19,20,22,23,25\}$, а времена су $T_1^{(3)} = \{11737,6970,8602,97291,61981162,8551,8051,65105553,23728483,72114322,85845,6014,47142\}$.
- У четвртом решењу редни бројеви програма у првој групи су $N_1^{(4)} = \{1,3,6,9,10,12,13,16,17,19,20,21,27,29\}$, а времена су $T_1^{(4)} = \{27257,3417,71198,74787,3485,61981162,1938,65105553,8228,23728483,72114322,4896,2159,82838\}$.

За сва решења, у другој групи програма су сви они који нису у првој групи.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 7. НОВЕМБРА У 21 ЧАС.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64б, ЈЕ 8. НОВЕМБРА ОД 11:15 ДО 12:00 ЧАСОВА.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

6. новембар 2020.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Колоквијум носи 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ПИТАЊЕ					Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	5.	
/							

Дат је скуп од 14 различитих кондензатора чије капацитивности у pF припадају следећем скупу $C_{[\mathrm{pF}]} = \{68, 82, 100, 120, 150, 180, 220, 270, 330, 390, 470, 560, 680, 820\}$. Кондензаторе је потребно поделити у групе тако да еквивалентна капацитивност редне везе свих кондензатора у групи буде што је могуће ближа капацитивности $C_{\mathrm{t}} = 50\,\mathrm{pF}$. Еквивалентна капацитивност, C_{e}, редне везе D кондензатора дата је изразом $\frac{1}{C_{\mathrm{e}}} = \sum_{k=1}^{D} \frac{1}{C_k}$. Сви кондензатори морају да се искористе. Сваки кондензатор може да припада само једној групи. Број могућих група за поделу је од један (када сви кондензатори припадају истој групи) до четрнаест (када је сваки кондензатор у посебној групи). Редослед кондензатора у једној групи није битан. Такође, није битан редослед група у једној подели на групе.

Запис решења овог проблема је низ са ограниченим растом $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots x_N)$, где је $x_1 = 0$, $0 \le x_{k+1} \le 1 + \max(x_1, x_2, \ldots x_k)$, $1 < k \le N$ и $N = |C| = 14$. Вредност x_k означава да кондензатор чија се капацитивност налази на k-том месту у датом скупу C припада групи $x_k + 1$. На пример, решење чији је запис $\mathbf{x}$ = `(0,0,1,1,1,2,2,2,3,3,4,4,5,6)` означава да је прва група кондензатора $G_{1[\mathrm{pF}]} = \{68, 82\}$, друга група $G_{2[\mathrm{pF}]} = \{100, 120, 150\}$, трећа група $G_{3[\mathrm{pF}]} = \{180, 220, 270\}$, четврта група $G_{4[\mathrm{pF}]} = \{330, 390\}$, пета група $G_{6[\mathrm{pF}]} = \{470, 560\}$, шеста група $G_{6[\mathrm{pF}]} = \{680\}$ и седма група $G_{7[\mathrm{pF}]} = \{820\}$.

Оптимизациона функција рачуна се према формули $f(\mathbf{x}) = \max\left\{ \left|C_{\mathrm{e}}(G_1) - C_{\mathrm{t}}\right|, \left|C_{\mathrm{e}}(G_2) - C_{\mathrm{t}}\right|, \ldots \left|C_{\mathrm{e}}(G_m) - C_{\mathrm{t}}\right| \right\}$ где је m укупан број група, $C_{\mathrm{e}}(G_p)$ је еквивалентна капацитивност редне везе свих кондензатора из групе G_p и $p = 1, 2, \ldots m$. Тражи се минимум наведене оптимизационе функције.

1. Израчунати потребан број позива оптимизационе функције за систематску (потпуну) претрагу оптимизационог простора наведеног проблема. Образложити начин на који је одређен потребан број позива.

2. Навести норму која одговара датој оптимизационој функцији. Образложити одговор.

3. Израчунати оптимизациону функцију, $f(\mathbf{x}_0)$, за решење $\mathbf{x}_0$ = `(0,0,1,1,2,1,2,0,3,3,4,0,1,4)`.

4. Написати код за систематску (потпуну) претрагу оптимизационог простора задатог проблема и помоћу тог кода одредити и записати (у простору испод) минималну вредност оптимизационе функције.

