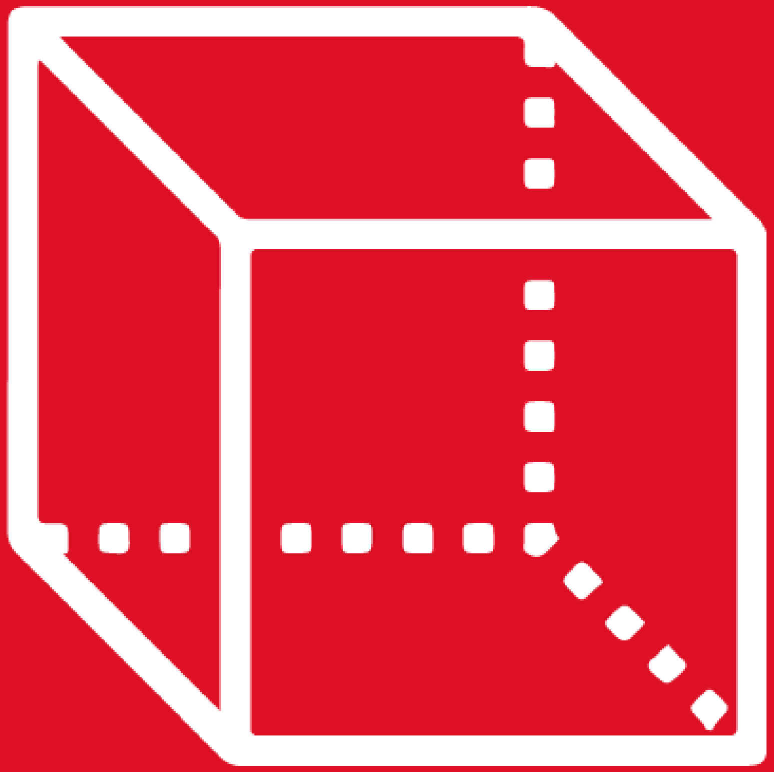
GEOMETRÍA

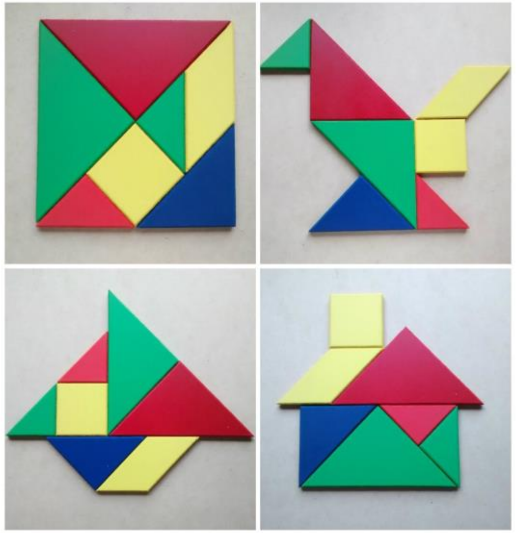
Capítulo 10

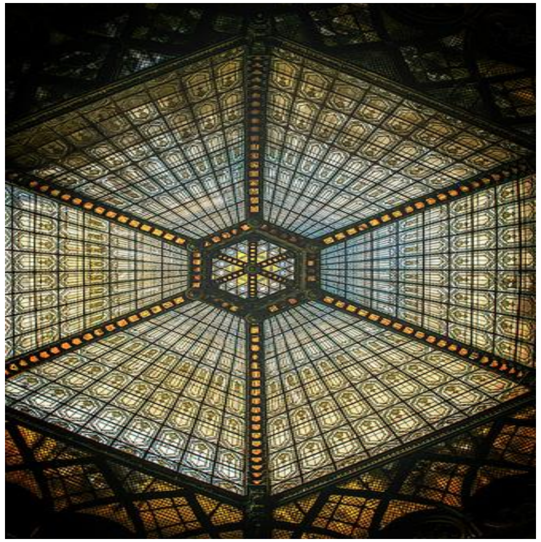
3th
SECONDARY



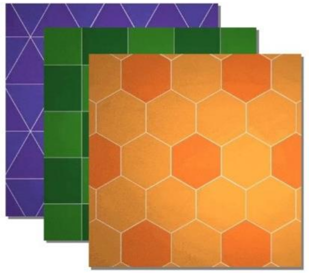
POLÍGONOS

MOTIVATING | STRATEGY





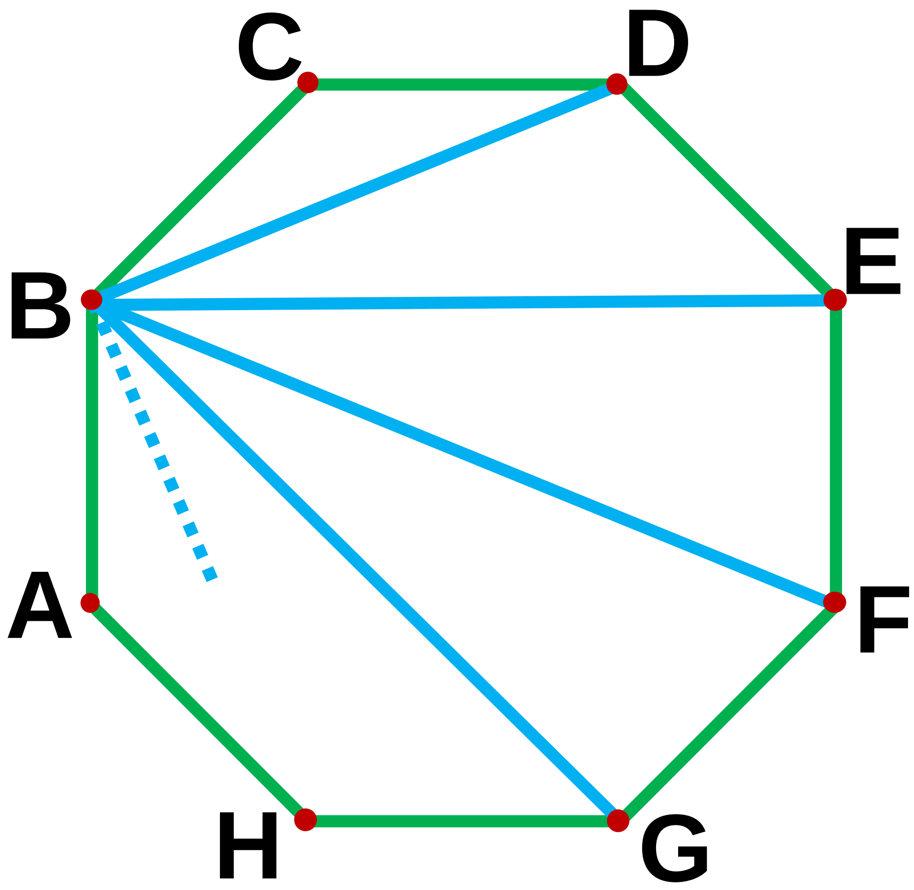







POLÍGONOS

Definición: Es la reunión de tres o más segmentos consecutivos coplanares tal que cada dos segmentos consecutivos solo se intersecan en un extremo y sean no colineales.



