

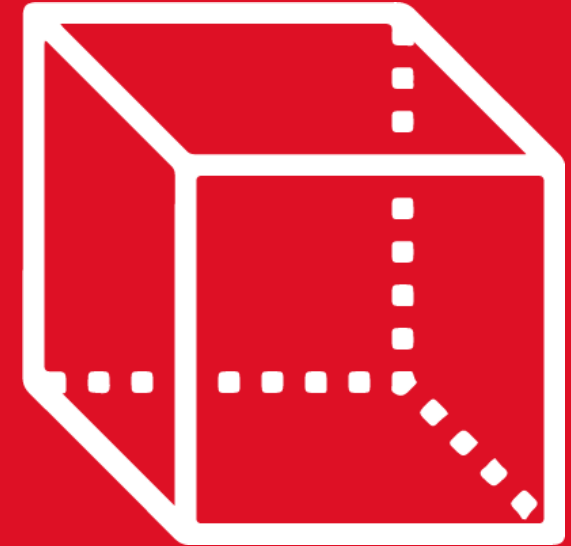


GEOMETRÍA

Capítulo 11

4st

SECONDARY



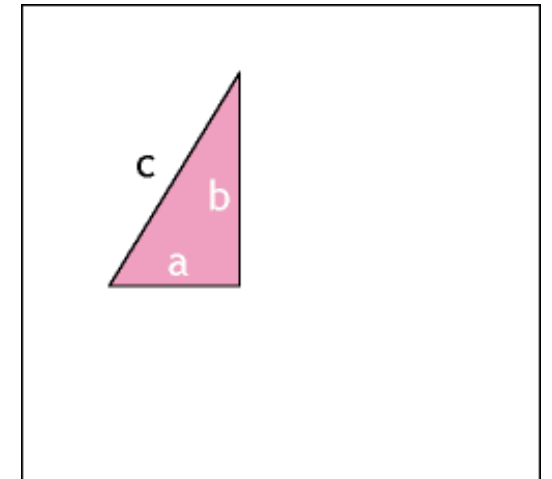
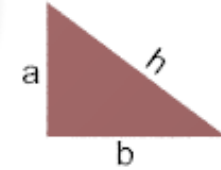
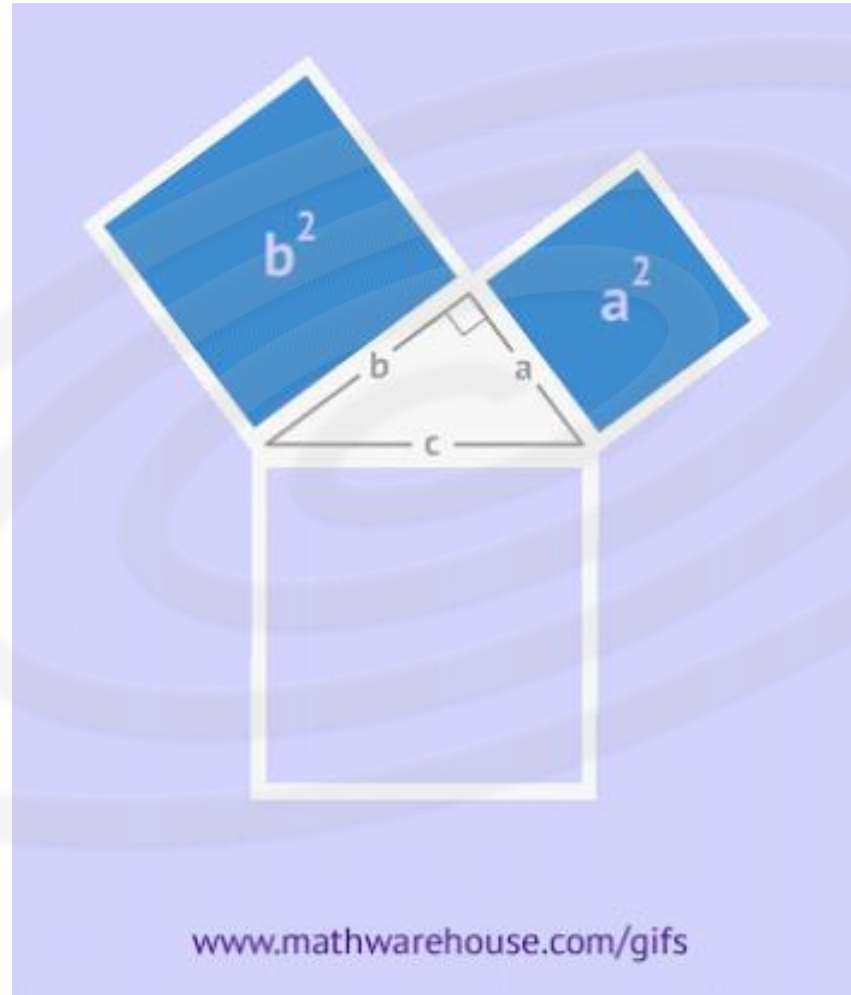
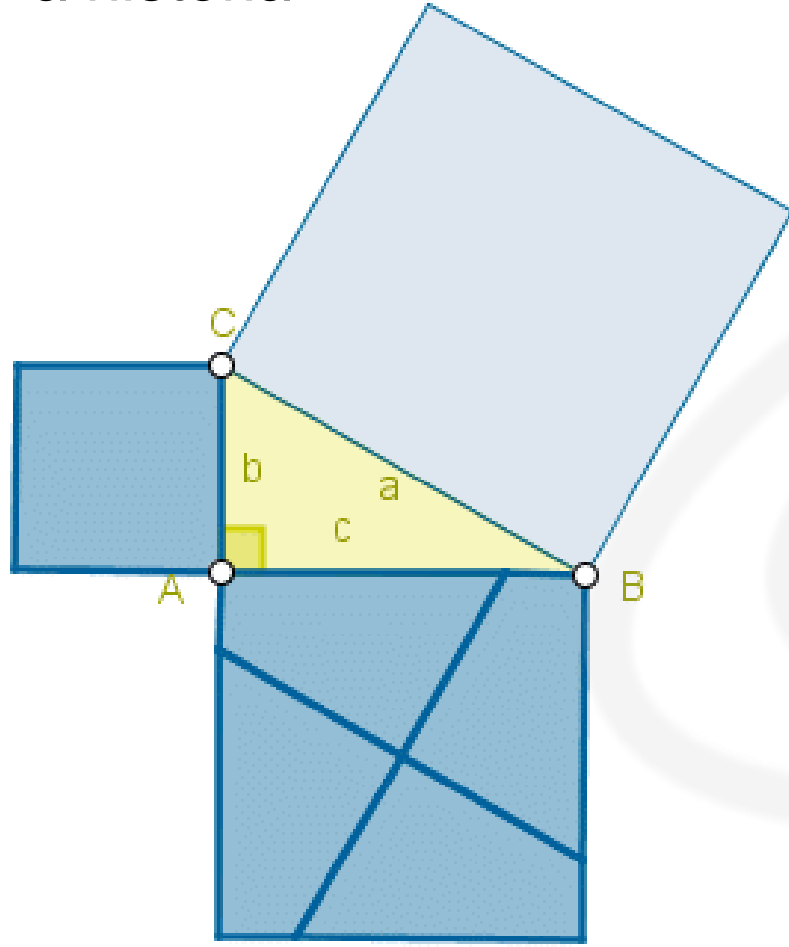
 **SACO OLIVEROS**

