

ALGEBRA ASESORÍA ACADÉMICA





2° BIMESTRE



Problema 1

Si
$$a + b = 7$$
 y $ab = 15$ calcule $a^3 + b^3$.

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a+b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Resolución:

Reemplazando en:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(7)^3 = a^3 + b^3 + 3(15)(7)$$

$$343 = a^3 + b^3 + 315$$

$$\therefore a^3 + b^3 = 28$$

SOLVED | PROBLEMS



Problema 2

Si
$$x + y = -2z$$
 , simplifique

$$R = \frac{x^3 + y^3 + 8z^3}{2xyz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si:
$$a+b+c=0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \equiv -2(ab + bc + ac)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 \equiv 3abc$$

Por dato:

Resolucióna

$$x + y = -2z \longrightarrow x + y + 2z = 0$$

Si:
$$x + y + 2z = 0$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + (2z)^3 = 3(x)(y)(2z)$$

$$x^3 + y^3 + 8z^3 = 6xyz$$

Reemplazando en:

$$R = \frac{x^3 + y^3 + 8z^3}{2xyz} \ R = \frac{6xyz}{2xyz}$$

$$R = 3$$

SOLVED | PROBLEMS



Problema 3

En la siguiente división exacta

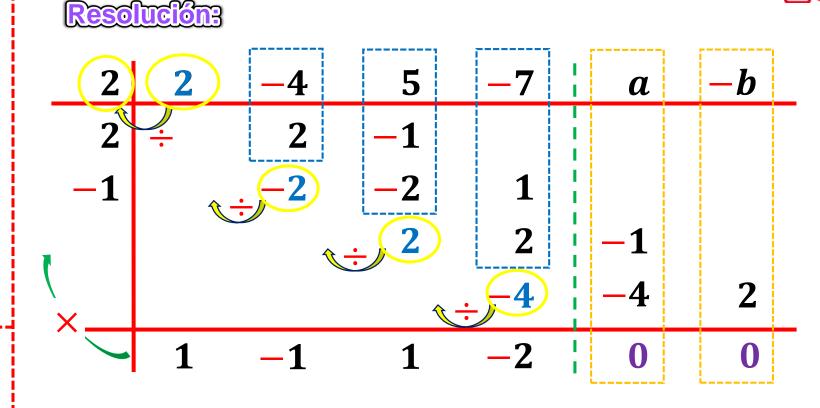
$$\frac{5x^3 + 2x^5 - 7x^2 + ax - 4x^4 - b}{2x^2 + 1 - 2x}$$

calcule b^a .

Recuerda:

Se debe ordenar el dividendo y el divisor en forma descendente:

$$\frac{2x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 7x^2 + ax - b}{2x^2 - 2x + 1}$$



$$a-1-4=0$$

$$a=5$$

$$b=2$$

$$b^a = 32$$



Problema 4

Obtenga el valor de A si el residuo de la división es 12.

$$\frac{3x^4 + x^3 + 7x^2 + A}{3x - 2}$$

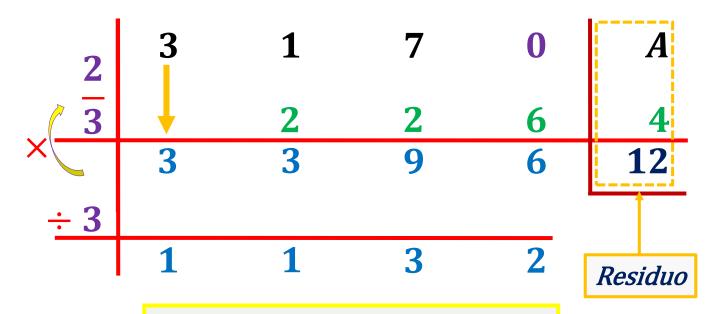
Recuerda:

Se debe completar el dividendo:

$$\frac{3x^4 + x^3 + 7x^2 + 0x + A}{3x - 2}$$



$$3x-2=0 \implies x=\frac{2}{3}$$



$$q(x) = x^3 + x^2 + 3x + 2$$

$$\Rightarrow A+4=12$$

$$\therefore A = 8$$



Determine el resto en

Problema 5

$$\frac{(x+y-3)^2 + (x+y-2)^3 + (x+y)^6}{x+y+1}$$

Resolución?

