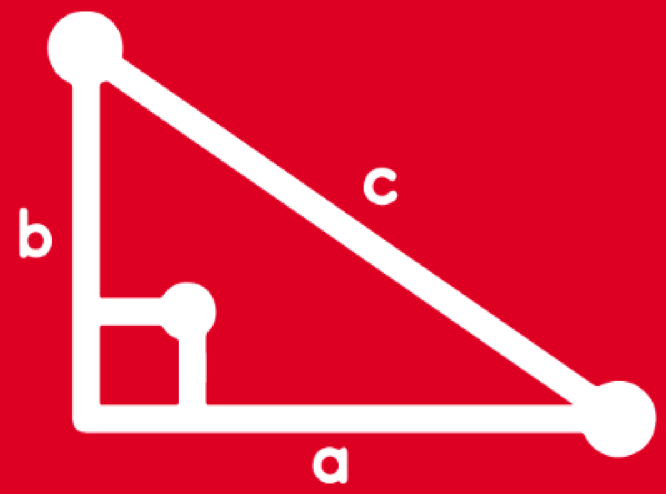
TRIGONOMETRY

Chapter 15



3rd
SECONDARY

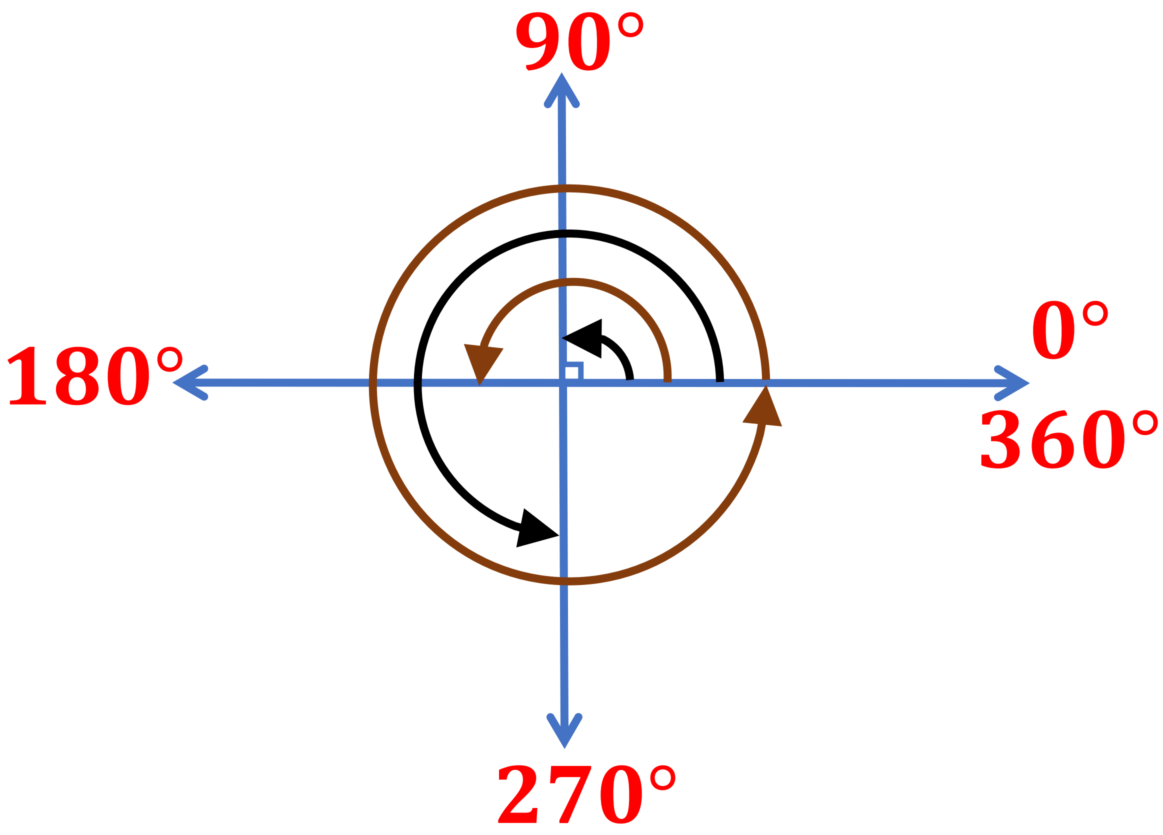
Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal III

SACO OLIVEROS

El **Canadarm 2** , es un brazo manipulador robótico de la *Estación Espacial Internacional*. Este manipulador es operado controlando los ángulos de sus articulaciones. Calcular la posición final del astronauta en el extremo del brazo requiere un uso repetido de las razones trigonométricas de esos ángulos que se forman por los varios movimientos que se realizan.

