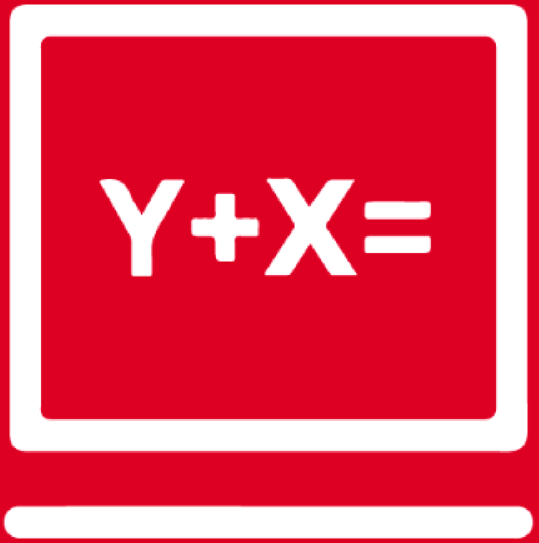
ARITHMETIC

Chapter 15



4th
SECONDARY

POTENCIACIÓN

SACO OLIVEROS

AJEDREZ

Muy conocido es el premio que pidió al rey *Schram* el inventor del juego de ajedrez, *Sessa Ebn Daher*. Pidió al rey que se le dieran tantos granos de trigo resultantes de poner 1 grano en la primera casilla, 2 en la segunda, 4 en la tercera, etc. hasta llegar, doblando, a la casilla 64, última del tablero.

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{64} = \frac{2^{65}-1}{2-1}$$

Sumando tenemos 18 446 744 073 709 551 615, cantidad tan enorme.

POTENCIACIÓN

Sea

$$P = \underbrace{k.k.k...k}_{\text{"n" veces}} = k^n$$

$\forall\, n \in Z^+$

Donde:

P: potencia

k: base

n: exponente

CRITERIOS DE INCLUSIÓN Y EXCLUSIÓN

Por su descomposición canónica

EJEMPLO

Cuadrado perfecto k^2	*Cubo perfecto* k^3
$14400 = 2^6.3^2.5^2$	$27000 = 2^3.3^3.5^3$
$765625 = 5^4.7^2$	$91125 = 3^6.5^3$

TERMIANCIÓN EN CIFRA "0"

EJEMPLO

Cuadrado perfecto k^2	*Cubo perfecto* k^3
$14400 = 2^6 . 3^2 . 5^2$ $\underbrace{144}_{n^2}\underbrace{00}_{2\beta \text{ ceros}}$	$27000 = 2^3 . 3^3 . 5^3$ $\underbrace{27}_{n^3}\underbrace{000}_{3\beta \text{ ceros}}$

TERMINACIÓN EN CIFRA "5"

EJEMPLO

Cuadrado perfecto k^2
$15625 = 125^2$ $\underbrace{156}_{n.(n+1)}\underbrace{25}_{5^2}$

PROBLEMA 1.

¿Cuántos números de tres cifras son cuadrados perfectos?

Resolución:

➤ **Por dato :**

$$100 \leq k^2 < 1000$$

Sabemos:

$$k^2 \Rightarrow 100; 121; \ldots; 961$$

$$k^2 \Rightarrow 10^2; 11^2; \ldots; 31^2$$

$$k = \underbrace{10; 11; \ldots; 31}$$

cuadrados perfectos: $(31 - 10) + 1 = \mathbf{22}$

Respuesta: 22 cuadrados perfectos

PROBLEMA 2.

La suma de la tercera y octava parte de un número es un cubo perfecto. ¿Cuál es el menor número que cumple esta condición?

Resolución:

$MCM_{(3,8)} = 24$

Sea el número: $24N$

Sabemos:

$$\frac{24N}{3} + \frac{24N}{8} = k^3$$

$$8N + 3N = k^3$$

$$\underbrace{11N}_{11^2} = k^3$$

$$11^3 = k^3$$

El número: $24N = 24 \; x \; 121 = 2904$

Respuesta: 2904

PROBLEMA 3.

Determine el menor número entero por el cual hay que dividir a 4752 para que el cociente resulte un cubo perfecto

Resolución:

➢ **Por dato :**

$$\frac{4752}{N} = k^3$$

Sabemos:

$$\frac{2^4 \times 3^3 \times 11^1}{\boxed{2^1 \times 11^1}} = k^3$$

$$2^3 \times 3^3 = k^3$$

Piden: $N = 2^1 \times 11^1 = 22$

Respuesta: 22

PROBLEMA 4.

