

## Prueba N°2

Instrumentos Derivados  
Profesor: Francisco Rantul  
FAEFI003

Nombre Y Rut:

---

### Instrucciones:

- La evaluación será hasta las **12:50 pm**.
  - Escribir nombre en el borde superior de las hojas de respuesta./ Rellenar todos los datos de manera correcta en la hoja de respuestas.
  - Escribir el desarrollo completo de cada ejercicio, **se descontarán puntos a respuestas sin desarrollo**.
  - **No se permiten preguntas sobre la materia**.
  - Se sugiere responder de forma concisa (ahorre tiempo respondiendo de forma directa y clara).
  - Está prohibido el uso de aparatos electrónicos distintos a la calculadora.
  - A quien se detecte copiando será evaluado con la nota mínima y deberá retirarse de la sala enfrentando el debido proceso.
- 

### Pregunta 1 Árbol Binomial [30 pts]

El precio hoy ( $t = 0$ ) de una acción no paga dividendos es de \$105. Cada mes se espera que el precio de la acción suba en un factor de  $u = 1/d = e^{\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}}$  o baje por un factor de  $d = 1/u = e^{-\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}}$ . La tasa libre de riesgo es de 4% anual continua. La volatilidad del activo es  $\sigma = 0.30\%$ . Use convención 30/360.

- [10 pts] Calcule el valor de una opción put europea que vence en 2 meses con Strike Price  $K = \$103$ .
- [10 pts] Calcule el valor de una opción put americana que vence en 2 meses con Strike Price  $K = \$103$ .
- [10 pts] Estime el valor de la call europea usando la Paridad Put-Call.

### Pregunta 2 Black-Scholes-Merton [20 pts]

El precio spot de la acción de LAN S.A. hoy es de \$50, la volatilidad sobre el precio de la acción es de 40%, y el rendimiento de los Bonos del Tesoro Norteamericano es de 5.5% anual continuo.

- [20 pts] Calcule el valor de la Opción call Europea y el valor de la Put Europea del activo subyacente del enunciado (LAN S.A.). En ambos contratos asuma un Strike Price de  $K = \$60$  y asuma un plazo de duración de 1 año. **HINT:** Use 4 decimales.

	d_1		
	-0,5503	-0,3149	-0,1183
N(d_1)	0,2911	0,3764	0,4529
N(-d_1)	0,7089	0,6236	0,5471

  

	d_2		
	0,7388	-0,5183	-0,6172
N(d_2)	0,7700	0,3021	0,2686
N(-d_2)	0,23	0,6979	0,7314

### Pregunta 3 Distribución de Acciones y lema de Itô [20 pts]

Usted observa un activo cuyo precio hoy es de  $S_0 = 25$ , el precio tiene distribución lognormal. Utilizando datos históricos, usted calculó un retorno esperado del  $\mu = 0.1$  y un desvío estándar de  $\sigma = 0.22$ .

- a) [10 pts] Calcule el rango de valores que podría alcanzar  $S_T$  en 2 años con una confianza del 95% de probabilidad. **HINT:** use valor crítico  $\pm 1.96$ .
- b) [10 pts] Asuma que  $f$  es una función que depende de  $S_t$  (el activo subyacente de un instrumento derivado), donde  $f = \ln S$ . Desarrolle el lema de Itô:

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

Señale cuál es la pendiente del proceso  $df$ . **HINT:** Recordar que  $d \ln(x) = 1/x$ ,  $d^2 \ln(x) = -1/x^2$  y  $\partial f / \partial t = 0$ .

#### Formulario

##### Distribución:

$$\ln(S_T) \sim \mathcal{N} \left[ \ln(S_0) + \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot T, \sigma^2 \cdot T \right]$$

##### Binomial:

$$p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u - d}$$

$$f_{call} = \max[(S_t - K), 0], \quad t = T$$

$$f_{eur} = e^{-r \cdot \Delta t} \cdot (p \cdot f_u + (1 - p) \cdot f_d), \quad t < T$$

$$f_{am \ call} = \max[(S_t - K), f_{eur}], \quad t \leq T$$

##### Opciones:

$$c = S_0 \cdot \mathcal{N}(d_1) - K \cdot e^{-r \cdot (T)} \cdot \mathcal{N}(d_2)$$

$$p = K \cdot e^{-r \cdot (T)} \cdot \mathcal{N}(-d_2) - S_0 \cdot \mathcal{N}(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$$

$$S_0 + p = K \cdot e^{-r \cdot T} + c$$

## **Pregunta 1**

**Datos:**  $S_0 = 105$ ,  $K = 103$ ,  $r = 0.04$ ,  $\sigma = 0.30$ ,  $\Delta = 1/12$ ,  $T = 2/12$ ,  $n = 2$ .

**Desarrollo Parte a)**

**Desarrollo Parte b)**

**Desarrollo Parte c)**

## **Pregunta 2**

**Datos:**  $S_0 = 50$ ,  $K = 60$ ,  $r = 0.04$ ,  $\sigma = 0.40$ ,  $T = 1$ .

**Desarrollo Parte a)**

## **Pregunta 3**

**Datos:**  $S_0 = 25$ ,  $r = 0.1$ ,  $\sigma = 0.22$ ,  $T = 2$ .

**Desarrollo Parte a)**

**Desarrollo Parte b)**