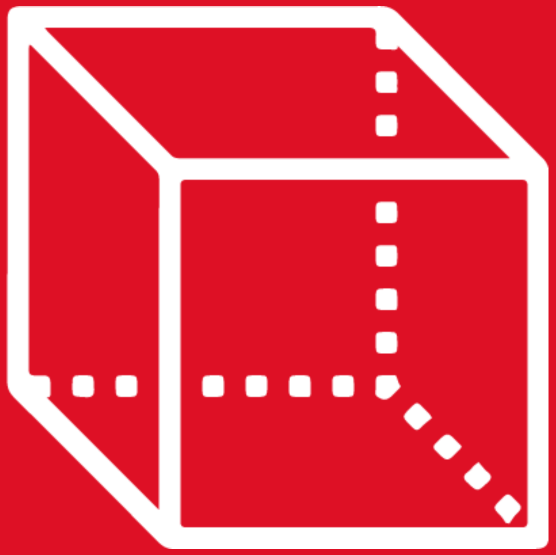
GEOMETRÍA

Capítulo 8



SACO OLIVEROS

4th

SECONDARY

PUNTOS NOTABLES ASOCIADOS AL TRIÁNGULO

En la geometría existen algunos puntos cuya ubicación son de mucha utilidad para resolver ciertas situaciones de nuestro día a día, por ejemplo Imagina un parque que se encuentra limitado por tres avenidas.

Ahora pregúntate:

¿En qué lugar del parque debo estar para tener la posibilidad de llegar a sus esquinas en el mismo tiempo y manteniendo la misma velocidad?

Para responder esta interrogante deberemos analizar la relación de este punto con las características de la figura (en este caso la forma triangular del parque).

PUNTOS NOTABLES

Son aquellos puntos donde concurren líneas notables de una misma característica.

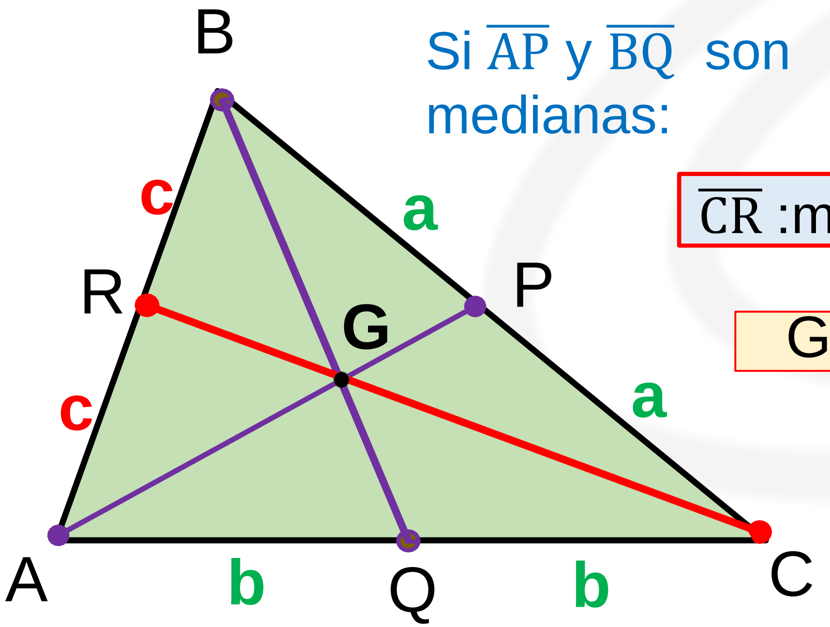
1. BARICENTRO (G)

Es el punto de concurrencia de las medianas de un triángulo.

Si $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$ son medianas:

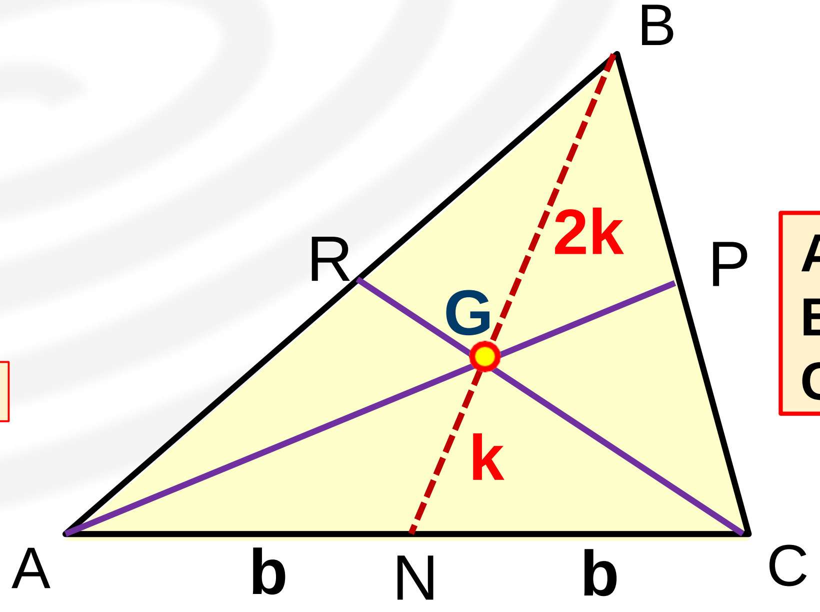
$\overline{CR}$:mediana

G: Baricentro



Teorema

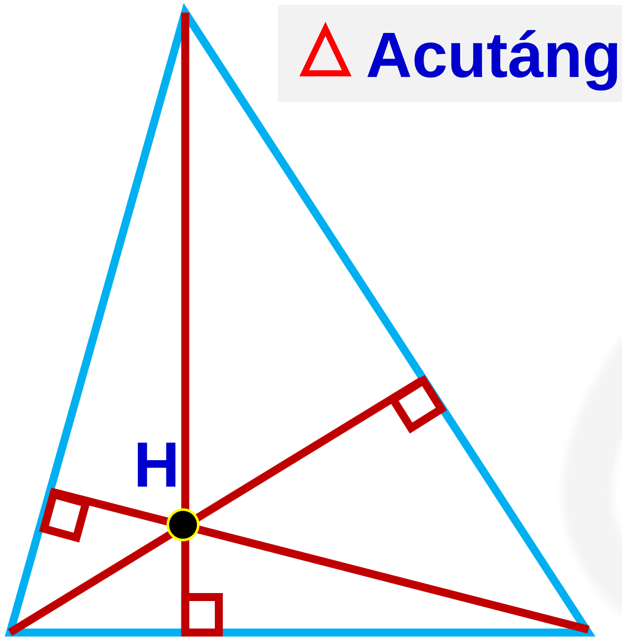
El baricentro de un triángulo divide a las medianas en la relación de 2 a 1.



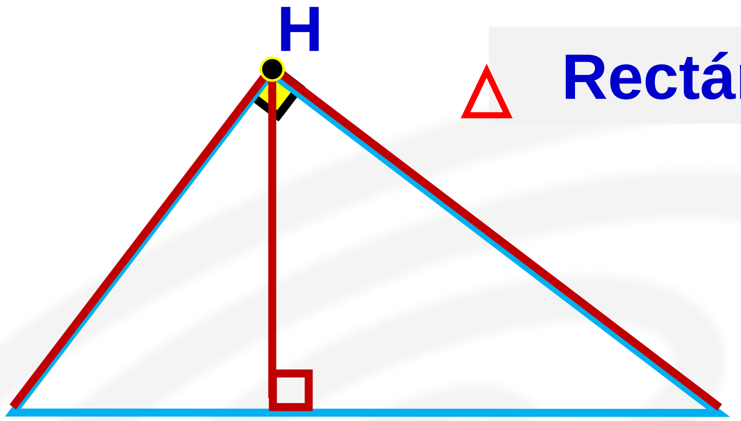
AG	=	2(GP)
BG	=	2(GQ)
CG	=	2(GR)

