

# MATHEMATICAL REASONING

## Chapter 19

**4<sup>th</sup>**  
SECONDARY



**MÁXIMOS Y MÍNIMOS**

 **SACO OLIVEROS**



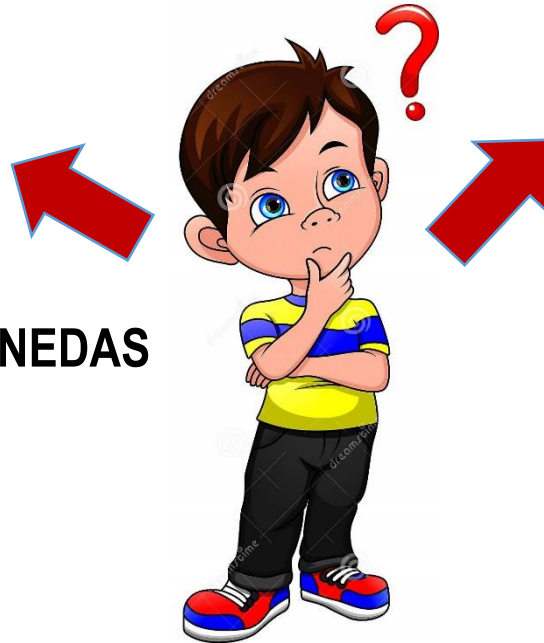
El trading (“comercio”) es una forma de negociación en los mercados financieros que se basa en tratar de predecir los movimientos que tomará un precio en un determinado período de tiempo para abrir posiciones de compra y venta. Una estrategia de trading es un sistema mediante el cual el *trader* usa diversas herramientas para establecer un patrón de actuación en el mercado que le ayude a determinar en qué momentos debe comprar y en qué momentos vender. El objetivo del *trading* es obtener rentabilidad cuando una operación genera ALZAS DE VALOR.

# MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Es un tema que incluye diversas situaciones problemáticas en la que se pide calcular un máximo valor o un mínimo valor.

## SITUACIONES LÓGICAS CREATIVAS

- ☐ PROBLEMAS CON PALITOS
- ☐ PROBLEMAS CON FICHAS Y/O MONEDAS
- ☐ PARENTESCOS
- ☐ CERTEZAS
- ☐ OTROS



## PROBLEMAS APLICATIVOS

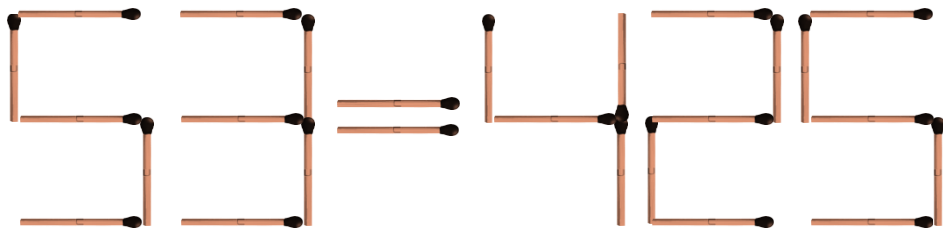
- ☐ SITUACIONES ALGEBRÁICAS
- ☐ SITUACIONES ARITMÉTICAS

# MÁXIMOS Y MÍNIMOS

## SITUACIONES LÓGICAS CREATIVAS

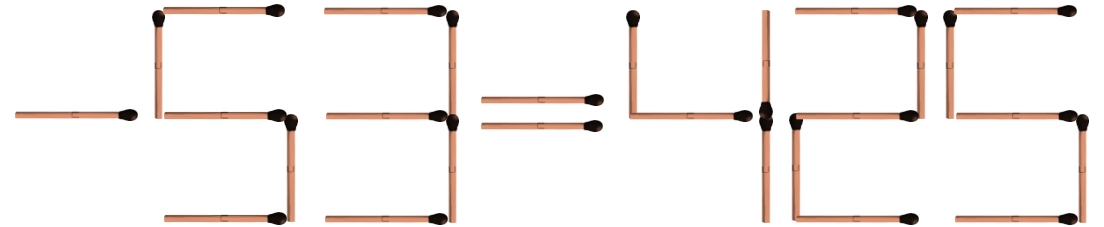
### Ejemplo 1:

En la igualdad mostrada, para que se verifique deben moverse  $x$  cerillos, como mínimo. ¿Cuál es el valor de  $x$ ?



