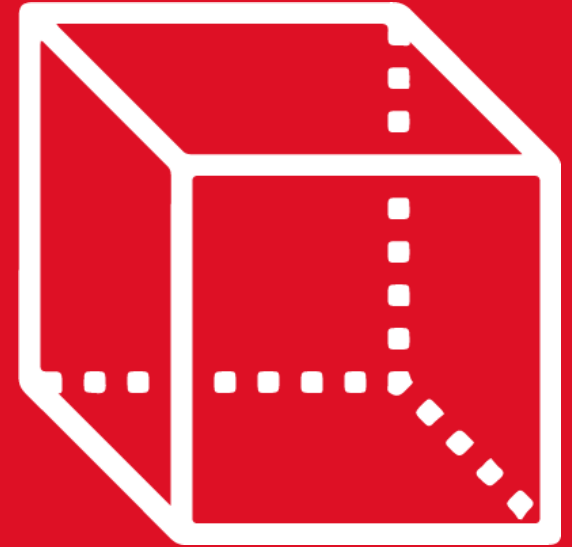




GEOMETRÍA

Capítulo 9

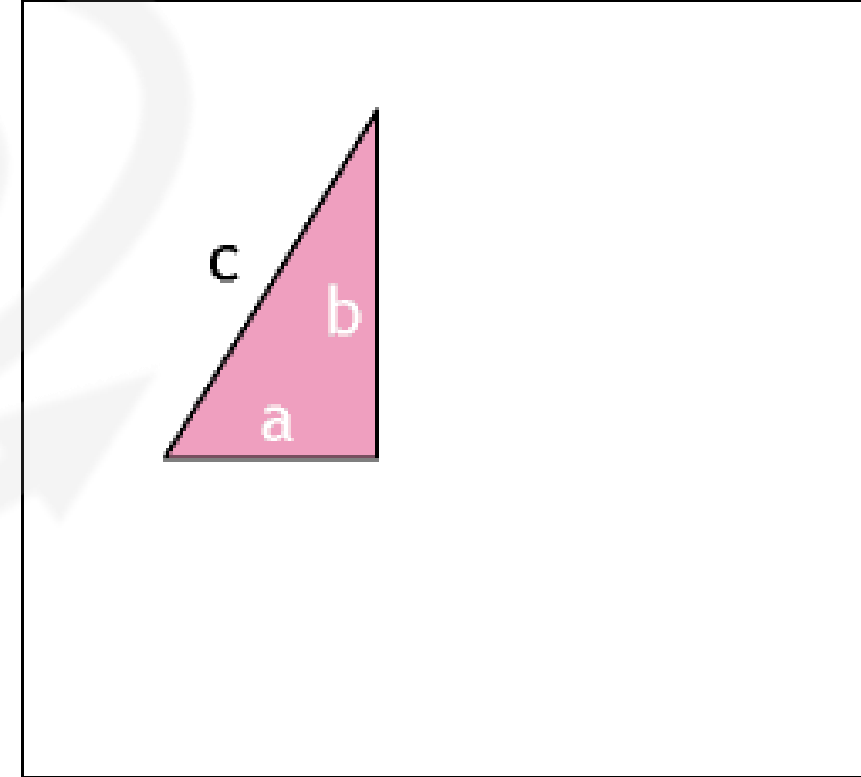
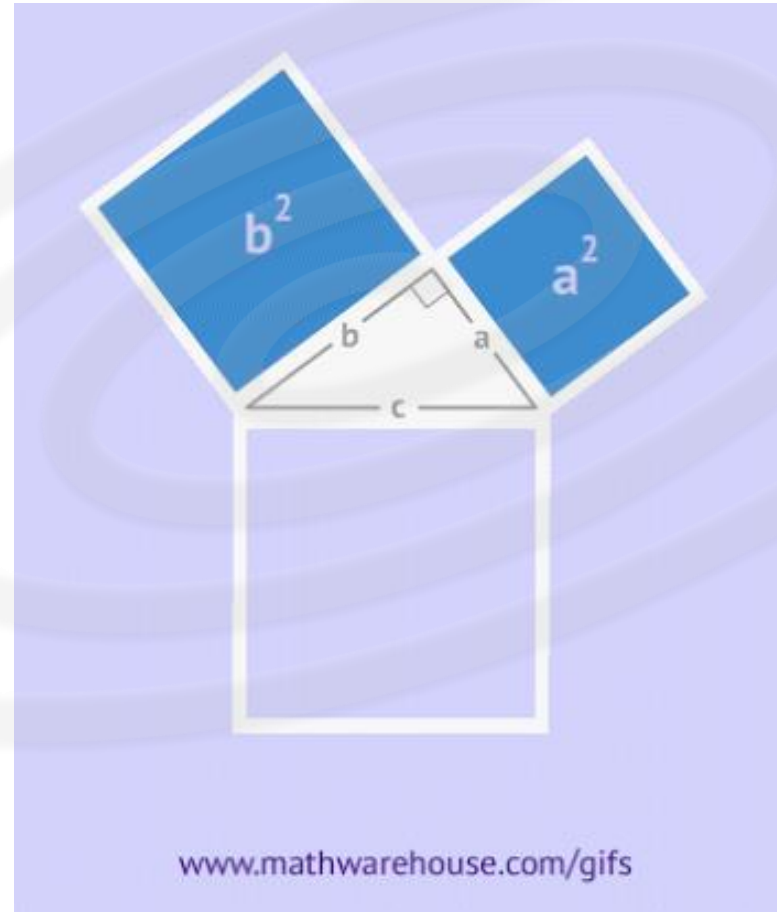
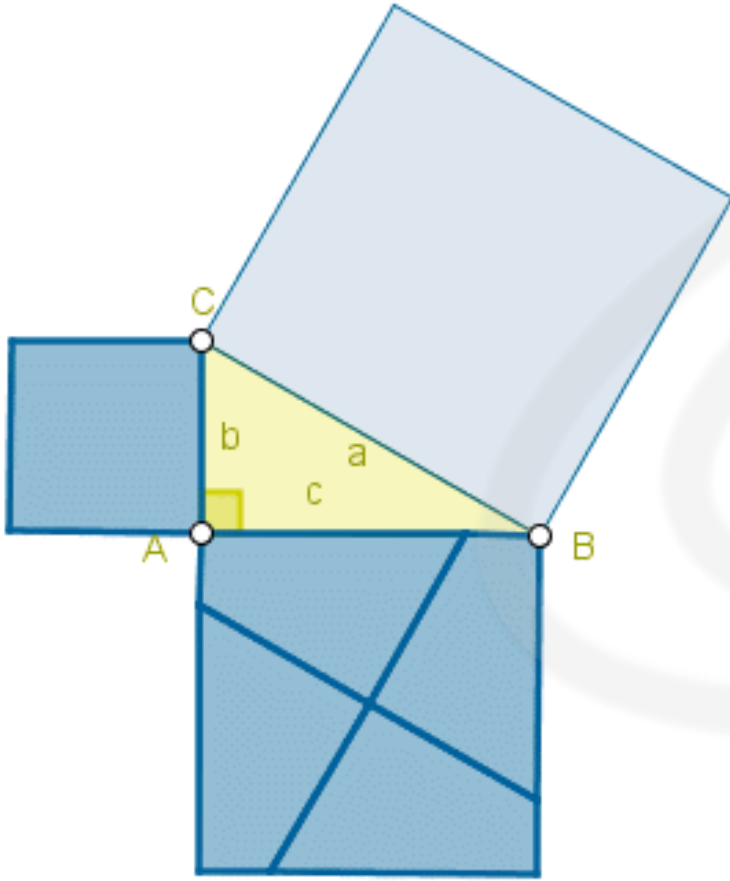
5th
SECONDARY



