



# ALGEBRA

## Chapter 16

**3th**  
SECONDARY

**RETROALIMENTACIÓN**  
**TOMO II**



 **SACO OLIVEROS**

## Problema 1

**Determine la suma de coeficientes y el término independiente de:**

$$P(x) = (x - 1)^4 - (x + 1)^6 + 5x - 3$$

**Recordemos:**

Suma de coeficientes:

$$\sum \text{Coef}[P(x)] = P(1)$$

Término independiente:

$$TI[P(x)] = P(0)$$

**Resolución:**  $P(x) = (x - 1)^4 - (x + 1)^6 + 5x - 3$



Suma de coeficientes:

$$P(1) = (1 - 1)^4 - (1 + 1)^6 + 5(1) - 3$$

$$P(1) = 0 - (2)^6 + 5 - 3$$

$$P(1) = -64 + 2$$

$$P(1) = -62$$

$$\therefore \sum \text{Coef}[P(x)] = -62$$

Término independiente:

$$P(0) = (0 - 1)^4 - (0 + 1)^6 + 5(0) - 3$$

$$P(0) = (-1)^4 - (1)^6 - 3$$

$$P(0) = 1 - 1 - 3$$

$$P(0) = -3$$


$$\therefore TI[P(x)] = -3$$

## Problema 2

Si

$$P(x - 3) = x^{243} - 81x^{239} + 12x + 7$$

calcule  $P(0) + P(-3)$

**Resolución:**  $P(x - 3) = x^{243} - 81x^{239} + 12x + 7$  

➤ Calculando  $P(0)$ :  $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$$P(3 - 3) = 3^{243} - \cancel{81} \cdot 3^{239} + 12 \cdot 3 + 7$$

$$P(0) = 3^{243} - 3^4 \cdot 3^{239} + 36 + 7$$

$$P(0) = \cancel{3^{243}} - \cancel{3^{243}} + 36 + 7$$

$$P(0) = 43$$

➤ Calculando  $P(-3)$ :  $x - 3 = -3 \Rightarrow x = 0$

$$P(0 - 3) = 0^{243} - 81 \cdot 0^{239} + 12 \cdot 0 + 7$$

$$P(-3) = 0 - 0 + 0 + 7$$

$$P(-3) = 7$$

$$\therefore P(0) + P(-3) = 50$$



## Problema 3

Sabiendo que

$$P(x) = 5x + 7$$

$$P[Q(x)] = 10x - 8$$

halle el valor de  $Q(2)$ **Resolución:***Sea:*  $x = Q(x)$ 

$$P(x) = 5x + 7$$

$$P[Q(x)] = 5Q(x) + 7$$

$$10x - 8 = 5Q(x) + 7$$

$$10x - 15 = 5Q(x)$$

*Dividiendo  $\div 5$* 

$$Q(x) = 2x - 3$$

*Calculando  $Q(2)$ :*

$$Q(2) = 2(2) - 3$$

$$\therefore Q(2) = 1$$

## Problema 4

Dado el polinomio

$$Q(x, y) = 5mx^{m-3}y^{n+1} - 5nx^{m-4}y^{n+3} - 7x^m y^{n-4}$$

de grado absoluto igual a 15. Calcule la suma de sus coeficientes.

$$Q(x; y) = \overbrace{5mx^{m-3}y^{n+1}}^{m+n-2} + \overbrace{5nx^{m-4}y^{n+3}}^{m+n-1} - \overbrace{7x^m y^{n-4}}^{m+n-4}$$

Por dato:  $GA = 15$

Además:  $GA = m + n - 1$

$$m + n - 1 = 15$$

$$m + n = 16$$

Calculando la suma de coeficientes:

$$\sum \text{Coef} = 5m + 5n - 7$$

$$\sum \text{Coef} = 5(m + n) - 7$$

$$\sum \text{Coef} = 5(16) - 7$$

$$\therefore \sum \text{Coef} = 73$$

## Problema 5

Halle el valor de  $m$  si la expresión

$$F = \sqrt[3]{x^{2m} \cdot \sqrt{x^m \cdot \sqrt[4]{x^{3m}}}}$$

es de grado absoluto 46.

## Resolución:

$$F = \sqrt[3]{x^{2m} \cdot \sqrt{x^m \cdot \sqrt[4]{x^{3m}}}}$$

Reduciendo  $F$ :

$$F = \sqrt[3 \cdot 2 \cdot 4]{x^{23m}}$$

$$F = \sqrt[24]{x^{23m}}$$

$$F = x^{\frac{23m}{24}}$$

Obteniendo  $GA(F)$ :

$$GA(F) = \frac{23m}{24}$$

■ Pero por dato:

$$GA(F) = 46$$

Igualando:

$$\frac{23m}{24} = 46$$

$$\therefore m = 48$$

## Recordemos:

RADICALES SUCESIVOS:

$$\sqrt[m]{x^a} \cdot \sqrt[n]{x^b} \cdot \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[mp]{x^{(an+b)p+c}}$$

## Problema 6

Si el grado absoluto del polinomio es  $9m - 15$

$$Q(x) = (x^7 - x^2)^3 + (x^5 + x)^4 + (x^3 - x^2)^6$$

halle el valor de  $\sqrt{m}$ .

