



ARITHMETIC

Chapter 1

5th
SECONDARY

Razones, proporciones y
Series de razones geométricas



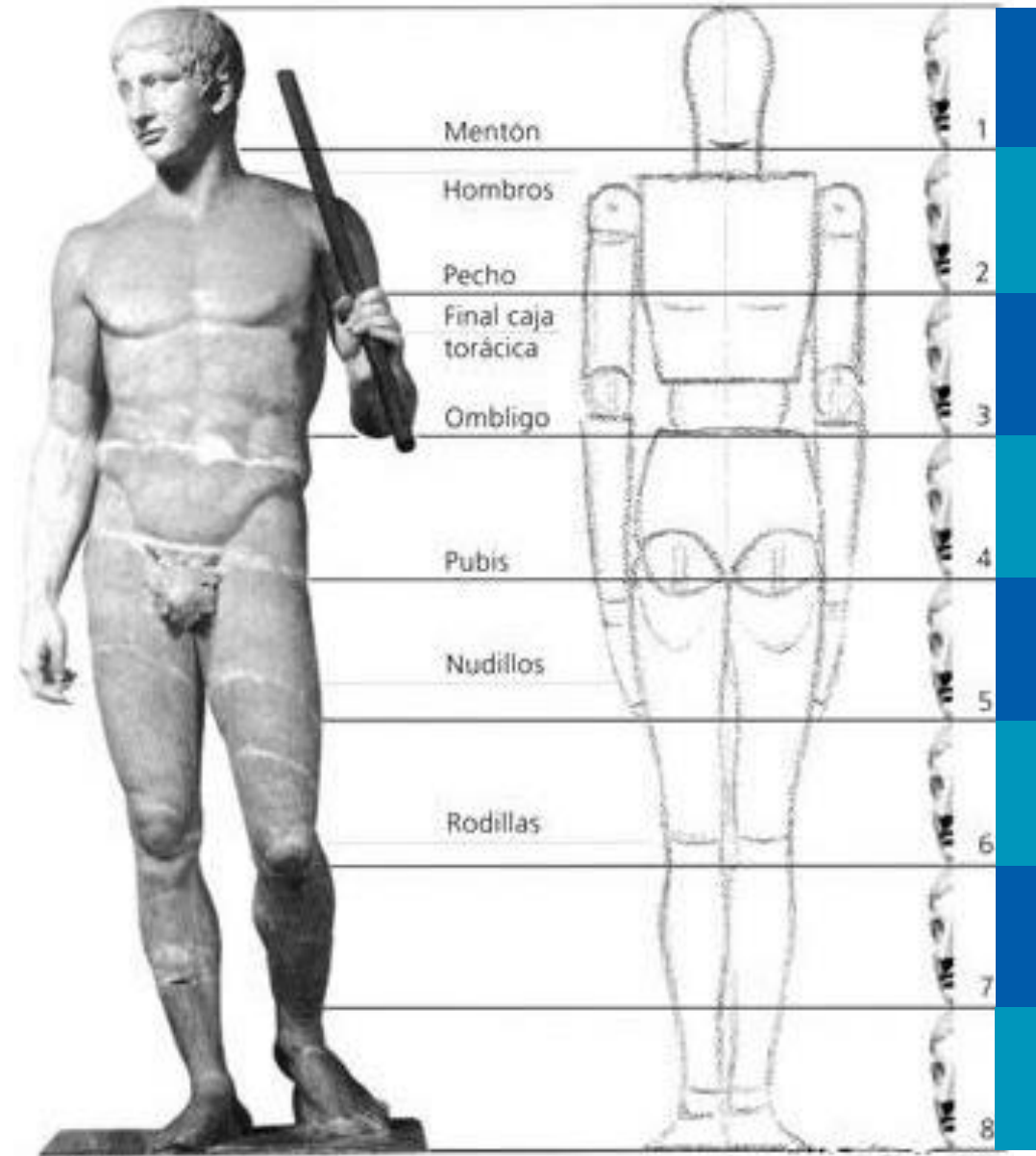
 **SACO OLIVEROS**

PROPORCIONES DEL CUERPO HUMANO

En la antigüedad se buscó representar el cuerpo humano de la forma más bella posible

Esto llevó a establecer unas reglas de proporciones que determinen qué es un cuerpo armónico

Uno de los cánones más usados es que la cabeza sea como 1 y el cuerpo como 8



RAZÓN

Es la comparación entre dos cantidades, generalmente homogéneas (expresadas en las mismas unidades)



Veamos las siguientes cantidades

José

32 años



María

20 años



RAZÓN ARITMÉTICA

Comparamos mediante la “**sustracción**”

$$32 \text{ años} - 20 \text{ años} = 12 \text{ años}$$

razón *Valor de la razón*

En este caso afirmamos: “**La edad de José excede en 12 años la edad de María**”.

