

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA**

# **ANALIZA ELEKTROENERGETSKOG SUSTAVA**

**AUDITORNE VJEŽBE**

**1. DIO**

# ANALIZA ELEKTROENERGETSKOG SUSTAVA

© 1997-2011 – FER/ZVNE

Izdanje: Listopad 2011.

Ovaj “radni materijal” predstavlja kratki zapis dijela gradiva i zadataka koji se obrađuju u sklopu predmeta *Analiza elektroenergetskog sustava* po nastavnom programu FER II. Dio gradiva obuhvaćen je samo zadacima, a dio i malim objašnjenjem ili analizom.

## PREPORUČENA LITERATURA:

- [1.] Marija Ožegović, Karlo Ožegović: *Električne energetske mreže I-VI*, FESB Split, 1996-2006.
- [2.] G. W. Stagg, A. H. El-Abiad: *Computer Methods in Power System Analysis*, McGraw-Hill, 1968.
- [3.] B. Stefanini, S. Babić, M. Urbiha-Feuerbach: *Matrične metode u analizi električnih mreža*, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

## POPIS OZNAKA I KRATICA

$B$	susceptancija ( $2\pi fC$ ) [S]
$C$	kapacitet [F]
$G$	vodljivost [S]
$I$	struja [A]
$L$	induktivitet [H]
$P$	djelatna snaga [W]
$Q$	jalova snaga [var]
$R$	otpor [ $\Omega$ ]
$S$	prividna snaga [VA]
$U$	linijski napon, napon [V]
$V$	fazni napon [V]
$X$	reaktancija ( $2\pi fL$ ) [ $\Omega$ ]
$Y$	admitancija ( $G+jB$ ) [S]
$Z$	impedancija ( $R+jX$ ) [ $\Omega$ ]
$z^*$	konjugirano kompleksni broj

## OPĆA ANALIZA MREŽA

### TEOREM SUPERPOZICIJE

Svaka EMS proizvodi u linearnoj mreži struje nezavisno od struja proizvedenih nekim drugim EMS-om. Konačno stanje dobiva se sumiranjem pojedinačnih struja i analogno pojedinačnih padova napona.

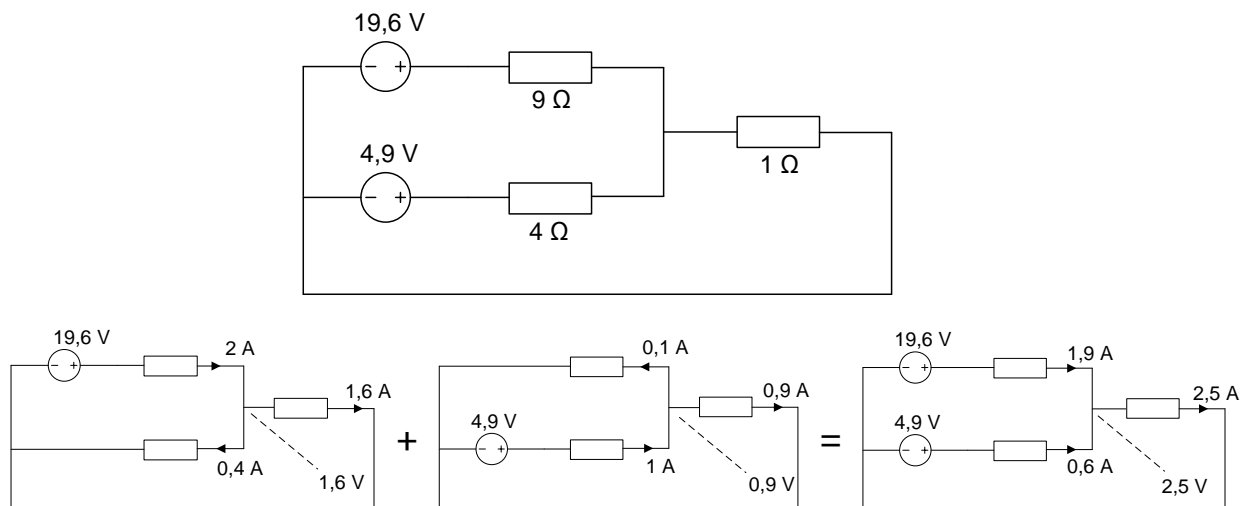
#### Primjena:

- samo za linearne mreže (mreže s konstantnim parametrima R, L, C i G u kojima vrijedi linearan odnos između struje i napona)
- superpozicija vrijedi i za heterogene struje (superponirati se mogu izmjenične i istosmjerne struje, simetrične i nesimetrične struje, struje različitih frekvencija itd.)

#### Postupak:

- uzimamo samo jedan izvor, a druge kratko spojimo
- izračunamo struje po granama i napone u čvorištima
- prve 2 točke ponovimo za sve ostale izvore
- zbrojimo struje u granama od pojedinih izvora i napone po čvorištima

#### Primjer:



$$R = \frac{1 \cdot 4}{1 + 4} + 9 = \frac{49}{5} \Omega = 9,8 \Omega$$

$$R = \frac{1 \cdot 9}{1 + 9} + 4 = \frac{49}{10} \Omega = 4,9 \Omega$$

$$I = \frac{19,6 V}{9,8 \Omega} = 2 A$$

$$I = \frac{4,9 V}{4,9 \Omega} = 1 A$$

TEOREM KOMPENZACIJE

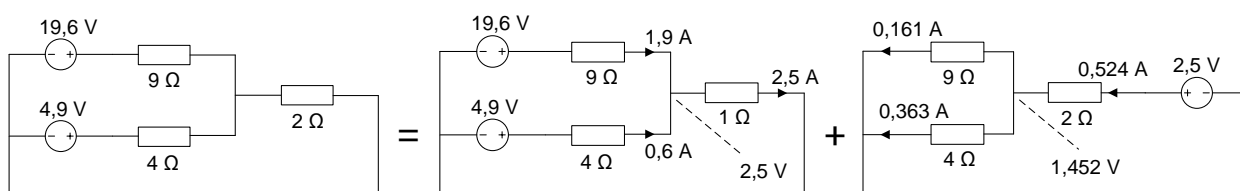
Ako se u jednoj grani mreže poveća impedancija za  $\Delta Z$ , promjena struja u svim granama bit će jednaka struji koju daje izvor  $\Delta \vec{Z} \cdot \vec{I}$  spojen u seriju s promijenjenom granom kojom je prije tekla struja  $\vec{I}$ .

**Primjena:**

- za mreže koje su već analizirane, samo se sada jedna impedancija promijenila
- za aktivne i linearne mreže

**Postupak:**

- postaviti stanje koje je prije izračunato nekom od metoda
- tom stanju dodati struje u granama i napone u čvorištima izračunate samo za izvor  $\Delta \vec{Z} \cdot \vec{I}$  (ostali su kratko spojeni)

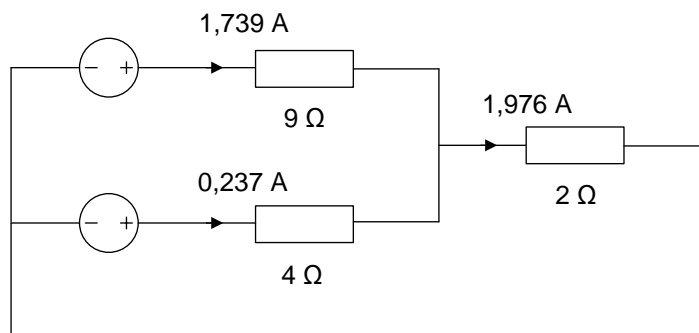
**Primjer:**

$$\text{Nova EMS} = \Delta Z \cdot I = (Z_{poč} - Z_{kon}) \cdot I = (1 - 2) \cdot 2,5 = -2,5 \text{ V}$$

$$R = \frac{4 \cdot 9}{4 + 9} + 2 = \frac{62}{13} \Omega = 4,769 \Omega$$

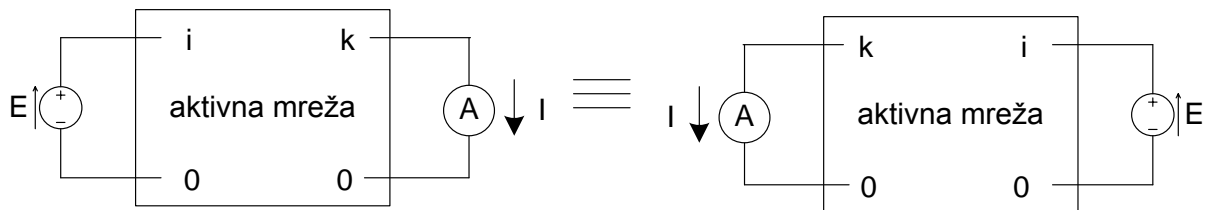
$$I = \frac{2,5 \text{ V}}{4,796 \Omega} = 0,524 \text{ A} \quad I \cdot R = 0,524 \text{ A} \cdot 2 \Omega = 1,048 \text{ V} \quad 2,5 \text{ V} - 1,048 \text{ V} = 1,452 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{1,452 \text{ V}}{9 \Omega} = 0,161 \text{ A} \quad I_2 = \frac{1,452 \text{ V}}{4 \Omega} = 0,363 \text{ A}$$



TEOREM RECIPROCITETA

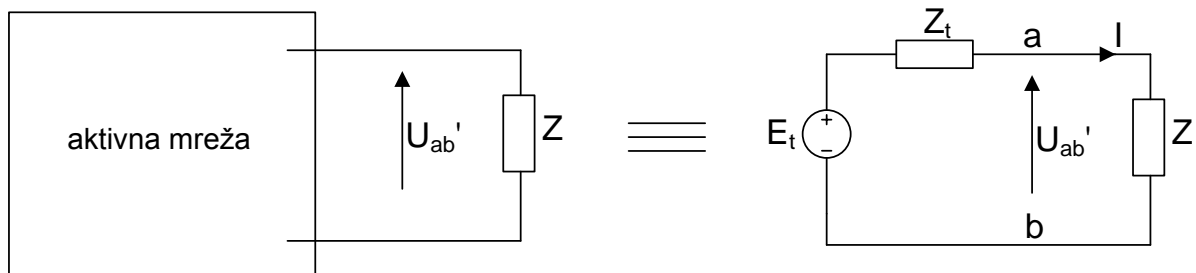
Neka u pasivnoj mreži djeluje samo jedna EMS na odabranom paru čvorišta. Ampermetar priključen na neki drugi par čvorišta pokazat će određeni otklon. Ako zamijenimo ampermetar i EMS otklon će biti isti.



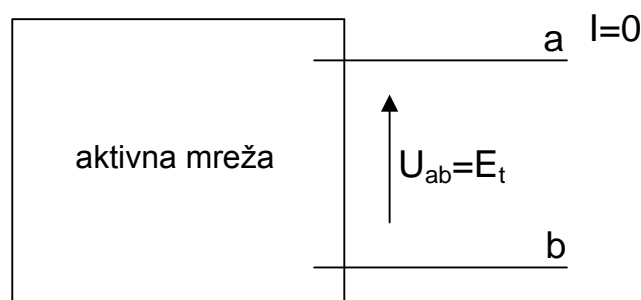
Teorem vrijedi i ako umjesto naponskog izvora  $E$  uzmemo strujni izvor  $I$ , a na drugom kraju mjerimo napon  $V$ . Za mreže u kojima vrijedi teorem reciprociteta kažemo da su recipročne mreže.

THEVENINOV TEOREM

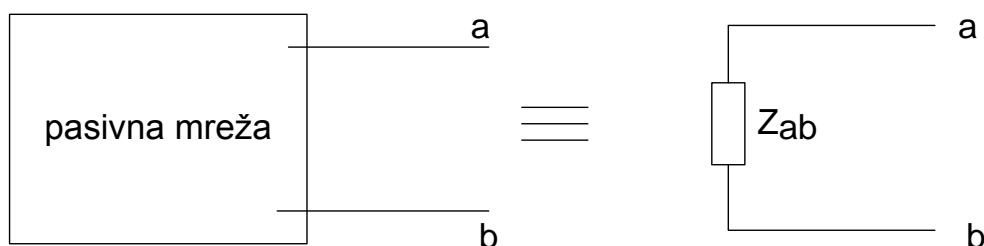
Svaku stvarnu aktivnu mrežu promatranu iz 2 čvorišta možemo nadomjestiti fiktivnom mrežom, koja je serijski spoj impedancije  $\vec{Z}_T$  i EMS-e  $\vec{E}_T$ , a naziva se Theveninov ekvivalent.