Ángulos cuadrantales

Son ángulos en posición normal cuyo lado final coincide con los semiejes del plano cartesiano.



R.T	0º ; 360º	90º	180º	270º
SEN	O	1	0	-1
COS	1	O	-1	0
TAN	0	N.D	0	N.D
COT	N.D	0	N.D	0
SEC	1	N.D	-1	N.D
CSC	N	1	N.D	-1

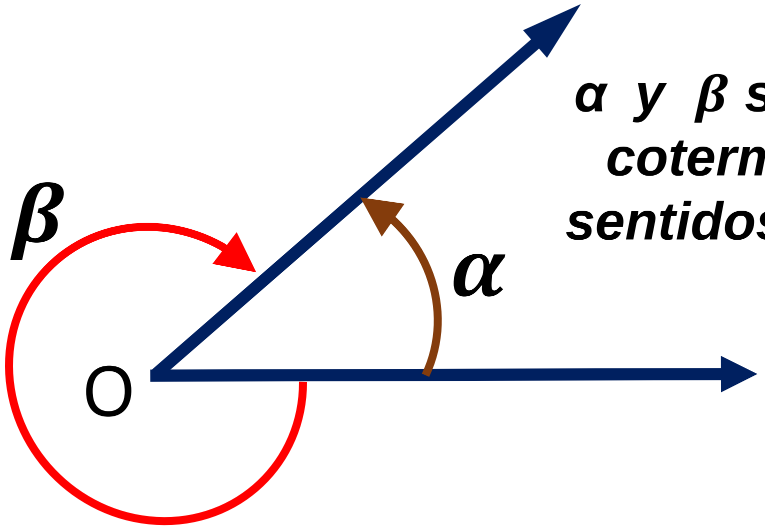
$90°n$	$\frac{\pi.n}{2}\text{rad}$

$n \in \mathbb{Z}$

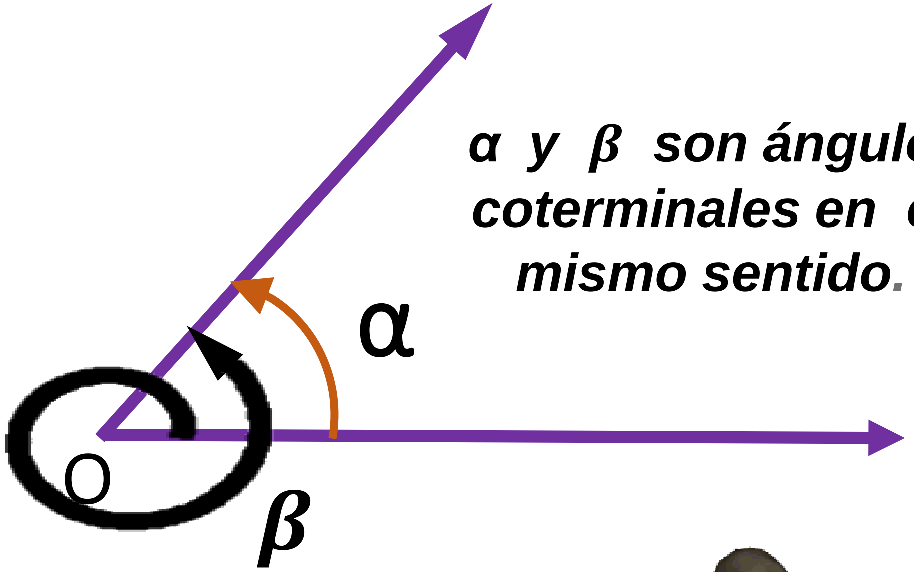
N.D : No Determinado

Ángulos coterminales

Son aquellos ángulos trigonométricos que tienen el mismo lado inicial, lado final y vértice.



α y β son ángulos coterminales en sentidos opuestos.



α y β son ángulos coterminales en el mismo sentido.

Propiedades:

- $\alpha - \beta = 360°k \,, \forall\, k \in \mathbb{Z} - \{0\}$
- $RT(\alpha) = RT(\beta)$

1 Efectúe

$$A = \frac{4sen90° - 3cos180°}{csc90° + cot270°}$$

Recordar:

$sen90° = 1$ $\quad$ $csc90° = 1$

$cos180° = -1$ $\quad$ $cot270° = 0$

Resolución:

$$A = \frac{4sen90° - 3cos180°}{csc90° + cot270°}$$

$$A = \frac{4(1) - 3(-1)}{(1) + (0)}$$

$$A = \frac{4 + 3}{1}$$

$$\therefore A = 7$$

2 Efectúe

$$K = \frac{sec^2 360° - cos^3 180° + sen^4 90°}{cot270° - sec180°}$$

Recordar:

$sen90° = 1$ $cos180° = -1$

$sec180° = -1$ $cot270° = 0$

$sec360° = 1$

Resolución:

$$K = \frac{sec^2 360° - cos^3 180° + sen^4 90°}{cot270° - sec180°}$$

$$K = \frac{(1)^2 - (-1)^3 + (1)^4}{(0) - (-1)}$$

$$K = \frac{1+1+1}{1}$$

$\therefore K = 3$

3

Siendo α y θ ángulos cuadrantales positivos menores a una vuelta. Además senα = 1 y tanθ = 0

Calcule:

$$K = 4\text{sen}\left(\frac{\alpha}{3}\right) + \tan\left(\frac{\theta}{4}\right)$$

Recordar:

sen90° = 1 *tan180° = 0*

Resolución:

$\text{sen}\alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90°$

$\tan\theta = 0 \rightarrow \theta = 180°$

Calculamos:

$$K = 4\text{sen}\left(\frac{\alpha}{3}\right) + \tan\left(\frac{\theta}{4}\right)$$

$$K = 4\text{sen}\left(\frac{90°}{3}\right) + \tan\left(\frac{180°}{4}\right)$$

$$K = 4\text{sen}30° + \tan45°$$

$$K = \cancel{4}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right) + (1)$$

$$\therefore K = 3$$

4 Indique cuál de los siguientes ángulos son coterminales.

a. 510° y -150°

b. 640° y 280°

c. 240° y 120°

Recordar:

$$\alpha - \beta = 360°k \,, \forall\, k \in \mathbb{Z} - \{0\}$$

Resolución:

a. 510° y -150°

510° - (-150°) = 660° (No son ángulos coterminales)

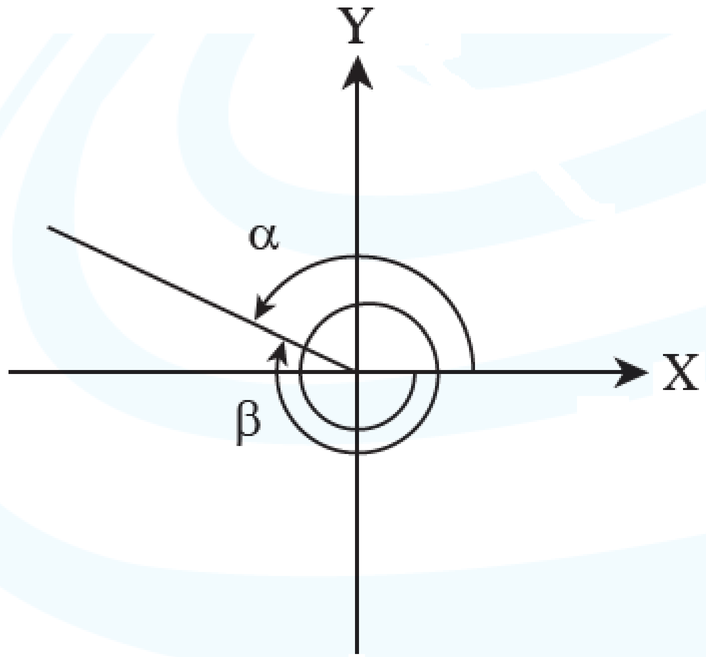
b. 640° y 280°

640° - (280°) = 360° (Si son ángulos coterminales)

c. 240° y 120°

240° - (120°) = 120° (No son ángulos coterminales)

5 Del gráfico, reduzca $E = \dfrac{\tan\alpha}{\tan\beta} + 2\operatorname{sen}\alpha.\csc\beta$



Recordar:

$\alpha - \beta = 360°k\,, \forall\, k \in \mathbb{Z} - \{0\}$

Resolución:

$\boxed{\tan\alpha = \tan\beta}$ $\boxed{\csc\alpha = \csc\beta}$

$$E = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} + 2\operatorname{sen}\alpha.\csc\beta$$

$$E = \frac{\cancel{\tan\alpha}}{\cancel{\tan\alpha}} + \underbrace{2\operatorname{sen}\alpha.\csc\alpha}_{1}$$