5. Коришћењем претходно написаног програма одредити решење, или сва решења уколико их има више, задатог оптимизационог проблема. Свако пронађено решење представити у облику $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ... x_{14})$, као што је наведено у поставци задатка.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 6. НОВЕМБРА 2020. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. Проблем се своди на претрагу по свим могућим партицијама скупа C који има $N = |C| = 14$ елемената. Стога је број позива оптимизационе функције потребан за систематску (потпуну) претрагу оптимизационог простора $B_{14} = 190\,899\,322$. (3)

2. Изабраној оптимизационој функцији одговара норма L_∞, тј. максимум норма. (2)

3. $f(\mathbf{x}_0) = \dfrac{32090}{129}\ \text{pF} \approx 248{,}7596899224806\ \text{pF}$. (3)

4. $f_{\min} = \dfrac{2079}{1339}\ \text{pF} \approx 1{,}552651170485561\ \text{pF}$. (4)

5. Постоје три решења (2) $\mathbf{x}_{gk}$, $k = 1,2,3$ задатог оптимизационог проблема за која је $f(\mathbf{x}_{gk}) = f_{\min}$. Та решења су:

(2) $\mathbf{x}_{g1}$ = `(0,1,2,2,3,1,3,3,3,0,0,1,3,2)`,
(2) $\mathbf{x}_{g2}$ = `(0,1,2,3,3,1,2,2,3,0,0,1,3,2)` и
(2) $\mathbf{x}_{g3}$ = `(0,1,2,3,3,1,3,2,2,0,0,1,2,2)`.

Тим решењима одговарају следеће групе кондензатора.

$\mathbf{x}_{g1} \to G_{1[\text{pF}]} = \{68,390,470\}$, $G_{2[\text{pF}]} = \{82,180,560\}$, $G_{3[\text{pF}]} = \{100,120,820\}$ и $G_{4[\text{pF}]} = \{150,220,270,330,680\}$.

$\mathbf{x}_{g2} \to G_{1[\text{pF}]} = \{68,390,470\}$, $G_{2[\text{pF}]} = \{82,180,560\}$, $G_{3[\text{pF}]} = \{100,220,270,820\}$ и $G_{4[\text{pF}]} = \{120,150,330,680\}$.

$\mathbf{x}_{g3} \to G_{1[\text{pF}]} = \{68,390,470\}$, $G_{2[\text{pF}]} = \{82,180,560\}$, $G_{3[\text{pF}]} = \{100,270,330,680,820\}$ и $G_{4[\text{pF}]} = \{120,150,220\}$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 9. НОВЕМБРА У 21 ЧАС, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64, ЈЕ 10. НОВЕМБРА ОД 11:15 ДО 12:00 ЧАСОВА.

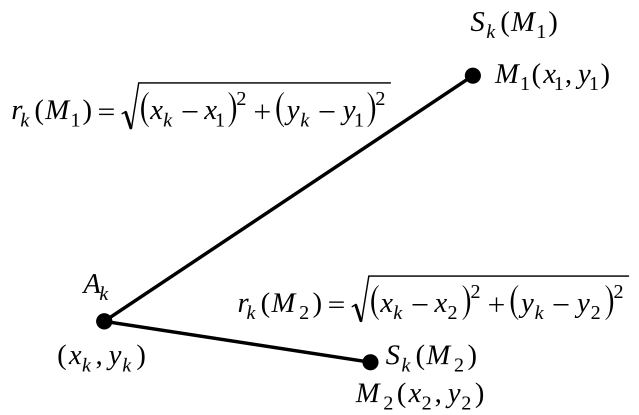
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

6. децембар 2019.

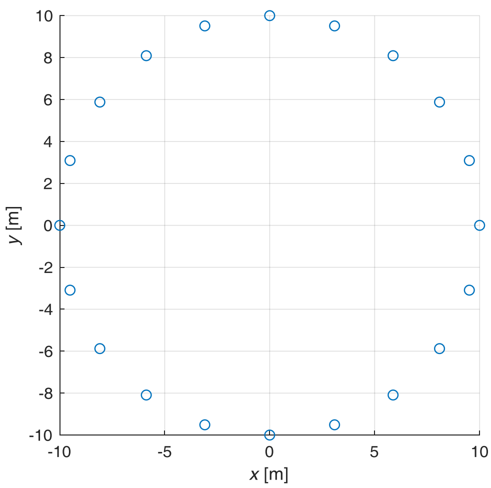
Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Колоквијум носи 20 поена.

