

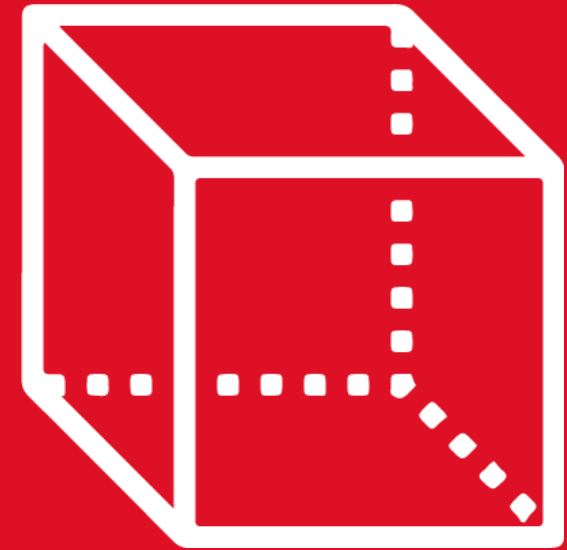


# GEOMETRÍA

## Capítulo 2

**2st**  
SECONDARY

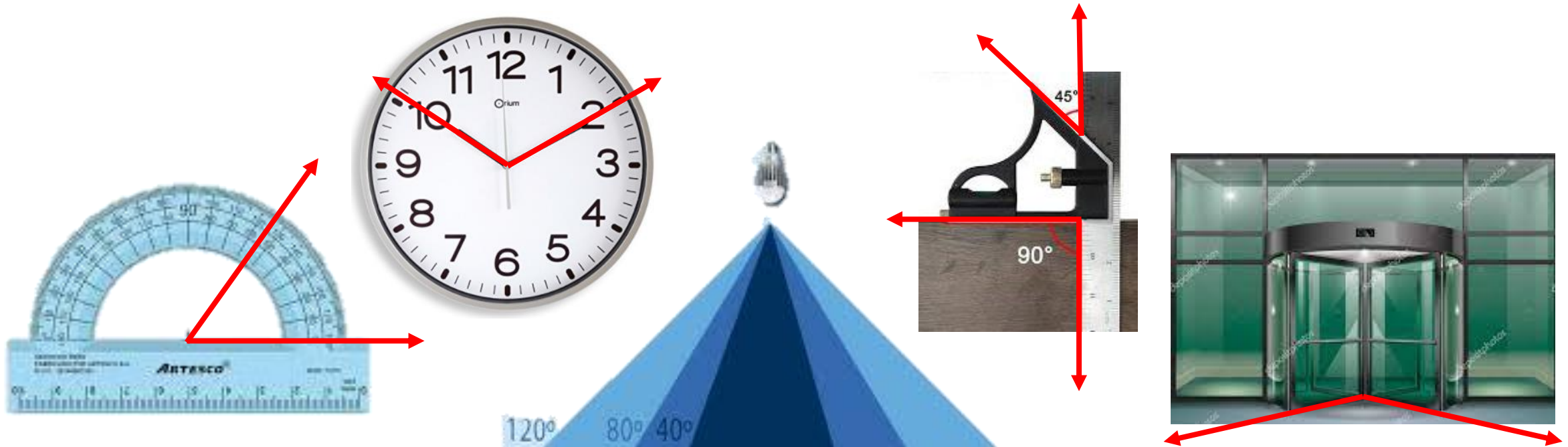
**Ángulos**



 **SACO OLIVEROS**

El transportador es un instrumento de plástico, que nos ayuda a medir la abertura o amplitud de los ángulos, en nuestra vida cotidiana podemos observar muchos ángulos, por ejemplo el reloj de pared, sus agujas forman un ángulo.

Para grabar un video, las líneas de iluminación deben formar un ángulo adecuado. Las escuadras de carpintería nos ayudan a medir ángulos, la puerta giratoria forman un ángulo recto,...etc. Éste es el tema que estudiaremos a continuación. **Ángulos**





