



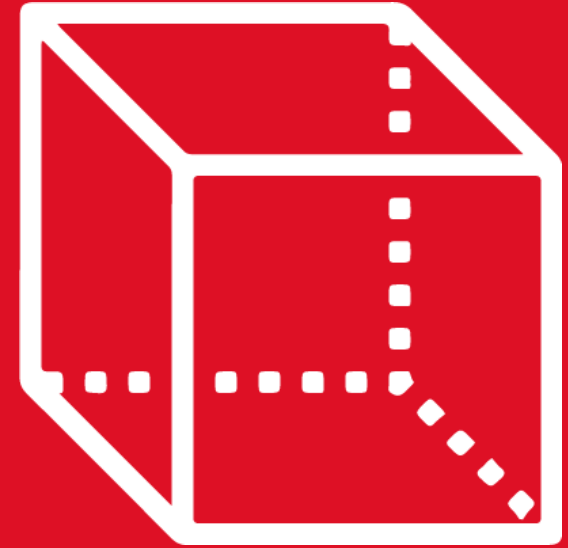
GEOMETRÍA

Capítulo 12

5th

SECONDARY

ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES



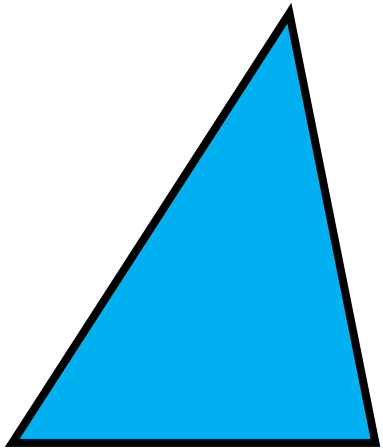
 **SACO OLIVEROS**



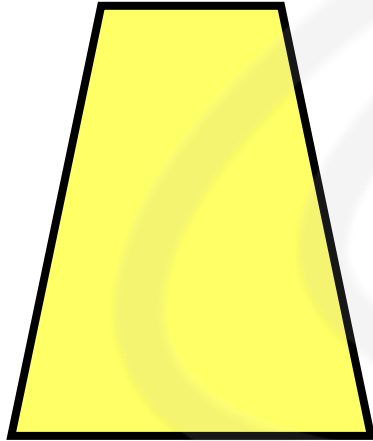


REGIÓN PLANA.-

Es una porción del plano limitada por una línea abierta o cerrada.



Región
Triangular



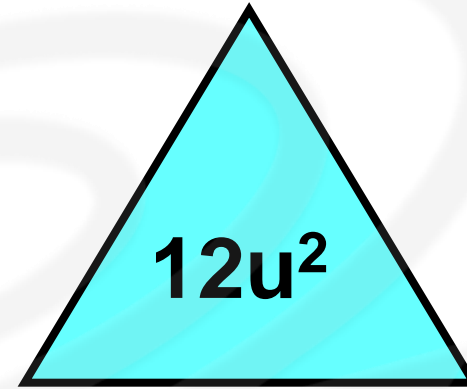
Región
Cuadrangular



Región
Circular

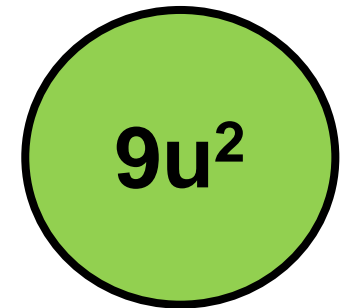
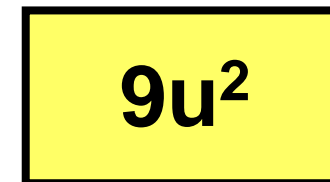
ÁREA.-

Es la medida de una región.

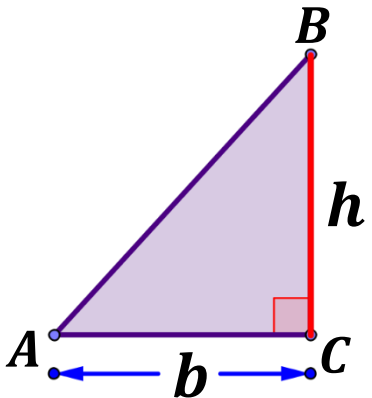
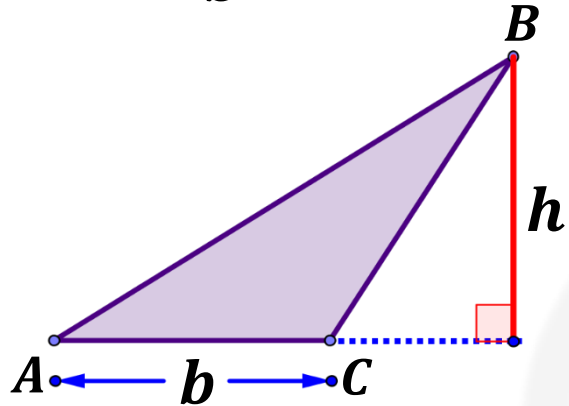
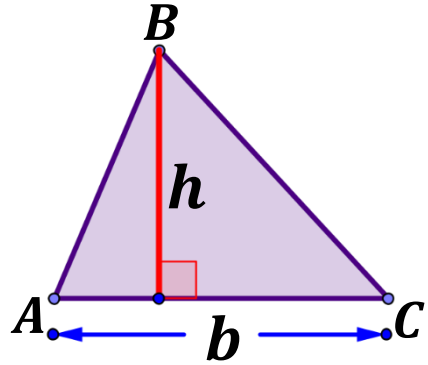


$$A_{\triangle} = 12u^2$$

REGIONES EQUIVALENTES.- Son
Aquellas regiones que tienen
igual área



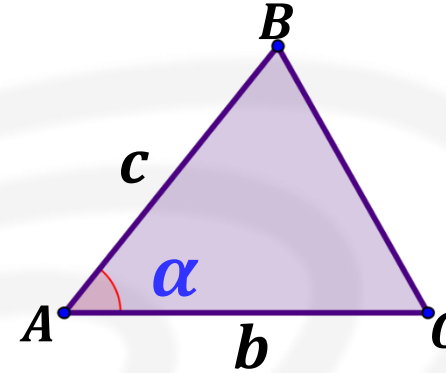
TEOREMAS



- Teorema básico:

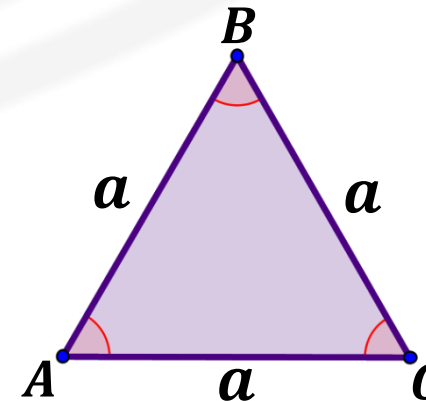
$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

- Teorema trigonométrico:



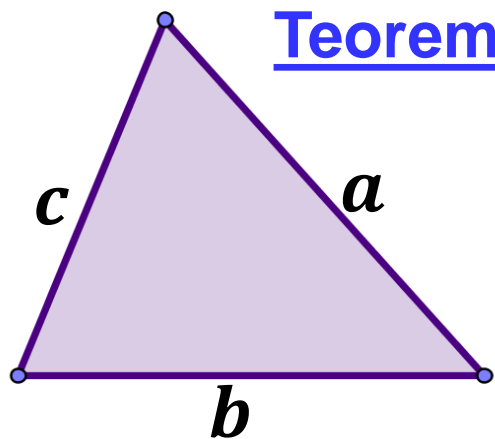
$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot \text{sen}\alpha$$

- Área de una región triangular equilátera (regular)



