GEOMETRÍA

Chapter 8

5to

SECONDARY

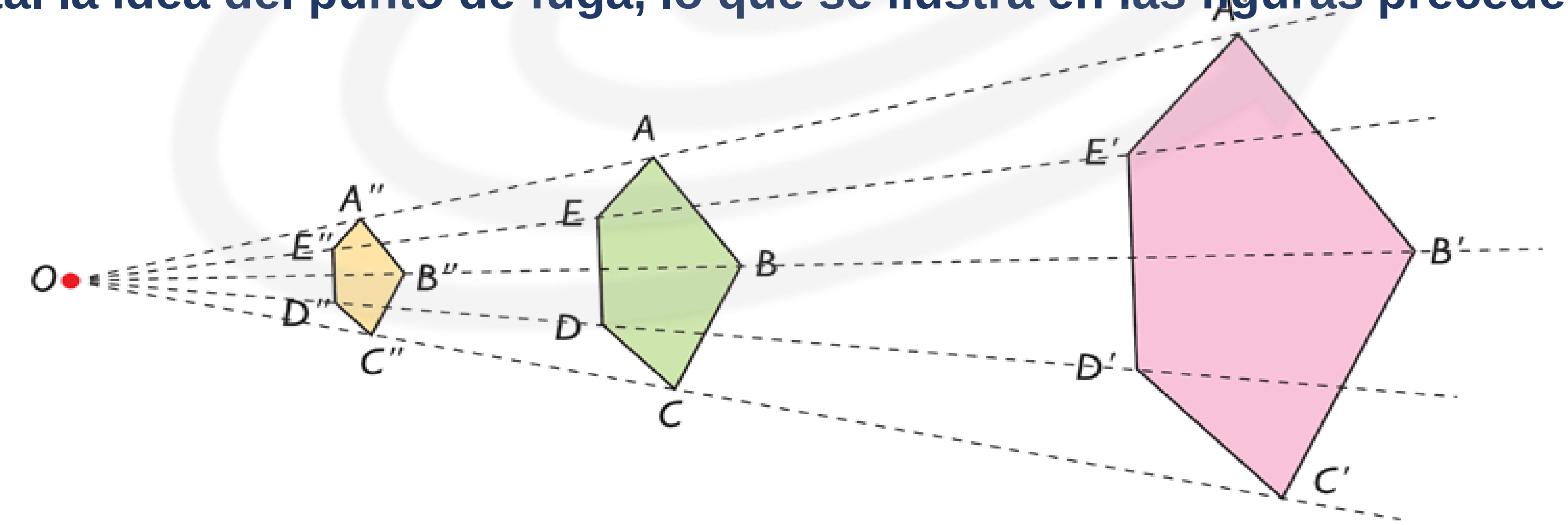
SACO OLIVEROS

TRIÁNGULOS SEMEJANTES

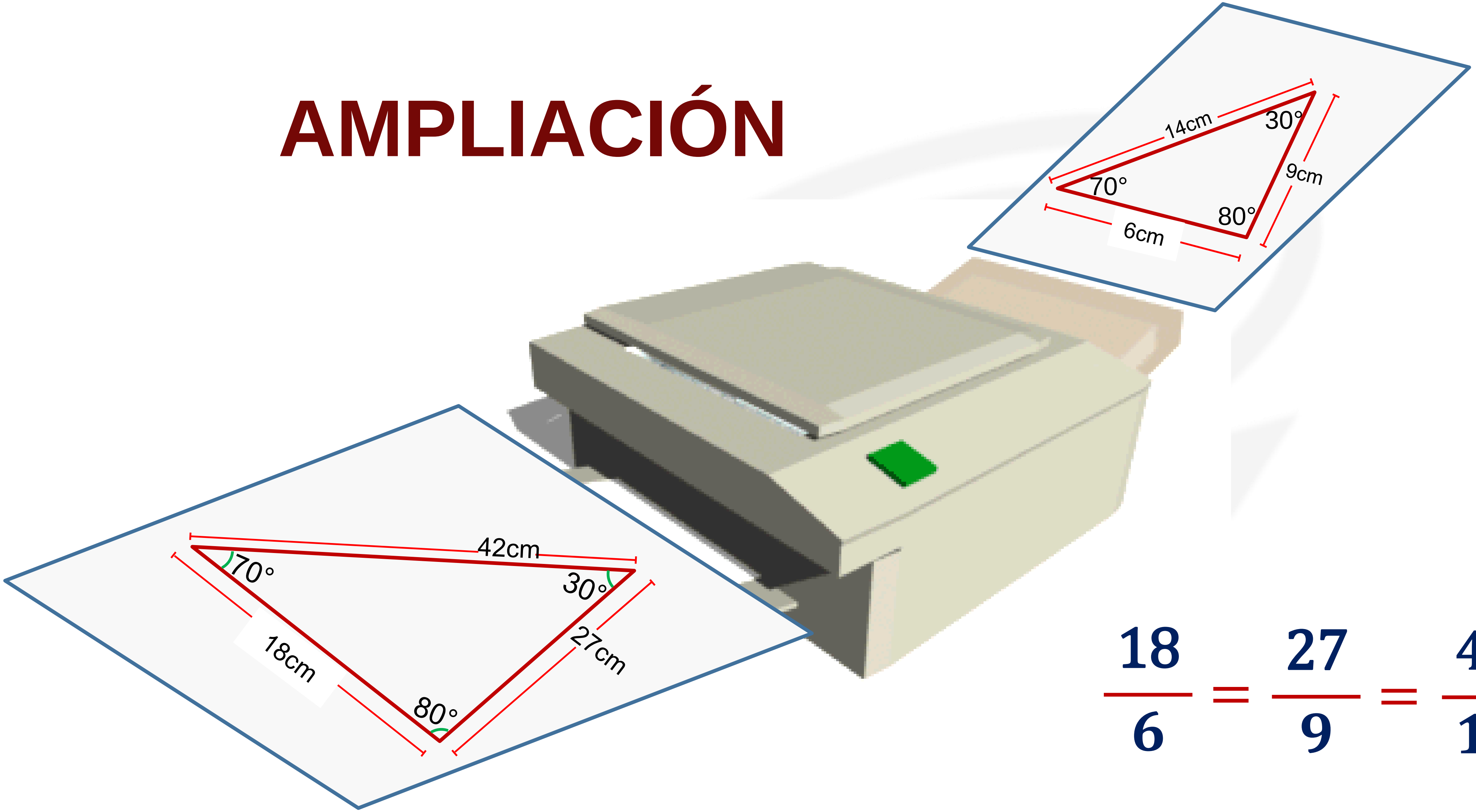
MOTIVATING | STRATEGY

El dibujo a escala, una suerte de motivación para la introducción a la semejanza

¿Te has dado cuenta alguna vez que estamos rodeados de imágenes a escala del mundo real? Estas imágenes a escala están con nosotros desde la Edad de Piedra. En todos los casos se comparan objetos de la misma forma, pero en general de distinto tamaño de modo que uno es la imagen de otro, reducida o aumentada, a estas imágenes se les suele llamar semejantes. Una manera sistemática de generar "cascadas" de objetos semejantes a uno dado, es el dibujo en perspectiva. Esta técnica fue desarrollada en el renacentismo por el gran maestro León de Alberti (1404-1472) en Florencia, Italia, quien describió su método en su tratado titulado Tratado sobre la pintura. Aquí haremos notar que para dibujar en perspectiva es fundamental la idea del punto de fuga, lo que se ilustra en las figuras precedentes.

