GEOMETRÍA

Capitulo 23

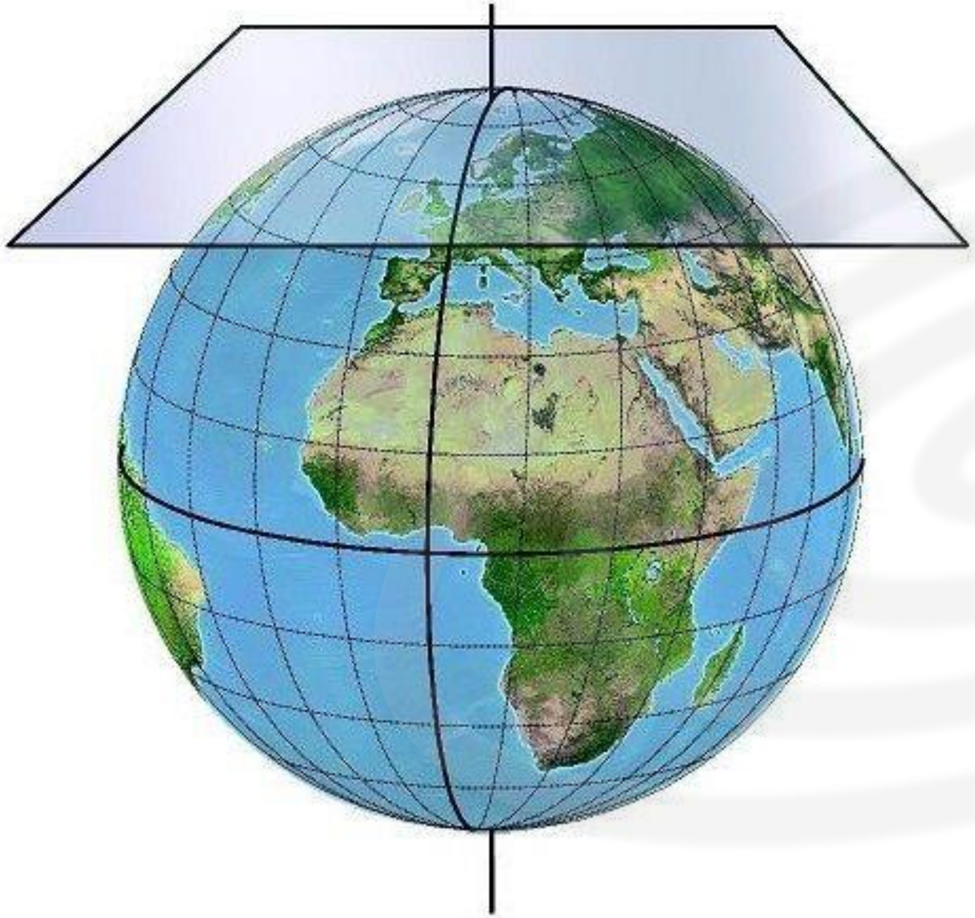
4th

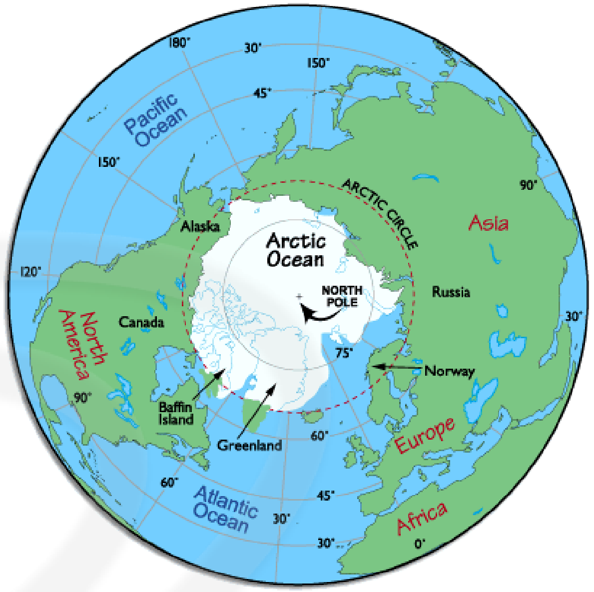
SECONDARY

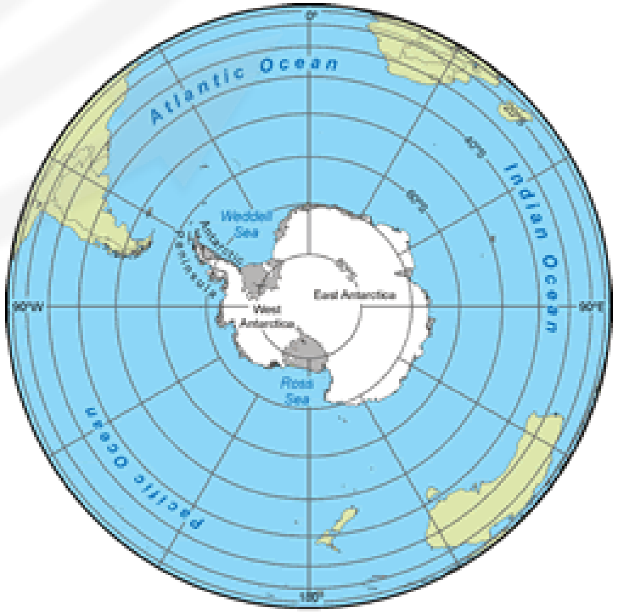
ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

SACO OLIVEROS

