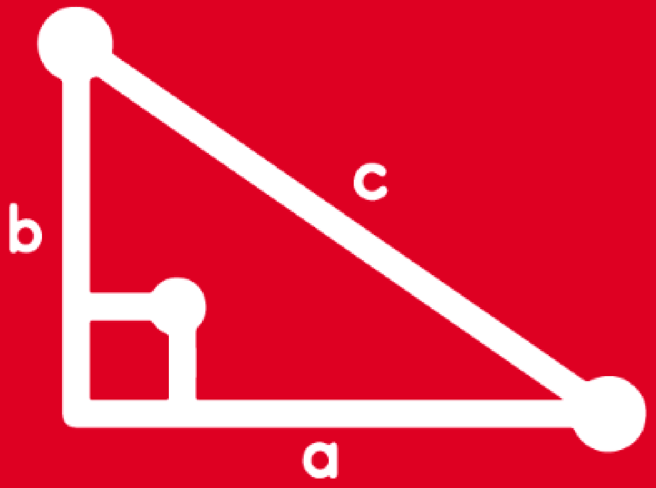
TRIGONOMETRY

VOLUME I

5th
SECONDARY



FEEDBACK

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATING

1 Si un ángulo agudo de medida β cumple que $\cos\beta = 0,75$. Efectúe

$$\mathrm{F} = \sqrt{7}sen\beta + \frac{1}{4}$$

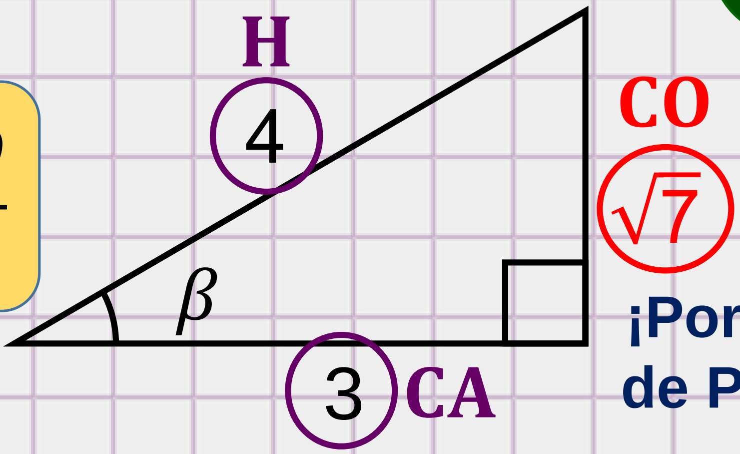
RESOLUCIÓN

Por condición:

$$\cos\beta = 0{,}75 = \frac{75}{100} \Rightarrow \cos\beta = \frac{3}{4} = \frac{\mathbf{CA}}{\mathbf{H}}$$

NOTA

$$\boldsymbol{sen\beta = \frac{CO}{H}}$$



¡Por teorema de Pitágoras!

Efectuamos $F = \sqrt{7}\boldsymbol{sen\beta} + \frac{1}{4}$

$$F = \sqrt{7}\left(\frac{\boldsymbol{\sqrt{7}}}{\boldsymbol{4}}\right) + \frac{1}{4}$$

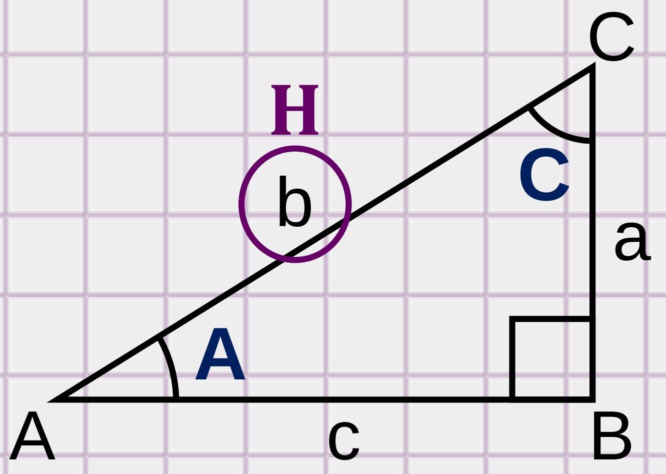
$$F = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = \mathbf{2}$$

$$\therefore \boxed{\boldsymbol{F = 2}}$$

2 En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se cumple que $17senA + 12cosC = 20$. A partir de ello, calcule $20tanC$.

