



# ARITHMETIC

## Chapter 19

**5th**  
SECONDARY

**Números racionales**



 **SACO OLIVEROS**



**Al sumar estos números**

$$\frac{3}{100}, \frac{25}{10.000}, \frac{748}{10}, \text{ etc.}$$

**Un ingeniero y matemático holandés llamado Simón Stevin inventó en el S. XVI un método para hacer cálculos con fracciones decimales sin usar el denominador. Por ejemplo, escribía**

$\frac{3}{100}$	como	$\frac{2}{3}$
$\frac{25}{10.000}$	como	$\frac{3}{2} \frac{4}{5}$
$\frac{748}{10}$	como	$74 \frac{8}{1}$

**Al sumar estos números, obtenía**

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} \frac{4}{5} + 74 \frac{8}{1} = 74 \frac{8}{1} . 3 \frac{2}{5}$$

**Aunque su método no llegó a usarse mucho, su idea fue tomada por un gran matemático escocés, Napier, quien desarrolló, a partir de la proposición de Stevin, otra manera de escribir las fracciones decimales.**



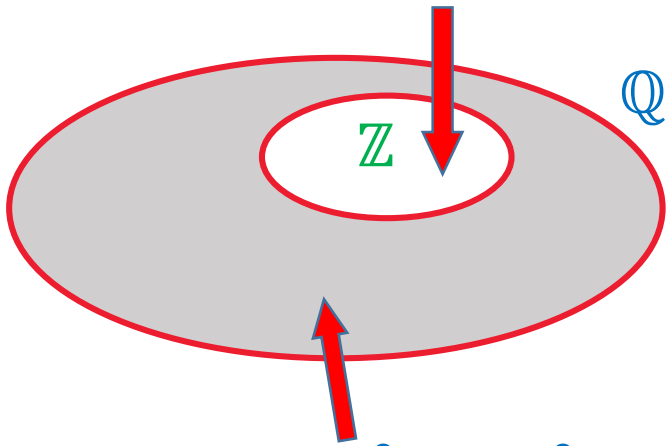
# RACIONALES

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\}$$

**Ejm.**

$$\frac{12}{5}; \frac{-9}{13}; \frac{8}{-5}; \frac{1}{4}; \frac{18}{6}$$

**Números enteros**



**Números fraccionarios**

## DENSIDAD DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Dados los números racionales  $m$  y  $n$  con  $m < n$ , siempre existe un número racional  $p$ , tal que

$$m < p < n$$

## NÚMEROS FRACCIONARIOS

Son los números racionales no enteros.

**Ejm**

$$\frac{9}{25}; \frac{7}{-3}; \frac{15}{10}$$



# FRACCIONES

Son aquellos números fraccionarios cuyos términos son positivos.

$$F = \left\{ \frac{a}{b} / (a, b) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} - \{0\}) \right\}$$

Ejm

$$\frac{12}{5}; \frac{9}{13}; \frac{8}{5}; \frac{1}{4}$$

**Llamamos:**

$$F = \frac{a}{b}$$

**Numerador :**  $a$

**Denominador :**  $b$

## CLASIFICACIÓN DE LAS FRACCIONES



## A POR LA COMPARACIÓN DE SU VALOR RESPECTO A LA UNIDAD

### 1. Propia

**Ejm**  $\frac{15}{25}; \frac{9}{13}; \frac{19}{30}$



$$f = \frac{a}{b} < 1 \rightarrow a < b$$

$$0 < f < 1$$

### 2. Impropia

**Ejm**  $\frac{18}{12}; \frac{11}{3}; \frac{5}{2}$



$$f = \frac{a}{b} > 1 \rightarrow a > b$$

$$f > 1$$

## B POR SU DENOMINANDOR

### 1. Decimal

**Ejm**  $\frac{7}{10^2}; \frac{23}{10}; \frac{45}{10^3}$



$$f = \frac{a}{b} \rightarrow b = 10^n$$

$$\forall n \in \mathbb{Z}^+$$

### 2. Ordinaria

**Ejm**  $\frac{5}{26}; \frac{12}{8}; \frac{15}{6}$



$$f = \frac{a}{b} \rightarrow b \neq 10^n$$

$$\forall n \in \mathbb{Z}^+$$



# PROPIEDADES

## 1. Sean las fracciones irreducibles

**A**

$$\text{Si: } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = k ; (k \in \mathbb{Z}) \rightarrow b = d$$

**B**

$$\text{Sean } \frac{a}{m}, \frac{b}{n}, \frac{c}{p}$$

$$\begin{aligned} &MCD \left( \frac{a}{m}, \frac{b}{n}, \frac{c}{p} \right) \\ &= \frac{MCD(a; b; c)}{MCM(m; n; p)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &MCM \left( \frac{a}{m}, \frac{b}{n}, \frac{c}{p} \right) \\ &= \frac{MCM(a; b; c)}{MCD(m; n; p)} \end{aligned}$$



