

Teoria Sterowania

Opracowanie sterowania dla procesu produkcji penicyliny Laboratorium 6

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest opracowanie sterowania dla procesu produkcji penicyliny z wykorzystaniem metod poznanych na laboratorium, a także zbadanie wpływów wartości początkowych na wynik wykonywanego zadania.

2 Opis problemu

Problemem postawionym w ćwiczeniu było zapoznanie się z procesem wytwarzania penicyliny, a następnie znalezienie optymalnej wartości zadanego sterowania u . Proces został opisany czterema równaniami różniczkowymi oraz trzema równaniami algebraicznymi:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= h_1 x_1 - u \left(\frac{x_1}{500 x_4} \right) & h_1 &= 0.11 \left(\frac{x_3}{0.006 x_1 + x_3} \right) \\ \frac{dx_2}{dt} &= h_2 x_1 - 0.01 x_2 - u \left(\frac{x_2}{500 x_4} \right) & h_2 &= 0.0055 \left(\frac{x_3}{0.0001 + x_3 (1 + 10 x_3)} \right) \\ \frac{dx_3}{dt} &= -\frac{h_1 x_1}{0.47} - h_2 \frac{x_1}{1.2} - x_1 \left(\frac{0.029 x_3}{0.0001 + x_3} \right) + \frac{u}{x_4} \left(1 - \frac{x_3}{500} \right) & J &= x_2(t_f) \cdot x_4(t_f) \\ \frac{dx_4}{dt} &= \frac{u}{500}\end{aligned}$$

gdzie

$$0 \leq x_1 \leq 40$$

$$0 \leq x_3 \leq 25$$

$$0 \leq x_4 \leq 10$$

Dodatkowo zadana była wartość początkowa $x(0) = [1.5007]$ oraz dopasowano czas trwania procesu w zależności od wartości sterowania. Natomiast zmienna kontrolna u ograniczona jest poniższym zakresem

$$0 \leq u \leq 50.$$

Jako wskaźnik jakości został wybrany parametr J w chwili końcowej, co oznacza, iż należy znaleźć $\max(J(end))$.

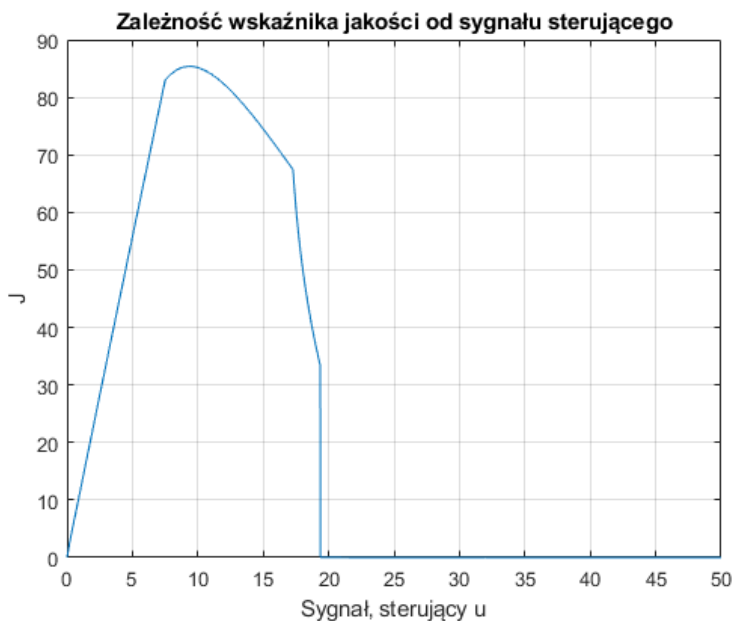
3 Wykonanie zadania

W celu znalezienia największej wartości parametru J należy zbadać jak zmienia się wartość parametru od zadanego sterowania. W tym celu zbadano przebieg trajektorii zmiennych stanu dla wybranych wartości u z zakresu $[0, 50]$, otrzymane wykresy przedstawiono na rysunku 1.

Wartości wskaźnika jakości dla analizowanych przypadków sterowań zostały przedstawione w tabeli 1. Dodatkowo w celu wyznaczenia dokładnej wartości sterowania dla którego wartość wskaźnika jest maksymalna. Został wyznaczony wykres zależności sterowania od wartości wskaźnika jakości przedstawiony na rysunku 2.