<table>
<tr><td colspan="2">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</td><td colspan="4">ПИТАЊЕ</td><td rowspan="2">Укупно</td></tr>
<tr><td>Индекс (година/број)</td><td>Презиме и име</td><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td></tr>
<tr><td>/</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Сигнал, S_k, који емитује предајник k дат је изразом $S_k = \dfrac{A_k}{r_k}$, где је A_k константа предајника (реалан број), а r_k је растојање (у метрима) између тачке у којој се налази предајник и тачке у којој се мери сигнал (слика 1). Ради одређивања локације и константи два непозната извора сигнала, извршена су мерења у $N = 20$ тачака. Мерне тачке су униформно распоређене на кружници полупречника $R = 10\ \text{m}$, а координате мерних тачака су дате изразом $(x_i, y_i) = \left(R\cos\dfrac{2\pi i}{N}, R\sin\dfrac{2\pi i}{N}\right)$, $i = 0,1,2,\ldots N-1$ (слика 2). Извори сигнала се налазе у равни тог круга, у њему. Вредност сигнала у једној тачки простора једнака је збиру вредности сигнала које емитују појединачни извори (важи принцип суперпозиције). Редни бројеви мерних тачака и вредности измереног сигнала у тим тачкама дати су у табели I.



Слика 1. Пример извора сигнала A_k који се налази у тачки (x_k, y_k) и две мерне тачке: $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$.



Слика 2. Распоред мерних тачака.

Табела I. Редни бројеви мерних тачака и измерени сигнали у тим тачкама.

i	S_i
0	3.636892808589881e-01
1	2.605839592598729e-01
2	1.973419139079054e-01
3	1.534478308563590e-01
4	1.185896383794114e-01
5	8.576264313222261e-02
6	4.733829937660344e-02

i	S_i
7	-9.363342872771518e-03
8	-9.847775663222047e-02
9	-1.272357077088943e-01
10	-2.743016571882356e-02
11	5.448574204615267e-02
12	1.148226880872824e-01
13	1.728375199337635e-01

i	S_i
14	2.447613550732441e-01
15	3.537703729044290e-01
16	5.475646202592677e-01
17	8.724066260570496e-01
18	8.741598335630356e-01
19	5.530413758135669e-01

1. Записати формално овај оптимизациони проблем.

2. Одредити број глобалних оптимума за претходно одабран формални запис овог оптимизационог проблема. Образложити одговор.

3. (а) Навести оптимизациони алгоритам (или алгоритме) који су коришћени за решавање овог проблема, (б) објаснити избор сваког појединачног параметра тих алгоритама, (в) објаснити избор полазне тачке за оптимизацију и (г) објаснити поступак решавања.

(а)
(б)
(в)
(г)

4. Написати одговарајући код за оптимизацију и помоћу њега израчунати координате и константе непознатих извора сигнала са (апсолутном) прецизношћу од најмање $\pm 10^{-3}$ и записати их. Уколико је пронађено више различитих решења, навести свако од њих.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ДРУГОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 6. ДЕЦЕМБРА 2019. ГОДИНЕ

1. Оптимизациона функција се може записати као $f(\mathbf{x})=\sum_{i=0}^{N-1}\left(S_i-\sum_{k=1}^{2}\frac{A_k}{r_k(i)}\right)^2$, где је $\mathbf{x}=\left(x_1^{(e)},y_1^{(e)},A_1,x_2^{(e)},y_2^{(e)},A_2\right)$ вектор оптимизационих промењљивих (позиције и константа првог, односно другог извора, редом) и $r_k(i)=\sqrt{(x_k-x_i)^2+(y_k-y_i)^2}$. На основу услова да извори морају бити унутар кружнице на којој се налазе мерне тачке, добијају се додатни услови $\sqrt{x_k^2+z_k^2}<R$, $k=1,2$. На овај начин добија се формални запис овог оптимизационог проблема

$$\min\ f(\mathbf{x})=\sum_{i=0}^{N-1}\left(S_i-\sum_{k=1}^{2}\frac{A_k}{r_k(i)}\right)^2$$, где је $f(\mathbf{x}):R^6\to R$, уз додатне услове

$\sqrt{x_k^2+z_k^2}<R$, $k=1,2$.

