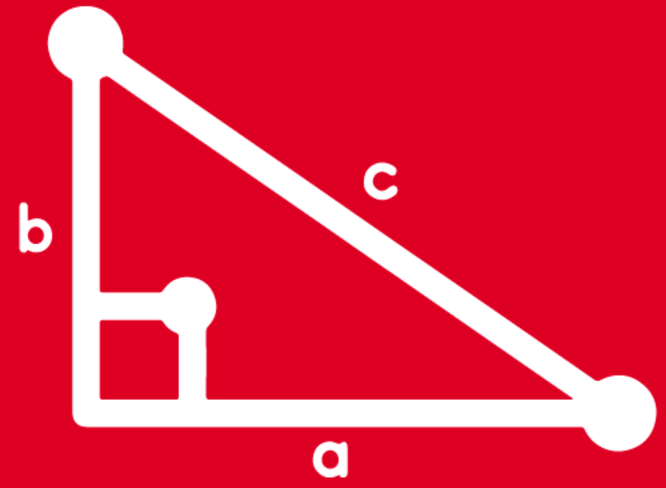
TRIGONOMETRY

TOMO 3 y 4



4th
SECONDARY

ADVISORY

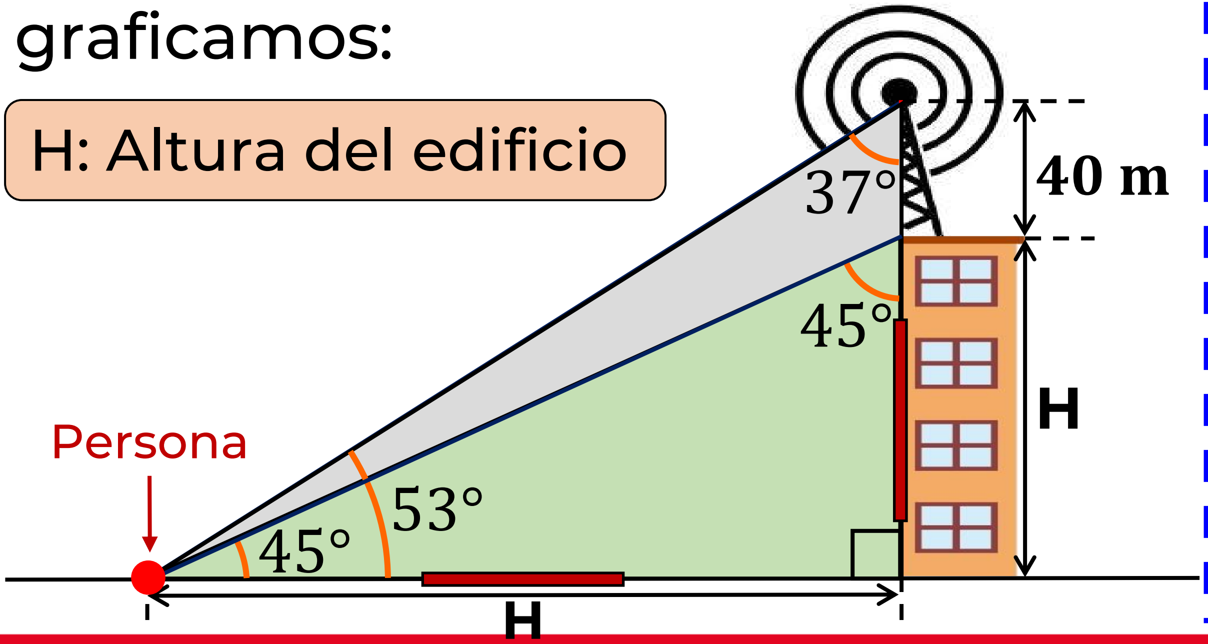
SACO OLIVEROS

1. Una antena de telefonía de 40 m de altura se encuentra situada en lo alto de un edificio. Si un persona desde el suelo observa lo bajo y lo alto de la antena con ángulos de elevación de 45° y 53°, respectivamente. Determine la altura del edificio.

