GEOMETRÍA

Capítulo 19

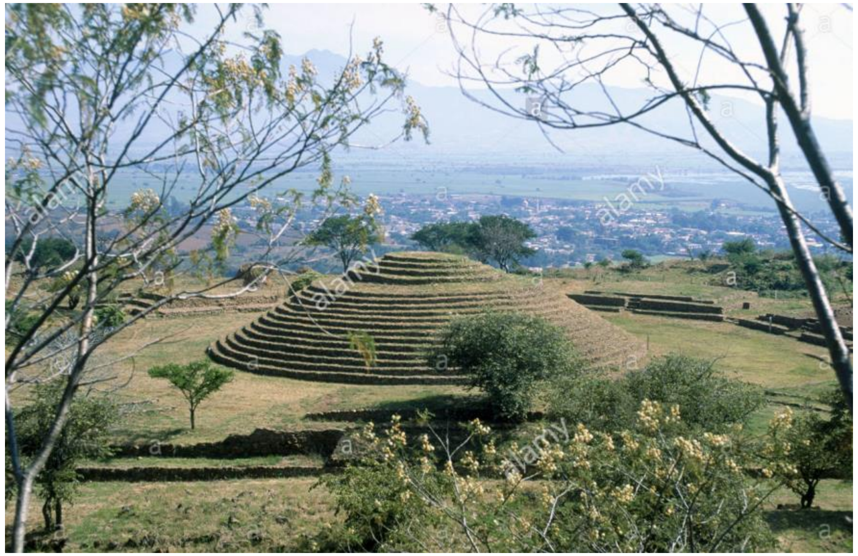
2st

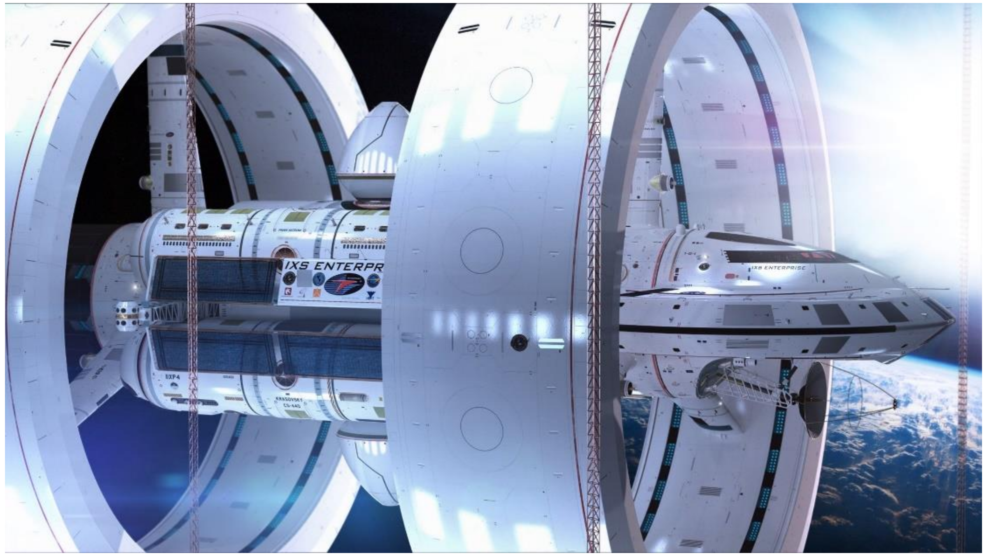
SECONDARY

Relaciones métricas en la circunferencia

SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

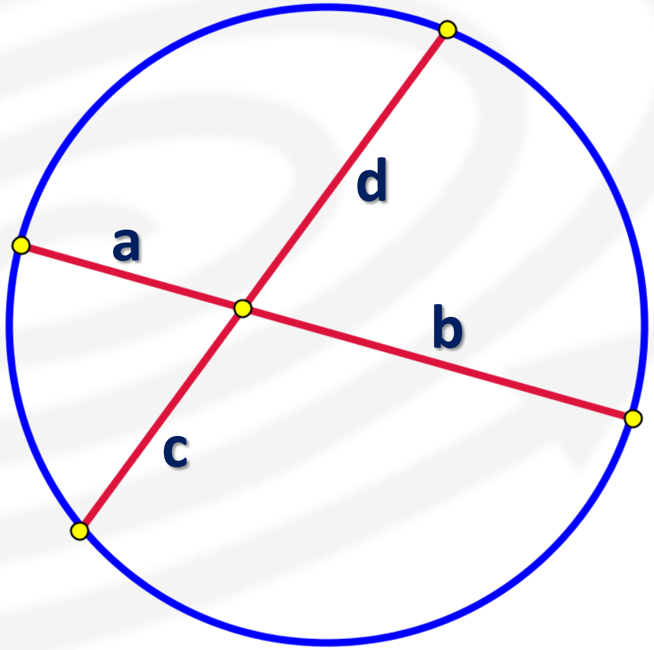




RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

TEOREMA DE LAS CUERDAS

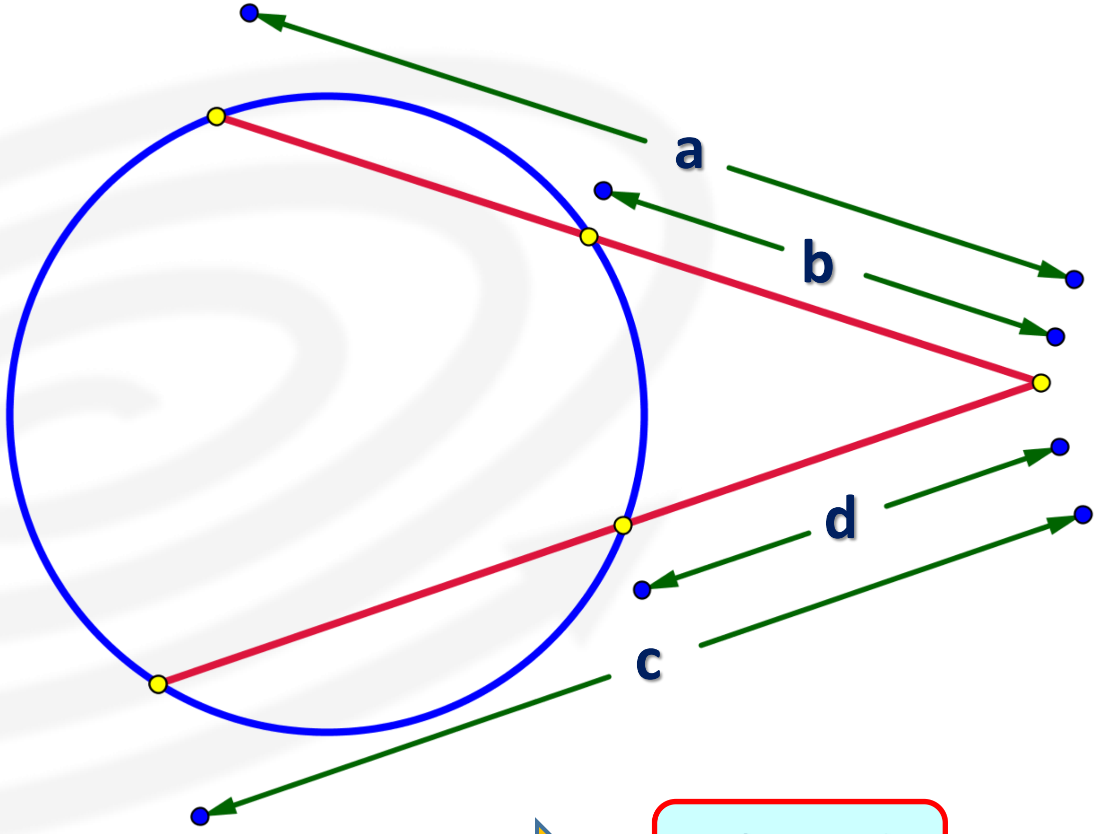