RAZÓN GEOMÉTRICA

Comparamos mediante la “**división**”

$$\text{razón} \frac{32 \text{ años}}{20 \text{ años}} = \frac{8}{5}$$

Valor de la razón

En este caso afirmamos: “**Las edades están en razón o relación de 8 a 5**”.

**GENERALIZANDO**

Para las medidas “a” y “b” de una magnitud se tiene que:

RAZÓN

ARITMÉTICA

$$a - b = r$$

GEOMÉTRICA

$$\frac{a}{b} = k$$

a : *antecedente*

b : *consecuente*

r y k : *valores de las razones*



PROPORCIÓN

Es la igualdad indicada y que se verifica en valor numérico de dos razones de la misma clase.

PROPORCIÓN ARITMÉTICA

Se forma al igualar dos razones aritméticas

EJEMPLO



Veamos los siguientes datos



AUTO	A	B	C	D
VELOCIDAD	20 m/s	17 m/s	18 m/s	15 m/s



Comparando mediante la sustracción

PROPORCIÓN ARITMÉTICA

$$\boxed{20 \text{ m/s}} - \boxed{17 \text{ m/s}} = \boxed{18 \text{ m/s}} - \boxed{15 \text{ m/s}} = 20 \text{ m/s}$$

Términos medios

Términos extremos



CLASIFICACIÓN

PROPORCIÓN ARITMÉTICA

DISCRETA	CONTINUA
$a - b = c - d$	$a - b = b - c$
d : cuarta diferencial de a ; b y c	b : media diferencial de a y c c : tercera diferencial de a y b

EJEMPLO

$15 - 11 = 20 - 16$

cuarta diferencial de 15, 11 y 20

“Los términos medios son diferentes”

$24 - 19 = 29 - 14$

media diferencial de 24 y 14

tercera diferencial de 24 y 19

“Los términos medios son iguales”



PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Se forma al igualar dos razones geométricas

EJEMPLO



Veamos los siguientes datos

PERSONAS	A	B	C	D
EDADES	18 años	12 años	15 años	10 años



Comparando mediante la división

PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

$$\frac{18 \text{ años}}{12 \text{ años}} = \frac{15 \text{ años}}{10 \text{ años}} = \frac{3}{2}$$

12 y 15 *Son términos medios*

18 y 10 *Son términos extremos*



CLASIFICACIÓN

PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

DISCRETA	CONTINUA
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
d : cuarta proporcional de a ; b y c	b : media proporcional de a y c c : tercera proporcional de a y b

EJEMPLO



$$\frac{15}{20} = \frac{12}{16}$$

cuarta proporcional
de 15, 20 y 12

“Los términos medios son diferentes”



$$\frac{12}{18} = \frac{18}{27}$$

media proporcional
de 12 y 27
tercera proporcional
de 12 y 18

“Los términos medios son iguales”



Dos números son entre sí como 7 es a 9; si el producto de dichos números es 1575; calcule su diferencia.

Resolución:

Sea

$$\frac{a}{b} = \frac{7K}{9K}$$

Del dato:

$$\begin{matrix} a & \times & b & = & 1575 \\ \downarrow & & \downarrow & & \end{matrix}$$

$$7k \times 9k = 1575$$

$$\cancel{63} \times k^2 = \cancel{1575}$$

$$k^2 = 25$$



Piden

$$b - a$$



$$9k - 7k = 2k$$

Reemplazando

$$2k = 2(5)$$

$$= 10$$

RPTA: 10





Una bolsa contiene 180 bolas de las cuales 120 son negras y las restantes blancas. ¿Cuántas bolas blancas se deben retirar de la bolsa para que por cada bola blanca existan 4 negras?

