

Adaptivno upravljanje s referentnim modelom i signalnom adaptacijom

Toni Bjažić

31. listopada 2007.

Algoritam signalne adaptacije generira dodatni upravljački signal u_A koji minimizira razliku između izlaza referentnog modela y_M i podesivog sustava y (Sl. 1). Signal adaptacije djeluje na ulaz sustava tako da mehanizam adaptacije tvori vanjsku upravljačku petlju, dok podesivi sustav s osnovnim regulatorom tvori unutrašnju upravljačku petlju.

Druga mogućnost je da signal adaptacije djeluje iza osnovnog regulatora (Sl. 2), tako da mehanizam adaptacije tvori unutrašnju upravljačku petlju, a osnovni regulator djeluje u vanjskoj petlji.

Linearni vremenski nepromjenjivi sustavi s jednim ulazom i jednim izlazom (SISO) mogu se prikazati jednadžbama u prostoru stanja:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \quad (1)$$

gdje su:

- \mathbf{A} – matrica sustava ($n \times n$),
- \mathbf{b} – ulazni vektor sustava ($n \times 1$),
- \mathbf{x} – vektor varijabli stanja sustava ($n \times 1$),
- u – upravljački signal sustava (1×1).

Referentni model opisan je jednadžbama:

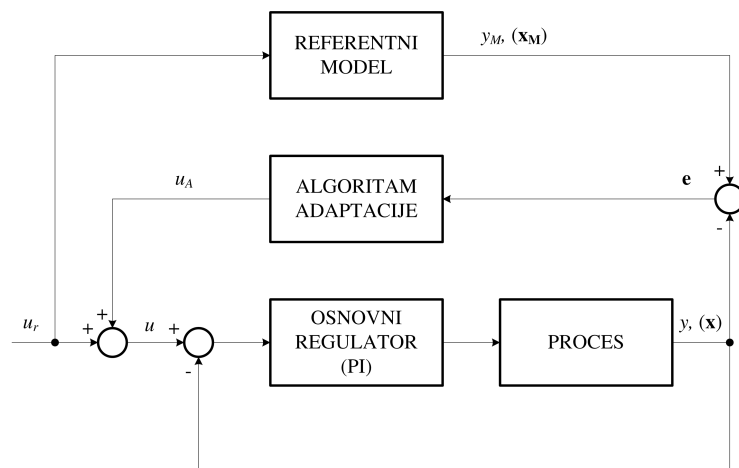
$$\dot{\mathbf{x}}_M(t) = \mathbf{A}_M\mathbf{x}_M(t) + \mathbf{b}_Mu_x(t), \quad (2)$$

gdje su:

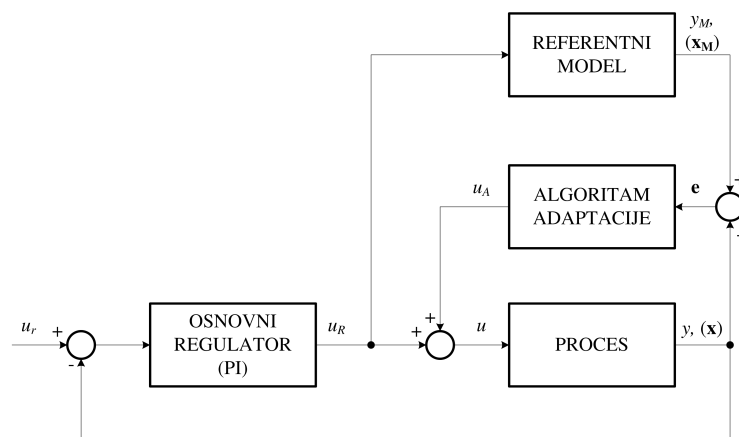
- \mathbf{A}_M – matrica referentnog modela ($n \times n$),
- \mathbf{b}_M – ulazni vektor referentnog modela ($n \times 1$),
- \mathbf{x}_M – vektor varijabli stanja referentnog modela ($n \times 1$),
- u_x – referentni signal u_r ili u_R (1×1), ovisno o strukturi adaptacije (Sl. 1 ili Sl. 2).

Vektor pogreške slijeđenja dan je izrazom:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_M(t) - \mathbf{x}(t). \quad (3)$$



Sl. 1: Adaptivni sustav s referentnim modelom i algoritmom signalne adaptacije u vanjskoj petlji.



Sl. 2: Adaptivni sustav s referentnim modelom i algoritmom signalne adaptacije u unutrašnjoj petlji.