- **NOTACIÓN:**

  POLÍGONO ABCDEFGH

- **VÉRTICES :** A; B; C; D; E; F; G; H

- **LADOS:**

  $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$; $\overline{DE}$; $\overline{EF}$; $\overline{FG}$; $\overline{GH}$; $\overline{AH}$

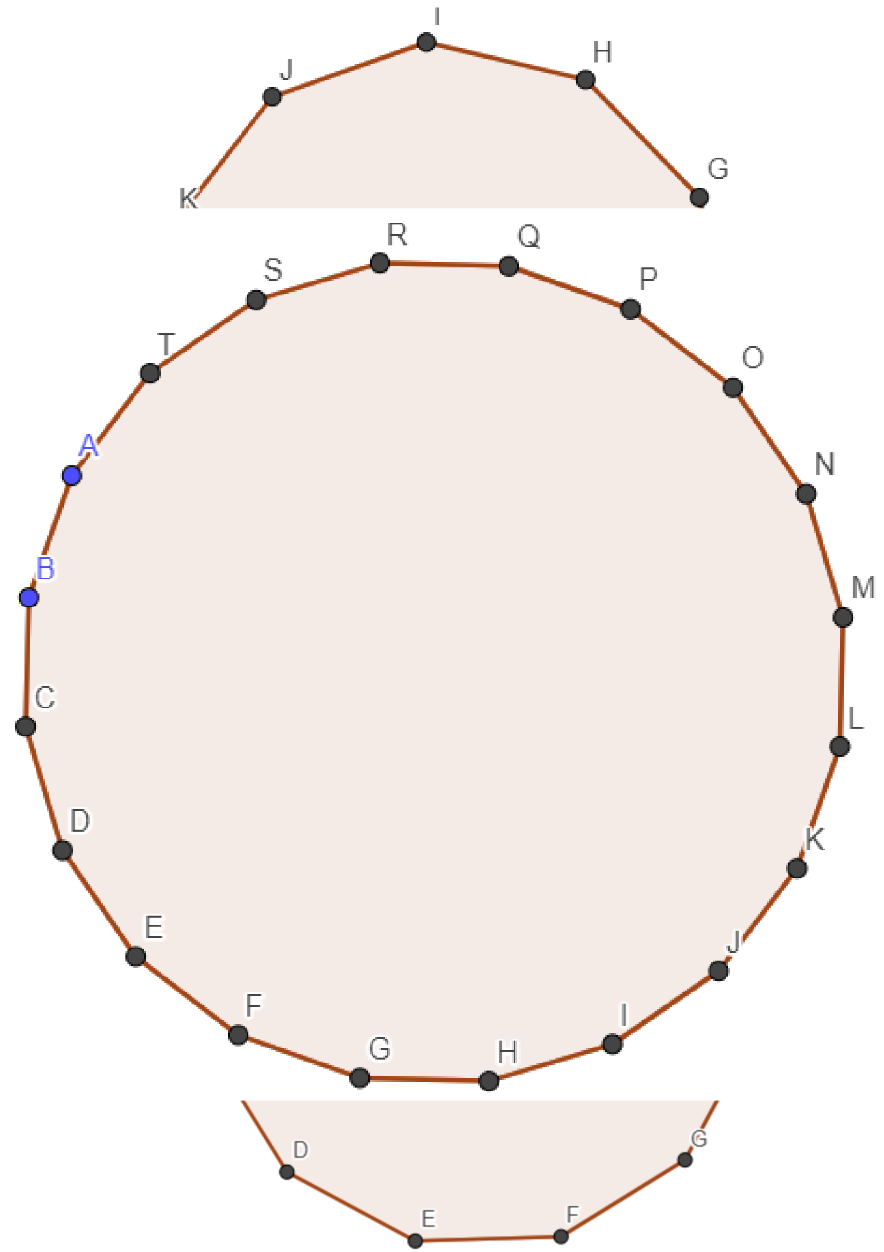
- **DIAGONALES:**

  $\overline{BD}$; $\overline{BE}$; $\overline{BF}$; $\overline{BG}$; …

II. Según el número de lados o ángulos.

Número de lados	Nombre de los Polígonos
3	TRIÁNGULO
4	CUADRILÁTERO
5	PENTÁGONO
6	HEXÁGONO
7	HEPTÁGONO
8	OCTÁGONO o OCTÓGONO
9	NONÁGONO o ENEÁGONO
10	DECÁGONO
11	ENDECÁGONO o UNDECÁGONO
12	DODECÁGONO
15	PENTADECÁGONO
20	ICOSÁGONO

