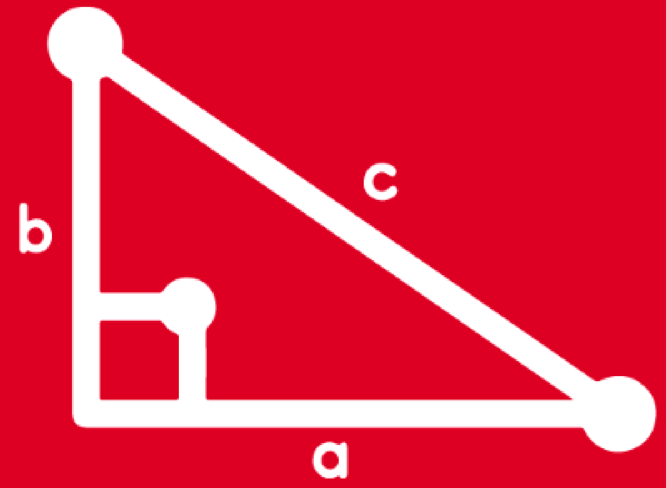
TRIGONOMETRY

INTRODUCTORIO
2023

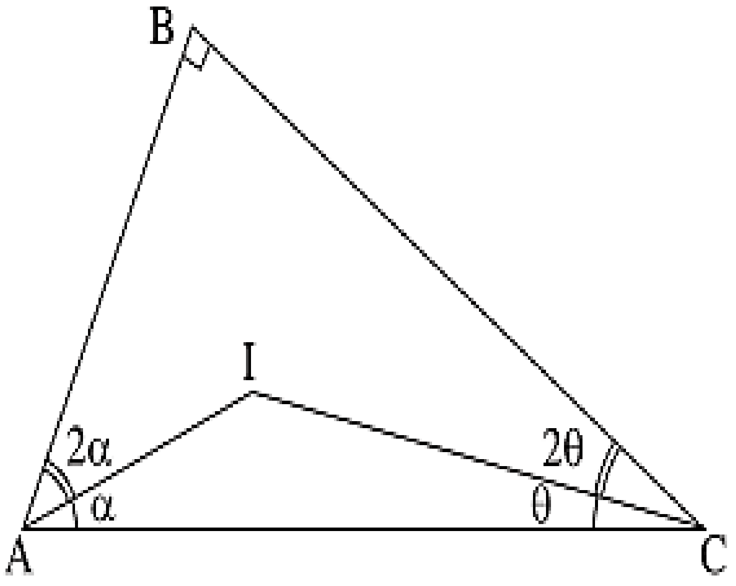


5th
SECONDARY

EXPLORATORIO

SACO OLIVEROS

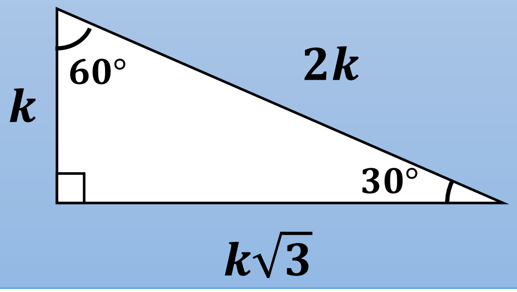
1. Del gráfico, calcule $13\tan\alpha - \cot\theta$ si $AI=4$ u y $CI=6\sqrt{3}$ u.



A) -1 B) $\sqrt{3}$ C) 0
D) $-\sqrt{3}$ E) 1

Resolución:

Triángulo notable de 30° y 60°:



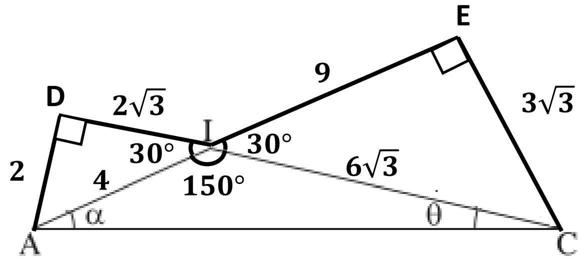
En el triángulo rectángulo ABC:

$$3\alpha + 3\theta = 90°$$

$$\alpha + \theta = 30°$$

Luego: $m\angle AIC = 150°$

En el triángulo AIC, tenemos:



En el triángulo rectángulo AEC:

$$\tan\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{13}$$

En el triángulo rectángulo ADC:

$$\cot\theta = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

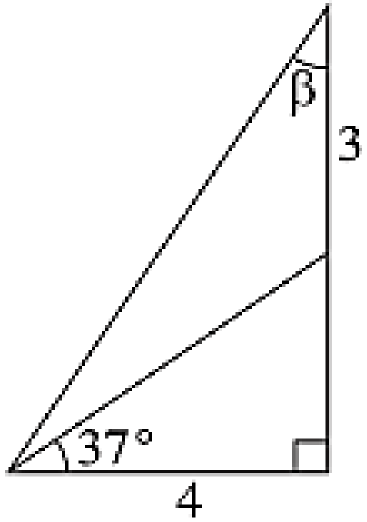
Por lo tanto:

$$13\left(\frac{3\sqrt{3}}{13}\right) - \left(4\sqrt{3}\right) = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$= -\sqrt{3}$$

$$D)\ -\sqrt{3}$$

2. Calcule senβ.



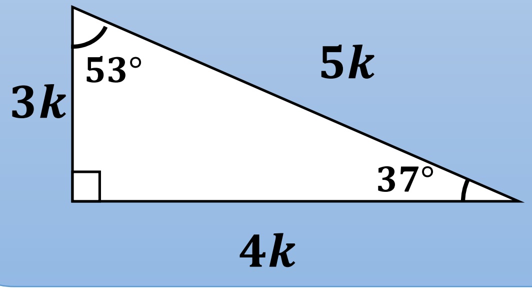
A) $\dfrac{2}{\sqrt{13}}$ B) $\dfrac{3}{\sqrt{13}}$

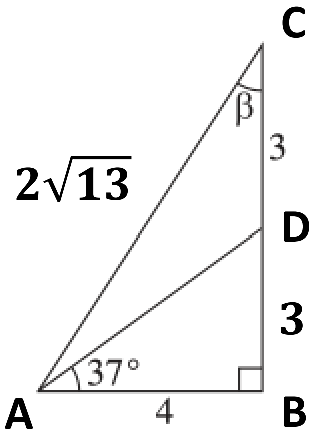
C) $\dfrac{4}{\sqrt{13}}$ D) $\dfrac{5}{\sqrt{13}}$

E) $\sqrt{13}$

Resolución:

Triángulo notable de 37° y 53°:





En el triángulo rectángulo ABD, por triángulo notable de 37° y 53°: $BD = 3$

En el triángulo rectángulo ABC, por teorema de Pitágoras:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad \Rightarrow 4^2 + 6^2 = AC^2$$

$$52 = AC^2$$

$$2\sqrt{13} = AC$$

Por lo tanto, en el triángulo rectángulo ABC:

$$sen\beta = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$A)\ \frac{2}{\sqrt{13}}$$

3. Dado el sistema de ecuaciones

$$\tan(\alpha - 25^\circ) = \cot(\beta - 30^\circ)$$
$$2\beta - \alpha = 35^\circ$$

donde α y β son agudos, efectúe

$$\frac{\tan(\alpha + \beta - 25^\circ)}{1 + \cos\beta}$$

(Examen de Admisión UNMSM 2007-II)

A) $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ B) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Resolución:

Propiedades de razones trigonométricas:

$$\tan(x) = \cot(y) \Rightarrow x + y = 90^\circ$$

Tenemos: $\tan(\alpha - 25^\circ) = \cot(\beta - 30^\circ)$

$$\Rightarrow (\alpha - 25^\circ) + (\beta - 30^\circ) = 90^\circ$$

$$\alpha + \beta = 145^\circ \quad +$$

Además:
$$2\beta - \alpha = 35^\circ$$

$$3\beta = 180^\circ$$
$$\beta = 60^\circ$$
$$\alpha = 85^\circ$$

Por lo tanto: $\frac{\tan(\alpha + \beta - 25^\circ)}{1 + \cos\beta} = \frac{\tan(85^\circ + 60^\circ - 25^\circ)}{1 + \cos 60^\circ} = \frac{\tan 120^\circ}{1 + \cos 60^\circ}$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{2}} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{A)\ -\frac{3\sqrt{3}}{2}}$$

4. Determine un ángulo en radianes si se cumple que $C - S = \frac{R}{\pi}\sqrt{\frac{SC}{10}}$

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$

D) $\frac{\pi}{4}$ E) π

Resolución:

Por números convencionales:

$$\frac{S}{9} = \frac{C}{10} = \frac{20R}{\pi} \Longrightarrow \begin{cases} S = 9k \\ C = 10k \\ R = \frac{\pi k}{20} \end{cases}$$

Tenemos: $C - S = \frac{R}{\pi}\sqrt{\frac{SC}{10}}$

$$10k - 9k = \frac{\frac{\pi k}{20}}{\pi}\sqrt{\frac{(9k)(10k)}{10}}$$

$$k = \frac{k}{20}(3k)$$

$$\frac{20}{3} = k$$

Medida del ángulo en radianes:

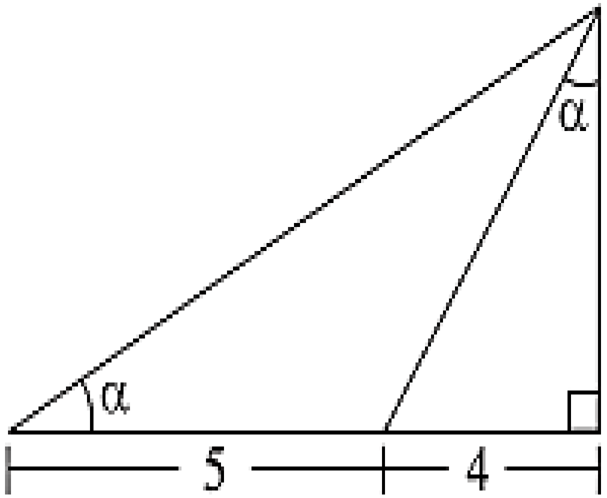
$$R = \frac{\pi}{20}\left(\frac{20}{3}\right) rad$$

$$R = \frac{\pi}{3} rad$$

$A)\ \frac{\pi}{3}$

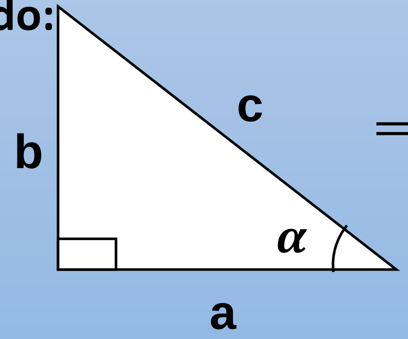
5. De la figura, calcule $\tan\alpha$.

A) $\frac{1}{3}$
B) 2
C) $\frac{2}{3}$
D) 3
E) $\frac{1}{9}$

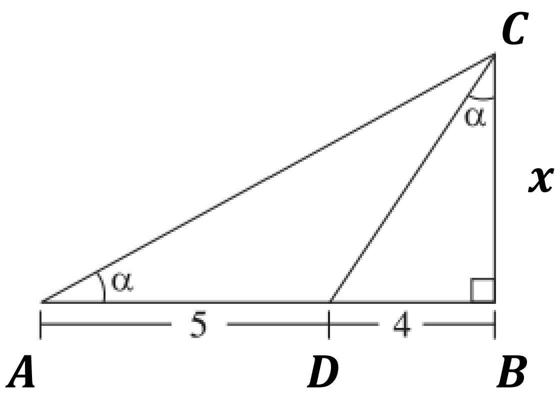


Resolución:

Por razones trigonométricas de un ángulo agudo:



$$\Longrightarrow \tan\alpha = \frac{C.O.}{C.A.} = \frac{b}{a}$$



En el triángulo rectángulo ABC: $\tan\alpha = \frac{x}{9}$

En el triángulo rectángulo DBC: $\tan\alpha = \frac{4}{x}$

Luego:

$$\frac{x}{9} = \frac{4}{x} \quad \Longrightarrow x^2 = 36 \quad \Longrightarrow x = 6$$

Por lo tanto: $\tan\alpha = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$C)\ \frac{2}{3}$

6. Siendo α y θ ángulos agudos que cumplen $\tan\alpha \cdot \tan\theta = 1$, calcule

$$P = \sqrt{3}\cot\left(\frac{\alpha+\theta}{3}\right)+2.$$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 6 E) 7

Resolución:

Propiedades de razones trigonométricas:

$$tan(x).tan(y) = 1 \Rightarrow x + y = 90°$$

Tenemos: $tan\alpha.tan\theta = 1 \Rightarrow \alpha + \theta = 90°$

Luego: $P = \sqrt{3}cot\left(\frac{\alpha+\theta}{3}\right) + 2$

$$P = \sqrt{3}cot\left(\frac{90°}{3}\right) + 2$$

$$P = \sqrt{3}cot30° + 2$$

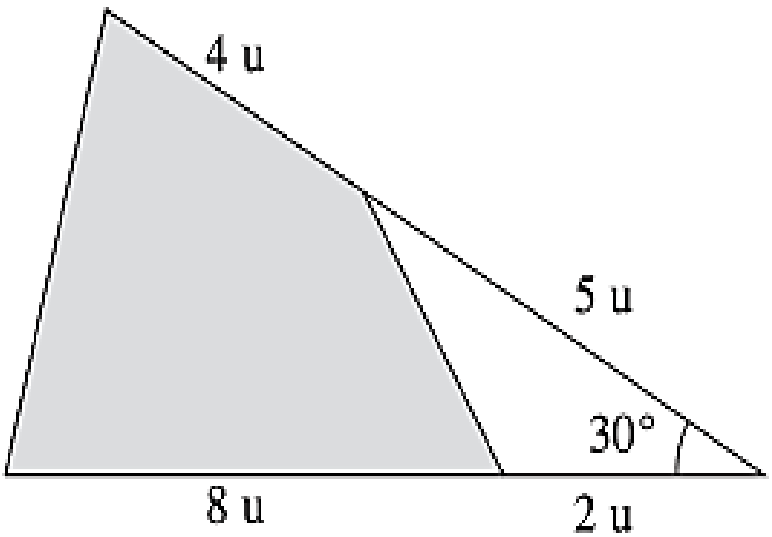
$$P = \sqrt{3}(\sqrt{3}) + 2$$

$$P = 3 + 2$$

$$P = 5$$

$C)\ 5$

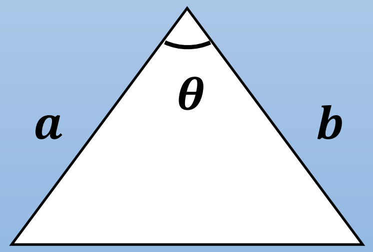
7. Del gráfico mostrado, calcule el área de la región sombreada.



A) $10\ u^2$ B) $20\ u^2$ C) $30\ u^2$
D) $40\ u^2$ E) $60\ u^2$

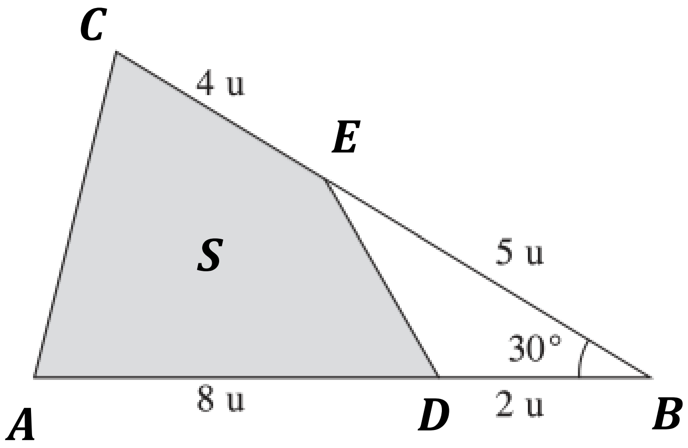
Resolución:

Área del triángulo:



$$\acute{A}rea\ del\ tri\acute{a}ngulo = \frac{a \cdot b \cdot sen\theta}{2}$$

Tenemos:



$$S = \acute{A}rea_{\Delta ABC} - \acute{A}rea_{\Delta DBE}$$

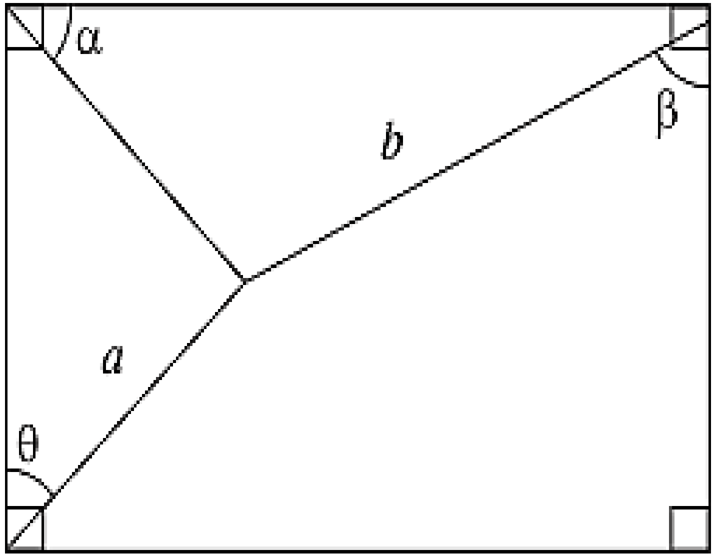
$$S = \frac{(10)(9)sen30°}{2} - \frac{(2)(5)sen30°}{2}$$

$$S = 45\left(\frac{1}{2}\right) - 5\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$S = \frac{40}{2} = 20$$

$\boxed{B)\ 20\ u^2}$

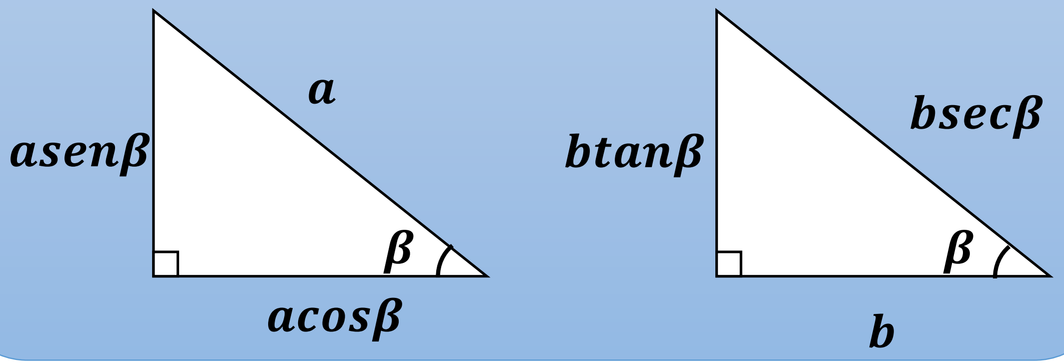
8. En la figura mostrada, el valor de $E = \dfrac{a\tan\alpha \cdot \operatorname{sen}\theta}{b\cos\beta}$ es (UNI 2013-I)

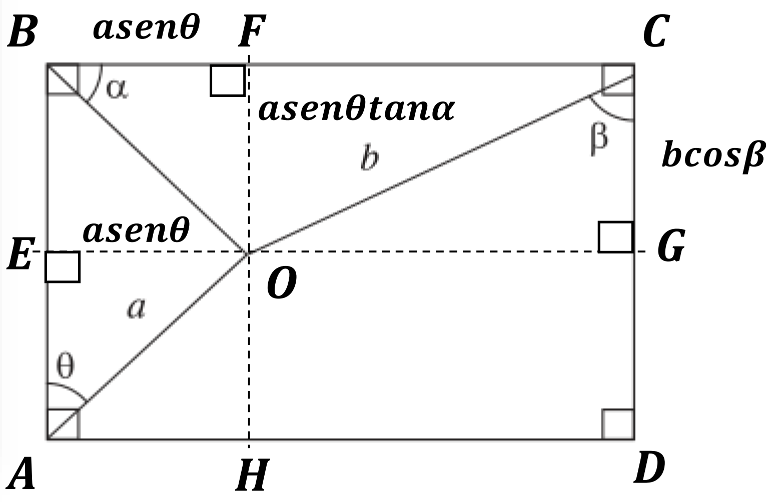


A) –2 B) –1 C) 1
D) 2 E) 3

Resolución:

Resolución de triángulos rectángulos:





En el triángulo rectángulo AEO:

$$EO = a\operatorname{sen}\theta \quad \Rightarrow BF = a\operatorname{sen}\theta$$

En el triángulo rectángulo BFO:

$$FO = a\operatorname{sen}\theta\tan\alpha$$

En el triángulo rectángulo CGO:

$$CG = b\cos\beta$$

Por lo tanto: $a\operatorname{sen}\theta\tan\alpha = b\cos\beta$

$$\Rightarrow \frac{a\operatorname{sen}\theta\tan\alpha}{b\cos\beta} = 1$$

C) 1

SACO
OLIVEROS