GEOMETRY

Chapter 16

5th
SECONDARY

SACO OLIVEROS

POLIEDROS REGULARES

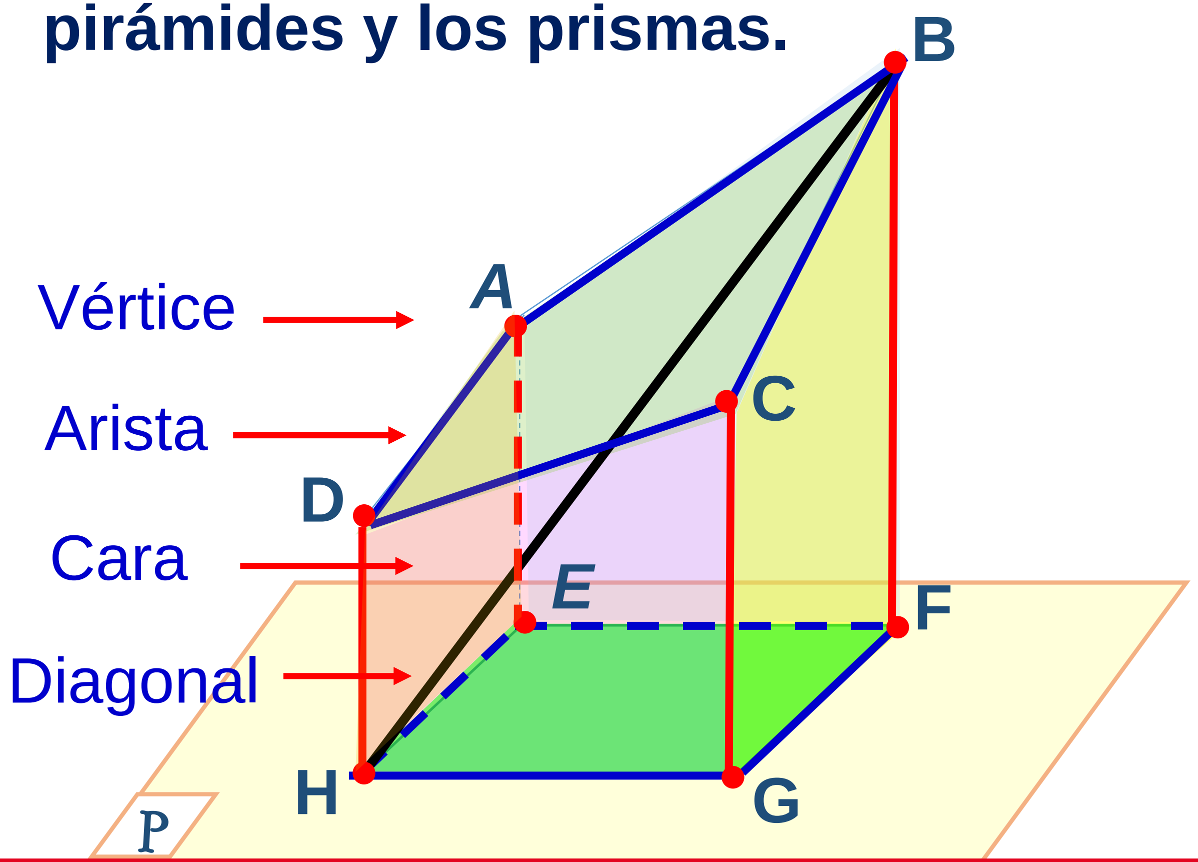
Dentro de las infinitas formas poliédricas que existen, hay unas que por sus simetrías, han ejercido siempre una gran atracción sobre los hombres, se igualan los tamaños de los poliedros regulares, también conocidos como sólidos platónicos, siendo Platón quien los estudio en primera instancia y asociándolos con elementos de la naturaleza.

(Fuego) (Tierra) (Aire) (Universo) (Agua)

POLIEDROS

POLIEDROS

Son aquellas figuras geométricas limitadas por cuatro o más regiones poligonales. Los poliedros más conocidos son las pirámides y los prismas.



Diagonal de un poliedro

Es el segmento de recta que une dos vértices no pertenecientes a una misma cara.

Teoremas de Euler

1. En todo poliedro convexo se cumple que el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas amentados en dos.

$$\boxed{C + V = A + 2}$$

Donde

C: caras
V: vértices
A: aristas

2. En todo poliedro, la suma de las medidas de los ángulos internos de todas sus caras es igual a 360º multiplicado por el número de vértices menos 2.

$$\Sigma \sphericalangle \text{ caras} = 360°(V - 2)$$

donde V: número de vértices.

Además:

$$\Sigma \sphericalangle \text{ caras} = 360°(A - C)$$

donde A: número de aristas

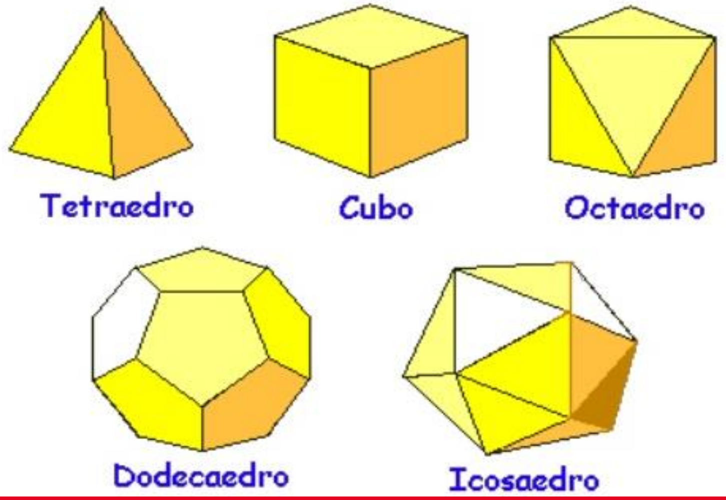
C: número de caras

POLIEDROS REGULARES

Son aquellos poliedros convexos cuyas caras son regiones poligonales congruentes entre sí y en cada vértice concurren igual números de aristas.