**Definición:** Es la reunión de dos rayos no colineales por su origen.

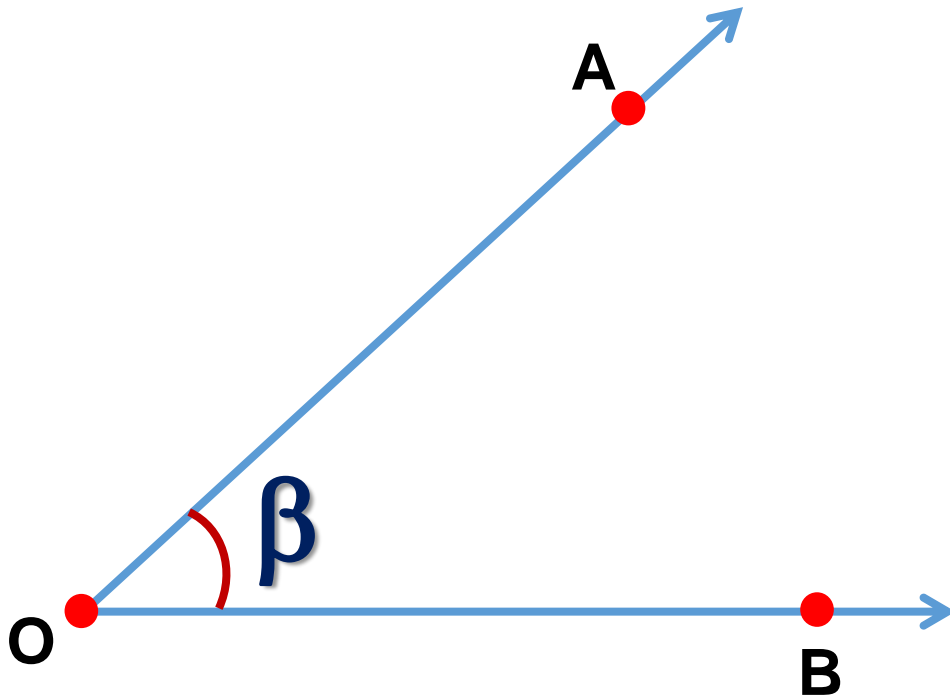
### ELEMENTOS:

- Vértice :  $O$
- Lados:  $\overrightarrow{OA}$  y  $\overrightarrow{OB}$ .

### NOTACIÓN

$\sphericalangle AOB$  : ángulo AOB.

$m\sphericalangle AOB$  : medida del ángulo AOB.



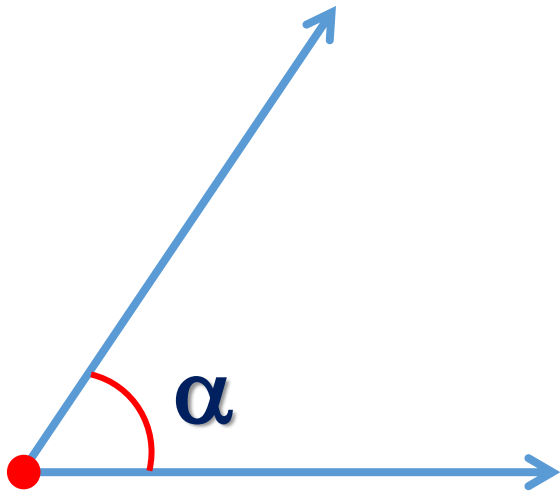
$$m \sphericalangle AOB = \beta$$

# CLASIFICACIÓN



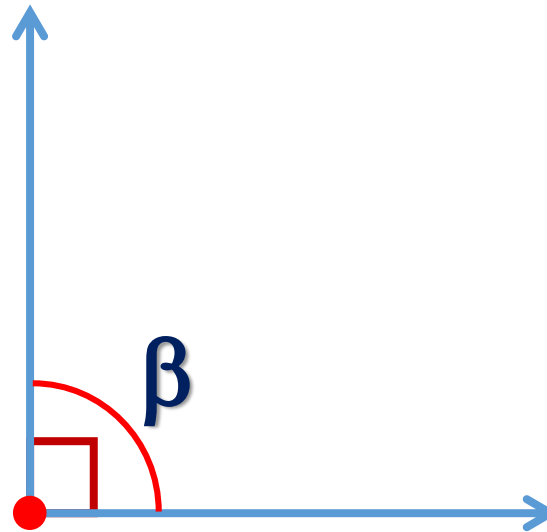
- De acuerdo a su medida.

∠ Agudo



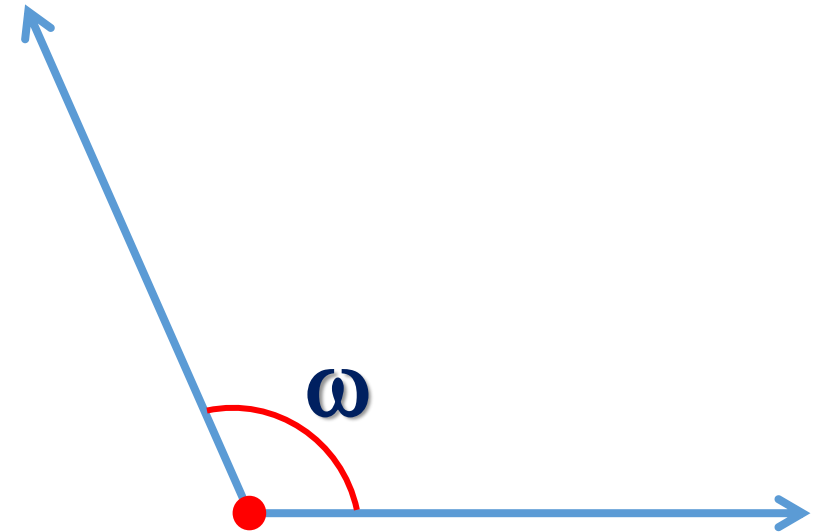
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