**1. ¿Cuántos valores toma  $a$  si la fracción  $\frac{a}{30}$  es propia e irreducible?**

**RESOLUCIÓN**

**f. propia:**  $a < 30 \Rightarrow a: 1; 2; 3; \dots; 29$

**f. irreducible:**  $a$  y 30 son (PESI)  $\Rightarrow 30 = 2^3 \times 3 \times 5$   
 $a \neq \overset{\circ}{2}; \overset{\circ}{3} \wedge \overset{\circ}{5}$

$a: 1; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29.$

**Cantidad de valores que toma  $a$**

**32**



**2. Halle una fracción equivalente a  $\frac{112}{364}$  sabiendo que el MCM de sus términos es 624. Dé como respuesta el numerador.**

**RESOLUCIÓN**

$$\frac{112}{364} = \frac{4k}{13k} \Rightarrow \text{MCM}(4k; 13k) = 624$$

$$52k = 624$$

$$k = 12$$

**El numerador es :**

$$\therefore 4k = 4(12) = \boxed{48}$$





**3. Halle el valor de N sabiendo que  $\frac{N}{\overline{3a5a}}$  es equivalente a  $\frac{13}{17}$ .**

**RESOLUCIÓN**

$$\frac{N}{\overline{3a5a}} = \frac{13k}{17k}$$

$$\overline{3a5a} = \overset{\circ}{17}$$

$$3050 + \overline{a0a} = \overset{\circ}{17}$$

$$3050 + 101a = \overset{\circ}{17}$$

$$(\overset{\circ}{17} + 7) + (\overset{\circ}{17} - 1)a = \overset{\circ}{17}$$

$$\overset{\circ}{17} + 7 - a = \overset{\circ}{17}$$

$$a = 7$$

**Reemplazando  $a$**

$$\overline{3a5a} = 17k$$

$$3757 = 17k$$

$$k = 221$$

$$N = 13k = 13(221) = \boxed{2873}$$



**4. Si la suma de dos fracciones irreducibles resulta 5 y la suma de sus numeradores es 40, ¿cuál es la suma de sus denominadores?**

### RESOLUCIÓN

sean las fracciones irreducibles:

$$a/b \quad \text{y} \quad c/d$$

Del dato tenemos:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 5$$

propiedad  
 $b = d$

Reemplazando :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{a + c}{b} = 5$$

**dato:**  $a + c = 40$

$$\Rightarrow 5 \cdot b = 40 \quad \boxed{b = 8}$$

**Piden:** suma de denominadores

$$\therefore 8 + 8 = \boxed{16}$$



**5.** Mi sueldo asciende a **S/2400** y gasté los  $\frac{2}{5}$ ; luego se me perdieron los  $\frac{3}{8}$  del resto y finalmente en una apuesta logro ganar  $\frac{2}{3}$  de lo que me quedaba. ¿Cuánto dinero me queda ahora?

**RESOLUCIÓN**

Sea " $x$ " la cantidad inicial

**Donde:**

**Del dato tenemos:**

Variación	QUEDA
$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}x$
$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8} \left( \frac{3}{5}x \right)$
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3} \left[ \frac{5}{8} \left( \frac{3}{5}x \right) \right]$

$$\frac{5}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{5} x = \text{queda}$$

$\frac{5}{8} \times \frac{300}{2400} x$

**Piden:**

$$\therefore \text{queda} = 1500$$

**S/ 1500**



**6. En la vitivinícola Tabernero ubicada en el valle de Chincha se realizó la siguiente prueba:**

**De un recipiente lleno de vino se retiró la sexta parte y se reemplazó por agua; luego se retiró las  $\frac{2}{3}$  partes de la mezcla y se volvió a reemplazar con agua. ¿Cuál será la relación de agua y vino que queda en dicho recipiente?**

### RESOLUCIÓN

**Del dato tenemos:**

RETIRA	QUEDA DE VINO PURO
$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}V$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3} \left( \frac{5}{6}V \right)$

Sea " $V$ " la cantidad de vino inicial

**Donde:**

$$\begin{aligned} \text{queda vino} &= \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} \times V = \frac{5}{18} \times V \\ \text{cantidad de agua} &= V - \frac{5}{18}V = \frac{13}{18}V \end{aligned}$$

**Piden:** relación de agua y vino

$$\Rightarrow \frac{(13/18)V}{(5/18)V} = \frac{13}{5} \quad \boxed{13 \text{ a } 5}$$



**7. La mitad de la gaseosa que me queda en la botella es igual a la tercera parte de lo que ya me tomé. Si tomo la cuarta parte de lo que me queda, ¿qué fracción de toda la gaseosa me habré tomado?**

### RESOLUCIÓN

Sea " $q$ " la cantidad que queda  
y " $t$ " la cantidad que tome

**Donde:**

$$\text{Total} = [q + t]$$

**Del dato tenemos:**

$$\frac{1}{2} \cdot q = \frac{1}{3} \cdot t \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{t} = \frac{2}{3} k$$

$$\text{sigue tomando} = \frac{1}{4} (2k) = \frac{k}{2}$$

**Piden:**  $x \cdot \text{Total} = \text{tomado}$

$$\Rightarrow x (5k) = 3k + \frac{k}{2}$$

$$x (\cancel{5k}) = \frac{\cancel{7k}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{7}{10}$$

**7/10**