ALGEBRA

Chapter 16

4th
SECONDARY

Sistema de Ecuaciones Lineales

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

HELICO THEORY

CHAPTHER 16

SACO OLIVEROS

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

I) FORMA GENERAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde:

x, y: Son las variables a calcular

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$: Son constantes

II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

Ejemplo:

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + y = 19 & \ldots (I) \\ 3x - y = 5 & \ldots (II) \end{cases}$$

Resolución

Sumando (I) y (II)

$\Rightarrow$ $8x = 24$

$\Rightarrow$ $\boxed{x = 3}$

Reemplazando "x" en (I)

$\Rightarrow$ $5(3) + y = 19$

$\Rightarrow$ $\boxed{y = 4}$

$CS = \{(3; 4)\}$

B) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Ejemplo: *Resuelva el sistema*

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \quad \ldots (\,I\,) \\ 2x + 3y = 7 \ldots (II) \end{cases}$$

Resolución

De (I) despejamos "x"

$\Rightarrow \quad x = 5 - 2y \quad \ldots (\Delta)$

Reemplazamos "x" en (II) :

$2(5 - 2y) + 3y = 7$

$\Rightarrow \quad 10 - 4y + 3y = 7$

$\Rightarrow \quad 3 - y = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = 3}$

Reemplazamos "y" en (Δ) :

$\Rightarrow \quad x = 5 - 2(3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = -1}$

CS= {(-1; 3)}

III) CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

Sea el siguiente sistema :

$$L_1: \ a_1x + b_1y = c_1$$

$$L_2: \ a_2x + b_2y = c_2$$

$L_1 \, , L_2$: *son rectas*

Éste sistema será:

1) COMPATIBLE DETERMINADA

(Solución única)

Si cumple:

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}}$$

NOTA: *Se dice en este caso que las rectas $L_1 \, , L_2$ se intersectan en un sólo punto.*

2) COMPATIBLE INDETERMINADA (Infinitas soluciones)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 están superpuestas, debido a esto hay infinitos cortes.

3) INCOMPATIBLE (No existe solución)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 son paralelas, por lo tanto no hay solución.

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 16

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1 Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} 8x - 7y = 46 & (\alpha) \\ 9x - 5y = 69 & (\beta) \end{cases}$$

Cacule: xy

Resolución

Eliminando "x":

$$\begin{aligned} (x9)\alpha: \quad & \cancel{72x} - 63y = 414 \\ (x8)\beta: \quad & \cancel{72x} - 40y = 552 \quad (-) \\ \hline & 23y = 138 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \boxed{y = 6}$$

Reemplazando en "α":

$$8x - 7(6) = 46$$

$$8x = 88 \rightarrow \boxed{x = 11}$$

$$\rightarrow \boxed{xy = 66}$$

PROBLEMA 2 Al resolver : $\begin{cases} \dfrac{3}{x-1} + \dfrac{4}{y-3} = 23 \quad (\alpha) \\ \dfrac{4}{x-1} - \dfrac{5}{y-3} = 10 \quad (\beta) \end{cases}$

Calcule: 5x+2y

Resolución

x5α: $\dfrac{15}{x-1} + \cancel{\dfrac{20}{y-3}} = 115$

x4β: $\dfrac{16}{x-1} - \cancel{\dfrac{20}{y-3}} = 40$ $(+)$

$\dfrac{\cancel{31}}{x-1} = 1\cancel{55}$ 5

$\dfrac{1}{5} = x - 1 \rightarrow \boxed{\dfrac{6}{5} = x}$

En " α ": $\dfrac{3}{\frac{1}{5}} + \dfrac{4}{y-3} = 23$

$\dfrac{4}{y-3} = 23 - 15$

$\dfrac{\cancel{4}}{y-3} = \cancel{8}$ 2 $\rightarrow \dfrac{1}{2} = y - 3$

$\rightarrow \boxed{\dfrac{7}{2} = y}$

$\therefore 5x + 2y = \quad 13$

PROBLEMA 3

Siendo: $\begin{cases} x + y = 8 & \ldots(\alpha) \\ y + z = 3 & \ldots(\beta) \\ x + z = 9 & \ldots(\theta) \end{cases}$

