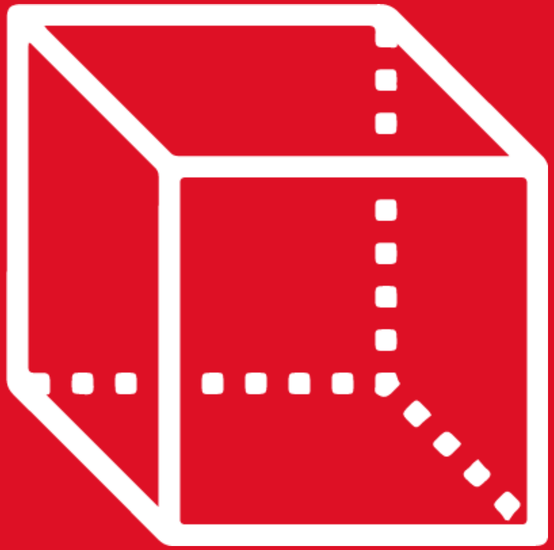
GEOMETRÍA

Capítulo 9



5th
SECONDARY

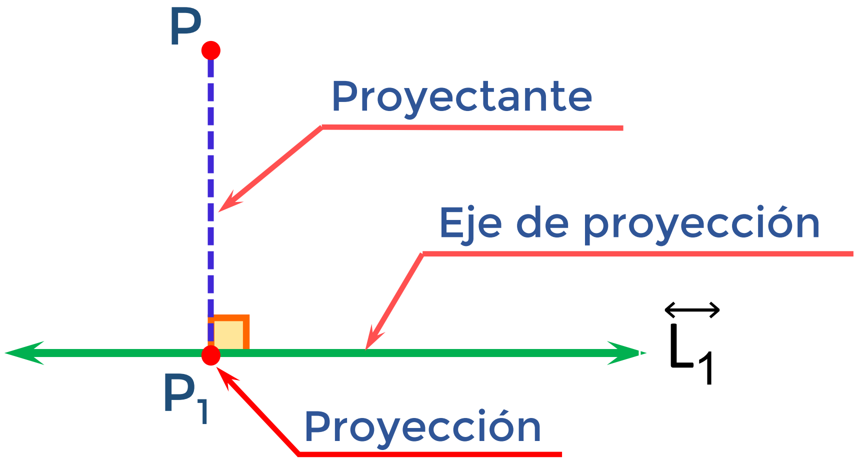
SACO OLIVEROS

RELACIONES METRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO Y LA CIRCUNFERENCIA

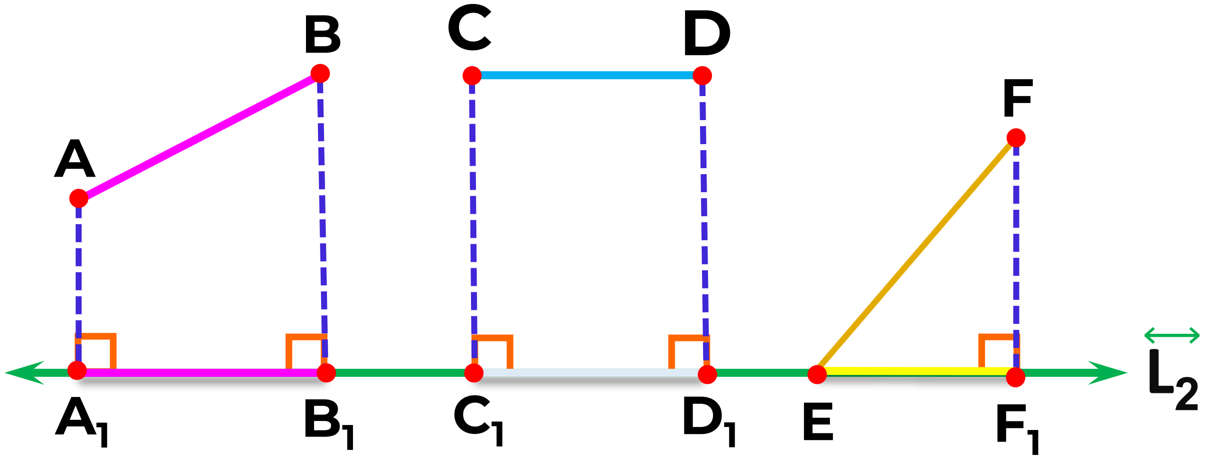

clideo.com

PROYECCIÓN ORTOGONAL

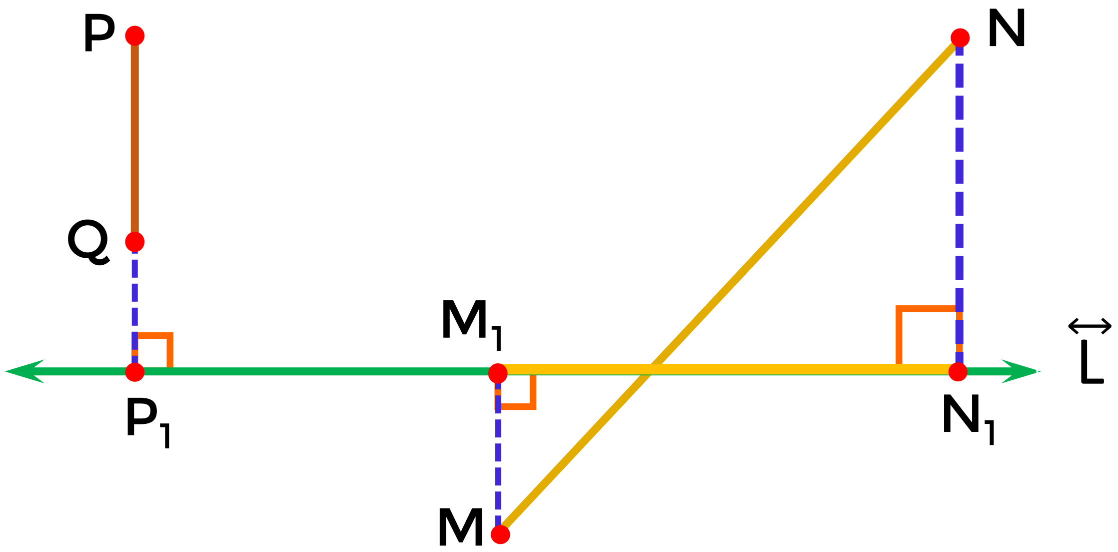
I. De un punto a una recta



II. De un segmento a una recta



NOTA :

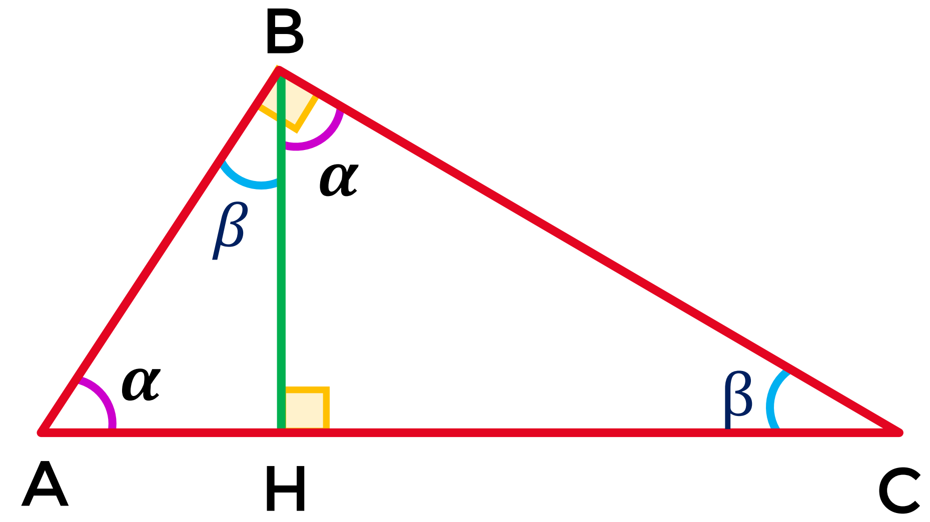


$\overline{A_1B_1}$: Proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

$\overline{C_1D_1}$: Proyección de $\overline{C_1D_1}$ sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

