



# ARITHMETIC

## Chapter 1

**3rd**  
SECONDARY

Teoría de Conjuntos I



 **SACO OLIVEROS**



Georg Ferdinand Cantor( San Petersburgo, 1845 - Halle, Alemania, 1918).

Partiendo de las ideas contenidas en una obra póstuma de [Bernhard Bolzano](#), *Paradojas de lo infinito* (1851), en 1874 publicó su primer trabajo sobre teoría de conjuntos. Entre 1874 y 1897, demostró que el conjunto de los números enteros tenía el mismo número de elementos que el conjunto de los números pares, y que el número de puntos en un segmento es igual al número de puntos de una línea infinita, de un plano y de cualquier espacio. Es decir, que todos los conjuntos infinitos tienen «el mismo tamaño». Cantor consideró estos conjuntos como entidades completas con un número de elementos infinitos completos. Llamó a estos números infinitos completos «números transfinitos» y articuló una aritmética transfinita completa.





# CONJUNTOS

## Noción

**Ejemplo**  $A = \{x / x \text{ es una vocal}\}$   
 $B = \{\text{fresa, pera, manzana, ...}\}$

## Notación

- Los conjuntos con letras mayúsculas: A, B, C,... y se representa mediante llaves:  $\{\}$
- A los elementos se los separa con coma o punto y coma según sea el caso y si son letras se los representará con minúscula:  $a, b, c, ...$

## 1 RELACIÓN DE PERTENENCIA ( $\in$ )

### Ejemplo

En el conjunto  $Q = \{a; e; i; o; u\}$  se observa:

✓  $a \in Q$

✓  $5 \notin Q$

## 2 CARDINAL DE UN CONJUNTO

### Ejemplo

✓  $A = \{x/x \text{ es una vocal}\}$

➔  $n(A) = 5$



## 3 DETERMINACION DE UN CONJUNT

**A**

Por comprensión o  
forma constructiva

**B**

Por extensión o  
forma tabular

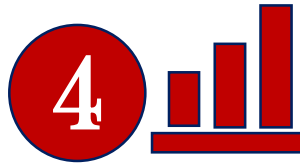
### Ejemplo

$$A = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}_+ \wedge 3 \leq x < 7\}$$

$$x = 3; 4; 5; 6, \text{ piden } (x + 1)$$

Del ejemplo anterior

$$A = \{4; 5; 6; 7\}$$



## CARDINAL DE UN CONJUNTO

Cardinal de un conjunto Nos indica la cantidad de elementos diferentes que tiene un conjunto y se denota:

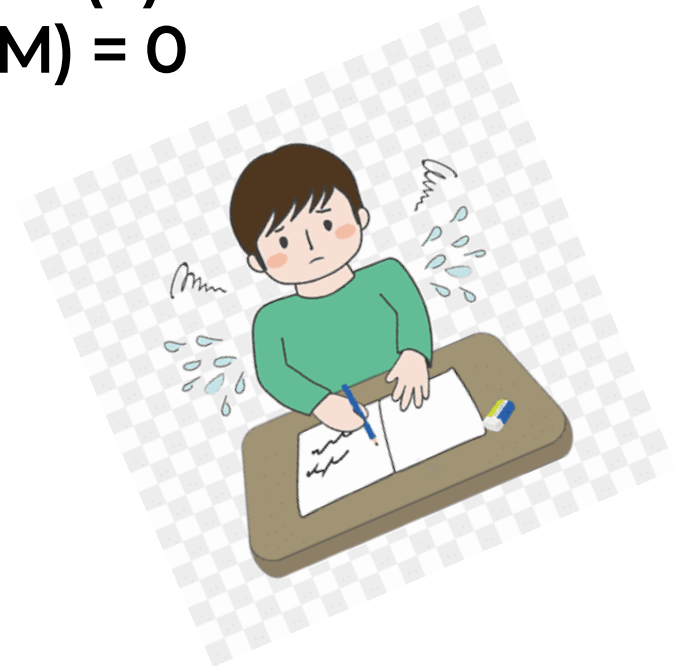
$$P = \{3; 7\} \rightarrow n(P) = 2$$

$$R = \{6; 6; 6\} \rightarrow n(R) = 1$$

$$S = \{5; \{5\}\} \rightarrow n(S) = 2$$

$$M = \{ \} \rightarrow n(M) = 0$$

$n(A) \rightarrow$  Cardinal del conjunto A





# HELICO PRACTICE

1. Determine por extensión y de como respuesta el cardinal del conjunto :
- $$A = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}; 4 < x < 9\}$$

