ALGEBRA

Chapter 20

3rd

SECONDARY

Desigualdades e Inecuaciones de Primer Grado

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

¿QUÉ ES UNA DESIGUALDAD?

HELICO THEORY

Es una relación de orden que se establece entre dos números reales que tienen diferente valor.

$$a; b \in \mathbb{R} / a \neq b$$

$a > b$, *cuando la diferencia* $a - b$ *es positiva*

$\vee$

$a < b$, *cuando la diferencia* $a - b$ *es negativa*

Símbolos de las relaciones de orden:

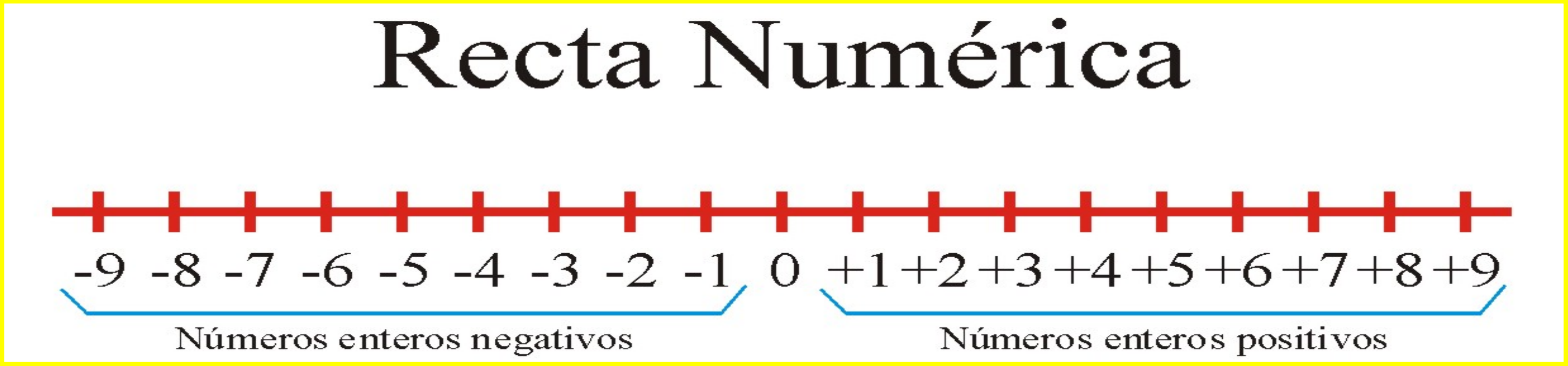
$<$ *menor que*

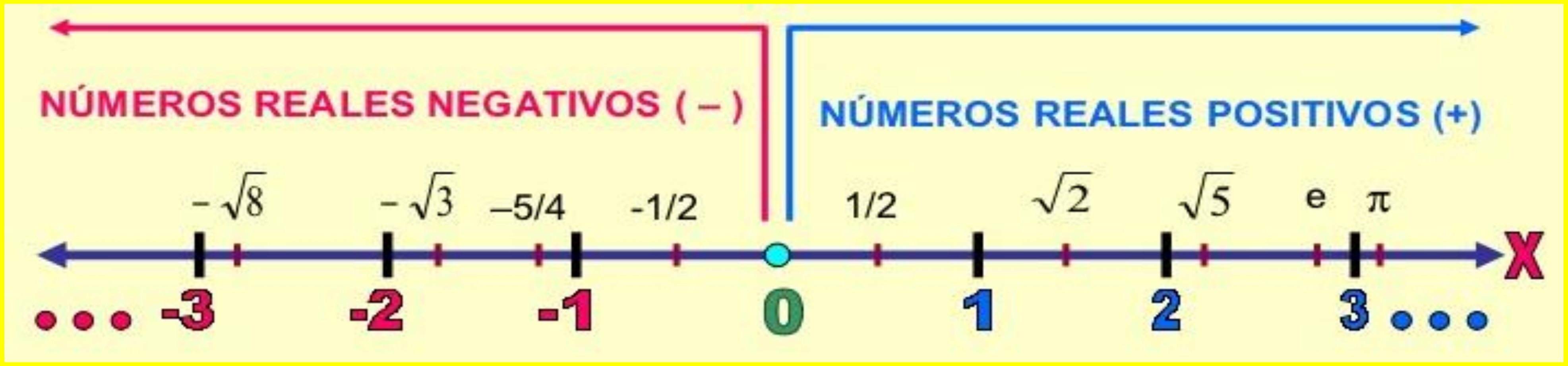
$>$ *mayor que*

$\leq$ *menor o igual que*

$\geq$ *mayor o igual que*

RECTA NUMÉRICA





INTERVALOS

Los intervalos son subconjuntos de los números reales que se pueden representar gráficamente en la recta numérica.

