

TRIGONOMETRY

Chapter 6



**Razones Trigonométricas
de Ángulos Compuestos**



TRIGONOMETRY

índice

01. Motivating Strategy >

03. Helico Practice >

02. Helico Theory >

04. Helico WorsKhop >

APORTES DE LOS ÁRABES A LA MATEMÁTICA

“Los árabes adoptaron y desarrollaron la trigonometría hindú”.

- Al-Battani (astrónomo) siglo IX fue el primero que aplicó el álgebra a la trigonometría.
- En el siglo X hicieron su aparición la secante y la cosecante.
- Las funciones seno y coseno fueron incorporadas de los hindúes.
- Las funciones tangente y cotangente sí son de origen árabe.



MOTIVATING STRATEGY



Material Digital

Resumen



HELICO THEORY



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPUESTOS

I) PARA LA SUMA DE DOS ÁNGULOS :

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$



II) PARA LA DIFERENCIA DE DOS ÁNGULOS :

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$





IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES DE ÁNGULOS COMPUESTOS



$$\text{sen}(x + y) \cdot \text{sen}(x - y) = \text{sen}^2 x - \text{sen}^2 y$$

$$\text{cos}(x + y) \cdot \text{cos}(x - y) = \text{cos}^2 x - \text{sen}^2 y$$

$$\tan x + \tan y + \tan(x + y) \cdot \tan x \cdot \tan y = \tan(x + y)$$

$$\tan x - \tan y - \tan(x - y) \cdot \tan x \cdot \tan y = \tan(x - y)$$



Resolución de Problemas

Problema 01 >

Problema 02 >

Problema 03 >

Problema 04 >

Problema 05 >

HELICO PRACTICE

Problema 01 >

1.

Calcule el valor de $\text{sen}16^\circ$.



Resolución

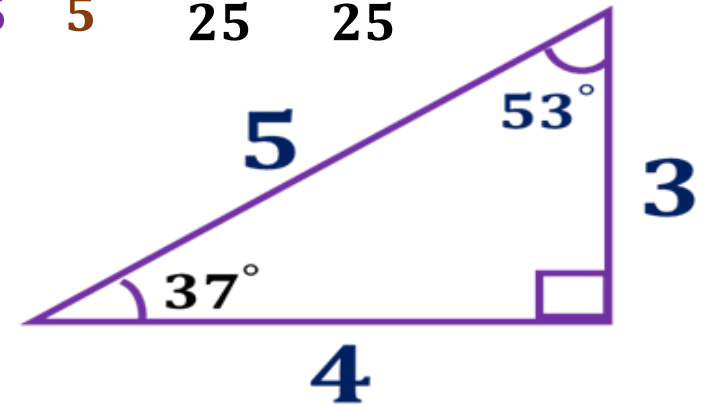
Recordar :

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\text{sen}(53^\circ - 37^\circ) = \text{sen}53^\circ \cos37^\circ - \cos53^\circ \text{sen}37^\circ$$

$$\text{sen}16^\circ = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{16}{25} - \frac{9}{25}$$

$$\text{sen}16^\circ = \frac{7}{25}$$



Problema 02 >

2. Reduzca:

$$k = \text{sen}50^\circ \cdot \text{cos}20^\circ - \text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}50^\circ$$



Resolución

Resolución

$$k = \text{sen}50^\circ \cdot \text{cos}20^\circ - \text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}50^\circ$$

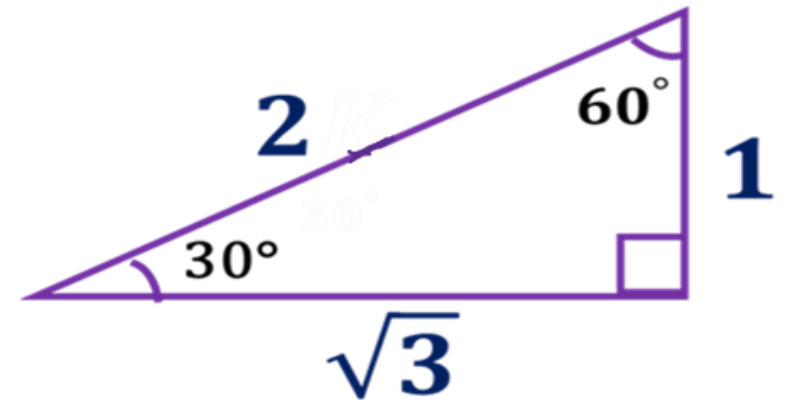
Recordar :

$$\text{sen}\alpha \text{ cos}\beta - \text{sen}\beta \text{ cos}\alpha = \text{sen}(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow K = \text{sen}(50^\circ - 20^\circ)$$

$$K = \text{sen}30^\circ$$

$$K = \frac{1}{2}$$



Problema 03 >

3

Si α y β son ángulos agudos, calcule

$\text{sen}(\alpha + \beta)$ si

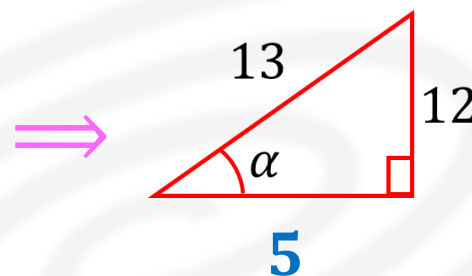
$$\text{sen}\alpha = \frac{12}{13} \text{ y } \tan\beta = \frac{3}{4}$$



