ASOCIACIÓN EDUCATIVA
SACO OLIVEROS

ALGEBRA

Chapter 5

IV

LEVEL

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

ALGEBRA

índice

Historia

Los sistemas de ecuaciones lineales fueron ya resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área, o volumen, sin que tuvieran relación con problemas de medida. Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos: 1/4 anchura + longitud = 7 manos longitud + anchura = 10 manos También resolvían sistemas de ecuaciones, donde alguna de ellas era cuadrática. Los griegos también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero uti1izando métodos geométricos. Thymaridas (400 a. de C.) había encontrado una fórmula para resolver un determinado sistema de n ecuaciones con n incógnitas. Diophante resuelve también problemas en los que aparecían sistemas de ecuaciones, pero transformándolos en una ecuación lineal. Los sistemas de ecuaciones aparecen también en los documentos indios. No obstante, no llegan a obtener métodos generales de resolución, sino que resuelven tipos especiales de ecuaciones. El libro El arte matemático, de un autor chino desconocido (siglo III a. de C.), contiene algunos problemas donde se resuelven ecuaciones. En ellos encontramos un esbozo del método de las matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Uno de dichos problemas equivale a resolver un sistema de tres ecuaciones lineales por dicho método matricial.

MOTIVATING STRATEGY

Material Digital

Resumen

- Definición
- Métodos de Solución
- Estudio de las Soluciones

HELICO THEORY

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Sea:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$$

Donde: x e y son las incógnitas

a, b, c, m, n, p son coeficientes

Métodos de Resolución

Reducción

Resolver:
$$\begin{cases} 5x + \cancel{y} = 17 \\ 2x - \cancel{y} = 4 \end{cases} \quad +$$

$$7x = 21$$

$$\boxed{x = 3}$$

Reemplazamos en cualquiera de las 2 ecuaciones del Sistema, elegiremos la primera ecuación

$$5(3) + y = 17$$

$$\boxed{y = 2}$$

Por lo tanto: $\boxed{C.S. = \{ (3\,;2) \}}$

Sustitución

Resolver:
$$\begin{cases} x + 2y = 9 \quad \ldots (1) \\ x + y \ \ = 7 \quad \ldots (2) \end{cases}$$

En (1) despejamos x

$$x = 9 - 2y$$

Sustituimos en la ecuación (2)

$$(9 - 2y) + y = 7$$

$$(9 - y) = 7$$

$$\boxed{y = 2} \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

Por lo tanto: $\boxed{C.S. = \{ (5\,;2) \}}$

Estudio de las Soluciones

Sea:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$$

Sistema Compatible Determinado (Solución Única)

$$\boxed{\frac{a}{m} \neq \frac{b}{n}}$$

Sistema Compatible Indeterminado (Soluciones Infinitas)

$$\boxed{\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}}$$

Sistema Incompatible o Inconsistente (No existe elementos en el C.S.)

$$\boxed{\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}}$$

Resolución de Problemas

- Problema 01
- Problema 02
- Problema 03
- Problema 04
- Problema 05

HELICO PRACTICE

Problema 01

Siendo:

$$\begin{cases} x+y=6 & \dots(1) \\ y+z=5 & \dots(2) \\ x+z=9 & \dots(3) \end{cases}$$

Hallar el valor de:

$$(x-y)^{(z-2)}$$

Sumamos todas las ecuaciones

$$\begin{array}{r} x+y=6 \\ y+z=5 \\ x+z=9 \\ \hline \cancel{2}(x+y+z)=\cancel{20} \end{array} \quad +$$

$$x+y+z=10 \quad \dots(4)$$

Reemplazamos (1) en (4)

$$6+z=10 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} z=4 \\ y=1 \\ x=5 \end{array}}$$

Nos piden:

$$(x-y)^{(z-2)}$$

Resolución

$$(4)^{(4-2)}$$

$$(4)^{(2)}$$

$$\boxed{16}$$

CLAVE A

Problema 02

Resolución

Halle el valor de x si:

$$\begin{cases} 3(x-y)-x=4 & \dots(1) \\ 5x-2y=-1 & \dots(2) \end{cases}$$

Primero reducimos la ecuación (1)

$$3x-3y-x=4$$

$$\begin{cases} 2x-3y=4 & \dots(1) \\ 5x-2y=-1 & \dots(2) \end{cases}$$

Ahora procederemos a eliminar y para poder encontrar el valor de x

$\dots(1)\text{x}2 \Rightarrow 4x-\cancel{6y}=8$

$\dots(2)\text{x}(-3) \Rightarrow -15x+\cancel{6y}=3$

$+$

$$-11x=11$$

$$\boxed{x=-1}$$

CLAVE B

Problema 03

Halle el valor de $2x - y$; si:

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{y} = 1 & \dots(1) \\ \dfrac{y+2}{x} = \dfrac{5}{6} & \dots(2) \end{cases}$$

