ALGEBRA

Chapter 6

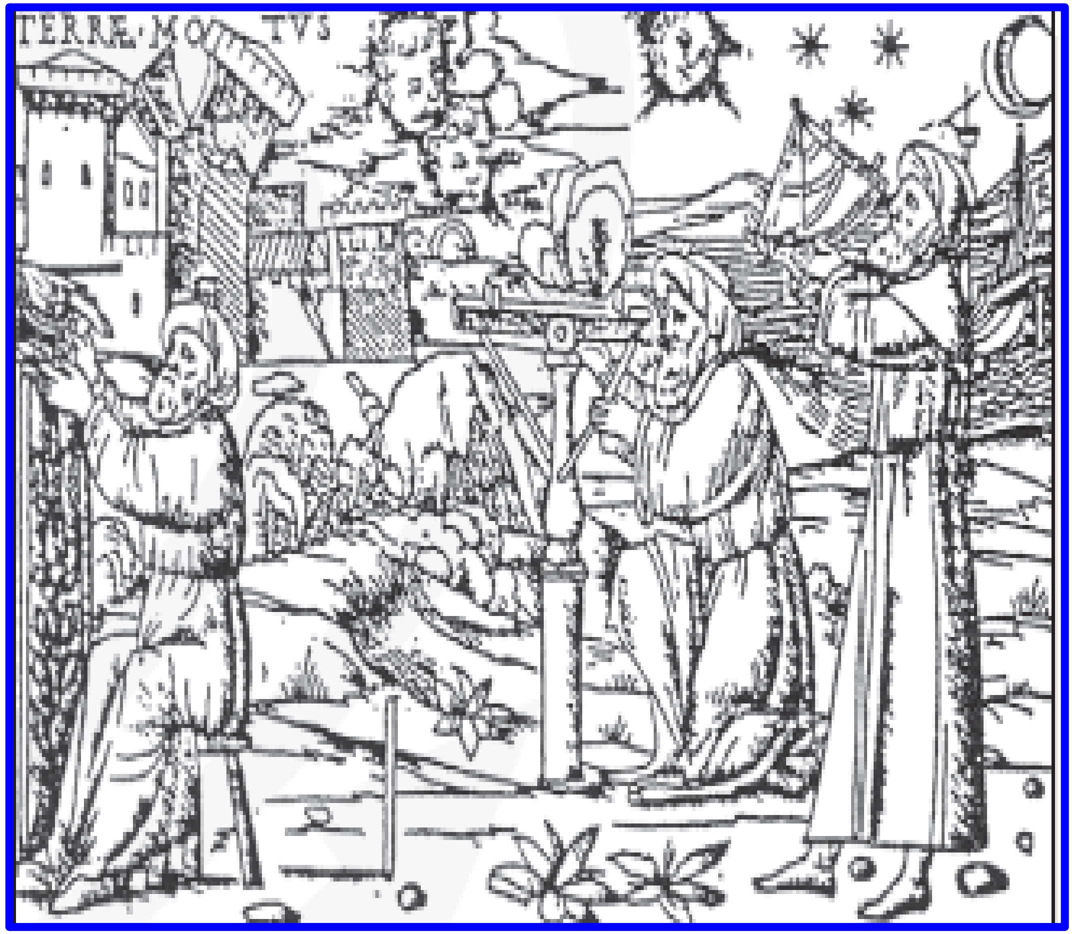
3th

SECONDARY

Polinomios especiales

SACO OLIVEROS

EN LA CORTE DE LOS CALIFAS



Estudiosos árabes en sus trabajo de investigación

Cuando se hizo este cuadro de la ciencia, Bagdad era el centro de la ciencia.

El interés en la astronomía hizo indispensable el estudio del álgebra y el desarrollo de esta hizo posible aumentar los conocimientos de la astronomía.

POLINOMIOS ESPECIALES

Son aquellos polinomios que tienen características especiales.

I POLINOMIO ORDENADO:

Con respecto a una variable, se caracteriza porque los exponentes de esa variable se encuentran ordenados en forma ascendente o descendente.

Ejm:

$$P(x) = 3x^{7} - 5x^{4} + 2x^{2} + 4x^{1}$$

- **Polinomio ordenado en forma descendente.**

Ejm:

$$Q(x;y) = 4x^{9}y^{3} - 5x^{6}y^{5} + 2x^{4}y^{7} + 3x^{1}y^{8}$$

- **Respecto a x es ordenado en forma descendente.**
- **Respecto a y es ordenado en forma ascendente.**

II

POLINOMIO COMPLETO:

Con respecto a una variable, se caracteriza porque los exponentes de esa variable aparecen de manera consecutiva desde el mayor hasta el cero o viceversa.

