

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ANALIZA ELEKTROENERGETSKOG SUSTAVA

AUDITORNE VJEŽBE
3. DIO

ANALIZA ELEKTROENERGETSKOG SUSTAVA

© 1997-2011 – FER/ZVNE

Izdanje: Studeni 2011.

Ovaj “radni materijal” predstavlja kratki zapis dijela gradiva i zadataka koji se obrađuju u sklopu predmeta *Analiza elektroenergetskog sustava* po nastavnom programu FER II. Dio gradiva obuhvaćen je samo zadacima, a dio i malim objašnjenjem ili analizom.

PREPORUČENA LITERATURA:

- [1.] Marija Ožegović, Karlo Ožegović: *Električne energetske mreže I-VI*, FESB Split, 1996-2006.
- [2.] G. W. Stagg, A. H. El-Abiad: *Computer Methods in Power System Analysis*, McGraw-Hill, 1968.
- [3.] B. Stefanini, S. Babić, M. Urbiha-Feuerbach: *Matrične metode u analizi električnih mreža*, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

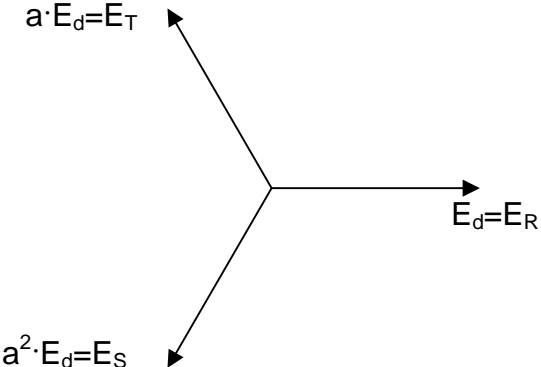
POPIS OZNAKA I KRATICA

B	susceptancija ($2\pi fC$) [S]
C	kapacitet [F]
G	vodljivost [S]
I	struja [A]
L	induktivitet [H]
P	djelatna snaga [W]
Q	jalova snaga [var]
R	otpor [Ω]
S	prividna snaga [VA]
U	linijski napon, napon [V]
V	fazni napon [V]
X	reaktancija ($2\pi fL$) [Ω]
Y	admitancija ($G+jB$) [S]
Z	impedancija ($R+jX$) [Ω]
z^*	konjugirano kompleksni broj

PRORAČUN KRATKOG SPOJA

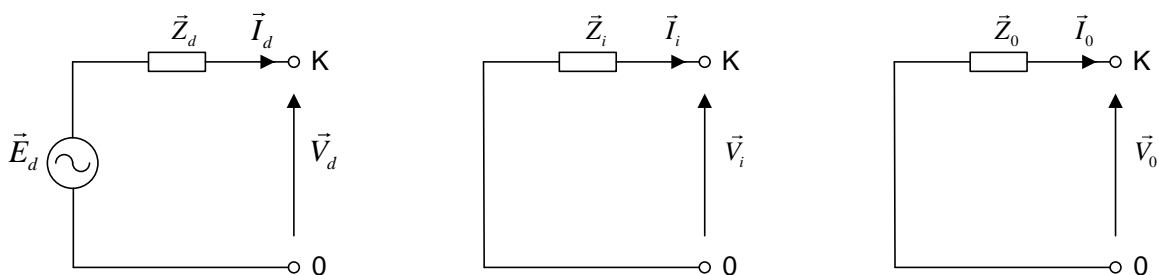
Proračun kratkog spoja se uobičajeno obavlja reduciranjem EE mreže po Theveninovom teoremu u odnosu na čvorište u kojem je nastupio KS i neko referentno (neutralno) čvorište. Ukoliko se prilikom proračuna kratkog spoja koristi metoda simetričnih komponenti, kao što je slučaj u narednim zadacima, potrebno je redukciju pomoću Theveninovog teorema provesti za direktnu, inverznu i nultu mrežu.

Uz pretpostavku da su naponi u izvorima simetrični vrijedi da je:

$$\begin{aligned}\vec{E}_R &= \vec{E}_d \\ \vec{E}_S &= a^2 \cdot \vec{E}_d \\ \vec{E}_T &= a \cdot \vec{E}_d\end{aligned}$$


U tom slučaju za inverzni i nulti sustav vrijedi:

$$\begin{aligned}\vec{E}_i &= \frac{1}{3} \cdot (\vec{E}_R + a^2 \cdot \vec{E}_S + a \cdot \vec{E}_T) = \frac{1}{3} \cdot \vec{E}_d \cdot (1 + a + a^2) = 0 \\ \vec{E}_0 &= \frac{1}{3} \cdot (\vec{E}_R + \vec{E}_S + \vec{E}_T) = \frac{1}{3} \cdot \vec{E}_d \cdot (1 + a^2 + a) = 0\end{aligned}$$

