

Implantation stratégique d'une école avec un diagramme de Voronoï

Matéo CHARLES-MENNIER

Filière MPI, années 2022-2023, SCEI : 48162

Sommaire

I) Implémentation du diagramme de Voronoï

1. Structure de donnée « Winged-Edge »
2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï

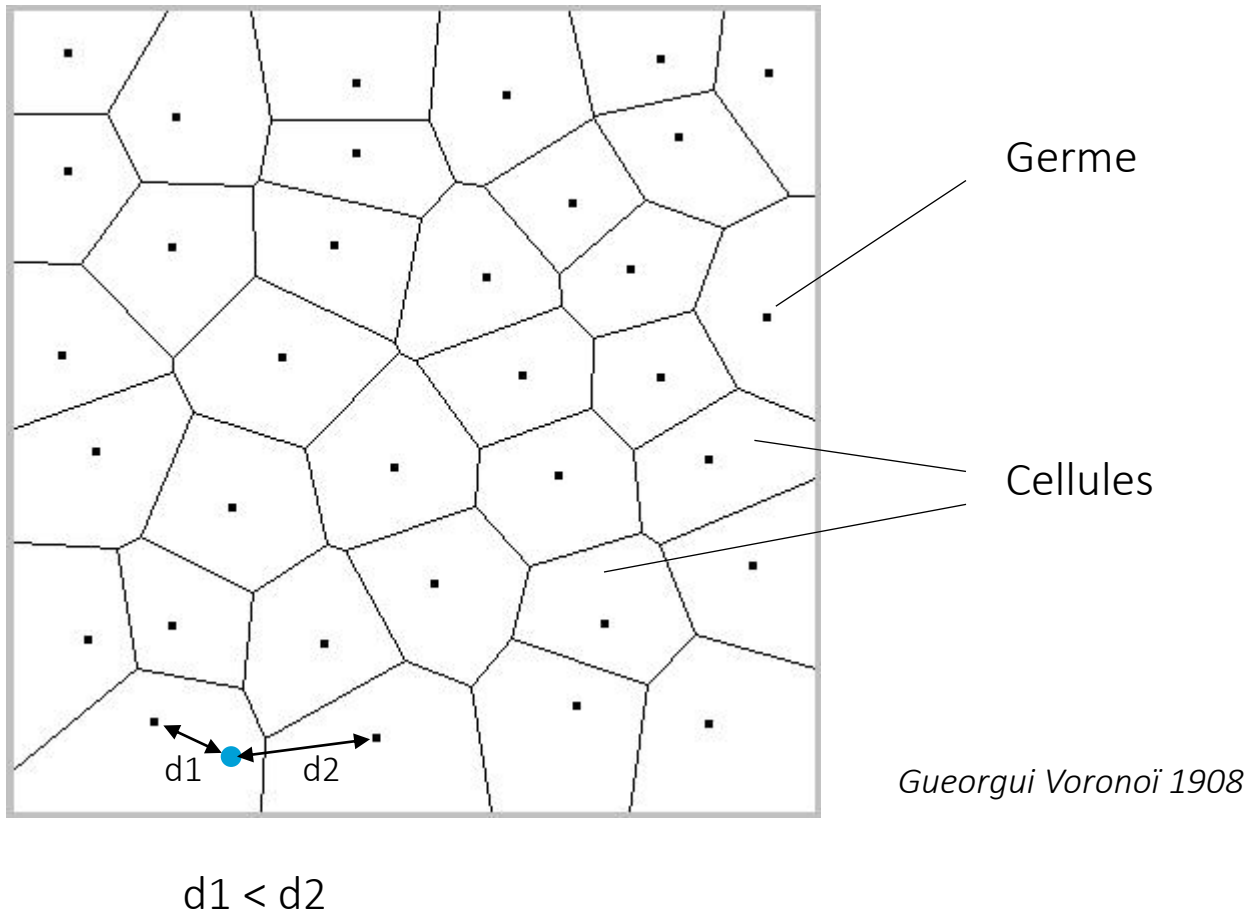
II) Optimisation de la complexité

1. Recherche des plus proches voisins
2. Arbre quaternaire (quad-tree) et technique de « bucketing »

III) Application dans l'implémentation d'une école

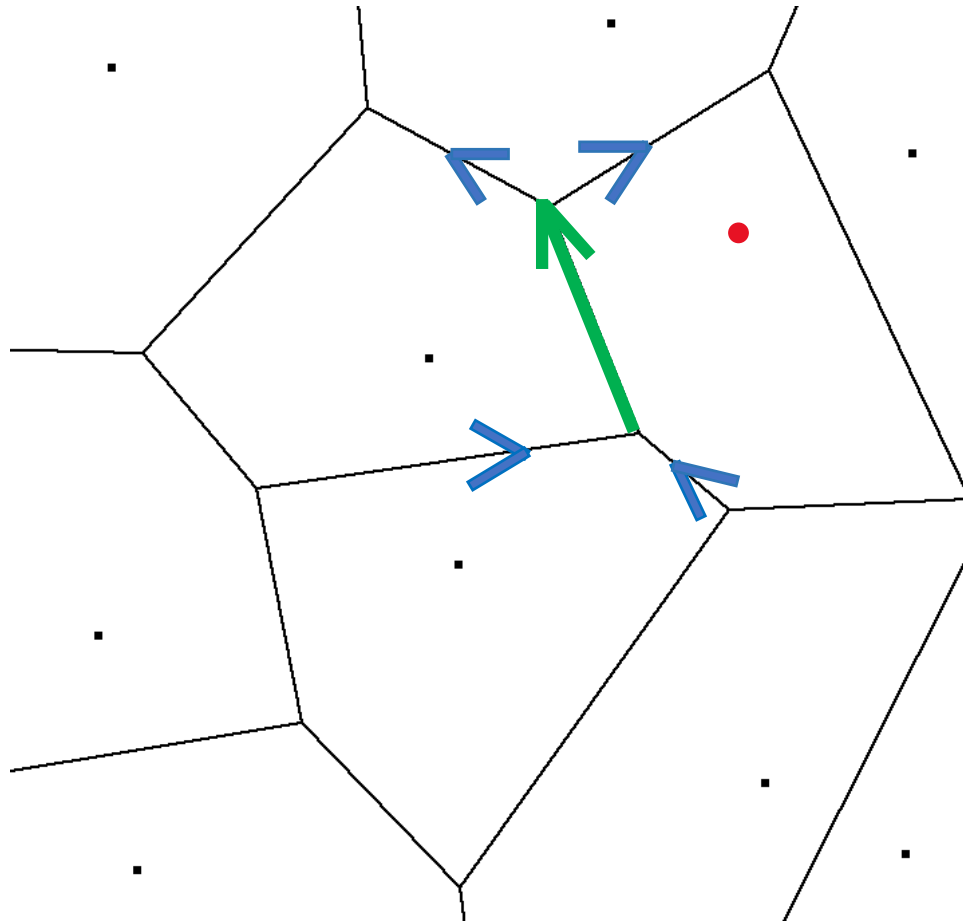
1. Application à l'Auvergne Rhône-Alpes
2. Faiblesses du modèle

