MATHEMATICAL REASONING

Chapter 13, 14 & 15

5th
SECONDARY

ADVISORY

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Si a los términos de la serie: $S = 2 + 5 + 8 + 11 + \cdots$

Se le agrega 1; 2; 3; 4; ... respectivamente, de tal manera que la suma de la nueva serie sea igual a 1830. ¿ Cuántos términos tiene la serie original?

Resolución:

De los datos:

$$\begin{array}{rcccccccc} & & 1° & & 2° & & 3° & & 4° & & \ldots & n° \\ S & = & 2 & + & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \cdots & \\ S & = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & \cdots & \\ \hline S & = & 3 & + & 7 & + & 11 & + & 15 & + & \cdots & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccccccc} & & 1° & & 2° & & 3° & & 4° & & \ldots & n° \\ S & = & 3 & \underbrace{+}_{+4} & 7 & \underbrace{+}_{+4} & 11 & \underbrace{+}_{+4} & 15 & + & \cdots & +(4n-1) \end{array}$$

$$\left(\frac{3 + 4n - 1}{2}\right) n = 1830$$

$$\left(\frac{4n + 2}{2}\right) n = 1830$$

$$(2n + 1)n = 1830$$

$$2n^2 + n = 1830$$

$$\therefore \quad n = \underline{\underline{30}}$$

PROBLEMA 2

Calcule: $S = \underbrace{3^2 - 1 + 4^2 - 3 + 5^2 - 5 + 6^2 - 7 + \cdots}_{36\ \text{términos}}$

Resolución:

$$S = \underbrace{(3^2 + 4^2 + 5^2 + \cdots + 20^2)}_{18\ \text{términos}} - \underbrace{(1 + 3 + 5 + 7 \ldots)}_{18\ \text{términos}}$$

$$S = \left(\frac{20(21)(41)}{6}\right) - 5 - (18)^2$$

$$S = 2870 - 5 - 324$$

$$S = 2870 - 329$$

$$\therefore\ S = 2541$$

PROBLEMA 3

Calcule el valor de la siguiente serie:

$$M = \frac{11}{1\times 2\times 3} + \frac{11}{2\times 3\times 4} + \frac{11}{3\times 4\times 5} + \cdots + \frac{11}{20\times 21\times 22}$$

Resolución:

$$M = 11\left(\frac{1}{1\times 2\times 3} + \frac{1}{2\times 3\times 4} + \frac{1}{3\times 4\times 5} + \cdots + \frac{1}{20\times 21\times 22}\right)$$

n = 20

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

$$M = \cancel{11}\left(\frac{\overset{5}{\cancel{20}}\times 23}{\cancel{4}\times 21\times \underset{2}{\cancel{22}}}\right)$$

$$\therefore\ M = \frac{115}{42}$$

PROBLEMA 4

Dos caños, A y B, pueden llenar un tanque en 12 horas; B y C lo pueden llenar en 10 horas; A y C, en 15 horas. Si se abren los tres caños al mismo tiempo estando el tanque lleno en su cuarta parte, ¿en cuánto tiempo completaría el llenado del tanque?

Resolución:

Piden el tiempo del llenado de los ¾ del tanque.

En 1h llenan:

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{C}=\frac{1}{15}$$

$+$

$$2\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}\right)=\frac{15}{60}$$

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=\frac{1}{8}$$

$$\rightarrow t_{llenado}=8h$$

$$\therefore\ t_{llenado\ de\ los\ 3/4}=\frac{3}{4}(8)=6h$$

PROBLEMA 5

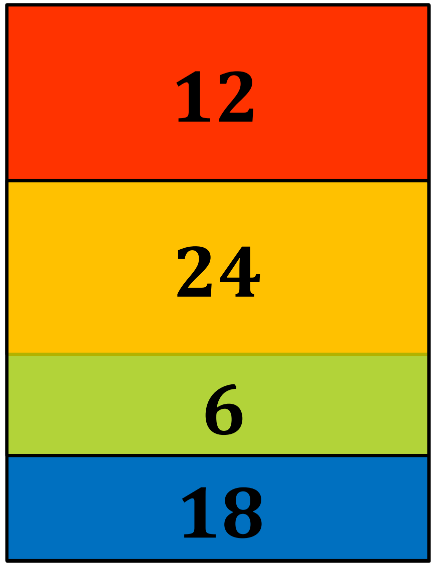
Los 3/5 de la superficie de una hoja de papel bond A4 fue pintada de color rojo y el resto de color azul. Sobre este papel pintado se pegó un afiche que ocupaba los 2/3 de la zona roja y 1/4 de la zona azul, ¿Qué parte de la superficie del papel no fue ocupado por el afiche?

Resolución:

$$\frac{NO\ OCUPA\ EL\ AFICHE}{SUPERFICIE\ DEL\ PAPEL} = ?$$

$$\frac{3}{5}(\mathbf{60}) = \mathbf{36}$$

$$\frac{2}{5}(\mathbf{60}) = \mathbf{24}$$



$$\frac{2}{3}(\mathbf{36})$$

$$\frac{1}{4}(\mathbf{24})$$

$$\therefore \quad \frac{NO\ OCUPA\ EL\ AFICHE}{SUPERFICIE\ DEL\ PAPEL} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

PROBLEMA 6

Se tiene un recipiente lleno de vino, se extrae 1/4 de su contenido y se reemplaza con agua, en seguida se extrae 1/5 de la mezcla y se reemplaza con agua. Por último se extrae 1/6 de la nueva mezcla y se reemplaza con vino. Si hay todavía 240L de vino puro, ¿cuál era el contenido del recipiente?

