ALGEBRA

Volume 2

4th
SECONDARY

Retroalimentación

SACO OLIVEROS

1. Calcule el término independiente del cociente :

$$\frac{12x^4 + x^3 - 24 - 12x}{4x^2 - x - 5}$$

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

Resolución

4	12	1	0	-12	-24
1		3	15		
5		4	1	5	
			16	4	20
	3	1	4	-3	-4

$q(x)$ $R(x)$

$$q(x) = 3x^2 + x + 4$$

$$R(x) = -3x - 4$$

Nos piden

$$\boxed{T.I(Q(x)) = 4}$$

2. En la división algebraica, el término independiente del cociente es -10. Calcule el grado del dividendo:

$$\frac{x^{n-1}-(n+2)x+n+1}{x-1}$$

Resolución

1° Multiplicar

2° Sumar

$\mathbf{x-1=0}$

	1	0	0 … … 0	$-n-2$	$n+1$
$x=1$		1	1……. 1	1	$-n-1$
	1	1	1…… 1	$-n-1$	0

$$-n-1=-10$$

$$n=9$$

Nos piden

$\boxed{8}$

3. Si la división

$$\frac{a^2x^4 + 5ax^3 - 14x^2 + a^3x - 9}{ax^2 - 2x - 3}$$

es exacta, Calcule: $a + 9a^{-1} + 1$

Resolución

$:$		$+$			
a	a^2	$5a$	-14	a^3	-9
2		$2a$	$3a$		
3 X		$7a$	14	21	
X			$3a$	6	9
	a	7	3	0	0

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

$a^3 + 21 + 6 = 0$

$a = -3$

Nos piden

$-3 + (-3) + 1$

$\boxed{-5}$

4. Obtenga el residuo de:

$$\frac{(x-5)(x+2)(x+1)(x-4)+1}{x^2-3x-12}$$

Resolución

$$\frac{(x^2-3x-10)(x^2-3x-4)+1}{x^2-3x-12}$$

$$\boxed{x^2-3x-12=0} \Rightarrow \boxed{x^2-3x=12}$$

$$(12-10)(12-4)+1$$

$$(2)(8)+1$$

$$16+1$$

Nos piden

$$\boxed{R(x)=17}$$

5. Obtenga el residuo de:

$$\frac{(x+1)^{2^{2011}}+x^{2^{2011}}-3x+1}{x^2+x}$$

Resolución

Por el Algoritmo de la División

$$\boxed{D(x)=d(x).q(x)+r(x)}$$

$$(x+1)^{2^{2011}}+x^{2^{2011}}-3x+1=\underbrace{(x^2+x)}^{2°}q(x)+\underbrace{r(x)}^{1°}$$

$$\boxed{(x+1)^{2^{2011}}+x^{2^{2011}}-3x+1=(x^2+x)q(x)+ax+b}$$

Evaluamos para x = 0 $\Rightarrow$ $\boxed{2=b}$

Evaluamos para x = -1 $\Rightarrow$ $5=-1a+2$ $\Rightarrow$ $\boxed{-3=a}$

Nos piden

$$\boxed{R(x)=-3x+2}$$

6. Que valor debe tomar *p.q* en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $3x+4$:

$$\frac{x^4+px^2+q}{x^2+x+1}$$

Resolución

Por el Teorema del Resto

$$\boxed{x^2+x+1=0}$$

Obs: $x^2=-x-1$

Aplicando un artificio

$$\underline{(x-1)(x^2+x+1)}=0(x-1)$$

$$x^3-1=0 \Rightarrow \boxed{x^3=1}$$

Damos forma en el Dividendo

$$x.x^3 \quad +px^2+q$$

Reemplazando

$$x.1 \quad +p\boxed{x^2}+q$$

$$x+p(-x-1)+q$$

$$(1-p).x+(q-p)\equiv 3x+4$$

$p=-2$ $\quad$ $q=2$

Nos piden

$$\boxed{p.q=-4}$$

7. Factorice:

$$P(x) = \underline{(x+4)}\underline{(x+5)}\underline{(x-1)}\underline{(x-2)} + 9$$

Resolución

Aplicando Steven

$$P(x) = (\underline{x^2 + 3x} - 4)(\underline{x^2 + 3x} - 10) + 9$$

Cambio de Variable

$$\boxed{x^2 + 3x = m}$$

$$P(x) = (m - 4)(m - 10) + 9$$

Aplicando Steven

$$P(x) = \left(m^2 - 14m + 40\right) + 9$$

$$P(x) = \underbrace{m^2 - 14m + 49}_{\text{T.C.P}}$$

$$P(x) = (m-7)^2$$

Variable original

$$P(x) = (x^2 + 3x - 7)^2$$

$$\boxed{(x^2 + 3x - 7)^2}$$

8. El número de alumnos zurdos en el aula virtual Saco Oliveros es la cantidad de factores primos del

polinomio $P(x,y) = x^7y^{10} + 4x^6y^{11} + 4x^5y^{12}$. ¿Cuántos alumnos zurdos hay?

Resolución

Aplicando factor común

$$P(x,y) = x^5y^{10}\,\underbrace{(x^2 + 4xy + 4y^2)}_{\text{T.C.P}}$$

$$\Rightarrow \quad P(x,y) = x^5y^{10}\,(x + 2y)^2$$

N° de factores primos $= 3$

Nos piden

$$\boxed{N° \; de \; zurdos = 3}$$

9. Luego de factorizar

$$P(x) = x^9 - x^6 - x^3 + 1$$

Dar a conocer el factor primo lineal que mas se repite.

Resolución

Agrupando

$$P(x) = \underbrace{(x^9 - x^6)}_{\text{F.C.}} - (x^3 - 1)$$

$$P(x) = x^6(x^3 - 1) - (x^3 - 1)$$

Factor Polinomio común

$$P(x) = (x^3 - 1)(x^6 - 1)$$

Diferencia de Cubos

$$P(x) = (x-1)(x^2+x+1)(x^2-1)(x^4+x^2+1)$$

Observación

$$\underbrace{x^4 + x^2 + 1 + x^2}_{\text{T.C.P}} - x^2 = \underbrace{(x^2+1)^2 - x^2}_{\text{Dif. De cuadrados}}$$

$$(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

Reemplazando en P(x)

$$P(x) = (x-1)(x^2+x+1)(x^2-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

$$P(x) = (x-1)(x^2+x+1)^2(x-1)(x+1)(x^2-x+1)$$

$$P(x) = (x-1)^2(x^2+x+1)^2(x+1)(x^2-x+1)$$

$$\boxed{x - 1}$$

10. Un punto en el plano cartesiano viene dado por el par ordenado (a;b); tal que "a" representa el número

de factores de primos y "b" el numero de factores primos cúbicos en: $P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$

Encontrar la distancia desde el origen de coordenadas hasta el punto en (a:b) ubicado en el plano cartesiano.

Resolución

Agrupando

$$P(x, y) = (x^4 + xy^3) + (x^3y + y^4)$$

Factor común en cada paréntesis

$$P(x, y) = x(\underline{x^3 + y^3}) + y(\underline{x^3 + y^3})$$

Factor polinomio común

$$P(x, y) = \underline{(x^3 + y^3)}(x + y)$$

Suma de Cubos

$$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)$$

$$P(x, y) = (x + y)^2(x^2 - xy + y^2)$$

Entonces

$(a; b) = (2; 0)$ ⇒ $a = 2$ b= 0

Por lo tanto la distancia es $\boxed{2u}$