Universidad Tecnológica del Perú

Cálculo I

Portafolio de Actividades

Torres Vara, Mateo Nicolas - U24308542
Sección 32384

29 de noviembre de 2025

Docente: Victor Johnny Papuico Bernardo

Actividad 1

Realice una reflexión sobre las propiedades: Resistencia, Reciclable, Reutilizable, Degradable y Eficiente de un envase de leche en lata de una empresa que opere en nuestro país.

- **Resistencia:** La resistencia de un envase de leche en lata es fundamental para garantizar la protección del producto. Debe ser capaz de soportar condiciones de transporte y almacenamiento sin deformarse ni romperse.
- **Reciclable:** Es importante que el material del envase sea reciclable para minimizar el impacto ambiental. Las latas de aluminio, por ejemplo, son altamente reciclables y pueden ser reutilizadas para fabricar nuevos productos.
- **Reutilizable:** Aunque las latas de leche en sí no son reutilizables, es posible fomentar la reutilización a través de programas de devolución o incentivos para que los consumidores devuelvan las latas vacías.
- **Degradable:** Si bien las latas de metal no son biodegradables, es esencial que los envases alternativos, como los de cartón, sean diseñados para descomponerse de manera segura en el medio ambiente.
- **Eficiente:** La eficiencia en el diseño del envase puede contribuir a la reducción de residuos y al uso óptimo de recursos. Esto incluye la minimización del material utilizado y la optimización del espacio en el transporte.

Actividad 2

Usted como ingeniero debe diseñar un protector de cartón para una barra de mantequilla con las siguientes especificaciones:

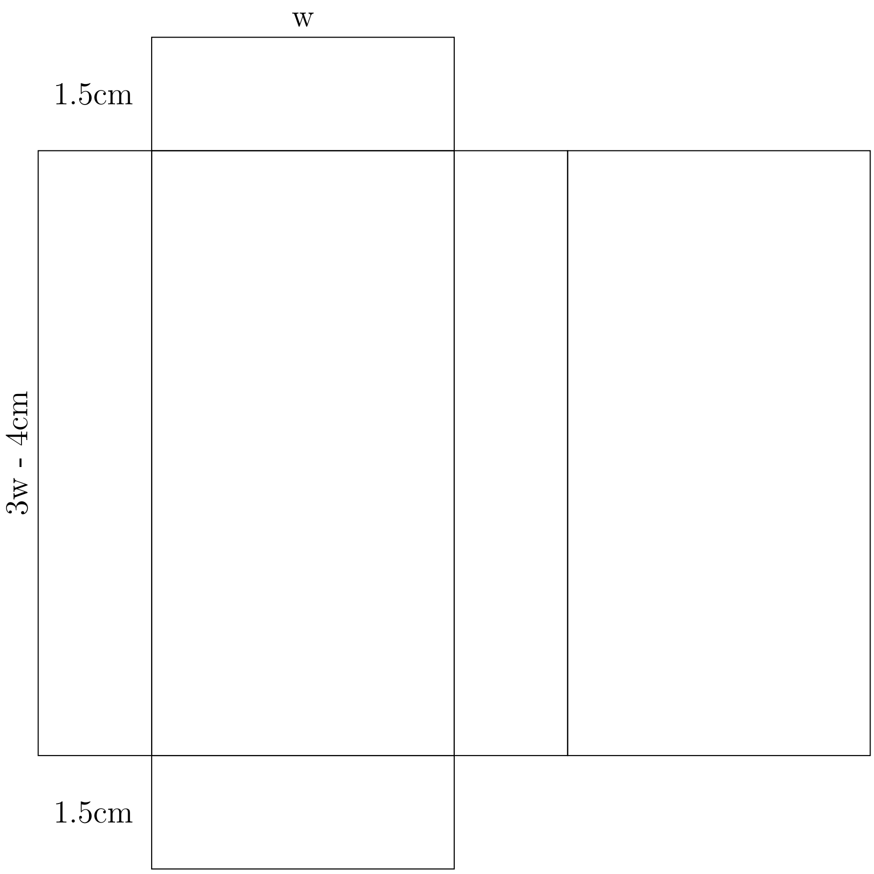
Espesor de la barra: 1,5cm	$h = 1.5$ cm
Ancho de la barra: entre 4 y 6cm inclusive	$4 \leq w \leq 6$ cm
Largo de la barra: El triple del ancho disminuido en 4cm	$l = 3w - 4$ cm

