



# ALGEBRA

## Chapter 20

**2th**  
SECONDARY  
Session II

Ecuaciones de  
Segundo Grado

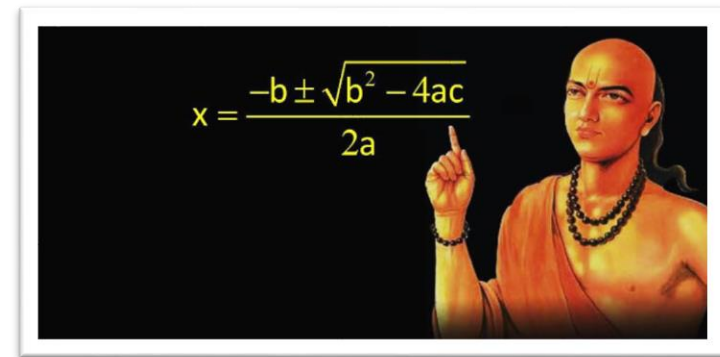
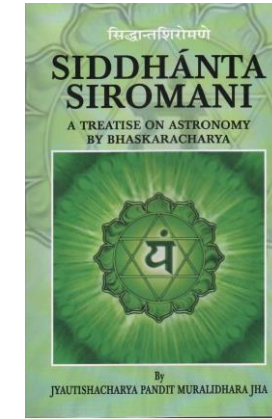
$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

 **SACO OLIVEROS**

## **BHASKARA II (1114-1185)**

Conocido también como Bhaskara Acharya, fue un matemático y astrónomo hindú conocido por escribir su tratado principal ***Siddhānta Shiromani*** el cual está dividido en cuatro partes, Livavati(Aritmética), Goladhyaya(globo celestial), Grahaganita( matemáticas de los planetas) y finalmente **Bijaganita (Álgebra)**, este último dividido en 6 partes, contiene 213 versos dedicados al álgebra. Se presume que Bhaskara II escribió basándose en muchos matemáticos antiguos como ***Diofanto de Alejandría*** entre otros, deduciendo y formulando por primera vez la **Fórmula General de una ecuación cuadrática**.



*Bhaskara Acharya (1114-1185)*



# ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Llamada también **ecuación cuadrática**.

## Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Donde **x** es la incógnita y **a**, **b** y **c** son coeficientes reales.

Esta ecuación tiene dos soluciones :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \wedge \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Además  $\Delta = b^2 - 4ac$  es llamado discriminante de la ecuación de segundo grado.

se cumple qué:

Propiedades	
<b>Suma de raíces</b>	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
<b>Producto de raíces</b>	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

# HELICO PRACTICE



1. Resuelva e indique la menor solución

$$(x - 1)^2 + 2(x + 3) = 32$$

### RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned}
 (x - 1)^2 + 2(x + 3) &= 32 \\
 x^2 - \cancel{2x} + 1 + \cancel{2x} + 6 &= 32 \\
 x^2 + 7 - 32 &= 0 \\
 x^2 - 25 &= 0 \\
 (x - 5)(x + 5) &= 0 \\
 x - 5 = 0 \vee x + 5 &= 0 \\
 C.S. = \{\underline{-5}; 5\}
 \end{aligned}$$

-5

### RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



2. Calcule los valores de  $x$  en

$$(2x + 1)(2x - 1) = 3x$$

### RESOLUCIÓN

$$(2x + 1)(2x - 1) = 3x$$

$$(2x)^2 - 1^2 = 3x$$

$$4x^2 - 1 = 3x$$

$$4x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\begin{array}{l} \boxed{4x} \xrightarrow{\text{AspaSimple}} x + \\ \boxed{x} \xrightarrow{\text{AspaSimple}} -4x \end{array}$$

$$(4x + 1)(x - 1) = 0$$

$$4x + 1 = 0 \vee x - 1 = 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{4} ; x_2 = 1$$

