1. seminarski zadatak

Adaptivno upravljanje s referentnim modelom

1 Uvod

Sve metode adaptivnog upravljanja s referentnim modelom razmatraju pogreške slijeđenja referentnog modela, koje su određene razlikom varijabli stanja i izlaznih veličina referentnog modela (x_M, y_M) i sustava (x, y):

$$e_y(t) = y_M(t) - y(t), \tag{1.1}$$

U ovom seminarskom zadatku ispitat će se svojstva adaptivnih algoritama s referentim modelom s parametarskom i signalnom adaptacijom na procesu prvog reda. Sustav prvog reda i referentni model sustava prvog reda mogu se opisati diferencijalnim jednadžbama:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku_s(t), \tag{1.2}$$

$$T_M\frac{dy_M(t)}{dt} + y_M(t) = K_M u_r(t), \tag{1.3}$$

gdje su:

- K i K_M – koeficijenti pojačanja sustava i referentnog modela sustava,
- T i T_M – vremenske konstante sustava i referentnog modela sustava,
- u_s i u_r – upravljačka i referentna veličina sustava,
- y i y_M – izlazne veličine sustava i referentnog modela.

2 Algoritam parametarske adaptacije određen metodom stabilnosti Lyapunova

Relacija za upravljački signal, koji generira algoritam parametarske adaptacije (slika 1), ima oblik:

$$u_s(t) = K_d u_r(t) - K_p y(t) \tag{2.1}$$

Diferencijalne jednadžbe (1.2) i (1.3) mogu se, uzimajući u obzir relaciju (2.1), napisati u obliku:

$$\frac{dy}{dt} = bK_d u_r(t) - (a + bK_p)\, y(t), \tag{2.2}$$

$$\frac{dy_M}{dt} = b_M u_r(t) - a_M y_M(t), \tag{2.3}$$

gdje su: $a = 1/T$, $b = K/T$, $a_M = 1/T_M$, $b_M = K_M/T_M$.

Iz relacija (2.2) i (2.3) slijedi da se potpuno (idealno) slijeđenje referentnog modela ($y = y_M$ i $dy/dt = dy_M/dt$) postiže ako parametri algoritma adaptacije iznose:

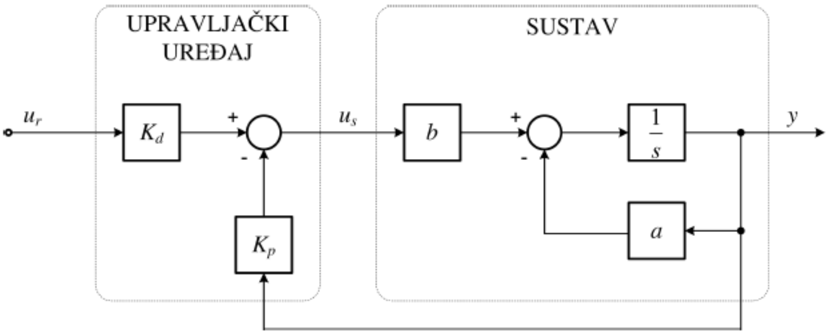
$$K_d = \frac{b_M}{b} = \frac{K_M T}{K T_M}, K_p = \frac{a_M - a}{b} = \frac{\frac{T}{T_M} - 1}{K}. \tag{2.4}$$

Iz relacija (2.2) i (2.3) dobije se izraz za derivaciju pogreške slijeđenja referentnog modela:

$$\frac{de_y}{dt} = \frac{dy_M}{dt} - \frac{dy}{dt} = -a_M e_y + (a - a_M + bK_p)\, y + (b_M - bK_d)\, u_r. \tag{2.5}$$

Kada su parametri sustava (a i b) poznati, a parametri algoritma upravljanja K_d i K_p imaju vrijednosti odredene relacijama (2.4), drugi i treći član u izrazu (2.5) jednaki su nuli pa taj izraz poprima oblik:

$$\frac{e_y}{dt} = -a_M ey. \tag{2.6}$$



Slika 1. Blokovska shema upravljanja sustavom prvog reda s poznatim vrijednostima parametara i potpunim slijeđenjem referentnog modela

Rješavanjem diferencijalne jednadžbe (2.6) dobije se izraz za pogrešku slijeđenja referentnog modela:

$$e_y(t) = e_y(0)\, e^{-a_M t} = e_y(0)\, e^{-\frac{t}{T_M}}. \tag{2.7}$$

gdje je: $e_y(0)$ – početna vrijednost pogreške.