I) Implémentation du diagramme de Voronoï



I) Implémentation du diagramme de Voronoï

1. Structure de donnée « Winged-Edge »



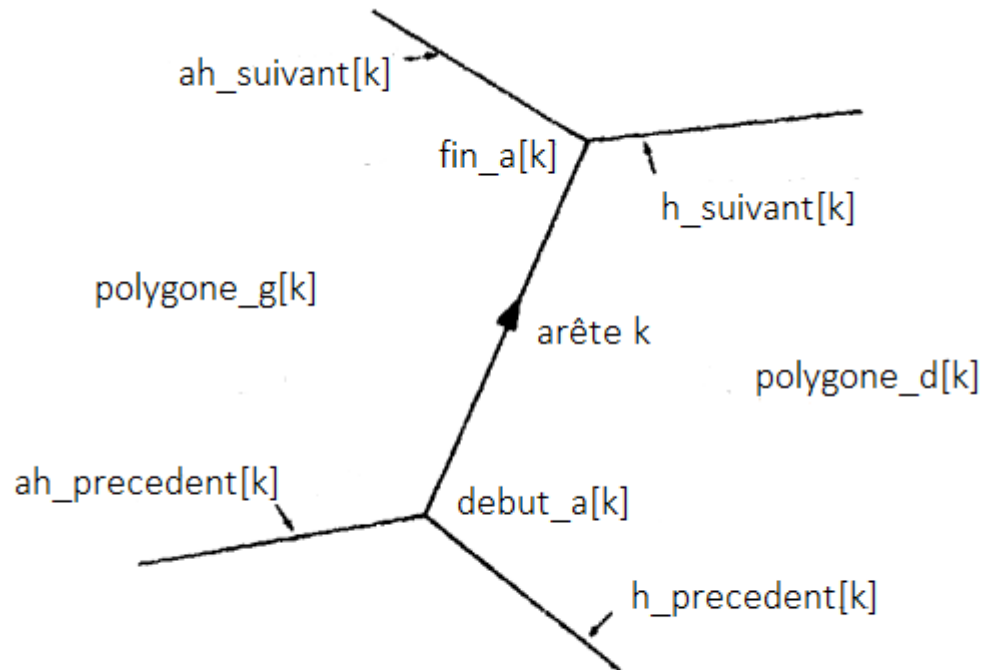
- Germe

- Arête

- Sens de parcours

I) Implémentation du diagramme de Voronoï

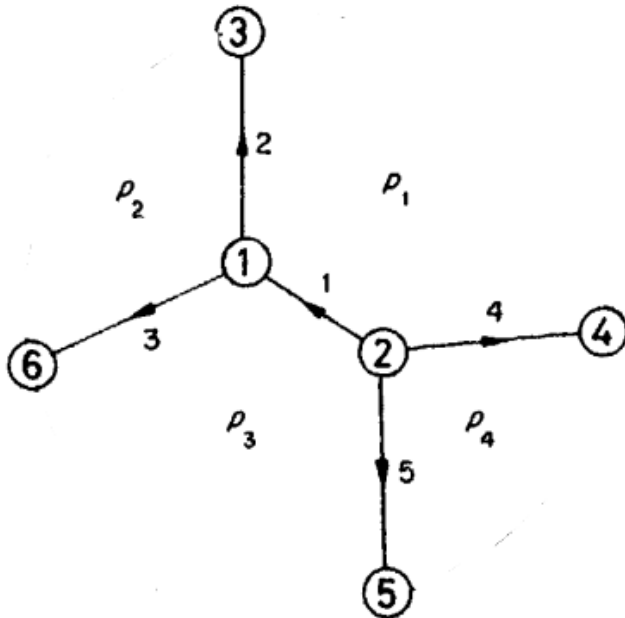
1. Structure de donnée « Winged-Edge »



Baumgart 1975

I) Implémentation du diagramme de Voronoï

1. Structure de donnée « Winged-Edge »

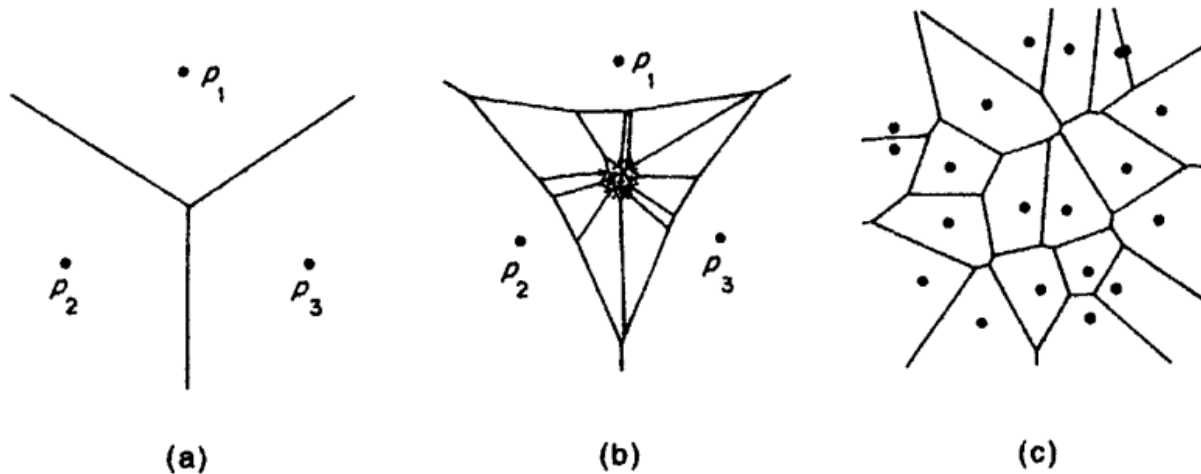


k (numéro d'arête)	1	2	3	4	5
polygone_d[k]	1	1	2	4	3
polygone_g[k]	3	2	3	1	4
debut_a[k]	2	1	1	2	2
fin_a[k]	1	3	6	4	5
h_precedent[k]	4	1	2	5	1
ah_precedent[k]	5	3	1	1	4
h_suivant[k]	3				
ah_suivant[k]	2				

i (numéro de polygone)	1	2	3	4
arete_autour_p[i]	[1,2,4]	[2,3]	[1,3,5]	[4,5]

