

TRIGONOMETRY

Chapter 24

3rd
SECONDARY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS
AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE



¿UNA PEQUEÑA CASA TRIANGULAR ES ADECUADA PARA VIVIR ?



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE

I) Identidades de degradación :

$$2 \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

$$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$



II) Otras identidades auxiliares :

$$(\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \operatorname{sen} 2\alpha$$

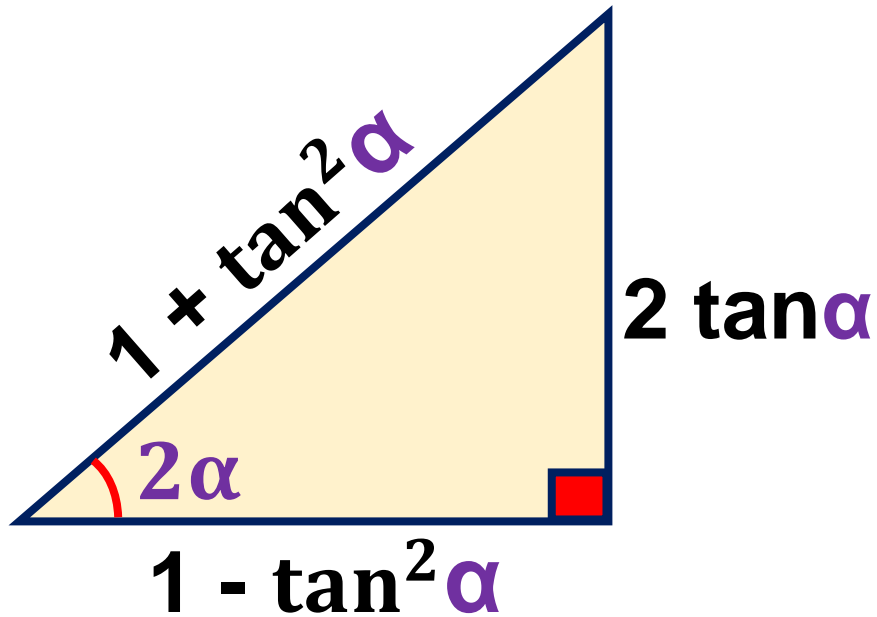
$$\cot \alpha + \tan \alpha = 2 \operatorname{csc} 2\alpha$$

$$(\operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \operatorname{sen} 2\alpha$$

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

TRIÁNGULO PRÁCTICO DEL ÁNGULO DOBLE

Nos permite calcular las 6 razones trigonométricas del ángulo doble (2α), utilizando la tangente del ángulo unidad (α).



Se obtiene :

$$\text{sen} 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\text{cos} 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$



HELICO PRACTICE 1

Reduzca $M = \frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

$$M = \frac{2 \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$M = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\therefore M = \cot \alpha$$



HELICO PRACTICE 2

Efectúe $T = (\cot 12^\circ + \tan 12^\circ) \operatorname{sen} 24^\circ$

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$\cot \alpha + \tan \alpha = 2 \csc 2\alpha$$

$$\operatorname{sen} \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

$$T = (\cot 12^\circ + \tan 12^\circ) \operatorname{sen} 24^\circ$$

$$T = 2 \csc 2(12^\circ) \cdot \operatorname{sen} 24^\circ$$

$$T = 2 \csc 24^\circ \cdot \operatorname{sen} 24^\circ$$

$$T = 2 (1)$$

$$\therefore T = 2$$

HELICO PRACTICE 3

Si $\cot x - \tan x = \frac{8}{3}$; calcule $E = 12 \tan 2x$

Recordar :

$$\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$$



RESOLUCIÓN

Dato :

$$\cot x - \tan x = \frac{8}{3}$$

$$2 \cot 2x = \frac{8}{3}$$

$$\cot 2x = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{3}{4}$$

Calculamos E :

$$E = 12 \tan 2x$$

$$E = 12 \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$\therefore E = 9$$

HELICO PRACTICE 4

Si $\cot\alpha + \tan\alpha = \sqrt{5}$; calcule $L = \sqrt{5} \operatorname{sen}2\alpha + 3$