2. ORTOCENTRO (H). Es el punto de concurrencia de las alturas.

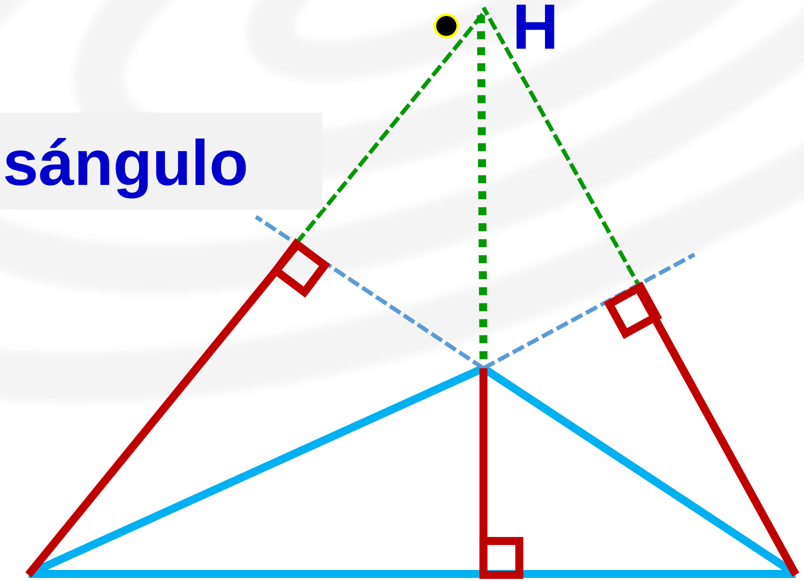
Δ Acutángulo



Δ Rectángulo

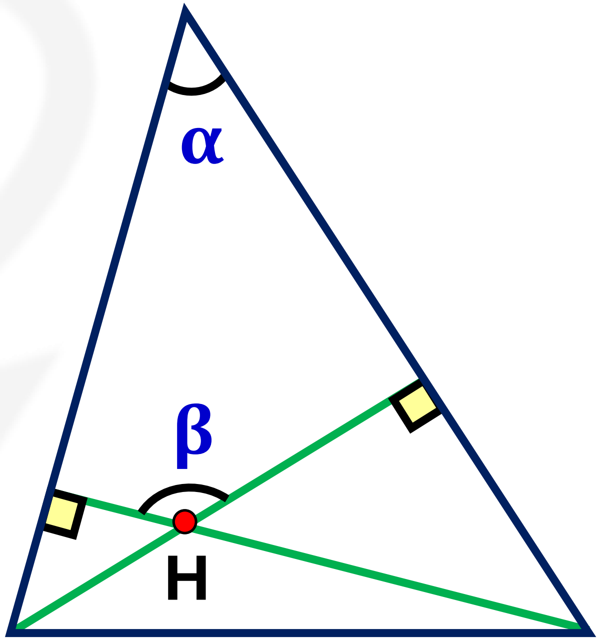


Δ Obtusángulo



H:Ortocentro

TEOREMA

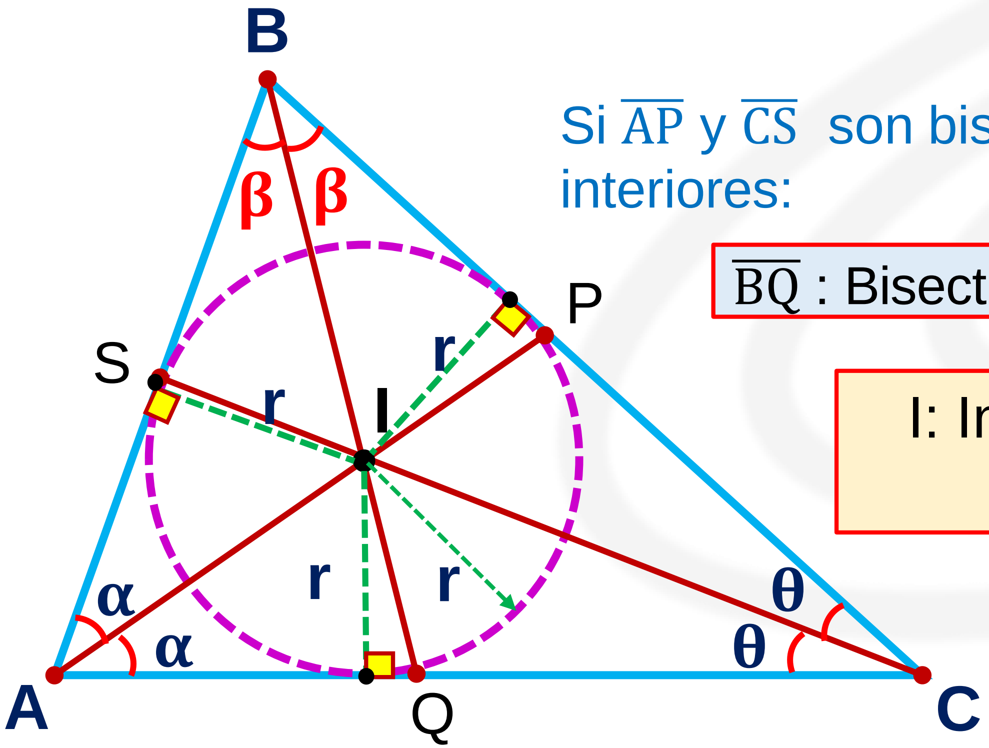


$\alpha + \beta = 180°$

TEOREMA

3. INCENTRO (I)

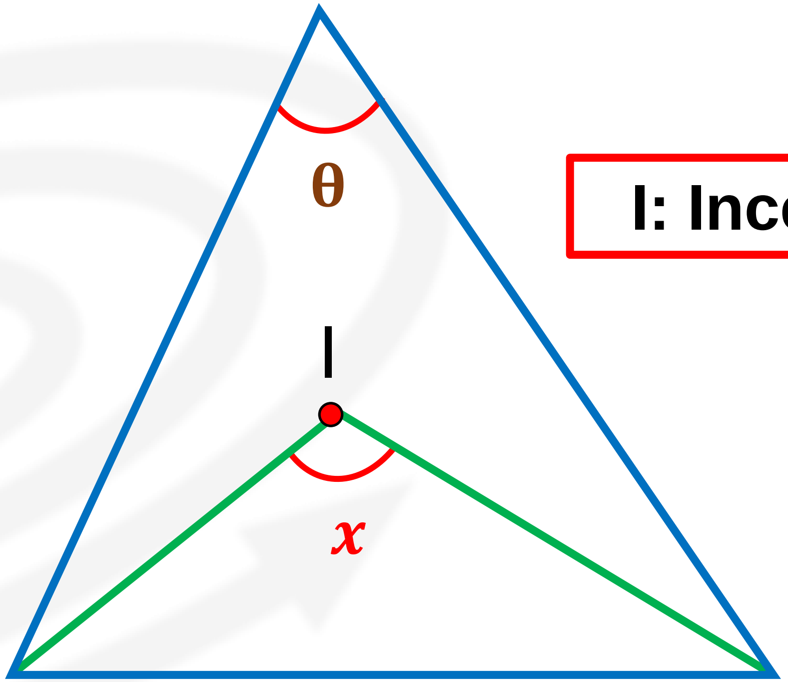
Es el punto de concurrencia de la bisectrices interiores.



Si $\overline{AP}$ y $\overline{CS}$ son bisectrices interiores:

$\overline{BQ}$: Bisectriz interior

I: Incentro del ΔABC

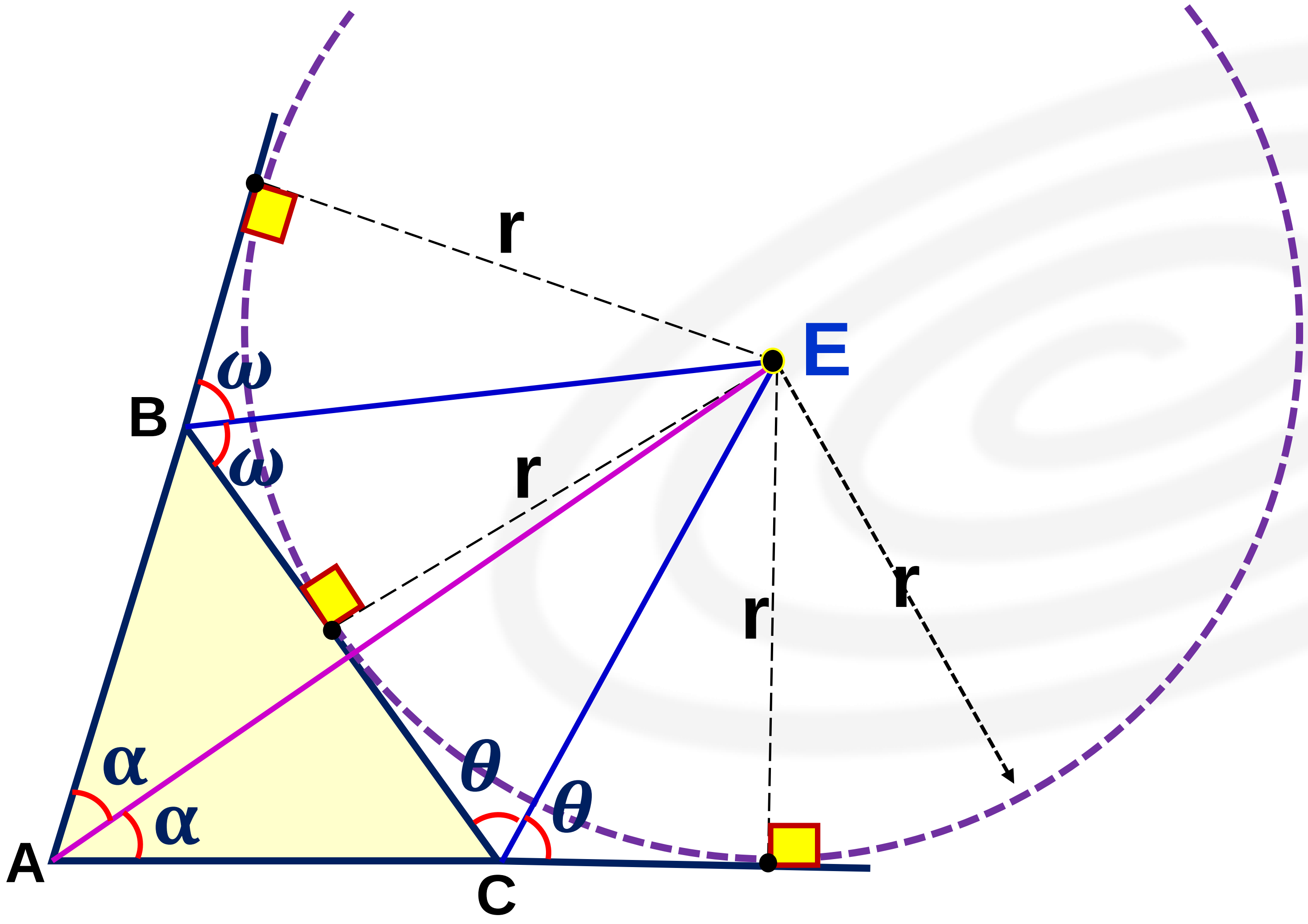


I: Incentro

$$x = 90° + \frac{\omega}{2}$$

4. EXCENTRO (E).

Es el punto de intersección de dos bisectrices exteriores y una bisectriz del un ángulo interior opuesto.



