

Analiza elektroenergetskog sustava

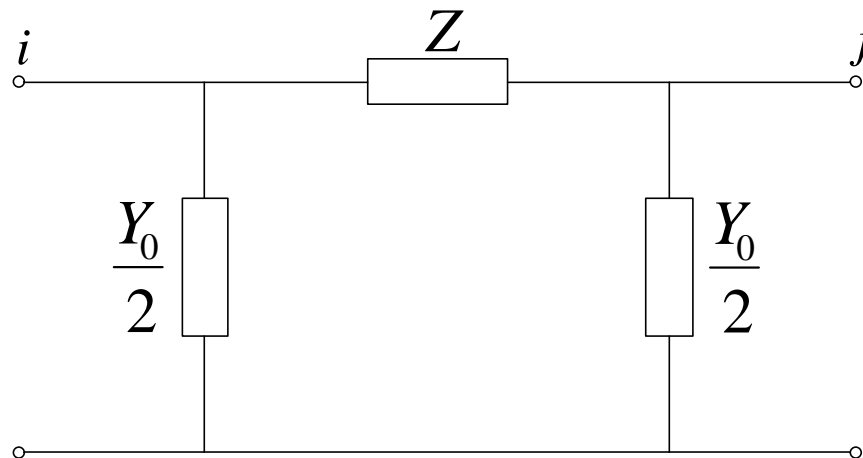
Auditorne vježbe 11

Pregled ispredavanog gradiva:

- Matematički modeli elemenata mreže
- Jednadžbe mreže, topologija mreže
- Matematički postupci za proračun tokova snaga
- Proračun kratkog spoja (simetrični i nesimetrični kratki spoj)

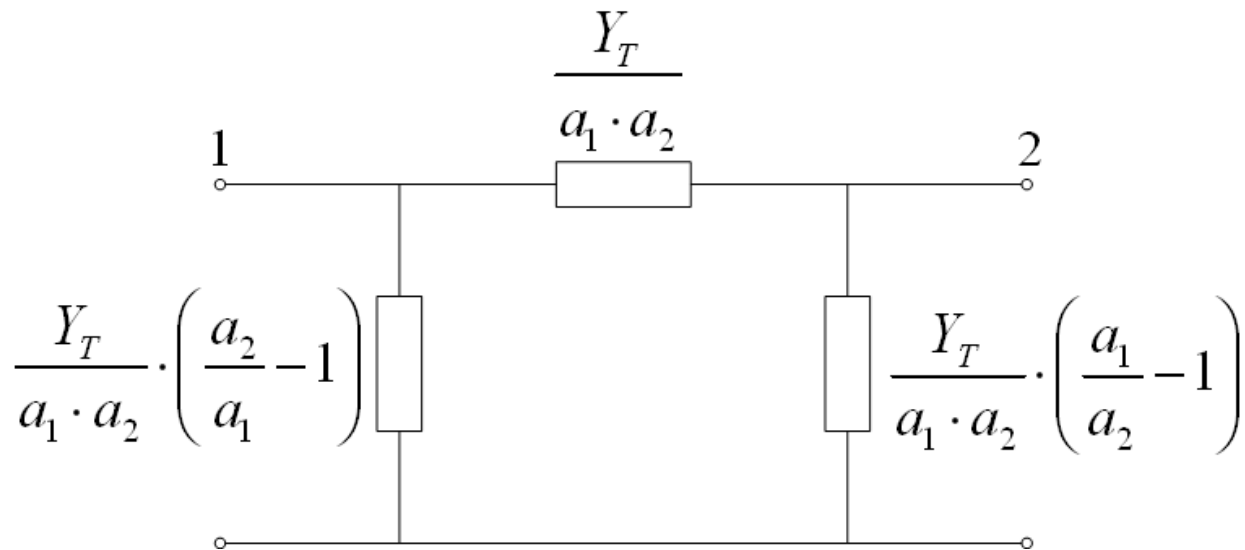
Matematički modeli elemenata mreže

- Jednopolni modeli elemenata mreže
- Model voda:
 - S koncentriranim parametrima (π , T , Γ , I model)
 - π model:



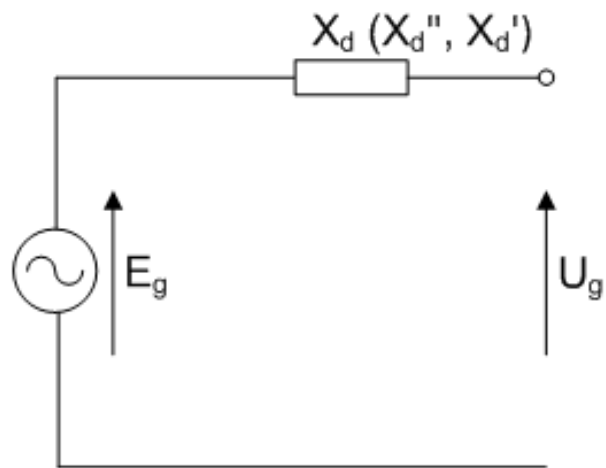
Matematički modeli elemenata mreže

- Model transformatora bez idealnog transformatora:



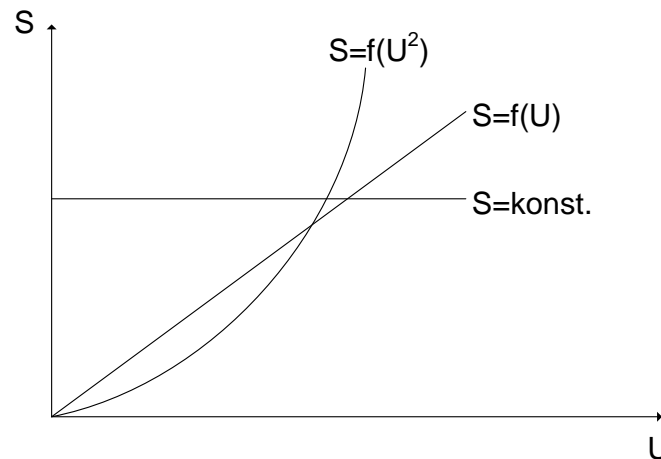
Matematički modeli elemenata mreže

- Model generatora:
 - Tokovi snaga – uobičajeno se uzima u obzir generatorska sabirnica kao PV ili referentno čvorište
 - Kratki spoj (početni, prijelazni, trajni):



Matematički modeli elemenata mreže

- Model tereta:
 - Simetričan ili nesimetričan
 - Teret kao konstantna snaga, konstantna struja ili konstantna impedancija



- Modeli kompenzacijskih uređaja (prigušnice, KB, ...)

Nadomjesne sheme mreže

- Nadomjesne sheme mreže (grana mreže):
 - Impedantni oblik
 - Admitantni oblik
- Topologija mreže: način na koji su elementi mreže međusobno povezani
- Jednopolna shema mreže: topologija mreže i podatci elemenata
- Nadomjesne sheme mreže:
 - Za simetrične prilike: jednopolne sheme
 - Za nesimetrične prilike: tropolne sheme ili jednopolni sustavi simetričnih komponenata

Brojčane veličine u proračunu

- Zbog izbjegavanja proračuna s idealnim transformatorima parametri nadomjesne sheme EE mreže se svode na jednu naponsku razinu:

Metoda otpora	Metoda reduciranih admitancija	Metoda jediničnih vrijednosti
$U' = U \cdot \frac{U_B}{U_n}$	$U_r = \frac{U}{U_n}$	$U_{p.u.} = \frac{U}{U_{Bi}} = \frac{U}{U_{ni}}$
$I' = \frac{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot I}{U_B}$	$I_r = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I$	$I_{p.u.} = \frac{I}{I_B} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{Bi} \cdot I}{S_B}$
$Z' = \left(\frac{U_B}{U_n} \right)^2 \cdot Z$	$Z_r = \frac{Z}{U_n^2}$	$Z_{p.u.} = Z \cdot \frac{S_B}{U_n^2}$
$Y' = \left(\frac{U_n}{U_B} \right)^2 \cdot Y$	$Y_r = \frac{U_n^2}{Z} = U_n^2 \cdot Y$	$Y_{p.u.} = Y \cdot \frac{U_n^2}{S_B}$

Metode proračuna mreža – tokovi snaga

- Stacionarno, simetrično stanje sustava
- Cilj proračuna tokova snaga – odrediti napone u čvorištima (po iznosu i kutu; vektor stanja EES-a). Iz toga slijedi:
 - Proračun tokova snaga (struja) po granama mreže
 - Proračun gubitaka snage (po elementima, granama, sveukupno)
 - Proračun injekcija snaga u čvorištima (jalova snaga generatora, te jalova i djelatna snaga u regulacijskom čvorištu)
- Svrha proračuna:
 - Planiranje razvoja EE mreže
 - Projektiranje dijelova EE mreža
 - Vođenje pogona EES-a
 - Analiza sigurnosti ...

