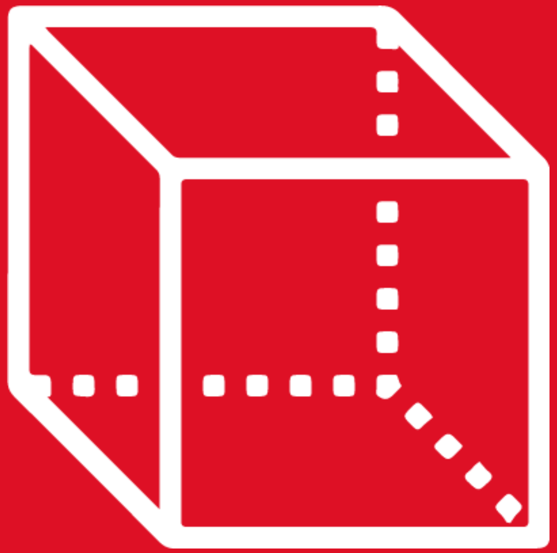
GEOMETRÍA

Capítulo 15



3rd

SECONDARY

SEGMENTOS PROPORCIONALES

SACO OLIVEROS

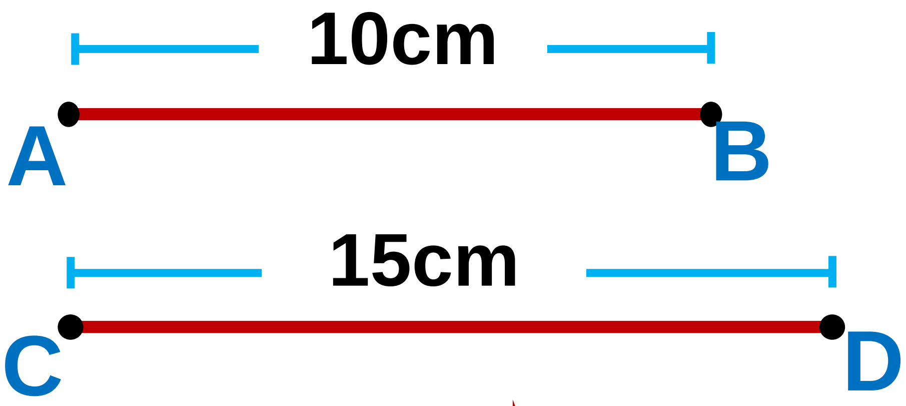

1. PROPORCIÓN ÁUREA
También llamada sección áurea, se halla presente en la naturaleza, el arte y la arquitectura.
Los griegos la conocieron en el estudio del cuerpo humano y la utilizaron, en la escultura y la arquitectura y la definieron como una característica fundamental en su estética.
GEOMETRÍA, ESCALA Y PROPOCIÓN EN EL TIEMPO

SEGMENTOS PROPORCIONALES

Razón geométrica de dos segmentos

Es el cociente que se obtiene al dividir las longitudes de dos segmentos que tienen la misma unidad de medida.

Ejemplo:

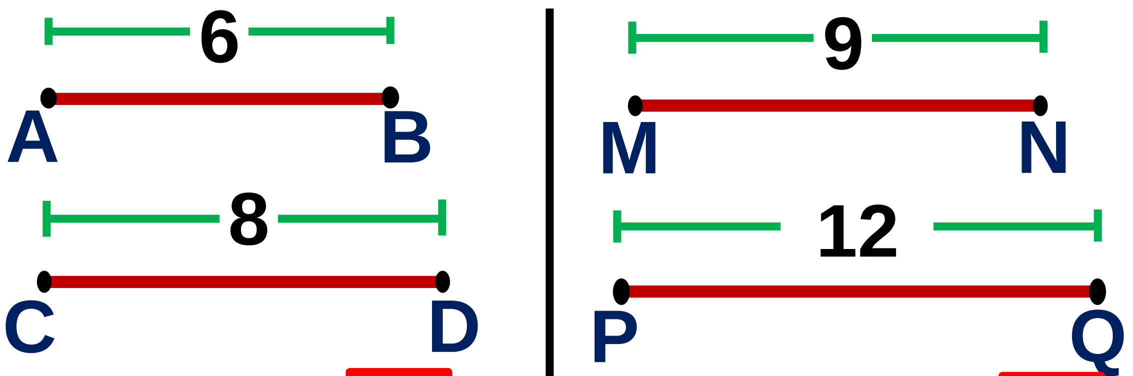


$$\frac{AB}{CD} = \frac{\cancel{10}cm}{\cancel{15}cm} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$: razón geométrica de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$

Segmentos proporcionales

Si la razón geométrica de 2 segmentos es igual a la de otros dos, dichos pares de segmentos son proporcionales.

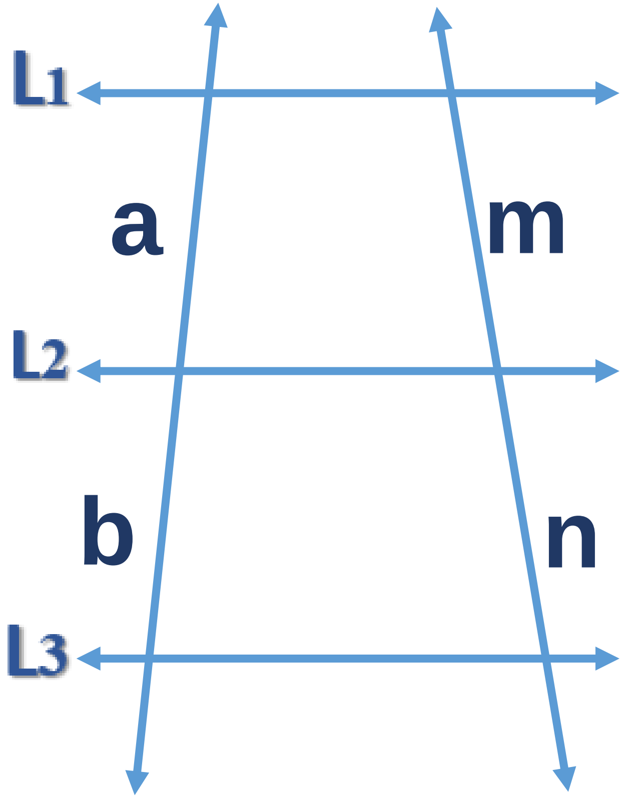


$$\frac{AB}{CD} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{8}} = \boxed{\frac{3}{4}} \qquad \frac{MN}{PQ} = \frac{\cancel{9}}{\cancel{12}} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

$$\boxed{\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}} \Rightarrow \text{Son proporcionales}$$

