

# Resumen de Analisis Numerico

Mateo P. Cetti

Estudiante - Universidad Catolica de Cordoba  
Ing Ambrosio Taravella, 6240, Cordoba, Argentina

August 22, 2021

## 1 Introduccion

### 1.1 Objetivo del analisis numerico

El objetivo del analisis numerico es el de enseñarle a la computadora a realizar operaciones matematicas complejas. Se estudian metodos numericos que nos permiten interactuar con la computadora

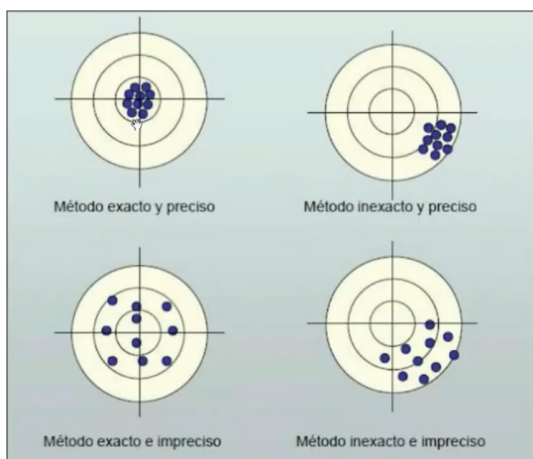
Antiguamente los metodos numericos eran usados de manera muy limitada por el tedioso trabajo de usarlos a mano. Ahora con el auge de las computadoras, estos modelos son mas usados y generan mucho mejores resultados.

### 1.2 Problematicas

1. Las computadoras no trabajan en un universo **infinito** (Ojo con el acarreo del error). En nuestra mente hay infinitos numeros, y entre dos numeros tambien hay infinitos numeros (Universo discreto y acotado).
2. Las computadoras trabajan internamente con el sistema **binario**, y los numeros tienen un espacio "finito" de digitos. Utilizan la notacion de **mantisa** y **exponente**.
3. Como en el desarrollo de Taylor, los metodos numericos se basan en formulaciones teoricas **complejas** e **infinitas**.

## 2 Conceptos elementales

- **Digitio:** Unidad elemental en la representacion de un numero.
- **Numero:** Conjunto de digitos que conforman un elemento.
- **Cifras:** Cantidad de digitos.
- **Cifras significativas:** Cantidad de digitos que poseen un valor confiable.
- **Error:** Diferencia entre valor real y un valor proximo al real.
- **Exactitud:** Aproximacion de un numero a su valor verdadero.
- **Precisión:** Esta relacionada al grado de **dispersión** entre los **valores** **aproximados**.



### 2.1 Errores

Valor aproximado entre un valor **real** y uno **proximo**.

$$E = x_v - x_a \quad (1)$$

Esto (1) se conoce como **error total**. En muchas ocasiones se trabaja con el **error relativo** (2):

$$E_r = \frac{x_v - x_a}{x_v} \quad (2)$$

Y muchas otras veces se utiliza el **error relativo porcentual** (3):

$$E_r = \frac{x_v - x_a}{x_v} 100 \quad (3)$$

Muchos de los metodos son iterativos (Mejoran los resultados en cada iteracion). En la practica el valor **verdadero** no se conoce, por lo que se suele trabajar con **errores aproximados** o aproximacion de errores.

$$E_a = x_{actual} - x_{previo} \quad (4)$$

$$E_{ra} = \frac{x_{actual} - x_{previo}}{x_{actual}} \quad (5)$$

$$E_{ra}[\%] = \frac{x_{actual} - x_{previo}}{x_{actual}} 100 \quad (6)$$

Si dichos errores aumentan con cada iteracion decimos que el metodo **diverge** a la solucion (El metodo no sirve para el problema elegido). Sino, decimos que el metodo **converge** en la solucion

### 3 Raices de ecuaciones lineales

#### 3.1 Presentacion del problema

Para diversos problemas (Ej: amortiguacion de un auto) es muy utiliza averiguar raices de ecuaciones.

