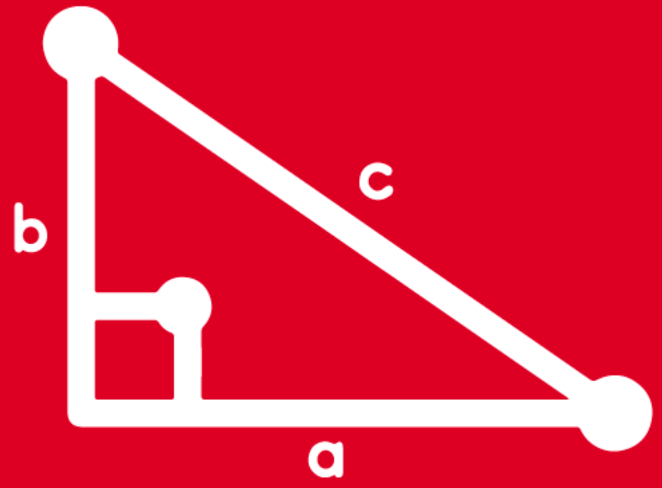
TRIGONOMETRY

Chapter 01



5th
SECONDARY

Razones trigonométricas de un ángulo agudo

SACO OLIVEROS

El Número π

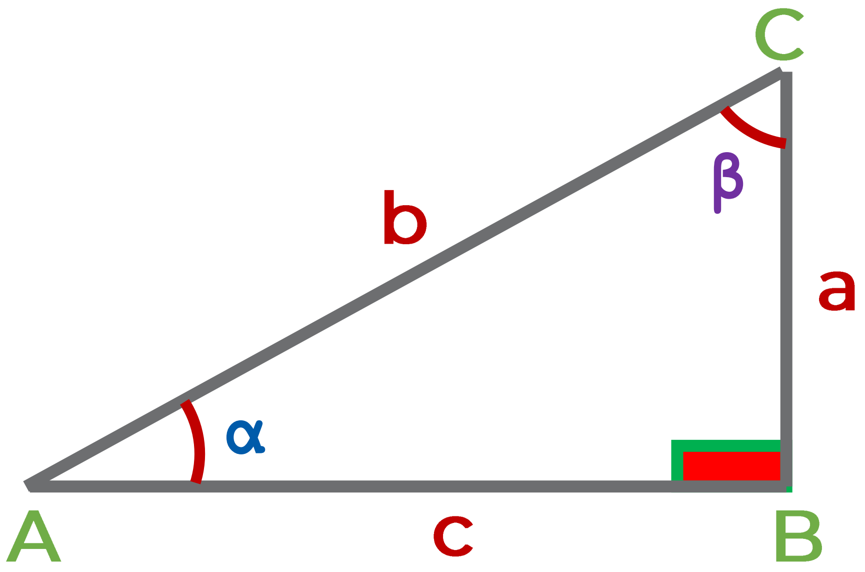
Es un número irracional y una de las constantes matemáticas más importantes. Se emplea frecuentemente en matemáticas, física e ingeniería. El valor de π se ha obtenido con diversas aproximaciones a lo largo de la historia, siendo una de las constantes matemáticas que más aparece en las ecuaciones de la física, junto con el número e.

$$e^{i\pi}+1=0$$

¿Sabes cuándo es el día del número pi?.

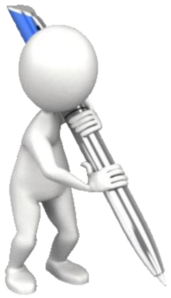
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

