

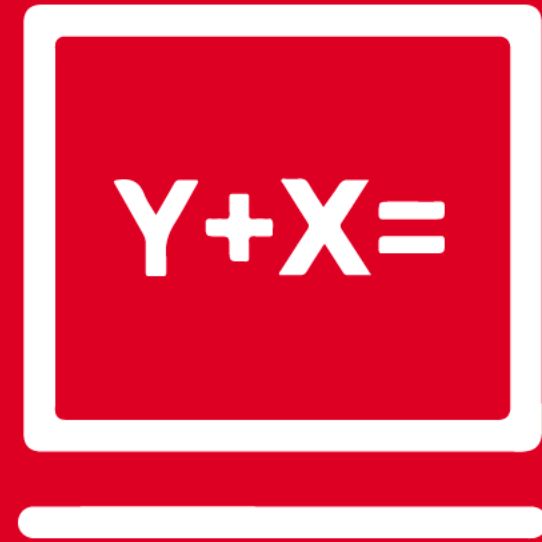


ARITHMETIC

Chapter 6

4th of Secondary

ADICION Y SUSTRACCION



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

Resuelva la siguiente operación

$$1 + 1 + 2 + 4 + 3 + 9 + 4 + 16 + \dots + 10 + 100$$



En cuanto
tiempo
puedes
resolverlo.



1

ADICIÓN

$$S = a + b$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{\curvearrowright} \overset{1}{\curvearrowright} \quad \text{← lleva} \\
 241_{(7)} + \\
 345_{(7)} \\
 516_{(7)} \\
 \hline
 1435_{(7)}
 \end{array}$$

En otras bases

Orden 1

$$(1 + 5 + 6) = 12 = \textcircled{1} \times 7 + 5$$

Orden 2

$$(\textcolor{teal}{1} + 4 + 4 + 1) = 10 = \textcircled{1} \times 7 + 3$$

Orden 3

$$(\textcolor{teal}{1} + 2 + 3 + 5) = 11 = \textcircled{1} \times 7 + 4$$



Formula notables (\mathbb{Z}^+)



Suma de primeros números enteros positivos

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + \underline{n}$$

Último término

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejm

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 45$$

$n = 45$

$$S = \frac{45(46)}{2} = 1035$$



B Suma de primeros números pares

$$S = 2 + 4 + 6 + \cdots + \underbrace{(2n)}$$

$$S = n(n + 1) \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 2 + 4 + 6 + \cdots + 64$

$$2n = 64$$

$$n = 32$$

$$S = 32(33) = 1056$$

C Suma de primeros números impares

$$S = 1 + 3 + 5 + \cdots + \underbrace{(2n - 1)}$$

$$S = n^2 \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + 59$

$$(2n - 1) = 59$$

$$n = 30$$

$$S = 30^2 = 900$$



D

Suma de primeros números al cuadrado

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \underbrace{n^2}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 22^2$

$$n^2 = 22^2$$

$$n = 22$$

$$S = \frac{22(23)(45)}{6} = 3795$$

E

Suma de primeros números al cubo

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \underbrace{n^3}$$

$$S = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3$

$$n^3 = 15^3$$

$$n = 15$$

$$S = \left[\frac{15(16)}{2} \right]^2 = 14400$$



2

SUSTRACCIÓN

Es la operación inversa a la adición, dados dos números enteros llamados minuendo **(M)** y sustraendo **(S)**, nos permite encontrar un tercer número llamado diferencia **(D)**.

En otras bases

Ejm

$$65 - 38 = 27$$

$$M - S = D$$

$$\begin{array}{r} +8 \quad +8 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ 562_{(8)} - \end{array}$$

$$376_{(8)}$$

$$\begin{array}{r} \hline 164_{(8)} \end{array}$$

Orden 1 $(8 + 2) - 6 = 4$

Orden 2 $(8 + 5) - 7 = 6$

Orden 3 $4 - 3 = 1$



Propiedades

1

Suma de los términos

Ejm 1

➤ En la siguiente sustracción

$$65 - 28 = 37$$

➤ Si sumamos los términos

$$65 + 28 + 37 = 130 = 2(65)$$

➤ En general:

$$M + S + D = 2M$$

2

Resta notable

Ejm 2

En base 10

$$\begin{array}{r} 762 \\ - 267 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$4 + 5 = 9 = 10 - 1 \quad \wedge \quad 1 + 5 = 6 = 7 - 1$$

➤ En general:

$$\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$$

$$x + z = y = n - 1$$

$$a - c = x + 1$$

En base 7

$$\begin{array}{r} 634_{(7)} \\ - 436_{(7)} \\ \hline 165_{(7)} \end{array}$$




Complemento aritmético (CA)

Ejm 1

$$CA(74) = 100 - 74 = 26$$

Luego:

$$CA(N)_{(n)} = 100 \dots 0_{(n)} - N_{(n)}$$


 "K" ceros

K = cantidad de cifras de N

FORMA PRÁCTICA

$$CA(458) = 542$$

9 9 10

$$CA(263_{(7)}) = 404$$

6 6 7



La suma de los tres términos de una sustracción es 1784. Si el sustraendo es el CA del minuendo, halle el valor de la diferencia.

