MATHEMATICAL REASONING

Chapter 21

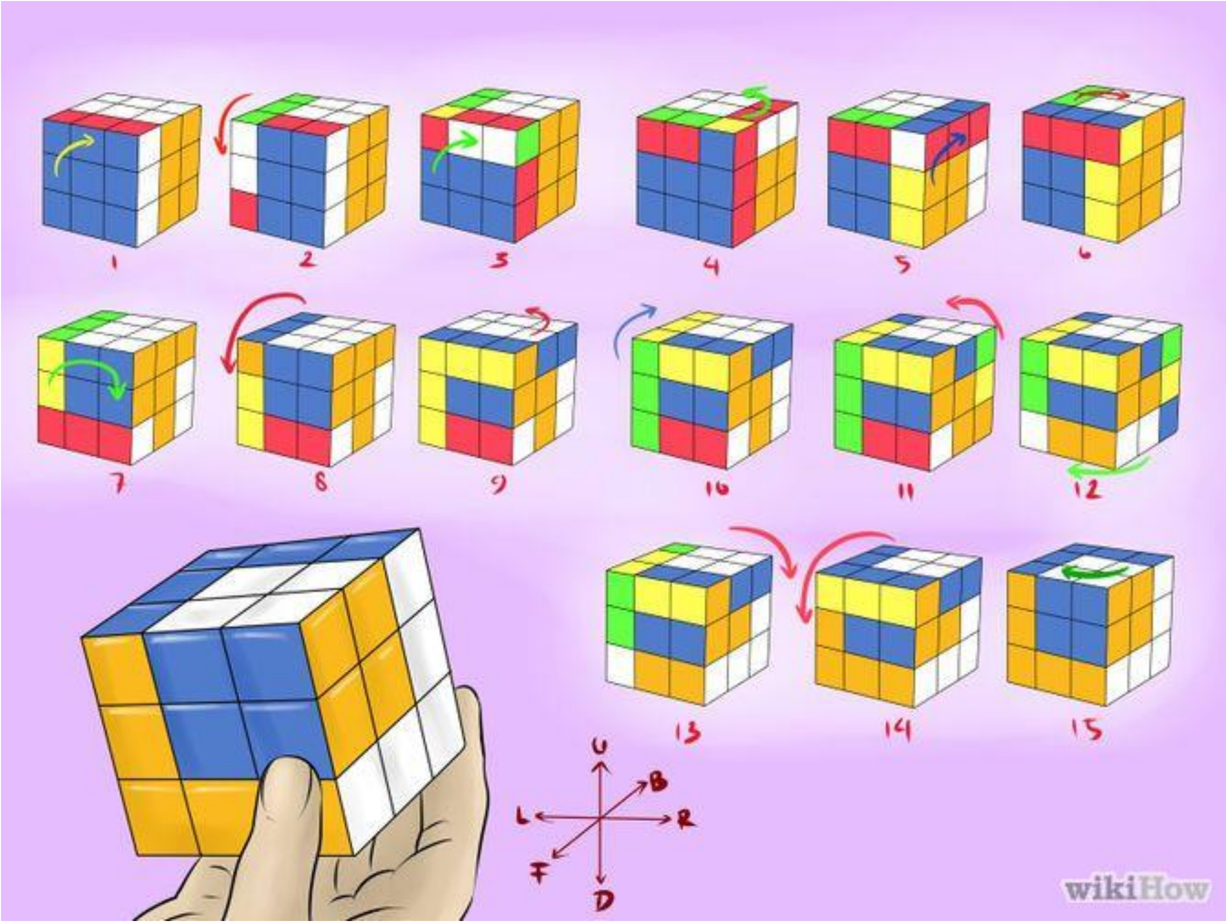
1st
SECONDARY

ANÁLISIS COMBINATORIO II

SACO OLIVEROS

❑ !SABÍAS QUÉ!

Un Cubo Rubik tiene más de 43 TRILLONES de combinaciones posibles, pero sólo una solución. Si tardaras un segundo por cada movimiento, te tomaría 1,4 billones de años pasar por todas las posibles combinaciones.

