

CAPITULO No 3. INTERES COMPUESTO.

OBJETIVOS

Al finalizar el estudio del capítulo, el lector será capaz de:

- 1) Explicar y definir el interés compuesto y su subdivisión
- 2) Comparar y diferenciar el interés simple del interés compuesto
- 3) Plantear y resolver ejercicios referentes al cálculo del valor futuro, valor presente, tasa de interés compuesto y el tiempo
- 4) Comprender el concepto de interpolación lineal
- 5) Definir y resolver ejercicios sobre el descuento compuesto

TEMARIO

- 3.1 Introducción
- 3.2 Definición del interés compuesto
- 3.3 Subdivisión del interés compuesto
- 3.4 Comparación entre el interés simple y compuesto
- 3.5 Periodo
- 3.6 Valor futuro equivalente a un presente dado
- 3.7 Cálculo del valor presente equivalente de un valor futuro
- 3.8 Cálculo del número de períodos
- 3.9 Cálculo de la tasa de interés (i)
- 3.10 Interpolación lineal
- 3.11 Descuento compuesto

3.1 INTRODUCCION

El interés compuesto, es un sistema que capitaliza los intereses, por lo tanto, hace que el valor que se paga por concepto de intereses se incremente mes a mes, puesto que la base para el cálculo del interés se incrementa cada vez que se liquidan los respectivos intereses. El interés compuesto es aplicado en el sistema financiero; se utiliza en todos los créditos que hacen los bancos sin importar su modalidad. La razón de la existencia de este sistema, se debe al supuesto de la reinversión de los intereses por parte del prestamista.

3.2 DEFINICION DE INTERES COMPUESTO

Es aquel en el cual el capital cambia al final de cada periodo, debido a que los intereses se adicionan al capital para formar un nuevo capital denominado monto y sobre este monto volver a calcular intereses, es decir, hay capitalización de los intereses. En otras palabras se podría definir como la operación financiera en la cual el capital aumenta al final de cada periodo por la suma de los intereses vencidos. La suma total obtenida al final se conoce con el nombre de **monto compuesto o valor futuro**. A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le denomina **interés compuesto** y para su cálculo se puede usar sin ningún problema la igualdad (2.1) del capítulo anterior.

El interés compuesto es más flexible y real, ya que valora periodo a periodo el dinero realmente comprometido en la operación financiera y por tal motivo es el tipo de interés más utilizado en las actividades económicas.

Lo anterior, hace necesario una correcta elaboración del diagrama de tiempo y lo importante que es ubicar en forma correcta y exacta el dinero en el tiempo.

Por último, es conveniente afirmar que el interés compuesto se utiliza en la Ingeniería Económica, Matemática Financieras, Evaluación de Proyectos y en general por todo el sistema financiero colombiano.

Ejemplo 3.1

Una persona invierte hoy la suma de \$ 100.000 en un CDT que paga el 7% cuatrimestral, se solicita mostrar la operación de capitalización durante dos años

Periodo	Cap. Inicial (P)	Interés	Monto (F)
0	100,000.0000		100,000.0000
1	100,000.0000	7,000.0000	107,000.0000
2	107,000.0000	7,490.0000	114,490.0000
3	114,490.0000	8,014.3000	122,504.3000
4	122,504.3000	8,575.3010	131,079.6010
5	131,079.6010	9,175.5721	140,255.1731
6	140,255.1731	9,817.8621	150,073.0352

En la tabla anterior, se aprecia que los intereses cuatrimestrales se calculan sobre el monto acumulado en cada periodo y los intereses se suman al nuevo capital para formar un nuevo capital para el periodo siguiente, es decir, se presenta capitalización de intereses, con el objeto de conservar el poder adquisitivo del dinero a través del tiempo.

Para el cálculo del interés se uso la fórmula: $I = Pin$, mientras que para el monto se utilizó: $F = P + I$; ecuaciones que fueron definidas con anterioridad

3.3 SUBDIVISION DEL INTERES COMPUESTO.

El interés compuesto se puede subdividir de la siguiente manera:

- a) **Interés compuesto discreto:** Se aplica con intervalos de tiempos finitos.
- b) **Interés compuesto continuo:** Se aplica en una forma continua, o sea que los intervalos de tiempo son infinitesimales.

Sin importar el hecho de que el interés sea discreto o continuo y para dar una definición precisa del interés compuesto, es conveniente indicar los siguientes aspectos.

TASA DE INTERES: Es el valor del interés que se expresa como un porcentaje. Ej. 5%. 10%, 20%.

PERIODO DE APLICACIÓN: Es la forma como se aplicará el interés. Ej. 2% mensual, 20% anual compuesto trimestralmente, 18% anual compuesto continuamente.

BASE DE APLICACIÓN: Es la cantidad de dinero sobre la cual se aplicará el interés para cada periodo. Ej. 20% anual compuesto trimestralmente sobre el saldo mínimo trimestral.

FORMA DE APLICACIÓN: Es el momento en el cual se causa el interés. Ej. 2% mensual por adelantado, 18% anual por trimestre vencido.

3.4 COMPARACION ENTRE EL INTERES SIMPLE Y COMPUESTO

La comparación entre el interés simple e interés compuesto, se hará a partir del siguiente ejemplo.

Ejemplo 3.2

Suponga que se una persona invierte \$ 1.000 a un interés del 2.5% mensual durante 12 meses, al final de los cuales espera obtener el capital principal y los intereses obtenidos. Suponer que no existen retiros intermedios. Calcular la suma final recuperada.

Periodo	Capital Inicial o Presente		Intereses		Monto final o Futuro	
	Simple	Compuesto	Simple	Compuesto	Simple	Compuesto
1	1.000	1.000,00	25	25,00	1.025	1.025,00

2	1.000	1.025,00	25	25,63	1.050	1.050,63
3	1.000	1.050,63	25	26,27	1.075	1.076,90
4	1.000	1.076,90	25	26,92	1.100	1.103,82
5	1.000	1.103,82	25	27,59	1.125	1.131,41
6	1.000	1.131,41	25	28,29	1.150	1.159,70
7	1.000	1.159,70	25	28,99	1.175	1.188,69
8	1.000	1.188,69	25	29,72	1.200	1.218,41
9	1.000	1.218,41	25	30,46	1.225	1.248,87
10	1.000	1.248,87	25	31,22	1.250	1280,09
11	1.000	1.280,09	25	32,00	1.275	1312,09
12	1.000	1.312,09	25	32,80	1.300	1.344,89

En la tabla se observa que el monto a interés simple crece en forma aritmética y su gráfica es una línea recta. Sus incrementos son constantes y el interés es igual en cada periodo de tiempo. El monto a interés compuesto, en cambio, crece en forma geométrica y su gráfica corresponde a la de una función exponencial. Sus incrementos son variables. Cada periodo presenta un incremento mayor al del periodo anterior. Su ecuación es la de una línea curva que asciende a velocidad cada vez mayor.