$\overline{EF_1}$: Proyección de $\overline{EF}$ sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO



* $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son catetos
* $\overline{AC}$: hipotenusa

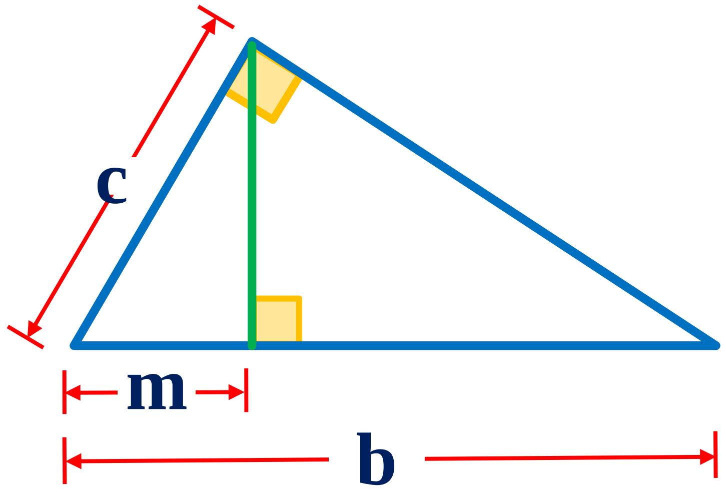
$\overline{AH}$: proyección ortogonal $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$

$\overline{HC}$: proyección ortogonal $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$

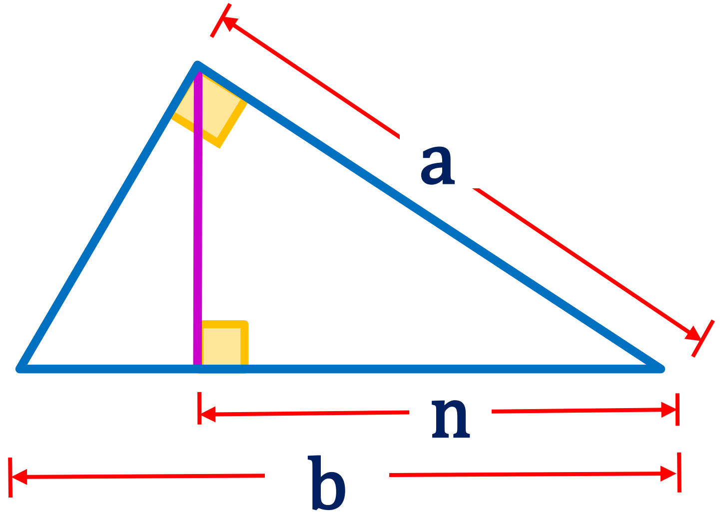
$\triangle ABC \sim \triangle AHB \sim \triangle BHC$