SEGMENTOS PROPORCIONALES

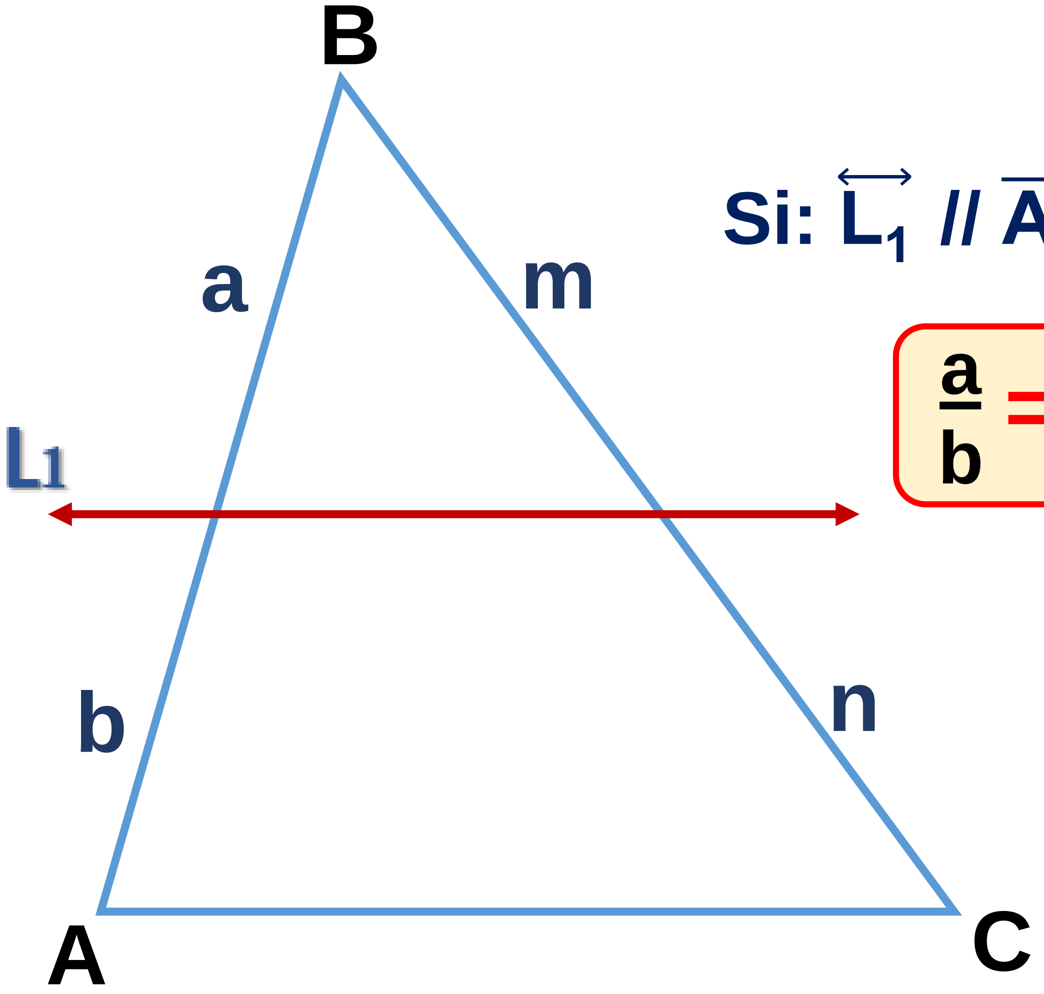
Teorema de Tales



Si: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{m}{n}}$$

Corolario de Tales

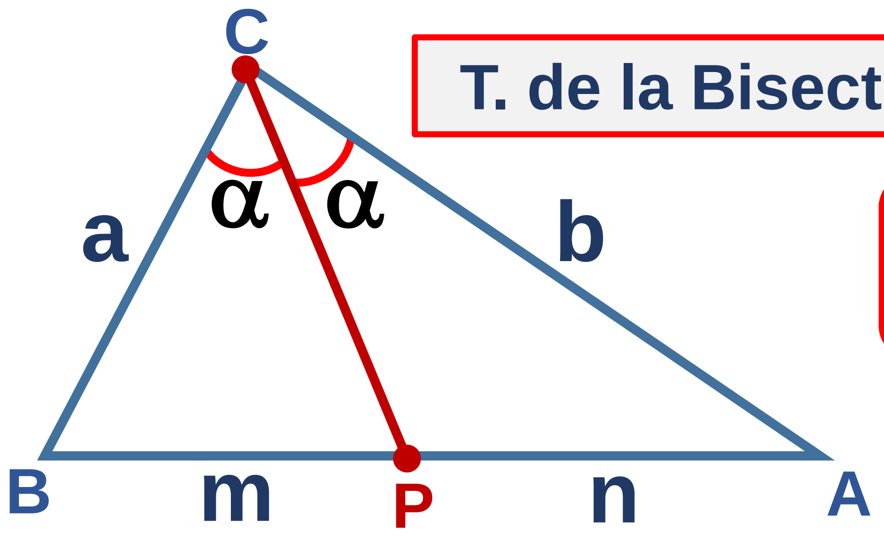


Si: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overline{AC}$

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{m}{n}}$$

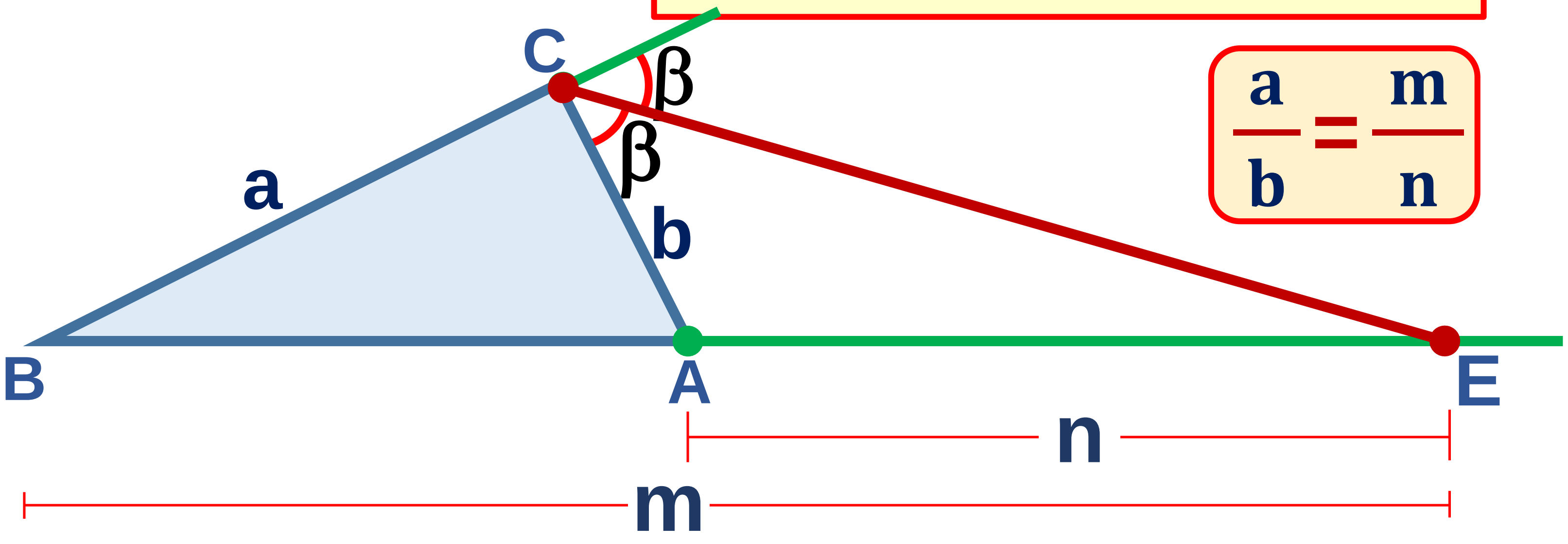
Teorema de la Bisectriz

T. de la Bisectriz Interior