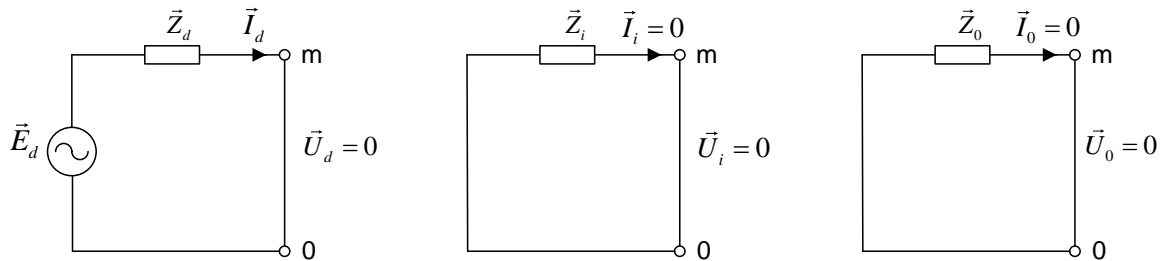


Iz svega navedenog slijedi:

$$\begin{aligned}\vec{V}_d &= \vec{E}_d - \vec{I}_d \cdot \vec{Z}_d \\ \vec{V}_i &= -\vec{I}_i \cdot \vec{Z}_i \\ \vec{V}_0 &= -\vec{I}_0 \cdot \vec{Z}_0\end{aligned}$$

TROPOLNI KRATKI SPOJ

Prilikom tropskog (simetričnog) kratkog spoja struja teče samo kroz direktni sustav, dok kroz inverzni i nulti sustav ne teku struje.



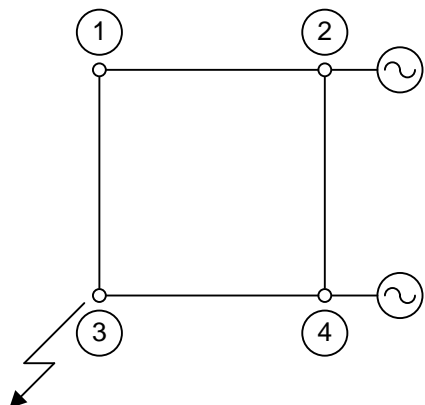
Vrijede sljedeći uvjeti (pogledati predavanja za izvod):

$$\vec{I}_{dm} = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{dmm}} = -\frac{{}^Z U_m^d}{\vec{Z}_{dmm}} \quad \vec{V}_{dm} = 0$$

$$\vec{I}_{im} = 0 \quad \vec{V}_{im} = 0$$

$$\vec{I}_{0m} = 0 \quad \vec{V}_{0m} = 0$$

1. Odredite struju kratkog spoja uvodu 1-3 u mreži na slici ako su zadane reaktancije generatora $X_{d4}'' = X_{d2}'' = j0,1$. Napon mreže je 110kV (radi određivanja struje u A). Simetrični kratki spoj je nastao u čvorištu 3 u trenutku kada je mreža bila neopterećena.



$$X_{2-4} = j0,1 [p.u.]$$

$$Y_{2-4} = -j10 [p.u.]$$

$$X_{3-4} = j0,15 [p.u.]$$

$$Y_{3-4} = -j6,667 [p.u.]$$

$$X_{1-2} = j0,2 [p.u.]$$

$$Y_{1-2} = -j5 [p.u.]$$

$$X_{1-3} = j0,1 [p.u.]$$

$$Y_{1-3} = -j10 [p.u.]$$

$$I_{1-3} = ?$$

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

RJEŠENJE:

$$Y = -j \begin{vmatrix} 15 & -5 & -10 & 0 \\ -5 & 25 & 0 & -10 \\ -10 & 0 & 16,667 & -6,667 \\ 0 & -10 & -6,667 & 26,667 \end{vmatrix}$$

Inverzijom matrice Y se dobije matrica Z:

$$Z_d = Z = j \begin{vmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} {}^dU_1^Z \\ {}^dU_2^Z \\ {}^dU_3^Z \\ {}^dU_4^Z \end{vmatrix} + |Z_d| \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^dI_3 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} + |Z_d| \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^dI_3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 + \vec{Z}_{d13} \cdot {}^dI_3 \\ 1 + \vec{Z}_{d23} \cdot {}^dI_3 \\ 1 + \vec{Z}_{d33} \cdot {}^dI_3 \\ 1 + \vec{Z}_{d43} \cdot {}^dI_3 \end{vmatrix}$$

$${}^dU_3^k = 0 = 1 + \vec{Z}_{d33} \cdot {}^dI_3$$

$$^d I_3 = -\frac{1}{\vec{Z}_{d33}} = j \frac{1}{0,1516} = j6,596 \text{ p.u.}$$

$$^d U_1^k = 1 + \vec{Z}_{d13} \cdot ^d I_3 = 1 + j0,1161 \cdot j6,596 = 0,2342 \text{ p.u.}$$

$$^d U_2^k = 1 + \vec{Z}_{d23} \cdot ^d I_3 = 0,7019 \text{ p.u.}$$

$$^d U_4^k = 1 + \vec{Z}_{d43} \cdot ^d I_3 = 0,6385 \text{ p.u.}$$

$$\begin{bmatrix} ^d U_1^k \\ ^d U_2^k \\ ^d U_3^k \\ ^d U_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2342 \\ 0,7019 \\ 0 \\ 0,6385 \end{bmatrix} [\text{p.u.}]$$

