



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 18

3rd
SECONDARY

CONTEO DE FIGURAS



 **SACO OLIVEROS**



¿Qué observas tú?





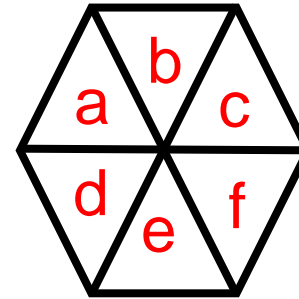
MÉTODOS DE CONTEO

❑ CONTEO DIRECTO

POR SIMPLE INSPECCION

Consiste en asignar números y/o letras a todas las figuras simples, luego se procede al conteo creciente y ordenado de figuras: De 1 letra o número, de 2 letras o números, de 3 letras o números, y así sucesivamente.

Ejemplo1: Calcule el total de cuadriláteros



□s de 2 letras: **ab, bc, ad, de, ef, cf** \longrightarrow 6

□s de 3 letras: **dab, abc, bcf, ade, def, efc** \longrightarrow 6

\therefore N° de cuadriláteros 12

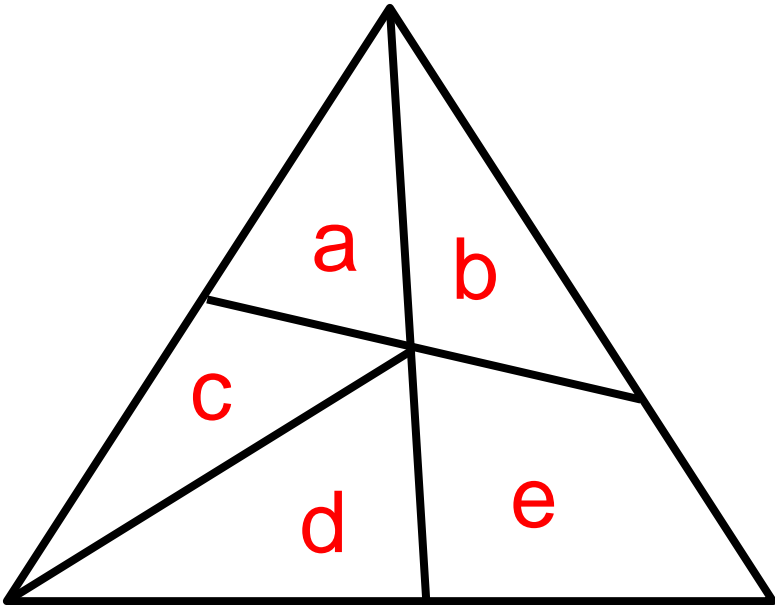
Respuesta: 12



MÉTODOS DE CONTEO

Ejemplo 2:

Calcula el total de triángulos



Resolución:

\triangle s de 1 letra: a,b,c,d, \longrightarrow 4

\triangle s de 2 letras: ab,ac,be \longrightarrow 3

\triangle s de 3 letras: acd \longrightarrow 1

\triangle s de 5 letras: abcde \longrightarrow 1

\therefore N° de cuadriláteros 9

Respuesta: 9



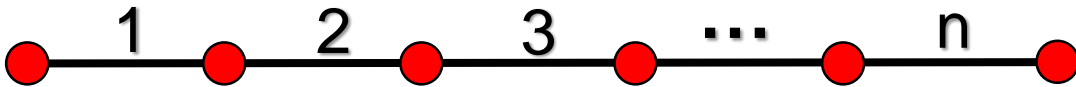
MÉTODOS DE CONTEO

CONTEO POR INDUCCION

POR FORMULA

Aplica para figuras recurrentes ya sea en líneas y/o vértices.

