UVOD

- TOKOVI SNAGA:

  Zadano:
  - Snage P i Q u grupi čvorišta koja nazivamo tereti
  - Konfiguracija mreže
  - Iznos napona i djelatna snaga za generatorska čvorišta
  - Napon po iznosu i kutu u jednoj elektrani – regulacijsko čvorište

  Određuje se:
  - Naponi po iznosu i kutu u svim čvorištima (vektor stanja)
  - Iz napona se određuju snage u svim granama
  - Gubitci u svim granama mreže
  - Snaga P i Q u regulacijskoj elektrani

- KRATKI SPOJ: iznimno stanje u mreži i nesimetrično opterećenje

  Zadano:
  - Konfiguracija mreže, i to direktna, inverzna i nulta mreža
  - Uključenost generatora s početnom reaktancijom
  - Mjesta i vrsta kvara

  Određuje se:
  - Tropolna rasklopna snaga
  - Struje tropolnog kratkog spoja u granama
  - Struje jednopolnog kratkog spoja u granama

- STABILNOST

  Zadano: Isto kao i kod tokova snaga uz sinkronu reaktanciju generatora te još:
  - Vrstu poremećaja
  - Mehaničke karakteristike generatora (moment inercije rotora)
  - Karakteristiku regulacije

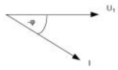
  Određuje se:
  - Kriterij stabilnosti tj. kada će generator ili više njih ostati u sinkronizmu ili
  - Krivulje njihanja rotora nekih generatora

METODA OTPORA (relativne vrijednosti)	METODA REDUCIRANIH ADMITANCIJA	JEDINIČNE VRIJEDNOSTI (per unit)
$U' = U \cdot \frac{U_B}{U_n}$	$U_B = 1$ kV ili $S_B = 1$MVA $U_r = \frac{U}{U_n}$	$U_{p.u.} = \frac{U}{U_{Bi}} = \frac{U}{U_{ni}}$
$I' = \frac{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot I}{U_B}$	$I' = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I$	$I_{p.u.} = \frac{S}{S_B} = \frac{\sqrt{3} \cdot U \cdot I}{S_B}$
$Z' = \left(\frac{U_B}{U_n}\right)^2 \cdot Z$	$Z_r = \frac{Z}{U_n^2}$	$Z_{p.u.} = Z \cdot \frac{S_B}{U_n^2}$
$Y' = \left(\frac{U_n}{U_B}\right)^2 \cdot Y$	$Y_r = \frac{U_n^2}{Z} = U_n^2 \cdot Y$	$Y_{p.u.} = Y \cdot \frac{U_n^2}{S_B}$

ZAKONI I TEOREMI U PRORAČUNU MREŽA

- OHMOV ZAKON
- KIRCHOFFOVI ZAKONI I. i II. $\Sigma I = 0$ i $\Sigma \Delta U = U$
- TEOREMI SUPERPOZICIJE I KOMPENZACIJE
- THEVENINOV TEOREM
- NORTONOV TEOREM
- TEOREMI ZA PASIVNE MREŽE
  - Transfiguracija opće zvijezde – u opći poligon
  - Trokuta u zvijezdu
  - Teorem eliminacije čvorišta
  - Teorem reciprociteta

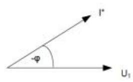
$\vec{S} = \vec{U} \cdot \vec{I}^* \, [p.u.]$ zbog dogovora da je U u referentnoj osi i da P+jQ označava induktivni karakter snage (pri čemu su P i Q veći od 0)



- ovo je karakteristika induktivnog potrošača (da bi snaga bila pozitivna treba uzeti struju konjugirano kompleksnu)

$\vec{S} = \vec{U}\vec{I} = S\lfloor{-\varphi}$

(ovo nije naš dogovor)



$\vec{S} = S\lfloor{+\varphi}$

$\vec{S} = \vec{U}\vec{I}^*$

(ovo je naš dogovor)

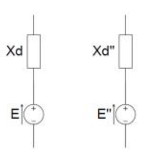
Π-shema.

---

1. Generator

$$X_d = \frac{X_d\,[\%]}{100} \cdot \frac{U_n^{\,2}}{S_n} \; [\Omega]$$

P.T.S. P.K.S.

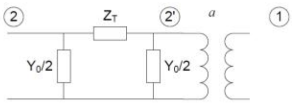


2. Transformator

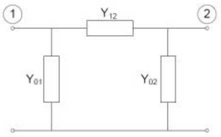
$$\vec{Z}_T = \frac{U_n^2}{S_n} \cdot \left[\frac{P_k}{S_n} + j\sqrt{u_k^2 - \left(\frac{P_k}{S_n}\right)^2}\right] \; [\Omega]$$

$$\vec{Y}_0 = \frac{S_n}{U_n^2} \cdot \left[\frac{P_0}{S_n} - j\sqrt{i_0^2 - \left(\frac{P_0}{S_n}\right)^2}\right] \; [S]$$

idealnim



bez idealnog

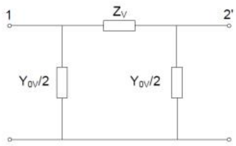


$$Y_{12} = \frac{Y_T}{a}$$

$$Y_{01} = \frac{Y_T}{a}\left(\frac{1}{a} - 1\right) + \frac{1}{a^2}\frac{Y_0}{2}$$

$$Y_{02} = Y_T\left(1 - \frac{1}{a}\right) + \frac{Y_0}{2}$$

3. Vod



$$\vec{Z}_V = \vec{Z}_{V1} \cdot l \; [\Omega]$$

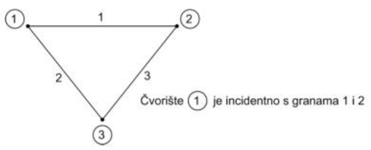
$$\vec{Z}_{V1} = R_1 + jX_1 \; [\Omega/km]$$

$$\frac{Y_{0V}}{2} = \frac{Y_{0V1}}{2} \cdot l \; [S]$$

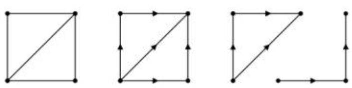
$$\frac{Y_{0V1}}{2} = \frac{G_{0V1}}{2} + j\frac{B_{0V1}}{2} \; [S/km]$$

