



ALGEBRA

Chapter 16

5th OF
SECONDARY

FUNCIONES I



 **SACO OLIVEROS**



APLICACIONES

EL SUELDO DE UNA PERSONA DEPENDE DE LA CANTIDAD DE HORAS QUE LA PERSONA TRABAJE.

EL PAGO DE MENSUALIDAD DE LUZ DEPENDE DEL CONSUMO QUE REALICE EL CONSUMIDOR.



F U N C I O N E S I

I) PAR ORDENADO

Es un conjunto de los elementos a y b con un orden determinado, que se simboliza de la siguiente forma: $(a;b)$.

Donde: a : Primera Componente
 b : Segunda Componente

Observación:

$$1) (a;b) \neq (b;a)$$

$$2) (a;b) = (c;d) \Rightarrow a=c \text{ y } b=d$$

II) PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos A y B no vacíos, se define el producto cartesiano como:

$$A \times B = \{ (a;b) \in A \times B \mid a \in A \text{ y } b \in B \}$$

EJEMPLO: Sea $A=\{2;5\}$ y $B=\{3;4;6\}$

$$\Rightarrow A \times B = \{ (2;3), (2;4), (2;6), (5;3), (5;4), (5;6) \}$$

Observación:

- 1) $A \times B \neq B \times A$
- 2) $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$
- 3) $A^2 = A \times A$

III) RELACION BINARIA

Dados los conjuntos A y B no vacíos se denomina relación R de A en B a todo **subconjunto** del producto cartesiano $A \times B$ ($R \subset A \times B$), es decir
 $R = \{ (x, y) \in A \times B \mid P(x, y) \}$ donde $P(x; y)$ es la regla de correspondencia

EJEMPLO:

Sean $A=\{2;5\}$ y $B=\{3;4;6\}$

Hallar R

Si $R=\{ (x;y) \in A \times B \mid x+y > 8 \}$

$$\Rightarrow R = \{ (5;4), (5;6) \}$$



IV) DOMINIO Y RANGO DE UNA RELACIÓN

Dominio: Es el conjunto de las primeras componentes de los pares ordenado.

Rango: Es el conjunto de las segundas componentes de los pares ordenado.

Sea la relación

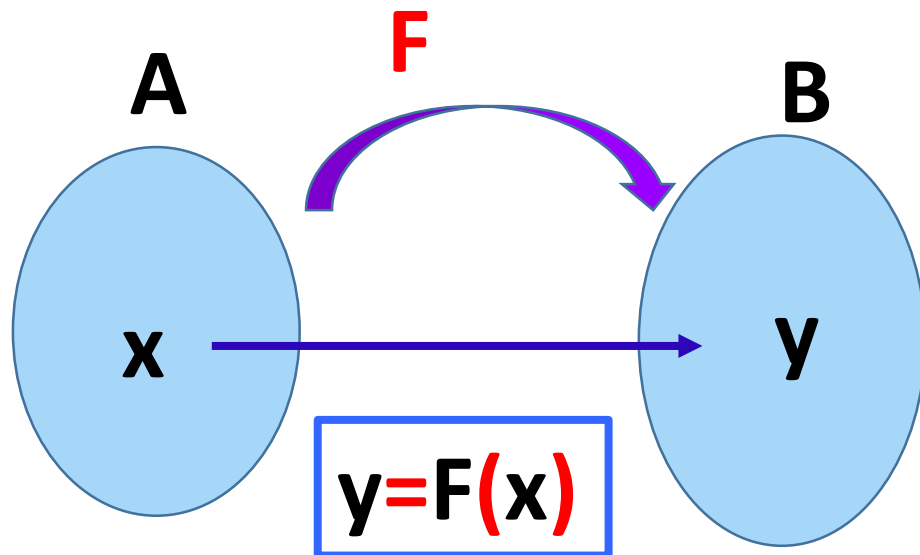
$$R = \{ (1;4), (8;7), (3;4), (5;2), (8;9) \}$$

$$\Rightarrow \text{Dom}(R) = \{ 1;3;5;8 \}$$

$$\Rightarrow \text{Ran}(R) = \{ 2;4;7;9 \}$$

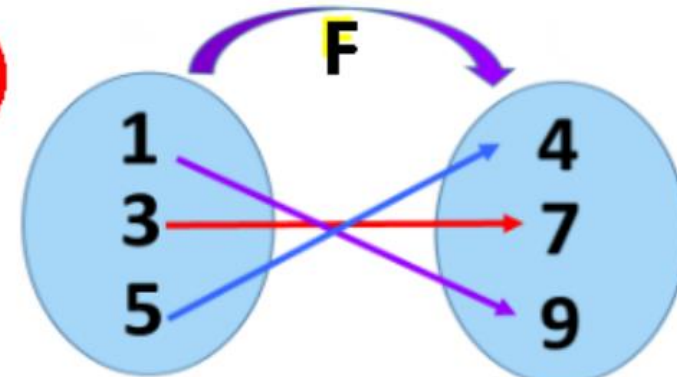
V) FUNCIONES

Dados dos conjuntos A y B no vacíos, una función F es aquella correspondencia de $F : A \rightarrow B$ tal que para algún elemento $x \in A$ le corresponde a lo más, un elemento $y \in B$.



