

Teoria Sterowania

Metoda strzałów wielopunktowych Laboratorium 4

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest dalsza część analizy badania problemu mieszania katalizatorów oraz wskazanie przybliżonego rozwiązania zadania sterowania, które umożliwi złożenie zmiennych stanu w spójną trajektorię podobną do trajektorii z drugiego laboratorium.

2 Opis problemu

Problemem postawiony w ćwiczeniu jest rozwinięciem procesem mieszania katalizatorów, w którym należało znaleźć optymalną wartość zadanego sterowania u , która pozwoli na maksymalizację wskaźnika jakości. Proces został opisany dwoma równaniami różniczkowymi oraz jednym równaniem algebraicznym:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u(10x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = u(x_1 - 10x_2) - (1 - u)x_2 \\ x_3 = 1 - x_1 - x_2 \end{cases}$$

Ze względu na charakter problemu, który jest analizowany metodą strzałów wielopunktowych powstaje wektor zmiennych decyzyjnych, którego ustalenie pozwoli na maksymalizację wskaźnika jakości. Dobierany wektor zmiennych decyzyjnych

$$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7]$$

parametry u_1, u_2 i u_3 odpowiadały za stosunek mieszania substancji, z kolei wartości u_4, u_5, u_6 i u_7 wpływały na nałożenia się końców przedziałów w celu uzyskania wyrównanej trajektorii. Pod przedziały za które odpowiadały wartości decyzyjne wektora zawierają się w zmiennych

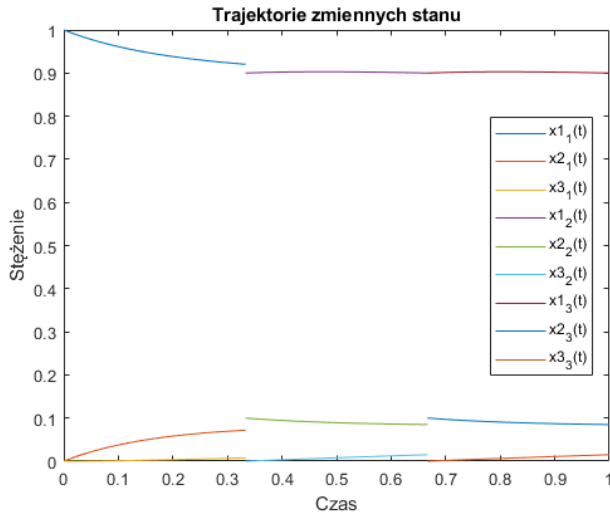
$$\begin{aligned} x_1(0) &= [1 \quad 0] \\ x_2(0) &= [u_4 \ u_6] \\ x_3(0) &= [u_5 \ u_7] \end{aligned}$$

3 Wykonanie zadania

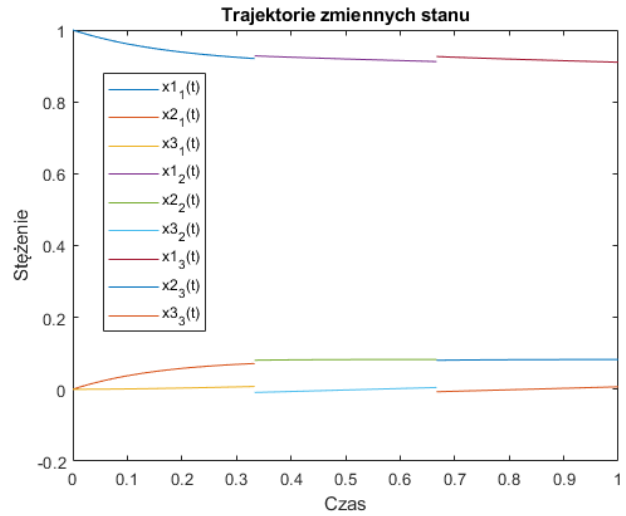
W celu realizacji zadania został dobrany wektor zmiennych decyzyjnych dla stałych wartości trzech pierwszych parametrów wektora u , które odpowiadają za proporcję mieszania substancji. Wektor ten został początkowo wyznaczony dla

$$[u_1 \ u_2 \ u_3 \ \dots] = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ \dots]$$

dla których wyznaczone zostały trajektorie przedstawione na rysunku 1a gdzie dla badanego wektora u wskaźnik jakości wyniósł -14.4177 oraz rysunku 1b dla którego wskaźnik jakości wyniósł -3.4143.



