

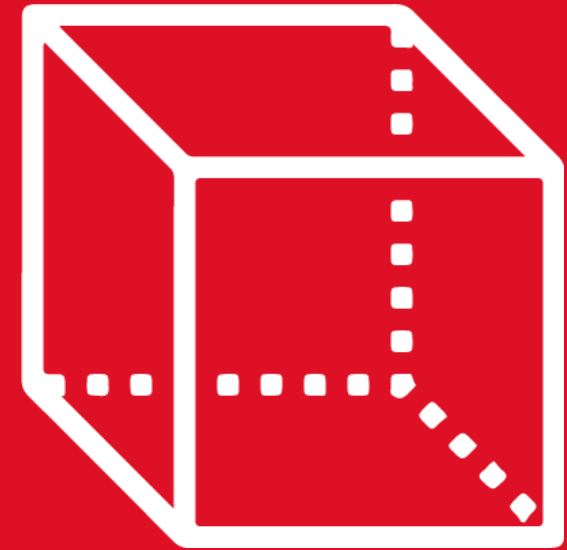


GEOMETRÍA

Capítulo 2

2st
SECONDARY

Ángulos



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING | STRATEGY





Definición: Es aquella figura geométrica que está formada por dos rayos que tienen en común el mismo origen.

ELEMENTOS:

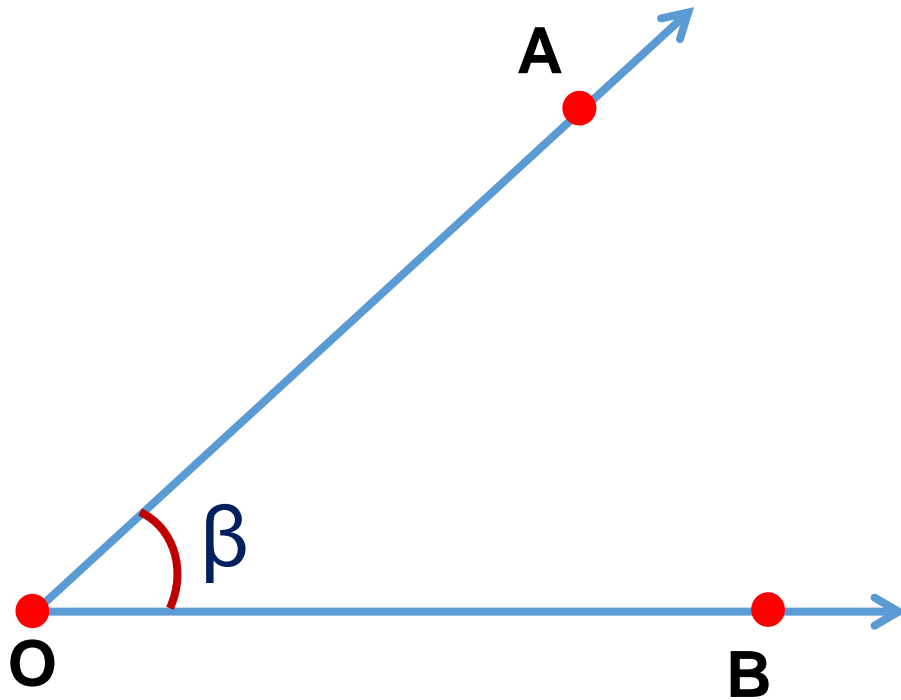
- Vértice : O
- Lados : \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB}

NOTACIÓN:

$\sphericalangle AOB$: Ángulo AOB.