En el diagrama anterior se puede observar que los flujos ubicados en el periodo **3**, **5** y **n-2**, son valores futuros con respecto al periodo **1** o **2**, pero serán presente con respecto a los periodos **n-1** o **n**

3.5 PERIODO

El tiempo que transcurre entre un pago de interés y otro se denomina periodo y se simboliza por **n**, mientras que el número de periodos que hay en un año se representa por **m** y representa el número de veces que el interés se capitaliza durante un año y se le denomina **frecuencia de conversión o frecuencia de capitalización**.

A continuación se presenta una tabla que muestra las frecuencias de capitalización más utilizadas o comunes.

Capitalización intereses	Frecuencia conversión
Diaria	365
Semanal	52
Quincenal o Bimensual	24
Mensual	12
Bimestral	6
Trimestral	4
Cuatrimestral	3
Semestral	2
Anual	1

En un ejercicio o problema de interés compuesto al especificar la tasa de interés se menciona inmediatamente el periodo de capitalización. Por ejemplo:

- 30% Anual capitalizable o convertible diariamente.
- 28% Liquidable o capitalizable semanalmente.
- 24% Capitalizable Quincenalmente.
- 36% Anual convertible mensualmente.
- 32% Anual liquidable bimestralmente.
- 40% Anual capitalizable Trimestralmente.
- 20% Anual compuesto cuatrimestralmente.
- 35% Anual convertible semestralmente.
- 18% Anual liquidable anualmente.

Si no se especifica el periodo de referencia, éste se debe entender de forma anual. Es decir, 28% Liquidable o capitalizable semanalmente, es lo mismo, que si se manifestara 28% Anual Liquidable o capitalizable semanalmente.

El periodo de capitalización es un dato indispensable en la solución de problemas de interés compuesto. Al realizar un cálculo de interés compuesto es necesario que la tasa de interés esté expresada en la misma unidad de tiempo que el periodo de capitalización.

Ejemplo 3.3

Si un documento ofrece pagos semestrales y tiene una duración de 3 años. ¿Cuánto vale m y n ?

Solución:

Un año tiene 2 semestre, por lo tanto, $m = 2$.

Teniendo que la obligación financiera dura 3 años, el número de veces que el documento paga interés por año será 2, por consiguiente en 3 años, pagará 6 veces, lo que indica que $n = 6$

3.6 VALOR FUTURO EQUIVALENTE A UN PRESENTE DADO.

El valor futuro, se puede encontrar a partir de un valor presente dado, para lo cual, se debe especificar la tasa de interés y el número de periodos, y a partir de la siguiente demostración, se determina la fórmula que permite calcular el valor futuro.

PERIODO	CAPITAL INICIAL	INTERES	CAPITAL FINAL
1	P	Pi	$F_1 = P + Pi = P(1+i)$
2	$P(1+i)$	$P(1+i)i$	$F_2 = P(1+i) + P(1+i)i = P(1+i)(1+i) = P(1+i)^2$
3	$P(1+i)^2$	$P(1+i)^2i$	$F_3 = P(1+i)^2 + P(1+i)^2i = P(1+i)^2(1+i) = P(1+i)^3$
4	$P(1+i)^3$	$P(1+i)^3i$	$F_4 = P(1+i)^3 + P(1+i)^3i = P(1+i)^3(1+i) = P(1+i)^4$
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
N	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1}i$	$F_n = P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-1}i = P(1+i)^{n-1}(1+i) = P(1+i)^n$

Se concluye entonces que: $F = P(1+i)^n$ (3.1) ; donde :

F = Monto o valor futuro.

P = Valor presente o valor actual.

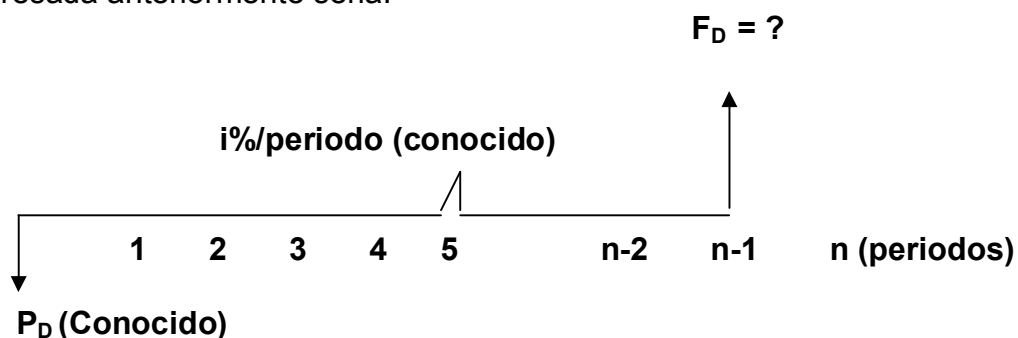
I = tasa de interés por periodo de capitalización.

n = Número de periodos ó número de periodos de capitalización.

La anterior fórmula se puede expresar mnemotécnicamente de la siguiente manera: $F = P(F/P, i, n)$; que se lee así: hallar F dado P, una tasa i y n periodos. La forma nemotécnica se emplea cuando se usan las tablas financieras que normalmente se encuentran al final de los libros de ingeniería económica o de matemáticas financieras.

El término $(F/P, i, n)$ se conoce con el nombre de factor y es un valor que se encuentra en las tablas financieras. El factor corresponde al elemento $(1+i)^n$ de la fórmula, que se conoce con el nombre de **factor de acumulación en pago único**.

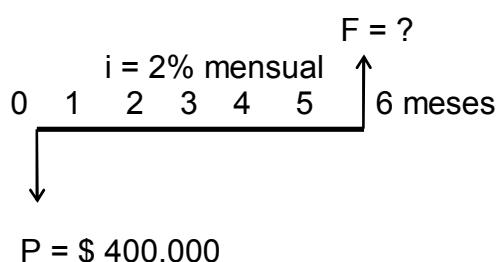
En las matemáticas financieras toda fórmula tiene asociada un diagrama económico, para la expresada anteriormente seria:



Ejemplo 3.4

¿Cuánto dinero se tiene dentro de seis meses en una cuenta de ahorros que reconoce el 2% mensual si hoy se invierte en una corporación \$400.000?.

Solución:



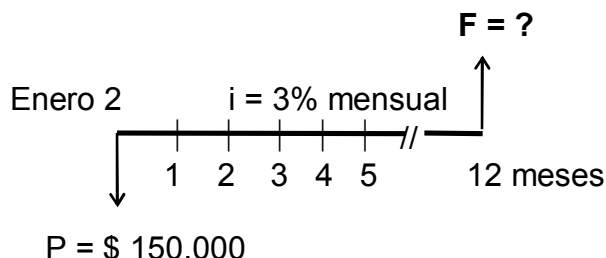
$$F = P(1+i)^n ; \text{ por consiguiente: } F = 400.000(1+0.02)^6 = \$ 450.465,$$

El valor de **Va** se toma negativo ya que se trata de una inversión, para encontrar la respuesta se debe estar ubicado en la celda **B4**, siempre se debe hacer un clic sobre la opción aceptar de la venta de argumentos de función de **VF**. Introduzca los otros valores en las celdas tal como se señala en la hoja de Excel.