2. За претходно описан формални запис постоје два глобална минимума оптимизационе функције, $f(\mathbf{x})=0$, ако је први $\mathbf{x}'=\left(x_1^{(e)},y_1^{(e)},A_1,x_2^{(e)},y_2^{(e)},A_2\right)$, други се добија заменом места првог и другог извора $\mathbf{x}''=\left(x_2^{(e)},y_2^{(e)},A_2,x_1^{(e)},y_1^{(e)},A_1\right)$.

3. (а) Овај оптимизациони проблем спада у генералну класу NLP проблема и може се решити на пример Nelder-Mead симплекс алгоритмом, градијентном методом или симулираним каљењем. (б) У зависности од избора алгоритма, параметри се подешавају према одговарајућој теорији. (в) Полазну тачку за оптмизацију је најједноставније изабрати на случајан начин. (г) С обзиром на то да оптимизациона функција има више локалних минимума, потребно је покренути алгоритам неколико пута из различитих полазних тачака док се не добије $f(\mathbf{x})\approx 0$.

4. Решење овог оптимизационог проблема је следеће: координате (у метрима) и константа првог извора су $\left(x_1^{(e)},y_1^{(e)},A_1\right)=(-2\pi,\mathrm{e},-1)$, а координате и константа другог извора су $\left(x_2^{(e)},y_2^{(e)},A_2\right)=(5,-5,3)$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ДЕЦЕМБРА У 21 ЧАС.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64б, ЈЕ 13. ДЕЦЕМБРА ОД 11:15 ДО 12:00 ЧАСОВА.

ИСПИТ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

23. јануар 2019.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Задаци укупно носе до 40 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК				Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	
/						

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

Штампана плочица израђује се аутоматски, а током процеса израде потребно је избушити више рупа, истим алатом. Аутоматска бургија има коначну брзину промене позиције и може да се креће произвољно задатом путањом у равни. Бургија може да почне процес бушења од било које од задатих рупа. Свака рупа се буши тачно једном, а процес се завршава бушењем последње рупе. Потребно је одредити минималан пут који пређе бургија током бушења свих рупа и тиме минимизирати укупно време бушења. Растојање које бургија пређе између бушења две рупе рачуна се као L_2-норма (Еуклидовско растојање) разлике Декартових координата тих рупа.

Координате рупа су дате у текстуалној датотеци у којој један ред представља Декартове координате једне рупе. У сваком реду постоје два броја: први представља x-координату, а други представља y-координату рупе коју је потребно избушити. Број редова једнак је броју рупа које је потребно избушити. Пример датотеке је дат на сајту предмета. На испиту ће бити задат други скуп улазних података (координата рупа), са другачијим укупним бројем рупа. Координате су дате у милиметрима.

1. Изабрати један оптимизациони алгоритам и помоћу њега пронаћи једно решење за оптималну путању бургије. Записати укупну дужину пута и редослед тачака у текстуалној датотеци која има исту структуру као датотека са улазним подацима, а координате су записане према одређеном редоследу бушења.

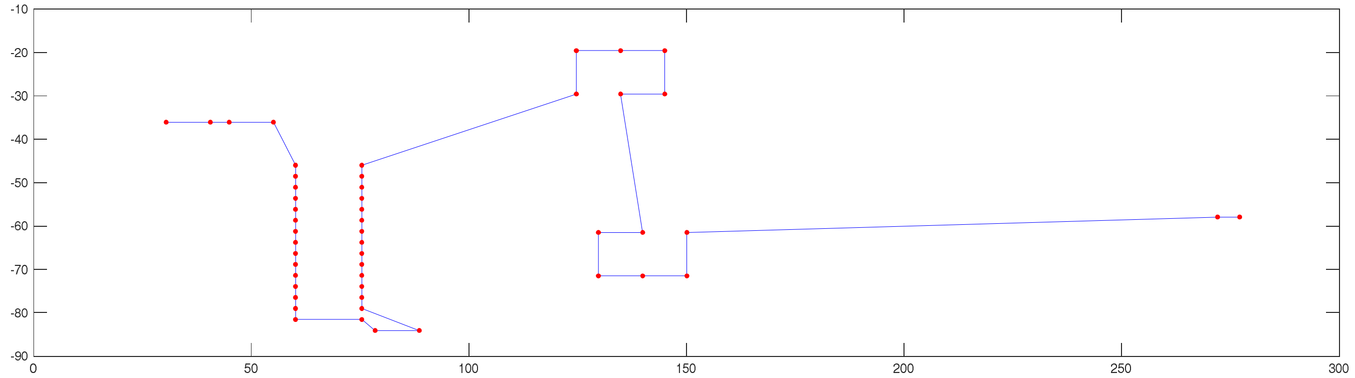
2. Објаснити детаље имплементације изабраног оптимизационог алгоритма. Навести кључне параметре алгоритма и образложити њихов избор.

