

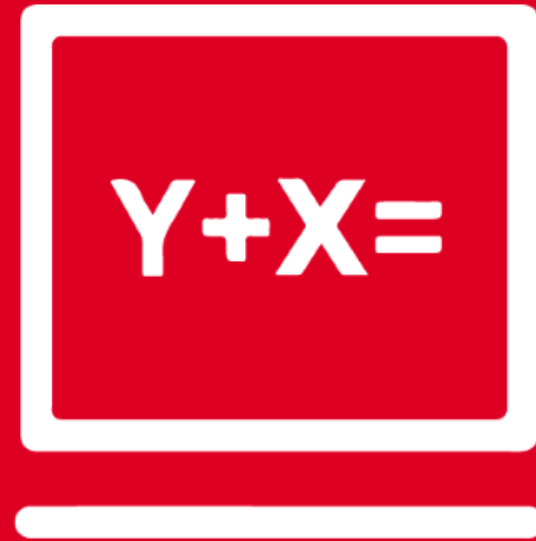
ARITHMETIC

Chapter 1

5th
SECONDARY

RETRO ALIMENTACIÓN TOMO I

2023



 **SACO OLIVEROS**

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

Las edades de Juan y Carlos son proporcionales a 7 y 4, hace 5 años Juan tenía 12 años más que Carlos, ¿cuál es la edad de Juan?

Resolución:

✎ Del dato: sean las edades

$$\begin{array}{l} \text{Juan : } J \\ \text{Carlos : } C \end{array} \quad \rightarrow \quad \frac{J}{C} = \frac{7K}{4K}$$

En realidad siempre se van a llevar 12 años, así que:

$$\begin{array}{l} \text{Entonces} \quad J - C = 12 \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 7K - 3K = 12 \\ \quad \quad \quad \quad K = 3 \end{array}$$

Reemplazando



$$J = 7(3) = 21$$

RPTA: 21 años

Si m es la media proporcional de 16 y 9;
 n es la cuarta proporcional de 8, m y 12;
hallar $m+n$

Resolución:

 Del dato:

 $\frac{16}{m} = \frac{m}{9}$ 

$$16 \times 9 = m^2$$

$$12 = m$$

 Dato

 $\frac{8}{12} = \frac{20}{n}$  $n = \frac{12 \times 20}{8}$

$$n = 30$$

Nos piden " $m+n$ "

$$m + n = 12 + 30 = 42$$

RPTA: 42

Si a los números 12, 33, 37 y 63 se les añade a todos una misma cantidad, formarían una proporción geométrica. Halla la razón de esta proporción

Resolución:

✎ Añadimos “x” a todos los números

$$\frac{12 + x}{33 + x} = \frac{37 + x}{63 + x} = k$$

Donde k es la razón

✎ Multiplicando en aspa :

$$(12 + x)(63 + x) = (33 + x)(37 + x)$$

$$756 + 75x + \cancel{x^2} = 1221 + 70x + \cancel{x^2}$$

$$5x = 465 \quad \rightarrow \quad x = 93$$

Entonces :

$$\frac{105}{126} = \frac{130}{156} = k$$

$$k = \frac{5}{6}$$

RPTA: 5/6

El promedio de 50 números es 35; siendo 50 y 68 dos de los números, eliminando estos. Hallar el nuevo promedio.

Resolución:

 Del dato

$$* P_{50} = \frac{S_{50}}{50} = 35 \rightarrow S_{50} = 1750$$

➤ Eliminemos los números 50 y 68 :

$$= 1750 - 50 - 68 = 1632 \rightarrow S_{48}$$

➤ Hallando el nuevo promedio :

$$* P_{48} = \frac{S_{48}}{48} = \frac{1632}{48} = 34$$

RPTA: 34

Para dos números enteros a y b el producto de su \overline{MA} y \overline{MH} es 64, y el producto de su \overline{MA} y \overline{MG} es 80. Determine $a-b$

Resolución:

 Dato :

$$\text{➤ } \underbrace{MA \cdot MH}_{\text{M.A.}} = 64$$

$$MG^2 = 64$$

$$\underbrace{M.G.}_{\text{M.A.}} = 8$$

$$\sqrt{a \times b} = 8$$

$$a \times b = 64$$

$$\text{➤ } \underbrace{MA \cdot M.G.}_{\text{M.A.}} = 80$$

$$MA \cdot 8 = 80$$

$$\underbrace{M.A.}_{\text{M.A.}} = 10$$

$$\frac{a+b}{2} = 10$$

$$a+b = 20$$

➤ Debemos buscar dos números cuyo producto es 64 y su suma es 20.

$$a = 16$$

$$b = 4$$

Entonces :

$$a - b = 16 - 4$$

$$a - b = 12$$

RPTA: 12

El promedio geométrico de 20 números es 3 y el promedio geométrico de otros 20 números es 12, ¿Cuál es el promedio geométrico de los 40 números?

