



TRIGONOMETRY

Chapter 14

4th
SECONDARY



Circunferencia Trigonométrica I

 **SACO OLIVEROS**

Bartolomé Pitiscus

Matemático alemán. El término trigonometría aparece por primera vez como título de su obra *Trigonometría*, publicada en Heidelberg en 1595. Esta consiste en cinco libros de trigonometría plana y esférica. Pitiscus algunas veces acreditado como el inventor del punto decimal, el símbolo que separa enteros de fracciones decimales que aparece en sus tablas trigonométricas y fue subsecuentemente aceptado por John Napier en sus trabajos logarítmicos.



Sistema de Radar :

El radar es un sistema electrónico que permite detectar objetos y determinar la distancia y su velocidad , ello lo realiza proyectando ondas de radio que son reflejadas por el objeto y recibidas de nuevo por la antena.

La antena de radar gira (360°) en un mismo sentido a velocidad constante mostrando la señal en la pantalla.



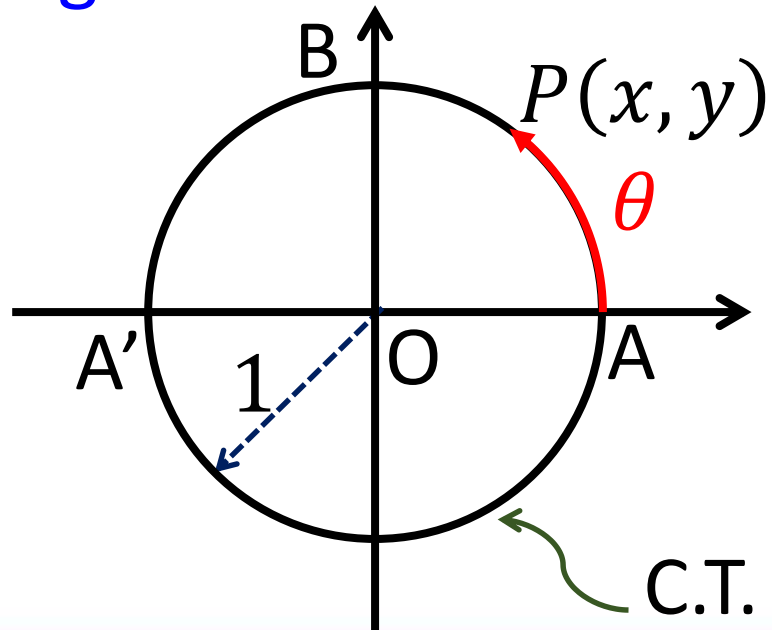
**Transmisor /
Receptor**



**Pantalla
de radar**

Circunferencia trigonométrica

Es aquella circunferencia que se encuentra ubicada en el plano cartesiano, siendo su centro el origen de coordenadas y su radio igual a la unidad.



Ecuación de la circunferencia

$$x^2 + y^2 = 1$$

Donde:

O(0; 0): origen de coordenadas.

A(1; 0): origen de arcos.

B(0; 1): origen de complementos.

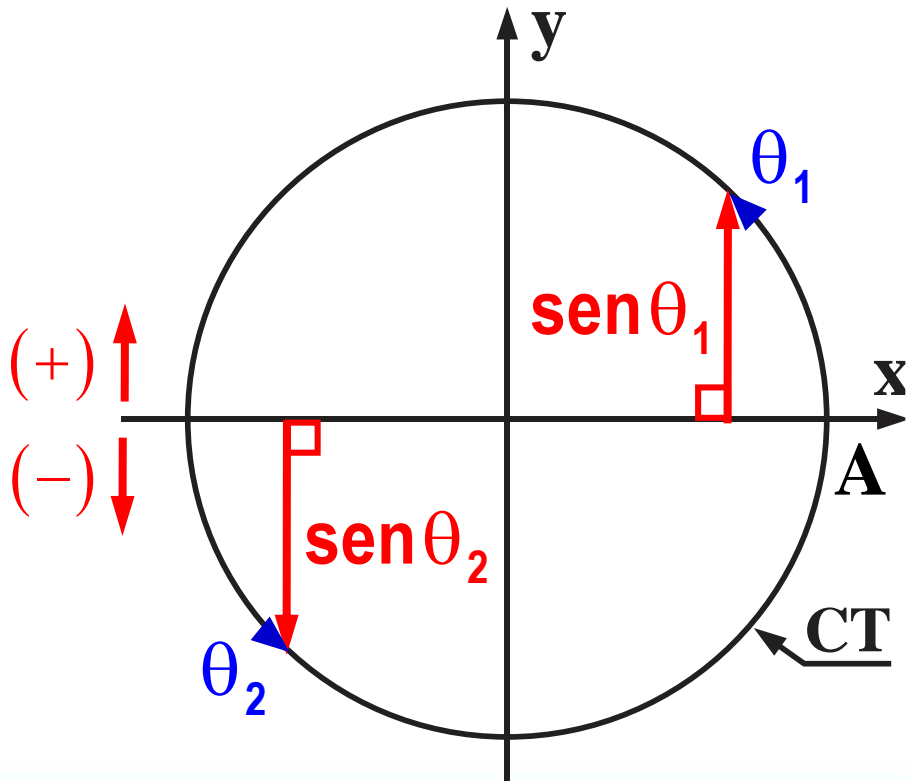
A'(-1; 0): origen de suplementos.