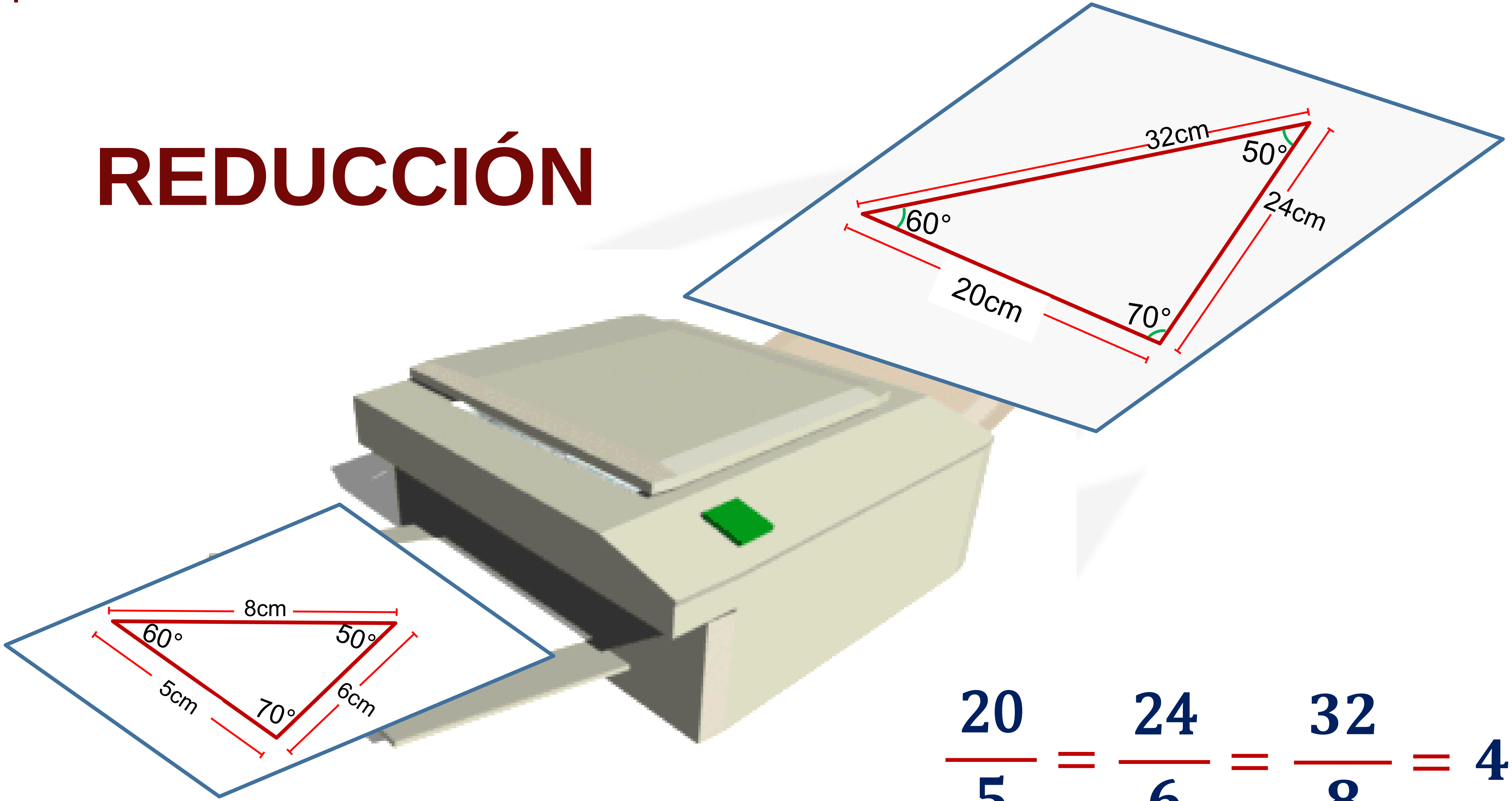


AMPLIACIÓN



$$\frac{18}{6} = \frac{27}{9} = \frac{42}{14} = 3$$

REDUCCIÓN



$$\frac{20}{5} = \frac{24}{6} = \frac{32}{8} = 4$$

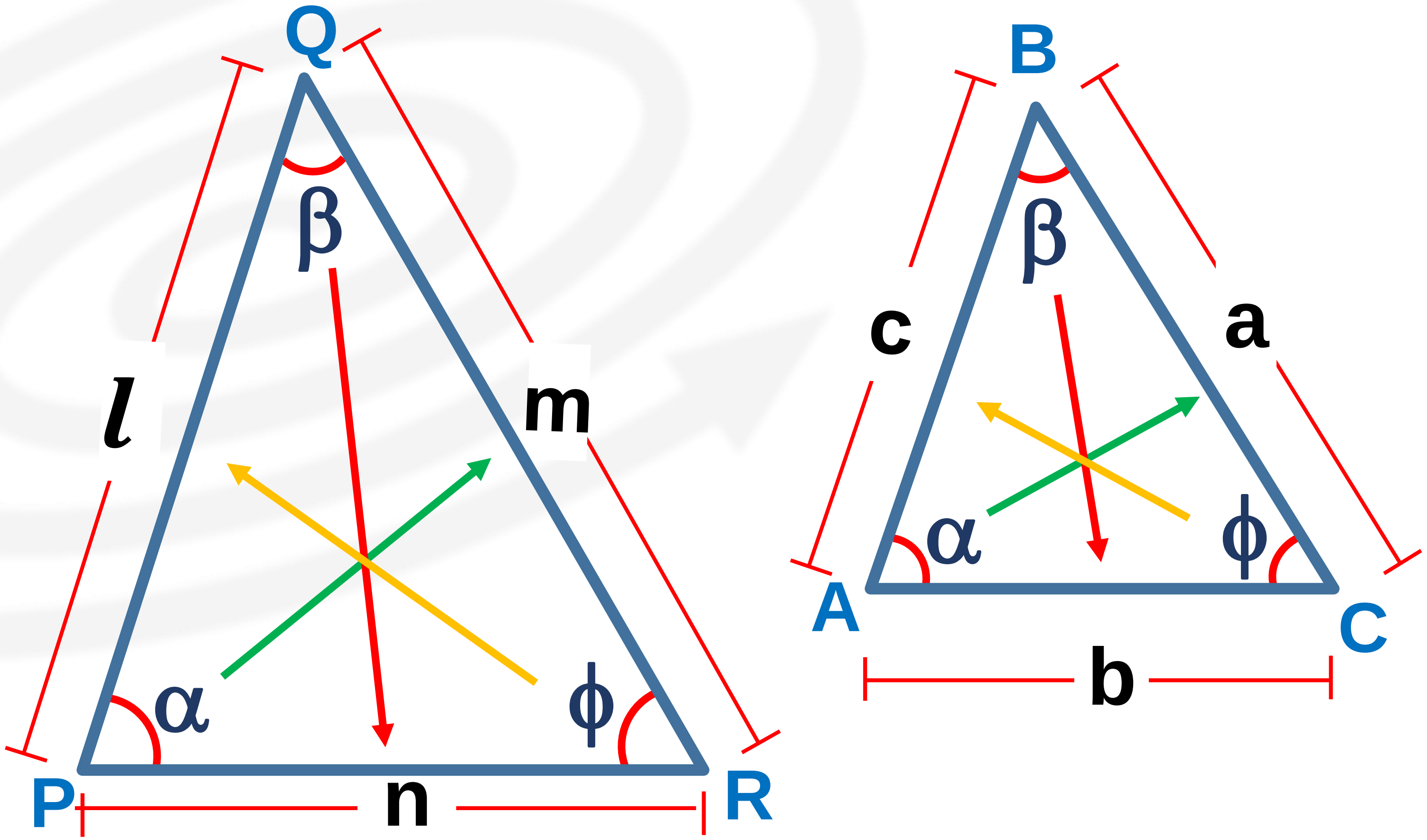
TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Dos triángulos son semejantes si tienen sus ángulos congruentes y las longitudes de sus lados homólogos respectivamente proporcionales.