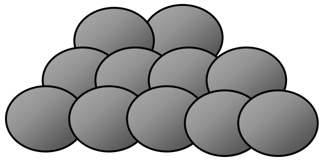


ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

Si se tiene n elementos diferentes, con ellos se puede realizar lo siguiente:

n elementos diferentes



ORDENAR → **PERMUTACION**

(Interesa el orden en que se tomen los elementos)

AGRUPAR → **COMBINACION**

(No interesa el orden en que se tomen los elementos)

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

Son los diferentes arreglos u ordenamientos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una permutación interesa el orden o ubicación de los elementos. Se pueden presentar los siguientes casos:

PERMUTACIÓN LINEAL

- Permutación de todos los elementos

El número de maneras diferentes de permutar (ordenar) "n" elementos diferentes se calcula de la siguiente manera:

$$\boxed{P_n = n!}$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes seis caballos podrán llegar a la meta en una carrera en el hipódromo si no hay empates?

$$P_6 = 6!$$
$$P_6 = 720$$

$\therefore$ 720

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

PERMUTACIÓN LINEAL

- Permutación de algunos elementos

El número de permutaciones diferentes de n elementos ordenados en grupos de k en k se calcula del siguiente modo:

$$\boldsymbol{P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar cuatro de un total de seis niños en una banca de cuatro asientos?

$$P_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} \longrightarrow P_4^6 = \frac{6!}{2!}$$

$$P_4^6 = \frac{720}{2}$$

$$\therefore \quad 360$$

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

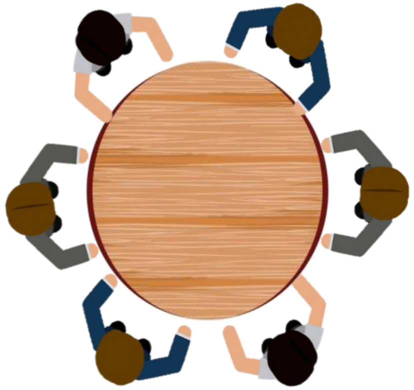
- PERMUTACIÓN CIRCULAR

El número de permutaciones circulares diferentes de n elementos distintos se calcula así:

$$\boldsymbol{P_{C_n} = (n-1)!}$$

Ejemplo:

Seis amigos se ubican en seis sillas alrededor de una mesa circular. ¿De cuántas maneras diferentes podrán ubicarse?



$n = 6$

$$N°de\ maneras = P_{C_6}$$

$$N°de\ maneras = (6-1)!$$

$$N°de\ maneras = 5!$$

$$N°de\ maneras = 120$$

$$\therefore \quad 120$$

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

- PERMUTACIÓN CON ELEMENTOS REPETIDOS

El número de permutaciones de n elementos donde r_1 son iguales, r_2 también iguales, r_3 también iguales,..., y r_k también iguales, se calcula de la siguiente manera:

$$P^{n}_{r_1;r_2;r_3;\ldots;r_k} = \frac{n!}{r_1! \times r_2! \times r_3! \times \cdots \times r_k!}$$

Ejemplo:

¿Cuántas palabras que tengan sentido o no se pueden leer con todas las letras de la palabra MIMOSO?

$\underbrace{\text{MIMOSO}}_{\text{6 letras}}$

n = 6

Se repiten:

M → 2 veces:

O → 2 veces:

$$P^{6}_{2;2} = \frac{6!}{2! \times 2!} \rightarrow P^{6}_{2;2} = \frac{720}{4}$$

$\therefore$ 180

ANÁLISIS COMBINATORIO II

COMBINACIONES

Son las diferentes selecciones o agrupamientos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una combinación no interesa el orden ni ubicación de sus elementos.

EN GENERAL

El número de combinaciones diferentes de n elementos agrupados de k en k se calcula de la siguiente manera:

$$\boxed{C_k^n = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

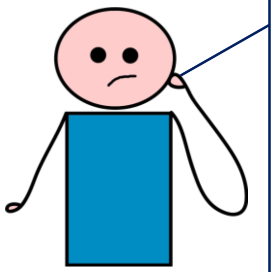
ANÁLISIS COMBINATORIO II

COMBINACIONES

Ejemplo:

¿Cuántos partidos de fútbol se juegan en total en un campeonato en el que participan 20 equipos, jugando todos contra todos a una sola rueda?

Resolución:

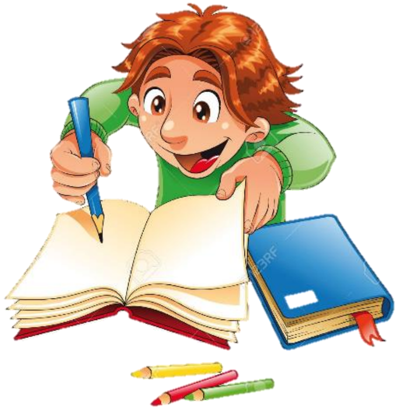


Para que se juegue un partido de fútbol se necesitan dos equipos, entonces, se tiene que elegir grupos conformados por 2 equipos

$$C_2^{20} = \frac{20!}{2! \times (20-2)!}$$

$$C_2^{20} = 190$$

$\therefore$ 190



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

¿De cuántas maneras se podrá elegir a un capitán, un primer oficial y un marinero de un total de 6 personas?

