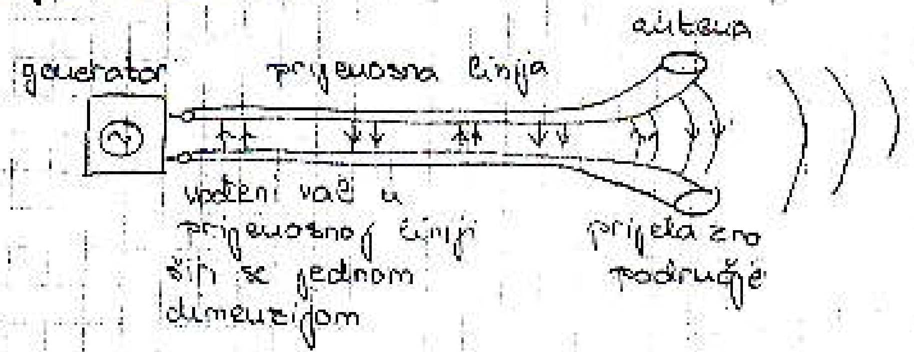
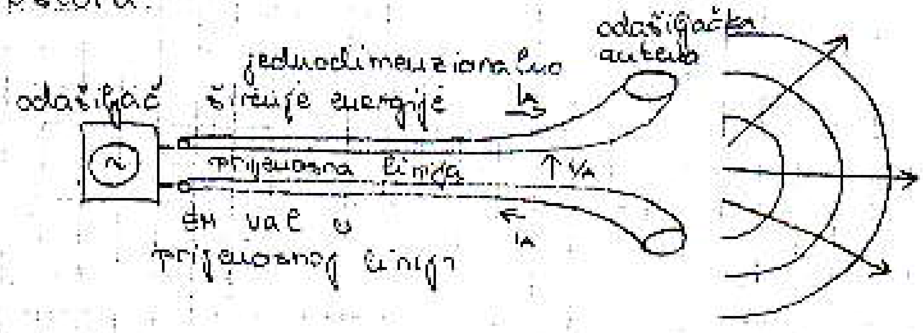
1. Definicija antene

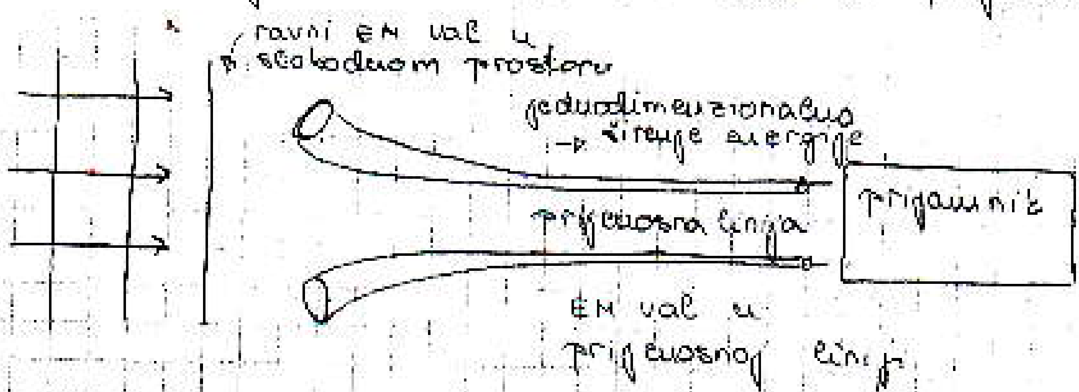
Antena je sredstvo (ili naprava) za odašiljanje i primanje radijskih valova.



Odašiljačka antena pretvara jednodimenzionalni EM val iz prijenosne linije u trodimenzionalni EM val u slobodnome prostoru.



Prijamna antena pretvara trodimenzionalni EM val iz slobodnog prostora u jednodimenzionalni val u prijenosnoj liniji



OSNOVNA FUNKCIJA ANTENE:

* prilagodba trodimenzionalnog (3D) vala iz slobodnoga prostora jednodimenzionalnom (1D) vođenom valu u prijenosnoj liniji i obratno
* usmjeravanje energije u željenom smjeru unutar zadanog prostora.

- geometrija antene:
  * linearne (ravni vodiči, žičane antene) - rad na nižim frekvencijama (< 1 GHz)
  * površinske antene - rad na višim frekv. (> 1 GHz)
- frekv. opseg
  * rezonantne (uskopojasne) ; relativna širina pojasa do 10%
  * širokopojasne ; omjer gornje i donje granične frekv. od 2:1 do 40:1
- elektronička svojstva
  * pasivne (recipročne) - jednaka svojstva pri odašiljanju i primanju
  * aktivne (nerecipročne) - integrirane s aktivnim komponentama i sklopovima kao što su pojačala, oscilatori, mješala i sl.

③ Definicija polarizacije antene

Polarizacija EM vala je krivulja koja opisuje vrh njegovog vektora električnog polja u vremenu

Polarizacija antene odgovara polarizaciji vala koji ant. zrači (odašilje)

Razlikujemo sljedeće polarizacije: * linearna $\boxed{AO = \infty}$

* kružna (lijeva i desna)

* eliptična (lijeva i desna)

Definiramo uz pomoć sljedećih veličina:

* aksijalni odnos (omjer velike i male osi elipse)

* smjer u kojem se vrti vektor električnog polja (lijeva ili desna)

* orijentacija velike osi elipse u prostoru za eliptičnu polarizac.

→ polarizacija se pogotovo definira u smjeru max zračenja u drugim smjerovima, polarizacija je nerijetko različita od željene

4. Dijagram zračenja i njegovi bitni parametri

Snaga koju antena prima funkcija je kutnog položaja i radijalne udaljenosti od antene. Na velikim udaljenostima r od antene (mnogo valnih duljina) prijamna snaga opada s kvadratom udaljenosti $1/r^2$ u svim smjerovima.

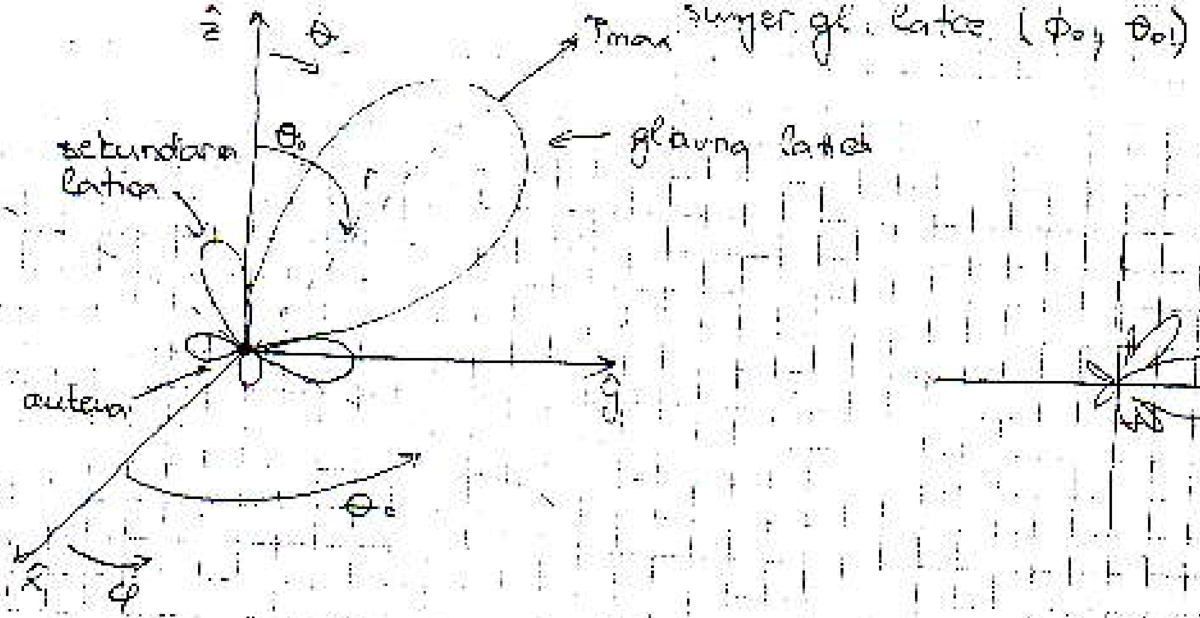
Promjena gustoća snage s kutnim položajem određena je vrstom antene i može se grafički prikazati kao dijagram zračenja. Dijagram zračenja, koji se najčešće prikazuje u polarnom dijagramu, jednak je za prijamnu i odašiljačku antenu. Obično se definiraju dva dijagrama zračenja u dvjema ortogonalnim ravninama, ravnine električnog i magnetskog polja, ili u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini.

