



ALGEBRA

Chapter 8

3th
SECONDARY

PRODUCTOS NOTABLES I

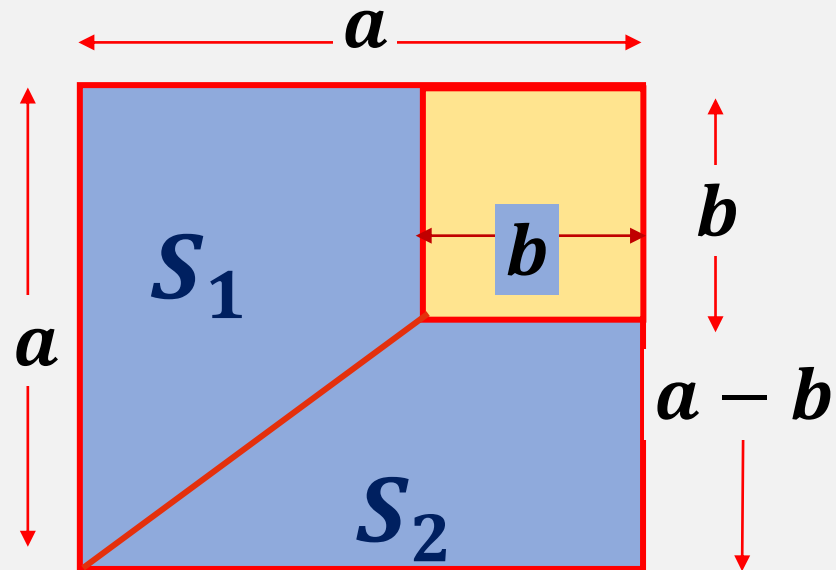


 **SACO OLIVEROS**



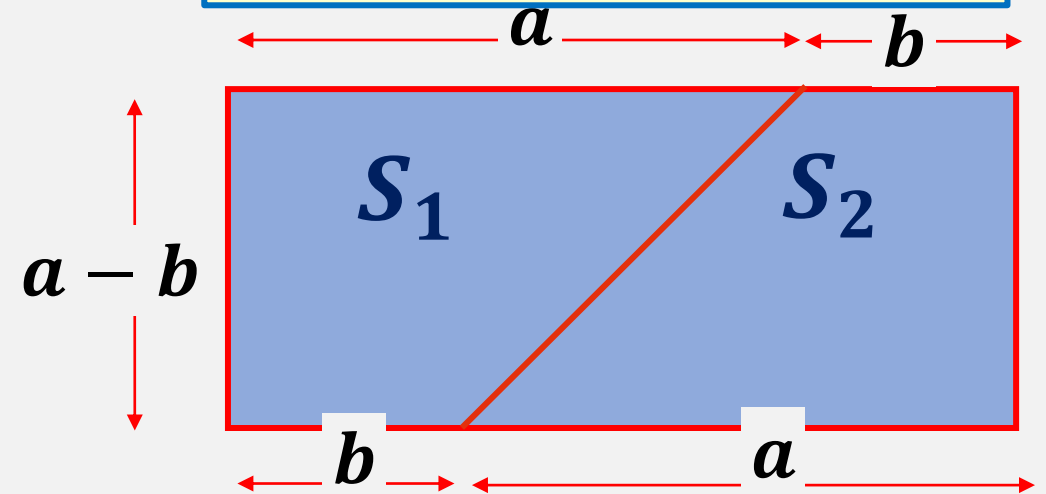
MOTIVATING STRATEGY

DIFFERENCIA DE CUADRADOS



$$S_1 + S_2 = a^2 - b^2$$

Transponiendo las posiciones de cada región:



$$S_1 + S_2 = (a + b)(a - b)$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$



IDENTIDAD DE STEVEN:

$$(x + a)(x + b) \equiv x^2 + (a + b)x + ab$$

Ejemplos:

Efectúe en cada caso:

➤ $(x + 4)(x + 5) = x^2 + 9x + 20$

➤ $(x + 5)(x - 7) = x^2 - 2x - 35$

➤ $(x - 3)(x + 9) = x^2 + 6x - 27$

➤ $(x - 6)(x - 8) = x^2 - 14x + 48$



II SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) \equiv a^3 + b^3$$

Ejemplo:

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) \equiv x^3 + 2^3$$

$$\equiv x^3 + 8$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) \equiv a^3 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x - 5)(x^2 + 5x + 5^2) \equiv x^3 - 5^3$$

$$\equiv x^3 - 125$$



III

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si $a + b + c = 0$ 

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

Ejemplo:

Si $m + n + p = 0$

Calcule $P = \frac{mn + np + mp}{m^2 + n^2 + p^2}$

Resolución:

$$P = \frac{mn + np + mp}{m^2 + n^2 + p^2} = -2 \frac{mn + np + mp}{mn + np + mp}$$

$$\therefore P = -\frac{1}{2}$$

Ejemplo:

Si $m + n + p = 0$

Calcule $P = \frac{15mnp}{m^3 + n^3 + p^3}$

Resolución:

$$P = \frac{15mnp}{m^3 + n^3 + p^3} = \frac{15mnp}{3mnp}$$

$$\therefore P = 5$$



DESARROLLO DEL TRINOMIO AL CUADRADO:

$$(a + b + c)^2 \equiv a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$$

Ejemplo:

Si $x + y + z = 10$

$$xy + yz + xz = 15$$

calcule $x^2 + y^2 + z^2$

Resolución:

$$(x + y + z)^2 = (10)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 100$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(15) = 100$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 70$$



V

DESARROLLO DEL TRINOMIO AL CUBO:

$$(a + b + c)^3 \equiv a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(a + c)$$

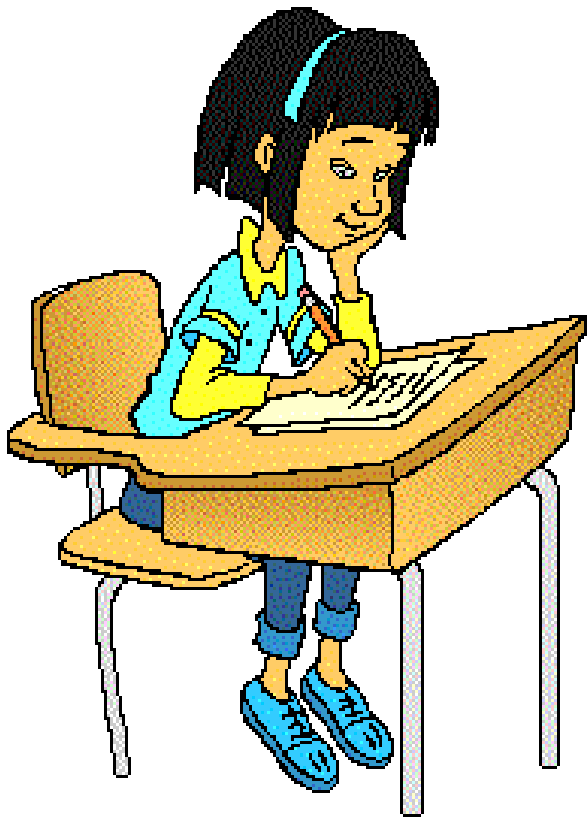
Ejemplo:

$$(x + y + 2)^3 = x^3 + y^3 + 2^3 + 3(x + y)(y + 2)(x + 2)$$

$$\therefore (x + y + 2)^3 = x^3 + y^3 + 8 + 3(x + y)(y + 2)(x + 2)$$



HELICO PRACTICE



Problema 1

Calcule el resultado de

$$Q = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Resolución:



$$Q = \underline{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)} - \underline{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}$$

