

ALGEBRA

Chapter 3



NÚMERO COMBINATORIO



MOTIVATING STRATEGY

PASCAL

TRIÁNGULO DE PASCAL

POTENCIA DE UNA SUMA

1

$$\rightarrow (a + b)^0 = 1$$

1 1

$$\rightarrow (a + b)^1 = 1a + 1b$$

1 2 1

$$\rightarrow (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

1 3 3 1

$$\rightarrow (a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

1 4 6 4 1

$$\rightarrow (a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

1 5 10 10 5 1

...

...



NÚMERO COMBINATORIO

I) DEFINICIÓN:

Dado n natural y k entero no negativo tal que n es igual o mayor que k , se define:

$$C_k^n = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Se lee: combinatorio de "n" en "k"

Ejemplo:

$$C_2^6 = \frac{6!}{2! \cdot (6 - 2)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 4!} = 15$$

REGLA PRÁCTICA:

$$C_2^6 = \frac{(6)(5)}{(2)(1)} = 15$$

$$C_3^7 = \frac{(7)(6)(5)}{(3)(2)(1)} = 35$$

II) PROPIEDADES:

1)

$$C_n^n = 1$$

$$C_7^7 = 1$$

2)

$$C_0^n = 1$$

$$C_0^5 = 1$$

3)

$$C_1^n = n$$

$$C_1^9 = 9$$

4)

$$C_k^n = C_{n-k}^n$$

$$C_{10}^{14} = C_4^{14}$$

5)

$$C_k^n + C_{k+1}^n = C_{k+1}^{n+1}$$

$$C_4^9 + C_5^9 = C_5^{10}$$

6)

$$\text{Si: } C_k^n = C_p^n \\ \leftrightarrow k = p \vee k + p = n$$



Calcule

$$M = C_3^7 + C_1^5 + C_9^9 - C_0^{15}$$

RECORDEMOS

$$C_1^5 = 5$$

$$C_9^9 = 1$$

$$C_0^{15} = 1$$

Resolución:

$$M = C_3^7 + C_1^5 + C_9^9 - C_0^{15}$$

$$M = \frac{(7)(\cancel{6})(5)}{(\cancel{3})(\cancel{2})(1)} + 5 + \cancel{1} - \cancel{1}$$

$$M = 35 + 5$$

$$M = 40$$

Rpta.:

40



Halle la suma de valores de "n"

$$C_{3n-1}^{28} = C_{n+5}^{28}$$

Resolución:

$$C_{3n-1}^{28} = C_{n+5}^{28}$$

Diagram showing the equality of binomial coefficients with the terms $3n-1$ and $n+5$ circled in yellow and connected by a green arrow with a plus sign, indicating the property $C_k^n = C_{n-k}^n$.

$$3n - 1 = n + 5 \quad \vee \quad 3n - 1 + n + 5 = 28$$

$$2n = 6 \quad \vee$$

$$n = 3$$

$$4n + 4 = 28$$

$$4n = 24$$

$$n = 6$$

RECORDEMOS

$$\text{Si: } C_k^n = C_p^n \rightarrow k = p \text{ ó } k + p = n$$

La suma de valores será: 9

Rpta.:

9



Sume:

$$M = C_{15}^{20} + C_{16}^{20} + C_{17}^{21} + C_{18}^{22} + C_{19}^{23}$$

Resolución:

$$M = \underbrace{C_{15}^{20} + C_{16}^{20}} + C_{17}^{21} + C_{18}^{22} + C_{19}^{23}$$

$$M = \underbrace{C_{16}^{21} + C_{17}^{21}} + C_{18}^{22} + C_{19}^{23}$$

$$M = \underbrace{C_{17}^{22} + C_{18}^{22}} + C_{19}^{23}$$

$$M = \underbrace{C_{18}^{23} + C_{19}^{23}} = C_{19}^{24} = C_5^{24}$$

P. Complementarios

RECORDEMOS

$$C_k^n + C_{k+1}^n = C_{k+1}^{n+1}$$

Rpta.:

$$C_5^{24}$$



La municipalidad del Callao desea repartir en partes iguales cierta cantidad de mascarillas que esta dado por K , donde

$$K = C_1^7 + C_2^8 + C_3^9 + C_4^{10}$$

Si se reparte entre 20 trabajadores. ¿Cuántas mascarillas sobrarían?

Resolución:

$$K = C_1^7 + C_2^8 + C_3^9 + C_4^{10}$$

$$K = 7 + \frac{\overset{4}{(8)}(7)}{\underset{(2)}{(2)}(1)} + \frac{\overset{3}{(9)}\overset{4}{(8)}(7)}{\underset{(3)}{(3)}\underset{(2)}{(2)}(1)} + \frac{\overset{3}{(10)}\overset{4}{(9)}\overset{4}{(8)}(7)}{\underset{(4)}{(4)}\underset{(3)}{(3)}\underset{(2)}{(2)}(1)}$$

$$K = 7 + 28 + 84 + 210$$

$$K = 329$$

$$\text{Por dato } 20(16) + 9 = 329$$

Rpta.: *sobrarían 9 mascarillas*



En el distrito de Comas se realizara la toma de muestra a $20n$ personas por parte del comando COVID de la DIRIS Lima Norte, donde n se determina en:

$$C_4^{n+3} + 2C_5^{n+3} + C_6^{n+3} = C_6^{3n-17}$$

Indicar el numero de personas para la muestra.

RECORDEMOS

$$C_k^n + C_{k+1}^n = C_{k+1}^{n+1}$$

Resolución:

$$\underbrace{C_4^{n+3} + C_5^{n+3}} + \underbrace{C_5^{n+3} + C_6^{n+3}} = C_6^{3n-17}$$

$$\underbrace{C_5^{n+4} + C_6^{n+4}} = C_6^{3n-17}$$

$$C_6^{n+5} = C_6^{3n-17}$$



$$n + 5 = 3n - 17$$

$$11 = n$$

Rpta.:

220 personas

Problema 06



Calcule:

$$C_3^9 + C_1^6 - C_7^7 + C_0^8$$

Problema 07



Halle la suma de valores de n en:

$$C_{3n-5}^{37} = C_{2n+2}^{37}$$

Problema 08



Sume:

$$C_{17}^{40} + C_{18}^{40} + C_{19}^{41} + C_{20}^{42} + C_{21}^{43}$$

Problema 09



Un padre de familia recibe de su trabajo un bono de N soles y los repartirá entre sus hijos, donde se tiene que

$$N = C_1^9 + C_2^{10} - C_3^{11} + C_4^{12}$$

Se sabe que cada uno de sus hijos recibe 238 soles. Indicar la cantidad de hijos que tiene el padre.

Problema 10



Carlos quiere comprar una bicicleta cuyo precio en soles esta dado por $60n$, donde n se obtiene de la igualdad:

$$C_5^{n+4} + 2C_6^{n+4} + C_7^{n+4} = C_7^{5n-14}$$

Si Carlos tiene ahorrado 220 soles ¿Cuánto le falta ahorrar para comprar la bicicleta?