GEOMETRY

4th grade of secondary

CHAPTER 6

ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

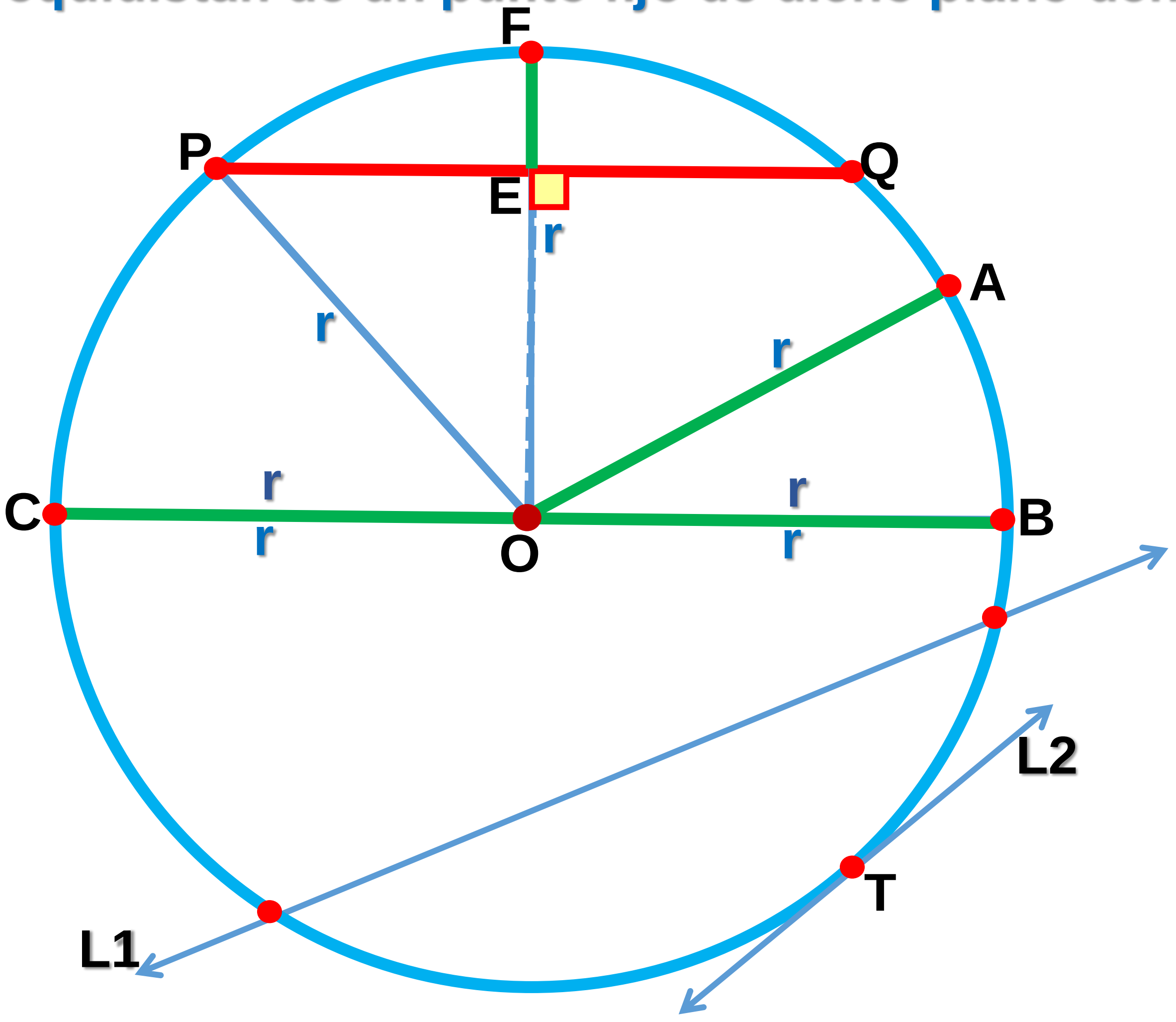
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

Al observar el borde de la Luna o el Sol, el hombre tuvo las primeras nociones de circunferencia , al cortar una naranja o un limón el contorno de la sección plana tiene forma de circunferencia y que equidista del centro, esto llevó a conocer las primeras propiedades de ella.

CIRCUNFERENCIA

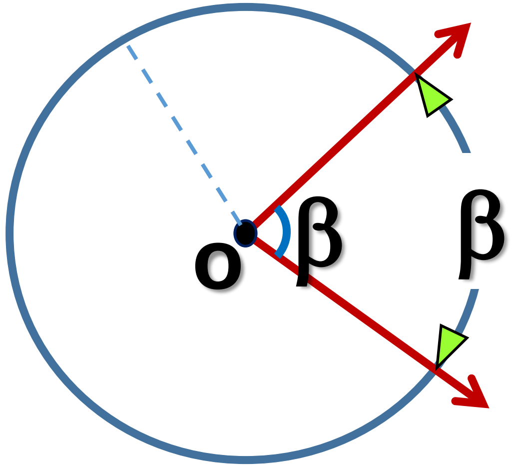
Definición: Es aquella línea curva cerrada, formada por un conjunto de puntos de un plano que equidistan de un punto fijo de dicho plano denominado centro.