3. За задату улазну датотеку са координатама рупа које је потребно избушити, израчунати укупан број провера потребан за потпуну претрагу оптимизационог простора.

4. Написати програм за случајно претраживање оптмизационог простора и проценити укупну дужину пута бургије која се добија случајном претрагом.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 23. ЈАНУАРА 2019. ГОДИНЕ

1. Најкраћа путања има дужину $L_{\min} \approx 460{,}1\ \mathrm{mm}$ и приказана је на слици испод.



2. Детаљи имплементације зависе од изабраног алгоритма.

3. Број провера потребан за потпуну претрагу оптимизационог простора у овом случају је $\frac{N!}{2}$ где је N број рупа које је потребно избушити. Ако је $N = 50$ потребан број провера је приближно $1{,}52 \cdot 10^{64}$.

4. На основу 100 000 случајно генерисаних путања добија се средња дужина пута $L \approx 2743\ \mathrm{mm}$.

ИСПИТ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

17. јануар 2020.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Задаци укупно носе до 40 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК				Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	
/						

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

Ради прилагођења пријемника комплексне импедансе $\underline{Z}_\mathrm{p} = 100\,(1-\mathrm{j})\,\Omega$, у опсегу учестаности, формира се низ који се састоји од више каскадно повезаних мрежа, као што је приказано на слици 1. Једна мрежа приказана је на слици 2 и она је дефинисана са два реална броја (параметра) Z_c и l. Трансформација комплексне импедансе једне мреже дата је изразом $\underline{Z}_\mathrm{out} = Z_\mathrm{c}\dfrac{\underline{Z}_\mathrm{in} + \mathrm{j}Z_\mathrm{c}\tan\beta l}{Z_\mathrm{c} + \mathrm{j}\underline{Z}_\mathrm{in}\tan\beta l}$, где је $\underline{Z}_\mathrm{in}$ комплексна импеданса на улазу мреже, $\beta = \dfrac{2\pi f}{c_0}$, f је радна учестаност у херцима, $c_0 = 299792458\ \mathrm{m/s}$, Z_c је импеданса у омима, $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$ и l је дужина у метрима. Коефицијент рефлексије (у децибелима) рачуна се према формули $\rho_{[\mathrm{dB}]} = 20\log_{10}\left|\dfrac{\underline{Z} - Z_0}{\underline{Z} + Z_0}\right|$, где је $\underline{Z}$ комплексна импеданса на излазу читавог низа (која зависи од радне учестаности) и $Z_0 = 50\,\Omega$.

Уколико је број мрежа у низу $N = 7$, одредити параметре свих мрежа ($Z_{\mathrm{c}k}$ и l_k, $k = 1,2,\ldots N$) тако да коефицијент рефлексије буде мањи или једнак од $-20\ \mathrm{dB}$ ($\rho_{[\mathrm{dB}]} \le -20\ \mathrm{dB}$) у што већем броју тачака у опсегу учестаности $500\ \mathrm{MHz} \le f \le 1500\ \mathrm{MHz}$, са кораком од 1 MHz. Ограничења за параметре свих мрежа су $20\,\Omega \le Z_{\mathrm{c}k} \le 120\,\Omega$ и $30\ \mathrm{mm} \le l_k \le 110\ \mathrm{mm}$, $k = 1,2,\ldots N$.

Слика 1.

$$\underline{Z}_\mathrm{out} = Z_\mathrm{c}\frac{\underline{Z}_\mathrm{in} + \mathrm{j}Z_\mathrm{c}\tan\beta l}{Z_\mathrm{c} + \mathrm{j}\underline{Z}_\mathrm{in}\tan\beta l}$$

Слика 2.

1. Написати оптимизациону функцију коришћену за решавање овог проблема.

2. (а) Навести оптимизациони алгоритам (или алгоритме) коришћен за решавање овог проблема. (б) Објаснити детаље имплементације изабраног поступка. (в) Навести кључне параметре коришћеног оптимизационог алгоритма (или алгоритама) и образложити њихов избор.

