

# Implantation stratégique d'une école avec un diagramme de Voronoï

Matéo CHARLES-MENNIER

Filière MPI, années 2022-2023, SCEI : 48162

# Sommaire

## I) Implémentation du diagramme de Voronoï

1. Structure de donnée « Winged-Edge »
2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï

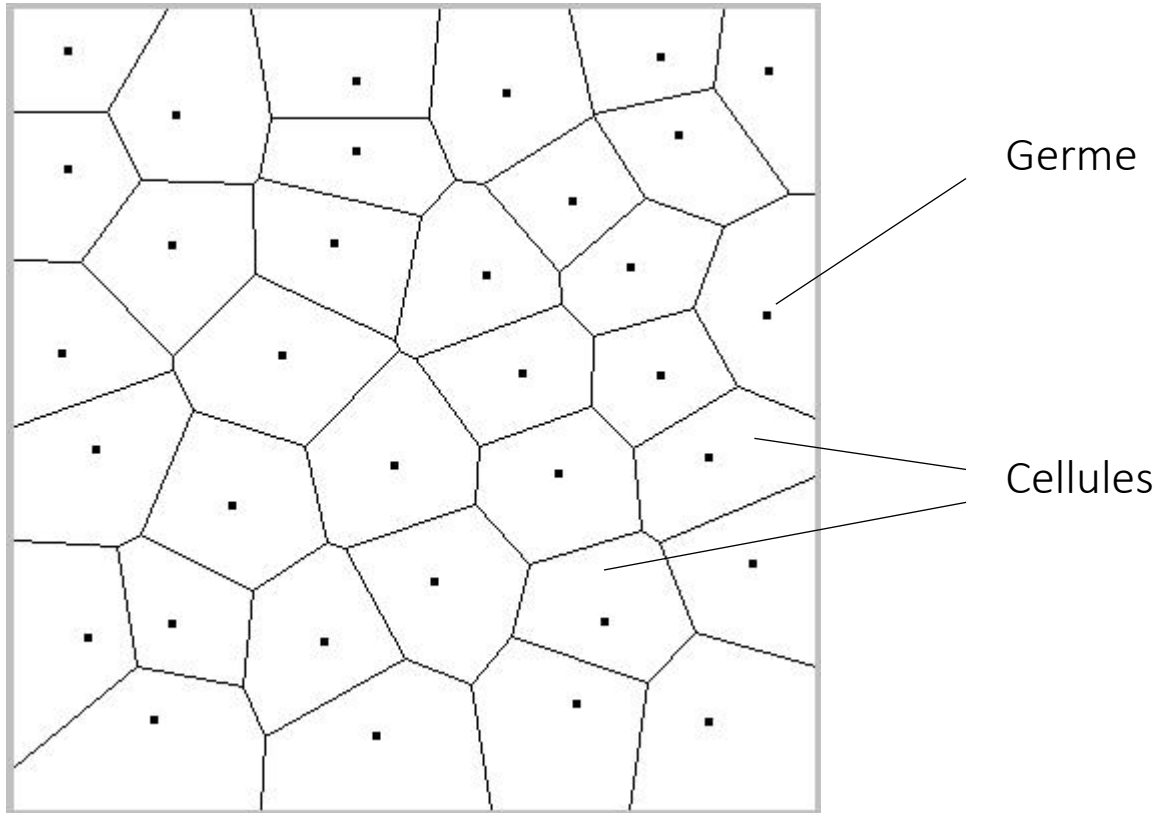
## II) Optimisation de la complexité

1. Recherche des plus proches voisins
2. Arbre quaternaire et technique de « bucketing »

## III) Application dans l'implémentation d'une école

1. Application à [entrer ville(s)]
2. Faiblesses du modèle

# I) Implémentation du diagramme de Voronoï



# I) Implémentation du diagramme de Voronoï

## 1. Structure de donnée « Winged-Edge »

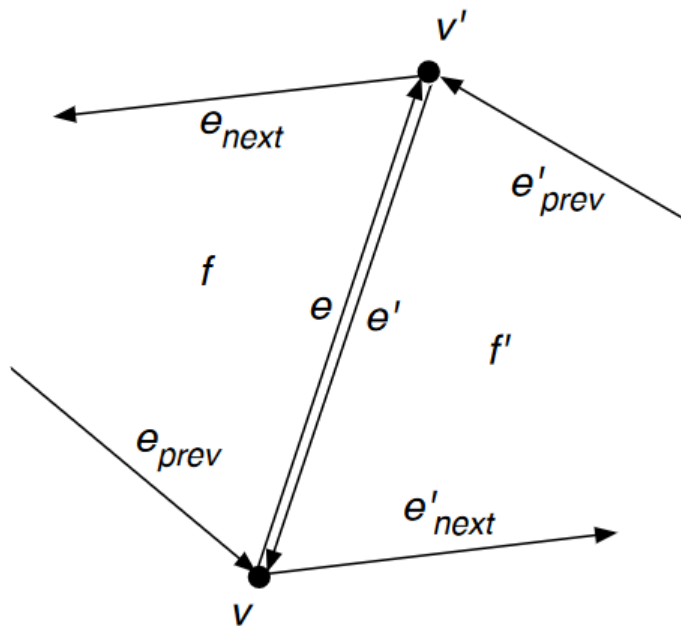


Figure 1

$e$  : arête  
 $v$  : sommet  
 $f$  : face à gauche de  $e$   
 $e_{prev}$  : arête précédente  
 $e_{next}$  : arête suivante  
 $e'$  : arête miroir de  $e$   
 $v'$  : sommet miroir  
 $f'$  : face à gauche de  $e'$   
 $e'_{prev}$  : arête précédant  $e'$   
 $e'_{next}$  : arête suivant  $e'$

