

# MATHEMATICAL REASONING

## Chapter 10

**5th**  
SECONDARY

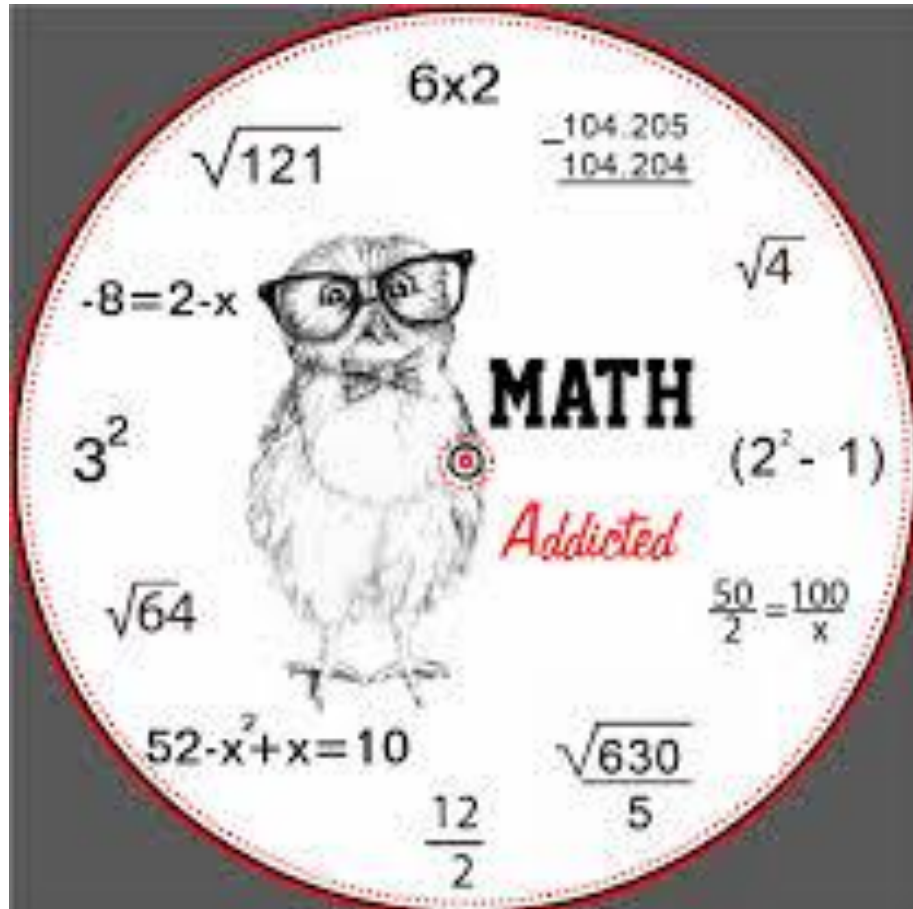
LEYES DE COMPOSICIÓN

 **SACO OLIVEROS**



# HELICO MOTIVATING

## RELOJES MATEMÁTICOS





# HELICO THEORY

## ¿QUÉ ES UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA?

Es una operación matemática definida en un determinado conjunto. También se le puede llamar operación binaria, y puede tener una presentación algebraica o una presentación tabular.

$$a * b = a + b - 12$$

Columna  
de  
entrada

Fila de entrada

*	1	2	3	4
1	4	6	8	10
2	8	10	12	14
3	12	14	16	18
4	16	18	20	22

Cuerpo o matriz  
de resultados



# HELICO THEORY

## PROPIEDADES



### CUMPLE LAS PROPIEDADES:

- CLAUSURA
- CONMUTATIVA
- ELEMENTO NEUTRO
- ELEMENTO INVERSO



# HELICO THEORY

## PROPIEDAD CLAUSURATIVA

Se refiere a que todos los elementos, tanto los de partida como los resultados, sean elementos de un mismo conjunto dado.

Ejemplo:

Sea:  $A = \{1; 2; 3; 4\}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

### OBSERVACIÓN

SE OBSERVA QUE  
TODOS LOS  
ELEMENTOS DE LA  
TABLA PERTENECEN  
AL CONJUNTO A





# HELICO THEORY

## PROPIEDAD CONMUTATIVA

Una operación será conmutativa si se cumple que:

$$a * b = b * a$$

En una tabla:

*	1	3	5	7
1	1	3	5	7
3	3	5	7	1
5	5	7	1	3
7	7	1	3	5

### OBSERVACIÓN

DESPUÉS DE VERIFICAR QUE LA FILA Y COLUMNA DE ENTRADA ESTEN EN EL MISMO ORDEN; SI SE DA LA DISTRIBUCIÓN SIMÉTRICA RESPECTO A LA DIAGONAL PRINCIPAL ES CONMUTATIVA.