### Resolución:

Piden el valor de  $x$ .



$$\therefore \underline{\underline{x = 3}}$$

# MÁXIMOS Y MÍNIMOS

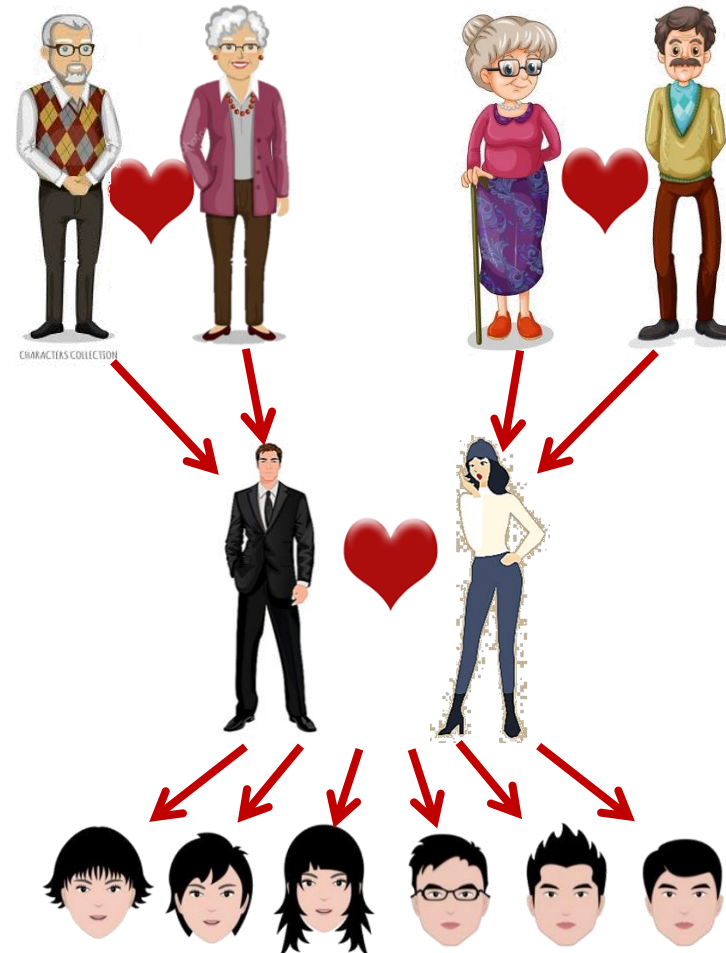
## SITUACIONES LÓGICAS CREATIVAS

### Ejemplo 2:

Dos abuelas, 2 abuelos, 3 padres, 3 madres, 2 suegras, 2 suegros, 4 hijas, 4 hijos, 1 yerno, 1 nuera, 3 hermanas y 3 hermanos consumieron en una cena familiar 3 aceitunas cada uno. ¿Cuántas aceitunas se consumieron como mínimo en esta reunión familiar?

Resolución:

De los datos:



Como  
cada uno  
come 3  
aceitunas,

$$12 \times 3 = 36$$

$$\therefore \underline{\underline{36}}$$

# MÁXIMOS Y MÍNIMOS

## ❑ SITUACIONES ALGEBRÁICAS

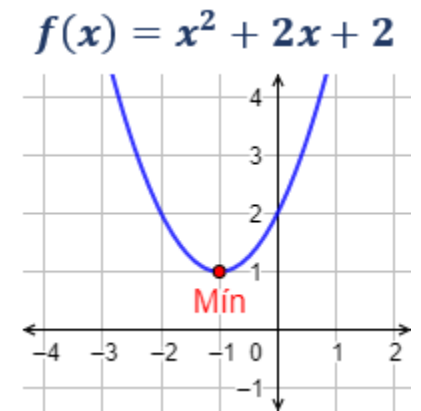
### • COMPLETANDO CUADRADOS

Se sabe que:

$$x^2 \geq 0; \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x_{\text{mín.}} = 0$$

Para maximizar o minimizar una expresión cuadrática la idea es completar cuadrados.



