

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В. И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ТОР

ОТЧЁТ
по лабораторной работе №2
по дисциплине «Радиотехнические цепи и сигналы»
Тема: ГАРМОНИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИГНАЛОВ

Студенты гр. 3114

Злобин М. А.

Преподаватель

Санкт-Петербург

2025

Цель работы: изучение процедуры синтеза периодических сигналов с помощью ограниченного числа гармонических колебаний.

Схема установки:

Лабораторная установка реализована в виде компьютерной программы, позволяющей синтезировать произвольные периодические сигналы из 12 гармоник посредством задания их амплитуд и начальных фаз.

Обработка результатов эксперимента.

1. Периодическое колебание прямоугольной формы (меандр).

Разложение в ряд Фурье импульса типа меандр:

$$s_1(t) = \frac{4E}{\pi} \left(\cos(\omega_1 t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_1 t + \pi) + \frac{1}{5} \cos(5\omega_1 t) - \dots \right), \quad (1)$$

где $E = 100$.

Разложение в ряд Фурье для импульса типа меандр, который синтезировался в работе:

$$s_1(t) = 100 \cos(\omega_1 t) + 33 \cos(\omega_3 t + \pi) + 20 \cos(\omega_5 t) + \textcolor{red}{i} \\ + 14 \cos(\omega_7 t - \pi) + 6,66 \cos(\omega_9 t) + 5,46 \cos(\omega_{11} t + \pi) \quad (2)$$

Процесс синтеза меандра:

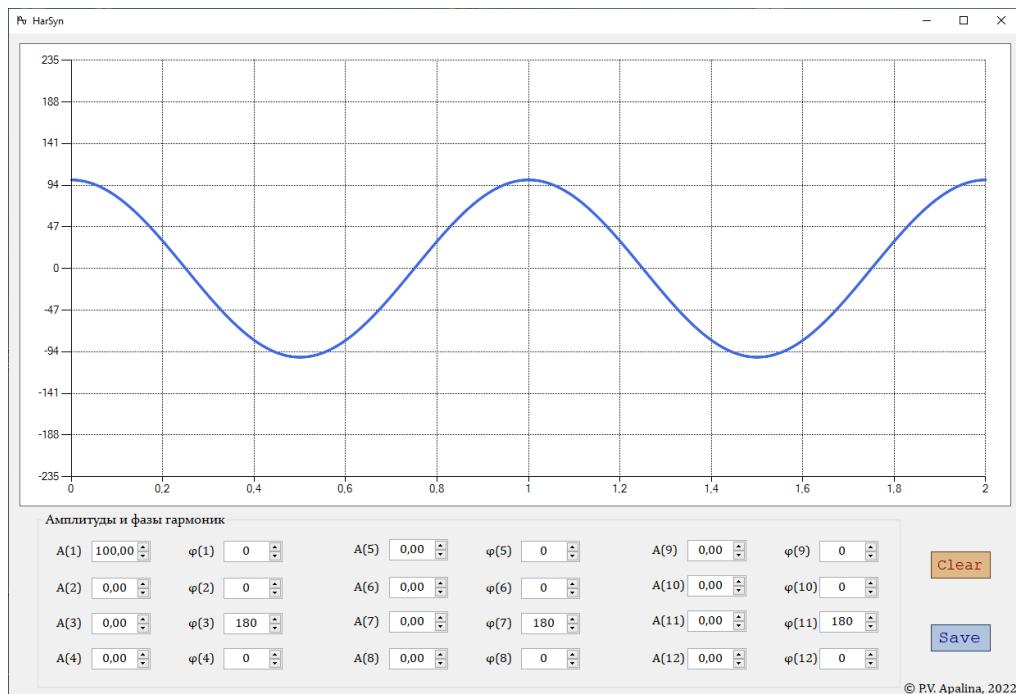


Рис. 1. 1 гармоника меандра

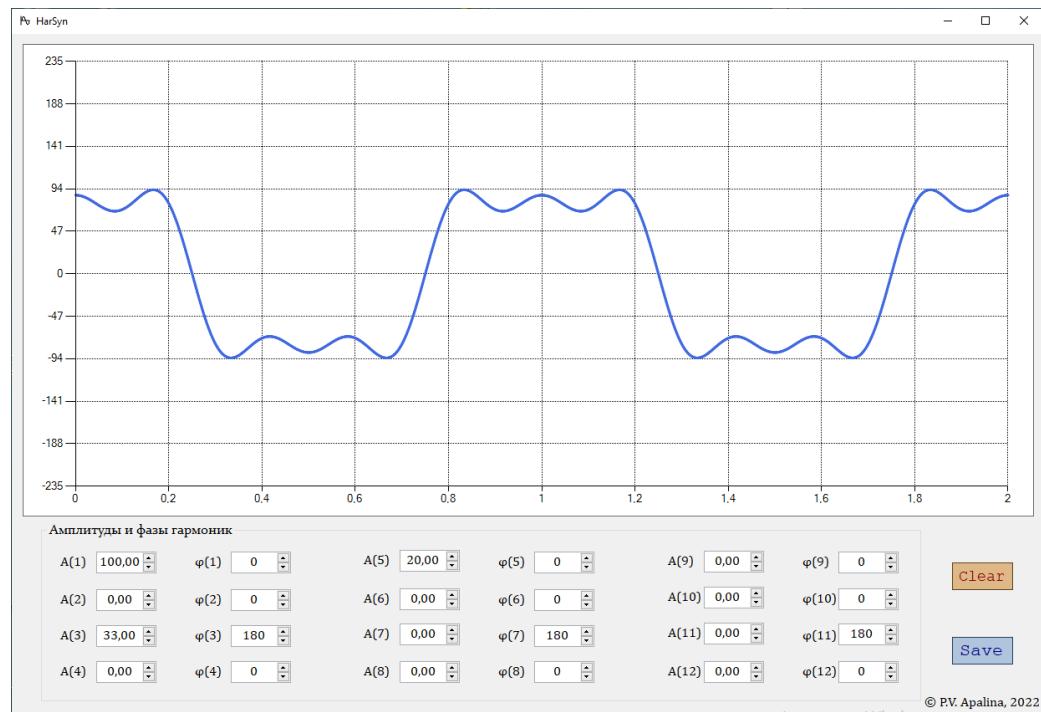


Рис. 2. 3 гармоники меандра

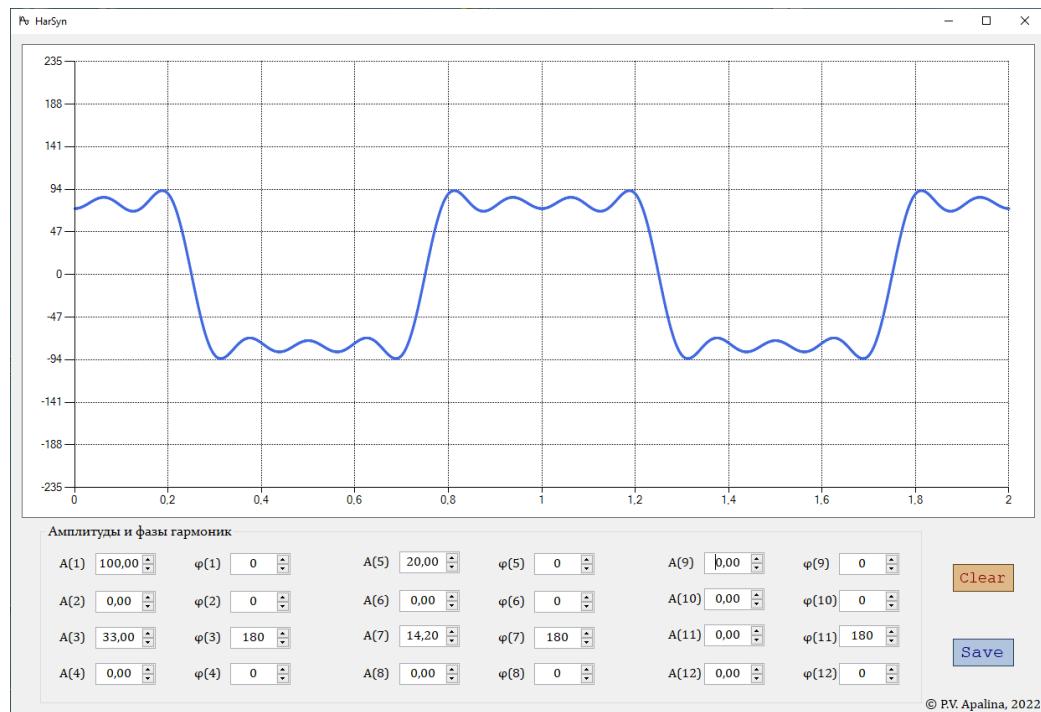


Рис. 3. 4 гармоники меандра

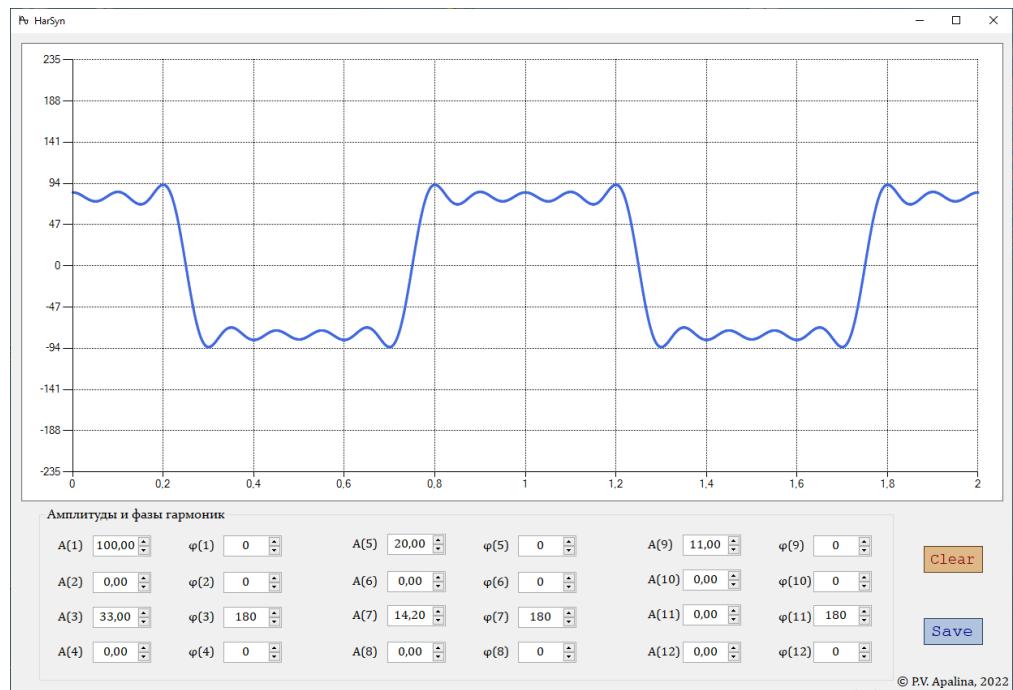


Рис. 5. 5 гармоник меандра

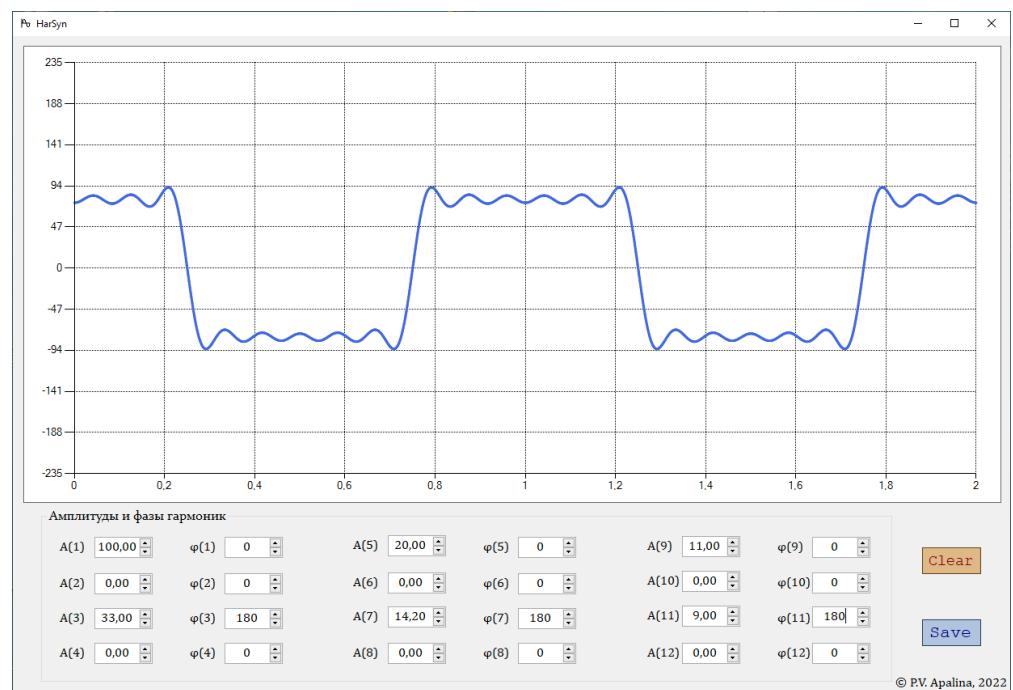


Рис. 6. 6 гармоник меандра

Графики амплитудного и фазового спектров последовательности импульсов типа меандр:

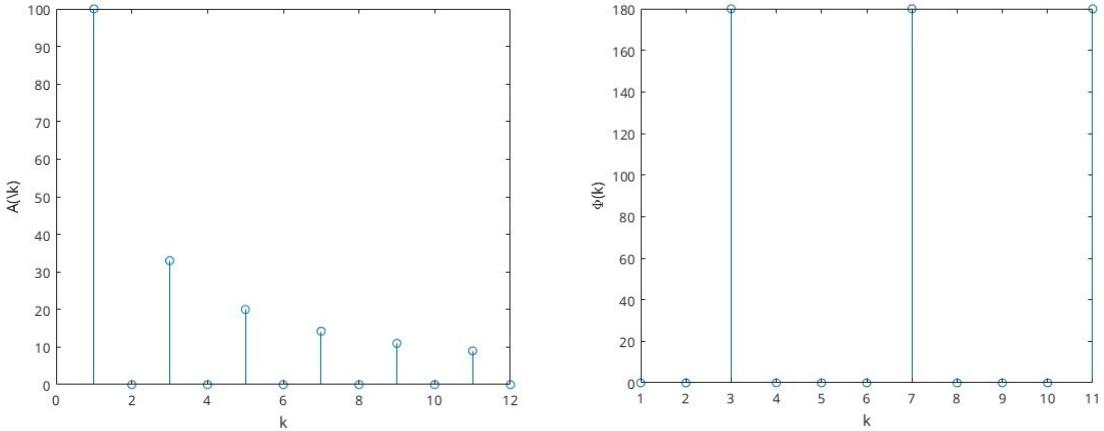


Рис. 7. Амплитудный (слева) и фазовый спектры меандра

2. Периодическое колебание пилообразной формы.

Разложение в ряд Фурье периодаического колебания пилообразной формы:

$$s_2(t) = \frac{2E}{\pi} \left(\sin(\omega_1 t) - \frac{1}{2} \sin(2\omega_1 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_1 t) - \dots \right), \quad (3)$$

где E=60.

Разложение в ряд Фурье для периодаического колебания пилообразной формы, которое синтезировалось в работе:

$$\begin{aligned} s_2(t) = & 60 \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) + 30 \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right) + 20 \cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}\right) + \textcolor{red}{i} \\ & + 15 \cos\left(\omega_4 t + \frac{\pi}{2}\right) + 12 \cos\left(\omega_5 t - \frac{\pi}{2}\right) + 10 \cos\left(\omega_6 t + \frac{\pi}{2}\right) + \textcolor{red}{i} \\ & + 8,57 \cos\left(\omega_7 t - \frac{\pi}{2}\right) + 7,5 \cos\left(\omega_8 t + \frac{\pi}{2}\right) + 6,66 \cos\left(\omega_9 t - \frac{\pi}{2}\right) + \textcolor{red}{i} \\ & + 6 \cos\left(\omega_{10} t + \frac{\pi}{2}\right) + 5,45 \cos\left(\omega_{11} t - \frac{\pi}{2}\right) + 5 \cos\left(\omega_{12} t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Подробное получение этой формулы:

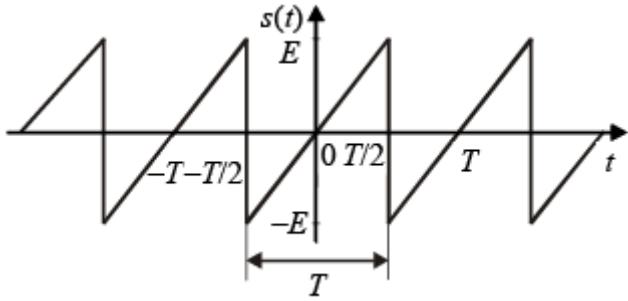


Рисунок 1. Периодическое колебание пилообразной формы.

$$S(t) = \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega_1 nt)}{n}$$

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t), \text{ где } \omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

$$S(t) = \frac{2E}{T}, T \in [-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}]$$

$$\frac{a_0}{2} = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{2E}{T} dt = \frac{2E}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt = 0$$

$$a_n = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{2E}{T} \cos(\omega_n t) dt = \frac{2E}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(\omega_n t) dt = \cancel{a_n}$$

$$\cancel{a_n} = \frac{2E}{T} \frac{2}{T} \int_0^T \cos(\omega_n t) dt = \frac{4E}{T^2} \int_0^T \cos(\omega_n t) dt = \frac{\frac{4E}{T^2} * \sin(\omega_n T)}{\omega_n}$$

$$a_n = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{2E}{T} \sin(\omega_n t) dt = \frac{2E}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin(\omega_n t) dt = 0$$

$$S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{4E}{T^2} * \sin(\omega_n T)}{\omega_n} = \cancel{a_n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4E}{T^2} \frac{\sin\left(\frac{2\pi n}{T} T t\right)}{2\pi n} = \cancel{a_n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{2E}{\pi T} * \sin(2\pi n t)}{n} = [2\pi = \omega_1; T = 1] = \cancel{a_n}$$

$$\cancel{a_n} \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega_1 nt)}{n}$$