1) Implémentation du diagramme de Voronoï

2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï



$$\begin{aligned} p_1 &= (0.5, 3\sqrt{2}/2 + 0.5), \\ p_2 &= (-3\sqrt{6}/4 + 0.5, -3\sqrt{2}/4 + 0.5), \\ p_3 &= (3\sqrt{6}/4 + 0.5, -3\sqrt{2}/4 + 0.5). \end{aligned}$$

Figure 4

1) Implémentation du diagramme de Voronoï

2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï

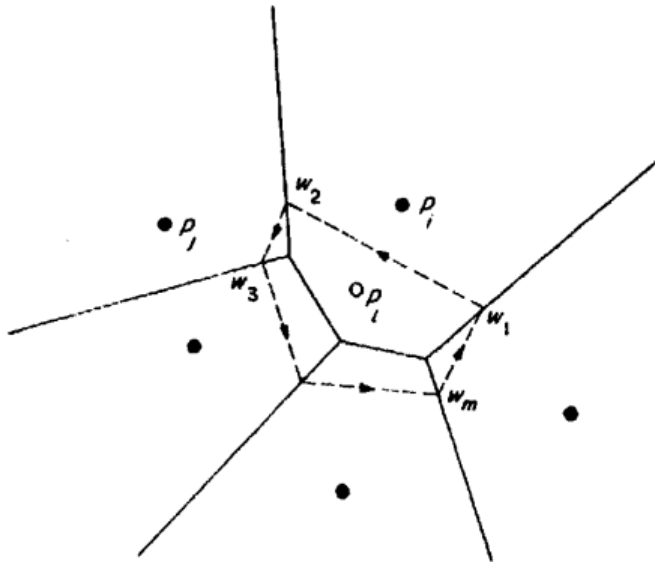
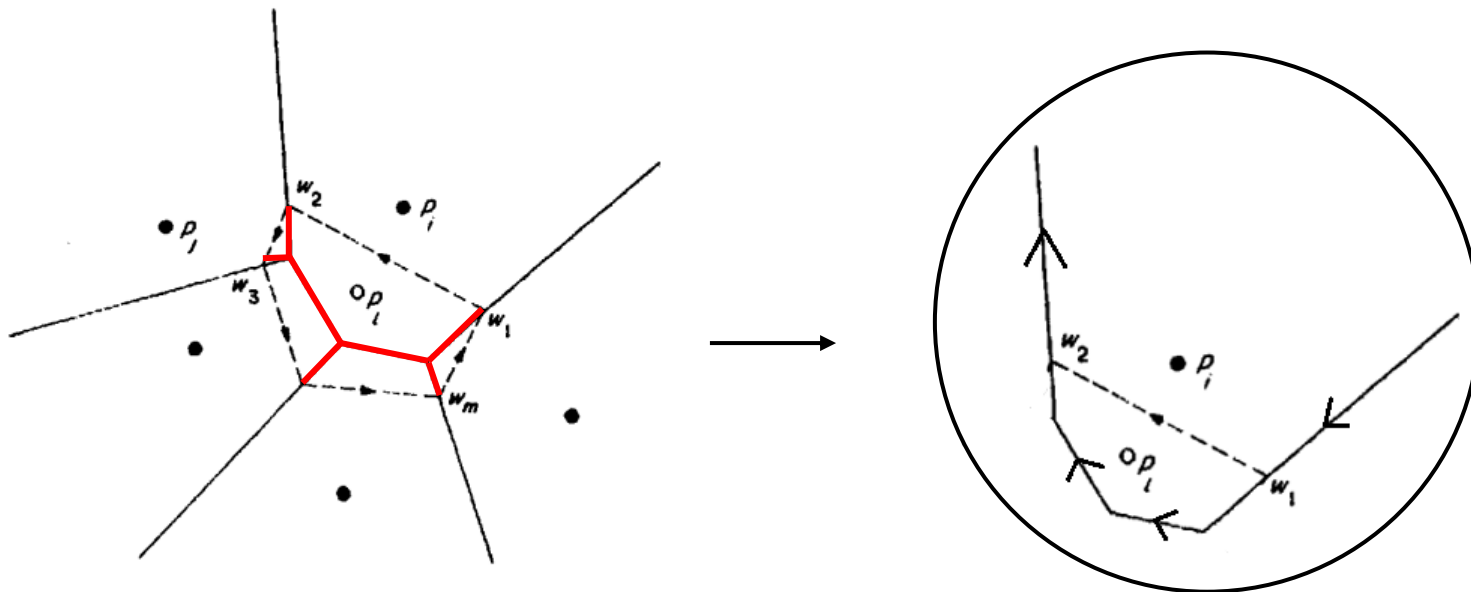


Figure 5

- Placer le nouveau germe
- Trouver dans quelle cellule il se trouve $O(n)$
- Tracer la médiatrice entre notre point (P_i) et celui de la cellule dans laquelle il est (P_j)
- Itérer les médiatrices avec les autres points (P_j) dans le sens anti-horaire $O(n)$