RESOLUCIÓN

Graficamos el triángulo:

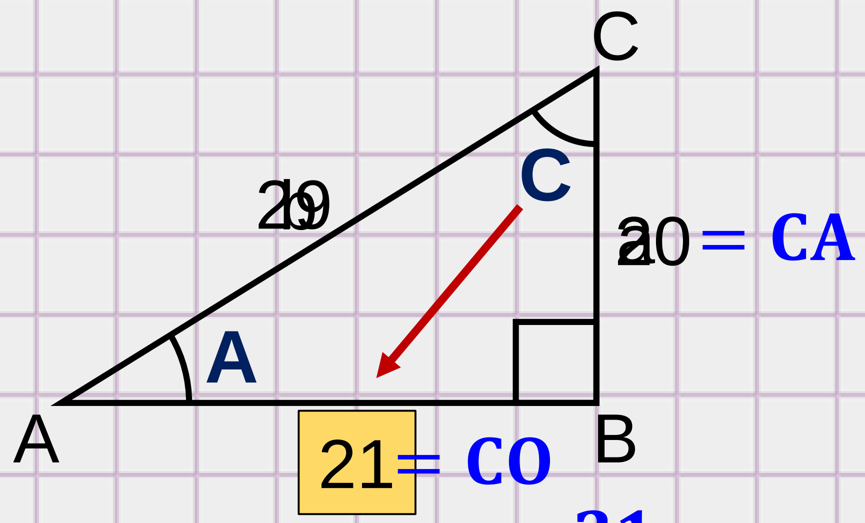


$\measuredangle$	CO	CA
$\measuredangle A$	a	c
$\measuredangle C$	c	a

Reemplazamos en la condición:

$$17 \cdot \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} + 12 \cdot \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = 20$$

Tenemos $29 \cdot \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = 20 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{20}{29}$



Calculamos $20tanC = \cancel{20} \cdot \frac{\mathbf{21}}{\cancel{\mathbf{20}}} = \mathbf{21}$

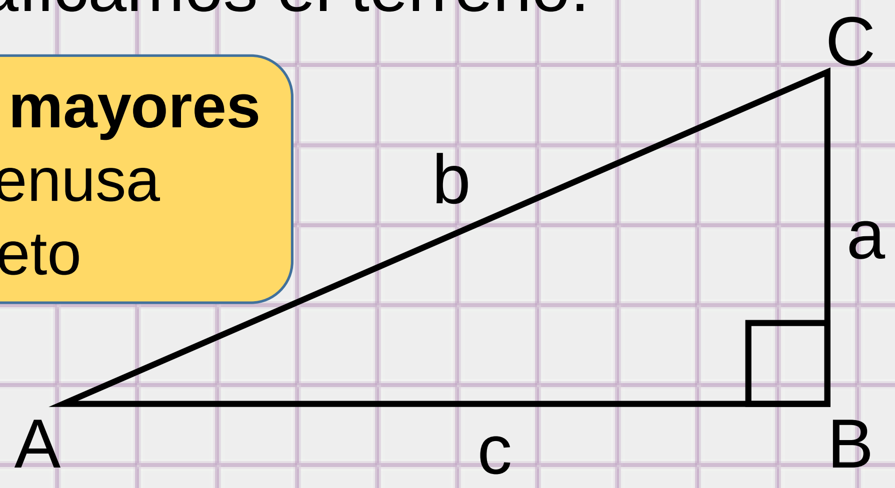
$\therefore$ $\boxed{\mathbf{20tanC = 21}}$

3 Félix tiene un terreno el cual tiene forma de un triángulo rectángulo en el que los lados mayores están en la relación como 113 es a 112. Calcule la suma de la cosecante y la cotangente del menor ángulo agudo de dicho triángulo.