Calcule: $(x - y)^{z+1}$

Resolución

$\boldsymbol{Sumando}\ (\alpha) + (\beta) + (\boldsymbol{\theta})$:

$$2(x + y + z) = 20$$

$$x + y + z = 10$$

$$8 + z = 10$$

$$\boxed{z = 2}$$

$\boldsymbol{En}\ (\beta)$: $\boxed{y = 1}$

$\boldsymbol{En}\ (\boldsymbol{\theta})$: $\boxed{x = 7}$

$$(7 - 1)^{2+1} = 216$$

PROBLEMA 4 Si el sistema:

$$(\mathbf{m}+1)x+3y=5$$
$$2x+(m+2)y=n-2$$

Es compatible indeterminado. Calcule "$m+n$", si m>0

Resolución: Se debe cumplir

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$$

$$\underbrace{\frac{m+1}{2}=\overbrace{\frac{3}{m+2}}^{}}_{1}\overbrace{=\frac{5}{n-2}}^{2}$$

De 1: $(m+1)(m+2)=6$

$m^2+3m+2=6$

$m^2+3m-4=0$

$(m-1)(m+4)=0$ → m=1 v m=-4

del dato $m>0$ → m = 1

De 2: $\frac{3}{3}=\frac{5}{n-2}$

$1=\frac{5}{n-2}$

n = 7

piden $m+n$: $1+7=8$

Rpta: 8

PROBLEMA 5 Si el sistema:

$$\begin{cases} 3x + (k-1)y = 12 \\ (k+6)x + 6y = k \end{cases}$$

Es incompatible. Halle el valor de k

Resolución: Se debe cumplir $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$

$$\frac{3}{k+6} = \frac{k-1}{6} \neq \frac{12}{k}$$

$$18 = (k+6)(k-1)$$

$$18 = k^2 + 5k - 6$$

$$k^2 + 5k - 24 = 0$$

$$(k+8)(k-3) = 0$$

$$k=-8 \vee k=3$$

reemplazando $\boxed{\mathbf{k = -8}}$ $\Rightarrow$ $-\dfrac{3}{2} \neq \dfrac{12}{-8}$

$-\dfrac{3}{2} \neq \dfrac{-3}{2}$ ………… F

$\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{k = 3}}$

RPTA: 3

PROBLEMA 6

Pedro hace una compra de x millares de camisas al precio de $5y$ soles por cada millar de camisas; donde x e y se obtienen de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 25x - 4y = 589 \\ 5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31 \end{cases}$$

¿ Cuánto gastó Pedro en dicha compra?

Resolución

De (1): $(5\sqrt{x})^2 - (2\sqrt{y})^2 = 589$

$$(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$$

$$31(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$$

$$5\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 19 \ldots.(3)$$

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} + \cancel{2\sqrt{y}} = 31 \ \ldots(2) \\ 5\sqrt{x} - \cancel{2\sqrt{y}} = 19 \ldots(3) \end{cases}$$

+

$$10\sqrt{x} = 50$$

$$\sqrt{x} = 5$$

$$x=25$$

reemplazando en (2) $5(5) + 2\sqrt{y} = 31$

$$2\sqrt{y} = 6$$

$$y = 9$$

piden cuánto gasto $x.5y$

$$(25)(45) = 1125$$

Rpta 1 125 soles

PROBLEMA 7 Un paciente necesita 65 g proteínas y 45 g de carbohidratos, y ha encontrado en el mercado dos tipos de alimentos: el tipo A que contiene 3 g de proteínas y 2 g de carbohidratos, y el tipo B que contiene 4 g de proteínas y 3 g de carbohidratos. Si el paciente compra ambos tipos de alimentos, ¿cuántos alimentos del tipo B compró? (g = gramos)

Resolución:

Analizando los datos de los alimentos

	Tipo A	Tipo B
Proteínas	3 g	4 g
Carbohidratos	2 g	3 g

Cantidad de alimentos tipo A = x

Cantidad de alimentos tipo B = y

Llevándolo a un sistema de ecuaciones

$$3x + 4y = 65 \longleftarrow \times 2$$
$$2x + 3y = 45 \longleftarrow \times 3$$

Luego

$$\cancel{6x} + 8y = 130$$
$$\cancel{6x} + 9y = 135$$

$\ominus$

$$-y = -5$$
$$y = 5$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Compró 5 alimentos del tipo B}}$