Si $\overline{BE}$ y $\overline{CE}$ son bisectrices exteriores:

$\overline{AE}$: Bisectriz interior

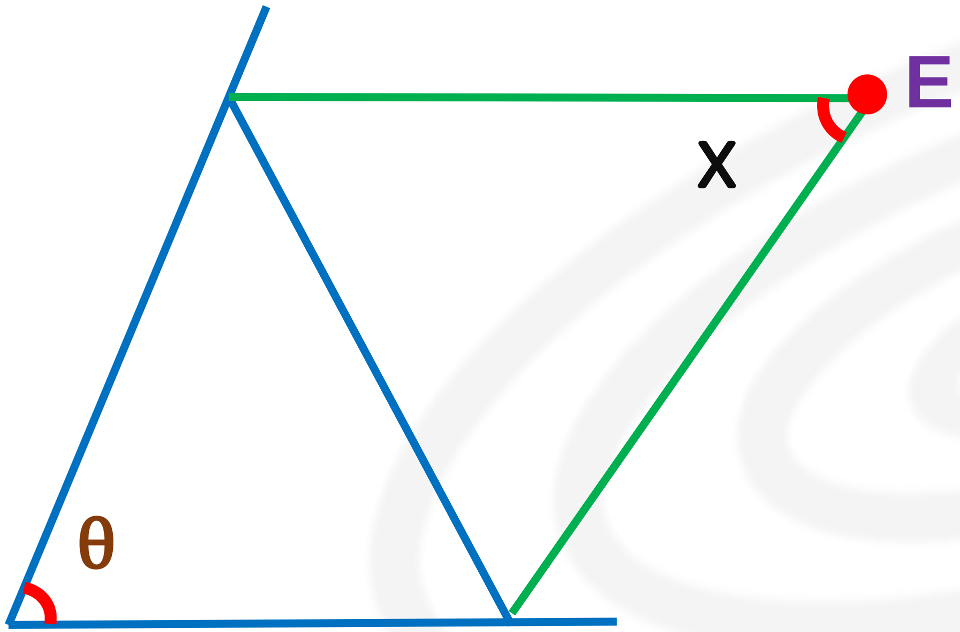
E: Excentro relativo a $\overline{BC}$ de ABC.

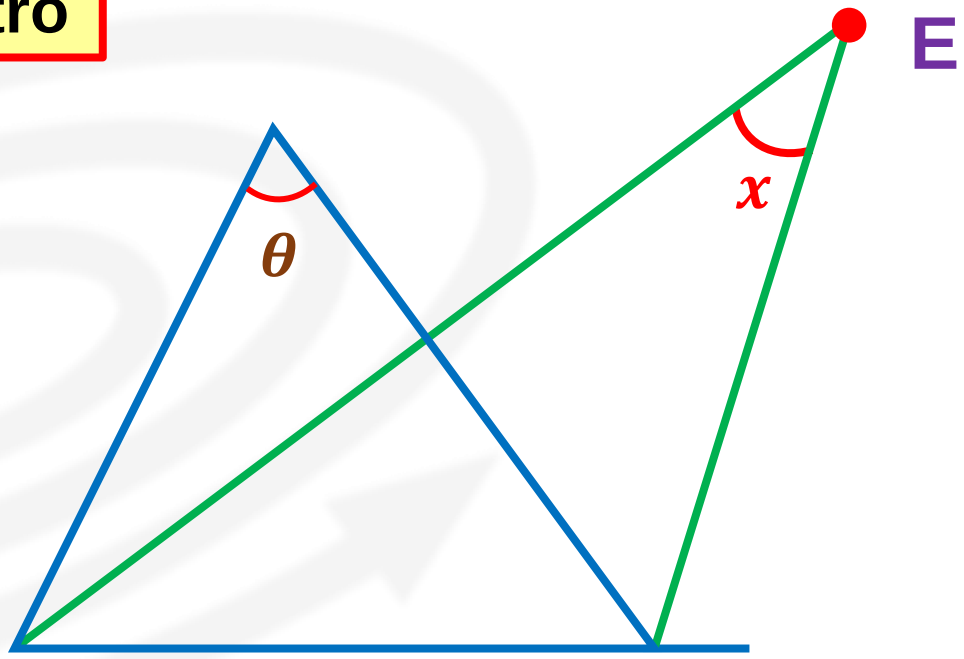
NOTA:

Todo triangulo tiene tres excentros, uno relativo a cada lado.

TEOREMAS

E: Excentro



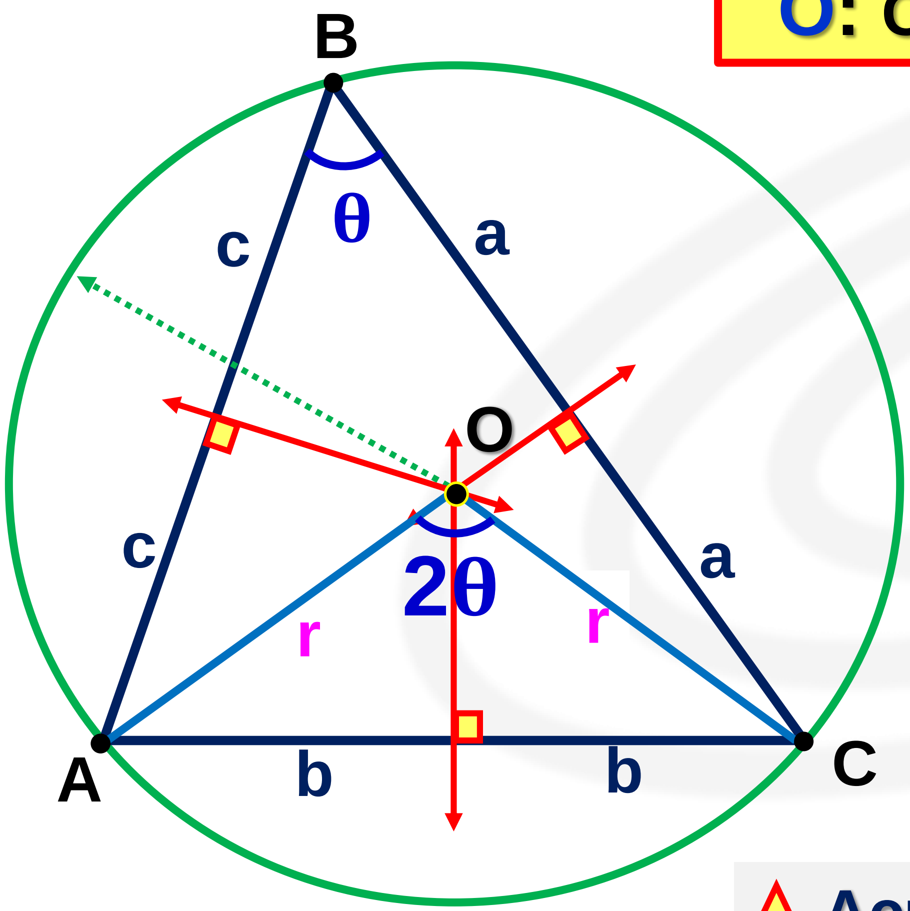


$$x = 90° - \frac{\theta}{2}$$

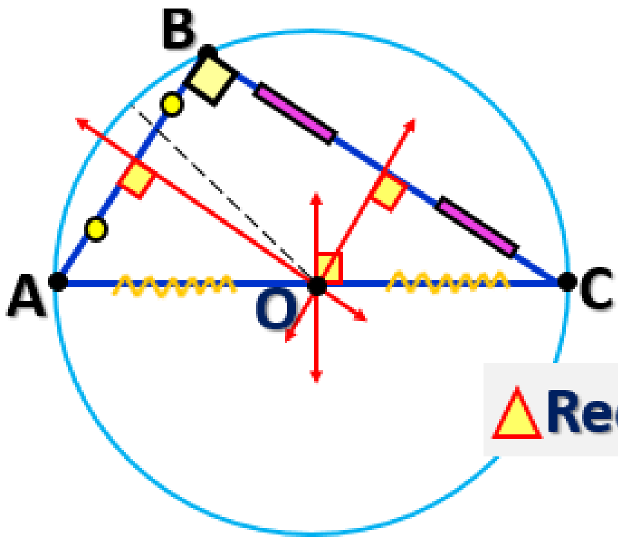
$$x = \frac{\theta}{2}$$

5) **CIRCUNCENTRO(O).** Es el punto de concurrencia de las mediatrices.