Resolución:

 Del dato :

$$\sqrt[20]{a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{20}} = 3$$

$$\sqrt[20]{b_1 \times b_2 \times b_3 \times \cdots \times b_{20}} = 12$$



Veamos el producto de los números

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{20} = 3^{20}$$

$$b_1 \times b_2 \times b_3 \times \cdots \times b_{20} = 12^{20}$$



Piden el $\overline{\text{PG}}$ de los 40 números

$$a_1 \times \cdots \times a_{20} \times b_1 \times \cdots \times b_{20} = 3^{20} \times 12^{20}$$

$$\sqrt[40]{a_1 \times \cdots \times a_{20} \times b_1 \times \cdots \times b_{20}} = \sqrt[40]{3^{20} \times 12^{20}}$$

$$= \sqrt[40]{(3 \times 12)^{20}} = \sqrt{(3 \times 12)} = \sqrt{36} = 6$$

RPTA: 6

El ahorro de un obrero es D.P. a la raíz cuadrada de su sueldo. Si cuando su sueldo s/. 961 gastaba al mes s/. 899. ¿Cuánto gastará al mes ahora que su sueldo es s/. 1369?

Resolución:

 Ahorro : A
 Sueldo : S
 Gasto : G



$$S - G = A$$

Del dato:

$$A \text{ D.P. } \sqrt{S}$$



$$\frac{A}{\sqrt{S}} = CTE$$

➤ DEL DATO :

$$S = S/961 \quad G = S/899$$

➤ Entonces : $A = S/62$

Luego :

$$\frac{62}{\sqrt{961}} = \frac{A_1}{\sqrt{1369}}$$

$$\frac{62}{31} = \frac{A_1}{37}$$

$$A_1 = S/74$$

➤ El gasto será :

$$= 1369 - 74$$

$$= 1369 - 74$$

$$= 1295$$

RPTA: 1295

El precio de un libro varia en forma proporcional al número de hojas que posee e inversamente proporcional con el número de ejemplares producidos. Si se producen 1600 ejemplares de 120 hojas a un precio de 18 soles cada uno. ¿Cuánto costará cada ejemplar de 400 páginas, si ahora se producen 2000 ejemplares?

Resolución:

 Analizamos la proporcionalidad

precio *D.P.* # hojas

precio *I.P.* # ejemplares

$$\frac{P \times E}{H} = CTE$$

Precio	18	P
Hojas	120	200
Ejemplares	1600	2000

Nota: 400 páginas \Leftrightarrow 200 hojas

Reemplacemos los datos

$$\frac{18 \times \cancel{1600}}{\cancel{120}} = \frac{P \times \cancel{2000}}{\cancel{200}}$$

$$24 = P$$

RPTA: S/. 24

Si el precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso, ¿cuánto se ganará o perderá en un diamante que vale S/720 y que se parte en dos pedazos, uno el doble del otro?

Resolution :

$$(\text{Precio}) \text{ DP } (\text{Peso})^2 \rightarrow \frac{\text{Precio}}{(\text{Peso})^2} = K$$

Pr_1	Pr_2

$$P_1=1 \quad P_2=2$$

Donde :

$Pr \rightarrow$ Precios

$P \rightarrow$ Pesos

Peso Total = 3

Precio Total = S/ 720

$$\frac{Pr_1}{(P_1)^2} = \frac{Pr_2}{(P_2)^2} = \frac{Pr_{TOTAL}}{(P_{TOTAL})^2}$$

$$\frac{P_{R1}}{1^2} = \frac{P_{R2}}{2^2} = \frac{720}{3^2} = K$$

$$\frac{P_{R1}}{1} = \frac{P_{R2}}{4} = \frac{720}{9} = K = 80$$

$$Pr_1 = 80 \quad Pr_2 = 320$$

Entonces Pierde :