**Relaciones métricas en el triángulo
rectángulo y en la circunferencia**

MOTIVATING | STRATEGY

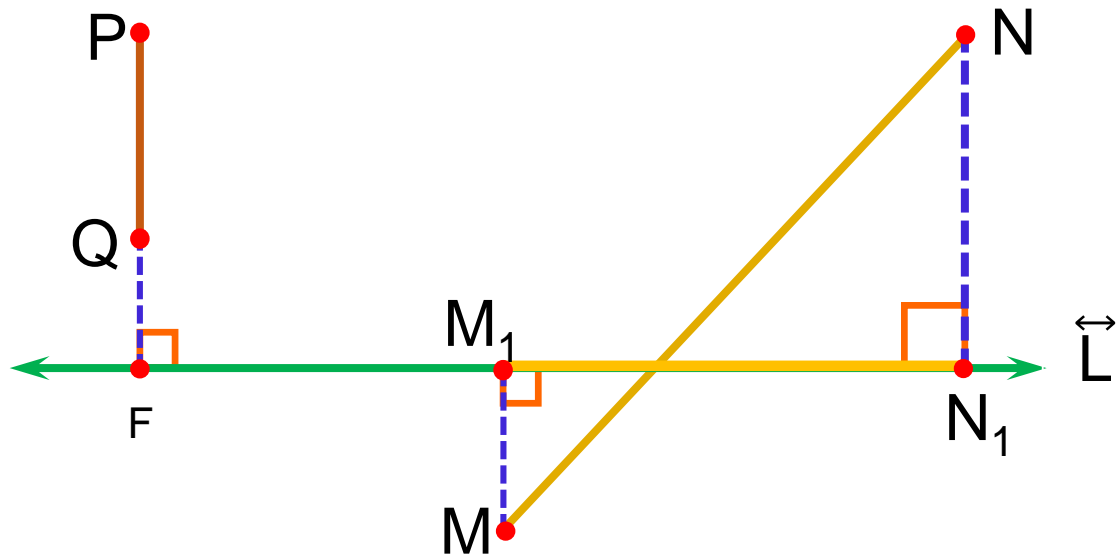
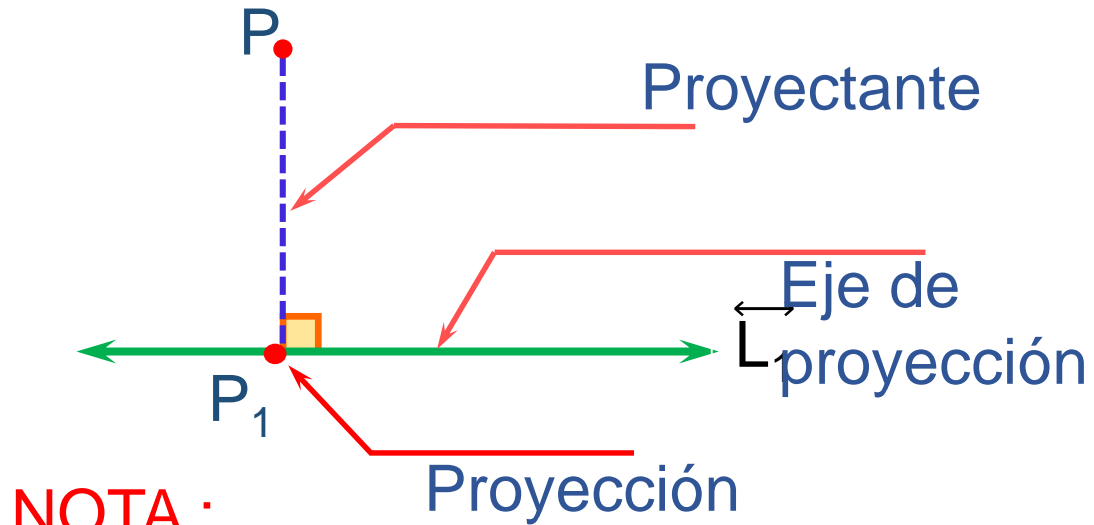


En la actualidad, existen 314 formas de demostraciones del teorema de Pitágoras, lo que confirma que es uno de los teoremas que más han llamado la atención a través de la historia.

