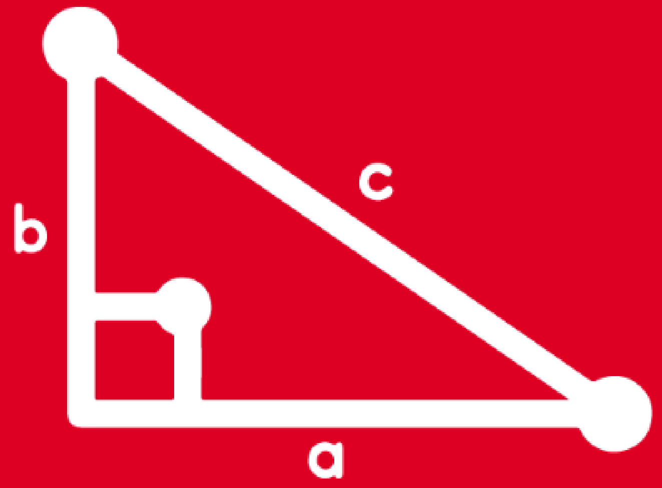
TRIGONOMETRY

Chapter 13

2nd
SECONDARY



GEOMETRÍA ANALÍTICA II

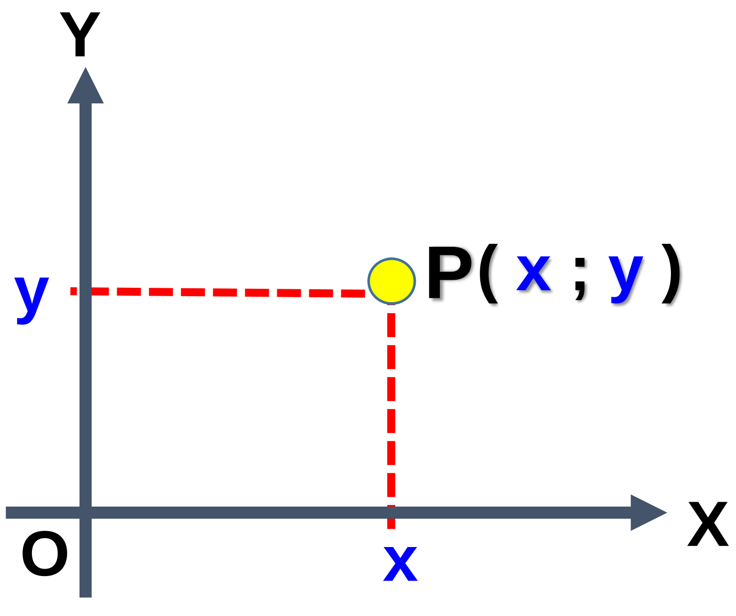
SACO OLIVEROS

¿ QUIÉNES INVENTARON LA GEOMETRÍA ANALÍTICA ?

Pierre de Fermat (17 de agosto de 1601-12 de enero de 1665) fue un jurista y matemático francés apodado por el historiador de matemáticas escocés, Eric Temple Bell, con el remoquete de "Príncipe de los aficionados".- Fermat fue junto a René Descartes y Johannes Kepler, uno de los principales matemáticos de la primera mitad del siglo XVII. Fermat fue cofundador de la teoría de probabilidades junto a Blaise Pascal e independientemente de Descartes, descubrió el principio fundamental de la geometría analítica.- Sin embargo, es más conocido por sus aportaciones a la teoría de números, en especial por el conocido último teorema de Fermat, que preocupó a los matemáticos durante aproximadamente 350 años hasta que fue demostrado en 1995 por Andrew Wiles.