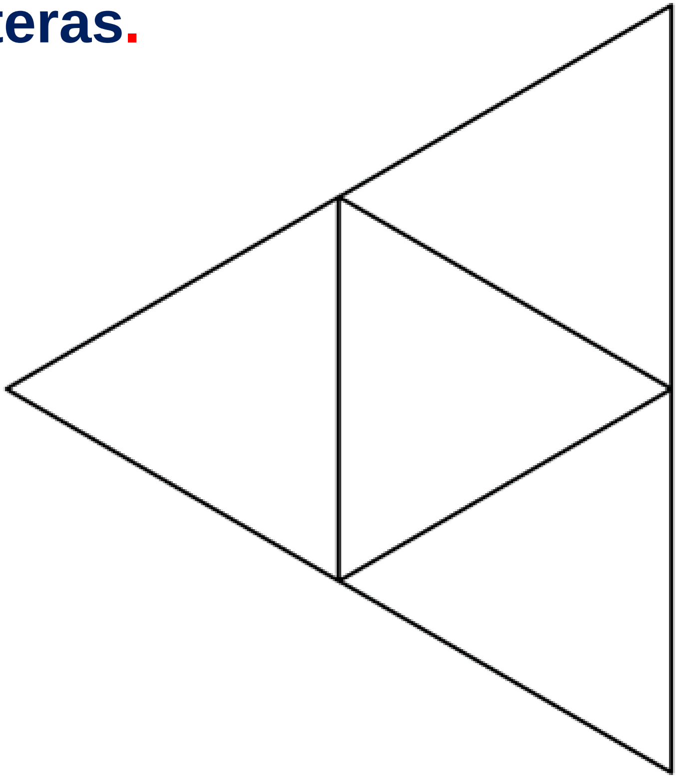
Todo poliedro regular se puede inscribir y circunscribir en una superficie esférica, el centro de dichas superficies es el centro de poliedro regular.

Solo existen 5 poliedros regulares



TETRAEDRO REGULAR

Sus caras son regiones triangulares equiláteras.

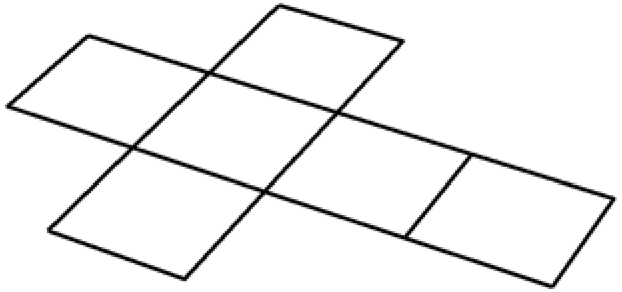


Not ABC

$S_T = a^2\sqrt{3}$
$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

HEXAEDRO REGULAR (CUBO)

Sus caras son regiones cuadradas.

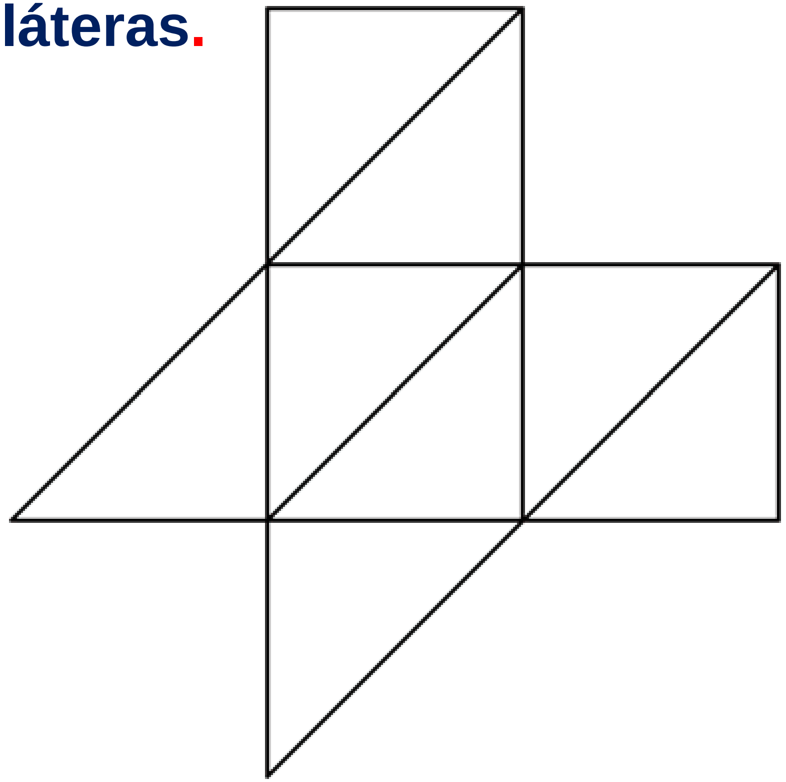


Notaci EFGH

$V = a^3$
$d = a\sqrt{2}$

OCTAEDRO REGULAR

Sus caras son regiones triangulares equiláteras.

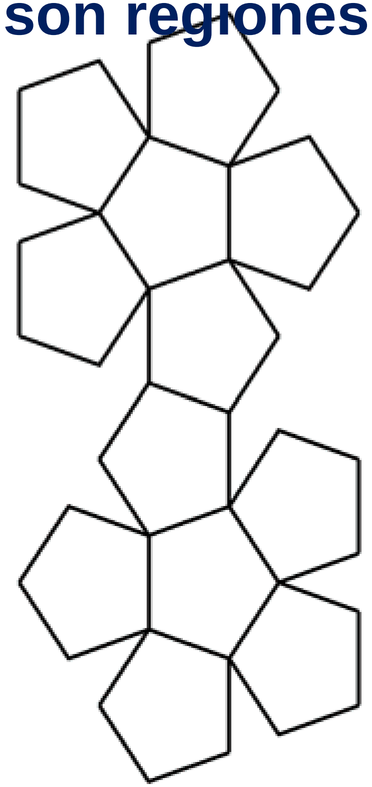


Nota **CD – N**

$d = a\sqrt{2}$
$S_T = 2a^2\sqrt{3}$
$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

DODECAEDRO REGULAR

Sus caras son regiones pentágonales regulares.

