

Ayudantía N^o1: Curva Cero

Curso: Instrumentos Derivados

Profesor: Francisco Rantul

Ayudante: Mateo Canales

Los precios de los pagarés descontables del Banco Central de Chile (PDBC) a 6 meses y a 1 año son de \$94 y \$89 respectivamente los cuales pagan \$100.

Un bono del Banco Central de Chile en pesos (BCP) a 1,5 años que paga cupón de \$4 cada 6 meses tiene un precio de \$94,84. Un BCP a 2 años que paga cupón de \$5 cada 6 meses tiene un precio de \$97,12.

Preguntas

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿Por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?
- d) Considerando que usted tiene la información de la curva cero, la curva *forward* y la curva de las *yields* de los bonos de gobierno. Señale qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos *forward*.
- e) ¿Cuál es el rol de las probabilidades neutrales al riesgo en d)?, ¿Qué rol juega la condición de no arbitraje?
- f) Calcule el punto a) utilizando matrices en Excel/R/Phyton.

Respuestas

a) Cálculo de la Curva Cero (capitalización continua)

Fórmula de Interés Continuo

$$F = P \cdot e^{-rt}$$

Donde:

- F es el valor futuro del instrumento o flujo.
- P es el valor presente (monto actual o precio del instrumento).
- r es la tasa de interés continua expresada en forma decimal.
- t es el tiempo al vencimiento en años.
- e es la base de los logaritmos naturales, aproximadamente igual a 2.71828.

PDBC a 6 meses:

$$\begin{aligned}100e^{-r \cdot \frac{6}{12}} &= 94 \\e^{-r \cdot 0.5} &= \frac{94}{100} \\-r \cdot 0.5 &= \ln\left(\frac{94}{100}\right) \\r &= -\frac{\ln(0.94)}{0.5} = 0.1238 = 12,38\%\end{aligned}$$

PDBC a 1 año:

$$\begin{aligned}100e^{-r \cdot 1} &= 89 \\e^{-r} &= \frac{89}{100} \\r &= -\ln\left(\frac{89}{100}\right) = 0.1165 = 11,65\%\end{aligned}$$

Bono a 1,5 años:

$$\begin{aligned}4e^{-0.1238 \cdot 0.5} + 4e^{-0.1165 \cdot 1} + 104e^{-r \cdot 1.5} &= 94.84 \\3.76 + 3.56 + 104e^{-r \cdot 1.5} &= 94.84 \\104e^{-r \cdot 1.5} &= 94.84 - 3.76 - 3.56 = 87.52 \\e^{-r \cdot 1.5} &= \frac{87.52}{104} = 0.8415 \\r &= -\frac{\ln(0.8415)}{1.5} = 0.115 = 11,5\%\end{aligned}$$

Bono a 2 años:

$$5e^{-0.1238 \cdot 0.5} + 5e^{-0.1165 \cdot 1} + 5e^{-0.115 \cdot 1.5} + 105e^{-r \cdot 2} = 97.12$$

$$4.70 + 4.45 + 4.21 + 105e^{-r \cdot 2} = 97.12$$

$$105e^{-r \cdot 2} = 97.12 - 4.70 - 4.45 - 4.21 = 83.76$$

$$e^{-r \cdot 2} = \frac{83.76}{105} = 0.7977$$

$$r = -\frac{\ln(0.7977)}{2} = 0.113 = 11,3\%$$

b) Gráfico y comentario de la pendiente

Como la pendiente de la curva cero es negativa, la pendiente de la curva de bonos del BCCh (con cupones) también es negativa (ambas curvas siempre tienen la misma pendiente). El factor que explica el *spread* entre ambas curvas es el cupón. A mayor madurez, el *spread* aumenta porque los cupones van tomando mayor relevancia en el valor presente total de los flujos.

c) Interpretación económica de la pendiente

Si la pendiente de la curva es negativa, se espera un escenario de bajo crecimiento económico, por lo tanto, las tasas de interés serán más bajas que las observadas actualmente. De forma indirecta, se espera que el BCCh buscará incentivar el consumo disminuyendo la TPM. Esto sugiere una mayor probabilidad de recesión.

d) Curva para valorar contratos forward

Para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos *forward*, se debe utilizar la curva cero, es decir, las tasas de los bonos de gobierno sin el efecto de los cupones (*bootstrapping*).

e) Probabilidades neutrales al riesgo y no arbitraje

En una economía con probabilidades neutrales al riesgo, el retorno esperado de los instrumentos financieros es la tasa libre de riesgo. Por lo tanto, los instrumentos se valorizan descontando los flujos a la tasa libre de riesgo, eliminando el efecto de los cupones (curva cero). Para que existan probabilidades neutrales al riesgo no debe existir arbitraje.

$$\frac{S_{\min}}{S} < 1 + r < \frac{S_{\max}}{S}$$

f) Reproducción en Excel/R/Phyton

Replicar los cálculos del punto a) utilizando matrices en Excel, R o en Phyton.