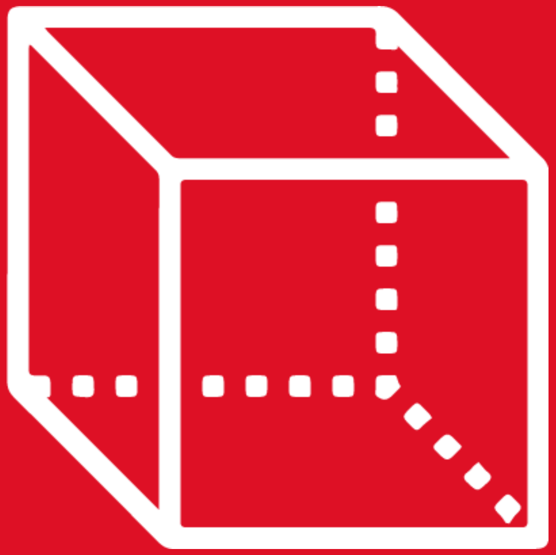
GEOMETRÍA

Capítulo 8



4th

SECONDARY

SACO OLIVEROS

PUNTOS NOTABLES ASOCIADOS AL TRIÁNGULO

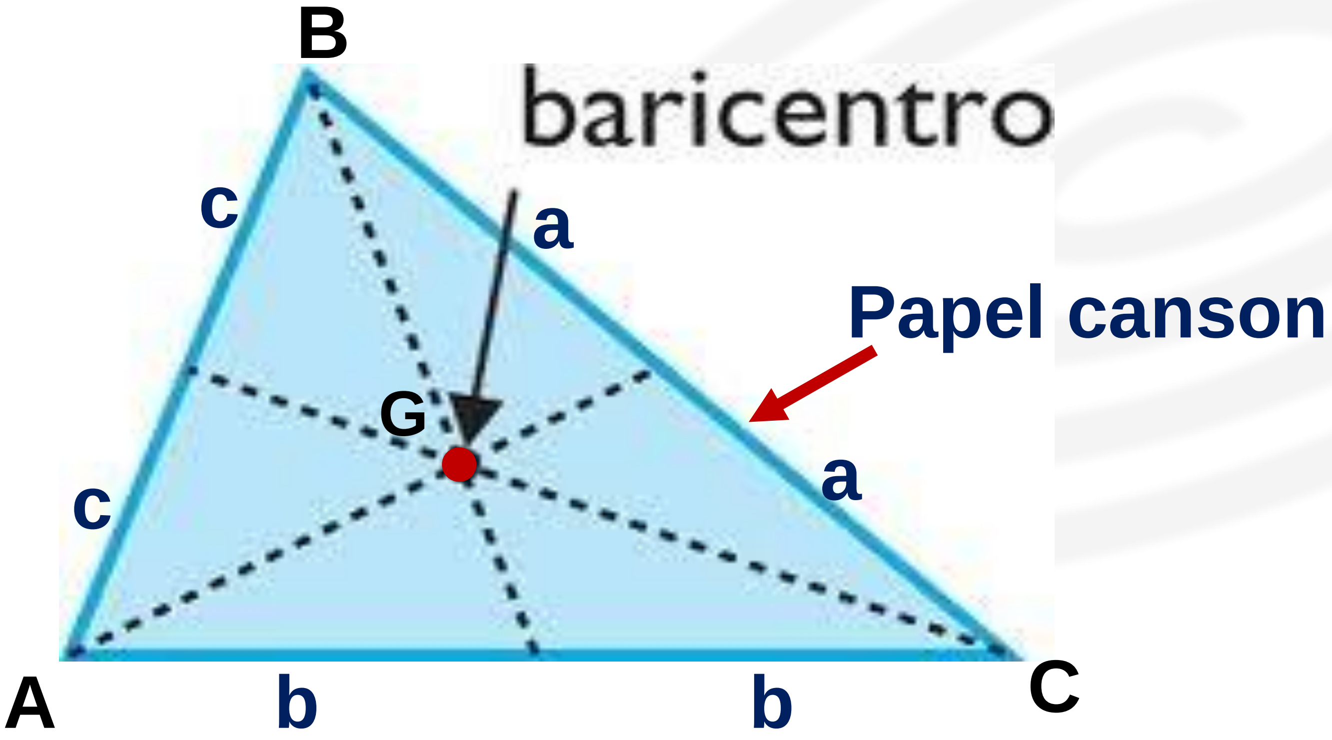
En la geometría existen algunos puntos cuya ubicación son de mucha utilidad para resolver ciertas situaciones de nuestro día a día, por ejemplo Imagina un parque que se encuentra limitado por tres avenidas.

Ahora pregúntate:

¿En qué lugar del parque debo estar para tener la posibilidad de llegar a sus esquinas en el mismo tiempo y manteniendo la misma velocidad?

Para responder esta interrogante deberemos analizar la relación de este punto con las características de la figura (en este caso la forma triangular del parque).

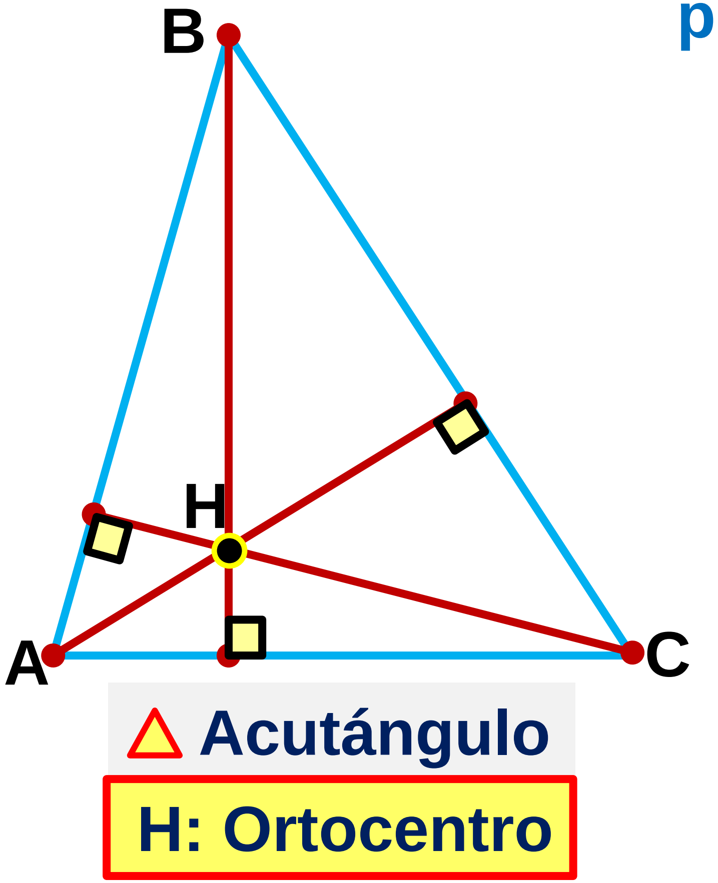
1. Trazamos las tres medianas: tres segmentos desde los vértices A, B y C al punto medio de los lados: AB, BC y AC, respectivamente.
2. Ubicamos el punto de intersección de los tres segmentos y representamos con la letra G.
3. El punto G es el baricentro del triángulo ABC.

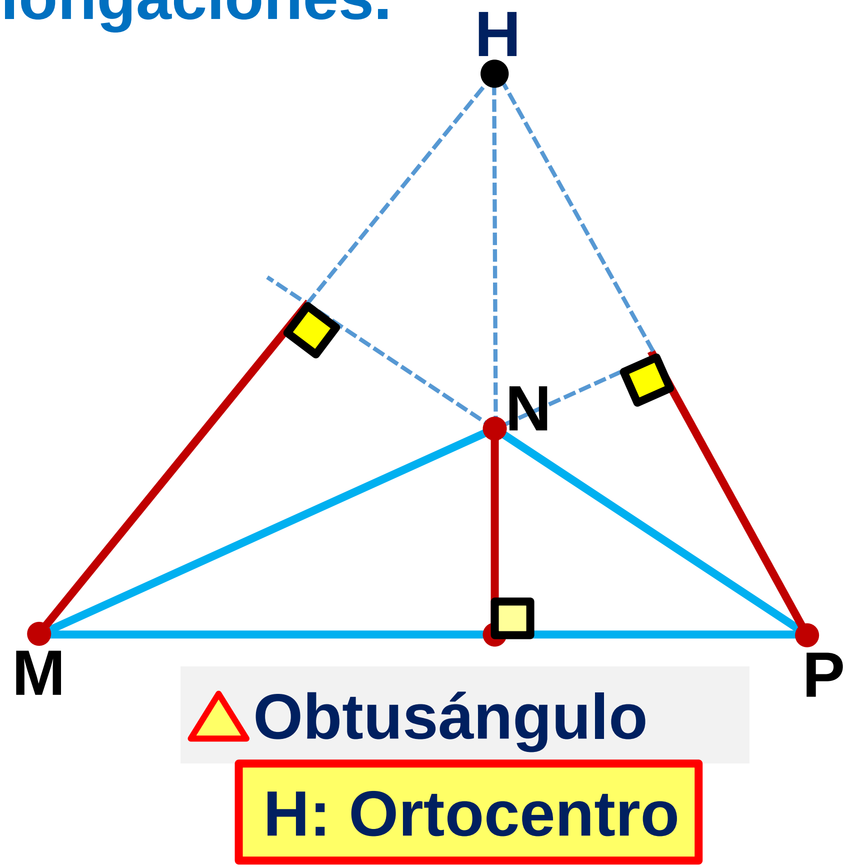


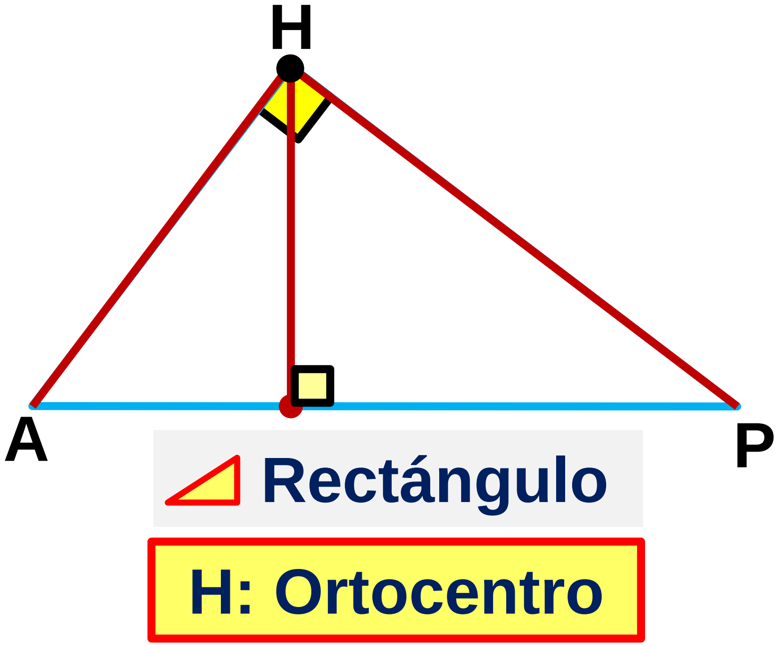
PUNTOS NOTABLES

Son aquellos puntos donde concurren líneas notables de una misma característica.