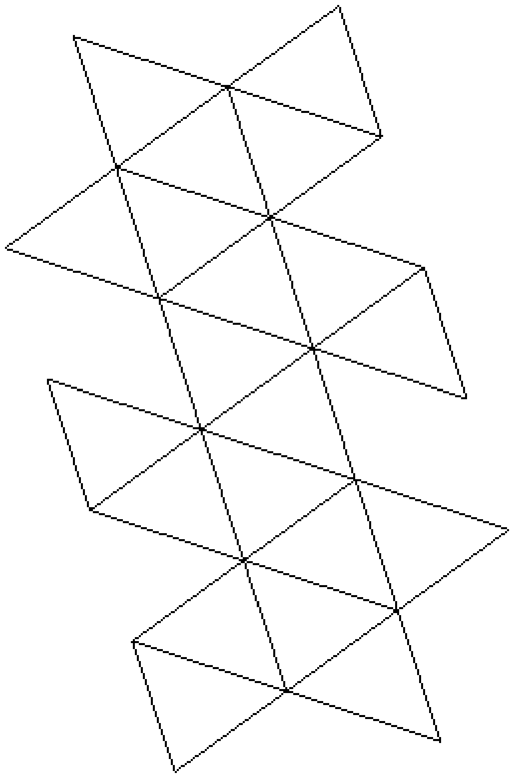


$$S_T = 12.p.r$$

p: semiperímetro del pentágono regular

ICOSAEDRO REGULAR

Sus caras son triángulos equiláteros.

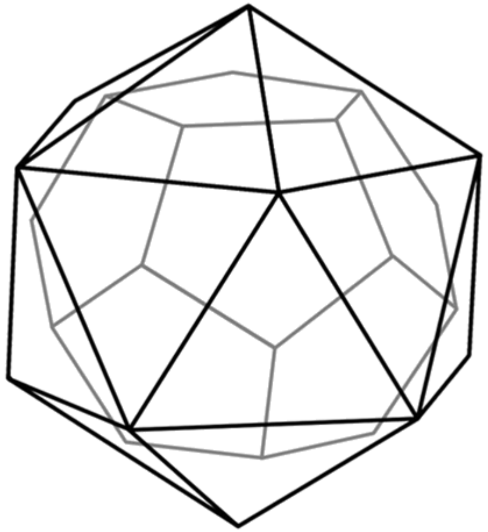


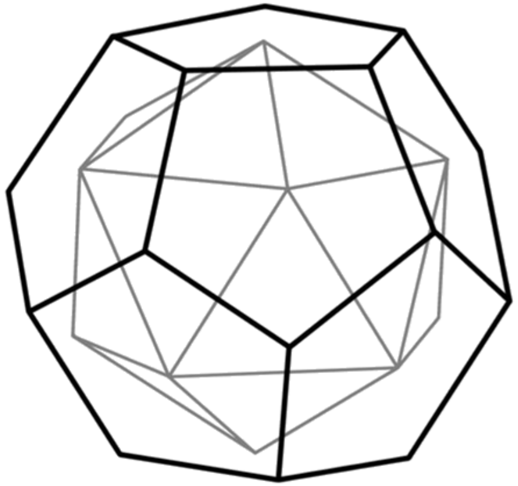
$$A_T = 5a^2\sqrt{3}$$

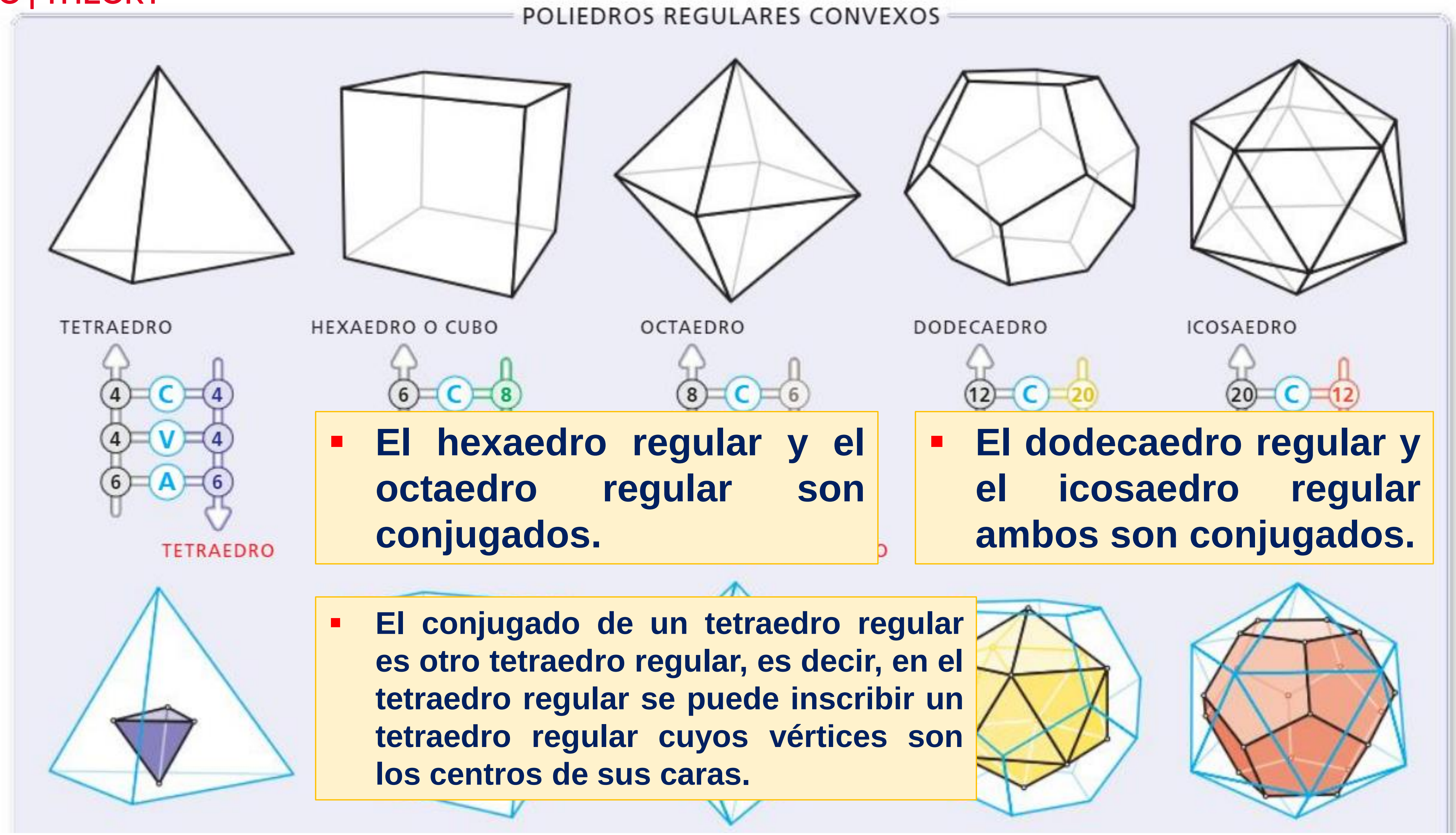
POLIEDROS CONJUGADOS

Dos poliedros son conjugados cuando el número de caras de uno de ellos es igual al número de vértices del otro.