Budući da parametri realnih sustava (a i b) nisu poznati ili se mijenjaju zbog promjene uvjeta i režima rada, potrebno je razraditi takav način podešavanja parametara upravljačkog uredaja K_d i K_p da pogreška slijeđenja referentnog modela asimptotski teži nuli, odnosno da drugi i treći član u izrazu (2.5) postanu jednaki nuli. Za sustav prvog reda pogodno je odabrati pozitivno definitnu funkciju Lyapunova, koja osim pogreške slijeđenja referentnog modela, sadrži i koeficijente drugog i trećeg člana u izrazu (2.5), odnosno koeficijente određene odstupanjem parametara sustava od nominalnih vrijednosti:

$$V(e_y, K_d, K_p) = \frac{1}{2}\left[e_y^2 + \frac{1}{\gamma_p b}(bK_p + a - a_m)^2 + \frac{1}{\gamma_d b}(bK_d - b_M)^2\right]. \tag{2.8}$$

Budući da se iznos parametara b u algoritmu adaptacije može kompenzirati koeficijentima adaptacije γ_d i γ_p, taj je parametar dodan u nazivnike drugog i trećeg člana u relaciji (2.8) pa konačni izraz za algoritam adaptacije parametara K_d i K_p neće ovisiti o parametru b.

Funkcija Lyapunova (2.8) jednaka je nuli ($V = 0$) kada je pogreška slijeđenja referentnog modela jednaka nuli ($e_y = 0$) i kada parametri algoritma upravljanja K_d i K_p imaju optimalne vrijednosti (2.4), kojima se postiže potpuno (idealno) slijeđenje referentnog modela. Deriviranjem izraza (2.8) dobije se:

$$\frac{dV}{dt} = e_y\frac{de_y}{dt} + \frac{1}{\gamma_p}(bK_p + a - a_m)\frac{dK_p}{dt} + \frac{1}{\gamma_p}(bK_p + a - a_m)\frac{dK_d}{dt}. \tag{2.9}$$

Uvrštenjem izraza za derivaciju pogreške slijedenja referentnog modela (2.5) u relaciju (2.9) dobije se nakon sređivanja:

$$\frac{dV}{dt} = -a_M e_y^2 + \frac{1}{\gamma_p}(bK_p + a - a_M)\left[\frac{dK_p}{dt} + \gamma_p e_y y\right] + \frac{1}{\gamma_d}(bK_d + -b_M)\left[\frac{dK_d}{dt} - \gamma_d e_y u_r\right]. \tag{2.10}$$

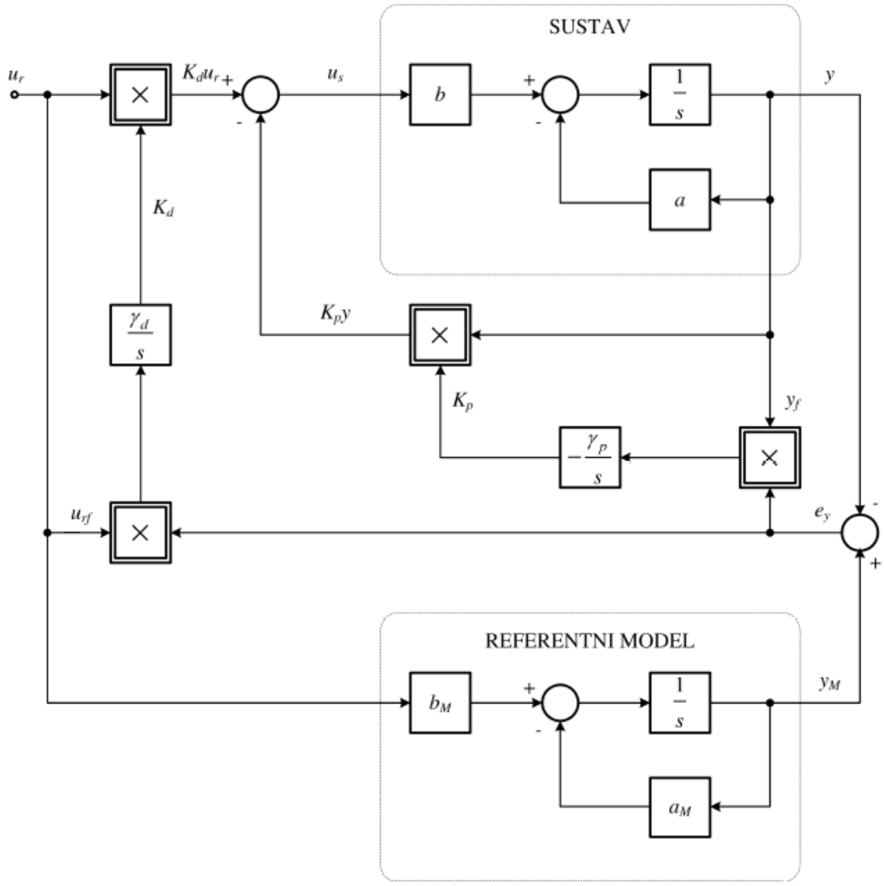
Derivacija funkcije Lyapunova (2.10) bit će negativno definitna ($dV/dt < 0$), odnosno adaptivni sustav će biti asimptotski stabilan, ako su drugi i treći član u izrazu (2.10) jednaki nuli. To će biti ispunjeno ako algoritam adaptacije parametara K_d i K_p ima oblik:

$$\begin{aligned}\frac{dK_d}{dt} &= \gamma_d e_y u_r,\\ \frac{dK_p}{dt} &= -\gamma_p e_y y.\end{aligned} \tag{2.11}$$

Uz algoritam adaptacije parametara K_d i K_p (2.11) derivacija funkcije Lyapunova (2.10) poprima oblik:

$$\frac{dV}{dt} = -a_M e_y^2. \tag{2.12}$$

Iz relacije (2.12) slijedi da je derivacija funkcije Lyapunova negativno definitna ($dV/dt < 0$) pa će se funkcija Lyapunova V smanjivati sve dok je pogreška slijeđenja referentnog modela e_y različita od nule. To znači da će pogreška slijeđenja referentnog modela e_y težiti nuli, tj. da je adaptivni sustav asimptotski stabilan. Blokovska shema adaptivnog



Slika 2. Blokovska shema adaptivnog upravljanja sustavom prvog reda s referentnim modelom i algoritmom parametarske adaptacije (2.11)

upravljanja sustavom prvog reda s referentnim modelom i algoritmom parametarske adaptacije (2.11), koji je izveden primjenom druge metode stabilnosti Lyapunova, prikazana je na slici 2. Koeficijenti adaptacije K_d i K_p (2.11) sadrže integralno ponašanje (slika 2).

1. ZADATAK

a) Potrebno je odrediti optimalne vrijednosti koeficijenata algoritma adaptacije (2.11) γ_d i γ_p uz minimizaciju integrala kvadrata pogreške e_y i sljedeće vrijednosti koeficijenata referentnog modela, ovisno o grupi kojoj pripadate:

grupa	1	2	3	4	5	6	7
K_M	1	4	7	10	1	4	7
T_M	0.5	2	4	5	2	8	16

te sve kombinacije parametara sustava:

$$K = \{0.5K_M,\ K_M,\ 2K_M\},$$

$$T = \{0.5T_M,\ T_M,\ 2T_M\}.$$

b) Potrebno je snimiti prijelazne pojave:

$$y(t),\ u_s(t),\ e_y(t) = y_M(t) - y(t),\ K_d(t),\ K_p(t)$$

za zadane vrijednosti parametara i uz algoritam adaptacije (2.11) i optimalne iznose koeficijenata γ_d i γ_p određene u a) dijelu zadatka.

c) Komentirati dobivene odzive i utjecaj koeficijenata adaptacije γ_p i γ_d.

Napomene:

- referentni signal u_r je pravokutni signal amplitude ± 1 i perioda $t_p = 20T_M$,
- za vrijeme simulacije odabrati $t_s = 5t_p$,
- za početne vrijednosti koeficijenata odabrati: $K_d(0) = 1$, $K_p(0) = 0$, $\gamma_d(0) = K_M$, $\gamma_p(0) = 1/K_M$.
- prijelazne pojave prikazati u jednom prozoru s 5 potprozora,
- oscilacije upravljačkog signala u_s mogu se smanjiti uvođenjem dodatnog člana u kriterij, npr. otežanog kvadrata derivacije pogreške slijeđenja ($a^2 \cdot \dot{e_y}^2$) i/ili otežanog kvadrata derivacije koeficijenta adaptacije ($b^2 \cdot \dot{K_d}^2$).

3 Algoritam signalne adaptacije

Relacija za upravljački signal, koji generira algoritam signalne adaptacije ima oblik:

$$u_s(t) = u_r(t) + u_A(t) \tag{3.1}$$

Diferencijalne jednadžbe (1.2) i (1.3) mogu se, uzimajući u obzir relaciju (3.1), napisati u obliku:

$$\frac{dy}{dt} = bu_r(t) - ay(t) + bu_A(t), \tag{3.2}$$

$$\frac{dy_M}{dt} = b_M u_r(t) - a_M y_M(t), \tag{3.3}$$

gdje su: $a = 1/T$, $b = K/T$, $a_M = 1/T_M$, $b_M = K_M/T_M$.