Clasificación de los polígonos

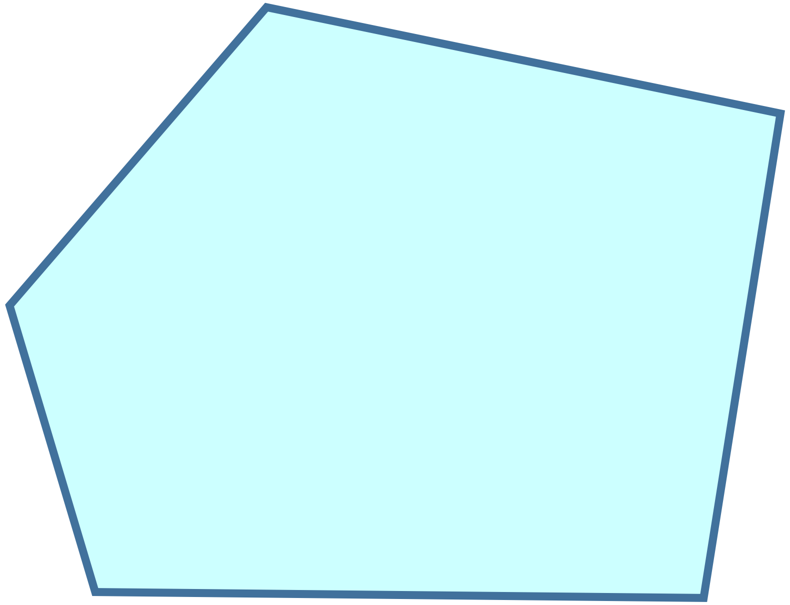


CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

I. Según la región que limitan.

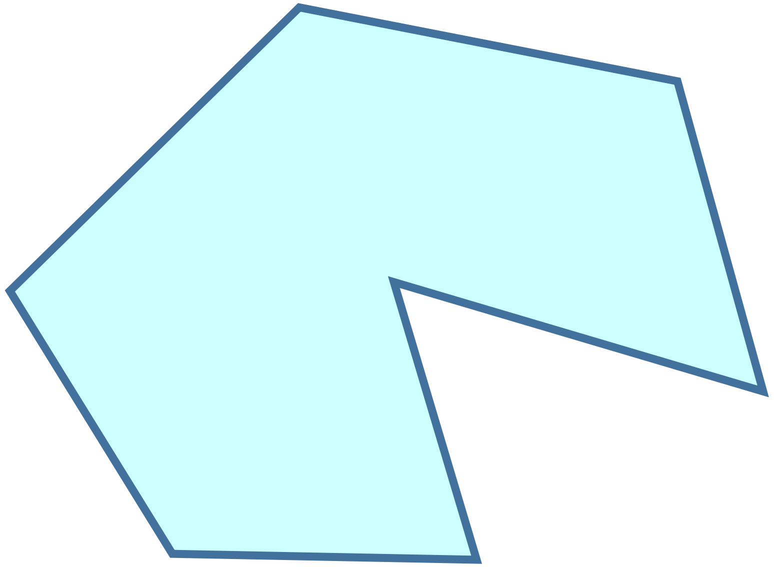
1. Polígono convexo

Es aquel cuya región interior es un conjunto convexo.



2. Polígono no convexo

Es aquel cuya región interior es un conjunto no convexo.



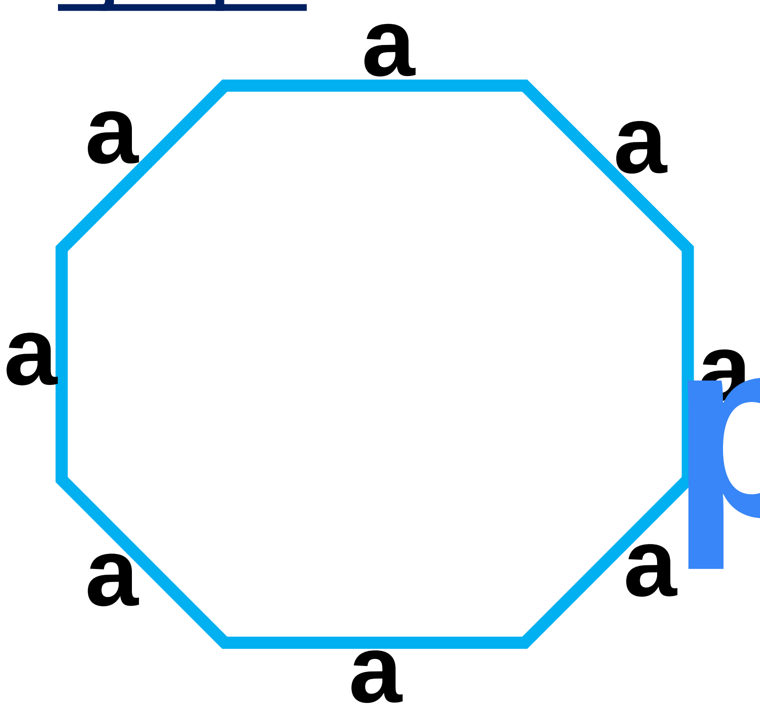
Clasificación de los polígonos

III. Según la medida de sus lados y ángulos.

1.-POLÍGONO EQUILÁTERO

Es aquel cuyos lados tienen la misma longitud.

Ejemplo:

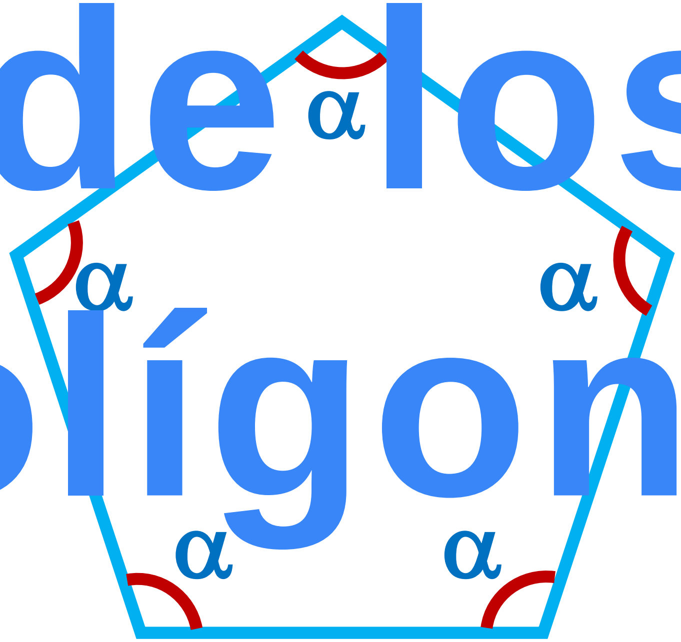


Octágono Equilátero

2.-POLÍGONO EQUIÁNGULO

Es aquel cuyos ángulos internos son de igual medida.