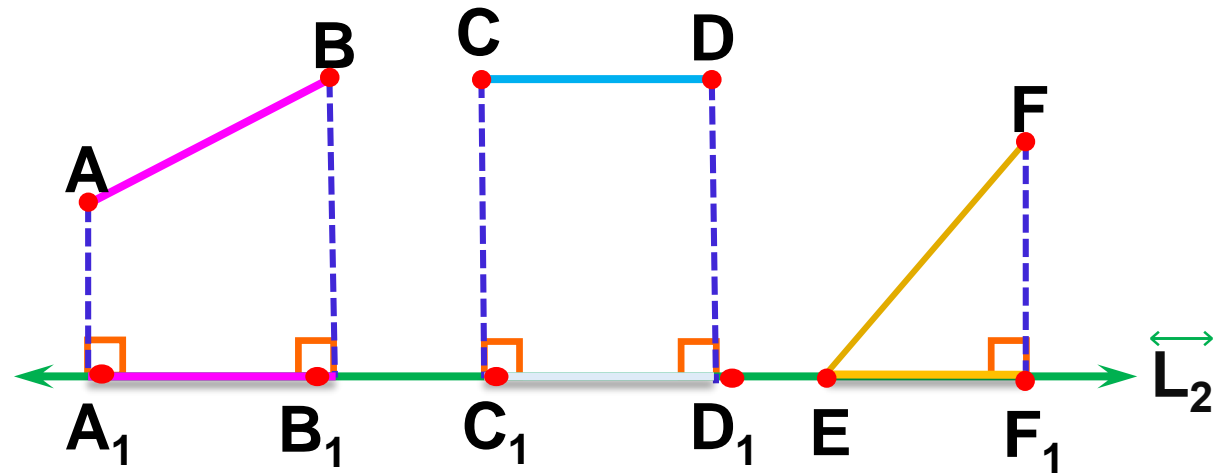




I. De un punto sobre una recta



II. De un segmento sobre una recta

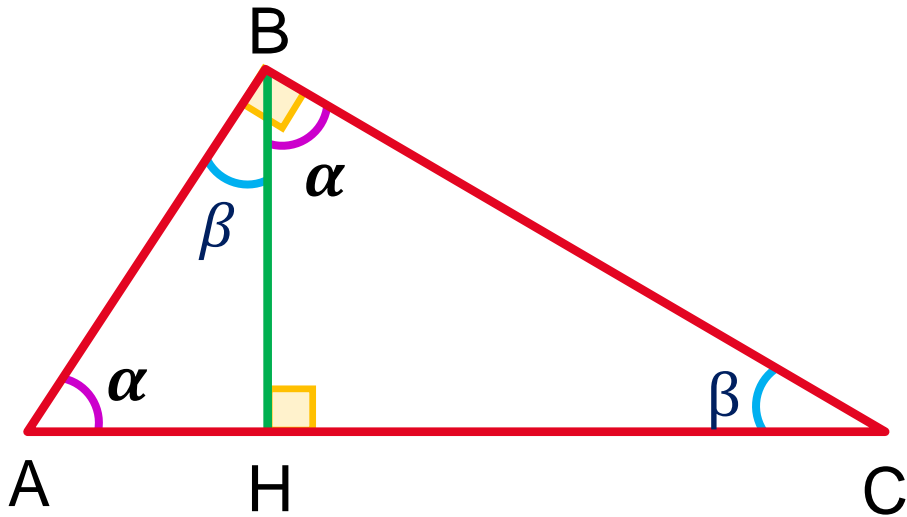


$\overline{A_1B_1}$: Proyección de \overline{AB} sobre \vec{L}_2

$\overline{C_1D_1}$: Proyección de \overline{CD} sobre \vec{L}_2

$\overline{EF_1}$: Proyección de \overline{EF} sobre \vec{L}_2

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO



* \overline{AB} y \overline{BC} son catetos

* \overline{AC} : hipotenusa

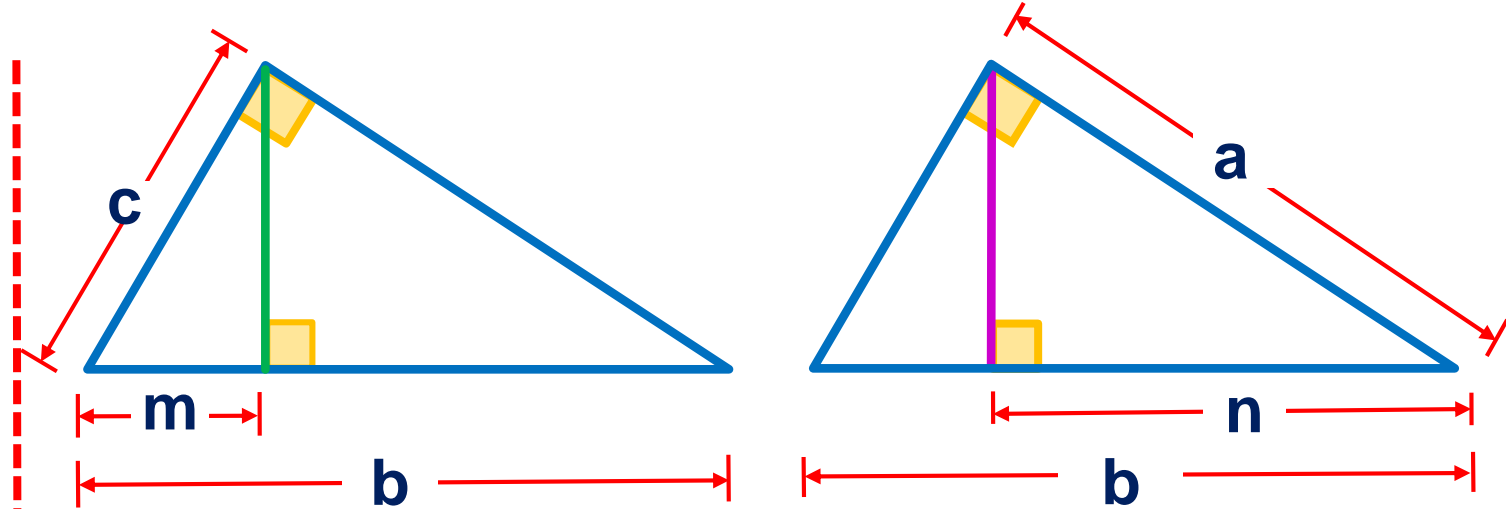
\overline{AH} : proyección ortogonal \overline{AB} sobre \overline{AC}

\overline{HC} : proyección ortogonal \overline{BC} sobre \overline{AC}

$$\triangle ABC \sim \triangle AHB \sim \triangle BHC$$

$$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2$$

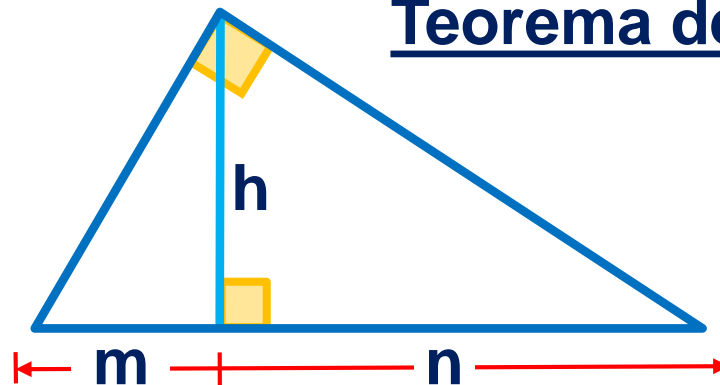
Teorema de la Longitud de un cateto al cuadrado



$$c^2 = bm$$

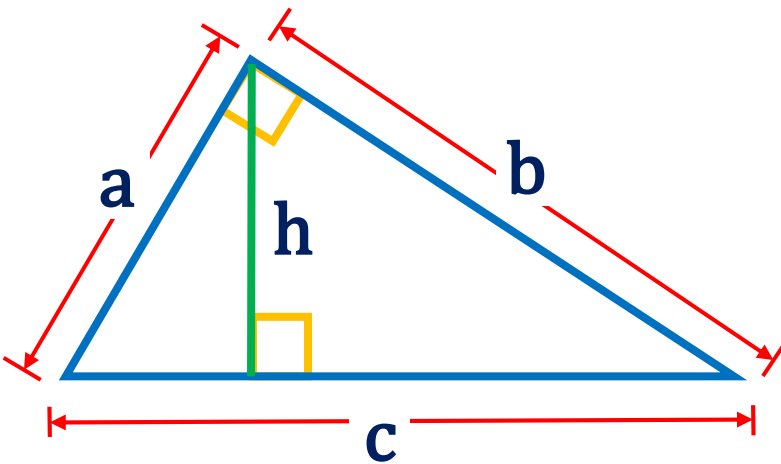
$$a^2 = bn$$

Teorema de la longitud de la altura al cuadrado

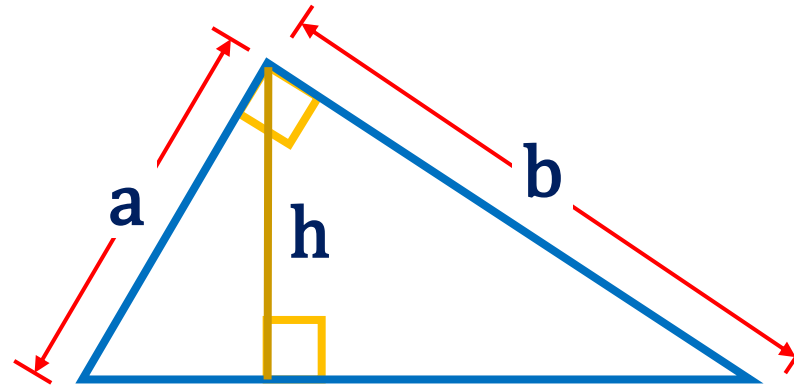


$$h^2 = mn$$

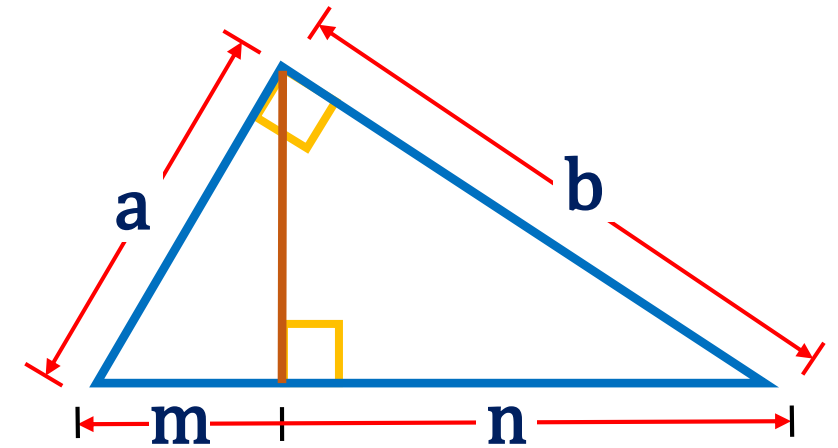
Teoremas adicionales



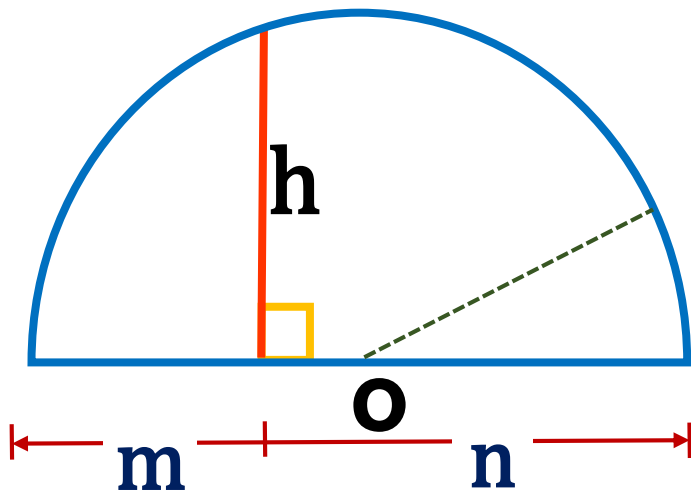
$$a \cdot b = c \cdot h$$



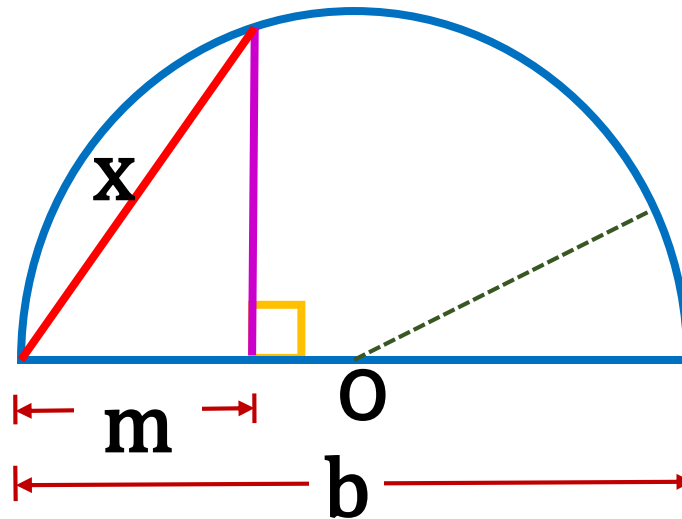
$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$$



