ALGEBRA

Chapter 07

4th

FACTORIZATION II

SACO OLIVEROS

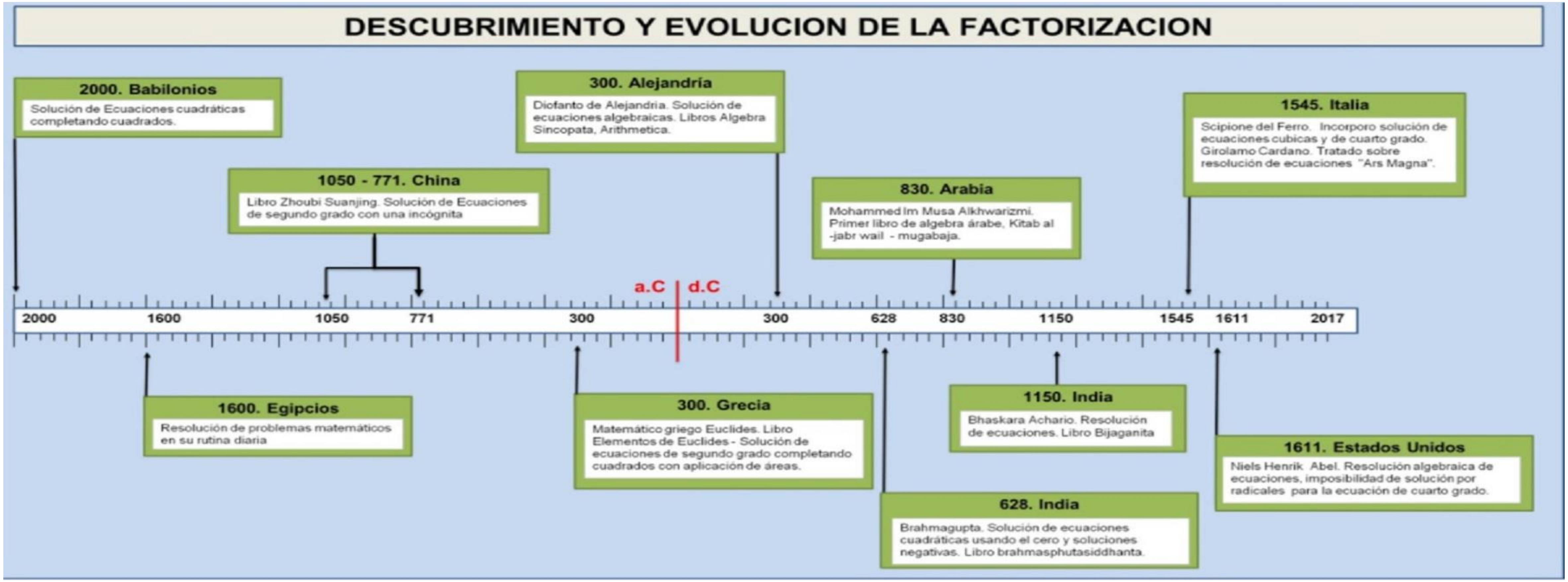
HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

¿SABÍAS QUÉ?

La factorización tiene una importancia considerable a través de la historia para la solución de ecuaciones algebraicas; ya que en un primer lugar, la factorización surge ante la necesidad de solucionar ecuaciones de segundo grado, pero su utilización ha sido importante para el avance de la matemática en diferentes campos científicos y utilizadas por diferentes culturas a través de las épocas, tales como los Babilonios, los Egipcios, los Griegos, los Hindúes, los Chinos y en la época contemporánea para los Americanos y los Europeos.



HELICO THEORY

CHAPTHER 07

SACO OLIVEROS

FACTORIZACION II

MÉTODOS DE LAS ASPAS

Aspa Simple

Se usa para factorizar polinomios de la siguiente forma general.

$$\boxed{P(x,y) = Ax^{2n} + Bx^{n}y^{n} + Cy^{2n}}$$

v

$$\boxed{P(x) = Ax^{2n} + Bx^{n} + C}$$

Procedimiento:

I.- Se descomponen los extremos convenientemente.

II.- Se comprueba que el término central es igual a la suma de los productos parciales en forma de aspa.

III.- Se forman los factores tomándolos de manera horizontal.

Ejemplo *FACTORICE:*

$$P(x) = 49x^4 \boxed{-205x^2} + 36$$

$$\begin{array}{lll} 49x^2 & -9 & = -9x^2 \quad + \\ 1x^2 & -4 & = \underline{-196x^2} \\ & & \boxed{-205x^2} \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{(49x^2 - 9)}\,\underbrace{(x^2 - 4)}$$

Diferencia de Cuadrados

$$\boxed{(7x+3)(7x-3)(x+2)(x-2)}$$

Aspa Doble

Se usa para factorizar polinomios de la siguiente forma general.

$$\boxed{P(x,y) = Ax^{2n} + Bx^ny^m + Cy^{2m} + Dx^n + Ey^m + F}$$

Procedimiento:

I.- Se ordena el polinomio de acuerdo a la forma general.