Ejemplo:

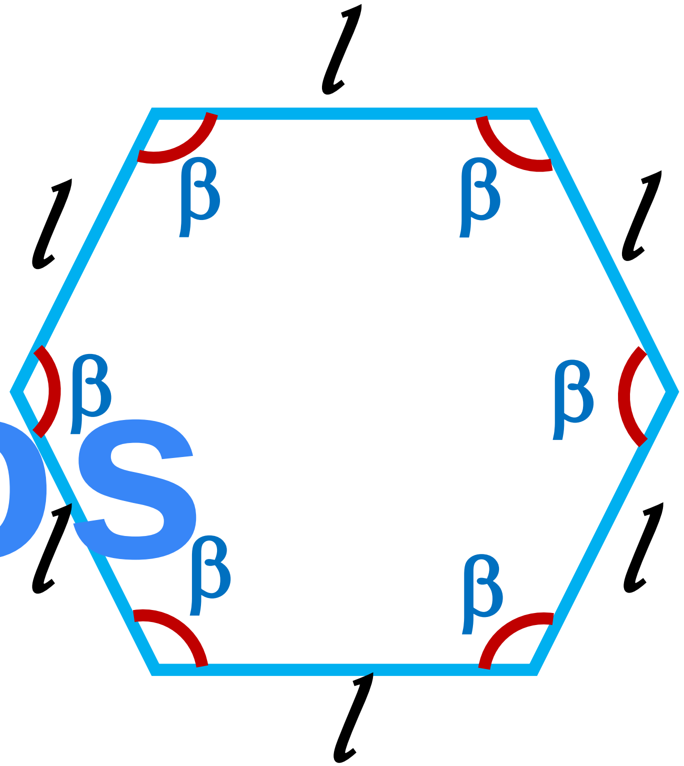


Pentágono Equiángulo

3.-POLÍGONO REGULAR

Es aquel que es equilátero y equiángulo.

Εφεμπλο:

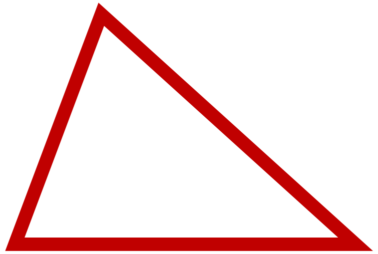


Hexágono Regular

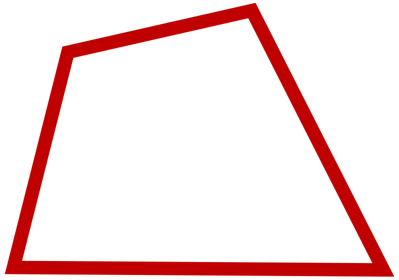
TEOREMA PARA TODO POLÍGONO

n = número de lados del polígono

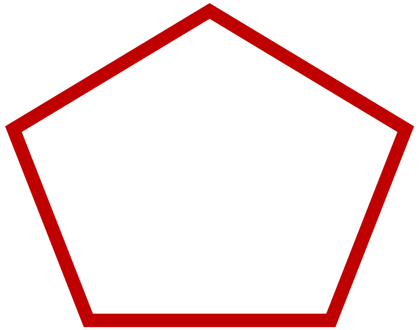
Ejemplos:



Triángulo
n = 3



Cuadrilátero
n = 4

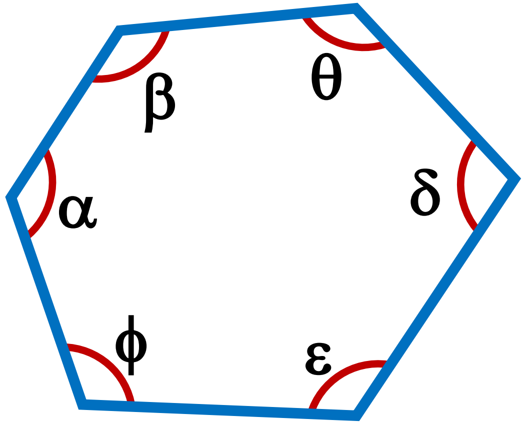


Pentágono
n = 5

1. Suma de las medidas de los ángulos internos:

$$S_{m\sphericalangle i} = 180°(n - 2)$$

Ejemplo: Calcule la suma de la medidas de los ángulos internos de un hexágono.



n = 6

$S_{m\sphericalangle i} = 180°(n - 2)$

$S_{m\sphericalangle i} = 180°(6 - 2)$

$S_{m\sphericalangle i} = 180°(4)$

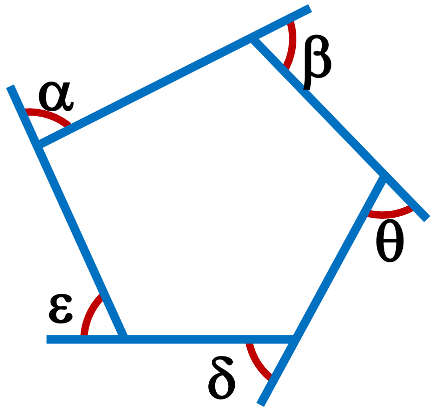
$S_{m\sphericalangle i} = 720°$

TEOREMAS

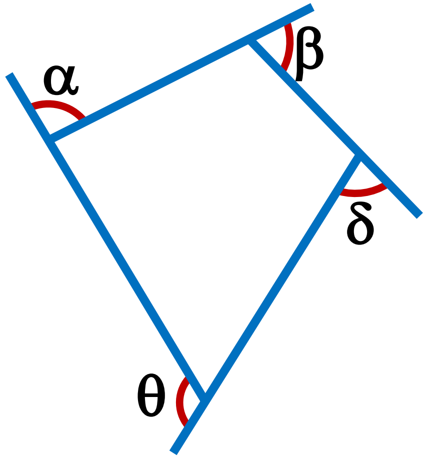
2. Suma de las medidas de los ángulos externos:

$$S_{m\measuredangle e} = 360°$$

Ejemplos:



$\alpha+\beta+\theta+\delta+\varepsilon = 360°$

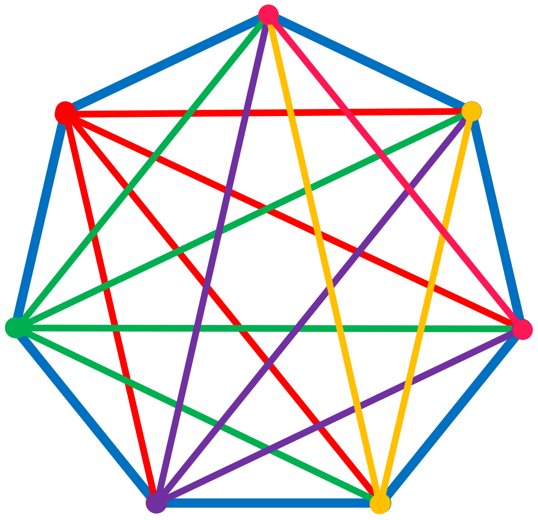


$\alpha+\beta+\theta+\delta = 360°$

3. Número total de diagonales:

$$N_{TD} = \frac{n(n-3)}{2}$$

Ejemplo: Calcule el número total de diagonales de un heptágono.