1) **Ortocentro (H).** Es el punto de concurrencia de las tres alturas o de sus prolongaciones.

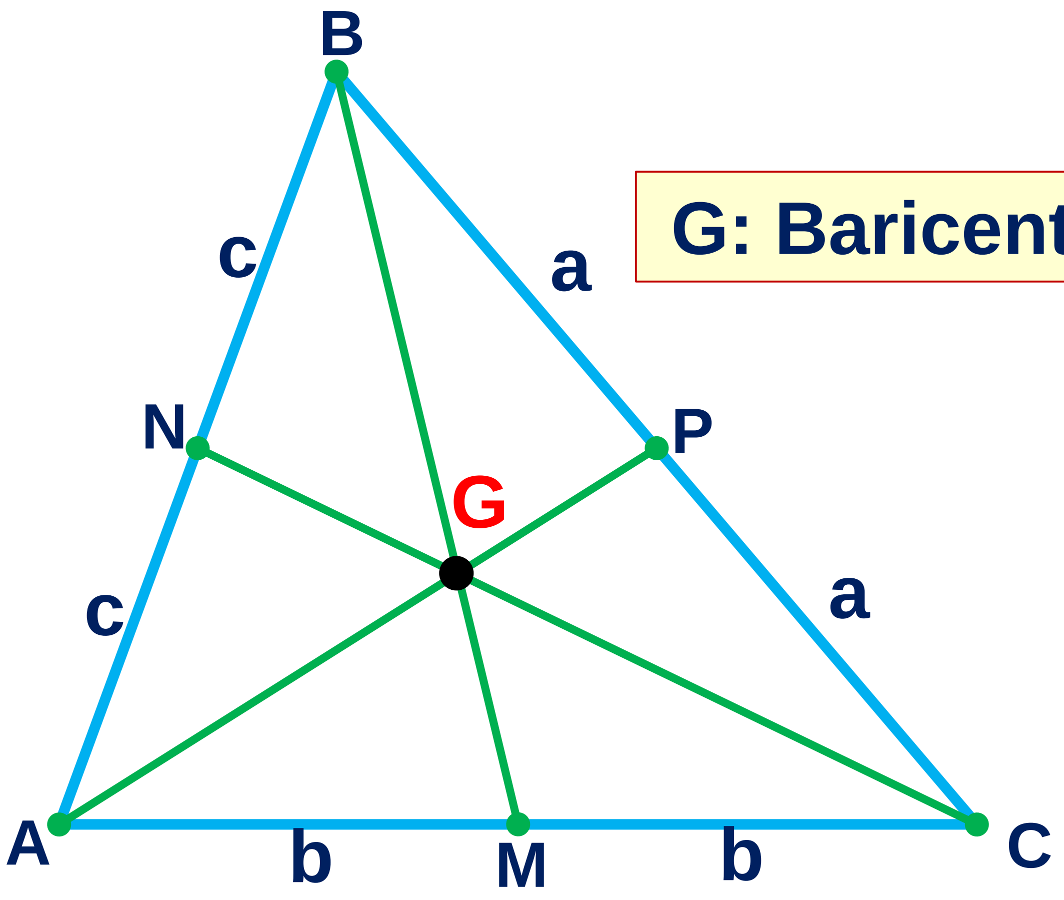






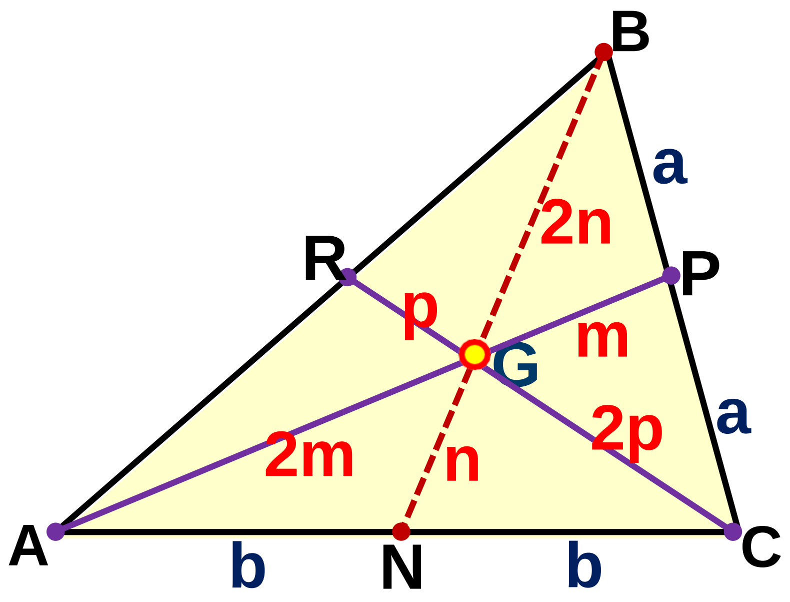
PUNTOS NOTABLES

2) **Baricentro (G)**: Es el punto de concurrencia de las tres medianas.



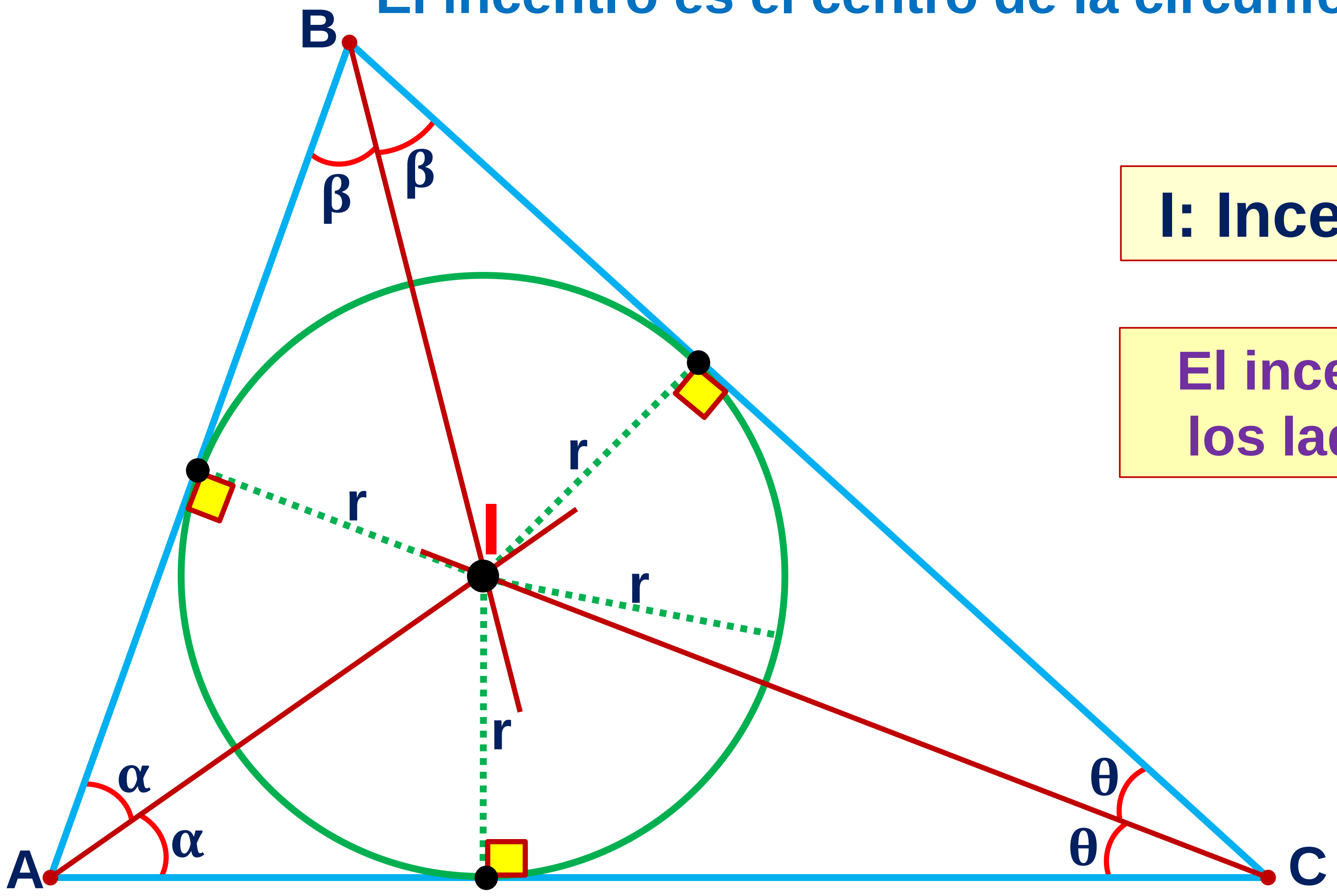
G: Baricentro

Teorema: El baricentro de un triángulo divide a cada mediana en dos segmentos cuyas longitudes están en la relación de 2 a 1.



PUNTOS NOTABLES

3) **Incentro (I)**: Es el punto de concurrencia de las tres bisectrices interiores. El incentro es el centro de la circunferencia inscrita.