1) Implémentation du diagramme de Voronoï

2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï

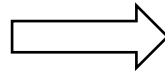


II) Optimisation de la complexité

$O(n^2)$

Recherche de cellules naïve

Placement des points dans un ordre quelconque



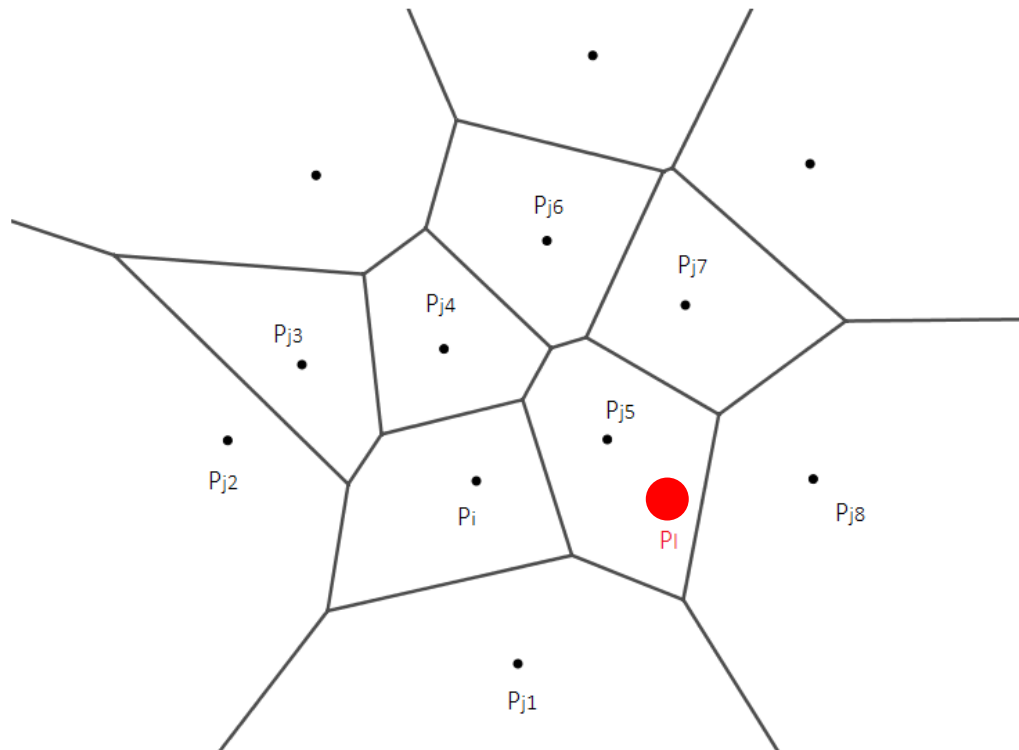
$O(n)$ en moyenne

Recherche des plus proches voisins

Uniformisation du placement avec un arbre quaternaire

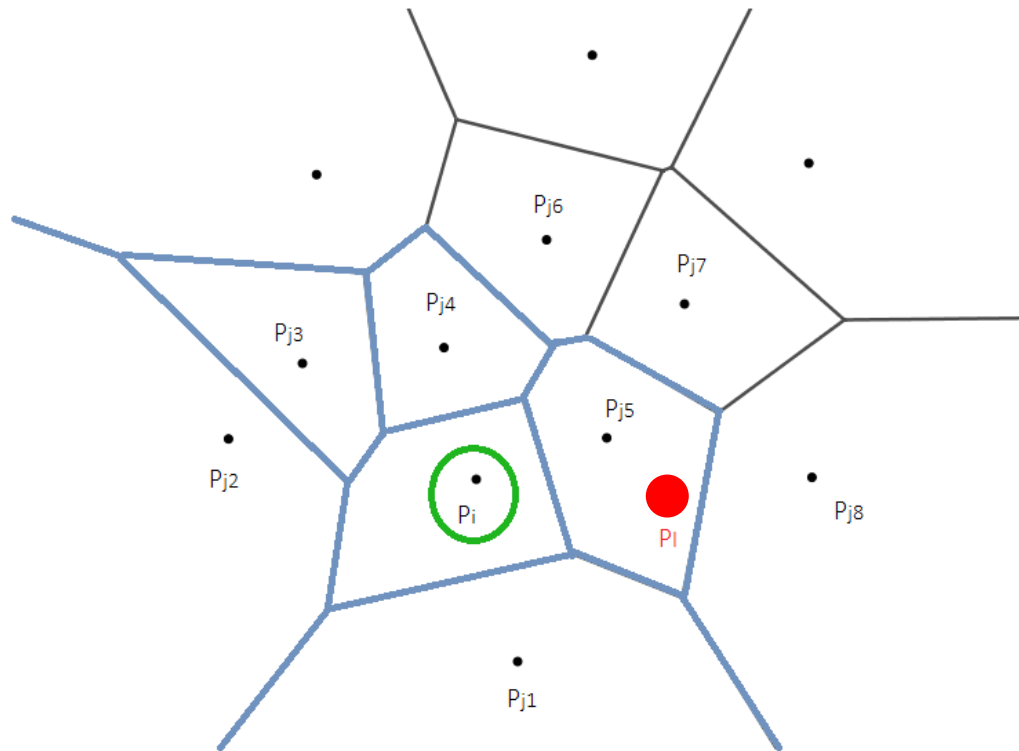
II) Optimisation de la complexité

1. Recherche des plus proches voisins



