



MATHEMATICAL REASONING

Chapters 13, 14 & 15

5th
OF SECONDARY

FEED BACK



 **SACO OLIVEROS**



Series ii



PROBLEMA 1

Sabrina comió chocolates durante todo el mes de diciembre; así el primer día comió 3 chocolates, el segundo día 7 chocolates, el tercer día 11 chocolates, el cuarto día 15 chocolates y así sucesivamente.

¿Cuántos chocolates comió Sabrina en el mes de diciembre?

Resolución:

31 sumandos

$$\begin{array}{ccccccc} -1 & & 3 & + & 7 & + & 11 & + & 15 & + & \dots \\ & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow \\ & +4 & & +4 & & +4 & & +4 & & & \end{array}$$

$$t_n = 4n - 1$$

$$t_{31} = 4(31) - 1$$

$$t_{31} = 123$$

$$S = \left(\frac{3 + 123}{2} \right) 31$$

$$S = (63)31$$

$$S = 1953$$

$$\therefore \underline{\underline{1953}}$$



PROBLEMA 2

Halle el valor de la siguiente serie:

$$S = \underbrace{4 + 14 + 36 + 76 + 140 + \dots}_{20 \text{ términos}}$$

Resolución:

Dándole forma convenientemente:

$$4 \longrightarrow 1^3 + 3$$

$$14 \longrightarrow 2^3 + 6$$

$$36 \longrightarrow 3^3 + 9$$

$$76 \longrightarrow 4^3 + 12$$

$$140 \longrightarrow 5^3 + 15$$

$$tn = n^3 + 3n$$

$$S_n = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 + 3 \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{20} = \left(\frac{\overset{10}{\cancel{20}}(21)}{\cancel{2}} \right)^2 + 3 \frac{20(21)}{2}$$

$$S_{20} = (210)^2 + 3(210)$$

$$S_{20} = 44100 + 630$$

$$S_{20} = 44730$$

$$\underline{\underline{44730}}$$



PROBLEMA 3

Calcula el valor de la serie:

$$M = \frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \dots + \frac{1}{79 \times 83}$$

Resolución:

$$M = \frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \dots + \frac{1}{79 \times 83}$$

Multiplicamos por 4 a ambos términos (numerador y denominador).

$$M = \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \dots + \frac{4}{79 \times 83} \right)$$

$$M = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{79} - \frac{1}{83} \right)$$

$$M = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{83} \right)$$

$$M = \frac{1}{4} \left(\frac{80}{3 \times 83} \right)$$

$$\therefore M = \frac{20}{249}$$



PROBLEMA 4

Calcule la suma total del siguiente arreglo:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \blacktriangleleft & 2 & + & 4 & + & 6 & + & 8 & + & \cdots & + & 40 \\
 & \blacktriangleleft & 4 & + & 6 & + & 8 & + & \cdots & + & 40 \\
 & & \blacktriangleleft & 6 & + & 8 & + & \cdots & + & 40 \\
 & & & \vdots & & & & \ddots & & & \\
 & & & \blacktriangleleft & 38 & + & 40 \\
 & & & & 40
 \end{array}$$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Resolución:

Piden la suma total del arreglo.

$$S = 1(2) + 2(4) + 3(6) + 4(8) + \cdots + 20(40)$$

$$S = 1(1 \cdot 2) + 2(2 \cdot 2) + 3(3 \cdot 2) + 4(4 \cdot 2) \dots + 20(20 \cdot 2)$$

$$S = 1^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 2 + \cdots + 20^2 \cdot 2$$

$$S = 2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + 20^2)$$

$$S = 2 \left(\frac{\overset{10}{\cancel{20}} \overset{7}{\cancel{(21)}} (41)}{\cancel{6} \cancel{2}} \right)$$

$$S = 2(2870)$$

$$\therefore S = \underline{\underline{5740}}$$



FRACCIONES





PROBLEMA 5

A y B pueden hacer una obra en 20 días. A lo haría solo, en 30 días. Si A trabaja solo durante 10 días.

¿Cuántos días empleará B para terminar la obra?

