

# Ayudantía 3

## Valoración de Futuros y Forwards

### *Instrumentos Derivados*

**Profesor:** Francisco Rantul

**Ayudante:** Mateo Canales

Universidad Diego Portales

16 De Abril, 2025



## Pregunta 4

Suponga que el precio spot del commodity de plata es actualmente igual a \$18.8 dólares la onza. Los costos de almacenamiento son iguales a \$0.4 por año la onza, pagaderos por trimestres vencidos. La estructura de tasas de interés es plana con una tasa cero libre de riesgo del 4% anual compuesto continuo.

- a) Se le pide calcular cual debería ser el precio de futuros de plata, con entrega a 9 meses plazo.
- b) Explique que ocurre si el precio de futuros de plata con entrega a 9 meses, efectivamente observado en el mercado es de \$19,8 dólares la onza.
- c) Asuma que existe una baja demanda por el commodity de plata, por lo tanto, las empresas están almacenando altos niveles de inventarios. Explique qué ocurre con el rendimiento de conveniencia.

## Pregunta 4 parte a)

Suponga que el precio spot del commodity de plata es actualmente igual a \$18.8 dólares la onza. Los costos de almacenamiento son iguales a \$0.4 por año la onza, pagaderos por trimestres vencidos. La estructura de tasas de interés es plana con una tasa cero libre de riesgo del 4% anual compuesto continuo.

**a)** Se le pide calcular cual debería ser el precio de futuros de plata, con entrega a 9 meses plazo.

## Desarrollo a)

Datos:  $S_0 = 18.8$ ,  $\text{almacenamiento} = 0.4$ ,  $r = 0.04$ ,  $T = \frac{9}{12}$ .

Anteriormente usamos una fórmula para dividendos, y que si lo pensamos de cierta manera, el almacenamiento es lo mismo que un dividendo pero el flujo es contrario.

$$F_0 = (S_0 - I) \cdot e^{r \cdot T} \rightarrow F_0 = (S_0 + U) \cdot e^{r \cdot T}$$

Siendo  $U$  el valor presente del valor de almacenamiento. con la fórmula de valorización continua <sup>1</sup>.

$$U = Alm_1 + Alm_2 + Alm_3$$

$$U = 0.4 \cdot e^{-0.04 \cdot \frac{3}{12}} + 0.4 \cdot e^{-0.04 \cdot \frac{6}{12}} + 0.4 \cdot e^{-0.04 \cdot \frac{9}{12}}$$

$$U = 0.396 + 0.392 + 0.388$$

$$U = 1.177$$

---

<sup>1</sup> $F = P \cdot e^{-rT}$

## Desarrollo a) (continuación)

Datos:  $S_0 = 18.8$ ,  $r = 0.04$ ,  $T = \frac{9}{12}$ ,  $U = 1.177$ .

$$F_0 = (S_0 + U) \cdot e^{r \cdot T}$$

Reemplazando

$$F_0 = (18.8 + 1.177) \cdot e^{0.04 \cdot \frac{9}{12}}$$

$$F_0 = (19.977) \cdot e^{0.03}$$

$$F_0 = 20.584$$

## Pregunta 4 parte b)

Suponga que el precio spot del commodity de plata es actualmente igual a \$18.8 dólares la onza. Los costos de almacenamiento son iguales a \$0.4 por año la onza, pagaderos por trimestres vencidos. La estructura de tasas de interés es plana con una tasa cero libre de riesgo del 4% anual compuesto continuo.

**b)** Explique que ocurre si el precio de futuros de plata con entrega a 9 meses, efectivamente observado en el mercado es de \$19,8 dólares la onza.

## Desarrollo b)

**Respuesta:** Según la fórmula  $F_0 = (S_0 + U) \cdot e^{r \cdot T}$ , el valor calculado debería ser igual al valor que está en el mercado, por ende, es correcto asumir que existirían posibilidades de arbitraje.

## Pregunta 4 parte c)

Suponga que el precio spot del commodity de plata es actualmente igual a \$18.8 dólares la onza. Los costos de almacenamiento son iguales a \$0.4 por año la onza, pagaderos por trimestres vencidos. La estructura de tasas de interés es plana con una tasa cero libre de riesgo del 4% anual compuesto continuo.

**c)** Asuma que existe una baja demanda por el commodity de plata, por lo tanto, las empresas están almacenando altos niveles de inventarios. Explique qué ocurre con el rendimiento de conveniencia.



