

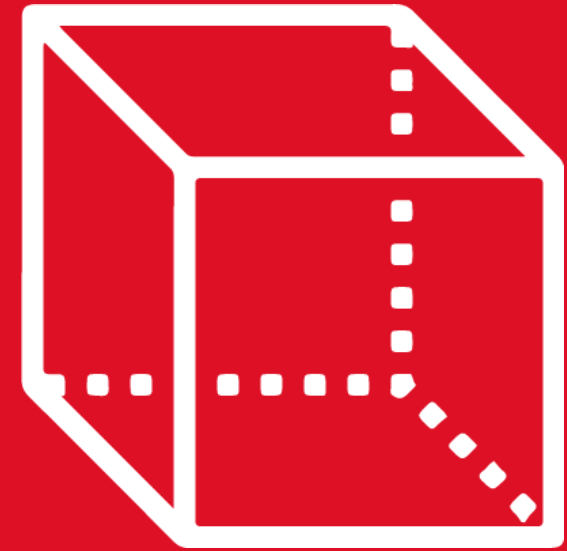


GEOMETRÍA

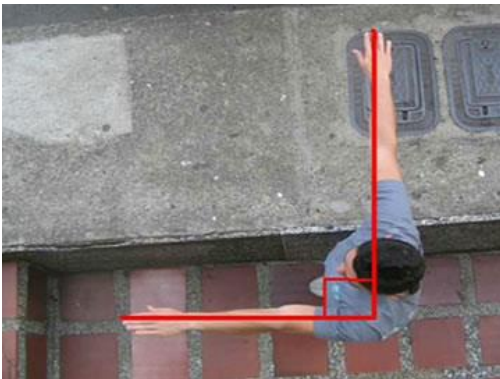
Capítulo 2

3th
SECONDARY

ÁNGULOS



 **SACO OLIVEROS**



Helicomotivación



Definición: Es aquella figura geométrica que está formado por dos rayos que tienen en común el mismo origen.

ELEMENTOS:

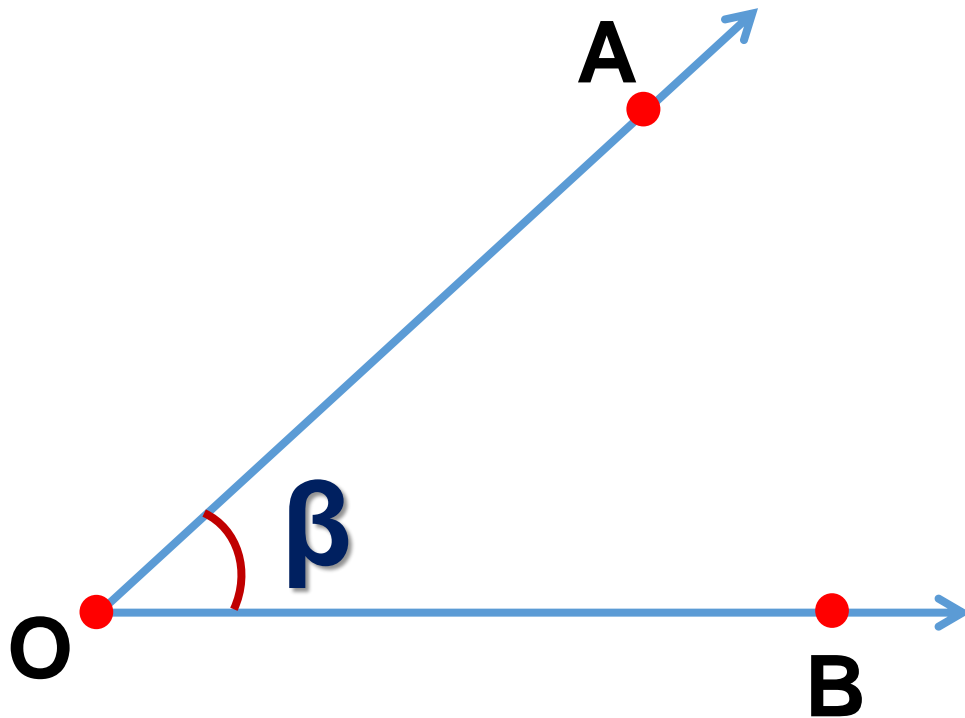
- Vértice : O
- Lados: \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB} .

NOTACIÓN

$\sphericalangle AOB$: Ángulo AOB.

$m\sphericalangle AOB$: medida del ángulo AOB.