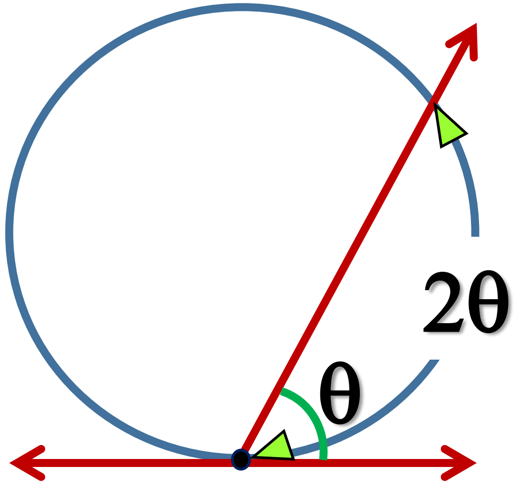
- $\overline{OA}$: Radio
- $\overline{PQ}$: Cuerda
- $\overline{BC}$: Diámetro
- $\overset{\frown}{AQ}$: Arco
- $\overline{EF}$: Flecha
- $\overleftrightarrow{L1}$: Recta secante
- $\overleftrightarrow{L2}$: Recta tangente
- T : Punto de tangencia

Ángulos asociados a la circunferencia

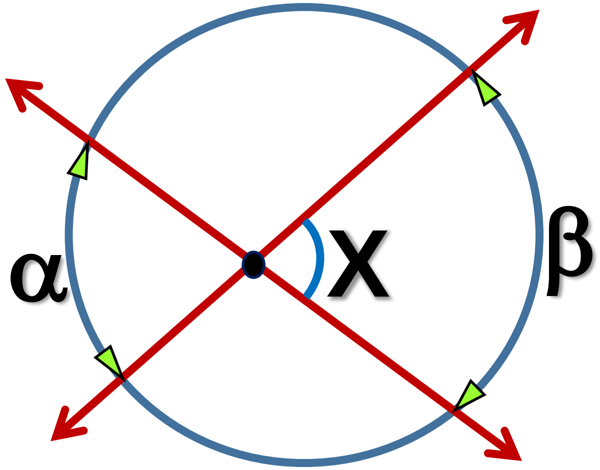
Ángulo central



Ángulo semiinscrito

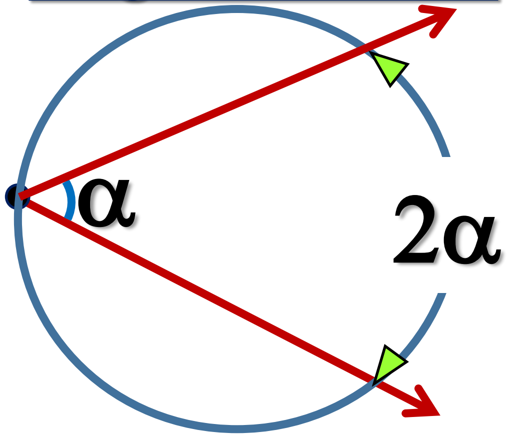


Ángulo interior

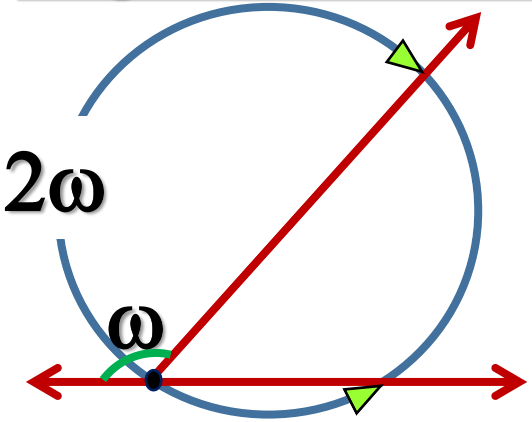


