# ALGEBRA

## Chapter 16


**3th**
**SECONDARY**

## RETROALIMENTACIÓN

## TOMO II

SACO OLIVEROS

Problema 1

**Determine la suma de coeficientes y el término independiente de:**

$$P(x) = (x-1)^4 - (x+1)^6 + 5x - 3$$

Recordemos:

*Suma de coeficientes:*

$$\boxed{\sum Coef[P(x)] = P(1)}$$

*Término independiente:*

$$\boxed{TI[P(x)] = P(0)}$$

Resolución: $P(x) = (x-1)^4 - (x+1)^6 + 5x - 3$

## *Suma de coeficientes:*

$$P(1) = (1-1)^4 - (1+1)^6 + 5(1) - 3$$

$$P(1) = 0 - (2)^6 + 5 - 3$$

$$P(1) = -64 + 2$$

$$P(1) = -62$$

$$\boxed{\therefore \sum Coef[P(x)] = -62}$$

## *Término independiente:*

$$P(0) = (0-1)^4 - (0+1)^6 + 5(0) - 3$$

$$P(0) = (-1)^4 - (1)^6 - 3$$

$$P(0) = 1 - 1 - 3$$

$$P(0) = -3$$

$$\boxed{\therefore TI[P(x)] = -3}$$

Problema 2

**Si**

$P(x-3) = x^{243} - 81x^{239} + 12x + 7$

**calcule** $P(0) + P(-3)$

**Resolución:** $P(x-3) = x^{243} - 81x^{239} + 12x + 7$

➢ ***Calculando*** $P(0)$: $x - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

$$P(3-3) = 3^{243} - 81 . 3^{239} + 12 . 3 + 7$$

$$P(0) = 3^{243} - 3^{4} . 3^{239} + 36 + 7$$

$$P(0) = \cancel{3^{243}} - \cancel{3^{243}} + 36 + 7$$

$$\boxed{P(0) = 43}$$

➢ ***Calculando*** $P(-3)$: $x - 3 = -3 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

$$P(0-3) = 0^{243} - 81 . 0^{239} + 12 . 0 + 7$$

$$P(-3) = 0 - 0 + 0 + 7$$

$$\boxed{P(-3) = 7}$$

$$\boxed{\therefore P(0) + P(-3) = 50}$$

Problema 3

**Sabiendo que**

$$P(x) = 5x + 7$$

$$\boxed{P[Q(x)] = 10x - 8}$$

**halle el valor de** $Q(2)$

## Resolución:

**Sea:** $x = Q(x)$

$$P(x) = 5x + 7$$

$$\underbrace{P[Q(x)]} = 5Q(x) + 7$$

$$10x - 8 = 5Q(x) + 7$$

$$10x - 15 = 5Q(x)$$

*Dividiendo* $\div 5$

$$\boxed{Q(x) = 2x - 3}$$

*Calculando* $Q(2)$ :

$$Q(2) = 2(2) - 3$$

$$\boxed{\therefore\ Q(2) = 1}$$

Problema 4

**Dado el polinomio**

$$Q(x,y) = 5mx^{m-3}y^{n+1} - 5nx^{m-4}y^{n+3} - 7x^{m}y^{n-4}$$

**de grado absoluto igual a** 15**. Calcule la suma de sus coeficientes.**

$$Q(x;y) = \underbrace{5mx^{m-3}y^{n+1}}_{\boxed{m+n-2}} + \underbrace{5nx^{m-4}y^{n+3}}_{\boxed{m+n-1}} - \underbrace{7x^{m}y^{n-4}}_{\boxed{m+n-4}}$$

*Por dato:* $GA = 15$

*Además:* $GA = m+n-1$

$$m+n-1 = 15$$

$$\boxed{m+n = 16}$$

*Calculando la suma de coeficientes:*

$$\sum Coef = 5m + 5n - 7$$

$$\sum Coef = 5(m+n) - 7$$

$$\sum Coef = 5(16) - 7$$

$$\boxed{\therefore \sum Coef = 73}$$

Problema 5

**Halle el valor de $m$ si la expresión**

$$F = \sqrt[3]{x^{2m}.\sqrt{x^{m}.\sqrt[4]{x^{3m}}}}$$

**es de grado absoluto 46.**

Recordemos:

***RADICALES SUCESIVOS:***

$$\times \quad + \quad \times \quad +$$

$$\sqrt[m]{x^{a}.\sqrt[n]{x^{b}.\sqrt[p]{x^{c}}}} = \sqrt[mnp]{x^{(an+b)p+c}}$$

Resolución:

$$\times \quad + \quad \times \quad +$$

$$F = \sqrt[3]{x^{2m}.\sqrt[2]{x^{m}.\sqrt[4]{x^{3m}}}}$$

***Reduciendo F:***

$$F = \sqrt[3.2.4]{x^{\;23m}}$$

$$F = \sqrt[24]{x^{23m}}$$

$$\boxed{F = x^{\frac{23m}{24}}}$$

▪ ***Obteniendo GA(F):***

$$GA(F) = \frac{23m}{24}$$

▪ ***Pero por dato:***

$$GA(F) = 46$$

***Igualando:***

$$\frac{23m}{24} = 46$$

$$\boxed{\therefore\ m = 48}$$

**Problema 6**

**Si el grado absoluto del polinomio es $9m-15$**

$$Q(x)=(x^7-x^2)^3+(x^5+x)^4+(x^3-x^2)^6$$

**halle el valor de $\sqrt{m}$.**

**Recordemos:**

$$\left.\begin{array}{l} Grado(P)=m \\ Grado(Q)=n \end{array}\right\} \quad m>n$$

$$\boxed{Grado(P^k)=k.m}$$

$$\boxed{Grado(P+Q)=m}$$

**Resolución:**

$$Q(x)=\underbrace{(x^7-x^2)^3}_{\boxed{GA=7.3=21}}+\underbrace{(x^5+x)^4}_{\boxed{GA=5.4=20}}+\underbrace{(x^3-x^2)^6}_{\boxed{GA=3.6=18}}$$

