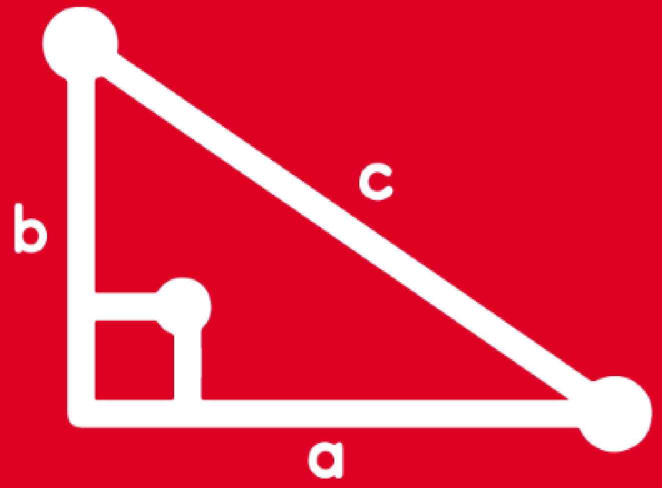
TRIGONOMETRY

Chapter 24

1st
SECONDARY

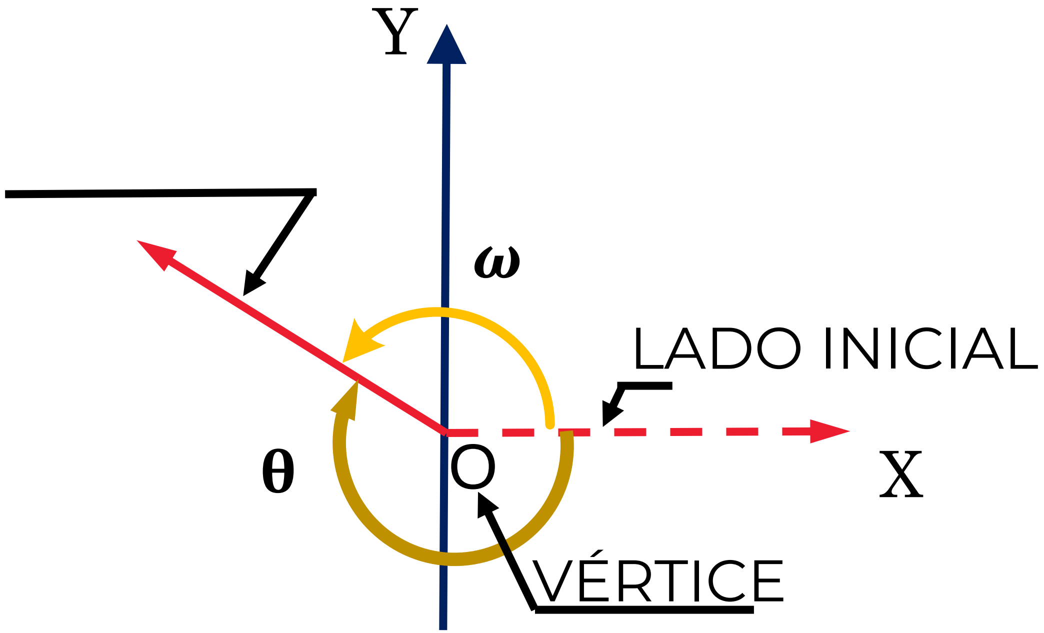


Ángulos coterminales

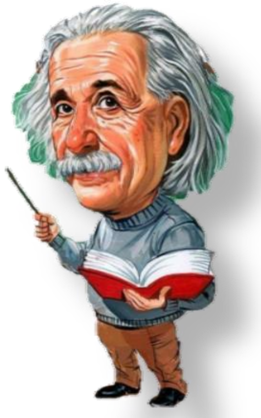
SACO OLIVEROS


EL CAMINO
AL ÉXITO
es
LA ACTITUD

ÁNGULOS COTERMINALES

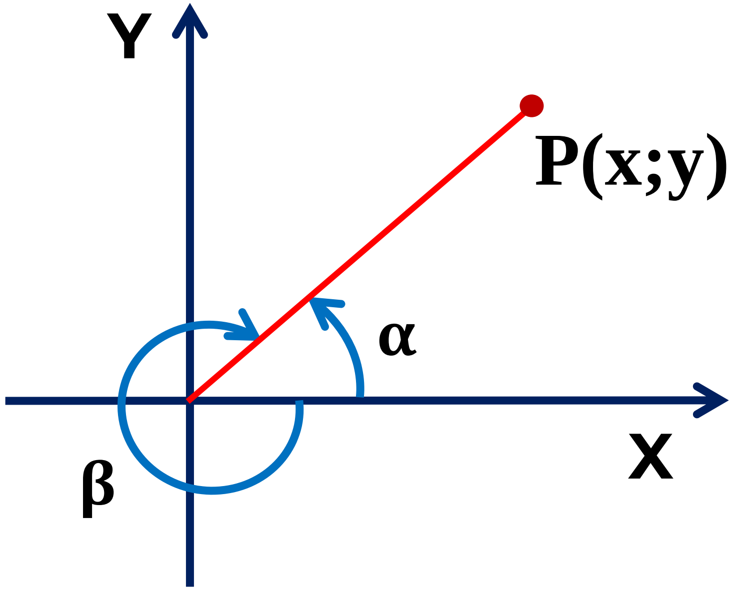


De la figura: θ y ω son las medidas de dos ángulos coterminales.



ÁNGULOS COTERMINALES

Siendo α y β las medidas de dos ángulos coterminales, se verifica lo siguiente:



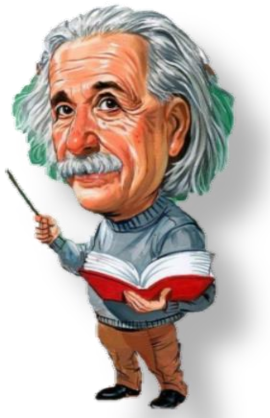
$$\alpha - \beta = 360°n \quad ; n \in Z$$

$$R.T.(\alpha) = R.T.(\beta)$$

Es decir:

$$\begin{cases} \text{sen}\alpha = \text{sen}\beta \\ \cos\alpha = \cos\beta \\ \tan\alpha = \tan\beta \\ \cot\alpha = \cot\beta \\ \sec\alpha = \sec\beta \\ \csc\alpha = \csc\beta \end{cases}$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 1

