# Ayudantía 1 Bonos Instrumentos Derivados

Profesor: Francisco Rantul

**Ayudante:** Mateo Canales

Universidad Diego Portales

02 De Abril, 2025





#### Caso

Los precios de los pagarés descontables del Banco Central de Chile  $(PDBC)^1$  a 6 meses y a 1 año son de \$94 y \$89 respectivamente, los cuales pagan \$100.

Un bono del Banco Central de Chile en pesos (BCP)  $^2$  a 1,5 años que paga cupón de \$4 cada 6 meses tiene un precio de \$94.84. Un BCP a 2 años que paga cupón de \$5 cada 6 meses tiene un precio de \$97.12.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Para más información sobre el BCP, consulte la página 45 del documento del Banco Central de Chile:



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Para más información sobre el PDBC, consulte la página 21 del documento del Banco Central de Chile:

#### Contenido

- Caso
- 2 Pregunta a)
  - Parte 1
  - Parte 2
  - Parte 3
  - Parte 4
- 3 Pregunta b)
- 4 Pregunta c)
- 5 Pregunta d)
- 6 Pregunta e)
- Pregunta f)

a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.

# Pregunta a) parte 1

#### Calcule la curva cero de 6 meses

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

# Pregunta a) parte 1

#### Calcule la curva cero de 6 meses

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

#### Pregunta a) parte 1

#### Calcule la curva cero de 6 meses

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

#### Calcule la curva cero de 6 meses

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos:

$$94 = 100 \cdot e^{-r \cdot 0.5}$$

#### Calcule la curva cero de 6 meses

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos:

$$94 = 100 \cdot e^{-r \cdot 0.5}$$

$$r = -\frac{1}{0.5} \cdot \ln \left( \frac{94}{100} \right)$$



#### Calcule la curva cero de 6 meses

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos:

$$94 = 100 \cdot e^{-r \cdot 0.5}$$

$$r = -\frac{1}{0.5} \cdot \ln \left( \frac{94}{100} \right) \approx 0.124$$



#### Calcule la curva cero de 6 meses

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos:

$$94 = 100 \cdot e^{-r \cdot 0.5}$$

Despejando r:

$$r = -\frac{1}{0.5} \cdot \ln \left( \frac{94}{100} \right) \approx 0.124$$

Resultado: La tasa cero a 6 meses es aproximadamente 12,4%

#### Pregunta a) parte 2

#### Calcule la curva cero de 1 año

**Datos:** Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

# Pregunta a) parte 2

#### Calcule la curva cero de 1 año

**Datos:** Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

# Pregunta a) parte 2

# Calcule la curva cero de 1 año

**Datos:** Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

# Pregunta a) parte 2

# Calcule la curva cero de 1 año

**Datos:** Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos:

#### Calcule la curva cero de 1 año

**Datos:** Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos: **Despejando** r:

$$r = -\ln\left(\frac{89}{100}\right)$$

#### Calcule la curva cero de 1 año

**Datos:** Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos: Despejando r:

$$r = -\ln\left(\frac{89}{100}\right) \approx 0.117$$

#### Calcule la curva cero de 1 año

**Datos:** Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos: **Despejando** *r*:

$$r = -\ln\left(\frac{89}{100}\right) \approx 0.117$$

Resultado: La tasa cero a 1 año es aproximadamente 11.66%



# Pregunta a) parte 3

#### Calcule la curva cero de 1.5 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 1.5 años = \$94.84, con cupón de \$4 cada 6 meses, Tiempo Final = 1.5.

#### Pregunta a) parte 3

#### Calcule la curva cero de 1.5 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 1.5 años = \$94.84, con cupón de \$4 cada 6 meses, Tiempo Final = 1.5. **Fórmula capitalización continua:** 

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

#### Calcule la curva cero de 1.5 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 1.5 años = \$94.84, con cupón de \$4 cada 6 meses, Tiempo Final = 1.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Cálculo:

$$94.84 = 4 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} + 4 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} + 104 \cdot e^{-r \cdot 1.5}$$

#### Calcule la curva cero de 1.5 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 1.5 años = \$94.84, con cupón de \$4 cada 6 meses, Tiempo Final = 1.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Cálculo:

$$94.84 = 4 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} + 4 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} + 104 \cdot e^{-r \cdot 1.5}$$

$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{94.84 - 4e^{-0.124 \cdot 0.5} - 4e^{-0.117 \cdot 1.0}}{104} \right)$$

# Pregunta a) parte 3 (continuación)

$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{94.84 - 4e^{-0.124 \cdot 0.5} - 4e^{-0.117 \cdot 1.0}}{104} \right)$$
$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{94.84 - 7.321}{104} \right)$$

# Pregunta a) parte 3 (continuación)

$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{94.84 - 4e^{-0.124 \cdot 0.5} - 4e^{-0.117 \cdot 1.0}}{104} \right)$$
$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{94.84 - 7.321}{104} \right)$$
$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{87.519}{104} \right)$$

# Pregunta a) parte 3 (continuación)

#### Despejando r:

$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{94.84 - 4e^{-0.124 \cdot 0.5} - 4e^{-0.117 \cdot 1.0}}{104} \right)$$
$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{94.84 - 7.321}{104} \right)$$
$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left( \frac{87.519}{104} \right) \approx 0.1151$$

Resultado: La tasa cero a 1.5 años es aproximadamente 11.51%

#### Pregunta a) parte 4

#### Calcule la curva cero de 2 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 2 años = \$97.12, con cupón de \$5 cada 6 meses, Tiempo Final (T) = 2.0.

