GEOMETRY

Chapter 12

4th
SECONDARY

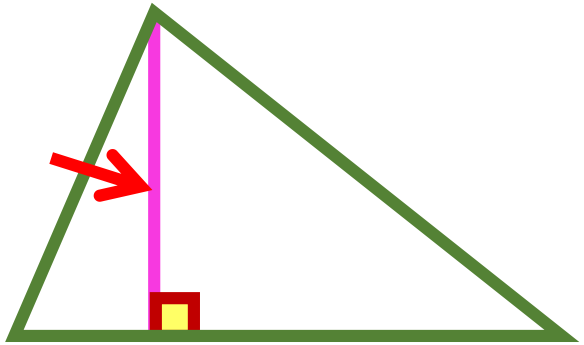
SACO OLIVEROS

RELACIONES MÉTRICAS EN LOS TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

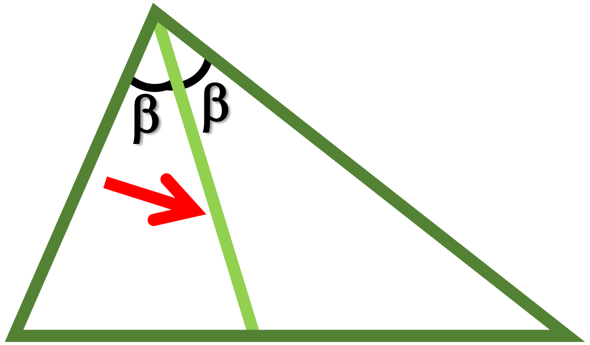
Continuando con el tema de relaciones métricas, en este capítulo aprenderemos a hallar las longitudes de las líneas notables más importantes como la altura, la mediana, el segmento de bisectriz, así como también la longitud de una ceviana interior, conociendo previamente las longitudes de los tres lados del triángulo.

Actividad

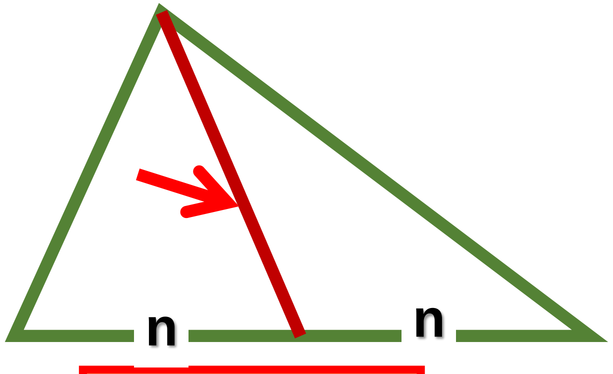
Complete los casilleros con los nombres de las líneas notables que hay en cada triángulo, señaladas con la flecha.