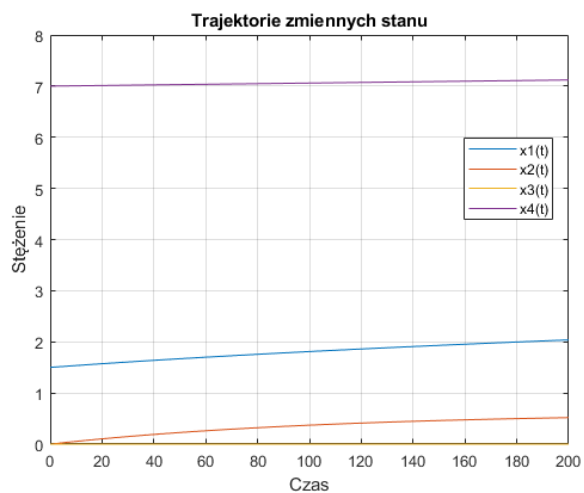
Tabela 1: Wartość wskaźnika jakości dla zadanych sterowań przedstawionych na rysunku 1

Wartość sterowania	Wskaźnik jakości J
0.3	3.6911
4	44.7726
10	85.1548
20	0.0189
30	0.0094
40	0.0066

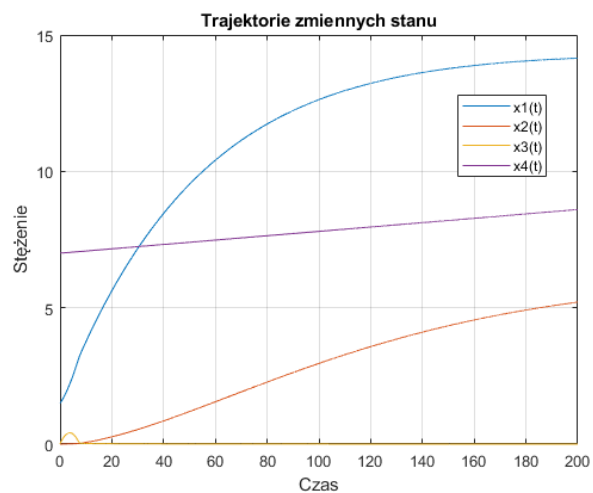


Rysunek 2: Zależność wskaźnika jakości od wartości sterowania

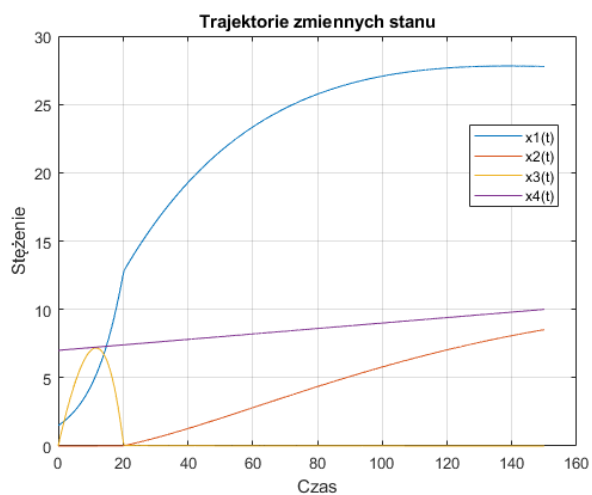
Następnie wyznaczono dla jakiego sterowania u wartość parametru J jest największa. W zależności od przyjętej dokładności zakresu u otrzymano lepsze przybliżenie. Otrzymane wyniki zostały przedstawione w tabeli 2. W ten sposób otrzymano najlepsze sterowanie dla $u = 9.3728$, przy którym wskaźnik jakości otrzymuje maksymalną wartość $J = 85.3670$. Przy założonej dokładności sterowania 0.01. Wykres trajektorii zmiennych stanów dla tego sterowania został przedstawiony na rysunku 3.



