



# ALGEBRA

## Chapter 20

**5th**  
OF  
SECONDARY

**LOGARITMOS II**

---



 **SACO OLIVEROS**

# Aplicación de los logaritmos con otras ciencias:





# LOGARITMOS II

## I) Cologaritmo

Sea  $N > 0$ ,  $a > 0$  y  $a \neq 1$  se define el cologaritmo como:

$$\text{colog}_a N = \log_a \left( \frac{1}{N} \right) = -\log_a N$$

### Ejemplos

$$\text{colog}_2 32 = -\underbrace{\log_2 32}_5 = -5$$

$$-\text{colog}_4 64 = -\underbrace{[-\log_4 64]}_3 = 3$$



## II) Antilogaritmo

Es otra forma de denotar a la función exponencial.

Sea  $x \in R$ ,  $a > 0$  y  $a \neq 1$  se define el antilogaritmo como:

$$\text{antilog}_a x = a^x$$

### Ejemplos

$$\text{antilog}_2 10 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{antilog}_3(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$



### III) Propiedades

$$\text{antilog}_a(\log_a N) = N \quad ; N > 0$$

$$\log_a(\text{antilog}_a x) = x \quad ; x \in R$$

#### Ejemplo

~~$$\text{antilog}_{11}(\log_{11} 4) = 4$$~~

~~$$\log_3(\text{antilog}_3(-5)) = -5$$~~



## IV) Función exponencial

*Regla de correspondencia:*