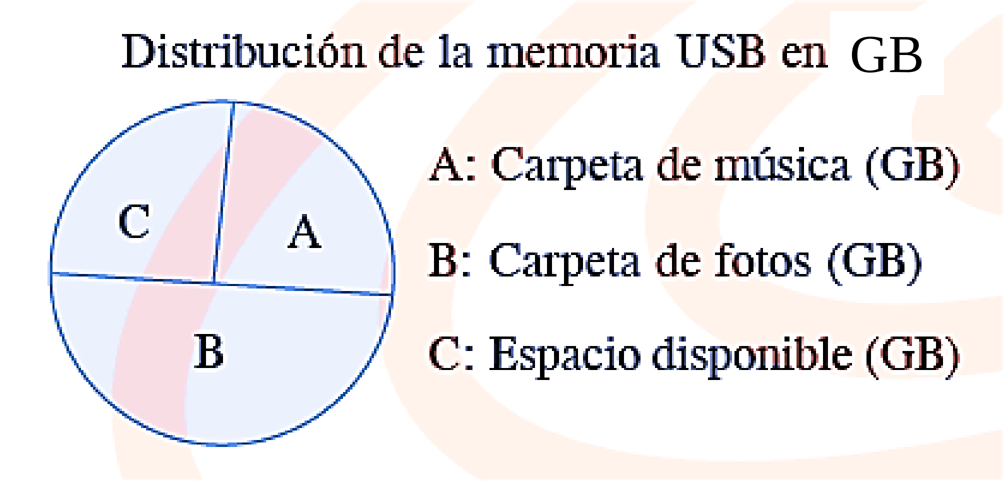
$$E = 1 + 2$$

$$\therefore\ E = 3$$

6

PRACTICE

Thomas tiene una memoria USB en la que almacena música y fotos, la memoria USB tiene una capacidad de 32GB. El siguiente gráfico muestra la distribución actual de la memoria USB.



Donde:

$A = 5\text{sen}90° - 4\cos 180° + \tan 180°$

$B = 7\cos 360° + 9\csc 90° - \text{sen}270°$

Cuál es el espacio disponible de la memoria USB de Thomas

Resolución:

$A = 5\text{sen}90° - 4\cos 180° + \tan 180°$

$A = 5(1) - 4(-1) + (0)$

$A = 5 + 4 \qquad \Rightarrow A = 9GB$

$B = 7\cos 360° + 9\csc 90° - \text{sen}270°$

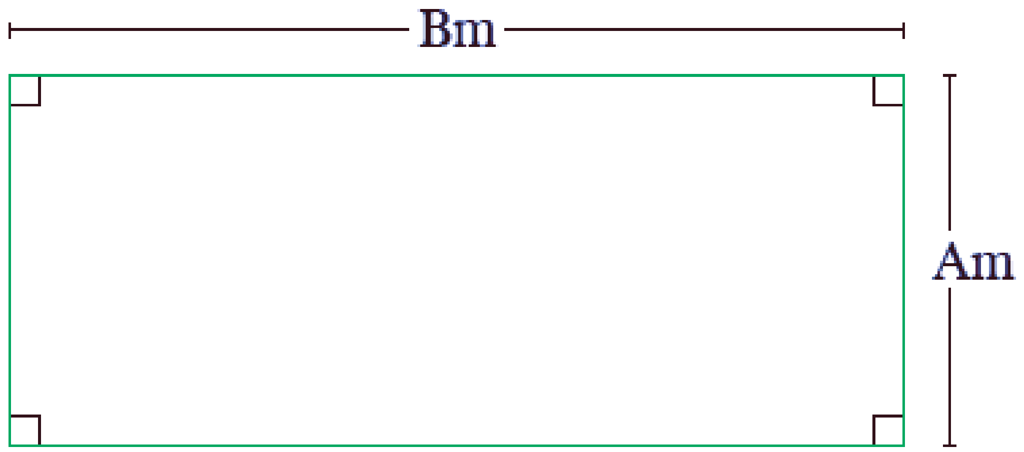
$B = 7(1) + 9(1) - (-1)$

$B = 7 + 9 + 1 \qquad \Rightarrow B = 17GB$

$\therefore$ El espacio libre es: $C = 6GB$

7

Emilia desea cercar un jardín con una malla metálica. Las dimensiones del jardín son las siguientes.



Donde:

$A = 5sen2\alpha + 3sen6\alpha$

$B = 3cos8\alpha - sec4\alpha$

Si se sabe que α y 45° son coterminales.

¿Cuál es el perímetro del jardín?

Resolución:

$sen2\alpha = sen90°$

$sen6\alpha = sen270°$

$cos8\alpha = cos360°$

$sec4\alpha = sec180°$

$A = 5sen90° + 3sen270°$

$A = 5(1) + 3(-1)$

$A = 2$

$B = 3cos360° - sec180°$

$B = 3(1) - (-1)$

$B = 4$

El perímetro: $2p = 2(A + B)$

$2p = 2(2 + 4)$

$2p = 12$ m

.: El perímetro es 12 m