ALGEBRA

Chapter 6

2th
SECONDARY
Session II

POLINOMIOS ESPECIALES

SACO OLIVEROS

MATEMÁTICO PRESTIGIOSO

AL ordenar el polinomio mostrado de manera descendente, los coeficientes formaran el nombre de un matemático famoso ¿Quién es?

$$P(x) = Ux^2 + S + Gx^4 + Sx + Ax^3$$

Rpta: GAUSS

POLINOMIOS ESPECIALES

1.-POLINOMIO ORDENADO

EL ORDEN SE DA EN BASE A LOS EXPONENTES

1.–*ASCENDENTE*

Los exponentes aumentan es decir están ordenados en forma ascendente o creciente.

Ejem: $P(X)=3x^{2}+2x^{3}+x^{4}$

2.-*DESCENDENTE*

$Q(x)=1+4x+2x^{3}+x^{5}$

Los exponentes disminuyen es decir están ordenados en forma descendente o decreciente.

Ejem: $M(X)=3x^{4}+2x^{3}+5x$

$N(x)=4x^{2}+2x^{1}+1$

2.-POLINOMIO COMPLETO

Se presentan todos los exponentes, desde cero hasta el mayor.

Ejemplos:

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 4$$

$$Q(x) = -4x^2 + 2x^4 + x^3 + 1 + x$$

3.-POLINOMIO HOMOGÉNEO:

En polinomios de dos o más variables, los grados absolutos de sus términos deben ser iguales.

Ejemplos:

$$R(x,y) = 7\overbrace{x^2y^3}^{GA=5} + 2\overbrace{x^4y}^{GA=5} + \overbrace{x^3y^2}^{GA=5}$$

3.-POLINOMIOS IDÉNTICOS

Si P(x) $\equiv Q(x)$
Los coeficientes de sus términos semejantes son iguales

$$\underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c} \equiv \underline{m}x^2 + \underline{n}x + \underline{p}$$

$a = m$ $\quad$ $b = n$ $\quad$ $c = p$

Ejemplos: Si P(x) $\equiv Q(x)$

P(x)=$\underline{5}x^2 + \underline{2}x + 3$

$Q(x) = \underline{(d+3)}x^2 + \underline{(e-1)}x + 3$

Hallar los valores de d y e

Solucion:

Igualando coeficientes

. $d + 3 = 5$

d = 2

. $e - 1 = 2$

e = 3

4.-POLINOMIO IDENTICAMENTE NULO:

Polinomio en el cual todos sus coeficientes son ceros

$$P(x) = \underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c} \equiv 0$$

$\boldsymbol{a = 0}$ $\boldsymbol{b = 0}$

$\boldsymbol{c = 0}$

Ejemplo: Hallar m, n, p si P(x) es idénticamente nulo

$$P(x) = (m-2)x^2 + (\mathrm{n}+1)\mathrm{x} + \mathrm{p}$$

Solucion:

Igualando cada uno de los coeficientes a cero

$* \, \boldsymbol{m - 2 = 0}$ $* \, \boldsymbol{n + 1 = 0}$ $* \, \boldsymbol{p = 0}$

$\boldsymbol{m = 2}$ $\mathbf{n = -1}$

PROBLEMA 1

Si el polinomio es completo y ordenado

$$Q(x) = \underset{grado\ 0}{9} - \underset{grado\ 1}{3x} + 5x^{\overset{2}{m-2}} + 7x^{\overset{3}{n-3}} + 2x^{\overset{4}{p-1}}$$, calcule m+n+p

Resolución

$$* \; m - 2 = 2$$
$$m = 4$$

$$* \; n - 3 = 3$$
$$n = 6$$

$$* \; p - 1 = 4$$
$$p = 5$$

$$m + n + p = \boxed{15}$$

PROBLEMA 2

Si el polinomio

$$P(x, y) = 5\underbrace{x^{2m-3}y^{2}}_{15} + 7\underbrace{x^{3n+1}\,y^{5}}_{15}$$