Resolución:

 Dato

Total: 180 bolas

 120 negras

 60 blancas

 Vamos a retirar “x” bolas blancas

$$\frac{60 - x}{120} = \frac{1}{4}$$

$$4(60 - x) = 120$$

$$240 - 4x = 120$$

$$120 = 4x$$

RPTA: 30 bolas



Halle el valor de:

$$S + A + C + O$$

si

S : es la media diferencial de 53 y 17.

A : es la tercera proporcional de 4 y 8.

C : es la cuarta proporcional de 2; 8 y 6.

O : es la cuarta diferencial S: A y C.

Resolución:

 S : es la media diferencial de 53 y 17

$$53 - S = S - 17 \rightarrow 70 = 2S$$

$$\rightarrow 35 = S$$

A : es la tercera proporcional de 4 y 8

$$\frac{4}{8} = \frac{8}{A} \rightarrow 4A = 64 \rightarrow A = 16$$

C : es la cuarta proporcional de 2; 8 y 6

$$\frac{2}{8} = \frac{6}{C} \rightarrow 2C = 48 \rightarrow C = 24$$

O : es la cuarta diferencial de S; A y C

$$35 - 16 = 24 - O \rightarrow O = 5$$

 Piden "S+A+C+O"

$$35 + 16 + 24 + 5 = 80$$

RPTA: 80



La suma, la diferencia y el producto de dos números están en la misma relación que los números 5; 1 y 30. Determine el número mayor.

Resolución:

Sean los números: A y B
donde $A > B$

$$\rightarrow A + B = 5k$$

$$\rightarrow A - B = k$$

$$\rightarrow A \times B = 30k$$

Veamos la suma y diferencia

$$\begin{array}{r} A + B = 5k \\ A - B = k \\ \hline 2A = 6k \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} A = 3k \\ B = 2k \end{array}$$

Del producto, tenemos que:

$$\begin{array}{l} A \times B = 30k \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 3k \times 2k = 30k \\ 6k = 30 \\ k = 5 \end{array}$$

Piden "A" $\rightarrow A = 3k = 3(5) = 15$

RPTA: 15



En una serie de tres razones geométricas equivalentes se conoce que el producto de antecedentes es 1280 y la suma de consecuentes es 78. Calcule la suma de antecedentes, si el producto de consecuentes es 4320.

Resolución:

Sean las razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \rightarrow \begin{matrix} a \times c \times e = 1280 \\ b \times d \times f = 4320 \end{matrix}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \rightarrow \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = k^3$

$$\frac{a \times c \times e}{b \times d \times f} = k^3 \rightarrow \frac{\cancel{1280}}{\cancel{4320}} = k^3$$

$$\frac{8}{27} = k^3 \rightarrow \frac{2}{3} = k$$

Para la suma tenemos

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = k \rightarrow \frac{a+c+e}{78} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow 52 = a+c+e$$

RPTA: 52



En la destilería “DULCE DELIRIO” se tiene tres toneles de pisco cuyos volúmenes son proporcionales a 5; 7 y 12. Carlos extrae 16 litros del tonel que tiene más pisco y los distribuye entre los otros toneles, de tal manera que al final todos tienen la misma cantidad de pisco ¿Cuántos litros de pisco hay en total?

Resolución:


 $5k$

 $7k$

 $12k$

Entonces debemos repartir el vino de tal manera que todos tengan la misma cantidad

$$5k + 3k = 8k$$

$$7k + 1k = 8k$$

$$12k - 4k = 8k$$

Recordar que hemos sacado 16 L

$$16 = 4k$$

$$4 = k$$

Nos piden el total

$$8k + 8k + 8k = 24k$$

$$= 24(4)$$

$$= 96$$

RPTA: 96 L



Alfonso ahorra S/200 diarios. Si lo que cobra y lo que gasta diariamente está en la relación de 11 a 7, determine en cuánto debe disminuir sus gastos diarios para que la relación entre lo que cobra y gasta sea de 5 a 2

Resolución:

Del dato



cobra 11k



gasta 7k



Ahorra

$$11k - 7k$$

$$4k = 200$$

$$k = 50$$

Veamos cuanto debemos reducir

$$\frac{11k}{7k - x} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{11(50)}{7(50) - x} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{550}{350 - x} = \frac{5}{2}$$

$$1100 = 1750 - 5x$$

$$5x = 650$$

$$x = 130$$

RPTA: s/.130