

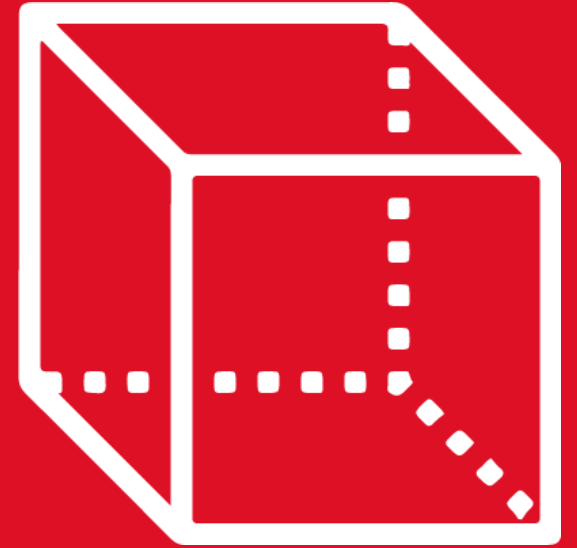
# GEOMETRY

## Chapter 16

4th

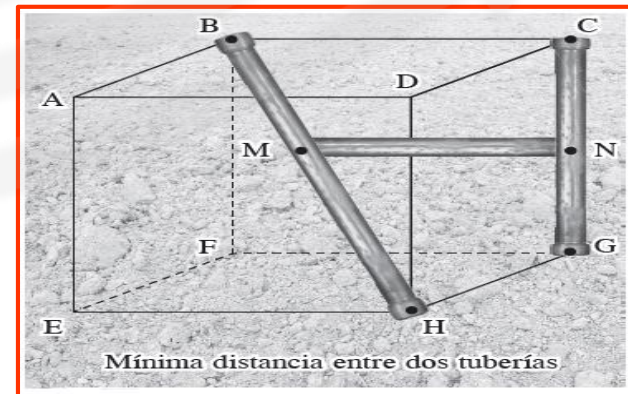
SECONDARY

RECTAS, PLANOS Y ÁNGULO  
DIEDRO



 **SACO OLIVEROS**

En geometría del espacio estudiamos a los puntos, rectas y planos que forman a los poliedros y sólidos geométricos, por ejemplo:



# RECTAS, PLANOS Y ÁNGULO DIEDRO



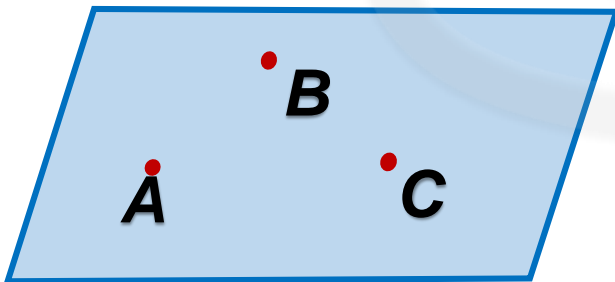
Notación:

 **P**: Plano P

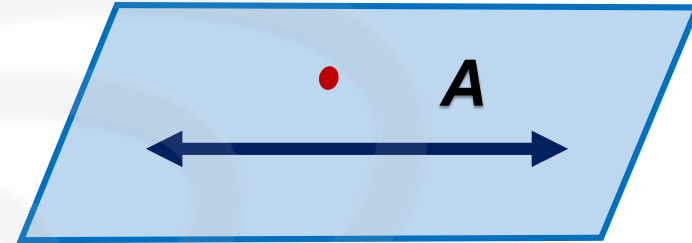
## Determinación de un plano

Existen cuatro formas para determinar un plano.

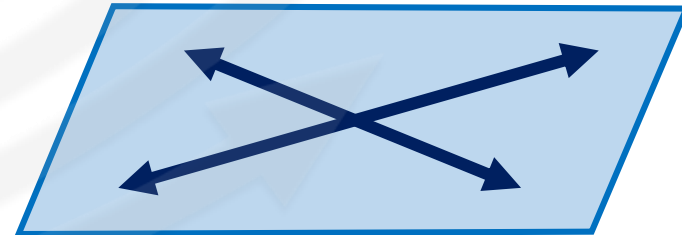
### 1. Tres puntos no colineales



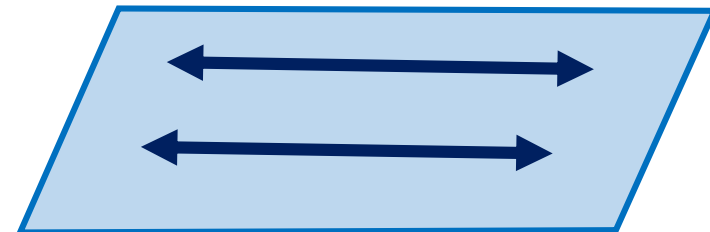
### 2. Una recta y un punto exterior a ella