# I) Implémentation du diagramme de Voronoï

## 1. Structure de donnée « Winged-Edge »

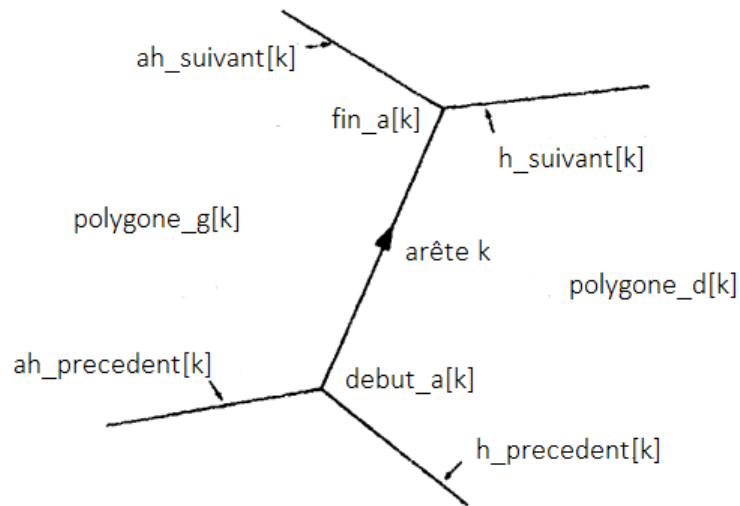


Figure 2

### Tables de hachages

indice\_a : associe à une arête (clé) un indice (valeur)

indice\_p : associe à un polygone (clé) un indice (valeur)

### Tableaux

debut\_a : sommets de départ

fin\_a : sommets de fins

h\_precedent : arêtes précédentes (horaire)

h\_suivant : arêtes suivantes (horaire)

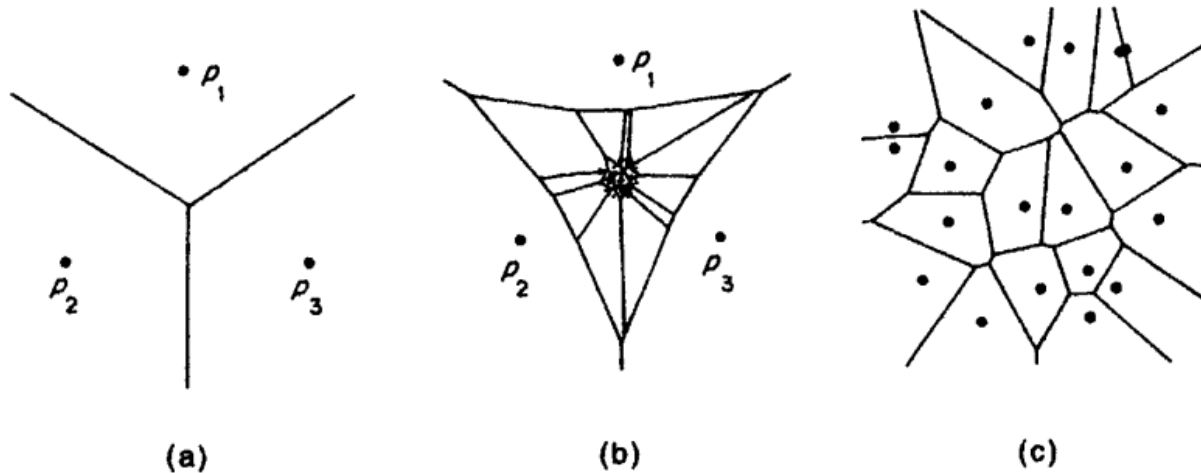
ah\_precedent : arêtes précédentes (anti-horaire)

ah\_suivant : arêtes suivantes (anti-horaire)

arete\_autour\_p : listes d'arêtes entourant un polygone

# 1) Implémentation du diagramme de Voronoï

## 2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï



$$\begin{aligned} p_1 &= (0.5, 3\sqrt{2}/2 + 0.5), \\ p_2 &= (-3\sqrt{6}/4 + 0.5, -3\sqrt{2}/4 + 0.5), \\ p_3 &= (3\sqrt{6}/4 + 0.5, -3\sqrt{2}/4 + 0.5). \end{aligned}$$