Struje u granama:

$$I_{1-3} = \frac{^d U_1^k - ^d U_3^k}{X_{1-3}} = -j2,342 \text{ p.u.}$$

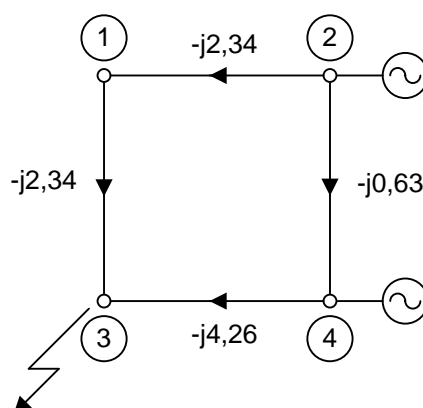
$$I_{1-3}[\text{A}] = I_{1-3}[\text{p.u.}] \cdot \frac{S_B}{\sqrt{3} \cdot U_n}$$

$$I_{1-3} = -j2,342 \cdot \frac{100 \text{ MVA}}{\sqrt{3} \cdot 110 \text{ kV}} = -j1,229 \text{ kA}$$

$$I_{2-1} = \frac{^d U_2^k - ^d U_1^k}{X_{2-1}} = -j2,339 \text{ p.u.}$$

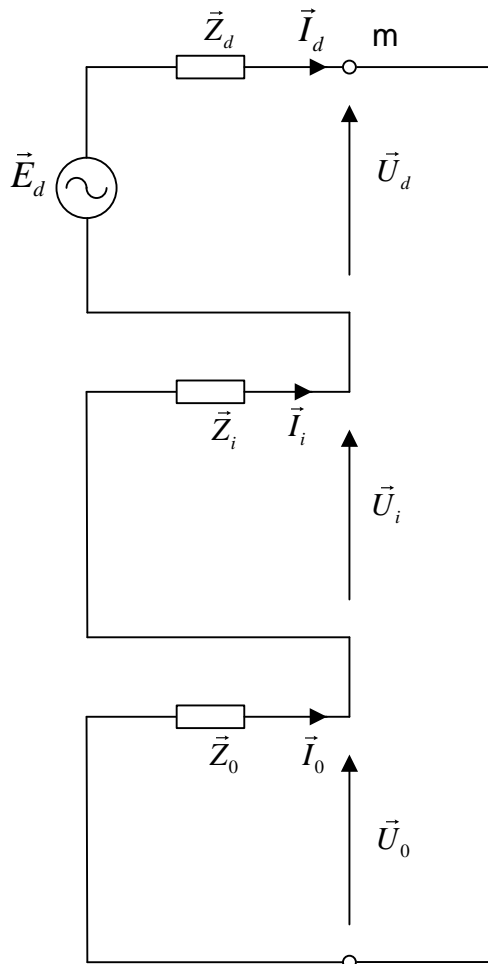
$$I_{2-4} = \frac{^d U_2^k - ^d U_4^k}{X_{2-4}} = -j0,634 \text{ p.u.}$$

$$I_{4-3} = \frac{^d U_4^k - ^d U_3^k}{X_{4-3}} = -j4,256 \text{ p.u.}$$



JEDNOPOLNI KRATKI SPOJ

Kod jednopolnog kratkog spoja se reducirana mreža prikazuje kao serijski spoj direktne, inverzne i nulte mreže.



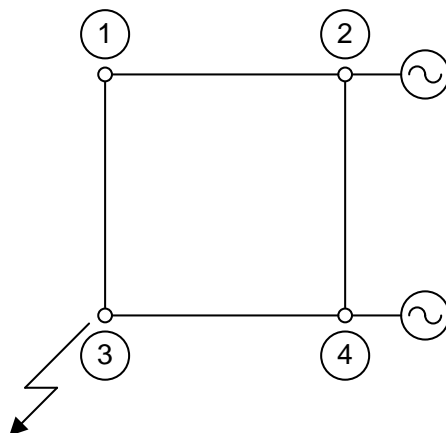
Pri tome vrijedi da je:

$$^d I_m = {}^i I_m = {}^0 I_m = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}$$

$$^d I_m = {}^i I_m = {}^0 I_m = - \frac{{}^z U_m^d}{\vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}$$

$$^d U_m^k + {}^i U_m^k + {}^0 U_m^k = 0$$

2. Odredite struju kvara i napone po fazama u bolesnom čvorištu za mrežu na slici. Napon mreže je 110kV (radi određivanja struje u A). Jednopolni kratki spoj je nastao u čvorištu 3 u trenutku kada je mreža bila neopterećena.