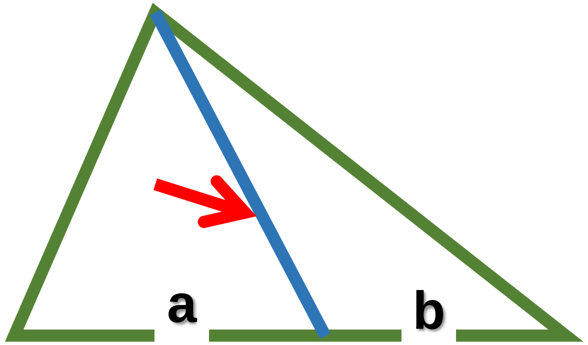
Altura



Bisectriz



Mediana



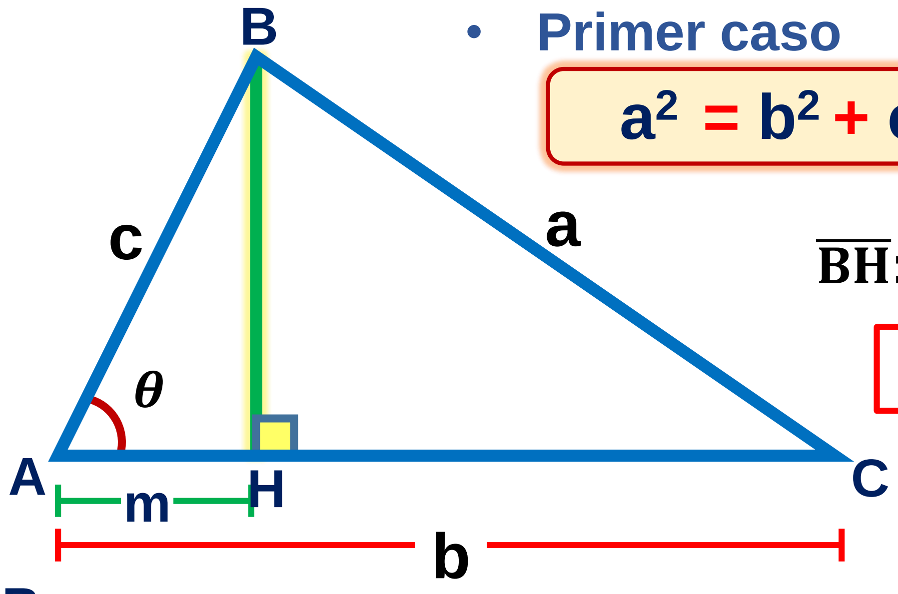
Ceviana

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO OBLICUÁNGULO

Teorema de Euclides

- Primer caso

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$$

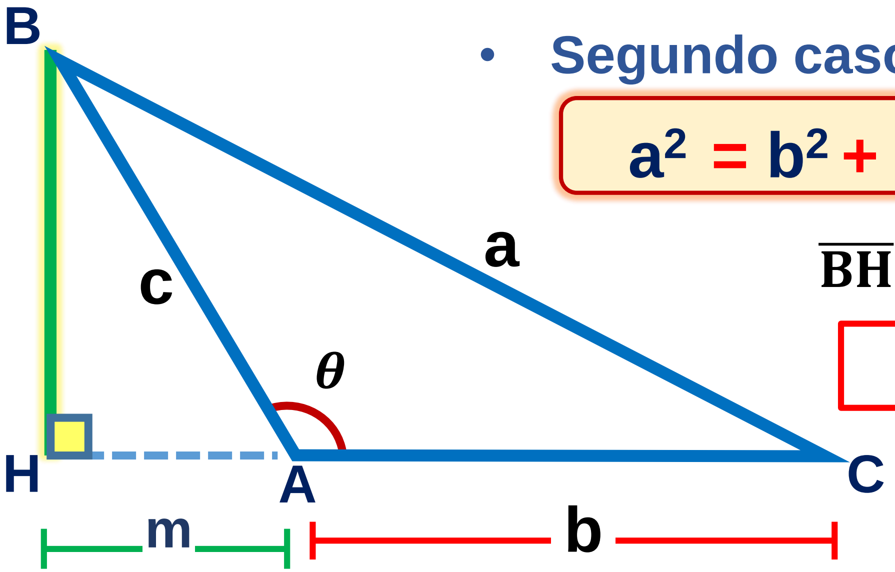


$\overline{BH}$: Altura

$\boxed{\theta < 90°}$

- Segundo caso

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

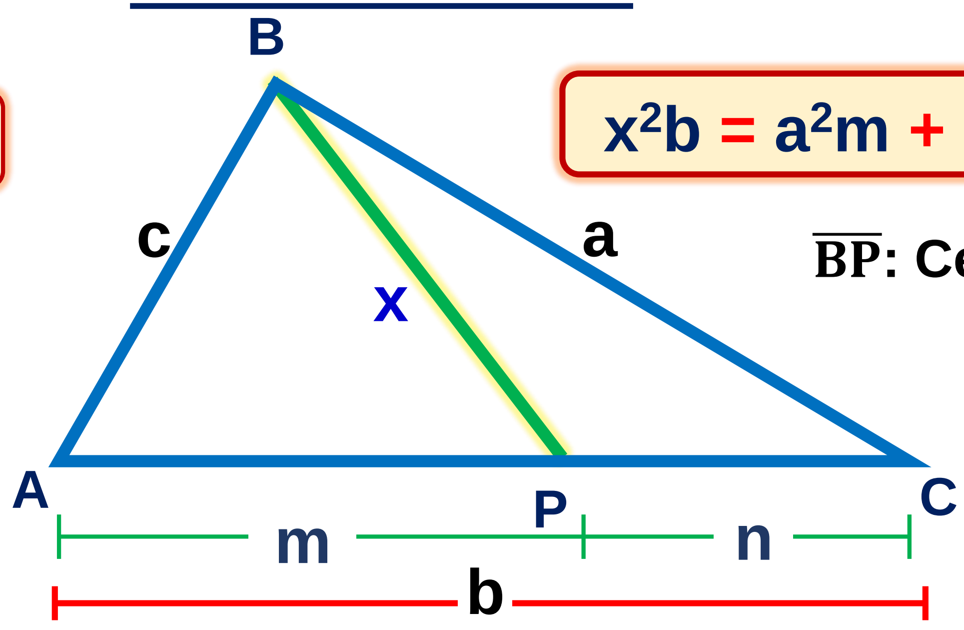


$\overline{BH}$: Altura

$\boxed{90° < \theta}$

Teorema de Stewart

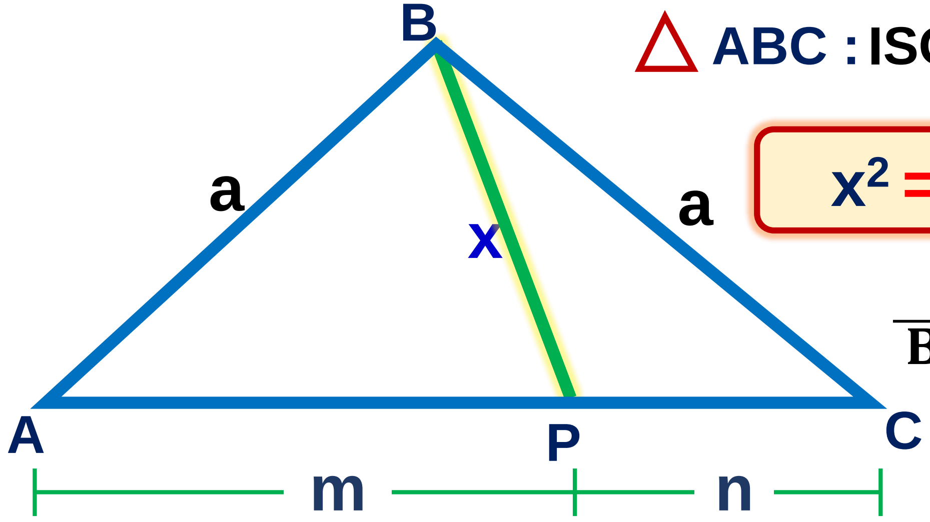
$$x^2b = a^2m + c^2n - mnb$$



$\overline{BP}$: Ceviana

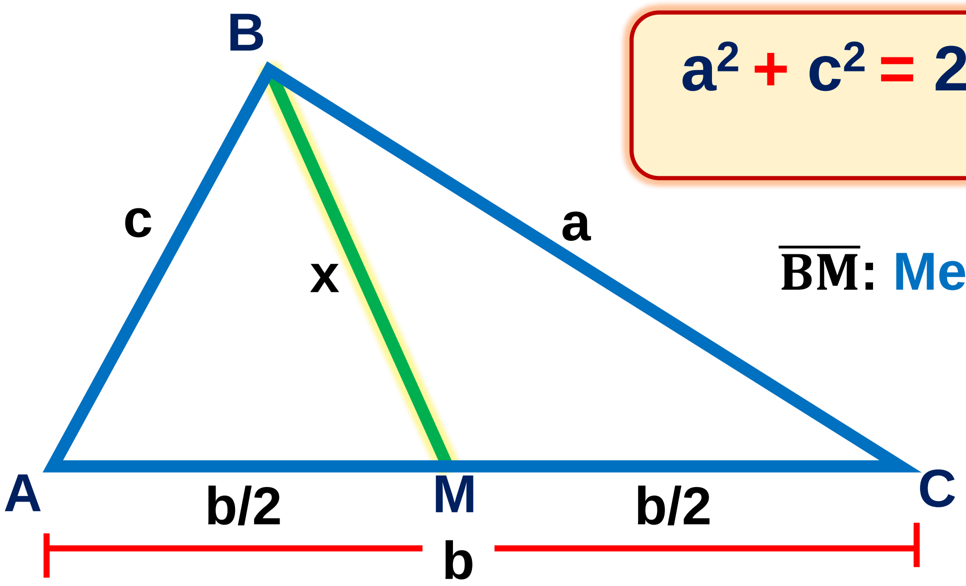
$\triangle$ ABC : ISÓSCELES

$$x^2 = a^2 - mn$$



$\overline{BP}$: Ceviana

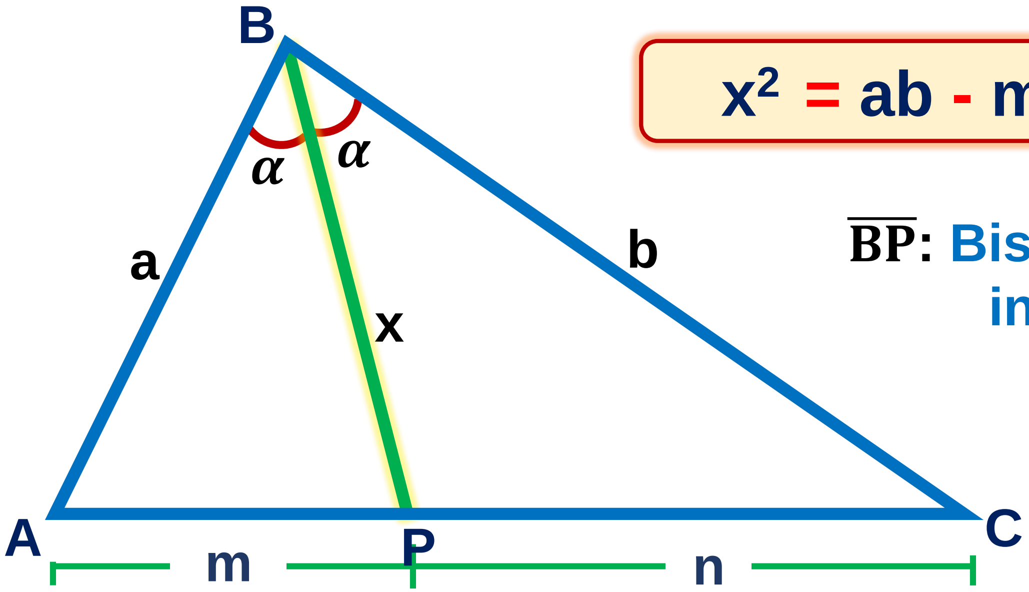
Teorema de la Mediana



$$a^2 + c^2 = 2x^2 + \frac{b^2}{2}$$

$\overline{BM}$: Mediana

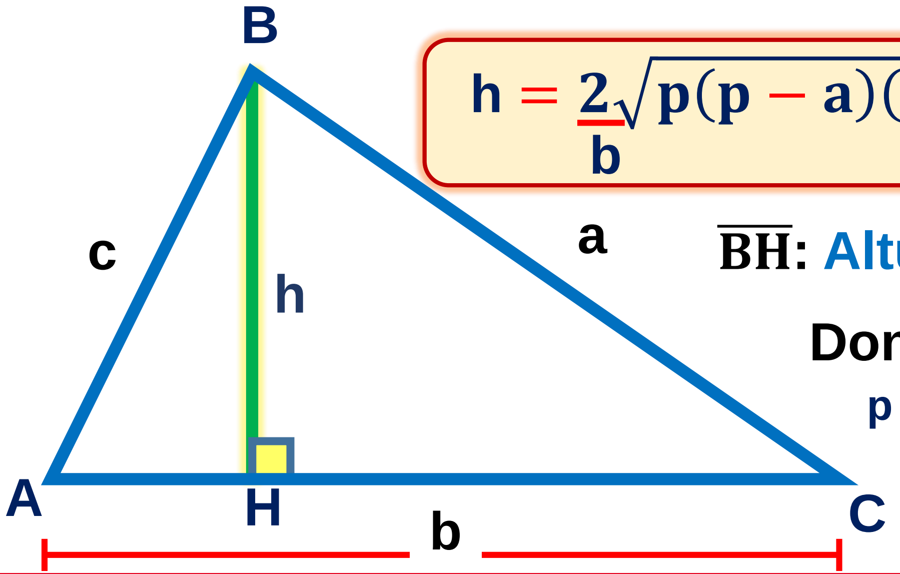
T. de la longitud de la bisectriz interior



$$x^2 = ab - mn$$

$\overline{BP}$: Bisectriz interior

Teorema de Herón



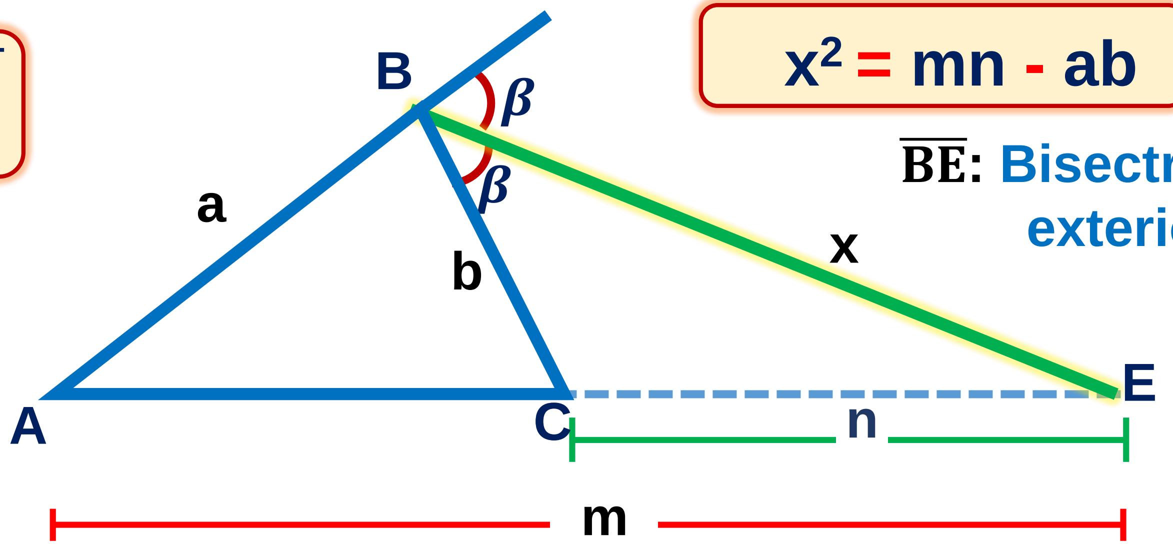
$$h = \frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$\overline{BH}$: Altura

Donde:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

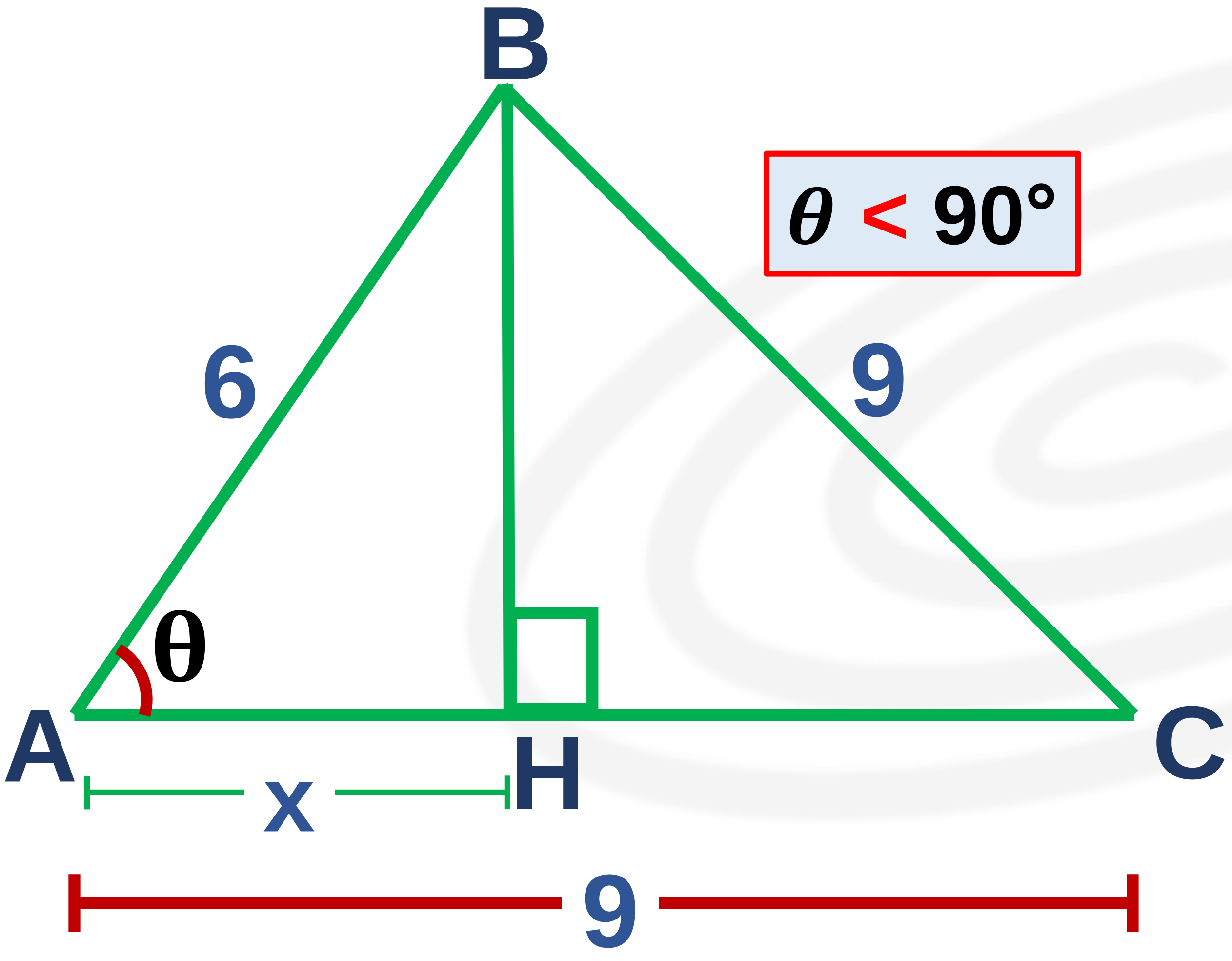
T. de la longitud de la bisectriz exterior



$$x^2 = mn - ab$$

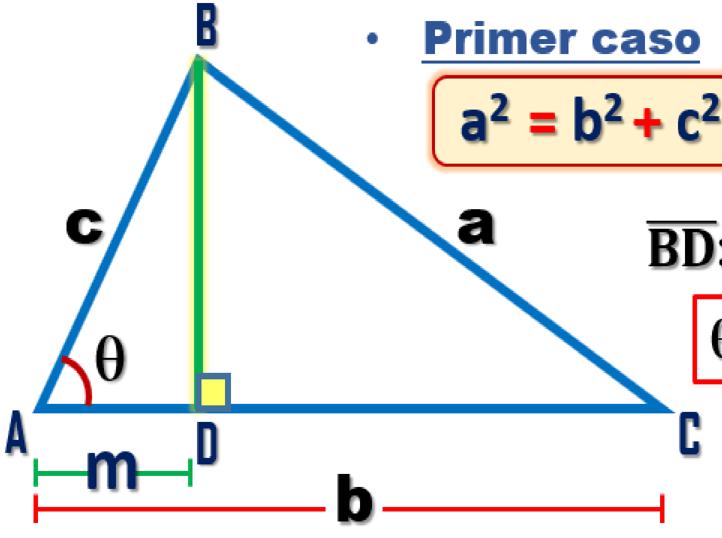
$\overline{BE}$: Bisectriz exterior

1. En la figura, halle la longitud de la proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$.



$\theta < 90°$

- **Teorema de Euclides**



- Primer caso

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$

$\overline{BD}$: Altura

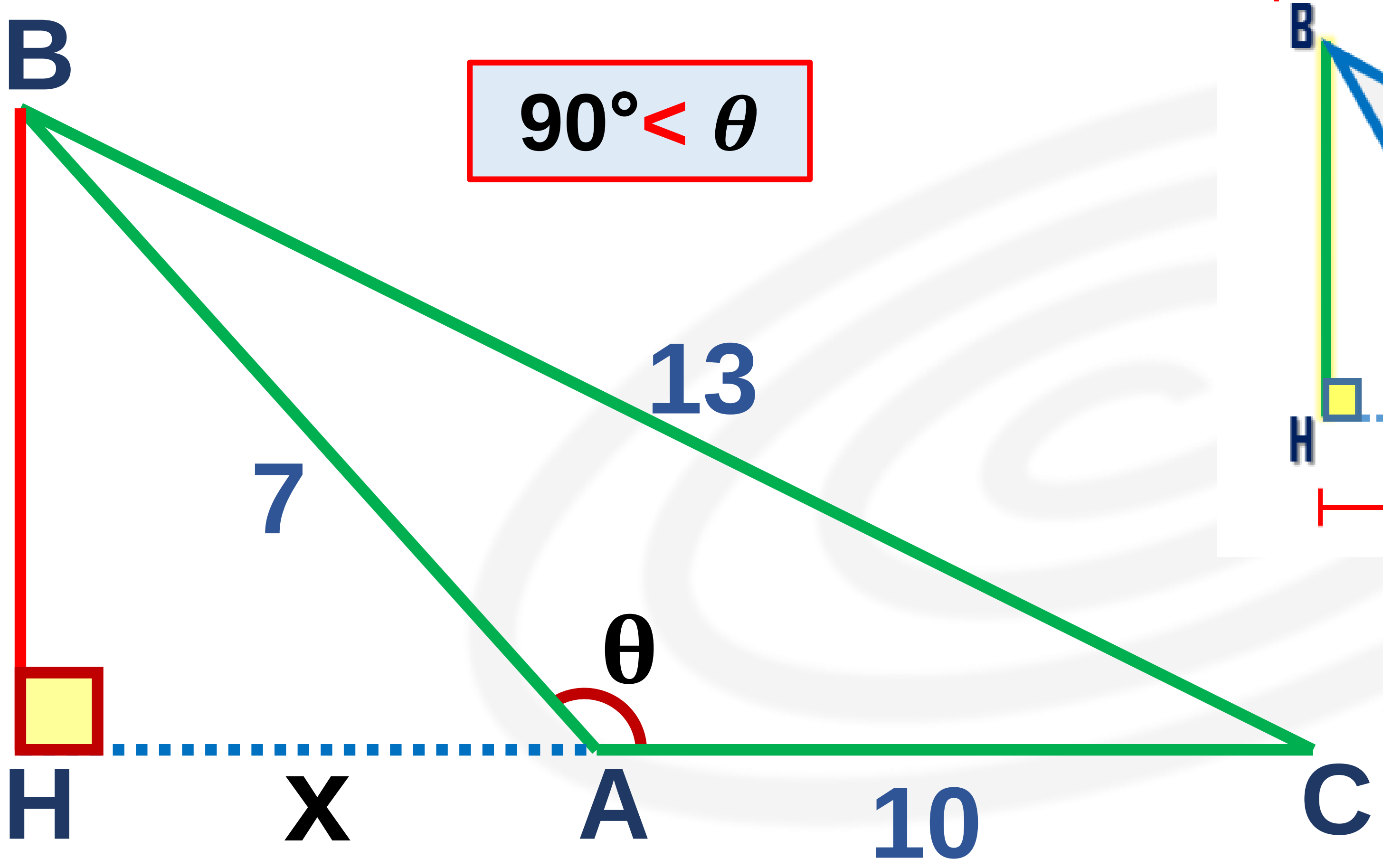
$\theta < 90°$

$$\cancel{9}^2 = \cancel{9}^2 + 6^2 - 2.9.x$$

$$18x = 36$$

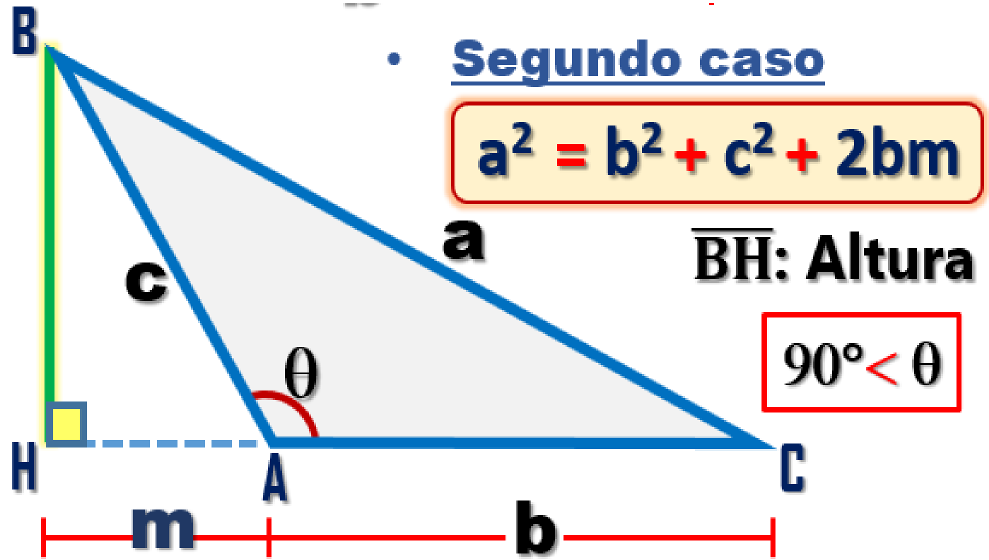
$$\boxed{x = 2}$$

2. En la figura, AB = 7, BC = 13 y AC = 10. Halle HA.



- **Teorema de Euclides**
  - Segundo caso

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$



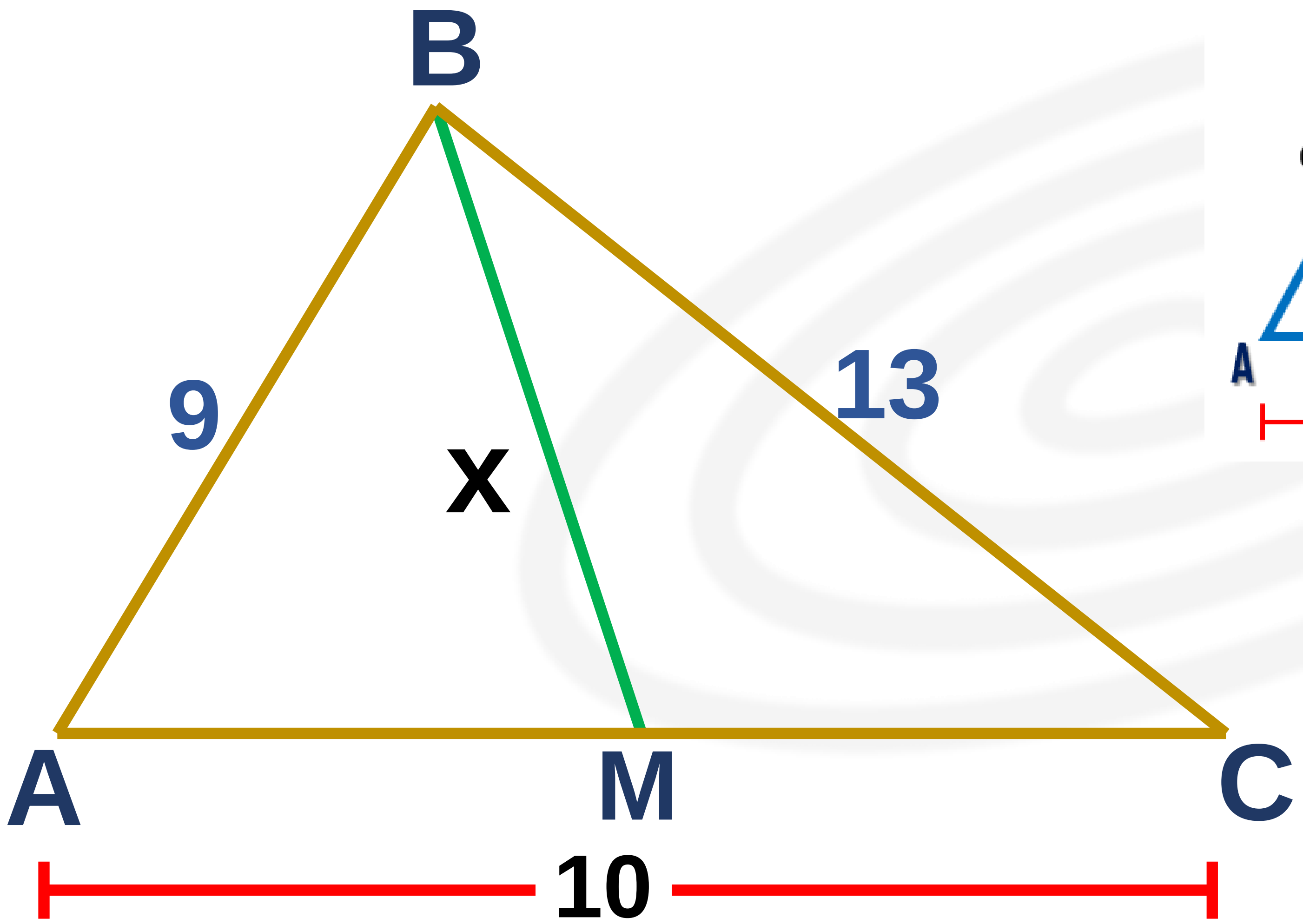
$$13^2 = 10^2 + 7^2 + 2.10.x$$

$$169 = 149 + 20x$$

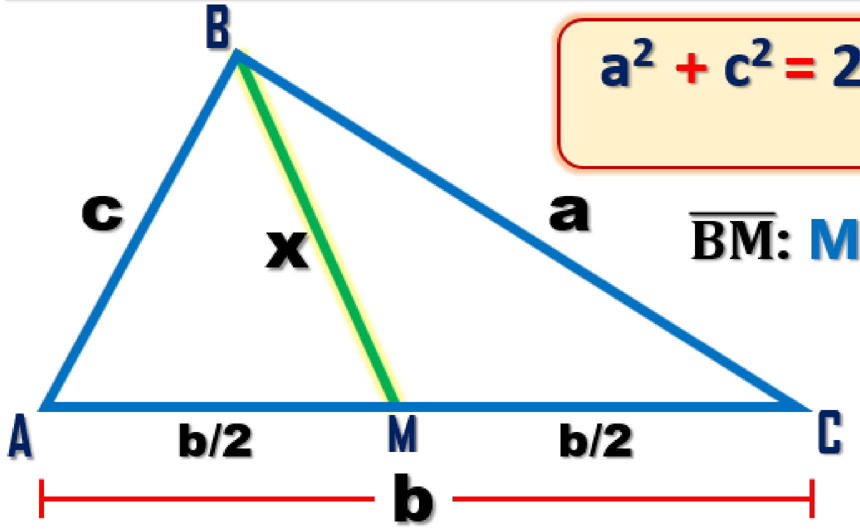
$$20 = 20x$$

$$\boxed{x = 1}$$

3. En un triángulo ABC, AB = 9, BC = 13 y AC = 10. Halle la longitud de la mediana $\overline{BM}$.



Teorema de la Mediana



$$a^2 + c^2 = 2x^2 + \frac{b^2}{2}$$

$\overline{BM}$: Mediana

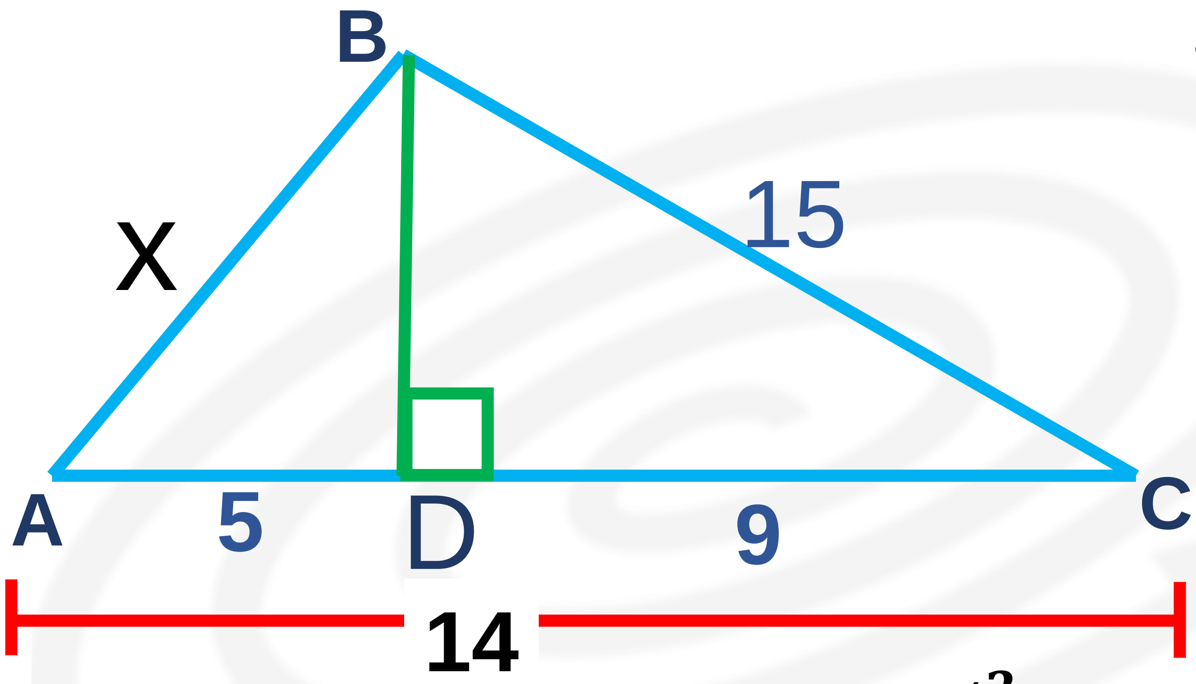
$$9^2 + 13^2 = 2x^2 + \frac{10^2}{2}$$

$$250 = 2x^2 + 50$$

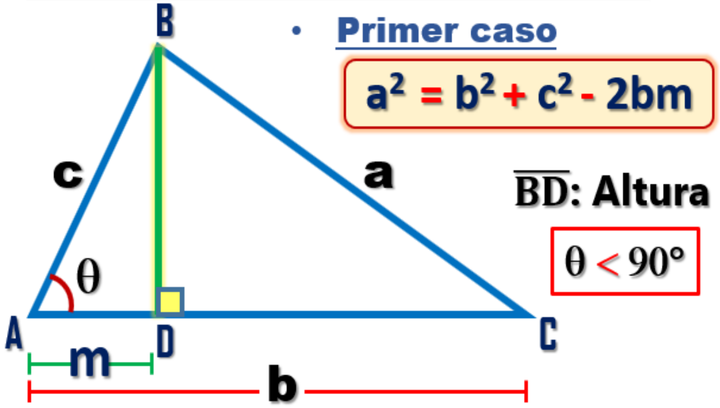
$$100 = x^2$$

$$\boxed{x = 10}$$

4. La familia Román ha observado que uno de los dos cables que fijan su antena de TV se ha deteriorado y deciden reponerlo para lo cual necesitan calcular su longitud.



• **Teorema de Euclides**



$$15^2 = 14^2 + x^2 - 2.14.5$$

$$225 = 196 + x^2 - 140$$

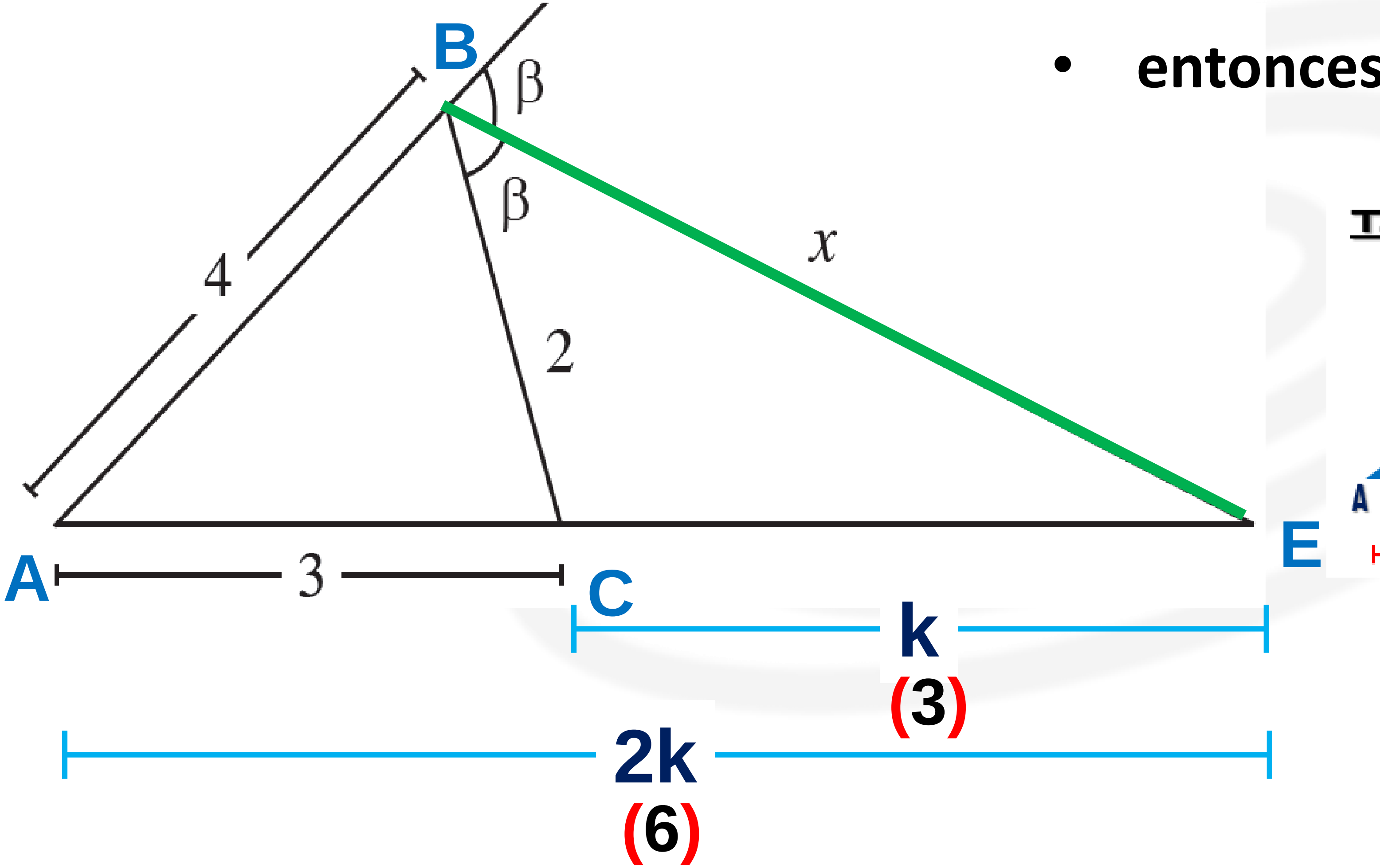
$$225 = 56 + x^2$$

$$169 = x^2$$

$\boxed{x = 13\ m}$

5. En la figura, calcule x.

- $\overline{BE}$: bisectriz exterior.



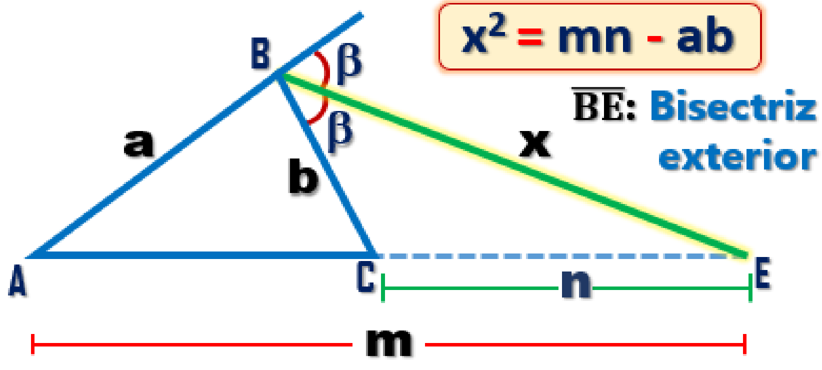
- **Se observa:**

$AE = 2k \qquad CE = k$

- entonces: $3 + k = 2k$

$3 = k$

T. DE LA BISECTRIZ EXTERIOR



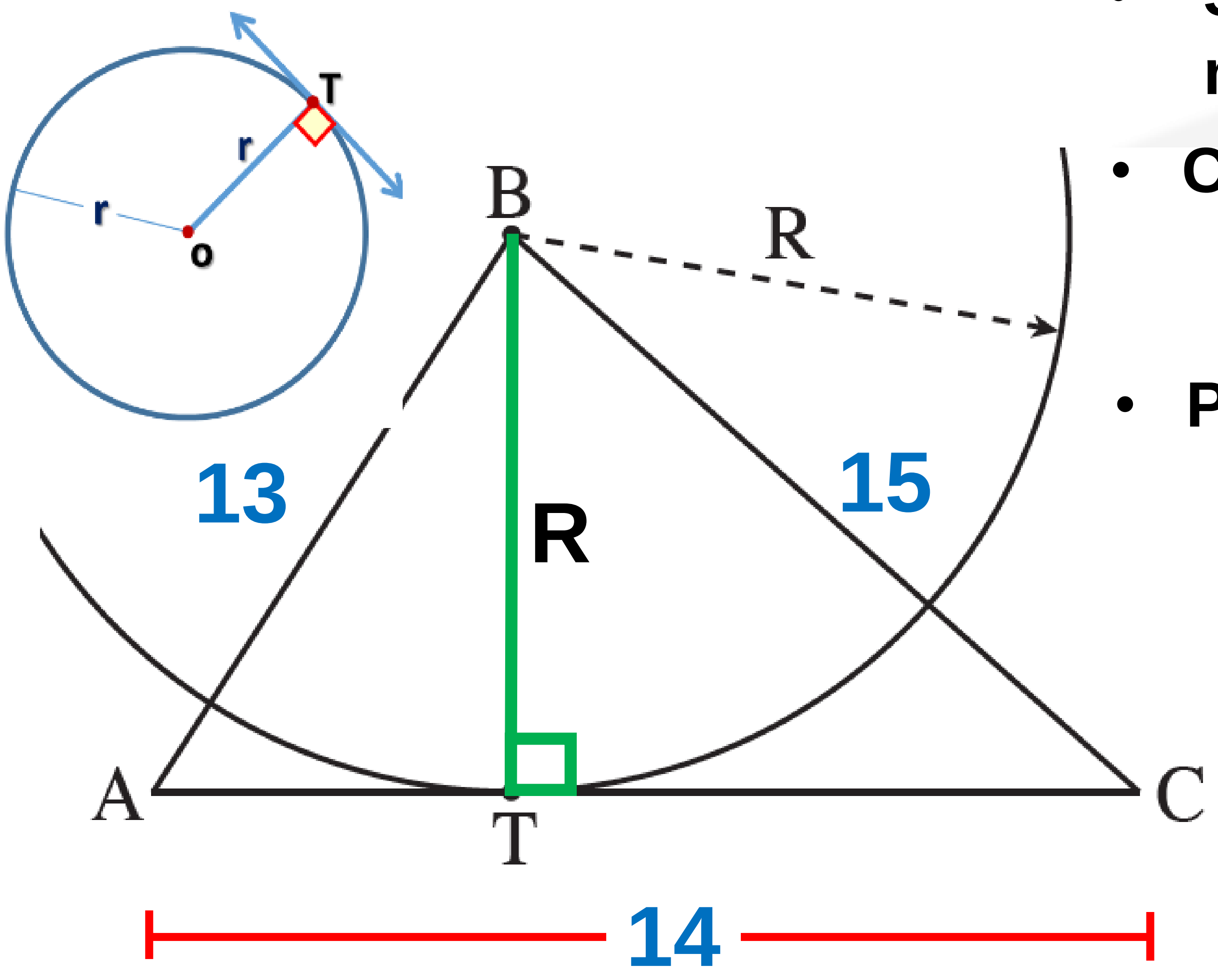
$x^2 = 6.3 - 4.2$

$x^2 = 18 - 8$

$x^2 = 10$

$\boxed{x = \sqrt{10}}$

6. En la figura, T es punto de tangencia y AB = 13, BC = 15 y AC = 14. Halle el valor de R.



- Se traza el radio $\overline{BT}$ y por teorema la m∡BTC = 90^0
- Calculamos el semiperímetro

