GEOMETRÍA

Capítulo 5

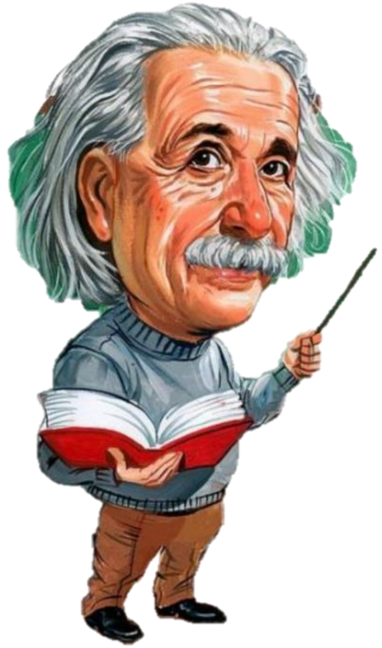
1st

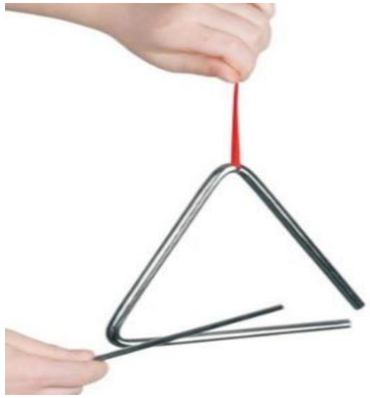
Triángulos

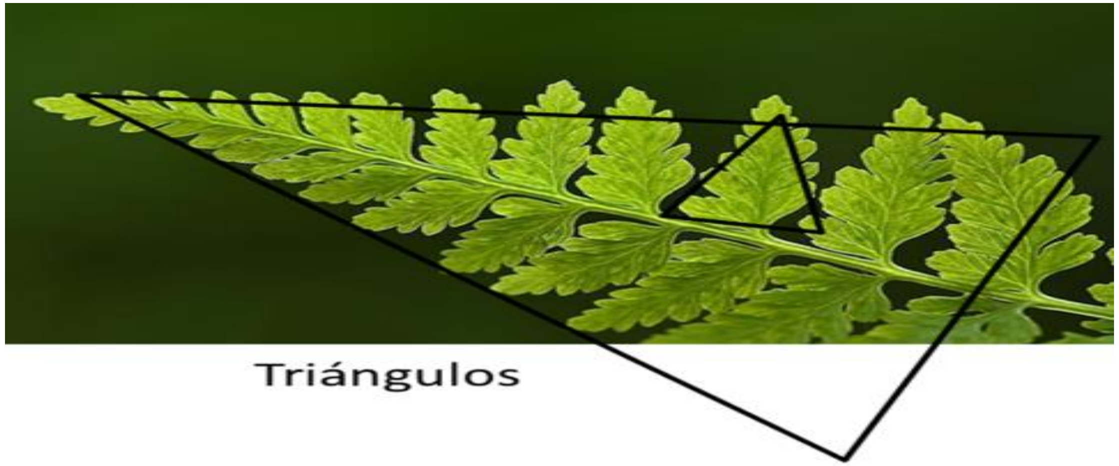
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales, que nos permite comprender las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente., aplicando los axiomas, postulados, lemas, teoremas y corolarios, estudiados en los capítulos anteriores, en nuestra vida cotidiana podemos encontrar muchos objetos de forma de triángulo como podemos observar en los siguientes gráficos.

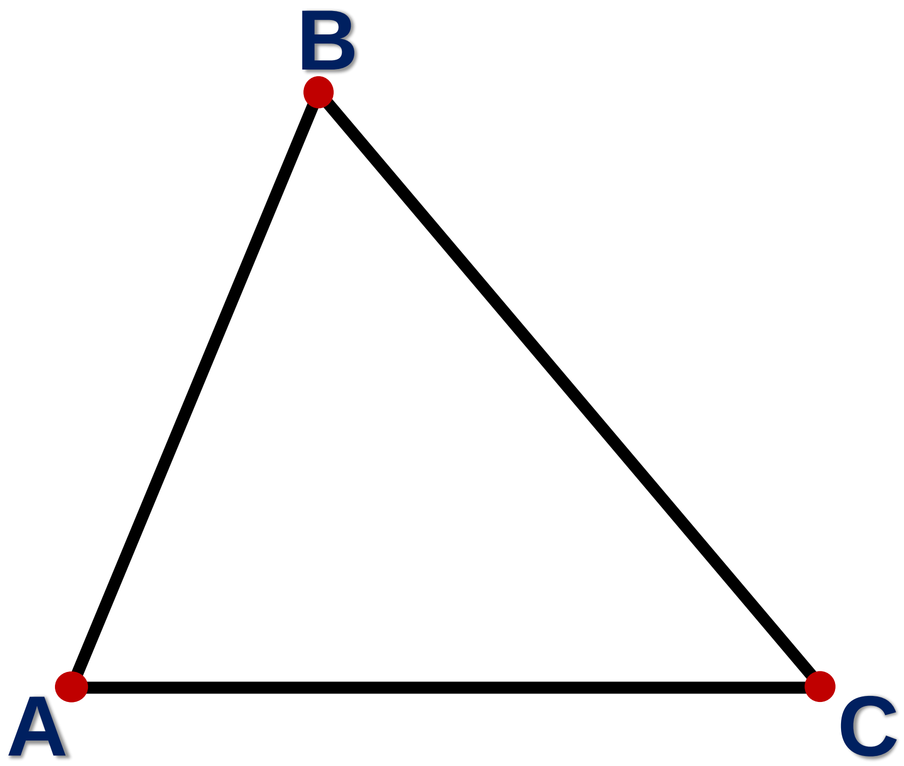






TRIÁNGULO

Dado los puntos A, B y C no colineales, se denomina triángulo a la reunión de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$.