### Ejemplo 1

Calcule el mínimo valor de

$$M = x^2 + 2x + 2; \quad x \in \mathbb{R}$$

### Resolución:

$$M_{\text{mín.}} = \underbrace{x^2 + 2x(1) + (1)^2}_{(x+1)^2} + (1)$$

$$M_{\text{mín.}} = \underbrace{(x+1)^2}_0 + 1$$

$$M_{\text{mín.}} = \underline{\underline{1}}$$

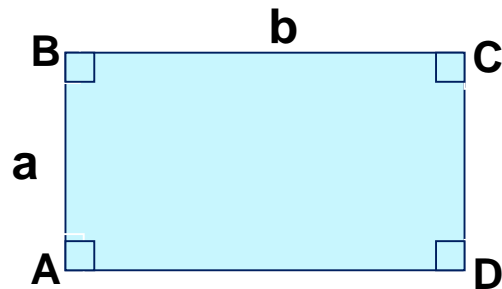
# MÁXIMOS Y MÍNIMOS

## □ SITUACIONES ARITMÉTICAS

### Ejemplo:

El perímetro de un rectángulo es 36m. Halle el área máxima de dicha región rectangular.

*Resolución:*



$$\begin{aligned}\text{Perímetro} &= 2a + 2b = 36 \\ \rightarrow a + b &= 18\end{aligned}$$

Piden el área máxima, es decir

$$ab \Rightarrow \text{Máximo}$$

Algunos valores de  $ab$  serían:

$$1 \times 17 = 17$$

$$2 \times 16 = 32$$

$$3 \times 15 = 45$$

$$\vdots$$

$$9 \times 9 = 81$$

$$A_{\text{máxima}} = \underline{\underline{81u^2}}$$

El máximo valor de un producto conociendo la suma constante de dichos valores, se obtiene cuando los números son iguales.

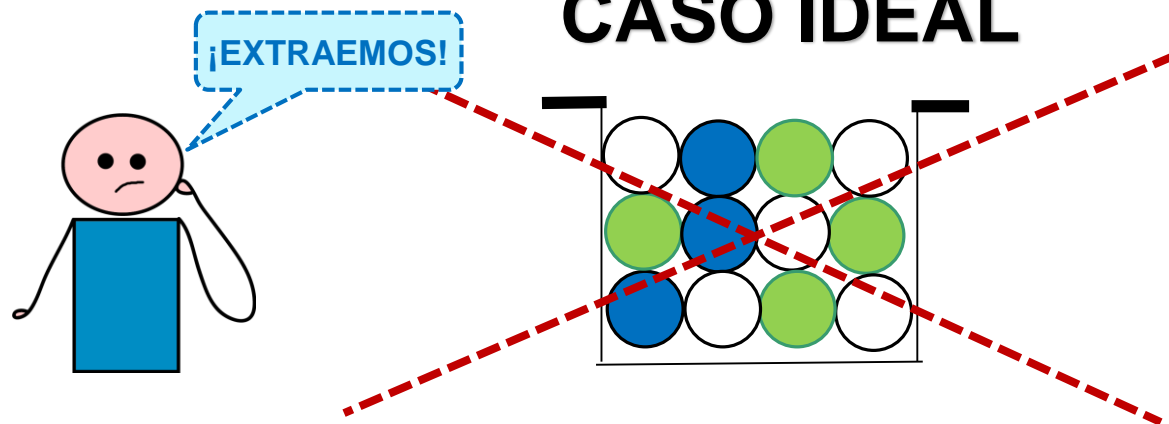


# CERTEZAS

## APLICACIÓN:

Se tiene una bolsa con canicas; en donde hay 5 canicas blancas, 3 azules y 4 verdes. ¿Cuántas canicas, como mínimo, se tendrán que extraer al azar para tener la certeza de haber extraído una canica blanca?