GEOMETRÍA ANALÍTICA II

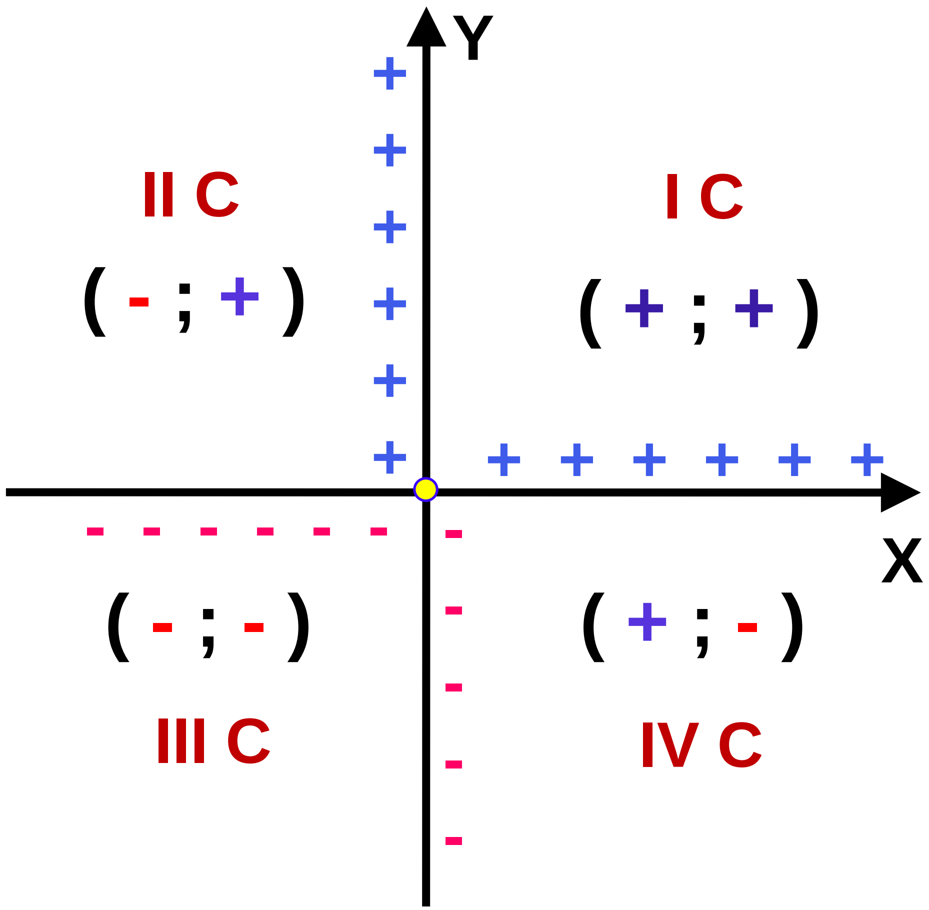
UBICACIÓN DE UN PUNTO EN EL PLANO CARTESIANO



x : abscisa del punto P.

y : ordenada del punto P.

SIGNOS DE LAS COORDENADAS EN CADA CUADRANTE :

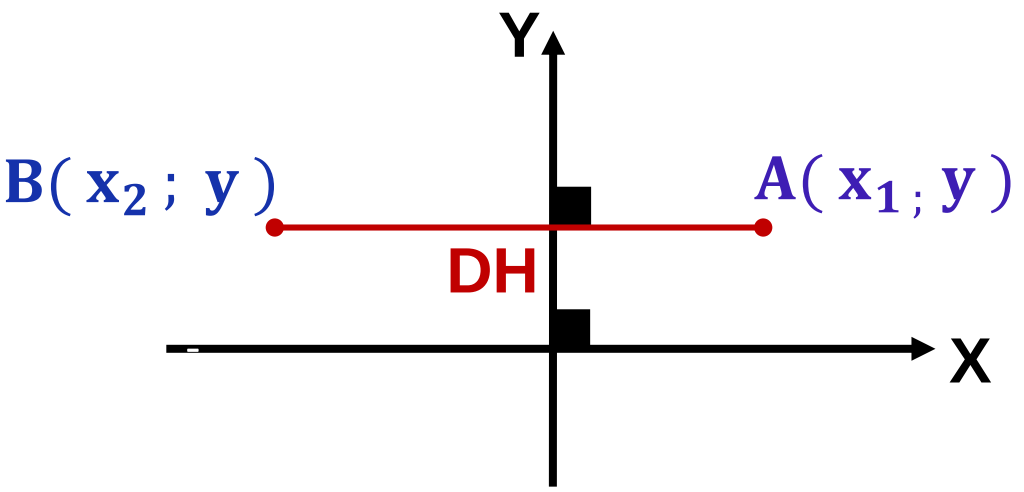


GEOMETRÍA ANALÍTICA II

DISTANCIA HORIZONTAL (DH) :

