



GEOMETRY

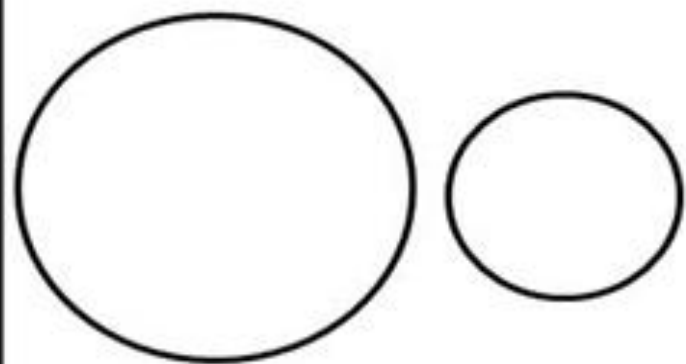
Capítulo 5

5th
SECONDARY

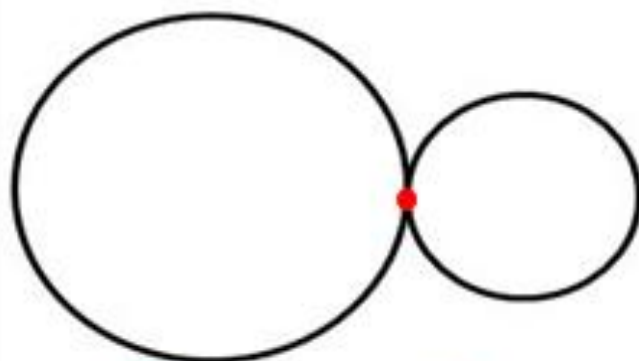
**LÍNEAS ASOCIADAS A
LA
CIRCUNFERENCIA**



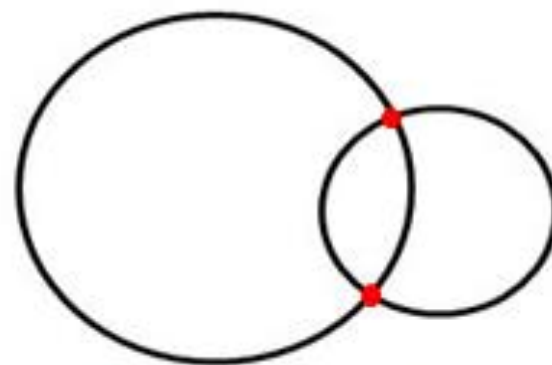
 **SACO OLIVEROS**



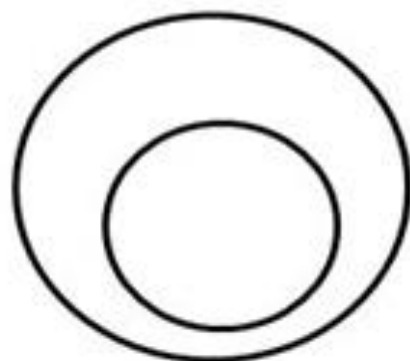
Exteriores



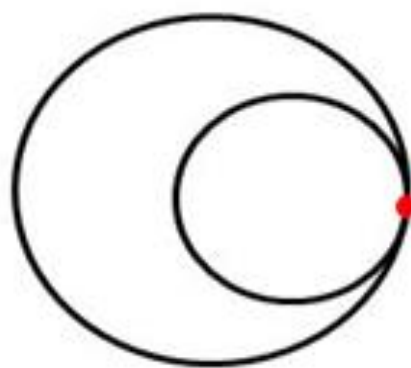
**Tangentes
exteriores**



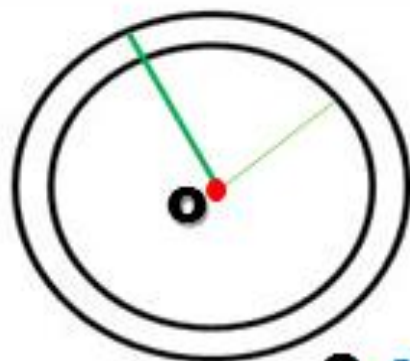
Secantes



Interiores



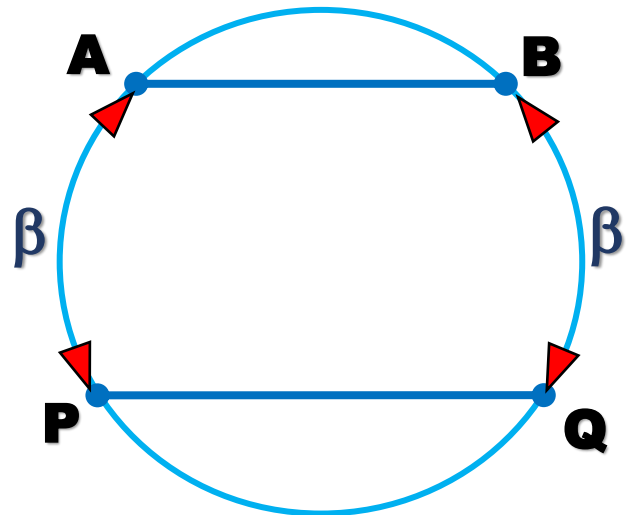
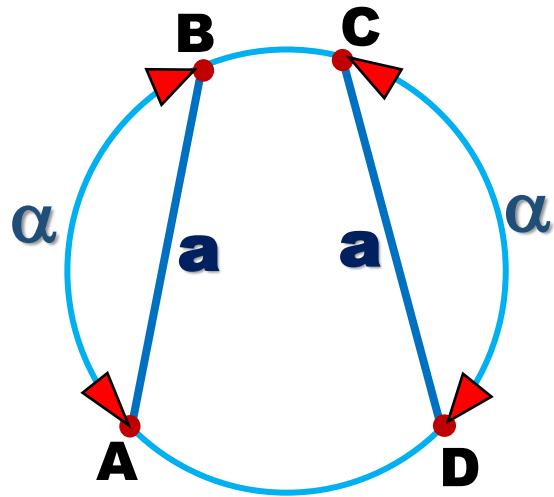
**Tangentes
interiores**