Reaktancije elementa mreže su:

Generatori:

$$X_{ig2} = X''_{dg2} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{0g2} = 2 \cdot X''_{dg2} = j0,2$$

$$X_{ig4} = X''_{dg4} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{0g4} = 2 \cdot X''_{dg4} = j0,2$$

Vodovi:

$$X_{d1-2} = X_{i1-2} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{01-2} = j0,4 [p. u.]$$

$$X_{d1-3} = X_{i1-3} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{01-3} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{d2-4} = X_{i2-4} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{02-4} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{d3-4} = X_{i3-4} = j0,15 [p. u.]$$

$$X_{03-4} = j0,3 [p. u.]$$

RJEŠENJE:

Iz prethodnog zadatka:

$$Z_d = Z_i = j \begin{vmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{vmatrix}$$

Za nulti sustav vrijedi (matrica Z_0 se dobije na isti način kao i za direktni i inverzni sustav):

$$Z_0 = j \begin{vmatrix} 0,3226 & 0,1032 & 0,2323 & 0,0968 \\ 0,1032 & 0,1290 & 0,0903 & 0,0710 \\ 0,2323 & 0,0903 & 0,3032 & 0,1097 \\ 0,0968 & 0,0710 & 0,1097 & 0,1290 \end{vmatrix}$$

Za direktni, inverzni i nulti sustav vrijede sljedeće jednakosti (pogledati predavanja):

$$\begin{vmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} + |Z_d| \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^dI_3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} {}^iU_1^k \\ {}^iU_2^k \\ {}^iU_3^k \\ {}^iU_4^k \end{vmatrix} = |Z_i| \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^iI_3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} {}^0U_1^k \\ {}^0U_2^k \\ {}^0U_3^k \\ {}^0U_4^k \end{vmatrix} = |Z_0| \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^0I_3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$${}^dI_m = {}^iI_m = {}^0I_m = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}} = - \frac{{}^ZU_m^d}{\vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}$$

$${}^dI_3 = {}^iI_3 = {}^0I_3 = - \frac{1}{j0,1516 + j0,1516 + j0,3032}$$

$${}^dI_3 = {}^iI_3 = {}^0I_3 = j1,6491 \text{ p. u.} = 0,866 \text{ kA}$$

Struje u bolesnom čvorištu po fazama su:

$$I_3^R = {}^0I_3 + {}^dI_3 + {}^iI_3 = j4,947 \text{ p. u.} = j2,597 \text{ kA} \quad (\text{uz } S_B = 100 \text{ MVA})$$

$$I_3^S = I_3^T = 0$$

Struja kvara:

$$I_{KV} = -3 \cdot {}^dI_3 = -I_3^R = -j2,597 \text{ kA}$$

Za napone vrijedi:

$$\begin{vmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} + j \begin{vmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ j1,6491 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8085 \\ 0,9255 \\ 0,7500 \\ 0,9100 \end{bmatrix} [p. u.]$$

$$\begin{bmatrix} {}^iU_1^k \\ {}^iU_2^k \\ {}^iU_3^k \\ {}^iU_4^k \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j1,6491 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^iU_1^k \\ {}^iU_2^k \\ {}^iU_3^k \\ {}^iU_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1915 \\ -0,0745 \\ -0,2500 \\ -0,0904 \end{bmatrix} [p. u.]$$

$$\begin{bmatrix} {}^0U_1^k \\ {}^0U_2^k \\ {}^0U_3^k \\ {}^0U_4^k \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0,3226 & 0,1032 & 0,2323 & 0,0968 \\ 0,1032 & 0,1290 & 0,0903 & 0,0710 \\ 0,2323 & 0,0903 & 0,3032 & 0,1097 \\ 0,0968 & 0,0710 & 0,1097 & 0,1290 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j1,6491 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^0U_1^k \\ {}^0U_2^k \\ {}^0U_3^k \\ {}^0U_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,3831 \\ -0,1489 \\ -0,5000 \\ -0,1809 \end{bmatrix} p. u.$$

Za čvorište 3 vrijedi:

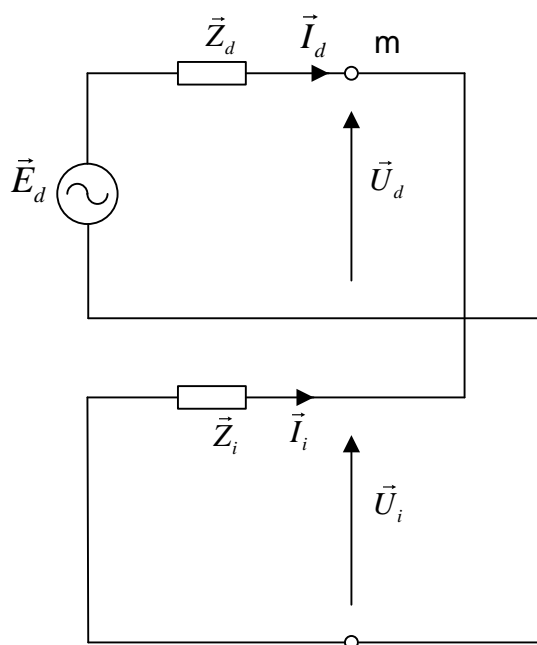
$$\begin{bmatrix} U_3^R \\ U_3^S \\ U_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^0U_3^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^iU_3^k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_3^R \\ U_3^S \\ U_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,75 - j0,866 \\ -0,75 + j0,866 \end{bmatrix} [p. u.]$$

$$\begin{bmatrix} U_3^R \\ U_3^S \\ U_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 126,019 \angle -130,89^\circ \\ 126,019 \angle 130,89^\circ \end{bmatrix} kV$$

DVOPOLNI KRATKI SPOJ

Kod jednopolnog kratkog spoja se reducirana mreža prikazuje kao paralelni spoj direktne i inverzne mreže, dok je nulta komponenta jednaka nuli.