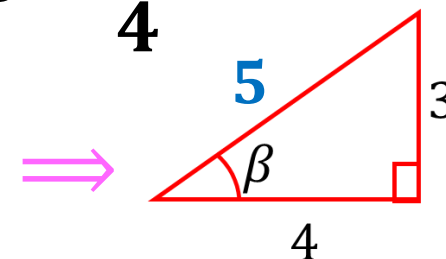
Recordar :

Resolución

$$\text{sen}\alpha = \frac{12}{13}$$



$$\tan\beta = \frac{3}{4}$$



$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} = \frac{48}{65} + \frac{15}{65}$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \frac{63}{65}$$

Resolución

Problema 04 >



4.

Sarita ha planeado salir con sus amigas al cine y para esto pidió a sus papás que le adelanten sus propinas por sus buenas calificaciones, a lo que ellos con alegría le dieron 100M soles.

Determine la cantidad de dinero que le dieron si :

$$M = \frac{\text{sen}(\alpha - \theta) + \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\alpha}{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\theta}$$

Resolución

Resolución

Recordar :

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \text{cos}\alpha \text{sen}\beta$$

Luego :

$$M = \frac{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\theta - \text{cos}\alpha \cdot \text{sen}\theta + \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\alpha}{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\theta}$$

$$M = \frac{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\theta}{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\theta} \Rightarrow M = 1$$

$$\text{Entonces : } 100M = 100(1) = 100$$

∴ A Sarita le dieron 100 soles.

Problema 05 >

5.

Jesús va a salir con sus amigos del trabajo y desea sacar efectivo del cajero; para esto recordó que cada botella de gaseosa está a 10M soles. Si durante la cena comprarán 6 botellas de gaseosa, determine el gasto total si :

$$M = \frac{\text{sen}3x \cos2x + \text{sen}2x \cos3x}{\text{sen}4x \cos x + \text{sen}x \cos4x}$$

Resolución

Resolución

$$M = \frac{\text{sen}3x \cos2x + \text{sen}2x \cos3x}{\text{sen}4x \cos x + \text{sen}x \cos4x}$$

Recordar :

$$\text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta = \text{sen}(\alpha + \beta)$$

$$\text{Luego : } M = \frac{\text{sen}(3x + 2x)}{\text{sen}(4x + x)} = \frac{\text{sen}5x}{\text{sen}5x} \Rightarrow M = 1$$

$$\text{Gasto} = 6 (10\text{M soles}) = 6 (10 \cdot 1 \text{ soles})$$

∴ El gasto total fue de 60 soles.



Problemas Propuestos

Problema 06 >

Problema 07 >

Problema 08 >

Problema 09 >

Problema 10 >

HELICO WORKSHOP

Problema 06 >



Calcule el valor de $\text{sen}75^\circ$.

A) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

B) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

C) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{1}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{2}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Problema 07 >



Reduzca.

$$K = \text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}17^\circ + \text{sen}17^\circ \cdot \text{cos}20^\circ$$

A) $3/5$ B) $4/5$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

Problema 08 >



Si $\text{sen}\alpha = \frac{4}{5}$ y

$\text{sec}\beta = \frac{5}{3}$;

calcule $\text{cos}(\alpha - \beta)$.

A) $7/25$ B) $24/25$ C) 1

D) $12/13$ E) $3/5$

Problema 09 >

Guillermo estaba discutiendo con su compañero Pablo, pues dice que los “1000E” soles que reciben es poco y que deberían recibir el doble.

Determine la cantidad de soles que deberían recibir según Guillermo,

si :
$$E = \frac{\sin(\alpha + \theta) - \sin \alpha \cdot \cos \theta}{\sin \theta \cdot \cos \alpha}$$

- A) 1000 soles B) 2000 soles
C) 3000 soles D) 1200 soles
E) 2300 soles

Problema 10 >

Maxi hablaba con su compañero Javier y le reclamaba que le debía de una pollada de “15Pcot(10x)” soles. Determine cuánto tiene que pagar Javier a Maxi, si:

$$P = \frac{\sin 7x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 7x}{\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x}$$

- A) 10 soles B) 20 soles
C) 15 soles D) 30 soles
E) 25 soles .