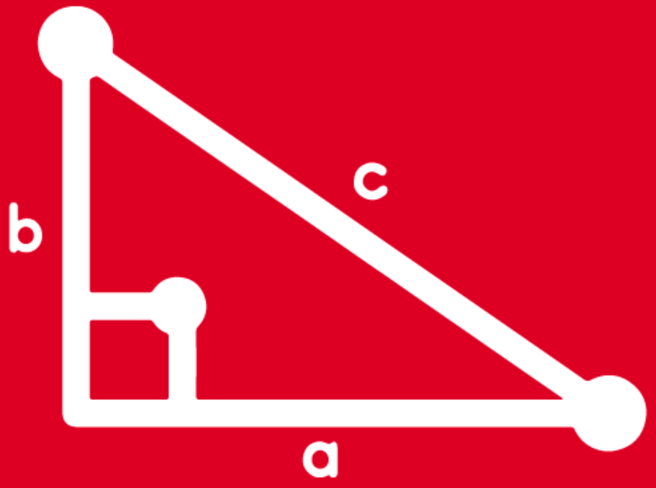
TRIGONOMETRY

Chapter 5

2nd
SECONDARY



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS II

SACO OLIVEROS

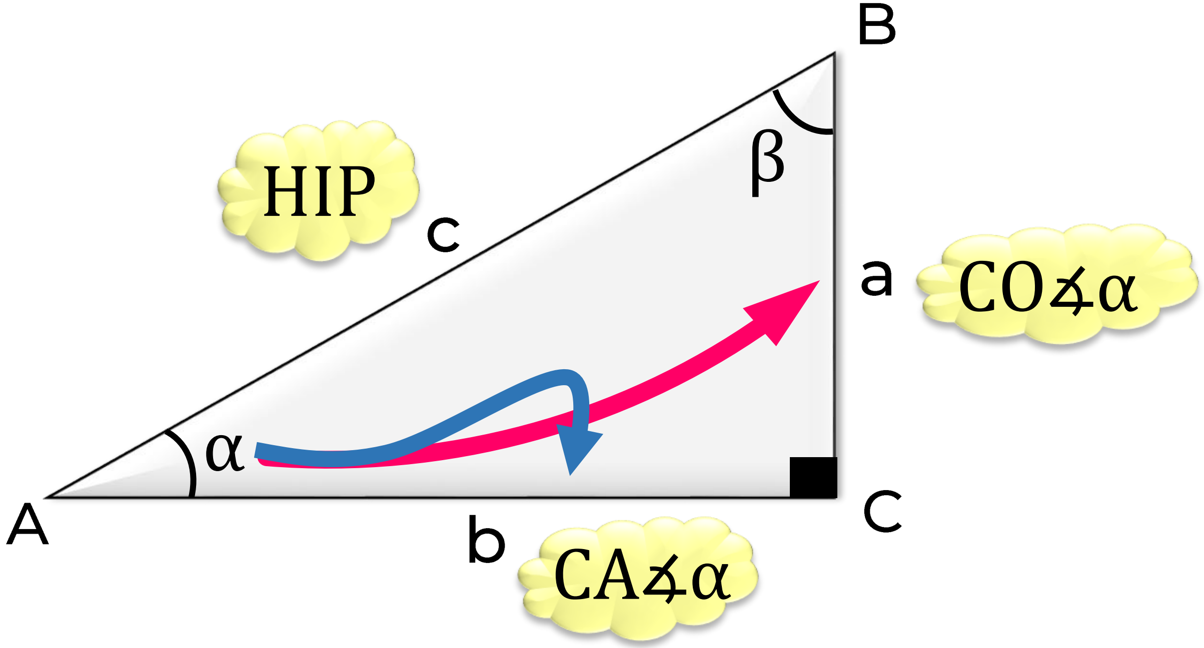
MOTIVATING STRATEGY

HELICO THEORY