1. Intervalo abierto:

$$\langle a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$

$$\boxed{x \in \,]a, b[\, = \langle a, b\rangle}$$

2. Intervalo cerrado:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$$

$$\boxed{x \in [a, b]}$$

3. Intervalo semiabierto:

I. $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$

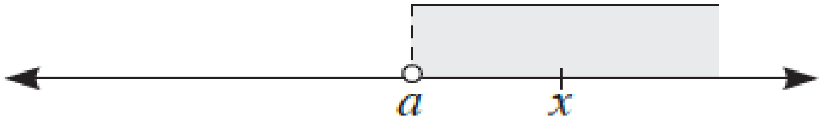
$$\boxed{x \in [a, b[= [a, b\rangle}$$

II. $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$

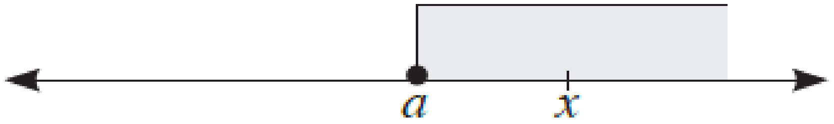
$$\boxed{x \in]a, b] = \langle a, b]}$$

INTERVALOS NO ACOTADOS:

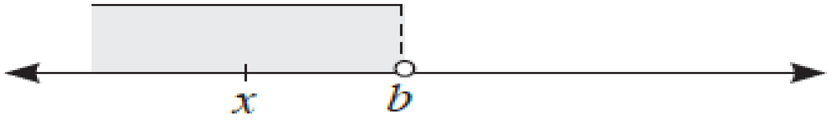
a. $\langle a, +\infty\rangle = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$



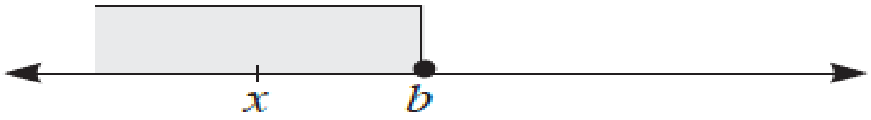
b. $[a, +\infty\rangle = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$



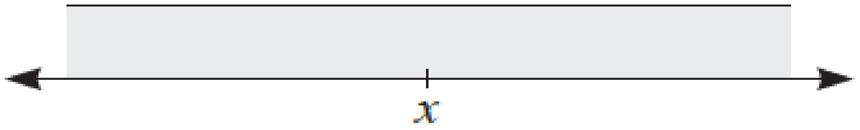
c. $\langle -\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$



d. $\langle -\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$



e. $\langle -\infty, +\infty\rangle = \{x \in \mathbb{R} / -\infty < x < +\infty\}$



PROPIEDADES FUNDAMENTALES:

I. $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$$Si\ \ a > b \ \ \wedge \ \ b > c \Rightarrow \boxed{a > c}$$

II. $\forall a, b \in \mathbb{R}$ y $m \in \mathbb{R}$, *se cumple:*

$$a > b \Rightarrow \boxed{a + m > b + m}$$

$$a > b \Rightarrow \boxed{a - m > b - m}$$

III. $\forall a, b \in \mathbb{R}$ y $m \in \mathbb{R}^{+}$, *se cumple:*

$$a > b \Rightarrow \boxed{am > bm}$$

$$a > b \Rightarrow \boxed{\frac{a}{m} > \frac{b}{m}}$$

IV. $\forall a, b \in \mathbb{R}$ y $m \in \mathbb{R}^{-}$, *se cumple:*

$$a > b \Rightarrow \boxed{am < bm}$$

$$a > b \Rightarrow \boxed{\frac{a}{m} < \frac{b}{m}}$$

INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Las desigualdades de las formas:

$\boxed{ax + b > 0}$ $\boxed{ax + b < 0}$ $\boxed{ax + b \geq 0}$ $\boxed{ax + b \leq 0}$

con $a, b \in \mathbb{R}\ (a \neq 0)$

o que se reducen a ella mediante transformaciones equivalentes, se llaman ***INECUACIONES LINEALES EN UNA VARIABLE REAL.***