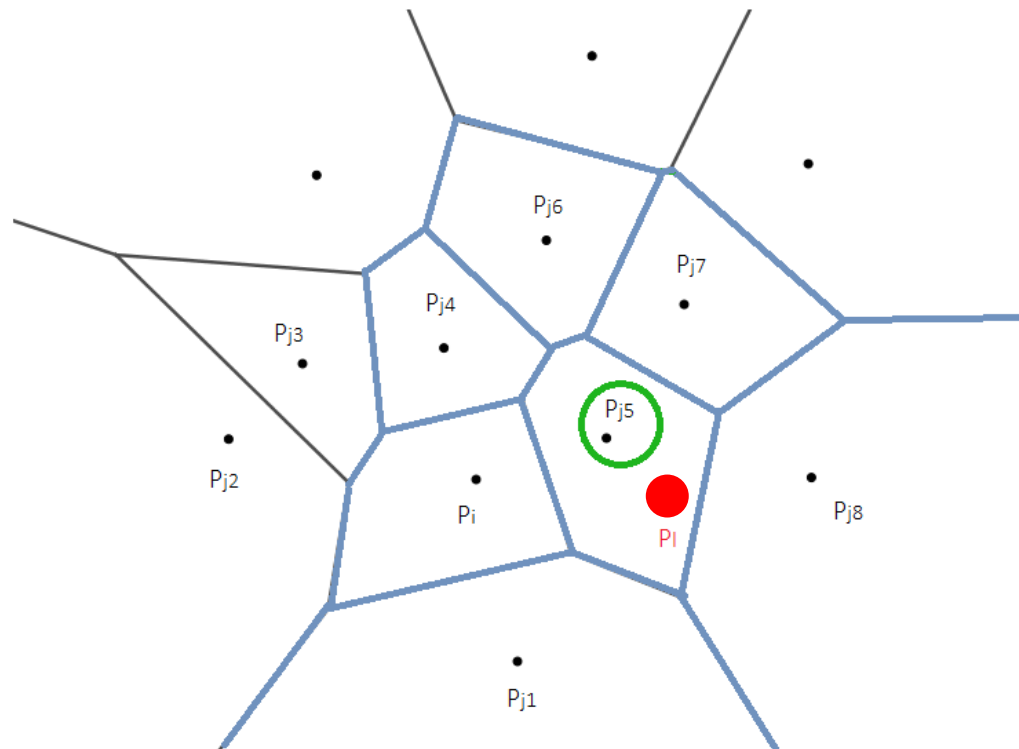
II) Optimisation de la complexité

1. Recherche des plus proches voisins



II) Optimisation de la complexité

1. Recherche des plus proches voisins



II) Optimisation de la complexité

2. Arbre quaternaire (quad-tree) et technique de « bucketing »

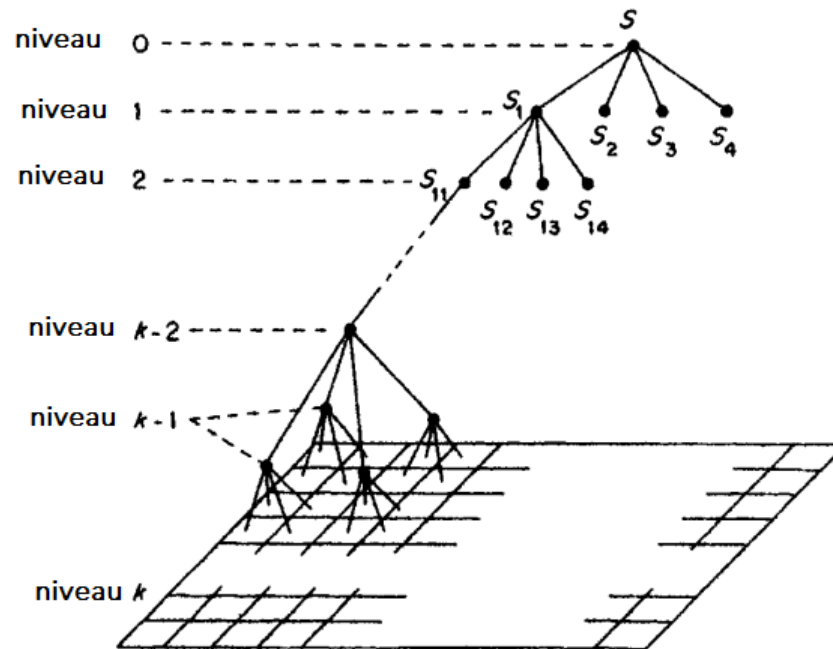
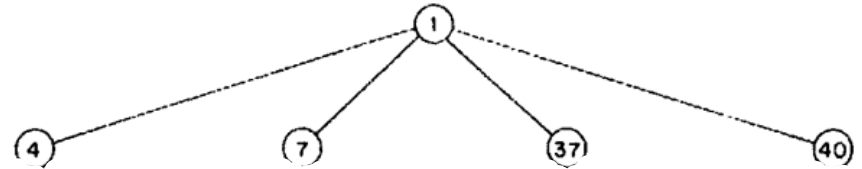
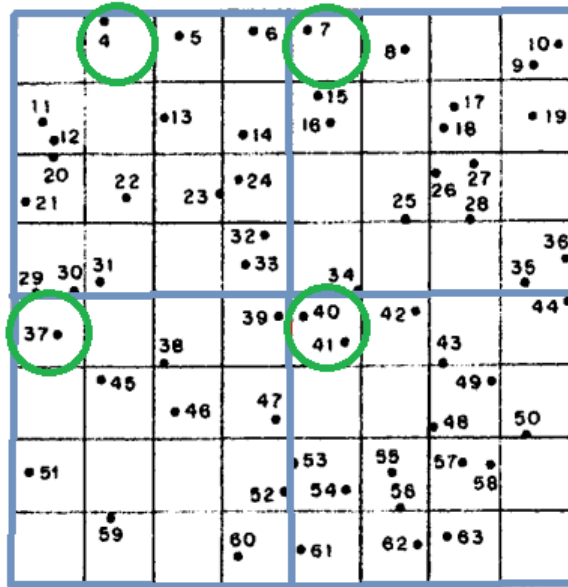


Figure 6

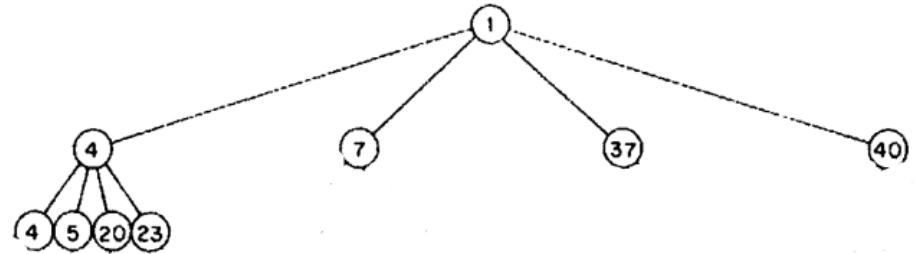
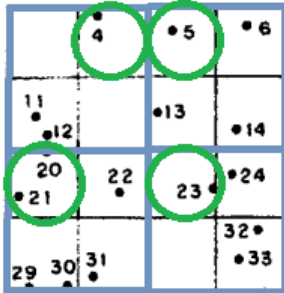
II) Optimisation de la complexité

