

Ayudantía 4

Árboles Binomiales

Instrumentos Derivados

Profesor: Francisco Rantul

Ayudante: Mateo Canales

Universidad Diego Portales

04 De Junio, 2025



udp

Pregunta 1

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$50, cuando el precio actual de la acción es \$50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

- a) Calcule el valor de d_1
- b) Calcule el valor de d_2
- c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.
- d) ¿Qué diferencia hay si se espera un dividendo de \$2 en 2 meses

Pregunta 1 Parte a)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$50, cuando el precio actual de la acción es \$50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

a) Calcule el valor de d_1

Desarrollo Parte a)

Datos: $S_0 = \$50$, $K = \$50$, $r = 10\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$

Calculamos d_1 usando la fórmula:

Fórmula:
$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

$$d_1 = \frac{\ln(50/50) + \left(0.10 + \frac{0.30^2}{2}\right) \cdot 0.25}{0.30 \cdot \sqrt{0.25}}$$

$$d_1 = \frac{0 + (0.10 + 0.045) \cdot 0.25}{0.15}$$

$$d_1 = \frac{0.0362}{0.15}$$

$$d_1 = \frac{0.0362}{0.15}$$

$$d_1 = 0.242$$

Pregunta 1 Parte b)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$50, cuando el precio actual de la acción es \$50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

b) Calcule el valor de d_2

Desarrollo Parte b)

Datos: $S_0 = \$50$, $K = \$50$, $r = 10\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$,
 $d_1 = 0.242$

Calculamos d_2 usando la fórmula:

Fórmula: $d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$

$$d_2 = 0.242 - 0.30 \cdot \sqrt{0.25}$$

$$d_2 = 0.242 - 0.15$$

$$d_2 = 0.092$$

Pregunta 1 Parte c)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$50, cuando el precio actual de la acción es \$50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.

Desarrollo Parte c)

Datos: $S_0 = \$50$, $K = \$50$, $r = 10\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$,
 $d_1 = 0.242$, $d_2 = 0.092$

Fórmula: $p = K \cdot e^{-r \cdot (T)} \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot N(-d_1)$

$$p = 50 \cdot e^{-0.10 \cdot 0.25} \cdot N(-0.092) - 50 \cdot N(-0.242)$$

$$p = 50 \cdot 0.9755 \cdot 0.4040 - 50 \cdot 0.4633$$

$$p = 19.7059 - 23.1651$$

$$p = -3.4592$$

Pregunta 1 Parte d)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$50, cuando el precio actual de la acción es \$50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

d) ¿Qué diferencia hay si se espera un dividendo de \$2 en 2 meses

Desarrollo Parte d)

Datos: $S_0 = \$50$, $K = \$50$, $r = 10\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$,
 $d_1 = 0.242$, $d_2 = 0.092$, $t = \frac{2}{12}$

Al precio actual de la acción debemos restarle el valor presente de los dividendos.

Fórmula: $vp = e^{-r \cdot t} \cdot \text{valorfuturo}$

$$vp = e^{-0.10 \cdot 0.167} \cdot 1.5$$

$$vp = 0.984 \cdot 1.5$$

$$vp = 1.475$$

Luego, el nuevo valor de la acción está dado por:

$$S_1 = 50 - 1.475$$

$$S_1 = 48.525$$

Repetimos los cálculos anteriores con el nuevo valor de la acción:

Desarrollo Parte d)

Datos: $S_0 = \$48.52$, $K = \$50$, $r = 10\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$,
 $d_1 = 0.242$, $d_2 = 0.092$, $t = \frac{2}{12}$

Fórmula: $d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$

$$d_1 = \frac{\ln(48.525/50) + \left(0.10 + \frac{0.30^2}{2}\right) \cdot 0.25}{0.30 \cdot \sqrt{0.25}} = \frac{-0.03008 + 0.036}{0.15} = \frac{0.006}{0.15}$$

$$d_1 = 0.041$$

$$d_2 = 0.041 - 0.30 \cdot \sqrt{0.25} = 0.041 - 0.15$$

$$d_2 = -0.109$$

Ahora, calculamos el valor de la opción put con los nuevos valores:

Desarrollo Parte d)

Datos: $S_0 = \$48.52$, $K = \$50$, $r = 10\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$,
 $d_1 = 0.041$, $d_2 = -0.109$

Fórmula: $p = K \cdot e^{-r \cdot (T)} \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot N(-d_1)$

$$P = 50 \cdot e^{-0.10 \cdot 0.25} \cdot N(-0.041) - 50 \cdot N(0.109)$$

$$P = 21.159 - 17.624$$

$$p = 3.535$$

Comparación:

Sin dividendo: -3.459

Con dividendo: 3.535

Conclusión: El precio de la opción put aumenta al considerar el dividendo, ya que reduce el valor actual del activo subyacente.