## RESOLUCIÓN:



Si al sacar la primera canica ésta es blanca, ya se tendría lo pedido en la primera extracción, pero eso no siempre ocurrirá pues se trata de una casualidad y buena suerte (en el mejor de los casos).

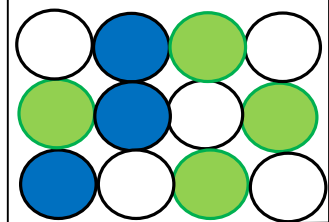
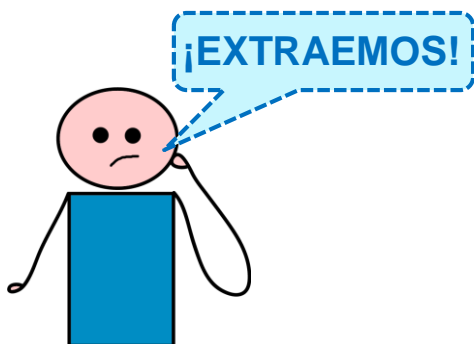


## APLICACIÓN

Se tiene una bolsa con canicas; en donde hay 5 canicas blancas, 3 azules y 4 verdes. ¿Cuántas canicas, como mínimo, se tendrán que extraer al azar para tener la certeza de haber extraído una canica blanca?

## RESOLUCIÓN:

Como ya fueron extraídas las canicas que no son de color blanco, al extraer una más, necesariamente será del color pedido (blanco).