**Postupak:**

- 1) Odrediti  $\vec{E}_T$ ,  
 $\vec{E}_T$ , određujemo tako da otvorimo mrežu na čvorištima a i b i izmjerimo napon  $\vec{U}_{ab}$ .

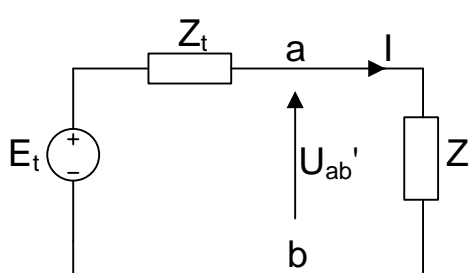


- 2) Odrediti  $\vec{Z}_T$   
 $\vec{Z}_T$  odredimo tako da aktivnoj mreži kratko spojimo sve EMS-ove i dobijemo pasivnu mrežu, a zatim izmjerimo impedanciju između čvorišta a i b



**Theveninov ekvivalent:**

Theveninov ekvivalent je serijski spoj impedancije kratkog spoja i napona praznog hoda ( $\vec{E}_T = \vec{U}_{ab}'$ ), sve promatrano iz čvorišta a i b.

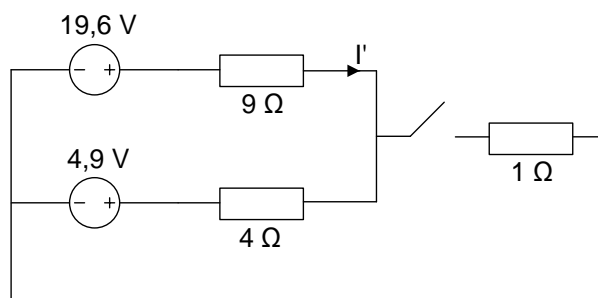


$$\vec{I} = \frac{\vec{E}_T}{\vec{Z}_T + \vec{Z}}$$

$$\vec{U}_{ab}' = \vec{E}_T - \vec{I} \cdot \vec{Z}_T = \vec{E}_T - \frac{\vec{E}_T}{\vec{Z}_T + \vec{Z}} \cdot \vec{Z}_T = \vec{E}_T \cdot \left(1 - \frac{\vec{Z}_T}{\vec{Z}_T + \vec{Z}}\right)$$

$$\vec{U}_{ab}' = \vec{E}_T \cdot \frac{\vec{Z}}{\vec{Z}_T + \vec{Z}}$$

Sa energetskog stajališta aktivna mreža i Theveninov ekvivalent ne smiju se poistovjetiti jer u slučaju praznog hoda tj. otvorenih stezaljki a i b u Theveninovu ekvivalentu ne teče nikakva struja, dok u aktivnoj mreži teče struja te postoje i gubici.

**Primjer:**

- 1) Određivanje  $\vec{E}_T$

$$\vec{I}' = \frac{(19,6 - 4,9)V}{13 \Omega} = \frac{14,7 V}{13 \Omega} = 1,1307 A$$

$$\vec{I}' \cdot 9 \Omega = 10,1736 V$$

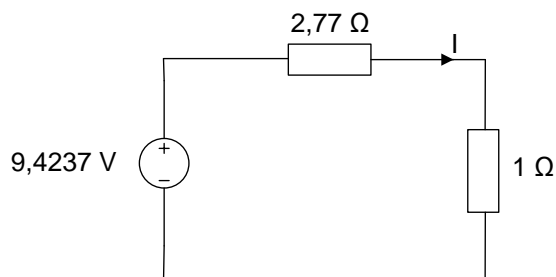
$$\vec{E}_T = 19,6 V - 10,1763 V = 9,4237 V$$

- 2) Određivanje  $\vec{Z}_T$

$$\vec{Z}_T = 9 \Omega \parallel 4 \Omega = \frac{9 \cdot 4}{9 + 4} \Omega = 2,77 \Omega$$

$$\vec{I} = \frac{\vec{E}_T}{\vec{Z}_T + \vec{Z}} = \frac{9,4237 V}{2,77 \Omega + 1 \Omega} = 2,5 A$$

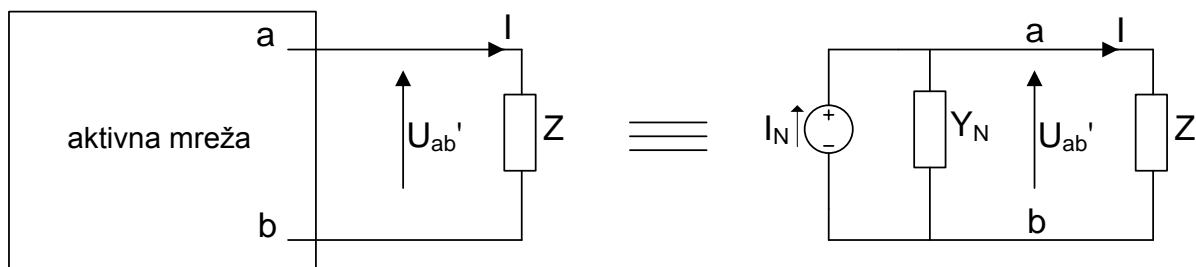
$$\vec{U}_{ab}' = \vec{I} \cdot \vec{Z} = 2,5 A \cdot 1 \Omega = 2,5 V$$





**NORTONOV TEOREM**

Svaku stvarnu aktivnu mrežu promatranu iz 2 čvorišta možemo nadomjestiti fiktivnom mrežom, koja je paralelni spoj admitancije  $\vec{Y}_N$  i strujnog izvora  $\vec{I}_N$ .

**Postupak:****1. Način:**

1) Odrediti  $\vec{I}_N$

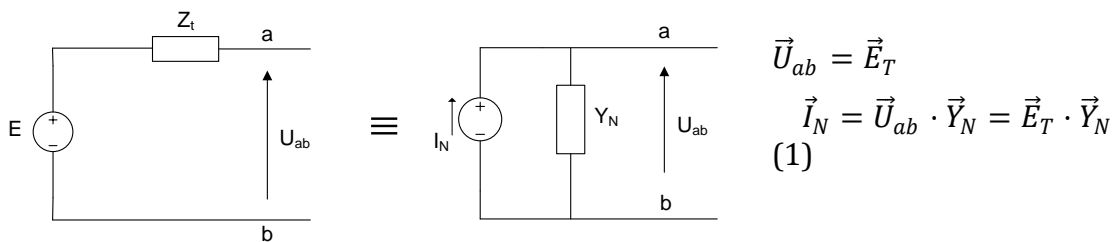
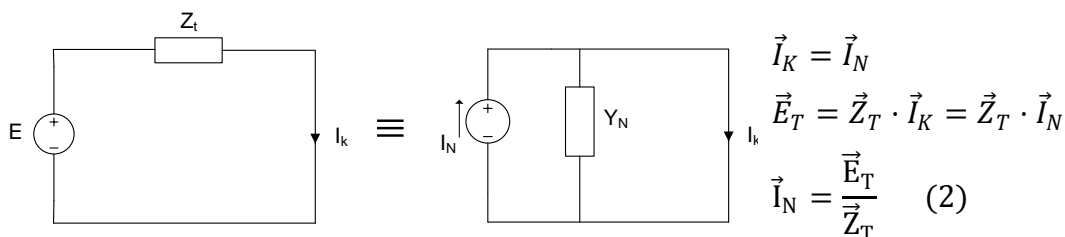
$\vec{I}_N$  odredimo tako da u aktivnoj mreži kratko spojimo stezaljke a i b te izmjerimo struju  $\vec{I}_N$

2) Odrediti  $\vec{Y}_N$

$\vec{Y}_N$  odredimo tako da sve strujne izvore odspojimo, a naponske kratko spojimo, te izmjerimo admitanciju takve pasivne mreže

**2. Način:**

Odredimo Theveninov ekvivalent  $\vec{E}_T$  i  $\vec{Z}_T$  i zatim uz pomoć pokusa P.H. i K.S. odredimo Nortonov ekvivalent.

**P.H.:****K.S.:**

Iz izraza (1) i (2)  $\vec{I}_N = \vec{E}_T \cdot \vec{Y}_N$   
slijedi:

$$\vec{I}_N = \frac{\vec{E}_T}{\vec{Z}_T}$$

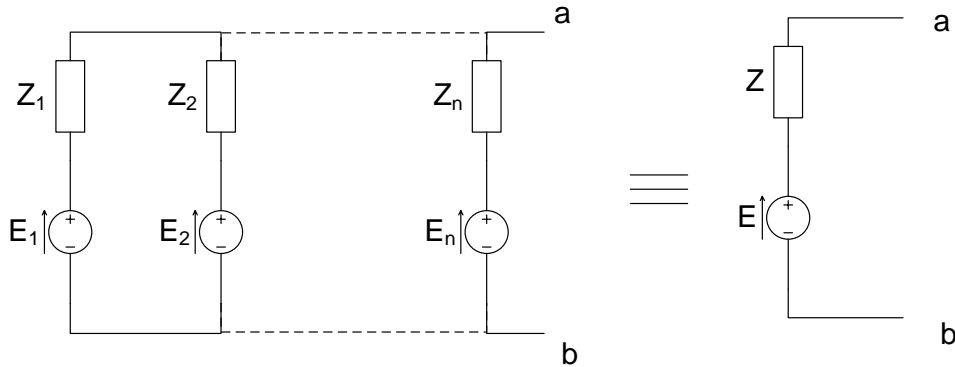
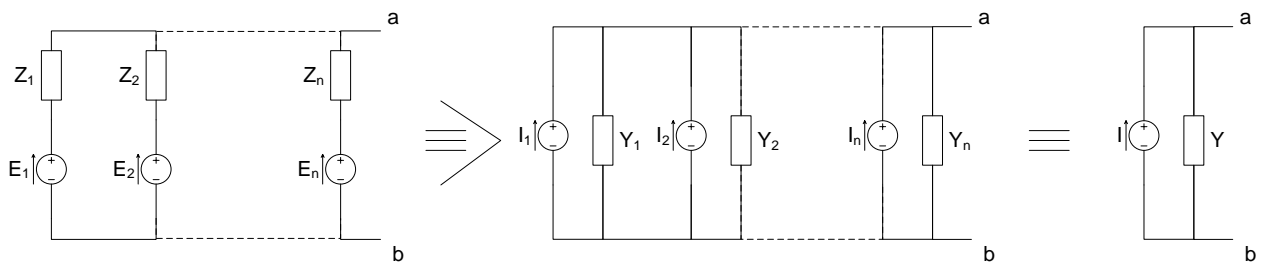
$$\vec{Z}_T = \frac{1}{\vec{Y}_N}$$

Dakle dobili smo:

$$\vec{I}_N = \frac{\vec{E}_T}{\vec{Z}_T} ; \vec{Y}_N = \frac{1}{\vec{Z}_T}$$

MILLMANOV TEOREM

Kompletnu aktivnu mrežu ekvivalentiramo uz pomoć Nortonovog i Theveninovog teorema u impedantni ili admitantni oblik.

