

# Chapter 1

## FACTORIZACIÓN





# ALGEBRA

## Índice

---

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

# MOTIVATING STRATEGY

Diofanto nació en Alejandría (ubicada en Egipto) alrededor de 200/214 y falleció alrededor de 284/298.

De su vida personal se sabe muy poco sólo que se casó a los 26 años y tuvo un hijo que falleció a la edad de 42 años, luego 4 años después Diofanto fallece a los 84 años.

Fue un matemático griego. Por su originalidad y sus aportaciones, Diofanto fue llamado por muchos historiadores el padre del álgebra moderna.

Generalmente se le atribuye la introducción del cálculo algebraico en las matemáticas, el cuál permite utilizar como una gran herramienta la Factorización. Por su superior habilidad en el cálculo, logró dar una colección de problemas resueltos sin recurrir a la presentación geométrica empleada por Euclides.



Material Digital



Resumen



# HELICO THEORY

# FACTORIZACIÓN

**CONCEPTO:** Es el proceso de transformar un polinomio como la multiplicación indicada de otros polinomios llamados factores primos.

$$x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$$



## NOTAS:

- Se considera que el polinomio a factorizar y sus factores tienen coeficientes enteros.
- Los factores que ya no se pueden factorizar se llaman factores primos.

## A) CRITERIOS PARA FACTORIZAR

**FACTOR COMÚN:** Factor que se repite.

Ejemplo: Factorice  $P(x) = x^3 + x^2$

**F.C:**  $x^2$

$$P(x) = x^2 (x + 1)$$

**AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS:**

Se agrupa de acuerdo a un factor común.

Ejemplo:

**Factorice**  $ax + by + ay + bx$

$$= a(\underline{x + y}) + b(\underline{x + y})$$

**Luego**  $(x + y)(a + b)$

## B) CRITERIOS POR IDENTIDADES

### DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$a^{2m} - b^{2n} = (a^m + b^n)(a^m - b^n)$$

**Ejemplo: Factorice**

$$P(x, y) = 4x^2 - 9y^4 = (2x - 3y^2)(2x + 3y^2)$$

$\sqrt{\phantom{x}} \quad \sqrt{\phantom{y}}$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $2x \quad 3y^2$

### TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (T.C.P)

$$a^{2m} \pm 2a^m b^n + b^{2n} = (a^m \pm b^n)^2$$

**Ejemplo: Factorice**  $P(x) = x^2 - 12x + 36$

$$P(x) = (x - 6)^2$$

$\sqrt{\phantom{x}} \quad \quad \quad \sqrt{\phantom{x}}$   
 $\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$   
 $x \quad \quad \quad 6$   
 $\quad \quad \quad \uparrow$   
 $\quad \quad \quad 2(x)(6)$

### SUMA DE CUBOS

$$a^{3m} + b^{3n} = (a^m + b^n)(a^{2m} - a^m b^n + b^{2n})$$

### DIFERENCIA DE CUBOS

$$a^{3m} - b^{3n} = (a^m - b^n)(a^{2m} + a^m b^n + b^{2n})$$

**Ejemplo: Factorice**

$$R(x, y) = 27x^3 - 125y^3$$

$\sqrt[3]{\phantom{x}} \quad \sqrt[3]{\phantom{y}}$

$$= (3x - 5y)(9x^2 + 15xy + 25y^2)$$

## C) ALGUNOS CRITERIOS DE ASPAS

**ASPA SIMPLE:** Generalmente se utiliza en polinomios de la forma:

$$P(x; y) = ax^{2m} + bx^m y^n + cy^{2n}$$

**Ejemplo:** Factorice e indique un factor primo

**primo**  $P(x) = x^2 + 3x - 40$

**Resolución**

$$x^2 + 3x - 40$$

$$\begin{array}{ccc} x & & +8 \\ & \nearrow & \searrow \\ x & & -5 \end{array}$$

Luego  $P(x) = (x + 8)(x - 5)$

Un factor primo:  $(x + 8)$  ó  $(x - 5)$

**ASPA DOBLE ESPECIAL:** Generalmente se utiliza en polinomios de la forma:

$$P(x) = ax^{4n} + bx^{3n} + cx^{2n} + dx^n + e$$

**Ejemplo:** Factorice e indique un factor primo

$$x^4 + 6x^3 + 8x^2 + 7x + 2$$

**Resolución**

$$\begin{array}{ccccccc} x^4 + 6x^3 + & 8x^2 & + 7x + 2 & & & & \\ x^2 & & 5x & & + 2 & \rightarrow & + 2x^2 \\ x^2 & & x & & + 1 & \rightarrow & + x^2 \\ & & + 5x^2 & & & & + 3x^2 \end{array}$$