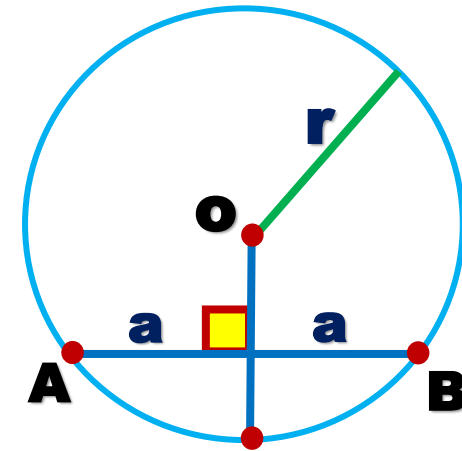
O: Centro

Concéntricas

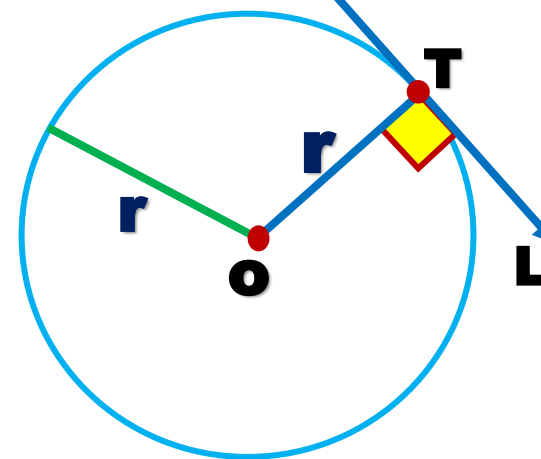
Líneas asociadas a la circunferencia



$$\overline{AB} // \overline{PQ}$$

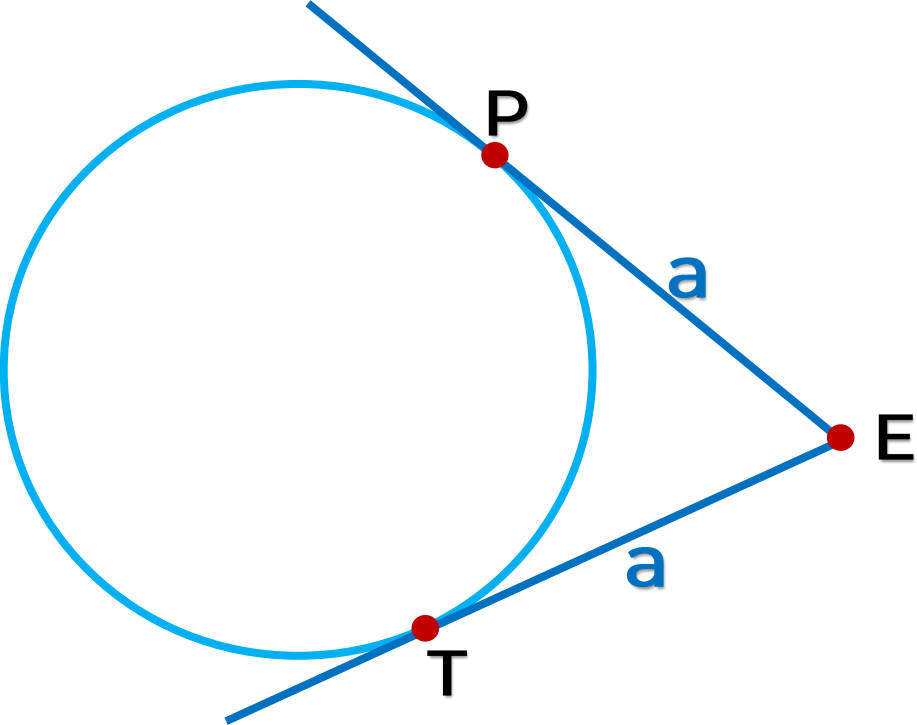


O : Centro

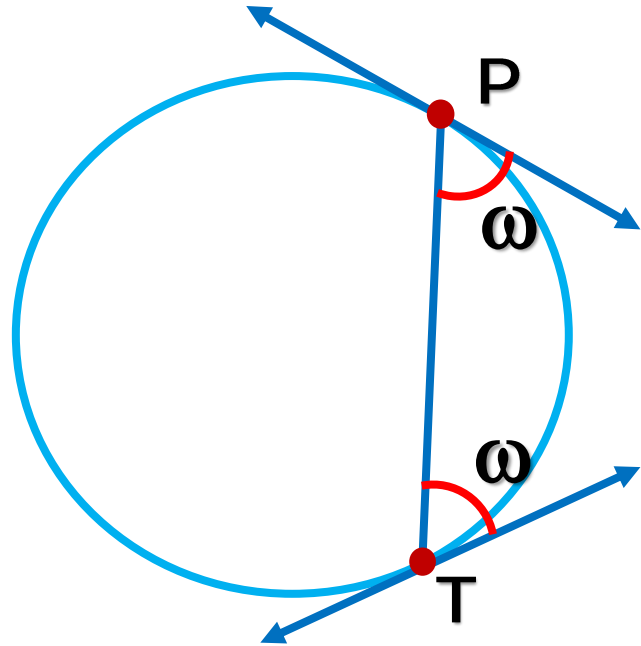


O : Centro

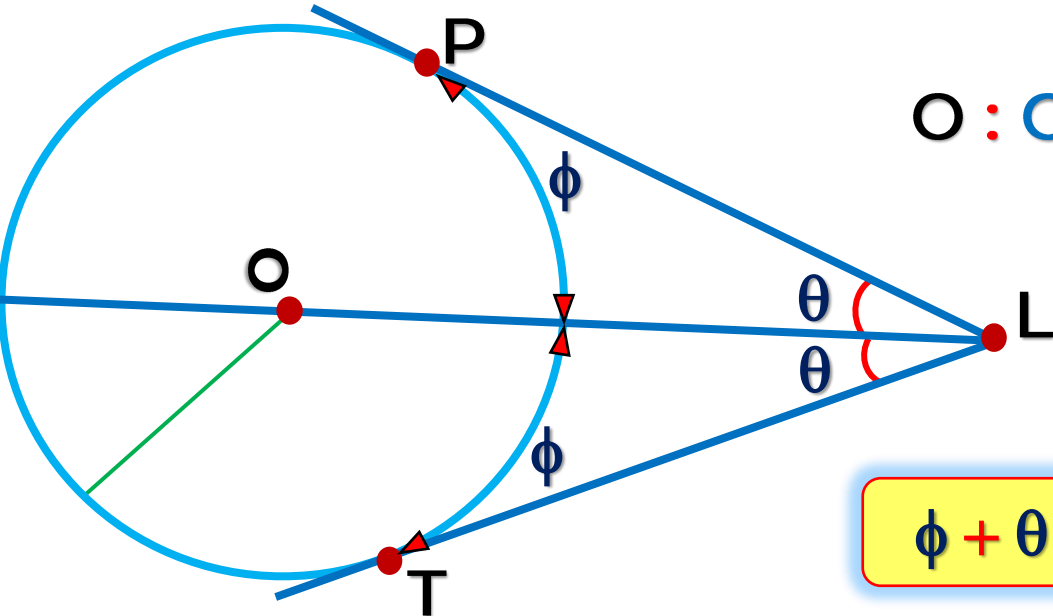
