ARITHMETIC

Chapter 11

5th
SECONDARY

NUMERACIÓN

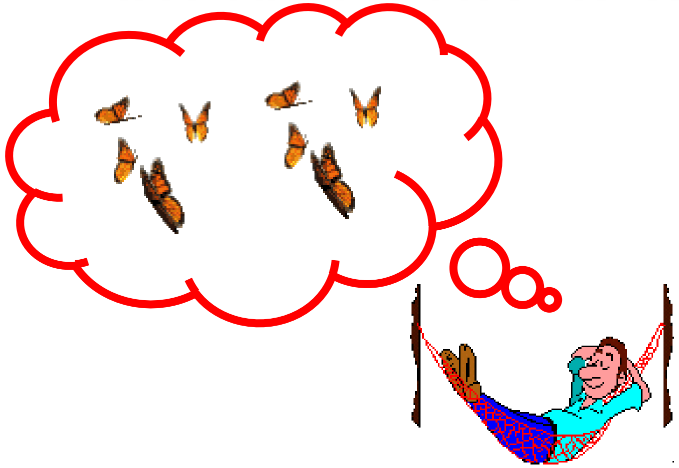
SACO OLIVEROS

$$10 \neq 10_{(2)}$$

¿Que opinas al respecto?

NUMERACIÓN

Es parte de la aritmética que se encarga de la correcta formación, lectura y escritura de los números.



Número: Idea que se tiene de cantidad.

Numeral: 𝍸||| 8 VIII

Descomposición polinómica de un numeral

$$3725 = 3000 + 700 + 20 + 5$$

$$3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

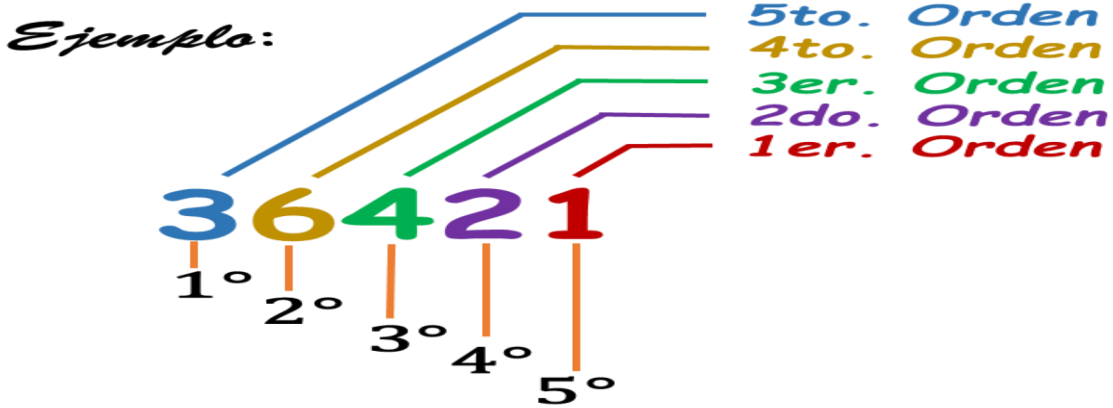
Numeral capicúa

22, $101_{(3)}$, $5225_{(8)}$, $\overline{xyzyx}$, $\overline{abccba}_{(7)}$

Principio de orden

se cuenta de derecha a izquierda.

En un numeral cada una de las cifras tiene un orden y lugar establecido.