$n = 7$

$$N_{TD} = \frac{7(7-3)}{2}$$

$$N_{TD} = \frac{7(4)}{2}$$

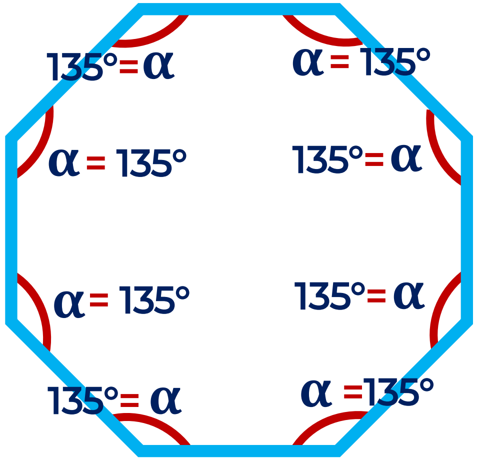
$$N_{TD} = 14$$

TEOREMAS SOLO PARA POLÍGONOS REGULARES O EQUIÁNGULOS.

1.Medida de un ángulo interno.

$$m\measuredangle i = \frac{180°(n - 2)}{n}$$

Ejemplo: Calcule el valor de α en el siguiente polígono.



n = 8

$$m\measuredangle i = \frac{180°(8 - 2)}{8}$$

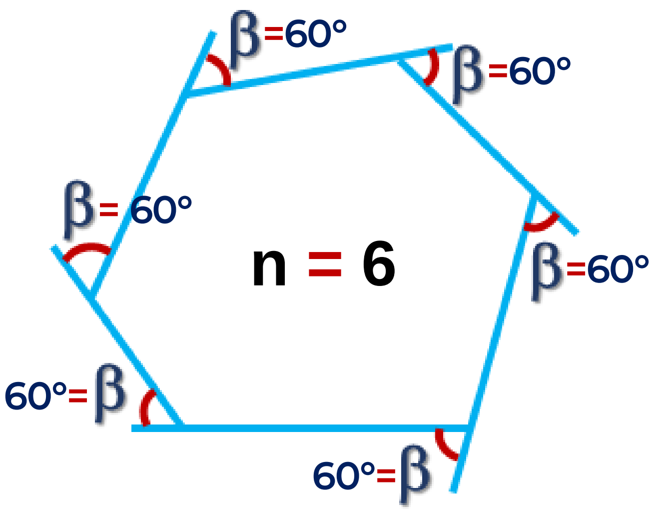
$$m\measuredangle i = \frac{180°(6)}{8}$$

$m\measuredangle i = 135°$

2. Medida de un ángulo externo.

$$m\measuredangle e = \frac{360°}{n}$$

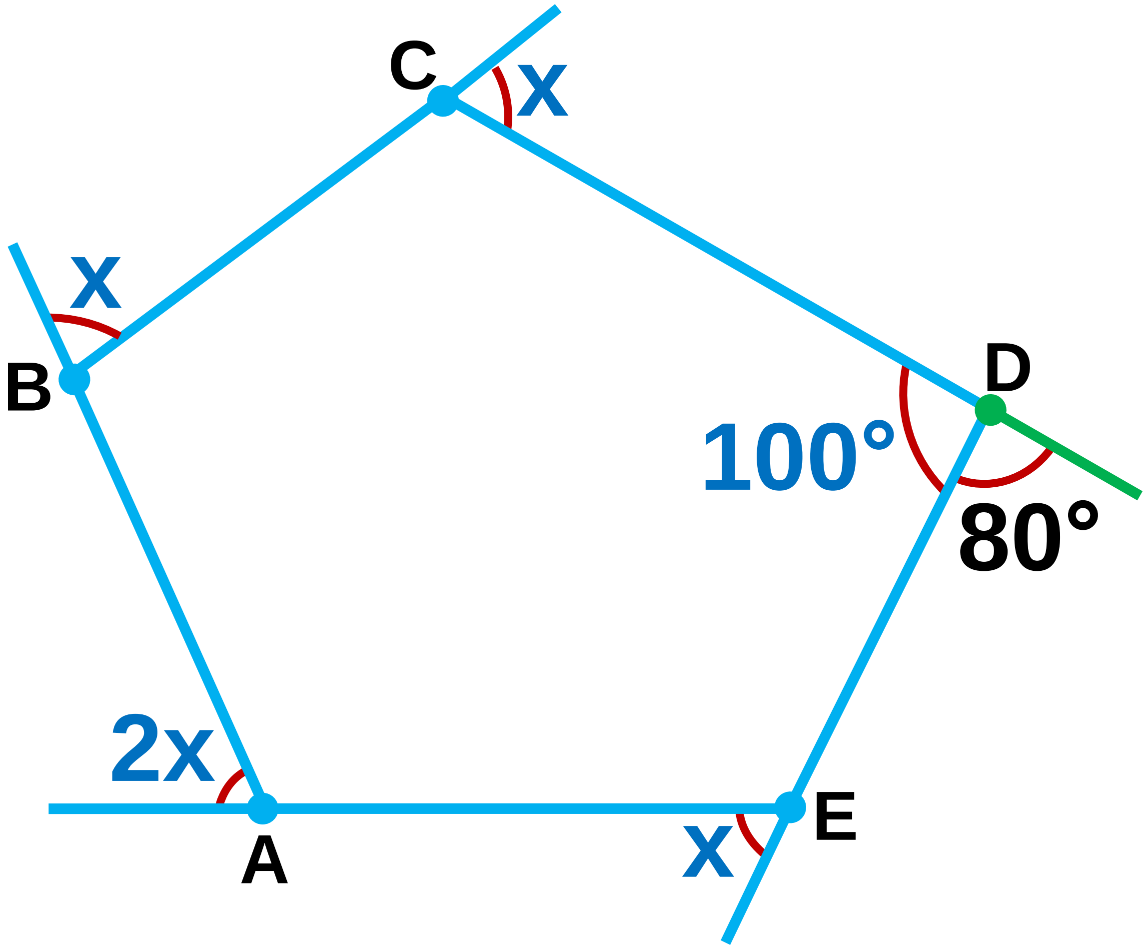
Ejemplo: Calcule el valor de β en el siguiente polígono.



