



ALGEBRA

Chapter 13

4th
SECONDARY

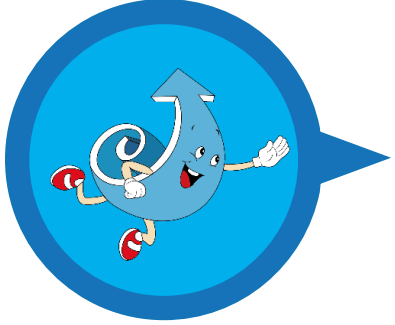
**ECUACIONES
CUADRÁTICAS**



 **SACO OLIVEROS**

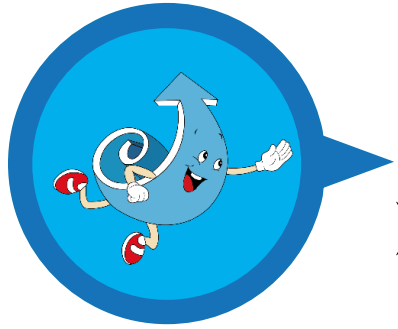
HELICO

MOTIVATING



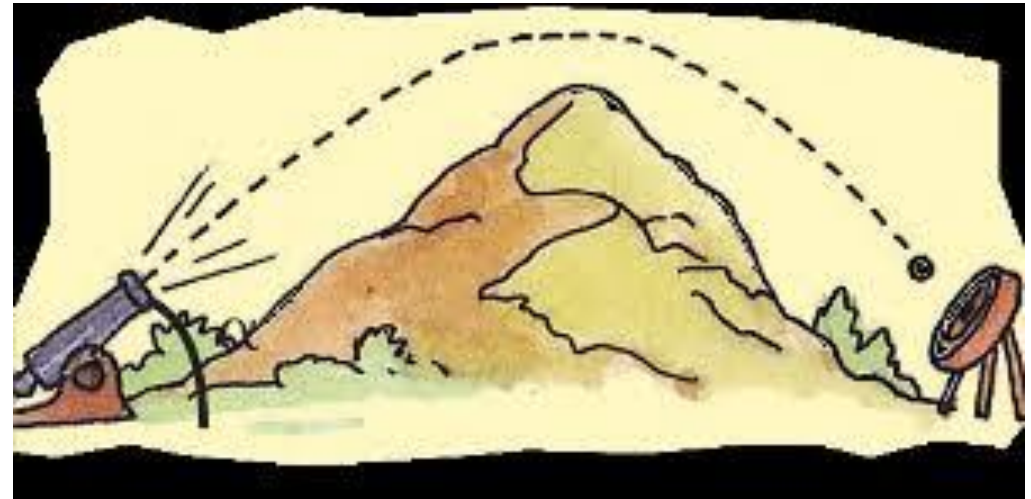
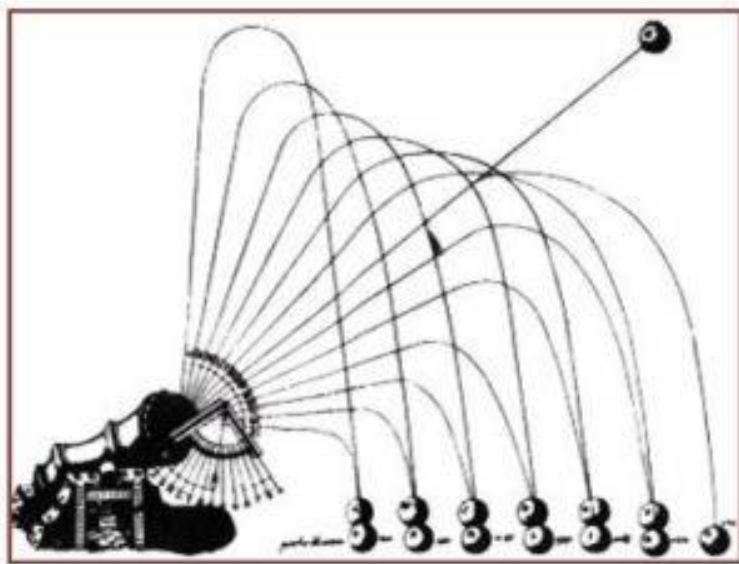
Algunas aplicaciones

