

Chapter 6

MCD y MCM



ARITHMETIC

índice

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

Una regla muy poco considerada para el cálculo del MCD es

REGLA DE STURM

Calcule el MCD de 2520; 3060; 2790 y 4545.

Resolución

2520	3060	2790	4545	
↓	-2520	-2520	-2520	
2520	540	270	2025	← Residuo
-2430	-540	↓	-1890	
90	0	270	135	← Residuo
↓		-270	-90	
90		0	45	
-90			↓	
0			45	= MCD

MOTIVATING STRATEGY

Métodos para determinar el :

MCD

Por descomposición simultánea

Ejm El MCD de 56; 140 y 168 es

$$\begin{array}{r|l} 56 & 140 & 168 & 2 \\ 28 & 70 & 84 & 2 \\ 14 & 35 & 42 & 7 \\ 2 & 5 & 6 & \end{array}$$

$$\text{MCD}(56, 140, 168) = 2^2 \times 7 = 28$$

Por descomposición canónica

$$A = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \dots (\text{DC})$$

$$B = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCD}(A, B) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

MCM

Por descomposición simultánea

Ejm El MCM de 56; 140 y 168 es

$$\begin{array}{r|l} 56 & 140 & 168 & 2 \\ 28 & 70 & 84 & 2 \\ 14 & 35 & 42 & 7 \\ 2 & 5 & 6 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{MCM}(56, 140, 168) = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$$

Por descomposición canónica

$$A = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \dots (\text{DC})$$

$$B = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCM}(A, B) = 2^4 \times 3^3 \times 5^3 \times 7^2$$

PROPIEDADES

MCD - MCM

Dados A y $B \in \mathbb{Z}^+$ se cumple que

* Si $A = \overset{\circ}{B}$ (múltiplo de B)

$$\text{MCD}(A, B) = B$$

$$\text{MCM}(A, B) = A$$

* Si A y B son PESI

$$\text{MCD}(A, B) = 1$$

$$\text{MCM}(A, B) = A \times B$$

* Si $\text{MCD}(A, B) = d$,

$$A = d\alpha, B = d\beta$$

Donde α y β son PESI

* $\text{MCD}(A, B) = p$

$\text{MCD}(B, C) = q$

$$\text{MCD}(A, B, C) = \text{MCD}(p, q)$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE



Calcule la suma de las cifras del MCD de M y N si

$$M = 2^2 \times 3^3 \times 5^3$$

$$N = 3^2 \times 2^5 \times 7^2$$

RECORDEMOS

Por descomposición canónica

$$A = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \dots (\text{DC})$$

$$B = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCD}(A, B) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

Aplicamos método descomposición canónica

$$M = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \dots (\text{DC})$$

$$N = 3^2 \times 2^5 \times 7^2 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCD}(M, N) = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{MCD}(M, N) = 36$$

$$\therefore 3 + 6 =$$

Respuesta

9



Si se sabe que $\text{MCD}(4k^2, 16k^2)=64$, calcule $(k + 2)^2$.

**RECORDEMOS**

Por propiedad:

Si $A = \overset{\circ}{B}$ (múltiplo de B)
 $\text{MCD}(A, B) = B$

$$\text{MCD}(4k^2, 16k^2) = 64$$

$$4k^2 = 64$$

$$k^2 = 16$$

$$k = 4$$

\therefore

$$(4 + 2)^2 =$$

Respuesta

$\therefore 36$



Si el $\text{MCD}(A, B) = 16$ y el $\text{MCD}(B, C) = 32$, halle el $\text{MCD}(A, B, C)$.

RECORDEMOS


$$\text{MCD}(A, B) = p$$

$$\text{MCD}(B, C) = q$$

$$\text{MCD}(A, B, C) = \text{MCD}(p, q)$$

$$\text{MCD}(A, B) = 16$$

$$\text{MCD}(B, C) = 32$$


$$\text{MCD}(A, B, C) = \text{MCD}(16, 32)$$

$$\therefore \text{MCD}(A, B, C) = 16$$

Respuesta **$\therefore 16$** 



Patty a comprado tres cuerdas de 40 m, 72 m y 96 m para elaborar sus manualidades y debe cortarlas en partes iguales más pequeñas sin que sobre cuerda. ¿Cual es la menor cantidad de partes que logra obtener Patty?

RECORDEMOS

Por descomposición simultánea

El MCD de 56; 140 y 168 es

Ejm	56	-	140	-	168		2
	28	-	70	-	84		2
	14	-	35	-	42		7
	2	-	5	-	6		

$$\text{MCD}(56, 140, 168) = 2^2 \times 7 = 28$$

$$\text{MCD}(A; B) = 2 \times 2 \times 2$$

$$\text{MCD}(A; B) = 8$$

Máxima longitud de cada parte

40	-	72	-	96		2
20	-	36	-	48		2
10	-	18	-	24		2
5	-	9	-	12		

cantidad de partes

$$\diamond 5 + 9 + 12 = 26 \text{ partes}$$

Respuesta **$\therefore 26$ partes**



Al preguntar Alejandro a Sergio por su edad, este le contesta: "Tengo tantos años como la mayor cantidad entre la cual se puede dividir 72 y 96 de manera exacta".

¿ Que edad tendrá Sergio dentro de 7 años?

RECORDEMOS

La mayor cantidad entre la cual se puede dividir 72 y 96 de manera exacta es igual al **MCD de 72 y 96**

Resolución

72 - 96	6
12 - 16	2
6 - 8	2
3 - 4	

PESI

$$\text{MCD}(A; B) = 6 \times 2 \times 2$$

$$\text{MCD}(A; B) = 24$$

Sergio tiene 24 años

Respuesta \therefore Sergio tendrá $24 + 7 = 31$ años

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



Calcule la suma de las cifras del MCD de P y Q si

$$P = 2^2 \times 3^3 \times 5^3$$

$$Q = 3^4 \times 2^5 \times 7^2$$

Problema 07



Si se sabe que $\text{MCD}(5k^2, 25k^2) = 125$, calcule $(k + 2)^2$.

Problema 08



Si el $\text{MCD}(A, B) = 18$ y el $\text{MCD}(B, C) = 36$, halle el $\text{MCD}(A, B, C)$.

Problema 09



Àlex tiene un negocio de materiales para la elaboración de maquetas por lo cual debe cortar dos listones de madera en trozos de igual longitud y lo más largo posible sin que sobre material. Si los listones miden 140 cm y 98 cm. ¿Cuántos trozos obtendrá?

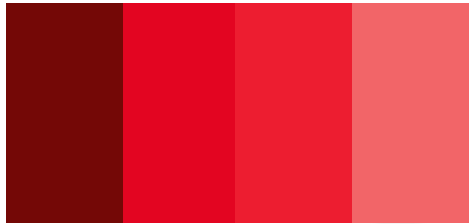
Problema 10



En el colegio se reúnen 3 grupos, el de guitarra cada 6 días, el de teatro cada 8 días y el de danza cada 5 días. Si cierto día coincidieron los tres grupos. ¿Después de cuántos días volverán a coincidir nuevamente?



FORMATO



PALETA DE COLORES.

FUENTE DE TEXTO ES

ARIAL