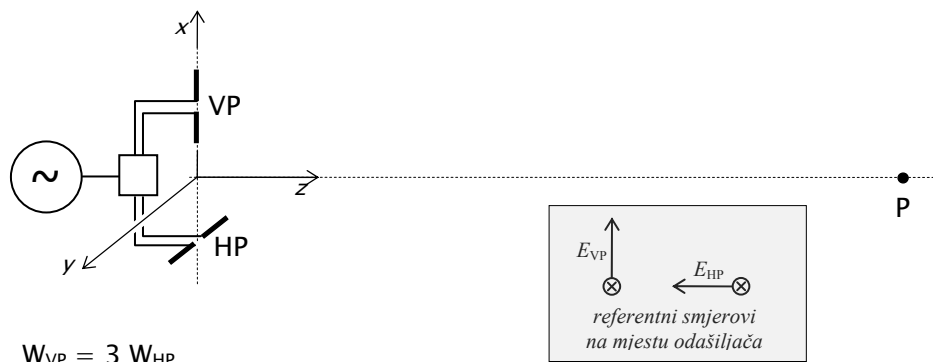


1. (5 bodova) Jedan vertikalno polarizirani poluvolni dipol i jedan horizontalno polarizirani dipol spojeni su na generator signala preko djelila snage koje dijeli snagu u omjeru 3:1, kao na slici. Ako su dipoli spojeni na djelilo kabelima jednakih duljina, odrediti polarizaciju vala u točki P u dalekoj zoni. Kakva je polarizacija vala u točki P ako djelilo snage unosi fazno kašnjenje od -90° u liniju kojom se signal vodi na horizontalno polarizirani dipol? Referentni smjerovi vektora električnog polja u ravnini dipola dani su na slici. (Napomena: Pod "odrediti polarizaciju" podrazumijeva se odrediti vrstu polarizacije i sve parametre kojima se ona opisuje.)



Rješenje:

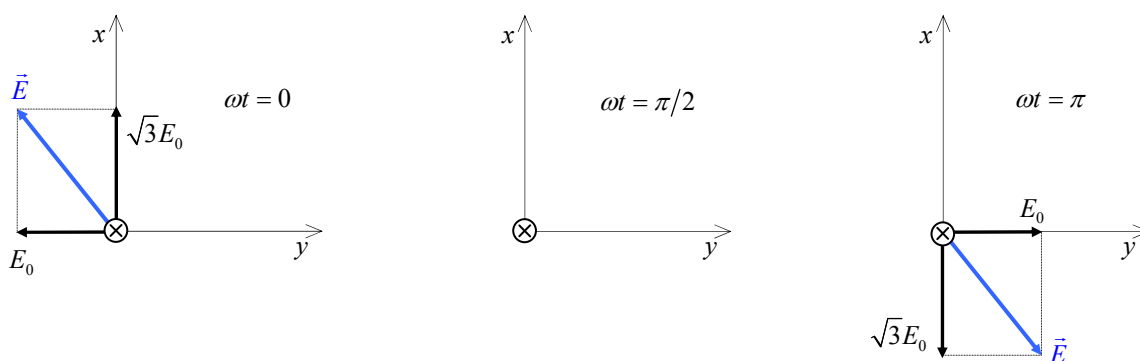
Na skici se vidi da su dipoli poravnati na osi z , tako da je ukupni fazni pomak između zračenja horizontalnog i vertikalnog dipola jednak faznom pomaku između njihovih pobudnih signala. Kako se dipoli napajaju kabelima jednakih duljina, a samo djelilo u prvom slučaju ne unosi nikakav fazni zakret, signali iz dipola bit će istofazni. Iz omjera snaga možemo odrediti omjer jakosti izračenih električnih polja:

$$\frac{W_{VP}}{W_{HP}} = 3 \Rightarrow E_{VP} = \sqrt{3} E_{HP}.$$

Imajući u vidu referentne smjerove vektora električnog polja za pojedini dipol, ukupno polje možemo matematički zapisati ovako:

$$\vec{E} = \hat{x}\sqrt{3}E_0 \cos(\omega t - kz) - \hat{y}E_0 \cos(\omega t - kz).$$

Kako su x i y komponente istofazne, sinkrono će se mijenjati u vremenu, te će rezultanta biti **linearno polarizirani val**. Možemo skicirati vektor rezultantnog električnog polja u nekoliko vremenskih trenutaka.