Proyección polar

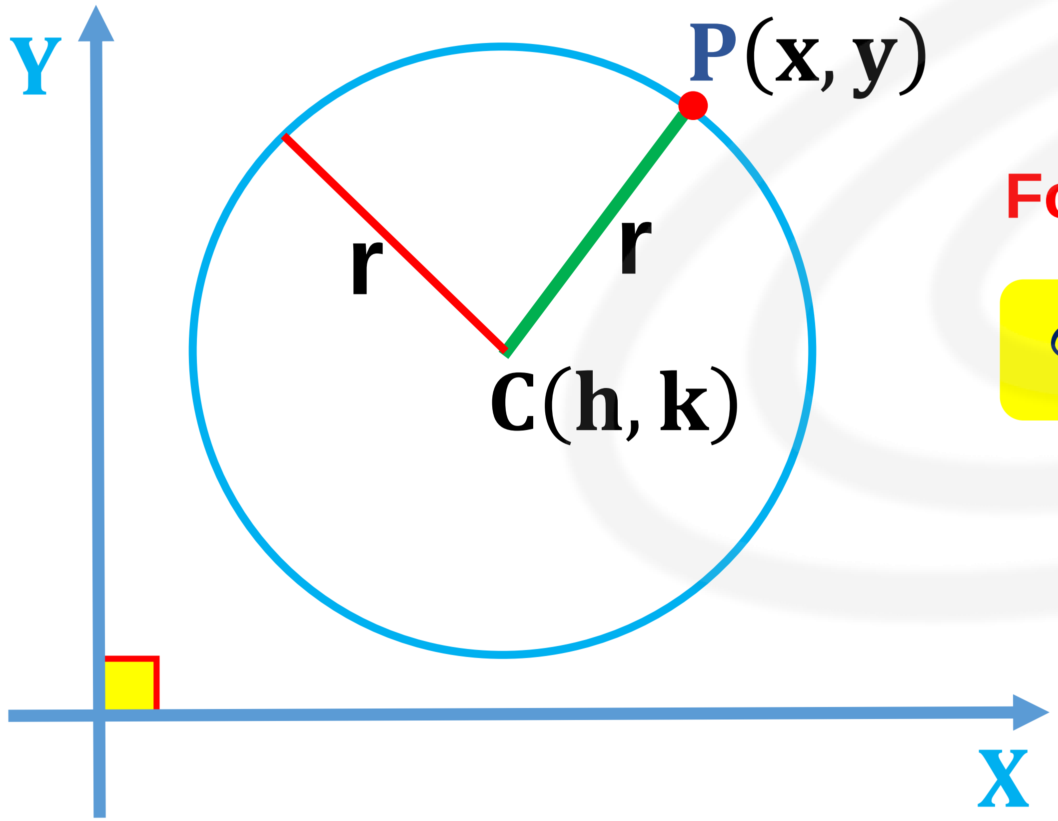






ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Es un conjunto de infinitos puntos del plano cartesiano cuyos pares ordenados cumplen la siguiente ecuación:



ECUACIÓN ORDINARIA

$$\mathscr{C}: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Forma general

$$\mathscr{C}: x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

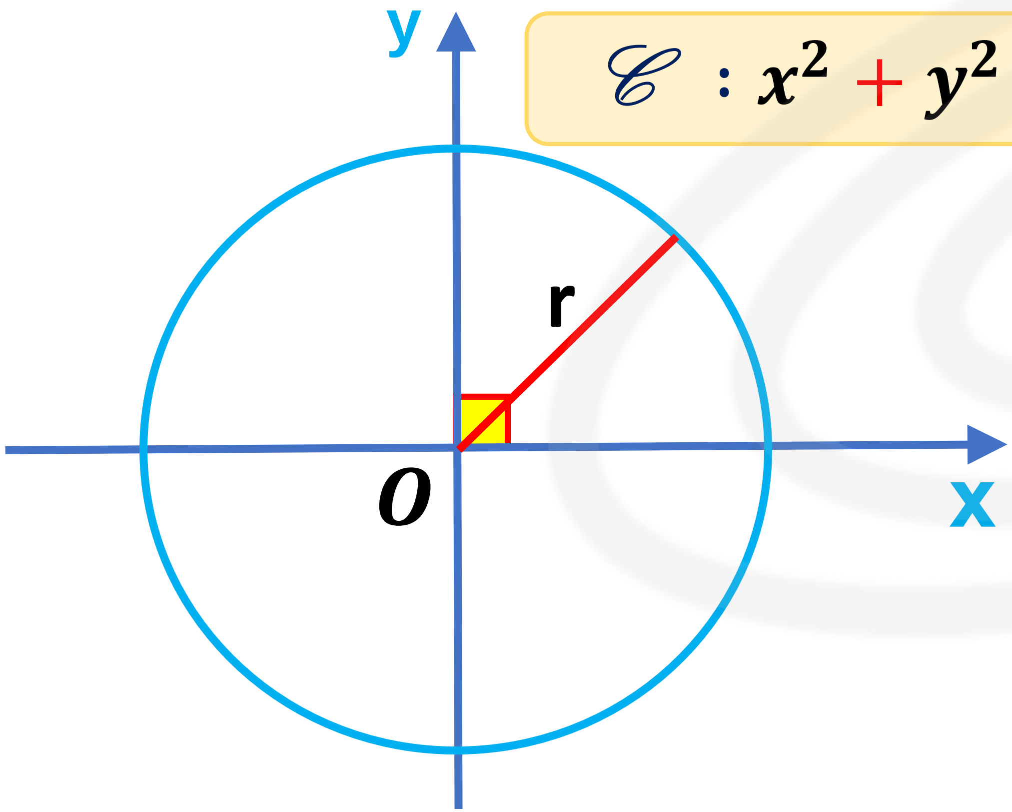
- $C(h, k)$ es el centro.

$$C\left(-\frac{D}{2}; -\frac{E}{2}\right)$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

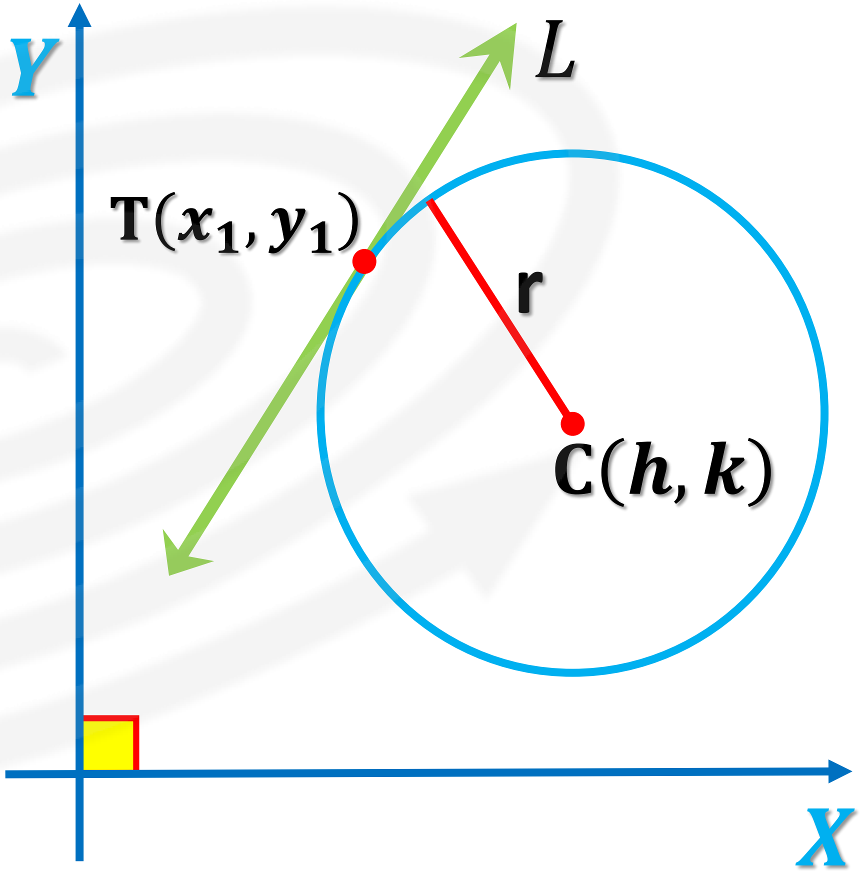
ECUACIÓN CANÓNICA DE LA CIRCUNFERENCIA

El centro de la circunferencia coincide con el origen de coordenadas.



