



# ARITHMETIC

## Chapter 9

**2nd**

SECONDARY

NUMEROS PRIMOS





## ¿Y por qué es importante descubrir números primos cada vez más grandes?

"Hay una cosa que sí que es muy útil en matemática aplicada. Los números primos muy grandes, que se obtienen con el algoritmo que busca los números primos de Mersenne, permiten obtener un código criptográfico muy seguro". Efectivamente, los números primos de gran tamaño, **pueden emplearse para codificar cualquier tipo de información de manera segura**. "Si tú coges un par de números grandísimos primos y multiplicas, para poder obtener los originales que lo constituían es difícilísimo. Esto lo usan los bancos en los números de seguridad, las transferencias bancarias y otras operaciones".



1

# ESTUDIO DE LOS DIVISORES POSITIVOS DE UN NÚMERO $\mathbb{Z}^+$

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Divisores	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	3	2	5	2	7	2	3	2	11	2
				4		3		4	9	5		3
						6		8		10		4
												6
												12
Cantidad	1	2	2	3	2	4	2	4	3	4	2	6

## a) Divisores Simples:

Son aquellos que sólo tienen como máximo dos divisores.

1, 2, 3, 5, 7, 11, ...

Números primos

## b) Divisores Compuestos:

Son aquellos que tienen más de dos divisores.

4, 6, 8, 9, 10, 12, ...



## 2 LOS NÚMEROS PRIMOS:

Tienen exactamente 2 divisores, sus propiedades son:

- a) El conjunto de los números primos es infinito.
- b) El 2 es el único número par que es primo.
- c) Los únicos números consecutivos que son primos son: 2 y 3.
- d) Los tres únicos números impares consecutivos y primos a la vez son: 3, 5 y 7
- e) Todo número primo impar es de la forma  $4k + 1$  o  $4k - 1$

**Ejemplo:**

$$\Rightarrow 13 = 4k + 1$$

$$\Rightarrow 19 = 4k - 1$$

$$\Rightarrow 29 = 4k + 1$$

Lo contrario no siempre ocurre

$$\Rightarrow 4k + 1 = 9$$

Pero 9 no es un número primo

### 3 CRIBA DE ERATÓSTENES:

Es una forma de encontrar los números primos.

Pasos:

- ✓ Eliminamos el número 1.
- ✓ Eliminamos los números que son múltiplos de 2 mayores a él.
- ✓ Eliminamos los números que son múltiplos de 3 mayores a él.
- ✓ Eliminamos los números que son múltiplos de 5 mayores a él.
- ✓ Eliminamos los números que son múltiplos de 7 mayores a él.

Así podremos observar los números primos menores a 100.

	2	3		5	
7				11	
13				17	
19				23	
				29	
31					
37				41	
43				47	
				53	
				59	
61					
67				71	
73					
79				83	
				89	
97					



4

## ¿CÓMO IDENTIFICO SI UN NÚMERO ES PRIMO?

- 1) Hay que tener en cuenta las propiedades de los números primos.
- 2) Obtenemos la raíz cuadrada aproximada del número e identificamos a los números primos menores a él.
- 3) Dividimos al número por dichos números primos, si ninguno de ellos lo divide entonces el número analizado **¡resulta ser número primo!**

**Ejemplo:** ¿El número 107 es primo?

$\sqrt{107} \approx 10 \rightarrow$  Los números primos menores a 10 son: 2; 3; 5 y 7

$$107 = 2 + 1$$

$$107 = 3 + 2$$

$$107 = 5 + 2$$

$$107 = 7 + 2$$

Observamos que ninguno de ellos divide exactamente a 107

∴ El número 107 resulta ser número primo.



## 5 TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA (TEOREMA DE GAUSS)

Conocido también como la descomposición canónica de un número y expresa que todo número entero mayor de la unidad se puede descomponer como la multiplicación de sus factores primos diferentes entre sí, elevados a exponentes enteros positivos.

Esta descomposición canónica es única.

### Ejemplo 1

- $30 = 2 \times 3 \times 5$
- $45 = 3^2 \times 5$
- $48 = 2^4 \times 3$
- $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

### Ejemplo 2

Encuentre la descomposición canónica de 1480

1480	2x5
148	2
74	2
37	37
1	

$$\rightarrow 1480 = 2^3 \times 5 \times 37$$

Entonces la descomposición canónica de  $N$  será

$$N = a^m b^n c^p \dots (DC)$$

Donde:  $a, b, c, \dots \rightarrow$  Factores primos

$m, n, p, \dots \rightarrow$  Enteros positivos



# 6 CLASIFICACIÓN POR GRUPOS DE LOS NÚMEROS PRIMOS

## a) NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ (PESI)

Son también llamados primos relativos o coprimos y es aquel grupo de números que tienen como único divisor común a la unidad.

### Ejemplo 1

¿El 9 y el 14 son primos entre sí?

