

Ayudantía 4

Resolución Pregunta 4 y 5

Profesor: Francisco Rantul

Ayudante: Mateo Canales

Universidad Diego Portales

04 De Junio, 2025



udp

Pregunta 4.a

Los saltos temporales de una opción son de 1 mes ($\Delta_t = \frac{1}{12}$), la tasa de interés libre de riesgo local es del 5% continua anual y la tasa libre de riesgo extranjera es del 8% continua anual. La volatilidad es del 12% anual.

a) Calcule u , d y p cuando se construye un árbol binomial para divisas.

Resolución 4.a

Datos:

$$r = 5\% , r_f = 8\% , \sigma = 12\% , \Delta t = \frac{1}{12}$$

$$\text{Fórmulas: } u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}; d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}; p = \frac{e^{(r-r_f)\Delta t} - d}{u - d}$$

Cálculos:

$$\sigma\sqrt{\Delta t} = 0.12 \times \sqrt{1/12} \approx 0.03464$$

$$u = e^{0.03464} \approx 1.0352$$

$$d = e^{-0.03464} \approx 0.9659$$

$$e^{(0.05-0.08)/12} = e^{-0.0025} \approx 0.9975$$

$$p = \frac{0.9975 - 0.9659}{1.0352 - 0.9659} \approx \frac{0.0316}{0.0693} \approx 0.456$$

Respuesta:

$$u \approx 1.0352$$

$$d \approx 0.9659$$

$$p \approx 0.456$$

Pregunta 5.a

Considere una opción call Americana de una divisa. El valor de la divisa hoy es de \$700, el strike Price es de \$710, la tasa libre de riesgo local es del 12% continua anual (la tasa libre de riesgo extranjera es del 4% continua anual), la volatilidad es del 40% anual y la madurez del derivado es de 6 meses.

a) Calcule u , d y p para un árbol binomial de dos pasos.

Resolución 5.a

Datos:

$r = 12\%$, $r_f = 4\%$, $\sigma = 40\%$, $T = 0.5$ años, $N = 2$, $\Delta t = 0.25$

Fórmulas:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}; d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}; p = \frac{e^{(r-r_f)\Delta t} - d}{u - d}$$

Cálculos:

$$\sigma\sqrt{\Delta t} = 0.4 \times \sqrt{0.25} = 0.4 \times 0.5 = 0.2$$

$$u = e^{0.2} \approx 1.2214$$

$$d = e^{-0.2} \approx 0.8187$$

$$e^{(0.12-0.04) \times 0.25} = e^{0.02} \approx 1.0202$$

$$p = \frac{1.0202 - 0.8187}{1.2214 - 0.8187} \approx \frac{0.2015}{0.4027} \approx 0.501$$

Respuesta:

$$u \approx 1.2214$$

$$d \approx 0.8187$$

$$p \approx 0.501$$

Pregunta 5.b

Considere una opción call Americana de una divisa. El valor de la divisa hoy es de \$700, el strike Price es de \$710, la tasa libre de riesgo local es del 12% continua anual (la tasa libre de riesgo extranjera es del 4% continua anual), la volatilidad es del 40% anual y la madurez del derivado es de 6 meses.

b) Calcule el valor de la opción (usando árbol binomial de dos pasos).

Resolución 5.b (Valores terminales)

Datos: $S_0 = 700$, $K = 710$, $u \approx 1.2214$, $d \approx 0.8187$, $p \approx 0.501$,
 $\Delta t = 0.25$, $r = 0.12$.

Valores de la divisa en nodos terminales:

$$S_{uu} = 700 \times u \times u \approx 700 \times 1.2214^2 \approx 1044.65$$

$$S_{ud} = 700 \times u \times d \approx 700 \times 1.2214 \times 0.8187 \approx 700$$

$$S_{dd} = 700 \times d \times d \approx 700 \times 0.8187^2 \approx 468.76$$

Valor opción call en cada nodo:

$$f_{uu} = \max(1044.65 - 710, 0) = 334.65$$

$$f_{ud} = \max(700 - 710, 0) = 0$$

$$f_{dd} = \max(468.76 - 710, 0) = 0$$

Resolución 5.b (Nodos intermedios y valor inicial)

Factor de descuento: $e^{-r\Delta t} = e^{-0.03} \approx 0.9704$

Valor en nodo intermedio superior:

$$f_u = 0.9704 \times [0.501 \times 334.65 + 0.499 \times 0] \approx 0.9704 \times 167.65 \approx 162.72$$

Valor en nodo intermedio inferior:

$$f_d = 0.9704 \times [0.501 \times 0 + 0.499 \times 0] = 0$$

Valor en el nodo inicial:

$$f_0 = 0.9704 \times [0.501 \times 162.72 + 0.499 \times 0] \approx 0.9704 \times 81.52 \approx 79.11$$

Respuesta final:

$$f_0 \approx 79.11$$