2. Arbre quaternaire (quad-tree) et technique de « bucketing »



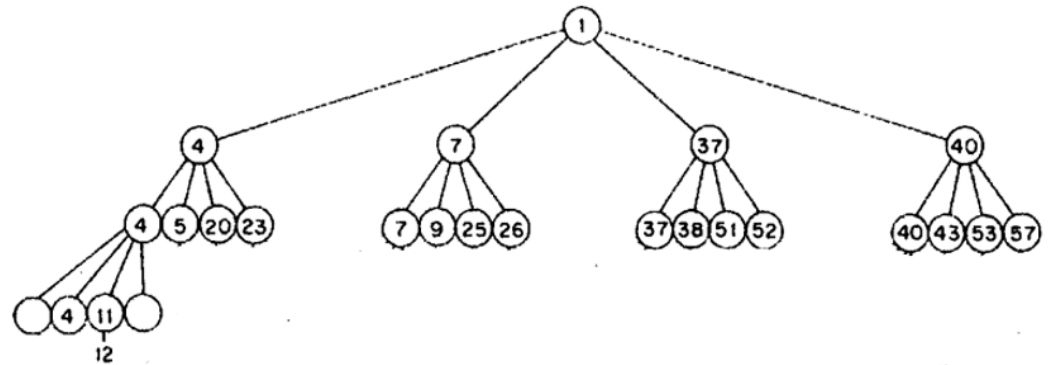
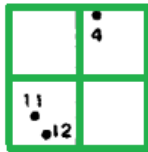
II) Optimisation de la complexité

2. Arbre quaternaire (quad-tree) et technique de « bucketing »



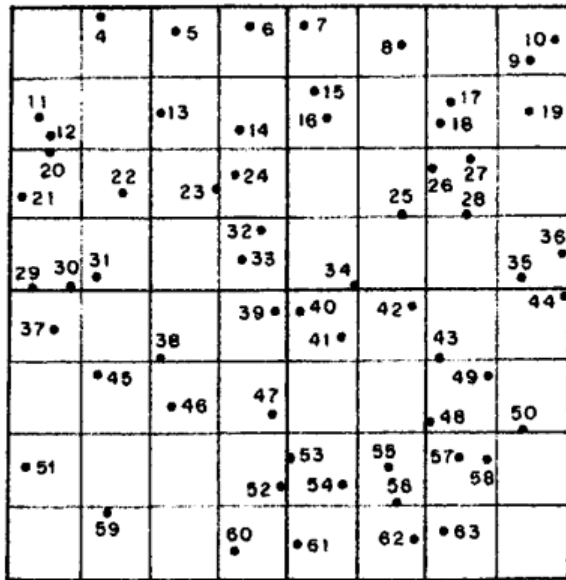
II) Optimisation de la complexité

2. Arbre quaternaire (quad-tree) et technique de « bucketing »

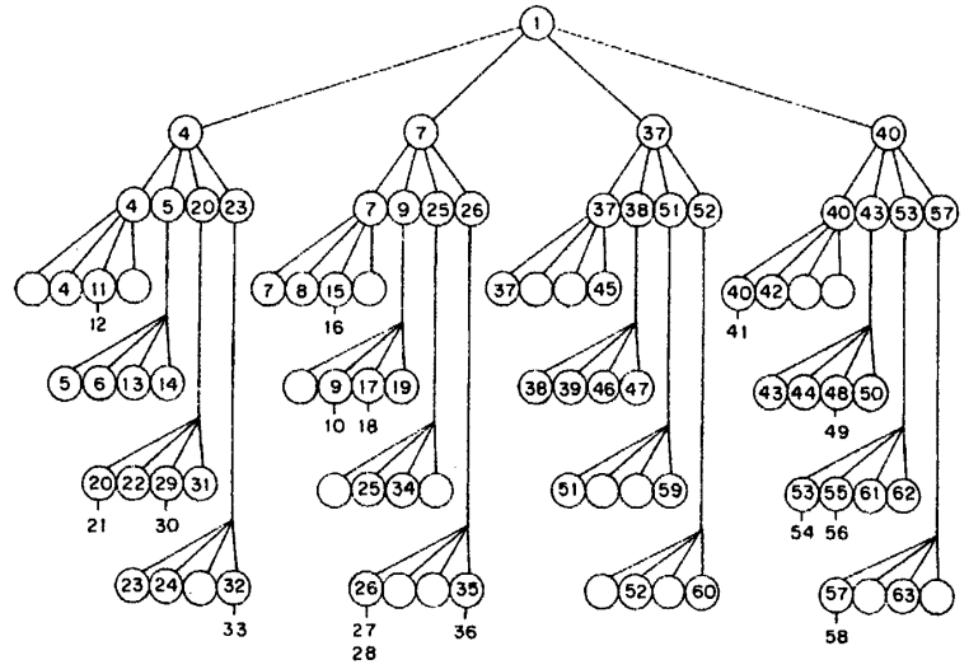


II) Optimisation de la complexité

2. Arbre quaternaire (quad-tree) et technique de « bucketing »



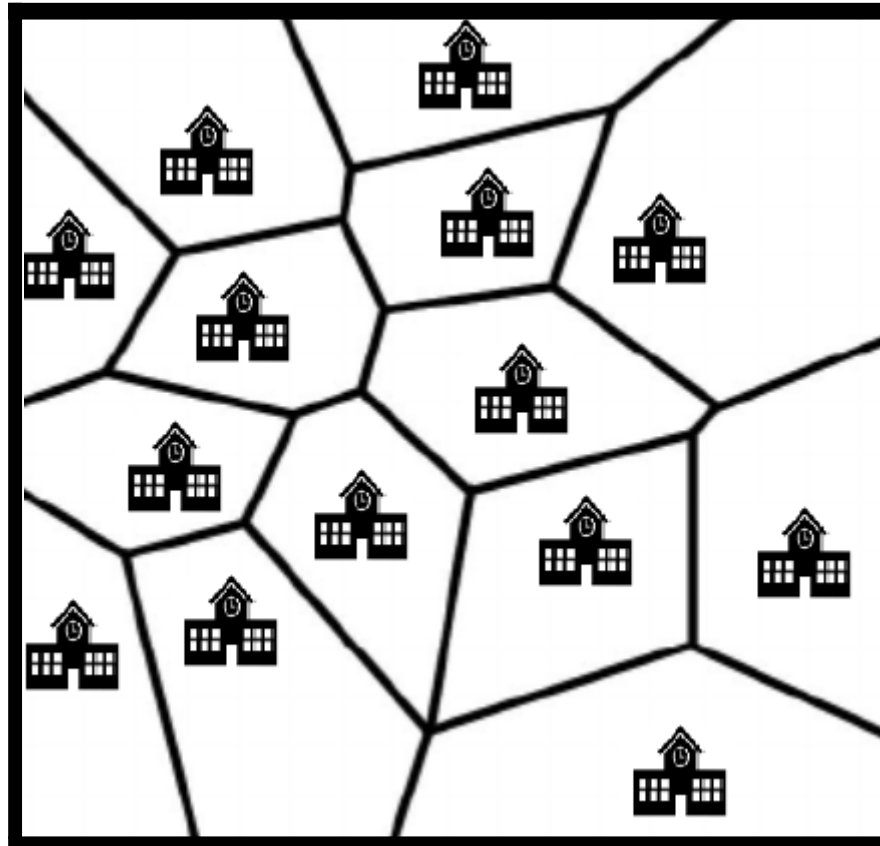
(a)