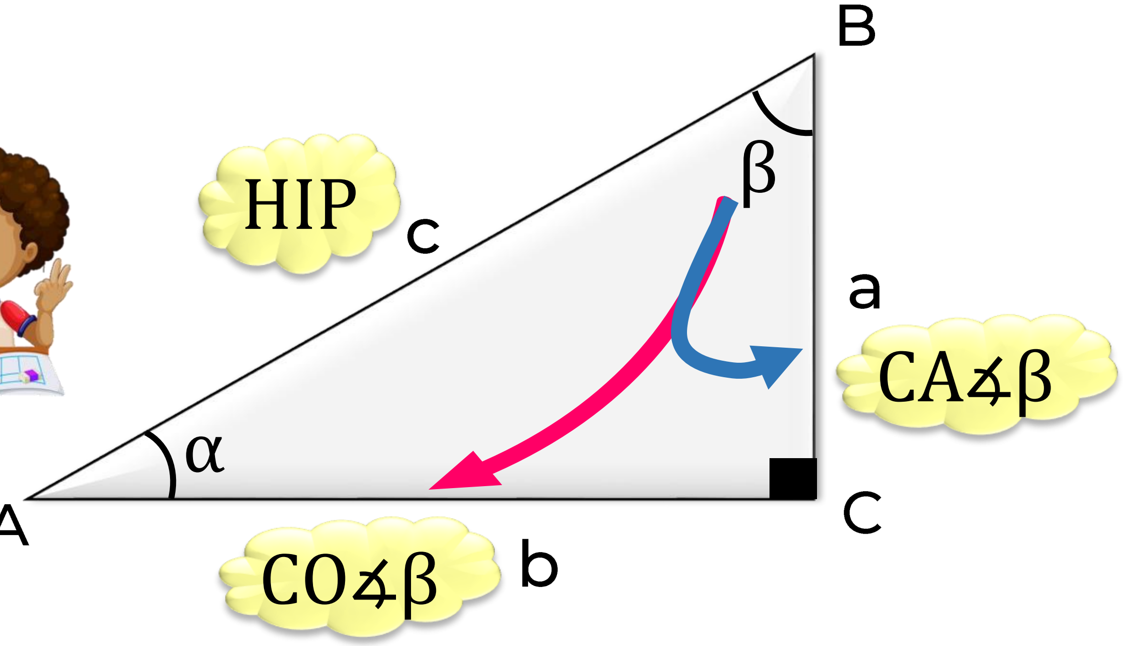
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS II

I) Para el estudio de las razones trigonométricas es necesario establecer correctamente la posición relativa de los catetos.