θ : arco en posición normal.

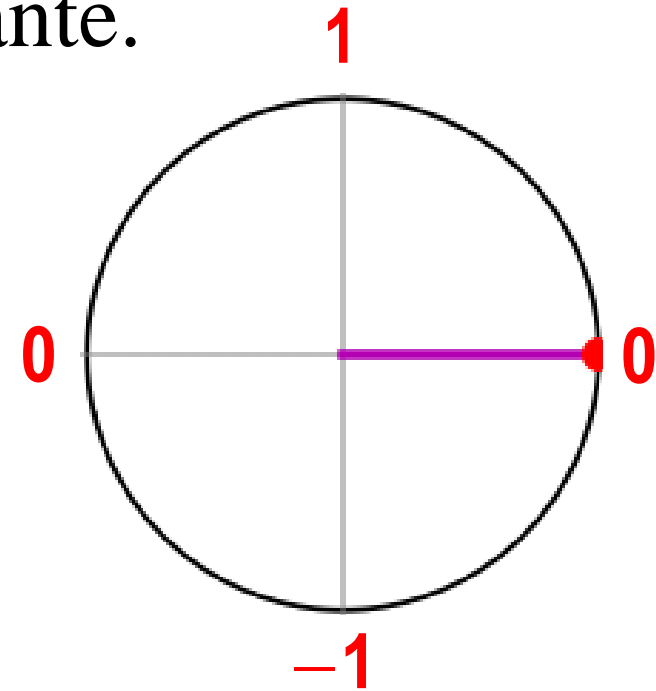
P: extremo del arco θ

Circunferencia trigonométrica

1. El seno de un arco es la ordenada de su extremo.



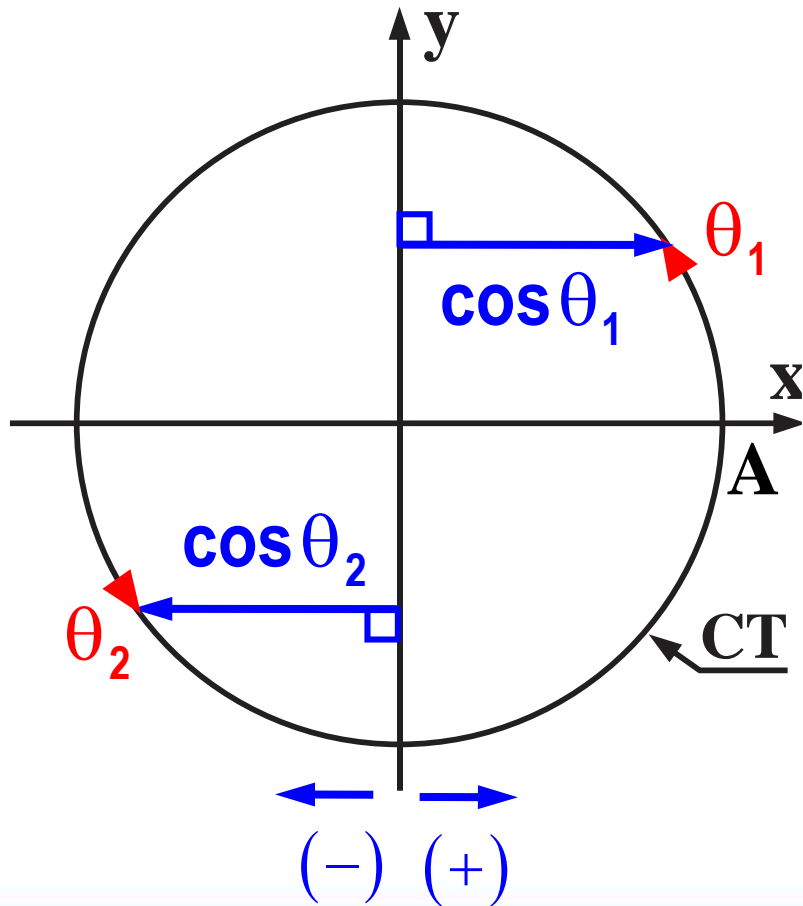
Se muestra la variación del seno en cada cuadrante.