∠ Recto



$$\beta = 90^\circ$$

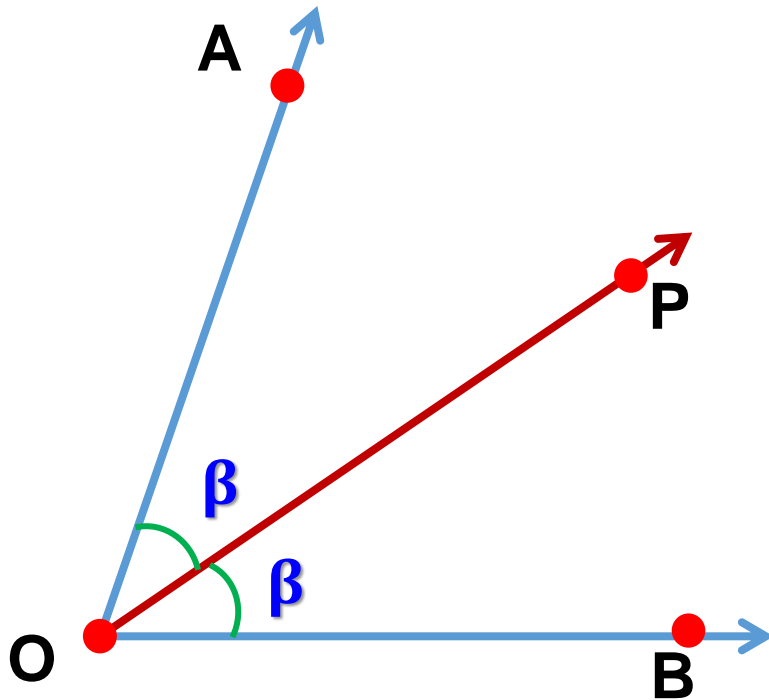
∠ Obtuso



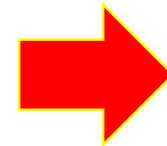
$$90^\circ < \omega < 180^\circ$$



**Bisectriz:** Es aquel rayo cuyo origen es el vértice de un ángulo y que lo divide a éste en dos ángulos de igual medida.



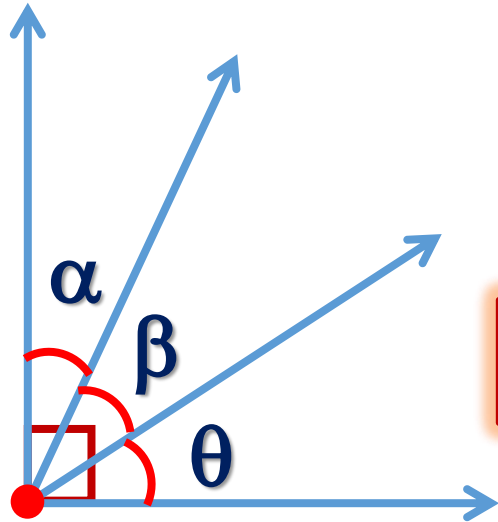
Si :  $\overrightarrow{OP}$  es bisectriz del  $\sphericalangle AOB$



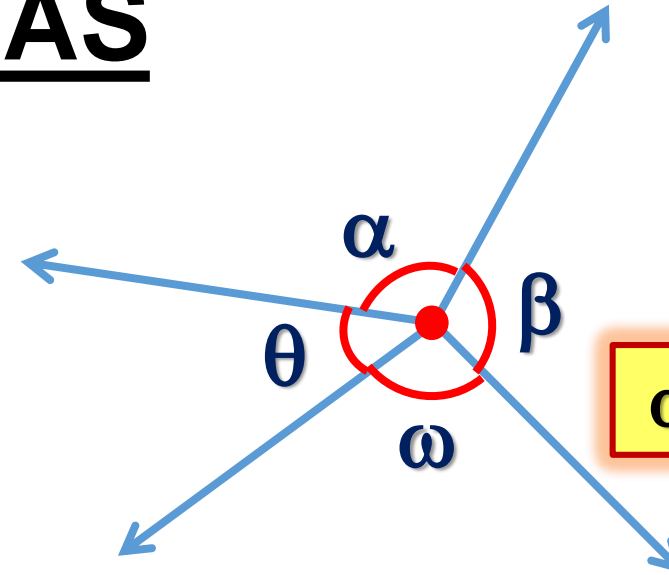
$$m \sphericalangle AOP = m \sphericalangle BOP$$