- **Si:** $\boxed{\Delta PQR \sim \Delta ABC}$

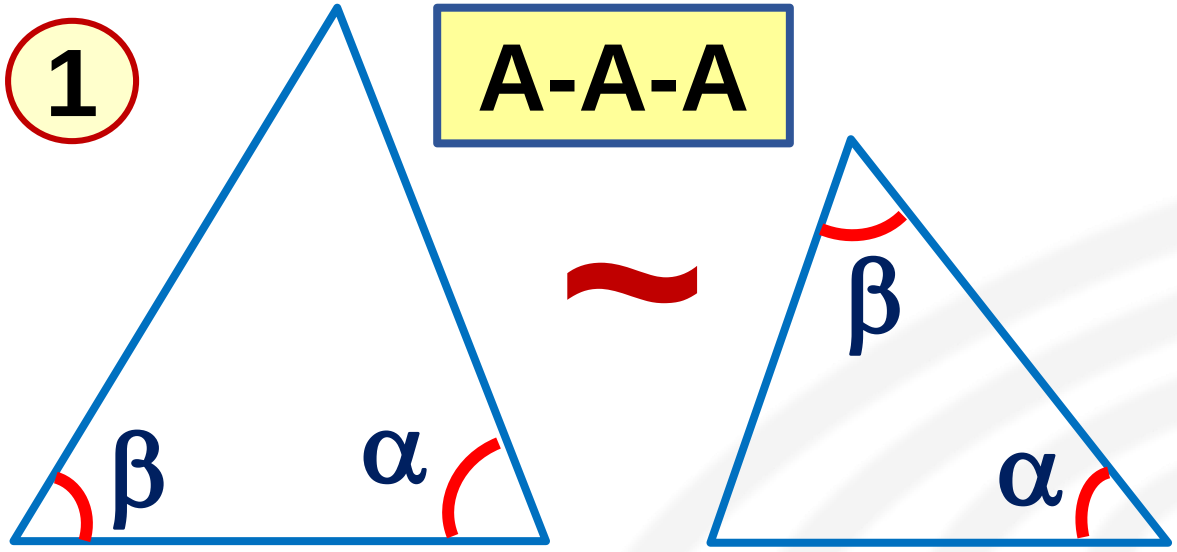
$$\frac{m}{a} = \frac{n}{b} = \frac{l}{c} = k$$

