



ALGEBRA

ASESORIA

4th
SECONDARY

ASESORIA-TOMO 5



 **SACO OLIVEROS**

PROBLEMA 1

Calcule el valor de x en la ecuación: $2x - \sqrt{2x + 5} = 1$

Resolución

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x - 1 &= \sqrt{2x + 5} \\ (2x - 1)^2 &= (\sqrt{2x + 5})^2 \\ 4x^2 - 2(2x)(1) + 1 &= 2x + 5 \\ 4x^2 - 4x + 1 &= 2x + 5 \\ \cancel{4}x^2 - \cancel{6}x - \cancel{4} &= 0 \\ 2x^2 - 3x - 2 &= 0 \\ \begin{array}{cc} 2x & 1 \\ x & -2 \end{array} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (2x+1)(x-2)=0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \vee \quad x = 2$$

REEMPLAZANDO EN LA ECUACIÓN

$$2x - \sqrt{2x + 5} = 1$$

■ $x = 2 \rightarrow 1 = 1$ **V**

• $x = -\frac{1}{2} \rightarrow -3 = 1$ **F**

RPTA

$$x = 2$$

PROBLEMA 2

Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación $x^2 - 2(m - 1)x + 9 = 0$ ¿Cuál es la suma de los valores que puede tomar m para que satisfaga la relación $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$?

Resolución

$$\begin{array}{ccc} + & & - \\ x^2 & - & 2(m - 1)x + 9 = 0 \end{array}$$

■ $x_1 + x_2 = +2(m - 1)$

■ $x_1 \cdot x_2 = 9$
 por dato: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$

➡ $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2$

se sabe: $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$

$$(x_1 + x_2)^2 = 4x_1x_2$$

Reemplazando ➡

$$[2(m - 1)]^2 = 4(9)$$

$$\cancel{4}(m - 1)^2 = \cancel{4}(9)$$

➡ $(m - 1)^2 - 3^2 = 0$

$$(m - 1 + 3)(m - 1 - 3) = 0$$

$$m = -2$$

$$m = 4$$

➡ **suman = 2**

PROBLEMA 3

Determine el valor de m para que las raíces de la ecuación

$$x + \frac{2m}{x} = \frac{1}{3} ; x \neq 0$$

Sean recíprocas

Resolución *multiplicamos por $3x$*

$$\Rightarrow 3x^2 + 6m = x \quad \Rightarrow \underbrace{3x^2}_a \underbrace{-x}_b \underbrace{+6m}_c = 0$$

\Rightarrow Como la ecuación *tiene raíces recíprocas* SE CUMPLE: $a = c$

$$\Rightarrow \cancel{3} = \cancel{6}m$$

$$\frac{1}{2} = m$$

$$\boxed{\text{Rpta } m = \frac{1}{2}}$$

PROBLEMA 4

Si a ; b y c son raíces de la ecuación

$$2x^3 - 6x^2 + 7x + 1 = 0$$

Determine el valor de $a^2 + b^2 + c^2$

Resolución

$$2\overset{+}{x}^3 - \overset{-}{6}x^2 + \overset{+}{7}x + \overset{-}{1} = 0$$

$$\blacksquare \quad a + b + c = \frac{6}{2} = 3$$

$$\blacksquare \quad a \cdot b + bc + ca = \frac{7}{2}$$

$$\blacksquare \quad abc = -\frac{1}{2}$$

Recuerda:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow 3^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2\left(\frac{7}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 9 = a^2 + b^2 + c^2 + 7$$

$$2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Rpta = 2

PROBLEMA 5

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & (y - 2) \\ 3 & (w + 1) \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} (z - 2) & 4 \\ (x + 3) & 9 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} x + 2 & y + 2 \\ w + 2 & z + 2 \end{pmatrix}$

Si $A = B$, calcula la suma de los elementos de la matriz C

Resolución

Como $A = B$

SE CUMPLE:

$$i) y - 2 = 4$$

$$\Rightarrow y = 6$$

$$iii) z - 2 = 2$$

$$\Rightarrow z = 4$$

$$ii) w + 1 = 9$$

$$\Rightarrow w = 8$$

$$iv) x + 3 = 3$$

$$\Rightarrow x = 0$$

Luego en "C"

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$$

\Rightarrow la suma de sus elementos

$$2 + 8 + 10 + 6 = 26$$

RPTA: 26

PROBLEMA 6

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ Calcula la traza ($AB + I$)