- TOPOLOGIJA MREŽE
  - Disciplina matematike
  - Geometrijska struktura mreže
    - Elementi ili grane mreže
    - Čvorišta
    - Graf
    - Put

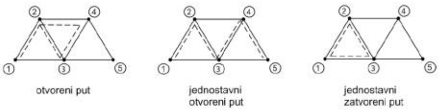
1. Svaka grana se prikazuje dužinom bez obzira na karakter (vrstu). Ta dužina se zove element ili grana:
2. Svaka grana započinje i završava sa čvorištem
3. Čvorište i grana se međusobno dodiruju, te kažemo da su incidentni



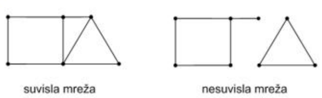
4. Graf pokazuje geometrijsku vezu između elemenata mreže.
   Subgraf je svaki podniz elemenata grafa.
   Ako svakom elementu grafa (grane) dodijelimo smjer, graf je orijentiran.



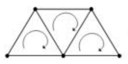
5. Kad u nekoj mreži pođemo od nekog čvorišta i putujemo po granama dodirujući pri tome nova ili već dodirnuta čvorišta i konačno se zaustavimo kod nekog čvorišta kažemo da smo prešli "put".
6. Ako je početno čvorište različito od završnog kažemo da je put otvoren. Ako je isto kažemo da je put zatvoren.
7. Otvoreni put je jednostavan ako se idući njime nijedno čvorište ne prođe dva puta. Ista je stvar i kod zatvorenog puta.



8. Zatvoreni jednostavni put naziva se petlja.
9. Ako su svaka dva različita čvorišta međusobno povezana putem mreža je suvisla (povezana)



10. Ako se u nekoj petlji suvisle mreže ukloni bilo koja grana, mreža ostaje suvisla.
11. Suvislu mrežu bez petlji nazivamo stablo .
12. Iz svake suvisle mreže koja ima petlje možemo postepenim uklanjanjem nekih grana načiniti stablo s istim brojem čvorišta.
13. Stablo možemo još definirati kao podgraf koji sadrži sva čvorišta grafa a nema zatvoren put.
14. n - broj čvorišta
    g_{min} - broj grana stabla
    g_{max} – broj grana potreban da bi se svi parovi čvorišta povezali s po jednom granom
    g – ukupni broj grana mreže
    p – broj petlji
    g_{min} = n-1
    g_{max}= n(n-1)/2
15. Zavisne grane su one grane koje tvore stablo. Nazivamo ih zavisne zbog toga što one čine mrežu suvislom. Ostale grane su nezavisne i čine petlje.
16. Temeljni broj petlji je jednak broju nezavisnih grana: p = g-g_{min} = g-n+1
17. Koje petlje odabrati nije jednoznačno ali je ukupni broj temeljnih petlji jednoznačno određen.
18.



$$n = 5$$

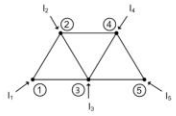
$$g_{\min} = 4$$

$$g_{\max} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$g = 7$$

$$p = g - n + 1 = 3$$

- <u>METODA ČVORIŠTA</u>
  - Sve naponske izvore pretvorimo u strujne izvore



- Zadano:
  a) $y_{1-2}, y_{1-3}, \ \dots \ y_{i-j}$
  b) $I_1, I_2, I_3, I_4 \rightarrow I_5$ se računa
  c) + predznak struje koja ulazi u mrežu

- 1. Kirchoffov zakon za sva čvorišta

$$I_1 = (U_1 - U_2)\cdot y_{1-2} + (U_1 - U_3)\cdot y_{1-3} + \dots + (U_1 - U_n)\cdot y_{1-n}$$
$$I_2 = (U_2 - U_1)\cdot y_{2-1} + (U_2 - U_3)\cdot y_{2-3} + \dots + (U_2 - U_n)\cdot y_{2-n}$$
$$\vdots$$
$$I_{n-1} = (U_{n-1} - U_1)\cdot y_{(n-1)-1} + \dots + (U_{n-1} - U_n)\cdot y_{(n-1)-n}$$

- (***n-1***) jednadžbi s ***n*** nepoznanica
- n-ta jednadžba je $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$
- prema tome moramo znati još jedan napon U_n a ostalih (***n-1***) ćemo izračunati

- Ako sada uredimo sustav linearnih jednadžbi dobije se:

$$\begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{n-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum\limits_{i=2}^{n} y_{1-i} & -y_{1-2} & \dots & -y_{1-(n-1)} \\ -y_{2-1} & \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i\neq 2}}^{n} y_{2-i} & \dots & -y_{2-(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y_{(n-1)-1} & -y_{(n-1)-2} & \dots & \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i\neq n-1}}^{n} y_{(n-1)-i} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} U_1 - U_n \\ U_2 - U_n \\ \vdots \\ U_{(n-1)} - U_n \end{vmatrix}$$