$$m\measuredangle e = \frac{360°}{6}$$

$m\measuredangle e = 60°$

1. Halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- $\boxed{S_{m\sphericalangle e} = 360°}$

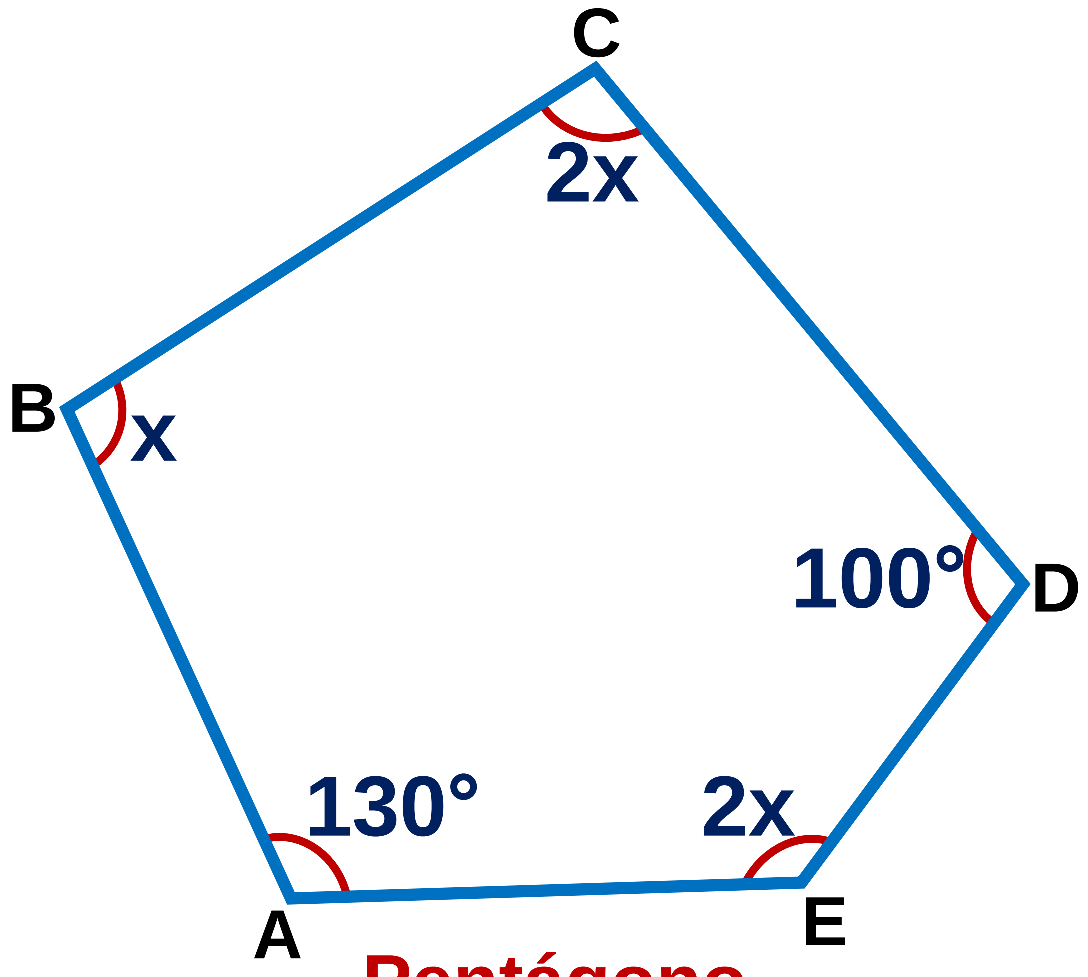
$$2x + x + x + x + 80° = 360°$$

$$5x + 80° = 360°$$

$$5x = 280°$$

$$\boxed{x = 56°}$$

2. Halle el valor de x.



Pentágono
$n = 5$

RESOLUCIÓN

- Piden: x
- $S_{m\sphericalangle i} = 180°(n - 2)$

  $S_{m\sphericalangle i} = 180°(5 - 2)$

  $S_{m\sphericalangle i} = 540°$
- Del gráfico:

  $x + 2x + 100° + 2x + 130° = 540°$

  $5x + 230° = 540°$

  $\boxed{x = 62°}$

3. Halle el número total de diagonales de un polígono convexo, cuya suma de las medidas de los ángulos interiores es 1440°.

RESOLUCIÓN

$$S_{m\sphericalangle i} = 180°(n-2)$$

- Dato:

$$\underbrace{S_{m\sphericalangle i}} = 1440°$$

$$180°(n-2) = 1440°$$

$$n-2 = 8$$

$$n = 10$$

- Piden:

$$N_{TD} = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$N_{TD} = \frac{10(10-3)}{2}$$

$$N_{TD} = \frac{10(7)}{2}$$

$$N_{TD} = 35$$

4. ¿Cómo se llama el polígono en el cual su número de diagonales es igual al triple de su número total de lados?.

