

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В. И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3
по дисциплине «Теоретические основы электротехники»
Тема: «ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ»**

Студенты гр. 3114

Преподаватель

Злобин М. А.

Федулова Л. В.

Раузер А. А.

Лановенко Е. В.

Санкт-Петербург

2025

Цель работы: изучение связи между видом свободного процесса в электрической цепи и расположением ее собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости; экспериментальное определение собственных частот и добротности RLC-контура по осциллограммам.

В работе предлагается исследовать свободные процессы в цепях, схемы которых представлены на рис. 1. Цепи возбуждаются короткими импульсами тока $i_0(t)$, заряжающими конденсатор C . В паузах между импульсами конденсатор разряжается; цепь находится в свободном режиме, так как в это время источник возбуждения отключен $i_0 = 0$. Напряжения на элементах цепи осциллографируются. Поведение линейных цепей описывается линейными дифференциальными уравнениями; при этом вид свободного процесса определяется корнями p_k характеристического уравнения (собственными частотами цепи).

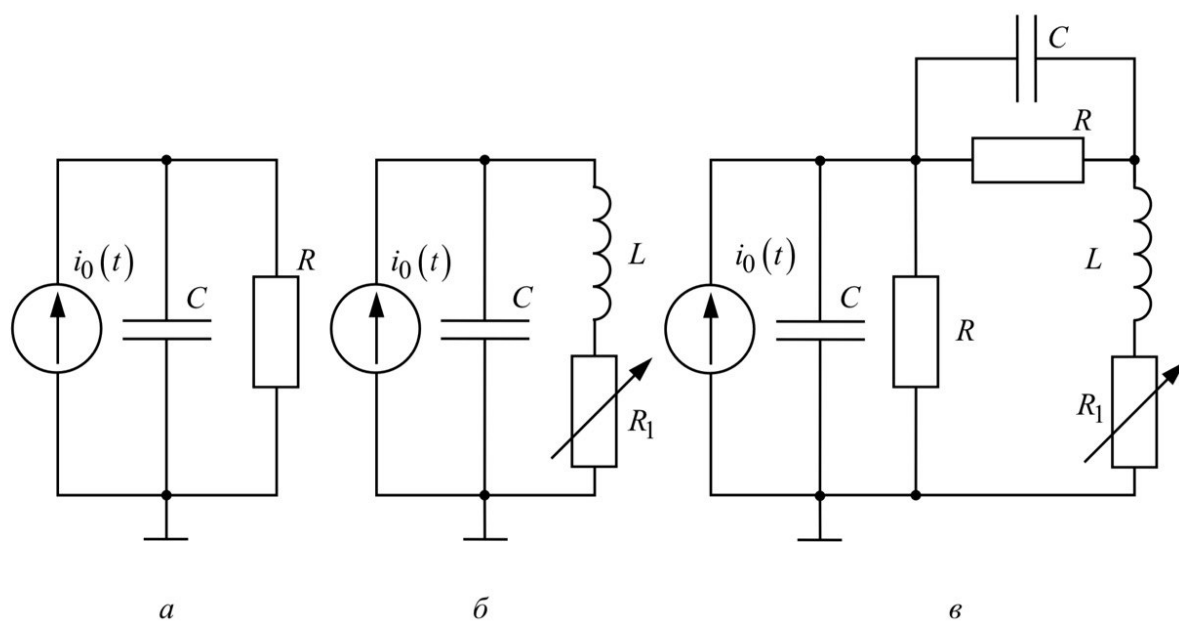


Рис. 1: Схемы, исследуемые в работе

Исследование свободных процессов в цепи первого порядка (рис. 1, а)

