

# Regulator s promjenjivom strukturom

*Regulator s kliznim režimom*

[http://www.fer.hr/predmet/aru\\_a](http://www.fer.hr/predmet/aru_a)

Izv. prof. dr. sc. Željko Ban

e-mail: [zeljko.ban@fer.hr](mailto:zeljko.ban@fer.hr)

Adaptivno i robusno upravljanje

1



## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom



- **Djelovanje**
  - **struktura regulatora se mijenja**
    - koeficijenti pojačanja referentnog signala mijenjaju se ovisno o stanju sustava
  - **faze djelovanja**
    - dovođenje sustava na kliznu plohu
    - klizanje duž klizne plohe prema stabilnoj točki
  - **stabilna točka**
    - ishodište fazne ravnine sustava
      - pogreška i njena derivacija jednake nuli
- **Izvedba**
  - **s referentnim modelom**
    - ponašanje sustava određeno referentnim modelom
    - primjena kliznih režima na pogrešku između podesivog sustava i referentnog modela
    - klizna ravnina određuje brzinu adaptacije
  - **bez referentnog modela**
    - ponašanje sustava određeno kliznom ravinom
    - klizni režim se primjenjuje na signal razlike
      - (referentnog signala i izlaznog signala podesivog sustava)

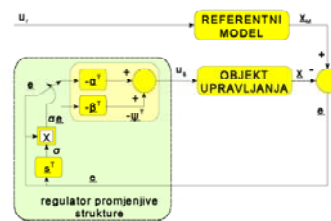
Adaptivno i robusno upravljanje

2

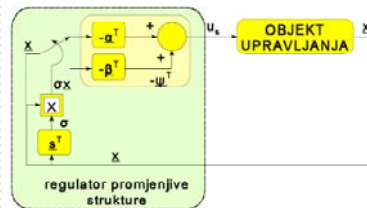


## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom

- Adaptivni regulator s referentnim modelom i promjenjivom strukturom
  - u regulator se uvodi vektor pogreške između referentnog modela i podesivog sustava (*objekta upravljanja*)
  - regulator generira upravljački signal  $u_s$
  - stacionarno stanje
    - pogreška i njena derivacija jednake nuli



- Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom – bez referentnog modela
  - Objekt upravljanja kao prvu varijablu stanja ima razliku referentnog signala i izlaznog signala
  - regulator generira upravljački signal  $u_s$
  - stacionarno stanje
    - prva varijabla stanja i njena derivacija jednake nuli



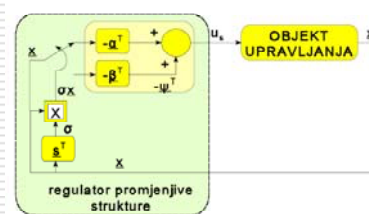
Adaptivno i robustno upravljanje

3



## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom

- Daljnja razmatranja na običnom nelinearnom sustavu
  - za sustav s referentnim modelom isto uz varijable stanja utemeljene na pogrešci sustava prema referentnom modelu



$$u_s = -\Psi^T \underline{x},$$

$$\Psi = [\psi_i], \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$\psi_i = \begin{cases} \alpha_i, & \text{za } \sigma x_i > 0 \\ \beta_i, & \text{za } \sigma x_i < 0 \end{cases}$$

$n$  - red sustava,  
 $\sigma$  - klizna hiperravnina

$$\sigma = \underline{s}^T \underline{x}$$

$\underline{s}$  - redni vektor konstanti koji određuje ponašanje sustava u kliznom režimu

linija prekapčanja  $\sigma=0$  je klizni režim

Uvjet postojanja kliznog režima

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \dot{\sigma} \leq 0$$

Adaptivno i robustno upravljanje

4



## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom

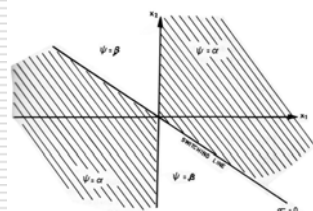


### □ Klizni režim

- prekapčanje na liniji  $\sigma=0$
- upravljački signal ovisan o umnošku  $\sigma\dot{\sigma}$ .