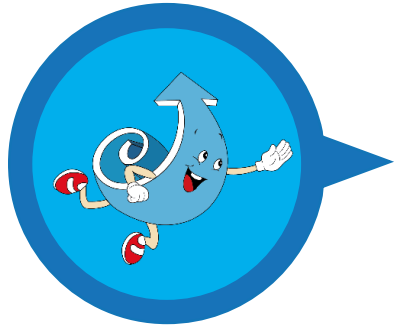
- En el campo de la economía usan las ecuaciones cuadráticas para representar modelos económicos de oferta y demanda
- En el campo de la física para determinar el movimiento parabólico.
- En el ámbito militar lo utilizan en la artillería de cañones para hallar las trayectorias de las balas



Algunas aplicaciones

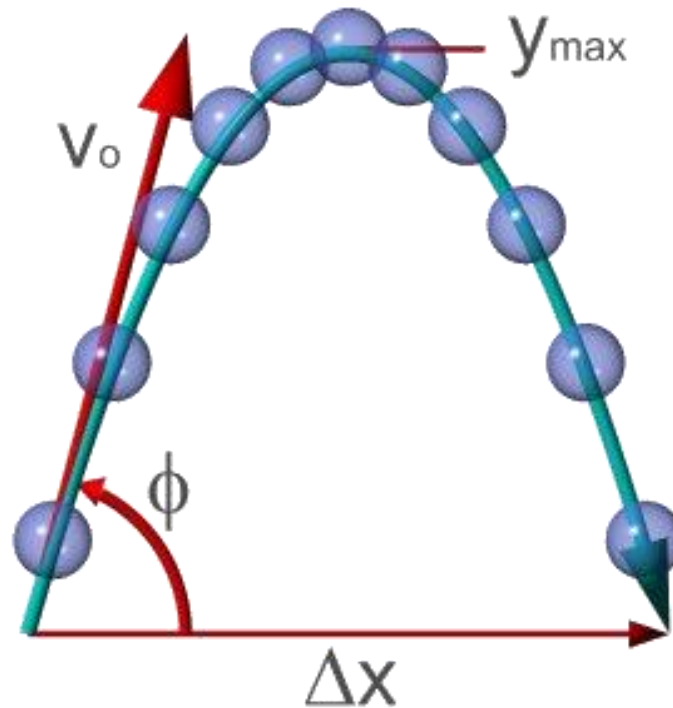
- En el ámbito militar lo utilizan en la artillería de cañones para hallar las trayectorias de las balas

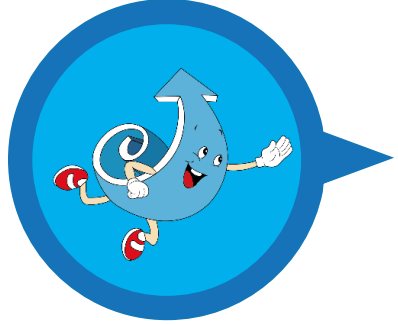




Algunas aplicaciones

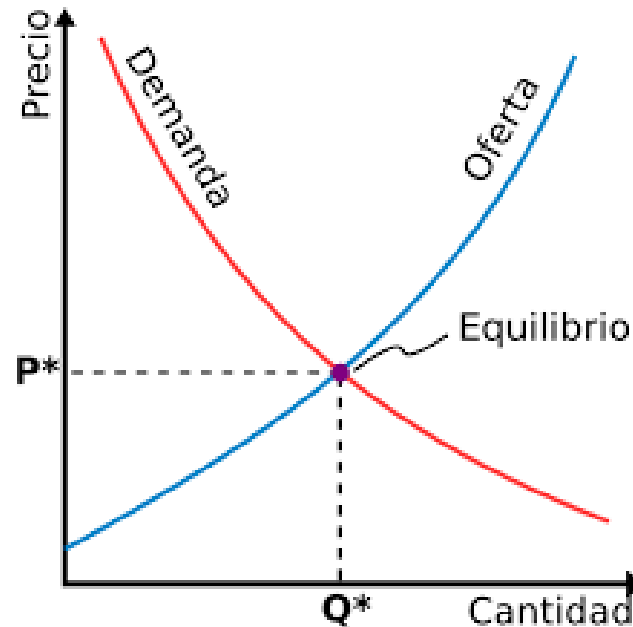
- En el campo de la física para determinar el movimiento parabólico.