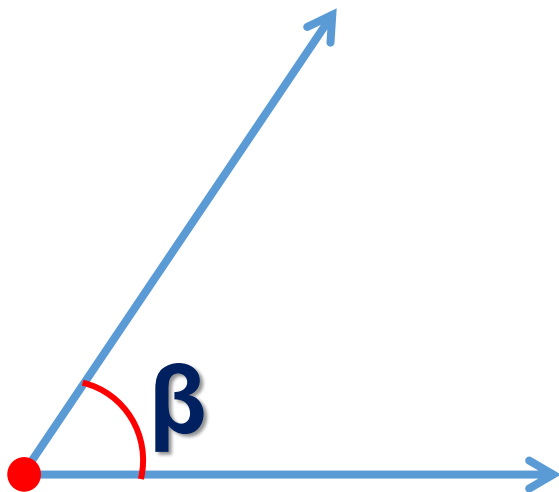
$m\sphericalangle AOB$: medida del ángulo AOB.

$$m\sphericalangle AOB = \beta$$



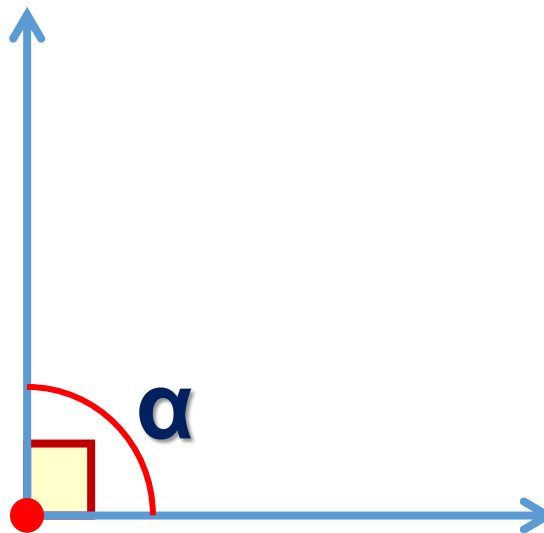


- De acuerdo a su medida.



