

Práctica de laboratorio No. 4: Controlador PID velocidad y posición

Mateo Salamanca Pulido
Ingeniería Electrónica
Universidad Distrital Francisco José de
Caldas
20211005107
Bogotá, Colombia

Nicolas Torres
Ingeniería Electrónica
Universidad Distrital Francisco José de
Caldas
20201005046
Bogotá, Colombia

Nicolás Felipe Macías Paz
Ingeniería Electrónica
Universidad Distrital Francisco José de
Caldas
20212005141
Bogotá, Colombia

I. Abstract

This laboratory practice focuses on designing, implementing, and tuning PID controllers for both speed and position control. The root locus method is used to ensure that the closed-loop system achieves a settling time equal to 80 % of the open-loop system's settling time, zero steady-state error for a unit step input, and a maximum overshoot not exceeding 20 %. Additionally, the advantages and disadvantages of PID controllers in both design and implementation are analyzed.

Keywords: PID controller, root locus, speed control, position control, steady-state error, maximum overshoot.

II. Resumen

Esta práctica de laboratorio se centra en el diseño, implementación y ajuste de controladores PID para el control de velocidad y posición. Se utiliza el método del lugar de las raíces para garantizar que el sistema en lazo cerrado logre un tiempo de establecimiento igual al 80 % del tiempo de establecimiento del sistema en lazo abierto, error en estado estacionario nulo para una entrada escalón unitario y un sobreimpulso máximo no superior al 20 %. Además, se analizan las ventajas y desventajas de los controladores PID en su diseño e implementación.

Palabras clave: Controlador PID, lugar de las raíces, control de velocidad, control de posición, error en estado estacionario, sobreimpulso máximo.

III. Introducción

En los sistemas de control automático, los controladores proporcionales, integrales y derivativos (PI, PD y PID) desempeñan un papel esencial en la mejora del rendimiento de un sistema dinámico en términos de estabilidad, precisión y velocidad de respuesta. Esta práctica de laboratorio se enfoca en el diseño e implementación de controladores PI y PID para el control de velocidad, utilizando el método del lugar de las raíces.

El principal objetivo de este estudio es asegurar que el sistema en lazo cerrado cumpla con ciertos criterios de desempeño, tales como reducir el tiempo de establecimiento al 80 % del valor original en lazo abierto, eliminar el error

en estado estacionario ante una entrada escalón unitario y mantener el sobrepaso máximo en un 20 % o menos.

Además, se explorará el diseño de controladores PD y PID para sistemas de control de posición, analizando sus ventajas y desventajas en cuanto a implementación y comportamiento dinámico. Este análisis permitirá una mejor comprensión de la aplicabilidad de estos controladores en diversos sistemas de automatización y control industrial.

IV. Objetivos

IV-A. *Objetivo general*

Diseñar, sintonizar e implementar controladores PID para sistemas de velocidad y posición, utilizando el lugar geométrico de las raíces, garantizando el cumplimiento de criterios de desempeño.

IV-B. *Objetivos específicos*

- Diseñar e implementar controladores PID para el control de velocidad y posición, aplicando el método del lugar de las raíces para mejorar el desempeño del sistema en términos de estabilidad y respuesta dinámica.
- Asegurar el cumplimiento de requisitos de desempeño en sistemas en lazo cerrado, tales como la reducción del tiempo de establecimiento al 80 % del valor en lazo abierto, la eliminación del error en estado estacionario ante una entrada escalón unitario y la limitación del sobrepaso máximo al 20 %.
- Comparar y analizar las ventajas y desventajas de los controladores PID en el control de velocidad y posición, evaluando su impacto en la implementación y el comportamiento dinámico del sistema.

V. MARCO TEÓRICO

Un sistema de control es un conjunto de elementos interconectados diseñados para regular el comportamiento de una planta o proceso. Existen dos tipos principales de sistemas de control:

- **Sistemas de lazo abierto:** No tienen retroalimentación y su respuesta depende únicamente de la entrada.

- **Sistemas de lazo cerrado:** Utilizan retroalimentación para ajustar la salida y reducir el error entre la respuesta del sistema y la referencia deseada.