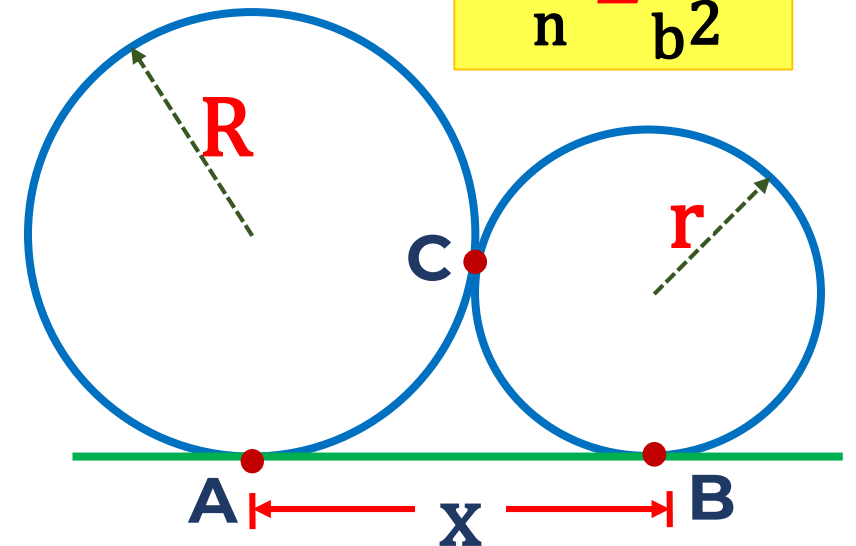
$$\frac{m}{n} = \frac{a^2}{b^2}$$



$$h^2 = m \cdot n$$



$$x^2 = b \cdot m$$



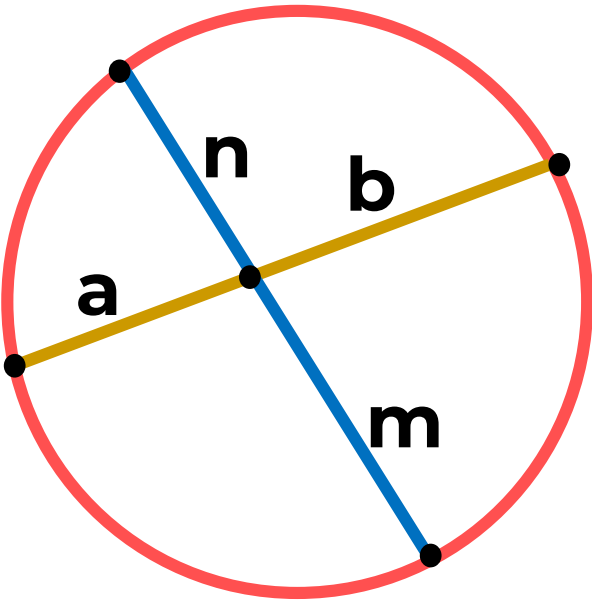
$$x = 2\sqrt{R \cdot r}$$

A, B y C son puntos de tangencia



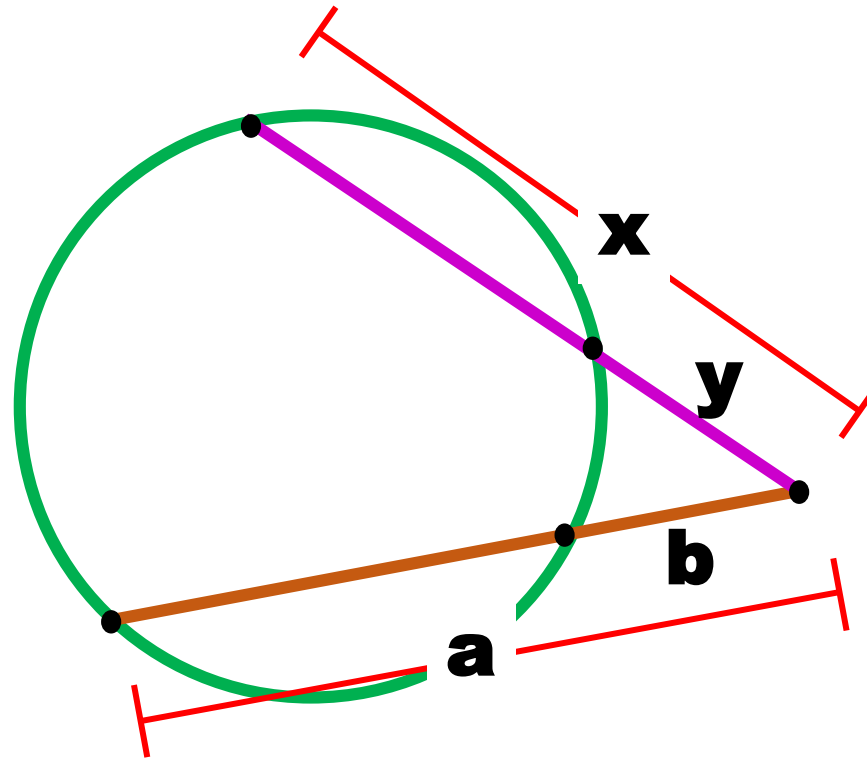
RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