NOTACIÓN: ΔABC

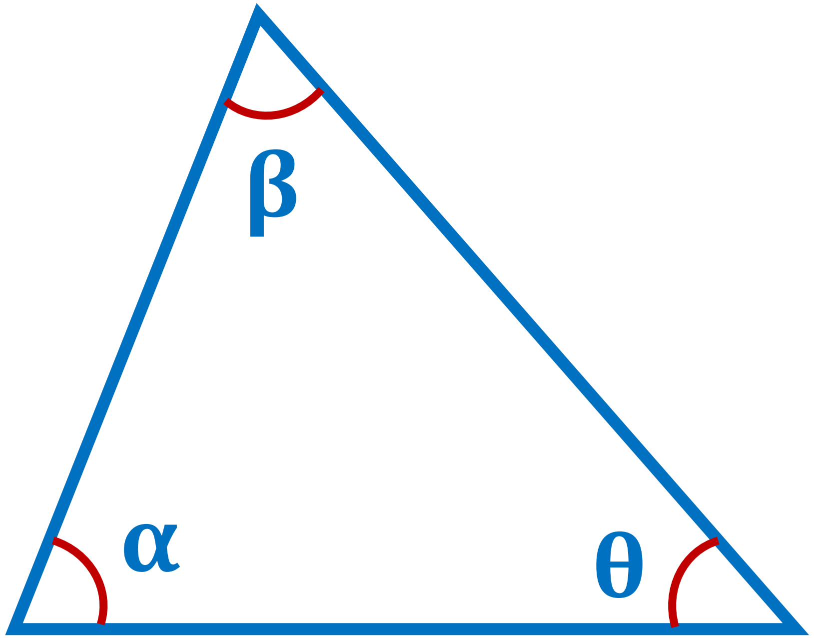
ΔABC: Se lee triángulo ABC

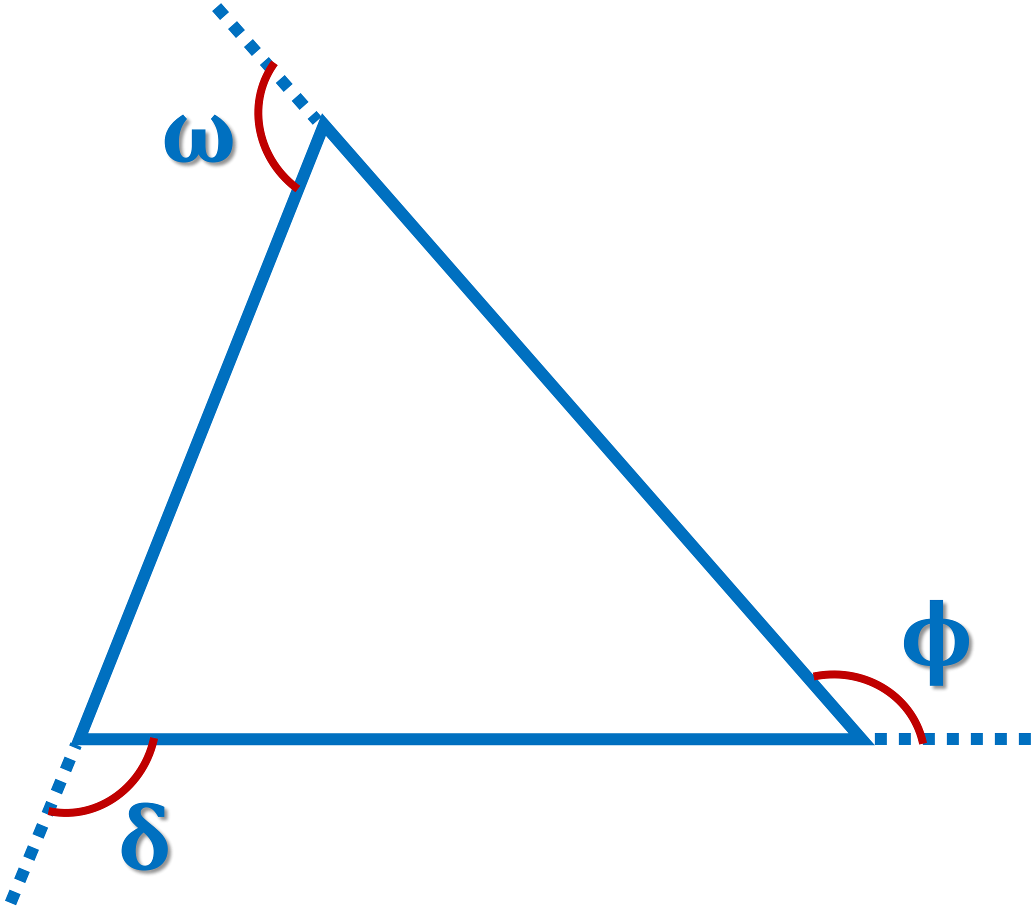
ELEMENTOS

- **VÈRTICES:** A, B y C
- **LADOS:** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$

ÁNGULOS EN UN TRIÁNGULO

Medida de los ángulos:



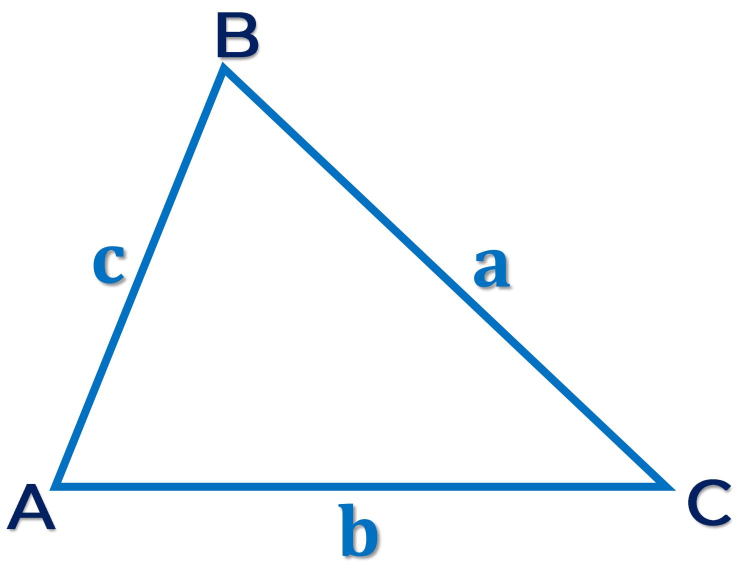


- INTERNOS : α, β y θ
- EXTERNOS : δ, ω y ϕ

INTERIOR Y EXTERIOR DE UN TRIÁNGULO

PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

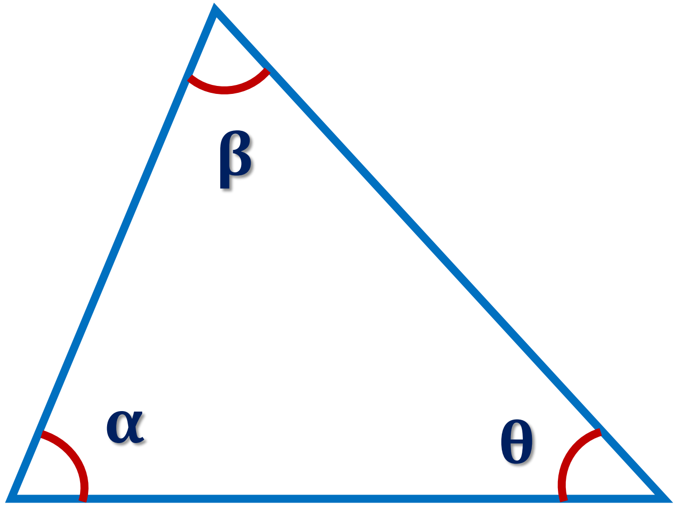
Es la suma de las longitudes de los lados del triángulo y se denota por 2p.



$$\boxed{2p_{(ABC)} = a + b + c}$$

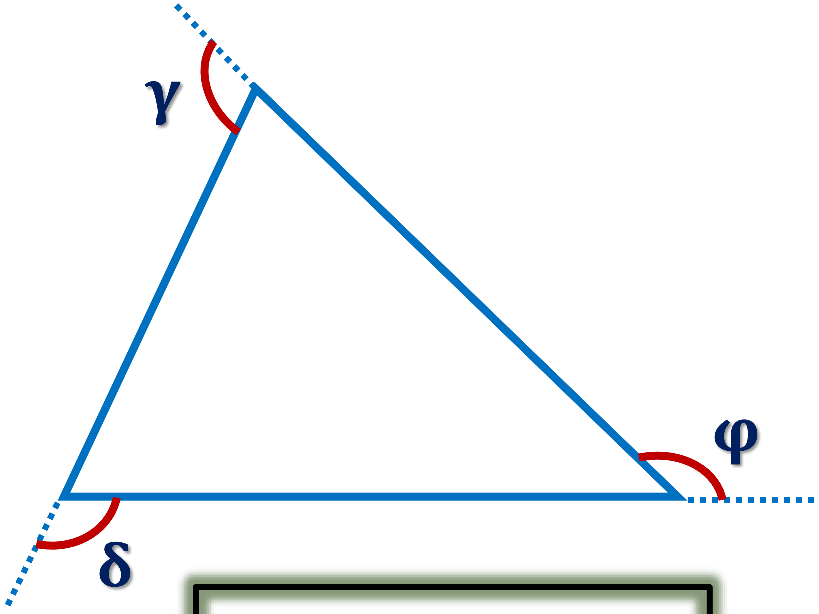
TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°.



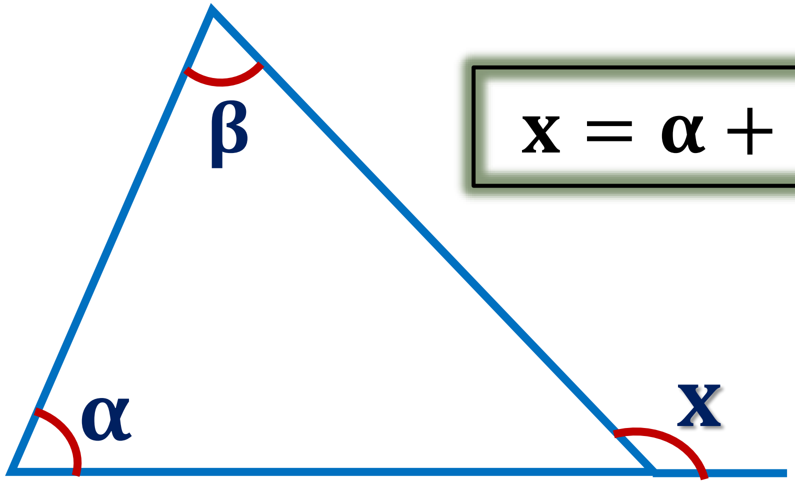
$$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180°}$$

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos considerados uno por vértice es igual a 360º.



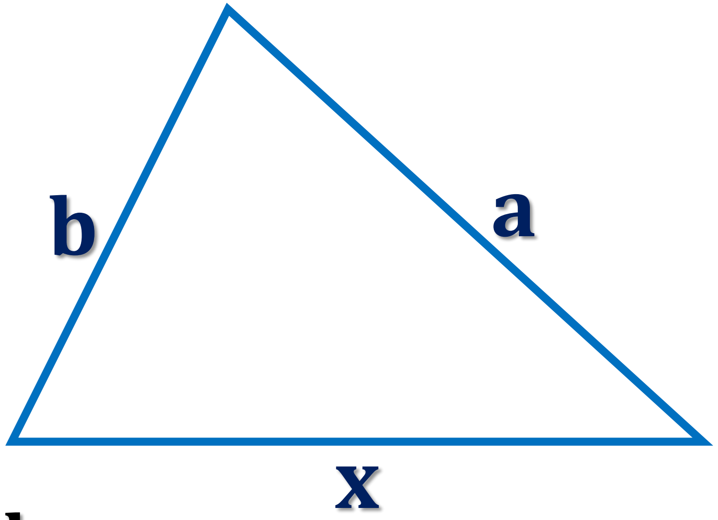
$$\boxed{\gamma + \delta + \varphi = 360°}$$

