ÁLGEBRA

RETROALIMENTACIÓN

Tomo 2

5th

of Secondary

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

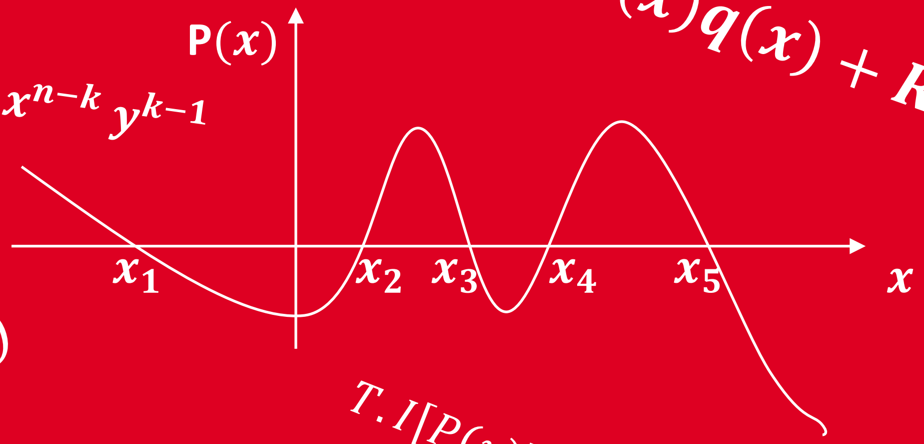
$$\text{GRADO}[d(x)] > \text{GRADO}[R(x)]$$

$$G.A(P)$$

$$D(x) \equiv d(x)q(x) + R(x)$$

$$T_k = (signo)\ x^{n-k}\ y^{k-1}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$



$$T.I[P(x)] = P(0)$$

SACO OLIVEROS

1)

La edad de José hace 7 años está dado por el residuo:

$$\frac{[(x+3)(x+5)(x+4)(x+2)-78]^2+15}{x^2+7x+2}$$

¿Qué edad tiene José?

Resolución

POR TEOREMA del RESTO $x^2+7x+2=0$

$$\boxed{x^2+7x=-2}$$

Multiplicamos convenientemente el dividendo

$$D(x)=[(\underbrace{x^2+7x}+12)(\underbrace{x^2+7x}+10)-78]^2+15$$

$$R(x)=[(-2+12).(-2+10)-78]^2+15$$

$$R(x)=19$$

Edad actual

19+7=26 AÑOS

2. Que valor debe tomar $m+n$, en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $-2x+1$

$$\frac{x^4+mx^2+n}{x^2+x+1}$$

RESOLUCIÓN :

Por el Teorema del Resto

$\boxed{x^2+x+1=0}$ ⇒ $x^2=-x-1$

Aplicando un artificio

$$\underbrace{(x-1)\times\left[x^2+x+1\right]}=0\times(x-1)$$

$$x^3-1=0$$

⇒ $\boxed{x^3=1}$

Damos forma en el Dividendo

$$D(x)=x^4+mx^2+n$$

$$D(x)=x.x^3+mx^2+n$$

Reemplazando, para calcular el resto:

$$R(x)=x.1+mx^2+n$$

$$R(x)=x+m(-x-1)+n$$

$$R(x)=\underline{(1-m)}.x+\underline{(n-m)}\equiv\underline{-2}\,x+\underline{1}$$

$\boxed{m=3}$ $\boxed{n=4}$

$\boxed{\therefore m+n=7}$

3. Obtenga el resto de dividir un polinomio $\mathrm{P}(\mathrm{x})$ entre $(x-12)$ si se sabe que el término independiente del cociente es 2 y el término independiente de $P(x)$ es 5.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

✓ $\mathbf{T.I[q(x)] = q(0) = 2}$

✓ $\mathbf{T.I[P(x)] = P(0) = 5}$

Nos piden:

$$\frac{P(x)}{(x-12)} \Rightarrow r(x) = ?$$

POR IDENTIDAD DE LA DIVISION

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x) + r(x)}$$

$$\boxed{P(x) \equiv (x-12).q(x) + r(x)}$$

Si $x = 0$

$$P(0) = (0-12).q(0) + r(x)$$

$$5 = (-12) \; . \; 2 + r(x)$$

$$r(x) = 5 + 24$$

$$\boxed{\therefore r(x) = 29}$$

4. En una calle un adulto mayor reparte a los niños sus canicas con las que jugaba de niño; pero no sabe cuanto dar a cada niño si da $(x-2)$, o $(x+1)$ o $(x-1)$; siempre le sobran 12 canicas pero si repartiera $(x+2)$ canicas a cada niño no sobra ninguna. Se sabe que la cantidad de canicas viene dado por un polinomio de variable definida x y de grado 3. Encontrar el polinomio que da a conocer la cantidad de canicas a repartir.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$\frac{P(x)}{(x-2)}$ ⇒ $r(x) = 12$

$\frac{P(x)}{(x+1)}$ ⇒ $r(x) = 12$

$\frac{P(x)}{(x-1)}$ ⇒ $r(x) = 12$

Por teorema:

$$\frac{P(x)}{(x-2)(x+1)(x-1)} \Rightarrow r(x) = 12$$

Por la I.F de La división: ⇒ $D(x) \equiv d(x).q(x) + r(x)$

$$\underbrace{P(x)}_{\text{3er grado}} \equiv \underbrace{(x-2)(x+1)(x-1)}_{\text{3er grado}}.\ \underbrace{q(x)}_{\text{constante}} + 12$$

Por el teorema del resto: ⇒ $P(-2) = 0$

⇒ $\underbrace{P(-2)}_{} = (-2-2)(-2+1)(-2-1).q(x) + 12$

$0 = -12q(x) + 12$ ⇒ $\boxed{q(x) = 1}$

$$\therefore P(x) = (x-2)(x+1)(x-1) + 12$$

5. En el cociente notable: $\frac{(x+1)^{18}-1}{x}$,

determine el valor numérico del décimo cuarto término para $x = 1$.

RESOLUCIÓN :

Dando forma:

$$\frac{(x+1)^{18}-1}{x} = \frac{(x+1)^{18}-1}{(x+1)^{1}-1}$$

Calculamos el # de términos :

$$n = \frac{18}{1} \quad \boxed{n = 18}$$

Por dato ,el lugar del término es :

$$\boxed{k = 14}$$

$$\boxed{T_k = (signo)(x+1)^{n-k}(1)^{k-1}}$$

$$T_{14} = (+)(x+1)^{4}(1)^{13}$$

$$\boxed{V.N. \, para \, x = 1}$$

$$V.N = (2)^{4}(1)^{13}$$

$$\boxed{\therefore V.N = 16}$$

6. Calcular el término central en el desarrollo del cociente de

$$\frac{x^{7p+4}-y^{5p+5}}{x^{p-4}-y^{p-5}}=\frac{x^{60}-y^{45}}{x^{4}-y^{3}}$$

RESOLUCIÓN :

Calculamos el # de términos:

$$\text{\# de términos}=\frac{7p+4}{p-4}=\frac{5p+5}{p-5}=n$$

$$(7p+4)(p-5)=(5p+5)(p-4)$$

Resolviendo: $p=8$

Reemplazando:

$$n=\frac{7(8)+4}{8-4}$$ $\boxed{n=15}$

Calculamos el lugar del término central:

$$\boxed{\text{Lugar(Tc)}=\frac{n+1}{2}}\quad \boxed{\text{Lugar(Tc)}=8}$$

$\boxed{k=8}$

Calculamos el término central:

$$\boxed{T_k=(signo)\,x^{n-k}\,y^{k-1}}$$

$$T_8=(+)\,(x^4)^{15-8}\,(y^3)^{8-1}$$

$$T_8=(x^4)^7(y^3)^7$$

$$\boxed{\therefore T_{central}=x^{28}\,y^{21}}$$

7. Si: $\frac{8\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$ se desarrolla como un cociente notable. ¿Cuántos términos enteros se tendrá en dicho cociente notable?

RESOLUCIÓN :

Dándole una forma adecuada:

$$\frac{2^3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2.2^6}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}^7-1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow \boxed{n=7}$$

Recordar:

$$\boxed{T_k = (signo)(x)^{n-k}(y)^{k-1}}$$

PAR

$$\Rightarrow T_k = + \left(\sqrt{2}\right)^{\boxed{7}-k}(1)^{k-1}$$

$$\boxed{1 \le k \le 7}$$

HALLEMOS LOS VALORES DE k

$7-k=0 \Rightarrow k=7$

$7-k=2 \Rightarrow k=5$

$7-k=4 \Rightarrow k=3$

$7-k=6 \Rightarrow k=1$

$$\boxed{\therefore \textit{Hay 4 términos enteros}}$$

8 Halle el numero de factores primos

$$\text{P}(a;b)=a^3-ab^2+a^2b-b^3+a^2-b^2$$

Resolución

$$\text{P}(a;b)=\underbrace{a^3-ab^2}+\underbrace{a^2b-b^3}+\underbrace{a^2-b^2}$$

Agrupacion de terminos

$$\text{P}(a;b)=a(a^2-b^2)+b(a^2-b^2)+(a^2-b^2)$$

$$\text{P}(a;b)=\underbrace{(a^2-b^2)}(a+b+1)$$

Diferencia de cuadrados

$$\text{P}(a;b)=(a+b)(a-b)(a+b+1)$$

$\therefore$ ***Nro de factores primos*: 3**

9. Calcule la mayor suma de coeficientes de uno de los factores primos de:

$$T = x^2 + 16y^2 - 36z^2 + 8xy$$

Resolución

$$T = \underbrace{\boxed{x^2 + 8xy + 16y^2}}_{} - 36z^2$$

TCP

$$T = (x + 4y)^2 \quad - 36z^2$$

$$\sqrt{(x+4y)^2} \qquad \sqrt{36z^2}$$

$$x + 4y \qquad 6z$$

$$T = (x + 4y + 6z)(x + 4y - 6z)$$

FACTOR	SUMA DE COEFICIENTES	RESULTADO
1er	1+4+6	11
2do	1+4-6	-1

$\therefore$ *La mayor suma de coeficientes es* **11**

10. Calcule la suma de factores primos al factorizar

$$T = 4x^4 + 1$$

Resolución

agregamos y quitamos $4x^2$

$$T = \underbrace{\boxed{4x^4 + 4x^2 + 1}}_{TCP} - 4x^2$$

$$T = (2x^2 + 1)^2 - 4x^2$$

Diferencia de cuadrados

$$T = (2x^2 + 1 + 2x)(2x^2 + 1 - 2x)$$

$$Suma\ de\ F.P = 2x^2 + 1 + 2x + 2x^2 + 1 - 2x$$

$$Suma\ de\ F.P = 4x^2 + 2$$

$$\therefore 4x^2 + 2$$