Dados los puntos A(x_1 ; y) y B(x_2 ; y),

donde $x_1 > x_2$

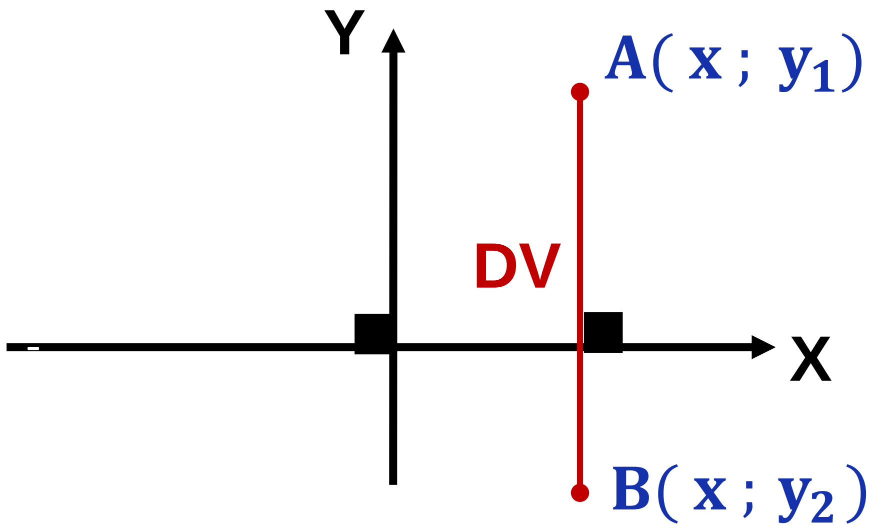


$$\boxed{DH = x_1 - x_2} \quad ; (DH > 0)$$

DISTANCIA VERTICAL (DV) :

Dados los puntos A(x ; y_1) y B(x ; y_2),

donde $y_1 > y_2$

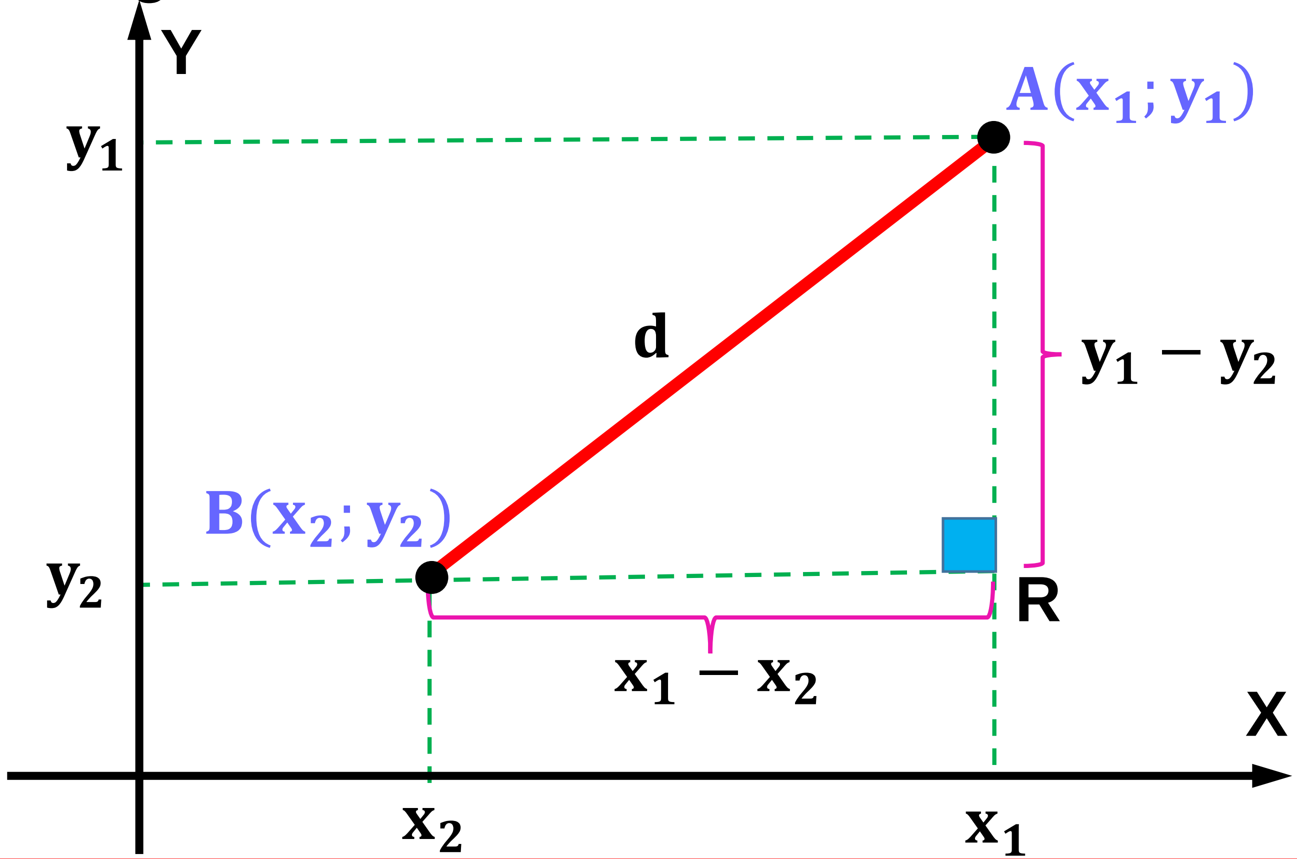


$$\boxed{DV = y_1 - y_2} \quad ; (DV > 0)$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA II

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS EN EL PLANO CARTESIANO

Conociendo las coordenadas de dos puntos cualesquiera del plano cartesiano : $A(x_1; y_1)$ y $B(x_2; y_2)$; la distancia "d" entre ellos se determina de la siguiente forma:



En el triángulo rectángulo ARB aplicamos, el Teorema de Pitágoras :

$$(AB)^2 = (BR)^2 + (AR)^2$$

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$\boxed{\therefore\ d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$$

Por propiedad de potenciación se puede restar en cualquier orden .

