Ayudantía 1 Bonos Instrumentos Derivados

Profesor: Francisco Rantul

Ayudante: Mateo Canales

Universidad Diego Portales

02 De Abril, 2025





Caso

Los precios de los pagarés descontables del Banco Central de Chile $(PDBC)^1$ a 6 meses y a 1 año son de \$94 y \$89 respectivamente, los cuales pagan \$100.

Un bono del Banco Central de Chile en pesos (BCP) 2 a 1,5 años que paga cupón de \$4 cada 6 meses tiene un precio de \$94.84. Un BCP a 2 años que paga cupón de \$5 cada 6 meses tiene un precio de \$97.12.

²Para más información sobre el BCP, consulte la página 45 del documento del Banco Central de Chile:



¹Para más información sobre el PDBC, consulte la página 21 del documento del Banco Central de Chile:

Contenido

- Caso
- Pregunta a)
 - Parte 1
 - Parte 2
 - Parte 3
 - Parte 4
- 3 Pregunta b)
- 4 Pregunta c)
- 6 Pregunta d)
- 6 Pregunta e)
- Pregunta f)

a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.

Pregunta a) parte 1

Calcule la curva cero de 6 meses

Datos: Valor nominal (P) = \$100, Precio actual (F) = \$94, Tiempo final (T)=0.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F = P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos:

$$94 = 100 \cdot e^{-r \cdot 0.5}$$

Despejando r:

$$r = -\frac{1}{0.5} \cdot \ln\left(\frac{94}{100}\right) \approx 0.124$$

Resultado: La tasa cero a 6 meses es aproximadamente 12.4%

Pregunta a) parte 2

Calcule la curva cero de 1 año

Datos: Valor nominal (F) = \$100, Precio actual (P) = \$89, Tiempo final (T)=1.0.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Dado C=0

$$F \equiv P \cdot e^{-rT}$$

Reemplazamos con los datos: **Despejando** *r*:

$$r = -\ln\left(\frac{89}{100}\right) \approx 0.117$$

Resultado: La tasa cero a 1 año es aproximadamente 11.66%



Calcule la curva cero de 1.5 años

Datos: Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 1.5 años = \$94.84, con cupón de \$4 cada 6 meses, Tiempo Final = 1.5.

Fórmula capitalización continua:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Cálculo:

$$94.84 = 4 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} + 4 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} + 104 \cdot e^{-r \cdot 1.5}$$

Despejando r:

$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left(\frac{94.84 - 4e^{-0.124 \cdot 0.5} - 4e^{-0.117 \cdot 1.0}}{104} \right)$$

Parte 3

Pregunta a) parte 3 (continuación)

Despejando r:

$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left(\frac{94.84 - 4e^{-0.124 \cdot 0.5} - 4e^{-0.117 \cdot 1.0}}{104} \right)$$
$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left(\frac{94.84 - 7.321}{104} \right)$$
$$r = -\frac{1}{1.5} \cdot \ln \left(\frac{87.519}{104} \right) \approx 0.1151$$

Resultado: La tasa cero a 1.5 años es aproximadamente 11.51%

Pregunta a) parte 4

Calcule la curva cero de 2 años

Datos: Valor nominal (P) = \$100, Precio del BCP a 2 años = \$97.12, con cupón de \$5 cada 6 meses, Tiempo Final (T) = 2.0. **Fórmula capitalización continua:**

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{e^{r_i t_i}} + \frac{P}{e^{r_n t_n}}$$

Cálculo:

$$97.12 = 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} + 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} + 5 \cdot e^{-0.1151 \cdot 1.5} + 105 \cdot e^{-r \cdot 2.0}$$

Despejando r:

$$r = -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left(\frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.1151 \cdot 1.5}}{105} \right)$$

Parte 4

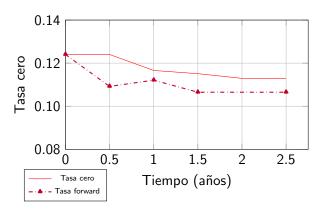
Pregunta a) parte 4 (continuación)

$$\begin{split} r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left(\frac{97.12 - 5 \cdot e^{-0.124 \cdot 0.5} - 5 \cdot e^{-0.117 \cdot 1.0} - 5 \cdot e^{-0.115 \cdot 1.5}}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left(\frac{97.12 - 4.701 - 4.451 - 4.198}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left(\frac{83.77}{105} \right) \\ r &= -\frac{1}{2.0} \cdot \ln \left(\frac{83.77}{105} \right) \approx 0.113 \end{split}$$

Resultado: La tasa cero a 2 años es aproximadamente 11.29%

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿Por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?