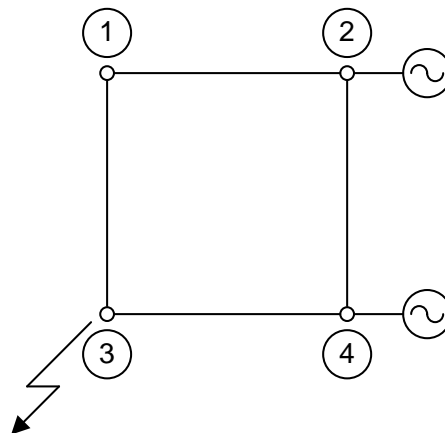
Pri tome vrijedi da je:

$${}^d I_m = - {}^i I_m = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}} = - \frac{{}^z U_m^d}{\vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}$$

$${}^0 I_m = 0$$

$${}^d U_m^k = {}^i U_m^k$$

4. Odredite struju i napon po fazama u bolesnom čvorištu za mrežu na slici. Napon mreže je 110kV (radi određivanja struje u A). Dvopolni kratki spoj je nastao u čvorištu 3 u trenutku kada je mreža bila neopterećena.



Reaktancije elementa mreže su:

Generatori:

$$X_{ig2} = X''_{dg2} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{0g2} = 2 \cdot X''_{dg2} = j0,2$$

$$X_{ig4} = X''_{dg4} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{0g4} = 2 \cdot X''_{dg4} = j0,2$$

Vodovi:

$$X_{d1-2} = X_{i1-2} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{01-2} = j0,4 [p. u.]$$

$$X_{d1-3} = X_{i1-3} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{01-3} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{d2-4} = X_{i2-4} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{02-4} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{d3-4} = X_{i3-4} = j0,15 [p. u.]$$

$$X_{03-4} = j0,3 [p. u.]$$

RJEŠENJE:

$$Z_d = Z_i = j \begin{vmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + |Z_d| \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^dI_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^iU_1^k \\ {}^iU_2^k \\ {}^iU_3^k \\ {}^iU_4^k \end{bmatrix} = |Z_i| \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^iI_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vrijedi da je

$${}^dI_m = - {}^iI_m = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}} = - \frac{{}^ZU_m^d}{\vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}$$

$${}^dI_3 = - {}^iI_3 = - \frac{{}^ZU_3^d}{\vec{Z}_{d33} + \vec{Z}_{i33}}$$

$${}^dI_3 = - {}^iI_3 = - \frac{1}{j0,1516 + j0,1516} = j3,2982 \text{ p.u.} = j1,7311 \text{ kA}$$

Struja kratkog spoja po fazama:

$$\begin{bmatrix} I_3^R \\ I_3^S \\ I_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^0I_m \\ {}^dI_3 \\ {}^iI_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_3^R \\ I_3^S \\ I_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5,7125 \\ -5,7125 \end{bmatrix} [p.u.] = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,9983 \\ -2,9983 \end{bmatrix} [kA]$$

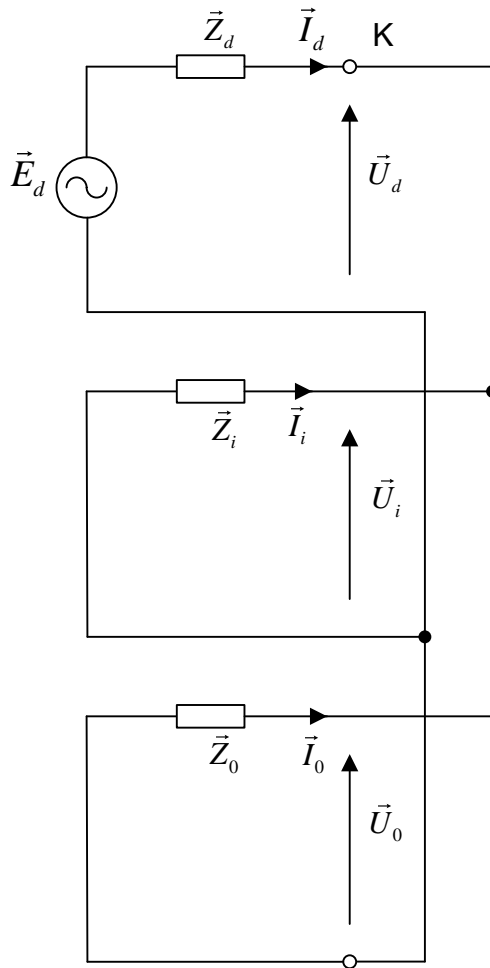
Za napone vrijedi:

$$\begin{bmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6171 \\ 0,8509 \\ 0,5000 \\ 0,8193 \end{bmatrix} [p.u.]$$

$$\begin{bmatrix} {}^iU_1^k \\ {}^iU_2^k \\ {}^iU_3^k \\ {}^iU_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3829 \\ 0,1491 \\ 0,5000 \\ 0,1807 \end{bmatrix} [p.u.]$$

$$\begin{bmatrix} U_3^R \\ U_3^S \\ U_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^0U_3^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^iU_3^k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_3^R \\ U_3^S \\ U_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix} [p.u.] = \begin{bmatrix} 110 \\ -55 \\ -55 \end{bmatrix} [kV]$$

