GEOMETRÍA

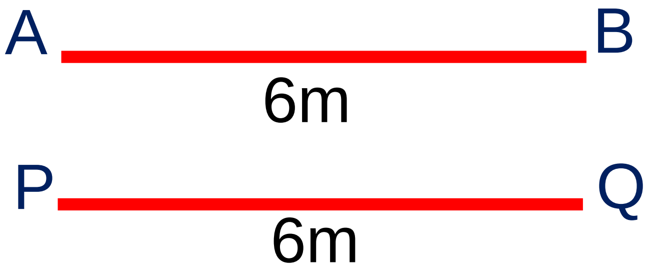
Capítulo 3

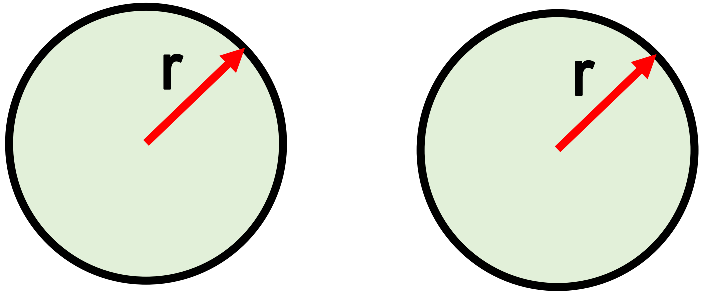
4th
SECONDARY

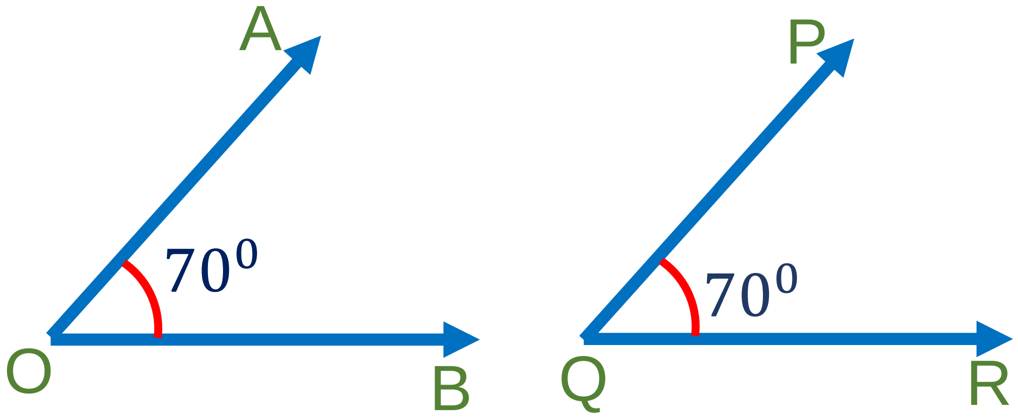
TRIÁNGULOS CONGRUENTES

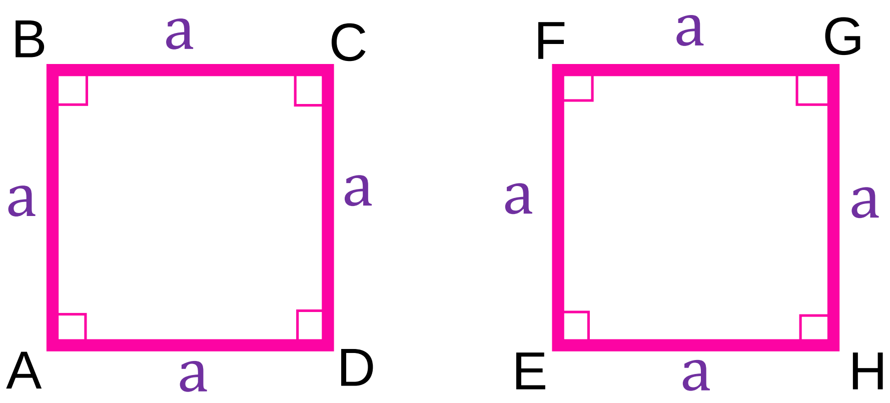
SACO OLIVEROS

Geométricamente la palabra congruencia nos hace pensar en la misma forma y mismo tamaño. La palabra congruente también nos da la posibilidad de superposición de figuras en virtud del axioma de libre movilidad.