k: razón de semejanza

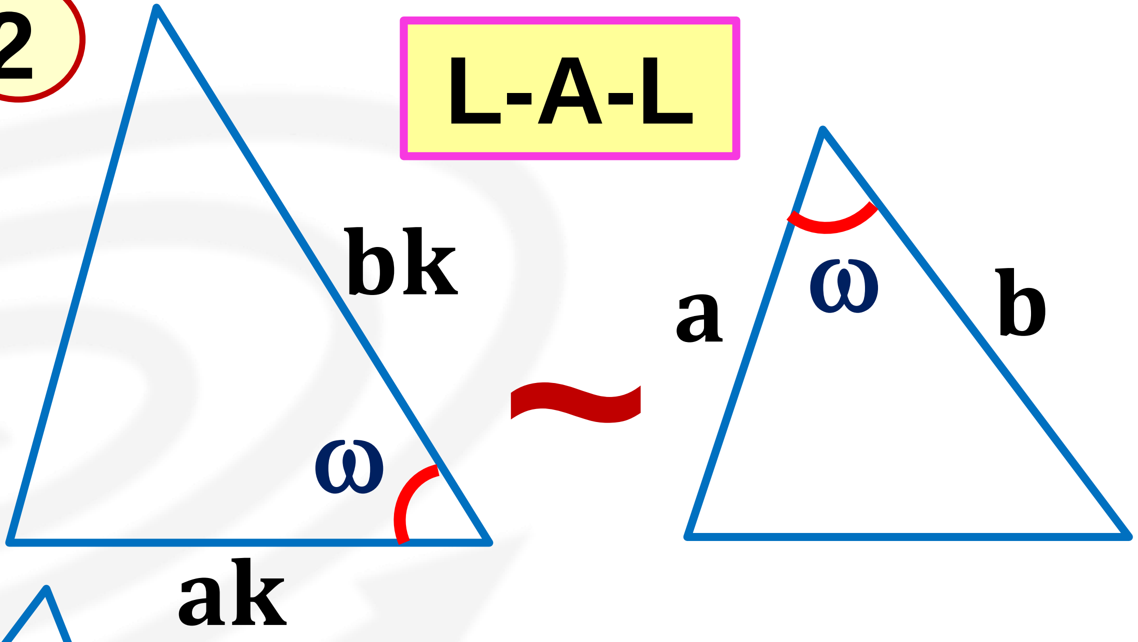


TEOREMAS FUNDAMENTALES DE SEMEJANZA

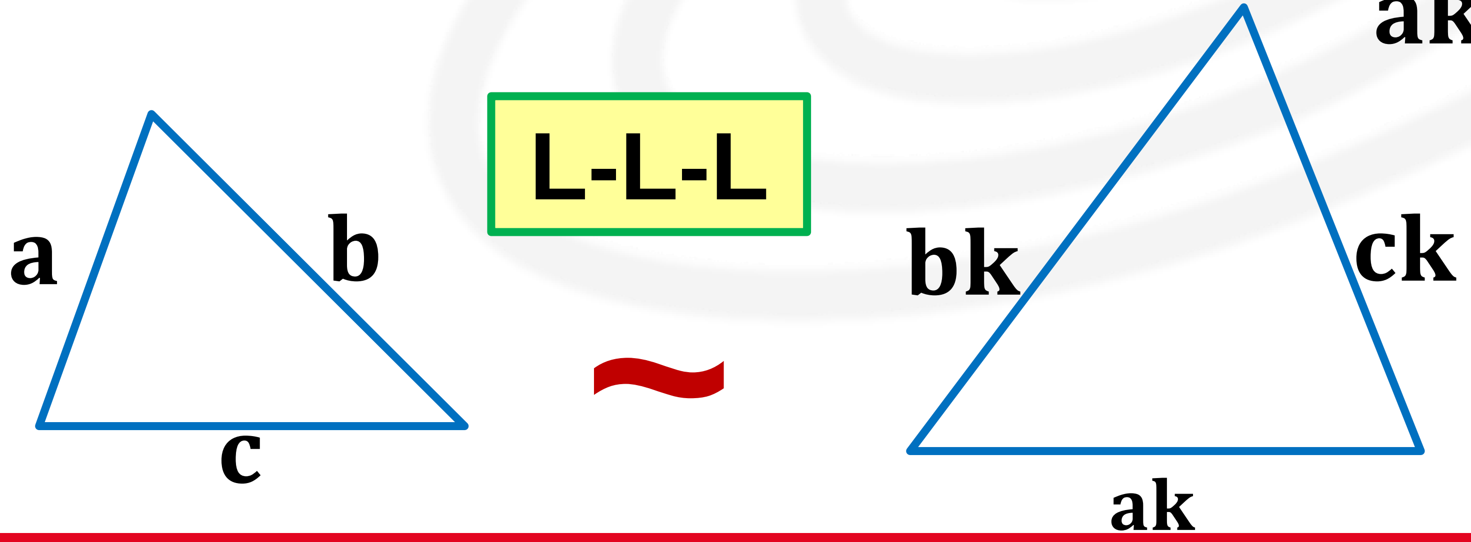
1 A-A-A



2 L-A-L



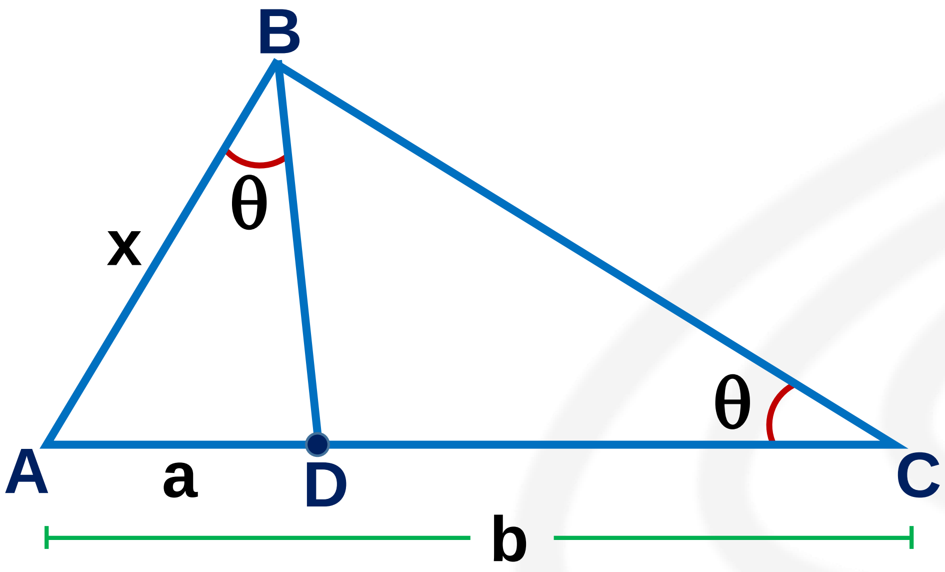
3 L-L-L



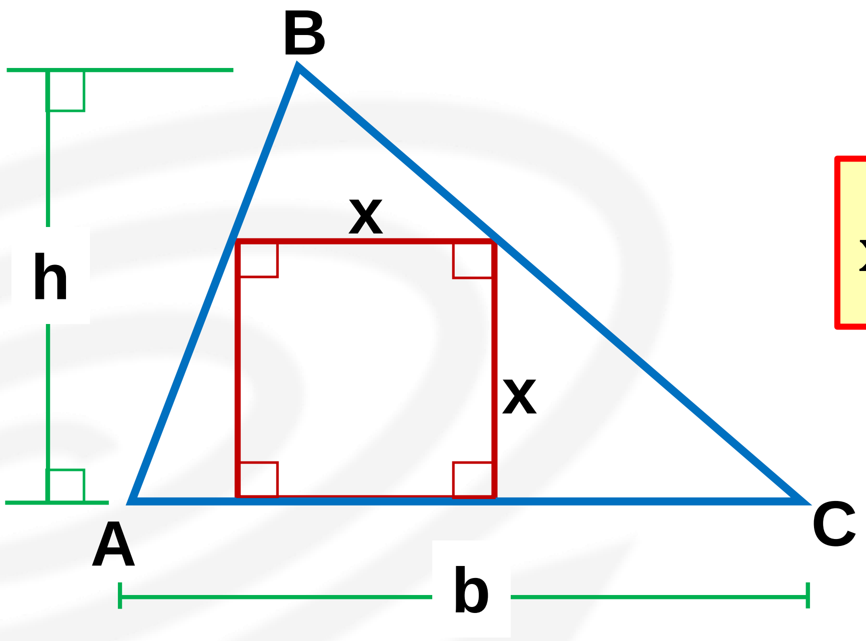
Si afirmamos que dos triángulos son semejantes, se aprovecha la proporcionalidad entre lados homólogos.