Расчет собственной частоты цепи по осциллограмме

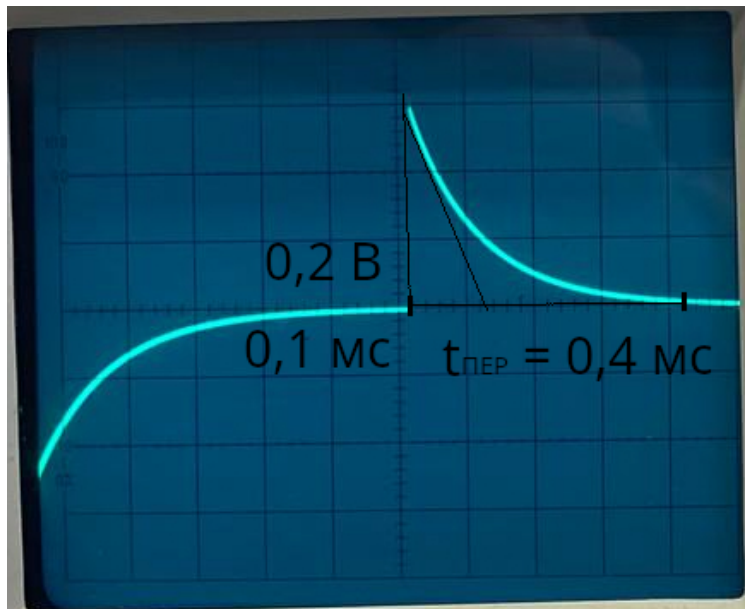


Рис. 2: Осциллограмма реакции системы. Черными метками отмечена длительность переходного процесса

$$\text{Т. к. } t_{\text{пер}} = 3\tau = 0.4 \text{ мс}, \tau = 0.133 \text{ мс} \Rightarrow p_1 = -\frac{1}{\tau} = -7500 \text{ Гц}$$

Теоретический расчет собственных частот

$R = 5 \text{ кОм}$	$C = 0.02 \text{ мкФ}$	$U = 8 \text{ В}$	$\frac{1}{f} = T = 1.2 \text{ мс}$
---------------------	------------------------	-------------------	------------------------------------

Таблица 1: параметры цепи 1-го порядка и входного импульса

Собственные частоты можно найти как нули входной проводимости $Y(p)$: $Y(p) = pC + \frac{1}{R}$, откуда $p_1 = -\alpha = -1/(RC)$.
 $p_1 = -1/(5 \cdot 10^3 \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}) = -10^4 \text{ Гц}$.

1. Аналитический процесс описывается выражением $f_2(t) = Ae^{-7500t}$.
2. Порядок теоретической и экспериментальной частот совпал.

Исследования свободных процессов в цепи 2-го порядка (рис. 1, б)

К элементам, которые перечислены в таблице 1 добавляем L – элемент со значения 25 мГн.