$$x = \frac{\alpha+\beta}{2}$$

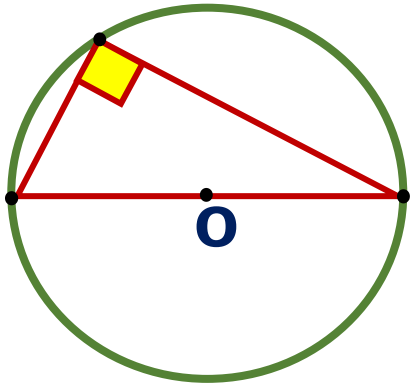
Ángulo inscrito



Ángulo exinscrito

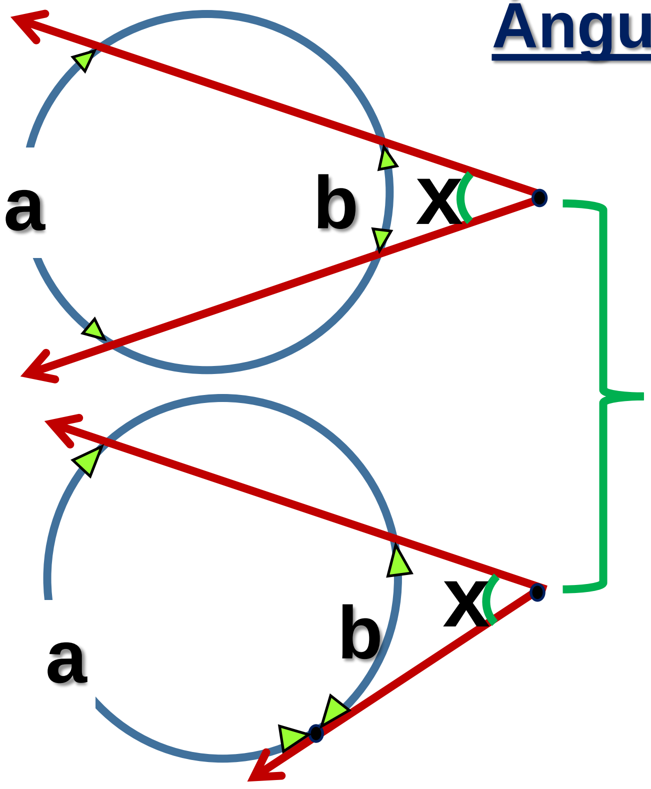


Corolario

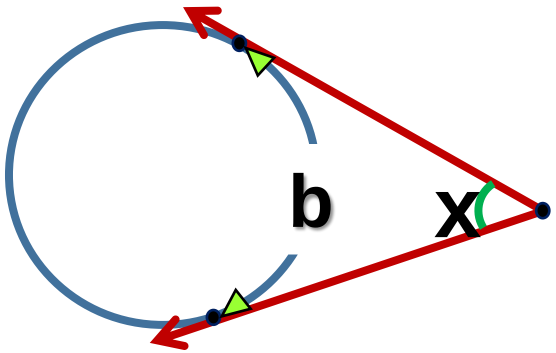


O:centro

Ángulo exterior



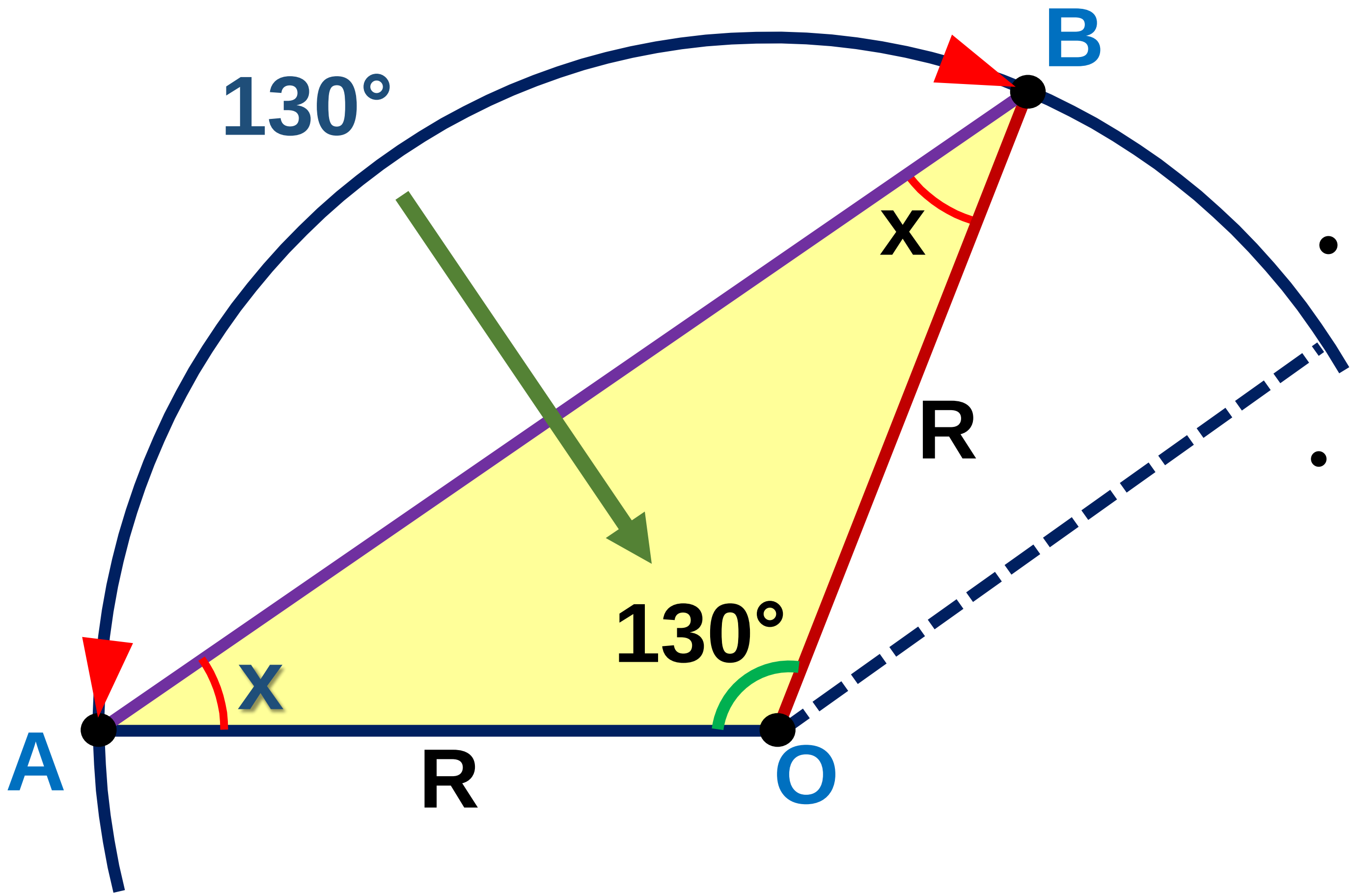
$$X = \frac{a - b}{2}$$



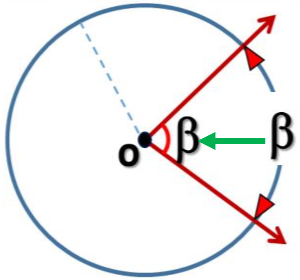
$$x+b=180°$$

1. En una circunferencia de centro O, se traza una cuerda $\overline{AB}$, tal que: la m$\overset{\frown}{AB}$ = 130°. Halle la m∡OAB.