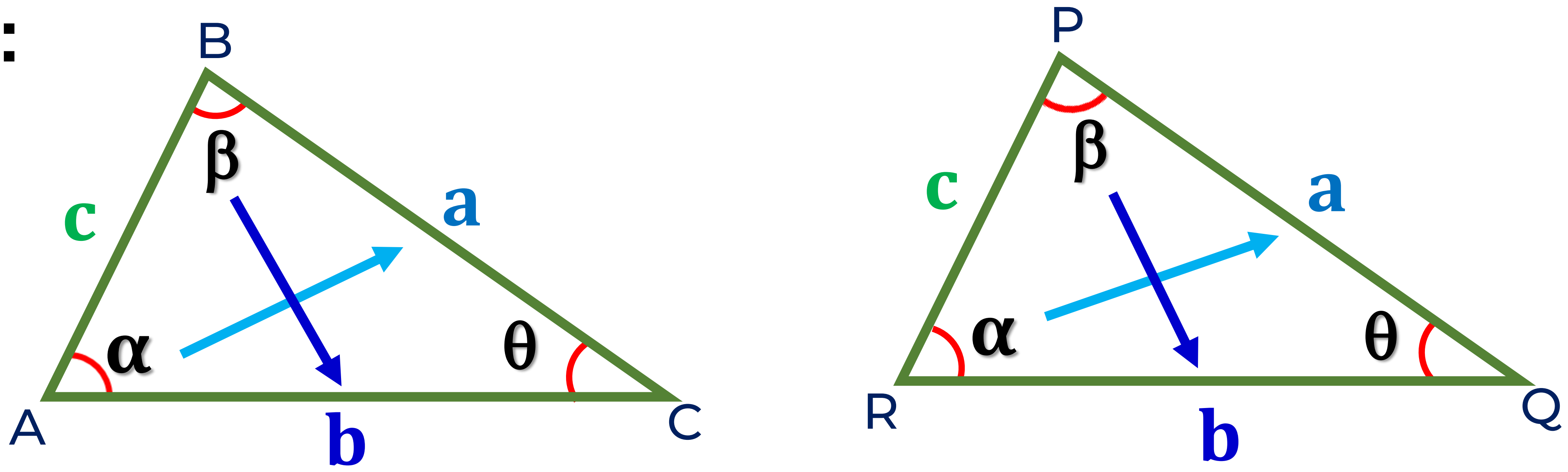




TRIÁNGULOS CONGRUENTES

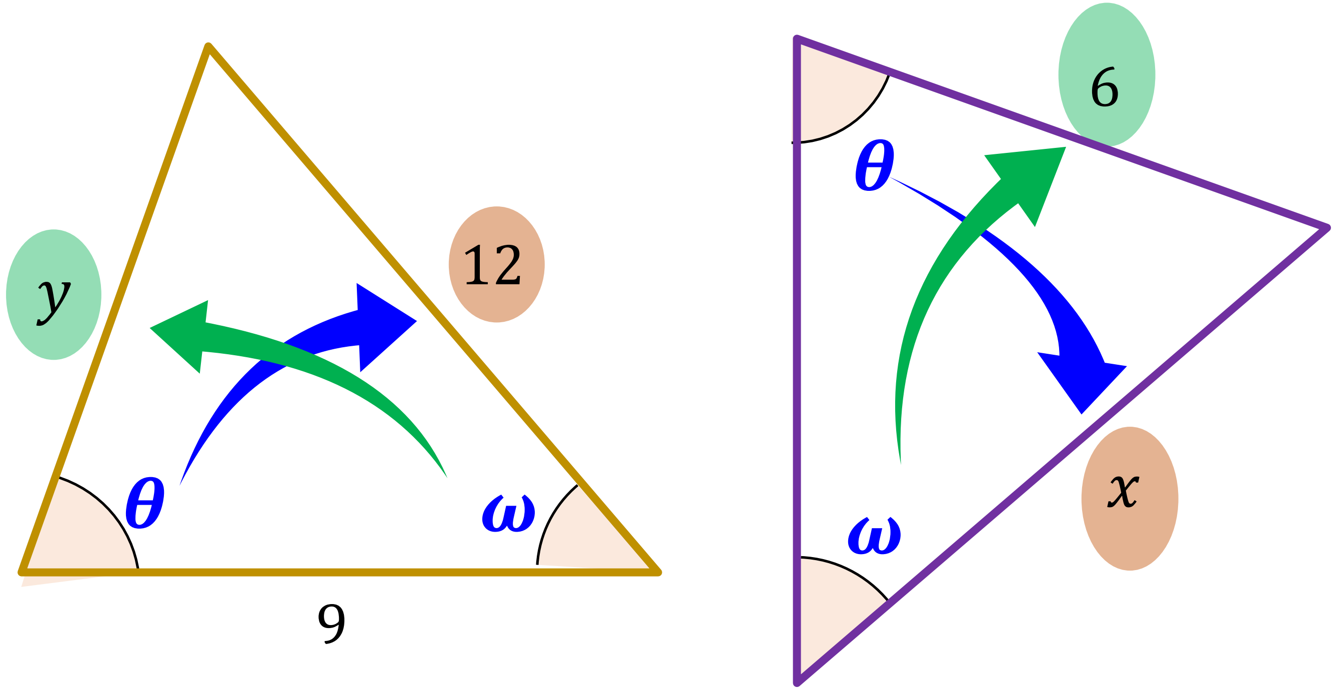
Dos triángulos son congruentes si los lados y ángulos de uno de ellos son respectivamente congruentes a los lados y ángulos del otro.

Si:



$\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

EJERCICIO: Del gráfico, los triángulos son congruentes, calcule x + y.



RESOLUCIÓN:

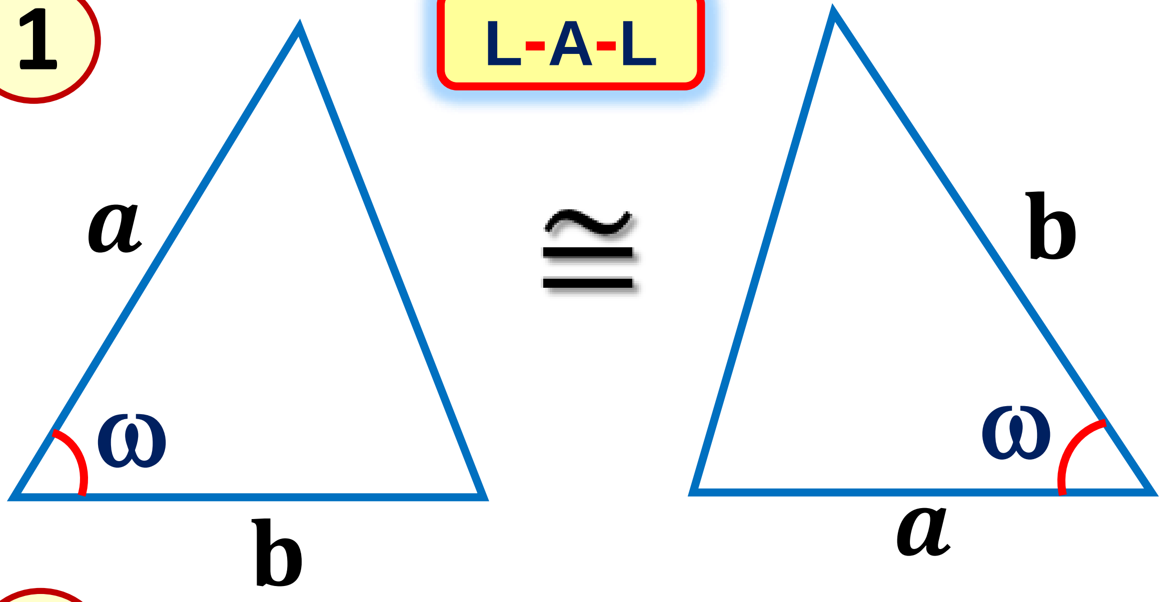
Comparamos sus elementos

- **Como a θ se le opone 12**
  Entonces $x = 12$
- **Como a ω se le opone 6**
  Entonces $y = 6$

