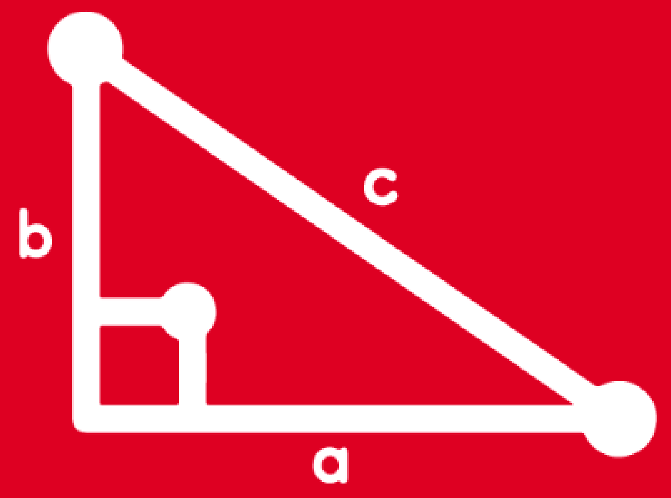
TRIGONOMETRY

Chapter 19



1st
SECONDARY

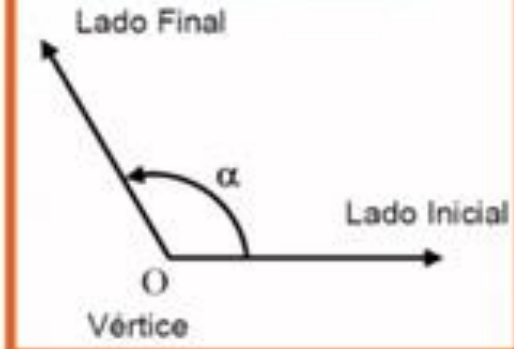
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL I

SACO OLIVEROS

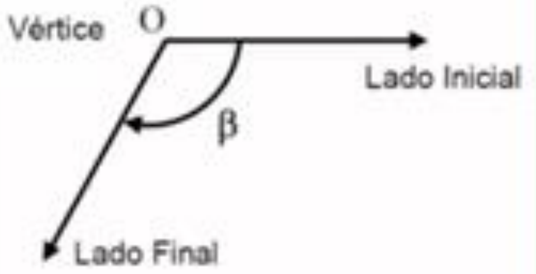
¿ QUÉ ES EL ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO ?

Ángulo Trigonométrico

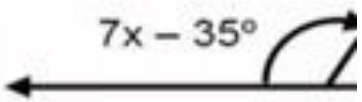
Sentido Antihorario(+)



Sentido horario(-)



1. Hallar: "x".



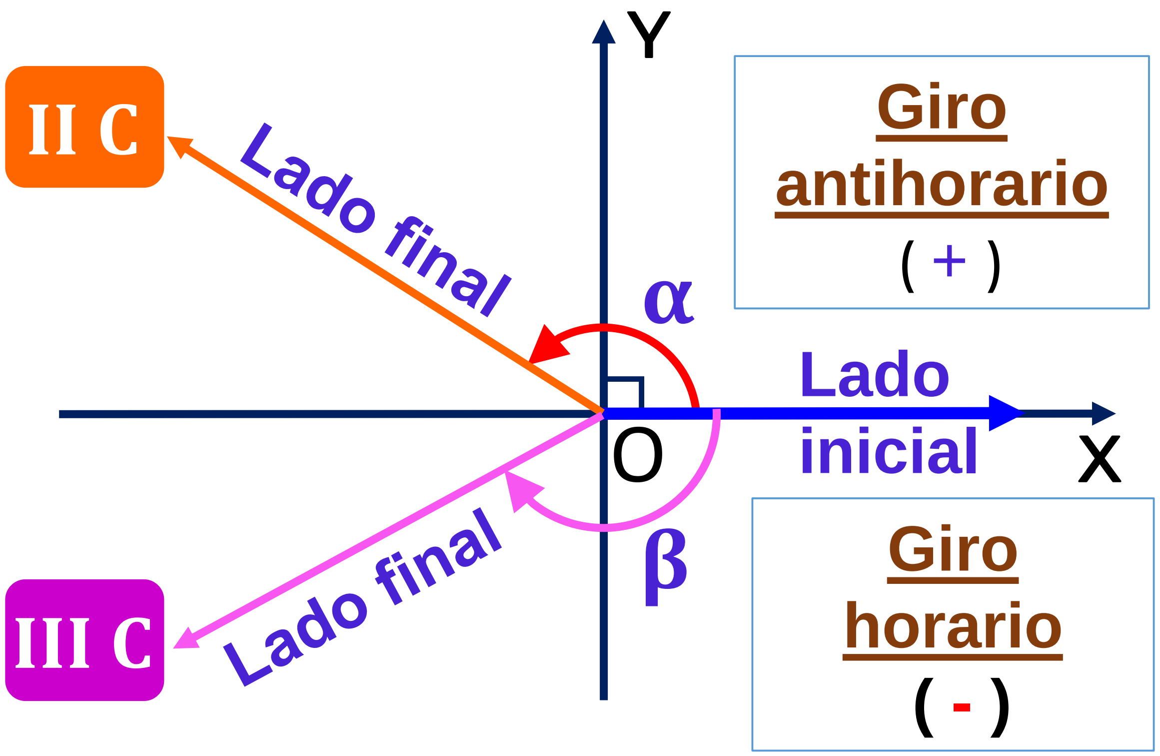
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

DEFINICIÓN :

Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, posee :

- **Vértice :** Origen de coordenadas.
- **Lado inicial :** Semieje X positivo.
- **Lado final :** Se ubica en cualquier cuadrante o semieje del plano.

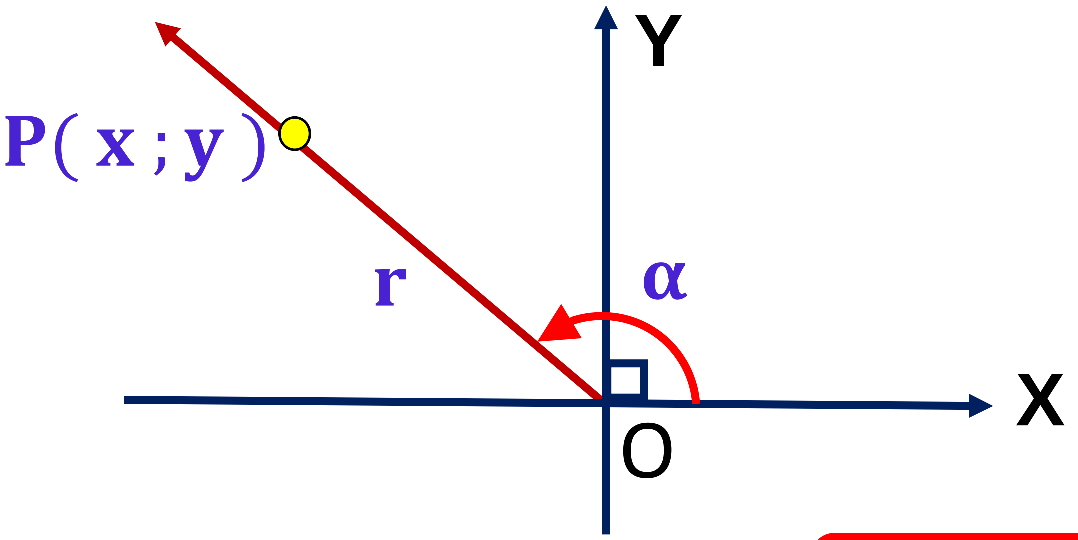
Representación gráfica :



OBSERVACIÓN :

La posición del lado final de un ángulo en posición normal, determina el cuadrante o semieje al cual pertenece dicho ángulo .

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL I



α : ángulo en posición normal .

x : abscisa del punto P .

y : ordenada del punto P .

r : radio vector del punto P.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

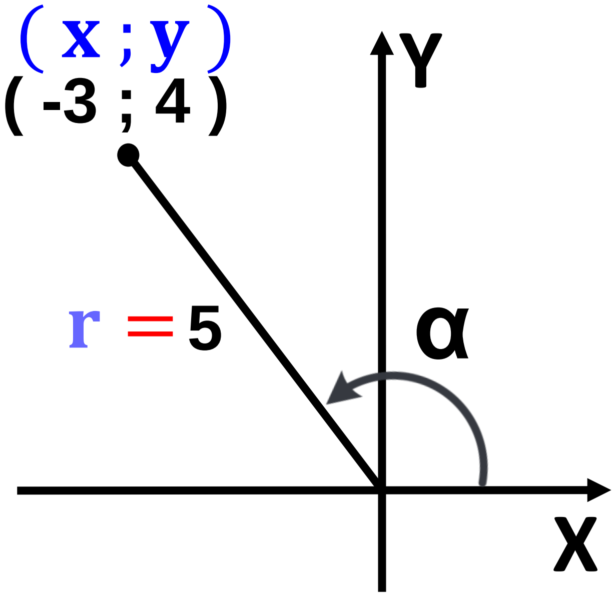
DEFINICIONES :

$\operatorname{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, complete el siguiente cuadro.

senα	$\frac{4}{5}$
cosα	$\frac{-3}{5}$
tanα	$\frac{4}{-3}$

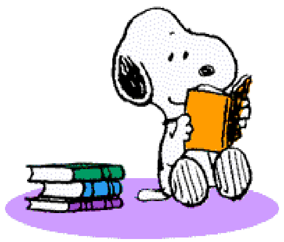


RESOLUCIÓN

Según gráfico :

$x = -3$; $y = 4$; $r = 5$

RECORDAR :

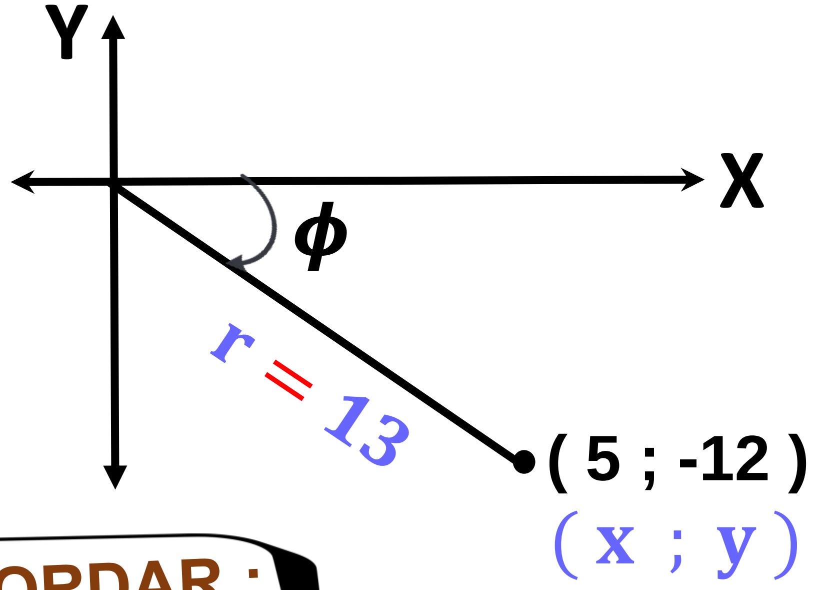


senβ	cosβ	tanβ
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

HELICO PRACTICE 2

Dado el gráfico , efectúe

$E = 13\ \text{sen}\phi$



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\text{sen}\phi$
$\frac{y}{r}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = 5$; $y = -12$

Luego :

$$r = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144}$$

$$r = \sqrt{169} \Rightarrow r = 13$$

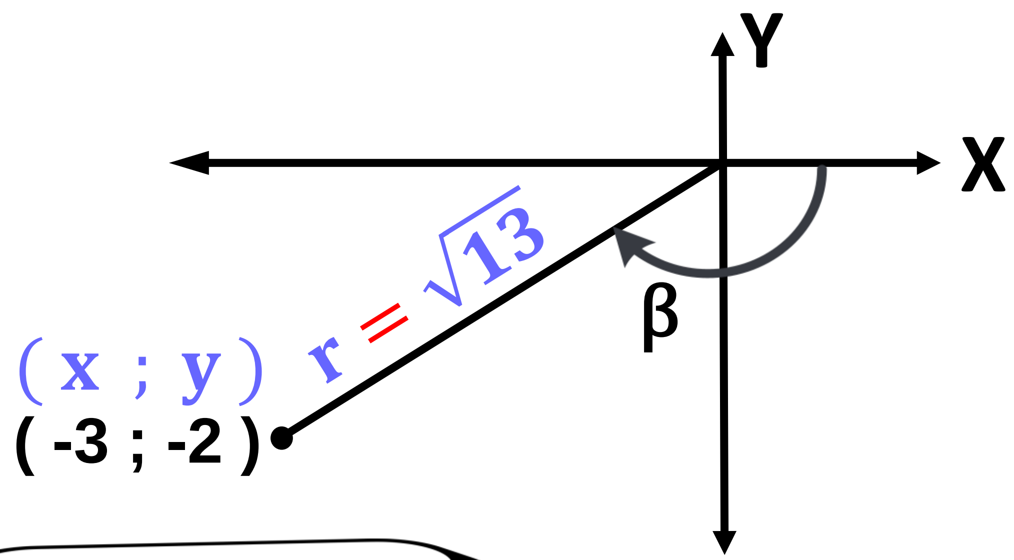
Efectuamos E :

$$E = \cancel{13}\left(\frac{-12}{\cancel{13}}\right)$$

$$\therefore E = -12$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, calcule K = $\cos^2\beta$



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\cos\beta$
$\dfrac{x}{r}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -3$; $y = -2$

Luego : $r = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2}$

$r = \sqrt{9+4} \Longrightarrow r = \sqrt{13}$

Efectuamos K :

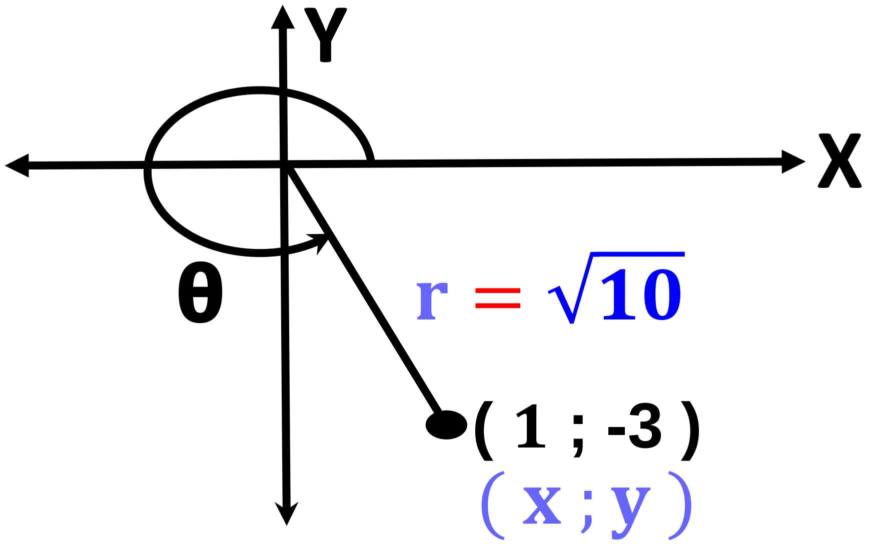
$$K = \left(\frac{-3}{\sqrt{13}}\right)^2$$

$$\therefore K = \frac{9}{13}$$

HELICO PRACTICE 4

Del gráfico, efectúe

$M = \cos\theta \,.\, \operatorname{sen}\theta$



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\operatorname{sen}\theta$	$\cos\theta$
$\dfrac{y}{r}$	$\dfrac{x}{r}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = 1$; $y = -3$

Luego :

$$r = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9}$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{10}$$

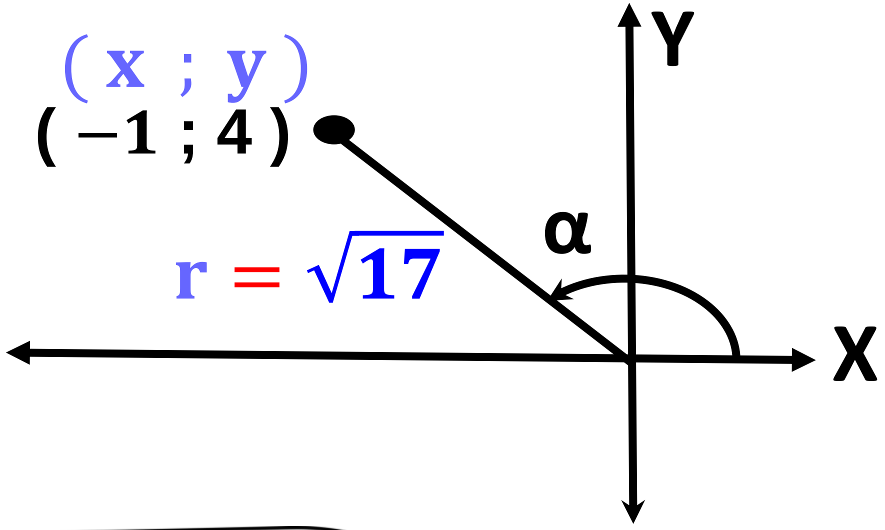
Efectuamos M :

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{-3}{\sqrt{10}}\right) \qquad \therefore\ M = -\frac{3}{10}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, efectúe

$R = \sqrt{17}\,(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)$



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

senα	cosα
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -1 \quad ; \quad y = 4$

Luego :

