

TRIGONOMETRY

VOLUME VIII

4th

SECONDARY

FEEDBACK



PROBLEMA 1

Determine el rango de la función: $f(x) = 13\text{sen}5x - 9$.

Resolución

Recordemos que:

$$\forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq \text{sen}5x \leq 1 \quad \dots (*)$$



De (*):

$$\begin{array}{l} \text{De } (*) : \\ \begin{array}{l} \text{Multiplicando por } 13: -1 \leq \text{sen}5x \leq 1 \\ \text{Multiplicando por } 13: -13 \leq 13\text{sen}5x \leq 13 \\ \text{Restando } 9: -22 \leq 13\text{sen}5x - 9 \leq 4 \end{array} \end{array}$$

$$-22 \leq f(x) \leq 4$$

$$\therefore \text{Ran}f = [-22; 4]$$

PROBLEMA 2

Halle el rango de la función:

$$g(x) = \frac{7\cos 5x + 8}{2}$$

Resolución

Recordemos que:

$$\forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq \cos 5x \leq 1 \quad \dots (*)$$



De (*):

$$\times 7 \quad -1 \leq \cos 5x \leq 1$$

$$-7 \leq 7\cos 5x \leq 7$$

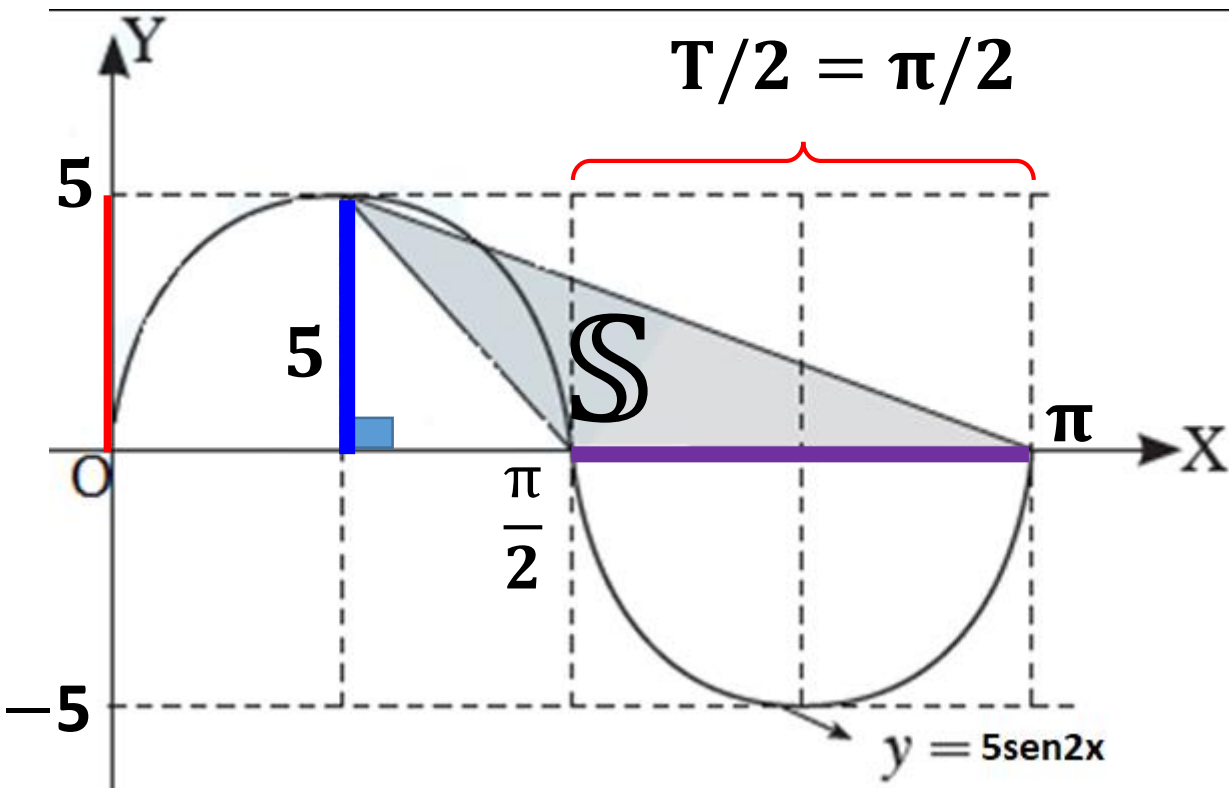
$$+ 8 \quad 1 \leq 7\cos 5x + 8 \leq 15$$

