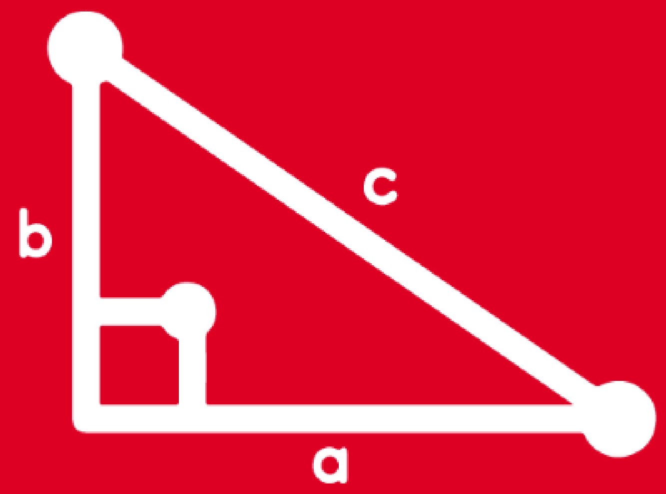
TRIGONOMETRY

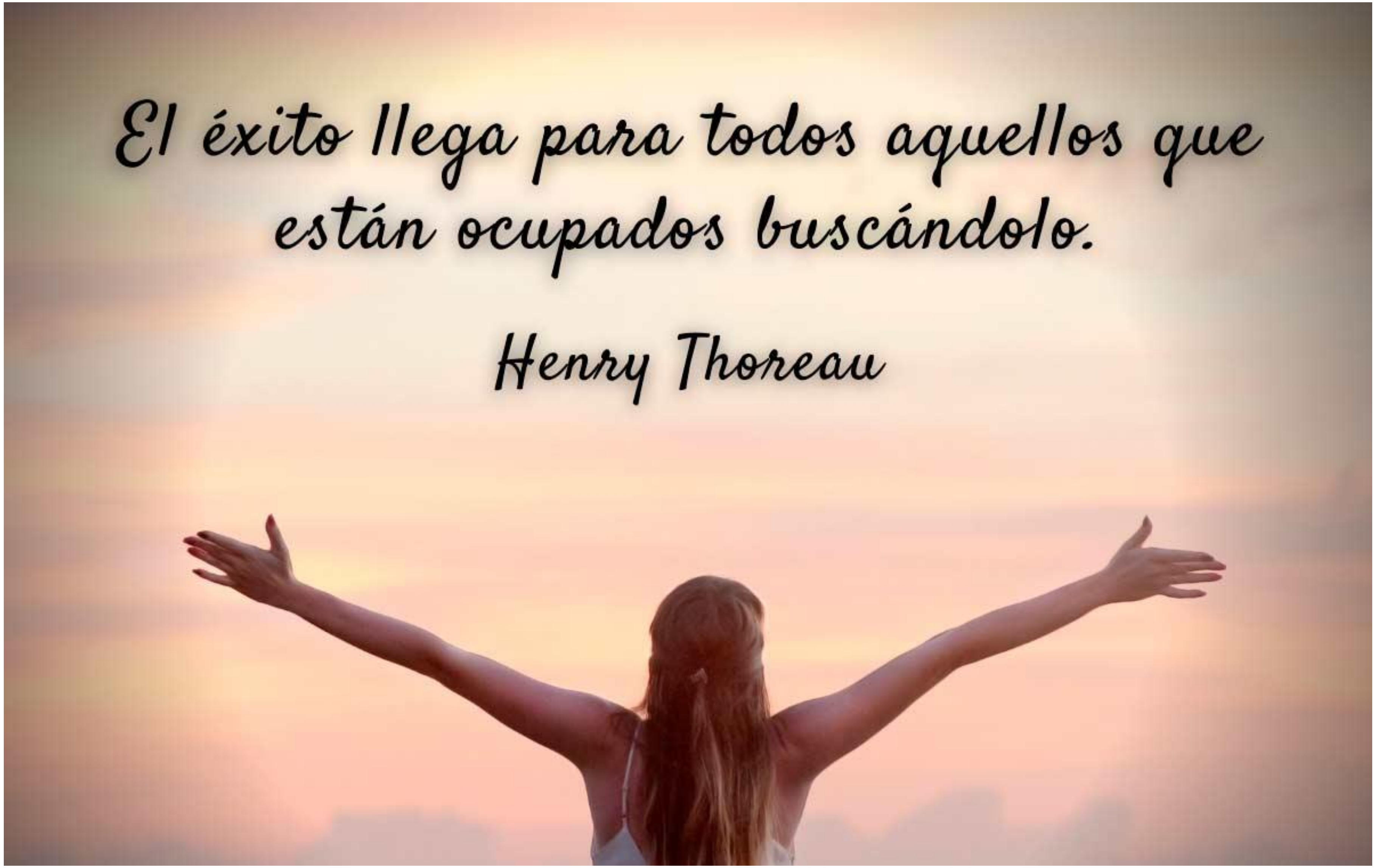
Chapter 18



3rd
SECONDARY

APLICACIONES DE LOS CASOS DE REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

SACO OLIVEROS

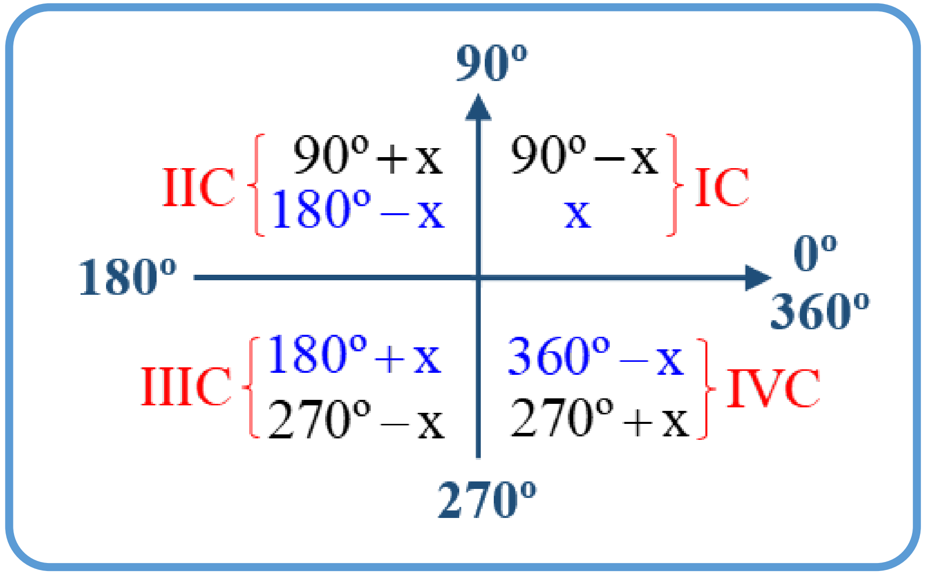

El éxito llega para todos aquellos que
están ocupados buscándolo.
Henry Thoreau

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