Algunas aplicaciones

- En el campo de la economía usan las ecuaciones cuadráticas para representar modelos económicos de oferta y demanda



HELICO THEORY

CHAPTER 13



ECUACIÓN CUADRÁTICA

I) DEFINICIÓN

N

Denominada también **Ecuación de Segundo Grado**; es aquella ecuación cuya forma general es :

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0 \text{ y } a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$* 2x^2 + 7x + 6 = 0$$



$$a=2 \quad b=7 \quad c=6$$

$$* x^2 - 9x + 8 = 0$$



$$a=1 \quad b=-9 \quad c=8$$



A) Discriminante (Δ)

Se llama así a la expresión: “ b^2-4ac ”

→ Se cumplirá: $\Delta = b^2 - 4ac$

Ejemplo:

* Calcule la discriminante de: $x^2 - 4x + 2 = 0$

Resolución

$$\rightarrow a = 1 \quad b = -4 \quad c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4(1)(2)$$

$$\rightarrow \Delta = 8$$



B) NATURALEZA DE LAS RAÍCES

La naturaleza de las raíces " x_1 " y " x_2 " de $ax^2 + bx + c = 0$ viene caracterizada por el valor que asume la discriminante (Δ)

- * $\Delta > 0$ ➡ La ecuación presenta raíces reales y diferentes
- * $\Delta = 0$ ➡ La ecuación presenta raíces reales e iguales (**raíz única**)
- * $\Delta < 0$ ➡ La ecuación presenta raíces imaginarias y conjugadas



C) *TEOREMA DE CARDANO VIETE*

Sean “ x_1 ” y “ x_2 ” las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, entonces se cumplirá:

Suma de Raíces

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Producto de Raíces

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Ejemplo

Sea $2x^2 + 5x + 1 = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = \frac{-5}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2} \end{array} \right.$



D) FORMACIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA A PARTIR DE SUS RAÍCES

Si conocemos las raíces " x_1 " y " x_2 ", entonces podemos conocer su ecuación cuadrática reemplazando en:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Donde: $S = x_1 + x_2$ y $P = x_1 \cdot x_2$

Ejemplo :

Forme la ecuación cuadrática cuyas raíces son 7 y 3

➡ $S = x_1 + x_2 = 10$

➡ $P = x_1 \cdot x_2 = 21$



$$x^2 - 10x + 21 = 0$$



PROPIEDADES AUXILIARES

Si $ax^2 + bx + c = 0$, ésta ecuación tendrá:

Raíces Simétricas

$$b = 0$$

Raíces Recíprocas

$$a = c$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 13



PROBLEMA 1

Resuelva $(x + 3)^2 + (x + 2)^2 = x^2 + 4$, indique la mayor raíz.

Resolución

sabemos: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$x^2 + 6x + 9 + \cancel{x^2} + 4x + \cancel{4} = \cancel{x^2} + \cancel{4}$$

$$x^2 + 10x + 9 = 0$$

$$(x + 9)(x + 1) = 0$$

$$x + 9 = 0 \quad \vee \quad x + 1 = 0$$

$$x = -9 \quad \vee \quad x = -1$$



la mayor raíz es -1



PROBLEMA 2

Calcule el valor de m en la ecuación: $7x^2 - mx + 5 = 0$, si sus raíces son x_1 y x_2 , que cumplen: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$

Resolución

$$\text{Piden: } \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = 4 \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{7}$$

$$\text{Sea: } 7x^2 - mx + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{5} = 4$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{m}{7} \quad \Rightarrow \quad m = 20$$