Curva cero (tasa spot)



Relación entre curva cero y curva de bonos

La **curva cero** muestra las tasas spot: tasas exactas para distintos plazos, sin considerar cupones. Solamente paga el principal al final del período.

La **curva de bonos** muestra la *yield to maturity*, que es una tasa promedio ponderada considerando cupones y valor nominal.

Ambas curvas suelen tener pendiente similar, ya que responden a las mismas condiciones de mercado.

La curva de bonos es más suave debido a la dispersión de flujos en el tiempo.

Respuestas b)

¿La pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa?

En este caso, ambas curvas tienen pendiente negativa.

¿Qué factor explica el spread entre ambas curvas?

El spread se explica por el hecho de que la curva cero descuenta cada flujo con su propia tasa spot, mientras que la curva de bonos (yield) aplica una tasa promedio a todos los flujos.

¿Por qué el spread aumenta a mayor madurez?

El factor que explica las diferencias de spread entre ambas curvas a mayor tiempo o madurez se debe al impacto que tienen los cupones al momento de traerlos a valor presente.

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿Por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?

Respuestas c)

Interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero

Si la pendiente de la curva es negativa, se espera un escenario de bajo crecimiento económico, por lo tanto, las tasas de interés serán más bajas que las observadas actualmente.

¿ Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?

A menor tasa, la probabilidad de recesión es mayor.

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿Por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?
- d) Considerando que usted tiene la información de la curva cero, la curva forward y la curva de las yields de los bonos de gobierno. Señale qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos forward.

Respuestas d)

¿Qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos *forward*?.

Para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos forward o futuros, se debe utilizar la curva cero. Es decir, las tasas de los bonos de gobierno sin el efecto de los cupones (bootstrapping).

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿Por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?
- d) Considerando que usted tiene la información de la curva cero, la curva *forward* y la curva de las *yields* de los bonos de gobierno. Señale qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos *forward*.
- e) ¿Cuál es el rol de las probabilidades neutrales al riesgo en d)?, ¿Qué rol juega la condición de no arbitraje?

Respuestas e)

¿Cuál es el rol de las probabilidades neutrales al riesgo en d)?

El rol de las probabilidades neutrales al riesgo en los instrumentos financieros es calcular el valor presente de estos sin importar las preferencias individuales. El retorno esperado de los instrumentos es la tasa libre de riesgo, bajo la medida neutral al riesgo: $E^q\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = 1 + r_f. \text{ es por ello que se descuentan los flujos a la tasa libre de riesgo.}$

¿Qué rol juega la condición de no arbitraje?

Con la finalidad de tener probabilidades neutrales al riesgo, no debe haber oportunidades de arbitraje, cumpliendo el escenario primordial, en donde $\frac{S^-}{S} < 1 + r_f < \frac{S^+}{S}$

- a) Calcule la curva cero de 6 meses, 1 año, 1,5 años y 2 años. Utilice capitalización continua.
- b) Grafique la curva cero y comente (sin realizar cálculos) si la pendiente de la curva de los bonos del BCCh (con cupones) es positiva o negativa. ¿Qué factor explica el *spread* entre ambas curvas?, ¿Por qué el *spread* aumenta a mayor madurez?
- c) Comente cuál es la interpretación económica detrás de la pendiente observada en la curva cero. ¿Qué nos dice respecto a la probabilidad de recesión?
- d) Considerando que usted tiene la información de la curva cero, la curva forward y la curva de las yields de los bonos de gobierno. Señale qué curva usaría para calcular el valor presente de las ganancias o pérdidas de los contratos forward.
- e) ¿Cuál es el rol de las probabilidades neutrales al riesgo en d)?, ¿Qué rol juega la condición de no arbitraje?
- f) Calcule el punto a) utilizando matrices en $\operatorname{Excel}/R/\operatorname{Python}$.

Cálculo utilizando matrices

Tarea con décimas para la prueba. Fecha límite: 07/04/2025 21:00