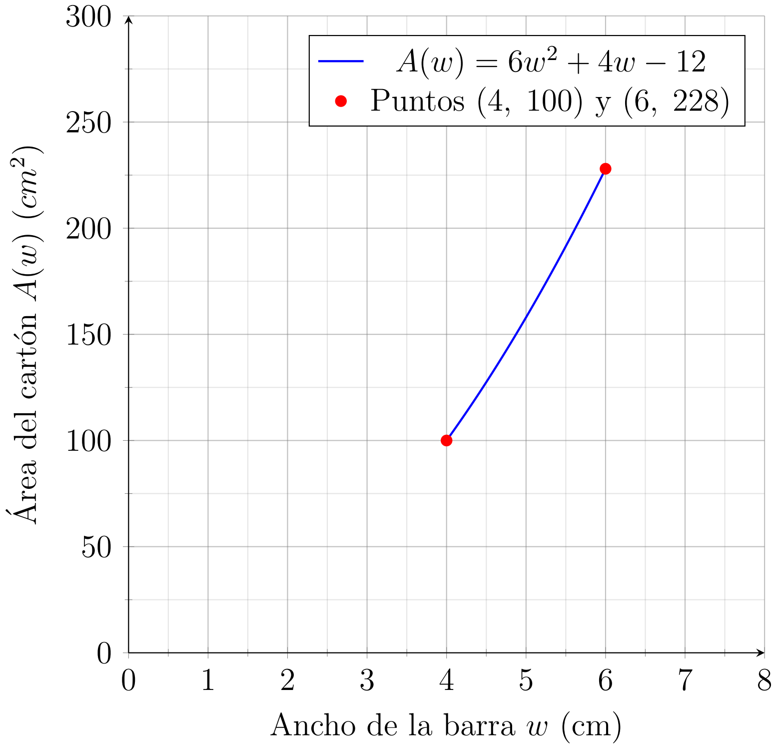
- Represente una función en una variable que modele el área del cartón para este protector (elija una variable que se encuentre dentro de las condiciones dadas).

$$2(1.5)(w) + 2(1.5)(3w-4) + 2(w)(3w-4)$$

$$3w + 9w - 12 + 6w^2 - 8w = 6w^2 + 4w - 12$$

- Represente gráficamente la función del ítem anterior mediante la plataforma digital (GEOGEBRA, DESMOS, etc), indicando dominio y rango.





- Calcule la mínima cantidad de material que se puede usar en este protector.

$$A(w) = 6w^2 + 4w - 12 = 6(4)^2 + 4(4) - 12 = 96 + 16 - 12 = 100cm^2$$

Actividad 3

Usted como ingeniero debe diseñar un envase de lata para una nueva presentación de la empresa GLORIA, para ello debe analizar la presentación más vendida de la empresa (ver imagen)

- Presente una imagen donde usted está midiendo el diámetro y altura del envase e indique cuanto material (área total) se usó en su fabricación.

$$A(h) = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi(3.75)^2 + 2\pi(3.75)(10) = 88.36 + 235.62 = 323.98cm^2$$

- Usted como ingeniero recibe el encargo de diseñar un nuevo envase cilíndrico de capacidad 500ml, para ello debe presentar una función en una variable que represente la cantidad de material a usar en ese envase. Además, debe analizar la gráfica mediante la plataforma digital (GEOGEBRA, DESMOS, etc) e indicar las características de esa función. **Para este caso,** $h = 2r$

$$V = \pi r^2 h \implies h = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r\left(\frac{V}{\pi r^2}\right)$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

$$500 = 2\pi r^3$$

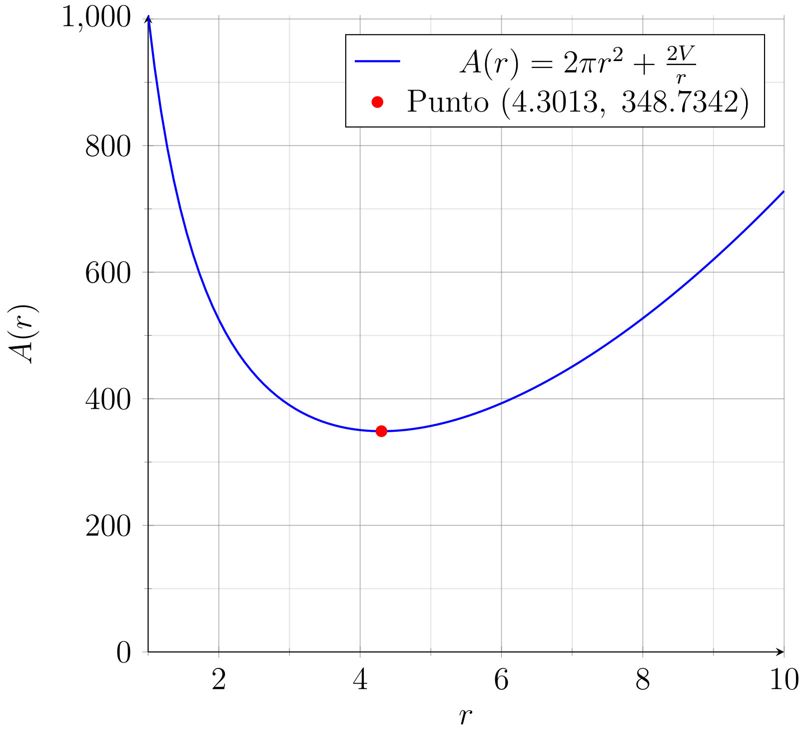
$$r^3 = \frac{500}{2\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{500}{2\pi}} \approx 4.30127cm$$