$$S_{ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

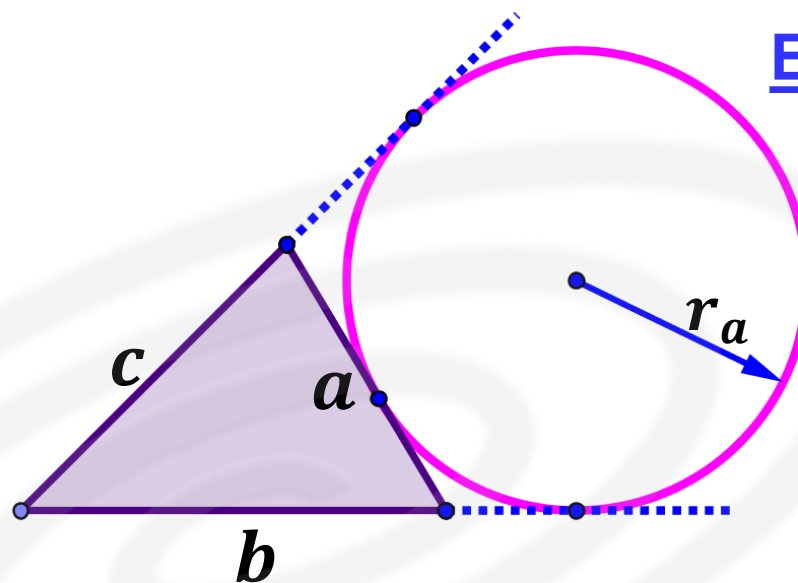
Teorema de Herón



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

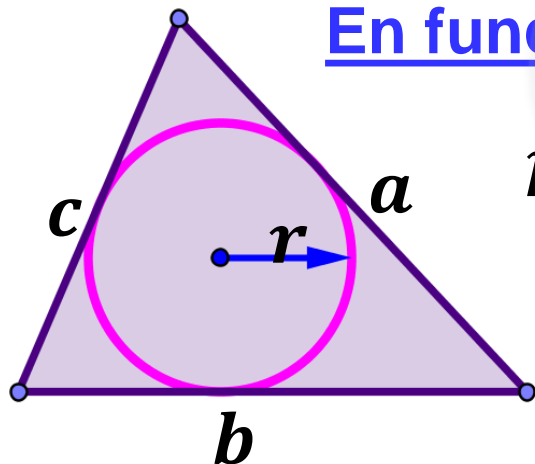
En función al exradio



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = (p - a) \cdot r_a$$

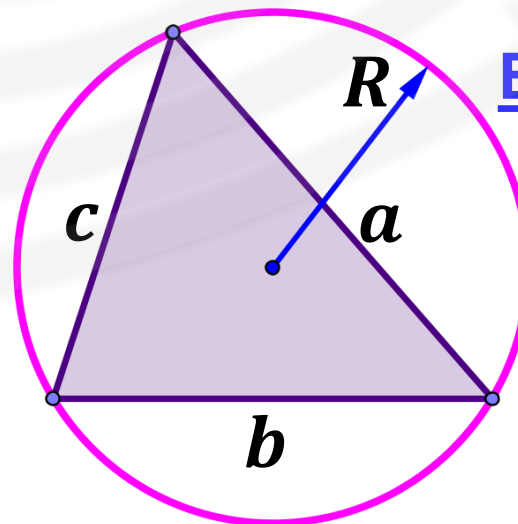
En función al inradio



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

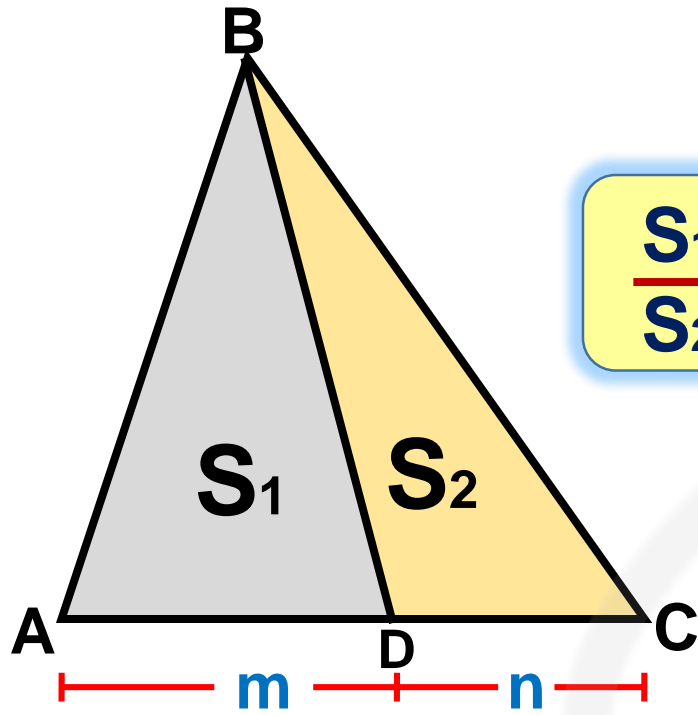
$$S = p \cdot r$$

En función al circunradio

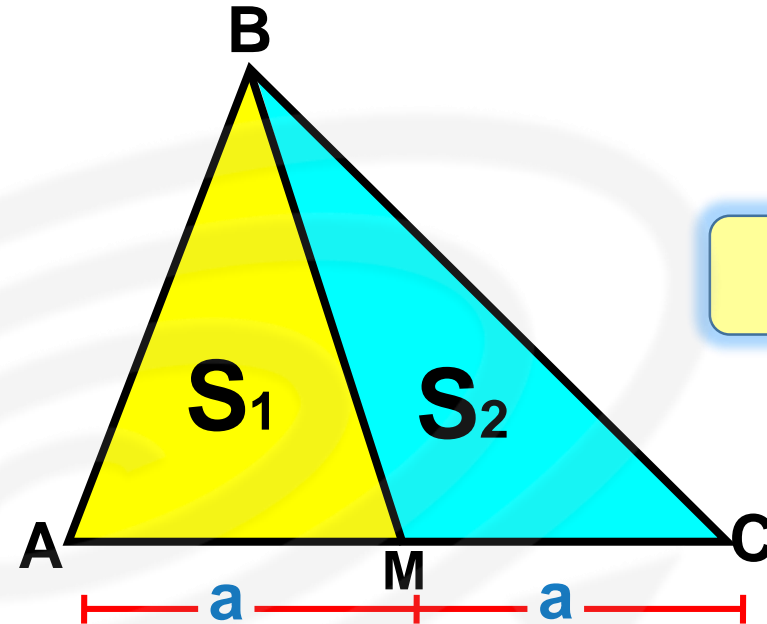


$$S = \frac{abc}{R}$$

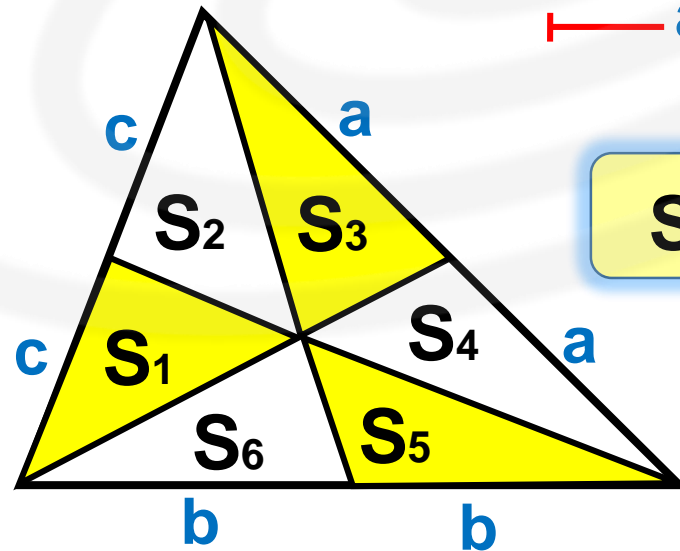
RELACIONES ENTRE ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