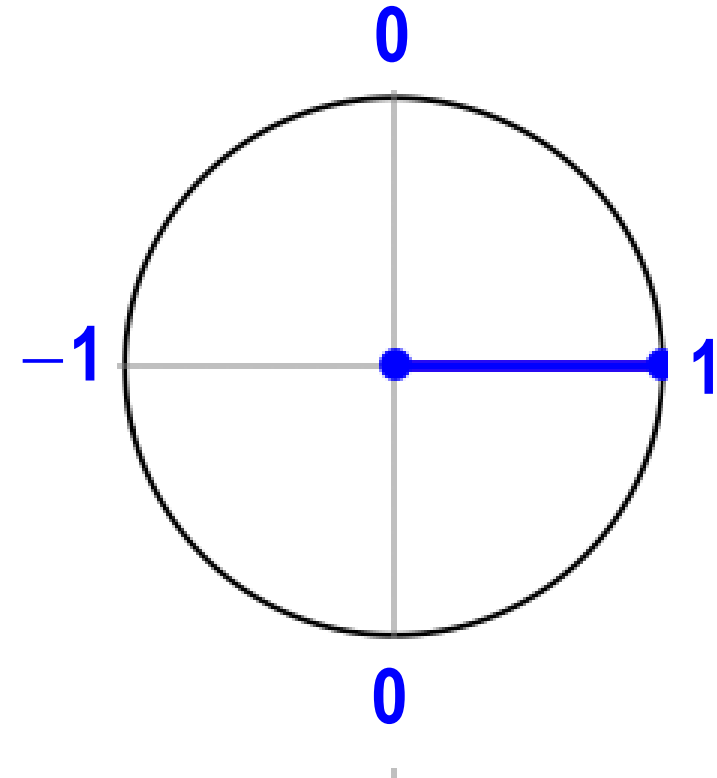
En general: $\forall \theta \in \mathbb{R} \Rightarrow -1 \leq \text{sen } \theta \leq 1$

Circunferencia trigonométrica

2. El coseno de un arco es la **abscisa** de su extremo.



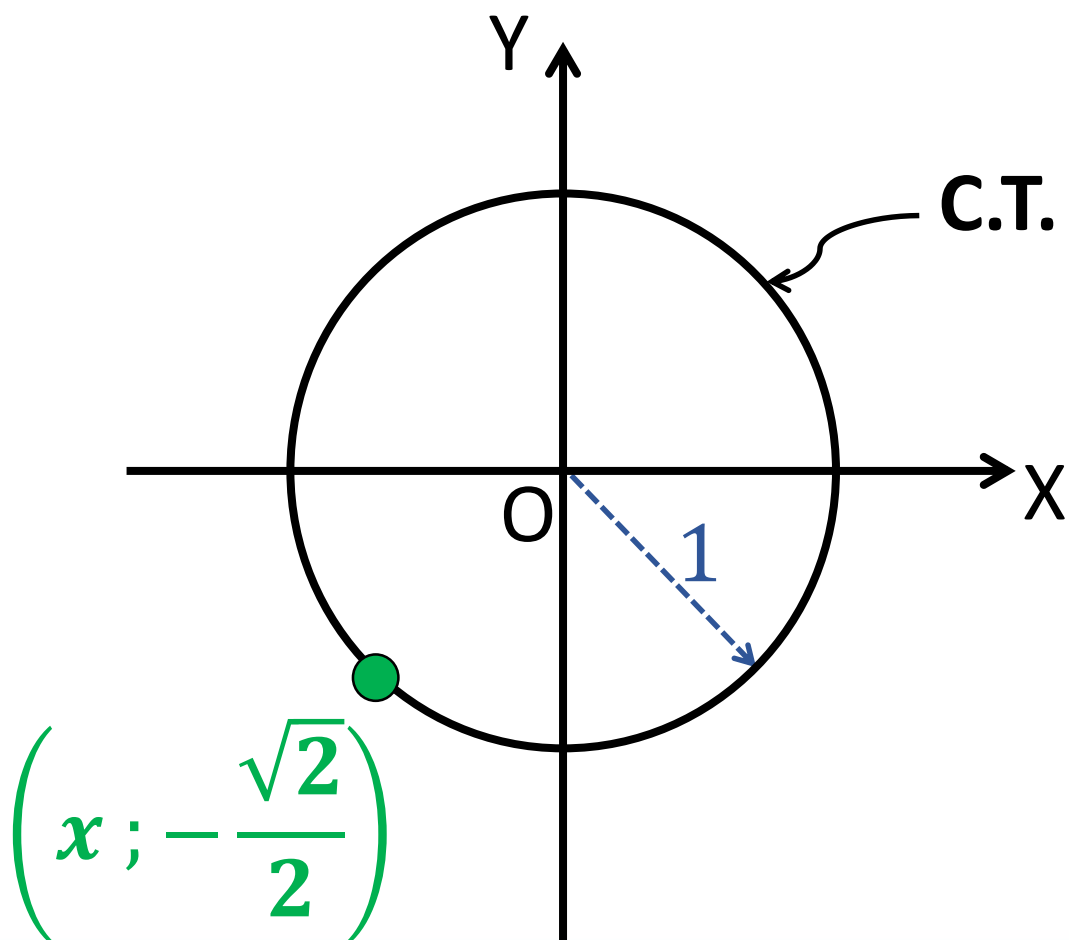
Se muestra la variación del coseno en cada cuadrante.