Triángulo rectángulo



Siendo:
- a y c: catetos
- b: hipotenusa
- α y β : medida de los ángulos agudos

b > a y c

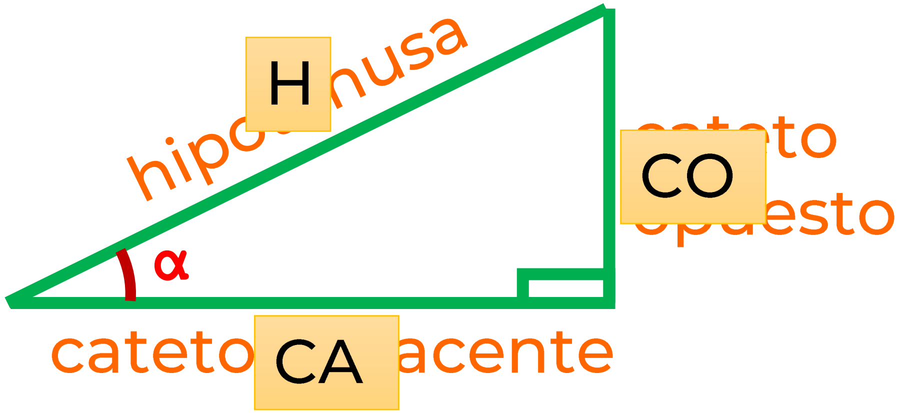


Teorema de Pitágoras

$$b^2 = a^2 + c^2$$

¿Qué es una razón trigonométrica?

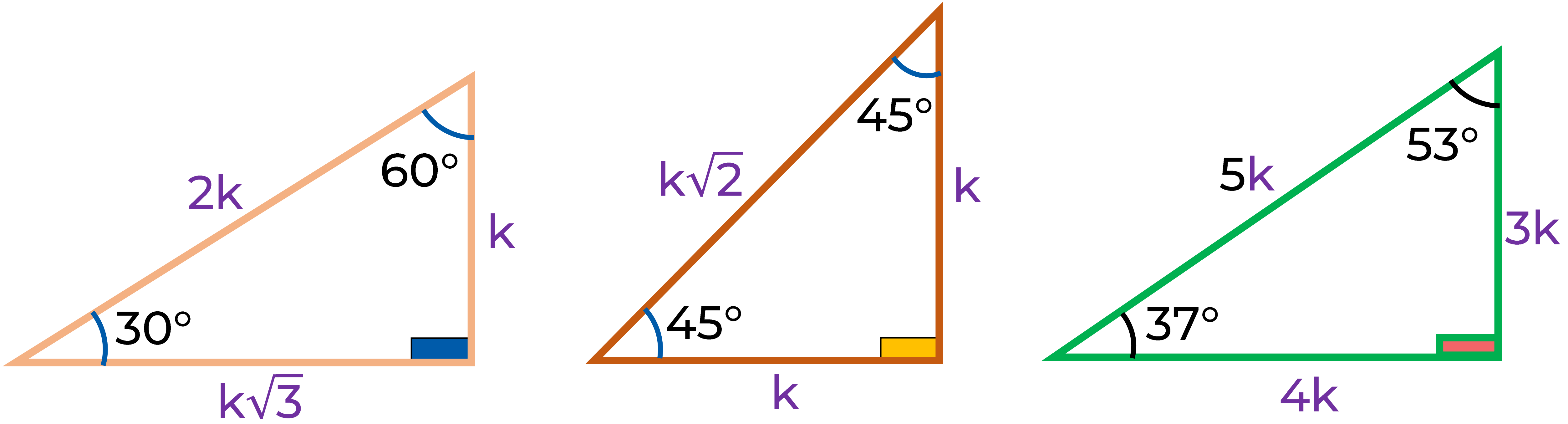
Es un número que se obtiene al dividir dos lados de un triángulo rectángulo con respecto a uno de sus ángulos agudos.



