



ALGEBRA

Chapter 20

3rd

SECONDARY



Desigualdades e Inecuaciones
de Primer Grado



SACO OLIVEROS



MOTIVATING STRATEGY





¿QUÉ ES UNA DESIGUALDAD?

Es una relación de orden que se establece entre dos números reales que tienen diferente valor.

$$a; b \in \mathbb{R} / a \neq b$$

$a > b$, cuando la diferencia $a - b$ es positiva

∨

$a < b$, cuando la diferencia $a - b$ es negativa

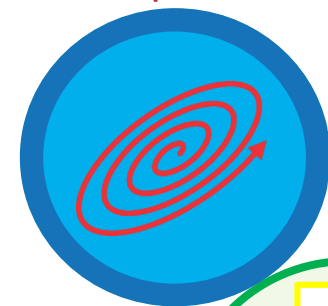
Símbolos de las relaciones de orden:

$<$ menor que

$>$ mayor que

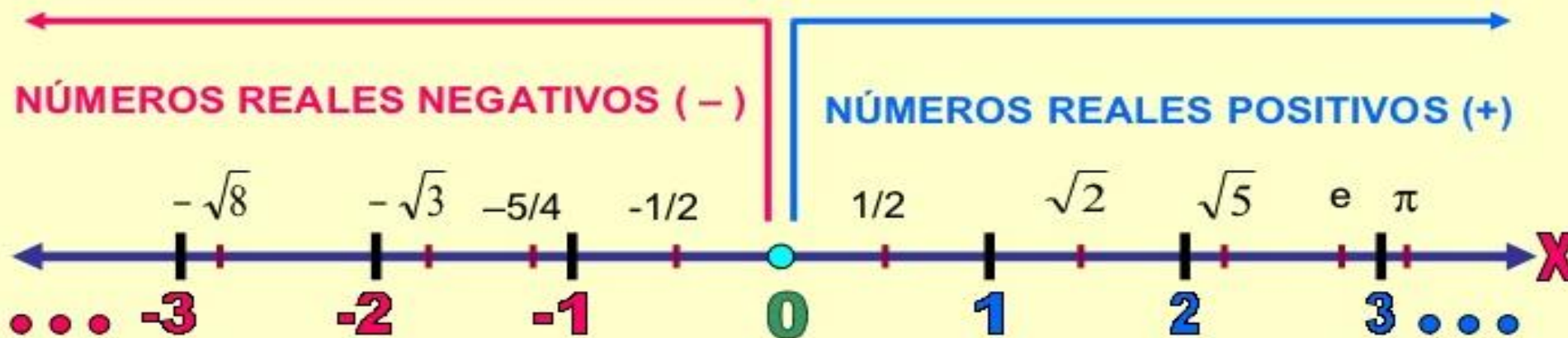
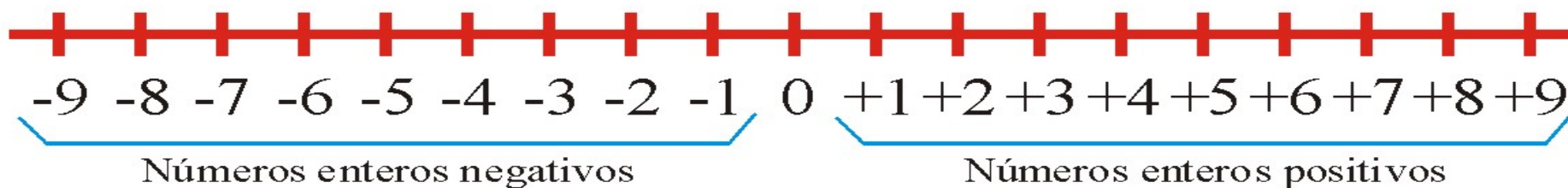
\leq menor o igual que

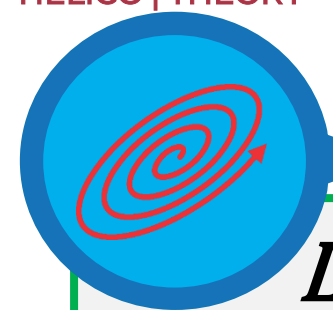
\geq mayor o igual que



RECTA NUMÉRICA

Recta Numérica





INTERVALOS

Los intervalos son subconjuntos de los números reales que se pueden representar gráficamente en la recta numérica.