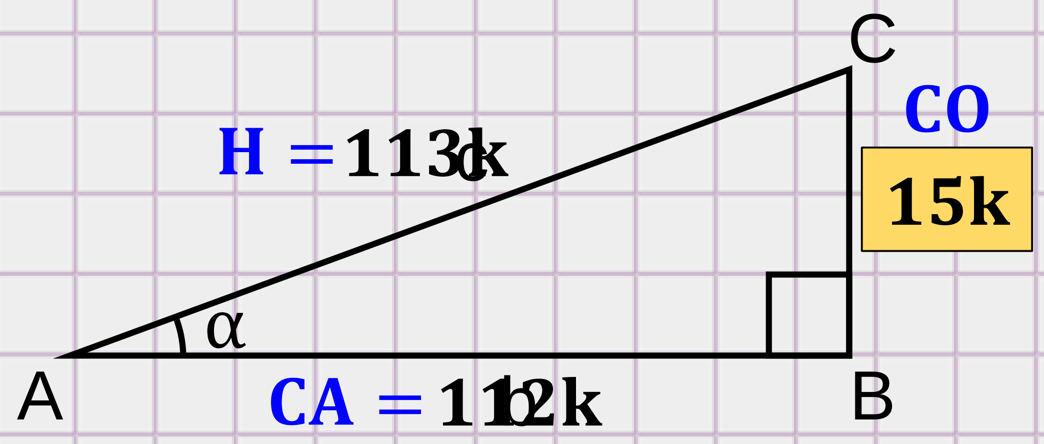
RESOLUCIÓN

Graficamos el terreno:

Lados mayores
- Hipotenusa
- 1 Cateto



Por condición: $\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}} = \frac{\mathbf{113k}}{\mathbf{112k}}$



Calculamos: $csc\alpha + cot\alpha = \frac{H}{CO} + \frac{CA}{CO} = \frac{113k}{15k} + \frac{112k}{15k}$

$$csc\alpha + cot\alpha = \frac{225\cancel{k}}{15\cancel{k}} = 15$$

$\therefore \boxed{csc\alpha + cot\alpha = 15}$

4

El profesor Gian Carlo plantea un reto a sus estudiantes el cual consiste en encontrar el valor de $K = \cot^2 30°.\csc^2 45° + \sec 60° - 4\tan 37°$. Si la estudiante Rosita le da la respuesta correcta, ¿cuál es el resultado que obtuvo Rosita?

¡Recordemos!

RT / ∡	sen	cos	tan	cot	sec	csc
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\boxed{\sqrt{3}}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\boxed{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\boxed{\sqrt{2}}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\boxed{\frac{3}{4}}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$

RESOLUCIÓN

Reemplazamos en

$$K = \underline{\cot^2 30°}.\underline{\csc^2 45°} + \underline{\sec 60°} - 4\,\underline{\tan 37°}$$

$$K = \cancel{\sqrt{3}}^{\cancel{2}} \cdot \cancel{\sqrt{2}}^{\cancel{2}} + 2 - \cancel{4} \times \frac{3}{\cancel{4}}$$

$$K = 6 + 2 - 3$$

$$K = 5$$

∴ **Rosita obtuvo 5**

5 Siendo α y β las medidas de dos ángulos agudos, calcule β si

$$sen(7\alpha - 15°) = cos(5\alpha + 21°)$$

$$tan(2\beta - \alpha) \cdot cot(3\alpha + 2°) = 1$$

RESOLUCIÓN

- $sen(7\alpha - 15°) = cos(5\alpha + 21°)$

Por RT de ángulos complementarios:

$$\rightarrow 7\alpha - 15° + 5\alpha + 21° = 90°$$

$$12\alpha + 6° = 90°$$

$$12\alpha = 84°$$

$$\boxed{\alpha = 7°}$$

- $tan(2\beta - \alpha) \cdot \cot(3\alpha + 2°) = 1$

Por RT recíprocas: $2\beta - \alpha = 3\alpha + 2°$

$$2\beta = 4\alpha + 2°$$

$$2\beta = 4(7°) + 2°$$

$$2\beta = 30°$$

$$\therefore \boxed{\beta = 15°}$$

6

Las edades de Álvaro y Ricky son a y b años respectivamente, si dichos valores se pueden calcular al resolver las siguientes expresiones:

$$tan(3a-10)° \cdot cot44° = 1 \text{ y } sec(5b)° = csc5°$$

a) ¿Cuál es la edad de Álvaro y Ricky ?

b) ¿Cuál es la diferencia de ambas edades?

