



ALGEBRA

RETROALIMENTACIÓN

3th
SECONDARY

TOMO 3



 **SACO OLIVEROS**

SOLVED PROBLEMS



Problema 1

Si $a + b = 7$ y $a^2 + b^2 = 25$,
calcule $a - b$.

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

Resolución:

Reemplazando en:

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(7)^2 + (a - b)^2 = 2(25)$$

$$49 + (a - b)^2 = 50$$

$$(a - b)^2 = 1$$

$$\therefore a - b = \pm 1$$



Problema 2

Si $a - b = 2$ y $ab = 4$
 calcule $a^4 + b^4$.

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

(Binomio al cuadrado):

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

Resolución:

Elevando al cuadrado:

$$(a - b)^2 = (2)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2\underline{ab} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 2(4) = 4$$

$$a^2 + b^2 - 8 = 4$$

$$a^2 + b^2 = 12$$

Nuevamente elevando al cuadrado:

$$(a^2 + b^2)^2 = (12)^2$$

$$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 144$$

$$a^4 + b^4 + 2(\underline{ab})^2 = 144$$

$$a^4 + b^4 + 2(4)^2 = 144$$

$$a^4 + b^4 + 32 = 144$$

$$\therefore a^4 + b^4 = 112$$



Problema 3

El valor reducido de

$$Q = \sqrt{(1)(5)(13)(97) + 256}$$

representa la edad del abuelo de José. ¿Cuántos años tiene el abuelo de José?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Resolución:

$$Q = \sqrt{(1)(5)(13)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{(3 - 2)(3 + 2)(13)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{(3^2 - 2^2)(3^2 + 2^2)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{(3^4 - 2^4)(3^4 + 2^4) + 256}$$

$$Q = \sqrt{3^8 - 2^8 + 2^8}$$

$$Q = \sqrt{3^8} = 3^4 \quad \Rightarrow \quad Q = 81$$

∴ El abuelo de José tiene 81 años.



Problema 4

Si $x^2 + 5x = 16$, el valor de

$$P = (x - 2)(x + 7)(x + 1)(x + 4)$$

representa la edad del profesor Tomy hace 5 años. ¿Cuál es la edad actual del profesor Tomy?

Resolución:

$$P = (x - 2)(x + 7)(x + 1)(x + 4)$$

$$P = (x^2 + 5x - 14)(x^2 + 5x + 4)$$

$$P = (16 - 14)(16 + 4)$$

$$P = (2)(20)$$

$$P = 40$$

∴ El profesor Tomy tiene 45 años.

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$



Problema 5

Si $m + n + p = 0$, simplifique

$$R = \frac{4m^3 + 4n^3 + 4p^3}{6mnp}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$

→ $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

Resolución:

$$m + n + p = 0 \Rightarrow m^3 + n^3 + p^3 = 3mnp$$

$$R = \frac{4m^3 + 4n^3 + 4p^3}{6mnp} = \frac{4(m^3 + n^3 + p^3)}{6mnp}$$

$$R = \frac{4(\cancel{3mnp})}{\cancel{6mnp}}$$

$$\therefore R = 2$$



Problema 6

Efectúe

$$A = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Resolución:

$$A = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$A = \underline{(x + 2)(x^2 - 2x + 2^2)} \underline{(x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)}$$

$$A = (x^3 + 2^3)(x^3 - 2^3)$$

$$A = (x^3 + 8)(x^3 - 8)$$

$$A = (x^3)^2 - 8^2$$

$$\therefore A = x^6 - 64$$



Problema 7

Halle el valor de $\sqrt{m+n+p}$ si la división

$$\frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + 3x - 2}$$

deja como residuo $5x^2 + x + 3$

Recuerda:

Se completa y se ordena el dividendo y el divisor:

$$\frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + 0x^2 + 3x - 2}$$

Resolución:

	$2x^5$	$4x^4$	$3x^3$	mx^2	nx	p
Divisor	$2x^3$	$0x^2$	$3x$	-2		
Quotient	x^2	$2x$	0			
Remainder			$5x^2$	x	3	

$$m + 2 - 6 + 0 = 5 \Rightarrow m = 9$$

$$n + 4 + 0 = 1 \Rightarrow n = -3$$

$$p + 0 = 3 \Rightarrow p = 3$$

$$m + n + p = 9$$

$$\therefore \sqrt{m+n+p} = \pm 3$$



Problema 8

Obtenga el término independiente del cociente de la siguiente división:

$$\frac{8x^4 + 8 + 17x + 6x^3 - 11x^2}{4x + 1}$$

Recuerda:

Se ordena en forma decreciente el dividendo:

$$\frac{8x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 17x + 8}{4x + 1}$$

Resolución:

$$4x + 1 = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

	8	6	-11	17	8
$-\frac{1}{4}$		-2	-1	3	-5
	8	4	-12	20	3
$\div 4$	2	1	-3	5	

$$q(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 5$$

$$\therefore TI[q(x)] = 5$$



Problema 9

Calcule la suma de coeficientes del cociente de

$$\frac{2x^{120} + x^{119} + 3x - 4}{x - 1}$$

Recuerda:

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo:

$$\frac{2x^{120} + x^{119} + 0x^{118} + \dots + 0x^2 + 3x - 4}{x - 1}$$

Resolución:

$$x - 1 = 0 \longrightarrow x = 1$$

	2	1	0	0	...	0	0	3	-4
1	2	3	3	3	...	3	3	3	6
×	2	3	3	3	...	3	3	6	2

$$GA[q(x)] = \underbrace{GA[D(x)]}_{120} - \underbrace{GA[d(x)]}_1 \longrightarrow GA[q(x)] = 119$$

$$N^{\circ} \text{ térm.}[q(x)] = 120$$

$$\sum Coef[q(x)] = 2 + \underbrace{3 + 3 + \dots + 3 + 3}_{118 \text{ veces}} + 6$$

$$\therefore \sum Coef[q(x)] = 362$$



Problema 10

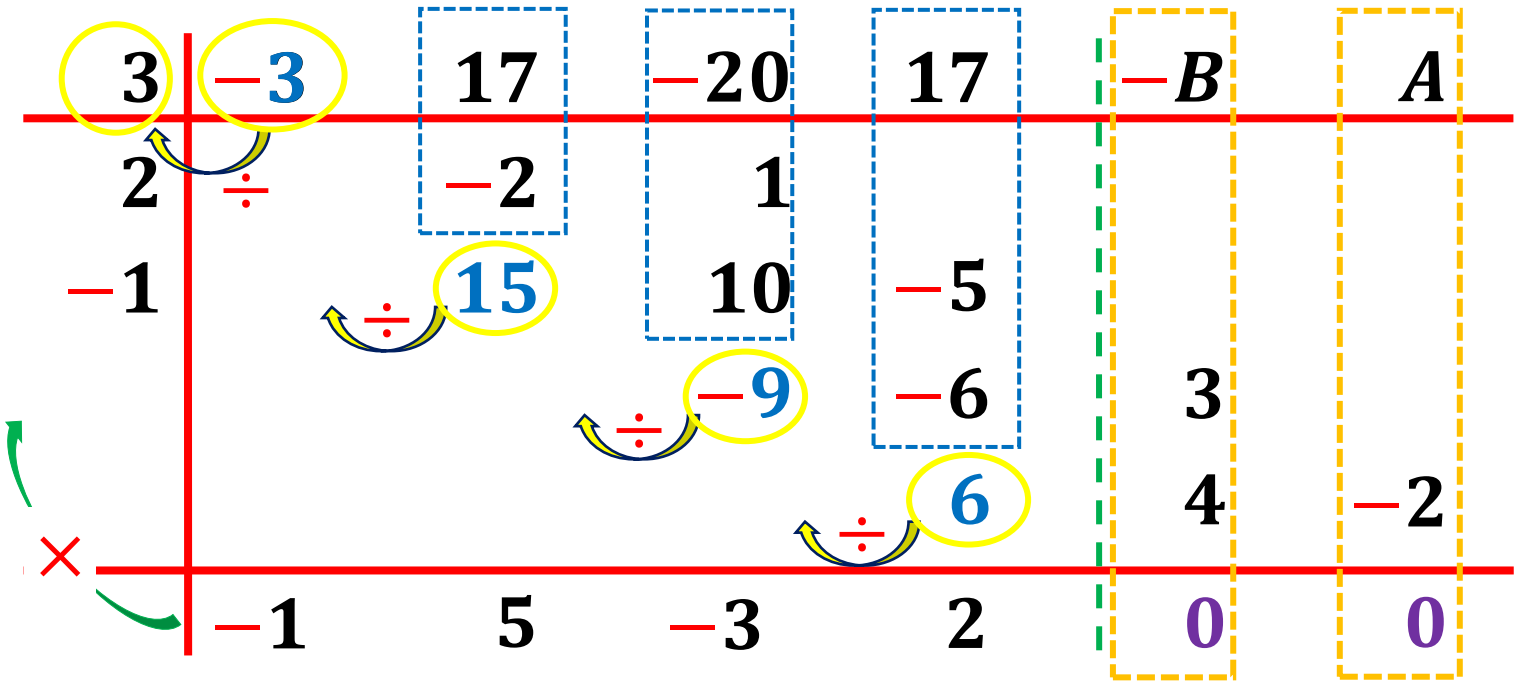
El valor de $A + B$ en la siguiente división exacta

$$\frac{Ax^5 - Bx^4 + 17x^3 - 20x^2 + 17x - 3}{x^2 - 2x + 3}$$

representa la cantidad de alumnos del 3° C que participarán en un torneo de Ajedrez. ¿Cuántos son los alumnos de dicha sección que participarán en el torneo?

Resolución:

Aplicamos el método de Horner invertido:



$$-B + 3 + 4 = 0$$
$$B = 7$$

$$A - 2 = 0$$
$$A = 2$$

$$A + B = 9$$

∴ 9 alumnos del 3° C participarán en el torneo.