**1. način:****2. način (bolji):**

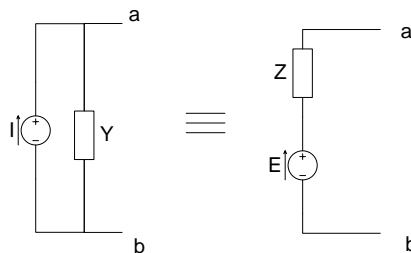
$$\vec{I}_i = \frac{\vec{E}_i}{\vec{Z}_i}$$

$$\vec{Y}_i = \frac{1}{\vec{Z}_i}$$

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^n \vec{I}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{E}_i}{\vec{Z}_i}$$

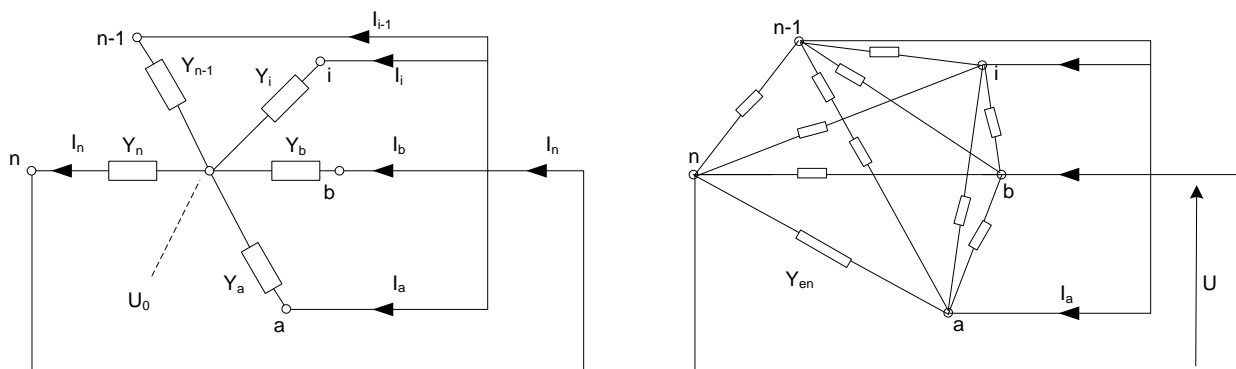
$$\vec{Y} = \sum_{i=1}^n \vec{Y}_i$$

Zatim se ponovo možemo vratiti na impedantni oblik



$$\vec{Z} = \frac{1}{\vec{Y}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\vec{Z}_i}}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{I}}{\vec{Y}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\vec{E}_i}{\vec{Z}_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\vec{Z}_i}}$$

PRETVORBA OPĆE ZVIJEZDE U OPĆI POLIGON

$$I_n = \frac{(Y_a + Y_b + \dots + Y_i + Y_{n-1}) \cdot Y_n}{(Y_a + Y_b + \dots + Y_i + Y_{n-1}) + Y_n} \cdot U = \frac{(Y_a + Y_b + \dots + Y_i + Y_{n-1}) \cdot Y_n}{\sum_{i=a}^n Y_i} \cdot U$$

$$I_a = (U - U_0) Y_a \quad ; \quad I_n = (U - U_0) \cdot (Y_a + Y_b + \dots + Y_i + \dots + Y_{n-1})$$

$$\frac{I_a}{I_n} = \frac{(U - U_0) Y_a}{(U - U_0) \cdot (Y_a + Y_b + \dots + Y_i + \dots + Y_{n-1})} = \frac{Y_a}{(Y_a + Y_b + \dots + Y_i + \dots + Y_{n-1})}$$

$$I_a = I_n \frac{Y_a}{(Y_a + Y_b + \dots + Y_i + \dots + Y_{n-1})} = \frac{(Y_a + Y_b + \dots + Y_i + \dots + Y_{n-1}) Y_n \cdot Y_a}{\sum_{i=1}^n Y_a \cdot (Y_a + Y_b + \dots + Y_i + \dots + Y_{n-1})} \cdot U$$

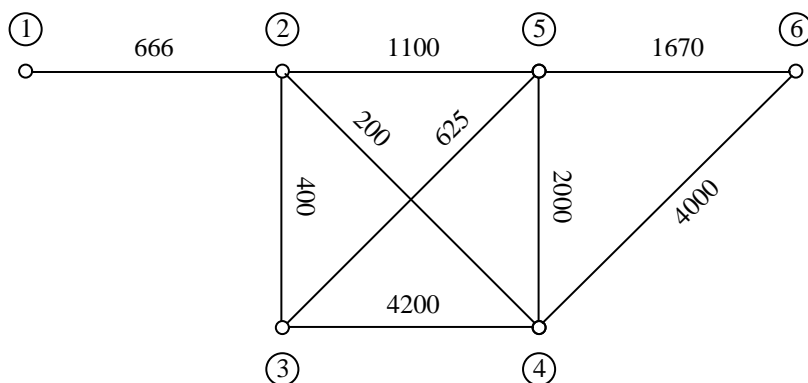
$$I_a = U \cdot \frac{Y_n \cdot Y_a}{\sum_{i=a}^n Y_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_{an} = \frac{Y_n \cdot Y_a}{\sum_{i=a}^n Y_i}$$

$$I_a = U \cdot Y_{en} \Rightarrow$$

$$Y_{jk} = \frac{Y_j \cdot Y_k}{\sum_{i=a}^n Y_i}$$

**Primjer:** Reducirati sljedeću mrežu tako da ostanu sačuvana čvorišta 1, 3 i 6.

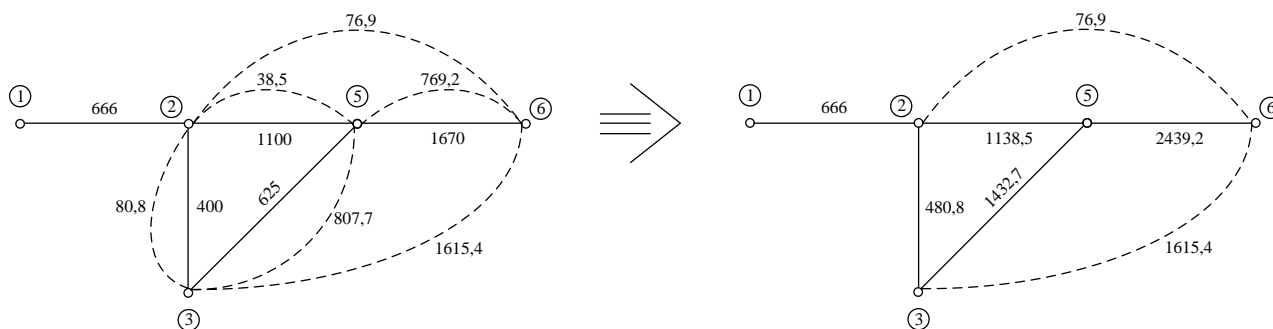


**Čvorište 4:**

$$\sum Y = 200 + 4200 + 2000 + 4000 = 10400$$

$$Y_{23} = \frac{4200 \cdot 200}{10400} = 80,8 \quad ; \quad Y_{25} = \frac{200 \cdot 2000}{10400} = 38,5 \quad ; \quad Y_{26} = \frac{200 \cdot 4000}{10400} = 76,9$$

$$Y_{35} = \frac{4200 \cdot 2000}{10400} = 807,7 \quad ; \quad Y_{36} = \frac{4200 \cdot 4000}{10400} = 1615,4 \quad ; \quad Y_{56} = \frac{2000 \cdot 4000}{10400} = 769,2$$

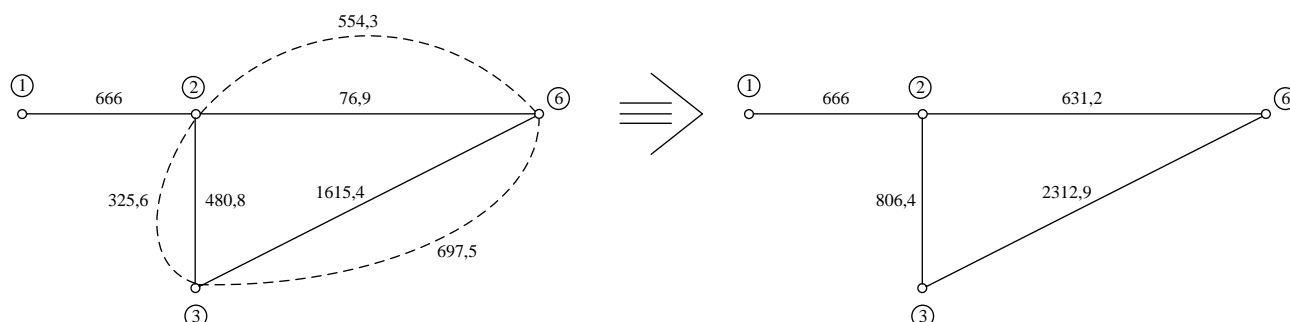


**Čvorište 5:**

$$\sum Y = 1138,5 + 1432,7 + 2439,2 = 5010,4$$

$$Y_{23} = \frac{1138,5 \cdot 1432,7}{5010,4} = 325,6 \quad ; \quad Y_{26} = \frac{1138,5 \cdot 2439,2}{5010,4} = 554,3$$

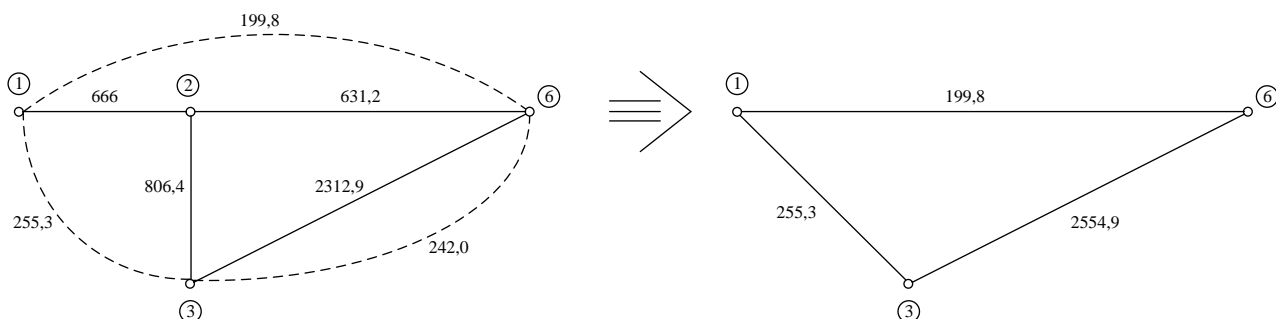
$$Y_{36} = \frac{1432,7 \cdot 2439,2}{5010,4} = 697,5$$



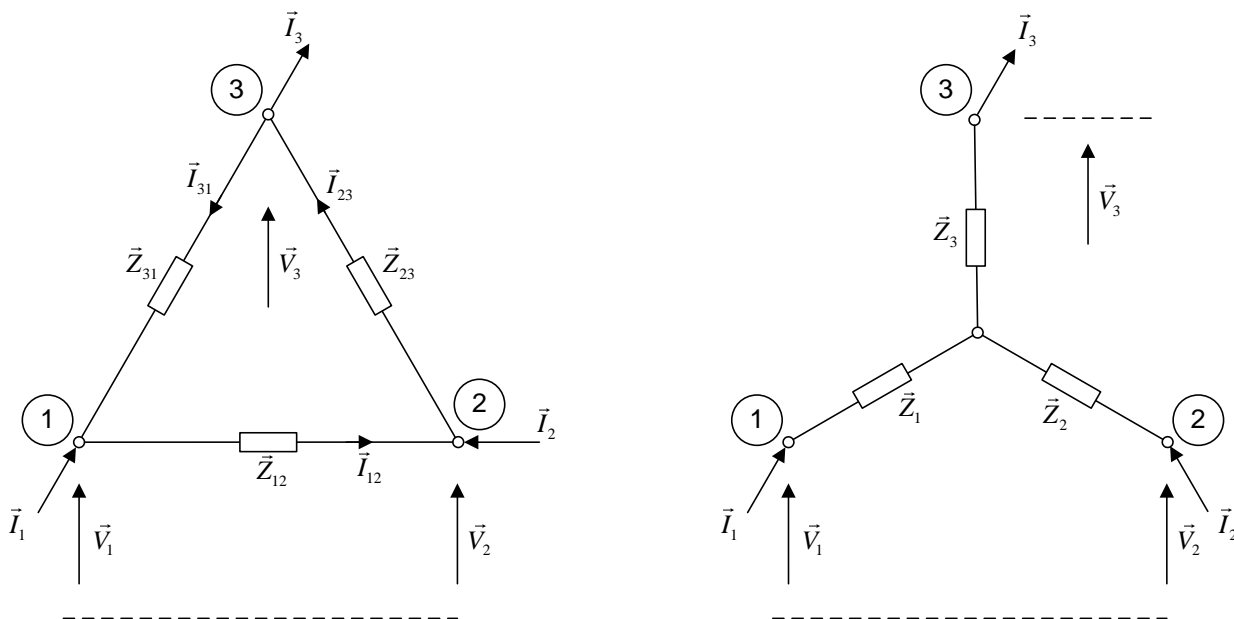
**Čvorište 2:**

$$\sum Y = 666 + 631,2 + 806,4 = 2103,6$$

$$Y_{13} = \frac{666 \cdot 806,4}{2103,6} = 255,3 \quad ; \quad Y_{16} = \frac{666 \cdot 631,2}{2103,6} = 199,8 \quad ; \quad Y_{36} = \frac{806,4 \cdot 631,2}{2103,6} = 242,0$$

**PRETVORBA TROKUTA U ZVIJEZDU**

Pretvorba općeg poligona u opću zvijezdu nije moguća. Moguća je samo pretvorba trokuta u zvijezdu.