- Kraće: $\bar{I} = \bar{Y}\cdot\Delta\bar{U}$
- gdje je: $Y_{i,j} = -y_{i-j}$

$$Y_{i,i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} y_{i-j}$$

- $\bar{Y}$ - matrica admitancije čvorišta (simetrična)
- Elementi:
  - dijagonalni $Y_{i,i}$ (vlastita admitancija čvorišta)
  - vandijagonalni $Y_{i,j}$ (međusobna admitancija čvorišta)

- Rješenje problema je određivanje vektora $\Delta\bar{U}$

$$\Delta\bar{U} = \bar{Z}\cdot\bar{I} \quad \text{gdje je} \quad Z = Y^{-1}$$

- Z - matrica impedancija čvorišta
- $z_{i,i}$ - vlastita impedancija čvorišta
- $z_{i,j}$ - međusobna impedancija čvorišta

$$Y = M\cdot y\cdot M^T$$

- M - spojna matrica
- M je (***n×g***) matrica koja daje vezu između čvorišta i grana

- Ukoliko je pivot Y_{ii}:
  - Pivot $Y_{ii}^{(m+1)} = \dfrac{1}{Y_{ii}^{(m)}}$
  - Elementi Y_{ij} (u istom retku kao i pivot, $j = 1,2,\dots n;\ j\neq i$) $Y_{ij}^{(m+1)} = \dfrac{Y_{ij}^{(m)}}{Y_{ii}^{(m)}}$
  - Elementi Y_{ji} (u istom stupcu kao i pivot, $j = 1,2,\dots n;\ j\neq i$) $Y_{ji}^{(m+1)} = -\dfrac{Y_{ji}^{(m)}}{Y_{ii}^{(m)}}$
  - Ostali elementi Y_{kl} ($k = 1,2,\dots n;\ k\neq i,\ l = 1,2,\dots n;\ l\neq i$) $Y_{kl}^{(m+1)} = Y_{kl}^{(m)} - \dfrac{Y_{ki}^{(m)}\cdot Y_{il}^{(m)}}{Y_{ii}^{(m)}}$

- <u>VRSTE ČVORIŠTA</u>
  - Čvorište tereta (poznato P, Q)
  - Generatorsko čvorište (poznato |V|, P, Q_{min}, Q_{max})
  - Čvorište regulacijske elektrane (poznato |V|, $\angle\delta$)

- <u>SNAGE U ČVORIŠTIMA (1)</u>

$$\bar{S}_i = \bar{U}_i\cdot\bar{I}_i^* = P_i + jQ_i$$
$$\bar{U}_i = |\bar{U}_i|\cdot e^{j\delta_i}$$
$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n}\bar{Y}_{ij}\cdot\bar{U}_j \ \Rightarrow\ \bar{I}_i^* = \sum_{j=1}^{n}\bar{Y}_{ij}^*\cdot\bar{U}_j^*$$

- <u>SNAGE U ČVORIŠTIMA (3)</u>

$$\boxed{\bar{S}_i = |\bar{U}_i|\cdot\sum_{j=1}^{n}|\bar{U}_j|\cdot|\bar{Y}_{ij}|\cdot\left[\cos(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij}) + j\sin(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij})\right]}$$

- <u>DJELATNA SNAGA U ČVORIŠTU i (P_i)</u>

$$P_i = |\bar{U}_i|\cdot\sum_{j=1}^{n}|\bar{U}_j|\cdot|\bar{Y}_{ij}|\cdot\cos(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij})$$

- <u>JALOVA SNAGA U ČVORIŠTU i (Q_i)</u>

$$Q_i = |\bar{U}_i|\cdot\sum_{j=1}^{n}|\bar{U}_j|\cdot|\bar{Y}_{ij}|\cdot\sin(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij})$$

- <u>GUBICI SNAGE U GRANAMA</u>

$$\Delta\bar{S} = \bar{S}_{i-j} + \bar{S}_{j-i}$$
$$\Delta\bar{S} = (\bar{U}_i^* - \bar{U}_j^*)\cdot\bar{y}_{i-j}^*\cdot(\bar{U}_i - \bar{U}_j) + |\bar{U}_i|^2\cdot\bar{y}_{i0}^* + |\bar{U}_j|^2\cdot\bar{y}_{j0}^*$$

- Napomena: $\bar{y}_{i-j}$ - uzdužna admitancija grane

  $\bar{Y}_{ij}$ - međusobna admitancija čvorišta (između čvorišta **i** i **j**),element matrice admitancija čvorišta

$$\bar{Y}_{ij} \neq \bar{y}_{i-j}$$

- <u>PRORAČUN TOKOVA SNAGA</u>

- <u>METODA GAUSS-SEIDEL POMOĆU Z MATRICE</u>
  - Mreža od ***n*** čvorišta – jedno čvorište referentno

$$\bar{U}_i - \bar{U}_{ref.} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq ref}}^{n}\bar{Z}_{ij}\cdot\bar{I}_j$$
$$|\Delta\bar{U}| = |\bar{Z}|\cdot|\bar{I}|$$
$$|\bar{Z}| = |\bar{Y}|^{-1}$$

  - Matrica **Y** se dobije uzimajući u obzir samo uzdužne parametre grana
  - Poprečne admitancije grana sačinjavaju novu matricu **Y'**