En general: $\forall \theta \in \mathbb{R} \Rightarrow -1 \leq \cos \theta \leq 1$

PROBLEMA 1

Del gráfico, determine el valor de x .



Resolución:

Se cumple que:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Entonces:

$$x^2 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + \frac{2}{4} = 1$$

$$x^2 = \frac{2}{4} \rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

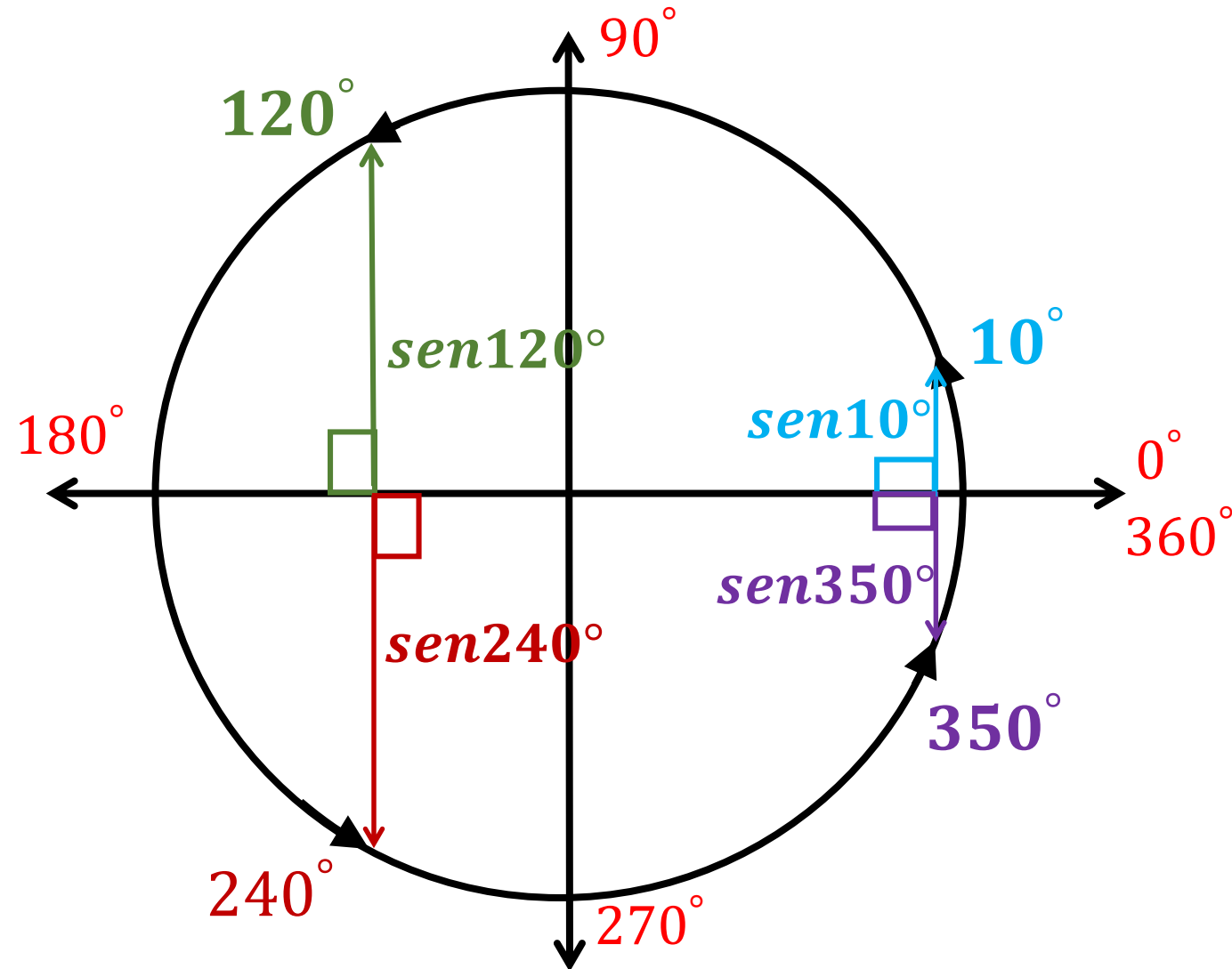
Como $x \in III$:

$$\therefore x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

PROBLEMA 2

En una CT ordene en forma creciente: $\text{sen}10^\circ$, $\text{sen}120^\circ$, $\text{sen}240^\circ$, $\text{sen}350^\circ$.

Resolución:

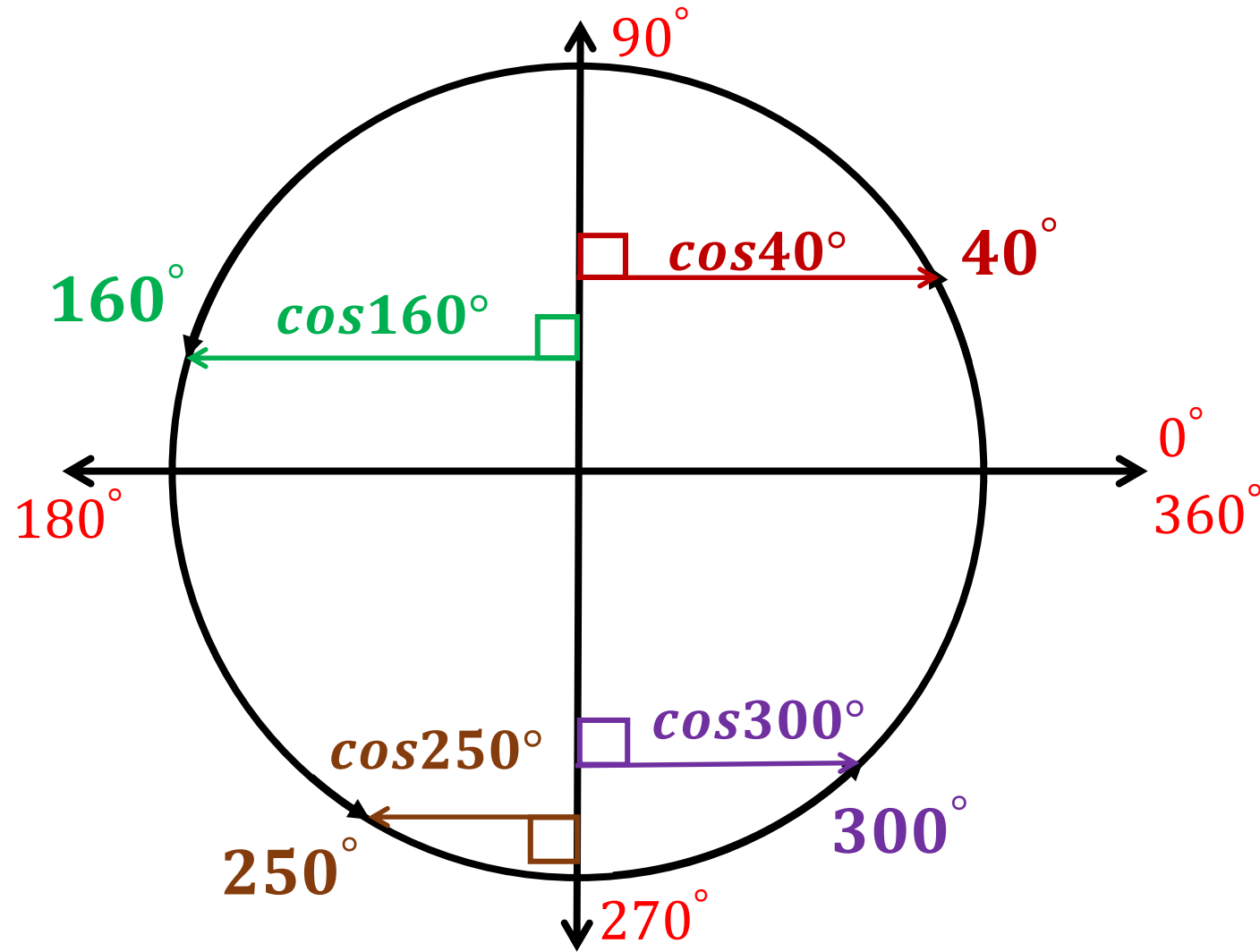


Ordenando en forma creciente: $\text{sen}240^\circ < \text{sen}350^\circ < \text{sen}10^\circ < \text{sen}120^\circ$

PROBLEMA 3

En una CT ordene en forma decreciente: $\cos 40^\circ$, $\cos 250^\circ$, $\cos 160^\circ$, $\cos 300^\circ$

Resolución:



Ordenando en

forma decreciente: $\cos 40^\circ > \cos 300^\circ > \cos 250^\circ > \cos 160^\circ$

PROBLEMA 4

Determine el mayor valor entero de m , si:

$$\cos \phi = \frac{m-3}{4}; \phi \in \mathbb{R}$$

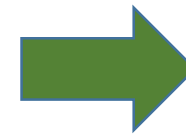
Resolución:

Como $\phi \in \mathbb{R}$: $-1 \leq \cos \phi \leq 1$

$$-1 \leq \frac{m-3}{4} \leq 1 \quad \times (4)$$

$$-4 \leq m-3 \leq 4 \quad + (3)$$

$$-1 \leq m \leq 7$$



***El mayor valor
entero de m es 7***

PROBLEMA 5

Si $\theta \in \text{IVC}$, determine el intervalo de variación de n si

$$\text{sen}\theta = \frac{4n-7}{8}$$

Resolución:

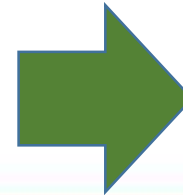
Como $\theta \in \text{IVC}$: $-1 < \text{sen}\theta < 0$

$$-1 < \frac{4n-7}{8} < 0 \quad \times (8)$$

$$-8 < 4n - 7 < 0 \quad + (7)$$

$$-1 < 4n < 7 \quad \div (4)$$

$$-\frac{1}{4} < n < \frac{7}{4}$$



$$\therefore n \in \left\langle -\frac{1}{4}, \frac{7}{4} \right\rangle$$

PROBLEMA 6