Metode proračuna mreža

- Metode proračuna tokova snaga su bazirane na nekoliko osnovnih teorema i zakona:
 - Ohmov zakon
 - 1. Kirchhoffov zakon za čvorišta (metoda čvorišta)
 - Teoremi ekvivalentnosti za aktivne mreže (tm. superpozicije, tm. kompenzacije, Theveninov tm., Nortonov tm., Millmanov tm.)
 - Teoremi ekvivalentnosti za pasivne mreže (pretvorba opće zvijezde u opći poligon, pretvorba trokut - zvijezda , eliminacija čvorišta, tm. reciprociteta)

Metode proračuna mreža

- Metoda čvorišta (predavanje 4., iz 1. Kirchhoffovog zakona)

$$I_1 = (U_1 - U_2) \cdot y_{1-2} + (U_1 - U_3) \cdot y_{1-3} + \dots + (U_1 - U_n) \cdot y_{1-n}$$

$$I_2 = (U_2 - U_1) \cdot y_{2-1} + (U_2 - U_3) \cdot y_{2-3} + \dots + (U_2 - U_n) \cdot y_{2-n}$$

.

.

.

$$I_{n-1} = (U_{n-1} - U_1) \cdot y_{(n-1)-1} + \dots + (U_{n-1} - U_n) \cdot y_{(n-1)-n}$$

- (n-1) jednadžbi s n nepoznanica
- n-ta jednadžba je $\sum_{i=1}^n I_i = 0$
- prema tome moramo znati još jedan napon U_n a ostalih (n-1) ćemo izračunati

Metode proračuna mreža

- Matrica admitancija čvorišta:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^n Y_{1-i} & -Y_{1-2} & \cdots & -Y_{1-(n-1)} \\ -Y_{2-1} & \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^n Y_{2-i} & \cdots & -Y_{2-(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -Y_{(n-1)-1} & -Y_{(n-1)-2} & \cdots & \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n-1}}^n Y_{(n-1)-i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 - U_n \\ U_2 - U_n \\ \vdots \\ U_{(n-1)} - U_n \end{bmatrix}$$

Metode proračuna mreža

- Svaka sabirnica (čvorište) EE mreže je definirano sa četiri električne veličine:
 - Djelatna snaga P_i (MW)
 - Jalova snaga Q_i (Mvar)
 - Modul (iznos) napona $|V_i|$
 - Fazni kut napona δ_i
- U proračunu tokova snaga za svaku sabirnicu mreže:
 - Dvije el. veličine su zadane (poznate)
 - Dvije el. veličine je potrebno izračunati
- Na osnovu poznatih (nepoznatih) veličina čvorišta (sabirnice) mreže se dijele na:
 - Referentno čvorište (čvorište regulacijske elektrane) ($|V|$ - δ)
 - Generatorska čvorišta (čvorišta s kontrolom napona, P-V čv.)
 - Čvorište tereta (čvorište snage, P-Q čv.)

Proračun snaga

- Snage u čvorištima:

$$P_i = |\bar{U}_i| \cdot \sum_{j=1}^n |\bar{U}_j| \cdot |\bar{Y}_{ij}| \cdot \cos(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij})$$

$$Q_i = |\bar{U}_i| \cdot \sum_{j=1}^n |\bar{U}_j| \cdot |\bar{Y}_{ij}| \cdot \sin(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij})$$

- Snage u granama (iz π modela):

$$\vec{S}_{i-j} = \vec{U}_i \cdot \vec{I}_{i-j}^* = \vec{U}_i \left[\vec{U}_i^* - \vec{U}_j^* \cdot \vec{y}_{i-j}^* + \vec{U}_i^* \cdot \vec{y}_{i0}^* \right]$$

$$\vec{S}_{j-i} = \vec{U}_j \cdot \vec{I}_{j-i}^* = \vec{U}_j \left[\vec{U}_j^* - \vec{U}_i^* \cdot \vec{y}_{i-j}^* + \vec{U}_j^* \cdot \vec{y}_{j0}^* \right]$$

