

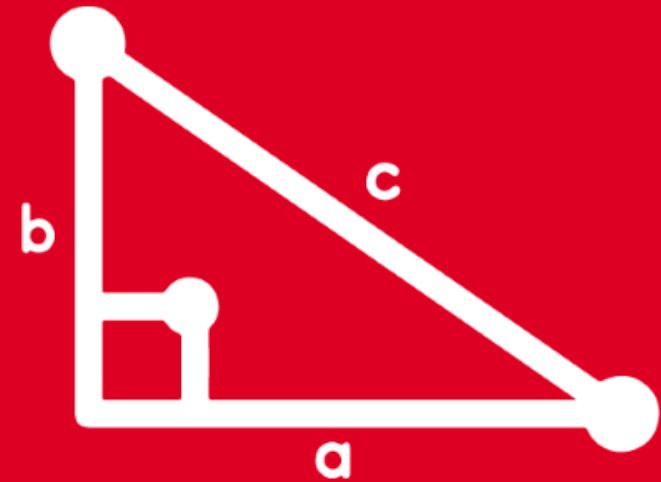


TRIGONOMETRY

Tomo 8

4th
SECONDARY

Review



PROBLEMA 1

Determine el rango de la función: $f(x) = 13\text{sen}5x - 9$

Resolución

Recordemos que:

$$\forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq \text{sen}5x \leq 1 \quad \dots (*)$$



De (*):

$$-1 \leq \text{sen}5x \leq 1$$

$\times 13$

$$-13 \leq 13\text{sen}5x \leq 13$$

-9

$$-22 \leq \underbrace{13\text{sen}5x - 9}_{f(x)} \leq 4$$

$$-22 \leq f(x) \leq 4$$

$$\therefore \text{Ran}f = [-22; 4]$$

PROBLEMA 2

Hallar el rango de la función: $g(x) = \frac{7\cos 5x + 8}{2}$

Resolución

Recordemos que:

$$\forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq \cos 5x \leq 1 \quad \dots (*)$$



De (*):

$$\times 7 \quad -1 \leq \cos 5x \leq 1$$

$$-7 \leq 7\cos 5x \leq 7$$

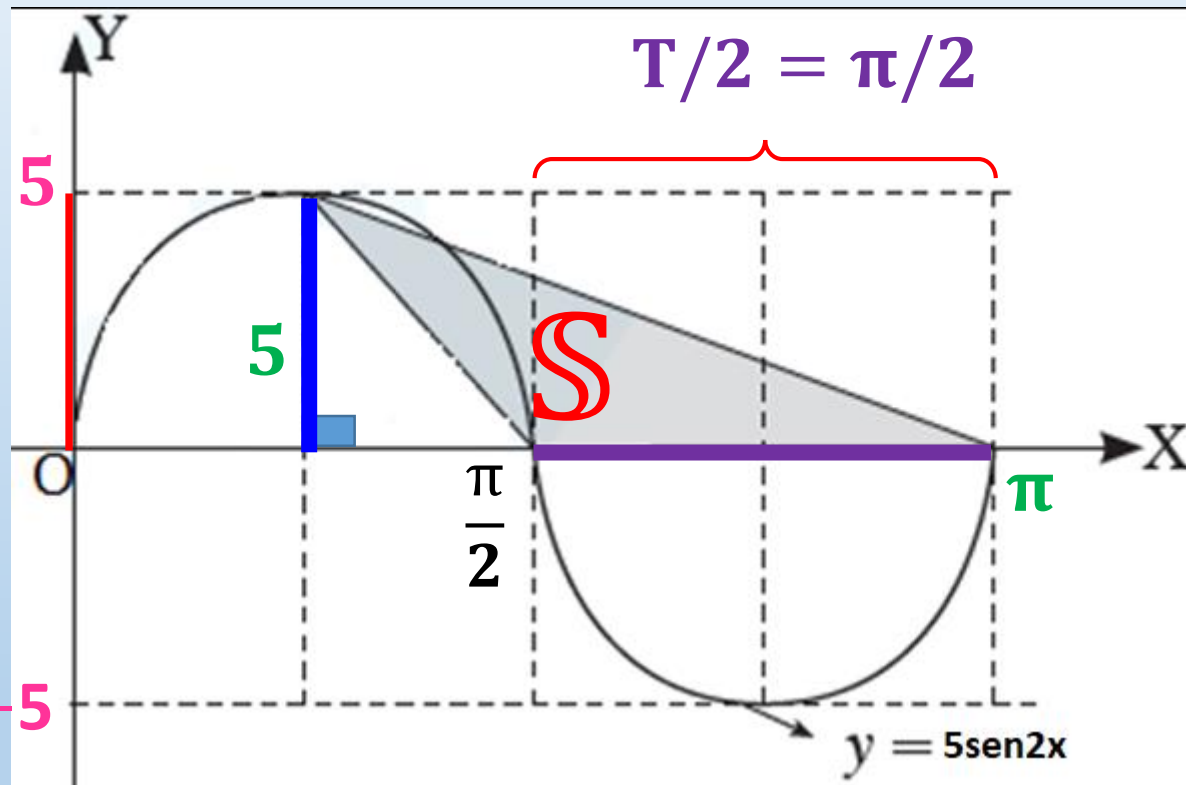
$$+ 8 \quad 1 \leq 7\cos 5x + 8 \leq 15$$