Kut u horizontalnoj ravnini je kut azimuta, a kut u vertikalnoj ravnini je kut elevacije koji češće zamjenjuje polarni kut koji mu je komplementaran.

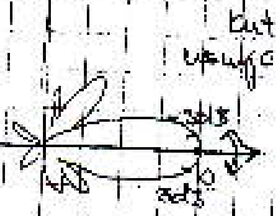
U većini komunikacijskih primjena traži se zračenje i prijam EM energije samo u jednom smjeru pa antena ima redovito samo jedan glavni snop (glavna latica u dijagramu zračenja) i veći broj sekundarnih latica.

U ispravno izvedenom antenskom sustavu razine sekundarnih latica znatno su niže od razine zračenja u glavnom smjeru (smjer max. zračenja).

Ispravnom konstrukcijom antene, dijagram zračenja može se posebno oblikovati za određenu namjenu ili primjenu. Tako se npr. može ostvariti svesmjerno ili usmjereno zračenje u jednoj ravnini, a usmjereno zračenje u drugoj.

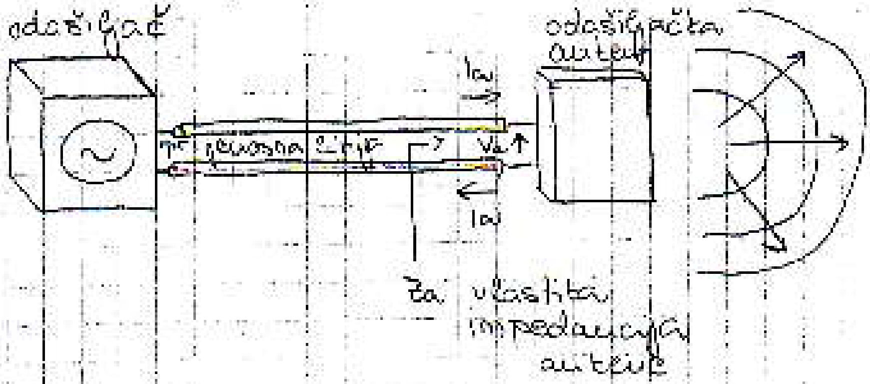


z
θ
r max smjer gl. latice (φ0, θ0)
glavna latica
sekundarna latica
θ0
r
antena
y
θ0
x
φ



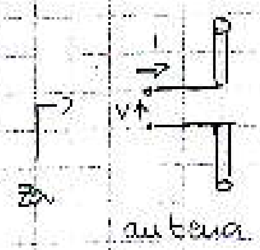
3dB
3dB

⑤ Impedancija antene



Omjer fazora napona i struje na priključnicama jednak je impedanciji.
Ako se antena nalazi posve sama u slobodnome prostoru, onda impedanciju na priključnicama antene nazivamo vlastita impedancija antene

$$Z_a = R_a + jX_a = R_z + R_{dis} + jX_a$$



nadomjesni sklop antene

Snaga koju antena zrači u slobodni prostor generator ili odašiljač doživljava kao gubitak snage, jer ta snaga napušta EM sustav i nikad se u njega ne vraća osim ako ne postoji refleksija u prostoru blizu antene
Tom gubitku snage razmjeran je neki otpor koji se zove otpor zračenja.
Stoga se dio ulazne impedancije antene nadomješćuje otporom zračenja, R_z
Slično se gubici u vodičima i dielektričnim dijelovima antene nadomješćuju otporom R_{dis}.
Najveća snaga koju antena može primiti je odašiljača

ili pobudne linije postiže se u uvjetima konjugirano komple
prilagodbe, tj. $Z_a = Z_g^*$.

Maksimalna snaga koju generator (odašiljač) može predati anteni zove se raspoloživa snaga generatora, W_{rasp}. Ta se snaga postiže uz uvjet konjugirano kompleksne prilagodbe, tj. kad je

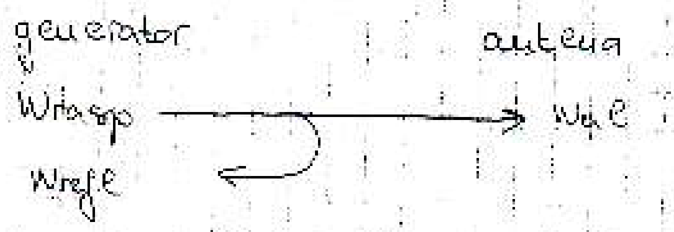
$$Z_g = Z_a^*$$

$$\Rightarrow \quad W_{rasp} = \frac{V_g^2}{4R_g}$$

gdje je V_g efektivna vrijednost EM sile generatora, a R_g unutarnji otpor generatora (realni dio unutarnje impedancije generatora)

Dakle, ako je antena prilagođena generatoru ($Z_g = Z_a^*$), onda se sva raspoloživa snaga generatora prenosi anteni i ništa se ne vraća u generator.

No, ako antena nije prilagođena ($Z_g \neq Z_a^*$), onda se dio raspoložive snage generatora reflektira na priključnicama antene i vraća u generator.



$$W_{ul} = (1-|\Gamma|^2)\, W_{rasp} = W_{rasp} - |\Gamma|^2 W_{rasp} = W_{rasp} - W_{refl}$$

Γ - koeficijent refleksije antene

6. Definicija dobitka i usmjerenosti antene te njihova povezanost

<u>Usmjerenost</u> je broj koji nam kazuje koliko puta zračena snaga izotropnoga radijatora mora biti veća od zračene snage promatrane antene, da bi na jednakoj udaljenosti gustoća snage iz izotropnoga radijatora bila jednaka gustoći snage koju usmjerena antena zrači u smjeru max zračenja.

Usmjerenost D definira se kao omjer gustoće snage zračene u smjeru max zračenja i srednje gustoće snage na istoj udaljenosti r od antene.

$$D = \frac{P_{r,max}}{P_{r,sred}} = \frac{4\pi r^2 P_{r,max}}{W_z} = \frac{4\pi P_{r,max}}{\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} P_r(\theta,\varphi)\sin\theta \, d\theta \, d\varphi}$$

$$P_{r,sred} = \frac{W_0}{4\pi r^2}$$ $W_0 = W_z$ (odaslana ili zračena snaga)

$4\pi r^2$ – ploština kugle u čijem se središtu nalazi antena

<u>Izotropni radijator</u> ima jediničnu usmjerenost $D_{izo} = 1$, jer je gustoća toka snage jednaka za sve smjerove zračenja.

Pri definiranju dobitka uz prostornu razdiobu gustoće zračene snage u obzir se uzimaju i gubici u anteni. Veza između dobitka G i usmjerenosti D glasi:

$$G = k_z \cdot D$$

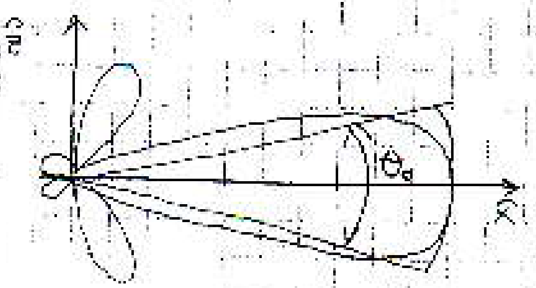
k_z – faktor iskorištenja antene (ili učinkovitost antene)

<u>Dobitak</u> je broj koji kazuje koliko puta mora biti veća zračena snaga izotropnog radijatora u odnosu na privedenu snagu promatrane antene, da bi se na jednakoj udaljenosti dobila ista gustoća snage koju usmjerena antena zrači u smjeru max zračenja.

... veza između usmjerenosti i kutova usmjeren...