Iz opisa sustava i referentnog modela u prostoru stanja (1) i (2) može se dobiti izraz za derivaciju pogreške:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{M}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_{\mathbf{M}}\mathbf{e}(t) + \sigma(t) + \mathbf{b}u_A(t), \quad (4)$$

gdje je:

$$\sigma(t) = (\mathbf{A}_{\mathbf{M}} - \mathbf{A})\mathbf{x}(t) + (\mathbf{b}_{\mathbf{M}} - \mathbf{b})u_x(t). \quad (5)$$

Vektor σ određen je varijacijama parametara sustava (procesa) od referentnog modela.

Stabilnost adaptivnog regulatora može se pokazati pomoću kriterija stabilnosti Lyapunova. Prikladna Lyapunovljeva pozitivno određena funkcija neka je kvadratnog oblika:

$$V = \frac{1}{2}\mathbf{e}^T\mathbf{P}\mathbf{e}, \quad (6)$$

gdje je \mathbf{P} pozitivno određena matrica dana sa:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} = -\mathbf{Q}, \quad (7)$$

gdje je \mathbf{Q} proizvoljna pozitivno određena matrica.

Derivacija funkcije Lyapunova (6) određena je sa:

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{e}}^T\mathbf{P}\mathbf{e} + \mathbf{e}^T\mathbf{P}\dot{\mathbf{e}}. \quad (8)$$

Uvrštavanjem (4) u (8), slijedi:

$$\dot{V} = -\mathbf{e}^T\mathbf{Q}\mathbf{e} + 2\mathbf{e}^T\mathbf{P}\sigma - 2\mathbf{e}^T\mathbf{P}\mathbf{b}u_A, \quad (9)$$

gdje je u_A signal adaptacije.

Derivacija funkcije Lyapunova (9) bit će negativno određena za slijedeći oblik signala adaptacije:

$$u_A(t) = h \cdot \text{sign}(\nu(t)), \quad (10)$$

$$\nu(t) = \mathbf{d}^T\mathbf{e}(t), \quad \mathbf{d}^T = \mathbf{b}^T\mathbf{P}, \quad (11)$$

gdje su:

- ν – poopćena pogreška,
- h – koeficijent adaptacije,
- \mathbf{d}^T – težinski vektor koeficijenata pogreške.

Algoritam adaptacije s funkcijom predznaka (10) generira trajne oscilacije visoke frekvencije u signalu adaptacije u_A , što nije pogodno u sustavima automatskog upravljanja. Zbog toga se umjesto funkcije preznaka u algoritmu može koristiti funkcija zasićenja:

$$u_A(t) = \text{sat}(\nu(t), h) = \begin{cases} h, & \text{za } \nu(t) > \nu_s \\ K_\nu \nu(t), & \text{za } |\nu(t)| \leq \nu_s \\ -h, & \text{za } \nu(t) < -\nu_s \end{cases}, \quad (12)$$

gdje su:

- h – iznos zasićenja algoritma,

- K_ν – koeficijent pojačanja poopćene pogreške,
- ν_s – područje linearnosti funkcije zasićenja.

Koeficijenti matrice \mathbf{P} , a time i \mathbf{d}^T mogu se odrediti iz (7), uz dane koeficijente matrice \mathbf{Q} (obično se uzima $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$, \mathbf{I} je jedinična matrica). Međutim, tako određeni težinski koeficijenti ne daju najbolju adaptaciju, tj. najmanju vrijednost pogreške u prijelaznoj pojavi pa stoga ti težinski koeficijenti nisu optimalni. Zbog toga se oni određuju optimiranjem uz pomoć programskih paketa kao što je MATLAB, OPTIMIZATION TOOLBOX.

1 Rezultati primjene adaptivnog regulatora s referentnim modelom

U nastavku su dani rezultati optimiranja adaptivnog regulatora za beskontaktni elektronički komutirani motor s permanentnim magnetima (BLDC).

Model će ovdje ukratko biti izložen.

Tijekom vođenja dviju faza, cijeli DC napon je primijenjen na dvije faze i prijenosna funkcija statorske struje je dana sa (Sl. 3):

$$\frac{I_{as}(s)}{V_{is}(s) - E(s)} = \frac{K_a}{1 + T_a s}, \quad (13)$$

gdje su: $K_a = 1/R_a$, $T_a = L_a/R_a$, $R_a = 2R_s$, $L_a = 2(L - M)$, R_s je otpor jedne faze statora, L je induktivitet jedne faze, M je međuinuktivitet po fazi, E je inducirana elektromotorna sila, s je Laplace-ov operator.