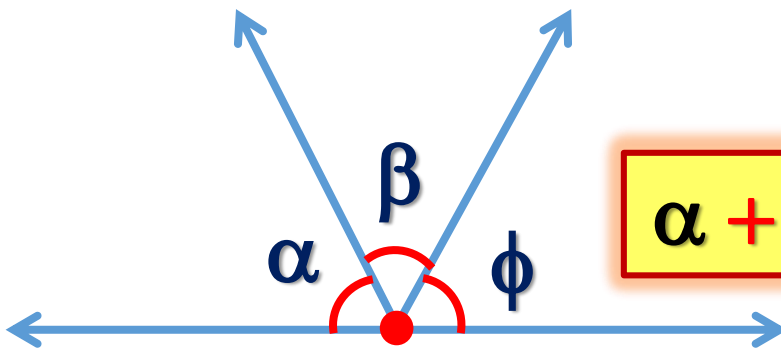
# TEOREMAS



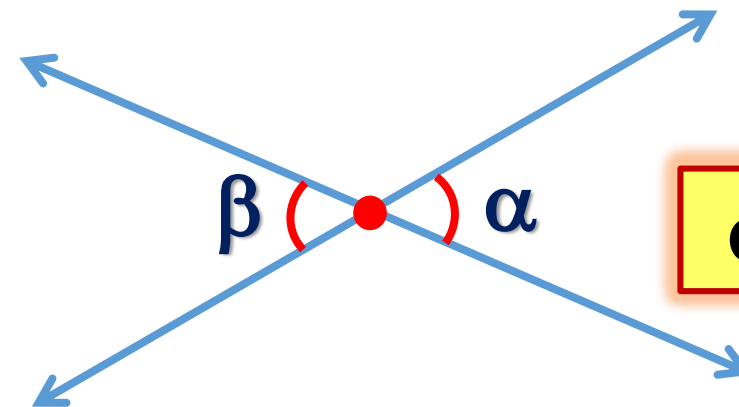
$$\alpha + \beta + \theta = 90^\circ$$



$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360^\circ$$



$$\alpha + \beta + \phi = 180^\circ$$



$$\alpha = \beta$$

1. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE, tal que  $m\angle AOB = x$ ,  $m\angle BOC = 40^\circ$ ,  $m\angle COD = 2x$ ,  $m\angle DOE = 20^\circ$  y  $m\angle AOE = 90^\circ$ . Halle el valor de  $x$ .