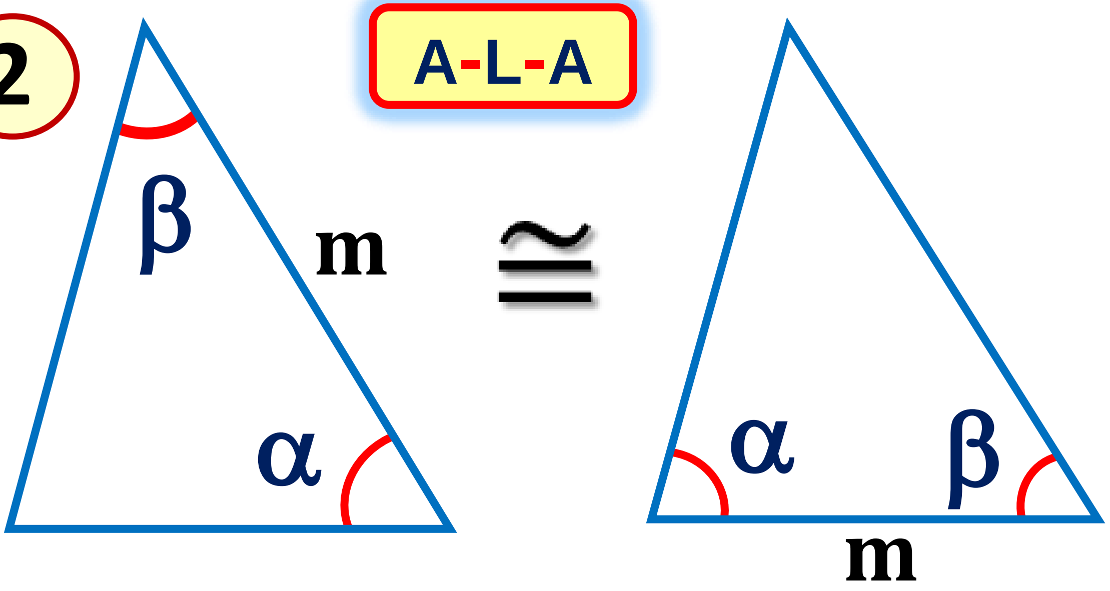
$$\boxed{\therefore\ x + y = 18}$$

CASOS DE CONGRUENCIA

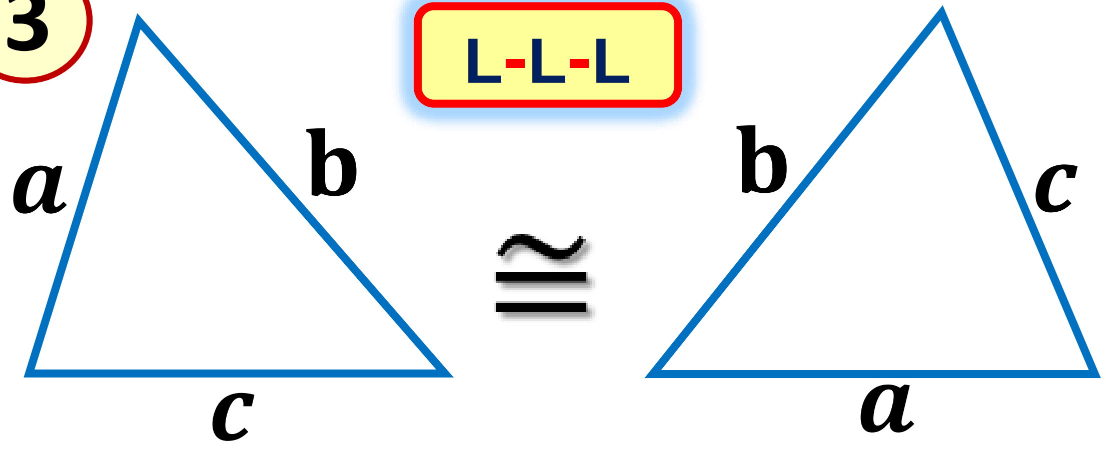
1 L-A-L



2 A-L-A

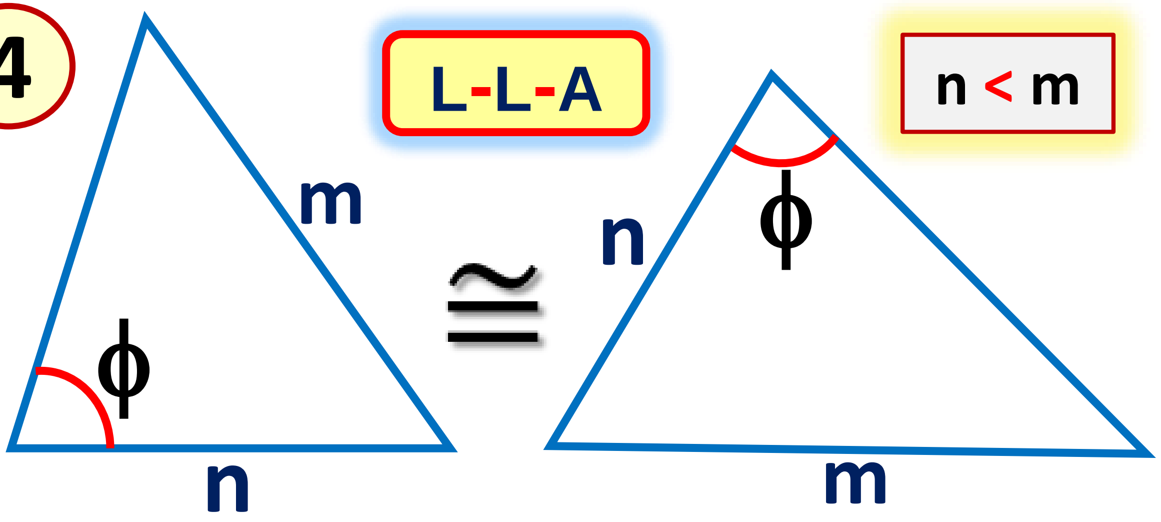


3 L-L-L



4 L-L-A

$n < m$

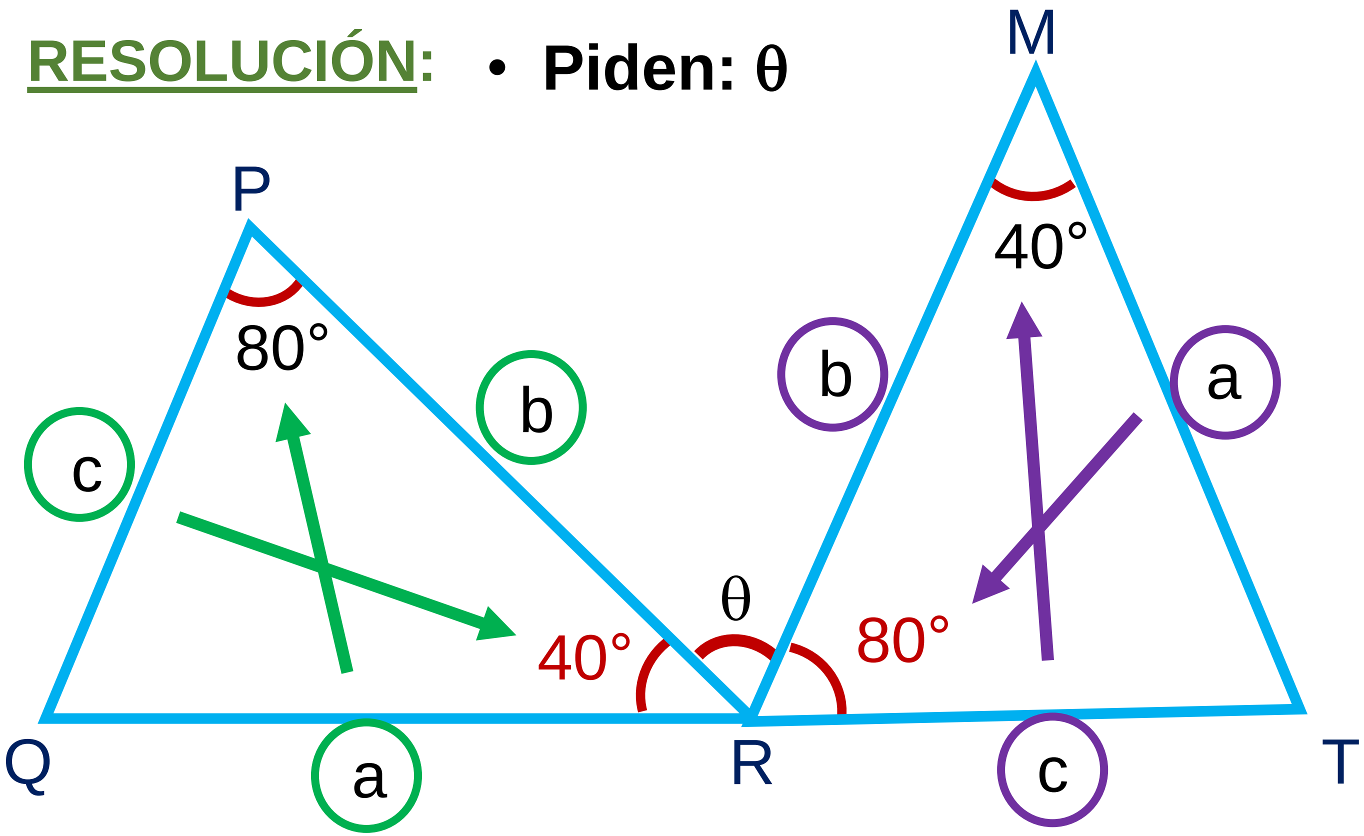


EJERCICIO:

Del gráfico, halle el valor de θ.

