

**ASOCIACIÓN EDUCATIVA**  
 **SACO OLIVEROS**

[illegible]

# Chapter 5

# SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES



# ALGEBRA

## Índice

---

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

## Historia



Los sistemas de ecuaciones lineales fueron ya resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área, o volumen, sin que tuvieran relación con problemas de medida. Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos:  $\frac{1}{4}$  anchura + longitud = 7 manos longitud + anchura = 10 manos. También resolvían sistemas de ecuaciones, donde alguna de ellas era cuadrática. Los griegos también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero utilizando métodos geométricos. Thymaridas (400 a. de C.) había encontrado una fórmula para resolver un determinado sistema de  $n$  ecuaciones con  $n$  incógnitas. Diophante resuelve también problemas en los que aparecían sistemas de ecuaciones, pero transformándolos en una ecuación lineal. Los sistemas de ecuaciones aparecen también en los documentos indios. No obstante, no llegan a obtener métodos generales de resolución, sino que resuelven tipos especiales de ecuaciones. El libro El arte matemático, de un autor chino desconocido (siglo III a. de C.), contiene algunos problemas donde se resuelven ecuaciones. En ellos encontramos un esbozo del método de las matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Uno de dichos problemas equivale a resolver un sistema de tres ecuaciones lineales por dicho método matricial.

# MOTIVATING STRATEGY

## Material Digital



Resumen



- **Definición**
- **Métodos de Solución**
- **Estudio de las Soluciones**

# HELICO THEORY

# SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Sea:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$$

Donde:  
*x e y son las incógnitas*  
*a, b, c, m, p, q son coeficientes*

## Métodos de Resolución

### Reducción

Resolver:

$$\begin{cases} 5x + y = 17 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \quad +$$

---

$$7x = 21$$
$$x = 3$$

Reemplazamos en cualquiera de las 2 ecuaciones del Sistema, elegiremos la primera ecuación

$$5(3) + y = 17$$

$$y = 2$$

Por lo tanto:

$$\text{C.S.} = \{ 3 ; 2 \}$$

### Sustitución

Resolver:

$$\begin{cases} x + 2y = 9 \quad \dots (1) \\ x + y = 7 \quad \dots (2) \end{cases}$$

En ( 1 ) despejamos x

$$x = 9 - 2y$$

Sustituimos en la ecuación ( 2 )

$$(9 - 2y) + y = 7$$

$$(9 - y) = 7$$

$$y = 2$$

$$x = 5$$

Por lo tanto:

$$\text{C.S.} = \{ 5 ; 2 \}$$

## Estudio de las Soluciones

Sea:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$$

### Sistema Compatible

#### Determinado (Solución Única)

$$\frac{a}{m} \neq \frac{b}{n}$$

### Sistema Compatible

#### Indeterminado (Soluciones Infinitas)

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

### Sistema Incompatible o Inconsistente (No existe Solución)

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}$$

## Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



# HELICO PRACTICE

## Problema 01



Siendo:

$$\begin{cases} x + y = 6 \dots (1) \\ y + z = 5 \dots (2) \\ x + z = 9 \dots (3) \end{cases}$$

Hallar el valor de:

$$(x + y)^{(z - 2)}$$

Sumamos todas las ecuaciones

$$\begin{array}{r} x + y = 6 \\ y + z = 5 \\ x + z = 9 \\ \hline 2(x + y + z) = 20 \end{array}$$

$$x + y + z = 10 \dots (4)$$

Reemplazamos (1) en (4)

$$6 + z = 10 \Rightarrow z = 4$$

Nos piden:

$$(x + y)^{(z - 2)}$$

## Resolución

$$(6)^{(4 - 2)}$$

$$(6)^{(2)}$$

36

CLAVE

D



Halle el valor de  $x$  si:

$$\begin{cases} 3(x - y) - x = 4 & \dots (1) \\ 5x - 2y = -1 & \dots (2) \end{cases}$$

Primero reducimos la ecuación ( 1 )

$$3x - 3y - x = 4$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 & \dots (1) \\ 5x - 2y = -1 & \dots (2) \end{cases}$$

Ahora procederemos a eliminar  $y$  para poder encontrar el valor de  $x$

$$\begin{array}{rcl} \dots (1) \times 2 & \Rightarrow & 4x - \cancel{6y} = 8 \\ \dots (2) \times (-3) & \Rightarrow & -15x + \cancel{6y} = 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{+} \\ \text{+} \end{array}$$

$$\hline -11x = 11$$

$$x = -1$$

CLAVE

B



# Problema 03



Halle el valor de  $2x - y$  ; si:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{y} = 1 & \dots (1) \\ \frac{y+2}{x} = \frac{5}{6} & \dots (2) \end{cases}$$