### 3. Dos rectas secantes

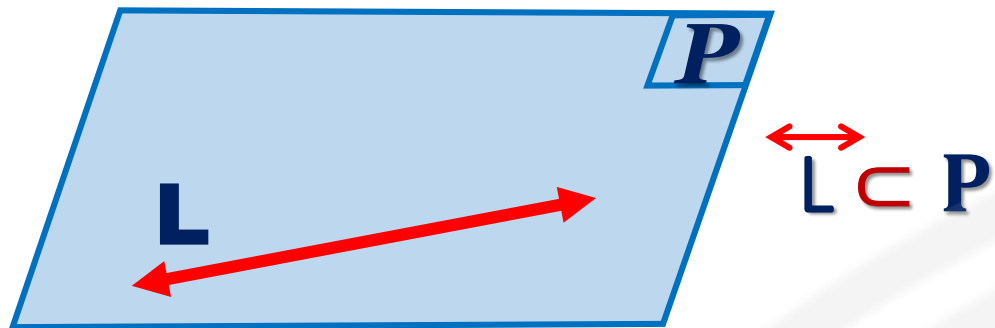


### 4. Dos rectas paralelas

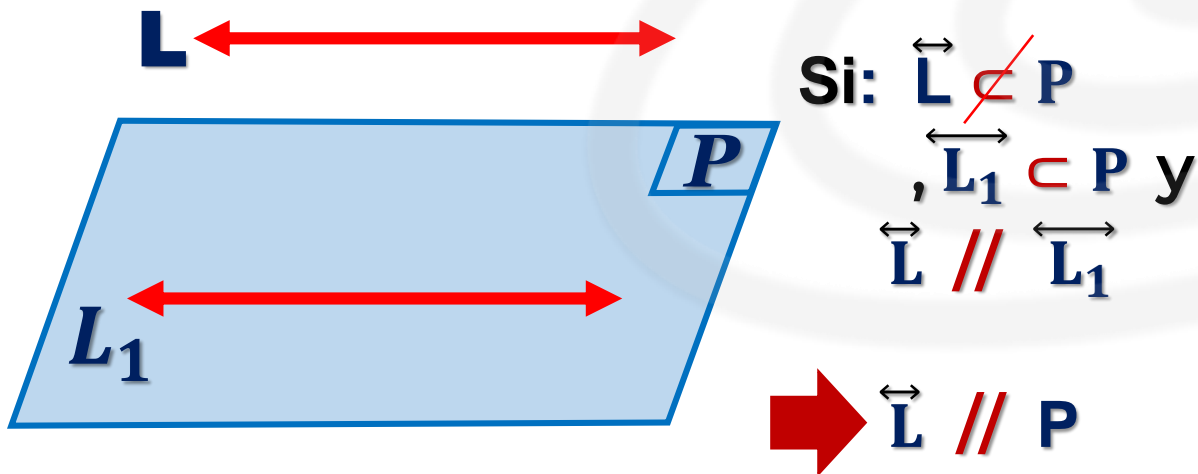


# Posiciones relativas entre rectas y planos

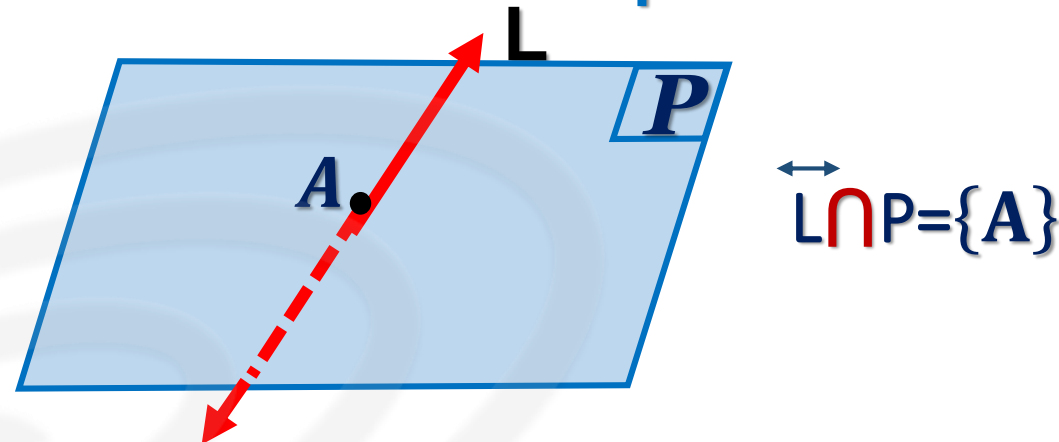
## 1. Recta contenida en un plano



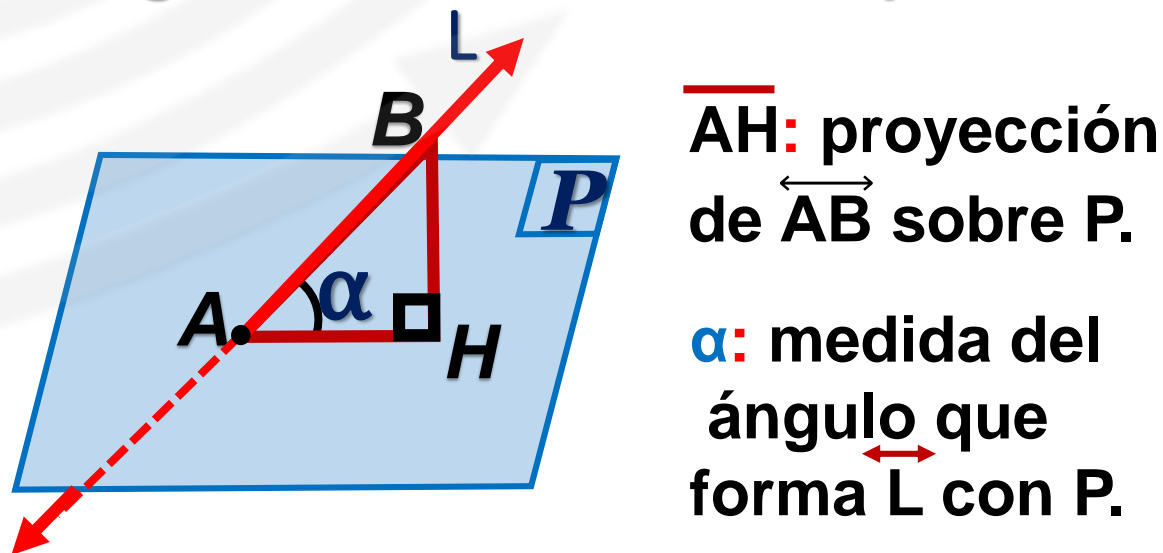
