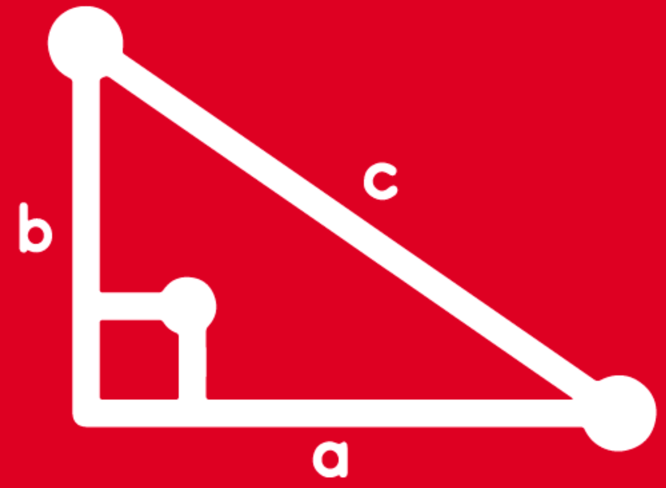
TRIGONOMETRY

TOMO 1 y 2



4th
SECONDARY

ADVISORY

SACO OLIVEROS

1. Efectúe

$$H = \frac{6^\circ 40'}{40'} + \frac{7^g 50^m}{50^m}$$

Recordamos

$$\mathbf{a^\circ b' <> a^\circ + b'}$$
$$\mathbf{x^g y^m <> x^g + y^m}$$

¡No olvides!

$$\mathbf{1^\circ <> 60'}$$
$$\mathbf{1^g <> 100^m}$$

Resolución

Entonces:

$$H = \frac{6^\circ + 40'}{40'} + \frac{7^g + 50^m}{50^m}$$

Convertimos los grados a minutos:

$$H = \frac{6 \times \mathbf{60'} + 40'}{40'} + \frac{7 \times \mathbf{100^m} + 50^m}{50^m}$$

$$H = \frac{400\cancel{'}}{40\cancel{'}} + \frac{750\cancel{^m}}{50\cancel{^m}}$$

$$H = 10 + 15$$

$$\boxed{\therefore \mathbf{H = 25}}$$

2. Siendo S, C y R lo convencional para un mismo ángulo, determine la medida del ángulo en el sistema radial si se cumple que:

$$5S - 4C = 75$$

Recordamos

Relación numérica entre sistemas:

$\boxed{\mathbf{S = 9k}}$ $\boxed{\mathbf{C = 10k}}$ $\boxed{\mathbf{R = \frac{\pi k}{20}}}$

RESOLUCIÓN

Reemplazamos en la condición:

$$5S - 4C = 75$$

$$\longrightarrow \quad 5(\mathbf{9k}) - 4(\mathbf{10k}) = 75$$

$$45k - 40k = 75$$

$$5k = 75$$

$$\boxed{k = 15}$$

Nos piden el ángulo en el sistema radial:

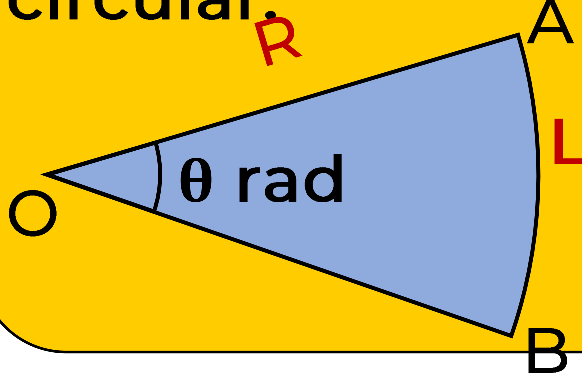
$$R = \frac{\pi(\overset{3}{\cancel{15}})}{\underset{4}{\cancel{20}}}$$

$$\boxed{\therefore\ \mathbf{m\measuredangle = \frac{3\pi}{4} rad}}$$

3. El péndulo de un reloj antiguo es de 60 cm de longitud. Si el extremo libre de dicho péndulo recorre $\frac{\pi}{10}$ m, ¿cuál es la medida del ángulo central que genera?

