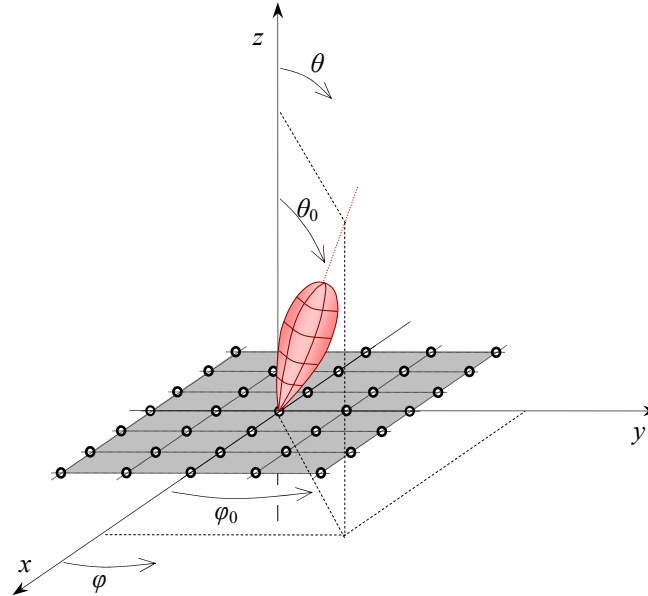


1. (6 bodova) Površinski niz izotropnih radijatora leži u x - y ravnini, kao na slici. Glavni nizovi tog niza su linearni nizovi: x -niz od 7 elemenata na razmaku $d_x = 3\lambda/4$ i y -niz od 5 elemenata na razmaku $d_y = 2\lambda/3$. Ako su fazni kutevi pobude x -niza i y -niza redom $\alpha_x = \pi/4$, $\alpha_y = -\pi/6$, odrediti u kojim sve smjerovima ovaj niz zrači maksimalno polje. Odrediti usmjerenost tog niza.
(Napomena: dijagram zračenja, kao i raspored i broj elemenata u nizu samo su ilustrativnog karaktera)



Rješenje:

Glavna latica niza postoji u onom smjeru u kojem vrijedi da nema faznog kašnjenja ni za x -niz ni za y -niz.

$$\delta_x = \beta d_x \sin \theta \cos \varphi_0 + \alpha_x = 0,$$

$$\delta_y = \beta d_y \sin \theta \sin \varphi_0 + \alpha_y = 0,$$

iz čega se mogu dobiti jednačbe za θ_0 i φ_0 :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\alpha_y d_x}{\alpha_x d_y},$$

$$\sin^2 \theta_0 = \left(\frac{\alpha_x}{\beta d_x} \right)^2 + \left(\frac{\alpha_y}{\beta d_y} \right)^2.$$

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobiva se

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{-\frac{\pi}{4} \frac{3\lambda}{4}}{\frac{\pi}{2\lambda} \frac{2\lambda}{3}} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \varphi_0 = -36.87^\circ, 143.13^\circ,$$

$$\sin^2 \theta_0 = \left(\frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{2\pi}{\lambda} \frac{3\lambda}{4}} \right)^2 + \left(\frac{-\frac{\pi}{6}}{\frac{2\pi}{\lambda} \frac{2\lambda}{3}} \right)^2 = \frac{25}{576} \Rightarrow \sin \theta_0 = \frac{5}{24} \Rightarrow \theta_0 = 12.02^\circ, 167.98^\circ.$$

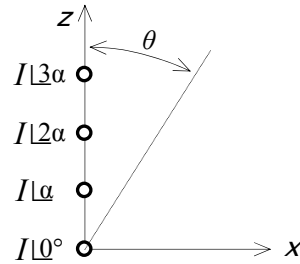
Rješenje $\varphi_0 = -36.87^\circ$ nije ispravno, zato što su u njemu predznaci od $\sin \varphi_0$ i $\cos \varphi_0$ krivi. Može se vidjeti iz početnih dviju jednačbi da se za tu vrijednost φ_0 neće dobiti $\delta_x = \delta_y = 0$. Budući da je $\sin \theta$ uvijek pozitivan jer je θ u rasponu $[0, 180^\circ]$, uz $\alpha_x > 0$ mora vrijediti $\cos \varphi_0 < 0$, iz čega slijedi $\varphi_0 \in \langle 90^\circ, 270^\circ \rangle$. Isto se dobiva i iz druge jednačbe. Dakle, ovaj niz zrači glavnu laticu u dva smjera, simetrično s obzirom na x - y ravninu, u smjerovima $(\theta_0, \varphi_0) = (12.02^\circ, 143.13^\circ), (167.98^\circ, 143.13^\circ)$.

Usmjerenost niza dobiva se preko izraza

$$D = \frac{1}{2} \pi D_x D_y \cos \theta_0 = \frac{1}{2} \pi \frac{7 \cdot 3\lambda/4}{\lambda/2} \frac{5 \cdot 2\lambda/3}{\lambda/2} \cos(12.02^\circ) = 107.54,$$

odnosno u decibelima $d = 20.31 \text{ dB}$. Faktor $1/2$ u izrazu postoji zato što niz zrači u oba poluprostora.

2. (9 bodova) Antenski sustav od četiri horizontalno polarizirana poluvalna dipola na razmaku $3\lambda/5$ kao na slici projektiran je kao poprečni niz. Izračunati dijagram zračenja u H-ravnini: odrediti smjer maksimuma glavne laticе, smjerove nultočaka i maksimuma sekundarnih latica. Skicirati dijagram zračenja u čitavoj x - z ravnini i izračunati potiskivanje sekundarnih latica. Koliko se mora promijeniti fazni kut pobude α da bi glavna latica niza bila uperena u smjeru $\theta = 45^\circ$? Postoje li tada u dijagramu zračenja niza neželjene glavne laticе (engl. grating lobes)?



Rješenje:

Prvi korak u rješenju zadatka jest odrediti fazni kut pobude α . Iz uvjeta da je niz poprečan, tj. da daje maksimum zračenja u smjeru $\theta = 90^\circ$, dobiva se

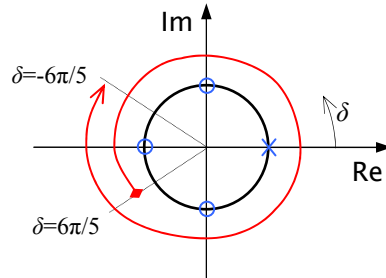
$$0 = \delta = \beta d \cos \theta + \alpha = \beta d \cos 90^\circ + \alpha = \alpha,$$

dakle $\alpha = 0^\circ$. Uz poznati kut α možemo promotriti hod kuta δ pri promjeni kuta θ od 0° do 180° :

$$\delta|_{\theta=0} = \beta d \cos \theta + \alpha = \beta d = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{3\lambda}{5} = \frac{6\pi}{5},$$

$$\delta|_{\theta=\pi} = -\beta d = -\frac{6\pi}{5}.$$

Hod kuta δ prikazan na Schelkunoffovoj kružnici izgleda kao na slici. Budući da niz ima 4 elementa, smjerovi nultočaka i glavnog maksimuma dobivaju se kao rješenja jednadžbe $w^4 - 1 = 0$.



Vrijednosti kuta δ za koje se dobivaju nultočke i maksimumi glavnih i sekundarnih latica očitavaju se izravno s ove kružnice. Dobiva se:

$$\delta_{s1} = \frac{6\pi}{5} \Rightarrow \theta_{s1} = 0^\circ \text{ (početna točka, maksimum sekundarne laticе)}$$

$$\delta_{n1} = \pi \Rightarrow \pi = \frac{6\pi}{5} \cos \theta_{n1} \Rightarrow \cos \theta_{n1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \theta_{n1} = 33.55^\circ \text{ (prva nultočka)}$$

$$\delta_{s2} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \theta_{s2} = 51.32^\circ$$

$$\delta_{n2} = \pi \Rightarrow \theta_{n2} = 65.38^\circ$$

$$\delta_0 = 0 \Rightarrow \theta_0 = 90^\circ \text{ (maksimum glavne laticе – zadan u tekstu zadatka)}$$

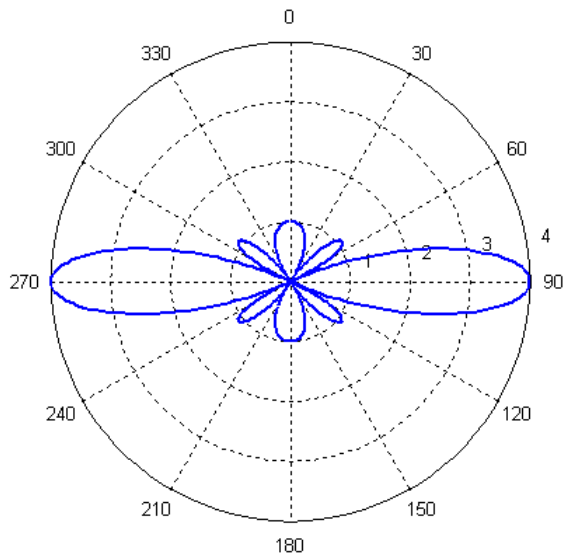
$$\delta_{n3} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_{n3} = 114.62^\circ$$

$$\delta_{s3} = -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow \theta_{s3} = 128.68^\circ$$

$$\delta_{n4} = -\pi \Rightarrow \theta_{n4} = 146.44^\circ$$

$$\delta_{s4} = -\frac{6\pi}{5} \Rightarrow \theta_{s4} = 180^\circ \text{ (završna točka, maksimum sekundarne laticе)}$$

Dijagram zračenja izgleda kao na slici.



Potiskivanje sekundarnih latica računa se formulom

$$s = (n+1) \sin \left(\frac{3\pi}{2(n+1)} \right)$$

što daje $s = 3.69$ ili u decibelima $s = 11.35 \text{ dB}$.

Da bi glavna latica bila u smjeru $\theta = 45^\circ$, postavljamo uvjet $\delta|_{\theta=45} = 0$. Dobiva se jednačba

$$0 = \frac{6\pi}{5} \cos 45^\circ + \alpha,$$

iz čega slijedi $\alpha = -\frac{3\sqrt{2}}{5} \approx -0.84\pi$.

Da bi provjerili postoje li u novom dijagramu zračenja neželjene glavne latice, treba pogledati hod kuta δ uz novi kut pobude α i provjeriti prelazi li on jednom ili dvaput preko realne osi na Schelkunoffovoj kružnici. Vrijedi:

$$\delta|_{\theta=0} = \beta d + \alpha = \frac{6\pi}{5} - 0.84\pi = 0.36\pi,$$

$$\delta|_{\theta=\pi} = -\beta d + \alpha = -\frac{6\pi}{5} - 0.84\pi = -2.04\pi < -2\pi.$$

Dakle, uz promjenu kuta θ od 0° do 180° , kut δ ide od 0.36π do -2.04π , te prelazi preko realne osi dva puta, za $\delta = 0$ i za $\delta = -2\pi$, što znači da će u dijagramu zračenja postojati, osim glavne, i jedna neželjena glavna latica (grating lobe).