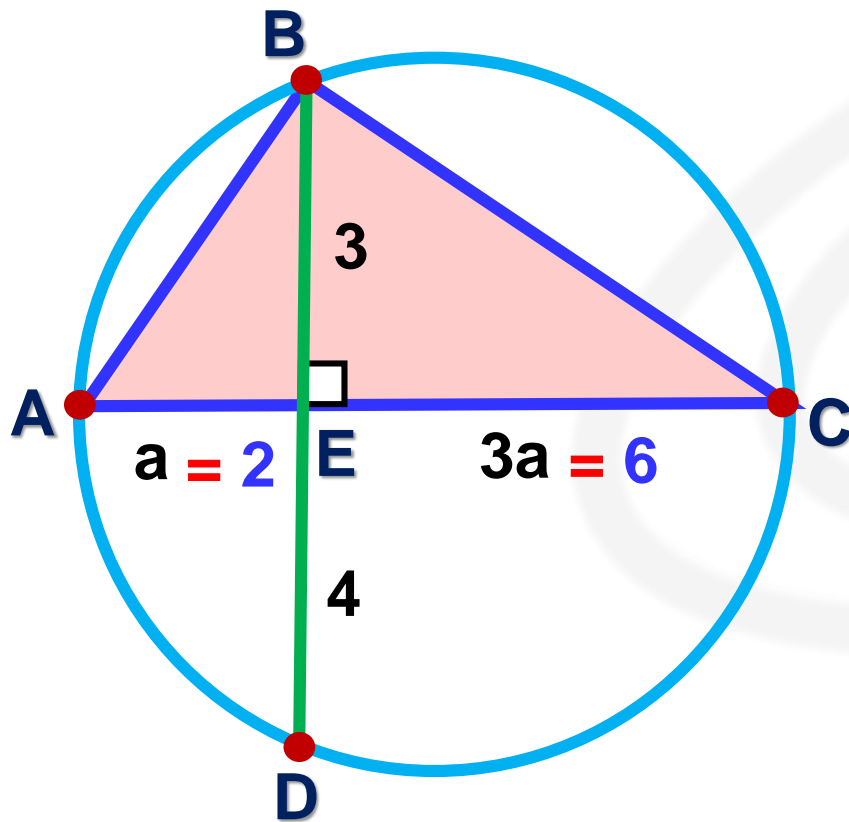
$$S_1 = S_2$$



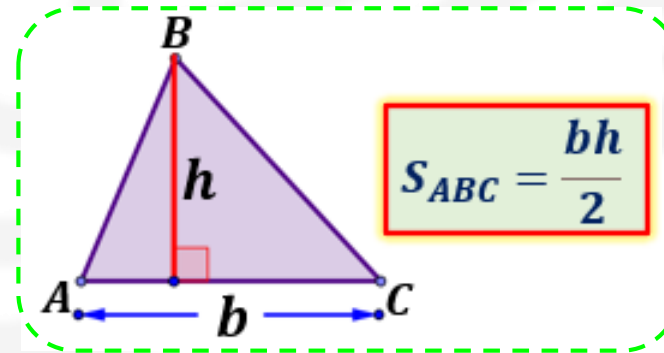
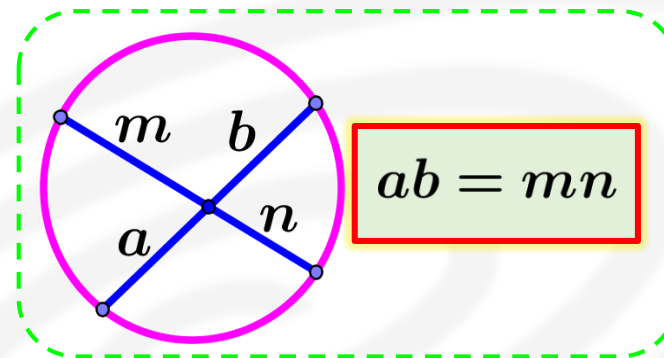
$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