- Todo poliedro regular puede ser inscrito en su correspondiente poliedro conjugado.







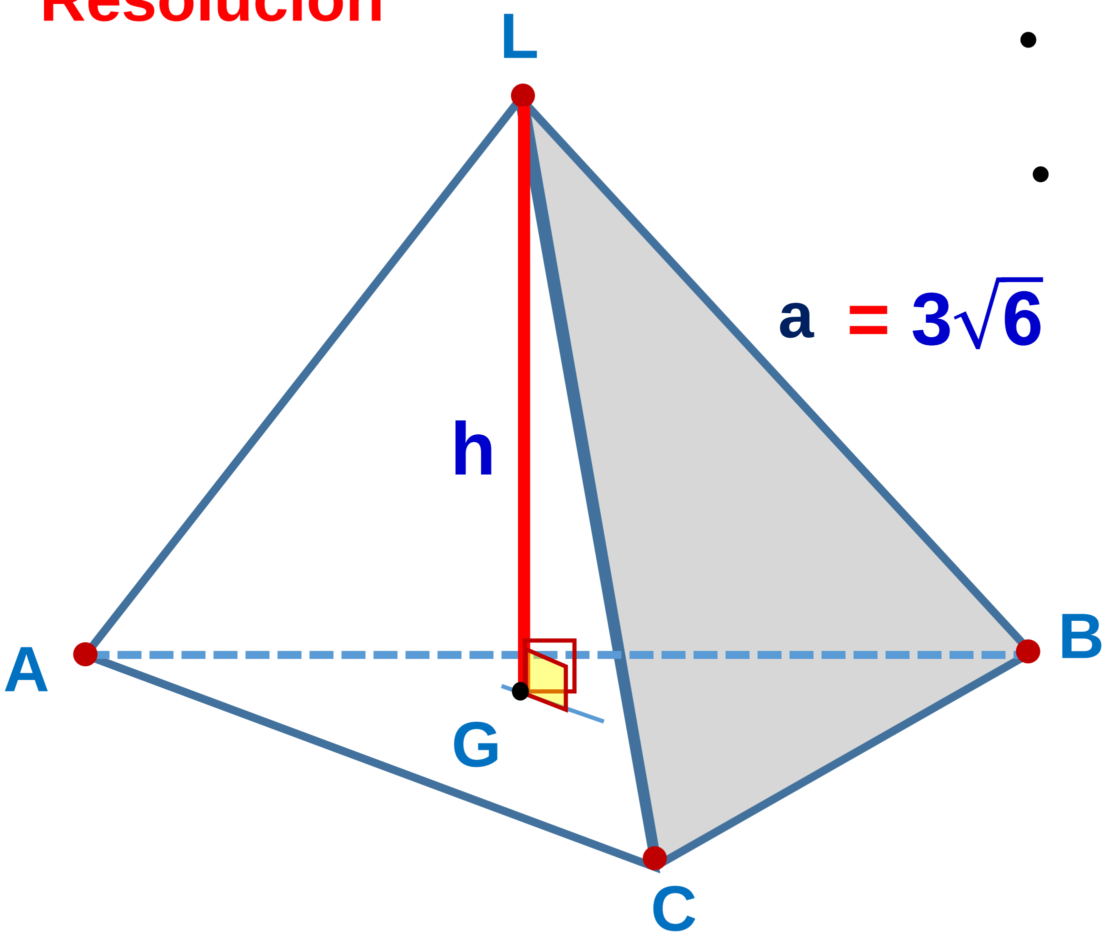
- El hexaedro regular y el octaedro regular son conjugados.

- El dodecaedro regular y el icosaedro regular ambos son conjugados.

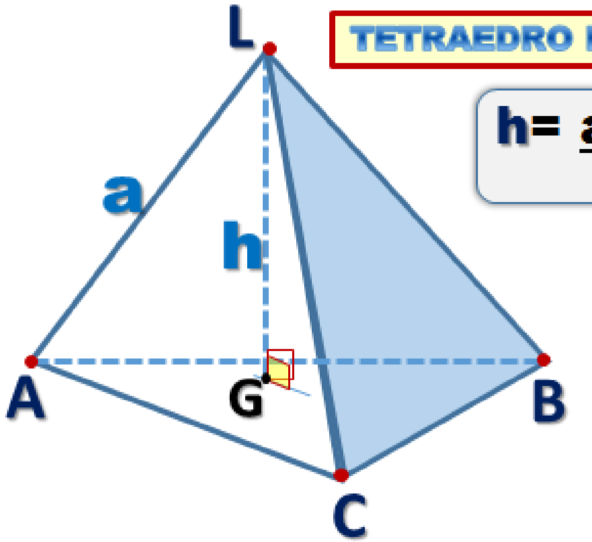
- El conjugado de un tetraedro regular es otro tetraedro regular, es decir, en el tetraedro regular se puede inscribir un tetraedro regular cuyos vértices son los centros de sus caras.

1. Halle la longitud de la altura de un tetraedro regular, si su arista es $3\sqrt{6}$ u.

Resolución



- Piden: h
- Por teorema:

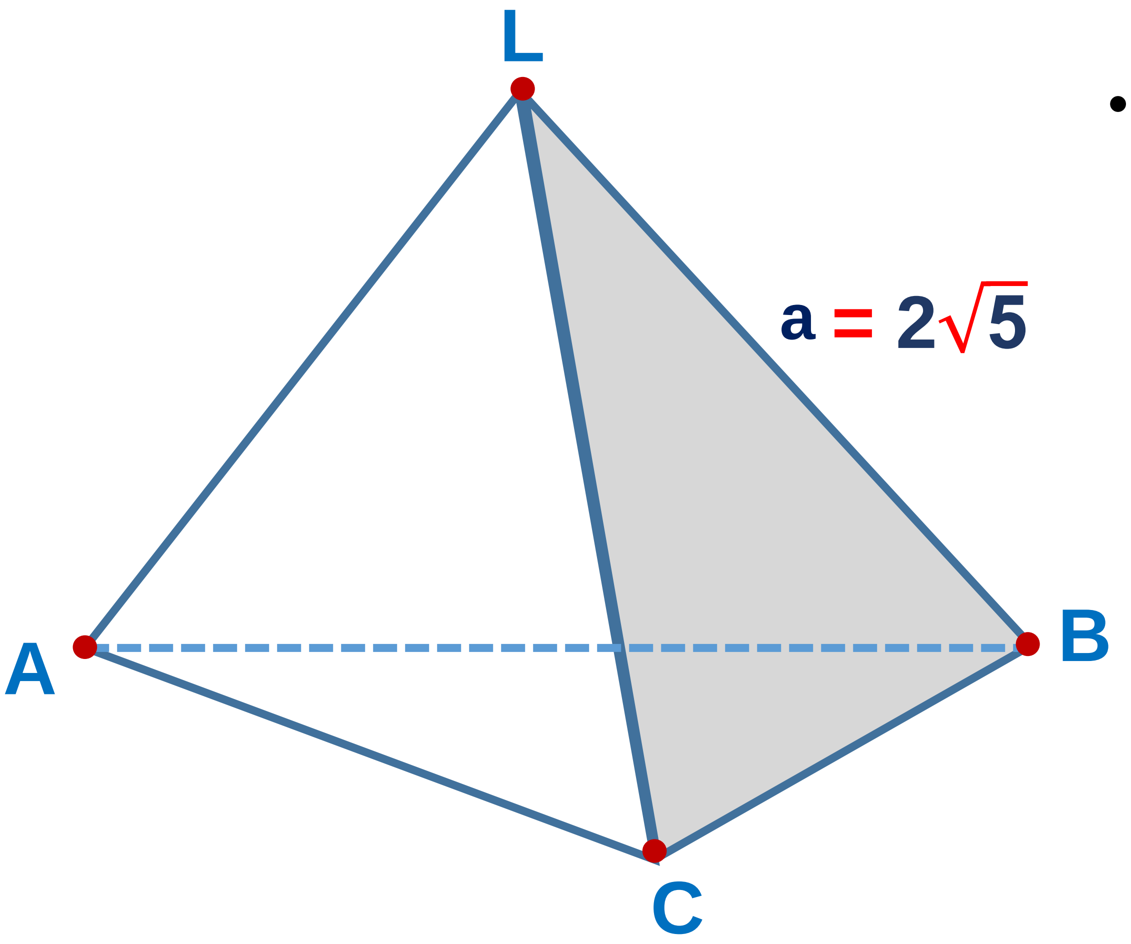


$$h = \frac{\cancel{3}\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}}{\cancel{3}}$$

$$\boxed{h = 6 \text{ u}}$$

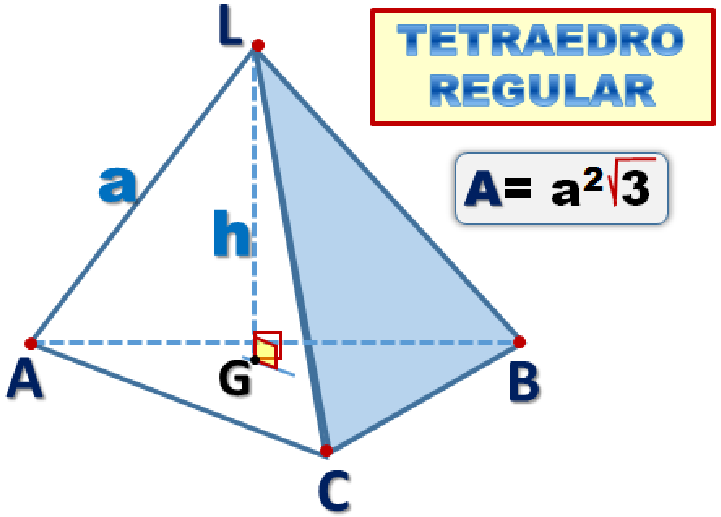
2. Calcule área de la superficie total del tetraedro regular mostrado.

Resolución



- **Piden:** A_{total}

- **Por teorema :**

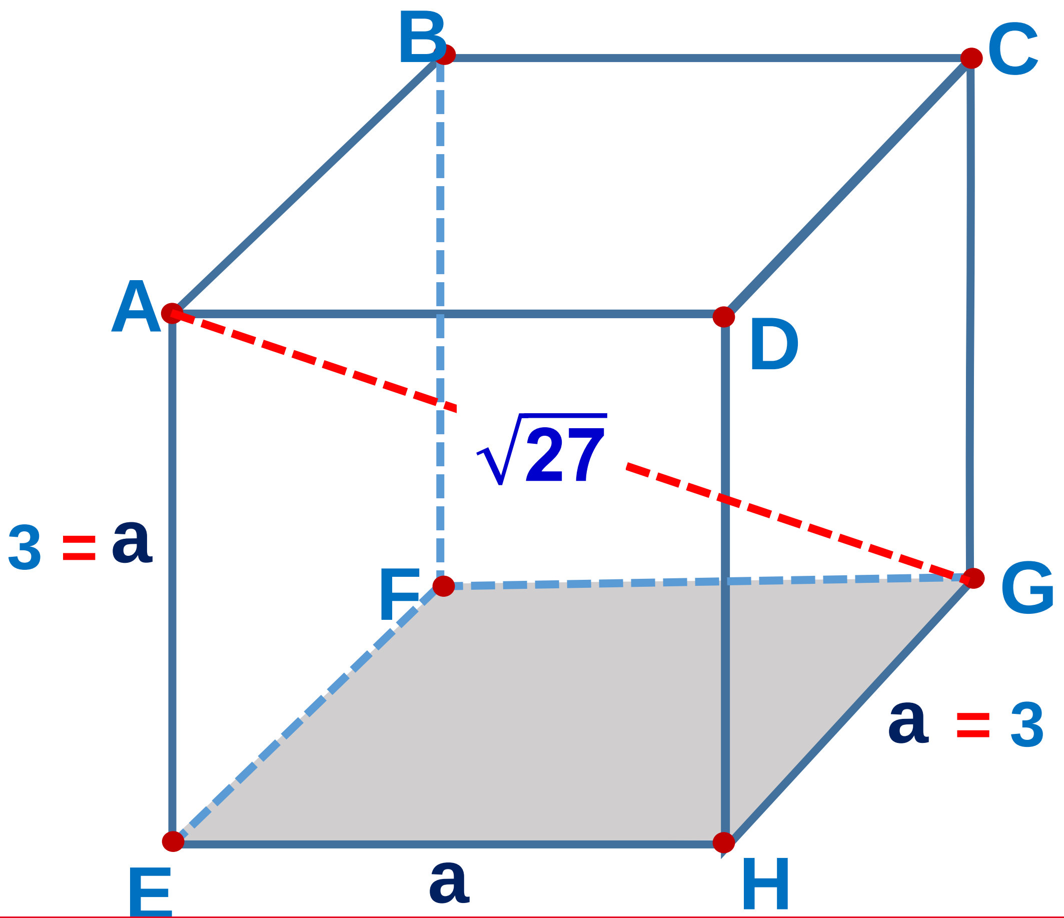


$$A = (2\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\boxed{A = 20\sqrt{3}\ u^2}$$