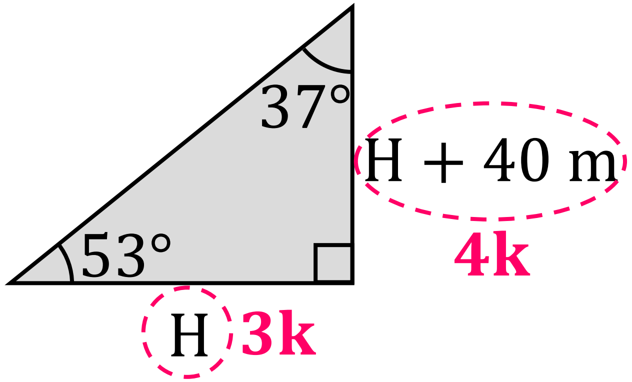
Resolución

Con los datos del problema, graficamos:

H: Altura del edificio



Analizando el $\measuredangle 37° - 53°$:



$H + 40\text{ m} = 4k$

$3k + 40\text{ m} = 4k$

$\rightarrow \boxed{k = 40\text{m}}$

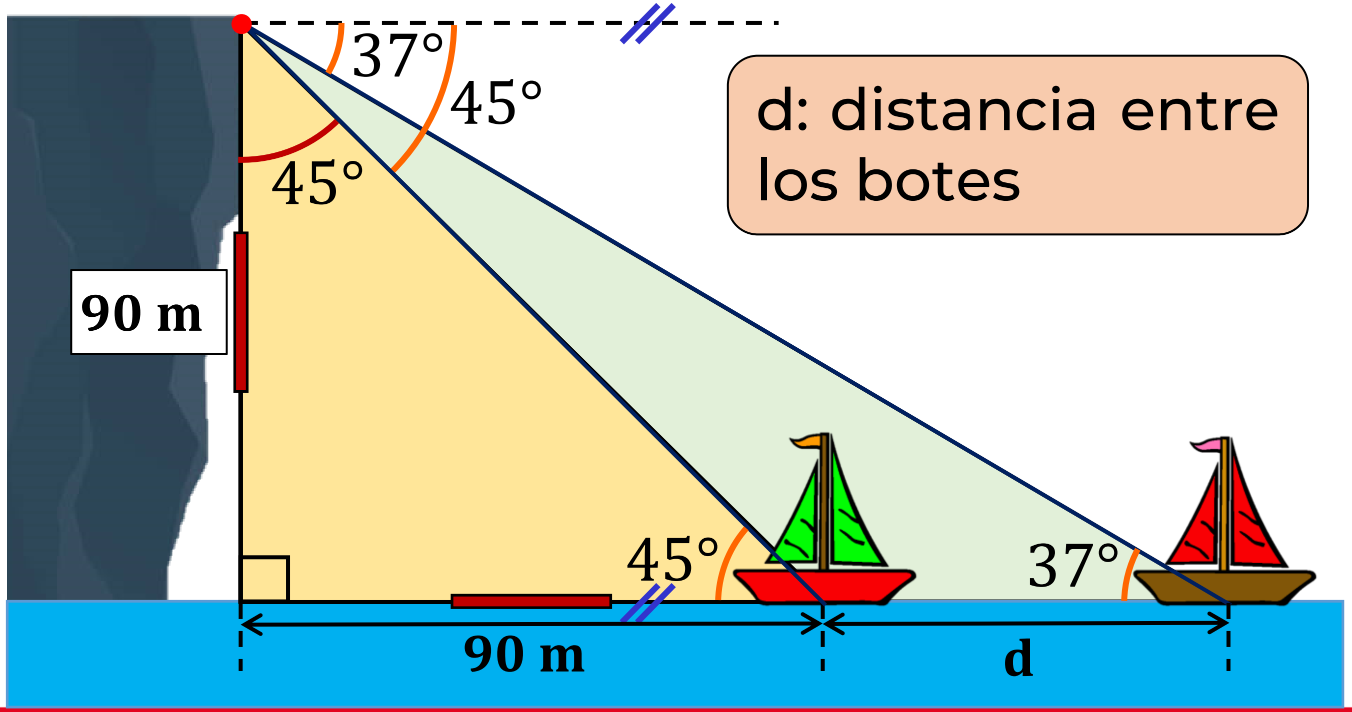
Calculamos "H": $H = 3(40\text{ m})$

$\therefore \boxed{H = 120\text{ m}}$

2. Desde lo alto de un acantilado de 90 m se divisan dos botes en el mar con ángulos de depresión de 37° y 45°. Si los botes están a un mismo lado del mar, ¿qué distancia separa a los botes?