TEOREMAS ADICIONALES

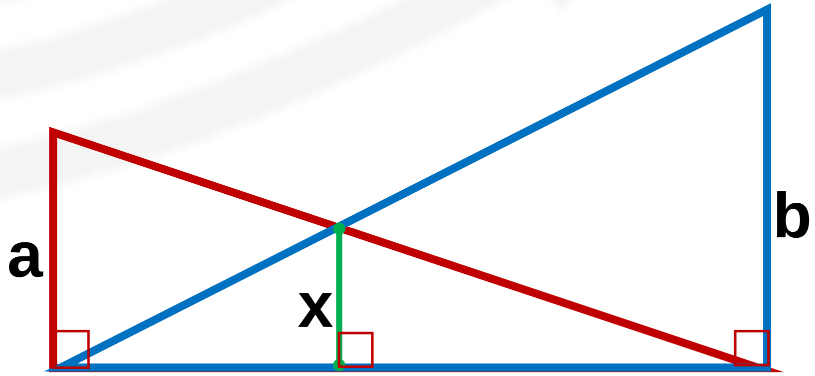
Teorema de las antiparalelas



$$x^2 = a.b$$

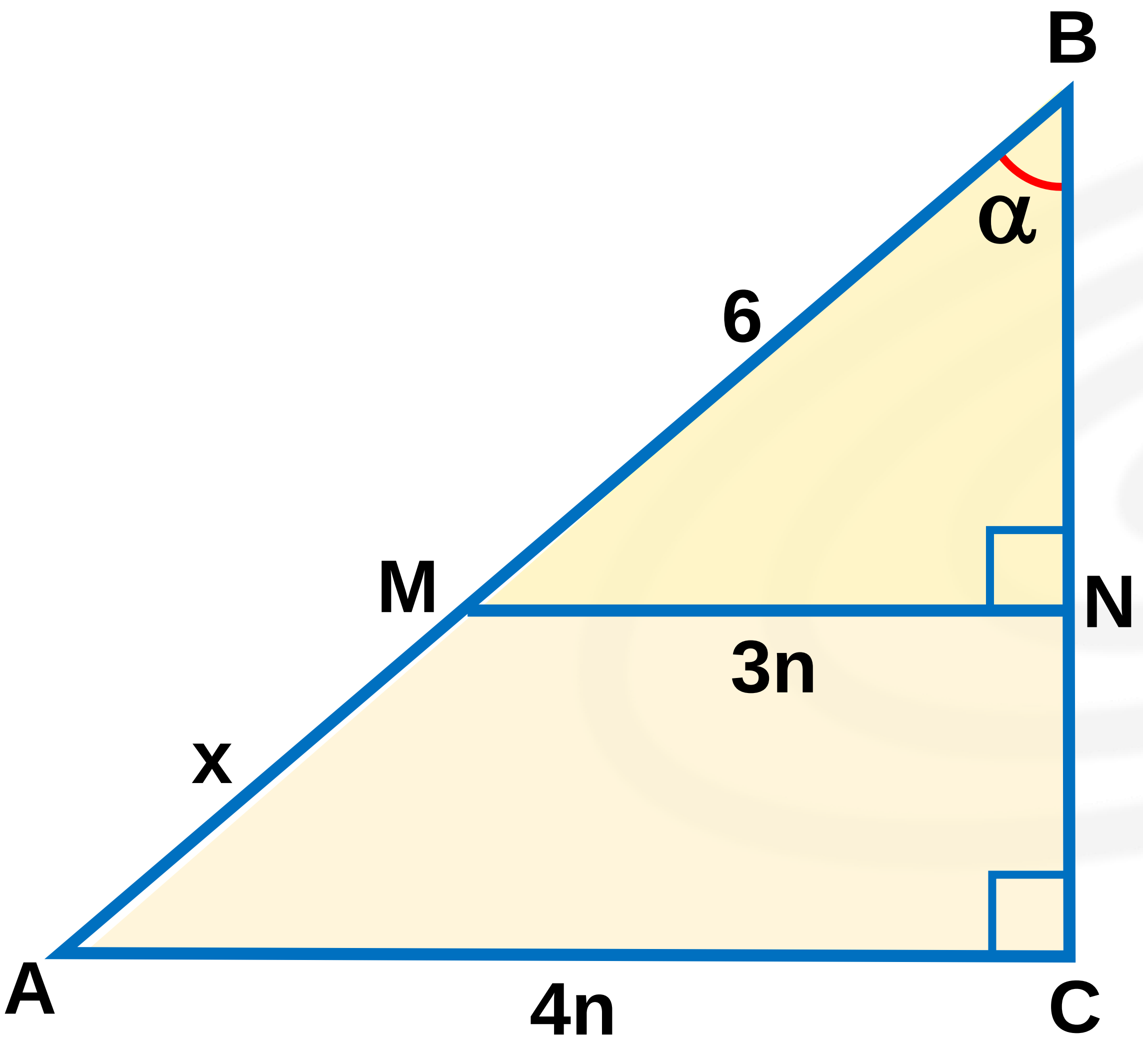


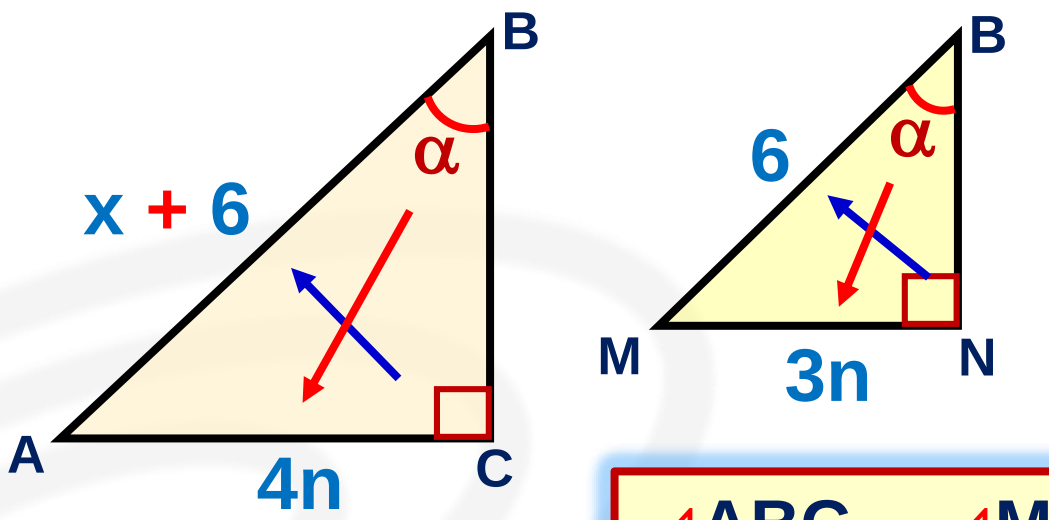
$$x = \frac{h.b}{h+b}$$



$$x = \frac{a.b}{a+b}$$

1. En la figura, halle el valor de x.





$\triangle ABC \sim \triangle MBN$

Resolución:

- Piden: x

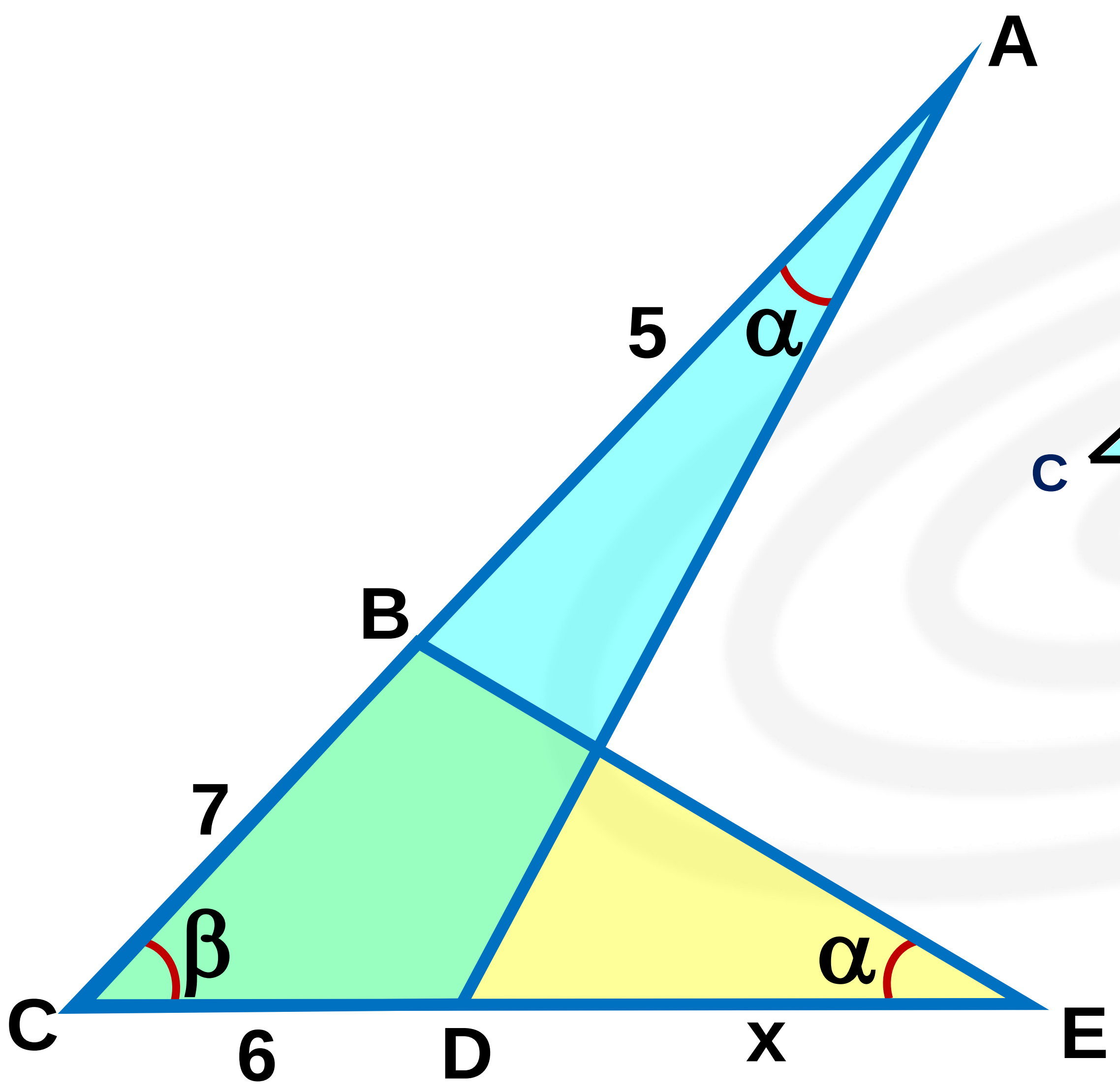
$$\frac{x+6}{6} = \frac{4\cancel{n}}{3\cancel{n}}$$

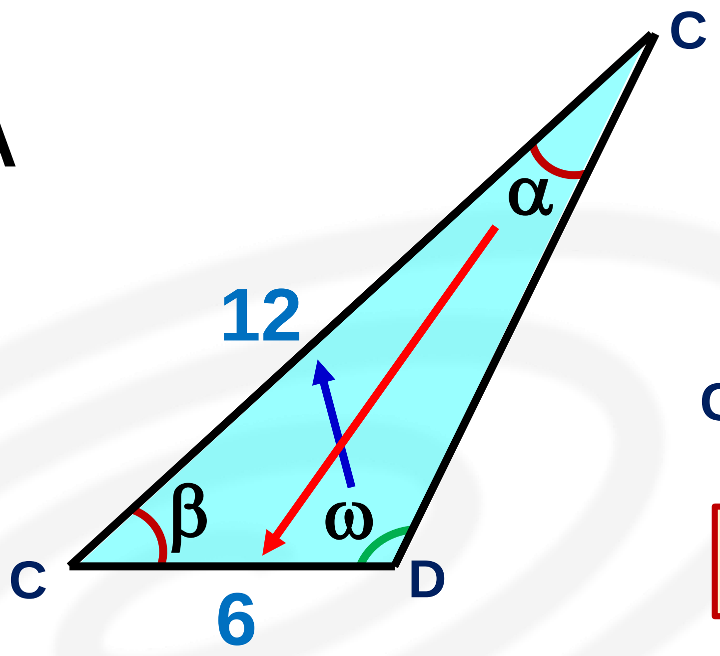
$$3x + 18 = 6(4)$$

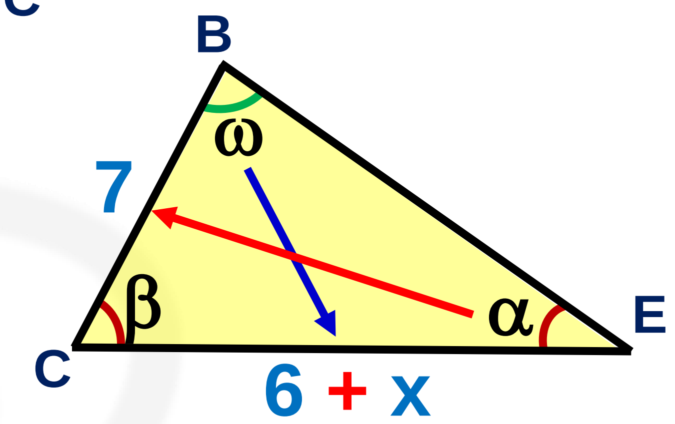
$$3x = 6$$

$$\boxed{x = 2}$$

2. Calcule el valor de x.







$\Delta EBC \sim \Delta ADC$

Resolución:

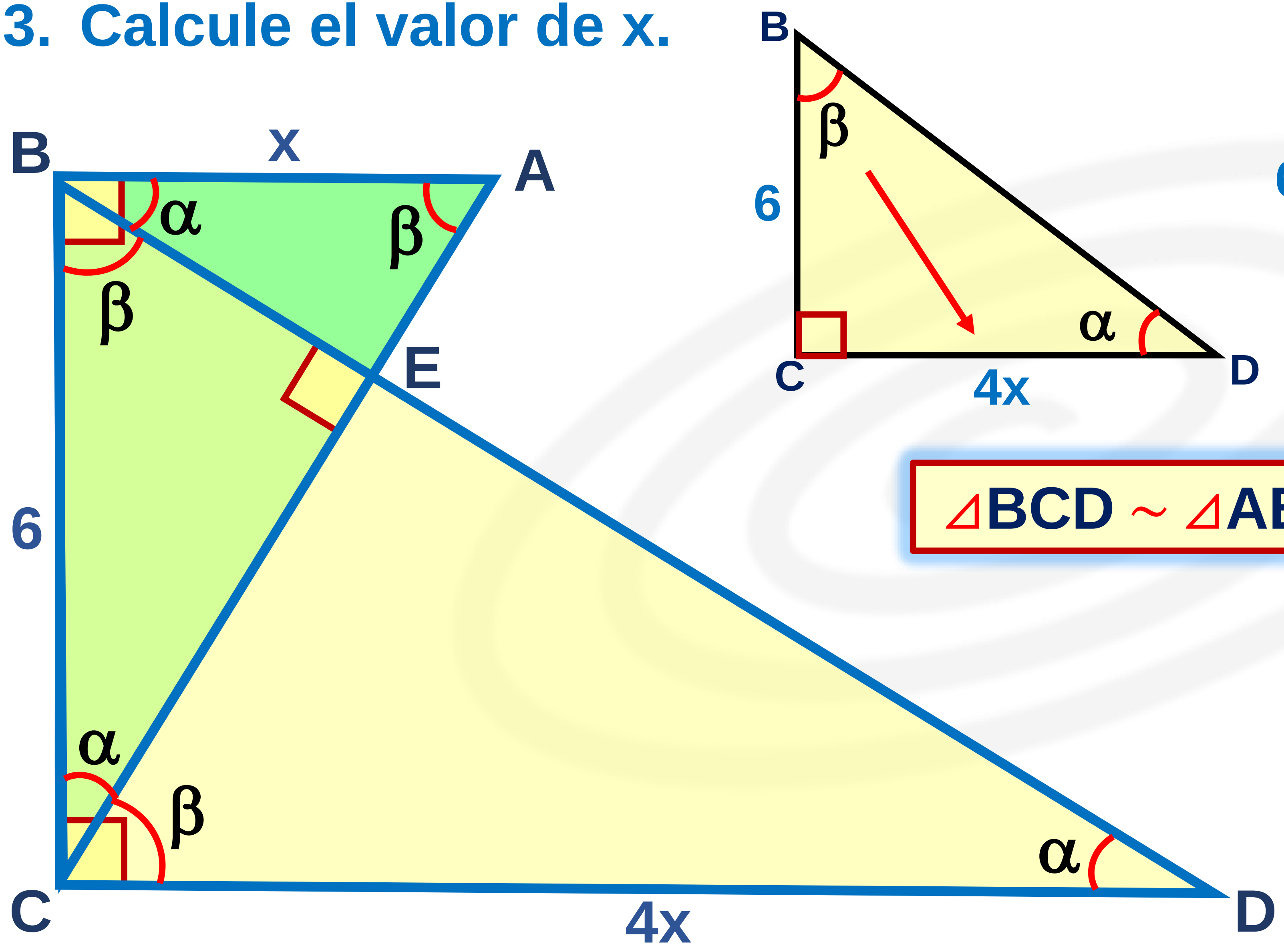
- Piden: x

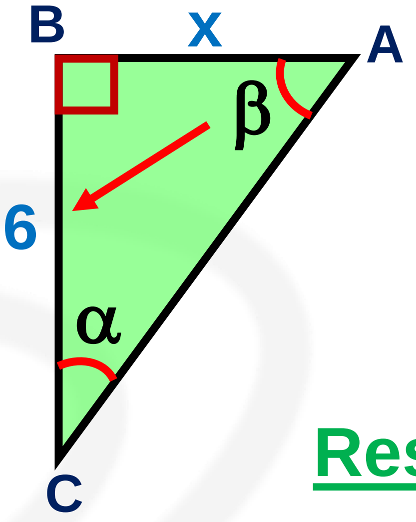
$$\frac{x+6}{{}_2\cancel{12}} = \frac{7}{\cancel{6}_1}$$

$$x + 6 = 2(7)$$

$$\boxed{x = 8}$$

3. Calcule el valor de x.





$$\triangle BCD \sim \triangle ABC$$

Resolución:

- **Piden: x**

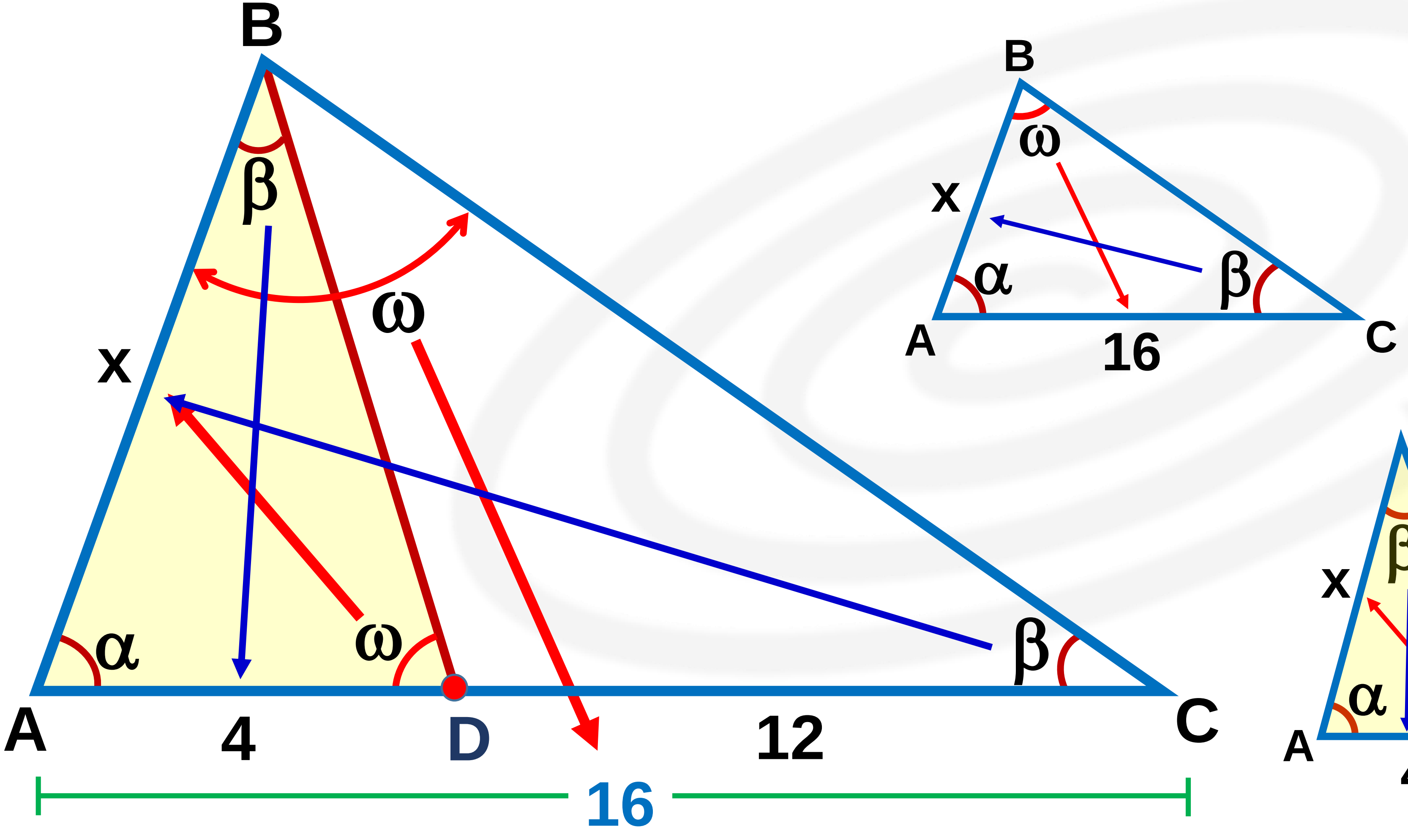
$$\frac{4x}{6} = \frac{6}{x}$$

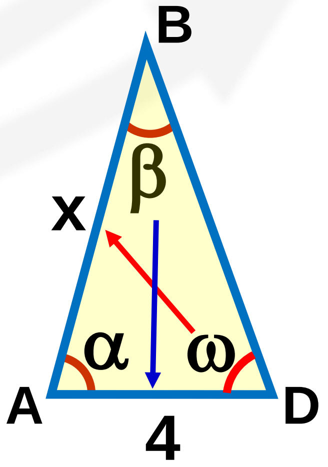
$$4x^2 = 36$$

$$x^2 = 9$$

$$\boxed{x = 3}$$

4. En un triángulo ABC se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, tal que, AD = 4, DC = 12 y m∢ABD = m∢BCD. Calcule AB.





Resolución:

- Piden: AB

$\boxed{\Delta ABC \sim \Delta ADB}$

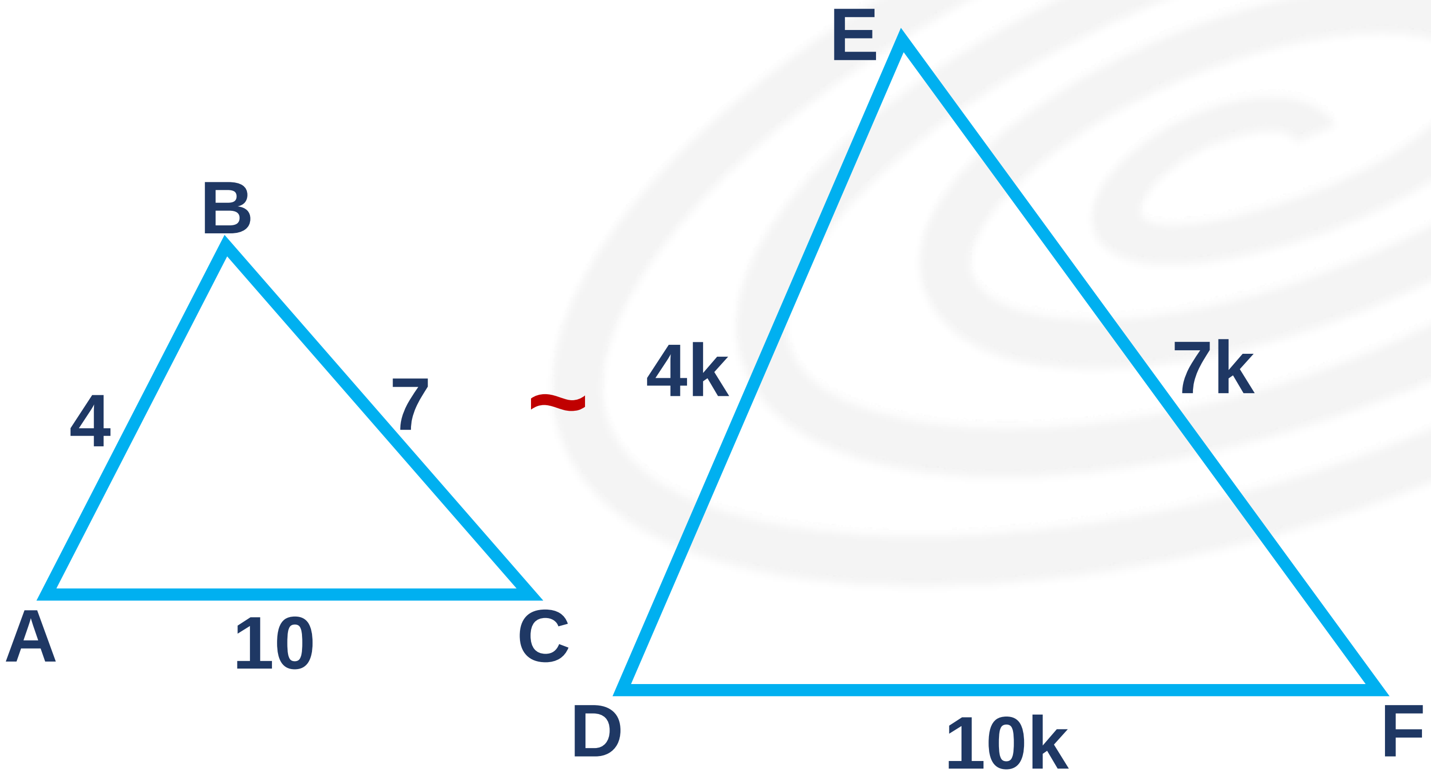
$$\frac{x}{16} = \frac{4}{x}$$

$$x^2 = 64$$

$$x = 8$$

$\boxed{AB = 8}$

5. Las longitudes de los lados de un triángulo son 4 cm, 7 cm y 10 cm. Si otro triángulo semejante al primero tiene un perímetro de 147 cm. ¿Cuál es la longitud de su lado menor?



Resolución:

- Piden: DE
- Dato: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$
- Dato:

$$2p_{\Delta DEF} = 147$$

$$4k + 7k + 10k = 147$$

$$21k = 147$$

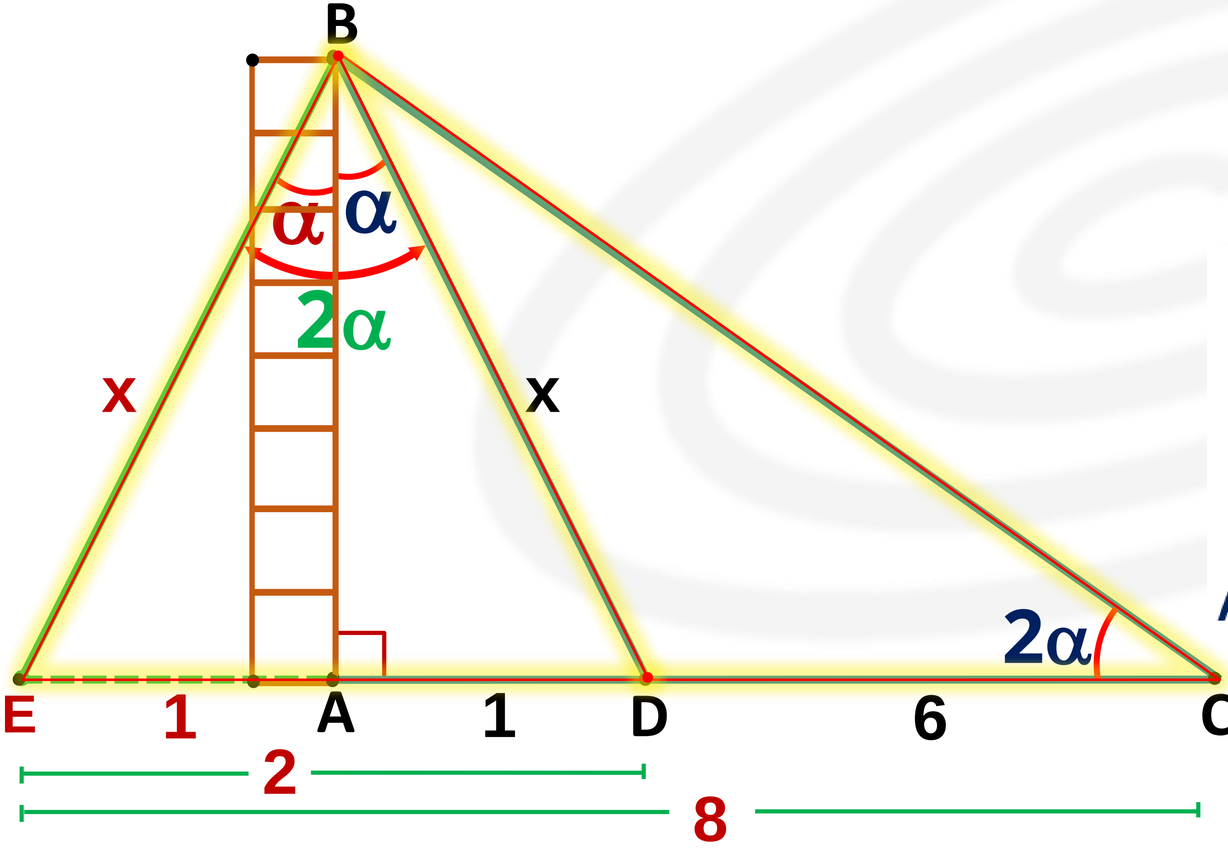
$$\boxed{k = 7}$$

- Calculando DE

$$DE = 4k$$

$$\boxed{DE = 28\text{ cm}}$$

6. En la figura, el $\overline{AB}$ representa una pared y los segmentos $\overline{BD}$ y $\overline{BC}$ son dos listones de madera apoyados en dicha pared. Si AD = 1 m y CD = 6 m; calcule la longitud del listón $\overline{BD}$.



Resolución:

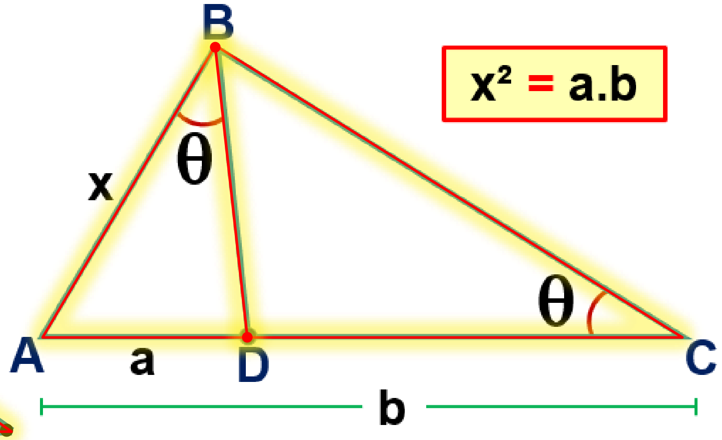
- Piden: BD
- Se prolonga $\overline{DA}$ hasta E, tal que

$$BD = BE = x$$

- $\overline{BA}$: altura del Δ isósceles EBD

$$EA = 1 \wedge m\sphericalangle EBA = \alpha$$

- Por teorema de las antiparalelas



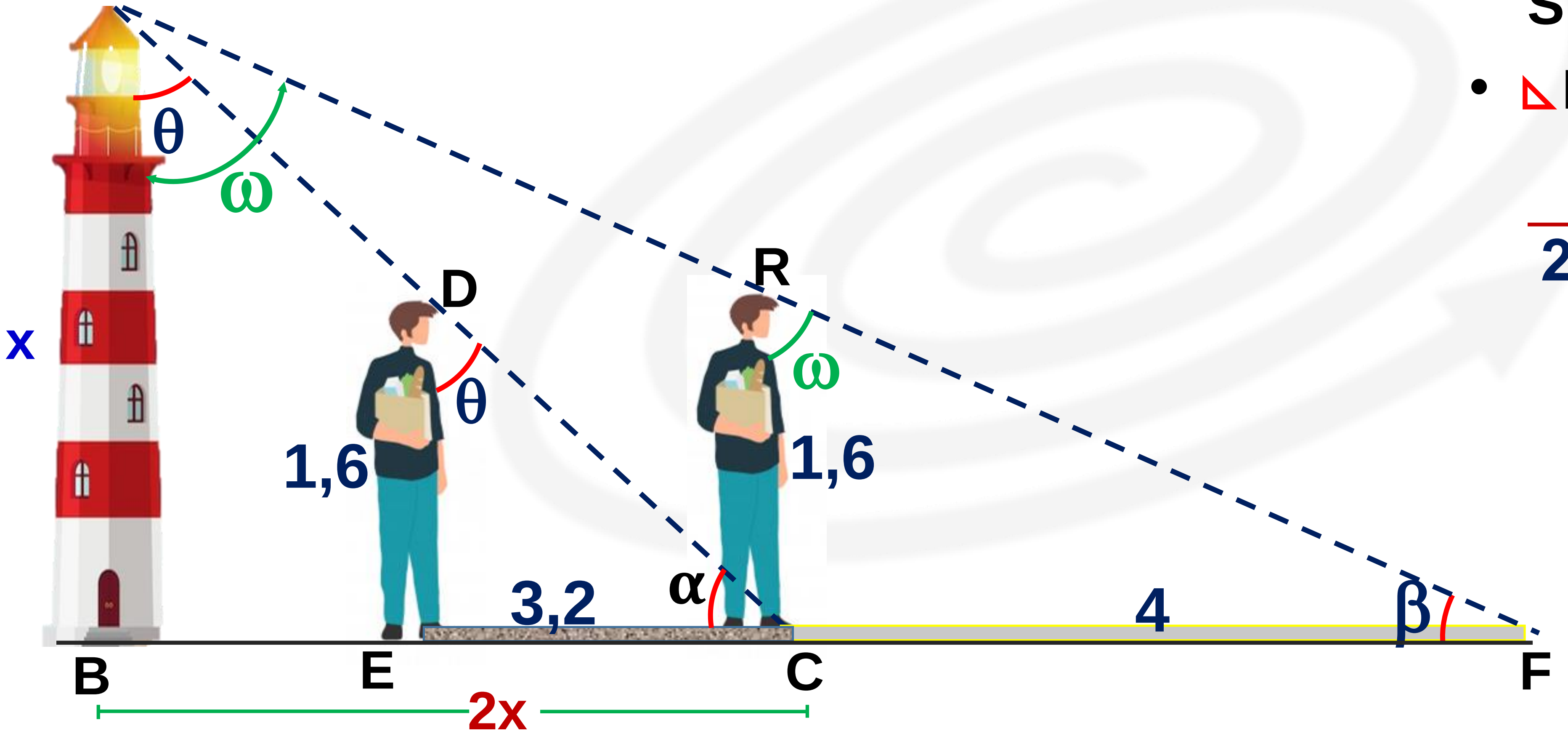
$\boxed{x^2 = a.b}$

$$x^2 = 8.2$$

$$x = 4$$

$$\boxed{BD = 4\ m}$$

7. Un hombre que tiene la estatura de 1,6 m, observa que su sombra en el piso horizontal producida por un faro es de 3,2 m; luego, cuando se para en el punto donde termina dicha sombra, la correspondiente sombra mide 4 m. ¿Cuál es la altura del faro?.



Resolución:

- Piden: AB
- ◺DEC ~ ◺ABC

  Si AB = x → BC = 2x
- ◺RCF ~ ◺ABF

$$\frac{4}{2x+4} = \frac{1,6}{x}$$

$$4x = 3,2\,x + 6,4$$

$$0,8\,x = 6,4$$

$$x = 8$$

$$\boxed{AB = 8\text{ m}}$$