Za antenu s jednom uskom glavnom laticom može se uspostaviti intuitivna (približna) veza između usmjerenosti i kutova usmjerenosti:

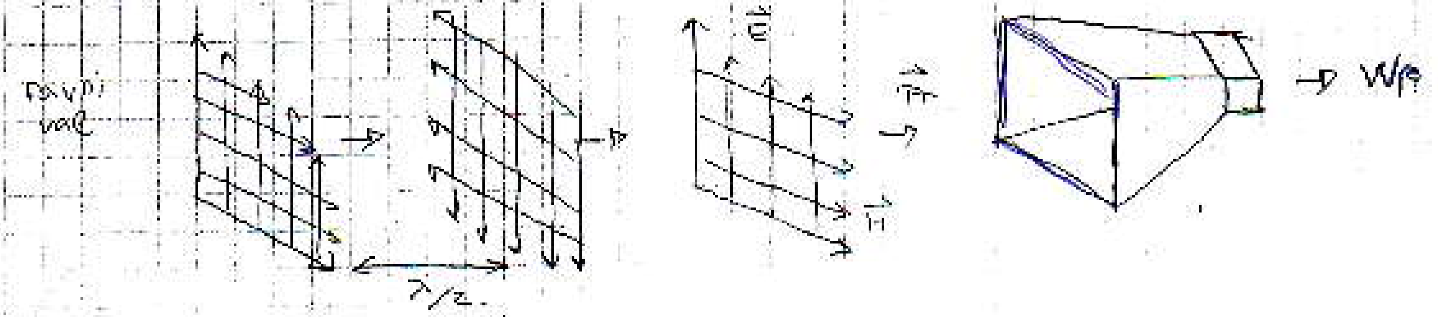
$$D = \frac{4\pi}{\theta_D \Phi_D} \text{ (radijani)} \qquad D = \frac{41253}{\theta_D^\circ \Phi_D^\circ} \text{ (stupnjevi)}$$



4) Definicija efektivne površine i dužine antene

Efektivna površina prijamne antene A_{ef} definira se kao omjer između snage apsorbirane na prilagođenom teretu W_P priključenom na antenu i gustoće snage $P_r = E_{ef} \cdot H_{ef}$ upadnog EM vala

$$A_{ef} = \frac{W_P}{P_r}$$



Pri tome se smatra da je teret prilagođen za maksimalni prijenos snage te da antena nema gubitaka, da ima istu polarizaciju kao upadni val i da joj je maksimum glavne latice usmjeren prema izvoru EM vala.

Za linearne antene umjesto efektivne površine uvodi se pojam efektivne dužine za prijamnu antenu, efektivna dužina $l_{ef,P}$ jednaka je omjeru napona V_a na otvorenim priključnicama antene i jakosti el. polja E na mjestu antene

$$l_{ef,P} = \frac{V_a}{E}$$

Pritom se pretpostavlja da antena ima istovjetnu polarizaciju k. i upadni val, te da joj je maksimum glavne latice usmjeren prema izvoru zračenja.

Valja također uočiti da je efektivna dužina antene definirana za antenu s otvorenim priključnicama, za razliku od prilagođene antene pri definiranju ef. pov.

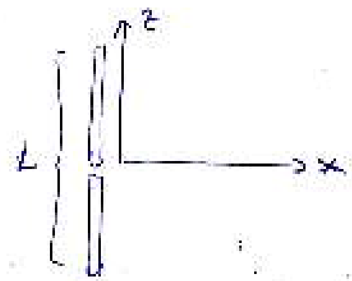
[illegible], efektivna duljina antene $l_{ef,0}$ jednaka je duljini nadomjesne linearne antene koja po cijeloj svojoj duljini ima konstantnu razdiobu struje čija je jakost i jednaka struji $I_0 = I(z=0)$ na priključnicama izvorne antene. Pritom obje antene na istoj udaljenosti daju jednaku razinu polja u smjeru okomitom na ravninu žičane strukture.
Efektivna duljina dobiva se integriranjem razdiobe struje uzduž žičane strukture zračenja, tj.

$$\boxed{l_{ef,0} = \frac{1}{I_0} \int_{-L/2}^{L/2} I(z)\,dz}$$

L - stvarna duljina antene

z - koordinata u smjeru duljine antene s ishodištem $(z=0)$ na polovini duljine L

$I(z)$ - stvarna razdioba struje na anteni čija se efektivna duljina određuje.



(3) Veza između usmjerenosti i efektivne površine

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef}$$

Ta je relacija posve općenita i vrijedi za sve vrste antena uključujući antenske nizove.

Prijenosna formula

Frisova formula osnovna je formula za proračun veze između dvije antene u slobodnom prostoru

Promatramo idealnu situaciju (obje antene prilagođene na sustav, bez gubitaka, postavljene jedna drugoj u smjer maksimuma glavne latice i imaju identične polarizacije. Antene se nalaze jedna drugoj u dalekoj zoni.

$P_{max} = \frac{W_1}{4r^2\pi} D_1$ gustoća snage vala kojeg zrači prva antena na mjestu druge

$W_2 = P_{max} \cdot A_{ef,2} = \frac{W_1}{4r^2\pi} D_1 \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} D_2$ snaga na prijamu

$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{\lambda}{4r\pi}\right)^2 D_1 D_2$ Frisova formula

$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{\lambda}{4r\pi}\right)^2 g_1 g_2$ (s gubitcima)

$W_2\,[dBm] = W_1\,[dBm] + g_1\,[dB] + g_2\,[dB] + 20\log\left(\frac{\lambda}{r}\right) - 22$

$L = 1 - |\rho|^2$ - gubitak ako antena nije prilagođena na sustav

$k = \frac{P(\theta)}{P_{max}}$ - razl. polarizacije

16. OTPOR ZRAČENJA, EFEKTIVNA DULJINA I USMJERENOST POLUVALNOG DIPOLA

a) OTPOR ZRAČENJA

$$Z_a = R_a + jX_a = R_z + R_{dis} + jX_a$$

→ snagu koju antena zrači u slobodni prostor generator ili odašiljač "doživljava" kao gubitak snage jer ta snaga napušta EM sustav i nikad se u njega ne vraća osim ako ne postoji refleksija u prostoru blizu antene

→ tom gubitku snage razmjeran je otpor koji se zove otpor zračenja

→ gubici u vodičima i dielek. dijelovima antene nadomještaju se otporom R_{dis}

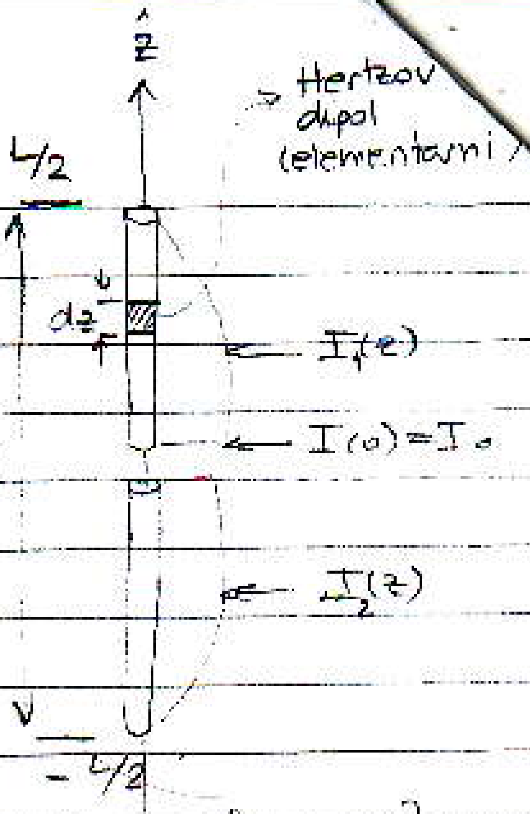
→ najveća snaga koju antena može primiti iz odašiljača ili pobudne linije postiže se u uvjetima konjugirano-kompleksne prilagodbe $Z_a = Z_G^*$

$$Z_A = 73.13 + j42.5\ \Omega$$

otpor zračenja

reaktancija dipola

~~→ pozitivna vrijednost reaktancije znači~~ da na "rezonantnoj frekvenciji" prevladava energija pohranjena u magnetskom polju



b) EFEKTIVNA DULJINA

$$l_{ef} = \frac{1}{I(0)} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z)\,dz$$

$$I(z) = I_m \sin\left[\beta\left(\frac{L}{2} - |z|\right)\right]$$

$$l_{ef} = \frac{1}{I_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_m \sin\left[\beta\left(\frac{L}{2} - |z|\right)\right] dz =$$

$$= \left| I_0 = I_m,\ \beta = \frac{2\pi}{\lambda},\ L = \frac{\lambda}{2} \right| =$$

$$= 2 \int_0^{\lambda/4} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{4} - z\right)\right] dz =$$

$$I_1(z) = I_m \sin\left[\beta\left(\frac{L}{2} - z\right)\right]$$

$$I_2(z) = I_m \sin\left[\beta\left(\frac{L}{2} + z\right)\right]$$

$$= 2 \int_0^{\lambda/4} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda} z\right) dz =$$

