
Ficha - Otimização com restrições: condições de otimalidade

1. Verifique se o ponto $w^* = (2.5, -1.5, -1)^T$ satisfaz as condições de otimalidade do problema

$$\text{minimizar } w_1^2 - 2w_1 + w_2^2 - w_3^2 + 4w_3$$

$$\text{sujeito a } w_1 - w_2 + 2w_3 = 2.$$

2. Considere o problema

$$\text{minimizar } w_1^2 + w_1^2 w_3^2 + 2w_1 w_2 + w_2^4 + 8w_2$$

$$\text{sujeito a } 2w_1 + 5w_2 + w_3 = 3.$$

Verifique se os pontos $(0, 0, 2)^T$, $(0, 0, 3)^T$ e $(1, 0, 1)^T$ são pontos estacionários da Lagrangeana e indique quais são os minimizantes locais.

3. Verifique se o ponto $w^* = (1, 1)^T$ satisfaz as condições de otimalidade do problema

$$\text{minimizar } w_1^2 + w_2^2$$

$$\text{sujeito a } w_1 + w_2 = 2.$$

4. Verifique se o ponto $w^* = (1, 0, 0)^T$ satisfaz as condições de otimalidade do problema

$$\text{minimizar } w_1^4 w_2^2 + w_1^2 w_3^4 + \frac{1}{2} w_1^2 + w_1 w_2 + w_3$$

$$\text{sujeito a } w_1 + w_2 + w_3 = 1.$$

5. Considere os seguintes problemas

(a) minimizar $w_1^2 - w_2^2$

sujeito a $w_1^2 + 2w_2^2 = 4.$

(b) minimizar $(w_1 - 2)^2 + (w_2 - 2)^2 + (w_3 - 3)^2 + (w_4 - 4)^2$

sujeito a $w_1 - 2 = 0$

$w_3 + w_4 - 2 = 0$

(c) minimizar $2(w_1^2 + w_2^2 - 1) - w_1$

sujeito a $w_1^2 + 2w_2^2 - 1 = 0.$

Calcule os pontos estacionários da Lagrangeana associada a cada um dos problemas e indique quais são os minimizantes locais.

6. Resolva os seguintes problemas

(a) minimizar $w_1^3 - w_2^3 - 2w_1^2 - w_1 + w_2$

sujeito a $-w_1 - 2w_2 \geq -2$

$w_1 \geq 0$

(b) minimizar $\frac{1}{2}w_1^2 + w_2^2$

sujeito a $2w_1 + w_2 \geq 2$

$w_1 - w_2 \leq 1$

(c) minimizar $-w_1^2 + w_2^2 - w_1 w_2$

sujeito a $2w_1 - w_2 \geq 2$

$w_1 + w_2 \leq 4$