RESOLUCIÓN:

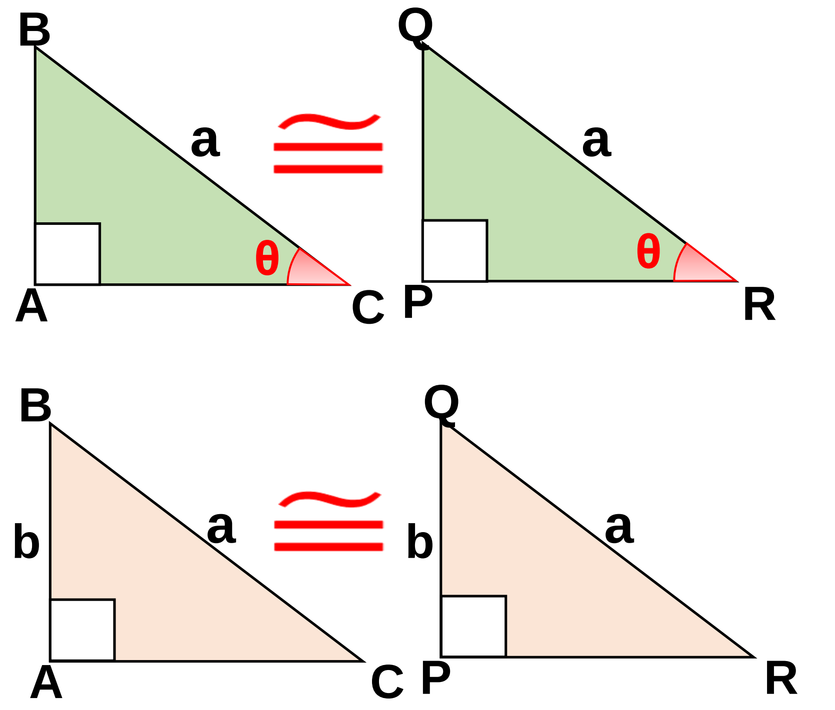
- **Piden: θ**



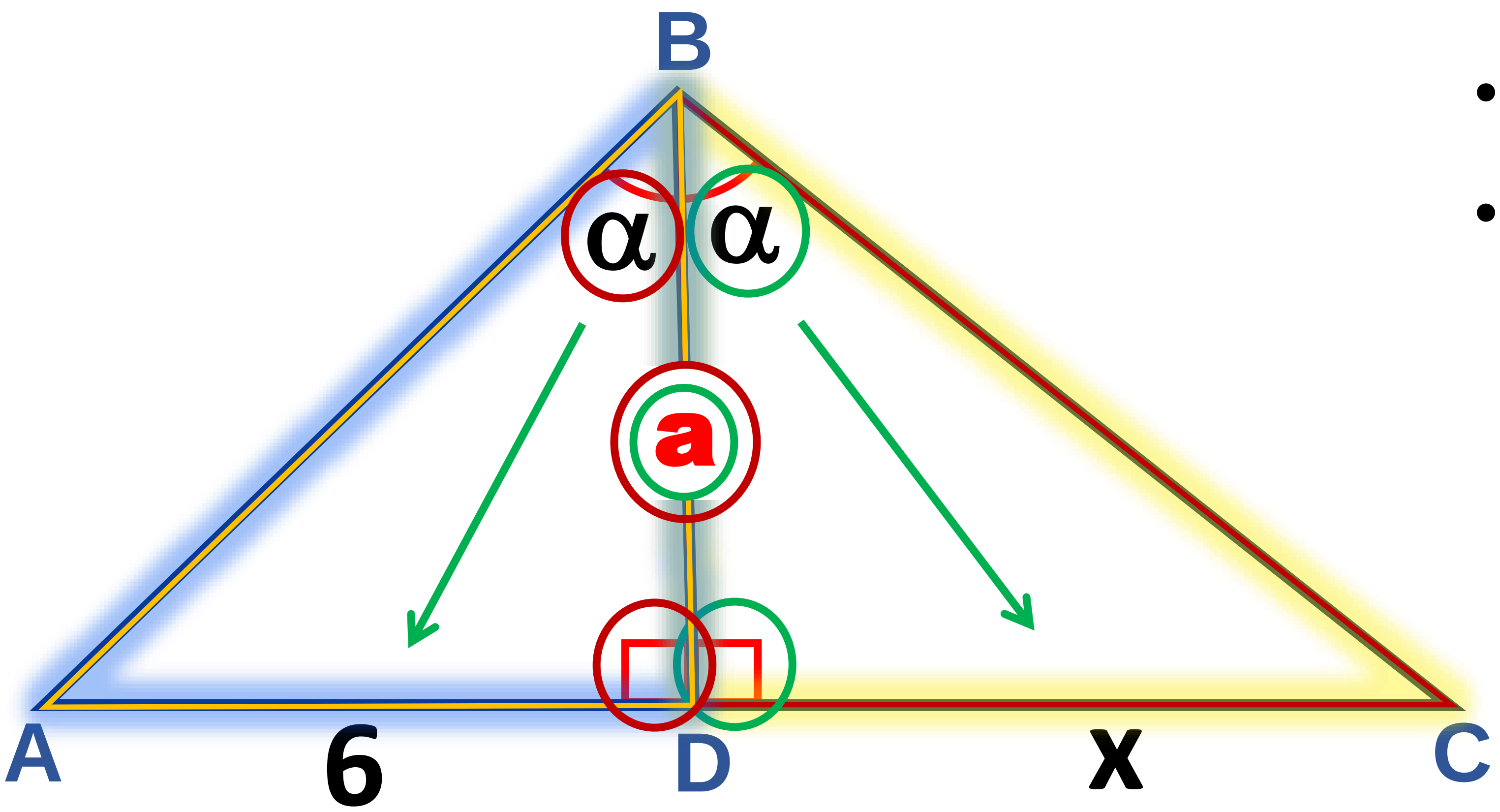
- **ΔQRP ≅ ΔTMR** **L-L-L**

- **En el vértice R:** $80° + 40° + \theta = 180°$ $\boxed{\theta = 60°}$

NOTA:
Para establecer la congruencia en los triángulos rectángulos, se necesitan solo dos elementos adecuadamente distribuidos.



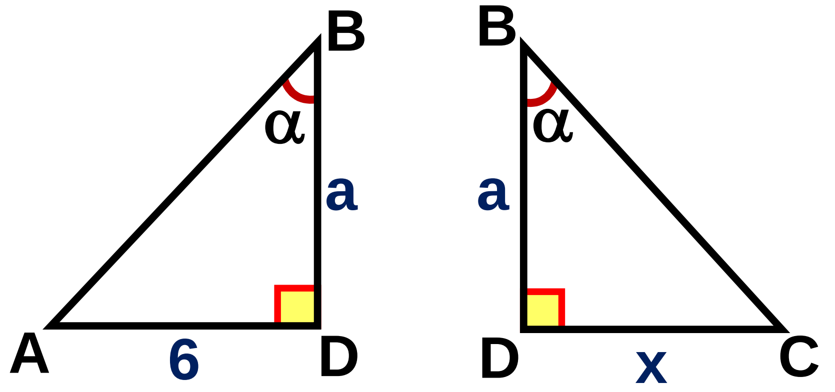
1. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$. Si AD = 6 y m∡BDC = 90°, halle DC.