Si en una circunferencia se trazan dos cuerdas secantes, entonces los productos de las longitudes de los segmentos determinados en cada cuerda son iguales.



$$ab = cd$$

TEOREMA DE LAS SECANTES

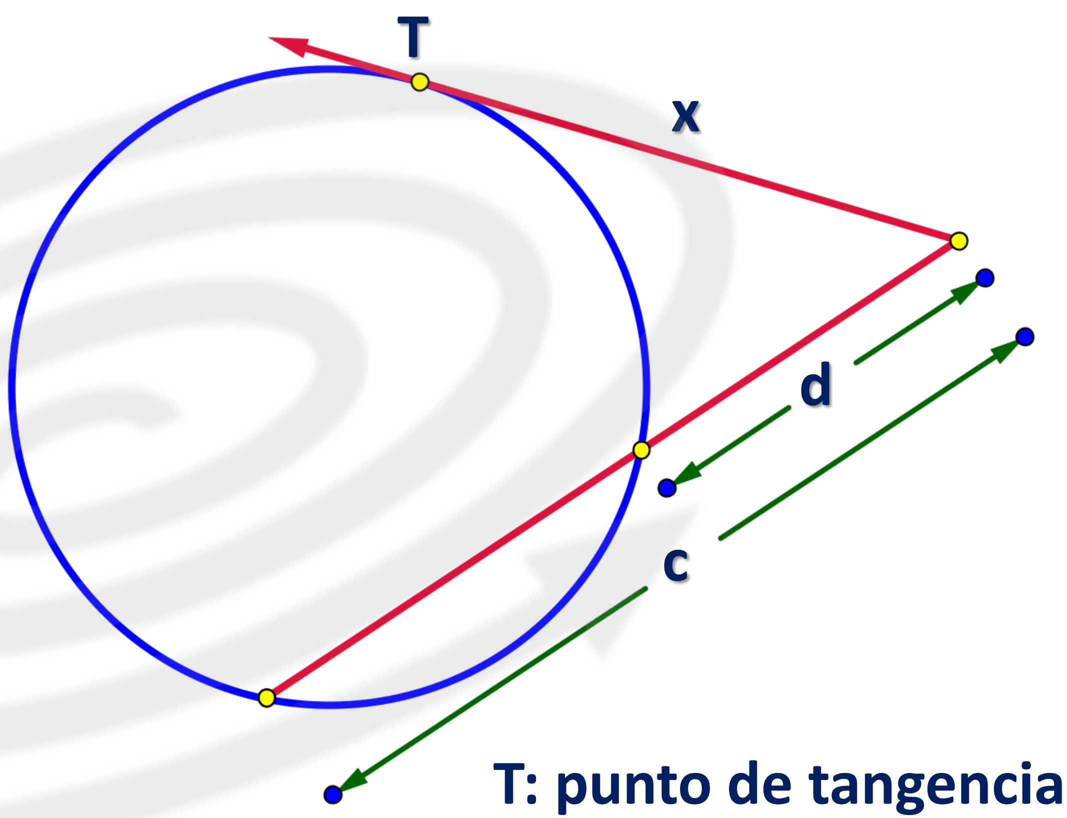
Si por un punto exterior a una circunferencia se trazan dos rectas secantes, entonces los productos de las longitudes de los segmentos secantes determinados y los segmentos externos correspondientes son iguales.