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

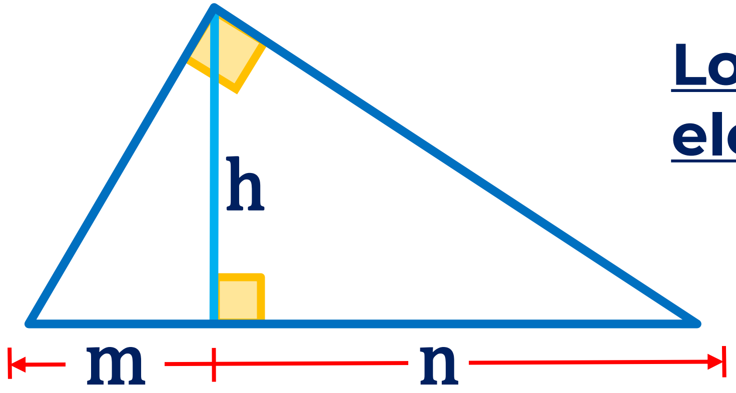
Longitud de cateto al cuadrado



$c^2 = bm$

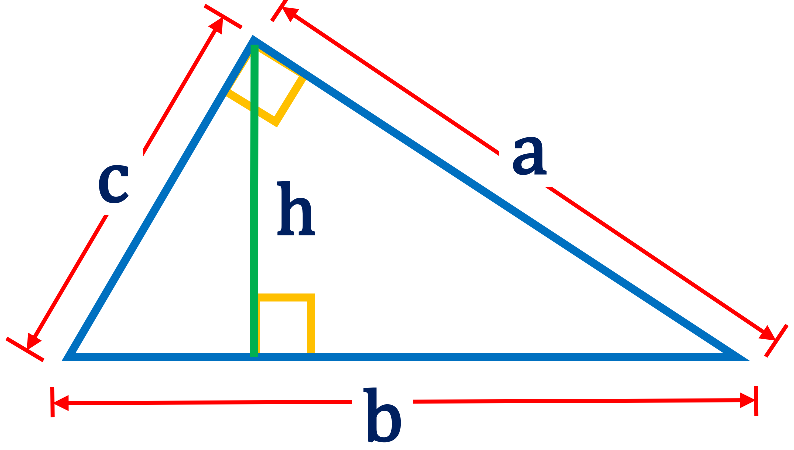


$a^2 = bn$

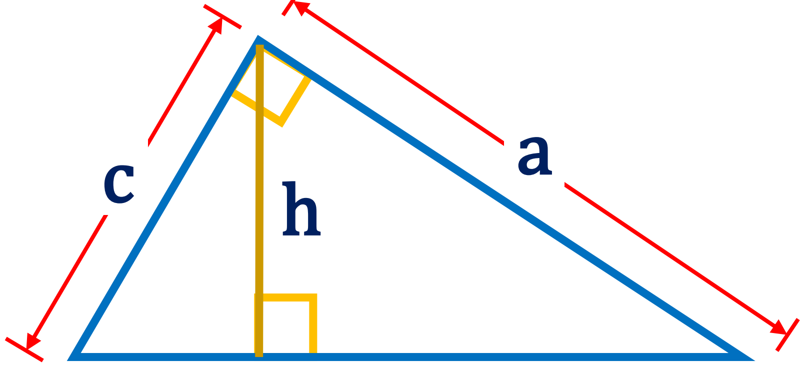


Longitud de la altura elevada al cuadrado

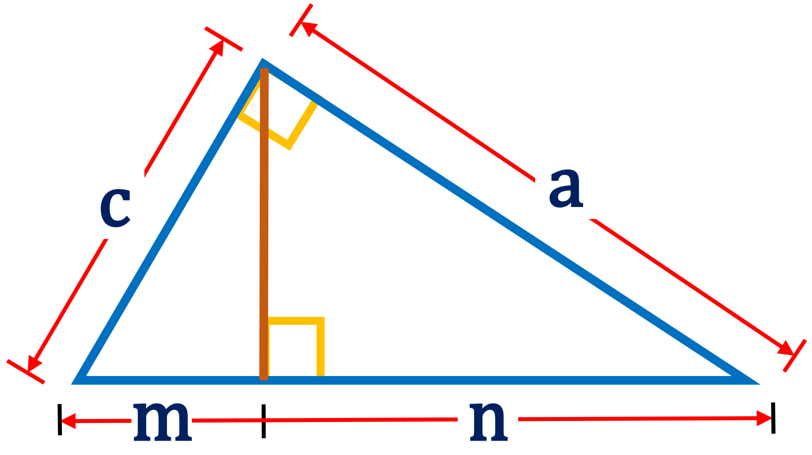
$h^2 = mn$



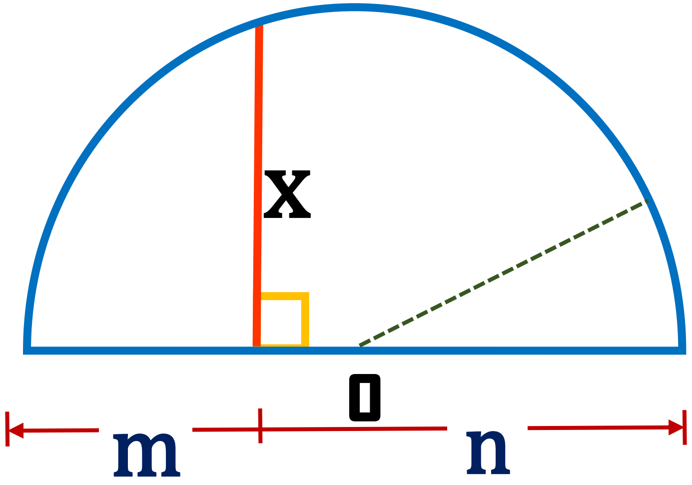
$$c \,.\, a = h \,.\, b$$



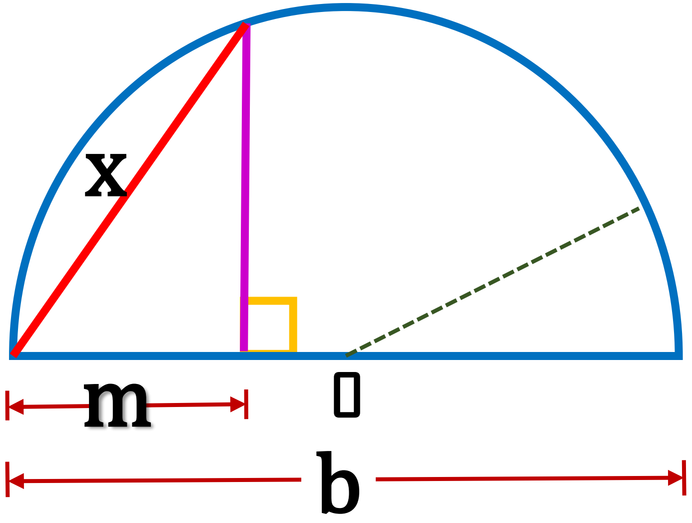
$$\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{h^2}$$