$$= 2 \int_0^{\lambda/4} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) dz = \frac{2}{\frac{2\pi}{\lambda}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \Big|_0^{\lambda/4} = \frac{\lambda}{\pi}$$

$$\boxed{l_{ef} = \frac{\lambda}{\pi} \approx \frac{\lambda}{3}}$$

c) USMJERENOST

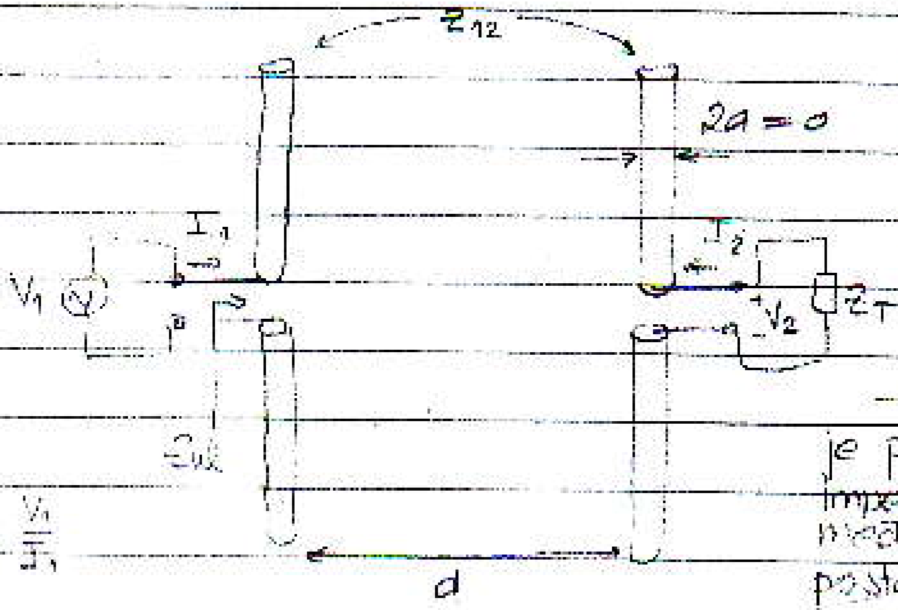
$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} \qquad A_{ef} = \eta \cdot \frac{l_{ef}^2}{4R_\Sigma} = 376.7 \frac{\lambda^2}{\pi^2 \cdot 4 \cdot 73.13}$$

$$\boxed{A_{ef} \approx 0.13\lambda^2}$$

$$\boxed{D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot 0.13\lambda^2 \approx 1.64}$$

$$\boxed{10 \log D \approx 2.15\ \text{dB}}$$

17. MEĐUIMPEDANCIJA IZMEĐU DVAJU POLUVALNIH DIPOLA



$Z_{ul} = \frac{V_1}{I_1}$

→ dva identična paralelna λ/2 dipola ~~ratate~~ na razmaku d i beskonačno su tanki ($2a = 0$)

→ međuimpedancija je promjena ulazne ~~impedancije zbog~~ impedancije zbog međudjelovanja blisko postavljenih antena

četveropol $\quad V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$

$\qquad\qquad\quad V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$

- za recipročne mreže vrijedi: $Z_{12} = Z_{21}$
- za geometrijski simetričan četveropol: $Z_{11} = Z_{22}$

$$\frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{I_2}{I_1}$$

← vlastita impedancija antene ($Z_{11} = 73 + j42,5$)

- što je razmak između dipola veći, međuimpedancija je manja

→ za sustav od više antena:

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + \dots + Z_{1N} I_N$$
$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + \dots + Z_{2N} I_N$$
$$\vdots$$
$$V_N = Z_{N1} I_1 + Z_{N2} I_2 + \dots + Z_{NN} I_N$$

→ član Z_{ij} definiran je $Z_{ij} = \left.\frac{V_i}{I_j}\right|_{I_k = 0,\ \forall k \neq j}$
→ Z_{ii} predstavlja vlastitu impedanciju i-te antene
→ u pasivnom sustavu vrijedi recipročnost $Z_{ij} = Z_{ji}$ pa je matrica simetrična oko glavne dijagonale

→ sustav dvije antene:

$$V_2 = -Z_T \cdot I_2$$

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$
$$-Z_T I_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

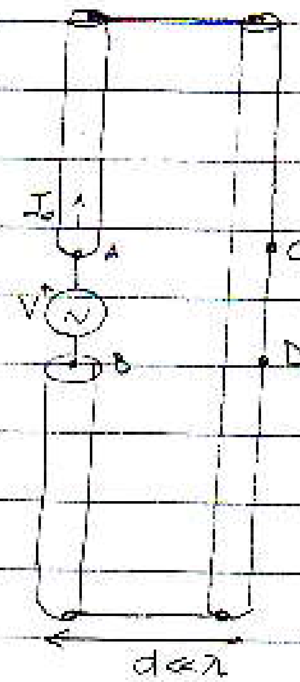
$$Z_{ul} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{I_2}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{Z_{21}}{-Z_T - Z_{22}} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_T + Z_{22}}$$

→ uslijed prisustva drugih antena mijenja se i usmjerenost
→ pri tome međuimpedancija utječe na nazivnik izraza za usmjerenost

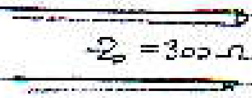
$$D = \frac{4 r^2 \pi}{W_Z} \cdot p_{max}$$

