

TRIGONOMETRY

Chapter 5

Identidades trigonométricas
fundamentales.





TRIGONOMETRY

Índice

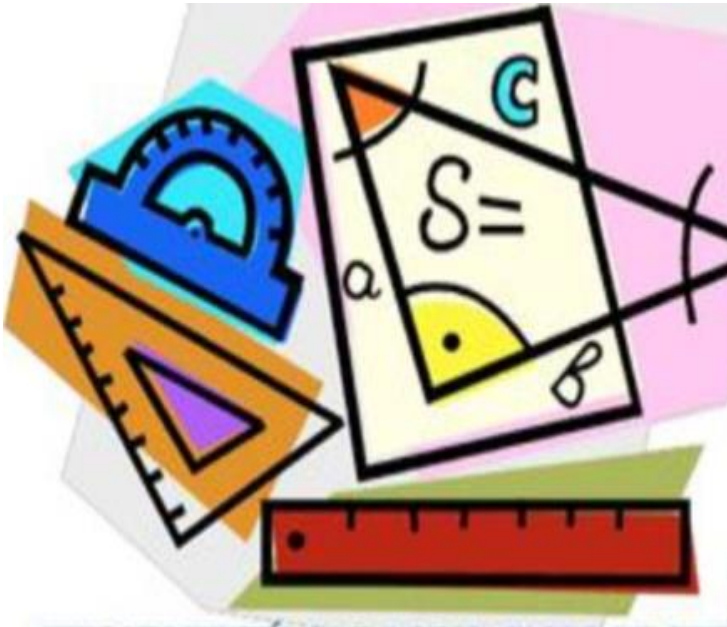
01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

Video: Ecuaciones e identidades



MOTIVATING
STRATEGY

ECUACIONES E IDENTIDADES

ECUACIONES Y SISTEMAS

ECUACIONES E IDENTIDADES

$$5x-2=3(x+4)$$

$$2(x-3)=2x-6$$

Material Digital



Resumen



HELICO THEORY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

¿Qué son identidades trigonométricas?

Son igualdades entre expresiones que contienen razones trigonométricas de una o mas variables, las cuales se verifican para un conjunto de valores admisibles.

Identidades trigonométricas fundamentales

Identidades recíprocas

$$\text{sen}\theta.\text{csc}\theta = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{cos}\theta.\text{sec}\theta = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{tan}\theta.\text{cot}\theta = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \neq \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

Identidades por división:

$$\text{tan}\theta = \frac{\text{sen}\theta}{\text{cos}\theta}$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{cot}\theta = \frac{\text{cos}\theta}{\text{sen}\theta}$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

Identidades pitagóricas:

$$\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R}$$

$$\text{sec}^2\theta - \text{tan}^2\theta = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{csc}^2\theta - \text{cot}^2\theta = 1$$

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE



Reduzca:

$$A = 4 \cdot \text{sen}x \cdot \text{csc}x + 5 \cdot \text{cos}x \cdot \text{sec}x$$

$$A = 4 \cdot \text{sen}x \cdot \text{csc}x + 5 \cdot \text{cos}x \cdot \text{sec}x$$

$$A = 4 \cdot (1) + 5 \cdot (1)$$

$$A = 4 + 5$$

RECORDEMOS

$$\text{sen}x \cdot \text{csc}x = 1$$

$$\text{cos}x \cdot \text{sec}x = 1$$

Respuesta

$$\therefore A = 9$$



Reduzca:

$$P = 4\sec x + 2\tan x \cdot \csc x$$

$$P = 4 \cdot \sec x + 2 \cdot \tan x \cdot \csc x$$

$$P = 4 \cdot \sec x + 2 \cdot \frac{\cancel{\sin x}}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cancel{\sin x}}$$

$$P = 4 \cdot \sec x + 2 \cdot \frac{1}{\cos x}$$

$$P = 4 \cdot \sec x + 2 \cdot \sec x$$

Respuesta

$$\therefore P = 6\sec x$$

RECORDEMOS

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x$$



Simplifique:

$$R = \text{sen}^2 x \cdot \cot x + \tan x \cdot \cos^2 x$$



$$R = \text{sen}^2 x \cdot \cot x + \tan x \cdot \cos^2 x$$

$$R = \cancel{\text{sen}^2 x} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{\text{sen} x}} + \frac{\cancel{\text{sen} x}}{\cancel{\cos x}} \cdot \cos^2 x$$

$$R = \text{sen} x \cdot \cos x + \text{sen} x \cdot \cos x$$

Respuesta

$$\therefore R = 2 \cdot \text{sen} x \cdot \cos x$$

RECORDEMOS

$$\cot x = \frac{\cos x}{\text{sen} x}$$

$$\tan x = \frac{\text{sen} x}{\cos x}$$



Carlos recibe de su padre 2K soles de propina diario. Determine la propina de Carlos en una semana.

$$K = (\tan x + \sec x) \cot x - \cos x$$

$$K = (\tan x + \sec x) \cdot \cot x - \cos x$$

$$K = \tan x \cdot \cot x + \sec x \cdot \cot x - \cos x$$

$$K = 1 + \cancel{\sec x} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{\sec x}} - \cos x$$

$$K = 1 + \cos x - \cos x$$

$$K = 1$$

Carlos recibe diariamente: $2K = 2(1) = 2$ soles

Respuesta

∴ Carlos recibe semanalmente 14 soles.

RECORDEMOS

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$



Luis desea comprar un terreno en forma cuadrada de lado S. Si se sabe que el metro cuadrado tiene un valor de \$100, determine el precio de dicho terreno.

$$S = \frac{2\cos x \cdot \tan x + 2\sin x \cdot \cot x}{\sin x + \cos x}$$

$$S = \frac{2\cos x \cdot \tan x + 2\sin x \cdot \cot x}{\sin x + \cos x}$$

$$S = \frac{2 \cdot \cancel{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cancel{\cos x}} + 2 \cdot \cancel{\sin x} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{\sin x}}}{\sin x + \cos x}$$

$$S = \frac{2 \cdot \sin x + 2 \cdot \cos x}{\sin x + \cos x}$$

$$S = \frac{2(\cancel{\sin x} + \cancel{\cos x})}{\cancel{\sin x} + \cancel{\cos x}}$$

$$S = 2 \text{ metros}$$

RECORDEMOS

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Calculamos el área del terreno:



$$S = L^2$$

$$S = (2 \text{ m})^2$$

Respuesta

$$\therefore S = 4 \text{ m}^2$$

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



Reduzca:

$$D = \tan x \cdot \cos x \cdot \cot x \cdot \sec x \cdot \sin x$$

Problema 07



Reduzca:

$$F = \tan x \cdot \cos x + 3 \sin x$$

Problema 08



Simplifique:

$$R = \cos^2 x \cdot \sec x \cdot \tan x$$



Problema 09



Hace 5 años, Diego, el hijo del profesor de trigonometría, tenía A años. Determine la edad actual de Diego.

$$A = 8 \cdot \cos x \cdot \sec x - 3 \tan x \cdot \cot x$$

Problema 10



El valor de la expresión D representa la cantidad de hermanos que tiene Andrea. Indique dicho valor.

$$D = \operatorname{sen} x (1 + \operatorname{csc} x) - \operatorname{sen} x$$