Resolución:

	OBRATOTAL	EN1 DÍA
A	30 días	$\frac{1}{30}$
B	x días	$\frac{1}{x}$
Juntos	20 días	$\frac{1}{20}$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \right) 60x$$

$$2x + 60 = 3x$$

$$60 = x$$

Ahora:

"A" trabajó sólo 10 días

avanzó: $\frac{1}{3}$ Obra

→ B debe realizar $\frac{2}{3}$ (60)

∴ 40 días



PROBLEMA 6

Los $\frac{2}{3}$ de los profesores de un colegio son mujeres
y 12 de los varones son solteros mientras que los $\frac{3}{5}$ de los profesores hombres son casados. El número total de profesores en este colegio es:

Resolución:

Piden determinar el número total de profesores: x

	SOLTEROS	CASADOS	
VARONES	12	$\frac{3}{5} \left(\frac{1}{3} (x) \right)$	$\frac{1}{3} (x)$
MUJERES			$\frac{2}{3} (x)$

$$\frac{2}{5} \left(\frac{1}{3} (x) \right) = 12 \rightarrow x = 90$$

$$\therefore \text{Total profesores} = \underline{\underline{90}}$$



OTRA FORMA:

Los $\frac{2}{3}$ de los profesores de un colegio son mujeres y 12 de los varones son solteros mientras que los $\frac{3}{5}$ de los profesores hombres son casados. El número total de profesores en este colegio es:

Piden determinar el número total de profesores: $15K$

	SOLTEROS	CASADOS	
VARONES	$12 = 2K$	$3K$	$5K$
MUJERES			$10K$

$$\begin{aligned}2K &= 12 \\ K &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Total profesores:} \\ \rightarrow 15(6) &= 90\end{aligned}$$

$$\therefore \underline{\underline{90}}$$



PROBLEMA 7

El obrero A puede hacer un trabajo en 10 días, B puede hacerlo en 12 días, y C en 15 días. El primer día A solo inicia el trabajo; el tercer día se le une B; luego en el sexto día se les une C y trabajan los tres hasta terminar la obra. ¿Cuántos días demora la obra?

Resolución:

Obra total
 $60k$

En 1 día

A $\rightarrow 6k$

B $\rightarrow 5k$

C $\rightarrow 4k$

$$2(6k) + 3(11k) + x(15k) = 60k$$

$$12k + 33k + 15kx = 60k$$

$$15kx = 15k$$

$$x = 1$$

$$\text{Total de días: } 2 + 3 + 1 = 6 \quad \therefore \underline{\underline{6 \text{ días}}}$$



Tanto por ciento





PROBLEMA 8

En una reunión internacional de negocios se reúnen 50 franceses, 45 alemanes, 85 rusos y 36 peruanos. ¿Qué porcentaje de los que no son peruanos son peruanos?

$$\frac{\text{LO QUE HACE DE PARTE}}{\text{LO QUE HACE DE TODO}} \times (100\%)$$

Franceses: 50
Alemanes: 45
Rusos: 85
Peruanos: 36

} No son peruanos

$$\text{No son peruanos: } 50 + 45 + 85 = 180$$

Piden:

porcentaje de peruanos que no son peruanos:

$$\frac{\text{PERUANOS: } \cancel{36}}{\text{NO SON PERUANOS: } \cancel{180}} \times (100\%) = 20\%$$

5

$$\therefore \underline{\underline{20\%}}$$



PROBLEMA 9

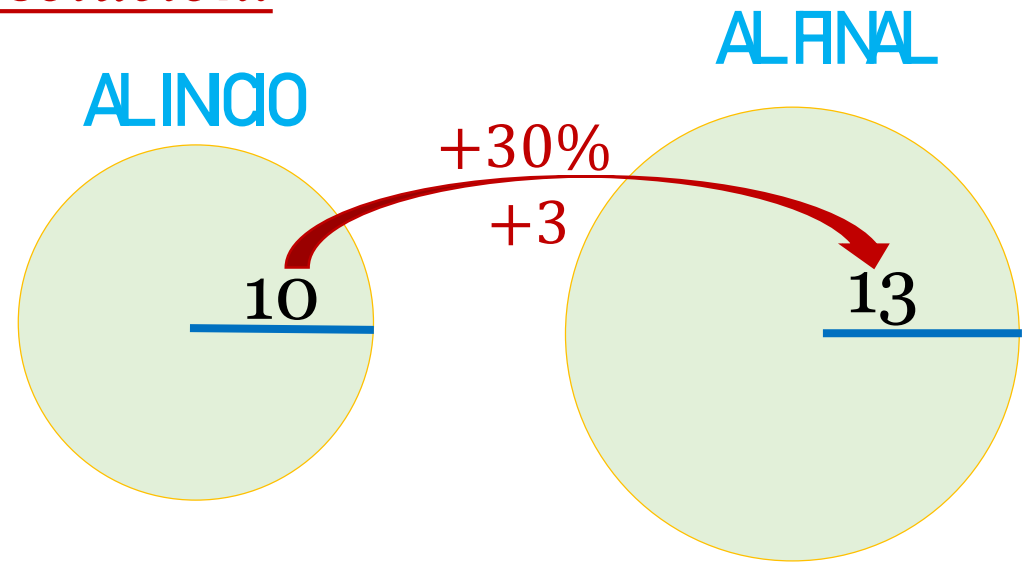
Si el radio de un círculo aumenta en 30%. ¿En qué porcentaje aumenta su área?

