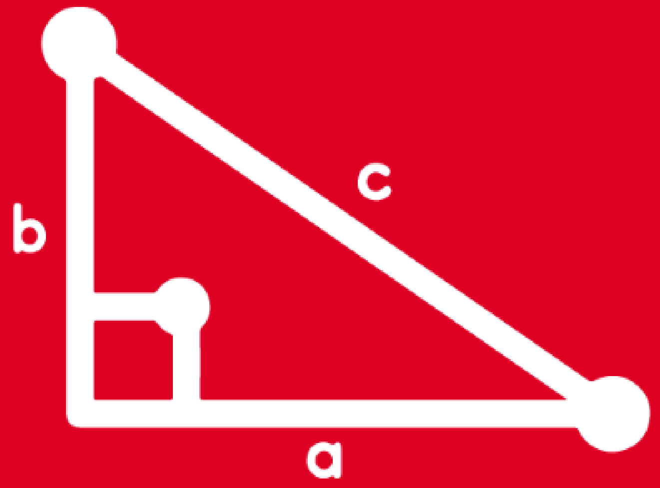
TRIGONOMETRY

Chapter 08

5th
SECONDARY



REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE I

SACO OLIVEROS

HELICO - MOTIVACIÓN

SISTEMA DE RADAR

El radar es un sistema electrónico que permite detectar objetos y determinar la distancia y su velocidad.

Ello lo realiza proyectando ondas de radio que son reflejadas por el objeto y recibidas de nuevo por la antena.

La antena de radar gira 360º en un mismo sentido a velocidad constante y mostrando la señal en la pantalla.

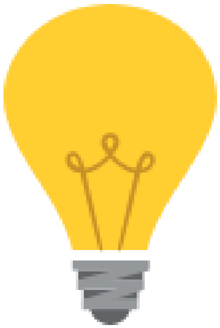
Transmisor / Receptor

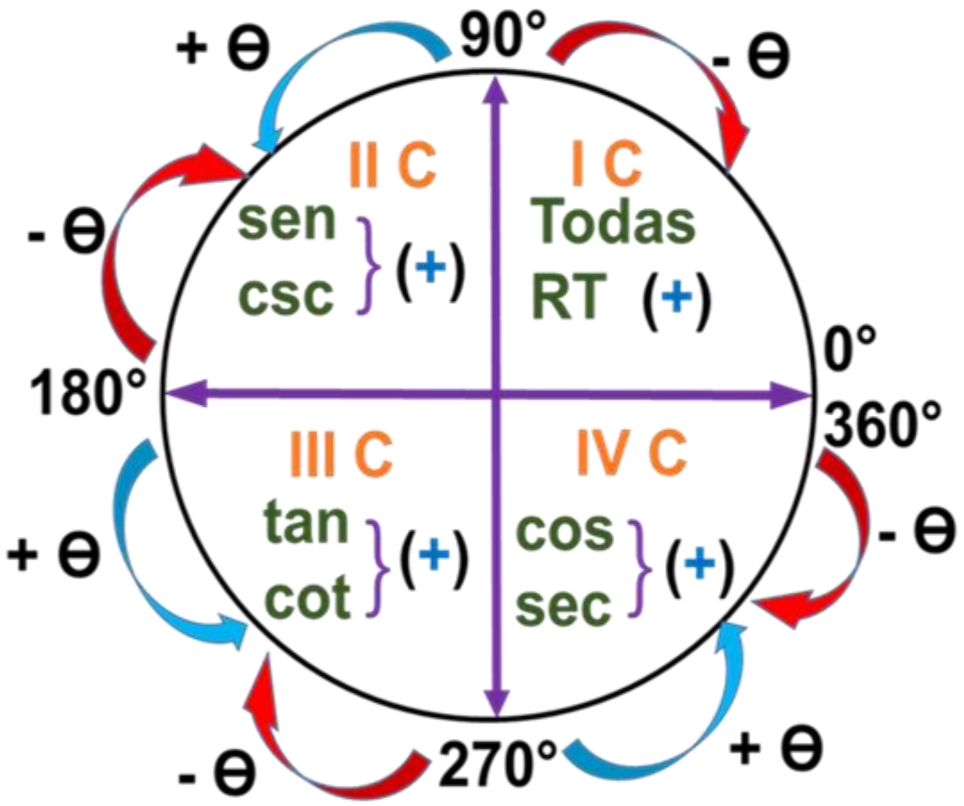
Pantalla de radar

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

1er CASO : Para ángulos positivos menores a una vuelta .