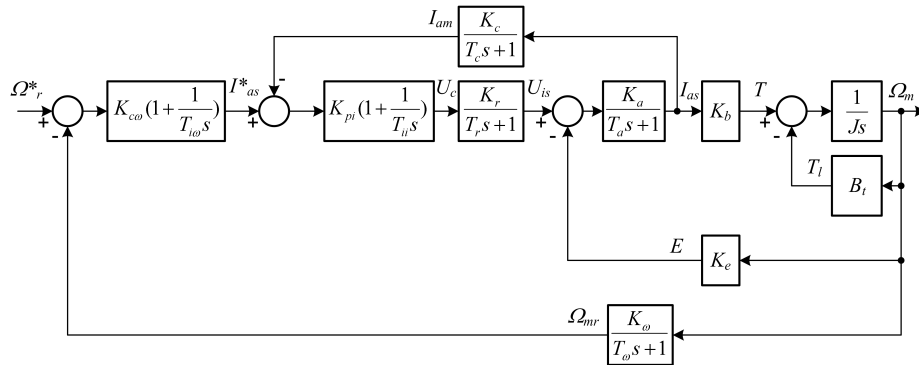
Inducirana elektromotorna sila (EMS) E proporcionalna je brzini vrtnje rotora Ω_m :

$$E = K_b \Omega_m, \quad (14)$$

gdje je

$$K_b = 2\lambda_p, \quad (15)$$

a λ_p je tok po fazi [V/rad/s].



Sl. 3: Blokovska shema kaskadnog sustava regulacije brzine vrtnje BLDC pogona.

Elektromagnetski moment za dvije faze kombinirano dan je sa:

$$T_e = 2\lambda_p I_{as} = K_b I_{as}. \quad (16)$$

Moment tereta proporcionalan je brzini vrtnje:

$$T_l = B_t \Omega_m. \quad (17)$$

Prema tome, prijenosna funkcija brzine vrtnje u odnosu na elektromagnetski moment u zračnom rasporu je dana sa (Sl. 3):

$$\frac{\Omega_m(s)}{T_e(s)} = \frac{K_t}{1 + T_t s}, \quad (18)$$

gdje su: $K_t = 1/B_t$, $T_t = J/B_t$, $B_t = B_1 + B_2$, B_1 je koeficijent trenja motora, B_2 je koeficijent proporcionalnosti između momenta tereta i brzine vrtnje, J je moment inercije motora.

Prijenosna funkcija invertera (tranzistorskog pojačala) dana je sa:

$$\frac{V_{is}(s)}{V_c(s)} = \frac{K_r}{1 + T_r s}, \quad T_r = \frac{T_{ch}}{2} = \frac{1}{2f_{ch}}, \quad (19)$$

gdje je: f_{ch} frekvencija prekapčanja tranzistorskog pojačala (PWM-a).

Prijenosne funkcije povratnih veza struje i brzine vrtnje dane su slijedećim izrazima:

$$\frac{I_{am}(s)}{I_{as}(s)} = \frac{K_c}{1 + T_c s}, \quad (20)$$

$$\frac{\Omega_{mr}(s)}{\Omega_m(s)} = \frac{K_\omega}{1 + T_\omega s}. \quad (21)$$

Numeričke vrijednosti parametara su: nominalna brzina: $n_b = 4000$ o/min, nominalna snaga: $P_b = 373$ W, nominalna struja: $I_b = 17.35$ A, nominalni napon: $V_b = 40$ V, nominalni moment: $T_b = 0.89$ Nm, napon napajanja: $V_s = 160$ V, maksimalna struja faze: $I_{max} = 2I_b = 34.7$ A, maksimalni moment: $T_{max} = 2T_b = 1.78$ Nm, pojačanje invertera: $K_r = 16$ V/V, vremenska konstanta invertera: $T_r = 50$ μ s, nominalni otpor faze: $R_{an} = 1.4$ Ω , induktivitet faze: $L_a = 2.44$ mH, nominalna armaturna vremenska konstanta: $T_{an} = L_a/R_{an} = 1.743$ ms, $K_{an} = 1/R_{an} = 0.71428$ A/V, nominalna konstanta EMS, $K_{bn} = 0.051297$ Vs, ukupni koeficijent trenja: $B_t = 0.002125$ Nm/rad/sec, nominalni moment inercije: $J_n = 0.0002$ kgm², $K_t = 1/B_t = 41.89$, vremenska konstanta motora i tereta: $T_t = J/B_t = 94.1$ ms, $K_c = 0.288$ V/A, $T_c = 0.159$ ms, $K_\omega = 0.02387$ Vs/rad, $T_\omega = 1$ ms.

