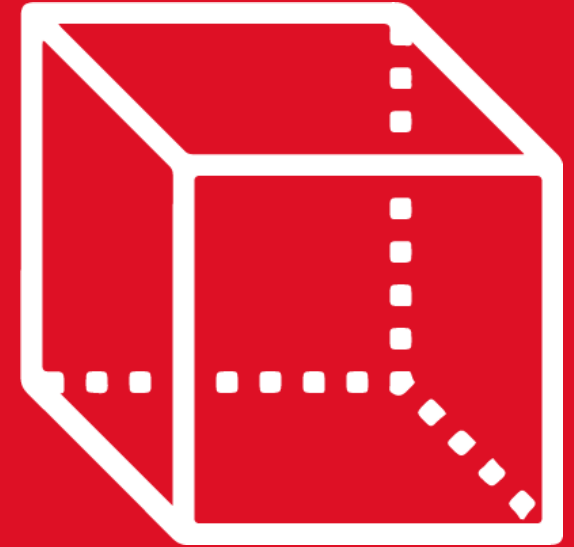




GEOMETRÍA

Capítulo 9

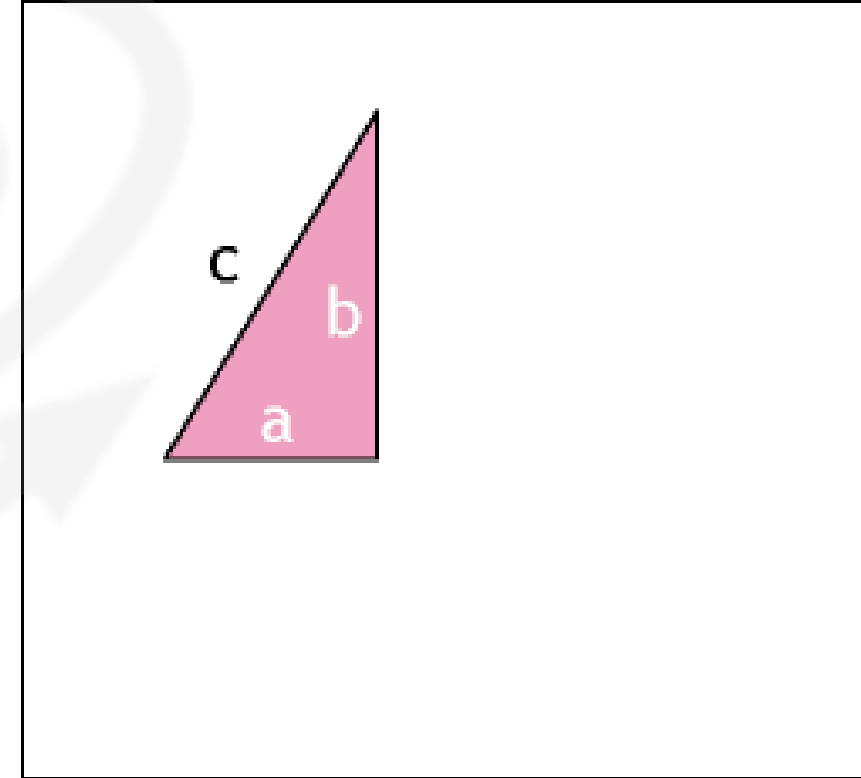
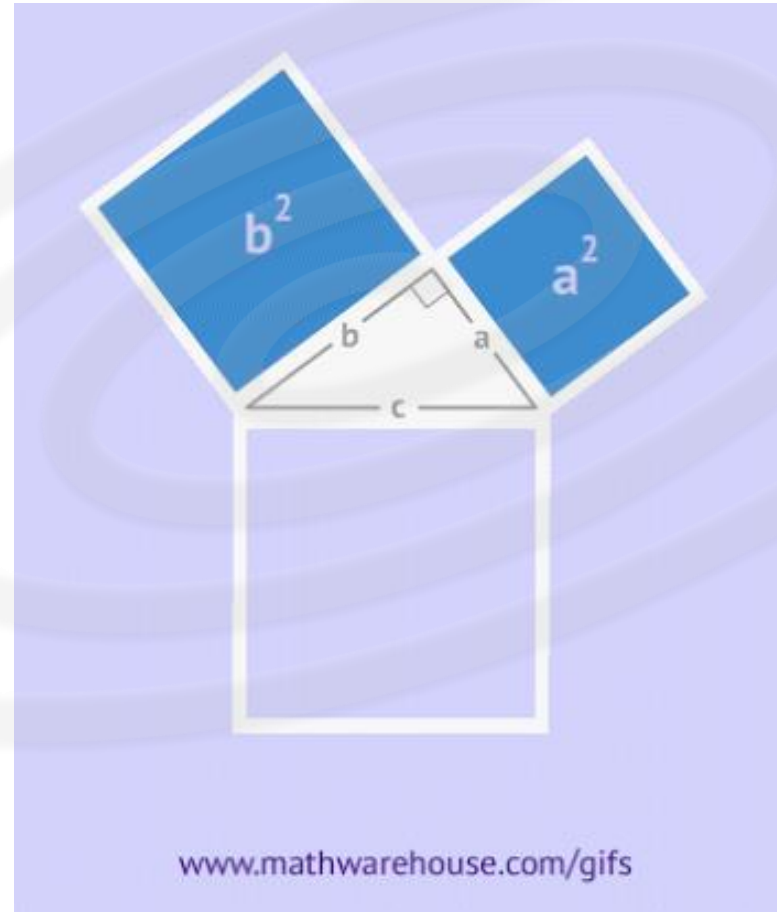
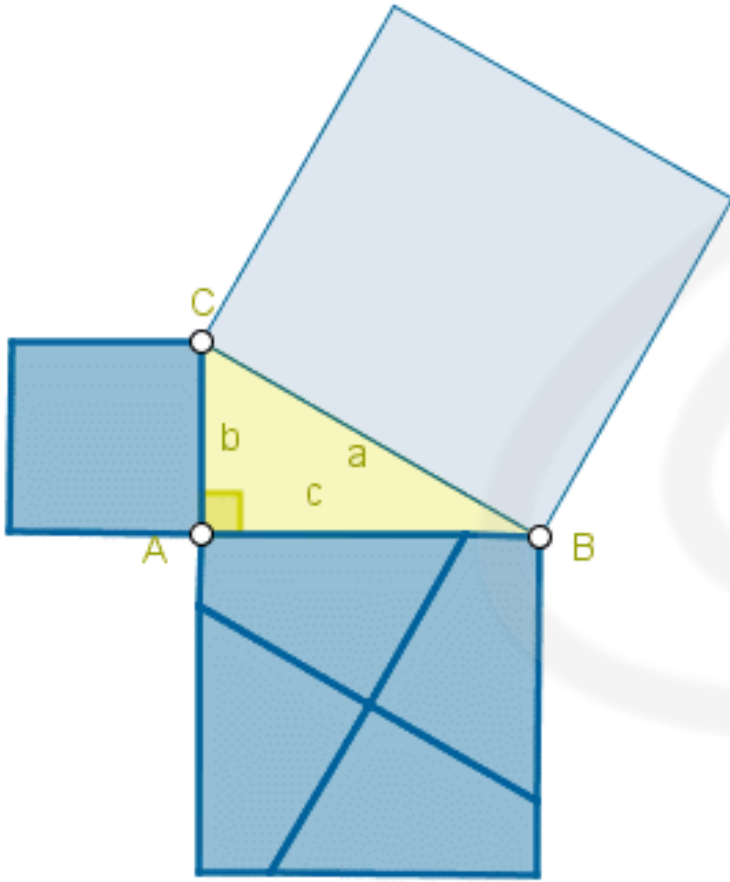
5th
SECONDARY



 **SACO OLIVEROS**

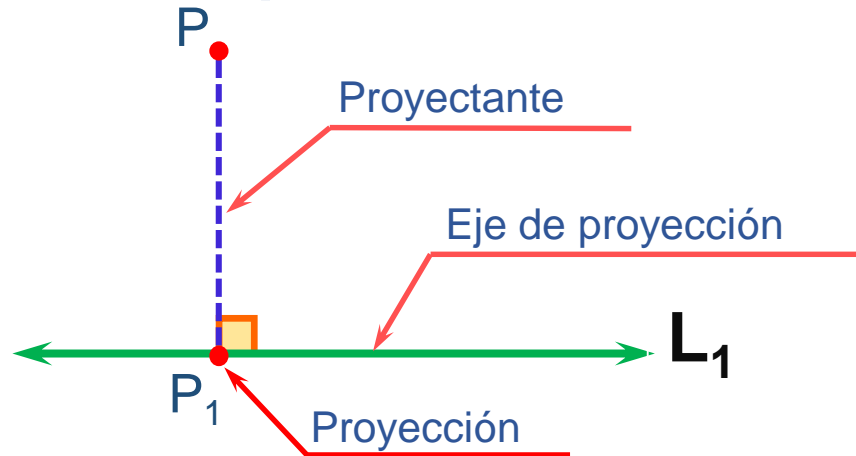
**RELACIONES METRICAS EN EL TRIÁNGULO
RECTÁNGULO Y EN LA CIRCUNFERENCIA**

En la actualidad, existen más de 300 demostraciones del teorema de Pitágoras, lo que confirma que es uno de los teoremas que más han llamado la atención a través de la historia.

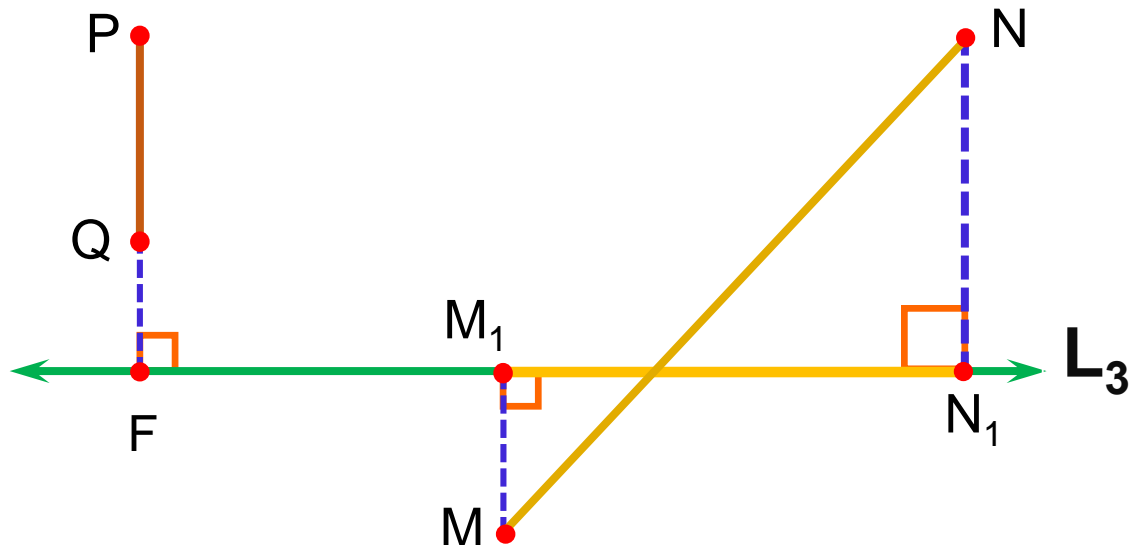


PROYECCIÓN ORTOGONAL

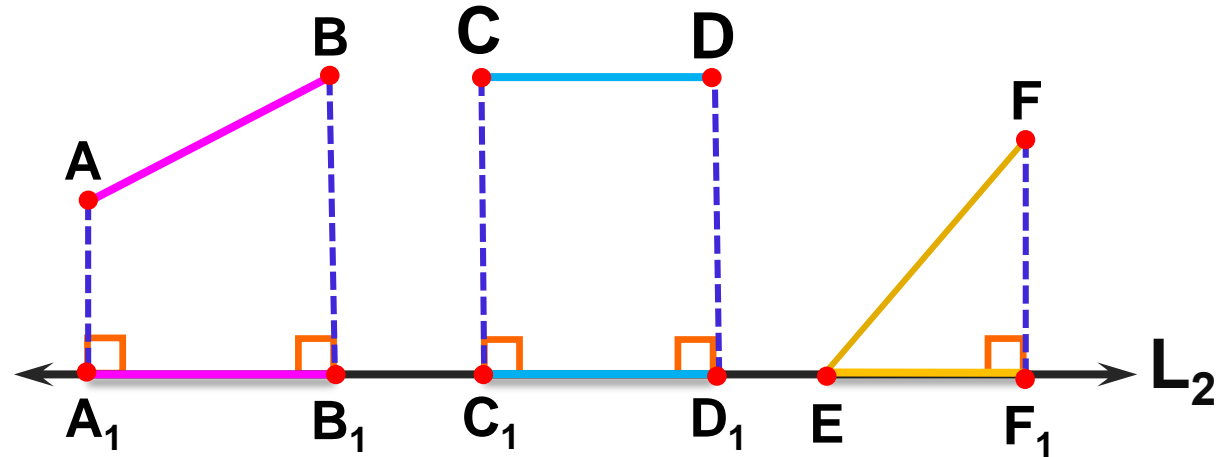
I. De un punto sobre una recta



NOTA :



II. De un segmento sobre una recta

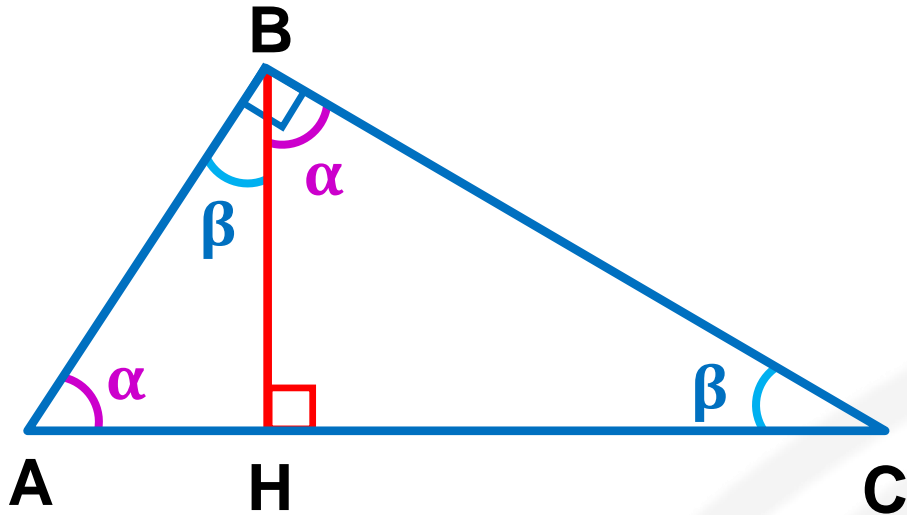


$\overline{A_1B_1}$: Proyección de \overline{AB} sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

$\overline{C_1D_1}$: Proyección de \overline{CD} sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

$\overline{EF_1}$: Proyección de \overline{EF} sobre $\overleftrightarrow{L_2}$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO



- \overline{AB} y \overline{BC} : catetos
- \overline{AC} : hipotenusa

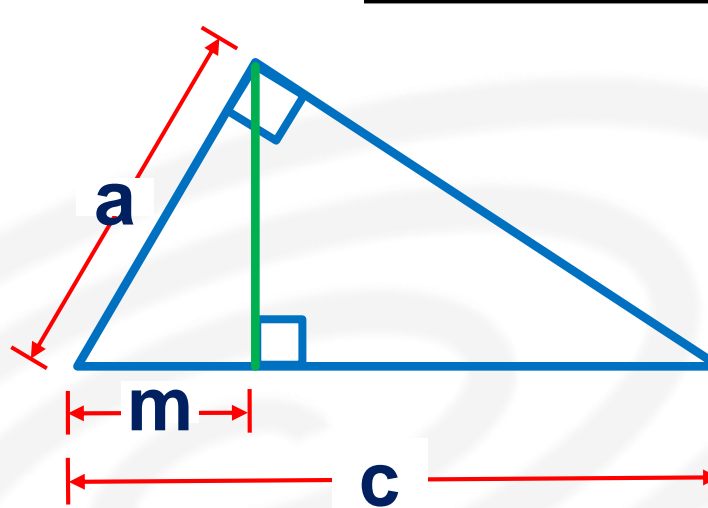
$$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2$$

\overline{AH} : proyección \overline{AB} sobre \overline{AC}

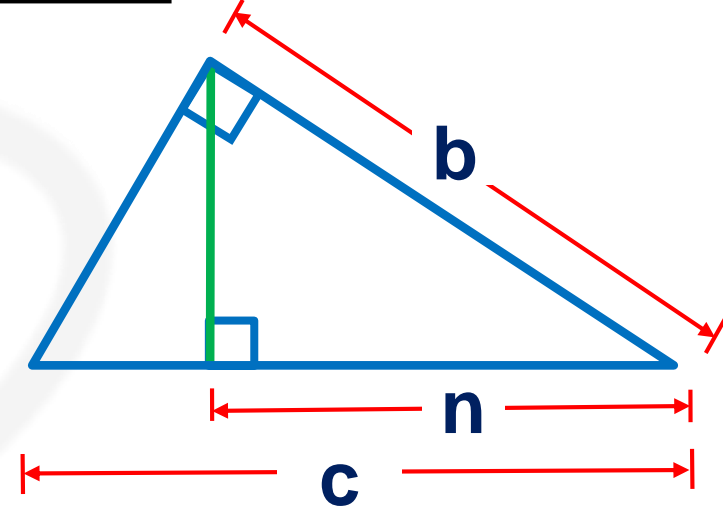
\overline{HC} : proyección \overline{BC} sobre \overline{AC}

$$\triangle ABC \sim \triangle AHB \sim \triangle BHC$$

Teorema del cateto

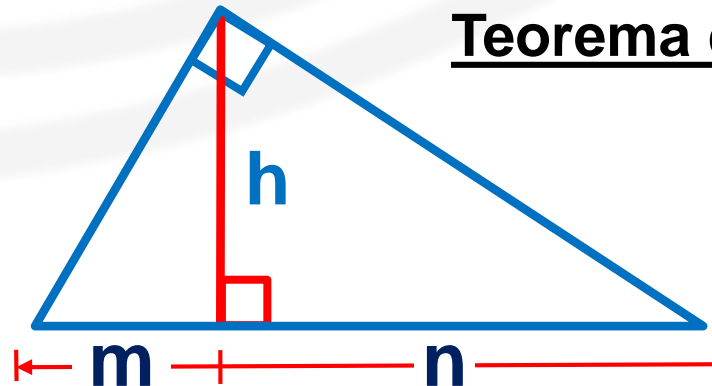


$$a^2 = c \cdot m$$



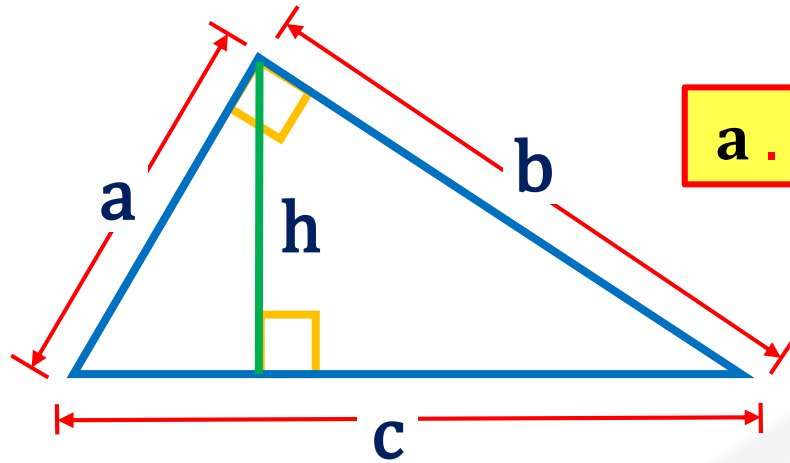
$$b^2 = c \cdot n$$

Teorema de la altura

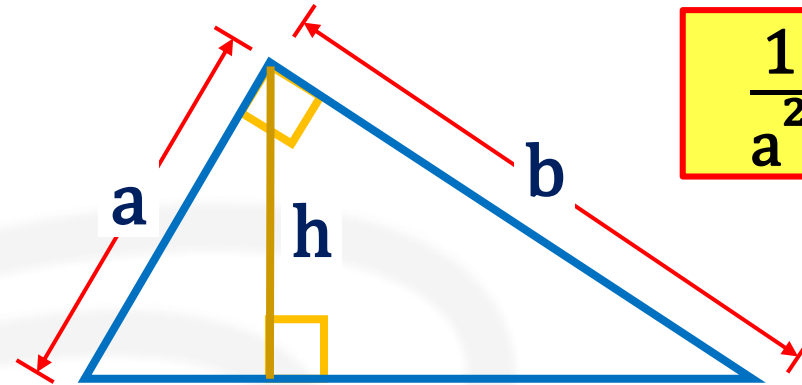


$$h^2 = mn$$

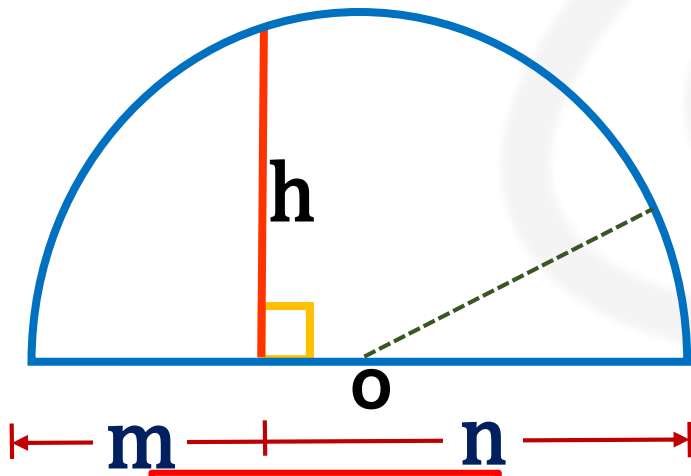
Teoremas adicionales



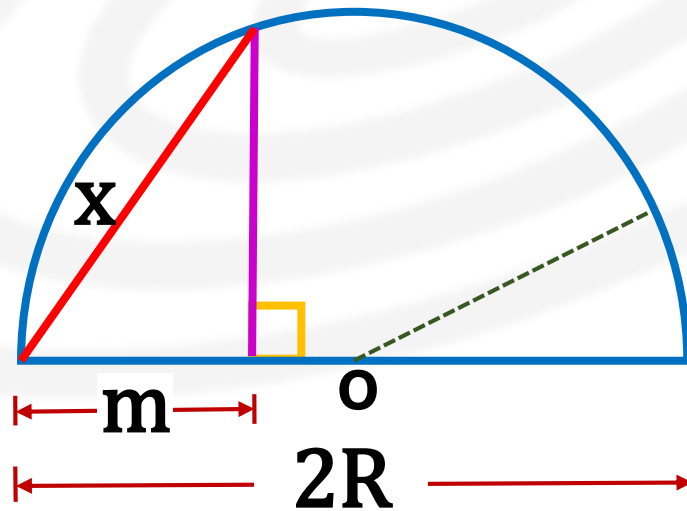
$$a \cdot b = c \cdot h$$



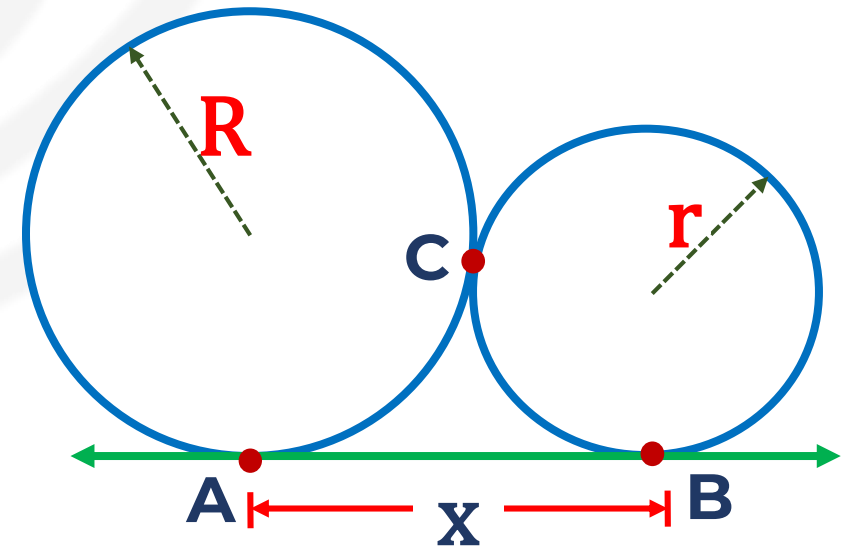
$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$$



$$h^2 = m \cdot n$$



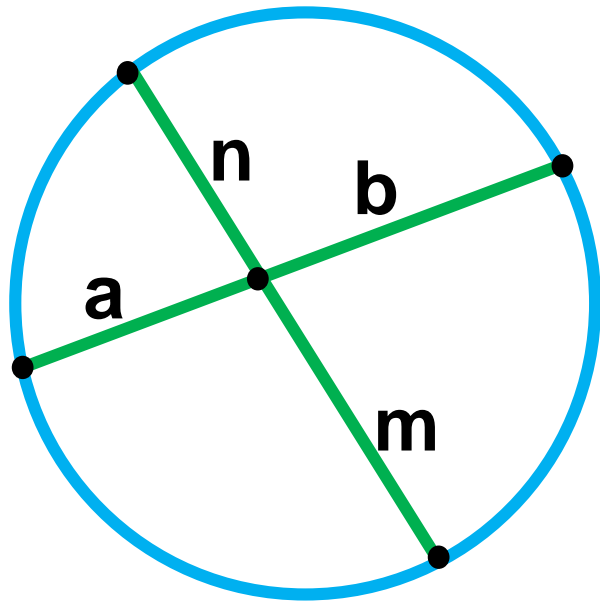
$$x^2 = 2R \cdot m$$



$$x = 2\sqrt{R \cdot r}$$

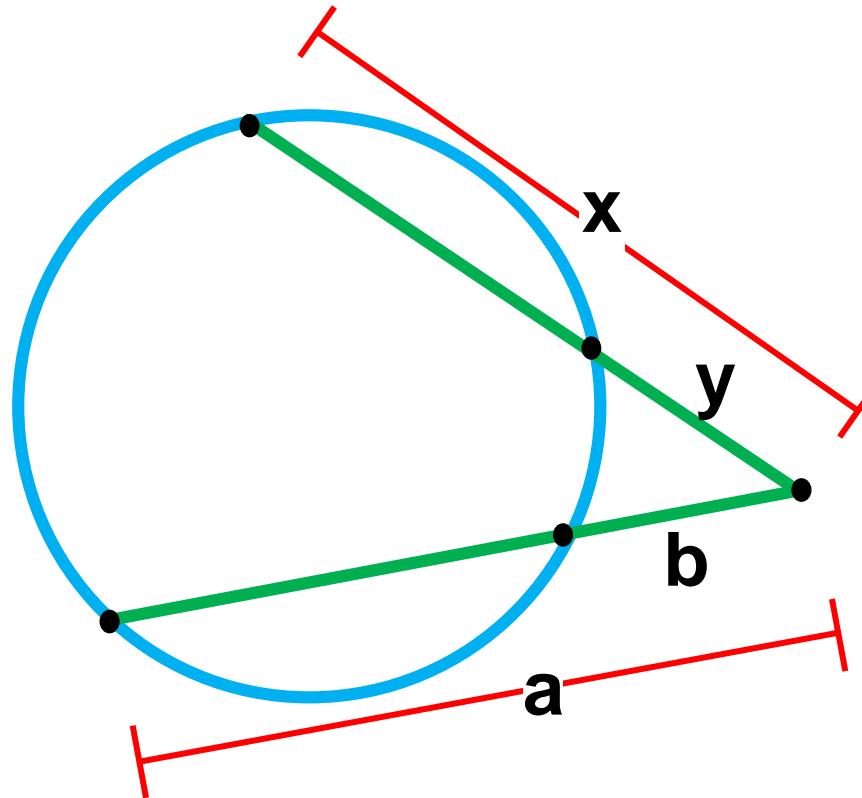
A, B y C son
puntos de
tangencia

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA



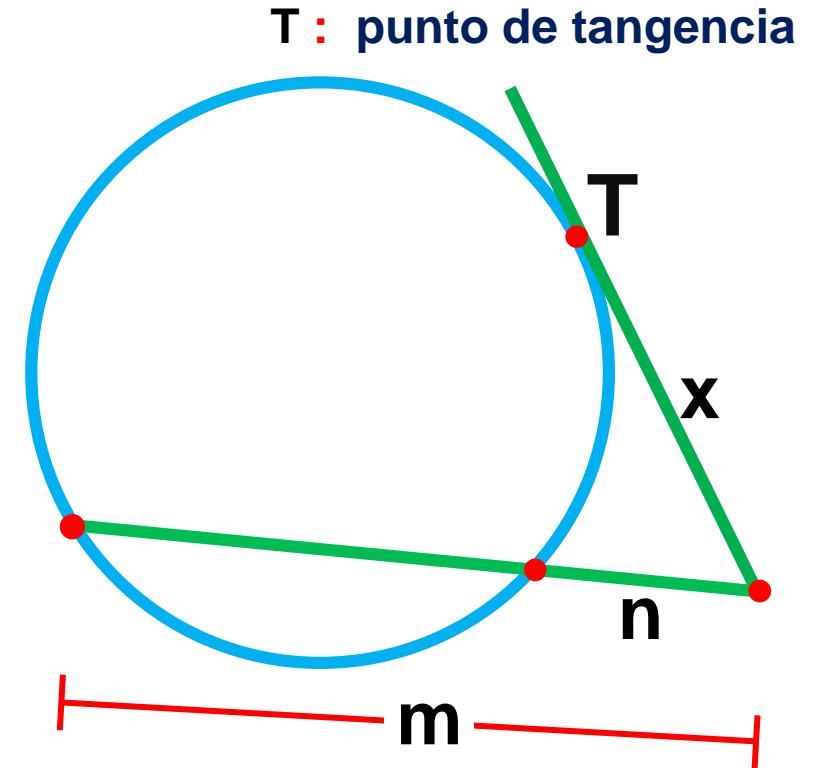
T. de Cuerdas

$$a \cdot b = m \cdot n$$



T. de las Secantes

$$x \cdot y = a \cdot b$$



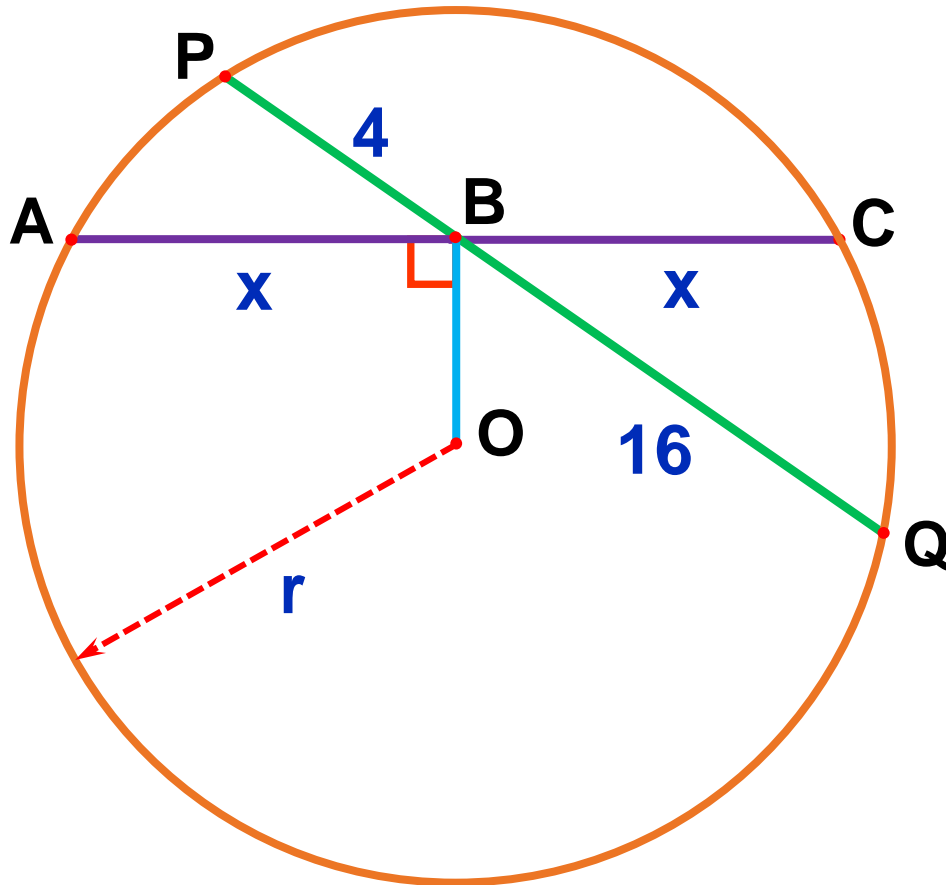
T. de la Tangente

$$x^2 = n \cdot m$$

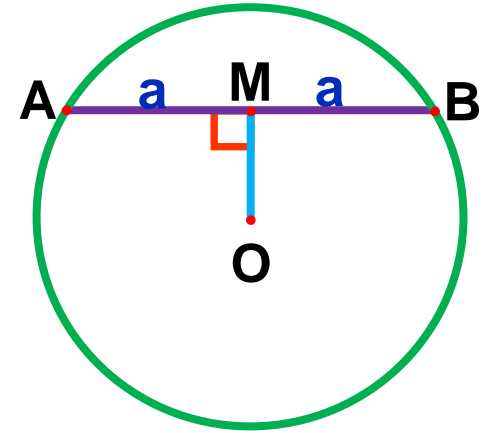


1. Halle el valor de x , si O es centro.

Resolución:



- Piden: x
- Se prolonga \overline{AB} hasta C
- Aplicando el teorema de cuerdas

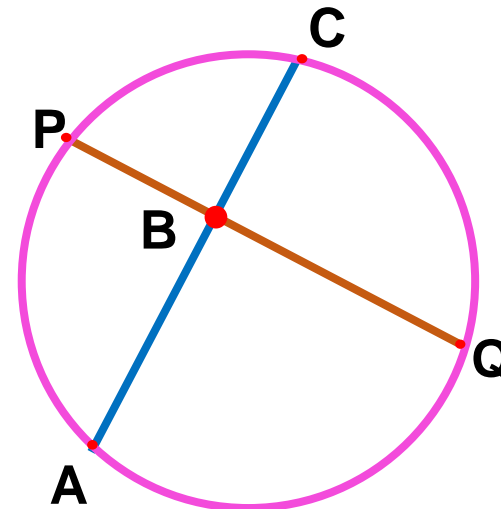


$$(AB)(BC) = (PB)(BQ)$$

$$(x)(x) = (4)(16)$$

$$x^2 = 64$$

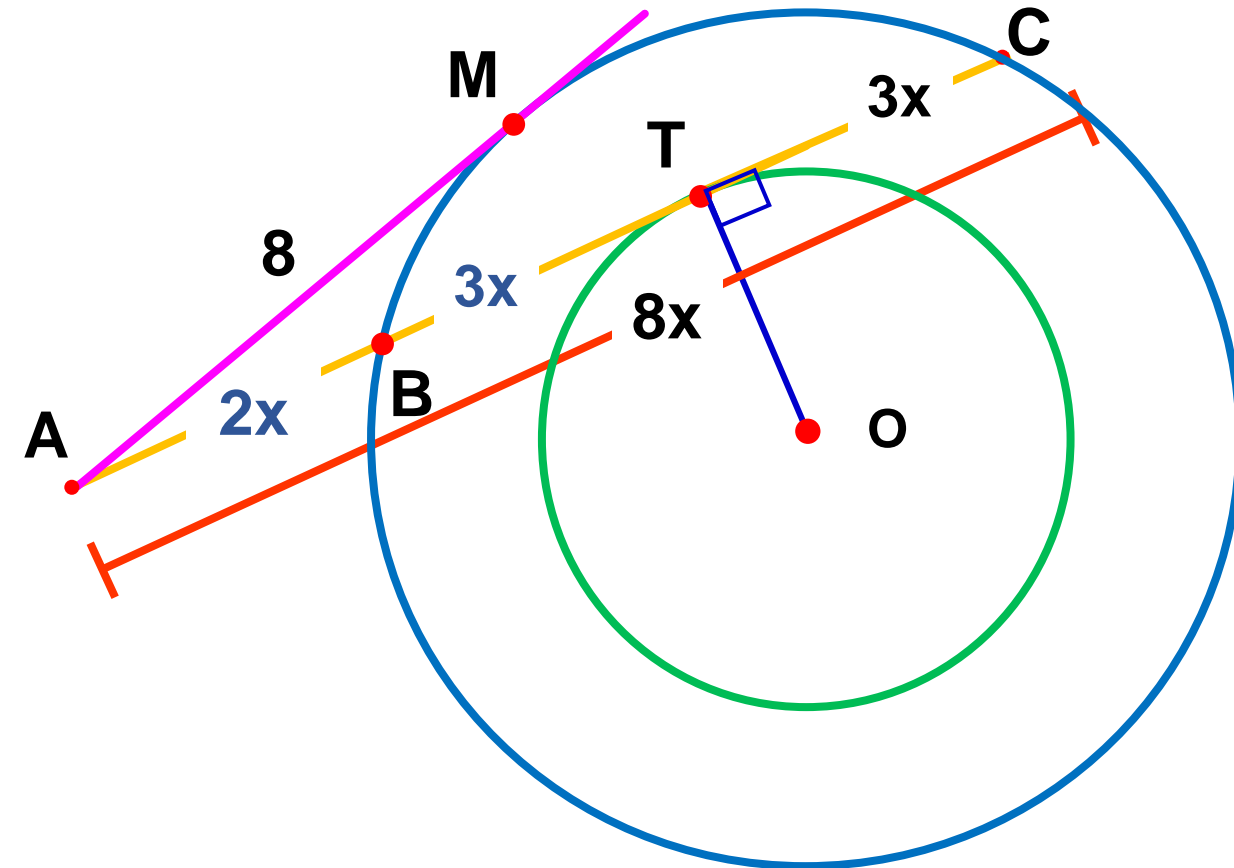
$$\therefore x = 8$$



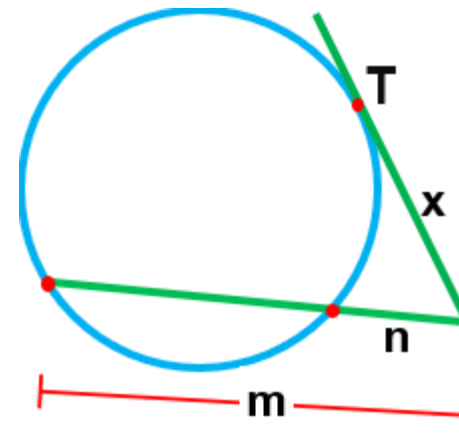


2. En la figura, las circunferencias son concéntricas; M y T son puntos de tangencia. Halle el valor de x.

Resolución:



- Piden: x
- Se prolonga \overline{AT} hasta C
T: punto de tangencia
- Aplicando el teorema de la tangente



$$x^2 = n \cdot m$$

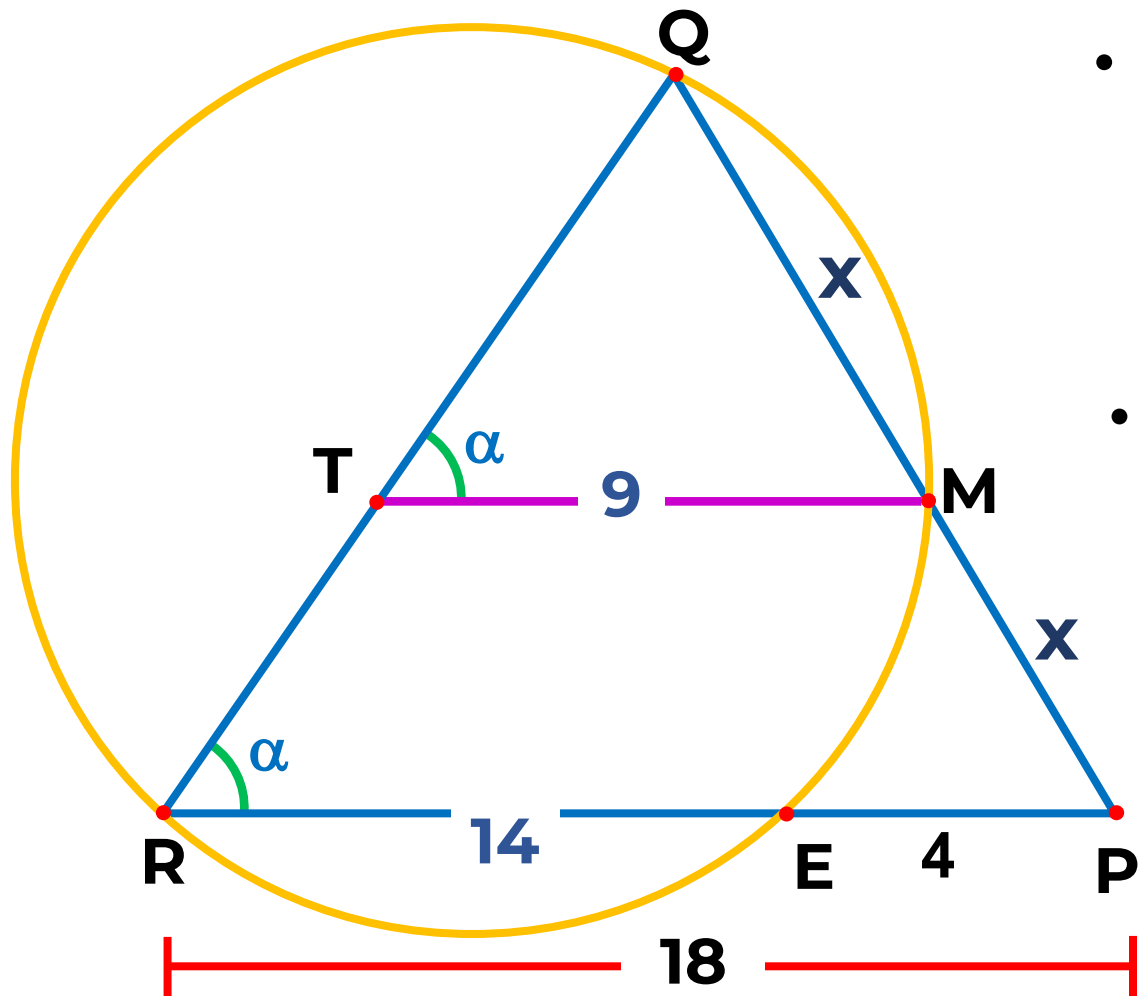
$$8^2 = 8x \cdot 2x$$

$$64 = 16x^2$$

$$\therefore x = 2$$

3. Hallar el valor de x.

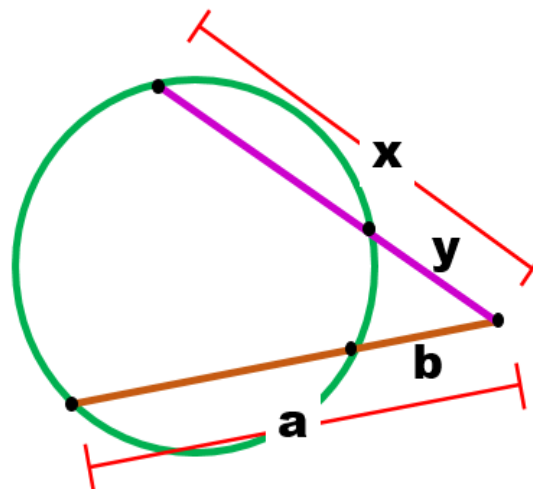
Resolución:



- Piden: x
- M punto medio \overline{QP}
y $\overline{TM} \parallel \overline{RP}$

$$RP = 2(TM)$$

- Aplicando el teorema de las secantes

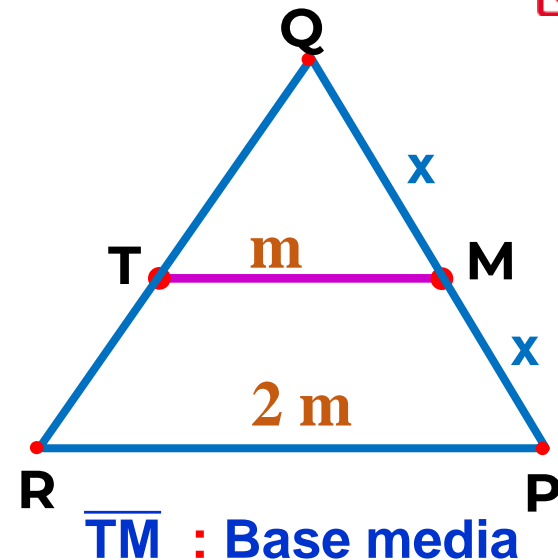


$$x \cdot y = a \cdot b$$

$$2x(x) = 18(4)$$

$$x^2 = 36$$

$$\therefore x = 6$$

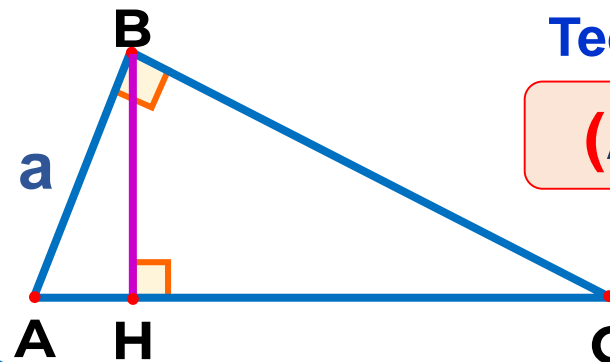
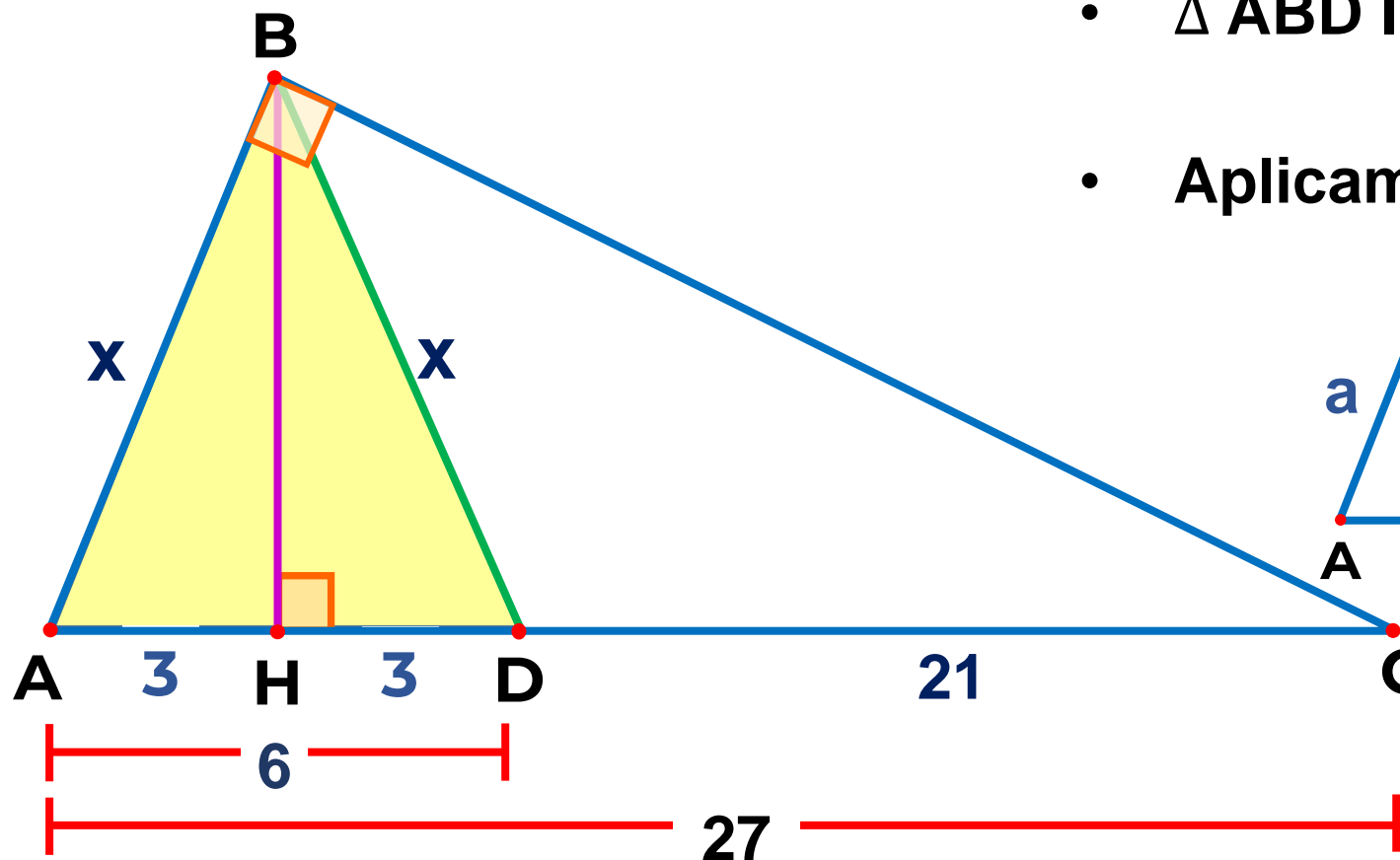




4. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana interior \overline{BD} , tal que $AD = 6$, $DC = 21$ y $AB = BD$. Hallar AB.

Resolución:

- Piden: $AB = x$
- $\triangle ABD$ Isósceles Se traza \overline{BH} altura
 $AH = HD = 3$
- Aplicamos el teorema



Teorema del cateto

$$(AB)^2 = (AH)(AC)$$

$$x^2 = 3(27)$$

$$x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9$$



5. Halle la medida de uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo si la hipotenusa tiene una longitud igual a $\sqrt{12 - a}$ y los otros lados sus longitudes son 2 y \sqrt{a} .

Resolución:

- Piden: $AB = x$

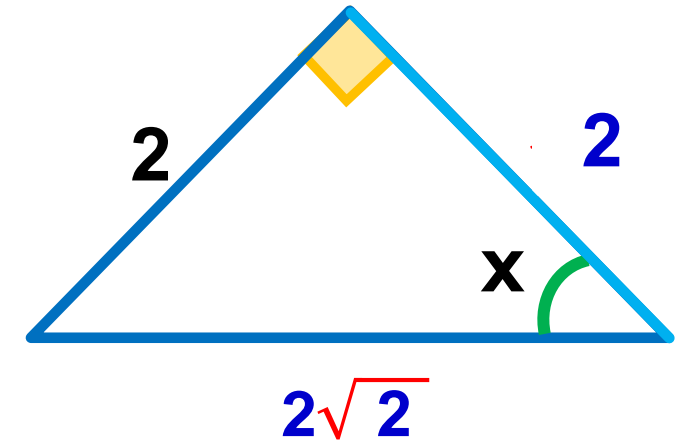
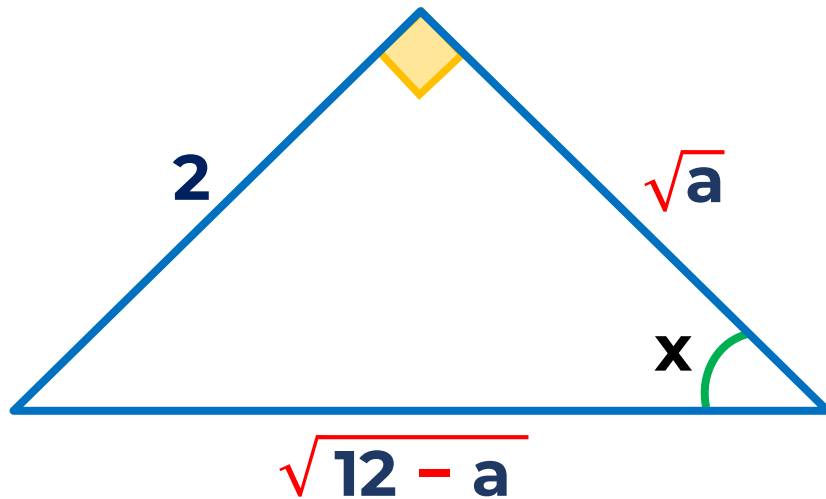
Teorema de Pitágoras

$$(\sqrt{12 - a})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2^2$$

$$12 - a = a + 4$$

$$8 = 2a$$

$$4 = a$$



 **Notable ($45^\circ - 45^\circ$)**

$$\therefore x = 45^\circ$$



6. En la figura, el pentágono mostrado es el contorno de un jardín cuyo perímetro es igual a 24m. Calcule el valor de x .

Resolución:

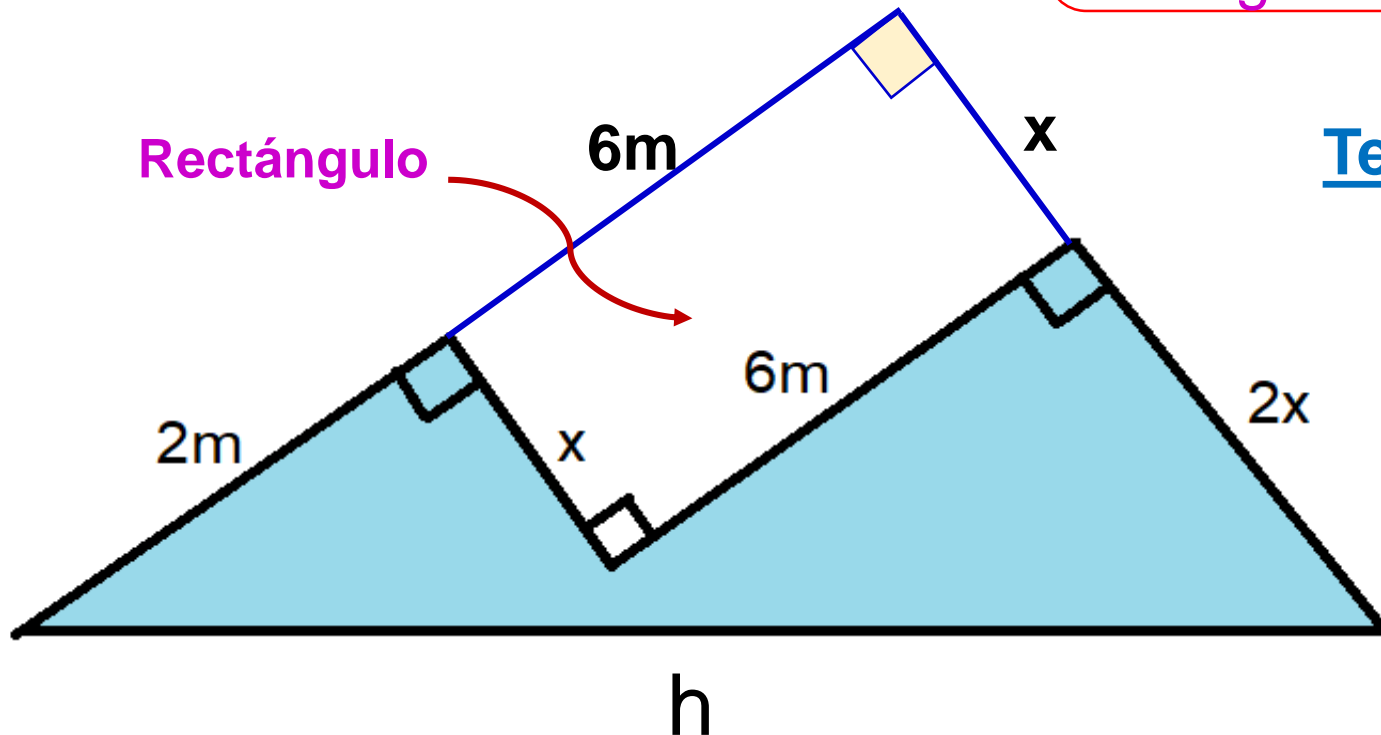
Piden: x

Prolongamos dos lados para formar un triángulo rectángulo

DATO: $2p = 24$

$$8 + 3x + h = 24$$

$$h = 16 - 3x$$



Teorema de Pitágoras

$$8^2 + (3x)^2 = h^2$$

$$64 + 9x^2 = (16 - 3x)^2$$

$$64 + \cancel{9x^2} = 256 - 96x + \cancel{9x^2}$$

$$96x = 192$$

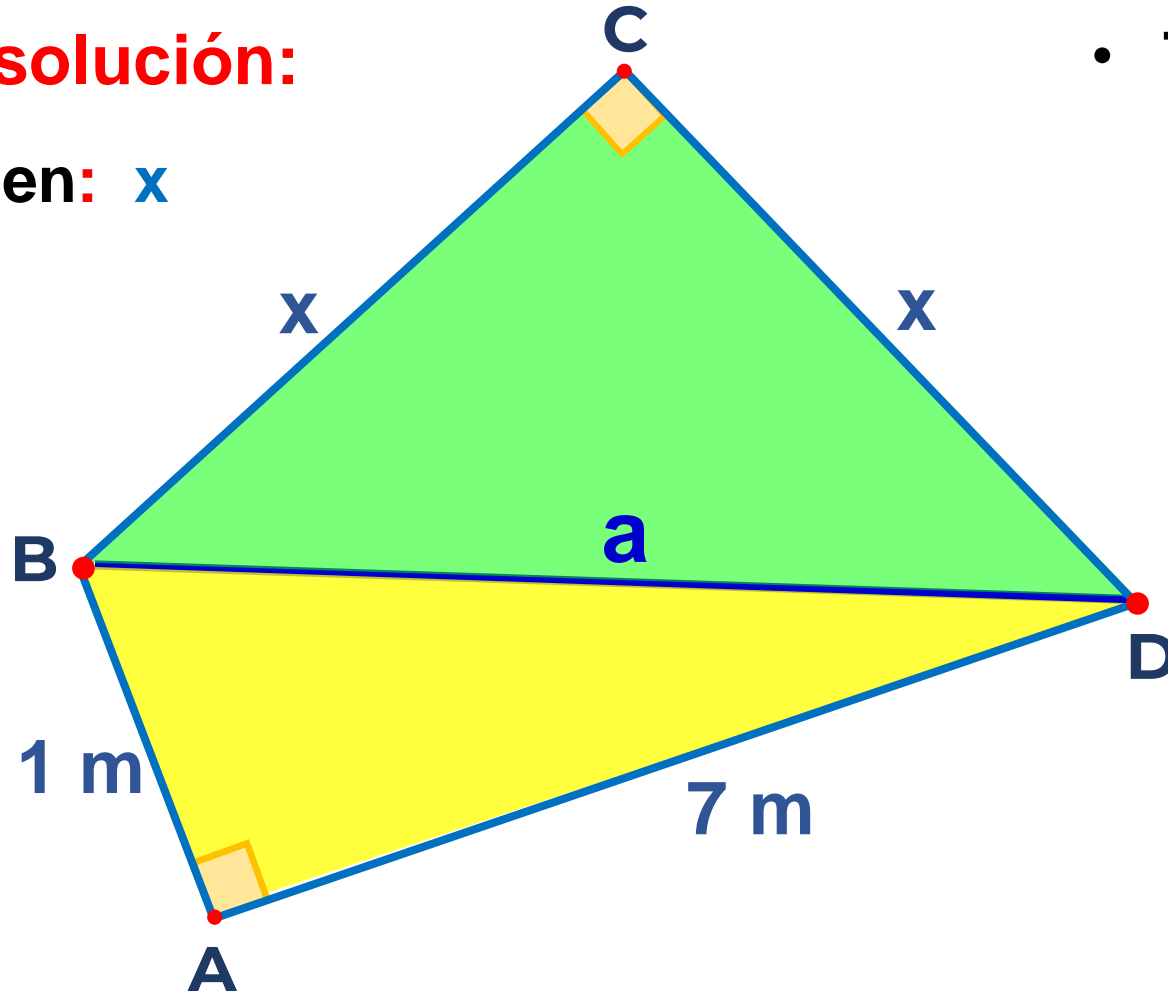
$$\therefore x = 2m$$



7. En la figura se muestra un patio cuyo contorno tiene forma de cuadrilátero. Halle el valor de x .

Resolución:

Piden: x



- Trazamos la diagonal \overline{BD}

Por teorema de Pitágoras

 ABD: $a^2 = 7^2 + 1^2$

$$a^2 = 50$$

 BCD: $a^2 = x^2 + x^2$

$$\underbrace{a^2}_{50} = 2x^2$$

$$25 = x^2$$

$$\therefore x = 5\text{m}$$