### □ Rad regulatora

- dovođenje na klizni pravac
- klizanje duž kliznog pravca



$$u_s = -\Psi^T \underline{x},$$

$$\Psi = [\psi_i], \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$\psi_i = \begin{cases} \alpha_i, & \text{za } \sigma x_i > 0 \\ \beta_i, & \text{za } \sigma x_i < 0 \end{cases},$$

$n$  - red sustava,

$\sigma$  - klizna hiperravnina

$$\sigma = \underline{s}^T \underline{x}$$

$\underline{s}$  - redni vektor konstanti koji određuje ponašanje sustava u kliznom režimu

linija prekapčanja  $\sigma=0$  je klizni režim

Uvjet postojanja kliznog režima

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \dot{\sigma} \leq 0$$



## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom za sustave s jednim ulazom



Zamislamo sustav sa  $m$  ulaza:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

gdje su:

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  ... vektor varijabli stanja,
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ... matrica sustava,
- $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  ... ulazna matrica,
- $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  ... vektor ulaza,
- $\mathbf{f} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^n$  ... omeđena i nepoznata funkcija stanja sustava i
- $t$  ... vrijeme.



## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom za sustave s jednim ulazom



- Funkcija prekapčanja - linearna funkcija definirana sa:

$$s(\mathbf{x}) = \mathbf{S}\mathbf{x},$$

gdje je:  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}$

- Klizna ploha:

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : s(\mathbf{x}) = 0\}.$$

- Sustav je u kliznom režimu ako postoji konačno vrijeme  $t_k$  takvo da rješenje jednadžbe  $\mathbf{x}(t)$  zadovoljava

$$s(t) = 0 \quad \text{za sve } t \geq t_k.$$



## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom za sustave s jednim ulazom



- Upravljački algoritam se projektira u dva koraka:
  - odabir funkcije prekapčanja - mora osigurati stabilnu i željenu dinamiku u kliznom režimu
  - sinteza upravljačkog zakona - mora faznu trajektoriju dovesti na kliznu plohu i tamo je zadržati
- Upravljačka veličina obično se sastoji od linearnog i nelinearnog dijela (diskontinuiran, funkcija signum)
- Uvjeti na funkciju prekapčanja i upravljački zakon:
  - uvjet postojanja kliznog režima
  - uvjet dohvaćanja klizne plohe
  - uvjet stabilnosti



## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom za sustave s jednim ulazom



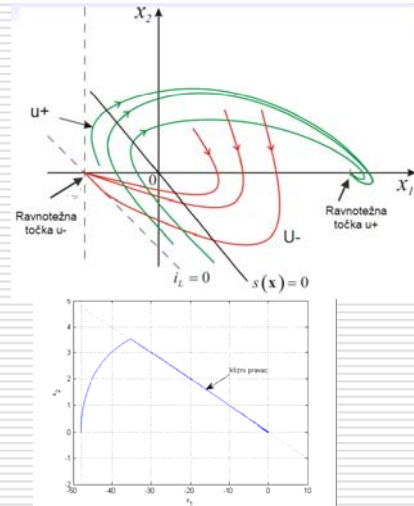
- uvjet postojanja kliznog režima:
  - trajektorije stanja u proizvoljno maloj okolini klizne plohe moraju biti usmjerene ka kliznoj plohi
  - upravljački signal mora osigurati da tamo ostanu

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad s\dot{s} < 0$$

- uvjet dohvaćanja klizne plohe:
  - trajektorije stanja moraju sjeći kliznu plohu neovisno o početnoj točki sustava
    - to osigurava linearni dio upravljačkog signala

