MATHEMATICAL REASONING

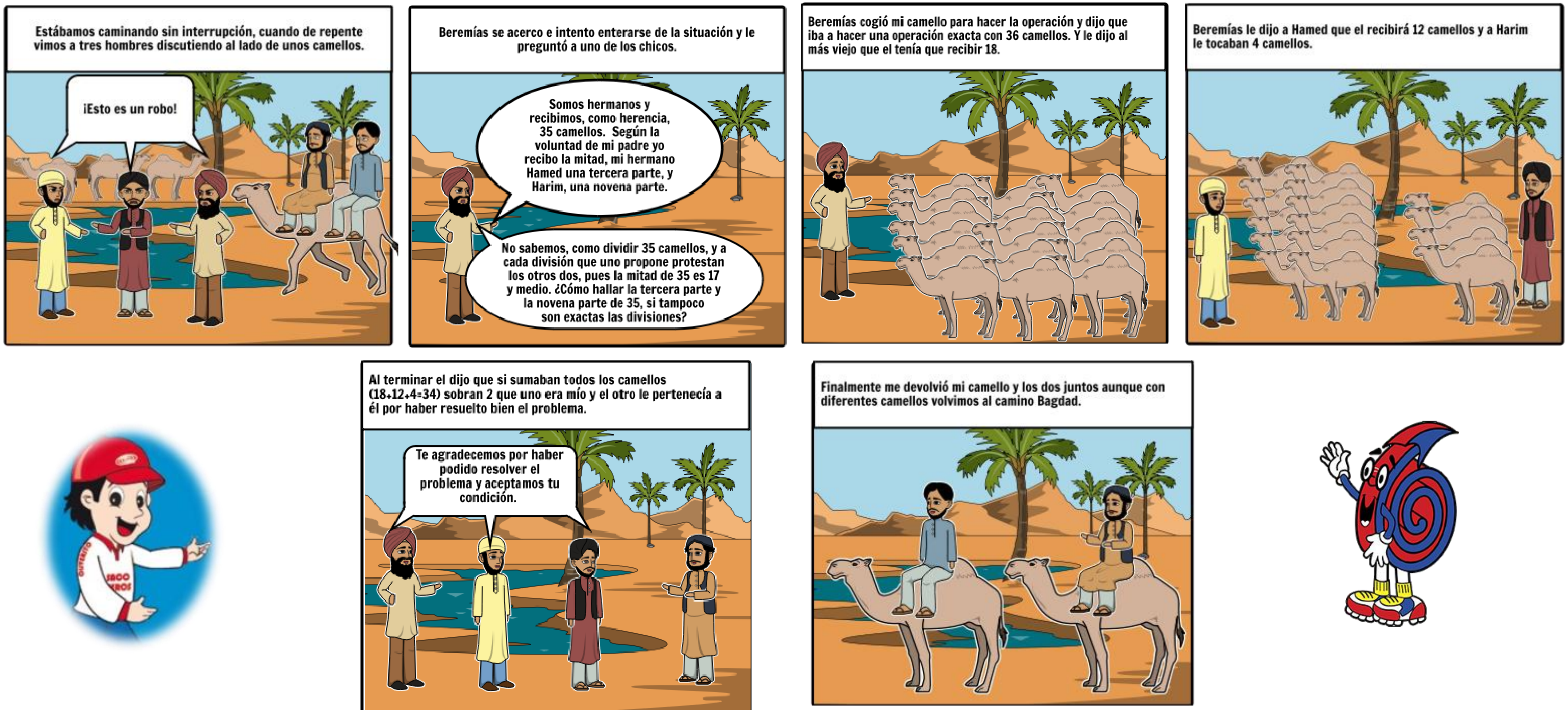
Chapter 14

5th
SECONDARY

FRACCIONES

SACO OLIVEROS

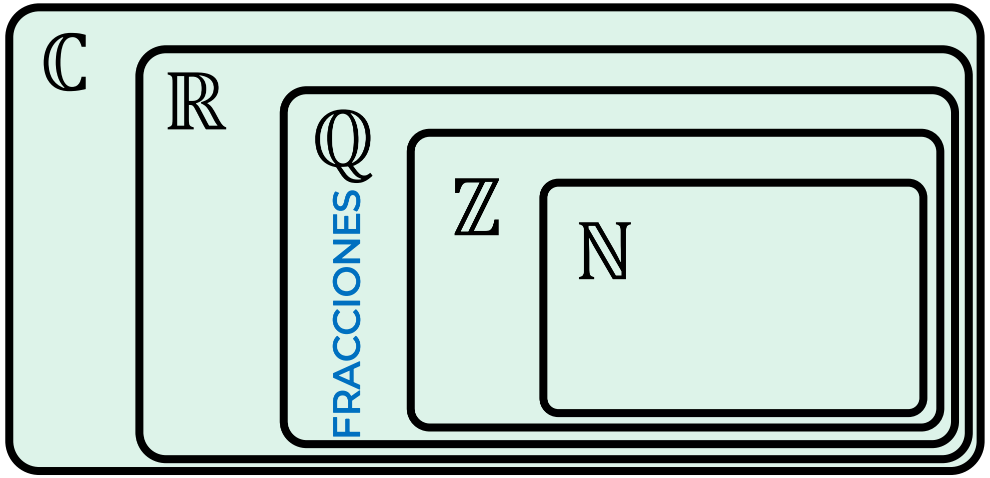
EL HOMBRE QUE CALCULABA



HELICO THEORY

FRACCIONES

Recordemos que:



DEFINICIÓN DE FRACCIÓN

Es aquella división indicada de los enteros positivos a y b, que cumplen las condiciones:

$$f = \frac{a}{b} \quad \begin{cases} a; b \in \mathbb{Z}^{+} \\ a \neq \overset{\circ}{b} \end{cases}$$

Ejemplos

HELICO THEORY

FRACCIONES

EN GENERAL

$$\frac{PARTE}{TODO} \quad \begin{matrix} \rightarrow & es; son; representa \\ \rightarrow & de; del; respecto\ de \end{matrix}$$