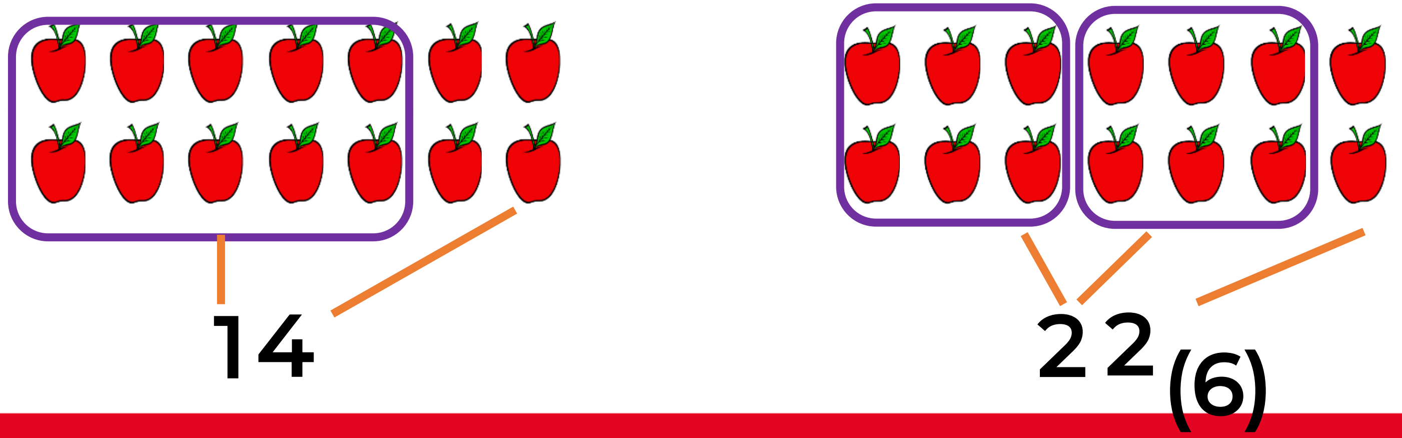


Lugar

se cuenta de izquierda a derecha.

De la base

Ejemplo Represente 14 unidades en base 10, base 6



CASO 1

De base "n" a base 10

Método:
Descomposición polinómica

Ejm 1 $1432_{(5)}$ $a\ base\ 10$

$$1 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 3 \times 5 + 2$$

$$125 + 100 + 15 + 2$$

$$= 242$$

$$\therefore 1432_{(5)} = 242$$

CASO 2

De base 10 a base "m"

Método:
Divisiones sucesivas

Ejm 2 526 $a\ base\ 8$

$$
\begin{array}{rrrr}
526 & \lfloor 8 & & \\
6 & 65 & \lfloor 8 & \\
 & 1 & 8 & \lfloor 8 \\
 & & 0 & 1
\end{array}
$$

$$526 = 1016_{(8)}$$

CASO 3

De base “n” a base “m”

Ejm $358_{(9)}$ $\quad a\ base\ 4$

Paso 1 $\quad A\ base\ 10$

descomposición polinómica

$$3 \times 9^2 + 5 \times 9 + 8 =$$

$$243 + 45 + 8 = 296$$

$$\therefore\ 358_{(5)} = 296$$

Paso 2 $\quad A\ base\ 4$

divisiones sucesivas

$$\begin{array}{lllll}
296 & \underline{|\,4} & & & \\
0 & 74 & \underline{|\,4} & & \\
 & 2 & 18 & \underline{|\,4} & \\
 & & 2 & 4 & \underline{|\,4} \\
 & & & 0 & 1
\end{array}$$

$$358_{(9)} = 10220_{(4)}$$

CIFRAS MÁXIMAS DE UN NUMERAL

Ejm

- $99 = 100 - 1 = 10^2 - 1$
- $999 = 1000 - 1 = 10^3 - 1$
- $4444_{(5)} = 10000_{(5)} - 1 = 5^4 - 1$

Luego:

$$\underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}}_{\text{"K" cifras}}{}_{(n)} = n^k - 1$$

1. Si los siguientes númerales están correctamente escritos: $\overline{n32q}_{(m)}$, $\overline{p21}_{(n)}$, $\overline{n3m}_{(6)}$, $1211_{(p)}$ halle el máximo valor de $m + n + p + q$.

RESOLUCIÓN

$\overline{n32q}_{(m)}$ $\quad$ $\overline{p21}_{(n)}$ $\quad$ $\overline{n3m}_{(6)}$ $\quad$ $1211_{(p)}$

$n < m$ $\quad$ $p < n$ $\quad$ $m < 6$ $\quad$ $2 < p$

$q < m$

$$2 < p < n < m < 6$$

$$p = 3\ ;\ n = 4\ ;\ m = 5$$

$$q_{max} = 4$$

$$\therefore\ m + n + p + q = 5 + 4 + 3 + 4 =$$

$\boxed{16}$

RESOLUCIÓN

2. Si $524_{(11)} = 771_{(n)}$,
halle el valor de n.

$$524_{(11)} = 771_{(n)}$$

$$5 \times 11^2 + 2 \times 11 + 4 = 7 \times n^2 + 7 \times n + 1$$

$$631 = 7n^2 + 7n + 1$$

$$630 = 7n(n + 1)$$

$$90 = n(n + 1)$$

$$n = 9$$

$\boxed{9}$

3. Si $\overline{(b-4)(b+1)(b-2)}_{(7)} = \overline{aan}_{(b)}$, calcule $a + b + n$.

RESOLUCIÓN

$$\left.\begin{array}{l} 0 < b-4 \Rightarrow 4 < b \\ b+1 < 7 \Rightarrow b < 6 \end{array}\right\} \quad b = 5$$

