Gabarito da lista da equação da reta

Prof. Alex

Março de 2022

1 Teoria do enunciado

Para obter uma equação da reta que passa por dois conhecidos pontos sendo, $A = (x_1, y_1)$ e $B = (x_2, y_2)$ basta desenvolver o determinante nas duas fórmulas

$$\begin{bmatrix} x - x_1 & y - y_1 \\ x - x_2 & y - y_2 \end{bmatrix} = 0 \qquad \begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

1.1 1.1)

Então resolvendo pelo determinante 2×2 e pelo determinante 3×3 , A(2,0) e B(4,1)
Calculando pelo determinante, temos duas maneira de achar a equação da reta.

$$\begin{bmatrix} x - 2 & y - 0 \\ x - 4 & y - 1 \end{bmatrix} = 0$$

[(x-2)$\times(y-1)] - [(x-4) \times (y-0)] = 0$
xy-x-2y+2-[xy-4y]=0
~~xy~~-x-2y+2-~~xy~~+4y=0
-x+2y+2=0

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

0-x-2y+0+4y+2=0
-x+2y+2=0

1.2 1.2

Então resolvendo pelo determinante 2×2, e pelo determinante 3×3 , A(0,4) e B(2,0)
Calculando pelo determinante, temos duas maneira de achar a equação da reta.

$$\begin{bmatrix} x - 0 & y - 4 \\ x - 2 & y - 0 \end{bmatrix} = 0$$

[(x-0)$\times(y-0)] - [(x-2) \times (y-4)] =$
xy-[xy-4x-2y+8]=0
~~xy~~-~~xy~~+4x+2y-8=0
4x+2y-8=0 $(\div 2)$
2x + y-4=0

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 0 & 4 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

-8-0-0+4x+2y+0=0
-8+4x+2y=0 $(\div 2)$
2x+y-4=0

1.3 1.3)

Então resolvendo pelo determinante 2×2, e pelo determinante 3×3 , A(4,2) e B(2,-2)
Calculando pelo determinante, temos duas maneira de achar a equação da reta.

$$\begin{bmatrix} x-4 & y-2 \\ x-2 & y+2 \end{bmatrix} = 0$$

[(x-4)$\times(y+2)]-[(x-2)\times(y-2)]=0$
xy+2x-4y-8-[xy-2x-2y+4]=0
~~xy~~+2x-4y-8-~~xy~~+2x+2y=0
4x-2y-12=0 $(\div 2)$
2x - y-6=0

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} = 0$$

-4+2x-4y+2x+2y-8=0
4x-2y-12=0 $(\div 2)$
2x-y-6=0

P(5,4)
Substituindo na equação da reta (2x-y-6=0)
$2x-y-6=0 \rightarrow 2\times 5-4-6=0 \rightarrow 10-10=0$, Então, P pertence a reta!!

Q(3,0)
Substituindo na equação da reta (2x-y-6=0)
$2x-y-6=0 \rightarrow 2\times 3-0-6=0 \rightarrow 6-6=0$, Então, Q pertence a reta!!

R(1,-3)
Substituindo na equação da reta (2x-y-6=0)
$2x-y-6=0 \rightarrow 2\times 1-(-3)-6=0 \rightarrow 1+3-6=-1$, Então, R não pertence a reta!!

S(-1,-8)
Substituindo na equação da reta (2x-y-6=0)
$2x-y-6=0 \rightarrow 2\times(-1)-(-8)-6=0 \rightarrow -2+8-6=0 \rightarrow -8+8=0$, Então, S pertence a reta!!

$T(\frac{11}{2},5)$
Substituindo na equação da reta (2x-y-6=0)
$2x-y-6=0 \rightarrow \cancel{2}\times\frac{11}{\cancel{2}}-5-6=0 \rightarrow 11-11=0$, Então, T pertence a reta!!

$U(\frac{3}{4},\frac{-3}{2})$
Substituindo na equação da reta (2x-y-6=0)
$2x-y-6=0 \rightarrow \cancel{2}\times\frac{3}{\cancel{4}}-(\frac{-3}{2})-6=0 \rightarrow \frac{3}{2}+\frac{3}{2}+6=0 \rightarrow 3-6=-3$, Então, U não pertence a reta!!

$V(\frac{17}{4},\frac{5}{2})$
Substituindo na equação da reta (2x-y-6=0)
$2x-y-6=0 \rightarrow \cancel{2}\times\frac{17}{\cancel{4}}-(\frac{5}{2})-6=0 \rightarrow \frac{17}{2}+\frac{5}{2}+6=0 \rightarrow \frac{12}{2}-6=6-6=0$, Então, V pertence a reta!!