Grado absoluto de $Q(x)$: $\boxed{GA[Q(x)]=21}$

Por dato sabemos que: $\boxed{GA[Q(x)]=9m-15}$

Igualando: $9m-15=21$

$$m=4$$

$$\boxed{\therefore\ \sqrt{m}=2}$$

Problema 7

**Sabiendo que el polinomio es completo y ordenado**

$$P(x) = 5x^3 - 2x^{3b-7} + x^{c+2} - 7x^{a-5}$$

**Calcule**

$$M = \sqrt{a+b-c}$$

## Resolución:

$$P(x) = 5x^3 - 2x^{3b-7} + x^{c+2} - 7x^{a-5}$$

*R(x) es completo y ordenado:*

$$\begin{cases} 3b-7=2 \rightarrow \boxed{b=3} \\ c+2=1 \rightarrow \boxed{c=-1} \\ a-5=0 \rightarrow \boxed{a=5} \end{cases}$$

*Nos piden:*

$$M = \sqrt{a+b-c}$$

$$M = \sqrt{5+3-(-1)}$$

$$M = \sqrt{5+3+1}$$

$$M = \sqrt{9}$$

$$\boxed{\therefore\ M = 3}$$

Problema 8

**Si** $Q(x) \equiv 0$ **, donde**

$$Q(x) = ax^3 + bx^2 - c - 5x^2 + 2x^3 + 8$$

**calcule el valor de** $\frac{a-c}{b}$**.**

**Resolución:**

$$Q(x) = \underline{ax^3} + \underline{bx^2} - c \underline{- 5x^2} \underline{+ 2x^3} + 8$$

*Factorizando:*

$$Q(x) = \underbrace{(a+2)}_{0}x^3 + \underbrace{(b-5)}_{0}x^2 + \underbrace{(8-c)}_{0}$$

*$Q(x)$ es idénticamente nulo:* $\boxed{Q(x) \equiv 0}$

$$\begin{cases} a + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -2} \\ b - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{b = 5} \\ 8 - c = 0 \Rightarrow \boxed{c = 8} \end{cases}$$

*Nos piden:* $\frac{a-c}{b} = \frac{-2-8}{5} = \frac{-10}{5}$

$$\boxed{\therefore \frac{a-c}{b} = -2}$$

## Problema 9

**Si se cumple que**

$$\frac{5x+7}{(x-1)(x+5)} \equiv \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+5}$$

**calcule** $(A+B)^{B+1}$

**Resolución:**

$$\frac{5x+7}{(x-1)(x+5)} \equiv \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+5}$$

$$\frac{5x+7}{\cancel{(x-1)(x+5)}} \equiv \frac{A(x+5)+B(x-1)}{\cancel{(x-1)(x+5)}}$$

$$5x+7 \equiv Ax+5A+Bx-B$$

$$5x+7 \equiv (A+B)x+(5A-B)$$

$$\begin{cases} A+\cancel{B}=5 \\ 5A\cancel{-B}=7 \end{cases} \quad (+)$$

$$6A=12$$

$$\boxed{A=2} \wedge \boxed{B=3}$$

***Nos piden:***

$$(A+B)^{B+1}=(2+3)^{3+1}$$

$$(A+B)^{B+1}=(5)^{4}$$

$$\boxed{\therefore\ (A+B)^{B+1}=625}$$

Problema 10

**Si el polinomio es homogéneo**

$$M(x,y) = 4x^{2a-b}y^{a+3b} - 3x^{15}y^{11} + x^{5a-2b}y^{b}$$

**el valor de $a.b$ representa la edad del profesor Ricardo hace 10 años. ¿Cuántos años tiene actualmente el profesor Ricardo?**

Resolución:

$$M(x,y) = \overbrace{4x^{2a-b}y^{a+3b}}^{\boxed{GA = 3a+2b}} - \overbrace{3x^{15}y^{11}}^{\boxed{GA = 26}} + \overbrace{x^{5a-2b}y^{b}}^{\boxed{GA = 5a-b}}$$

$M(x,y)$ *es homogéneo:*

$$\begin{cases} (3a + 2b = 26) \times 1 \rightarrow 3a + \cancel{2b} = 26 \\ (5a - b = 26) \times 2 \rightarrow 10a - \cancel{2b} = 52 \end{cases} \quad (+)$$

$$13a = 78$$

$$\boxed{a = 6} \wedge \boxed{b = 4}$$

*Edad del profesor Ricardo hace 10 años:* $\boxed{a.b = 24}$

$\boxed{\therefore \textit{El profesor Ricardo tiene: } 24 + 10 = 34 \text{ años}}$