Resolución:

TOTAL: 120K

AGUA	30K	48K	40K
VINO	90K	72K	80K

−18K

−8K

$$80k = 240$$
$$k = 3$$

$$Total\ contenido: 120k$$

$$\therefore\ 120(3) = \underline{\underline{360\text{L}}}$$

PROBLEMA 7

Tres amigos **A, B y C** discuten sobre quiénes deben ir a dar mantenimiento a las máquina de una fábrica, llegando a las siguientes conclusiones.

A y **B** pueden hacer el mantenimiento en 20 días; **B y C** pueden hacer la obra en 15 días; **A y C** lo pueden hacer en 12 días.

¿En cuántos días harían juntos el amigo que trabajaría más días con el que trabajaría menos días, sumado a un cuarto amigo **D**, sabiendo que él solo, podría haber hecho ese trabajo en 10 días?

Resolución:

En 1 día realizan:

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=\frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{C}=\frac{1}{12}$$

$$2\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}\right)=\frac{12}{60}$$

$$\underbrace{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}}+\frac{1}{C}=\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{C}=\frac{1}{10}$$

$$C=20$$

$\rightarrow$ $A=30$ $\quad B=60$

$Sabemos$: $D=10$

$Piden$:

$$\underbrace{\frac{1}{B}+\frac{1}{C}}+\frac{1}{D}=\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{15}+\frac{1}{10}=\frac{1}{x} \qquad x=6$$

$\therefore$ 6 días

PROBLEMA 8

En un corral, el 80% son conejos y el resto gallinas. Si el número de conejos disminuye en 10% y el de las gallinas aumenta en 50%, ¿en qué tanto por ciento ha variado el número de animales del corral?

Resolución:

Le asignamos un valor conveniente al total de animales en el corral : 100K

CONEJOS: $80K \xrightarrow[-8K]{-10\%} 72K$

GALLINAS: $20K \xrightarrow[+10K]{+50\%} 30K$

$$\underbrace{100K \longrightarrow 102K}_{\textit{Aumenta en } 2\,\%}$$

$\therefore$ Varia: $\underline{2\%}$

PROBLEMA 9

En una fiesta se observa que de los hombres, están bailando el 20% de los que no están bailando, y de las mujeres las que están bailando son el 25% de las que no lo hacen. Si los hombres que no bailan excede en 12 a las mujeres que no bailan, ¿cuántas personas son en total?

Resolución:

Piden el número de personas.

	BAILAN	NO BAILAN	
VARONES	x	$5x$	$= 6x$
MUJERES	x	$4x$	$= 5x$

$$5x - 4x = 12$$

$$\rightarrow \quad x = 12$$

$$Total\ de\ personas: 11x$$

$$11(12) = 132$$

$$\therefore \quad 132$$

PROBLEMA 10

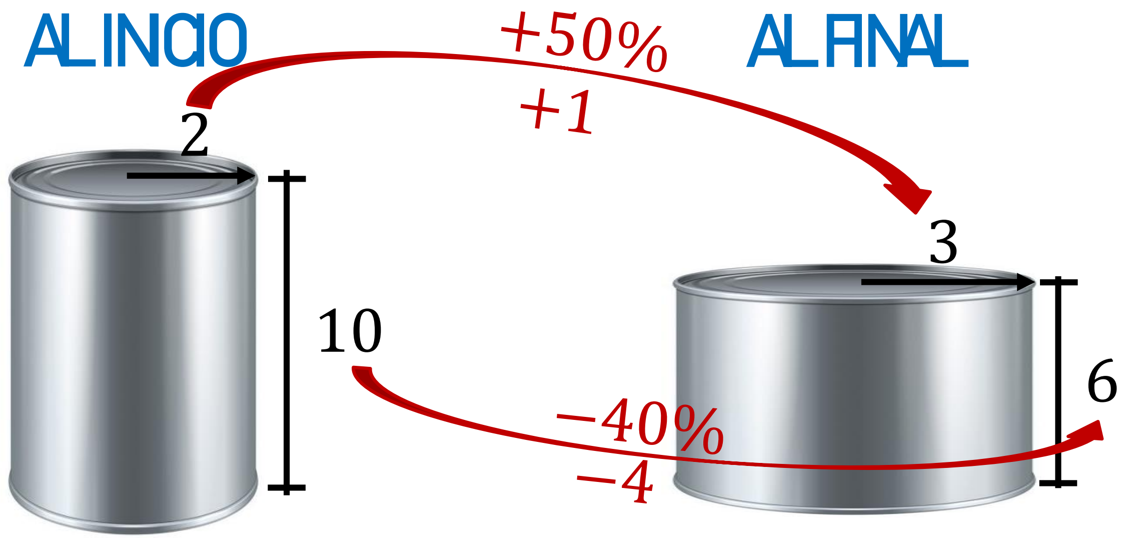
¿En qué tanto por ciento varía el volumen de un cilindro, si su radio aumenta en un 50% y su altura se reduce en un 40%?

RECORDEMOS:

En **variación porcentual**, las constantes en las fórmulas no se consideran.

RESOLUCIÓN

Piden la variación porcentual del volumen del cilindro.



$$V_{inicio} = (2)^2 \times (10) \qquad V_{final} = (3)^2 \times (6)$$

$$V_{inicio} = 40 \qquad V_{final} = 54$$

$$VP(Volumen) = \frac{(54 - 40)}{40}(100\%)$$

$$\therefore \quad VP(Volumen) = \frac{14}{4\cancel{0}}(10\cancel{0}\%) = \underline{\underline{35\%}}$$