$$W_Z = I_A^2 \cdot Z_{ul}$$

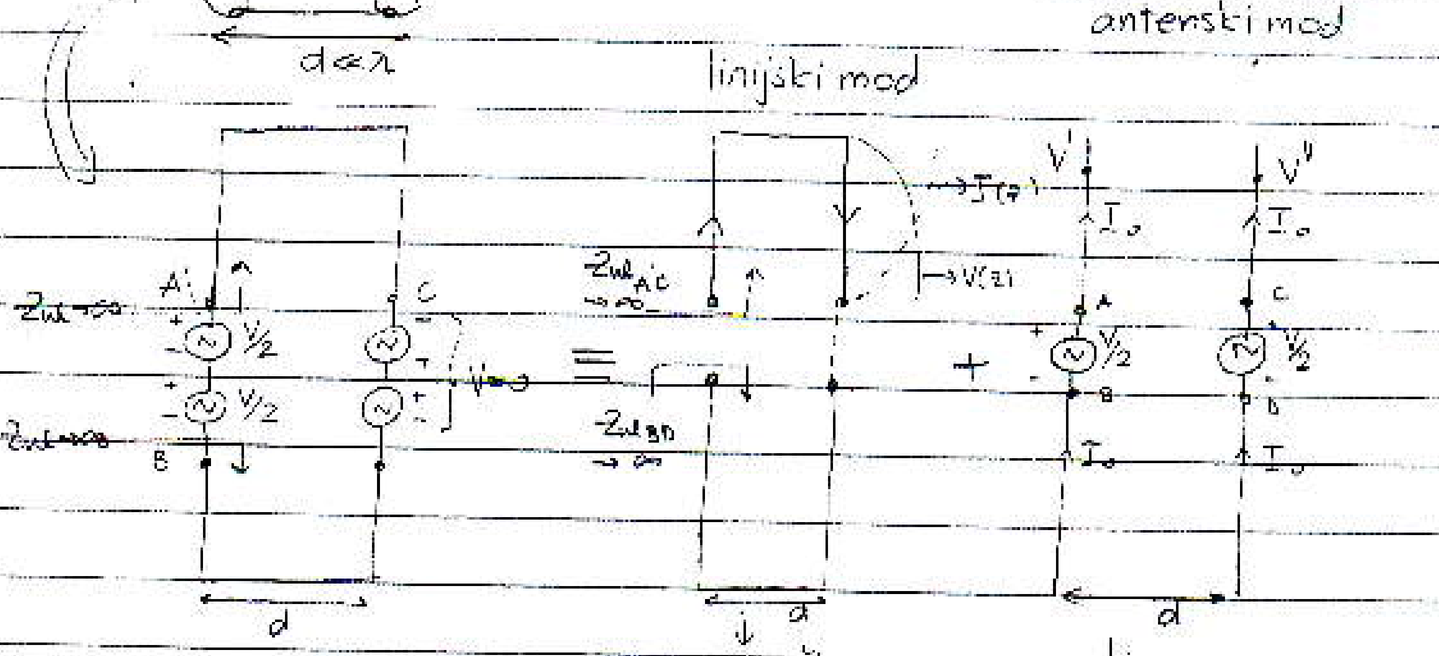
18. SAVIJENI POLUVALNI DIPOL



$$\dot{Z}_{savijeni} \doteq 4Z_d = 4\cdot 73\,\Omega = 292\,\Omega$$

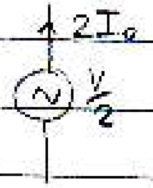


→ vlastita impedancija linije



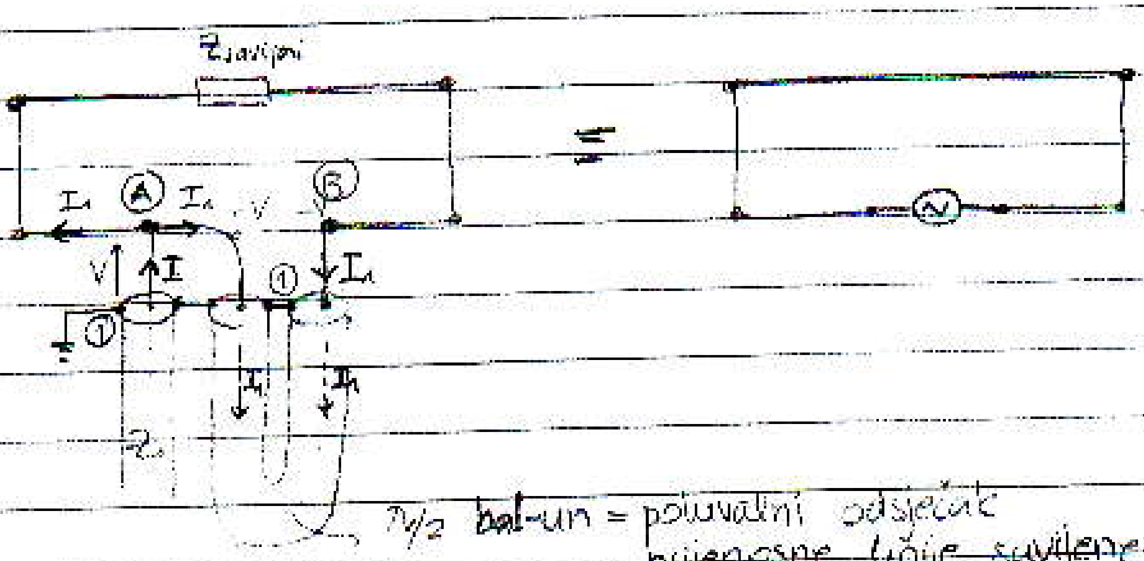
ne zrači EM energiju

pad napona između A i C je 0 V ($V' = V''$)



$$Z_d = \frac{\frac{V}{2}}{2I_0} = \frac{1}{4}\,\frac{V}{I_0} = \frac{Z_{savijeni}}{4}$$

→ pobuda savijenog poluvalnog dipola



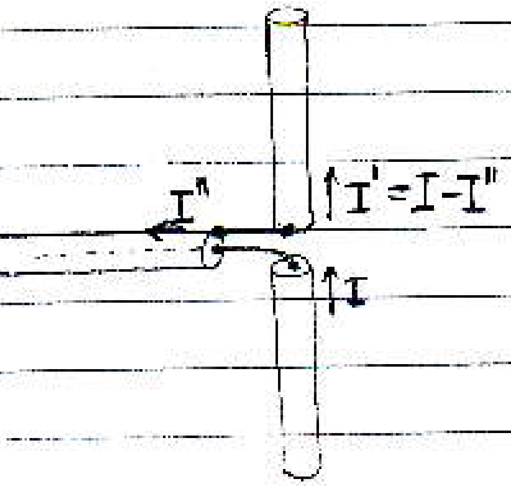
λ/2 ~~bal~~-un = poluvalni odsječak prijenosne linije savijene u oblik slova "U"

$V_{AB} = 2V$

$I_1 + I_1 = I \Rightarrow I_1 = \frac{I}{2}$

→ λ/2 bal-un služi za transformaciju simetričnog dipola na nesimetričnu suosnu liniju

→ problem kod pobude poluvalnog dipola je taj što dio struje teče po vanjskom dijelu plašta što stvara strujnu neravnotežu i nesimetriju dijagrama zračenja te kvari polarizacijska i impedancijska obilježja antene



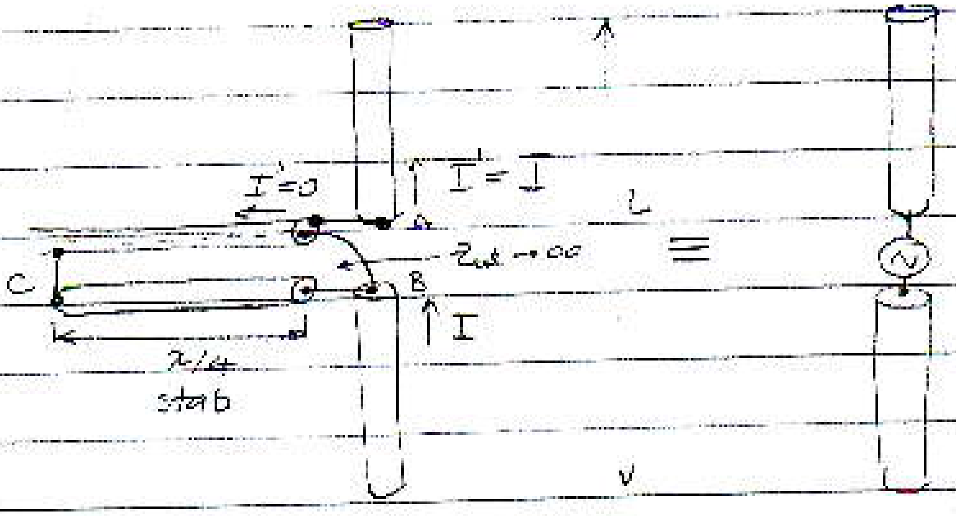
→ taj problem rješava se bal-unom

→ rad bal-una

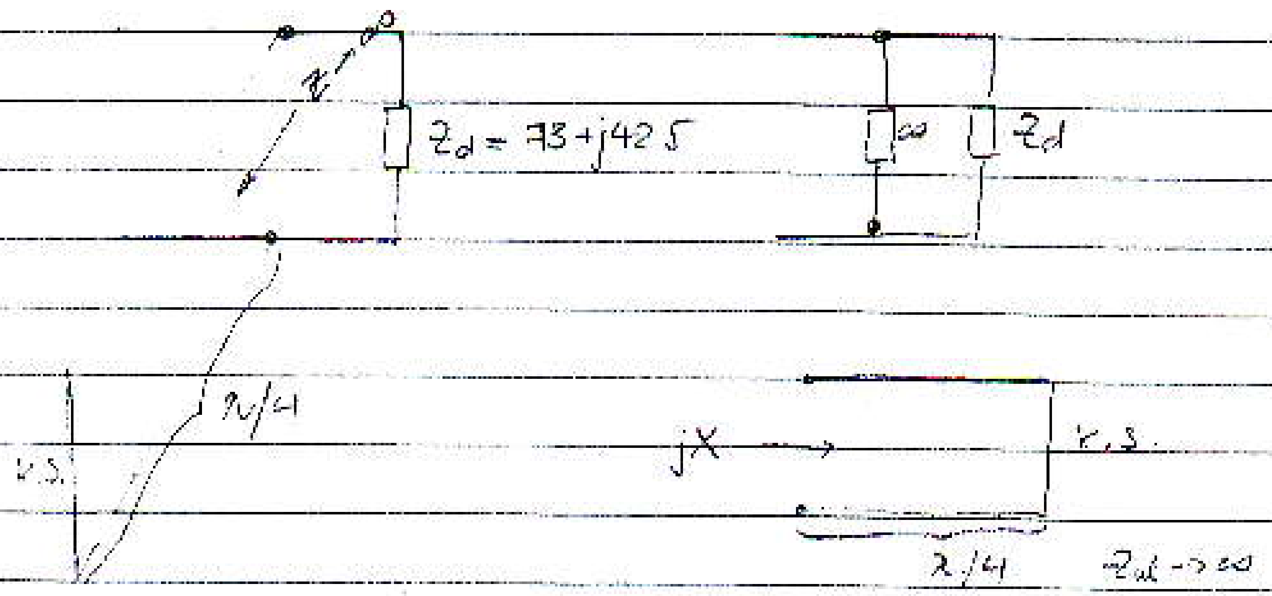
- plaštevi suosne linije uzemljeni su u čvoru (1)
- u čvoru (A) ulazna struja I (efektivna vrijednost) dijeli se na dva jednaka dijela ($I_1 = \frac{I}{2}$), prema teretu i prema $\lambda/2$ liniji
- prolaskom kroz $\lambda/2$ liniju struja mijenja smjer, pa se smjer struje koja protječe trošilom podudara sa smjerom struje koja ulazi u liniju na priključnici (B)
- između (A) i (1) vlada napon efektivne vrijednosti V, a isti taj napon vlada i između (1) i (B)
  ⟹ stoga ukupni napon između (A) i (B) iznosi 2V
- da bi sklop bio prilagođen između (A) i (B) treba biti trošilo otpora $4R_d$ ($R_{savijenu} = 4R_d$)
  → taj sklop ujedno obavlja i transformaciju impedancije u omjeru 1:4