DEFINICIÓN DE LAS RT DE UN ÁNGULO AGUDO

seno	coseno	tangente
$\text{sen}\ \alpha = \dfrac{CO}{H}$	$\cos\alpha = \dfrac{CA}{H}$	$\tan\alpha = \dfrac{CO}{CA}$
cotangente	**secante**	**cosecante**
$\cot\alpha = \dfrac{CA}{CO}$	$\sec\alpha = \dfrac{H}{CA}$	$\csc\alpha = \dfrac{H}{CO}$

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES



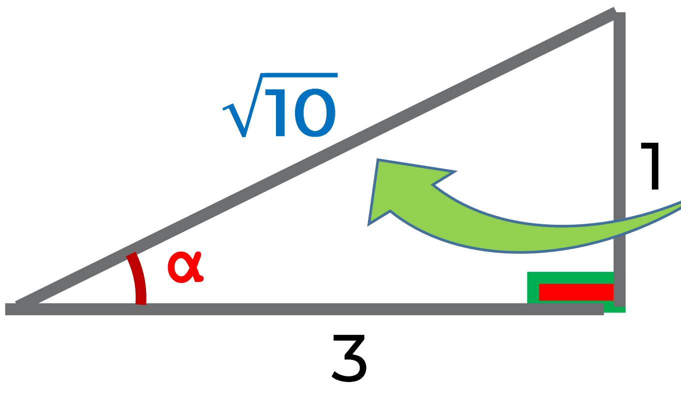
HELICO-PRACTICE 1

Si un ángulo agudo α cumple que tanα = 0, 333.... Calcule $\sqrt{10}\sec\alpha + \dfrac{2}{3}$

Resolución:

Por condición:

$$\tan\alpha = 0{,}3333\ldots = \frac{3}{9} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{3} = \frac{CO}{CA}$$



Piden: $\sqrt{10}\sec\alpha + \dfrac{2}{3}$

Reemplazando: $\sqrt{10}\left(\dfrac{\sqrt{10}}{3}\right) + \dfrac{2}{3}$

Así tenemos: $\dfrac{10}{3} + \dfrac{2}{3} = \dfrac{12}{3}$

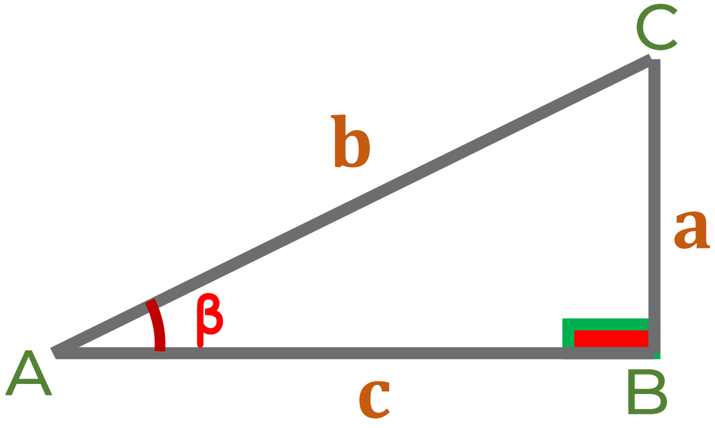
$$\boxed{\therefore \sqrt{10}\sec\alpha + \frac{2}{3} = 4}$$

HELICO-PRACTICE 2

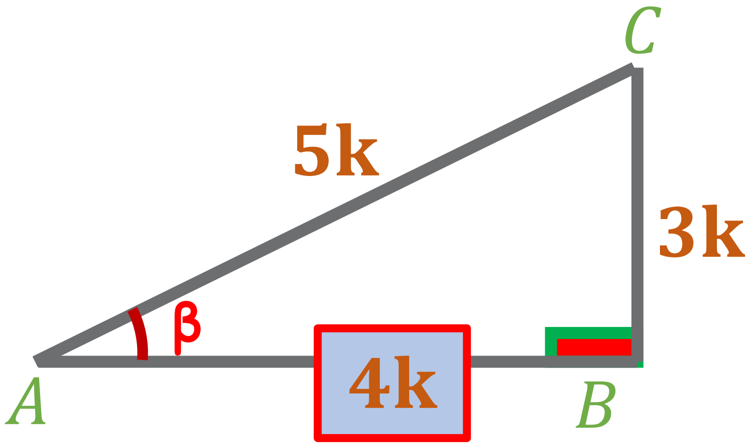
José adquiere como herencia un terreno en forma de triángulo rectángulo; se sabe que el perímetro de dicho terreno es 180 m y el seno de uno de sus ángulos agudos es 0,6. Calcule el área de dicho terreno.