Peor de los casos

$$+ \quad = \quad \underline{\underline{8}}$$

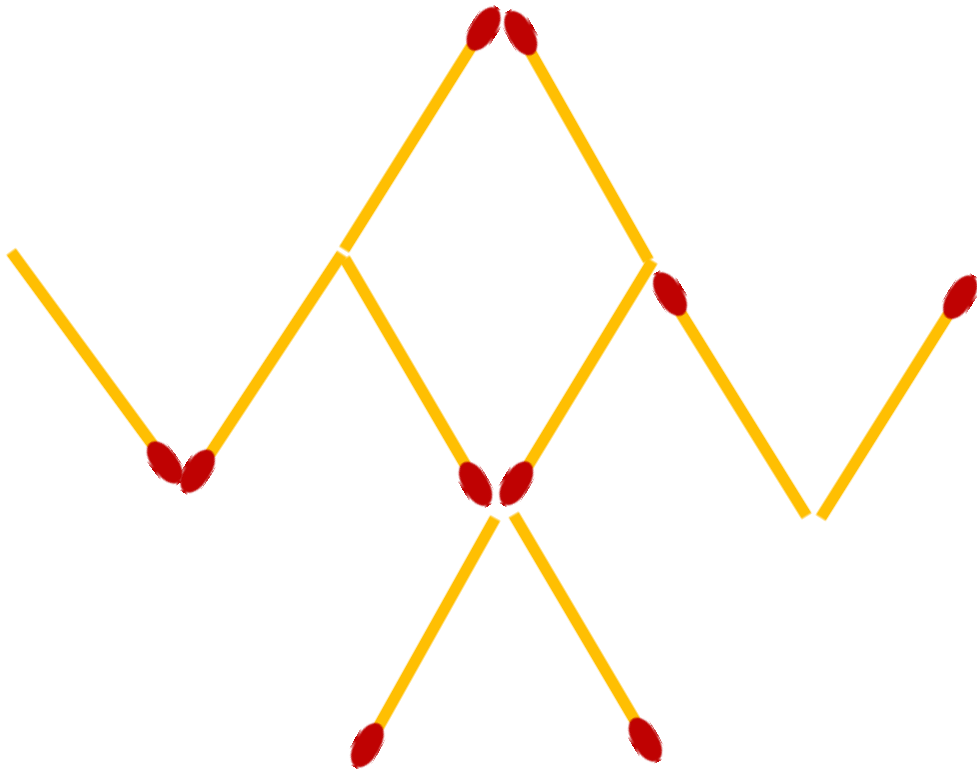


# HELICO PRACTICE

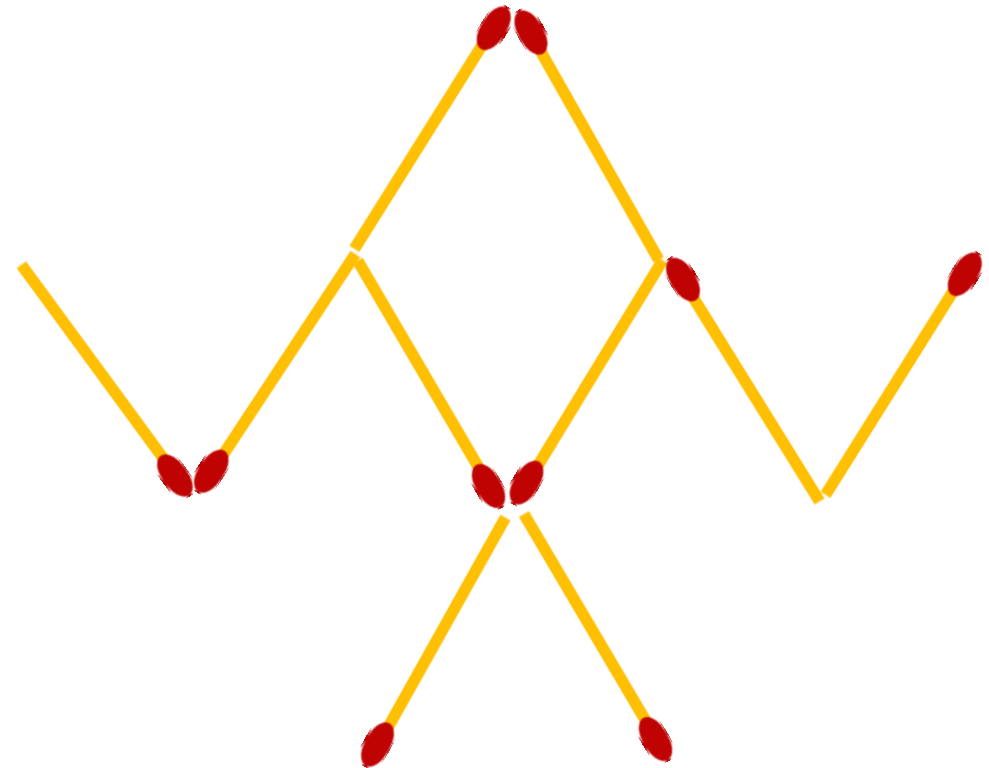


**PROBLEMA 1**

¿Cuántos palitos hay que cambiar de posición como mínimo para que la figura quede en sentido contrario?

**Resolución:**

Ubicando los cerillos convenientemente.