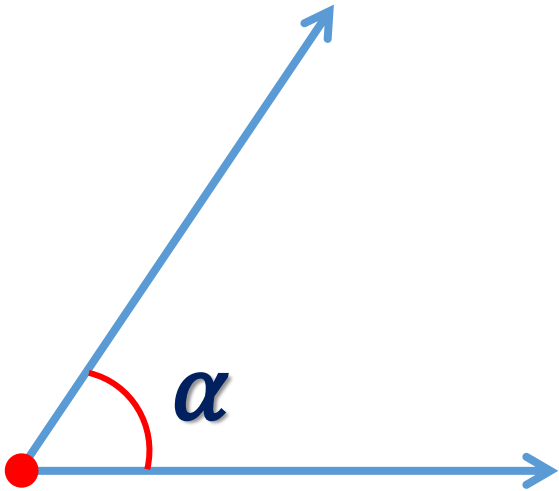
$$m\sphericalangle AOB = \beta$$



CLASIFICACIÓN

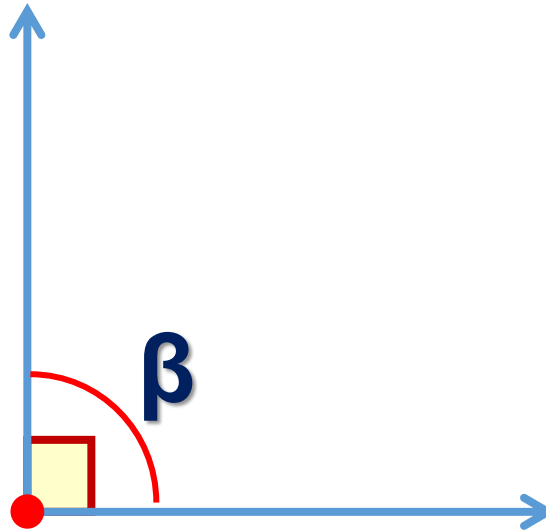


- De acuerdo a su medida.



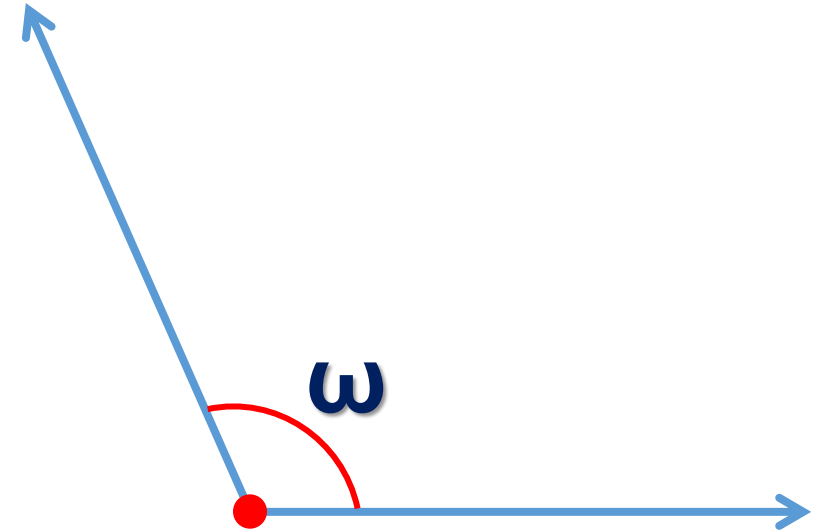
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

