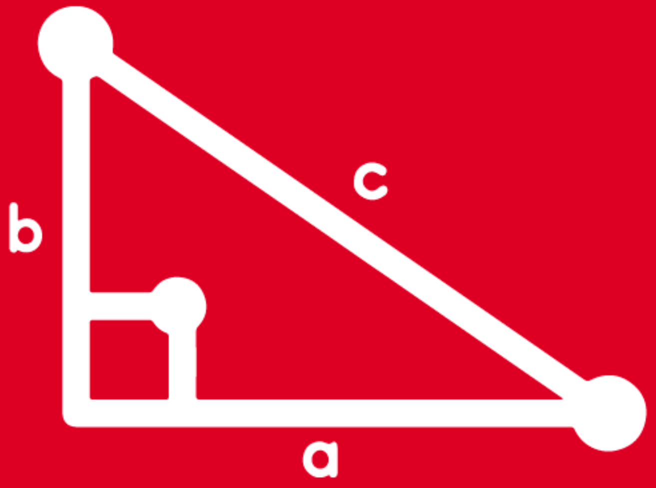
# TRIGONOMETRY

## Chapter 10

**5th**
**SECONDARY**

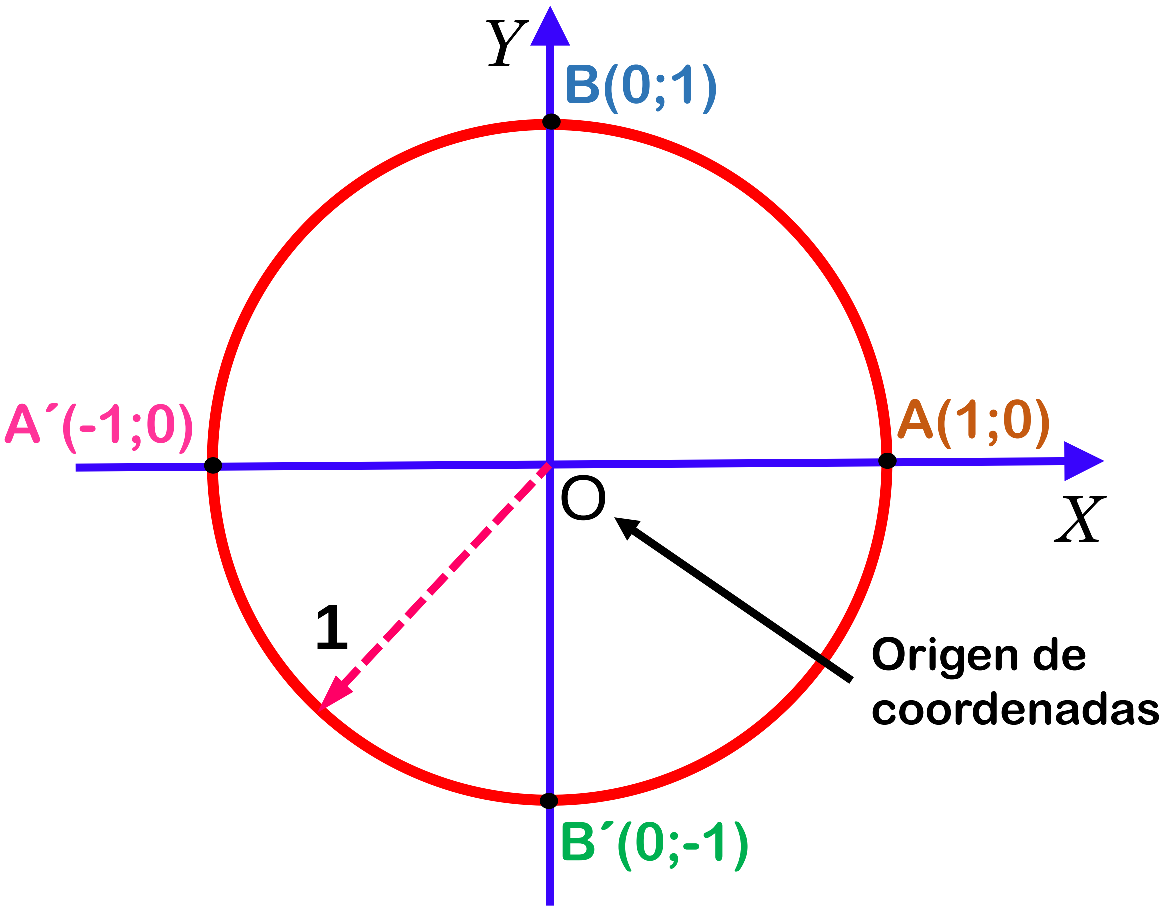



## Circunferencia Trigonométrica

SACO OLIVEROS

# CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

Es aquella circunferencia inscrita en el plano cartesiano con centro en el origen de coordenadas y radio igual a la unidad del sistema.