Расчет собственных частот в колебательном режиме

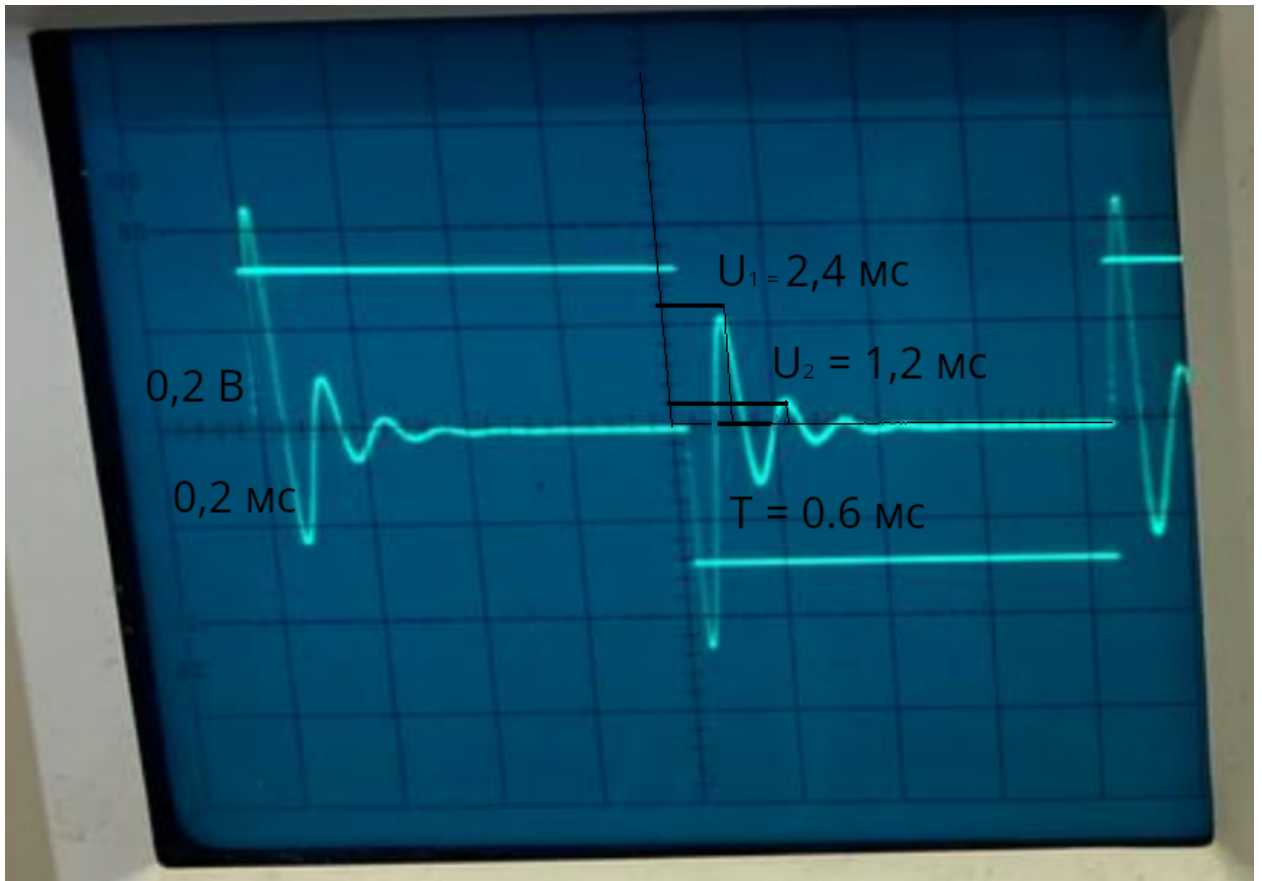


Рис. 3: Осциллограмма колебательного затухающего процесса в цепи второго порядка

$$\text{Найдем } \alpha = \ln \left(\frac{U_1}{U_2} \right) \cdot \frac{1}{T} = \ln \frac{0.02}{0.22} 1 / (0.12 \cdot 10^{-3}) = -19982.4 \text{ с}^{-1}.$$

$$\text{Найдем } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.12 \cdot 10^{-3}} = 52360 \text{ Гц}.$$

$$\text{Таким образом, } p_{1,2} = 10^3 \cdot (-20 \pm i52).$$

Теоретический расчет:

$$\alpha = -\frac{R_1}{2L} = -\frac{0.5 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^{-3}} = -20000;$$
$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44721;$$
$$w = \sqrt{\alpha^2 - w_0^2} = 39999.5.$$

Добротность контура при $R = 0.5$ кОм:

$$Q = \frac{2\pi}{2\alpha T} = \frac{2\pi}{2 \cdot 39965 \cdot 0.06 \cdot 10^{-3}} = 1.31$$

Теоретическая добротность контура:

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = \frac{\sqrt{25 \cdot 10^{-3}/0.02/10^{-6}}}{0.5 \cdot 10^3} = 2.2.$$