Resolution:

$$\begin{aligned} M + S + D &= 1784 \\ 2M &= 1784 \\ M &= 892 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S &= CA(M) = CA(892) \\ S &= 108 \\ \therefore M - S &= D \\ 892 - 108 &= \end{aligned}$$

RPTA: **784**



Se cumple que

$$ab3b + (a+1)b4b + \dots + (a+6)b9b = \dots bc69.$$

Calcule $a+b+c$.

Resolution:

$$\begin{array}{r} a \ b 3 b \\ (a+1) b 4 b \\ \vdots \\ (a+6) b 9 b \\ \hline \dots bc69 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \text{ SUMANDOS} \end{array}$$

$$U: 7b = \dots 9 \Rightarrow b = 7$$

$$D: 3+4+5+\dots+9 + 4 = 46$$

$$C: \underbrace{7 \times 7 + 4}_{53} = \dots c \Rightarrow c = 3$$

$$UM: 7a + 21 + 5 = \dots 7 \Rightarrow a = 3$$

RPTA:

13

3

Halle N máximo si se cumple que $\overline{1+2+3+4+\dots+N} = \overline{mpmp}$

Recordemos

$$\begin{aligned}\overline{mpmp} &= \overline{mp} \times 10^2 + \overline{mp} \\ &= 101\overline{mp}\end{aligned}$$

Resolution:

$$\overline{1 + 2 + 3 + \dots + N} = \overline{mpm}$$

$$\frac{N(N+1)}{2} = 101\overline{mp}$$

$$\begin{aligned}N(N+1) &= 2 \times 101 \times \overline{mp} \\ &= 2 \times \overline{mp} \times 101\end{aligned}$$

$$\underline{N}(N+1) = \underline{100} \times 101$$

$$\Rightarrow N = 100 \quad \wedge \quad \overline{mp} = 50$$

RPTA: **100**



Si

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 2pn$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 1049$$

Efectúe $Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$

Resolution:

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 297$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 1049$$

$$2 \overline{abc} = 1346$$

$$\overline{abc} = 673$$

$$\frac{\overline{abc}}{\overline{cba}} = \frac{2pn}{\overline{2pn}}$$

$$p = 9$$

$$n = 7$$

Piden:

$$Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$$

$$Q = \frac{376}{9-7} = 188$$

RPTA:**188**



Si el $CA(\overline{a2b7}) = \overline{4c8d}$, halle el valor del CA de $a + b + c + d$.

Resolution:

$$\overset{9}{CA}(\overset{9}{\overline{a2b}}\overset{10}{7}) = \overline{4c8d}$$

Piden:

CA(16) =

$$\begin{aligned} 9 - a &= 4 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 - 2 &= c \\ 7 &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 - b &= 8 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 - 7 &= d \\ 3 &= d \end{aligned}$$

RPTA:

84



6

El mes pasado, Cecilia recibió un salario de S/ abc y los gastos que realizó en dicho mes fueron de S/ bcb, por lo que en dicho mes ahorró S/ $b(b+c)2$. Si este mes recibe el mismo salario y piensa gastar S/ 76 más que el mes anterior, ¿cuál es el ahorro que tendrá este mes?

Resolution:

Dato:

$$\begin{array}{r} abc \\ - bcb \\ \hline b(b+c)2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} c - b = 2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 5 \quad 3 \end{array}$$

Observa que $b + c$ es como máximo 9

Ahorra: s/. 382

piensa gastar S/ 76 más que el mes ant

$$\begin{array}{l} \text{el ahorro} \\ \text{que tendrá} \\ \text{este mes} \end{array} = 382 - 76$$

RPTA: 306



El guardián de un pozo ha plantado a partir del pozo cada 5 m y en una misma dirección un total de 32 árboles, y solo puede sacar agua del pozo para el riego de un solo árbol. ¿Cuánto tiene que recorrer diariamente para regar los 32 árboles?

Resolution: Gráficamente



1° 2° 3° 32°
 árbol árbol árbol árbol

$$S = 10 + 20 + 30 + \dots + 320$$

$$S = 10 (1 + 2 + 3 + \dots + 32)$$

$$S = 10 \left[\frac{(32)(33)}{2} \right]$$

RPTA: 5280 m