T : Punto de tangencia



P y T: Punto de tangencia

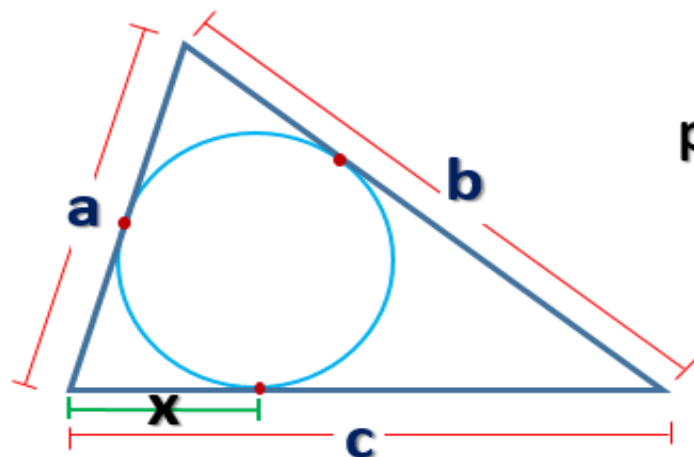


P y T: Punto de tangencia



O : Centro

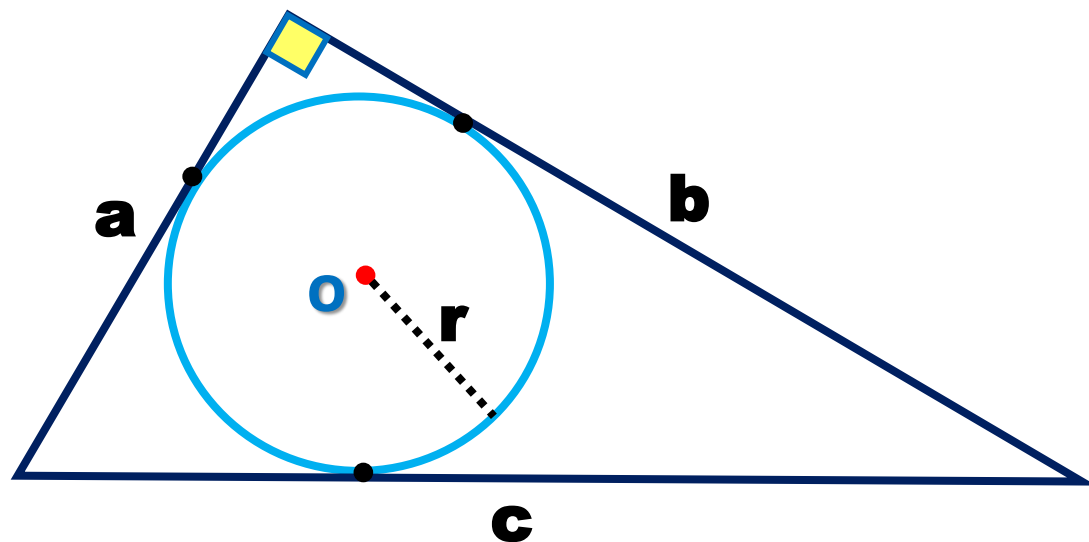
$\phi + \theta = 90^\circ$



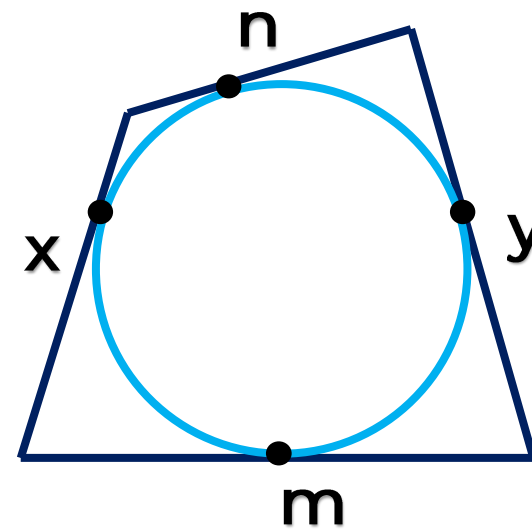
p : Semiperímetro

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$x = p - b$$