RESOLUCIÓN

- $tan(3a-10)° \cdot cot44° = 1$

Por RT recíprocas:

$\rightarrow (3a-10)\cancel{°} = 44\cancel{°}$

$3a - 10 = 44$

$3a = 54$ $\boxed{a = 18}$

Álvaro

- $sec(5b)° = csc5°$

Por RT de ángulos complementarios:

$\rightarrow (5b)° + 5° = 90°$

$(5b)\cancel{°} = 85\cancel{°}$

$\boxed{b = 17}$

Ricky

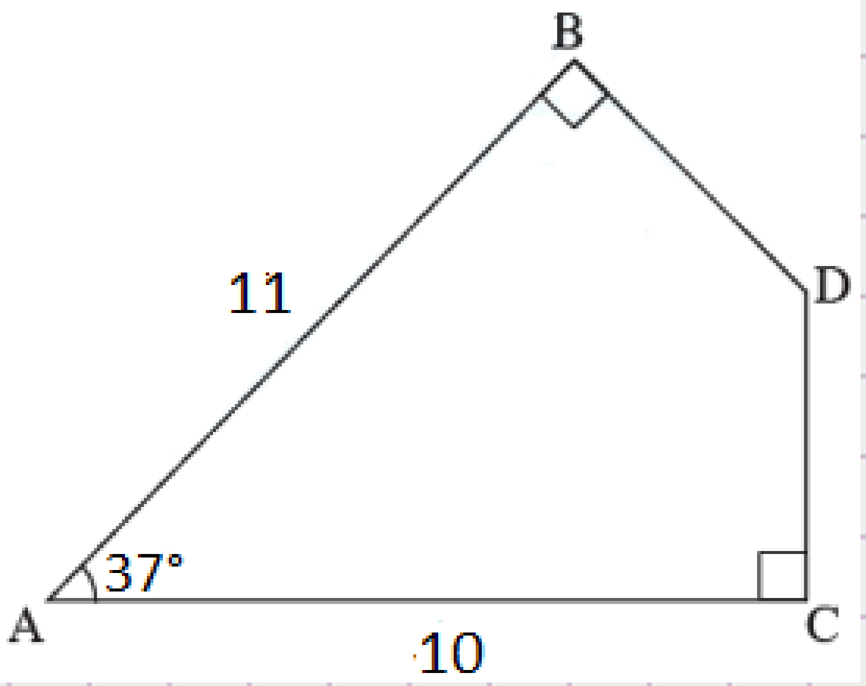
Respondemos:

a) Álvaro = **18 años**

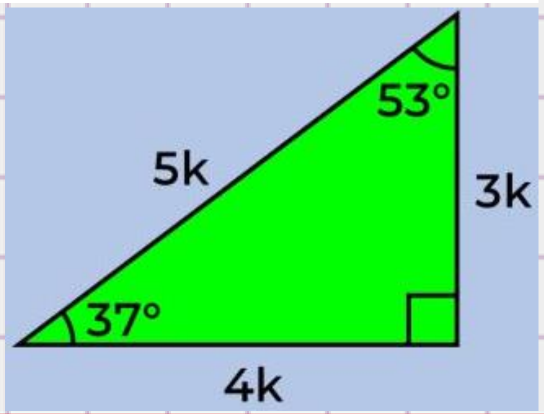
Ricky = **17 años**

b) 18 – 17 = **1 año**

7 Del gráfico, calcule la longitud del lado CD.

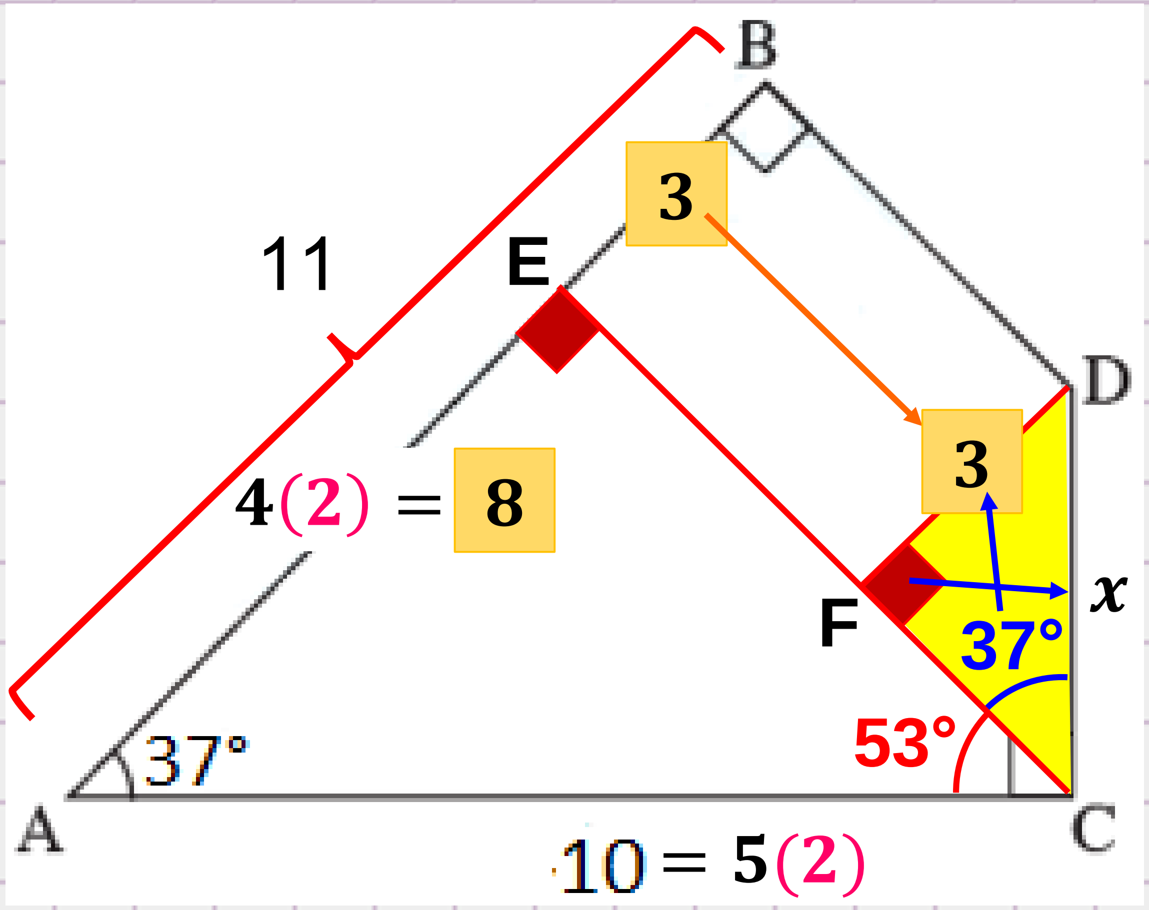


NOTA



RESOLUCIÓN

Analizamos el gráfico:

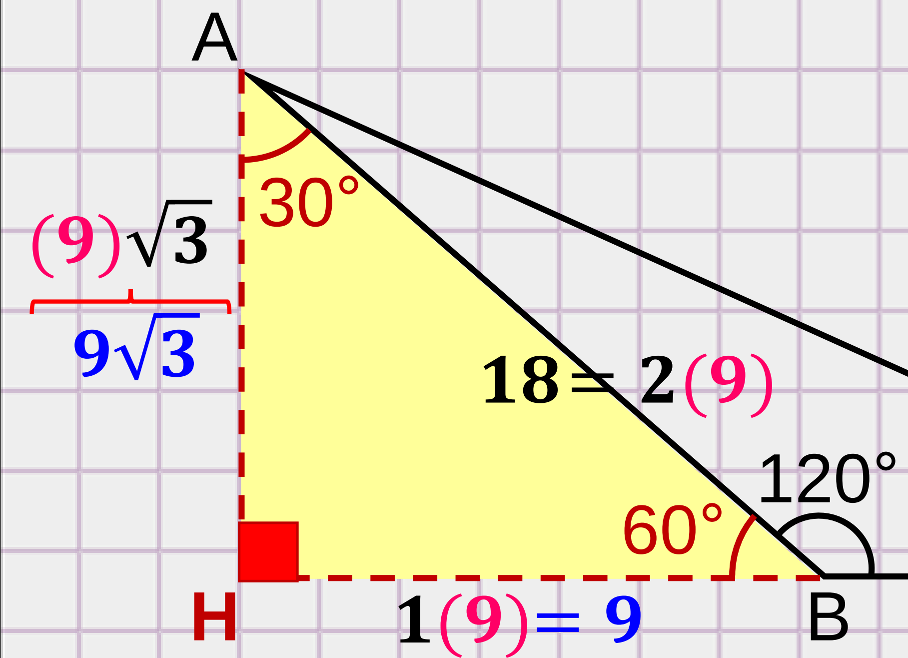


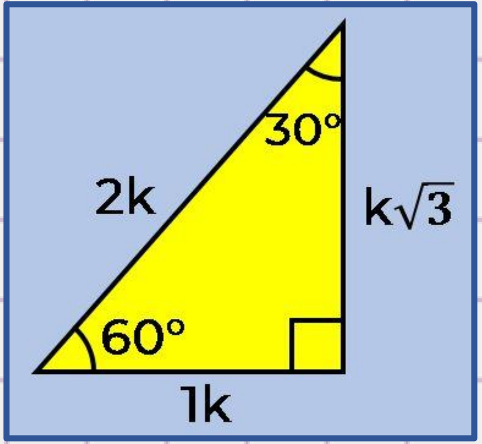
$\therefore \boxed{CD = 5}$

8 En un triángulo ABC, se cumple que AB = 18u, BC = 12u y m∡ABC = 120°. Calcule $3\sqrt{3}\cot C$.

RESOLUCIÓN

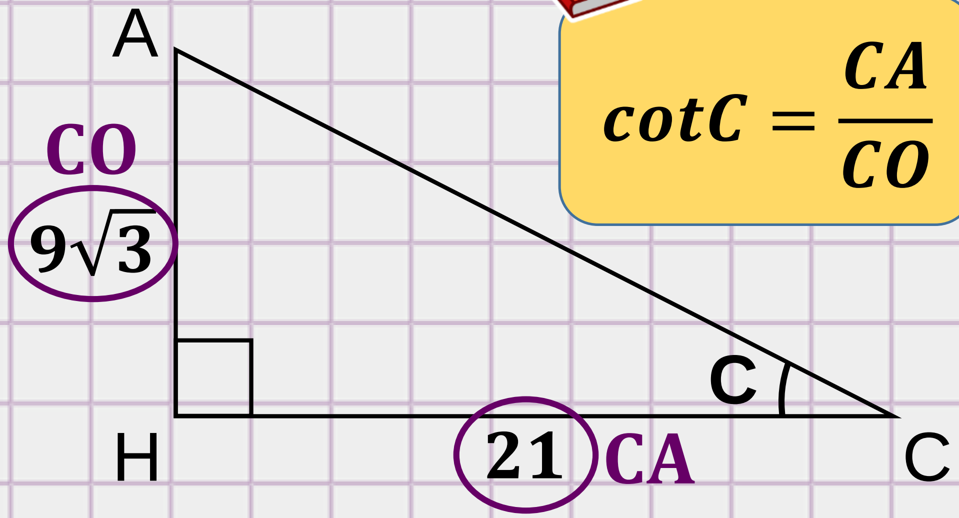
Graficamos acorde al enunciado:





NOTA

$$\cot C = \frac{CA}{CO}$$

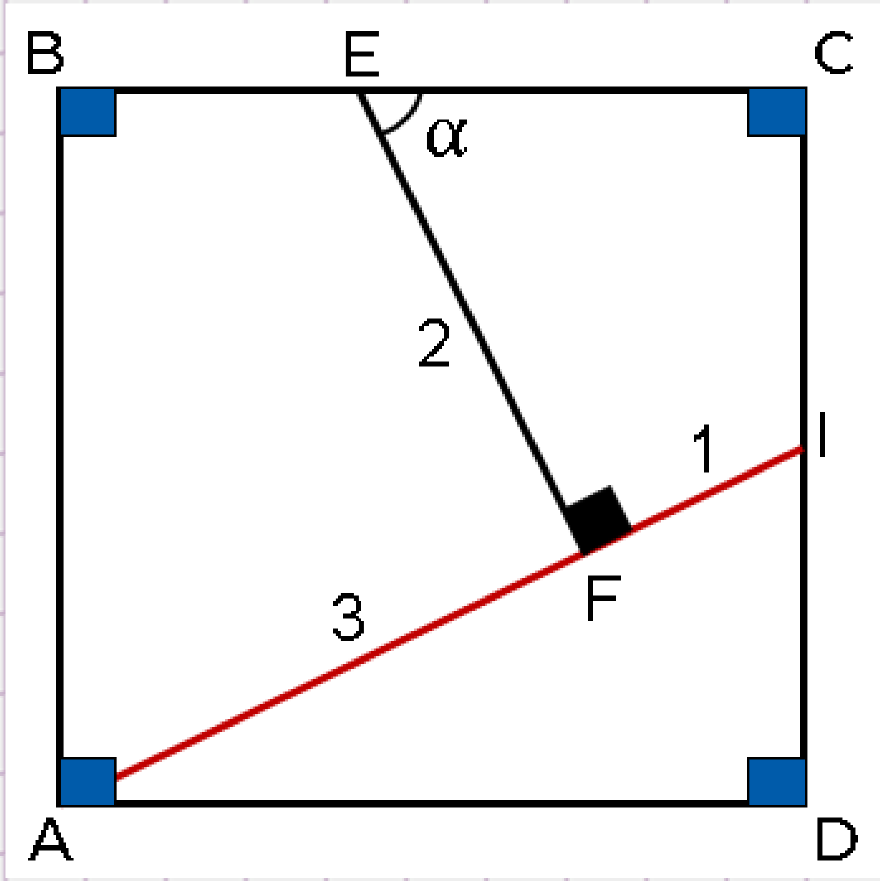


Calculamos

$$3\sqrt{3}\cot C = \overset{1}{\cancel{3}}\cancel{\sqrt{3}} \cdot \frac{21}{\underset{3}{\cancel{9}}\cancel{\sqrt{3}}} = 7$$

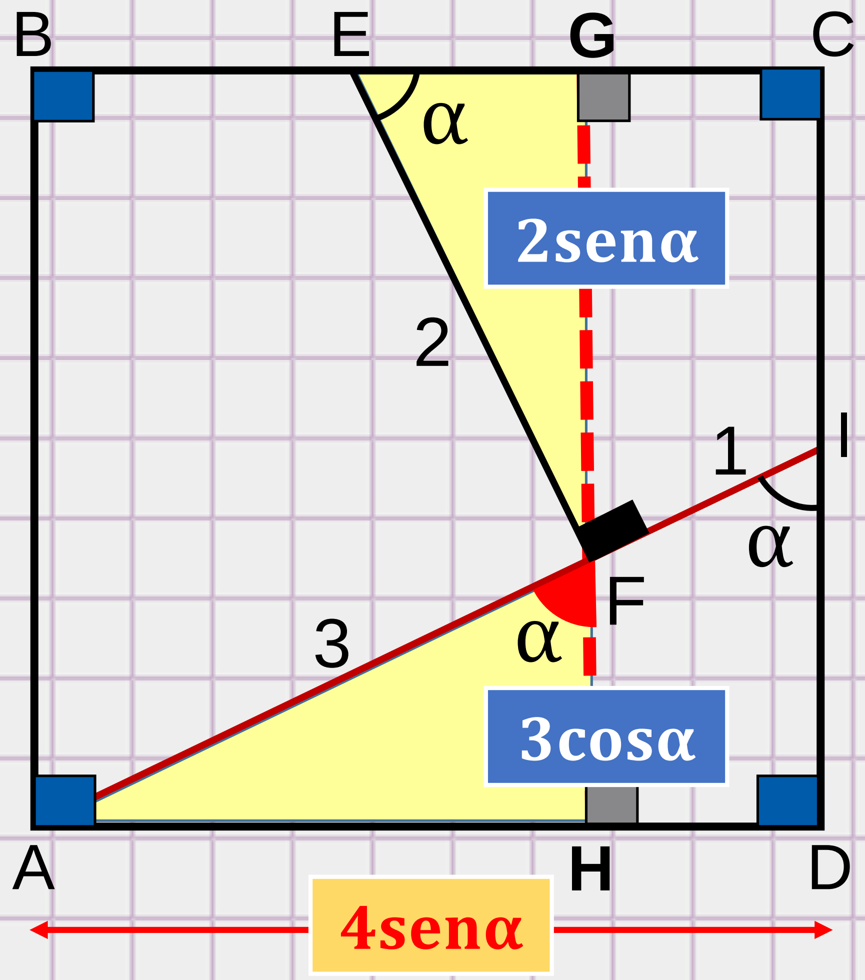
$\therefore$ $\boxed{3\sqrt{3}\cot C = 7}$

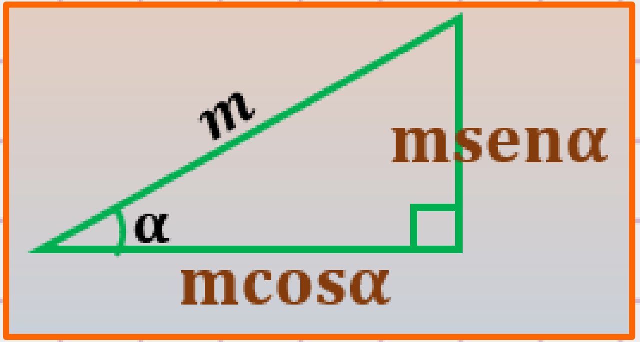
9 Si ABCD es un cuadrado, calcule $tan\alpha$.