**3 palitos**

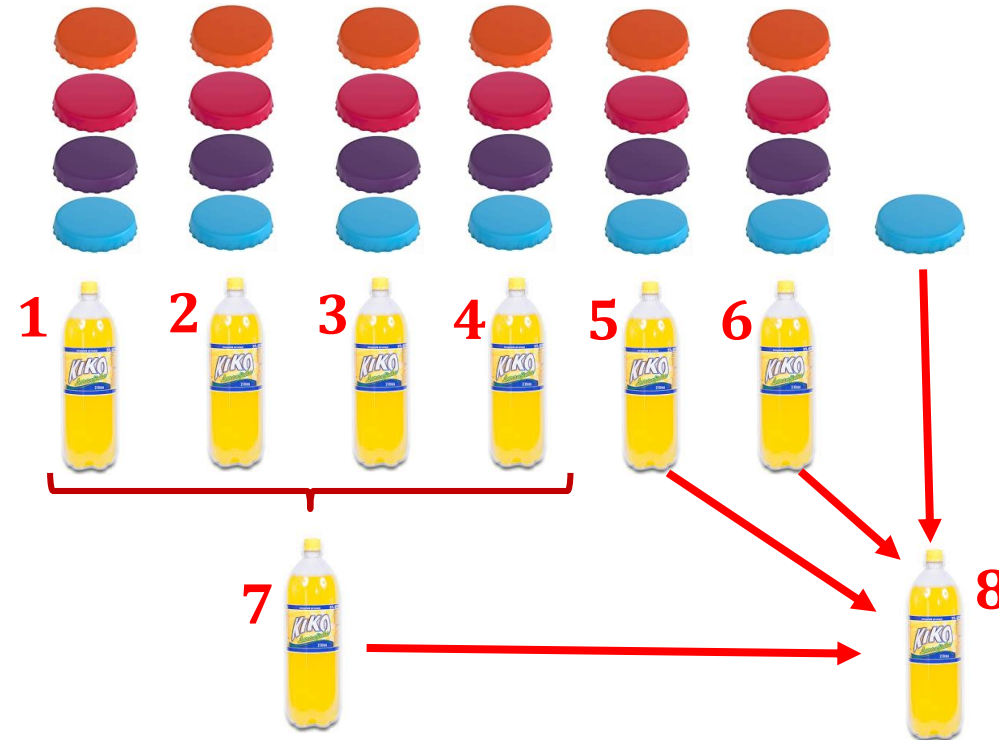
## PROBLEMA 2

Si con 4 tapitas de Kiko (gaseosa de medio litro) puedo canjear una llena, ¿cuántas canjearía como máximo con 25 tapitas?



## Resolución:

Con 4 tapitas de canjeamos una llena.



Recordemos:

Cada  
botella  
canjeada  
nos brinda  
1 tapa

∴ 8 botellas

### PROBLEMA 3

Rosmery es una confeccionista de camisas del centro comercial Gamarra. Ella a hecho un estudio de mercado y su precio de costo de producción por camisa está definida por:

$$P = -x^2 + 8x + 24$$

¿cuál es el **máximo** costo de producción para una camisa?

#### NOTA:

Calculamos el máximo valor de P completando cuadrados.

### Resolución:

$$P = -x^2 + 8x + 24$$

Factorizamos el valor negativo.

$$P = -(x^2 - 8x) + 24$$

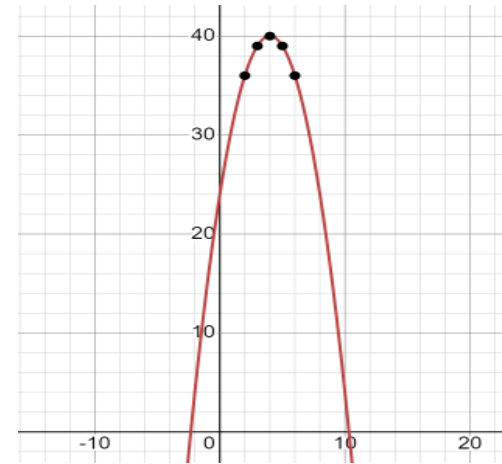
$$P_{\text{máx.}} = -(\underbrace{x^2 - 2x(4) + (4)^2}_{(x-4)^2} - (4)^2) + 24$$

$$P_{\text{máx.}} = -((x - 4)^2 - 4^2) + 24$$

$$P_{\text{máx.}} = -(\underbrace{(x - 4)^2}_0 + 16 + 24)$$

$$P_{\text{máx.}} = 16 + 24$$

$$\therefore 40$$



**PROBLEMA 4**

Calcule la suma del mínimo valor y el máximo valor entero que puede tomar  $x$

$$-16 < 2x + 6 \leq 26$$

**Resolución:**

$$-16 < 2x + 6 \leq 26$$

Para su mínimo valor:

$$-16 < 2x + 6$$

$$-22 < 2x$$

$$-11 < x$$

$$x_{\text{mín.}} = -10$$

Para su máximo valor:

$$2x + 6 \leq 26$$

$$2x \leq 20$$

$$x \leq 10$$

$$x_{\text{máx.}} = 10$$

Piden:

$$x_{\text{mín.}} + x_{\text{máx.}}$$

$$-10 + 10 = 0$$

$$\therefore 0$$

## PROBLEMA 5

Hay 10 gorros rojos y 10 gorros azules mezclados en el cajón de un armario. Los veinte gorros son exactamente iguales, salvo por el color. Si la habitación donde se encuentra el armario está absolutamente a oscuras y queremos conseguir dos gorros del mismo color. ¿Cuál es el menor número de gorros que debemos sacar para estar seguros de haber obtenido el par del mismo color?