$$FALTA = +8x^2 - (+3x^2) = +5x^2$$

$$P(x) = (x^2 + 5x + 2)(x^2 + x + 1)$$

Un factor primo:  $(x^2 + 5x + 2)$  ó  $(x^2 + x + 1)$

## Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



# HELICO PRACTICE





*Al factorizar*

$$P(x, y) = x^2 - 6x - y^2 + 9$$

*Señale la suma de los factores primos.*



### Resolución:

$$P(x, y) = x^2 - 6x - y^2 + 9$$

*Ordenando convenientemente:*

$$P(x, y) = \underbrace{x^2 - 6x + 9}_{(x-3)^2} - y^2$$

$$\Rightarrow P(x, y) = (x - 3)^2 - y^2$$

$\sqrt{\phantom{x-3}}$   
 $\downarrow$   
 $x - 3$

$\sqrt{\phantom{y}}$   
 $\downarrow$   
 $y$

Luego

$$P(x; y) = (x - 3 + y)(x - 3 - y)$$

*Sumando los F.P.*

$$x - 3 + y + x - 3 - y = 2x - 6$$

**Rpta.:**  $2(x - 3)$

### RECORDEMOS

**TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (T.C.P)**

$$a^{2m} \pm 2a^m b^n + b^{2n} = (a^m \pm b^n)^2$$

**DIFERENCIA DE CUADRADOS**

$$a^{2m} - b^{2n} = (a^m + b^n)(a^m - b^n)$$



Indique la suma de los términos independientes de los factores primos en  $\mathbb{Z}_{[x]}$

$$P(x) = 2x^4 - 27x^2 - 80$$

### RECORDEMOS

*Aspa simple*

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$a^{2m} - b^{2n} = (a^m + b^n)(a^m - b^n)$$

### Resolución:

$$2x^4 - 27x^2 - 80$$

$$\begin{aligned} \rightarrow P(x) &= (2x^2 + 5)(x^2 - 16) \\ &= (2x^2 + 5)(x + 4)(x - 4) \end{aligned}$$

Términos independientes: +5, +4, -4

$$\text{Suma} = +5 + 4 - 4 = 5$$

Rpta.: 5

5



Indique la suma de los términos independientes de los factores primos en  $\mathbb{Z}[x]$

$$7x^4 - 37x^3 + 36x^2 - 31x + 15$$

Resolución:

$$\begin{array}{rcl}
 7x^4 - 37x^3 + 36x^2 - 31x + 15 & \rightarrow & +21x^2 + \\
 7x^2 & \rightarrow & +5x^2 \\
 x^2 & \rightarrow & +26x^2 \\
 & & +10x^2
 \end{array}$$

Diagram showing the decomposition of the polynomial into two quadratic factors:  $(7x^2 - 2x + 5)(x^2 - 5x + 3)$ . The terms are connected by arrows:  $7x^2$  to  $x^2$ ,  $-2x$  to  $-5x$ , and  $+5$  to  $+3$ . The resulting terms are  $+21x^2$ ,  $+5x^2$ , and  $+26x^2$ , which sum to  $+10x^2$ .

$$\text{Falta: } +36x^2 - (+26x^2) = +10x^2$$

$$P(x) = (7x^2 - 2x + 5)(x^2 - 5x + 3)$$

Suma de T.I. de los

$$\text{Factores primos: } 5 + 3 = 8$$

Rpta.: 8

RECORDEMOS

Aspa doble especial



En un hospital de la región de Tacna, debido a la pandemia se requiere comprar mascarillas. El pedido es de  $40N^5$  mascarillas.

Si  $N$  indica el número de factores primos del polinomio:

$$P(x) = 4x^4 - 29x^2 + 45$$

Indique el número de mascarillas a comprar.

Resolución:

$$P(x) = 4x^4 - 29x^2 + 45$$

$$\Rightarrow P(x) = (4x^2 - 9)(x^2 - 5)$$

$$= (2x + 3)(2x - 3)(x^2 - 5)$$

Nº factores primos: 3

$$40(3^5) = 40(243) = 9720$$

RECORDEMOS

Aspa simple

Rpta.:

9720  
mascarillas



En una ciudad se sugiere que para hacer frente al coronavirus, el número de dosis que se deben aplicar las personas está dado por la menor suma de los coeficientes de los factores primos en:

$x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2$   
 ¿Cuál es el número de dosis?

**RECORDEMOS**
*Aspa Doble Especial*
Resolución:

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2 \\
 x^2 \quad \quad \quad x \quad \quad \quad +2 \rightarrow +2x^2 + \\
 x^2 \quad \quad \quad x \quad \quad \quad +1 \rightarrow \frac{+x^2}{+3x^2} \\
 \quad \quad \quad +x^2
 \end{array}$$

Falta:  $+4x^2 - (+3x^2) = +x^2$

$$P(x) = (x^2 + x + 2)(x^2 + x + 1)$$

Un factor primo:

$$(x^2 + x + 2)$$

V

$$(x^2 + x + 1)$$

Suma de coef.:

4

V

3

Rpta.:

3 dosis

## Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



# HELICO WORKSHOP

## Problema 06



Señale la suma de los factores primos en:

$$P(x, y) = x^2 - 10x - y^2 + 25$$

## Problema 07



Indique la suma de los términos independientes de los factores primos en  $\mathbb{Z}_{[x]}$

$$P(x) = 3x^4 - 73x^2 - 50$$

## Problema 08



Indique la suma de los términos independientes de los factores primos en  $\mathbb{Z}_{[x]}$

$$5x^4 - 27x^3 + 47x^2 - 24x + 14$$



### Problema 09



A Carlos se le indica que su primera dosis contra la COVID-19 esta programada para el día  $4N$  del mes de julio de 7 a 8am. Si se sabe que  $N$  indica el número de factores primos del polinomio

$$P(x) = 9x^4 - 49x^2 + 20$$

Indicar el día programado en el mes de julio.

### Problema 10



La edad de Andrés hace 5 años está dado por la mayor suma de los coeficientes de los factores primos en:

$$x^4 + 5x^3 + 13x^2 + 17x + 12$$

¿Cuál será la edad de Andrés dentro de 7 años?