Calcule $\overline{abc}$, sabiendo que $\overline{7bdcad00}$ es un k^3 divisible por 3 y 7

Resolución:

➢ **Por dato :**

$$\overline{7bdcad00} = k^3 \rightarrow \overset{\circ}{3},\ \overset{\circ}{7}$$

$$\underbrace{7bdca}_{n^3}\underbrace{d00}_{3\beta\ \text{ceros}} = (2x5x3x7x2)^3$$

$d=0$

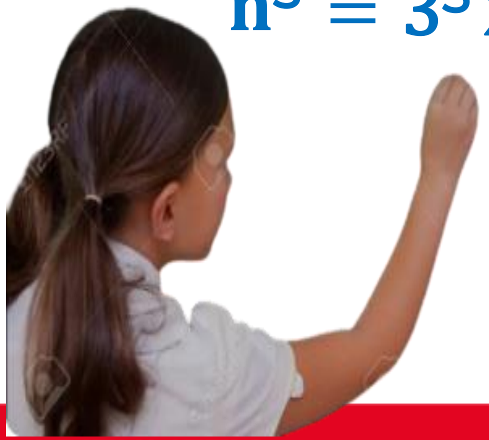
OBSERVACIÓN:

$$n^3 = 3^3x7^3 = 9261$$

$$n^3 = 3^3x7^3x2^3 = 74088$$

$$\overline{7bdca}$$

$$\overline{abc} = 848$$



Respuesta: 848

PROBLEMA 5.

Si $\overline{abc(a-1)5}$, es un cuadrado perfecto. Halle la suma de posibles valores de a+b+c.

Resolución:

Sabemos:

$$\overline{\underbrace{abc}_{n(n+1)}\underbrace{(a-1)5}_{25}} = k^2$$

a=3

OBSERVACIÓN:

$$n(n+1) = \overline{3bc}$$

17 x 18	=	306
18 x 19	=	342
19 x 20	=	380

Pide: posibles valores de a+b+c

3+0+6 = 9

3+4+2 = 9

3+8+0 = 11

9+9+11 = 29

Respuesta: 29

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 6.

Cuando se le preguntó al padre Martín párroco de la iglesia de Nuestra Señora de los Desamparados, ¿cuántas misas había oficiado hasta el momento?, este respondió: "La cantidad de misas que he oficiado es igual a la cantidad de cuadrados perfectos comprendidos entre 78 y 260". ¿Cuántas misas ha oficiado el padre Martín?

Resolución:

➢ **Por dato :**

$$78 < k^2 < 260$$

Sabemos:

$$k^2 \Rightarrow 81;100;...;256$$

$$k^2 \Rightarrow 9^2;10^2;...;16^2$$

$$k = \underbrace{9;10;...;16}$$

cuadrados perfectos: $(16-9)+1 = 8$

Respuesta: 8 misas

PROBLEMA 7.

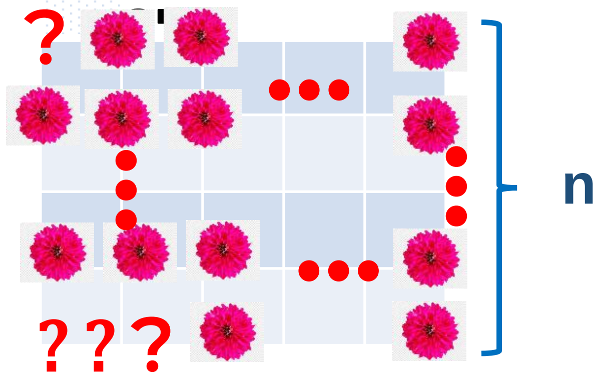
Se desea sembrar dalias en un terreno de forma cuadrada colocándolas a igual distancia uno del otro en ambos sentidos. La primera vez le faltaron 27 y la segunda vez pone uno menos en ambos sentidos y le sobra 38. ¿Cuántas dalias tenía el jardinero?

Resolución:

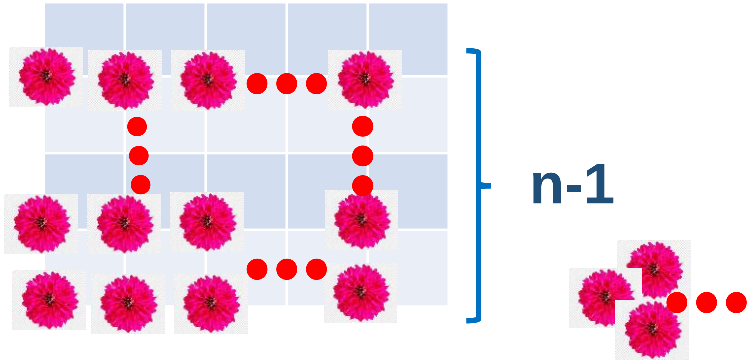
- **Por dato :**

sembrar dalias en un terreno de forma cuadrada

faltaron



pone uno menos en ambos sentidos y le sobra 38



Cantidad de Dalias $= n^2 - 27 = (n-1)^2 + 38$

$$n^2 - 27 = n^2 - 2n + 1 + 38$$

$$2n = 39 + 27$$

$$n = 33$$

Pide:

Cantidad de Dalias $= 33^2 - 27$

$= 1062$

Respuesta: 1062 Dalias