T. de Cuerdas



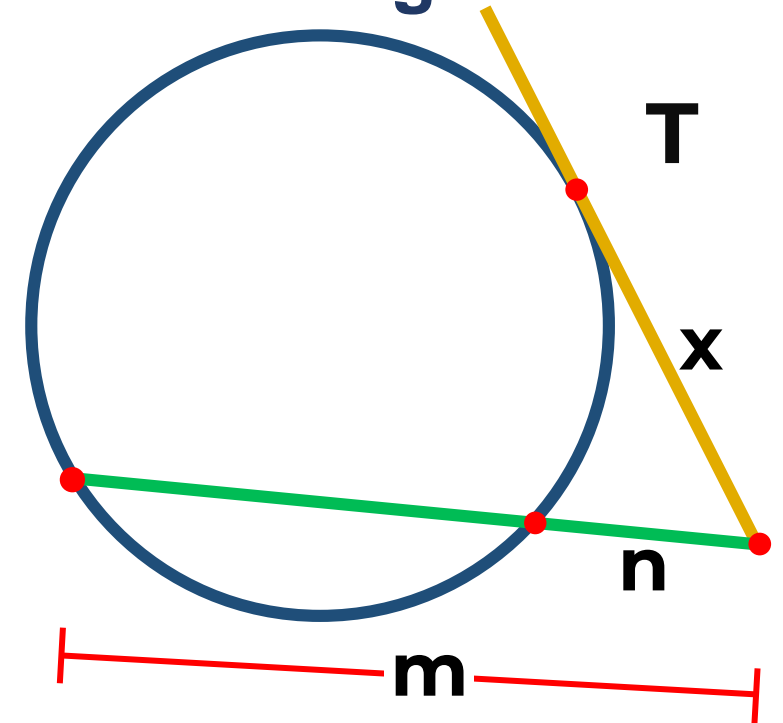
$$a \cdot b = m \cdot n$$

T. de las Secantes



$$x \cdot y = a \cdot b$$

T. de la Tangente



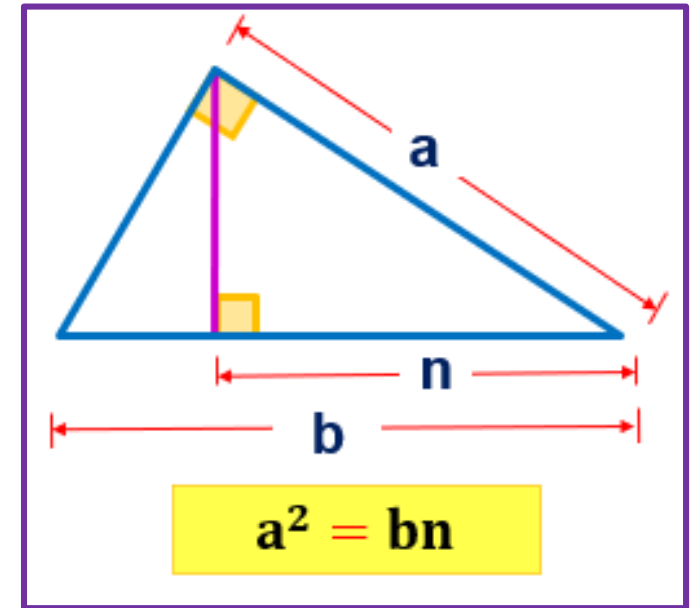
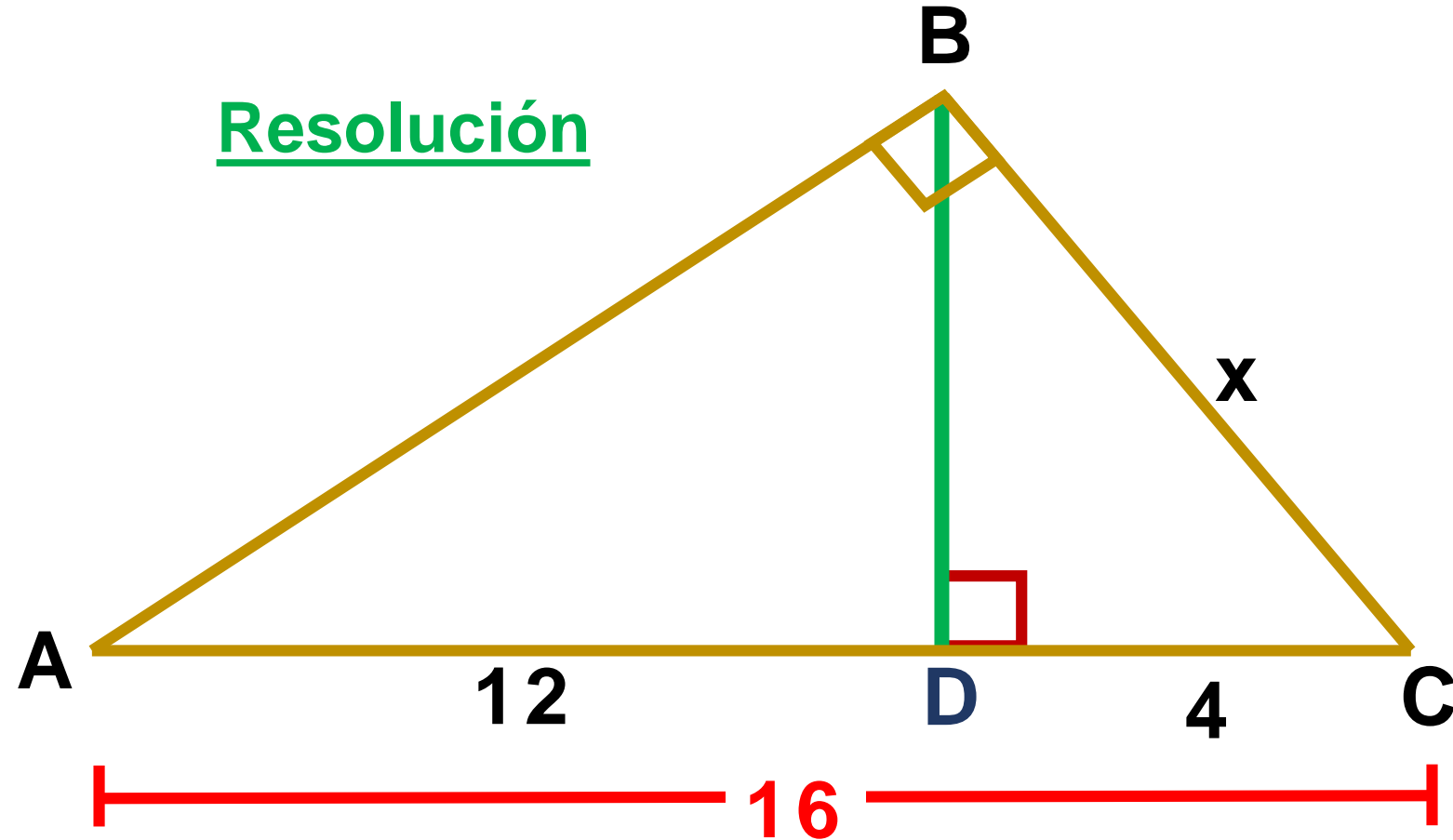
$$x^2 = n \cdot m$$

T : punto de tangencia



1. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se traza la altura \overline{BD} , tal que $AD = 12$ y $DC = 4$. Halle BC.

Resolución



Por el teorema del cateto:

$$x^2 = (4)(16)$$

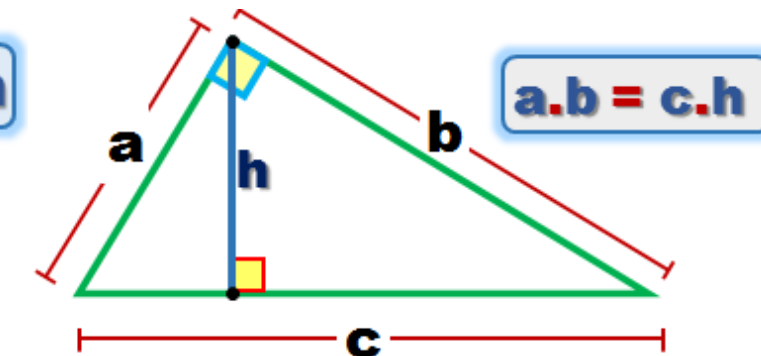
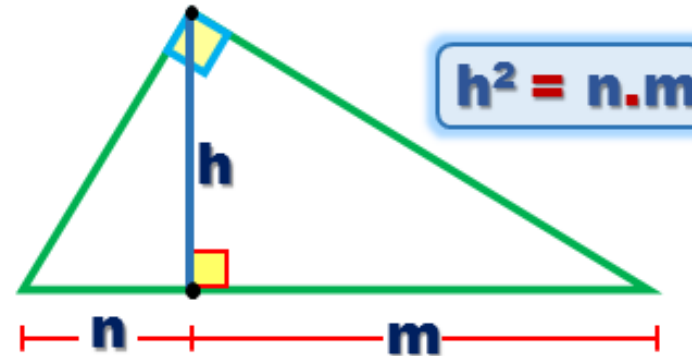
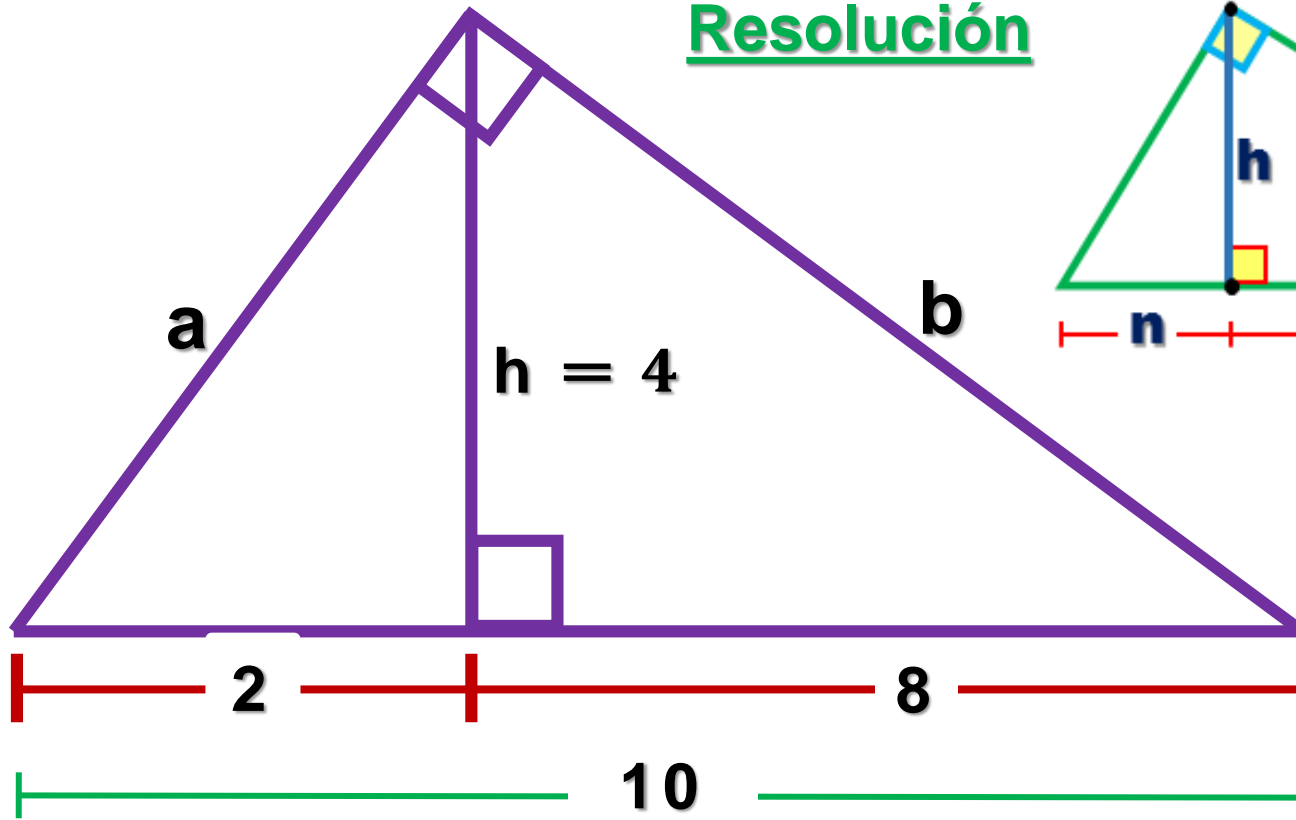
$$x^2 = 64$$