Ejemplo 3.5

El 2 de enero se consignó \$150.000 en una cuenta de ahorros y deseo saber cuánto puedo retirar al finalizar el año, si me reconocen una tasa de interés mensual igual a 3% ?

Solución:

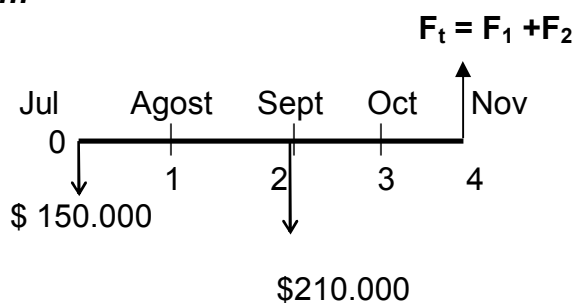


$$F = P(1+i)^n ; \text{ por lo tanto: } F = 150.000(1+0.03)^{12} = \$ 213.864$$

Ejemplo 3.6

Al iniciar los meses de julio y septiembre me propongo ahorrar \$150.000 y \$210.000 respectivamente y deseo consignarlos en una corporación que me reconoce el 4% mensual. ¿Cuánto dinero tengo el primero de noviembre?.

Solución:



$$P_1 = \$ 150.000 \quad P_2 = \$ 210.000 \quad i = 0.04 \text{ mensual.}$$

$$F_1 = P_1(1+i)^n ; F_1 = 150.000(1+0.04)^4 ; F_1 = 150.000 (1.04)^4 = \$ 175.479$$

$$F_2 = P_2(1+i)^n ; F_2 = 210.000(1+0.04)^4 ; F_2 = 210.000(1.04)^2 = \$ 227.136$$

$$F_t = F_1 + F_2 = 175.479 + 227.136 = \$ 402.615;$$

3.7 CALCULO DEL VALOR PRESENTE EQUIVALENTE DE UN FUTURO DADO.

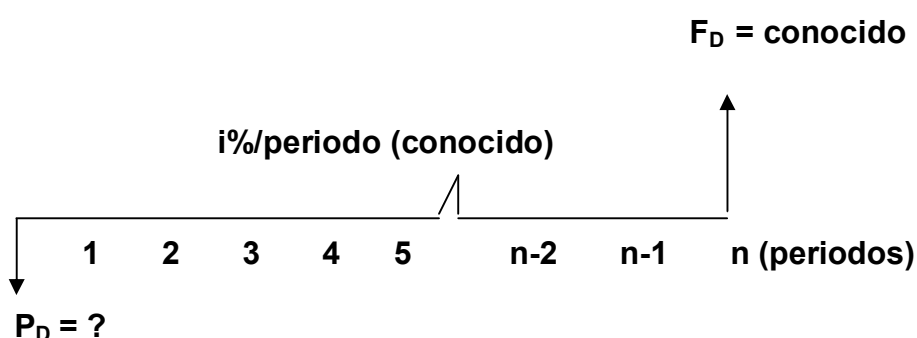
Sabemos que $F = P(1+i)^n$; por lo tanto, $P = F(1+i)^{-n}$ (3.2)

El valor presente se puede definir, como el capital que prestado o invertido ahora, a una tasa de interés dada, alcanzará un monto específico después de un cierto número de periodos de capitalización.

La anterior fórmula se puede expresar mnemotécnicamente de la siguiente manera: **$P = F(P/F, i, n)$** ; que se lee así : hallar **P** dado **F**, una tasa **i** y **n** periodos. La forma mnemotécnica se emplea cuando se usan las tablas financieras que normalmente se encuentran al final de los libros de ingeniería económica o de las matemáticas financieras.

El término **$(P/F, i, n)$** se conoce como el nombre de factor y es un valor que se encuentra en las tablas financieras. El factor corresponde al elemento **$(1+i)^{-n}$** de la fórmula, se conoce con el nombre de **factor de descuento o factor de valor presente para pago único**.

El diagrama económico para la fórmula expresada anteriormente sería:

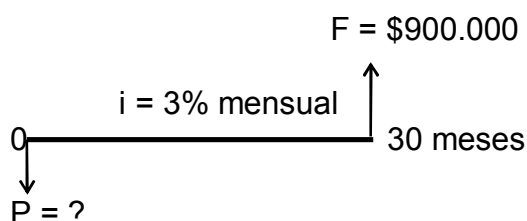


Ejemplo 3.7

Dentro de dos años y medio deseo cambiar mi actual maquinaria empacadora por una de mayor capacidad. En esa fecha, estimo que puedo venderla por \$ 300.000 y la de mayor capacidad estará costando \$1.200.000 ¿Cuánto capital debo consignar en una entidad financiera que paga el 3% mensual, si deseo adquirir la nueva maquinaria?

Solución:

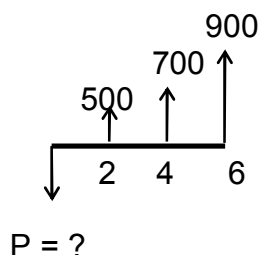
Como la actual maquinaria la vendería por \$ 300.000 dentro de dos años y medio y la nueva tendría un costo de \$ 1.200.000, realmente debo tener consignado en la entidad financiera en esa fecha \$ 900.000.



Se tiene que: $P = F(1+i)^{-n} = 900.000(1+0.03)^{-30} = \$370.788,08$;

Ejemplo 3.8

Calcule **P** en el siguiente diagrama de flujo si $i = 10\%$.



Solución:

Hay que considerar que cada valor que está a la derecha de **P**, es un valor futuro (**F**). Según el diagrama se tendrá:

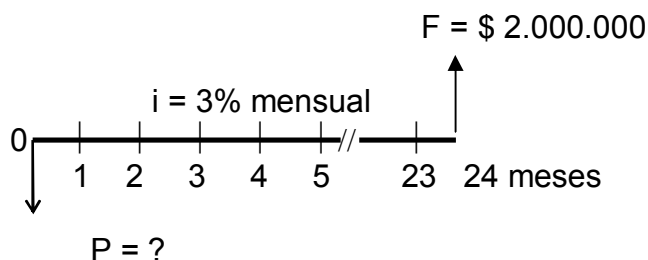
$$P = F(1+i)^{-n} = 500(1+0.10)^{-2} + 700(1+0.10)^{-4} + 900(1+0.10)^{-6} = 413,22 + 478,10 + 508,02$$

$$\boxed{P = \$ 1.399,36}$$

Ejemplo 3.9

¿Qué capital es necesario invertir hoy en una institución que capitaliza el 3% mensual a fin de obtener en dos años \$ 2.000.000?