## Desarrollo c)

Recordando, los rendimientos de conveniencia ( $y$ ) son los beneficios derivados de la tenencia del activo físico. Es decir, en algunos casos es recomendable mantener el activo como activo de consumo (materia prima) que como activo de inversión (futuro).

$$F_0 \leq (S_0 + U) \cdot e^{rT}$$

Incluyendo el retorno de conveniencia:

$$F_0 \cdot e^{yT} = (S_0 + U) \cdot e^{rT}$$

$$F_0 = (S_0 + U) \cdot \frac{e^{rT}}{e^{yT}}$$

$$F_0 = (S_0 + U) \cdot e^{(r-y)T}$$

## Desarrollo c) (continuación)

$$F_0 = (S_0 + U) \cdot e^{(r-y)T}$$

Analizando ésta fórmula y el caso. La demanda cae, por ende el valor de tener el activo físico no es tan alto (ya que puedo comprarlo en cualquier momento o no tiene plusvalía), es decir  $y \rightarrow 0$ , aumentando el valor del forward.

## Pregunta 5

Suponga que LAN está preocupada por las variaciones del precio del petróleo durante los siguientes meses, específicamente los siguientes **6 meses**, ya que el combustible que ocupa la flota de aviones ocupa un importante ítem de costo en el presupuesto de la firma, LAN sabe que necesitara 1 060 000 litros de combustible en **6 meses** más para sus operaciones nacionales.

El actual precio de combustible para aviones está en USD 65 el barril (159 litros).

El gran problema que posee LAN es que el precio del combustible depende directamente del precio del Barril de Petróleo en el mercado internacional el cual es actualmente de USD 48.6 y solo existen derivados sobre petróleo y no sobre combustible.

## Pregunta 5 parte a

**a)** Calcule el precio teórico de un futuro sobre petróleo a 6 meses si existe un costo trimestral de almacenaje y envío de USD 0.5 y la tasa libre de riesgo relevante es de 3% anual (compuesta continua).

Parte a)

## Desarrollo a)

Datos:  $S_0 = 48.6$ ,  $r = 0.03$ ,  $T = \frac{6}{12}$ .

Utilizamos la fórmula  $F_0 = (S_0 + U) \cdot e^{r \cdot T}$  y además

$$U = Alm_1 + Alm_2$$

$$U = 0.5 \cdot e^{-0.03 \cdot \frac{3}{12}} + 0.5 \cdot e^{-0.03 \cdot \frac{6}{12}}$$

$$U = 0.496 + 0.493$$

$$U = 0.989$$

Parte a)

## Desarrollo a) (continuación)

Datos:  $S_0 = 48.6$ ,  $r = 0.03$ ,  $T = \frac{6}{12}$ ,  $U = 0.989$

$$F_0 = (48.6 + 0.989) \cdot e^{0.03 \cdot \frac{6}{12}}$$

$$F_0 = 49.589 \cdot e^{0.015}$$

$$F_0 = 50.338$$

## Pregunta 5 parte b

**b)** Suponga que la desviación estándar de los cambios semestrales en los precios del combustible es USD 1 231 y que la desviación estándar de los cambios semestrales en el precio del futuro del petróleo es de USD 1 285, y el coeficiente de correlación entre estos cambios es de 0.94. Calcule el ratio de cobertura (hedge ratio) óptimo para un contrato a 6 meses y explique cómo LAN podría ocupar el número calculado.

## Desarrollo b)

Datos:  $\sigma_s = 1\,231$ ,  $\sigma_f = 1\,285$ ,  $\rho = 0.94$ .

Usando la fórmula:

$$h^* = \rho \cdot \frac{\sigma_s}{\sigma_f}$$

$$h^* = 0.94 \cdot \frac{1\,231}{1\,285}$$

$$h^* = 0.901$$

El valor de  $h^*$  indica el porcentaje de cobertura de los 1 060 000 litros a comprar en los próximos 6 meses.



## Pregunta 5 parte c

c) Calcule cuántos contratos de petróleo necesitara LAN para la cobertura de combustible si cada contrato es de 150 barriles.

## Desarrollo c)

Datos:  $h^* = 0.901$ ,  $Q_A = \frac{1\,060\,000}{159} \rightarrow Q_A = 6666.67$   $Q_F = 150$ .

Usando la fórmula:

$$N^* = h^* \cdot \frac{Q_A}{Q_F}$$

$$N^* = 0.901 \cdot \frac{6\,667}{150}$$

$$N^* = 0.901 \cdot 44.444$$

$$N^* = 40.022$$

Aproximamos

$$N^* = 40$$