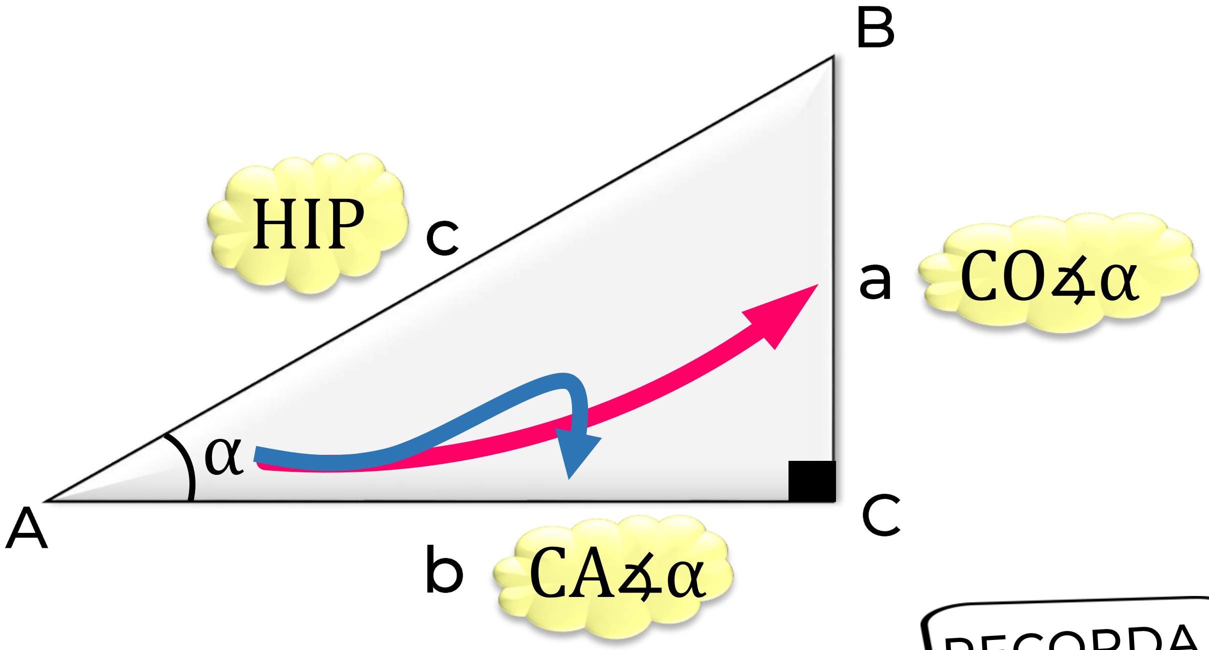
Con respecto al ∡α



Con respecto al ∡β



II) Es el cociente que se establece entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con respecto a un ángulo agudo.



Con respecto al ∡α

$$\cot\alpha = \frac{\text{cateto adyacente al } \measuredangle\alpha}{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}$$

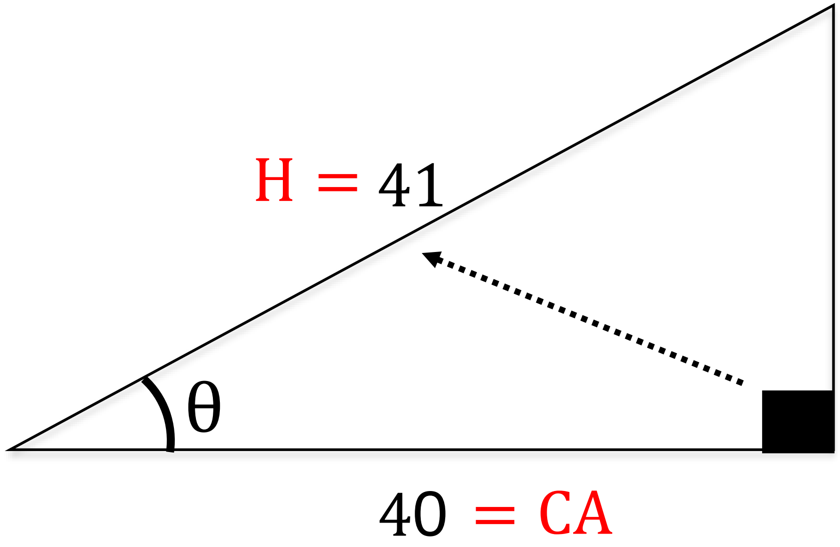
$$\sec\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente al } \measuredangle\alpha}$$

$$\csc\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}$$

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

HELICOPRACTICE 1

Del gráfico, efectúe $E = \sec\theta - 1$



$$\sec\theta = \frac{H}{CA}$$

Resolución:

No es necesario calcular el cateto opuesto.

Calculamos:

$$E = \sec\theta - 1$$

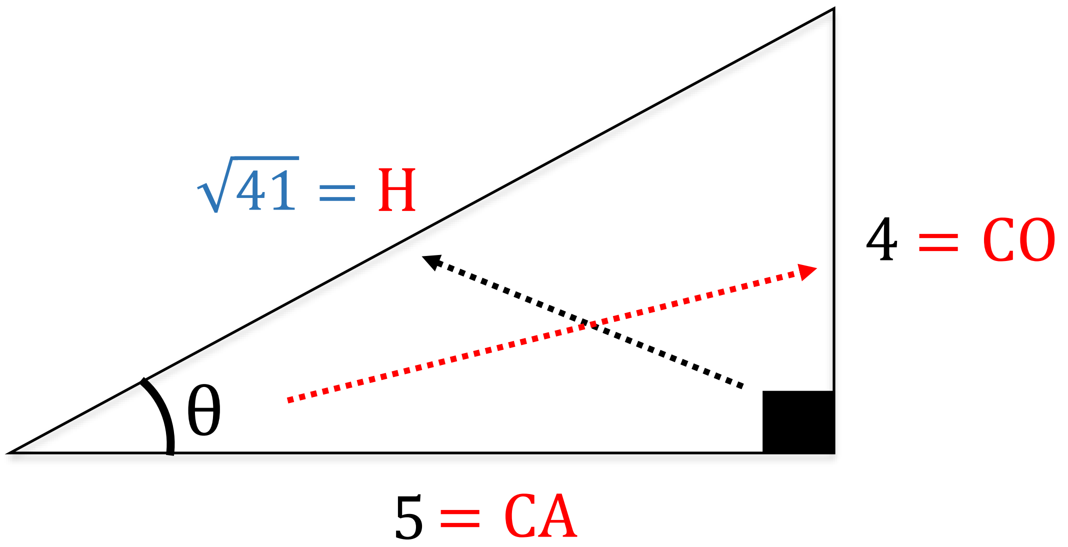
$$E = \frac{41}{40} - \frac{1}{1}$$

$$E = \frac{41 - 40}{40}$$

$$\therefore E = \frac{1}{40}$$

HELICOPRACTICE 2

De la figura, efectúe $L = \csc^2\theta + \cot^2\theta$



$H^2 = CO^2 + CA^2$

$\csc\theta = \dfrac{H}{CO}$

$\cot\theta = \dfrac{CA}{CO}$

Resolución:

$$H^2 = 4^2 + 5^2$$

$$H = \sqrt{16+25} \Rightarrow H = \sqrt{41}$$

Calculamos:

$$L = \csc^2\theta + \cot^2\theta$$

$$L = \left(\frac{\sqrt{41}}{4}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$L = \frac{41}{16} + \frac{25}{16}$$

$$L = \frac{66}{16}$$

$$\boxed{\therefore L = \frac{33}{8}}$$

HELICOPRACTICE 3

Si $3\csc\alpha - 7 = 0$, donde α es un ángulo agudo, efectúe $T = \cot^2\alpha - 1$

Resolución:

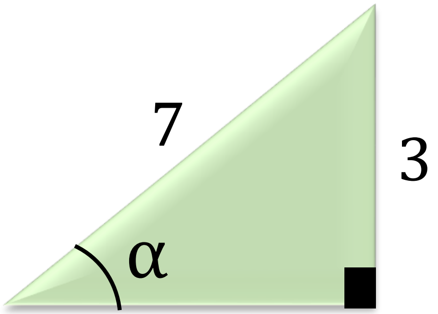
Del dato:

$$3\csc\alpha - 7 = 0$$

$$3\csc\alpha = 7 \quad \Rightarrow \quad \csc\alpha = \frac{7}{3} = \frac{H}{CO}$$

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\cot\alpha = \frac{CA}{CO}$$



$CA = \sqrt{40}$

Teorema de Pitágoras:

$$7^2 = 3^2 + CA^2$$

$$49 = 9 + CA^2$$

$$CA^2 = 40$$

$$CA = \sqrt{40}$$

Calculamos:

$$T = \cot^2\alpha - 1$$

$$T = \left(\frac{\sqrt{40}}{3}\right)^2 - 1$$

$$T = \frac{40}{9} - \frac{1}{1}$$

$$T = \frac{40 - 9}{9}$$

$$\boxed{\therefore T = \frac{31}{9}}$$

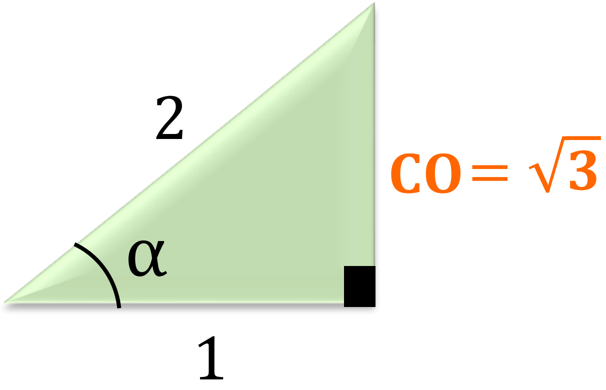
HELICOPRACTICE 4

Dado $\sec\alpha = 2$, siendo α un ángulo agudo, efectúe $M = \csc\alpha . \tan\alpha$