Solución:



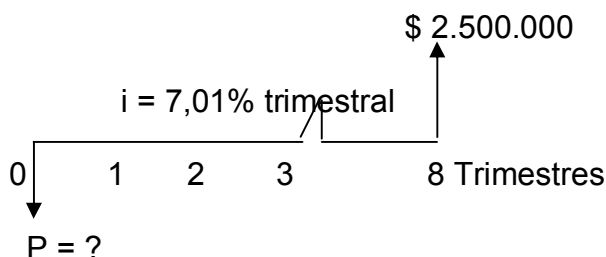
$$P = F(1+i)^{-n} = 2.000.000(1+0,003)^{-24} = \$983.867,47 ;$$

Ejemplo 3.10

Una persona desea invertir hoy una suma de dinero en una institución financiera para retirar \$ 2.500.000 dentro de 2 años ¿Cuál será la suma a depositar si el rendimiento reconocido es de 7,01 trimestral?

Solución:

Como el interés que se da en el ejercicio es trimestral, y teniendo en cuenta que debe haber una relación de homogeneidad entre i y n , los dos años se hacen equivalentes a 8 trimestres.



$$P = F(1+i)^{-n} = 2.500.000(1,0701)^{-8} = \$1.453.935,35 ;$$

3.8 CALCULO DEL NÚMERO DE PERIODOS.

Sabemos que: $F = P(1+i)^n$; despegando se tiene: $\left(\frac{F}{P}\right) = (1+i)^n$; aplicando

logaritmos tenemos: $\ln\left(\frac{F}{P}\right) = n\ln(1+i)$; de donde: $n = \frac{\ln\left(\frac{F}{P}\right)}{\ln(1+i)} \quad (3.3)$

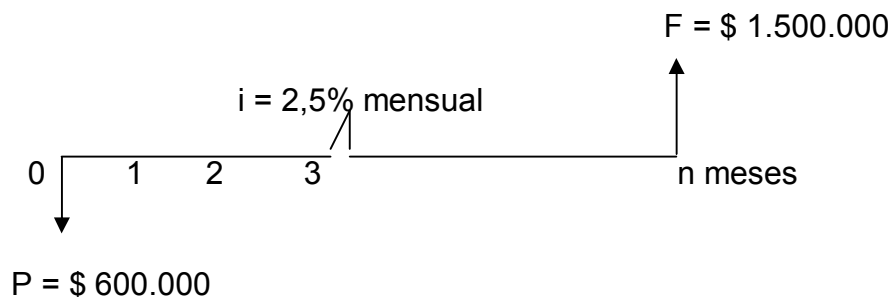
Se puede hallar n por medio del uso de la mnemotecnica; $F = P(F/P, i, n)$ ó $P = F(P/F, i, n)$.

Ejemplo 3.11

¿A cuánto tiempo \$ 1.500.000 es equivalente a \$ 700.000 hoy, sabiendo que el interés que gana el dinero es del 2.5% mensual?

Solución:

Como la tasa de interés está dada en término mensual, entonces el número de periodos será también en meses.



Se sabe que:
$$n = \frac{\ln\left(\frac{F}{p}\right)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(\frac{1.500.000}{600.000}\right)}{\ln(1+0.025)} = \frac{\ln(2,5)}{\ln(1,025)} = 37,10 \text{ meses}$$

3.9 CALCULO DE LA TASA DE INTERES (i).

Se sabe que: $F = P(1+i)^n$, despejando se obtiene: $\left(\frac{F}{P}\right) = (1+i)^n$, aplicando raíz

e-enésima a ambos lado de la ecuación se tiene: $\left(\frac{F}{P}\right)^{\frac{1}{n}} = (1+i)^{\frac{n}{n}}$, por lo tanto;

$$i = \left(\frac{F}{P}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (3.4)$$

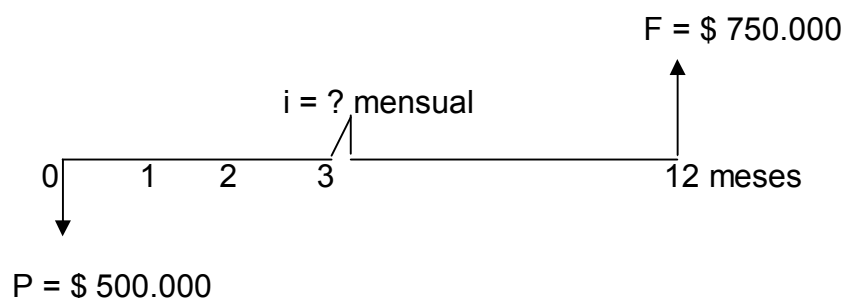
Se puede hallar i por medio del uso de las mnemotecnia $F = P(F/P, i, n)$ ó $P = F(P/F, i, n)$.

Ejemplo 3.12

Hace un año se hizo un depósito de \$500.000 en una corporación y hoy el saldo en dicha cuenta es de \$750.000. ¿Cuál es la tasa de interés mensual que reconoce la corporación. ?

Solución:

Como la tasa de interés que se pide es mensual, entonces, el número de periodos deberá ser expresado en meses, por lo cual, un año equivale a 12 meses.



Se sabe que: $i = (F/P)^{1/n} - 1$; por consiguiente: $i = (750.000/500.000)^{1/12} - 1$;

Entonces $i = (1,5)^{1/12} - 1 = 0,03466$ mensual; de donde: **$i = 3,4366 \%$ mensual**

3.10 INTERPOLACION LINEAL

En las matemáticas financieras es común utilizar el concepto matemático de interpolación lineal, que consiste fundamentalmente en que dados dos puntos en una curva, se busca encontrar otro intermedio utilizando la función lineal, es decir, bajo el supuesto que los tres puntos estén sobre la misma línea recta. Lo que se pretende es aproximar o ajustar puntos que se encuentran sobre una curva a puntos que se ubiquen en una línea recta y de esta forma hallar una solución aproximada a un conjunto de problemas.

Para facilitar el proceso de interpolación se presenta la siguiente expresión:

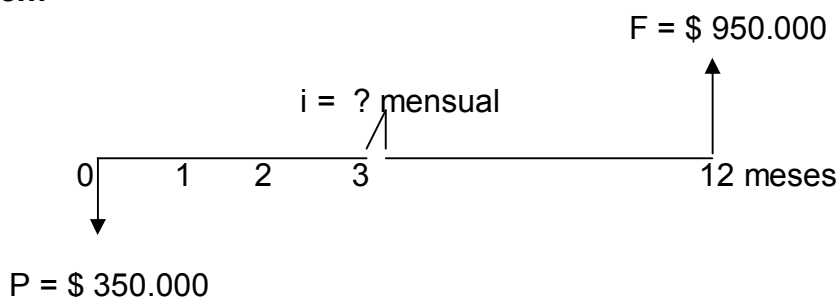
$$? = \mathfrak{R}_1 + \frac{\mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}_1}{X_2 - X_1}(X - X_1) \quad (3.5)$$

Con algunos ejemplos se puede entender fácilmente la expresión anterior.

