ALGEBRA

Chapter 23

4th
SECONDARY

Logaritmos I

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

Aplicación de los logaritmos con otras ciencias:

En la Economía: Se puede aplicar en la oferta y la demanda, que son dos piezas fundamentales en cualquier análisis económico contemporáneo.

En la Biología: Se utilizan para estudiar los efectos nutricionales de los organismos.
Se aplica en el cálculo de PH que es el logaritmo de la inversa de la concentración de iones de hidrógeno y mide la acidez.

HELICO THEORY

L O G A R I T M O S I

I) DEFINICIÓN

Sea $N > 0$, $a > 0$ y $a \neq 1$ se define:

$$\boxed{\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N}$$

Donde:

N : es un número positivo

a : es la base del logaritmo

Ejemplos

$\log_3 81 = 4$ Pues: $3^4 = 81$

$\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$ Pues: $125^{\frac{1}{3}} = 5$

III) IDENTIDAD FUNDAMENTAL

Por definición

$$\underbrace{\log_a N = x}_{\alpha} \Leftrightarrow \underbrace{a^x = N}_{\beta}$$

reemplazando "α" en "β":

$$\boxed{a^{\log_a N} = N}$$

Ejemplos

1) $7^{\log_7 4} = 4$

2) $10^{\log 9} = 9$

NOTA

Si no hay base, se sobreentiende que es la base 10.

III) PROPIEDADES

1) $\boxed{\log_a 1 = 0}$

$\log_4 1 = 0$

2) $\boxed{\log_a a = 1}$

$\log_7 7 = 1$

3) $\boxed{\log_a MN = \log_a M + \log_a N}$

$\log_2 4 + \log_2 5 = \log_2 20$

4) $\boxed{\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N}$

$\log_5 90 - \log_5 9 = \log_5 10$

5) $\boxed{\log_a N^p = p\log_a N}$

$\log_3 9^4 = 4\log_3 9 = 4(2)=8$

6) $\boxed{log_{a^n} b^m = \dfrac{m}{n}\log_a b}$

$log_{3^4} 3^9 = \dfrac{9}{4}\log_3 3 = \dfrac{9}{4}$

7) $\boxed{\log_a N = \dfrac{1}{\log_N a}}$

$\log_2 5 = \dfrac{1}{\log_5 2}$

HELICO PRACTICE

PROBLEMA 1 Si $K = \log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_5 \frac{1}{625}$

Calcule $\sqrt[3]{k-4}$

Resolución

$\log_2 \frac{1}{32}$

$\log_2 2^{-5}$

$\boxed{-5}$

$\log_3 \frac{1}{27}$

$\log_3 3^{-3}$

$\boxed{-3}$

$\log_5 \frac{1}{625}$

$\log_5 5^{-4}$

$\boxed{-4}$

$K = -5 - 3 - (-4)$

$\boxed{K = -4}$

$\sqrt[3]{-8}$

$\boxed{-2}$

PROBLEMA 2 Si $A=\log_{125} 25$ $B=\log_9 243$

Calcule $M=9AB$

Resolución

$A=\log_{125} 25$

$A=\log_{5^3} 5^2$

$\boxed{A=\frac{2}{3}}$

$B=\log_9 243$

$B=\log_{3^2} 3^5$

$\boxed{B=\frac{5}{2}}$

$M=9\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{2}\right)$

$\boxed{M=15}$

PROBLEMA 3

Efectúe: $M = 7^{\log_7 11} + 8^{\log_2 3} + 3^{1+\log_3 5}$

Resolución

$$M = 11 + 3^{\log_2 8} + 3 . 3^{\log_3 5}$$

$$M = 11 + 3^{3} + 3(5)$$

$$M = 11 + 27 + 15$$

$$\boxed{M = 53}$$

PROBLEMA 4

De el valor de x^2 en la ecuación:

$$\log_{\sqrt[3]{5}}[\log_2(3x-1)] = 3$$

Resolución Por definición $N>0$, $a>0$ y $a\neq1$

$$\boxed{\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N}$$

$$\log_{\sqrt[3]{5}}\underbrace{[\log_2(3x-1)]}_{N} = 3$$

$$\underbrace{\log_2(3x-1)}_{N} = (\sqrt[3]{5})^3 = 5$$

$$3x-1 = 2^5$$

$$3x-1 = 32$$

$$3x = 33$$

$$\boxed{x = 11}$$

$piden\ x^2$

$$11^2 = 121$$

Rpta. 121

PROBLEMA 5 Reduzca:

$$M = 27^{\log_5 7 . \log_3 5} - 8^{\log_2 9 . \log_9 3}$$

RESOLUCION

REGLA DE LA CADENA

$$\log_{\cancel{b}} a \,.\, \log_{\cancel{c}} \cancel{b} \,.\, \log_{\cancel{d}} \cancel{c} \,.\, \log_e \cancel{d} = \log_e a$$

Recordar: $\log_a a = 1$

PERMUTACIÓN DE a y c

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$M = 27^{\log_{\cancel{5}} 7 . \log_3 \cancel{5}} - 8^{\log_2 \cancel{9} . \log_{\cancel{9}} 3}$$

$$M = \boxed{27}^{\log_3 \boxed{7}} - \boxed{8}^{\log_2 \boxed{3}}$$

$$M = 7^{\log_3 27} - 3^{\log_2 8}$$

$$M = 7^{\boxed{3 \log_3 3}} - 3^{\boxed{\log_2 2^3}}$$

$$M = 7^3 - 3^3$$

$$M = 343 - 27 = 316$$

RPTA: M= 316

PROBLEMA 6 Lo que gana un obrero al día es 10M soles, donde M representa el valor al calcular:

$$M=\log_2 56+\log_2 48-\log_2 84$$

¿Cuánto gana dicho obrero en 15 días?

$$\boxed{\log_a MN = \log_a M + \log_a N} \quad .....1$$

$$\boxed{\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N} \quad .....2$$

De 1 y 2:

$$M = \log_2 56 \times 48 - \log_2 84$$

$$M = \log_2 \frac{56 \times 48}{84}$$

$$M = \log_2 32$$

$$M = \log_2 2^5$$

$$M = 5\log_2 2 = 1$$

M= 5

QUE NOS PIDEN: *GANA AL DIA* × 15 *DIAS* :

$$=10M\ X15$$

$$10(5) \times 15 = 750$$

EN 15 DIAS EL OBRERO GANA 750 SOLES

PROBLEMA 7

La suma de cuadrados de dos números reales a y b es 260, donde a > b > 1, y la diferencia de sus logaritmos en base 2, de a con b en ese orden, es igual a 3. Determine la suma de estos números reales

RESOLUCIÓN

$$\log_k \frac{M}{N} = \log_k M - \log_k N$$

$$a > b > 1$$

$$a^2 + b^2 = 260 \text{.......}(\alpha)$$

$$\underbrace{Log_2 a - Log_2 b}= 3$$

$$Log_2 \frac{a}{b} = 3$$

$$\frac{a}{b} = 2^3 = 8$$

$$\boxed{a = 8b} \text{.......}(\beta)$$

β en α

$$(8b)^2 + b^2 = 260$$

$$65b^2 = 260$$

Observación

$$\boxed{b \neq -2}$$

$$\boxed{b = 2}$$

$$\boxed{a = 16}$$

$$\therefore \boxed{a + b = 18}$$