 **SACO OLIVEROS**

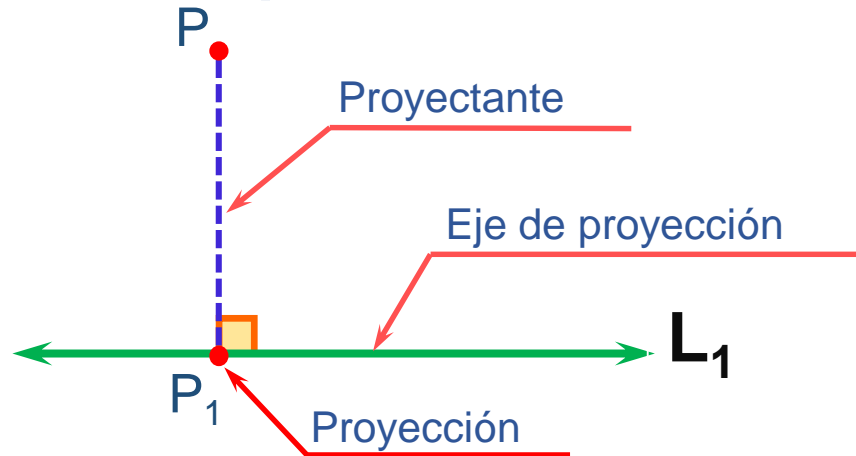
RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO
RECTÁNGULO Y EN LA CIRCUNFERENCIA

En la actualidad, existen más de 300 demostraciones del teorema de Pitágoras, lo que confirma que es uno de los teoremas que más ha llamado la atención a través de la historia.

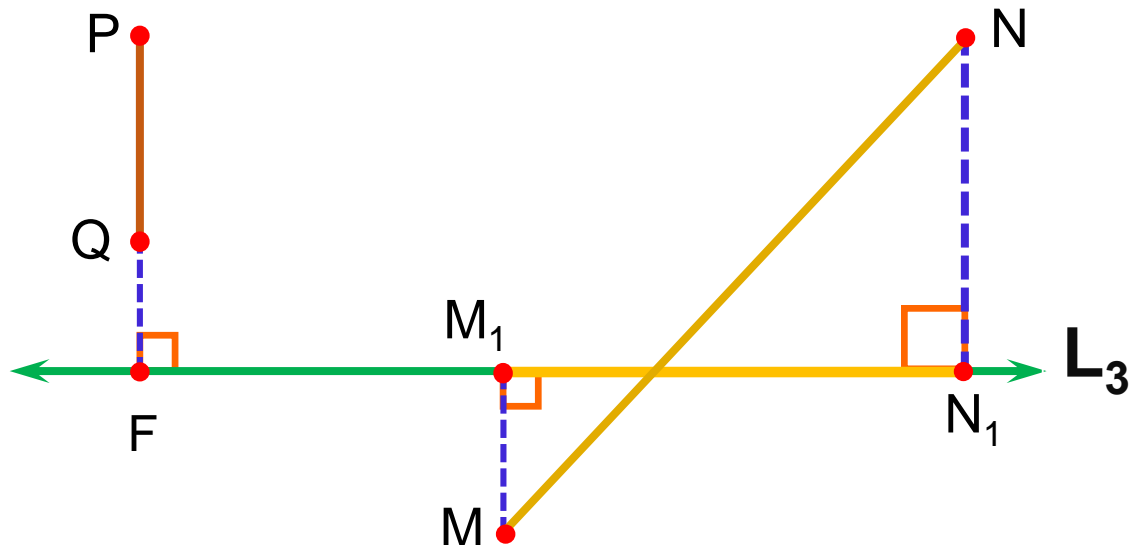


Proyección ortogonal

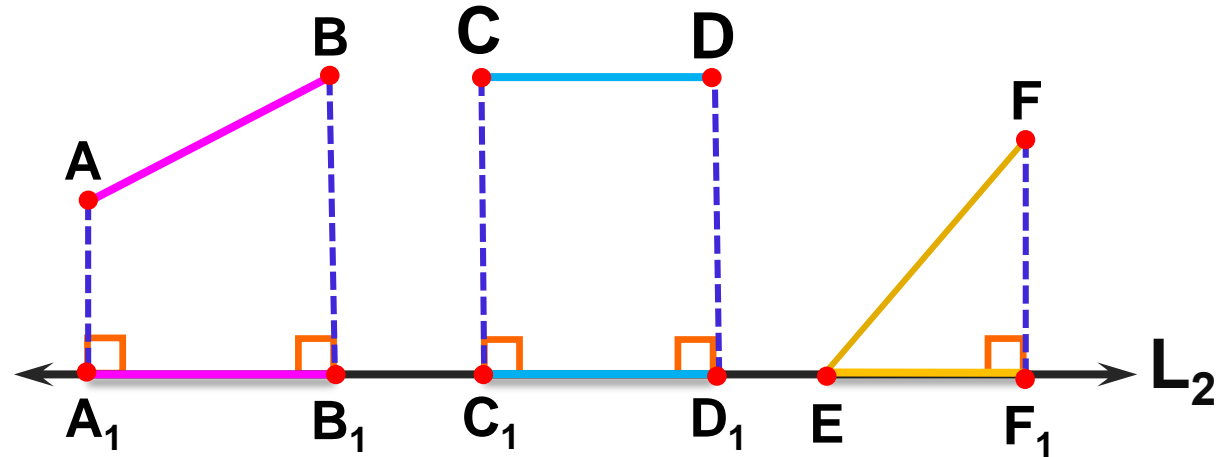
I. De un punto sobre una recta



NOTA :



