Ayudantía 5
Opciones
Instrumentos Derivados

Profesor: Francisco Rantul

Ayudante: Mateo Canales

Universidad Diego Portales

09 De Junio, 2025

Pregunta 1

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$ 50, cuando el precio actual de la acción es \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

a) Calcule el valor de d1

b) Calcule el valor de d2

c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.

d) ¿Qué diferencia hay si se espera un dividendo de \$ 2 en 2 meses

Pregunta 1 Parte a)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de $ 50, cuando el precio actual de la acción es $ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

a) Calcule el valor de d1

Desarrollo Parte a)

Datos: $S_0 = \$\,50,\ K = \$\,50,\ r = 10\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%$

Calculamos d1 usando la fórmula:

Fórmula: $d_1 = \frac{\ln(S_0/K)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}}$

$$d_1 = \frac{\ln(50/50)+\left(0.10+\frac{0.30^2}{2}\right)\cdot 0.25}{0.30\cdot\sqrt{0.25}}$$

$$d_1 = \frac{0+(0.10+0.045)\cdot 0.25}{0.15}$$

$$d_1 = \frac{0.0362}{0.15}$$

$$\boxed{d_1 = 0.242}$$

Pregunta 1 Parte b)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$ 50, cuando el precio actual de la acción es \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

b) Calcule el valor de d2

Desarrollo Parte b)

Datos: $S_0 = \$\,50,\ K = \$\,50,\ r = 10\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%,$
$d_1 = 0.242$
Calculamos d2 usando la fórmula:

Fórmula: $d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$
$d_2 = 0.242 - 0.30 \cdot \sqrt{0.25}$
$d_2 = 0.242 - 0.15$
$\boxed{d_2 = 0.092}$

Pregunta 1 Parte c)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de $ 50, cuando el precio actual de la acción es $ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.

Desarrollo Parte c)

Datos: $S_0 = \$\,50,\ K = \$\,50,\ r = 10\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%,$
$d_1 = 0.242,\ d_2 = 0.092$

Fórmula: $p = K \cdot e^{-r\cdot(T)} \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot N(-d_1)$

$p = 50 \cdot e^{-0.10\cdot 0.25} \cdot N(-0.092) - 50 \cdot N(-0.242)$

$p = 50 \cdot 0.9755 \cdot 0.4633 - 50 \cdot 0.4040$

$p = 22.5982 - 20.2004$

$\boxed{p = 2.3978}$

Pregunta 1 Parte d)

Calcule el precio de una opción put europea a 3 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de \$ 50, cuando el precio actual de la acción es \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 10% anual, y la volatilidad es de 30% anual.

d) ¿Qué diferencia hay si se espera un dividendo de \$ 2 en 2 meses

Desarrollo Parte d)

Datos: $S_0 = \$\,50$, $K = \$\,50$, $r = 10\%$, $T = 0.25$, $\sigma = 30\%$, $d_1 = 0.242$, $d_2 = 0.092$, $t = \frac{2}{12}$

Al precio actual de la acción debemos restarle el valor presente de los dividendos.
Fórmula: $vp = e^{-r \cdot t} \cdot valorfuturo$
$vp = e^{-0.10 \cdot 0.167} \cdot 1.5$
$vp = 0.984 \cdot 1.5$
$vp = 1.475$
Luego, el nuevo valor de la acción está dado por:
$S_1 = 50 - 1.475$
$S_1 = 48.525$

Repetimos los cálculos anteriores con el nuevo valor de la acción:

Desarrollo Parte d)

Datos: $S_0 = \$\,48.52,\ K = \$\,50,\ r = 10\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%,$
$d_1 = 0.242,\ d_2 = 0.092,\ t = \frac{2}{12}$

Fórmula: $d_1 = \frac{\ln(S_0/K)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}}$

$$d_1 = \frac{\ln(48.525/50)+\left(0.10+\frac{0.30^2}{2}\right)\cdot 0.25}{0.30\cdot\sqrt{0.25}} = \frac{-0.03008+0.036}{0.15} = \frac{0.006}{0.15}$$
$$d_1 = 0.041$$
$$d_2 = 0.041 - 0.30\cdot\sqrt{0.25} = 0.041 - 0.15$$
$$d_2 = -0.109$$

Ahora, calculamos el valor de la opción put con los nuevos valores:

Desarrollo Parte d)

Datos: $S_0 = \$\,48.52,\ K = \$\,50,\ r = 10\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%,$
$d_1 = 0.041,\ d_2 = -0.109$

Fórmula: $p = K \cdot e^{-r\cdot(T)} \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot N(-d_1)$

$P = 50 \cdot e^{-0.10\cdot 0.25} \cdot N(0.109) - 48.52 \cdot N(-0.041)$

$P = 50 \cdot e^{-0.10\cdot 0.25} \cdot 0.544 - 48.52 \cdot 0.484$

$P = 26.524 - 23.486$

$\boxed{p = 3.039}$

Comparación:

Sin dividendo: $\boxed{2.398}$

Con dividendo: $\boxed{3.039}$

Conclusión: El precio de la opción put aumenta al considerar el dividendo, ya que reduce el valor actual del activo subyacente.

Pregunta 2

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de $ 52, el precio de ejercicio es de $ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

a) Calcule el valor de d1

b) Calcule el valor de d2

c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.