Figure 4

# 1) Implémentation du diagramme de Voronoï

## 2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï

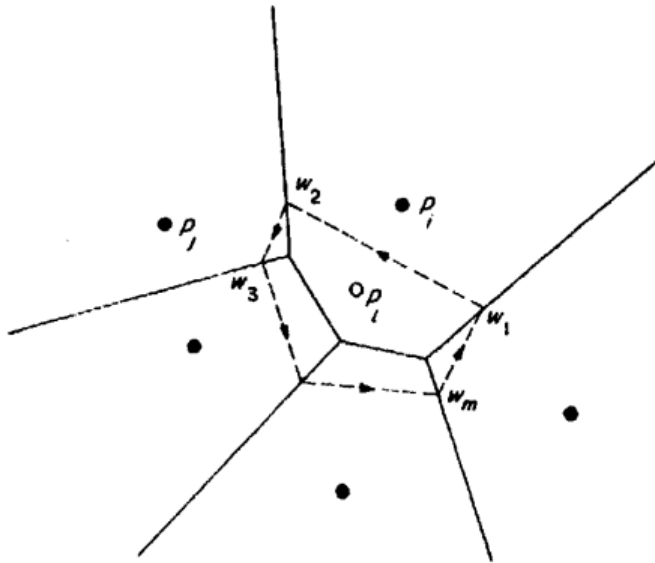
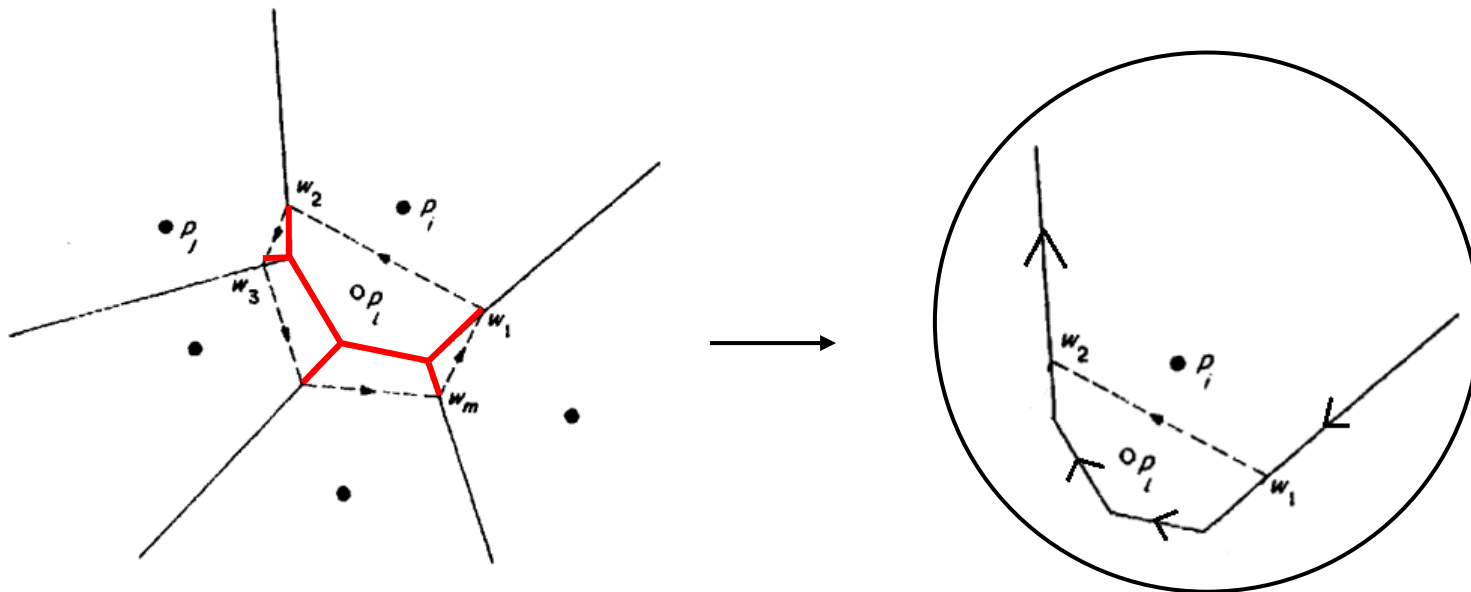


Figure 5

- Placer le nouveau germe
- Trouver dans quelle cellule il se trouve
- Tracer la médiatrice entre notre point ( $P_i$ ) et celui de la cellule dans laquelle il est ( $P_j$ )
- Itérer les médiatrices avec les autres points ( $P_j$ ) dans le sens anti-horaire