Ejemplo 3.13

Una persona invierte hoy la suma de \$ 350.000 y espera acumular al finalizar el año \$ 950.000. ¿Cuál es la tasa de interés mensual que reconoce la corporación. ?

Solución:



Para aplicar el concepto de interpolación lineal, se resolverá el ejemplo mediante la expresión nemotécnica $F = P(F/P, i, n)$, por consiguiente:

$$950.000 = 350.000(F/P, i, 12), \text{ entonces: } 2,71429 = (F/P, i, 12)$$

Usando cualquier tabla financiera para interés compuesto discreto, se encuentra que para un $i = 8\%$, el factor $(F/P, 8\%, 12)$ es igual a 2,51817, y para un $i = 10\%$ el factor $(F/P, 10\%, 12)$ equivale a 3,13843, por lo tanto, el i que nos interesa encontrar esta entre esos dos valores, por lo cual, se hace uso de la siguiente tabla :

	$i\%$	$(F/P, i, n)$	
$\mathfrak{R}_1 \rightarrow$	8	2,51817	$\rightarrow X_1$
	?	2,71429	$\rightarrow X$
$\mathfrak{R}_2 \rightarrow$	10	3,13843	$\rightarrow X_2$

Inmediatamente se procede a la utilización de la expresión:

$? = \mathfrak{R}_1 + \frac{\mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}_1}{X_2 - X_1}(X - X_1)$, teniendo el cuidado de ubicar los \mathfrak{R} en la columna donde se encuentra la incógnita, en frente de cada \mathfrak{R} , se localizaran los X . Por consiguiente:

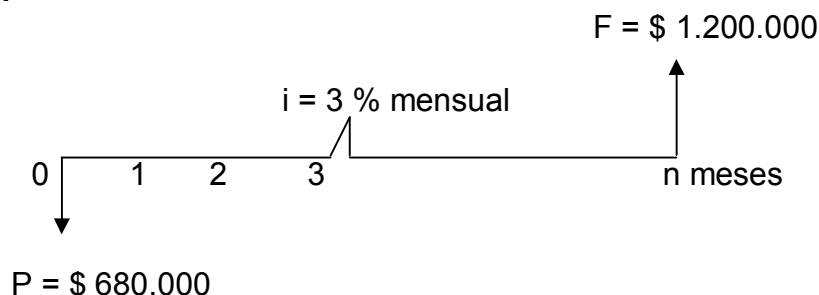
$$i = \mathfrak{R}_1 + \frac{\mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}_1}{X_2 - X_1}(X - X_1) = 0,08 + \frac{0,10 - 0,08}{3,13843 - 2,51817}(2,71429 - 2,51817)$$

$$i = 0,08 + \frac{0,02}{0,62026}(0,19611) = 0,08632, \text{ luego } i = 8,6771\% \text{ mensual}$$

Ejemplo 3.14

¿ En cuánto tiempo se logra acumular la suma \$ 1.200.000 si hoy deposito a \$ 680.000, sabiendo que el interés que gana el dinero es del 3% mensual?

Solución:



Para aplicar el concepto de interpolación lineal, se resolverá el ejemplo mediante la expresión nemotécnica $P = F(P/F, i, n)$, por consiguiente:

$$680.000 = 1.200.000(P/F, 3\%, n), \text{ entonces } 0,566666 = (P/F, 3\%, n)$$

Usando cualquier tabla financiera para interés compuesto discreto, se encuentra que para un $i = 3\%$, el factor $(P/F, 3\%, 19)$ es igual a 0,570286, y el factor $(P/F, 3\%, 20)$ equivale a 0,5536757, por lo tanto, el n que nos interesa encontrar está entre 19 y 20 meses, por lo cual, se hace uso de la siguiente tabla :

	n	$(P/F, i, n)$	
$\mathfrak{R}_1 \rightarrow$	19	0,5702860	$\rightarrow X_1$
	?	0,5666666	$\rightarrow X$
$\mathfrak{R}_2 \rightarrow$	20	0,5536757	$\rightarrow X_2$

Inmediatamente se procede a la utilización de la expresión $n = \mathfrak{R}1 + \frac{\mathfrak{R}2 - \mathfrak{R}1}{X2 - X1}(X - X1)$, teniendo el cuidado de ubicar los \mathfrak{R} en la columna donde se encuentra la incógnita, en frente de cada \mathfrak{R} , se localizaran los X. Por consiguiente:

$$n = \mathfrak{R}1 + \frac{\mathfrak{R}2 - \mathfrak{R}1}{X2 - X1}(X - X1) = 19 + \frac{0,5536757 - 0,570286}{20 - 19}(0,5666666 - 0,5702860)$$

$$n = 19 + \frac{-0,0166103}{1}(-0.0036194) = 19,22 \text{ meses, luego } n = 19,22 \text{ meses}$$

3.11 DESCUENTO COMPUESTO

Es la operación financiera que tiene por objeto el cambio de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento presente, mediante la fórmula de descuento compuesto. Es un descuento que opera con base en el interés compuesto. Si el proceso de capitalización es la suma periódica de los intereses, el descuento compuesto debe ser todo lo contrario. Se simboliza con **D_c**.

Teniendo en cuenta que: $F = P(1+i)^n$ y que $V_n = V_T(1+d)^n$; de donde:

$$V_n = V_T(1+d)^n, \text{ por consiguiente: } V_T = \frac{V_n}{(1+d)^n}; \text{ ahora si: } D_c = V_n - V_T$$

$$\text{; por lo cual se obtiene: } D_c = V_n - \frac{V_n}{(1+d)^n}; \text{ al}$$

factorizar se obtiene: $D_c = V_n \left(1 - \frac{1}{(1+d)^n} \right)$; la cual, se podría expresar:

$$D_c = V_n \left[1 - (1+d)^{-n} \right] \quad (3.6)$$

Ejemplo 3.15

Calcular los intereses de descuento por anticipar un capital de \$ 4.500.000 por 5 meses a un tipo de descuento del 15%.

Solución:

Se tiene que:

$$D_c = V_n \left[1 - (1+d)^{-n} \right] = 4.500.000 \left[1 - (1+0,15)^{-5/12} \right] = 254.569,38$$

Ejemplo 3.16

Los intereses de descontar \$ 3.500.000 a un tipo del 12% ascienden a 420.000. Calcular el plazo de descuento si se ha aplicado el descuento compuesto.

