



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 16

3rd
SECONDARY

SERIES I



 **SACO OLIVEROS**



SERIE NUMÉRICA

DEFINICIÓN

Es la adición indicada de los términos de una sucesión. Es decir, sea la sucesión:

$$1^{\circ} \quad 2^{\circ} \quad 3^{\circ} \quad 4^{\circ} \quad \dots \quad n^{\circ}$$

$$t_1; t_2; t_3; t_4; \dots; t_n$$

Entonces:

$$\underbrace{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n}_{\text{SERIE}} = \underbrace{S}_{\text{VALOR DE LA SERIE}}$$

TENGA EN CUENTA

FORMA ABREVIADA DE
ESCRIBIR LA SERIE.

$$t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = \sum_{k=1}^{k=n} t_k$$

Donde,

t_k : Forma General de los Sumandos



SERIE NUMÉRICA

CLASIFICACIÓN

☐ SERIE ARITMÉTICA

Es la adición indicada de los términos de una Sucesión Aritmética.

Por Ejemplo

Calcule el valor de la serie

$$S = 5 + 8 + 11 + \dots + 29 + 32$$

1° 2° 3° ... 9° 10°

Calculamos el valor de la serie así:

$$S = 5 + 8 + 11 + \dots + 29 + 32$$

1° 2° 3° ... 9° 10°

$$S = 32 + 29 + 26 + \dots + 8 + 5$$

$$2S = 37 + 37 + 37 + \dots + 37 + 37$$

$$\rightarrow S = \frac{(5 + 32) \times}{2} = \underline{\underline{185}}$$



SERIE NUMÉRICA

GENERAL

$$S.A. = \left(\frac{t_1 + t_n}{2} \right) n$$

Donde, t_1 : Primer sumando
 t_n : Último sumando
 n : Cantidad de sumandos

Calcule el valor de la serie.

$$S = \overset{1^\circ}{5} + \overset{2^\circ}{8} + \overset{3^\circ}{11} + \dots + \overset{9^\circ}{29} + \overset{10^\circ}{32}$$

$$S = \left(\frac{5 + 32}{2} \right) \overset{5}{\cancel{10}}$$

$$S = (37)5$$

$$S = \underline{\underline{185}}$$



SERIE NUMÉRICA

SERIES NOTABLES

Dentro de las Series más comunes podemos mencionar a las siguientes:

☐ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$$



$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

☐ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$$



$$S = n(n + 1)$$



□ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS IMPARES

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) \longrightarrow$$

$$S = n^2$$

□ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CUADRADOS

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 \longrightarrow$$

$$S = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$$

□ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CÚBICOS

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 \longrightarrow$$

$$S = \left(\frac{n(n + 1)}{2} \right)^2$$



PROBLEMA 1

Marcia es una comerciante de un mercado que presta dinero a sus socios y anota lo que presta en una libreta. Si después de 40 días decide sacar la cuenta de cuánto ha prestado a sus socios llegando a anotar la siguiente sumatoria en su libreta:

$$S = \underbrace{3 + 8 + 13 + 18 + \dots}_{40 \text{ sumandos}}$$

¿Cuánto fue lo que prestó?

Resolución:

40 sumandos

$-2 + 3 + 8 + 13 + 18 + \dots$

+5 +5 +5 +5

$$t_n = 5n - 2$$

$$t_{40} = 5(40) - 2$$

$$t_{40} = 198$$

$$S = \binom{3 + 198}{\cancel{2}}^{\cancel{40}^{20}}$$

$$S = (201)20$$

S = 4020

 Prestó: 4020

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 2

Calcule la suma de los 20 primeros números enteros positivos que son múltiplos de 9.

Recordemos:

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

Resolución:

20 sumandos

$$\begin{array}{c} \text{0} \quad \overbrace{9 + 18 + 27 + 36 + \dots}^{20 \text{ sumandos}} \\ \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad}_{+9} \quad \underbrace{\quad \quad}_{+9} \quad \underbrace{\quad \quad}_{+9} \quad \underbrace{\quad \quad}_{+9} \end{array}$$

$$t_n = 9n$$

$$t_{20} = 9(20)$$

$$t_{20} = 180$$

$$S = \left(\frac{9 + 180}{2} \right) \overset{10}{\cancel{20}}$$

$$S = (189)10$$

$$S = \underline{\underline{1890}}$$

Otra forma:

$$S = 9 + 18 + 27 + 36 + \dots$$

$$S = 9(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20)$$

$$S = 9 \left(\frac{20(21)}{2} \right) \rightarrow S = 9(210)$$

$$\therefore \underline{\underline{1890}}$$

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 3

Geovani es el papá de Ronald quien es profesor de Literatura. Geovani le propone a su hijo ir al cine pero le pone como condición un reto matemático que consiste en resolver el siguiente problema:

Efectúe:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 80$$

¿Cuál fue su respuesta?