RESOLUCIÓN



Ángulo central



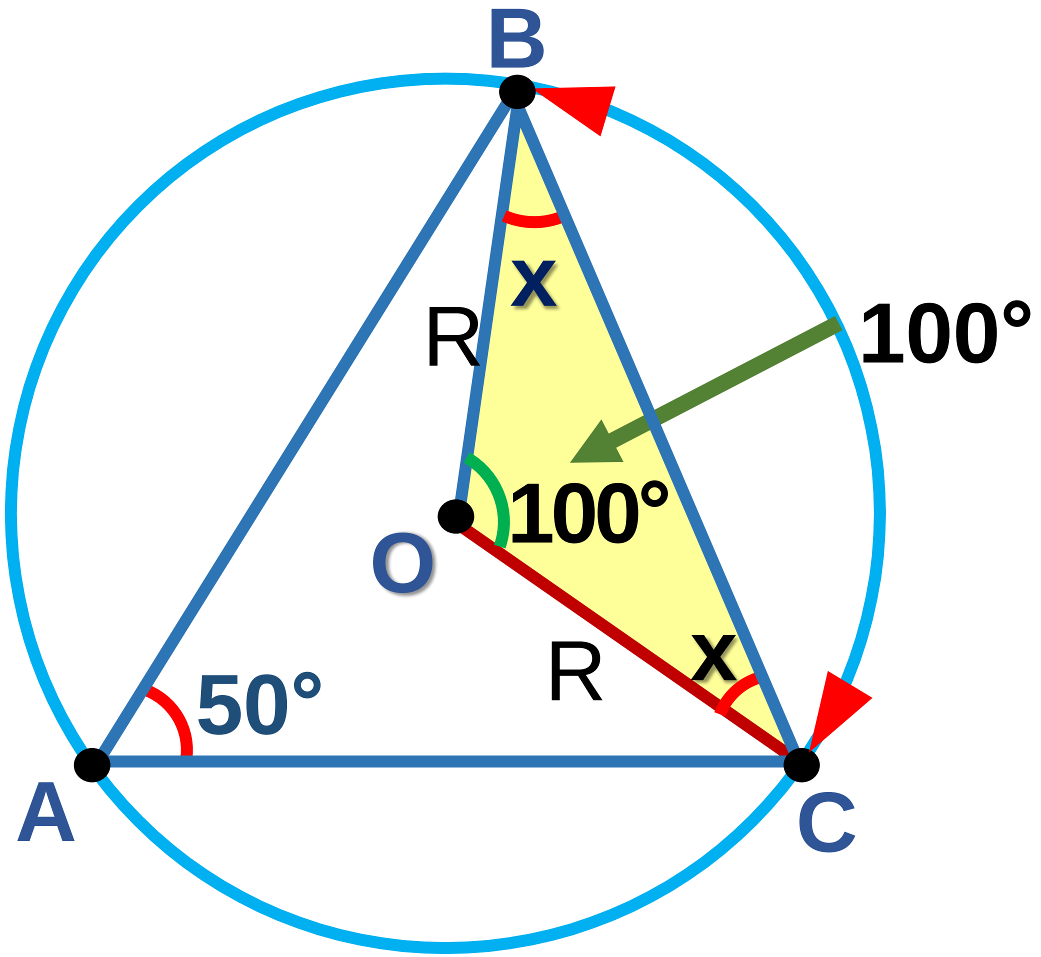
- Trazamos $\overline{OB}$
- $\triangle$AOB : Isósceles

$x + x + 130° = 180°$

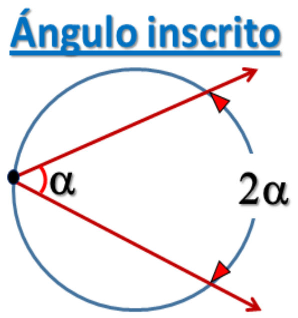
$2x = 50°$

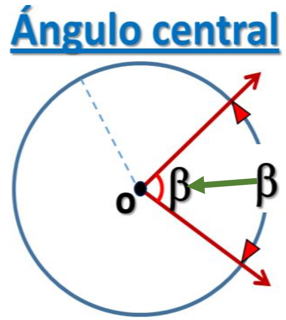
$\boxed{x = 25°}$

2. En una circunferencia de centro O, se inscribe el triángulo ABC, tal que: la m∡BAC = 50°. Halle la m∡OBC.



RESOLUCIÓN





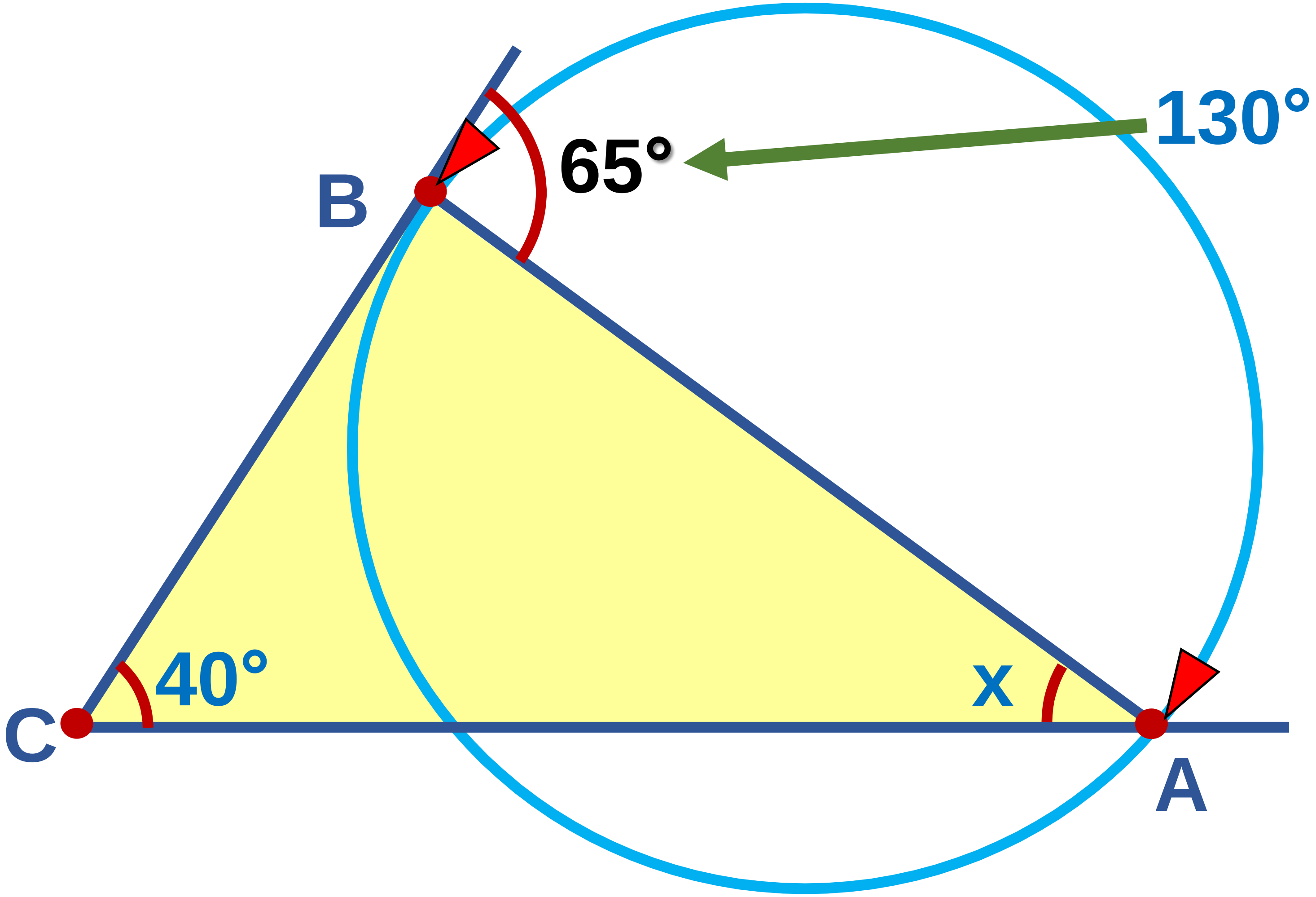
- Trazamos $\overline{OC}$
- △ BOC : Isósceles