- POSTUPAK PRORAČUNA
  1. korak
     - Učitavanje podataka o mreži (konfiguracija, admitancije grana)
     - Učitavanje podataka o injekcijama snage u čvorištima
  2. korak
     - Formiranje matrice **Y'** (samo poprečne admitancije grana)
     - Formiranje matrice **Y** (samo uzdužne admitancije grana)
  3. Korak
     - Računanje matrice **Z** ($|\bar{Z}| = |\bar{Y}|^{-1}$)
  4. Korak
     - Početne vrijednosti napona čvorišta: $\bar{U}_i^{(0)} = 1 + j0$ p.u. $= 1\angle 0°$ p.u.
  5. korak
     - Računanje struja u čvorištima (nulta iteracija, k=0):

$$\bar{I}_i^{(0)} = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{U}_i^{*(0)}} - Y_i'\cdot\bar{U}_i^{(0)} \qquad i = 1,2,\dots,n-1$$

  6. korak
     - Računanje napona $\bar{U}_i^{(1)}$ i struja $\bar{I}_i^{(1)}$ u čvorištima (k=1):

$$\bar{U}_1^{(1)} = \bar{U}_{ref} + \bar{Z}_{11}\cdot\bar{I}_1^{(0)} + \bar{Z}_{12}\cdot\bar{I}_2^{(0)} + \dots + \bar{Z}_{1(n-1)}\cdot\bar{I}_{(n-1)}^{(0)}$$
$$\bar{I}_1^{(1)} = \frac{\bar{S}_1^*}{\bar{U}_1^{*(1)}} - \bar{U}_1^{(1)}\cdot Y_1'$$
$$\vdots$$
$$\boxed{\bar{U}_i^{(1)} = \bar{U}_{ref} + \sum_{j=1}^{i-1}\bar{Z}_{ij}\cdot\bar{I}_j^{(1)} + \sum_{j=i}^{n-1}\bar{Z}_{ij}\cdot\bar{I}_j^{(0)}}$$
$$\boxed{\bar{I}_i^{(1)} = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{U}_i^{*(1)}} - \bar{U}_i^{(1)}\cdot Y_i'} \qquad za\ i = 1,2,\dots,n-1$$

  7. Korak
     - Provjera da li izračunate vrijednosti napona $\bar{U}_i^{(1)}$ zadovoljavaju unaprijed postavljeni uvjet točnosti :

$$|(\bar{U}_i^{(1)} - \bar{U}_i^{(0)})| < \varepsilon$$
$$\varepsilon = 0.001 \div 0.0001 \quad \text{(najčešće)}$$

Općenito za neku iteraciju **k+1** vrijede sljedeći izrazi:

$$\bar{U}_i^{(k+1)} = \sum_{j=1}^{i-1}\bar{Z}_{ij}\cdot\bar{I}_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n-1}\bar{Z}_{ij}\cdot\bar{I}_j^{(k)} + \bar{U}_{ref} \qquad \bar{I}_i^{(k+1)} = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{U}_i^{*(k+1)}} - \bar{U}_i^{(k+1)}\cdot Y_i'$$

Traženo rješenje (vektor stanja) je:

$$\bar{U}_i^{(k+1)} = |\bar{U}_i^{(k+1)}|\angle\delta_i^{k+1}$$

- <u>METODA GAUSS-SEIDEL POMOĆU Y MATRICE</u>
  - Mreža od ***n*** čvorišta – jedno čvorište referentno

$$|\bar{I}| = |\bar{Y}|\cdot|\bar{U}|$$

$$\bar{I}_1 = \bar{Y}_{11}\cdot\bar{U}_1 + \bar{Y}_{12}\cdot\bar{U}_2 + \dots + \bar{Y}_{1n}\cdot\bar{U}_n$$
$$\bar{I}_2 = \bar{Y}_{21}\cdot\bar{U}_1 + \bar{Y}_{22}\cdot\bar{U}_2 + \dots + \bar{Y}_{2n}\cdot\bar{U}_n$$
$$\vdots$$
$$\bar{I}_{(n-1)} = \bar{Y}_{(n-1)1}\cdot\bar{U}_1 + \bar{Y}_{(n-1)2}\cdot\bar{U}_2 + \dots + \bar{Y}_{(n-1)n}\cdot\bar{U}_n$$

$$\bar{U}_1 = \frac{1}{\bar{Y}_{11}}\cdot\left[\bar{I}_1 - \bar{Y}_{12}\cdot\bar{U}_2 - \bar{Y}_{13}\cdot\bar{U}_3 - \dots - \bar{Y}_{1n}\cdot\bar{U}_n\right]$$
$$\bar{U}_2 = \frac{1}{\bar{Y}_{22}}\cdot\left[\bar{I}_2 - \bar{Y}_{21}\cdot\bar{U}_1 - \bar{Y}_{23}\cdot\bar{U}_3 - \dots - \bar{Y}_{2n}\cdot\bar{U}_n\right]$$
$$\vdots$$
$$\bar{U}_{n-1} = \frac{1}{\bar{Y}_{(n-1)(n-1)}}\cdot\left[\bar{I}_{n-1} - \bar{Y}_{(n-1)1}\cdot\bar{U}_1 - \bar{Y}_{(n-1)3}\cdot\bar{U}_3 - \dots - \bar{Y}_{(n-1)n}\cdot\bar{U}_n\right]$$

