

Laboratorio 1: Fundamentación Matemática y Introducción a Modelado en Pyomo

Profesores:

Carlos Andrés Lozano,
Germán Adolfo Montoya,

Profesor de Laboratorio:

Juan Andrés Mendez

1 Objetivo

El propósito de este laboratorio es **introducir a los estudiantes** en la **construcción de modelos matemáticos** aplicados a **problemas de optimización combinatoria** y **asignación de recursos**. Por medio de la construcción de modelos y su posterior implementación en Pyomo, los estudiantes aprenderán a traducir problemas del mundo real en representaciones matemáticas estructuradas, identificando: el problema a resolver, las variables clave y sus relaciones y los supuestos necesarios para la toma de decisiones. Además de las competencias técnicas, se busca cultivar una mentalidad analítica para abordar problemas complejos con *rigor matemático y computacional*.

2 Introducción

Este laboratorio, además de **introducir el proceso de construcción de modelos matemáticos**, **evalúa** de forma individual la formulación correcta de los modelos y su posterior implementación en Pyomo. De esta manera, se identifican las fortalezas y oportunidades de mejora de cada estudiante, tanto en la *capacidad de representación matemática* como en la *habilidad para traducir dichas expresiones en un entorno computacional*.

3 Problemas

3.1 Problema 1: Asignación de Tareas en un Equipo de Desarrollo Ágil

3.1.1. Descripción del Problema

Un *Scrum Master* necesita asignar un conjunto de tareas a un equipo de 4 desarrolladores. Cada tarea tiene asignados:

- Un número de **puntos de historia**, que indica el esfuerzo requerido.
- Una **prioridad**, que refleja la urgencia o relevancia de la tarea.

Para este *sprint*, la capacidad total del equipo es de **52 puntos de historia**. Es decir, la suma de los puntos de historia de todas las tareas seleccionadas no debe exceder 52.

#	Tarea	Puntos de Historia	Prioridad
1		5	Máxima
2		3	Media alta
3		13	Alta
4		1	Media baja
5		21	Mínima
6		2	Media
7		2	Alta
8		5	Alta
9		8	Baja
10		13	Máxima
11		21	Alta

Cuadro 1: Lista de tareas, con sus puntos de historia y prioridades respectivas. Para simplificar el proceso de optimización, se recomienda asignar un valor numérico concreto a cada nivel de prioridad.

3.1.2. Instrucciones

1. Modelado matemático

a) Parte A:

- Identifique claramente **cuál es el problema** que el Scrum Master necesita resolver.
- Realice todas las **suposiciones** para la delimitación del modelo.
- Identifique las **variables clave** para la resolución del problema y clasifíquelas.
- Establezca los **parámetros** que deben ser incluidos en el modelo matemático para la solución del problema.
- Formule matemáticamente las **relaciones** entre las variables y parámetros que pudo identificar.
- Identifique el posible **tipo de modelo** de acuerdo al análisis realizado.

b) Parte B:

- Asuma ahora que **cada desarrollador** cuenta con una capacidad máxima individual de **13 puntos de historia**.
- Modifique el modelo de la Parte A para considerar esta nueva característica de la empresa y asegurar que ningún desarrollador supere este límite.

2. Implementación en Pyomo

- I) **Escriba el modelo matemático** empleando la sintaxis de Pyomo.
- II) Implemente la **función objetivo**.
- III) Defina las **restricciones** de asignación de puntos de historia, tanto en la Parte A (capacidad global de 52 puntos) como en la Parte B (capacidad individual de 13 puntos por desarrollador).
- IV) **Resuelva el modelo** con un solver adecuado y presente los resultados:
 - En la Parte A: indicar qué tareas fueron seleccionadas.
 - En la Parte B: especificar cuál desarrollador realiza cada tarea.
- V) **Visualización de resultados:**
 - Genere un gráfico (por ejemplo, con `matplotlib`) para **mostrar las tareas seleccionadas** en cada parte.
 - En la Parte B, resalte cuál desarrollador asume cada tarea.

vi) Reporte el total de puntos de historia manejados en el sprint en cada parte.

3.2 Problema 2: Asignación de Trabajos a Trabajadores

3.2.1. Descripción del Problema

Un gerente debe asignar un conjunto de **trabajos** a un equipo de 3 trabajadores. Cada trabajo tiene un tiempo de ejecución y produce una **ganancia** económica fija. Cada trabajador cuenta con una **disponibilidad horaria** limitada. El objetivo principal es **maximizar la ganancia total** de los trabajos asignados sin exceder las horas disponibles de cada trabajador.

# Trabajador	Horas Disponibles
1	8
2	10
3	6

Cuadro 2: Horas máximas (disponibilidad) por cada trabajador.

# Trabajo	Ganancia (USD)	Tiempo (horas)
1	50	4
2	60	5
3	40	3
4	70	6
5	30	2

Cuadro 3: Ganancia y tiempo requerido para cada trabajo.

3.2.2. Instrucciones

1. Modelado matemático

a) Parte A:

- Identifique claramente **cuál es el problema** que se necesita resolver.
- Realice todas las **suposiciones** para la delimitación del modelo.
- Identifique las **variables clave** para la resolución del problema y clasifíquelas.

-
- Establezca los **parámetros** que deben ser incluidos en el modelo matemático para la solución del problema.
 - Formule matemáticamente las **relaciones** entre las variables y parámetros que pudo identificar.
 - Identifique el posible **tipo de modelo** de acuerdo al análisis realizado.

b) Parte B:

- La empresa ha experimentado un cambio en sus políticas y ahora se tienen las siguientes *limitaciones específicas* de ciertos trabajadores con determinados trabajos. Como lo son:
 - Solo el trabajador 1 puede realizar el Trabajo 1.
 - El Trabajo 3 no puede ser realizado por el trabajador 2.
- Modifique el modelo de la Parte A para incorporar dichas condiciones especiales.

