ALGEBRA

Volume 8

4th
SECONDARY

Retroalimentación

SACO OLIVEROS

HELICO PRACTICE

Retroalimentación Mensual

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1 Sea la función Inyectiva

f=$\{(12,8);(3;5);(2m;8)(1,3)(9^n,5)\}$.Calcule m.n

Resolución

como f es Inyectiva

$(12;8)=(2m,8)$

$12=2m$

$m=6$

$(3;5)=(9^n;5)$

$3=9^n$

$3=(3^2)^n$

$3^1=3^{2n}$

$\frac{1}{2}=n$

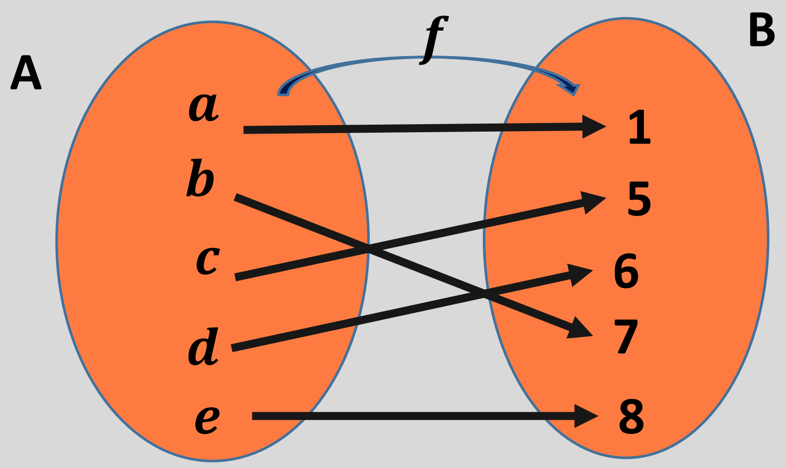
Piden: $m.n$

$6.\frac{1}{2}=3$

Rpta: 3

PROBLEMA 2

Se tiene la función



¿f es biyectiva?

Resolución

$f{:}A \rightarrow B$ ES BIYECTIVA $\Leftrightarrow f$ ES INYECTIVA Y SOBREYECTIVA

$I)\ f$ *es inyectiva* $\quad f = \{(a,1);(c,5);(b,7);(d,6);(e,8)\}$

Pues ningún elemento del rango se repite es uno a uno

Es inyectiva

$II)\ f$ *es sobreyectiva*

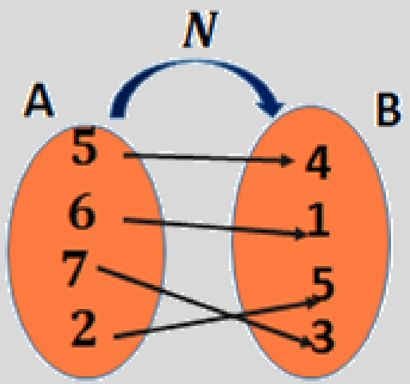
Ran(f)=B $\Rightarrow$ $\{\mathbf{1,5,6,7,8}\} = \{1,5,6,7,8\}$

Como f es inyectiva y sobreyectiva

f **es biyectiva**

PROBLEMA 3

Dada la función



Calcule la suma de elementos de DOM(N^{-1})

Resolución DEL GRÁFICO SE TIENE N= $\{(5,4),(6,1);(7,3);(2,5)\}$

N ES INYECTIVA Y SOBREYECTIVA $\Rightarrow$ ***ES BIYECTIVA POR TANTO*** $\ni N^{-1}$

$$N^{-1} = \{(4;5),(1;6),(3;7),(5;2)\}$$

$$LUEGO: DOM(N^{-1}) = \{1,3,4,5\}$$

LA SUMA DE ELEMENTOS

$$4+1+3+5 = 13$$

RPTA: 13

PROBLEMA 4

Simplifique: $M=\sqrt[\log_3 27]{\log_{64} 2+\log_{125} 5+\log_{\sqrt{2}} \sqrt[4]{2}}$

Resolución

RECORDAR

$$\boxed{\log_{a^n} b^m=\frac{m}{n}\log_a b}$$

- $\log_{64} 2=\log_{2^6} 2^1=\frac{1}{6}\underbrace{\log_2 2}_{=1}=\frac{1}{6}$

- $\log_{125} 5=\log_{5^3} 5^1=\frac{1}{3}\underbrace{\log_5 5}_{=1}=\frac{1}{3}$

- $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[4]{2}=\log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^{\frac{1}{4}}=\left[\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}\right]\underbrace{\log_2 2}_{=1}=\frac{1}{2}$