$$\pi r^2 h$$

$$\pi \cdot 4.30127^2 \cdot 8.60254$$

$$= 500ml$$



- Si el área técnica le informa que el nuevo envase cilíndrico presentará dos tipos de material (uno para el área lateral y otro para las bases), donde el material para el área lateral y bases presenta costos diferentes, según la información del cuadro:

Material para área lateral	
Calidad	Costo por cm^2
Calidad 1	$0,01$
Calidad 2	$0,02$
Calidad 3	$0,03$
Calidad 4	$0,04$
Calidad 5	$0,05$

Material para las bases	
Calidad	Costo por cm^2
Calidad 1	$0,06$
Calidad 2	$0,07$
Calidad 3	$0,08$
Calidad 4	$0,09$
Calidad 5	$0,10$

$$
\begin{aligned}
&\frac{2V}{r} \cdot 0.01 \\
&= \frac{1000}{4.30127} \cdot 0.01 \\
&= 2.3255
\end{aligned}
$$

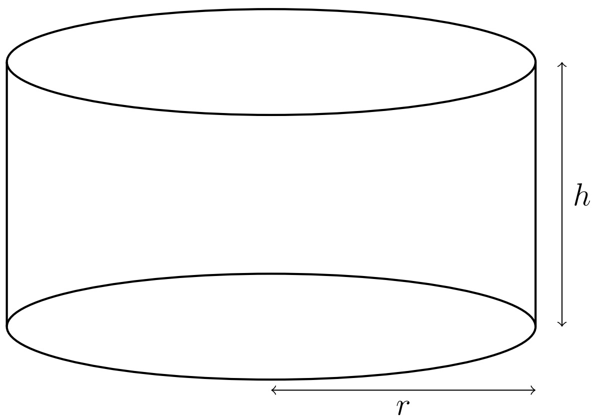
$$
\begin{aligned}
&2\pi r^2 \cdot 0.07 \\
&= 2\pi(4.30127)^2 \cdot 0.07 \\
&= 8.1271
\end{aligned}
$$

Actividad 4

Luego de su excelente desempeño en la empresa GLORIA, usted es contratado por la empresa FANNY para optimizar los costos de fabricación del envase de su producto más vendido (ver imagen)

Según el área comercial de la empresa los clientes piden una conserva que tenga 20 % más de capacidad, para lo cual usted debe realizar lo siguiente:

- Proponga la imagen de un nuevo envase cilíndrico. **Para este caso,** $h = r$



$$h = r$$
$$V = 600\,\mathrm{cm}^3$$

- Proponga costos diferentes para el material usado en el área lateral y en las bases. Se usará el material de calidad 3 para el área lateral y calidad 4 para las bases.

- Presente una función en una variable que modele el costo total del envase.

$$V = \pi r^2 h \implies h = \frac{V}{\pi r^2}$$

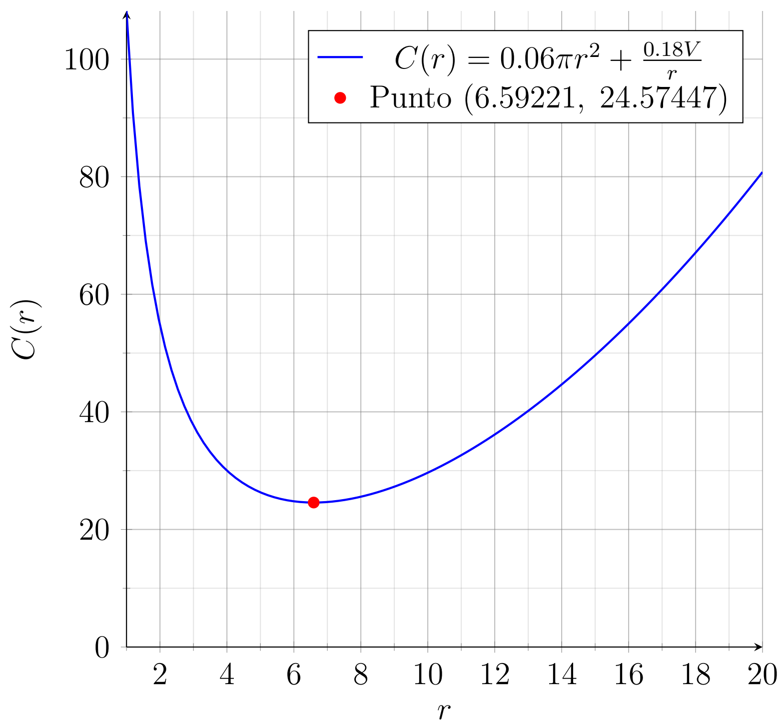
$$A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r\left(\frac{V}{\pi r^2}\right)$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