$$163_{(7)} = \overline{aan}_{(5)}$$

Cambio de base 7 a base 5

$$163_{(7)} = 1 \times 7^2 + 6 \times 7 + 3 = 94$$

$$\begin{array}{r|l} 94 & 5 \\ \hline 4 & 18 \;|\; 5 \\ & 3 \quad 3 \end{array}$$

$$163_{(7)} = 334_{(5)}$$

$$a = 3\,;\; n = 4$$

$$\therefore\ a + b + n = 3 + 5 + 4 = \boxed{12}$$

4. Javier es un amante de los juegos de azar, cierto día en el casino "Royal Palace" lanzó 3 dados; si al resultado del primero lo multiplicamos por 8 y le agregamos el resultado del segundo dado, luego a todo esto lo volvemos a multiplicar todo por 8 y le agregamos finalmente el resultado del tercer dado, obtendremos 277. Determine el resultado del segundo dado.

RESOLUCIÓN

resultados de cada dado: x y z

Del dato

$$(x.8+y).8+z=277$$

$$\underbrace{x.8^2+y.8+z}=277$$

Descomposición polinómica

$$\overline{xyz}_{(8)}=277$$

➢ 277 $a\ base\ 8$

Divisiones sucesivas

$$\begin{array}{r|l} 277 & 8 \\ \hline 5 & 34 \,|\, 8 \\ & 2 \quad 4 \end{array}$$

$$277=425_{(8)}=\overline{xyz}_{(8)}$$

$x=4$ $y=2$ $z=5$

resultado del segundo dado $\therefore\ 2$

$\boxed{2}$

5. El mayor número de tres cifras de la base n se escribe en el sistema senario como 2211.
Halle n.

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$\overline{(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = 2211_{(6)}$$

Propiedad y descomposición polinómica

$$n^3 - 1 = 2 . 6^3 + 2 . 6^2 + 1 . 6 + 1$$

$$n^3 - 1 = 432 + 72 + 6 + 1$$

$$n^3 - 1 = 511$$

$$n^3 = 512$$

$$\therefore n = 8$$

$$\boxed{8}$$

6. Rubén y María invierten en distintos sistemas de criptomonedas, luego de medio año tienen $\overline{20m1}_{(6)}$ y $\overline{3np3}_{(m)}$ bitcoins respectivamente; deciden hacer el cambio a soles y resulta que tienen la misma cantidad de dinero, si un sol equivale a 5 bitcoins ¿Cuántos soles, expresado en el sistema decimal , tienen juntos?

RESOLUCIÓN

$$\overline{20m1}_{(6)} = \overline{3np3}_{(m)} \Rightarrow m = \{\cancel{4}; 5\}$$

$$2 \,.\, 6^3 + 5 \,.\, 6 + 1 = 3 \,.\, 5^3 + n \,.\, 5^2 + p \,.\, 5 + 3$$

$$463 = 375 + 25n + 5p$$

$$85 = 25n + 5p$$

$$17 = 5n + p$$

$$n = 3 \qquad p = 2$$

Juntos = 463 x 2 x 5 = 4630 soles.

$\boxed{s/\ 4630}$

RESOLUCIÓN

7.

Manuel le dice a su hijo: te daré de propina p+e+n en dólares, si es que resuelves correctamente el siguiente problema:
Si el numeral $\overline{pepe}_{(n)}$ se convierte al sistema undecimal se obtiene 771.
Si el hijo resolvió correctamente el problema ¿Cuántos dólares recibió?

$$\overline{pepe}_{(n)} = 771_{(11)}$$

descomposición polinómica por bloques

$$\overline{pe}_{(n)} . n^2 + \overline{pe}_{(n)} = 7 . 11^2 + 7 . 11 + 1$$

$$\overline{pe}_{(n)} . (n^2 + 1) = 925 = 37 . 25$$

$$n^2 + 1 = 37 \Rightarrow n = 6$$

$$\overline{pe}_{(n)} = 25 = 41_{(6)}$$

$$\therefore p + e + n = \boxed{11}$$