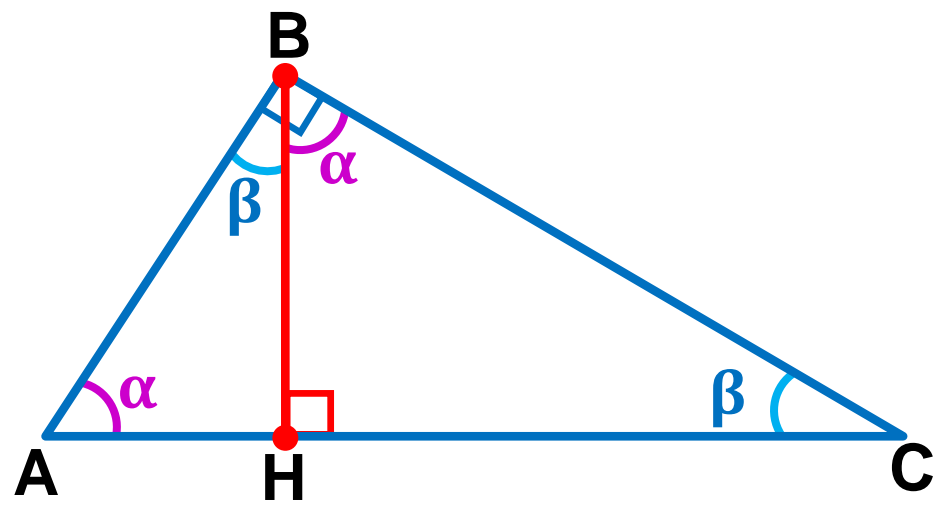
II. De un segmento sobre una recta



$\overline{A_1B_1}$: Proyección de \overline{AB} sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

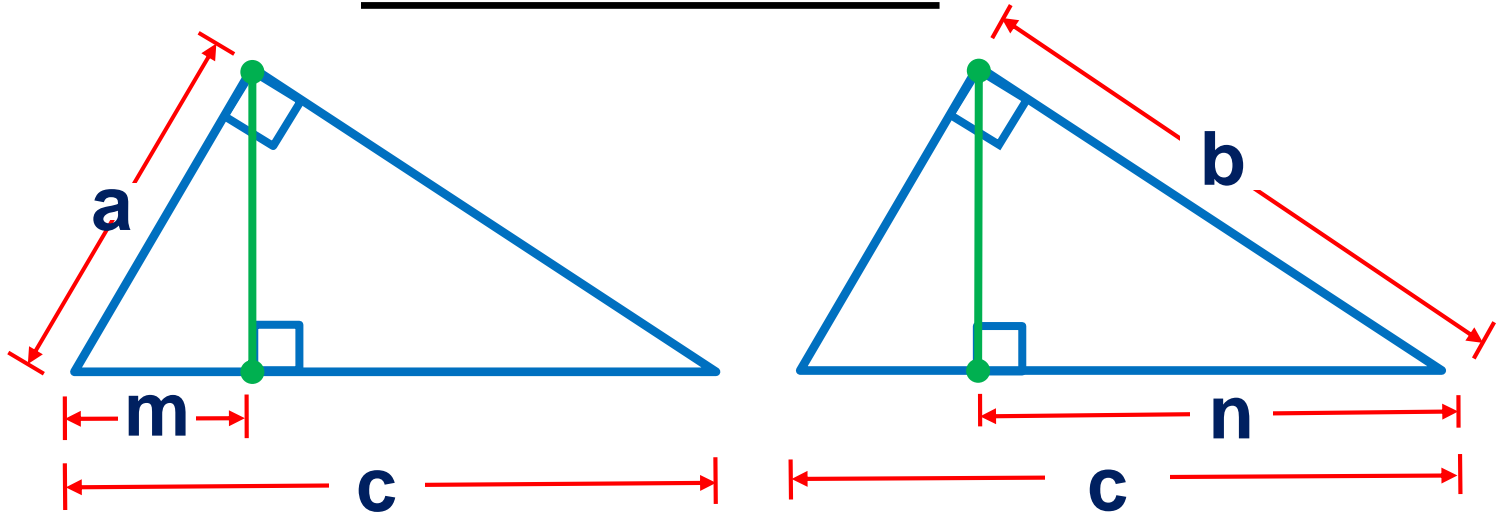
$\overline{C_1D_1}$: Proyección de \overline{CD} sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

$\overline{EF_1}$: Proyección de \overline{EF} sobre $\overleftrightarrow{L_2}$



- \overline{AB} y \overline{BC} : catetos
 - \overline{AC} : hipotenusa
- $$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2$$
- \overline{AH} : proyección \overline{AB} sobre \overline{AC}
- \overline{HC} : proyección \overline{BC} sobre \overline{AC}
- $$\triangle ABC \sim \triangle AHB \sim \triangle BHC$$