Ejm:

x^0

$$Q(x) = 5x^2 - 3x^4 + 2x^3 + 8 - 3x^1$$

- **Es un Polinomio completo.**

Ejm:

$$P(x) = 5x^4 - 9x^3 + 6x^2 - 8x^1 + 2x^0$$

- **Es un polinomio completo y ordenado en forma descendente.**

III POLINOMIO HOMOGÉNEO:

Es aquel polinomio de dos o más variables, de términos no semejantes con el mismo grado absoluto.

Ejm:

$$Q(x;y)=\underbrace{5x^7y^5}_{12}+\underbrace{3x^6y^6}_{12}-\underbrace{2x^{10}y^2}_{12}$$

$$\boxed{GA=12}$$

Ejm:

$$P(x;y;z)=\underbrace{6x^3y^4z^7}_{14}-\underbrace{9x^6y^4z^4}_{14}+\underbrace{8x^2y^3z^9}_{14}$$

$$\boxed{GA=14}$$

IV POLINOMIOS IDÉNTICOS:

Dos o más polinomios del mismo grado y en las mismas variables son idénticos, si los valores numéricos resultantes de dichos polinomios siempre son iguales, para cualquier valor asignado a sus variables.

Ejm: $P(x;y)=(x+y)^4-(x-y)^4$

$Q(x;y)=8xy(x^2+y^2)$

$P(1;1)=16$

$Q(1;1)=16$

$\Rightarrow \boxed{P(1;1)=Q(1;1)}$

$\therefore\ P(x;y)\equiv Q(x;y)$

CASO PARTICULAR

$ax^2+bx+c\equiv mx^2+nx+p$

$\Rightarrow \begin{cases} a=m \\ b=n \\ c=p \end{cases}$

V

POLINOMIO IDÉNTICAMENTE NULO:

Es aquel polinomio de grado no definido, cuyo valor numérico resultante siempre es igual a cero, para cualquier valor que asuman sus variables.

$$P(x;y) \equiv 0$$

CASO PARTICULAR

$$mx^2 + nx + p \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{m=0} \\ \boxed{n=0} \\ \boxed{p=0} \end{cases}$$

Ejm: si $P(x) = (a-2)x^3 + (b-1)x^5 + (2c-6)$

es idénticamente nulo, calcule: $a+b+c$

RESOLUCIÓN:

$a-2=0 \rightarrow \boxed{a=2}$

$b-1=0 \rightarrow \boxed{b=1}$

$2c-6=0 \rightarrow \boxed{c=3}$

$$\boxed{\therefore a+b+c=6}$$

Problema N° 1

En el polinomio homogéneo

$$P(x,y,z) = 5x^{m+n} - 7x^{n}y^{2m-3} + 8x^{m}y^{2n}z^{n-10} + 11z^{3n-7}$$

calcule $(m-n)^{m}$.

Resolución:

$$P(x,y,z) = \underbrace{5x^{m+n}}_{\boxed{m+n}} - \underbrace{7x^{n}y^{2m-3}}_{\boxed{n+2m-3}} + \underbrace{8x^{m}y^{2n}z^{n-10}}_{\boxed{m+3n-10}} + \underbrace{11z^{3n-7}}_{\boxed{3n-7}}$$

$$\boxed{m+n} = \boxed{n+2m-3} = \boxed{m+3n-10} = \boxed{3n-7}$$

P(x, y, z) es homogéneo:

$$m+n = n+2m-3 = m+3n-10 = 3n-7$$

$$I.\ m+\cancel{n} = \cancel{n}+2m-3$$

$$m = 2m-3$$

$$\boxed{m=3}$$

$$II.\ \cancel{m}+n = \cancel{m}+3n-10$$

$$n = 3n-10$$

$$\boxed{n=5}$$

Nos piden:

$$(m-n)^{m} = (3-5)^{3}$$

$$(m-n)^{m} = (-2)^{3}$$

$$\boxed{\therefore\ (m-n)^{m} = -8}$$

Problema N° 2

Calcule $a+b+c$ si el polinomio

$$P(x) = 15 + 3x + 5x^{a-3} + 4x^{b+1} + 7x^{c-2}$$

es completo y ordenado.