Recordamos

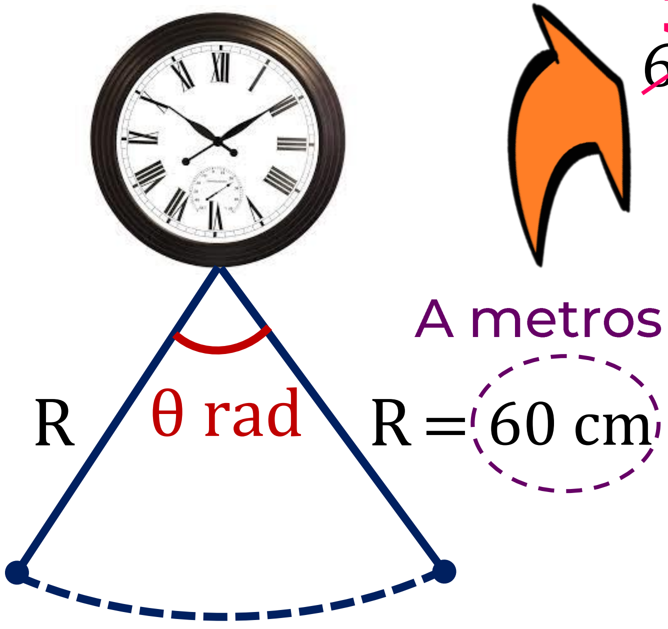
Sea AOB un sector circular:



$$\mathbf{L = \theta \cdot R}$$

RESOLUCIÓN

Con los datos del problema, graficamos:



$$L = \frac{L\pi}{10}\text{ m}$$

A metros

$$\overset{3}{\cancel{60}}\ \cancel{\text{cm}} \times \frac{\mathbf{1m}}{\underset{\mathbf{5}}{\cancel{\mathbf{100}}}\ \cancel{\mathbf{cm}}} = \frac{3}{5}\text{ m}$$

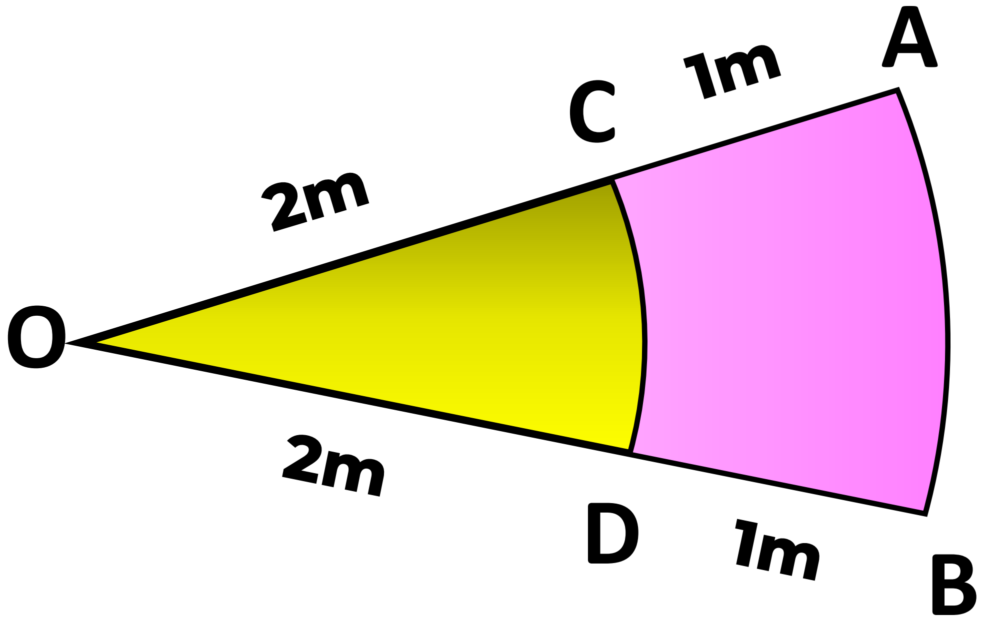
Por fórmula:

$$\frac{\pi}{\underset{2}{\cancel{10}}}\cancel{\text{m}} = \theta \cdot \frac{3}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cancel{\text{m}}$$

$$\frac{\pi}{2} = 3\theta \rightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{6}}$$

$$\boxed{\therefore\ \measuredangle\mathbf{central} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{6}}\,\mathbf{rad}}$$