$$x = 8$$



2. En un triángulo rectángulo, las longitudes de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa son 2 y 8. Calcule el producto entre las longitudes de los catetos.

Resolución



$$h^2 = (2)(8)$$

$$h^2 = 16$$

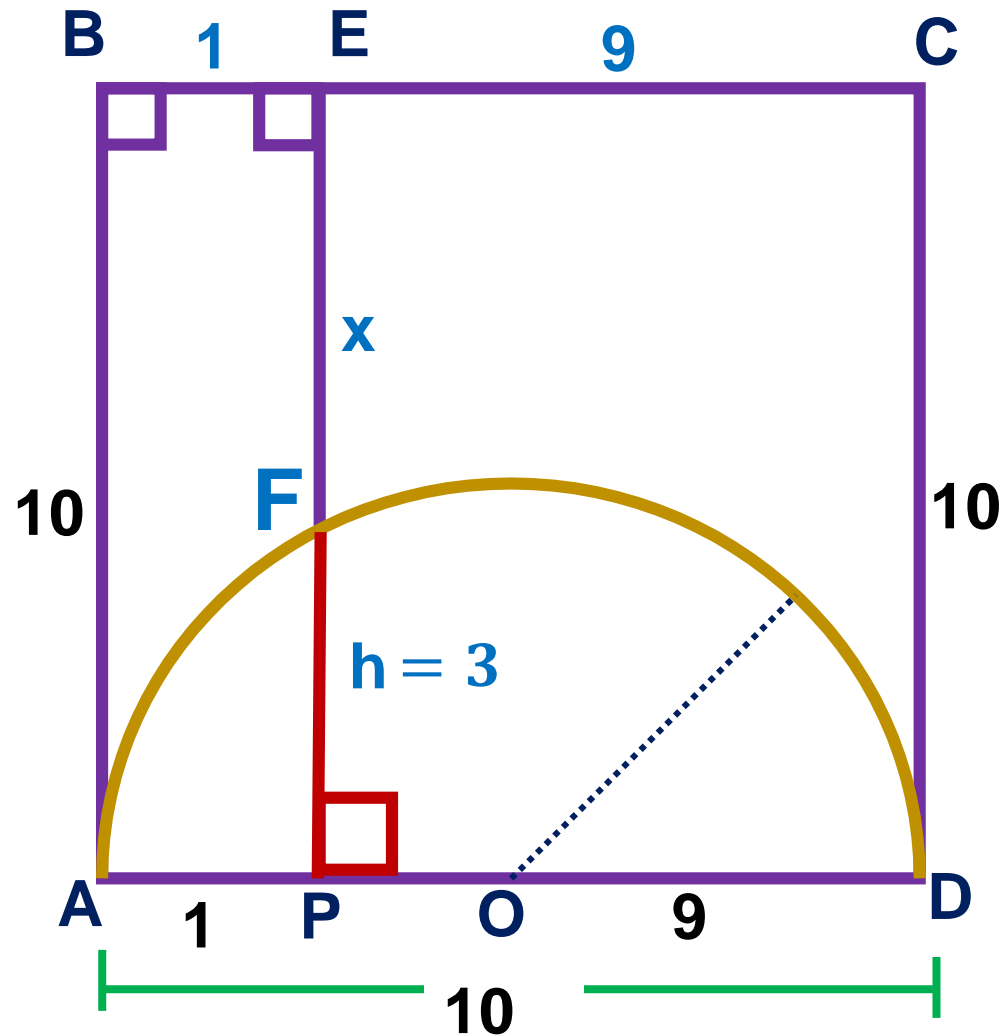
$$h = 4$$

$$ab = (10)(4)$$

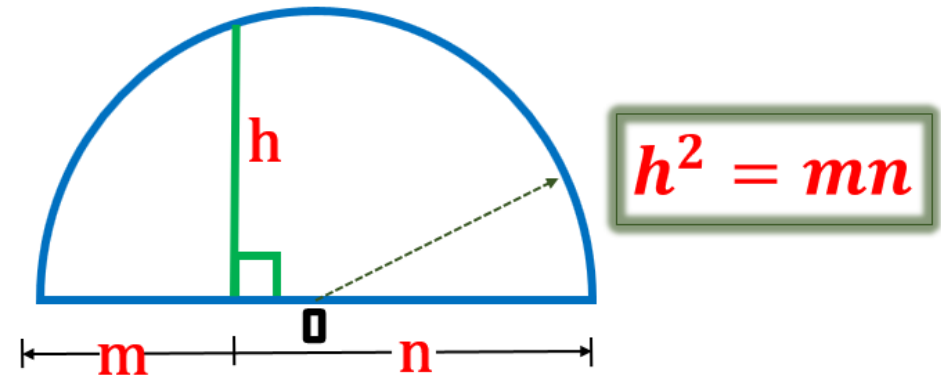
$$ab = 40$$



3. Si ABCD es un cuadrado, $BE = 1$ y $EC = 9$, halle EF.



• Prolongamos \overline{EF} hasta P.
Resolución



$$h^2 = (1)(9)$$

$$h^2 = 9$$

$$h = 3$$

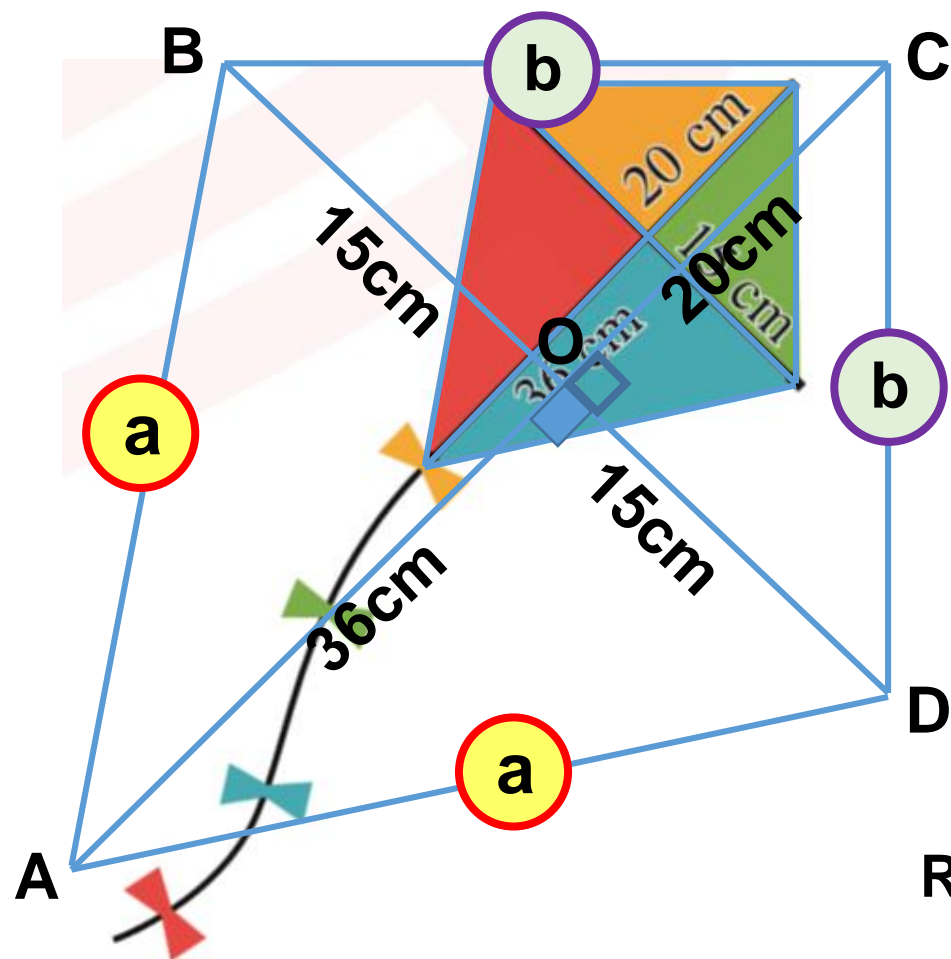
En \overline{EP} .