1. Calcule el área de la región triangular ABC, si $BE = 3$, $ED = 4$ y $EC = 3(AE)$.

Resolución



Aplicamos el teorema de cuerdas

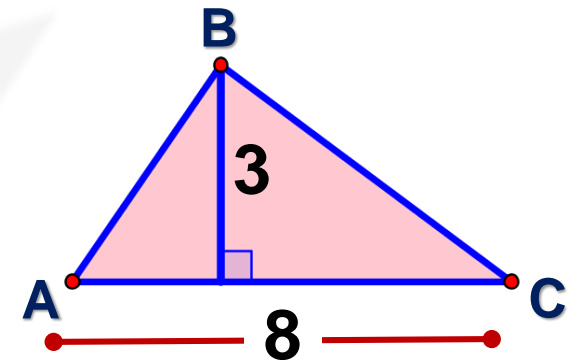


$$S_{ABC} = \frac{8 \times 3}{2}$$

$$\cancel{3}a \times a = \cancel{3} \times 4$$

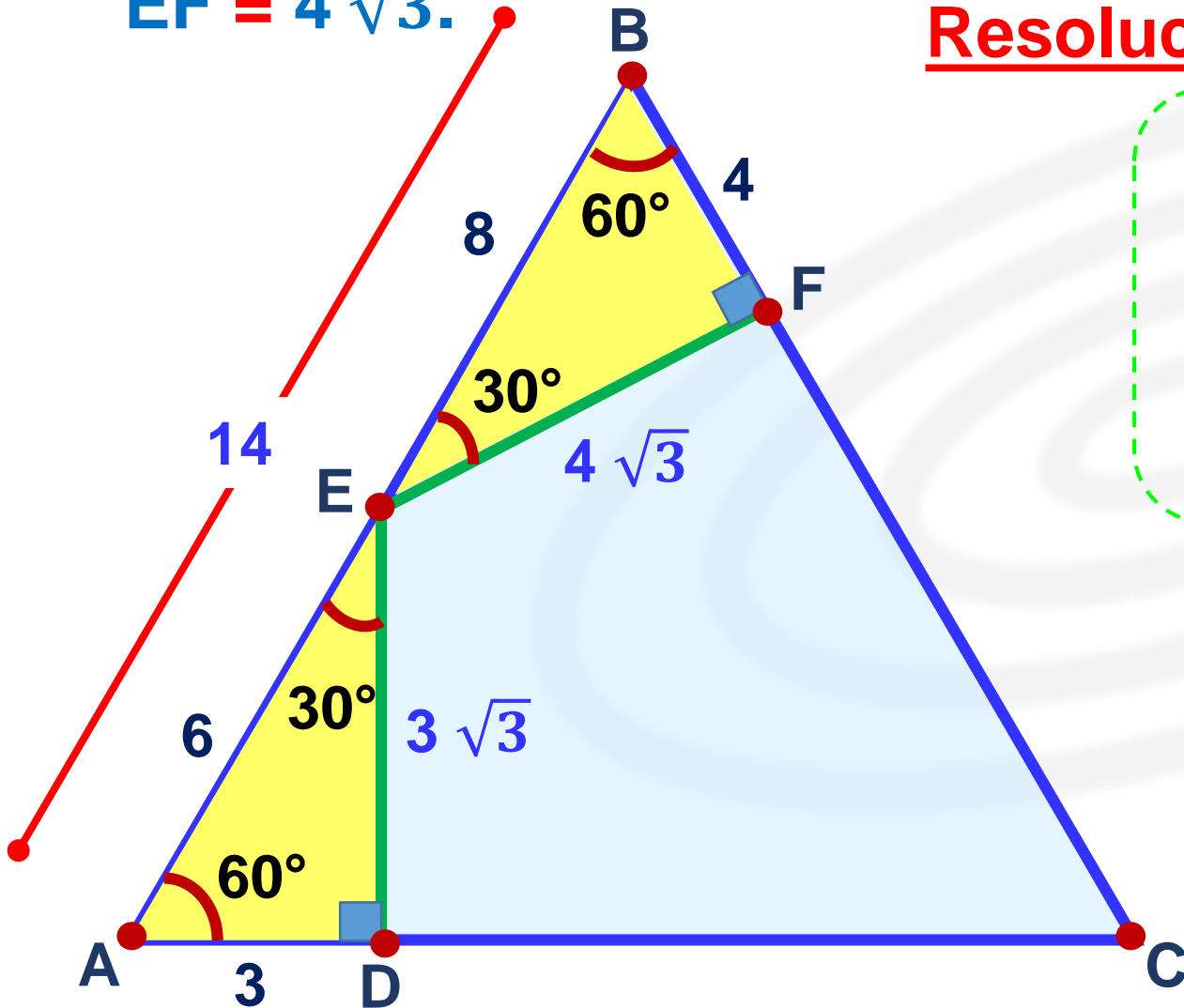
$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$

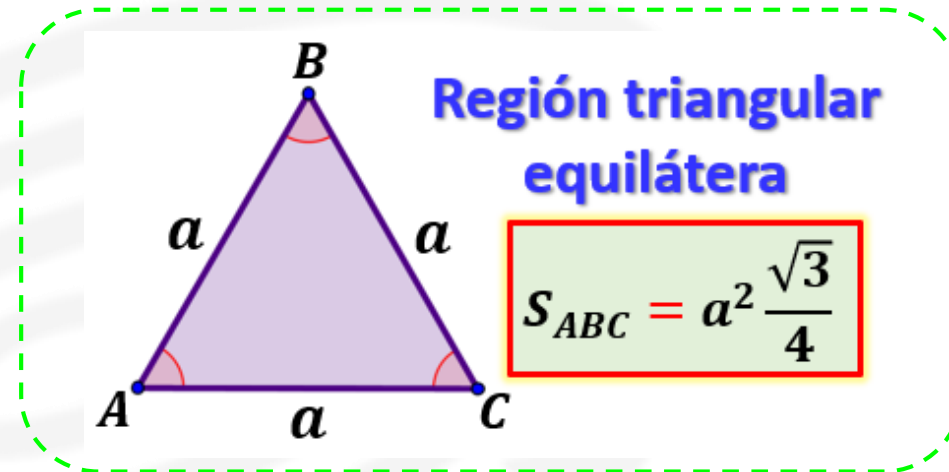


$$S_{ABC} = 12u^2$$

2. Calcule el área de la región triangular equilátera si $ED = 3\sqrt{3}$ y $EF = 4\sqrt{3}$.



Resolución



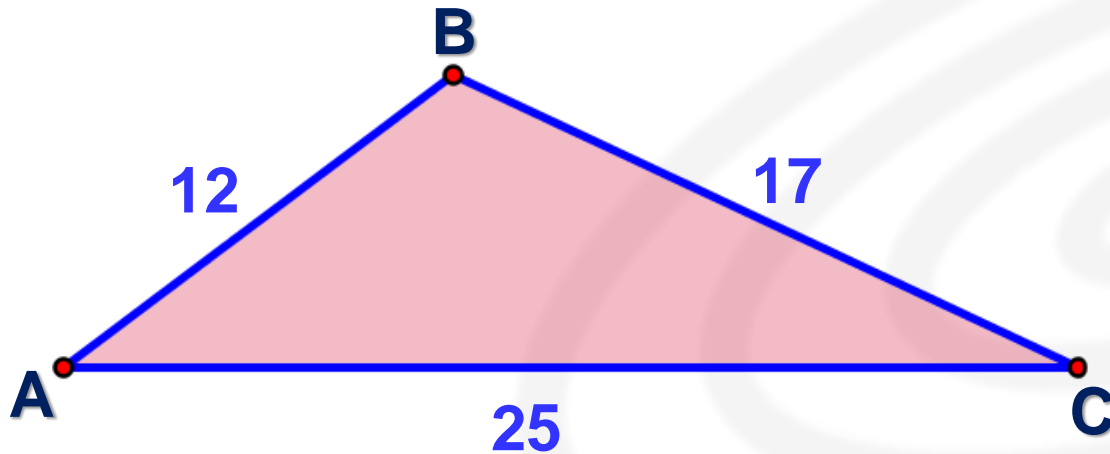
$$S_{ABC} = \frac{(14)^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{ABC} = 49 \sqrt{3} \text{ u}^2$$