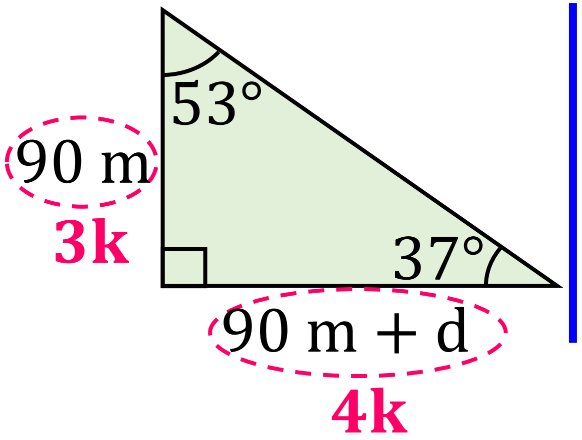
Resolución

Con los datos del problema, graficamos:



d: distancia entre los botes

Analizando el ⊿37° – 53°:



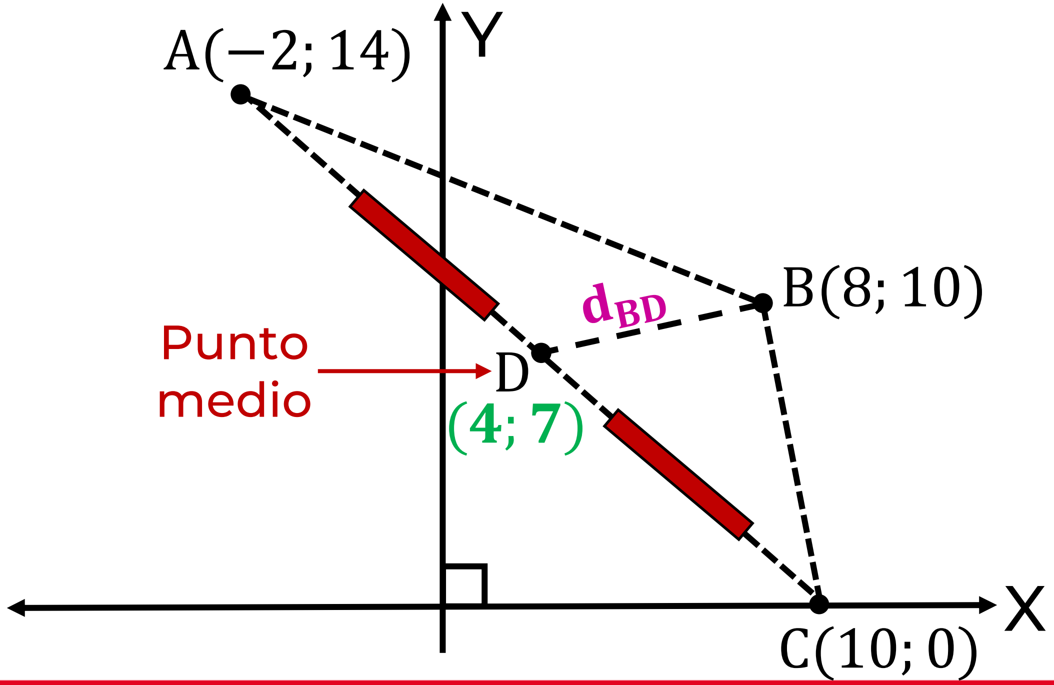
$3k = 90\text{ m}$ → $\boxed{k = 30\text{m}}$

Luego: $90\text{ m} + d = 4k$ $4(30\text{ m})$

$90\text{ m} + d = 120\text{ m}$

$\therefore \boxed{d = 30\text{ m}}$

3. Se tiene un plano de la ubicación de cuatro ciudades A, B, C y D. Si la ciudad D equidista de las ciudades A y C, calcule la distancia entre las ciudades B y D. Considere que una unidad en el plano equivale a 1 km.



Resolución

Calculamos las coordenadas de D:

$$x_D = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{(-2)+10}{2} \longrightarrow \boxed{x_D = 4}$$

$$y_D = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{14+0}{2} \longrightarrow \boxed{y_D = 7}$$

Calculamos la distancia entre B y D:

$$d_{BD} = \sqrt{(8-4)^2 + (10-7)^2}$$

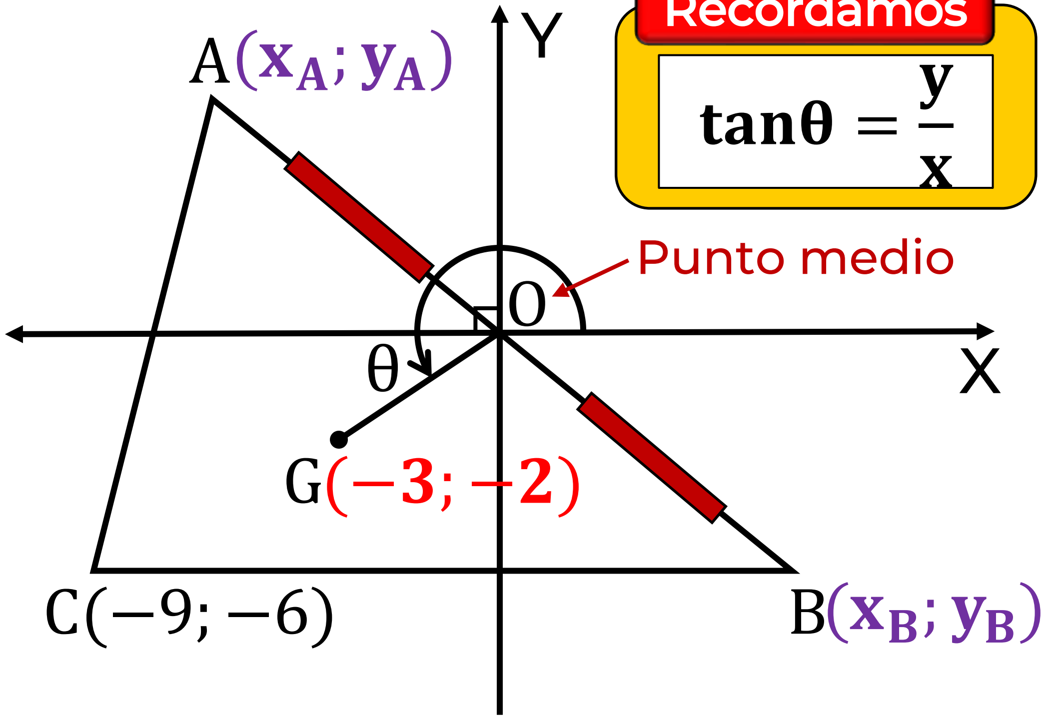
$$d_{BD} = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$d_{BD} = \sqrt{25}$$

$$\therefore \boxed{d_{BD} = 5\,\text{km}}$$

4. En la figura mostrada se cumple que $\underline{AO = OB}$, y además G es baricentro del triangulo ABC. Efectúe

$$E = 6\tan\theta + 5$$



Recordamos

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

Resolución

Por propiedad de punto medio:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = \overset{0}{x_O} \qquad \frac{y_A + y_B}{2} = \overset{0}{y_O}$$

$$\rightarrow x_A + x_B = 0 \qquad \rightarrow y_A + y_B = 0$$

Calculamos las coordenadas de G:

$$x_G = \frac{\overset{0}{x_A + x_B} + x_C}{3} = \frac{0 + (-9)}{3} \rightarrow \boxed{x_G = -3}$$

$$y_G = \frac{\overset{0}{y_A + y_B} + y_C}{3} = \frac{0 + (-6)}{3} \rightarrow \boxed{y_G = -2}$$

Piden: $E = \overset{2}{\cancel{6}}\left(\frac{\cancel{-}2}{\cancel{-}\underset{1}{\cancel{3}}}\right) + 5 = 4 + 5 \quad \therefore \boxed{E = 9}$

5. Si $\sec\beta = \frac{5}{2}$, donde $\beta \in IVC$, efectúe

$$S = \cos\beta - \sqrt{21}\csc\beta$$

Recordamos

$$\cos\beta = \frac{x}{r} \qquad \csc\beta = \frac{r}{y}$$

RESOLUCIÓN

Por dato:

$$\sec\beta = \frac{5}{2} = \frac{r}{x}$$

$x = 2$
$r = 5$

$\in IVC$ $\begin{cases} x: (+) \\ y: (-) \,? \end{cases}$

Calculamos "y":

$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$5^2 = 2^2 + y^2$$
$$25 = 4 + y^2$$
$$21 = y^2$$
$$\rightarrow \boxed{y = -\sqrt{21}}$$

Efectúamos "S":

$$S = \frac{2}{5} - \cancel{\sqrt{21}}\left(\frac{5}{-\cancel{\sqrt{21}}}\right) = \frac{2}{5} + 5 = \frac{2+25}{5}$$

$$\therefore \boxed{S = \frac{27}{5}}$$

6. Si $\csc 3\alpha = 1$ y $\tan 5\theta = 0$ donde 3α y 5θ son cuadrantales positivos menores a una vuelta, efectúe

$$P = \cos^2\alpha + \sec(\theta + 1°)$$

Recordamos

R.T.	90°	180°	270°
sen	1	0	-1
cos	0	-1	0
tan	ND	0	ND
cot	0	ND	0
sec	ND	-1	ND
csc	1	ND	-1