La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos no adyacentes al ángulo externo.



$$\boxed{x = \alpha + \beta}$$

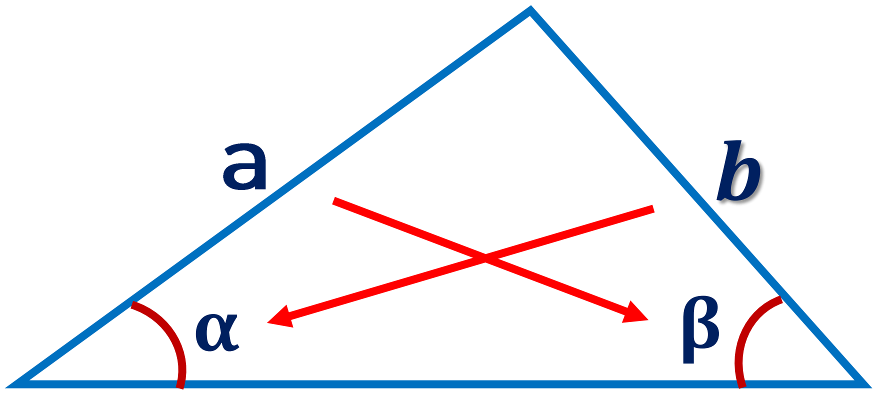
En todo triángulo, la longitud de un lado es menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados.



Si: $a > b$

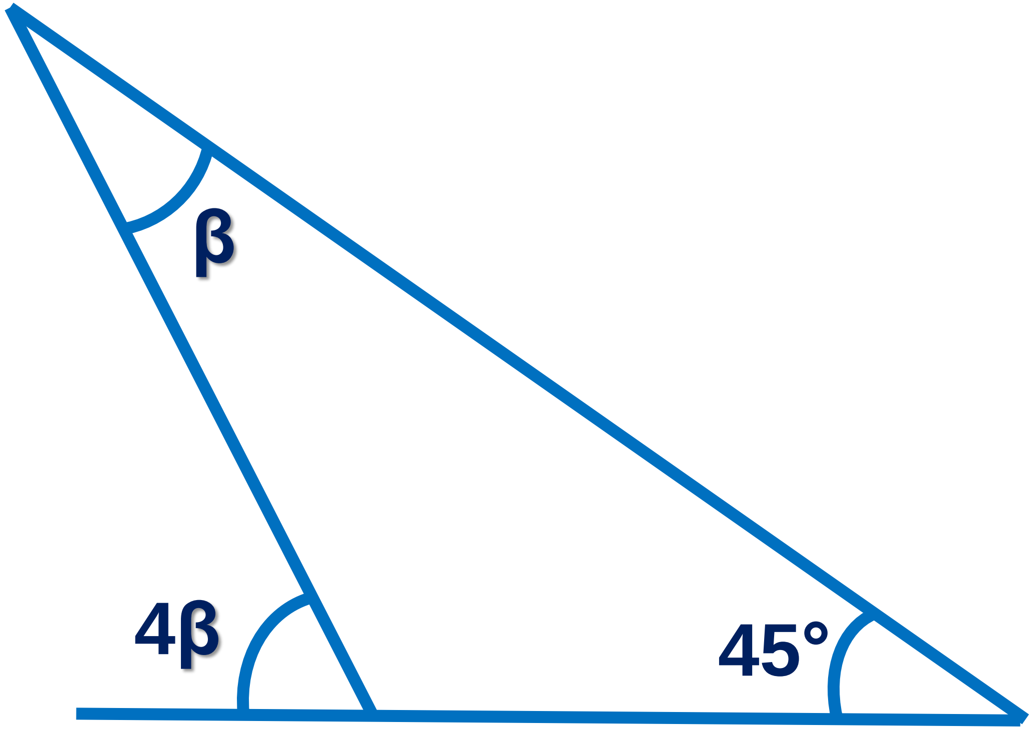
Entonces: $\boxed{a - b < x < a + b}$

Dado dos lados de un triángulo, al mayor lado se opone el mayor ángulo y viceversa.



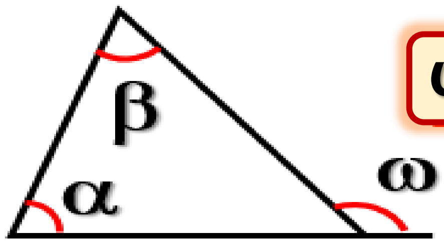
Si $a > b \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\beta > \alpha}$

1. En el gráfico : halle el valor de β



Resolución

- Piden: x
- Aplicando el teorema:



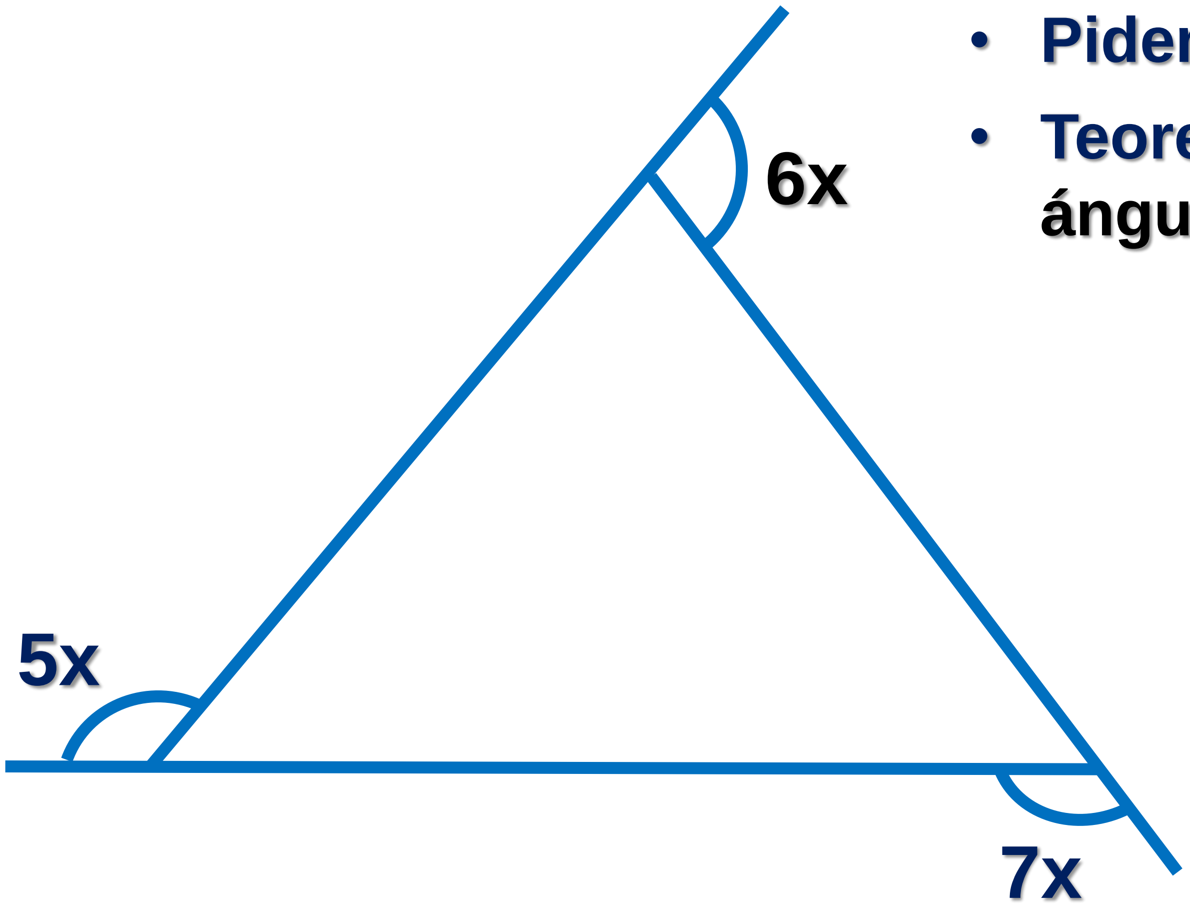
$$\boxed{\omega = \alpha + \beta}$$

$$4\beta = \beta + 45°$$

$$3\beta = 45°$$

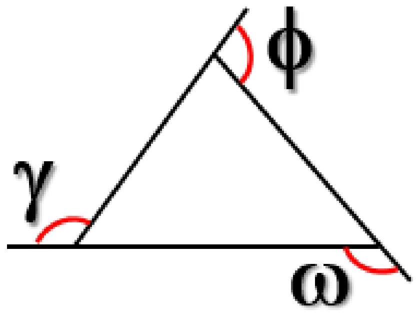
$$\boxed{\beta = 15°}$$

2. Halle el valor de *x*.



Resolución

- **Piden:** x
- **Teorema:** suma de las medida de los ángulos exteriores de un triángulo:



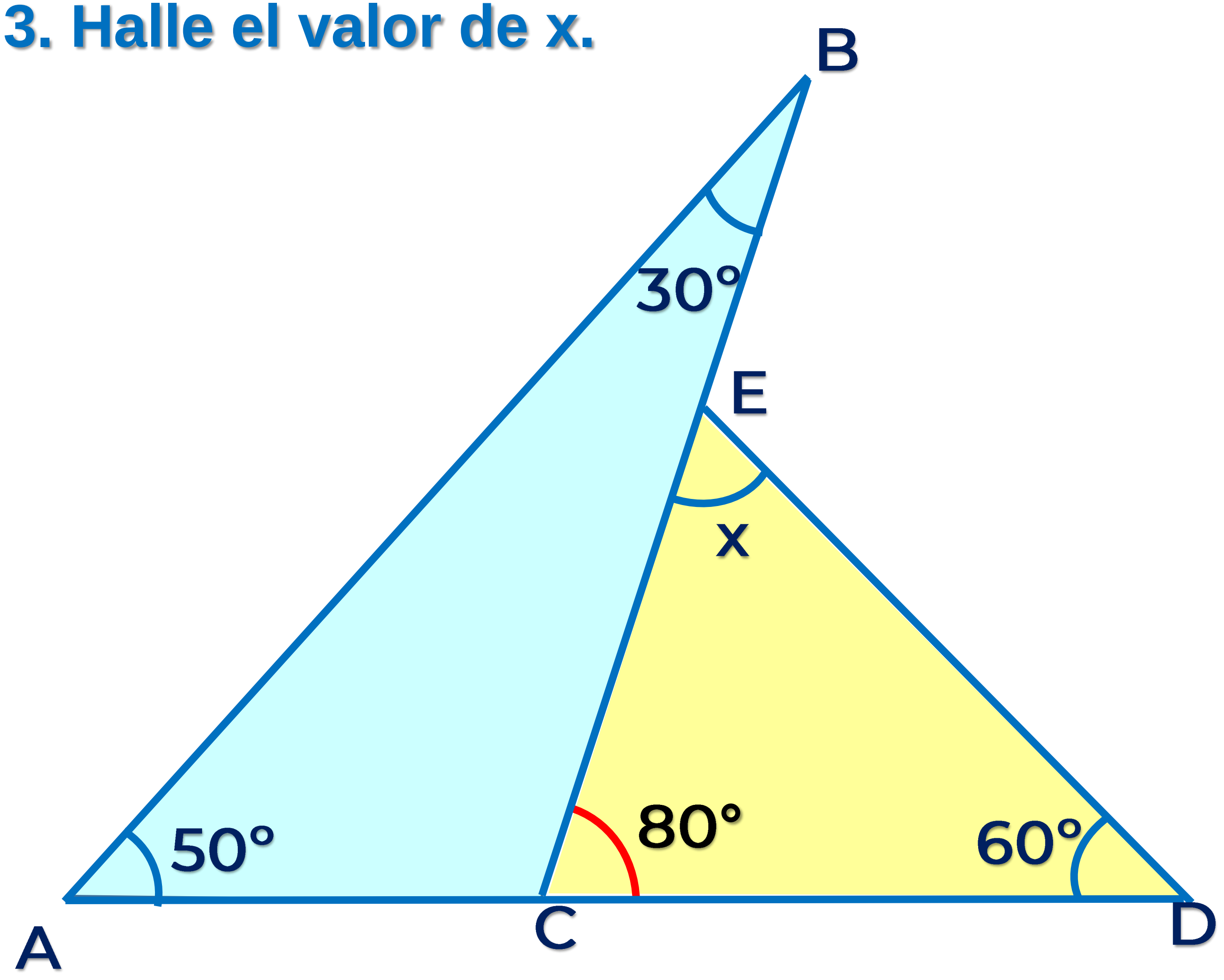
$$\omega + \phi + \gamma = 360^\circ$$

$$5x + 6x + 7x = 360^\circ$$

$$18x = 360^\circ$$

$$\boxed{x = 20^\circ}$$

3. Halle el valor de x.



Resolución

- **Piden: x**
- **ΔABC:**

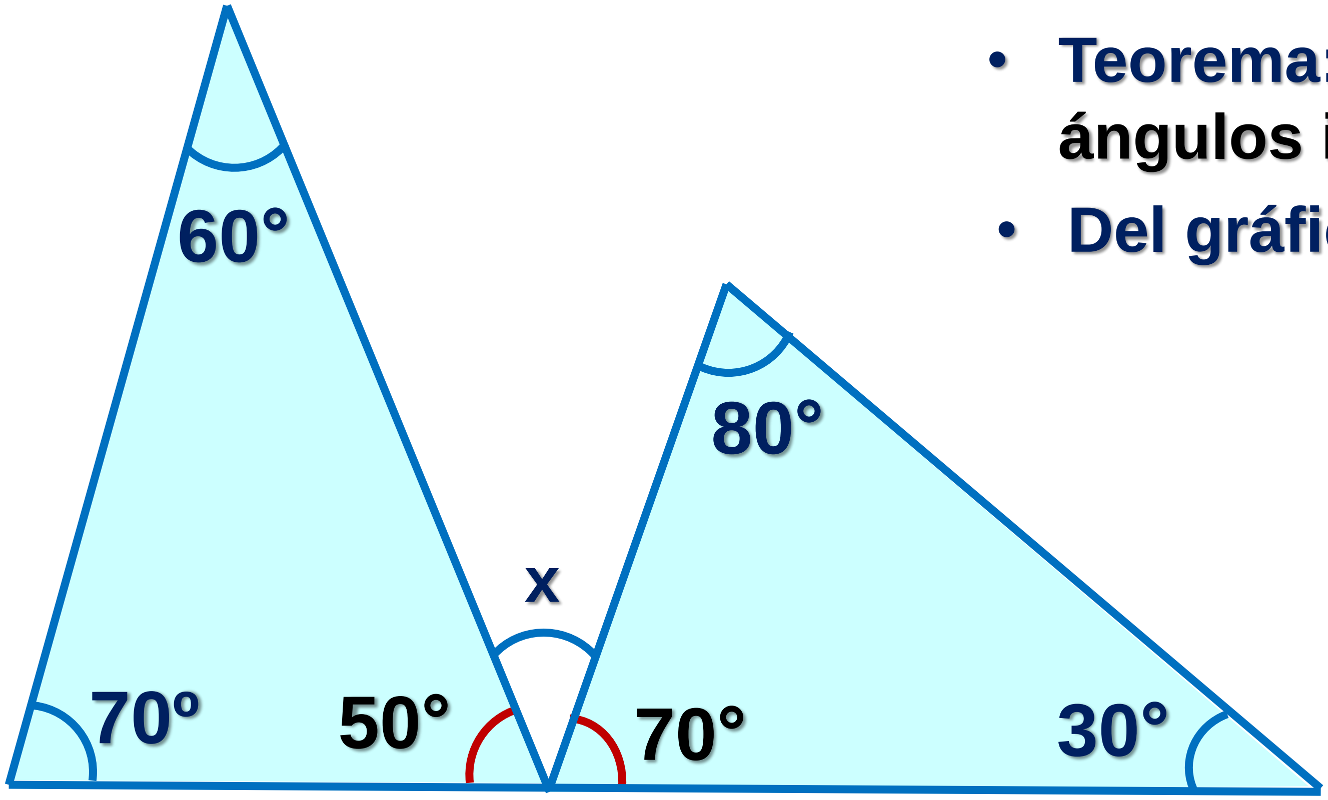
$$m\measuredangle ECD = 50° + 30°$$
$$m\measuredangle ECD = 80°$$

- **ΔCDE:**

$$80° + 60° + x = 180°$$
$$140° + x = 180°$$

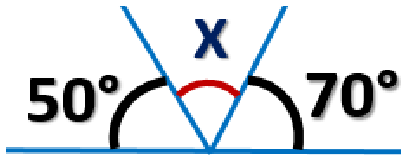
$$\boxed{x = 40°}$$

4. Halle el valor de x.



Resolución:

- **Piden:** x
- **Teorema:** Suma de las medidas de los ángulos internos
- **Del gráfico:**