Ejemplos

¿Qué parte de 15 es 12? $\quad \dfrac{Parte}{Todo} = \dfrac{12}{15} <> \dfrac{4}{5}$

¿Qué parte es 15 de 12? $\quad \dfrac{Parte}{Todo} = \dfrac{15}{12} <> \dfrac{5}{4}$

¿Qué fracción representa 18 respecto de 30? $\quad \dfrac{Parte}{Todo} = \dfrac{18}{30} <> \dfrac{3}{5}$

HELICO THEORY

FRACCIONES

GANANCIAS Y PÉRDIDAS EN FRACCIONES

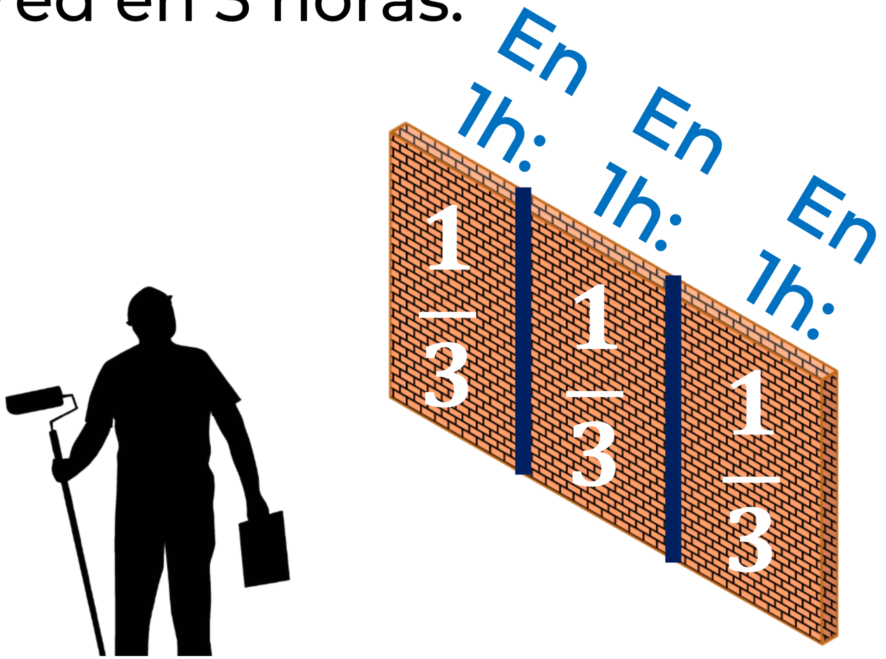
GANA / AUMENTA	resulta
$\frac{1}{6}$ +	$\frac{7}{6}$
$\frac{3}{8}$ +	$\frac{11}{8}$
$\frac{a}{b}$ +	$\frac{a+b}{b}$