En este laboratorio, se trabaja con sistemas de lazo cerrado, donde el desempeño se mejora mediante controladores PID diseñados utilizando el método del lugar de las raíces.

V-A. Método del Lugar Geométrico de las Raíces

Este método gráfico permite diseñar controladores ajustando la ubicación de los polos del sistema. Los polos deseados se eligen en función de:

- **Tiempo de establecimiento:** $t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$
- **Sobrepaso máximo:** $M_p = e^{\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$
- **Frecuencia natural:** $\omega_n = \frac{\pi}{T_u}$

V-B. Criterios de Desempeño del Sistema

Para evaluar el desempeño del control:

- **Tiempo de establecimiento:** $t_s < 80\%$ del lazo abierto.
- **Error en estado estacionario:** $e_{ss} = 0$.

V-C. Controladores PID

Un controlador PID ajusta la salida de un sistema en función del error entre la señal de referencia $r(t)$ y la salida del sistema $y(t)$. Su ecuación general es:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

Donde:

- $u(t)$ es la señal de control.
- $e(t) = r(t) - y(t)$ es el error.
- K_p es la ganancia proporcional.
- K_i es la ganancia integral.
- K_d es la ganancia derivativa.

Cada término tiene un efecto distinto en la respuesta del sistema:

V-C1. Control Proporcional (P):

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2)$$

Mejora la respuesta del sistema, pero no elimina el error en estado estacionario.

V-C2. Control Integral (I):

$$u(t) = K_i \int e(t) dt \quad (3)$$

Elimina el error en estado estacionario, pero puede generar oscilaciones.

V-C3. Control Derivativo (D):

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4)$$

Reduce el sobrepaso, pero es sensible al ruido.

V-C4. *Controladores Combinados:* Los controladores combinados más utilizados son:

- **PI (Proporcional-Integral):** Reduce el error en estado estacionario sin grandes oscilaciones.
- **PD (Proporcional-Derivativo):** Mejora la estabilidad y la velocidad de respuesta.
- **PID (Proporcional-Integral-Derivativo):** Proporciona estabilidad y reducción del error en estado estacionario.

VI. Desarrollo

Se tiene la siguiente planta para el motor trabajado durante el laboratorio:

$$\frac{\omega}{V_{PWM}} = \frac{25560}{s^2 + 222,2s + 4938} \quad (5)$$

Se tiene que, para lograr el *overshoot* del 20%, la ganancia proporcional debe ser de $K = 2,14$, con polo dominante en $s = -111 \pm j217$. De la ubicación geométrica del polo, es posible calcular el tiempo de establecimiento de la siguiente manera:

$$\tau_s = \frac{4}{\Re(s)} = \frac{4}{111} = 0,036 \text{ s} \quad (6)$$

La función de transferencia del compensador generalizada es:

$$G_c(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (7)$$

Para un controlador PID, se pueden calcular los parámetros de la función de transferencia de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} K_P &= \frac{1,2\tau}{KL} = \frac{1,2(0,036)}{2,14(10\text{m})} \approx 2,0187 \\ \tau_i &= 2L = 2(10\text{m}) = 0,02 \\ K_i &= \frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{0,02} = 50 \\ K_d &= \tau_d = 0,5(10\text{m}) = 0,005 \end{aligned} \quad (8)$$

Aplicando la función de transferencia del controlador en su forma canónica, se obtiene:

$$\begin{aligned} 1 + \frac{K_i}{s} + K_d s &= \frac{K_d s^2 + s + K_i}{s} \\ &= \frac{K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i}{s} \\ &= K_p \frac{(K_d s^2 + s + K_i)}{s} \cdot \frac{25560}{(s + 25,04)(s + 197,15)} \end{aligned} \quad (9)$$

En el caso del controlador PI, se desea cancelar el polo $s = -197,15$ y mantener el cero en $s = -25,04$; por lo tanto, se realiza lo siguiente:

$$\begin{aligned} (s + 197,15)(s + 25,04) &= s^2 + 222,2s + 4938 \\ &= K_d s^2 + 222,2K_d s + 4938K_d \\ &= 222,2K_d = 1 \rightarrow K_d = 0,0045 \\ &= 4938(0,0045) = K_i = 22,221 \\ &= \text{Rlocus: } K_p \approx 0,7 \end{aligned} \quad (10)$$