$$x + 3 = 10$$

$$x = 7$$



4. En la figura se observa una cometa que tiene forma de un trapezoide simétrico, calcule su perímetro.



Resolución

En el gráfico, ABCD: Trapezoide Simétrico

$$AB=AD=a \quad BC=CD=b$$

Piden: $2P_{ABCD} = 2(a + b) \dots (1)$

Aplicamos el Teorema de Pitágoras

▲ AOD

$$a^2 = 15^2 + 36^2$$

$$a^2 = 225 + 1296$$

$$a^2 = 1521$$

$$a = 39$$

▲ BOC

$$b^2 = 15^2 + 20^2$$

$$b^2 = 225 + 400$$

$$b^2 = 625$$

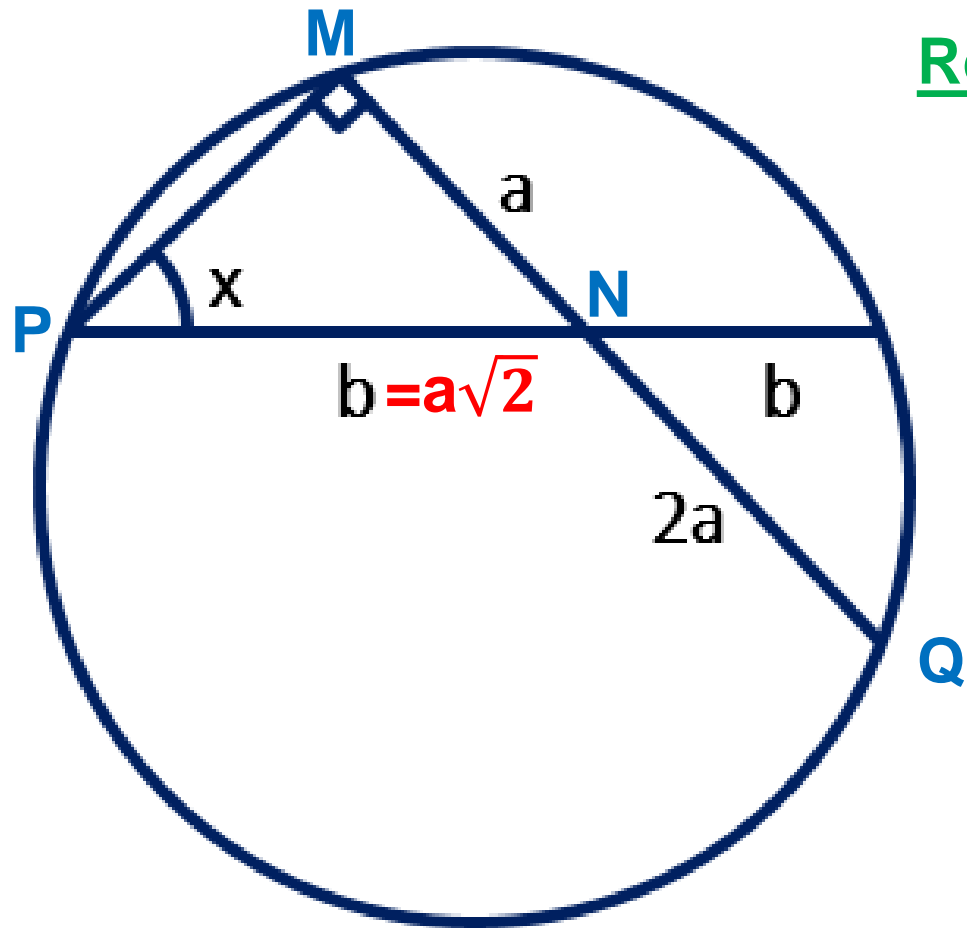
$$b = 25$$

Reemplazando en (1): $2P_{ABCD} = 2(39 + 25)$

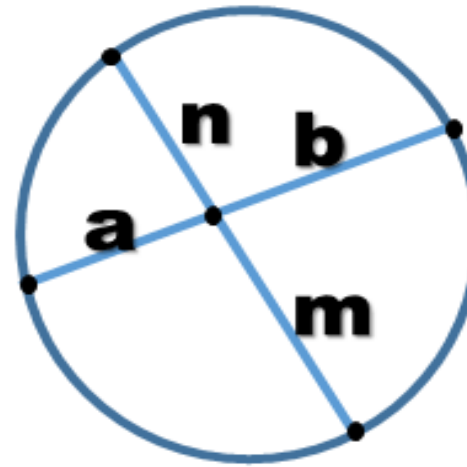
$$2P_{ABCD} = 128 \text{ cm}$$



5. En la figura, halle el valor de x .



Resolución



T. de Cuerdas

$$a \cdot b = m \cdot n$$

$$(b) \cdot (b) = (a) \cdot (2a)$$

$$b^2 = 2a^2$$

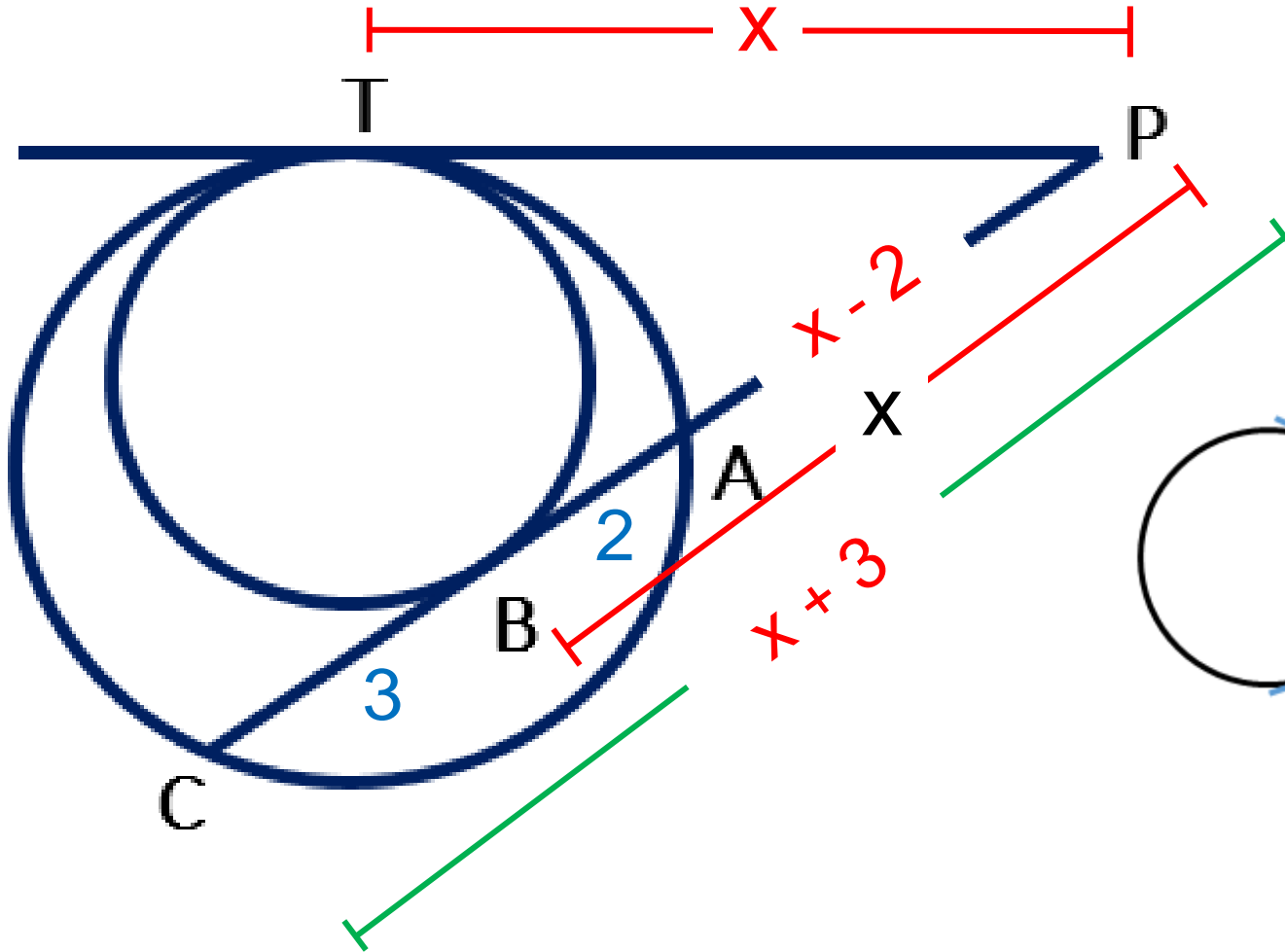