- Za čvorište **i**:

$$\bar{I}_i = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{U}_i^*}$$
$$\bar{U}_i^{(1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}}\cdot\left[\frac{\bar{S}_i^*}{\bar{U}_i^{*(0)}} - \bar{Y}_{i1}\cdot\bar{U}_1^{(0)} - \bar{Y}_{i2}\cdot\bar{U}_2^{(0)} - \dots - \bar{Y}_{in}\cdot\bar{U}_n^{(0)}\right]$$

- Za neku iteraciju **k+1** i čvorište **i**:

$$\bar{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}}\cdot\left[\frac{\bar{S}_i^*}{\bar{U}_i^{*(k)}} - \bar{Y}_{i1}\cdot\bar{U}_1^{(k)} - \bar{Y}_{i2}\cdot\bar{U}_2^{(k)} - \dots - \bar{Y}_{in}\cdot\bar{U}_n^{(k)}\right]$$
$$\bar{U}_i^{(k+1)} = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{Y}_{ii}\cdot\bar{U}_i^{*(k)}} - \frac{\bar{Y}_{i1}}{\bar{Y}_{ii}}\cdot\bar{U}_1^{(k)} - \dots - \frac{\bar{Y}_{in}}{\bar{Y}_{ii}}\cdot\bar{U}_n^{(k)}$$
$$\bar{U}_i^{(k+1)} = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{Y}_{ii}\cdot\bar{U}_i^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n}\frac{\bar{Y}_{ij}}{\bar{Y}_{ii}}\cdot\bar{U}_j^{(k)}$$

$$\boxed{KL_i = \frac{\bar{S}_i^*}{\bar{Y}_{ii}} \qquad YL_{i,j} = \frac{\bar{Y}_{ij}}{\bar{Y}_{ii}} \qquad \bar{U}_i^{(k+1)} = KL_i\cdot\frac{1}{\bar{U}_i^{*(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1}YL_{i,j}\cdot\bar{U}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n}YL_{i,j}\cdot\bar{U}_j^{(k)}}$$

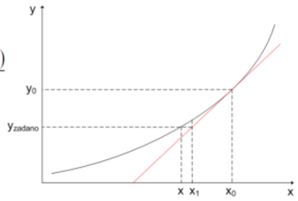
- <u>METODA NEWTON-RAPHSON</u>

$$f'(x_0)=\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$f'(x_0)=\frac{f(x_0)-f(x_1)}{x_0-x_1}$$

$$f'(x_0)=\frac{y_0-y_{zadano}}{x_0-x_1}$$

$$x_1=x_0-\frac{y_0-y_{zadano}}{f'(x_0)}$$



- Približavanje rješenju (x) od nekog početnog, pretpostavljenog rješenja (x0) pomoću tangenti

- <u>METODA NEWTON-RAPHSON</u>
  - Mreža od ***n*** čvorišta – jedno čvorište referentno (čvorište **n**)
  - Poznate snage u čvorištima:
    - Generatorska i čvorišta tereta

$$P_i=U_i\cdot\sum_{j=1}^{n}U_j\cdot Y_{ij}\cdot cos(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1$$

    - Čvorišta tereta

$$Q_i=U_i\cdot\sum_{j=1}^{n}U_j\cdot Y_{ij}\cdot sin(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-g-1$$

  - Potrebno izračunati: $U_i \quad i=1,2,\dots,n-g-1$
    $\delta_i \quad i=1,2,\dots,n-1$

- POSTUPAK PRORAČUNA
  1. korak
     - Učitavanje podataka o mreži (konfiguracija, admitancije grana)
     - Učitavanje podataka o injekcijama snage u čvorištima
  2. korak
     - Početne vrijednosti napona čvorišta (pretpostavljeno rješenje)
       $\bar{U}_i^{(0)}=1+j0\ \text{p.u.}=1\angle 0°\ \text{p.u.}$
  3. korak
     - Formiranje matrice **Y**
  4. korak
     - Računanje snaga u čvorištima:

$$P_{irač}^{(0)}=\sum_{j=1}^{n}U_i^{(0)}\cdot U_j^{(0)}\cdot Y_{ij}\cdot cos(\delta_i^{(0)}-\delta_j^{(0)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1$$

$$Q_{irač}^{(0)}=\sum_{j=1}^{n}U_i^{(0)}\cdot U_j^{(0)}\cdot Y_{ij}\cdot sin(\delta_i^{(0)}-\delta_j^{(0)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1-g$$

  5. korak

$$\Delta P_i^{(0)}=P_{izad}-P_{irač}^{(0)}\qquad i=1,2,\dots,n-1$$

$$\Delta Q_i^{(0)}=Q_{izad}-Q_{irač}^{(0)}\qquad i=1,2,\dots,n-1-g$$

  6. korak
     - Provjera kriterija točnosti:
       $\Delta P_i^{(0)}<\varepsilon$
       $\Delta Q_i^{(0)}<\varepsilon$
     - Uvjet ispunjen – KRAJ PRORAČUNA
     - Uvjet nije ispunjen – računanje Jakobijeve matrice **J**
  7. korak
     - Računanje $\Delta\delta_i^{(0)},\ \Delta U_i^{(0)}$ pomoću $\Delta P_i^{(0)},\ \Delta Q_i^{(0)}$ i Jakobijeve matrice
  8. korak

$$U_i^{(1)}=U_i^{(0)}+\Delta U_i^{(0)}$$

$$\delta_i^{(1)}=\delta_i^{(0)}+\Delta\delta_i^{(0)}$$

  9. korak
     - Obavljanje iteracijskog postupka ponavljanjem koraka 4, 5, 6, 7 i 8 (i korištenjem rezultata iz prethodne iteracije) dok nije ispunjen postavljeni kriterij točnosti