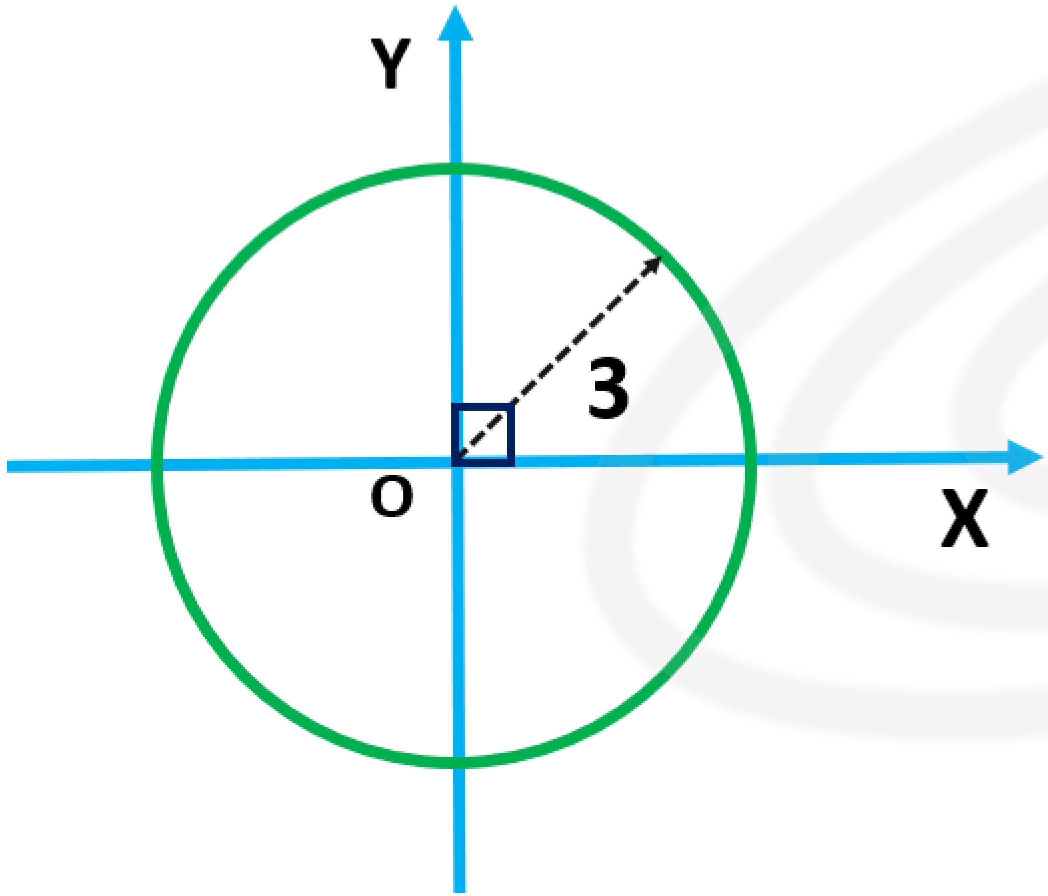
$$\mathscr{C}: x^2 + y^2 = r^2$$

ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE A UNA CIRCUNFERENCIA



$$\mathscr{L}: (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

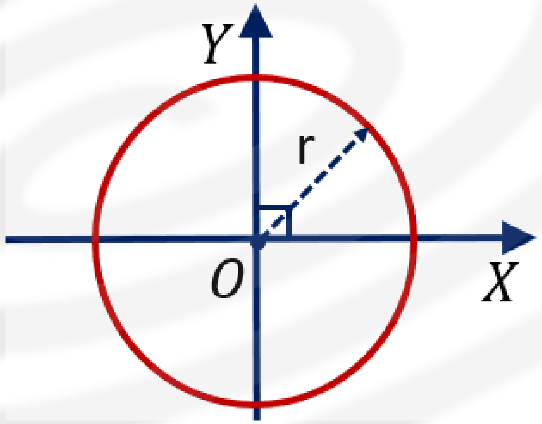
1. Halle la ecuación de la circunferencia mostrada.