Resolución:

Del dato:

Capitán

1er Oficial

Marinero

$$6 \times 5 \times 4 = 120$$

$\therefore$ 120

PROBLEMA 2

En un concurso de matemática había una pregunta en la cual pedía encontrar todas las palabras que tengan o no significado utilizando las letras de la palabra "TAMAL", si José participo en dicha competencia y por formar cada palabra demoro 10 segundos, ¿Cuántos segundos demoro en total en formar todas las palabras posibles?

Resolución:

$$\underbrace{\text{TAMAL}}_{\text{5 letras}}$$

n = 5

Se repiten:

A ⟶ 2 veces

Recordemos:

$$\boxed{P^{n}_{r_1} = \frac{n!}{r_1!}}$$

$$P^5_2 = \frac{5!}{2!} \longrightarrow P^5_2 = \frac{5x4x3x2!}{2!}$$

$$P^5_2 = 60$$

Se formo 60 palabras.

Tiempo por cada palabra :10 s

$\therefore$ Total $600\ segundos$

PROBLEMA 3

¿Cuántas palabras diferentes se podrá formar con todas las letras de la palabra PAPAYA, sin importar que tenga o no significado?

Resolución:

$$\underbrace{\text{PAPAYA}}_{\text{6 letras}}$$

n = 6

P ⟶ 2 veces

A ⟶ 3 veces:

Recordemos:

$$P^{n}_{r_1;r_2} = \frac{n!}{r_1! \times r_2!}$$

$$P^{6}_{2;3} = \frac{6!}{2! \times 3!} \longrightarrow P^{6}_{2;3} = \frac{6x5x4x3!}{2x1\ x\ 3!}$$

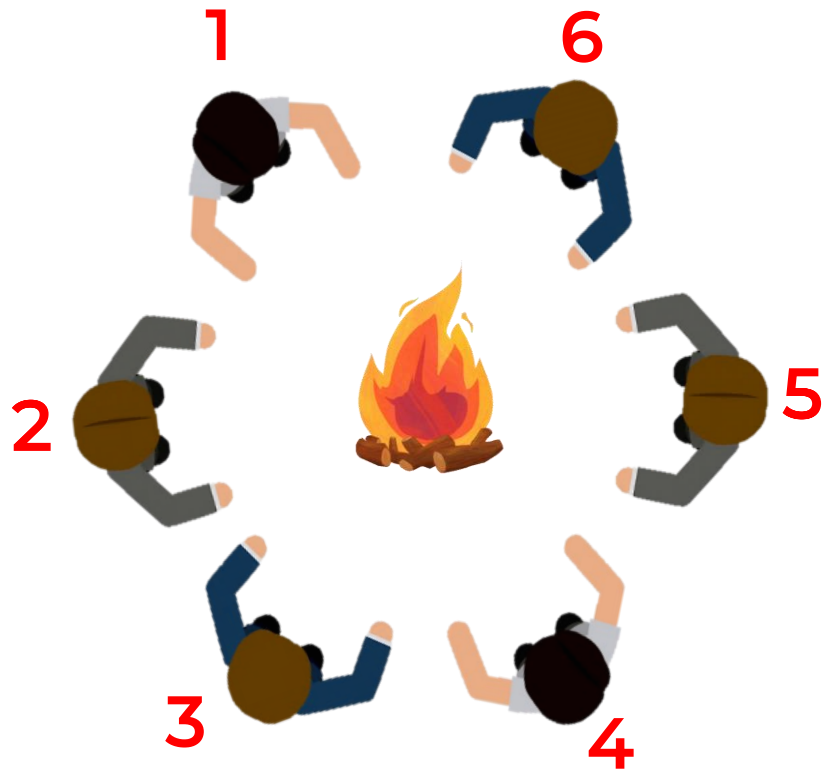
$$P^{6}_{2;3} = 60$$

$\therefore$ $\underline{\underline{60}}$

PROBLEMA 4

Leonardo va a la playa y forma una fogata con 5 amigos. ¿De cuántas maneras se podrá ubicar Leonardo y sus amigos alrededor de dicha fogata?

Resolución:



n = 6

$$\boldsymbol{P_{C_n} = (n-1)!}$$

$$P_{C_6} = (6-1)!$$

$$P_{C_6} = 5!$$

$$P_{C_6} = 120$$

$\therefore$ 120

PROBLEMA 5

Si 4 amigos se ubican en una banca de 4 asientos ¿De cuántas maneras diferentes se podrán ubicar si 2 de los amigos no deben separarse?