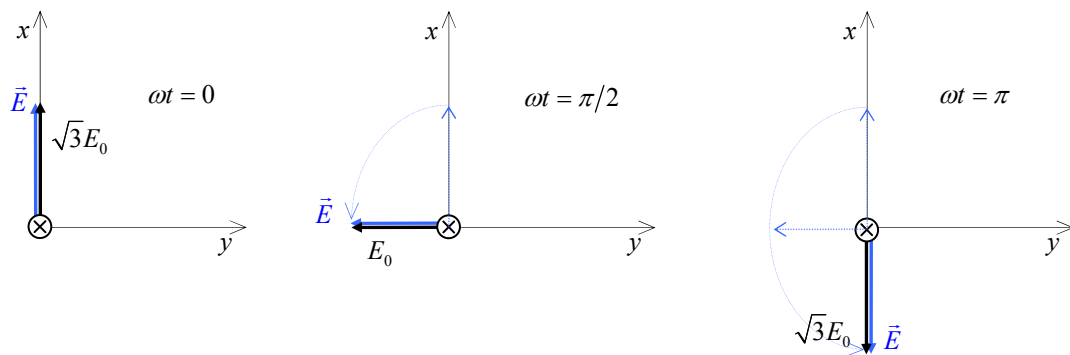
Za linearnu polarizaciju aksijalni je odnos $A.O. = \infty$. Kut nagiba τ dobiva se preko omjera amplituda komponentata (ako se kut τ mjeri od x -osi):

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{E_{HP}}{E_{VP}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tau = 30^\circ.$$

U drugom slučaju, horizontalna komponenta kasni za vertikalnom za 90° , pa ukupno polje možemo zapisati

$$\vec{E} = \hat{x}\sqrt{3}E_0 \cos(\omega t - kz) - \hat{y}E_0 \cos(\omega t - kz - 90^\circ) = \hat{x}\sqrt{3}E_0 \cos(\omega t - kz) - \hat{y}E_0 \sin(\omega t - kz).$$

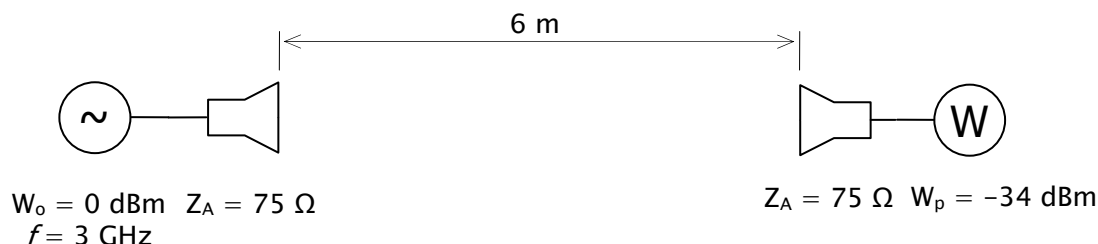
Ovaj izraz predstavlja parametarsku jednadžbu elipse, pa zaključujemo da se radi o **eliptičnoj polarizaciji**. Smjer vrtnje i ostale podatke možemo jednostavno utvrditi skiciranjem vektora rezultantnog polja u nekoliko vremenskih trenutaka:



Smjer vrtnje je ulijevo, pa je ovo **lijeva eliptična polarizacija**. Velika poluos elipse poravnata je s osi x pa je, uz istu definiciju kuta nagiba τ kao u prvom slučaju, $\tau = 0^\circ$. Aksijalni odnos jednak je omjeru velike i male poluosi, što se dobiva direktno iz omjera amplituda vertikalne i horizontalne komponente električnog polja:

$$\text{AO} = \frac{E_{\text{VP}}}{E_{\text{HP}}} = \frac{\sqrt{3}E_0}{E_0} = \sqrt{3}.$$

2. (5 bodova) Dobitak optimalne piramidne lijevak-antene mjereno je metodom dvije jednake antene pomoću sustava prikazanog na slici. Lijevak-antena je kvadratnog presjeka i ulazne impedancije 75Ω . Impedancija mjernog sustava iznosi 50Ω . Udaljenost antena je 6 m , snaga generatora 0 dBm , a frekvencija 3 GHz . Na prijemu je izmjerena snaga $W_p = -34 \text{ dBm}$. Koliki je dobitak lijevak-antene? Ako je faktor iskorištenja antene $k = 0.92$, kolike su dimenzije otvora lijevka?



Rješenje:

Ovaj zadatak rješava se primjenom Friisove formule, u koju treba uračunati dodatno gubitke zbog neprilagođenja odašiljačke i prijamne antene na mjerni sustav. Budući da su antene jednake, njihovi su dobitci jednakog iznosa, pa proširenu Friisovu jednadžbu možemo zapisati ovako

$$W_2 = W_1 G^2 \left(\frac{\lambda}{4r\pi} \right)^2 k_{\Gamma_o} k_{\Gamma_p},$$

pri čemu je snaga na prijemu $W_2 = -34 \text{ dBm} = 3.981 \cdot 10^{-4} \text{ mW}$, snaga na odašiljaču $W_1 = 0 \text{ dBm} = 1 \text{ mW}$, a valna duljina $\lambda = c/f = 0.1 \text{ m}$. Koeficijenti refleksije na odašiljačkoj i na prijamnoj strani iznose

$$\Gamma_o = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0} = \frac{75 - 50}{75 + 50} = 0.2,$$

$$\Gamma_p = \frac{Z_0 - Z_A}{Z_0 + Z_A} = \frac{50 - 75}{50 + 75} = -0.2,$$

pa faktori prigušenja imaju jednake iznose

$$k_{\Gamma_o} = k_{\Gamma_p} = 1 - |\Gamma_o|^2 = 0.96.$$

Uvrštavanjem u Friisovu jednadžbu dobiva se dobitak lijevak antene

$$G^2 = \frac{W_2}{W_1} \left(\frac{4r\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{k_{\Gamma_o} k_{\Gamma_p}} = 3.981 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{4 \cdot 6 \cdot \pi}{0.1} \right)^2 \cdot \frac{1}{0.96^2} = 245.57,$$

odnosno $G = 15.67$ ili u decibelima $G = 11.95 \text{ dB}$.