19. MOGUĆI NAČINI PRIKLJUČIVANJA DIPOLA NA KOAKSIJALNU LINIJU

A) ČETVRTVALNI STAB

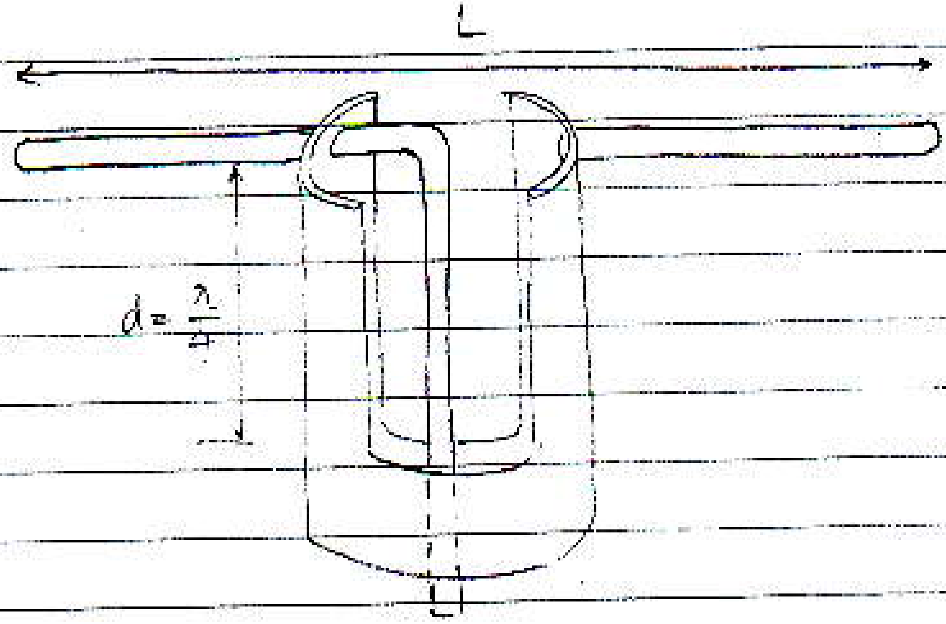


- između točaka A i B priključena je simetrična linija duljine λ/4 koja je na kraju kratko spojena
- u odnosu prema kratkom spoju (točka C), točke A i B imaju vrlo visoku impedanciju ovisno o faktoru kvalitete četvrtvalne linije. Prema tome točka C se smije uzemljiti i do nje se može dovesti plašt koaksijalnog voda
- u točki A se plašt koaksijalnog voda spaja na dipol, a srednji vodič na točku B
- ovakav dipol ima širi frekvencijski pojas nego kad bi dipol priključen na simetričnu liniju
- ukupna impedancija između točaka A i B sastoji se od paralelnog spoja impedancije dipola i reaktancije četvrtvalne linije

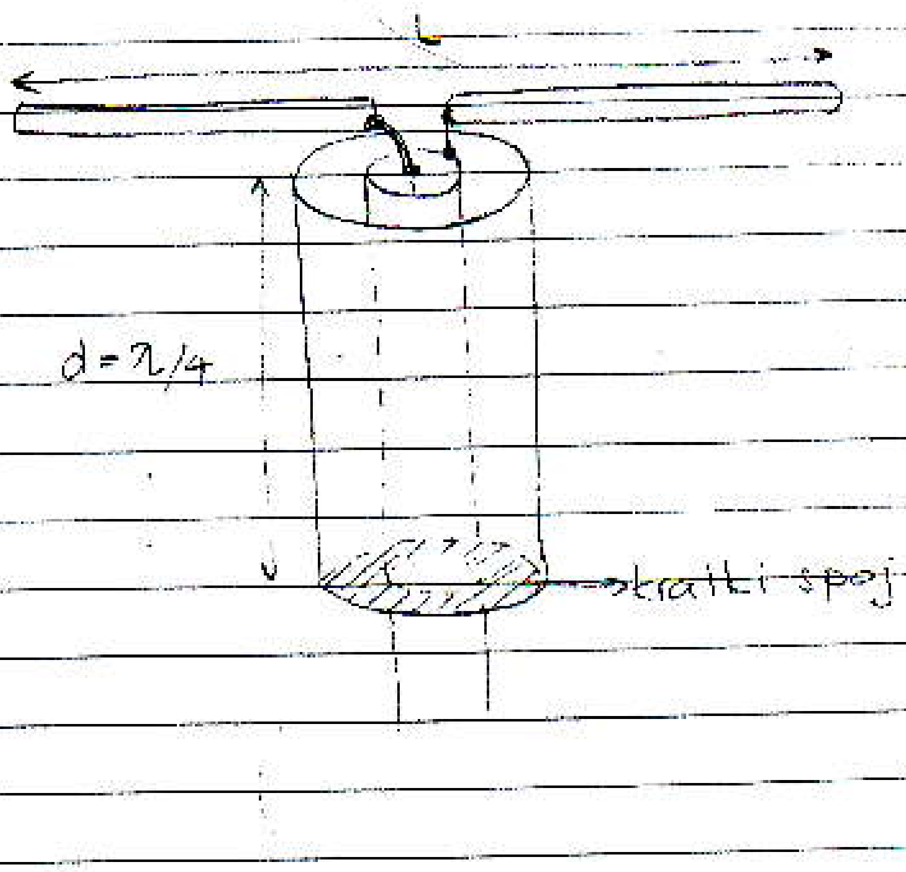


- na rezonantnoj frekvenciji f_0 (L je nešto manji od $\lambda_0/2$) impedancija dipola je radni otpor, a reaktancija linije ($d = \lambda_0/4$) je beskonačna
- na frekvenciji višoj od rezonantne impedancija dipola ima induktivan karakter, a reaktancija linije je kapacitivna (jer je linija električki duža $\rightarrow d > \lambda_0/4$)
- na frekvenciji nižoj od rezonantne je obrnuto
- u oba slučaja reaktancija dipola i reaktancija linije imaju suprotan predznak, što znači da se djelomično ili potpuno poništavaju pa se apsolutna vrijednost impedancije priključene između točaka A i B sporije mijenja s frekvencijom nego kada postoji samo dipol

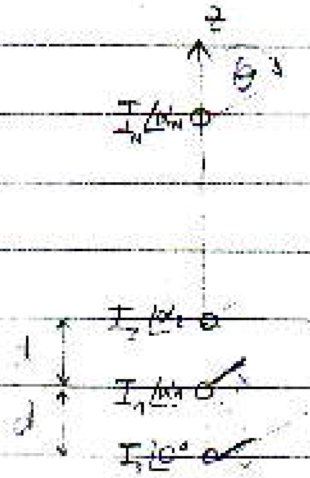
B)



C)