Resolución

Hallamos AB

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Efectuando

- $3(2) + (-5)(1) = 1$
- $3(5) + (-5)(3) = 0$

- $1(2) + (-2)(1) = 0$

- $(1)(5) - (2)(3) = -1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Rpta: 2

Traza
 $2+0=2$

PROBLEMA 7

Sea la matriz que cumple: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & b \\ c & 3 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ cuya traza es 7 y el producto de los elementos de la diagonal secundaria es -3, además su determinante es 10. Calcular: $2(a+b+c)$

Resolución

- Traza $(A) = 2 + 3 + a$

$$7 = 5 + a \quad \boxed{a = 2}$$

producto diagonal secundaria = -3

$$(1)(3)(b) = -3 \quad \boxed{b = -1}$$

- Luego $|A| = 10$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ c & 3 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = 10$$

- - - + + +

$$(12 + 2 - c) - (-3 + 4 + 2c) = 10$$

$$14 - c - 1 - 2c = 10$$

$$3 = 3c$$

$$\boxed{c = 1}$$

Piden: $2(a + b + c)$

$$\boxed{2(2 - 1 + 1) = 4}$$

Rpta: 4

PROBLEMA 8

Si a , b y c son raíces de la ecuación $x^3 + 3x + 1 = 0$, determine el valor de

$$k = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{a^2 + b^2 + c^2}$$

RESOLUCIÓN

$$\overset{+}{x^3} + \overset{-}{0x^2} + \overset{+}{3x} + \overset{-}{1} = 0$$

$$\Rightarrow a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow ab + bc + ca = 3$$

$$\Rightarrow abc = -1$$

Recuerda: Si $a+b+c=0$

Se cumple: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$

Remplazando en k

$$k = \frac{3abc}{-2(ab + bc + ca)} = \frac{3(-1)}{-2(3)} = \frac{-3}{-6}$$

$$k = \frac{1}{2}$$

rpta : $\frac{1}{2}$

PROBLEMA 9

Sabiendo que las raíces de la ecuación $x^3 + mx^2 + nx + m = 0$
 Son proporcionales a 2, 3 y 4 halle el valor de n

Resolución

$$\overset{+}{x^3} + \overset{-}{mx^2} + \overset{+}{nx} + \overset{-}{m} = 0$$

$$\diamond x_1 + x_2 + x_3 = -m$$

$$\diamond x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = n$$

$$\diamond x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -m$$

Del dato

$$\frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{4} = c \left\{ \begin{array}{l} \blacksquare x_1 = 2c \\ \blacksquare x_2 = 3c \\ \blacksquare x_3 = 4c \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \diamond x_1 + x_2 + x_3 = 9c = -m$$

$$\diamond x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 24c^3 = -m$$

$$\text{Igualando } 9c = 24c^3$$

$$3 = 8c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{3}{8}$$

Remplazando c^2

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = n$$

$$6c^2 + 12c^2 + 8c^2 = n$$

$$26c^2 = n$$

$$26 \left(\frac{3}{8} \right) = n$$

$$\Rightarrow \text{Rpta: } n = \frac{39}{4}$$

PROBLEMA 10

Al resolver la ecuación $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 18$

Se encuentra la edad de Walter en años. Si su hermana Angélica es dos años menor ¿Cuántos años tendrá Angélica dentro de 6 años?

RESOLUCIÓN

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 18$$

Diagrama de desarrollo de la determinante:

$$\begin{matrix} & C_1 & C_2 \\ \begin{matrix} x & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 6 \end{matrix} & \begin{matrix} x & 1 \\ 3 & 2 \\ -4 & 4 \end{matrix} \end{matrix} = 18$$

Se expande la determinante por la primera fila:

$$x(12 - 8) - 1(18 - 8) + 0(18 - 12) = 18$$

$$(12x - 8 + 0) - (0 + 8x + 18) = 18$$

$$\Rightarrow 12x - 8 - 8x - 18 = 18$$

$$4x = 44$$

$$x = 11 \rightarrow \text{walter tiene 11 años}$$

Calculando la edad de Angélica (2 años menor):
Angélica tiene 9 años

$$\rightarrow \text{Dentro de 6 años: } 9 + 6 = 15 \text{ años}$$

Rpta 15 años