Segmentos:

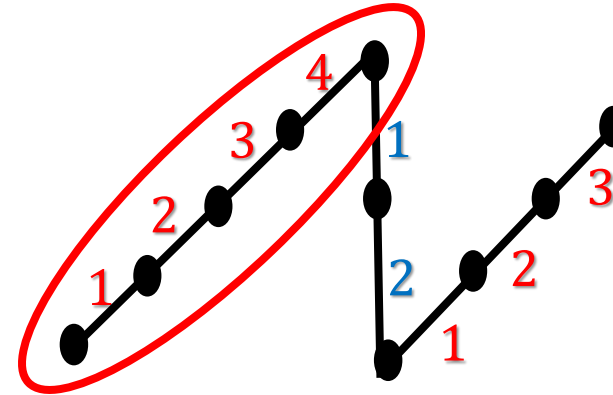


Número de segmentos:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

n = número de segmentos simples

Calcule el total de segmentos:



Total segmentos:

$$\frac{4(5)}{2} + \frac{2(3)}{2} + \frac{3(4)}{2}$$

$$\therefore \text{N}^\circ \text{ de cuadriláteros } 10 + 3 + 6 = 19$$

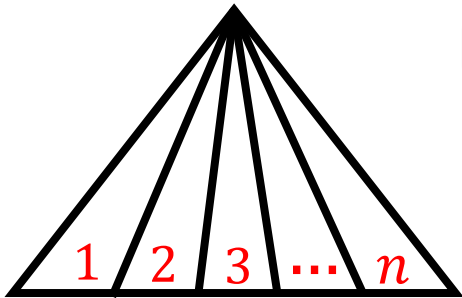
Respuesta: 19

MÉTODOS DE CONTEO

CONTEO POR INDUCCION

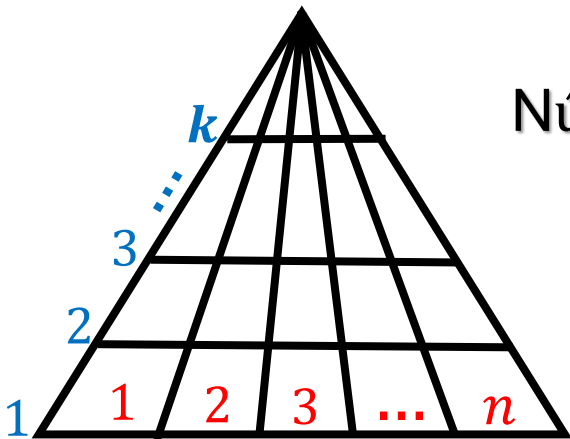
POR FORMULA

Triángulos:



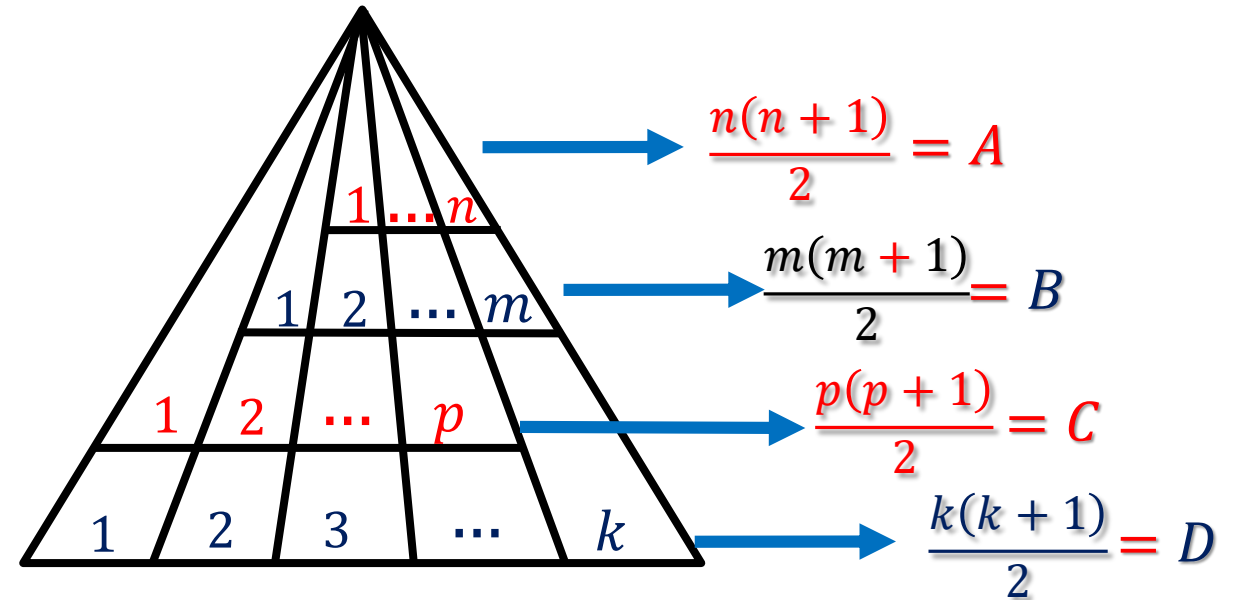
Número de triángulos:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$



