GEOMETRÍA

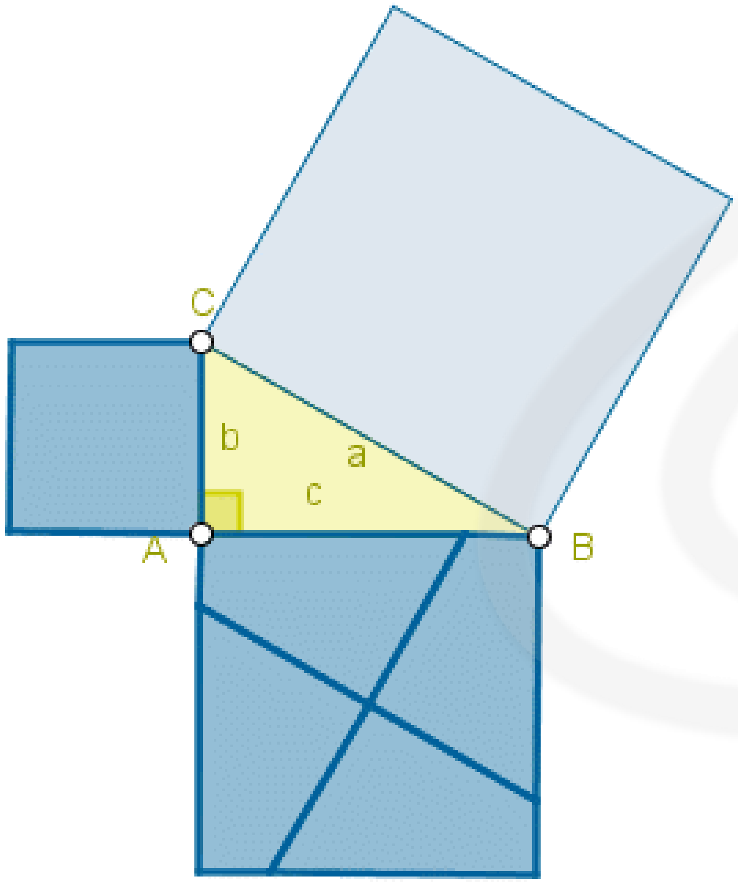
Capítulo 9

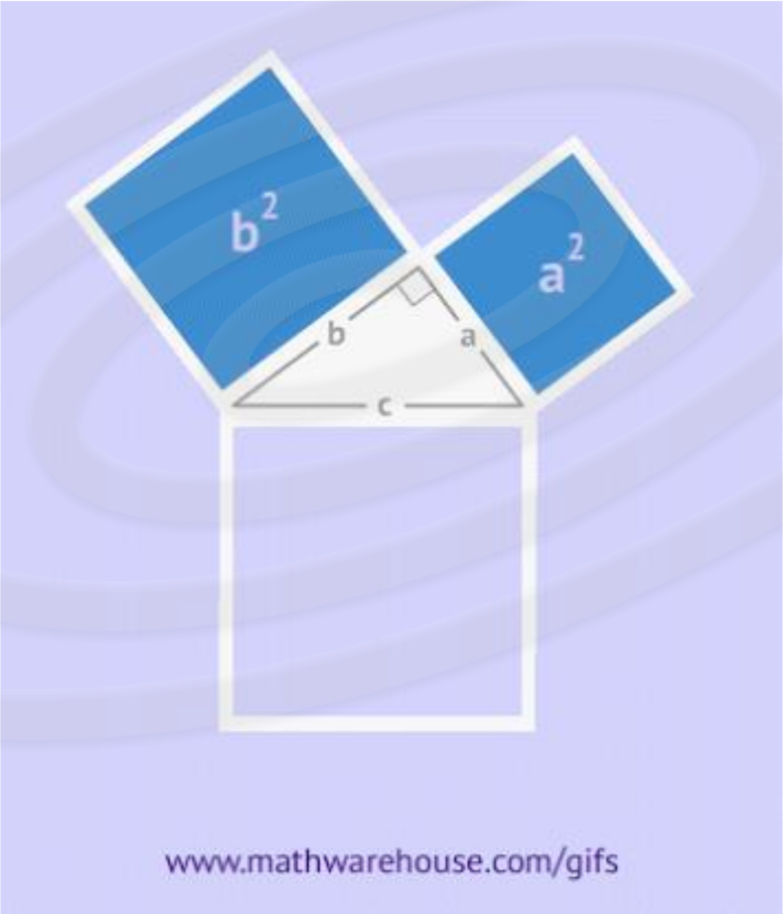
5th
SECONDARY

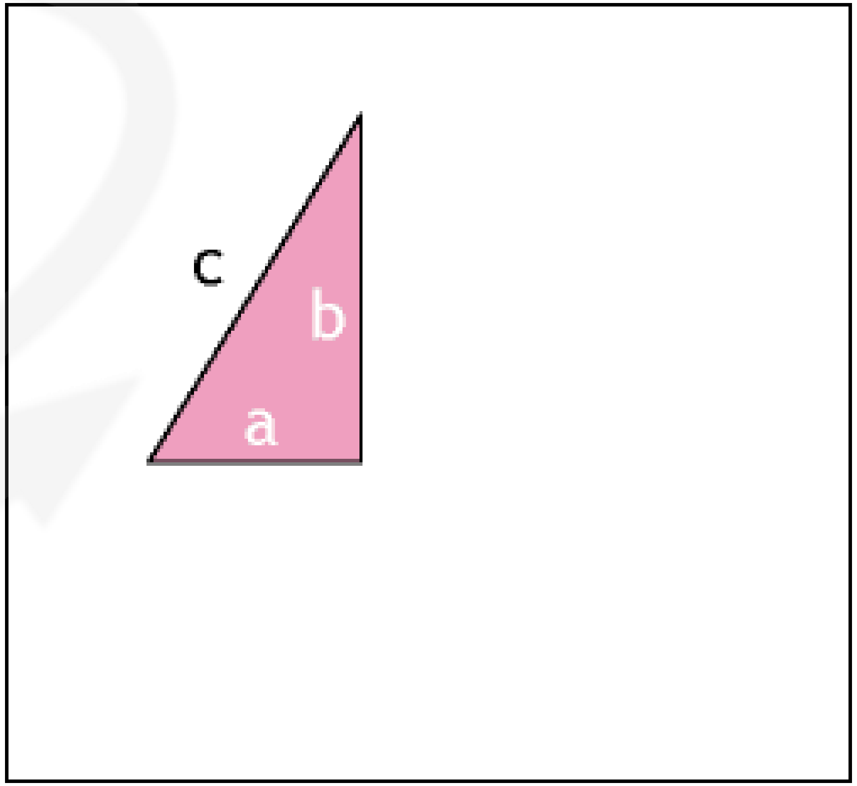
SACO OLIVEROS

RELACIONES METRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO Y LA CIRCUNFERENCIA

En la actualidad, existen más de 300 demostraciones del teorema de Pitágoras, lo que confirma que es uno de los teoremas que más han llamado la atención a través de la historia.