(a) $u = [\dots 0.9 \ 0.9 \ 0.1 \ 0.1]$



(b) $u = [\dots 0.927905 \ 0.92609 \ 0.080897 \ 0.08069]$

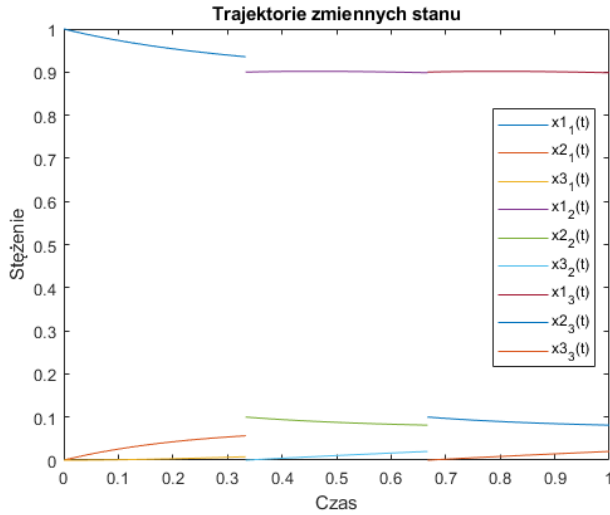
Rysunek 1: Trajektorie zmiennych dla przyjętych proporcji mieszania substancji $[u_1 \ u_2 \ u_3 \ \dots] = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ \dots]$

Wektor przedstawiony na rysunku 1a został wygenerowany za pomocą kolejnych wartości u z przedziału $[0, 1]$ co 0.1 w taki sposób żeby zmaksymalizować wskaźnik jakości. Następnie metodą prób i błędów ręcznie dopasowano wartości wektora w taki sposób żeby trajektorie w pod przedziałach jak najbardziej się łączyły.

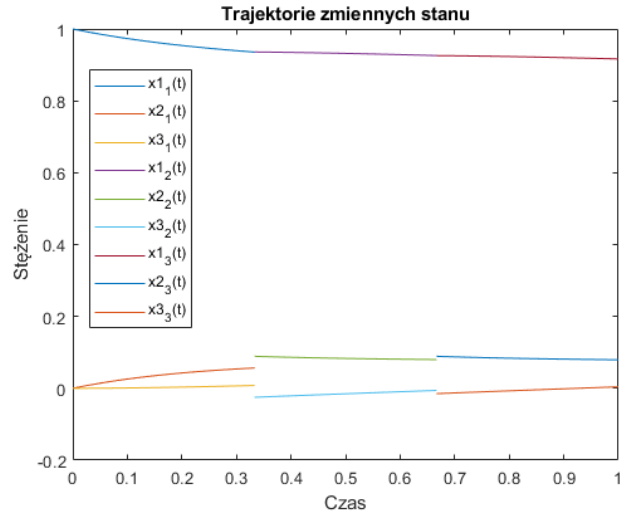
Następnie w analogiczny sposób przeprowadzono analizę dla wartości przy wymuszeniu u wynoszącym 0.314 otrzymanego w początkowym zadaniu mieszania katalizatorów. W ten sposób otrzymano wektor u o początkowych parametrach wynoszących

$$[u_1 \ u_2 \ u_3 \ \dots] = [0.314 \ 0.314 \ 0.314 \ \dots]$$

Otrzymane trajektorie dla badanych wektorów zostały przedstawione na rysunku 2a dla którego wartość wskaźnika jakości badanego wektora wyniosła -35.0444 oraz na rysunku 2b dla którego wskaźnik jakości wyniósł -11.3592.



(a) $u = [... 0.9 0.9 0.1 0.1]$



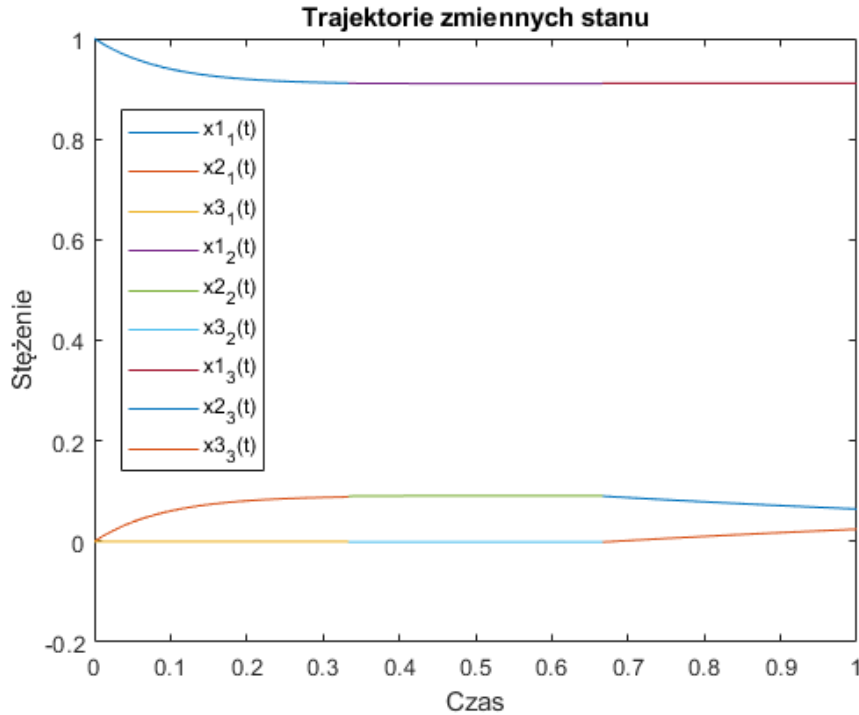
(b) $u = [... 0.9360 0.9259 0.0890 0.0890]$