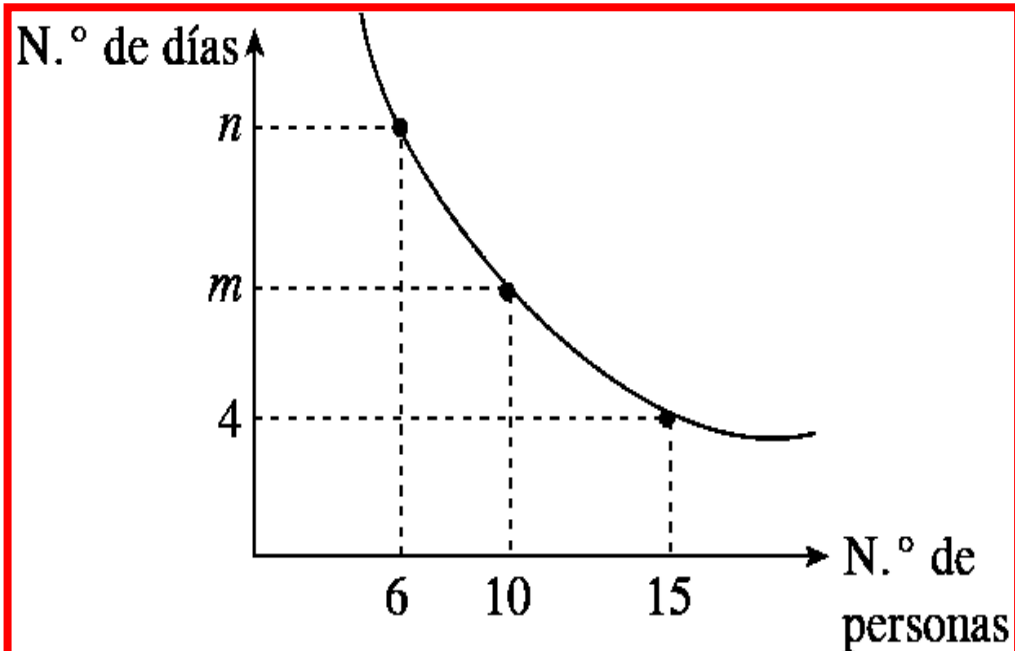
$$720 - (80 + 320) = S/320$$

RPTA :

S/ 320

Se quiere terminar una obra que puede ser hecha en 60 días por una sola persona y se cuenta con una cantidad de personas y el tiempo a relacionarse, como se observa en el gráfico:

¿Cuántos días se demoran si lo hacen 10 personas?



Resolution :

- El gráfico corresponde a dos magnitudes inversamente proporcionales

Entonces :

$$n \cdot 6 = m \cdot 10 = 4 \cdot 15 = \mathbf{60}$$

Luego : $m = 6$ $n = 10$

Entonces 10 personas se demoran :

RPTA :

6 días

Proporción AritméticaDiscreta

$$a - b = c - d$$

- T. Medios son diferentes
- **d** : Cuarta Diferencial

Continua

$$a - b = b - c$$

- T. Medios son iguales
- **b** : Media Diferencial
- **c** : Tercera Diferencial

Proporción GeométricaDiscreta

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- T. Medios son diferentes
- **d** : Cuarta Proporcional

Continua

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

- T. Medios son iguales
- **b** : Media Proporcional
- **c** : Tercera Proporcional

M.A. , M.G. y M.H. para dos cantidades :

Para 2 cantidades a y b , se cumple que :

$$\text{M.A.} = \frac{a + b}{2}$$

$$\text{M.G.} = \sqrt{a \times b}$$

$$\text{M.H.} = \frac{2ab}{a + b}$$

Ejemplo : Halle M.A. , M.G. y M.H. para 2 y 8.

$$* \text{M.A.} = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

$$* \text{M.G.} = \sqrt{2 \times 8} = 4$$

$$* \text{M.H.} = \frac{2 \times 2 \times 8}{2 + 8} = \frac{32}{10} = 3,2$$

Propiedades:



Para “n” Datos :

★ Si los datos son iguales :

$$\text{M.A.} = \text{M.G.} = \text{M.H.} = \text{Dato}$$

★ Si los datos son diferentes :

$$\text{M.A.} > \text{M.G.} > \text{M.H.}$$

Para dos números a y b :

$$\text{MA} \times \text{MH} = \text{MG}^2$$

$$(a-b)^2 = 4(\text{MA}^2 - \text{MG}^2) = 4(\text{MA} + \text{MG})(\text{MA} - \text{MG})$$

Clases de Promedios:

1.- Promedio Aritmético o Media Aritmética (M.A.)



$$\text{M.A.} = \frac{\text{Suma de Datos}}{\text{Cantidad de datos}}$$

Ejemplo: Halle la M.A. de 2 ; 4 y 8

$$\text{M.A.} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \frac{14}{3} \rightarrow \text{M. A.} = 4,6$$

2.- Promedio Geométrico o Media Geométrica (M.G.)

$$\text{M.G.} = \sqrt[n]{\text{Producto de Datos}}$$

$n \rightarrow$ Cantidad de Datos.

Ejemplo: Halle la M.G. de 2 ; 4 y 8

$$\text{M.G.} = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} \rightarrow \text{M. G.} = 4$$

3.- Promedio Armónico o Media Armónica (M.H.)

$$\text{M.H.} = \frac{\text{Cantidad de Datos}}{\text{Suma de inversas de datos}}$$

Ejemplo: Hallar la M.H. de 2 ; 4 y 8

$$\text{M.H.} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{4 + 2 + 1}{8}}$$

$$= \frac{3}{\frac{7}{8}} = \frac{24}{7} \rightarrow \text{M.H.} = 3,2$$