

Ejercicio 7.4 Libro de Ogata, 3ra edición

Considerando el sistema de control del ejemplo 3, suponer un compensador de atraso-adelanto de la forma obtenida mediante:

$$G_c(s) = K_c \frac{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{T_2}\right)}{\left(s + \frac{\beta}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{\beta T_2}\right)} \quad (\beta > 1)$$

Suponer que las especificaciones coinciden con las obtenidas en el ejemplo 7.3, se pretende diseñar un compensador. Las ubicaciones de los polos dominantes en lazo cerrado son:

$$s = -2.5 \pm j4.33$$

Entonces, la función de transferencia en lazo abierto del sistema compensado es:

$$G_c(s)G(s) = K_c \frac{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{T_2}\right)}{\left(s + \frac{\beta}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{\beta T_2}\right)} \frac{4}{s(s+0.5)}$$

Teniendo en cuenta el parámetro de la constante de error estático de velocidad, se tiene la siguiente ecuación:

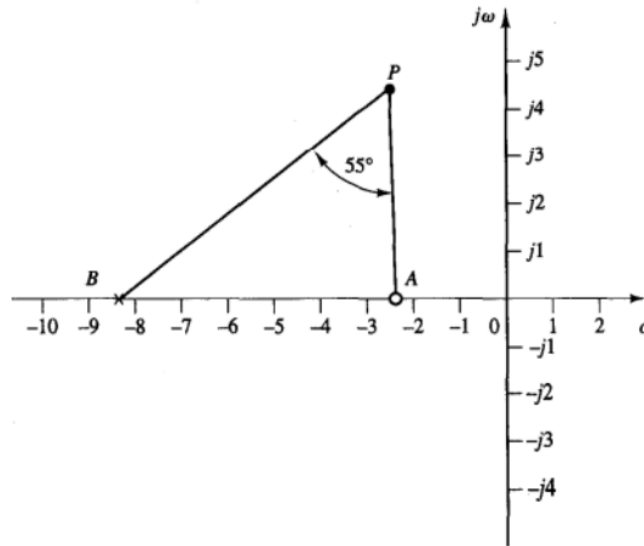
$$K_c = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s)G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} K_c \frac{4}{0.5} = 8K_c = 80$$

Donde se calcula el valor $K_c=10$.

La constante de tiempo T_1 y el valor de beta se definen a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\left| \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\beta}{T_1}} \right| \left| \frac{40}{s(s+0.5)} \right|_{s=-2.5+j4.33} = \left| \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\beta}{T_1}} \right| \frac{8}{4.77} = 1$$

$$\angle \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\beta}{T_1}} \bigg|_{s=-2.5+j4.33} = 55^\circ$$



En el plano complejo, se ubicaron los puntos A y B formando un ángulo de 55° y con las siguientes distancias:

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \frac{4.77}{8}$$

Por ende, $A = -2.38$ y $B = -8.34$; y de igual manera se obtienen las constantes de tiempo:

$$T_1 = \frac{1}{2.38} = 0.42 \quad ; \quad \beta = 8.34T_1 = 3.503$$

Por otra parte, la etapa de adelanto de fase del compensador se define como:

$$10 \left(\frac{s+2.38}{s+8.34} \right)$$

Se elige un valor de $T_2 = 10$ para determinar los parámetros de la función de transferencia del compensador completa:

$$\frac{1}{\beta T_2} = \frac{1}{3.503} * 10 = 0.0285$$

$$G_c(s) = (10) \left(\frac{s+2.38}{s+8.34} \right) \left(\frac{s+0.1}{s+0.0285} \right)$$

Obteniendo la siguiente función de transferencia del sistema compensado en lazo abierto:

$$G_c(s)G(s) = \frac{40(s+2.38)(s+0.1)}{(s+8.34)(s+0.0285)s(s+0.5)}$$

En este caso, no se produce una cancelación y el sistema compensado es de cuarto orden. Debido a que la contribución de ángulo de la parte de atraso de fase del compensador de atraso-adelanto es muy pequeña, los polos dominantes en lazo cerrado se ubican muy cerca de la posición deseada. De hecho, los polos dominantes en lazo cerrado se localizan en $s = -2.4539 \pm j4.3099$. Y los demás polos de lazo cerrado se encuentran en $s = -0.1003$ y $s = -3.8604$.

Dado que el polo en lazo cerrado en $s = -0.1003$ está muy cerca de un cero en $s = -0.1$, casi se cancelan entre sí. Por lo tanto, el efecto de este polo en lazo cerrado es muy pequeño. El polo en lazo cerrado restante, $s = -3.8604$, no cancela realmente el polo en $s = -2.4$. El efecto de este cero es generar un mayor sobrepaso en la respuesta escalón que el que tendría un sistema similar sin dicho cero.

