



TRIGONOMETRY

Chapter 17

4th
SECONDARY

Identidades Trigonométricas
Auxiliares



 **SACO OLIVEROS**

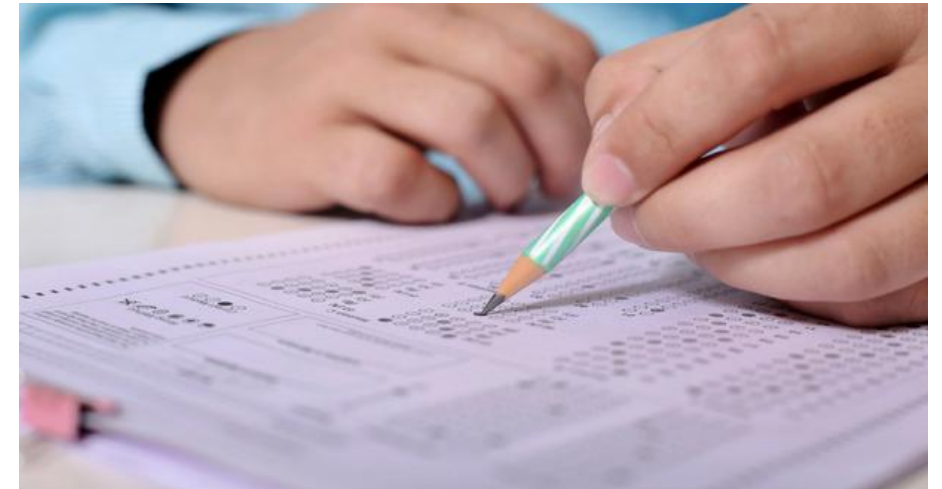


Ya hemos aprendido con éxito las **identidades trigonométricas fundamentales**.

Pero ... ¿Qué sucedería en un examen de admisión si nos encontramos con ejercicios mucho más complejos?

Un **Examen de Admisión** consta de 100 preguntas y el tiempo máximo para desarrollarlas es de tres horas, eso nos da un tiempo aproximado de un minuto y medio por pregunta resuelta.

Las **identidades trigonométricas auxiliares** sirven para abreviar el procedimiento y ahorrar bastante tiempo en la resolución.





IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES

✓ $\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$

✓ $\sec^2 x + \csc^2 x = \sec^2 x \cdot \csc^2 x$

✓ $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

✓ $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$



$$\checkmark (1 + \textit{sen}x + \textit{cos}x)^2 = 2 (1 + \textit{sen}x) (1 + \textit{cos}x)$$

$$\checkmark (1 - \textit{sen}x + \textit{cos}x)^2 = 2 (1 - \textit{sen}x) (1 + \textit{cos}x)$$

$$\checkmark (1 + \textit{sen}x - \textit{cos}x)^2 = 2 (1 + \textit{sen}x) (1 - \textit{cos}x)$$

$$\checkmark (1 - \textit{sen}x - \textit{cos}x)^2 = 2 (1 - \textit{sen}x) (1 - \textit{cos}x)$$

$$\frac{\textit{cos}x}{1 + \textit{sen}x} = \frac{1 - \textit{sen}x}{\textit{cos}x}$$

$$\frac{\textit{cos}x}{1 - \textit{sen}x} = \frac{1 + \textit{sen}x}{\textit{cos}x}$$

$$\frac{\textit{sen}x}{1 + \textit{cos}x} = \frac{1 - \textit{cos}x}{\textit{sen}x}$$

$$\frac{\textit{sen}x}{1 - \textit{cos}x} = \frac{1 + \textit{cos}x}{\textit{sen}x}$$



1. Reduzca : $G = \frac{1}{3}(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - \frac{1}{2}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$

RESOLUCIÓN

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$G = \frac{1}{3}(\underbrace{\sin^6 \theta + \cos^6 \theta}_{1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}) - \frac{1}{2}(\underbrace{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta}_{1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta})$$

$$G = \frac{1}{3}(1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta) - \frac{1}{2}(1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta)$$

$$G = \frac{1}{3} - \cancel{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} - \frac{1}{2} + \cancel{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\therefore G = -\frac{1}{6}$$



2. Simplifique: $E = \frac{(\sec^2 x + \csc^2 x) \cos x}{\tan x + \cot x}$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{(\sec^2 x + \csc^2 x) \cos x}{\tan x + \cot x}$$

$$E = \frac{(\cancel{\sec^2 x} \cdot \cancel{\csc^2 x}) \cos x}{\cancel{\sec x} \cdot \cancel{\csc x}}$$

$$E = \underbrace{\sec x \cdot \csc x}_{1} \cdot \cos x$$

$$\sec^2 x + \csc^2 x = \sec^2 x \cdot \csc^2 x$$

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$$\cos x \cdot \sec x = 1$$

$$\therefore E = \csc x$$



3. Reduzca: $G = \frac{(1 + \text{sen}x - \text{cos}x)^2}{3(1 - \text{cos}x)} - \frac{2 \text{sen}x}{3}$

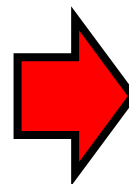
RESOLUCIÓN

$$G = \frac{(1 + \text{sen}x - \text{cos}x)^2}{3(1 - \text{cos}x)} - \frac{2 \text{sen}x}{3}$$