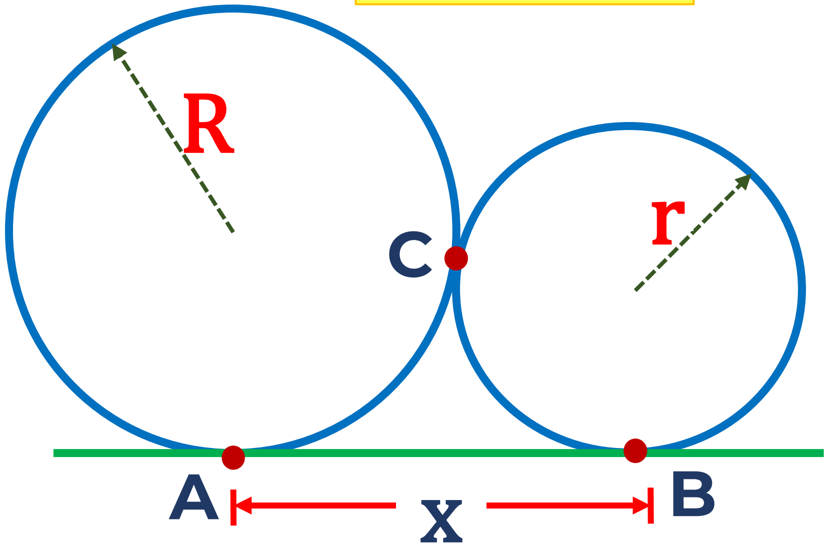
$$\frac{m}{n} = \frac{c^2}{a^2}$$



$$x^2 = m \,.\, n$$



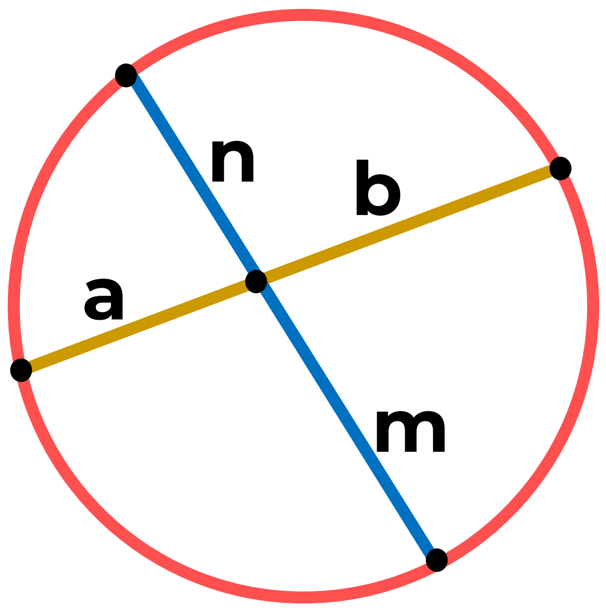
$$x^2 = b \,.\, m$$



$$x = 2\sqrt{R.r}$$

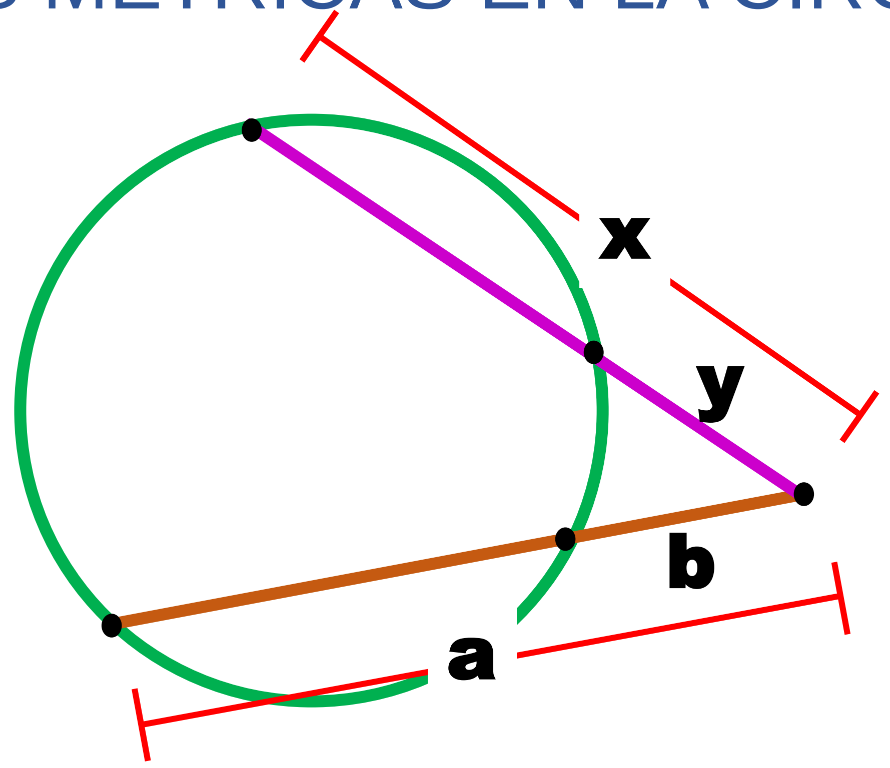
A, B y C son puntos de tangencia

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA



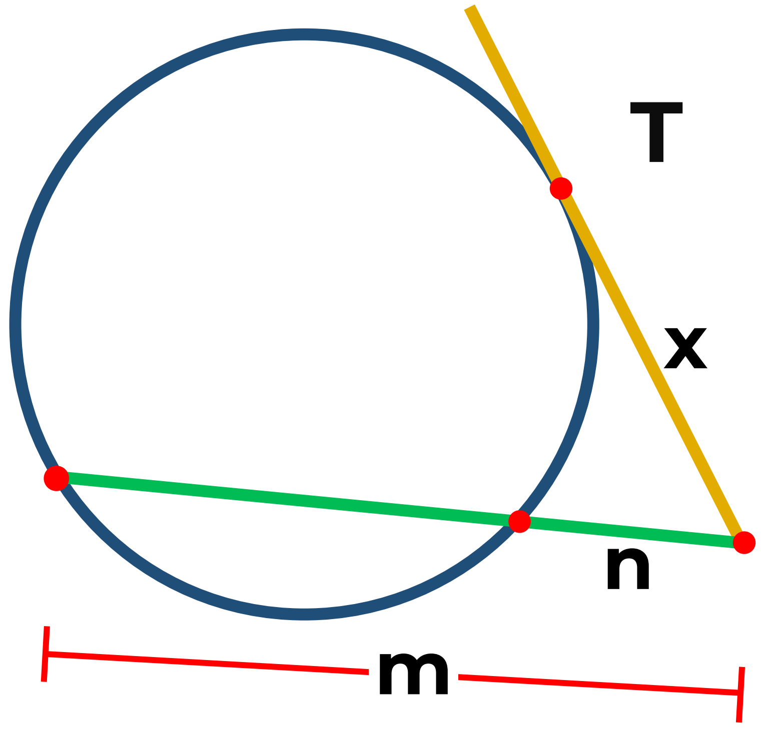
T. de Cuerdas

$$a \cdot b = m \cdot n$$



T. de las Secantes

$$x \cdot y = a \cdot b$$

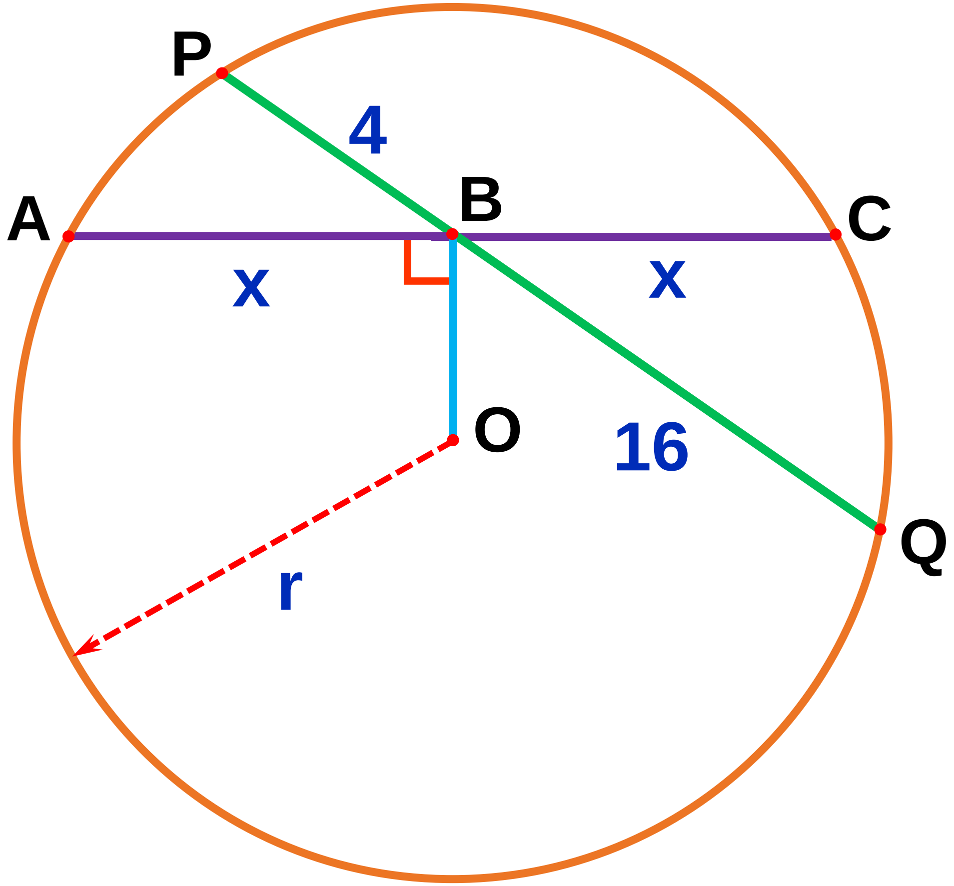


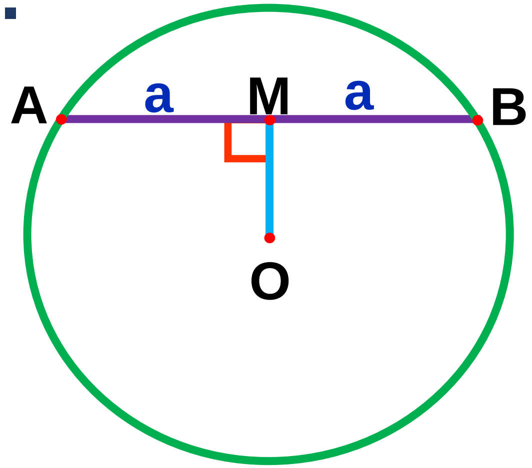
T. de la Tangente

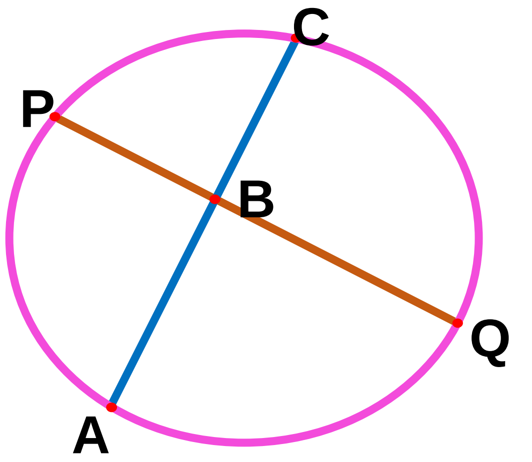
$$x^2 = n \cdot m$$

T : punto de tangencia

1. Halle el valor de x, si O es centro.







Teorema de cuerdas

$(PB)(BQ) = (AB)(BC)$

Resolución:

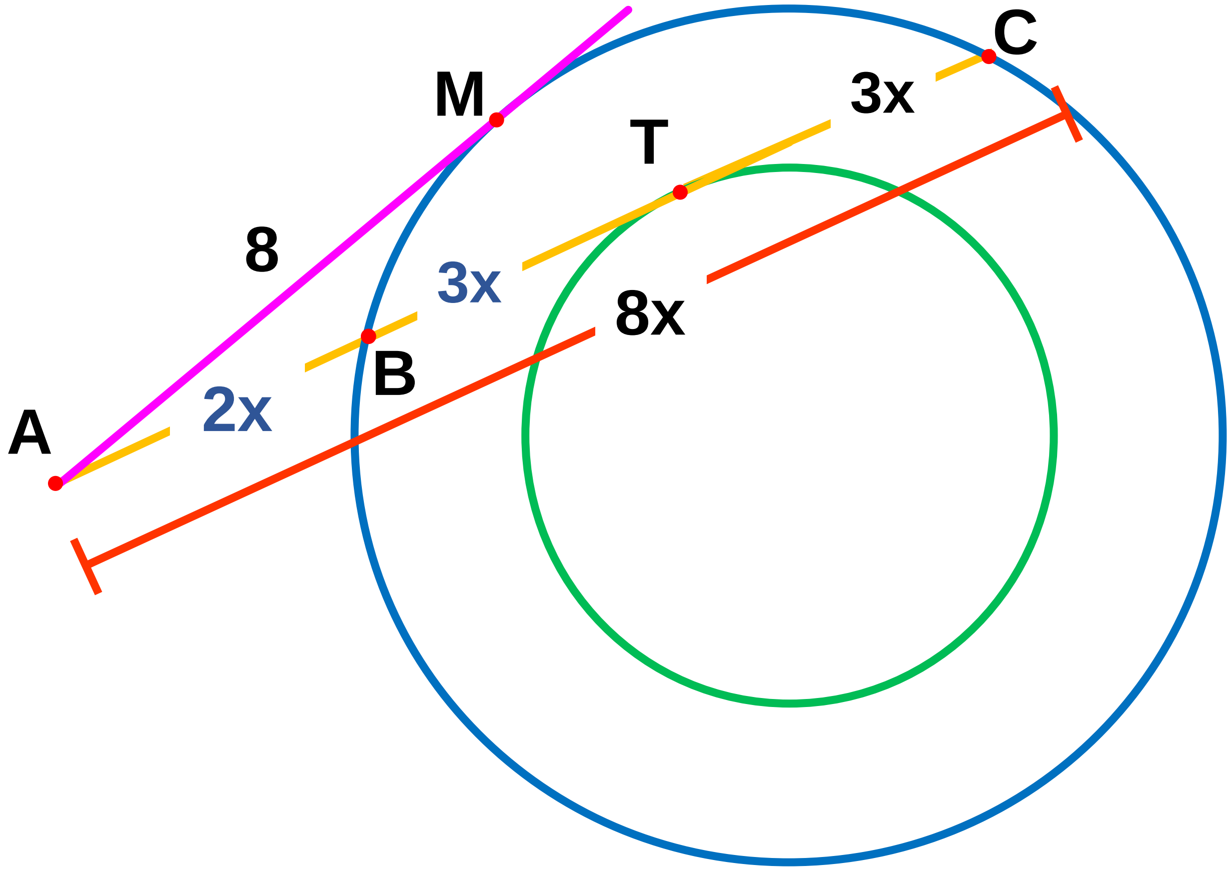
- Piden: x
- Aplicando el teorema de cuerdas

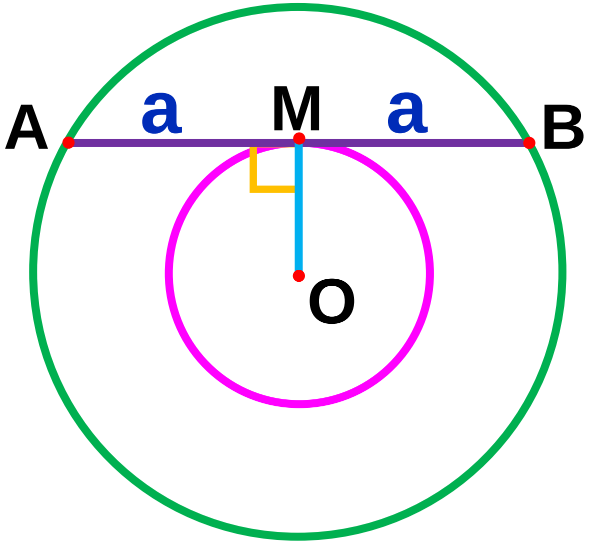
$$(x)(x) = (4)(16)$$

$$x^2 = 64$$

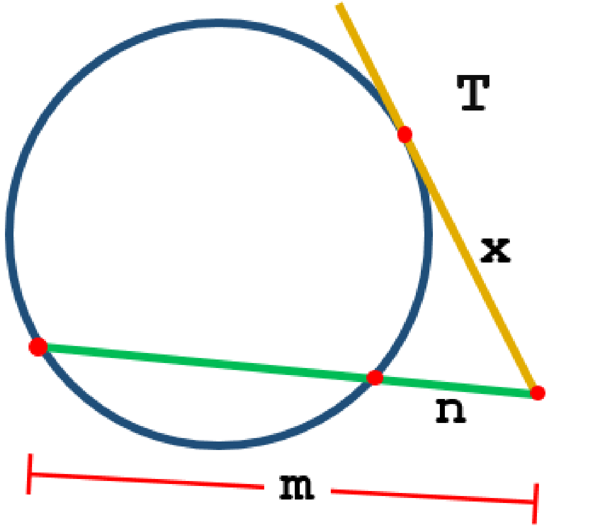
$$\boxed{x = 8}$$

2. En la figura, las circunferencias son concéntricas; M y T son puntos de tangencia. Halle el valor de x.





T: punto de tangencia



T. de la Tangente

$$\boxed{x^2 = n \cdot m}$$

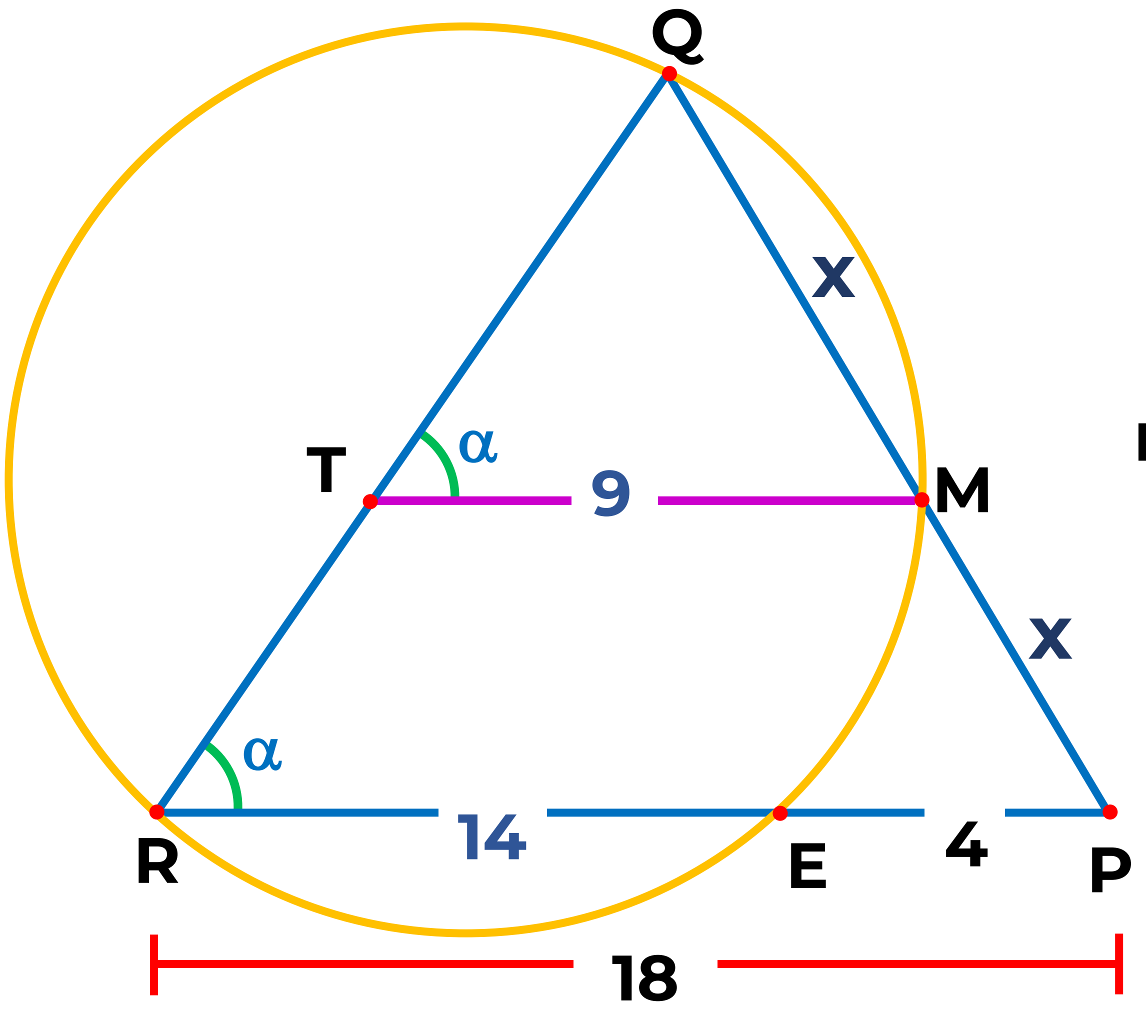
T : punto de tangencia

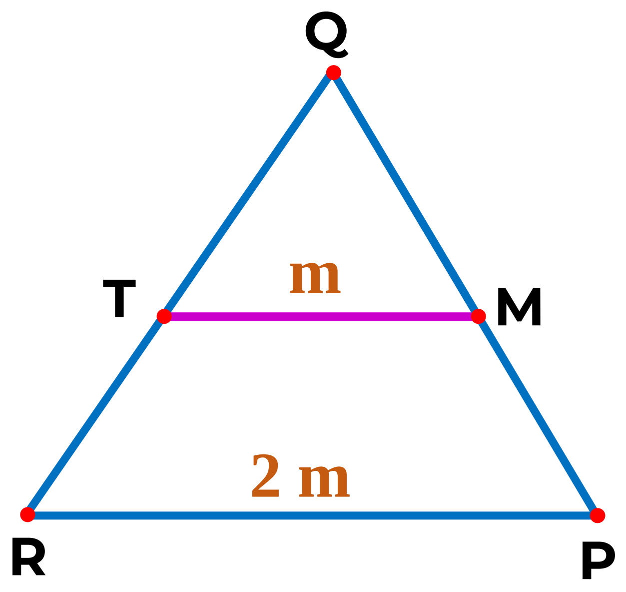
Resolución:

$8^2 = 8x \cdot 2x \Rightarrow \cancel{8} = \cancel{2}x^2 \Rightarrow 4 = x^2$

$\boxed{\therefore\ x = 2}$

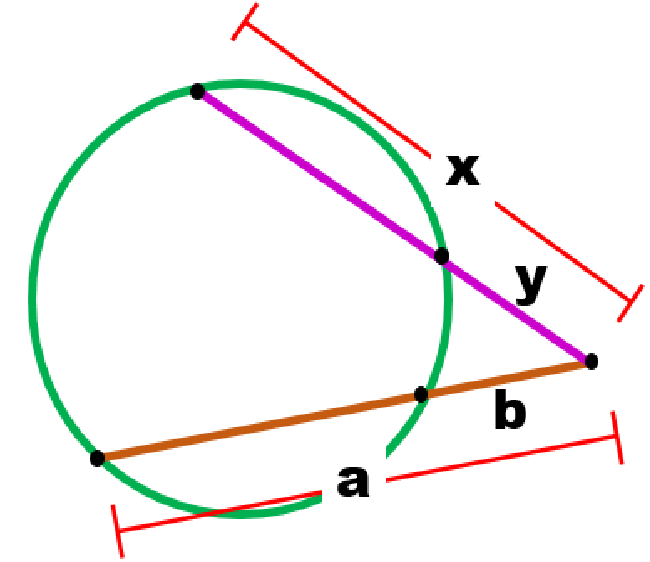
3. Hallar el valor de x.





$\overline{TM}$: **Base media**

$RP = 2(TM)$



T. de las Secantes

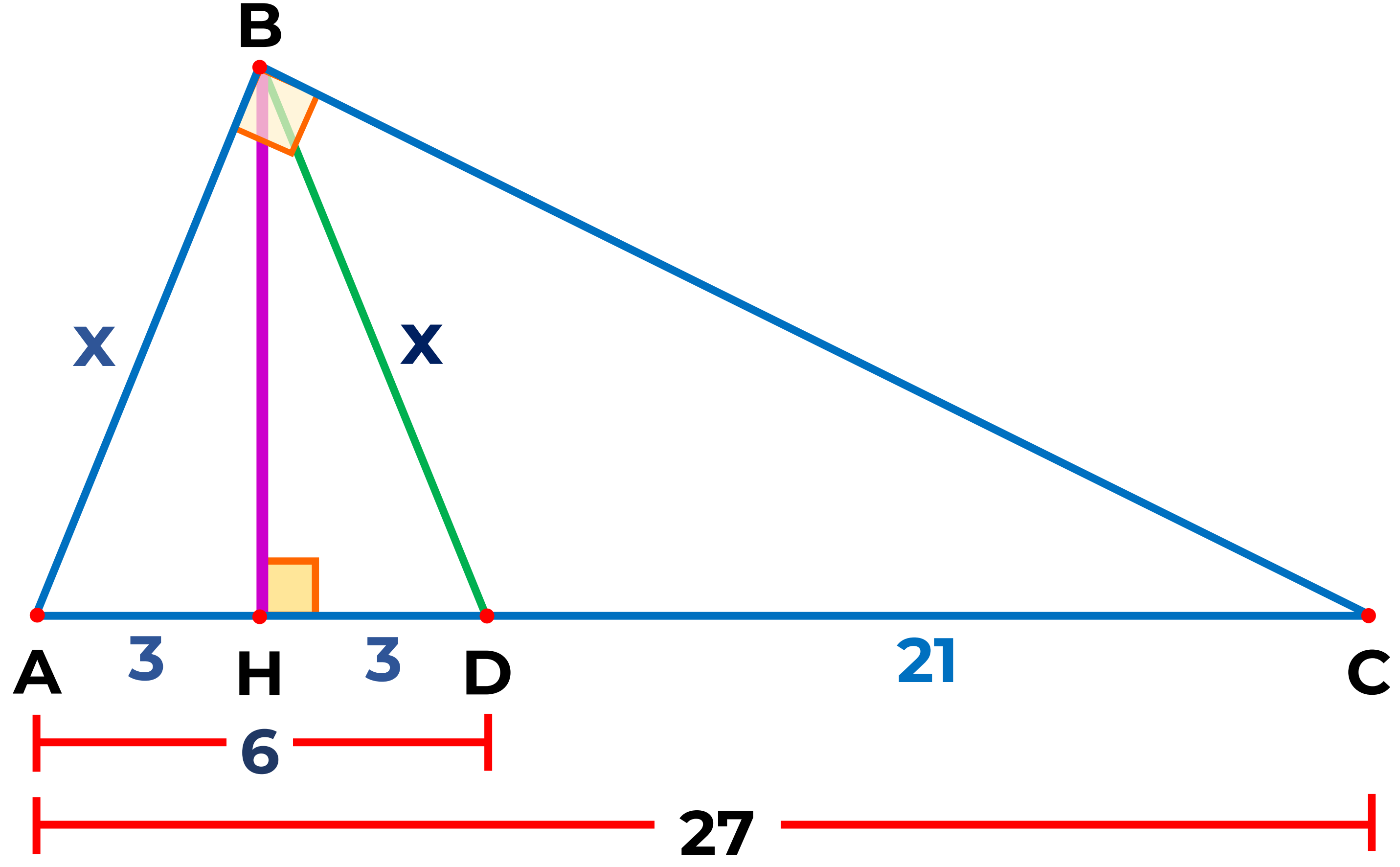
$x \cdot y = a \cdot b$

Resolución:

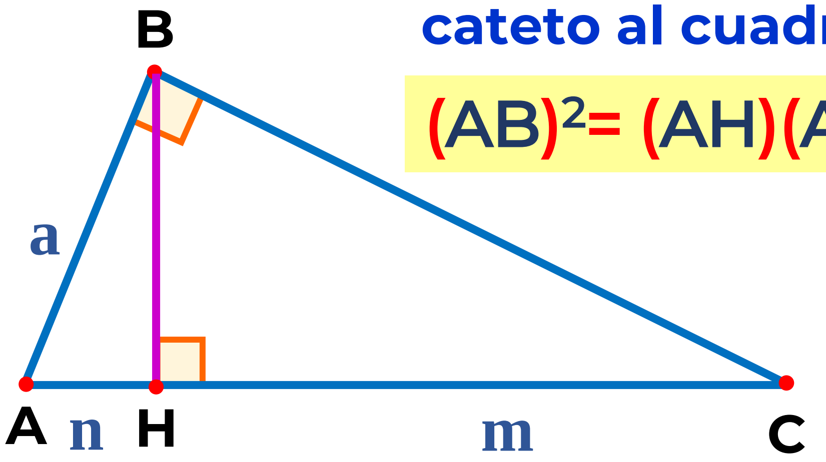
$\cancel{2}x(x) = 18(\cancel{4})$ $\Rightarrow$ $x^2 = 36$

$\therefore x = 6$

4. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, tal que AD = 6, DC = 21 y AB = BD. Hallar AB.



Teorema de calculo de cateto al cuadrado



$(AB)^2 = (AH)(AC)$

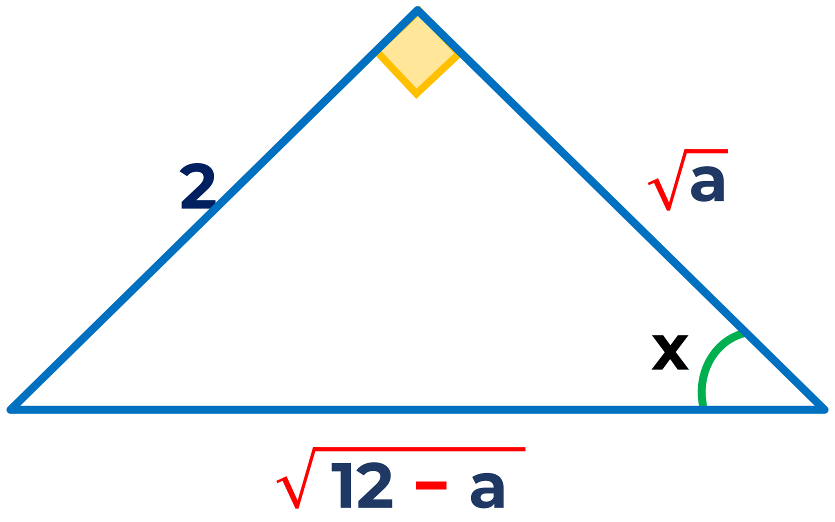
Resolución:

$x^2 = 3(27) \Rightarrow x^2 = 81$

$\therefore x = 9$

5. Halle la medida de uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo si la hipotenusa tiene una longitud igual a $\sqrt{12-a}$ y los otros lados sus longitudes son 2 y $\sqrt{a}$.

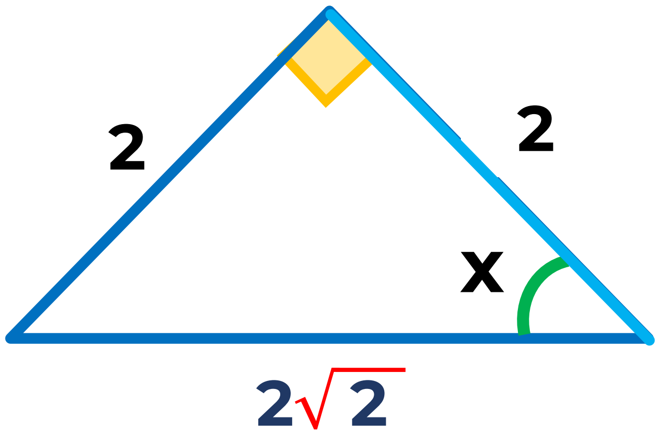
Resolución:



Por teorema de Pitágoras

$$(\sqrt{12-a})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow 12 - a = a + 4 \quad \Rightarrow 8 = 2a \quad \Rightarrow 4 = a$$



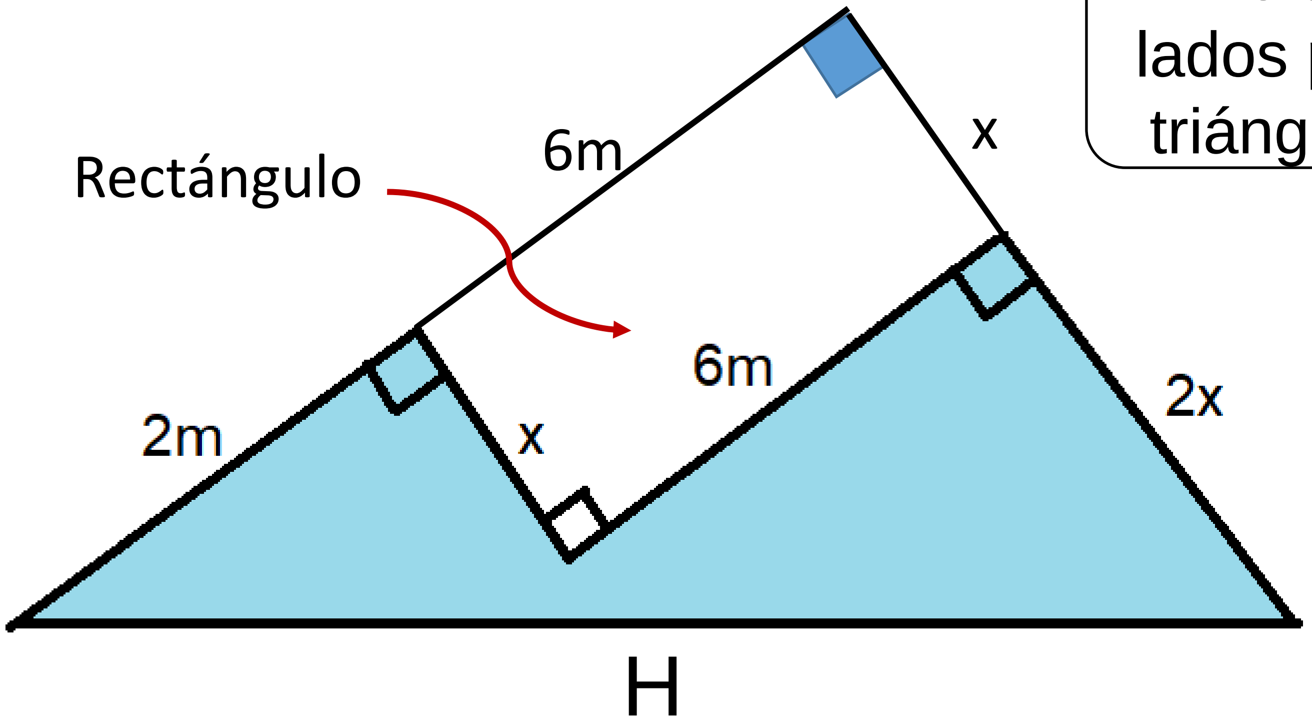
Por ⊿ Notable

(45°- 45°)

$\therefore\ x = 4$

6. En la figura, el pentágono mostrado es el contorno de un jardín cuyo perímetro es igual a 24m. Calcule el valor de x.

Resolución:



Prolongamos dos lados para formar un triángulo rectángulo

DATO: 2p = 24

8 + 3x + H = 24

H = 16 – 3x

Por teorema de Pitágoras

$$8^2 + (3x)^2 = H^2$$

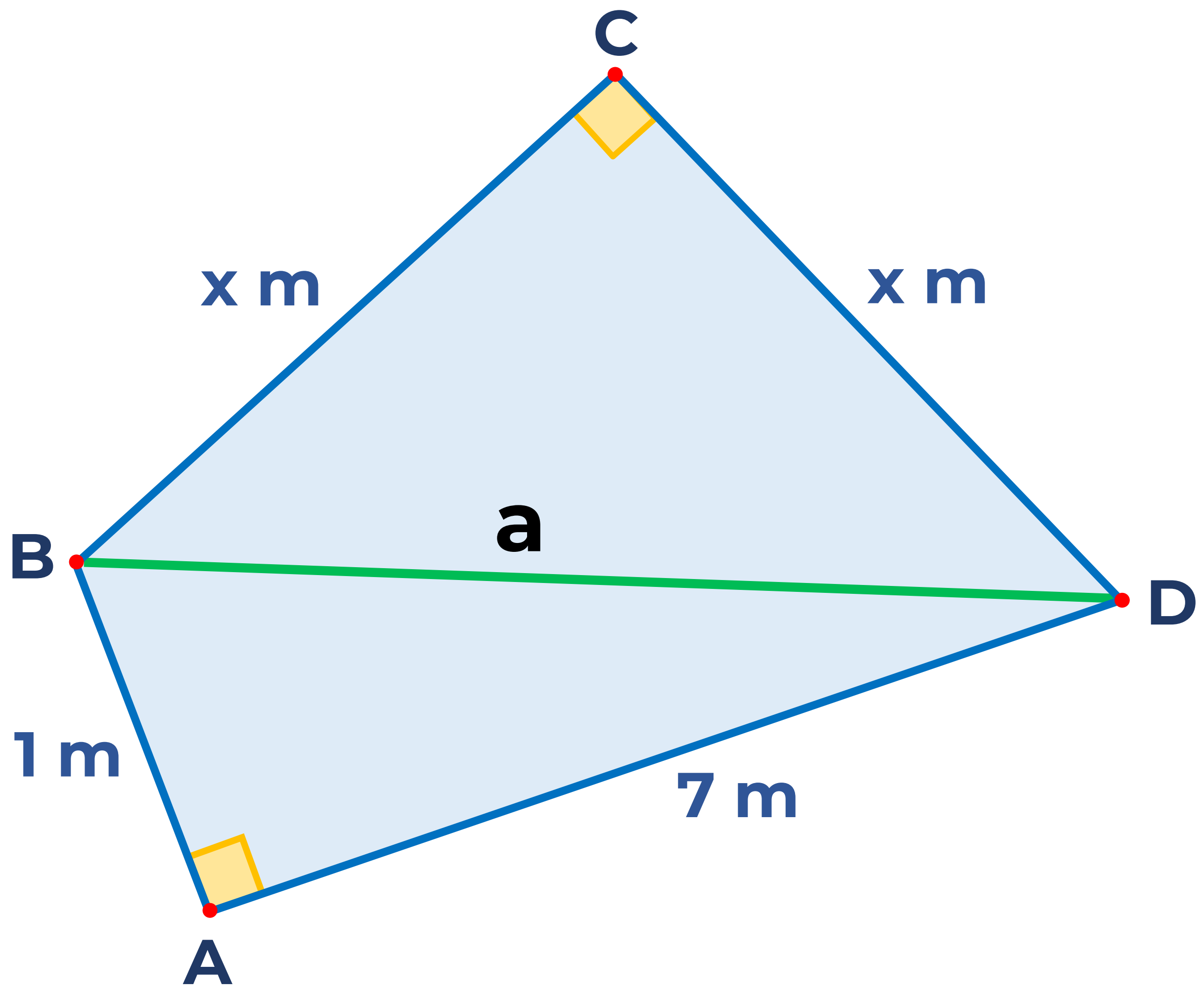
$$64 + 9x^2 = (16 - 3x)^2$$

$$64 + \cancel{9x^2} = 256 - 96x + \cancel{9x^2}$$

96x = 192

∴ x = 2

7. En la figura se muestra un patio cuyo contorno tiene forma de cuadrilátero. Halle el valor de x.



Resolución:

* Trazamos la diagonal $\overline{BD}$

Por teorema de Pitágoras

$\triangle$ ABD:

$$a^2 = 7^2 + 1^2$$

$$a^2 = 50$$

$\triangle$ BCD:

$$\underbrace{a^2}_{50} = x^2 + x^2$$

$$50 = 2x^2 \Rightarrow 25 = x^2$$

$\therefore\ x = 5$