ALGEBRA

Chapter 10

4th
SECONDARY

BINOMIO DE NEWTON

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

¿Puedes calcular mentalmente e indicar cuantos términos genera el siguiente binomio de newton y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

$$\left(x^4 + 2 + \frac{1}{x^4}\right)^{10}$$

Rpta. 21 términos

HELICO THEORY

CHAPTHER 01

SACO OLIVEROS

BINOMIO DE NEWTON

I) EXPANSIÓN DEL DESARROLLO DEL BINOMIO DE NEWTON

$$(a+b)^2 = C_0^2 a^2 + C_1^2 ab + C_2^2 b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = C_0^3 a^3 + C_1^3 a^2 b + C_2^3 ab^2 + C_3^3 b^3$$
$$= a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

Características del desarrollo $(a+b)^n$

1.- El desarrollo de $(a+b)^n$ $es\ un\ polinomio\ de\ grado\ n$

2.- El número de términos del desarrollo de $(a+b)^n$ $es\ igual\ a\ (n+1)$

3.- Los coeficientes de los terminos equidistantes de los extremos son números combinatorios complementarios

Término General $(a+b)^n$

1.- $T_{K+1} = C_k^n a^{n-k} b^k$

Donde: (k+1) nos indica la posición que ocupa el Término de dicho desarrollo.

Halle el quinto término en $(x^2+y^3)^6$

Resolución:

$$T_5 = T_{4+1} = C_4^6 \left(x^2\right)^{6-4} \left(y^3\right)^4$$

$$\boxed{T_5 = 15x^4y^{12}}$$

Término Central $(a+b)^n$

Si "n" es PAR → existe un término central

$$T_{central} = T_c = T_{\frac{n}{2}+1}$$

Ejemplo:

Halle el término central en $\left(x^2+y^3\right)^8$

Resolución:

$$T_c = T_{\frac{8}{2}+1} = C_4^8\left(x^2\right)^{8-4}\left(y^3\right)^4$$

$$T_c = T_5 = 70x^8y^{12}$$

Término Central $(a+b)^n$

Si "n" es **IMPAR** → existe dos términos centrales

$$Lugar\,(T_{c_1}) = \frac{n+1}{2}$$

$$Lugar\,(T_{c_2}) = \frac{n+3}{2}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 01

PROBLEMA 1

Si el número de términos de: $\left(x^2-10x+25\right)^{17}$ es $3n-4$. Calcule el valor de n.

Resolución

$\Rightarrow (x^2-10x+25)^{17}$

$\Rightarrow ((x-5)^2)^{17}$

$\Rightarrow (x-5)^{34}$ $\Rightarrow$ Tiene términos 35

$\Rightarrow$ 3n-4=35

$\Rightarrow$ $\boxed{n=13}$

PROBLEMA 2

Determine el décimo término del desarrollo de:

$$\left(125x^6 + \frac{1}{5x}\right)^{12}$$

Resolución

n= 12 k= 9

$$C_9^{12}\left(5^3x^6\right)^{12-9}\left(\frac{1}{5x}\right)^9$$

$$t_{10} = C_3^{12}\left(\cancel{5^9}x^{18}\right)\left(\frac{1}{\cancel{5^9}x^9}\right)$$

$$t_{10} = \frac{(\overset{2}{\cancel{12}})(11)(10)}{\cancel{(3)(2)}(1)}x^9$$

$$\boxed{t_{10} = 220x^9}$$

PROBLEMA 3

Indique el coeficiente del término de lugar 11en: $\left(x^3 + x^5\right)^{15}$

Resolución

n= 15

$$t_{11} = t_{10+1} = C_{10}^{15}\left(x^3\right)^{15-10}\left(x^5\right)^{10}$$

Coeficiente= C_5^{15}

$$\text{Coeficiente}= \frac{(\overset{3}{\cancel{15}})(\overset{7}{\cancel{14}})(13)(\cancel{12})(11)}{(\cancel{5})(\cancel{4})(\cancel{3})(\cancel{2})(1)} = \boxed{3003}$$

PROBLEMA 4

Si el octavo término de $S(x) = (x^7 + x^5)^a$ tiene como grado absoluto 56, halle el número de términos.

Resolución

n= a

$$t_8 = t_{7+1} = C_7^a (x^7)^{a-7} (x^5)^7$$

$$x^{7a-49} . x^{35}$$

$\Rightarrow$ 7a-49+35=56

$\Rightarrow$ 7a=70

$\Rightarrow$ a=10 $\Rightarrow$ Número términos= 11

PROBLEMA 5

Determine el lugar que ocupa el término independiente en:

$$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{90}$$

Resolución

SEA: $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{90}$ $\Rightarrow$ n=90

$$t_{K+1}=C_k^{90}\left(\sqrt[3]{x}\right)^{90-k}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{K}$$

$$t_{K+1}=C_k^{90}(x)^{\frac{90-k}{3}}(x)^{\frac{-2}{3}k}$$

$$t_{K+1}=C_k^{90}(x)^{\frac{90-k-2k}{3}}$$

$$(x)^{\frac{90-3k}{3}}=x^{0}\Rightarrow K=30$$

RECORDAR

$(a+b)^n$

$t_{k+1}=c_k^n\,a^{n-k}\,b^k$

$$t_{K+1}=t_{31}$$

PROBLEMA 6

José dispone de una cantidad en soles igual al coeficiente del término central del desarrollo $(x^7+y^3)^{12}$ para distribuirlo en partes iguales a sus 3 hijos todos los meses .¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Resolución

$$t_c = t_{\frac{12}{2}} + 1$$

$$t_c = t_7$$

$$t_7 = t_{6+1}$$

K= 6

n=12

$$t_7 = C_6^{12}\ (x^7)^6\ (y^3)^6$$

$$t_7 = C_6^{12}\ x^{42}.y^{18}$$

Recordar

$$t_c = t_{\frac{n}{2}} + 1$$

Piden coeficiente

$$C_6^{12} = \frac{(12)(11)(10)(9)(8)(7)}{(6)(5)(4)(3)(2)(1)}$$

2 3 2

$$= 11.12.7$$

$=924/3$ $=308$ RPTA

PROBLEMA 7

El coeficiente de x^{12} en el desarrollo de $(x+1)^{15}$ coincide con el precio de un celular. ¿Cuál es el costo de dicho celular?

Resolución

Sea: $(x+1)^{15}$ → $\boxed{n = 15}$

$$t_{k+1} = C_k^{15} (x)^{15-k} \ (1)^k$$

Por dato

$$= (x)^{12}$$

$$\boxed{k = 3}$$

Luego: $C_3^{15} = \dfrac{15.14.13}{3.2.1} = 390$

RECORDAR

$$(a+b)^n$$

$$t_{k+1} = c_k^n \, a^{n-k} \, b^k$$

$$\boxed{\text{Costo del celular} = S/390}$$