∠ Agudo



$$\beta = 90^\circ$$

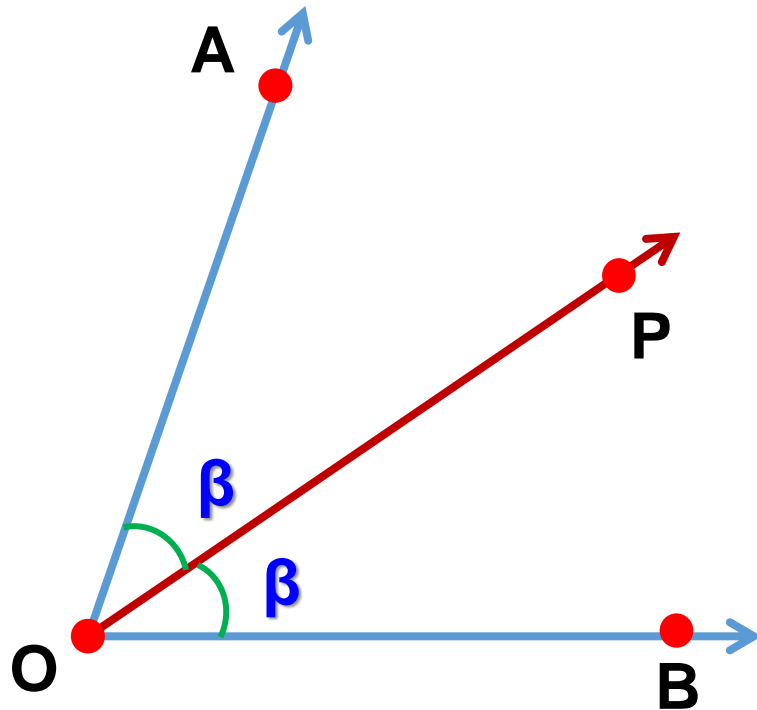
∠ Recto



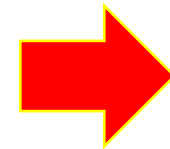
$$90^\circ < \omega < 180^\circ$$

∠ Obtuso

Bisectriz: Es aquel rayo cuyo origen es el vértice de un ángulo y que lo divide a este en dos ángulos de igual medida.

