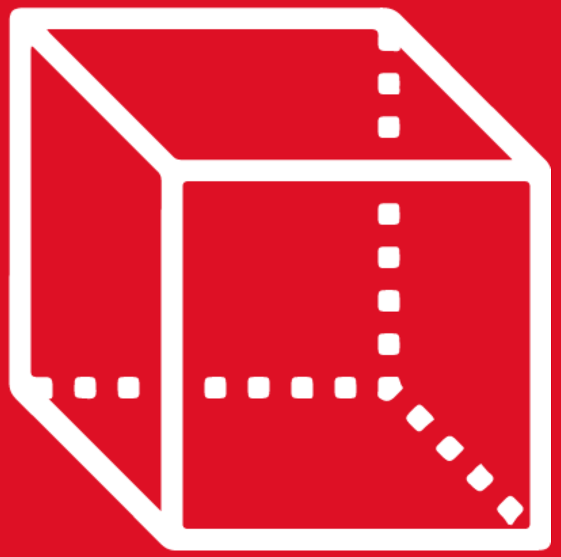
GEOMETRÍA

Capítulo 4

5th

SECONDARY
0



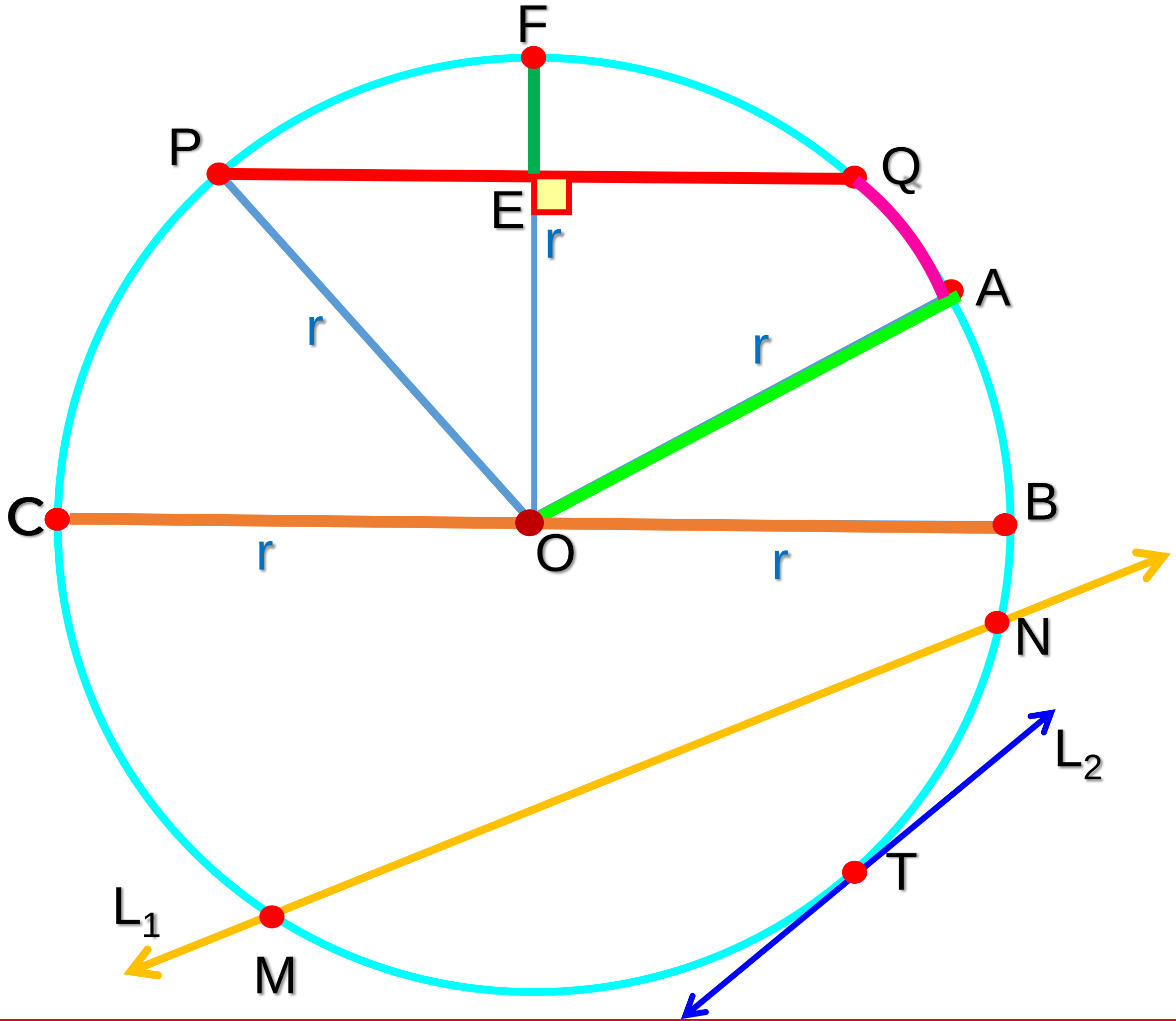
CIRCUNFERENCIA
Ángulos asociados

SACO OLIVEROS

Al observar el borde de la Luna o el Sol, el hombre tuvo las primeras nociones de circunferencia , al cortar una naranja o un limón el contorno de la sección plana tiene forma de circunferencia y que equidista del centro, esto llevó a conocer las primeras propiedades de ella.

CIRCUNFERENCIA

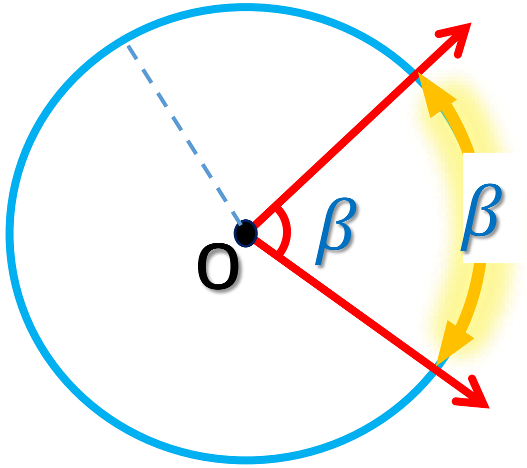
Definición: Es aquella línea curva cerrada, que esta formada por un conjunto de puntos coplanares que equidistan de un punto fijo denominado centro.



