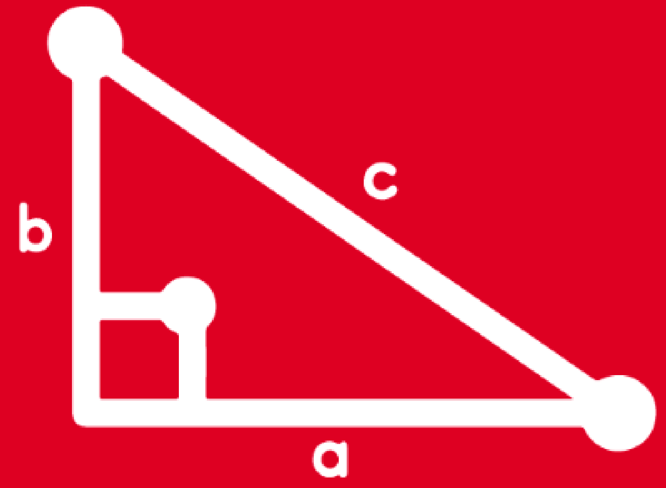
TRIGONOMETRY

Chapter 15



1st
SECONDARY

SACO OLIVEROS

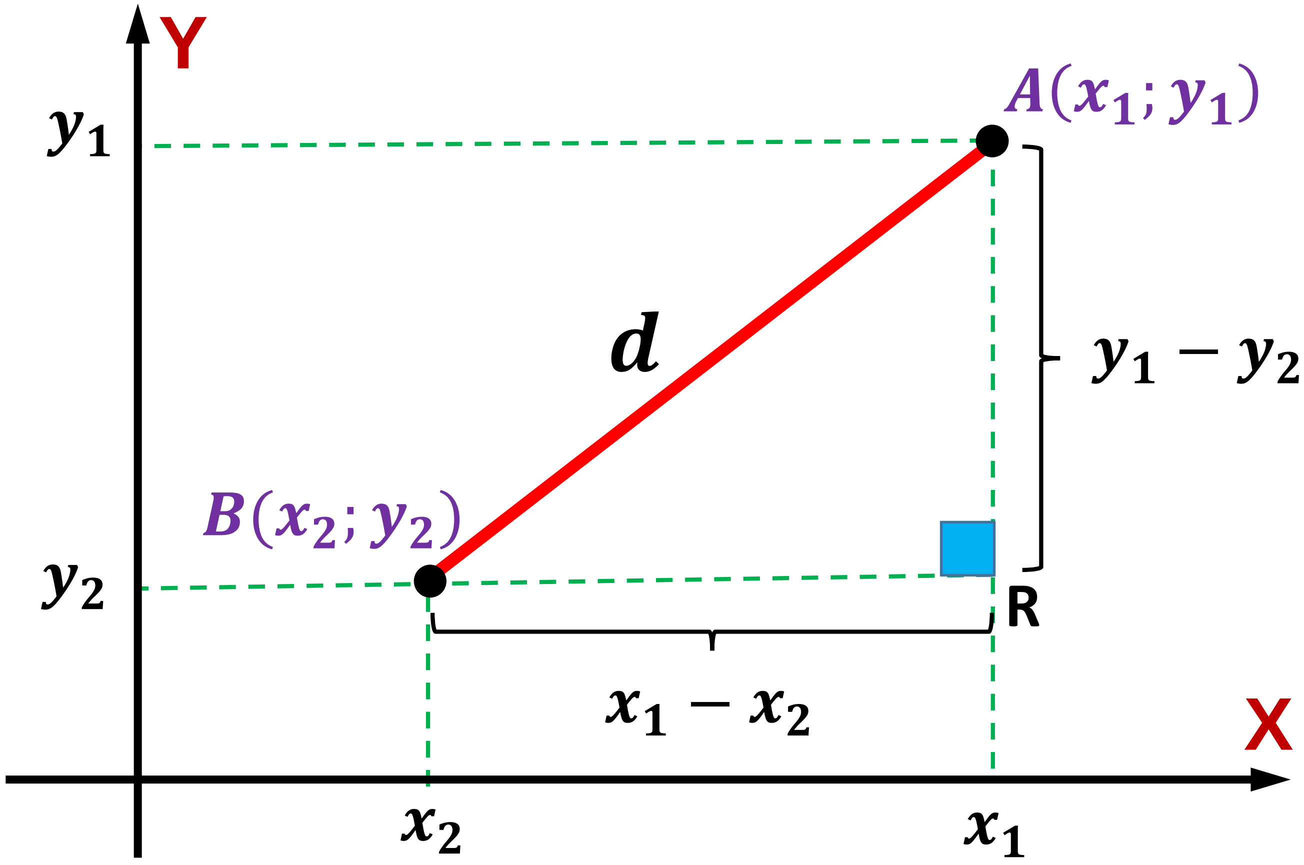
GEOMETRÍA ANALÍTICA III

UN DICCIONARIO ENTRE EL ÁLGEBRA Y LA GEOMETRÍA

El más famoso de los tratados de Descartes, el Discurso del método, contiene el apéndice La geometría que relaciona por primera vez nociones del álgebra con objetos geométricos, dando lugar a la aparición de la geometría analítica o cartesiana (de Cartesius, Descartes en latín). En esta nueva geometría se identifican los puntos del plano con pares de números (x,y): es un sistema de coordenadas en el que cada par nos da la posición de un punto con respecto a dos rectas perpendiculares fijadas, llamadas ejes de coordenadas. Así, cada par de coordenadas especifica un punto único del plano, y cada punto viene dado por un único par de coordenadas. Descartes había ideado una especie de diccionario entre el álgebra y la geometría.

Distancia entre dos puntos en el plano cartesiano

Conociendo las coordenadas de dos puntos cualesquiera $A(x_1; y_1)$ y $B(x_2; y_2)$ del plano cartesiano, la distancia "d" entre ellos se determina de la siguiente forma:



En el triángulo rectángulo ARB aplicamos, el teorema de Pitágoras

$$(AB)^2 = (BR)^2 + (AR)^2$$

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$\therefore\ d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

PROBLEMA 1

Calcule la distancia entre los puntos A(-2 ; -3) y B(6 ; 12)

Resolución:

Sea "d" la distancia

Recordar

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

$$\underset{x_1,\,y_1}{A(-2;-3)} \;\wedge\; \underset{x_2,\,y_2}{B(6;12)}$$

$$d=\sqrt{(-2-6)^2+(-3-12)^2}$$

$$d=\sqrt{(-8)^2+(-15)^2}$$

$$d=\sqrt{64+225}$$

$$d=\sqrt{289}$$

$$\therefore \boxed{d=17}$$

PROBLEMA 2

Calcule la longitud del segmento $\overline{PQ}$

$P(-5;7)$
x_1, y_1

d

$Q(4;-5)$
x_2, y_2

Recordar

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Resolución:

$$d = \sqrt{(-5-4)^2 + (7-(-5))^2}$$

$$d = \sqrt{(-9)^2 + (12)^2}$$

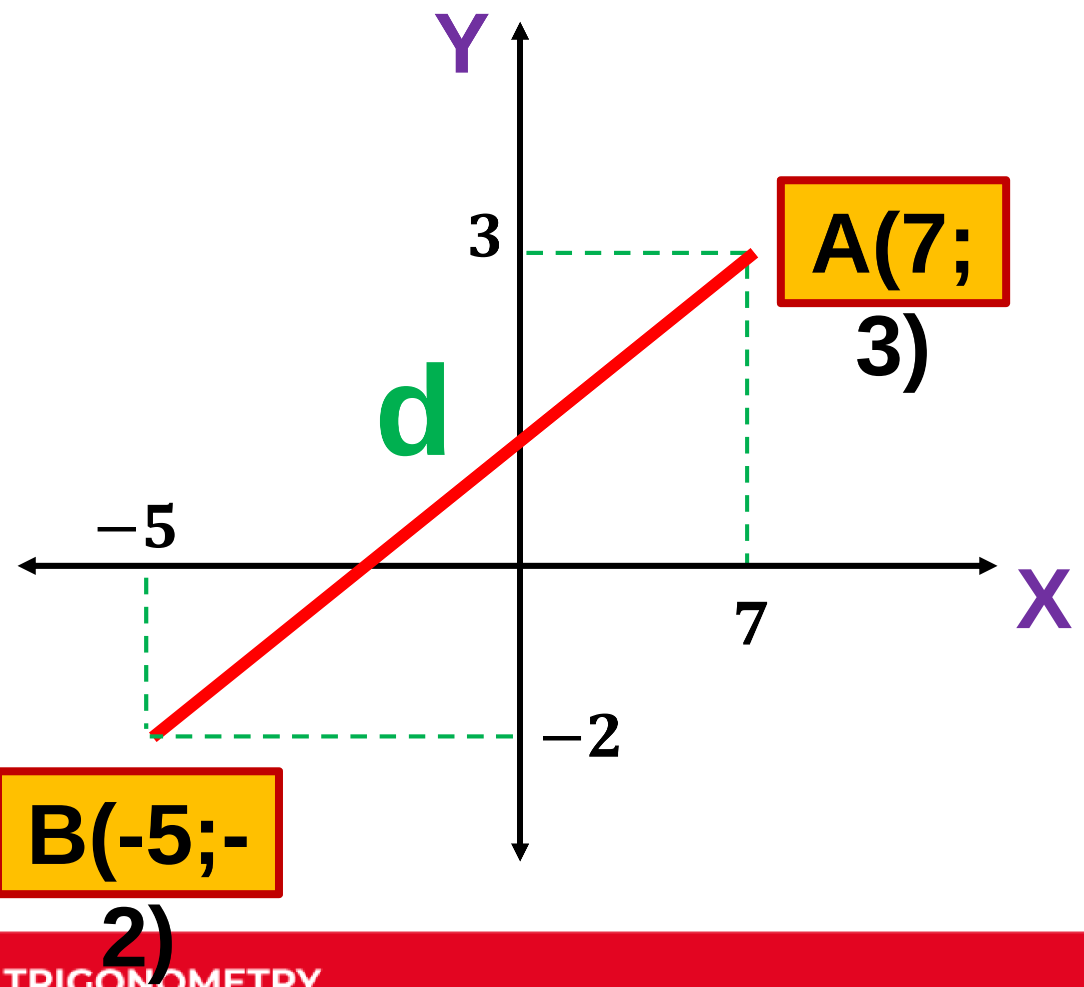
$$d = \sqrt{81 + 144}$$

$$d = \sqrt{225}$$

$$\therefore \boxed{d = 15}$$

PROBLEMA 3

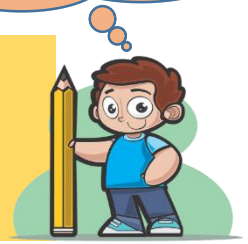
Calcule la longitud del $\overline{\text{segmento AB}}$ en el siguiente gráfico



Resolución:

Recordar

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



$$d = \sqrt{(7-(-5))^2 + (3-(-2))^2}$$

$$d = \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$$

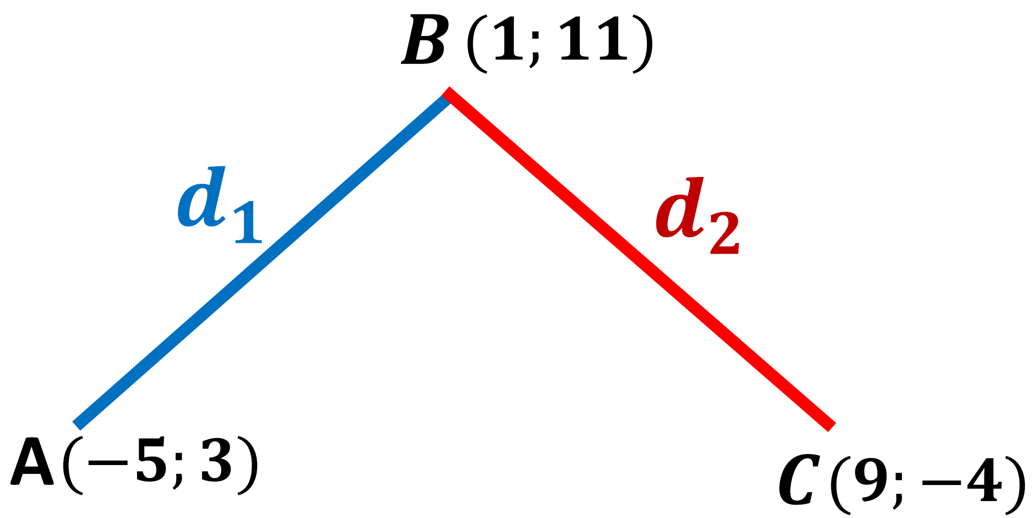
$$d = \sqrt{144 + 25}$$

$$d = \sqrt{169}$$

$$\therefore \boxed{d = 13}$$

PROBLEMA 4

$$\textit{Del gráfico, calcule } d_1 + d_2$$



Recordar

$$\mathrm{d} = \sqrt{(\mathrm{x}_1 - \mathrm{x}_2)^2 + (\mathrm{y}_1 - \mathrm{y}_2)^2}$$

Resolución:

$$d_1 = \sqrt{(1-(-5))^2 + (11-3)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{36 + 64}$$

$$d_1 = \sqrt{100} \Rightarrow \boxed{d_1 = 10}$$

$$d_2 = \sqrt{(1-9)^2 + (11-(-4))^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(-8)^2 + (15)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{64 + 225}$$

$$d_2 = \sqrt{289} \Rightarrow \boxed{d_2 = 17}$$

Piden:

$$d_1 + d_2$$

$$10 + 17$$

$$\therefore \boxed{27}$$

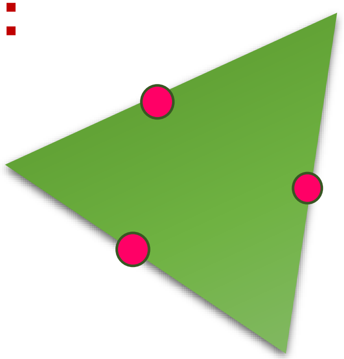
PROBLEMA 5

Se tiene un triángulo equilátero cuyos vértices son A(-2;3) y B(5;-21). Calcule el perímetro de dicho triángulo.

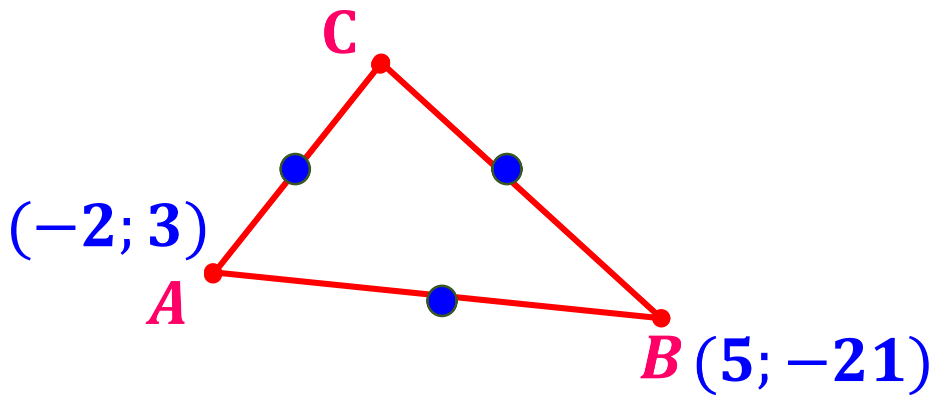
Resolución:

Recordar:

Triángulo equilátero



$$d\left(\overline{PQ}\right) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



Calculando distancia entre los puntos A y B:

$$d\left(\overline{AB}\right) = \sqrt{[(-2) - 5)]^2 + [(3) - (-21)]^2}$$

$$d\left(\overline{AB}\right) = \sqrt{[(-7)]^2 + [(24)]^2}$$

$$d\left(\overline{AB}\right) = \sqrt{49 + 576}$$

$$d\left(\overline{AB}\right) = \sqrt{625} \Rightarrow d\left(\overline{AB}\right) = 25$$