Solución:

Se tiene que: $D_C = V_n \left[1 - (1 + d)^{-n} \right]$; por consiguiente:
 $420.000 = 3.500.000 \left[1 - (1 + 0,12)^{-n} \right]$; de donde: $\frac{420.000}{3.500.000} = 1 - (1,12)^{-n}$;
entonces se tiene: $(1,12)^{-n} = 1 - 0,12$; por lo tanto:

$$n = \frac{-\ln(0,88)}{\ln(1,12)} = 1,128 \text{ años} = 1,1280 * 12 = 13,54 \text{ meses}$$

Ejemplo 3.17

El señor Díaz tiene en su poder una letra de \$ 2.500.000 que vence dentro de seis meses y reconoce intereses al, 8% mensual, y quiere negociar con banco que le acepta la letra pero con un descuento del 3,5%. ¿Cuál es el precio de la letra y el descuento aplicado?.

Solución:

Se debe encontrar el valor de la letra al final del mes seis, por tanto: $V_n = F = P(1 + i)^n$
; de donde: $V_n = 2.500.000(1 + 0,028)^6 = \$2.950.520,9$, luego se encuentra el

precio de la venta: $V_T = \frac{V_n}{(1 + d)^n}$;

$$V_T = \frac{2.950.520,9}{(1 + 0,035)^6} = 2.400.250,65 \quad ; \text{ el descuento sería:}$$

$$D_C = V_n \left[1 - (1 + d)^{-n} \right] = 2.950.520,9 \left[1 - (1 + 0,035)^{-6} \right] = \$550.270,25$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1) Determinar el monto compuesto después de 4 años si se invierten \$ 100.000 a una tasa del 8% T. **R/. \$ 342.594,26**
- 2) Se invierten \$ 2.000.000 al 1,5% mensual por 3 años. ¿Cuál es la cantidad acumulada al término de ese tiempo?. ¿A cuánto asciende el interés ganado?. **R/. \$ 3.418.279,08 y \$ 1.418.279,08.**
- 3) ¿Qué cantidad de dinero se habrá acumulado al cabo de 5 años si se invierten \$ 800.000 al 2.1% mensual. **R/. \$ 2.783.777,45.**
- 4) Se invirtieron \$ 20.000.000 en un banco por 5 años. Cuando se realizó el depósito, el banco estaba pagando el 6% T. Tres años después, la tasa cambió al 1,5% mensual. Calcule el monto al finalizar los cinco años. **R/. \$ 71.997.625,26**
- 5) Un trabajador empieza a laborar con un sueldo mensual de \$ 450.000 si los aumentos esperados se promedian en un 10% anual, ¿Cuál será su sueldo al llegar a la edad de jubilación dentro de 20 años?. **R/ \$ 2.752.159,07.**
- 6) Una persona debe pagar en 18 meses la suma de \$ 2.000.000. ¿Cuál debe ser el valor del depósito que se haga hoy en una cuenta que paga el 8% efectivo trimestral para poder retirar esa suma?. **R/ \$ 1.260.339,25.**
- 7) Una inversión de \$ 200.000 USD se efectúa a 15 años. Durante los primeros 8 años la tasa de interés es del 12% S. Posteriormente, la tasa desciende al 15% S, durante 4,5 años. El resto del tiempo la tasa aumenta 1,25% M. ¿Cuál es el monto final de la inversión?. **R/. 6.261.089,01 USD.**
- 8) Si un apartamento se adquiere hoy por \$ 40.000.000 y por efectos de la inflación y otros factores su valor aumenta a razón de un 20% anual, ¿cuánto podrá valer dentro de 15 años?. **R/\$ 616.280.862,98.**
- 9) Una persona abrió un CDT con \$ 4.500.000, los tres primeros bimestres le reconocieron el 4,5% bimestral y luego los renovó por dos trimestres más por 7% T. ¿Cuánto tenía al finalizar el año?. **R/. \$ 5.879.344,93.**
- 10) ¿Cuál es el valor presente de \$ 1.800.000 que vencen dentro de 3 años, si la tasa de interés es del 5% bimestral?. **R/. \$ 4.331.914.62.**
- 11) Si depositamos hoy \$ 100.000, dentro de 6 meses \$ 50.000 y 4 meses después de realizado el anterior depósito, \$ 200.000, ¿Cuánto se tendrá acumulado 19 meses después de efectuado el primer depósito si se reconoce el 3% mensual?. **R/ \$ 509.731,19.**
- 12) Hace 11 meses deposité \$ 500.000 y, 4 meses después retire \$ 250.000. ¿Cuánto tendré acumulado hoy si hace tres meses deposité \$ 300.000 y el interés que reconoce es del 4,7% bimestral?. **R/. \$ 671.488,38**
- 13) Una persona recibió una herencia de \$ 1.500.000 y quiere invertir una parte de este dinero en un fondo de jubilación. Piensa jubilarse dentro de 15 años y para entonces desea tener \$ 30.000.000 en el fondo. ¿Qué parte de la herencia deberá invertir ahora si el dinero estará invertido a una tasa del 2% mensual?. **R/. \$ 849.357,13.**
- 14) Un capital estuvo invertido 4 años a una tasa del 7,5% T, si se hubiera invertido al 2,5% mensual, habría producido \$ 634.872 más de intereses. ¿Cuál es el capital que se invirtió?. **R/. \$ 6.999.968,63.**
- 15) Una persona debe \$ 500.000, con vencimiento en 6 meses e intereses del 7.5% T. Si el documento es vendido 2 meses antes del vencimiento y el comprador desea ganar un interés del 3,5% mensual sobre el monto de su inversión, calcular el precio de compra. **R/. \$ 539.394,15.**

