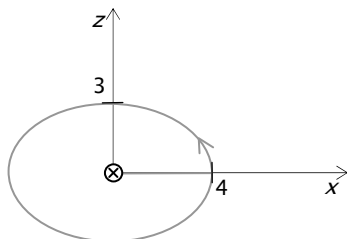


1. (6 bodova) Polarizacijska elipsa ravnog elektromagnetskog vala koji se rasprostire slobodnim prostorom prikazana je na slici. Napisati matematički zapis tog vala. Napisati fazorski oblik zapisa tog vala. Rastaviti val na kružno polarizirane komponente i odrediti gustoću snage koju prenosi svaka od komponentata. Koliko iznosi aksijalni odnos ove polarizacije u decibelima?



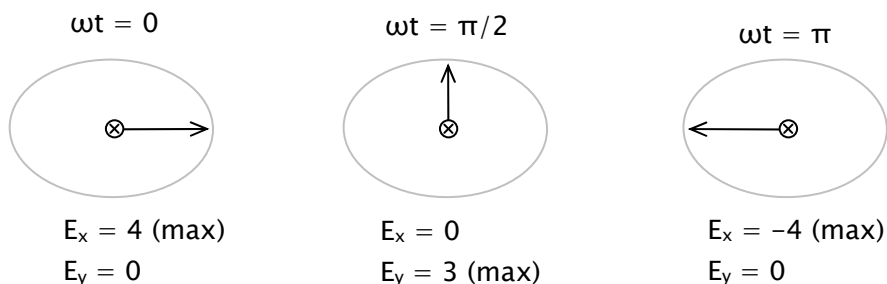
### Rješenje:

Da bi se odredio izraz koji opisuje zadani val, potrebno je odrediti njegov smjer rasprostiranja, amplitude pojedinih linearno polariziranih komponentata (u ovom slučaju postoje  $x$  i  $z$  komponenta) i fazno kašnjenje jedne komponente u odnosu na drugu.

Za određivanje smjera rasprostiranja vala, nužno je odrediti kako je položena treća os koordinatnog sustava. Budući da se pretpostavlja uobičajeni desno orijentirani koordinatni sustav, da bi se zadovoljilo  $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$ , os  $y$  mora gledati u papir. Zaključujemo da se val kreće u  $+y$  smjeru, što daje prostorno-vremensku ovisnost rasprostiranja  $\omega t - \beta y$ . Amplitude  $x$  i  $z$  komponentata su zadane pa možemo ovako zapisati jednadžbu vala:

$$\vec{E} = \hat{x}4 \cos(\omega t - \beta y) + \hat{z}3 \cos(\omega t - \beta y + \phi_0)$$

Budući da je elipsa poravnata s koordinatnim osima, fazni pomak između komponentata je  $\pm 90^\circ$ , te je potrebno samo odrediti nepoznati predznak. Uzmemo li  $x$  komponentu kao referentnu (kao u gornjem izrazu), predznak možemo odrediti promatranjem položaja vektora električnog polja u vremenu:



Da bi za  $\omega t = \pi/2$  vektor gledao prema gore, fazni kut mora biti  $-90^\circ$ , što daje konačni zapis ovog vala:

$$\vec{E} = \hat{x}4 \cos(\omega t - \beta y) + \hat{z}3 \cos(\omega t - \beta y - 90^\circ)$$

U fazorskom zapisu izbacuje se vremenska i prostorna ovisnost vektora, te se prelazi na kompleksni zapis preko eksponencijalne funkcije:

$$\vec{E} = \hat{x}4e^{j0^\circ} + \hat{z}3e^{-j90^\circ}$$

Napomena: ovo nije jedini mogući korektni zapis jednadžbe vala. Mogući su bilo koji fazni kutevi, ali pritom fazni kut  $z$  komponente mora biti  $90^\circ$  manji od faznog kuta  $x$  komponente.