## 2. Recta paralela a un plano



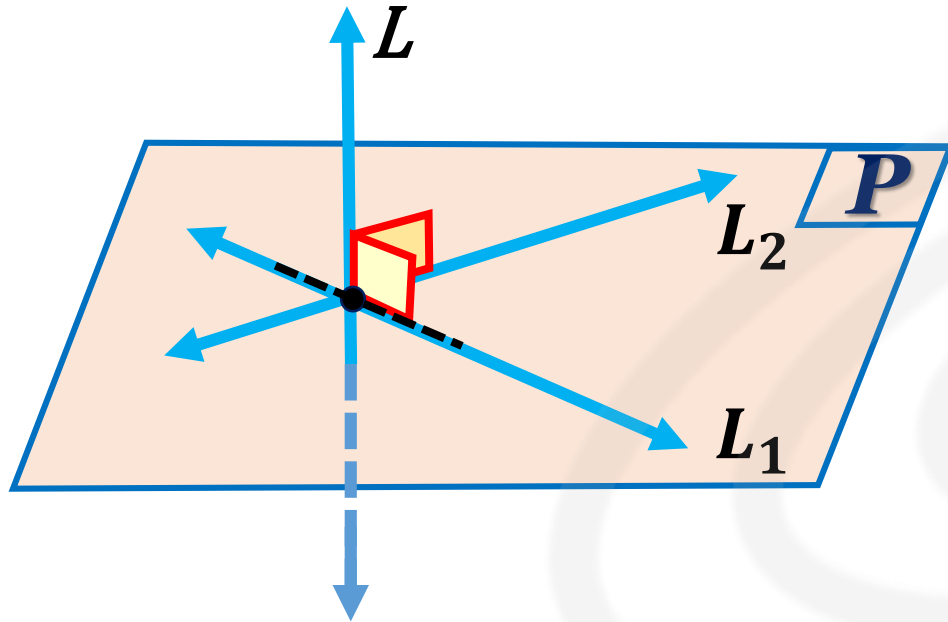
## 3. Recta secante a un plano



## 4. Ángulo entre una recta y un plano

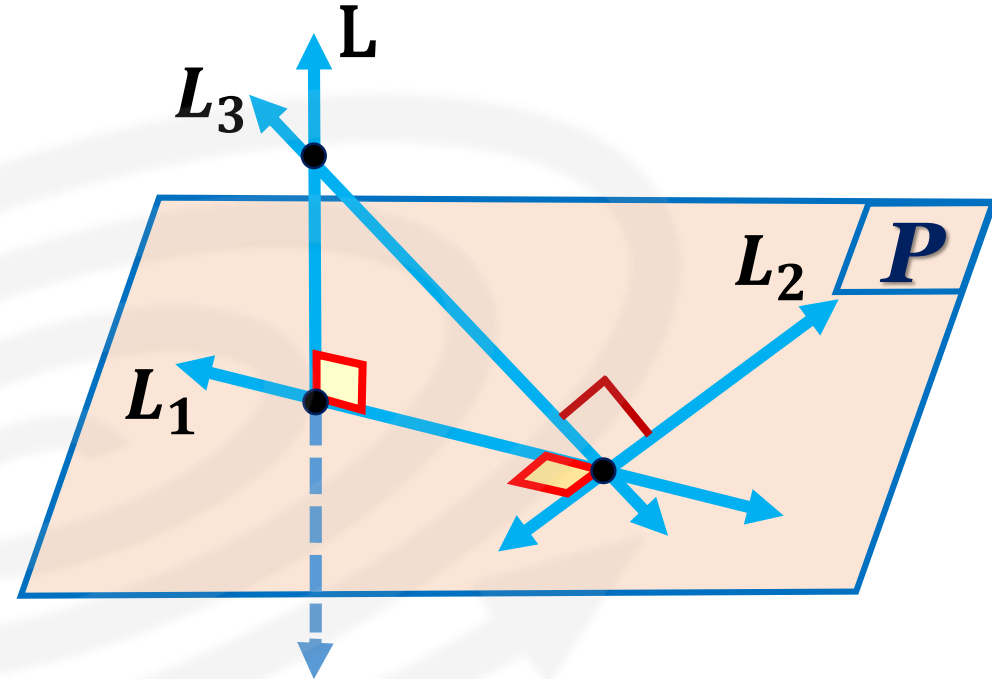


## Recta perpendicular a un plano



Si:  $\vec{L} \perp \vec{L_1}$  y  $\vec{L} \perp \vec{L_2} \rightarrow \vec{L} \perp P$