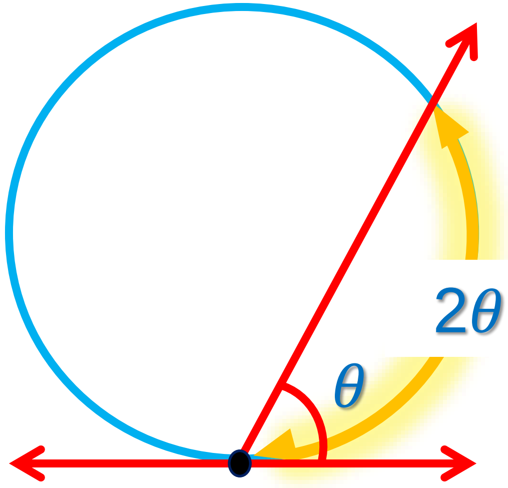
- O : Centro
- $\overline{OA}$: Radio
- $\overline{PQ}$: Cuerda
- $\overline{BC}$: Diámetro
- $\overset{\frown}{AQ}$: Arco
- $\overline{EF}$: Flecha
- $\overleftrightarrow{L_1}$: Recta secante
- $\overleftrightarrow{L_2}$: Recta tangente
- T : Punto de tangencia

Ángulos asociados a la circunferencia

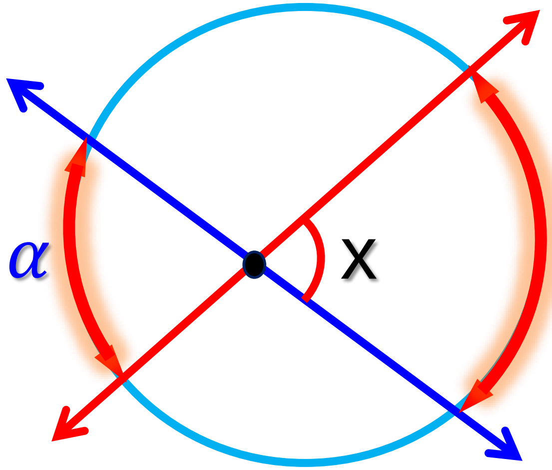
Ángulo central



Ángulo seminscrito

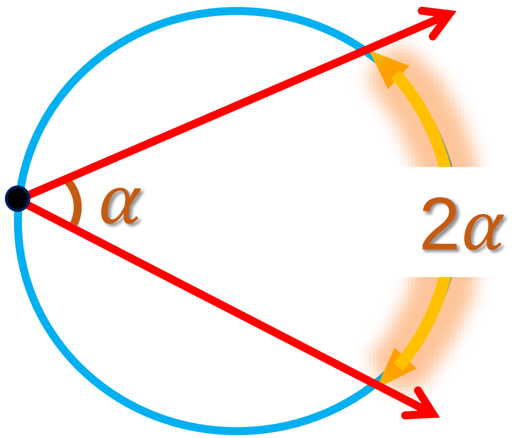


Ángulo interior

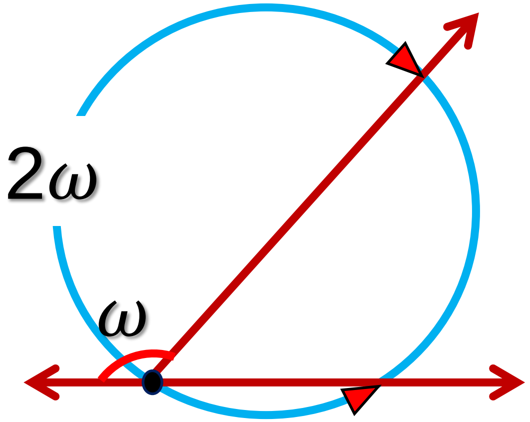


$$\boxed{x = \frac{\alpha + \beta}{2}}$$

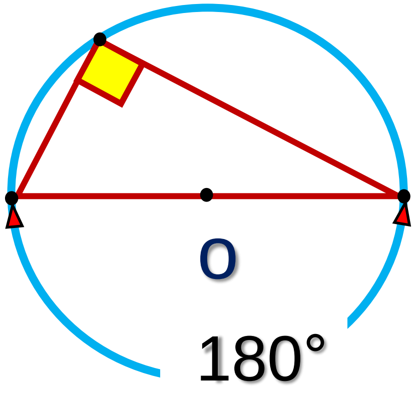
Ángulo inscrito



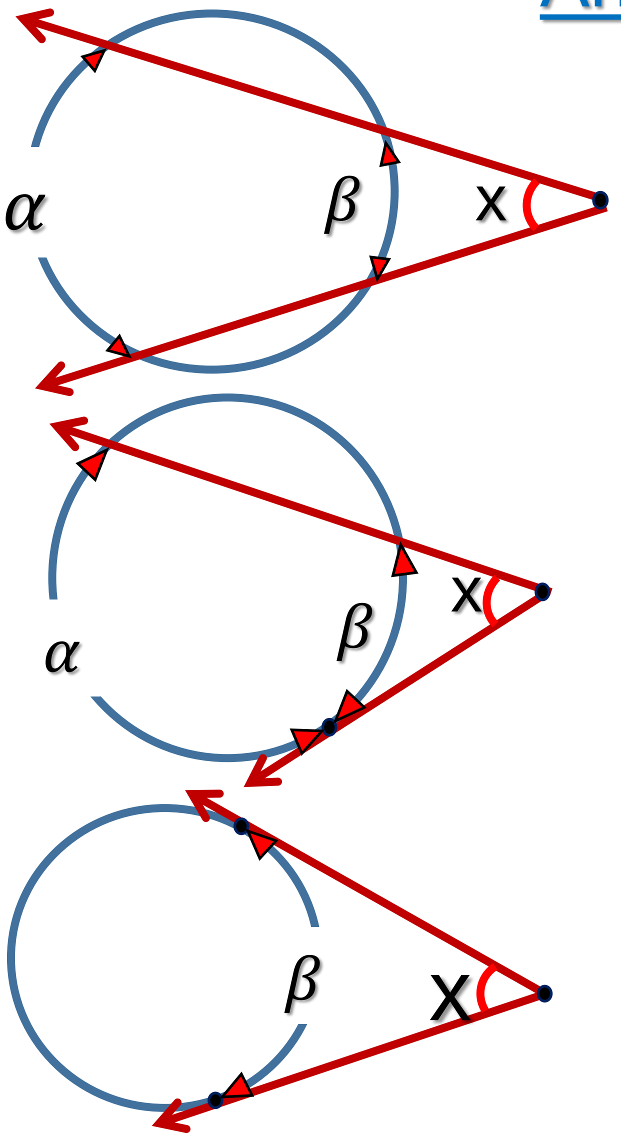
Ángulo exinscrito



Teorema



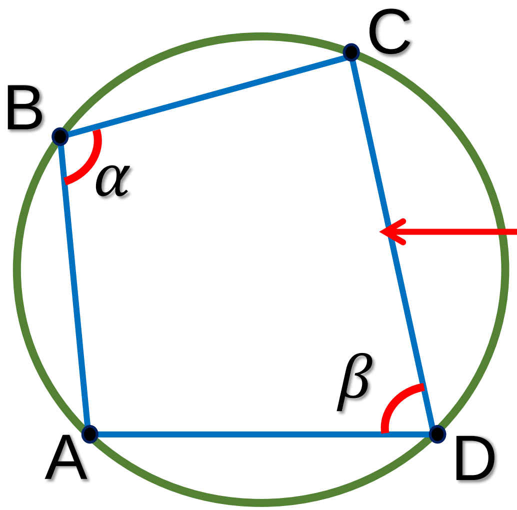