$$b = a\sqrt{2}$$

$\triangle PMN$: Notable de 45° y 45°

$$x = 45^\circ$$



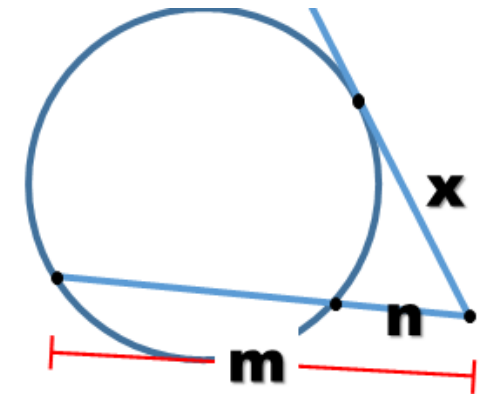
6. En la figura, $BC = 3$ y $AB = 2$. si T y B son puntos de tangencia. Halle PT



Resolución

T. de la Tangente

$$x^2 = m \cdot n$$



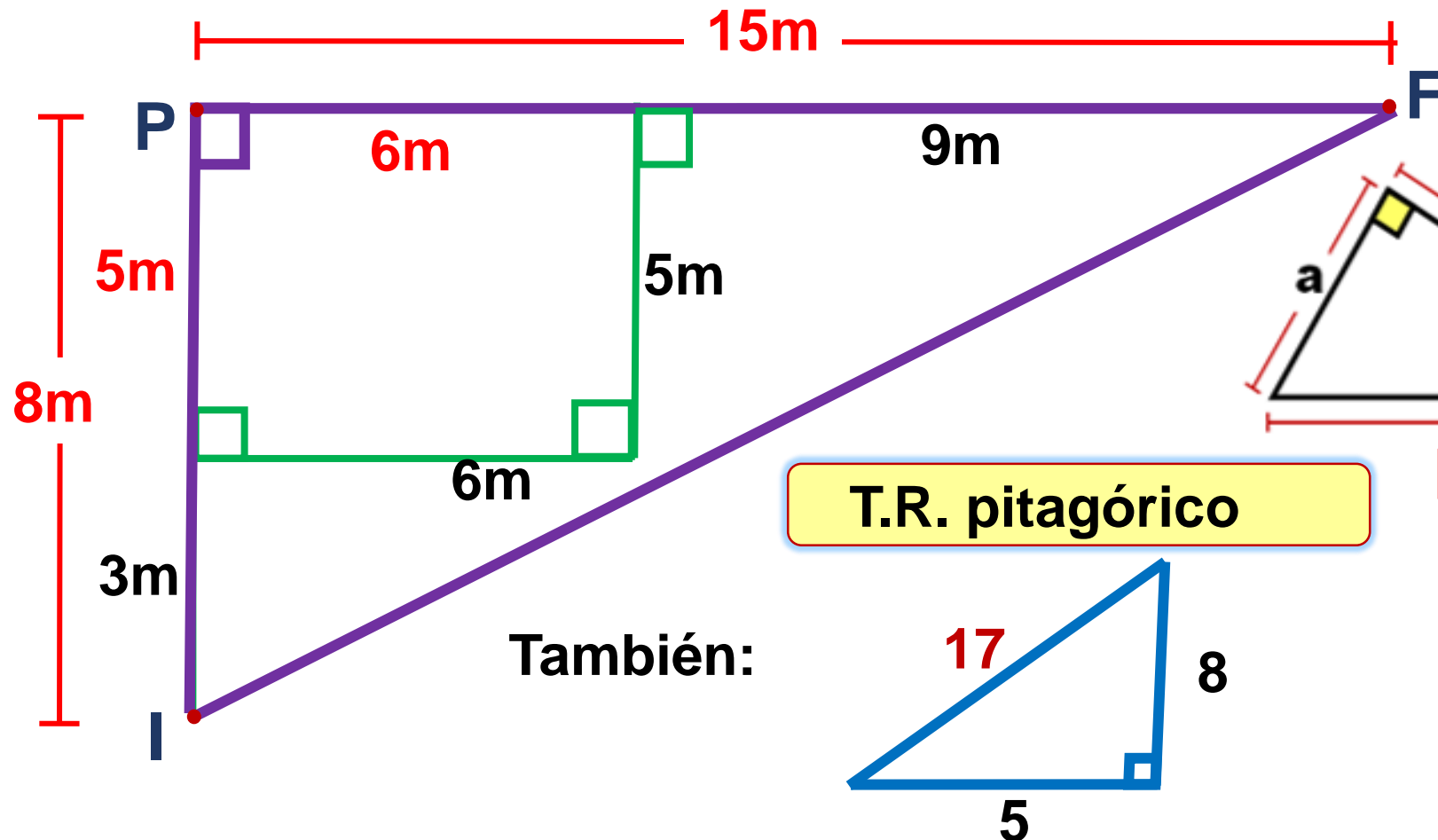
$$x^2 = (x + 3)(x - 2)$$

$$\cancel{x^2} = \cancel{x^2} + x - 6$$

$$x = 6$$



7. Una persona caminó 3 m hacia el norte, luego 6 m hacia el este, luego 5 m hacia el norte y finalmente 9 m hacia el este. ¿A cuántos metros del punto inicial se encuentra la persona?



Resolución

Teorema de Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

IPF :

$$(IF)^2 = 8^2 + 15^2$$

$$(IF)^2 = 64 + 225$$

$$(IF)^2 = 289$$

$$IF = 17 \text{ m}$$

T.R. pitagórico

También:

