ARITHMETIC

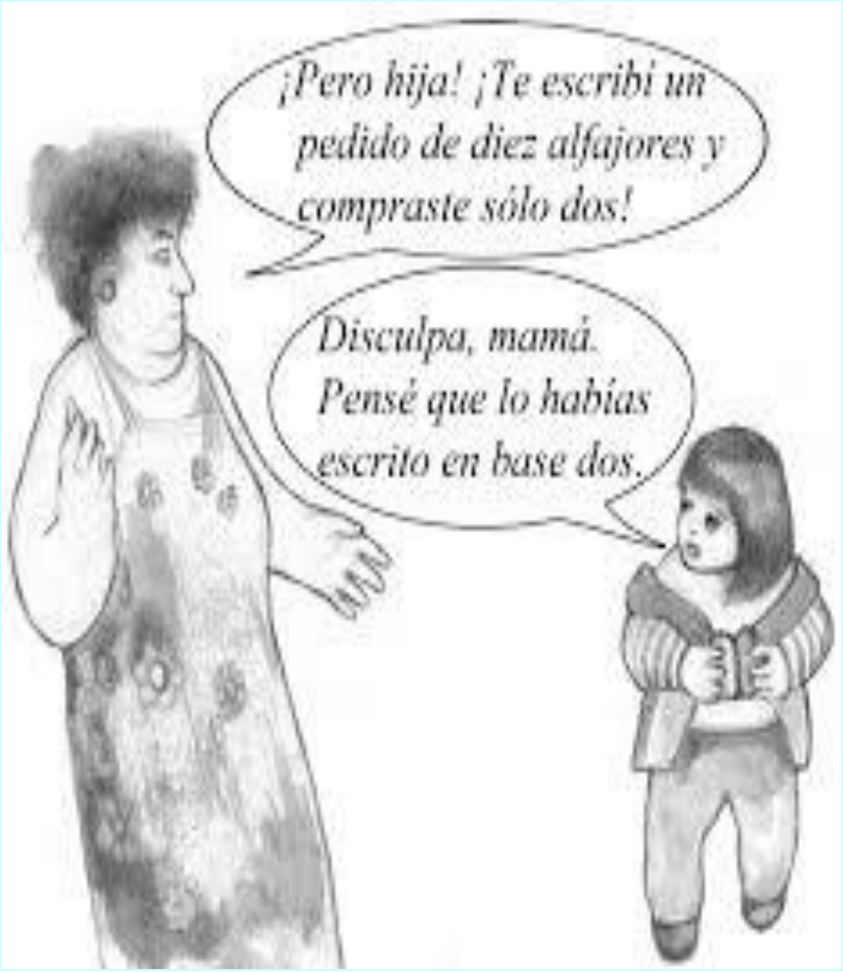
Chapter 5

4th
SECONDARY

TEORIA DE
NUMERACION II

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY



¿Qué opinas al respecto?

CAMBIO DE BASE

CASO 1

De base "n" a base 10

Método: Descomposición polinómica

Ejemplo 1 $1432_{(5)}$ $a\ base\ 10$

$$1432_{(5)} = 1\ x\ 5^3 + 4\ x\ 5^2 + 3\ x\ 5^1 + 2$$
$$= 125 + 100 + 15 + 2$$

$$\therefore 1432_{(5)} = 242$$

CASO 2

De base 10 a base "m"

Método: Divisiones sucesivas

Ejemplo 2 526 $a\ base\ 8$

$$\begin{array}{r|l} 526 & 8 \\ \hline 6 & 65 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 65 & 8 \\ \hline 1 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 8 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

$$526 = 1016_{(8)}$$

CASO 3

De base “n” a base “m”

Ejemplo 3

$358_{(9)}$ $a\ base\ 4$

Paso 1

$A\ base\ 10$

$descomposición\ polinómica$

$$358_{(9)} = 3 \times 9^2 + 5 \times 9^1 + 8$$
$$= 243 + 45 + 8$$
$$= 296$$

$$\therefore\ 358_{(5)} = 296$$

Paso 2

$A\ base\ 4$

$divisiones\ sucesivas$

$$\begin{array}{r|l} 296 & 4 \\ \hline 0 & 74 \;|\; 4 \\ & 2 \quad 18 \;|\; 4 \\ & \quad 2 \quad 4 \;|\; 4 \\ & \quad\quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$358_{(9)} = 10220_{(4)}$$

