ALGEBRA

Chapters 10-11-12

3rd
SECONDARY

Feedback

SACO OLIVEROS

Problema 1

Indique el residuo de

$$\frac{2x^4-10x^2-3x^3+8x-3}{x-3}$$

Resolución:

$$I.\quad x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$II.\quad D(x)=2x^4-10x^2-3x^3+8x-3$$

$$R(x)=2(3)^4-10(3)^2-3(3)^3+8(3)-3$$

$$R(x)=162-90-81+24-3$$

$$\boxed{\therefore\quad R=12}$$

Problema 2

Calcule el resto de

$$\frac{(2x-7)^{20}-(5x-21)^{15}+6}{x-4}$$

Resolución:

$$I.\ x-4=0 \Rightarrow x=4$$

$$II.\ D(x)=(2x-7)^{20}-(5x-21)^{15}+6$$

$$R(x)=(2.4-7)^{20}-(5.4-21)^{15}+6$$

$$R(x)=(1)^{20}-(-1)^{15}+6$$

$$\boxed{\therefore\ R=8}$$

Problema 3

Indique el residuo de la división

$$\frac{3x^{10}+5x^{6}-x^{3}+2x-5}{x^{3}-2}$$

Resolución:

$I.\quad x^3-2=0 \Rightarrow x^3=2$

$II.\quad D(x)=\underline{3x^{10}}\ \underline{+5x^{6}}-x^3+2x-5$

$$D(x)=3\left(x^3\right)^3.x+5\left(x^3\right)^2-x^3+2x-5$$

$$R(x)=3(2)^3.x+5(2)^2-2+2x-5$$

$$R(x)=\underline{24x}\ \underline{+20}\ \underline{-2}\ \underline{+2x}\ \underline{-5}$$

$$\boxed{\therefore\quad R(x)=26x+13}$$

Problema 4

Si

$$\frac{x^{m-6}+y^{n+3}}{x^5+y^2}$$

genera un cociente notable de 15 términos, calcule $\frac{m}{n}$.

Resolución:

La división genera un CN

$$\Rightarrow \quad \frac{m-6}{5}=\frac{n+3}{2}=15$$

$$\frac{m-6}{5}=15 \Rightarrow \boxed{m=81}$$

$$\frac{n+3}{2}=15 \Rightarrow \boxed{n=27}$$

$$\boxed{\therefore \quad \frac{m}{n}=3}$$

Problema 5

Calcule el octavo término del desarrollo del cociente notable

$$\frac{x^{a-1} - y^{a+9}}{x^6 - y^7}$$

Recordemos:

Sea la división: $\dfrac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término de lugar k:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

donde: $\boxed{n = \dfrac{a}{p} = \dfrac{b}{q}}$

Resolución:

$$\frac{a-1}{6} = \frac{a+9}{7}$$

$$7a - 7 = 6a + 54$$

$$\boxed{a = 61}$$

$$\frac{x^{a-1} - y^{a+9}}{x^6 - y^7} = \frac{x^{61-1} - y^{61+9}}{x^6 - y^7}$$

$$= \frac{x^{60} - y^{70}}{x^6 - y^7}$$

Cálculo de T_8:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

$$n = \frac{60}{6} = 10$$

$$k = 8$$

$$T_8 = +(x^6)^{10-8}(y^7)^{8-1}$$

$$T_8 = (x^6)^2(y^7)^7$$

$$\boxed{\therefore \quad T_8 = x^{12}y^{49}}$$

Problema 6

Calcule el término central del desarrollo del cociente notable.

$$\frac{x^{45} - y^{54}}{x^5 - y^6}$$

Recordemos:

Sea la división: $\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término central (T_C):

Para n impar: $\boxed{k = \frac{n+1}{2}}$

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

donde: $\boxed{n = \frac{a}{p} = \frac{b}{q}}$

Resolución:

$$\frac{x^{45} - y^{54}}{x^5 - y^6}$$

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

$$\frac{45}{5} = 9$$

$$\frac{9+1}{2} = 5$$

$$T_C = T_5 = +(x^5)^{9-5}(y^6)^{5-1}$$

$$T_C = (x^5)^4(y^6)^4$$

$$\boxed{\therefore \quad T_C = x^{20}y^{24}}$$

Problema 7

Luego de factorizar

$$P(x,y) = 5a(4x - 5y) + 2b(5y - 4x) - 12x + 15y$$

Indique un factor primo.

Resolución:

$$P(x,y) = 5a(4x - 5y) + 2b(5y - 4x) - 12x + 15y$$

$$P(x,y) = 5a\underline{(4x - 5y)} - 2b\underline{(4x - 5y)} - 3\underline{(4x - 5y)}$$

$$\boxed{P(x,y) = (4x - 5y)(5a - 2b - 3)}$$

Factores primos:

$$\boxed{(4x - 5y) \quad y \quad (5a - 2b - 3)}$$

Problema 8

Al factorizar

$$x^2 - 10x + 25 - 49y^2$$

¿cuántos factores primos se obtienen?

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

$$\boxed{a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2}$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$$

Resolución:

$$\boxed{x^2 - 10x + 25} - 49y^2$$

$\sqrt{x^2}$ $\sqrt{25}$

$2(x)(5)$

$$(x-5)^2 - 49y^2 \quad \begin{cases} \sqrt{(x-5)^2} = (x-5) \\ \sqrt{49y^2} = 7y \end{cases}$$

$$\boxed{(x-5+7y)(x-5-7y)}$$

Factores primos: $(x-5+7y)$ *y* $(x-5-7y)$

$\therefore$ *Se obtienen 2 factores primos.*

Problema 9

Indique un factor primo de

$$M = mn(a^2 + b^2) - ab(m^2 + n^2)$$

Resolución:

$$M = mn(a^2 + b^2) - ab(m^2 + n^2)$$

$$M = mna^2 + mnb^2 - abm^2 - abn^2$$

$$M = mna^2 - abm^2 + mnb^2 - abn^2$$

$$M = am(an - bm) + bn(bm - an)$$

$$M = am(an - bm) - bn(an - bm)$$

$$\boxed{M = (an - bm)(am - bn)}$$

Factores primos: $\boxed{(an - bm) \quad y \quad (am - bn)}$

Problema 10

El valor del resto en la siguiente división

$$\frac{(x+5)(x+1)(x-2)(x+8)-3}{x^2+6x-17}$$

representa la nota que obtuvo Matías en el examen de Álgebra. ¿Cuál es la nota que obtuvo Matías?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVIN:

$$\boxed{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$$

Resolución:

I. $x^2+6x-17=0 \Rightarrow x^2+6x=17$

II. $D(x)=\underbrace{(x+5)(x+1)}\underbrace{(x-2)(x+8)}-3$

$D(x)=(\underbrace{x^2+6x}+5)(\underbrace{x^2+6x}-16)-3$

$R(x)=(17+5)(17-16)-3$

$R(x)=(22)(1)-3 \Rightarrow \boxed{R(x)=19}$

$\therefore$ *La nota que obtuvo Matías en el examen de Álgebra es 19.*