4. Del gráfico, calcule el área del sector AOB, siendo el área del sector COD 32 m^2.



RESOLUCIÓN

Recordar:

$$\frac{S_{\triangleleft COD}}{S_{\triangleleft AOB}} = \frac{R_1^{\,2}}{R_2^{\,2}}$$

Propiedad:

$$\frac{S_{\triangleleft AOB}}{S_{\triangleleft COD}} = \frac{(2+1)^2}{(2)^2}$$

$$\frac{S_{\triangleleft AOB}}{32m^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow S_{\triangleleft AOB} = \frac{32 \times 9}{4}$$

$$\Rightarrow \therefore S_{\triangleleft AOB} = 72\ m^2$$

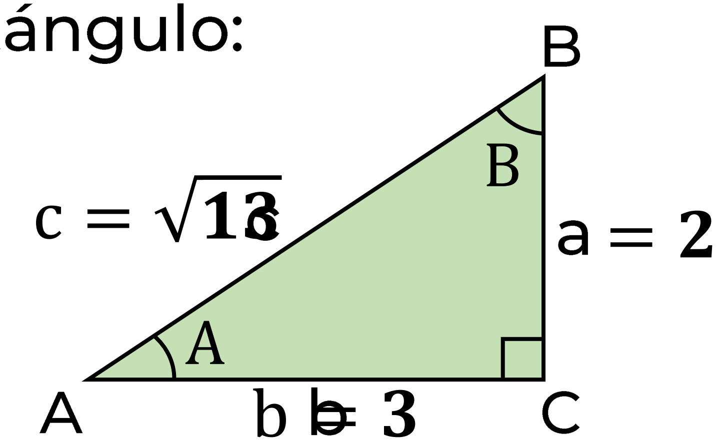
5. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se cumple que:

$$\sec B \cdot \cos A = \frac{3}{2}$$

Efectúe $M = \sqrt{13}\,\mathrm{sen}A + 2\tan B$

RESOLUCIÓN

Graficamos el triángulo rectángulo:



Analizamos la condición:

$$\sec B \cdot \cos A = \frac{3}{2} \longrightarrow \frac{\cancel{c}}{a} \cdot \frac{b}{\cancel{c}} = \frac{3}{2} \longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

Teore

$a^2 +$

Recordamos

$$\sec\theta = \frac{H}{CA} \qquad \cos\theta = \frac{CA}{H}$$

$13 = c$

$$\boxed{c = \sqrt{13}}$$

¡No olvides!

$$\mathrm{sen}\theta = \frac{CO}{H}$$

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

Efectúamos M:

$$M = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right) + \cancel{2}\left(\frac{3}{\cancel{2}}\right)$$

$$\boxed{\therefore M = 5}$$

6. Determine $E = \cot(\alpha + \beta)$ si:

$$\operatorname{sen}(\alpha + 20°) = \cos 40°$$

$$\tan(5\beta - 4°) \cdot \cot(4\beta + 3°) = 1$$

Recordamos

Propiedad RT recíprocas

Si $x = y$:

$$\mathbf{senx.\,cscy = 1}$$
$$\mathbf{cosx.\,secy = 1}$$
$$\mathbf{tanx.\,coty = 1}$$

Propiedad RT complementa

Si $x + y = 90°$:

$$\mathbf{senx = cosy}$$
$$\mathbf{tanx = coty}$$
$$\mathbf{secx = cscy}$$

RESOLUCIÓN

RT de ángulos complementarios en:

$$\operatorname{sen}(\alpha + 20°) = \cos 40°$$

$$\rightarrow (\alpha + 20°) + 40° = \mathbf{90°}$$

$$\alpha + 60° = 90° \rightarrow \alpha = 30°$$

RT recíprocas en:

$$\tan(5\beta - 4°) \cdot \cot(4\beta + 3°) = 1$$

$$\rightarrow 5\beta - 4° = 4\beta + 3°$$

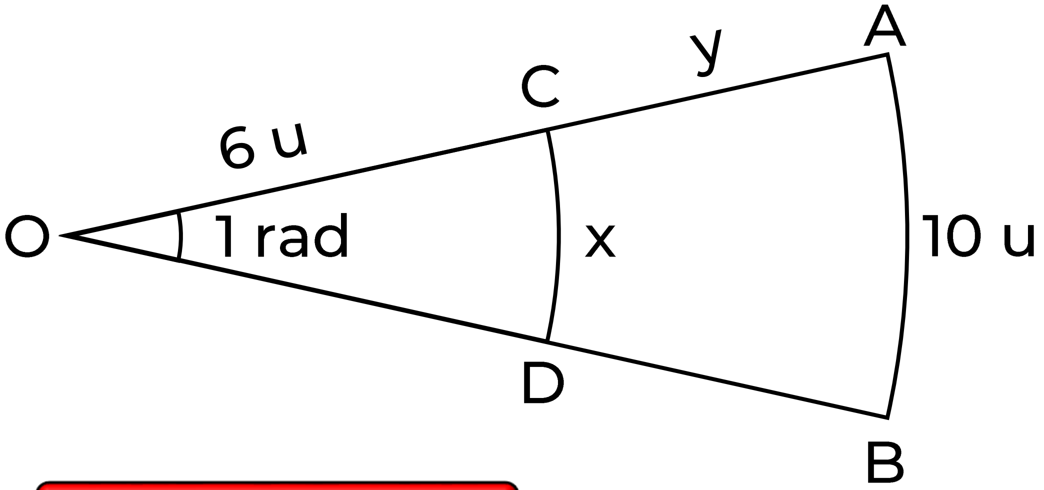
$$\beta = 7°$$

Calculamos:

$$E = \cot(\mathbf{30°} + \mathbf{7°}) = \cot 37°$$

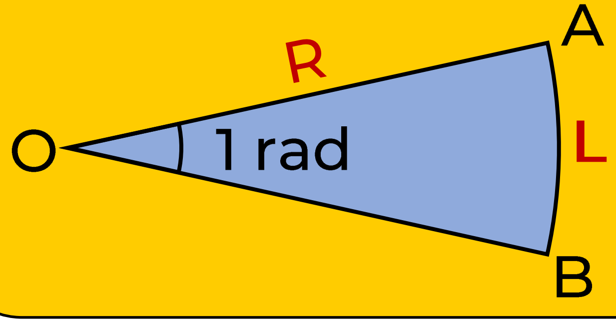
$$\boxed{\therefore\ \mathbf{E = \frac{4}{3}}}$$

7. Si AOB y COD son sectores circulares, determine $F = x + y$.



Recordamos

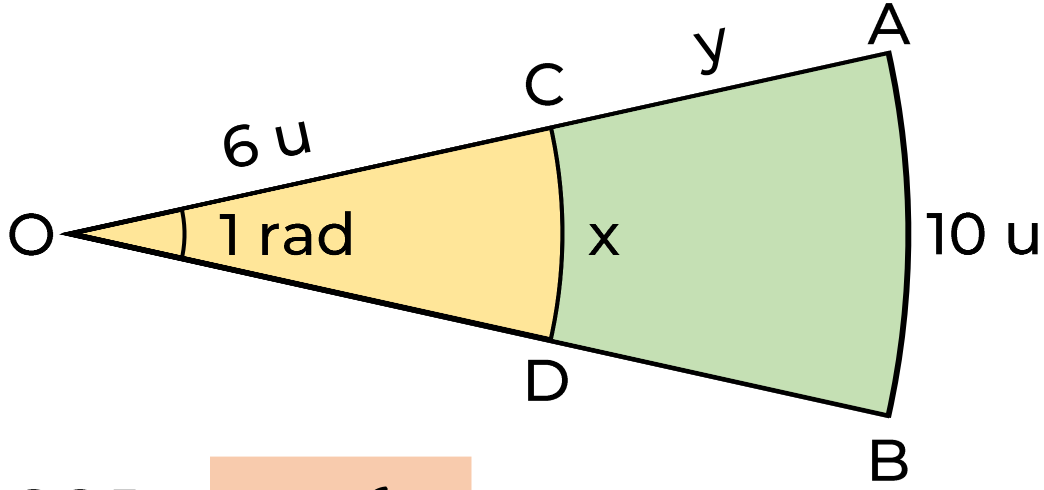
Sea AOB un sector circular:



$$\boxed{L = R}$$

RESOLUCIÓN

A partir del gráfico, por propiedad:



$\sphericalangle$ COD: $x = 6\text{ u}$

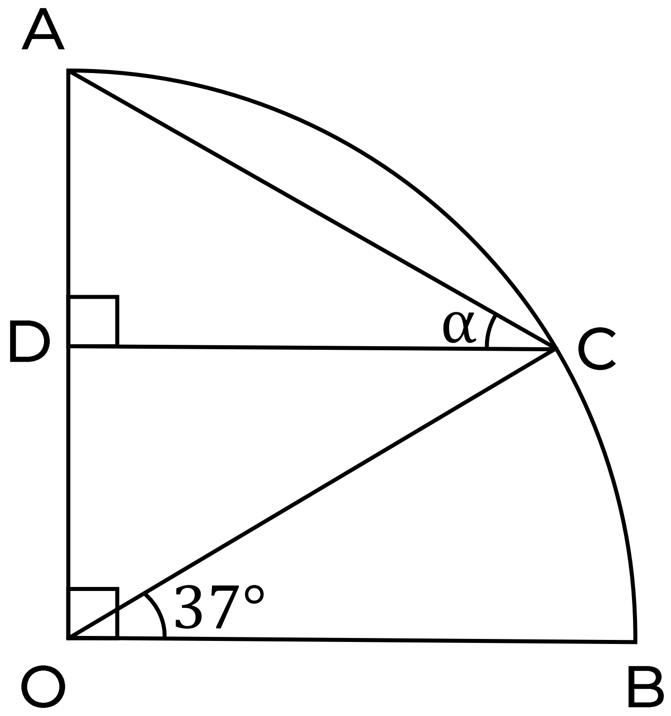
$\sphericalangle$ AOB: $6\text{ u} + y = 10\text{ u} \longrightarrow y = 4\text{ u}$

Calculamos:

$F = x + y = 6\text{ u} + 4\text{ u}$

$$\boxed{\therefore\ \mathbf{F = 10\ u}}$$

8. En la figura, AOB es un sector circular. Calcule $\csc^2\alpha$.

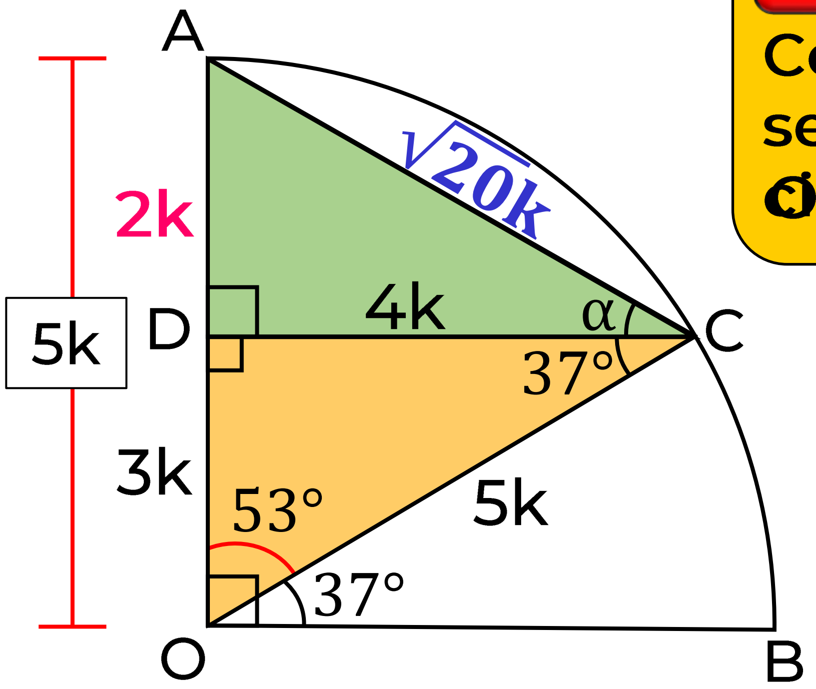


Recordamos

$$\csc\alpha = \frac{H}{CO}$$

RESOLUCIÓN

Analizamos el gráfico:



NOTA

Como AOB es sector circular: AO = OB

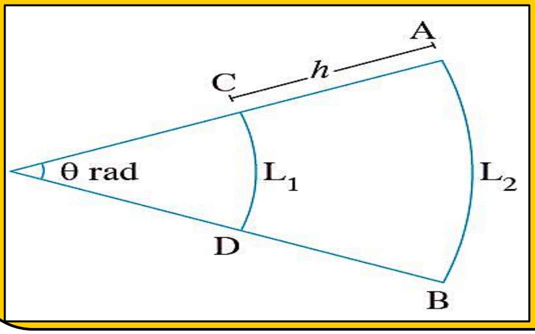
Teorema de Pitágoras: $AC = \sqrt{20}k$

Luego: $\csc^2\alpha = \left(\frac{\sqrt{20}\cancel{k}}{2\cancel{k}}\right)^2 = \frac{20}{4}$

$\boxed{\therefore\ \csc^2\alpha = 5}$

9. Se tiene un pedazo de cartulina con forma de un sector circular de $40°$ de ángulo central que subtiende un arco de 6π cm. Si para obtener un sector circular más pequeño, se reduce 9 cm el radio y se corta con tijera el trapecio circular, ¿cuál es la longitud del arco que subtiende el nuevo sector circular?

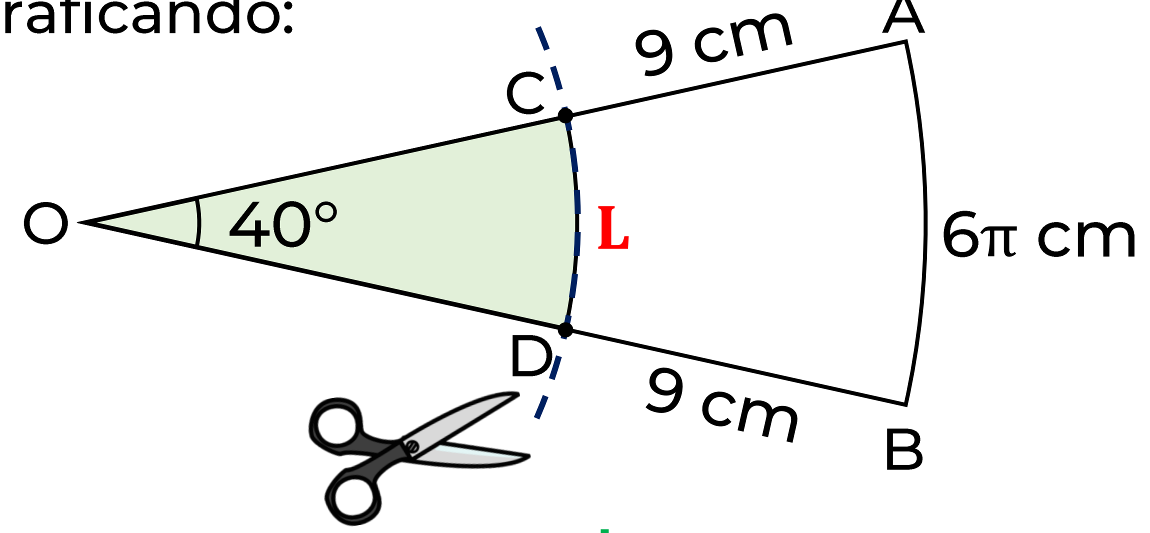
Recordamos



$$\theta = \frac{L_2 - L_1}{h}$$

RESOLUCIÓN

Graficando:



Convertimos el ángulo central a radianes:

$$\cancel{40^\circ}^{\,2} \times \frac{\pi \text{ rad}}{\underset{9}{\cancel{180^\circ}}} = \frac{2\pi}{9} \text{ rad}$$

