



TRIGONOMETRY

Chapter 21

5th
SECONDARY

FUNCIONES
TRIGONOMÉTRICAS II



 **SACO OLIVEROS**



FENÓMENOS PERIÓDICOS

Son aquellos que se repiten en el tiempo de forma idéntica; entre ellos podemos mencionar al movimiento de rotación de la tierra, el péndulo, la corriente alterna, la luz, las mareas, el ciclo económico, la temperatura, los latidos del corazón, etc.

Para un mejor estudio de estos fenómenos, se usan a **las funciones trigonométricas** para crear los modelos de dichos fenómenos.

Ejemplo:

En un pueblo de la sierra, la temperatura en grados centígrados, puede calcularse por:

$$T(t) = 16 - 7\cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

Donde t está en horas y $t = 0$ corresponde a la medianoche.

¿Cuál es la temperatura a las 4pm?



Rpta:

19,5°C

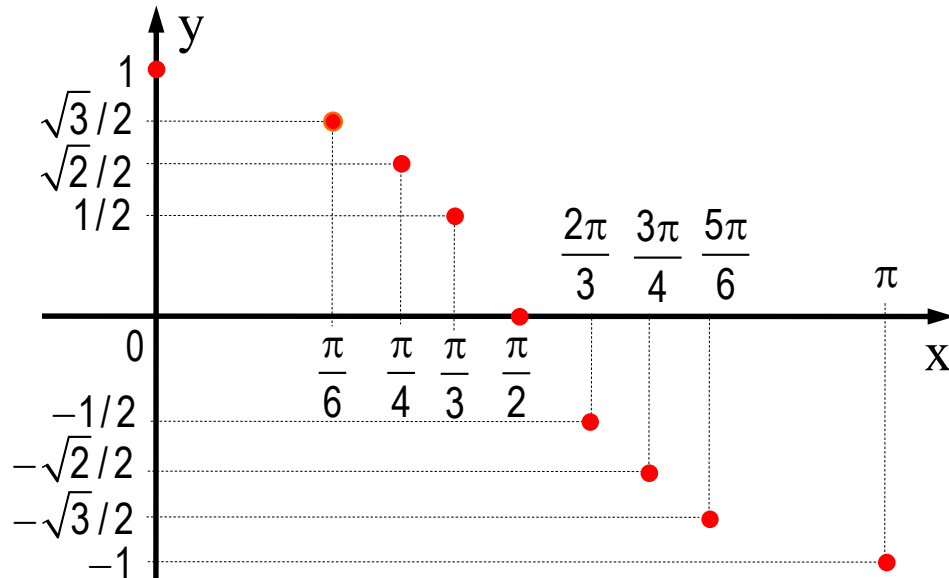


FUNCIÓN COSENO:

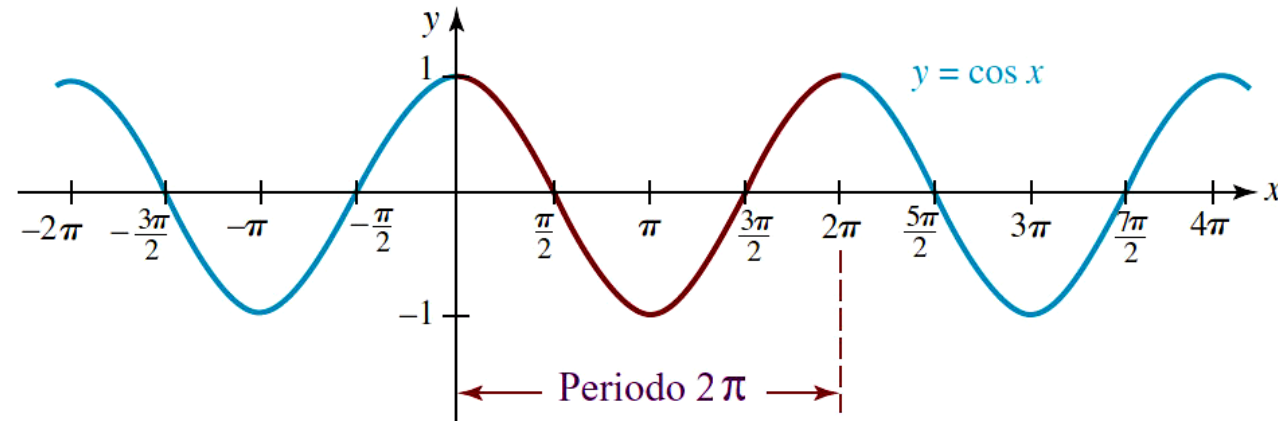
$$F = \{(x; y) / y = \cos x ; x \in \mathbb{R}\}$$