$$\div 2 \quad \frac{1}{2} \leq \underbrace{\frac{7\cos 5x + 8}{2}}_{g(x)} \leq \frac{15}{2}$$

$$\therefore \text{Rang} = \left[\frac{1}{2}; \frac{15}{2} \right]$$

PROBLEMA 3

El siguiente gráfico muestra las ondas emitidas por un teléfono móvil. Calcule el área de la región triangular sombreada.



Resolución

De la figura: $A = 5$

Sea la función: $f(x) = y = 5\text{sen}2x$

El periodo: $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

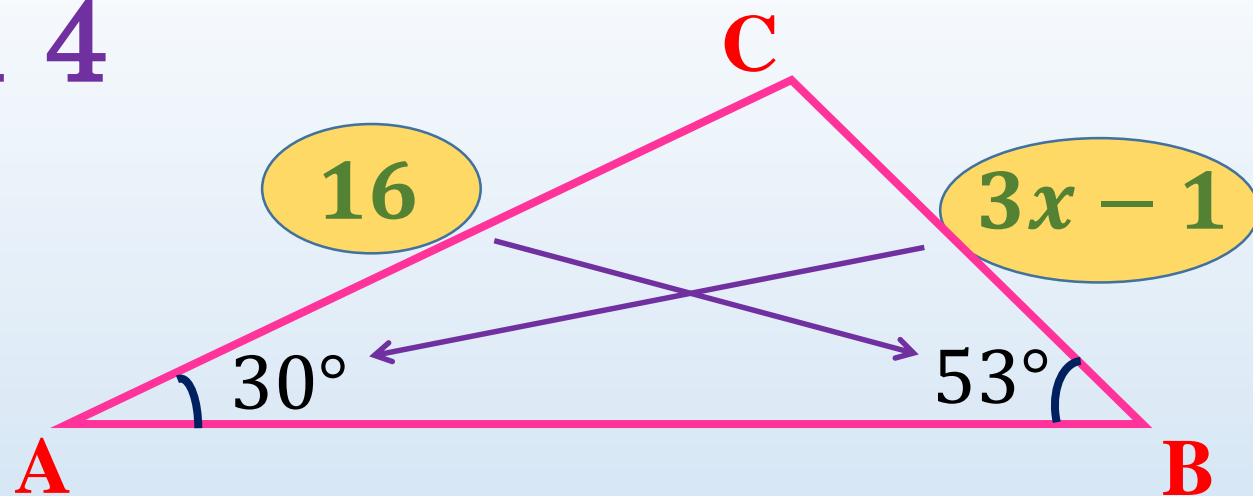
Área S pedida:

$$S = \frac{\frac{\pi}{2}(5)}{2}$$

$$\therefore S = \frac{5\pi}{4} u^2$$

PROBLEMA 4

Del gráfico, halle
el valor de $3x$



Resolución

Teorema de senos:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} \Rightarrow \frac{3x - 1}{\text{sen}30^\circ} = \frac{16}{\text{sen}53^\circ}$$