### Resolución

Piden:  $x$

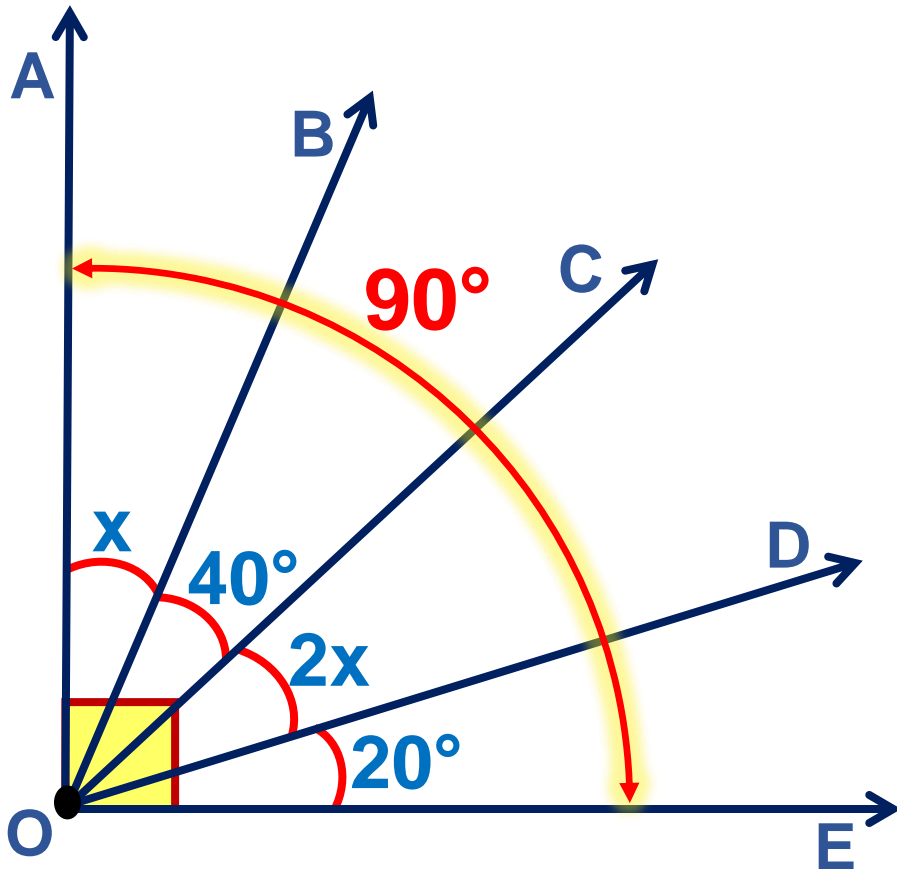
$$m\angle AOE = 90^\circ$$

$$x + 40^\circ + 2x + 20^\circ = 90^\circ$$

$$3x + 60^\circ = 90^\circ$$

$$3x = 30^\circ$$

$$x = 10^\circ$$



2. Si la  $m\angle AOC = 130^\circ$ , halle el valor de  $\beta$ .

### Resolución

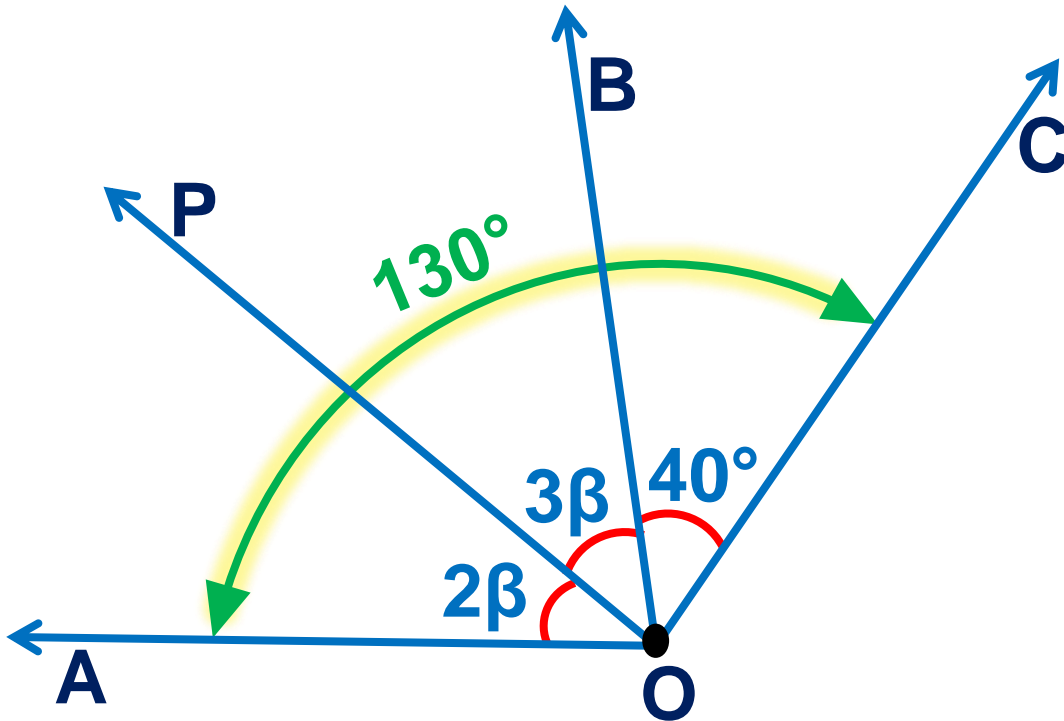
Piden:  $\beta$

- Por el postulado de la adición

$$2\beta + 3\beta + 40^\circ = 130^\circ$$