PROPIEDADES

A CIFRAS MÁXIMAS DE UN NUMERAL

Ejemplos :

- $99 = 100 - 1 = 10^2 - 1$
- $999 = 1000 - 1 = 10^3 - 1$
- $4444_{(5)} = 10000_{(5)} - 1 = 5^4 - 1$
- $66666_{(7)} = 100000_{(7)} - 1 = 7^5 - 1$

En general:

$$\underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}}_{\text{"K" } cifras}{}_{(n)} = n^k - 1$$

B BASES SUCESIVAS

Ejemplo :

- $13_{(8)} = 8 + 3$
- $15_{13_8} = 15_{(8+3)} = 8 + 3 + 5$
- $12_{15_{13_8}} = 12_{(8+3+5)} = 8 + 3 + 5 + 2$

En general:

$$\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{\ddots_{\overline{1m}_{(n)}}}}} = a + b + c + \cdots + m + n$$

C INTERVALO PARA UN NUMERAL CON CIERTA CANTIDAD DE CIFRAS

Ejemplos :

- $10^2 \leq \overline{abc} < 10^3$

$$10^3 \leq \overline{mnpq} < 10^4$$

$$7^3 \leq \overline{wxyz}_{(7)} < 7^4$$

$$9^4 \leq \overline{mnpqr}_{(9)} < 9^5$$

En general:

$$n^{k-1} \leq \underbrace{N_{(n)}}_{\text{"K" cifras}} < n^k$$

HELICO PRACTICE

1 Al convertir el mayor número de cuatro cifras del sistema senario al sistema decimal, se obtiene un número del cual se pide indicar la suma de cifras.

Resolución:

¡ recordar !

$$\underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}}_{\text{"K" } cifras}{}_{(n)} = n^k - 1$$

$$5555_{(6)} = 6^4 - 1$$
$$= 1296 - 1$$
$$5555_{(6)} = 1295$$

Suma de cifras es :

$$1 + 2 + 9 + 5 = 17$$

RPTA: 17

2

Si el mayor número de cuatro cifras de la base n es igual a $1688_{(9)}$, halle el valor de n.

Resolución:

$$\overline{(n-1)(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = n^4 - 1$$

$$n^4 - 1 = 1688_{(9)}$$

$$= 1 \times 9^3 + 6 \times 9^2 + 8 \times 9^1 + 8$$

$$n^4 - 1 = 729 + 486 + 72 + 8$$

$$n^4 - 1 = 1295$$

$$n^4 = 1296$$

$$\boldsymbol{n} = 6$$

RPTA: 6

HELICO PRACTICE

3

Si número de cuatro cifras iguales del sistema quinario se convierte al sistema decimal, se obtiene un número de tres cifras que termina en 8. Halle este último número y dé como respuesta la cifra de mayor orden.

Resolución :

Numeral de cuatro cifras iguales en base 5 , se representa en base 10 como :

$$\overline{aaaa}_{(5)} = \overline{bc8}$$

Descomponiendo polinomicamente

$$\underbrace{a\ x\ 5^3 + a\ x\ 5^2 + a\ x\ 5^1 + a}_{156a} = \overline{bc8}$$

$$156a = \overline{bc8}$$

Por terminación de su ultima cifra :

$$\ldots 6\ x\ a = \ldots 8 \Rightarrow a = 3; 8$$

$$156\ x\ 3 = \overline{bc8}$$

$$468 = \overline{bc8}$$

∴ La cifra de mayor orden es : 4

RPTA: 4

4 Si el número 576 se expresa en el sistema senario se obtiene un número de la forma: $\overline{(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)}$. Determine el valor de $a+b+c+d$.