- Uvjet stabilnosti
  - funkciju prekapčanja treba tako dizajnirati da je
    - sustav u kliznom režimu stabilan, tj. da trajektorija stanja sustava u kliznom režimu teži prema stabilnoj ravnotežnoj točki



Adaptivno i robustno upravljanje

9



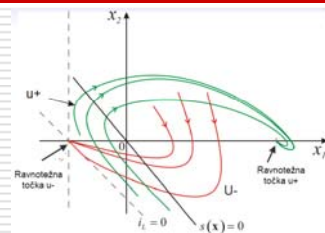
## Adaptivni regulator s promjenjivom strukturom za sustave s jednim ulazom



$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad s\dot{s} < 0$$

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{za } s(\mathbf{x}) > 0 \\ u^- & \text{za } s(\mathbf{x}) < 0 \end{cases}$$



Najčešći oblik funkcije prekapčanja (klizne plohe)  
linearna kombinacija varijabli stanja

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} m_i x_i + x_n$$

Uvjet stabilnosti (uz pretpostavku linearnog i vremenski nepromjenjivog sustava)

$$m_i > 0$$

Adaptivno i robustno upravljanje

10



## Ekvivalentno upravljanje

### □ Dinamika sustava u kliznom režimu

- određena kliznom plohom
- vektor stanja teži nuli

Pretpostavimo da je u sustavu funkcija neodređenosti  $f(x, u, t)$  identički jednaka nuli, tj.:

$$\dot{x} = Ax + Bu.$$

Nadalje, neka u trenutku  $t_k$  varijable stanja leže na kliznoj plohi  $S$  definiranoj s

$$Sx(t) = 0 \quad \text{ i } \quad \dot{s}(t) = S\dot{x}(t) = 0$$

za svaki  $t \geq t_k$ . Uvrštenjem  $\dot{x}(t)$  dobiva se:

$$S\dot{x}(t) = SAx(t) + SBu(t) = 0 \quad \text{ za svaki } t \geq t_k.$$



## Ekvivalentno upravljanje

- Rješenjem izraza  $S \, dx/dt = 0$  po  $u$  dobije se upravljački signal poznat kao ekvivalentna upravljačka veličina

$$u_{eq}(t) = - (SB)^{-1} SAx(t)$$

- Ekvivalentna upravljačka veličina
  - srednja vrijednost upravljačkog signala
- Uvrštenje u jednadžbu stanja

$$\dot{x}(t) = \left( I_n - B(SB)^{-1}S \right) Ax(t)$$

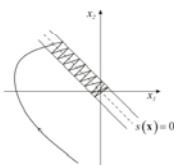
- $I_n$  – jedinična matrica reda  $n$
- Sustav reduciranog reda
  - $m$  jednadžbi vezano uvjetom  $Sx=0$
  - mogu se prikazati kao linearna kombinacija ostalih  $n-m$  varijabli



## Preslušavanje u sustavu s kliznim režimom

### Pojava "Chatteringa"

- do sada je bilo riječi o idealnom kliznom režimu koji pretpostavlja beskonačnu frekvenciju prekapčanja
- u praksi frekvencija prekapčanja je limitirana - dolazi do chatteringa
- chattering - visokofrekventne oscilacije fazne trajektorije u uskom području oko klizne plohe
- chattering se uklanja zamjenom funkcije signum funkcijom zasićenja ili sigmoidalnom funkcijom



Adaptivno i robustno upravljanje

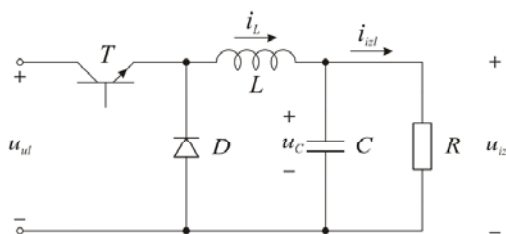
13



## Primjer DC/DC pretvarač

### Primjer: DC/DC pretvarač

DC/DC pretvarači su pogodni za primjenu regulatora s kliznim režimom jer je prekapčanje inherentno svojstvo njihovog rada (sadrže sklopke).