3. Calcule el volumen del sólido limitado por el hexaedro regular, cuya diagonal mide $\sqrt{27}$ u.

Resolución

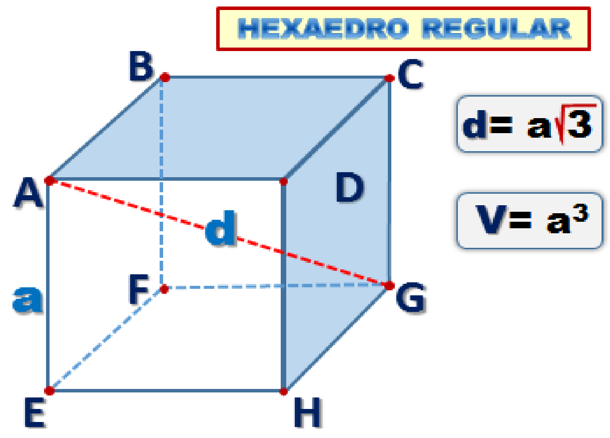


- Piden: Volumen = V
- Del dato:

$$d = \sqrt{27}$$

$$a\cancel{\sqrt{3}} = 3\cancel{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{a = 3}$$



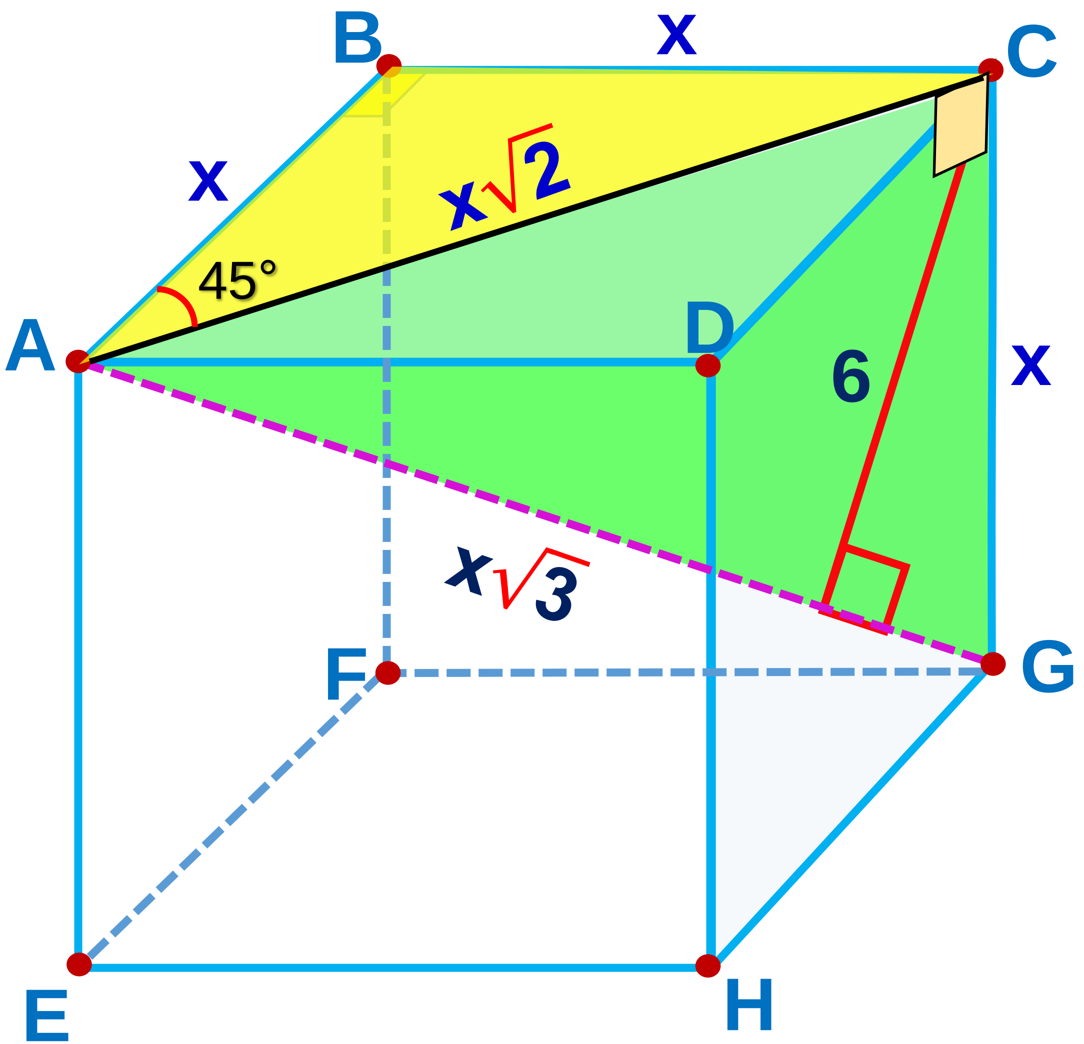
- Reemplazando en el teorema:

$$V = (3)^3$$

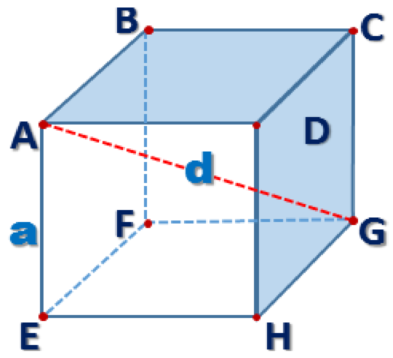
$$\boxed{V = 27\ u^3}$$

4. Halle el valor de x en el hexaedro regular mostrado.

Resolución



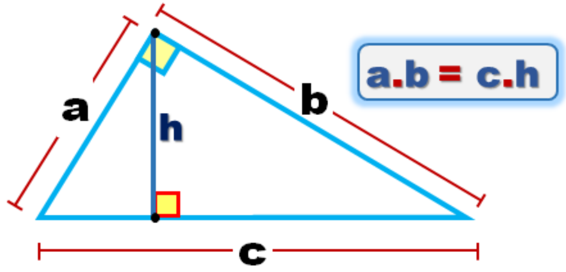
- Piden: x
- Se traza $\overline{AC}$



$d = a\sqrt{3}$

- $\triangle$ ACG : (Por relaciones métricas)