RESOLUCIÓN

Analizamos el gráfico:





$\triangle$FGE: $FG = 2sen\alpha$

$\triangle$AHF: $HF = 3cos\alpha$

$\triangle$ADI: $AD = 4sen\alpha$

Vemos que $AD = GH$

$4sen\alpha = 2sen\alpha + 3cos\alpha$

$2sen\alpha = 3cos\alpha$

$\dfrac{sen\alpha}{cos\alpha} = \dfrac{3}{2} \rightarrow tan\alpha = 1{,}5$

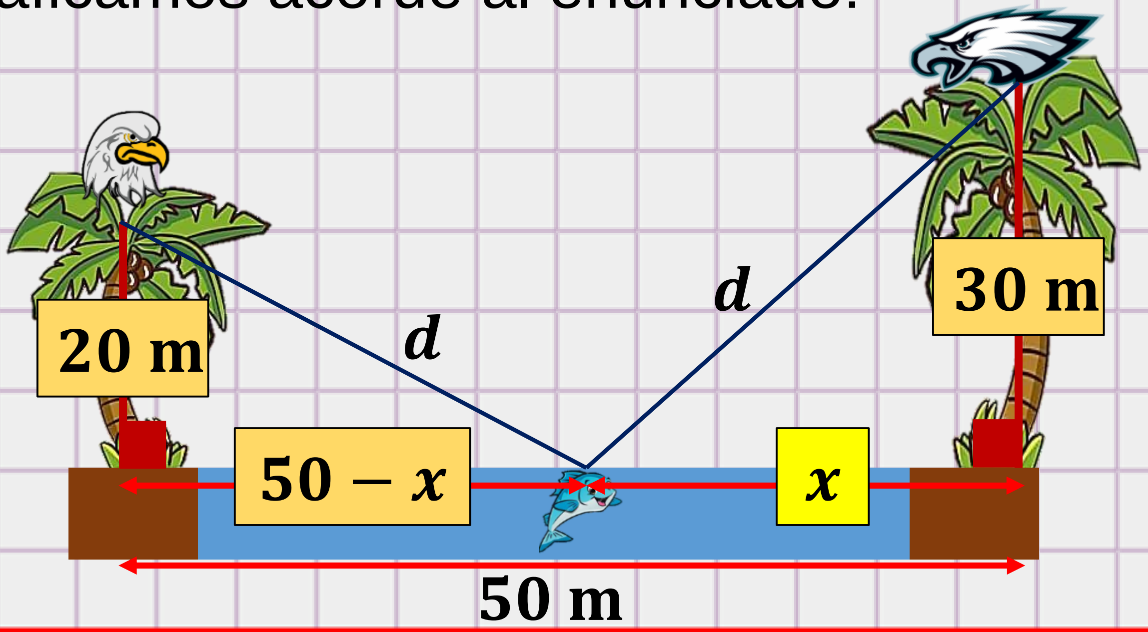
$tan\alpha$

$\therefore$ $\boxed{tan\alpha = 1,5}$

10 En las orillas de un río crecen dos palmeras cuyas alturas son de $20\,m$ y de $30\,m$ y están distanciadas $50\,m$. En las copas de cada una hay un águila quienes divisan un pez en la superficie del agua para tratar de cazarlo. Las aves se lanzan a la vez y llegan al pez al mismo tiempo. Considerando que volaron en línea recta y a rapidez constante, ¿a qué distancia de la base de la palmera de mayor altura apareció el pez?

RESOLUCIÓN

Graficamos acorde al enunciado:



Por teorema de Pitágoras en cada triángulo rectángulo:

$\boxed{d^2 = 20^2 + (50 - x)^2}$ y $\boxed{d^2 = x^2 + 30^2}$

Igualamos d^2: $20^2 + \underline{(50 - x)^2} = x^2 + 30^2$

$$400 + \mathbf{2500 - 100x} + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 900$$

$$\mathbf{2000} = 100x$$

$$\rightarrow \mathbf{20 = x}$$

$\therefore$ **El pez apareció a los 20 m.**

SACO
OLIVEROS