Slika 3: Shema silaznog DC/DC pretvarača.

Adaptivno i robustno upravljanje

14



## Model silaznog pretvarača



Kao varijable stanja odabiru se pogreška izlaznog napona ( $x_1 = u_{izl} - U_{ref}$ ) i njena derivacija.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{U_{ul}}{LC} \end{bmatrix}}_B u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{U_{ref}}{LC} \end{bmatrix}}_D$$

gdje je:

- $U_{ref}$  - referentni iznos izlaznog napona pretvarača i
- $u \in \{0, 1\}$  - upravljački signal ( $u = 0$  tranzistor ne vodi,  $u = 1$  tranzistor vodi).



## Funkcija prekapčanja i uvjet stabilnosti



Funkcija prekapčanja:

$$s(\mathbf{x}) = mx_1 + x_2 = \mathbf{S}\mathbf{x} = 0,$$

gdje je:  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} m & 1 \end{bmatrix}$  Iz (11) dobiva se:

$$x_2 + mx_1 = \dot{x}_1 + mx_1 = 0.$$

Rješavanjem diferencijalne jednadžbe (12) dobiva se:

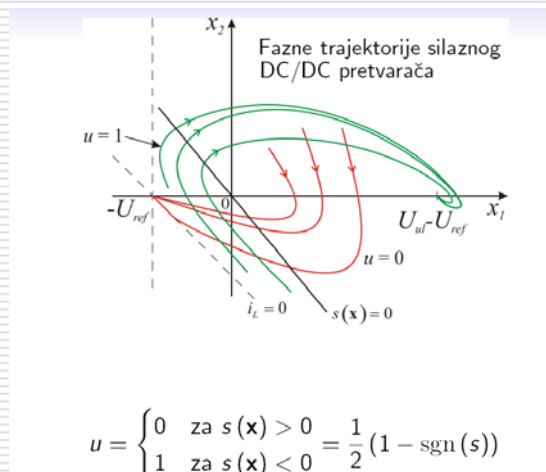
$$x_1(t) = x_1(t_k) e^{-m(t-t_k)},$$

gdje je:  $t_k$  vrijeme ulaska sustava u klizni režim, a  $x_1(t_k)$  iznos pogreške izlaznog napona u  $t_k$ . Iz (13) vidi se da je sustav u kliznom režimu stabilan za svaki  $m > 0$ .





## Upravljački zakon



Adaptivno i robustno upravljanje

17



## Uvjet dohvaćanja i postojanja kliznog režima



Iz slike se vidi da upravljački zakon zadovoljava uvjet dohvaćanja klizne plohe

Sustav opisan izrazom

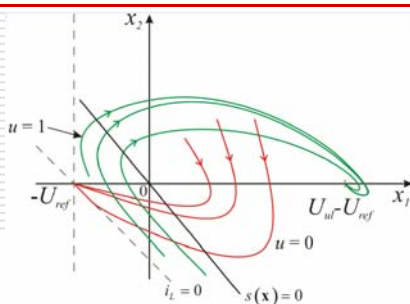
$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{D}$$

Deriviranjem izraza  $s(\mathbf{x})$  dobiva se:

$$\dot{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{S}\dot{\mathbf{x}}$$

Uvrštenjem se dobiva :

$$\dot{s} = \mathbf{SAx} + \mathbf{SBu} + \mathbf{SD}$$



Adaptivno i robustno upravljanje

18



## Uvjet dohvaćanja i postojanja kliznog režima



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{U_{ul}}{LC} \end{bmatrix}}_B u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{U_{ref}}{LC} \end{bmatrix}}_D \quad S = \begin{bmatrix} m & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{s} = SAx + SBu + SD$$

$$s(x) = 0$$

Uvjet postojanja kliznog režima

$$\lambda_1(x) = -\frac{1}{LC}x_1 + \left(m - \frac{1}{RC}\right)x_2 - \frac{U_{ref}}{LC} < 0 \quad \text{za } s(x) > 0$$

$$\lambda_2(x) = -\frac{1}{LC}x_1 + \left(m - \frac{1}{RC}\right)x_2 + \frac{U_{ul}}{LC} - \frac{U_{ref}}{LC} > 0 \quad \text{za } s(x) < 0$$