Reemplazando valores:

$$\frac{3x - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{4}{5}}$$

$$\text{Así: } 2(3x - 1) = 20$$

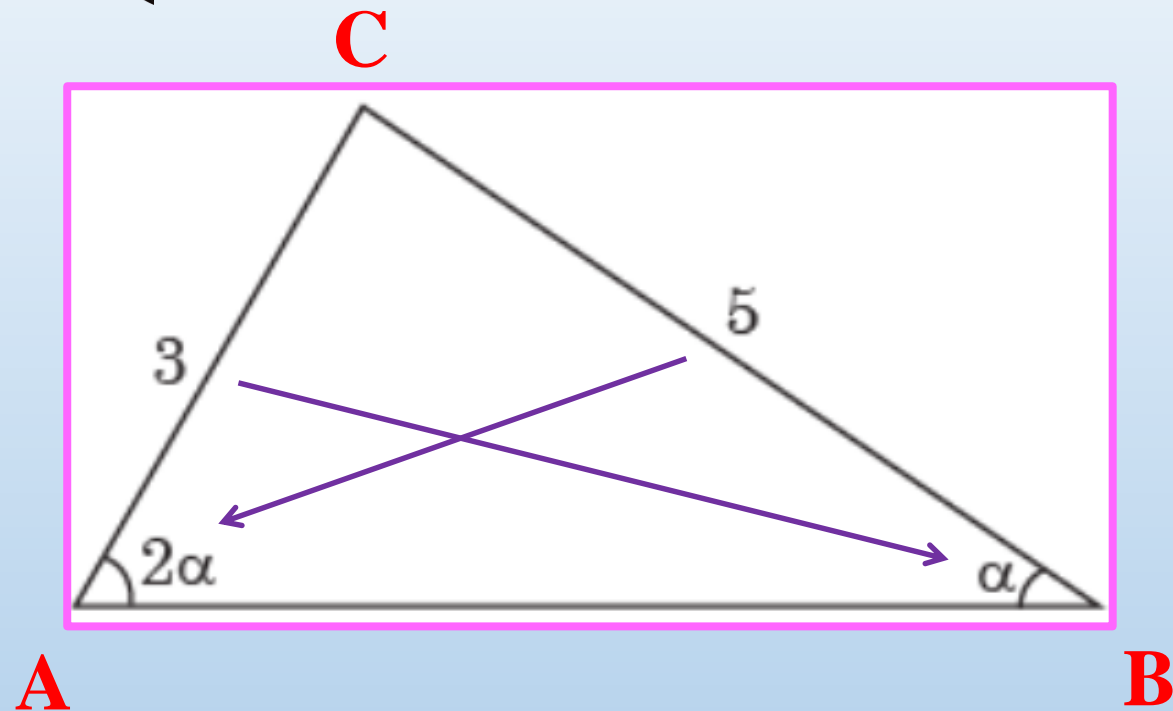
$$\text{Luego: } 6x - 2 = 20$$

$$\Rightarrow \cancel{6x} = \cancel{22}$$
$$3x \quad 11$$

$$\therefore 3x = 11$$

PROBLEMA 5

Del gráfico, calcule $\cos\alpha$



Resolución

Recordar: $\sin 2x = 2\sin x \cos x$

Teorema de senos:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{5}{\sin 2\alpha} = \frac{3}{\sin \alpha}$$