Nos piden: $2p\triangle ABC = 3[d(\overline{AB})]$

$\Rightarrow 2p\triangle ABC = 3(25)$

$\therefore 2p\triangle ABC = 75u$

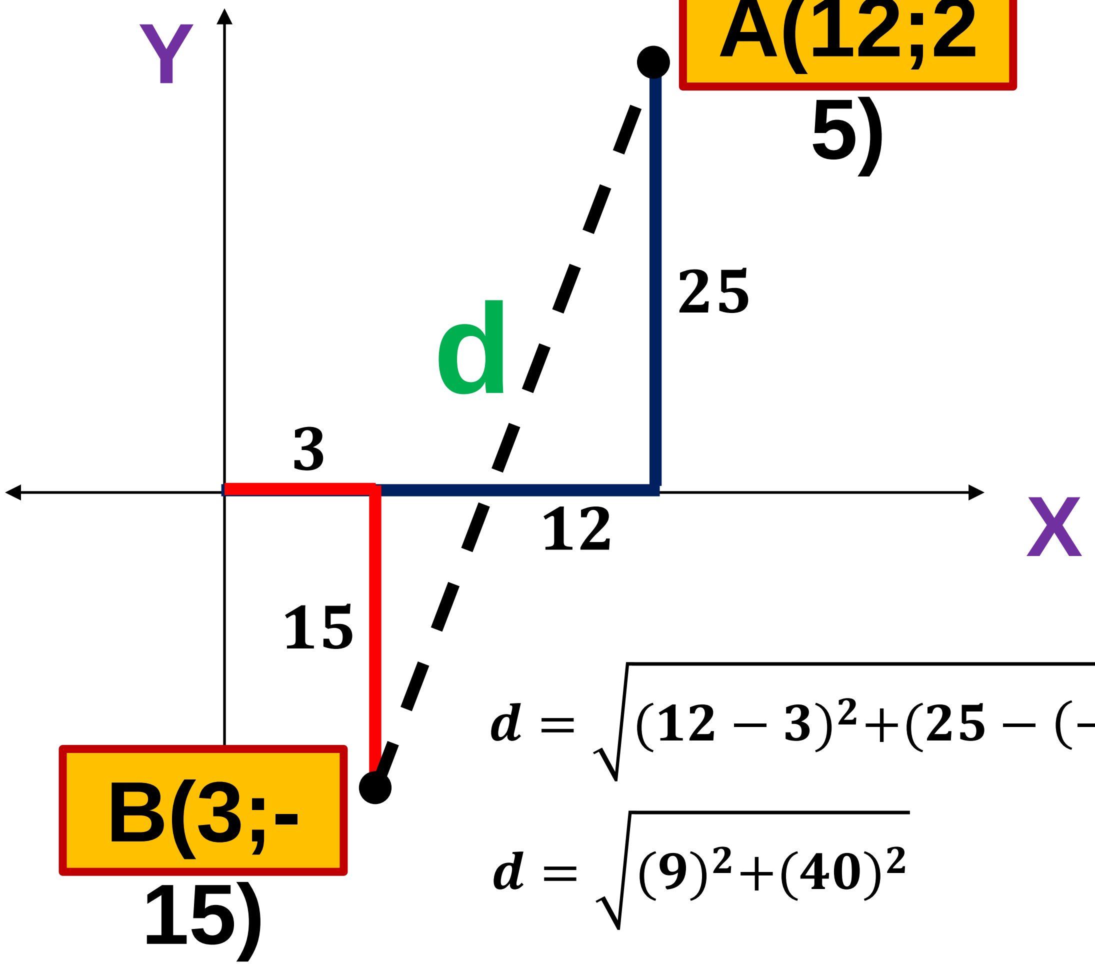
PROBLEMA 6

Dos autos realizan el servicio de taxi, **el primero realiza la siguiente ruta** 12 cuadras hacia la derecha y luego 25 cuadras hacia arriba una vez llegado a este punto se detiene y **el otro taxi realiza la siguiente ruta**, 3 cuadras a la derecha y luego 15 cuadras hacia abajo llegando así a su destino, si ambos están detenidos. **Determine la distancia que los separa**, tener en cuenta que ambos parten del mismo estacionamiento.

