

ALGEBRA

Chapter 3

2th

Sesión II

ECUACIONES EXPONENCIALES





¿Qué son las ecuaciones trascendentales?

Las ecuaciones trascendentales son aquellas ecuaciones donde no participa las expresiones algebraicas, las ecuaciones de este tipo más conocidas son :

□ Exponenciales

Ejemplo: $3^{x+1} - 3^{x-1} = 24$

□ Trigonométricas:

Ejemplo: $\text{sen } x - \text{cos } x = \frac{1}{2}$

□ Logarítmicas:

Ejemplo: $\log x + \log 2x = 1$

ECUACIONES EXPONENCIALES

1. Ecuación de bases iguales

$$a^m = a^n \rightarrow m = n$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

✓ Calcule el valor de x:

$$2^{x-5} = 2^3$$

$$\rightarrow x - 5 = 3$$

$$x = 8$$

2. Ecuación con términos exponenciales de base constante

✓ Calcule el valor de x: $3^x + 3^{x+2} = 90$

$$3^x + 3^x \cdot 3^2 = 90$$

$$3^x (1 + 3^2) = 90$$

$$3^x = 9$$

$$x = 2$$



3. Ecuación con términos de base no constante

$$x^{x+n} = a^{a+n} \Rightarrow x = a$$

✓ Calcule el valor de x:

$$x^{x+1} = 8$$

$$x^{x+1} = 2^3$$

$$x^{x+1} = 2^{2+1}$$

$$\Rightarrow x = 2$$

PROPIEDAD

$$x^{x^x \dots x^n} = n \Rightarrow x = \sqrt[n]{n}$$

✓ Calcule el valor de x:

$$x^{x^{x^5}} = 5$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[5]{5}$$

1. Calcula el valor de x, si

$$7^{16^{x-1}} = 7^{8^{x+2}}$$

RESOLUCIÓN

$$\cancel{7}^{16^{x-1}} = \cancel{7}^{8^{x+2}}$$

$$16^{x-1} = 8^{x+2}$$

$$(2^4)^{x-1} = (2^3)^{x+2}$$

$$2^{4x-4} = 2^{3x+6}$$

$$4x - 4 = 3x + 6 \rightarrow$$

$$\boxed{x = 10}$$

RECORDEMOS

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

2. Obtenga el valor de x.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x + \frac{1}{3}} = \frac{1}{125}$$

RESOLUCIÓN

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x + \frac{1}{3}} = \frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x + \frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$x + \frac{1}{3} = 3$$

$$\rightarrow x = \frac{8}{3}$$

RECORDEMOS

$$\checkmark \frac{1}{125} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

3. Calcula el valor de x, si

$$3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 351$$

RESOLUCIÓN

$$3^x \cdot 3^1 + 3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^3 = 351$$

$$3^x(3^1 + 3^2 + 3^3) = 351$$

$$3^x(39) = 351$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2$$

RECORDEMOS

$$x^n + m = x^n \cdot x^m$$

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

4. Halle el valor de x en $8^{4^{5x}} = 16^{3^{5x}}$

RESOLUCIÓN

$$(2^3)^{4^{5x}} = (2^4)^{3^{5x}}$$

$$2^{3 \cdot 4^{5x}} = 2^{4 \cdot 3^{5x}}$$

$$3 \cdot 4^{5x} = 4 \cdot 3^{5x}$$

$$\frac{4^{5x}}{4} = \frac{3^{5x}}{3} \rightarrow 4^{5x-1} = 3^{5x-1}$$

$$5x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{5}$$

RECORDEMOS

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

$$\text{Si } A \neq B$$

$$A^x = B^y \rightarrow \begin{matrix} x = 0 \\ y = 0 \end{matrix}$$

5. Determine el valor de x en

$$x^{x^{x^3}} = 3$$

RESOLUCIÓN

$$x^{x^{x^3}} = 3$$

$$\rightarrow x = \sqrt[3]{3}$$

RECORDEMOS

$$x^{x^{x \dots x^n}} = n \Rightarrow x = \sqrt[n]{n}$$

- 6.** La edad en años de Johan es el valor de “ x^6 ”, donde x se obtiene de resolver

$$x^{x^6} = \sqrt[3]{2}$$

¿Qué edad tiene Johan?

RECORDEMOS

$$(a^n)^m = (a^m)^n$$

$$a^a = b^b \rightarrow a = b$$

RESOLUCIÓN

En la ecuación elevamos a la sexta

$$(x^{x^6})^6 = (\sqrt[3]{2})^6$$

$$(x^6)^{x^6} = (2^{\frac{1}{3}})^6$$

$$(x^6)^{x^6} = (2)^2$$

$$\rightarrow x^6 = 2$$

Johan tiene 2 años

- 7.** Luego de hallar el valor de x de $27^{27^{x+1}} = 3^{9^8}$ indique el número de alumnos enfermos por sarampión en el aula de 2.ºA. (x denota el número de alumnos enfermos de sarampión)

RESOLUCIÓN

$$(3^3)^{27^{x+1}} = 3^{9^8}$$

$$\cancel{3}^3 \cdot 27^{x+1} = \cancel{3}^3 \cdot 9^8$$

$$3 \cdot 3^{3x+3} = (3^2)^8$$

$$\cancel{3}^{3x+4} = \cancel{3}^{16}$$

$$\rightarrow 3x + 4 = 16 \rightarrow x = 4$$

El número de enfermos es 4 alumnos