

## Analiza i projektiranje računalom završni ispit

1. (1) Koliki je broj iteracija dovoljan za pronalaženje minimuma  $n$ -dimenzijske kvadratne funkcije postupkom po Powellu?
2. (1) Na koji način korištenje zaštitne znamenke (*guard digit*) utječe na relativnu pogrešku u prikazu broja s pomičnom točkom? Na koju se računsku operaciju to odnosi?
3. (1) U kakvoj su ovisnosti lokalna i globalna pogreška postupka numeričke integracije?
4. (2) Napišite općeniti izraz za linearni 2-koračni implicitni postupak. Koje je koračnosti Heunov postupak?
5. (3) Nad nepoznatom unimodalnom funkcijom  $g(x)$  proveden je postupak pronalaženja unimodalnog intervala za minimum funkcije. Uz početnu točku  $x_0 = 0$  i početni pomak  $h = 2$ , postupak je kao rješenje dao interval  $[-32, -8]$ . Na osnovu toga rezultata, za svaku od sljedećih relacija odredite je li istinita ili lažna ili se ne može odrediti:

a.  $g(2) < g(-2)$

c.  $g(-10) > g(10)$

b.  $g(-5) > g(-10)$

d.  $g(0) < g(-30)$

6. (4) Zadanu matricu rastavite uz pomoć LUP dekompozicije. Napisati svaki korak postupka i označiti sve eventualne zamjene redaka matrice.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
7. (4) Za zadanu kvadratnu funkciju  $F(\underline{x}) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 1)^2$  odredite konjugirani smjer smjeru  $\nu = [1 \ 0]^T$ . Postupak provedite analitički i skicirajte u koordinatnoj ravnini.
8. (4) Koristeći formule trapeznog i Eulerovog postupka, definirajte prediktorsko-korektorski postupak oblika  $P(EC)^2E$ . Provedite jednu iteraciju postupka za sustav  $\dot{x} = -0.1 \cdot x + 2t$  uz  $T = 1$  i  $x_0(t_0 = 0) = 1$ .
9. (4) Genetskim algoritmom pronalazi se optimum funkcije dvije varijable. Interval za prvu varijablu je  $x_1 \in [-1, 1]$ , a za drugu  $x_2 \in [0, 10]$ . Željena preciznost je dvije decimale. Koliko je bitova potrebno za predstavljanje pojedine varijable i kolika je ukupna duljina kromosoma u binarnom prikazu? Napišite jedinice koje predstavljaju točke  $(-1, 5)$  i  $(0, 9.9)$ . Provedite jednoliko križanje uz slučajni kromosom kao niz jedinica potrebne duljine i dekodirajte rezultat. Ako je vjerojatnost mutacije 0.005, koja je vjerojatnost da će barem jedan bit u kromosomu biti mutiran?
10. (5) Za zadani nelinearni sustav provedite dvije iteracije Newton-Raphsonovog postupka za sustav nelinearnih jednačbi uz početnu točku  $\underline{x}_0 = (0, 0)$ .

$$x_1^2 - 2x_2 + 1 = 0$$

$$2x_1 + x_2^2 - 2 = 0$$

11. (5) Zadana je funkcija cilja  $F(\underline{x}) = (x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2$ . Fibonaccijevim postupkom pronađite minimum te funkcije na pravcu određenim smjerom  $\nu = [1 \ 0]^T$  i početnom točkom  $(0, 15)$ . Prethodno je potrebno pronaći unimodalni interval uz istu početnu točku  $(0, 15)$  i početni pomak 1, a potom unimodalni interval reducirati do veličine  $\varepsilon \leq 3$  (početni pomak i veličina intervala odnose se na vrijednosti parametra  $\lambda$  koji označava pomak od početne točke u smjeru  $\nu$ ).
12. (6) Zadanu mrežu opišite potrebnim brojem diferencijalnih jednačbi. Početne vrijednosti varijabli stanja su jednake nuli,  $R = 10\text{k}\Omega$ ,  $C = 10\mu\text{F}$ , naponski izvor daje pilasti napon koji se u vremenu  $[0, 1]$  može izraziti kao  $U(t) = 2t$  [V]. Provjerite stabilnost trapeznog postupka za period integracije  $T = 0.1$  i provedite dvije iteracije postupka.