RESOLUCIÓN

- **Piden:** Nombre del polígono
- **Dato:**

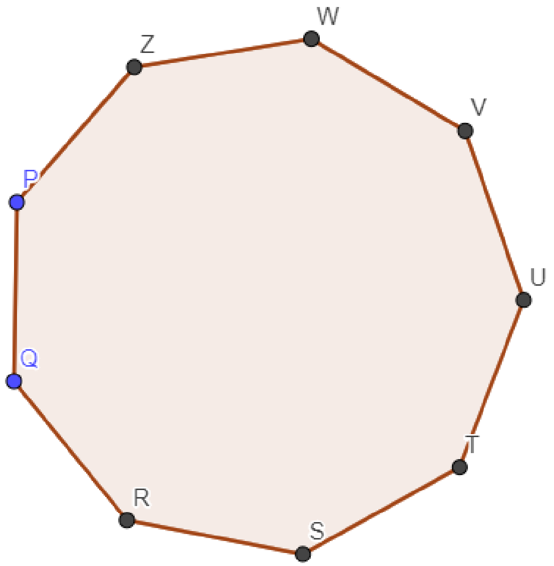
$$\underbrace{N_{TD}}_{\frac{\cancel{n}(n-3)}{2}} = 3(n)$$

$$\frac{\cancel{n}(n-3)}{2} = 3\cancel{n}$$

$$n - 3 = 6$$

$$n = 9$$

$$N_{TD} = \frac{n(n-3)}{2}$$



Nonágono

5. ¿En qué polígono regular se cumple que la medida de un ángulo interior es el cuádruple de la medida de un ángulo exterior?.

RESOLUCIÓN

- **Piden:** Nombre del polígono
- **Dato:**

$$m\measuredangle i = 4(m\measuredangle e)$$

$$\frac{180°(n-2)}{\cancel{n}} = 4\left(\frac{360°}{\cancel{n}}\right)$$

$$\cancel{180°}(n-2) = 4(\cancel{360°})$$

$$m\measuredangle i = \frac{180°(n-2)}{n}$$

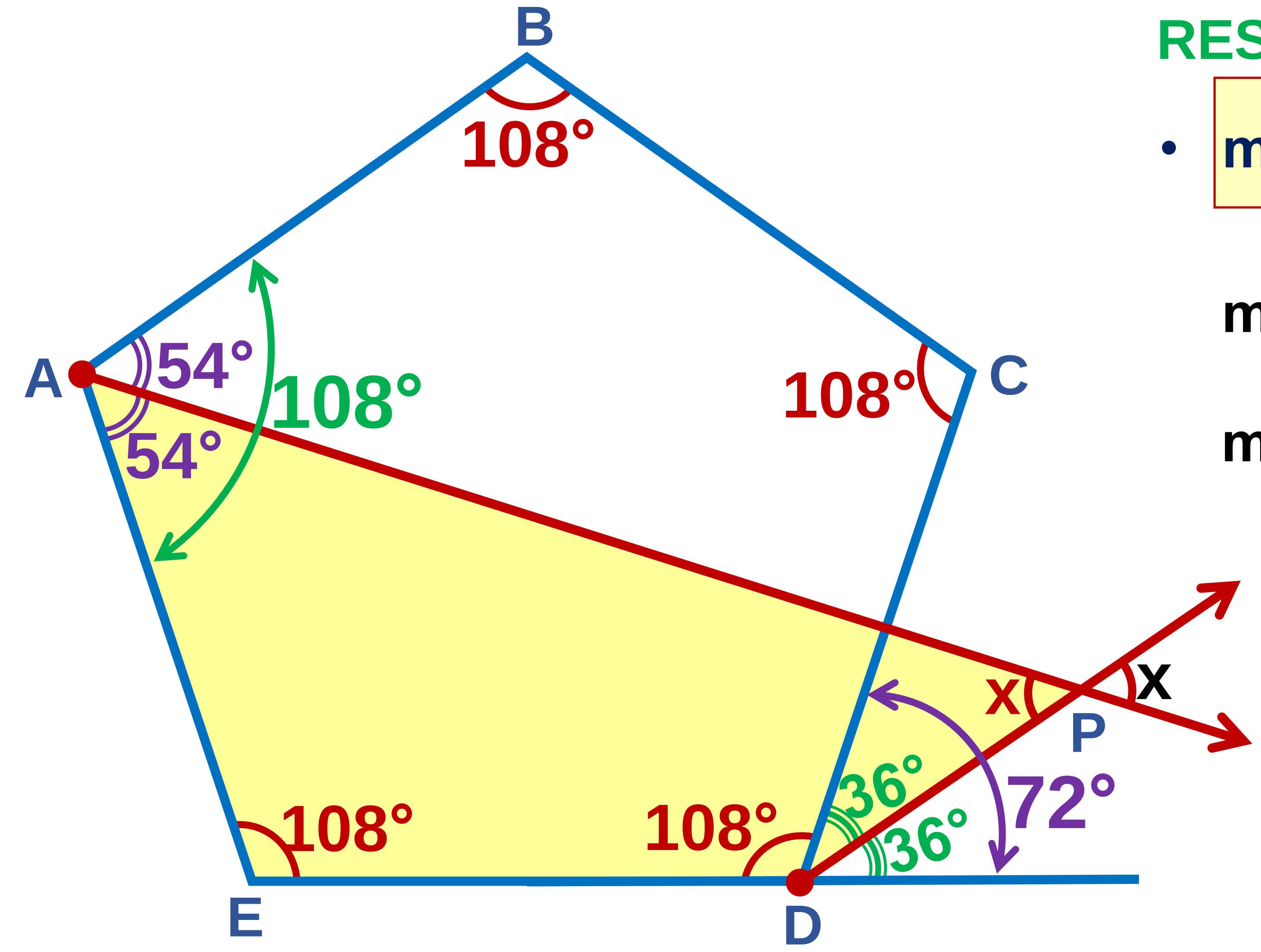
$$m\measuredangle e = \frac{360°}{n}$$

$$n-2 = 4(2)$$

$$n = 10$$

Decágono

6. Una estructura ABCDE está determinada por un **pentágono regular,** además $\overrightarrow{AP}$ y $\overrightarrow{DP}$ **son bisectrices de un ángulo interior y exterior,** respectivamente. Halle el valor de x



RESOLUCIÓN

- $\boxed{m\sphericalangle i = \dfrac{180°(n-2)}{n}}$

$m\sphericalangle i = \dfrac{180°(5-2)}{5}$

$m\sphericalangle i = 108°$

- $\boxed{m\sphericalangle e = \dfrac{360°}{n}}$

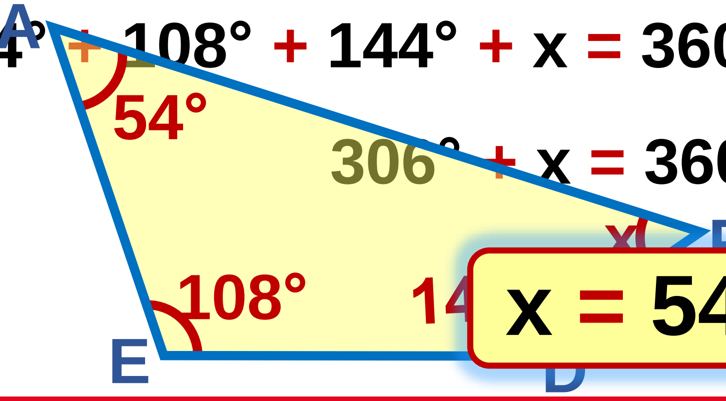
$m\sphericalangle e = \dfrac{360°}{5}$

$m\sphericalangle i = 72°$

- En APDE:

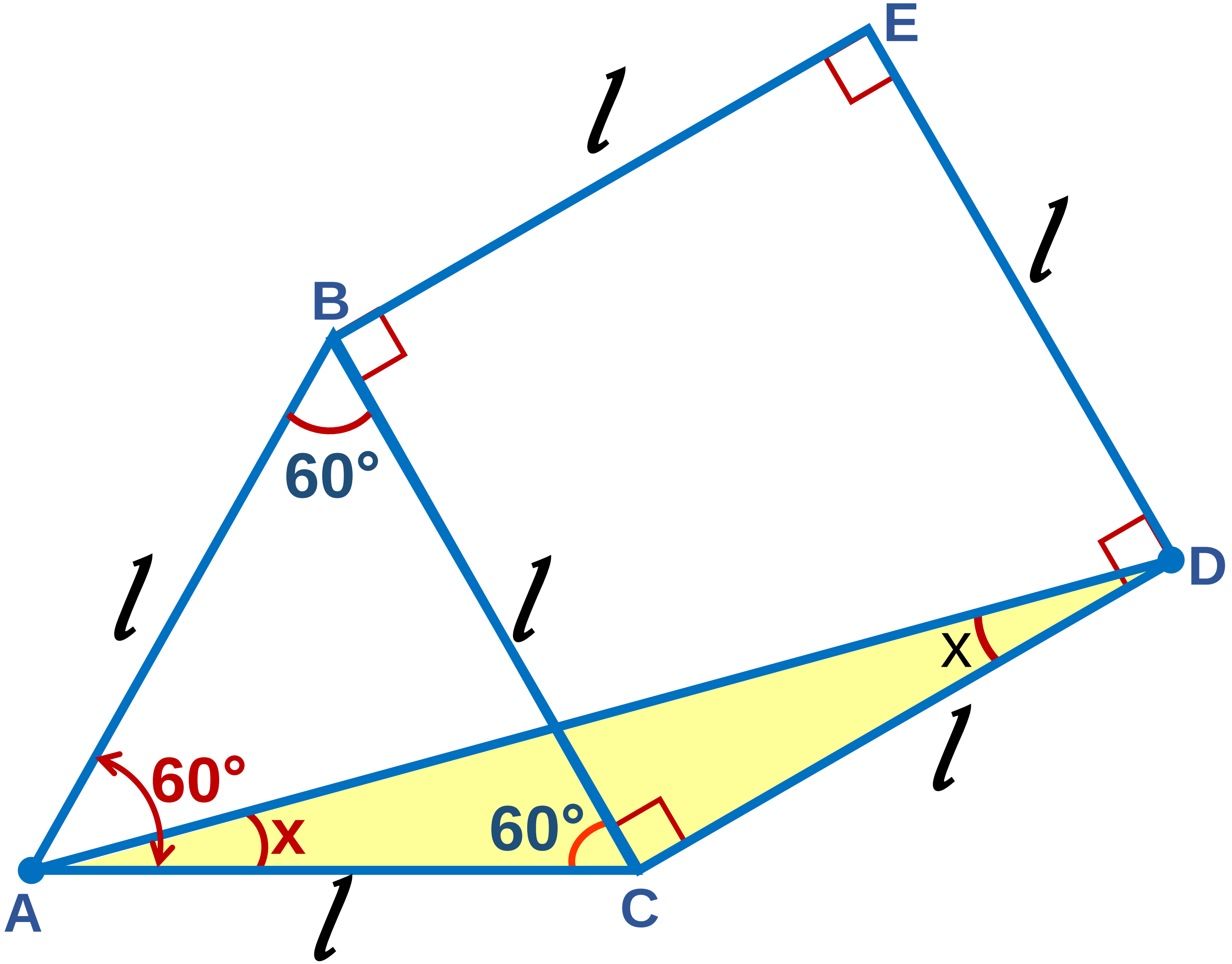
$54° + 108° + 144° + x = 360°$

$306° + x = 360°$



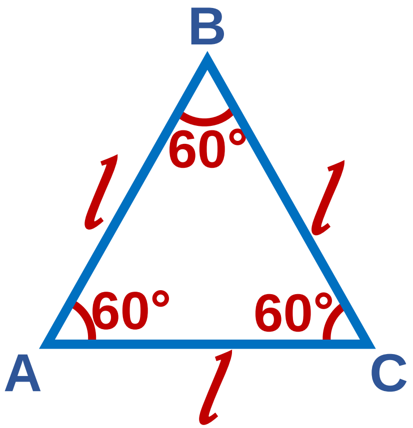
$\boxed{x = 54°}$

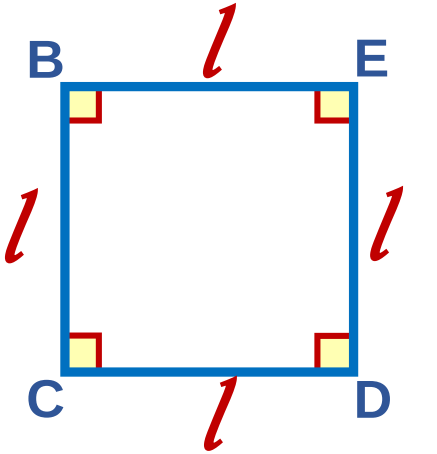
7. Un soldador para reforzar una estructura metálica suelda una varilla en los puntos A y D. Halle el valor de x, si ABC y BCDE son polígonos regulares.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Dato:





EQUILÁTERO CUADRADO

- ΔACD: ISÓSCELES

$$x + x + 150° = 180°$$

$$2x = 30°$$

$$\boxed{x = 15°}$$