Iz relacija (3.2) i (3.3) dobije se izraz za derivaciju pogreške slijeđenja referentnog modela:

$$\frac{de_y(t)}{dt} = \frac{dy_M(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} = -a_M e_y(t) - (a_M - a)y(t) + (b_M - b)u_r(t) - bu_A(t). \tag{3.4}$$

Izraz (2.5) može se napisati u obliku:

$$\frac{de_y(t)}{dt} = -a_M e_y(t) + \sigma(t) - bu_A(t). \tag{3.5}$$

gdje je:

$$\sigma(t) = -(a_M - a)y(t) + (b_M - b)u_r(t), \tag{3.6}$$

signal određen odstupanjem parametara procesa od referentnog modela.

Stabilnost adaptivnog algoritma može se prikazati pomoću kriterija stabilnosti Lypunova. Odabire se pozitivno definitna funkcija Lyapunova (kvadratnog oblika):

$$V(e_y) = \frac{1}{2}e_y^2 \tag{3.7}$$

Deriviranjem funkcije Lyapunova i uvrštavanjem izraza za derivaciju pogreške (3.5) dobiva se:

$$\frac{dV}{dt} = e_y \frac{de_y}{dt} = -a_M e_y^2 + e_y\left[\sigma(t) - bu_A(t)\right] \tag{3.8}$$

Derivacija funkcije Ljapunova mora biti negativno definitna da bi algoritam adaptacije bio stabilan. To će biti ispunjeno ako algoritam adaptacije ima oblik:

$$u_A(t) = h \cdot sign(e_y(t)) \tag{3.9}$$

i ako je:

$$bu_A(t) = \sigma(t) = -(a_M - a)y(t) + (b_M - b)u_r(t), \tag{3.10}$$

gdje je: h - koeficijent adaptacije.

Uz algoritam adaptacije prema (3.9) i uz uvjet (3.9) izraz (3.5) postaje:

$$\frac{de_y(t)}{dt} = -a_M e_y(t) \tag{3.11}$$

Rješavanjem gornje diferencijalne jednadžbe dobiva se izraz za pogrešku slijeđenja referentnog modela:

$$e_y(t) = e_y(0)e^{-a_M t} = e_y(0)e^{-\frac{t}{T_M}} \tag{3.12}$$

gdje je: $e_y(0)$ - početna vrijednost pogreške.

Da bi se izbjegle trajne oscilacije visokih frekvencija u sustavu, koje su rezultat korištenja algoritma prema izrazu (3.9) funkcija predznaka zamjenjuje se sa funkcijom zasićenja:

$$u_A = \begin{cases} h & \text{za } e_y > e_{yz}, \\ K_v e_y & \text{za } |e_y| \leq e_{yz}, \\ -h & \text{za } e_y < -e_{yz}. \end{cases} \tag{3.13}$$

gdje su:

- e_{yz} - širina područja u kojem je funkcija zasićenja linearna,
- K_v - koeficijent pojačanja pogreške,
- h - iznos zasićenja (ograničenja).

2. ZADATAK

a) Uz algoritam adaptacije (3.9) i sljedeće vrijednosti parametara referentnog modela, ovisno o grupi kojoj pripadate:

grupa	1	2	3	4	5	6	7
K_M	1	4	7	10	1	4	7
T_M	0.5	2	4	5	2	8	16

te sve kombinacije parametara sustava:

$$K = \{0.5K_M,\ K_M,\ 2K_M\},$$

$$T = \{0.5T_M,\ T_M,\ 2T_M\},$$

i vrijednosti koeficijenta adaptacije:

$$h = \{0.5,\ 1,\ 2\},$$

potrebno je snimiti prijelazne pojave signala:

$$y(t),\ u_A(t),\ e_y(t) = y_M(t) - y(t).$$

b) Ponoviti prethodni zadatak za algoritam adaptacije (3.13).

c) Komentirati dobivene prijelazne pojave te dati usporedbu s algoritmom parametarske adaptacije.

Napomene:

- referentni signal je oblika $u_r(t) = S(t)$,
- za vrijeme simulacije odabrati $t_s = 5T_M$,
- za vrijeme diskretizacije odabrati $T_d = T_M/200 = t_s/1000$,
- prijelazne pojave za svaki slučaj prikazati na jednoj slici s 3 podslike.

Raspored po grupama:

JMBG	Grupa parametara
0036477049	1
0036480163	2
0036483807	3
0036477881	4
0036483987	5
0036480046	6
0036483672	7
0036481316	1
0036478511	2
0036484622	3

Izvještaj je potrebno predati e-mailom pedmetnom nastavniku s naslovom **[ARU] - S1** u pdf obliku s nazivom dokumenta
ARU_S1_Ime_Prezime.pdf do roka objavljenog na internetskoj stranici predmeta.