Resolución:

Del dato:

$$\sec\alpha = \frac{2}{1} = \frac{H}{CA}$$



Teorema de Pitágoras:

$$2^2 = CO^2 + 1^2$$

$$4 = CO^2 + 1$$

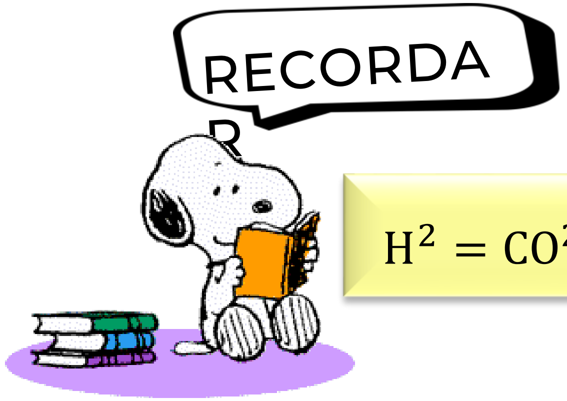
$$CO^2 = 3 \Rightarrow CO = \sqrt{3}$$

Calculamos:

$$M = \csc\alpha . \tan\alpha$$

$$M = \left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{3}}}\right)\left(\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{1}\right)$$

$$\boxed{\therefore M = 2}$$



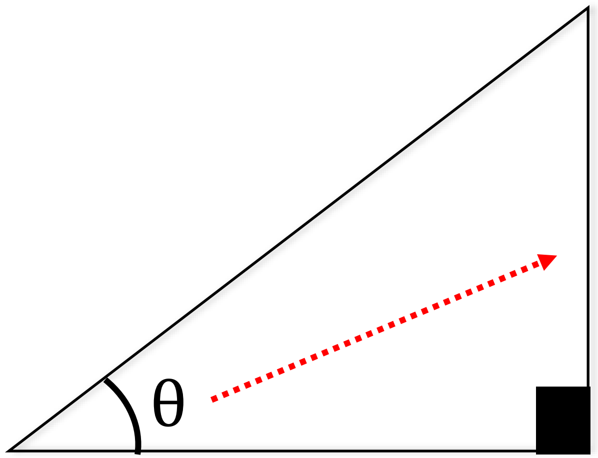
$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\csc\alpha = \frac{H}{CO}$$

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$$

HELICOPRACTICE 5

Del gráfico, calcule el valor de x si $\cot\theta = \frac{5}{3}$



$$\cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

Resolución:

Del dato: $\cot\theta = \frac{5}{3}$ ....(1)

Del gráfico, se observa

$$\cot\theta = \frac{4x+3}{3x} \quad ....(2)$$

Igualando (1) y (2)