Dimenzije otvora optimalnog piramidalnog lijevka dane su jednadžbom

$$D = \frac{6.3ab}{\lambda^2} = \frac{6.3a^2}{\lambda^2},$$

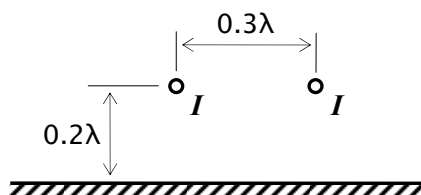
gdje je a duljina stranice otvora lijevka (otvor je kvadratnog oblika). Da bi se to moglo izračunati, potrebno je odrediti usmjerenost D , što se dobiva iz dobitka i zadanog faktora iskorištenja antene k :

$$D = \frac{G}{k} = \frac{15.67}{0.92} = 17.03.$$

Sad se može izračunati duljina stranice kvadrata a kao

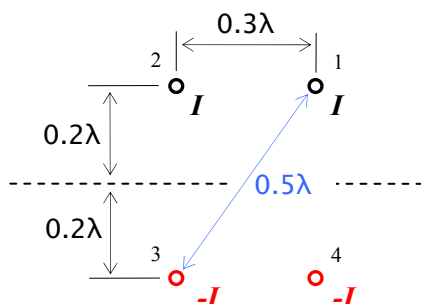
$$a = \sqrt{\frac{D\lambda^2}{6.3}} = \sqrt{\frac{17.03 \cdot 0.01}{6.3}} = 16.44 \text{ cm}.$$

3. (5 bodova) Antenski sustav sastoji se od dva poluvalna dipola iznad reflektora izrađenog od savršenog vodiča, kao na slici. Dipoli su paralelni s reflektorom i pobuđeni strujama jednake amplitude. Uzimajući u obzir međuiimpedanciju, odrediti ulaznu impedanciju poluvalnih dipola u ovakvoj konfiguraciji.



Rješenje:

Zbog prisustva savršeno vodljive beskonačne ravnine, sustav možemo nadomjestiti ekvivalentnim, u kojem se vodljiva ravnina nadomješta dvama zrcalnim slikama dipola. Budući da su dipoli paralelni vodljivoj ravnini, struje na njihovim slikama imat će suprotan predznak od struja koje teku po stvarnim dipolima. Dobiveni sustav prikazan je na slici.



Struja i napon na svakom od četiri dipola vezani su vlastitom impedancijom dipola, ali i međuiimpedancijama sa svakim preostalim dipolom. Ova veza može se izraziti preko sustava jednadžbi

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 + Z_{14}I_4$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3 + Z_{24}I_4$$

$$U_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 + Z_{34}I_4$$

$$U_4 = Z_{41}I_1 + Z_{42}I_2 + Z_{43}I_3 + Z_{44}I_4$$

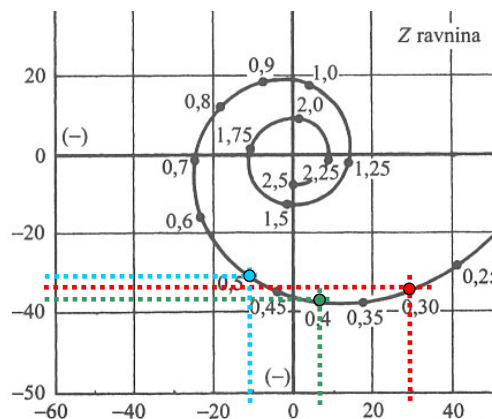
Budući da su struje na svim dipolima zbog simetrije jednakog iznosa, sustav se dramatično pojednostavljuje i dobiva se samo jedna jednadžba

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_1 - Z_{13}I_1 - Z_{14}I_1,$$

odnosno

$$Z_{ul} = \frac{U_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} - Z_{13} - Z_{14}.$$

Z_{11} je vlastita impedancija poluvalnog dipola i iznosi $Z_{11} = 73 + j42.5\Omega$, dok se međuiimpedancije Z_{12} , Z_{13} i Z_{14} očitavaju s grafa međuiimpedancije, danog na slici.



$$Z_{12} = 30 - j34 \Omega$$

$$Z_{13} = -11 - j31 \Omega$$

$$Z_{14} = 7 - j38 \Omega$$

Uvrštavanjem, dobiva se $Z_{ul} = 73 + j42.5 + 30 - j34 + 11 + j31 - 7 + j38 = 107 + j77.5 \Omega$.