Korištenjem metode petlje se dobije:

$$\vec{Z}_1 = \frac{\vec{Z}_{13} \cdot \vec{Z}_{12}}{\vec{Z}_{12} + \vec{Z}_{13} + \vec{Z}_{23}} \quad ; \quad \vec{Z}_2 = \frac{\vec{Z}_{23} \cdot \vec{Z}_{12}}{\vec{Z}_{12} + \vec{Z}_{13} + \vec{Z}_{23}} \quad ; \quad \vec{Z}_3 = \frac{\vec{Z}_{13} \cdot \vec{Z}_{23}}{\vec{Z}_{12} + \vec{Z}_{13} + \vec{Z}_{23}}$$

## NADOMJESNE SCHEME ELEKTRIČNE MREŽE

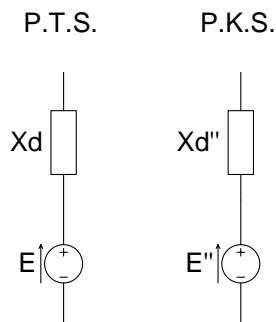
Proračun električnih prilika u nekoj mreži se obavlja na nadomjesnoj shemi mreže čiji su parametri svedeni na jednu naponsku razinu. Time je izbjegnuto računanje s transformatorima. U sljedećoj tablici je dan pregled metoda i izraza za preračunavanje parametara mreže.

Metoda otpora	Metoda reduciranih admitancija	Metoda per unit
$U' = \frac{U_B}{U_n} \cdot U$	$U_r = \frac{U}{U_n}$	$U_{[p.u.]} = \frac{U}{U_n}$
$I' = \frac{\sqrt{3} \cdot U_n}{U_B} \cdot I$	$I_r = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I$	$I_{[p.u.]} = \frac{S}{S_B} \cdot \frac{U_n}{U} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_n}{S_B} \cdot I$
$Z' = \left( \frac{U_B}{U_n} \right)^2 \cdot Z$	$Z_r = \frac{Z}{U_n^2}$	$Z_{[p.u.]} = \frac{S_B}{U_n^2} \cdot Z$
$Y' = \left( \frac{U_n}{U_B} \right)^2 \cdot Y$	$Y_r = U_n^2 \cdot Y$	$Y_{[p.u.]} = \frac{U_n^2}{S_B} \cdot Y$

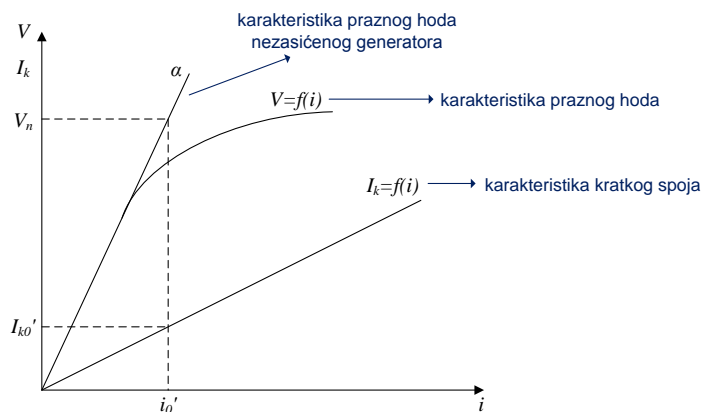
## EKVIVALENTNE SCHEME ELEMENATA MREŽE

### 1. Generator

- za potrebe proračuna mreža:



- R generatora je zanemaren
- $X_d$  je sinkrona reaktancija (proračun pri trajnom stanju), a  $X_d''$  početna ili subtranzijentna reaktancija (proračun pri početnom ili subtranzijentnom stanju)
- definicija sinkrone reaktacije:



$V_n$  - nazivni fazni napon  
 $i$  - struja uzbude generatora  
 $i_0'$  - nazivna struja uzbude  
 $i_{k0}'$  - struja kratkog spoja kod nazivne uzbude

Sinkrona reaktancija se definira kao omjer između nazivnog faznog napona  $V_n$  i struje generatora u kratkom spoju:

$$X_d = \frac{V_n}{I_{k0}'} [\Omega]$$



Postotna vrijednost sinkrone reaktancije se definira kao:

$$X_d[\%] = \frac{X_d}{X_n} \cdot 100$$

gdje je:

$$X_n = \frac{V_n}{I_n} [\Omega]$$

Iz ovoga slijedi:

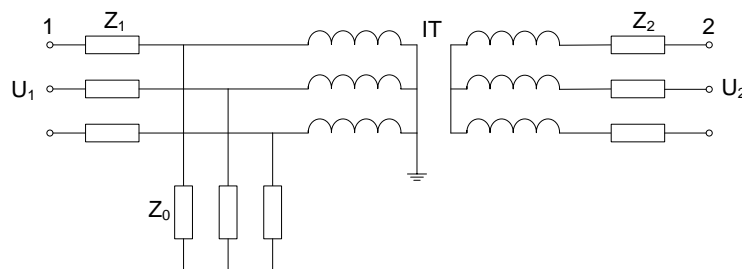
$$X_d[\%] = \frac{X_d}{X_n} \cdot 100 = \frac{\frac{V_n}{I_{k0'}}}{\frac{V_n}{I_n}} \cdot 100 = \frac{I_n}{I_{k0'}} \cdot 100$$

$$X_d[\%] = X_d \cdot \frac{I_n}{V_n} \cdot 100 = X_d \cdot \frac{3 \cdot V_n \cdot I_n}{3 \cdot V_n^2} \cdot 100 = X_d \cdot \frac{S_n}{U_n^2} \cdot 100$$

$$X_d = \frac{X_d[\%]}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} [\Omega]$$

## 2. Transformator

Ekvivalentna shema transformatora je određena sa tri veličine: uzdužnom impedancijom primarne strane  $\vec{Z}_1$ , uzdužnom impedancijom sekundarne strane  $\vec{Z}_2$ , te impedancijom poprečne grane  $\vec{Z}_0$  (odnosno admitancijom  $\vec{Y}_0$ ). Korištenjem navedenih parametara transformator je najjednostavnije nadomjestiti pomoću ekvivalentne T-sheme, kako je prikazano na sljedećoj slici:



Zbog jednostavnosti se proračun obavlja obično sa impedancijama koje su svedene na jednu naponsku razinu. Tako je primjerice moguće preračunati uzdužnu impedanciju sekundarne strane na napon primarne strane.

Ukoliko se uzme da je snaga nepromjenjiva veličina (pogledati metodu otpora):

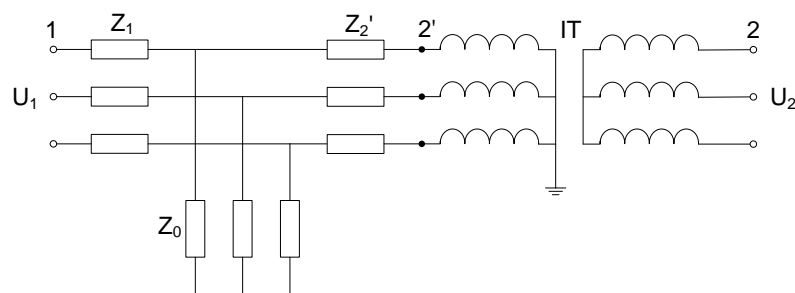
$$\vec{S} = \frac{U_2^2}{\vec{Z}_2} = \frac{U_1^2}{\vec{Z}'_2}$$

Dobije se:

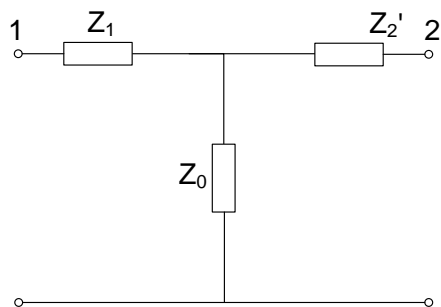
$$\vec{Z}'_2 = \vec{Z}_2 \cdot \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2$$

Na sličan način je bilo moguće preračunati impedancije primarne strane na napon sekundarne strane.

Sada, kada su svi parametri transformatora preračunati na istu naponsku razinu, nadomjesna shema transformatora bi poprimila sljedeći oblik:

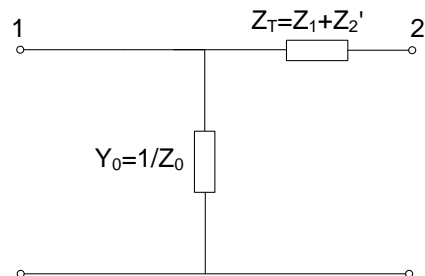


S obzirom da se proračun vrši na jednoj naponskoj razini, odnosno u ovom slučaju između točaka 1 i 2', moguće je crtati nadomjesnu shemu bez idealnog transformatora. Isto tako, transformator se smatra simetričnim elementom mreže, pa je umjesto trolne moguće koristiti jednopolnu shemu. U tom slučaju bi T-shema transformatora poprimila sljedeći oblik:

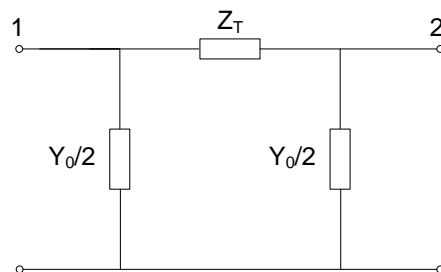


Naravno, umjesto navedene T-sheme je moguće koristiti i ostale modele, kao što su  $\Pi$ -shema,  $\Gamma$ -shema ili I-shema. Odabir sheme koja će se koristiti ovisi o tipu proračuna, odnosno o traženoj točnosti, te također o raspoloživosti podataka za proračun parametara.

U odnosu na T-shemu,  $\Gamma$ -shema je manje točna, ali ipak zadovoljavajuća za većinu proračuna.



Za proračun tokova snaga se uobičajeno koristi  $\Pi$ -shema.



Parametri  $\vec{Z}_T$  i  $\vec{Y}_0$  navedenih shema se računaju prema sljedećim izrazima (izvod na predavanjima):

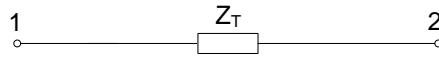
$$\vec{Z}_T = \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \left[ \frac{P_k}{S_n} + j \sqrt{u_k^2 - \left( \frac{P_k}{S_n} \right)^2} \right] [\Omega]$$

$$\vec{Y}_0 = \frac{S_n}{U_n^2} \cdot \left[ \frac{P_0}{S_n} - j \sqrt{i_0^2 - \left( \frac{P_0}{S_n} \right)^2} \right] [S]$$

Dakle, pri proračunu navedenih parametara potrebno je poznavati:

- Nazivne linijske napone:  $U_{n1}$ ,  $U_{n2}$
- Nazivnu snagu:  $S_n$ ,
- Relativni napon kratkog spoja:  $u_k(\%)$
- Gubitke pri kratkom spoju:  $P_k$
- Relativnu struju magnetiziranja:  $i_0(\%)$
- Gubitke pri praznom hodu:  $P_0$

Pri održivanju modela transformatora se često zanemaruju poprečne grane  $Y_0/2$  (odnosno  $P_0$  i  $i_0$ ), te se koristi nešto manje točna I-shema transformatora.

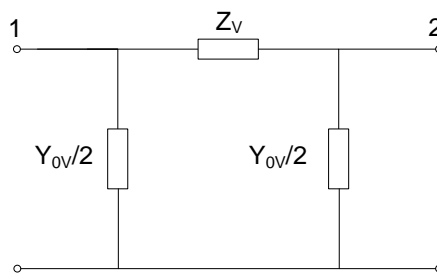


Osim toga, moguće je često zanemariti i gubitke pri kratkom spoju ( $P_k$ ).

Također je potrebno istaknuti da navedena razmatranja vrijede za transformatore nazivnog prijenosnog omjera. Ukoliko prijenosni omjer nije jednak nazivnom potrebno je izvršiti određene korekcije parametara nadomjesnih modela, što će biti objašnjeno u narednim zadacima.