# 1) Implémentation du diagramme de Voronoï

## 2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï



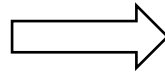


## II) Optimisation de la complexité

$O(n^2)$

Recherche de cellules naïve

Placement des points dans un  
ordre quelconque



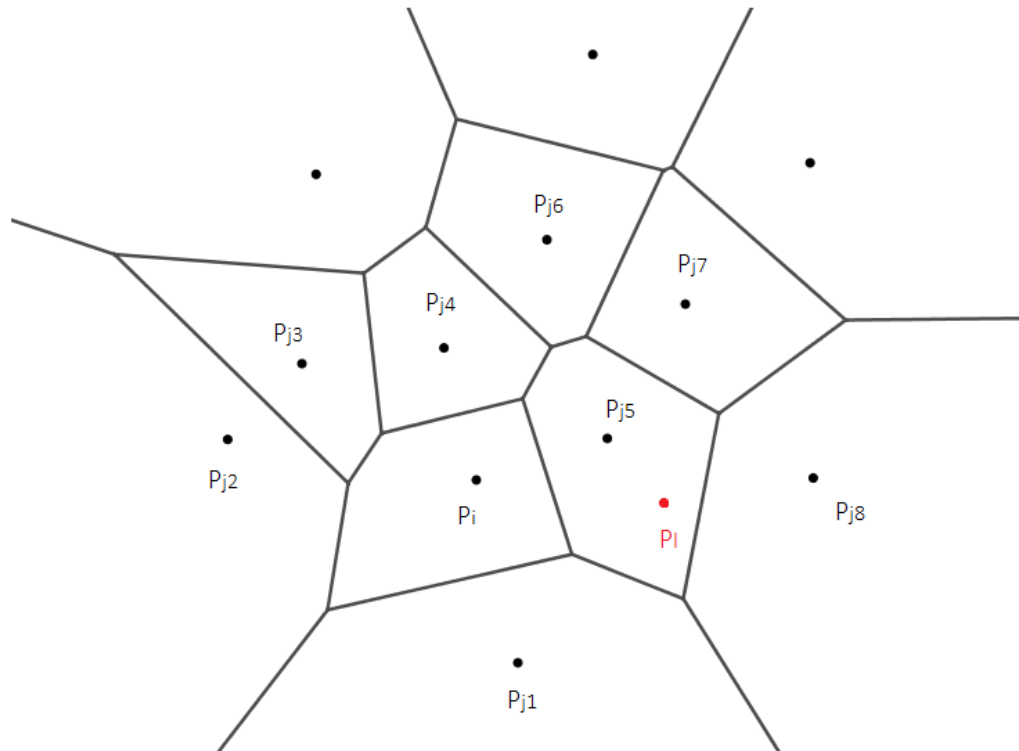
$O(n)$  en moyenne

Recherche des plus proches voisins

Uniformisation du placement avec  
un arbre quaternaire

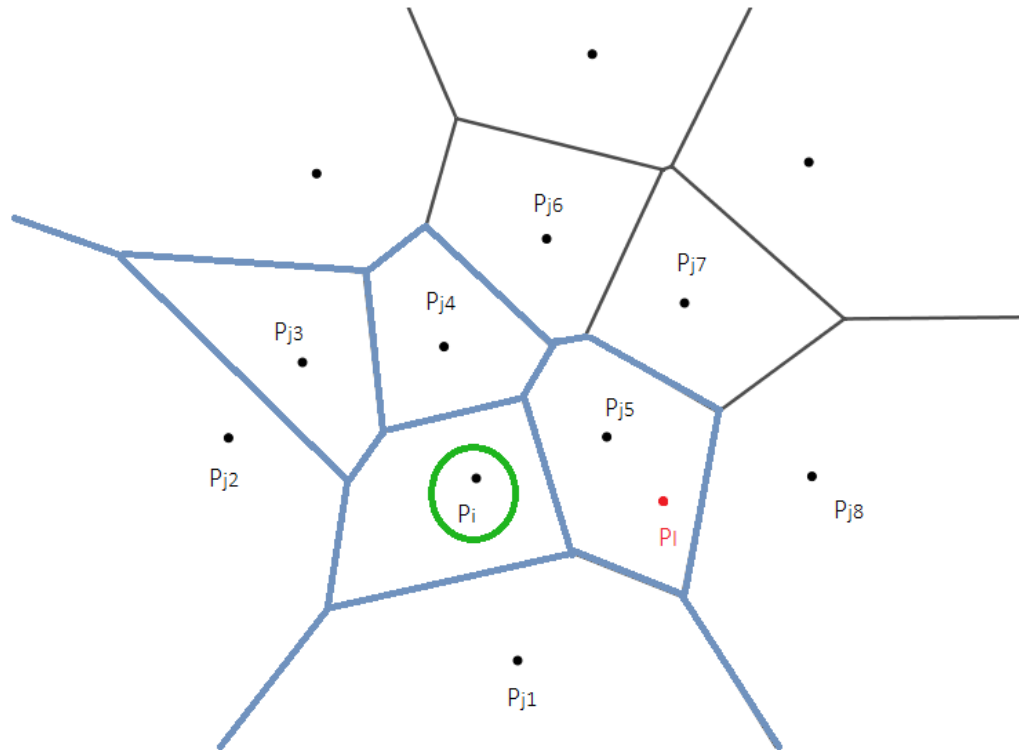