$$C(r) = (0.03)(2\pi r^2) + (0.09)\left(\frac{2V}{r}\right)$$

$$C(r) = 0.06\pi r^2 + \frac{0.18V}{r}$$

- Grafique la función mediante la plataforma digital (GEOGEBRA, DESMOS, etc).



Actividad 5

Mediante el uso de la derivada calcule el costo mínimo del envase diseñado en la parte (c) de la pregunta 3

Función de costo total:

$$C(r) = \frac{1}{100} \cdot 2\pi r \cdot \frac{500}{\pi r^2} + \frac{7}{100} \cdot 2\pi r^2$$

$$C(r) = \frac{10}{r} + \frac{7\pi r^2}{50}$$

Derivando la función:

$$C'(r) = \left(\frac{10}{r}\right)' + \left(\frac{7\pi r^2}{50}\right)'$$

$$C'(r) = \frac{10' \cdot r - 10 \cdot r'}{r^2} + \frac{(7\pi r^2)' \cdot 50 - (7\pi r^2) \cdot 50'}{50^2}$$

$$C'(r) = \frac{-10}{r^2} + \frac{14\pi r}{50}$$

Igualando a cero para encontrar los puntos críticos:

$$\frac{-10}{r^2} + \frac{14\pi r}{50} = 0$$

$$\frac{14\pi r}{50} = \frac{10}{r^2}$$

$$r^3 = \frac{500}{14\pi}$$

$$r \approx 2.24852$$

Calculando el costo mínimo:

$$C(2.24852) = \frac{10}{2.24852} + \frac{7\pi(2.24852)^2}{50} \approx 6.67104$$

Actividad 6

Mediante el uso de la derivada calcule el costo mínimo del envase diseñado en la pregunta 4, donde debe asegurarse que su diseño permita que la función presente valor crítico.

Función de costo total:

$$C(r) = 0.06\pi r^2 + \frac{108}{r}$$

Derivando la función:

$$C'(r) = (0.06\pi r^2)' + \left(\frac{108}{r}\right)'$$

$$C'(r) = 0.12\pi r - \frac{108}{r^2}$$

Igualando a cero para encontrar los puntos críticos:

$$0.12\pi r - \frac{108}{r^2} = 0$$

$$0.12\pi r = \frac{108}{r^2}$$

$$r^3 = \frac{900}{\pi} \implies r \approx 6.59221$$

Segunda derivada:

$$C''(r) = (0.12\pi r)' - \left(\frac{108}{r^2}\right)'$$

$$C''(r) = 0.12\pi + \frac{216}{r^3} \implies C''(6.59221) = 0.36\pi > 0$$

Calculando el costo mínimo:

$$C(6.59221) = 0.06\pi(6.59221)^2 + \frac{108}{6.59221} \approx 24.57447$$

Actividad 7

Mediante el uso de la integral definida (sólido de revolución) verifique el volumen de los envases diseñados en las preguntas 3 y 4.

Pregunta 3:

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2(2r) = 2\pi r^3$$

Entonces $r \approx 4.30127 \implies h \approx 8.60254$
Verificando con la integral definida:

$$\pi \int_0^h r^2 \, dh$$

$$\pi r^2 h = \pi(4.30127)^2(8.60254) \approx 500cm^3$$

Pregunta 4:

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 r = \pi r^3$$

Entonces $r \approx 5.75882 \implies h \approx 5.75882$
Verificando con la integral definida:

$$\pi \int_0^h r^2 \, dh$$

$$\pi r^2 h = \pi(5.75882)^2(5.75882) \approx 600cm^3$$

Recursos y créditos

- **Código fuente:** Repositorio GitHub - Cálculo I
- **Carátula por:** 1nfinit0 en GitHub