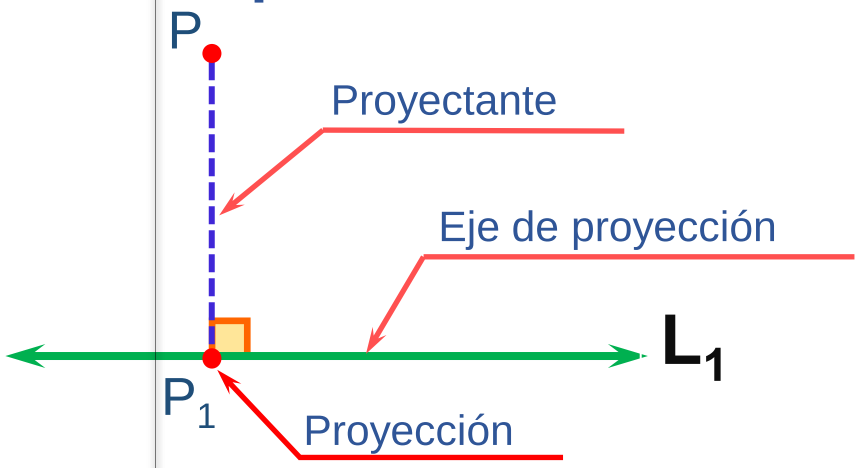




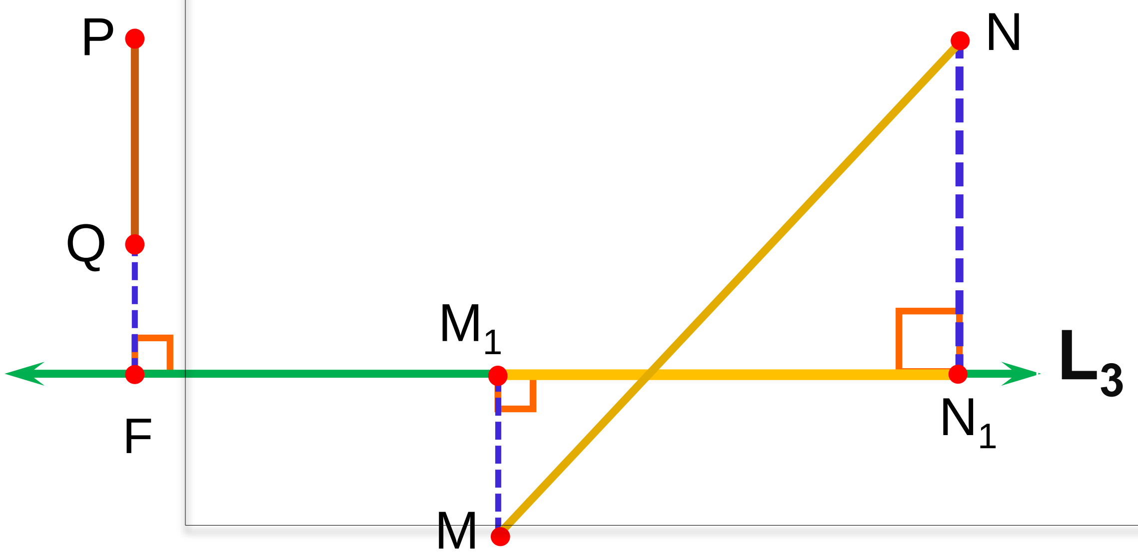


PROYECCIÓN ORTOGONAL

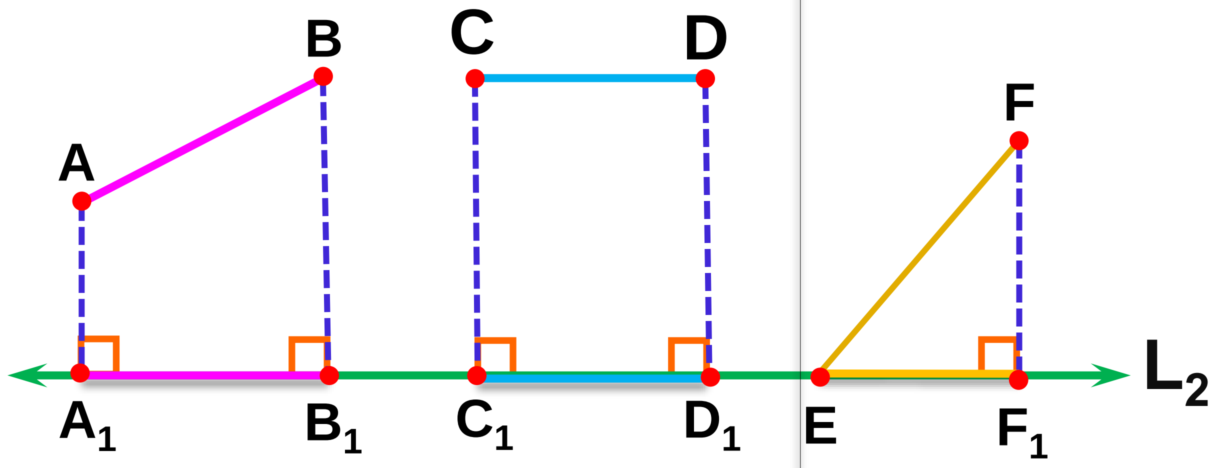
I. De un punto sobre una recta



NOTA :



II. De un segmento sobre una recta

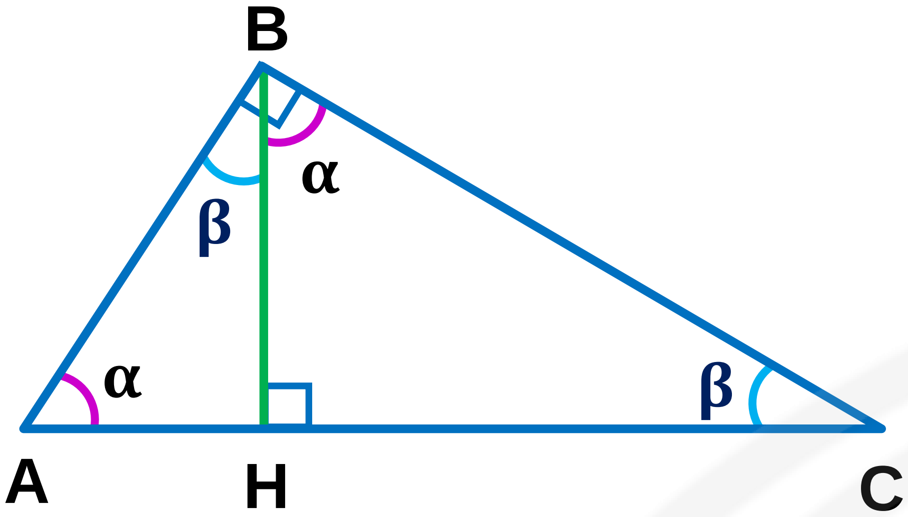


$\overline{A_1B_1}$: Proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

$\overline{C_1D_1}$: Proyección de $\overline{CD}$ sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

$\overline{EF_1}$: Proyección de $\overline{EF}$ sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO



- $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$: catetos
- $\overline{AC}$: hipotenusa

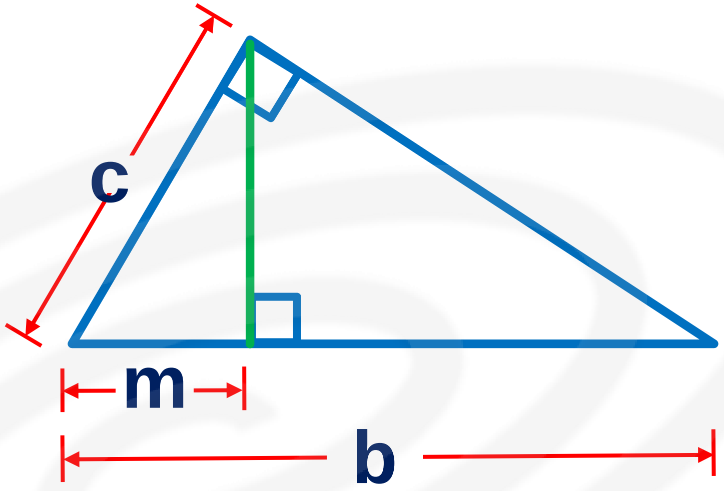
$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$\overline{AH}$: proyección $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$

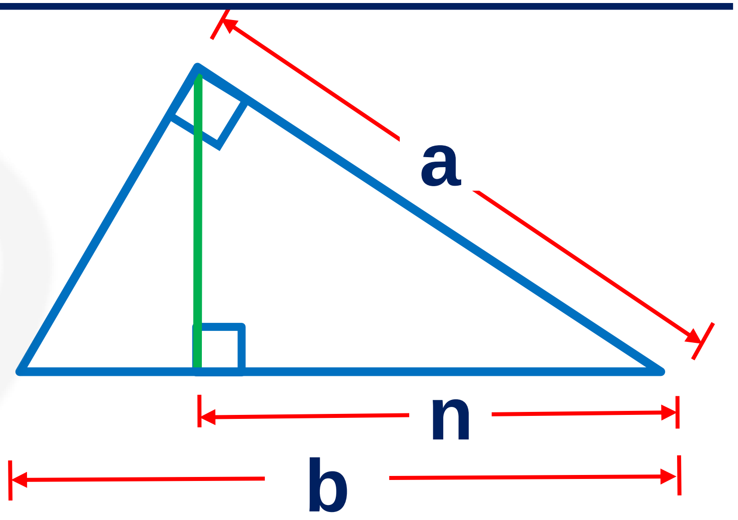
$\overline{HC}$: proyección $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$

$$\triangle ABC \sim \triangle AHB \sim \triangle BHC$$

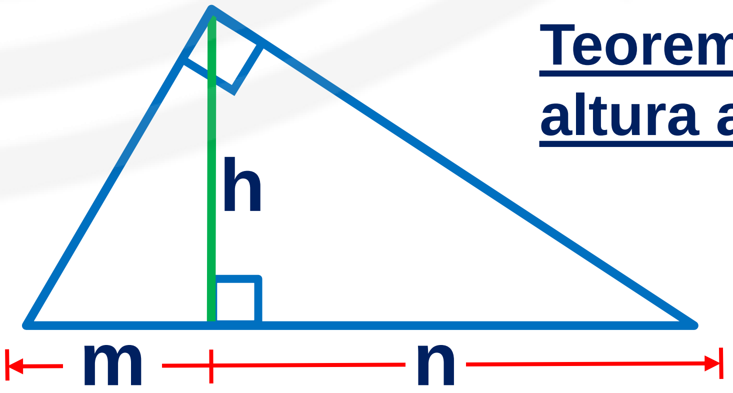
Teorema de la Longitud de un cateto al cuadrado



$$c^2 = bm$$



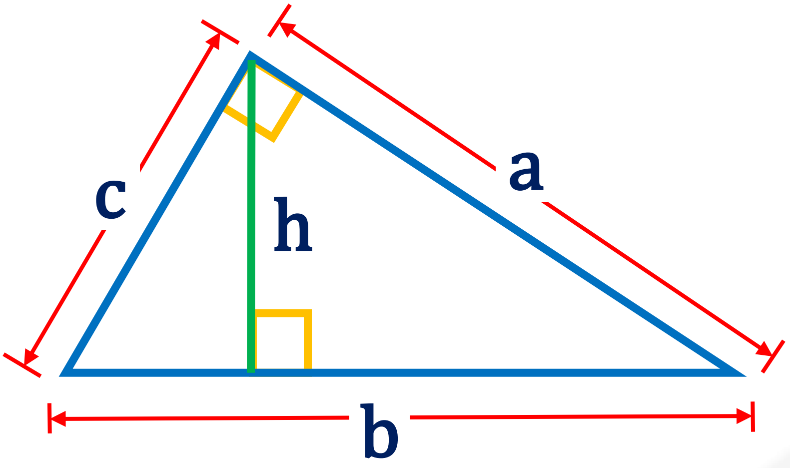
$$a^2 = bn$$



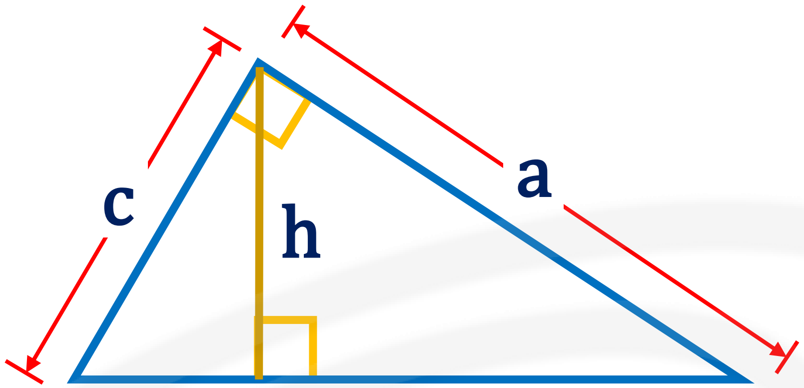
Teorema de la longitud de la altura al cuadrado

$$h^2 = mn$$

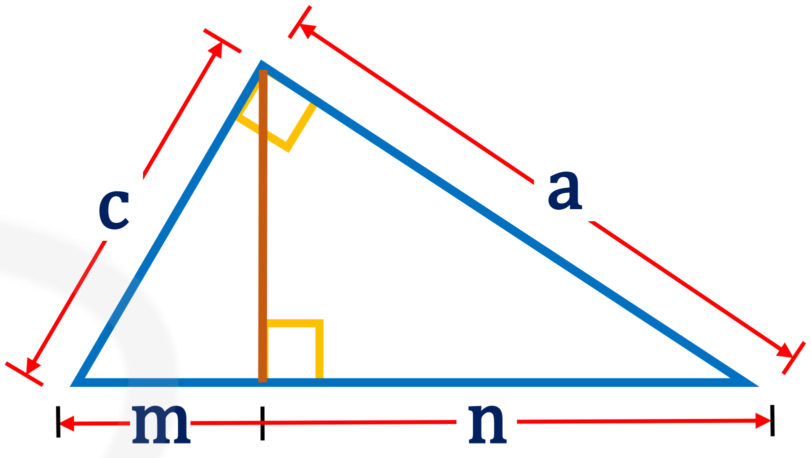
Teoremas adicionales



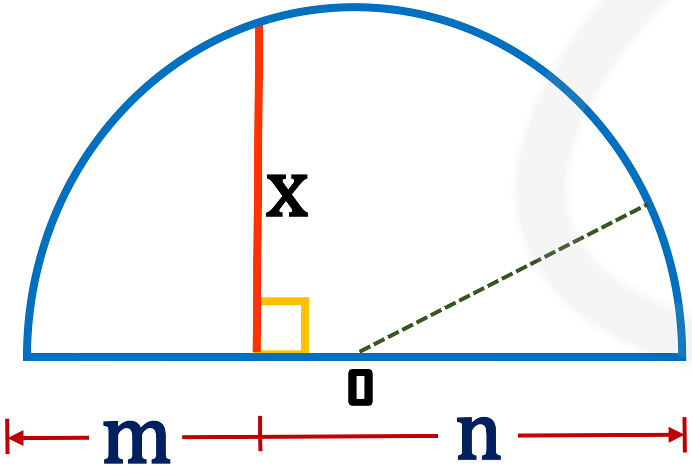
$$c\,.\,a = h\,.\,b$$



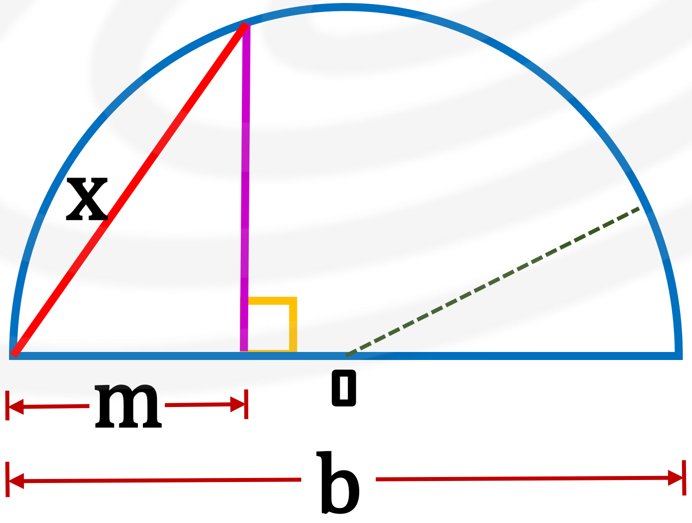
$$\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{1}{h^2}$$



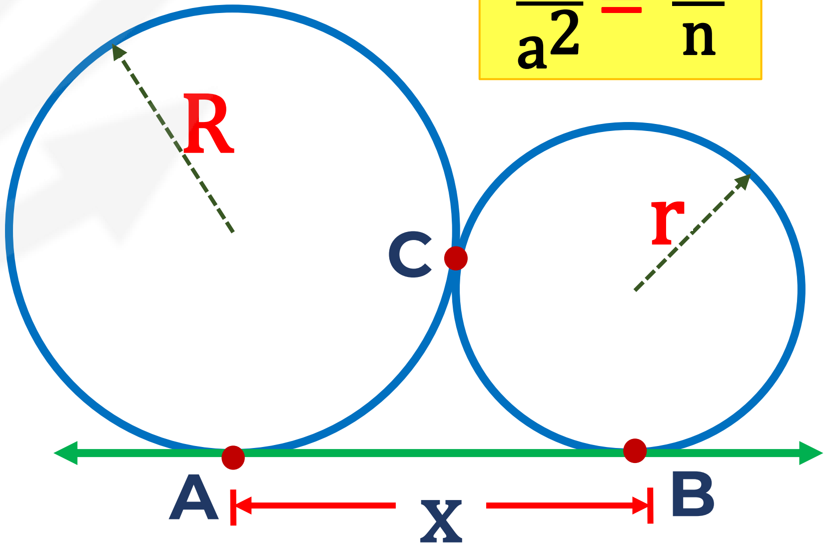
$$\frac{c^2}{a^2}=\frac{m}{n}$$



$$x^2 = m\,.\,n$$



$$x^2 = b\,.\,m$$

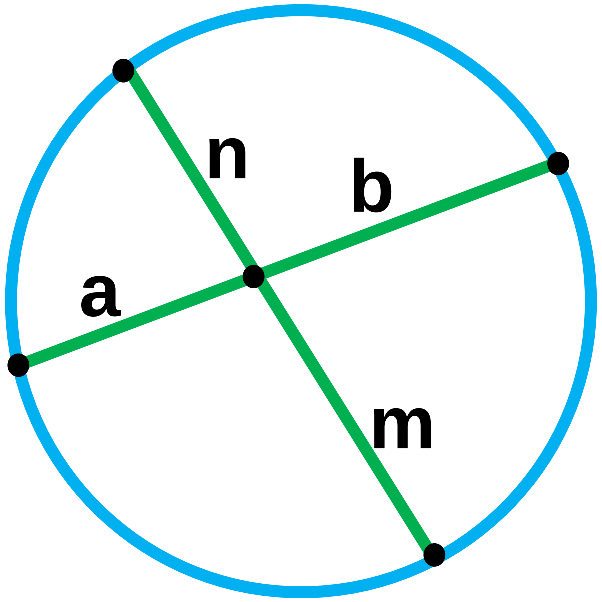


$$x = 2\sqrt{R.r}$$

A, B y C son puntos de tangencia

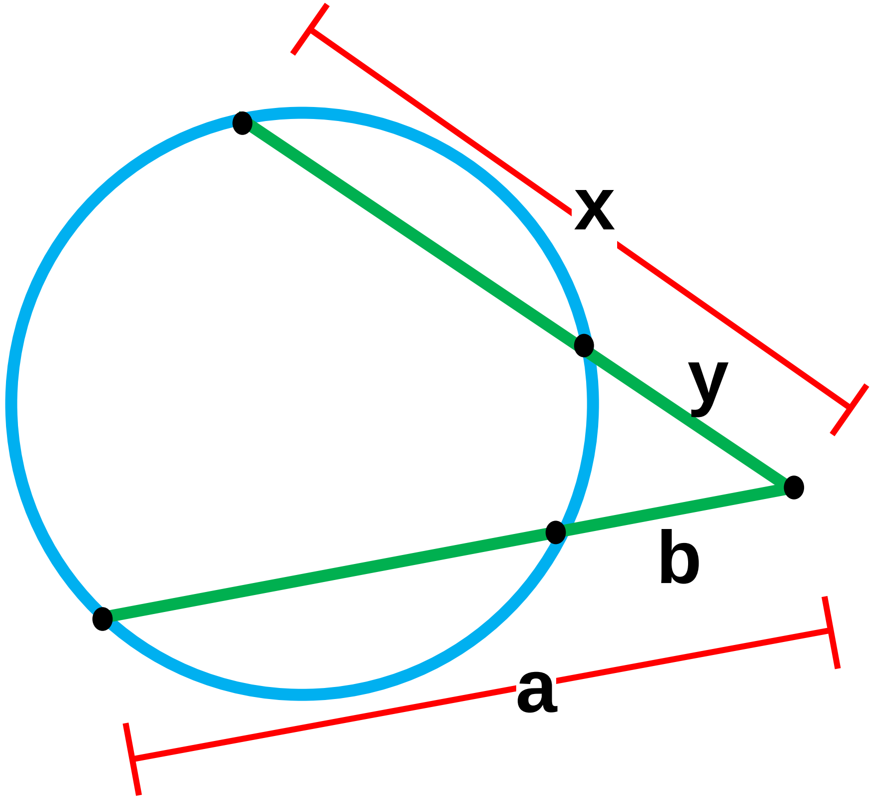
RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

T : punto de tangencia



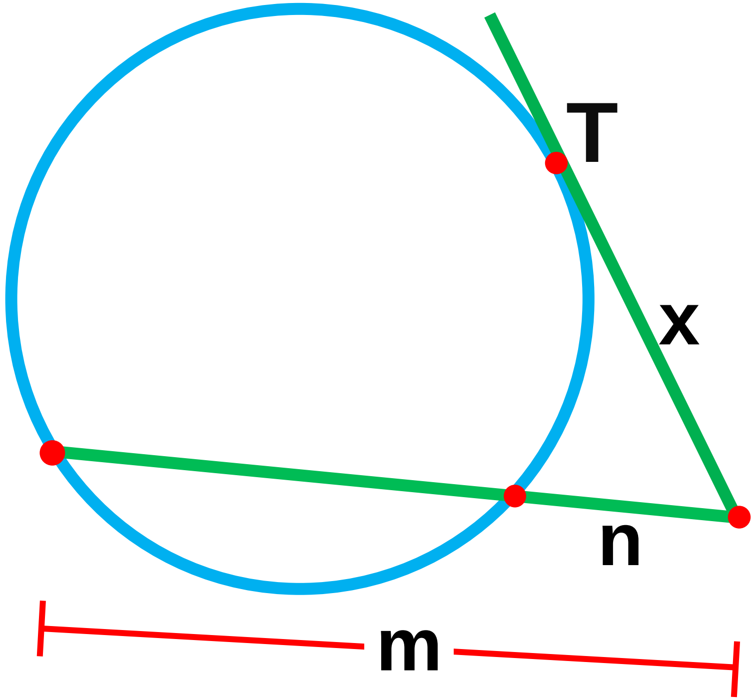
T. de Cuerdas

$a \cdot b = m \cdot n$



T. de las Secantes

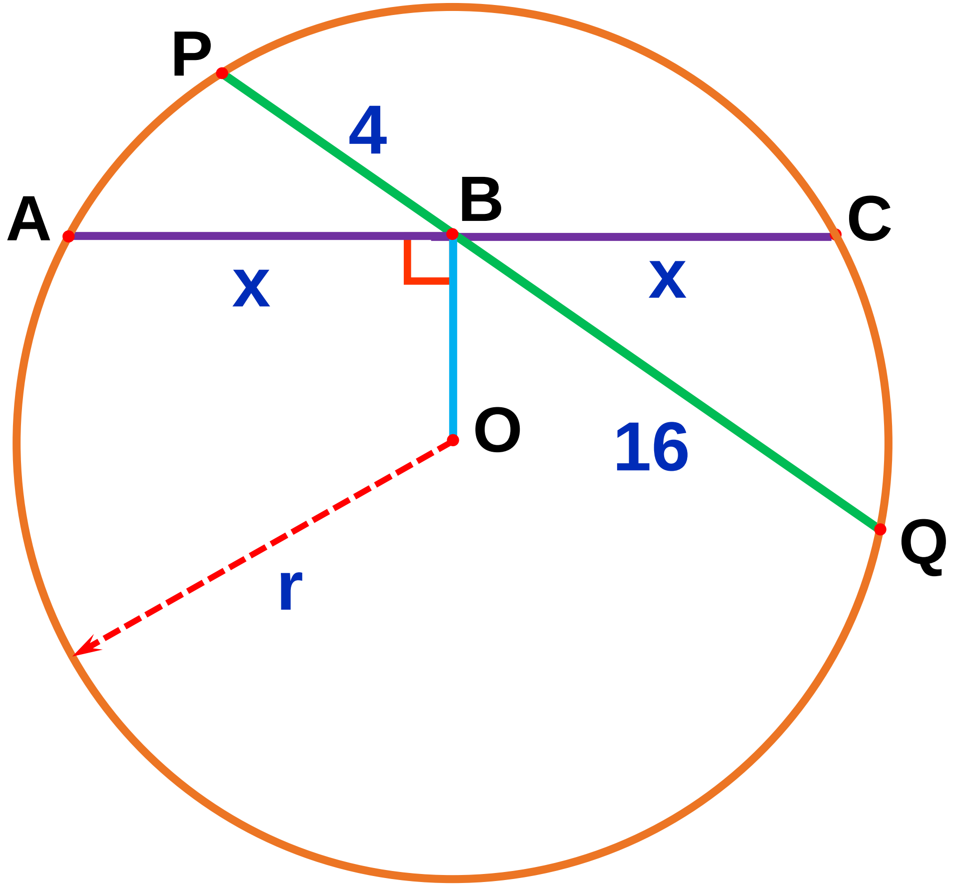
$x \cdot y = a \cdot b$

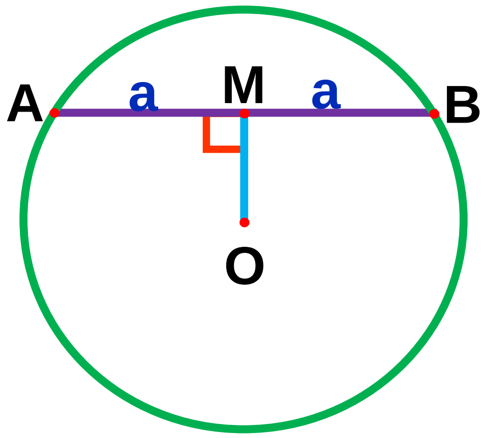


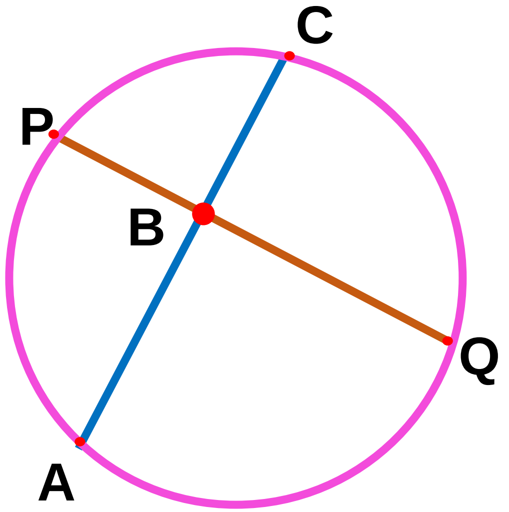
T. de la Tangente

$x^2 = n \cdot m$

1. Halle el valor de x, si O es centro.







Teorema de cuerdas

$(PB)(BQ) = (AB)(BC)$

Resolución:

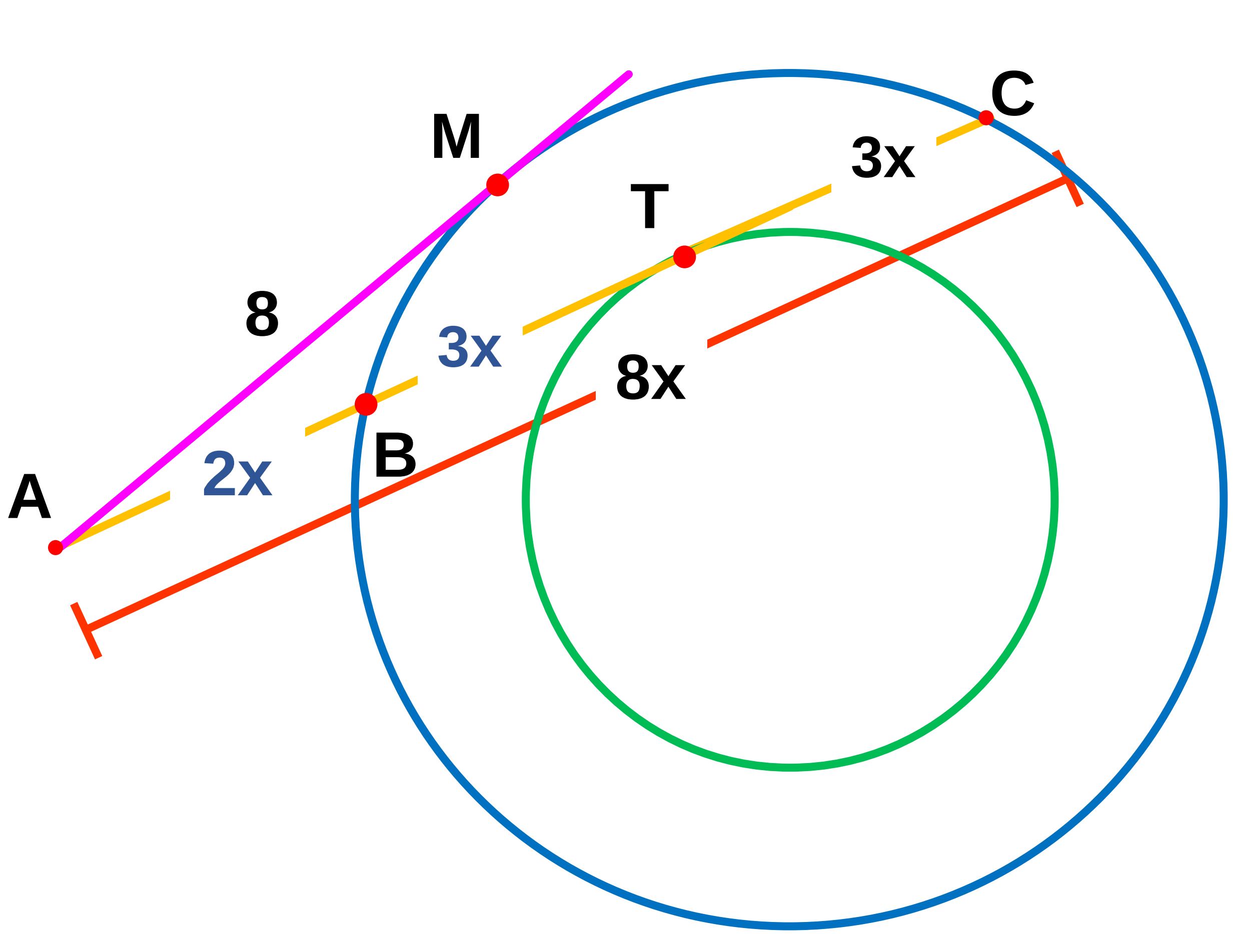
- Piden: x
- Aplicando el teorema de cuerdas

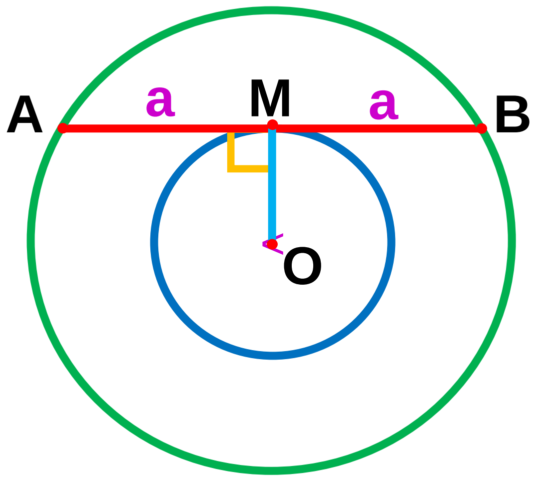
$$(x)(x) = (4)(16)$$

$$x^2 = 64$$

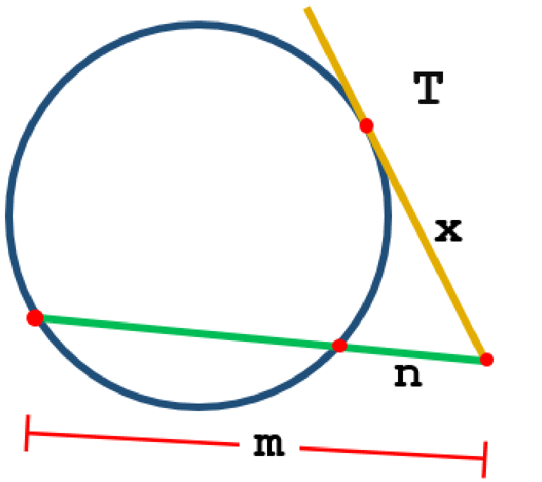
$$\therefore x = 8$$

2. En la figura, las circunferencias son concéntricas; M y T son puntos de tangencia. Halle el valor de x.





T: punto de tangencia



T. de la Tangente

$$\boxed{x^2 = n \cdot m}$$

T : punto de tangencia

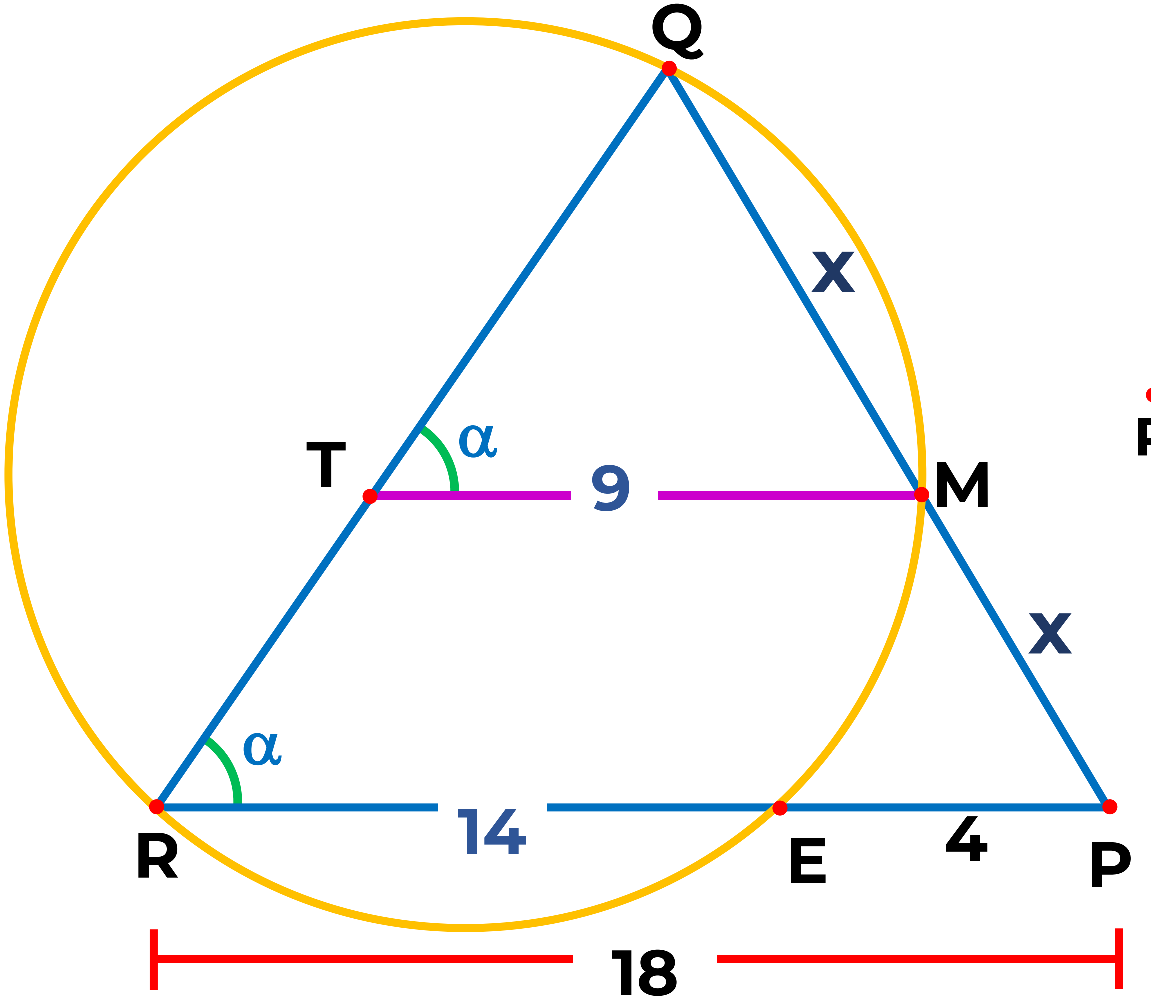
Resolución:

$$8^2 = 8x \cdot 2x$$

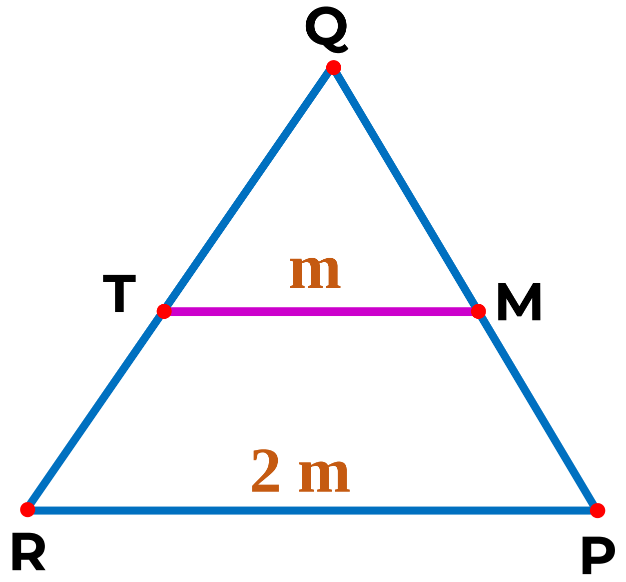
$$\Rightarrow \cancel{8} = \cancel{2}x^2$$

$$\boxed{\therefore x = 2}$$

3. Hallar el valor de x.

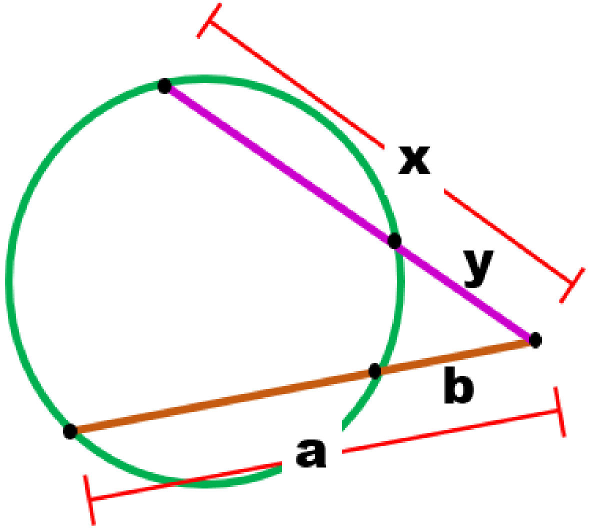


Resolución:



$\overline{TM}$: Base media

$RP = 2(TM)$



T. de las Secantes

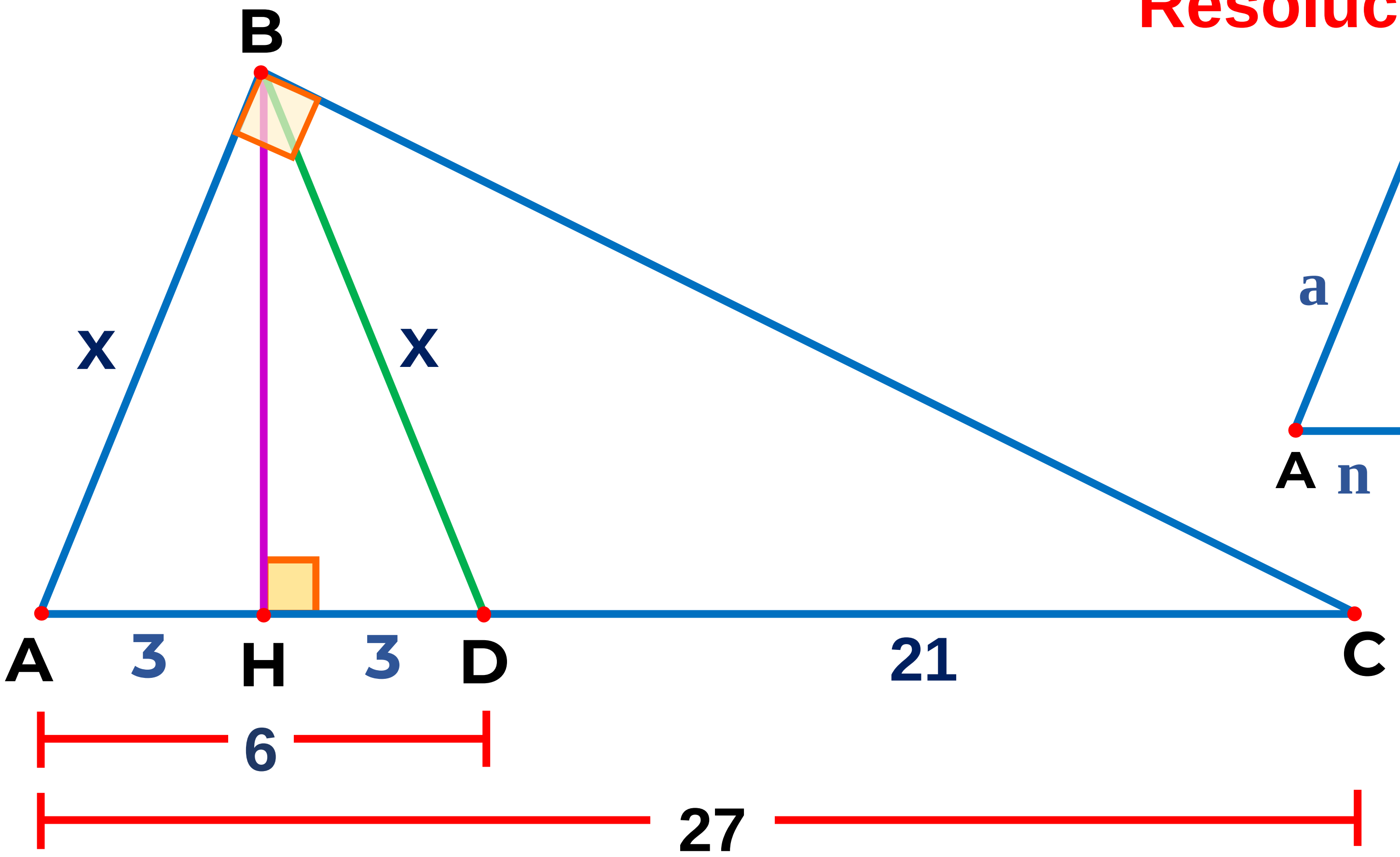
$x.y = a.b$

$\cancel{2}x(x) = 18(\cancel{4})$

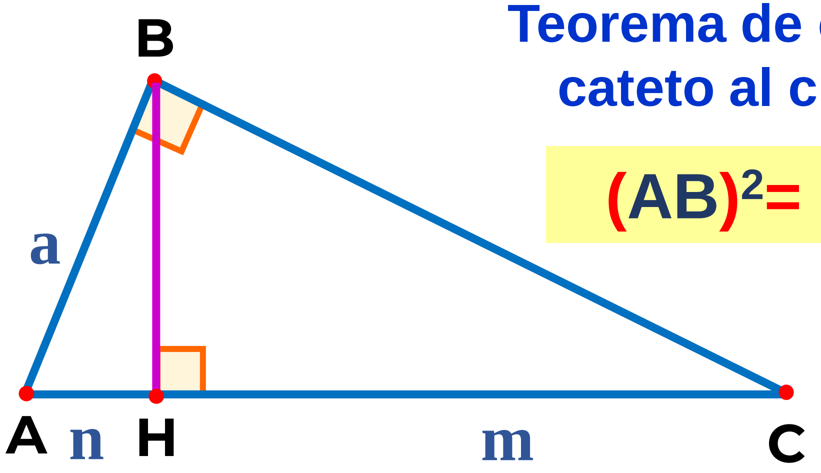
$x^2 = 36$

$\boxed{\therefore x = 6}$

4. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, tal que AD = 6, DC = 21 y AB = BD. Hallar AB.



Resolución:



Teorema de calculo de cateto al cuadrado

$(AB)^2 = (AH)(AC)$

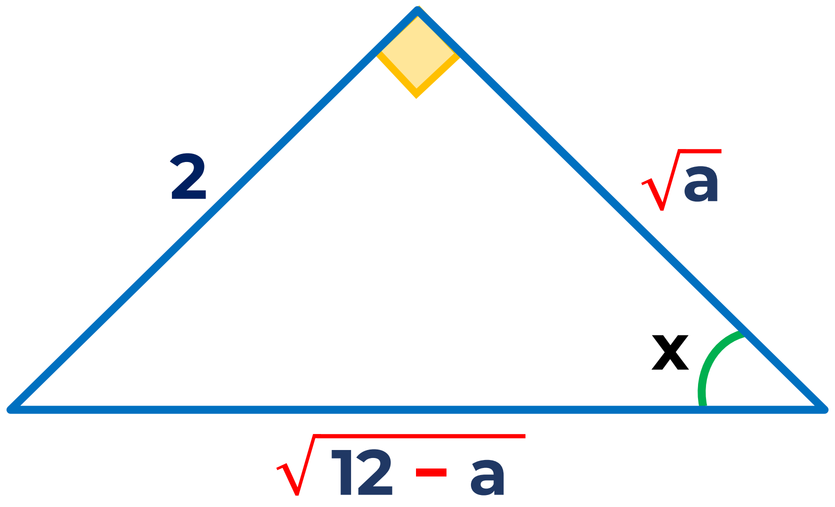
$x^2 = 3(27)$

$x^2 = 81$

$\therefore x = 9$

5. Halle la medida de uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo si la hipotenusa tiene una longitud igual a $\sqrt{12-a}$ y los otros lados sus longitudes son 2 y $\sqrt{a}$.

Resolución:



Teorema de Pitágoras

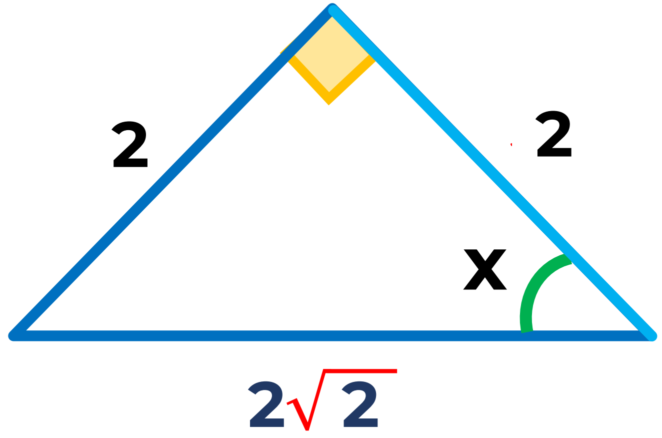
$$(\sqrt{12-a})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2^2$$

$$12 - a = a + 4$$

$$8 = 2a$$

$$\boxed{4 = a}$$

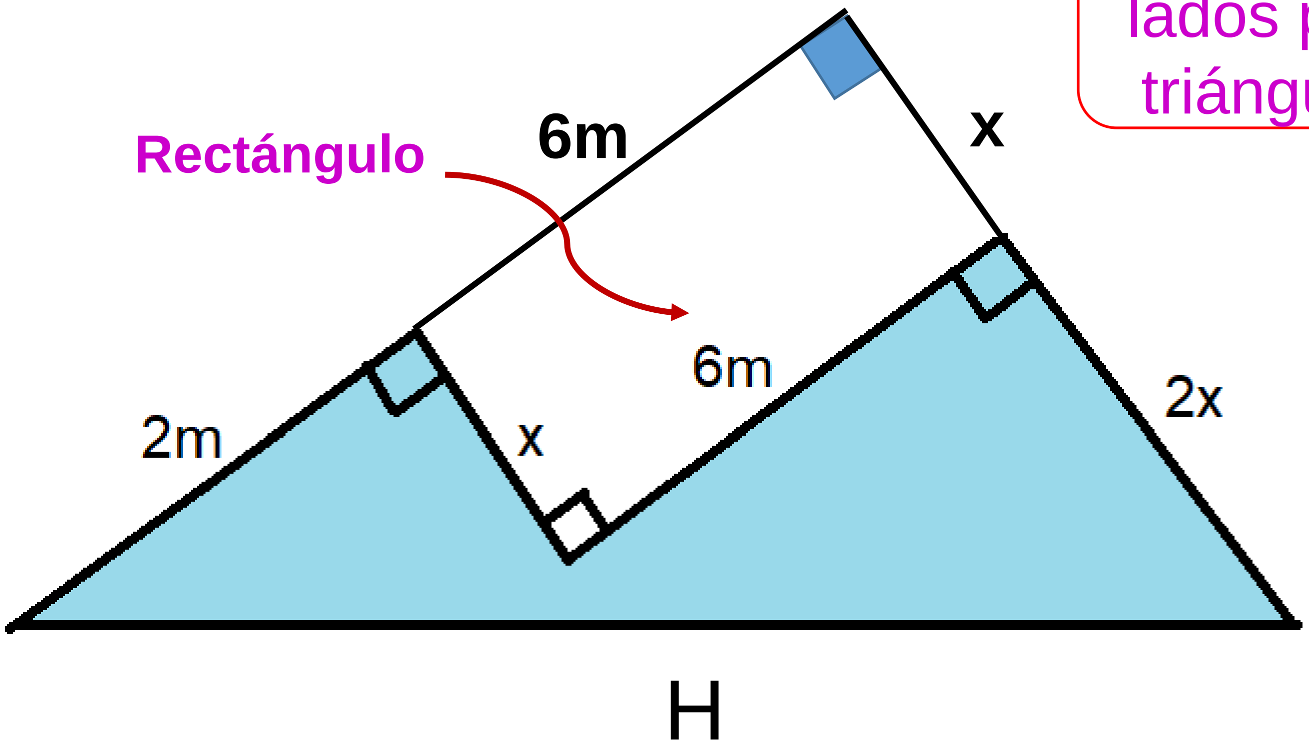
Notable (45°- 45°)



$$\therefore\ x = 45°$$

6. En la figura, el pentágono mostrado es el contorno de un jardín cuyo perímetro es igual a 24m. Calcule el valor de x.

Resolución:



Prolongamos dos lados para formar un triángulo rectángulo

DATO: $2p = 24$

$8 + 3x + H = 24$

$H = 16 - 3x$

Teorema de Pitágoras

$8^2 + (3x)^2 = H^2$

$64 + 9x^2 = (16 - 3x)^2$

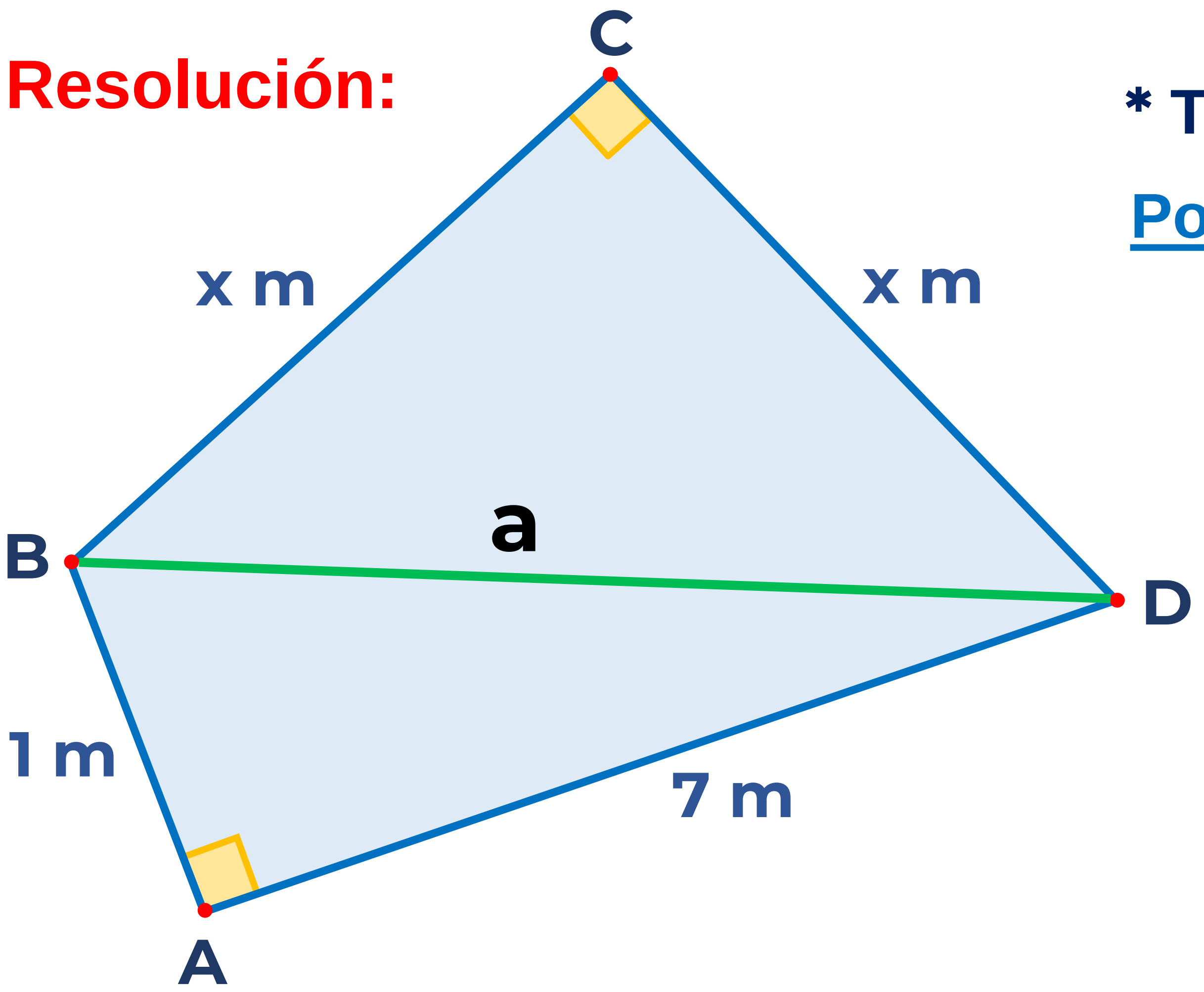
$64 + \cancel{9x^2} = 256 - 96x + \cancel{9x^2}$

$96x = 192$

$\boxed{\therefore x = 2}$

7. En la figura se muestra un patio cuyo contorno tiene forma de cuadrilátero. Halle el valor de x.

Resolución:



* Trazamos la diagonal $\overline{BD}$

Por teorema de Pitágoras

⊿ABD: $a^2 = 7^2 + 1^2$

$a^2 = 50$

⊿BCD: $\underbrace{a^2}_{50} = x^2 + x^2$

$50 = 2x^2$

$25 = x^2$

$\boxed{\therefore\ x = 5}$