Добротность контура при $R = 0$ (колебательный незатухающий режим):

$$Q = \frac{2\pi}{2\alpha T} \rightarrow \infty$$

Расчет собственных частот в апериодическом режиме

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - w_o^2} = -60000 \pm 40000.$$

Расчет собственных частот в критическом режиме

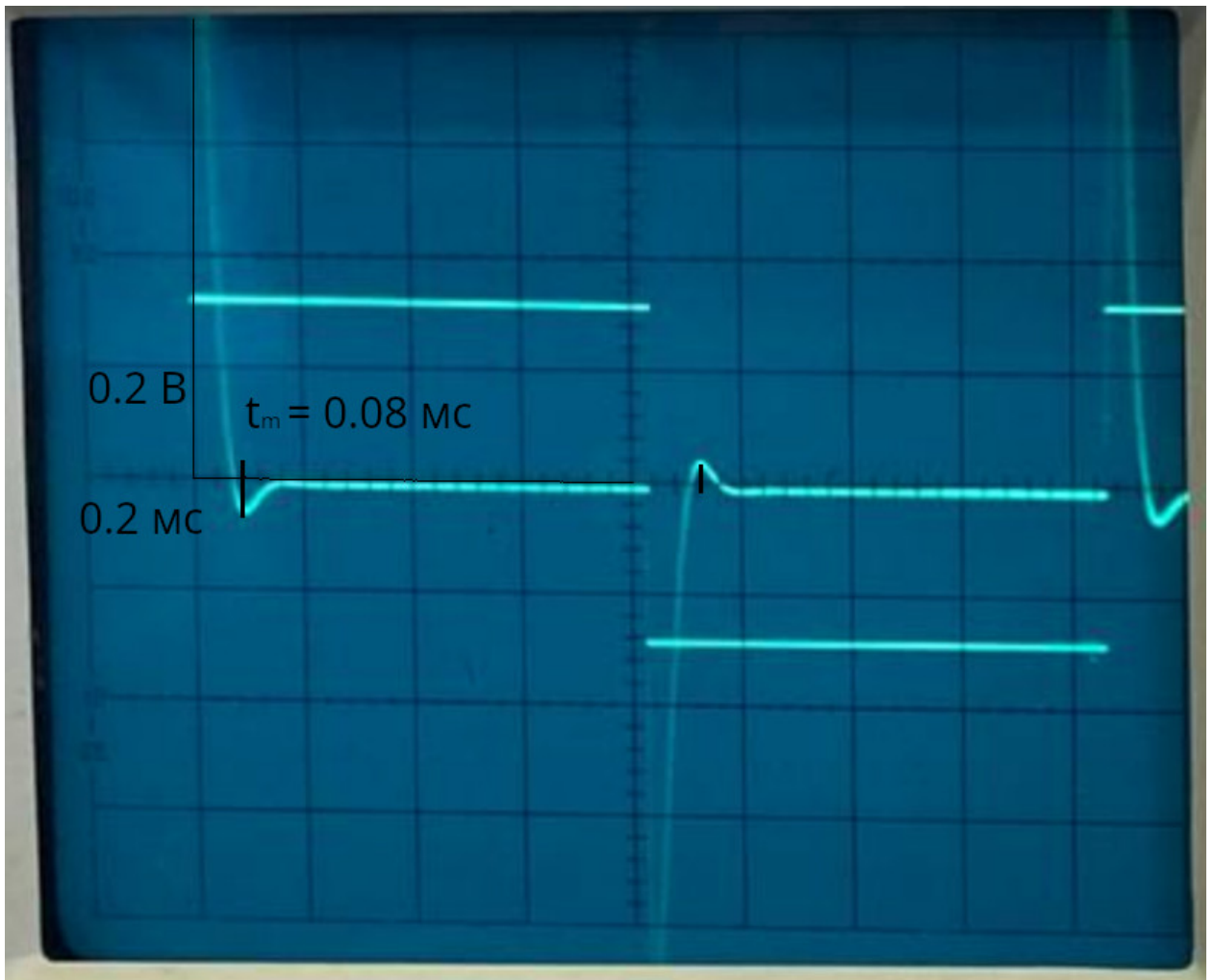


Рис. 4: Осицллограмма процесса при критическом режиме в цепи 2-го порядка

Расчитаем $\alpha = -\frac{1}{t_m} = -\frac{1}{0.04 \cdot 10^{-3}} = -12500 \Rightarrow p_{1,2} = -12500$.