Os pontos que pertence a reta são $\{P,Q,S,T,V\}$

1.4 c)

Seja a equação 2x-y-6=0 dos pontos A(4,2) e B(2,-2)
Como o enunciado pede abcissa igual a 10, então x=10, basta achar o valor de y no ponto procurado sendo P(10,y), queremos encontrar y.

$$2\times 10-y-6=0 \rightarrow 14-y=0 \rightarrow y=14$$

Então, o ponto procurado é P(10,14)

1.5 d)

Usando o mesmo raciocínio em c), temos que achar o ponto procurado sendo P(x,10),

$$2 \times x - 10 - 6 = 0 \rightarrow 2x - 16 = 0 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$$

Então, o ponto procurado é P(8,10)

1.6 1.4)

Queremos encontrar os valores de x e y:

$$\text{a)}\begin{cases} (r) & : & 3x + 2y - 3 = 0 \\ (s) & : & 5x + 4y - 9 = 0 \end{cases} \rightarrow \qquad \begin{cases} 2 \times (r) & : & 6x + 4y - 6 = 0 \\ (s) & - : & \underline{5x + 4y - 9 = 0} \end{cases}$$

x+3=0

x=-3

Substituindo x=-3 em (r) temos:
$3 \times (-3) + 2y - 3 = 0 \rightarrow -9 + 2y - 3 = 0 \rightarrow 2y - 12 = 0 \rightarrow 2y = 12 \rightarrow y = \frac{12}{2} = 6$ Então, o ponto de intersecção é (-3,6)

1.7 1.5)

$$\text{a)}\begin{cases} (r) & : & x + y + 7 = 0 \\ (s) & : & 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow$$

(r)+(s) $\rightarrow 3x + 9 = 0 \qquad 3x = -9$

x=-3

Substituindo x=-3 em (r) temos,

-3+y+7=0

y+4=0

y=-4

O ponto é P(-3,-4)

$$\text{c)}\begin{cases} (r) & : & 2x + 3 = 5 \\ (s) & : & x + \frac{y}{3} = 7 \end{cases} \rightarrow \qquad \begin{matrix} \text{(r)} & : & \text{2x+3=5} \\ 2\times(s) & : & \text{2x+2y/3=14} \end{matrix} \qquad \rightarrow (r) - (s)$$

$$3y - 2y/3 = -9$$

$$9y/3 - 2y/3 = -9$$

$$7y/3 = -9$$

$$y = -27/7$$

Substituindo y=-27/7 em (r) temos,

$$2x + 3(-27/7) = 5$$

$$2x - 81/7 = 5$$

$$2x = 81/7 + 5$$

$$2x = 81/7 + 35/7$$

$$2x = 116/7$$

$$x = 58/7$$

Resposta: O ponto é $(\frac{58}{7}; -\frac{-27}{7})$

$$\text{d)}\begin{cases} (r) & : & 3x - 4y = 0 \\ (s) & : & 4x - 3y - 12 = 0 \end{cases} \rightarrow \qquad \begin{cases} 4 \times (r) & : & 12x - 16y = 0 \\ 3 \times (s) & : & 12x - 9y - 36 = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$(r)-(s) \rightarrow -7y+36=0 \rightarrow y=36/7$
Substituindo y=36/7 em (r)

$$3x-4\times\frac{36}{7}=0 \rightarrow 3x=\frac{4\times 36}{7} \rightarrow x=\frac{4\times \cancel{36}^{12}}{7\times \cancel{3}^{1}}=\frac{48}{7}$$

Resposta: O ponto é $(\frac{48}{7},\frac{36}{7})$

c) $\begin{cases} (r) & : & x/3-y/3=1 \\ (s) & : & x/2-y/2=1 \end{cases} \rightarrow$ $\begin{cases} 3\times(r) & : & x+y=3 \\ 2\times(s) & : & x-y=2 \end{cases} \rightarrow$

$(r)+(s) \rightarrow 2x=5 \rightarrow x=\frac{5}{2}$
Substituindo: $x=\frac{5}{2}$ em (r) temos :

$$\frac{\frac{5}{2}}{3}+\frac{y}{3}=1 \rightarrow \frac{5}{2}\times 3+\frac{y}{3}=1$$

$$\frac{15}{2}+\frac{y}{3}=1 \rightarrow \frac{y}{3}=1-\frac{15}{2} \rightarrow \frac{y}{3}=\frac{-13}{2} \rightarrow y=-\frac{39}{2}$$

Resposta:
O ponto é $(\frac{5}{2},-\frac{39}{2})$

1.8 2.1)

40 pessoas, somando os homens dependem de R$2400,00. O grupo de mulheres gostam a mesma quantia , embora cada um tenha pago R$ 64,00 a menos que cada homem. Como os mulheres pagam o valor de 2400 sendo o valor igual a cada um dos homens que paga o valor de R$ 64,00 e par cada uma das 40 pessoas, então 2400=(2400-64x)(40-x). Alternativa c)