Indique cuáles de los siguientes ángulos son coterminales.

I. 200° y 160°
II. 540° y –120°
III. 400° y –320°

Recuerda:

α y β son ángulos coterminales, entonces: $\alpha - \beta = 360^{\circ} n$; $n \in \mathbb{Z}$

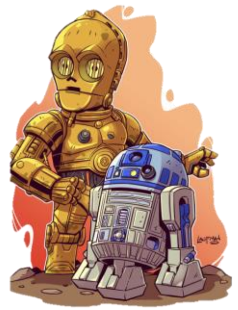
Resolución:

I) 200° - 160° = 40° (no es múltiplo de 360°)

II) 540° - (-120°) =660° (no es múltiplo de 360°)

III) 400° - (-320°) = 720°(si es múltiplo de 360°)

Rpta: 400° y -320°
ángulos coterminales



HELICO-PRACTICE 2

Calcule un ángulo coterminal del ángulo -250°

Resolución:

$$\alpha - (-250°) = 360°(n)$$

Si n = 1

$$\alpha + 250° = 360°\ (1)$$

$$\alpha + 250° = 360°$$

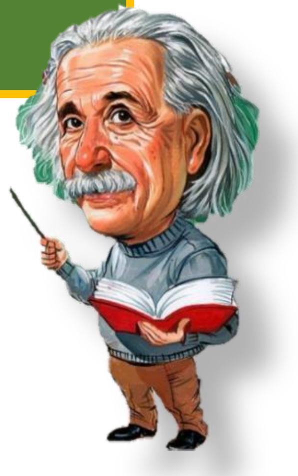
$$\boxed{\alpha = 110°}$$

110° es un ángulo coterminal de -250°

Recuerda:

α y β son ángulos coterminales, entonces:

$$\alpha - \beta = 360°\ n;\ n \in \mathbb{Z}$$



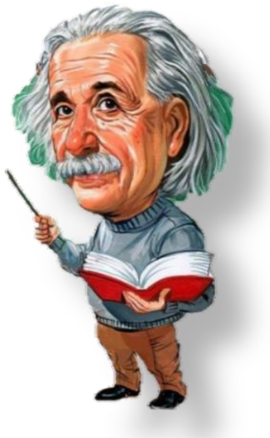
HELICO-PRACTICE 3

Renato compró un terreno en forma de rectángulo, tal como se muestra en la figura.

$h = (3\sqrt{3}\,\tan\alpha)$ m

$b = (20\cos\alpha)$ m

Si α y 60° son ángulos coterminales, ¿cuál es el área de dicho terreno?



Resolución:

Por propiedad de ángulos coterminales

RT(α)= RT (β)

Entonces:

$\cos\alpha = \cos 60° = 1/2$

$\tan\alpha = \tan 60° = \sqrt{3}$

Reemplazar:

$b=20\cos\alpha$	$h=3\sqrt{3}\tan\alpha$
$b=20(1/2)$	$h=3\sqrt{3}.\sqrt{3}$
$b=10$ m	$h=9$ m

$S=(10\text{ m})(9\text{ m})$ $\boxed{S= 90\text{ m}^2}$

HELICO-PRACTICE 4

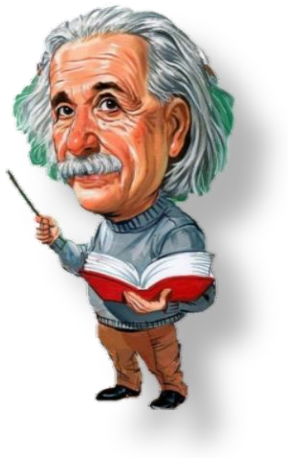
Siendo θ y $30°$ ángulos coterminales, efectúe

$$E = \csc^2\theta + \tan^2\theta$$

Resolución:

$$\csc\theta = \csc 30° = 2$$

$$\tan\theta = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Reemplazar en E:

$$E = \csc^2\theta + \tan^2\theta$$

$$E = 2^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

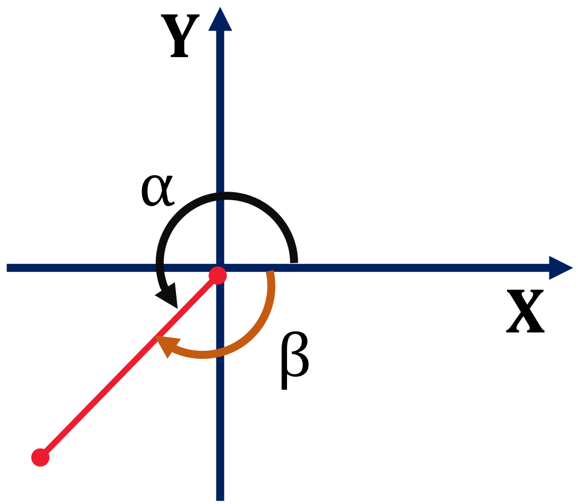
$$E = 4 + \frac{3}{9} \Rightarrow E = 4 + \frac{1}{3}$$

$$E = \frac{12+1}{3}$$

$$\boxed{E = \frac{13}{3}}$$

HELICO-PRACTICE 5

Del gráfico



Reduzca

$$M = \frac{5\csc\beta}{\csc\alpha} - \frac{2\tan\alpha}{\tan\beta}$$

Resolución:

$$M = \frac{5\csc\beta}{\csc\alpha} - \frac{2\tan\alpha}{\tan\beta}$$

Recuerda:

$\csc\alpha = \csc\beta$

$\tan\alpha = \tan\beta$

Reemplazamos

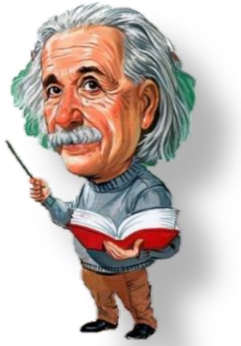
$$M = \frac{5\cancel{\csc\beta}}{\cancel{\csc\beta}} - \frac{2\cancel{\tan\alpha}}{\cancel{\tan\alpha}}$$

$$M = 5(1) - 2(1)$$

$$M = 5 - 2$$

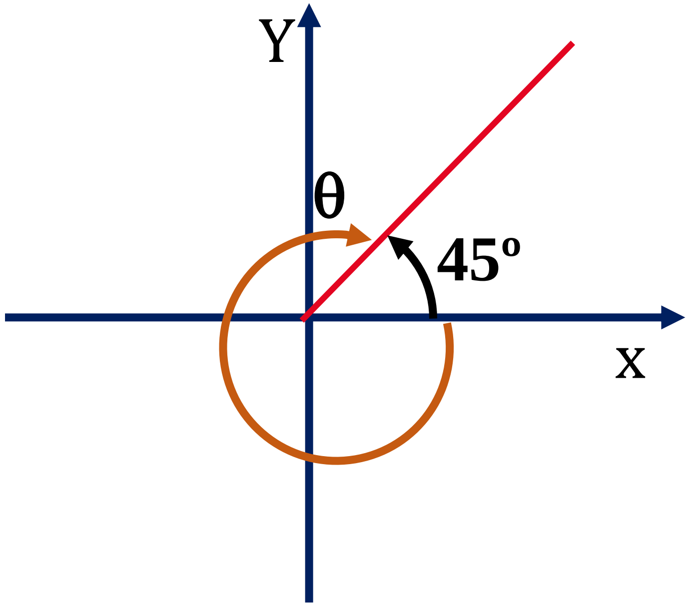
$$M = 3$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 6

Del gráfico



Efectúe

$$P = \sqrt{2}\csc\theta + 3\tan\theta$$

Resolución:

$$P = \sqrt{2}\csc\theta + 3\tan\theta$$

Recuerda:

$$\csc\theta = \csc 45^\circ$$

$$\tan\theta = \tan 45^\circ$$

Reemplazamos:

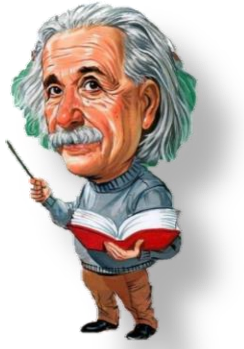
$$P = \sqrt{2}\csc 45^\circ + 3\tan 45^\circ$$

$$P = \sqrt{2}\,(\sqrt{2}\,) + 3\,(1)$$

$$P = 2 + 3$$

$$P = 5$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 7

El príncipe Vegueta plantea el siguiente acertijo a sus estudiantes para determinar al delegado si se sabe lo siguiente:

$$\alpha + \beta = 810°$$
$$\alpha - \beta = 360°(n)$$

Donde n es el primer número primo, siendo α y β ángulos.

Determine: $M = tan\alpha + tan\beta$

Resolución:

Recuerda:

n *es el primer número primo*

$$n = 2, 3, 5, 7 \ldots$$

$$Entonces \;\; n = 2$$

Reemplazamos

$$\alpha + \beta = 810°$$
$$\alpha - \beta = 360°(2)$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = 810° \quad + \\ \alpha - \beta = 720° \\ \hline 2\alpha = 1530° \end{array}$$

$$\alpha = 765° \qquad\qquad \beta = 45°$$

Determine:

$$M = tan765° + tan45°$$
$$M = tan45° + tan45°$$
$$M = 2tan45°$$
$$M = 2(1)$$
$$M = 2$$

SACO
OLIVEROS