---

<u>Jakobijeva matrica:</u>

$$\begin{vmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{vmatrix}=|J|\cdot\begin{vmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}J_1 & J_2\\ J_3 & J_4\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\left(\frac{\partial P}{\partial\delta}\right) & \left(\frac{\partial P}{\partial U}\right)\\ \left(\frac{\partial Q}{\partial\delta}\right) & \left(\frac{\partial Q}{\partial U}\right)\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}\Delta P_1\\ \vdots\\ \Delta P_{n-1}\\ \Delta Q_1\\ \vdots\\ \Delta Q_{n-1-g}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\frac{\partial P_1}{\partial\delta_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial\delta_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial U_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial U_{n-1-g}}\\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial\delta_1} & \cdots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial\delta_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial U_1} & \cdots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial U_{n-1-g}}\\ \frac{\partial Q_1}{\partial\delta_1} & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial\delta_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_1} & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial U_{n-1-g}}\\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{\partial Q_{n-1-g}}{\partial\delta_1} & \cdots & \frac{\partial Q_{n-1-g}}{\partial\delta_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1-g}}{\partial U_1} & \cdots & \frac{\partial Q_{n-1-g}}{\partial U_{n-1-g}}\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\Delta\delta_1\\ \vdots\\ \Delta\delta_{n-1}\\ \Delta U_1\\ \vdots\\ \Delta U_{n-1-g}\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}J_1 & J_2\\ J_3 & J_4\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{vmatrix}\qquad\qquad \begin{vmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}J_1 & J_2\\ J_3 & J_4\end{vmatrix}^{-1}\cdot\begin{vmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{vmatrix}$$

- J – Jakobijeva matrica
- J1, J2, J3, J4 – Jakobijeve podmatrice

$$J_1=\frac{\partial P}{\partial\delta}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial\delta_i}=-U_i\cdot\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j\cdot Y_{ij}\cdot sin(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial\delta_j}=U_i\cdot U_j\cdot Y_{ij}\cdot sin(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

$$J_2=\frac{\partial P}{\partial U}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_i}=2\cdot U_i\cdot Y_{ii}\cdot\cos(-\Theta_{ii})+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j\cdot Y_{ij}\cdot\cos(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_j}=U_i\cdot Y_{ij}\cdot\cos(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

$$J_3=\frac{\partial Q}{\partial\delta}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial\delta_i}=U_i\cdot\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j\cdot Y_{ij}\cdot\cos(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial\delta_j}=-U_i\cdot U_j\cdot Y_{ij}\cdot\cos(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

$$J_4=\frac{\partial Q}{\partial U}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_i}=2\cdot U_i\cdot Y_{ii}\cdot sin(-\Theta_{ii})+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j\cdot Y_{ij}\cdot sin(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_j}=U_i\cdot Y_{ij}\cdot sin(\delta_i-\delta_j-\Theta_{ij})$$

- Uz zanemarenje J2 i J3 vrijedi:

$$\begin{vmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}J_1 & 0\\ 0 & J_4\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{vmatrix}$$

$$|\Delta\delta|=|J_1|^{-1}\cdot|\Delta P|$$

$$|\Delta U|=|J_4|^{-1}\cdot|\Delta Q|$$

- Općenito za **k**-tu iteraciju vrijedi:

$$P_{irač}^{(k)}=\sum_{j=1}^{n}U_i^{(k)}\cdot U_j^{(k)}\cdot Y_{ij}\cdot cos(\delta_i^{(k)}-\delta_j^{(k)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1$$

$$Q_{irač}^{(k)}=\sum_{j=1}^{n}U_i^{(k)}\cdot U_j^{(k)}\cdot Y_{ij}\cdot sin(\delta_i^{(k)}-\delta_j^{(k)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1-g$$

$$\Delta P_i^{(k)}=P_{izad}-P_{irač}^{(k)}\qquad i=1,2,\dots,n-1$$

$$\Delta Q_i^{(k)}=Q_{izad}-Q_{irač}^{(k)}\qquad i=1,2,\dots,n-1-g$$

- Jakobijeva podmatrica **J1**

$$\left(\frac{\partial P_i}{\partial\delta_i}\right)^{(k)}=-U_i^{(k)}\cdot\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j^{(k)}\cdot Y_{ij}\cdot\sin(\delta_i^{(k)}-\delta_j^{(k)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1$$

$$\left(\frac{\partial P_i}{\partial\delta_j}\right)^{(k)}=U_i^{(k)}\cdot U_j^{(k)}\cdot Y_{ij}\cdot\sin(\delta_i^{(k)}-\delta_j^{(k)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1;\ j=1,2,\dots,n-1$$