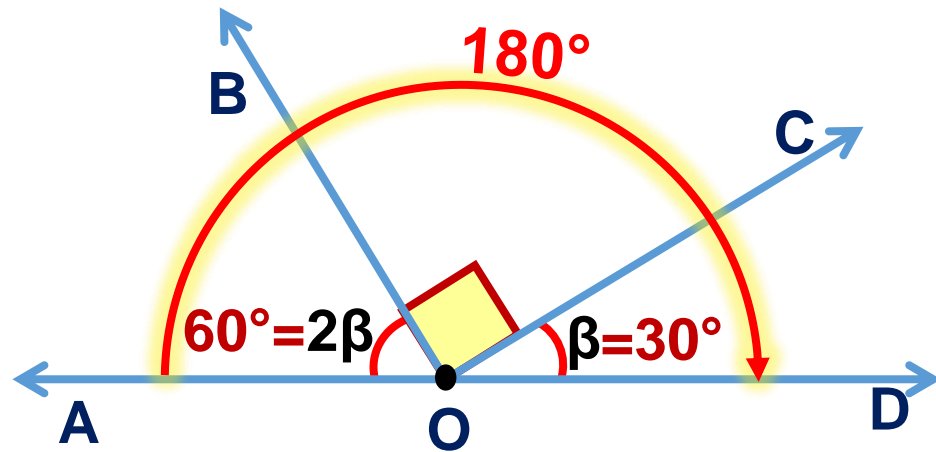
$$5\beta = 90^\circ$$

$$\beta = 18^\circ$$

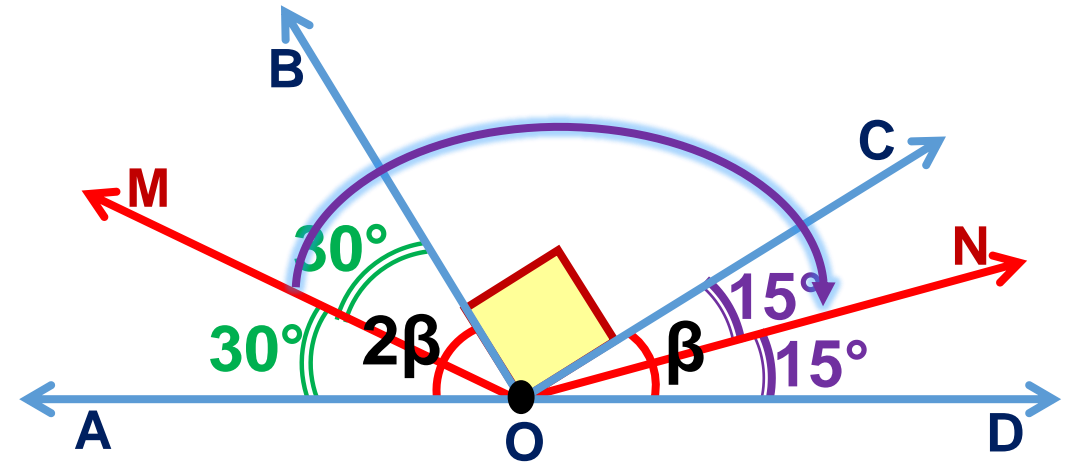




3. En la figura, calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.



## Resolución



Por ángulos consecutivos

$$2\beta + 90^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$3\beta = 90^\circ$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$m\angle MON = 30^\circ + 90^\circ + 15^\circ$$