RESOLUCIÓN:

- Piden: DC = x
- ⊿ABD ≅ ⊿CBD

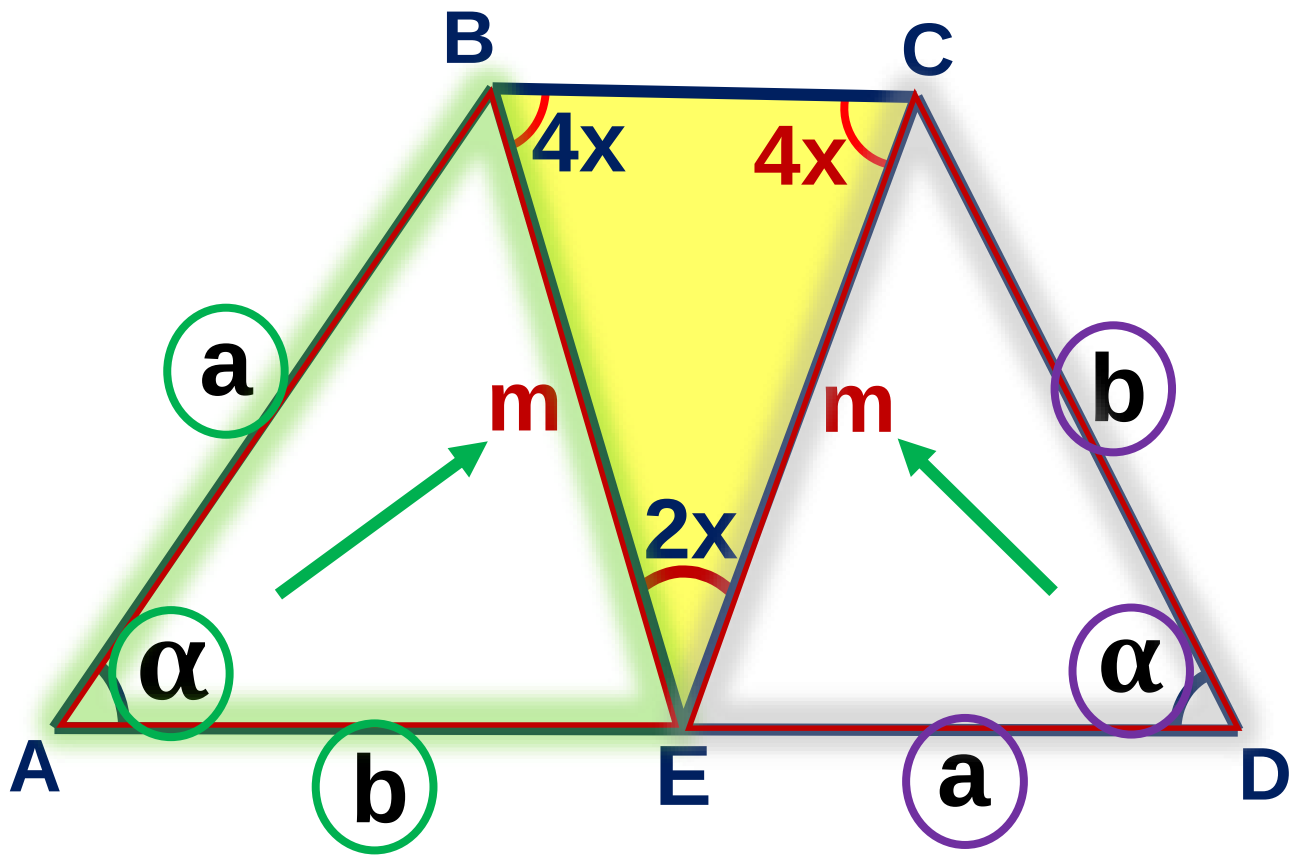
A-L-A



x = 6

DC = 6 u

2. En la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN:

- $\Delta BAE \cong \Delta EDC$

$\boxed{\text{L-A-L}}$

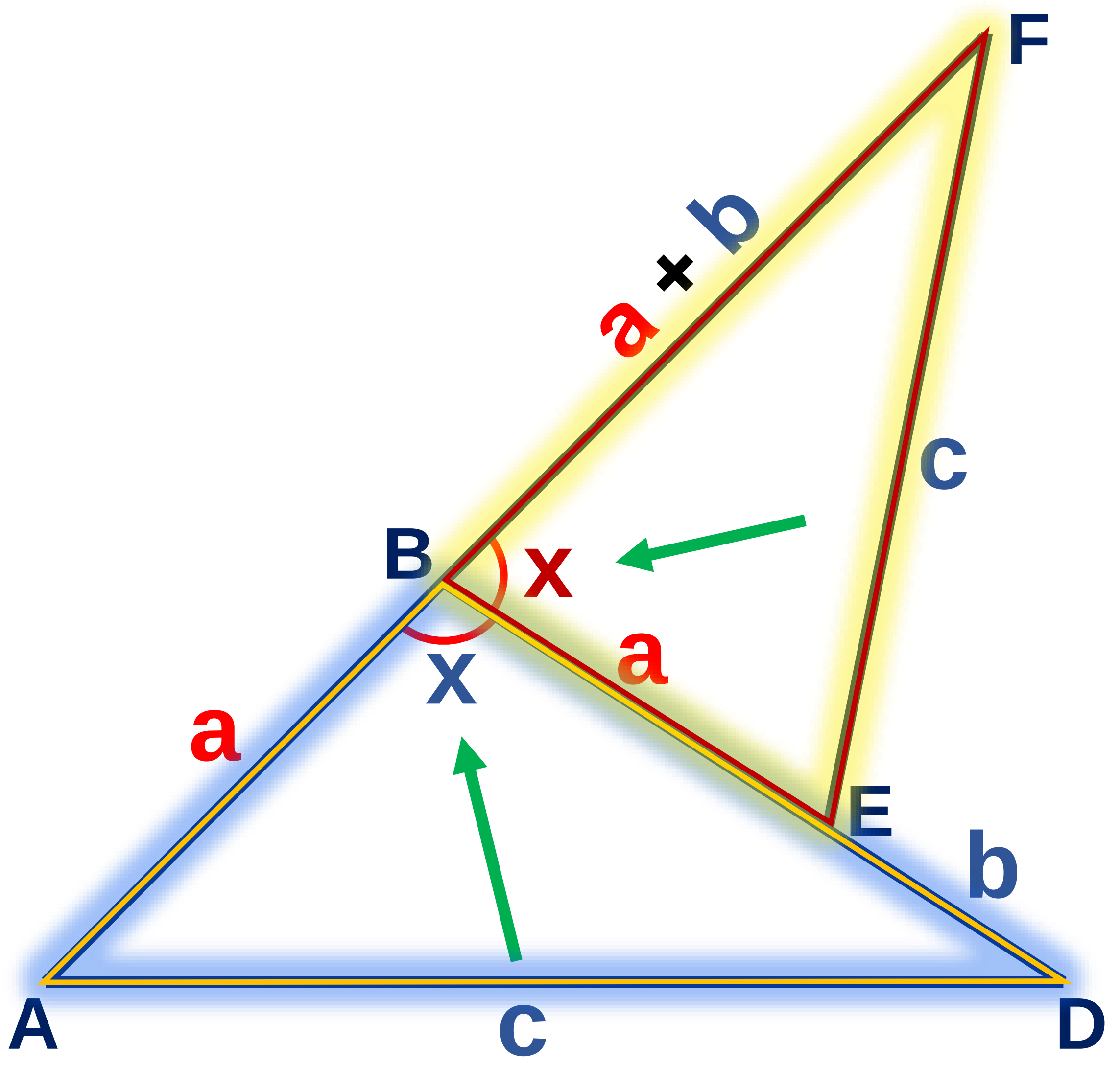
- ΔBCE: isósceles.

