



TRIGONOMETRY

Chapter 22

3rd
SECONDARY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS
DE ÁNGULOS COMPUESTOS



SACO OLIVEROS

HELICO-MOTIVACIÓN



¿ EL TODO ES IGUAL A LA SUMA DE LAS PARTES ?





IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPUESTOS

I) PARA LA SUMA DE DOS ÁNGULOS:

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$



II) PARA LA DIFERENCIA DE DOS ÁNGULOS:

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$





1) Calcule $\text{sen}15^\circ$

Recordar:

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \text{sen}\beta$$

Resolución:

$$\text{sen}(45^\circ - 30^\circ) = \text{sen}45^\circ \cos30^\circ - \cos45^\circ \text{sen}30^\circ$$

$$\text{sen}15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{sen}15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$





HELICO-PRACTICE

2) Calcule $\cos 8^\circ$

Recordar:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

Resolución:

$$\cos(45^\circ - 37^\circ) = \cos 45^\circ \cos 37^\circ + \text{sen} 37^\circ \text{sen} 45^\circ$$

$$\cos 8^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \cos 8^\circ = \frac{\sqrt{2}}{10}$$





HELICO-PRACTICE

3) Efectúe $E = 2 \cos(60^\circ - x) - \sqrt{3} \operatorname{sen} x$

Resolución:

$$E = 2(\cos 60^\circ \cdot \cos x + \operatorname{sen} 60^\circ \cdot \operatorname{sen} x) - \sqrt{3} \operatorname{sen} x$$

$$E = 2 \left(\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x \right) - \sqrt{3} \operatorname{sen} x$$

$$E = \cos x + \cancel{\sqrt{3} \operatorname{sen} x} - \cancel{\sqrt{3} \operatorname{sen} x}$$

$$\therefore E = \cos x$$



HELICO-PRACTICE

4) Determine el valor de:

$$P = \frac{\text{sen}80^\circ \cdot \text{cos}10^\circ - \text{cos}80^\circ \cdot \text{sen}10^\circ}{\text{sen}55^\circ \cdot \text{cos}15^\circ + \text{cos}55^\circ \cdot \text{sen}15^\circ}$$

Recordar:

$$\text{sen}\alpha \text{ cos}\beta \pm \text{cos}\alpha \text{ sen}\beta = \text{sen}(\alpha \pm \beta)$$

Resolución:

$$\therefore P = \frac{\text{sen}(80^\circ - 10^\circ)}{\text{sen}(55^\circ + 15^\circ)} = \frac{\text{sen}70^\circ}{\text{sen}70^\circ} = 1$$





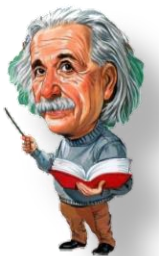
5) Si $\tan x = \frac{1}{2}$ y $\tan y = 4$, calcule $\tan(x + y)$

Recordar:

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

Resolución:

$$\tan(x + y) = \frac{\frac{1}{2} + 4}{1 - (\frac{1}{2})(4)} = \frac{\frac{9}{2}}{1 - 2} = \frac{\frac{9}{2}}{-1} = -\frac{9}{2}$$





- 6) Ana ha realizado una encuesta en su aula sobre qué residuos reciclan en su casa, obteniendo los siguientes resultados:

Residuos	Cantidad de alumnos
Papel y cartón	24 A
Vidrio	20 B
Envases y plásticos	$5\sqrt{3}$ C



Donde :

$$A = \text{sen}18^\circ \cdot \cos12^\circ + \cos18^\circ \cdot \text{sen}12^\circ$$

$$B = \cos23^\circ \cdot \cos14^\circ - \text{sen}23^\circ \cdot \text{sen}14^\circ$$

$$C = \frac{\tan32^\circ + \tan28^\circ}{1 - \tan32^\circ \cdot \tan28^\circ}$$

Calcule la cantidad de alumnos que reciclan cada residuo.



Resolución:

$$A = \sin(18^\circ + 12^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Del enunciado se tiene que papel y cartón 24A .

$$\therefore 24\left(\frac{1}{2}\right) = 12$$

$$B = \cos(23^\circ + 14^\circ) = \frac{4}{5}$$

Del enunciado se tiene que vidrio 20B .

$$\therefore 20\left(\frac{4}{5}\right) = 16$$

$$C = \tan(32^\circ + 28^\circ) = \sqrt{3}$$

Del enunciado se tiene que envases y plásticos $5\sqrt{3}C$.

$$\therefore 5\sqrt{3}(\sqrt{3}) = 15$$

\therefore se observa que papel y cartón 12 alumnos , vidrio 16 alumnos y envases y plásticos 15 alumnos.



- 7) En un concierto que se realizó en el Parque de la Exposición, la cantidad de varones que asistieron está determinada por $2700 \tan \alpha$.
Dada la siguiente expresión $\tan(37^\circ + \alpha) = \frac{5}{3}$. Determine la cantidad de mujeres que asistieron si fueron la mitad de los varones que estuvieron.

Resolución:

$$\tan(37^\circ + \alpha) = \frac{\frac{3}{4} + \tan \alpha}{1 - (\frac{3}{4})(\tan \alpha)} = \frac{5}{3}$$

$$= \frac{3 + 4 \tan \alpha}{4 - 3 \tan \alpha} = \frac{5}{3}$$

$$= \tan \alpha = \frac{11}{27}$$

∴ Del dato se dice que la cantidad de varones está dado por $2700 \tan \alpha$

→ $2700 \left(\frac{11}{27} \right) = 1100$
varones

∴ Si la cantidad de mujeres es la mitad de varones, del dato anterior $\frac{1100}{2} = 550$ mujeres asistieron al Parque de la Exposición.