



ÁLGEBRA

CHAPTER 17

5th

of Secondary

$$F(x) = y = a(x - h)^2 + k$$

$$\text{Vértice} = (h; k)$$

Tema: Funciones II

MOTIVATING STRATEGY



“El razonamiento matemático puede considerarse más bien esquemáticamente como el ejercicio de una combinación de dos instalaciones, que podemos llamar la intuición y el ingenio.”

Alan Turing

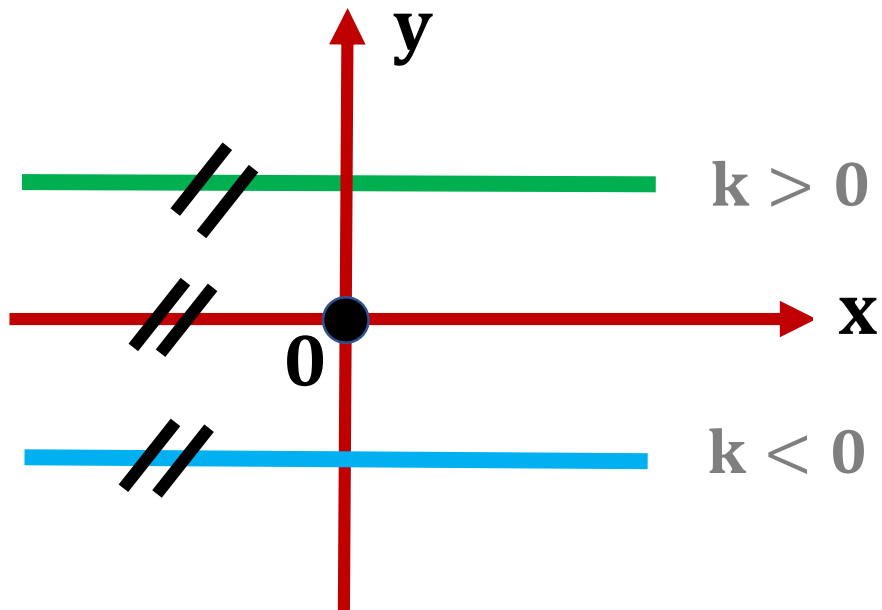
HELICO --- THEORY

F U N C I O N E S I I

I) FUNCIÓN CONSTANTE

Es aquella función de la forma: $f(x) = k$ $k \in \mathbb{R}$

Donde k es una **constante**, cuya gráfica es:



Donde:

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Ran}(f) = \{k\}$$

$$* f(4) = k$$

$$* f(\sqrt{5}) = k$$

$$* f(-9) = k$$

$$* f(0) = k$$

II) FUNCIÓN LINEAL

Es aquella función de la forma:

$$f(x) = ax + b$$

$$\forall a \neq 0$$

Ejemplo:

Grafique: $f(x) = -3x + 12$

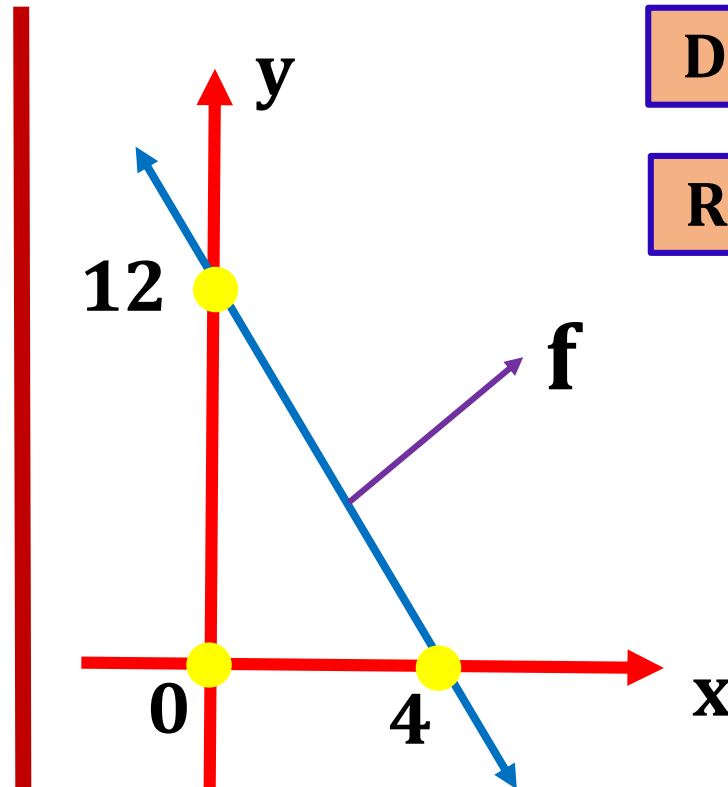
Corte en el eje x:

$$f(x) = 0 \rightarrow -3x + 12 = 0 \rightarrow x = 4$$

Corte en el eje y:

$$f(0) = -3(0) + 12 = y \rightarrow y = 12$$

- Su **dominio** es $< -\infty; +\infty >$
- Su **rango** es $< -\infty; +\infty >$
- f es **decreciente** en todo su dominio



$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Ran}(f) = \mathbb{R}$$

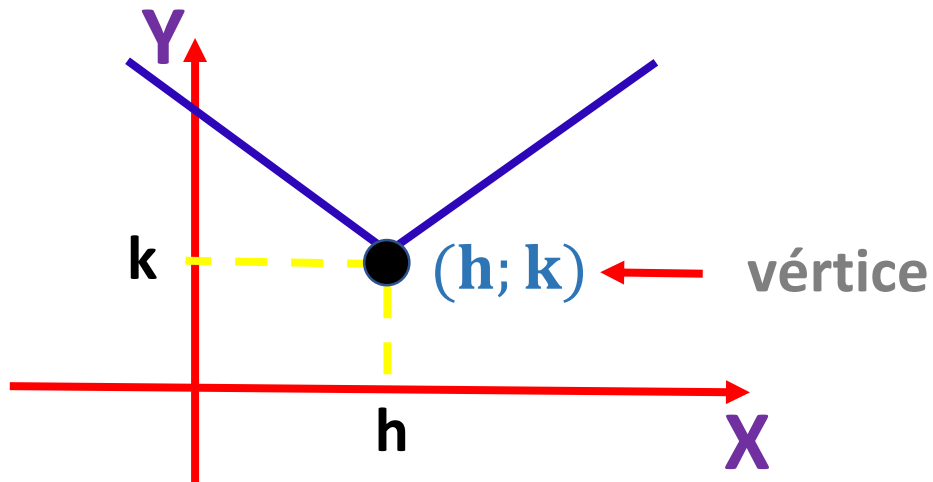
III) FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Es aquella función de la forma:
Cuya gráfica es:

$$f(x) = a|x - h| + k$$

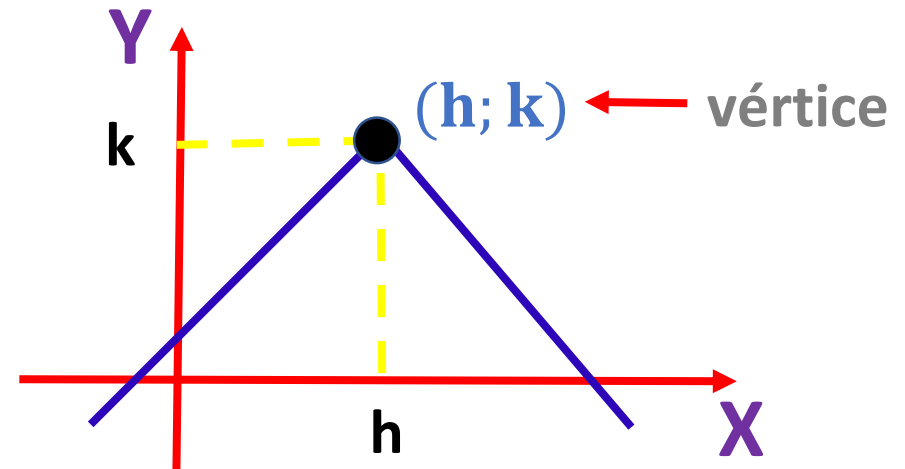
$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$y = a|x - h| + k \quad a > 0$$



$$\text{Ran}(f) = [k; +\infty >$$

$$y = a|x - h| + k \quad a < 0$$



$$\text{Ran}(f) = < -\infty; k]$$

IV) FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

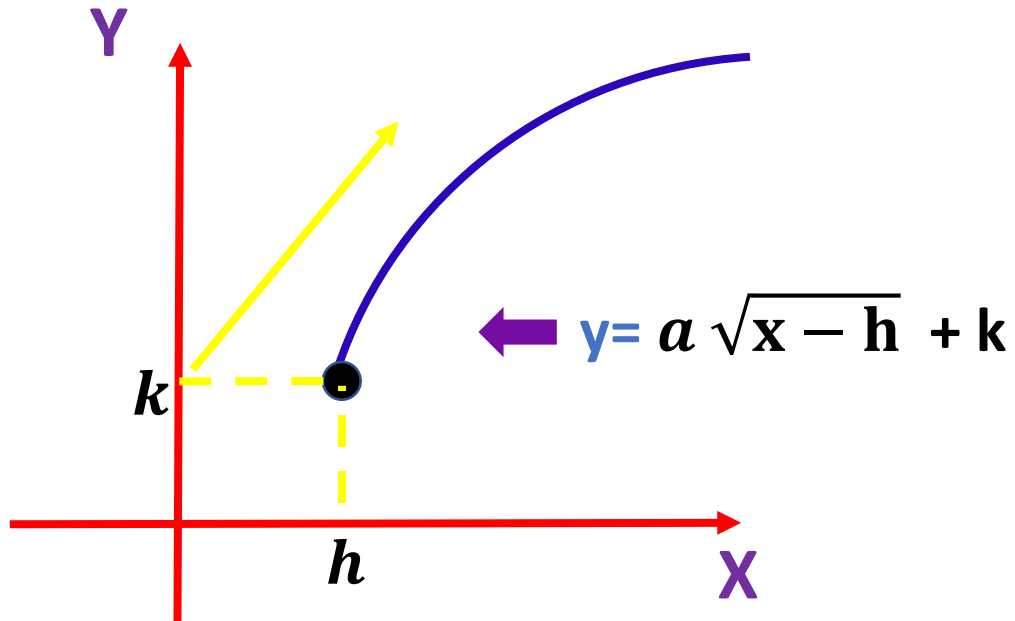
Es aquella función de la forma:

$$f(x) = a \sqrt{x - h} + k \quad ; \quad a > 0$$

Cuya gráfica es:

$$\text{Dom}(f) = [h; +\infty >$$

$$\text{Ran}(f) = [k; +\infty >$$

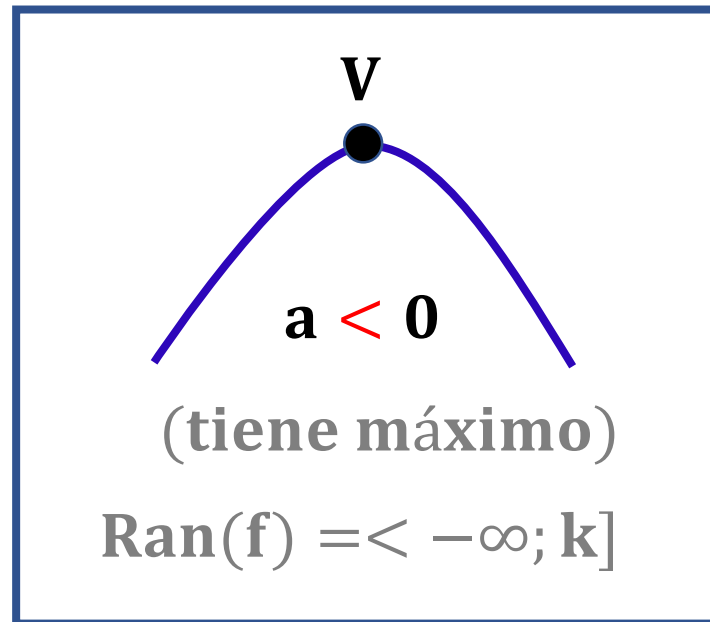
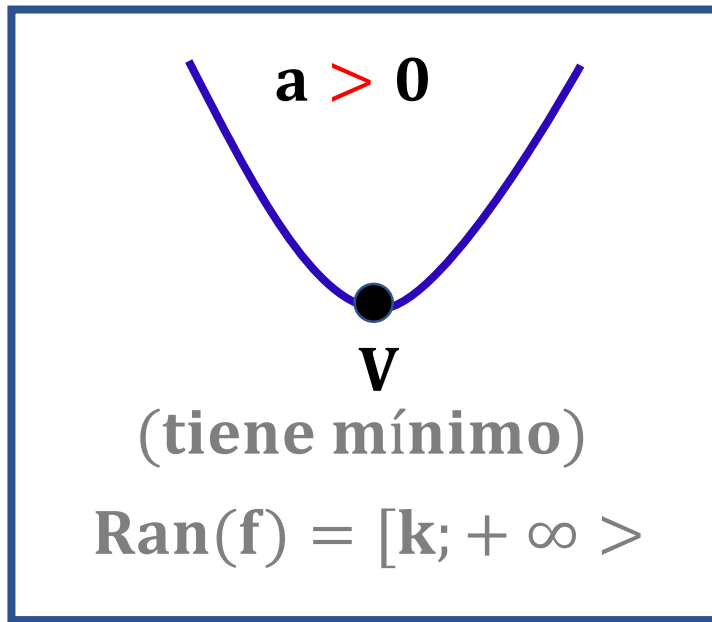


Características

- * Es **creciente** en todo su dominio
- * Su **mínimo** valor es cero
- * Su **dominio** es $[0; +\infty >$
- * Su **rango** es $[0; +\infty >$

V) FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \forall a \neq 0$$



$$V = (h; k)$$

$$h = -\frac{b}{2a}$$

$$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

V → Vértice de la parábola

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 1$$

$$g(x) = x^2 + 6x - 3$$

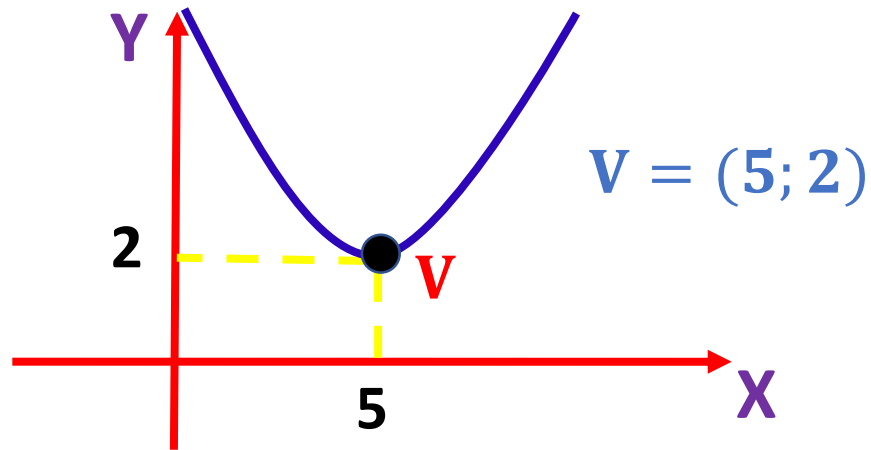
$$h(x) = -3x^2 + 6x - 5$$

$$j(x) = -x^2 - 2x + 4$$

Gráfica de la función cuadrática de la forma:

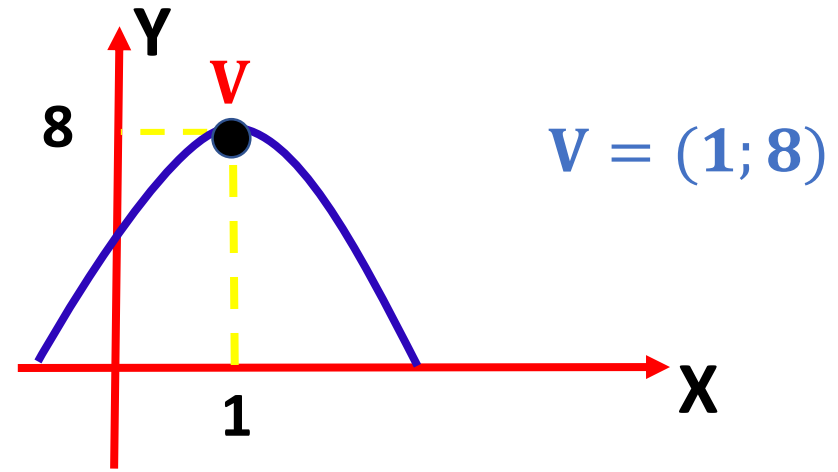
Sea: $f(x) = a(x - h)^2 + k \rightarrow V = (h; k)$

$$f(x) = 3(x - 5)^2 + 2$$



- * Su **mínimo** valor es 2
- * Su **rango** es $[2; +\infty >$
- * Es **decreciente** en $< -\infty; 5]$
- * Es **creciente** en $[5; +\infty >$

$$g(x) = -2(x - 1)^2 + 8$$



- * Su **máximo** valor es 8
- * Su **rango** es $< -\infty; 8]$
- * Es **creciente** en $< -\infty; 1]$
- * Es **decreciente** en $[1; +\infty >$

Observación:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k \quad a > 0$$

$$\text{Ran}(f) = [k; +\infty >$$

$$V = (h; k)$$

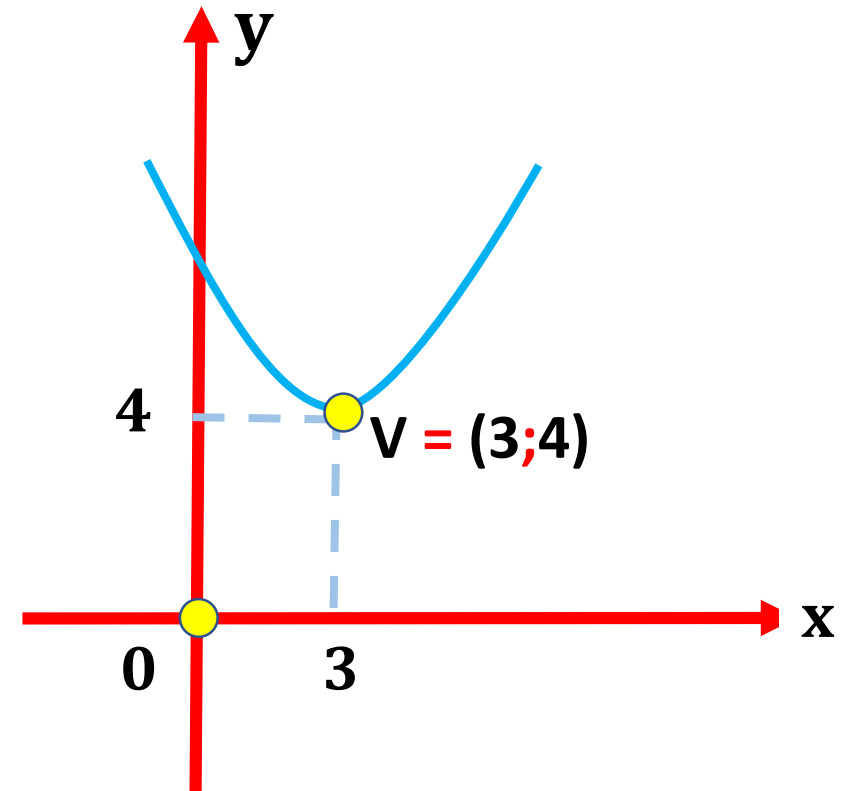
Si: $f(x) = x^2 - 6x + 13$

Podemos conocer su rango y vértice completando cuadrados:

$$y = \underline{x^2 - 6x + 9} + 4$$

$$y = 1(x - 3)^2 + 4$$

Es una parábola hacia arriba

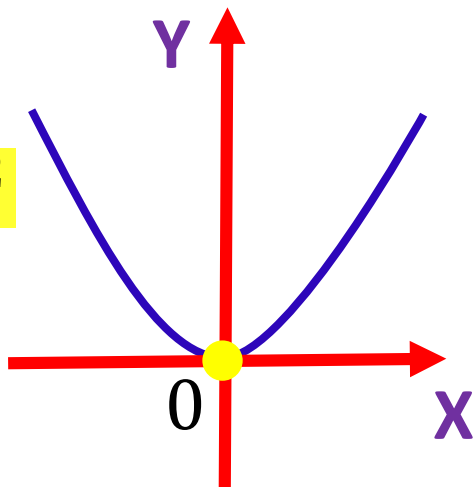


$$\text{Vértice} = (3; 4)$$

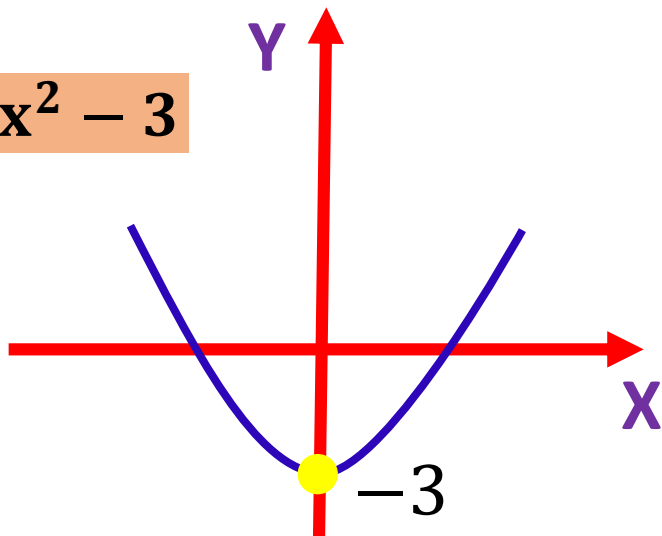
$$\text{Ran}(f) = [4; +\infty >$$

Desplazamientos

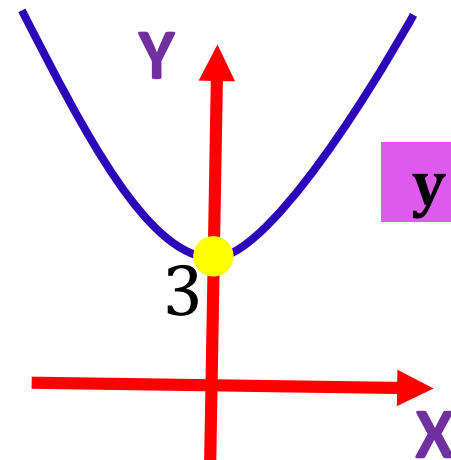
$$y = x^2$$



$$y = x^2 - 3$$

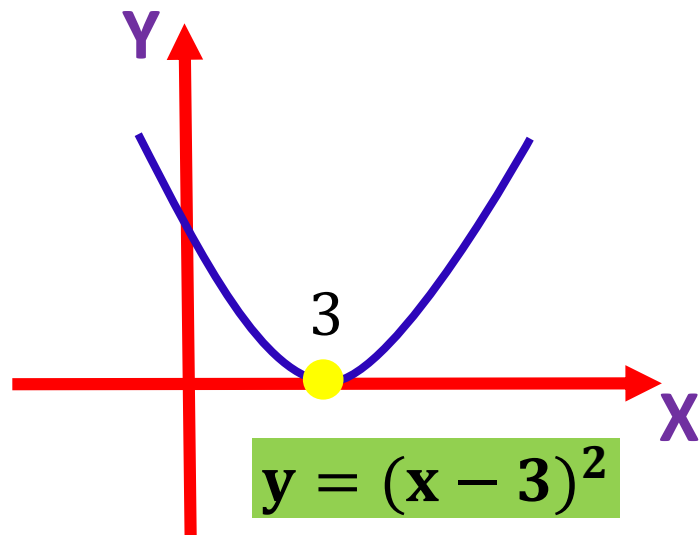


$$y = x^2 + 3$$



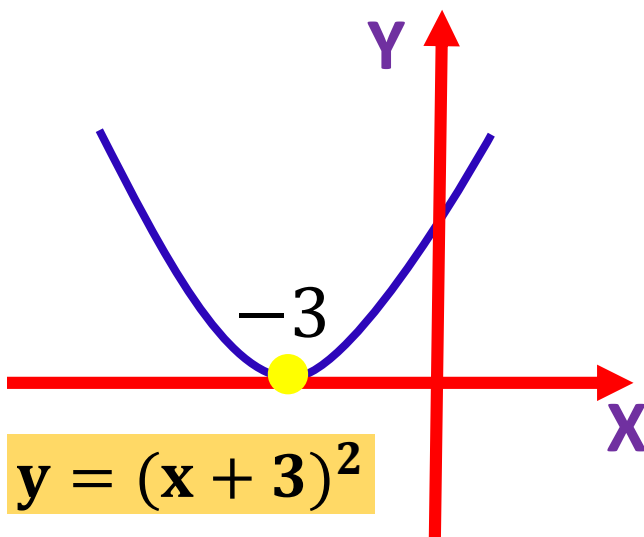
3

$$y = (x - 3)^2$$



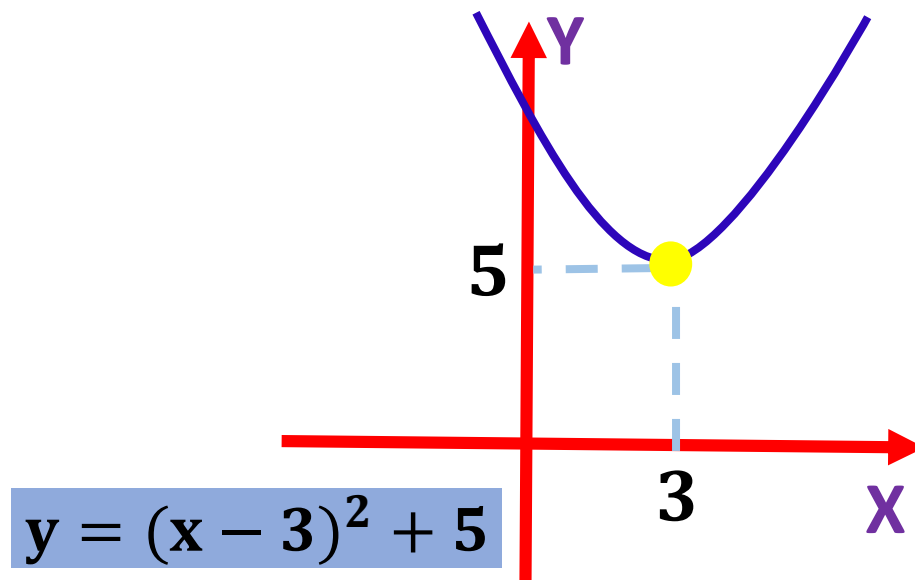
-3

$$y = (x + 3)^2$$



5

$$y = (x - 3)^2 + 5$$



HELICO --- PRACTICE

1. Sea F una función constante tal que:

$$\frac{F(8)+F(10)}{F(5)-3} = 8$$

Calcule: $F(2014) + F(2005)$

Resolución :

Como F es constante

$$F(x) = k$$

$$\Rightarrow F(8) = F(10) = F(5) = k$$

Reemplazando:

$$\frac{k + k}{k - 3} = 8$$

$$2k = 8k - 24$$

$$\Rightarrow k = 4$$

Piden: $F(2014) + F(2005)$

$$k + k$$

$$\therefore F(2014) + F(2005) = 8$$

2. Sea $f(x)$ una función lineal tal que

$$f(4) = 7 \text{ y } f(3) = 1$$

Determine $f(-2)$

Resolución :

Como f es Lineal:

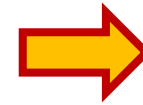
$$\Rightarrow f(x) = ax + b$$

$$f(4) = 4a + b = 7$$

$$f(3) = 3a + b = 1$$

$$a = 6$$

$$b = -17$$



$$f(x) = 6x - 17$$

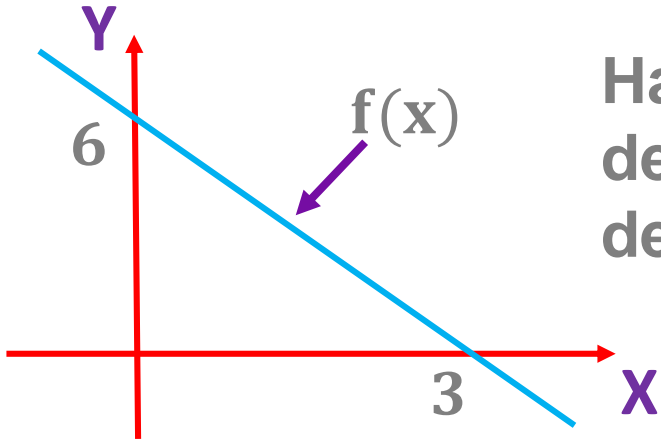
piden:

$$f(-2) = 6(-2) - 17$$

$$f(-2) = -12 - 17$$

$$\therefore f(-2) = -29$$

3. Según la siguiente gráfica:



Halle la regla de correspondencia de $f(x)$:

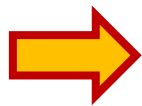
Resolución :

Como $f(x)$ es lineal

$$f(x) = ax + b$$

Corte en el eje Y

$$f(0) = 6 \rightarrow a(0) + b = 6$$

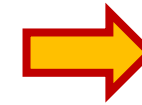


$$b = 6$$

Corte en el eje X

$$f(3) = 0 \rightarrow 3a + b = 0$$

$$\rightarrow 3a + 6 = 0$$



$$a = -2$$

$$\therefore f(x) = -2x + 6$$

4. Grafique la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{x-3} - 4$$

Además determine su dominio y rango

Recuerda!

FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

Es aquella función de la forma:

$$f(x) = a \sqrt{x-h} + k$$

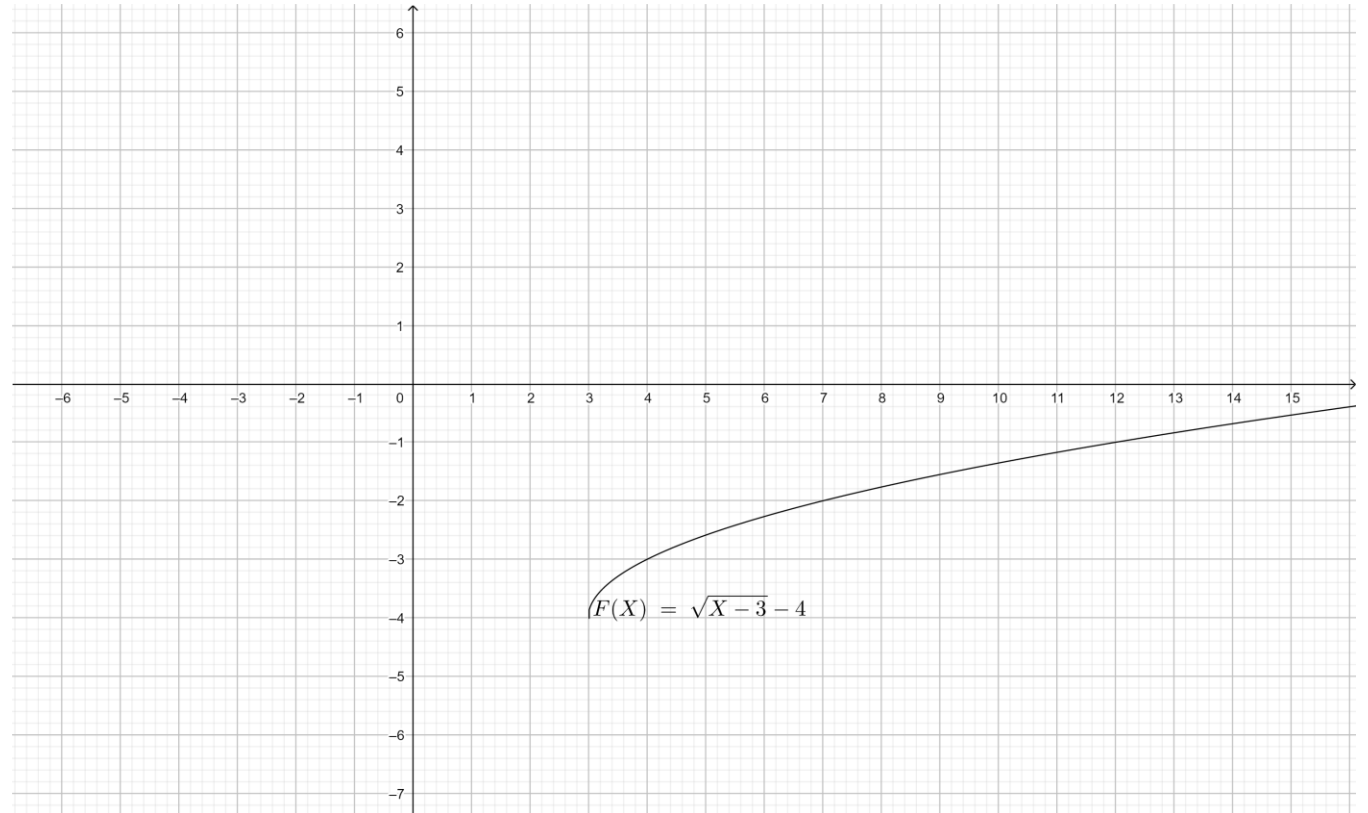
$$\text{Dom}(f) = [h; +\infty >$$

$$\text{Ran}(f) = [k; +\infty >$$

Resolución :

$$X - 3 = 0 \rightarrow X=3 \quad ; \quad Y=-4$$

Cuya gráfica es:



$$\text{Dom}(f) = [3; +\infty >$$

$$\text{Ran}(f) = [-4; +\infty >$$

5. Grafique la función:

$$f(x) = x^2 - 8x + 20$$

Además determine el vértice y rango de $f(x)$

Resolución :**Recordar:**

$$\text{Si: } f(x) = (x - h)^2 + k$$

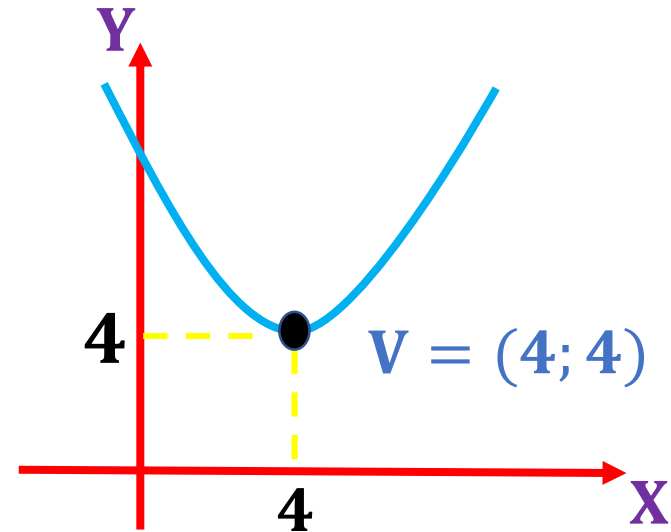
$$V = (h; k)$$

$$\text{Ran}(f) = [k; +\infty >$$

Completando cuadrados:

$$f(x) = \underline{x^2 - 8x + 16} + 4$$

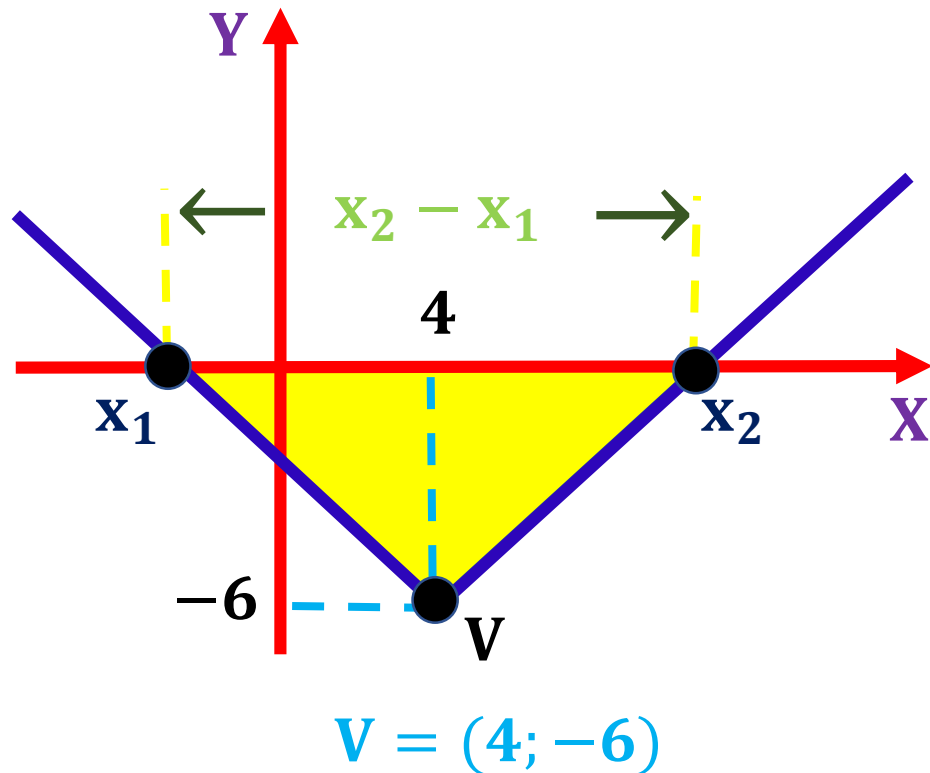
$$f(x) = (x - 4)^2 + 4 \rightarrow \begin{cases} h = 4 \\ k = 4 \end{cases}$$



$$\therefore V = (4; 4) \quad \wedge$$

$$\text{Ran}(f) = [4; +\infty >$$

- 6.** El costo de un horno microondas es $15T$ soles, donde T coincide con el área de la región limitada por la función: $F(x) = |x - 4| - 6$ y el eje X . ¿Cuánto es el costo de dicho horno?
- Resolución:**



$$F(x) = |x - 4| - 6 = 0$$

$$|x - 4| = 6 \quad \begin{cases} x - 4 = -6 \rightarrow x_1 = -2 \\ x - 4 = 6 \rightarrow x_2 = 10 \end{cases}$$

$$T = \text{Área} = \frac{(x_2 - x_1) \times 6}{2} = (12) \times 3 = 36u^2$$

Costo del horno:

$$15T = 15(36) = 540$$

∴ Costo del horno es s/540

7. Una pequeña compañía proveedora de servicios de cable provee a sus clientes varios tipos de planes, en el plan premium cobra \$30 por mes y tiene una cartera de 50 clientes, si por cada incremento de \$1 en el precio la empresa pierde un cliente. Halle el máximo ingreso que percibe la empresa en el plan mencionado.

Resolución :

Ingreso = #clientes . precio

Precio : \$30 $\xrightarrow{+1x}$ $(30+x)$

#clientes: 50 $\xrightarrow{-1x}$ $(50-x)$

$$I(x) = (50-x)(30+x)$$

$$I(x) \text{ máx} = -x^2 + 20x + 1500$$

$$I(x) \text{ máx} = -(x - 10)^2 + 1600$$

El máximo ingreso que percibe la empresa es \$1600