$x + x + 100° = 180°$

$2x = 80°$

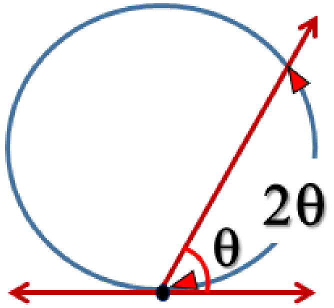
$\boxed{x = 40°}$

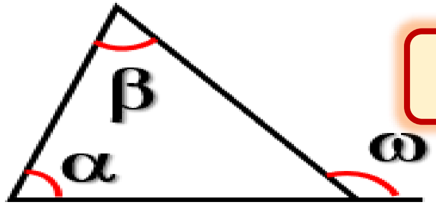
3. En el gráfico, B es punto de tangencia. Halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

Ángulo semiinscrito



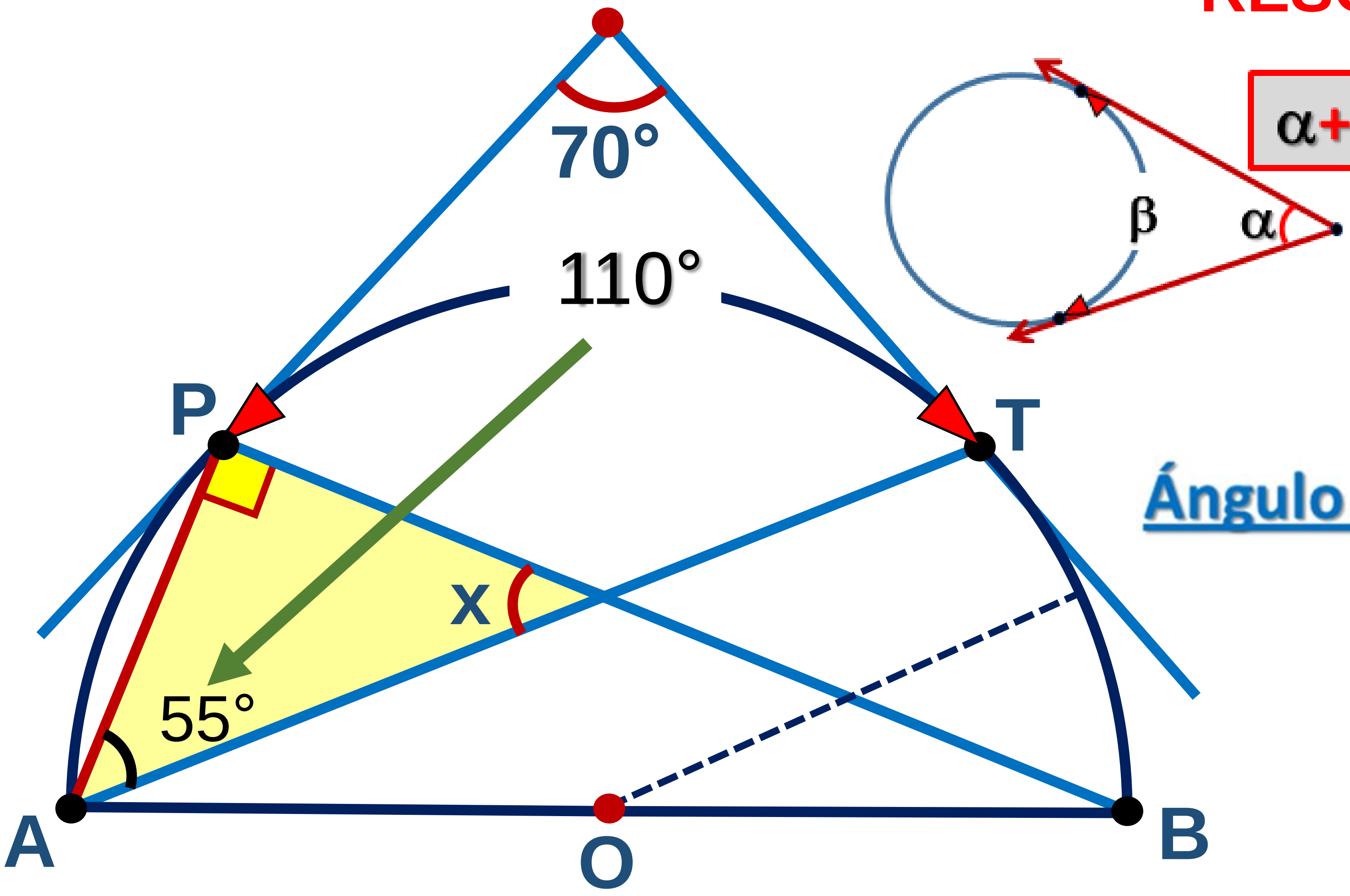


$$\alpha + \beta = \omega$$

$$x + 40° = 65°$$

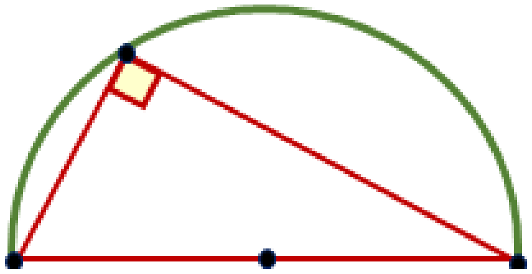
$$\boxed{x = 25°}$$

4. En el gráfico, P y T son puntos de tangencia y $\overline{AB}$ es diámetro. Halle el valor de x.