RESOLUCIÓN

Por dato:

$$3\alpha\,, 5\theta = \{90°, 180°, 270°\}$$

Además:

- $\csc 3\alpha = 1$

$$3\alpha = 90°$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

- $\tan 5\theta = 0$

$$5\theta = 180°$$

$$\rightarrow \boxed{\theta = 36°}$$

Reemplazando en "P":

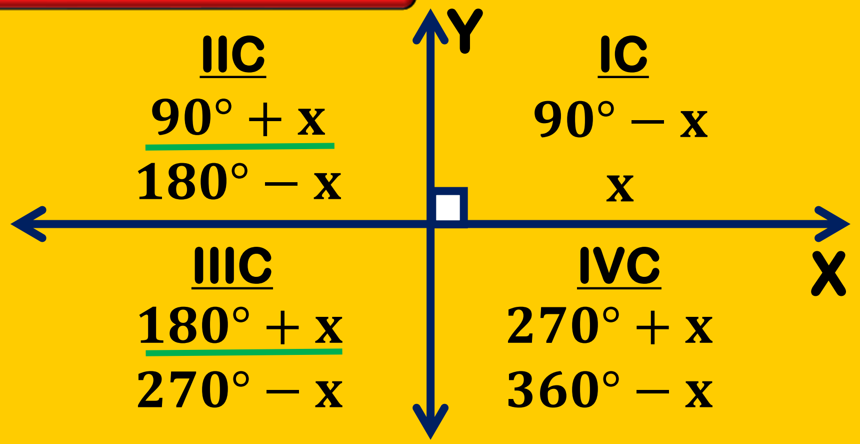
$$P = \cos^2 30° + \sec(\underbrace{36° + 1°}_{37°})$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4} \quad \therefore \boxed{P = 2}$$

7. Si α es ángulo agudo, además $\cot\alpha = \frac{12}{5}$, efectúe

$$M = \cot(180° + \alpha) - \sec(90° + \alpha)$$

Recordamos



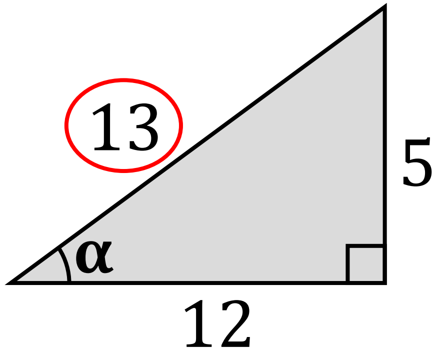
Nota

$$\mathbf{RT(180° \pm x) = \pm RT(x)}$$

$$\mathbf{RT(90° \pm x) = \pm CO - RT(x)}$$

RESOLUCIÓN

Por dato: $\cot\alpha = \frac{12}{5} = \frac{CA}{CO}$



Efectúamos "M":

$$M = \cot(\underbrace{180° + \alpha}_{(+)\ \text{IIIC}}) - \sec(\underbrace{90° + \alpha}_{(-)\ \text{IIC}})$$

$$M = \cot\alpha - (-\csc\alpha)$$

$$M = \frac{12}{5} + \frac{13}{5} = \frac{25}{5}$$

$\therefore$ $\boxed{M = 5}$

8. Efectúe

$$A = \operatorname{sen}1583° + \sec 2100°$$

Recordamos

Reducción para $\alpha > 360°$

$$\begin{array}{r|l} \alpha & 360° \\ \cline{2-2} \vdots & n\ (n \in \mathbb{Z}) \\ \hline \theta & \end{array}$$

$$\rightarrow \mathbf{RT(\alpha) = RT(\theta)}$$

RESOLUCIÓN

Por reducción al 1er cuadrante:

$$\begin{array}{r|l} 1583° & 360° \\ \cline{2-2} 1440° & 4 \\ \hline 143° & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2100° & 360° \\ \cline{2-2} 1800° & 5 \\ \hline 300° & \end{array}$$

$$\longrightarrow A = \operatorname{sen} 143° + \sec 300°$$

$$A = \operatorname{sen}\underbrace{(180° - 37°)}_{\text{IIC}} + \sec\underbrace{(360° - 60°)}_{\text{IVC}}$$

$$(+) \qquad\qquad (+)$$

$$A = \operatorname{sen}37° + \sec 60°$$

$$A = \frac{3}{5} + 2 = \frac{3 + 10}{5} \qquad \therefore \boxed{\mathbf{A = \frac{13}{5}}}$$