Rysunek 2: Trajektorie zmiennych dla przyjętych proporcji mieszania substancji $[u_1 \ u_2 \ u_3 \ ...] = [0.314 \ 0.314 \ 0.314 \ ...]$

W kolejnej części badań postanowiono sprawdzić wartość wskaźnika jakości dla wektora o początkowych parametrach wynoszących kolejno $[u_1 \ u_2 \ u_3 \ ...] = [1.0 \ 1.0 \ 0.0 \ ...]$. Następnie w celu znalezienia optymalnych pozostałych parametrów dokonano szereg badań z coraz to większą dokładnością, od 0.1 do 0.0001. W celu znalezienia dokładnego wyniku zawężano przedziały poszukiwań optymalnych parametrów, dzięki temu możliwe było sprawdzanie przedziałów z tak dużą dokładnością. W ten sposób uzyskano wektor:

$$u = [1.0 \ 1.0 \ 0.0 \ 0.9120 \ 0.9110 \ 0.0892 \ 0.0909]$$

dla którego wskaźnik jakości wynosi 0.0107. Otrzymane trajektorie dla badanego wektora zostały przedstawione na rysunku 3.



Rysunek 3: Wykres trajektorii zmiennych stanu dla wyznaczonego wektora $u = [1.0 \ 1.0 \ 0.0 \ 0.9120 \ 0.9110 \ 0.0892 \ 0.0909]$

4 Wnioski

Na podstawie doboru wartości wektora u widoczny jest wpływ parametrów u_4 i u_6 na początek i koniec drugiego pod przedziału oraz parametrów u_5 i u_7 na początek i koniec trzeciego przedziału, co jest charakterystyczne dla metody strzałów wielopunktowych.

W przypadku wyznaczania wektora dla przyjętych proporcji mieszania substancji zauważalna była trudność w doborze odpowiednich parametrów w taki sposób żeby trajektorie tworzyły wspólną całość. Szczególnie widać to w przypadku wykresu przedstawionego na rysunku 1a, na którym pomimo pewnego dopasowania w górnych wartościach zmiany trajektorii, dolne trajektorie nie są dopasowane. Dobranie odpowiednich wartości wektora w taki sposób żeby początki i końce przedziałów się dopasowały, wymagało wielu zmian w częściach setnych i tysięcznych, które i tak nie przyniosły idealnego wyniku co widoczne jest na rysunku 1b.

Analogicznie wnioski otrzymano w przypadku badania dla początkowych wartości wektora wynoszących 0.314. Na rysunku 2a można zauważyć że nachylenie do siebie trajektorii w odpowiednich przedziałach jest podobne do wykresu przedstawionego na rysunku 1a. Przy czym wartość wskaźnika jakości wyszła większa dla przypadku, w którym początkowe parametry wektora są równe 0.5. Przy próbie doboru odpowiednich wartości metodą prób i błędów otrzymano idealnie równą górną trajektorię na rysunku 2b oraz znacznie wyższą wartość wskaźnika jakości w porównaniu do wygenerowanego wektora. Badanie dowodzi również, że przy założeniu wejścia wektora 0.314, który w pierwszym zadaniu maksymalizował wskaźnik jakości, w tym przypadku nie pozwolił na otrzymanie maksymalnego wyniku oraz odpowiedniego dopasowania.

Największym uzyskanym wskaźnikiem jakości jest 0.0107 dla wektora $u = [1.0 \ 1.0 \ 0.0 \ 0.9120 \ 0.9110 \ 0.0892 \ 0.0909]$ trajektorie przedstawiono na rysunku 3. Wraz ze wzrostem trzeciego substratu wskaźnik jakości malał, z tego powodu zdecydowano się na niedodawanie go do mieszanki.

Ze względu na ograniczenia sprzętowe nie było możliwe zastosowanie metody użytej poprzednio, umożliwiającej sprawdzenie każdego możliwego wektora u . Tym razem zdecydowano użyć się przeszukiwania przedziałów zwiększając ich dokładność. Zwiększanie dokładności badań pozwalało znaleźć jak najlepsze wektory u dla wybranych parametrów początkowych. Przy zbyt małej dokładności wskaźnik jakości bardzo szybko malał. Powoduje to jednak możliwość utraty optymalnych rozwiązań ponieważ wskaźnik jakości znacznie się zmieniał nawet przy bardzo małej zmianie parametrów.

Znacznie łatwiej dobrać wektor u w taki sposób by dopasować do siebie górne trajektorie, natomiast połączenie dolnych trajektorii było zdecydowanie trudniejsze. Może być to spowodowane wielkością błędu względnego, ponieważ wartości dolnych trajektorii są znacznie mniejsze niż górnej, co sprawia iż mała zmiana parametrów powoduje duże przesunięcie trajektorii.