



ALGEBRA

Chapter 6

3th
SECONDARY

Polinomios especiales



 **SACO OLIVEROS**

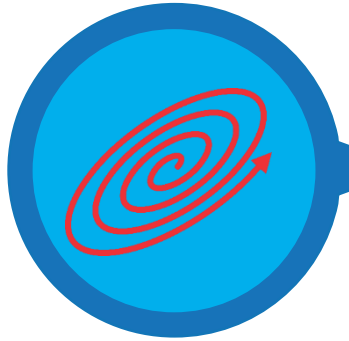
EN LA CORTE DE LOS CALIFAS



Estudiosos árabes en sus trabajo de investigación

Cuando se hizo este cuadro de la ciencia, Bagdad era el centro de la ciencia.

El interés en la astronomía hizo indispensable el estudio del álgebra y el desarrollo de esta hizo posible aumentar los conocimientos de la astronomía.



POLINOMIOS ESPECIALES

Son aquellos polinomios que tienen características especiales.



I POLINOMIO ORDENADO:

Con respecto a una variable, se caracteriza porque los exponentes de esa variable se encuentran ordenados en forma ascendente o descendente.

Ejm:

$$P(x) = 3x^{\textcircled{7}} - 5x^{\textcircled{4}} + 2x^{\textcircled{2}} + 4x^{\textcircled{1}}$$

- Polinomio ordenado en forma descendente.

Ejm:

$$Q(x; y) = 4x^{\textcircled{9}}y^{\textcircled{3}} - 5x^{\textcircled{6}}y^{\textcircled{5}} + 2x^{\textcircled{4}}y^{\textcircled{7}} + 3xy^{\textcircled{1}\textcircled{8}}$$

- Respecto a x es ordenado en forma descendente.
- Respecto a y es ordenado en forma ascendente.



II POLINOMIO COMPLETO:

Con respecto a una variable, se caracteriza porque los exponentes de esa variable aparecen de manera consecutiva desde el mayor hasta el cero o viceversa.

Ejm:

$$Q(x) = 5x^{\textcircled{2}} - 3x^{\textcircled{4}} + 2x^{\textcircled{3}} + 8 - 3x^{\textcircled{1}}$$

x^0

- Es un Polinomio completo.

Ejm:

$$P(x) = 5x^{\textcircled{4}} - 9x^{\textcircled{3}} + 6x^{\textcircled{2}} - 8x^{\textcircled{1}} + 2x^{\textcircled{0}}$$

- Es un polinomio completo y ordenado en forma descendente.



III POLINOMIO HOMOGÉNEO:

Es aquel polinomio de dos o más variables, de términos no semejantes con el mismo grado absoluto.

Ejm:

$$Q(x; y) = \underbrace{5x^7y^5}_{12} + \underbrace{3x^6y^6}_{12} - \underbrace{2x^{10}y^2}_{12}$$

$$\text{GA} = 12$$

Ejm:

$$P(x; y; z) = \underbrace{6x^3y^4z^7}_{14} - \underbrace{9x^6y^4z^4}_{14} + \underbrace{8x^2y^3z^9}_{14}$$

$$\text{GA} = 14$$




IV

POLINOMIOS IDÉNTICOS:

Dos o más polinomios del mismo grado y en las mismas variables son idénticos, si los valores numéricos resultantes de dichos polinomios siempre son iguales, para cualquier valor asignado a sus variables.


Ejm: $P(x; y) = (x + y)^4 - (x - y)^4$
 $Q(x; y) = 8xy(x^2 + y^2)$

$P(1;1) = 16$
 $Q(1;1) = 16$  $P(1;1) = Q(1;1)$

$\therefore P(x; y) \equiv Q(x; y)$

CASO PARTICULAR

$$\underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c} \equiv \underline{m}x^2 + \underline{n}x + \underline{p}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a = m \\ b = n \\ c = p \end{array} \right.$$



V

POLINOMIO IDÉNTICAMENTE NULO:

Es aquel polinomio de grado no definido, cuyo valor numérico resultante siempre es igual a cero, para cualquier valor que asuman sus variables.

$$P(x; y) \equiv 0$$

CASO PARTICULAR

$$\underline{m}x^2 + \underline{n}x + \underline{p} \equiv 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 0 \\ n = 0 \\ p = 0 \end{array} \right.$$

Ejm: si $P(x) = (\underline{a-2})x^3 + (\underline{b-1})x^5 + (\underline{2c-6})$ es idénticamente nulo, calcule: $a + b + c$

RESOLUCIÓN:

$$a - 2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{a = 2}$$

$$b - 1 = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{b = 1}$$

$$2c - 6 = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{c = 3}$$

$$\therefore \boxed{a + b + c = 6}$$



Sabiendo que el polinomio es completo y ordenado descendientemente.