1 CASO : Para ángulos positivos menores a una vuelta

$$\mathrm{RT}\left(\begin{matrix}180^\circ \pm x\\ 360^\circ - x\end{matrix}\right) = \pm\, \mathrm{RT}(x)$$

$$\mathrm{RT}\left(\begin{matrix}90^\circ \pm x\\ 270^\circ \pm x\end{matrix}\right) = \pm\, \mathrm{CO\text{-}RT}(x)$$



Nota:

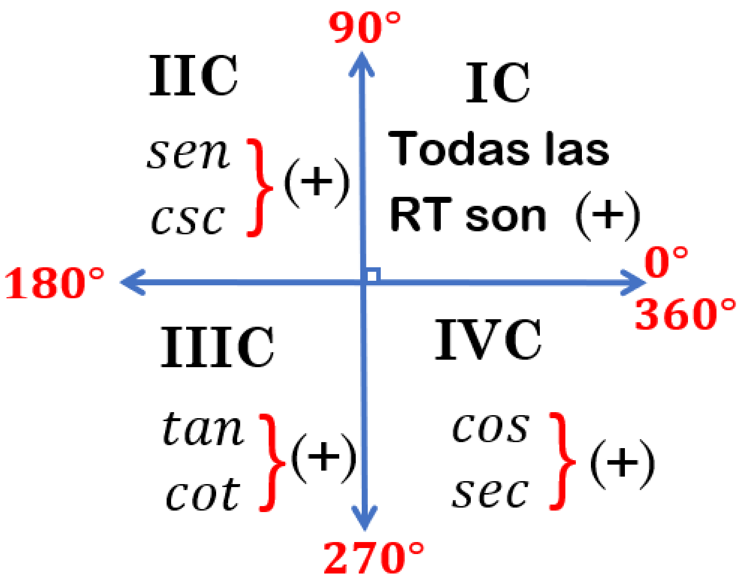
Donde el signo ($\pm$) del segundo miembro depende de la RT y el cuadrante al cual pertenece el ángulo a reducir.