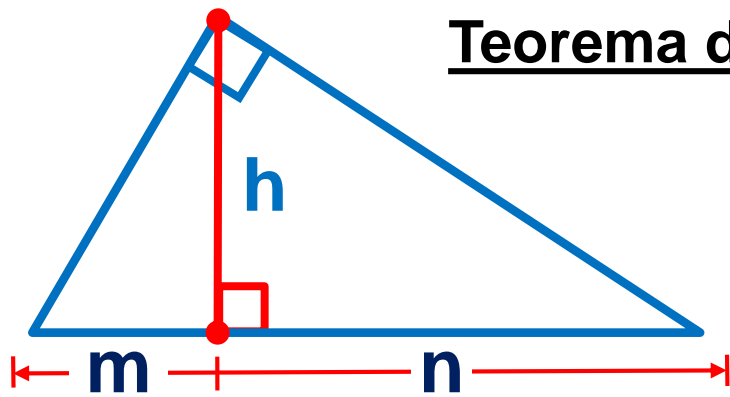
Teorema del cateto



$$a^2 = c \cdot m$$

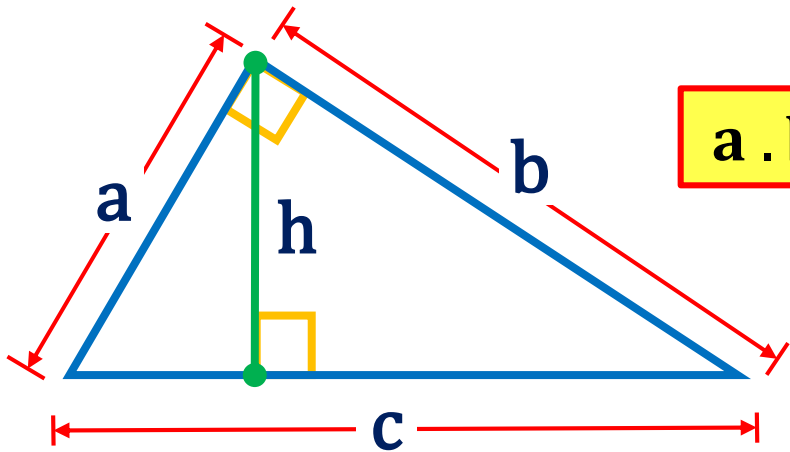
$$b^2 = c \cdot n$$

Teorema de la altura

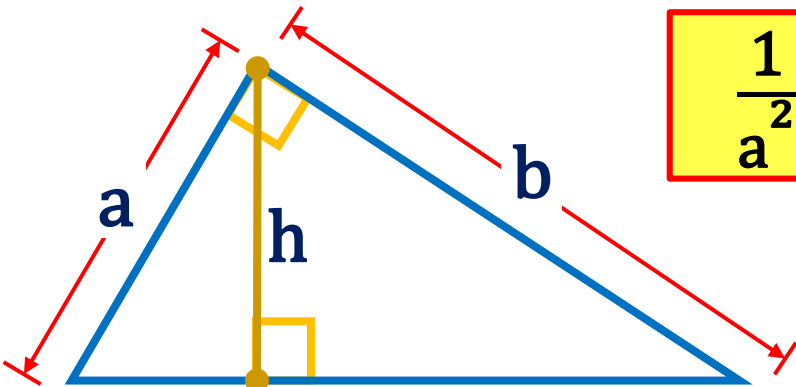


$$h^2 = mn$$

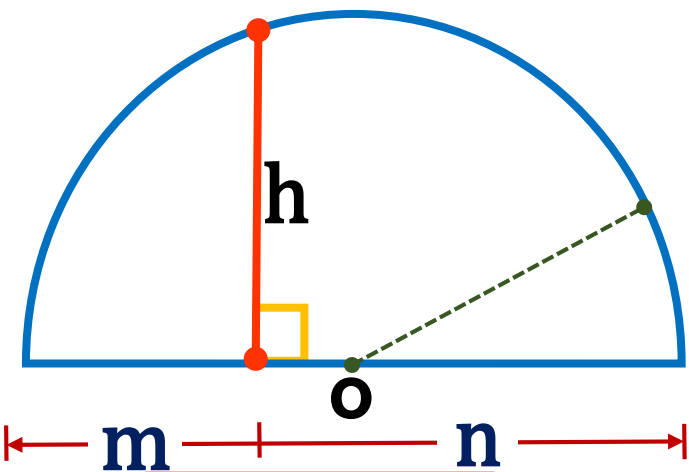
Teorema adicionales



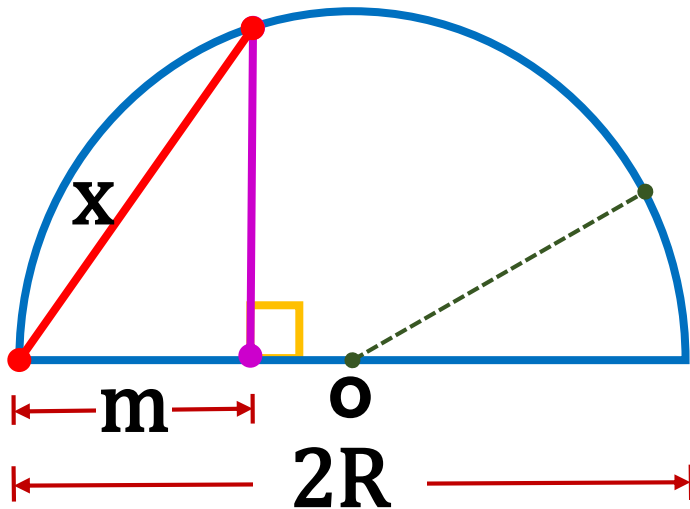
$$a \cdot b = c \cdot h$$



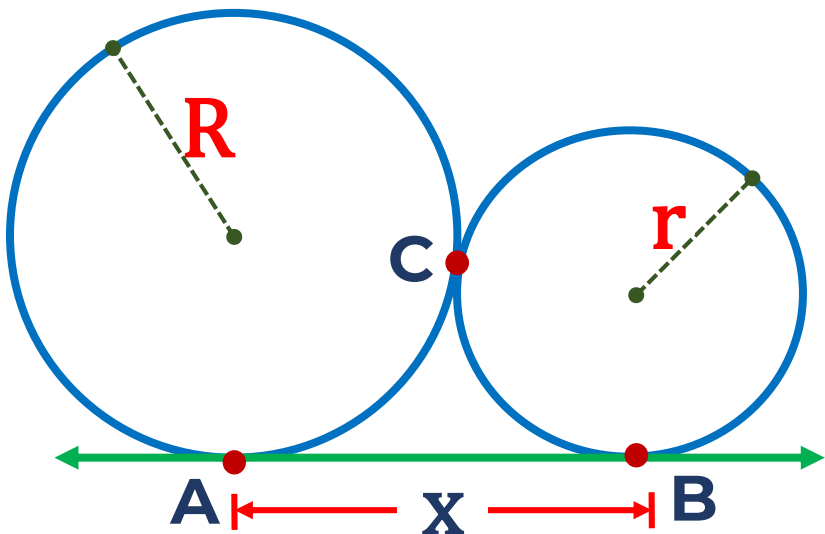
$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$$