### 3. Vod

Vod je pasivni element mreže koji je definiran sa uzdužnom jediničnom impedancijom (djelatni otpor  $R_1$  i induktivitet  $L_1$ ) i poprečnom admitancijom (odvod  $G_1$  i kapacitet  $C_1$ ). Kao i kod transformatora, i vodove je ovisno o potrebama proračuna moguće nadomještati jednim od nadomjesnih modela kao što su  $\Pi$ -shema, T-shema,  $\Gamma$ -shema ili I-shema. Najčešće se koristi  $\Pi$ -shema.



Pri tome je:

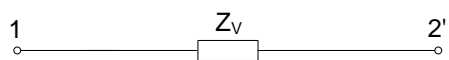
$$\vec{Z}_V = \vec{Z}_{V1} \cdot l [\Omega]$$

$$\vec{Z}_{V1} = R_1 + jX_1 [\Omega/km]$$

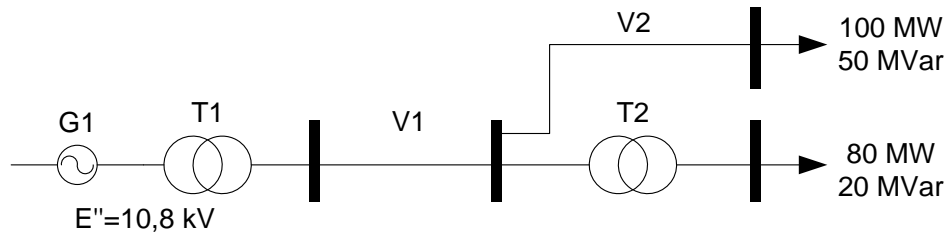
$$\frac{Y_{0V}}{2} = \frac{Y_{0V1}}{2} \cdot l [S]$$

$$\frac{Y_{0V1}}{2} = \frac{G_{0V1}}{2} + j \frac{B_{0V1}}{2} [S/km]$$

Ukoliko su zanemarene poprečne grane potrebno je koristiti manje točnu I-shemu.



1. Za prijenosni sustav prikazan na slici zadani su podaci za pojedine elemente.



<b>G1</b>	$S_n = 300 \text{ MVA}$ $X_d'' = 10 \%$ $U_n = 10,5 \text{ kV}$ $E'' = 10,8 \text{ kV}$	<b>T1</b>	$S_n = 300 \text{ MVA}$ $U_{n1} / U_{n2} = 10,5 \text{ kV} / 220 \text{ kV}$ $P_{Cu} = 1 \text{ MW}$ $u_k = 12 \%$	<b>T2</b>	$S_n = 100 \text{ MVA}$ $U_{n1} / U_{n2} = 220 \text{ kV} / 110 \text{ kV}$ $P_{Cu} = 1,5 \text{ MW}$ $u_k = 10 \%$
<b>V1</b>	$l = 100 \text{ km}$ $X_l = 0,4 \Omega / \text{km}$ $R_l = 0,1 \Omega / \text{km}$	<b>V2</b>	$l = 80 \text{ km}$ $X_l = 0,35 \Omega / \text{km}$ $R_l = 0,05 \Omega / \text{km}$		

- Metodom otpora preračunaj sve elemente zadanog prijenosnog sustava na bazni napon 100 kV.
- Uz pomoć metode jediničnih vrijednosti (per unit) preračunaj na baznu snagu  $S_B = 100 \text{ MVA}$  elemente zadanog prijenosnog sustava.

**RJEŠENJE:**

$$X_g = \frac{X_d'' [\%]}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} [\Omega]$$

$$X_g = \frac{10}{100} \cdot \frac{(10,5 \text{ kV})^2}{300 \text{ MVA}} = 0,037 \Omega$$

$$Z_{T1} = \frac{U_{n2}^2}{S_n} \cdot \left[ \frac{P_k}{S_n} + j \sqrt{u_k^2 - \left( \frac{P_k}{S_n} \right)^2} \right] [\Omega]$$

$$Z_{T1} = \frac{(220 \text{ kV})^2}{300 \text{ MVA}} \cdot \left[ \frac{1}{300} + j \sqrt{0,12^2 - \left( \frac{1}{300} \right)^2} \right] = 0,537 + j19,353 \Omega$$

$$Z_{V1} = Z_1 \cdot l_1 [\Omega]$$

$$Z_{V1} = (0,1 + j0,4) \frac{\Omega}{km} \cdot 100 km = 10 + j40 \Omega$$

$$Z_{V2} = Z_2 \cdot l_2 [\Omega]$$

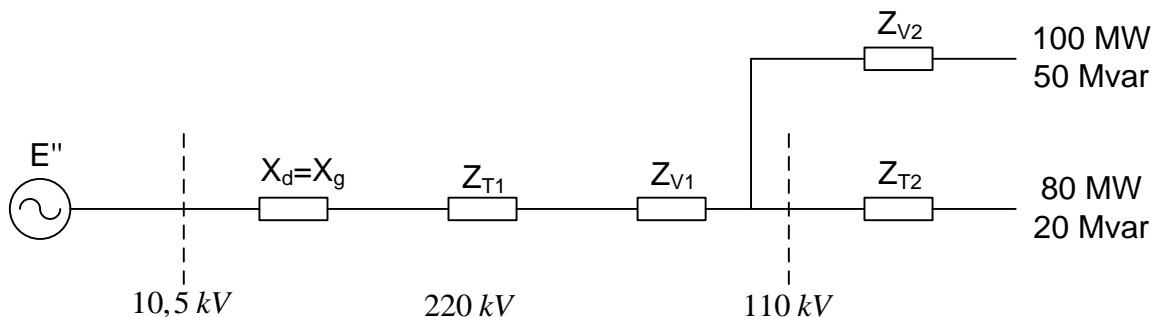
$$Z_{V2} = (0,05 + j0,35) \frac{\Omega}{km} \cdot 80 km = 4 + j28 \Omega$$

$$Z_{T2} = \frac{U_{n2}^2}{S_n} \cdot \left[ \frac{P_k}{S_n} + j \sqrt{u_k^2 - \left( \frac{P_k}{S_n} \right)^2} \right] [\Omega]$$

$$Z_{T2} = \frac{(110 kV)^2}{100 MVA} \cdot \left[ \frac{1,5}{100} + j \sqrt{0,1^2 - \left( \frac{1,5}{100} \right)^2} \right] = 1,815 + j11,963 \Omega$$

**Napomena:** Za nazivni napon transformatora je moguće odabrati ili nazivni napon primara ili nazivni napon sekundara, ali je pri tome potrebno obratiti pažnju da se isti napon koristi prilikom preračunavanja na zajedničku naponsku razinu.

**Model:**



#### a) Metoda otpora

$$U_B = 100 kV$$

$$U'_g = \frac{U_B}{U_n} \cdot E'' = \frac{100 kV}{10,5 kV} \cdot 10,8 kV = 102,857 kV$$

$$X'_g = \left( \frac{U_B}{U_n} \right)^2 \cdot X_g = \left( \frac{100 kV}{10,5 kV} \right)^2 \cdot 0,037 \Omega = 3,333 \Omega$$

$$Z'_{T1} = \left( \frac{U_B}{U_{n2}} \right)^2 \cdot Z_{T1} = \left( \frac{100 kV}{220 kV} \right)^2 \cdot (0,537 + j19,353) \Omega = 0,111 + j3,999 \Omega$$

$$Z'_{V1} = \left( \frac{U_B}{U_n} \right)^2 \cdot Z_{V1} = \left( \frac{100 kV}{220 kV} \right)^2 \cdot (10 + j40) \Omega = 2,066 + j8,264 \Omega$$

$$Z'_{V2} = \left( \frac{U_B}{U_n} \right)^2 \cdot Z_{V2} = \left( \frac{100 \text{ kV}}{220 \text{ kV}} \right)^2 \cdot (4 + j28) \Omega = 0,826 + j5,785 \Omega$$

$$Z'_{T2} = \left( \frac{U_B}{U_{n2}} \right)^2 \cdot Z_{T2} = \left( \frac{100 \text{ kV}}{110 \text{ kV}} \right)^2 \cdot (1,815 + j11,963) \Omega = 1,5 + j9,887 \Omega$$

**b) Metoda jediničnih vrijednosti (per unit)**

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$U_g [\text{p. u.}] = \frac{E''}{U_B} = \frac{E''}{U_n}$$

$$U_g = \frac{10,8 \text{ kV}}{10,5 \text{ kV}} = 1,029 \text{ p. u.}$$

$$X_g [\text{p. u.}] = X_g [\Omega] \cdot \frac{S_B}{U_n^2}$$

$$X_g = 0,037 \Omega \cdot \frac{100 \text{ MVA}}{(10,5 \text{ kV})^2} = 0,033 \text{ p. u.}$$

$$Z_{T1} [\text{p. u.}] = Z_{T1} [\Omega] \cdot \frac{S_B}{U_{n2}^2}$$

$$Z_{T1} = (0,537 + j19,353) \Omega \cdot \frac{100 \text{ MVA}}{(220 \text{ kV})^2} = 0,001 + j0,040 \text{ p. u.}$$

$$Z_{V1} [\text{p. u.}] = Z_{V1} [\Omega] \cdot \frac{S_B}{U_n^2}$$

$$Z_{V1} = (10 + j40) \Omega \cdot \frac{100 \text{ MVA}}{(220 \text{ kV})^2} = 0,021 + j0,083 \text{ p. u.}$$

$$Z_{V2} [\text{p. u.}] = Z_{V2} [\Omega] \cdot \frac{S_B}{U_n^2}$$

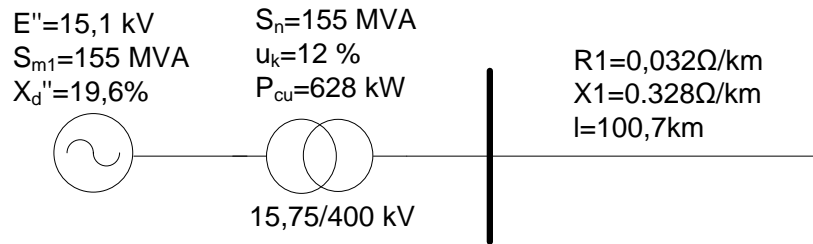
$$Z_{V2} = (4 + j28) \Omega \cdot \frac{100 \text{ MVA}}{(220 \text{ kV})^2} = 0,008 + j0,058 \text{ p. u.}$$

$$Z_{T2} [\text{p. u.}] = Z_{T2} [\Omega] \cdot \frac{S_B}{U_{n2}^2}$$

$$Z_{T2} = (1,815 + j11,963) \Omega \cdot \frac{100 \text{ MVA}}{(110 \text{ kV})^2} = 0,015 + j0,099 \text{ p. u.}$$



2. Za generator u RHE Velebit spojen na 400 kV vod RHE Velebit – TS Konjsko:



Odredi:

- Stvarne parametre
- Jedinične veličine
- Relativne brojeve (metoda otpora)

### RJEŠENJE:

#### a) Stvarni parametri

$$X_g = \frac{X_d''[\%]}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} [\Omega] = \frac{19,6}{100} \cdot \frac{15,75^2}{155} [\Omega] = 0,3137 \Omega$$

$$Z_T = \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \left[ \frac{P_{Cu}}{S_n} + j \sqrt{u_k^2 - \left( \frac{P_{Cu}}{S_n} \right)^2} \right] = 0,0065 + j0,1919 \Omega$$

$$Z_V = (R_1 + jX_1) \cdot l = 3,2224 + j33,0296 \Omega$$

#### b) Jedinične veličine (per unit, $S_B = 100$ MVA)

Za generator uzimamo nazivni napon 15,75 kV zbog prijenosnog omjera transformatora.