Para realizar el control de posición, se toma la planta del sistema y se halla la función de transferencia en lazo cerrado de la siguiente manera:

$$G_{Pf} = \frac{G_P}{1 + GP} \cdot \frac{1}{s} = \frac{25560}{s^3 + 222,2s^2 + 7498s} \quad (11)$$

Partiendo de la ecuación canónica del controlador en lazo cerrado, se obtendría lo siguiente:

$$\begin{aligned} &= 1 + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + s + K_i}{s} \\ &= \frac{K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i}{s} \\ &= \frac{K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i}{s} \cdot \frac{25560}{s(s^2 + 222,2s + 7498)} \\ &= \frac{25560(K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i)}{s^2(s + 41,48)(s + 180,77)} \end{aligned} \quad (12)$$

Ahora bien, siguiendo con el sistema que permite controlar velocidad, se debe realizar nuevamente una realimentación unitaria para obtener la función canónica del controlador:

$$\begin{aligned} G'_p &= \frac{G_p}{G_p + 1} = \frac{\frac{25560(K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i)}{s^2(s + 41,48)(s + 180,77)}}{1 + \frac{25560(K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i)}{s^2(s + 41,48)(s + 180,77)}} \\ G'_p &= \frac{25560(K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i)}{s^2(s^2 + 222,2 + 7498) + 25560(K_p K_d s^2 + K_p s + K_p K_i)} \end{aligned} \quad (13)$$

Para ello, se agregan dos ceros en $s = 150$ y $s = 200$ para cambiar el ángulo de las asíntotas de la gráfica de la ubicación geométrica de las raíces:

$$\begin{aligned} K_d s^2 + s + K_i &= (s + 150)(s + 200) \\ s^2 + \frac{s}{K_d} + \frac{K_i}{K_d} &= s^2 + 350s + 3000 \\ 350 &= \frac{1}{K_d} \rightarrow K_d = \frac{1}{350} \\ 350K_i &= 3000 \rightarrow K_i = \frac{60}{7} \end{aligned} \quad (14)$$

Al graficar la ubicación geométrica de las raíces, se obtiene que es posible lograr un overshoot del 0% con un $K_p = 1,45$ para que el polo quede ubicado aproximadamente en $s = 20$

VII. RESULTADOS

Una vez realizado el proceso de diseño del controlador PID para posición y velocidad del motor, se procedió a realizar el siguiente diagrama de bloques en Simulink:

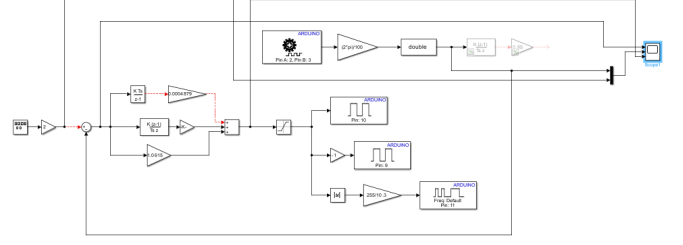


Imagen 1: Diagrama de bloques del sistema para control de posición y giro de un motor. *Autoría Propia.*

Este montaje permitió obtener lectura en un *scope* de la señal de entrada o referencia, de la señal de salida, del error y de la acción de control; y a su vez, la posibilidad de cambiar el parámetro que se desea controlar: posición o velocidad.

Lo obtenido a partir del montaje del diagrama de bloques, ingresando los valores de referencia de velocidad fue una saturación del sistema debido a la alta magnitud de la acción de control, debido a que el puente H utilizado permite entradas de $\approx \pm 10,7$ V, por lo cual, fue necesario agregar el bloque de saturador. Sin embargo, no se obtuvo ninguna mejora en el control de las variables respecto al tiempo, por lo cual se decidió realizar un proceso de variación y tanteo a las ganancias de cada etapa del controlador PID, buscando disminuir más específicamente K_P y K_I .

