

Pergunta 1

2 de 2 pontos

Considere um conjunto de dados longitudinais, onde 20 pessoas são observadas em 10 momentos distintos. Todas as pessoas são observadas nos mesmos momentos, o mesmo número de vezes.

O modelo longitudinal ajustado para o conjunto de dados correlacionados de cada indivíduo $i = 1, \dots, 20$ é dado por

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_i,$$


onde:

- \mathbf{Y}_i é o vetor das observações para o indivíduo i
- \mathbf{X}_i é a matriz de desenho associada ao indivíduo i
- $\boldsymbol{\beta}$ é o conjunto de coeficientes do modelo de $E[\mathbf{Y}_i]$
- $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ é o vetor de erros correlacionados associados às observações do indivíduo i

Sendo os erros correlacionais temos, $\boldsymbol{\varepsilon}_i \sim \text{Normal}(0, \mathbf{V}_i(\boldsymbol{\phi}))$

Assumindo um modelo saturado para a matriz de variância/covariância de $\mathbf{V}_i(\boldsymbol{\phi})$, o número de parâmetros do vetor $\boldsymbol{\phi}$ é:

Resposta selecionada:  55

Resposta correta:  55

A matriz de variância-covariância para um modelo saturado é uma matriz onde todos os possíveis parâmetros de covariância são estimados. Em uma situação onde temos observações em 10 momentos diferentes, para cada indivíduo, teremos uma matriz 10×10 para a variância-covariância.



Em uma matriz de variância-covariância, o número de parâmetros distintos é dado pela soma dos elementos na diagonal principal (as variâncias) mais a metade dos elementos fora da diagonal (as covariâncias), pois a matriz é simétrica. Matematicamente, o número de parâmetros para uma matriz $n \times n$ é dado por:

$$\text{Número de parâmetros} = n + \frac{n(n-1)}{2}$$

Aqui, $n = 10$, representando os 10 momentos distintos de observação. Substituindo o valor na fórmula, temos:

$$\text{Número de parâmetros} = 10 + \frac{10(10-1)}{2}$$

$$\text{Número de parâmetros} = 10 + \frac{10 \times 9}{2}$$

$$\text{Número de parâmetros} = 10 + \frac{90}{2}$$

$$\text{Número de parâmetros} = 10 + 45$$

$$\text{Número de parâmetros} = 55$$

Portanto, o número correto de parâmetros do vetor $\boldsymbol{\phi}$ para a matriz de variância-covariância em um modelo saturado com 10 momentos de observação é 55.

Considere um modelo de regressão linear múltipla com três variáveis independentes (X_1 , X_2 , X_3) e uma ordenada na origem (β_0), para um conjunto de dados de dimensão n . O modelo pode ser representado na forma matricial da seguinte maneira:

$$Y = X\beta + \epsilon$$

Onde:

- Y é um vetor coluna das respostas (variável dependente).
- X é a matriz de desenho que contém as variáveis independentes e o termo da ordenada na origem.
- β é um vetor coluna dos coeficientes a serem estimados (incluindo β_0).
- ϵ é um vetor coluna dos erros de resíduo.

Qual é a dimensão da matriz X neste modelo?

Resposta selecionada: ☒ $(n \times 4)$

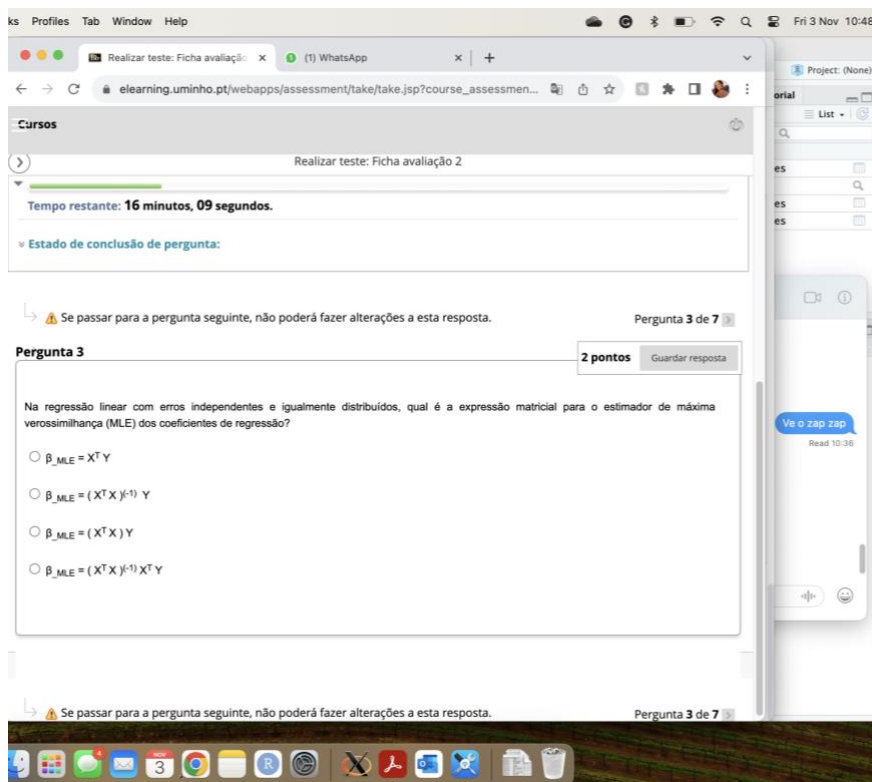
Resposta correta: ☒ $(n \times 4)$

A matriz de desenho X em um modelo de regressão linear múltipla inclui uma coluna para cada variável independente e uma coluna adicional para a ordenada na origem β_0 (geralmente uma coluna de uns para representar o intercepto). Se há três variáveis independentes (X_1 , X_2 , X_3), então haverá três colunas para essas variáveis mais uma coluna para a ordenada na origem.