## II) Optimisation de la complexité

### 1. Recherche des plus proches voisins



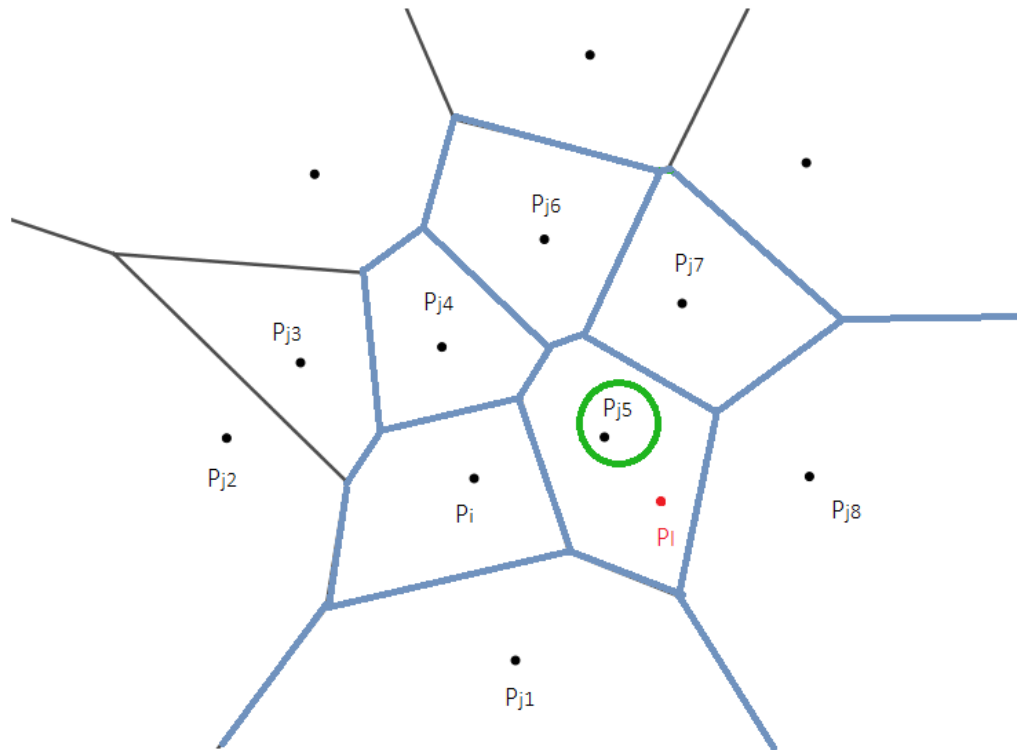
## II) Optimisation de la complexité

### 1. Recherche des plus proches voisins



## II) Optimisation de la complexité

### 1. Recherche des plus proches voisins



## II) Optimisation de la complexité

### 2. Arbre quaternaire et technique de « bucketing »

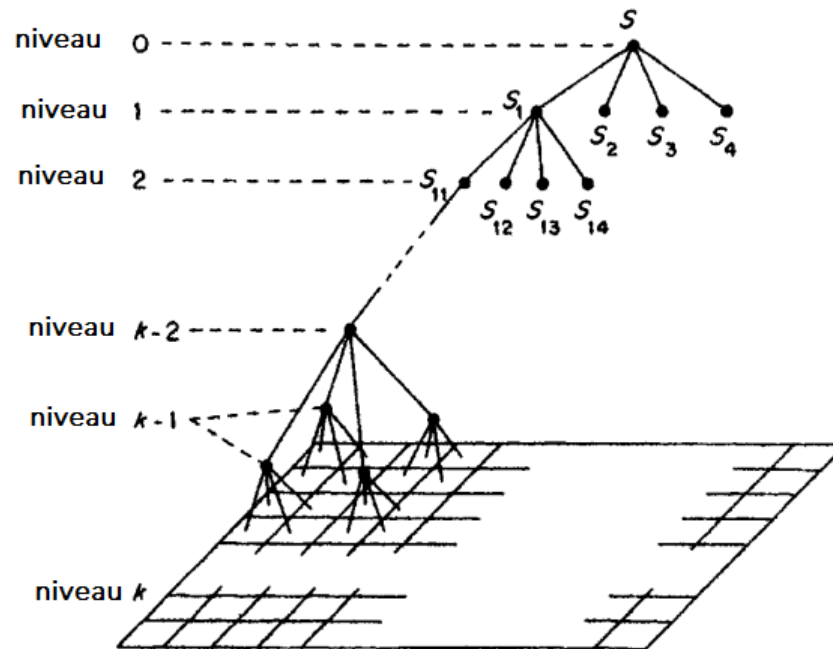
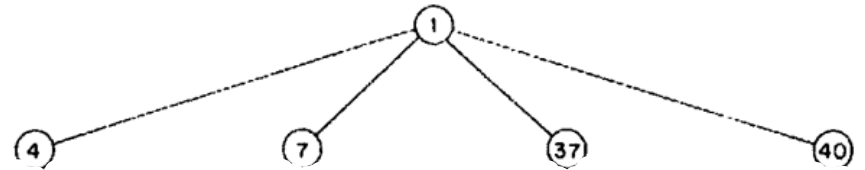
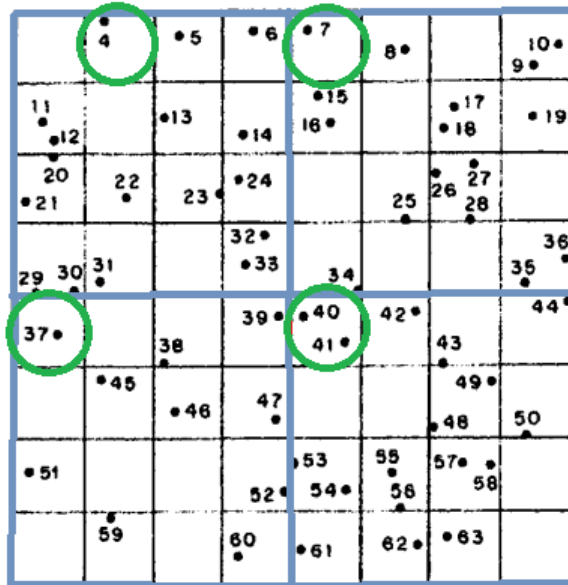