Número de triángulos:

$$\frac{n(n+1)}{2} \times k$$



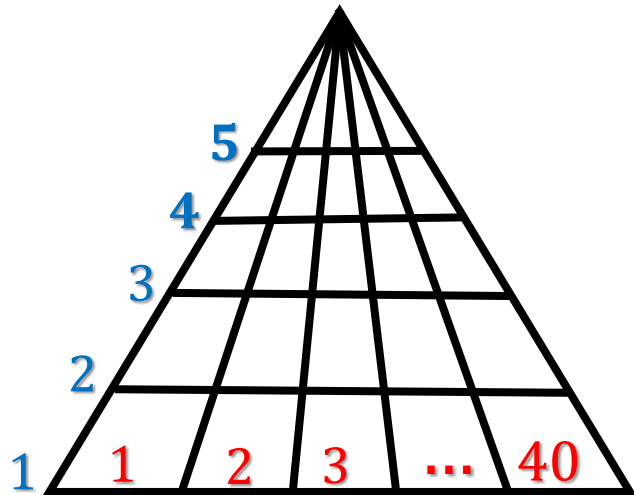
Total de triángulos:

$$TOTAL = A + B + C + D$$



MÉTODOS DE CONTEO

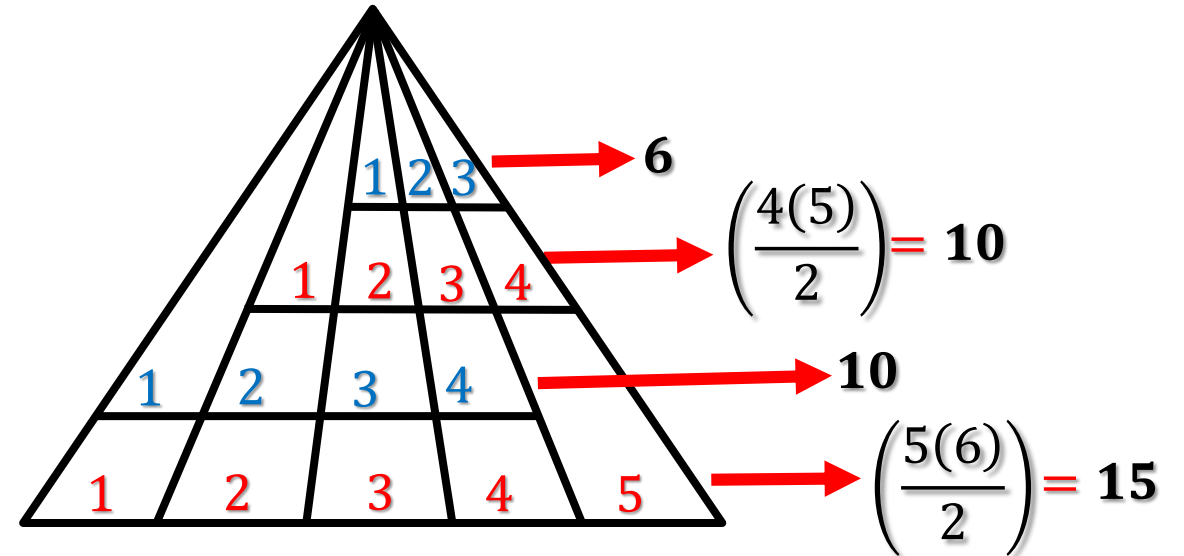
Ejemplo 1: Calcule el total de triángulos



$$\frac{40(41)}{2} \times 5$$

Total triángulos: $(820)5 = 4100$

Ejemplo 2: Calcule el total de triángulos



Total triángulos:

$$6 + 10 + 10 + 15 = 41$$



MÉTODOS DE CONTEO

CONTEO POR INDUCCION

POR FORMULA

Cuadriláteros:

1	2	3	4	...	n
---	---	---	---	-----	-----

N° de cuadriláteros:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Total cuadriláteros:

$$\frac{9(10)}{2} = 45$$

$$\therefore \underline{\underline{45}}$$

Cuadriláteros:

1	2	3	...	n
2				
\vdots				
m				

Total cuadriláteros:

$$\frac{m(m+1)}{2} \times \frac{n(n+1)}{2}$$



MÉTODOS DE CONTEO

Ejemplo 1:

Calcule el total de cuadriláteros

1	2	3	4
2			
3			
4			
5			

Total cuadriláteros:

verticales: horizontales:

$$\frac{5(6)}{2}$$

x

$$\frac{4(5)}{2}$$

15

x

10

=

150

∴

150

Cuadrados:

1	2	3	4	a
2					
⋮					
b					

Total cuadrados:

$$(a \times b) + (a - 1)(b - 1) + (a - 2)(b - 2) + \dots + (\quad)(\quad)$$

Hasta que
aparezca
la unidad
en uno de
ellos.



MÉTODOS DE CONTEO

Ejemplo 2: Calcule el total cuadrados

1	2	3	4	5	6	7	8
2							
3							
4							

Total de cuadrados:

$$\left. \begin{array}{l} 8 \times 4 = 32 \\ 7 \times 3 = 21 \\ 6 \times 2 = 12 \\ 5 \times 1 = 5 \end{array} \right\} 70$$

$$\therefore \underline{\underline{70}}$$

Cuadrados: (caso especial)

1	2	...	n
2			
⋮			
n			



Total de cuadrados

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ejemplo 2: Calcule el total cuadrados

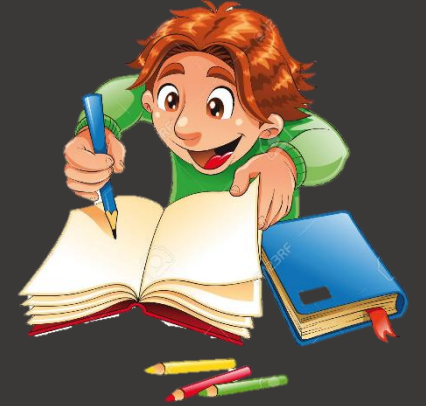
1	2	3	...	20
2				
3				
⋮				
20				

Total de cuadrados

$$\frac{20(21)(41)}{6} = 2870$$

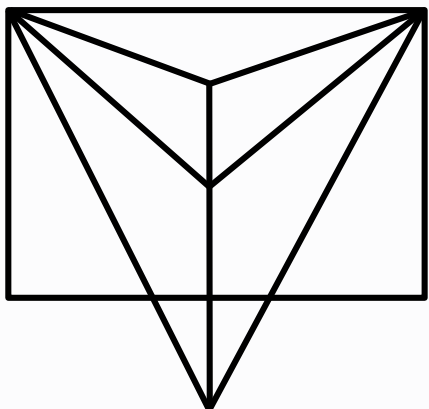
$$\therefore \underline{\underline{2870}}$$

RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA



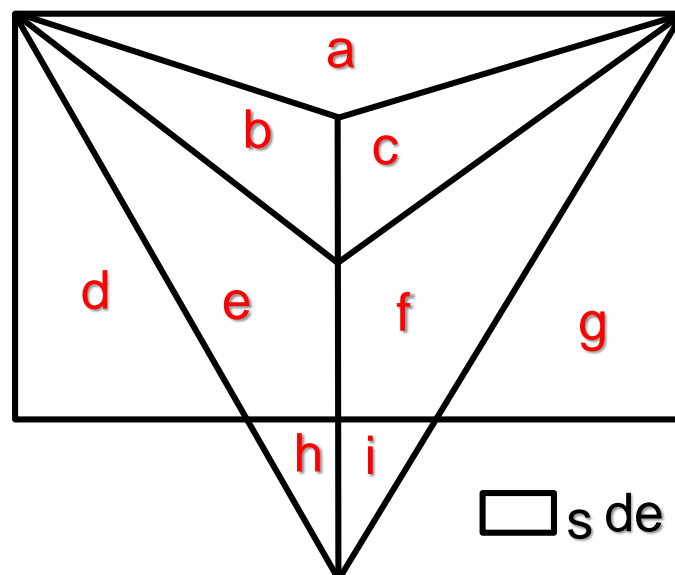
PROBLEMA 1.

