GEOMETRÍA

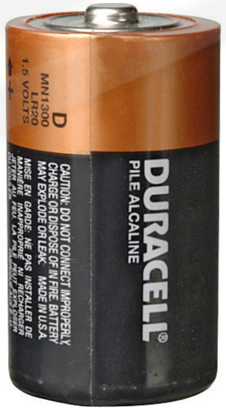
Capítulo 18

4th

SECONDARY

PRISMA Y CILINDRO

Muchos objetos que conocemos tienen forma de prismas y cilindros, de allí la importancia de conocer sus propiedades que presentan así como las fórmulas para calcular las áreas de las superficies lateral y total como la del volumen, con lo cual podremos encontrar luego sus aplicaciones prácticas en la vida diaria.



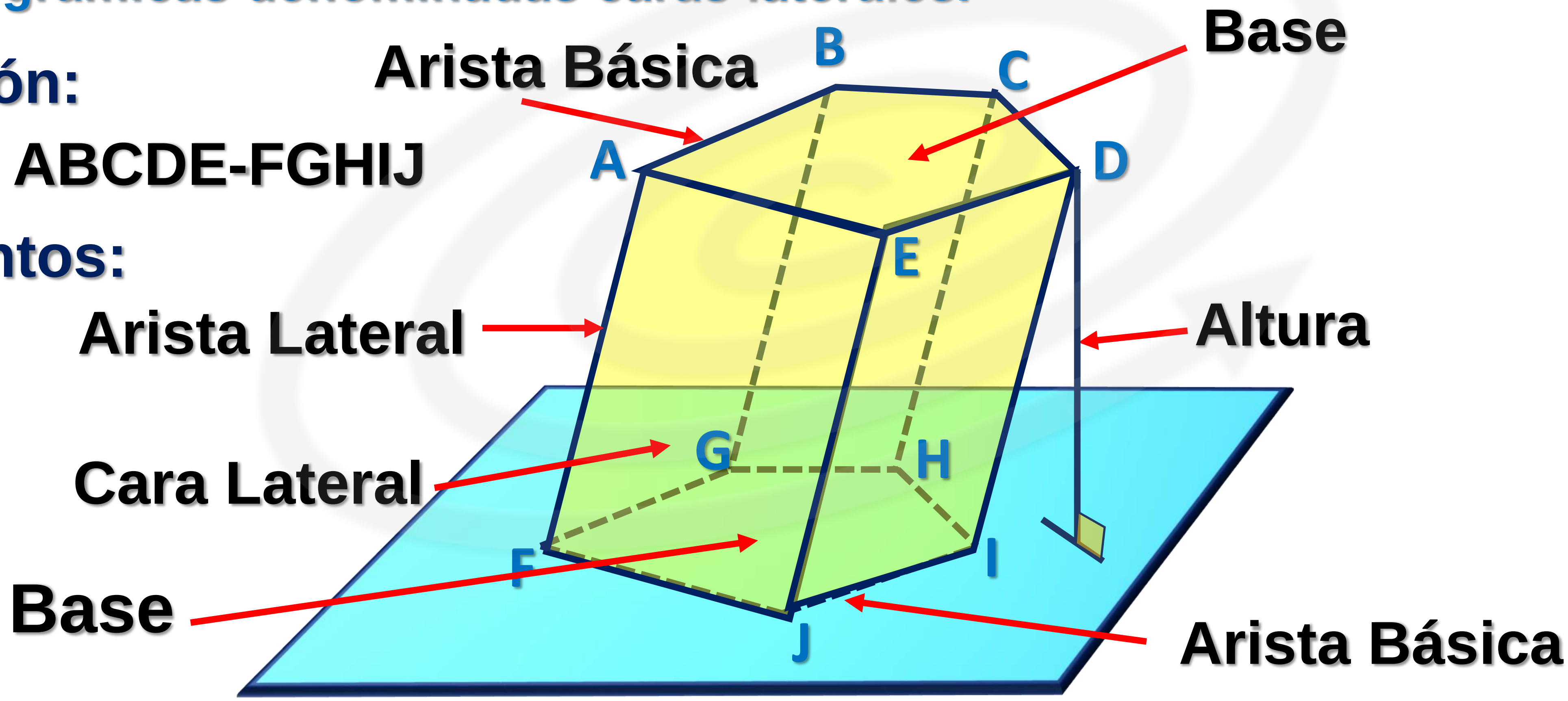
PRISMA

Un prisma es un poliedro en el cual, dos de sus caras son regiones poligonales congruentes y paralelas denominadas bases, y el resto de caras son regiones paralelográmicas denominadas caras laterales.

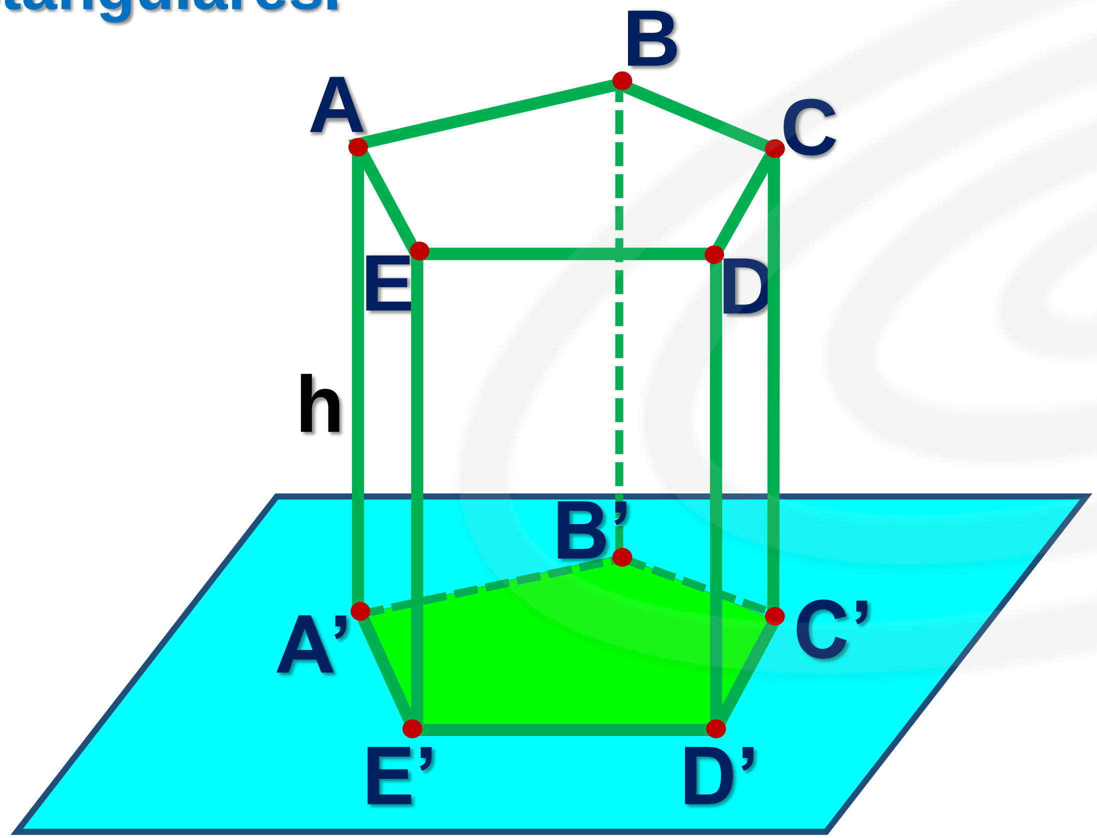
Notación:

Prisma ABCDE-FGHIJ

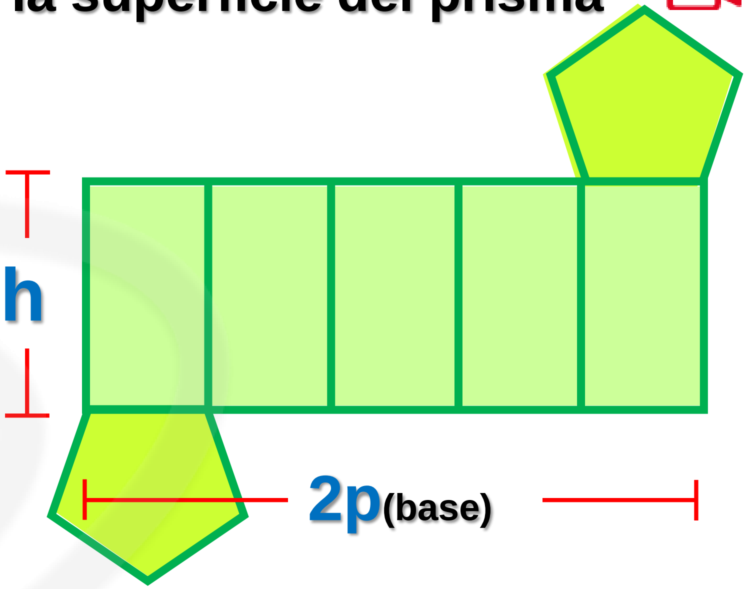
Elementos:



Prisma recto.- Es el prisma cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases y sus caras laterales son regiones rectangulares.



Desarrollo de la superficie del prisma



1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2p_{(base)}.h$$

2. Área de la superficie total.

$$A_{ST} = A_{SL} + 2A_{(base)}$$

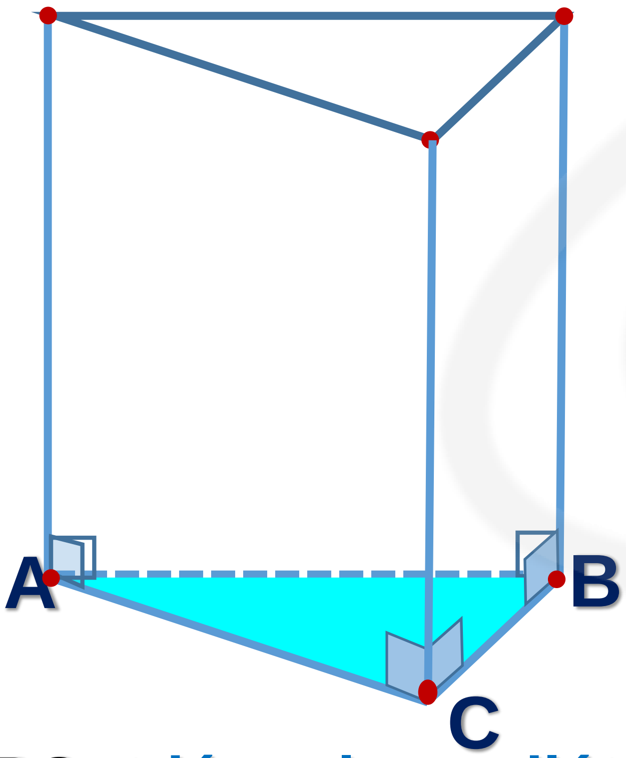
3. Volumen.

$$V = A_{(base)}.h$$

PRISMA REGULAR:

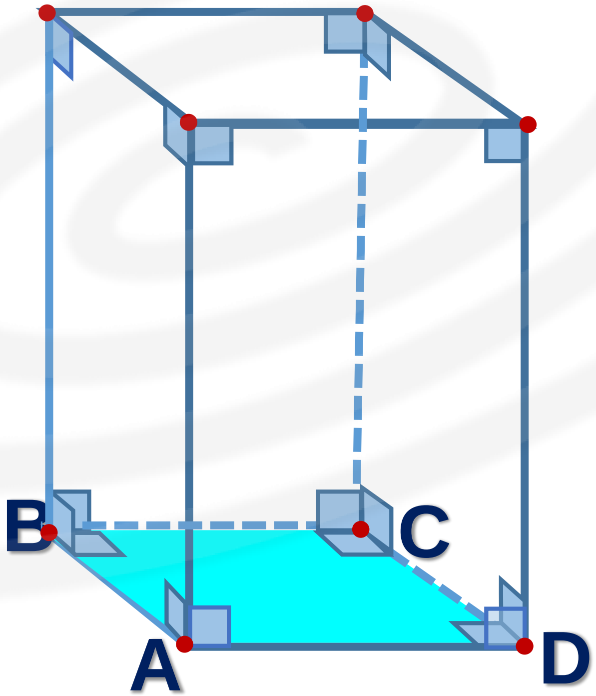
Es un prisma recto cuyas bases son regiones poligonales regulares.

PRISMA TRIANGULAR REGULAR



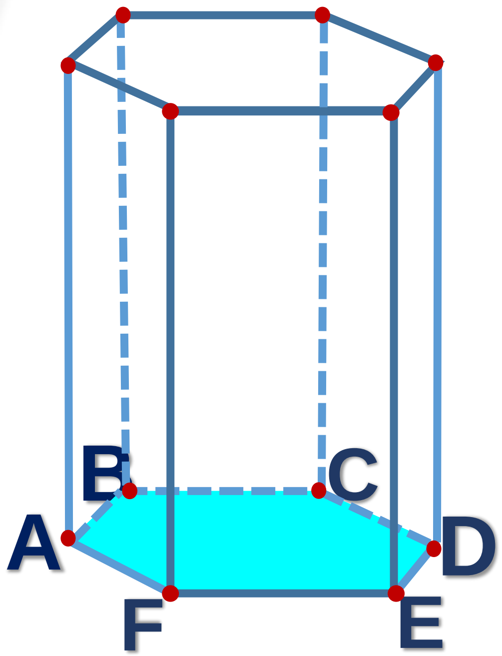
ABC: triángulo equilátero

PRISMA CUADRANGULAR REGULAR



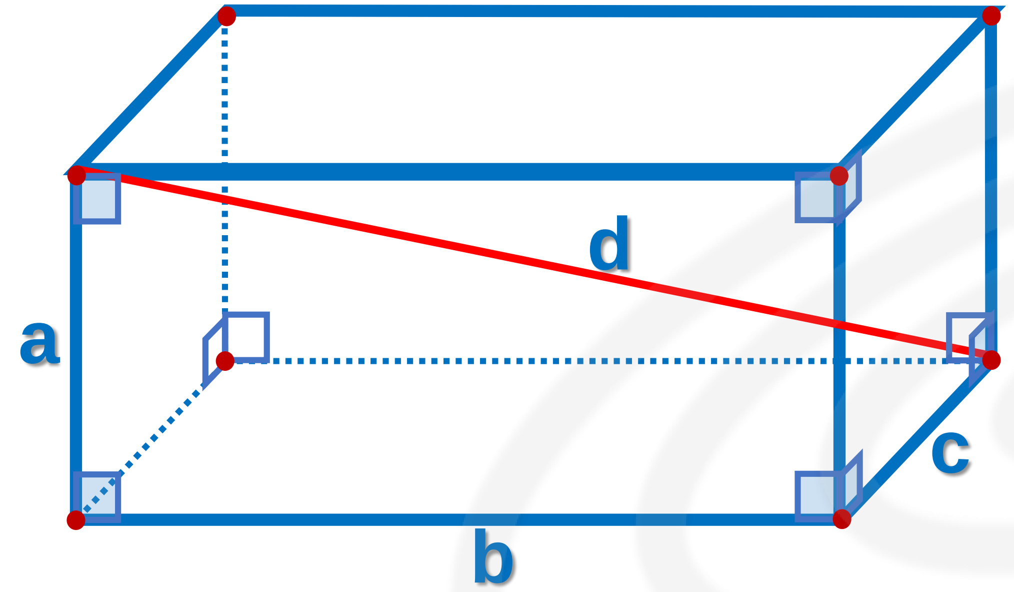
ABCD: cuadrado

PRISMA HEXAGONAL REGULAR



ABCDEF: hexágono regular

PARALELEPÍPEDO RECTANGULAR, ORTOEDRO O RECTOEDRO.

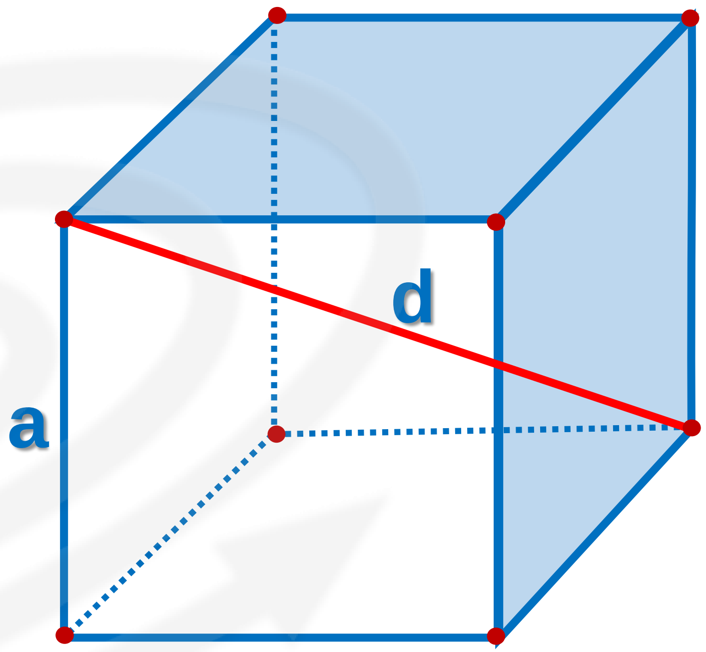


$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$V = a.b.c$

$A = 2(ab + bc + ac)$

HEXAEDRO REGULAR



$d = a\sqrt{3}$

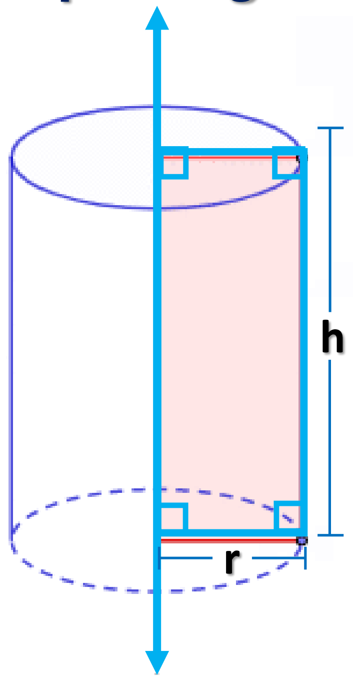
$V = a^3$

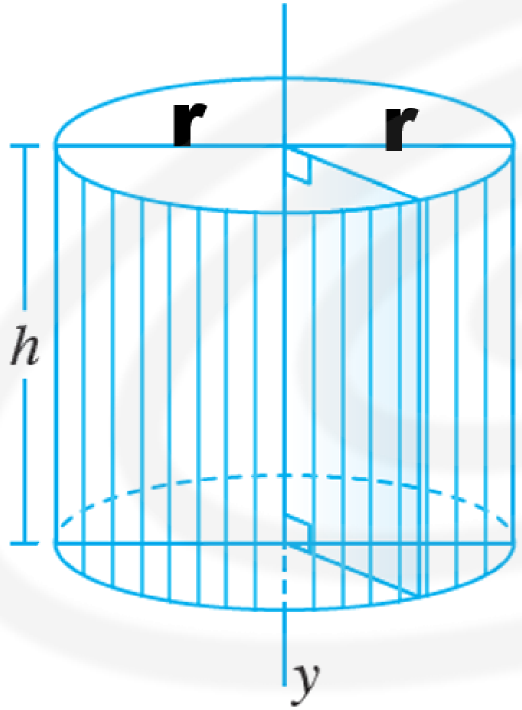
$A = 6a^2$

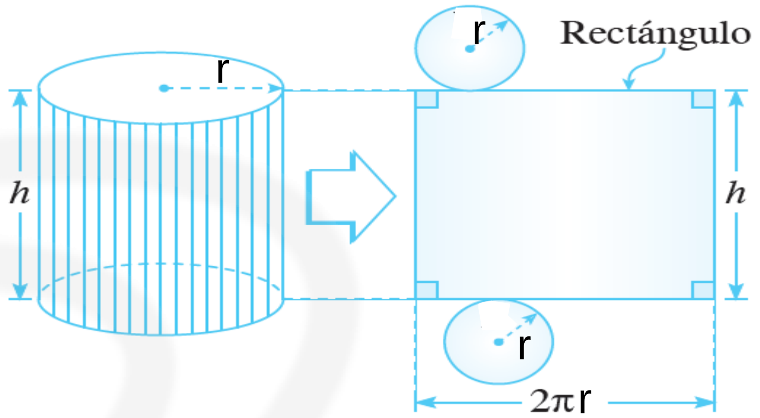
A: Área de la superficie total.
V: Volumen del sólido.

CILINDRO CIRCULAR RECTO O DE REVOLUCIÓN

Se genera al girar una región rectangular una vuelta alrededor de un eje que contiene a un lado. Las bases son círculos y la altura mide igual que la generatriz.







h : Longitud de su altura

r : Longitud del radio de la base

1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2\pi.r.h$$

2. Área de la superficie total.

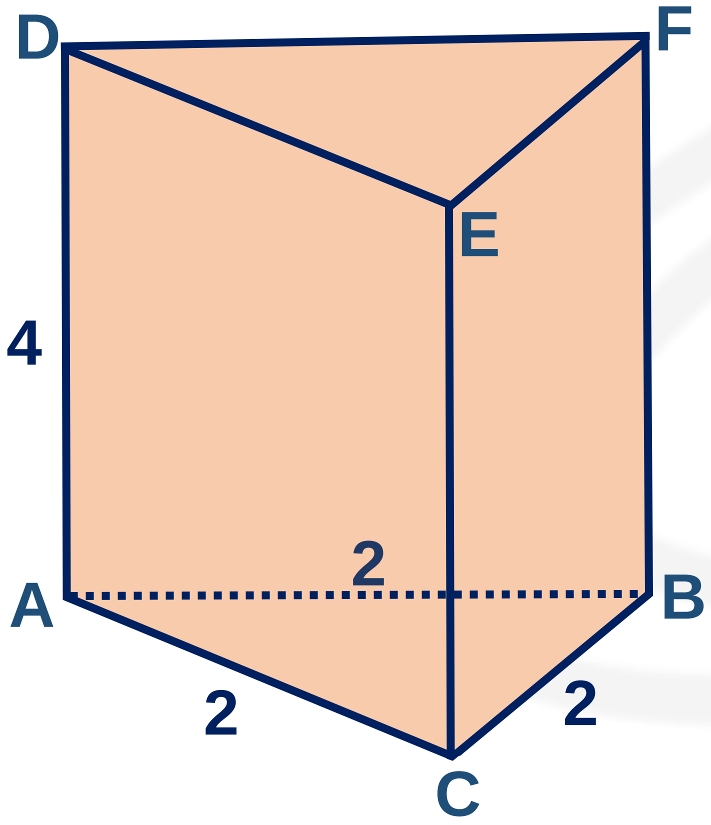
$$A_{ST} = 2\pi.r(r + h)$$

3. Volumen.

$$V = \pi.r^2.h$$

1. Calcule el área de la superficie lateral de un prisma triangular regular, si su arista lateral mide 4 u y su arista básica mide 2 u.

Resolución



- Piden: A_{SL}

$$A_{SL} = (2p_{base})h \qquad (h = 4)$$

- Del gráfico:

$$2p_{base} = 2 + 2 + 2$$

$$2p_{base} = 6$$

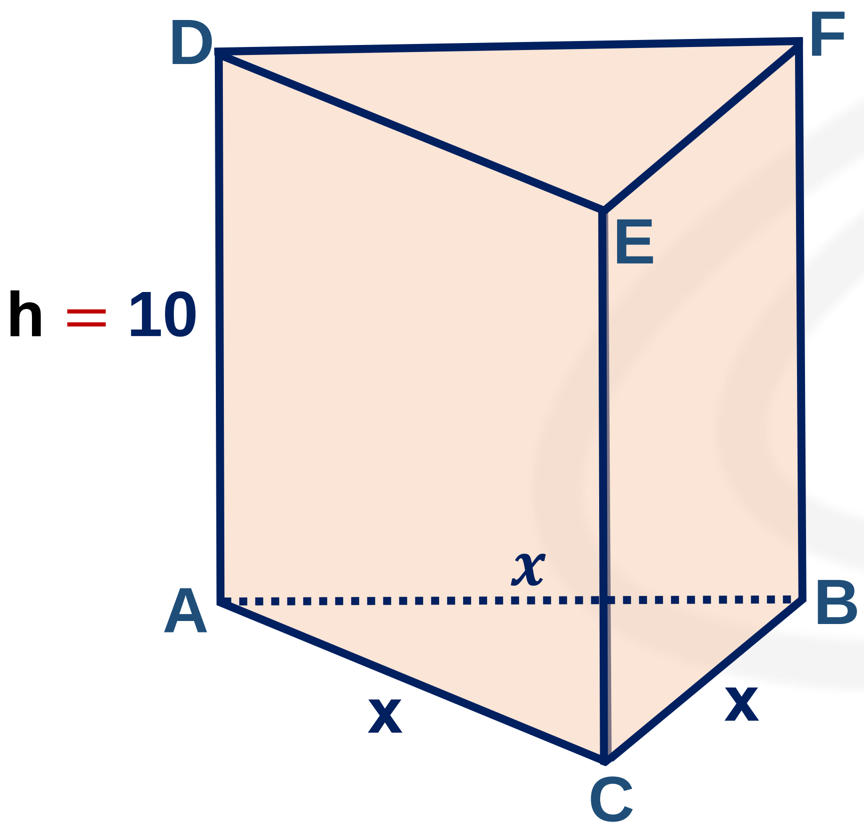
- Por teorema:

$$A_{SL} = (6)(4)$$

$$\boxed{A_{SL} = 24\ u^2}$$

2. El volumen del prisma triangular regular es $90\sqrt{3}\ u^3$, y su altura mide 10 u. Halle la longitud de su arista básica.

Resolución



- Piden: x
- Por teorema.

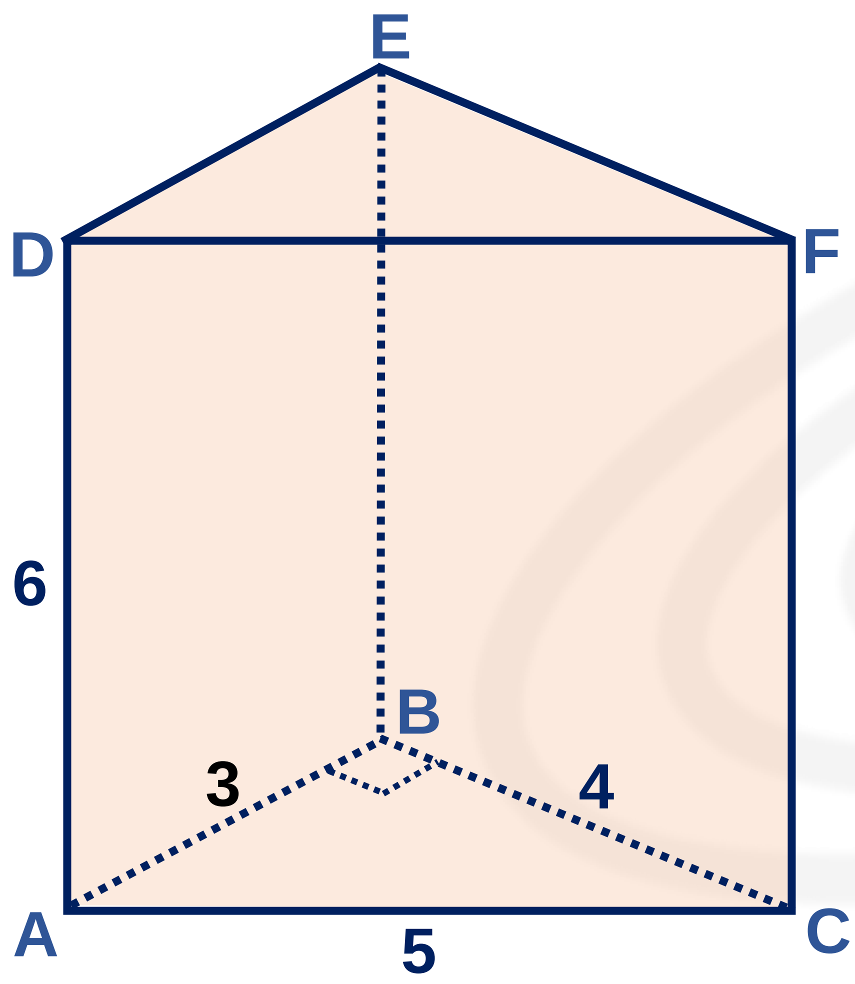
$$V = A_{(base)} \cdot h \quad \wedge \quad A_{(base)} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\underbrace{90\cancel{\sqrt{3}}}_{V} = \left(\frac{x^2\cancel{\sqrt{3}}}{4}\right).10$$

$$36 = x^2$$

$$\boxed{x = 6\ u}$$

3. Calcule el volumen del prisma recto mostrado.



Resolución

- Piden: V

$$V = A_{(base)} \cdot h \qquad (h = 6)$$

- ◺ABC : Notable de 37° y 53°

AB = 3

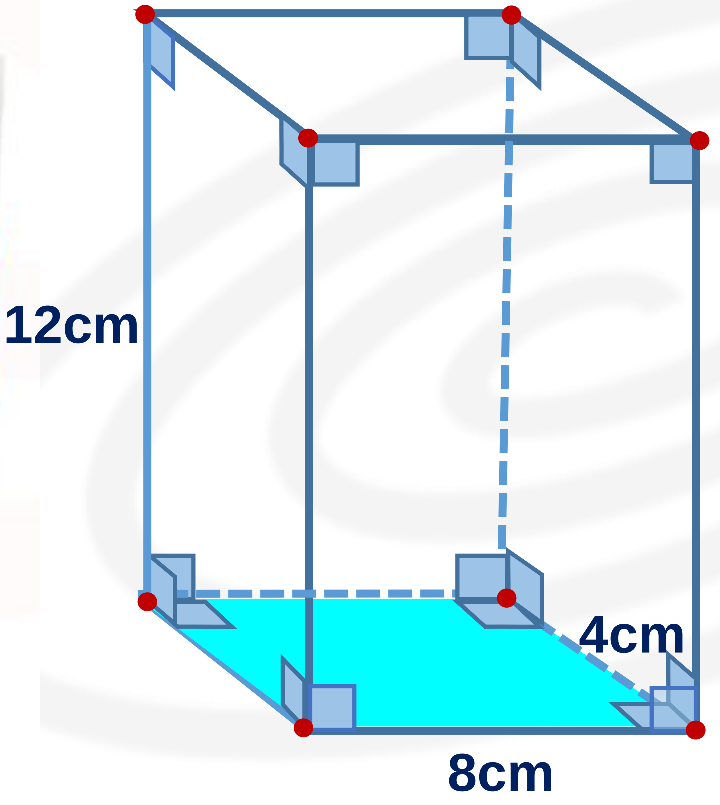
- Por teorema.

$$V = \left(\frac{3.4}{2}\right).6$$

$$V = (6).\ 6$$

$$\boxed{V = 36\ u^3}$$

4. En la figura observamos un envase de Tetrapak con forma de prisma cuadrangular recto, calcule la capacidad del envase.



Resolución

- Piden: V $\quad V = A_{(base)}.h$
- $A_{(base)} = b.h$

$A_{(base)} = 4(8)$

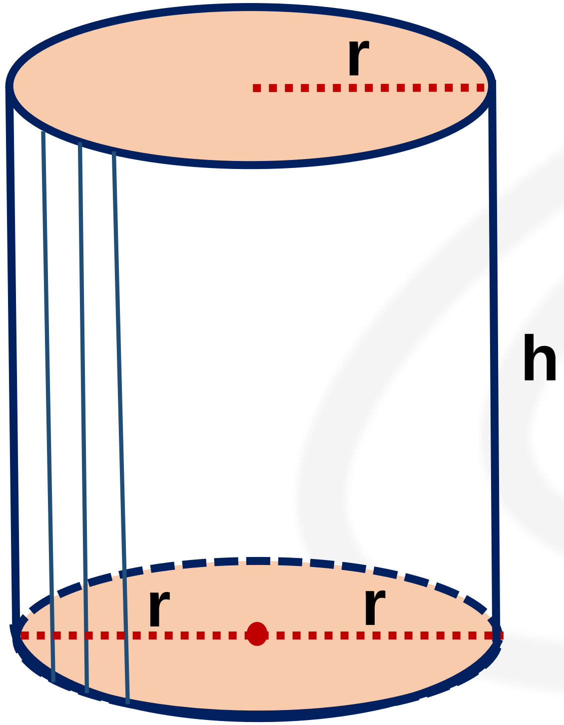
$A_{(base)} = 32$

- Reemplazando al teorema.

$V = (32)(12)$

$$\boxed{V = 384\ cm^3}$$

5. Halle la longitud del radio de un cilindro circular recto, si su volumen es $96\pi\ u^3$ y el área de su superficie lateral es $48\pi\ u^2$.



Resolución

- Piden: r
- Por dato: $\underbrace{V}_{\cancel{\pi}.r^2.h} = 96\pi\ u^3$

$$\cancel{\pi}.r^2.h = 96\ \cancel{\pi}$$

$$r^2.h = 96 \qquad \ldots (1)$$

$$\underbrace{A_{SL}}_{2\cancel{\pi}.r.h} = 48\ \pi\ u^2$$

$$2\cancel{\pi}.r.h = 48\ \cancel{\pi}$$

$$r.h = 24 \qquad \ldots (2)$$

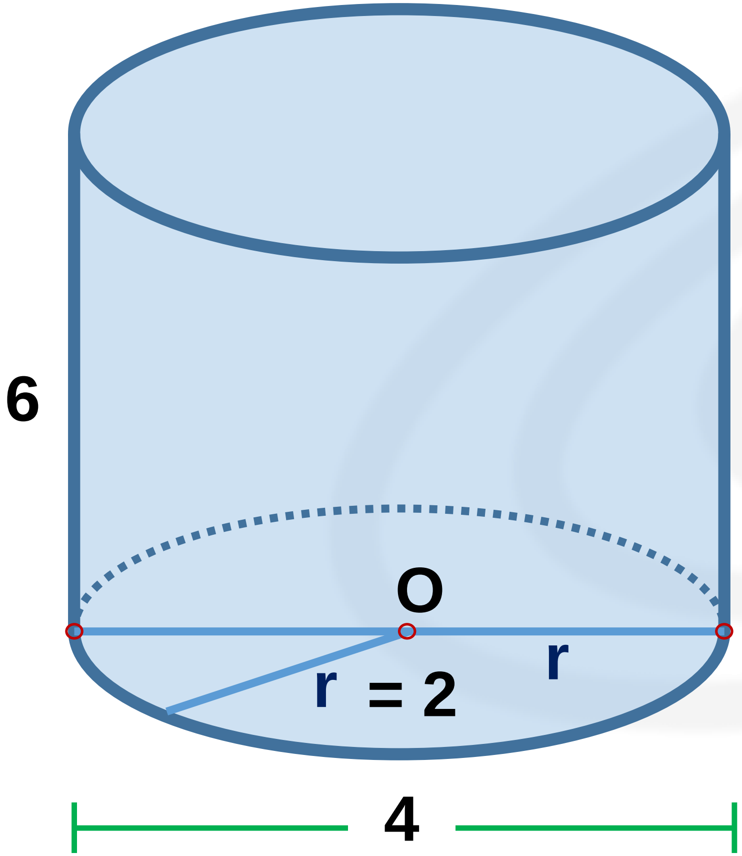
- Reemplazando 2 en 1.

$$r.r.h = 96$$

$$r(24) = 96$$

$$\boxed{r = 4\ u}$$

6. Determine la cantidad de agua que se puede almacenar en un cilindro circular recto si tiene 4 m de diámetro y 6 m de altura.



Resolución

- Piden: V

$$V = \pi . r^2 . h$$

- Por dato:

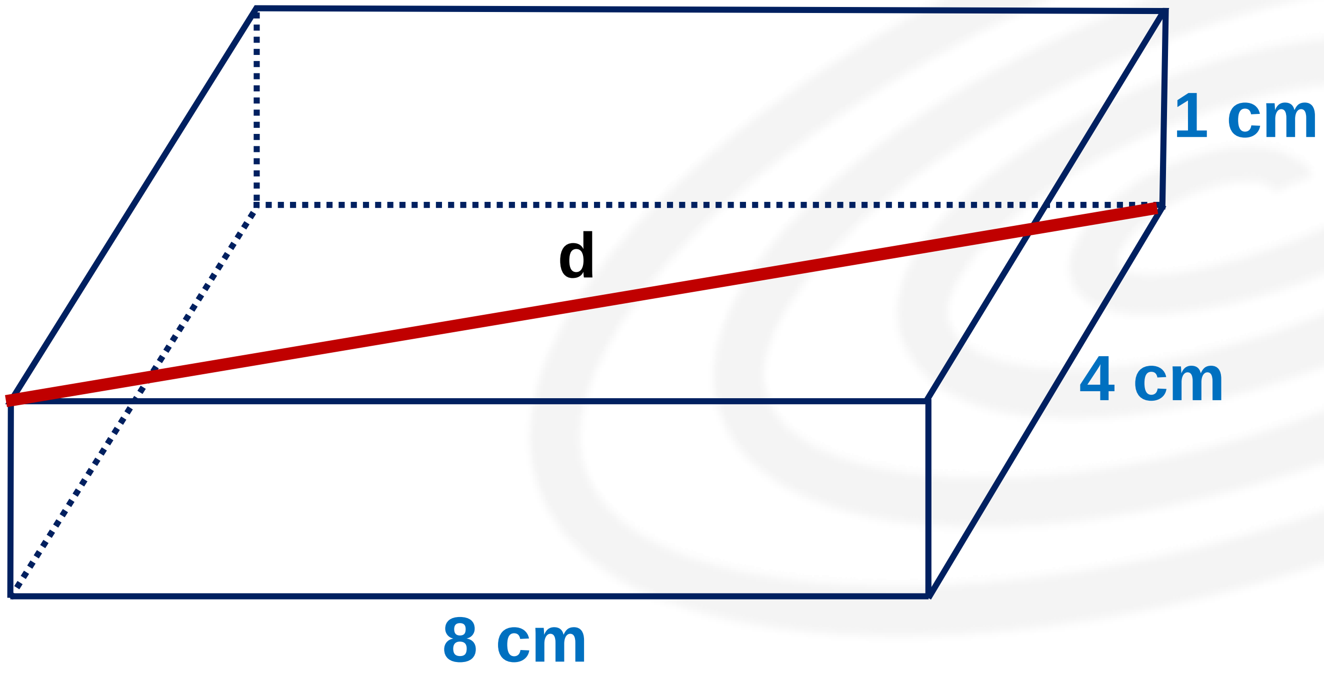
$$2r = 4$$
$$r = 2$$

- Reemplazando al teorema.

$$V = \pi.(2)^2(6)$$

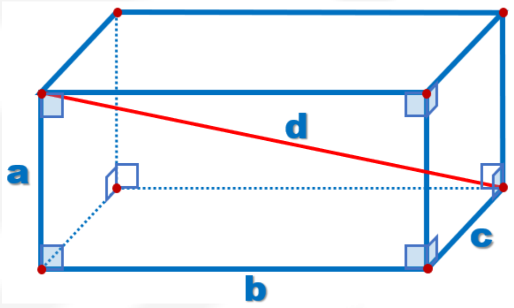
$$\boxed{V = 24\pi\ m^3}$$

7. En la figura se muestra el diseño de una nueva cajita para fósforos. Determine la mayor longitud que puede tener un fósforo para que pueda caber en dicha caja.



Resolución

- Piden: d



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

- Del gráfico.

$$d^2 = 8^2 + 4^2 + 1^2$$

$$d^2 = 64 + 16 + 1$$

$$d^2 = 81$$

$$\boxed{d = 9\ \text{cm}}$$