REMPLAZANDO EN "M"

$$M=\sqrt[\log_3 27]{\log_{64} 2+\log_{125} 5+\log_{\sqrt{2}} \sqrt[4]{2}}$$

$$M=\sqrt[3\underbrace{\log_3 3}_{=1}]{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}$$

$$M=\sqrt[3]{\frac{1+2+3}{6}} \Rightarrow M=\sqrt[3]{1}$$

$$\boxed{\text{Rpta } M=1}$$

PROBLEMA 5 Resuelva la ecuación

$$\log_3 x + \log_9 x - \log_{27} x = 14 \; ; \; Calcule \;\; Z = \log_{81} x$$

Resolución

$$\boxed{\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n}\log_a b}$$

$$\log_3 x \;\; + \log_{3^2} x^1 - \log_{3^3} x^1 = 14$$

$$\log_3 x + \frac{1}{2}\log_3 x - \frac{1}{3}\log_3 x = 14$$

$$\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\log_3 x = 14$$

$$\left(\frac{\cancel{6+3-2}}{6}\right)\log_3 x = \cancel{14}^{\,2}$$

$$\log_3 x = 12$$

Remplazando y por propiedad

$$Z = \frac{1}{4}\log_3 x$$

$$Z = \frac{1}{\cancel{4}}(\cancel{12}^{\,3})$$

Respuesta $= 3$

PROBLEMA 6 Halle x

$$2\log x = \log 16 + \log 49 + \log 3 + 2\log 2 - \log 12$$

Resolución

Recordar

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log x^2 = \log 16 + \log 49 + \log 3 + \log 4 - \log 12$$

$$\log x^2 = \log 16.49.3.4 - \log 12$$

$$\cancel{\log} x^2 = \cancel{\log}\frac{16.49.\cancel{3}.\cancel{4}}{\cancel{12}}$$

$$x^2 = 16.49$$

$$x^2 = (4.7)^2$$

Rpta;
x=28

PROBLEMA 7 Calcule el valor de

$$T = co\,log_5[\log_3(\text{antilog}_3\,125)]$$

Resolución

$$co\log_a x = -\log_a x \;\ldots.(1)$$

$$\log_b(anti\log_b x) = x \quad \ldots.(2)$$

$$T = co\log_5[\underline{\log_3(anti\log_3 125)}]$$

$$T = co\log_5 125$$

Por propiedad 1:

$$T = -\log_5 5^3$$

$$T = -3\underbrace{\log_5 5}_{=1}$$

$$\boxed{T = -3}$$

PROBLEMA 8 Obtenga el mínimo valor de x

$$\log x^{\log x} + \log x^2 - 8 = 0$$

RESOLUCIÓN

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log x \,.\, \log x + 2\log x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{ll} \log x & +4 \\ \log x & -2 \end{array}$$

$$(\log x + 4)\ (\log x - 2) = 0$$

$$\log x = -4 \quad \vee \quad \log x = 2$$

$$x = 10^{-4} \quad \vee \quad x = 10^{2}$$

C.S= $\left\{\frac{1}{10^4} ; 100\right\}$

El mínimo valor de x:

$$x = \frac{1}{10^4}$$

Rpta: $\frac{1}{10^4}$

PROBLEMA 9

Resuelva :

$$\frac{4^{\log_2 x}+3}{2^{\log_2 x}} = 4$$

Resolución

$$\log_a x^n = \mathbf{n}\log_a x$$

Identidad fundamental: $a^{\log_a N} = N$

PERMUTACIÓN DE a y c

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$\frac{4^{\log_2 x}+3}{2^{\log_2 x}} = \frac{4}{1}$$

$$4^{\log_2 x}+3 = 4(2^{\log_2 x})$$

$$x^{\log_2 4} + 3 = 4x^{\log_2 2}$$ $=1$

$$x^{\log_2 2^2}+3-4x=0$$

$$x^2-4x+3=0$$

$$\begin{array}{cc} x & -3 \\ x & -1 \end{array}$$

$$x-3=0 \quad \vee \quad x-1=0$$

C.S=$\{1,3\}$

PROBLEMA 10 La edad del Nieto de Juan esta dado por M donde M se obtiene al resolver $M = anti\log_3[\log_5 75 + co\log_5 3]$

¿Cuántos años tiene el Nieto?

RESOLUCIÓN

$anti\log_b x = b^x, b > 0 \ldots\ldots\ldots(1)$

$co\log_a x = -\log_a x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$

$$\mathbf{M} = \text{antilog}_3[\log_5 75 - \log_5 3]$$

$$\text{M}= \text{antilog}_3\left[\log_5 \frac{75}{3}\right]$$

$$\mathbf{M} = anti\log_3[\log_5 25]$$

$$\mathbf{M} = ant\log_3[\log_5 5^2]$$

$$\text{M} = \text{antilog}_3 2$$

$$\mathbf{M} = 3^2 = 9$$

Rpta: 9 años