Pregunta 2 Parte a)

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de \$ 52, el precio de ejercicio es de \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

a) Calcule el valor de d1

Desarrollo Parte a)

Datos: $S_0 = \$\,52,\ K = \$\,50,\ r = 12\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%$

Calculamos d1 usando la fórmula:

Fórmula: $d_1 = \frac{\ln(S_0/K)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}}$

$$d_1 = \frac{\ln(52/50)+\left(0.12+\frac{0.30^2}{2}\right)\cdot 0.25}{0.30\cdot\sqrt{0.25}}$$

$$d_1 = \frac{0.0392+(0.12+0.045)\cdot 0.25}{0.15}$$

$$d_1 = \frac{0.0412}{0.15}$$

$$d_1 = \frac{0.0804}{0.15}$$

$$\boxed{d_1 = 0.536}$$

Pregunta 2 Parte b)

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de \$ 52, el precio de ejercicio es de \$ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

b) Calcule el valor de d2

Desarrollo Parte b)

Datos: $S_0 = \$\,52,\ K = \$\,50,\ r = 12\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%,$
$d_1 = 0.536$
Calculamos d2 usando la fórmula:

Fórmula: $d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$
$d_2 = 0.536 - 0.30 \cdot \sqrt{0.25}$
$d_2 = 0.536 - 0.15$
$\boxed{d_2 = 0.386}$

Pregunta 2 Parte c)

Se sabe que una acción que no paga dividendos, el precio de la acción es de $ 52, el precio de ejercicio es de $ 50, la tasa de interés libre de riesgo es de 12%, la volatilidad es de 30% anual, y el tiempo hasta el vencimiento es de 3 meses?

c) Calcule el valor de la opción put usando la fórmula de Black-Scholes.

Desarrollo Parte c)

Datos: $S_0 = \$\,52,\ K = \$\,50,\ r = 12\%,\ T = 0.25,\ \sigma = 30\%,$
$d_1 = 0.536,\ d_2 = 0.386$

Fórmula: $c = S_0 \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-r\cdot(T)} \cdot N(d_2)$

$c = 52 \cdot N(0.536) - 50 \cdot e^{-0.12\cdot0.25} \cdot N(0.386)$

$c = 52 \cdot 0.7032 - 50 \cdot e^{-0.12\cdot0.25} \cdot 0.6509$

$c = 36.5665 - 31.5888$

$\boxed{c = 4.9777}$

Pregunta 3

El precio de una acción sigue un movimiento browniano geométrico con un rendimiento esperado de 16% y una volatilidad de 35%. El precio actual es de $\$38$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una opción call europea sobre la acción con un precio de ejercicio de $\$40$ y vencimiento en 6 meses sea ejercida?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una opción put europea sobre la acción conun precio de ejercicio de $\$40$ y vencimiento en 6 meses sea ejercida?

Pregunta 3 Parte a)

El precio de una acción sigue un movimiento browniano geométrico con un rendimiento esperado de 16% y una volatilidad de 35%. El precio actual es de $\$\,38$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una opción call europea sobre la acción con un precio de ejercicio de $\$\,40$ y vencimiento en 6 meses sea ejercida?

Desarrollo Parte a)

Datos: $S_0 = \$\,38,\ K = \$\,40,\ \mu = 0.16,\ T = 0.5,\ \sigma = 35\%$

Queremos calcular la probabilidad de que la opción call se ejerza, es decir:

$$\mathbb{P}(S_T > K)$$

Aplicamos la fórmula de movimiento browniano geométrico: $\ln(S_T) \sim \mathcal{N}\left(\ln(S_0) + (\mu - \sigma^2/2)\cdot T,\ \sigma^2 \cdot T\right)$

Reemplazamos:

$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}\left(\ln(38) + (0.16 - 0.35^2/2)\cdot 0.5,\ 0.35^2 \cdot 0.5\right)$

$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}\left(3.638 + 0.099 \cdot 0.5, 0.031\right)$

$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}\left(3.638 + 0.049, 0.031\right)$

$\ln(S_T) \sim \mathcal{N}\left(3.687, 0.031\right)$

Desarrollo Parte a)

Dado que $\ln 40 = 3.689$, estandarizamos segun fórmula:

$Z = \frac{\ln K - \mathbb{E}[\ln S_T]}{\text{desv. estándar}}$

$\mathbb{P}(\ln S_T > ln(K_0)) = 1 - N(Z)$

$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - N\left(\frac{3.689 - 3.687}{0.031}\right)$

$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - N\left(\frac{0.002}{0.031}\right)$

$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - N(0.062)$

$\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 1 - 0.5247$

$\boxed{\mathbb{P}(\ln S_T > 3.689) = 0.4753}$

Desarrollo Parte b)

Queremos calcular la probabilidad de que la opción put se ejerza, es decir: $\mathbb{P}(S_T < K)$

Esto equivale a:

$\mathbb{P}(\ln S_T < \ln K)$

Buscamos:

$\mathbb{P}(\ln S_T < \ln K) = N(Z)$

$\mathbb{P}(\ln S_T < 3.689) = N(0.062)$

$\boxed{\mathbb{P}(\ln S_T < 3.689) = 0.5247}$