PI regulator unutrašnje petlje po struji armature projektiran je po tehničkom optimumu (kompenzacija najveće vremenske konstante u petlji), za nadvišenje signala povratne veze struje armature $\sigma_{mi} = 5\%$ te njegovi parametri iznose:

$$K_{pi} = 1.267, \quad T_{ii} = 1.743 \text{ ms}. \quad (22)$$

PI regulator brzine vrtnje u vanjskoj petlji projektiran je prema krivuljama pokazatelja kvalitete upravljanja, čime se postiže brža i bolja kompenzacija poremećajne veličine u odnosu na projektiranje regulatora primjenom tehničkog optimuma. Tako dobiveni parametri iznose:

$$K_{c\omega} = 44.9, \quad T_{i\omega} = 11.76 \text{ ms}. \quad (23)$$

Za postizanje nadvišenja signala povratne veze brzine vrtnje od $\sigma_{m\omega} = 10\%$, u granu referentne vrijednosti dodaje se filter prvog reda s jediničnim pojačanjem i vremenskom konstantom $T_f = 1.96$ ms.

Adaptivni regulator izveden je u strukturi prema Sl. 1, dakle, u vanjskoj petlji. Kao varijable stanja odabrane su mjerena brzina vrtnje, te njena prva i druga derivacija. Derivacije se računaju aproksimativno prema relacijama:

$$G_1(z) = \frac{\dot{\Omega}_{mr}(z)}{\Omega_{mr}(z)} = \frac{z-1}{T_d z}, \quad (24)$$

$$G_2(z) = \frac{\ddot{\Omega}_{mr}(z)}{\Omega_{mr}(z)} = \frac{z^2 - 2z + 1}{T_d^2 z^2}, \quad (25)$$

gdje je $T_d = 50 \mu s$ vrijeme diskretizacije algoritma.

Referentni model je odabran da dobro opisuje ponašanje pogona s nominalnim parametrima. Njegova prijenosna funkcija dana je sa:

$$G_M(s) = \frac{\Omega_{Mmr}(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{(1 + T_f s)(1 + 2\zeta T_n s + T_n^2 s^2)}, \quad (26)$$

gdje je Ω_{Mmr} izlaz referentnog modela, a parametri $\zeta = 0.318$ i $T_n = 1.197$ ms su dobiveni optimiranjem.

Težinski koeficijenti pogreške određeni su optimiranjem prema ISE intergalnom kriteriju:

$$I = \int e^2(t) dt, \quad (27)$$

gdje je:

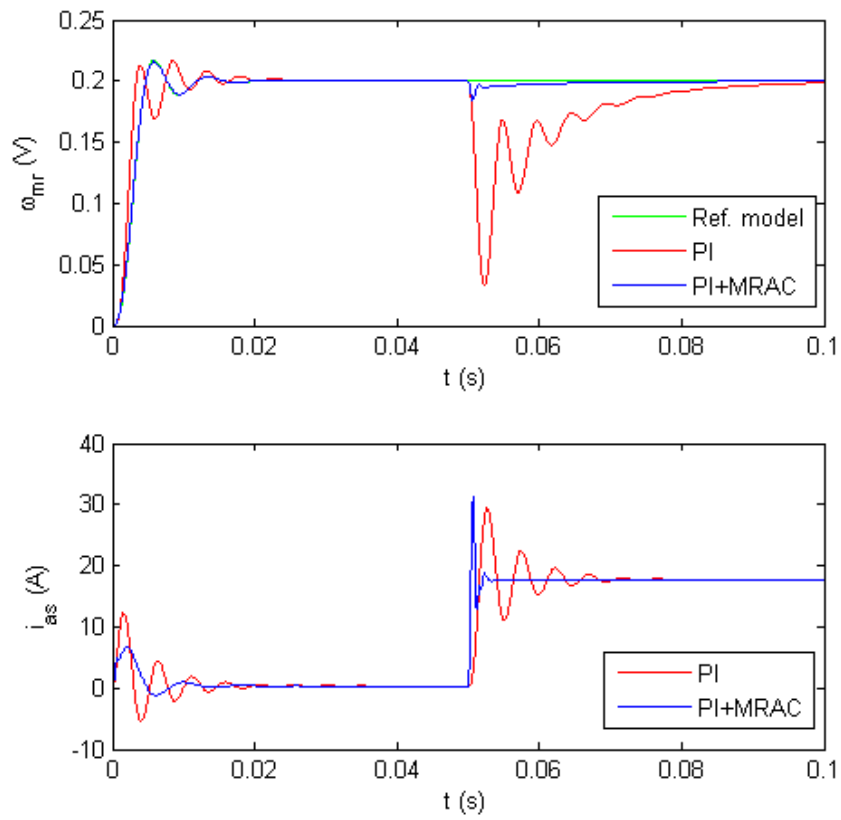
$$e(t) = \omega_{Mmr}(t) - \omega_{mr}(t). \quad (28)$$

