



ALGEBRA

Chapter 18

3th
SECONDARY



MATRICES Y DETERMINANTES  **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY



Lucas, Tom y Herry fueron a una tienda y compraron lo siguiente:

- 1. Lucas compró dos bocadillos, un refresco y un pastel.*
- 2. Tom se llevó un bocadillo, un refresco y un pastel.*
- 3. Herry compró un bocadillo y un refresco.*

Estos datos se pueden agrupar en una matriz:

2	1	1	→	Lucas
1	1	1	→	Tom
1	1	0	→	Herry

HELICO THEORY



¿QUÉ ES UNA MATRIZ?

Es un arreglo rectangular de elementos distribuidos en filas y columnas. Dichos elementos están encerrados por corchetes o paréntesis.

Ejemplos:

filas \rightarrow

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 14 \\ 12 & -8 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

\uparrow *columnas*

$$\begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & 13 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 & -6 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$\begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 4 & 3 \\ 15 & 45 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$



MATRIZ CUADRADA:

Es aquella matriz que tiene igual número de filas y columnas.

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 6 \\ 2 & -8 & 4 \end{pmatrix}$$

Diagram illustrating matrix A, a 3x3 square matrix. The matrix is enclosed in red parentheses. A dashed green line runs from the top-left to the bottom-right, labeled "diagonal secundaria" (secondary diagonal). Another dashed green line runs from the top-right to the bottom-left, labeled "diagonal principal" (principal diagonal). The dimension "3x3" is indicated at the bottom right.

$$B = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & 13 \end{bmatrix}$$

Diagram illustrating matrix B, a 2x2 square matrix. The matrix is enclosed in red brackets. A dashed green line runs from the top-left to the bottom-right, labeled "diagonal secundaria" (secondary diagonal). Another dashed green line runs from the top-right to the bottom-left, labeled "diagonal principal" (principal diagonal). The dimension "2x2" is indicated at the bottom right.



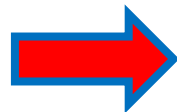
*El determinante es una función que aplicada a una **MATRIZ CUADRADA**, nos proporciona un número real. Su notación es la siguiente:*

$$\text{Det}(A) = |A|$$

Cálculo de determinantes:

➤ Determinante de una matriz de orden 1:

Sea A una matriz de orden uno, $A = [a_{11}]$



$$\text{Det}(A) = |a_{11}| = a_{11}$$



➤ Determinante de una matriz de orden 2:

Sea A una matriz de orden dos, su determinante se define como la diferencia del producto de los elementos de la diagonal principal con el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Esto es:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{Det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb}$$

➤ Determinante de una matriz de orden 3:

Se obtiene por la llamada regla de SARRUS. Consiste en repetir las dos primeras columnas a continuación de la matriz, sumar los productos de las diagonales principales y restar los productos de las diagonales secundarias.

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ m & n & p \\ x & y & z \end{pmatrix} \Rightarrow Det(A) = \begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ m & n & p & m & n \\ x & y & z & x & y \end{vmatrix}$$

$$Det(A) = (anz + bpx + cmy) - (xnc + ypa + zmb)$$



HELICO PRACTICE

Problema 1

Luego de efectuar:

$$P = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$$

El valor de $3P + 2$ **Resolución:**

$$P = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$P = (3)(2) - (7)(-1) - [(5)(-2) - (4)(1)]$$

$$P = 6 + 7 - [-10 - 4]$$

$$P = 13 + 14$$

$$P = 27$$

Nos piden: $3P + 2 = 3(27) + 2$

$$\therefore 3P + 2 = 83$$

Problema 2

Efectúe:

$$L = 3 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$L = 3 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$L = 3[(1)(5) - (3)(-2)] + 2[(-1)(-2) - (3)(-1)]$$

$$L = 3[5 + 6] + 2[2 + 3]$$

$$L =$$

$$L = 33 + 10$$

$$\therefore L = 43$$

Problema 3

Determine el valor de:

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$M = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Diagram illustrating the calculation of the determinant using Sarrus' rule. The first two columns are repeated to the right. Green dashed arrows indicate the products to be added (downward diagonals), and yellow dashed arrows indicate the products to be subtracted (upward diagonals).

$$M = (-1 + 36 + 20) - (-20 + 6 + 6)$$

$$M = (55) - (-8)$$

$$\therefore M = 63$$

Problema 4

Calcule el valor de:

$$P = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$P = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

Diagram illustrating the calculation of the determinant using Sarrus' rule. The first two columns are repeated to the right. Green dashed arrows indicate the products to be added (downward diagonals), and yellow dashed arrows indicate the products to be subtracted (upward diagonals).

$$P = (6 + 2 + 20) - (1 - 15 - 16)$$

$$P = (28) - (-30)$$

$$P = 58$$



$$P = 58$$

Problema 5

Calcule el valor de x en la Ecuación:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$3x - 2 = x - 10$$

$$2x = -8$$

$$\therefore x = -4$$

Problema 6

Luego de resolver:

$$\begin{vmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}; x > 0$$

El valor de x representa la cantidad de alumnos desaprobados en el examen bimestral del curso de Álgebra; en el 3° A. Si el aula tiene 48 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes han aprobado?

Resolución:

$$\begin{vmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}$$

$$x^2 - 3 = 18 - 12$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Cantidad de alumnos desaprobados: 3

\therefore aprobaron 45 estudiantes.

Problema 7

Raúl en un paseo del colegio capturo momentos grandiosos con su cámara, al llegar a su casa Su mamá le pregunta sobre la Cantidad de fotos que tomo a lo Que él, le responde que tomo x Fotos, si el valor de x se logra obtener al desarrollar

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -17$$

¿Cuántas fotos tomo Raúl en su Paseo escolar?

Resolución:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -17$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -17$$

Diagrama de Sarrus para el determinante:

$$(4x + 2 + 3) - (6x + 2 + 2) = -17$$

$$(4x + 2 + 3) - (6x + 2 + 2) = -17$$

$$4x + 5 - 6x - 4 = -17$$

$$-2x = -18$$

$$\therefore x = 9$$

Se tomó 9 fotos