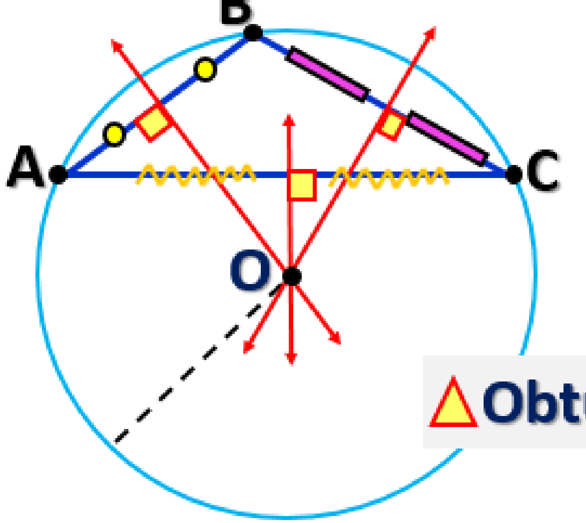
O: Circuncentro



△ Acutángulo



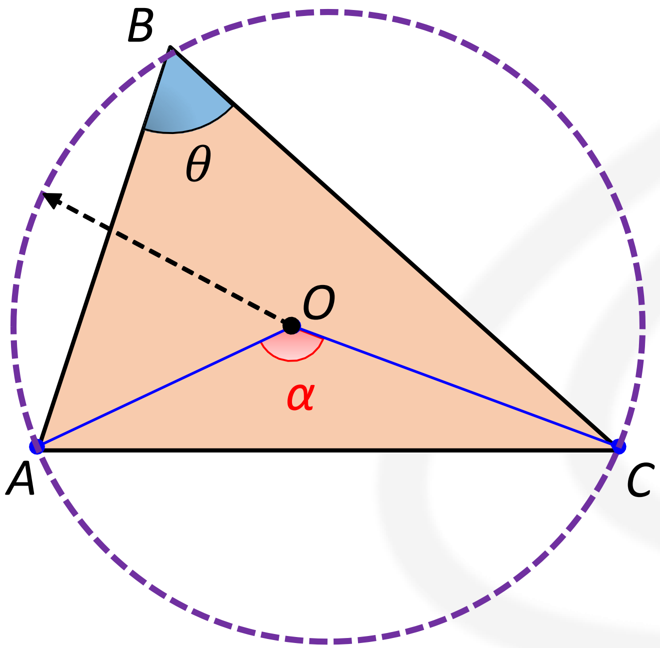
△Rectángulo



△Obtusángulo

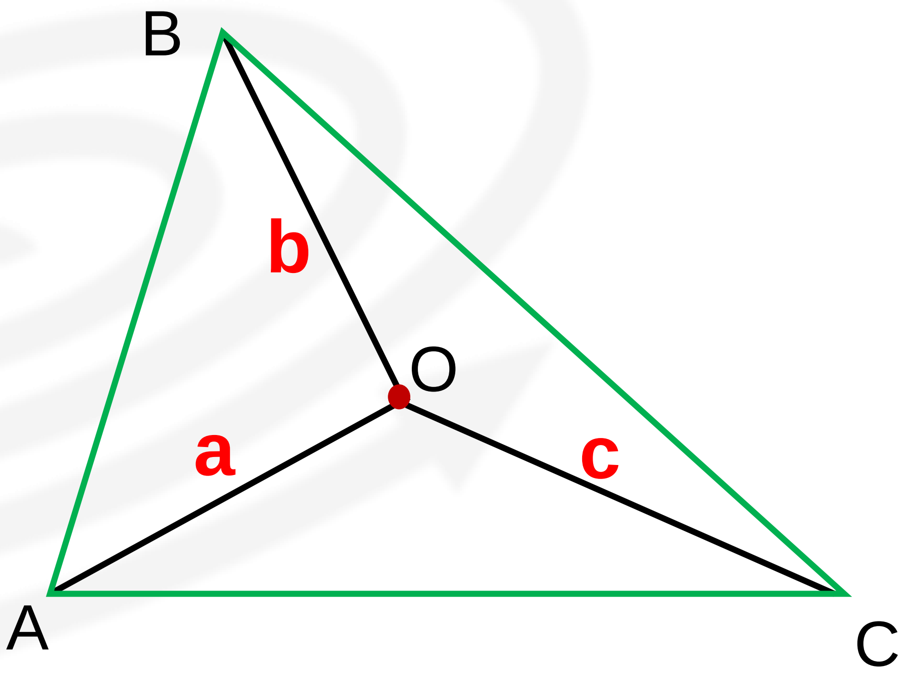
TEOREMA

Si O es Circuncentro:



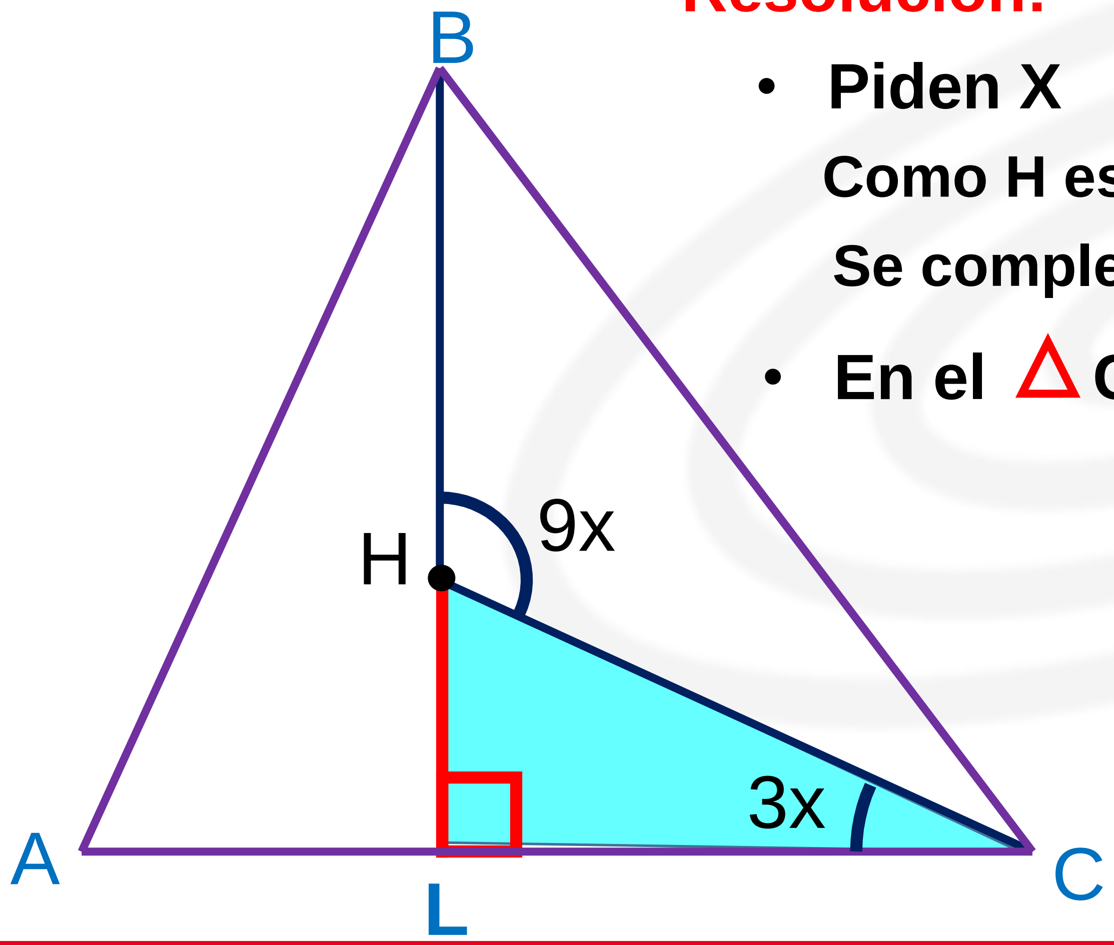
$$\boxed{\alpha = 2\theta}$$

Si O es Circuncentro:



$$\boxed{a = b = c}$$

1. Se tiene un triángulo acutángulo ABC, de ortocentro H. Si la m∡BHC = 9x y m∡HCA = 3x, halle el valor de x.



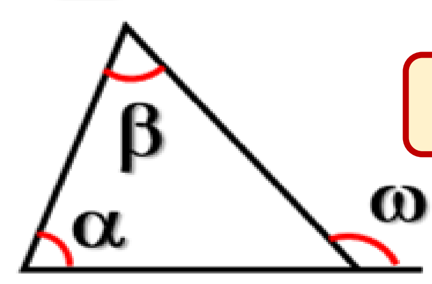
Resolución:

- **Piden X**

  Como H es ortocentro

  Se completa la altura $\overline{BL}$

- **En el △CLH:**



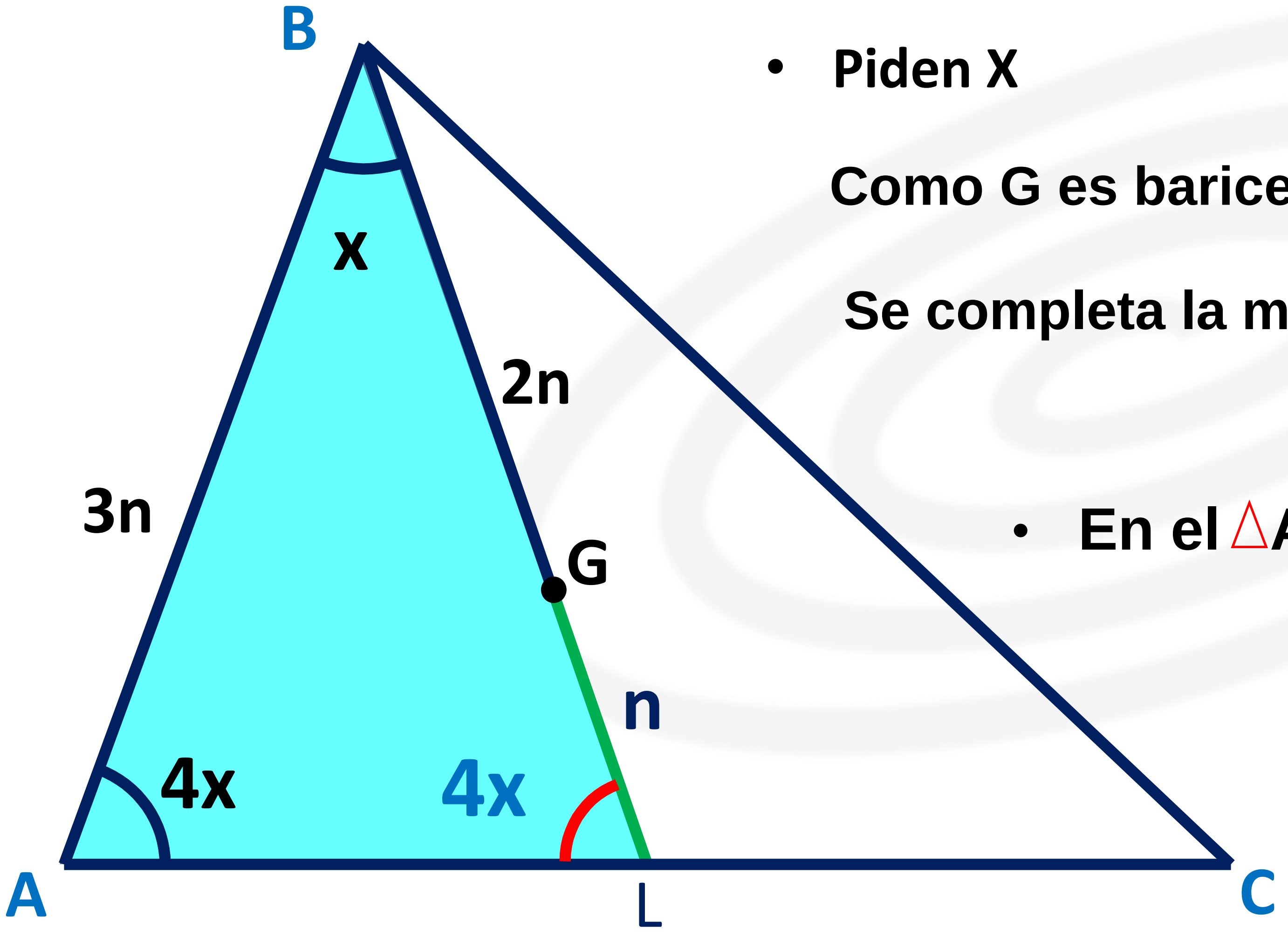
$\omega = \alpha + \beta$

$$9x = 90^0 + 3x$$

$$6x = 90^0$$

$\boxed{x = 15°}$

2. En la figura, G es baricentro de la región triangular ABC. Halle el valor de x.

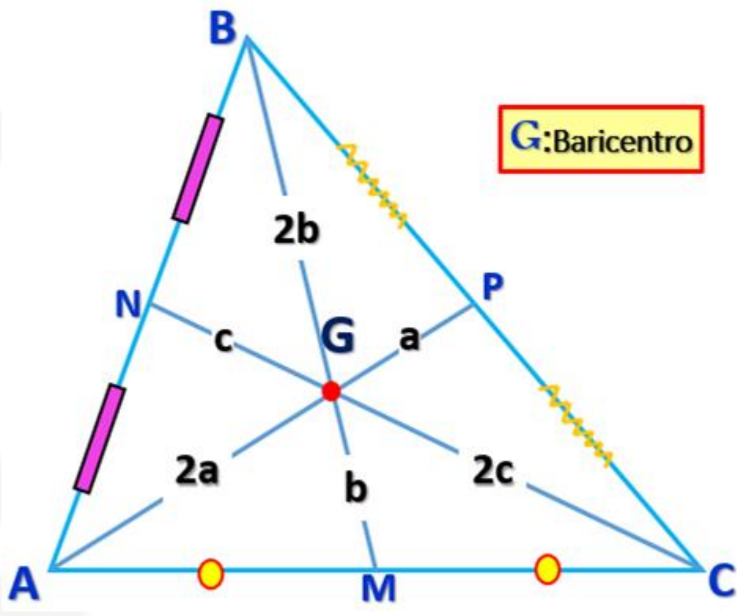


Resolución:

- **Piden X**

Como G es baricentro

Se completa la mediana $\overline{BL}$



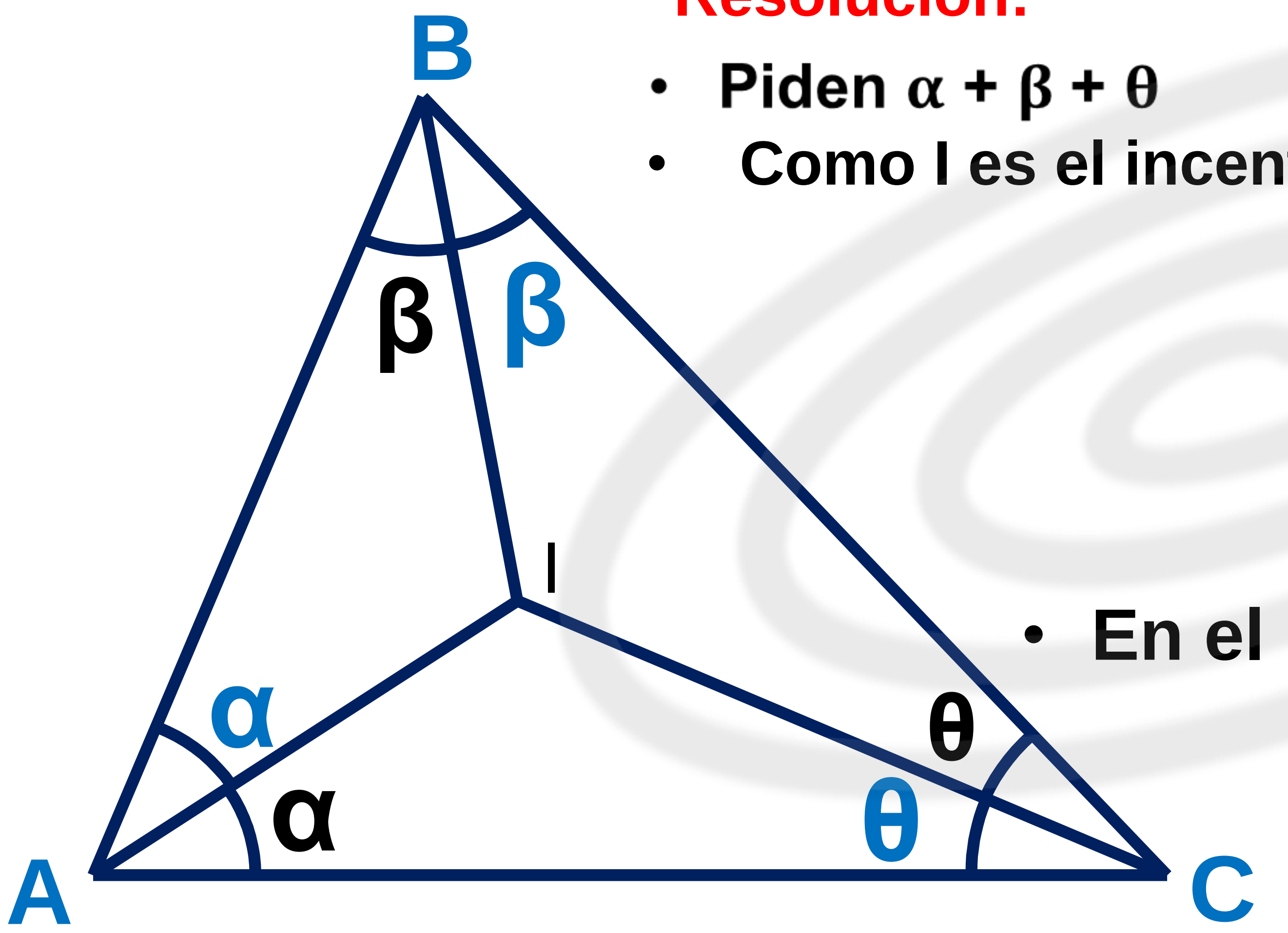
- **En el △ABL: Isósceles**

$$4x + x + 4x = 180°$$

$$9x = 180°$$

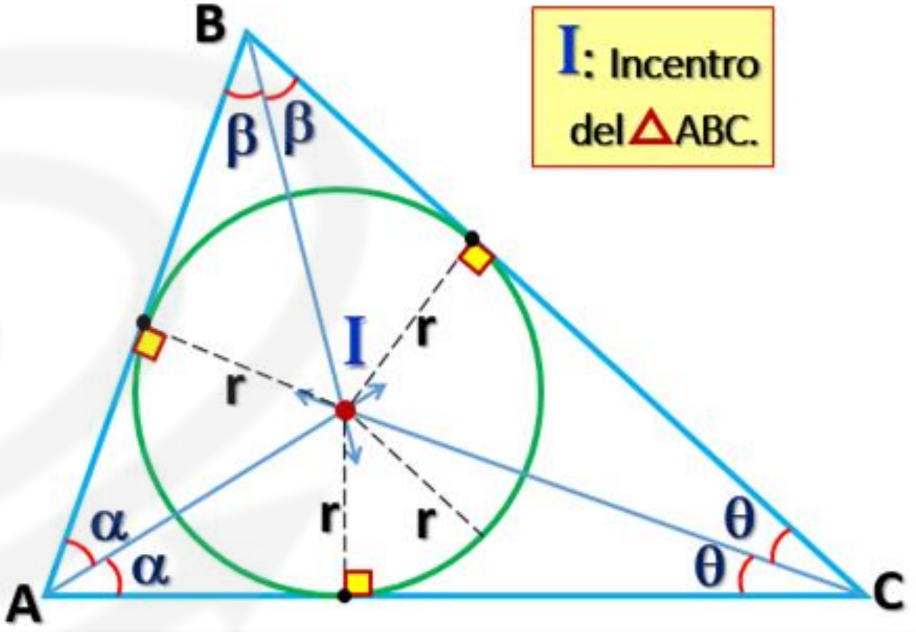
$$\boxed{x = 20°}$$

3. En la figura, I es incentro del triángulo ABC. Calcule $\alpha + \beta + \theta$.



Resolución:

- Piden $\alpha + \beta + \theta$
- Como I es el incentro.