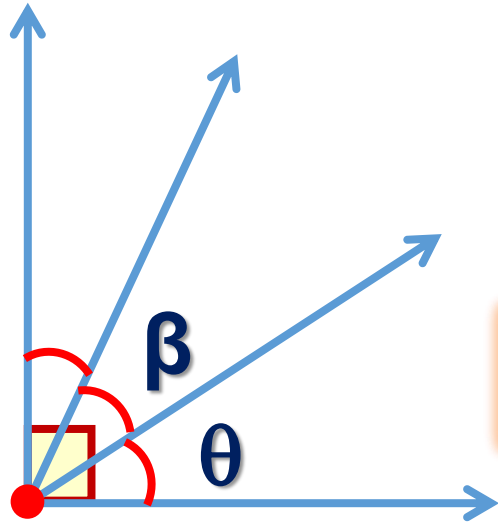


Si : \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle AOB$

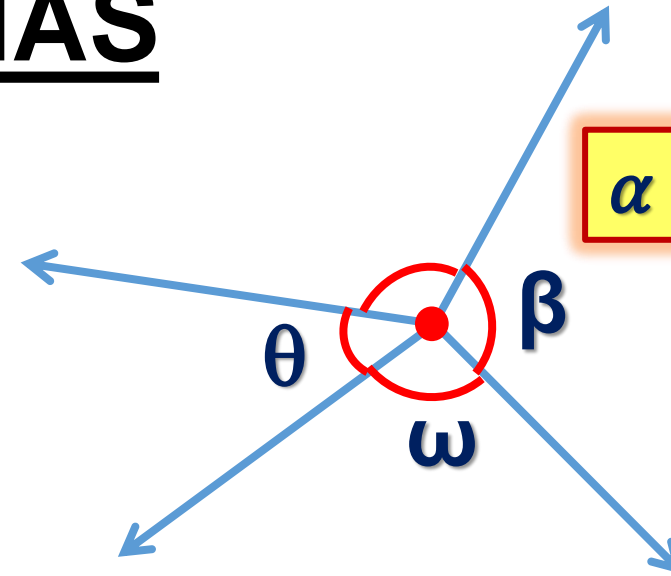


$$m \angle AOP = m \angle BOP$$

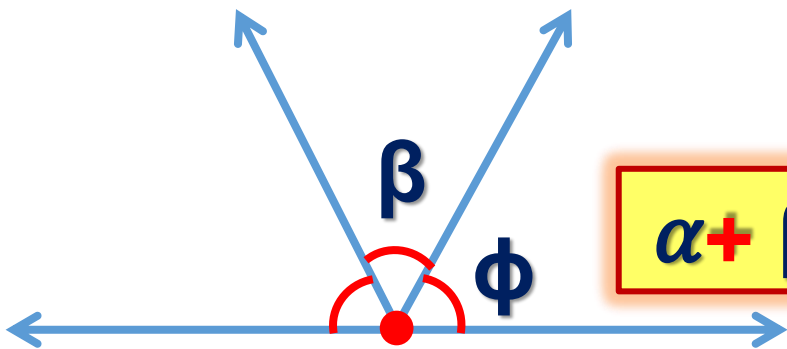
TEOREMAS



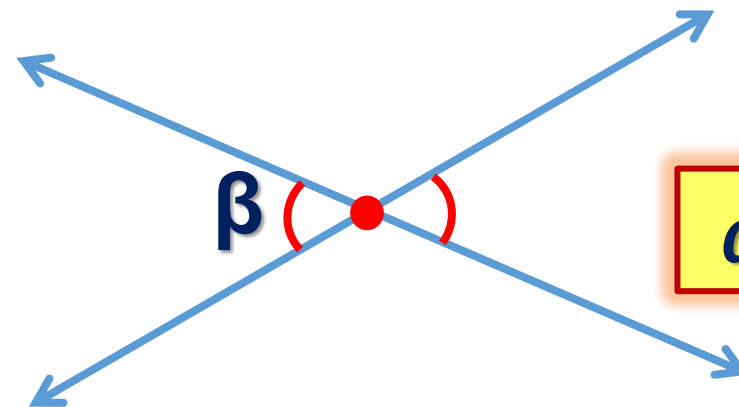
$$\alpha + \beta + \theta = 90^\circ$$



$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360^\circ$$



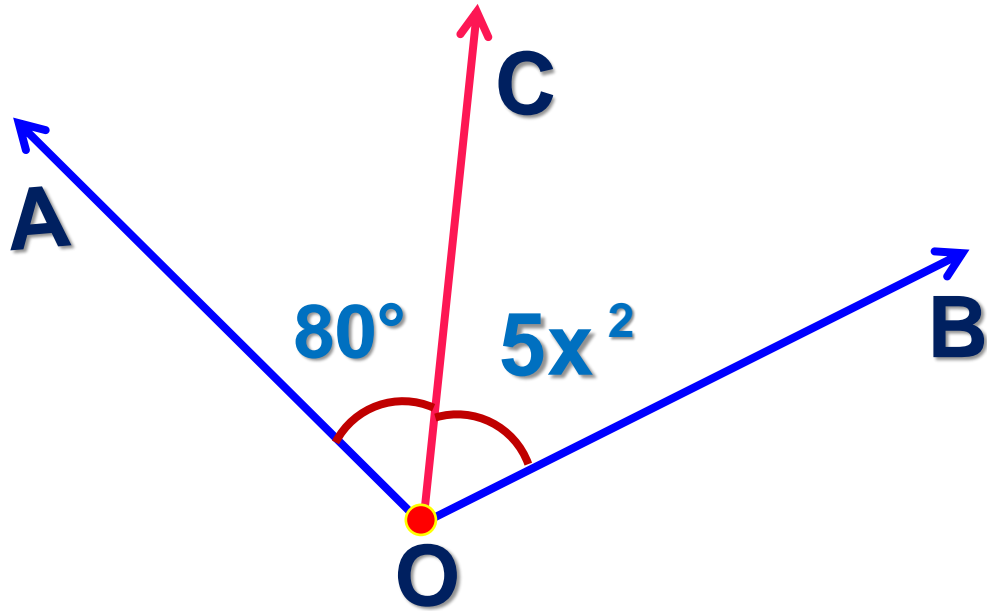
$$\alpha + \beta + \phi = 180^\circ$$



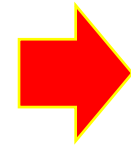
$$\alpha = \beta$$



1. Se tiene el ángulo AOB, donde se traza la bisectriz \overrightarrow{OC} , $m\angle AOC = 80^\circ$ y $m\angle COB = 5x^2$. Halla el valor de x.