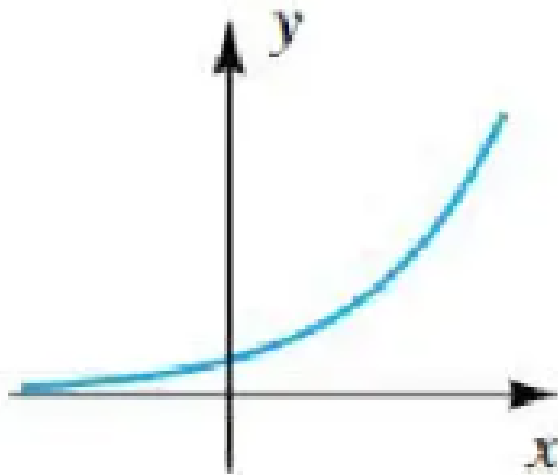
$$f(x) = a^x$$

$$a \in \mathbb{R}$$

$$a > 0; a \neq 1$$

*Gráfica*

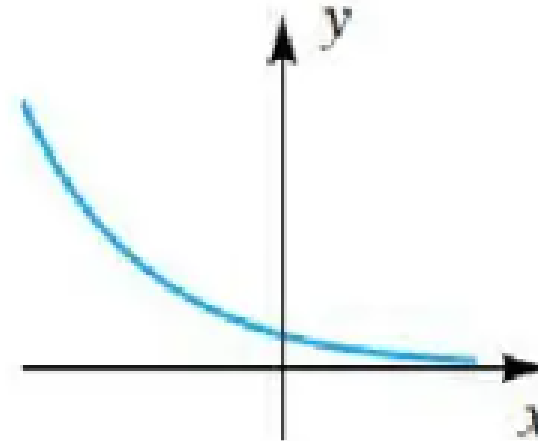
$$a > 1$$



$$\text{Dom}f = \mathbb{R}$$

$$\text{Rango}f = \langle 0; \infty \rangle$$

$$0 < a < 1$$



$$\text{Dom}f = \mathbb{R}$$

$$\text{Rango}f = \langle 0; \infty \rangle$$

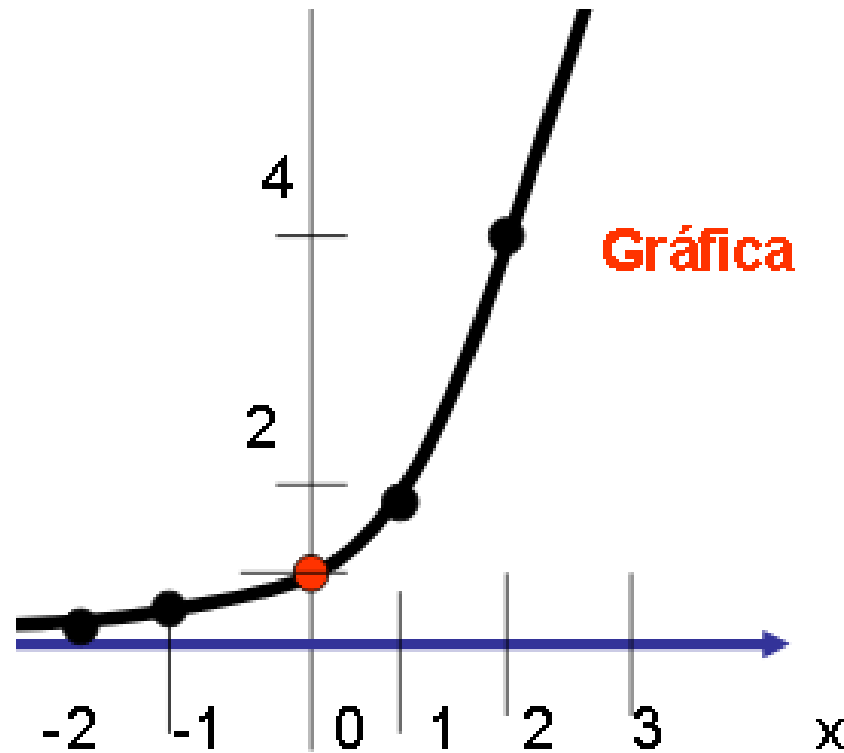
**Ejemplo:**

graficar  $f(x)=2^x$  e indicar el dominio y rango

**Resolucion:**

Tabulamos para algunos valores de x

x	$y=2^x$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4



Dominio:  $\mathbb{R}$

Rango:  $\langle 0; \infty \rangle$



# V) Función logaritmo

*Regla de correspondencia:*

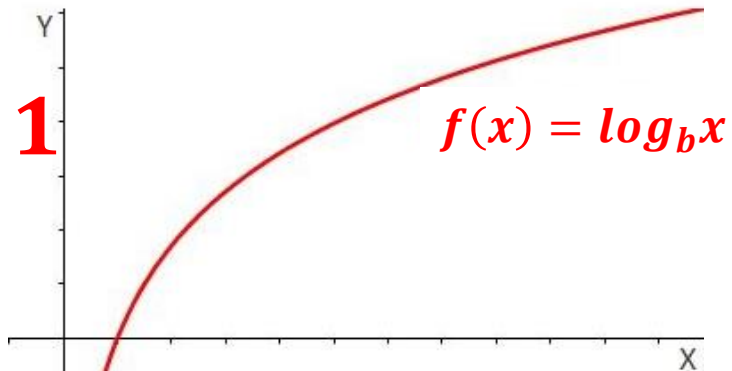
$$f(x) = \log_b x$$

$$b \in \mathbb{R}$$

$$b > 0; b \neq 1$$

*Gráfica*

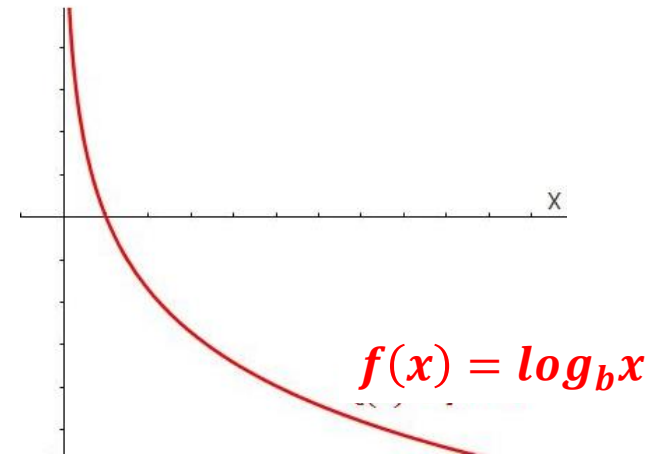
$$b > 1$$



$$\text{Dom} f = \langle 0; \infty \rangle$$

$$\text{Rango} f = \mathbb{R}$$

$$0 < b < 1$$



$$\text{Dom} f = \langle 0; \infty \rangle$$

$$\text{Rango} f = \mathbb{R}$$



# HELICO PRACTICE

---

## CHAPTER 20



## PROBLEMA 1

calcule:

$$H = \text{colog}_3 81 - \text{colog}_2 32$$

### Resolución

$$H = -\log_3 81 - (-\log_2 32)$$

$$H = -\log_3 3^4 + \log_2 2^5$$

$$H = -4\log_3 3 + 5\log_2 2$$

$$H = -4 + 5$$

Rpta:

$$H = 1$$



## PROBLEMA 2

Halle el valor de

$$A = \log_b [\text{antilog}_{b^4} [\log_{b^2} (\text{antilog}_{b^5} 2)]]$$

### Resolución

$$A = \log_b [\text{antilog}_{b^4} [\log_{b^2} (\text{antilog}_{b^5} 2)]]$$

$$A = \log_b [\text{antilog}_{b^4} [\log_{b^2} (b^5)^2]]$$

$$A = \log_b [\text{antilog}_{b^4} \left( \frac{10}{2} \log_b b \right)]$$

$$A = \log_b [\text{antilog}_{b^4} 5]$$

$$A = \log_b (b^4)^5$$

$$A = 20 \log_b b$$

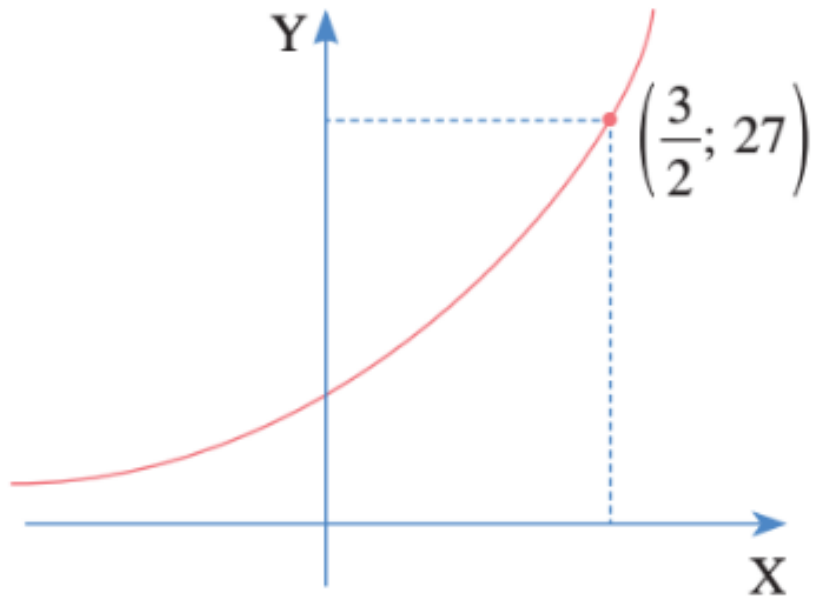
Rpta:

$$A = 20$$



## PROBLEMA 3

A partir de la grafica de cierta función exponencial



Encuentre su regla de correspondencia

## Resolución

sea la función exponencial

$$f(x) = a^x$$

por dato  $\left(\frac{3}{2}; 27\right) \in f(x)$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = a^{\left(\frac{3}{2}\right)} = 27$$

$$a = 27^{\left(\frac{2}{3}\right)}$$

$$a = \sqrt[3]{27}^2$$

$$a = 9$$

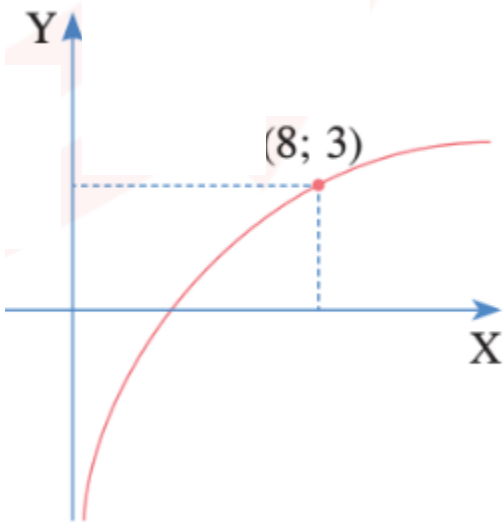
Rpta:

$$f(x) = 9^x$$



## PROBLEMA 4

A partir de la grafica de cierta función Logaritmica



Encuentre su regla de correspondencia

## Resolución

sea la función logaritmica

$$f(x) = \log_a x$$

por dato  $(8; 3) \in f(x)$

$$f_{(8)} = \log_a 8 = 3$$

$$8 = a^3$$

$$a = 2$$

Rpta:  $f(x) = \log_2 x$



## **PROBLEMA 5**

**Halle el dominio de la función**

$$F(x) = \log(x - 2) + \log(5 - x)$$

### **Resolución**

**Por ser función logaritmo se debe cumplir:**

$$x - 2 > 0 \quad \wedge \quad 5 - x > 0$$

$$x > 2 \quad \wedge \quad 5 > x$$

$$\rightarrow 2 < x < 5$$

**Rpta:**

$$\mathbf{Dom(f) = \langle 2: 5 \rangle}$$



## PROBLEMA 6

El número de nietos de Don Roberto es  $3x-7$  nietos, donde  $x$  está dado por:

$$\text{antilog}_4 x = \left\{ \text{antilog}_2 \left[ \underbrace{\text{colog}_{\sqrt{6}}(3 \log_{\sqrt{3}} 3)}_M \right] \right\}^{-5}$$

¿Cuántos nietos tiene Don Roberto?

### Resolución

Sea :  $M = \text{colog}_{\sqrt{6}}(3 \log_{\sqrt{3}} 3)$

Reducimos :  $M = -\log_{\sqrt{6}}(3 \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3)$

$$M = -\log_{\sqrt{6}}\left(\frac{3}{1/2} \log_3 3\right)$$

$$M = -\log_{6^{\frac{1}{2}}}(6)$$

$$M = -\frac{1}{1/2} \log_3 3$$

$$M = -2$$

**M**

### Reemplazando M

$$\text{antilog}_4 x = \{\text{antilog}_2(-2)\}^{-5}$$

$$4^x = \{2^{-2}\}^{-5}$$

$$2^{2x} = 2^{10}$$

$$x = 5$$

luego:  $3x - 7$

$$3(5) - 7 = 8$$

**Rpta:**

**Don Roberto tiene 8 nietos**

**PROBLEMA 7**

En el proceso de desintegración de cierta sustancia radiactiva, se sabe que la masa restante  $Q$  ( en gramos) des pues de  $t$  minutos esta modelada por:

$$Q(t) = Ke^{-\frac{\ln 2}{15}t}$$

Donde al inicio la cantidad de la sustancia reactiva fue de 32 gramos, ¿al cabo de que tiempo la cantidad de sustancia reactiva será de 8 gramos?

**Resolución**

Por dato:

$$Q(0) = 32$$

$$Q(\mathbf{0}) = Ke^{-\frac{\ln 2}{15}(\mathbf{0})} = 32$$

$$K(\mathbf{1}) = 32$$

$$k = 32$$

Luego:

$$Q(\mathbf{t}) = 32e^{-\frac{\ln 2}{15}(\mathbf{t})}$$

Piden  $t \rightarrow Q(t) = 8$

$$Q(\mathbf{t}) = 32e^{-\frac{\ln 2}{15}(\mathbf{t})} = 8$$

$$e^{-\frac{\ln 2}{15}(\mathbf{t})} = \frac{1}{4}$$

$$\left(e^{\ln(2^{-\frac{1}{15}})}\right)^t = \frac{1}{4}$$

$$2^{-\frac{1}{15}(\mathbf{t})} = 2^{-2}$$

$$t = 30 \text{ minutos}$$