DVOPOLNI KRATKI SPOJ SA ZEMLJOM

Vrijedi da je:

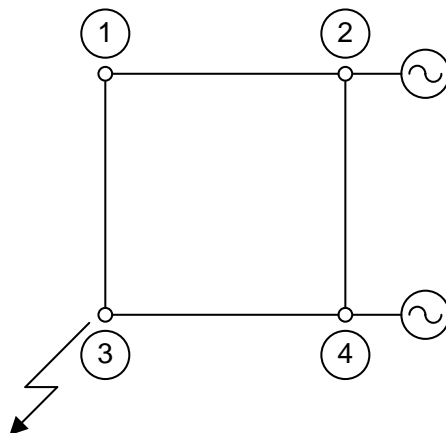
$$^d I_m = \frac{- {}^z U_m^d \cdot (\vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{0mm})}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^i I_m = \frac{{}^z U_m^d \cdot \vec{Z}_{0mm}}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^0 I_m = \frac{{}^z U_m^d \cdot \vec{Z}_{imm}}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^d U_m^k = {}^i U_m^k = {}^0 U_m^k$$

5. Odredite struju i napon po fazama u bolesnom čvorištu za mrežu na slici. Napon mreže je 110kV (radi određivanja struje u A). Dvopolni kratki spoj sa zemljom je nastao u čvorištu 3 u trenutku kada je mreža bila neopterećena.



Reaktancije elementa mreže su:

Generatori:

$$X_{ig2} = X''_{dg2} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{0g2} = 2 \cdot X''_{dg2} = j0,2$$

$$X_{ig4} = X''_{dg4} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{0g4} = 2 \cdot X''_{dg4} = j0,2$$

Vodovi:

$$X_{d1-2} = X_{i1-2} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{01-2} = j0,4 [p. u.]$$

$$X_{d1-3} = X_{i1-3} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{01-3} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{d2-4} = X_{i2-4} = j0,1 [p. u.]$$

$$X_{02-4} = j0,2 [p. u.]$$

$$X_{d3-4} = X_{i3-4} = j0,15 [p. u.]$$

$$X_{03-4} = j0,3 [p. u.]$$

RJEŠENJE:

$$Z_d = Z_i = j \begin{vmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{vmatrix}$$

$$Z_0 = j \begin{vmatrix} 0,3226 & 0,1032 & 0,2323 & 0,0968 \\ 0,1032 & 0,1290 & 0,0903 & 0,0710 \\ 0,2323 & 0,0903 & 0,3032 & 0,1097 \\ 0,0968 & 0,0710 & 0,1097 & 0,1290 \end{vmatrix}$$

$$^d I_m = \frac{-Z U_m^d \cdot (\vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{0mm})}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^d I_m = \frac{-1 \cdot (j0,1516 + j0,3032)}{j0,1516 \cdot j0,1516 + j0,1516 \cdot j0,3032 + j0,1516 \cdot j0,3032}$$

$$^d I_m = j3,9578 \text{ p.u.}$$

$$^i I_m = \frac{Z U_m^d \cdot \vec{Z}_{0mm}}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^i I_m = \frac{1 \cdot j0,3032}{j0,1516 \cdot j0,1516 + j0,1516 \cdot j0,3032 + j0,1516 \cdot j0,3032}$$

$$^i I_m = -j2,6385 \text{ p.u.}$$

$$^0 I_m = \frac{Z U_m^d \cdot \vec{Z}_{imm}}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^0 I_m = \frac{1 \cdot j0,1516}{j0,1516 \cdot j0,1516 + j0,1516 \cdot j0,3032 + j0,1516 \cdot j0,3032}$$

$$^0 I_m = -j1,3193 \text{ p.u.}$$

Struje:

$$\begin{vmatrix} I_3^R \\ I_3^S \\ I_3^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} ^0 I_m \\ ^d I_3 \\ ^i I_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} I_3^R \\ I_3^S \\ I_3^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 5,7124 - j1,9789 \\ -5,7124 - j1,9789 \end{vmatrix} \text{ p.u.} = \begin{vmatrix} 0 \\ 3,1730 \angle -19,11^\circ \\ 3,1730 \angle -160,89^\circ \end{vmatrix} \text{ kA}$$

Naponi:

$$\begin{vmatrix} ^d U_1^k \\ ^d U_2^k \\ ^d U_3^k \\ ^d U_4^k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} + j \begin{vmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ j3,9578 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^dU_1^k \\ {}^dU_2^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^dU_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5405 \\ 0,8211 \\ 0,4000 \\ 0,7831 \end{bmatrix} [p.u.]$$

$$\begin{bmatrix} {}^iU_1^k \\ {}^iU_2^k \\ {}^iU_3^k \\ {}^iU_4^k \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0,1613 & 0,0516 & 0,1161 & 0,0484 \\ 0,0516 & 0,0643 & 0,0452 & 0,0355 \\ 0,1161 & 0,0452 & 0,1516 & 0,0548 \\ 0,0484 & 0,0355 & 0,0548 & 0,0645 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -j2,6385 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^iU_1^k \\ {}^iU_2^k \\ {}^iU_3^k \\ {}^iU_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3063 \\ 0,1193 \\ 0,4000 \\ 0,1446 \end{bmatrix} [p.u.]$$