(b)

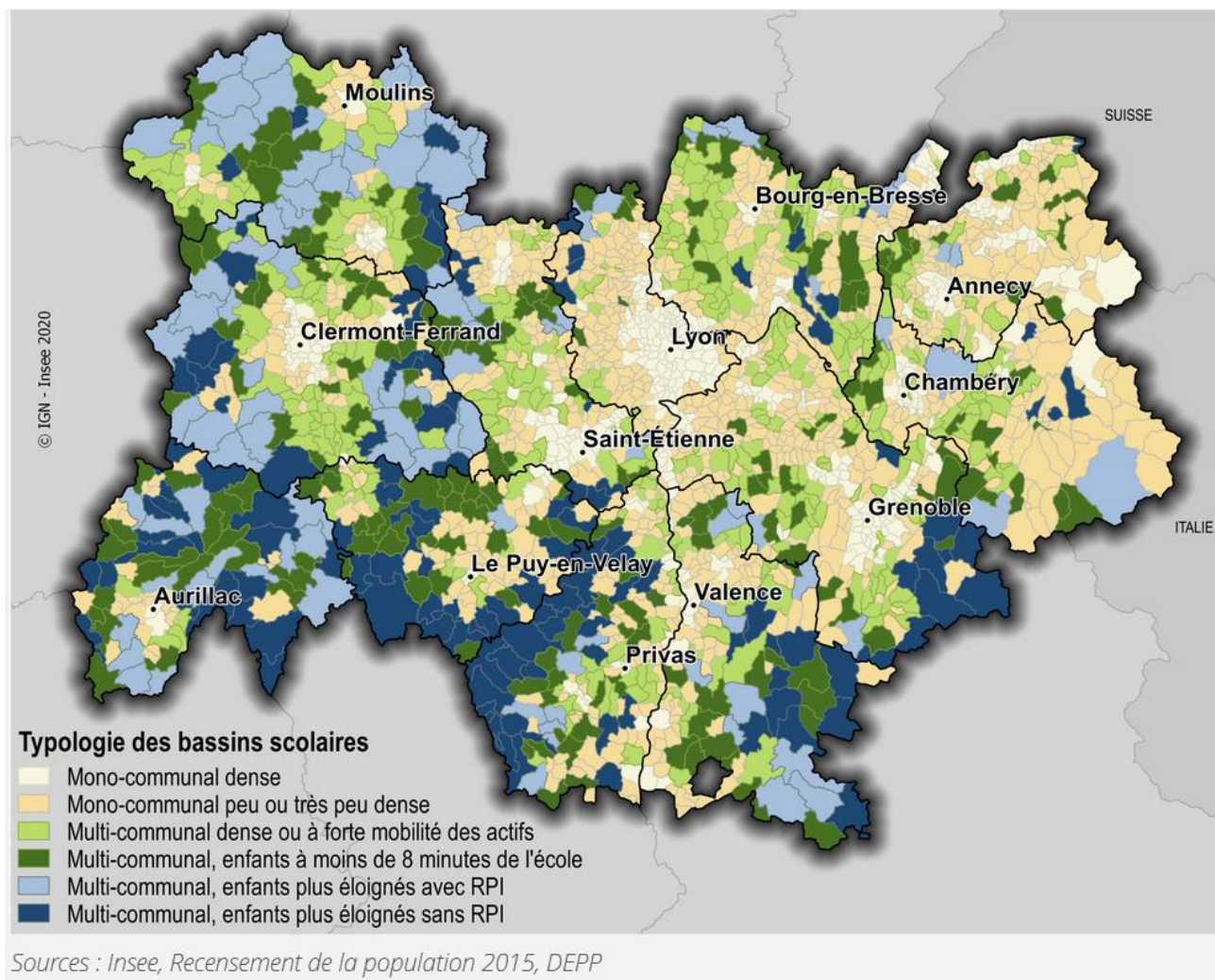
Figure 7

III) Application dans l'implémentation d'une école



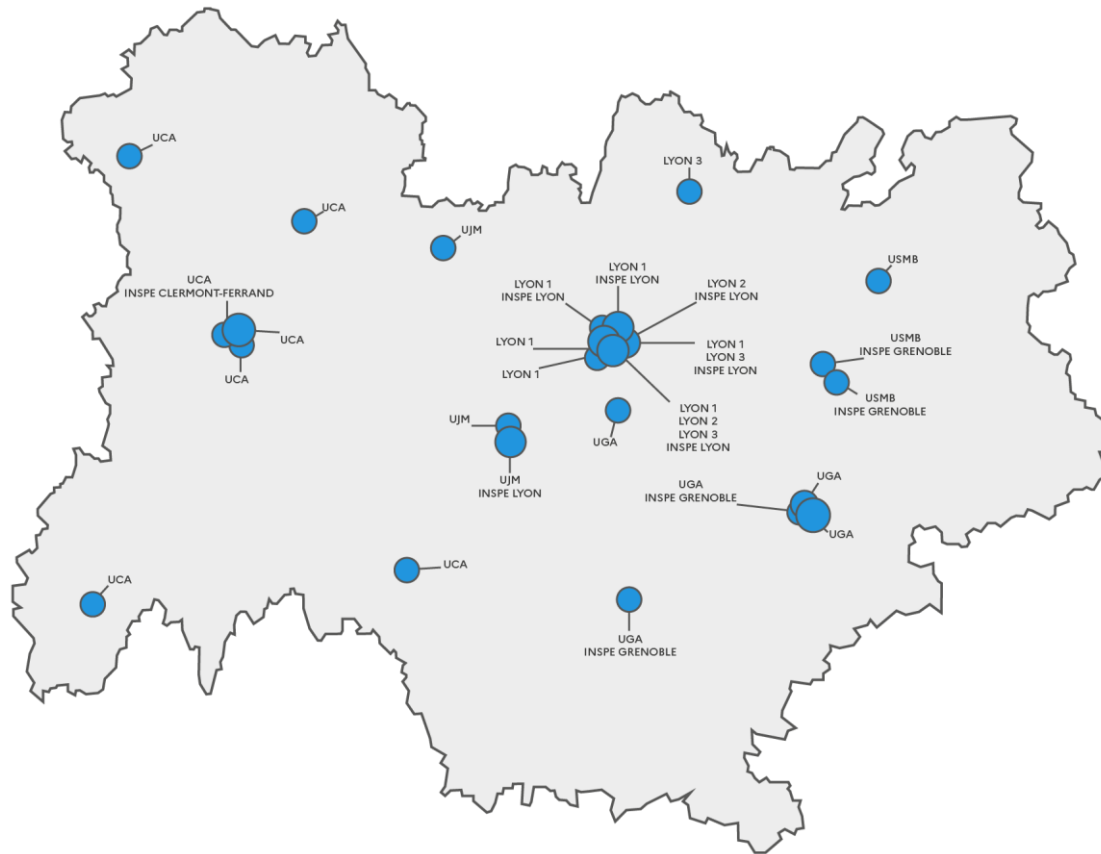
III) Application dans l'implémentation d'une école