Resolución:

$$P(x) = 15x^0 + 3x^1 + 5x^{\overbrace{a-3}^{\boxed{2}}} + 4x^{\overbrace{b+1}^{\boxed{3}}} + 7x^{\overbrace{c-2}^{\boxed{4}}}$$

$\underline{R(x)\ es\ completo y\ ordenado:}$

$$\begin{cases} a-3=2 & \Rightarrow \boxed{a=5} \\ b+1=3 & \Rightarrow \boxed{b=2} \\ c-2=4 & \Rightarrow \boxed{c=6} \end{cases}$$

$\underline{Nos\ piden:}$ $a+b+c = 5+2+6$

$$\boxed{\therefore\ a+b+c = 13}$$

Problema N° 3

Calcule $m+n$ **si**

$$m(2x-1)+n(3x-2)\equiv 16x-1$$

Resolución:

$$m(2x-1)+n(3x-2)\equiv 16x-1$$

$$2mx-m+3nx-2n\equiv 16x-1$$

$$(2m+3n)x-(m+2n)\equiv 16x-1$$

$$\begin{cases} 1\times(2m+3n=16) \rightarrow & \cancel{2m}+3n=16 \\ -2\times(\ m+2n=1\ ) \rightarrow & -\cancel{2m}-4n=-2 \end{cases} \quad +$$

$$-n=14$$

$$\boxed{n=-14}\ \wedge\ \boxed{m=29}$$

$$\boxed{\therefore\ m+n=15}$$

Problema N° 4

Sean idénticos los polinomios mostrados

$$Q(x) = (a-4)x^2 + (2b-1)x + 3c - 2$$

$$R(x) = (3a-8)x^2 + (b+1)x + 2c + 1$$

calcule $(a+b+c)^3$.

Resolución:

$$Q(x) = \underline{(a-4)}x^2 + \underline{(2b-1)}x + \underline{3c-2}$$

$$R(x) = \underline{(3a-8)}x^2 + \underline{(b+1)}x + \underline{2c+1}$$

$\underline{Q(x) \equiv R(x):}$

$$\begin{cases} a-4 = 3a-8 \rightarrow \boxed{a=2} \\ 2b-1 = b+1 \rightarrow \boxed{b=2} \\ 3c-2 = 2c+1 \rightarrow \boxed{c=3} \end{cases}$$

Nos piden: $(a+b+c)^3 = (2+2+3)^3$

$$(a+b+c)^3 = 7^3$$

$$\boxed{\therefore\ (a+b+c)^3 = 343}$$

Problema N° 5

Si el polinomio es homogéneo

$$P(x,y) = 3x^{a+2}y^4 + 5x^8y^7 - 2x^{b+3}y^4$$

El valor de a+b, aumentado en 12, representa la cantidad de alumnos del tercero A. ¿Cuántos alumnos son?.

Resolución:

$$\boxed{a+6} = \boxed{15} = \boxed{b+7}$$

$$P(x,y) = 3x^{a+2}y^4 + 8x^8y^7 - 2x^{b+3}y^4$$

P(x, y, z) es homogéneo:

$$a+6 = b+7 = 15$$

$I.\ a + 6 = 15$

$$\boxed{a = 9}$$

$II.\ b + 7 = 15$

$$\boxed{b = 8}$$

Nos piden: $a + b + 12 = 9 + 8 + 12$

$$\boxed{\therefore\ 29}$$

ASUMO MI RETO

Problema N° 6

Si el mercurio al calentarse aumenta su temperatura en grados de un termómetro en un 8%, ¿qué grado indicará $(a+b)^2$ en el termómetro después de calentarse, siendo a y b valores obtenidos del polinomio

$$M(x) = (6+a)x^{a+b} - 6x^5 + 7x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 3x + 5$$

Completo y ordenado en forma decreciente?

Resolución:

$$M(x) = (6+a)x^{a+b} - 6x^5 + 7x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 3x + 5$$

Completo y Ordenado en forma decreciente:

$$M(x) = (6+a)x^{a+b} - 6x^5 + 7x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 3x + 5$$

$$\boxed{a+b=6}$$

Reemplazamos $\rightarrow (a+b)^2$

$$(6)^2$$

$$\boxed{M = 36}$$

$$\boxed{\therefore \quad M = 36}$$

Problema N° 7

Ashley va al supermercado a hacer las compras del mes, al regresar a su casa revisa el Boucher dándose con la sorpresa que gasto más de la cuenta, si al determinar C(a) en el polinomio cuadrático $C(x) = (a-5)x^2 + ax + 2a$ el cual es Mónico, representa la cantidad (en soles) que le queda a Ashley, ¿Cuánto gastó en el supermercado si fue con 260 soles?

Recordemos:

$$\boxed{\text{Tenía} - \text{Queda} = \text{Gasto}}$$

Resolución:

$$C(x) = (a-5)x^2 + ax + 2a$$

$\underline{C(x)\ es\ Mónico}$ Coeficiente Principal = 1

$$a - 5 = 1 \longrightarrow \boxed{a = 6}$$

$$C(6) = a^2 + (6)\,a + 12$$

$$C(6) = 6^2 + (6)\,(6) + 12$$

$$= 84 \quad = QUEDA$$

$\underline{Nos\ piden:}$ $260 - queda \quad = Gasto$

$$\boxed{\therefore\ 260 - 84 = 176}$$