Resolución:

Forma del terreno heredado:



Por condición: $\operatorname{sen}\beta = 0{,}6$ $\boxed{= \frac{3k}{5k}}$ $\boxed{= \frac{a}{b}}$



Por 2p = $\boxed{180m = 12k}$ → $\boxed{k= 15m}$ 5k

Piden: área del terreno heredado $\frac{(4k)(3k)}{2} = 6(15m)^2$

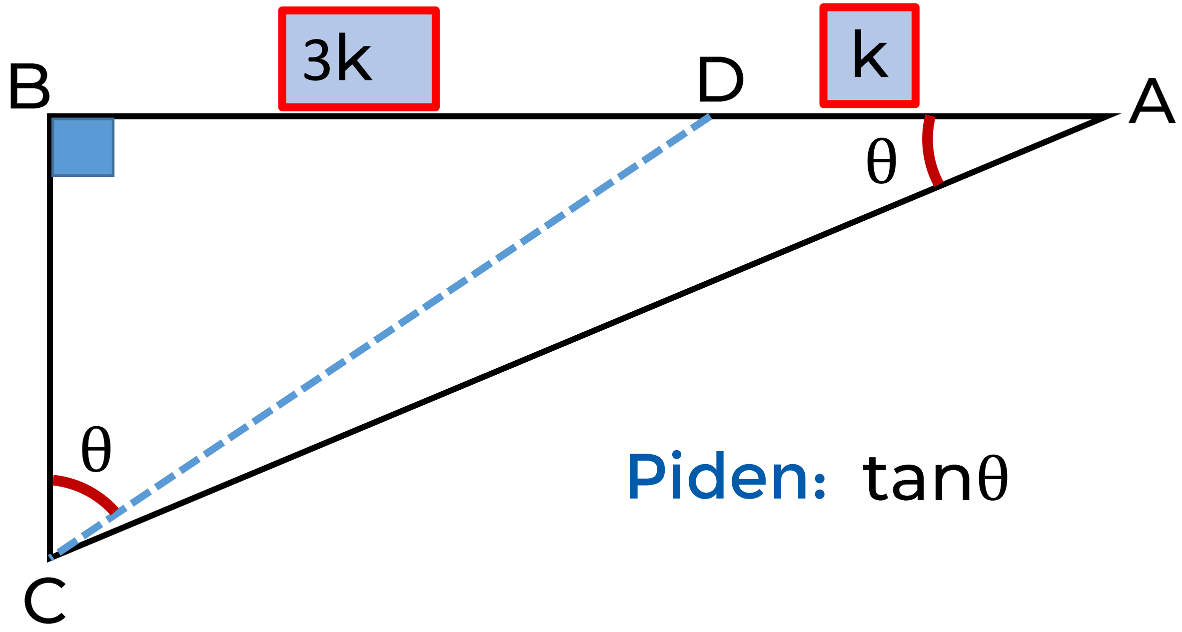
$\boxed{\therefore \text{ área del terreno } = 1350m^2}$

HELICO-PRACTICE 3

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, sobre el cateto $\overline{AB}$, se toma un punto D, tal que BD = 3AD, además, m∡CAD = m ∡ BCD= θ. Calcule tanθ.

