Nombre: Mateo Salamanca Pulido. Código: 20211005107 Sistemas Dinámicos Gr. 005-1.

Tarea: Corrección del parcial Primer Corte.

1. Dada la siguiente ecuación diferencial, representarla en el espacio de estados y encontrar la función de transferencia.

$$\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t)$$

* Espacio de estados:

- Variables de estado:

$$q_1 = x$$
$$q_2 = \dot{q}_1 = \dot{x}$$
$$q_3 = \dot{q}_2 = \ddot{q}_1 = \ddot{x}$$
$$\dot{q}_3 = \ddot{q}_2 = \dddot{q}_1 = \dddot{x}$$

- $\dot{q}_3 = 2f(t) - q_3 - 2q_2 - q_1$

- $$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} f(t)$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} f(t)$$

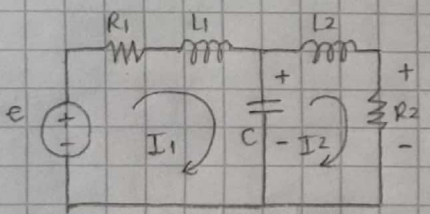
* Función de Transferencia: Laplace:

$$s^3X(s) + s^2X(s) + 2sX(s) + X(s) = 2F(s)$$

$$X(s)\left[s^3 + s^2 + 2s + 1\right] = 2F(s)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{2}{s^3 + s^2 + 2s + 1}$$

2. Encontrar una expresión válida en el espacio de estados para el siguiente sistema. Considere que la salida es el voltaje en R2.



* Variables de estado:

- $q_1 = i_{L1}$, $\dot{q}_1 = \dfrac{V_{L1}}{L_1}$
- $q_2 = V_C$, $\dot{q}_2 = \dfrac{i_C}{C}$
- $q_3 = i_{L2}$, $\dot{q}_3 = \dfrac{V_{L2}}{L_2}$

* Para L_1: $e = V_{R1} + V_{L1} + V_C$

$$V_{L1} = L_1 \frac{di_L}{dt} = e - I_1R_1 - V_C, \quad I_1 = I_{L1}$$

$$\dot{q}_1 = \frac{e - q_1R_1 - q_2}{L_1}$$

* Para C: $i_C = I_1 - I_2$

$$i_C = C\frac{dV_C}{dt} = I_{L1} - I_{L2}$$

$$\dot{q}_2 = \frac{q_1 - q_3}{C}$$

* Para l_2: $V_C = V_{l2} + V_{R2}$ * $V_0 = V_{R2} = I_2 R_2 = I_{L2} R_2 = q_3 R_2$

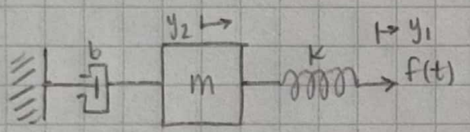
$$V_{l2} = L_2 \frac{di_{l2}}{dt} = V_C - V_{R2}$$

$$\dot{q}_3 = \frac{q_2 - q_3 R_2}{L_2}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1/L_1 & -1/L_1 & 0 \\ 1/C & 0 & -1/C \\ 0 & 1/L_2 & -R_2/L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e(t)$$

$$V_{R2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} e(t)$$

3 Encontrar una expresión válida en el espacio de estados para el siguiente sistema. Considerar que las salidas son los desplazamientos Y_1 y Y_2. Considerar $y_1 >> y_2$



* Para la masa m: $\Sigma F = ma = m\ddot{y}_2$

b K

$$k(y_1 - y_2) - b\dot{y}_2 = m\ddot{y}_2$$

$y_2 \mapsto$

$$\hookrightarrow \ddot{y}_2 = \frac{K}{m} y_1 - \frac{K}{m} y_2 - \frac{b}{m}\dot{y}_2 = \frac{1}{m}\left[K(y_1 - y_2)\right] - \frac{b}{m}\dot{y}_2$$

* Para el punto y_1: $\Sigma F = ma \rightarrow \lim_{m \to 0} m\ddot{y}_1 = 0$

K f

$$0 = f - K(y_1 - y_2)$$

$y_1 \mapsto$

$$\hookrightarrow f = K(y_1 - y_2)$$

* Variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -b/m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/m \end{bmatrix} f(t)$$

$q_1 = y_1$

$q_2 = y_2$

$q_3 = \dot{q}_2 = \dot{y}_2$

$\dot{q}_3 = \ddot{q}_2 = \ddot{y}_2$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} f(t)$$

Powered by CamScanner