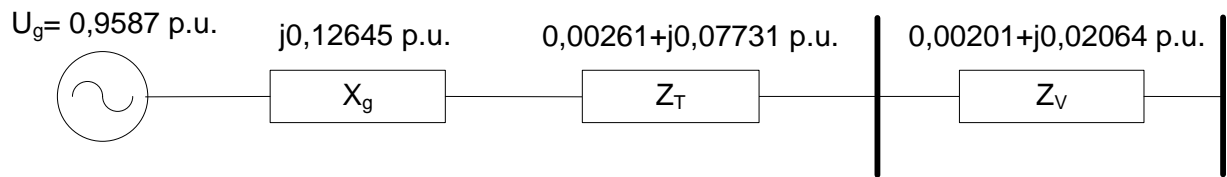
$$X_g[p.u.] = X_g[\Omega] \cdot \frac{S_B}{U_n^2} = \frac{S_B}{S_n} \cdot \frac{X_d''[\%]}{100} = 0,1265 p.u.$$

$$Z_T[p.u.] = \frac{S_B}{S_n} \cdot \left[ \frac{P_{Cu}}{S_n} + j \sqrt{u_k^2 - \left( \frac{P_{Cu}}{S_n} \right)^2} \right] = 0,0026 + j0,0774 p.u.$$

$$Z_V[p.u.] = (R_1 + jX_1) \cdot l \cdot \frac{S_B}{U_n^2} = 0,0020 + j0,0206 p.u.$$

$$U_g[p.u.] = \frac{E''}{U_n} = 0,9587 p.u.$$

**Napomena:**  $P_{Cu}$  je najčešće zadan u kW, a  $S_n$  u MVA.  $U_n$  nije potreban.



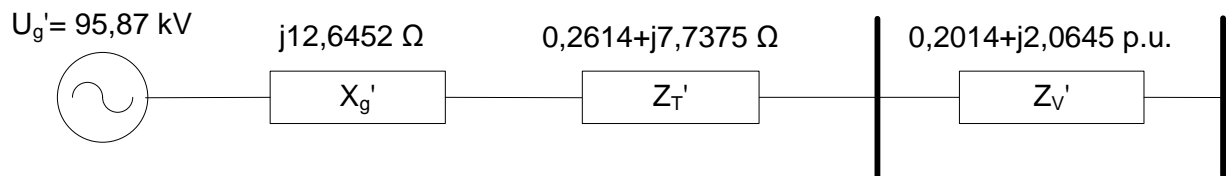
**c) Relativni brojevi (metoda otpora,  $U_B = 100 \text{ kV}$ )**

$$X'_g = X_g [\Omega] \cdot \left( \frac{U_B}{U_n} \right)^2 = 12,6452 \Omega$$

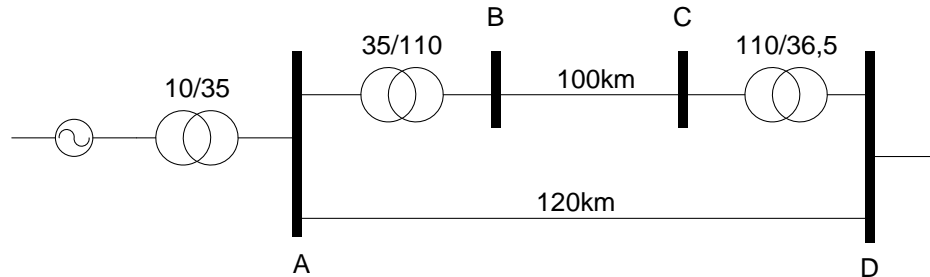
$$Z'_T = Z_T [\Omega] \cdot \left( \frac{U_B}{U_n} \right)^2 = 0,2614 + j7,7375 \Omega$$

$$Z'_V = Z_V [\Omega] \cdot \left( \frac{U_B}{U_n} \right)^2 = 0,2014 + j2,06435 \Omega$$

$$U'_g = \frac{U_B}{U_n} \cdot E'' = 95,87 \text{ kV}$$



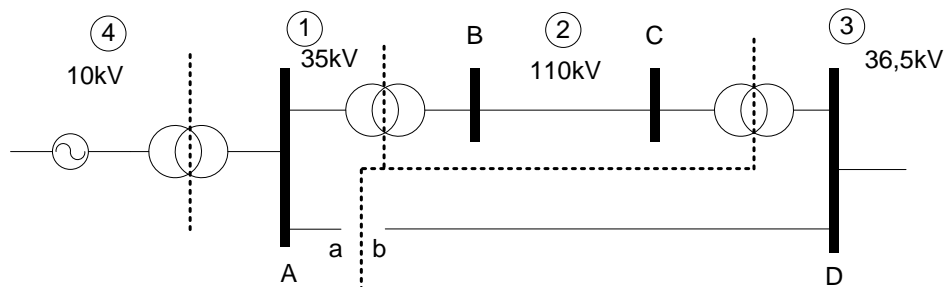
3. U mreži na slici odredi prilike u praznom hodu za  $U_A = 34kV$ . Za sve transformatore  $u_k = 10\%$ , a nazivna snaga je 20 MVA. (Stvarni prijenosni omjer transformatora jednak je nazivnom.). Podaci generatora su:  $U_n = 10,5kV$ ;  $S_n = 20MVA$ ;  $X_d = 115\%$ . Reaktancija voda je  $X_V = 0,4\Omega/km$ .



### RJEŠENJE:

Navedeni zadatak predstavlja problem petlji koje se ne zaključuju. Da li je neka petlja zaključena ili nezaključena ovisi o tome da li je umnožak stvarnih prijenosnih omjera transformatora jednak jedinici, odnosno da li se obilazeći petlju dođe na isti bazni napon od kojeg se krenulo. U ovom slučaju je očito da u promatranoj petlji A-B-C-D-A vrijedi da je  $(110/35) \cdot (36,5/110) \neq 1$ , zbog čega će poteći struja izjednačenja. U tom slučaju se naponi mogu odrediti tako da se petlja otvori te računa sa praznim hodom.

Mreža je u ovom slučaju otvorena na mjestu A, između točaka  $a$  i  $b$ .



- prije otvaranja petlje su naponi u točkama  $a$  i  $b$  jednaki:  $\vec{U}_a = \vec{U}_b$
- ukoliko se naponi u točkama  $a$  i  $b$  reduciraju (korištenjem metode otpora) na napon u točki 1 vrijedi da je:

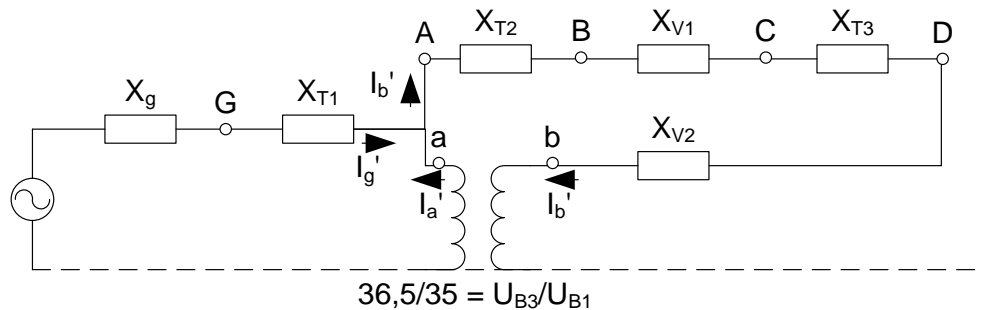
$$\vec{U}'_a = \vec{U}_a \cdot \frac{U_{B1}}{U_{B1}} = \vec{U}_a$$

$$\vec{U}'_b = \vec{U}_b \cdot \frac{U_{B1}}{U_{B3}}$$

- Izjednačavanjem ( $\vec{U}'_a = \vec{U}'_b$ ) se dobije:

$$\vec{U}'_a = \vec{U}'_b \cdot \frac{U_{B3}}{U_{B1}} \Rightarrow \frac{\vec{U}'_a}{\vec{U}'_b} = \frac{U_{B3}}{U_{B1}}$$

Dakle, očito je da je u reduciranoj mreži nadomjesne sheme petlje koja se ne zaključuje potrebno umetnuti idealni transformator prijenosnog omjera  $U_{B3}/U_{B1}$  između točaka  $a$  i  $b$  koji će preuzeti na sebe zadatak stvaranja struje izjednačenja.



### Omjeri baznih napona:

$$\frac{U_{B1}}{U_{B2}} = \frac{35}{110} = 0,318 \quad \frac{U_{B1}}{U_{B3}} = \frac{35}{36,5} = 0,959 \quad \frac{U_{B1}}{U_{B4}} = \frac{35}{10} = 3,5$$

**Napomena:** Navedeni omjeri su potrebni za preračunavanje parametara mreže na jedan bazni napon. U ovom slučaju je to napon  $U_{B1}$ . Ostali bazni naponi su određeni stvarnim prijenosnim omjerima transformatora (u ovom zadatku su to  $U_{b2}=110$  kV,  $U_{b3}=36,5$  kV,  $U_{b4}=10$  kV).

Korištenjem metode otpora se reducirane reaktancije dobivaju od stvarnih po formuli:

$$X_i' = X_i \cdot \left( \frac{U_{B1}}{U_{Bi}} \right)^2$$

pri čemu je  $X_i$  (stvarna reaktancija u području napona „i“) računata na naponski nivo  $U_{Bi}$  koji ne mora biti jednak nazivnom naponu.

Jedino kod generatora se  $U_{Bi}$  ne uzima od transformatora već je određen podacima o generatoru.

**Stvarne reaktancije:**

$$x_g = \frac{x_{d\%}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{115}{100} \cdot \frac{10,5^2}{20} = 6,339 \Omega$$

$$x_{T1} = x_{T2} = \frac{u_{k\%}}{100} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{10}{100} \cdot \frac{35^2}{20} = 6,125 \Omega$$

$$x_{V1} = 0,4 \cdot 100 = 40 \Omega$$

$$x_{T3} = \frac{10}{100} \cdot \frac{110^2}{20} = 60,5 \Omega$$

$$x_{V2} = 0,4 \cdot 120 = 48 \Omega$$

**Reducirane reaktancije**

$$x_g' = x_g \cdot \left( \frac{U_{B1}}{U_{B4}} \right)^2 = 6,339 \cdot 3,5^2 = 77,653 \Omega$$

$$x_{T1}' = x_{T2}' = 6,125 \cdot \left( \frac{U_{B1}}{U_{B1}} \right)^2 = 6,125 \Omega$$

$$x_{V1}' = 40 \cdot \left( \frac{U_{B1}}{U_{B2}} \right)^2 = 40 \cdot 0,318^2 = 4,045 \Omega$$

$$x_{T3}' = 60,5 \cdot 0,318^2 = 6,118 \Omega$$

$$x_{V2}' = 48 \cdot 0,959^2 = 44,145 \Omega$$

**Proračun u reduciranoj mreži**

$$U_a' = U_A = 34 \text{ kV}$$

$$U_b' = 34 \text{ kV} \cdot \frac{35}{36,5} = 32,6 \text{ kV}$$

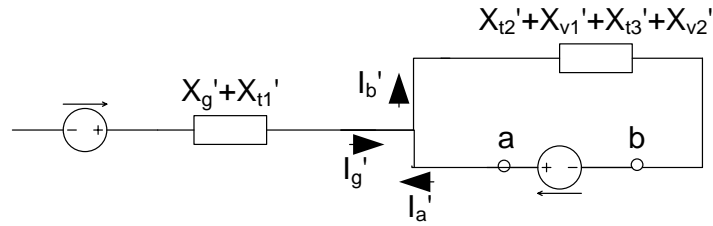
$$U_a' - U_b' = 34 \text{ kV} - 32,6 \text{ kV} = 1,4 \text{ kV}$$

$$\sum X' = 60,41 \Omega$$

$$I_b' = \frac{1,4 \text{ kV}}{j\sqrt{3} \cdot 60,41 \Omega} = -j13,4 \text{ A}$$

$$I_a' = I_b' \cdot \frac{35}{36,5} = -j12,85 \text{ A}$$

$$I_g' = I_b' - I_a' = -j0,55 \text{ A}$$



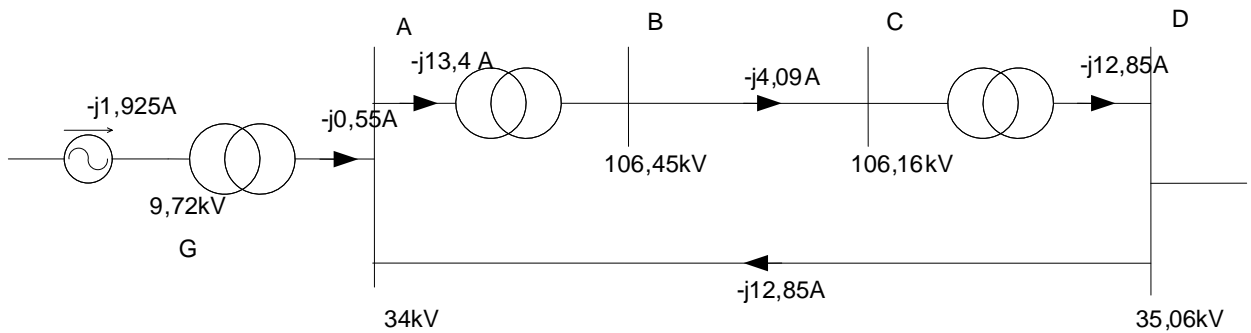
$$U_D' = 32,6 - j13,4 \cdot j44,1 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 33,62 \text{ kV}$$

$$U_C' = 33,62 - j13,4 \cdot j6,13 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 33,76 \text{ kV}$$

$$U_B' = 33,76 - j13,4 \cdot j4,05 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 33,85 \text{ kV}$$

$$U_A' = 33,85 - j13,4 \cdot j6,13 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 34 \text{ kV}$$

$$U_G' = 34 - j0,55 \cdot j6,1 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 34,006 \text{ kV}$$