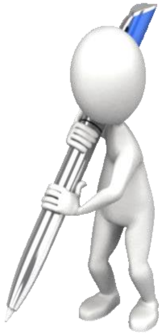
$$\frac{5}{3} = \frac{4x+3}{3x}$$

$$15x = 12x + 9$$

$$15x - 12x = 9$$

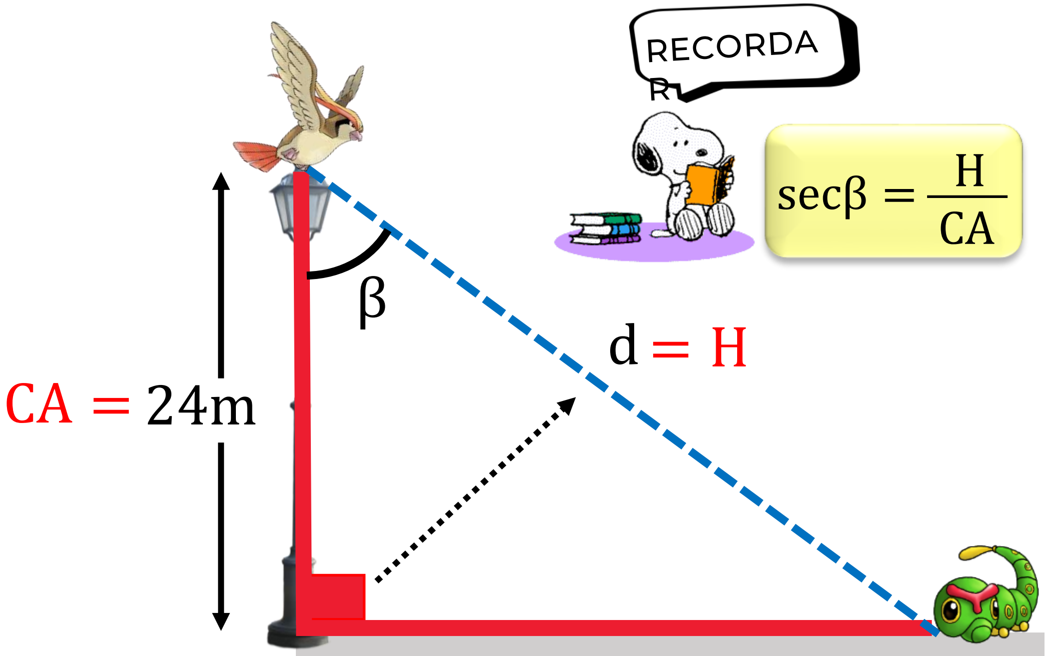
$$3x = 9$$

$$\therefore\ x = 3$$



HELICOPRACTICE 6

Un pájaro que se encuentra a 24m de altura observa un insecto y se dirige hacia él, tal como se muestra en la figura. Determine la distancia "d" entre el insecto y dicha ave. Considere $\sec\beta = \dfrac{13}{12}$



$$\sec\beta = \frac{H}{CA}$$

Resolución:

Del dato:

$$\sec\beta = \frac{13}{12} \quad .....(1)$$

Del gráfico, se observa

$$\sec\beta = \frac{d}{24} \quad .....(2)$$

Igualando (1) y (2)

$$\frac{13}{12} = \frac{d}{24} \Rightarrow d = \frac{13 \times \cancel{24}^{\,2}}{\cancel{12}_{\,1}}$$

$$\boxed{\therefore\ d = 26m}$$

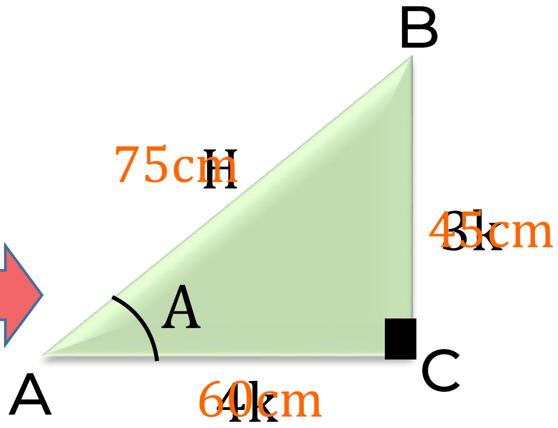
HELICOPRACTICE 7

Un constructor metálico ha diseñado una plancha en forma triangular tal como se muestra en la figura. Si la hipotenusa mide 75 cm y $\cot A = \frac{4}{3}$. Determine el perímetro de la plancha diseñada en centímetros.

Resolución:

Del enunciado:

$$\cot A = \frac{4k}{3k} = \frac{CA}{CO}$$



$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

Teorema de Pitágoras:

$$(H)^2 = (3k)^2 + (4k)^2$$

$$(H)^2 = 9k^2 + 16k^2$$

$$(H)^2 = 25k^2$$

$$\Rightarrow \mathbf{H = 5k}$$

Del dato:

$$H = 75cm$$

$$5k = 75cm$$

$$\mathbf{k = 15cm}$$

Calculamos el perímetro del triangulo rectángulo:

$$2p = 45cm + 60cm + 75cm$$

$$\boxed{\therefore 2p = 180 \text{ cm}}$$