- Jakobijeva podmatrica **J4**

$$\left(\frac{\partial Q_i}{\partial U_i}\right)^{(k)}=2\cdot U_i^{(k)}\cdot Y_{ii}\cdot\sin(-\Theta_{ii})+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}U_j^{(k)}\cdot Y_{ij}\cdot\sin(\delta_i^{(k)}-\delta_j^{(k)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1-g$$

$$\left(\frac{\partial Q_i}{\partial U_j}\right)^{(k)}=U_i^{(k)}\cdot Y_{ij}\cdot\sin(\delta_i^{(k)}-\delta_j^{(k)}-\Theta_{ij})\qquad i=1,2,\dots,n-1-g;\ j=1,2,\dots,n-1-g$$

$$|\Delta\delta|^{(k)}=|J_1^{(k)}|^{-1}\cdot|\Delta P|^{(k)}$$

$$|\Delta U|^{(k)}=|J_4^{(k)}|^{-1}\cdot|\Delta Q|^{(k)}$$

$$U_i^{(k+1)}=U_i^{(k)}+\Delta U_i^{(k)}$$

$$\delta_i^{(k+1)}=\delta_i^{(k)}+\Delta\delta_i^{(k)}$$

Dodatak

- neka imamo mrežu od 100 čvorišta → Gauss-Seidel pomoću Z ↔ 5 iteracija
→ Gauss-Seidel pomoću Y ↔ 300 iteracija

GSZ- Najbolje radi za manji broj čvorišta (idealno je do 20 čvorišta), ali može se primjenjivati do 100 čvorišta (za 100 čvorišta matrica Z ima 10000 članova, pa se preko toga ne ide), no pozitivna strana jest da je metoda konvergentna i obično završi u 5-10 iteracija.

GSY- Nije konvergentnta pa ima hrpu iteracija,ne znam koja je pozitivna strana, ali se sjećam da Y matrica nešto ne ovisi o broju čvorišta ovo-ono.

Mislim da je stvar u tome da u GSZ nemres u Y matricu stavit generatorska cvorista,dok kod GSY mozes i zato je bolji GSY kaj se tog tice...jedino kaj je manje konvergentan...

mislim da jedino u newton raphson idu generatorska cvorista a GSY je bolji od GSZ za veliki broj cvorista jer Y matrica ima masu nula, pa je proracun jedne iteracije dosta brzi, a Z matrica ima sve pozitivne vrijednosti i treba dosta da se izracuna inverz, npr 100×100

U GSZ reduciraš Y matricu (križaš redak i stupac referentnog čvorišta), u GSY to ne radiš zato jer si potrp'o i generatorska čvorišta u Y matricu, tu ti se to vidi.

dobro za zapantiti je da je matrica inpedancije cvorisata singularna sto znaci da je determinanta nula i nema inverza, zato micemo jedan referentni redak kada racunamo Z matricu.

- PROBLEMATIKA KRATKOG SPOJA
  - Dvije vrste kvarova:
    1. Uzdužni kvarovi – prekid vodiča
    2. Poprečni kvarovi – proboj izolacije (Ovi kvarovi nazivaju se kratki spojevi)
  - Uzroci kratkih spojeva:
    1. Slom izolacije
       a) Zbog povećanja električnog naprezanja
       b) Zbog smanjenja čvrstoće izolacije
       c) Zbog kombinacije uzroka pod a) i b)

- SIMETRIČNE KOMPONENTE

$$^{R}U_i = {}^{0}U_i + {}^{d}U_i + {}^{i}U_i \qquad a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$^{S}U_i = {}^{0}U_i + {}^{d}U_i \cdot a^2 + {}^{i}U_i \cdot a \qquad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$^{T}U_i = {}^{0}U_i + {}^{d}U_i \cdot a + {}^{i}U_i \cdot a^2$$

$$\begin{vmatrix} ^{R}U_i \\ ^{S}U_i \\ ^{T}U_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} ^{0}U_i \\ ^{d}U_i \\ ^{i}U_i \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} ^{0}U_i \\ ^{d}U_i \\ ^{i}U_i \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} ^{R}U_i \\ ^{S}U_i \\ ^{T}U_i \end{vmatrix}$$

- Model električnih prilika u bolesnoj mreži

$$\begin{vmatrix} ^{d}U_1 \\ \vdots \\ ^{d}U_m \\ \vdots \\ ^{d}U_n \end{vmatrix}^B = \begin{vmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \\ \vdots \\ U_n \end{vmatrix}^Z + \begin{vmatrix} ^{d}Z_{1m} \cdot I_m \\ \vdots \\ ^{d}Z_{mm} \cdot I_m \\ \vdots \\ ^{d}Z_{nm} \cdot I_m \end{vmatrix} \qquad {}^{i}U = \begin{vmatrix} ^{i}U_1 \\ \vdots \\ ^{i}U_m \\ \vdots \\ ^{i}U_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ^{i}Z_{11} & \cdots & ^{i}Z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ^{i}Z_{n1} & \cdots & ^{i}Z_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ ^{i}I_m \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} \qquad {}^{0}U = \begin{vmatrix} ^{0}U_1 \\ \vdots \\ ^{0}U_m \\ \vdots \\ ^{0}U_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ^{0}Z_{11} & \cdots & ^{0}Z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ^{0}Z_{n1} & \cdots & ^{0}Z_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ ^{0}I_m \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix}$$

Za tropolni kratki spoj:

$$^{d}U_m = 0$$

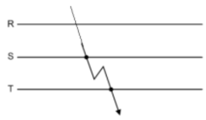
$$0 = U_m^z + {}^{d}Z_{mm} \cdot I_m$$

$$I_m = -\frac{U_m^z}{^{d}Z_{mm}}$$

$$\boxed{\vec{I}_{dm} = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{dmm}} = -\frac{^{Z}U_m^d}{\vec{Z}_{dmm}}} \qquad \vec{V}_{dm} = 0$$