PROBLEMA 3

Si x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación $x^2 - 3x + 4 = 0$, halle el valor de:
 $T = (x_1^2 + x_2^2) + (x_1^3 + x_2^3)$

Resolución

$$\overset{+}{x^2} - \overset{-}{3x} + \overset{+}{4} = 0$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 = \frac{3}{1} = 3$$

$$\rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{1} = 4$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 3^2 - 2(4) = 1$$

$$x_1^3 + x_2^3 = 3^3 - 3(4)(3) = -9$$

$$\rightarrow T = 1 - 9 = -8$$



PROBLEMA 4

Sean x_1, x_2 las raíces de la ecuación: $3x^2 + 7x + 2k = 0$
Calcule k , si $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 6$

ResoluciónRecordar

$$\bigcirc x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\bigcirc x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\underbrace{3x^2}_a + \underbrace{7x}_b + \underbrace{2k}_c = 0$$

$$\triangleright x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-7}{3}$$

$$\triangleright x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2k}{3}$$

Del dato:

$$(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 6$$

$$\underline{x_1 x_2} + 3x_1 + 3x_2 + 9 = 6$$

$$\underline{x_1 x_2} + 3(x_1 + x_2) = -3$$

$$\frac{2k}{3} + 3\left(\frac{-7}{3}\right) = -3$$

$$\frac{2k - 21}{3} = -3$$

$$2k - 21 = -9$$

$$\cancel{2k} = \cancel{12}$$

Rpta:

$$k = 6$$



PROBLEMA 5

Si la ecuación: $(2m - 5)x^2 + (2m - 8)x + 3m - 4 = 0$, para qué valores de m las raíces de la ecuación son recíprocas y simétricas respectivamente.

ResoluciónRecordar:

Si: $ax^2 + bx + c = 0$

■ Raíces simétricas

$$b = 0$$

■ Raíces recíprocas

$$a = c$$

$$\underbrace{(2m - 5)}_a x^2 + \underbrace{(2m - 8)}_b x + \underbrace{3m - 4}_c = 0$$

Raíces simétricas

$$b = 0$$

$$2m - 8 = 0$$

$$2m = 8$$

$$m = 4$$

Raíces recíprocas

$$a = c$$

$$2m - 5 = 3m - 4$$

$$-1 = m$$

$$\text{Valores de } m = \{-1, 4\}$$

Rpta:

$$\text{Valores de } m = \{-1, 4\}$$



PROBLEMA 6

El número de viajes a Europa que realiza Juan está dado por $4k$, donde k está dado por la ecuación $(k + 3)x^2 - 12x + 9 = 0$, cuyas raíces son iguales. ¿Cuántos viajes realiza Juan?

Resolución**Recordar:**

- $ax^2 + bx + c = 0$
- $\Delta = 0$
- $\Delta = b^2 - 4ac$

Raíces iguales se cumple:

$$\underbrace{(k+3)}_a x^2 - \underbrace{12}_b x + \underbrace{9}_c = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$b^2 = 4ac$$

$$(-12)^2 = 4(k+3)(9)$$

$$\cancel{36} 144 = \cancel{36} (k+3)$$

$$4 = k + 3$$

$$k = 1$$

piden: $4k = 4$ viajes

Rpta 4 viajes



PROBLEMA 7 Un departamento tiene como medida de largo 8 m más que la medida del ancho. Determine una ecuación que tenga como raíces las dimensiones de dicho departamento si su área es de 65 u².

Recordar:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

DONDE:

$$S = x_1 + x_2$$

$$P = x_1 x_2$$

Si:

$$\text{Área} = (8 + n)n = 65$$

$$\text{Área} = (8 + n)n = (8 + 7)7$$

$$n = 7$$

Sea:

$$x_1 = 8 + n = 15$$

$$x_1 = 15$$

$$x_2 = n = 7$$

$$x_2 = 7$$

$$S = x_1 + x_2$$

$$x_1 + x_2 = 22$$



$$P = x_1 \cdot x_2$$

$$x_1 \cdot x_2 = 105$$

reemplazando en:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Rpta: $x^2 - 22x + 105 = 0$