Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Depto. de Matemática

Optimización

Primer Cuatrimestre 2025

Ejercicios para pensar

Ejercicio 1 (a) Demostrar que si x^* es un mínimo local estricto no singular de una función $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ dos veces continuamente diferenciable, entonces x^* es un punto estacionario aislado; es decir, existe una bola centrada en x^* tal que x^* es el único punto estacionario de f dentro de esa bola.

(b) Utilizar la siguiente función de ejemplo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ para demostrar que esto no tiene por qué ser cierto si x^* es un mínimo local estricto singular:

$$f(x) = \begin{cases} x^2\left(\sqrt{2} - \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}\ln(x^2)\right)\right) & \text{si } x \neq 0, \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

En particular, demuostrar que $x^* = 0$ es el único mínimo global (singular), mientras que la secuencia $\{x^k\}$ de mínimos locales no singulares, donde

$$x^k = e^{\frac{(1-8k)\pi}{8\sqrt{3}}},$$

converge a x^*. Verificar también que existe una secuencia de máximos locales no singulares que converge a x^*.