



ALGEBRA

Chapter 20

2th
SECONDARY
Session I

Ecuaciones de
Segundo Grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

 **SACO OLIVEROS**



GEROLAMO CARDANO

Gerolamo (Jerónimo) Cardano , nació en Pavía (Italia) un 24 de septiembre de 1501, destacado médico, matemático y astrólogo. Célebre matemático italiano del Renacimiento, autor de la obra *Ars Magna* (1545) que marcó el inicio del periodo moderno del álgebra. Como matemático realizó múltiples estudio sobre al azar, tema que lo apasionaba, pues era un gran jugador de cartas. Filósofo y enciclopedista,. También es conocido por ser el primero en dar una solución general completa de la ecuación de tercer y cuarto grado.





ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

FORMA GENERAL:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a \neq 0$$

Ejemplos:

1) $x^2 + 5x = 14$

2) $(x + 3)^2 - 6x = x + 9$

Métodos de resolución

1) Factorización

2) Fórmula general

Nota:

- *Para cualquiera de los dos métodos la ecuación tiene que tener la expresión de la forma general.*
- *La cantidad de soluciones en una ecuación cuadrática pueden ser dos, una ó ninguna.*



1. Método de factorización

Ejemplos: Resolver

$$1) \quad x^2 - 25 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \vee \quad x + 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$\therefore C.S = \{-5; 5\}$$

$$2) \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \nearrow -4 \\ \searrow -3 \end{array} \begin{array}{l} -4x \\ -3x \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow -4x \\ \rightarrow -3x \end{array} \begin{array}{l} + \\ - \end{array}$$

$$\underline{-7x}$$

$$(x - 4)(x - 3) = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \vee \quad x - 3 = 0$$

$$x = 4$$

$$x = 3$$

$$\therefore C.S = \{3; 4\}$$



2. Método por la fórmula general

Procedimiento para la resolución:

- La ecuación debe estar igualada a cero.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Identificar los coeficientes (a;b;c)

- Reemplazar y calcular.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Donde: $\Delta = b^2 - 4ac$ (Δ : discriminante)

Ejemplo: Resolver

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

Resolución

$$a = 2 ; b = -3 ; c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(1)$$

$$\Delta = 9 - 8$$

$$\Delta = 1$$

Fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(2)} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 - 1}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{3 + 1}{4} \Rightarrow x_2 = 1$$

$$\therefore C.S = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$$



Propiedades de las raíces

Sean x_1 ; x_2 raíces o soluciones de la ecuación:
 $ax^2 + bx + c = 0$

1. Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2. Producto de las raíces

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Ejemplo:

Si x_1 ; x_2 son raíces de la ecuación:

$$2x^2 + 6x + 14 = 0$$

Hallar $(x_1 + x_2) + (x_1 \cdot x_2)$

Resolución:

$$a = 2 ;$$

$$b = 6 ;$$

$$c = 14$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{6}{2} = -3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{14}{2} = 7$$

+

Rpta . 4

HELICO PRACTICE



1. Resuelva:

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{rcl}
 x^2 & - & 8x & - & 9 & = & 0 \\
 \begin{array}{l} x \\ x \end{array} & \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} & \begin{array}{l} -9 \\ +1 \end{array} & \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} & \begin{array}{l} -9x \\ x \end{array} & \begin{array}{l} \text{+} \\ \text{+} \end{array} \\
 & & & & \hline
 & & & & -8x
 \end{array}$$

$$(x - 9)(x + 1) = 0$$

$$x - 9 = 0 \quad \vee \quad x + 1 = 0$$

$$x = 9$$

$$x = -1$$

$$\therefore C.S = \{-1; 9\}$$



2. Calcule el valor de **x** si

$$x(x - 5) + 2(x - 3) + 8 = 0$$

RESOLUCIÓN

$$x(x - 5) + 2(x - 3) + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2x - 6 + 8 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{c|c} x^2 & -2 \\ \hline x & -1 \end{array} \quad \begin{array}{c} -2x \\ -x \end{array} \quad +$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 1$$

$$\therefore x_1 = 1 \quad \vee \quad x_2 = 2$$



3. Calcule el valor de x en la ecuación

$$2x^2 - 3x + 10 = x^2 + 4x$$

RESOLUCIÓN

$$2x^2 - 3x + 10 - x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Diagram illustrating the factoring process for the quadratic equation $x^2 - 7x + 10 = 0$. The equation is shown with a green arrow pointing to the constant term 10. Below it, two 'x' terms are crossed to find factors -2 and -5 that sum to -7 and multiply to 10. The resulting factors are $(x-2)$ and $(x-5)$.

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \vee \quad x - 5 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 5$$

$$\therefore x_1 = 2 \quad \vee \quad x_2 = 5$$

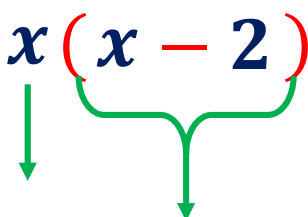


4. Resuelva:

$$x^2 = 2x$$

RESOLUCIÓN

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$


0 0

$$x = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

$$\therefore C.S = \{0; 2\}$$



5. Calcule el valor de la mayor raíz de la siguiente ecuación

$$x(x - 4) - 5 = 4(1 - x)$$

sabiendo que esto indica el número de meses que tiene María, la hermana menor de Fausta. ¿Cuántos meses son?

RESOLUCIÓN

$$x(x - 4) - 5 = 4(1 - x)$$

$$x^2 - \cancel{4x} - 5 = 4 - \cancel{4x}$$

$$x^2 - 5 - 4 = 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -3$$

∴ Tiene 3 meses

6. Calcule el valor de x

$$x^2 + x - 5 = 0$$

RESOLUCIÓN

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$a = 1 ; b = 1 ; c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (1)^2 - 4(1)(-5)$$

$$\Delta = 1 + 20$$

$$\Delta = 21$$

Fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{21}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \vee x_2 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

7. Calcule la mayor raíz de:

$$x^2 = 3x + 4$$



Sabiendo que esto indica el precio de entrada de un adulto al parque de las aguas. Si la entrada de un adulto es el doble de la de un niño, y al parque ingresaron 150 adultos y 205 niños, ¿cuánto se recaudó por las entradas?

RESOLUCIÓN

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x + 1)(x - 4) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \vee \quad x - 4 = 0$$

$$x = -1$$

$$x = 4$$

mayor raíz

Cada adulto pagó \$ /4 : $150(4) = \$600$

Cada niño pagó \$ /2 : $205(2) = \$410$

$$\therefore \text{Total recaudado: } \$1010$$