$$ab = cd$$

TEOREMA DE LA TANGENTE

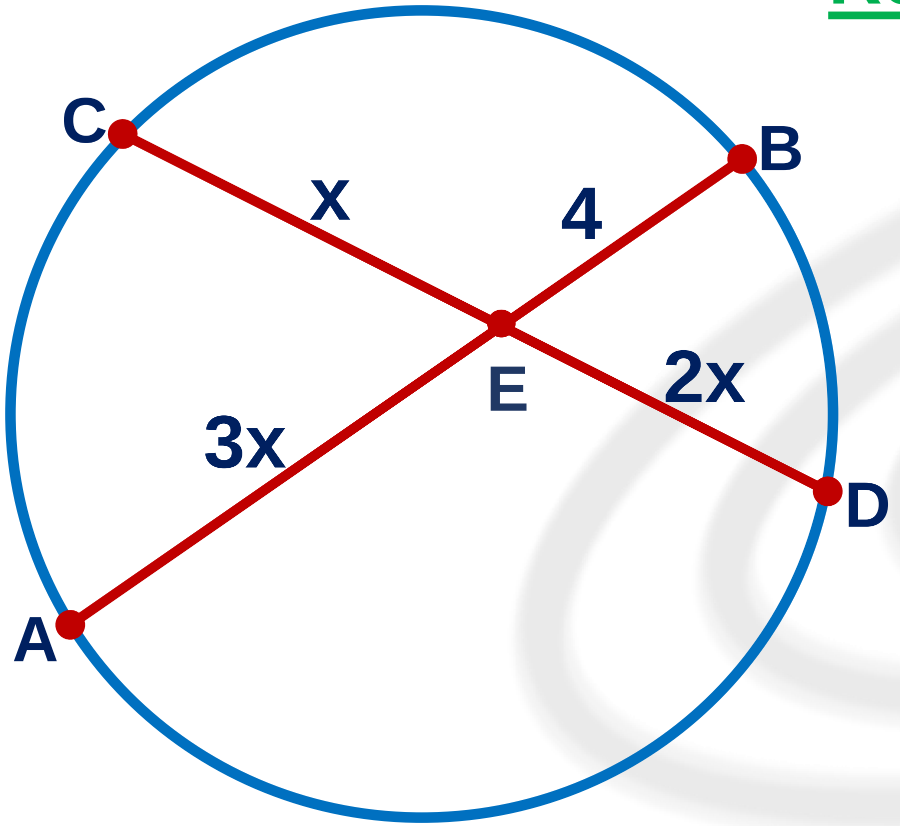
Si por un punto exterior a una circunferencia se traza una recta tangente y una recta secante, entonces el segmento tangente determinado es media proporcional entre el segmento secante y su segmento externo correspondiente.



T: punto de tangencia

$$\boxed{x^2 = cd}$$

1. En el gráfico, calcule CD.



Resolución

- Piden: CD
- Aplicando teorema:

$$(\cancel{x})(2x) = (3\cancel{x})(4)$$

$$2x = 12$$

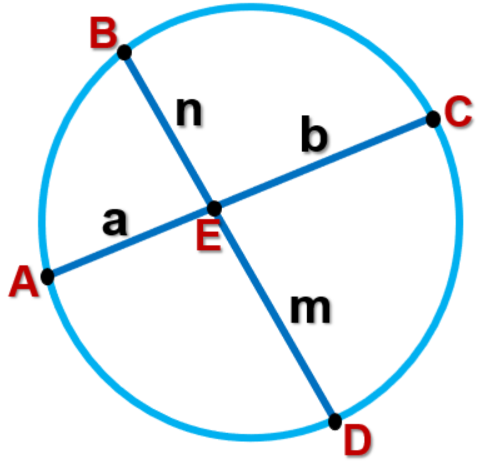
$$x = 6$$

- Calculando CD:

$$CD = 3x$$

$$CD = 3(6)$$

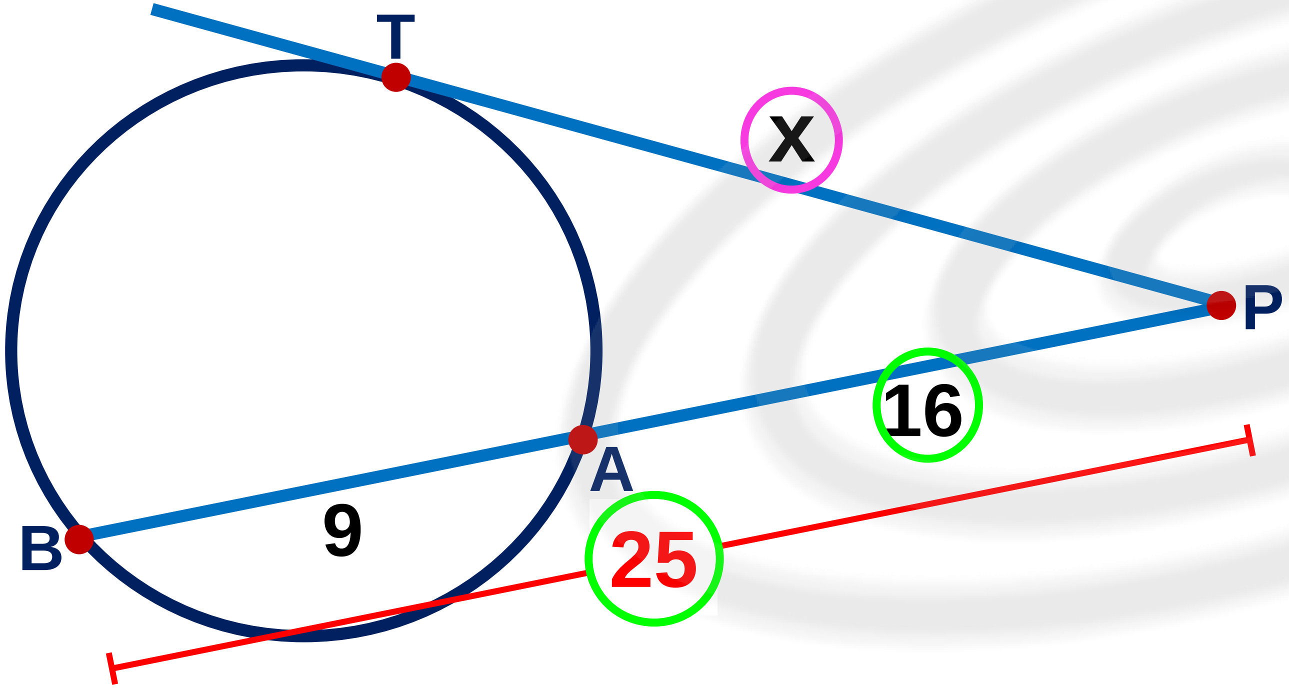
Teorema de las Cuerdas

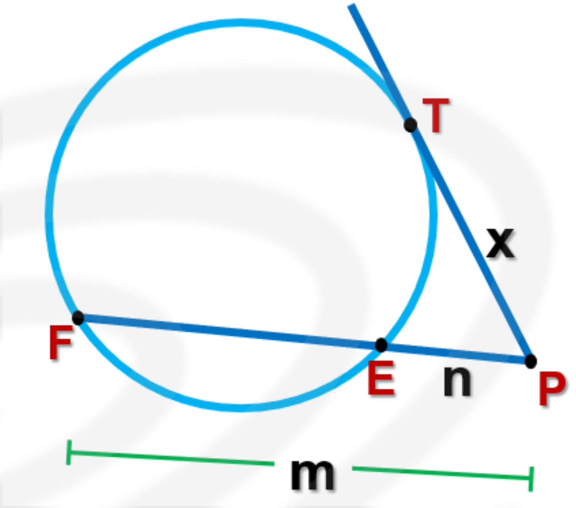


$$\boxed{a.b = m.n}$$

$$\boxed{CD = 18u}$$

2. En la figura, PA = 16 u, AB = 9 u y T es punto de tangencia. Calcule PT.





Teorema de la Tangente

$x^2 = m.n$

Resolución

- Piden: PT
- Aplicando teorema:

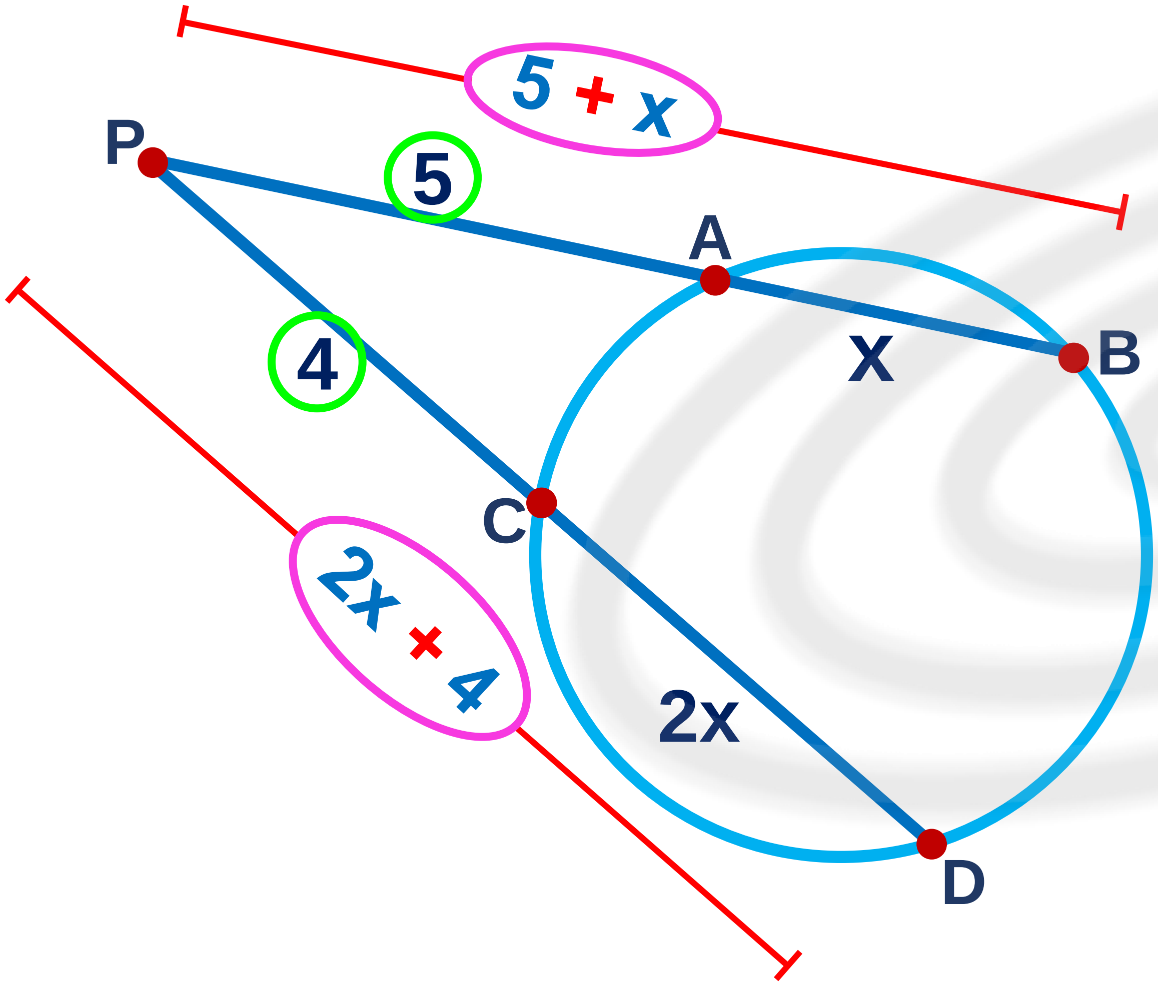
$$x^2 = 25(16)$$

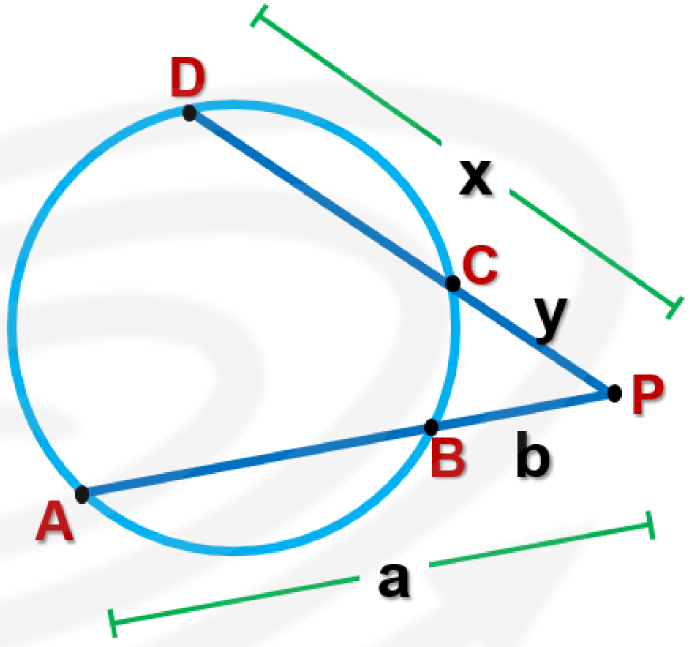
$$x^2 = 400$$

$$x = 20$$

$\boxed{PT = 20u}$

3. En el gráfico, PA = 5 u y PC = 4u. Halle el valor de x.





Teorema de las Secantes

$x.y = a.b$

Resolución

- Piden: x