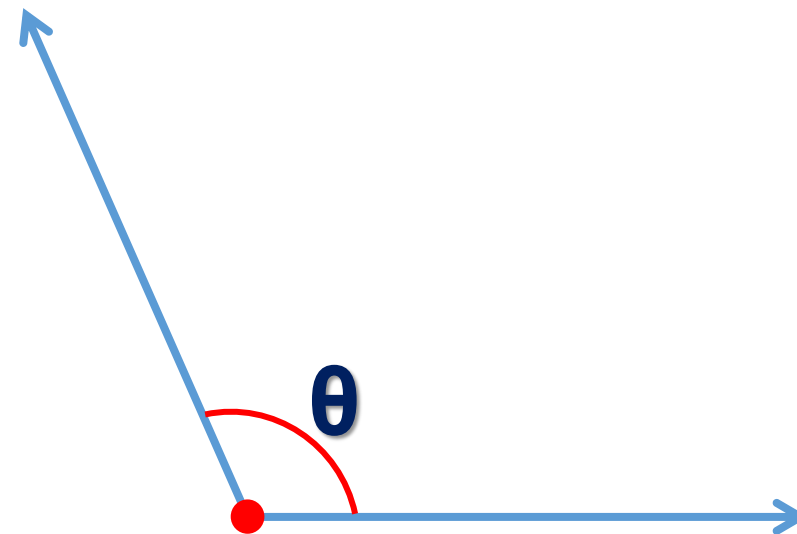
✂ Agudo

$$0^\circ < \beta < 90^\circ$$



✂ Recto

$$\alpha = 90^\circ$$

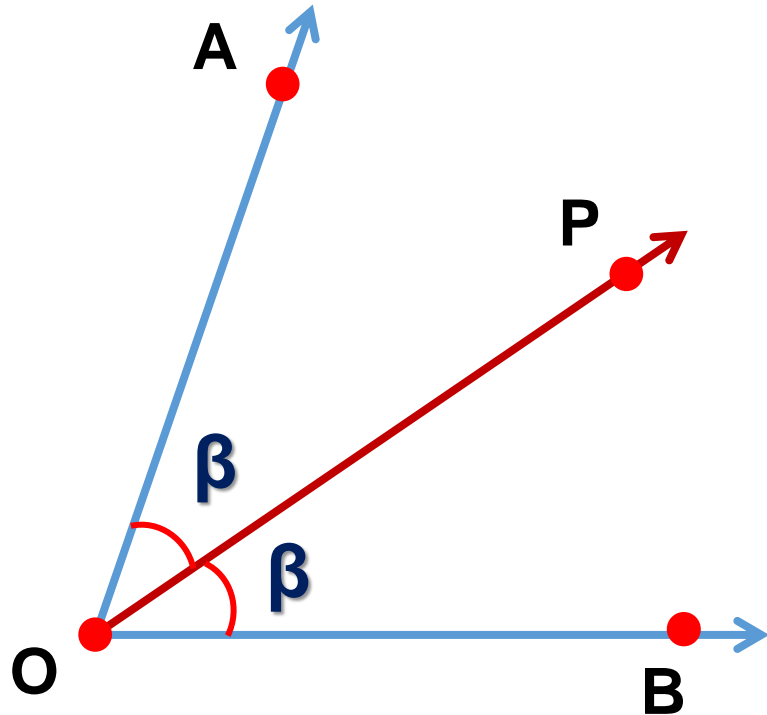


✂ Obtuso

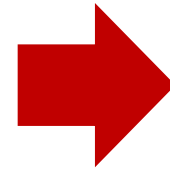
$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$



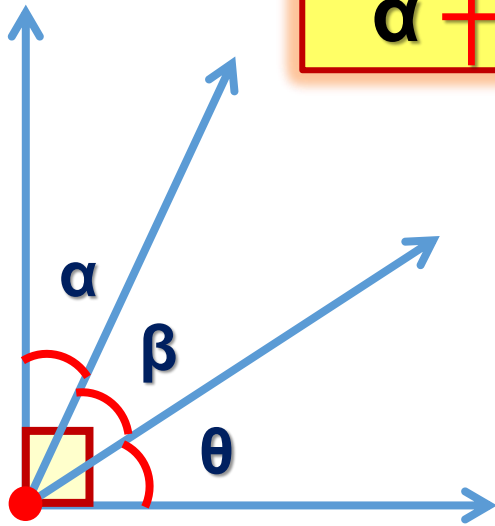
Es aquel rayo cuyo origen es el vértice de un ángulo y que divide a este en dos ángulos de igual medida.



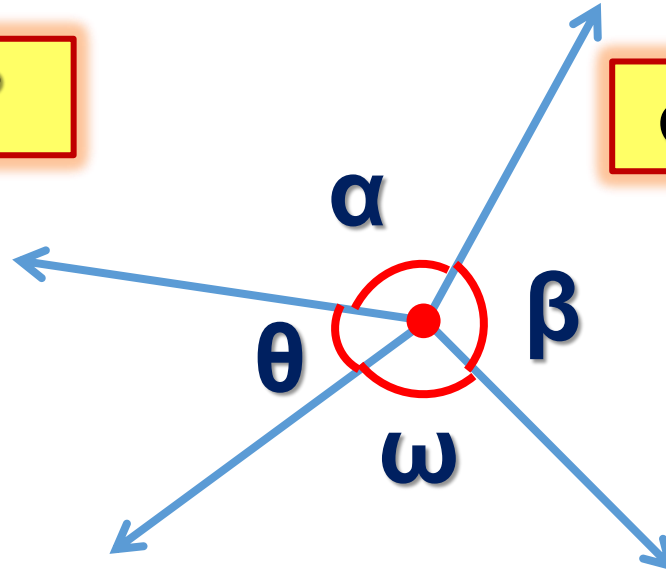
Si: \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle AOB$