2. Implementación en Pyomo

- i) Escriba el modelo matemático** utilizando la sintaxis de Pyomo.
- ii) Implemente la función objetivo** para maximizar la ganancia total.
- iii) Defina las restricciones** de asignación de trabajos, considerando la disponibilidad horaria (Parte A) y las restricciones adicionales (Parte B).
- iv) Resuelva el modelo** con el solver adecuado y presente:
 - La **ganancia total** obtenida.
 - La **asignación** de trabajos resultante para cada trabajador.
- v) Visualización:**
 - En la Parte A, muestre cuáles trabajos fueron asignados a cada trabajador y cuanto tiempo total se utilizó.
 - En la Parte B, indique cómo cambian las asignaciones al agregar las restricciones específicas, resaltando los cambios.

3.3 Problema 3: Misión Humanitaria en Zambia

3.3.1. Descripción del Problema

Se desea transportar **recursos esenciales** a distintas zonas de Zambia utilizando una **flota de 3 aviones**, con el propósito de **realizar la mejor distribución posible** los recursos enviados. Cada recurso posee un **peso** y un **volumen** determinados, y cada avión tiene capacidad límite tanto de peso como de volumen.

Además, se presentan las siguientes **limitaciones logísticas**:

- **Seguridad de Medicamentos:** Las medicinas no pueden ser transportadas en el Avión 1.
- **Compatibilidad de Equipos Médicos y Agua Potable:** No pueden viajar en el mismo avión para evitar contaminación cruzada.

3.3.2. Datos del Problema

Recursos: Valor, Peso (TON) y Volumen (m^3) por unidad

Recurso	Valor	Peso (TON)	Volumen (m^3)
Alimentos Básicos	50	15	8
Medicinas	100	5	2
Equipos Médicos	120	20	10
Agua Potable	60	18	12
Mantas	40	10	6

Cuadro 4: Valor, peso y volumen de cada recurso disponible.

Aviones: Capacidad de Peso (TON) y Volumen (m^3)

Avión	Capacidad (TON)	Capacidad (m^3)
1	30	25
2	40	30
3	50	35

Cuadro 5: Capacidades de peso y volumen para cada avión.

3.3.3. Instrucciones

1. Modelado matemático

- Identifique claramente **cuál es el problema** que se necesita resolver.
- Realice todas las **suposiciones** para la delimitación del modelo.
- Identifique las **variables clave** para la resolución del problema y clasifíquelas.
- Establezca los **parámetros** que deben ser incluidos en el modelo matemático para la solución del problema.
- Formule matemáticamente las **relaciones** entre las variables y parámetros que pudo identificar.
- Identifique el posible **tipo de modelo** de acuerdo al análisis realizado.

2. Implementación en Pyomo

- I) **Escriba el modelo matemático** en Pyomo.
- II) Implemente la **función objetivo** para maximizar el valor total.
- III) Defina las **limitaciones** de capacidad (peso y volumen) y de **seguridad y compatibilidad**.
- IV) **Resuelva el modelo** y analice los resultados:
 - Indique cuál es el **valor total** alcanzado.
 - Muestre la **asignación** de recursos a cada avión, detallando cuánto peso y volumen se utiliza en cada uno.

4 Entregables

- **Primera Entrega (Documento Escrito; Valor: 50 %):**
 - Presentar la **formulación matemática** completa de cada problema, incluyendo:
 - **Definición del problema a resolver** (en palabras).
 - **Determinación de las suposiciones** (en palabras).
 - **Identificación de los parámetros:** defina matemáticamente los parámetros junto con los índices que requiere (si aplica) e indique qué significa cada uno de ellos.
 - **Identificación de las variables:** defina matemáticamente las variables de decisión junto con los índices que requieren (si aplica) e indique qué significa cada una de las variables de decisión. Adicionalmente, indique los valores que podrían asumir las variables de acuerdo al contexto del problema.
 - **Definición matemática de las interrelaciones entre las variables:** exprese matemáticamente la función objetivo y las restricciones del problema.
 - **Identificación del posible tipo de modelo:** Determinar si el modelo corresponde a un modelo LP, MIP, entre otros.
 - El documento debe ser claro y organizado, describiendo de forma coherente cómo se modela cada parte (A y B) para los tres problemas.
 - Se recomienda usar \LaTeX o un **Jupyter Notebook** para la redacción, asegurando buena presentación de las fórmulas y notación.

Fecha de Entrega: Miércoles 5 de febrero, 23:59.

- **Segunda Entrega (Implementación en Pyomo; Valor: 50 %):**
 - Proveer el código fuente con la **implementación computacional** de los modelos en Pyomo, organizando los problemas en secciones o archivos separados.
 - Mostrar cómo se definen los **parámetros** y las **variables** en Pyomo, así como la función objetivo y las restricciones.
 - Incluir **resultados numéricos y gráficos** (cuando aplique) que ilustren:

-
- La solución óptima encontrada.
 - El valor total de la función objetivo.
 - Las asignaciones o selecciones realizadas (en caso de problemas de asignación).
 - Acompañar el código con un **breve reporte** que explique cómo se ejecuta y qué resultados se esperan.

Fecha de Entrega: Miércoles 12 de febrero, 23:59.

Tener en cuenta:

- No se reciben entregas por fuera del plazo máximo y tampoco por correo. Las entregas solo se reciben por **Bloque Neón**.
- Este laboratorio se puede entregar en parejas.