1. Application à l'Auvergne Rhône-Alpes



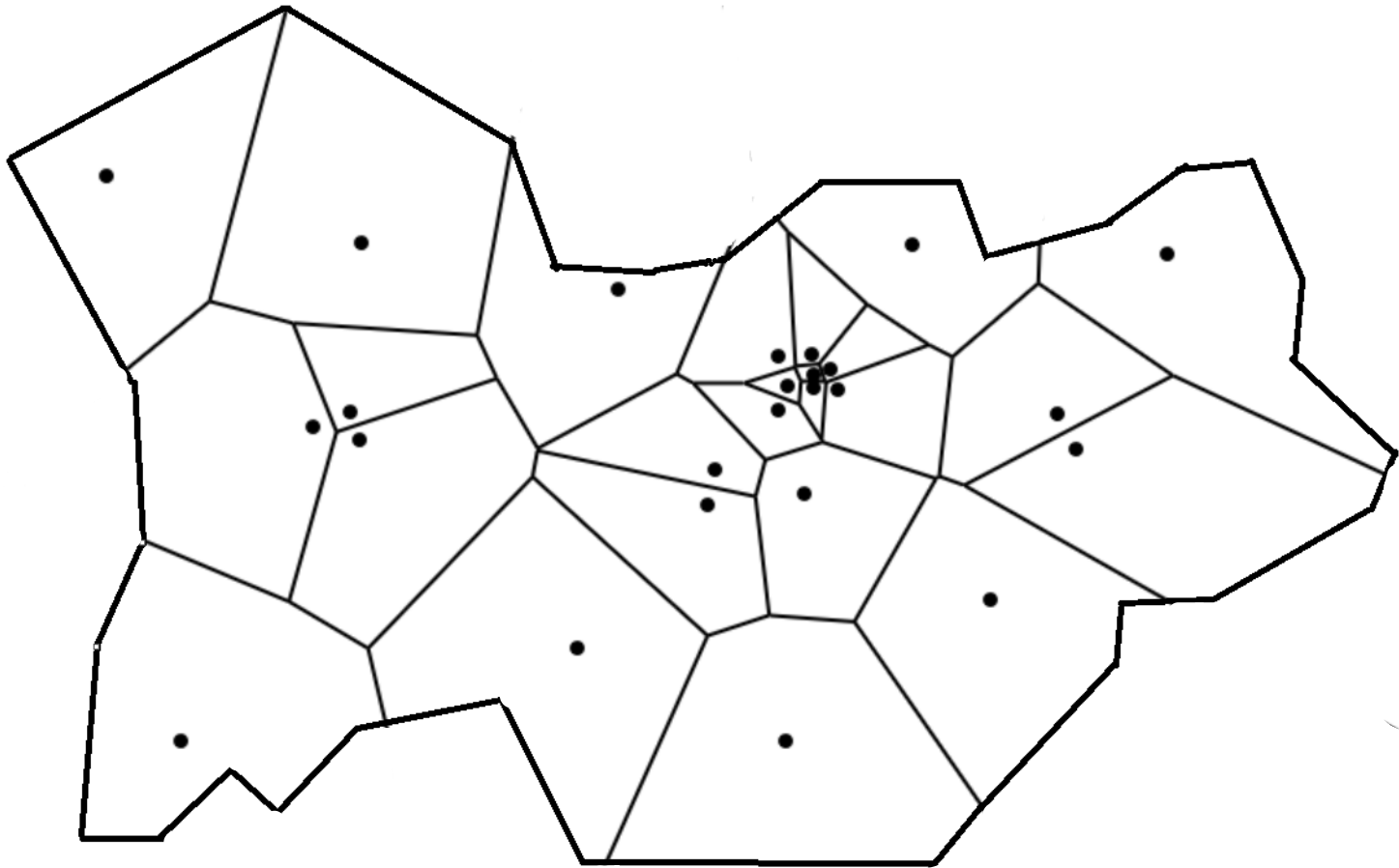
III) Application dans l'implémentation d'une école

1. Application à l'Auvergne Rhône-Alpes



III) Application dans l'implémentation d'une école

1. Application à l'Auvergne Rhône-Alpes



III) Application dans l'implémentation d'une école

2. Faiblesses du modèle

- Prise en compte de la densité de population.
- Prise en compte de la topologie.
- Distance à vol d'oiseau.

Conclusion

- **Objectif** : proposer une stratégie permettant l'implémentation d'une école à l'emplacement idéal.
- **Modèle** : diagramme de Voronoï.
- **Démarche** : se servir du diagramme pour déterminer les zones les plus éloignées des centres d'enseignements.
- **Résultat** : modèle fonctionnel seulement si la proximité est le seul problème.
- **Améliorations** : ajouter les informations concernant la topologie et la densité de population.

Annexe

- Entrée : l germs P_1, \dots, P_l , diagramme de Voronoï V_{l-1} et candidat initial P_i
- Sortie : La germe la plus proche de P_i

- Etape 1

Parmi les germes adjacentes à P_i , trouver P_j tel que

$$d(P_j, P_i) = \min_k (d(P_k, P_i))$$

où les P_k sont tous les germes adjacent à P_i

- Etape 2

Si $d(P_i, P_i) \leq d(P_j, P_i)$

Renvoyer P_i

Sinon $P_i \leftarrow P_j$ et retour à Etape 1