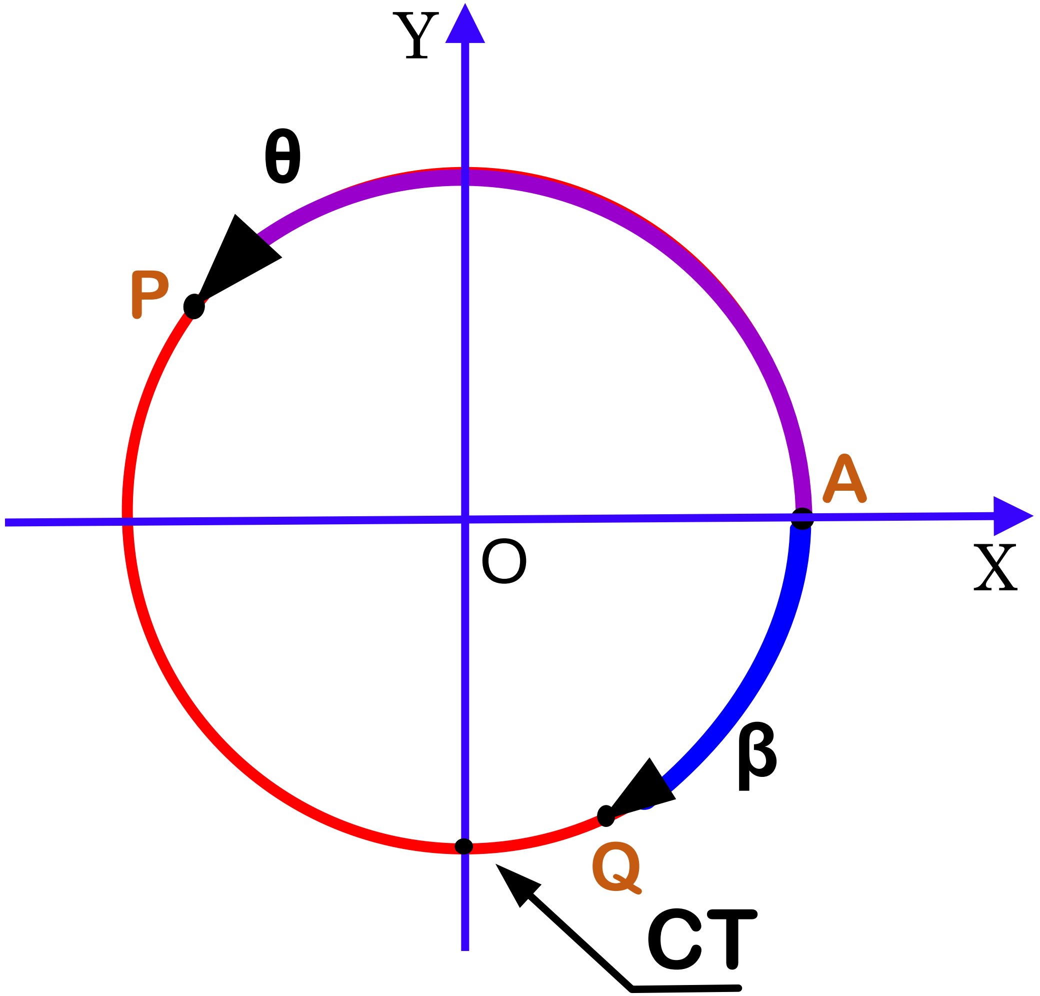



## ELEMENTOS DE LA CT:

- **A(1;0):** origen de arcos.
- **B(0;1):** origen de complementos.
- **A´(-1;0):** origen de suplementos.
- **B´(0;-1):** sin nombre especial.