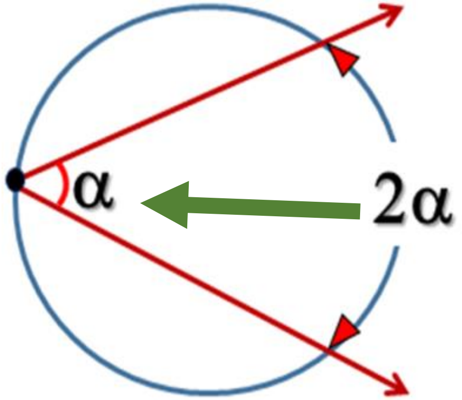


RESOLUCIÓN

$\boxed{\alpha+\beta=180°}$



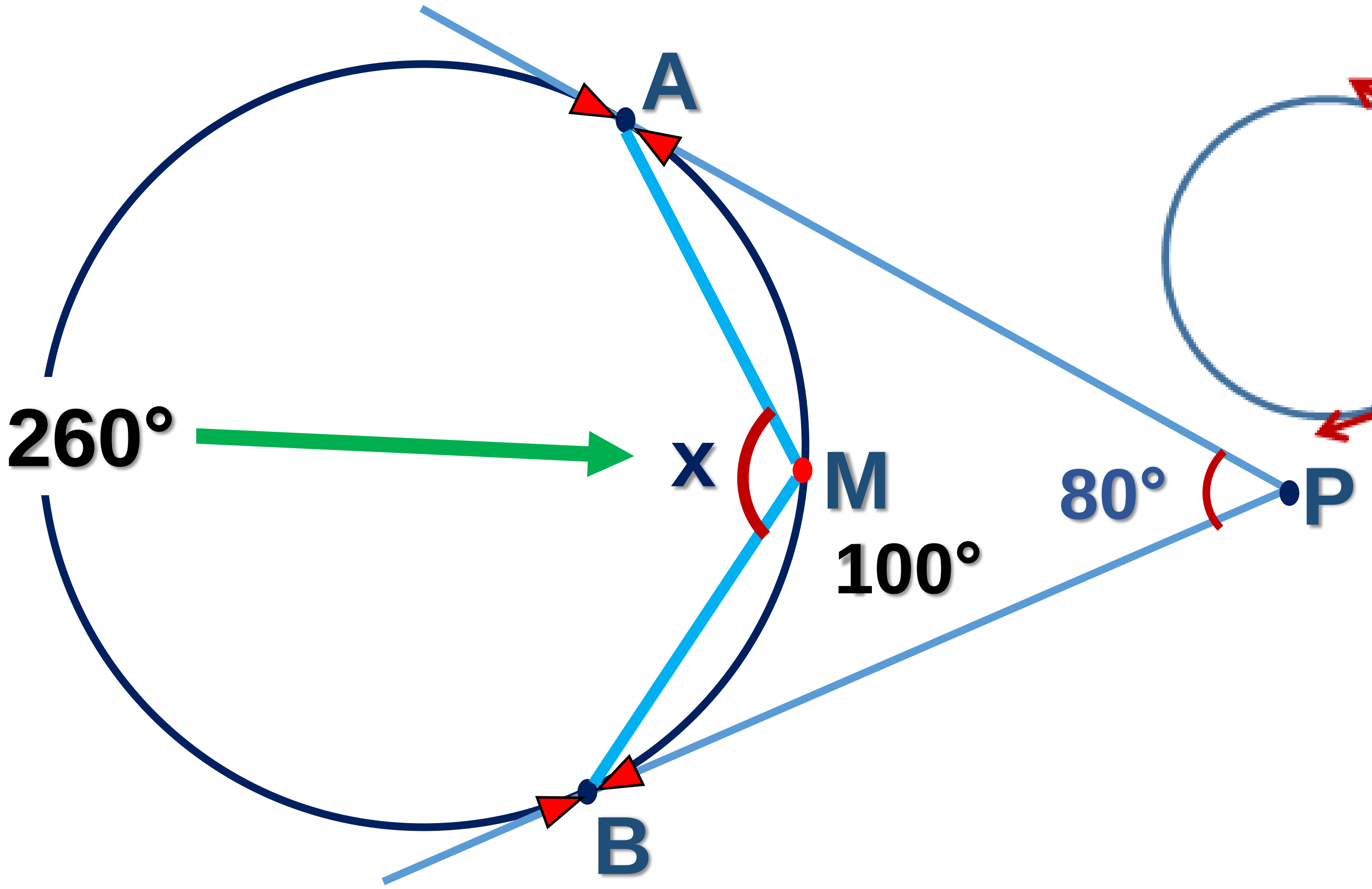
Ángulo inscrito



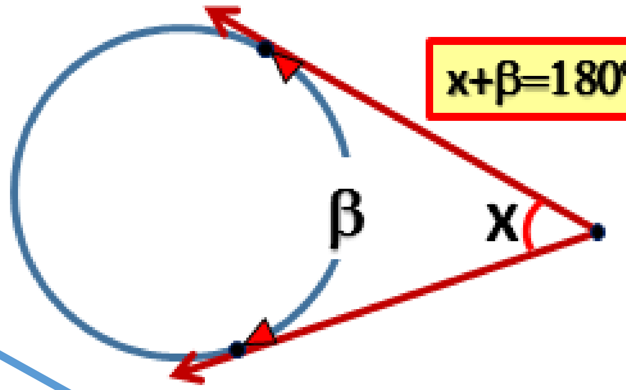
$x + 55° = 90°$

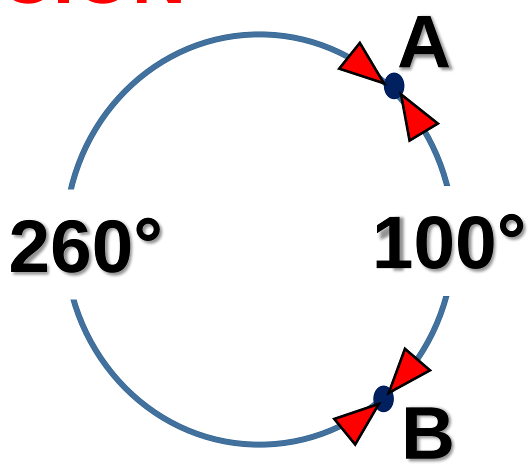
$$\boxed{x = 35°}$$

5. Desde un punto P exterior a una circunferencia, se trazan las tangentes $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$. Luego en el menor arco AB se ubica el punto M. Halle la m∡AMB si la m∡APB = 80°. Halle el valor de x.