Конечный результат синтеза периодического колебания пилообразной формы:

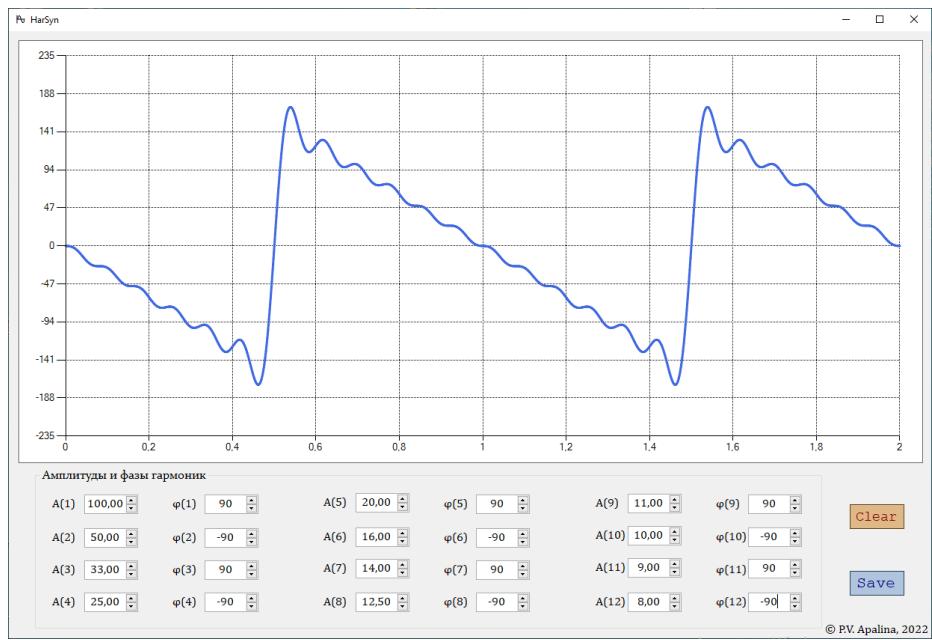


Рис. 8. Колебание пилообразной формы

Графики амплитудного и фазового спектров периодического колебания пилообразной формы:

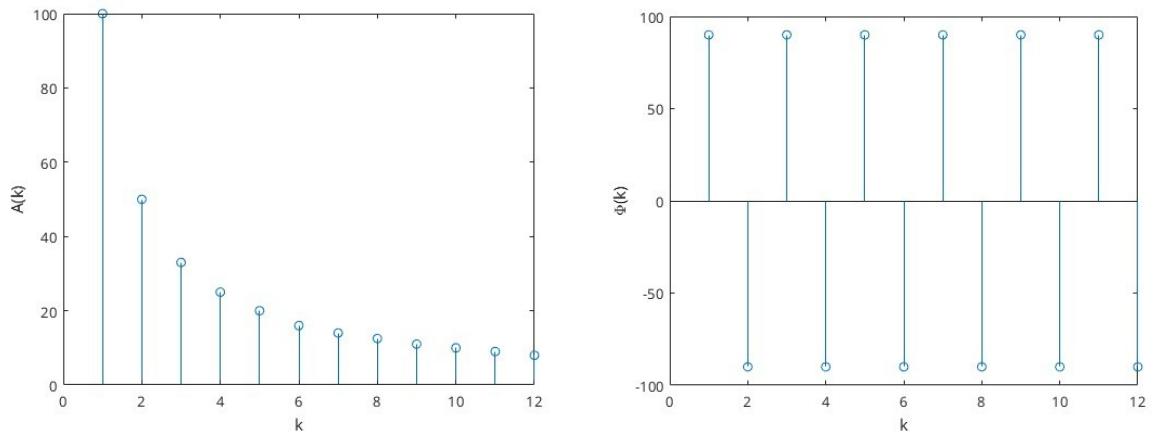


Рис. 7. Амплитудный (слева) и фазовый спектры пилы

3. Периодическое колебание треугольной формы.

Разложение в ряд Фурье периодаического колебания треугольной формы:

$$s_3(t) = \frac{8E}{\pi^2} \left(\cos(\omega_1 t) - \frac{1}{3^2} \cos(3\omega_1 t + \pi) + \frac{1}{5^2} \cos(5\omega_1 t) - \dots \right), \quad (5)$$

где $E=100$.

Разложение в ряд Фурье для периодаического колебания периодаического колебания треугольной формы, которое синтезировалось в работе:

$$\begin{aligned} s_3(t) = & 100 \cos(\omega_1 t) + 11 \cos(\omega_3 t) + 4 \cos(\omega_5 t) + \textcolor{red}{i} \\ & + 1 \cos(\omega_7 t) + 0,74 \cos(\omega_9 t) + 0,5 \cos(\omega_{11} t) \end{aligned} \quad (6)$$

Конечный результат синтеза периодаического колебания треугольной формы:

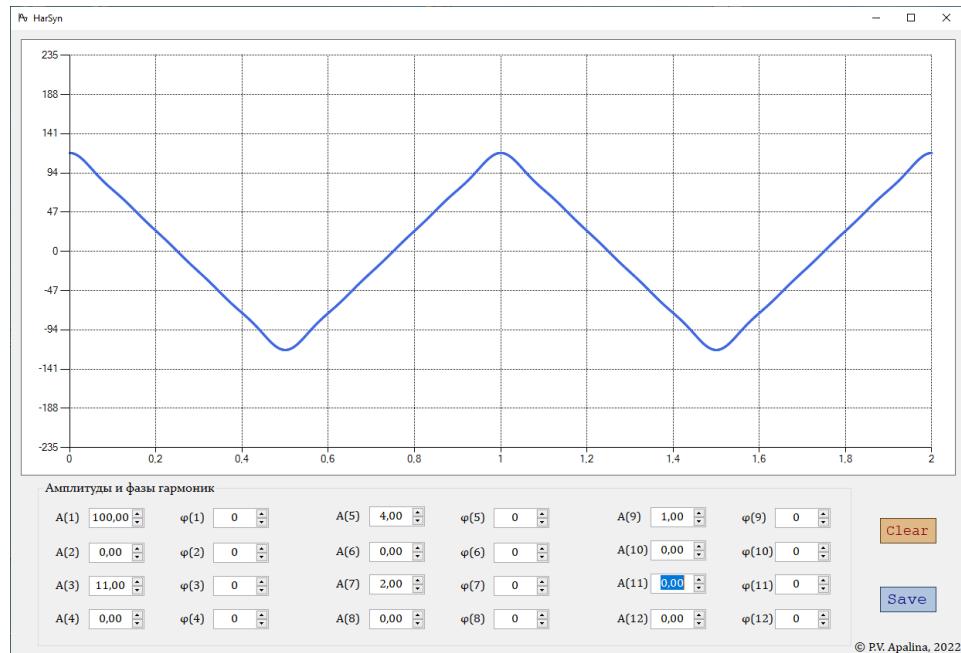


Рис. 9. Колебание треугольной формы

Графики амплитудного и фазового спектров периодаического колебания треугольной формы:

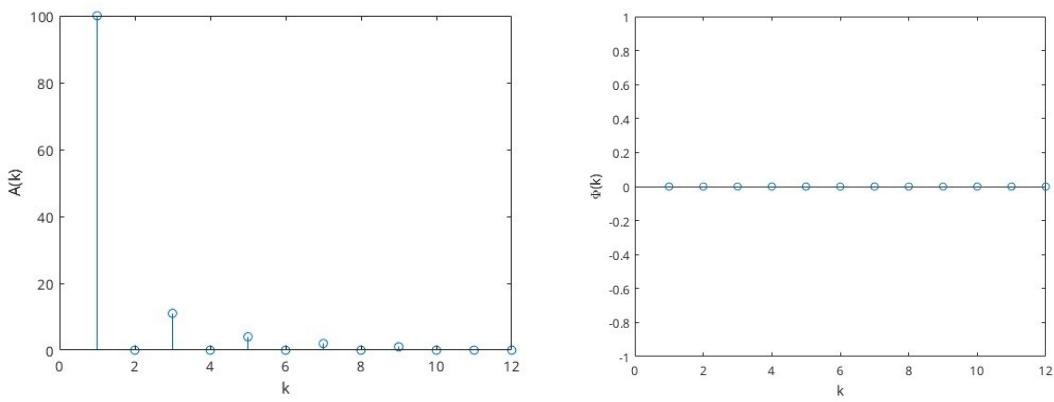


Рис. 10. Амплитудный (слева) и фазовый спектры треугольника

4. АМК с однотональной модуляцией.

Разложение в ряд Фурье АМК с однотональной модуляцией:

$$s_4(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) - \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t, \quad (7)$$

где $A_0=20$.

а) Разложение в ряд Фурье для АМК с однотональной модуляцией $m=0,5$, которое синтезировалось в работе:

$$s_{41}(t) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - 5 \cos\left(\left(\frac{\pi}{2}+0\right)t\right) + 5 \cos\left(\left(\frac{\pi}{2}-0\right)t\right) \quad (8)$$

Конечный результат синтеза АМК с однотональной модуляцией $m=0,5$:

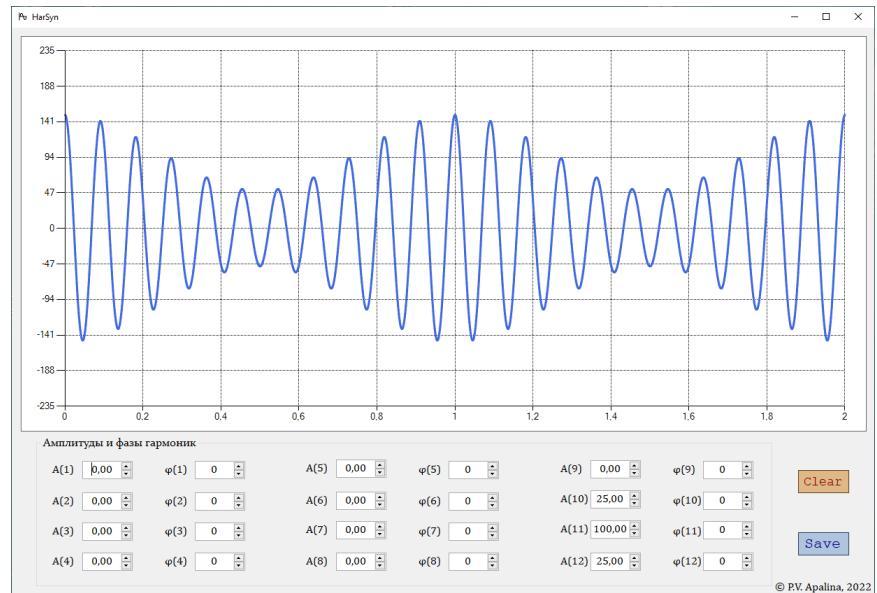


Рис. 11. АМК с однотональной модуляцией $m=0,5$

Графики амплитудного и фазового спектров АМК с однотональной модуляцией:

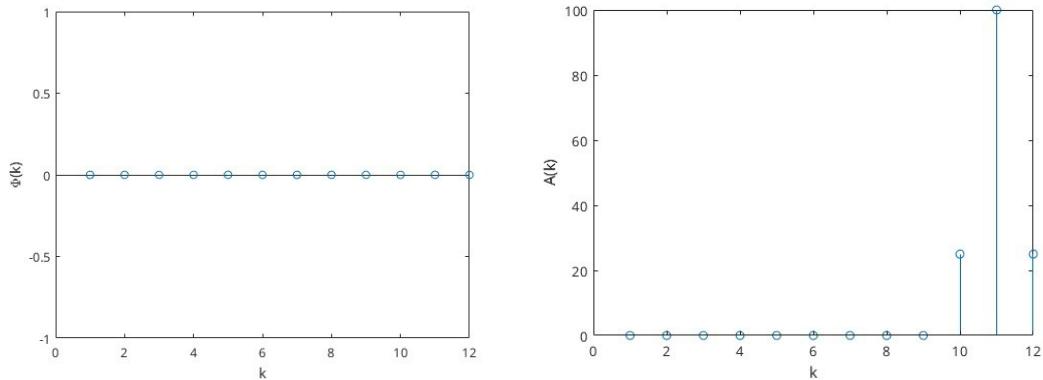


Рис. 12. Графики амплитудного и фазового спектров АМК с однотональной модуляцией.