HELICO PRACTICE 1

Resuelva los siguientes ejercicios :

a) Halle la distancia horizontal (DH) entre los puntos A(7 ; -5) y B(-3 ; -5)

b) Halle la distancia vertical (DV) entre los puntos P(3 ; 5) y Q(3 ; -9)

RESOLUCIÓN

a) Sean : A(7 ; -5) = A(x_1 ; y)

B(-3 ; -5) = B(x_2 ; y)

Luego : $\mathrm{DH} = x_1 - x_2$; $x_1 > x_2$

$$\mathrm{DH} = 7 - (-3)$$

$$\mathrm{DH} = 7 + 3$$

$$\therefore \mathrm{DH} = 10\ \mathrm{u}$$

b) Sean : P(3 ; 5) = P(x ; y_1)

Q(3 ; -9) = A(x ; y_2)

Luego :

$\mathrm{DV} = y_1 - y_2$; $y_1 > y_2$

$$\mathrm{DV} = 5 - (-9)$$

$$\mathrm{DV} = 5 + 9$$

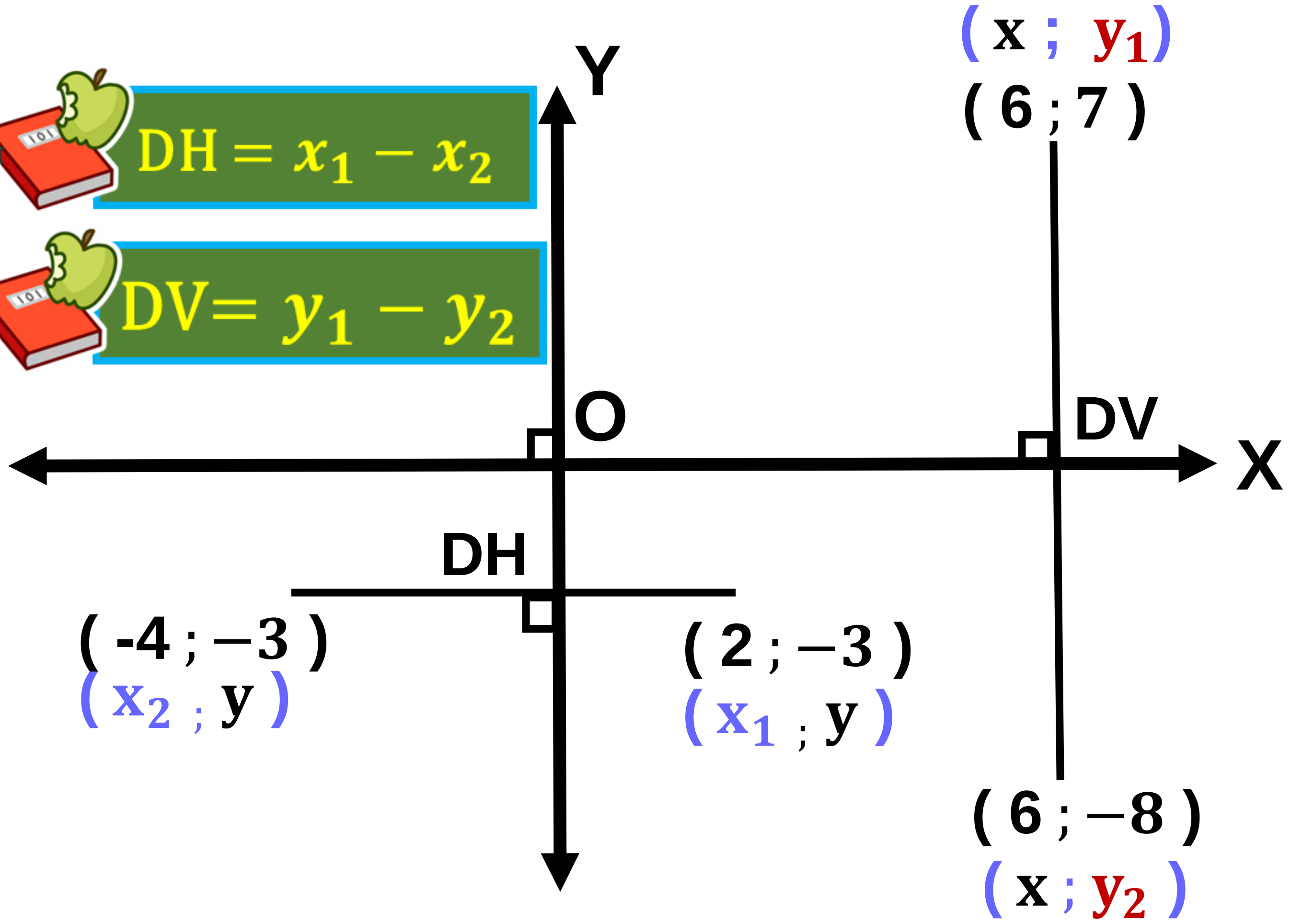
$$\therefore \mathrm{DV} = 14\ \mathrm{u}$$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico, efectúe A = DV + DH.