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

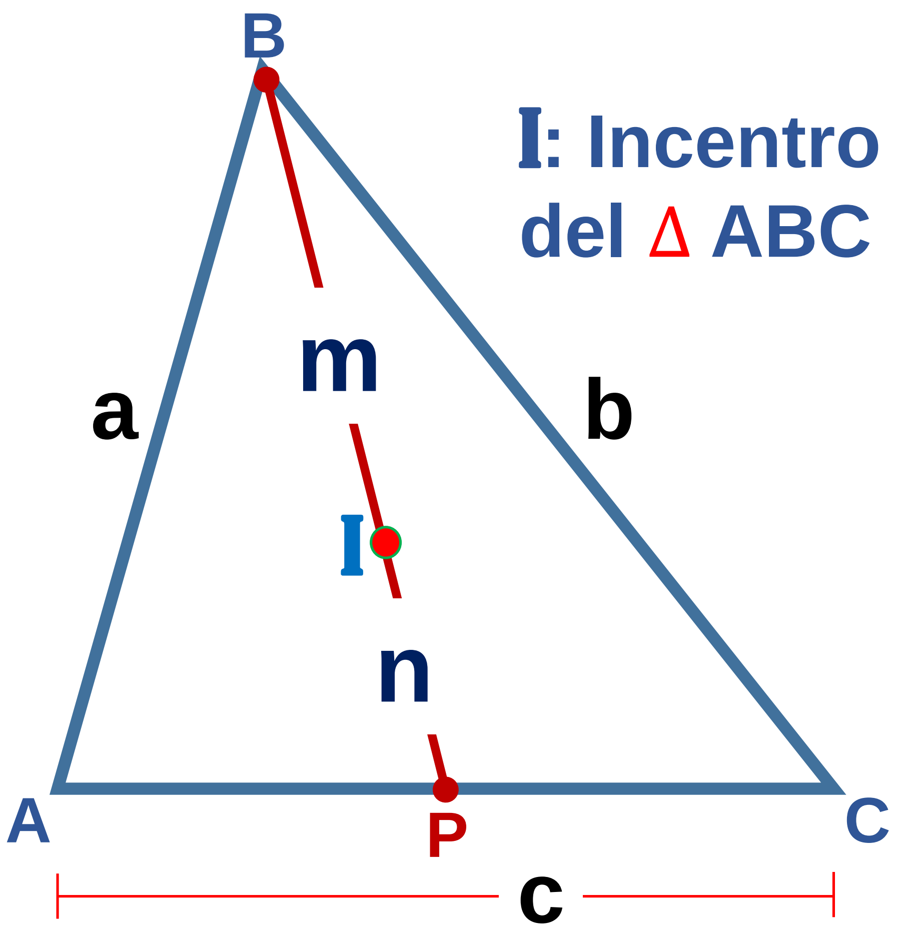
T. de la Bisectriz Exterior



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

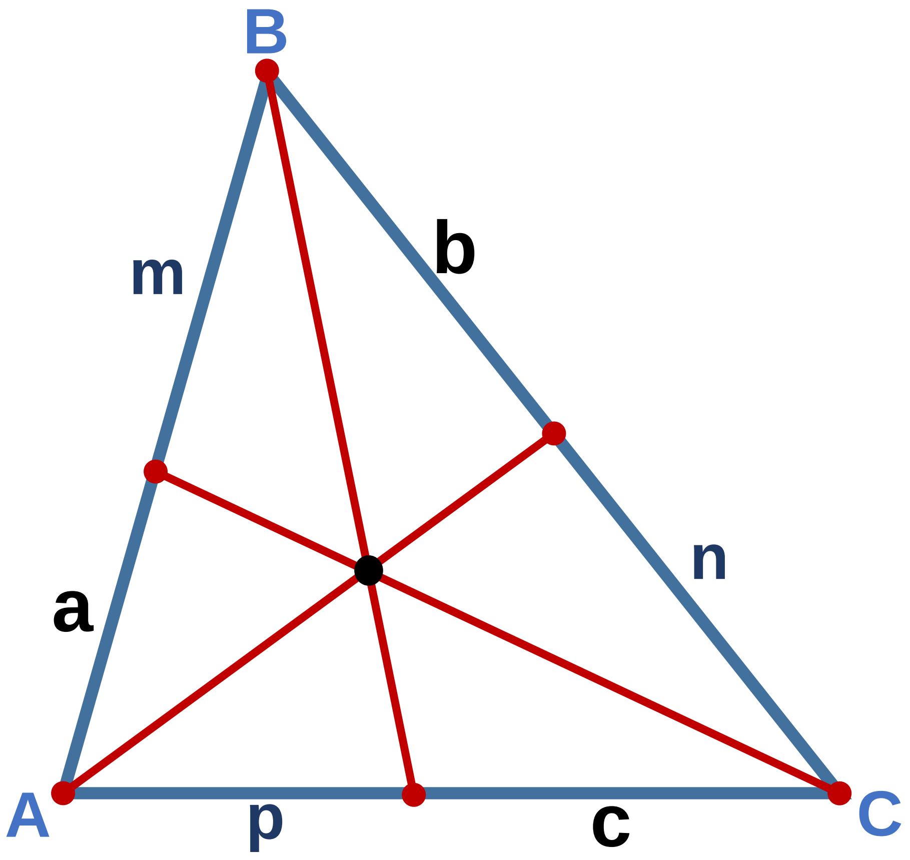
Teorema del Incentro

I: Incentro del Δ ABC



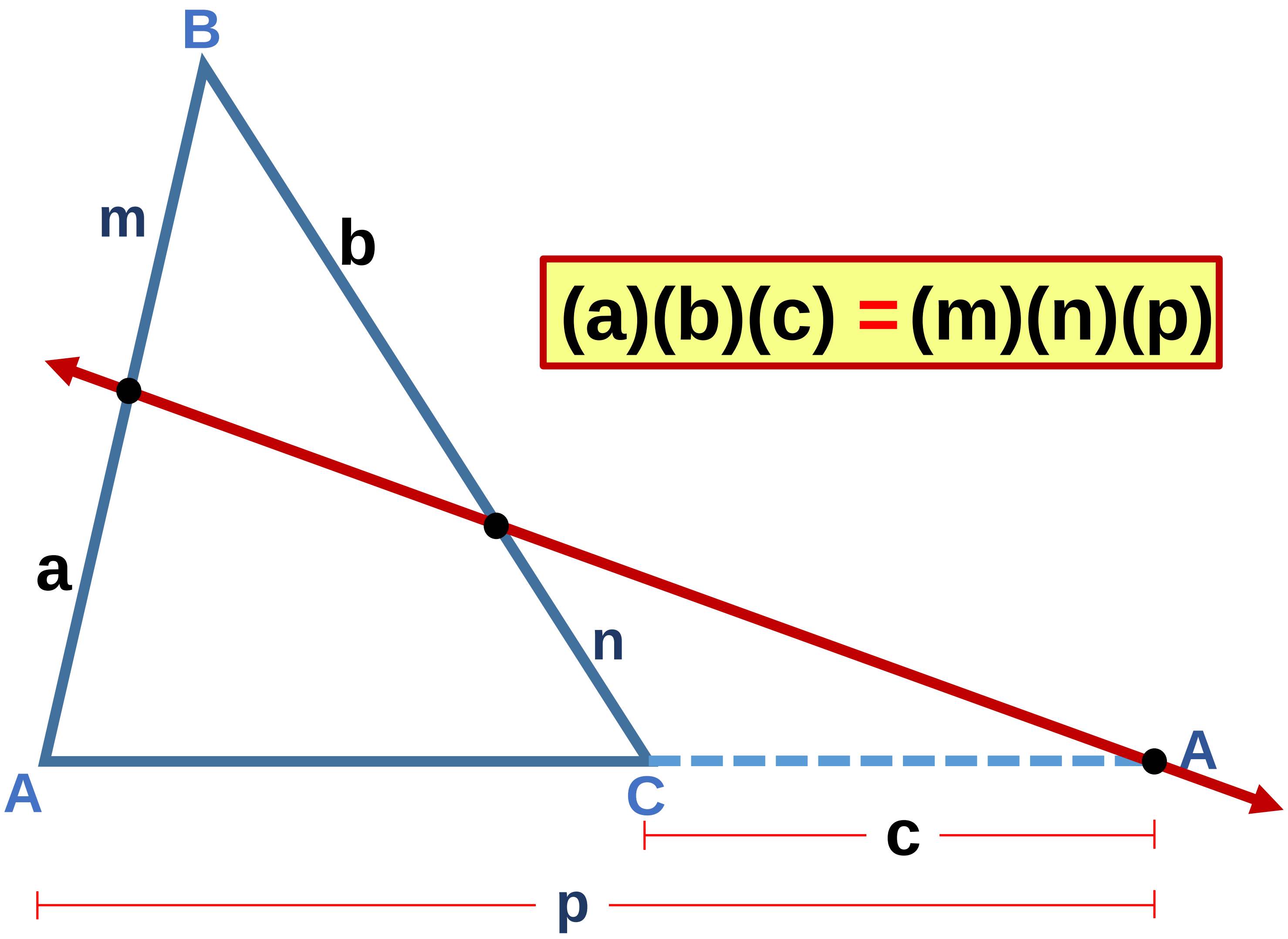
$$\frac{m}{n} = \frac{a+b}{c}$$

Teorema de Ceva



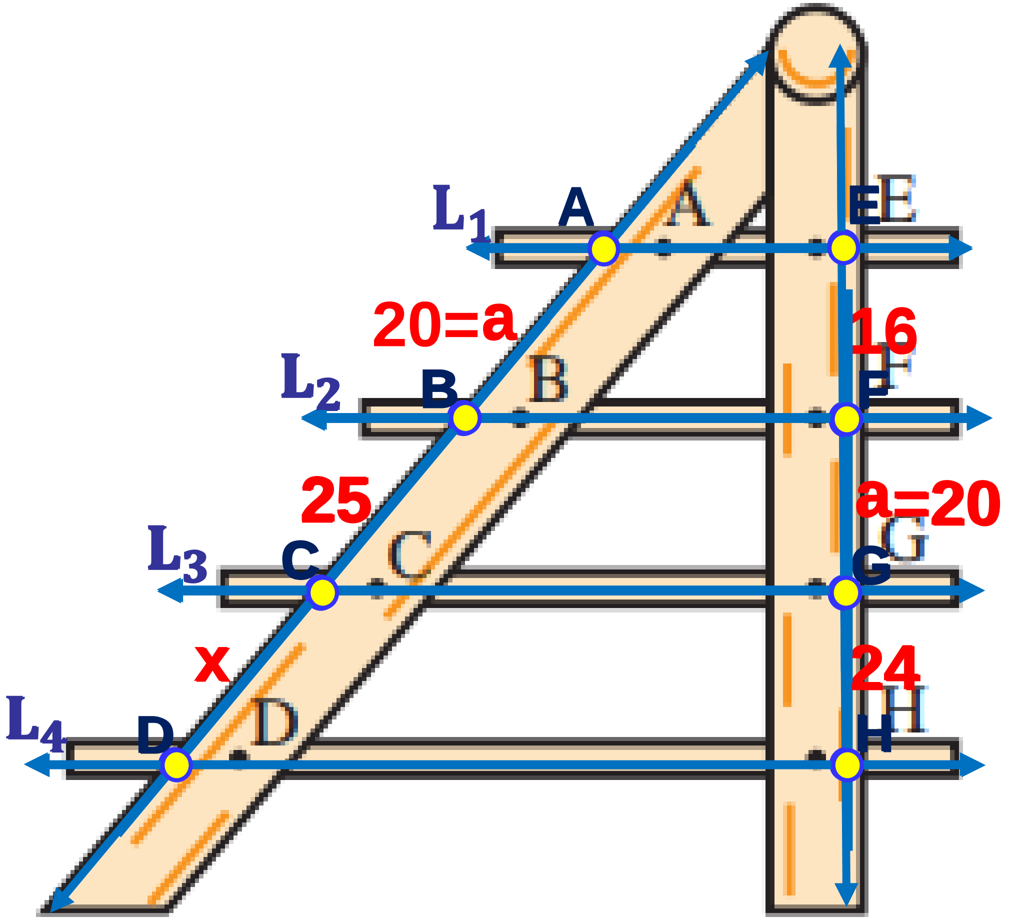
$$(a)(b)(c) = (m)(n)(p)$$

Teorema de Menelao



$$(a)(b)(c) = (m)(n)(p)$$

1. Se tiene una escalera con peldaños paralelos tal que AB = FG, BC = 25 cm, EF = 16 cm y GH = 24 cm. Calcule CD.



Resolución

- Piden: CD=x
- Del gráfico: $\overleftrightarrow{L_1} \,//\, \overleftrightarrow{L_2} \,//\, \overleftrightarrow{L_3} \,//\, \overleftrightarrow{L_4}$
- Aplicando teorema de Tales

$$\frac{a}{25} = \frac{16}{a}$$

$$a^2 = 400$$

$$\boxed{a = 20}$$

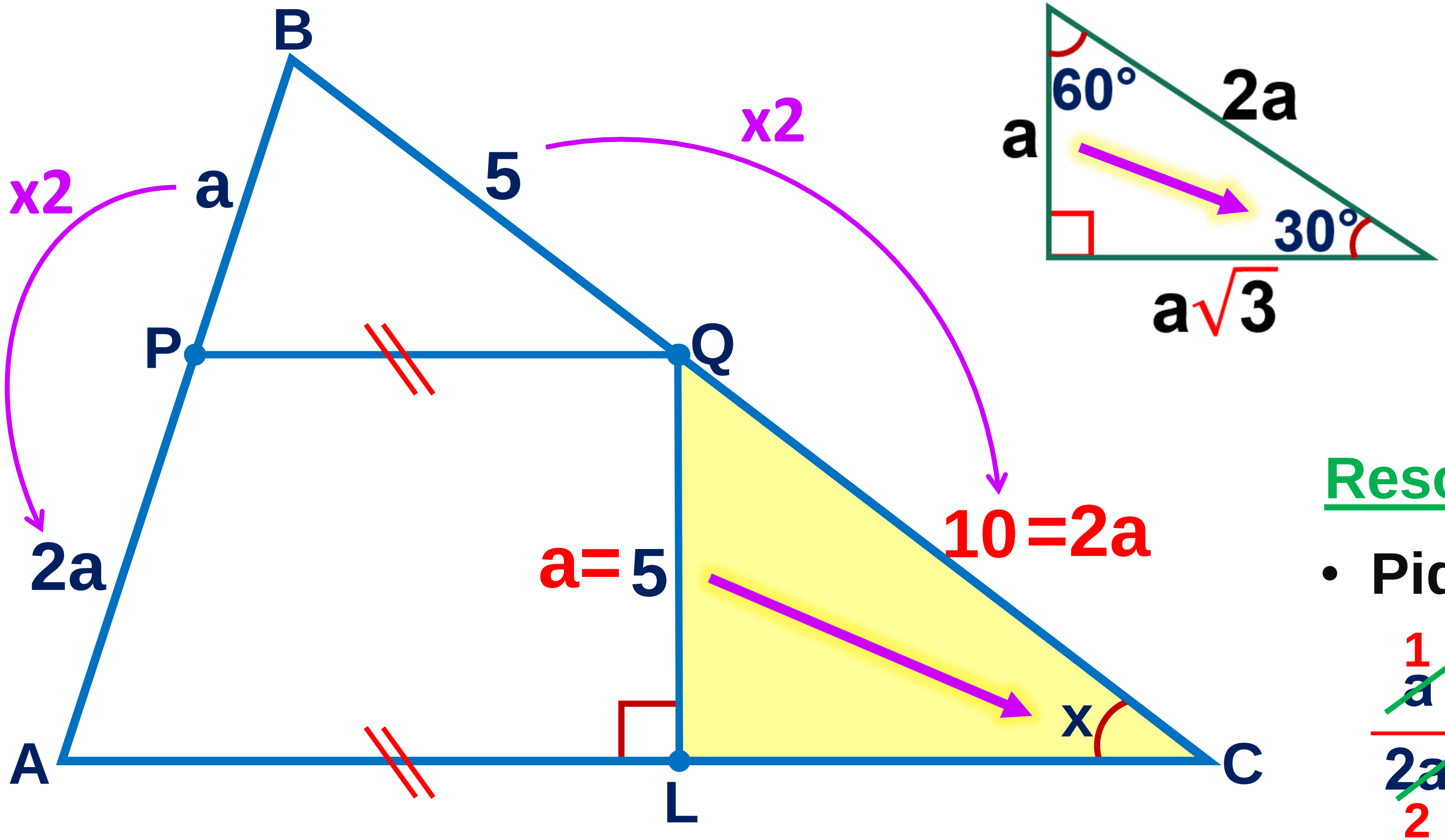
$$\frac{25}{x} = \frac{\cancel{20}^{\,5}}{\cancel{24}_{\,6}}$$

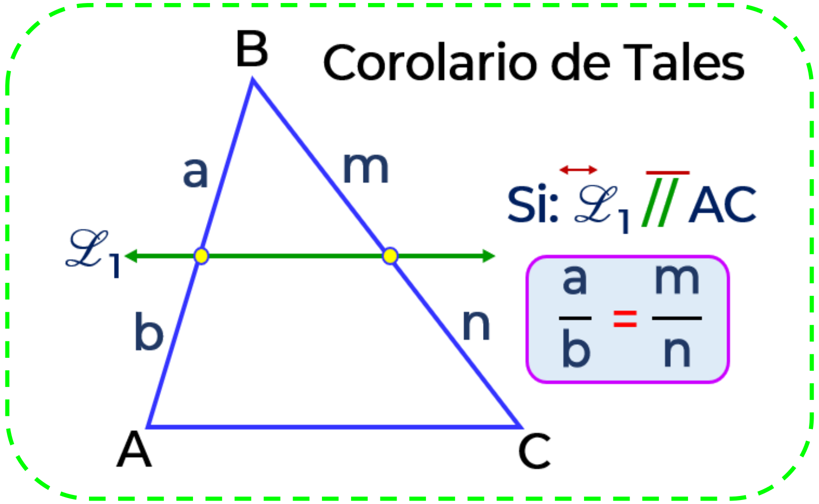
$$150 = 5x$$

$$\boxed{30 = x}$$

CD = 30 cm

2. En la figura, $\overline{PQ} // \overline{AC}$, halle el valor de x.





Resolución

- Piden: x

$$\frac{\cancel{a}^{1}}{\cancel{2a}_{2}} = \frac{5}{QC}$$

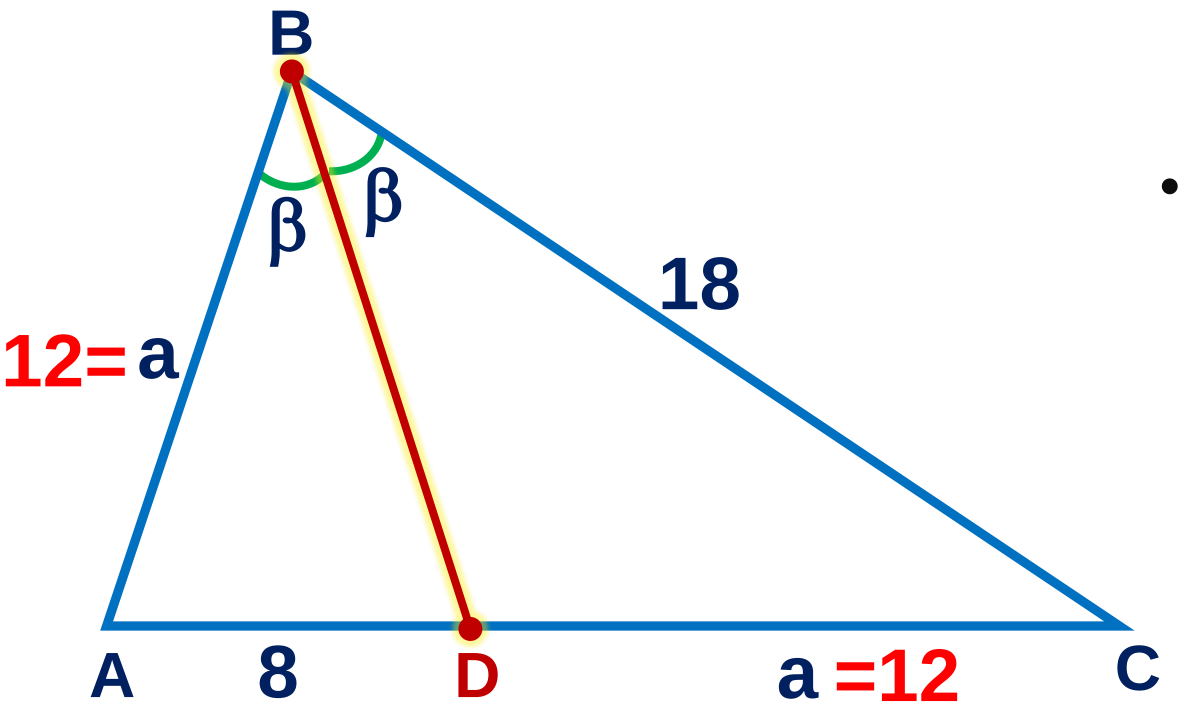
QC = 10

- ⊿QLC: Notable de 30° y 60°

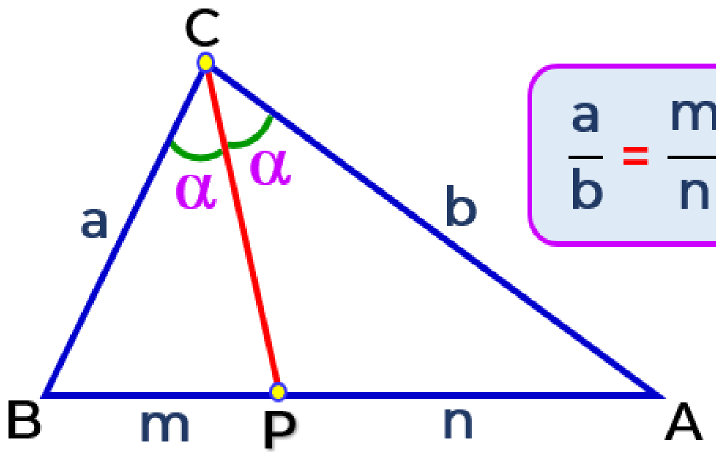
$$\boxed{x = 30°}$$

3. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$, $(D \in \overline{AC})$, si AB = DC, AD = 8 m y BC = 18 m. Calcule el perímetro del triángulo ABC.