Resolución

Piden: La ecuación de la circunferencia

Ecuación canónica de la circunferencia

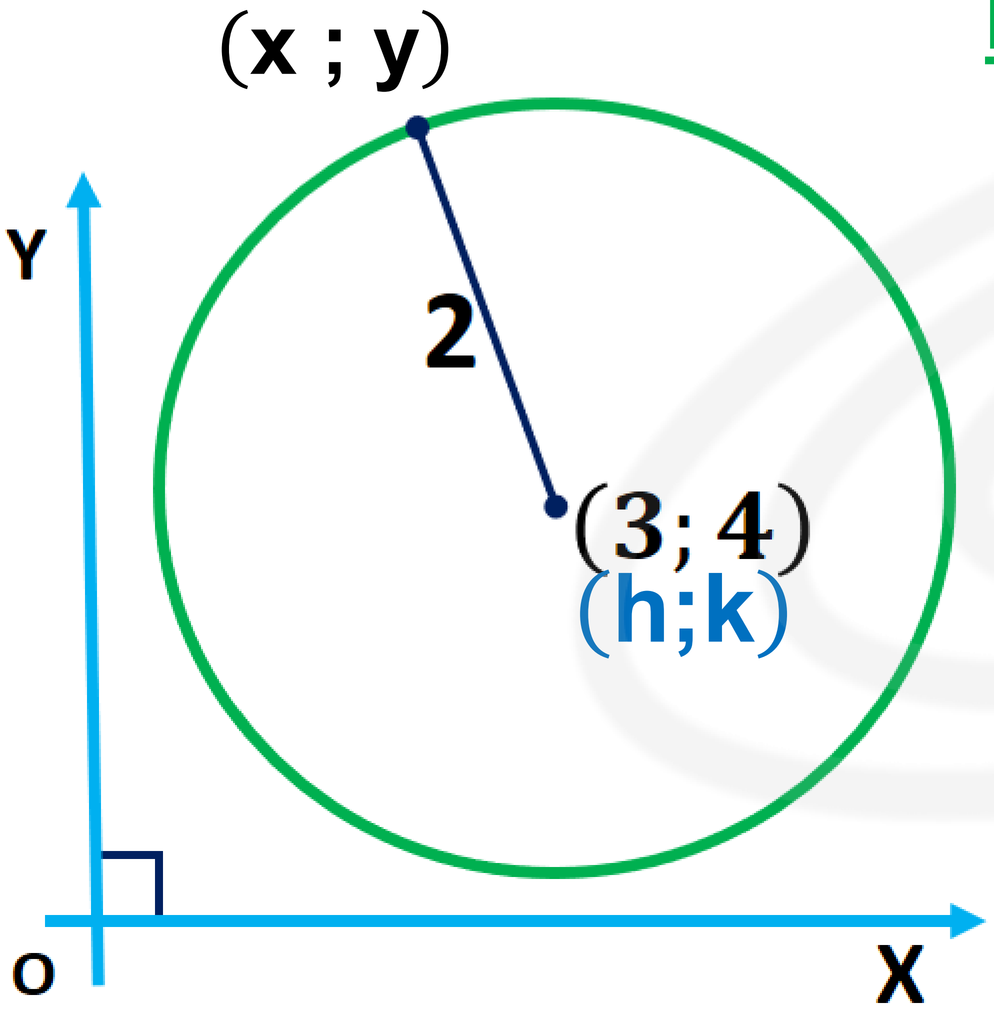


$$x^2 + y^2 = r^2$$

Reemplazando: $x^2 + y^2 = 3^2$

$$\boxed{x^2 + y^2 = 9}$$

2. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia mostrada.



Resolución

Piden: La ecuación ordinaria de la circunferencia

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2^2$$

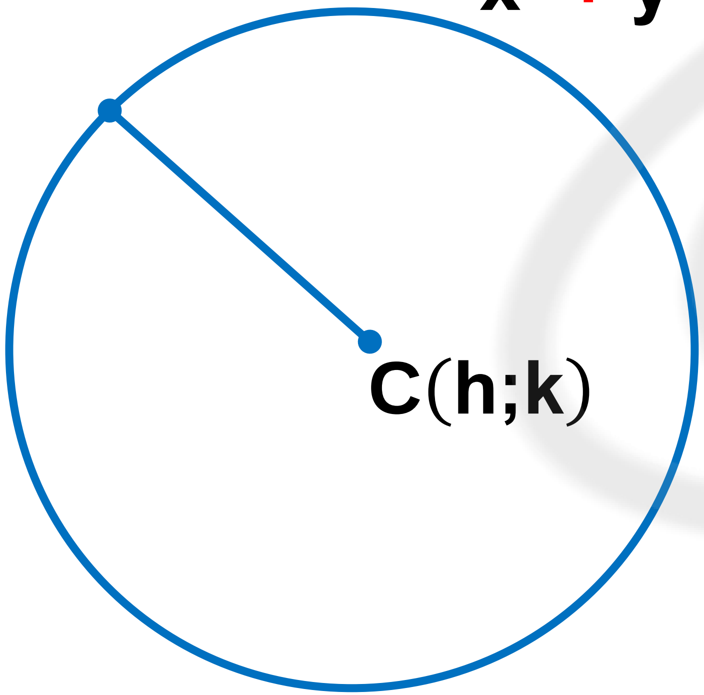
$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$$