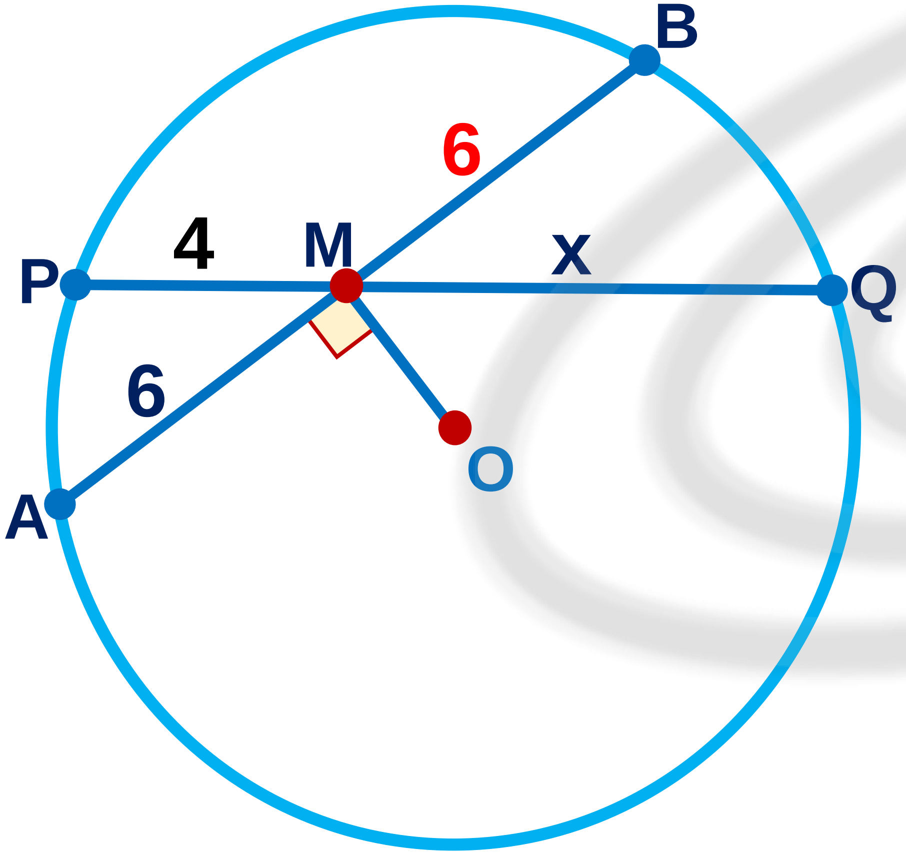
$$(5+x)(5) = (2x+4)(4)$$

$$25 + 5x = 8x + 16$$

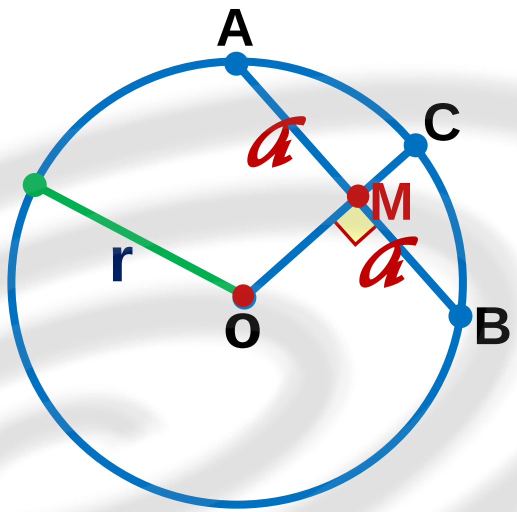
$$9 = 3x$$

$$\boxed{3 = x}$$

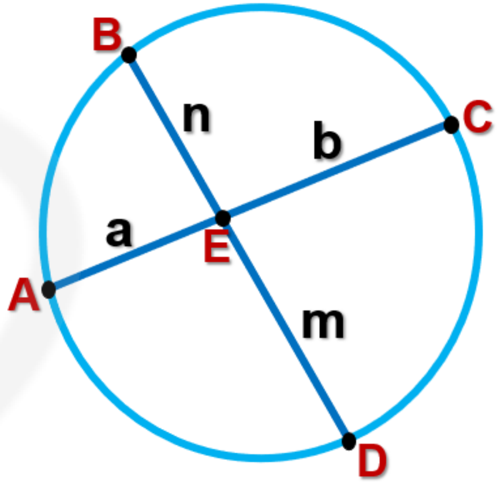
4. En la circunferencia de centro O, AM = 6 u y PM = 4 u. Calcule MQ.



Teorema:



Teorema:



$a.b = m.n$

Resolución

- Piden: MQ
- AM = MB = 6
- Aplicando teorema de las cuerdas

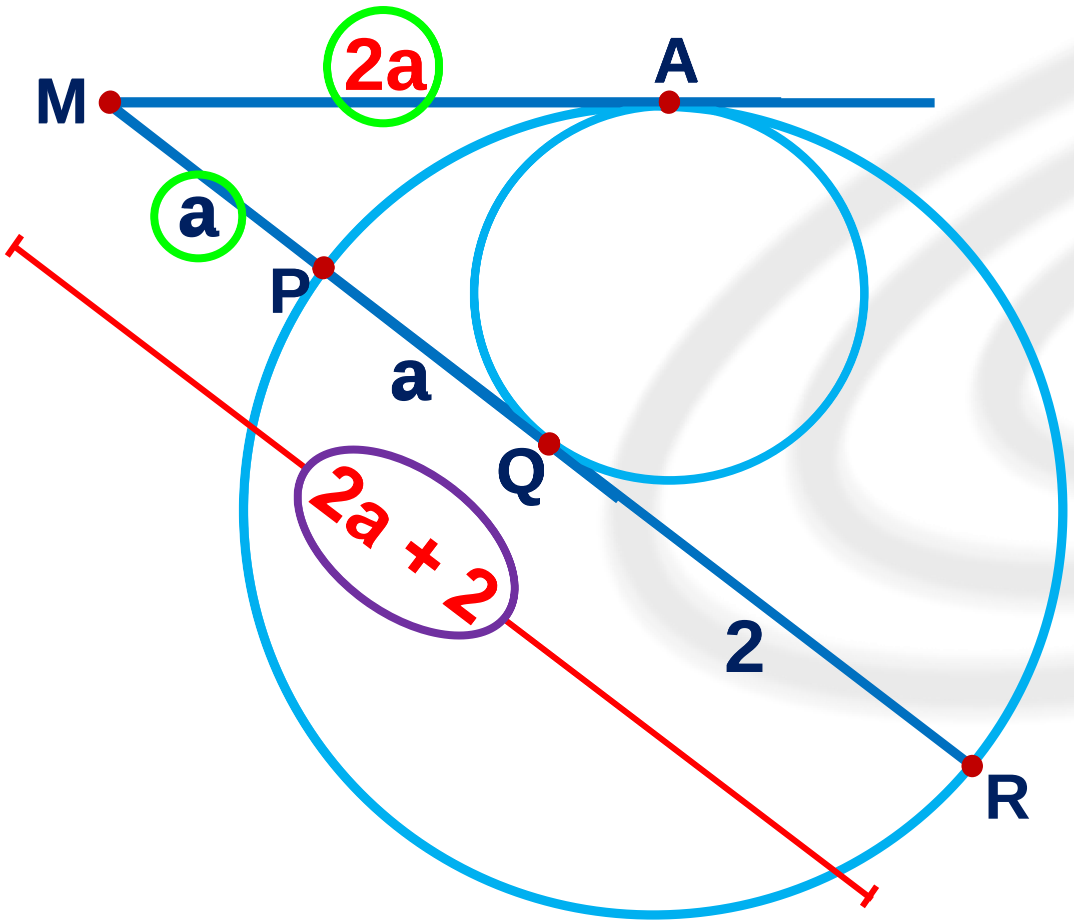
$$6(6) = 4(x)$$

$$36 = 4x$$

$$9 = x$$

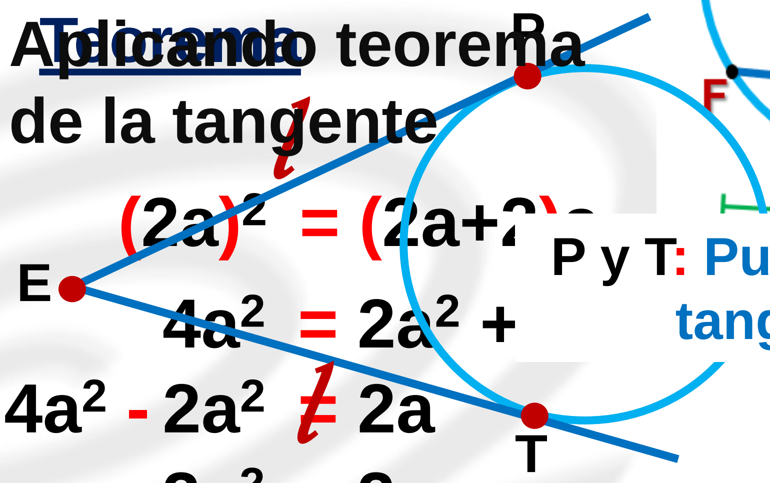
$MQ = 9$ u

5. En la figura, A y Q son puntos de tangencia, QR = 2 cm y MP = PQ. Determine la longitud de MA.

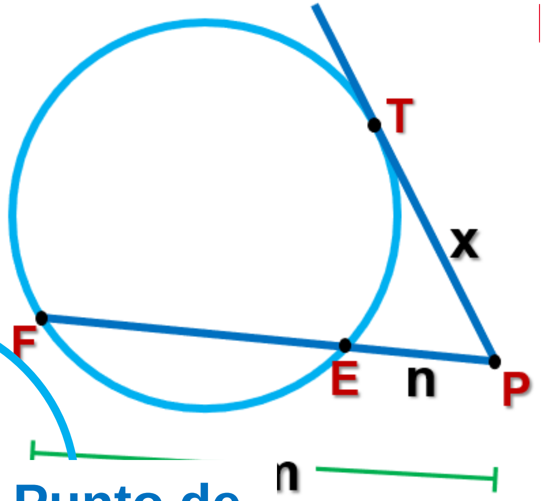


Resolución

- Piden: MA
- Aplicando teorema de la tangente



P y T: Punto de tangencia



Teorema de la Tangente

$\boxed{x^2 = m.n}$

$$(2a)^2 = (2a+2)a$$

$$4a^2 = 2a^2 + 2a$$

$$4a^2 - 2a^2 = 2a$$

$$2a^2 = 2a$$

$$2a.\cancel{a} = 2\cancel{a}$$

$$2a = 2$$

$$a = 1$$

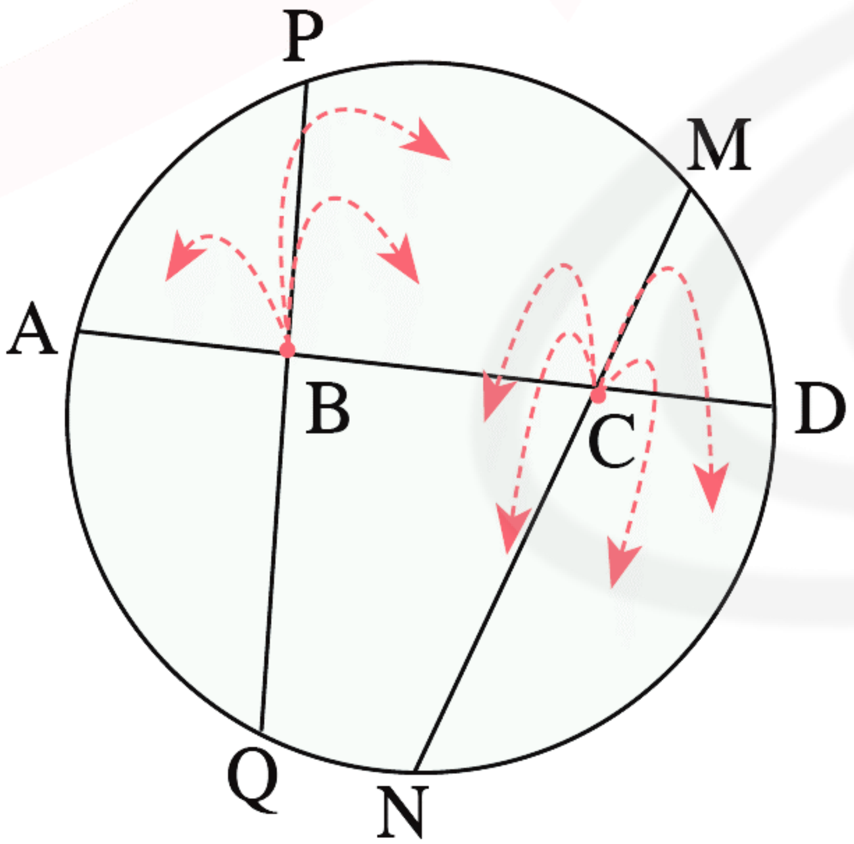
- Calculando MA

$$MA = 2a$$

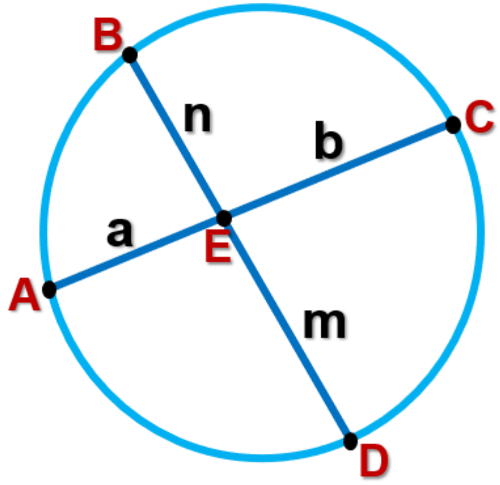
$$MA = 2(1)$$

$\boxed{MA = 2\text{ cm}}$

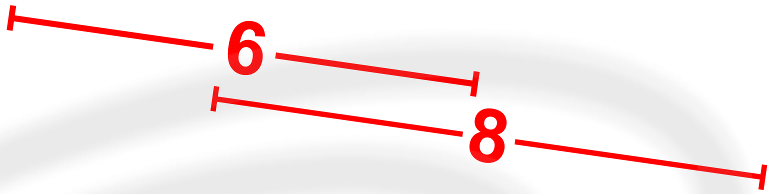