$$Q = (x^3 + 2^3) - (x^3 - 3^3)$$

$$Q = (x^3 + 8) - (x^3 - 27)$$

$$Q = \cancel{x^3} + 8 - \cancel{x^3} + 27$$

$$\therefore Q = 35$$

Respuesta: 35

Problema 2

Si $x + y + z = 0$, simplifique

$$T = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$



$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

Resolución:



$$x + y + z = 0 \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

Reemplazando en:

$$T = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz}$$

$$T = \frac{\cancel{3xyz}}{\cancel{xyz}}$$

$$\therefore T = 3$$

Respuesta: 3

Problema 3

Obtenga el resultado de

$$T = \frac{x^3 + 2^3}{x^2 - 2x + 4} + \frac{x^3 - 2^3}{x^2 + 2x + 4}$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Resolución:



$$T = \frac{x^3 + 2^3}{x^2 - 2x + 4} + \frac{x^3 - 2^3}{x^2 + 2x + 4}$$

$$T = \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 2^2)}{x^2 - 2x + 4} + \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)}{x^2 + 2x + 4}$$

$$T = \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)}{x^2 - 2x + 4} + \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x^2 + 2x + 4}$$

$$T = (x + 2) + (x - 2)$$

$$T = x + 2 + x - 2$$

$$\therefore T = 2x$$

Respuesta: $2x$

Problema 4

Si $x + y + z = 0$, determine

$$P = \frac{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}{-xy - yz - xz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Resolución:

$$x + y + z = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = -2(xy + yz + xz)$$

$$P = \frac{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}{-xy - yz - xz}$$

$$P = \frac{6(x^2 + y^2 + z^2)}{-(xy + yz + xz)}$$

$$P = \frac{6[-2(xy + yz + xz)]}{-(xy + yz + xz)}$$

$$\therefore P = 12$$

Respuesta: 12

Problema 5

Teresa desea realizar un Full Day a Ica para lo cual tiene que ahorrar $x^9 + x^3$, si se sabe que $x^2 + 2x + 4 = 0$, ¿cuál es la cantidad de dinero que tiene que ahorrar para dicho viaje?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUBOS:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Resolución:

Del dato:

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

Multiplicamos m/m por $(x - 2)$

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0(x - 2)$$

$$x^3 - 2^3 = 0$$

$$x^3 = 8$$

Piden: $x^9 + x^3$

$$x^9 + x^3 = (x^3)^3 + x^3$$

$$= (8)^3 + 8$$

$$= 520$$

Respuesta: 520

Problema 6

Si $x^2 + 7x = -2$, el valor de

$$M = (x + 4)(x + 3)(x + 1)(x + 6)$$

representa la cantidad de alumnos del 3° C. ¿Cuántos alumnos son?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Resolución:



$$M = (x + 4)(x + 3)(x + 1)(x + 6)$$

$$M = (x^2 + 7x + 12)(x^2 + 7x + 6)$$

$$M = (-2 + 12)(-2 + 6)$$

$$M = (10)(4)$$

$$M = 40$$

∴ Son 40 alumnos.

Respuesta: 40

Problema 7

Isabel desea comprar una billetera en la tienda Renzo Costa para ello va a la tienda y pregunta por el precio, la señorita vendedora responde que el costo de la billetera es la suma de los productos de dichos números tomados de dos en dos; si se sabe además que la suma de los tres números es 21 y la suma de sus cuadrados es 97. ¿Cuál es el monto que pagó para comprar su billetera?

Recordemos:

TRINOMIO AL CUADRADO:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$$

Resolución:



Por dato:

$$a + b + c = 21$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 97$$

Se sabe que:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$$

Reemplazando

$$(21)^2 = 97 + 2(\text{Precio})$$

$$441 = 97 + 2(\text{Precio})$$

$$344 = 2(\text{Precio})$$

$$\text{Precio} = 172 \text{ soles}$$

$$\text{Precio} = ab + bc + ac$$

Respuesta: 172