Números	Divisores	
9	1 3 9	→ El 9 y 14 son PESI.
14	1 2 7 14	

Un solo divisor

### Ejemplo 2

¿El 6; 15 y el 27 son primos entre sí?

Números	Divisores	
6	1 2 3 6	→ El 6; 15 y 27 no son PESI.
15	1 3 5 15	
27	1 3 9 27	

Son divisores comunes: 1 y 3





# 7 CLASIFICACIÓN POR GRUPOS DE LOS NÚMEROS PRIMOS

## b) NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ DOS A DOS

**Ejemplo:** ¿Los números 8, 9 y 13 son primos entre sí dos a dos?

Números	Divisores	Números	Divisores	Números	Divisores
8	1 2 4 8	8	1 2 4	9	1 3 9
9	1 3 9	13	1 13	13	1 13
→ El 8 y 9 son PESI.		→ El 8 y 13 son PESI.		→ El 9 y 13 son PESI.	

**∴ Los números 8 , 9 y 13 son primos entre sí dos a dos.**



1.

Armando observa que el precio de un par de zapatillas es igual a la suma de los 10 primeros números primos. ¿Cuál es el precio de las zapatillas?

**Resolución:**

Sean los 10 primeros números primos:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60

Luego:

$$2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29$$

129

**$\therefore$  El precio es s/129**



2.

¿Cuántos números primos hay desde 90 hasta 120?

Resolución:

							97		
	101		103				107		109
			113						

Tenemos:

97

101

103

107

109

113

$\therefore$  Hay 6 números primos



**3. Calcule la suma de todos los números compuestos que hay entre 30 y 50.**

**Resolución:**

		32	33	34	35	36		38	39
40		42		44	45	46		48	49

**Los números compuestos pedidos:**

$$32 + 33 + 34 + 35 + 36 + 39 + 40 + 42 + 44 + 45 + 46 + 48 + 49$$

561

∴ La suma es 561



4.

¿Cuántos números primos de la forma  $\overline{a1}$  existen?

Resolución:



Tenemos:



∴ Hay **5** números primos



5.

**Calcule la cantidad de divisores simples y la suma de sus factores primos del siguiente número 4200.**

**Resolución:**

Descomponer canónicamente

Suma de factores primos

$$\begin{array}{r|l}
 4200 & 2^2 \times 5^2 \\
 42 & 2 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 & 
 \end{array}
 \quad
 4200 = \cancel{2^3} \times \textcolor{green}{3} \times \cancel{5^2} \times \cancel{7}$$

divisores  
primos

$2; 3; 5 \text{ y } 7$

$$2 + 3 + 5 + 7$$

$$= 17$$

*La cantidad de  
divisores simples es 5*



## 6. Los números siguientes:

213, 127, 187, 221

representan los precios en soles de 4 tableros de ajedrez. Si Mateo compra el tablero cuyo precio representa a un número primo, ¿cuánto pagó por el tablero de ajedrez?

### Resolución:

$$\rightarrow 213 = \underset{\cdot}{3} \quad \text{compuesto}$$

$$\rightarrow 187 = \underset{\cdot}{11} \quad \text{compuesto}$$

$$\rightarrow 221 = \underset{\cdot}{13} \quad \text{compuesto}$$

$\rightarrow 127$

primer paso

$$\sqrt{127} \approx 11$$

segundo paso

Nº Primos  $\leq 11$

$\{2; 3; 5; 7; 11\}$

tercer paso

$$\begin{array}{lll} 127 \neq 2 & 127 \neq 5 & 127 \neq 11 \\ 127 \neq 3 & 127 \neq 7 & \end{array}$$

127 es Nº primo

Mateo pagó S/ 127 por el tablero de ajedrez



- 7.** Una lotería realizada por el “día de los inocentes” cuyo premio fue  $S/\overline{9x}$  lo ganaron 7 personas, pero al ver que no se podía repartir de forma equitativa y con una cantidad entera de soles entre ellos; se van retirando uno tras otro hasta que este premio pueda ser repartido entre ellos, esto sucede hasta que el menos inocente queda sólo para cobrar el premio. ¿Cuánto le hubiera correspondido a cada uno si le aumentáramos  $S/1$ ?

### Resolución:

**Premio** =  $\overline{9x}$  soles

Lo ganaron 7 personas, pero el número  $\overline{9x}$  no es  $\dot{7}$ .

Se van retirando uno a uno, pero el número  $\overline{9x}$  no puede dividirse con ninguno de los que van quedando, por eso tiene que ser un número primo.

**El número es**  $\Rightarrow \overline{9x} = \overline{97}$ , ya que:

$\Rightarrow$  Si:  $97 + 1 = 98$   
 Entonces  $98 = \dot{7}$   
 $98 \div 7 = 14 \Rightarrow 14$

Con  $S/1$  más les hubiera correspondido  $S/14$  a cada uno.