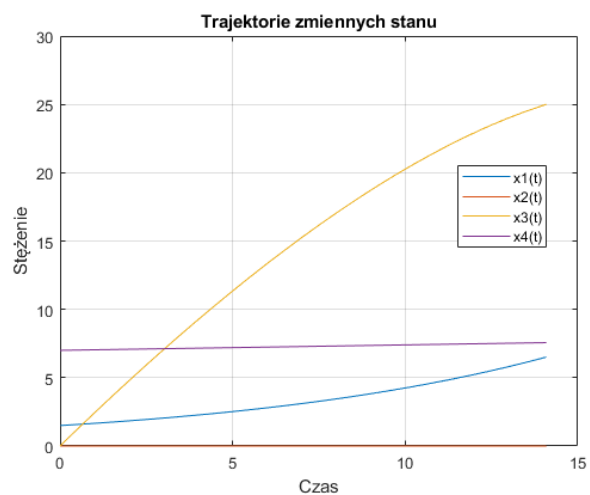
(a) $u = 0.3$



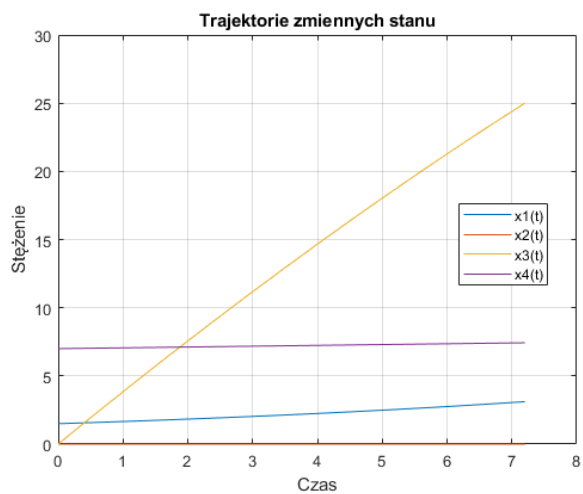
(b) $u = 4$



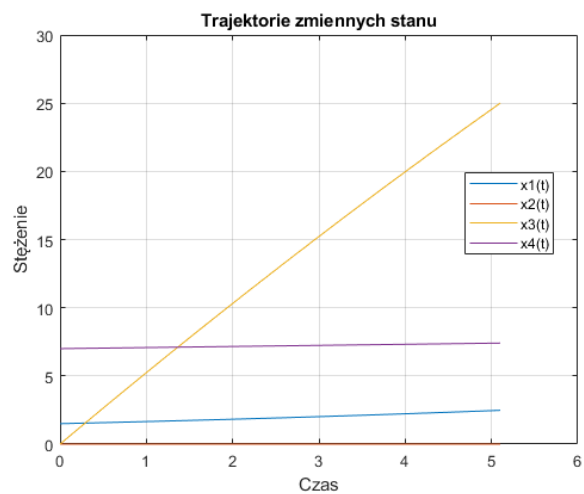
(c) $u = 10$



(d) $u = 20$



(e) $u = 30$

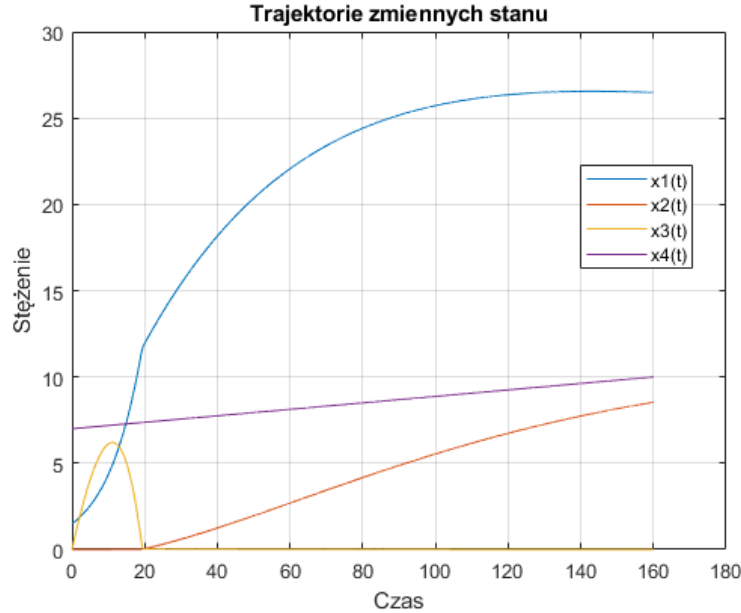


(f) $u = 40$

Rysunek 1: Wykresy trajektorii zmiennych stanu dla zadanych wartości sterowania

Tabela 2: Wartość wskaźnika jakości dla zadanych sterowań przy różnej dokładności

Dokładność	Wartość sterowania	Wskaźnik jakości J
10^{-1}	9.4	85.3666
10^{-2}	9.37	85.3670
10^{-3}	9.373	85.3670
10^{-4}	9.3728	85.3670
10^{-5}	9.3728	85.3670
10^{-6}	9.3728	85.3670



Rysunek 3: Wykresy trajektorii zmiennych stanu przy maksymalizacji $J = 85.3670$

Zrealizowane wykresy zostały wygenerowane i obliczone przy wykorzystaniu ode45, które pozwoliło na wykonanie dokładniejszych obliczeń oraz wygładzeniu otrzymanych funkcji.

4 Wnioski

Po zbadaniu wpływu sterowania u na proces wytwarzania penicyliny wyznaczono maksymalną wielkość parametru J . Z analizy wyników badań procesu wynika, iż największą wartość parametru uzyskujemy dla $u = 9.3728$ i wynosi ona 85.3670. Wynik ten został uzyskany dla dokładności 0.01, przy wyznaczeniu parametru J . Pomimo zwiększania dokładności obliczeń nie otrzymano większej wartości J . Jest to spowodowane przez solver ode45, który został wykorzystany do wykonywania obliczeń i ze względu na swoje właściwości nie był w stanie uzyskać dokładniejszych wyników. Dokładniejszy wynik byłby prawdopodobnie możliwy przy wykorzystaniu ode113 jednak wydłużając tym samym czas obliczeń.

Można zauważyć nagły spadek wartości parametru J dla wartości sterowania u większego od 19.37 co zostało zaprezentowane na rysunku 2. W zakresie od u równego 20 do 50 wartość parametru J oscyluje w okolicy zera, co potwierdzają wartości otrzymane w tabeli 1.

W zależności od czasu wartości parametru J różniły się od siebie dlatego ważnym aspektem było dobranie odpowiedniej wartości $tspan$ w zależności od wybranej wartości sterowania. Np dla wybranego $u = 9.37$ przy $tspan = 200$, parametr J wynosi 85.3670 natomiast dla $tspan = 160$, wartość parametru J spadła do 85.3472.