- Gubitci snaga u granama:

$$\Delta \vec{S} = \vec{S}_{i-j} + \vec{S}_{j-i}$$

$$\Delta \vec{S} = (\vec{U}_i^* - \vec{U}_j^*) \cdot \vec{y}_{i-j}^* \cdot (\vec{U}_i - \vec{U}_j) + |\vec{U}_i|^2 \cdot \vec{y}_{i0}^* + |\vec{U}_j|^2 \cdot \vec{y}_{j0}^*$$

Kratki spoj

- Struja početnog kratkog spoja
- Simetrični kratki spoj
 - Tropolni KS
- Nesimetrični kratki spoj
 - Jednopolni KS
 - Dvopolni KS
 - Dvopolni KS sa zemljom
- Zemljospoj (neuzemljeni sustav)
- Primjena rastava na simetrične komponente (Fortescue)

Kratki spoj

- Matrična metoda proračuna

- Direktni sustav:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}^{KS} = \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}^{pogon} + [Z_1] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_m \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Inverzni sustav

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}^{KS} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^{pogon} + [Z_2] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_m \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Nulti sustav

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}^{KS} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^{pogon} + [Z_0] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_m \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Z matrice se dobiju inverzijom odgovarajućih Y matrica

Literatura (dodatna):

- Power System Analysis, Hadi Saadat, McGraw Hill
- Power System Analysis, John J. Grainger, William D. Stevenson Jr., McGraw Hill
- Power System Analysis, P. S. R. Murty, BS Publications
- Computer Analysis of Power Systems, J. Arrillaga, C. P. Arnold, John Wiley & Sons
- Computer Methods in Power System Analysis, Glenn W. Stagg, Ahmed H. El-Abiad, McGraw Hill

Dodatak - Jalova snaga

- Električna energija (snaga) se može razdijeliti u dva oblika – kao djelatna i kao jalova energija
- Djelatna energija/snaga:
 - Korisni dio električne energije koji je moguće transformirati u neke druge oblike korisne energije (mehanički rad, toplinska e., svjetlosna e. itd.)
- Jalova energija/snaga:
 - Električna energija **nužna** za uspostavu magnetskog polja (npr. transformatori, prigušnice, motori, ...) ili električnog polja (npr. kondenzatorske baterije) – **reaktivna snaga**
 - Magnetsko polje – induktivna jalova snaga
 - Električno polje – kapacitivna jalova snaga
- Tokove električne energije (struje, snage) uzrokuje prijenos i djelatne i jalove snage

Dodatak - Jalova snaga

- Što zapravo znači potrošnja/proizvodnja jalove snage?
- Za napon vrijedi:

$$v(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v)$$

- Efektivna vrijednost (RMS – *root mean square*)

$$|V| = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)^2 dt} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

- Može se pisati:

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot |V| \cdot \cos(\omega t + \varphi_v)$$

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot |V| \cdot \operatorname{Re}[e^{j(\omega t + \varphi_v)}] = \sqrt{2} \cdot |V| \cdot \operatorname{Re}[e^{j(\omega t)} \cdot e^{j(\varphi_v)}]$$

- Fazor napona:

$$V = |V| \cdot e^{j(\varphi_v)} \quad \text{ili} \quad \vec{V} = |V| \cdot e^{j(\varphi_v)}$$

Dodatak - Jalova snaga

- Napon u vremenskoj domeni korištenjem fazora:

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot |V| \cdot \operatorname{Re}[e^{j(\omega t + \varphi_v)}] = \sqrt{2} \cdot \operatorname{Re}[V \cdot e^{j(\omega t)}]$$

- Analogno za struju vrijedi:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot |I| \cdot \operatorname{Re}[e^{j(\omega t + \varphi_i)}] = \sqrt{2} \cdot \operatorname{Re}[I \cdot e^{j(\omega t)}]$$