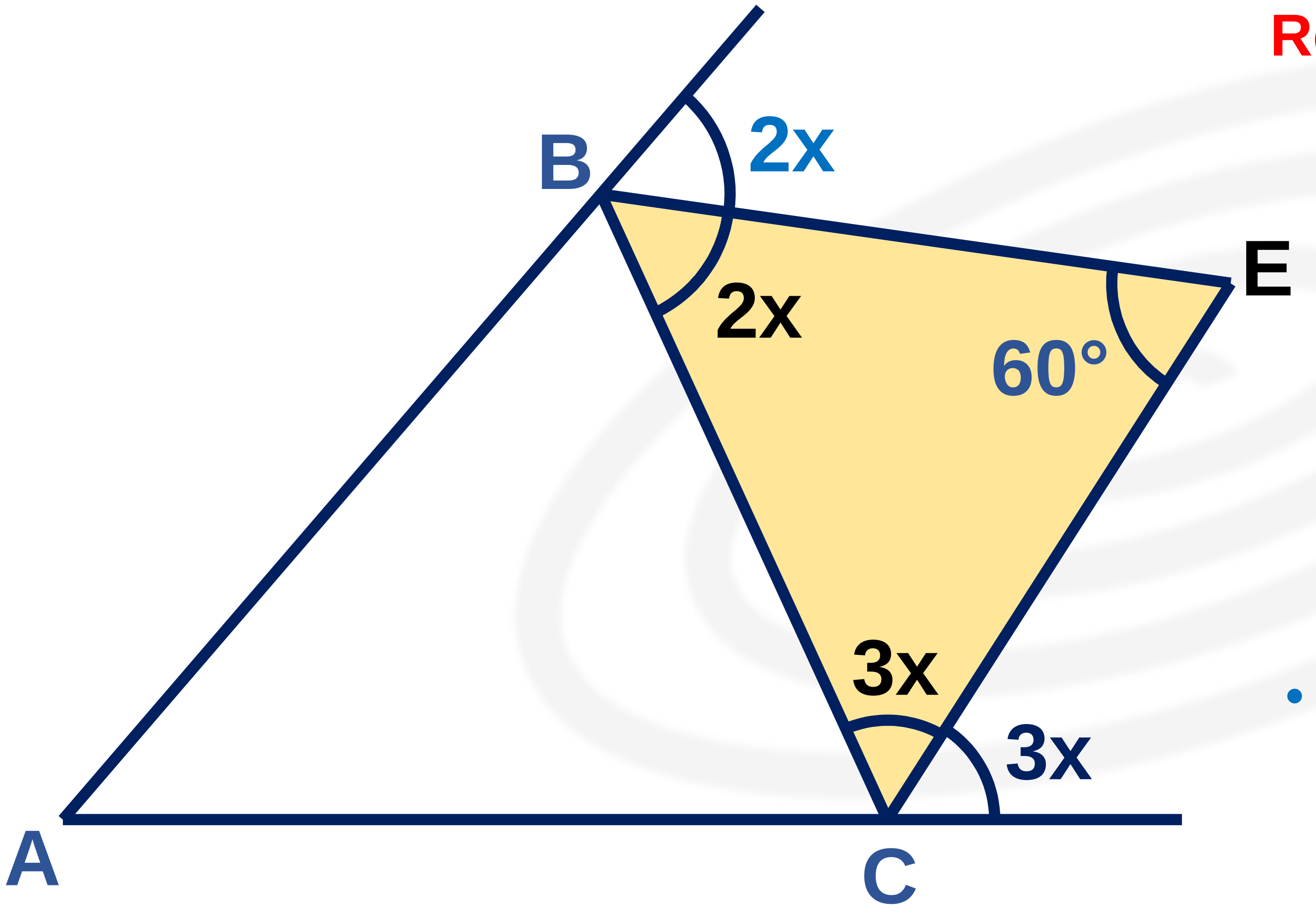


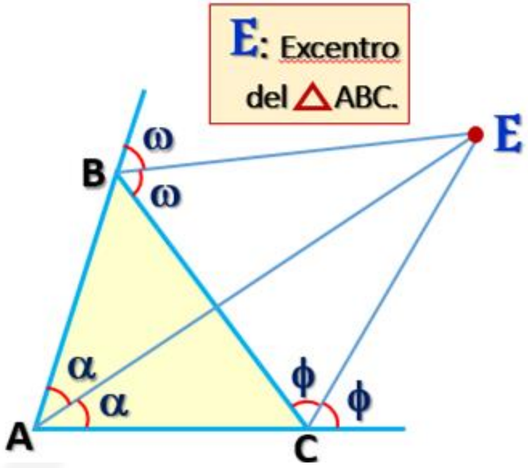
- En el △ ABC

$$2\alpha + 2\beta + 2\theta = 180^0$$

$$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 90^0}$$

4. E es excentro del triángulo ABC. Halle el valor de x, si





Resolución:

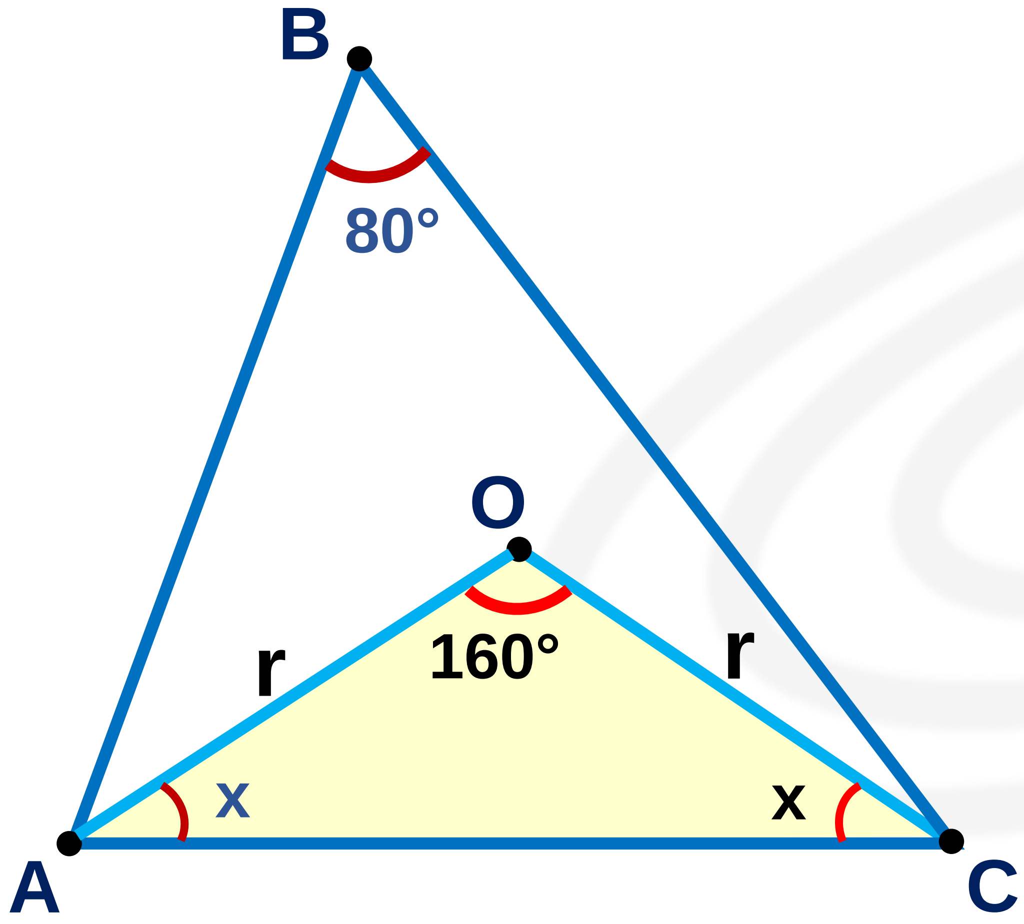
- Piden X
- Como E es el excentro.
  $\overline{BE}$ es bisectriz
  $\overline{CE}$ es bisectriz
- En el △ BEC

$$2x + 3x + 60° = 180°$$

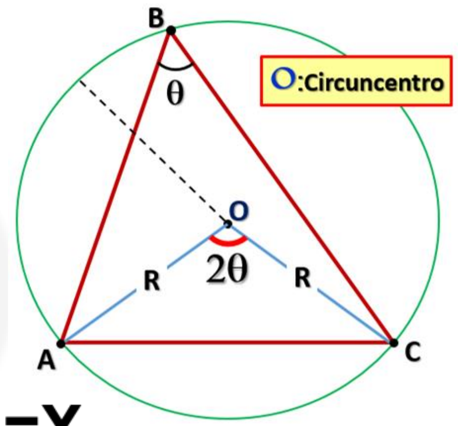
$$5x = 120°$$

$$\boxed{x = 24°}$$

5. En un triángulo acutángulo ABC, de circuncentro O, la m∡ABC = 80°, calcule m∡OAC.



Resolución:



- **Piden m∡OAC =X**
  - m<AOC = 2(80°)
    m<AOC = 160°
- △AOC: **Isósceles**

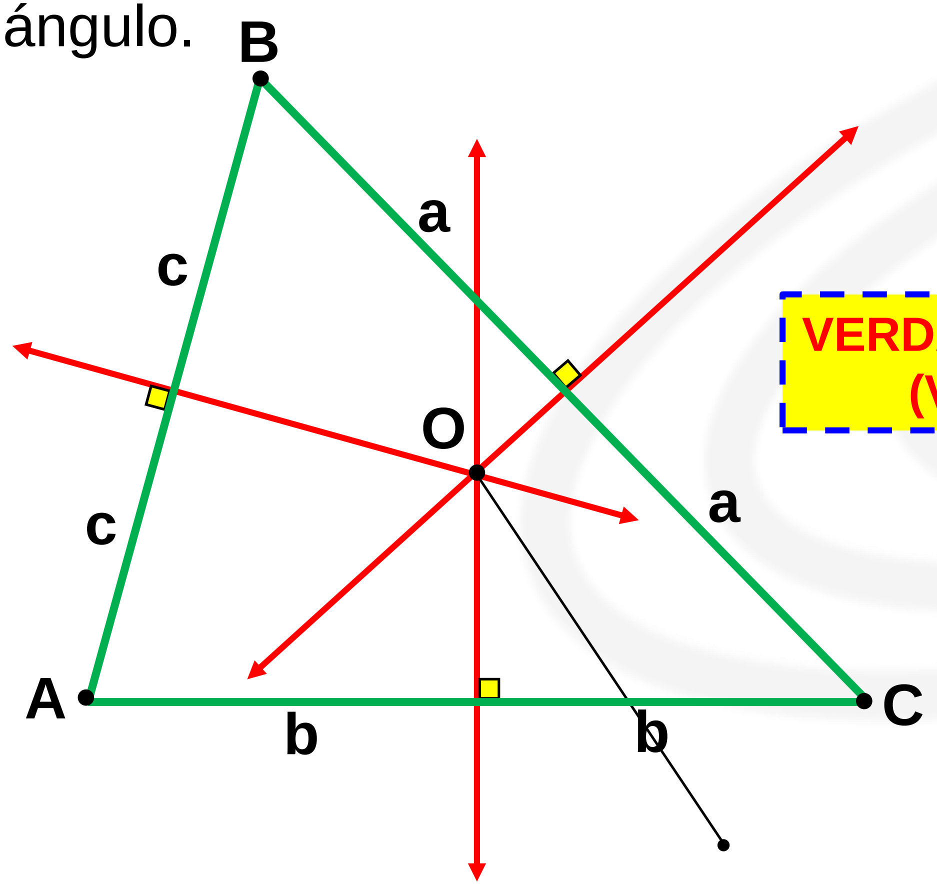
$$x + x + 160° = 180°$$

$$2x = 20°$$

$$\boxed{x = 10°}$$

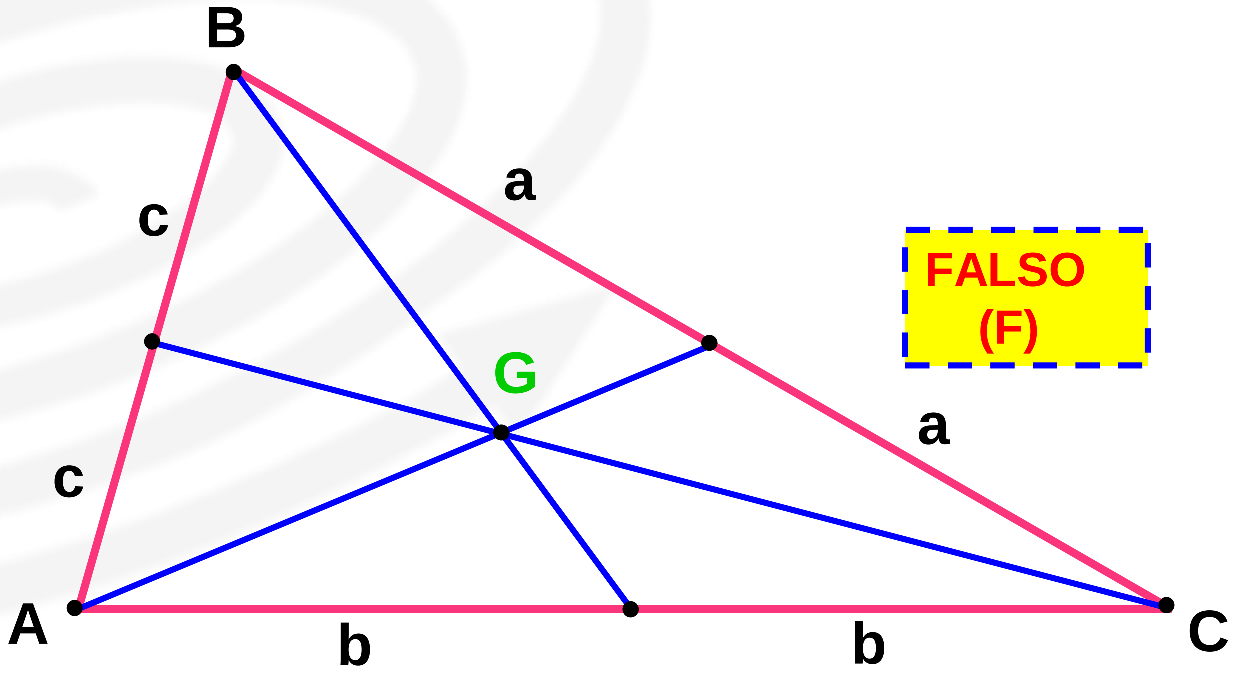
6. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda, luego, marque la alternativa correcta.

* El circuncentro es el punto de concurrencia de las mediatrices de un triángulo.



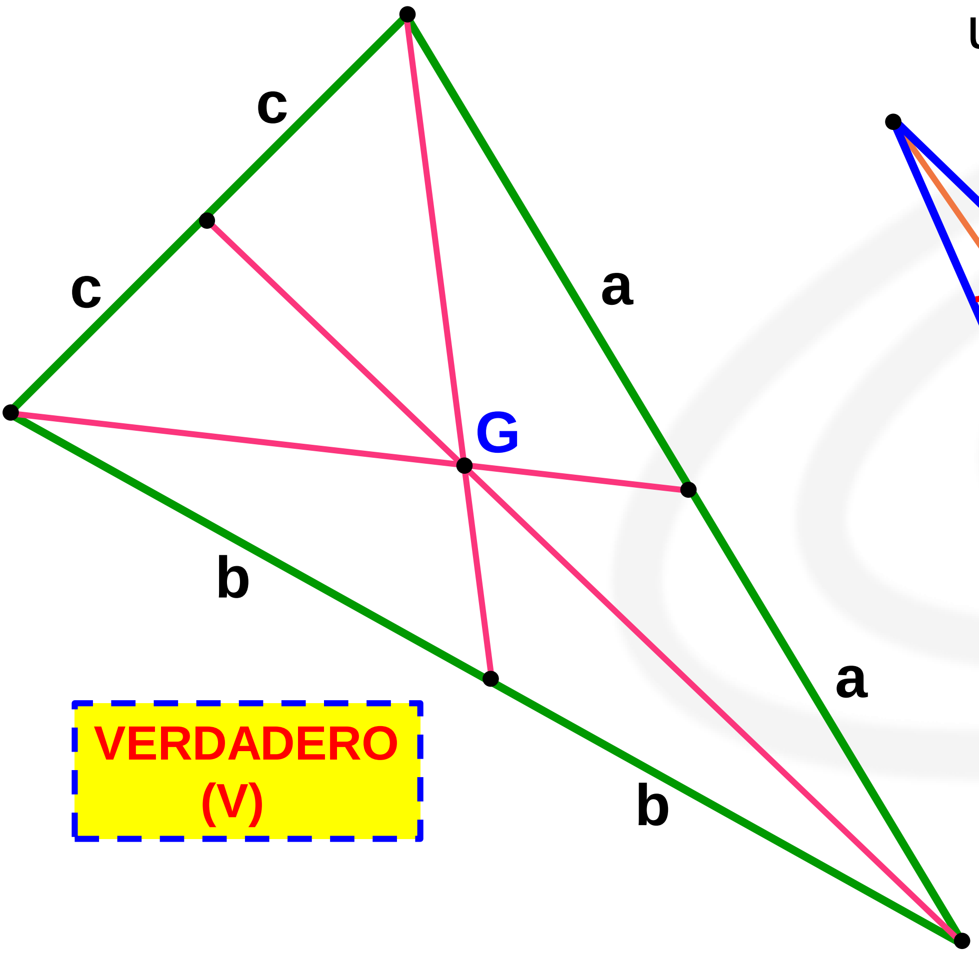
VERDADERO (V)

• El ortocentro es el punto de concurrencia de las medianas de un triangulo.