Por lo tanto, es:  
**conmutativa**

# HELICO THEORY

## PROPIEDAD DEL ELEMENTO NEUTRO (e)

$$a * e = e * a = a$$

En una operación algebraica:

$$a * b = a + b - 12$$

$$a * e = a + e - 12$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 12$$

$$12 = e$$

En una operación tabular:

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$





# HELICO THEORY

## PROPIEDAD DEL ELEMENTO INVERSO ( $a^{-1}$ )

$$a \Delta a^{-1} = a^{-1} \Delta a = e$$

Se define en  $\mathbb{Z}$ :

Halle el valor de  $5^{-1}$  en:  $e = 10$

$$m \Delta n = m + n - 10$$

$$a \Delta a^{-1} = a + a^{-1} - 10$$

$$e = a + a^{-1} - 10$$

$$10 = a + a^{-1} - 10$$

$$20 - a = a^{-1}$$

$$20 - 5 = 5^{-1}$$

$$15 = 5^{-1}$$

En una operación tabular:  
Halle el valor de  $4^{-1}$

$\Delta$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$

$$4^{-1} = 2$$





# HELICO PRACTICE





# PROBLEMA 1

*Determine el elemento neutro de la operación*

*\* si:*

$$a * b = a + b + 2$$

SABEMOS

ELEMENTO NEUTRO

$$a * e = e * a = a$$



# RESOLUCIÓN

*Operando*

$$\underbrace{a * e}_{\text{blue bracket}} = a + e + 2$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e + 2$$

$$\rightarrow e = -2$$

**RESPUESTA: -2**



## PROBLEMA 2

A partir de la tabla determine el elemento neutro de la operación  $*$ , y determine:  $1^{-1} * 2^{-1}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

## RESOLUCIÓN

De la tabla:  $e = 1$

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

CALCULANDO

$$1 * 1^{-1} = 1 \longrightarrow 1^{-1} = 1$$

$$2 * 2^{-1} = 1 \longrightarrow 2^{-1} = 4$$

ME PIDEN:

$$1^{-1} * 2^{-1} = 1 * 4 = 4$$

RESPUESTA: 4



## PROBLEMA 3

Del problema anterior,  
determine  $3^{-1} * 4^{-1}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

## RESOLUCIÓN

De la tabla:  $e = 1$

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

CALCULANDO

$$3 * 3^{-1} = 1 \quad \longrightarrow \quad 3^{-1} = 3$$

$$4 * 4^{-1} = 1 \quad \longrightarrow \quad 4^{-1} = 2$$

ME PIDEN:

$$3^{-1} * 4^{-1} = 3 * 2 = 4$$

**RESPUESTA: 4**



# PROBLEMA 4

Calcular  $31 * 24$

*	1	2	3	4
1	7	9	11	13
2	12	14	16	18
3	17	19	21	23

## RESOLUCIÓN

En la columna

7; 12; 17; ... *tiene razón  
creciente igual a 5*

En la fila

7; 9; 11; 13; ... *tiene razón  
creciente igual a 2*

**POR LO TANTO:**  $a * b = 5a + 2b$

$$31 * 24 = 5(31) + 2(24) = 203$$

**RESPUESTA: 203**



## PROBLEMA 5

*Escriba verdadero(v) o falso(f) según corresponda respecto a la operación  $a * b = a + b + 1$*

*La operación  $*$  es conmutativa ... .. ( )*

*El elemento neutro es  $-1$  ... .. ( )*

*$2^{-1} = -4$  ... .. ( )*



# RESOLUCIÓN

I. La operación es conmutativa ... .. ( )

Para que sea conmutativa:

$$a * b = b * a$$

$$a * b = a + b + 1$$

$$b * a = b + a + 1$$

OBSERVACIÓN

La suma es una operación conmutativa, por lo tanto, como la regla solo consta de suma, sin necesidad de reemplazar, se afirma que es conmutativa

VERDADERO

II. El elemento neutro es  $-1$  ... .. ( )

$$a * e = e * a = a$$

$$a * e = a + e + 1$$

$$a = a + e + 1$$

$$e = -1$$

VERDADERO





$$III. 2^{-1} = -4 \dots\dots\dots ( )$$

Halando el inverso de 2

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

$$\underbrace{2 * 2^{-1}}_{-1} = 2 + 2^{-1} + 1$$

$$-1 = 3 + 2^{-1}$$

$$2^{-1} = -4$$

OBSERVACIÓN

REGLA DE DEFINICIÓN:

$$a * b = a + b + 1$$

ELEMENTO NEUTRO:

$$e = -1$$

VERDADERO



## PROBLEMA 6

*La cantidad de gramos de sal y de ají molido necesarios para la preparación de cierta cantidad de platos de cebiche se anotaron en la siguiente tabla.*

		Ají molido				
		$\Delta$	2	4	6	8
Gramos de Sal	2	6	8	10	12	
	4	10	12	14	16	
	6	14	16	18	20	
	8	18	20	22	24	
		Platos de cebiche				

*Esta tabla pertenece a la cebichería °Sol y Mar°, ¿Cuántos platos de cebiche se obtendrán utilizando de 15 gramos de sal y 40 gramos de ají molido?*