$$(1 + \text{sen}x - \text{cos}x)^2 = 2(1 + \text{sen}x)(1 - \text{cos}x)$$

$$G = \frac{2(1 + \text{sen}x) \cancel{(1 - \text{cos}x)}}{3 \cancel{(1 - \text{cos}x)}} - \frac{2 \text{sen}x}{3} = \frac{2(1 + \text{sen}x) - 2 \text{sen}x}{3}$$

$$G = \frac{2 + \cancel{2 \text{sen}x} - \cancel{2 \text{sen}x}}{3}$$



$$\therefore G = \frac{2}{3}$$

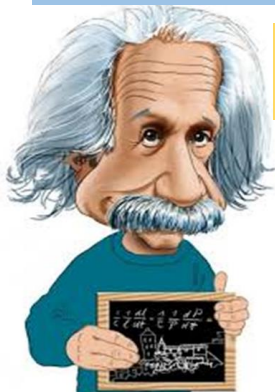


4. Si $\tan x + \cot x = 6$; reduzca: $E = \sin^4 x + \cos^4 x$

RESOLUCIÓN

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$



Del dato: $\tan x + \cot x = 6$

$$\sec x \cdot \csc x = 6$$

Invirtiendo: $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{6}$

Calculamos: $E = \sin^4 x + \cos^4 x$

$$E = 1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$E = 1 - 2(\sin x \cdot \cos x)^2$$

$$E = 1 - 2\left(\frac{1}{6}\right)^2 = 1 - 2\left(\frac{1}{36}\right)$$

$$\therefore E = \frac{17}{18}$$



5. Si $\text{sen}^6 \alpha + \text{cos}^6 \alpha = \frac{1}{3}$, reduzca: $E = (1 + \text{sen}^2 \alpha)(1 + \text{cos}^2 \alpha)$

RESOLUCIÓN

Del dato:

$$\text{sen}^6 \alpha + \text{cos}^6 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$1 - 3\text{sen}^2 \alpha \text{cos}^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3} = 3\text{sen}^2 \alpha \text{cos}^2 \alpha$$

$$\frac{2}{9} = \text{sen}^2 \alpha \text{cos}^2 \alpha$$

$$\text{sen}^6 x + \text{cos}^6 x = 1 - 3\text{sen}^2 x \text{cos}^2 x$$

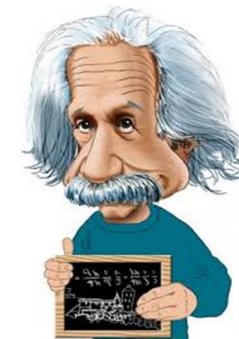
Calculamos:

$$E = (1 + \text{sen}^2 \alpha)(1 + \text{cos}^2 \alpha)$$

$$E = 1 + \underbrace{\text{cos}^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha}_{1} + \text{sen}^2 \alpha \text{cos}^2 \alpha$$

$$E = 1 + 1 + \frac{2}{9}$$

$$\therefore E = \frac{20}{9}$$





6. El gasto diario de Lucía en la cafetería de su colegio es de $S / (4A \cos x)$. ¿Cuál será el gasto total de lunes a viernes?

Si se sabe que $A = \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \tan x$

RESOLUCIÓN

Del dato:

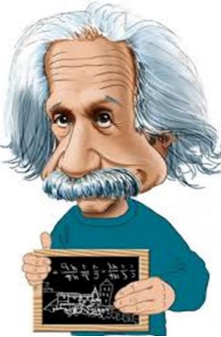
$$A = \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \tan x$$

Usamos identidad

$$A = \frac{1 - \sin x}{\cos x} + \tan x$$

$$A = \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} + \tan x$$

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$



$$A = \frac{1}{\cos x} - \cancel{\tan x} + \cancel{\tan x}$$

$$A = \sec x$$

$$\text{Gasto diario: } S / (4 \sec x \cos x) = s / 4$$

Gasto Lunes a Viernes:

$$S / (4 \times 5) = s / 20$$



7. Valentino un audaz vendedor de electrodomésticos desea alcanzar ventas máximas en el mes, después de un extenuado trabajo su comisión estará dada por $\$/ (1000 A \tan x)$. ¿Cuál será el total de su comisión? Si se sabe que $A = \frac{\text{sen} x}{1 - \cos x} - \csc x$

RESOLUCIÓN

Del dato

$$A = \frac{\text{sen} x}{1 - \cos x} - \csc x$$

Usamos identidad:

$$A = \frac{1 + \cos x}{\text{sen} x} - \csc x$$

$$A = \frac{1}{\text{sen} x} + \frac{\cos x}{\text{sen} x} - \csc x$$

$$\frac{\text{sen} x}{1 + \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\text{sen} x}$$

$$A = \cancel{\csc x} + \cot x - \cancel{\csc x}$$

$$A = \cot x$$

Total comisión: $\$/ (1000 \cot x \tan x)$

Rpta: $\$/ 1000$