20. FAKTOR NIZA PREDSTAVLJEN POMOĆU NULTOČAKA NA JEDINIČNOJ KRUŽNICI U KOMPLEKSNOJ RAVNINI



$\alpha_1 = \alpha$

$\alpha_2 = 2\alpha$

$\alpha_3 = 3\alpha$

$\vdots$

$\alpha_N = N\alpha$

$$\delta = \psi + \alpha$$

ψ – prostorno kašnjenje, α – električno kašnjenje

$$\psi = \beta \cdot x = \beta \cdot d \cos\theta$$

$$E_{uk} = E_0'(\theta,\varphi) \cdot \left(e^{-j\beta r} + e^{-j\beta(r - d\cos\theta)} e^{j\alpha} + e^{-j\beta(r-2d\cos\theta)} e^{j2\alpha} + \ldots + e^{-j\beta(r - Nd\cos\theta)} e^{jN\alpha} \right)$$

$$E_0(r,\theta,\varphi) = E_0'(\theta,\varphi) \cdot e^{-j\beta r}$$

$$E_{uk} = E_0(r,\theta,\varphi)\left(1 + e^{j\delta} + e^{j2\delta} + \ldots + e^{jN\delta}\right) = \left| W = e^{j\delta} \right| =$$

$$= E_0(r,\theta,\varphi)\left(1 + W + W^2 + \ldots + W^N\right) =$$

$$= E_0(r,\theta,\varphi) \cdot \frac{W^{N+1} - 1}{W - 1} = E_0(r,\theta,\varphi) \cdot F(\delta)$$

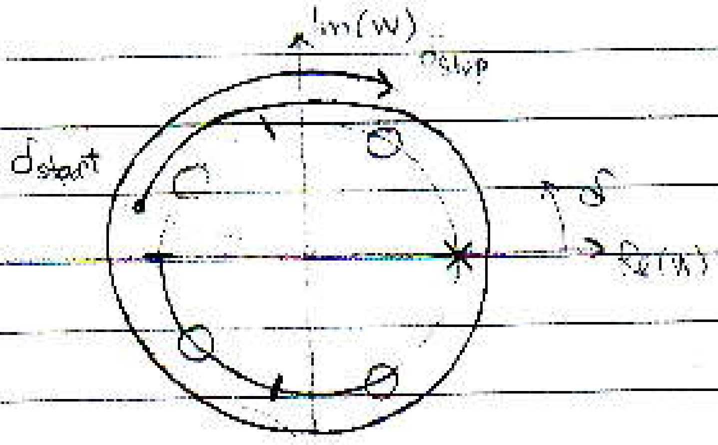
$$|F| = \left| \frac{\sin\left((N+1)\frac{\delta}{2}\right)}{\sin\frac{\delta}{2}} \right|$$

- faktor niza iznosi nula za sve w za koje vrijedi $w^{N+1} = 0$ osim za $w = 1$ (za $w = 1$ funkcija ima maksimum iznosa $N+1$)

$$F = \frac{w^{N+1} - 1}{w - 1} = 0 \qquad w^{N+1} = 1$$
$$w = \sqrt[N+1]{1}$$

- rješenja jednadžbe $w^{N+1} - 1 = 0$ nalaze se na jediničnoj kružnici u kompleksnoj ravnini i to na vrhovima pravilnog poligona s $N+1$ stranica
- kako je $w = e^{j\delta}$ fazno kašnjenje δ predstavlja kut od w:

$$\delta_n = n \cdot \frac{2\pi}{N+1} \qquad n = 0, 1, \ldots, N$$



$$\delta = \beta d \cos\theta + \alpha$$
$\theta = 0°$: $\delta_{start} = \beta d + \alpha$

$\theta = 180°$: $\delta_{stop} = -\beta d + \alpha$

$\Delta = \delta_{start} - \delta_{stop} = 2\beta d$

↳ hod kuta δ → raste povećanjem razmaka d između elemenata pri čemu niz ima sve više latica u dijagramu → što se vidi i sa kružnice

o → nultočke

x → maksimum faktora niza

— → maksimum sekundarne latice

→ prateći liniju oko kružnice, tj. hod kuta od δ_{start} do δ_{stop} prebrojavamo sve istaknute događaje u faktoru niza

→ za svaki probrani δ iz izraza $\delta = \beta d \cos\theta + \alpha$ može se izračunati kut θ na kojem se nalazi njemu pridruženi događaj, a potom se iz izraza $|F(\delta)| = \left| \frac{\sin((N+1)\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right|$ može odrediti iznos faktora niza za odabrani smjer θ.

$\delta_0 = 0°$ → ovaj kut odgovara smjeru maksimuma glavne latice niza jer $\delta = 0$ znači da nema kašnjenja između susjednih zraka, tj. zračenja svih elemenata u nizu su istofazna

→ u tom slučaju njihovi doprinosi se zbrajaju u maksimalni iznos $F_{max} = N+1$

→ ako je razmak između elemenata dovoljno velik moguće je javljanje neželjenih glavnih latica za $\delta = \pm 2\pi, \pm 4\pi, \ldots$

δ_n → kutevi koji odgovaraju nultočkama

→ nultočke su po kružnici jednoliko razmještene (npr. za niz od 5 elemenata imamo 4 nultočke i jedan maksimum koji na kružnici čine pravilan peterokut)

δ_s → kuteni koji odgovaraju maksimumima sekundarnih latica

→ točan smjer sek. latica dobije se deriviranjem izraza za $|F(\delta)|$ i izjednačavanjem s nulom, ali rješenje te jednadžbe nije jednostavno

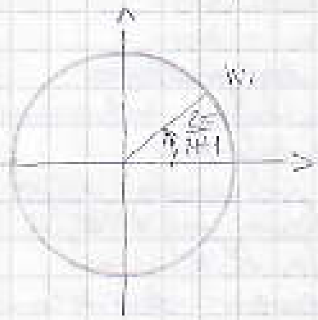
→ nasreću, kuteni δ_s nalaze se približno na sredini između susjednih nultočaka

Zadatak 21.

Faktor niza s konstantnom razdiobom struja pobude

- amplitude jednake $A_0 = A_1 = \dots A_N = 1$

faktor niza $F = \sum_{k=0}^{N} W^k \Rightarrow F = \frac{W^{N+1}-1}{W-1}$ $\quad W_l = e^{j\frac{2l\pi}{N+1}}$ $l = 0$



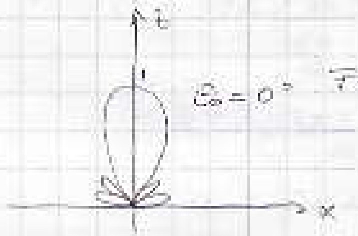
$W=1$ -> maksimum glavne latice

-> Faktor niza u ovisnosti o kutu δ

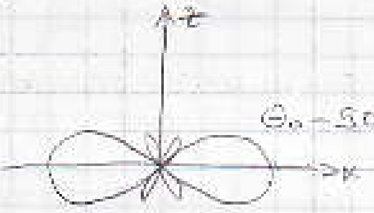
$$|F| = \left|\frac{\sin\left[(N+1)\frac{\delta}{2}\right]}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}\right|$$

Ovisno o smjeru max zračenja razlikuju se 2 ekstremna slučaja: $\Theta_0 = 0°$ i $\Theta_0 = 180°$ -> max zračenje je u smjeru osi niza: faza uzbude $\alpha = \pm\beta d$. Takav niz zove se uzdužni niz

- Ako je $\Theta = 90°$ max zračenje je okomito na os niza i faza uzbude je $\alpha = 0°$, takav niz je poprečni niz



- uzdužni



poprečni

Zadatak 22.

Potiskivanje sekundarnih latica niza s konstantnom razdiobom struja pobude.

- u nizu s jednolikom razdiobom najveća sekundarna latica nalazi se neposredno uz glavnu laticu.

- max sekund. latice odgovara točki na jediničnoj kružnici koja se nalazi približno u sredini između prvog i drugog korijena računajući od glavne latice $l=0$. Toj točki odgovara kut
$$\delta = \frac{3}{2}\frac{2\pi}{N+1} = \frac{3\pi}{N+1}$$

- max te latice se dobije ako se $\delta = \frac{3\pi}{N+1}$ uvrsti u

$$|F| = \left|\frac{\sin(N+1)\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}\right|$$ te se dobije faktor potiskivanja sekundarnih latica:

$$S = \left|\frac{F_{max}}{F_{max,S}}\right| = (N+1)\sin\frac{3\pi}{2(N+1)} \quad \text{uz } N>1$$

Sa povećanjem elemenata u nizu raste i potiskivanje, ali veće do $\frac{3\pi}{2}$, odnosno 13,5 dB. Veće potiskivanje nije moguće postići s jednolikom razdiobom.

Zadatak 23.

Širina snopa niza s konstantnom razdiobom struja pobude.

- Širina snopa može se odrediti pomoću nultočaka na jediničnoj kružnici.
- nul točke s jedne i druge strane glavne latice određene su kutovima

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{N+1} \quad i \quad \delta_2 = \frac{-2\pi}{N+1}$$, a u realnom prostoru kutovima θ_1 i θ_2

$$\boxed{\Theta_n = 2\frac{\lambda}{L}\frac{1}{\sin\theta_0} = 114.6^\circ \frac{\lambda}{L}\frac{1}{\sin\theta_0}}$$ $L = d(N+1)$ duljina niza

Zadatak 24.