Ejemplos:

Reduzcamos las siguientes razones al primer cuadrante.

$$\text{sen}(\underbrace{180° - x}_{\text{IIC}}) = +\,\text{sen}(x)$$

$$\text{sec}(\underbrace{270° - x}_{\text{IIIC}}) = -\,\text{csc}(x)$$



2 CASO : Para ángulos negativos

Al calcular las razones trigonométricas de un ángulo negativo $(-\alpha)$ se cumple:

$$\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha$$
$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$
$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$$
$$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$$
$$\sec(-\alpha) = \sec\alpha$$
$$\csc(-\alpha) = -\csc\alpha$$

EJEMPLOS:

$$\cos(-240°) = \cos 240°$$

$$\cot(-150°) = -\cot 150°$$

3 CASO : Para ángulos mayores a una vuelta

$$\mathbf{RT(360°n + \theta) = RT(\theta);\ n \in Z}$$

Nota: Donde "n" indica el número entero de vueltas que contiene el ángulo a reducir.

Ejemplos:

$\tan 750° = \tan(360°.2 + 30°)$

$\tan 750° = \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4 CASO : Para ángulos expresados en radianes

Si $\theta \in$ IC

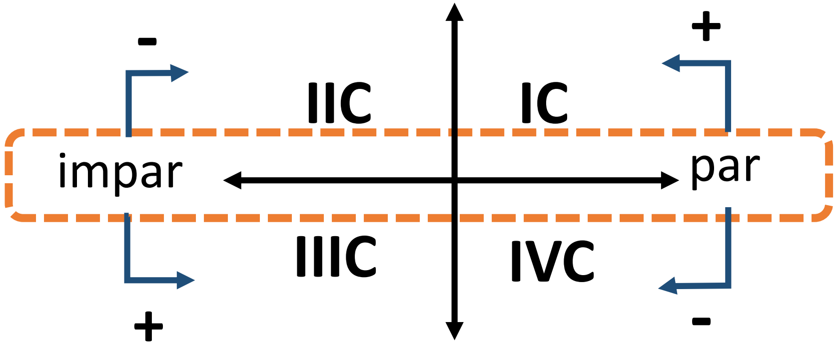
$$RT\,(\,par.\pi \pm \theta\,) = \pm RT(\theta)$$
$$RT\,(\,impar.\pi \pm \theta\,) = \pm RT(\theta)$$

Ejemplos:

$\cot(14\pi - x) = \quad -\cot x$

par

Método práctico



1 Efectúe: $M = 10\,\text{sen}(-30°) - \sqrt{2}\,\cos(-45°)$

sen(-x) = - senx
cos(-x) = cosx

Resolución:

$$M = 10.\text{sen}(-30°) - \sqrt{2}\,.\cos(-45°)$$

$$M = -10.\text{sen}(30°) - \sqrt{2}\,.\cos(45°)$$

$$M = -\cancel{10}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right) - \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$M = -5 - 1$$

$$\therefore M = -6$$

2 Calcule el valor de "m", si: $m.\tan 225° + 4.\text{sen}330° = 5.\cos 307°$

$\text{sen}30° = \frac{1}{2}$

$\tan 45° = 1$

$\cos 53° = \frac{3}{5}$

Resolución

$$m.\tan 225° + 4.\text{sen}330° = 5.\cos 307°$$

$$m.\tan(\underbrace{180°+45°}_{\text{IIIC}}) + 4.\text{sen}(\underbrace{360°\text{-}30°}_{\text{IVC}}) = 5.\cos(\underbrace{360°\text{-}53°}_{\text{IVC}})$$

$$m.\tan 45° + (-4.\text{sen}30°) = 5.\cos 53°$$

$$m(1) - 4(\tfrac{1}{2}) = 5(\tfrac{3}{5})$$

$$\therefore\ m = 5$$

3 Efectúe: $E = \operatorname{sen}1477° + \cos 2220°$

$$\begin{array}{r|l} 1477° & 360° \\ \cline{2-2} (37°) & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2220° & 360° \\ \cline{2-2} (60°) & 6 \end{array}$$