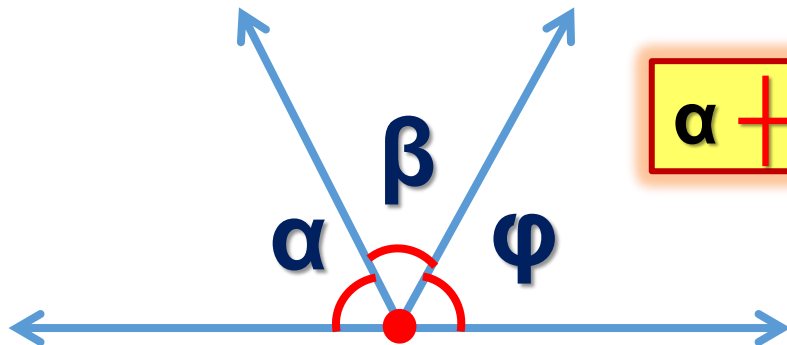
$$m\angle AOP = m\angle BOP$$



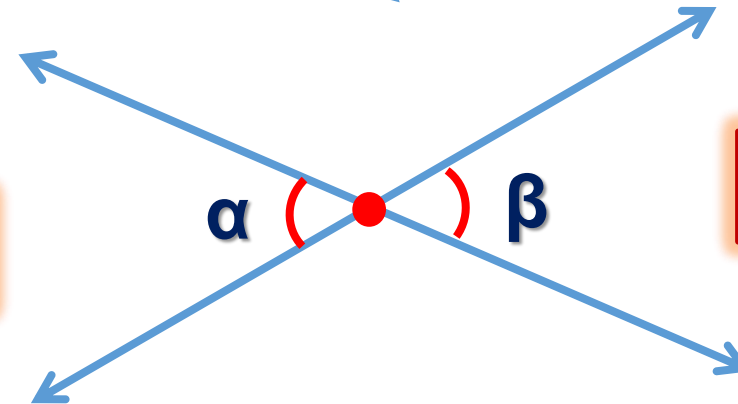
$$\alpha + \beta + \theta = 90^\circ$$



$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360^\circ$$



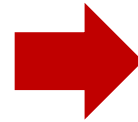
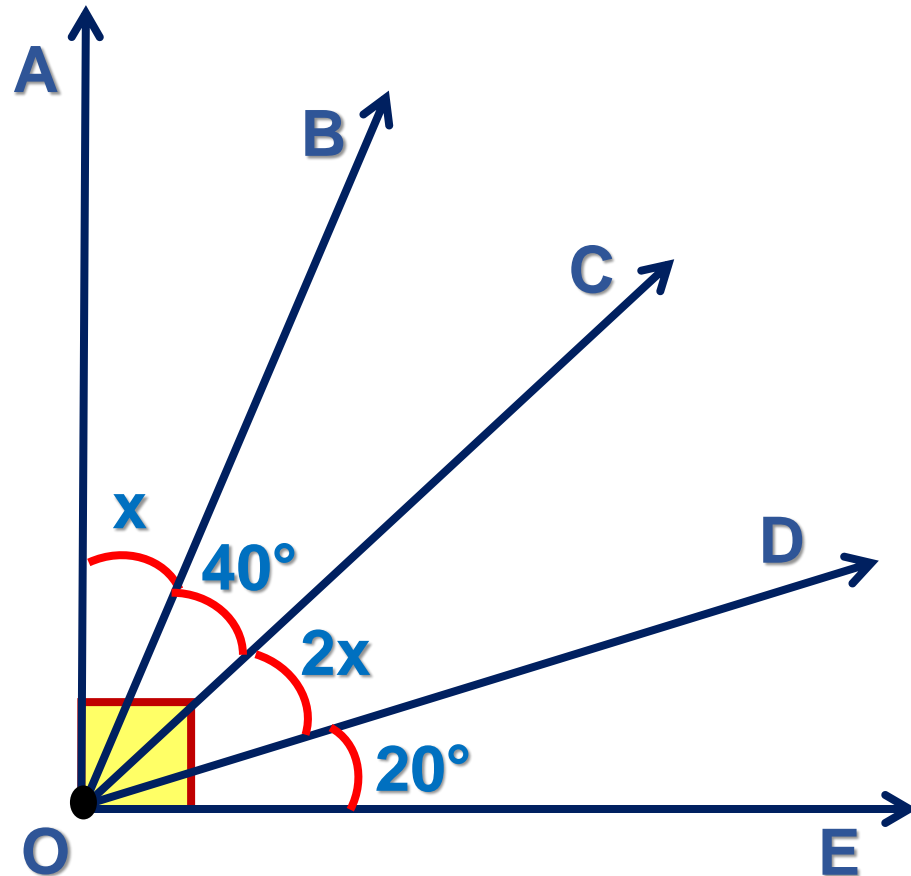
$$\alpha + \beta + \phi = 180^\circ$$



$$\alpha = \beta$$

1.- Se tiene los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE, tal que $m\angle AOB = x$, $m\angle BOC = 40^\circ$, $m\angle COD = 2x$, $m\angle DOE = 20^\circ$ y $m\angle AOE = 90^\circ$. Halle el valor de x .