6. En un jardín circular se instalan dos aspersores, uno en el punto B y el otro en el punto C. Si AB = 2 m, BC = CD = 4 m, NC = 8 m y PB = BQ. Calcule MC + PB



Teorema:



a.b = m.n



Resolución

- Piden: MC + PB

$2(8) = a(a)$

$16 = a^2$

$4 = a$

$6(4) = 8(b)$

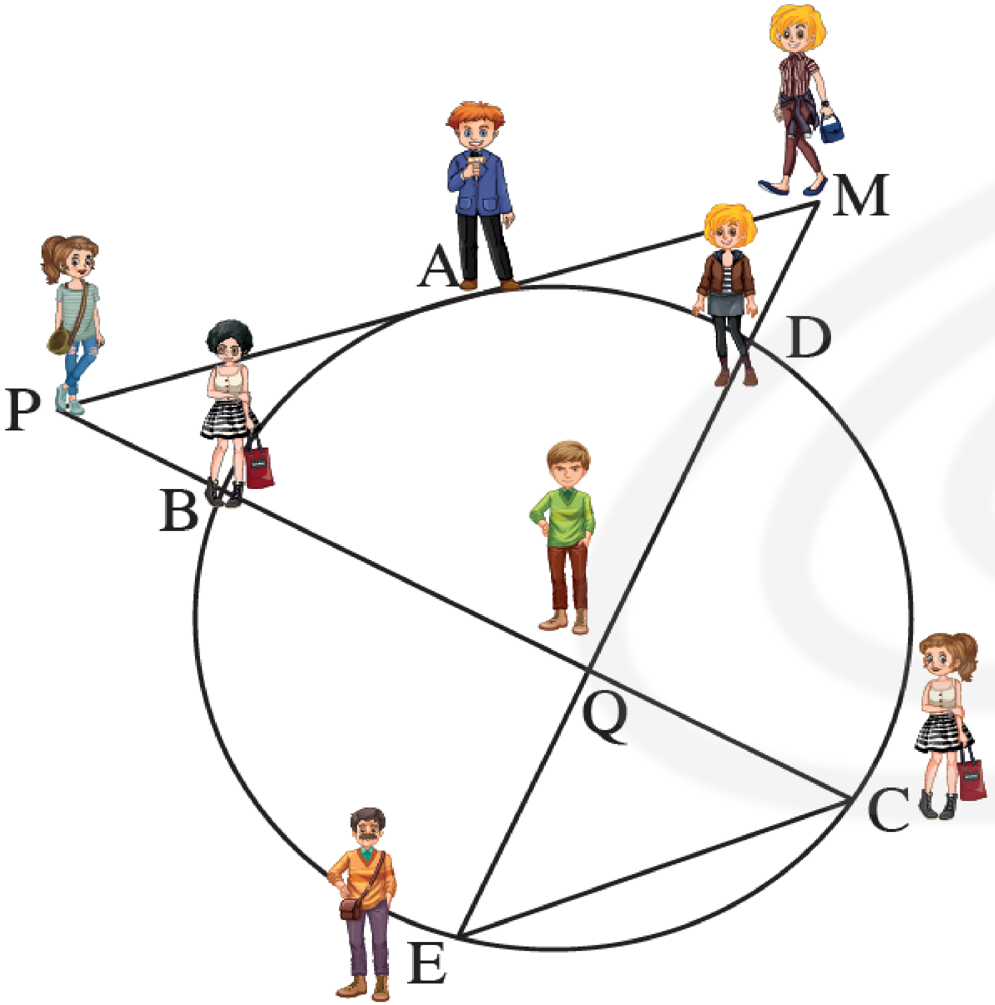
$24 = 8b$

$3 = b$

- Piden: MC + PB

MC+PB = 7 m

7. El profesor de Danza, con la ayuda de una cinta especial, ha realizado un gráfico en el piso del patio para que ocho estudiantes realicen una determinada coreografía. Si EQ = 3, QD = 4, PB = BQ = QC y A es punto de tangencia, determine la longitud del segmento PA.



Resolución

- Piden: PA
- Aplicando teorema de las cuerdas

$$a(a) = 3(4)$$

$$a^2 = 12$$

- Aplicando teorema de la tangente

$$x^2 = 3a(a)$$

$$x^2 = 3a^2$$

$$x^2 = 3(12)$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6$$

- Luego: $\boxed{PA = 6\ u}$