Dato: Si \overrightarrow{OC} es bisectriz del $\angle AOB$



$$m\angle AOC = m\angle COB$$

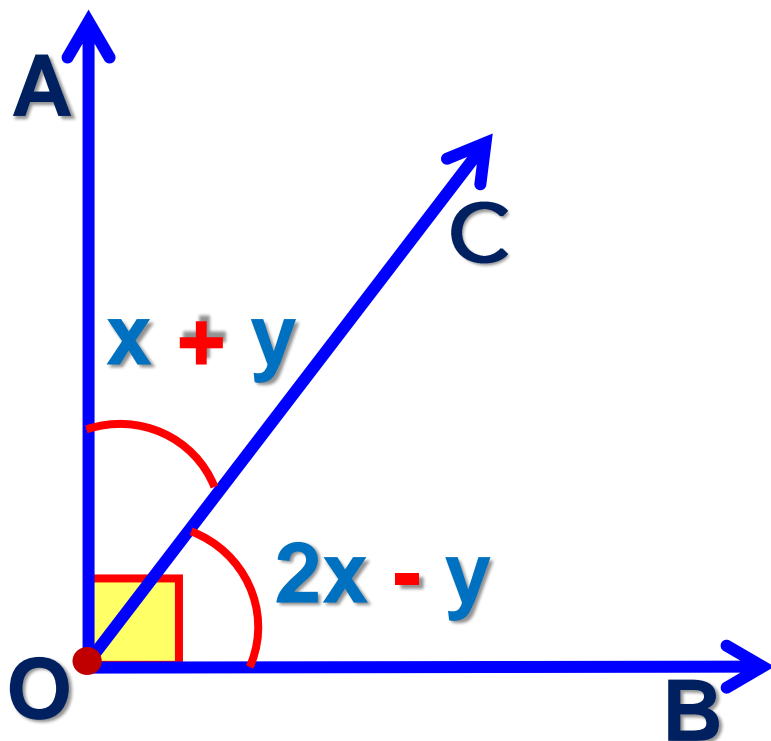
$$\cancel{80^\circ} = \cancel{5x^2}$$

$$16^\circ = x^2$$

$$x = 4^\circ$$



2. Se tiene el ángulo recto AOB, en el cual se traza un rayo \overrightarrow{OC} , donde se cumple que $m \angle AOC = x + y$, y la $m \angle COB = 2x - y$. Halla el valor de x .



Dato: $m \angle AOB = 90^\circ$

Del gráfico se observa:

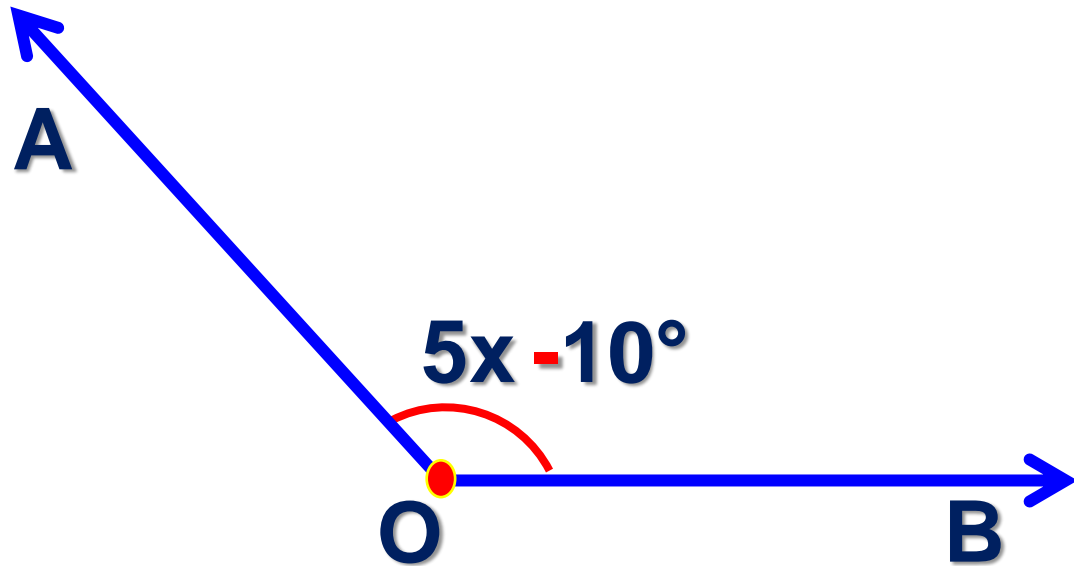
➔ $90^\circ = x + \cancel{y} + 2x - \cancel{y}$

$$90^\circ = 3x$$

$$x = 30^\circ$$

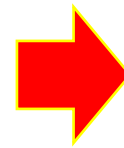


3. Según el gráfico, halle el mínimo valor entero de x , si el $\angle AOB$ es obtuso.



\angle Obtuso

$$90^\circ < \omega < 180^\circ$$



$$90^\circ < 5x - 10^\circ < 180^\circ$$

(+10°)

