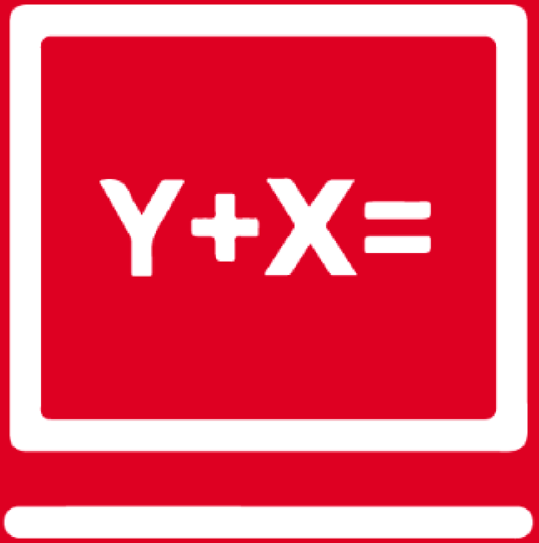
ARITHMETIC

CHAPTHER 19



1st

SECONDARY

Sesión II

POTENCIACIÓN EN N

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

Muy conocido es el premio que pidió al rey *Schram* el inventor del juego de ajedrez, *Sessa Ebn Daher*. Pidió al rey que se le dieran tantos granos de trigo resultantes de poner 1 grano en la primera casilla, 2 en la segunda, 4 en la tercera, etc. hasta llegar, doblando, a la casilla 64, última del tablero.

Sumando tenemos

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{63} = \frac{2^{64}-1}{2-1}$$

18 446 744 073 709 551 615, cantidad tan enorme.

POTENCIACIÓN

Sea

$$P = \underbrace{k.k.k \ldots k}_{\text{"}n\text{" veces}} = k^n$$

$$\forall\, n \in \mathbb{Z}^+$$

Donde:

P: *potencia*

k: *base*

n: *exponente*

Criterios de inclusión y exclusión

Por su descomposición canónica

Ejm

Cuadrado perfecto k^2	Cubo perfecto k^3
$14400 = 2^6.3^2.5^2$	$27000 = 2^3.3^3.5^3$
$765625 = 5^6.7^2$	$91125 = 3^6.5^3$

HELICO THEORY

Por su terminación en cifra 0

Ejm

Cuadrado perfecto k^2	Cubo perfecto k^3
$14400 = 2^6 . 3^2 . 5^2$ $\underbrace{144}_{n^2}\underbrace{00}_{2\beta\ ceros}$	$27000 = 2^3 . 3^3 . 5^3$ $\underbrace{27}_{n^3}\underbrace{000}_{3\beta\ ceros}$

Por su terminación en cifra 5

Ejm

Cuadrado perfecto k^2
$15625 = 5^6$ $\underbrace{156}_{n.(n+1)}\underbrace{25}_{5^2}$

HELICO PRACTICE

1. Si $\overline{4ab0}$ es un cuadrado perfecto, calcule a^b.

RESOLUCIÓN

$\underbrace{\overline{4a}}_{n^2}\underbrace{\overline{b0}}_{2\beta \text{ ceros}} = k^2$

$\overline{4a} = 49$

$\overline{b0} = 00$

$\boxed{4900 = k^2}$

$\therefore \quad a^b = 9^0 =$

RPTA:	1

2. Si $\overline{5ab5}$ es un cuadrado perfecto, calcule a+b.

RESOLUCIÓN

$$\overline{\underbrace{5a}\underbrace{b5}} = k^2$$

$$n(n+1)\ 5^2$$

$$\overline{5a} = 56$$

$$\overline{b5} = 25$$

$$\boxed{5625 = k^2}$$

$\therefore$ $a + b = 6 + 2 =$

RPTA:	8

3. Sea $\overline{3a00}$ un cuadrado perfecto. Calcule $(a+1)^2$.

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{\overline{3a}}_{n^2}\underbrace{00}_{2\beta \text{ ceros}} = k^2$$

$\overline{3a} = 36$

$$3600 = k^2$$

$\therefore$ $(a+1)^2 = (6+1)^2 =$

RPTA: 49

HELICO PRACTICE

4. Calcule a·b si $\overline{1ab000}$ es un cubo perfecto.

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{\overline{1ab}}_{n^3}\underbrace{000}_{3\beta \text{ ceros}} = k^3$$

$\overline{1ab} = 125$

$$\boxed{125000 = k^3}$$

$\therefore$ $a \times b = 2 \times 5 =$

RPTA: 10

5. Si $\overline{a6b5}$ es un cuadrado perfecto, calcule $(a+b)_{min}$.

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{\overline{a6}}_{n(n+1)}\underbrace{\overline{b5}}_{5^2} = k^2$$

$\overline{a6} = 56$

$\overline{b5} = 25$

$$\boxed{5625 = k^2}$$

$\therefore \quad (a + b)_{min} = 5 + 2 =$

RPTA: 7

HELICO PRACTICE

6. **Jazmín y sus amigos acudieron al multitudinario concierto del cantante de trap Bad Benny que se llevó a cabo en el coliseo San Cristóbal de Puerto Rico, entonces al ver demasiada gente Jazmín preguntó a su mejor amiga sobre cuantas personas creía que habían acudido al concierto, a lo que ella respondió, me parece que acudieron $2b(a-3)000$ personas, si este es un número cuadrado perfecto, calcule a +b..**

RESOLUCIÓN

Si $\overline{2b(a-3)000}$ es un cuadrado perfecto, calcule $a+b$.

$$\underbrace{\overline{2b}}_{n^2}\underbrace{(a-3)000}_{4\beta \text{ ceros}} = k^2$$

$\Rightarrow$ $a-3=0$

$a = 3$

$\overline{2b} = 25$

$250000 = k^2$

$\therefore$ $a + b = 3 + 5 =$

RPTA: 8

HELICO PRACTICE

7. Se tiene 291 cubos pequeños de igual tamaño y se quiere formar con ellos, apilándolos de forma ordenada, el mayor cubo posible, con el resto de cubos se repite la operación todas las veces necesarias. ¿Cuántos cubos se forman y cuantos sobran al final?

RESOLUCIÓN

Del dato:

Buscamos el mayor cubo que se puede formar con los cubos restantes, entonces:

1er cubo: $k^3 \leq 291 \Rightarrow k = 6 \Rightarrow k^3 = 216$

Sobra: $291 - 216 = 75$

2do cubo: $k^3 \leq 75 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow k^3 = 64$

Sobra: $75 - 64 = 11$

3er cubo: $k^3 \leq 11 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow k^3 = 8$

Sobra: $11 - 8 = 3$

RPTA:	3 y 3