**Stvarne vrijednosti:**

$$U_A = 34 \text{ kV}$$

$$I_a = I_a' = -j12,85 \text{ A}$$

$$I_b = I_b' \cdot \frac{U_{B1}}{U_{B3}} = -j12,85 \text{ A}$$

$$I_g = I_g' \cdot \frac{U_{B1}}{U_{B4}} = -j1,925 \text{ A}$$

$$I_{V1} = -j4,26 \text{ A}$$

$$U_B = U_B' \cdot \frac{U_{B2}}{U_{B1}} = 106,45 \text{ kV}$$

$$U_C = U_C' \cdot \frac{U_{B2}}{U_{B1}} = 106,16 \text{ kV}$$

$$U_D = U_D' \cdot \frac{U_{B3}}{U_{B1}} = 35,06 \text{ kV}$$

$$U_G = U_G' \cdot \frac{U_{B4}}{U_{B1}} = 9,72 \text{ kV}$$

4. Zadan je transformator sa podacima prema listi.

- Odredi parametre  $\pi$ -sheme tog transformatora koristeći model s idealnim transformatorom
- Odredi parametre  $\pi$ -sheme tog transformatora koristeći model bez idealnog transformatora.

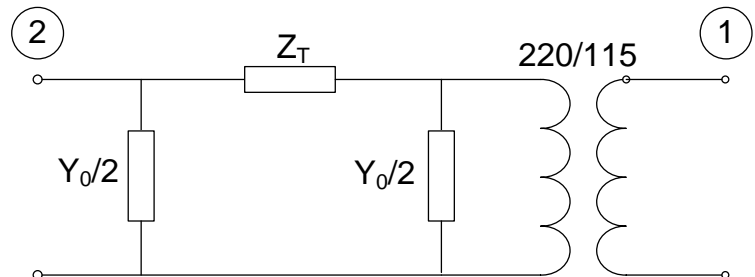
$$S_n = 100 \text{ MVA}$$

$$u_k = 12\%$$

$$i_0 = 1\%$$

$$P_k = 1\% \quad S_n = 0,01 S_n$$

$$P_0 = 25\% \quad P_k = 0,0025 S_n$$



### RJEŠENJE:

a)

Preračunava se na onu stranu na kojoj nije regulacijska sklopka tj. gdje je nazivni napon. U ovom slučaju se vrši preračunavanje na visokonaponsku stranu.

$$Z_T = \frac{U_n^2}{S_n} \left[ \frac{P_k}{S_n} + j \sqrt{u_k^2 - \left( \frac{P_k}{S_n} \right)^2} \right] = \frac{220^2}{100} \left[ \frac{0,01 S_n}{S_n} + j \sqrt{0,12^2 - (0,01)^2} \right]$$

$$Z_T = 4,84 + j57,88 [\Omega]$$

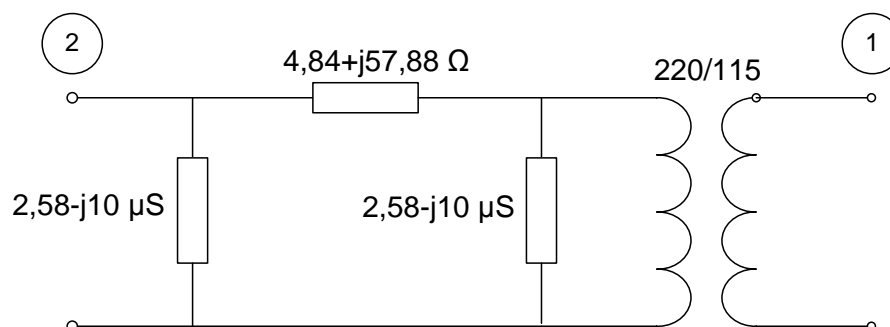
$$Y_T = \frac{1}{Z_T} = \frac{1}{58,082 \angle 85,22^\circ} = 0,0172 \angle -85,22^\circ [S]$$

$$Y_0 = \frac{S_n}{U_n^2} \left[ \frac{P_0}{S_n} - j \sqrt{i_0^2 - \left( \frac{P_0}{S_n} \right)^2} \right] = \frac{100}{220^2} \left[ \frac{0,0025 S_n}{S_n} - j \sqrt{(0,01)^2 - (0,0025)^2} \right]$$

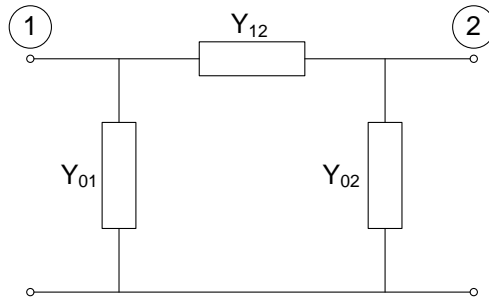
$$Y_0 = (5,16 - j20) \cdot 10^{-6} [S] = 5,16 - j20 [\mu S]$$

$$\frac{Y_0}{2} = 2,58 - j10 [\mu S]$$

$$a = \frac{\frac{115}{220}}{\frac{110}{220}} = \frac{1,04545}{1} = 1,04545$$



b)



$$Y_{12} = \frac{Y_T}{a}$$

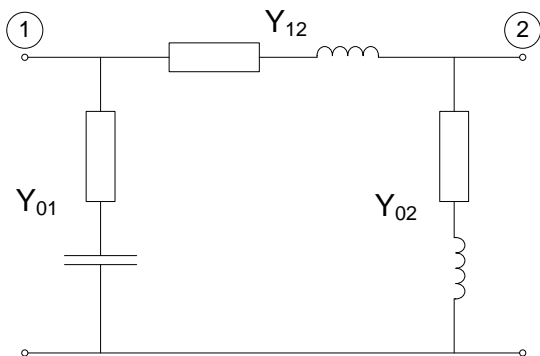
$$Y_{01} = \frac{Y_T}{a} \left( \frac{1}{a} - 1 \right) + \frac{1}{a^2} \frac{Y_0}{2}$$

$$Y_{02} = Y_T \left( 1 - \frac{1}{a} \right) + \frac{Y_0}{2}$$

$$Y_{12} = \frac{0,0172 \angle -85,22^\circ}{1,04545} = 0,01645 \angle -85,22^\circ [S] = 0,00137 - j0,01639 [S]$$

$$\begin{aligned} Y_{01} &= 0,01645 \angle -85,22^\circ \left( \frac{1}{1,04545} - 1 \right) + \frac{1}{1,04545^2} \cdot 10,327 \angle -75,53^\circ \cdot 10^{-6} = \\ &= 7,1515 \cdot 10^{-4} \angle 94,78^\circ + 9,445 \cdot 10^{-6} \angle -75,53^\circ = \\ &= (-5,96 + j71,27) \cdot 10^{-5} + (2,36 - j9,145) \cdot 10^{-6} = \\ &= (-59,6 + j712,7 + 2,36 - j9,145) \cdot 10^{-6} = \\ &= -57,25 + j703,555 \mu S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{02} &= 0,0172 \angle -85,22^\circ \left( 1 - \frac{1}{1,04545} \right) + (2,58 - j10) \cdot 10^{-6} = \\ &= (6,23 - j74,515) \cdot 10^{-5} + (2,36 - j9,145) \cdot 10^{-6} = \\ &= (62,3 - j74,515 + 2,58 - j10) \cdot 10^{-6} = \\ &= (64,88 - j84,515) \cdot 10^{-6} = \\ &= 64,88 - j84,515 \mu S \end{aligned}$$

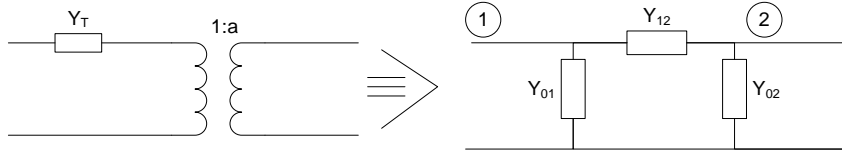


$$Y_{12} = 0,00137 - j0,01639 [S]$$

$$Y_{01} = -57,24 + j703,555 [\mu S]$$

$$Y_{02} = 64,88 - j84,515 [\mu S]$$

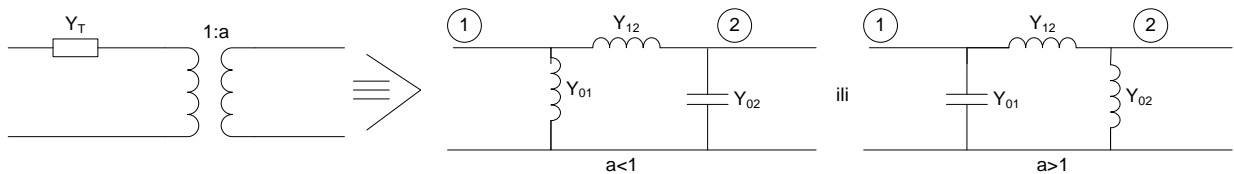


**Zanemarenja:****1)  $\frac{Y_0}{2}$  tj.  $i_0$  i  $P_0$** 

$$Y_{12} = \frac{Y_T}{a}$$

$$Y_{01} = \frac{Y_T}{a} \left( \frac{1}{a} - 1 \right)$$

$$Y_{02} = Y_T \left( 1 - \frac{1}{a} \right)$$

**2) Često zanemarimo i  $P_k$** 

$$Z_T = j \frac{U_n^2}{S_n} u_k = jX_T$$

$$Y_T = -j \frac{1}{X_T} = -jB_T$$

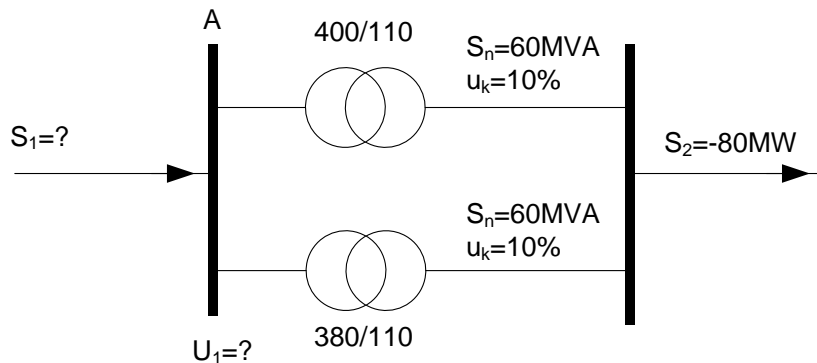
$$y_{01} = -j...$$

$$y_{02} = +j...$$

$$y_{01} = +j....$$

$$y_{02} = -j...$$

5. U transformatorskoj stanici paralelno su spojena 2 transformatora nazivne snage 60 MVA i napona kratkog spoja  $u_k=10\%$ . Preklopka regulacijske sklopke jednog od njih nalazi se na prijenosnom odnosu 400/110, a drugog 380/110. Odredi snagu i napon na primaru ako je napon na sekundaru jednak  $U_2=115\text{kV}$  i ako je transformatorska stanica opterećena sa  $S_2 = -80\text{MW}$ .