Resolución:

Graficando:



Piden: tanθ

$\triangle$ ABC: $\tan\theta = \dfrac{BC}{4k}$

$\triangle$ CBD: $\tan\theta = \dfrac{3k}{BC}$

x

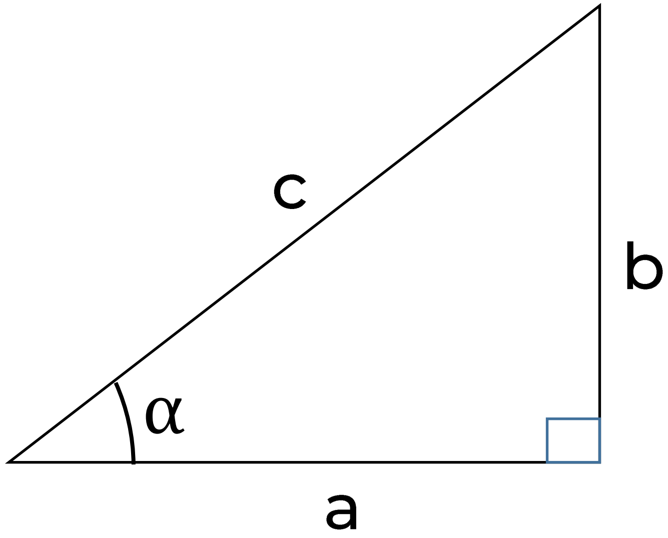
$\tan^2\theta = \dfrac{\cancel{BC}}{4\cancel{k}} \times \dfrac{3\cancel{k}}{\cancel{BC}}$

Así: $\tan^2\theta = \dfrac{3}{4}$

$\boxed{\therefore \tan\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

HELICO-PRACTICE 4

En la casa del señor Carlos, se realizó la medida de la escalera y se obtuvo que 3(a+b) = 4c. Siendo α el ángulo de inclinación de la escalera. ¿ Cuál es el valor del senα.cosα?



$\text{Nota: } a^2 + b^2 = c^2$

Resolución:

Piden: E = senα.cosα

Reemplazando valores: $E = \frac{b}{c} . \frac{a}{c} = \frac{ab}{c^2}$

Del dato:

3(a+b) = 4c

$(\ )^2$

$(3(a+b))^2) = (4c)^2$

$9(a^2 + b^2 + 2a.b) = 16c^2$

$9(c^2 + 2a.b) = 16c^2$

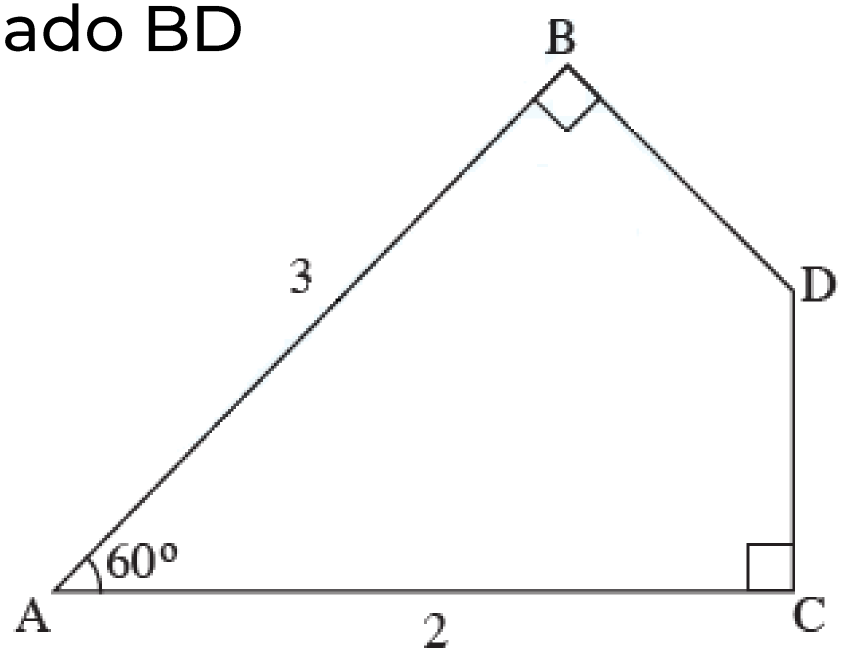
$9c^2 + 18ab = 16c^2$

$18ab = 7c^2$

$$\boxed{\therefore \mathbf{E} = \frac{7}{18}}$$

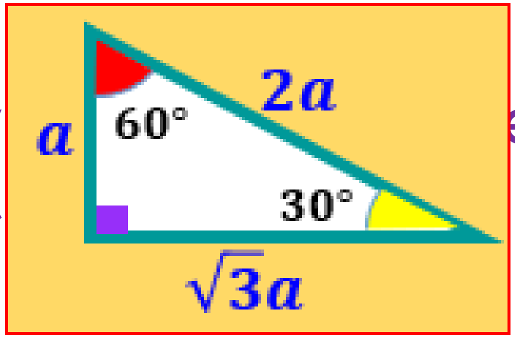
HELICO-PRACTICE 5

Del gráfico calcular la longitud del lado $\overline{BD}$

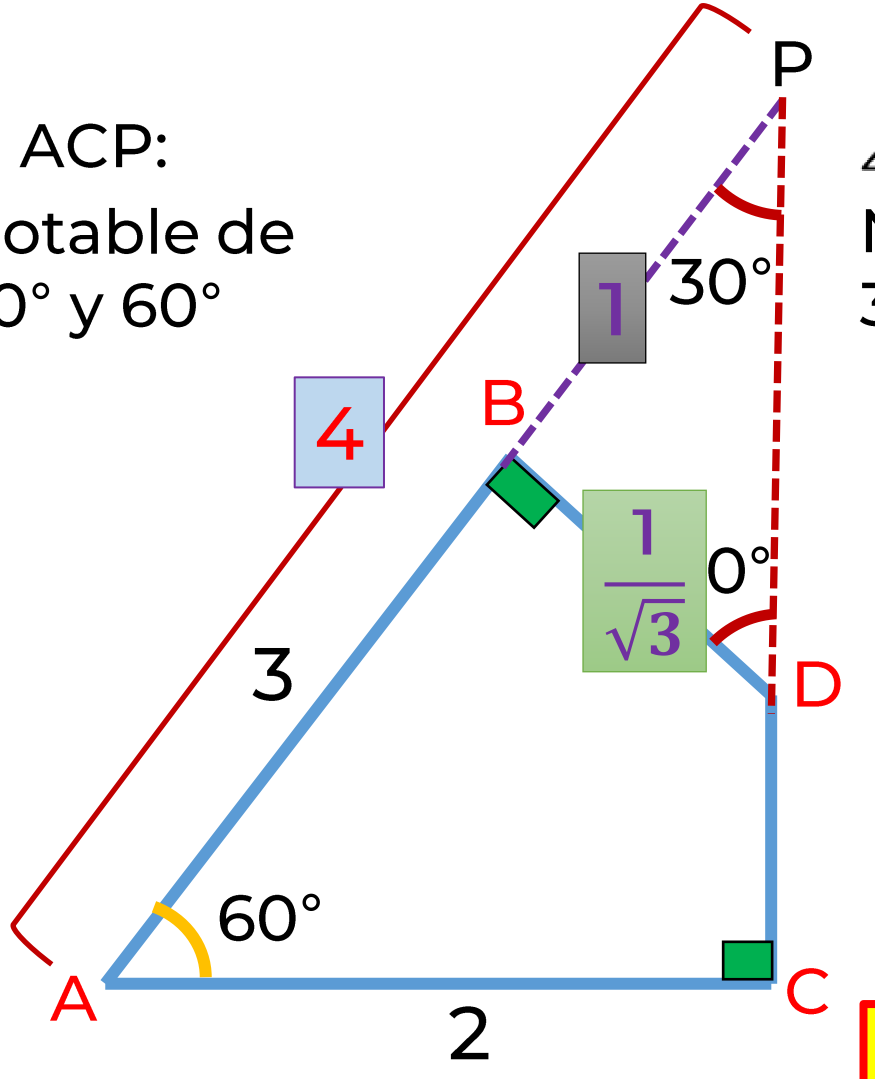


Resolución:

Se prolonga AB y … e
cortan en el punt…



⊿ ACP:
Notable de
30° y 60°

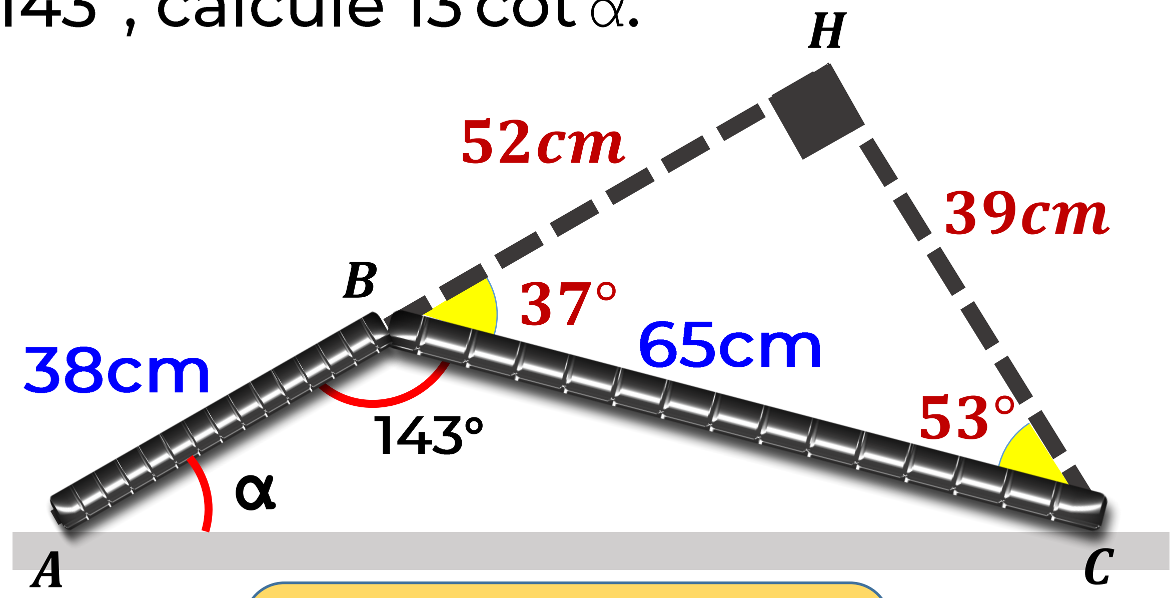


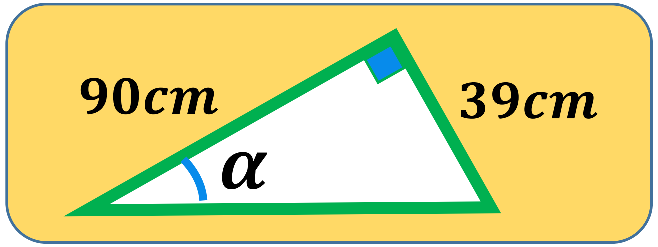
⊿ DBP:
Notable de
30° y 60°

$$\therefore\ BD = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

HELICO-PRACTICE 6

Dos barras metálicas se encuentran apoyadas, tal como se muestra en la figura. Si el ángulo que forman las barras en su punto de apoyo es de 143°, calcule 13 cot α.