## Teorema de las tres perpendiculares

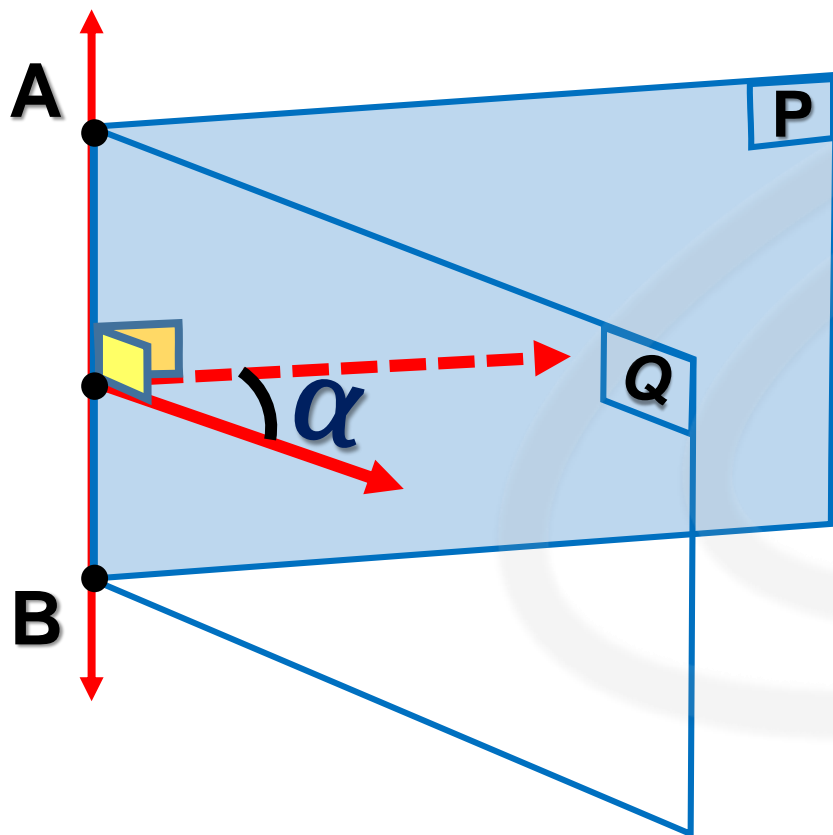


Sea  $\vec{L} \perp P$  y  $\vec{L_1}$  y  $\vec{L_2}$  rectas  
contenidos en el plano P

Si:  $\vec{L} \perp \vec{L_1}$  y  $\vec{L_1} \perp \vec{L_2}$ , entonces:  $\vec{L} \perp \vec{L_2}$

# ÁNGULO DIEDRO

Es la figura formada por dos semiplanos que tienen la misma recta de origen común.



En la figura

- . P y Q son las caras del diedro.
- .  $\overleftrightarrow{AB}$  es la arista del diedro.

Notación

- . Ángulo diedro:  $P - \overleftrightarrow{AB} - Q$
- . Diedro AB

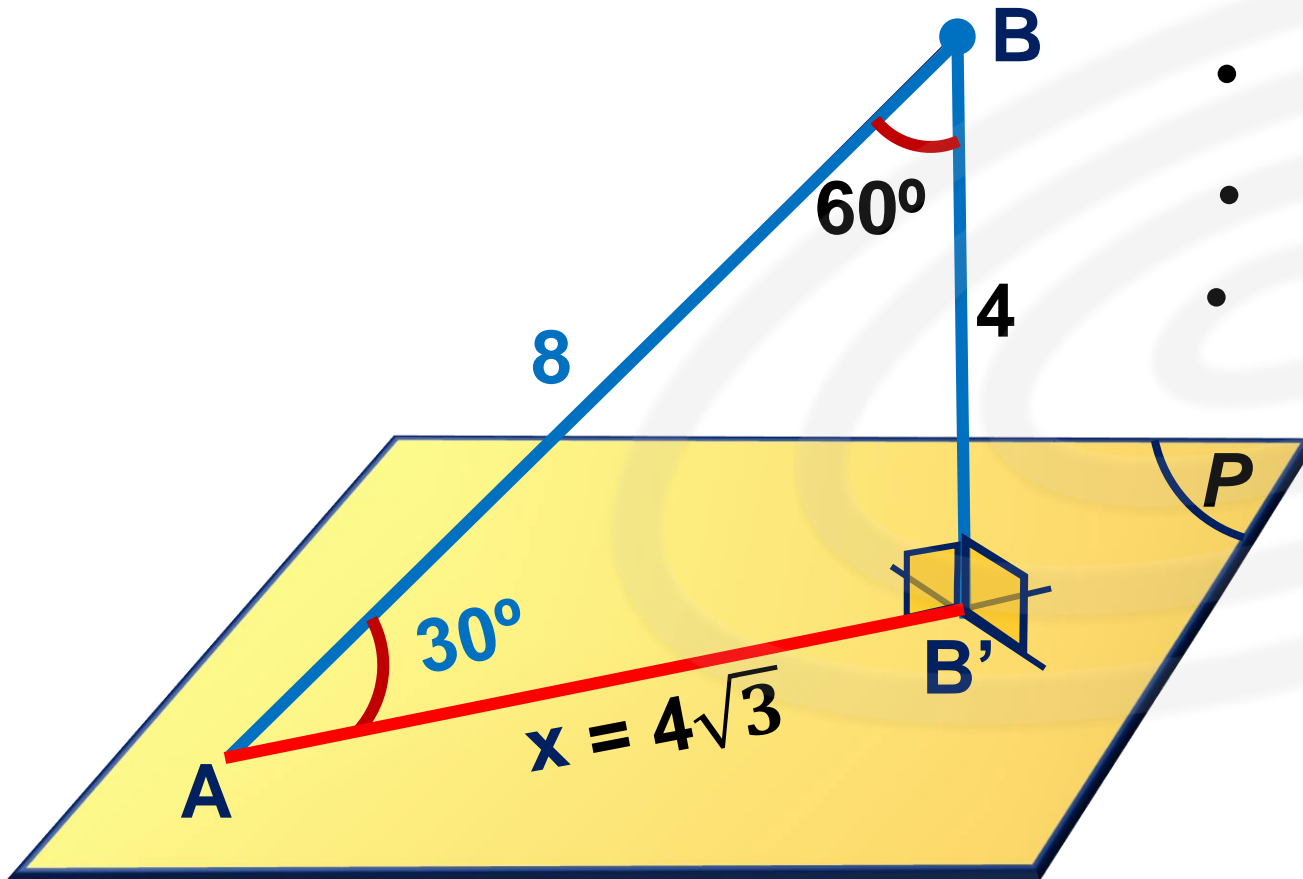
Además


- .  $md \overline{AB}$  : medida del diedro  $\overline{AB}$
- .  $md \overline{AB} = \alpha$



1. En la figura,  $\overline{AB}$  forma  $30^\circ$  con el plano P y  $AB = 8$  u. halle la longitud de la proyección del  $\overline{AB}$  sobre el plano P.

