

ALGEBRA

Chapter 13

2th
Session I

COCIENTES NOTABLES



 **SACO OLIVEROS**

HELICO MOTIVATING



HELICO RETO

¿Puedes hallar el equivalente de $a^3 - b^3$ en 15 segundos?

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

¿Ahora puedes indicar cuál es el resultado de $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$?

HELICO THEORY

CHAPTER 13

COCIENTE NOTABLE

FORMA GENERAL:

Sea la división

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

genera un cociente notable (CN) cuando se cumple:

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

donde n es el número de términos del CN.

I. Si la división es exacta [$R(x, y) \equiv 0$] se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y)$$

II. Si la división es inexacta [$R(x, y) \neq 0$] se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y) + \frac{R(x, y)}{x^p \pm y^q}$$

Consideramos CN a los originados por divisiones exactas.

CASO I:

$$\frac{x^a - y^b}{x^p - y^q} ; (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

Ejemplos:

$$\frac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

$$n = \frac{5}{1} \Rightarrow n = 5 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{16} - y^{24}}{x^2 - y^3} = x^{14} + x^{12}y^3 + x^{10}y^6 + x^8y^9 + x^6y^{12} + x^4y^{15} + x^2y^{18} + y^{21}$$

$$n = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} \Rightarrow n = 8 \text{ términos}$$

CASO II:

$$\frac{x^a - y^b}{x^p + y^q} ; (\forall n \text{ par}, n \geq 2)$$

Ejemplos:

$$\frac{x^{35} - y^{28}}{x^5 + y^4} = x^{30} - x^{25}y^4 + x^{20}y^8 - x^{15}y^{12} + x^{10}y^{16} - x^5y^{20} + y^{24}$$

$$n = \frac{35}{5} = \frac{28}{4} \Rightarrow n = 7 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{36} - y^{12}}{x^6 + y^2} = x^{30} - x^{24}y^2 + x^{18}y^4 - x^{12}y^6 + x^6y^8 - y^{10}$$

$$n = \frac{36}{6} = \frac{12}{2} \Rightarrow n = 6 \text{ términos}$$

CASO III:

$$\frac{x^a + y^b}{x^p + y^q} ; (\forall n \text{ impar})$$

Ejemplos:

$$\frac{x^{21} + y^{42}}{x^3 + y^6} = x^{18} - x^{15}y^6 + x^{12}y^{12} - x^9y^{18} + x^6y^{24} - x^3y^{30} + y^{36}$$

$$n = \frac{21}{3} = \frac{42}{6} \Rightarrow n = 7 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{45} + 1}{x^5 + 1} = x^{40} - x^{35} + x^{30} - x^{25} + x^{20} - x^{15} + x^{10} - x^5 + 1$$

$$n = \frac{45}{5} \Rightarrow n = 9 \text{ términos}$$

TÉRMINO DE LUGAR k :

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} \quad ; \quad \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; \quad (\forall n \geq 2 \quad ; \quad n \in \mathbb{N})$$

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

PROBLEMA 1

HELICO | PRACTICE


Determine el cociente notable de: $\frac{x^5 - y^5}{x - y}$

Resolución

Recordar

- ✓ Todos los términos son positivos
- ✓ Los exponentes de "x" disminuyen
- ✓ Los exponentes de "y" aumentan

Nro de términos del C.N


$$\frac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

Rpta

$$= x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

PROBLEMA 2

HELICO | PRACTICE

Determine el cociente notable de: $\frac{x^{18} - y^{12}}{x^3 + y^2}$

Resolución

Nro de términos del C.N:

$$"n" = \frac{18}{3} = \frac{12}{2} = 6 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{18} - y^{12}}{x^{\textcircled{3}} + y^{\textcircled{2}}}$$

Los exponentes aumentan a razón de 2
Los exponentes disminuyen a razón de 3

$$\Rightarrow \frac{x^{18} - y^{12}}{x^3 + y^2} = \overset{\text{Rpta}}{\boxed{x^{15} - x^{12}y^2 + x^9y^4 - x^6y^6 + x^3y^8 - y^{10}}}$$

PROBLEMA 3

HELICO | PRACTICE

Halle la cantidad de términos de la siguiente división, si genera un cociente notable. $\frac{x^{40} - y^{90}}{x^4 - y^9}$

Resolución

Nro de términos del C.N:

$$“n” = \frac{40}{4} = \frac{90}{9} = 10 \text{ términos}$$

Rpta **n=10**

PROBLEMA 4

HELICO | PRACTICE

Determine el valor de b si: $\frac{x^{b-3} - y^8}{x^{b-6} - y^4}$ genera un cociente notable

Resolución

Se cumple que: $\frac{b-3}{b-6} = \frac{8}{4}$

$$\frac{b-3}{b-6} = 2$$

$$b-3 = 2b-12$$

$$-3 + 12 = 2b - b$$

Rpta

$$b = 9$$

PROBLEMA 5

HELICO | PRACTICE

Francisco quiere saber cuántos alumnos se tiene en secundaria; su professor le dice: "Resuelve el ejercicio", si la division: $\frac{x^m - y^n}{x^6 - y^4}$ genera un cociente notable de 12 términos .Calcula el valor de $3m-n$, este resultado te indicará el número de alumnos. ¿Cuántos alumnos existen en secundaria?

Resolución

Se cumple que: $\frac{m}{6} = \frac{n}{4} = 12$

→ $m = 72$

→ $n = 48$

Calculando " $3m-n$ "

$$3(72) - 48$$

Rpta **168 alumnos**

PROBLEMA 6 Halle el término de lugar 7 en el desarrollo de:

$$\frac{x^{40} - y^{30}}{x^4 - y^3}$$

Sabiendo que el grado absoluto aumentado en su mitad

representa el total de pollitos que cría Luana. Si hoy fue al Mercado y vendió $2n$ pollitos, donde “ n ” indica el número de términos del cociente, ¿Con cuántos pollitos se regresa a su casa?.

Resolución

Conociendo el valor de “ n ”

$$\frac{40}{4} = \frac{30}{3} = n \Rightarrow n = 10$$

Luego:

$$T_7 = (x^4)^{10-7} (y^3)^{7-1} = (x^4)^3 (y^3)^6 = x^{12} y^{18}$$

($k=7$)

$$\text{G.A.} = 30 \Rightarrow 30 + \frac{30}{2} = 45 \text{ Total de pollitos}$$

Vendió $2(10) = 20$ pollitos

Regresa a casa: $45 - 20 = 25 \text{ pollitos}$

PROBLEMA 7

HELICO | PRACTICE

Indique el grado del octavo término en el desarrollo de

$$\frac{x^{55} - y^{22}}{x^5 - y^2}$$

Resolución

Conociendo el valor de “n”

$$\frac{55}{5} = \frac{22}{2} = n \longrightarrow n=11$$

Luego:

$$T_8 = (x^5)^{11-8} (y^2)^{8-1} = (x^5)^3 (y^2)^7$$

(k=8)

$$\longrightarrow T_8 = +x^5 y^{14}$$

Rpta **G. A = 19**