Теоретическое значение собственные частот в критическом режиме:

$$\alpha = -\frac{R_1}{2L} = -\frac{1.5 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = -30000.$$

- В периодическом режиме: $f_2(t) = A_1 e^{(-20+i52) \cdot 10^3 t} + A_2 e^{(-20-i52) \cdot 10^3 t}$;
 В аperiodическом режиме: $f_2(t) = A_1 e^{-20000t} + A_2 e^{-100000t}$;
 В критическом режиме: $f_2(t) = A e^{-12500t} + A_1 e^{-12500t}$.

- $p_{1,2} = 20000, 100000$, этим значения соответствует осциллограмма.

3. Оба значения близки и соответствуют условию $Q > 0.5$, характерного для колебательного режима.

Расчет собственных частот в цепи 3-го порядка

Колебательный режим

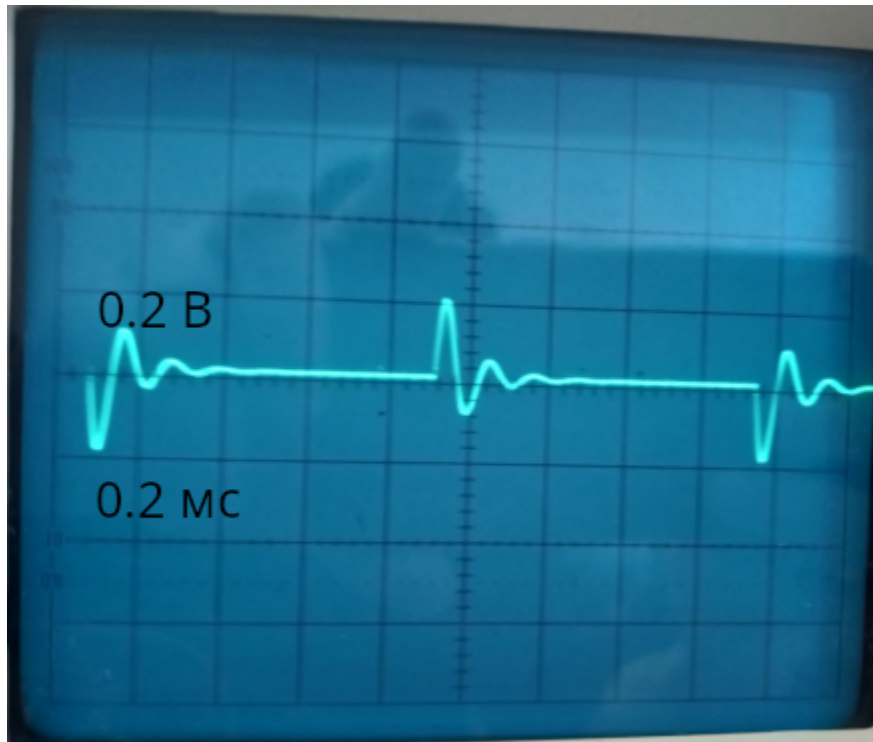


Рис. 5: Периодический режим в цепи 3-го порядка

Расчитаем собственные частоты для периодического режима цепи 3-го порядка:

$$p_1 = -\frac{1}{RC} = \frac{1}{0.65 \cdot 10^3 \cdot 0.06 \cdot 10^{-6}} = 25641;$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{RC} \right) = 26166;$$
$$p_{2,3} = -26166 \pm \sqrt{(-26166)^2 - \frac{2 + R_1/R}{LC}} = -26166 \pm i44892.$$

Апериодический режим

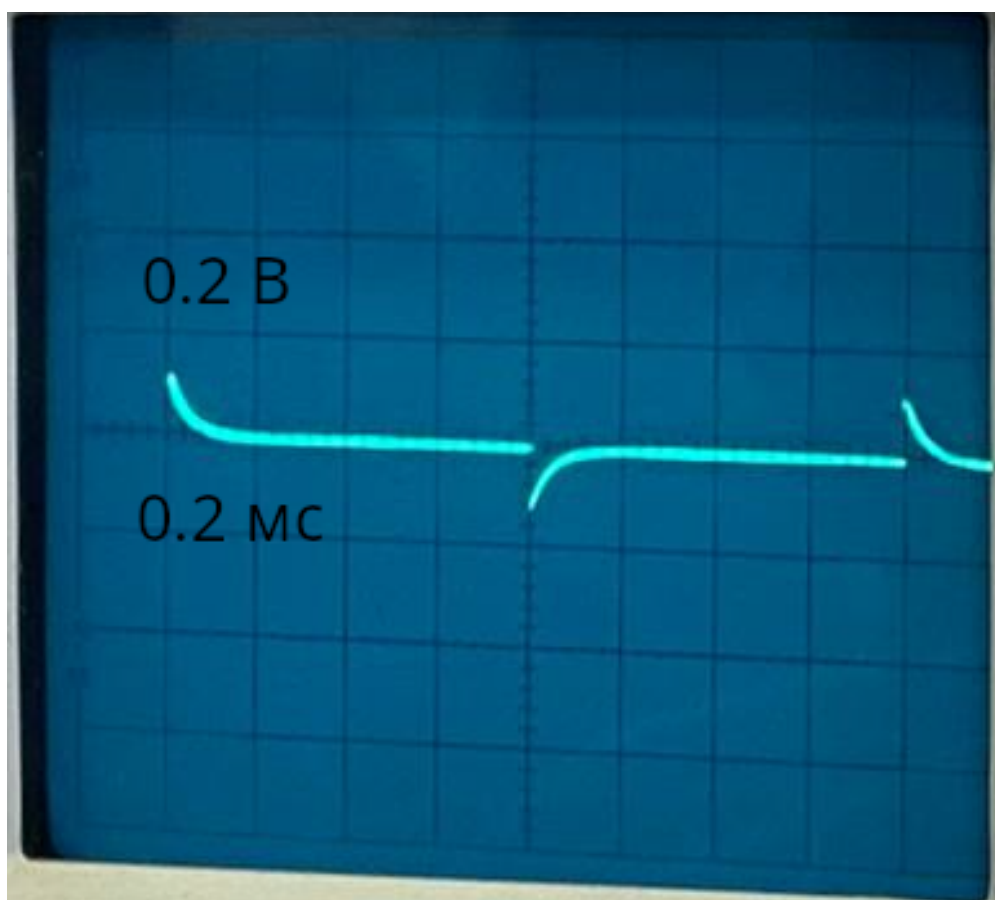


Рис. 6: апериодический режим в цепи 3-го порядка

1. Процесс описывается выражением $f_2(t) = A_1 e^{-25641t} + A_2 e^{-26166 + i44892t} + A_3 e^{-26166 - i44892t}$
2. $p_1 = -26166$; $p_{2,3} = -26166 \pm i44892$, частоты соответствуют осциллограмме.

Вывод

В лабораторной работе были изучены связи между видом свободного процесса в цепи и расположением собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости. Для второго порядка следующие закономерности вида процесса в зависимости от собственных частот: вещественные – апериодический, комплексно-сопряженные – периодический, кратные – критический. Экспериментально определены значения собственных частот и добротностей RLC-контуров по осциллограммам.