Resolución:

$$E = \operatorname{sen}(360°\,.\,4 + 37°) + \cos(360°.6 + 60°)$$

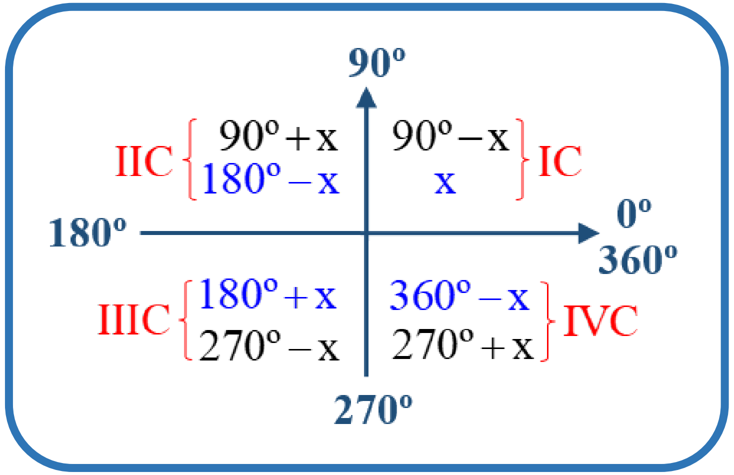
$$E = \operatorname{sen}(37°) + \cos(60°)$$

$$E = \frac{3}{5} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore\ E = \frac{11}{10}$$

4

Si $x + y = 180°$, reduzca $F = \dfrac{\text{sen}x}{\text{sen}y} + \dfrac{\tan x}{\tan y}$



Resolución

$x = 180° - y$

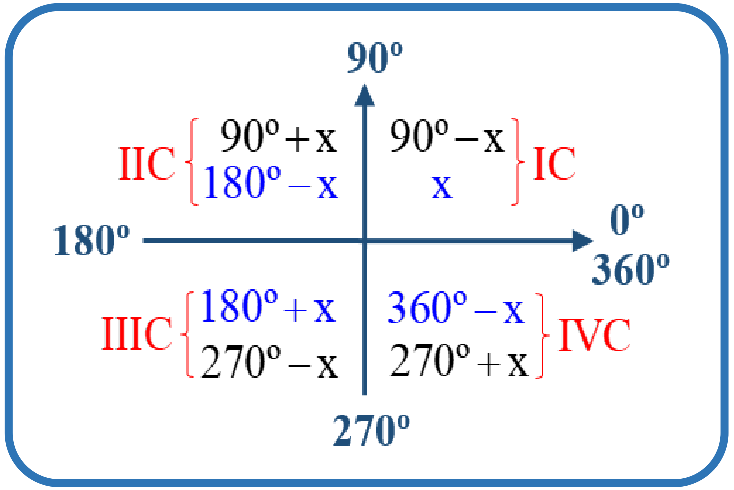
$$F = \frac{\text{sen}(\overbrace{180-y}^{\text{IIC}})}{\text{sen}y} + \frac{\tan(\overbrace{180°-y}^{\text{IIC}})}{\tan y}$$

$$F = \frac{\cancel{\text{sen}y}}{\cancel{\text{sen}y}} + \frac{-\cancel{\tan y}}{\cancel{\tan y}}$$

$$F = 1 - 1$$

$$\boxed{\therefore F = 0}$$

5 Reduzca: $B = \dfrac{\text{sen}(180° + x)}{\text{sen}(-x)} + \dfrac{\tan(90° + x)}{\cot(-x)}$



Resolución

$$B = \dfrac{\text{sen}\overbrace{(180° + x)}^{\text{IIIC}}}{\text{sen}(-x)} + \dfrac{\tan\overbrace{(90° + x)}^{\text{IIC}}}{\cot(-x)}$$

$$B = \dfrac{-\cancel{\text{sen}(x)}}{-\cancel{\text{sen}(x)}} + \dfrac{\cancel{-}\cot(x)}{\cancel{-}\cot(x)}$$

$$B = 1 + 1$$

$$\therefore\ B = 2$$

6

En el salón de 3° respeto el profesor Félix de trigonometría coloca la siguiente expresión y pregunta cuánto es el valor que toma T.