- Gdje je fazor struje:

$$I = |I| \cdot e^{j(\varphi_i)} \quad \text{ili} \quad \vec{I} = |I| \cdot e^{j(\varphi_i)}$$

Dodatak - Jalova snaga

- Prednosti fazorske domene:

Parametar	Vremenska domena	Fazorska domena
Djelatni otpor	$v(t) = R \cdot i(t)$	$V = R \cdot I$
Induktivitet	$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$	$V = j\omega L \cdot I = jX_L \cdot I$
Kapacitet	$v(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t)dt + v(0)$	$V = \frac{1}{j\omega C} \cdot I = -jX_C \cdot I$

- $Z = R + jX$ – nije fazor

Dodatak - Jalova snaga

- Snaga u **kompleksnom** području:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$v(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v)$$

$$i(t) = I_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$p(t) = V_{max} \cdot I_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_v) \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$$

- Vrijedi:

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

- Mogućnosti:

Var. 1.	Var. 2.
$\alpha = \omega t + \varphi_v$	$\alpha = \omega t + \varphi_i$
$\beta = \omega t + \varphi_i$	$\beta = \omega t + \varphi_v$

Dodatak - Jalova snaga

- Korištenjem prve varijante:

$$\alpha = \omega t + \varphi_v$$

$$\beta = \omega t + \varphi_i$$

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot V_{max} \cdot I_{max} \cdot [\cos(\varphi_v - \varphi_i) + \cos(2\omega t + \varphi_v + \varphi_i)]$$

- Srednja vrijednost:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2} \cdot V_{max} \cdot I_{max} \cdot \cos(\varphi_v - \varphi_i)$$

$$P = |V| \cdot |I| \cdot \cos(\varphi_v - \varphi_i)$$

$$P = |V| \cdot |I| \cdot \cos(\varphi)$$

$$P = \operatorname{Re}[|V| \cdot |I| \cdot e^{j\varphi}] = \operatorname{Re}(S)$$

Dodatak - Jalova snaga

- Snaga u kompleksnom području (nastavak):

$$S = |V| \cdot |I| \cdot [\cos(\varphi_v - \varphi_i) + j \cdot \sin(\varphi_v - \varphi_i)] = P + j \cdot Q$$

$$S = V \cdot I^*$$

- U slučaju korištenja druge varijante:

$$\alpha = \omega t + \varphi_i$$

$$\beta = \omega t + \varphi_v$$

$$P = |I| \cdot |V| \cdot \cos(\varphi_i - \varphi_v)$$

- Vrijedilo bi:

$$S = |I| \cdot |V| \cdot [\cos(\varphi_i - \varphi_v) + j \cdot \sin(\varphi_i - \varphi_v)] = P + j \cdot Q$$

$$S = I \cdot V^*$$

- Prema **dogovoru (!)** je:

$$S = V \cdot I^* = P + jQ$$

Dodatak - Jalova snaga

- Prema navedenom izrazu je induktivnoj jalovoj snazi je dodijeljen pozitivan predznak, a kapacitivnoj negativan
 - Prigušnica (induktivitet) 'troši' jalovu snagu!
 - KB (kapacitet) 'proizvodi' jalovu snagu!
 - Da je uzet drugi izraz ($S = I \cdot V^*$) vrijedilo bi obratno:
 - Prigušnica (induktivitet) 'proizvodi' jalovu snagu!
 - KB (kapacitet) 'troši' jalovu snagu!
- S [MVA] - kompleksni broj (nije fazor)
 P [MW] - djelatna snaga
 Q [Mvar] - jalova snaga
 $\cos(\varphi)$ - faktor snage (gdje je $\varphi = \varphi_v - \varphi_i$)
- Kod čisto induktivnog ili kapacitivnog trošila nema potrošnje (djelatne) energije – energija se troši na uspostavljanje magnetskog/električnog polja a zatim se vraća natrag u mrežu (njiše se, srednja vrijednost je nula)