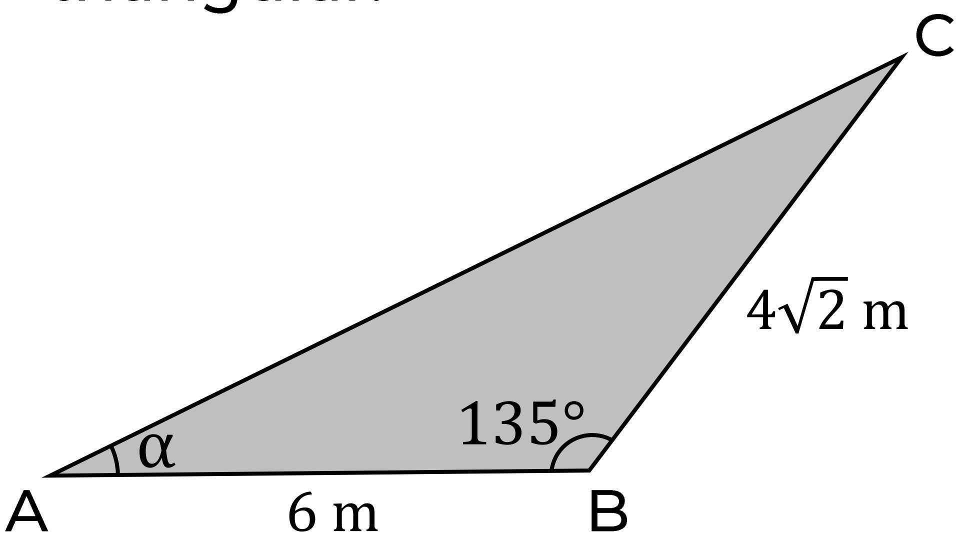
Por propiedad:

$$\frac{2\pi}{\cancel{9}} = \frac{6\pi - L}{\cancel{9}}$$

$$2\pi = 6\pi - L$$

$$\boxed{\therefore\ L = 4\pi \text{ cm}}$$

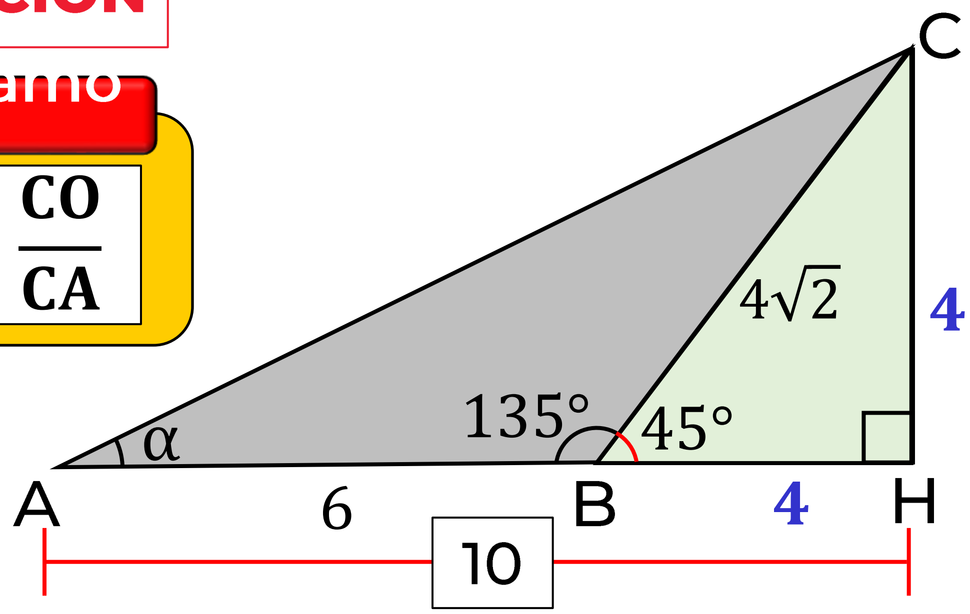
10. El costo por pintar un metro cuadrado de una plancha en forma triangular, como en la figura, es $(20\tan\alpha + 6)$ soles. Determine el costo por pintar la plancha triangular.



RESOLUCIÓN

Recordamos

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$$



- Costo unitario $= \cancel{20}^{\,2}\left(\frac{4}{\cancel{10}_{\,1}}\right) + 6 = 14$ soles
- Área plancha $= \dfrac{6 \times 4}{2} = 12\text{m}^2$

Costo total(CT) $= 12 \times 14$

$\boxed{\therefore\ \mathbf{CT = 168\ soles}}$