#### 3.2 Metodo de la biseccion

Este metodo sirve para todas las funciones excepto aquellas que tengan **raices multiples de orden par**. Este metodo consiste en elegir **dos puntos** en una funcion continua y multiplicarlos Si hay un cambio de signo entonces en el intervalo entre ambos puntos **hay una raiz** (o mas de una).

$$f(a)f(b) \leq 0 \quad (7)$$

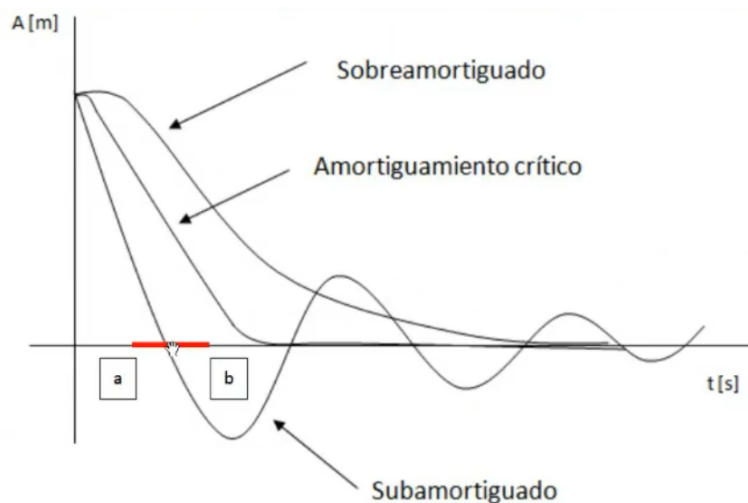


Fig. 3

Este metodo **no es util** cuando hay **muchas raices** en **intervalos muy pequeños**, ya que no nos dice la cantidad exacta de raices en el intervalo elegido.

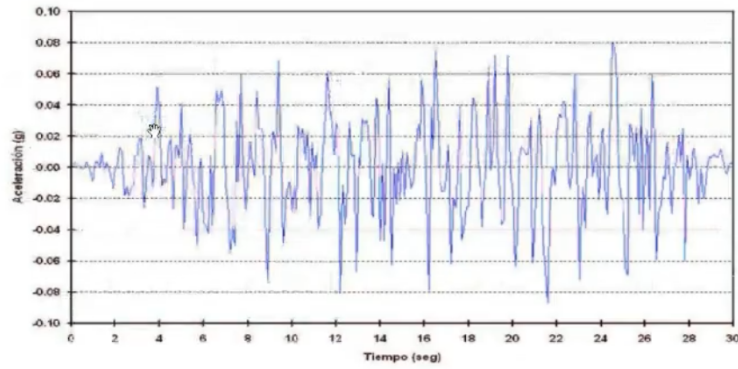


Fig. 5

Para **calcular** la raíz de una función, se eligen los puntos  $a$  y  $b$  y se aplica el método. Si hay una raíz, entonces se vuelve a realizar el método pero en el intervalo  $a$  y  $c$  o  $c$  y  $a$  en donde  $c$  es:

$$c = \frac{a + b}{2} \quad (8)$$

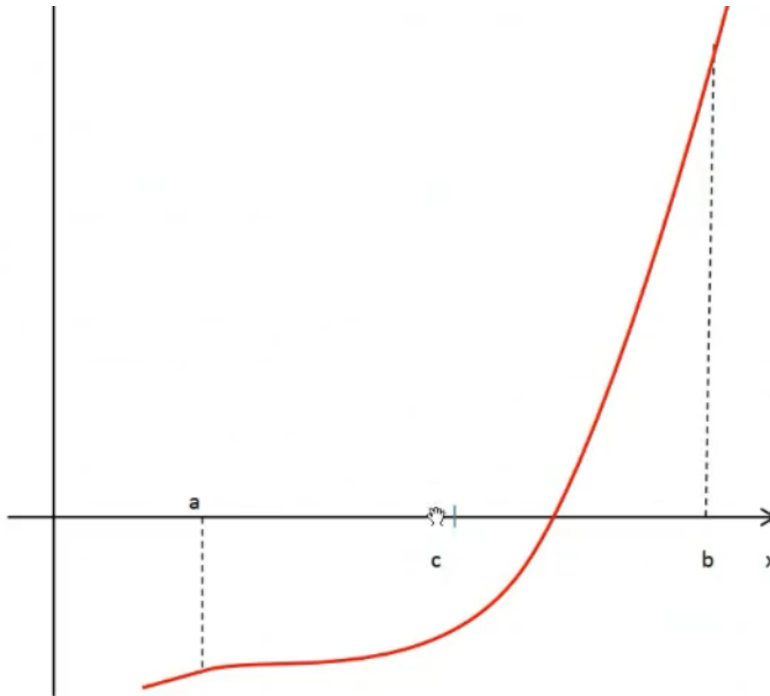


Fig. 7

Si  $f(a)f(c) \leq 0$  entonces la raíz está en el intervalo  $a$  y  $c$ . sino, está en el intervalo  $c$  y  $b$