Resolución



Teorema de la bisectriz Interior



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

- **Piden: $2p_{ABC}$**

$$\frac{a}{18} = \frac{8}{a}$$

$$a^2 = 144$$

$$a = 12$$

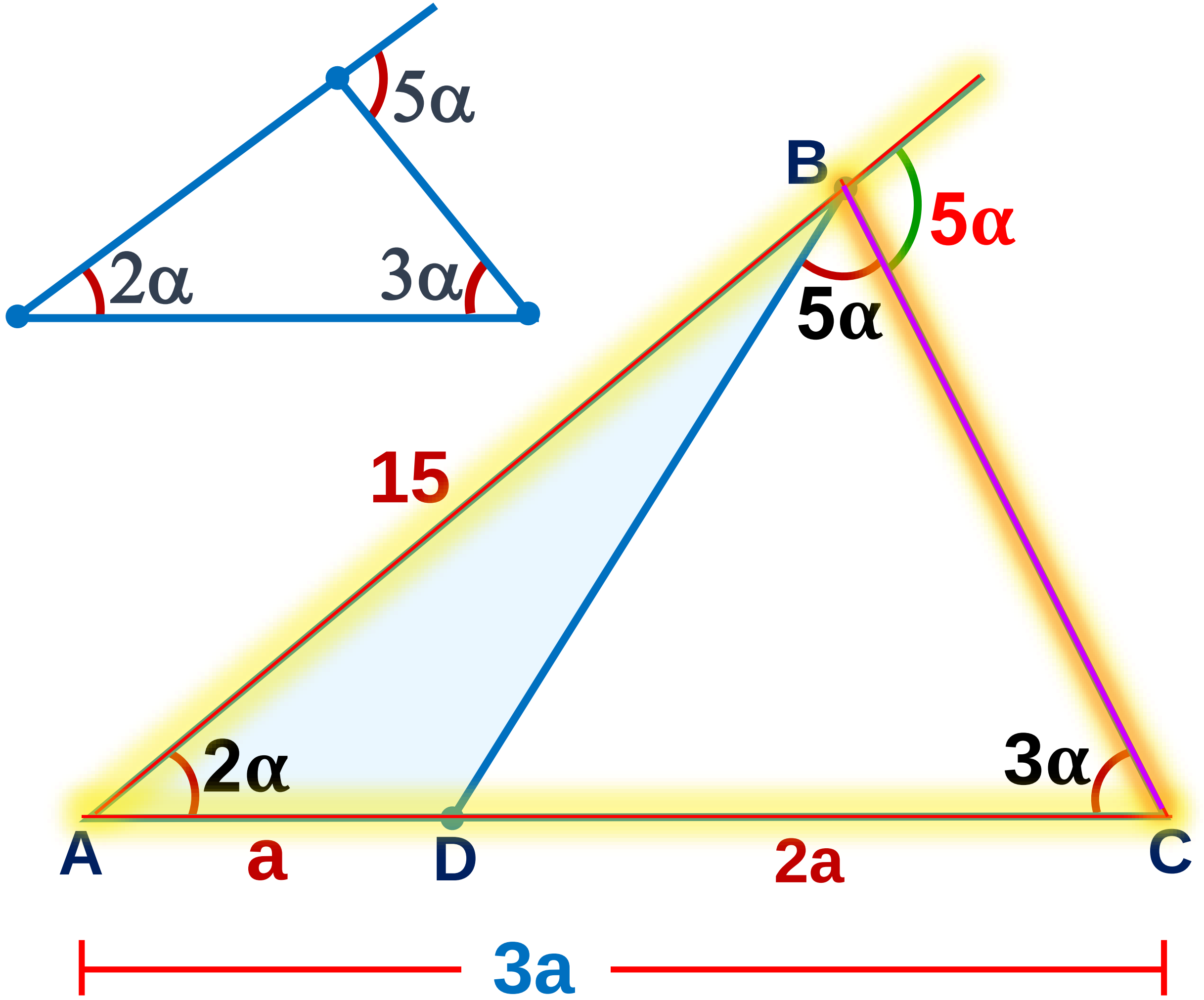
- **Luego:**

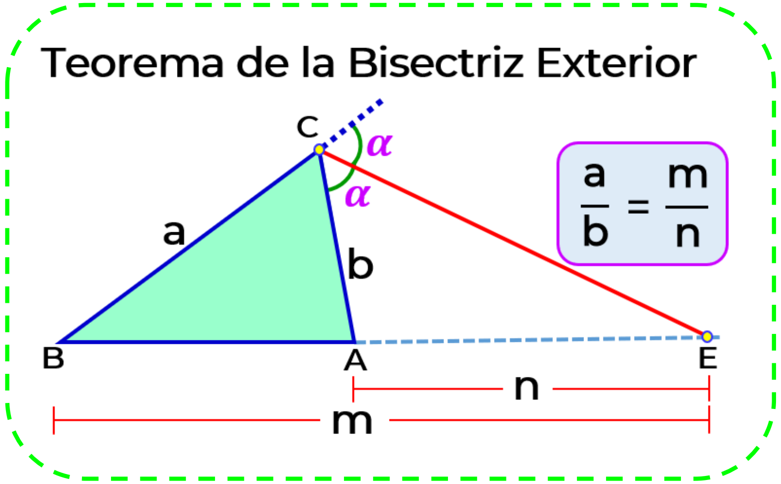
$$2p_{ABC} = AB + BC + AC$$

$$2p_{ABC} = 12 + 18 + 20$$

$$\boxed{2p_{ABC} = 50m}$$

4. En la figura CD = 2(AD) y AB = 15 cm. Halle BD.





Resolución

- Dato: $CD = 2\underbrace{(AD)}_{a}$

  $CD = 2a$

- Prolongamos $\overline{AB}$
- $\overline{BC}$ es bisectriz exterior del ΔABD

- Luego:

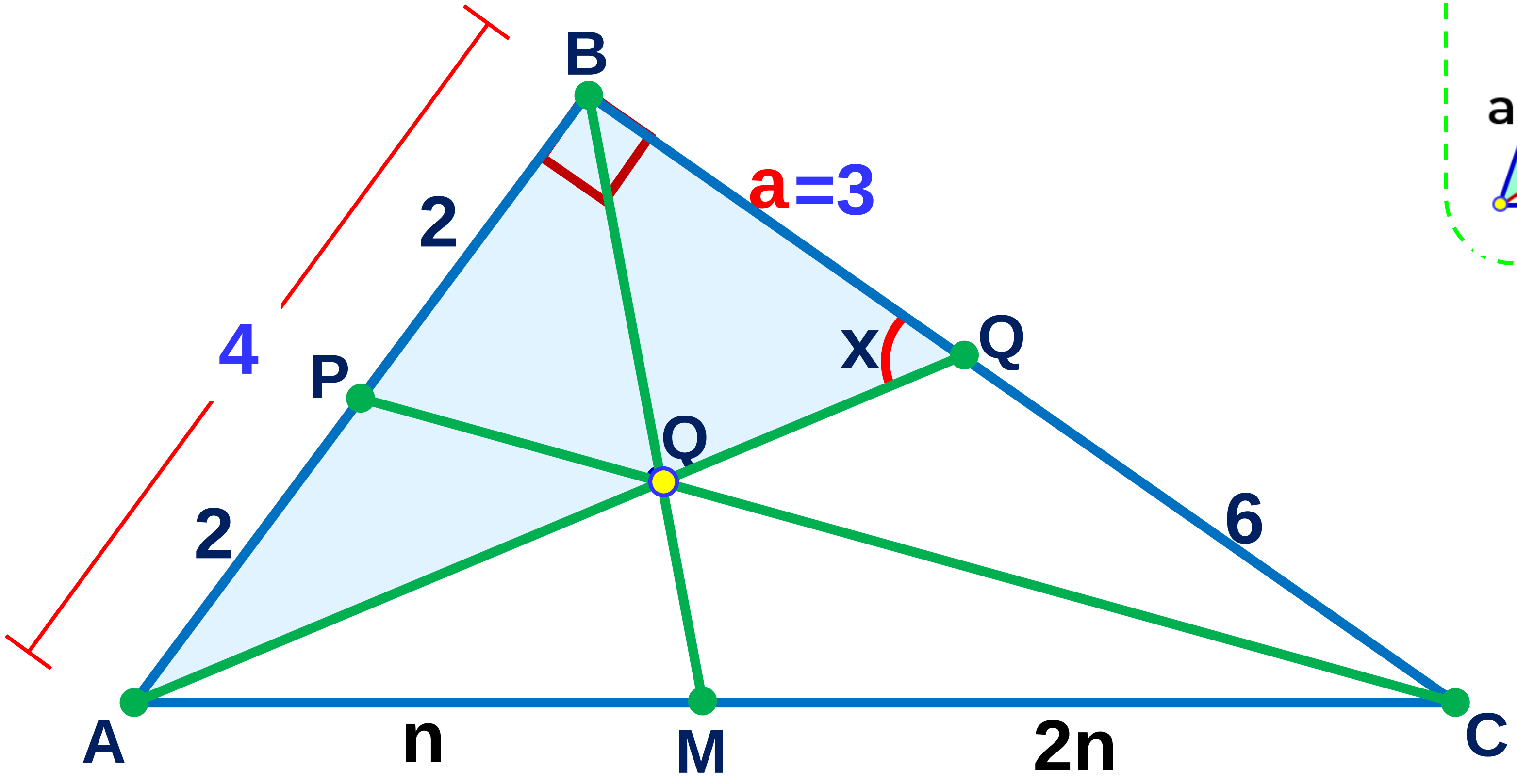
$$\frac{15}{BD} = \frac{3\cancel{a}}{2\cancel{a}}$$

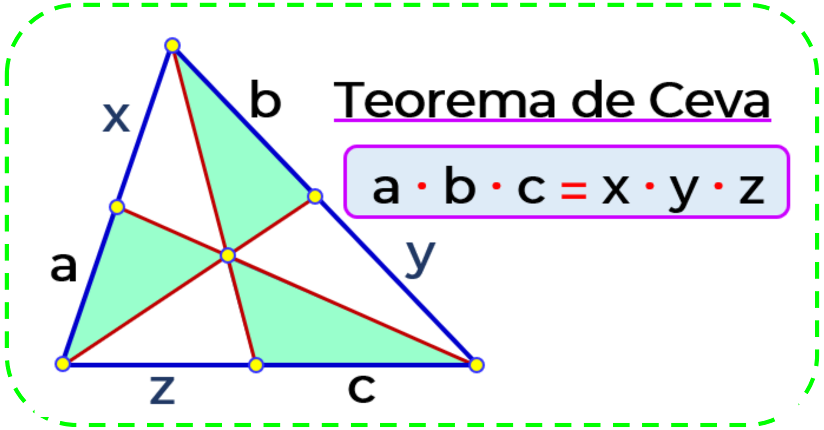
$$30 = 3(BD)$$

$$10 = BD$$

$$\boxed{BD = 10 \text{ cm}}$$

5. En la figura, halle el valor de x.





Resolución

- Piden: x
- Aplicando teorema de Ceva

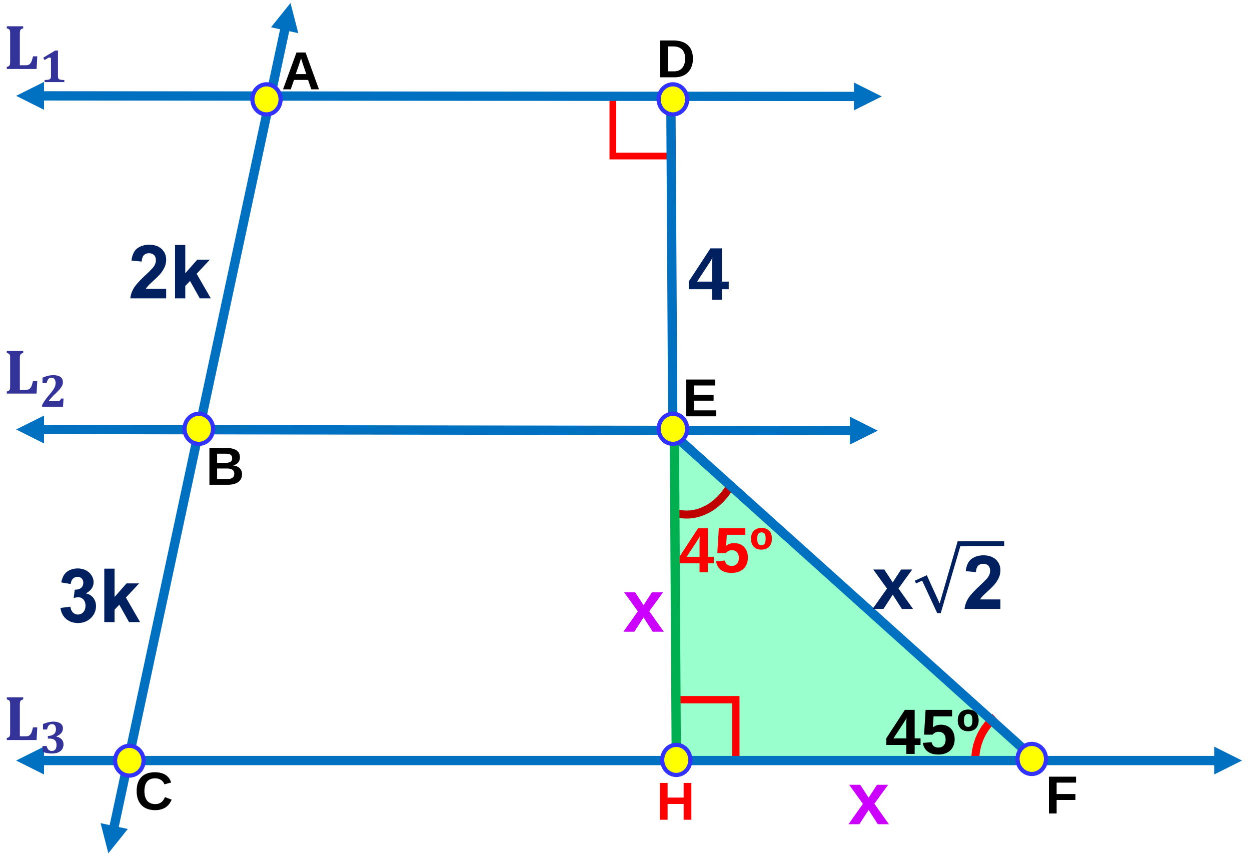
$$(2)(a)(2\cancel{n}) = (2)(6)(\cancel{n})$$

$$a = 3$$

- ⊿ABQ: notable de 37° y 53°

$$\boxed{x = 53°}$$

6. Se muestra las rectas paralelas y coplanares $\overleftrightarrow{L_1}$, $\overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_3}$. Si 3(AB) = 2(BC), DE = 4 m y EF = $x\sqrt{2}$. Halle el valor de x.