Resolución



$$x + 40^\circ + 2x + 20^\circ = 90^\circ$$

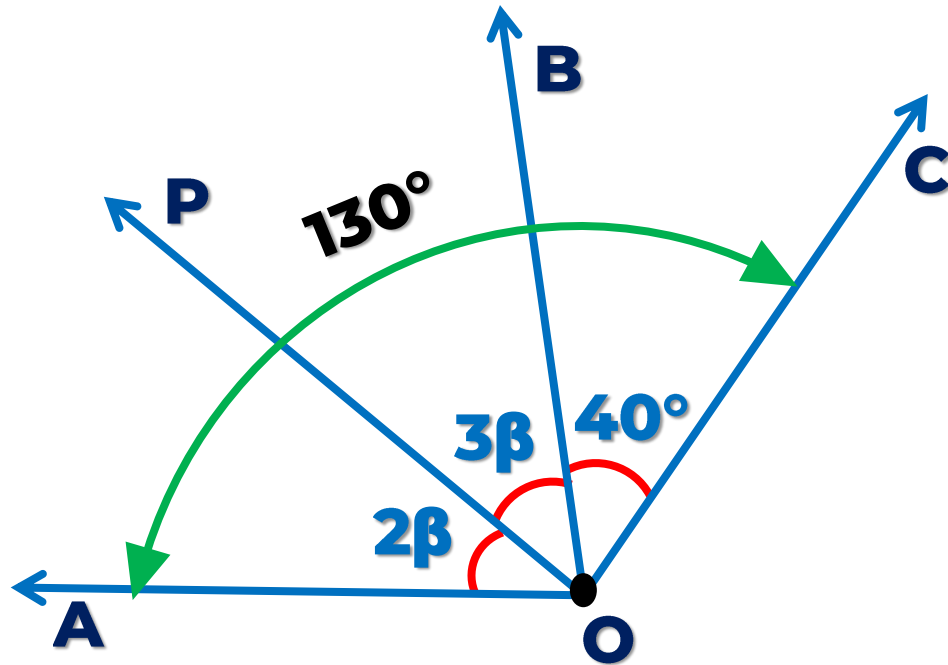
$$3x + 60^\circ = 90^\circ$$

$$3x = 30^\circ$$

$$x = 10^\circ$$



2. Si $m\angle AOC = 130^\circ$, halle el valor de β .



Resolución



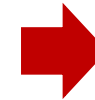
$$2\beta + 3\beta + 40^\circ = 130^\circ$$
$$5\beta = 90^\circ$$

$$\beta = 18^\circ$$

3.- En la figura, calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.