Tabulando algunos valores para x e y :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y = cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1



Tabulando mas valores y uniendo con una curva dichos puntos, tenemos :



Dominio : $\text{Dom } F = \mathbb{R} ; x \in \mathbb{R}$

Rango : $\text{Ran } F = [-1; 1] \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1$

Periodo : $T = 2\pi$

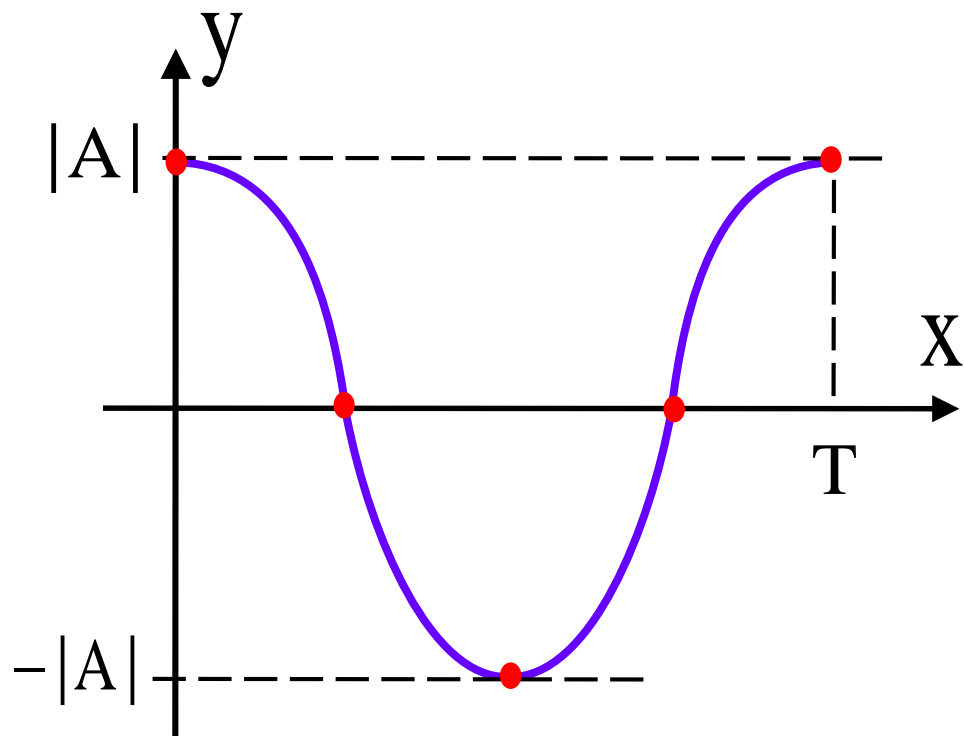
Es una función par: $\cos(-x) = \cos x$

Gráfica simétrica respecto al eje de ordenadas.

OBSERVACIÓN:

Sea la función : $y = A \cdot \cos Bx$

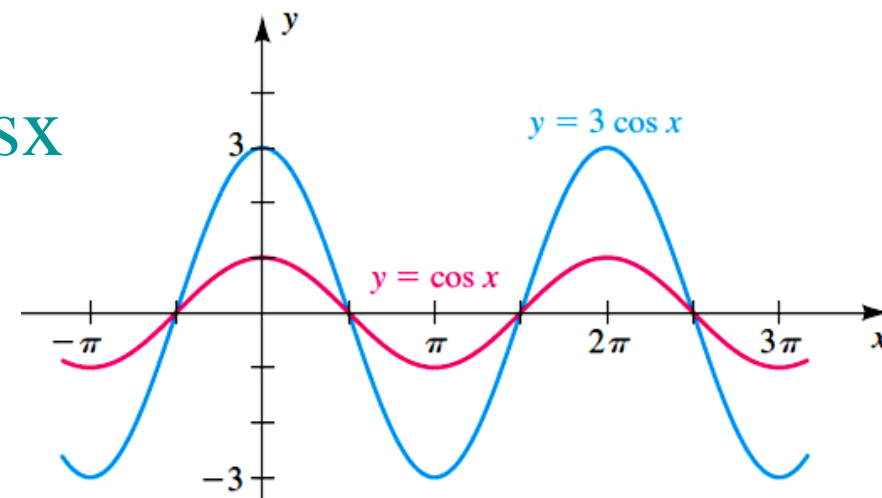
➡ Amplitud : $|A|$; Período : $T = \frac{2\pi}{|B|}$



Ejemplos:

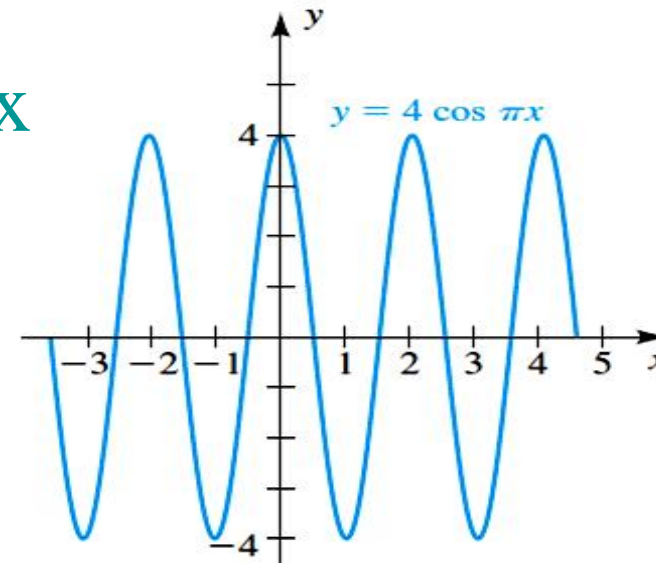
• $y = 3 \cos x$

$$\begin{cases} |A| = 3 \\ T = 2\pi \end{cases}$$



• $y = 4 \cos \pi x$

$$\begin{cases} |A| = 4 \\ T = 2 \end{cases}$$





HELICOPRACTICE 1

Halle el rango de la función $f(x) = 2\cos x - 3$

RESOLUCIÓN:

Se sabe que: $-1 \leq \cos x \leq 1$

Ahora le damos la forma de la función f :

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \dots \dots (x^2)$$

$$-2 \leq 2 \cos x \leq 2 \dots \dots (-3)$$

$$-5 \leq \underbrace{2 \cos x - 3}_{f(x)} \leq -1$$

$$\text{Ran } f = [-5; -1]$$





HELICOPRACTICE 2

Halle el rango de la función $g(x) = 4 \cos^2 x - 3$

RESOLUCIÓN:

Se sabe que: $-1 \leq \cos x \leq 1$

Ahora le damos la forma de la función $f(x)$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \dots \dots (\)^2$$

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1 \dots \dots (x^4)$$

$$0 \leq 4\cos^2 x \leq 4 \dots \dots (-3)$$

$$-3 \leq \underbrace{4\cos^2 x - 3}_{g(x)} \leq 1$$

$$\text{Ran } g = [-3; 1]$$





HELICOPRACTICE 3

Calcule $T_1 + T_2$, siendo T_1 y T_2 periodos de las funciones $f(x)$ y $g(x)$, respectivamente, donde:

$$f(x) = 3\cos(2x)$$

$$g(x) = 5\cos\left(\frac{x}{4}\right)$$

RESOLUCIÓN:

➤ Para $f(x)$

$$T_1 = \frac{2\pi}{|B|} \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

➤ Para $g(x)$

$$T_2 = \frac{2\pi}{|B|} \rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$$