**Ecuación de la CT :** $\boxed{x^2 + y^2 = 1}$

# UBICACIÓN DE ARCOS EN LA CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

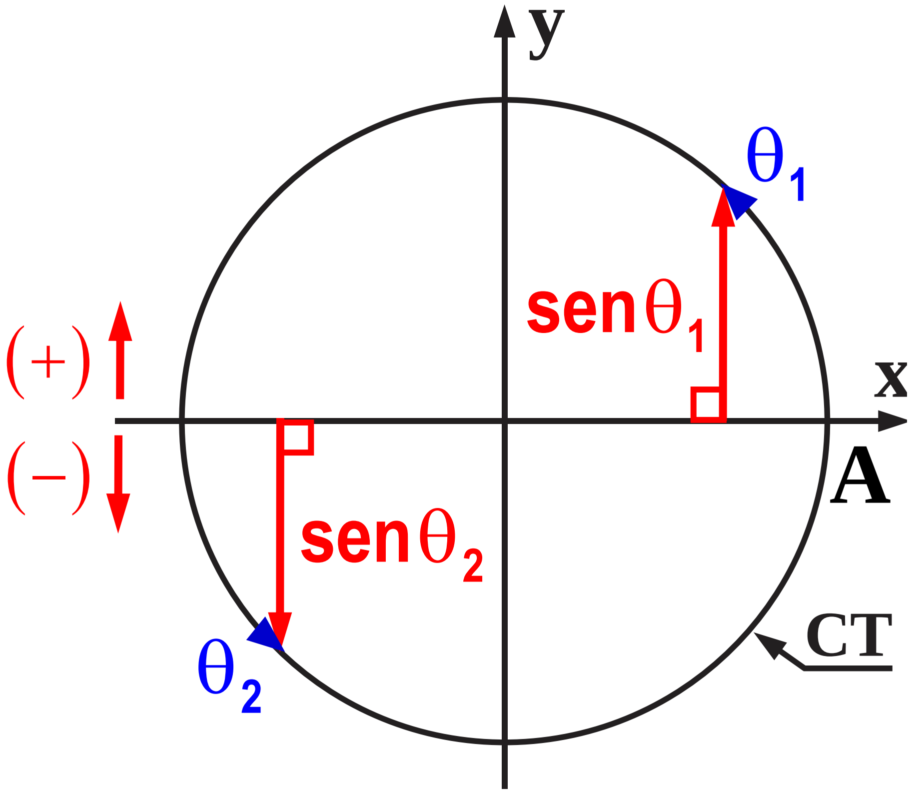



**DONDE:**

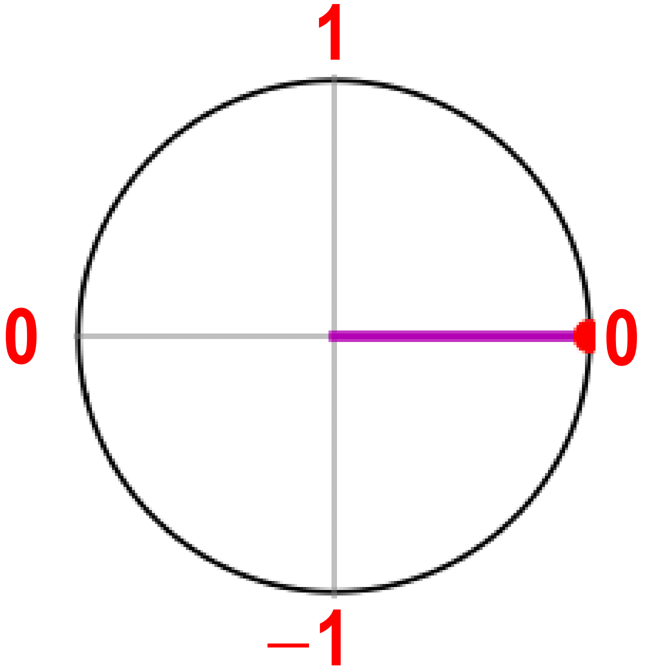
- **P** : extremo del arco **θ** en posición normal **(θ ∈ IIC)**.
- **Q:** extremo del arco **β** en posición normal **(β ∈ IVC)**.

# REPRESENTACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA CT

**1. El seno** de un arco es **la ordenada** de su extremo.

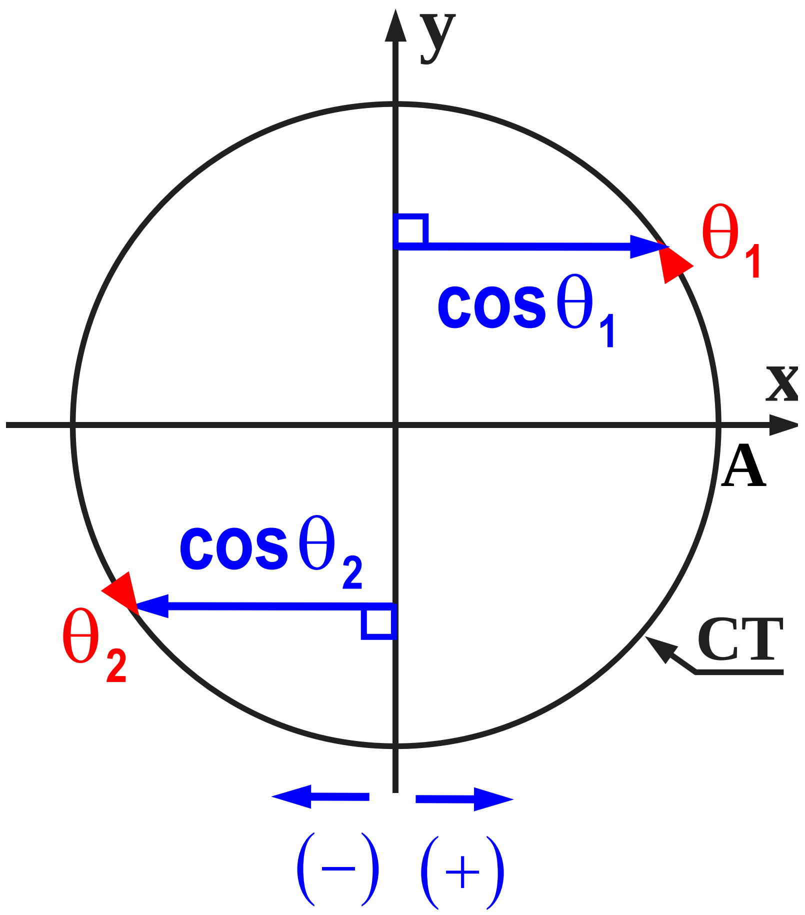



Se muestra la variación del seno en cada cuadrante.