$$\cancel{100^\circ} < \cancel{5x} < \cancel{190^\circ}$$

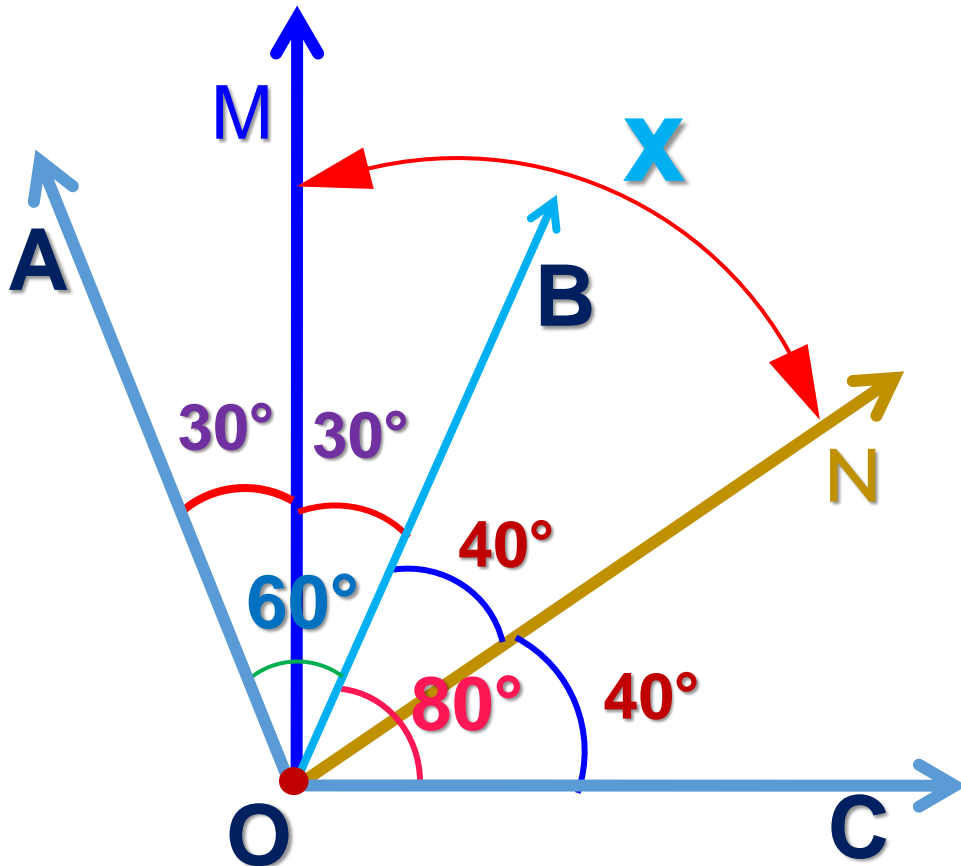
(:5)

$$20^\circ < x < 38^\circ$$

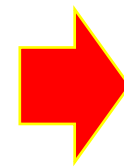
$$x(\text{enteros}) = \textcircled{21^\circ}, 22^\circ, 23^\circ, \dots, 36^\circ \text{ y } 37^\circ$$

$$x_{\min} = 21^\circ$$

4. En el gráfico, halle la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y BOC.



- Nos piden la medida del ángulo formado por las bisectrices de los $\angle AOB$ y $\angle BOC$
- En nuestro gráfico es el valor de x

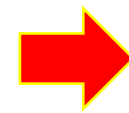
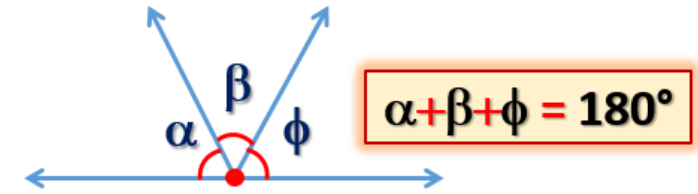
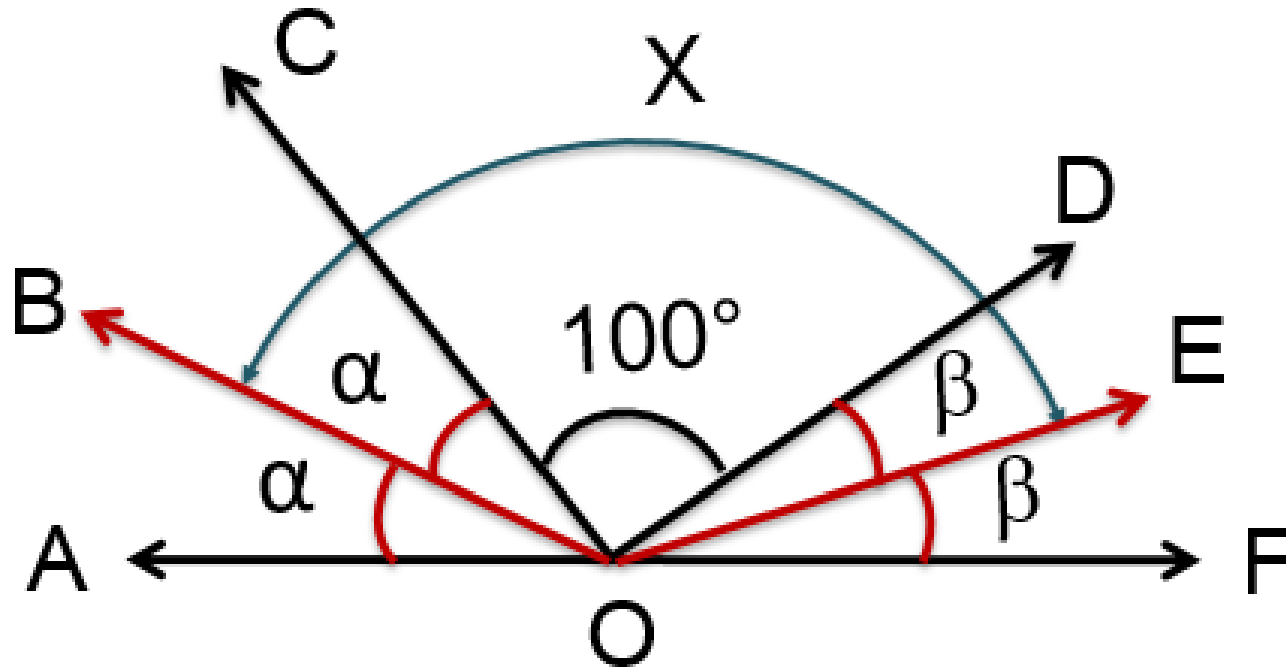