Se o conjunto de dados tem dimensão n , isso significa que há n observações. Portanto, a matriz X terá n linhas, uma para cada observação, e 4 colunas (uma para cada variável independente e uma para o intercepto).

Assim, a dimensão da matriz X neste modelo é $n \times 4$, o que corresponde à primeira opção:

$$(n \times 4)$$



Pergunta 3

2 de 2 pontos

Na regressão linear com erros independentes e igualmente distribuídos, qual é a expressão matricial para o estimador de máxima verossimilhança (MLE) dos coeficientes de regressão?

Resposta selecionada: ☒ $\beta_{MLE} = (X^T X)^{-1} X^T Y$

Resposta correta: ☒ $\beta_{MLE} = (X^T X)^{-1} X^T Y$

Pergunta 4

2 de 2 pontos

Num modelo longitudinal para um conjunto de dados correlacionados, quando observados num mesmo indivíduo, de dimensão total N , a matriz de variância/covariâncias entre todas as observações :

Resposta selecionada: ☒ é simétrica e bloco-diagonal.

Resposta correta: ☒ é simétrica e bloco-diagonal.

Em um modelo longitudinal, onde as observações são correlacionadas dentro do mesmo indivíduo mas são independentes entre diferentes indivíduos, a matriz de variância-covariância geralmente tem uma estrutura bloco-diagonal. Isso significa que para cada indivíduo, há um bloco na matriz que descreve a variância e a covariância entre as observações desse indivíduo. Entre os blocos (ou seja, entre os indivíduos), não há covariância (os blocos fora da diagonal principal são matrizes de zeros).

Portanto, a matriz de variância-covariância é:

- Simétrica, porque a covariância entre a observação i e j é a mesma que entre j e i .
- Bloco-diagonal, com cada bloco representando a variância-covariância para um único indivíduo.

Assim, a opção correta é:

b-é simétrica e bloco-diagonal.

Pergunta 5

2 de 2 pontos

Num modelo de regressão linear para um conjunto de dados de dimensão n , a matriz de variância/covariâncias entre todas as observações :

Resposta selecionada: ☒ é diagonal e definida positiva.

Resposta correta: ☒ é diagonal e definida positiva.

Em um modelo de regressão linear, assumindo que as observações são independentes e homoscedásticas (ou seja, têm variâncias iguais), a matriz de variância-covariância dos erros é tipicamente diagonal e definida positiva. Isso significa que:

- É diagonal porque se assume que não há covariância entre os erros de diferentes observações; cada observação tem sua própria variância e não há correlação entre os erros das observações.
- É definida positiva porque as variâncias (que são os elementos da diagonal) são todas positivas; em outras palavras, cada observação tem uma variância maior que zero.

Portanto, a opção correta é:

d-é diagonal e definida positiva.

Pergunta 6

2 de 2 pontos

O modelo longitudinal ajustado para um conjunto de dados correlacionados de um indivíduo i , quando observados m indivíduos independentes entre si, $i = 1, \dots, m$

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_i$$

onde:

- \mathbf{Y}_i é o vetor das observações para o indivíduo i
- \mathbf{X}_i é a matriz de desenho associada ao indivíduo i
- $\boldsymbol{\beta}$ é o conjunto de coeficientes do modelo de $E[\mathbf{Y}_i]$
- $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ é o vetor de erros correlacionados associados às observações do indivíduo i

Sendo os erros correlacionais temos, $\boldsymbol{\varepsilon}_i \sim \text{Normal} (0, \mathbf{V}_i(\boldsymbol{\varphi}))$

Qual é a interpretação da estrutura de correlação "saturada com variância constante" para a matriz de variância/covariância de $\mathbf{V}_i(\boldsymbol{\varphi})$ neste modelo?

Resposta

selecionada:



A estrutura de correlação saturada com variância constante assume que a variância de cada observação não depende do tempo em que é observado, Tempo_ij.

Resposta correta:



A estrutura de correlação saturada com variância constante assume que a variância de cada observação não depende do tempo em que é observado, Tempo_ij.

A estrutura de correlação "saturada" em um modelo longitudinal refere-se ao caso em que cada par de observações dentro de um indivíduo pode ter sua própria correlação única, ou seja, a matriz de covariância $\tilde{V}_i(\phi)$ é a mais geral possível, sem impor uma forma específica de correlação. Isso significa que a matriz de covariância é capaz de modelar qualquer padrão de correlação entre as observações dentro do mesmo indivíduo.

Quando se diz que essa estrutura é "com variância constante", isso indica que, embora as correlações possam variar, a variância de cada observação é a mesma ao longo do tempo para cada indivíduo; ou seja, todos os termos diagonais da matriz $\tilde{V}_i(\phi)$ são iguais, representando uma variância constante para todas as observações.

Portanto, a interpretação correta é:

A estrutura de correlação saturada com variância constante assume que a variância de cada observação não depende do tempo em que é observado, $Tempo_{ij}$.

Pergunta 7

2 de 2 pontos

Em modelos longitudinais, a estrutura de correlação entre as observações ao longo do tempo é sempre assumida como constante e inalterada ao longo do estudo.

Resposta selecionada: ☒ Falso

Resposta correta: ☒ Falso

Falso.

Em modelos longitudinais, a estrutura de correlação entre as observações ao longo do tempo pode assumir várias formas e não precisa ser constante ou inalterada ao longo do estudo. Existem diversas estruturas de correlação possíveis, como independente, simétrica, autoregressiva, entre outras. A estrutura escolhida deve refletir o padrão de correlação observado nos dados e pode variar de acordo com o contexto do estudo e a natureza das observações ao longo do tempo.