### Ventajas de este metodo

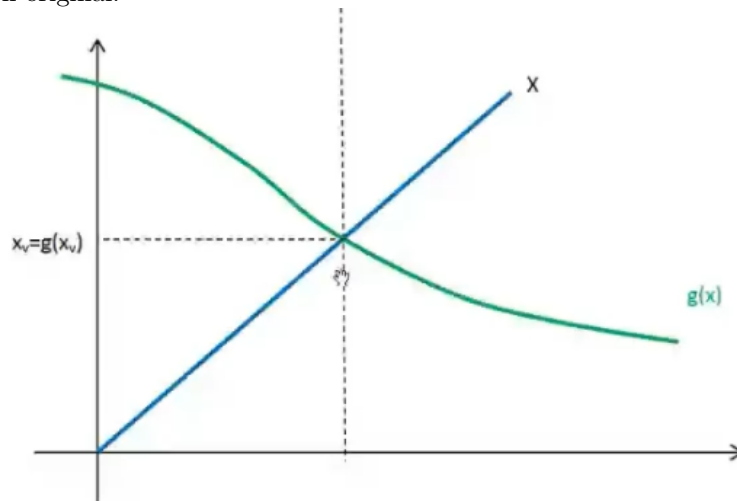
- Alto grado de convergencia
- Confiable
- Facil programacion

### Desventajas

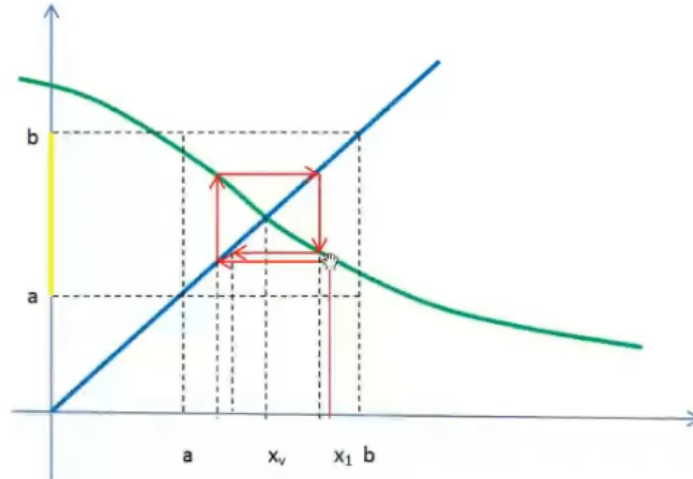
- No es apto para raices multiples de orden par
- convergencia **lenta**

## 3.3 Metodo de punto fijo

Este metodo coincide en generar una funcion  $g(x)$  a partir de la funcion  $f(x)$  original que intersece a la funcion identidad. De ser ese el caso, llamamos al punto interseccion punto fijo, y en su dominio encontraremos la raiz de la funcion original.



$$x_v = g(x_v) \quad (9)$$



Estas funciones  $g(x)$  se obtienen de la función  $f(x)$  original de varias formas:

- Por simple despeje
- Sumando o restando a ambos lados  $x$
- Utilizando algún otro método matemático
- Proponiendo una  $g(x)$  (Solo si se está muy canchero)

No todas las funciones  $g(x)$  funcionan, cuando no funcionan decimos que son funciones **divergentes**. Para asegurarnos que la función se comporte de manera **convergente**, esta debe cumplir con 2 condiciones:

1.  $g(x) \in [a, b]$  (amarillo)
2.  $|g'(\varepsilon)| \leq 1$  y  $\varepsilon$  maximice la derivada

Empezamos con  $\varepsilon$  y aplicamos la fórmula:

$$x_{i+1} = g(x_i) \quad (10)$$