Resolución

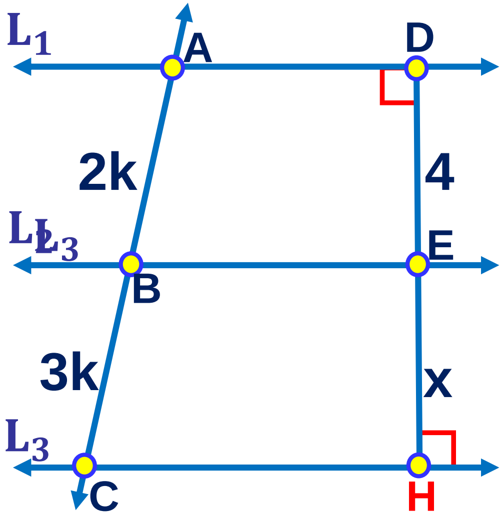
- Dato: 3(AB) = 2(BC)

$$\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} = k$$

AB = 2k

BC = 3k

- Prolongamos $\overline{DE}$ hasta H
- ⊿EHF: notable de 45° y 45°
- Aplicando teorema de Tales

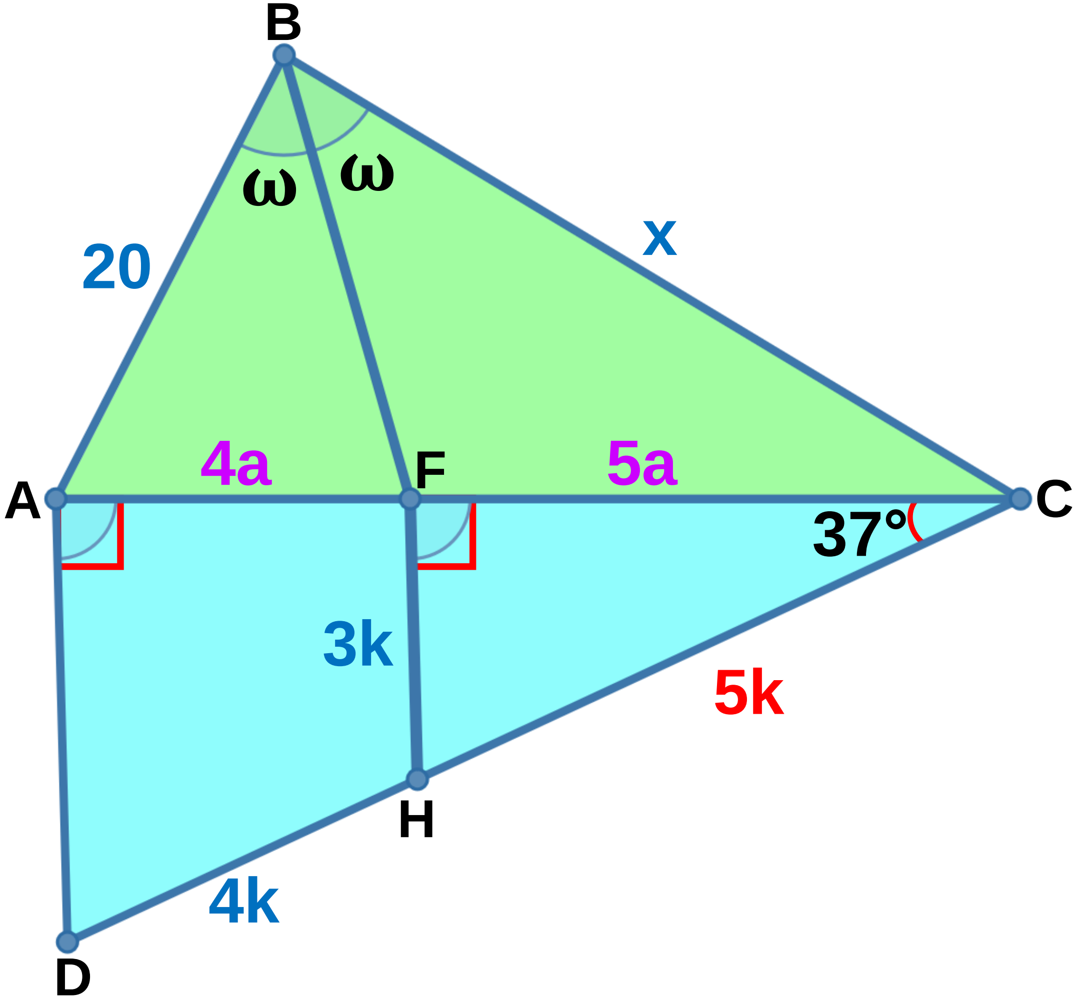


$$\frac{2\cancel{k}}{3\cancel{k}} = \frac{4}{x}$$

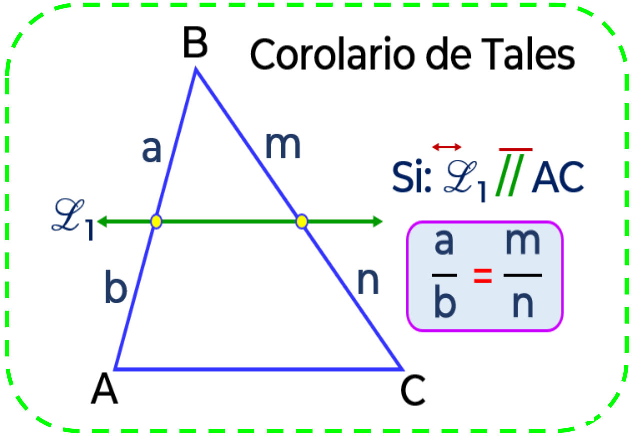
$$2x = 12$$

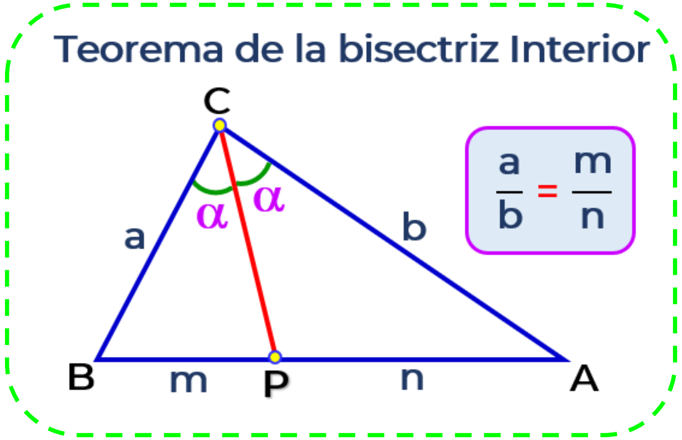
$$\boxed{x = 6 \text{ m}}$$

7. En la figura, halle el valor de x.



Resolución





- ⊿CFH: notable de 37° y 53°

  HC = 5k

- ⊿CAD: Corolario de Tales

  AF = 4a ∧ FC = 5a

- En ΔABC: Teorema de la bisectriz interior.

$$\frac{20}{x} = \frac{4\cancel{a}}{5\cancel{a}}$$

$$100 = 4x$$

$$\boxed{x = 25}$$