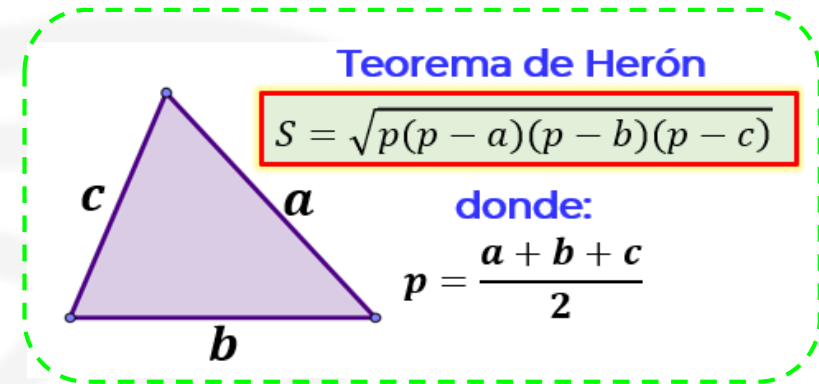
3. Las longitudes de los lados de una región triangular son: 12; 17 y 25. Calcule su área.

Por el teorema de Herón

Resolución



$$p = \frac{12 + 17 + 25}{2} = 27$$



$$S_{ABC} = \sqrt{27(27-12)(27-17)(27-25)}$$

$$S_{ABC} = \sqrt{27(15)(10)(2)}$$

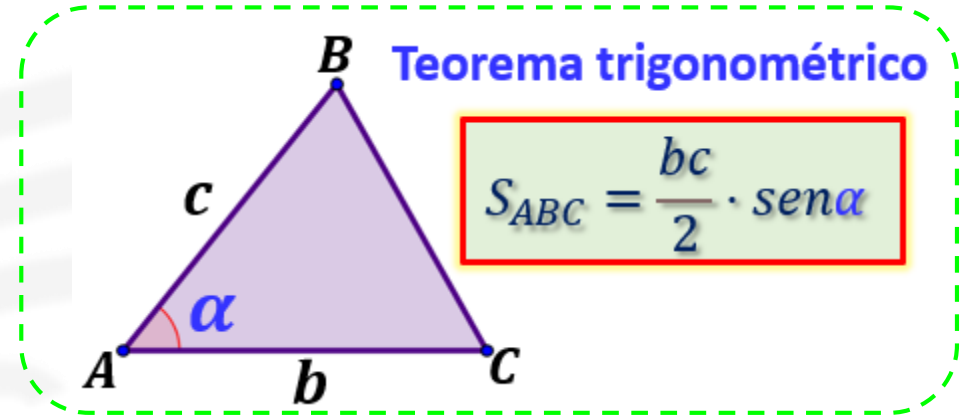
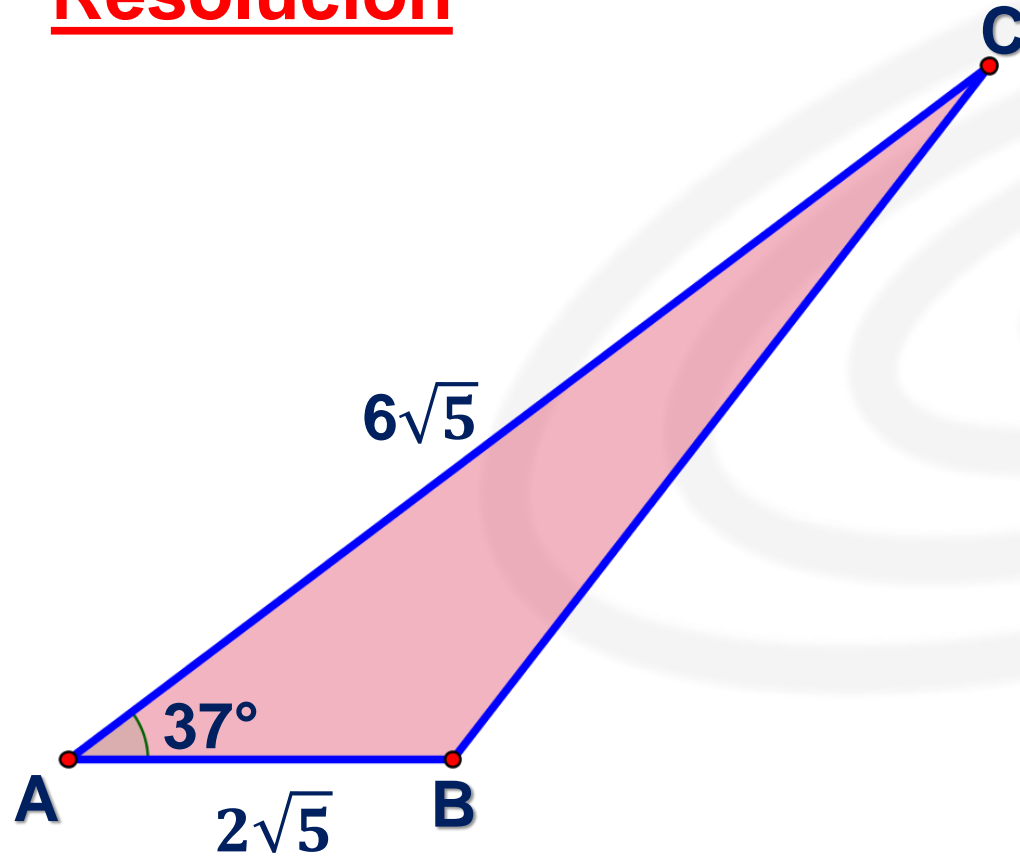
$$S_{ABC} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$S_{ABC} = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$$