Figure 6

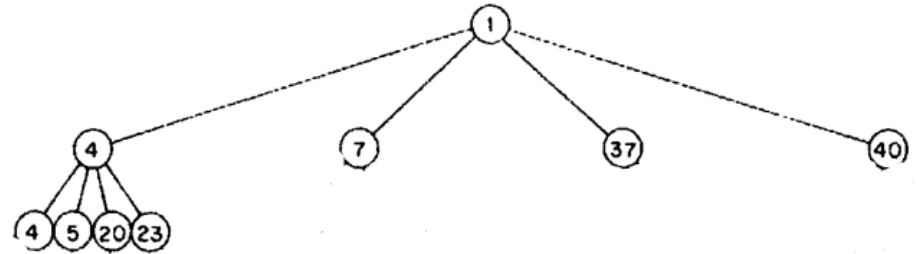
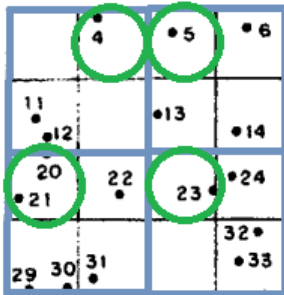
## II) Optimisation de la complexité

### 2. Arbre quaternaire et technique de « bucketing »



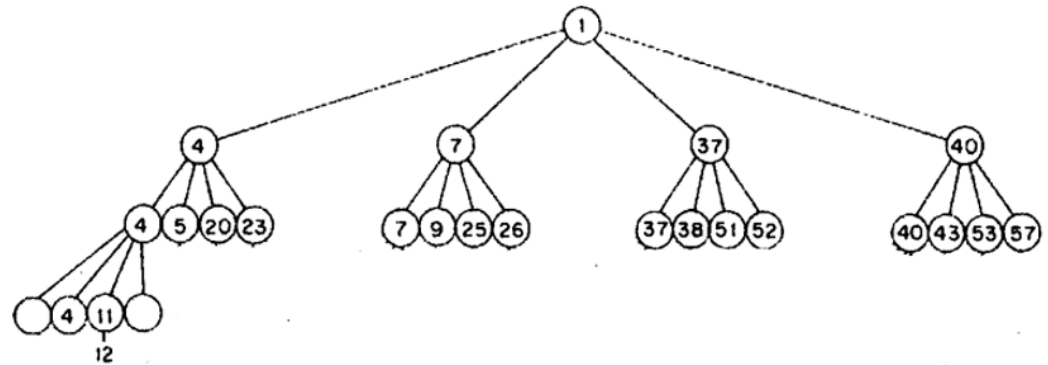
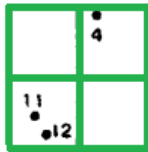
## II) Optimisation de la complexité

### 2. Arbre quaternaire et technique de « bucketing »



## II) Optimisation de la complexité

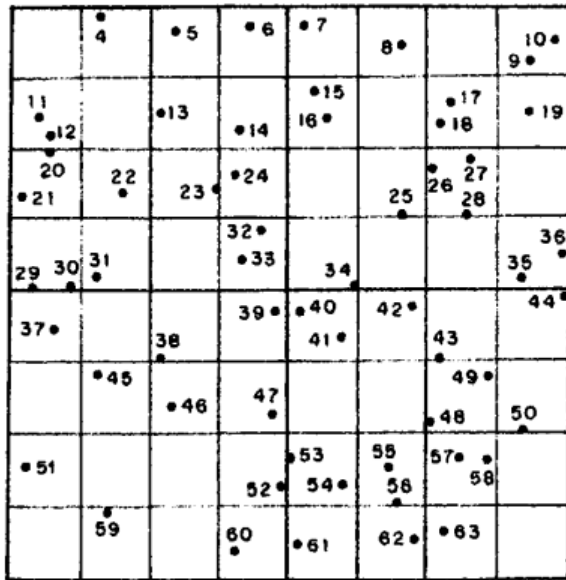
### 2. Arbre quaternaire et technique de « bucketing »



