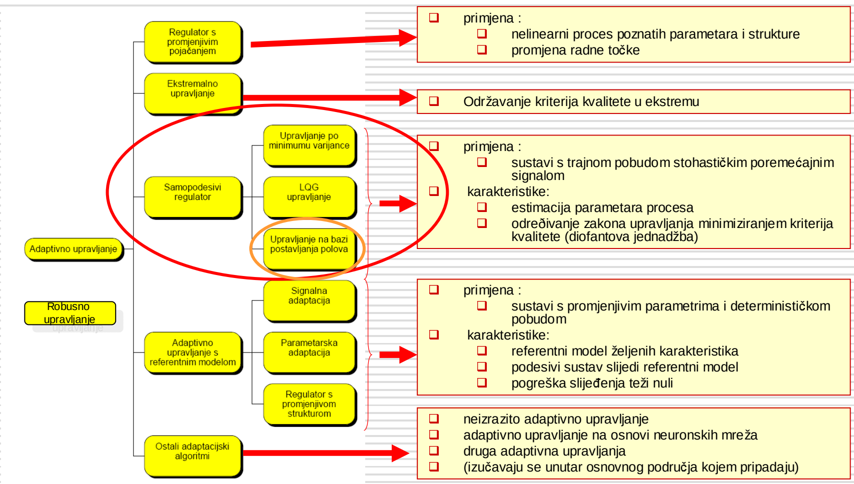
Adaptivno upravljanje

Samopodesivi regulator na bazi postavljanja polova

prof. dr. sc. Željko Ban

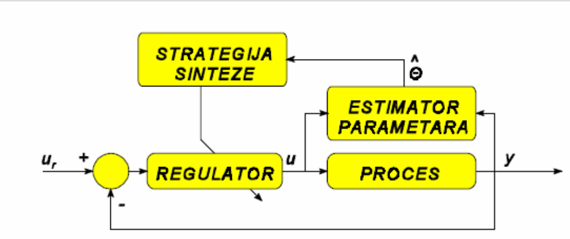
e-mail: *zeljko.ban@fer.hr*

Podjela adaptivnog upravljanja



Adaptivno upravljanje na osnovi samopodesivih regulatora

- Tijekom rada samopodesivog regulatora provodi se:
  - Estimacija parematara modela
  - Sinteza regulatora
  - Proračun signala izlaza iz regulatora za slijedeći korak diskretizacije
- Vrsta modela
  - Linearni
  - Jedan ulaz jedan izlaz (SISO)
  - S konstantnim parametrima
  - Diskretni



Samopodesivi regulator na osnovi postavljanja polova

- Ideja
  - Parametri prijenosne funkcije procesa određeni estimacijom

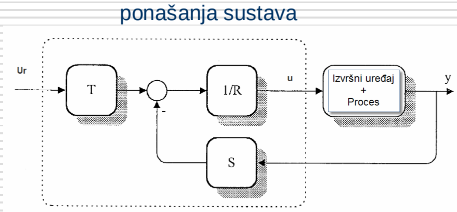
$$G_p(q) = \frac{B(q)}{A(q)}$$

  - Željeno ponašanje sustava određeno prijenosnom funkcijom modela

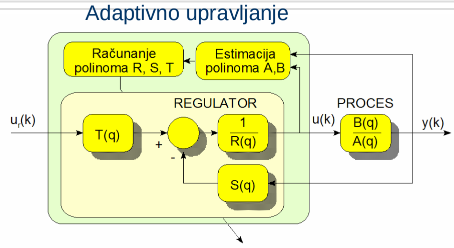
$$G_m(q) = \frac{B_m(q)}{A_m(q)}$$

  - Prijenosna funkcija zatvorenog sustava jednaka željenoj prijenosnoj funkciji

Struktura regulatora za dobivanje željenog ponašanja sustava



Adaptivno upravljanje



Mogućnost realizacije

- Da bi prijenosnu funkciju željenog ponašanja bilo moguće realizirati, mora biti zadovoljeno:
  - Regulator mora biti kauzalan
    - mogućnost realizacije regulatora
  - Zatvoreni sustav mora biti kauzalan
    - Sustav s malom osjetljivošću na šum
  - Zatvoreni sustav mora biti potpuno stabilan
    - Onemogućenje postojanja i kraćenja nestabilnih polova i nula
  - Nema direktnog prijenosa signala s ulaza na izlaz
    - Želi se prijenos cijele energije kroz proces