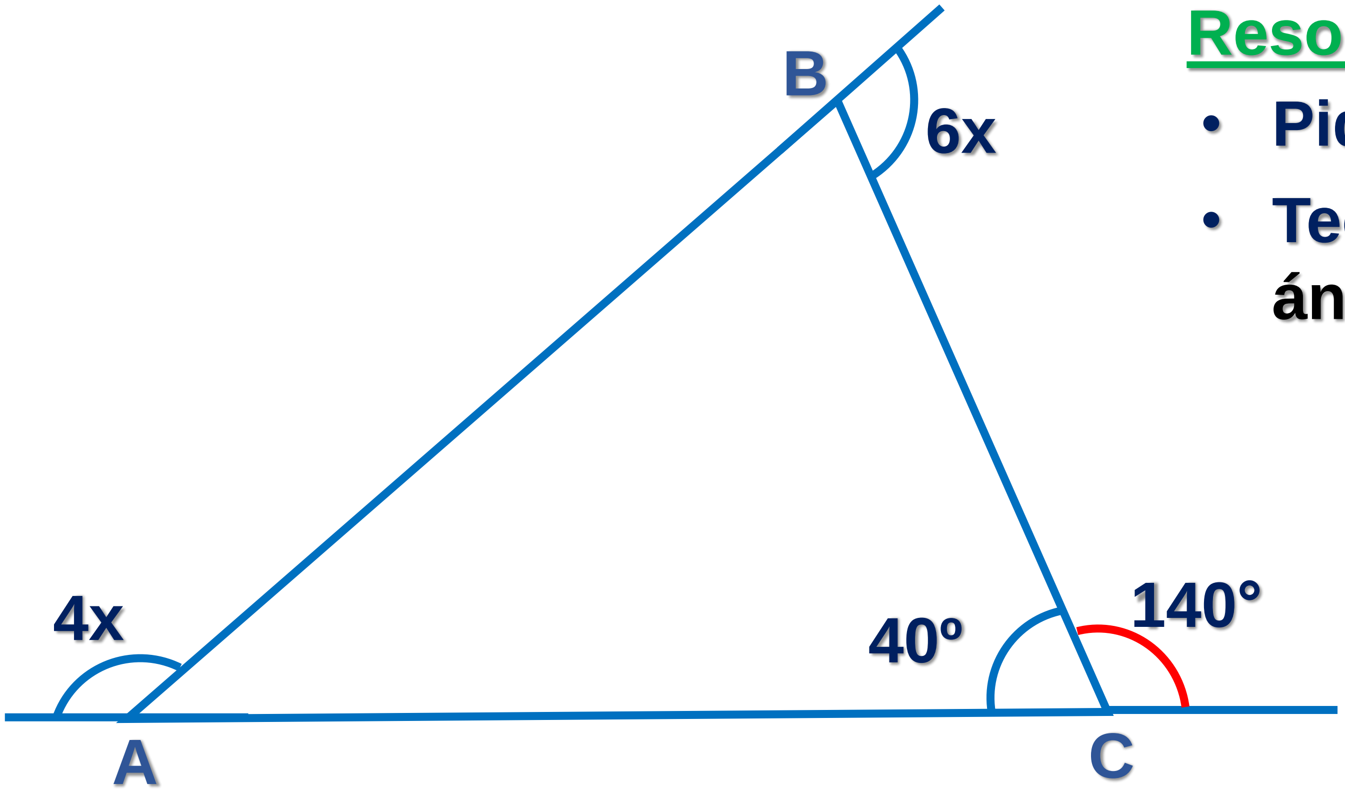


$$x + 50° + 70° = 180°$$

$$x + 120° = 180°$$

$$\boxed{x = 60°}$$

5. Se tiene un triángulo ABC, donde el ángulo exterior de A mide 4*x*, el ángulo exterior B mide 6*x* y el ángulo C mide 40°. Halle el valor de *x*.



Resolución

- **Piden:** x
- **Teorema:** suma de las medida de los ángulos exteriores de un triángulo:

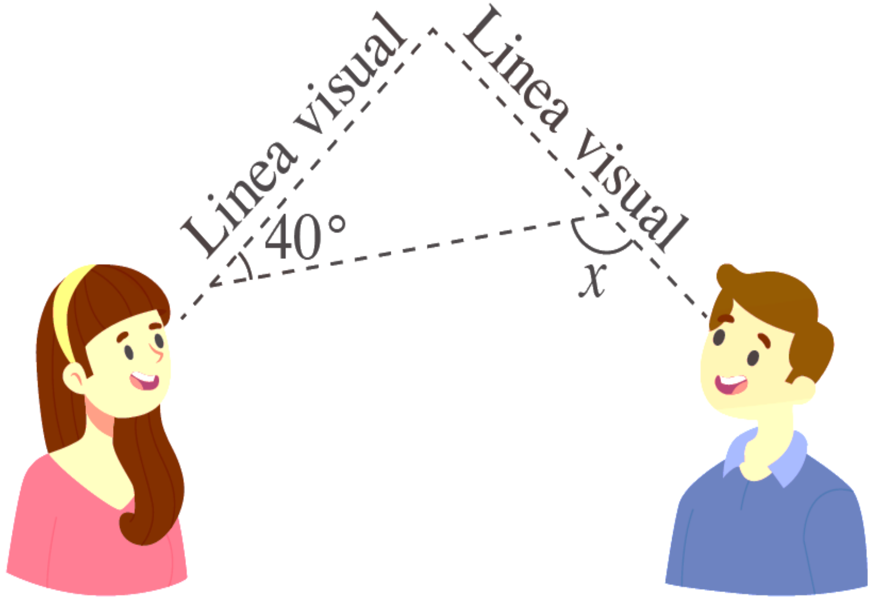
$$140° + 4x + 6x = 360°$$

$$140° + 10x = 360°$$

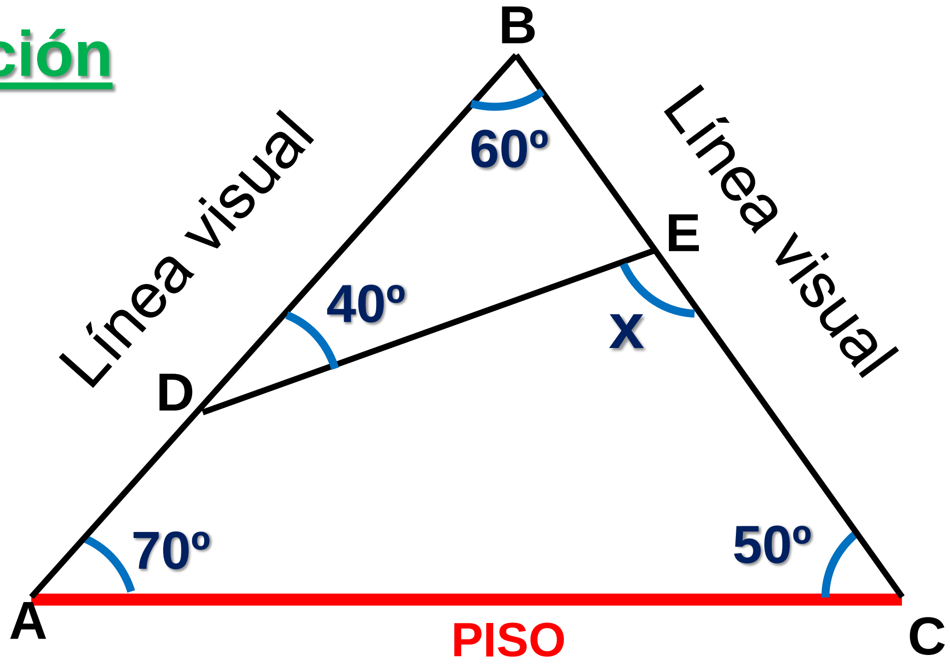
$$10x = 220°$$

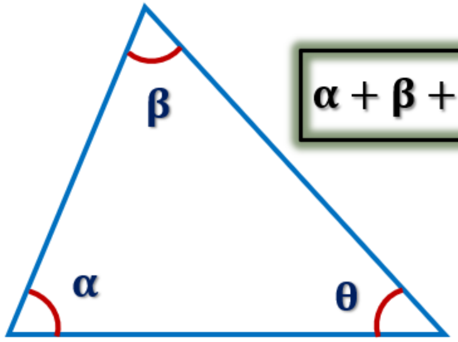
$$\boxed{x = 22°}$$

6. Lucia y Juan observan un avión cuyas líneas visuales forman con el piso ángulos que miden 70° y 50°,respectivamente. Calcule x.

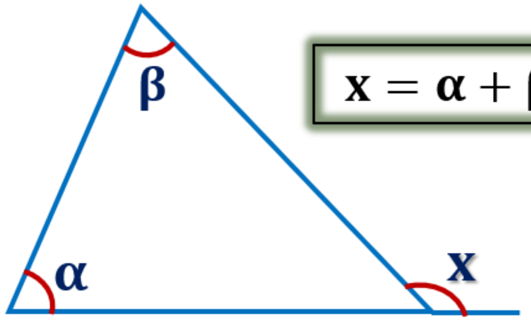


Resolución





$\alpha + \beta + \theta = 180°$



$x = \alpha + \beta$

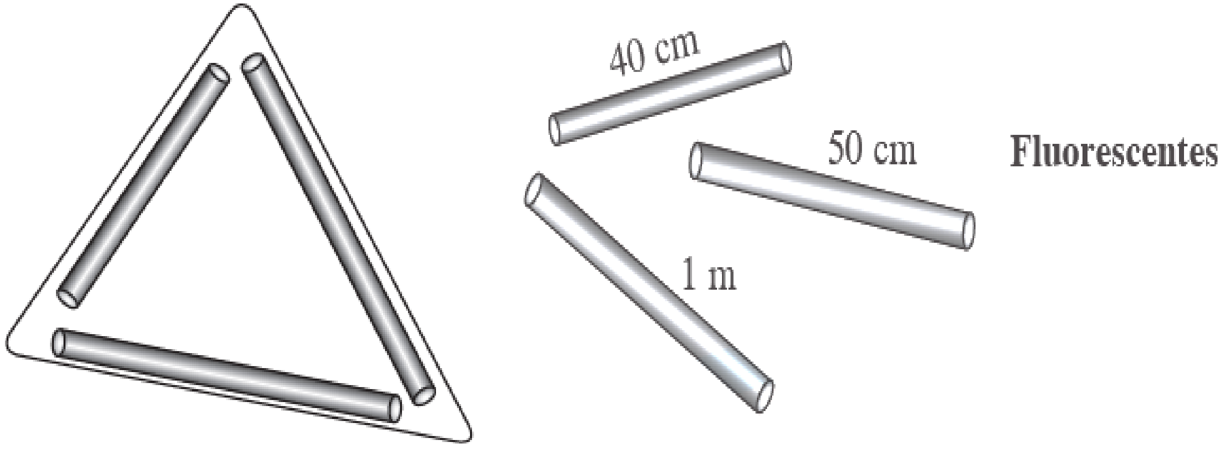
- ΔABC: m< B es 60°
- ΔDBE:

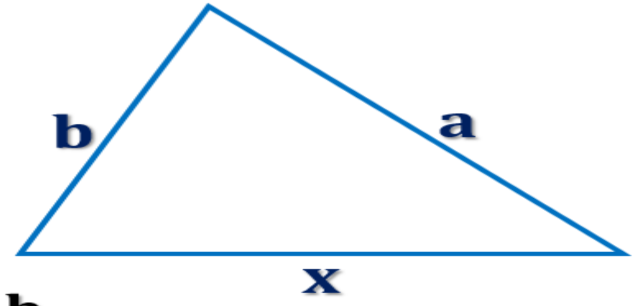
$X = 40° + 60°$

$X = 100°$

7. Se desea formar estructuras triangulares para una mayor iluminación. Si tenemos fluorescentes de las medidas mostradas, ¿se podrá formar dicha estructura uniendo sus extremos?

ESTRUCTURA TRIANGULAR





Si: $a > b$

Entonces: $\boxed{a - b < x < a + b}$

Resolución

Nos piden saber si se puede formar una estructura triangular

- **Aplicando el teorema de la existencia con las longitudes de los fluorescentes:**

1 m $<>$ 100 cm

$$50 - 40 < 100 < 50 + 40$$

$$10 < 100 < 90$$

No se podrá