$$S_{ABC} = 90 \text{ u}^2$$

4. Calcule el área de una región triangular ABC si $AB = 2\sqrt{5}$, $AC = 6\sqrt{5}$ y $m\angle BAC = 37^\circ$.

Resolución



$$S_{ABC} = \frac{\cancel{2}\sqrt{5} \cdot \cancel{6}\sqrt{5}}{\cancel{2}} \text{sen}37^\circ$$

$$S_{ABC} = \cancel{5} \cdot 6 \cdot \frac{3}{\cancel{5}}$$

$$S_{ABC} = 18 \text{ u}^2$$

5. Las longitudes de los lados de un triángulo son: 4; 6 y 6. Halle la longitud de su inradio.

Resolución

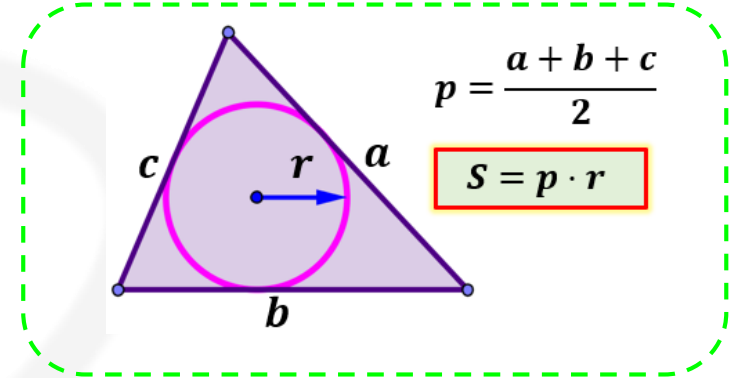
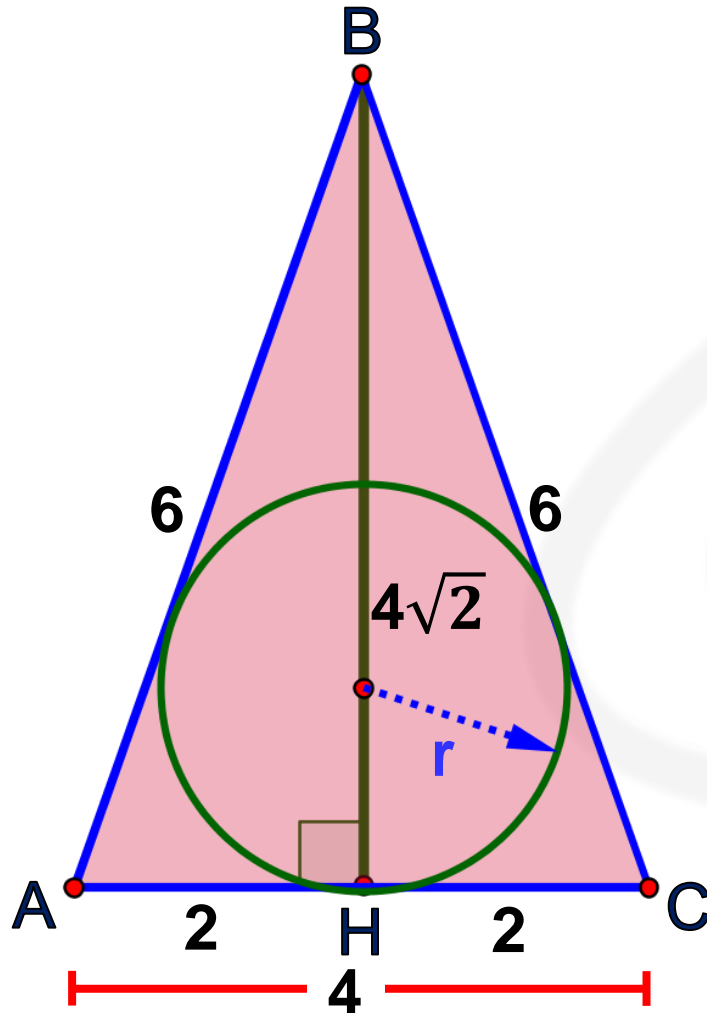
- $\triangle ABC$: Isósceles
- $\triangle BCH$: T. Pitágoras

$$6^2 = (BH)^2 + 2^2$$

$$4\sqrt{2} = BH$$

$$S_{ABC} = \frac{4 \times 4\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{ABC} = 8\sqrt{2}$$



$$p = \frac{6 + 6 + 4}{2} = 8$$

$$p \cdot r = 8\sqrt{2}$$

$$\cancel{8} \cdot r = \cancel{8}\sqrt{2}$$

$$r = \sqrt{2}$$

6. En la figura el triángulo equilátero ABC, representa al contorno de un jardín y el \overline{DE} paralelo al \overline{AC} , representa a una cerca que divide al jardín en dos partes (regiones), de igual área. Si $AB = L$ y $BD = l$; halle $\left(\frac{L}{l}\right)$

Resolución

• Piden: $\left(\frac{L}{l}\right)$

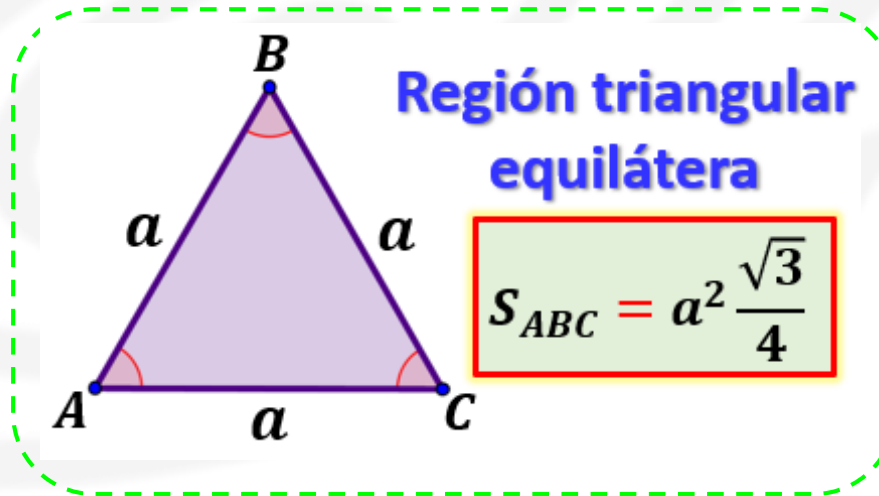
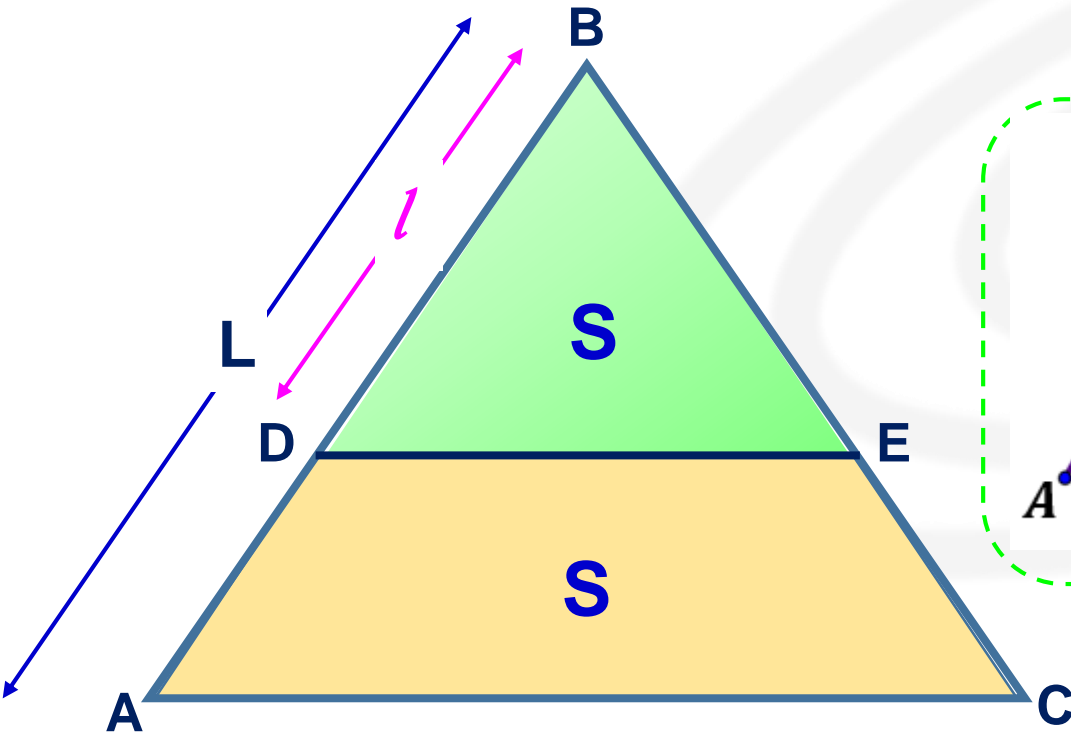
Dato : $S_{DBE} = S_{ADEB}$

$$S_{DBE} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABC}$$

$$\frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$2 = \frac{L^2}{l^2}$$

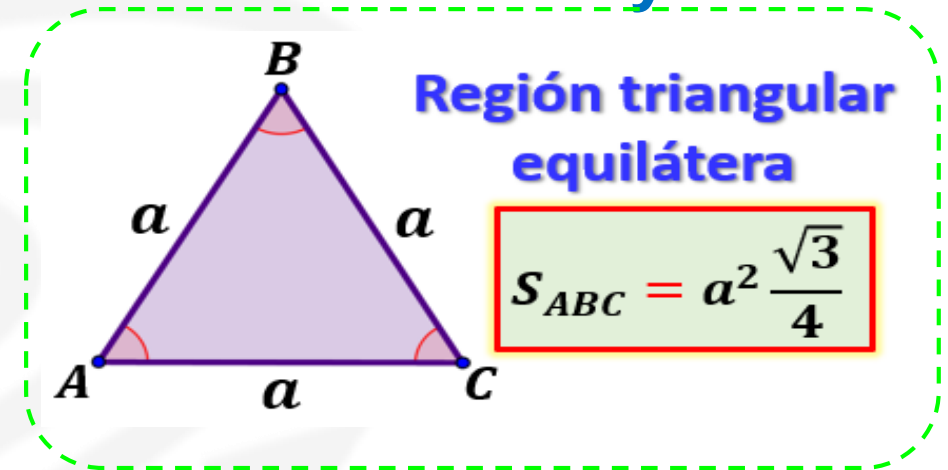
$$\frac{L}{l} = \sqrt{2}$$



7. En el gráfico, se muestra una señal de tránsito donde la parte sombreada que se quiere pintar de color rojo, tiene en sus contornos, dos triángulos equiláteros de lados 60cm y 40cm. Calcule el área de la franja roja.



Resolución



$$S_x = \frac{60^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{40^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_x = 900 \sqrt{3} - 400 \sqrt{3}$$

$$S_x = 500 \sqrt{3} \text{ cm}^2$$