Primero reducimos las ecuaciones

$$\begin{aligned} x - 1 &= y & \Rightarrow & \begin{cases} x - y = 1 & \dots (1) \\ 6y + 12 = 5x & \Rightarrow 6y - 5x = -12 & \dots (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Ahora procederemos a eliminar  $x$  para poder encontrar el valor de  $y$

$$\begin{aligned} \dots (1) \times 5 & \Rightarrow 5x - 5y = 5 \\ \dots (2) \times 1 & \Rightarrow 6y - 5x = -12 \end{aligned} \quad \begin{array}{c} \text{+} \\ \text{+} \end{array}$$

$$\underline{\hspace{1cm}}$$

$$y = -7$$

Reemplazamos en ( 1 )

$$x - (-7) = 1$$

$$x = -6$$

## Resolución

Nos piden  $2x - y$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 2(-6) - (-7) \\ &\quad -12 + 7 \end{aligned}$$

**-5**

CLAVE

**D**

## Problema 04



Alicia va a comprar artículos a una tienda de fantasía y decide comprar, pulseras y aretes.

- Si adquiere 4 pulseras y 3 aretes, pagaría S/29.
- Si adquiere 2 pulseras y 1 arete, pagaría S/13.

¿Cuánto pagará por 1 pulsera y 1 arete?

Sea:

- ✓ El precio unitario de la pulsera: “ $a$ ” soles
- ✓ El precio unitario del arete: “ $b$ ” soles

Ahora planteamos el problema:

$$4a + 3b = 29 \quad \dots (1)$$

$$2a + 1b = 13 \quad \dots (2)$$

Ahora procederemos a eliminar  $b$  para poder encontrar el valor de  $a$

$$\begin{array}{rcl} \dots (1) \times 1 & \rightarrow & 4a + 3b = 29 \\ \dots (2) \times (-3) & \rightarrow & -6a - 3b = -39 \\ \hline & & -2a = -10 \end{array}$$

$$a = 5$$

## Resolución

Reemplazaremos en ( 2 ):

$$2a + 1b = 13$$

$$2(5) + 1b = 13$$

$$b = 3$$

- ✓ El precio unitario de la pulsera: “5” soles
- ✓ El precio unitario del arete: “3” soles

Por lo tanto Alicia pagará por 1 pulsera y 1 arete S/ 8

CLAVE

E

# Problema 05



El área a pintar de una pared es  $2xy$  u<sup>2</sup>. Si los valores de  $x$  e  $y$  están en el sistema de ecuaciones siguiente

$$\begin{cases} x - y = 15 \dots (1) \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \dots (2) \end{cases}$$

Calcular el área a pintar en u<sup>2</sup>

En la ecuación ( 1 ) aplicamos la identidad notable Diferencia de Cuadrados

$$x - y = 15 \Rightarrow \underbrace{(\sqrt{x} + \sqrt{y})}_5 \underbrace{(\sqrt{x} - \sqrt{y})}_3 = 15$$

Luego

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 3 \\ \hline 2\sqrt{x} = 8 \\ \sqrt{x} = 4 \\ \boxed{x = 16} \end{array}$$

Reemplazamos en ( 1 )

$$16 - y = 15$$

$$\boxed{y = 1}$$

## Resolución

Nos piden  $2xy$

$$2(16)(1)$$

**32**

CLAVE

**E**

## Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



# HELICO TALLER

## Problema 06



Si el Sistema

$$(a+4)x + (b+1)y = 24$$

$$(a-2)x + (b-3)y = 8$$

es compatible indeterminado, calcule  
 $a + b$ .

- A) 3                      B) 4                      C) 5  
D) 10                    E) 15

## Problema 07



Si el Sistema

$$(2+m)x + 4y = 9$$

$$(1+2m)x + 5y = 7$$

es incompatible, halle el valor de  $m$ .

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E)  $1/2$

## Problema 08



Halle el valor de  $a - b$  en:

$$\begin{cases} (a+b)x + (a-b)y = 15 \\ (2a-3b)x - (2a-5b)y = 12 \end{cases}$$

tiene como solución  $x=3$ ;  $y=2$ .

- A) -9                      B) -8                      C) -10  
D) 9                        E) 8

### Problema 09



Julia pregunta por 2 artículos  $a$  y  $b$  para comprar y recibe la siguiente información:

- Si adquiere 5 artículos  $a$  y 4 artículos,  $b$  tendría que pagar S/48.
- Si adquiere 3 artículos  $a$  y 2 artículos,  $b$  tendría que pagar S/28.

¿Cuánto pagaría por 2 artículos  $a$  y 1 artículo  $b$ ?

- A) S/14      B) S/16      C) S/18  
D) S/20      E) S/22

### Problema 10



En la granja del señor Manuel hay gallinas, pavos y cerdos; se sabe que entre gallinas y pavos se cuentan 8 animales, entre pavos y cerdos se cuentan 13 animales, entre gallinas y cerdos se cuentan 11 animales.

Calcule la diferencia de cerdos y gallinas.

- A) 1              B) 2              C) 3  
D) 4              E) 5