Ángulo exterior



$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

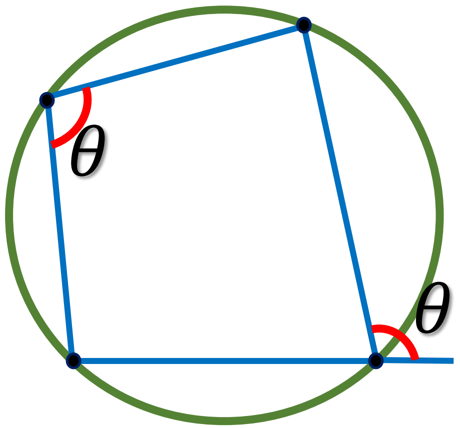
$$x + \beta = 180°$$

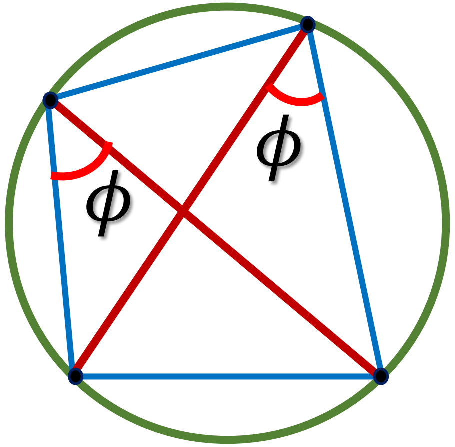
Cuadriláteros inscritos en una circunferencia



ABCD: ▯ inscrito

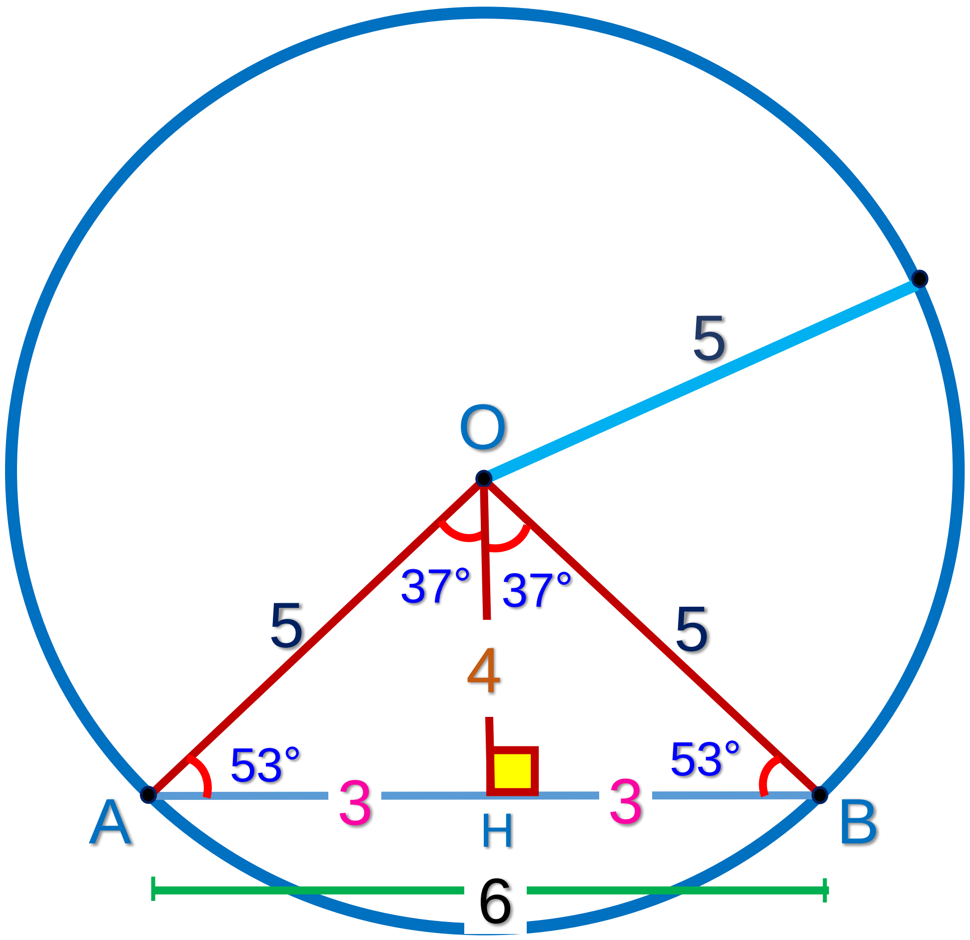
$$\alpha + \beta = 180°$$



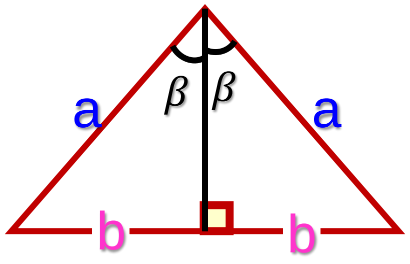


1. En una circunferencia de centro O y radio 5, se tiene una cuerda $\overline{AB}$ de longitud 6. Halle la medida del menor $\overset{\frown}{AB}$.

RESOLUCIÓN

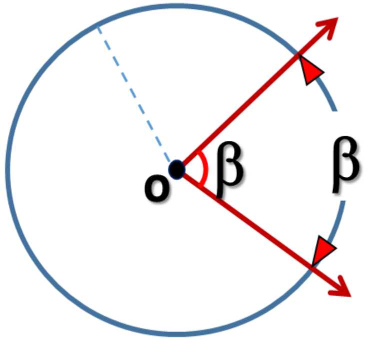


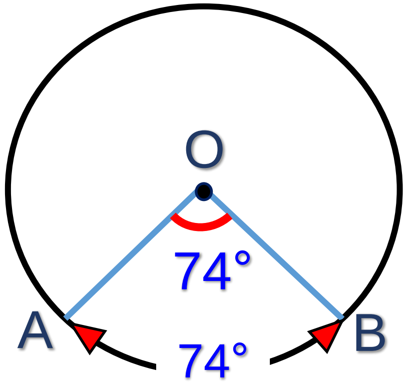
- Piden: la m $\overset{\frown}{AB}$
- Se traza los radios $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$
- Δ AOB: (isósceles)