II.- Se comprueba que el término central es igual a la suma de los productos parciales en forma de aspa.

III.- Se aplicaran 2 aspas simples y uno adicional de comprobación.

IV.- Los factores se tomaran de forma horizontal.

Ejemplo:

FACTORICE

$$P(x,y) = 8x^2 + 16xy + 6y^2 - 9y - 14x + 3$$

$$\begin{array}{cccc} 4x & 2y & -1 & = -2x \\ 2x & 3y & -3 & = -12x \end{array}$$

$$4xy + 12xy = 16xy \qquad (-6y) + (-3y) = -9y \qquad \boxed{-14x}$$

$$\boxed{(4x + 2y - 1)(2x + 3y - 3)}$$

Aspa Doble Especial

Se usa para factorizar polinomios de la siguiente forma general.

$$\boxed{P(x) = Ax^{4n} + Bx^{3n} + Cx^{2n} + Dx^{n} + F}$$

Procedimiento:

I.- Se ordena el polinomio de acuerdo a la forma general, si falta un término se completa con cero..

II.- Se descompone convenientemente los extremos y mediante aspa simple se busca aproximarse al término central..

III.- Lo que falte se descompone en la parte central y se aplican 2 aspas simples.

IV.- Los factores se tomaran de forma horizontal.

Ejemplo *FACTORICE:*

$$P(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 6x + 4$$

$$\begin{array}{cccl} x^2 & 2x & 4 & = 4x^2 \\ x^2 & 1x & 1 & = x^2 \\ & & & \boxed{5x^2} \end{array}$$

Entonces falta:

$$7x^2 - 5x^2 = \boxed{2x^2}$$

$$\boxed{(x^2 + 2x + 4)(x^2 + x + 1)}$$

METODOS DE LOS DIVISORES BINÓMICOS

Se usa para factorizar los polinomios en una variable y de grado superior, siempre y cuando admita por lo menos un factor lineal.

*Raíz de un polinomio

Dado un polinomio P(x) no constante; a es una raíz del polinomio P(x) si y solo si P(a) = 0.

*Posibles ceros racionales del polinomio (P.C.R.)

Para encontrar los posibles ceros racionales de un polinomio P(x) de coeficientes enteros..

$$P(x) = a_o x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots\dots\dots + a_n$$

Nota: $(a_o \neq 0)$

Se utilizará el siguiente criterio.

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{\textit{Divisores de } |a_n|}{\textit{Divisores de } |a_0|}\right\}$$

Procedimiento:

Sea el polinomio.

$$P(x) = a_o x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots\dots\dots + a_n$$

I.- Se encuentran los posibles ceros racionales que nos dan la raíz. Luego mediante el teorema del factor se podrá conocer el primer factor.

II.- Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado, siendo el cociente de esta división el otro factor buscado.

Ejemplo:

FACTORICE:

$$P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{Divisores\ de\ |6|}{Divisores\ de\ |1|}\right\}$$

$$\text{P.C.R.} = \pm\{1, 2, 3, 6\}$$

$$x = -1 \Rightarrow \boxed{P(-1) = 0}$$

Por el teorema del factor se podrá conocer el primer factor .

$$\boxed{x + 1 = 0}$$

Entonces $(\mathbf{x+1})$ es un factor de *P(x)*.

Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado.

	1	6	11	6
$x = -1$		-1	-5	-6
	1	5	6	0

$$(x+1)(x^2+5x+6)$$

$$\begin{array}{cc} x & 3 \\ x & 2 \end{array}$$

$$\boxed{(x+1)(x+3)(x+2)}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 07

SACO OLIVEROS

1. Señale un factor primo de:

$$P(x) = 45x^4 + 22x^2 - 3$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Simple

$$45x^4 \boxed{+22x^2} - 3$$

$$\begin{array}{lcl} 9x^2 & & -1 = -5x^2 \\ 5x^2 & & 3 = \underline{27x^2} \\ & & \boxed{22x^2} \end{array}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(9x^2 - 1)}_{\textit{Diferencia de Cuadrados}}(5x^2 + 3)$$

$$\Rightarrow (3x+1)(3x-1)(5x^2+3)$$

$\boxed{(3x+1)}$

v

$\boxed{(3x-1)}$

v

$\boxed{(5x^2+3)}$

2. Indique el número de factores primos al factorizar

$$P(x) = 25x^4 - 109x^2 + 36$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Simple

$$25x^4 \boxed{-109x^2} + 36$$

$$\begin{array}{lll} 25x^2 & -9 & = -9x^2 \\ 1x^2 & -4 & = \underline{-100x^2} \\ & & \boxed{-109x^2} \end{array}$$