Resolución



- $2\beta + 90^\circ + \beta = 180^\circ$

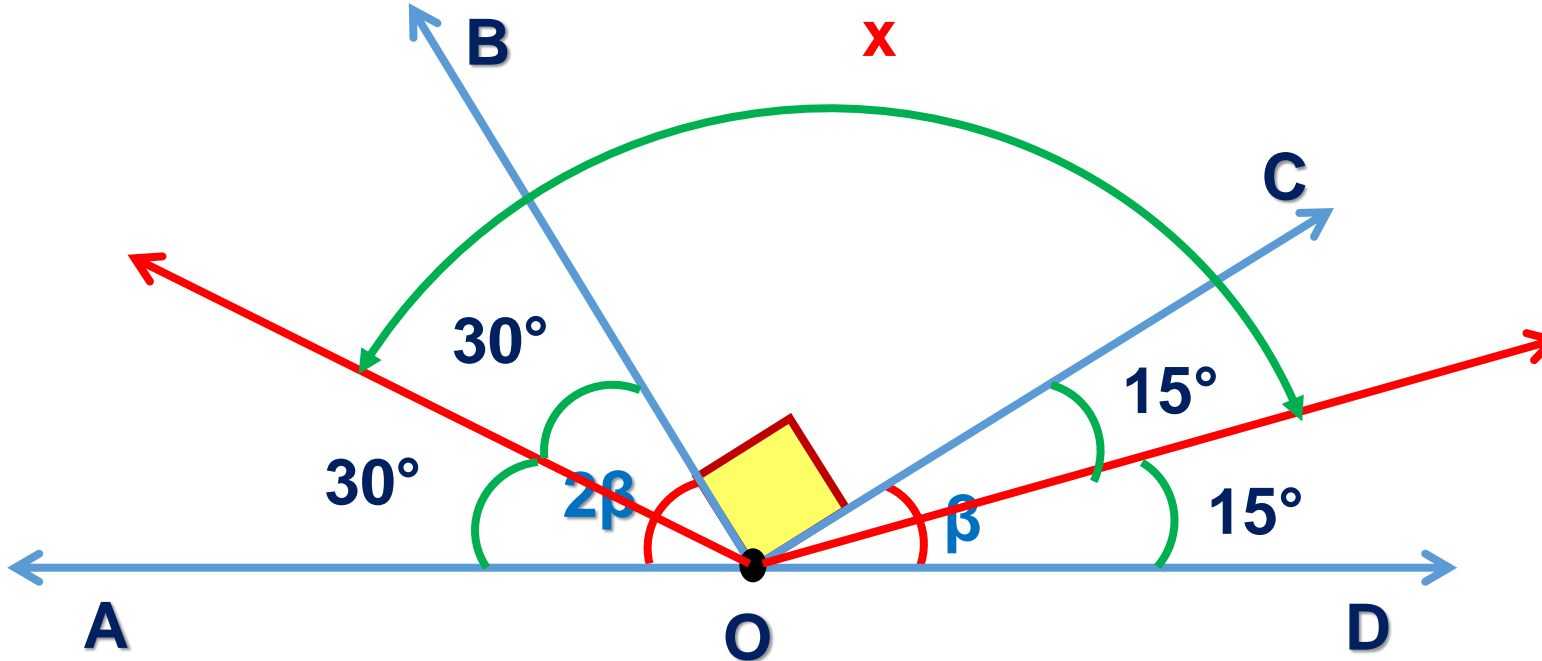
$$3\beta = 90^\circ$$

$$\beta = 30^\circ$$

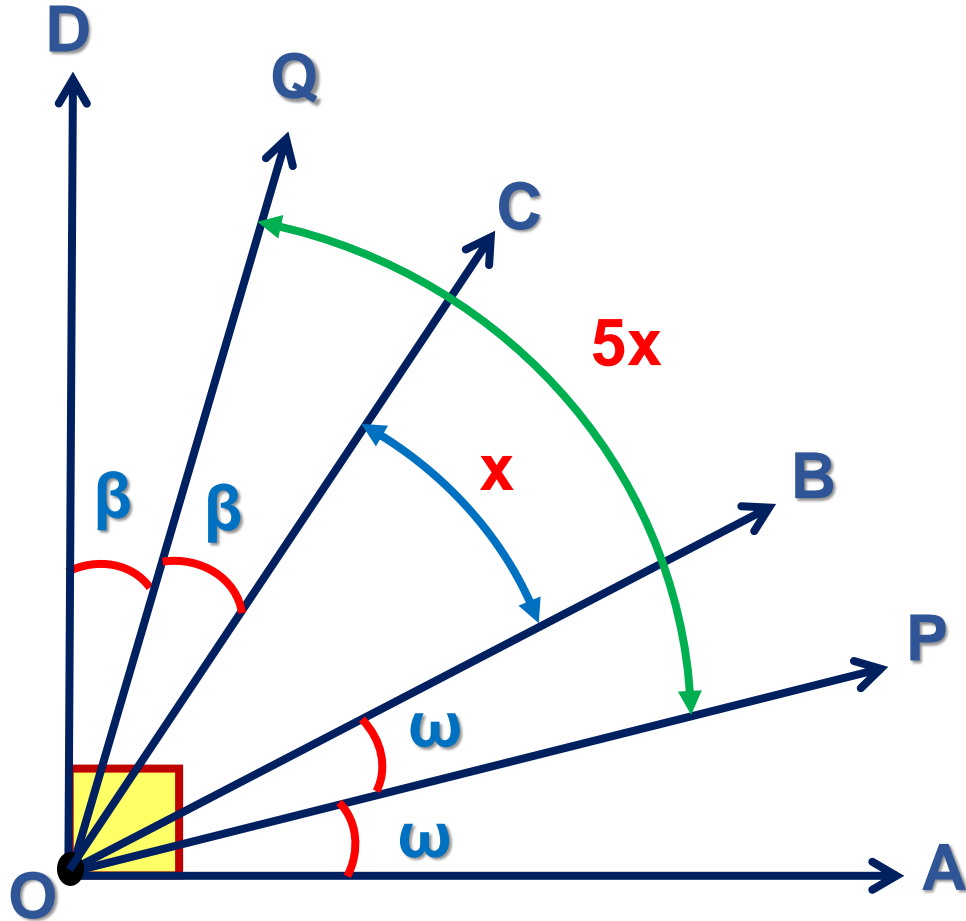
- Nos piden

$$x = 30^\circ + 90^\circ + 15^\circ$$

$$x = 135^\circ$$



4. En la figura, $m\angle AOD = 90^\circ$, $m\angle BOC = x$ y $m\angle POQ = 5x$. Halle el valor de x .



Resolución

Del grafico: $\beta + x + \omega = 5x$

$$\beta + \omega = 4x$$

$$\underbrace{\beta + \omega}_{4x} + 5x = 90^\circ$$

$$9x = 90^\circ$$

$$x = 10^\circ$$



5- Según el gráfico, \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OD} son rayos opuestos. Calcule la $m \angle POQ$.

Resolución

Nos piden: x

\overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OD} son opuestos

Del gráfico:

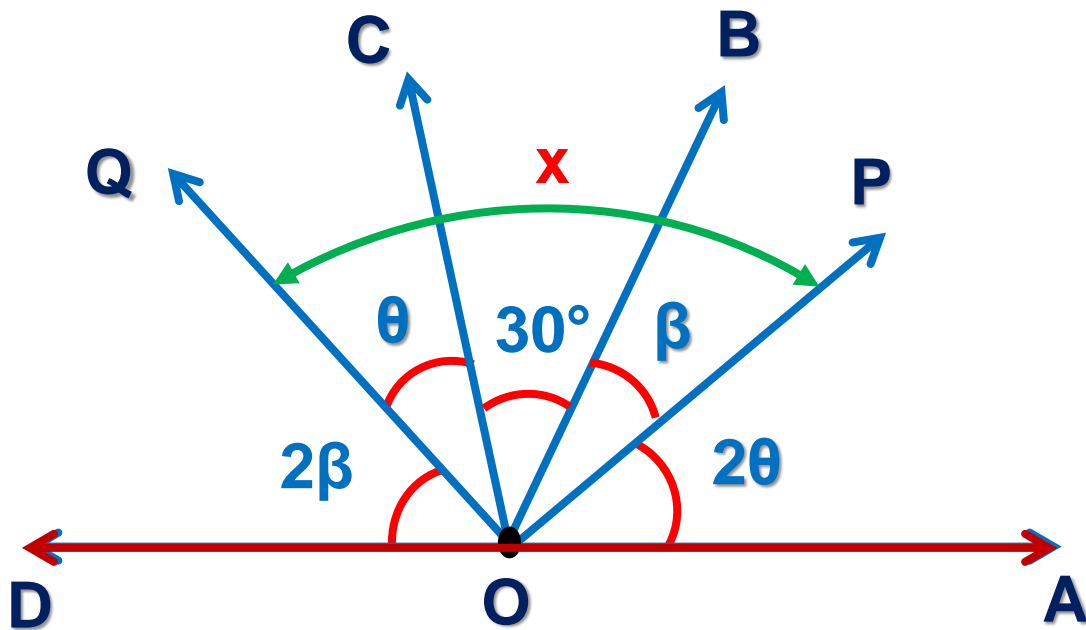
$$3\beta + 3\theta + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\cancel{3\beta} + \cancel{3\theta} = \cancel{150^\circ}$$

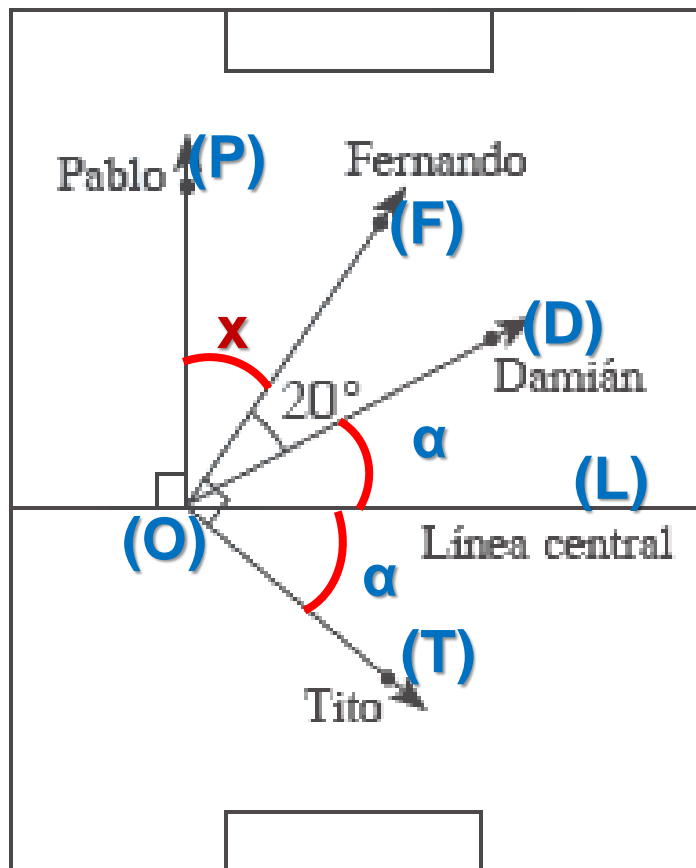
$$\beta + \theta = 50^\circ$$

Entonces: $x = 30^\circ + \underbrace{\beta + \theta}_{50^\circ}$

$$x = 80^\circ$$



6.- El esquema muestra las ubicaciones de unos amigos en un campo de fútbol. Damián y Tito se ubican de tal forma que la línea central del campo es la bisectriz del ángulo formado por estos amigos. Halle la medida del ángulo formado por Pablo y Fernando.



Resolución

\overrightarrow{OL} es bisectriz $\sphericalangle DOT$

$$m\angle DOL = m\angle LOT = \alpha$$

El $\sphericalangle FOT$ (Ángulo recto)

$$\alpha + \alpha + 20^\circ = 90^\circ$$

$$\alpha = 35^\circ$$

El $\sphericalangle POL$ (Ángulo recto)

$$x + 20^\circ + \alpha = 90^\circ$$

$$35^\circ$$

$$x = 35^\circ$$



6.- En el fondo de una laguna, un pez observa en un instante en la superficie del agua a una parihuana, un pato y un bote, como se muestra en la figura. Si \overrightarrow{OA} es bisectriz del $\angle POB$, $m\angle AOC = 5x$ y $m\angle AOQ = 7x$, calcule la medida del ángulo con que observa el pez al bote respecto de la recta.

Resolución

Del grafico:

Nos piden: $2x$

$$180^\circ - 7x + 90^\circ = 5x$$

$$270^\circ = 12x$$

$$2x = 45^\circ$$