Resolución:

En el ΔBHC (Notable de 37° y 53°)

$HC = 3k \;;\; HB = 4k \;;\; BC = 5k$

Pero

$$BC = 65cm$$

$$5k = 65cm \Rightarrow k = 13cm$$

Luego:

$$HB = 4(13cm) = 52cm$$

$$HC = 3(13cm) = 39cm$$

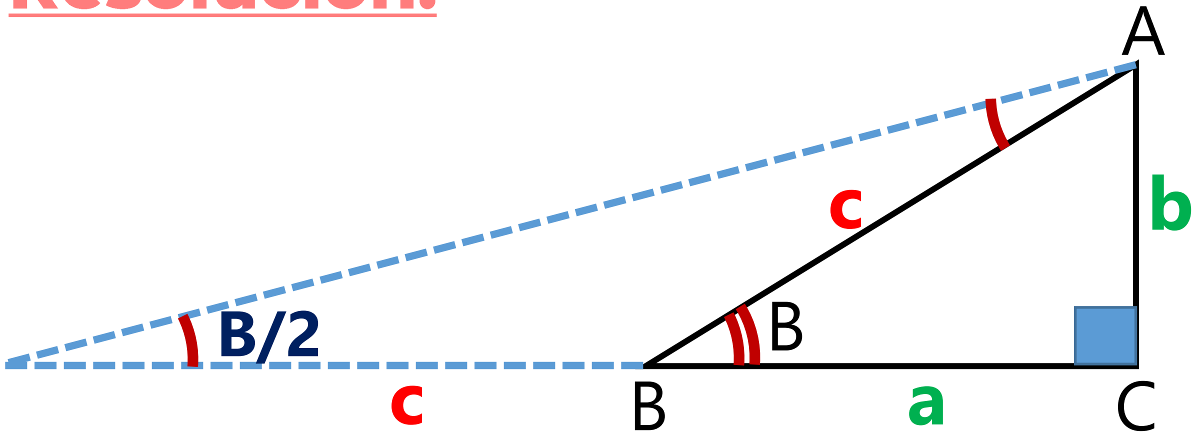
Piden: $13\cot\alpha = \cancel{13}^{\,1} \times \left(\frac{90}{\cancel{39}_{\,3}}\right)$

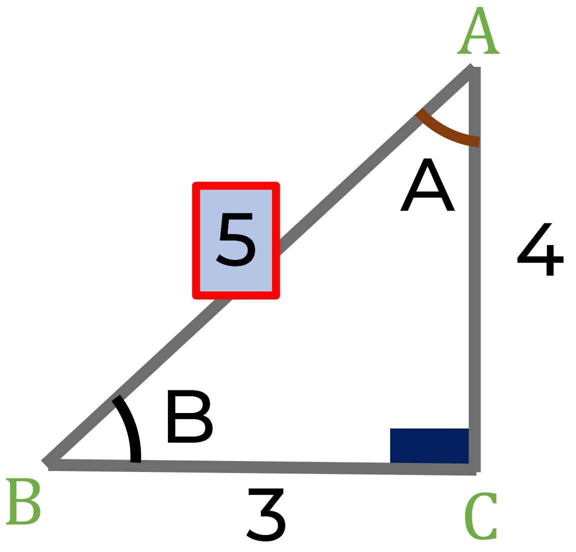
$$\boxed{\therefore 13\cot\alpha = 30}$$

HELICO-PRACTICE 7

En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se cumple que $3(\csc A + 1) = 4\cot(B/2)$. Calcule $25\,\text{sen}A\,\text{sen}B$.

Resolución:





Reemplazamos: $3\left(\frac{c}{a}+1\right) = 4\left(\frac{c+a}{b}\right)$

$$3\left(\frac{c+a}{a}\right) = 4\left(\frac{c+a}{b}\right) \Rightarrow \frac{a}{b} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

Calculamos:

$$25\,\text{sen}A \cdot \text{sen}B = \cancel{25}\left(\frac{3}{\cancel{5}}\right)\left(\frac{4}{\cancel{5}}\right)$$

$$\boxed{\therefore 25\,\text{sen}A\,\text{sen}B = 12}$$