$$x = 30^\circ + 40^\circ$$

$$x = 70^\circ$$



5. En el gráfico, halle el valor de x.



$$2\alpha + 100^\circ + 2\beta = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 80^\circ$$

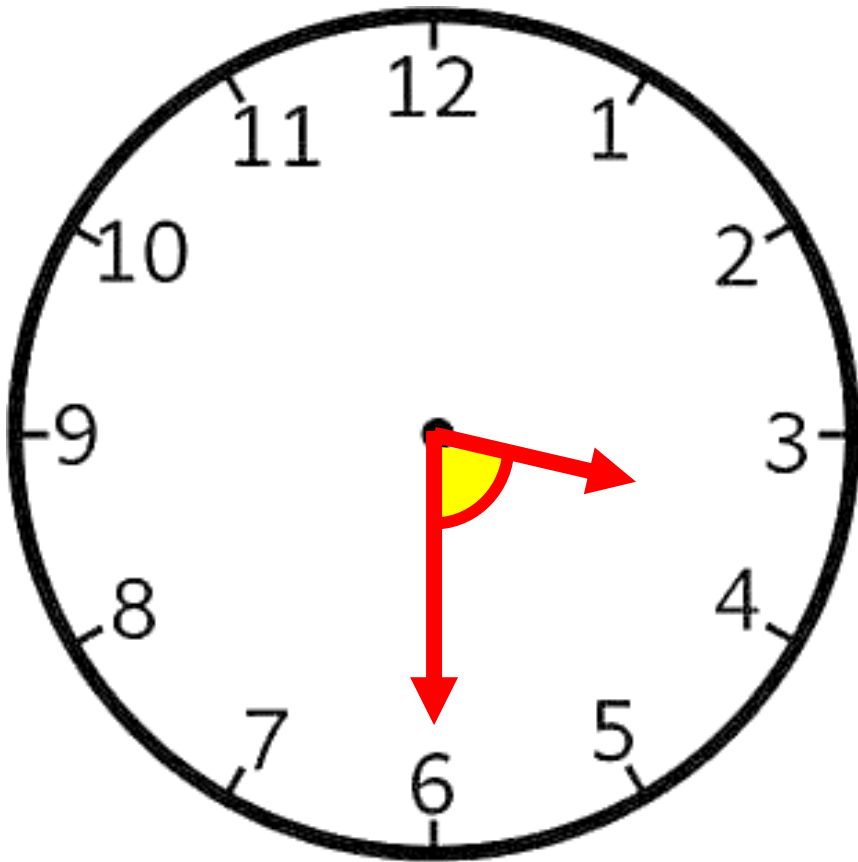
$$\alpha + \beta = 40^\circ$$

Nos Piden

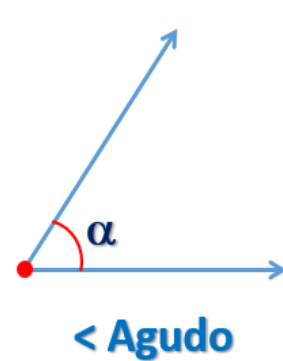
$$x = \underbrace{\alpha + \beta}_{40^\circ} + 100^\circ \quad (\text{Reemplazando})$$

$$x = 140^\circ$$

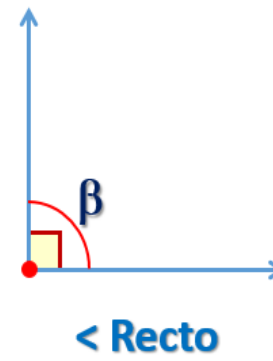
6. ¿Qué tipo de ángulo forman las manecillas de un reloj a las 3:30 p.m.?