### Resolución:

Se quiere obtener dos gorros del mismo color.



En el peor de los casos:

+

+

(Cualquier color)

$$1 + 1 + 1 = 3$$

∴ 3 gorros



## PROBLEMA 6

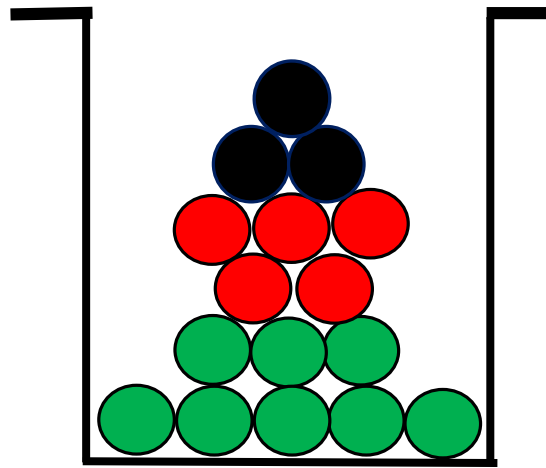
En una caja se tienen 3 bolas de color negro, 5 de color rojo y 8 de color verde. ¿Cuántas se tendrán que extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de que haya una de color negro?



## Resolución:

Se quiere obtener una de color negro.

Como ya fueron extraídas las canicas que no son de color negro, al extraer una más, necesariamente será del color pedido (negro).



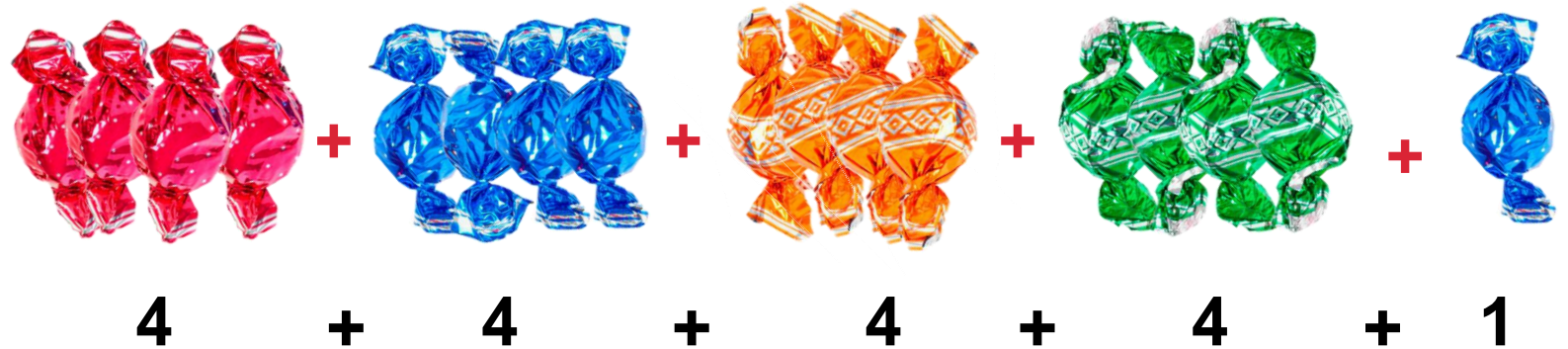
+

$$\therefore 8 + 5 + 1 = 14$$

**PROBLEMA 7**

Nelia compra una bolsa de caramelos, para poder ofrecerla como premio a uno de sus sobrinos, esta bolsa de caramelos contiene 4 sabores distintos. La pregunta que Nelia propuso a sus sobrinos fue: ¿Cuántos caramelos debe de tomarse como mínimo para tener la seguridad de haber extraído 5 del mismo sabor?

Si solo uno de sus sobrinos contestó correctamente, ¿cuál fue su respuesta?

**Resolución:**

**∴ 17 caramelos**