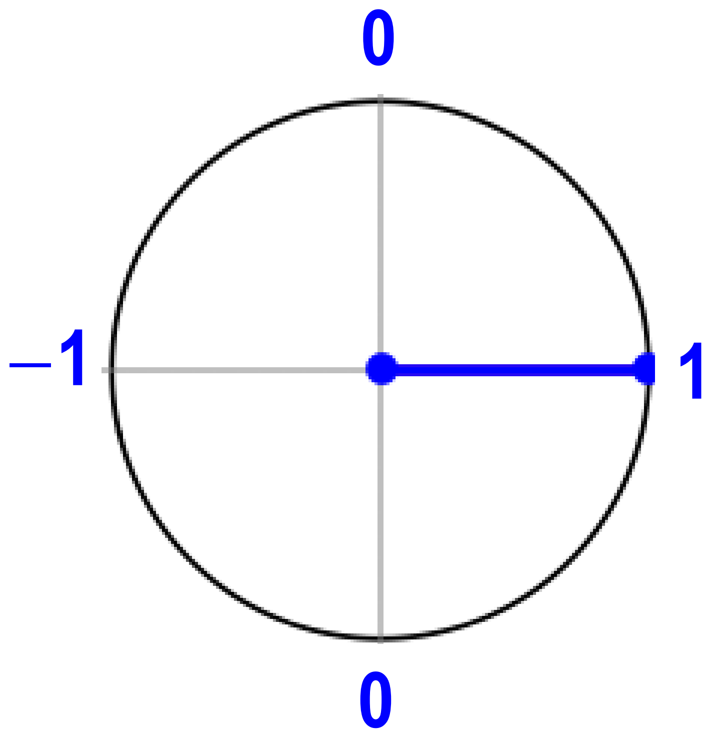



En general: $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \leq \text{sen}\theta \leq 1}$

**2. El coseno** de un arco es **la abscisa** de su extremo.



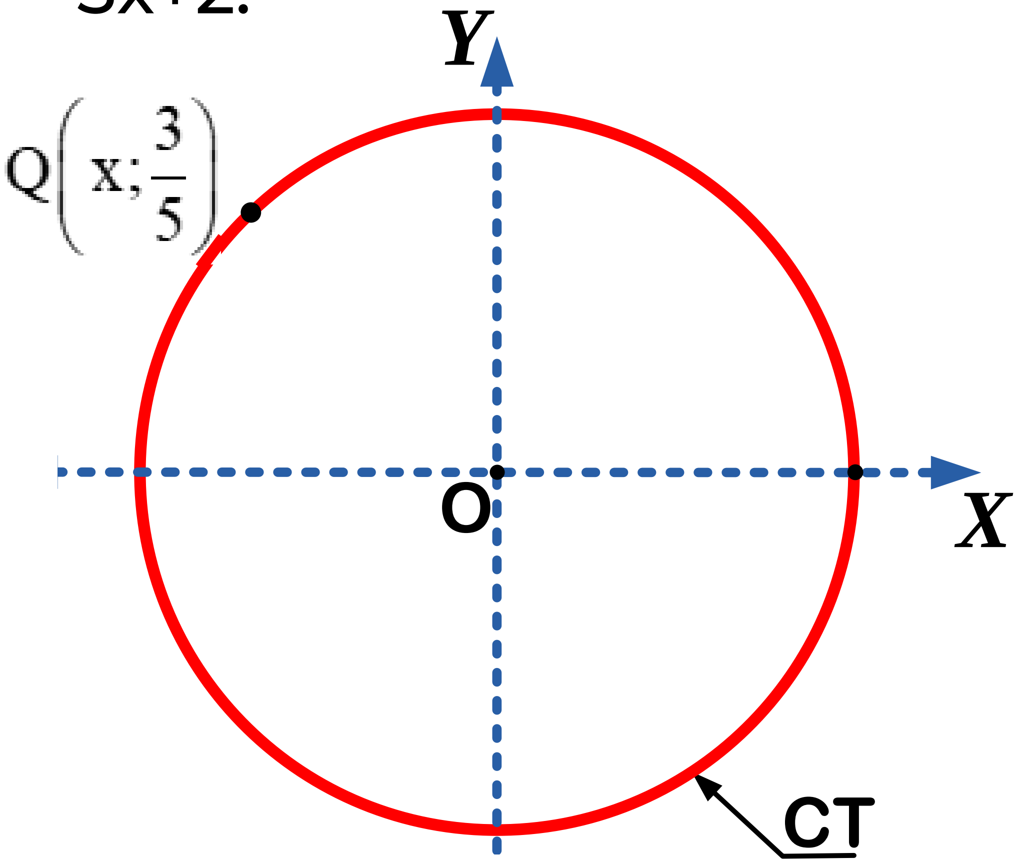

Se muestra la variación del coseno en cada cuadrante.




En general: $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \leq \cos\theta \leq 1}$

**1.** Del gráfico, calcule el valor de

$M = 5x+2.$




## RESOLUCIÓN

Como $Q(x;3/5) \in CT$

$$(x)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{25} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm\frac{4}{5}$$

Como $Q \in IIC \Rightarrow \boxed{x = -\frac{4}{5}}$

Calculamos: $M = 5x+2$

$$\Rightarrow M = 5\left(-\frac{4}{5}\right) + 2 \quad \therefore \boxed{M = -2}$$

