# Universidad Tecnológica del Perú

# Cálculo I

## Taller 1

**Torres Vara, Mateo Nicolas** - U24308542
**Zavala Padilla, Brayan Jhoseph** - U20204620
Sección 32384

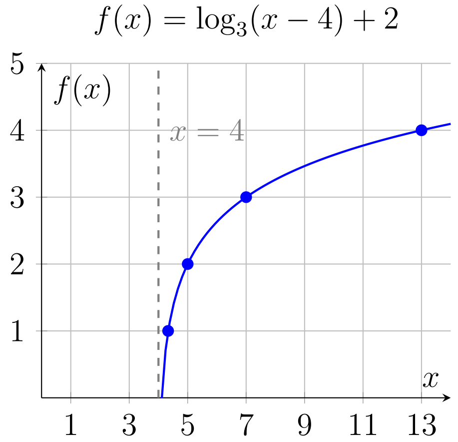
6 de septiembre de 2025

Docente: Victor Johnny Papuico Bernardo

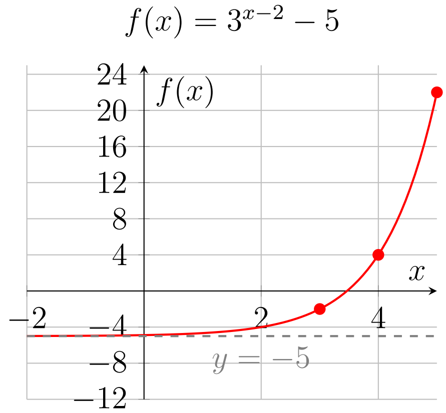
# Ejercicio 1

Dada las siguiente funciones

- $$f(x) = \log_3(x-4) + 2$$
- $$f(x) = 3^{x-2} - 5$$




**Dominio:** $x > 4$
**Rango:** $(-\infty, \infty)$

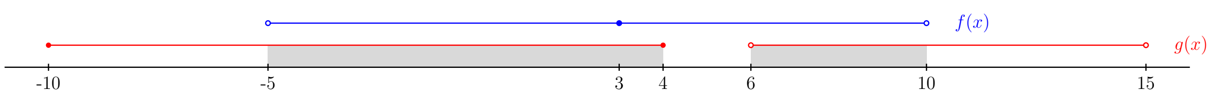



**Dominio:** $(-\infty, \infty)$
**Rango:** $(-5, \infty)$

# Ejercicio 2

Determine el dominio y la regla de correspondencia de las funciones $f - g$ y $\dfrac{f}{g}$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \in ]-5,3[ \\ -x+5, & x \in [3,10[ \end{cases}, \qquad g(x) = \begin{cases} 1-x, & x \in [-10,4] \\ x-8, & x \in ]6,15[ \end{cases}$$




$f - g$

$$x \in ]-5,3[ \Rightarrow 2x+1-(1-x) = 3x$$

$$x \in [3,4] \Rightarrow -x+5-1+x = 4$$

$$x \in ]6,10[ \Rightarrow -x+5-(x-8) = 13-2x$$

$f/g$

$$x \in ]-5,3[ - \{1\} = \frac{2x+1}{1-x}$$

$$x \in [3,4] - \{1\} = \frac{-x+5}{1-x}$$

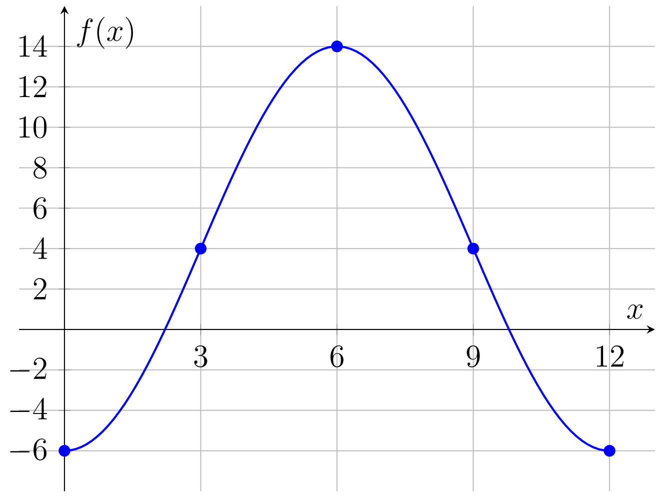
$$x \in ]6,10[ - \{8\} = \frac{-x+5}{x-8}$$

# Ejercicio 3

Grafique la siguiente función $f(x) = -10\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 4$, para un solo periodo.