б) Разложение в ряд Фурье для АМК с однотональной модуляцией $m=1$, которое синтезировалось в работе:

$$s_{42}(t) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - 10 \cos\left(\left(\frac{\pi}{2}+0\right)t\right) + 10 \cos\left(\left(\frac{\pi}{2}-0\right)t\right) \quad (9)$$

Конечный результат синтеза АМК с однотональной модуляцией $m=1$:

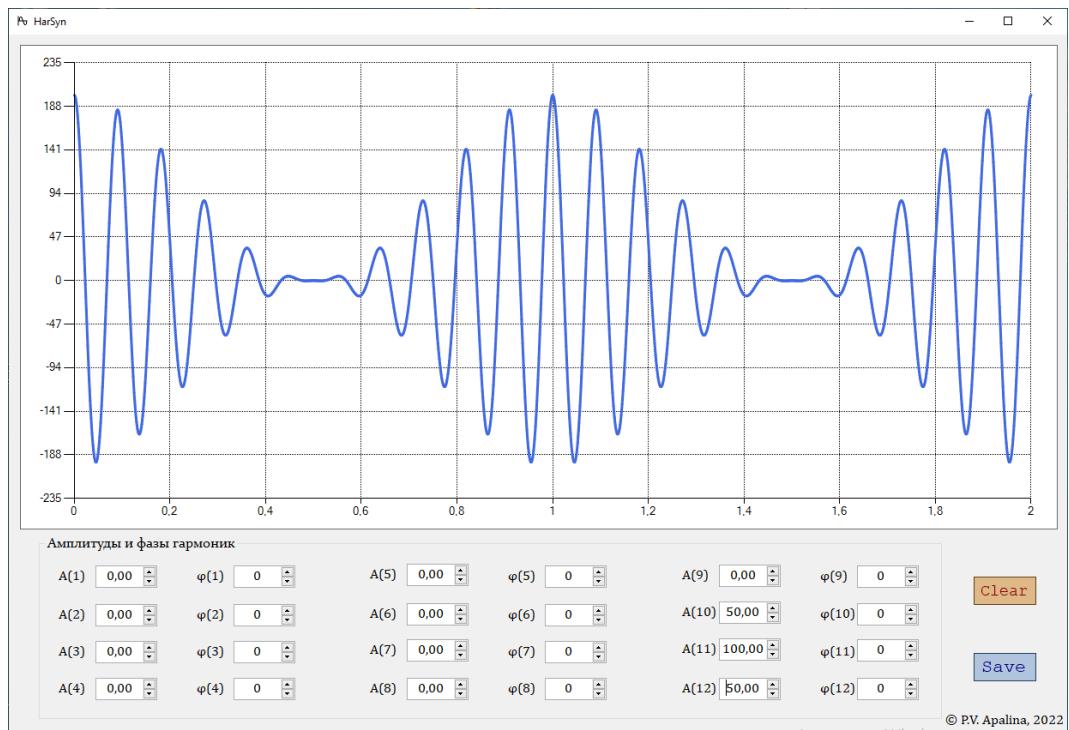


Рис. 13. АМК с однотональной модуляцией $m=1$

Графики амплитудного и фазового спектров АМК с однотональной модуляцией:

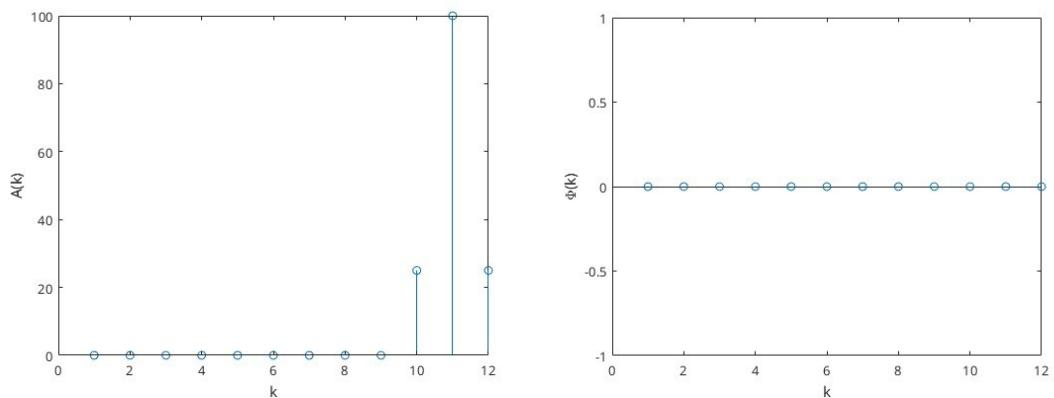


Рис. 14: Графики амплитудного и фазового спектров АМК с однотональной модуляцией

5. Колебание с однотональной угловой модуляцией.

Выведем формулу разложения в ряд Фурье колебания с однотональной угловой модуляцией:

$$\begin{aligned}
 & A_0 \cos(\omega_0 t + \beta \sin(\Omega t) + \phi_0), \text{ при } \beta \ll 1; \psi = 0; \phi_0 = 0 \\
 & A_0 \cos(\omega_0 t + \beta \sin(\Omega t)) = A_0 (\cos(\omega_0 t) \cos(\beta \sin(\Omega t)) - \sin(\omega_0 t) \sin(\beta \sin(\Omega t))) = \textcolor{red}{i} \textcolor{red}{i} \\
 & \textcolor{red}{i} [\cos(\beta \sin(\Omega t)) = 1; \sin(\beta \sin(\Omega t)) = \beta \sin(\Omega t)] = A_0 \cos(\omega_0 t) - A_0 \beta \sin(\omega_0 t) \sin(\Omega t) = \textcolor{red}{i} \\
 & \textcolor{red}{i} A_0 \cos(\omega_0 t) - A_0 \beta \left(\frac{\cos(\omega_0 t - \Omega t)}{2} - \frac{\cos(\omega_0 t + \Omega t)}{2} \right) = \textcolor{red}{i} \\
 & \textcolor{red}{i} A_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{A_0 \beta}{2} \cos((\omega_0 + \Omega)t) + \frac{A_0 \beta}{2} \cos((\omega_0 - \Omega)t + \pi)
 \end{aligned}$$