(а)

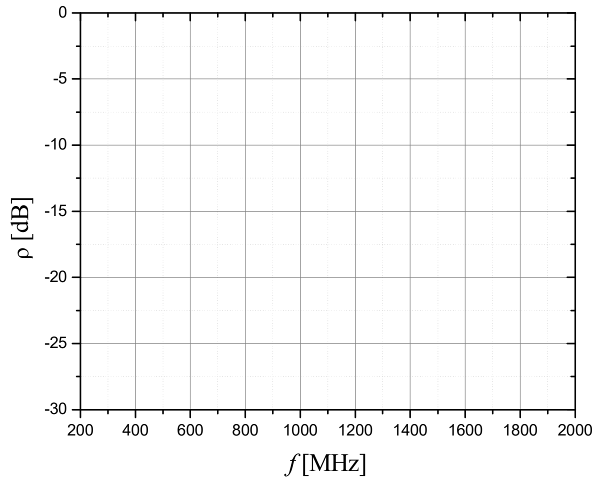
(б)

(в)

3. (а) Пронаћи најбоље решење (глобални оптимум) задатог проблема и записати параметре ($Z_{\mathrm{c}k}$ и l_k, $k = 1,2,...N$) свих мрежа у низу. Написати вредност оптимизационе функције за пронађено решење. (б) Скицирати коефицијент рефлексије $\rho_{[\mathrm{dB}]}(f)$ за пронађено решење у опсегу учестаности $200\,\mathrm{MHz} \le f \le 2000\,\mathrm{MHz}$, који је израчунат у бар 100 тачака.

(а)

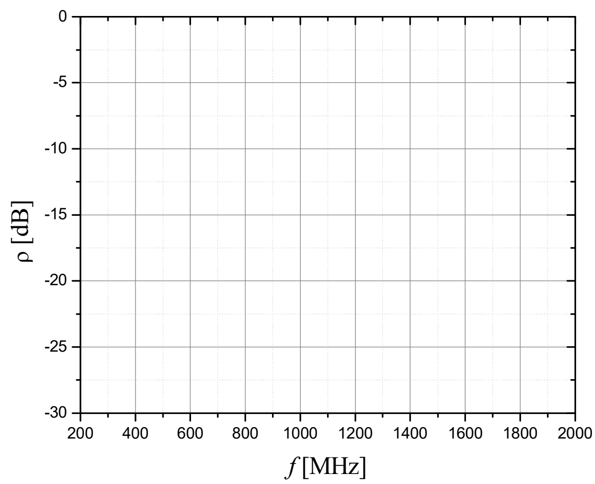
(б)



4. (а) Пронаћи минималан број мрежа ($N_{\min}$) тако да је $\rho_{[\mathrm{dB}]} \le -20\,\mathrm{dB}$ **у свим тачкама** у опсегу $520\,\mathrm{MHz} \le f \le 1500\,\mathrm{MHz}$, са кораком од 1 MHz,. (б) Скицирати коефицијент рефлексије $\rho_{[\mathrm{dB}]}(f)$ за пронађено решење у опсегу учестаности $200\,\mathrm{MHz} \le f \le 2000\,\mathrm{MHz}$, који је израчунат у бар 100 тачака.

(а)

(б)



ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 17. ЈАНУАРА 2020. ГОДИНЕ

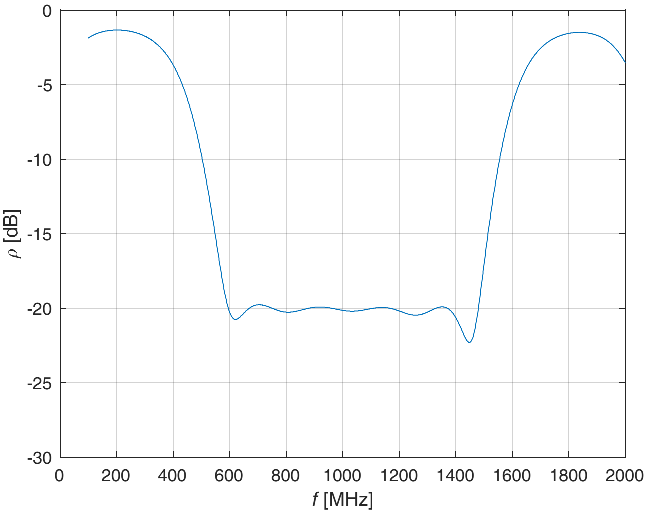
1. $f_{\text{opt}}(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^{q_{\max}} \max(\rho_{[\text{dB}]}(\mathbf{x}, f_q) + 20,\ \ 0)$, $f_q = f_{\min} + (q-1)\dfrac{f_{\max} - f_{\min}}{q_{\max} - 1}$, $f_{\min} = 500\ \text{MHz}$, $f_{\max} = 1500\ \text{MHz}$ и $q_{\max} = 1001$.