$$4x + 4x + 2x = 180°$$

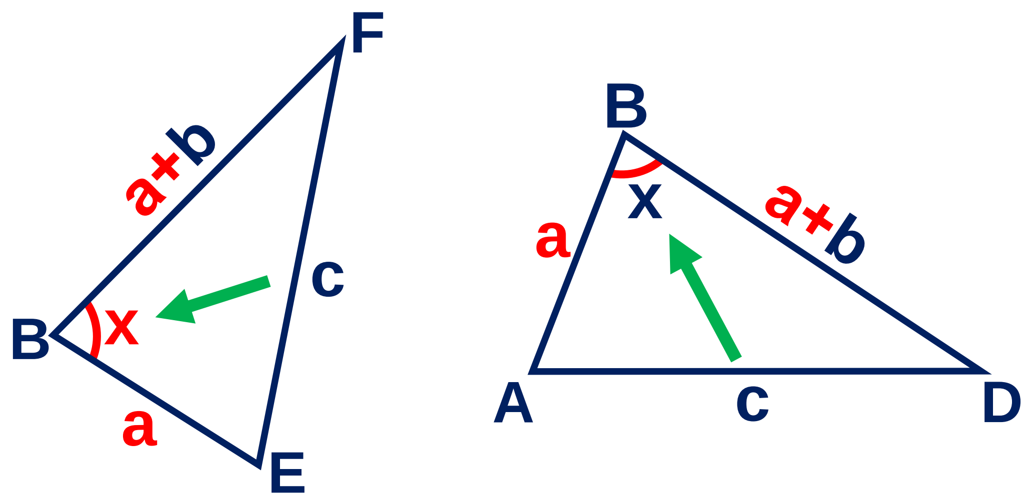
$$10x = 180°$$

$$\boxed{x = 18°}$$

3. En la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN:

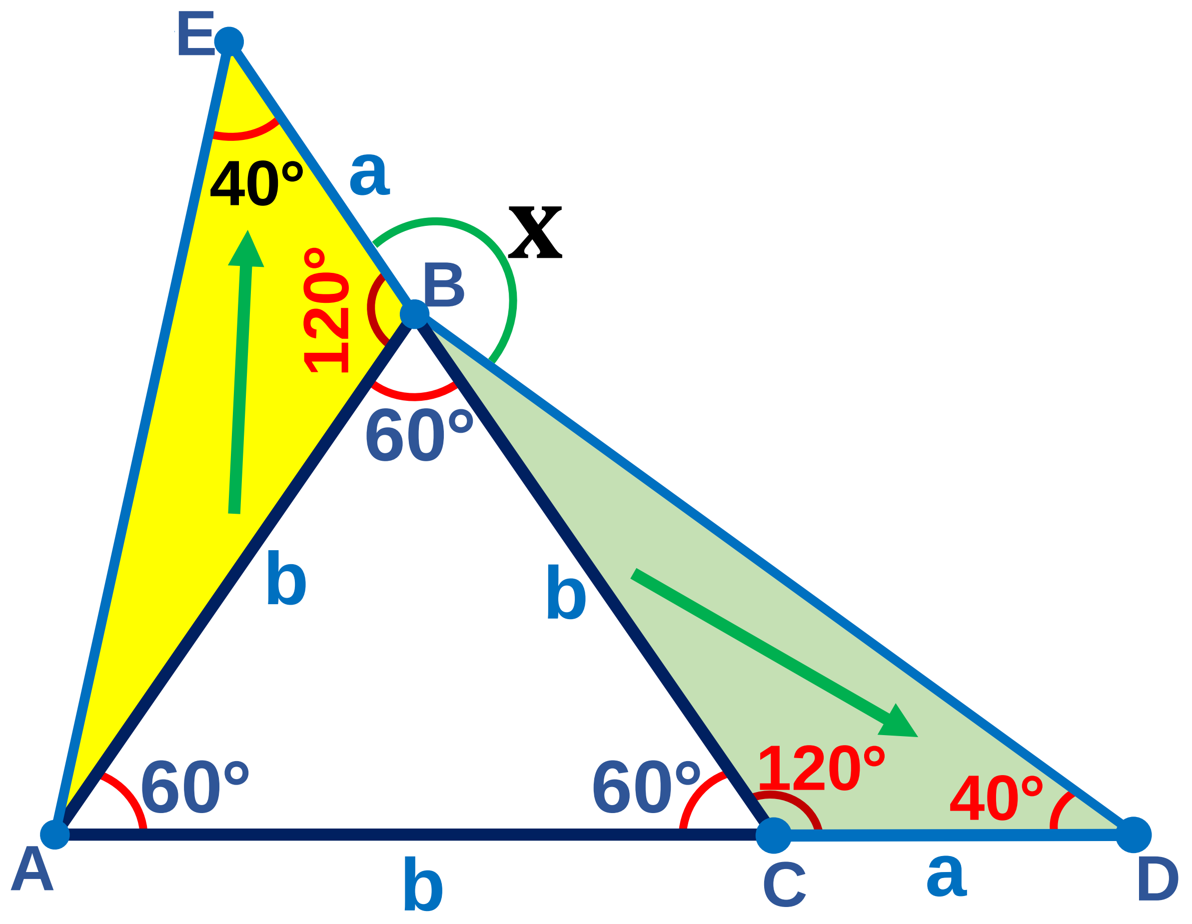


- Piden: x
- $\Delta EBF \cong \Delta ABD$ L-L-L
- En el vértice B:

$$x + x = 180°$$
$$2x = 180°$$

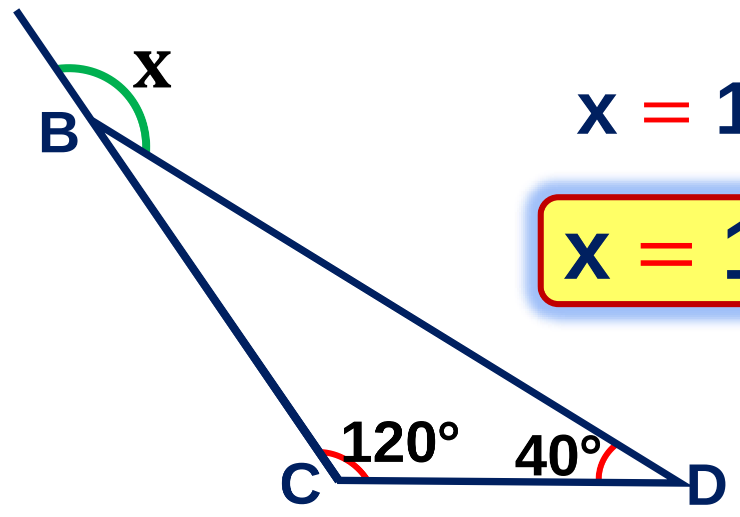
$$\boxed{x = 90°}$$

4. En un triángulo equilátero ABC, se prolonga $\overline{AC}$ hasta D y $\overline{CB}$ hasta E, tal que EB = CD y m∡AEB = 40°. Halle m∡EBD.