$DH = x_1 - x_2$

$DV = y_1 - y_2$



RESOLUCIÓN

Sean : $x_1 = 2$ $\quad y_1 = 7$

$x_2 = -4$ $\quad y_2 = -8$

$x_1 > x_2$ $\quad y_1 > y_2$

Luego :

$$DH = 2 - (-4) = 2 + 4 = 6$$

$$DV = 7 - (-8) = 7 + 8 = 15$$

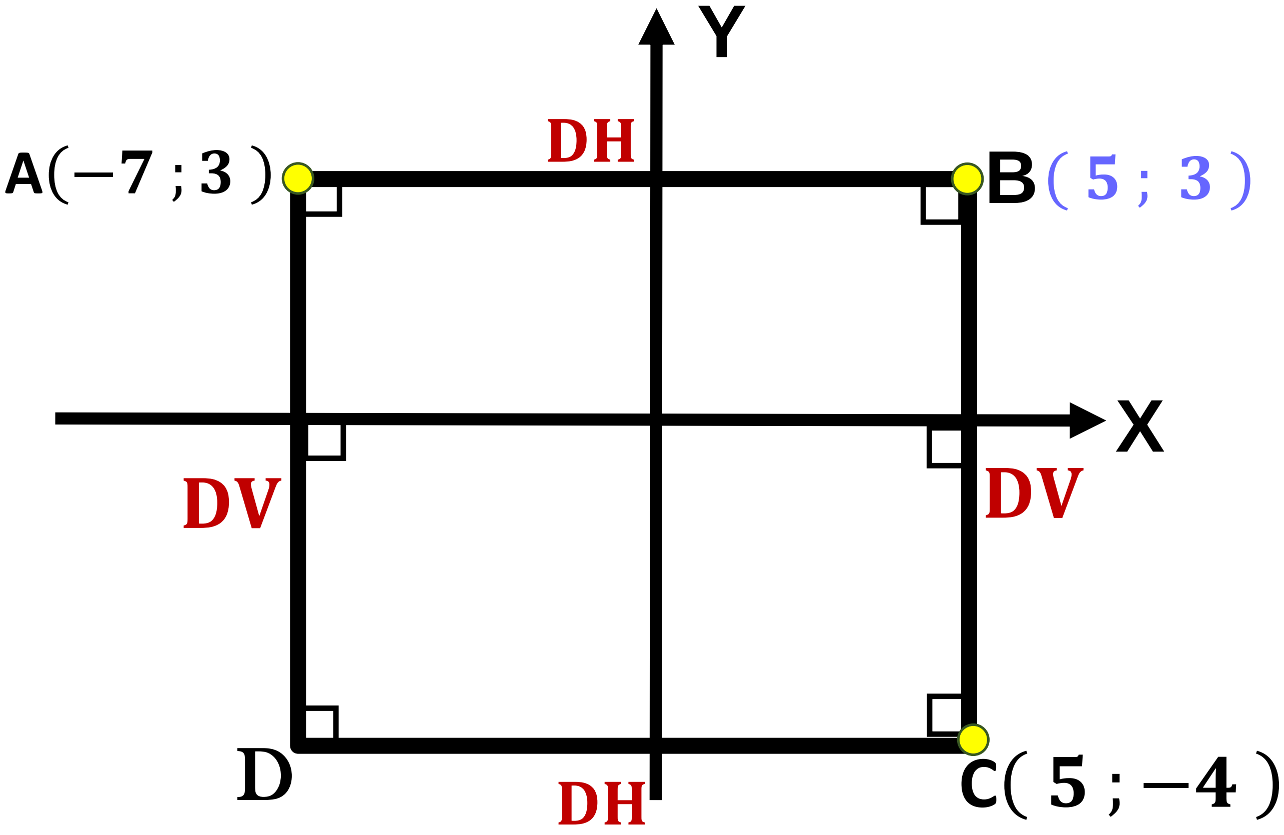
Entonces :

$$A = DV + DH = 6 + 15$$

$$\therefore A = 21\,u$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, calcule el perímetro del rectángulo ABCD .