- ⊿ AHO y ⊿ OHB (37° - 53°)
- Aplicamos el teorema

Ángulo central

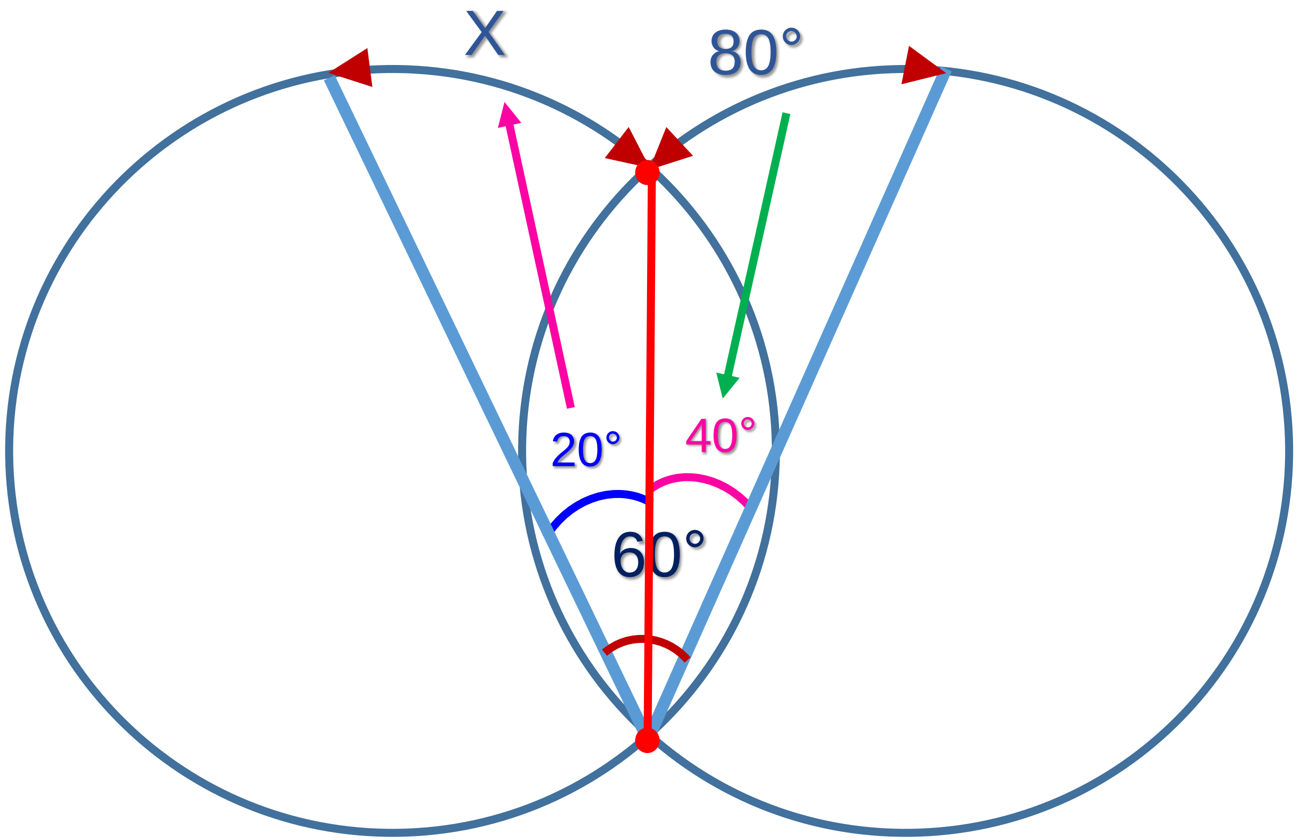




$\therefore m\overset{\frown}{AB} = 74°$

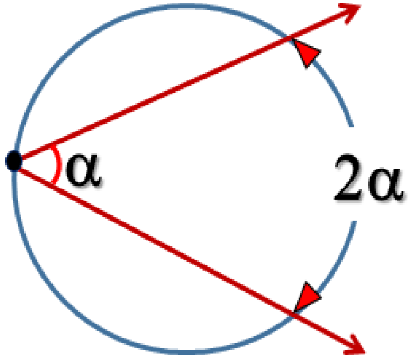
2. En la figura, halle el valor de x.