1. Intervalo abierto:

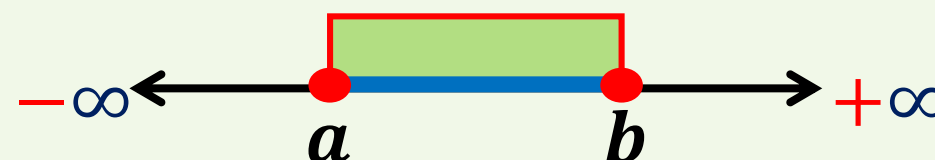
$$\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$



$$x \in]a, b[= \langle a, b \rangle$$

2. Intervalo cerrado:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$$

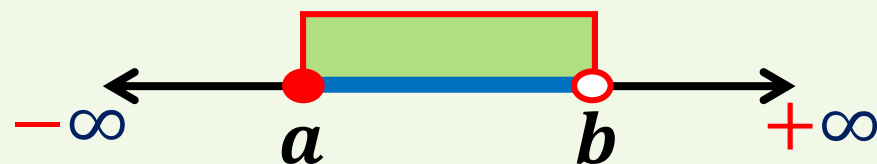


$$x \in [a, b]$$



3. Intervalo semiabierto:

I. $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$



$$x \in [a, b[= [a, b\rangle$$

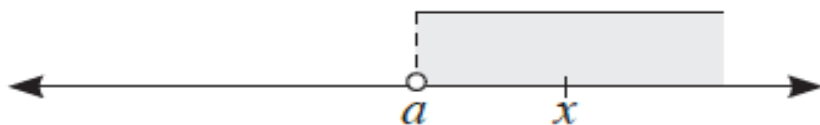
II. $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$



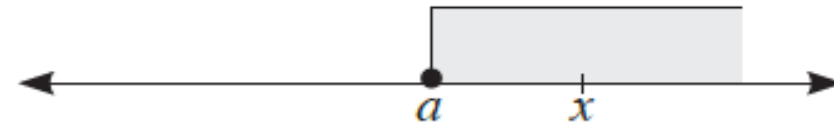
$$x \in]a, b] = \langle a, b]$$

INTERVALOS NO ACOTADOS:

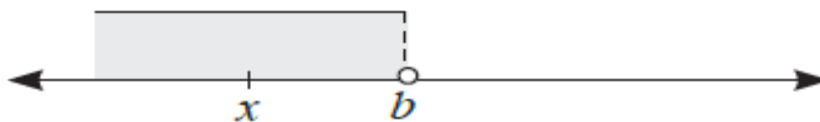
a. $\langle a, +\infty \rangle = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$



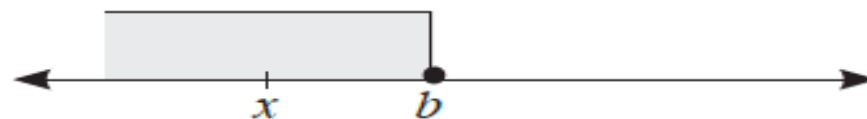
b. $[a, +\infty \rangle = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$



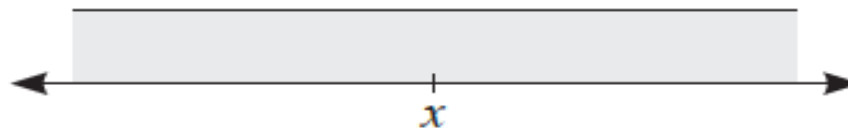
c. $\langle -\infty, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$



d. $\langle -\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$



e. $\langle -\infty, +\infty \rangle = \{x \in \mathbb{R} / -\infty < x < +\infty\}$





PROPIEDADES FUNDAMENTALES:

I. $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$$\text{Si } a > b \wedge b > c \Rightarrow a > c$$

II. $\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ y } m \in \mathbb{R}, \text{ se cumple:}$

$$a > b \Rightarrow a + m > b + m$$

$$a > b \Rightarrow a - m > b - m$$

III. $\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ y } m \in \mathbb{R}^+, \text{ se cumple:}$

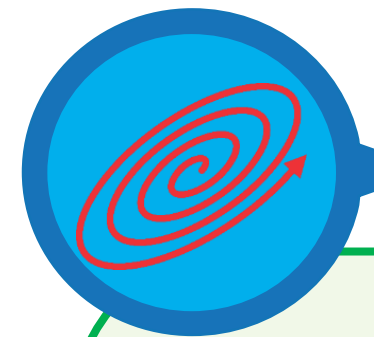
$$a > b \Rightarrow am > bm$$

$$a > b \Rightarrow \frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

IV. $\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ y } m \in \mathbb{R}^-, \text{ se cumple:}$

$$a > b \Rightarrow am < bm$$

$$a > b \Rightarrow \frac{a}{m} < \frac{b}{m}$$



INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Las desigualdades de las formas:

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

con $a, b \in \mathbb{R}$ ($a \neq 0$)

*o que se reducen a ella mediante transformaciones equivalentes,
se llaman INECUACIONES LINEALES EN UNA VARIABLE REAL.*