RESOLUCIÓN:



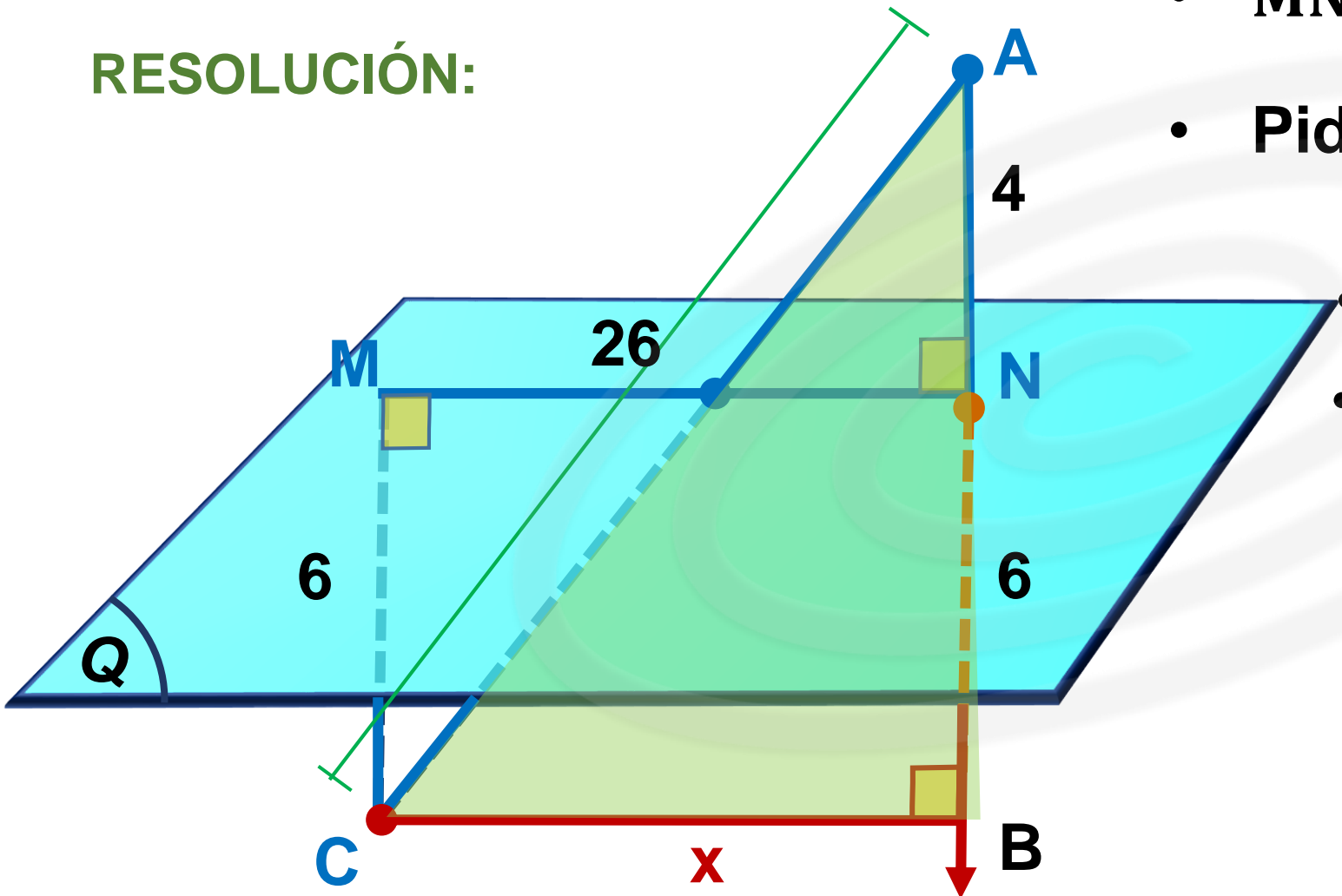
- $\overline{AB'}$ : Proyección del  $\overline{AB}$  sobre el plano P.
- Piden : x.
-   $\triangle AB'B$  : Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$

$$x = 4\sqrt{3} \text{ u}$$



2. Halle la longitud de la proyección de  $\overline{AC}$  sobre el plano Q,  
si  $AN = 4$  u,  $MC = 6$  u y  $AC = 26$  u.

RESOLUCIÓN:



- $\overline{MN}$  : Proyección del  $\overline{AC}$  sobre el plano Q.
- Piden : MN.

- Sea  $\overline{CB} \perp \overline{AN}$  ( $B \in \overline{AN}$ ).