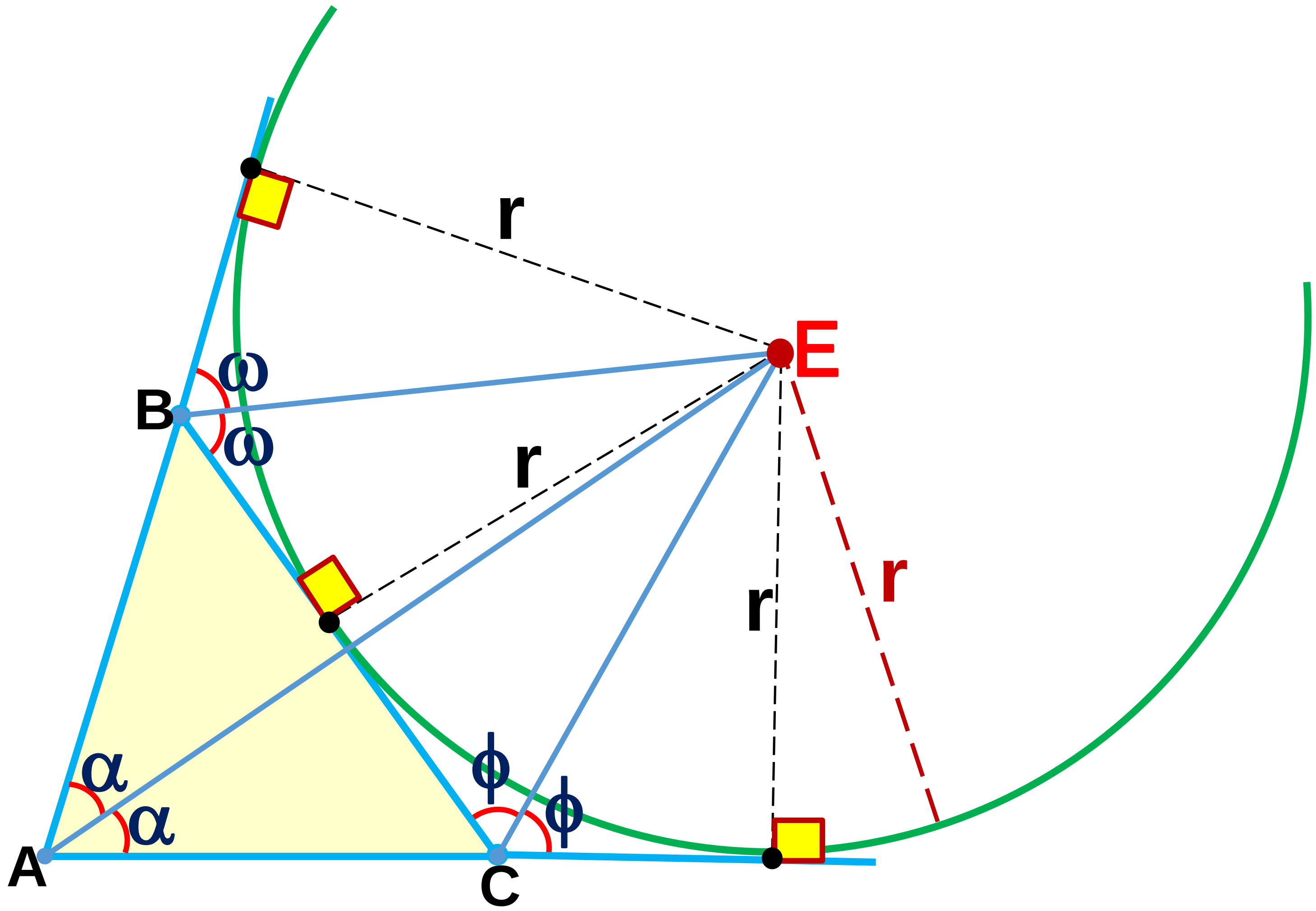


I: Incentro del ΔABC

El incentro equidista de los lados del triángulo.

PUNTOS NOTABLES

4) <u>Excentro</u> (E): Es el punto de concurrencia de las bisectrices de dos ángulos exteriores y la bisectriz interior del tercer ángulo.

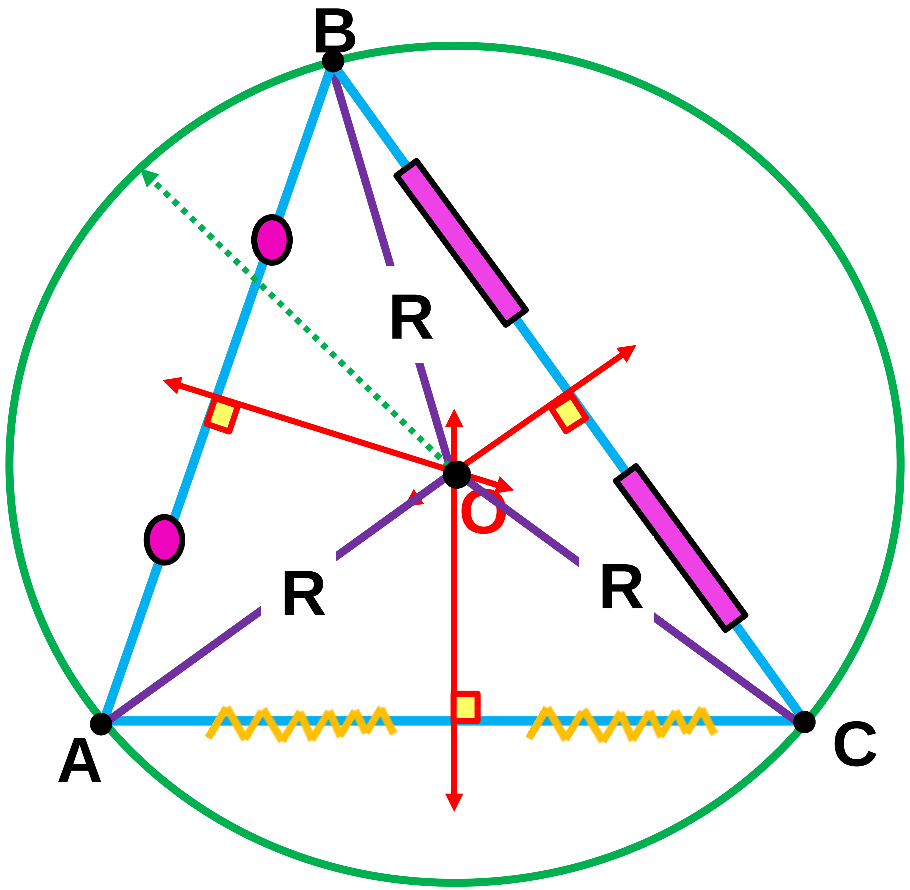


E: Excentro relativo al lado $\overline{BC}$ del ΔABC

En todo triángulo se tiene tres excentros uno relativo a cada lado.

PUNTOS NOTABLES

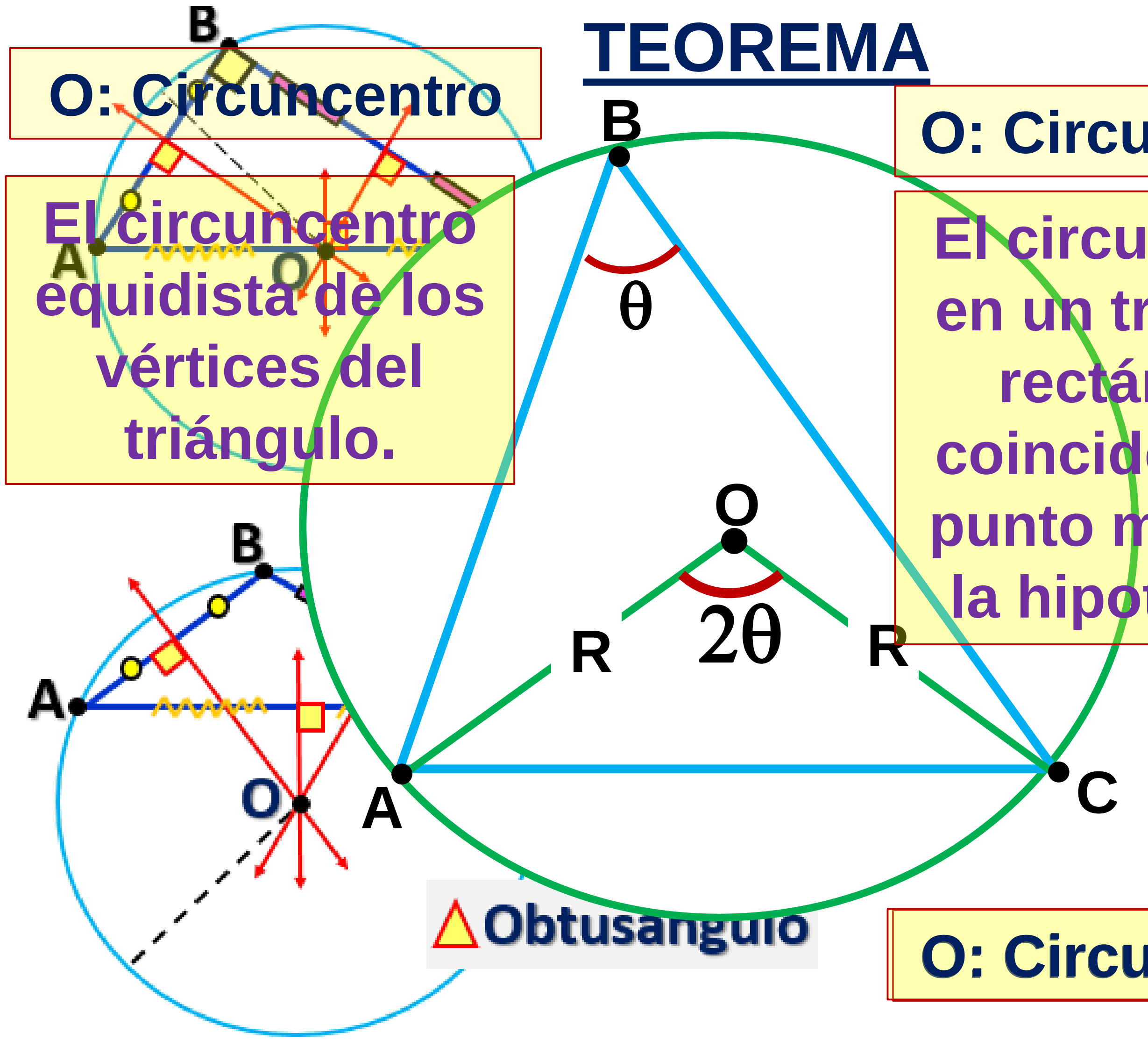
5) Circuncentro (O): Es el punto de concurrencia de las mediatrices.



△ Acutángulo

O: Circuncentro

El circuncentro equidista de los vértices del triángulo.



△ Obtusángulo

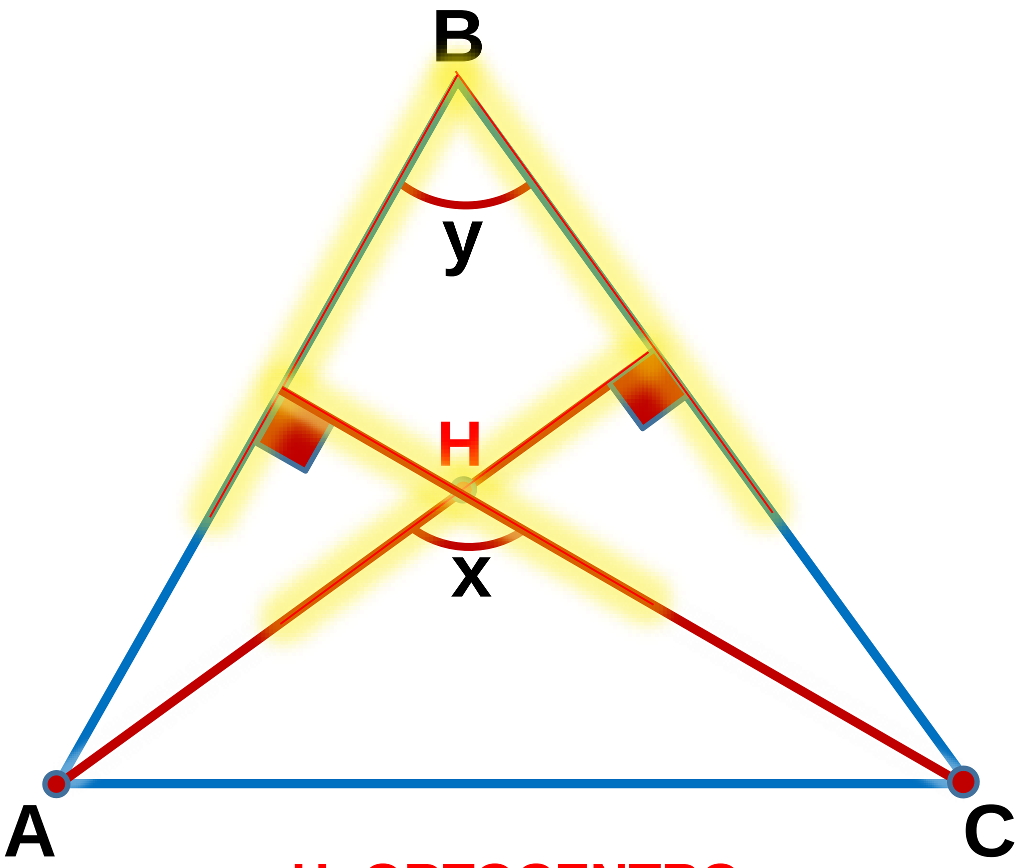
TEOREMA

O: Circuncentro

El circuncentro en un triángulo rectángulo coincide con el punto medio de la hipotenusa.