Разложение в ряд Фурье колебания с однотональной угловой модуляцией:

$$s_5(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{A_0 \beta}{2} \cos((\omega_0 + \Omega)t) + \frac{A_0 \beta}{2} \cos((\omega_0 - \Omega)t + \pi), \quad (10)$$

где $A_0 = 30$

a) Разложение в ряд Фурье для колебания с однотональной угловой модуляцией $\beta = 0,2$, которое синтезировалось в работе:

$$s_{51}(t) = 100 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 10 \cos\left(\left(\frac{\pi}{2} + 0\right)t\right) + 10 \cos\left(\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)t + \pi\right) \quad (11)$$

Конечный результат синтеза колебания с однотональной угловой модуляцией $\beta = 0,2$ для трёх гармоник:

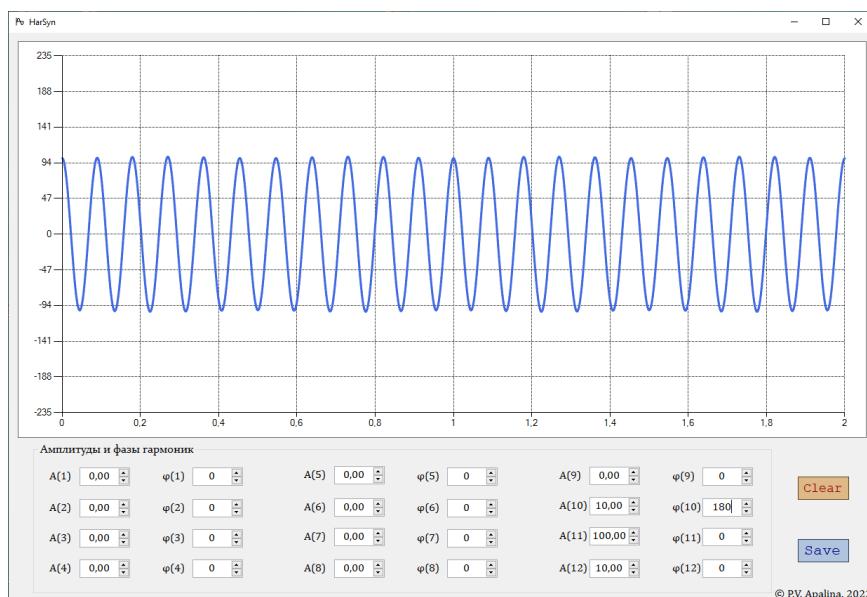


Рис. 15. Колебание с однотональной угловой модуляцией $\beta=0,2$

Графики амплитудного и фазового спектров колебания с однотональной угловой модуляцией:

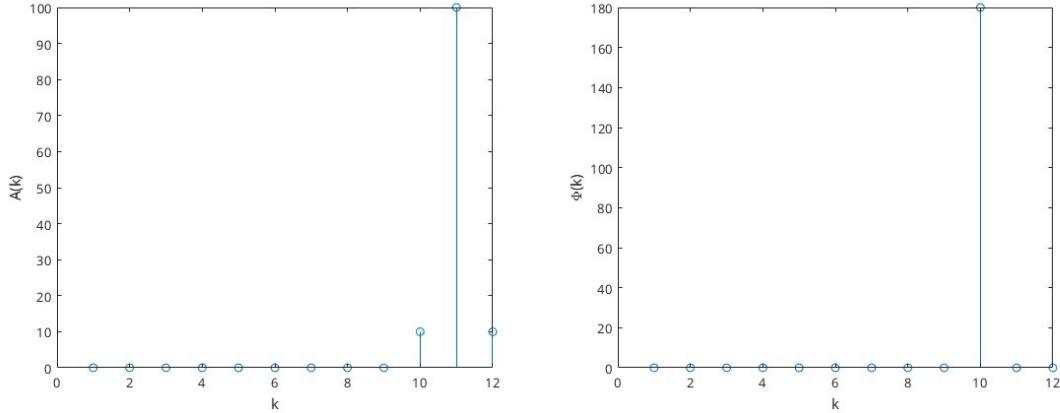


Рис. 16. Графики амплитудного и фазового спектров колебания с однотональной угловой модуляцией $\beta=0,2$

б) Разложение в ряд Фурье для колебания с однотональной угловой модуляцией $\beta=2.1$, которое синтезировалось в работе.

Конечный результат синтеза колебания с однотональной угловой модуляцией $\beta=2.1$ для 12 гармоник:

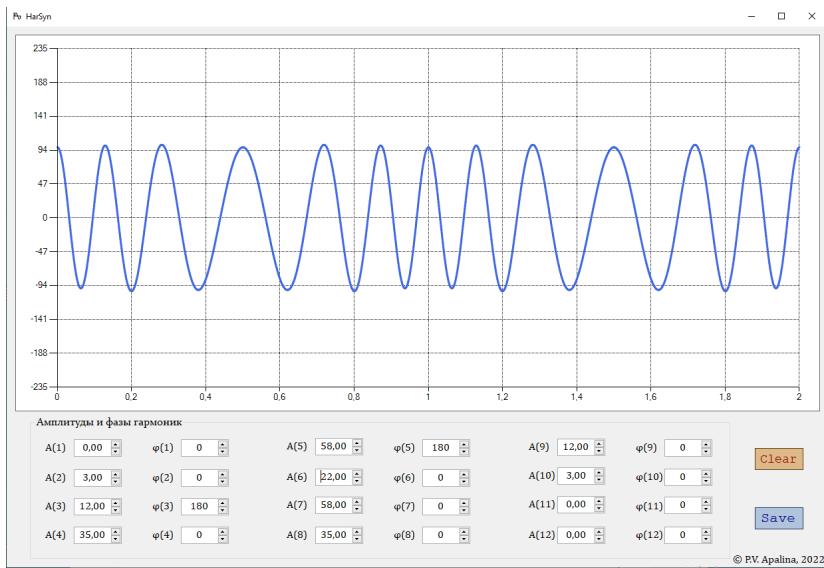


Рис. 17. Колебание с однотональной угловой модуляцией $\beta=2.1$

Графики амплитудного и фазового спектров колебания с однотональной угловой модуляцией:

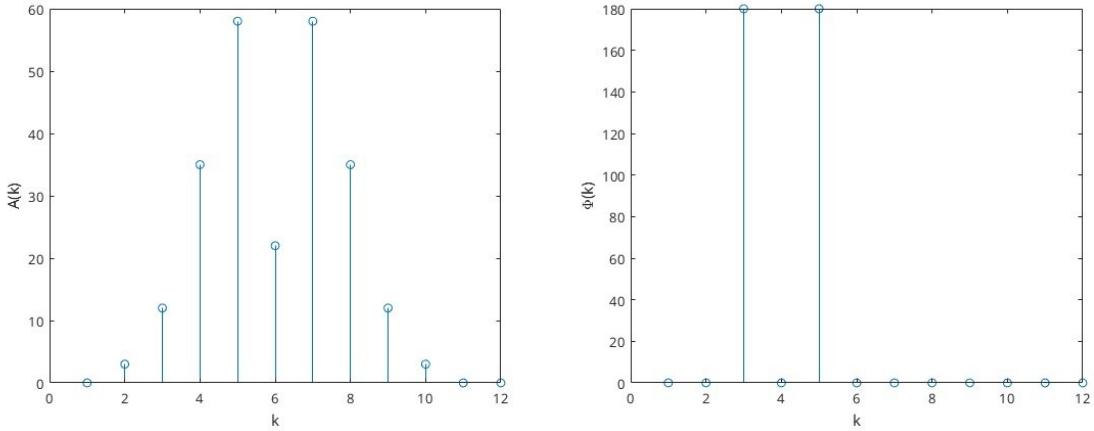


Рис. 18. Графики амплитудного (слева) и фазового спектров колебания с однотональной угловой модуляцией $\beta=2.1$

6. Периодическая последовательность δ -функций.

Разложение в ряд Фурье периодической последовательности δ -функций:

$$s_6(t) \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2\pi}{T} n t \quad (16)$$

Разложение в ряд Фурье для периодической последовательности δ -функций, которая синтезировалась в данной работе:

$$\begin{aligned} s_6(t) = & 5 \cos(\omega_1 t) + 5 \cos(\omega_2 t) + 5 \cos(\omega_3 t) + \textcolor{red}{i} \\ & + 5 \cos(\omega_4 t) + 5 \cos(\omega_5 t) + 5 \cos(\omega_6 t) + \textcolor{red}{i} \\ & + 5 \cos(\omega_7 t) + 5 \cos(\omega_8 t) + 5 \cos(\omega_9 t) + \textcolor{red}{i} \\ & + 5 \cos(\omega_{10} t) + 5 \cos(\omega_{11} t) + 5 \cos(\omega_{12} t) \end{aligned} \quad (17)$$

Конечный результат синтеза периодической последовательности δ -функций:

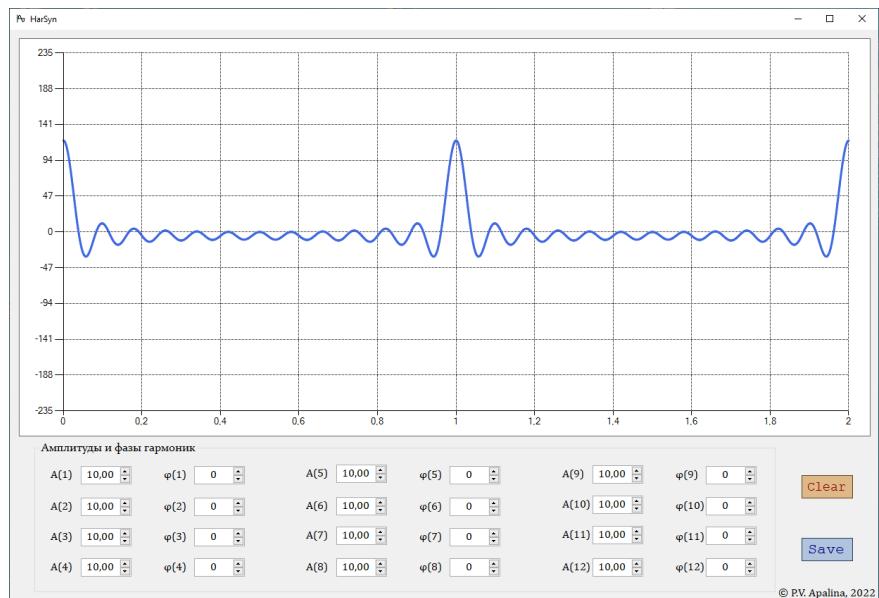


Рис. 19. Конечный результат синтеза периодической последовательности δ -функций

Графики амплитудного и фазового спектров периодической последовательности δ -функций:

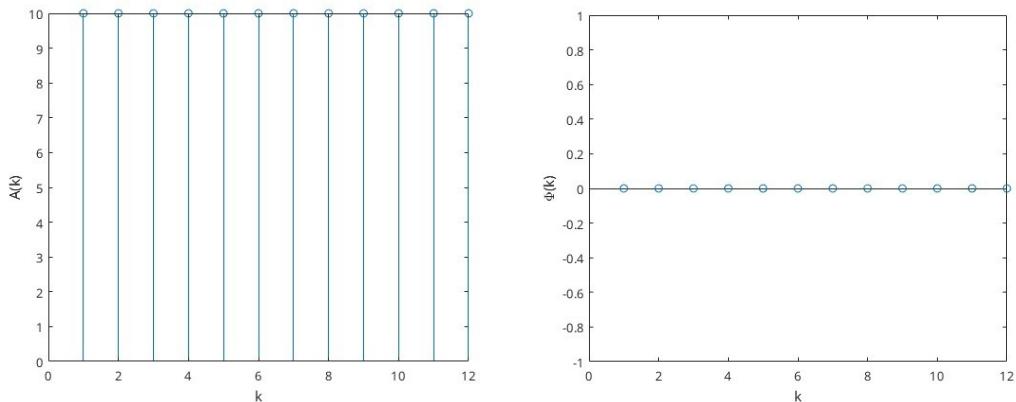


Рис. 20. Графики амплитудного (слева) и фазового спектров периодической дельта-функции.

Вывод: в ходе работы были построены амплитудные и фазовые спектры периодических сигналов, включая колебания я однотональной угловой и амплитудной модуляциями, построены соответствующие графики, получены и исследованы аналитические описания разложения сигналов в РФ.