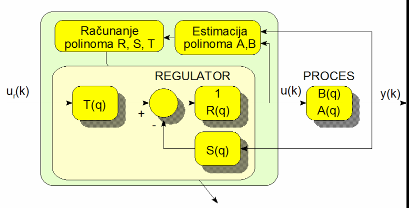
Mogućnost implementacije

Prijenosna funkcija regulatora

$$M(q) = \frac{G_m(q)}{G_p(q)} = \frac{N(q)}{D(q)}$$

Gm i M moraju biti kauzalni

$$G_m(q) = M(q)G_p(q)$$



$$\deg(A_m) - \deg(B_m) = \deg(A) - \deg(B) + \deg(D) - \deg(N)$$

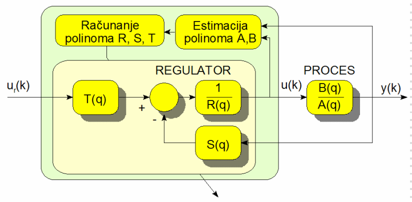
M je kauzalan ako je $\deg(D) \geq \deg(N)$

$$\deg(A_m) - \deg(B_m) \geq \deg(A) - \deg(B)$$

- Kašnjenje u procesu manje od kašnjenja zatvorenog sustava
- nestabilne nule i polovi procesa moreaju biti sadržane i u modelu željenog ponašanja
- Polinom Am(q) mora biti Hurwitz (korjeni u jediničnom krugu)

Izvod algoritma

- Prijenosna funkcija zatvorenog kruga jednaka željenoj prijenosnoj funkciji $G_m(q)$



$$G_m(q) = \frac{B(q)T(q)}{A(q)R(q) + B(q)s(q)} = \frac{B_m(q)}{A_m(q)},$$

Izjednačenje polova

$$A(q)R(q) + B(q)S(q) = A_m(q).$$

- R(q), S(q), T(q) – polinomi samopodesivog regulatora

Izjednačenje nula

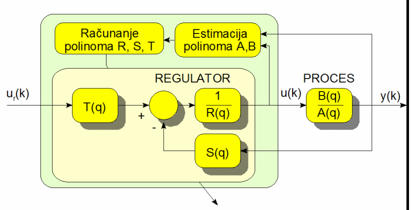
$$B(q)T(q) = B_m(q).$$

Izvod algoritma

Rješenjem Diophantove jednadžbe

$$A(q)R(q) + B(q)S(q) = A_m(q).$$

Dobiju se polinomi regulatora **R(q) i S(q)** temeljem polinoma željene funkcije $A_m(q)$ i estimiranih polinoma procesa A(q) i B(q)



Izjednačenje nula

$$B(q)T(q) = B_m(q).$$

Adaptivni algoritam upravljanja

Određivanje **T(q)**

$$u(k) = \frac{1}{R(q)}\left[T(q)u_r(k) - S(q)y(k)\right].$$

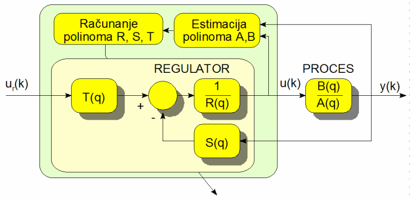
Izvod algoritma

Nule sustava

Izjednačenje nula

$$B(q)T(q) = B_m(q).$$ → Određivanje **T(q)**

$$A(q)R(q) + B(q)S(q) = A_m(q).$$



- Nule sustava (*nule polinoma B(q)*) sadržane su među nulama zatvorenog sustava
  - Neželjene nule sustava moguće je kratiti polovima ako su u stabilnom području
  - Željenje nule se postavljaju polinomom T(q)
- Faktorizacija polinoma B
  - **$B=B^- B^+$**
    - B^- -dio polinoma B s nestabilnim korjenima
    - B^+ - dio polinoma B sa stabilnim korjenima (može se kompenzirati polovima)
- Polinom B_m se mora moći faktorizirati
  - **$B_m(q)=B^-(q)\, B'_m(q)$**
    - nestabilne nule se ne mogu mijenjati i moraju biti sadržane u željenom ponašanju sustava
    - Stabilne nule sustava se mogu kratiti
- Pošto je polinom B^+ faktor od B, mora biti i faktor od R da se mogu kratiti neželjene stabilne nule polinomom AR+BS

Prijenosna funkcija zatvorenog sustava

$$\frac{B^- B^+ T}{B^+(AR' + B^- S)} = \frac{B^- B'_m}{A_m}$$

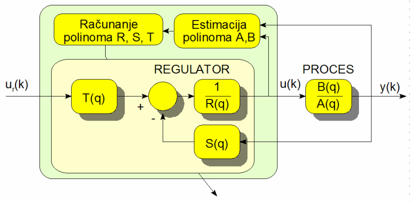
Odnosno

$$\frac{T}{AR' + B^- S} = \frac{B'_m}{A_m}$$

$$R(q) = B^+(q)R'(q)$$

Izvod algoritma

$$\boxed{\frac{T}{AR' + B^- S} = \frac{B'_m}{A_m}}$$



- Faktorizacijom smanjen red zatvorenog sustava
- Za jedinstveno rješenje Diophantove jednadžbe mora biti

