ALGEBRA

5th
SECONDARY

RETROALIMENTACIÓN TOMO VI

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Sean $A=\langle 2;\ 5]$, $B=\langle -1;\ 8\rangle$ y $C=\langle 3;\ +\infty\rangle$

Determine $M=(A\cap B)-C$.

A) $[3;\ 5]$ B) $\langle 2;\ 3]$ C) $\langle -2;\ +\infty\rangle$

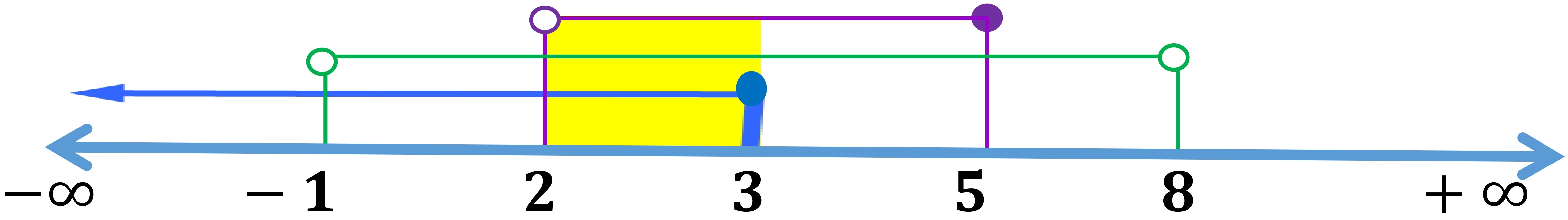
D) $\langle 3;\ +\infty\rangle$ E) $[8;\ +\infty\rangle$

Tener en cuenta

$$X-Y=X\cap Y^c$$

$$C^c=\langle -\infty;3]$$

$$M=A\cap B\ \cap C^c$$



$$\boxed{M=\langle 2;3]}$$

PROBLEMA 2

Un número racional de denominador 112 es mayor que 1/8, pero menor que 1/7. Halle la suma de las cifras de su numerador.

A) 15 B) ~~6~~ C) 8
D) 14 E) 9

$$\overset{14}{112.\frac{1}{8}} < \cancel{112}.\frac{x}{\cancel{112}} < \overset{16}{112.\frac{1}{7}}$$

$$14 < x < 16$$

$$x = 15$$

$$MCM(8;112;7) = 112$$

$$\sum cifras\ de\ x = 6$$

PROBLEMA 3

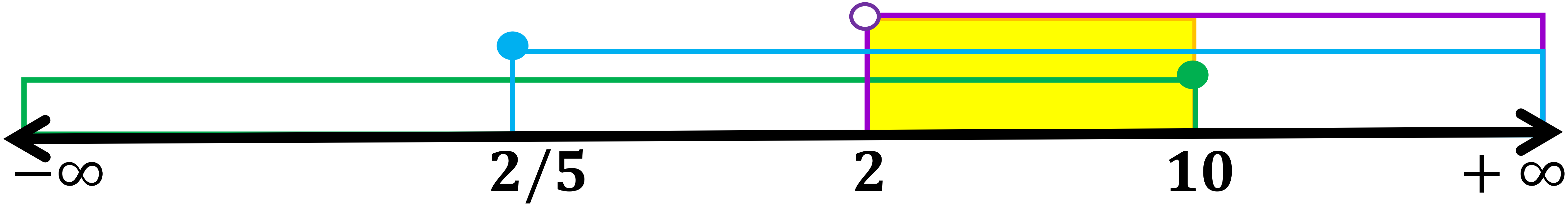
Resolver:

$$\sqrt{5x-2} > \sqrt{10-x}$$

$+ > +$ *Restricción y al cuadrado*

$$5x-2 \geq 0 \quad \wedge \quad 10-x \geq 0 \quad \wedge \quad 5x-2 > 10-x$$

$$x \geq 2/5 \qquad x \leq 10 \qquad x > 2$$



$$C.S. = \langle\, 2;10\,]$$

PROBLEMA 4

Resuelva:

$\sqrt{x-2}+\sqrt{x-1}>-1$ *e Indique el Complemento del C.S.*

Restricción y analizo

$$\boldsymbol{x-2\geq 0} \quad \wedge \quad \boldsymbol{x-1\geq 0}$$

$$\underbrace{\boldsymbol{x\geq 2} \quad \wedge \quad \boldsymbol{x\geq 1}}_{\boldsymbol{x\geq 2}}$$

$$\boldsymbol{C.S.}=[\boldsymbol{2};+\infty>$$

$$(\boldsymbol{C.S.})^{\boldsymbol{c}}=<-\infty;\boldsymbol{2}>$$

PROBLEMA 5 Resolver la desigualdad:

$$x + 2 \leq \sqrt[3]{x^3 + 8}$$

ELEVO AL CUBO, SIN RESTRICCION

$$(x+2)^3 \leq \left(\sqrt[3]{x^3+8}\right)^3$$

$$\cancel{x^3} + \cancel{2^3} + 3(x)(2)(x+2) \leq \cancel{x^3} + \cancel{8}$$

$$(6x)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 0$$

$$\boxed{C.S. = [-2; 0]}$$

PROBLEMA 6 Determine el número de raíces positivas de:

$$\left|\frac{4x-1}{x-2}\right| = 2|x|$$

$$|4x-1| = |2x^2 - 4x|$$

Resolución:

$$|a| = |b| \Rightarrow [a = b \vee a = -b)]$$

FÓRMULA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

α: $4x - 1 = 2x^2 - 4x$

$$0 = 2x^2 - 8x + 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(2)(1)}}{2(2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{14}}{4} \begin{cases} \boxed{x_1 = 2 + \frac{\sqrt{14}}{2}} \\ \boxed{x_2 = 2 - \frac{\sqrt{14}}{2}} \end{cases}$$

$\vee$ β: $4x - 1 = -2x^2 + 4x$

$$2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{x_3 = +\frac{1}{\sqrt{2}}} \vee \boxed{x_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

Las raíces positivas

$$2 + \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$2 - \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

tres raices positivas

PROBLEMA 7

Sabiendo que $x \in <1;7>$ simplifique

$$Q = \frac{|2x+3|+|5x-3|}{x}$$

$$Q = \frac{\boxed{|2x+3|} + \boxed{|5x-3|}}{x}$$

Resolución:

$Si\ x \in <1;7>$

$=> 1 < x < 7$

$2 < 2x < 14$

$5 < \underbrace{2x+3}_{(+)} < 17$

$=> 1 < x < 7$

$5 < 5x < 35$

$2 < \underbrace{5x-3}_{(+)} < 32$

Luego

$$Q = \frac{(2x+3) + (5x-3)}{x}$$

$$Q = \frac{2x+3+5x-3}{x}$$

$$Q = \frac{7x}{x}$$

$$\boxed{Q = 7}$$

PROBLEMA 8 **Resuelva la siguiente inecuación, en los enteros:**

$$|8x+9|+|7x+4| \leq 10$$

$$|8x+9|+|7x+4| \leq 10$$

Aplicando la desigualdad triángular

$$|a+b| \leq |a|+|b|$$

$$|(8x+9)+(7x+4)| \leq \cancel{|8x+9|+|7x+4|} \leq 10$$

Por la propiedad transitiva

$$|(8x+9)+(7x+4)| \leq 10$$

$$|15x+13| \leq 10$$

$$|a| \leq b \iff -b \leq a \leq b$$

$$-10 \leq 15x+13 \leq 10$$

$$-23 \leq 15x \leq -3$$

$$-\frac{23}{15} \leq x \leq -\frac{1}{5}$$

$$-1,53 \qquad -1 \qquad -0.20$$

$$\boxed{\text{C.S} = \{-1\}}$$