$$\div 2 \quad \frac{1}{2} \leq \underbrace{\frac{7\cos 5x + 8}{2}}_{g(x)} \leq \frac{15}{2}$$

$$\therefore \text{Rang} = \left[\frac{1}{2}; \frac{15}{2} \right]$$

PROBLEMA 3

El siguiente gráfico muestra las ondas emitidas por un teléfono móvil. Calcule el área de la región triangular sombreada.



Resolución

De la figura: $A = 5$

Sea la función: $f(x) = y = 5\text{sen}2x$

El periodo: $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Área S pedida:

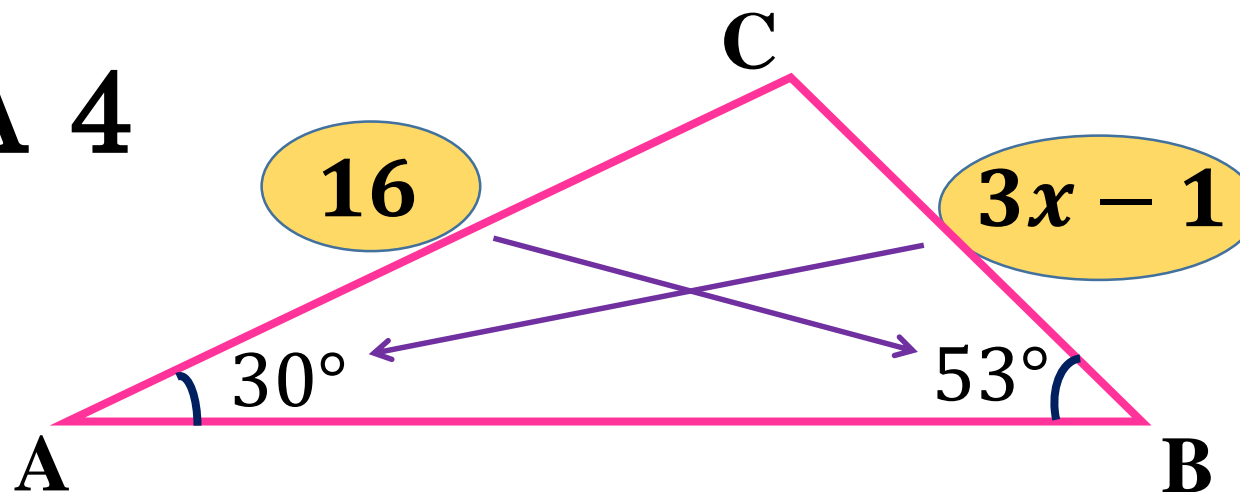
$$S = \frac{\frac{\pi}{2}(5)}{2}$$

$$\therefore S = \frac{5\pi}{4} u^2$$

PROBLEMA 4

Del gráfico, halle

el valor de $3x$.



Resolución

Teorema de senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \frac{3x - 1}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{16}{\operatorname{sen} 53^\circ}$$

