Exercice 13: Ω = " affiches "

D = " L'affiche a un default "

(D, D') est un systeme complet d'evenement

$p(D) = 0,05 \qquad p(\bar{D}) = 0,95$

A = " Affiche accepter "

$p(A \mid \bar{D}) = 0,96$

$p(\bar{A} \mid D) = 0,98$

Remarque: $P(A \mid D) = 1 - P(\bar{A} \mid D) = 0,02$

ⓐ Proba erreur de controle:

- la fiche est accepté avec default. $A \cap D$
- la fiche est refusé sans default. $\bar{A} \cap \bar{D}$

$$P((A \cap D) \cup (\bar{A} \cap D)) = P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap \bar{D})$$

$$= P(A \mid D)\, p(D) + p(\bar{A} \mid \bar{D})\, p(\bar{D})$$

$$= P(A \mid D)\, p(D) + (1 - p(A \mid \bar{D})\, P(\bar{D})$$

$$= 0,02 \times 0,05 + (1 - 0,96) \times 0,95$$

$$= 0,02 \times 0,05 + 0,04 \times 0,95$$

$$= 0,039$$

ⓑ Proba accepter avec defaut

$$P(D \mid A) = \frac{p(A \cap D)}{p(A)} = \frac{p(A \mid D)\, P(D)}{p(A)}$$

Exercice 13 (suite) :

Or $A = (A \cap D) \cup (A \cap \bar{D})$

$$p(A) = p(A \cap D) + p(A \cap \bar{D})$$

$$= P(A|D)\,p(D) + p(A|\bar{D})\,p(\bar{D})$$

d'où
$$P(D|A) = \frac{p(A|D)\,P(D)}{p(A|D)\,p(D) + P(A|\bar{D})\,P(\bar{D})}$$

$$= \frac{0{,}02 \times 0{,}05}{0{,}02 \times 0{,}05 + 0{,}96 \times 0{,}95}$$

$$= \frac{1}{913} \simeq 0{,}001$$

Exercice 11 :

initiale — prenom 26 choix

initiale — nom 26

26×26 initiales possibles cad 676

Si le village ā $676 + 1$ habitants il y aura au moins 2 personnes avec le mm initiales.

Exercice 14 :

A = "On joue avec le dé A"

B = "On joue avec le dé B"

$P(A) = \frac{1}{3}$ $\quad P(B) = \frac{2}{3}$

R_n : " obtenir une face rouge au nieme lancer "

1) Il faut $P(R_1)$

$R_1 = (R_1 \cap A) \cup (R_1 \cap B)$

$p(A|B) = \dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}$

$P(R_1) = P(R_1 \cap A) + P(R_1 \cap B)$

$p(A\cap B) = p(B \cap A)$

$\Rightarrow P(R_1) = P(R_1|A)\,P(A) + P(R_1|B)\,P(B)$

$= \frac{4}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{6} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{4}{18} + \frac{2}{9} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9} \simeq 0{,}44$

2) On cherche $P(R_3 | R_2 \cap R_1)$

$$P(R_3|R_2\cap R_1) = \frac{P(R_3\cap R_2\cap R_1)}{P(R_2\cap R_1)}$$

$P(R_2 \cap R_1) = P(R_2 \cap R_1 \cap A) + P(R_2 \cap R_1 \cap B)$

$= P(R_2 \cap R_1 | A)\,P(A) + P(R_2\cap R_1|B)\,P(B)$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$

Et $P(R_3 \cap R_2 \cap R_1)$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{81}$

ccl:

$$P(R_3|R_2\cap R_1) = \frac{\frac{10}{81}}{\frac{2}{9}} = \frac{5}{9}$$

3) On cherche $p(A | R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_n)$

$$P(A|R_1\cap R_2 \cap \dots R_n) = \frac{p(A\cap R_1 \cap \dots R_n)}{p(R_1 \cap \dots R_n)} = \frac{p(R_1\cap\dots R_n|A)\,P(A)}{p(R_1\cap\dots\cap R_n)\,P(A) + P(R_1\cap\dots R_n|B)\,P(B)}$$

$$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n \times \frac{1}{3}}{\left(\frac{2}{3}\right)^n \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^n \times \frac{2}{3}}$$