#### Pregunta a) parte 4

#### Calcule la curva cero de 2 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 2 a $\tilde{n}$ os = \$97.12, con cupón de \$5 cada 6 meses, Tiempo Final (T) = 2.0. **Fórmula capitalización continua:** 

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

#### Calcule la curva cero de 2 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 2 años = \$97.12, con cupón de \$5 cada 6 meses, Tiempo Final (T) = 2.0. **Fórmula capitalización continua:** 

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Cálculo:

$$97.12 = 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} + 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} + 5 \cdot e^{-0.1151 \cdot 1.5} + 105 \cdot e^{-r \cdot 2.0}$$

#### Calcule la curva cero de 2 años

**Datos:** Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 2 años = \$97.12, con cupón de \$5 cada 6 meses, Tiempo Final (T) = 2.0. **Fórmula capitalización continua:** 

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Cálculo:

$$97.12 = 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} + 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} + 5 \cdot e^{-0.1151 \cdot 1.5} + 105 \cdot e^{-r \cdot 2.0}$$

$$r = -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.1151 \cdot 1.5}}{105} \right)$$

$$r = -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.115 \cdot 1.5}}{105} \right)$$

$$\begin{split} r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.115 \cdot 1.5}}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 4.701 - 4.451 - 4.198}{105} \right) \end{split}$$

$$\begin{split} r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.115 \cdot 1.5}}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 4.701 - 4.451 - 4.198}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{83.77}{105} \right) \end{split}$$

$$\begin{split} r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.115 \cdot 1.5}}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 4.701 - 4.451 - 4.198}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{83.77}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{83.77}{105} \right) \end{split}$$

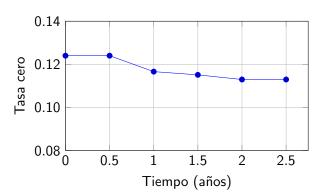
#### Pregunta a) parte 4 (continuación)

$$\begin{split} r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.115 \cdot 1.5}}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{97.12 - 4.701 - 4.451 - 4.198}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{83.77}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left( \frac{83.77}{105} \right) \approx 0.113 \end{split}$$

Resultado: La tasa cero a 2 años es aproximadamente 11.29%

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?

#### Curva cero (tasa spot)



La **curva cero** muestra las tasas spot: tasas exactas para distintos plazos, sin considerar cupones. Se pagan los intereses y el principal al final del período.

La **curva cero** muestra las tasas spot: tasas exactas para distintos plazos, sin considerar cupones. Se pagan los intereses y el principal al final del período.

La **curva de bonos** muestra la *yield to maturity*, que es una tasa promedio ponderada considerando cupones y valor nominal.

La **curva cero** muestra las tasas spot: tasas exactas para distintos plazos, sin considerar cupones. Se pagan los intereses y el principal al final del período.

La **curva de bonos** muestra la *yield to maturity*, que es una tasa promedio ponderada considerando cupones y valor nominal.

Ambas curvas suelen tener pendiente similar, ya que responden a las mismas condiciones de mercado.

La **curva cero** muestra las tasas spot: tasas exactas para distintos plazos, sin considerar cupones. Se pagan los intereses y el principal al final del período.

La **curva de bonos** muestra la *yield to maturity*, que es una tasa promedio ponderada considerando cupones y valor nominal.

Ambas curvas suelen tener pendiente similar, ya que responden a las mismas condiciones de mercado.

La curva de bonos es más suave debido a la dispersión de flujos en el tiempo.

La **curva cero** muestra las tasas spot: tasas exactas para distintos plazos, sin considerar cupones. Se pagan los intereses y el principal al final del período.

La **curva de bonos** muestra la *yield to maturity*, que es una tasa promedio ponderada considerando cupones y valor nominal.

Ambas curvas suelen tener pendiente similar, ya que responden a las mismas condiciones de mercado.

La curva de bonos es más suave debido a la dispersión de flujos en el tiempo.

En este caso, ambas curvas tienen **pendiente negativa**, lo que indica expectativas de tasas más bajas en el futuro.

La **curva cero** muestra las tasas spot: tasas exactas para distintos plazos, sin considerar cupones. Se pagan los intereses y el principal al final del período.

La **curva de bonos** muestra la *yield to maturity*, que es una tasa promedio ponderada considerando cupones y valor nominal.

Ambas curvas suelen tener pendiente similar, ya que responden a las mismas condiciones de mercado.

La curva de bonos es más suave debido a la dispersión de flujos en el tiempo.

En este caso, ambas curvas tienen **pendiente negativa**, lo que indica expectativas de tasas más bajas en el futuro.

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?
- d) Considerando que usted tiene la información de la curva cero, la curva forward y la curva de las yields de los bonos de gobierno. Señale qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos forward.

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?
- d) Considerando que usted tiene la información de la curva cero, la curva *forward* y la curva de las *yields* de los bonos de gobierno. Señale qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos *forward*.
- e) ¿Cuál es el rol de las probabilidades neutrales al riesgo en d)?, ¿qué rol juega la condición de no arbitraje?

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?
- d) Considerando que usted tiene la información de la curva cero, la curva forward y la curva de las yields de los bonos de gobierno. Señale qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos forward.
- e) ¿Cuál es el rol de las probabilidades neutrales al riesgo en d)?, ¿qué rol juega la condición de no arbitraje?
- f) Calcule el punto a) utilizando matrices en Excel/R/Python.