ALGEBRA

Chapter 3

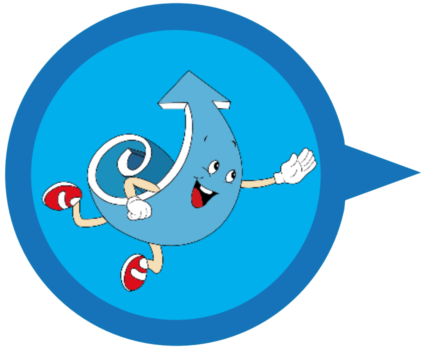
4th
SECONDARY

Remarkable Products II

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATING

SACO OLIVEROS



¿Puedes multiplicar mentalmente el siguiente polinomio y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}^{2}-\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^{2})$$

Rpta. $a^3 + b^3$

HELICO THEORY

CHAPTHER 03

SACO OLIVEROS

¿QUÉ SON PRODUCTOS NOTABLES?

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.

1 IDENTIDAD DE STEVEN

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + a.b$$

Ejemplo:

$$(x+5)(x+7) = x^2 + (5+7)x + 5.7$$

$$(x+5)(x+7) = x^2 + 12x + 35$$

Ejemplo:

$$(x-6)(x+9) = x^2 + (9-6)x - 6.9$$

$$(x-6)(x+9) = x^2 + 3x - 54$$

2 DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Ejemplo:

$$(x+5)(x-5)=x^2-25$$

$$(x^3+7)(x^3-7)=(x^3)^2-7^2=x^6-49$$

3 SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

Ejemplo:

$$(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+2^3=x^3+8$$

Ejemplo:

$$(y-3)(y^2+3y+9)=y^3-3^3=y^3-27$$

4 IDENTIDADES CONDICIONALES

$Si\ a + b + c = 0$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 03

SACO OLIVEROS

1. $\boldsymbol{Si}$: $x^2 + 9x = -10$,
 reduzca
$$M = (x+5)(x+2)(x+4)(x+7)$$

Recordar la Identidad de Steven

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

Resolución

Desarrollando la expresión de M

$$M = (\underline{x+5})(\underline{x+2})(\underline{x+4})(\underline{x+7})$$

$$M = (\underbrace{x^2 + 9x} + 20)(\underbrace{x^2 + 9x} + 14)$$

$$M = (-10 + 20)(-10 + 14)$$

$$M = (10)(4)$$

$$M = 40$$

Rpta: $\boxed{40}$

Recordando Diferencia de Cuadrad

$$\boxed{(a-b)(a+b)=a^2-b^2}$$

2. $Efectúe$:

$$P=\sqrt[4]{2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

Resolución

Aplicando la Diferencia de Cuadrados

$$P=\sqrt[4]{\underbrace{(3-1)(3+1)}(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P=\sqrt[4]{\underbrace{(3^2-1)(3^2+1)}(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P=\sqrt[4]{\underbrace{(3^4-1)(3^4+1)}(3^8+1)+1}$$

$$P=\sqrt[4]{\underbrace{(3^8-1)(3^8+1)}+1}$$

$$P=\sqrt[4]{3^{16}-\cancel{1}+\cancel{1}}$$

$$\Rightarrow P=\sqrt[4]{3^{16}}$$

$$P=3^4=81$$

Rpta: $\boxed{81}$

3. **Dé el valor de:**

$$E = (x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)+1$$

si : $x = \sqrt[6]{3}$

Resolución

Recordar la Suma y Diferencia de cubo

$$\boxed{(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3}$$

$$\boxed{(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3}$$

Agrupando convenientemente en

$$E = (x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)+1$$

$$E = \underbrace{(x^3+1)(x^3-1)}+1$$

$$E = x^6 - \cancel{1} \cancel{+} 1$$

$$E = x^6$$

Reemplazando $x = \sqrt[6]{3}$ **en E:**

$$E = \sqrt[\cancel{6}]{3}^{\cancel{6}}$$

$$E = 3$$

Rpta: $\boxed{3}$

4. $Si: x+y+z=0 \quad \wedge \quad xyz=8$

Reduzca:

$$P = xy(x+y)^4 + yz(y+z)^4 + xz(x+z)^4$$

Resolución

Del dato $x+y+z=0$, despejando

$\Rightarrow x+y=-z$

$\Rightarrow x+z=-y$

$\Rightarrow y+z=-x$

Reemplazando en P

$P = xy(-z)^4 + yz(-x)^4 + xz(-y)^4$

$P = xyz^4 + yzx^4 + xzy^4$

Recordar las Identidades Condicionales

$Si: a+b+c=0$

$$\boxed{a^3+b^3+c^3=3abc}$$

$$\boxed{a^2+b^2+c^2=-2(ab+bc+ac)}$$

Transformando la expresión de P en

$P = xyz(z^3+x^3+y^3)$

Aplicando Identidades Condicionales

$P = \underbrace{xyz}(\underbrace{3xyz})$

$P = 8\,.\,(3.8)$

$P = 192$

Rpta: $\boxed{192}$

5. $Si: a = 2\sqrt{2} - 1\ ,\ b = 1 - \sqrt{2}\ ,\ c = -\sqrt{2}$

$reduzca$:

$$T = \left(\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}\right)\left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + ac + bc}\right)$$

Recordar las Identidades Condicionales

$Si: a + b + c = 0$

$$\boxed{a^3 + b^3 + c^3 = 3abc}$$

$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)}$$

Resolución

Sumando *a*, *b* y *c*

$$a + b + c = 0$$

Por Identidades Condicionales en T

$$T = \left(\frac{3\cancel{abc}}{\cancel{abc}}\right)\left(\frac{-2\cancel{(ab + ac + bc)}}{\cancel{ab + ac + bc}}\right)$$

$$T = (3)(-2)$$

$$T = -6$$

Rpta: $\boxed{-6}$

6. $La\ entrada\ al\ parque\ de\ las\ leyendas\ por\ cada\ persona\ cuesta$

$S/.(x+3).\ Si\ en\ total\ asistieron\ (x^2-3x+9)\ \ personas\ y\ recaudó$

$S/.1027,\ \ ¿Cuántas\ personas\ fueron\ al\ Parque\ de\ las\ Leyendas?$

Resolución

Datos:

Precio de Entrada: $(x+3)\ soles$

N° de asistentes: (x^2-3x+9)

Recaudación total en soles:

$(x+3)(x^2-3x+9)=1\,027$

Por suma de cubos:

$x^3+27=1\,027$

$x^3=1\,000 \quad \rightarrow \quad x=10$

El Nº de Personas que fueron al parque:

$x^2-3x+9 \ = \ (10)^2-3(10)+9$

$=100-30+9$

$=79$

Rpta: $\boxed{\text{Fueron 79 personas al parque}}$

7. El alumno José Luis, gasta "4Q" soles en comprarse 20 empanadas, si $a+b+c=0$, *reduzca:*

$$Q=\frac{(a+b)^3+(b+c)^3+(a+c)^3+18abc}{5abc}$$

¿Cuánto pagó por las 20 empanadas?

Resolución

Del dato $a+b+c=0$

despejando

$\Rightarrow a+b=-c$

$\Rightarrow a+c=-b$

$\Rightarrow b+c=-a$

Reemplazando en Q

$$Q=\frac{(-c)^3+(-a)^3+(-b)^3+18abc}{5abc}$$

$$Q=\frac{-c^3-a^3-b^3+18abc}{5abc}$$

$$Q=\frac{-(c^3+a^3+b^3)+18abc}{5abc}$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$Q=\frac{-(3abc)+18abc}{5abc}=\frac{\cancel{15abc}^{\,3}}{\cancel{5abc}_{\,1}}=3$$

$\rightarrow 4Q=12$

Rpta: $\boxed{\text{Pagó 12 soles por las 20 empanadas}}$