9. Simplifique

$$M = \frac{7\tan(29\pi + x) + \cot\left(\frac{13\pi}{2} + x\right)}{2\tan(8\pi - x)}$$

RESOLUCIÓN

Por reducción al 1er cuadrante:

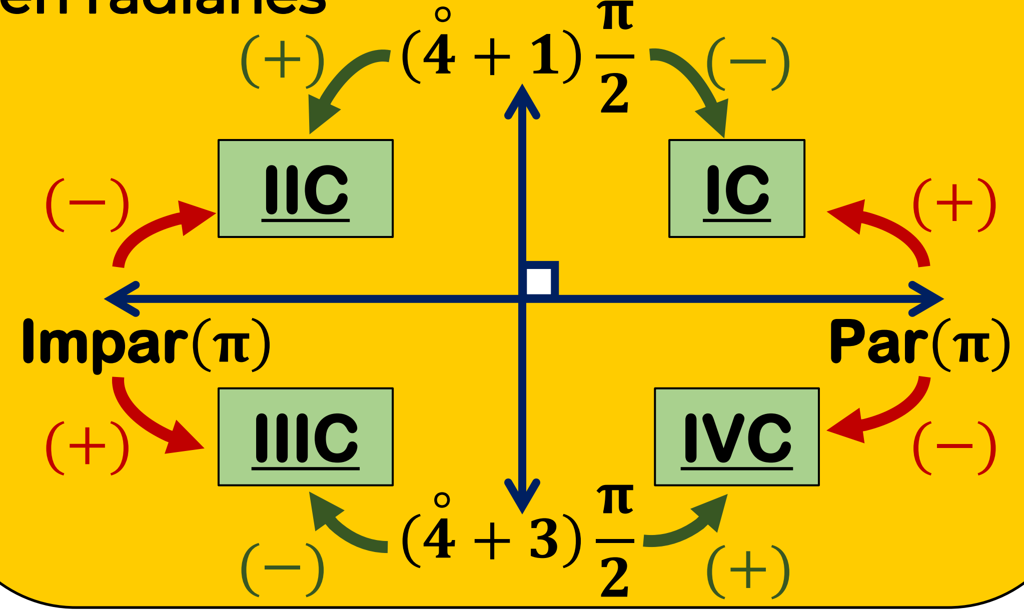
- $\tan(\underbrace{29\pi + x}_{\text{IIIC}}) = \tan x$ IMPAR; (+)

- $\cot\left(\underbrace{\frac{13\pi}{2} + x}_{\text{IIC}}\right) = -\tan x$ $\overset{\circ}{4} + 1$; (-)

- $\tan(\underbrace{8\pi - x}_{\text{IVC}}) = -\tan x$ PAR; (-)

Recordamos

Reducción para ángulos expresados en radianes



10. Si $\cos(270° - \alpha) = -0{,}25$ y $\tan\alpha < 0$, efectúe

$$T = \sec(270° + \alpha) + \sqrt{15}\tan(180° + \alpha)$$

RESOLUCIÓN

Por dato:

$$\cos(\underline{270° - \alpha}) = -0{,}25$$

(-) IIIC

$$\cancel{-}\operatorname{sen}\alpha = \cancel{-}\frac{1}{4} \rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{4} = \frac{y}{r}$$

Como: $\begin{matrix}\operatorname{sen}\alpha > 0 \\ \tan\alpha < 0\end{matrix} \rightarrow \boxed{\alpha \in IIC}$ $\left\{\begin{matrix} x: (-) \,? \\ y: (+)\end{matrix}\right.$

Calculamos "x":

$$r^2 = x^2 + y^2 \rightarrow 4^2 = x^2 + 1^2$$

$$16 = x^2 + 1$$

$$15 = x^2$$

$$\rightarrow \boxed{x = -\sqrt{15}}$$

Por reducción al 1er cuadrante:

$$T = \sec(\underline{270° + \alpha}) + \sqrt{15}\tan(\underline{180° + \alpha})$$

(+) IVC (+) IIIC

$$T = \csc\alpha + \sqrt{15}\tan\alpha$$

$$T = \frac{4}{1} + \cancel{\sqrt{15}}\left(\frac{1}{-\cancel{\sqrt{15}}}\right) = 4 + (-1)$$

$$\therefore \boxed{T = 3}$$