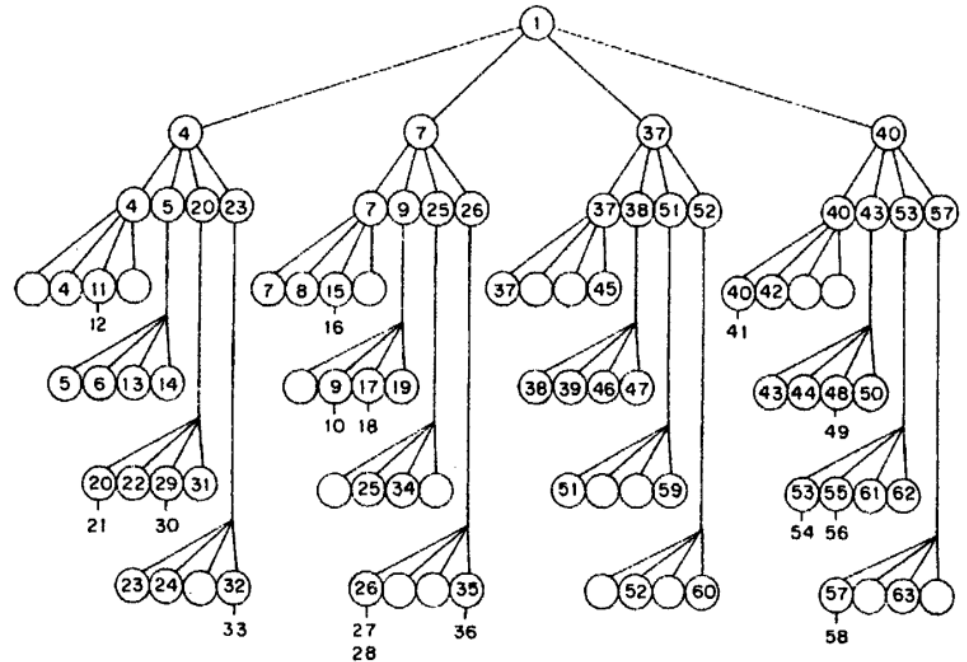


## II) Optimisation de la complexité

### 2. Arbre quaternaire et technique de « bucketing »



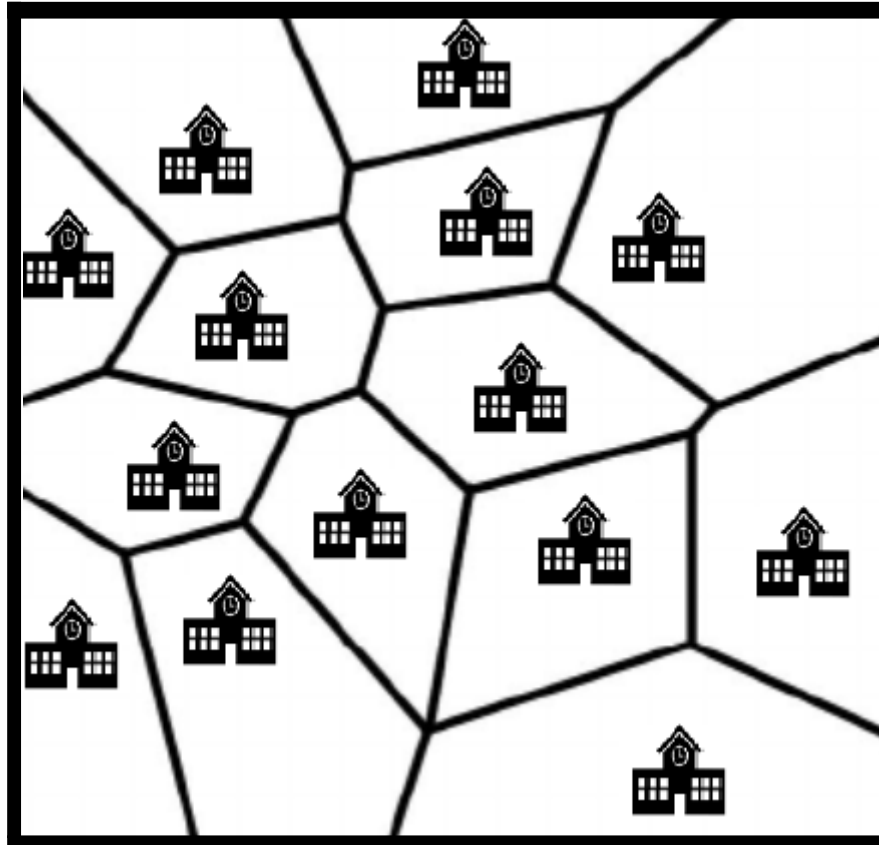
(a)



(b)

Figure 7

### III) Application dans l'implémentation d'une école



# III) Application dans l'implémentation d'une école

## 2. Faiblesses du modèle

- Prise en compte de la densité de population.
- Prise en compte de la topologie.
- Distance à vol d'oiseau.

# Conclusion

- **Objectif** : proposer une stratégie permettant l'implémentation d'une école à l'emplacement idéal.
- **Modèle** : diagramme de Voronoï.
- **Démarche** : se servir du diagramme pour déterminer les zones les plus éloignées des centres d'enseignements.
- **Résultat** : modèle fonctionnel seulement si la proximité est le seul problème.
- **Améliorations** : ajouter les informations concernant la topologie et la densité de population.

# Annexe

- Entrée : l germs  $P_1, \dots, P_l$ , diagramme de Voronoï  $V_{l-1}$  et candidat initial  $P_i$
- Sortie : La germe la plus proche de  $P_i$

- Etape 1

Parmi les germes adjacentes à  $P_i$ , trouver  $P_j$  tel que

$$d(P_j, P_i) = \min_k (d(P_k, P_i))$$

où les  $P_k$  sont tous les germes adjacent à  $P_i$

- Etape 2

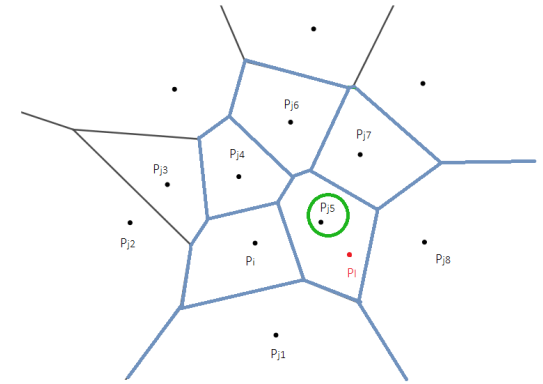
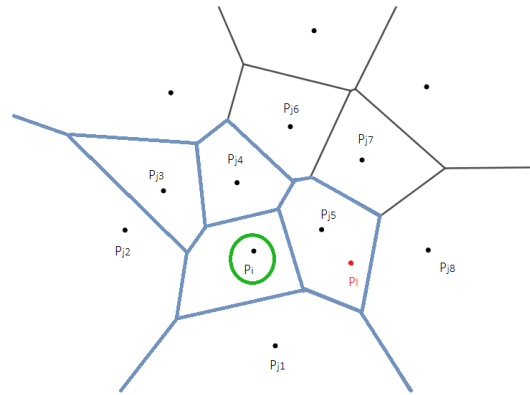
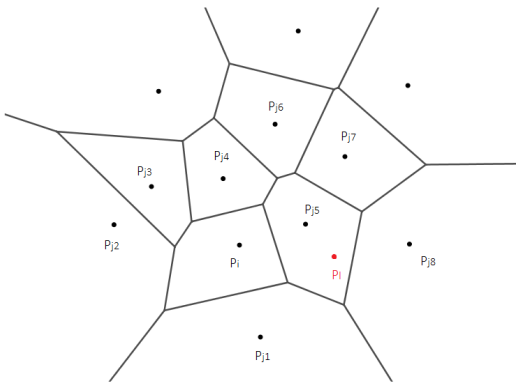
Si  $d(P_i, P_i) \leq d(P_j, P_i)$