$$\underbrace{(25x^2 - 9)}_{\textit{Diferencia de Cuadrados}}\underbrace{(x^2 - 4)}_{\textit{Diferencia de Cuadrados}}$$

$$(5x + 3)(5x - 3)(x + 2)(x - 2)$$

$$\boxed{4\ factores\ primos}$$

3. Determine la suma de factores primos al factorizar

$$P(x;y) = 6x^2 + 19xy + 15y^2 - 17y - 11x + 4$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Doble

$$6x^2 \boxed{+19xy} + 15y^2 \boxed{-17y} \boxed{-11x} + 4$$

$$\begin{array}{ccc} 3x & 5y & -4 \\ 2x & 3y & -1 \end{array}$$

$$10xy + 9xy = \boxed{19xy} \quad (-12y) + (-5y) = \boxed{-17y}$$

$$(-8x) + (-3x) = \boxed{-11x}$$

$$\Rightarrow (3x + 5y - 4)(2x + 3y - 1)$$

Nos piden

$$(3x + 5y - 4) + (2x + 3y - 1)$$

$$\boxed{(5x + 8y - 5)}$$

4. Factorice e indique el factor primo de mayor suma de coeficientes

$$P(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Doble Especial

$$x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$$

$$\begin{array}{lll} x^2 & 4x & 3 = 3x^2 \\ x^2 & 3x & 2 = 2x^2 \end{array}$$

$$\boxed{5x^2}$$

Entonces falta:

$$17x^2 - 5x^2 = \boxed{12x^2}$$

Por Aspa Simple

$$(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 3x + 2)$$

$$\begin{array}{ll} x & 3 \\ x & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} x & 2 \\ x & 1 \end{array}$$

$$(x+3)(\underline{x+1})(x+2)(\underline{x+1})$$

$$(x+1)^2(x+3)(x+2)$$

Nos piden

$$\boxed{(x+3)}$$

5. Factorice e indique la cantidad de factores primos al factorizar:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

RESOLUCIÓN

Por Divisores Binómicos

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{Divisores\ de\ |-6|}{Divisores\ de\ |1|}\right\} = \pm\{1, 2, 3, 6\}$$

$x = 1 \Rightarrow \boxed{P(1) = 0}$

Por el teorema del factor se podrá conocer el primer factor.

$$\boxed{x - 1 = 0}$$

Entonces $(x - 1)$ es un factor de P(x).

Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado.

	1	− 6	11	− 6
$x = 1$	↓	1	−5	6
	1	−5	6	0

$$(x-1)(x^2 - 5x + 6)$$

$$\begin{array}{ll} x & -3 \\ x & -2 \end{array}$$

$$(x - 1)(x - 3)(x - 2)$$

$\boxed{3\ factores\ primos}$

6. Al factorizar:

$$P(x) = x^3 - 11x^2 + 31x - 21$$

Sea $Q(x)$ la suma de sus factores primos. Si "$Q(4)$" es el número de hermanos que tiene Paulo. ¿Cuántos hermanos tiene Paulo?

RESOLUCIÓN

Por Divisores Binómicos

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{Divisores\ de\ |-21|}{Divisores\ de\ |1|}\right\} = \pm\{1, 3, 7, 21\}$$

$x = 3$ ➡ $\boxed{P(3) = 0}$

Por el teorema del factor se podrá conocer el primer factor. $\boxed{x - 3 = 0}$

Entonces $(x - 3)$ es un factor de P(x).

Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado.

	1	−11	31	−21
$x = 3$		3	−24	21
	1	−8	7	0

$$(x - 3)(x^2 - 8x + 7)$$

$$(x - 3)(x - 1)(x - 7)$$

Suma de factores Primos: $Q(x) = 3x - 11$

➡ $Q(4) = 3(4) - 11 = 1$

∴ Paulo tiene 1 hermano

7. El número de veces que postuló Javier a la UNI coincide con el número de factores primos de:

$$P(x) = (x^2+x)^2 - 26(x^2+x) + 120$$

¿Cuántas veces postuló Javier a la UNI?

RESOLUCIÓN

Por Aspa Simple

$$(x^2+x)^2 \boxed{-26(x^2+x)} + 120$$

$$\begin{array}{lll} (x^2+x) & -20 & = -20(x^2+x) \\ (x^2+x) & -6 & = -6(x^2+x) \\ & & \boxed{-26(x^2+x)} \end{array}$$

Por Aspa Simple

$$(x^2+x-20)(x^2+x-6)$$

$$\begin{array}{ll} x & 5 \\ x & -4 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} x & 3 \\ x & -2 \end{array}$$

$$(x+5)(x-4)(x+3)(x-2)$$

$$4\ factores\ primos$$

4 veces postuló Javier a la UNI