$$(x\sqrt{2})(\cancel{x}) = (\cancel{x}\sqrt{3})(6)$$



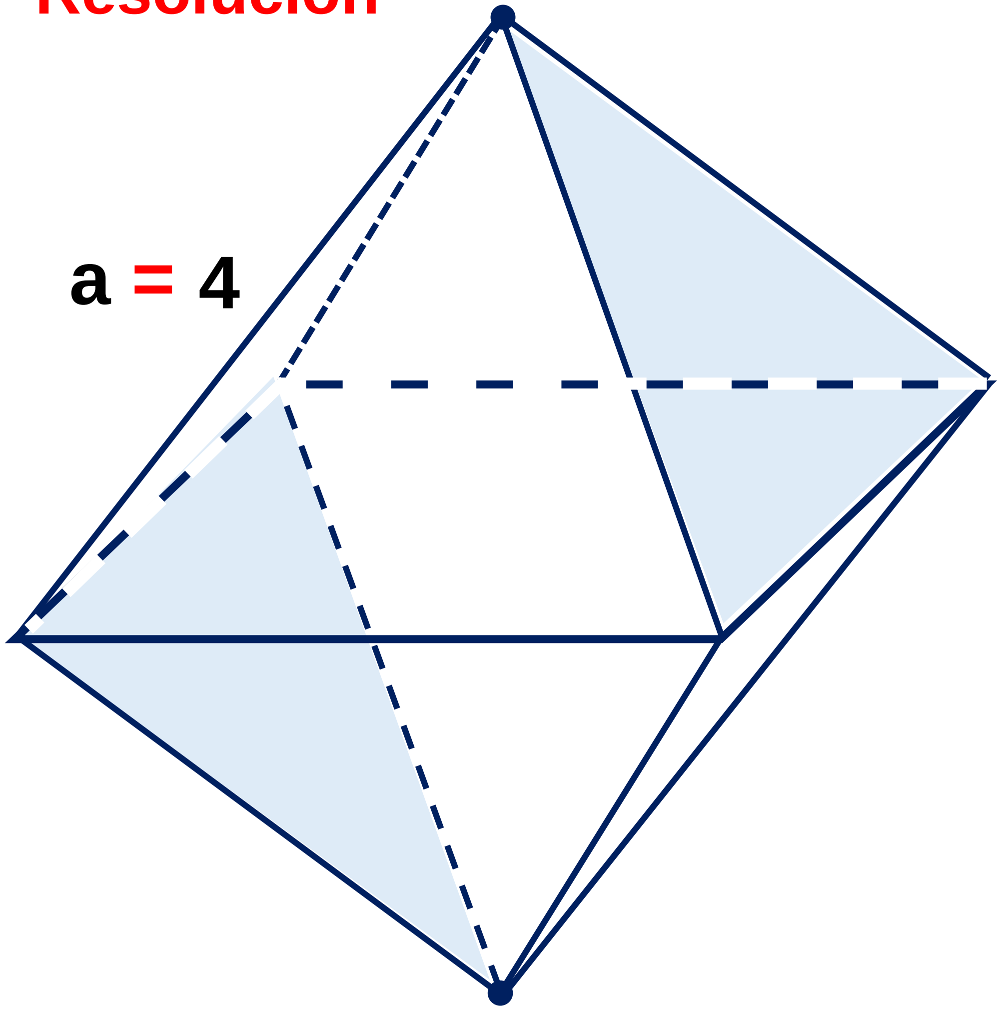
$$x = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\underbrace{\phantom{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}}_{2}$$