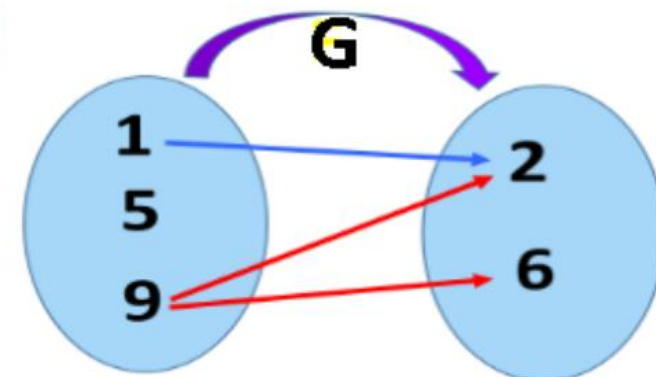
¿F, G SON FUNCIONES?

1)



Es Función

2)



No es Función

TEOREMA

Siendo F un conjunto de pares ordenados; subconjunto de un determinado $A \times B$ donde \exists dos pares (a, b) y (a, c) que le pertenecen. Este conjunto F será función solamente si aquellos pares son iguales; esto es

$$F \text{ es función} \Leftrightarrow b = c$$

Ejemplo:

Calcular a y b para que el conjunto de pares ordenados sea una función:

$$F = \{(\underline{2; a - 3}), (\underline{3; b - 1}), (5; 12), (\underline{2; 7}), (\underline{3; 9 - b})\}$$

$$a - 3 = 7$$

$$a = 10$$

$$b - 1 = 9 - b$$

$$b = 5$$

Evaluación de una función

$$(x; y) \in F / y = F(x)$$



Ejemplo:

Dada la función

$$F = \{(1; 5), (2; 8), (3; 10), (4; 12)\}$$

Calcular $F(1) + F(2) - F(4)$

Resolución:

$$F(1) = 5 \quad F(2) = 8 \quad F(4) = 12$$

$$F(1) + F(2) - F(4) = 5 + 8 - 12 = 1$$

HELICO PRACTICE



PROBLEMA 1 Si el conjunto de pares ordenados:

$$F = \{(8; a), (a + 2; 2b), (1; 9), (8; 6 - a), (5; b + 7)\}$$

representa una función, calcule la suma de los elementos del rango.

Resolución

Como F es función:

$$(8; a) = (8; 6 - a)$$

$$\Rightarrow a = 6 - a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 3}$$

reemplazamos

$$F = \{(8; 3), (5; 2b), (1; 9), (5; b+7)\}$$

F es función

$$(5; 2b) = (5; b + 7)$$

$$\Rightarrow 2b = b + 7$$

$$\Rightarrow \boxed{b = 7}$$

Luego el rango es:

$$\text{Ran}(F) = \{3; 14; 9\}$$

Rpta:

$$\Sigma = 3 + 14 + 9 = 26$$

**PROBLEMA 2**Sea la función de \mathbb{R} en \mathbb{R}

$$f = \{(2; 1), (4; 1), (b; 2), (4; b^2 - 3)\}$$

Determine el valor de $f(2)+f(4)+b$ **Resolución**Como f es función

$$(4; 1) = (4; b^2 - 3)$$

$$\Rightarrow 1 = b^2 - 3$$

$$4 = b^2$$

$$b = 2 \vee b = -2$$

(no cumple)

Reemplazamos:

$$f = \{(2; 1), (4; 1), (-2; 2)\}$$

calculamos

$$f(2) = 1 ; f(4) = 1$$

$$\Rightarrow f(2)+f(4)+b = 1+1-2$$

$$\text{Rpta: } 0$$

PROBLEMA 3 Halle el dominio de la función

$$F(x) = \sqrt{x - 3} + \sqrt{7 - x}$$

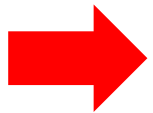
Resolución

$$x - 3 \geq 0 \quad \wedge \quad 7 - x \geq 0$$

$$x \geq 3$$

 \wedge

$$7 \geq x$$



$$3 \leq x \leq 7$$

Rpta: $Dom(F) = [3; 7]$

PROBLEMA 4 Halle el rango de la función

$$f(x) = 5 - 3x; \quad x \in]-1; 4]$$

Resolución

$$\begin{array}{lcl}
 & & -1 < x \leq 4 \\
 \times (-3) & \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right. & 3 > -3x \geq -12 \\
 +5 & \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right. & 8 > \underbrace{5 - 3x}_{f(x)} \geq -7
 \end{array}$$

