

ALGEBRA

Chapter 15

5th
SECONDARY

Valor Absoluto



 **SACO OLIVEROS**

HELICO

MOTIVATING

¿Sabias que..?

La interpretación geométrica del valor absoluto de un número está representada por la distancia que existe entre cero y el número dado.

HELICO THEORY

CHAPTER 18

VALOR ABSOLUTO

I) DEFINICIÓN

$$|x| = \begin{cases} x & ; \text{ si } x > 0 \\ 0 & ; \text{ si } x = 0 \\ -x & ; \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos:

$$|5| = 5$$

$$|-7| = -(-7) = 7$$

II) Ecuaciones con valor absoluto

$$1) \text{ Si } |x| = a \iff a \geq 0 \wedge [x = a \vee x = -a]$$

$$2) \text{ Si } |x| = |a| \iff [x = a \vee x = -a]$$

Ejemplos:

Resuelva: $|x - 4| = 3$

$$\rightarrow x - 4 = 3 \vee x - 4 = -3$$

$$\rightarrow x = 7 \vee x = 1$$

$$CS = \{1 ; 7\}$$

Resuelva: $|3x - 4| = |x + 2|$

$$\rightarrow 3x - 4 = x + 2 \vee 3x - 4 = -(x + 2)$$

$$\rightarrow 2x = 6 \vee 4x = 2$$

$$\rightarrow x = 3 \vee x = 1/2$$

$$CS = \{3 ; 1/2\}$$

III) Inecuaciones con valor absoluto

$$1) \text{ Si } |x| \leq a \iff a \geq 0 \wedge -a \leq x \leq a$$

$$2) \text{ Si } |x| \geq a \iff x \geq a \vee x \leq -a$$

Ejemplos :

Resuelva: $|x - 3| \leq 2$

$$\Rightarrow -2 \leq x - 3 \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 5$$

$$\text{CS} = [1 ; 5]$$

Resuelva: $|x - 1| \geq 4$

$$\Rightarrow x - 1 \geq 4 \vee x - 1 \leq -4$$

$$\Rightarrow x \geq 5 \vee x \leq -3$$

$$\text{CS} = < -\infty ; -3] \cup [5 ; +\infty >$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 18

1. Si: $0 < x < 4$ Calcule: $E = \frac{|x+6| + |x-8|}{2}$

Resolución

Recordar:

$$|x| = x; \quad x \geq 0$$

$$|x| = -x; \quad x < 0$$

Del dato:

$$0 < x < 4 \xrightarrow{+6} 6 < \overbrace{x+6}^{+} < 10$$

$$0 < x < 4 \xrightarrow{-8} -8 < \underbrace{x-8}_{-} < -4$$

Reemplazando:

$$E = \frac{(\cancel{x} + 6) - (\cancel{x} - 8)}{2}$$

Rpta:

$$\therefore E = 7$$

2. Luego de resolver, indique el valor de x:

$$|3x - 5| = |2x + 1|$$

Resolución

Se cumple que:

$$3x - 5 = 2x + 1$$

$$x = 6$$

$$\vee 3x - 5 = -(2x + 1)$$

$$3x - 5 = -2x - 1$$

$$5x = 4$$

$$x = 4/5$$

Rpta:

$$\therefore CS = \{ 4/5 ; 6 \}$$

3. Resolver: $|2x - 7| < 5$

Resolución

Recordar:

Si $|a| < b$

Entonces: $b \geq 0$

$-b < a < b$

$$\begin{array}{l}
 |2x - 7| < 5 \\
 \begin{array}{c} +7 \\ \downarrow \end{array} \quad -5 < 2x - 7 < 5 \\
 \begin{array}{c} \div 2 \\ \downarrow \end{array} \quad 2 < 2x < 12 \\
 \quad \quad 1 < x < 6 \\
 \boxed{x \in < 1; 6 >}
 \end{array}$$

Rpta:

$$C.S = < 1; 6 >$$

4. Resolver

$$|3x + 1| \geq 7$$

RESOLUCIÓN

$$|3x + 1| \geq 7$$

$$\Rightarrow 3x + 1 \geq 7 \quad \vee \quad 3x + 1 \leq -7$$

$$3x \geq 6$$

$$3x \leq -8$$

$$x \geq 2$$

$$x \leq -8/3$$

RECORDAR

Si: $|x| \geq a$



$$x \geq a \vee x \leq -a$$

$$C.S = < -\infty; -8/3] \cup [2; +\infty >$$

5. Halle el número de valores enteros al resolver la siguiente inecuación:

$$|2x - 3| < |x + 6|$$

Resolución

Recordar:

Si $|a| < |b|$

Se cumple:

$$a^2 < b^2$$

$$|2x - 3| < |x + 6|$$

$$(2x - 3)^2 < (x + 6)^2$$

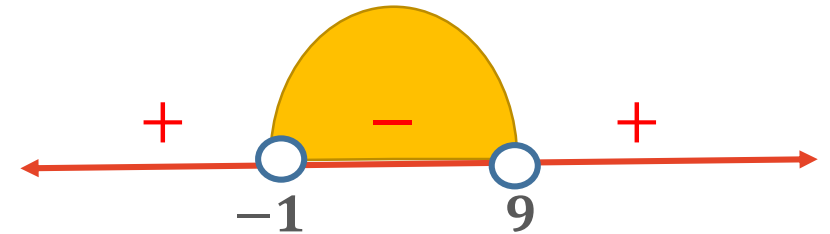
$$4x^2 - 12x + 9 < x^2 + 12x + 36$$

$$3x^2 - 24x - 27 < 0$$

$$x^2 - 8x - 9 < 0$$

$$(x - 9)(x + 1) < 0$$

Ptos críticos: $x = 9$
 $x = -1$



$$x \in < -1; 9 >$$

Los valores enteros

$x: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$

Rpta:

\therefore Nro de enteros = 9

6. La edad de Carlos hace 12 años coincide con la suma de valores enteros de resolver la inecuación $|x - 3|^2 - 3|x - 3| < 18$ ¿Qué edad tiene Carlos?

Resolución

n

$$|x - 3|^2 - 3|x - 3| - 18 < 0$$

$$|x - 3| \quad \begin{array}{l} \nearrow +3 \\ \searrow -6 \end{array}$$

$$|x - 3| \quad \begin{array}{l} \nearrow +3 \\ \searrow -6 \end{array}$$

$$(|x - 3| + 3)(|x - 3| - 6) < 0$$

$$+ \quad |x - 3| - 6 < 0$$

$$|x - 3| < 6$$

$$-6 < x - 3 < 6$$

$$-3 < x < 9$$

$$\therefore C.S = \langle -3; 9 \rangle$$

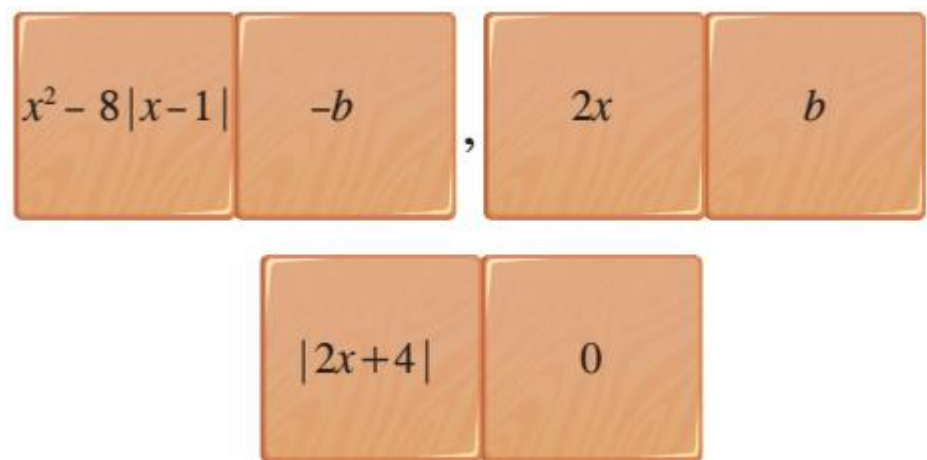
Suma de valores

$$enteros = -2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33$$

Rpta:

Carlos tiene 45 años

7. Domaths: son piezas de madera en forma rectangular dividido en dos casilleros, como se muestra en la figura, en tres de las piezas del Domaths,



Los números impresos que hay en cada casillero (caras colaterales) de una misma pieza dan la misma suma en cada una de las piezas. Si b y x son números positivos, halle el valor de x .

Resolución

Del enunciado

$$x^2 - 8|x - 1| - b = 2x + b = \underbrace{|2x + 4| + 0}$$

$$2x + b = 2x + 4$$

$$b = 4$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 - 8|x - 1| - 4 &= 2x + 4 \\ x^2 - 8|x - 1| - 2x - 8 &= 0 \\ \underbrace{x^2 - 2x + 1} - 8|x - 1| - 9 &= 0 \end{aligned}$$

$$\underbrace{(x - 1)^2} - 8|x - 1| - 9 = 0$$

$$|x - 1|^2 - 8|x - 1| - 9 = 0$$

$$|x - 1| \begin{matrix} \searrow -9 \\ \nearrow +1 \end{matrix}$$

$$|x - 1| \begin{matrix} \searrow -9 \\ \nearrow +1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow |x - 1| = 9 \text{ o } |x - 1| = -1$$

Absurdo

$$x - 1 = 9 \text{ o } x - 1 = -9$$

$$x = 10 \text{ o } \underbrace{x = -8}$$

No cumple

$$\therefore x = 10$$