Rosa está postulando a la Universidad Nacional Federico Villarreal y tiene dificultad con este problema:
Halle el número total de cuadriláteros en:



Resolución:

Del enunciado



- \square s de 1: e,f \longrightarrow 2
 \square s de 2: ab,ac,bc
be,cf,de,fg \longrightarrow 7
 \square s de 3: bde,cfg \longrightarrow 2
 \square s de 4: efhi,
abeh,acfi \longrightarrow 3
 \square s de 5: abcef,abceh,abcfi \longrightarrow 3
 \square s de 6: abcdef, abcefg,bcefhi \longrightarrow 3
 \square s de 7: abcdefg, \longrightarrow 1

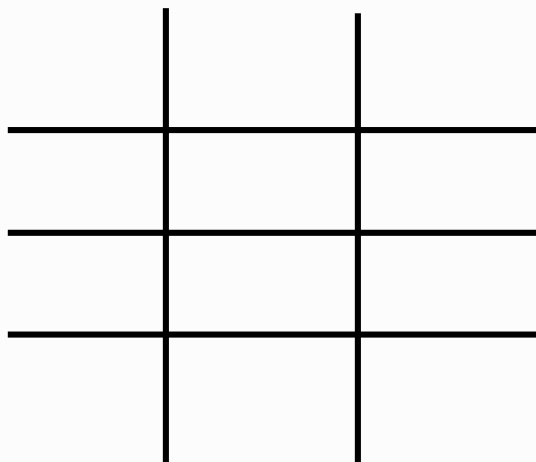
\therefore El numero total de cuadriláteros: 21

Respuesta: 21



PROBLEMA 2.

Halle el número total de segmentos en la siguiente figura.



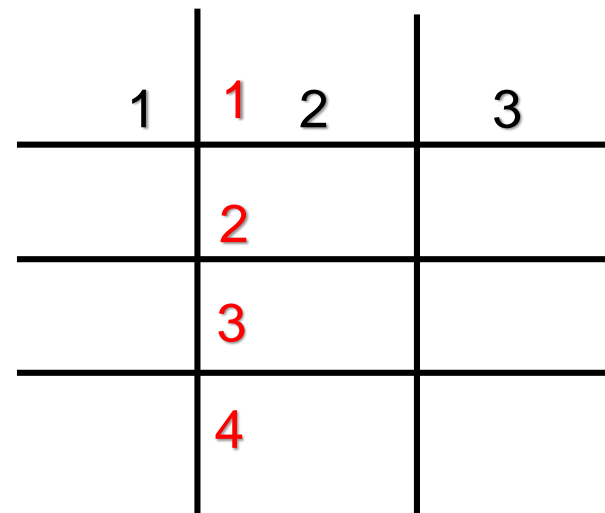
Recordemos:

Número de segmentos:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Resolución:

Del enunciado



Total de segmentos:

Horizontales: Verticales:

$$3 \left(\frac{3(4)}{2} \right) + 2 \left(\frac{4(5)}{2} \right)$$

$$3(6) + 2(10)$$

$$18 + 20$$

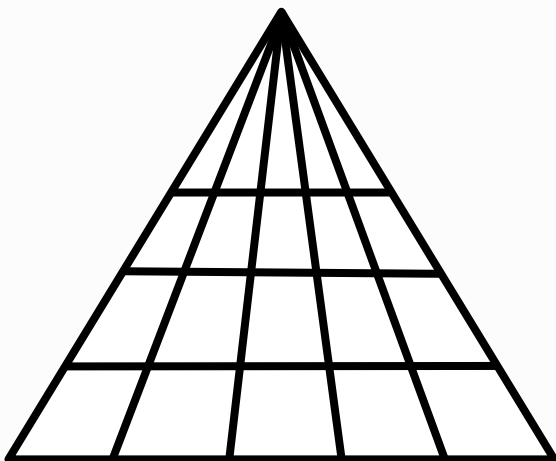
∴ El número total de cuadriláteros: 38

Respuesta: 38



PROBLEMA 3.

¿Cuántos triángulos hay en total?.