Rpta: $\text{Ran}(F) = [-7; 8 >$

PROBLEMA 5 Halle el rango de la función:

$$f(x) = \frac{2x+5}{x+1}$$

si el Dom (f) = $\langle 3; 5 \rangle$

Resolución

$$f(x) = \frac{2x+2+3}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{2(x+1)+3}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{2(x+1)}{x+1} + \frac{3}{x+1}$$

$$f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$$

$$\begin{array}{l}
 3 < x < 5 \\
 \xrightarrow{+1} 4 < x+1 < 6 \\
 \xrightarrow{\times 3} \frac{1}{6} < \frac{1}{x+1} < \frac{1}{4} \\
 \xrightarrow{+2} \frac{5}{2} < 2 + \frac{1}{x+1} < \frac{11}{4} \\
 \quad \quad \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{f(x)}
 \end{array}$$

Rpta:

$$Ran f = \left\langle \frac{5}{2}; \frac{11}{4} \right\rangle$$

PROBLEMA 6

El pago mensual de un obrero es $8T$, soles donde T coincide con el producto de valores enteros positivos de calcular el dominio de la

función:

$$g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x - 15}{1 - x}}$$

¿Cuánto es lo que percibe mensualmente dicho obrero?

Resolución

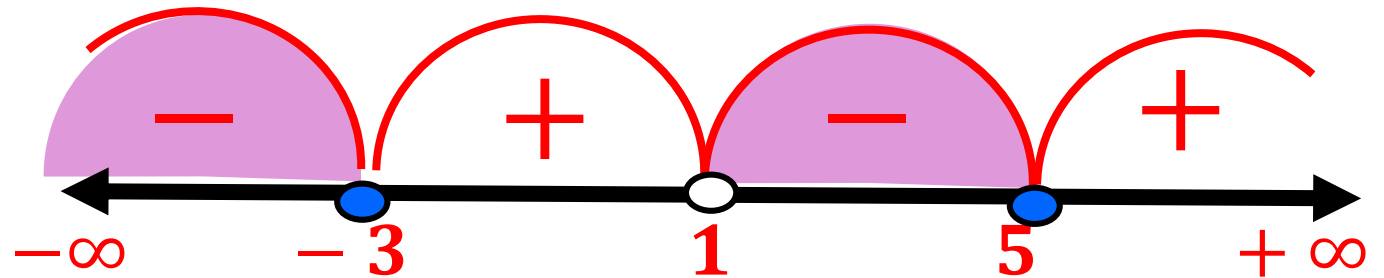
$$\left(\frac{x^2 - 2x - 24}{2 - x} \geq 0 \right) \text{ por } -1$$

$$\frac{x^2 - 2x - 15}{x - 1} \leq 0$$

$$\frac{(x - 5)(x + 3)}{x - 1} \leq 0$$

Puntos críticos:

$$\left. \begin{array}{l} x = 5 \\ x = -3 \\ x = 1 \end{array} \right\}$$



$$Dom(g) = \langle -\infty; -3] \cup \langle 1; 5]$$

➡ **Valores enteros positivos** = $\{2; 3; 4; 5\}$

$$T = (2)(3)(4)(5) = 120$$

el obrero percibe $8T = s/960$

PROBLEMA 7

Francisco y Napoleón vive en un mismo pueblo de la selva, el cuadro representa las temperaturas (en grados Celsius) de su pueblo, registradas a las 12:00 horas de cada uno de los días de la primera semana de agosto, (mediante una función f que depende del número de día) f se expresa en la siguiente tabla adjunta:

Día	1	2	3	4	5	6	7
Temperatura (en °C)	a	30	b	$a+c$	35	32	$3c$


en donde se considera que 1 representa el día lunes, 2 el día martes, 3 el día miércoles y así sucesivamente. Pero Napoleón le dice a Francisco que las temperaturas de los días lunes, miércoles y domingo fueron $(3a - 48)^\circ\text{C}$, $(105 - 4b)^\circ\text{C}$ y $(c+18)^\circ\text{C}$ respectivamente, halle el promedio aritmético de las temperaturas registradas los días lunes, miércoles y jueves.

Resolución:

Lunes (día 1) $a = 3a - 48$
 $a = 24$

Miercoles (día 3) $b = 105 - 4b$
 $b = 21$

domingo (día 7) $3c = c + 18$
 $c = 9$

Jueves (día 4)  $a + c = 33$

Promedio $= \frac{24 + 21 + 33}{3}$

Promedio $= 26^\circ$