**2.** Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

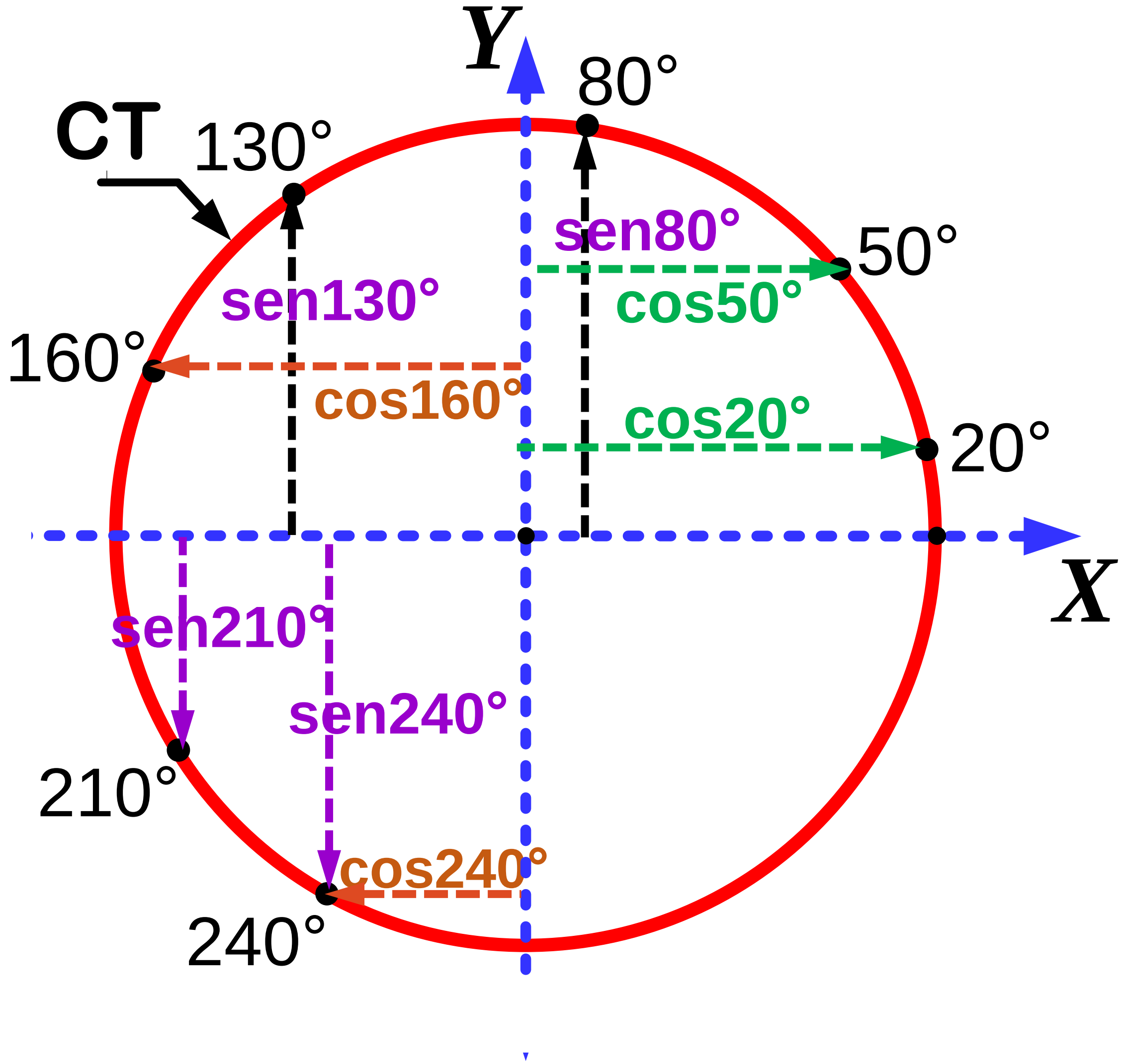
a. sen80º > sen130º (V)

b. sen210º > sen240º (V)

c. cos50º > cos20º (F)

d. cos160º > cos240º (F)