Pregunta 2

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de \$ 52, el precio de ejercicio es de \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

- a) Calcule el valor de d_1
- b) Calcule el valor de d_2
- c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.

Pregunta 2 Parte a)

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de \$ 52, el precio de ejercicio es de \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

a) Calcule el valor de d_1

Desarrollo Parte a)

Datos: $S_0 = \$52$, $K = \$50$, $r = 12\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$

Calculamos d_1 usando la fórmula:

Fórmula:
$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

$$d_1 = \frac{\ln(52/50) + \left(0.12 + \frac{0.30^2}{2}\right) \cdot 0.25}{0.30 \cdot \sqrt{0.25}}$$

$$d_1 = \frac{0.0392 + (0.12 + 0.045) \cdot 0.25}{0.15}$$

$$d_1 = \frac{0.0412}{0.15}$$

$$d_1 = \frac{0.0804}{0.15}$$

$$d_1 = 0.536$$

Pregunta 2 Parte b)

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de \$ 52, el precio de ejercicio es de \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

b) Calcule el valor de d_2

Desarrollo Parte b)

Datos: $S_0 = \$52$, $K = \$50$, $r = 12\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$,
 $d_1 = 0.536$

Calculamos d_2 usando la fórmula:

Fórmula: $d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$

$$d_2 = 0.536 - 0.30 \cdot \sqrt{0.25}$$

$$d_2 = 0.536 - 0.15$$

$$d_2 = 0.386$$

Pregunta 2 Parte c)

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de \$ 52, el precio de ejercicio es de \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.

Desarrollo Parte c)

Datos: $S_0 = \$52$, $K = \$50$, $r = 12\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$,
 $d_1 = 0.536$, $d_2 = 0.386$

Fórmula: $c = S_0 \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-r \cdot (T)} \cdot N(d_2)$

$$c = 52 \cdot N(0.536) - 50 \cdot e^{-0.12 \cdot 0.25} \cdot N(0.386)$$

$$c = 52 \cdot 0.7032 - 50 \cdot e^{-0.12 \cdot 0.25} \cdot 0.6509$$

$$c = 36.5665 - 31.5888$$

$$c = 4.9777$$

Pregunta 3

El precio de una acción sigue un movimiento browniano geométrico con un rendimiento esperado de 16% y una volatilidad de 35%. El precio actual es de \$38 .

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una opción call europea sobre la acción con un precio de ejercicio de \$40 y vencimiento en 6 meses sea ejercida?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una opción put europea sobre la acción con un precio de ejercicio de \$40 y vencimiento en 6 meses sea ejercida?

Pregunta 3 Parte a)

El precio de una acción sigue un movimiento browniano geométrico con un rendimiento esperado de 16% y una volatilidad de 35%. El precio actual es de \$ 38 .

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una opción call europea sobre la acción con un precio de ejercicio de \$ 40 y vencimiento en 6 meses sea ejercida?

Desarrollo Parte a)

Datos: $S_0 = \$38$, $K = \$40$, $\mu = 0.16$, $T = 0.5$, $\sigma = 35\%$

Queremos calcular la probabilidad de que la opción call se ejerza, es decir:

$$\mathbb{P}(S_T > K)$$

Aplicamos la fórmula de movimiento browniano geométrico: $\ln(S_T) \sim \mathcal{N}(\ln(S_0) + (\mu - \sigma^2/2) \cdot T, \sigma^2 \cdot T)$

Reemplazamos:

$$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}(\ln(38) + (0.16 - 0.35^2/2) \cdot 0.5, 0.35^2 \cdot 0.5)$$

$$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}(3.638 + 0.099 \cdot 0.5, 0.031)$$

$$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}(3.638 + 0.049, 0.031)$$

$$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}(3.687, 0.031)$$

Desarrollo Parte a)

Dado que $\ln 40 = 3.689$, estandarizamos segun fórmula:

$$Z = \frac{\ln K - \mathbb{E}[\ln S_T]}{\text{desv. estándar}}$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T > \ln(K_0)) = 1 - N(Z)$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - N\left(\frac{3.689 - 3.687}{0.031}\right)$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - N\left(\frac{0.002}{0.031}\right)$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - N(0.062)$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - 0.5247$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 0.4753$$

Desarrollo Parte b)

Queremos calcular la probabilidad de que la opción put se ejerza, es decir: $\mathbb{P}(S_T < K)$

Esto equivale a:

$$\mathbb{P}(\ln S_T < \ln K)$$

Buscamos:

$$\mathbb{P}(\ln S_T < \ln K) = N(Z)$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T < 3.689) = N(0.062)$$

$$\mathbb{P}(\ln S_T < 3.689) = 0.5247$$