$$\begin{bmatrix} {}^0U_1^k \\ {}^0U_2^k \\ {}^0U_3^k \\ {}^0U_4^k \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0,3226 & 0,1032 & 0,2323 & 0,0968 \\ 0,1032 & 0,1290 & 0,0903 & 0,0710 \\ 0,2323 & 0,0903 & 0,3032 & 0,1097 \\ 0,0968 & 0,0710 & 0,1097 & 0,1290 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -j1,3193 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^0U_1^k \\ {}^0U_2^k \\ {}^0U_3^k \\ {}^0U_4^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3065 \\ 0,1191 \\ 0,4000 \\ 0,1447 \end{bmatrix} p.u.$$

$$\begin{bmatrix} U_3^R \\ U_3^S \\ U_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^0U_3^k \\ {}^dU_3^k \\ {}^iU_3^k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_3^R \\ U_3^S \\ U_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [p.u.] = \begin{bmatrix} 132 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [kV]$$

DODATAK A: SIMETRIČNE KOMPONENTE

Danas gotovo svi elektroenergetski sustavi rade trofazno. U normalnom pogonu mreža se sastoji od jednakih elemenata u svim fazama, a opterećenja se također u većini praktičnih slučajeva mogu smatrati simetričnima. Zbog toga prilike na vodovima u normalnom pogonu najčešće određujemo tzv. jednofaznim proračunima, pri čemu pretpostavljamo jednakost struja, napona i impedancija u svim fazama. Sve veličine za jednu fazu jednake su i na dvije preostale faze, zakrenute za 120° , odnosno 240° .

Prilikom kvarova u mreži i značajnijih nesimetričnih opterećenja često dolazi do nesimetričnih stanja u mreži. U nesimetričnom sustavu nije moguće odrediti prilike u mreži promatranjem stanja u samo jednoj fazi. Odrediti prilike u nesimetričnom sustavu pomoću trofazne sheme računski je vrlo zahtjevno.

Rastavljanjem trofaznog nesimetričnog sustava na tri simetrična trofazna sustava, koja se mogu prikazati sa tri jednofazne sheme, može se znatno pojednostavniti određivanje prilika u nesimetričnom sustavu.

C. L. Fortescue: "Method of Symmetrical Coordinates Applied to The Solution of Polyphase Networks," Transactions of AIEE, vol.37, 1918.

Rastav sustava od n fazora na n sustava simetričnih fazora

Za trofazne sustave - rastav na tri simetrična sustava:

DIREKTNI SUSTAV

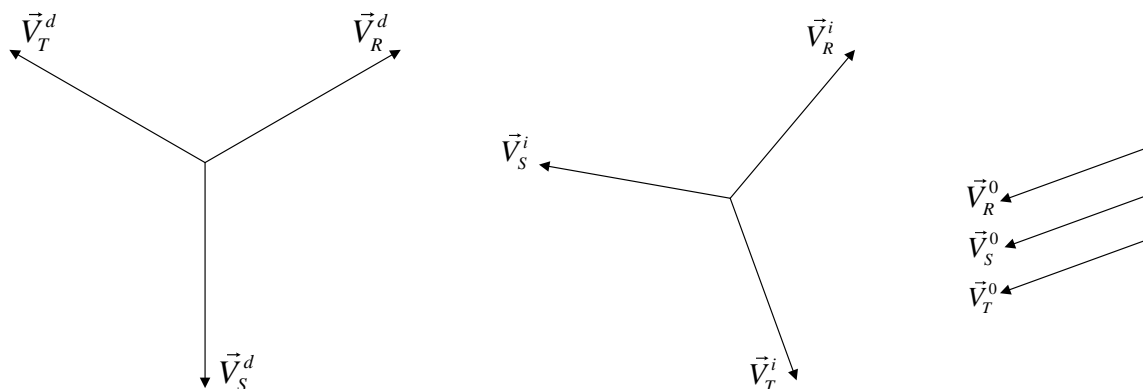
tri fazora, jednaka po iznosu, pomaknuta za 120° ,