## RESOLUCIÓN

Dado que “x” pertenece al conjunto de los  $\mathbb{Z}$ , los valores que toma son:

$$x : 5; 6; 7; 8$$

Remplazando los valores “x” en la forma del elemento :

x	5	6	7	8
$x^2 - 1$	$5^2 - 1$	$6^2 - 1$	$7^2 - 1$	$8^2 - 1$

$$\therefore A = \{24; 35; 48; 63\}$$

$$n(A) = 4$$



2. Determine por comprensión el conjunto :

$$B = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\}$$

### RESOLUCIÓN

Se observa que los elementos son números primos, ya que cada uno de ellos tiene exactamente dos divisores, la unidad y el mismo número:

2; 3; 5; 7; 11; 13

$$\therefore B = \{ x / x \text{ es un número primo, } 1 < x < 14 \}$$



3. Dado el conjunto  
 $C = \{\frac{x-1}{3} \in \mathbb{Z}, 5 < x \leq 11\}$  Calcule la  
suma de sus elementos.

**RESOLUCIÓN**

Piden:  $\frac{x-1}{3} \in \mathbb{Z}$

Dándole forma :  $5 < x \leq 11$

$$\frac{5-1}{3} < \frac{x-1}{3} \leq \frac{11-1}{3}$$
$$1,333... < \mathbb{Z} < 3,333...$$

  $H = \{2; 3\}$

$\therefore$  Suma de elementos es 5





# HELICO PRACTICE

4. Se tienen los siguientes conjuntos:  
 $D = \{2x + 1 / 1 < x < 8 ; x \in \mathbb{Z}\}$   
 $E = \{2x + 1 \in \mathbb{Z} / 3 < x < 11\}$   
 Calcule la suma del mayor elemento del conjunto D con el menor elemento del conjunto E.

## RESOLUCIÓN

Para el conjunto D:

$$\text{Si : } x \in \mathbb{Z} ; x < 8 \rightarrow x_{\text{máx}} = 7$$

$$\text{Luego : } (2x + 1)_{\text{mayor}} = 2 \cdot 7 + 1 = 15 \in D$$

Para el conjunto E :

$$\text{Si : } (2x+1) \in \mathbb{Z} ; \quad 3 < x < 11$$

$$2 \cdot 3 + 1 < 2x + 1 < 2 \cdot 11 + 1$$

$$7 < 2x + 1 < 23$$

$$\text{Luego : } (2x + 1)_{\text{menor}} = 8 \in E$$

$$\therefore 15 + 8 = 23$$



# HELICO PRACTICE

**5.** Sea  $A = \{7; \{2; 9\}; 2; \{7\}\}$ , escriba verdadero (v) o falso (f) según corresponda en las siguientes proposiciones:

- I.  $7 \in A$  ()
- II.  $2 \notin A$  ()
- III.  $9 \in A$  ()
- IV.  $\{2; \{7\}\} \in A$  ()
- V.  $7; 2 \in A$  ()

## RESOLUCIÓN

Para el ejercicio los elementos de dicho conjunto son aquellos que se encuentran dentro del conjunto, separados por punto coma y dentro de llaves ya que es un conjunto expresado por extensión:

$$A = \{ 7 ; \{2; 9\} ; 2 ; \{7\} \}$$

I.v      II.f      III.f      IV.f      V. v

∴ vfffv



6. ¿Cuántos grupos de 5 se pueden formar con Rosa y sus 7 amigos?

### RESOLUCIÓN

Rosa y sus 7 amigos hacen 8 personas en total. Formando todos los grupos posibles de 5 con las 8 personas ,obtenemos:

$$C_5^8 = \frac{8!}{5!3!}$$

$$C_5^8 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$C_5^8 = 56$$

∴ 56 grupos



7. Marco Aurelio quiere saber la edad de Marco Polo, ¿Cuántos años tendrá Marco Polo? si se sabe que su edad es igual al valor del cardinal del conjunto formado por todos los números de dos cifras, todos impares menor a 9.

## RESOLUCIÓN

Dato:  $\overline{xy}$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 33 \\
 55 \\
 77 \\
 \hline
 4 \times 4 = 16
 \end{array}$$

Sea el conjunto  $A = \{11; 13; 15; 17; 31; \dots; 77\}$

Edad de Marco Polo =  $n(A) = 16$

∴ Marco Polo tiene 16 años