$$|a| = -10 \qquad w = \frac{\pi}{6} \qquad \varnothing = 0 \qquad T = \frac{2\pi}{w} = 12 \qquad s = 3 \qquad b = 4$$

| | |
|---|---|
| 0 | $-6$ |
| 3 | $-4$ |
| 6 | $-6$ |
| 9 | $-4$ |
| 12 | $-6$ |



# Ejercicio 4

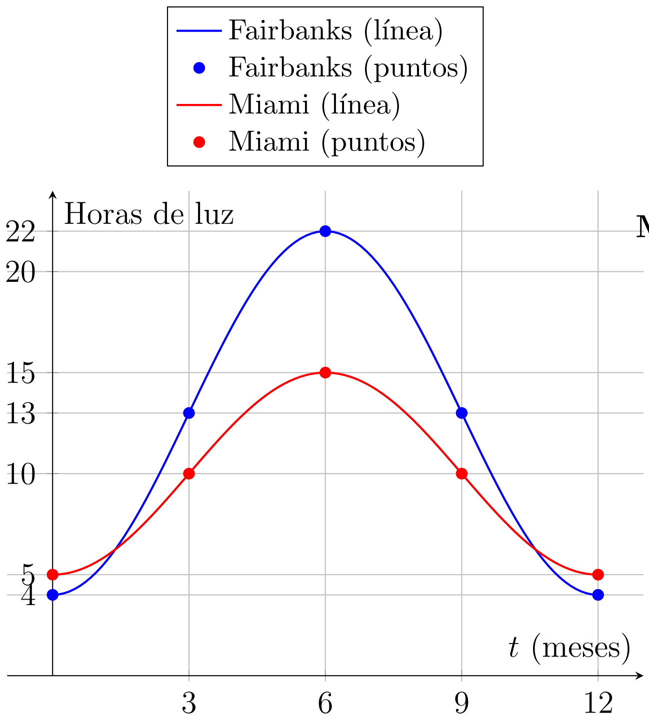
Fairbanks es una ciudad de Alaska. Es una de las ciudades más al norte de los EE.UU. Mientras que Miami es una de las ciudades más al sur de los EE.UU. Se ha logrado modelar la cantidad de horas F de luz natural en Fairkans y Miami mediante las siguientes funciones:

$$F(t) = 13 - 9\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad \text{y} \quad M(t) = 10 - 5\cos\left(\frac{\pi}{6}(t)\right)$$

respectivamente. Donde $t$ es el tiempo en meses, desde el inicio hasta el fin del año 2016. ¿Cada cuánto tiempo la cantidad de horas de luz natural se repite en cada ciudad? ¿Cuáles fueron las cantidades de horas de luz natural máxima y mínima en cada ciudad? Grafique las funciones.

**Fairbanks**

| $t$ | $F(t)$ |
|---|---|
| 0 | 4 |
| 3 | 13 |
| 6 | 22 |
| 9 | 13 |
| 12 | 4 |




**Miami**

| $t$ | $M(t)$ |
|---|---|
| 0 | 5 |
| 3 | 10 |
| 6 | 15 |
| 9 | 10 |
| 12 | 5 |

$$|a| = 9 \qquad w = \frac{\pi}{6} \qquad \varnothing = 0 \qquad T = \frac{2\pi}{w} = 12 \qquad s = 0 \qquad b = 13$$

$$|a| = 5 \qquad w = \frac{\pi}{6} \qquad \varnothing = 0 \qquad T = \frac{2\pi}{w} = 12 \qquad s = 0 \qquad b = 10$$

## Conclusiones

- La cantidad de horas de luz natural se repite cada 12 meses en ambas ciudades.
- En Fairbanks, la cantidad máxima de horas de luz natural es 22 horas y la mínima es 4 horas.
- En Miami, la cantidad máxima de horas de luz natural es 15 horas y la mínima es 5 horas.