➤ Lo pedido: $T_1 + T_2$

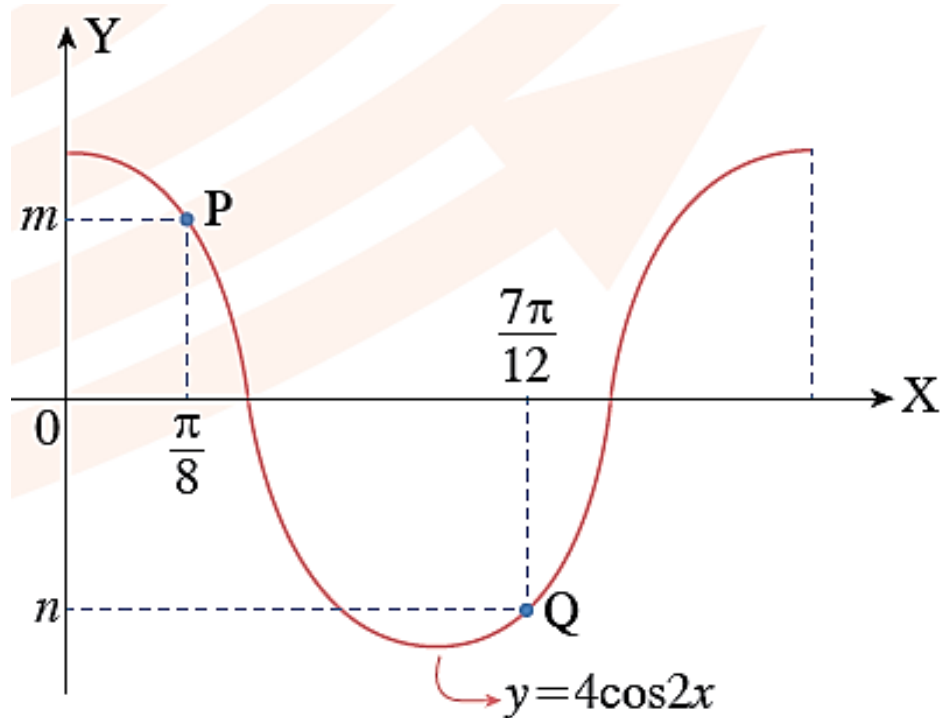
$$\therefore T_1 + T_2 = 9\pi$$





HELICOPRACTICE 4

Del gráfico, calcule m.n



RESOLUCIÓN:

Sea: $f(x) = y = 4 \cos 2x$

$$P\left(\frac{\pi}{8}; m\right) \in f$$

$$\Rightarrow m = 4 \cos\left(\frac{2 \times \pi}{8}\right)$$

$$\Rightarrow m = 4 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow m = 4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow m = 2\sqrt{2}$$

$$Q\left(\frac{7\pi}{12}; n\right) \in f$$

$$\Rightarrow n = 4 \cos\left(\frac{2 \times 7\pi}{12}\right)$$

$$\Rightarrow n = 4 \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow n = 4 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow n = -2\sqrt{3}$$

NOS PIDEN:

$$m.n = (2\sqrt{2})(-2\sqrt{3})$$

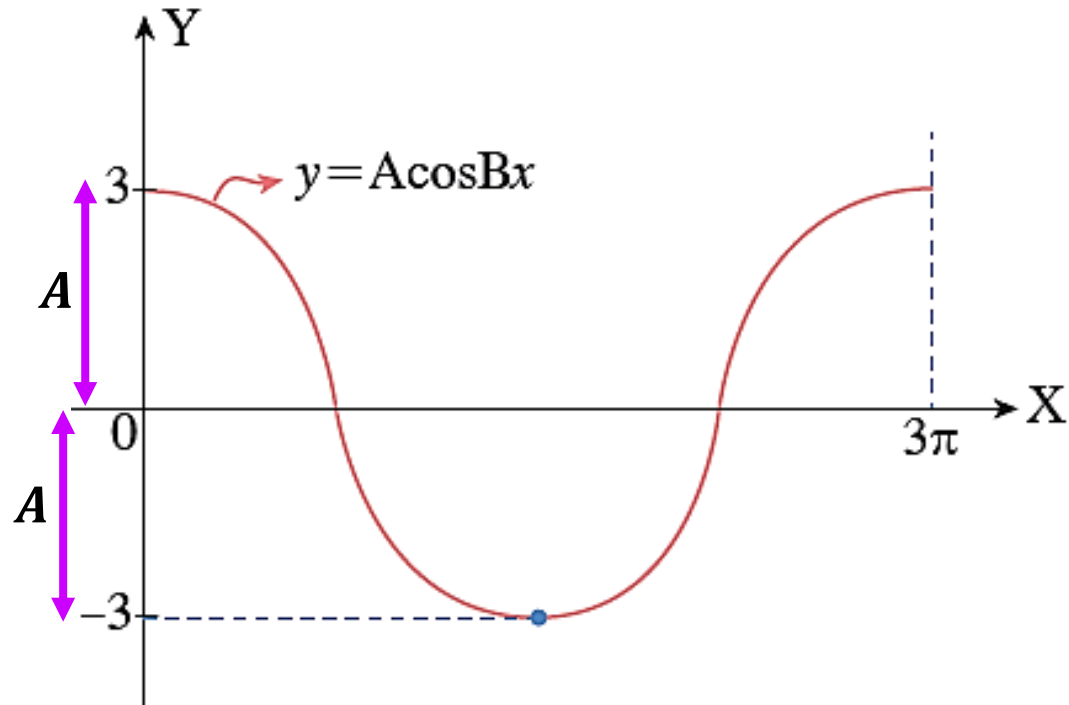
$$m.n = -4\sqrt{6}$$





HELICOPRACTICE 5

Del gráfico, calcule $A + B$.



