



ALGEBRA

ASESORÍA ACADÉMICA

3th
SECONDARY

2º BIMESTRE



 **SACO OLIVEROS**



Problema 1

Si $a + b = 7$ y $ab = 15$

calcule $a^3 + b^3$.

Resolución:

SOLVED | PROBLEMS

Reemplazando en:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(7)^3 = a^3 + b^3 + 3(15)(7)$$

$$343 = a^3 + b^3 + 315$$

$$\therefore a^3 + b^3 = 28$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a + b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$



Problema 2

Si $x + y = -2z$, simplifique

$$R = \frac{x^3 + y^3 + 8z^3}{2xyz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$

$$a^2 + b^2 + c^2 \equiv -2(ab + bc + ac)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 \equiv 3abc$$

Resolución:

Por dato: $x + y = -2z \rightarrow x + y + 2z = 0$

Si: $x + y + 2z = 0 \Rightarrow x^3 + y^3 + (2z)^3 = 3(x)(y)(2z)$

$$x^3 + y^3 + 8z^3 = 6xyz$$

Reemplazando en:

$$R = \frac{x^3 + y^3 + 8z^3}{2xyz}$$

$$R = \frac{\cancel{6xyz}}{\cancel{2xyz}}$$

$$\therefore R = 3$$



Problema 3

En la siguiente división exacta

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 2x^5 - 7x^2 + ax - 4x^4 - b \\ \hline 2x^2 + 1 - 2x \end{array}$$

calcule b^a .

Recuerda:

Se debe ordenar el dividendo y el divisor en forma descendente:

$$\begin{array}{r} 2x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 7x^2 + ax - b \\ \hline 2x^2 - 2x + 1 \end{array}$$

Resolución:

2	2	-4	5	-7	a	-b
2		2	-1			
-1		-2	-2	1		
			2	2	-1	
				-4	-4	2
					0	0

$$a - 1 - 4 = 0$$

$$a = 5$$

$$-b + 2 = 0$$

$$b = 2$$

$$\therefore b^a = 32$$

Problema 4

Obtenga el valor de A si el residuo de la división es 12.

$$\begin{array}{r} 3x^4 + x^3 + 7x^2 + A \\ \hline 3x - 2 \end{array}$$

Recuerda:

Se debe completar el dividendo:

$$\begin{array}{r} 3x^4 + x^3 + 7x^2 + 0x + A \\ \hline 3x - 2 \end{array}$$

Resolución:

$$3x - 2 = 0 \longrightarrow$$

$$x = \frac{2}{3}$$

	3	1	7	0	A
2					
3	3	3	9	6	4
3	3	3	9	6	12
	1	1	3	2	

Residuo

$$q(x) = x^3 + x^2 + 3x + 2$$

$$A + 4 = 12$$

$$\therefore A = 8$$

Problema 5

Determine el resto en

$$\frac{(x+y-3)^2 + (x+y-2)^3 + (x+y)^6}{x+y+1}$$

Resolución:



$$I. \quad x + y + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x + y = -1$$

$$II. \quad D(x) = (\underbrace{x+y}_{-1} - 3)^2 + (\underbrace{x+y}_{-1} - 2)^3 + (\underbrace{x+y}_{-1})^6$$

$$R(x) = (-1 - 3)^2 + (-1 - 2)^3 + (-1)^6$$

$$R(x) = (-4)^2 + (-3)^3 + 1$$

$$R(x) = 16 - 27 + 1$$

$$\therefore R(x) = -10$$



Problema 6

El valor del resto de la siguiente división

$$\frac{(x-8)(x-1)(x+2)(x-5)-4}{(x-3)^2}$$

representa la edad del bisabuelo de Jorgito. ¿Cuántos años tiene el bisabuelo de Jorgito?

Resolución:

$$I. (x-3)^2 = 0$$

$$x-3=0 \quad \Rightarrow \quad x=3$$

$$II. D(x) = (x-8)(x-1)(x+2)(x-5) - 4$$

$$R(x) = (3-8)(3-1)(3+2)(3-5) - 4$$

$$R(x) = (-5)(2)(5)(-2) - 4$$

$$R(x) = 100 - 4 \quad \Rightarrow \quad R(x) = 96$$

∴ El bisabuelo de Jorgito tiene 96 años.



Problema 7

Obtenga el noveno término del cociente notable generado por

$$\frac{x^{120} + y^{90}}{x^8 + y^6}$$

Recordemos:

Sea la división: $\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término de lugar k :

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

donde n es el número de términos del CN:

$$n = \frac{a}{p} = \frac{b}{q}$$

Resolución:

$$\frac{x^{120} + y^{90}}{x^8 + y^6}$$

Cálculo de T_9 :

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

$$T_9 = + (x^8)^{15-9} (y^6)^{9-1}$$

$$T_9 = (x^8)^6 (y^6)^8$$

$$\therefore T_9 = x^{48} y^{48}$$

$$\begin{cases} n = \frac{90}{6} = 15 \\ k = 9 \end{cases}$$



Problema 8

Obtenga el término central del desarrollo del cociente notable

$$\frac{x^{42} - y^{63}}{x^2 - y^3}$$

Resolución:

$$\frac{x^{42} - y^{63}}{x^2 - y^3}$$

Cálculo de T_c :

$$T_c = \pm (x^p \cdot y^q)^{\frac{n-1}{2}} \quad \left\{ n = \frac{63}{3} = 21 \right.$$

$$T_c = + (x^2 \cdot y^3)^{\frac{21-1}{2}}$$

$$T_c = (x^2 \cdot y^3)^{10}$$

$$\therefore T_c = x^{20} y^{30}$$

Recordemos:

Sea la división: $\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término central (T_c):

$$T_c = \pm (x^p \cdot y^q)^{\frac{n-1}{2}}$$

donde: $n = \frac{a}{p} = \frac{b}{q}$



Problema 9

Al factorizar

$$27x^3 - 64$$

indique el factor primo cuadrático.

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUBOS:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Resolución:

$$27x^3 - 64$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt[3]{27x^3} & \sqrt[3]{64} \\ \downarrow & \downarrow \\ 3x & 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow 27x^3 - 64 = (3x - 4)((3x)^2 + (3x)(4) + 4^2)$$

$$27x^3 - 64 = (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16)$$

Factores primos: $(3x - 4)$ y $(9x^2 + 12x + 16)$

\therefore Factor primo cuadrático: $9x^2 + 12x + 16$

Problema 10

Luego de factorizar

$$(ax + 4b)^2 - (4x + ab)^2$$

determine la suma de sus factores primos.

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Resolución:

$$(ax + 4b)^2 - (4x + ab)^2$$

$$[(ax + 4b) + (4x + ab)][(ax + 4b) - (4x + ab)]$$

$$[\underline{ax} + \underline{4b} + \underline{4x} + \underline{ab}][\underline{ax} + \underline{4b} - \underline{4x} - \underline{ab}]$$

$$[x(a + 4) + b(4 + a)][x(a - 4) + b(4 - a)]$$

$$[x(\underline{a + 4}) + b(\underline{a + 4})][x(\underline{a - 4}) - b(\underline{a - 4})]$$

$$(a + 4)(x + b)(a - 4)(x - b)$$

Suma de factores primos:

$$a + \cancel{4} + x + \cancel{b} + a - \cancel{4} + x - \cancel{b} = 2a + 2x$$

$$= 2(a + x)$$