



# ALGEBRA

## Chapter 13

**1st**  
SECONDARY

### Productos notables I





# TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

## **Demostración Geométrica.**

Consideramos un cuadrado que es dividido en cuatro partes, de tal manera que la longitud de su lado es “a+b”

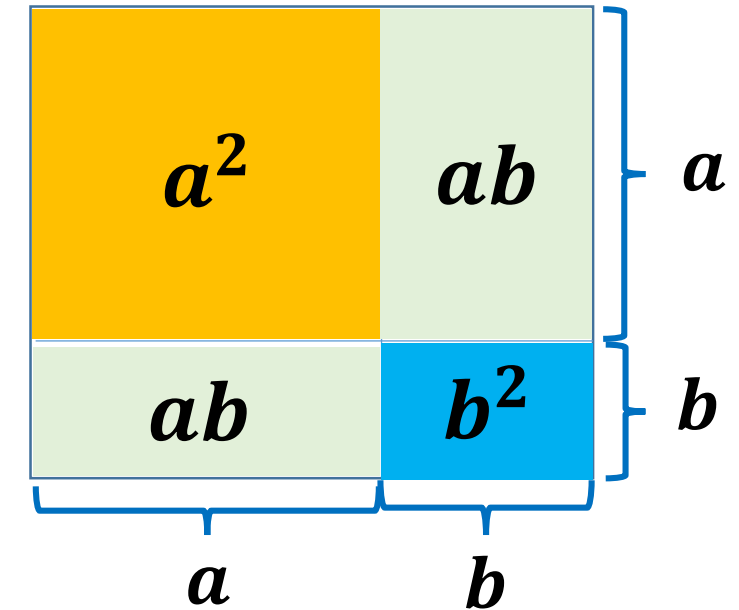
El área del cuadrado es:

$$\text{lado}^2 = (a + b)^2 \dots\dots(1)$$

Si calculamos las áreas de las cuatro partes que forman el cuadrado por separado obtenemos

*Sumando las áreas obtenemos*

$$\text{Área} = a^2 + ab + ab + b^2 \dots\dots(2)$$



*Las áreas son iguales*

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



# PRODUCTOS NOTABLES

## I.- TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

### Ejemplo

$$\begin{aligned} & (2x + 3y)^2 \\ & \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ & = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 \\ & = 4x^2 + 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

### Ejemplo

$$\begin{aligned} & (m - 5n)^2 \\ & \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ & = (m)^2 - 2(m)(5n) + (5n)^2 \\ & = m^2 - 10mn + 25n^2 \end{aligned}$$



## II.- IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 \equiv 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$$

### Ejemplos

$$\square \quad (\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = 2(\cancel{\sqrt{7}}^2 + \cancel{\sqrt{3}}^2) = 20$$

$$\square \quad (3x + 1)^2 - (3x - 1)^2 = 4(3x)(1) = 12x$$

# HELICO PRACTICE

---

## CHAPTER 13

**PROBLEMA 1:****Desarrolle cada uno de los productos notables:**

**a)  $(3m^3 + 4)^2$**

**b)  $(2x^2 - 7)^2$**

**RESOLUCIÓN:**

$$\begin{aligned} \text{a) } (3m^3 + 4)^2 &= (3m^3)^2 + 2(3m^3)(4) + (4)^2 \\ &= 9m^6 + 24m^3 + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (2x^2 - 7)^2 &= (2x^2)^2 - 2(2x^2)(7) + (7)^2 \\ &= 4x^4 - 28x^2 + 49 \end{aligned}$$



## **PROBLEMA 2:**

**Reduzca**

$$M = (2x + 3)^2 - 12x - 4x^2$$

*RESOLUCIÓN:*

$$M = \underbrace{(2x + 3)^2} - 12x - 4x^2$$

$$M = (2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2 - 12x - 4x^2$$

$$M = \cancel{4x^2} + \cancel{12x} + 9 - \cancel{12x} - \cancel{4x^2}$$

$$M = 9$$



### **PROBLEMA 3:**

**Reduzca**

$$P = \frac{(a+4)^2 - (a-4)^2}{8a} - 1$$

**RESOLUCIÓN:** Usaremos la identidad de Legendre

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 \equiv 4ab$$

$$(a+4)^2 - (a-4)^2 = 4(a)(4) = 16a$$

Reemplazamos

$$P = \frac{16a}{8a} - 1$$

$$P = 1$$





## PROBLEMA 4:

Reduzca

$$M = \frac{(7\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (7\sqrt{5} - \sqrt{2})^2}{7\sqrt{10}} + 2$$