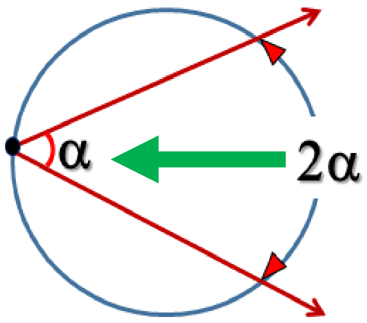


RESOLUCIÓN





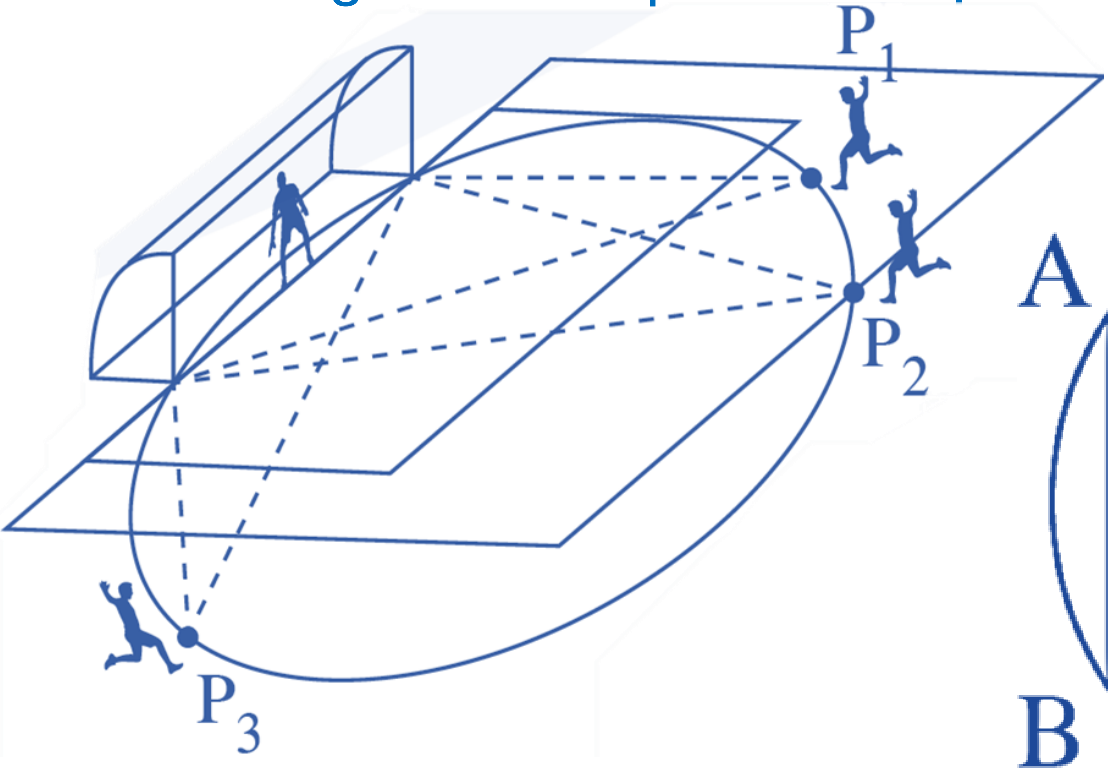
Ángulo inscrito

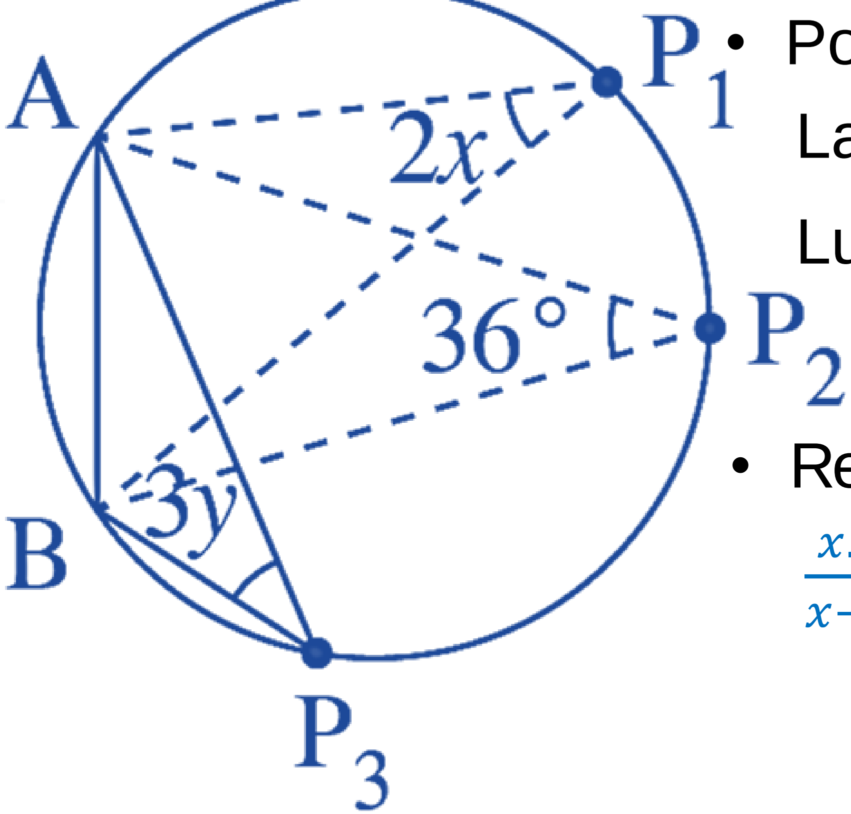


$$x = \frac{260°}{2}$$

$$\boxed{x = 130°}$$

Frecuentemente, en retransmisiones de fútbol, oímos expresiones como: “...el jugador **remató al arco** sin apenas ángulo de tiro...”, expresión poco acertada como podemos ver en el siguiente esquema: Se pide calcular $\frac{x.y}{x-y}$.





