ALGEBRA

Chapter 10

4th
SECONDARY

BINOMIO DE NEWTON

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

¿Puedes calcular mentalmente e indicar cuantos términos genera el siguiente binomio de newton y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

$$\left(x^4 + 2 + \frac{1}{x^4}\right)^{10}$$

Rpta. 21 términos

HELICO THEORY

CHAPTHER 01

SACO OLIVEROS

BINOMIO DE NEWTON

I) EXPANSIÓN DEL DESARROLLO DEL BINOMIO DE NEWTON

$$(a+b)^2 = C_0^2 a^2 + C_1^2 ab + C_2^2 b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = C_0^3 a^3 + C_1^3 a^2 b + C_2^3 ab^2 + C_3^3 b^3$$
$$= a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

Características del desarrollo $(a+b)^n$

1.- El desarrollo de $(a+b)^n$ *es un polinomio de grado* n

2.- El número de términos del desarrollo de $(a+b)^n$ *es igual a* $(n+1)$

3.- Los coeficientes de los terminos equidistantes de los extremos son números combinatorios complementarios

Término General $(a+b)^n$

1.- $T_{K+1} = C_k^n a^{n-k} b^k$

Donde: (k+1) nos indica la posición que ocupa el Término de dicho desarrollo.

Halle el quinto término en $(x^2+y^3)^6$

Resolución:

$$T_5 = T_{4+1} = C_4^6 (x^2)^{6-4} (y^3)^4$$

$$\boxed{T_5 = 15x^4y^{12}}$$

Término Central $(a+b)^n$

Si "n" es PAR → existe un término central

$$T_{central} = T_c = T_{\frac{n}{2}+1}$$

Ejemplo:

Halle el término central en $(x^2+y^3)^8$

Resolución:

$$T_c = T_{\frac{8}{2}+1} = C_4^8 (x^2)^{8-4} (y^3)^4$$

$$T_c = T_5 = 70x^8y^{12}$$

Término Central $(a+b)^n$

Si “n” es **IMPAR** → existe dos términos centrales

$$Lugar\left(T_{c_1}\right)=\frac{n+1}{2}$$

$$Lugar\left(T_{c_2}\right)=\frac{n+3}{2}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 01

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Si el número de términos de: $(x^2-10x+25)^{17}$ es $3n-4$, halle el valor de n.

Resolución

$\Rightarrow (x^2-10x+25)^{17}$

$\Rightarrow ((x-5)^2)^{17}$

$\Rightarrow (x-5)^{34}$ $\Rightarrow$ Tiene términos 34+1

$\Rightarrow$ 3n-4=35

$\Rightarrow$ $\boxed{n=13}$

PROBLEMA 2

Determine el décimo término del desarrollo de:

$$\left(125x^6 + \frac{1}{5x}\right)^{12}$$

Resolución

n= 12 k= 9

$$C_9^{12}\left(5^3x^6\right)^{12-9}\left(\frac{1}{5x}\right)^9$$

$$t_{10} = C_3^{12}\left(\cancel{5^9}x^{18}\right)\left(\frac{1}{\cancel{5^9}x^9}\right)$$

$$t_{10} = \frac{(\overset{2}{\cancel{12}})(11)(10)}{\cancel{(3)(2)}(1)}x^9$$

$$\boxed{t_{10} = 220x^9}$$

PROBLEMA 3

Indique el coeficiente del término de lugar 11 en

M(x)= $(x^3 + x^5)^{15}$

Resolución

n= 15

$$t_{11} = t_{10+1} = C^{15}_{10}(x^3)^{15-10}(x^5)^{10}$$

Coeficiente= C^{15}_{5}

$$\text{Coeficiente}= \frac{(\overset{3}{\cancel{15}})(\overset{7}{\cancel{14}})(13)(\cancel{12})(11)}{(\cancel{5})(\cancel{4})(\cancel{3})(\cancel{2})(1)} = \boxed{3003}$$

PROBLEMA 4

Si el octavo término de $S(x) = \left(x^7 + x^5\right)^a$ tiene como grado absoluto 56, halle el número de términos.

Resolución

n= a

$$t_8 = t_{7+1} = C_7^a \left(x^7\right)^{a-7} \left(x^5\right)^7$$

$$x^{7a-49} . x^{35}$$

7a-49+35=56

7a=70

a=10

Número términos=11

PROBLEMA 5

Obtenga el lugar que ocupa el término independiente en

$$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{90}$$

Resolución

$\Rightarrow$ n=90

$$t_{K+1}=C_k^{90}\left(\sqrt[3]{x}\right)^{90-k}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{K}$$

$$t_{K+1}=C_k^{90}(x)^{\frac{90-k}{3}}\,(x)^{\frac{-2}{3}k}$$

$$t_{K+1}=C_k^{90}(x)^{\frac{90-k\ -2k}{3}}$$

$$(x)^{\frac{90-3k}{3}}=x^{0}\ \Rightarrow\ K=30$$

RECORDAR

$$(a+b)^n$$

$$t_{k+1}=c_k^n\,a^{n-k}\,b^k$$

$$t_{K+1}=\ t_{31}$$

PROBLEMA 6

José dispone de una cantidad en soles igual al coeficiente del término central del desarrollo $(x^7 + y^3)^{12}$ para distribuirlo en partes iguales a sus 3 hijos todos los meses .¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Resolución

$$t_c = t_{\frac{12}{2}} + 1$$

$$t_c = t_7$$

$$t_7 = t_{6+1}$$

K= 6
n=12

$$t_7 = C_6^{12}(x^7)^6(y^3)^6$$

$$t_7 = C_6^{12}\ x^{42}.y^{18}$$

Recordar

$$t_c = t_{\frac{n}{2}} + 1$$

Piden coeficiente

$$C_6^{12} = \frac{(\overset{2}{\cancel{12}})(11)(\overset{2}{\cancel{10}})(\overset{3}{\cancel{9}})(\cancel{8})(7)}{(\cancel{6})(\cancel{5})(\cancel{4})(\cancel{3})(\cancel{2})(1)}$$

=924/3 =308 Rpta.

PROBLEMA 7

$$El\ coeficiente\ de\ x^{12}\ en\ el\ desarrollo\ de\ \left(x^4+1\right)^{15}\ coincide\ con\ el\ precio\ de\ un\ celular.\ ¿Cual\ es\ el\ costo\ de\ dicho\ celular.?$$

Resolución

Sea: $\left(x^4+1\right)^{15}$ ➡ $\boxed{n=15}$

$$t_{k+1}=C_k^{15}\left(x^4\right)^{15-k}(1)^k$$

Por dato $=(x)^{12}$

$$\boxed{k=4}$$

Luego: $C_4^{15}=\dfrac{15.14.13.12}{4.3.2.1}=1365$

RECORDAR

$$(a+b)^n$$

$$t_{k+1}=c_k^n\ a^{n-k}\ b^k$$

$$\boxed{Costo\ del\ celular=S/1365}$$