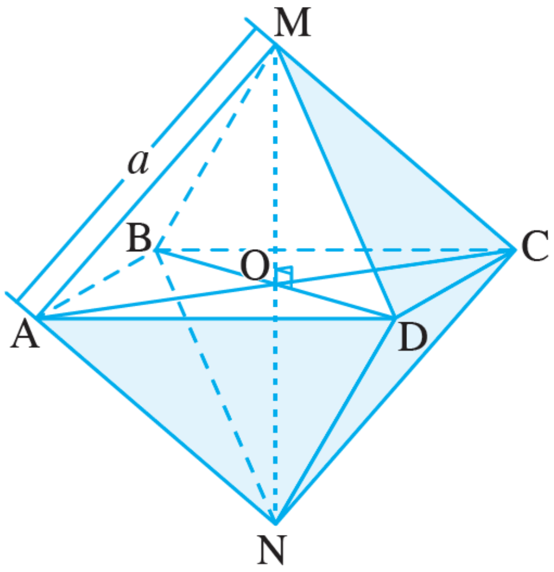
$$\boxed{x = 3\sqrt{6}\ u}$$

5. Calcule el área de la superficie total del octaedro regular mostrado.

Resolución



- **Piden:** A_{total}



- **Por teorema :**

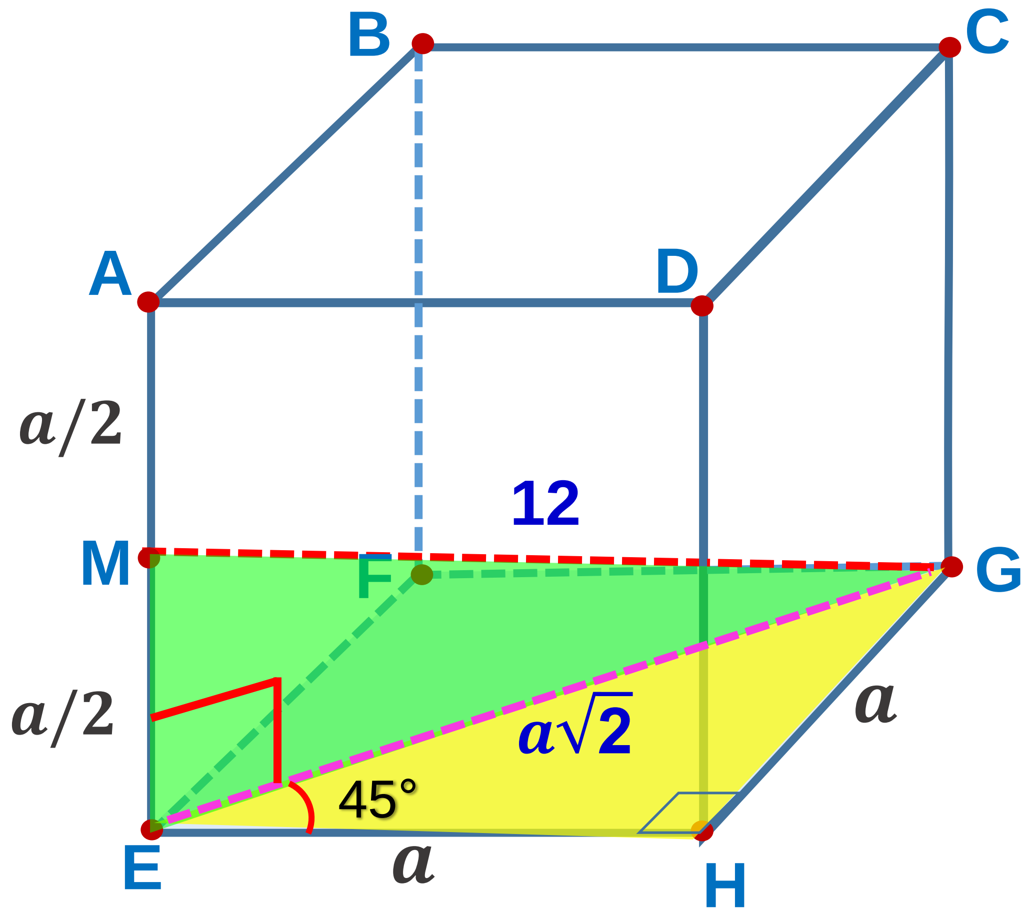
$$\boxed{A = 2(a)^2\sqrt{3}}$$

- **Reemplazando en el teorema:**

$$A = 2(4)^2\sqrt{3}$$

$$\boxed{A = 32\sqrt{3}\ u^2}$$

6. En la figura se muestra un recipiente de loza en forma cúbica el cual será utilizado como maceta para un minicatus. Si MG = 12 cm y M es punto medio del AE. Calcule la longitud de la arista de dicha maceta.



Resolución

- Piden: a
- Se traza la diagonal $\overline{EG}$
- En ⊿MEG :

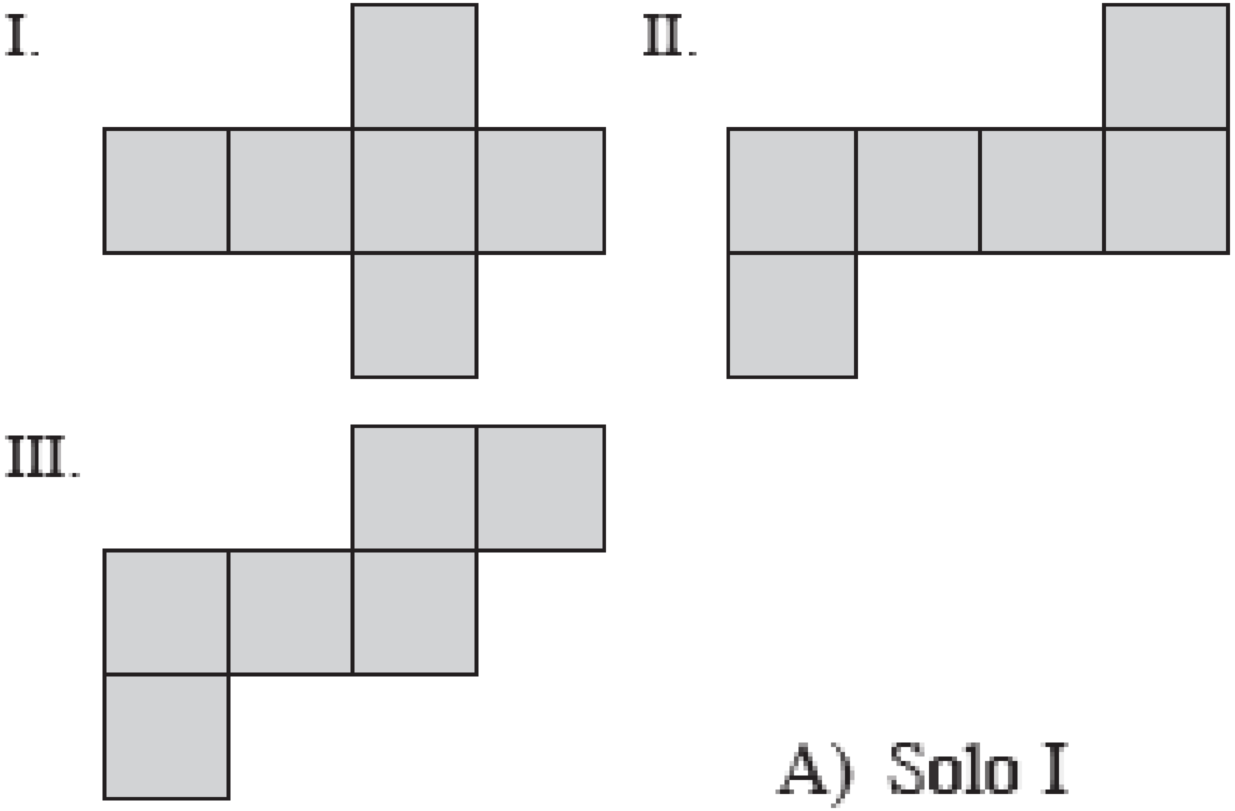
$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 12^2$$

$$\frac{a^2}{4} + 2a^2 = 144$$

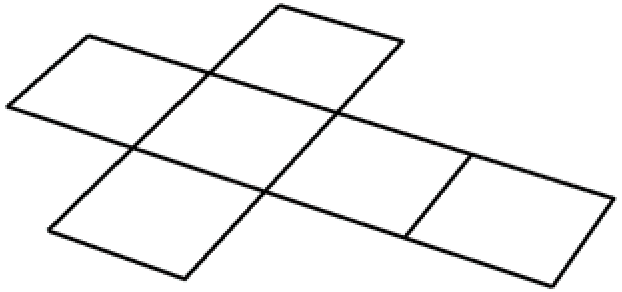
$$\frac{9a^2}{4} = 144$$

$$\boxed{a = 8}$$

7. ¿Con cuál o cuáles de las siguientes figuras se puede formar un cubo?



Resolución



A) Solo I B) Solo II C) I y II

D) II y III E) Todas