Considerando como referencia a un ángulo agudo ϴ, podemos descomponer y ubicar a otros ángulos positivos y menores de una vuelta en sus respectivos cuadrantes, así :





Luego :

$$RT\begin{bmatrix} 180° \pm \theta \\ 360° - \theta \end{bmatrix} = \pm RT(\theta)$$

$$RT\begin{bmatrix} 90° + \theta \\ 270° \pm \theta \end{bmatrix} = \pm \text{CO-RT}(\theta)$$

Ejemplos :

$$\text{sen}(\underbrace{180° - \theta}_{\text{II C}}) = \text{sen}\theta$$

$$\cot(\underbrace{270° + \theta}_{\text{IV C}}) = -\tan\theta$$

Donde :

El signo (±) será positivo ó negativo según el cuadrante al cual pertenece el ángulo inicial a reducir y de la R.T. que lo afecta .

Co - RT

sen	↔	cos
tan	↔	cot
sec	↔	csc

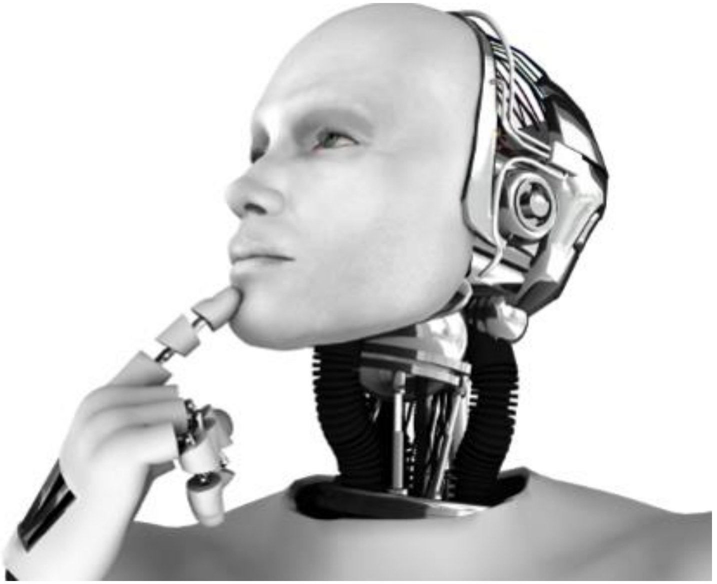
2do CASO : Para ángulos negativos .

$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x)$	$\cos(-x) = \cos(x)$	$\tan(-x) = -\tan(x)$
$\csc(-x) = -\csc(x)$	$\sec(-x) = \sec(x)$	$\cot(-x) = -\cot(x)$

Ejemplos :

Reducir al primer cuadrante :

- $\operatorname{sen}(-30^{o}) = -\operatorname{sen}(30^{o}) = -\dfrac{1}{2}$
- $\cos(-45^{o}) = \cos(45^{o}) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$



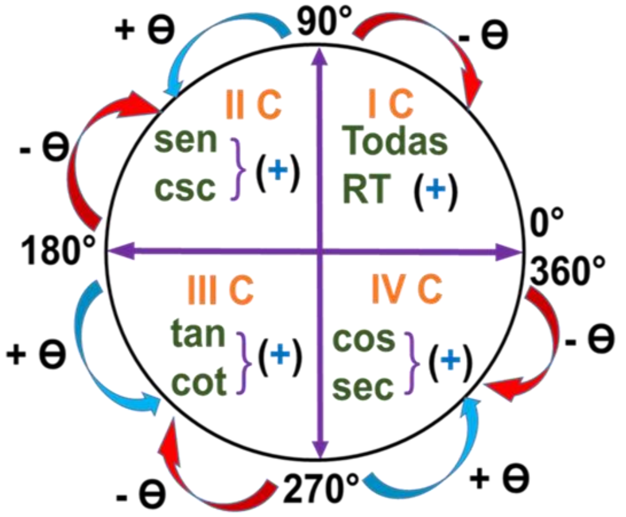
HELICO PRACTICE 1

Reduzca la expresión $F = \dfrac{\operatorname{sen}(180° - x) + \cos(360° - x)}{\operatorname{sen}(270° + x) + \cos(90° + x)}$

RESOLUCIÓN

$$F = \frac{\operatorname{sen}\overbrace{(180° - x)}^{\text{IIC}} + \cos\overbrace{(360° - x)}^{\text{IVC}}}{\operatorname{sen}\underbrace{(270° + x)}_{\text{IVC}} + \cos\underbrace{(90° + x)}_{\text{IIC}}} = \frac{\operatorname{sen}x + \cos x}{(-\cos x) + (-\operatorname{sen}x)} = \frac{1\cancel{(\operatorname{sen}x + \cos x)}}{-1\cancel{(\cos x + \operatorname{sen}x)}}$$

$$\therefore \quad \boxed{F = -1}$$



$$RT\left\{\begin{matrix}180° \pm \theta \\ 360° - \theta\end{matrix}\right\} = \pm RT(\theta)$$

$$RT\left\{\begin{matrix}90° \pm \theta \\ 270° \pm \theta\end{matrix}\right\} = \pm Co\_RT(\theta)$$

HELICO PRACTICE 2

La temperatura T (en °C) en la ciudad de Lima durante el mes de noviembre a una determinada hora t, se calcula por $\mathbf{T(\,t\,) = 20 - 4\cos\left(\frac{\pi t}{12}\ rad\right)}$; donde $\mathbf{t = 0}$ corresponde a la medianoche.- Calcule la temperatura a las 4 de la tarde.

$$RT\begin{Bmatrix} 180° \pm \theta \\ 360° - \theta \end{Bmatrix} = \pm RT(\theta)$$

RESOLUCIÓN

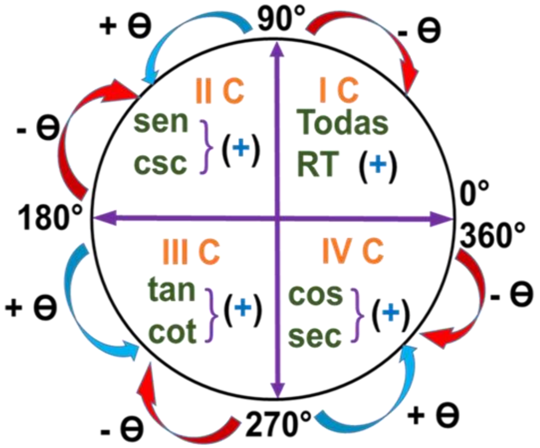
Recordar : 4 pm = 12 h + 4 h = 16 h ➡ t = 16

Luego :

$$T(\,16\,) = 20 - 4\cos\left(\frac{180°\,(\,16\,)}{12}\right) = 20 - 4\cos 240°$$

$$T(\,16\,) = 20 - 4\cos\,(\underbrace{180° + 60°}_{\text{IIIC}}) = 20 - 4\,(\,-\cos 60°\,)$$

$$T(\,16\,) = 20 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 20 + 2 = 22$$



∴ La temperatura a las 4 de la tarde es de 22°C

HELICO PRACTICE 3

A Lucía se le entregó S/. x como incentivo por sus buenas calificaciones. Resolviendo la siguiente ecuación podrá averiguar con cuánto se le premió.

$$5\sec(-60°) + x\ \tan(-45°) = 25\,\mathrm{sen}(-53°)$$

RESOLUCIÓN

Recordar :

- sen(– α) = – senα
- sec(– α) = secα
- tan(– α) = – tanα

$$5\sec(-60°) + x\ \tan(-45°) = 25\,\mathrm{sen}(-53°)$$

Luego :

$$5\sec 60° + x\ (-\tan 45°) = 25\ (-\mathrm{sen}\,53°)$$

$$5(2) + x\,(-1) = 25\ \left(-\frac{4}{5}\right)$$

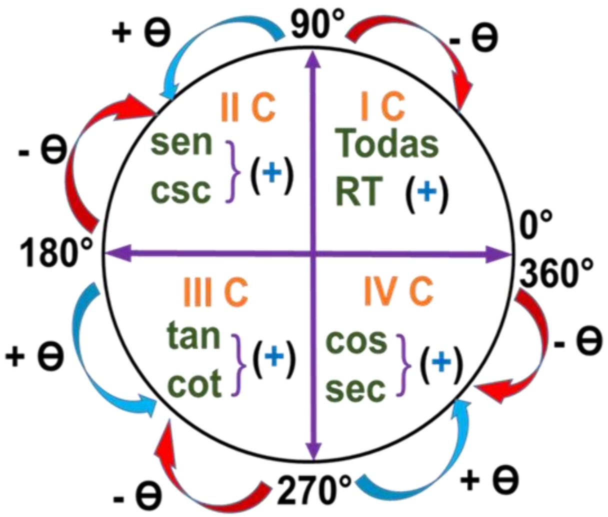
$$10 - x = -20 \quad \Rightarrow \quad x = 30$$

$\therefore$ A Lucía se le premió con S/. 30

HELICO PRACTICE 4

Si se sabe que el producto del seno del complemento de un ángulo agudo con el coseno del suplemento del mismo ángulo es $-\dfrac{9}{25}$; calcule la tangente al cuadrado de dicho ángulo.

Recordar :



$$RT\left\{\begin{matrix}90^\circ \pm \theta \\ 270^\circ \pm \theta\end{matrix}\right\} = \pm \text{Co\_RT}(\theta)$$

$$RT\left\{\begin{matrix}180^\circ \pm \theta \\ 360^\circ - \theta\end{matrix}\right\} = \pm RT(\theta)$$

RESOLUCIÓN

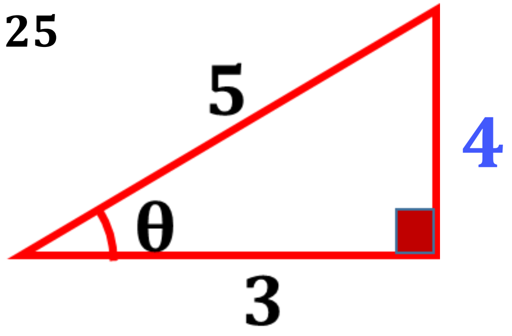
Dato :

$$\text{sen}(\underbrace{90^\circ - \theta}_{IC}) \,.\, \cos(\underbrace{180^\circ - \theta}_{IIC}) = -\frac{9}{25}$$

$$\cos\theta \,.\, (-\cos\theta) = -\frac{9}{25}$$

$$\cos^2\theta = \frac{9}{25}$$

$$\cos\theta = \frac{3}{5}$$



Luego : $\tan^2\theta = \left(\dfrac{4}{3}\right)^2$

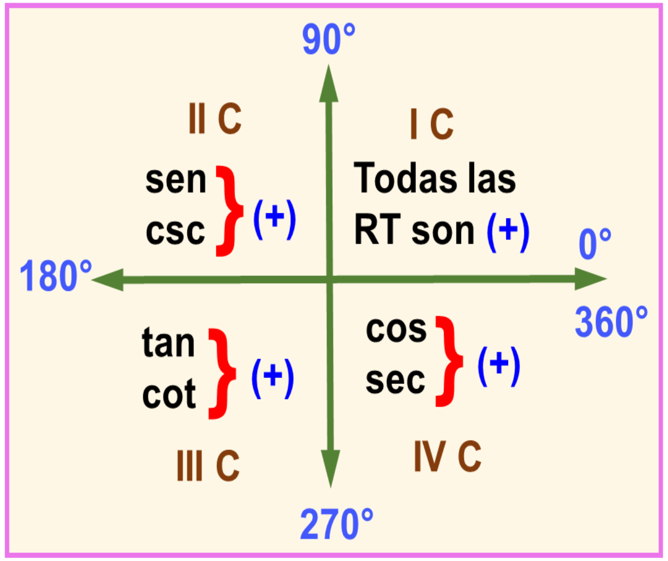
$$\boxed{\therefore \tan^2\theta = \frac{16}{9}}$$

HELICO PRACTICE 5

En un triángulo ABC, reduzca :

$$M = \frac{\tan(B + C)}{\cot\left(\frac{3A + B + C}{2}\right)}$$

Recordar :



$$\boxed{RT\begin{Bmatrix} 180° \pm \theta \\ 360° - \theta \end{Bmatrix} = \pm RT(\theta)}$$

$$\boxed{RT\begin{Bmatrix} 90° \pm \theta \\ 270° \pm \theta \end{Bmatrix} = \pm Co\_RT(\theta)}$$

RESOLUCIÓN

Propiedad : $A + B + C = 180°$

Luego :

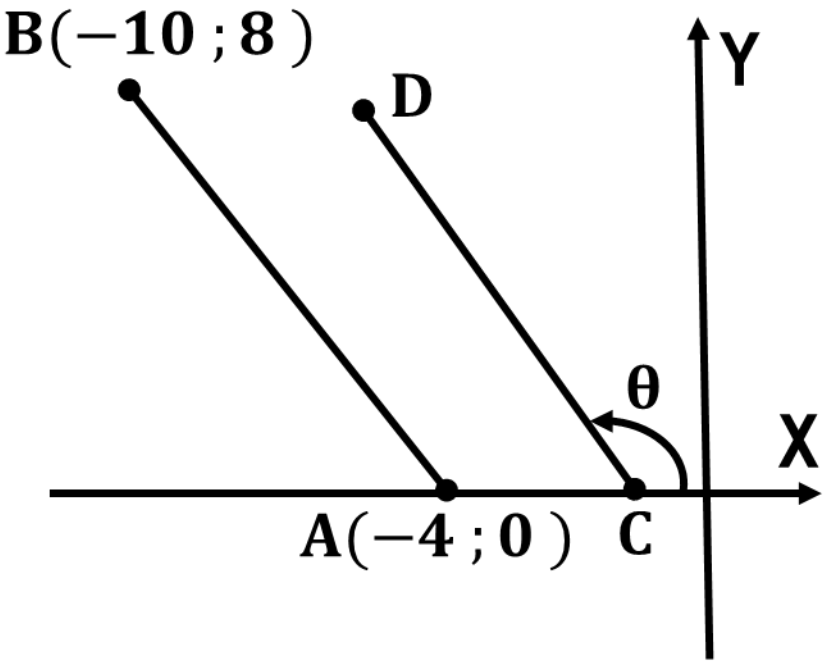
$$M = \frac{\tan(B + C)}{\cot\left(\frac{3A + B + C}{2}\right)} = \frac{\tan(180° - A)}{\cot\left(\frac{180° + 2A}{2}\right)}$$

$$M = \frac{\tan(\overbrace{180° - A}^{IIC})}{\cot(\underbrace{90° + A}_{IIC})} = \frac{-\tan A}{-\tan A}$$

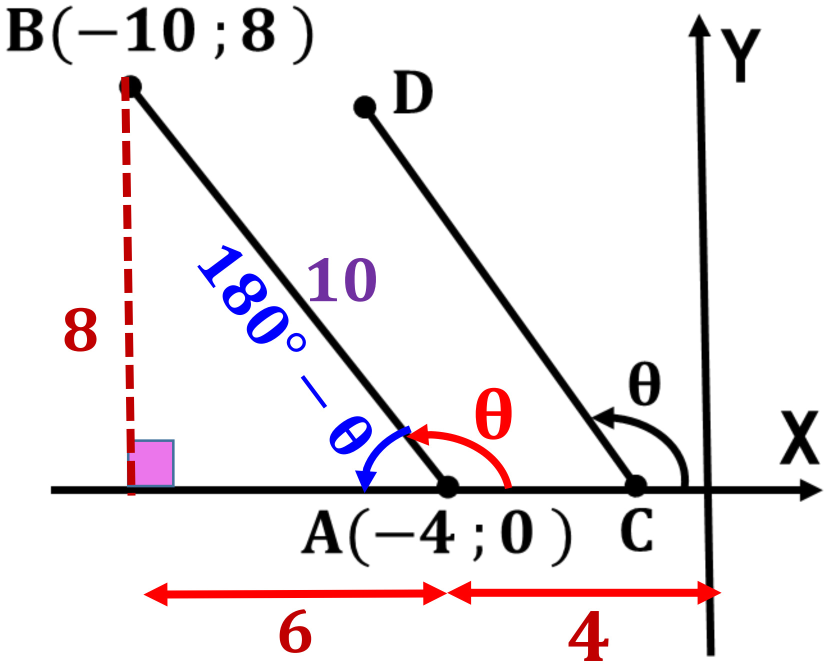
$$\boxed{\therefore\ M = 1}$$

HELICO PRACTICE 6

El GPS muestra a dos carreteras paralelas $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.- Considerando que $1u$ del plano equivale a 1 km ; el valor de $5\cos\theta$ es … ?



RESOLUCIÓN



Según gráfico :

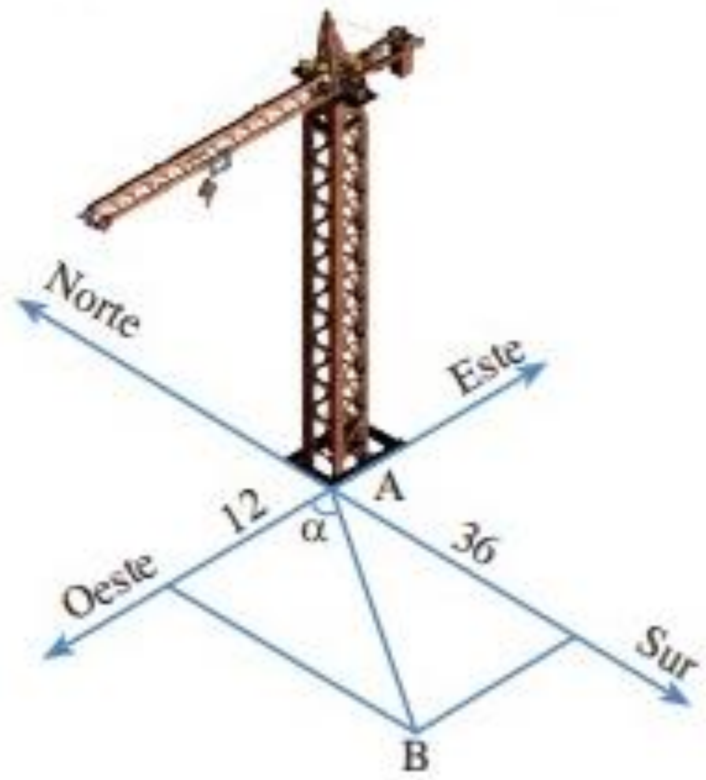
$$\cos(\underbrace{180° - \theta}_{\text{IIC}}) = \frac{6}{10}$$

$$-\cos\theta = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{5\cos\theta = -3}$$

HELICO PRACTICE 7

Una grúa torre tiene su brazo extendido en la dirección Oeste, gira un ángulo agudo α para ubicar un material en el punto B, que se encuentra a 36 m al Sur y a 12 m al Oeste del punto A. - Calcule el tiempo requerido para mover dicho material, si éste se expresa por $T = \left[5\tan(180° + \alpha) - \frac{2\sec(180° - \alpha)}{\sqrt{10}} \right]$ seg

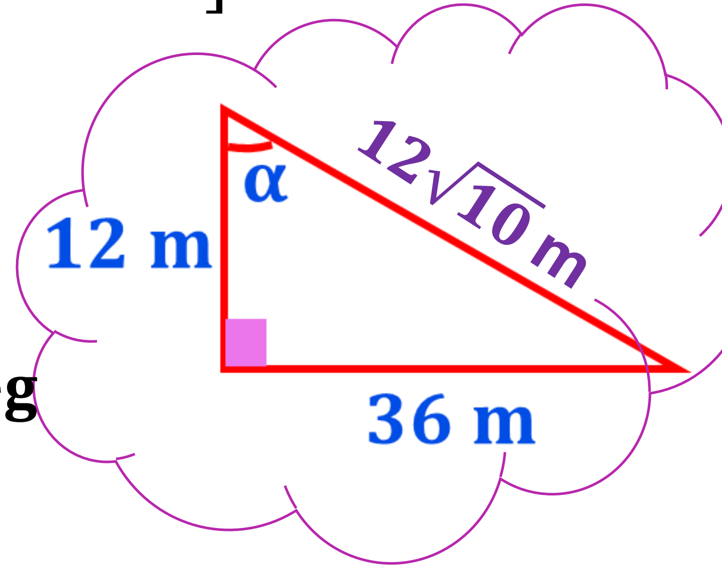


RESOLUCIÓN

$$T = \left[5\tan(\underbrace{180° + \alpha}_{\text{IIIC}}) - \frac{2\sec(\overbrace{180° - \alpha}^{\text{IIC}})}{\sqrt{10}} \right] \text{seg}$$

$$T = \left[5\tan\alpha - \frac{2(-\sec\alpha)}{\sqrt{10}} \right] \text{seg}$$

$$T = \left[5\left(\frac{36}{12}\right) - \frac{2}{\sqrt{10}}\left(-\frac{12\sqrt{10}}{12}\right) \right] \text{seg}$$



$\therefore$ **T = 17 seg**

SACO OLIVEROS