Kut usmjerenosti niza s konstantnom razdiobom struja

- potrebno je pronaći točke na jediničnoj kružnici za koje je faktor niza jednak $\frac{F_{max}}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \frac{\sin(N+1)\frac{\delta}{2}}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{N+1}{\sqrt{2}}$$

$$\delta_1 = \frac{0.886\pi}{N+1} \qquad \delta_2 = \frac{-0.886\pi}{N+1}$$

=> kut usmjerenosti $\boxed{\Theta_0 = 0.886\frac{\lambda}{L}\frac{1}{\sin\theta_0} = 51^\circ\frac{\lambda}{L}\frac{1}{\sin\theta_0}}$ - poprečni niz

$$\boxed{\Theta_0 = 2\sqrt{0.886\frac{\lambda}{L}}}$$ -> uzdužni niz

-> kut usmjerenosti je najmanji za poprečni niz, a najveći za uzdužni niz.

-> proširenje kuta usmjerenosti Θ_0 ne smanjujemo iznos usmjerenosti jer je faktor niza rotacijski simetričan s obzirom na os z.

Zadatak 25.

Usmjerenost niza s konstantnom razdiobom struja pobude

→ usmjerenost – odnos maksimalne i srednje gustoće snage
→ gustoća snage je proporcionalna kvadratu faktora niza
može se pisati:

$$D = \frac{|F(\vartheta_0)|^2}{\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} |F(\vartheta)|^2 \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi}$$

→ faktor niza je neovisan o φ ⇒ $D = \frac{2|F(\vartheta_0)|^2}{\int_0^{\pi} |F(\vartheta)|^2 \sin\vartheta \, d\vartheta}$

→ $D = \frac{2d(N+1)}{\lambda}$ → poprečni uz uvjet $d < 0.9\lambda$

$D = \frac{4d(N+1)}{\lambda}$ → uzdužni $d < 0.45\lambda$

→ uzdužni niz ima dvostruku usmjerenost od poprečnog za niz jednake duljine ($L = d(N+1)$)

→ povećanje D uzdužno se može povećati biranjem α

za minimum α, D je max ⇒ $\alpha = \beta d - \frac{2.94}{N+1}$ uz uvjet $d < \frac{\lambda}{2}$

→ da bi se povećala usmjerenost, smanjuje se potiskivanje sekundarnih latica.

→ pravilo: kut usmjerenosti uzdužnog niza s max usmjerenošću, iznosi oko 60% kuta usmjerenosti običnog uzdužnog niza ili

$$\Theta_0 = 1.1 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{d(N+1)}} = 1.1\sqrt{\frac{\lambda}{L}}$$

Zadatak 26.

Karakteristike binomnog niza

→ Povećanje potiskivanja sekundarnih latica postiže se da se pobuda od središta niza postupno smanjuje

→ za binomni niz $s = \infty$, tj nema sekundarnih latica ali samo za poprečni niz $d = \frac{\lambda}{2}$

→ kut usmjerenosti je mnogo veći nego kod niza s konstantnom raspodjelom amplituda, a to znači da je i usmjerenost manja

Zadatak 27. Karakteristike trokutnog niza

-> da bi se jače potisnule sekundarne latice, a da pri tome ne poraste previše kut usmjerenosti, upotrebljava se trokutni niz kojemu i amplitude linearno padaju od sredine niza prema krajevima.

-> Faktor niza se dobije kao kvadrat faktora niza s jednolikom raspodjelom amplitude:
$$F = \left(\sum_{k=0}^{M} W^k\right)^2$$
↳ dobiven je dvostruki broj elemenata niza, uz isti razmak elemenata, duljina niza je dvostruka.

-> potiskivanje sekundarnih latica je dvostruko $S = 2 \cdot 13.5 = 27\,dB$

-> nul kuta ξ ostaje isti, jer se razmak elemenata nije promijenio
-> tako se nul točke nisu promijenile, ostaje ista i širina snopa
-> kut usmjerenosti
$$\Theta_0 = 73° \frac{\lambda}{L} = 73° \frac{\lambda}{d(M+1)}$$ za poprečni trokutni niz

Zadatak 28

Osnovna svojstva Dolph-Čebišljevog niza

-> da bi se smanjile sekundarne latice uz glavnu laticu, ali da se usmjerenost ne mijenja, približuju se druge nul točke prvima. Ovime se druge nul točke povećavaju, no one se mogu smanjiti približavanjem trećih nul točaka drugima.

-> postupak pomicanja nul točaka može se provesti sve dok maksimumi svih sekundarnih latica ne postanu jednaki.

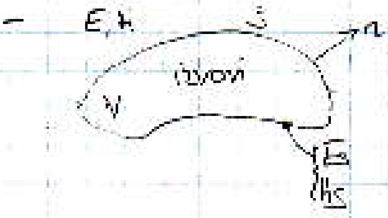
-> Faktor niza tada ima oblik Čebišljevog polinoma

-> ne postoji polinom kojemu bi sekundarne latice imale manje maksimume od Čebišljeva polinoma istog stupnja, a da pri tome širina snopa ostane ista.
↳ to znači da se zadanu širinu snopa faktorom niza oblika Čebišljeva polinoma postiže maksimalno potiskivanje sekundarnih latica.

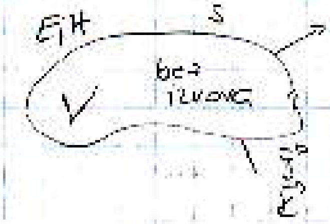
$$F = 2\sum_{m=1}^{M} A_m \cos(2m+1)\frac{\xi}{2}$$ A_m = amplitude elemenata

Zadatak 33. Teorem ekvivalencije

- omogućava određivanje EM polja u prostoru slobodnom od izvora na temelju poznate raspodjele ele. i mag. struje na zatvorenoj površini koja obuhvaća sve izvore

- 

- ako se svi izvori nalaze unutar prostora volumena V omeđenog bilo kojom zatvorenom plohom S u homogenom izotropnom mediju, oni na toj plohi proizvode polje E_s, H_s, a izvan tog volumena polje E, H
- Ako se odstrane izvori polje E, H izvan tog volumena moći će se proizvesti ekvivalentnim površinskim strujama po plohi S. Gustoće površinske električne (J) i magnetske (K) struje po plohi S dane su vektorskim umnošcima:



$J = n \times H_s$ n - jedinični vektor u smjeru
$K = -n \times E_s$ normale na plohu S.

- teorem je pogodan za računanje dijagrama zračenja površinskih antena za koje se zna dovoljno točno raspodjela polja na određenoj plohi

Zadatak 32.

Teorem dualnosti

- Maxwellove jednadžbe sadrže samo električne struje bez magnetskih
- da bi se pojednostavnilo računanje koriste se zamišljene (fiktivne) magnetske struje i naboji
- Maxwellove jednadžbe za stacionarno stanje:

$rot\, E_1 = -m_1 - j\omega\mu H_1$

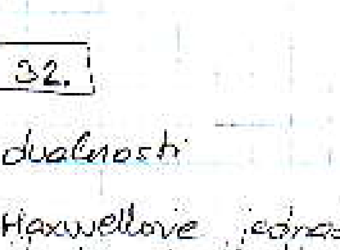
$rot\, H_1 = i_1 + j\omega\varepsilon E_1$ m_1 - gustoća magn. struje

Iz jednadžbe jednake osim predznaka

- Ako se električne veličine zamijene sa magnetskim i obratno nastaje dualna formula.

$i_1 \to m_2 ;\ E_1 \to \eta^2 H_2\ \ H_1 \to -E_2 ;\ m_1 \to -\eta^2 i_2$

$\Rightarrow \eta^2 rot\, H_2 = \eta^2 i_2 + j\omega\mu E_2$
$rot\, H_2 = i_2 + j\omega\varepsilon E_2$ } dobivamo $\Rightarrow -rot\, E_2 = m_2 + j\omega\varepsilon\eta^2 H_2$
ili $rot\, E_2 = -m_2 - j\omega\mu H_2$

$\Rightarrow$ 

- dualni sustav se dobije rotacijom za 90° u smjeru suprotnom od kazaljke na satu u odnosu na prvi sustav

dualan: