# ARITHMETIC

## Chapter 13 - sesión II

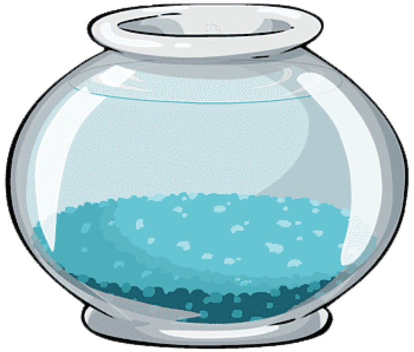
**1th**
**SECONDARY**

## DIVISIBILIDAD

SACO OLIVEROS

# HELICOMOTIVACIÓN

## ¿ES DIVISIBLE EL NÚMERO DE PECES ENTRE EL NÚMERO DE PECERAS?



¿Cuál es tu respuesta?

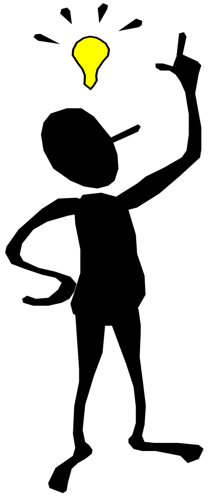
HELICO THEORY

# TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

***En general:***

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 0 & k \end{array}$$

**Donde:** $A = B \times k$



$A \in \mathbb{Z};\ B \in \mathbb{Z}^+;\ k \in \mathbb{Z}$

MÓDULO

***Notación:***

$$A = \overset{\circ}{B} = \overset{\circ}{\overline{B}} = Bk$$

*"A es múltiplo de B"*

**"A es divisible entre B"**

*"B es divisor de A"*

**"B es factor de A"**

# HELICO PRACTICE

## 5 NÚMEROS NO DIVISIBLES

**POR DEFECTO**

$$\begin{array}{r|l} 123 & 12 \\ \cline{2-2} \underline{120} & 10 \\ 3 & \end{array}$$

$$123 = 12\underbrace{(10) + 3}$$

$$123 = \dot{12} + 3$$

$$r + r_e = d$$

**POR EXCESO**

$$\begin{array}{r|l} 123 & 12 \\ \cline{2-2} \underline{132} & 11 \\ 9 & \end{array}$$

$$123 = 12\underbrace{(11) - 9}$$

$$123 = \dot{12} - 9$$

$$3 + 9 = 12$$

| | |
|---|---|
| $84 = \dot{9} + 3$ | $= \dot{9} - 6$ |
| $67 = \dot{8} + 3$ | $= \dot{8} - 5$ |
| $77 = \dot{5} + 2$ | $= \dot{5} - 3$ |
| $27 = \dot{7} + 6$ | $= \dot{7} - 1$ |
| $47 = \dot{4} + 3$ | $= \dot{4} - 1$ |

# OPERACIONES CON MÚLTIPLOS DEL MISMO MÓDULO

Adición: *Ejemplo*

$$\underbrace{14}_{\overset{\circ}{7}}+\underbrace{28}_{\overset{\circ}{7}}=\underbrace{42}_{\overset{\circ}{7}}$$

Generalizamos: $\boxed{\overset{\circ}{n}+\overset{\circ}{n}=\overset{\circ}{n}}$

Sustracción: *Ejemplo*

$$\underbrace{72}_{\overset{\circ}{9}}-\underbrace{45}_{\overset{\circ}{9}}=\underbrace{27}_{\overset{\circ}{9}}$$

Generalizamos: $\boxed{\overset{\circ}{n}-\overset{\circ}{n}=\overset{\circ}{n}}$

Multiplicación: *Ejemplo*

$$\underbrace{15}_{\overset{\circ}{5}}\times 3=\underbrace{45}_{\overset{\circ}{5}}$$

$$\boxed{\overset{\circ}{n}\times k=\overset{\circ}{n}}$$

Donde: $k\in\mathbb{Z}$

Potenciación: *Ejemplo*

$$3^4=81$$

$$(\overset{\circ}{3})^4=\overset{\circ}{3}$$

Generalizamos: $\boxed{(\overset{\circ}{n})^k=\overset{\circ}{n}}$; $k\in\mathbb{Z}^+$

# SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE VARIOS MÓDULOS:

**Ejemplo:** Si A=$\dot{8}$ y A= $\dot{6}$

$$A = \overset{\circ}{\overline{MCM(6;\,8)}}$$

$$A = \overset{\circ}{24}$$

A

**Ejemplo:** Si A=$\dot{7}$ + 2 y A= $\dot{5}$ +2

$$R = \overset{\circ}{\overline{MCM(5;\,7)}}+2$$

$$R = \overset{\circ}{35}+2$$

B

Generalizamos

$$\left.\begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} \\ N = \overset{\circ}{b} \\ N = \overset{\circ}{c} \end{array}\right\} N = \overset{\circ}{\overline{MCM(a,\,b,\,c)}}$$

Generalizamos

$$\left.\begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a}\pm r \\ N = \overset{\circ}{b}\pm r \\ N = \overset{\circ}{c}\pm r \end{array}\right\} N = \overset{\circ}{\overline{MCM(a,\,b,\,c)}}\pm r$$

**Ejemplo:**

$$F = (\overset{o}{7}+1)(\overset{o}{7}+3)(\overset{o}{7}+2)$$

$$F = \overset{o}{7}+1\times3\times2$$

$$F = \overset{o}{7}+6$$

C

En conclusión

$$(\overset{o}{n}+a)(\overset{o}{n}+b)(\overset{o}{n}+c)\ldots(\overset{o}{n}+m) = \overset{o}{n}+a\cdot b\cdot c\cdot\ldots\cdot m$$

**Ejemplo:**

$$(\overset{o}{5}+3)^3 = (\overset{o}{5}+3)(\overset{o}{5}+3)(\overset{o}{5}+3) = \overset{o}{5}+3^3 = \overset{o}{5}+2$$

$$(\overset{o}{9}+2)^2 = (\overset{o}{9}+2)(\overset{o}{9}+2) = \overset{o}{9}+2^2 = \overset{o}{9}+4$$

D

En conclusión

$$(\overset{o}{n}+r)^k = \overset{o}{n}+r^k;\ k\in\mathbb{Z}^+$$

**Ejemplo:**

$$(\overset{o}{7}-1)^4 = \overset{o}{7}+1^4 = \overset{o}{7}+1$$

$$(\overset{o}{7}-1)^3 = \overset{o}{7}-1^3 = \overset{o}{7}-1$$

E

En conclusión

$$(\overset{o}{n}-r)^k = \begin{cases} \overset{o}{n}+r^k;\ k\text{: par} \\ \overset{o}{n}-r^k;\ k\text{: impar} \end{cases}$$

# HELICO PRACTICE

**1** **Simplifique según los principios operativos:**

$$E=(\overset{\circ}{6}-4)(\overset{\circ}{6}+3)^2(\overset{\circ}{6}+1)^{20}(\overset{\circ}{6}-2)$$

***Resolución***

$$E=(\overset{\circ}{6}-4)(\overset{\circ}{6}+3)^2(\overset{\circ}{6}+1)^{20}(\overset{\circ}{6}-2)$$

$$E=(\overset{\circ}{6}-4)(\overset{\circ}{6}+9)(\overset{\circ}{6}+1)(\overset{\circ}{6}-2)$$

$$E=(\overset{\circ}{6}+2)(\overset{\circ}{6}+3)(\overset{\circ}{6}+1)(\overset{\circ}{6}+4)$$

$$E=(\overset{\circ}{6}+2\times3\times1\times4)$$

$$E=\overset{\circ}{6}+\underbrace{24}_{\overset{\circ}{6}}$$

$$E=\overset{\circ}{6}$$

* $(\overset{\circ}{6}+3)^2=(\overset{\circ}{6}+9)$

$(\overset{\circ}{6}+1)^{20}=(\overset{\circ}{6}+1)$

$(\overset{\circ}{6}-4)=(\overset{\circ}{6}+2)$

$(\overset{\circ}{6}-2)=(\overset{\circ}{6}+4)$

En conclusión

$$(\overset{\circ}{n}+a)(\overset{\circ}{n}+b)(\overset{\circ}{n}+c)\ldots(\overset{\circ}{n}+m)=\overset{\circ}{n}+a\cdot b\cdot c\cdot\ldots\cdot m$$

**RPTA:** $\overset{\circ}{6}$

**2** Determine el resíduo que se obtiene al dividir N entre 10.

$$N= (108)(97)+52(71)$$

## Resolución

$$N=(\overset{\circ}{10}+8)(\overset{\circ}{10}+7)+(\overset{\circ}{10}+2)(\overset{\circ}{10}+1)$$

* $108=(\overset{\circ}{10}+8)$

$97=(\overset{\circ}{10}+7)$

$52=(\overset{\circ}{10}+2)$

$71=(\overset{\circ}{10}+1)$

$$N=(\overset{\circ}{10}+56)+(\overset{\circ}{10}+2)$$

$$N=\overset{\circ}{10}+58$$

$$N=\overset{\circ}{10}+50+8$$

$$N=\overset{\circ}{10}+8$$

En conclusión

$$(\overset{\circ}{n}+a)(\overset{\circ}{n}+b)(\overset{\circ}{n}+c)\ldots(\overset{\circ}{n}+m)=\overset{\circ}{n}+a\cdot b\cdot c\cdot\ldots\cdot m$$

**RPTA: 8**

3

Si $(\overset{\circ}{5} + 2)(\overset{\circ}{5} + 3) = \overset{\circ}{5} + x$

Halle el valor de $x^2$.

## Resolución

$$(\overset{\circ}{5}+2)(\overset{\circ}{5}+3)=\overset{\circ}{5}+x$$

$$(\overset{\circ}{5}+2\times 3)=\overset{\circ}{5}+x$$

$$(\overset{\circ}{5}+6)=\overset{\circ}{5}+x$$

$$(\overset{\circ}{5}+5+1)=\overset{\circ}{5}+x$$

$x=1$

En conclusión

$$(\overset{\circ}{n}+a)(\overset{\circ}{n}+b)(\overset{\circ}{n}+c)\ldots(\overset{\circ}{n}+m)=\overset{\circ}{n}+a\cdot b\cdot c\cdot\ldots\cdot m$$

$\therefore\ x^2=1^2=$

RPTA: 1

4 Determine el residuo que se obtiene al dividir G entre 9.

$$G = 19^{2017}$$

## *Resolución*

* $19 = (\overset{\circ}{9} + 1)$

En conclusión

$$\left(\overset{\circ}{n} + r\right)^k = \overset{\circ}{n} + r^k;\ k \in \mathbb{Z}^+$$

$$G = 19^{2017}$$

$$G = (\overset{\circ}{9} + 1)^{2017}$$

$$G = \overset{\circ}{9} + 1^{2017}$$

$$G = \overset{\circ}{9} + 1$$

RPTA: 1

5

**Determine el residuo que se obtiene al dividir P entre 7.**

$$P = (7777772)^5$$

## *Resolución*

$$P = (7777772)^5$$

$$G = (\overset{\circ}{7} + 2)^5$$

$$G = \overset{\circ}{7} + 2^5$$

$$G = \overset{\circ}{7} + 32$$

$$G = \overset{\circ}{7} + 4$$

| RPTA: | 4 |
|---|---|

En conclusión

$$\left(\overset{\circ}{n} + r\right)^k = \overset{\circ}{n} + r^k;\ k \in \mathbb{Z}^+$$

# HELICO PRACTICE

6

Carlos tiene cierta cantidad de caramelos; si los cuenta de 2 en 2, de 3 en 3 y de 5 en 5, en cada caso no le sobra caramelos. Determine la cantidad de caramelos que tiene el Carlos si es la menor posible.

## *Resolución*

$$N = \overset{\circ}{2}$$

$$N = \overset{\circ}{3}$$

$$N = \overset{\circ}{5}$$

$$N = \overset{\circ}{\text{MCM}(2,3,5)}$$

$$N = \overset{\circ}{30}$$

30

60

90

⋮

Generalizamos

$$\left.\begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} \\ N = \overset{\circ}{b} \\ N = \overset{\circ}{c} \end{array}\right\} N = \overset{\circ}{\overline{\text{MCM}(a,\ b,\ c)}}$$

**RPTA: 30**

# HELICO PRACTICE

7

En una inspección al aula de 1.er año para revisar el cumplimiento del uso del uniforme completo por parte de los alumnos varones de la sección, la tutora Cynthia observó que la mitad de los alumnos cumplió el día lunes; la quinta parte lo hizo el martes; y el miércoles, solo la tercera parte. Si ningún alumno varón faltó alguno de los días de inspección, ¿cuántas alumnas tiene dicha sección de 42 alumnos en total?

***Resolución***

$$\mathbf{H} = \overset{\circ}{2}$$

$$\mathbf{H} = \overset{\circ}{3}$$

$$\mathbf{H} = \overset{\circ}{5}$$

$$\boldsymbol{H} = MCM\overset{\circ}{(2,3,5)}$$

$$\mathbf{H} = \overset{\circ}{30}$$

30

60

90

⋮

**H <42**

$$\mathbf{M} = 12$$

| RPTA: | 12 |
|---|---|