RESOLUCIÓN

Por teoría : $B(5;3)$

Luego :

$DH = 5 - (-7) = 5 + 7 = \boxed{12}$

$DV = 3 - (-4) = 3 + 4 = \boxed{7}$

Perímetro $= 2(DH + DV)$

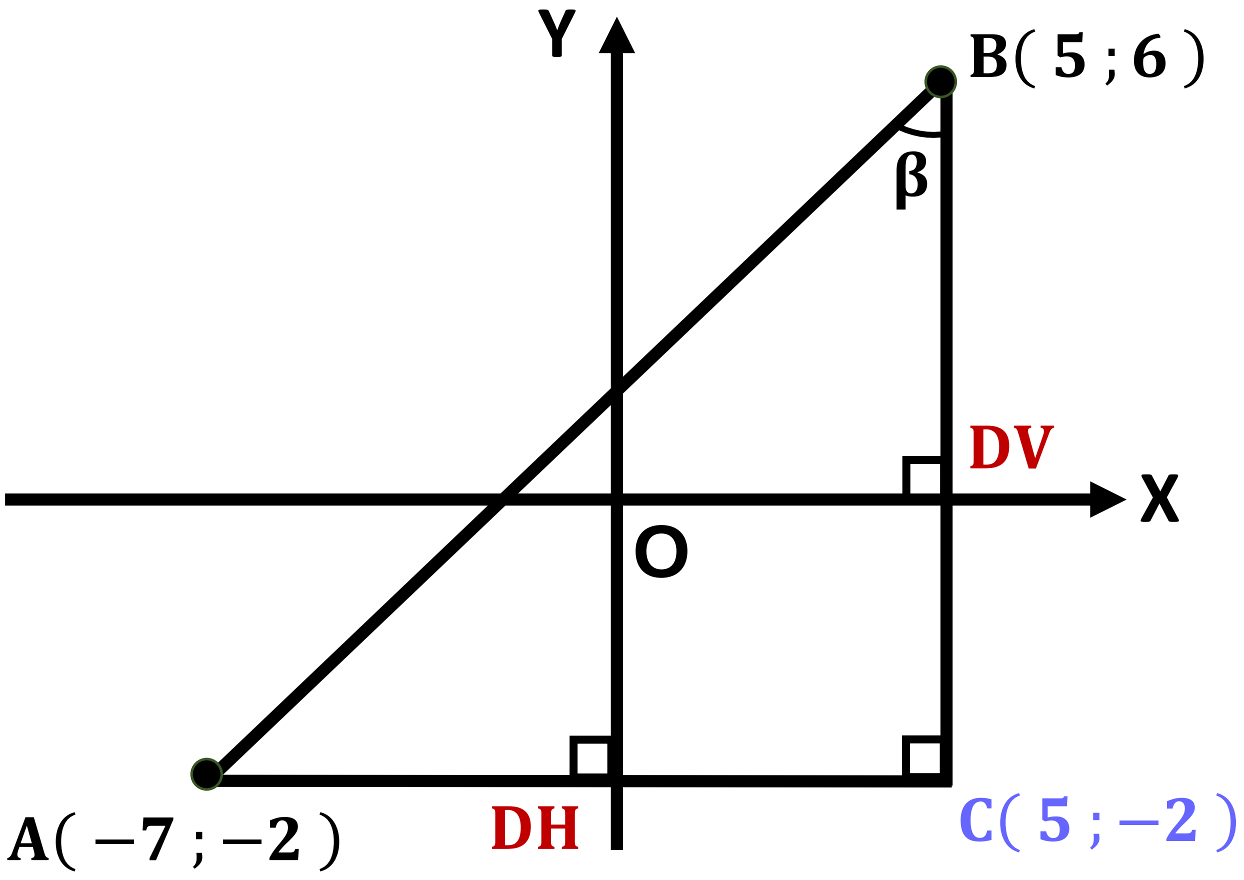
Perímetro $= 2(12 + 7)$

Perímetro $= 2(19)$

$\therefore$ **Perímetro $= 38$ u**

HELICO PRACTICE 4

Del gráfico, calcule tanβ.



