

TRIGONOMETRY

Chapter 22

2nd
SECONDARY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES 1



ECUACIONES Y SISTEMAS

ECUACIONES E IDENTIDADES

$$5x-2=3(x+4)$$

$$2(x-3)=2x-6$$

Identidades trigonométricas

¿Qué son las identidades trigonométricas?

Son igualdades entre expresiones que contienen razones trigonométricas de una o mas variables, las cuales se verifican para un conjunto de valores admisibles.

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Identidades Recíprocas:

$$\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{csc} x = 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x \cdot \sec x = 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \neq \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

Identidades por división:

$$\tan x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \neq (2k + 1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\cot x = \frac{\text{cos} x}{\text{sen} x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

Ejemplitos:

$$\text{sen} 28^\circ \cdot \text{csc} 28^\circ = 1$$

$$\tan 63^\circ = \frac{\text{sen} 63^\circ}{\text{cos} 63^\circ}$$

$$\text{cos} 231^\circ \cdot \text{sec} 231^\circ = 1$$

$$\cot 324^\circ = \frac{\text{cos} 324^\circ}{\text{sen} 324^\circ}$$

PROBLEMA 1

$$A = 3\cos x \cdot \sec x + 2\tan x \cdot \cot x + 1$$

Resolución:

$$A = 3 \cdot \underbrace{\cos x \cdot \sec x} + 2 \cdot \underbrace{\tan x \cdot \cot x} + 1$$

$$A = 3 \cdot (1) + 2 \cdot (1) + 1$$

$$A = 3 + 2 + 1$$

$$\therefore A = 6$$



$$\cos x \cdot \sec x = 1$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

PROBLEMA 2

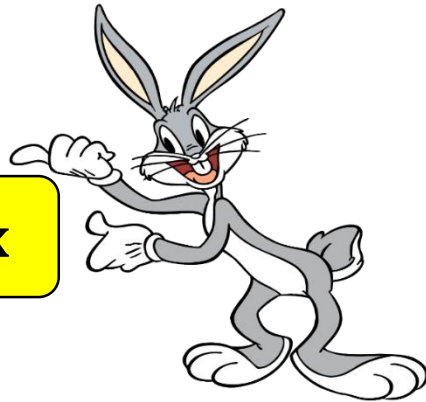
$$K = \text{sen}x \cdot \text{cos}x \cdot \text{tan}x \cdot \text{csc}x$$

Resolución:

$$K = \underbrace{\text{sen}x \cdot \text{csc}x}_{(1)} \cdot \text{cos}x \cdot \text{tan}x$$

$$K = (1) \cdot \cancel{\text{cos}x} \cdot \frac{\text{sen}x}{\cancel{\text{cos}x}}$$

$$\therefore K = \text{sen}x$$



$$\text{sen}x \cdot \text{csc}x = 1$$

$$\text{tan}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$$

PROBLEMA 3

Reduzca: $P = \cos^2 x \cdot \sec x + \cot x \cdot \sin x$

Resolución:

$$P = \cos^2 x \cdot \sec x + \cot x \cdot \sin x$$

$$P = \underbrace{\cos x \cdot \cos x}_{(1)} \cdot \sec x + \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \sin x$$

$$P = \cos x \cdot (1) + \cos x$$

$$\therefore P = 2\cos x$$



$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\cos x \cdot \sec x = 1$$

PROBLEMA 4

$$M = \csc x \cdot (\sen x + 1) - 1$$

Resolución:

$$M = \csc x \cdot (\sen x + 1) - 1$$

$$M = \underbrace{\csc x \cdot \sen x} + \csc x - 1$$

$$M = (1) + \csc x - 1$$

$$\therefore M = \csc x$$



$$\sen x \cdot \csc x = 1$$

PROBLEMA 5

Simplifique: $B = \frac{1+\text{sen}x}{\text{cos}x} - \text{sec}x$

Resolución:

$$B = \frac{1+\text{sen}x}{\text{cos}x} - \text{sec}x$$

$$B = \frac{1 + \text{sen}x - \text{cos}x \cdot \text{sec}x}{\text{cos}x}$$

$$B = \frac{\cancel{1} + \text{sen}x - \cancel{(1)}}{\text{cos}x}$$

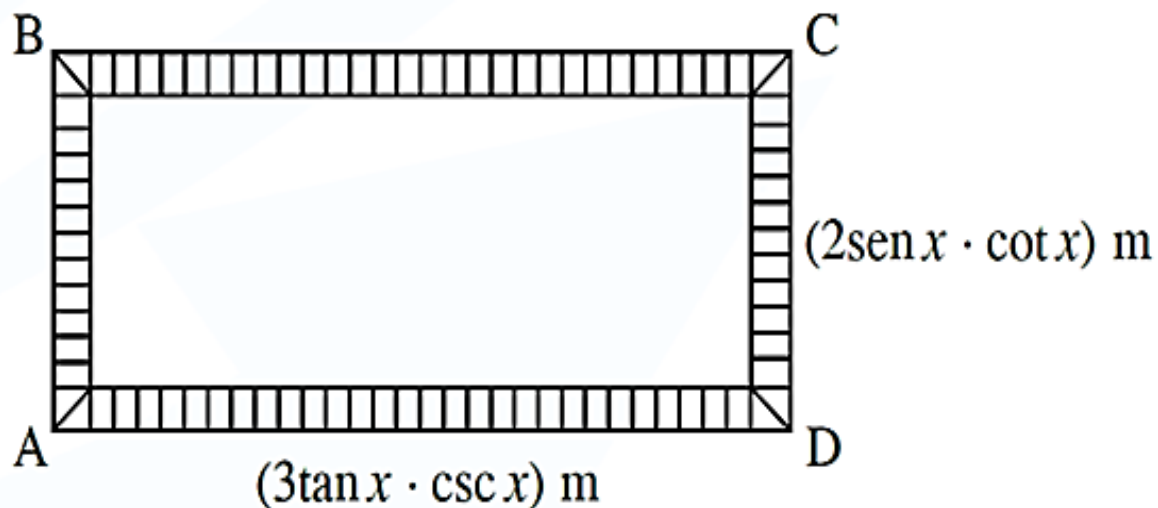
$$\therefore B = \tan x$$



$$\text{cos}x \cdot \text{sec}x = 1$$

PROBLEMA 6

Camila desea construir una piscina para la temporada de verano. Observe el siguiente gráfico y determine cuál es el área de dicha piscina.



Resolución:

$$2 \cdot \text{sen } x \cdot \cot x = 2 \cdot \cancel{\text{sen } x} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{\text{sen } x}} = (2 \cdot \cos x) \text{ m}$$

$$3 \cdot \tan x \cdot \csc x = 3 \cdot \frac{\cancel{\text{sen } x}}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cancel{\text{sen } x}} = (3 \cdot \sec x) \text{ m}$$

Calculando el área de la piscina:

$$A = 2 \cdot \cos x \cdot 3 \cdot \sec x$$

$$A = 6 \cdot \cos x \cdot \sec x$$

$$A = 6 \cdot (1)$$

$$\therefore A = 6 \text{ m}^2$$

PROBLEMA 7

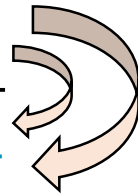
Romina está por resolver un ejercicio de la tarea domiciliaria del curso de trigonometría que consiste en obtener el equivalente de $\frac{\text{sen}x-1}{1-\text{csc}x}$. ¿Qué expresión debe obtener Romina como respuesta?

Resolución:

$$M = \frac{\text{sen}x - 1}{1 - \text{csc}x}$$

$$M = \frac{\text{sen}x - 1}{1 - \frac{1}{\text{sen}x}}$$

$$M = \frac{\text{sen}x - 1}{\frac{\text{sen}x - 1}{\text{sen}x}}$$

$$M = \frac{\frac{\text{sen}x - 1}{1}}{\frac{\text{sen}x - 1}{\text{sen}x}}$$


$$M = \frac{(\cancel{\text{sen}x - 1})(\text{sen}x)}{(1)(\cancel{\text{sen}x - 1})}$$

$$\therefore M = \text{sen}x$$



SACO
OLIVEROS