Metoda *per unit*:  $S_B = 60\text{MVA}$

### RJEŠENJE:

**Tr1:**

$$a_1 = \frac{400}{\frac{110}{400}} = 1$$

$$y_{12}' = y_T = \frac{S_n}{S_B \cdot ju_k} = -j \frac{1}{u_k} = -j10 \text{ p.u.}$$

$$y_{01}' = 0$$

$$y_{02}' = 0$$

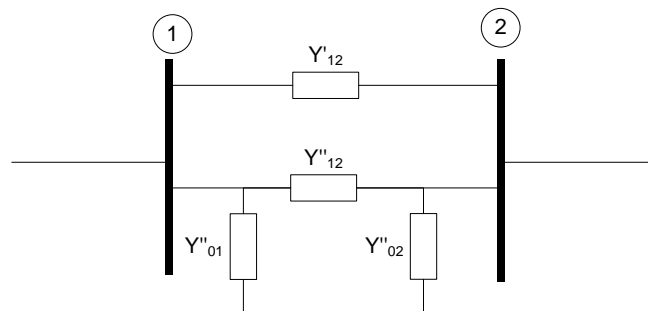
**Tr2:**

$$a_2 = \frac{380}{\frac{110}{400}} = \frac{380}{400} = 0,95$$

$$y_{12}'' = \frac{y_T''}{a_2} = \frac{S_n}{a_2 \cdot S_B \cdot ju_k} = -j10,526 \text{ p.u.}$$

$$y_{01}'' = \frac{y_T''}{a_2} \left( \frac{1}{a_2} - 1 \right) = -j0,554 \text{ p.u.}$$

$$y_{02}'' = y_T'' \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right) = j0,5264 \text{ p.u.}$$



$$Y = \begin{vmatrix} Y_{12}' + Y_{12}'' + Y_{01}'' & -(Y_{12}' + Y_{12}'') \\ -(Y_{12}' + Y_{12}'') & Y_{12}' + Y_{12}'' + Y_{02}'' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -j21,0803 & j20,5263 \\ j20,5263 & -j20 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = |Y| \cdot \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \end{vmatrix}$$

$$U_2 [p.u.] = \frac{U_2 [kV]}{U_{2n}} = \frac{115}{110} = 1,04545 p.u.$$

$$S_2 [p.u.] = \frac{S_2 [MVA]}{S_B} = -\frac{80}{60} = -1,333 p.u.$$

$$I_2 = \left( \frac{S_2}{U_2} \right)^* = \frac{S_2}{U_2} = \frac{-1,333}{1,04545} = -1,2754 p.u.$$

$$I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2 \Rightarrow U_1 = \frac{I_2 - Y_{22} \cdot U_2}{Y_{21}} = \frac{-1,2754 + j20 \cdot 1,04545}{j20,5263}$$

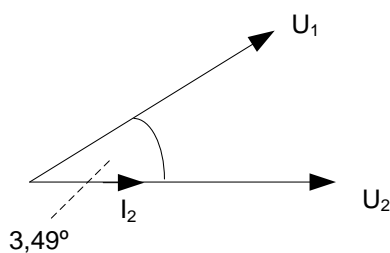
$$U_1 = 1,01865 + j0,0621 p.u.$$

$$I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 = -j21,0803(1,01865 + j0,0621) + j20,5263 \cdot 1,04545 = 1,3091 - j0,014135 p.u.$$

$$S_1 = U_1 \cdot I_1^* = 1,02054 \angle 3,49^\circ \cdot 1,30918 \angle 0,62^\circ = 1,336 \angle 4,11^\circ = 1,3326 + j0,0958 p.u.$$

$$S_1 = 79,956 + j5,75 MVA = 80 + j5,75 MVA$$

$$U_1 = 407,5 + j24,84 kV$$

**ANALIZA:**

$$U_1 = 408,256 \angle 3,49^\circ$$

$U_1$  prethodi  $U_2$

Tok snage: od (1) prema (2)

$$S_2 = -80 MW$$

$$S_1 = 80 + j5,75 MVA$$

$$\Delta S = S_2 + S_1 = j5,75 Mvar$$

6. Odredi napon na sekundaru i snagu na primaru dvaju paralelnih transformatora koji su u praznom hodu, ako je na primaru narinut nazivni napon 220kV. Ostali podaci:

$$\begin{array}{ll} \text{T1} & u_k = 10\% \\ & S_n = 100\text{MVA} \\ & 220/110 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{T2} & u_k = 12\% \\ & S_n = 100\text{MVA} \\ & 209/110 \end{array}$$

### RJEŠENJE:

$$S_B = S_n = 100\text{MVA}$$

$$Z_T [p.u.] = ju_k \quad \rightarrow \quad Y_T [p.u.] = -j \frac{1}{u_k}$$

$$\begin{aligned} \text{T1:} \quad a_1 &= \frac{\frac{220}{110}}{\frac{110}{110}} = 1 \\ Y_{T1} [p.u.] &= -j \frac{1}{0,1} = -j10 p.u. \\ Y_{12}' &= -j10 p.u. \\ Y_{01}' &= 0 \quad Y_{02}' = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{T2:} \quad a_2 &= \frac{\frac{209}{110}}{\frac{110}{110}} = 0,95 \\ Y_{T1} [p.u.] &= -j \frac{1}{0,12} = -j8,333 p.u. \\ Y_{12}'' &= \frac{-j8,333}{a_2} = -j8,772 p.u. \\ Y_{01}'' &= \frac{Y_{T2}}{a_2} \left( \frac{1}{a_2} - 1 \right) = \frac{-j8,33}{0,95} \left( \frac{1}{0,95} - 1 \right) = -j0,462 p.u. \\ Y_{02}'' &= Y_{T2} \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right) = -j8,33 \left( 1 - \frac{1}{0,95} \right) = j0,439 p.u. \end{aligned}$$

$$\bar{Y} = \begin{vmatrix} -j19,234 & j18,772 \\ j18,772 & -j18,333 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{vmatrix} = |\bar{Y}| \cdot \begin{vmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{U}_1[p.u.] = \frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_n} = \frac{220}{220} = 1 \text{ p.u.}$$

$$\vec{I}_2[p.u.] = 0$$

$$\vec{I}_1 \text{ p.u.} = -j19,234 \cdot \vec{U}_1 + j18,772 \cdot \vec{U}_2$$

$$0 = j18,772 \cdot \vec{U}_1 - j18,333 \cdot \vec{U}_2$$

$$\vec{U}_1 = 1 + j0 \text{ p.u.}$$

$$\vec{U}_2 = \frac{j18,772}{j18,333} = 1,0239 \text{ p.u.}$$

$$\vec{U}_2[p.u.] = \frac{\vec{U}_2}{\vec{U}_{2n}} \Rightarrow U_2 = 110 \cdot 1,0239 = 112,63 \text{ kV}$$

$$\vec{I}_1 = -j19,234 + j18,772 \cdot 1,0239 = -j0,01335 \text{ p.u.}$$

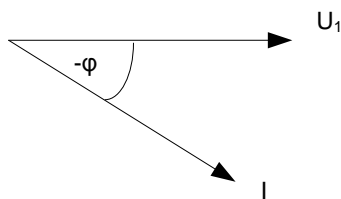
$$\vec{I}_1^*[p.u.] = j0,01335 \text{ p.u.}$$

$$\vec{S}_1[p.u.] = \vec{U}_1 \cdot \vec{I}_1^* = 1 \cdot j0,01335 = j0,01335 \text{ p.u.}$$

$$\vec{S}_1 = \vec{S}_1[p.u.] \cdot S_B = j1,335 \text{ Mvar}$$

#### NAPOMENA:

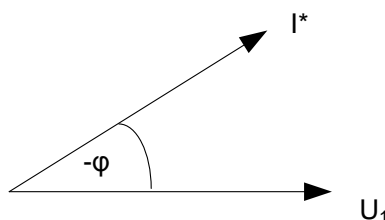
$\vec{S} = \vec{U} \cdot \vec{I}^*[p.u.]$  zbog dogovora da je  $U$  u referentnoj osi i da  $P+jQ$  označava induktivni karakter snage (pri čemu su  $P$  i  $Q$  veći od 0)



- ovo je karakteristika induktivnog potrošača (da bi snaga bila pozitivna treba uzeti struju konjugirano kompleksnu)

$$\vec{S} = \vec{U}\vec{I} = S \angle -\varphi$$

(ovo nije naš dogovor)



$$\vec{S} = S \angle +\varphi$$

$$\vec{S} = \vec{U}\vec{I}^*$$

(ovo je naš dogovor)

7. U transformatorskoj stanici nalaze se dva transformatora sa sljedećim podacima:

T1  $S_n = 150 \text{ MVA}$   
 $u_k = 10\%$   
 $220/110$

T2  $S_n = 150 \text{ MVA}$   
 $u_k = 10\%$

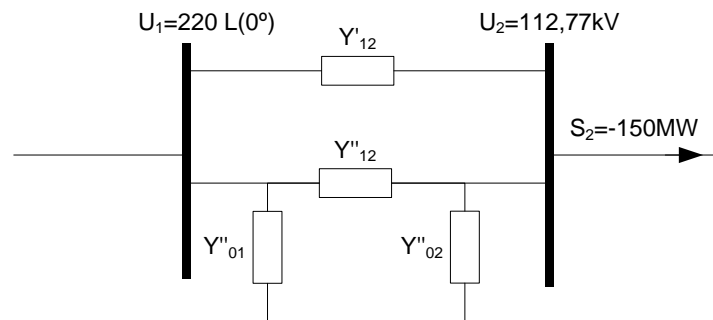
Koliki prijenosni odnos mora imati 2. transformator da bi napon na sekundaru bio 112,77 kV, uz zadanu snagu  $S_2 = -150 \text{ MW}$  i nazivni napon na primaru?

**RJEŠENJE:**

$$U_1 = 220 \text{ kV}$$

$$S_2 = -150 \text{ MW}$$

$$a = ?$$



$$S_B = 150 \text{ MVA}$$

$$Y_T = -j10 \text{ p.u.}$$

$$Y_{12}' = -j10 \text{ p.u.}$$

$$Y_{12}'' = -\frac{j10}{a_2}$$

$$Y_{01}'' = \frac{Y_T}{a_2} \left( \frac{1}{a_2} - 1 \right)$$

$$Y_{02}'' = Y_T \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right)$$

$$\left| \frac{I_1}{I_2} \right| = \left| \vec{Y} \right| \left| \frac{U_1}{U_2} \right|$$

$$\left| \vec{Y} \right| = \left| \begin{array}{cc} Y_T + \frac{Y_T}{a_2} + \frac{Y_T}{a_2} \left( \frac{1}{a_2} - 1 \right) & -Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) \\ -Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) & Y_T + \frac{Y_T}{a_2} + Y_T \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right) \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2^2} \right) & -Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) \\ -Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) & 2Y_T \end{array} \right|$$

$$\vec{I}_1 = Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2^2} \right) \vec{U}_1 - Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) \vec{U}_2$$

$$\vec{I}_2 = -Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) \vec{U}_1 + 2Y_T \vec{U}_2$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{S}_2^*}{\vec{U}_2^*}$$

$$\frac{\vec{S}_2^*}{\vec{U}_2^*} = -Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) \vec{U}_1 + 2Y_T \vec{U}_2 \quad / \cdot U_2^*$$

$$\vec{S}_2^* = -Y_T \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) \vec{U}_1 \vec{U}_2^* + 2Y_T |\vec{U}_2|^2$$

$$\vec{U}_2^* \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) = \frac{2Y_T |\vec{U}_2|^2}{Y_T \vec{U}_1} - \frac{\vec{S}_2^*}{Y_T \vec{U}_1} = \frac{2|\vec{U}_2|^2}{\vec{U}_1} - \frac{\vec{S}_2^*}{Y_T \vec{U}_1}$$

$$\vec{S}_2[p.u.] = -1p.u. \quad \vec{U}_1[p.u.] = 1 + j0 \quad Y_T[p.u.] = -j10p.u.$$

$$|\vec{U}_2|[p.u.] = \frac{112,77}{110} = 1,02518p.u.$$

$$\frac{2 \cdot 1,02518^2}{1} - \frac{-1}{-j10 \cdot 1} = 2,102 + j0,1p.u. = 2,104 \angle 2,724^\circ$$

$$\vec{U}_2^* \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) = |\vec{U}_2| \left( 1 + \frac{1}{a_2} \right) \angle -\varphi = 2,104 \angle 2,724^\circ$$

$$\varphi = -2,724^\circ$$

$$1 + \frac{1}{a_2} = \frac{2,104}{1,02518} = 2,0523$$

$$a_2 = \frac{1}{1,0523} = 0,95$$