

3.

```
def misterio(n)
1.  if  $n \leq 1$  then
2.      return 1
3.   $a = \text{misterio}(n/3) + 3 * \text{misterio}(n/4)$ 
4.   $b = \sqrt{n}$ 
5.   $i = 1$ 
6.  while  $i < b * n/3$  : do
7.      if  $i \leq 5$ 
8.           $a = a + 2 * \text{misterio}(n/4) + 5 * \text{misterio}(n/4)$ 
9.      for  $j$  in range (1,  $b$ )
10.          $k = n$ 
11.         while  $k > 1$ 
12.              $a = a * 3$ 
13.              $k = k/4$ 
14.          $i = i + 2$ 
15.  return  $a + b$ 
```

a) La ecuación de recurrencia para el tiempo de ejecución de la función misterio(n) es:

$$T(n) = T(n/3) + T(3n/4) + O(n^{1/2}) + O(n \log n)$$

donde:

- $T(n/3)$ y $T(3n/4)$ corresponden al tiempo de ejecución de las dos llamadas recursivas que se hacen a la función misterio.
- $O(n^{1/2})$ corresponde al tiempo de ejecución del ciclo while $i < b * n/3$. La complejidad temporal de ese ciclo while es $O(n^{1/2})$, ya que la variable b es igual a la raíz cuadrada de n , por lo que el ciclo se ejecuta a lo sumo $b * n/3$ veces. Como $b = \sqrt{n}$, esto significa que el ciclo se ejecuta a lo sumo $n^{1/2}$ veces. Por lo tanto, la complejidad temporal de ese ciclo es $O(n^{1/2})$.
- $O(n \log n)$ corresponde al tiempo de ejecución de los dos ciclos anidados. El ciclo exterior se ejecuta b veces, donde $b = \sqrt{n}$. Dentro de este ciclo, el ciclo interior se ejecuta hasta que $k \leq 1$, donde k comienza con el valor n y se divide por 4 en cada iteración. Entonces, el ciclo interior se ejecuta un total de $\log_4(n)$ veces. El número total de operaciones en ambos ciclos anidados es el producto del número de iteraciones del ciclo exterior y el número de operaciones en el ciclo interior. Por lo tanto, el número total de operaciones es:

$$\begin{aligned}
& b \cdot \log_4(n) \\
&= \sqrt{n} \cdot \log_4(n) \\
&= \log_2(n) \cdot (\sqrt{n} / \log_2(4)) \\
&= O(n^{1/2}) \cdot \log n \\
&= O(n \log n)
\end{aligned}$$

- b) Para determinar el comportamiento asintótico de $T(n)$, podemos utilizar el método maestro de la teoría de la resolución de ecuaciones de recurrencia.

La ecuación de recurrencia para $T(n)$ es:

$$T(n) = T(n/3) + T(n/4) + O(n^{1/2}) + O(n \log n)$$

Podemos ver que el término dominante en el lado derecho de la ecuación de recurrencia es $T(n/3) + T(n/4)$. Por lo tanto, podemos utilizar el caso 2 del método maestro, que dice que si la ecuación de recurrencia tiene la forma:

$$T(n) = a T(n/b) + f(n)$$

y si $f(n)$ es $O(n^c)$ para alguna constante c , entonces:

Si $\log_b(a) < c$, entonces $T(n)$ es $O(n^c)$.

Si $\log_b(a) = c$, entonces $T(n)$ es $O(n^c \log n)$.

Si $\log_b(a) > c$, entonces $T(n)$ es $O(n^{\log_b(a)})$.

En nuestro caso, $a = 2$, $b = 3/4$, y $f(n) = O(n^{1/2}) + n \log n$.

Para $\log_b(a)$, podemos calcular:

$$\log_{3/4}(2) = \log_{3/4}(2) = \log(2) / \log(3/4) \approx 5.18$$

Por lo tanto, tenemos $\log_b(a) > c$, donde $c = 1/2$, ya que $n^{1/2}$ es menor que n^c para n lo suficientemente grande.

Entonces, según el caso 3 del método maestro, $T(n)$ es $O(n^{\log_b(a)}) = O(n^{5.18})$.

Por lo tanto, podemos concluir que el comportamiento asintótico de $T(n)$ es $O(n^{5.18})$.