



ALGEBRA

Chapter 21

2th
SECONDARY
Session II

Desigualdades

$$a \leq x \leq b$$





CONDUCIENDO EN CARRETERAS

Un automóvil viaja por la carretera Panamericana, alrededor del kilómetro 130 de la carretera un policía suena su alarma indicándole con sus luces que se detenga.



El conductor revisa su Velocímetro el cual marcaba la siguiente velocidad.



¿Podría usted decir el motivo por el cual lo detuvieron?

Velocidad ≤ 100 Km/h



Desigualdad

Una desigualdad expresa que una cantidad real, o una expresión, es mayor, menor o igual que otra. ($<$; $>$; \leq ; \geq)

Ley de tricotomía

Dados dos números reales a y b entre ellos será posible establecer una y solo una de las siguientes relaciones:

$a > b \vee a = b \vee a < b$

Propiedades:

1	Si $a > b$ y $b > c$	$a > b > c$
2	Si $a > b$ y $m \in \mathbb{R}$	$a - m > b - m$ $a + m > b + m$
3	Si $a > b$ y $m > 0$	$a \times m > b \times m$ $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

Intervalos

Es un subconjunto de números reales, generalmente comprendido entre 2 valores extremos llamados Extremo Inferior y Extremo Superior.

Clasificación

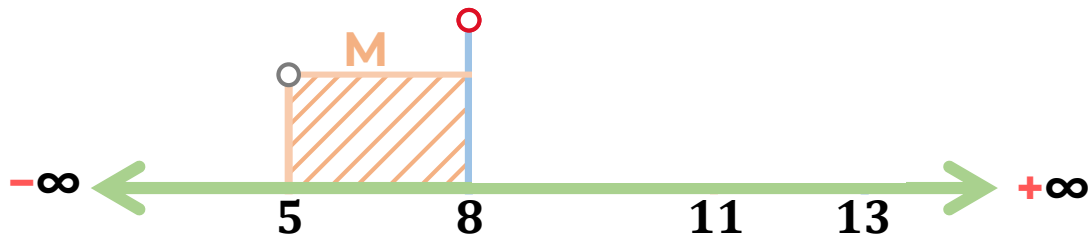
		Desigualdad	Notación de intervalos
Intervalos Acotados	Cerrado	$a \leq x \leq b$	$x \in [a;b]$
	Abierto	$a < x < b$	$x \in \langle a;b \rangle$
	Semiabierto	$a \leq x < b$ $a < x \leq b$	$x \in [a;b)$ $x \in \langle a;b]$
Intervalos No Acotados		$x \leq b$	$x \in \langle -\infty;b]$
		$x < b$	$x \in \langle -\infty;b \rangle$
		$x \geq b$	$x \in [b;\infty \rangle$
		$x > b$	$x \in \langle b;\infty \rangle$

HELICO PRACTICE

1. Sabiendo que $M = \langle 5; 11] \text{ y } P = [8; 13\rangle$, halle $M - P$.

RESOLUCIÓN

Graficamos en la recta numérica.



$$\rightarrow M - P = \langle 5; 8 \rangle$$

RECORDEMOS

Decimos que la diferencia de $A - B$ son todos los elementos de A que **no** pertenecen a B .

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$$



2. Se tiene que $x \in \langle 4; 6]$, halle el intervalo de $\frac{x-3}{2}$.

RESOLUCIÓN

$$4 < x \leq 6 \quad \dots \dots \dots - 3$$

$$1 < x - 3 \leq 3 \quad \dots \dots \dots \div 2$$

$$\frac{1}{2} < \frac{x-3}{2} \leq \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow \frac{x-3}{2} \in \left\langle \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$$

RECORDEMOS

Si : $a > b$ y $m \in \mathbb{R}$.

$$a + m > b + m$$

$$a - m > b - m$$

Tener en cuenta: El sentido de una desigualdad no se modifica si se suma o se resta, un mismo número real a sus dos miembros.



3. Sea $x \in [4 ; 10]$, halle el intervalo de $\frac{3x - 2}{5}$.

RESOLUCIÓN

$$4 \leq x \leq 10 \quad \dots \dots \dots \times 3$$

$$12 \leq 3x \leq 30 \quad \dots \dots \dots - 2$$

$$10 \leq 3x - 2 \leq 28 \quad \dots \dots \dots \div 5$$

$$2 \leq \frac{3x - 2}{5} \leq \frac{28}{5}$$

$$\rightarrow \frac{3x - 2}{5} \in \left[2 ; \frac{28}{5} \right]$$

RECORDEMOS

Si : $a > b$ y $m > 0$ $a \cdot m > b \cdot m$
 $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

En cambio si m es **negativo**, el sentido de la desigualdad se **invierte**.

$$a \cdot -m < b \cdot -m$$
$$\frac{a}{-m} < \frac{b}{-m}$$



4. Si $2 \leq x \leq 6$, halle el intervalo de $\frac{2x+3}{3}$, sabiendo que su máximo valor entero es la edad de Prisila. ¿Cuál es esa edad?