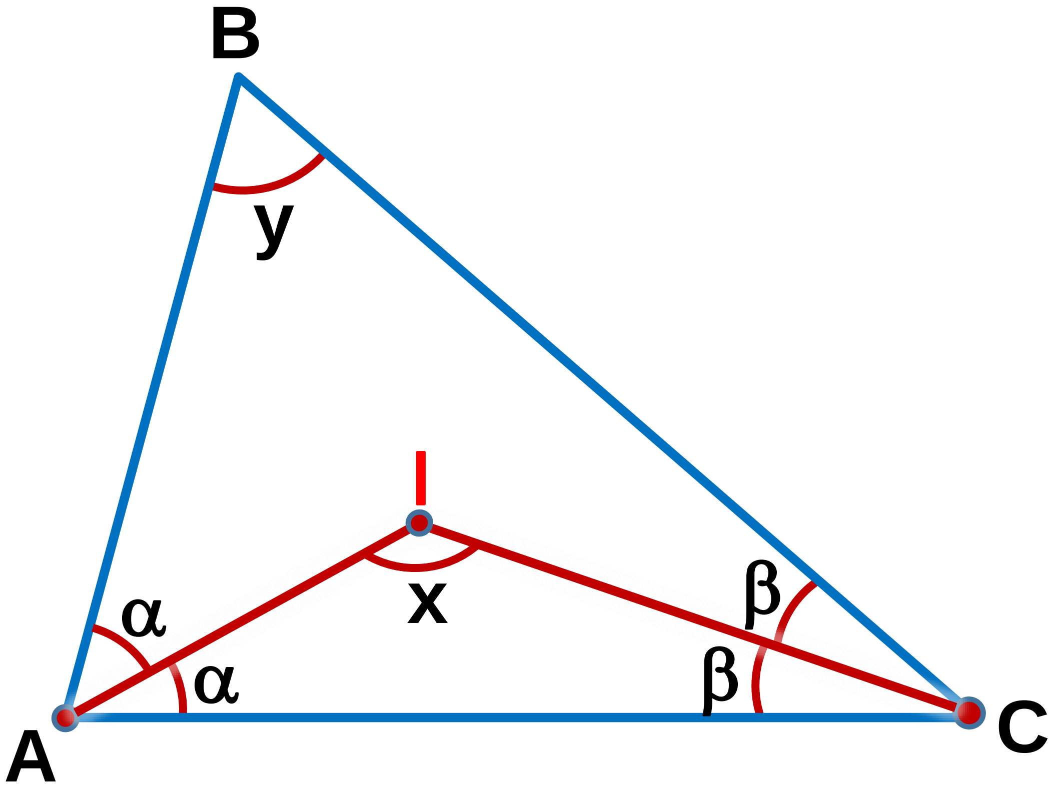
O: Circuncentro

TEOREMAS



H: ORTOCENTRO

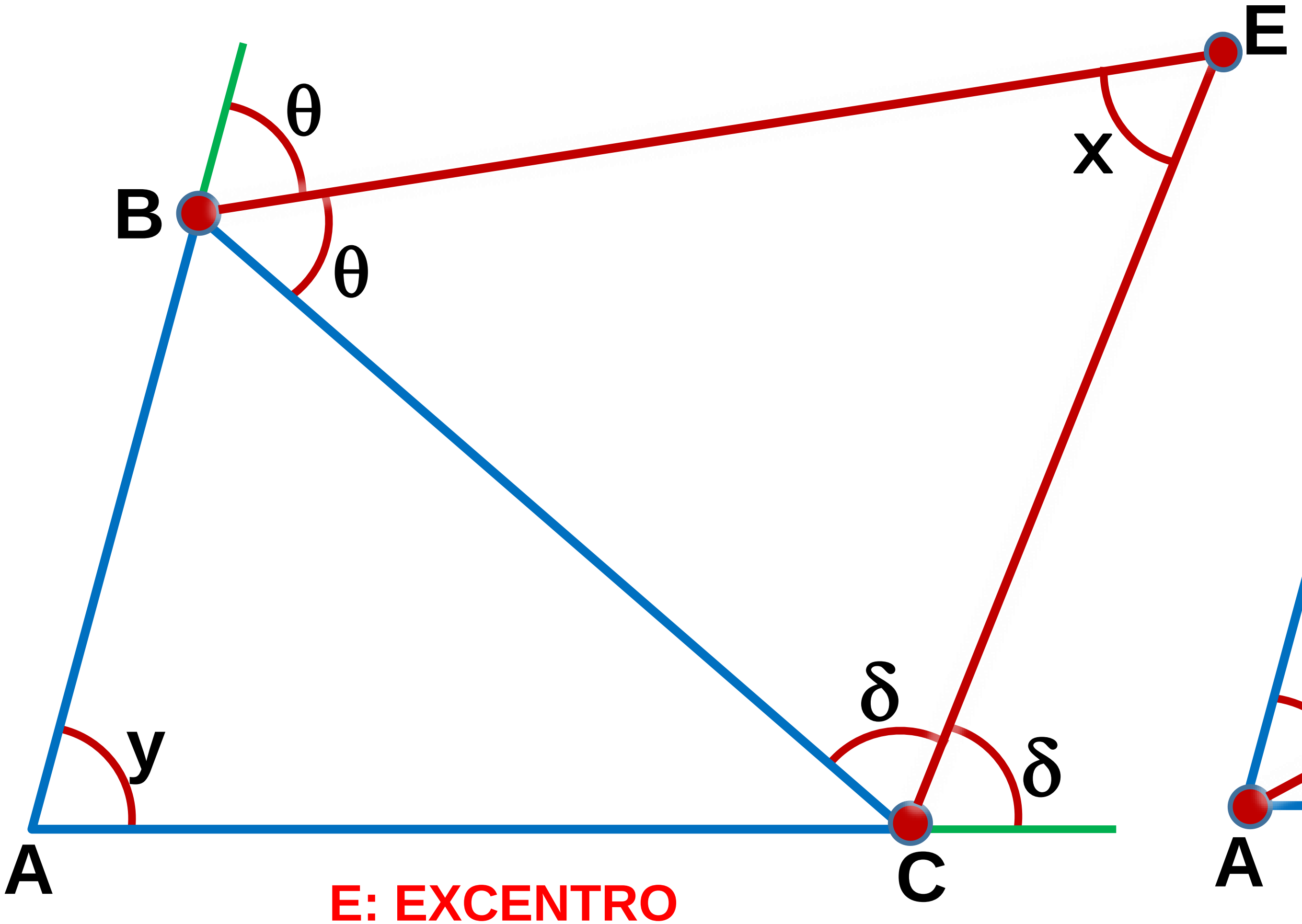
$$x + y = 180°$$



I: INCENTRO

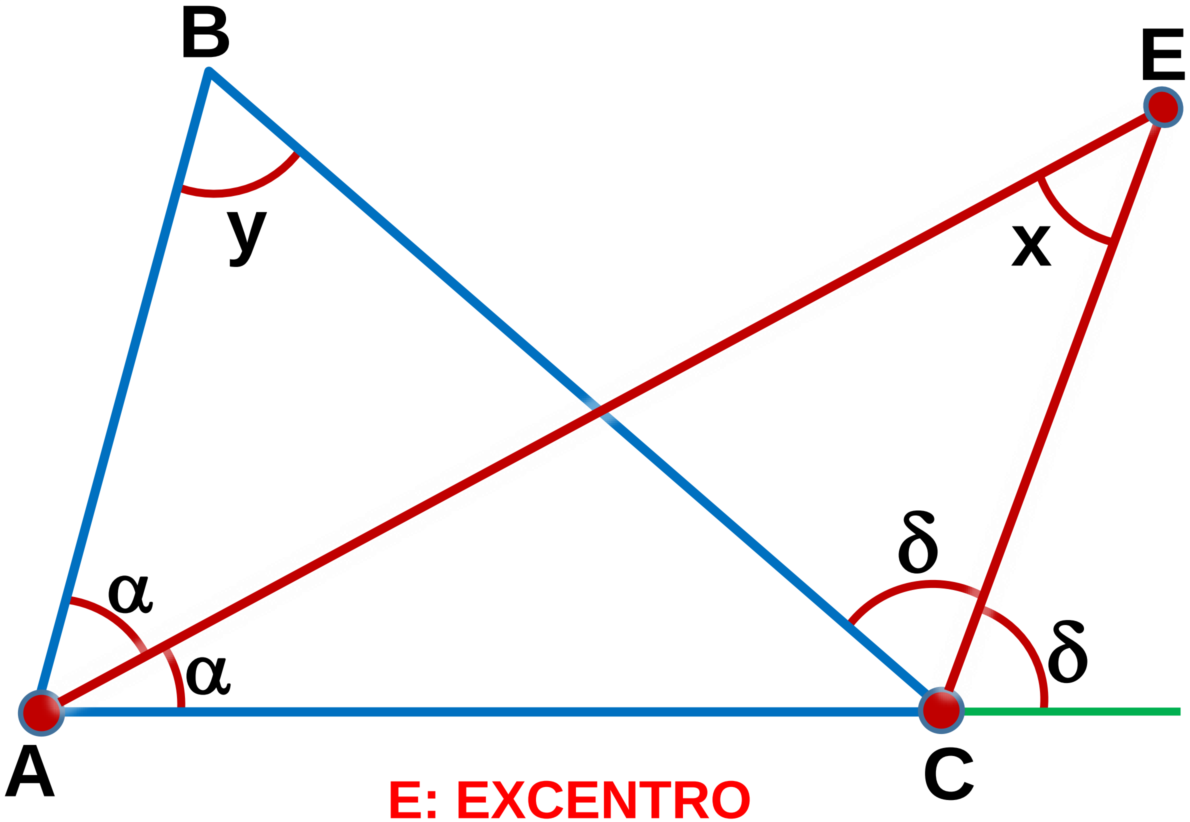
$$x = 90° + \frac{y}{2}$$

TEOREMAS



E: EXCENTRO

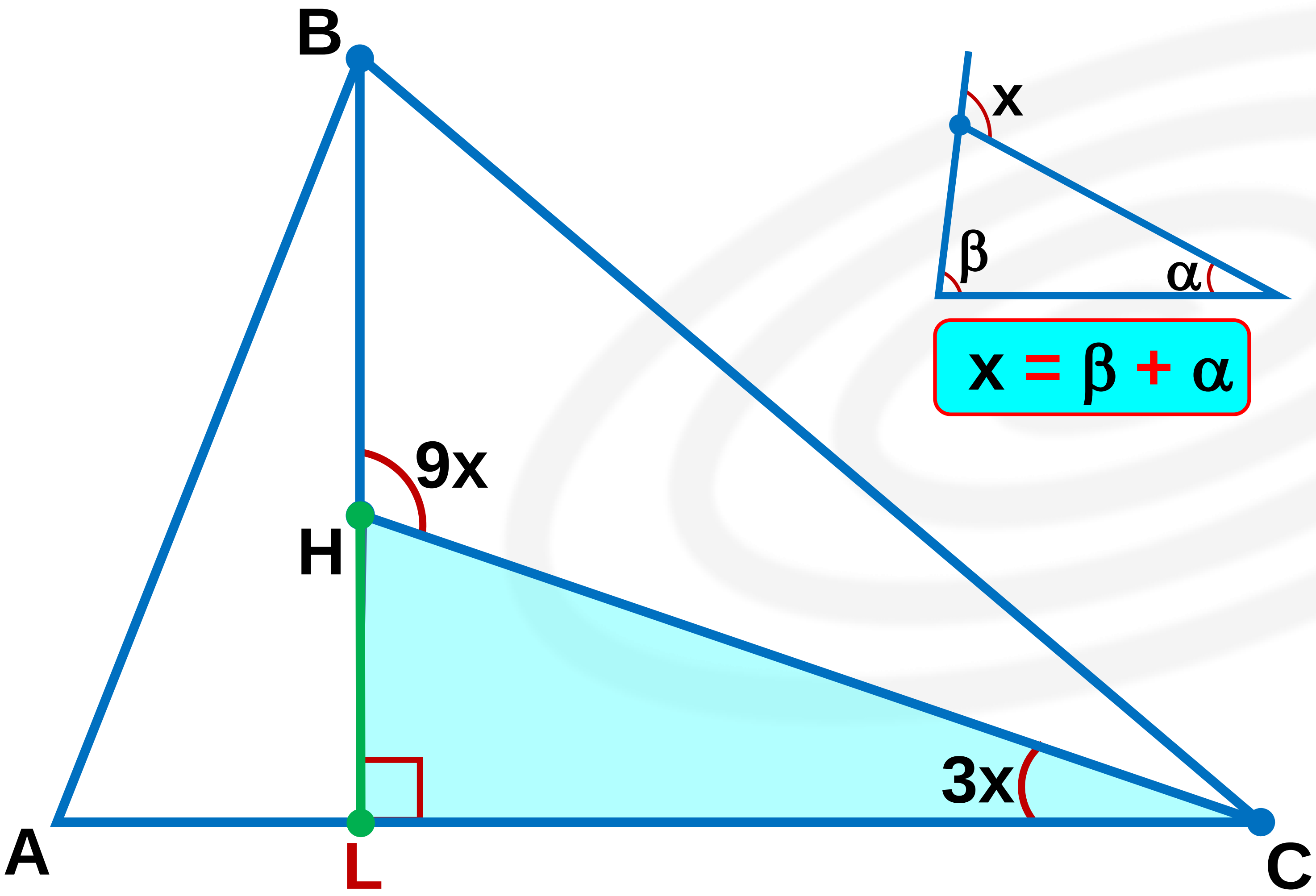
$$x = 90° - \frac{y}{2}$$



E: EXCENTRO

$$x = \frac{y}{2}$$

1. Se tiene un triángulo acutángulo ABC, de ortocentro H. Si la m∡BHC = 9x y m∡HCA = 3x, halle el valor de x.