Así tenemos: $5\sin \alpha = 3\sin 2\alpha$

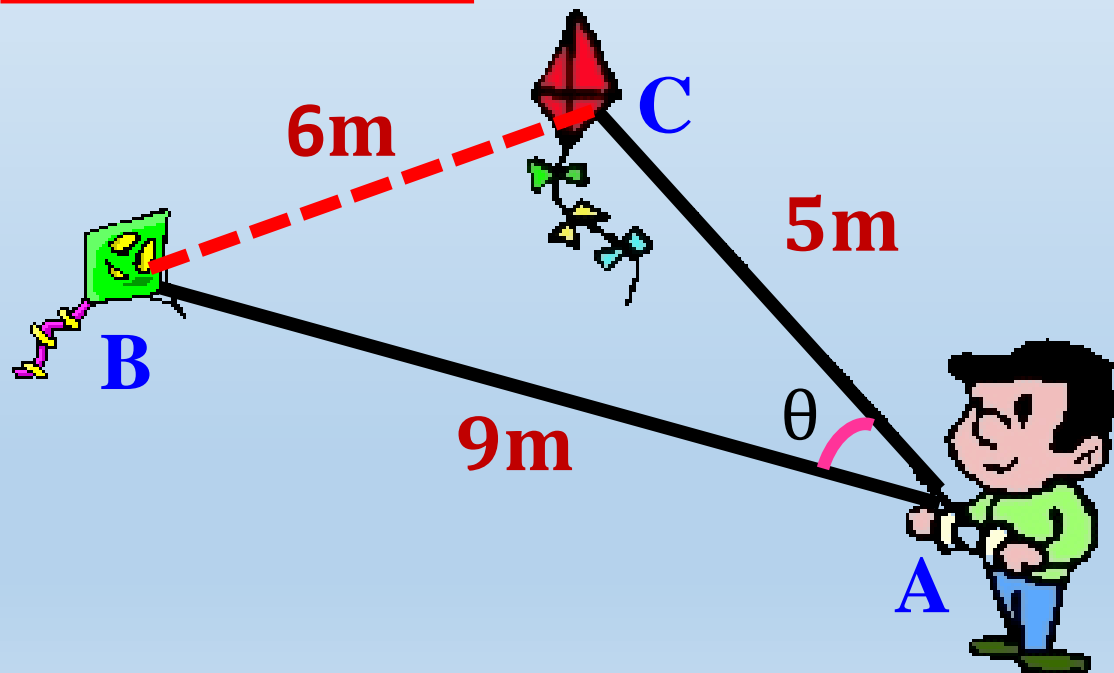
$$\Rightarrow 5\cancel{\sin \alpha} = 3(2\cancel{\sin \alpha} \cos \alpha)$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{5}{6}$$

PROBLEMA 6

Jean Paul está haciendo volar dos cometas simultáneamente, una de ellas tiene 9m de pabalo y la otra 5m. Si el ángulo que forman ambos pabilos es θ , determine $\cos\theta$ sabiendo que la distancia entre ambas cometas es 6m.

Resolución



Teorema de cosenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$6^2 = 5^2 + 9^2 - 2(5)(9)\cos\theta$$

$$\Rightarrow 90\cos\theta = 25 + 81 - 36$$

Así, tenemos:

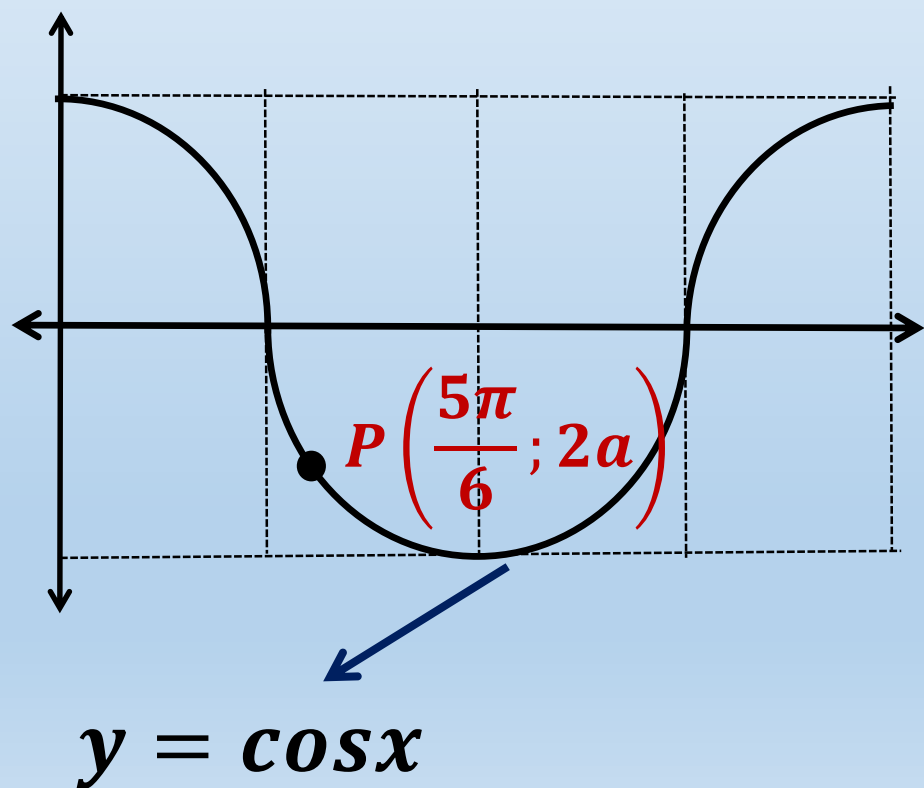
$$\cancel{90}\cos\theta = \cancel{70}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{7}{9}$$