RESOLUCIÓN



- Piden: el valor de x
- Se traza la cuerda común
- Aplicamos el teorema

Ángulo inscrito

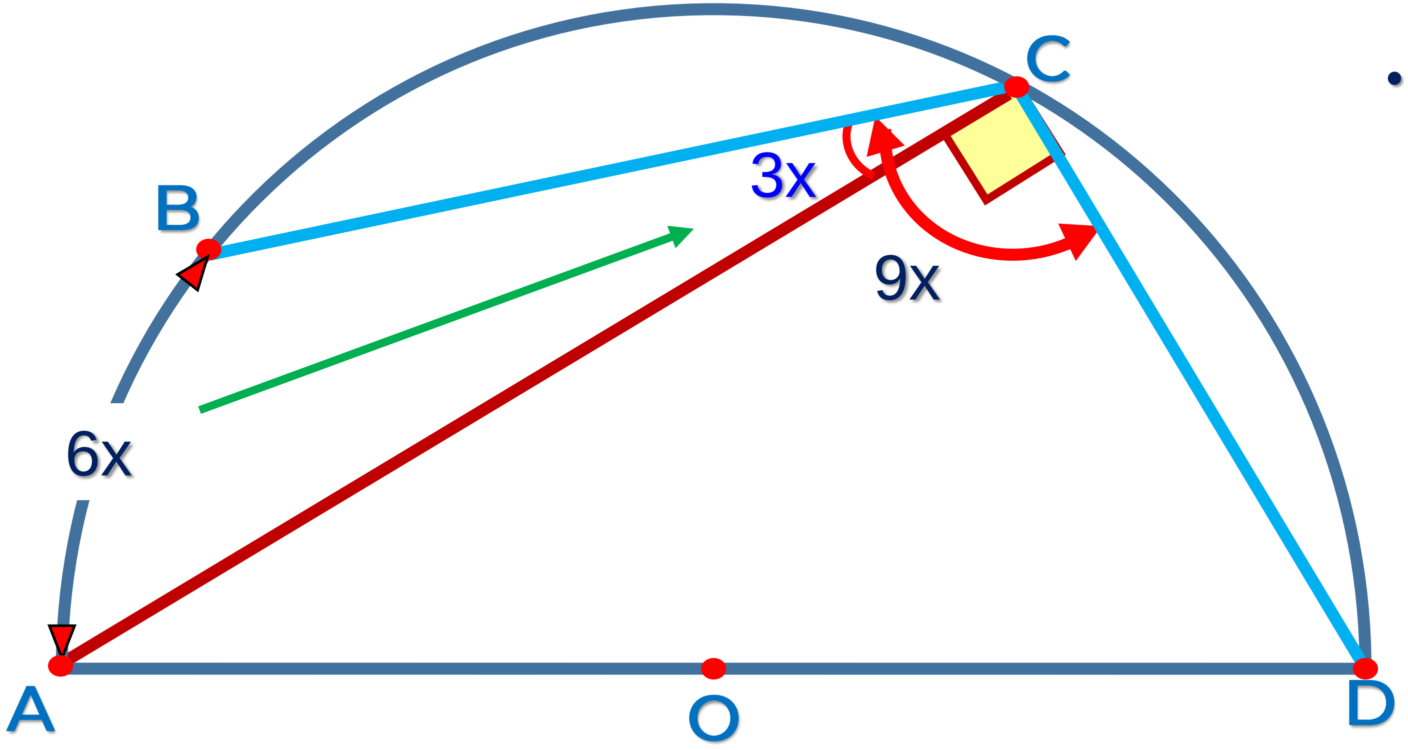


$x = 2\ (20°)$

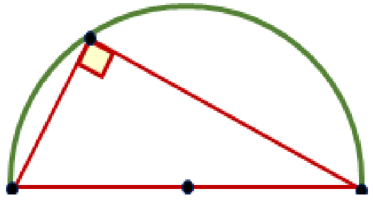
$\therefore\ x = 40°$

3. Halle el valor de x, si O es centro.

RESOLUCIÓN

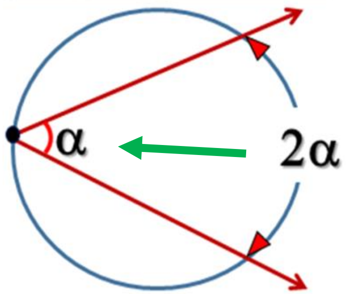


- Piden: el valor de x



- Se traza $\overline{AC}$
- Aplicamos el teorema

Ángulo inscrito



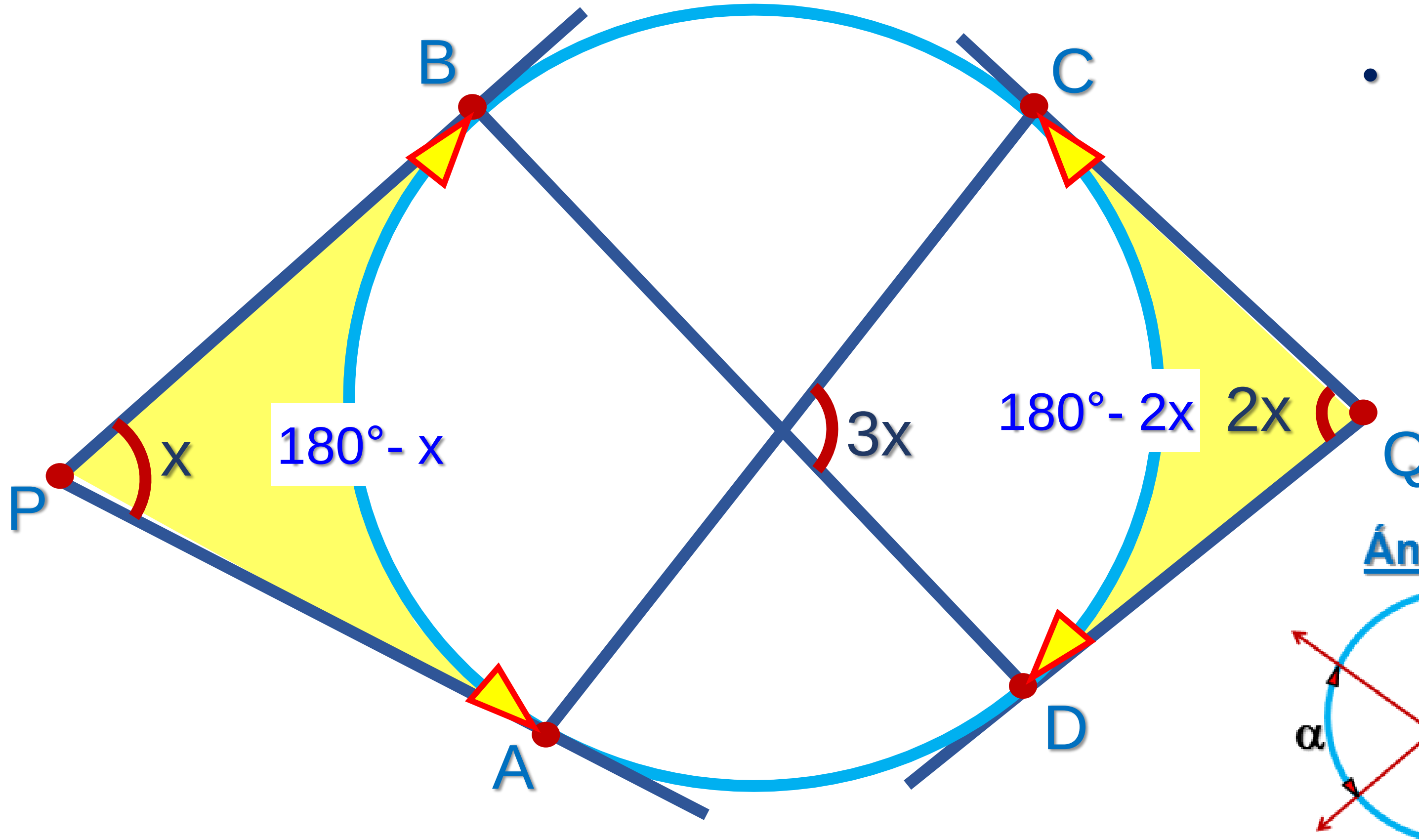
$3x + 90° = 9x$

$90° = 6x$

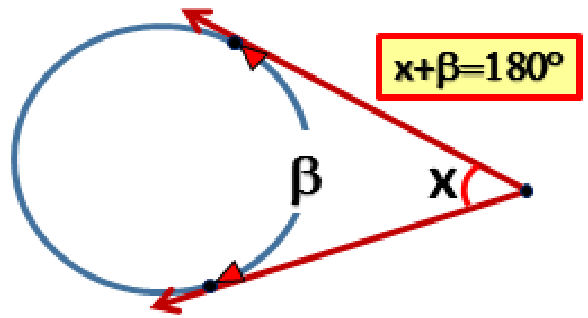
$\therefore \quad X = 15°$

4. Halle el valor de x si A, B, C y D son puntos de tangencia.

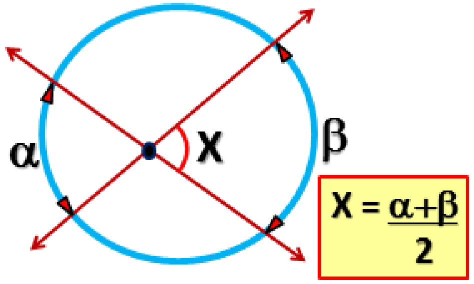
RESOLUCIÓN



- Piden: el valor de x
- Aplicamos el teorema



Ángulo interior



$$3x = \frac{180° - x + 180° - 2x}{2}$$

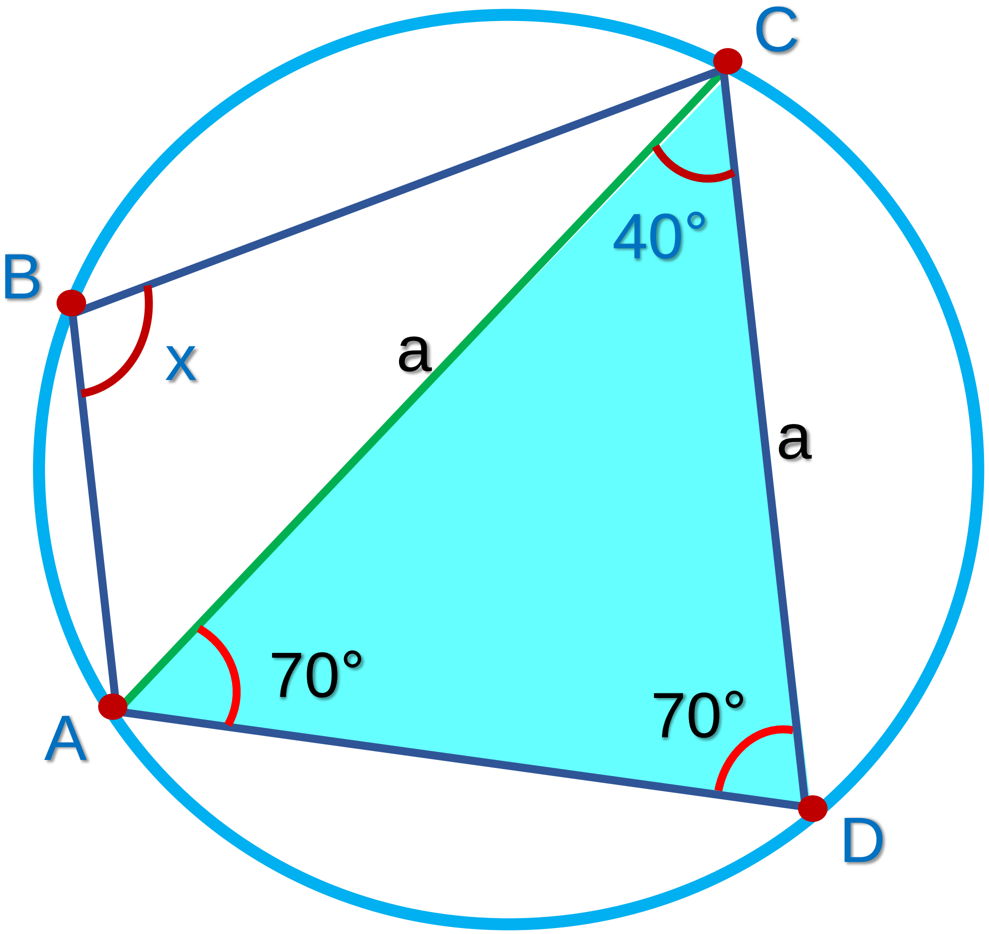