2. Детаљи имплементације и кључни параметри зависе од изабраног алгоритма (или алгоритама).

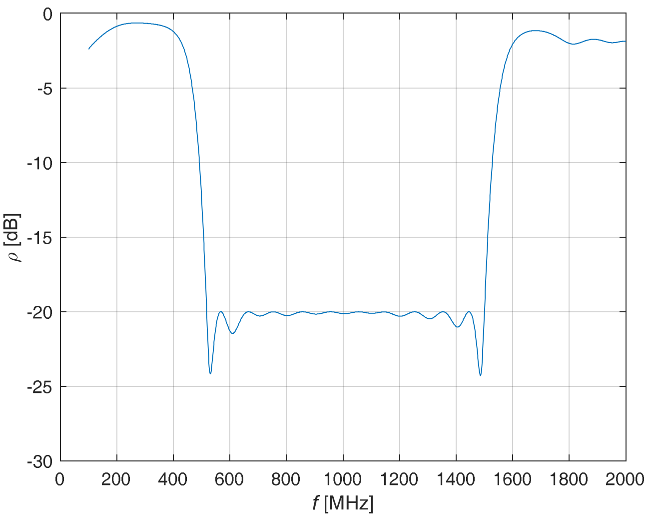
3. (а) Најбоље познато решење за овај проблем, за оптимизациону функцију дату под (1), је
$\mathbf{x}_{\text{g}} = (Z_{\text{c}1}, l_1, Z_{\text{c}2}, l_2, Z_{\text{c}3}, l_3, Z_{\text{c}4}, l_4, Z_{\text{c}5}, l_5, Z_{\text{c}6}, l_6, Z_{\text{c}7}, l_7) =$

```
(1.200e+02, 4.148e-02, 3.800e+01, 7.231e-02,
 2.058e+01, 5.554e-02, 2.000e+01, 9.235e-02,
 2.922e+01, 7.329e-02, 4.212e+01, 7.415e-02,
 4.906e+01, 7.751e-02)
```

Минимална вредност оптимизационе функције је $f_{\text{opt}}(\mathbf{x}_{\text{g}}) \approx 540{,}4$. (б) На слици испод приказан је коефицијент рефлексије $\rho_{[\text{dB}]}(f)$ за пронађено решење у опсегу учестаности $200\ \text{MHz} \le f \le 2000\ \text{MHz}$.



4. (а) Минималан број мрежа је $N_{\min} = 19$, тако да је $f_{\text{opt}}(\mathbf{x}_{\text{g}}) = 0$ ($f_{\min} = 520\ \text{MHz}$, $f_{\max} = 1500\ \text{MHz}$, $q = 1001$). (б) На слици испод приказан је коефицијент рефлексије $\rho_{[\text{dB}]}(f)$, за пронађено решење, у опсегу учестаности $200\ \text{MHz} \le f \le 2000\ \text{MHz}$.



$\mathbf{x}_{\text{g}} = (Z_{\text{c}1}, l_1, Z_{\text{c}2}, l_2, \ldots Z_{\text{c}19}, l_{19}) \approx$ (

```
1.199971210496684e+02, 4.238153662812823e-02,
3.743117691498581e+01, 7.371685224255414e-02,
2.002009413483137e+01, 7.994915605353917e-02,
2.157961173318284e+01, 6.810013811039206e-02,
3.991307866110363e+01, 6.999315485142195e-02,
7.017202718905799e+01, 5.298406737279622e-02,
8.263611629759174e+01, 1.099393268090932e-01,
6.050158851176563e+01, 7.299887037256411e-02,
4.643233944883009e+01, 3.778891503841594e-02,
4.672050387497413e+01, 1.099856725832902e-01,
5.230695829719316e+01, 9.881928409984095e-02,
5.393806837549506e+01, 3.852957896350896e-02,
5.029503953124226e+01, 9.063165402794783e-02,
4.906055879011728e+01, 4.253998717072340e-02,
5.075160087132484e+01, 5.770388832330368e-02,
5.195093620897334e+01, 7.336347559374806e-02,
5.255014091257438e+01, 3.696498235921911e-02,
5.110427657745328e+01, 7.504717257189285e-02,
5.012801731904614e+01, 5.126157914870977e-02
).
```