Resolución

Primero reducimos las ecuaciones

$$x - 1 = y \quad \Rightarrow \quad x - y = 1 \quad \dots(1)$$

$$6y + 12 = 5x \quad \Rightarrow \quad -5x + 6y = -12 \quad \dots(2)$$

Ahora procederemos a eliminar x para poder encontrar el valor de y

$\dots(1)\text{x}5 \Rightarrow \cancel{5x} - 5y = 5$

$\dots(2)\text{x}1 \Rightarrow \cancel{-5x} + 6y = -12$

$+$

$$\boxed{y = -7}$$

Reemplazamos en (1)

$$x - (-7) = 1$$

$$\boxed{x = -6}$$

Nos piden $2x - y$

$$\Rightarrow 2(-6) - (-7)$$

$$-12 + 7$$

$$\boxed{-5}$$

CLAVE D

Problema 04

Alicia va a comprar artículos a una tienda de fantasía y decide comprar, pulseras y aretes.

- Si adquiere 4 pulseras y 3 aretes, pagaría S/29.
- Si adquiere 2 pulseras y 1 arete, pagaría S/13.

¿Cuánto pagará por 1 pulsera y 1 arete?.

Sea:

✓ El precio unitario de la pulsera: "a" soles

✓ El precio unitario del arete: "b" soles

Ahora planteamos el problema:

$$4a + 3b = 29 \quad \ldots(1)$$

$$2a + 1b = 13 \quad \ldots(2)$$

Ahora procederemos a eliminar b para poder encontrar el valor de a

$\ldots(1)\text{x}1 \Rightarrow \quad 4a + \cancel{3b} = 29$

$\ldots(2)\text{x}(-3) \Rightarrow \quad -6a - \cancel{3b} = -39$

$+$

$$-2a = -10$$

$$\boxed{a = 5}$$

Resolución

Reemplazaremos en (2):

$$2a + 1b = 13$$

$$2(5) + 1b = 13$$

$$\boxed{b = 3}$$

✓ El precio unitario de la pulsera: "5" soles

✓ El precio unitario del arete: "3" soles

Por lo tanto Alicia pagará por 1 pulsera y 1 arete S/ 8

CLAVE E

Problema 05

El área a pintar de una pared es $2xy$ u². Si los valores de x e y están en el sistema de ecuaciones siguiente

$$\begin{cases} x - y = 15 \ldots (1) \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \ldots (2) \end{cases}$$

Calcular el área a pintar en u²

Resolución

En la ecuación (1) aplicamos la identidad notable Diferencia de Cuadrados

$$x - y = 15 \Rightarrow \underbrace{(\sqrt{x} + \sqrt{y})}_{5}\underbrace{(\sqrt{x} - \sqrt{y})}_{3} = 15$$

Luego

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} + \cancel{\sqrt{y}} = 5 \\ \sqrt{x} - \cancel{\sqrt{y}} = 3 \\ \hline 2\sqrt{x} = 8 \end{array} \quad +$$

$$\sqrt{x} = 4$$

$$\boxed{x = 16}$$

Reemplazamos en (1)

$$16 - y = 15$$

$$\boxed{y = 1}$$

Nos piden $2xy$

$$2(16)(1)$$

$$\boxed{32}$$

CLAVE E

Problemas Propuestos

- Problema 06
- Problema 07
- Problema 08
- Problema 09
- Problema 10

HELICO WORKSHOP

Problema 06

Si el Sistema

$$\begin{aligned}(a+4)x+(b+1)y &= 24\\(a-2)x+(b-3)y &= 8\end{aligned}$$

es compatible indeterminado, calcule $a+b$.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 10 E) 15

Problema 07

Si el Sistema

$$\begin{aligned}(2+m)x+4y &= 9\\(1+2m)x+5y &= 7\end{aligned}$$

es incompatible, halle el valor de m.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 1/2

Problema 08

Halle el valor de $\boldsymbol{a-b}$ en:

$$\begin{cases}(a+b)x+(a-b)y=15\\(2a-3b)x-(2a-5b)y=12\end{cases}$$

tiene como solución $x=3$; $y=2$.

A) −9 B) −8 C) −10
D) 9 E) 8

Problema 09

Julia pregunta por 2 artículos a y b para comprar y recibe la siguiente información:

- Si adquiere 5 artículos a y 4 artículos, b tendría que pagar S/48.
- Si adquiere 3 artículos a y 2 artículos, b tendría que pagar S/28.

¿Cuánto pagaría por 2 artículos a y 1 artículo b?

A) S/14 B) S/16 C) S/18
D) S/20 E) S/22

Problema 10

En la granja del señor Manuel hay gallinas, pavos y cerdos; se sabe que entre gallinas y pavos se cuentan 8 animales, entre pavos y cerdos se cuentan 13 animales, entre gallinas y cerdos se cuentan 11 animales.

Calcule la diferencia de cerdos y gallinas.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5