Reemplazando valores:

$$\frac{3x - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{4}{5}}$$

Así : $2(3x - 1) = 20$

Luego: $6x - 2 = 20$

$$\Rightarrow \cancel{6x} = \cancel{22}$$

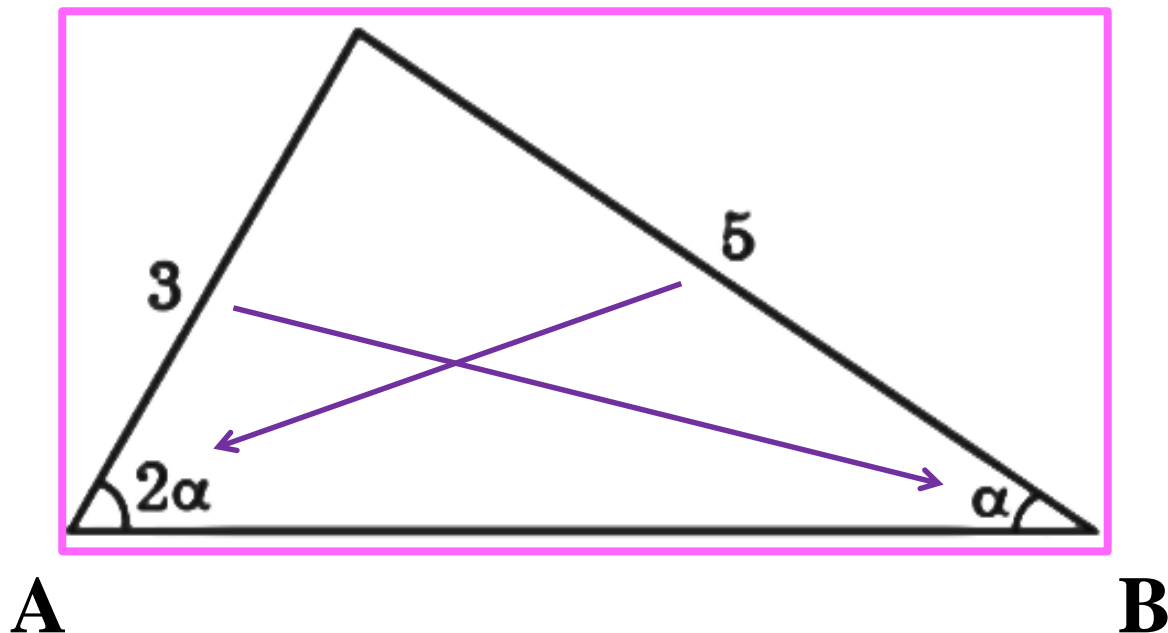
$$3x \quad 11$$

$$\therefore 3x = 11$$

PROBLEMA 5

Del gráfico, calcule $\cos\alpha$.

C



Resolución

Recordar: $\sin 2x = 2\sin x \cos x$

Teorema de senos:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{5}{\sin 2\alpha} = \frac{3}{\sin \alpha}$$

Así tenemos: $5\sin \alpha = 3\sin 2\alpha$

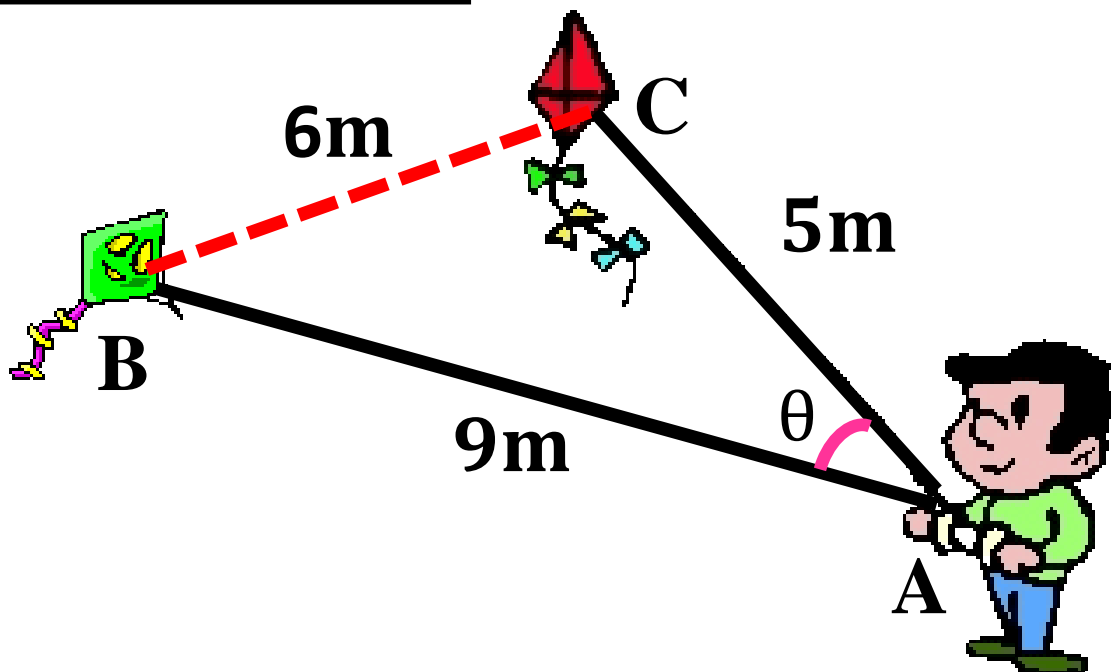
$$\Rightarrow 5\cancel{\sin \alpha} = 3(2\cancel{\sin \alpha} \cos \alpha)$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{5}{6}$$