Rastav vala na kružno polarizirane komponente izvodi se na redovan način, promatranjem male i velike poluosi elipse. Bitno je uočiti pritom da je val lijevo eliptično polariziran, što znači da je polje lijevo kružno polarizirane komponente veće od polja desno kružno polarizirane komponente. Vrijedi:

$$E_{LKP} + E_{DKP} = 4$$

$$E_{LKP} - E_{DKP} = 3$$

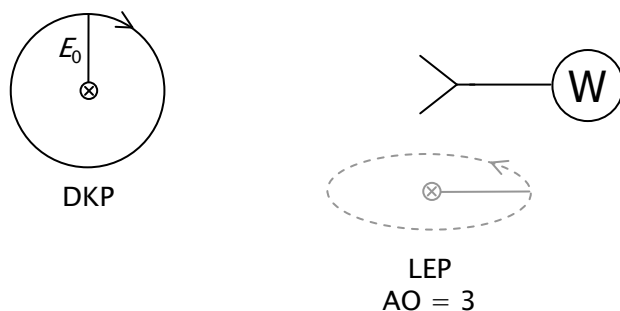
Što daje  $E_{LKP} = 3.5 \text{ V/m}$ ,  $E_{DKP} = 0.5 \text{ V/m}$ . Gustoća snage računa se po formuli  $P = |E|^2 / \eta$ , što daje

$$P_{LKP} = 32.51 \text{ mW/m}^2$$

$$P_{DKP} = 0.66 \text{ mW/m}^2$$

Aksijalni odnos u decibelima iznosi  $AO = 20 \log(4/3) = 2.49 \text{ dB}$ .

2. (9 bodova) Desno kružno polarizirani ravni val amplitude jakosti električnog polja  $E_0 = 6 \text{ mV/m}$  prima se antenom lijeve eliptične polarizacije aksijalnog odnosa  $AO = 3$ . Ako je efektivna površina prijamne antene  $A_{ef} = 0.2 \text{ m}^2$ , kolika će snaga u decibelima po milivatu biti izmjerena na mjerачu snage? Pretpostavite da je antena bez gubitaka i da je prilagođena na mjerni sustav.



### Rješenje:

Lijevo eliptično polarizirana antena primit će samo onoliki dio snage koji je sadržan u njenoj desno kružno polariziranoj komponenti. Na isti način kao u prethodnom zadatku, vršimo rastav ove polarizacije na LKP i DKP komponente:

$$E_{LKP} + E_{DKP} = 3x$$

$$E_{LKP} - E_{DKP} = 1x$$

Faktor  $x$  u gornjem izrazu nadomješta nepoznatu amplitudu polja i u nastavku računa će se pokratiti kad se stave u omjer gustoća snage DKP komponente i ukupna gustoća snage vala. Dobivamo:

$$E_{LKP} = 2x, E_{DKP} = 1x$$

Gustoća snage proporcionalna je kvadratu polja, odnosno  $P = |E|^2 / \eta$ , što daje

$$P_{LKP} = \frac{4x^2}{\eta}, P_{DKP} = \frac{1x^2}{\eta}$$

Ukupna gustoća snage je zbroj gustoća snage koje prenose ove dvije ortogonalne komponente (napomena: ovakvo zbrajanje snage po komponentama moguće je samo ako su komponente međusobno ortogonalne):

$$P = P_{LKP} + P_{DKP} = \frac{5x^2}{\eta}$$

Napokon, faktor gubitaka zbog nepodudaranja polarizacije između desne kružne polarizacije i zadane lijeve eliptične polarizacije aksijalnog odnosa  $AO = 3$  dobiva se kao

$$k = \frac{P_{DKP}}{P} = \frac{1}{5}.$$

Ako antenu koja prima LEP s aksijalnim odnosom  $AO = 3$  osvijetlimo desno kružno polariziranim valom, primit će se samo petina gustoće snage koja je došla do prijamne antene.

Gustoća snage odaslanog vala je  $P = |E_0|^2 / \eta = 9.556 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ .

Primljena snaga dobit će se preko efektivne površine, uz uračunavanje gubitaka depolarizacije:

$$W = A_{ef} \cdot P \cdot k = 0.2 \cdot 9.556 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{5} = 3.823 \cdot 10^{-9} \text{ W}.$$

Primljena snaga u decibelima po milivatu iznosi

$$W [\text{dBm}] = 10 \log \frac{W}{1 \cdot 10^{-3}} = -54.17 \text{ dBm}.$$