Renvoyer  $P_i$

Sinon  $P_i \leftarrow P_j$  et retour à Etape 1

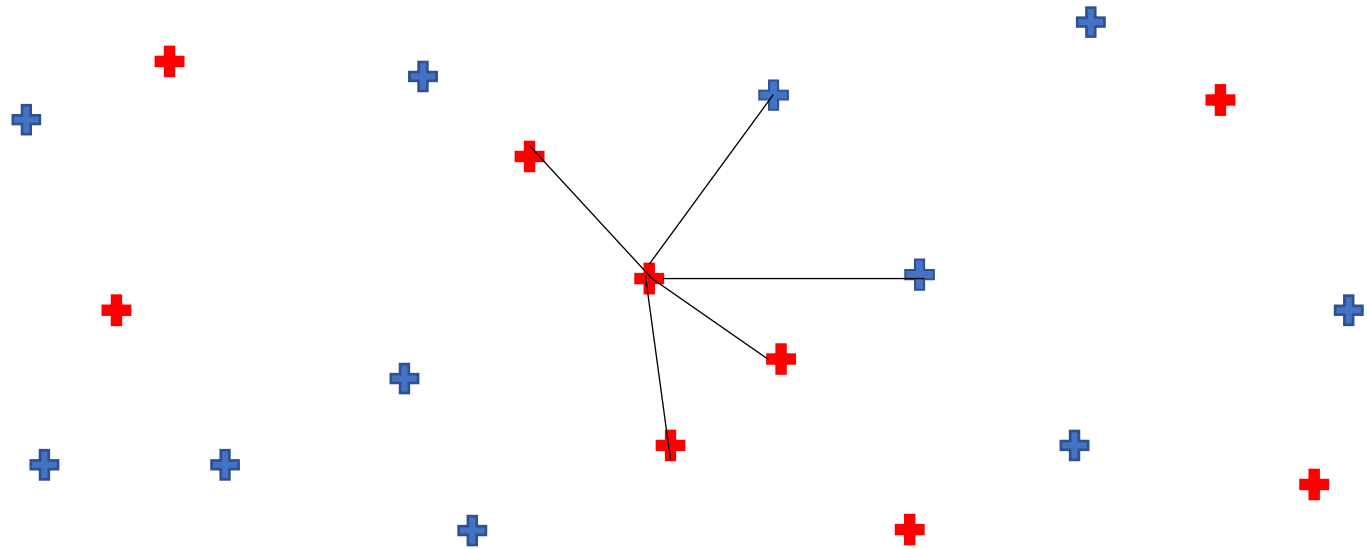
# II) Optimisation de la complexité

## 1. Recherche des plus proches voisins



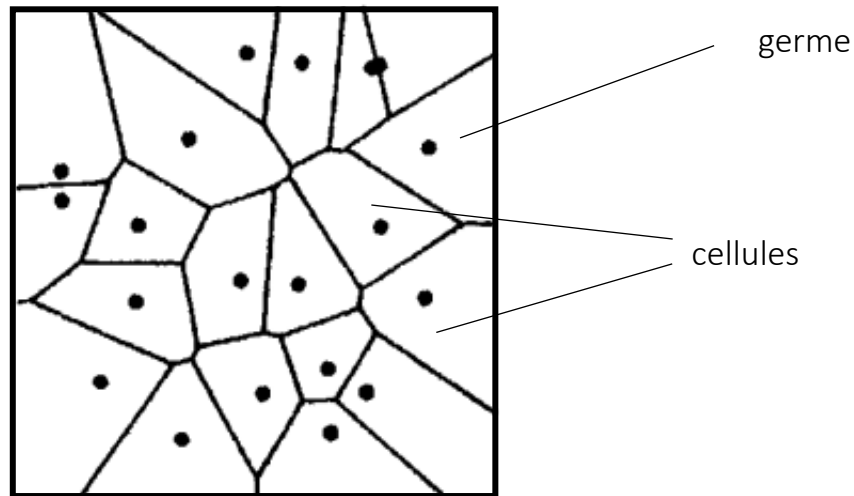
## II) Optimisation de la complexité

### 1. Recherche des plus proches voisins



# 1) Implémentation du diagramme de Voronoï

## 2. Méthode incrémentale pour le diagramme de Voronoï



*Figure 3*