**RESOLUCIÓN**



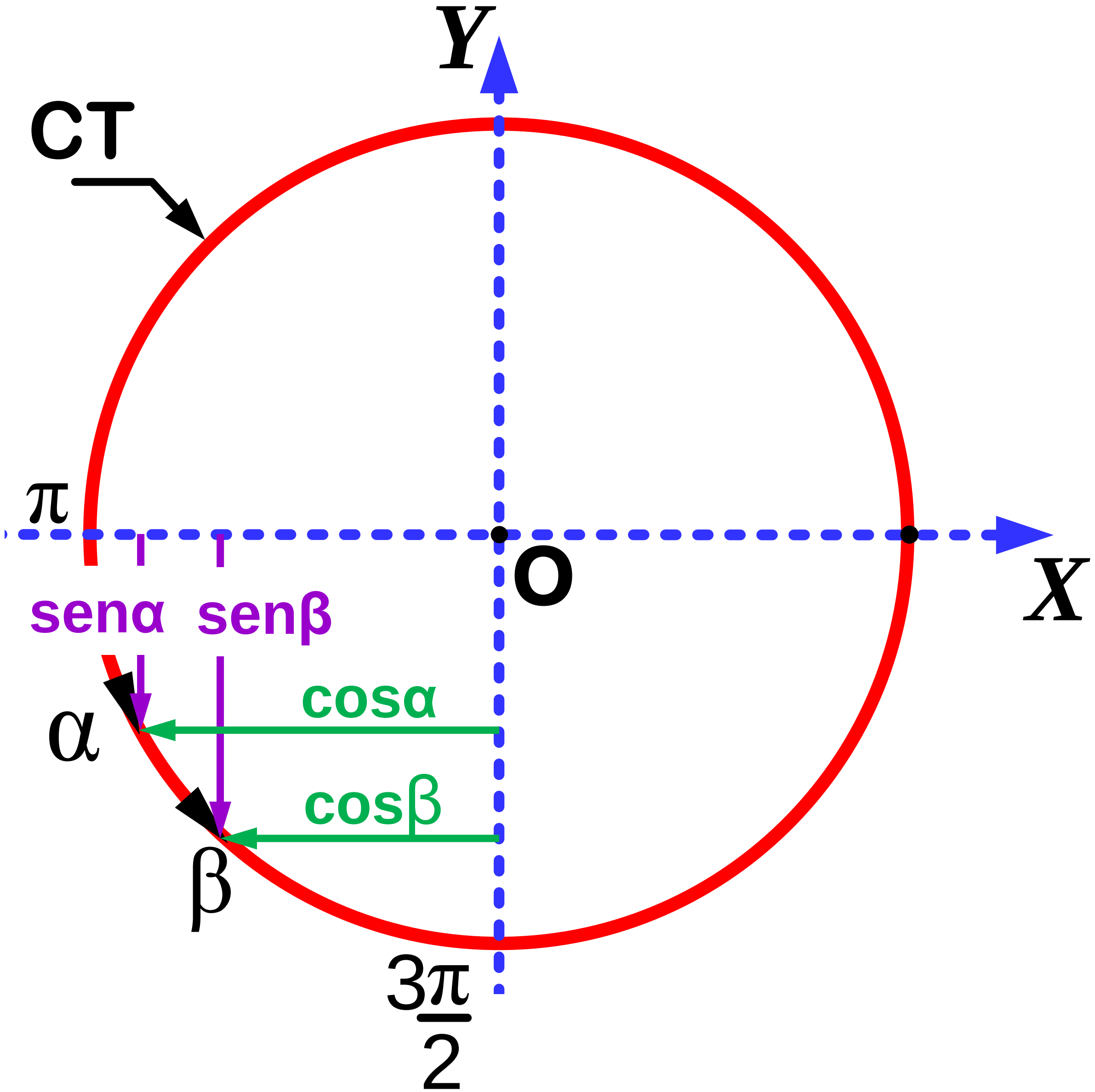
**3.** Siendo $\pi < \alpha < \beta < \dfrac{3\pi}{2}$, escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a. $\operatorname{sen}\alpha < \operatorname{sen}\beta$ ( **F** )

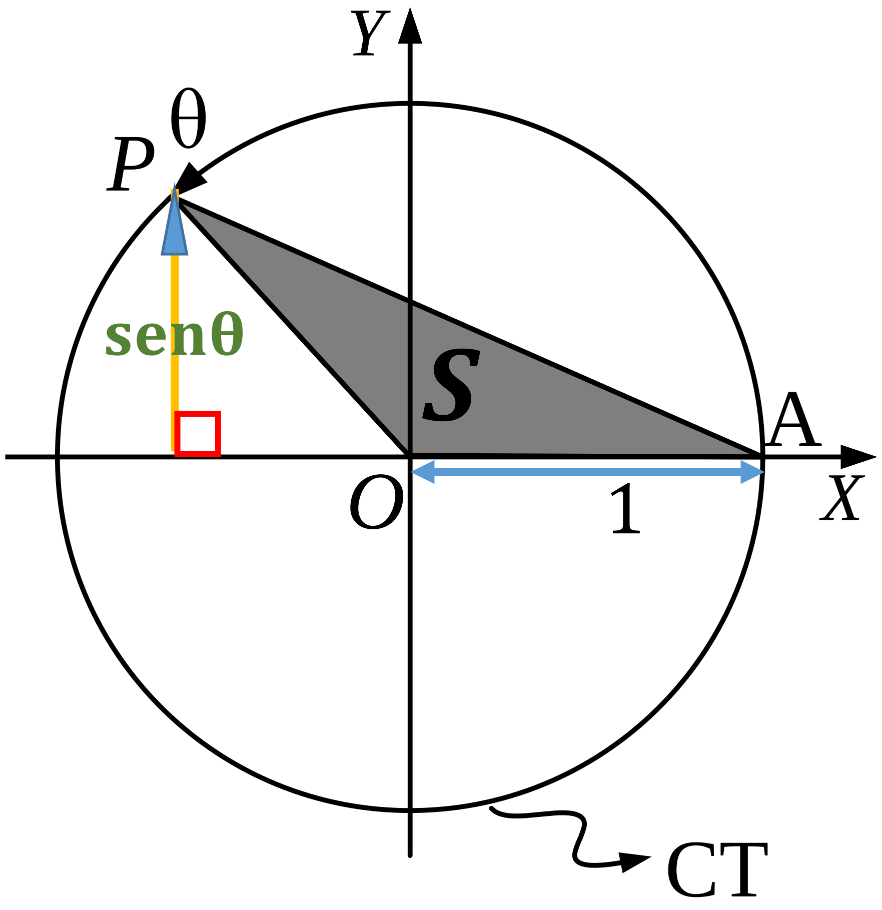
b. $\cos\alpha < \cos\beta$ ( **V** )

c. $\underbrace{|\operatorname{sen}\alpha|}_{+} < \underbrace{|\operatorname{sen}\beta|}_{+}$ ( **V** )