### RECORDEMOS

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



3. Determine la suma y el producto de raíces de

$$5x^2 - 10x + 15 = 0$$

### RESOLUCIÓN

$$5x^2 - 10x + 15 = 0$$

Suma de raíces

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 &= \frac{-(-10)}{5} \\ x_1 + x_2 &= \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

Producto de raíces

$$\begin{aligned} x_1 \times x_2 &= \frac{c}{a} \\ x_1 \times x_2 &= \frac{15}{5} \\ x_1 \times x_2 &= 3 \end{aligned}$$

**Suma de raíces = 2**  
**Producto de raíces = 3**

### RECORDEMOS

Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Propiedades	
<b>Suma de raíces</b>	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
<b>Producto de raíces</b>	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$



4. Sea  $x^2 - 5x + 3 = 0$  donde  $x_1$  y  $x_2$  son raíces.  
Calcule  $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2$

### RESOLUCIÓN

$$1x^2 - 5x + 3 = 0$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-5)}{1}$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{3}{1}$$

$$x_1 \times x_2 = 3$$

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 5 + 3 =$$

8

### RECORDEMOS

#### Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Propiedades	
Suma de raíces	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
Producto de raíces	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$





5. Sea la ecuación

$$x^2 - mx + 3 = 0 \text{ de raíces } x_1 \wedge x_2$$

Calcule el valor de  $m$  si  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 8$ .

### RESOLUCIÓN

$$1x^2 - mx + 3 = 0$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-m)}{1}$$

$$x_1 + x_2 = m$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{3}{1}$$

$$x_1 \times x_2 = 3$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 8 \rightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 \times x_2} = 8 \quad \therefore \frac{m}{3} = 8$$

$$m = 24$$

### RECORDEMOS

#### Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Propiedades	
<b>Suma de raíces</b>	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
<b>Producto de raíces</b>	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$



7. Jenifer tiene que pagar el recibo de luz del mes de marzo pero se da cuenta que el consumo es mayor a diferencia del mes pasado. Si lo que tiene que pagar está dado por el valor de  $T^2$  sabiendo que  $x^2 - 4x + 1 = 0$  de raíces  $x_1$  y  $x_2$ .

Calcule  $T = x_1^2 + x_2^2$ .

¿A cuánto equivale el aumento si en el mes anterior se pagó 166 soles?

### RESOLUCIÓN

$$\underbrace{1}_{a}x^2 - \underbrace{4x}_{b} + \underbrace{1}_{c} = 0$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-4)}{1}$$

$$x_1 + x_2 = 4$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{1}{1}$$

$$x_1 \times x_2 = 1$$

### RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Entonces:

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2$$

$$(\quad)^2 = x_1^2 + 2(\quad) + x_2^2$$

$$16 = x_1^2 + 2 + x_2^2$$

$$14 = x_1^2 + x_2^2$$

$$\text{Recibo de marzo} = 14^2 = 196$$

$$\text{Recibo de febrero} = 166$$

$$\text{Aumento} = 196 - 166$$

S/ 30



7. El número de estudiantes ajedrecistas de un local está dado por el valor de **E** sabiendo que

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

De raíces a y b, calcule  **$E = a^2 + b^2$** . ¿Cuántos son los estudiantes?

### RESOLUCIÓN

$$\underbrace{1}_{a}x^2 - \underbrace{2}_{b}x - \underbrace{4}_{c} = 0$$

Suma de raíces

$$a + b = -\frac{b}{a}$$

$$a + b = \frac{-(-2)}{1}$$

$$a + b = 2$$

Producto de raíces

$$a \times b = \frac{-4}{1}$$

$$a \times b = -4$$

### RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Entonces:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(\quad)^2 = a^2 + 2(\quad) + b^2$$

$$16 = x_1^2 + 4 + x_2^2$$

$$12 = x_1^2 + x_2^2$$

$$\mathbf{E = 12}$$

El número de estudiantes ajedrecistas son **12**