$$m\angle MON = 135^\circ$$



4. En la figura,  $m\angle AOD = 90^\circ$ ,  $m\angle BOC = x$  y  $m\angle POQ = 5x$ . Halle el valor de  $x$

Resolución

Piden:  $x$

$$m\angle POQ = 5x$$

$$\beta + x + \omega = 5x$$

$$\beta + \omega = 4x$$

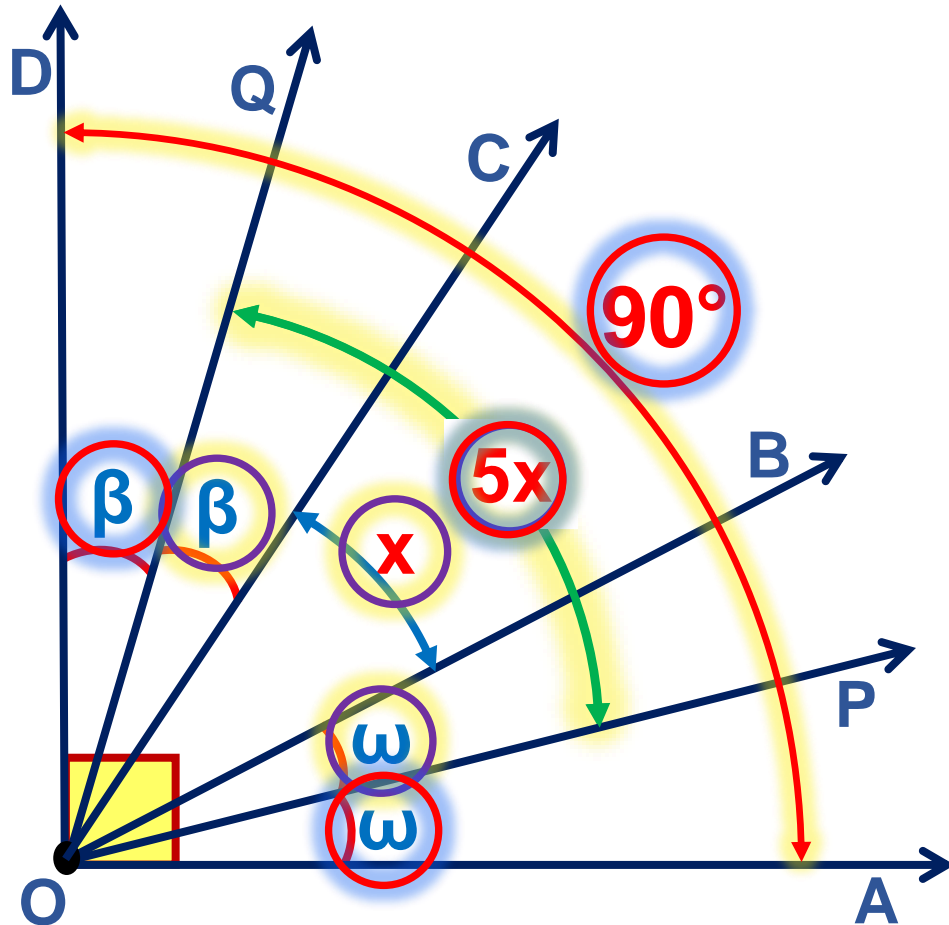
$$m\angle AOD = 90^\circ$$

$$\beta + \omega + 5x = 90^\circ$$

$$4x + 5x = 90^\circ$$

$$9x = 90^\circ$$

$$x = 10^\circ$$



5. Según el gráfico,  $m\angle POQ$ .

$\overrightarrow{OA}$  y  $\overrightarrow{OD}$  son rayos opuestos. Calcule la

Resolución

Piden:  $m\angle POQ$

Por teorema

$$3\theta + 3\beta + 30^\circ = 180^\circ$$

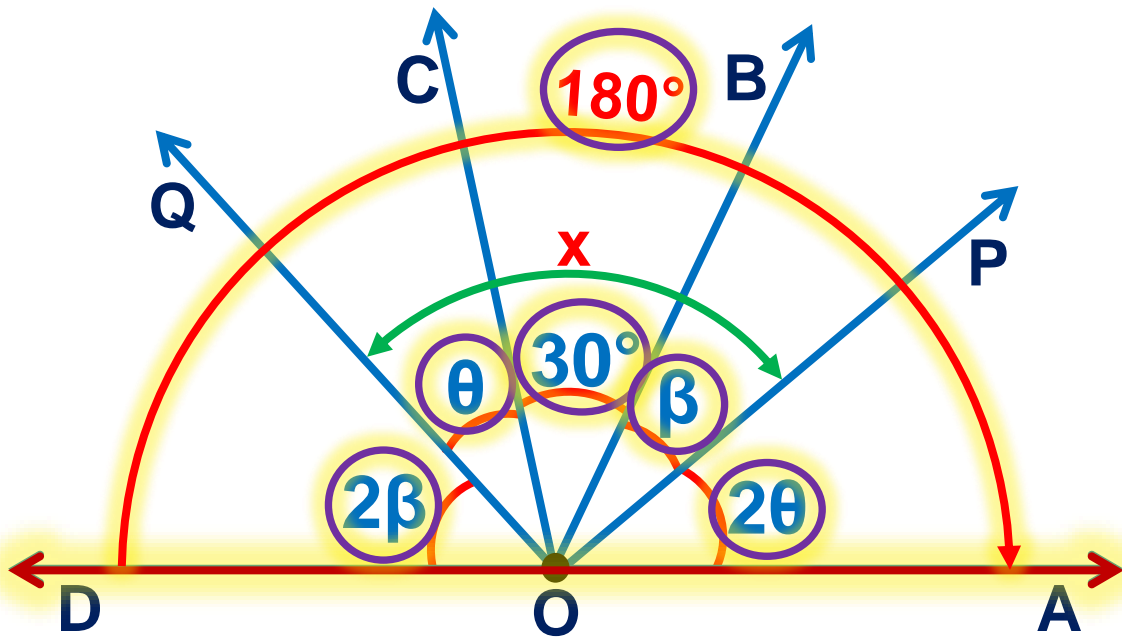
$$3\theta + 3\beta = 150^\circ$$

$$\theta + \beta = 50^\circ$$

$$m\angle POQ = \theta + \beta + 30^\circ$$

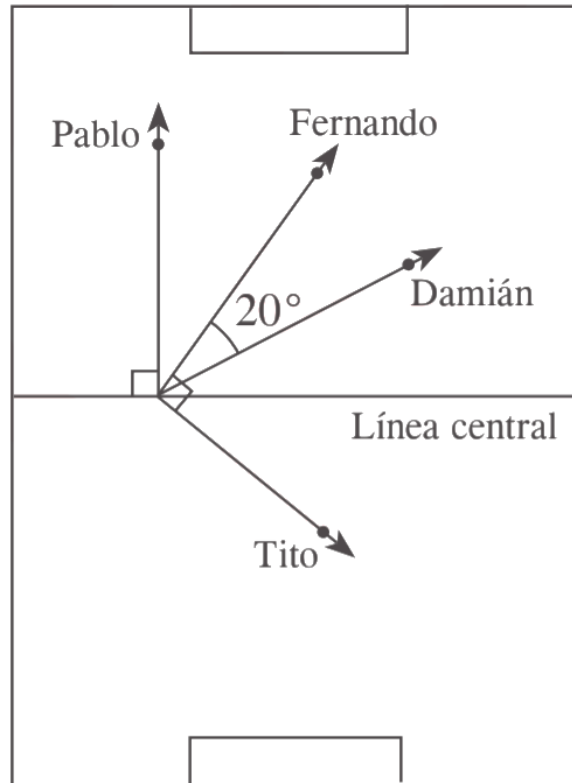
$$m\angle POQ = 50^\circ + 30^\circ$$

$$m\angle POQ = 80^\circ$$





6. El esquema muestra las ubicaciones de unos amigos en un campo de fútbol. Damián y Tito se ubican de tal forma que la línea central del campo es la bisectriz del ángulo formado por estos amigos. Halle la medida del ángulo formado por Pablo y Fernando.



