ARITHMETIC

Chapter 17

2th

SECONDARY

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

Y+X=

SACO OLIVEROS

¡Vamos a los juegos mecánicos!

Nº de juegos	1	3	7	10	15
Valor de cada juego	10	30	70	100	150

1

Serie de razones Geométricas:

Es la igualdad de mas de dos razones geométricas

Cantidad de kilos de papaya y su costo

Kg	2	3	10	16
Costo	6	9	30	48

En general:

Para n razones

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} = \frac{a_3}{c_3} = \ldots = \frac{a_n}{c_n} = \mathrm{K}$$

Donde:

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ Son antecedentes

$c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n$ Son consecuentes

K es el valor de la razón o constante de proporcionalidad

2 Propiedades:

✓ Un antecedente, de la serie de razones geométricas equivalentes, equivale al producto de su respectivo consecuente por la constante de proporcionalidad.

$$\text{Sea } \frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} = \frac{a_3}{c_3} = \ldots = \frac{a_n}{c_n} = \mathrm{K}$$

Es decir

$$\begin{aligned} a_1 &= c_1 \cdot \mathrm{K} \\ a_2 &= c_2 \cdot \mathrm{K} \\ &\vdots \\ a_n &= c_n \cdot \mathrm{K} \end{aligned}$$

Propiedades:

✓ La suma de antecedentes dividida entre la suma de sus consecuentes nos da como resultado la constante de proporcionalidad.

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{c_1 + c_2 + \ldots + c_n} = \mathrm{K}$$

Ejemplo

$$\text{Sea } \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{10}{25} = \frac{22}{55} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Constante}}}{\left(\frac{2}{5}\right)}.$$

✓ El producto de n antecedentes divididos entre el producto de sus n respectivos consecuentes da como resultado la constante de proporcionalidad elevada al exponente n.

$$\frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}{c_1 \cdot c_2 \cdot \ldots \cdot c_n} = K^n$$

Ejemplo

Sea $\dfrac{4}{10} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{10}{25} = \dfrac{22}{55} = \underbrace{\left(\dfrac{2}{5}\right)}_{\text{Constante}}$.

Se observa que

➢ $$\frac{4 \times 6}{10 \times 15} = \frac{\cancel{24}}{\cancel{150}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

➢ $$\frac{4 \times 6 \times 10}{10 \times 15 \times 25} = \frac{\cancel{240}}{\cancel{3750}} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

1 Si $\dfrac{a}{2}=\dfrac{b}{3}=\dfrac{c}{4}$, además $a + b + c = 27$, halle el valor de b.

Resolución

Sabemos: $\dfrac{a}{2} = \dfrac{b}{3} = \dfrac{c}{4} = k$

Despejando: $a = 2k$; $b = 3k$; $c = 4k$

Por condición:

$$a + b + c = 27$$
$$9k = 27$$
$$k = 3$$

$$\therefore b = 3(3) = 9$$

2 Se tiene la siguiente serie de razones geométricas iguales

$\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{10}$ Calcule la suma de los antecedentes si

$3a + 2b - c = 76$

Resolución

Sabemos: $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = k$

$a = 5k$
$b = 7k$
$c = 10k$

Por condición:

$3a + 2b - c = 76$

$3(5k)+2(7k)-10k = 76$

$19k = 76$

$k = 4$

$\therefore a+b+c=22(4)=88$

3 **En una serie de razones geométricas equivalentes, los consecuentes son: 3; 5 y 7, y la suma de los antecedentes es 120. Halle el valor del mayor antecedente.**

Resolución

Sabemos: $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = k$ ➡

a=3k
b=5k
c=7k

Por condición:

$$a+b+c = 120$$
$$15k = 120$$
$$k = 8$$

➡ $c = 7 \times 8 = 56$

∴El mayor antecedente es 56

4

Si $a + b + c = 108$, además $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ y $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$. Halle el valor de c

Resolución

Sabemos:

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \quad y \quad \frac{b}{c} = \frac{1}{2}\,\frac{x5}{x5}$$

$a=3k$
$b=5k$
$c=10k$

Por condición:

$$a+b+c = 108$$
$$18k = 108$$
$$k = 6$$

$\therefore c=10(6)=60$

5 **El perímetro de un triángulo es 240. Si los lados son entre sí como 12; 16 y 20, halle su área.**

Resolución

Sean los lados: a; b y c

$$\frac{a}{\cancel{12}_{3}} = \frac{b}{\cancel{16}_{4}} = \frac{c}{\cancel{20}_{5}} = k$$

Por condición:

$$p = 3k+4k+5k$$

$$240 = 12k$$

$$k = 20$$

$$a = 3(20) \qquad b = 4(20)$$

Además:

$$\text{Area} = \frac{60 \,.\, 80}{2}$$

∴El área es 2400

6 Si $\dfrac{A}{4} = \dfrac{X}{2} = \dfrac{E}{7} = \dfrac{L}{3}$ y $E - A = 15$, calcule $X + L$.

Resolución

Sabemos: $\dfrac{A}{4} = \dfrac{X}{2} = \dfrac{E}{7} = \dfrac{L}{3} = k$

$A=4k$
$X=2k$
$E=7k$
$L=3K$

Por condición:

$$E - A = 15$$
$$3K = 15$$
$$K = 5$$

Ahora:

$$X+L = 2k+3k$$
$$X+L = 5k$$

$\therefore X+L=5(5)=25$

7

Al cumpleaños de Francesca asistieron 4 varones por cada 7 mujeres, y 2 mujeres por cada 5 niños. Si en total asistieron 342 personas, calcule la diferencia entre el número de niños y hombres.

Resolución

Sabemos:

$$\frac{V}{M} = \frac{4}{7}\frac{.2k}{.2k} \qquad \frac{M}{N} = \frac{2}{5}\frac{.7k}{.7k}$$

V=8k
M=14k
N=35k

Por condición:

$$V+M+N = 342$$
$$57k = 342$$
$$k = 6$$

Ahora:

$$N-V = 35k - 8k$$
$$N-V = 27k$$

$$\therefore N - V = 27(6) = 162$$