PROBLEMA 6

Jean Paul está haciendo volar dos cometas simultáneamente, una de ellas tiene 9 m de pabilo y la otra 5 m. Si el ángulo que forman ambos pabilos es θ , determine $\cos\theta$ sabiendo que la distancia entre ambas cometas es 6 m.

Resolución



Teorema de cosenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$6^2 = 5^2 + 9^2 - 2(5)(9)\cos\theta$$

$$\Rightarrow 90\cos\theta = 25 + 81 - 36$$

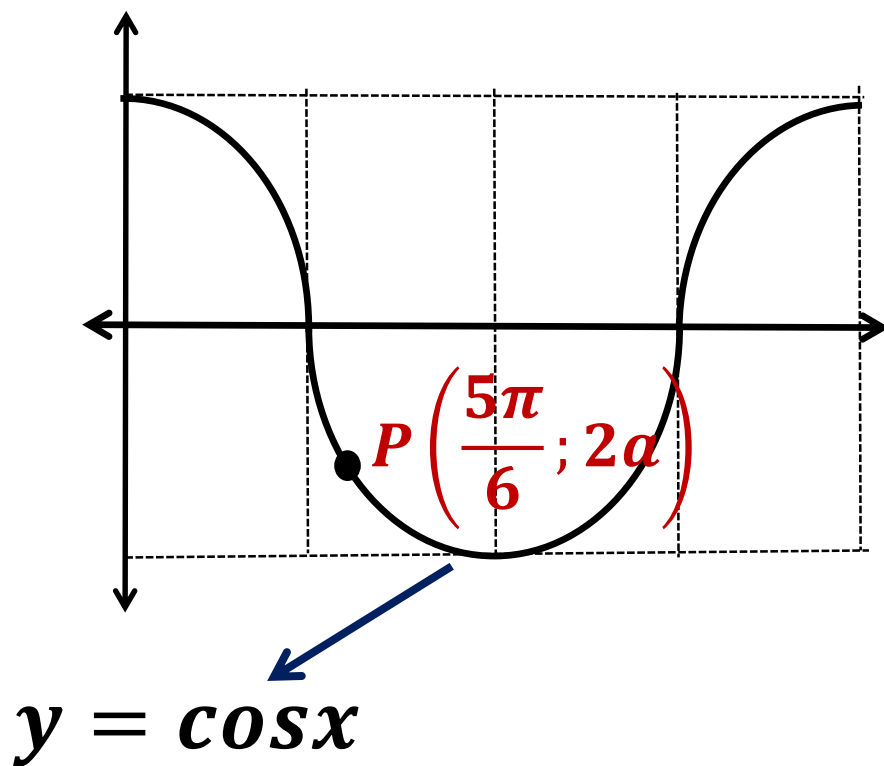
Así, tenemos:

$$~~90~~\cos\theta = ~~70~~$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{7}{9}$$

PROBLEMA 7

Del gráfico, calcular el valor de a .