$$6x = 360° - 3x$$

$$9x = 360°$$

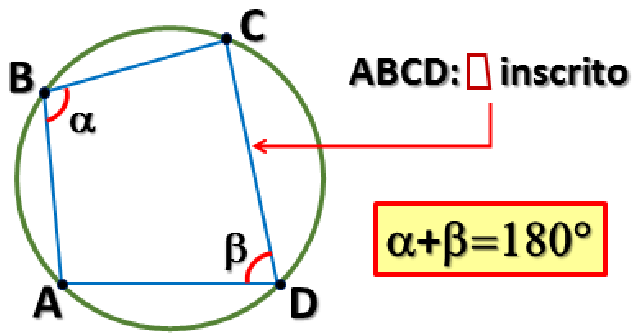
$$\therefore x = 40°$$

5. En una circunferencia se inscribe un cuadrilátero ABCD, tal que AC = CD y m∡ACD = 40°. Halle m∡ABC.

RESOLUCIÓN



- Piden: la m∡ABC = x
- Δ ACD: Isósceles
- Aplicamos el teorema



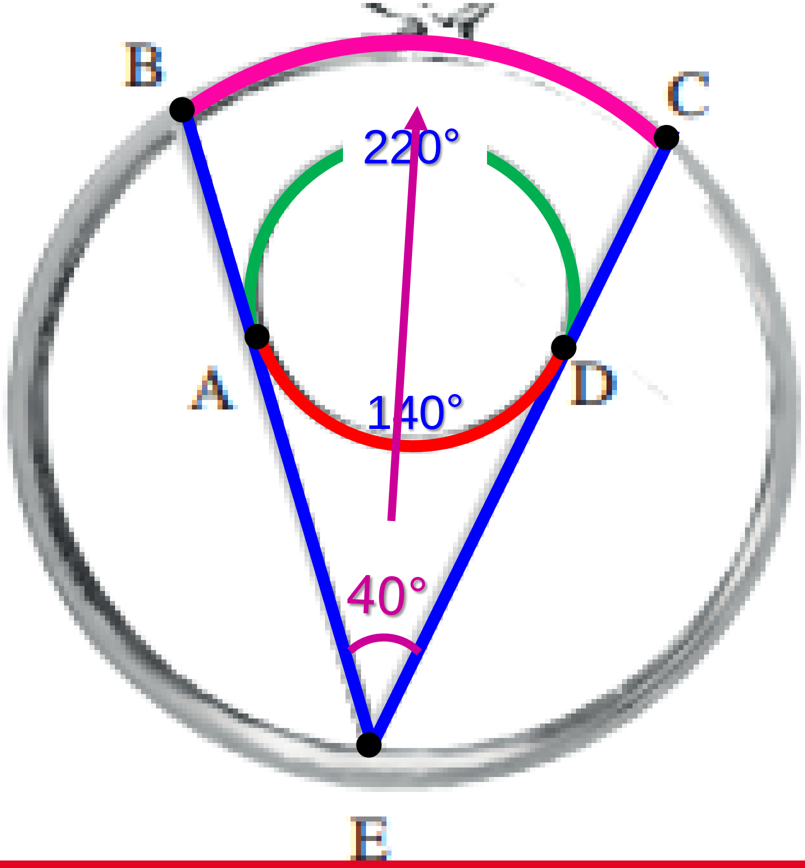
$\boxed{\alpha+\beta=180°}$

$x + 70° = 180°$

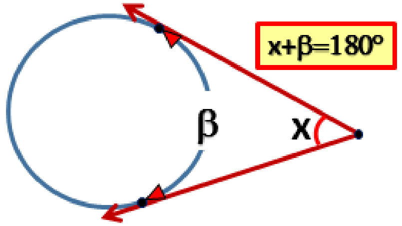
$\boxed{\therefore\ x = 110°}$

6. En la figura se muestra el diseño de unos pendientes (aretes), que serán construidos de metal. El cual consta de dos aros en forma de circunferencias y dos partes rectilíneas representados por los segmentos $\overline{BE}$ y $\overline{CE}$, tangentes al aro menor en los puntos A y D. Si m $\overset{\frown}{AD}$=220°; halle la m $\overset{\frown}{BC}$.