$$p = \frac{13 + 15 + 14}{2} \qquad p = 21$$

- Por teorema de Herón

$$R = \frac{2}{14}\sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)}$$

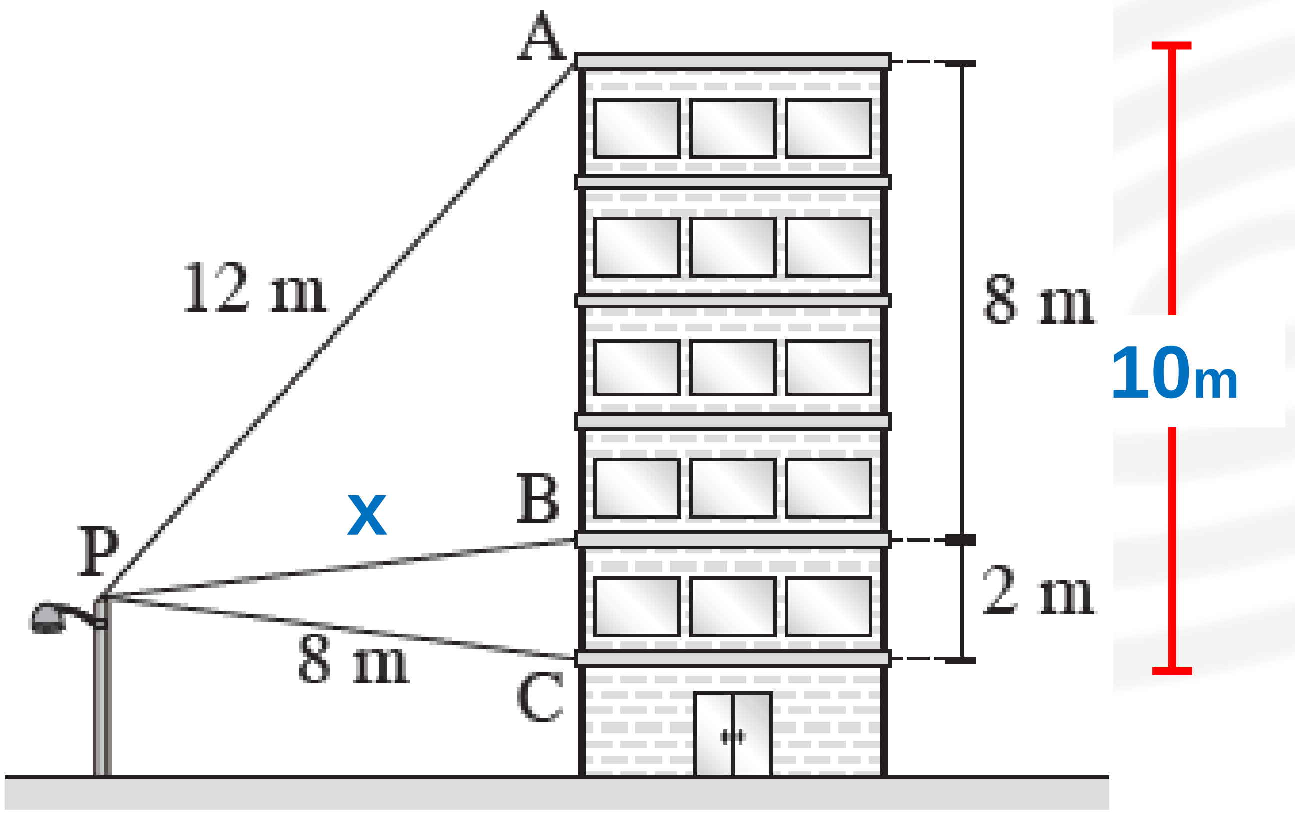
$$R = \frac{1}{7}\sqrt{21(6)(7)(8)}$$

$$R = \frac{1}{7}\sqrt{(7.3)(3.2)(7)(8)}$$

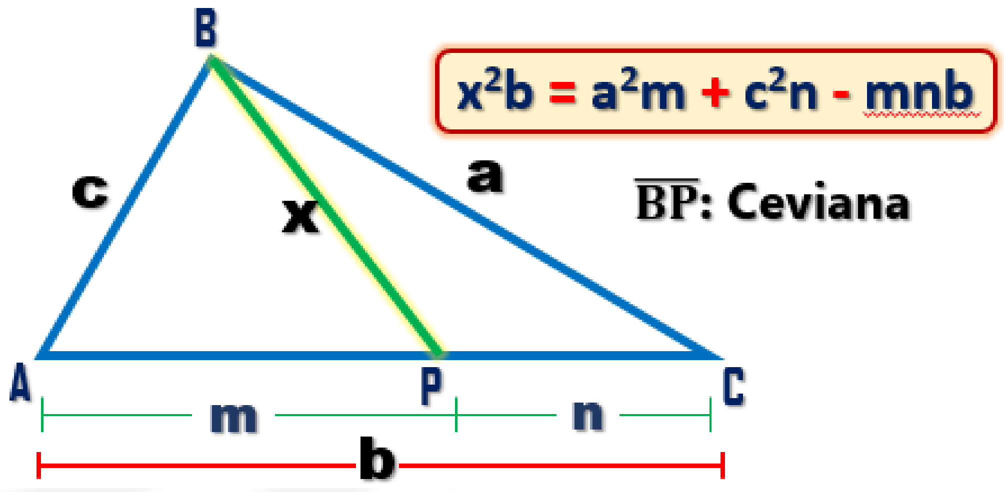
$$R = \frac{1}{\cancel{7}}\cancel{(7)}(3)(4)$$

$$\boxed{R = 12}$$

7. En la figura se muestra un poste y un edificio. $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ y $\overline{PC}$ son los cables de telefonía del punto P hacia tres departamentos donde en los puntos A, B y C se encuentran las entradas a dichos departamentos. Halle la longitud del cable $\overline{PB}$.



TEOREMA DE STEWART



$$x^2.10 = 12^2.2 + 8^2.8 - 2.8.10$$

$$10.x^2 = 288 + 512 - 160$$

$$10x^2 = 640$$

$$x^2 = 64$$

$$\boxed{x = 8\ m}$$