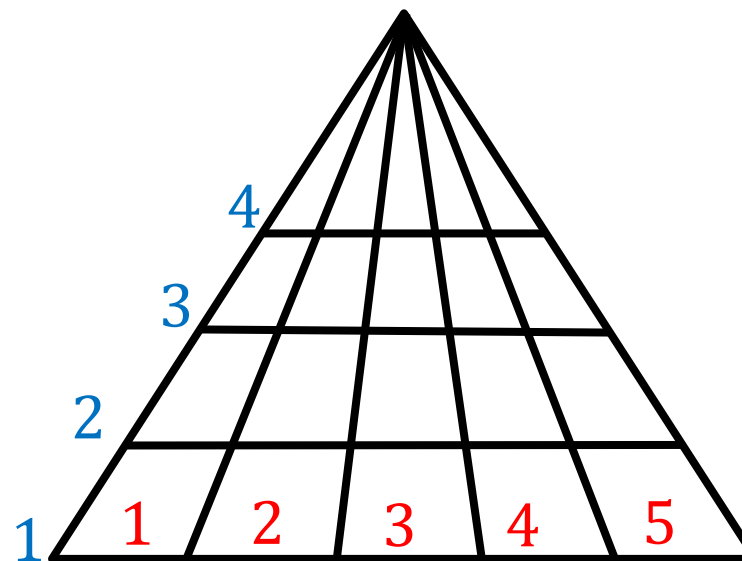
Recordemos:

Número de triángulos:

$$\left(\frac{n(n+1)}{2} \right) (\text{pisos})$$

Resolución:

Del enunciado



Total triángulos:

$$\left(\frac{5(6)}{2} \right) 4$$

$$(15)4 = 60$$

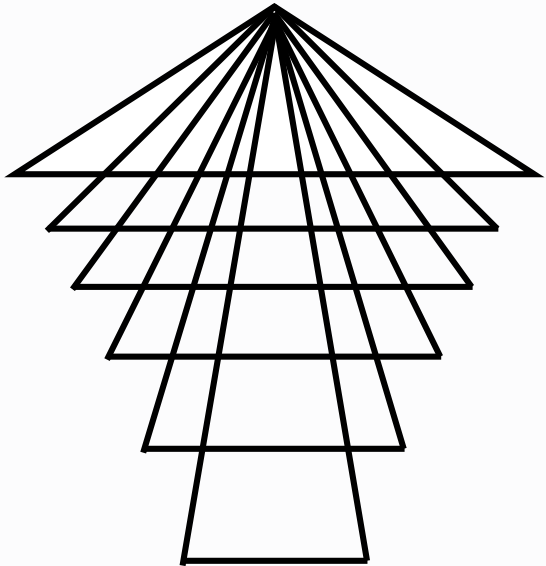
∴ El numero total de cuadriláteros: 60

Respuesta: 60



PROBLEMA 4.

Roberto es el profesor de Razonamiento Matemático y propone el siguiente problema a sus alumnos: ¿Cuántos triángulos hay en total?