Problema 1

Halle el conjunto solución de

$$\frac{3x-1}{4}-\frac{x-1}{3}\leq\frac{3}{4}$$

Resolución:

$$\frac{3x-1}{4}-\frac{x-1}{3}\leq\frac{3}{4}$$

$$mcm(4,3)=12$$

$$\cancel{12}\left(\frac{3x-1}{\cancel{4}}\right)-\cancel{12}\left(\frac{x-1}{\cancel{3}}\right)\leq\cancel{12}\left(\frac{3}{\cancel{4}}\right)$$

$$3(3x-1)-4(x-1)\leq 9$$

$$9x-3-4x+4\leq 9$$

$$5x+1\leq 9$$

$$\boxed{x\leq\frac{8}{5}}$$

$$\boxed{\therefore\ x\in\left\langle-\infty;\frac{8}{5}\right]}$$

Problema 2

Indique el intervalo para $\frac{x}{4} - 1$ ***si*** $x \in [8; 24\rangle$

Resolución:

$$x \in [8; 24\rangle \Rightarrow 8 \leq x < 24$$

$$8 \leq x < 24$$

$\div 4$

$$2 \leq \frac{x}{4} < 6$$

-1

$$\boxed{1 \leq \frac{x}{4} - 1 < 5}$$

$\therefore$ *El intervalo es* $[1; 5\rangle$

Problema 3

Si $x \in [4;6]$ ***, a qué intervalo pertenece la expresión***

$$\frac{3x+2}{2}$$

Resolución:

$$x \in [4;6] \Rightarrow 4 \le x \le 6$$

$$4 \le x \le 6$$

$\times 3$

$$12 \le 3x \le 18$$

$+2$

$$14 \le 3x+2 \le 20$$

$\div 2$

$$\boxed{7 \le \frac{3x+2}{2} \le 10}$$

$$\boxed{\therefore \ \frac{3x+2}{2} \in [7;10]}$$

Problema 4

Calcule el conjunto solución

$$3(x+1)+3(x-2)>7(x-1)+2$$

Resolución:

$$3(x+1)+3(x-2)>7(x-1)+2$$

$$3x+3+3x-6>7x-7+2$$

$$6x-3>7x-5$$

$$2>x$$

$$x<2$$

$$\boxed{\therefore \quad CS=\langle -\infty\, ;2\rangle}$$

PROBLEMA 5 Si $6x-11 < 5x < 6x - 3$

Halle el conjunto solución

Resolución

$$6x-11 < 5x < 6x - 3$$

2

1

De 1

$$6x-11 < 5x$$

$$6x - 5x < 11$$

$$\boxed{X < 11 \ (\alpha)}$$

De 2

$$5x < 6x - 3$$

$$3 < 6x - 5x$$

$$\boxed{3 < x \ldots (\beta)}$$

De(α) y (β): $\boxed{3 < x < 11}$

$$\boxed{C.S = < 3; 11 >}$$

Problema 6

Resuelva

$$5(x-2)+2(x-1)<4(x-1)$$

Sabiendo que el mayor valor entero de x representa la edad de Luis hace 15 años. ¿Cuántos años tiene actualmente?

Resolución:

$$5(x-2)+2(x-1)<4(x-1)$$

$$5x-10+2x-2<4x-4$$

$$7x-12<4x-4$$

$$3x<8$$

$$x<\frac{8}{3}=2,66\ldots$$

$$\boxed{x\in\langle-\infty\,;\,2,66\ldots\rangle}$$

$$\boxed{\therefore\ 1+15=16\ años}$$

Problema 7

Oliver, Ángel y Maycol van a una fiesta y se percatan que un recipiente tiene caramelos de diferentes sabores.

Si cogen (2x-9), (7y-15) y (x+y) respectivamente, además se sabe que todos tomaron la mínima cantidad de caramelos. ¿ Cuántos caramelos tomó Maycol del recipiente?

Resolución:

Por dato:

$$2x - 7 \geq 0$$
$$2x \geq 7$$
$$x \geq \frac{7}{2}$$
$$x \geq 3.5$$

Min. de x = 4

$$7y - 13 \geq 0$$
$$7y \geq 13$$
$$y \geq \frac{13}{7}$$
$$y \geq 1.86$$

Min. de y = 2

Piden:

$x + y = 4 + 2$

$x + y = 6$

$\therefore$ *Maycol tomo 6 caramelos*