RESOLUCIÓN

PIDEN: $\frac{x.y}{x-y}$

- Por teorema del ∡ inscrito

La $m\overset{\frown}{AB} = 4x = 6y = 72°$

Luego: $4x = 72° \rightarrow x = 18°$

$6y = 72° \rightarrow y = 12°$

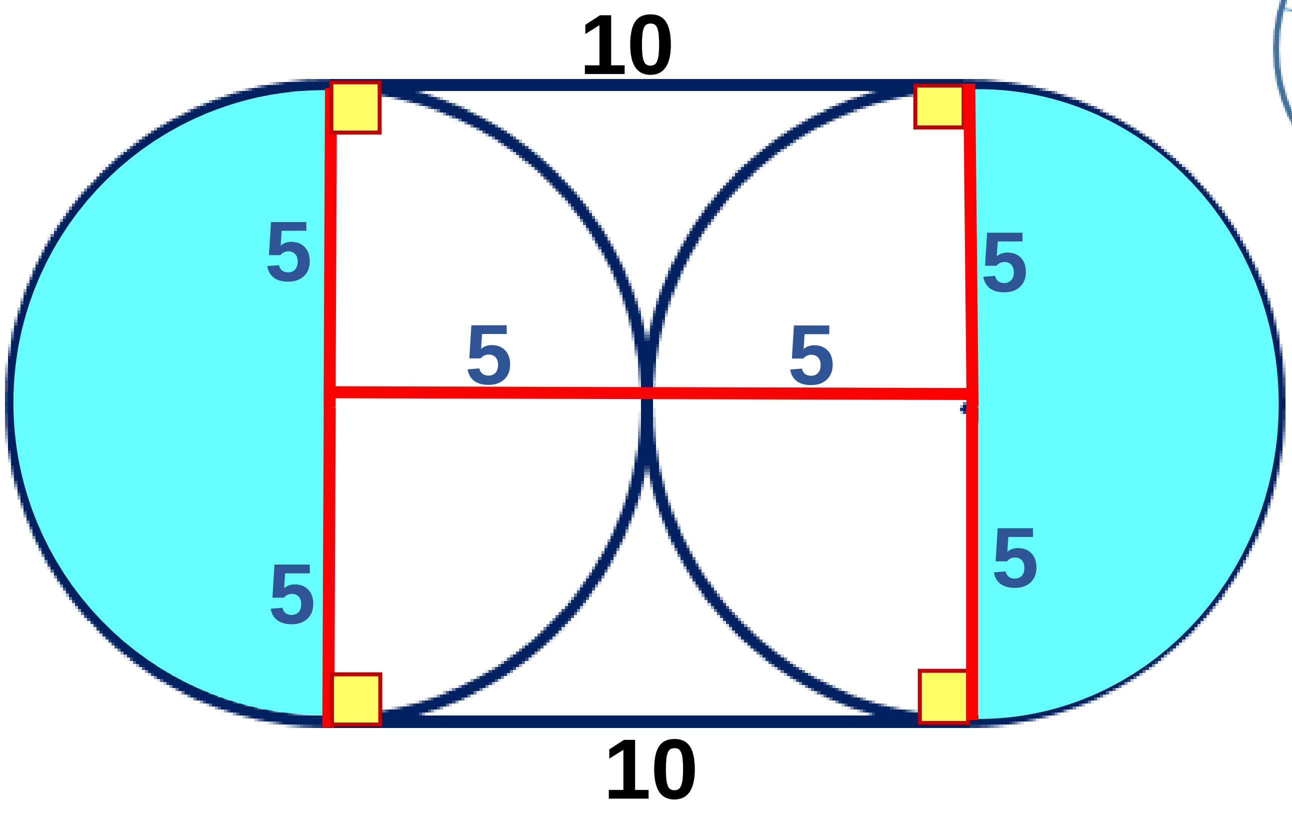
- Reemplazando en lo pedido

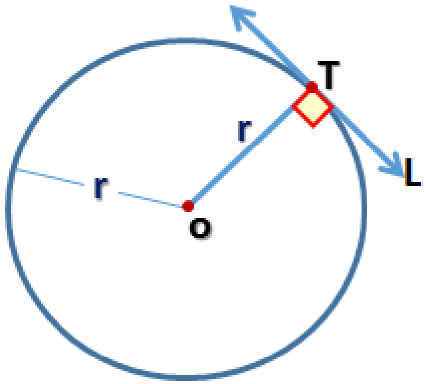
$$\frac{x.y}{x-y} = \frac{18°.12°}{18°-12°} = \frac{\cancel{216°}}{\cancel{6°}}$$

$$\boxed{\frac{x.y}{x-y} = 36}$$

7. En la figura, halle la longitud de la faja que rodea a los dos rodillos mostrados si sus radios miden 5 cm.

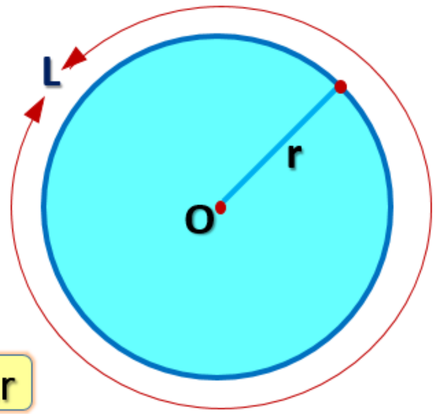
RESOLUCIÓN





L: longitud de la circunferencia

$L_{\circ} = 2\pi . r$



$$L(\text{faja}) = \underbrace{10 + 10}+\underbrace{L}$$

$$L(\text{faja}) = 20 + 2\pi(5)$$

$$L(\text{faja}) = 20 + 10\pi$$

$$\boxed{L(\text{faja}) = 10(2+\pi)\ \text{cm}}$$