# RESOLUCIÓN

$\Delta$	2	4	6	8
2	6	8	10	12
4	10	12	14	16
6	14	16	18	20
8	18	20	22	24

En la columna

6; 10; 14; ... *tiene razón  
creciente igual a 4*

En la fila

6; 8; 10; 12; ... *tiene razón  
creciente igual a 2*

**POR LO TANTO:**  $a * b = 2a + b$

$$15 * 40 = 2(15) + 40 = 70$$

**RESPUESTA: 70**



# PROBLEMA 7

Como se sabe, en los antiguos Sangakus japoneses (Tablillas sagradas ofrecidas a los dioses) la mayoría de problemas giran en torno al cálculo de la proporción entre los radios de circunferencias, semicircunferencias y sectores circulares, relacionados entre sí; pero, a un investigador matemático le llamó la atención que en uno de ellos encontró la siguiente situación: “Se define dentro de los reales la operación:

$$a * b = \sqrt{3ab(b * a)}$$

de acuerdo a esta, determine  $3^{-1} * 4^{-1}$ . Intrigado se dedicó a encontrar dicho resultado. ¿Podría usted encontrar el mismo?



# PROBLEMA 7

Se define en los reales  $a * b = \sqrt{3ab(b * a)}$ , determine  $3^{-1} * 4^{-1}$

## RESOLUCIÓN

Redefiniendo:

$$b * a = \sqrt{3ba(a * b)}$$

$$a * b = \sqrt{3ab\sqrt{3ba(a * b)}}$$

$$(a * b)^4 = \left( \sqrt{3ab\sqrt{3ba(a * b)}} \right)^4$$

$$(a * b)^4 = (\sqrt{3ab})^4 \left( \sqrt{\sqrt{3ba(a * b)}} \right)^4$$

$$(a * b)^4 = 3^2 a^2 b^2 3ba(a * b)$$

$$(a * b)^3 = 3^3 a^3 b^3$$

$$a * b = 3ab$$

Hallando elemento neutro

$$a * e = e * a = a$$

$$a * e = 3ea$$

$$\cancel{a} = 3e\cancel{a}$$

$$\frac{1}{3} = e$$



Halando el inverso de  $3^{-1} * 4^{-1}$  :

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

$$\underbrace{a * a^{-1}} = 3 \cdot a \cdot a^{-1}$$

$$\frac{1}{3} = 3a \cdot a^{-1}$$

$$\frac{1}{9a} = a^{-1}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{27}$$

$$4^{-1} = \frac{1}{36}$$

NOS PIDEN:

$$3^{-1} * 4^{-1} = \frac{1}{27} * \frac{1}{36} = 3 \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{36}$$

OBSERVACIÓN

REGLA DE DEFINICIÓN:

$$a * b = 3ab$$

ELEMENTO NEUTRO:

$$e = \frac{1}{3}$$



RESPUESTA:  $\frac{1}{108}$



# HELICO WORKSHOP







1. Determine el elemento neutro de la operación

$$a * b = a + b - 5$$

2. Si  $A = \{1; 2; 3; 4\}$ , indique el elemento neutro de la operación

$\odot$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Además, determine  $4^{-1} \# 2^{-1}$ .



3. Si  $B = \{2; 4; 6; 8\}$ , y se define la operación  $*$  mediante

#	2	4	6	8
2	2	4	6	8
4	4	6	8	2
6	6	8	2	4
8	8	2	4	6

determine  $(6^{-1} \# 8^{-1}) \# 2^{-1}$ .

4. Se define en  $\mathbb{Z}$  la operación

$$a * b = a + b + 1$$

Determine  $2^{-1}$ .



5. En  $\mathbb{R}$  se define:

#	1	2	3	4
1	5	3	1	-1
2	12	10	8	6
3	19	17	15	13
4	26	24	22	20

Calcule  $12\sqrt{3} \# 3\sqrt{3}$

6. Las diversas operaciones matemáticas fueron surgiendo por la necesidad del hombre de dar respuestas a situaciones de cálculo en la vida cotidiana; luego los matemáticos encontraron propiedades comunes entre ellas y generaron las llamadas leyes de composición que dan una base formal a las nuevas operaciones que van apareciendo, como por ejemplo esta:

$$m \Delta n = \sqrt{2mn(n \Delta m)}$$

en la cual se podría calcular inclusive con sus elementos simétricos o inversos el resultado siguiente:  $3^{-1} \Delta 6^{-1}$ . ¿Podría usted realizarlo?

7. En un concurso de becas se propuso el siguiente problema:

$\nabla$	3	6	9	12
3	15	24	33	42
6	21	30	39	48
9	27	36	45	54
12	33	42	51	60

Calcule  $5\sqrt{2} \nabla \sqrt{8}$

Muchos alumnos no pudieron hacer el problema y Alex llevó la pregunta a su profesor Rubén, quien lo guió para que pueda resolverlo. ¿Podrías tú resolver el problema?



# Muchas gracias