I.
$$x + y + 1 = 0$$
 $\Rightarrow x + y = -1$

II. $D(x) = (x + y - 3)^2 + (x + y - 2)^3 + (x + y)^6$
 $R(x) = (-1 - 3)^2 + (-1 - 2)^3 + (-1)^6$
 $R(x) = (-4)^2 + (-3)^3 + 1$
 $R(x) = 16 - 27 + 1$
 $\Rightarrow R(x) = -10$



El valor del resto de la siguiente división

Problema 6

$$\frac{(x-8)(x-1)(x+2)(x-5)-4}{(x-3)^2}$$

representa la edad del bisabuelo de Jorgito. ¿Cuántos años tiene el bisabuelo de Jorgito?

Resolución:

I.
$$(x-3)^2=0$$

$$x-3=0 \implies x=3$$

II.
$$D(x) = (x-8)(x-1)(x+2)(x-5)-4$$

$$R(x) = (3-8)(3-1)(3+2)(3-5)-4$$

$$R(x) = (-5)(2)(5)(-2) - 4$$

$$R(x) = 100 - 4 \qquad \Longrightarrow \qquad R(x) = 96$$

: El bisabuelo de Jorgito tiene 96 años.

01

Problema 7

Obtenga el noveno término del cociente notable generado por

$$\frac{x^{120}+y^{90}}{x^8+y^6}$$

Recordemos:

Sea la división:
$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

<u>Término de lugar k:</u>

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

donde n es el número de términos del CN:

$$n=\frac{a}{p}=\frac{b}{q}$$

$$\frac{x^{120} + y^{90}}{x^8 + y^6}$$

Cálculo de To:

Cálculo de
$$T_9$$
:
$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

$$k = 9$$

$$n = \frac{90}{6} = 15$$
$$k = 9$$

$$T_9 = +(x^8)^{15-9}(y^6)^{9-1}$$

$$T_9 = (x^8)^6 (y^6)^8$$

$$T_9 = x^{48}y^{48}$$

01

Problema 8

Obtenga el término central del desarrollo del cociente notable

$$\frac{x^{42} - y^{63}}{x^2 - y^3}$$

Recordemos:

Sea la división:
$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

Término central
$$T_C = \pm (x^p, y^q)^{\frac{n-1}{2}}$$

donde:
$$n = \frac{a}{p} = \frac{b}{q}$$

$$\frac{x^{42} - y^{63}}{x^2 - y^3}$$

Cálculo de T_C:

$$T_C = \pm (x^p.y^q)^{\frac{n-1}{2}}$$
 $n = \frac{63}{3} = 21$

$$T_{C} = +(x^{2}.y^{3})^{\frac{21-1}{2}}$$

$$T_{C} = +(x^{2}.y^{3})^{\frac{21}{2}}$$

$$T_C = (x^2, y^3)^{10}$$

$$T_C = x^{20}y^{30}$$



Problema 9

Al factorizar

$$27x^3 - 64$$

indique el factor primo cuadrático.

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUBOS:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Resolución:

$$\Rightarrow 27x^3 - 64 = (3x - 4)((3x)^2 + (3x)(4) + 4^2)$$

$$27x^3 - 64 = (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16)$$

Factores primos: $(3x-4)y(9x^2+12x+16)$

: Factor primo cuadrático: $9x^2 + 12x + 16$

Resolución

Problema 10

Luego de factorizar

$$(ax+4b)^2-(4x+ab)^2$$

determine la suma de sus factores primos.

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(ax + 4b)^{2} - (4x + ab)^{2}$$

$$[(ax + 4b) + (4x + ab)][(ax + 4b) - (4x + ab)]$$

$$[ax + 4b + 4x + ab][ax + 4b - 4x - ab]$$

$$[x(a + 4) + b(4 + a)][x(a - 4) + b(4 - a)]$$

$$[x(a + 4) + b(a + 4)][x(a - 4) - b(a - 4)]$$

$$(a + 4)(x + b)(a - 4)(x - b)$$

Suma de factores primos:

$$a+4+x+b+a-4+x-b' = 2a+2x$$

= $2(a+x)$