Adaptivno i robustno upravljanje

19

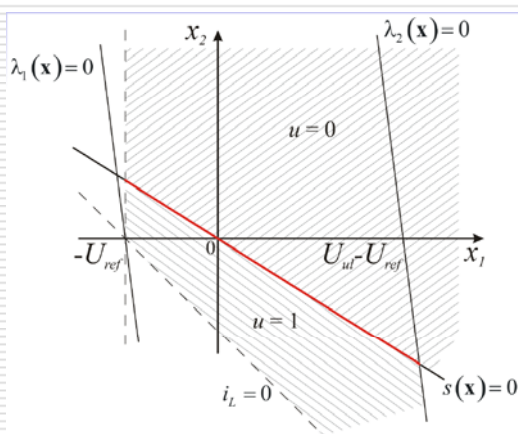


## Uvjet dohvaćanja i postojanja kliznog režima



$$\lambda_1(x) = -\frac{1}{LC}x_1 + \left(m - \frac{1}{RC}\right)x_2 - \frac{U_{ref}}{LC} < 0 \quad \text{za } s(x) > 0$$

$$\lambda_2(x) = -\frac{1}{LC}x_1 + \left(m - \frac{1}{RC}\right)x_2 + \frac{U_{ul}}{LC} - \frac{U_{ref}}{LC} > 0 \quad \text{za } s(x) < 0$$



Područje postojanja kliznog režima za  $m < 1/RC$ .

Adaptivno i robustno upravljanje

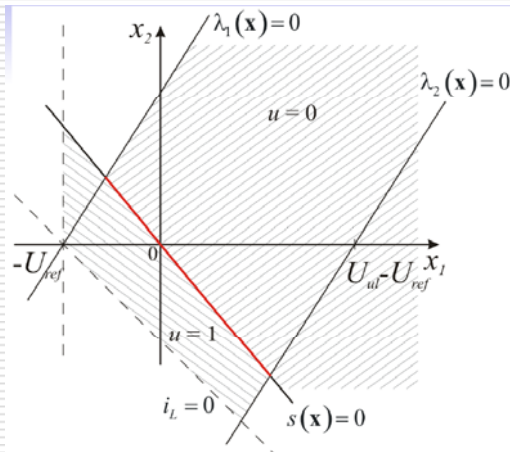
20



## Uvjet dohvaćanja i postojanja kliznog režima



$$\lambda_1(\mathbf{x}) = -\frac{1}{LC}x_1 + \left(m - \frac{1}{RC}\right)x_2 - \frac{U_{ref}}{LC} < 0 \quad \text{za } s(\mathbf{x}) > 0$$
$$\lambda_2(\mathbf{x}) = -\frac{1}{LC}x_1 + \left(m - \frac{1}{RC}\right)x_2 + \frac{U_{ref}}{LC} > 0 \quad \text{za } s(\mathbf{x}) < 0$$



Područje postojanja kliznog režima za  $m > 1/RC$

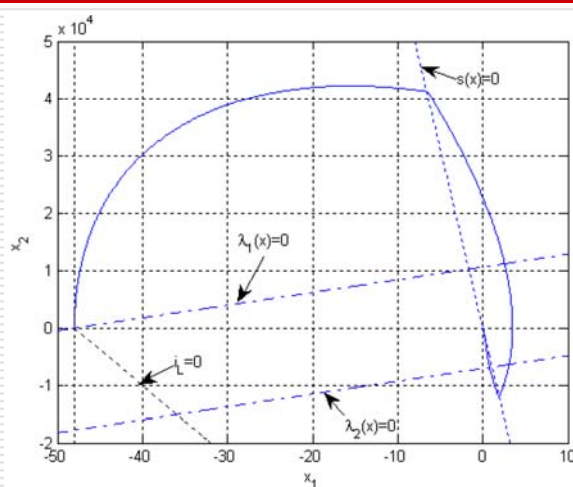
Adaptivno i robustno upravljanje

21



## Fazne trajektorije

pri pokretanju (promjena ref. napona)



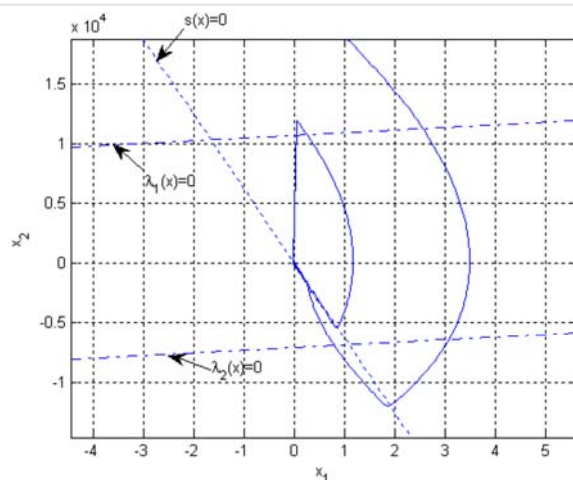
Adaptivno i robustno upravljanje

22



## Fazne trajektorije

pri promjeni izlaznog otpora



Adaptivno i robustno upravljanje

23



## Rezultati simulacije



- ponašanje pri promjeni reference izlaznog napona:  $U_{ref} = 48S(t)$  V
- ponašanje uslijed promjene izlaznog otpora:  
 $R(t) = [46 - 13.8S(t - 0.05) + 13.8S(t - 0.1)] \Omega$
- utjecaj ulaznog napona:  $U_{ul} = 60$  V,  $U_{ul} = 77$  V i  $U_{ul} = 94$  V
- ponašanje s PID regulatorom (podešen za radnu točku određenu otporom iznosa  $R = 46 \Omega$ ) i regulatorom s kliznim režimom ( $m = 2000$ )

$k_R$	$T_I[ms]$	$T_D[ms]$	$T_\nu$
0.25	0.3	2.2	$T_D/5$

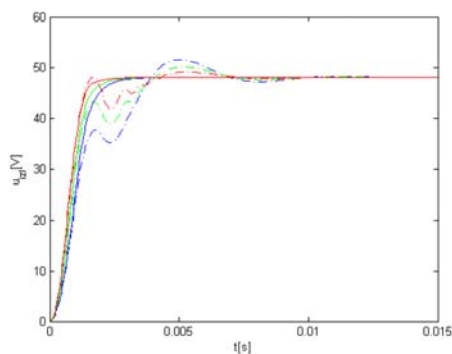
Tablica 1: Parametri PID regulatora

Adaptivno i robustno upravljanje

24



## Rezultati simulacije



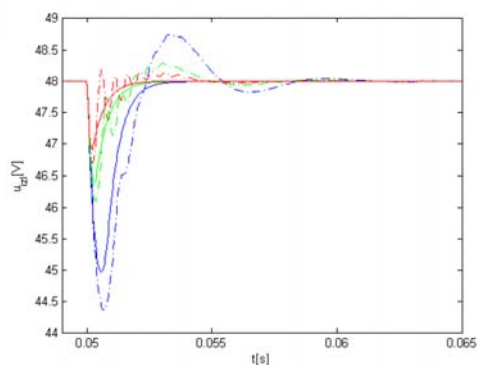
Odziv  $u_{izl}$  silaznog DC/DC pretvarača pri pokretanju pretvarača.  
Odzivi s PID regulatorom (---), regulatorom s KR (—).  $U_{ref} = 60 \text{ V}$ ,  
 $U_{ref} = 77 \text{ V}$ ,  $U_{ref} = 94 \text{ V}$

Adaptivno i robustno upravljanje

25



## Rezultati simulacije



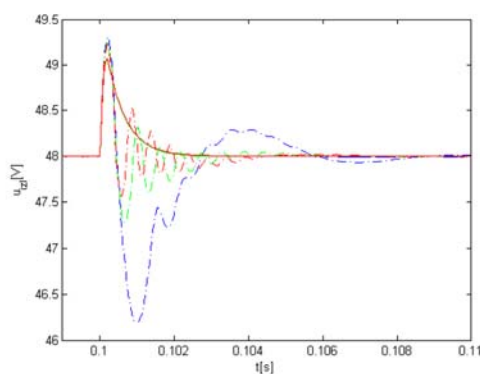
Odziv  $u_{izl}$  silaznog DC/DC pretvarača pri promjeni izlaznog otpora s  $46 \Omega$  na  $32.2 \Omega$ . Odzivi s PID regulatorom (---), regulatorom s KR (—).  $U_{ref} = 60 \text{ V}$ ,  $U_{ref} = 77 \text{ V}$ ,  $U_{ref} = 94 \text{ V}$

Adaptivno i robustno upravljanje

26



## Rezultati simulacije



Odziv  $u_{izl}$  silaznog DC/DC pretvarača pri promjeni izlaznog otpora s  $32.2 \Omega$  na  $46 \Omega$ . Odzivi s PID regulatorom (—), regulatorom s KR (---).  $U_{ul} = 60 \text{ V}$ ,  $U_{ul} = 77 \text{ V}$ ,  $U_{ul} = 94 \text{ V}$

Adaptivno i robusno upravljanje

27



## Karakteristike kliznih režima



- ☐ Klizni režimi spadaju u adaptivne i robusne strukture upravljanja
- ☐ Ulaskom u klizni režim dolazi do redukcije reda sustava
- ☐ Dinamika sustava u kliznom režimu određena je oblikom klizne plohe
- ☐ Sustav u kliznom režimu postaje neosjetljiv na promjene parametara
- ☐ Prijelazna pojava odvija se u dvije faze
  - faza dolaska u klizni režim
  - faza klizanja
- ☐ Nužno je imati informacije o varijablama stanja
  - (mjerenje ili estimacija)
- ☐ Zbog konačne frekvencije prekapčanja u realnim sustavima dolazi do preslušavanja (*chatteringa*)
  - (kvazi klizni režim)

Adaptivno i robusno upravljanje

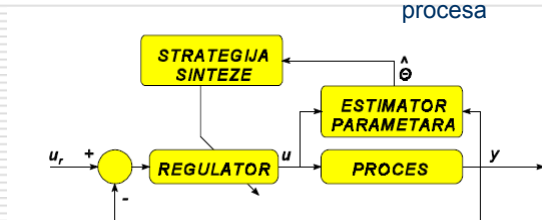
28



## Adaptivno upravljanje na osnovi samopodesivih regulatora



- ☐ Adaptivno upravljanje uključuje
  - identifikaciju parametara procesa u realnom vremenu
    - ☐ proces opisan diskretnim matematičkim modelom
  - određivanje signala upravljanja
    - ☐ prema minimumu kriterija
- ☐ Direktno upravljanje
  - objedinjena funkcija estimacije i računanja parametara regulatora
- ☐ Indirektno upravljanje
  - estimiraju se parametri temeljem  $u$  i  $y$
  - parametri regulatora određuju se iz estimiranih parametara procesa

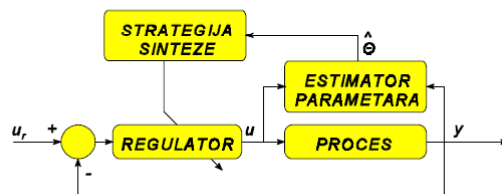




## Adaptivno upravljanje na osnovi samopodesivih regulatora



- Adaptivno upravljanje uključuje
  - identifikaciju parametara procesa u realnom vremenu
    - proces opisan diskretnim matematičkim modelom
  - određivanje signala upravljanja
    - prema minimumu kriterija
- Izvedba
  - Direktno upravljanje
    - objedinjena funkcija estimacije i računanja parametara regulatora
  - Indirektno upravljanje
    - estimiraju se parametri temeljem  $u$  i  $y$
    - parametri regulatora određuju se iz estimiranih parametara procesa
- Samopodesivi regulatori se izvode kao diskretni regulatori
- Potrebna identifikacija diskretnih modela procesa
- Vrste samopodesivih regulatora
  - Regulator prema minimumu varijance
  - LQG regulator
    - Linear Quadratic Gaussian
  - Samopodesivi regulator na bazi postavljanja polova



Adaptivno i robustno upravljanje

31



## Identifikacija sustava



- Identifikacija sustava uključuje
  - Određivanje vrste matematičkog modela procesa
  - Identifikaciju parametara
    - izbor uvjeta eksperimenta za određivanje parametara
    - Odabir strukture modela
    - estimacija parametara
    - validacija modela
- Uvjeti eksperimenta
  - osiguranje ekonomičnosti (*cost effective*)
  - osiguranje jednostavnosti
  - Osiguranje mogućnosti identifikacije parametara
  - pobudni signal mora pobuđivati sve modove sustava

Adaptivno i robustno upravljanje

32





## Test signal



- ☐ Kao test signal često se koristi
  - **Pseudo Random Binary Signal (PRBS)**
    - ☐ Prikladan jer ima slijedeća svojstva
      - samo dva amplitudna nivoa
        - ograničenje iznosa pobude
        - lako se osigurava da sustav ne izađe iz radne točke
      - bogat spektar
  - **Pravokutni signal**
    - ☐ Svojstva
      - jednostavno generiranje signala
      - limitirana amplituda
      - spektar nije bogat kao kod PRBS-a
    - ☐ Podešenje
      - Amplituda dovoljno mala da sustav ne bude u nelinearnom režimu rada
      - Period približno 6 puta veći od dominantne vremenske konstante procesa



## Odabir vrste modela



- ☐ Kod odabira modela mora se uzeti u obzir:
  - **fleksibilnost**
    - ☐ mogućnost opisa različitih dinamika procesa tijekom normalnog rada procesa
      - minimalni broj parametara
      - jednostavnost unosa parametara u model
  - **jednostavnost**
    - ☐ uz ostala ista svojstva odabire se jednostavniji od dvaju modela
  - **Kompleksnost algoritma**
    - ☐ ovisi o broju parametara za identifikaciju i o strukturi modela
  - **svojstva kriterijske funkcije**
    - ☐ globalni minimumi i maksimumi, lokalni ekstremi



## Kriterijska funkcija

$$J(\Theta) = \sum_{k=1}^N g[\varepsilon(k)]$$

- Kriterijska funkcija
  - $\theta$  – vektor parametara
  - $\varepsilon$ - pogreška
    - ulazna pogreška
    - izlazna pogreška
    - pogreška vektora stanja
    - generalizirana pogreška
  - $g$  – kriterijska funkcija
    - za pobudu s Gausovom raspodjelom optimalno je da kriterijska funkcija bude kvadratna



## Estimacija parametara

- Kvaliteta estimacije ovisi o
  - odabranom kriteriju kvalitete
  - metodi estimacije
  - vrsti identifikacije
- Provođenje identifikacije
  - Off line
  - On line
- Robusnost algoritma se povećava
  - filtriranjem podataka prije procesiranja
  - provjerom vjerodostojnosti podataka
    - određivanje limita mjerenih podataka i izbacivanje podataka izvan limita
  - umjesto pogreške može se uzeti pogreška filtrirana PT1 filterom.