RESOLUCIÓN:

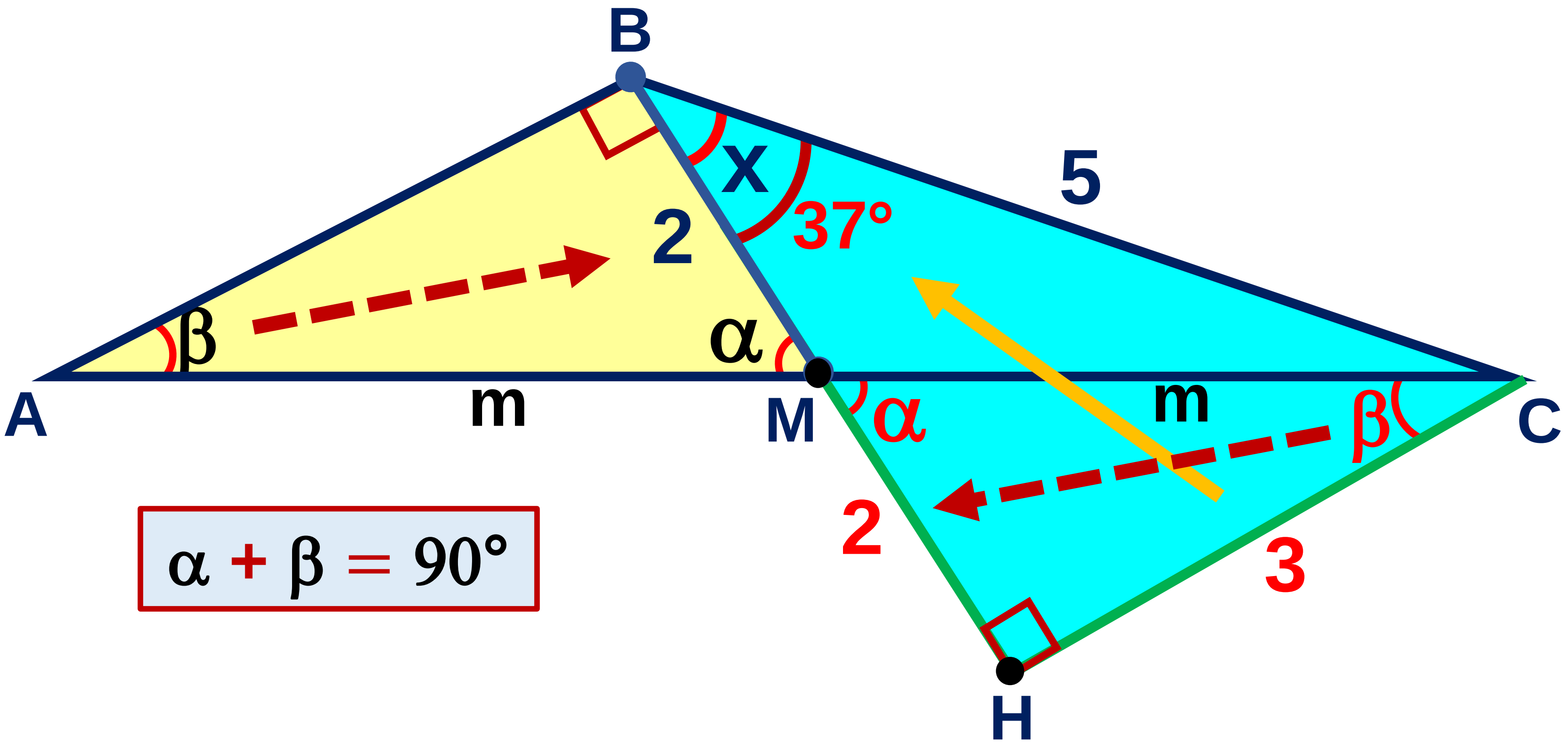
- Piden: m∡EBD = x
- ΔABE ≅ ΔBCD L-A-L
- En el ΔBCD: teorema



$x = 120° + 40°$

$\boxed{x = 160°}$

5. En un triángulo ABC, se traza la mediana $\overline{BM}$. Si m∡ABM = 90°, BM = 2 y BC = 5, halle m∡MBC.



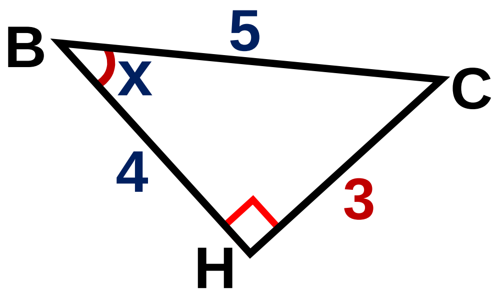
$\boxed{\alpha + \beta = 90°}$

RESOLUCIÓN:

- **Piden: m∡MBC = x**
- **⊿ABM ≅ ⊿CHM**

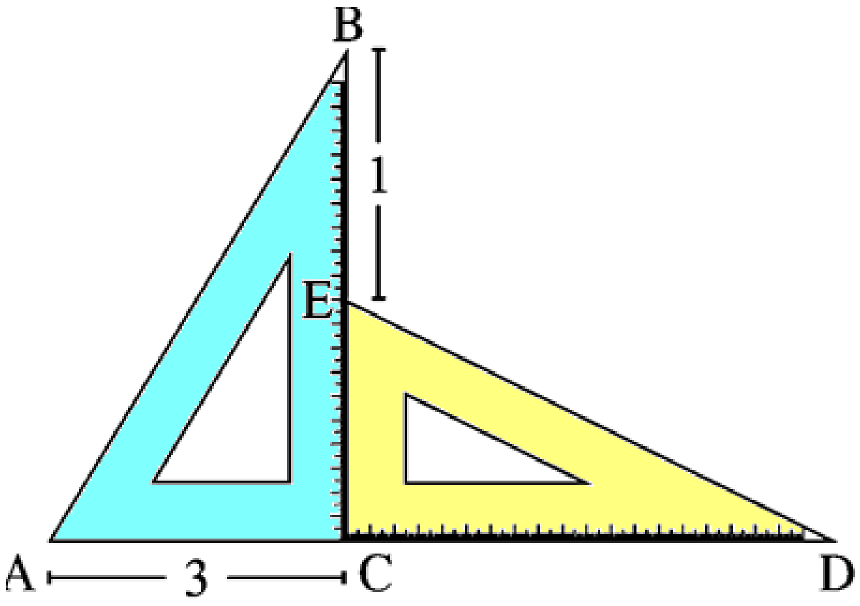
A-L-A

- **⊿BHC: notable de 37° y 53°.**

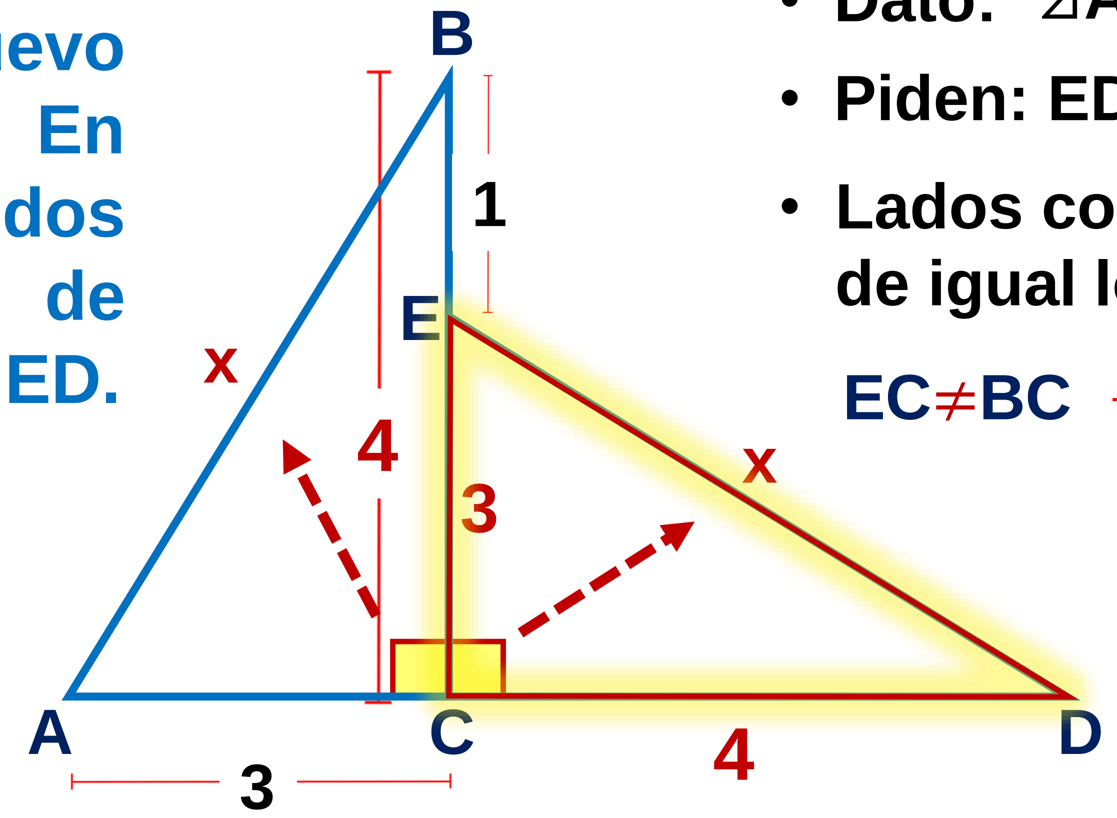


$\boxed{m∡MBC = 37°}$

6. La fábrica ARTESCO ha elaborado un nuevo modelo de escuadra. En el gráfico se muestra dos ejemplares idénticos de dicho modelo. Calcule ED.



RESOLUCIÓN



- Dato: $\triangle ABC \cong \triangle DEC$
- Piden: $ED = x$
- Lados correspondientes de igual longitud

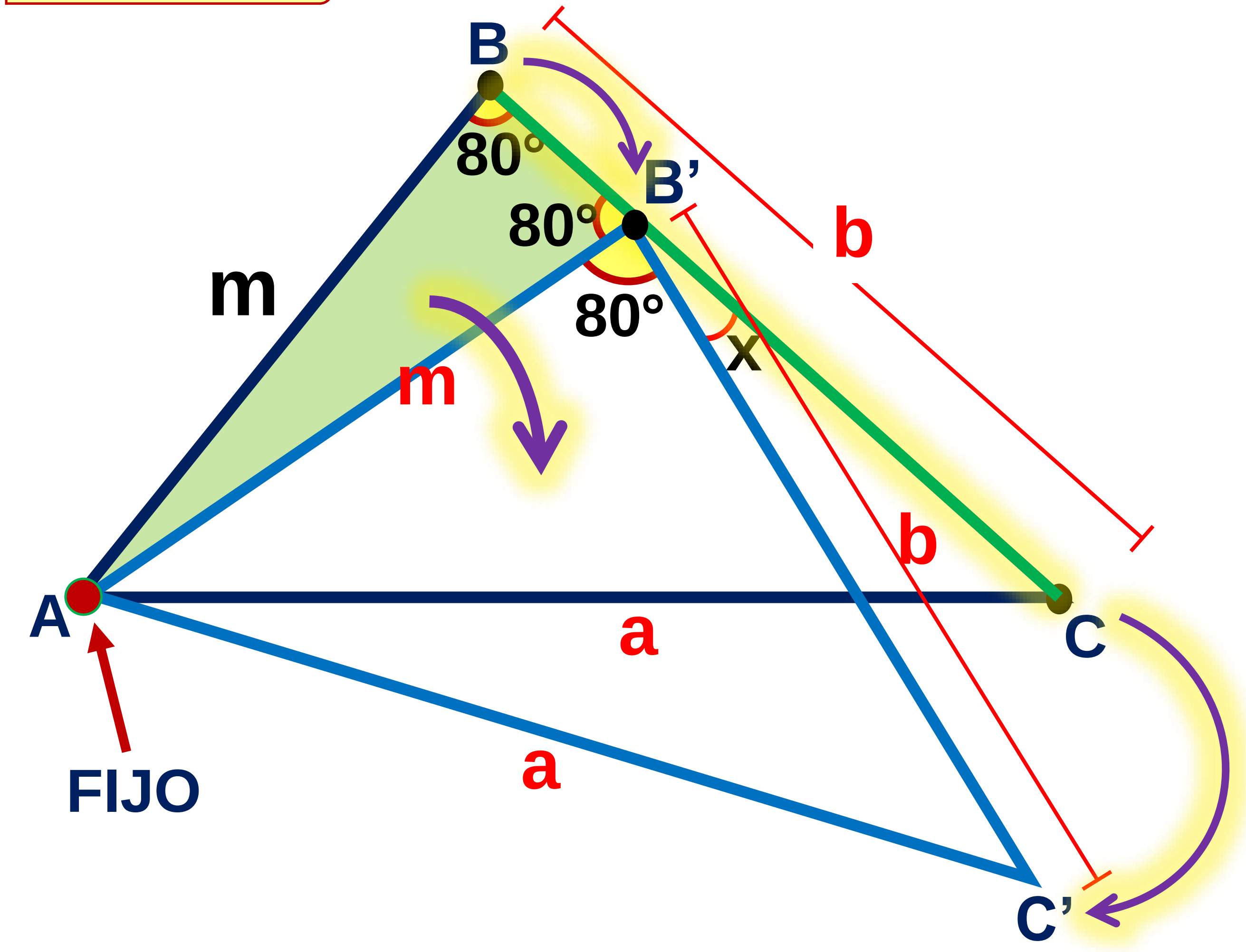
$EC \neq BC \rightarrow EC = AC = 3$

- Luego: $BC = CD = 4$
- En el $\triangle$ECD:

$x = 5$

$\boxed{ED = 5}$

7. Se tiene un triángulo escaleno ABC donde la m∡ABC= 80°. Luego se lo hace girar manteniendo fijo el vértice A hasta la posición AB'C' y B, B' y C son colineales. Halle m∡CB'C'.



RESOLUCIÓN

- Piden: m∡CB'C' = x
- ΔABC ≅ ΔAB'C' L-L-L
- El ΔABB': isósceles

$$80° + 80° + x = 180°$$

$$160° + x = 180°$$

$$x = 20°$$

$\boxed{m∡CB'C' = 20°}$