Optimiranje je provedeno uz djelovanje referentne veličine $u_r(t) = 0.1 S(t)$, iznos zasićenja $h = 0.1$ i koeficijent pojačanja $K_\nu = 1$. Rezultat optimiranja je:

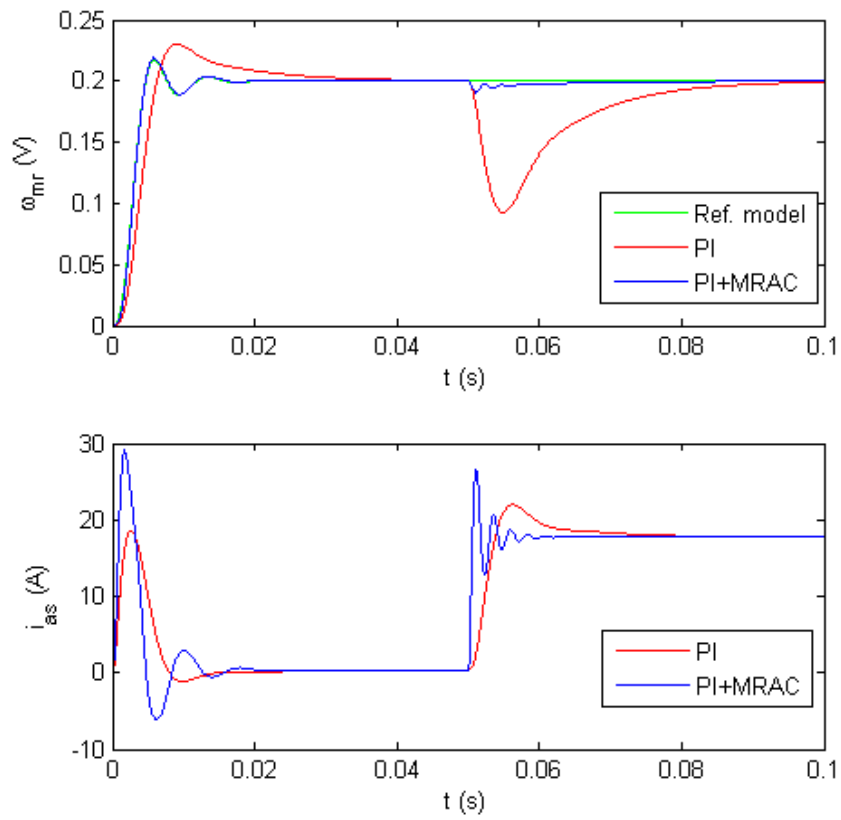
$$\mathbf{d}^T = [18.018 \quad 4.429 \cdot 10^{-3} \quad 1.438 \cdot 10^{-6}]. \quad (29)$$

Odzivi referentnog modela te mjerene brzine vrtnje i struje armature elektromotornog pogona bez i sa adaptacijom dani su na Sl. 4 i 5.

Iz odziva prikazanih na Sl. 4 i 5 očigledna je superiornost adaptivnog regulatora s referentnim modelom i signalnom adaptacijom naspram PI regulacije pri promjeni momenta inercije pogona. Maksimalno odstupanje odziva mjerene brzine vrtnje od referentnog modela ne prelazi 3% s algoritmom signalne adaptacije, dok je isto odstupanje s PI regulatorom oko 30% za obje promjene momenta inercije. Propadi brzine vrtnje pri djelovanju poremećajne veličine su za red veličine smanjeni korištenjem adaptivnog regulatora, uz neznatno povećanje maksimalne vrijednosti struje armature.



Sl. 4: Odzivi referentnog modela ω_{Mmr} te mjerene brzine vrtnje ω_{mr} i struje armature i_{as} na promjenu referentne veličine $\Delta u_r = 0.2S(t)$ i poremećajne veličine $\Delta m_t(t) = 0.89S(t - 0.05)$, uz moment inercije $J = 0.5J_n$.



Sl. 5: Odzivi referentnog modela ω_{Mmr} te mjerene brzine vrtnje ω_{mr} i struje armature i_{as} na promjenu referentne veličine $\Delta u_r = 0.2S(t)$ i poremećajne veličine $\Delta m_t(t) = 0.89S(t - 0.05)$, uz moment inercije $J = 2J_n$.