Adaptivno upravljanje s referentnim modelom i signalnom adaptacijom

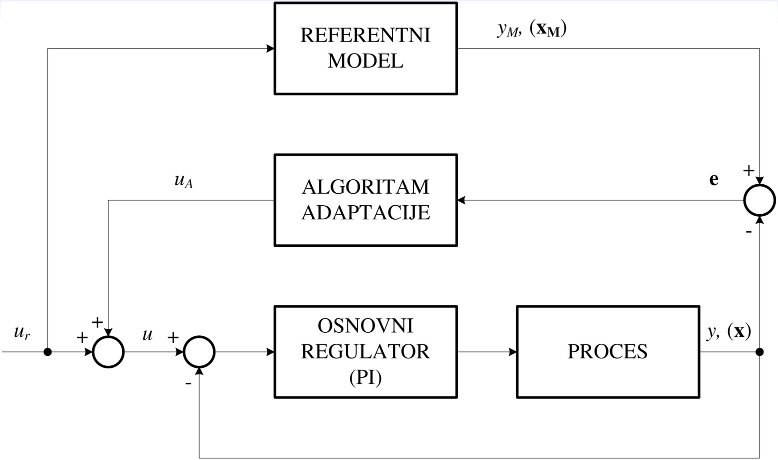
Toni Bjažić

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva

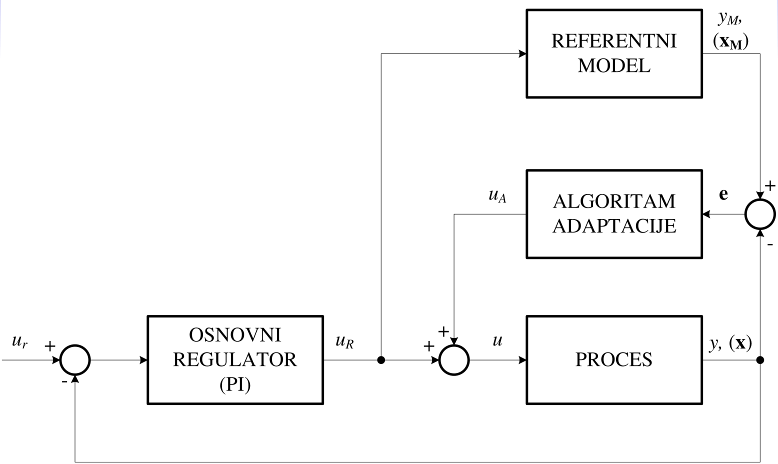
12. ožujka 2009.

Sadržaj izlaganja

Struktura algoritma



Sl. 1. Adaptivni sustav s referentnim modelom i algoritmom signalne adaptacije u vanjskoj petlji.



Sl. 2. Adaptivni sustav s referentnim modelom i algoritmom signalne adaptacije u unutrašnjoj petlji.

Algoritam signalne adaptacije s referentnim modelom

Linearni vremenski nepromjenjivi sustavi s jednim ulazom i jednim izlazom (SISO) mogu se prikazati jednadžbama u prostoru stanja:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \tag{1}$$

gdje su:

- $\mathbf{A}$ – matrica sustava $(n \times n)$,
- $\mathbf{b}$ – ulazni vektor sustava $(n \times 1)$,
- $\mathbf{x}$ – vektor varijabli stanja sustava $(n \times 1)$,
- u – upravljački signal sustava (1×1).

Referentni model opisan je jednadžbama:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{M}}(t) = \mathbf{A}_{\mathbf{M}}\mathbf{x}_{\mathbf{M}}(t) + \mathbf{b}_{\mathbf{M}} u_x(t), \tag{2}$$

gdje su:

- $\mathbf{A}_{\mathbf{M}}$ – matrica referentnog modela $(n \times n)$,
- $\mathbf{b}_{\mathbf{M}}$ – ulazni vektor referentnog modela $(n \times 1)$,
- $\mathbf{x}_{\mathbf{M}}$ – vektor varijabli stanja referentnog modela $(n \times 1)$,
- u_x – referentni signal u_r ili u_R (1×1), ovisno o strukturi adaptacije.