3. Determine las coordenadas del centro de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = y$.

Resolución

Piden: La coordenadas del centro de la circunferencia

$x^2 + y^2 = y$



- Forma general

$$\boxed{x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0} \qquad C\left(-\frac{D}{2};-\frac{E}{2}\right)$$

- Completando la ecuación:

$$x^2 + y^2 + 0x - 1y + 0 = 0$$

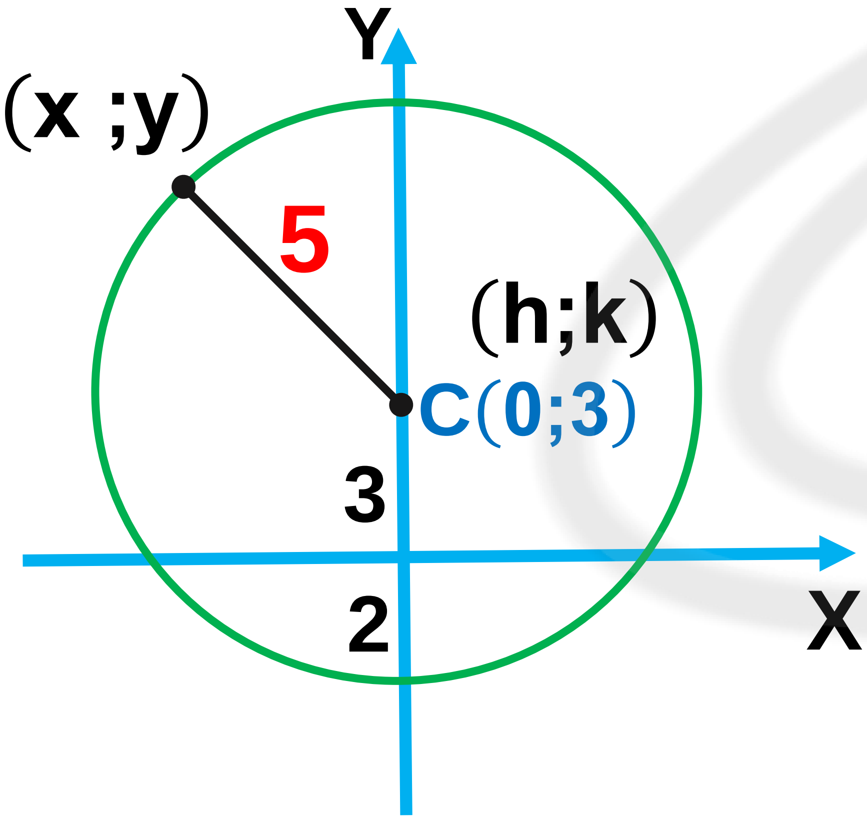
$$C\left(-\frac{0}{2};-\frac{(-1)}{2}\right)$$

$$\boxed{C\left(0\,;\,\frac{1}{2}\right)}$$

4. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia mostrada.