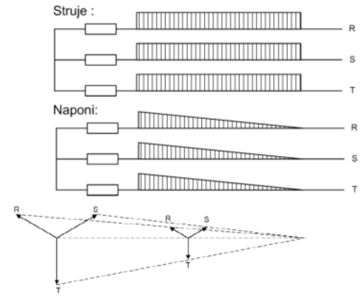
$$\vec{I}_{im} = 0 \qquad \vec{V}_{im} = 0$$

$$\vec{I}_{0m} = 0 \qquad \vec{V}_{0m} = 0$$



$$\begin{vmatrix} ^{d}U_1 \\ \vdots \\ ^{d}U_m \\ \vdots \\ ^{d}U_n \end{vmatrix}^B = \begin{vmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \\ \vdots \\ U_n \end{vmatrix}^Z + \begin{vmatrix} ^{d}Z_{1m} \cdot I_m \\ \vdots \\ ^{d}Z_{mm} \cdot I_m \\ \vdots \\ ^{d}Z_{nm} \cdot I_m \end{vmatrix}$$

- TROPOLNI KRATKI SPOJ



Proračun jednopolnog kratkog spoja

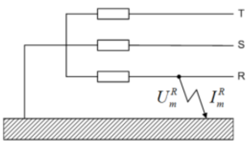
- U bolesnom čvorištu treba postaviti jednadžbe simetričnih komponenata:

$$^{R}U_m = 0$$

$$^{R}I_m = I_m^d + I_m^i + I_m^0$$

$$^{T}I_m = {}^{S}I_m = 0$$

$$\begin{vmatrix} ^{R}U_m \\ ^{S}U_m \\ ^{T}U_m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a^2 & a^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} U_m^0 \\ U_m^d \\ U_m^i \end{vmatrix}$$



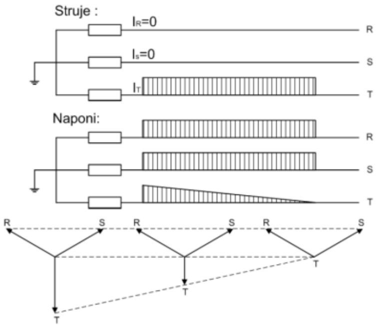
$$^{d}U_m^k + {}^{i}U_m^k + {}^{0}U_m^k = 0$$

$$^{d}I_m = {}^{i}I_m = {}^{0}I_m = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}$$

$$\boxed{^{d}I_m = {}^{i}I_m = {}^{0}I_m = -\frac{^{Z}U_m^d}{\vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}}$$

$$I_{KV} = -3 \cdot I_m^0 = \frac{3 \cdot U_m^Z}{Z_{mm}^d + Z_{mm}^i + Z_{mm}^0} = \frac{3 \cdot U_m^Z}{2 \cdot Z_{mm}^d + Z_{mm}^0}$$

- JEDNOPOLNI KRATKI SPOJ



- Proračun dvopolnog kratkog spoja

$$\begin{vmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \\ \vdots \\ U_n \end{vmatrix}^d = \left|Z^d\right| \cdot \left\{ \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{vmatrix}^d + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ I_m^d \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} \right\} \quad ; \quad \begin{vmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \\ \vdots \\ U_n \end{vmatrix}^i = \left|Z^i\right| \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ I_m^i \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{^{d}I_m = -{}^{i}I_m = \frac{\vec{E}_d}{\vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}} = -\frac{^{Z}U_m^d}{\vec{Z}_{dmm} + \vec{Z}_{imm}}}$$

$$^{0}I_m = 0$$

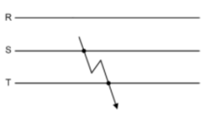
$$^{d}U_m^k = {}^{i}U_m^k$$

$$I_m^d = -\frac{^{Z}U_m^d}{Z_{mm}^d + Z_{mm}^i}$$

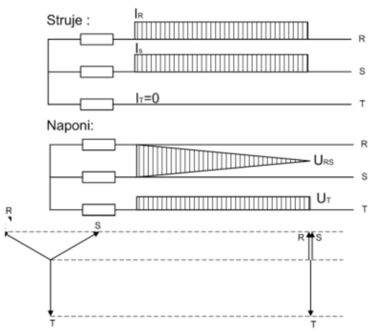
- Na mjestu kvara:

$$U_S = U_T$$

$$I_S = -I_T$$



- DVOPOLNI KRATKI SPOJ

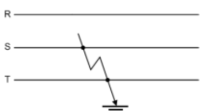


- Proračun dvopolnog kratkog spoja s zemljom

$$U^d = {}^{Z}U^d + Z^d \cdot I_m^d$$

$$U^i = Z^i \cdot I_m^i$$

$$U^0 = Z^0 \cdot I_m^0$$



$$^{S}U = {}^{T}U = 0$$

$$^{R}I = 0$$

$$U^0 + a^2 \cdot U^d + a \cdot U^i = U^0 + a \cdot U^d + a^2 \cdot U^i$$

$$U^0 = U^d = U^i$$

$$^{R}I = I^0 + I^d + I^i = 0$$

$$^{d}I_m = \frac{-{}^{Z}U_m^d \cdot \left(\vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{0mm}\right)}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^{i}I_m = \frac{^{Z}U_m^d \cdot \vec{Z}_{0mm}}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$

$$^{0}I_m = \frac{^{Z}U_m^d \cdot \vec{Z}_{imm}}{\vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{imm} + \vec{Z}_{dmm} \cdot \vec{Z}_{0mm} + \vec{Z}_{imm} \cdot \vec{Z}_{0mm}}$$