Vektor pogreške slijeđenja dan je izrazom:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x_M}(t) - \mathbf{x}(t)\,. \tag{3}$$

Iz opisa sustava i referentnog modela u prostoru stanja (1) i (2) može se dobiti izraz za derivaciju pogreške:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{x}}_\mathbf{M}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A_M}\mathbf{e}(t) + \sigma(t) - \mathbf{b}u_A(t)\,, \tag{4}$$

gdje je:

$$\sigma(t) = (\mathbf{A_M} - \mathbf{A})\,\mathbf{x}(t) + (\mathbf{b_M} - \mathbf{b})\,u_x(t)\,. \tag{5}$$

Vektor σ određen je varijacijama parametara sustava (procesa) od referentnog modela.

Stabilnost adaptivnog regulatora može se pokazati pomoću kriterija stabilnosti Lyapunova. Prikladna Lyapunovljeva pozitivno određena funkcija neka je kvadratnog oblika:

$$V = \frac{1}{2}\mathbf{e}^T\mathbf{P}\mathbf{e}, \tag{6}$$

gdje je $\mathbf{P}$ pozitivno određena matrica dana sa:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} = -\mathbf{Q}, \tag{7}$$

gdje je $\mathbf{Q}$ proizvoljna pozitivno određena matrica. Derivacija funkcije Lyapunova (6) određena je sa:

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{e}}^T\mathbf{P}\mathbf{e} + \mathbf{e}^T\mathbf{P}\dot{\mathbf{e}}. \tag{8}$$

Uvrštavanjem (4) u (8), slijedi:

$$\dot{V} = -\mathbf{e}^T\mathbf{Q}\mathbf{e} + 2\mathbf{e}^T\mathbf{P}\sigma - 2\mathbf{e}^T\mathbf{P}\mathbf{b}u_A, \tag{9}$$

gdje je u_A signal adaptacije.
Derivacija funkcije Lyapunova (9) bit će negativno određena za slijedeći oblik signala adaptacije:

$$u_A(t) = h \cdot \mathrm{sign}(\nu(t)), \tag{10}$$

$$\nu(t) = \mathbf{d}^T\mathbf{e}(t), \quad \mathbf{d}^T = \mathbf{b}^T\mathbf{P}, \tag{11}$$

gdje su:

- ν – poopćena pogreška,
- h – koeficijent adaptacije,
- $\mathbf{d}^T$ – težinski vektor koeficijenata pogreške.

Algoritam adaptacije s funkcijom predznaka (10) generira trajne oscilacije visoke frekvencije u signalu adaptacije u_A, što nije pogodno u sustavima automatskog upravljanja. Zbog toga se umjesto funkcije preznaka u algoritmu može koristiti funkcija zasićenja:

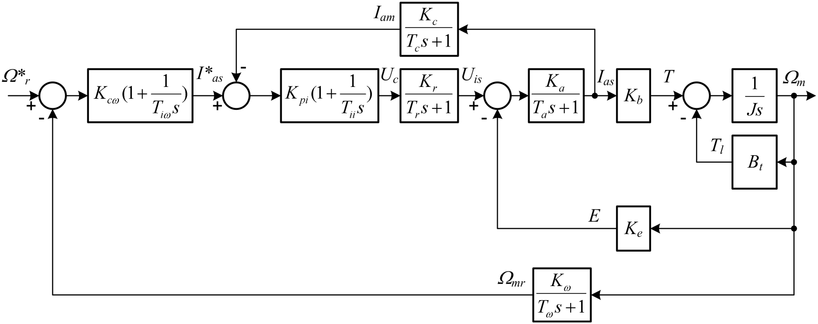
$$u_A(t) = \mathrm{sat}(\nu(t), h) = \begin{cases} h, & \text{za } \nu(t) > \nu_s \\ K_\nu \nu(t), & \text{za } |\nu(t)| \leqslant \nu_s \\ -h, & \text{za } \nu(t) < -\nu_s \end{cases}, \qquad (12)$$

gdje su:

- h – iznos zasićenja algoritma,
- K_ν – koeficijent pojačanja poopćene pogreške,
- ν_s – područje linearnosti funkcije zasićenja.

Koeficijenti matrice $\mathbf{P}$, a time i $\mathbf{d}^T$ mogu se odrediti iz (7), uz dane koeficijente matrice $\mathbf{Q}$ (obično se uzima $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$, $\mathbf{I}$ je jedinična matrica). Međutim, tako određeni težinski koeficijenti ne daju najbolju adaptaciju, tj. najmanju vrijednost pogreške u prijelaznoj pojavi pa stoga ti težinski koeficijenti nisu optimalni. Zbog toga se oni određuju optimiranjem uz pomoć programskih paketa kao što je MATLAB, OPTIMIZATION TOOLBOX.