NOTA:

El estacionamiento es el origen

Resolución:



$$d = \sqrt{(12-3)^2+(25-(-15))^2}$$

$$d = \sqrt{(9)^2+(40)^2}$$

$$d = \sqrt{81+1600}$$

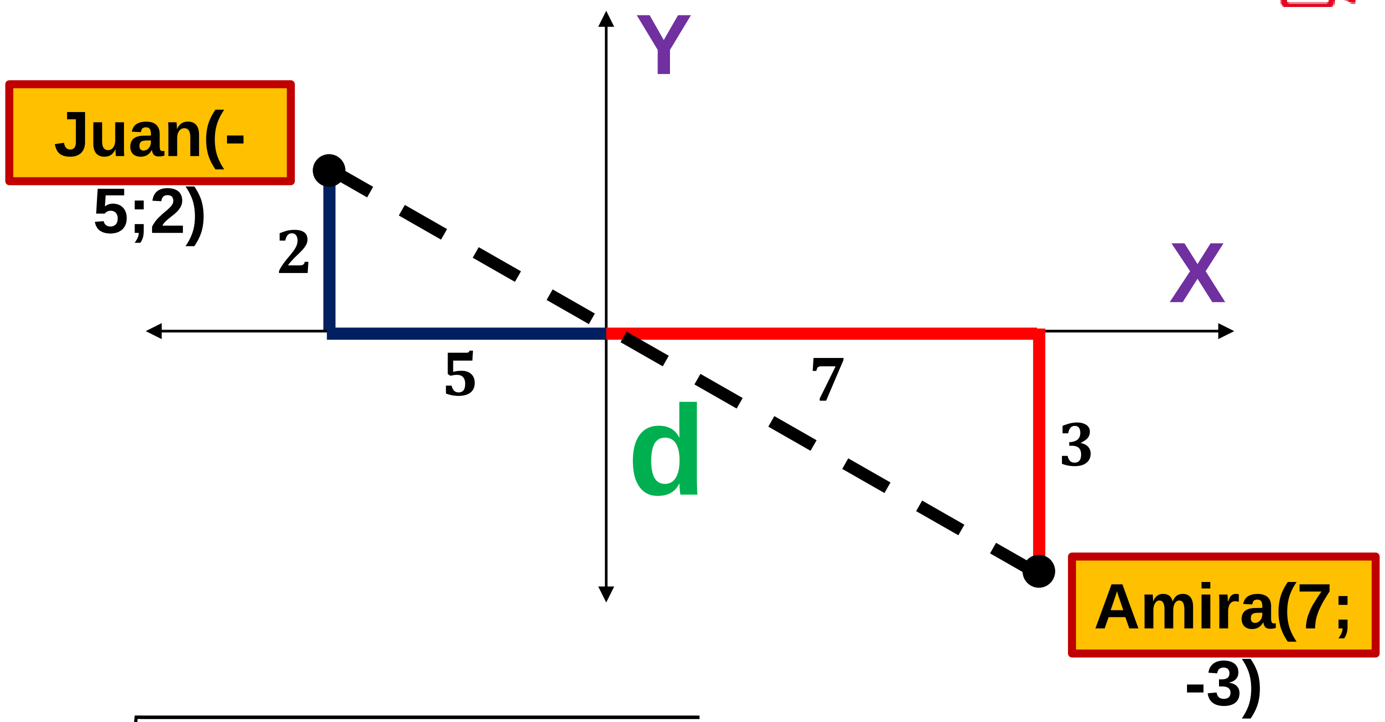
$$d = \sqrt{1681}$$

$$\boxed{d = 41}$$

PROBLEMA 7

Al finalizar las clases cada estudiante se dirige a su casa, **Juan sigue las siguientes indicaciones**, para llegar necesita caminar 5 cuadras a la izquierda y luego 2 cuadras hacia arriba, **mientras que Amira sigue las siguientes indicaciones** 7 cuadras a la derecha y luego 3 cuadras hacia abajo, luego de haber llegado, determine que distancia los separa

Resolución:



$$d = \sqrt{(7-(-5))^2 + (-3-2)^2}$$

$$d = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2}$$

$$d = \sqrt{144+25} = \sqrt{169}$$

$$\boxed{d = 13}$$