r : medida del inradio



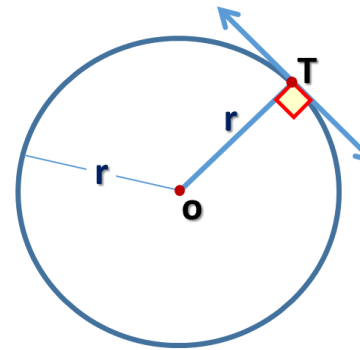
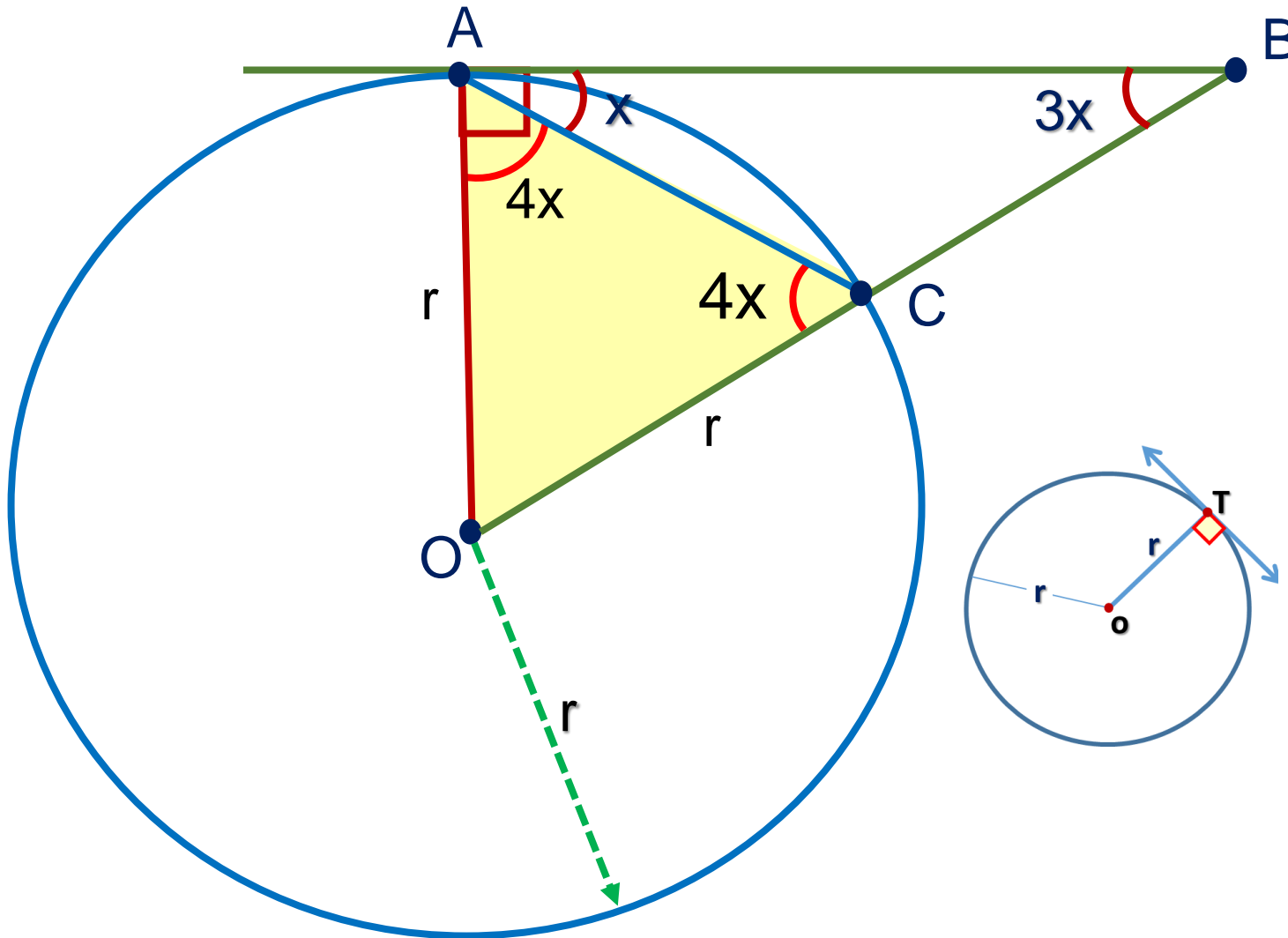
Teorema de Pitot

$$x + y = m + n$$

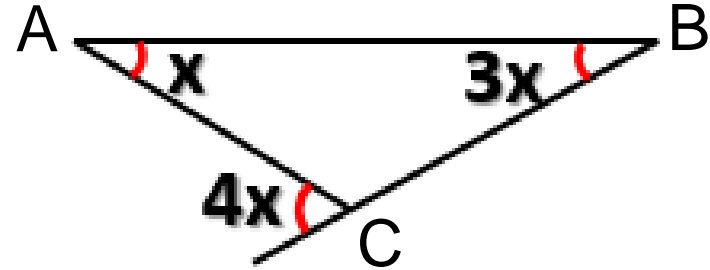
Teorema de Poncelet

$$a + b = c + 2r$$

1. Halle el valor de x si O es centro y A es punto de tangencia.



Resolución:

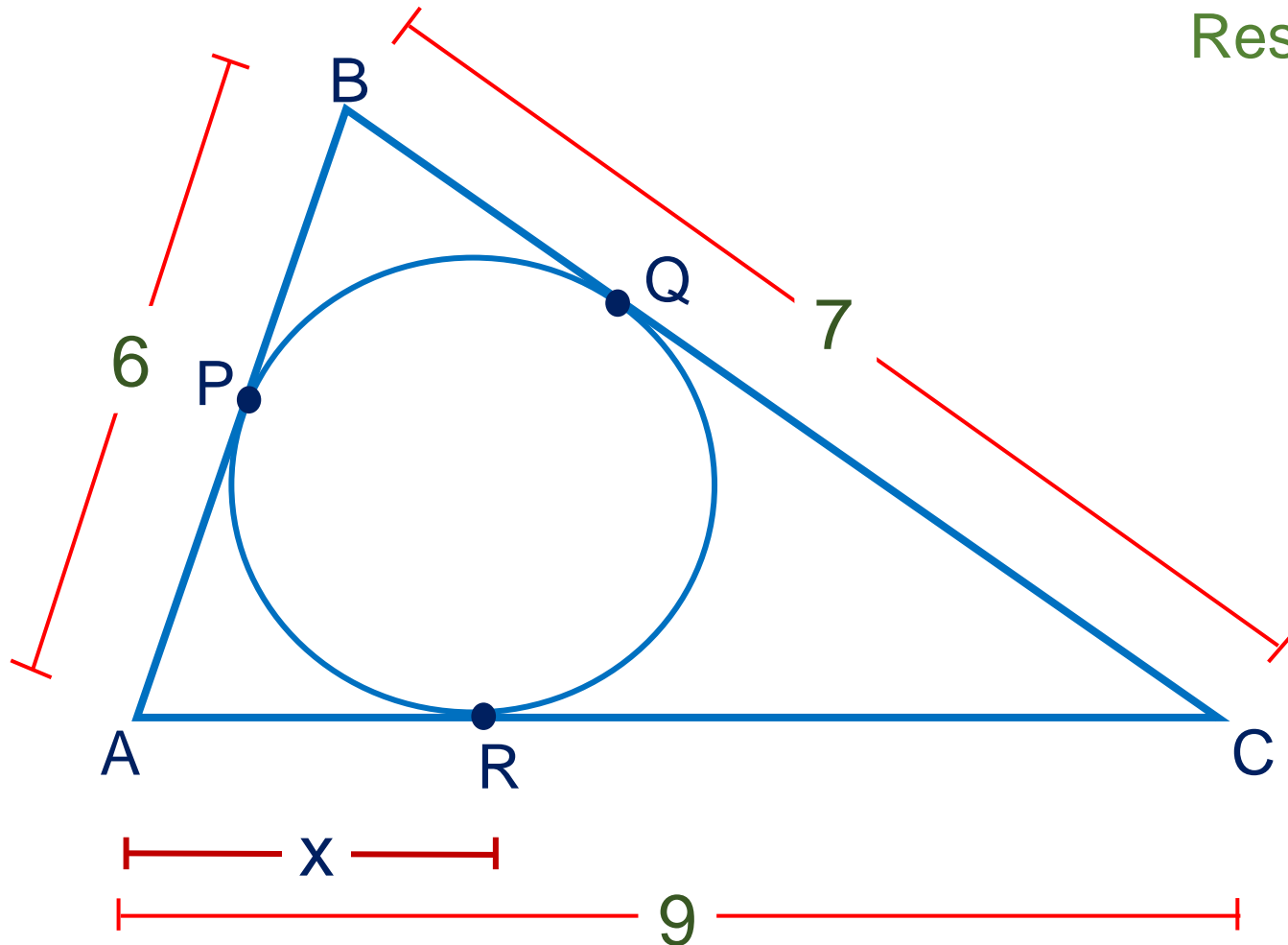
- Piden: x
 - $\triangle ABC$:
- 
- Se traza \overline{OA} .
 - $\triangle AOC$: Isósceles
 - En el vértice A :

$$4x + x = 90^\circ$$

$$5x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

2. En un $\triangle ABC$, donde $AB = 6$, $BC = 7$ y $AC = 9$, la circunferencia inscrita es tangente a \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} en los puntos P, Q y R, respectivamente. Halle AR.



Resolución:

- Piden: x
- Calculamos el semiperímetro:

$$p = \frac{6 + 7 + 9}{2}$$

$$p = 11$$

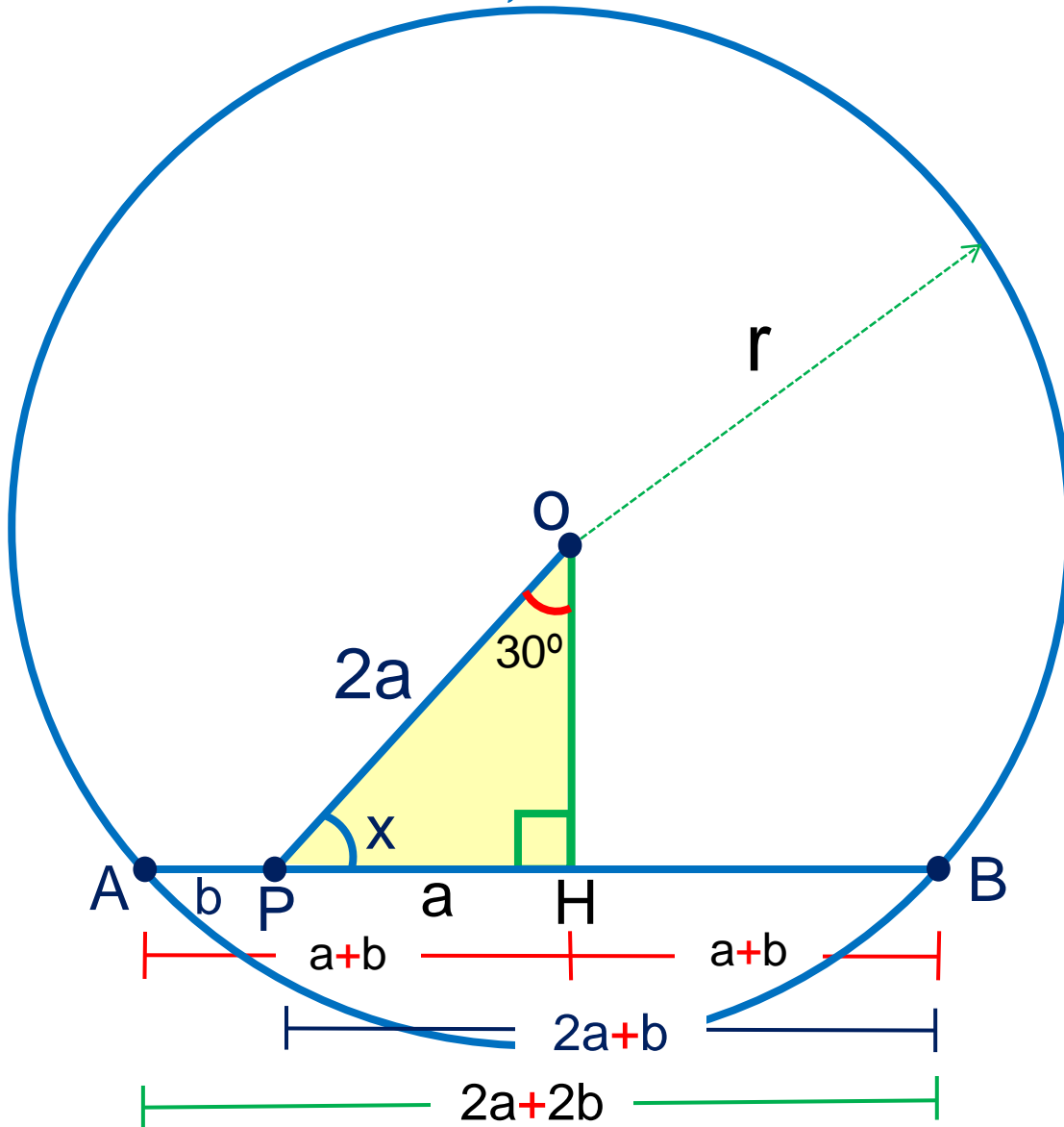
- Aplicando el teorema:

$$x = p - BC$$

$$x = 11 - 7$$

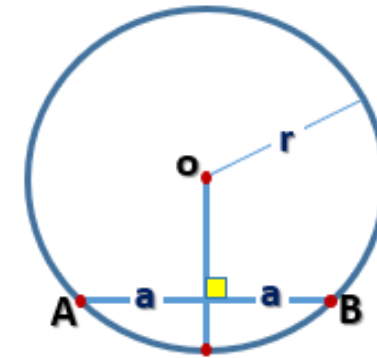
$$x = 4$$

3. Halle el valor de x , si O es centro.



Resolución:

- Piden: x
- Se traza la altura \overline{OH} .

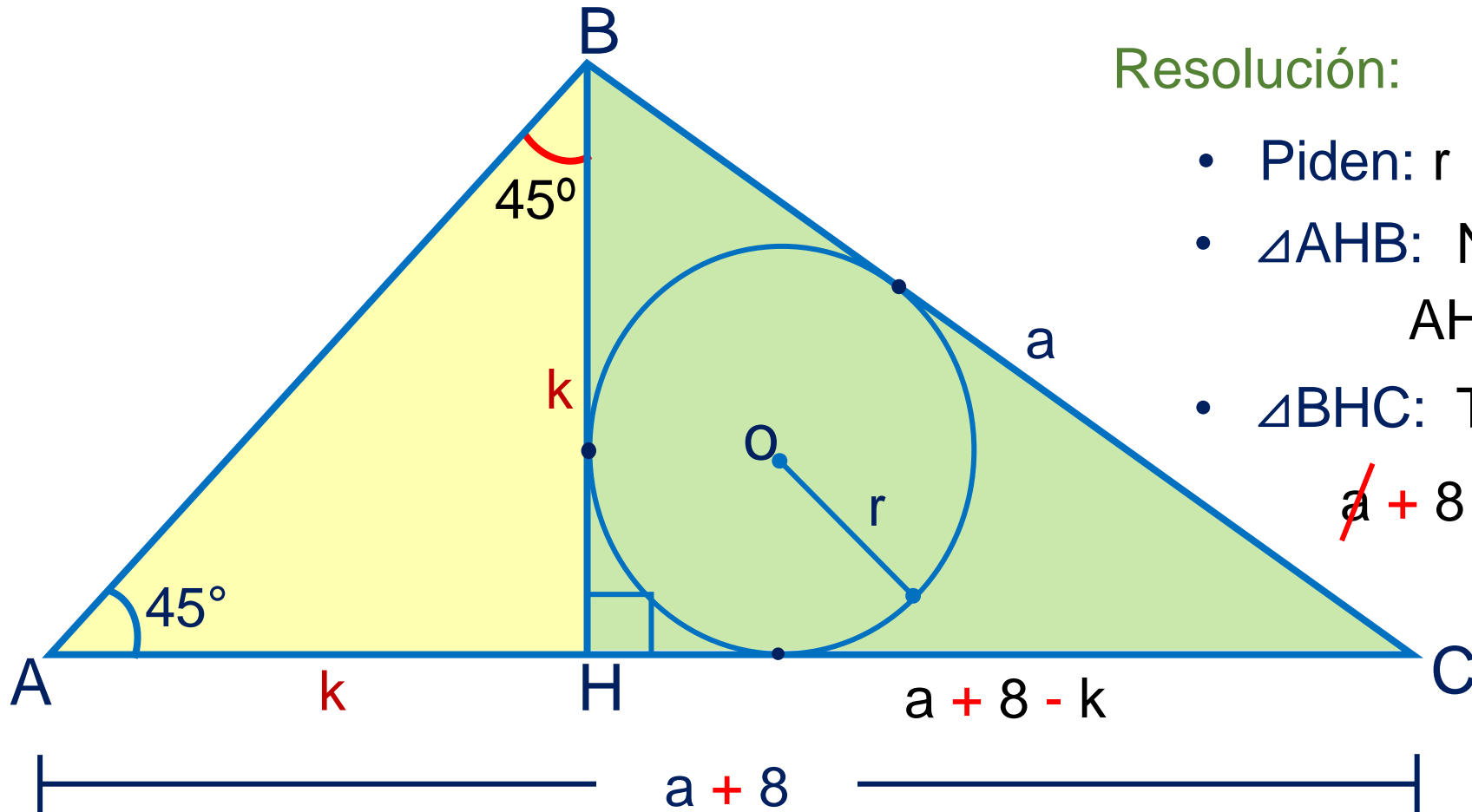


$$AH = HB = a + b$$

- $\triangle PHO$: Notable de 30° y 60° .

$$x = 60^\circ$$

4. Halle la longitud del radio de la circunferencia inscrita.



Resolución:

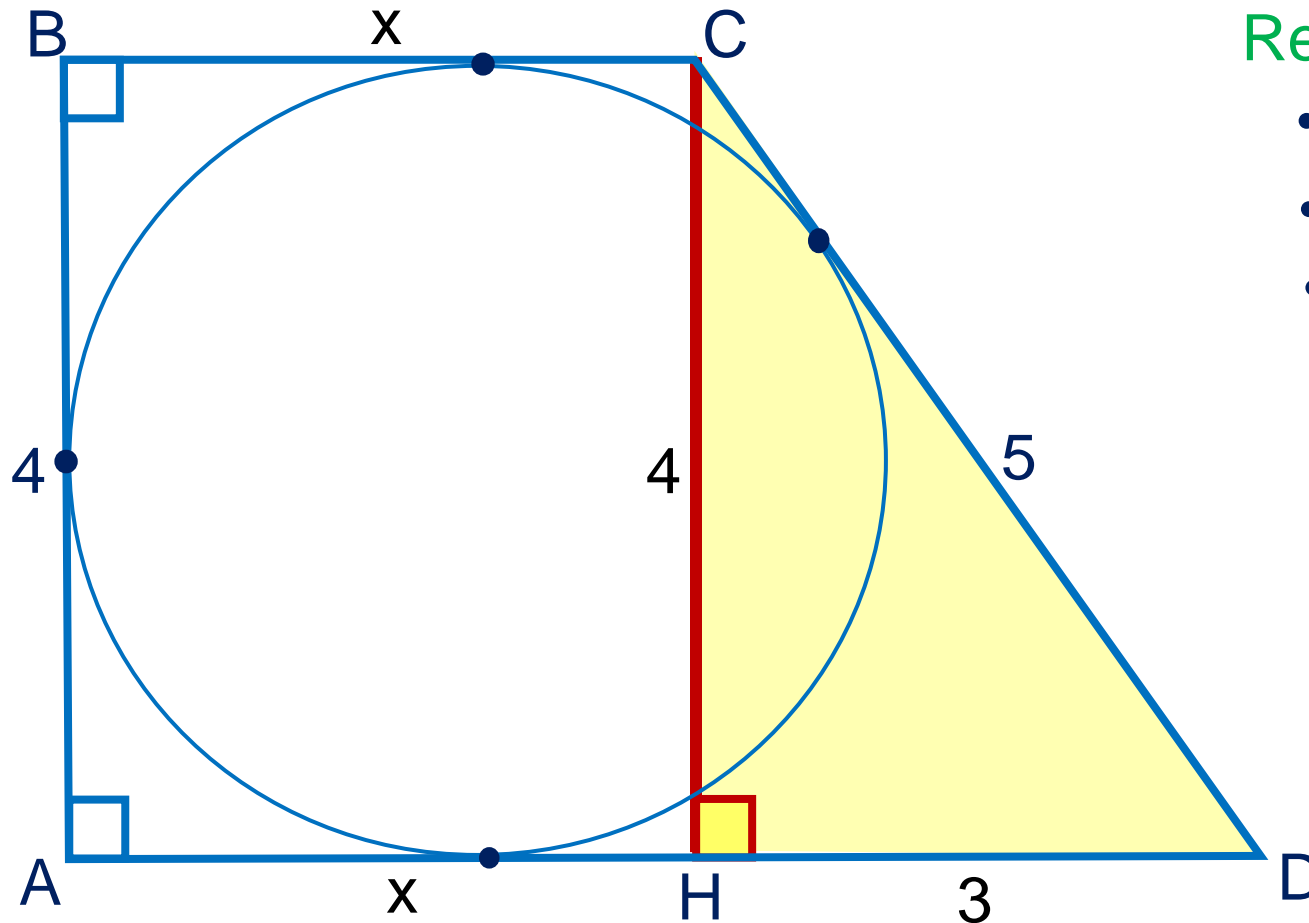
- Piden: r
- $\triangle AHB$: Notable de 45° y 45° .
 $AH = HC = k$
- $\triangle BHC$: Teorema de Poncelet.

$$\cancel{a} + 8 - \cancel{k} + \cancel{k} = \cancel{a} + 2r$$

$$8 = 2r$$

$$r = 4$$

5. Se tiene un trapecio rectángulo circunscrito a una circunferencia. Si las longitudes de sus lados no paralelos son 4 y 5, halle la longitud de su base menor.



Resolución:

- Piden: x
- Se traza la altura \overline{CH} .
- $ABCH$: Rectángulo.
- $\triangle CHD$: Notable de 37° y 53° .

$$DH = 3$$

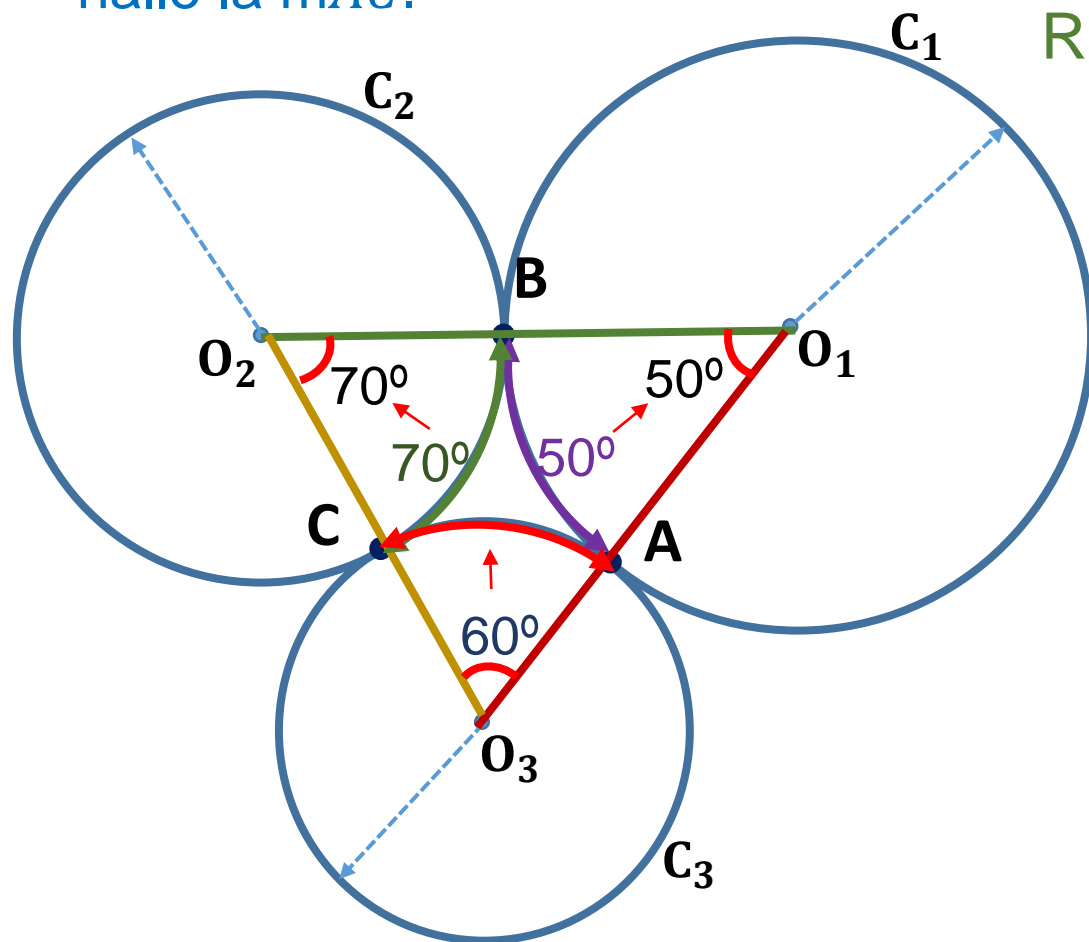
- $ABCD$: Teorema de Pitot.