Resolución:

Por dato :

$$576 = \overline{(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)}_{(6)}$$

➢ 576 $a\ base\ 6$ $(caso\ 2\ ,divisiones\ sucesivas)$

$$\begin{array}{r|l} 576 & 6 \\ \hline 0 \quad 96 & 6 \\ \hline 0 \quad 16 & 6 \\ \hline 4 & 2 \end{array}$$

$$576 = 2400_{(6)}$$

luego :

$$2400_{(6)} = \overline{(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)}_{(6)}$$

$2 = a + 1 \Rightarrow a = 1$

$4 = b + 1 \Rightarrow b = 3$

$0 = c + 1 \Rightarrow c = -1$

$0 = d + 1 \Rightarrow d = -1$

$$\therefore a + b + c + d = 2$$

RPTA: 2

5

Si :

$1101_{(4)} = \underbrace{\overline{1a}_{\overline{1a}_{\overline{1a}_{\ddots_{\overline{1a}_{(9)}}}}}}_{\text{24 veces}}$

Determine el valor de $R = a^3 - 7$.

Resolución:

Por propiedad

$$\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{\ddots_{\overline{1m}_{(n)}}}}} = a + b + c + \cdots + m + n$$

$$1101_4 = \underbrace{a + a + a + \cdots + a + a}_{\text{24 veces}} + 9$$

$$1101_4 = 24\,x\,a + 9$$

$$1x4^3 + 1x4^2 + 0x4^2 + 1 = 24\,x\,a + 9$$

$$64 + 16 + 0 + 1 = 24\,x\,a + 9$$

$$81 = 24\,x\,a + 9$$

$$24\,x\,a = 72$$

$$a = 3$$

Piden:

$$R = a^3 - 7$$

$$R = 3^3 - 7$$

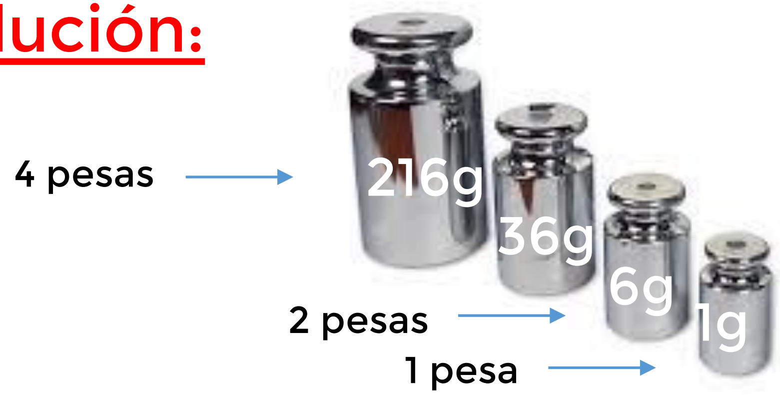
$$R = 20$$

RPTA: 20

6

Utilizando una balanza de dos platillos se desea pesar un cuerpo de 877 gramos, para lo cual se dispone de pesas de 1 g; 6 g; 36 g; 216 g; ... Si se tiene solo 5 pesas de cada tipo, ¿cuál será la cantidad de pesas a usarse en la operación? (Las pesas se pondrán en un platillo y el cuerpo en el otro platillo).

Resolución:



Total: 7 pesas

El número de pesas es una cifra de la representación de 877 en la base 6

Cambio de base

Por divisiones sucesivas: $877 = 4021_6$

RPTA: 7 pesas

HELICO PRACTICE

7

En el casino Royal Place de Plaza de San Miguel, Roberto, un apostador con suerte, lanza tres dados; al resultado del primero se le multiplica por 7, a esto se le suma el resultado del segundo dado y se vuelve a multiplicar todo por 7; finalmente se le agrega el resultado del tercer dado obteniéndose así 145. Determine qué resultado obtuvo Roberto en el segundo dado.

Resolución :

LANZAMIENTO ⇒ 1° 2° 3°

RESULTADO ⇒ x y z

Luego :

$$7(7x+y)+z = 145$$

$$\underbrace{x(7)^2+y(7)+z}_{} = 145$$

Descomposicion polinomica de un numeral de 3 cifras en base 7

$$\overline{xyz}_{(7)} = 145$$

Cambio de base 10 a base 7 (caso 2)

➢ $145 \quad a\ base\ 7$

$$\begin{array}{r|l} 145 & 7 \\ \hline 5 & 20 \ | \ 7 \\ & 6 \quad 2 \end{array}$$

$145 = 265_{(7)}$

$\overline{xyz}_{(7)} = 265_{(7)}$

$x = 2$ $\quad y = 6$ $\quad z = 5$

Piden

RPTA: 6