RESOLUCIÓN

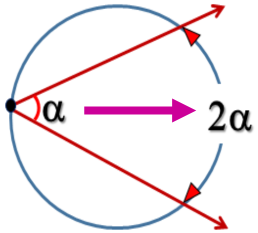


- Piden: la m $\overset{\frown}{BC}$
- Dato: m $\overset{\frown}{AD}_{\text{mayor}}$ = 220° ⟹ m $\overset{\frown}{AD}_{\text{menor}}$ = 140°
- Aplicamos el teorema



m ∢ AED = 40°

Ángulo inscrito

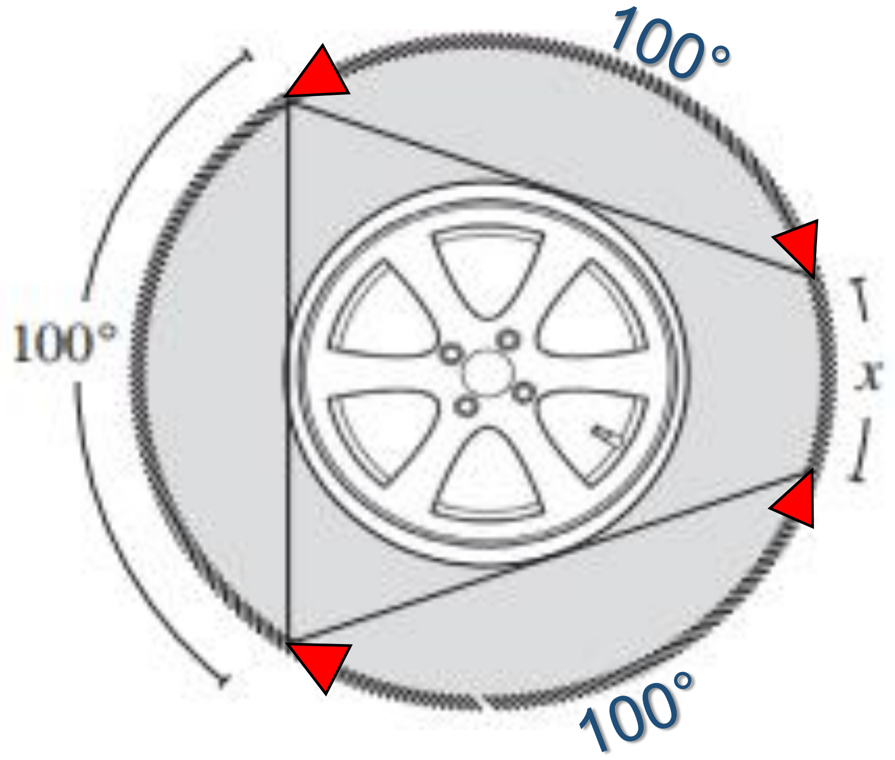


m $\overset{\frown}{BC}$ = 2 (40°)

$\boxed{\therefore\ m\ \overset{\frown}{BC} = 80°}$

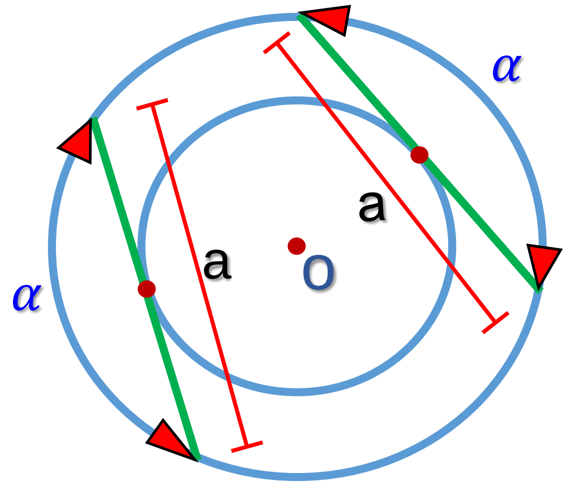
7. En la figura se muestra una llanta. Halle el valor de x, si las cuerdas son tangentes a la circunferencia menor.