PROBLEMA 7



Del gráfico, calcular el valor de a .



Resolución:

Del gráfico tenemos:

$$y = \cos x$$

$$2a = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \cos 150^\circ$$

$$2a = -\cos 30^\circ$$

$$2a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

\therefore

$$a = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

PROBLEMA 8



En un triángulo ABC, su perímetro es 20 m y la longitud de su circunradio es 5 m. Calcule

$$M = \text{sen}A + \text{sen}B + \text{sen}C$$

Resolución:

Recordar:

$$\text{sen}A = \frac{a}{2R}$$

$$\text{sen}B = \frac{b}{2R}$$

$$\text{sen}C = \frac{c}{2R}$$

$$\text{Datos: } a + b + c = 20\text{m}$$

$$R = 5\text{m}$$

Calculamos:

$$M = \text{sen}A + \text{sen}B + \text{sen}C$$

Ley de senos:

$$M = \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a + b + c}{2R}$$

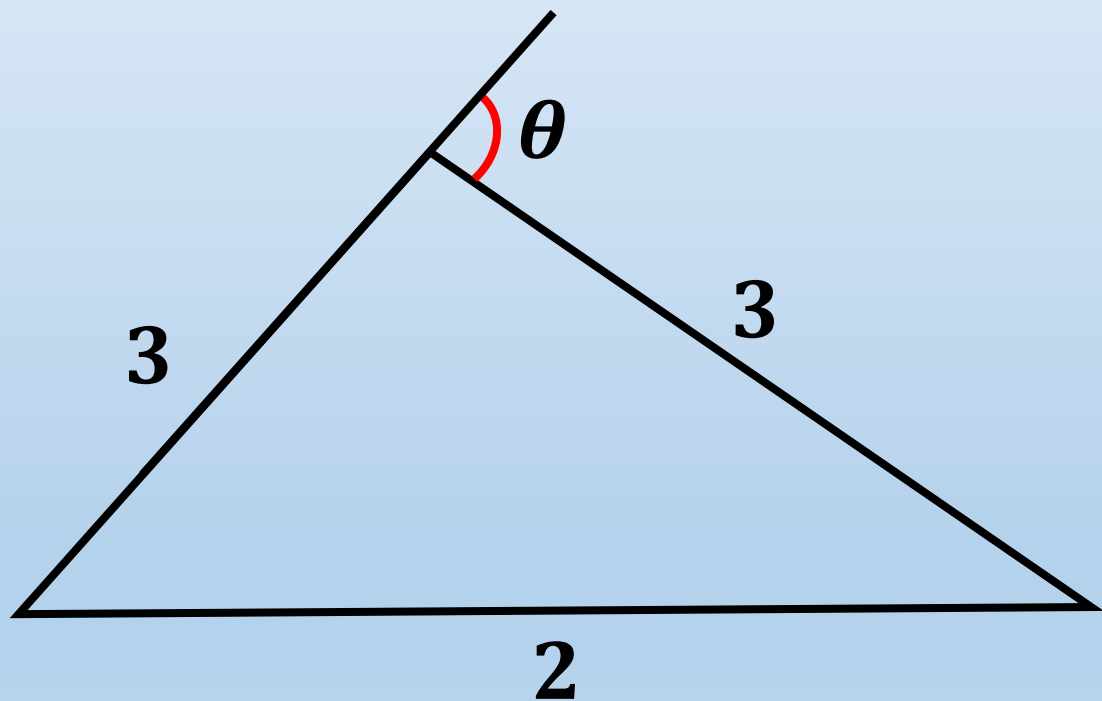
$$M = \frac{20}{2(5)}$$

$$\therefore \mathbf{M = 2}$$