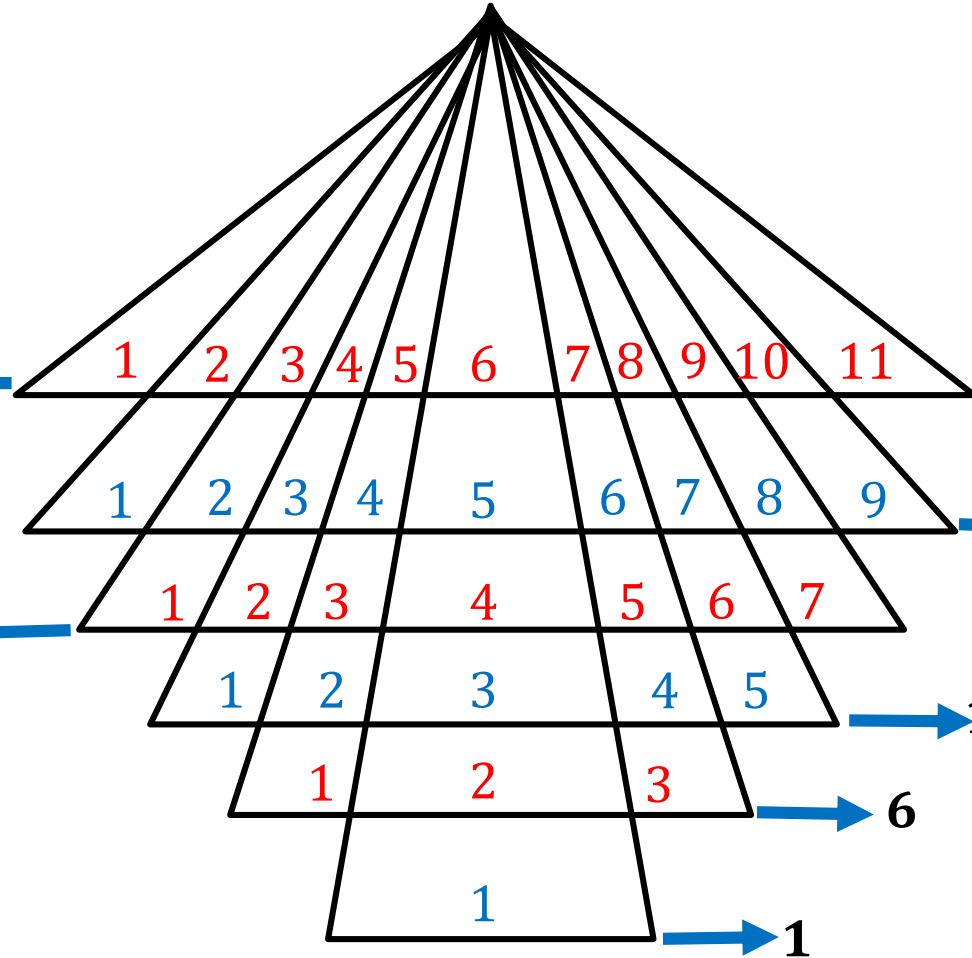
Resolución:

Del enunciado



$$66 = \left(\frac{11(12)}{2} \right)$$

$$28 = \left(\frac{7(8)}{2} \right)$$



$$\left(\frac{9(10)}{2} \right) = 45$$

15

6

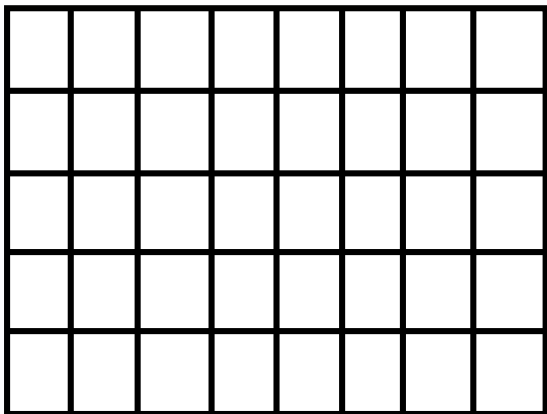
1

∴ El numero total de triángulos: $66+45+28+15+6+1=161$

Respuesta: 161

PROBLEMA 5.

Calcule la diferencia entre el número de cuadriláteros y cuadrados.



Recordemos:

Número de cuadriláteros:

$$\left(\frac{n(n+1)}{2} \right)$$

n = número de espacios

Resolución:



1	2	3	4	5	6	7	8
2							
3							
4							
5							

Total cuadriláteros:

Horizontales: Verticales:

$$\frac{8(9)}{2} \quad \times \quad \frac{5(6)}{2}$$

$$36 \quad \times \quad 15 = 540$$

Recordemos:



$$\begin{array}{l} (a)(b) \quad + \\ (a-1)(b-1) \\ (a-2)(b-2) \\ (a-3)(b-3) \\ \vdots \end{array}$$

Hasta que aparezca la unidad en uno de ellos

Total cuadrados:

$$\left. \begin{array}{l} 8 \times 5 = 40 \\ 7 \times 4 = 28 \\ 6 \times 3 = 18 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 4 \times 1 = 4 \end{array} \right\} 100$$