$$\boxed{x = \beta + \alpha}$$

Resolución:

- Piden x
- Prologamos $\overline{BH}$ hasta L
- En el ⊿CLH:

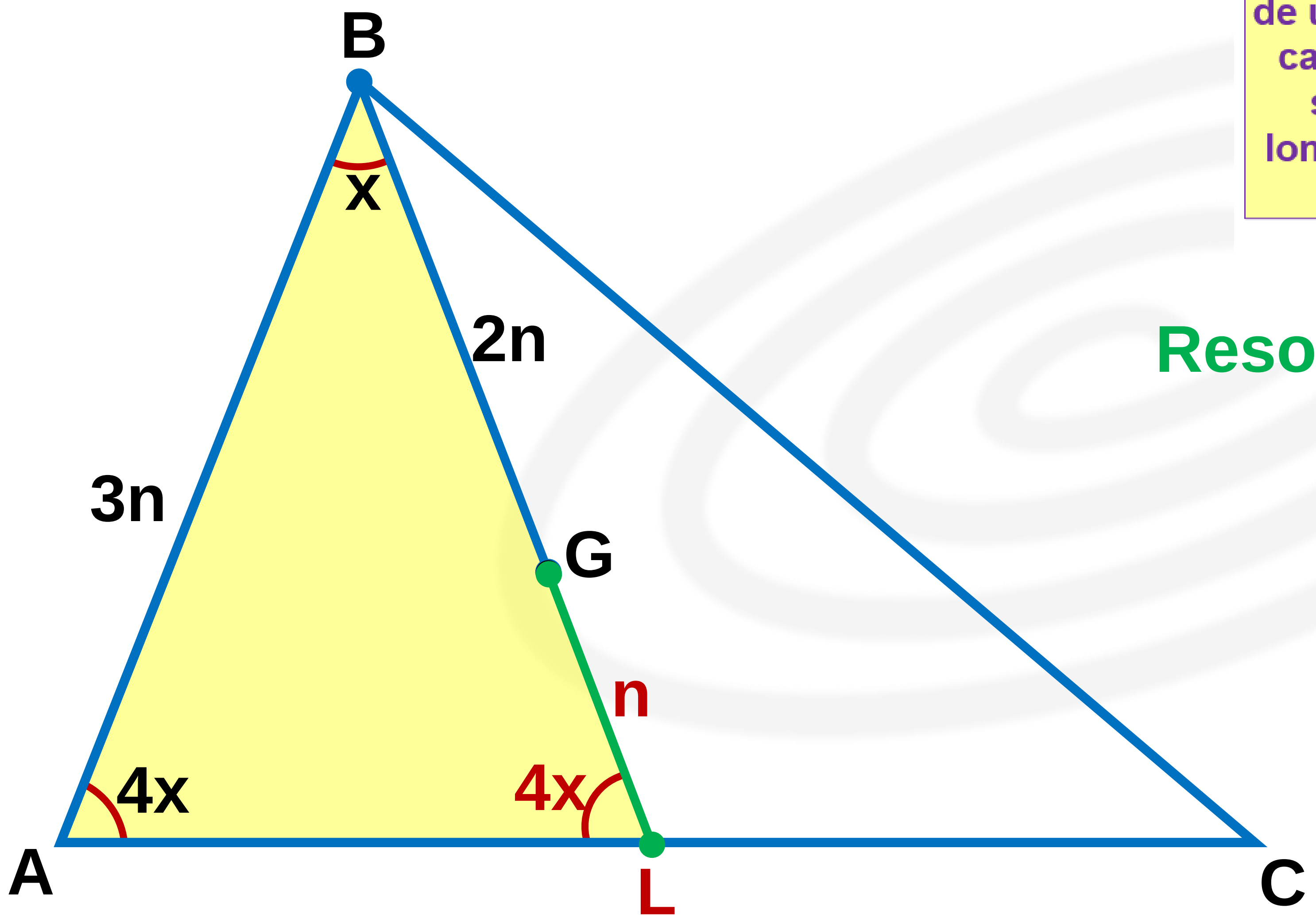
$$90° + 3x = 9x$$

$$90° = 6x$$

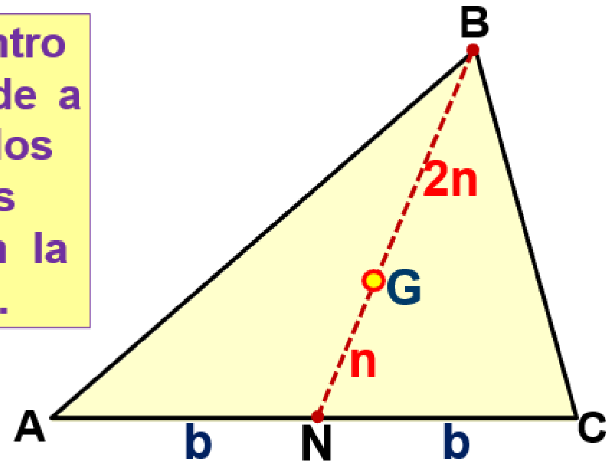
$$15° = x$$

$$\boxed{x = 15°}$$

2. En la región triangular ABC, G es baricentro. Halle el valor de x.



Teorema: El baricentro de un triángulo divide a cada mediana en dos segmentos cuyas longitudes están en la relación de 2 a 1.



