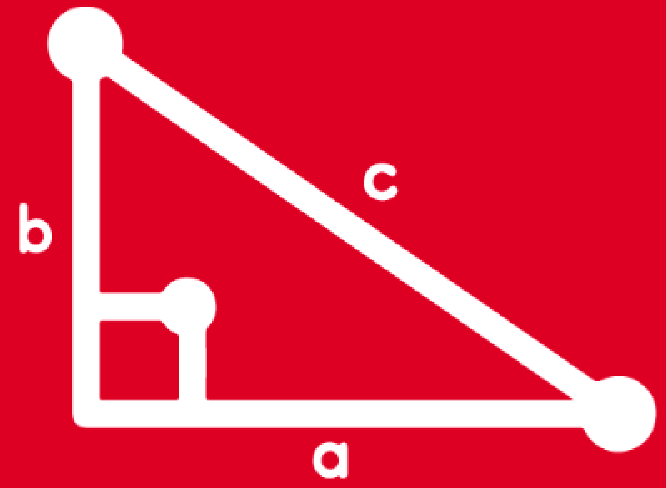
TRIGONOMETRY

Chapter 15

3rd
SECONDARY



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL III

SACO OLIVEROS

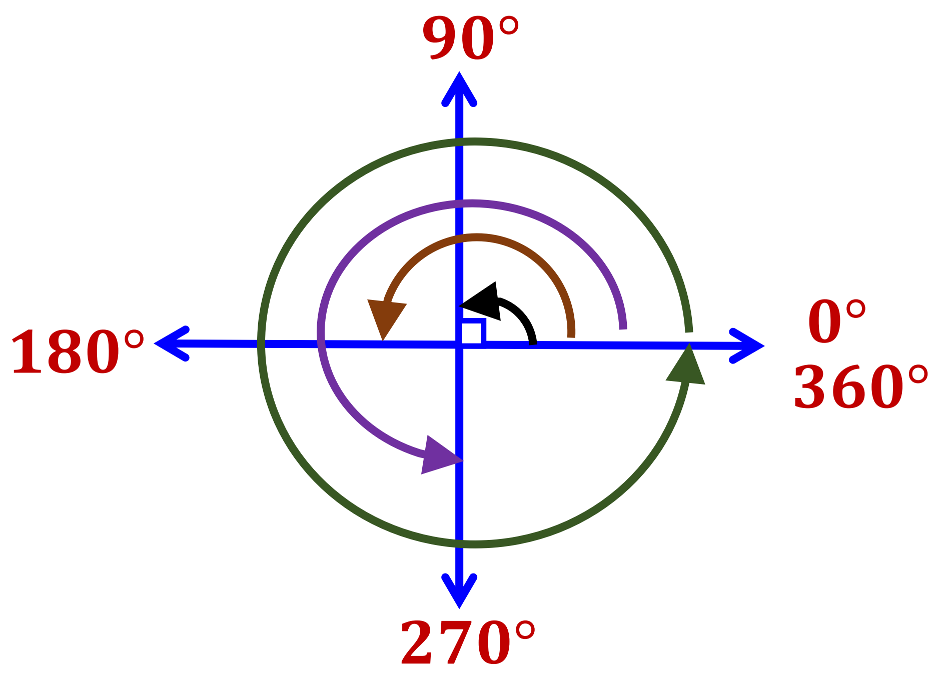
CANADARM 2

El **Canadarm 2** , es un brazo robótico manipulador que está ubicado en la **Estación Espacial Internacional**.
Este brazo manipulador opera con control de los **ángulos** en sus articulaciones.

Para obtener la posición final del astronauta en el extremo del brazo , se requiere un uso repetido de las **razones trigonométricas** de esos ángulos que se forman según los variados **movimientos** que realiza.

ÁNGULOS CUADRANTALES

Son ángulos en posición normal cuyos lados finales coinciden con algún semieje del plano cartesiano.



90°n	$\frac{\pi . n}{2}$ rad

, $n \in \mathbb{Z}$

R.T	0º ; 360º	90º	180º	270º
sen	O	1	0	-1
cos	1	O	-1	0
tan	0	N.D	0	N.D
cot	N.D	0	N.D	0
sec	1	N.D	-1	N.D
csc	N.D	1	N.D	-1

Recordar : " oionin iononi "

o = 0

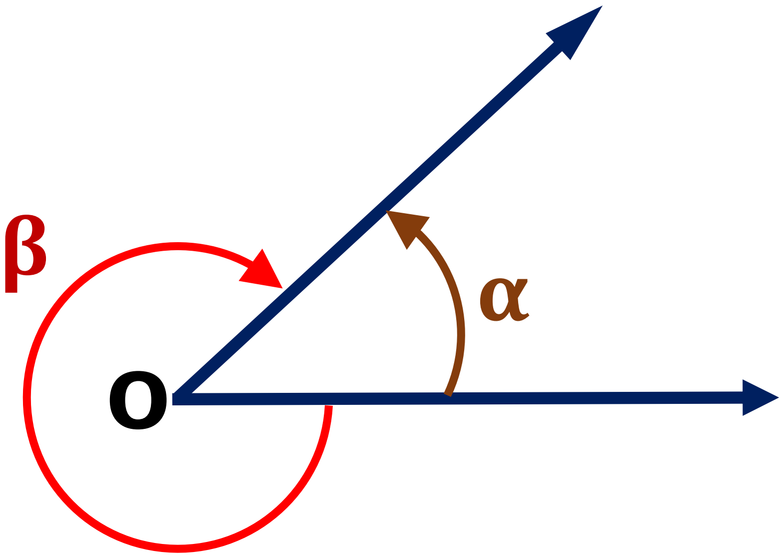
i = ±1

n = ND

ND : No determinado

ÁNGULOS COTERMINALES

Son aquellos ángulos trigonométricos que al ser superpuestos presentan los mismos elementos : vértice, lado inicial y lado final .



α y β son ángulos coterminales

Propiedades :

- $\alpha - \beta = 360^\circ k \,,\ \forall k \in \mathbb{Z} - \{0\}$
- $$RT(\alpha) = RT(\beta) \begin{cases} \operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}\beta \\ \cos\alpha = \cos\beta \\ \tan\alpha = \tan\beta \\ \cot\alpha = \cot\beta \\ \sec\alpha = \sec\beta \\ \csc\alpha = \csc\beta \end{cases}$$

HELICO PRACTICE 1

Efectúe:

$$A = \frac{4\ \text{sen}90° - 3\cos 180°}{\csc 90° + \cot 270°}$$

Recordar :

R.T	0º ; 360º	90º	180º	270º
sen	O	1	0	-1
cos	1	O	-1	0
tan	0	N.D	0	N.D
cot	N.D	0	N.D	0
sec	1	N.D	-1	N.D
csc	N.D	1	N.D	-1

RESOLUCIÓN

$$A = \frac{4\ \text{sen}90° - 3\cos 180°}{\csc 90° + \cot 270°}$$

$$A = \frac{4(1) - 3(-1)}{(1) + (0)}$$

$$A = \frac{4+3}{1}$$

$\therefore$ A = 7

HELICO PRACTICE 2

Efectúe :

$$K = \frac{\sec^2 360° - \cos^3 180° + \text{sen}^4 90°}{\cot 270° - \sec 180°}$$

Recordar :

R.T	0º ; 360º	90º	180º	270º
sen	O	1	0	-1
cos	1	O	-1	0
tan	0	N.D	0	N.D
cot	N.D	0	N.D	0
sec	1	N.D	-1	N.D
csc	N.D	1	N.D	-1

RESOLUCIÓN

$$K = \frac{\sec^2 360° - \cos^3 180° + \text{sen}^4 90°}{\cot 270° - \sec 180°}$$

$$K = \frac{(1)^2 - (-1)^3 + (1)^4}{(0) - (-1)}$$

$$K = \frac{1 + 1 + 1}{1}$$

$\therefore$ **K = 3**

HELICO PRACTICE 3

Siendo α y θ ángulos cuadrantales positivos menores a una vuelta .- Además : $\operatorname{sen}\alpha = 1$ y $\tan\theta = 0$

Calcule :

$$K = 4\,\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{3}\right) + \tan\left(\frac{\theta}{4}\right)$$

RESOLUCIÓN

$\operatorname{sen}\alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90°$

$\tan\theta = 0 \rightarrow \theta = 180°$

$$K = 4\,\operatorname{sen}\left(\frac{90°}{3}\right) + \tan\left(\frac{180°}{4}\right)$$

$$K = 4\,\operatorname{sen}30° + \tan45°$$

$$K = 4\left(\frac{1}{2}\right) + (1)$$

$$\therefore K = 3$$

Recordar :

R.T	90°	180°	270°
sen	1	0	-1
cos	O	-1	0
tan	N.D	0	N.D
cot	0	N.D	0
sec	N.D	-1	N.D
csc	1	N.D	-1

HELICO PRACTICE 4

Indique cuál de los siguientes pares de ángulos son coterminales .

a) 510° y – 150°

b) 640° y 280°

c) 240° y 120°

Si α y β son ángulos coterminales :

$$\alpha - \beta = 360°k \; ; \; \forall \, k \in \mathbb{Z} - \{ 0 \}$$

RESOLUCIÓN

a) 510° y – 150°

510° – (– 150°) = 660°

(No son ángulos coterminales)

b) 640° y 280°

640° – (280°) = 360°

(Si son ángulos coterminales)

c) 240° y 120°

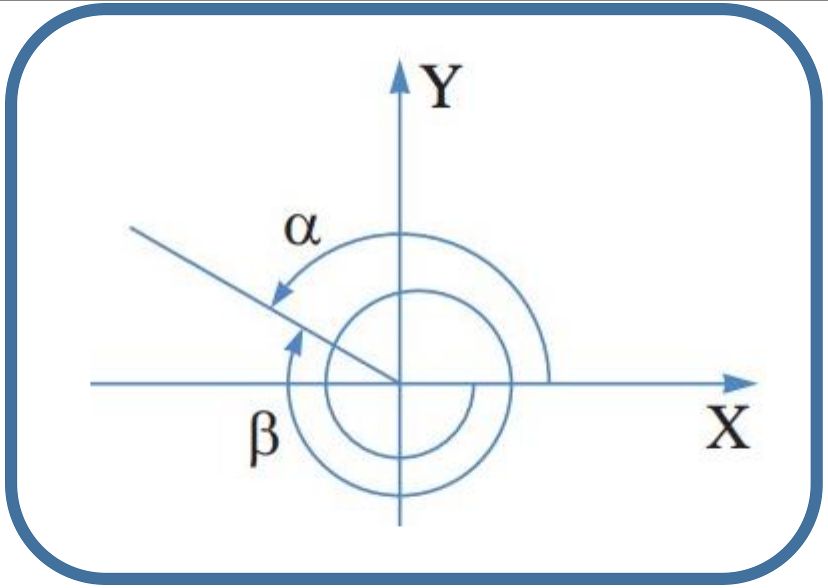
240° – (120°) = 120°

(No son ángulos coterminales)

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, reduzca

$$E = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} + 2\,\text{sen}\alpha \,.\, \csc\beta$$



RESOLUCIÓN

Según gráfico :

α y β son ángulos coterminales .

$$RT(\alpha) = RT(\beta)$$

Luego: $E = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} + 2\,\text{sen}\alpha \,.\, \csc\beta$

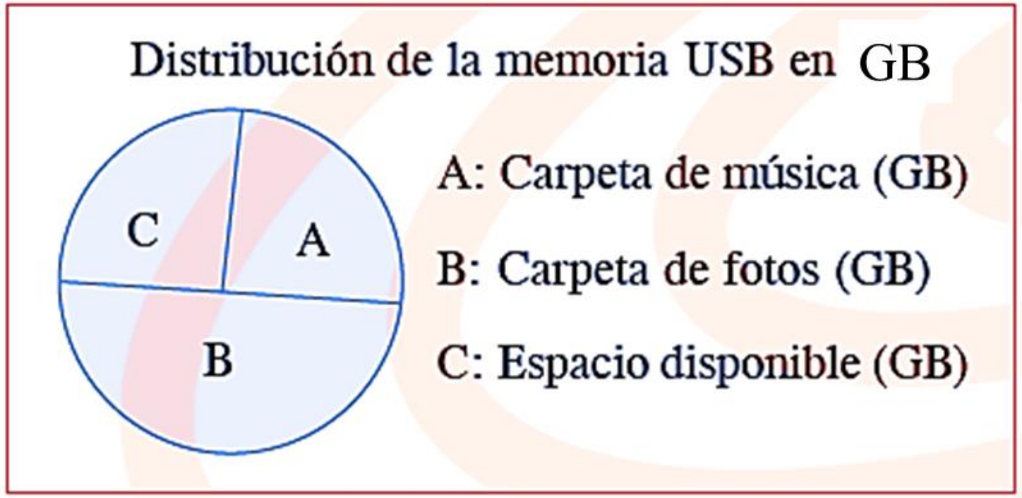
$$E = \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha} + 2\,\underbrace{\text{sen}\alpha \,.\, \csc\alpha}_{1}$$

$$E = 1 + 2$$

$$\therefore E = 3$$

HELICO PRACTICE 6

Thomas tiene una memoria USB en la que almacena música y fotos; la memoria USB tiene una capacidad de 32 GB .- El siguiente gráfico muestra la distribución actual de la memoria USB .



Donde :

A = 5 sen90° – 4 cos180° + tan180°

B = 7 cos360° + 9 csc90° - sen270°

¿ Cuál será el espacio disponible en la memoria USB de Thomas ?

RESOLUCIÓN

A = 5 sen90° – 4 cos180° + tan180°

A = 5 (1) – 4 (-1) + (0)

A = 5 + 4 $\Rightarrow$ A = 9 GB

B = 7 cos360° + 9 csc90° - sen270°

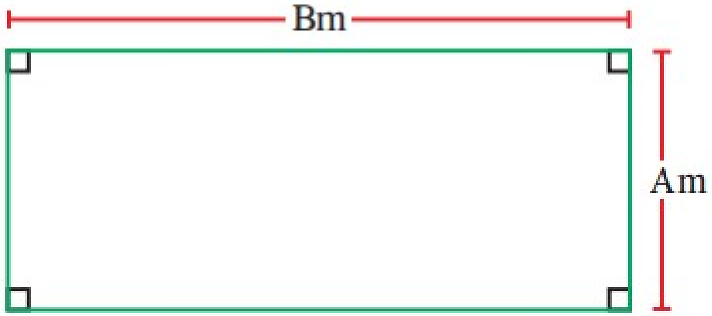
B = 7 (1) + 9 (1) - (-1)

B = 7 + 9 + 1 $\Rightarrow$ B = 17 GB

$\therefore$ C = 6 GB

HELICO PRACTICE 7

Emilia desea cercar un jardín con una malla metálica.
Las dimensiones del jardín son las siguientes:



Donde: $A = 5\ \text{sen}2\alpha + 3\ \text{sen}6\alpha$

$B = 3\cos 8\alpha - \sec 4\alpha$

Si se sabe que α y 45° son ángulos coterminales .- ¿ Cuál es el perímetro del jardín ?

RESOLUCIÓN

A = 5 sen2(45°) + 3 sen6(45°)

A = 5 sen90° + 3 sen270°

A = 5 (1) + 3 (-1) = 5 - 3 ⟹ **A = 2**

B = 3 cos8(45°) – sec4(45°)

B = 3 cos360°- sec180°

B = 3 (1) - (-1) = 3 + 1 ⟹ **B = 4**

Luego : 2p = 2(A + B)m

2p = 2(2 + 4)m

2p = 12 m

∴ El perímetro mide 12 m

SACO
OLIVEROS