**RESOLUCIÓN**



**4.** De la circunferencia trigonométrica mostrada, determine el área de la región triangular sombreada AOP.




**RESOLUCIÓN**

Cálculo del área de una región triangular

$$S = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

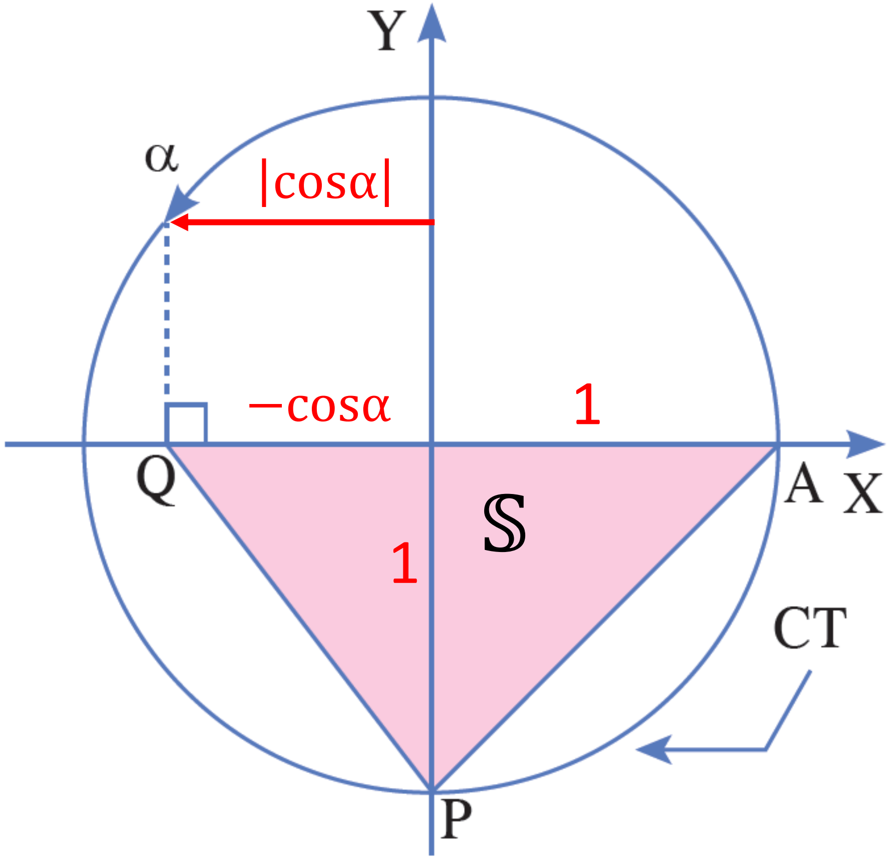
$Como\ \theta \in IIC$ ➡ $sen\theta\ es\ (+)$

*Calculamos el área S:*

$$S = \frac{1 * sen\theta}{2}$$

$$\therefore \boxed{S = \frac{sen\theta}{2} u^2}$$

**5.** En un taller de metal mecánica, se tiene una placa circular metálica de radio 1 m con el centro ubicado en el origen de coordenadas. Se realizan los cortes respectivos y se extrae un placa triangular APQ, tal como muestra la figura. ¿Puedes calcular el área de la placa triangular?