Resolución:

Del gráfico tenemos:

$$y = \cos x$$

$$2a = \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) = \cos 150^\circ$$

$$2a = -\cos 30^\circ$$

$$2a = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \quad a = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

PROBLEMA 8

En un triángulo ABC, su perímetro es 20 m y la longitud de su circunradio es 5 m. Calcule

$$M = \text{sen}A + \text{sen}B + \text{sen}C$$

Resolución:

Recordar:

$$\text{sen}A = \frac{a}{2R}$$

$$\text{sen}B = \frac{b}{2R}$$

$$\text{sen}C = \frac{c}{2R}$$

$$\text{Datos: } a + b + c = 20\text{m}$$

$$R = 5\text{m}$$

Calculamos:

$$M = \text{sen}A + \text{sen}B + \text{sen}C$$

Ley de senos:

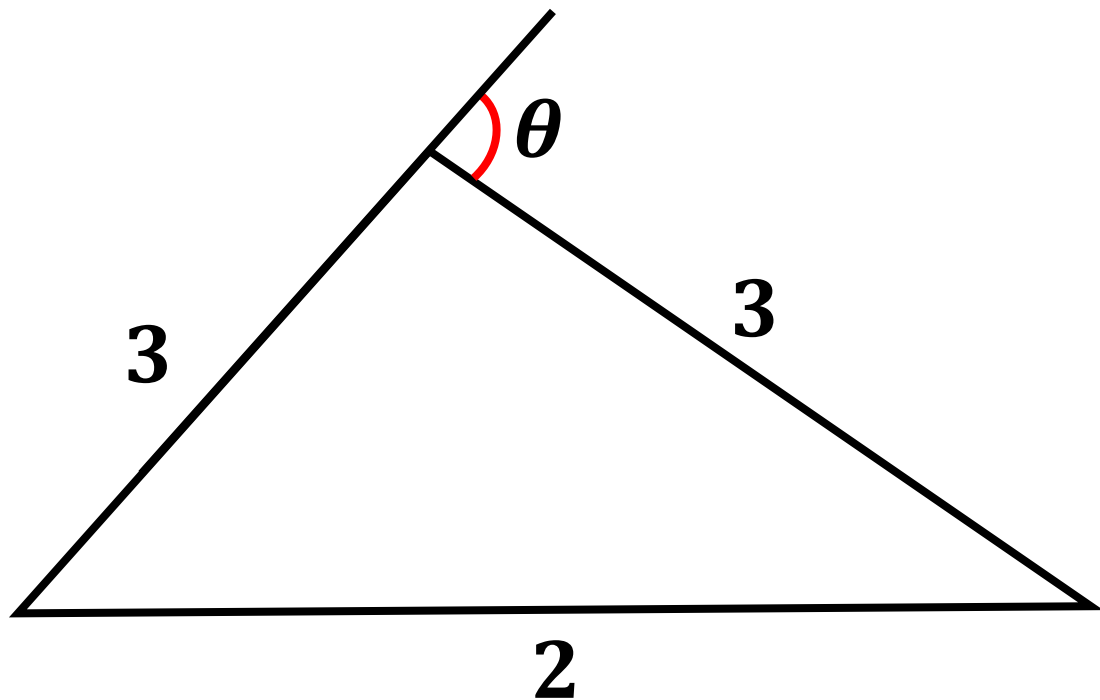
$$M = \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a + b + c}{2R}$$

$$M = \frac{20}{2(5)}$$

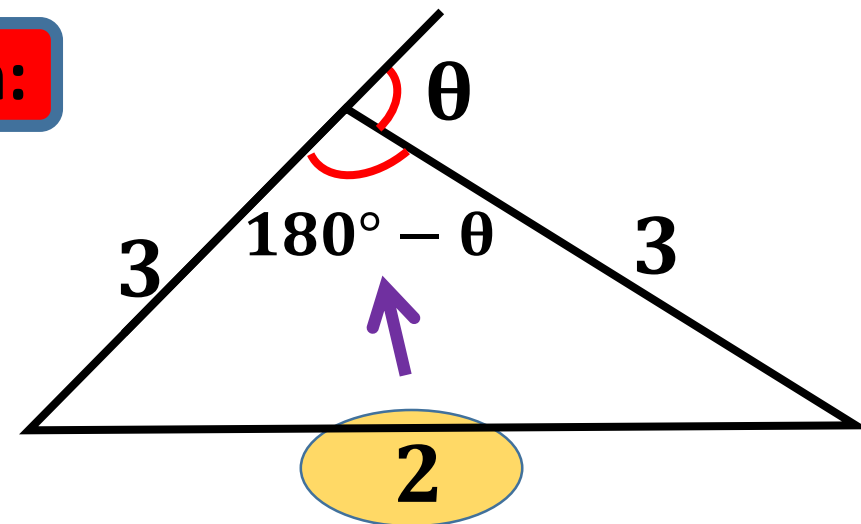
$$\therefore \mathbf{M = 2}$$

PROBLEMA 9

Del gráfico, calcule $\cos\theta$.



Resolución:



Ley de cosenos:

$$2^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos(180^\circ - \theta)$$

$$4 = 18 - 18(-\cos\theta)$$

$$-14 = 18\cos\theta$$

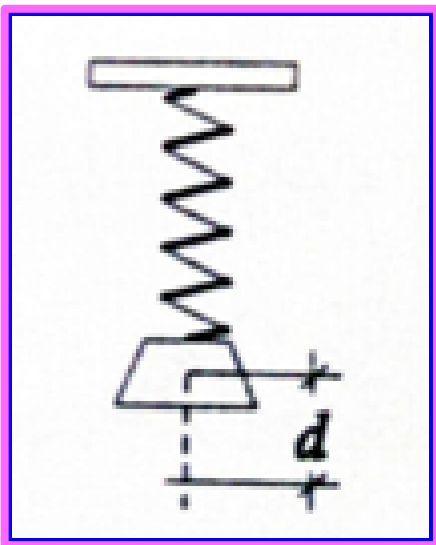
$$-\frac{14}{18} = \cos\theta$$

\therefore

$$\cos\theta = -\frac{7}{9}$$

PROBLEMA 10

La oscilación de una pesa que se muestra en la figura, está dada por $d=10\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$; con t medido en segundos y d en centímetros. Calcule su amplitud y periodo.

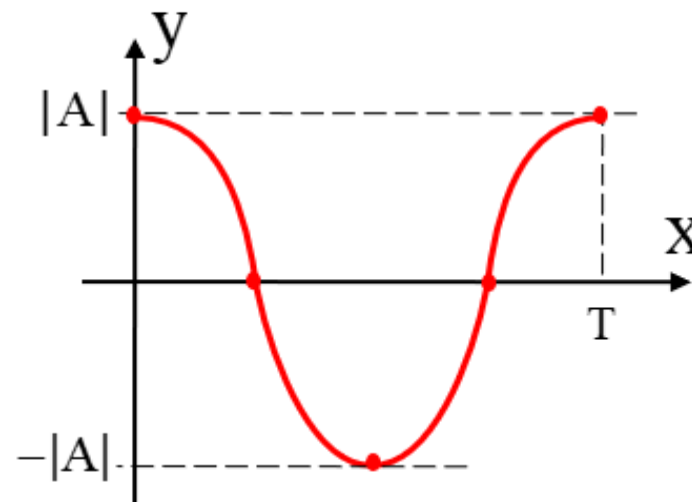


Resolución



Sea la función : $y = A \cdot \cos Bx$

⇒ Amplitud : $|A|$; Período : $T = \frac{2\pi}{|B|}$



* Amplitud = 10

* Período = $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12$

∴

$$\begin{aligned} A &= 10 \\ T &= 12 \end{aligned}$$



SACO
OLIVEROS