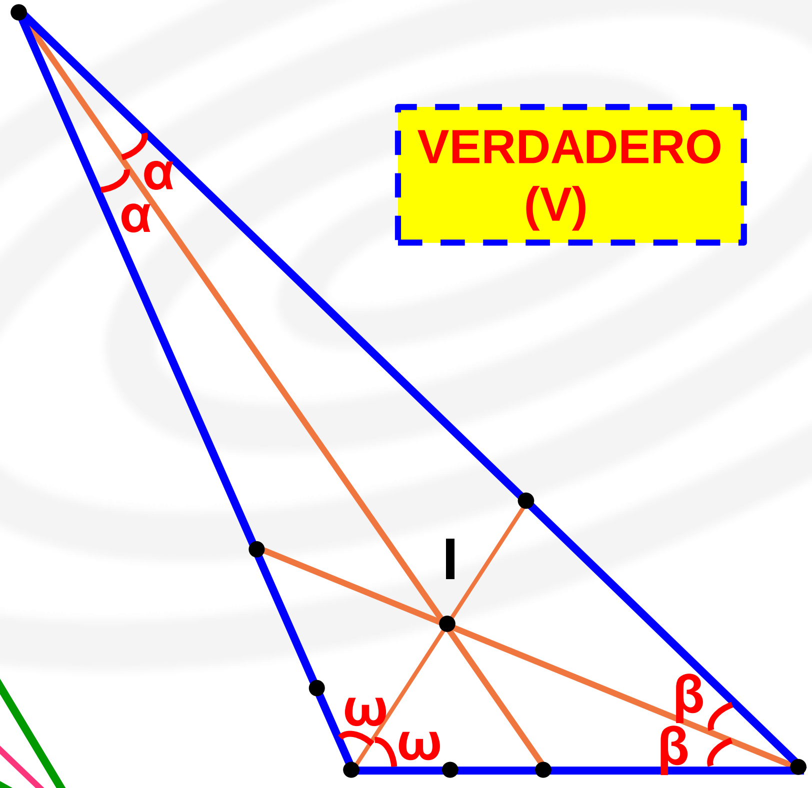
FALSO (F)

- El baricentro es el punto de concurrencia de las medianas de un triangulo.



VERDADERO
(V)

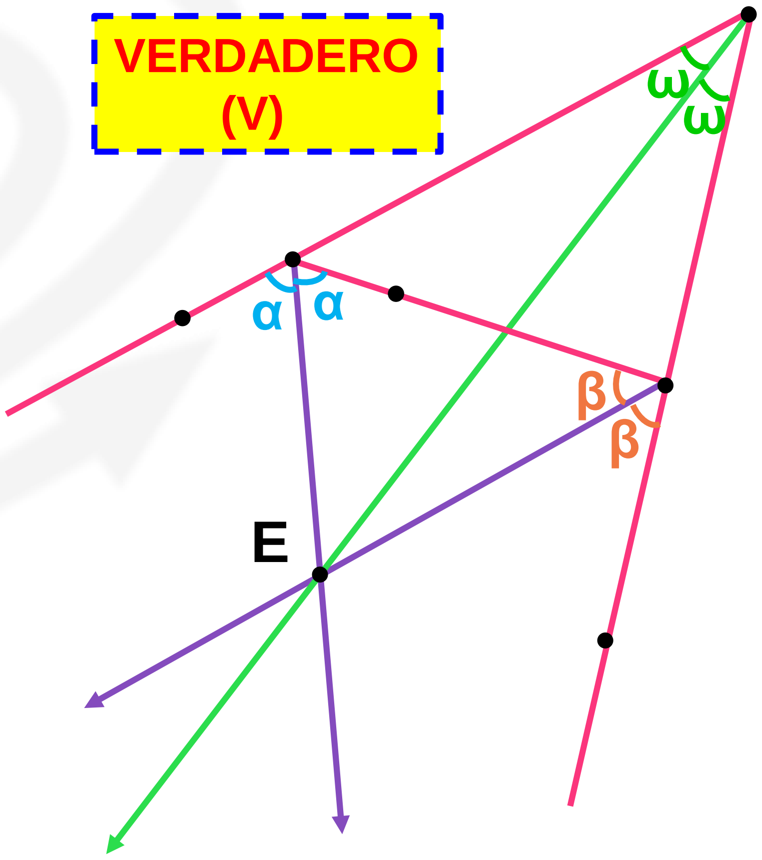
- El incentro es el punto de concurrencia de las bisectrices interiores de un triángulo.



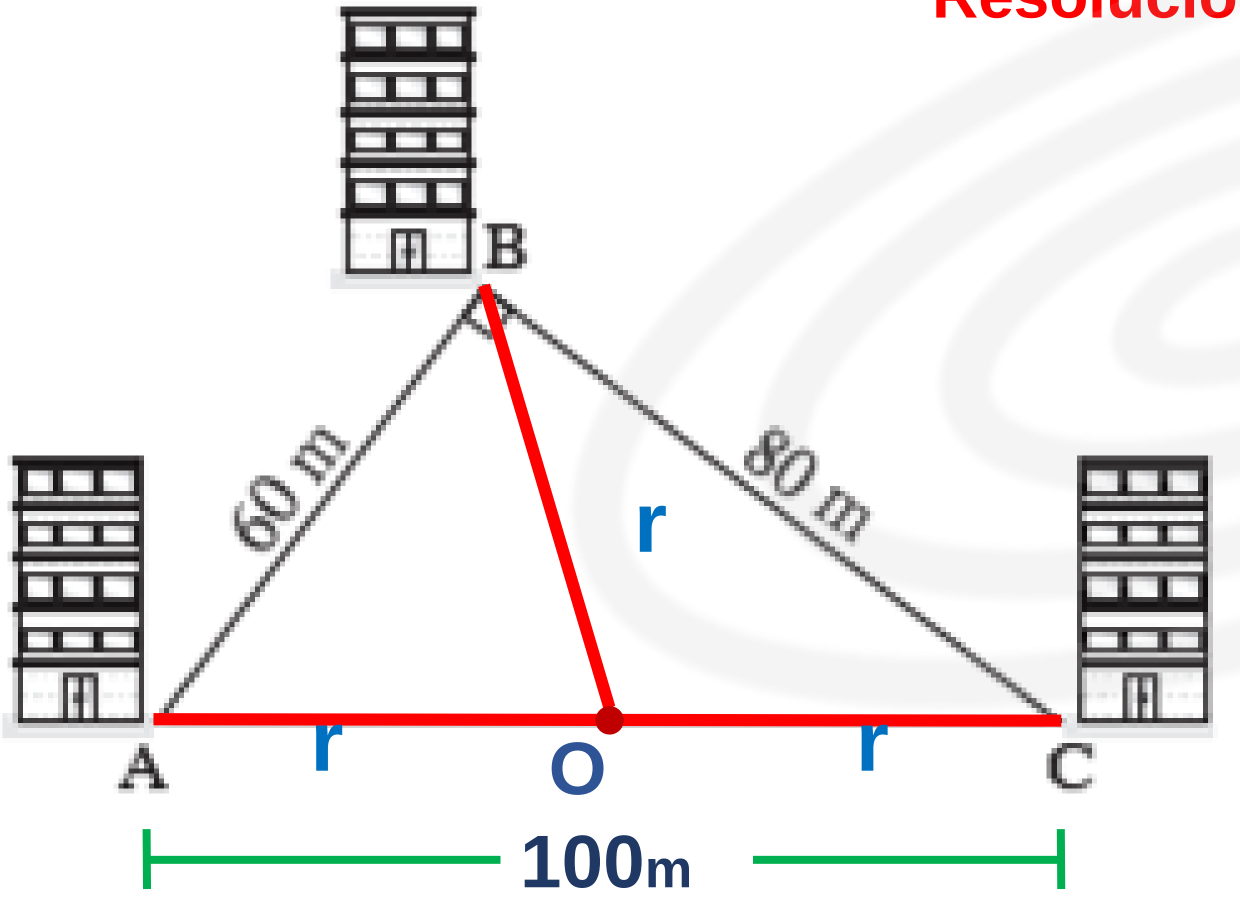
VERDADERO
(V)

- El excentro es el punto de concurrencia de dos bisectrices exteriores de un triangulo

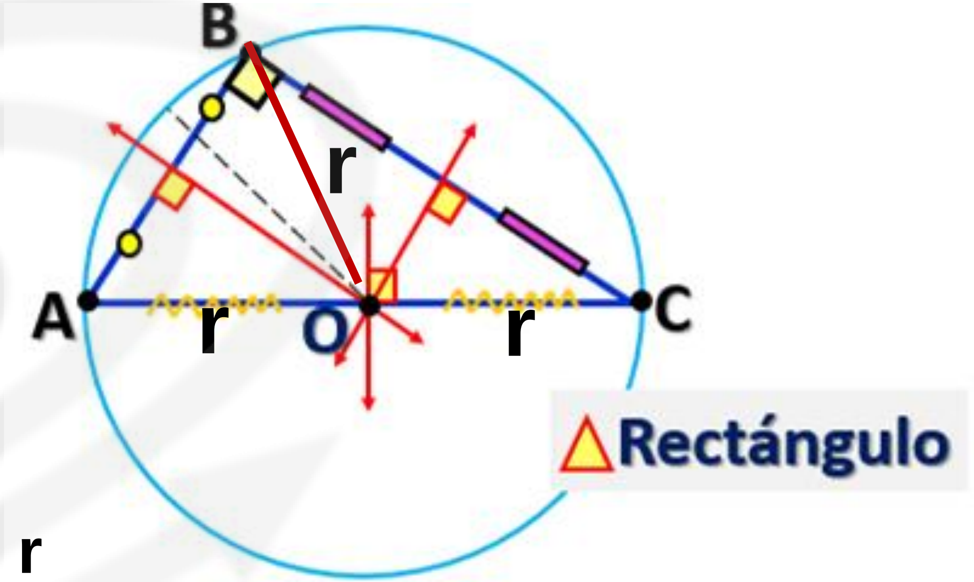
VERDADERO
(V)



7. En la figura se muestran tres edificios ubicados en los puntos A, B y C. Se desea ubicar una estación de bomberos tal que se encuentre a igual distancia de los tres edificios. Calcule la distancia de dicha estación a cada edificio.



Resolución:



- **Piden r**

$$AC^2 = 60^2 + 80^2$$
$$AC = 100$$

$$r + r = 100$$
$$2r = 100$$
$$\boxed{r = 50\ m}$$