Resolución:

$$n = 3$$

$$P_{Total} = 3! \times 2!$$

$$P_{Total} = 6 \times 2$$

$$P_{Total} = 12$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{P_n = n!}$$

$\therefore$ $\underline{\underline{12}}$

PROBLEMA 6

Se tienen un grupo de 5 que se ubicaran en una banca lineal con 5 espacios. Si Mónica se sienta siempre al centro de la banca lineal ¿de cuántas maneras diferentes se puede ordenar las 5 amigas?

Resolución:

1 2 Mónica 3 4

$n = 4$

Mónica tienen posición fija por ello permutan solo 4

$$P_{Total} = 4!$$

$$P_{Total} = 24$$

RECORDEMOS:

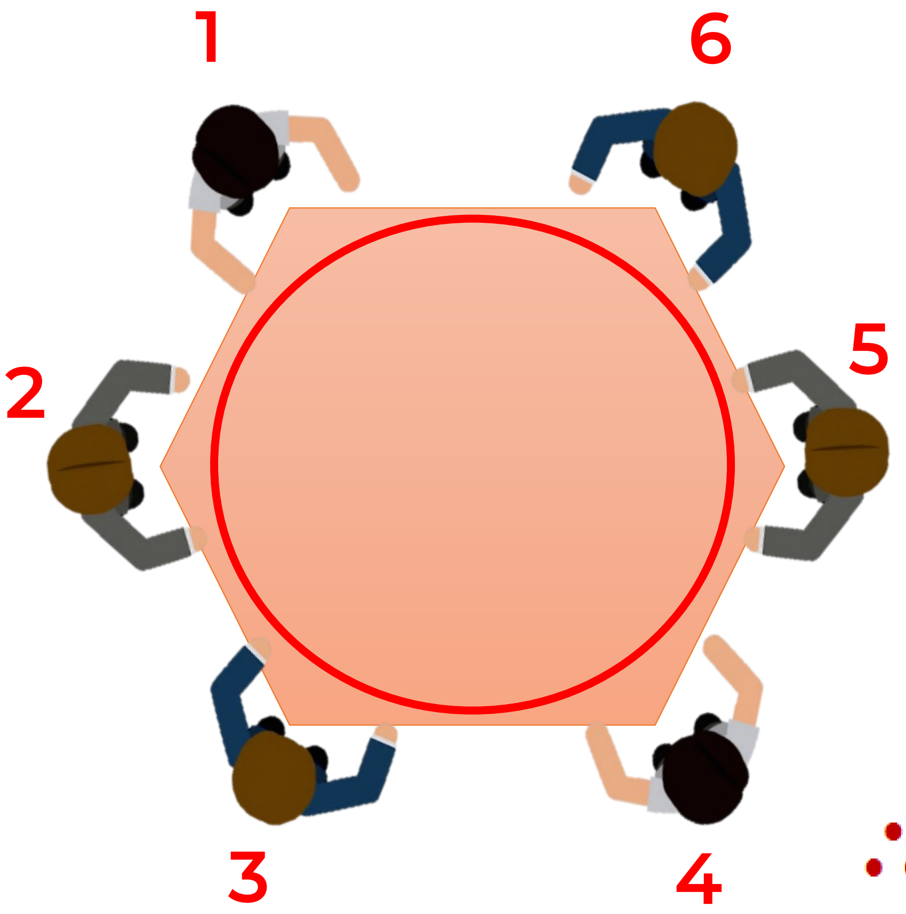
$$\boxed{P_n = n!}$$

$\therefore$ 24

PROBLEMA 7

Rubén asiste a un restaurante acompañado de 5 personas, entre ellas está su esposa, su cuñado, su cuñada, su padrino y su papá. Todos ellos se sientan alrededor de una mesa hexagonal, si Rubén se detiene por un momento y piensa en todas las formas posibles de ordenarlos. Determine, ¿de cuántas formas posibles puede darse dichos ordenamientos?

Resolución:



n = 6

$$\boxed{P_{C_n} = (n-1)!}$$

$$P_{C_6} = (6-1)!$$

$$P_{C_6} = 5!$$

$$P_{C_6} = 120$$

$\therefore$ 120

PROBLEMA 1

¿De cuántas maneras se podrá elegir a un capitán, un primer oficial y un marinero de un total de 6 personas?

Resolución:

RECORDEMOS:

$$\boldsymbol{P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

De los datos:

n = 6

k = 3

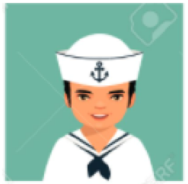
$$P_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!}$$

$$P_3^6 = \frac{6 \text{x} 5 \text{x} 4 \text{x} \cancel{3!}}{\cancel{3!}}$$

$$P_3^6 = 120$$

OTRA FORMA:





Capitán 1er Oficial Marinero

6 x 5 x 4 = 120

$\therefore$ 120