\therefore la diferencia pedida: $540 - 100 = 440$

Respuesta: 440

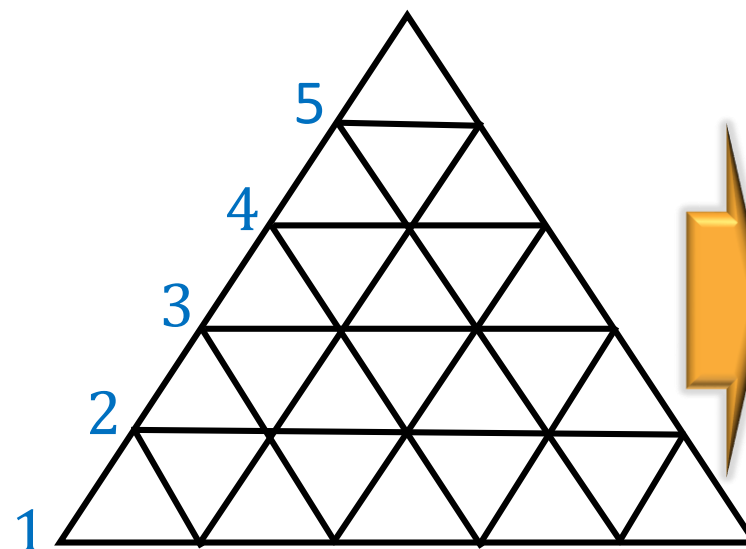
PROBLEMA 6.

En el mundo moderno hemos visto construcciones innovadoras e imponentes que llaman poderosamente la atención, ya que sus diseños son únicos y originales, lo que refleja el profesionalismo de los arquitectos, ingenieros y diseñadores. Estos profesionales han tenido como punto de apoyo un sin fin de herramientas y recursos importantes y uno de ellos es la geometría, la cual permite poner en práctica tanto la invención como la proyección, para dar como resultado obras fabulosas e inimaginables en el gráfico mostrado el edificio tiene la forma de un tetraedro. Determine el total de triángulos que se cuentan.



Resolución:

Calculamos el numero de triángulos en una cara del tetraedro



Numero de triángulos

$$5^2 = 25$$

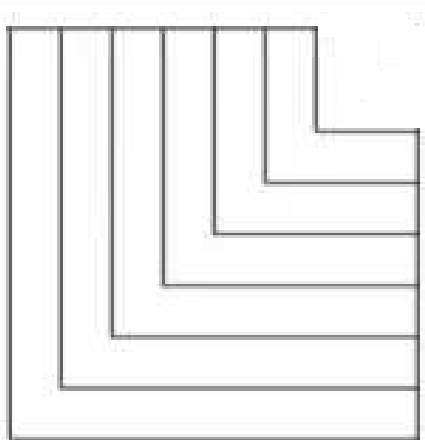
$$\therefore \text{Numero total de triángulos: } 4(25) = 100$$

Respuesta: 100



PROBLEMA 7.

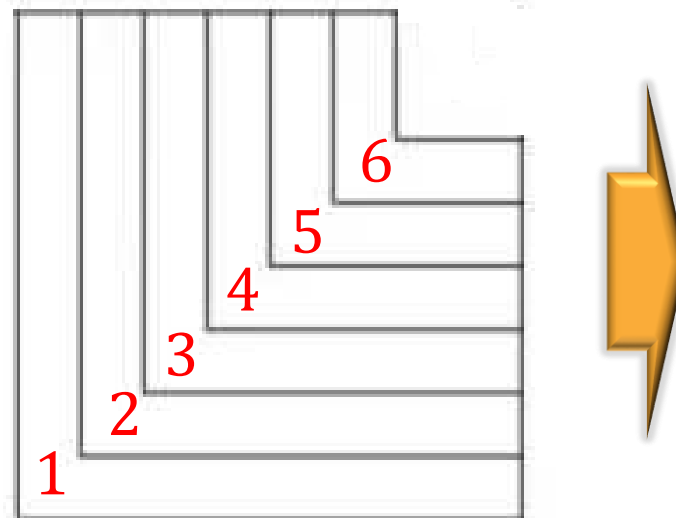
David está en la playa y dibuja en la arena una figura y se propone contar el número de hexágonos que hay en total. Si el dibujo que hizo en la arena es el siguiente:



...podría usted decir, ¿cuántos hexágonos contó Daniel?

Resolución:

En el grafico



Total hexágonos

$$\frac{6(7)}{2} = 21$$

∴ Numero total de hexágonos: 21

Respuesta: 21