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$\cot\alpha + \tan\alpha = \sqrt{5}$$

$$2 \operatorname{csc}2\alpha = \sqrt{5}$$

$$\operatorname{csc}2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\operatorname{sen}2\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Calculamos L :

$$L = \sqrt{5} \operatorname{sen}2\alpha + 3$$

$$L = \sqrt{5} \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right) + 3$$

$$L = 2 + 3$$

$$\therefore L = 5$$



HELICO PRACTICE 5

Si $\frac{\text{sen}x}{5} = \frac{\text{cos}x}{4}$; calcular $\tan 2x$

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$\frac{\text{sen}x}{\text{cos}x} = \tan x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

Dato : $\frac{\text{sen}x}{5} = \frac{\text{cos}x}{4}$

$$\Rightarrow \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x} = \frac{5}{4}$$

$$\tan x = \frac{5}{4}$$

Luego : $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

$$\tan 2x = \frac{2(\frac{5}{4})}{1 - (\frac{5}{4})^2}$$

$$\tan 2x = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{16}{16} - \frac{25}{16}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{-9}{16}}$$

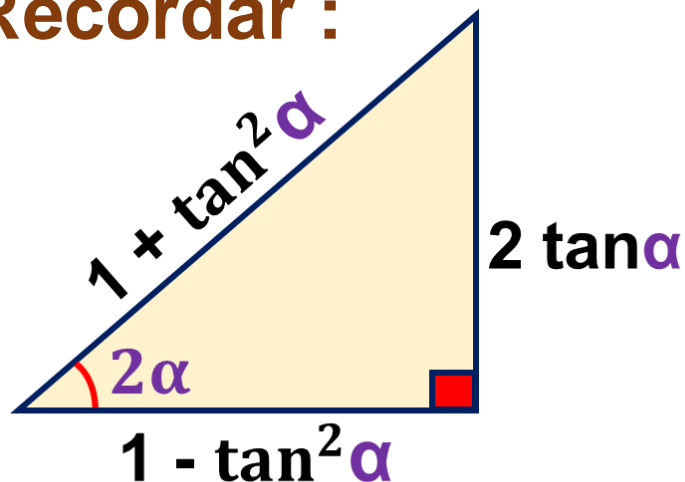
$$\tan 2x = \frac{5(\overset{8}{16})}{2(-9)}$$

$$\therefore \tan 2x = -\frac{40}{9}$$

HELICO PRACTICE 6

Al copiar de la pizarra la expresión $1 + \tan^2 26^\circ 30'$, Walter cometió un error y escribió $1 - \tan^2 26^\circ 30'$. - Determine la razón entre lo que estaba escrito en la pizarra y lo que escribió Walter.

Recordar :



$$\sec 2\alpha = \frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

RESOLUCIÓN

$$\frac{P}{W} = \frac{1 + \tan^2 26^\circ 30'}{1 - \tan^2 26^\circ 30'}$$

$$\frac{P}{W} = \sec 2(26^\circ 30')$$

$$\frac{P}{W} = \sec 52^\circ 60'$$

$$\frac{P}{W} = \sec 53^\circ$$

$$\therefore \frac{P}{W} = \frac{5}{3}$$

Milagros deseaba saber el precio de un cuaderno que tenía pensado comprar, el precio que le indicaron fue de $50 \operatorname{sen} 2x$, según la siguiente expresión :

$$\operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

Si al final Milagros compró cinco cuadernos, indique lo pagado por ella.

Recordar :

$$(\operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x)^2 = 1 - \operatorname{sen} 2x$$

RESOLUCIÓN

Elevando al cuadrado el dato :

$$(\operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x)^2 = \left(\sqrt{\frac{3}{5}} \right)^2$$

$$\Rightarrow 1 - \operatorname{sen} 2x = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \operatorname{sen} 2x$$

Precio de 5 cuadernos (soles) :

$$5 \cdot 50 \cdot \operatorname{sen} 2x = 250 \left(\frac{2}{5} \right) = 100$$

Respuesta : Por los 5 cuadernos, Milagros pagó 100 soles .



SACO
OLIVEROS