pierde / disminuye	QUEDA
$\frac{1}{6}$ −	$\frac{5}{6}$
$\frac{3}{8}$ −	$\frac{5}{8}$
$\frac{a}{b}$ −	$\frac{b-a}{b}$

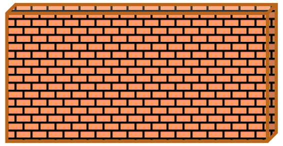
HELICO THEORY

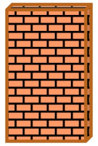
REDUCCIÓN A LA UNIDAD

Si Lucho puede pintar esa pared en 3 horas.



Entonces:

En 3h: ⟶  1 (PARED COMPLETA)

En 1h: ⟶  $\frac{1}{3}$ (PARED COMPLETA)

Si toda la obra la realiza en 3h, en una hora hará 1/3 de la obra.

HELICO THEORY

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

EN GENERAL

Si toda la obra lo realiza en un tiempo T, en una unidad de tiempo hará $\frac{1}{T}$ de la obra.

Por ejemplo

Dos obreros A y B pueden hacer una obra en 10 y 15 días respectivamente.

Entonces,

	Obra total	En 1d	En 2d	En 3d
A	$10d$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$
B	$15d$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$

HELICO THEORY

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

OTRA FORMA:

Dos obreros A y B pueden hacer una obra en 10 y 15 días respectivamente. Si trabajan juntos, ¿en cuánto tiempo podrán terminar la obra?

Resolución

Sea el tiempo (en días) que demoran en hacer la obra: x

	Obra total	En 1d
A	$10d$	$\frac{1}{10}$
B	$15d$	$\frac{1}{15}$

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{x}\right)30x$$

$$3x+2x=30$$

$$5x=30$$

$$\rightarrow\ x=6$$

$\therefore$ $Tiempo\ total=6días$

HELICO PRACTICE

PROBLEMA 1

Mario realizó 1/12 de su tarea. ¿Qué fracción de lo que queda debe realizar, para tener listo los 2/3 de su tarea?

RESOLUCIÓN

TAREA TOTAL. 12X

REALIZA: $\frac{1}{12}(12X) = X$

LE QUEDA: 11X

DESEA TENER LISTO: $\frac{2}{3}(12X) = 8X$

Por lo tanto: $\frac{\text{DESEA TENER LISTO: } 8X}{\text{LE QUEDA: } 11X}$

$\therefore \quad f = \frac{8}{11}$

PROBLEMA 2

En una reunión de 60 personas, los 3/10 del total son varones. ¿Cuántas mujeres deberán retirarse para que los varones sean ahora los 3/5 del nuevo total?

RESOLUCIÓN

TOTAL, PERSONAS: 60

VARONES: $\frac{3}{10}(60) = 18$

MUJERES: 42

PIDEN QUE LOS 18 VARONES QUE QUEDAN SEAN LOS 3/5 DEL NUEVO TOTAL "X".

$$\frac{3}{5}X = 18$$

$$X = 30$$

MUJERES: 12

MUJERES QUE DEBEN RETIRARSE: $42 - 12 = 30$

$\therefore$ 30

PROBLEMA 3

Se tiene una mezcla de 40L de líquido A, con 50L de líquido B. Si se extrae 18L de la mezcla. ¿Cuántos litros del líquido B salen?