Resolución

Piden: La ecuación ordinaria de la circunferencia

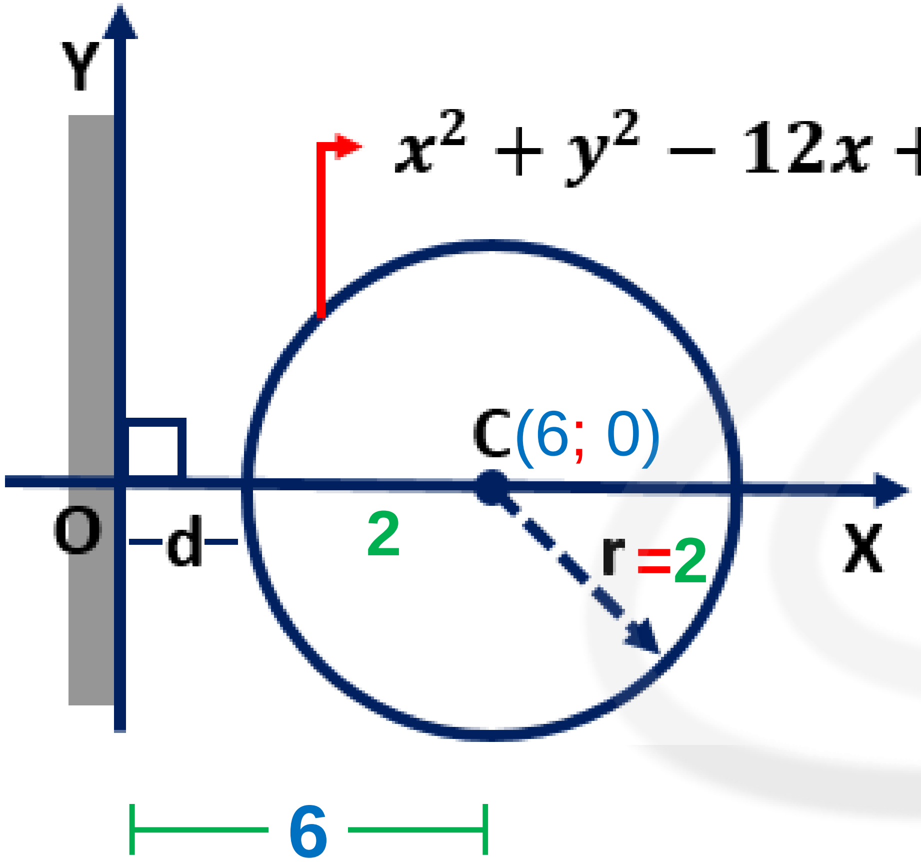


$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$$

$$x^2 + (y - 3)^2 = 25$$

5. Halle la distancia de la pileta a la pared (d).



Resolución

Piden: d

- Ecuación general

$$\boxed{x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0}$$

$$C\left(-\frac{D}{2}; -\frac{E}{2}\right) \qquad r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

- Completando la ecuación:

$$x^2 + y^2 - 12x + 0y + 32 = 0$$

- Reemplazando.

$$C\left(-\frac{-12}{2}; -\frac{0}{2}\right)$$

$$C(6;0)$$

$$r = \frac{\sqrt{(12)^2 + (0)^2 - 4(32)}}{2}$$

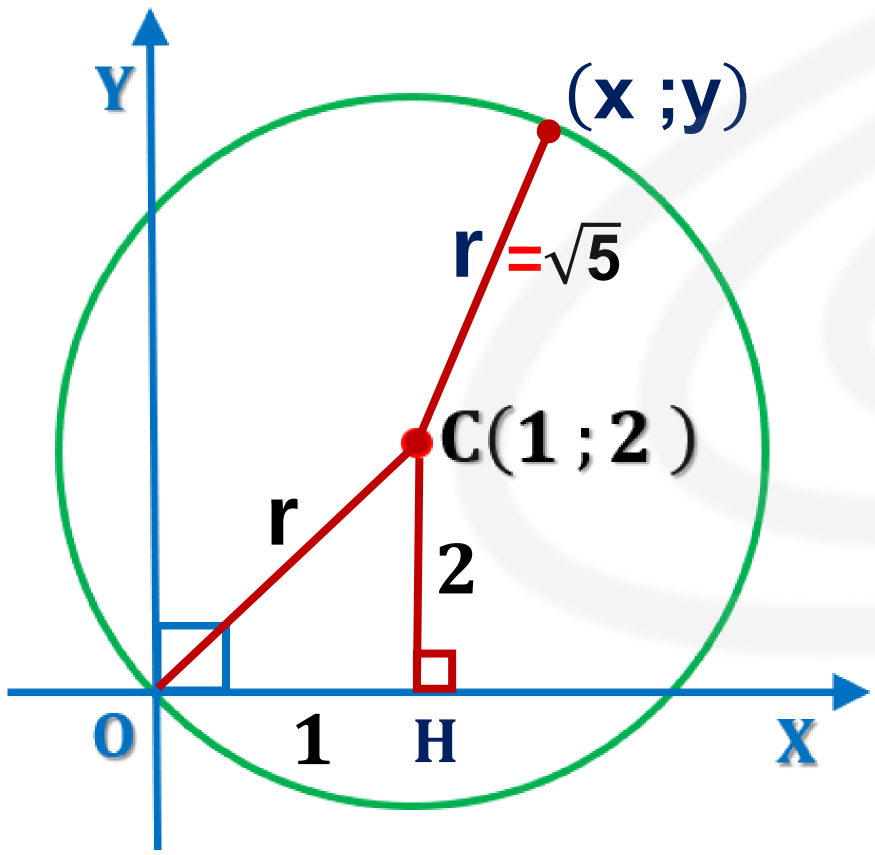
$$r = \frac{\sqrt{144-128}}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2} = 2$$