Problema 1

Halle el conjunto solución de

$$\frac{3x - 1}{4} - \frac{x - 1}{3} \leq \frac{3}{4}$$

Resolución:

$$\frac{3x - 1}{4} - \frac{x - 1}{3} \leq \frac{3}{4}$$

$$mcm(4, 3) = 12$$

$$12 \left(\frac{3x - 1}{4} \right) - 12 \left(\frac{x - 1}{3} \right) \leq 12 \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$3(3x - 1) - 4(x - 1) \leq 9$$

$$9x - 3 - 4x + 4 \leq 9$$

$$5x + 1 \leq 9$$

$$x \leq \frac{8}{5}$$

$$\therefore x \in \left\langle -\infty; \frac{8}{5} \right]$$



Problema 2

Indique el intervalo para $\frac{x}{4} - 1$ si $x \in [8; 24)$

Resolución:

$$x \in [8; 24) \rightarrow 8 \leq x < 24$$

$$\begin{array}{l} \div 4 \quad \swarrow \\ 8 \leq x < 24 \\ \searrow \\ 2 \leq \frac{x}{4} < 6 \\ -1 \quad \swarrow \\ 1 \leq \frac{x}{4} - 1 < 5 \end{array}$$

\therefore El intervalo es $[1; 5)$



Problema 3

Si $x \in [4; 6]$, a qué intervalo pertenece la expresión

$$\frac{3x + 2}{2}$$

Resolución:

$$x \in [4; 6] \quad \longrightarrow \quad 4 \leq x \leq 6$$

$$4 \leq x \leq 6$$

$\times 3$

$$12 \leq 3x \leq 18$$

$+2$

$$14 \leq 3x + 2 \leq 20$$

$\div 2$

$$7 \leq \frac{3x + 2}{2} \leq 10$$

$$\therefore \frac{3x + 2}{2} \in [7; 10]$$



Problema 4

Resuelva y calcule el conjunto solución

$$5(x - 2) + 2(x - 1) < 4(x - 1)$$

Resolución:

$$5(x - 2) + 2(x - 1) < 4(x - 1)$$

$$5x - 10 + 2x - 2 < 4x - 4$$

$$7x - 12 < 4x - 4$$

$$3x < 8$$

$$x < \frac{8}{3} = 2,66 \dots$$

$$x \in \langle -\infty ; 2,66 \dots \rangle$$



$$\therefore x \in \langle -\infty ; 2,66 \dots \rangle$$



Problema 5

Calcule el conjunto solución

$$3(x + 1) + 3(x - 2) > 7(x - 1) + 2$$

Resolución:

$$3(x + 1) + 3(x - 2) > 7(x - 1) + 2$$

$$3x + 3 + 3x - 6 > 7x - 7 + 2$$

$$6x - 3 > 7x - 5$$

$$2 > x$$

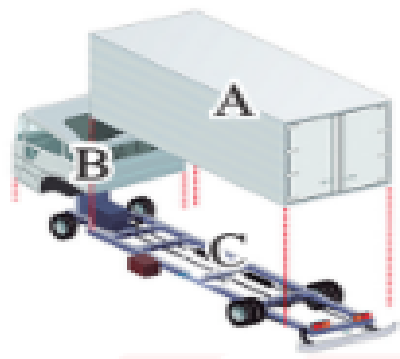
$$x < 2$$

$$\therefore CS = \langle -\infty ; 2 \rangle$$



Problema 6

Un camión, tal como se muestra en la imagen



Pasa por un peaje el cual mide el peso de los vehículos con una balanza. Si para permitir el paso se tiene que tener un peso máximo de 26000 kilos, la cabina del camión (B) tiene un peso de 5400 Kg, la caja del camión (A) tiene un peso de 4600 Kg cuando este vacía y la base (C) 1200 Kg, determine el mayor peso en libras que puede transportar la caja del camión.

Resolución:

Por dato: $A + B + C + X \leq 26000$

Sustituyendo los valores de a, b y c:

$$4600 + 5400 + 1200 + X \leq 26\ 000$$

$$11,200 + X \leq 26,000$$

$$11,200 + X \leq 26,000$$

$$X \leq 14,800 \rightarrow 14,800 \text{ es el mayor peso}$$

Convirtiendo 14,800 a libras:

$$14,800 (2.20462) = 32628.415$$

\therefore Rpta: 3262.415 Libras



Resolución:

Por dato:

$$2x - 7 \geq 0$$

$$2x \geq 7$$

$$x \geq \frac{7}{2}$$

$$x \geq 3.5$$

$$\text{Min. de } x = 4$$

$$7y - 13 \geq 0$$

$$7y \geq 13$$

$$y \geq \frac{13}{7}$$

$$y \geq 1.86$$

$$\text{Min. de } y = 2$$

Piden:

$$x + y = 4 + 2$$

$$x + y = 6$$

\therefore Maycol tomó 6 caramelos

Problema 7

Oliver, Ángel y Maycol van a una fiesta y se percatan que un recipiente tiene caramelos de diferentes sabores.



Si cogen $(2x-9)$, $(7y-15)$ y $(x+y)$ respectivamente, además se sabe que todos tomaron la mínima cantidad de caramelos. ¿Cuántos caramelos tomó Maycol del recipiente?