RECORDEMOS:

En **variación porcentual**, las constantes en las fórmulas no se consideran.



Resolución:



$$A_{\text{inicio}} = (10)^2$$
$$A_{\text{inicio}} = 100$$

$$A_{\text{final}} = (13)^2$$
$$A_{\text{final}} =$$

aumenta en 69

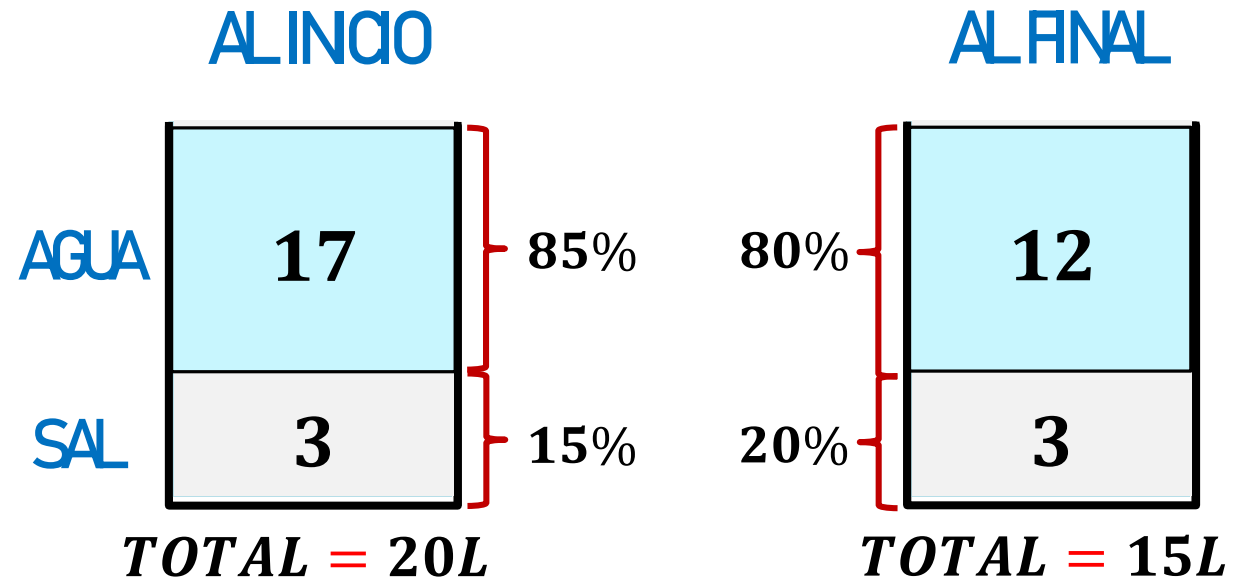
$$\therefore \text{aumenta: } \underline{\underline{69\%}}$$



PROBLEMA 10

Si 20 L de agua contiene 15% de sal, ¿cuánto de agua se debe evaporar para que la nueva solución contenga 20% de sal?

Piden la cantidad de agua que debe evaporarse.



∴ N° de litros de agua que se evapora = 5L



PROBLEMA 11

Sonia le dice a su hermano Carlos: “Entre tu dinero y el mío hacemos \$.750, pero si hubieras recibido el 30% menos de lo que te corresponde, tendrías lo mismo que yo si me hubieran dado 20% menos de lo que tengo”. ¿Cuál es la diferencia entre lo que tiene cada uno?

Piden la diferencia entre lo que tiene cada uno.

CARLOS

	70%	30%
	$7(8x)$	$3(8x)$

$$= 80x$$

SONA

	80%	20%
	$8(7x)$	$2(7x)$

$$= 70x$$

$$70x + 80x = 750$$

$$150x = 750 \rightarrow x = 5$$

Piden:

$$80x - 70x = 10x$$

$$\therefore 10(5) = \underline{\underline{50}}$$