RESOLUCIÓN

TOTAL: $18L = \frac{1}{5}(90L)$

A	40L
B	50L

$\frac{1}{5}(50L) = 10L$

OTRA FORMA: $A = 4K$ $\quad B = 5K$

$9K = 18$

$K = 2$

$\therefore$ SALEN DE "B": 10L

PROBLEMA 4

Se descubrió a un mal empleado de una vinatería, que adulteraba los vinos para poder ganar en sus ventas; así, cierto día de un recipiente lleno de vino puro extrajo 1/3 de su contenido y lo reemplazó con agua, enseguida extrajo un cuarto de la mezcla y la reemplazó con agua, y por último extrajo 1/5 de la nueva mezcla y la reemplazó con agua. Si todavía hay 68 litros de vino puro en dicho recipiente, ¿Cuál era el contenido inicial?

Resolución:

Cantidad inicial de vino $= x$

	Extrajo	Le queda
1° vez	$\frac{1}{3}.(x)$	$\frac{2}{3}.(x)$
2° vez	$\frac{1}{4}.\frac{2}{3}.(x)$	$\frac{3}{4}.\frac{2}{3}.(x)$
3° vez	$\frac{1}{5}.\frac{3}{4}.\frac{2}{3}.(x)$	$\frac{4}{5}.\frac{3}{4}.\frac{2}{3}.(x)$

$$\frac{4}{5}.\frac{3}{4}.\frac{2}{3}.(x) = 68$$

$\therefore$ 170 L

PROBLEMA 5

A puede hacer una obra en 20 días y B lo podría hacer en 60 días. Si A y B trabajan juntos, ¿en cuántos días lo podrían terminar?

RESOLUCIÓN

	OBRA TOTAL	EN 1 DÍA
A	20 días	$\frac{1}{20}$
B	60 días	$\frac{1}{60}$
JUNTOS	x días	$\frac{1}{x}$

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{1}{x}\right)60x$$

$$3x + x = 60$$

$$4x = 60$$

$$\rightarrow \quad x = 15$$

$\therefore$ 15 días

PROBLEMA 6

Una piscina se llena mediante 3 grifos A, B y C que pueden llenarla en 6h, 4h y 3h respectivamente; si los 3 grifos funcionarán simultáneamente para llenar la piscina vacía ¿Cuánto tiempo tardarían?

RESOLUCIÓN

	OBRA TOTAL	EN 1 HORA
A	6 horas	$\frac{1}{6}$
B	4 horas	$\frac{1}{4}$
C	3 horas	$\frac{1}{3}$
Juntos	x horas	$\frac{1}{x}$

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{x}\right)12x$$

$$2x+3x+4x=12$$

$$9x=12$$

$$\rightarrow \quad x=\frac{12}{9}$$

$$\therefore \quad \frac{4}{3} \quad horas <> 1h\ 20min$$

PROBLEMA 7

En la construcción de la piscina de un nuevo hotel, la empresa que proveía el sistema de llenado y desagüe del agua dejó las siguientes especificaciones para el modelo de piscina a instalar:

Grifo	Tiempo eficiente (h)
Llenado 1	6
Llenado 2	4
Desagüe	12

(Los tiempos son tomados con respecto al 100% del volumen)

Cuando la piscina estuvo instalada, el ingeniero a cargo, para comprobar las especificaciones dadas, abrió simultáneamente los tres grifos de la piscina; ¿Qué tiempo debía esperar el ingeniero para poder ver la piscina completamente llena y así verificar los datos del proveedor?

RESOLUCIÓN

	OBRA TOTAL	EN 1 HORA
A	6 horas	$\frac{1}{6}$
B	4 horas	$\frac{1}{4}$
C	12 horas	$\frac{1}{12}$
Juntos	x horas	$\frac{1}{x}$

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{x}\right)12x$$

$$2x+3x-x=12$$

$$4x=12$$

$$\rightarrow \quad x=3$$

$\therefore$ 3horas

Muchas gracias