Problema N° 1

$$R(x) = 2x^{a-1} + 5x^{b-3} + 6x^{c-2}$$

calcule $\sqrt{a + b + c}$

Resolución:

$$R(x) = 2x^{a-1} + 5x^{b-3} + 6x^{c-2}$$

$$c - 2 = 0$$

$$c = 2$$

$$b - 3 = 1$$

$$b = 4$$

$$a - 1 = 2$$

$$a = 3$$

$$\sqrt{a + b + c} = \sqrt{2 + 4 + 3}$$

$$\therefore \sqrt{2 + 4 + 3} = 3$$



En el polinomio homogéneo

Problema N° 2

$$P(x, y, z) = 5x^{m+n} - 7x^{m+2}y^8 + 11z^{n+6}$$

Calcule $(n - m)^2$.

Resolución:

$$P(x, y, z) = 5x^{\boxed{m+n}} - 7x^{\boxed{m+10}}y^8 + 11z^{\boxed{m+6}}$$

$$\begin{aligned} m + n &= m + 10 \\ n &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m + n &= n + 6 \\ m &= 6 \end{aligned}$$

$$(n - m)^2 = (10 - 6)^2$$

$$\therefore (4)^2 = 16$$



Problema N° 3

Sean idénticos los polinomios mostrados

$$Q(x) = (a - 4)x^2 + (2b - 1)x + 3c - 2$$

$$R(x) = (3a - 8)x^2 + (b + 1)x + 2c + 1$$

calcule $(a + b + c)^3$.

Resolución:

$$Q(x) = (a - 4)x^2 + (2b - 1)x + 3c - 2$$

$$R(x) = (3a - 8)x^2 + (b + 1)x + 2c + 1$$

$Q(x) \equiv R(x)$:

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 4 = 3a - 8 \rightarrow a = 2 \\ 2b - 1 = b + 1 \rightarrow b = 2 \\ 3c - 2 = 2c + 1 \rightarrow c = 3 \end{cases}$$

Nos piden: $(a + b + c)^3 = (2 + 2 + 3)^3$

$$(a + b + c)^3 = 7^3$$

$$\therefore (a + b + c)^3 = 343$$



Problema N° 4

Sea el polinomio idénticamente nulo

$$P(x) = mx^3 - 7x^3 + 4x^2 + 2nx^2 - 5px + 15x + 8 + q$$

calcule el valor de $m + n + p + q$.

Resolución:

$$P(x) = \underline{mx^3} - \underline{7x^3} + \underline{4x^2} + \underline{2nx^2} - \underline{5px} + \underline{15x} + \underline{8} + \underline{q}$$

Factorizando:

$$P(x) = \underbrace{(m - 7)}_{\boxed{0}}x^3 + \underbrace{(4 + 2n)}_{\boxed{0}}x^2 + \underbrace{(15 - 5p)}_{\boxed{0}}x + \underbrace{(8 + q)}_{\boxed{0}}$$

$P(x)$ es idénticamente nulo: $P(x) \equiv 0$



$$\left\{ \begin{array}{ll} m - 7 = 0 & \rightarrow m = 7 \\ 4 + 2n = 0 & \rightarrow n = -2 \\ 15 - 5p = 0 & \rightarrow p = 3 \\ 8 + q = 0 & \rightarrow q = -8 \end{array} \right.$$

$$\therefore m + n + p + q = 0$$



Si el polinomio es homogéneo

Problema N° 5

$$P(x, y) = 3x^{a+2}y^4 + 5x^8y^7 - 2x^{b+3}y^4$$

El valor de $a + b$, aumentado en 12, representa la cantidad de alumnos de tercero A ¿Cuántos alumnos son?

Resolución:

$$P(x, y) = 3x^{\overbrace{a+2}^{a+6}}y^4 + 5x^{\overbrace{8}^{15}}y^7 - 2x^{\overbrace{b+3}^{b+7}}y^4$$

$$\begin{aligned} a + 6 &= 15 \\ a &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b + 7 &= 15 \\ b &= 8 \end{aligned}$$

$$a + b + 12 = 9 + 8 + 12$$

∴ 29 alumnos



ASUMO MI RETO



Problema N° 6

Calcule $m + n$ si

$$m(x - 1) + n(x - 2) \equiv 5x - 1$$

Resolución:

$$m(x - 1) + n(x - 2) \equiv 5x - 1$$

$$mx - m + nx - 2n \equiv 5x - 1$$

$$x(\underbrace{m + n}_{\text{}}) - (m + 2n) \equiv \underbrace{5x - 1}_{\text{}}$$

$$\therefore m + n = 5$$



Problema N° 7

Si el agua al enfriarse aumenta su volumen en un 20%, ¿Qué volumen ocupara $(m - n)^2$ litros de agua después de enfriarse, siendo m y n los valores obtenidos del polinomio $M(x) = mx^{m-3} + 6x^{n+1} + 5x^2 + 7x + 8$ Completo y ordenado?

Resolución:

$$M(x) = mx^{\overset{4}{m-3}} + 6x^{\overset{3}{n+1}} + 5x^2 + 7x + 8$$

$$\begin{aligned} n + 1 &= 3 \\ n &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m - 3 &= 4 \\ m &= 7 \end{aligned}$$

$$(m - n)^2 = (7 - 2)^2 = 25$$

$$\text{Volumen final} = 120\% \cdot 25$$

∴ Rpta= Ocupará 30 L.