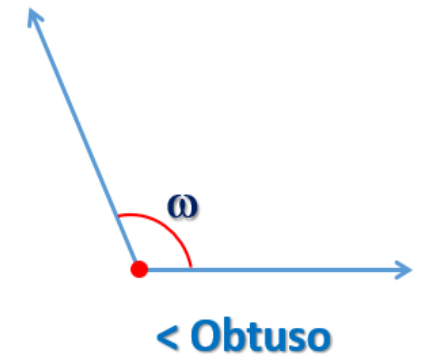
De la figura recordamos:



$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\beta = 90^\circ$$

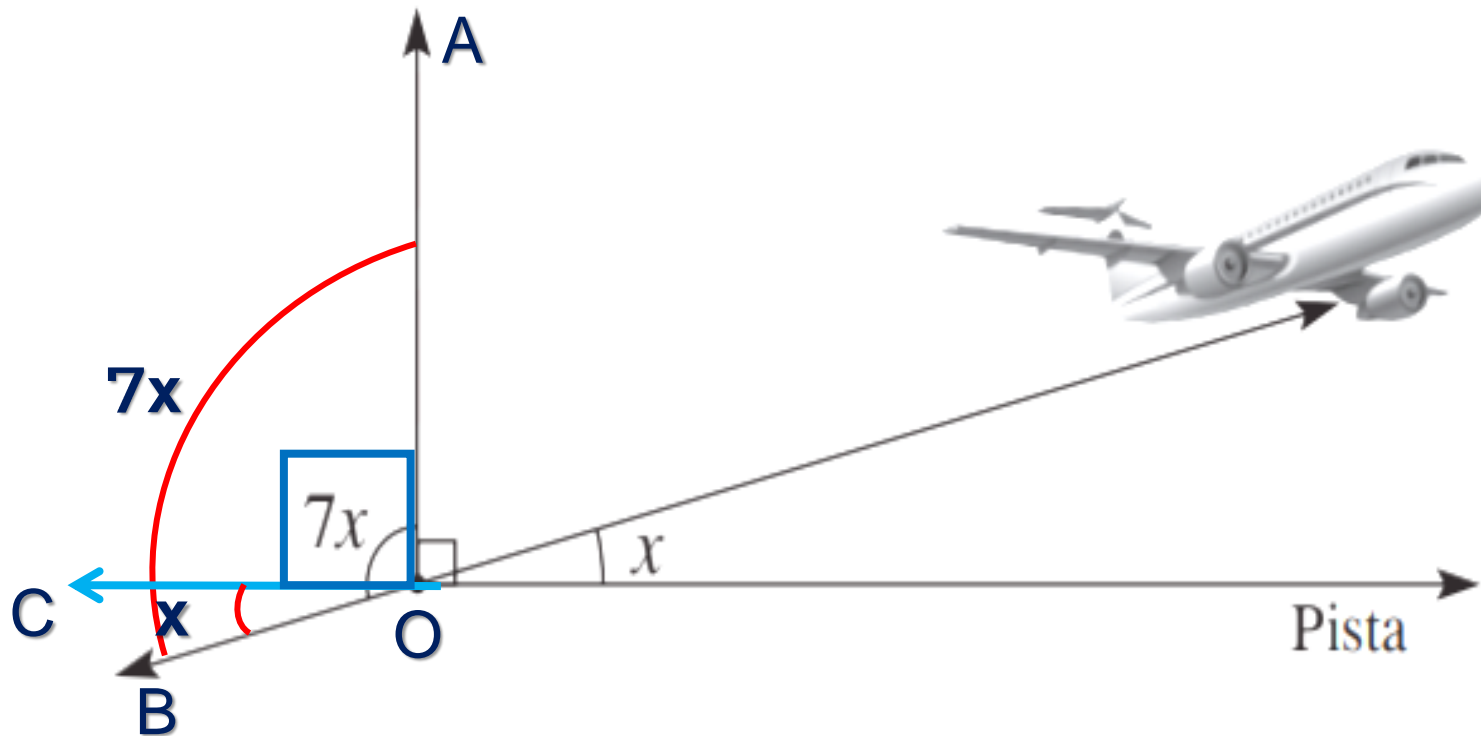


$$90^\circ < \omega < 180^\circ$$

Forman un ángulo agudo



7. Un avión al despegar describe la siguiente trayectoria que observamos en el gráfico. Determine el ángulo de elevación que describe el avión al despegar (x).

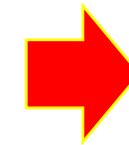


De la figura observamos:

$$m \angle COA = 90^\circ$$

Ángulos opuestos por el vértice:

$$m \angle BOC = x$$



$$7x = x + 90^\circ$$

$$6x = 90^\circ$$

$$x = 15^\circ$$