ИСПИТ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

7. фебруар 2020.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Сваки задатак носи по 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

1. Дата је бинарна секвенца дужине 31: $\mathbf{X}_0$ = `0000 0001 0001 1011 0000 1100 1110 011`. Пронаћи бинарну секвенцу **X**, за коју важе следећи услови.

- Секвенца је дужине 31 бит.
- Број нула и јединица у секвенци разликује се за тачно 1.
- Кроскорелација секвенци $\mathbf{X}_0$ и **X** је већа од −4 и мања од 6, за сваки цикликчи померај $k = 0, 1, 2,\ldots 30$.
- Аутокорелација секвенце је већа од −18 и мања од 12, за сваки циклички померај $k = 1, 2,\ldots 30$.

Кроскорелација секвенци $\mathbf{X}_0$ и **X**, једнаких дужина, дефинише се као разлика броја позиција са истим битима и броја позиција са различитим битима, за свако циклично померање секвенце $\mathbf{X}_0$. На пример, кроскорелација секвенци $\mathbf{X}_0$ = `0000 0001 0001 1011 0000 1100 1110 011` и **X** = `1001 1101 0010 1010 1010 1001 0101 101` за циклички померај 0 једнака је −1, док је за циклички померај 6 на десну страну једнака 3.

Аутокорелација секвенце **X** је кроскорелација секвенце са самом собом.

Решење представити у бинарном и децималном запису.

2. Оптимизациони проблем има две оптимизационе променљиве $0 \le x_1 \le 1$ и $0 \le x_2 \le 1$. Формални запис решења овог проблема је $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$. Постоје два критеријума оптимизације за које су одговарајуће оптимизационе функције $f_1(\mathbf{x}) = x_1$ и $f_2(\mathbf{x}) = (1+3x_2)\left(1 - \sqrt{\frac{x_1}{1+3x_2}} - \frac{x_1}{1+3x_2}\sin(10\pi x_1)\right)$. Тражи се минимум ових оптимизационих функција.

(а) Написати код којим се одређује парето фронт овог проблема и навести коришћени оптимизациони алгоритам. У простору критеријума (f_1, f_2), на истом графику, нацртати: (б) бар 10 000 случајно изабраних решења која су униформно распоређена у оптимизационом простору и (в) процењени парето фронт добијен написаним кодом који садржи бар 50 различитих тачака парето фронта.

(а)
(б), (в)

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 7. ФЕБРУАРА 2020. ГОДИНЕ

1. Решења су секвенце
`0001 0010 1011 0101 0111 0101 0010 101`
`0001 1101 0010 1010 1010 1001 0101 101`
као и сваки од 30 њихових цикличних помераја, а укупан број решења је 62. Решења у децималном запису су дата у табели.

Табела I. Скуп свих решења у децималном запису.

0156940949	0244667565	0313881898	0353547637
0357870877	0363046229	0363571537	0489335130
0576106149	0598037803	0625257821	0626338631
0627632469	0627763796	0680897449	0693185367
0693779029	0707095274	0710315669	0714449829
0715483369	0715741754	0726092458	0727143074
0732516651	0756886185	0761088649	0782582957
0880061093	0896870949	0978670260	0982848181
1152212298	1196075606	1250515642	1252677262
1255264938	1255527592	1361794898	1372760725
1386370734	1386911139	1387558058	1414190548
1420334507	1420631338	1428899658	1430966738
1431483508	1440000149	1452184916	1454286148
1465033302	1513772370	1522177298	1565165914
1760122186	1767197393	1783909077	1793741898
1957340520	1965696362		

2. (а) Коришћено је случајно претраживање са 30 000 итерација, али се могу користити и други алгоритми за одређивање парето фронта. На слици испод приказано је: (б) 30 000 случајно изабраних решења која су означена плавом бојом и (в) око 100 решења која одговарају процењеном парето фронту која су означена црвеном бојом.