Rezultati primjene adaptivnog regulatora s referentnim modelom



Sl. 3. Blokovska shema kaskadnog sustava regulacije brzine vrtnje BLDC pogona.

Adaptivni regulator izveden je u strukturi prema Sl. 1. Kao varijable stanja odabrane su:

$$G_1(z) = \frac{\dot{\Omega}_{mr}(z)}{\Omega_{mr}(z)} = \frac{z-1}{T_d z}, \tag{13}$$

$$G_2(z) = \frac{\ddot{\Omega}_{mr}(z)}{\Omega_{mr}(z)} = \frac{z^2-2z+1}{T_d^2 z^2}, \tag{14}$$

gdje je $T_d = 50\ \mu$s vrijeme diskretizacije algoritma.
Referentni model je odabran da dobro opisuje ponašanje pogona s nominalnim parametrima:

$$G_M(s) = \frac{\Omega_{Mmr}(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{(1+T_f s)(1+2\zeta T_n s + T_n^2 s^2)}, \tag{15}$$

gdje je Ω_{Mmr} izlaz referentnog modela, a parametri $\zeta = 0.318$ i $T_n = 1.197$ ms su dobiveni optimiranjem.

Težinski koeficijenti pogreške određeni su optimiranjem prema ISE integralnom kriteriju:

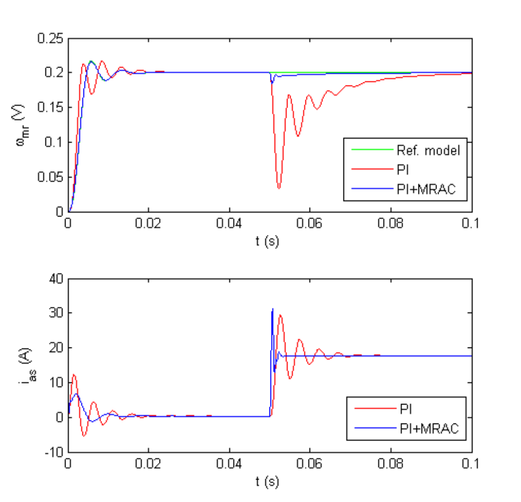
$$I = \int e^2(t)\, dt, \tag{16}$$

gdje je:

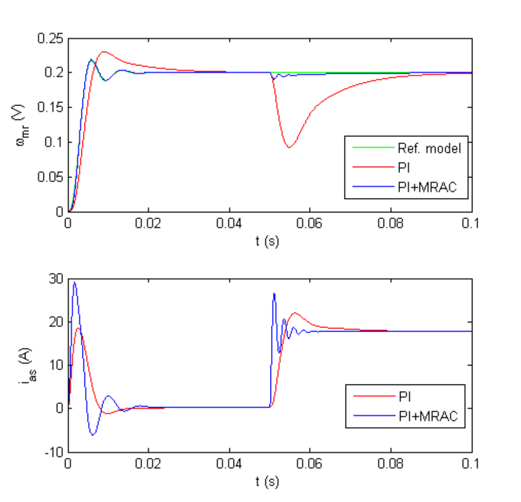
$$e(t) = \omega_{Mmr}(t) - \omega_{mr}(t). \tag{17}$$

Optimiranje je provedeno uz djelovanje referentne veličine $u_r(t) = 0.1\,\mathrm{S}(t)$, iznos zasićenja $h = 0.1$ i koeficijent pojačanja $K_\nu = 1$. Rezultat optimiranja je:

$$\mathbf{d}^T = \begin{bmatrix} 18.018 & 4.429 \cdot 10^{-3} & 1.438 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}. \tag{18}$$



Sl. 4. Odzivi za moment inercije $J = 0.5J_n$.



Sl. 5. Odzivi za moment inercije $J = 2J_n$.

Zaključak

- Algoritam signalne adaptacije generira upravljački signal koji, neovisno o strukturi algoritma, minimizira razliku između željenog vladanja sustava određenog referentnim modelom i odziva samog sustava, tj. forsira sustav da što bolje slijedi referentni model
- Koeficijenti adaptivnog algoritma se projektiraju offline te se ne moraju podešavati za vrijeme rada sustava, odnosno algoritam signalne adaptacije ne zahtijeva učenje