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (4)^2} = \sqrt{1 + 16}$$

$$\Longrightarrow \quad r = \sqrt{17}$$

Efectuamos R :

$$R = \sqrt{17}\left(\frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{-1}{\sqrt{17}}\right) = \cancel{\sqrt{17}}\left(\frac{3}{\cancel{\sqrt{17}}}\right)$$

$$\therefore\ R = 3$$

HELICO PRACTICE 6

En una búsqueda del tesoro, organizada por el Príncipe Vegeta; para el último acertijo se tienen las siguientes indicaciones:

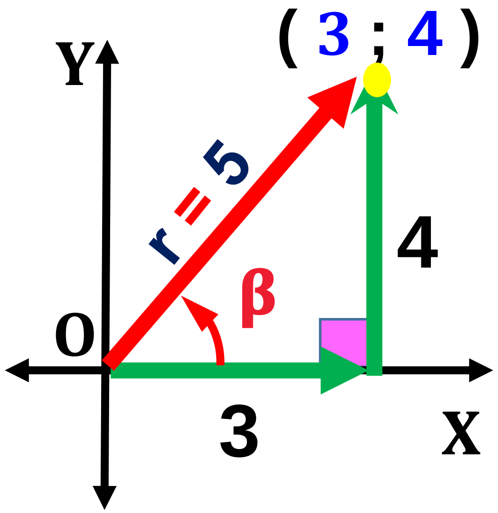
a) Dirigirse al centro del patio deportivo (origen de coordenadas).

b) Desde el centro dirigirse 3 m a la derecha y luego 4 m hacia arriba.

Si se sabe que β es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por las coordenadas antes mencionadas, determine lo siguiente:

E = $\cos^2\beta - \text{sen}^2\beta$

RESOLUCIÓN



x = 3 ; y = 4

Calculamos r :

$$r = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$r = \sqrt{9+16} \Longrightarrow r = 5$$

Calculamos : $E = \cos^2\beta - \text{sen}^2\beta$

$$E = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$E = \frac{9}{25} - \frac{16}{25}$$

$$\therefore E = -\frac{7}{25}$$

HELICO PRACTICE 7

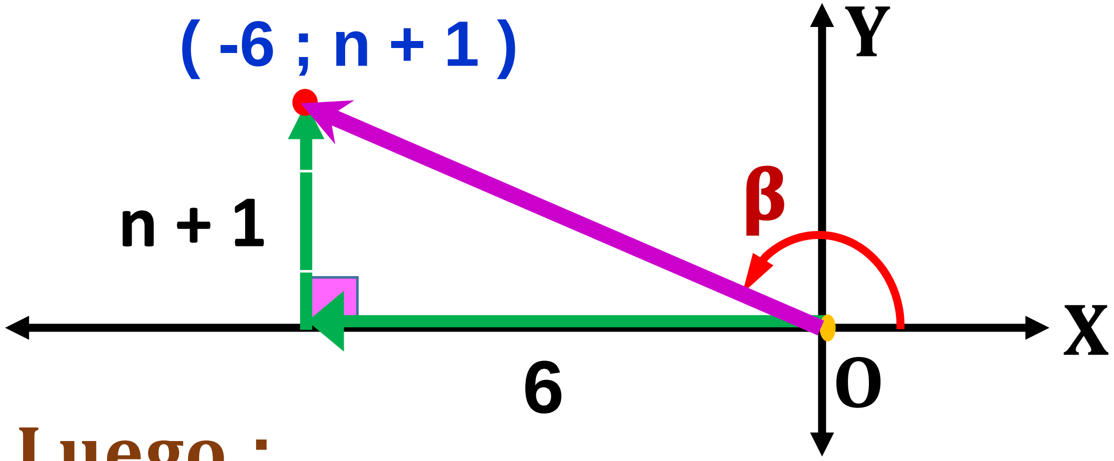
Los profesores de trigonometría, con la finalidad de realizar un evento de confraternidad, organizaron un campeonato relámpago con las siguientes indicaciones para llegar al campo deportivo :

a) Tomar el tren y bajarse en la Estación Atocongo (origen de coordenadas).

b) Desde la Estación Atocongo dirigirse 6 cuadras a la izquierda y luego n + 1 cuadras hacia arriba.

Si se sabe que β es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por las coordenadas antes indicadas, determine el valor de n si $\tan\beta = -\frac{1}{3}$

RESOLUCIÓN



Luego :

$$\underset{(\text{ gráfico })}{\tan\beta} = \underset{(\text{ dato })}{\tan\beta}$$

$$\frac{n+1}{-6} = \frac{1}{-3}$$

$$3n + 3 = 6$$

$$3n = 3$$

$$\therefore n = 1$$

SACO OLIVEROS