De este proceso de tanteo, se obtuvieron los siguientes resultados:

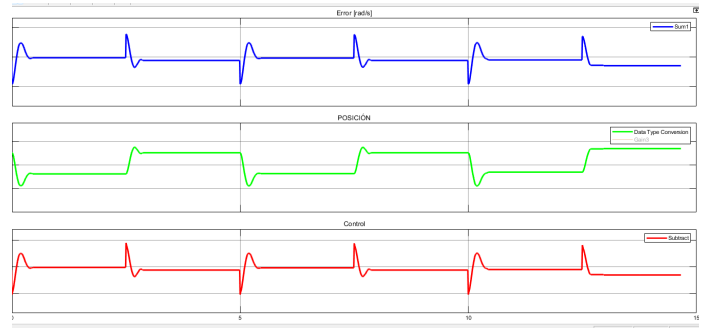


Imagen 2: Gráficas de interés de control de posición del motor. *Autoría Propia.*

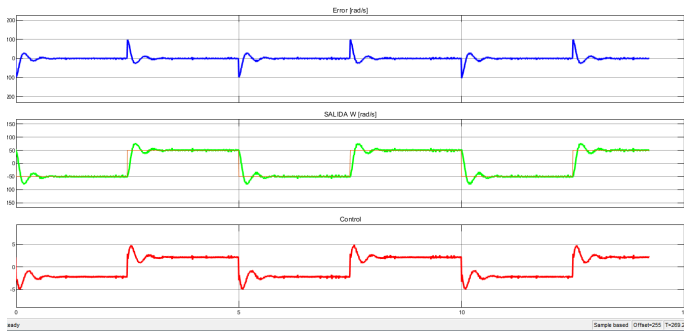


Imagen 3: Gráficas de interés de control de velocidad del motor. *Autoría Propia.*

VIII. Análisis de resultados

De los resultados obtenidos fue posible observar que la variación de las ganancias de cada etapa del controlador PID brindó una disminución del error en estado estable del sistema, debido a que la diferencia entre las señales de entrada y salida superpuestas tiende a cero. Por otra parte, se dedujo que la disminución en la magnitud de la acción de control representó un sacrificio en el aumento del *overshoot*, por lo cual, fue necesario disminuir la frecuencia de la señal de entrada para encontrar una coherencia entre la referencia y la salida del encoder, sin embargo, los sobrepicos de la señal de salida poseen una magnitud mayor a la considerada en el proceso de diseño.

IX. CONCLUSIONES

- Los controladores que incluyen términos integral o derivativo tienen un impacto significativo en la respuesta del sistema. Un ajuste inadecuado de estos parámetros puede generar un comportamiento altamente oscilatorio e incluso llevar a la inestabilidad del sistema, afectando el control de la señal deseada.
- En cuanto al control de velocidad, los resultados obtenidos fueron satisfactorios, cumpliendo con los criterios de desempeño establecidos.
- La aplicación del método del lugar geométrico de las raíces en el diseño de controladores de posición permite una selección más precisa de los polos deseados en comparación con otros enfoques de diseño. No obstante, el ajuste de los parámetros K_i y K_d en el controlador PID resulta más complejo, ya que valores inadecuados pueden inducir oscilaciones no deseadas, como se mencionó el análisis de resultados.

X. Referencias

- Control Automático. (2025). *Modelo de motor DC*. Control Automático. <https://controlautomaticoeducacion.com/analisis-de-sistemas/modelo-de-motor-dc/>
- Harmonic Drive. (n.d.). Motor DC. Harmonic Drive. <https://harmonicdrive.de/es/glosario/motor-dc>.
- Servomotors Adjust. (2024, January 29). Encoders: Qué son, tipos de en-

coders y ejemplos. Servomotors Adjust. <https://www.servomotorsadjust.com/encoders/>

- Robots Argentina. (n.d.). Control de motores de CC por Ancho de Pulso (PWM). Robots Didácticos. <https://robots-argentina.com.ar/didactica/control-de-motores-de-cc-por-ancho-de-pulso-pwm/>