$$T = \frac{4\,\text{sen}\left(\frac{25\pi}{2} - x\right) - \text{sen}\left(\frac{37\pi}{2} + x\right)}{\cos(31\pi - x)}$$

Cuatro alumnos levantar la mano para indicar la respuesta y estas fueron:

Alumnos	Valor que toma T
Elvis	0
Jorge	–1
Elizabeth	–2
Nelly	–3

¿Quién dio la respuesta correcta?

Resolución

$$T=\frac{4\,\mathrm{sen}\left(\frac{25\pi}{2}-x\right)-\mathrm{sen}\left(\frac{37\pi}{2}+x\right)}{\cos(31\pi-x)}$$

25	4
(1)	6

$$T=\frac{4\,\mathrm{sen}\left(\frac{1\pi}{2}-x\right)-\mathrm{sen}\left(\frac{1\pi}{2}+x\right)}{\cos(31\pi-x)}$$

37	4
(1)	9

$$T=\frac{4\,\mathrm{sen}(90°-x)-\mathrm{sen}(90°+x)}{-\cos(x)}$$

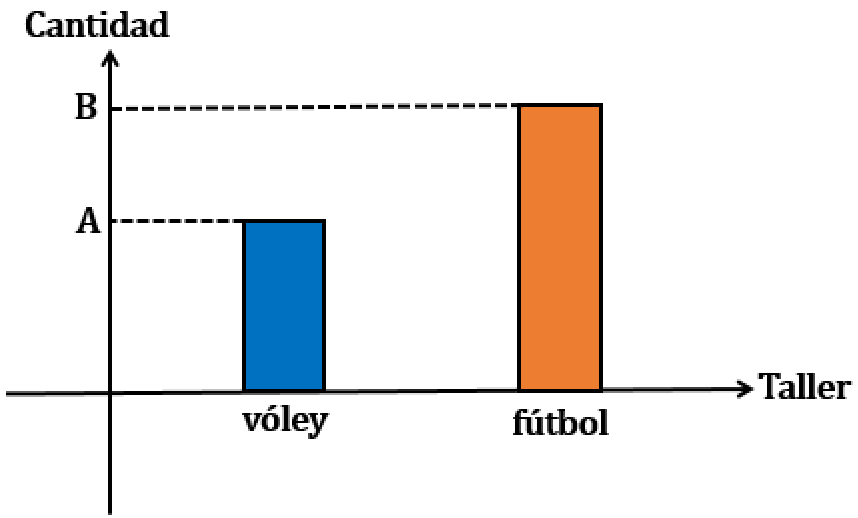
$$T=\frac{4\cos(x)-\cos(x)}{-\cos(x)}=\frac{3\cancel{\cos}(x)}{-\cancel{\cos}(x)}$$

$$T=-3$$

$\therefore$ Nelly respondió correctamente.

7

El siguiente diagrama muestra la información sobre la cantidad de alumnos matriculados en los talleres de fútbol y vóley. ¿Cuál es la cantidad de alumnos matriculados en cada taller?



Donde: $A = 5\sqrt{3}\tan\left(\frac{25\pi}{3}\right)$; $B = 10\csc\left(\frac{13\pi}{6}\right)$

Resolución:

Donde:

$A = 5\sqrt{3}.\tan(\frac{25\pi}{3})$

$A = 5\sqrt{3}.\tan(\frac{1\pi}{3})$

$A = 5\sqrt{3}.\tan(60°)$

$A = 5\sqrt{3}(\sqrt{3})$

$A = 15$

$B = 10.\csc(\frac{13\pi}{6})$

$B = 10.\csc(\frac{1\pi}{6})$

$B = 10.\csc(30°)$

$B = 10(2)$

$B = 20$

$\therefore$ Matriculados 15 alumnos en vóley

$\therefore$ Matriculados 20 alumnos fútbol