RESOLUCIÓN

Por teoría : C(5 ; −2)

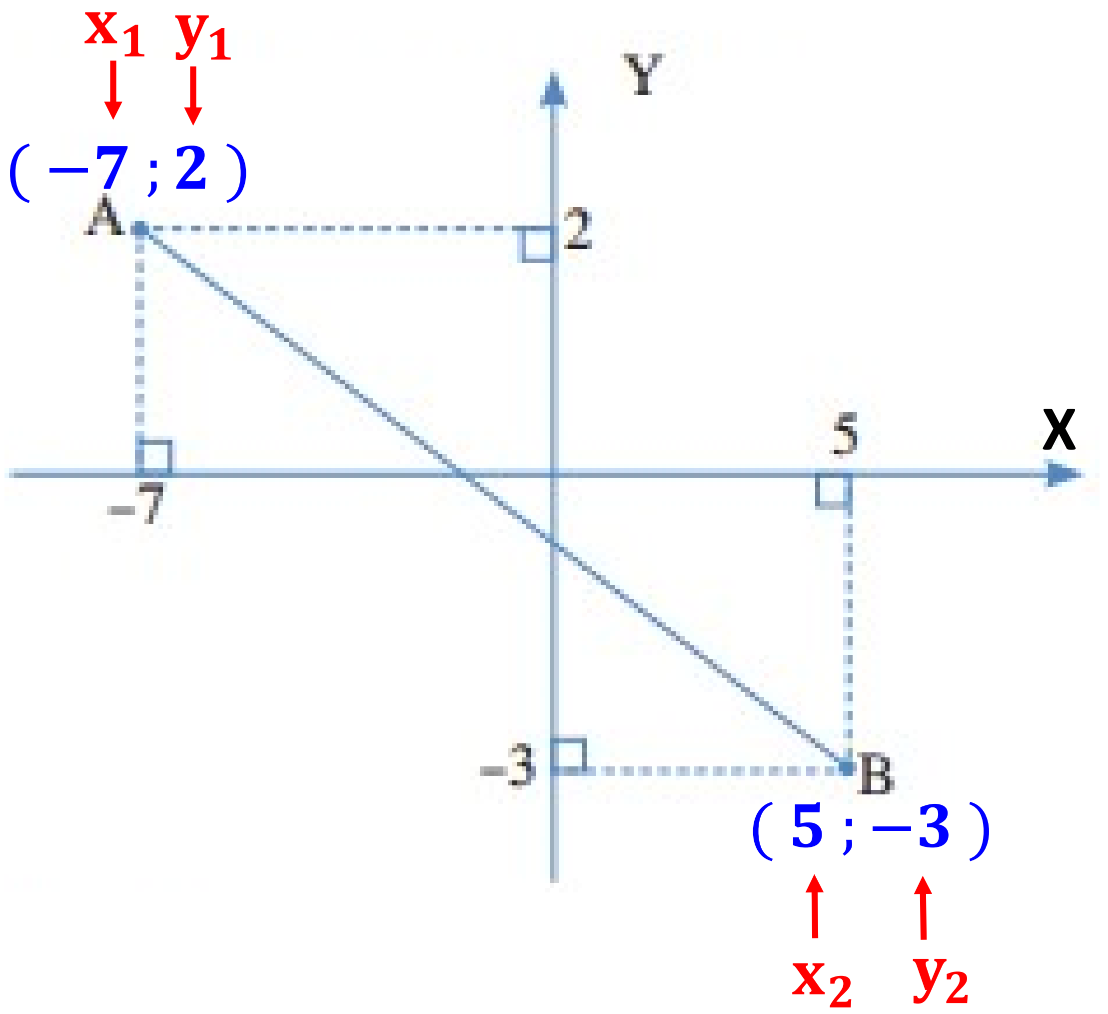
Luego : $\tan\beta = \dfrac{DH}{DV}$

$$\tan\beta = \frac{5-(-7)}{6-(-2)} = \frac{5+7}{6+2} = \frac{12}{8}$$

$$\therefore \tan\beta = \frac{3}{2}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, calcule la longitud de $\overline{AB}$



RESOLUCIÓN

Recordar :

