Exercice 15 : Ω = "ensemble de assurés"

A = " - 25 ans" → 0,25

B = " 25 à 50 ans" → 0,53

C = " + 50 ans" → 0,22

S = " Declare un sinistre " $p(S|A) = 0,12$ $p(S|B) = 0,06$ $p(S|C) = 0,09$

1)

$p(S) = (S \cap A) + p(S \cap B) + p(S \cap C)$

$P(S) = p(S|A)\,p(A) + p(S|B)\,p(B) + p(S|C)\,p(C)$

$P(S) = 0,12 \times 0,25 + 0,06 \times 0,53 + 0,09 \times 0,22 = 0,0816 \simeq 8\%$

2) $P(A|S) = \dfrac{p(A \cap S)}{p(S)} = \dfrac{p(S|A)\,p(A)}{p(S)} = \dfrac{0,12 \times 0,25}{0,0816} \simeq 0,37$

3) $P(S|B \cup C) = \dfrac{p(S \cap (B \cup C))}{p(B \cup C)} = \dfrac{p(S \cap B) \cup p(S \cap C)}{p(B) + p(C)}$

$= \dfrac{p(S|B)\,p(B) + p(S|C)\,p(C)}{p(B) + p(C)}$

$= \dfrac{0,06 \times 0,53 + 0,09 \times 0,22}{0,75} \simeq 0,0688$

(on peut aussi dire que $(B \cup C) = \bar{A}$)

4) $p(\bar{B} \mid \bar{S})$ $\quad p(\bar{S}) = 1 - p(S) = 1 - 0,0816$

$p(\bar{B} \mid \bar{S}) = \dfrac{p(\bar{B} \cap \bar{S})}{p(\bar{S})}$ $\quad$ or $\bar{B} = A \cup C = 0,47$

$= \dfrac{p(\overline{B \cup S})}{p(\bar{S})} = \dfrac{1 - p(B \cup S)}{p(\bar{S})}$

$= \dfrac{1 - P(B) - P(S) + P(B \cap S)}{p(\bar{S})}$

$= \dfrac{1 - P(B) - P(S) + P(S \mid B)\, P(B)}{1 - P(S)}$

$= \dfrac{1 - 0,53 - 0,0816 + 0,06 \times 0,53}{1 - 0,0816}$

. Autre methode $\bar{B} = A \cup C$

$p(\bar{B} \mid \bar{S}) = p(A \cup C \mid \bar{S}) = \dfrac{p(\bar{S} \cap (A \cup C))}{p(\bar{S})} = \dfrac{p((\bar{S} \cap A) \cup (\bar{S} \cap C))}{p(\bar{S})}$

$= \dfrac{p(\bar{S} \cap A) + p(\bar{S} \cap C)}{p(\bar{S})}$

$= \dfrac{p(S \mid A)\, p(A) + P(\bar{S} \mid C) P(C)}{p(\bar{S})}$

$= \dfrac{(1 - 0,12)\ 0,25 + (1 - 0,09)\ 0,22}{1 - 0,0816}$