Dodatak - Jalova snaga

- Primjer:** RL krug

$$R = 20 \, \Omega$$

$$L = 0.127 \, H$$

$$V(t) = \sqrt{2} \cdot 30 \cdot \cos(\omega t + 30^\circ) \, kV$$

$$f = 50 \, Hz$$

$$i(t) = ?$$

- U fazorskoj domeni:

$$R = 20 \, \Omega$$

$$X = 40 \, \Omega$$

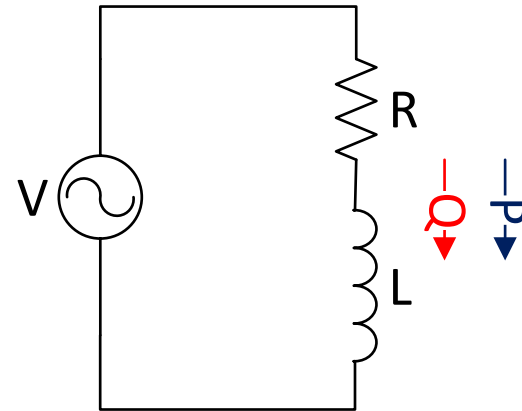
$$Z = 44.72 \angle 63.4^\circ$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{30 \angle 30^\circ}{44.72 \angle 63.4^\circ} = 0.671 \angle -33.4^\circ \, kA$$

$$S = V \cdot I^* = (9 + j18) \cdot 10^3 \, VA$$

$$P = 9 \, kW$$

$$Q = 18 \, kvar$$



- Potrošnja jalove snage

- Struja I se može također rastaviti na aktivnu i reaktivnu komponentu

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 0.671 \cdot \cos(\omega t - 33.4^\circ) \, kA$$

Dodatak - Jalova snaga

- Primjer:** RC krug

$$R = 20 \, \Omega$$

$$C = 0.159 \, \text{mF}$$

$$V(t) = \sqrt{2} \cdot 30 \cdot \cos(\omega t + 30^\circ) \, \text{kV}$$

$$f = 50 \, \text{Hz}$$

$$i(t) = ?$$

- U fazorskoj domeni:

$$R = 20 \, \Omega$$

$$X = -20 \, \Omega$$

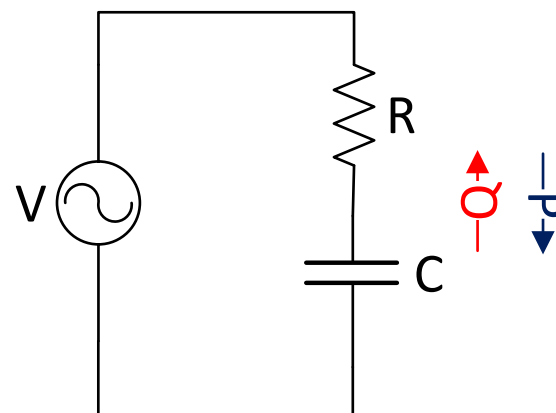
$$Z = 28.28 \angle -45^\circ$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{30 \angle 30^\circ}{28.28 \angle -45^\circ} = 1.061 \angle 75^\circ \, \text{kA}$$

$$S = V \cdot I^* = (22.5 - j22.5) \cdot 10^3 \, \text{VA}$$

$$P = 22.5 \, \text{kW}$$

$$Q = -22.5 \, \text{kvar}$$



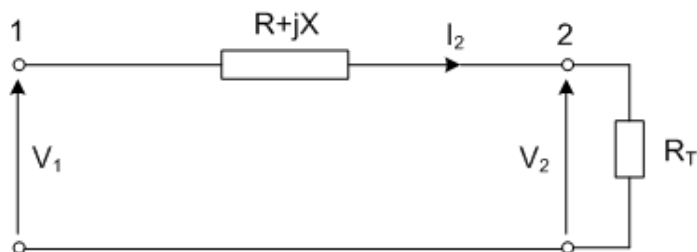
- Proizvodnja jalove snage

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 1.061 \cdot \cos(\omega t + 75^\circ) \, \text{kA}$$

Dodatak - Jalova snaga

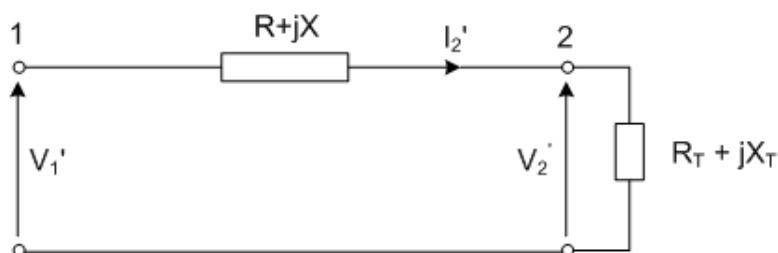
- Zašto tokovi jalove snage stvaraju dodatne gubitke u mreži?

