

# ALGEBRA

## Chapter 3

**4th**  
SECONDARY

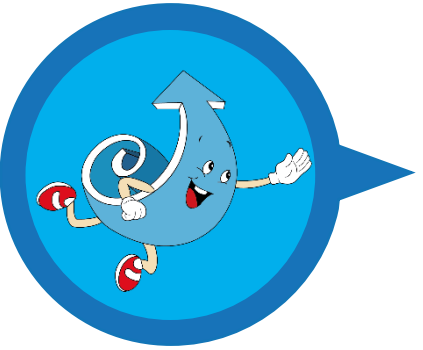
**Remarkable Products II**



 **SACO OLIVEROS**

# HELICO MOTIVATING

---



¿Puedes multiplicar mentalmente el siguiente polinomio y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

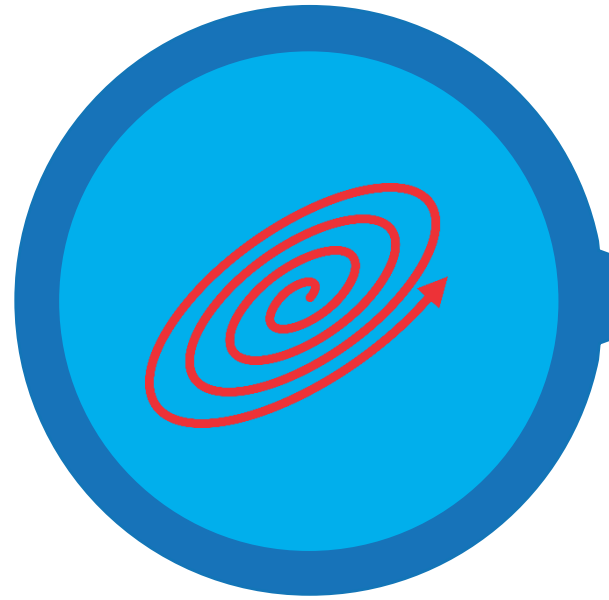
$$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Rpta.  $a^3 + b^3$

# HELICO THEORY

## CHAPTER 03

---



## ¿QUÉ SON PRODUCTOS NOTABLES?

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.

# 1 IDENTIDAD DE STEVEN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

Ejemplo:

$$(x + 5)(x + 7) = x^2 + (5 + 7)x + 5 \cdot 7$$

$$(x + 5)(x + 7) = x^2 + 12x + 35$$

Ejemplo:

$$(x - 6)(x + 9) = x^2 + (9 - 6)x - 6 \cdot 9$$

$$(x - 6)(x + 9) = x^2 + 3x - 54$$

## 2

## DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo:

$$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$$

$$(x^3 + 7)(x^3 - 7) = (x^3)^2 - 7^2 = x^6 - 49$$

## 3

## SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

Ejemplo:

$$(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$$



4

## IDENTIDADES CONDICIONALES

$$\textit{Si } a + b + c = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

# HELICO PRACTICE

CHAPTER 03

---

1. Si:  $x^2 + 9x = -10$ ,

reduzca

$$M = (x + 5)(x + 2)(x + 4)(x + 7)$$

### Resolución

Desarrollando la expresión de **M**

$$M = (x + 5)(x + 2)(x + 4)(x + 7)$$

$$M = (\underbrace{x^2 + 9x}_{-10} + 20)(\underbrace{x^2 + 9x}_{-10} + 14)$$

$$M = (-10 + 20)(-10 + 14)$$

$$M = (10)(4)$$

$$M = 40$$

Recordar la Identidad de Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Rpta: **40**

2. Efectúe:

$$P = \sqrt[4]{2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

### Resolución

Aplicando la Diferencia de Cuadrados

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3-1)(3+1)}_{=3^2-1}(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^2-1)(3^2+1)}_{=3^4-1}(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^4-1)(3^4+1)}_{=3^8-1}(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^8-1)(3^8+1)}_{=3^{16}-1}+1}$$

$$P = \sqrt[4]{3^{16} - \cancel{1} + \cancel{1}}$$

### Recordando Diferencia de Cuadrados

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Rightarrow P = \sqrt[4]{3^{16}}$$