1.9 2.2)

a) Seja x um número qualquer,

$$x+\frac{3}{4}=\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$$

$$x=\frac{2}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}$$

Então, $x=-\frac{1}{4}$
b) Seja x um número qualquer,

$$x\cdot\frac{2}{3}=\frac{5}{4} \rightarrow x=\frac{15}{8}$$

c)Seja x um número qualquer,

$$\frac{x}{2}+5=8 \rightarrow x+10=8 \rightarrow x=6$$

d) Seja x um número qualquer,

$$2x+3x=125 \rightarrow 5x=125 \rightarrow x=\frac{125}{5}=25$$

Então, x=25.
e) Seja x um número qualquer,

$$\frac{x}{4}=15 \rightarrow x=4\times 15 \rightarrow x=60$$

Então, x=60
f) Seja x um número qualquer,

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=30 \rightarrow \frac{3x}{6}+\frac{2x}{6}=30$$

$$\frac{5x}{6} = 30 \to x = \frac{6 \cdot 30}{5} \to x = 36$$

Então, x=36
g) Seja x um número qualquer,

$$3x = 66 \to x = \frac{66}{3} = 22$$

Então, x=22.

1.10 2.3

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5 \to P(1) = 1 - 3 + 7 - 5 = 0$$

Então, x=1, logo, temos uma raiz da equação, então podemos fazer a divisão de polinômico, Encontramos $P(x) = (x-1)(x^2 - 2x + 5)$ Calculando as raízes da equação $x^2 - 2x + 5 = 0$ Temos $x = 1 \pm \sqrt{2i}$, A parte imaginária positiva $x = 1 + 2i$, elevando ao cubo, temos

$$(x)^3 = (1+2i)^3 = (1)^3 + 3 \cdot 1 \cdot (2i)^2 + 3 \cdot (1)^2 \cdot (2i) + (2i)^3 =$$

$$= 1 - 12 + 6i + 8 \cdot i \cdot i^2 = -11 - 2i$$

Resposta:-11, Alternativa (a)

1.11 2.4

Como sabemos do enunciado $f(x) = 3^x$ e $g(x) = x^3$, Então queremos resolver f(g(x))=g(f(x)), primeiro vamos revolver cada membro da igualdade,

$$f(g(x)) = 3^{g(x)} = 3^{x^3}$$

Agora,

$$g(f(x)) = (f(x))^3 = (3^x)^3 = 3^{3 \cdot x}$$

Então,

$$3^{x^3} = 3^{3 \cdot x}$$

Resolvendo os expoentes,

$$x^3 = 3 \cdot x \to x^3 - 3 \cdot x = 0 \to x(x^2 - 3) = 0$$

Então, temos;
$x = 0, x = \pm\sqrt{3}$, logo, existe 3 solução, alternativa (c)

1.12 2.5)

Do enunciado, $EF2 = 2 \times EM$
$10EF2$ quantidade de livros para cada alunos,
$14EM$ quantidade de livros para cada alunos
O total de livros e alunos é 3808
Então,
$10EF2 + 14EM = 3808$
Resolvendo o sistema;

$$\left\{ \begin{array}{lll} (1) & : & EF2 = 2 \times EM \\ (2) & : & 10EF2 + 14EM = 3808 \end{array} \right. \to$$

Substituindo (1) em (2), temos

$$10 \cdot (2EM) + 14EM = 3808 \to 20EM + 14EM = 3808 \to 34EM = 3808$$

$$EM = \frac{3808}{34} = 112$$

$$EF2 = 2 \cdot 112 \rightarrow EF2 = 224$$

Então, temos,

$$112 + 224 = 336$$

Alternativa (c)

1.13 2.6)

Seja, Lisboa=L, Paris=P e Roma=R, Quemos achar P+R=? Do enunciado da questão, temos o seguinte sistema,

$$\begin{cases} (1) & : & L+P+R=78 \\ (2) & : & P=2(L+R) \\ (3) & : & R=2+\frac{L}{2} \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} (1) & : & L+P+R=78 \\ (2) & : & P=2L+2R \\ (3) & : & 2R=4-L \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} (1) & : & L+P+R=78 \\ (2) & : & P=2L+2R \\ (3) & : & L=2R-4 \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} & : & \textit{Substituindo (3) em (1) e (2), temos} \\ (1) & : & 2R-4+P+R=78 \\ (2) & : & P=2(2R-4)+2R \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} (1) & : & 3R+P=82 \\ (2) & : & P=4R-8+2R \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} (1) & : & 3R+P=82 \\ (2) & : & P-6R=-8 \end{cases} \rightarrow$$

Então, temos,

$$\begin{cases} (1) & : & 3R+P=82 \\ (2) & -: & \underline{P-6R=-8} \\ & & 9R=90 \\ & R=10 & \end{cases}$$

Substituindo R=10 em 3R+P=82, temos,

$$3 \cdot 10 + P = 82 \rightarrow P = 82 - 30 \rightarrow P = 52$$

Então,

$$P + R = 10 + 52 = 62$$

Alternativa, (d)