## RESOLUCIÓN

Sí $a$ es $(-)$ ➡ $|a| = -a$

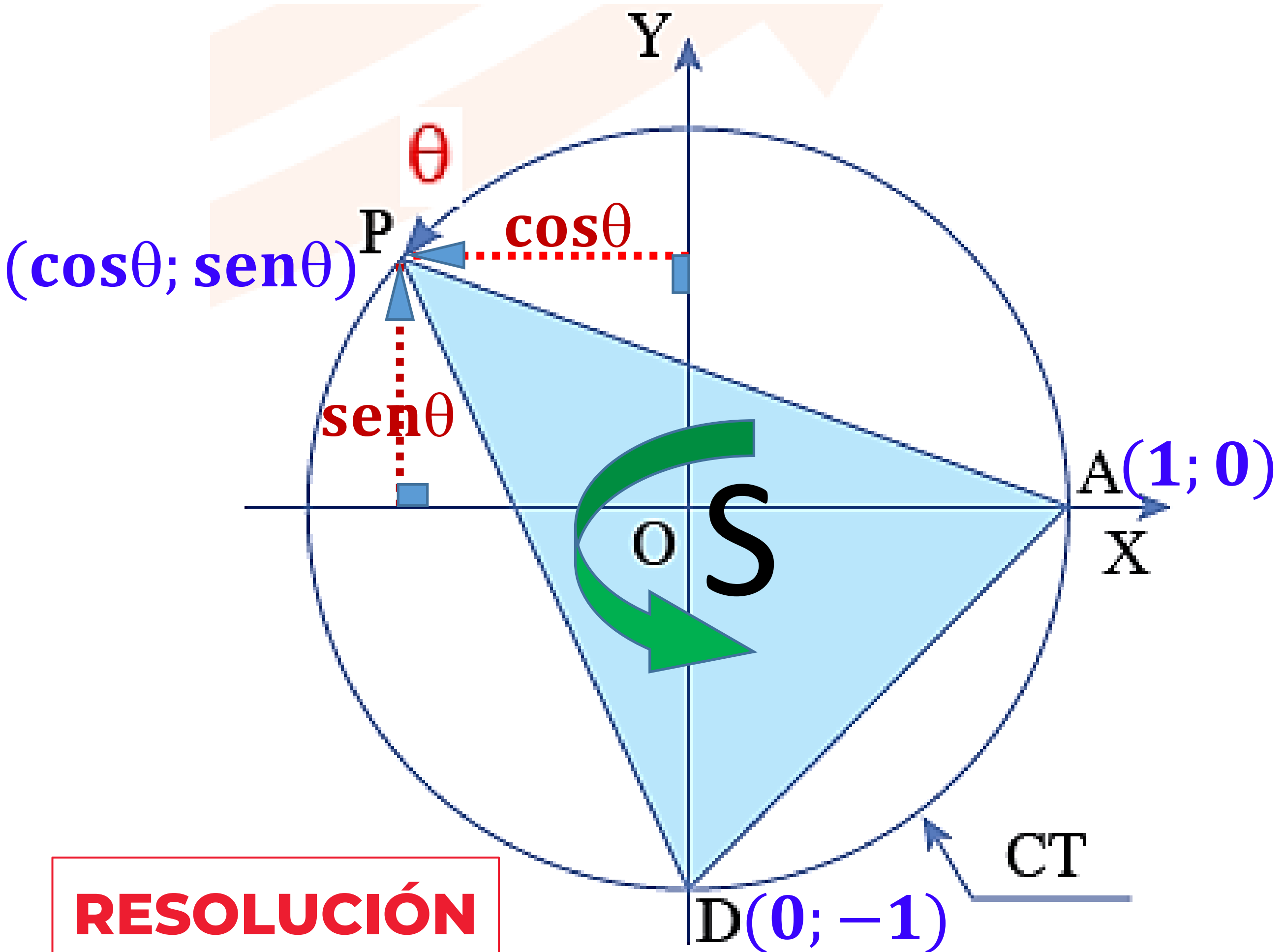
Sí $a$ es $(+)$ ➡ $|a| = a$

Como $\alpha \in$ IIC ➡ $\cos\alpha$ es $(-)$

Calculamos el área S: $S = \dfrac{(1 + \overbrace{|\cos\alpha|}^{-\cos\alpha}) * 1}{2}$

$\therefore$ $\boxed{S = \dfrac{1}{2}(1 - \cos\alpha)\ u^2}$

**6.** La figura muestra un triángulo APD inscrito en una CT; dicho triángulo es generado por el movimiento de una partícula, la cual partió en el punto A y llega al punto P; si $m\widehat{AP}=\theta$ exprese el área sombreada en función de $\theta$ .




**RESOLUCIÓN**

**Calculamos el área S:**

$$+\left\{\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \end{array}\right. \quad \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{array} \quad \left.\begin{array}{c} \operatorname{sen}\theta \\ -\cos\theta \\ 0 \end{array}\right\}+$$

$$\mathbf{I=-1} \qquad \boxed{S=\frac{D-I}{2}} \qquad \mathbf{D=sen\theta-cos\theta}$$

$$S=\frac{(sen\theta-cos\theta)-(-1)}{2}$$

$$\therefore \boxed{S=\frac{1+sen\theta-cos\theta}{2}u^2}$$

**7.** Efraín tiene un jardín en forma de rectángulo. Si las longitudes de sus lados, en metros, son A y B, determine el área de dicho jardín. Resuelva lo siguiente para obtener los valores de A y B. Si $\alpha \in$ □ y $\beta \in$ □

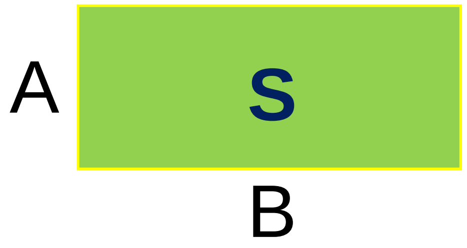
$$\cos\alpha = \frac{2a-4}{3} \quad \text{y} \quad \operatorname{sen}\beta = \frac{3-2b}{5}$$

donde

A = máximo valor que toma a.

B = máximo valor que toma b.

**RESOLUCIÓN**




$Como\ \alpha \in \mathbb{R}$:

$$\boxed{-1 \le cos\alpha \le 1}$$

$$-1 \le \frac{2a-4}{3} \le 1$$

$$-3 \le 2a-4 \le 3$$

$$1 \le 2a \le 7$$

$$\frac{1}{2} \le a \le \frac{7}{2}$$

$$A = a_{máximo} = \frac{7}{2}$$

Como $\beta \in \mathbb{R}$:

$$\boxed{-1 \leq sen\beta \leq 1}$$

$$-1 \leq \frac{3-2b}{5} \leq 1$$

$$-5 \leq 3-2b \leq 5$$

$$-8 \leq -2b \leq 2$$

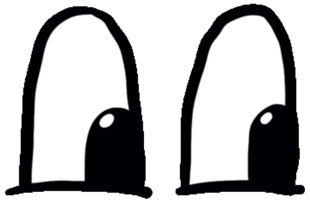
$$8 \geq 2b \geq -2$$

$$4 \geq b \geq -1$$

$B = b_{máximo} = 4$

*Área*: $S = A.B$

$S = \frac{7}{2}.4$



$\therefore \boxed{S = 14m^2}$