$$MC = NB = 6 \wedge MN = CB$$

-   $\triangle ABC$  : T. Pitágoras

$$26^2 = 10^2 + (CB)^2$$

$$676 = 100 + (CB)^2$$

$$576 = (CB)^2$$

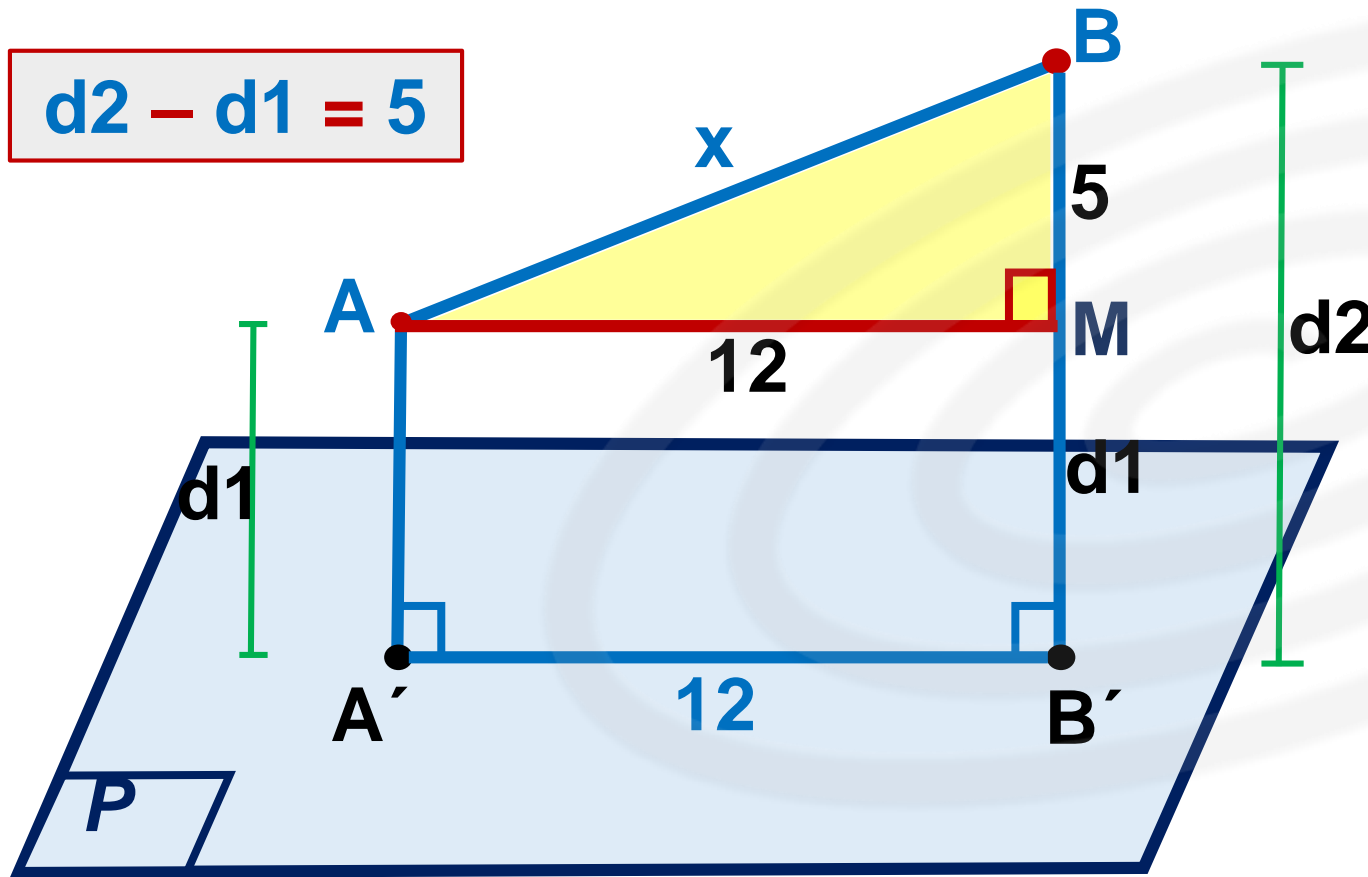
$$24 = CB$$

$$MN = 24 \text{ u}$$



3 . En la figura,  $A'B' = 12$  u y la diferencia de las distancias de B y A al plano P es 5 u, halle AB.

$$d2 - d1 = 5$$



RESOLUCIÓN:

- Piden: x.
- Se traza  $\overline{AM} \perp \overline{BB'}$
- En  $\overline{BB'}$ :  

$$BM + d1 = d2$$

$$BM = d2 - d1$$

$$BM = 5$$
- $\triangle AMB$  : T. Pitágoras  

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$



$$x^2 = 169$$

$$x = 13 \text{ u}$$



4.- Se tienen los cuadrados ABCD y ABEF contenidos en planos perpendiculares. Si  $EF = 3\sqrt{3}$  u, calcule DE.

RESOLUCIÓN:

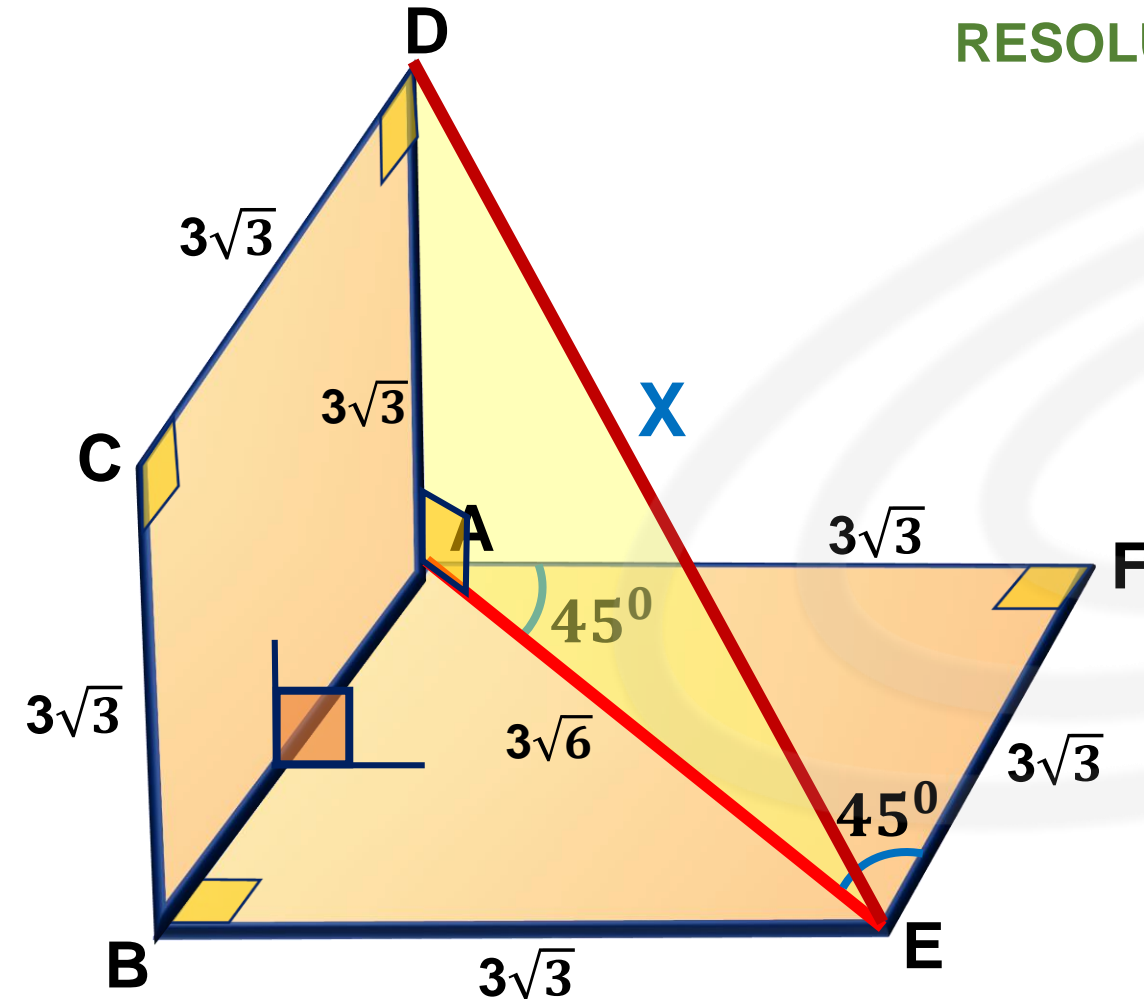
- Piden : x.
- Por dato.  
ABCD y ABEF : Cuadrados
- Se traza  $\overline{AE}$ .
-  AFE : Notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$
-  DAE : T. Pitágoras

$$x^2 = (3\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{6})^2$$

$$x^2 = 27 + 54$$

$$x^2 = 81$$

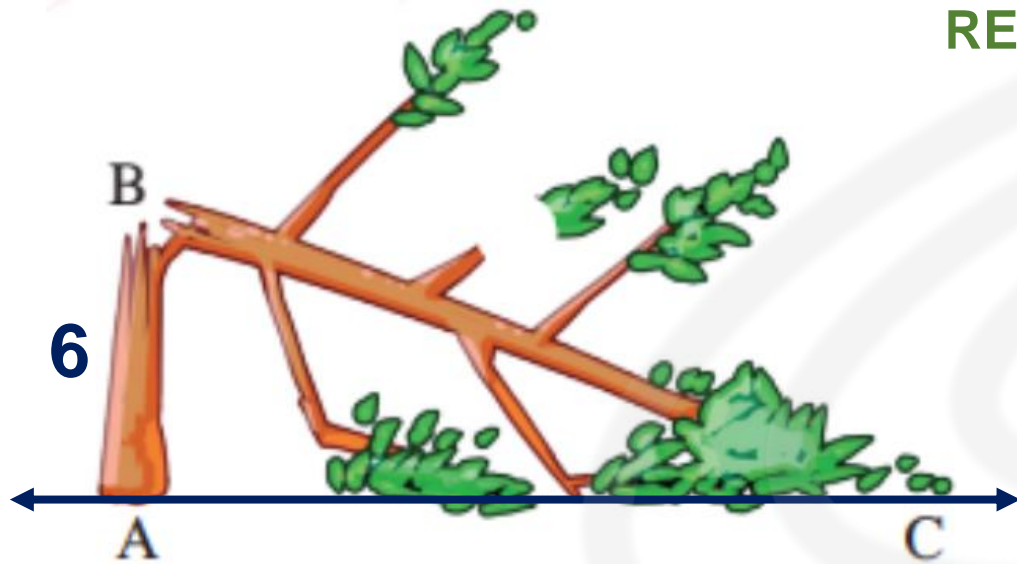
$$x = 9 \text{ u}$$



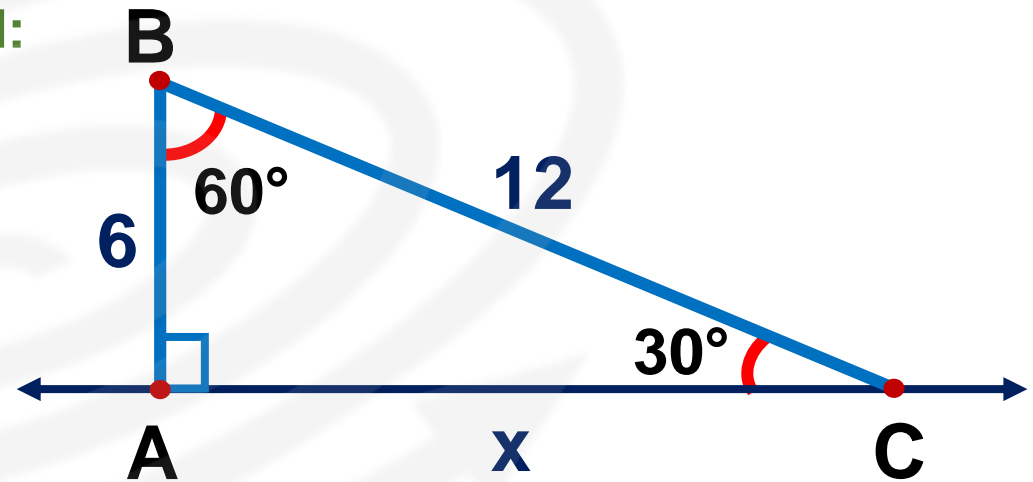




6. Debido a una tormenta tropical un árbol de 18 m de altura es alcanzado por un rayo y se parte a 6 m del suelo como se muestra en la figura. Calcule la longitud de la proyección del tramo BC sobre el suelo.



RESOLUCIÓN:



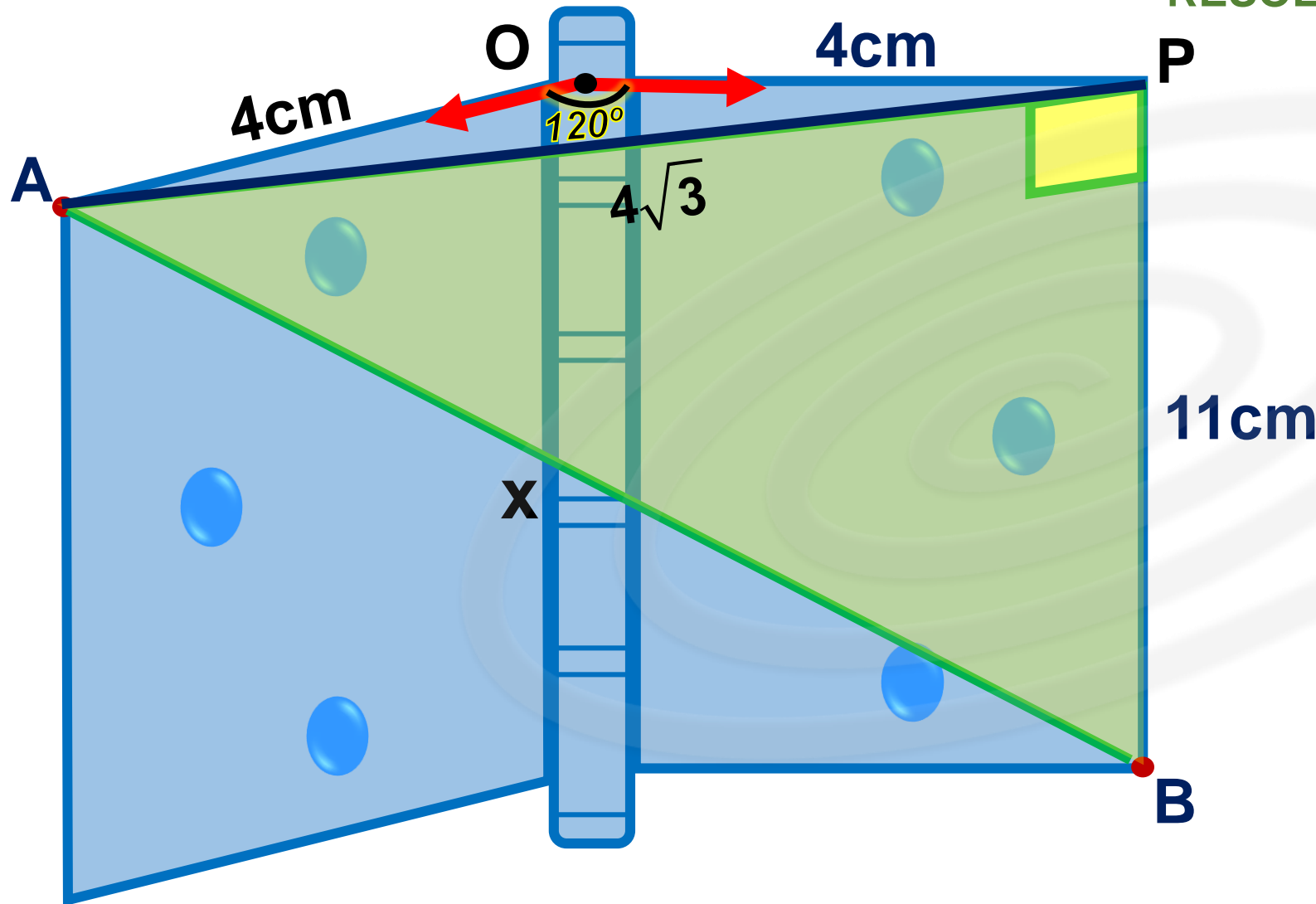
$\overline{AC}$  : proyección de  $\overline{BC}$  sobre el suelo

Piden:  $AC = x$

  $ABC$  : notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$

$$x = 6\sqrt{3} \text{ m}$$

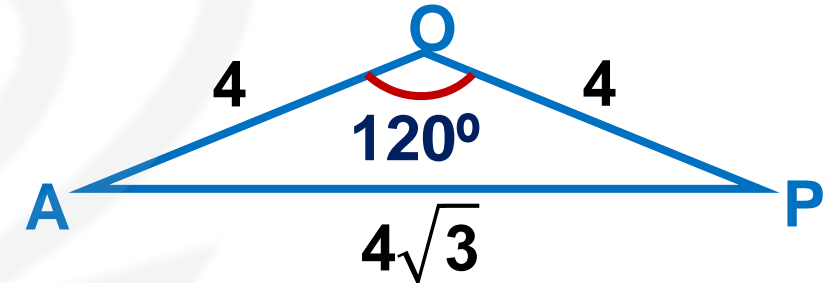
7. En la figura se muestra una bisagra la cual se abre formándose un ángulo diedro de  $120^\circ$ . Halle la distancia de A hacia B.



RESOLUCIÓN:

- Piden: x
- Se traza  $\overline{AP}$ .

•  $\triangle AOP$  :



- $\triangle APB$  : T. Pitágoras.

$$x^2 = (4\sqrt{3})^2 + 11^2$$

$$x^2 = 169$$

$$x = 13$$