RESOLUCIÓN

$$2 \leq x \leq 6 \quad \dots \dots \dots \times 2$$

$$4 \leq 2x \leq 12 \quad \dots \dots \dots + 3$$

$$4+3 \leq 2x+3 \leq 12+3$$

$$7 \leq 2x+3 \leq 15 \quad \dots \dots \dots \div 3$$

$$\frac{7}{3} \leq \frac{2x+3}{3} \leq 5$$

$$\rightarrow \frac{2x+3}{3} \in \left[\frac{7}{3}; 5 \right]$$

Debido a que el intervalo $\left[\frac{7}{3}; 5 \right]$, es cerrado tomará valores desde $\frac{7}{3}$ hasta 5.

La edad de Priscila es 5 años



5. Siendo $-2 \leq x \leq 1$, halle el intervalo de $\frac{-x + 5}{3}$

RESOLUCIÓN

$$-2 \leq x \leq 1 \quad \dots \dots \dots x - 1$$

$$-1 \leq -x \leq 2 \quad \dots \dots \dots + 5$$

$$-1 + 5 \leq -x + 5 \leq 2 + 5$$

$$4 \leq -x + 5 \leq 7 \quad \dots \dots \dots \div 3$$

$$\frac{4}{3} \leq \frac{-x + 5}{3} \leq \frac{7}{3}$$

$$\rightarrow \frac{-x + 5}{3} \in \left[\frac{4}{3} ; \frac{7}{3} \right]$$

RECORDEMOS

Si : $a > b$ y $m > 0$ $a \cdot m > b \cdot m$

$$\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

En cambio si m es **negativo**, el sentido de la desigualdad se **invierte**.

$$a \cdot -m < b \cdot -m$$

$$\frac{a}{-m} < \frac{b}{-m}$$



6. Nicole es una abastecedora de leche artesanal, ella siempre produce 7M litros para repartir a sus “n” clientes, si los distribuye exactamente correspondiéndole a cada uno de ellos Q litros de leche, donde el mínimo y máximo valor entero de la expresión $\frac{16}{x-3}$, sabiendo que $x \in \langle 5 ; 7 \rangle$, representa respectivamente los valores de M y Q. ¿Cuántos clientes tiene Nicole?

RESOLUCIÓN

$$5 < x < 7 \quad \dots \dots \dots - 3$$

$$2 < x - 3 < 4 \quad \dots \dots \dots \uparrow^{-1}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{x-3} < \frac{1}{2} \quad \dots \dots \dots \times 16$$

$$\frac{16}{4} < \frac{16}{x-3} < \frac{16}{2}$$

$$\rightarrow \frac{16}{x-3} \in \langle 4 ; 8 \rangle \quad \boxed{M = 5 \wedge Q = 7}$$

Según el
enunciado

$$\frac{7M}{n} = Q \rightarrow \frac{7(5)}{n} = 7 \quad \boxed{n = 5}$$

RECORDEMOS

Si: $a > b$ y a, b, n son **positivos** se tiene $a^n > b^n$

En cambio si el n es **negativo**, el sentido de la desigualdad se invierte. $a^{-n} < b^{-n}$

Tiene cinco clientes



7. Si se tiene que $x \in [5 ; 10]$, halle el intervalo de $4 + \frac{6}{x+1}$. Sabiendo que su máximo valor entero representa los años que le falta a Julio para cumplir la mayoría de edad. ¿Qué edad tiene Julio?

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned}
 5 &\leq x \leq 10 && \dots \dots \dots +1 \\
 6 &\leq x+1 \leq 11 && \dots \dots \dots \uparrow -1 \\
 \frac{1}{11} &\leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{6} && \dots \dots \dots \times 6 \\
 \frac{6}{11} &\leq \frac{6}{x+1} \leq \frac{6}{6} && \dots \dots \dots +4 \\
 \frac{6}{11} + 4 &\leq \frac{6}{x+1} + 4 \leq 1 + 4 \\
 \frac{50}{11} &\leq \frac{6}{x+1} + 4 \leq 5 \\
 \rightarrow \frac{6}{x+1} + 4 &\in \left[\frac{50}{11} ; 5 \right]
 \end{aligned}$$

Máximo valor entero

RECORDEMOS

Si: $a > b$ y a, b, n son **positivos** se tiene

$$a^n > b^n$$

En cambio si el n es **negativo**, el sentido de la desigualdad se invierte.

$$a^{-n} < b^{-n}$$

Julio tiene 13 años