RESOLUCIÓN



- Piden: el valor de x
- Aplicamos teorema

Circunferencias concéntricas



- En la circunferencia

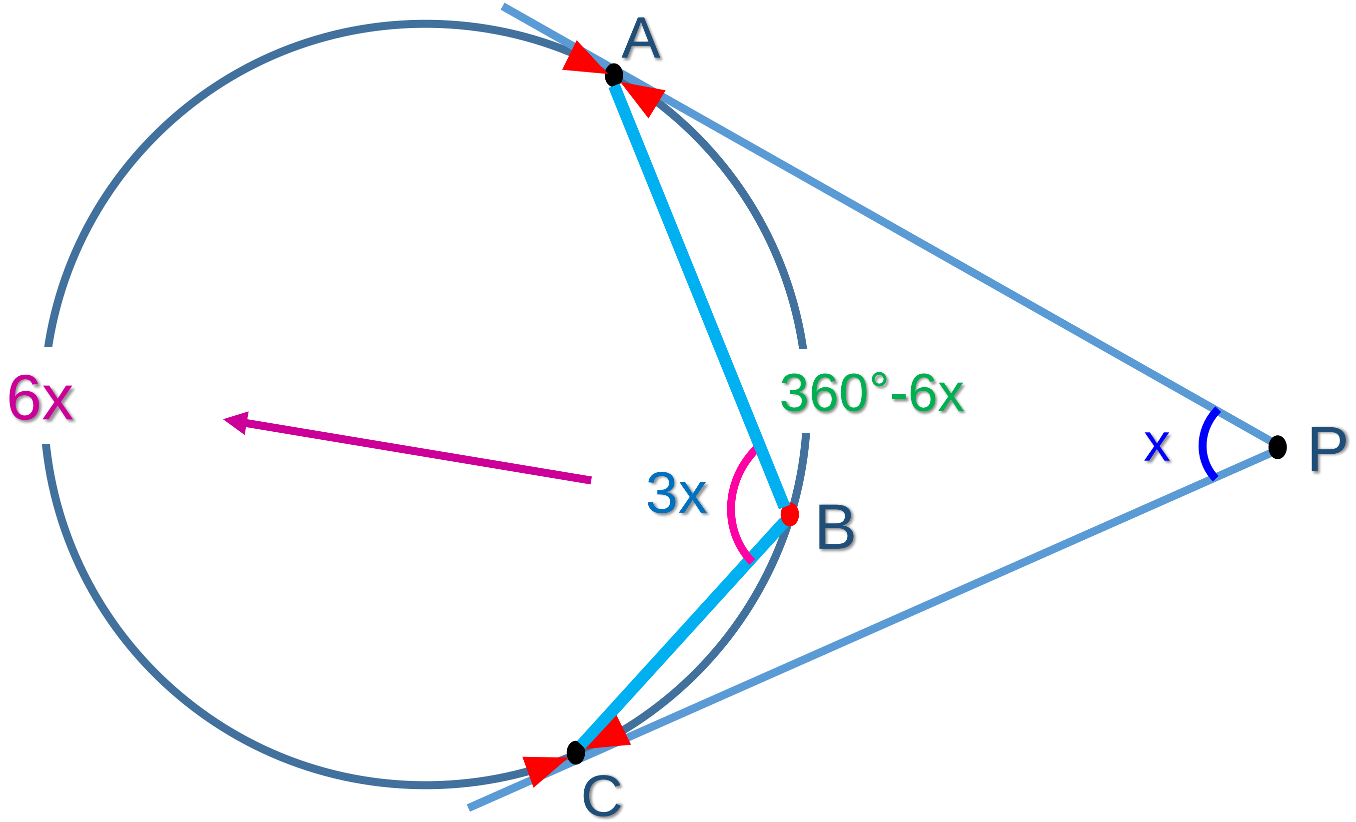
$$100° + 100° + 100° + x = 360°$$

$$300° + x = 360°$$

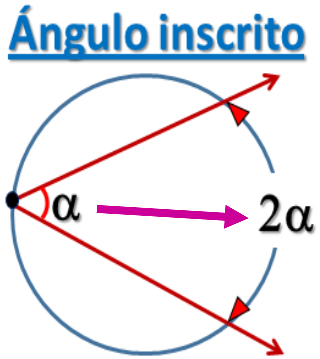
$$\boxed{x = 60°}$$

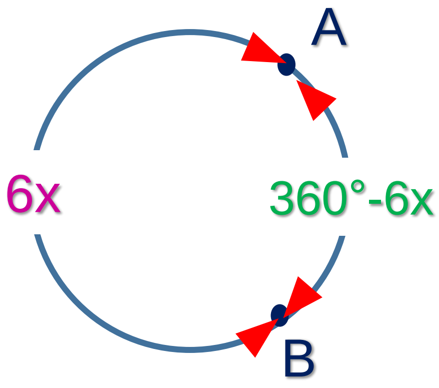
3. Desde un punto P, exterior a una circunferencia, se trazan las tangentes $\overline{PA}$ y $\overline{PC}$. Luego en el menor $\overset{\frown}{AC}$ se ubica el punto B, tal que m∡ABC = 3x y m∡APC = x. Halle el valor de x.

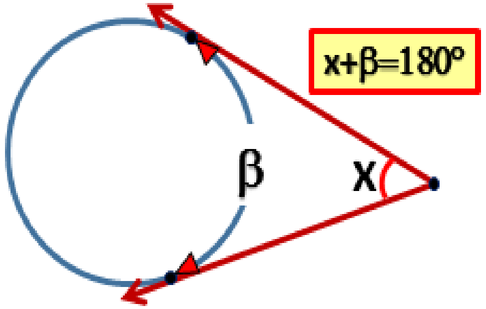
RESOLUCIÓN



- Piden: el valor de x
- Aplicamos el teorema







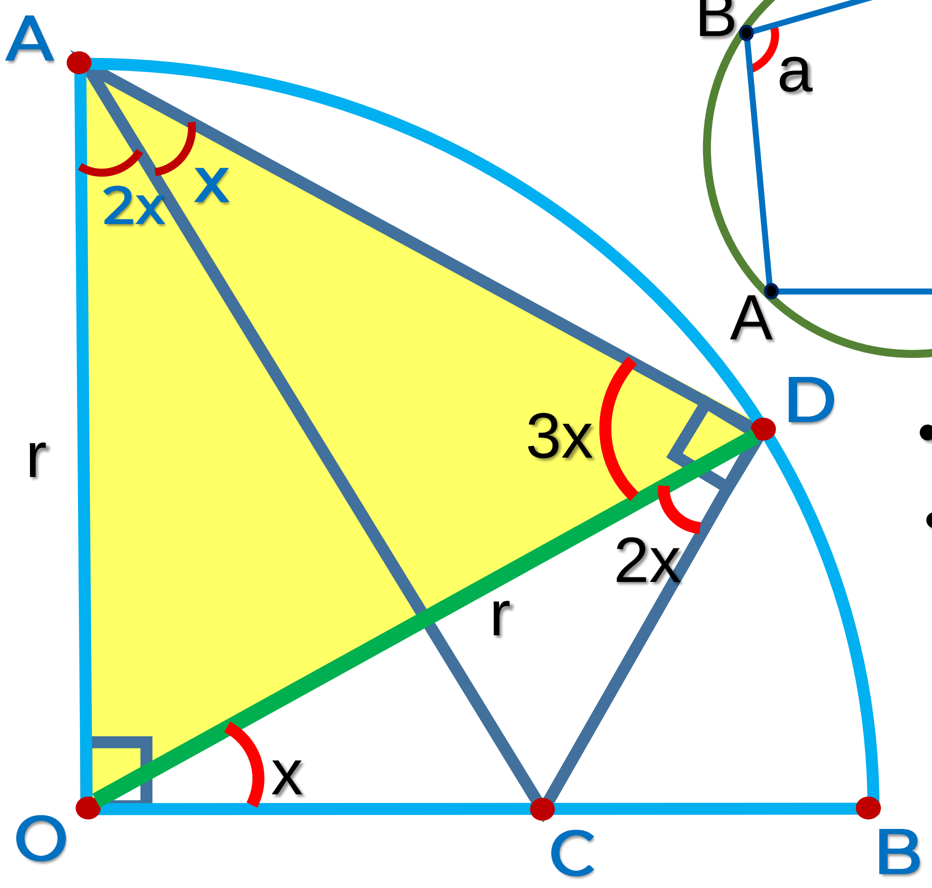
$360° - 6x + x = 180°$

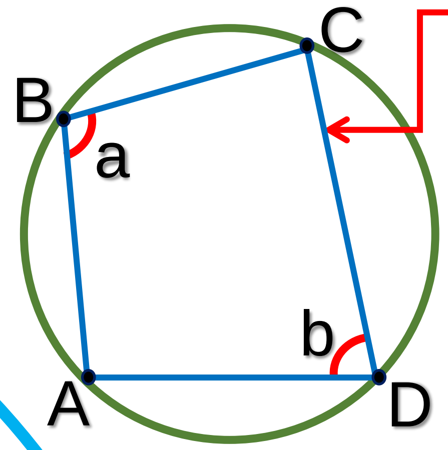
$360° - 5x = 180°$

$180° = 5x$

$\boxed{\therefore\ X = 36°}$

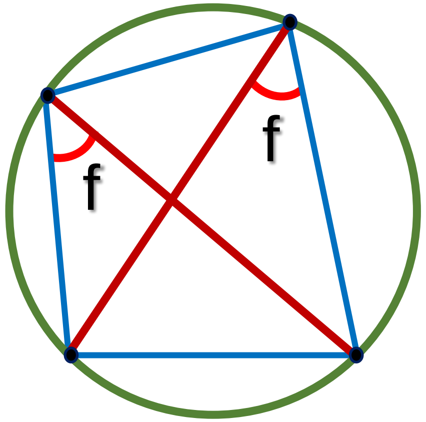
7. Halle el valor de x si O es centro.





ABCD: inscriptible

$a + b = 180°$



- OADC: Inscriptible
- $\triangle$AOD: Isósceles

$$3x + 2x = 90°$$

$$5x = 90°$$

$$\boxed{x = 18°}$$