Exercice 10 :

Soit $f : E \longrightarrow F$ avec $Card(E) = p$, $Card(F) = n$ et $p \leqslant n$

$E = \{x_1, x_2, \dots x_p\}$

$F = \{y_1, y_2, \dots y_n\}$

On suppose f est injective.

- Pour definir $f(x_1) \in F$ il y a n possibilé (n image)
- Pour definir $f(x_2) \in F$ il y aura $n-1$ possibilite
- Ainsi pour definir $f(x_p)$ il y aura $n-p-1$ choix car il restera $p-1$ "y_n".

Il y a donc $n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-(p-1))$ injections possible

=> On peut aussi ecrire $\prod_{k=0}^{p-1} (n-k)$

$$f(x_p) = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!}$$

Exercice 10 (Suite) :

2) $E = \{x_1, \dots, x_n\}$

f $E \to F$ Bijective = permutation.

- Pour $f(x_1)$ il y a n choix possible parmi les x_i
- Pour $f(x_2)$ il y a $n-1$ choix possible parmi les x_i car $f(x_2) \neq f(x_1)$

etc...

- Pour $f(x_n)$ il y a 1 choix possible : le seul x_i non pris.

Au total $n \times (n-1) \times \dots \times 1 = n!$ bijection / permutations possibles.

« VOITURE »

. 7 lettres distinctes Donc $7! = 5040$ arrangements possible

« tableau »

. 7 lettres, 2 fois le "a" donc $\frac{7!}{2!} = 2\,520$

« biologie »

. 8 lettres, 2 I, 2 O $\frac{8!}{2!2!} = 10\,080$ Anagrammes distincts

3) $E = \{x_1 \dots x_n\}$

Pour le 1^{er} element n choix possible

— 2^e element n choix possible (repetition possible)

— p^e — n —

Au total $n \times n \times \dots \times n = n^p$ p liste possible