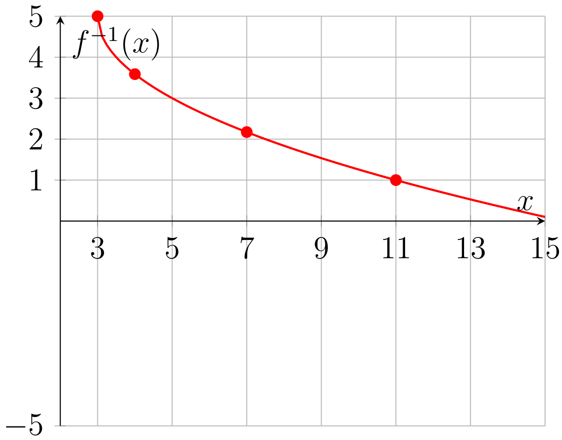
# Ejercico 5

Dada la siguiente función $f(x) = 0{,}5(x-5)^2 + 3$, para $x < 5$. Determine, el dominio, rango y la gráfica de f , Determine si existe la función inversa de f . Si existe, determine la regla de correspondencia de $f^{-1}(x)$, su dominio y rango y su gráfica. Finalmente, use la composición para probar que $\left(fof^{-1}\right)(x) = x$.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 0{,}5(x-5)^2 + 3, \quad x < 5 \\
y &= 0{,}5(x-5)^2 + 3 \\
y - 3 &= 0{,}5(x-5)^2 \\
2(y-3) &= (x-5)^2 \\
x - 5 &= \pm\sqrt{2(y-3)} \\
x &= 5 - \sqrt{2(y-3)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}(5 - \sqrt{2(x-3)} - 5)^2 + 3 &= x \\
\frac{1}{2}(\sqrt{2(x-3)})^2 + 3 &= x \\
\frac{1}{2}(2(x-3)) + 3 &= x \\
x - 3 + 3 &= x \\
x &= x
\end{aligned}
$$

$f^{-1}(x) = 5 - \sqrt{2(x-3)}$



# Ejercicio 6

6) $f(x) = 2\sqrt{x-5} - 4$

Dominio

$x - 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$

$Df = [5, \infty)$

$y = 2\sqrt{x-5} - 4$

$y + 4 = 2\sqrt{x-5}$

$\frac{y+4}{2} = \sqrt{x-5}$

$\left(\frac{y+4}{2}\right)^2 = x - 5$

$x = \left(\frac{y+4}{2}\right)^2 + 5$

$f^{-1}(x) = \left(\frac{x+4}{2}\right)^2 + 5$

$Df^{-1} = [-4, \infty)$

$Rf^{-1} = [5, \infty)$

Rango: $\sqrt{x-5} \geq 0$

$f(x) = 2\sqrt{x-5} - 4 \geq -4$

$Rf = [-4, \infty)$

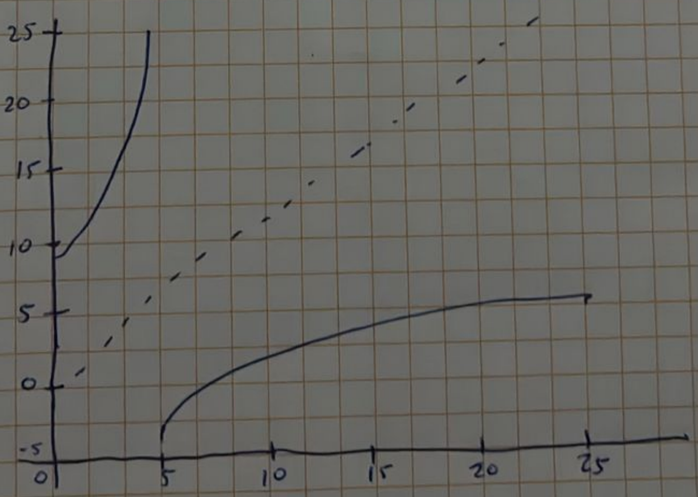
$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x))$

$f(x) = 2\sqrt{x-5} - 4$

$f^{-1}(f(x)) = \left(\frac{(2\sqrt{x-5} - 4) + 4}{2}\right)^2 + 5$

$\left(\frac{2\sqrt{x-5}}{2}\right)^2 + 5$

$(\sqrt{x-5})^2 + 5 = (x-5) + 5 = x$



# Ejercicio 7

(7) Dominio de la función

- LARGO : $30 - 2x$
- ANCHO : 7
- ALTURA : $x$

$x > 0$

$30 - 2x > 0 \Rightarrow x < 15$

$$0 < x < 15$$

$$V(x) = (30-2x)(7)(x)$$

$$V(x) = 7x(30-2x)$$

$$V(x) = 7x(30-2x) = 210x - 14x^2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-210}{2(-14)} = \frac{210}{28} = 7.5$$

✓ Dom : $0 < x < 15$

✓ $F(x)$ : $V(x) = 210x - 14x^2$

✓ MÁXIMO VOLUMEN CUANDO $x = 7.5$

✓ DIMENSIONES DE LA CAJA :

LARGO $= 30 - 2x = 30 - 15 = 15m$

ANCHO $= 7m$

ALTURA $= 7.5m$

## Recursos y créditos

- **Código fuente:** Repositorio GitHub - Cálculo I
- **Carátula por:** 1nfinit0 en GitHub