$$\deg(AR + BS) > \deg(AR' + B^- S) \stackrel{?}{=} \deg(A_m)$$

- Ako je $\deg(AR' + B^- S) > \deg(A_m)$ tad nedostaje observer polinom A_0

$$\frac{T}{AR' + B^- S} = \frac{B'_m A_0}{A_m A_0}$$

- Konačnna Diophantova jednadžba

$$\boxed{AR' + B^- S = A_m A_0}$$

Nule zatvorenog kruga

$$T = B'_m A_0$$

Ako želimo sistem robustan na niskofrekventne poremećaje mora se uključiti integrator u polinom regulatora R

$$R(q) = (q-1)^v R_1(q)$$

Izvod algoritma

Uz polinom R oblika

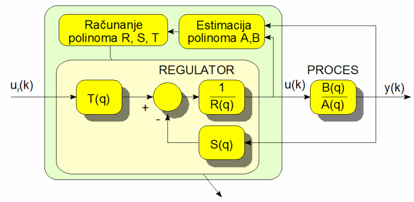
$$R(q) = (q-1)^{\nu} R_1(q)$$

Diophantova jednadžba

$$\boxed{AR' + B^- S = A_m A_0}$$

Poprima oblik

$$\boxed{A(q)(q-1)^{\nu} R_1'(q) + B^-(q) S(q) = A_m(q) A_0(q)}$$



Uvjet kauzalnosti

$$\deg R \geq \deg T$$

$$\deg R \geq \deg S$$

Odnosno

$$\deg A_0 \geq 2 \deg A - \deg A_m - \deg B^+ + \nu - 1$$

zadovoljen uz

$$\deg A_m - \deg B_m \geq \deg A - \deg B$$

Algoritam metode postavljanja polova

- Algoritam
- Početni podaci
  - prijenosna funkcija procesa B(q)/A(q)
  - poznat polinom obzervera $A_0(q)$
  - određeno željeno ponašanje sustava $B_m(q)/A_m(q)$
  - Stabilno područje Ω definirano (od korisnika)
- Uvjeti koji se moraju zadovoljiti

$$B_m(q) = B^-(q) B_m'(q)$$
$$\deg A_m - \deg B_m \geq \deg A - \deg B$$
$$\deg A_0 \geq 2 \deg A - \deg A_m - \deg B^+ + \nu - 1$$

- Koraci algoritma
  - 1. Faktoriziraj B tako da B+ ima korjene u stabilnom području Ω i B- izvan stabilnog područja

$$B = B^- B^+$$

  - 2. Faktoriziraj Bm

$$B_m = B^- B_m'$$

3. Riješi Diophantovu jednadžbu po R'_1 i S

$$\boxed{A(q-1)^{\nu} R_1' + B^- S = A_m A_0}$$

Odaberi rješenje za koje vrijedi

$$\deg S < \deg A + \nu$$

$$\deg R_1' = \deg A_0 + \deg A_m - \deg A - \nu$$

4. Zakon upravljanja

$$\boxed{R(q)u(k) = T(q)u_r(k) - S(q)y(k)}$$

Uz

$$R = B^+ R' \qquad R' = (q-1)^{\nu} R_1'$$

$$\deg R \geq \deg S$$

$$\boxed{T = B_m' A_0}$$

$$\deg T \leq \deg R$$

Polinomi R' i R imaju korijene u stabilnom području

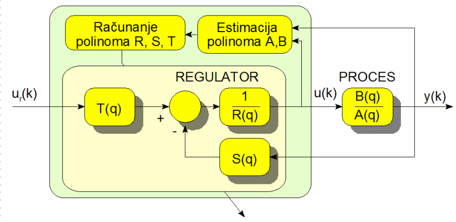
Stohastički sustav
Algoritam metode postavljanja polova

- Stohastički sustav opisan ARMAX modelom
  - Optimalni observerski polinom A_0 jednak je polinomu C
  - Polinom C mora imati korijene u stabilnom području
- Diophantova jednadžba za adaptivni stohastički sustav

$$\boxed{\hat{A}(q-1)^{v} R_1' + \hat{B}^{-} S = A_m \hat{C}}$$

- Polinomske jednadžbe za nule i polove postaju

$$\begin{aligned}
&\hat{B} = \hat{B}^{-}\hat{B}^{+} \\
&B_m = \hat{B}^{-} B_m' \\
&\hat{A}(q-1)^{v} R_1' + \hat{B}^{-} S = A_m \hat{C} \\
&R = \hat{B}^{+} R' \\
&R' = (q-1)^{v} R'_1
\end{aligned}$$



Numerički problemi
metode zasnovane na postavljanju polova

- Numeričko rješavanje jednadžbi
  - Faktorizacija polinoma B
  - Rješenje Diophantove jednadžbe
    - Egzaktno u svakom koraku
      - Jezekov algoritam
      - Euklidski algoritam
      - Upotreba linearnih jednadžbi
    - Iterativne metode koje konvergiraju egzaktnom rješenju
      - Iterativna metoda
        - korekcija rezidua
      - upotreba RLS metode (*metode najmanjih kvadrata)*