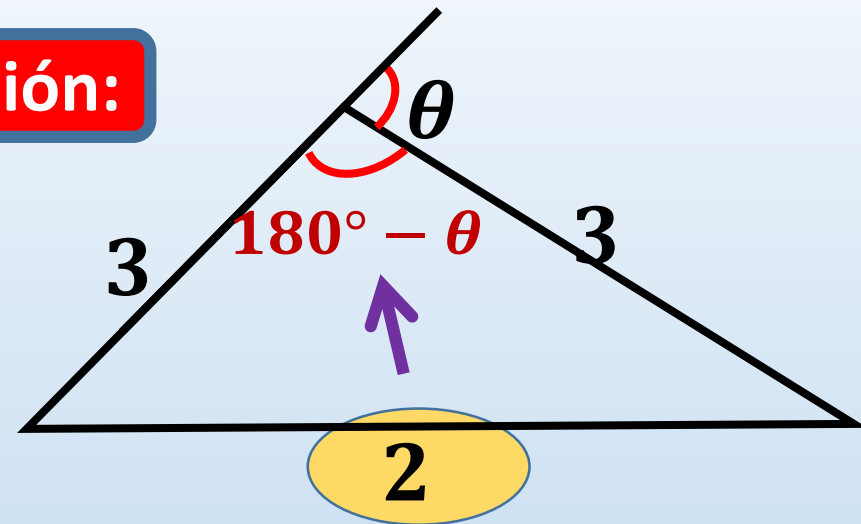
PROBLEMA 9



Del gráfico, calcule $\cos\theta$.



Resolución:



Ley de cosenos:

$$2^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos(180^\circ - \theta)$$

$$4 = 18 - 18 (-\cos\theta)$$

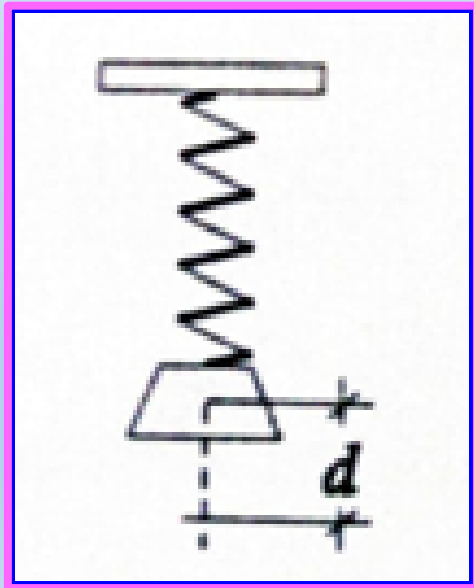
$$-14 = 18\cos\theta$$

$$-\frac{14}{18} = \cos\theta \quad \therefore$$

$$\cos\theta = -\frac{7}{9}$$

PROBLEMA 10

La oscilación de una pesa que se muestra en la figura, está dada por $d=10\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$; con t medido en segundos y d en centímetros. Calcule su amplitud y periodo.

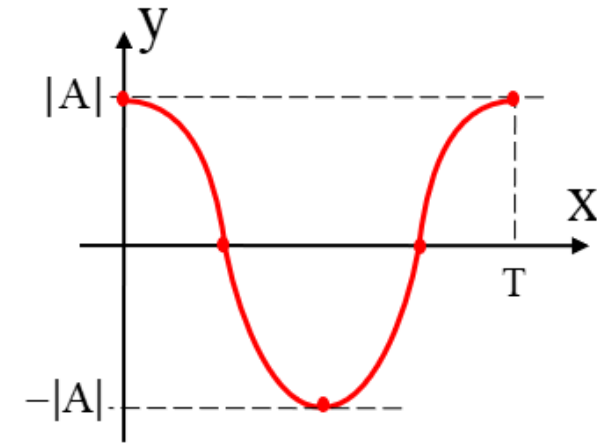


Resolución



Sea la función : $y = A \cdot \cos Bx$

⇒ Amplitud : $|A|$; Período : $T = \frac{2\pi}{|B|}$



* Amplitud = 10

* Período = $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12$

∴

$$\begin{aligned} A &= 10 \\ T &= 12 \end{aligned}$$