$$d(A;B)=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

$$d(A;B)=\sqrt{[(-7)-5)]^2+[(2)-(-3)]^2}$$

$$d(A;B)=\sqrt{[(-12)]^2+[5]^2}$$

$$d(A;B)=\sqrt{144+25}$$

$$d(A;B)=\sqrt{169}$$

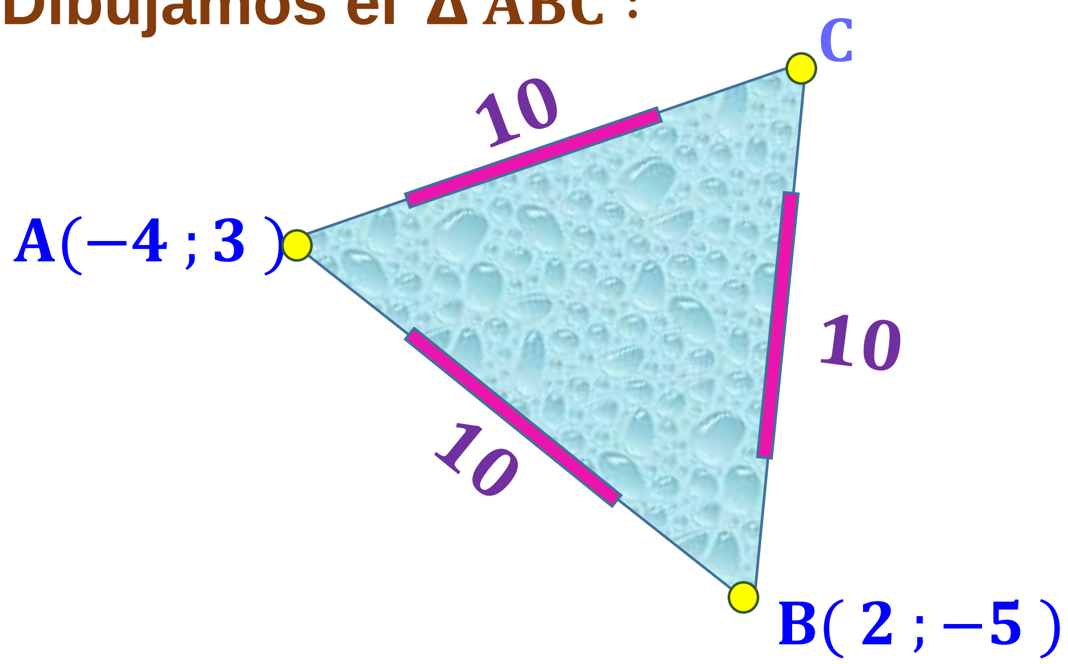
$$\therefore d(A;B)=13\ u$$

HELICO PRACTICE 6

Calcule el perímetro del triángulo equilátero ABC si sus vértices son A(-4 ; 3) , B(2 ; -5) y C .

RESOLUCIÓN

Dibujamos el $\Delta\,ABC$:



Sean : A(-4 ; 3) = ($x_1 ; y_1$)

B(2 ; -5) = ($x_2 ; y_2$)

Luego :

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-4-2)^2 + (3-(-5))^2}$$

$$AB = \sqrt{(-6)^2 + (8)^2} = \sqrt{36+64}$$

$$AB = \sqrt{100} = 10 = BC = AC$$

$$\text{Perímetro } \Delta\,ABC = 3(10)$$

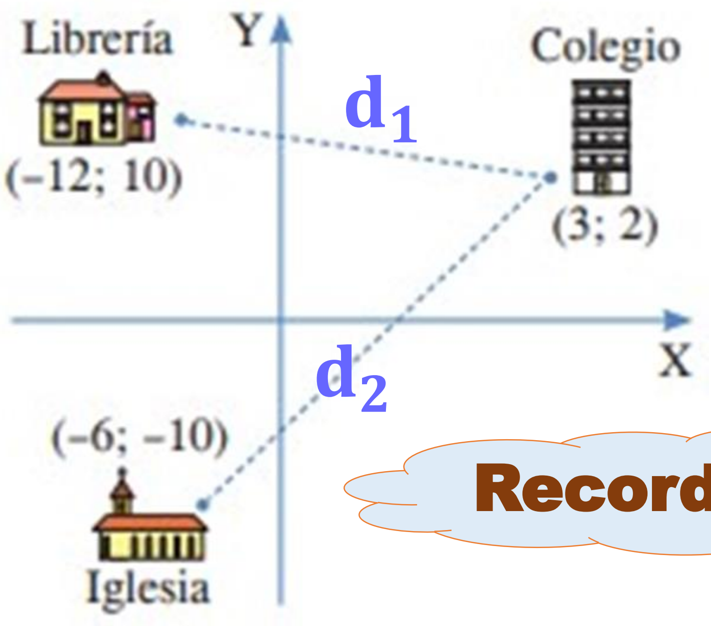
$$\therefore \text{Perímetro } \Delta\,ABC = 30\ u$$

HELICO PRACTICE 7

Observe el siguiente gráfico y determine:

a) La distancia entre la librería y el colegio (en metros).

b) La distancia entre el colegio y la iglesia (en metros).



RESOLUCIÓN

$$d_1 = LC = \sqrt{(-12-3)^2 + (10-2)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{(-15)^2 + (8)^2} = \sqrt{225+64}$$

$$d_1 = \sqrt{289} \Rightarrow \boxed{LC = 17\ \text{m}}$$

$$d_2 = CI = \sqrt{(-6-3)^2 + (-10-2)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(-9)^2 + (-12)^2} = \sqrt{81+144}$$

$$d_2 = \sqrt{225} \Rightarrow \boxed{CI = 15\ \text{m}}$$

Recordar :

$$\boxed{d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$$

SACO
OLIVEROS