- 16) Las dos quintas partes de un capital están invertidos al 2,35% mensual y el resto al 15% semestral; si los intereses anuales son \$ 1.159.503. ¿Cuál es el capital?. **R/. \$ 877.026,61.**
- 17) Un padre de familia promete a cada uno de sus dos hijos, que al terminar la carrera le entregará a cada uno \$ 4.000.000 para que realicen un viaje. Si al primero le faltan 2 años para terminar y al segundo 3 años. ¿Cuánto debe invertir hoy en un fondo que paga el 2,5% mensual a fin de poderles cumplir la promesa?. **R/. \$ 3.855.876,31.**
- 18) Dos personas se asociaron para montar un negocio; cada uno aportó \$ 40.000.000 y \$ 30.000.000 respectivamente y acordaron las siguientes cláusulas: 1) La sociedad reconocerá a cada uno el 2.5% sobre el capital aportado, 2) El primero participará de las utilidades, después del reconocimiento de los intereses, con el 55% y el 45% respectivamente y, 3) Ningún socio podrá retirar utilidades o intereses antes de 5 años. Por inconvenientes entre los socios, el negocio se liquida a los 2,5 años y el total realizado \$ 160.000.000, determinar cuánto recibió cada uno de los socios y cuál fue la tasa de rendimiento anual producida en el negocio. **R/. Socio 1: \$ 91.146.351,37, Socio 2: \$ 68.853.648,63. 39,19% EA.**
- 19) Un fondo tiene un valor hoy de \$ 3.500.000 y hace año el valor del fondo era de \$ 2.800.000. Suponiendo una tasa de inflación del 20%. ¿Qué es más aconsejable entre dejar el dinero en el fondo ó cancelar el fondo y buscar otra alternativa de inversión. **R/. La rentabilidad anual es del 25%, como es mayor que la tasa de inflación, es recomendable dejar el dinero en el fondo.**
- 20) Se dispone hoy de una suma de dinero para invertir. Y se presentan dos alternativas: la primera es invertir al 2, 42% mensual y la segunda es invertir al 15,25% semestral. ¿Cuál debe aceptarse?. **R/ La primera.**
- 21) Si el costo de la energía eléctrica va a estar aumentando a un ritmo de 3.5% mensual durante los próximos 12 meses, ¿De cuánto será el aumento total expresado en porcentaje?. Suponga que el costo de Kw/hora actualmente es de \$ 15. **R/. 51,11%.**
- 22) La señora carolina, deposita \$ 100.00 en una cuenta de ahorros que paga un interés del 7% trimestral; dentro de 3 años retira la tercera parte del total acumulado en su cuenta, dos años más tarde hace un depósito igual a la mitad del saldo existente en ese momento y dos años después retira la totalidad del dinero existente en esa fecha. Hallar el valor de este último retiro. **R/ \$ 664.884**
- 23) Se desea duplicar un capital en un año. Si la capitalización se lleva a cabo cada quincena, ¿A qué tasa de interés debe invertirse?. **R/. 2,93% quincenal.**
- 24) Una letra que vence en 45 días con un valor de \$ 3.000.000 se descuenta, hoy por \$ 2.861.168,43. Encontrar la tasa de interés del negocio? **R/. 10,53% diario.**
- 25) Una bicicleta tiene un valor de contado de \$ 2.500.000. A plazos exigen una cuota inicial de \$ 1.000.000 y el resto financiado para ser cancelado con tres cuotas de \$ 1.000.000; \$ 500.000 y \$ 198.305,30, dos, cinco y nueve meses después de recibida la bicicleta. Encontrar el interés de financiación. **R/. 3,5% mensual.**
- 26) Un socio de una empresa aportó \$ 25.000.000, al finalizar el quinto año se retiró de la sociedad; llegando a un acuerdo con los demás socios le entregaron \$ 72.000.000. ¿Qué rendimiento anual obtuvo de su inversión en esa empresa?. **R/. 23,56% anual.**
- 27) Se adquiere una máquina financiada y se pacta cubrir en tres pagos de \$ 60.000, \$ 80.000 y \$ 100.000 en los meses 6, 8 y 12 meses, respectivamente. Hallar el valor de contado sabiendo que la financiación contempla una tasa de interés sobre saldo

- del 2,5% mensual para los 6 primeros meses y del 9% trimestral de allí en adelante. **R/. \$ 189.471.**
- 28) Cuanto tiempo hay que esperar para que después de depositar hoy \$150.000 en una cuenta de ahorros que reconoce el 5% trimestral, podamos retirar \$ 588.000?. **R/. 27,99 trimestres.**
- 29) En cuántos años se cuadruplicará una inversión hecha hoy con un interés compuesto del 24% anual pagadero en su totalidad al vencimiento? **R/. 6,44 años.**
- 30) Una persona deposita hoy \$ 450.000 en una corporación de ahorro que paga el 7% trimestral. Tres años después deposita \$ 620.000, un año más tarde deposita \$ 500.000, y dos años después decide retirar la cuarta parte del total acumulado hasta ese momento. Hallar el saldo en la cuenta de ahorros cinco meses después del retiro. **R/ \$ \$ 3.807.850.**
- 31) Una empresa adquiere un préstamo por \$ 20.000.000 al 2.5% mensual y firmó un pagaré por \$ 48.650.706,31. ¿Qué plazo le concedieron para cancelar la deuda y los intereses?. **R/. 36 meses.**
- 32) La población de una ciudad ha venido creciendo al 2,5% anual, actualmente es de 4.500.000, en cuánto tiempo se duplicará si sigue creciendo al mismo ritmo?. **R/. 28,07 meses**
- 33) Un abogado aceptó un pagaré de un cliente que no pudo cubrir sus honorarios. Al vencimiento del pagaré, el abogado recibirá \$ 85.650.720. ¿Cuál era el importe de sus honorarios, si la duración del préstamo fue de 5 meses y la tasa del interés de 2,8% mensual?. **R/. \$ 53.182.358,38.**
- 34) Karla desea vender una pulsera de oro y recibe, el 18 de abril de 2007, las siguientes ofertas: a) \$ 1.789.000 de contado, b) \$ 500.000 de cuota inicial y se firma un pagaré de \$ 1.480.000 con vencimiento el 16 de agosto de 2007 y c) \$ 300.000 de cuota inicial y se firman dos pagarés: uno por \$ 630.000 a 30 días de plazo y otro por \$ 980.000 con fecha de vencimiento el 17 de julio de 2007. ¿Cuál oferta le conviene más si el rendimiento normal del dinero es de 2,5% mensual?. **R/. La mejor es la opción B.**
- 35) Trece millones de pesos fueron invertidos al 2% mensual de interés compuesto mensualmente por un dos años y medio, a) Obtenga el valor futuro al final de ese tiempo y b) Cuánto más se ganó con el interés compuesto que lo que se hubiera ganado con el interés simple?. **R/. \$ 23.547.700,59 y \$ 2.747.700,59.**
- 36) Al comprar una moto quedé debiendo \$ 1.000.000 los cuales debo cancelar con cualquiera de las siguientes dos opciones: a) A los 4 meses \$ 500.000 y a los 7, \$ 667.119,46. b) Pagar a los 7 meses \$ 1.246.688,29. ¿Qué forma de pago es más conveniente a un interés del 2,5% mensual?. **R/. La opción A, es la mejor.**
- 37) Isabel le presta a su hermano \$ 3.500.000 por 8 meses, cobrándole una tasa de intereses simple del 1,8% mensual. Al final de este tiempo, deposita el monto obtenido en una cuenta de ahorros que le paga un 0.456% cada semana. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 2 años?. **R/. \$ 6.426.665,83.**
- 38) Compro una máquina por valor de \$ 900.000, vida útil de 3 años y un valor de salvamento de \$ 100.000. Debo repararla dos años después de comprada por un valor de \$ 80.000. Si la máquina produce ingresos de \$ 400.000 al final de cada año. La tasa de interés es del 24% anual ¿Debo comprarla?. **R/. No se debe comprar.**
- 39) Dentro de cuántos trimestres se tendrá en una cuenta de ahorros un saldo de \$ 910.660 sabiendo que hoy se hace un depósito de \$ 400.000 y luego retiros así:

- \$80.000 dentro de 9 meses, \$ 120.000 dentro de 12 meses, si la cuenta de ahorros abona un interés del 9,5% trimestral. **R/. 14 trimestres.**
- 40) Qué tiempo es necesario para que \$ 3.600.000 se conviertan en \$ 8.921.650, a una tasa semestral del 9.5%. **R/. 10 semestres.**
- 41) Una persona deposita \$ 3.270.000 en una cuenta de ahorros que paga el 0,137% semanal. ¿En qué tiempo se tendrá un monto de \$ 4.300.940. **R/. 200 semanas.**
- 42) Luis es el beneficiario de un fideicomiso establecido para él por sus padres, cuando nació. Si la cantidad original ahorrada fue de \$ 1.200.000 y actualmente el monto es de \$ 30.710.000, ¿Qué edad tiene actualmente Luis. El dinero gana un interés del 2.1% mensual?. **R/. 13 años.**
- 43) Obtenga el precio de contado de un equipo de sonido por el que se da una cuota inicial del 25% del valor de contado y se firma un pagaré, con vencimiento a 8 meses, por \$ 1.420.000, el cual incluyen intereses al 2.8% mensual. **R/. \$ 1.518.036,32.**
- 44) El saldo de una cuenta en el banco era \$ 32.286.820 el 10 de agosto de 1997. La cuenta fue abierta el 10 de julio de 1994 y el 10 de septiembre de 1996, se realizó un depósito de \$ 13.000.000. ¿Cuál fue el capital originalmente depositado, sabiendo que la tasa de interés fue 3,2% mensual?. **R/. \$ 4.334.914.44.**
- 45) Carmen deposita cierta cantidad de dinero en un banco que le paga un 4,6% bimestral. ¿En cuánto tiempo los intereses generados serán iguales al 125% del capital invertido?. **R/. 18 Bimestres.**
- 46) Roberto es el gerente de una distribuidora de productos químicos y un cliente le compró hace un mes la suma de \$ 4.800.000. Como Roberto le concedió un crédito por 4 meses, el cliente firmó un pagaré en donde se establece una tasa de interés del 2.8% mensual. El día de hoy se le presentó una emergencia a Roberto y necesita dinero, pero como no tiene, piensa solicitar un crédito a una institución financiera y como garantía de pago, endosará el pagaré que tiene en su poder. El gerente de la institución financiera acepta el trato, cobrándole una tasa de interés del 3,2% mensual. La institución financiera tiene la política de prestar en una proporción de tres a uno, es decir, se presta un peso por cada tres que se tenga en garantía. Diga cuánto se le puede prestar como máximo a Roberto. **R/. \$ 2.303.143,64.**
- 47) Cristina, gerente financiera de una empresa, solicita un préstamo por \$ 15.000.000 al banco que le lleve la mayor parte de sus cuentas, y de acuerdo a los flujos de efectivo esperados, puede pagarlo dentro de 10 meses. Ella tiene como objetivo pagar como máximo una tasa de interés del 3,4% mensual. El gerente del banco que la atiende, acepta prestar el dinero a 5 meses de plazo y una tasa de interés del 2,9% mensual. A los cinco meses se renueva, por otros 5 meses, pero la tasa de interés puede cambiar. Cristina acepta la operación. ¿Qué tasa de interés mensual debe aplicarse en la segunda parte del préstamo, para lograr el objetivo de pagar el 3,4% mensual en cada uno de los 10 meses?. **R/. 3,9024% mensual.**
- 48) Una deuda de \$ 2.000.000 que vence en 2 años y otra de 3.500.000 que vence en 4 años se van a pagar mediante un abono de \$ 1.000.000 realizado en este momento y dos pagos iguales que se harán dentro de un año y dentro de tres años, respectivamente. Si el rendimiento del dinero es 8% trimestral, ¿De cuánto debe ser cada uno de los dos pagos? **R/. \$ 973.511,13.**
- 49) Luis le debe a Pedro dos sumas de dinero: \$ 1.000.000 más intereses al 1,5% mensual, que vence en 5 meses y \$ 3.000.000 más intereses al 4% Bimestral con vencimiento a 8 meses, si se va a pagar ambas deudas mediante un solo pago al

- final del mes 11, obtener la cantidad que debe pagarse si la tasa de interés de la operación es 2,083% mensual. **R/. \$ 4.952.621,16.**
- 50) Víctor tiene la siguiente deuda con Andrés: \$ 6.000.000 que debe pagar dentro de 6 meses \$ 11.500.000 que debe pagar dentro de 10 meses. Andrés aceptó recibir un abono, el día de hoy, de \$ 5.000.000 que Víctor tiene disponible. Si Víctor desea liquidar su deuda mediante un segundo pago de \$ 10.000.000, ¿En qué tiempo deberá realizarlo?. La tasa de interés acordada es del 1,125% bimensual?. **R/. 5,1445 periodos bimensuales o 10,2889 meses.**
- 51) Un capital de \$ 5.306.122,45 estuvo invertido dos años a una tasa i anual simple; si esa tasa hubiese sido en forma compuesta hubiera producido \$ 650.000 más de intereses. Cuál es la tasa. **R/. 35% anual.**
- 52) Al prestar \$ 300.000 se deben pagar así: \$ 200.000 en 2 meses y, 3 meses después \$ 122.004. Hallar la tasa de interés con el cual se hizo el préstamo. **R/. 2,3% mensual.**
- 53) Una cuenta de ahorros se abrió con \$ X y a los 18 meses se retiraron \$ 2.450.000, año y medio más tarde el saldo era \$ 8.246.662. Si la tasa de interés fue el 8,5% trimestral, con cuánto se inició la cuenta. **R/. \$ 4.600.000.**
- 54) Al quedar debiendo el 70% del valor, de contado, de un artículo ofrecen los siguientes planes para cancelar: Plan A: En dos meses pagar \$ 800.000; en 5 meses, \$ 90.000 y en 7 meses, \$ 60.000. Plan B: \$ 250.000, dentro de 3 meses y 4, meses más tarde, \$ 700.000, la tasa de interés es del 2,4 mensual, ¿Qué plan se escoge?. **R/. Escoger la opción B.**
- 55) Un capital de \$ X estuvo invertido 5 años al 25% anual simple. Si la tasa hubiese sido en forma compuesta, habría producido \$ 1.355.773 más de intereses; cuál es el capital. **R/. \$ 1.691.000,67.**
- 56) Dos personas se asociaron para invertir en un negocio y en total aportaron \$ 54.000.000. A los 5 años lo liquidaron y cada uno recibió \$ 122.605.560 y \$ 142.700.000 respectivamente. Se desea saber cuál es la rentabilidad anual, producida por el capital invertido y cuánto aportó cada uno. **R/. 37,49%, Socio 1: \$ 24.955.000 y Socio 2: \$ 29.045.000.**