RESOLUCIÓN: Usaremos la identidad de Legendre

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$$

$$(7\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (7\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 4(7\sqrt{5})(\sqrt{2}) = 28\sqrt{10}$$

Reemplazamos

$$M = \frac{28\sqrt{10}}{7\sqrt{10}} + 2$$

$$M = 6$$



## PROBLEMA 5:

Reduzca

$$A = \frac{(\sqrt{11} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{11} - \sqrt{2})^2}{4}$$

RESOLUCIÓN: Usaremos la identidad de Legendre

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$$

$$(\sqrt{11} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{11} - \sqrt{2})^2 = 4(\sqrt{11})(\sqrt{2}) = 4\sqrt{22}$$

Reemplazamos

$$A = \frac{4\sqrt{22}}{4}$$

$$A = \sqrt{22}$$



## PROBLEMA 6:

Hoy es el cumpleaños del profesor Eduardo, si deseas saber cuántos años cumple, calcule  $x^2 + x^{-2}$ .

$$\text{Si } x + x^{-1} = 7$$

¿Cuántos años tiene el profesor Eduardo?

**RESOLUCIÓN:** Usaremos el trinomio cuadrado perfecto

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Reemplazamos

$$(x + x^{-1})^2 = (x)^2 + 2(x)(x^{-1}) + (x^{-1})^2$$

$$(7)^2 = x^2 + 2(1) + x^{-2}$$

$$49 = x^2 + 2 + x^{-2}$$

$$x^2 + x^{-2} =$$

47



Tiene 47 años



## PROBLEMA 7

Los alumnos de Saco Oliveros, Rubén, Carmen y Rosa, al resolver el ejercicio :“Si,  $m - n = 5$ ;  $mn = 7$ , calcule  $m^2 + n^2$ ”, obtienen como los resultados 39; 25 y 49 , respectivamente. ¿Quién obtuvo el resultado correcto?

*RESOLUCIÓN:* Usaremos el trinomio cuadrado perfecto

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\underbrace{(m - n)^2}_{(5)^2} = m^2 - 2 \underbrace{(m)(n)}_{(7)} + (n)^2$$

$$(5)^2 = m^2 - 2(7) + n^2$$

$$25 = m^2 - 14 + n^2$$



$$m^2 + n^2 = 39$$

*Rubén es correcto*



## PROBLEMA 1

$$a) (3m^3 + 4)^2 = (3m^3)^2 + 2(3m^3)(4) + 4^2$$

$$= 9m^6 + 24m^3 + 16$$

$$b) (2x^2 - 7)^2 = (2x^2)^2 - 2(2x^2)(7) + 7^2$$

$$= 4x^4 - 28x^2 + 49$$

## PROBLEMA 2

*Desarrollamos el Producto Notable*

$$(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2$$

$$= 4x^2 + 12x + 9$$

*Reemplazamos:*

$$M = 4x^2 + 12x + 9 - 12x - 4x^2$$

**Rpta:**  $M = 9$

## PROBLEMA 4

*Usamos la identidad de Legendre*

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$$

$$(a + 4)^2 - (a - 4)^2 = 4(a)(4) = 16a$$

*Reemplazamos:*

$$P = \frac{16a}{8a} - 1$$

**Rpta:**  $P = 1$

*Usamos la identidad de Legendre*

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$$

$$(7\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (7\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 4(7\sqrt{5})(\sqrt{2}) = 28\sqrt{10}$$

*Reemplazamos:*

$$M = \frac{28\sqrt{10}}{7\sqrt{10}} + 2$$

**Rpta:**  $M = 6$