Es homogéneo de grado 15, calcule: m+n

Resolución

$$* \; 2m - 3 + 2 = 15$$
$$2m = 16$$
$$m = 8$$

$$* 3n + 1 + 5 = 15$$
$$3n = 9$$
$$n = 3$$

$$m + n = \boxed{11}$$

PROBLEMA 3

De la identidad

$$(2x+5)a+(x+3)b \equiv 2x+4$$

Determine $(a-b)^2$

Resolución

$$2ax+5a+bx+3b \equiv 2x+4$$

$$\underline{(2a+b)}x+\underline{(5a+3b)} \equiv \underline{2x}+\underline{4}$$

$$2a+b=2 \xrightarrow{x3} 6a+3b=6$$

$$5a+3b=4 \longrightarrow 5a+3b=4$$

$-$

$$a=2$$

$Reem: 5(2)+3b=4$

$$\Rightarrow b=-2$$

$$(a-b)^2=(2-(-2))^2$$

$$=16$$

PROBLEMA 4

Sabiendo que

$$P(x) = (a + b - 1)x^2 + (b + c + 2)x + (c + a + 4)$$

$$Q(x) = 4x^2 + 3x + 2$$

y, además $P(x) \equiv Q(x)$, calcule a+b+c

Resolución

$$\underline{(a + b - 1)}x^2 + \underline{(b + c + 2)}x + \underline{(c + a + 4)} \equiv \underline{4}x^2 + \underline{3}x + \underline{2}$$

igualando los coeficientes

$$\begin{cases} a + b - 1 = 4 \\ b + c + 2 = 3 \\ c + a + 4 = 2 \end{cases}$$

Sumando las ecuaciones

$$2a + 2b + 2c + 5 = 9$$

$$\boxed{a + b + c = 2}$$

PROBLEMA 5

Si el polinomio

$$P(x,y)=mx^{m-2}y^{n+3}+2nx^{m-1}y^{n+2}+mx^{6}y^{4}$$

Es homogéneo, indique la suma de sus coeficientes

Resolucion

m+ n +1 m+ n +1 10

$$P(x,y)=mx^{m-2}y^{n+3}+2nx^{m-1}y^{n+2}+mx^{6}y^{4}$$

Por ser homogéneo:

$$\boldsymbol{m+n+1=10}$$

$$\boldsymbol{m+n=9}$$

Piden: la suma de coeficiente

$$\boldsymbol{m+2n+m}$$

$$2(m+n)=2(9)$$

$$=18$$

PROBLEMA 6

Julio debe a Mario el doble del valor de (p+m-n), en soles. Sabiendo que

$$P(x) = 3x^{m+n+5} + 2x^{n+8} + 5x^{p+6}$$

Es completo y ordenado de manera descendente, ¿Cuánto le debe Julio a Mario?

Resolucion

menor

$$P(x) = 3x^{\overbrace{m+n+5}^{2}} + 2x^{\overbrace{n+8}^{1}} + 5x^{\overbrace{p+6}^{0}}$$

$p + 6 = 0$

$\boxed{p = -6}$

$n + 8 = 1$

$\boxed{n = -7}$

$m + n + 5 = 2$

$m - 7 + 5 = 2$

$\boxed{m = 4}$

Piden:

$(p + m - n) = 5$

Julio le debe a M ario

5 soles

PROBLEMA 7

La edad de María es $(a+b+c)$, sabiendo que:

$$P(x) = x^{a-8} + x^{b-4} + x^{c-6}$$

Es completo y ordenado descendentemente, ¿Cuál será su edad dentro de 5 años?

Resolucion

mayor $\qquad$ menor

$$P(x) = x^{\overset{2}{\boxed{a-8}}} + x^{\overset{1}{\boxed{b-4}}} + x^{\overset{0}{\boxed{c-6}}}$$

$$\boldsymbol{a-8=2} \qquad \boldsymbol{b-4=1} \qquad \boldsymbol{c-6=2}$$

$$\boldsymbol{a=10} \qquad \boldsymbol{b=5} \qquad \boldsymbol{c=8}$$

Edad actual:

$$\boldsymbol{(a+b+c)=23}$$

Dentro de 5 años será :

28 años