## Resolución

Piden:  $m\angle POF$

• Dato:  $\overline{OL}$  es bisectriz  $\angle DOT$

$$m\angle DOL = m\angle LOT = \alpha$$

$$m\angle FOT = 90^\circ$$

$$\alpha + \alpha + 20^\circ = 90^\circ$$

$$2\alpha = 70^\circ$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$m\angle POL = 90^\circ$$

$$x + 20^\circ + \alpha = 90^\circ$$

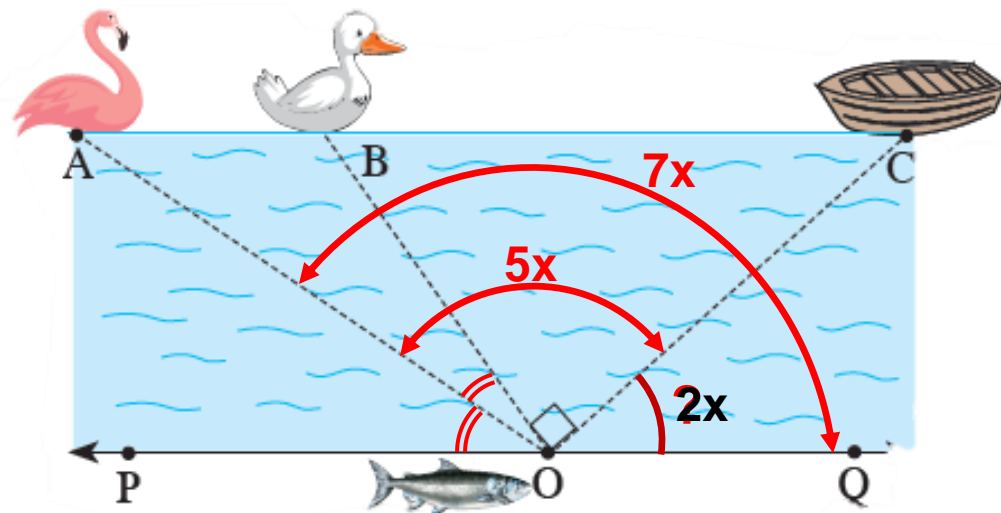
$$x + 20^\circ + 35^\circ = 90^\circ$$

$$x = 35^\circ$$

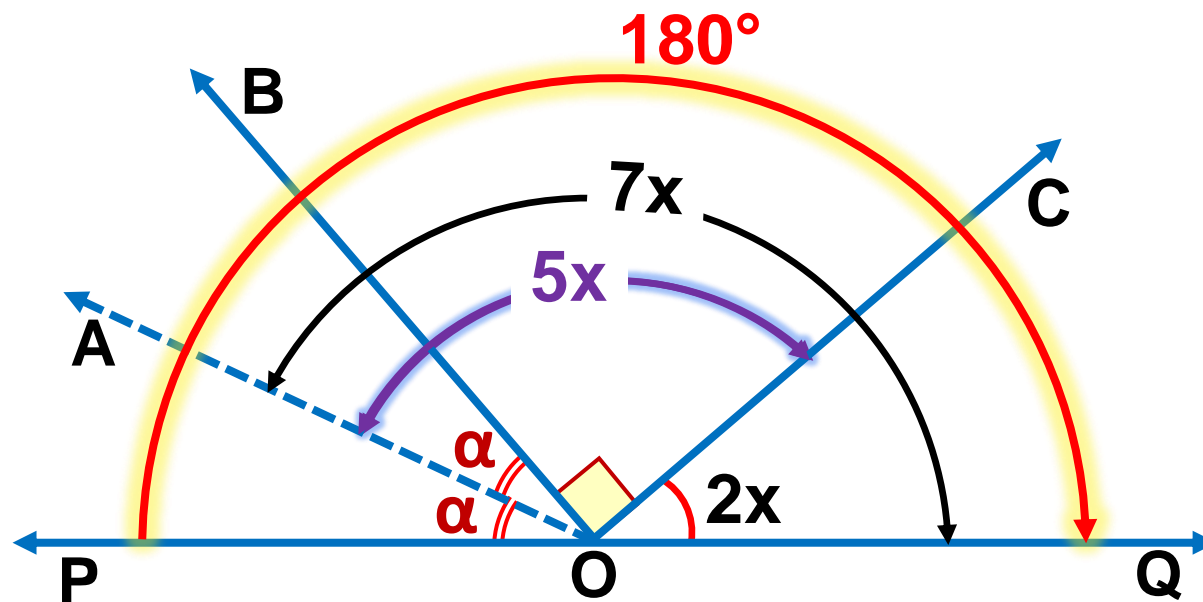
$$m\angle POF = 35^\circ$$

## HELICO | PRACTICE

7. En el fondo de una laguna, un pez observa en un instante en la superficie del agua a una parihuana, un pato y un bote, como se muestra en la figura. Si  $\overrightarrow{OA}$  es bisectriz del  $\sphericalangle POB$ ,  $m\angle AOC = 5x$  y  $m\angle AOQ = 7x$ , calcule la medida del ángulo con que observa el pez al bote respecto de la recta.



## Resolución



Piden:  $2x$

$$2\alpha + 2x = 90^\circ$$

$$\alpha + x = 45^\circ \dots 1$$

$$m\angle AOC = 5x$$

$$\alpha + 90^\circ = 5x \dots 2$$

Restando las ecuaciones 1 y 2

$$\begin{array}{r} \cancel{\alpha} + x = 45^\circ \\ \cancel{\alpha} + 90^\circ = 5x \\ \hline x - 90^\circ = 45^\circ - 5x \\ 6x = 135^\circ \end{array}$$

$$2x = 45^\circ$$