$$h^2 = m \cdot n$$



$$x^2 = 2R \cdot m$$

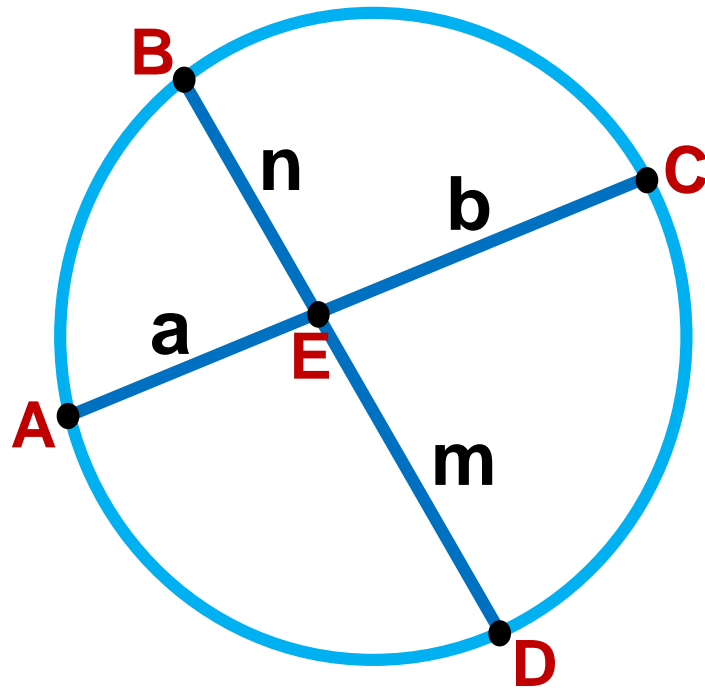


$$x = 2\sqrt{R \cdot r}$$

A, B y C son puntos de tangencia

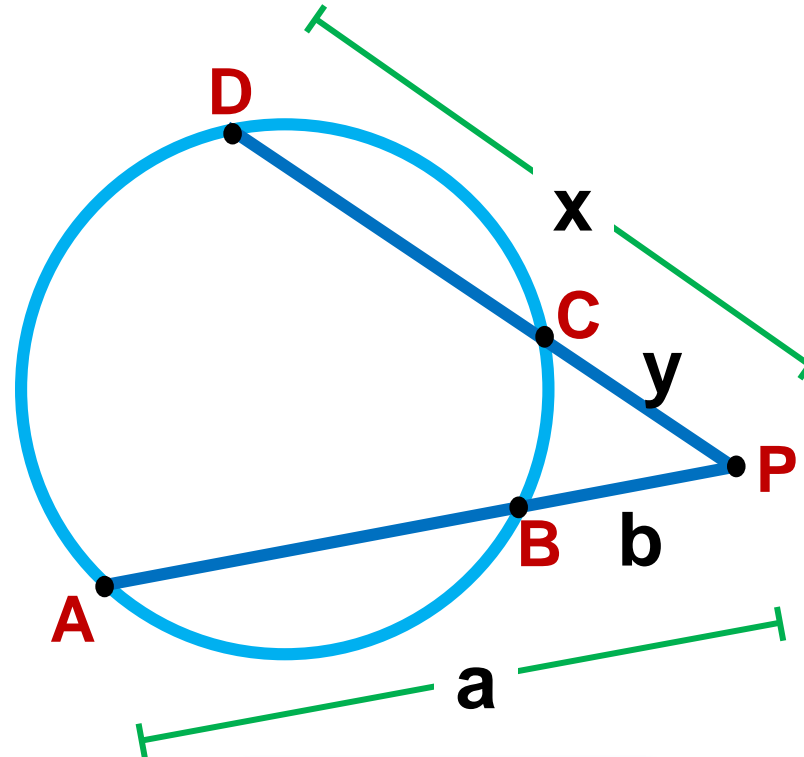
Relaciones métricas en la circunferencia

Teorema de las cuerdas



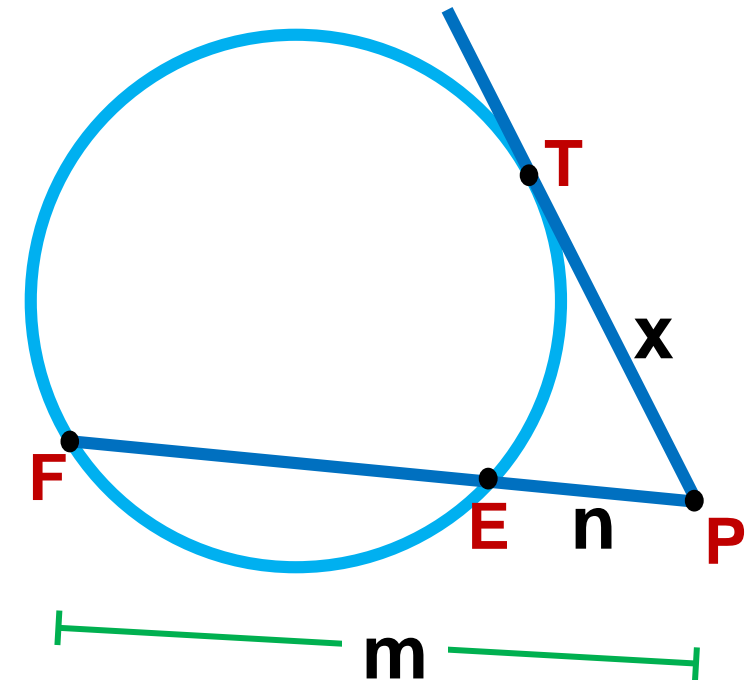
$$a.b = m.n$$

Teorema de las secantes



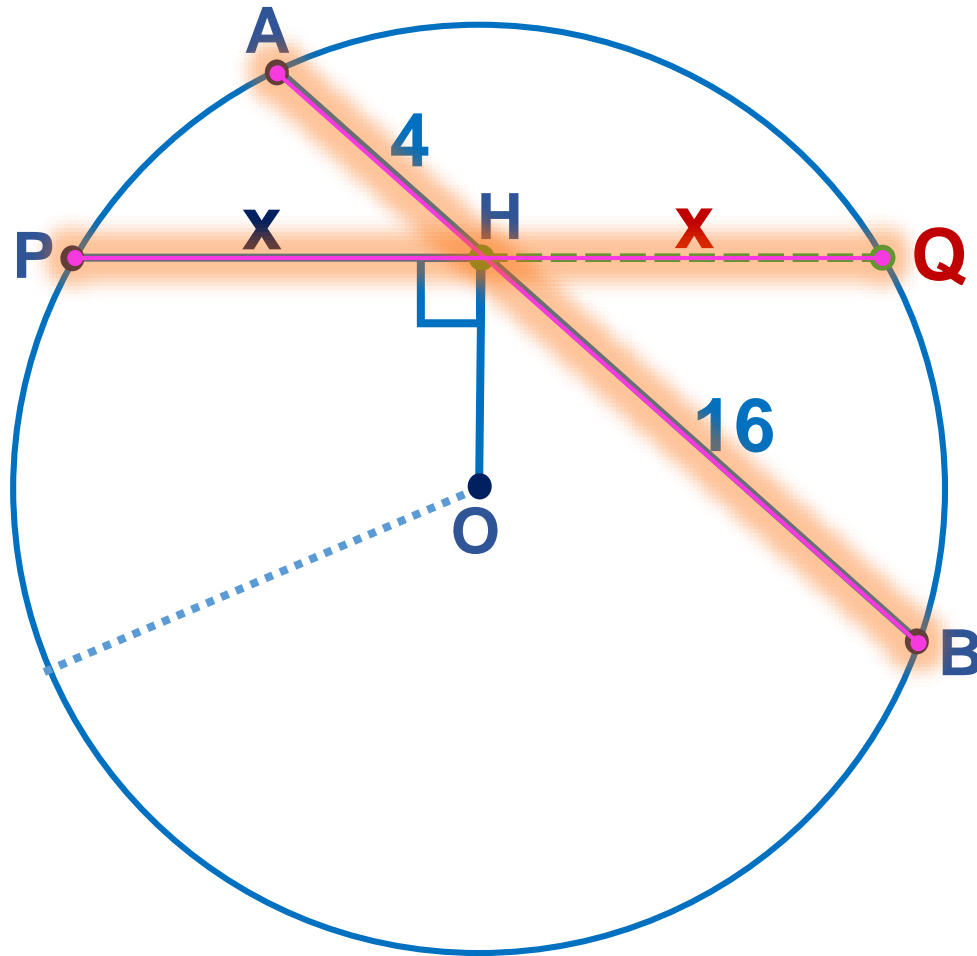
$$x.y = a.b$$

Teorema de la tangente



$$x^2 = m.n$$

1. En la circunferencia de centro O, halle el valor de x.



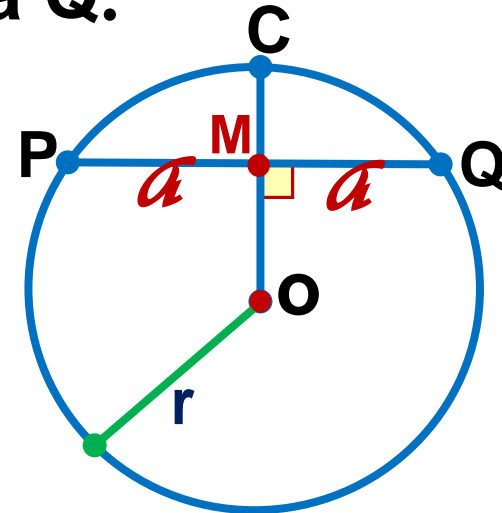
Resolución:

- Piden: x
- Se prolonga \overline{PH} hasta Q.
- Por teorema.
 $PH = HQ = x$
- Aplicando el teorema de cuerdas:

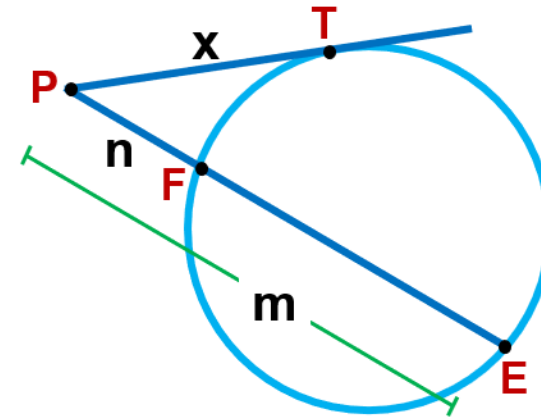
$$4(16) = x \cdot x$$

$$64 = x^2$$

$$x = 8$$



2. En la figura, las circunferencias son concéntricas; M y T son puntos de tangencia. Calcule el valor de x.



Teorema de la tangente

$$x^2 = m \cdot n$$

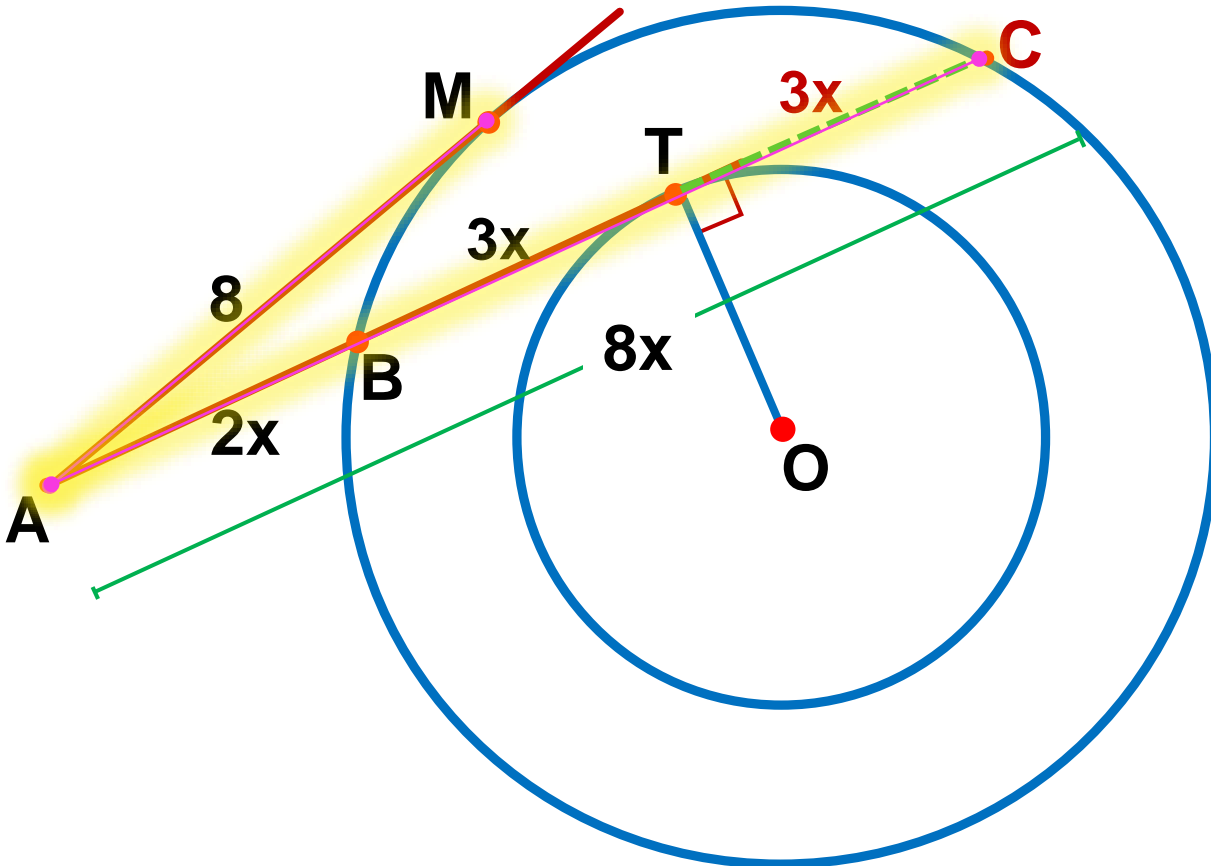
Resolución:

- Piden: x
- Se prolonga \overline{AT} hasta C
T: punto de tangencia
- Aplicando el teorema de la tangente

$$8^2 = (8x)(2x)$$

$$64 = 16x^2$$

$$x = 2$$





4. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana interior \overline{BD} , tal que $AD = 6$, $DC = 21$ y $AB = BD$. Calcule AB.

Resolución:

- Piden: x
- $\triangle ABD$: **Isósceles**
- Se traza la altura \overline{BH}
 $AH = HD = 3$
- Aplicamos el teorema del cateto:

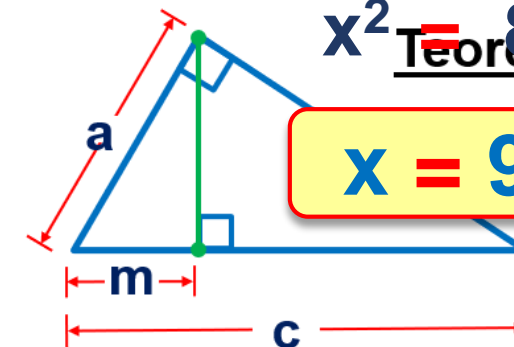
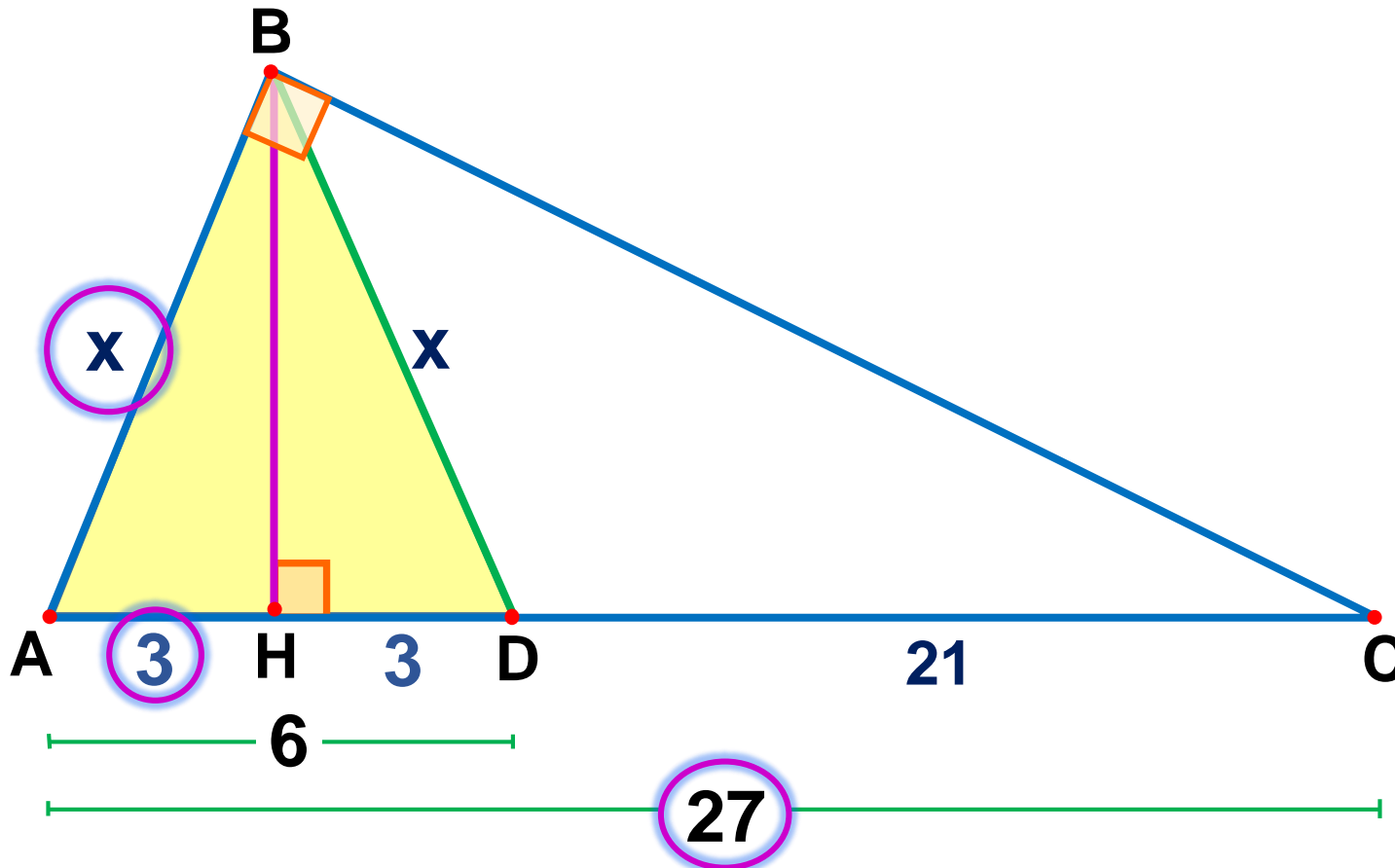
$$x^2 = (27)3$$

$$x^2 = 81$$

Teorema del cateto

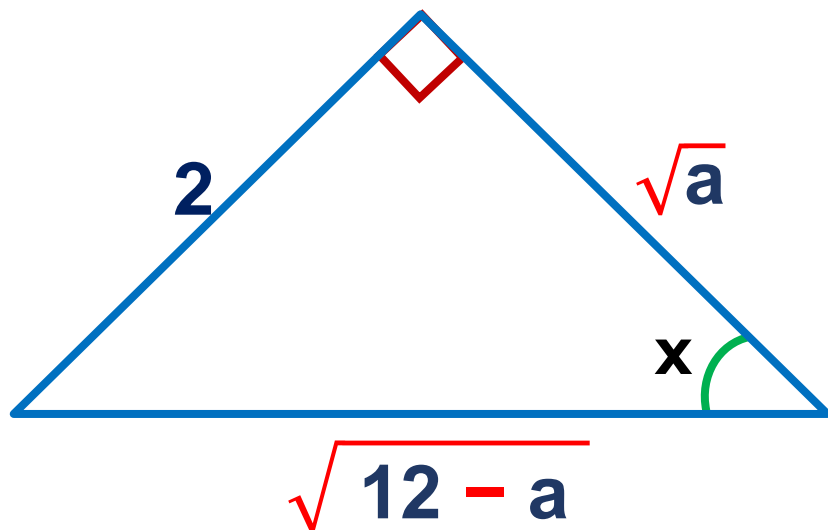
$$x = 9$$

$$h^2 = c \cdot m$$





5. Calcule la medida de uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo si la hipotenusa tiene una longitud igual a $\sqrt{12 - a}$ y los otros lados sus longitudes son 2 y \sqrt{a} .



Resolución:

- Piden: x
- Aplicando el teorema de Pitágoras

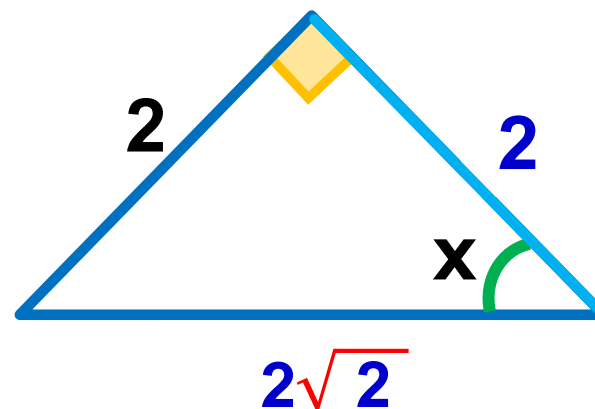
$$(\sqrt{12 - a})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2^2$$

$$12 - a = a + 4$$

$$8 = 2a$$

$$4 = a$$

- Reemplazando:



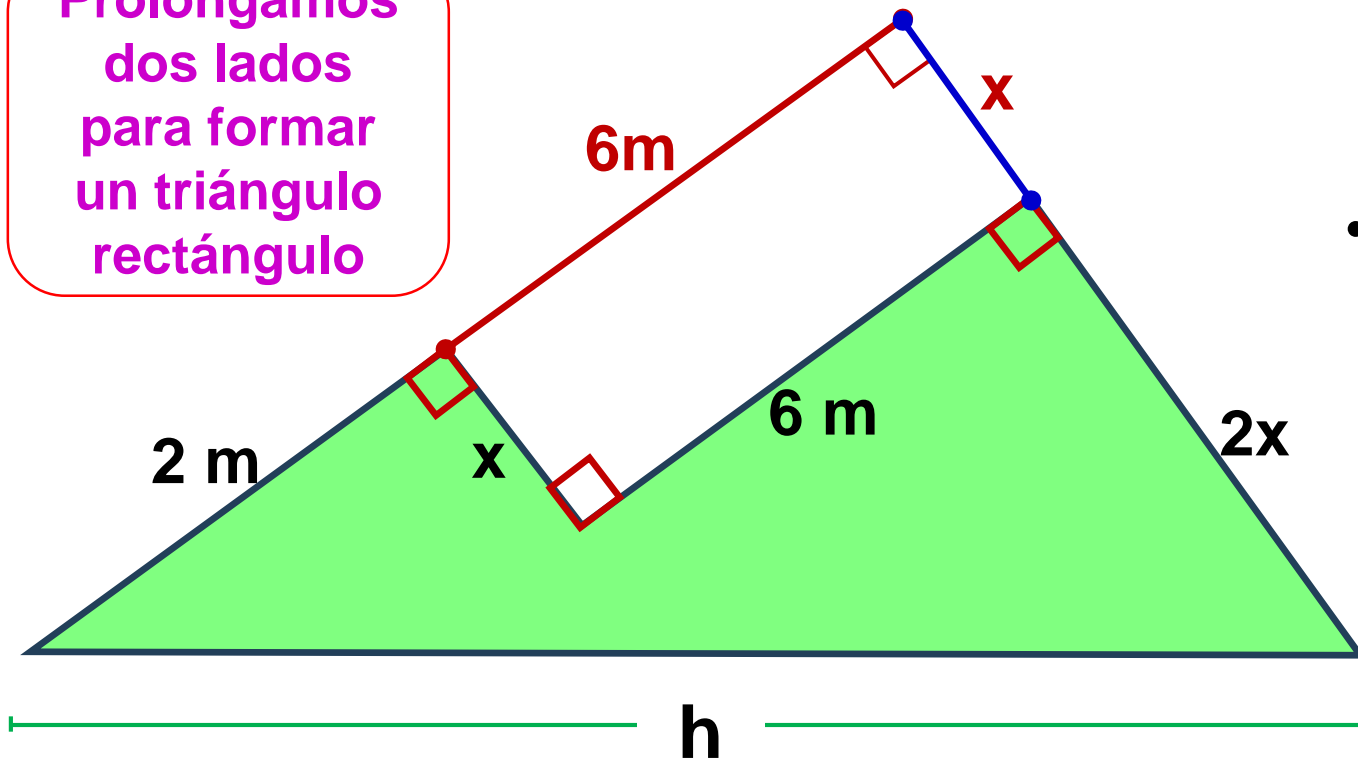
Notable ($45^\circ - 45^\circ$)

$$x = 45^\circ$$



6. En la figura, el pentágono mostrado es el contorno de un jardín cuyo perímetro es igual a 24 m. Calcule el valor de x .

Prolongamos dos lados para formar un triángulo rectángulo



Resolución:

- Piden: x
- Dato:

$$2p = 24$$

$$8 + 3x + h = 24$$

$$h = 16 - 3x$$

- Aplicando el teorema de Pitágoras

$$8^2 + (3x)^2 = h^2$$

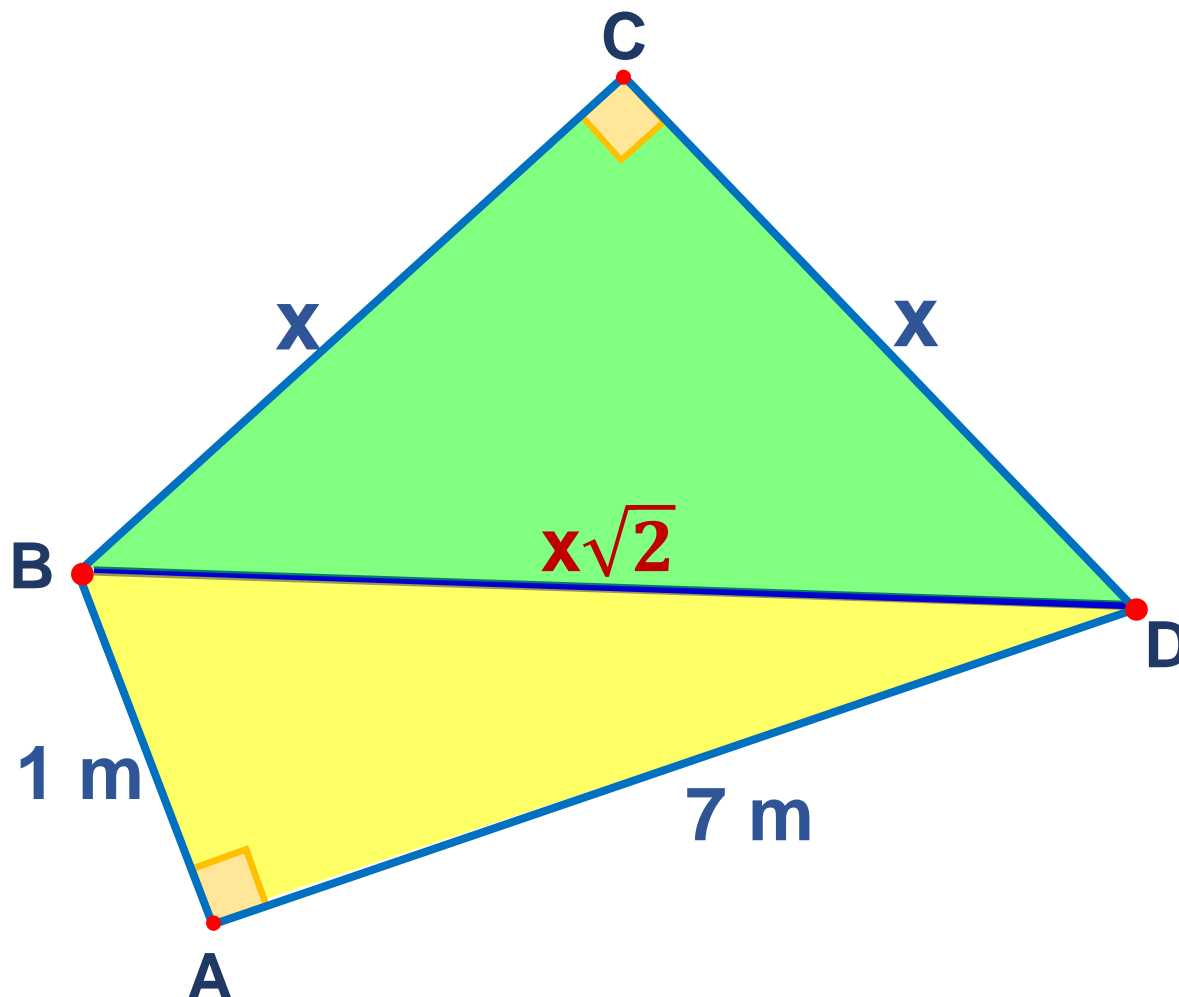
$$64 + 9x^2 = (16 - 3x)^2$$

$$64 + 9x^2 = 256 - 96x + 9x^2$$

$$96x = 192$$

$$x = 2 \text{ m}$$

7. En la figura se muestra un patio cuyo contorno tiene forma de cuadrilátero. Halle el valor de x .



Resolución:

- Piden: x
- Trazamos la diagonal \overline{BD}
- $\triangle BCD$: notable de 45° y 45°

$$BD = x\sqrt{2}$$

- $\triangle BAD$: Aplicando el teorema de Pitágoras

$$(x\sqrt{2})^2 = 7^2 + 1^2$$

$$2x^2 = 50$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5 \text{ m}$$