$$x + (x + 3) = 4 + 5$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

6. En la figura se muestra tres monedas de diferentes tamaños sobre una mesa, cuyos bordes tienen forma de circunferencias tangentes dos a dos. $m\widehat{AB} = 50^\circ$ y $m\widehat{BC} = 70^\circ$; halle la $m\widehat{AC}$.



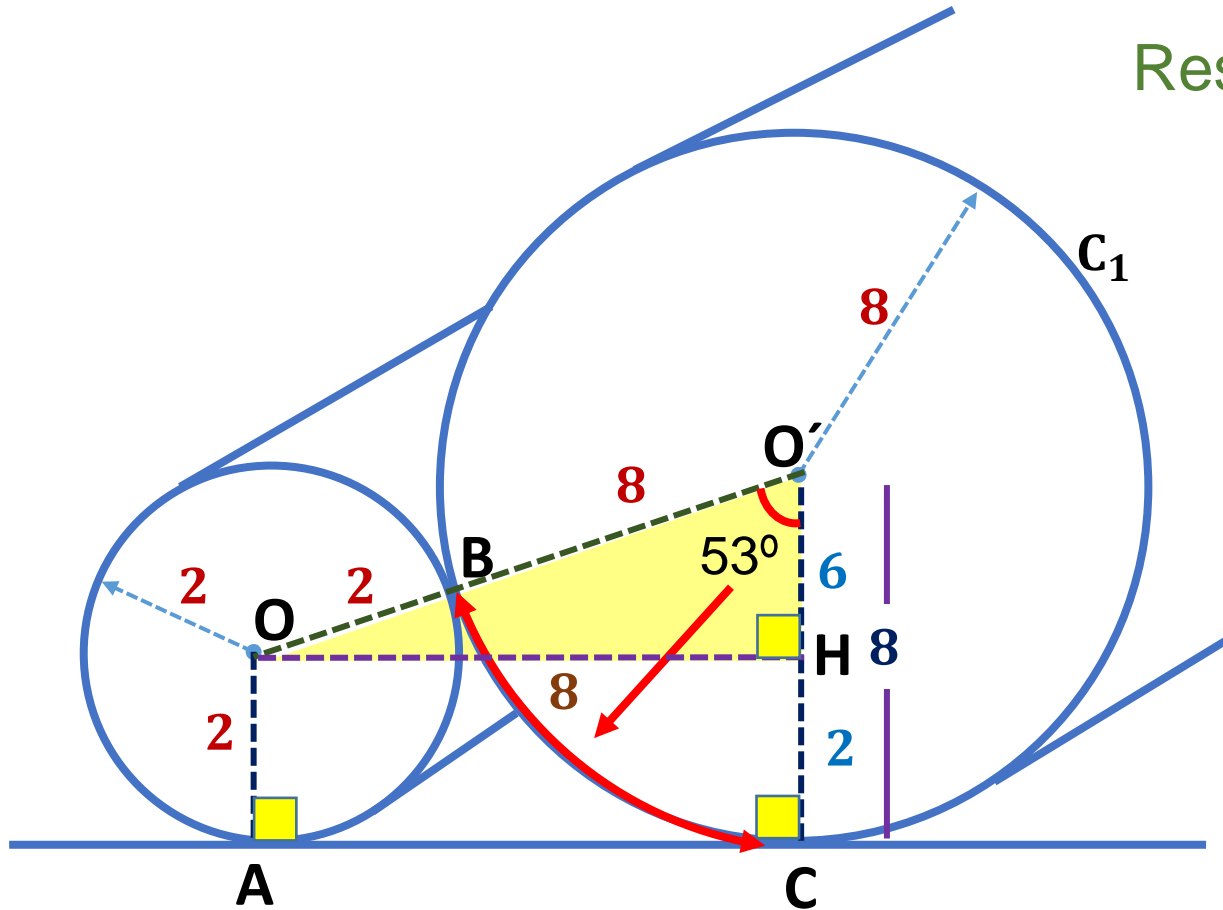
Resolución:

- Unimos los centros de las circunferencias
- En las circunferencias C_1 y C_2 por ángulo central.
- En el $\Delta O_1O_2O_3$, la suma de las medidas de los ángulos internos es 180° .
- En las circunferencias C_3 por ángulo centra.

$$m\widehat{AC} = 60^\circ$$

7. En la figura se muestra dos tubos de plástico de radios 2cm y 8cm, los cuales hacen contacto entre sí en el punto B y con el suelo en los puntos A y C. Halle la $m\widehat{BC}$.

Resolución:



- Se traza \overline{OA} Y $\overline{O'C}$
- Desde el centro "O" trazamos una perpendicular $\overline{O'H}$.
- En el $\triangle OO'H$ notable de 37° y 53°
- En la circunferencia C_1 (ángulo central)

$$m\widehat{BC} = 53^\circ$$