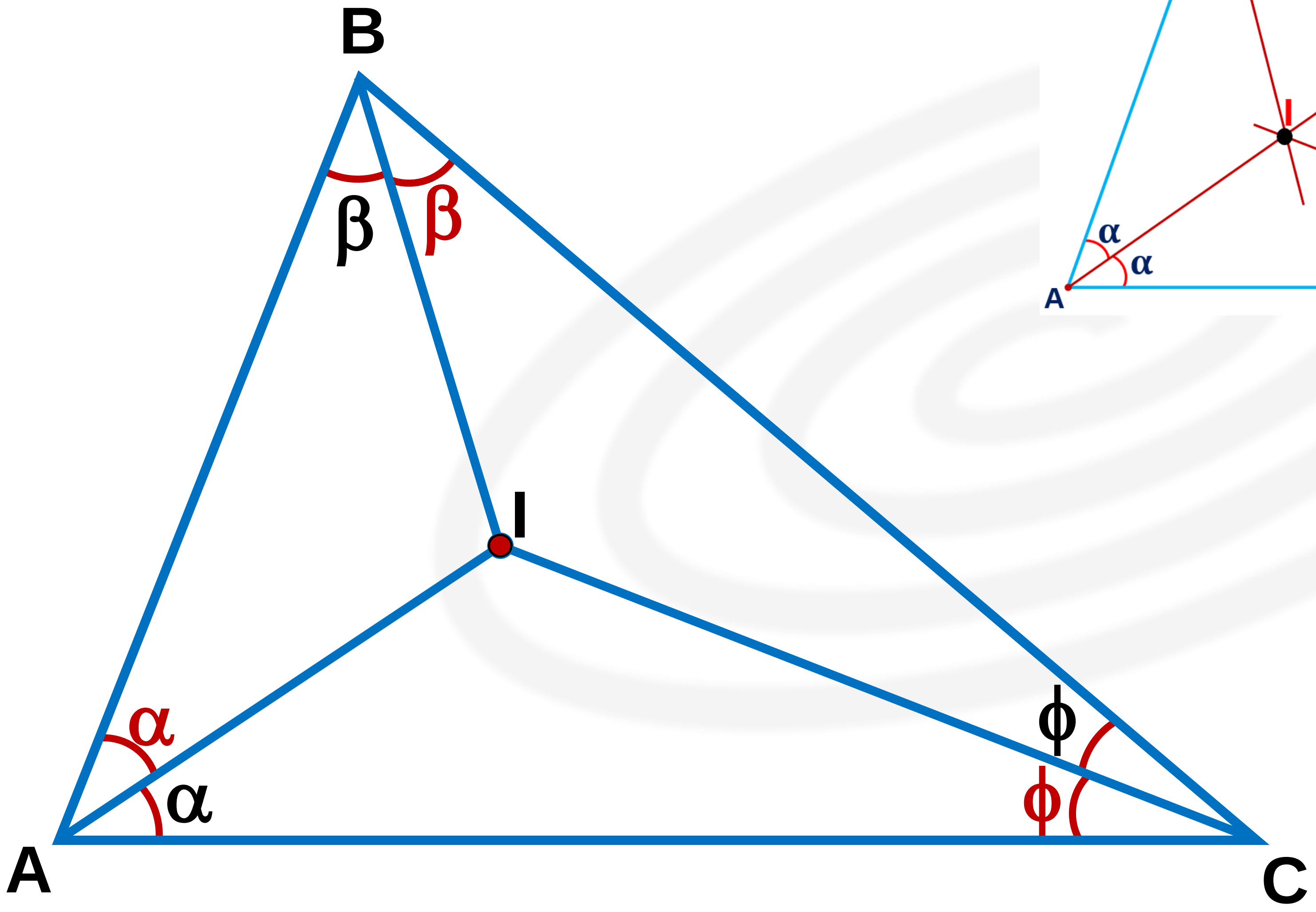
Resolución:

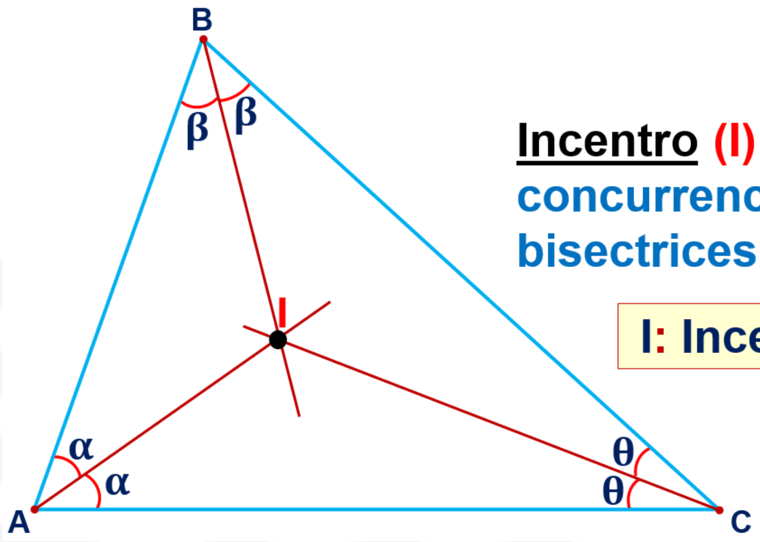
- Piden x
- Prologamos $\overline{BG}$ hasta L
- El ΔABL: isósceles

$$x + 4x + 4x = 180°$$

$$\boxed{x = 20°}$$

3. En la figura, I es incentro del triángulo ABC. Calcule $\alpha + \beta + \theta$.





Incentro (I): Es el punto de concurrencia de las tres bisectrices interiores.

I: Incentro del ΔABC

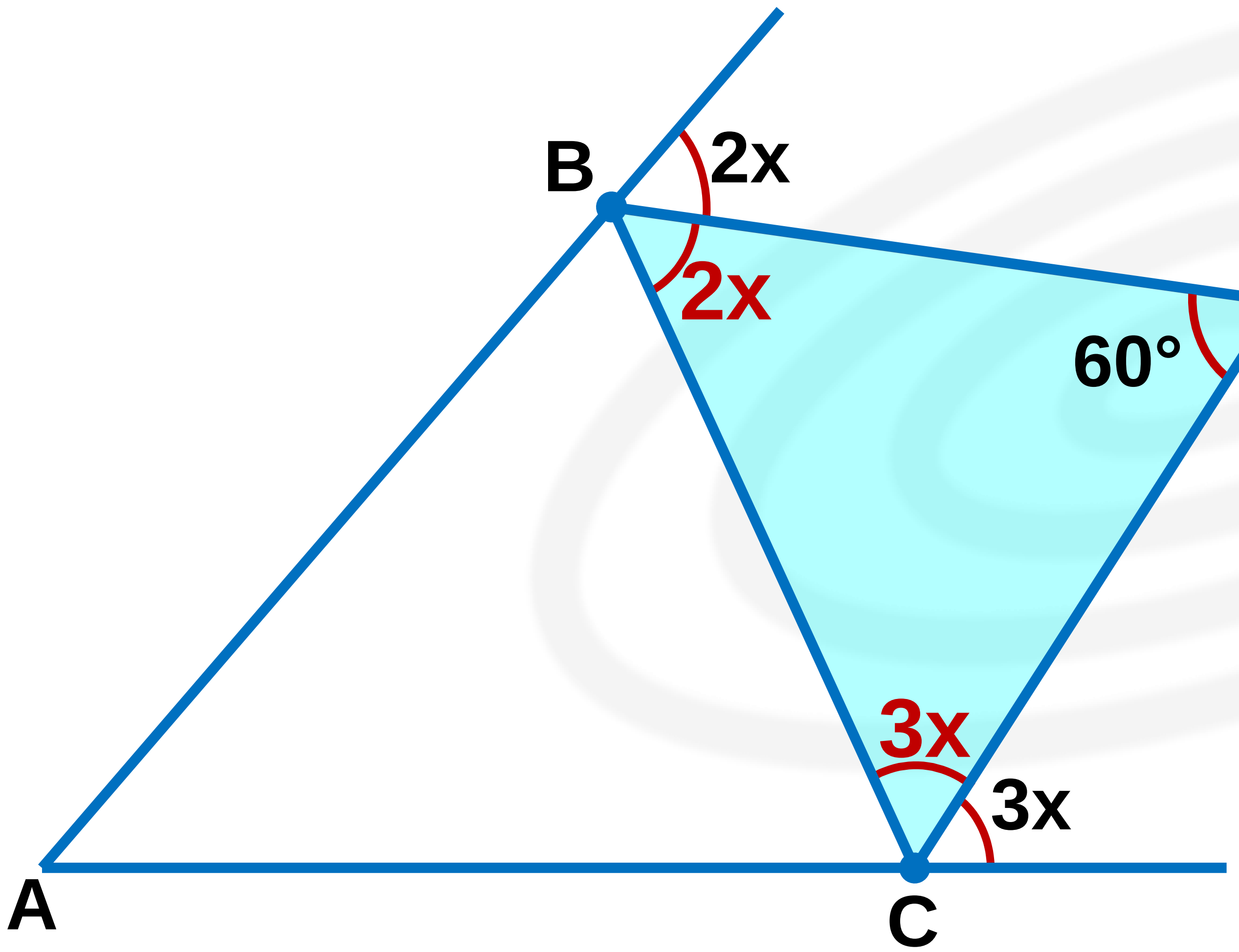
Resolución:

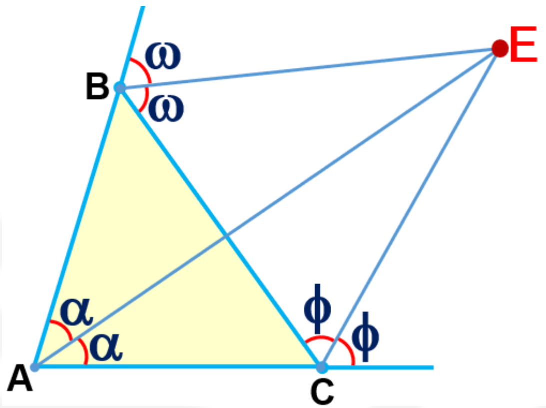
- **Piden:** $\alpha + \beta + \theta$
- **Dato:** I es el incentro.
- **En ΔABC:**

$$2\alpha + 2\beta + 2\theta = 180°$$

$$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 90°}$$

4. En la figura, E es excentro del triángulo ABC. halle el valor de x.





Excentro (E): Es el punto de concurrencia de las bisectrices de dos ángulos exteriores y la bisectriz interior del tercer ángulo.

E: Excentro relativo al lado $\overline{BC}$ del ΔABC

Resolución:

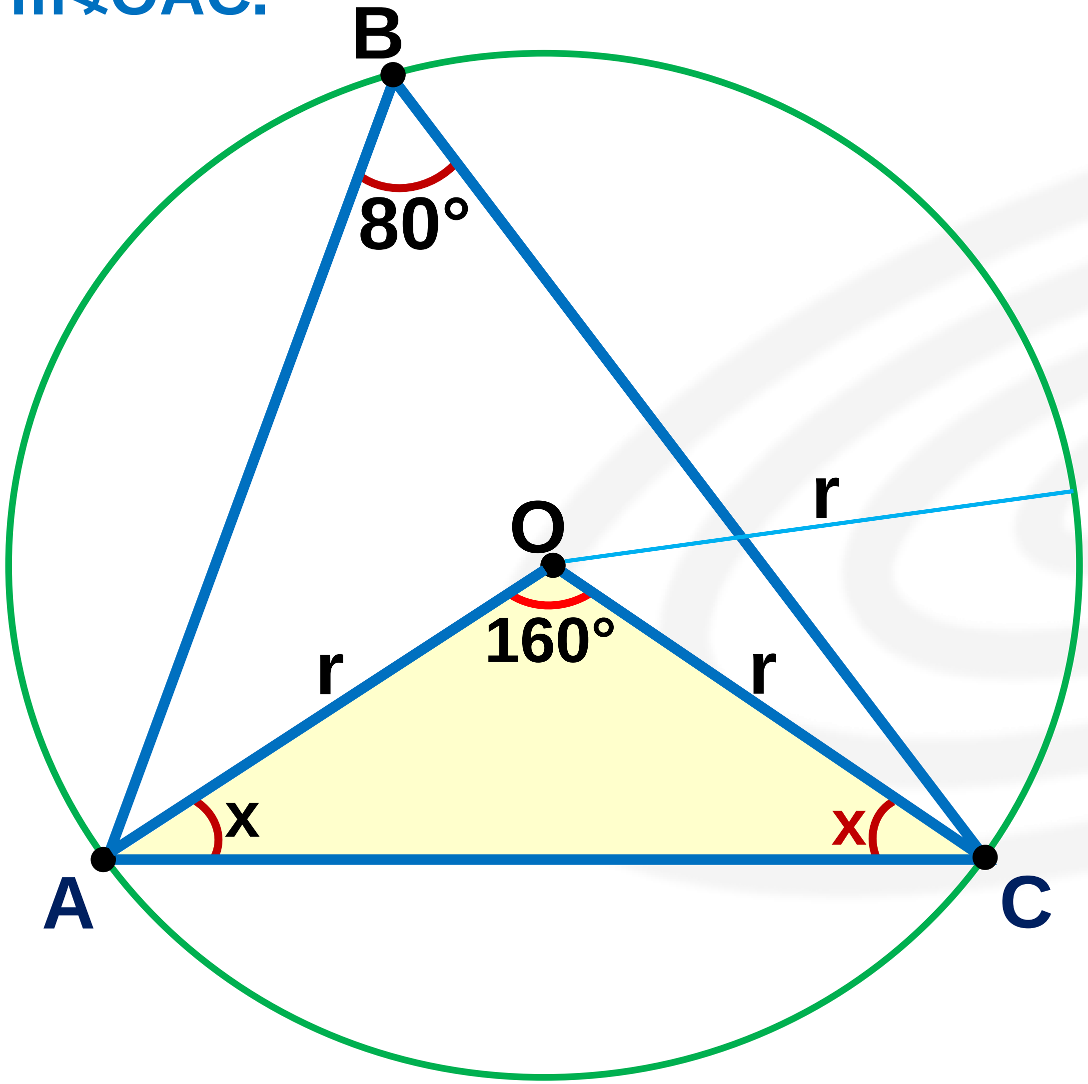
- Piden x
- Dato: E es excentro.
- En ΔBEC:

$$2x + 3x + 60° = 180°$$

$$5x = 120°$$

$$\boxed{x = 24°}$$

5. En un triángulo acutángulo ABC, de circuncentro O, la m∢ ABC = 80°, calcule m∢OAC.



Resolución:

- Piden m∢OAC
- Dato: O es circuncentro.

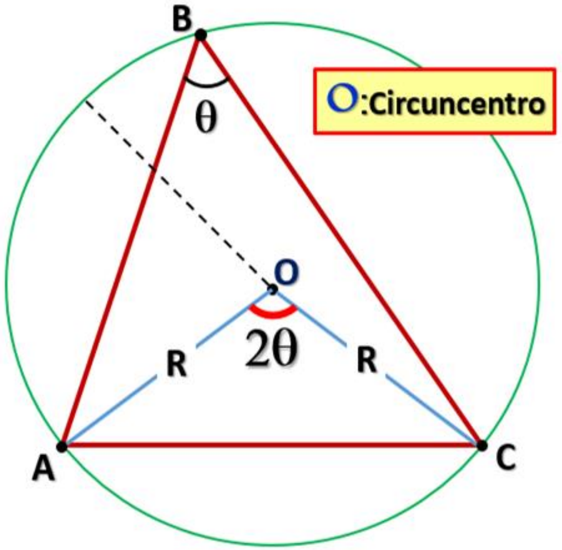
m ∢ AOC = 2(80°)

m ∢ AOC = 160°

- ΔAOC: Isósceles

x + x + 160° = 180°

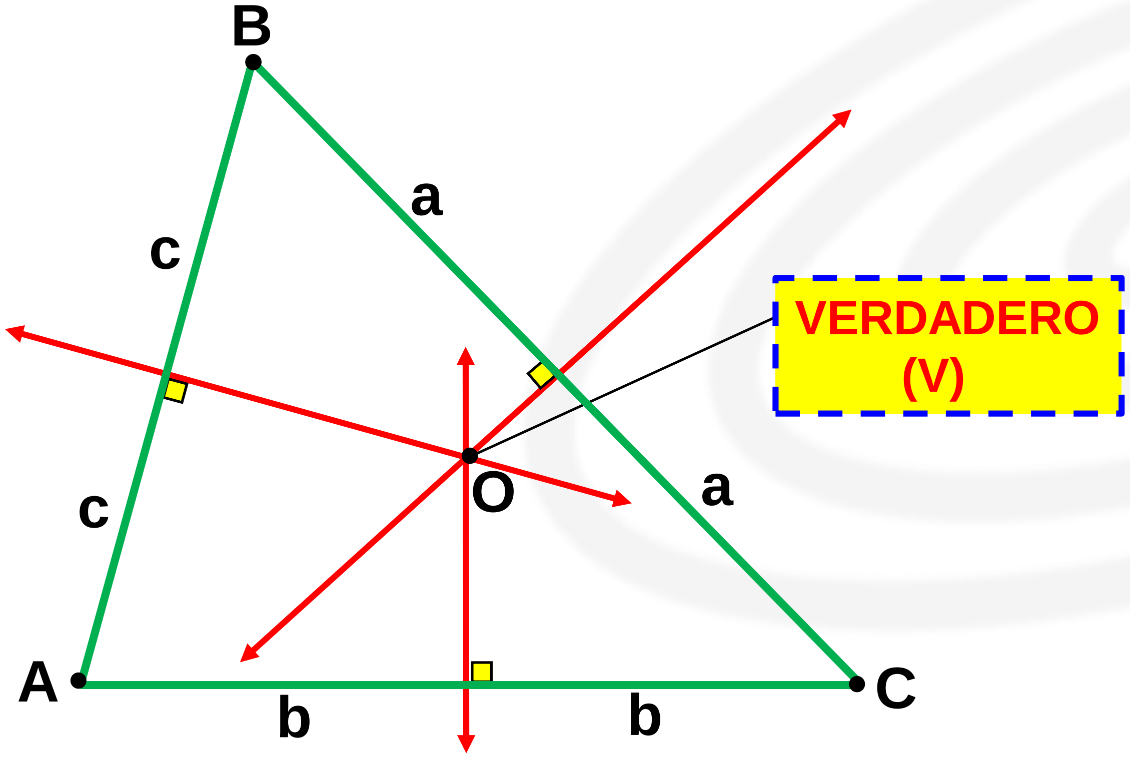
x = 10°



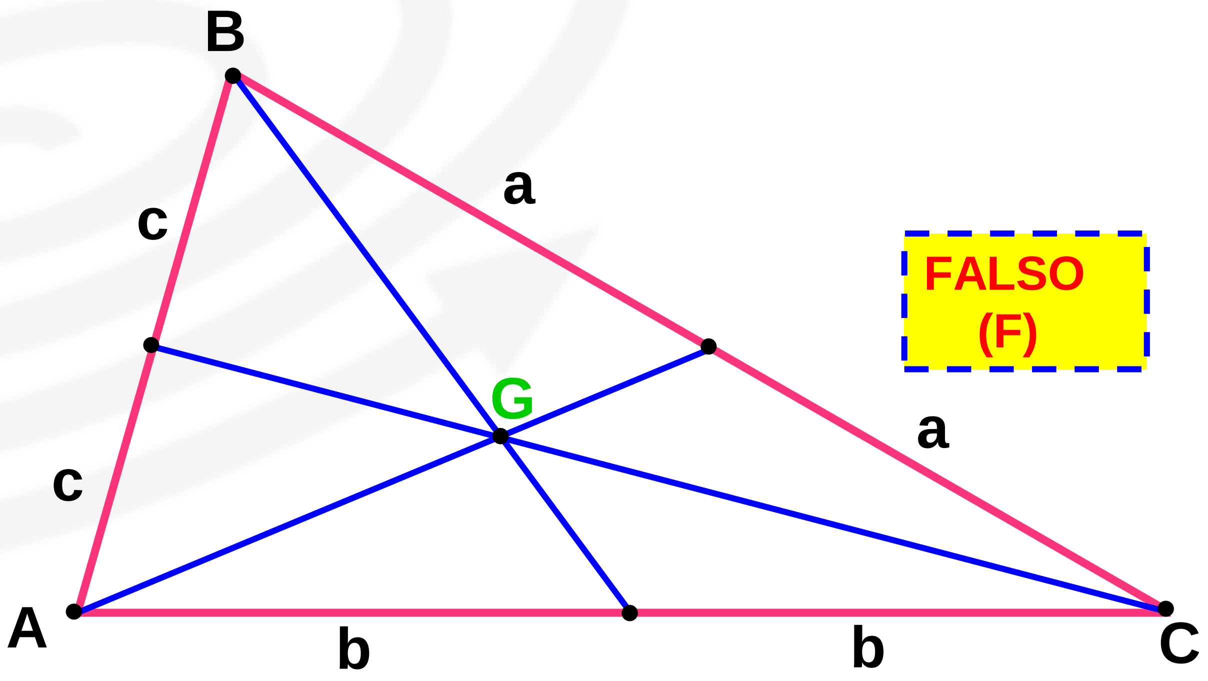
m∢OAC = 10°

6. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda, luego, marque la alternativa correcta.

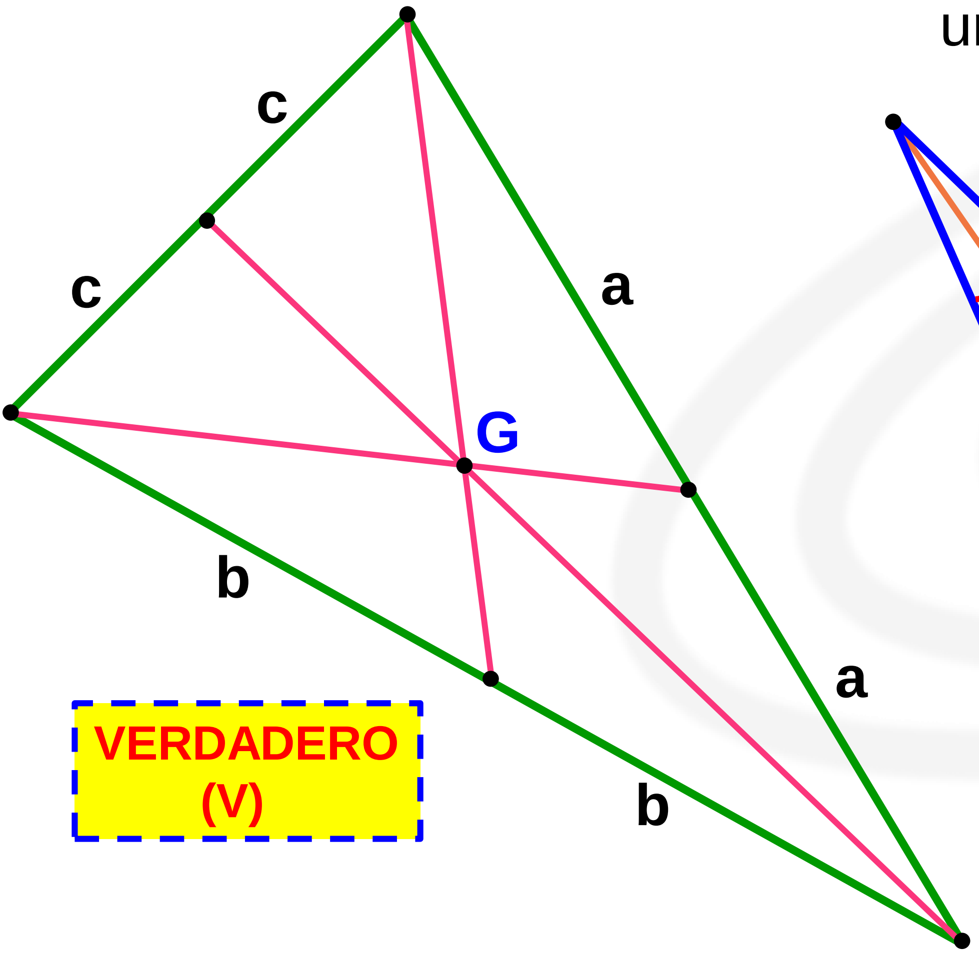
- El circuncentro es el punto de concurrencia de las mediatrices de un triángulo.