a)



$$\begin{aligned} a) \quad P_T &= V_2 \cdot I_2 \\ \Delta P &= I_2^2 \cdot R \end{aligned}$$

b)



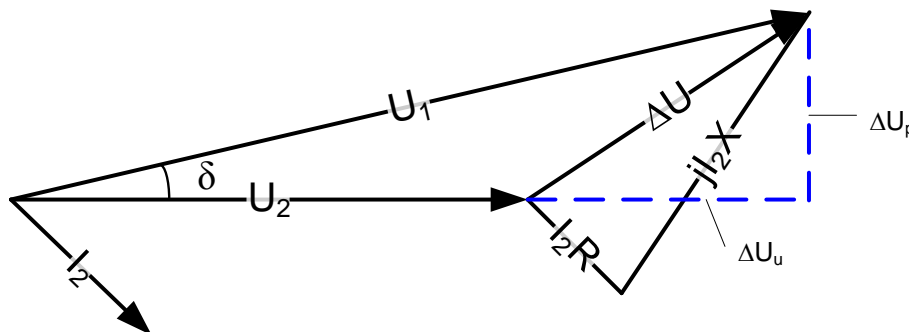
$$\begin{aligned} b) \quad P_T' &= V_2' \cdot I_2' \cdot \cos \varphi_2 \\ \Delta P' &= (I_2')^2 \cdot R \end{aligned}$$

Za $V_2' = V_2$ i $P_T = P_T'$ vrijedi: $I_2' = \frac{I_2}{\cos \varphi_2}$

$$\Delta P' = \left(\frac{I_2}{\cos \varphi_2} \right)^2 \cdot R = \frac{\Delta P}{\cos^2 \varphi_2} \Rightarrow \Delta P' > \Delta P$$

Dodatak - Jalova snaga

- Kako i zašto jalova snaga utječe na napone?
- Pad napona:



- Pad napona izražen preko snaga u trofaznom sustavu:

$$\Delta \bar{U} = \sqrt{3} \cdot \bar{I} \cdot \bar{Z} = \sqrt{3} \cdot \frac{\overline{S_2^*}}{\sqrt{3} \cdot \overline{U_2^*}} \bar{Z} = \frac{P_2 - jQ_2}{U_2} (R + jX)$$

$$\Delta \bar{U} = \frac{P_2 \cdot R + Q_2 \cdot X}{U_2} + j \frac{P_2 \cdot X - Q_2 \cdot R}{U_2}$$

Dodatak - Jalova snaga

- Kako i zašto jalova snaga utječe na napone?
- Promjena iznosa (uzdužni pad) i kuta napona (poprečni pad)

$$\frac{\Delta U_u}{U} = \frac{RP + XQ}{U^2} \quad \delta \doteq \sin \delta = \frac{XP - RQ}{U^2} = \frac{\Delta U_p}{U}$$

- za VN mreže: $X \gg R$, R zanemariv

$$\frac{\Delta U_u}{U} = \frac{XQ}{U^2} \quad \delta = \frac{XP}{U^2}$$

Dodatak - Jalova snaga

- Utjecaj potrošnje (tokova) jalove snage na (povećane) gubitke snage
- Gubici djelatne snage u trofaznom sustavu:

$$\Delta P = \operatorname{Re} \left[3 \cdot \bar{I} \cdot \bar{Z} \cdot \bar{I}^* \right] = \operatorname{Re} \left[3 \cdot \frac{|\bar{S}_2|^2}{|\sqrt{3} \cdot \bar{U}_2|^2} \cdot \bar{Z} \right] = \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \cdot R$$

- Gubici jalove snage u trofaznom sustavu:

$$\Delta Q = \operatorname{Im} \left[3 \cdot \bar{I} \cdot \bar{Z} \cdot \bar{I}^* \right] = \operatorname{Im} \left[3 \cdot \frac{|\bar{S}_2|^2}{|\sqrt{3} \cdot \bar{U}_2|^2} \cdot \bar{Z} \right] = \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \cdot X$$