INVERZNI SUSTAV

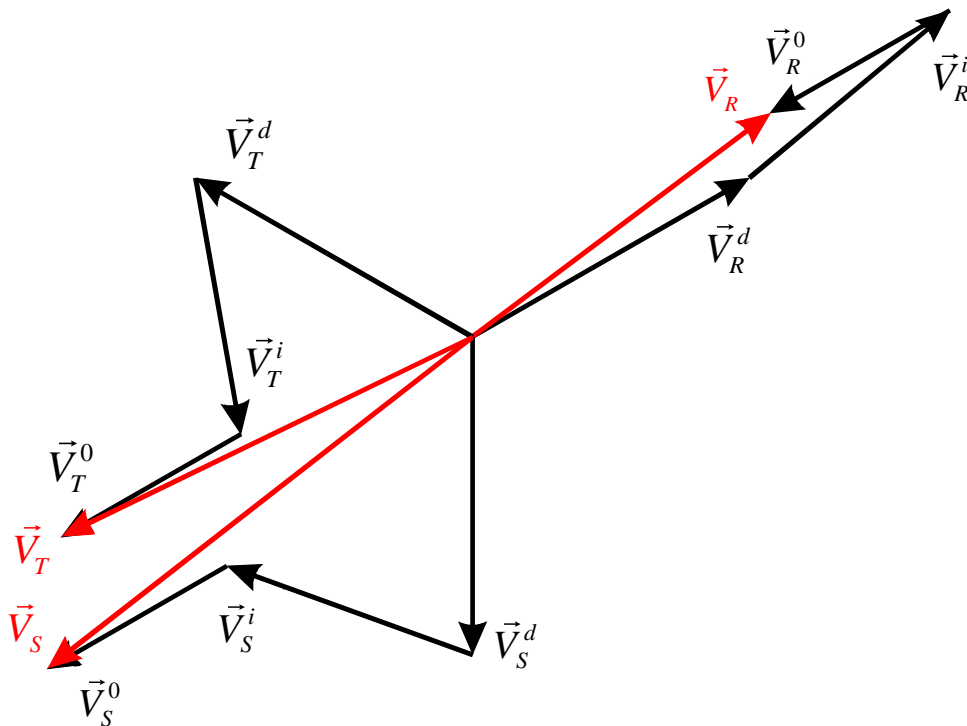
tri fazora, jednaka po iznosu, pomaknuta za -120° ,

NULTI SUSTAV

tri fazora, jednaka po iznosu i kutu



Slika A1: Direktni, inverzni i nulti sustav



Slika A2: Rastav nesimetričnog trofaznog sustava na tri simetrična

Uvijek vrijedi:

$$\begin{aligned} V_R &= V_R^{(0)} + V_R^{(d)} + V_R^{(i)} \\ V_S &= V_S^{(0)} + V_S^{(d)} + V_S^{(i)} \\ V_T &= V_T^{(0)} + V_T^{(d)} + V_T^{(i)} \end{aligned} \quad (1)$$

Ako uvedemo $a = 1 \angle 120^\circ$ tada jednadžbu (1) možemo zapisati i u obliku:

$$\begin{aligned} V_R &= V_R^{(0)} + V_R^{(d)} + V_R^{(i)} \\ V_S &= V_R^{(0)} + a^2 V_R^{(d)} + a V_R^{(i)} \\ V_T &= V_R^{(0)} + a V_R^{(d)} + a^2 V_R^{(i)} \end{aligned} \quad (2)$$

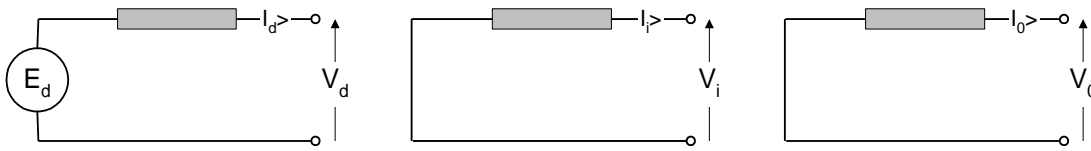
Pri tome je moguće pisati:

$$\begin{aligned} V_R^{(d)} &= V^{(d)} \\ V_R^{(i)} &= V^{(i)} \\ V_R^{(0)} &= V^{(0)} \end{aligned}$$

Iz navedenog slijede jednadžbe transformacije:

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^{(0)} \\ V^{(d)} \\ V^{(i)} \end{bmatrix} = [\mathbf{A}] \begin{bmatrix} V^{(0)} \\ V^{(d)} \\ V^{(i)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} V^{(0)} \\ V^{(d)} \\ V^{(i)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = [\mathbf{A}]^{-1} \begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} \quad (4)$$



Slika A3: Nadomjesne sheme direktnog, inverznog i nultog sustava

PRIMJERI

Simetričan slučaj

$$V_{RST} = \begin{bmatrix} v \\ a^2 v \\ a v \end{bmatrix} \quad V_{0di} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{bmatrix}$$

Zamijenjen redoslijed faza

$$V_{RST} = \begin{bmatrix} v \\ a v \\ a^2 v \end{bmatrix} \quad V_{0di} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{bmatrix}$$

Jednakost u svim fazama

$$V_{RST} = \begin{bmatrix} v \\ v \\ v \end{bmatrix} \quad V_{0di} = \begin{bmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Samo jedna faza

$$V_{RST} = \begin{bmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_{0di} = \begin{bmatrix} v/3 \\ v/3 \\ v/3 \end{bmatrix}$$

Jedna faza nula, dvije faze po kutu suprotne

$$V_{RST} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ -v \end{bmatrix} \quad V_{0di} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j v / \sqrt{3} \\ j v / \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Dodatni primjeri za diskusiju

$$V_{RST} = \begin{bmatrix} 2v \\ -v \\ -v \end{bmatrix} \quad V_{0di} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ v \end{bmatrix}$$

$$V_{RST} = \begin{bmatrix} 3v \\ -3v \\ -3v \end{bmatrix} \quad V_{0di} = \begin{bmatrix} -v \\ 2v \\ 2v \end{bmatrix}$$

Kada je $V_R + V_S + V_T = 0$ onda je uvijek $V_0 = 0$.

Više o simetričnim komponentama i primjerima u M. & K. Ožegović: *Električne energetske mreže I*, poglavlje 2.2: "Sustavi komponenata".