$$P = 3^4 = 81$$

Rpta: 81

**3.** Dé el valor de:

$$E = (x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) + 1$$

si:  $x = \sqrt[6]{3}$

**Resolución**

Agrupando convenientemente en

$$E = \underbrace{(x + 1)(x - 1)}_{x^2 - 1} \underbrace{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}_{x^4 + x^2 + 1} + 1$$

$$E = \underbrace{(x^3 + 1)(x^3 - 1)}_{x^6 - 1} + 1$$

$$E = x^6 - 1 + 1$$

$$E = x^6$$

**Recordar la Suma y Diferencia de cubos**

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Reemplazando  $x = \sqrt[6]{3}$  en E:

$$E = \cancel{\sqrt[6]{3}}^6$$

$$E = 3$$

Rpta: 3

4. Si:  $x + y + z = 0 \quad \wedge \quad xyz = 8$

Reduzca:

$$P = xy(x + y)^4 + yz(y + z)^4 + xz(x + z)^4$$

**Resolución**

Del dato  $x + y + z = 0$ , despejando

$$\Rightarrow x + y = -z$$

$$\Rightarrow x + z = -y$$

$$\Rightarrow y + z = -x$$

Reemplazando en **P**

$$P = xy(-z)^4 + yz(-x)^4 + xz(-y)^4$$

$$P = xyz^4 + yzx^4 + xzy^4$$

Recordar las Identidades Condicionales

Si:  $a + b + c = 0$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Transformando la expresión de **P** en

$$P = xyz(z^3 + x^3 + y^3)$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$P = \underbrace{xyz}_{=8}(\underbrace{3xyz}_{=24})$$

$$P = 8 \cdot (3 \cdot 8)$$

$$P = 192$$

Rpta: **192**

5. Si:  $a = 2\sqrt{2} - 1$ ,  $b = 1 - \sqrt{2}$ ,  $c = -\sqrt{2}$   
 reduzca:

$$T = \left( \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \right) \left( \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + ac + bc} \right)$$

### Resolución

Sumando  $a$ ,  $b$  y  $c$

$$a + b + c = 0$$

Por Identidades Condicionales en T

$$T = \left( \frac{\cancel{3abc}}{\cancel{abc}} \right) \left( \frac{-2(\cancel{ab + ac + bc})}{\cancel{ab + ac + bc}} \right)$$

$$T = (3)(-2)$$

$$T = -6$$

Recordar las Identidades Condicionales

$$\text{Si: } a + b + c = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Rpta: -6

6. La entrada al parque de las leyendas por cada persona cuesta S/.  $(x + 3)$ . Si en total asistieron  $(x^2 - 3x + 9)$  personas y recaudó S/. 1027, ¿Cuántas personas fueron al Parque de las Leyendas?

### Resolución

Datos:

Precio de Entrada:  $(x + 3)$  soles

Nº de asistentes:  $(x^2 - 3x + 9)$

Recaudación total en soles:

$$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 1\,027$$

Por suma de cubos:

$$x^3 + 27 = 1\,027$$

$$x^3 = 1\,000 \rightarrow x = 10$$

El Nº de Personas que fueron al parque:

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 9 &= (10)^2 - 3(10) + 9 \\ &= 100 - 30 + 9 \\ &= 79 \end{aligned}$$

Rpta: Fueron 79 personas al parque



7. El alumno José Luis, gasta “4Q” soles en comprarse 20 empanadas, si  $a + b + c = 0$ , reduzca:

$$Q = \frac{(a+b)^3 + (b+c)^3 + (a+c)^3 + 18abc}{5abc}$$

¿Cuánto pagó por las 20 empanadas?

### Resolución

Del dato  $a + b + c = 0$  despejando

$$\Rightarrow a + b = -c$$

$$\Rightarrow a + c = -b$$

$$\Rightarrow b + c = -a$$

Reemplazando en Q

$$Q = \frac{(-c)^3 + (-a)^3 + (-b)^3 + 18abc}{5abc}$$

$$Q = \frac{-c^3 - a^3 - b^3 + 18abc}{5abc}$$

$$Q = \frac{-(c^3 + a^3 + b^3) + 18abc}{5abc}$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$Q = \frac{-(3abc) + 18abc}{5abc} = \frac{\cancel{15abc}^3}{\cancel{5abc}_1} = 3$$

$$\rightarrow 4Q = 12$$

**Rpta:** Pagó 12 soles por las 20 empanadas