Recordemos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Grado}(P) = m \\ \text{Grado}(Q) = n \end{array} \right\} m > n$$

$$\Rightarrow \text{Grado}(P^k) = k \cdot m$$

$$\Rightarrow \text{Grado}(P + Q) = m$$

## Resolución:



$$GA = 7 \cdot 3 = 21$$

$$GA = 5 \cdot 4 = 20$$

$$GA = 3 \cdot 6 = 18$$

$$Q(x) = (x^7 - x^2)^3 + (x^5 + x)^4 + (x^3 - x^2)^6$$

Grado absoluto de  $Q(x)$ :  $GA[Q(x)] = 21$

Por dato sabemos que:  $GA[Q(x)] = 9m - 15$

Igualando:  $9m - 15 = 21$

$$m = 4$$

$$\therefore \sqrt{m} = 2$$



## Problema 7

Sabiendo que el polinomio es completo y ordenado

$$P(x) = 5x^3 - 2x^{3b-7} + x^{c+2} - 7x^{a-5}$$

Calcule

$$M = \sqrt{a + b - c}$$

## Resolución:

$$P(x) = 5x^3 - 2x^{3b-7} + x^{c+2} - 7x^{a-5}$$

$R(x)$  es completo y ordenado:

$$\rightarrow \begin{cases} 3b - 7 = 2 & \rightarrow b = 3 \\ c + 2 = 1 & \rightarrow c = -1 \\ a - 5 = 0 & \rightarrow a = 5 \end{cases}$$

Nos piden:  $M = \sqrt{a + b - c}$

$$M = \sqrt{5 + 3 - (-1)}$$

$$M = \sqrt{5 + 3 + 1}$$

$$M = \sqrt{9}$$

$$\therefore M = 3$$



## Problema 8

Si  $Q(x) \equiv 0$ , donde

$$Q(x) = ax^3 + bx^2 - c - 5x^2 + 2x^3 + 8$$

calcule el valor de  $\frac{a-c}{b}$ .

**Resolución:**

$$Q(x) = \underline{ax^3} + \underline{bx^2} - c - \underline{5x^2} + \underline{2x^3} + 8$$

**Factorizando:**

$$Q(x) = (\underbrace{a+2}_0)x^3 + (\underbrace{b-5}_0)x^2 + (\underbrace{8-c}_0)$$

**$Q(x)$  es idénticamente nulo:**  $Q(x) \equiv 0$

$$\begin{cases} a+2=0 & \rightarrow & a=-2 \\ b-5=0 & \rightarrow & b=5 \\ 8-c=0 & \rightarrow & c=8 \end{cases}$$

**Nos piden:**  $\frac{a-c}{b} = \frac{-2-8}{5} = \frac{-10}{5}$

$$\therefore \frac{a-c}{b} = -2$$



## Problema 9

Si se cumple que

$$\frac{5x + 7}{(x - 1)(x + 5)} \equiv \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 5}$$

calcule  $(A + B)^{B+1}$ **Resolución:**

$$\frac{5x + 7}{(x - 1)(x + 5)} \equiv \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 5}$$

$$\frac{5x + 7}{(x - 1)(x + 5)} \equiv \frac{A(x + 5) + B(x - 1)}{(x - 1)(x + 5)}$$

$$5x + 7 \equiv \underline{Ax} + \underline{5A} + \underline{Bx} - \underline{B}$$

$$5x + 7 \equiv (A + B)x + (5A - B)$$

$$\begin{cases} A + B = 5 \\ 5A - B = 7 \end{cases} (+)$$

$$6A = 12$$

$$\boxed{A = 2} \wedge \boxed{B = 3}$$

**Nos piden:**

$$(A + B)^{B+1} = (2 + 3)^{3+1}$$

$$(A + B)^{B+1} = (5)^4$$

$$\therefore (A + B)^{B+1} = 625$$

## Problema 10

Si el polinomio es homogéneo

$$M(x, y) = 4x^{2a-b}y^{a+3b} - 3x^{15}y^{11} + x^{5a-2b}y^b$$

el valor de  $a, b$  representa la edad del profesor Ricardo hace 10 años.  
¿Cuántos años tiene actualmente el profesor Ricardo?

**Resolución:**

$$M(x, y) = \overbrace{4x^{2a-b}y^{a+3b}}^{GA = 3a + 2b} - \overbrace{3x^{15}y^{11}}^{GA = 26} + \overbrace{x^{5a-2b}y^b}^{GA = 5a - b}$$

$M(x, y)$  es homogéneo:

$$\begin{cases} (3a + 2b = 26) \times 1 \rightarrow 3a + 2b = 26 \\ (5a - b = 26) \times 2 \rightarrow 10a - 2b = 52 \end{cases} \xrightarrow{(+)} \begin{array}{r} 3a + 2b = 26 \\ 10a - 2b = 52 \\ \hline 13a = 78 \end{array}$$

$$a = 6 \wedge b = 4$$

Edad del profesor  
Ricardo hace 10 años:

$$a \cdot b = 24$$

$\therefore$  El profesor Ricardo tiene:  $24 + 10 = 34$  años