- Del gráfico: $d + 2 = 6$

$$\boxed{d = 4}$$

6. Halle la ecuación ordinaria de una circunferencia mostrada.

Resolución



- **Piden:** La ecuación ordinaria de la circunferencia
- Teorema de Pitágoras.

$$(1)^2 + (2)^2 = r^2$$

$$\boxed{\sqrt{5} = r}$$

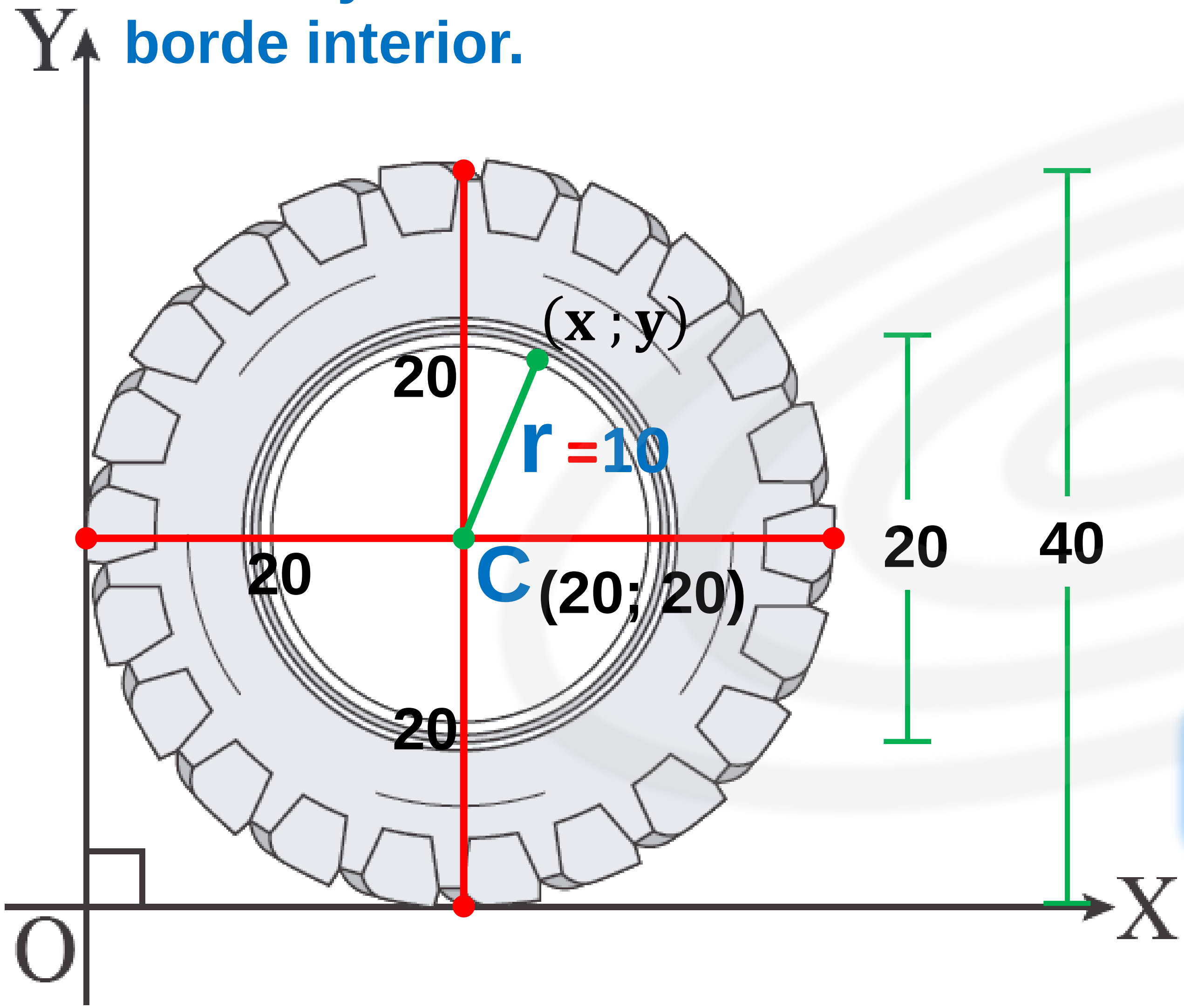
- Calculando la ecuación ordinaria

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$$

7. En la figura se muestra una llanta, cuyos diámetros interior y exterior son 20 cm y 40 cm. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia de su borde interior.



Resolución

Piden: La ecuación de la circunferencia menor.

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-20)^2 + (y-20)^2 = 10^2$$

$$\boxed{(x-20)^2 + (y-20)^2 = 100}$$