RESOLUCIÓN:

Calculamos A de la gráfica:

➡ $A = 3$

Sea la función: $f(x) = y = A \cos Bx$

Periodo de la función

➡ $T = \frac{2\pi}{B}$

$$3\pi = \frac{2\pi}{B}$$

$$B = \frac{2}{3}$$

Piden:

$$A + B = 3 + \frac{2}{3}$$

$$\therefore A + B = \frac{11}{3}$$





HELICOPRACTICE 6

Una población de aves silvestres tiene modelo de crecimiento dado por:

$$P(t) = 1000 \left[2 \cos \left(\frac{\pi}{n} t \right) + 5 \right] \text{ aves}$$

Donde t se expresa en años, con fluctuaciones periódicas de 7 años. Determine el menor tiempo en que la población será de 6000 aves.

RESOLUCIÓN:

Periodo de la función

➡ $T = \frac{2\pi}{B}$

$$7 = \frac{2\pi}{\left(\frac{\pi}{n}\right)}$$

$$n = \frac{7}{2}$$

Población de aves

$$6000 = 1000 \left[2 \cos \left(\frac{\pi}{n} t \right) + 5 \right]$$

$$6 = \left[2 \cos \left(\frac{\pi}{n} t \right) + 5 \right]$$

$$1 = 2 \cos \left(\frac{\pi}{n} t \right)$$

$$\frac{1}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{n} t \right)$$

$$\frac{\pi}{n} t = \frac{\pi}{3}$$

$$t = \frac{7}{6} \text{ años}$$

$$n = \frac{7}{2}$$

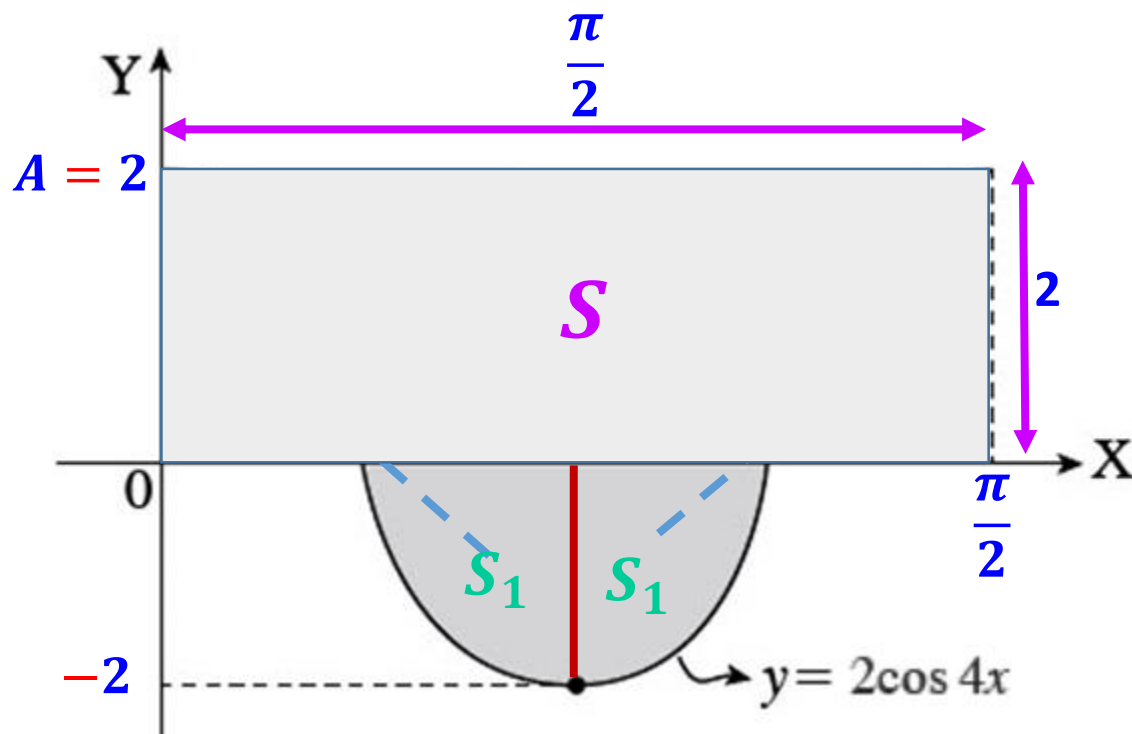
∴ El menor tiempo es 1 año y 2 meses





HELICOPRACTICE 7

El siguiente gráfico muestra las ondas emitidas por un teléfono móvil. Determine el área de la región sombreada.



RESOLUCIÓN:

Sea la función: $f(x) = y = 2 \cos 4x$

Periodo de la función

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{B} \rightarrow T = \frac{2\pi}{4} \rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

Amplitud:

$$A = 2$$

Calculando el área

$$S = \left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot 2$$

$$\therefore S = \pi u^2$$