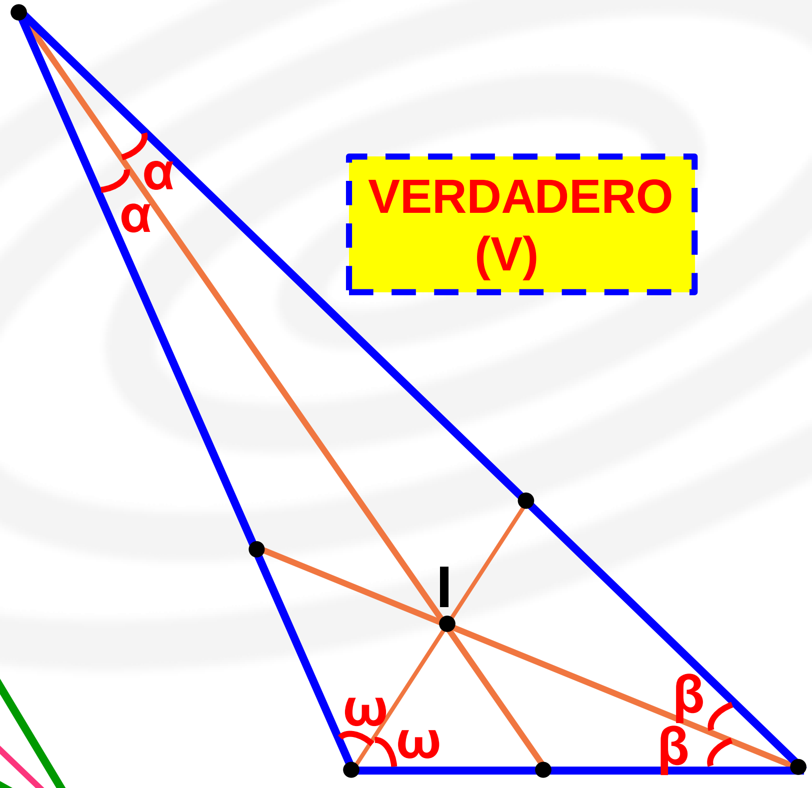
- El ortocentro es el punto de concurrencia de las medianas de un triángulo.



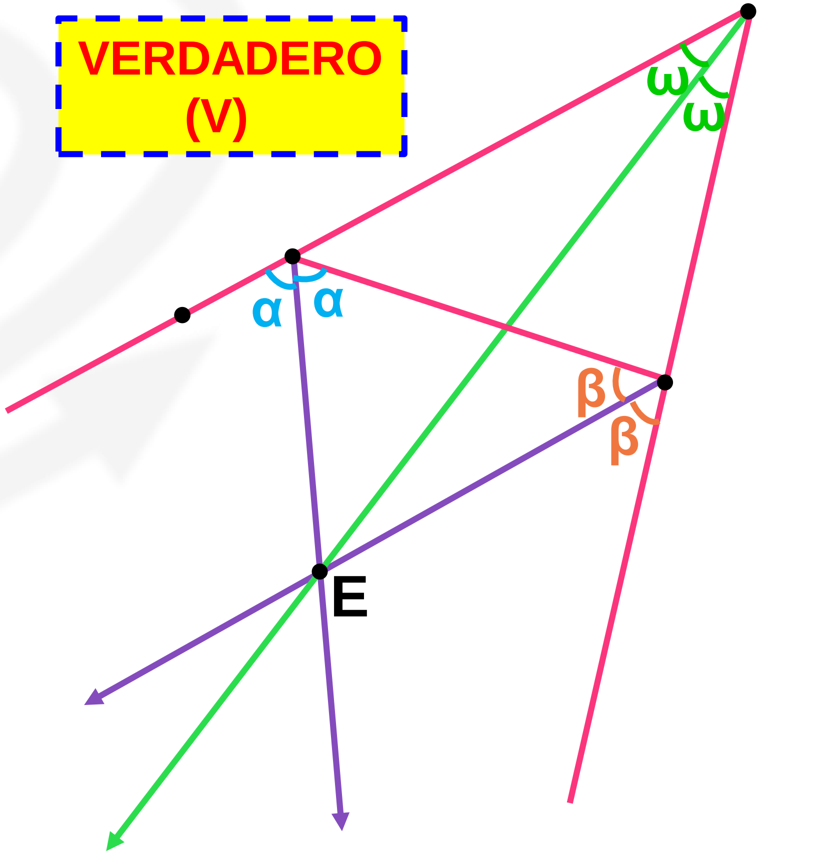
- El baricentro es el punto de concurrencia de las medianas de un triángulo.



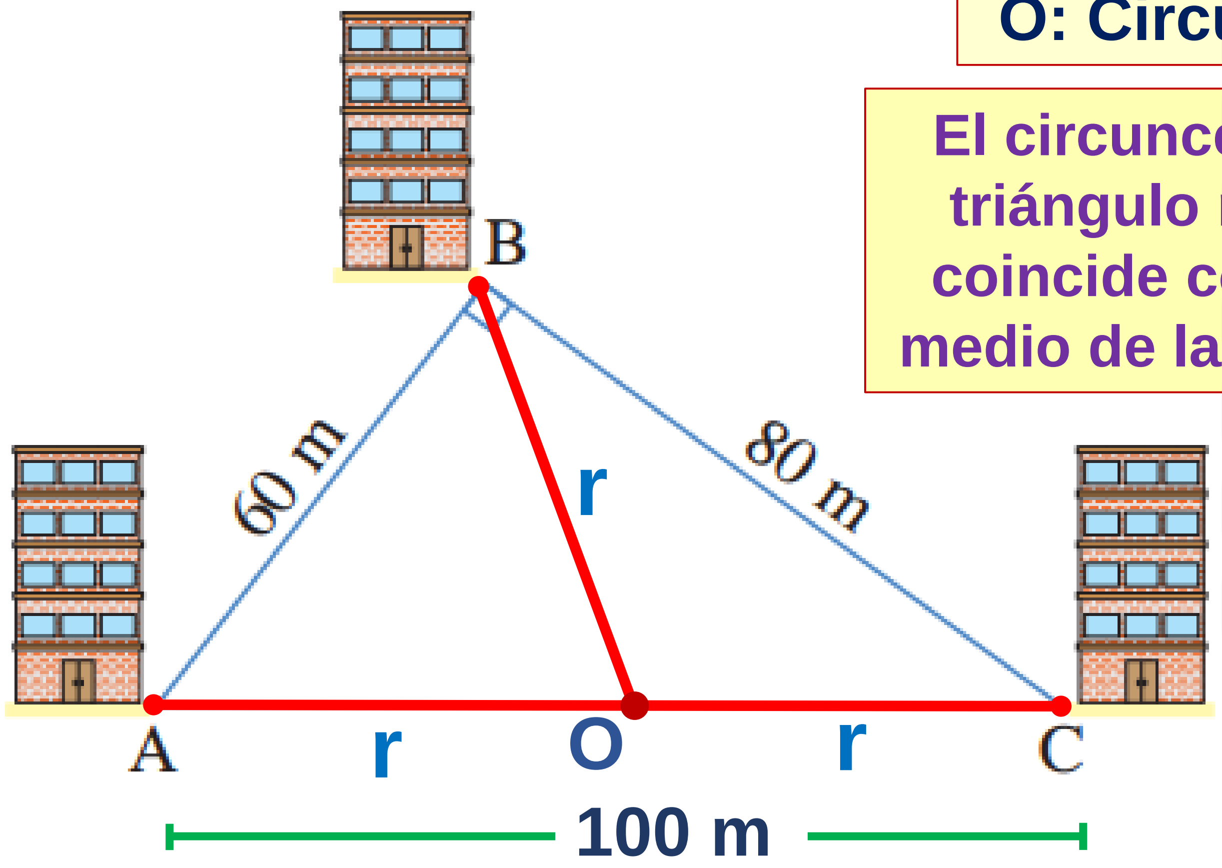
- El incentro es el punto de concurrencia de las bisectrices interiores de un triángulo.



- El excentro es el punto de concurrencia de dos bisectrices exteriores de un triángulo

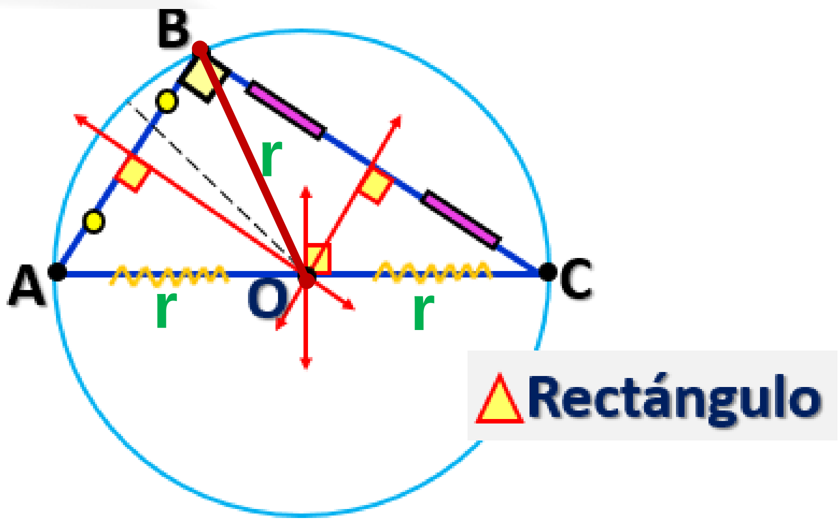


7. En la figura se muestran tres edificios ubicados en los puntos A, B y C. Se desea ubicar una estación de bomberos tal que se encuentre a igual distancia de los tres edificios. Calcule la distancia de dicha estación a cada edificio.



O: Circuncentro

El circuncentro en un triángulo rectángulo coincide con el punto medio de la hipotenusa.



Resolución:

- Piden r

$$AC^2 = 60^2 + 80^2$$

$$AC = 100$$

$$r + r = 100$$

$$2r = 100$$

$$\boxed{r = 50\ m}$$