Luego de cobrar Nelson las horas extras que le corresponde anualmente por el trabajo desarrollado, desea realizar la compra de un televisor, para esto debe

resolver la siguiente expresión: $\cos x = \frac{M-3}{4}$; $x \in \mathbb{R}$

si se sabe que el costo de dicho artefacto es el mayor valor entero de M multiplicado por \$1000. Calcule el costo de dicho televisor.

Resolución:

Como $x \in \mathbb{R}$:

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{M-3}{4} \leq 1 \quad \times (4)$$

$$-4 \leq M - 3 \leq 4 \quad + (3)$$

$$-1 \leq M \leq 7$$

el costo de dicho televisor.

$$7 \times \$ 1000$$

$\therefore \$ 7000$ es el costo del televisor.

PROBLEMA 7

Lucía, quien ha trabajado sin descanso, se tomará unos días libres. La cantidad de días es igual al número de valores enteros que hay en el intervalo de la variación de α , si $\alpha \in IIC$ y $\operatorname{sen} \alpha = \frac{2\alpha - 8}{6}$ ¿Cuántos días descansará Lucía?

Resolución:

Como $\theta \in IIC$:

$$0 < \operatorname{sen} \theta < 1$$

$$0 < \frac{2\alpha - 8}{6} < 1 \quad \times (6)$$

$$0 < 2\alpha - 8 < 6 \quad + (8)$$

$$8 < 2\alpha < 14 \quad \div (2)$$

$$4 < \alpha < 7$$

Diagram showing the integer values of α in the interval $4 < \alpha < 7$. The values 5 and 6 are circled in red, with arrows pointing to them from the variable α in the inequality above.

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{6}$$

\therefore Lucía descansará dos días.