Recordemos:

$$S = n(n + 1)$$

Resolución:

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & n^\circ \\ 0 & + & 2 & + & 4 & + & 6 & + & 8 & + & \dots & + & 80 \\ & & +2 & & +2 & & +2 & & +2 & & & & \end{array}$$

$$t_n = 2n$$

$$80 = 2n$$

$$40 = n$$

$$S = \left(\frac{2 + 80}{2} \right) 40$$

$$S = (82)20$$

$$S = \underline{\underline{1640}}$$

Otra forma:

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 80 \rightarrow n = 40$$

$$S = 40(41)$$

$$S = 1640$$

$$\therefore \underline{\underline{1640}}$$

PROBLEMA 4

Ricardo se había comprado el álbum del mundial Rusia 2018 y para completarlo, decidió comprar figuritas de la siguiente manera: El primer día compró 1, el segundo día compro 3, el tercer día compró 5, el cuarto día compró 7 y así sucesivamente hasta que el último día compró 8 veces de lo que compró el tercer día, aumentado en 19. Podría usted decir, ¿cuántas figuritas compró en total Ricardo?

Recordemos:

$$S = n^2$$

Resolución:

$$\begin{array}{ccccccc} & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & n^\circ \\ -1 & 1 & +3 & +5 & +7 & + \dots & +59 \\ & +2 & +2 & +2 & +2 & & \end{array} \quad \leftarrow 8(5) + 19$$

$$t_n = 2n - 1$$

$$59 = 2n - 1$$

$$60 = 2n$$

$$30 = n$$

$$S = \left(\frac{1 + 59}{2} \right) 30$$

$$S = (60)15$$

$$S = \underline{\underline{900}}$$

Otra forma:

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 59 \rightarrow n = 30$$

$$S = (30)^2$$

$$S = 900$$

$$\therefore \underline{\underline{900}}$$

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 5

El alumno Víctor al estar desarrollando su tarea semanal se confundió al resolver el siguiente problema:

Halle el valor de la serie:

$$H = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20^2$$

Si la respuesta de Víctor fue de 10 unidades más que la correcta.

¿Cuál fue la respuesta de Víctor?

PROBLEMA 6

Resolución:

$$H = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20^2$$

$$\rightarrow n = 20$$

Recordemos:

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Reemplazando:

$$H = \frac{\overset{10}{\cancel{20}}(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\cancel{6}_2}$$

$$H = 70(41)$$

$$\rightarrow H = 2870$$

Respuesta de Víctor:

$$\frac{2870 + 10}{2880}$$

$$\therefore \underline{\underline{2880}}$$

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 6

Un grupo de 35 estudiantes del quinto grado; con el objeto de convocar a jóvenes de su edad que apoyen una campaña contra la contaminación ambiental emprendieron dicha labor logrando captar un número considerable de simpatizantes como muestra el siguiente cuadro

Día	1°	2°	3°	4°	5°	...
N° de simpatizantes	35	39	43	47	51	...

Dicha campaña duro 20 días. Determine cuántos jóvenes apoyan la causa contra la contaminación ambiental.

Resolución:



$$\begin{array}{ccccccc} & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & 5^\circ & \\ \textcircled{31} & 35 & + & 39 & + & 43 & + & 47 & + & 51 & + & \dots \\ & \text{+4} & \text{+4} & \text{+4} & \text{+4} & & & & & & & \end{array}$$
$$S = \left(\frac{35 + 111}{2} \right) \times 10$$

$$t_n = 4n + 31$$

$$t_{20} = 4(20) + 31 \quad S = (146) \times 10$$

$$t_{20} = 111$$

$$S = 1460$$

$$\therefore \underline{\underline{1460}}$$

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 7

Las principales causas de los incendios forestales en el mundo son: el cambio climático y las practicas del uso de la tierra. Es así que las áreas de bosques incendiadas en el mundo en promedio cada año varían de acuerdo al siguiente cuadro; en miles de kilómetros cuadrados.

Año	2000	2001	2002	2003	...
<i>Km²</i>	2	4	6	8	...

Para el año 2025 cuál será el total de kilómetros cuadrados incendiados de área forestal en el mundo.

Resolución:

$$\textcircled{0} \quad \overset{1^\circ}{2} + \overset{2^\circ}{4} + \overset{3^\circ}{6} + \overset{4^\circ}{8} + \dots + 2n$$

+2 +2 +2 +2

$$S = \left(\frac{2 + 52}{2} \right) \overset{13}{\cancel{26}}$$

$$t_n = 2n$$

$$t_{26} = 2(26)$$

$$t_{26} = 52$$

$$S = (54) \times 13$$

$$S = 702$$

$$\therefore \underline{\underline{702}}$$