



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 18

4th
SECONDARY

SERIES II



 **SACO OLIVEROS**



HELICO THEORY

SERIE GEOMÉTRICA Es la adición indicada de los términos de una Sucesión Geométrica. Esta serie puede ser Finita o Infinita.

□ SERIE GEOMÉTRICA FINITA

GENERAL

$$S = \frac{t_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

Donde, t_1 : Primer sumando

q : Razón geométrica

n : Cantidad de sumandos

Por Ejemplo

40 sumandos

$$3 + 6 + 12 + 24 + \dots$$

x2 x2 x2

$$S = \frac{3(2^{40} - 1)}{2 - 1}$$

$$\therefore S = \underline{\underline{3(2^{40} - 1)}}$$



HELICO THEORY

serie geométrica

□ SERIE GEOMÉTRICA INFINITA

EN GENERAL

$$S_{\infty} = \frac{t_1}{1 - q}$$

Donde, q : Razón geométrica
 $0 < |q| < 1$

Por Ejemplo

$$S_{\infty} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \dots$$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{4}$$

$$\underline{\underline{\underline{\frac{1}{4}}}}}$$



SERIE NUMÉRICA II

SERIE DE PRODUCTOS

PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

PRODUCTOS TERNARIOS

$$S_n = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) \times (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$



SERIE NUMÉRICA II

SERIE DE INVERSAS DE PRODUCTOS

INVERSA DE PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$S = \frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \frac{1}{a_3 \cdot a_4} + \dots + \frac{1}{a_n \cdot a_{(n+1)}} = \frac{1}{r} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{(n+1)}} \right)$$

PROBLEMA 1



Daniel está practicando para su examen de Razonamiento Matemático y encuentra este problema propuesto en su libro. Halle el valor de P.

$$P = \overbrace{3 + 6 + 12 + 24 + 48 + \dots}^{50 \text{ sumandos}}$$

Si Daniel demoró unos minutos en resolver el problema exitosamente, podría decir usted, ¿Cuál fue la respuesta que dio Daniel?

Resolución

$$M = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + \dots$$

$\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$ 50 sumandos

$$M = 3 \left(\frac{2^{50} - 1}{2 - 1} \right)$$

$$M = 3(2^{50} - 1)$$

RECUERDA

$$S = t_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

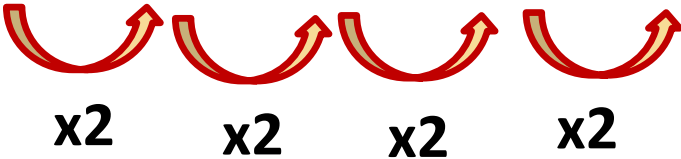
$$\therefore \underline{3(2^{50} - 1)}$$

PROBLEMA 2



Halle el valor de M

$$M = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2016}$$



Resolución

Progresión Geométrica Finita

$$M = \frac{1(2^{2017} - 1)}{2 - 1}$$

$$\therefore \frac{2^{2017} - 1}{1}$$

PROBLEMA 3

Un tren salió de su paradero inicial con 2 pasajeros, en el paradero siguiente subieron 6 pasajeros, en el tercer paradero subieron 12 y así sucesivamente hasta que su último paradero subieron 420 pasajeros. ¿En cuántas estaciones se detuvo a recoger pasajeros y cuántos pasajeros en total subieron al tren?

Resolución

N.º paraderos	1º	2º	3º	nº
N.º pasajeros	2	6	12	420

$$N = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 20 \times 21$$

$$N = \frac{20 \times 21 \times 22}{3}$$

$$N = 3080$$

RECUERDA

$$S_n = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\therefore \begin{array}{r} 3080 \\ \hline \end{array}$$



PROBLEMA 4

Luis está ayudando a su hermano Juan en su tarea semanal. Juan le pregunta a Luis por este problema: Halle el valor de T.

$$T = \underbrace{6 + 24 + 60 + 120 + \dots}_{20 \text{ sumandos}}$$

20 sumandos

Si Luis al resolver el problema se equivoca por 5 unidades más, podría decir usted, ¿cuál es la respuesta que halló Luis?

Resolución

RECUERDA

$$S_n = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) \times (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$T = 6 + 24 + 60 + 120 + \dots$$

$$T = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \dots$$

$$T = \frac{20(21)(22)(23)}{4} = 53130$$

$$\therefore \underline{\text{Luis: } 53135}$$

PROBLEMA 5




Para un examen de admisión a la Universidad Mayor de San Marcos, uno de los ingenieros propuso el siguiente problema de suma límite descendente:

Halle el valor de M: $M = 8 + 4 + 2 + 1 + \dots + \infty$

Podría usted decir, ¿cuál es el valor de M?

Resolución

$$M = 8 + 4 + 2 + 1 + \dots + \infty$$


 $\times \frac{1}{2} \quad \times \frac{1}{2} \quad \times \frac{1}{2}$

RECUERDA

$$S_{\text{límite}} = \frac{t_1}{1 - q}$$

$$t_1 = 8 \quad q = \frac{1}{2}$$

$$M = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{16}{\cancel{2}}$$



PROBLEMA 6

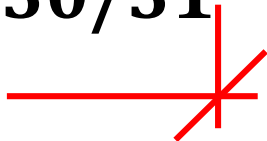
Halle el valor de N .
$$N = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{930}$$

Resolución


RECUERDA

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$N = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{930}$$

$$N = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{30 \times 31} = \frac{30}{31} \quad \therefore \frac{30}{31}$$


PROBLEMA 7

$$S = \frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \frac{1}{a_3 \cdot a_4} + \dots + \frac{1}{a_n \cdot a_{(n+1)}} = \frac{1}{r} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{(n+1)}} \right)$$


Halle el valor de T .

$$T = \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{58 \times 61}$$

Resolución

$$T = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{61} \right)$$

$$T = \frac{1}{3} \left(\frac{60}{61} \right) \qquad T = \frac{20}{61}$$

$$\therefore \frac{20}{61}$$