

Chapter 2

FACTORIAL



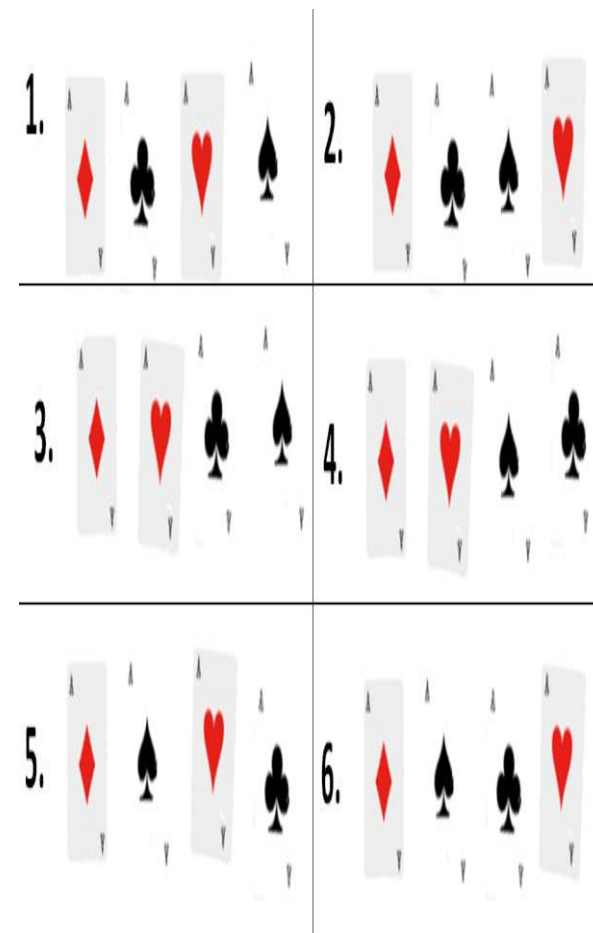


MOTIVATING STRATEGY

¿Para qué podemos utilizar los factoriales?

Los números factoriales se utilizan sobre todo en **combinatoria**, para calcular combinaciones y permutaciones. A través de la combinatoria, los factoriales también se suelen utilizar para calcular probabilidades. Vamos a ver un ejemplo sencillo de problema en el que podemos aplicar los factoriales:

Pepa ha sacado los 4 ases de una baraja.
Va a colocarlos en fila encima de la mesa.
¿De cuántas maneras distintas podría colocarlos?



FACTORIAL

I) DEFINICIÓN: Dado un n natural, igual o mayor que 2, se define:

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\dots 3.(2).(1)$$

También se define

$$0! = 1$$

y

$$1! = 1.$$

Ejemplo:

$$3! = 3(2)(1) = 6$$

$$5! = 5(4)(3)(2)(1) = 120$$

Degradación de un Factorial:

$$\square 7! = 7 \cdot \underbrace{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{6!} = 7 \cdot 6! = 7 \cdot 6 \cdot 5!$$

$$\square n! = n \cdot \underbrace{(n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}_{(n-1)!} = n \cdot (n-1)!$$

II) PROPIEDADES:

A) $n! = 1 \leftrightarrow n = 1 \vee n = 0$

B) $n! = x! \leftrightarrow n = x$

Para n y x iguales o mayores que 2.

C) $n! + (n + 1)! = (n + 2) \cdot n!$

Ejemplo:

$$3! + 4! = 5 \cdot (3!)$$

D) $n! + (n + 1)! + (n + 2)! = (n + 2)^2 \cdot n!$

Ejemplo:

$$3! + 4! + 5! = 5^2 \cdot (3!)$$

E) $(n + 1)! - n! = n \cdot n!$

Ejemplo:

$$4! - 3! = 3 \cdot (3!)$$



Determine

$$P = \frac{12!}{10!} + \frac{0! + 3!}{7} - \frac{1! + 5!}{121}$$

RECORDEMOS

$$12! = 12 \cdot (11) \cdot (10!)$$

$$0! = 1 \quad 1! = 1$$

$$3! = 6 \quad 5! = 120$$

Resolución:

$$P = \frac{12 \cdot 11 \cdot (10!)}{10!} + \frac{1 + 6}{7} - \frac{1 + 120}{121}$$

$$P = 132 + 1 - 1$$

$$P = 132$$

Rpta.:

132



Simplifique

$$N = \left(\frac{38! + 39!}{40!} \right) \left(\frac{79!}{77! + 78!} \right)$$

RECORDEMOS

$$n! + (n + 1)! = (n + 2) \cdot n!$$

Resolución:

$$N = \frac{40. (38!)}{40!} \cdot \frac{79!}{79. (77!)}$$

$$N = \frac{40. (38!)}{40. (39) (38!)} \cdot \frac{79. (78). (77!)}{79. (77!)}$$

$$N = \frac{78}{39} = 2$$

Rpta.: 2



Simplifique

$$E = \frac{30! + 31! + 32!}{30! + 31!}$$

RECORDEMOS

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = (n+2)^2 \cdot n!$$

$$n! + (n+1)! = (n+2) \cdot n!$$

Resolución:

$$E = \frac{(30 + 2)^2 \cdot (30!)}{(30 + 2) \cdot (30!)}$$

$$E = \frac{32^2 \cdot (30!)}{32 \cdot (30!)}$$

$$E = 32$$

Rpta.: **32**



Para cumplir con el protocolo ante la pandemia, se compra jabón líquido antibacterial. El número de jabones que se compra es $25K$ donde

$$K = \left(\frac{26! + 27!}{28!} \right) \left(\frac{55!}{53! + 54!} \right)$$

Si se paga por cada jabón 3 soles. ¿Cuánto se recibió de vuelto si se paga con un billete de 200 soles?

RECORDEMOS

$$n! + (n+1)! = (n+2) \cdot n!$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = (n+2)^2 \cdot n!$$

Resolución:

$$K = \left(\frac{28 \cdot 26!}{28 \cdot 27 \cdot 26!} \right) \left(\frac{55 \cdot 54 \cdot 53!}{55 \cdot 53!} \right)$$

$$K = \left(\frac{54}{27} \right)$$

$$K = 2$$

$$\Rightarrow 25K = 25(2) = 50$$

$$\text{número de jabones} = 50$$

$$\text{costo total de la compra} = 50 \times 3 = 150$$

Rpta.: Recibe de vuelto 50 soles



En una clínica particular la consulta médica tiene como costo N soles, si se tiene que:

$$N = \left[\frac{4! + 5! + 6!}{(2!)(3!)(4!)} \right]^4$$

¿Cuánto se va a pagar por 8 consultas?

RECORDEMOS

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = (n+2)^2 \cdot n!$$

Resolución:

$$N = \left[\frac{4! + 5! + 6!}{(2!)(3!)(4!)} \right]^4$$

$$N = \left[\frac{6^2 \cdot 4!}{(2)(6)(4!)} \right]^4$$

$$N = \left[\frac{6}{2} \right]^4 = 81$$



costo total a pagar por las 8 consultas

$$= 81 \times 8 = 648$$

Rpta.: 648 soles

Problema 06



Determine

$$P = \frac{11!}{9!} + \frac{5!+0!}{121} - \frac{3!+6!}{242}$$

Problema 07



Simplifique

$$N = \left(\frac{35!+36!}{37!} \right) \left(\frac{73!}{71!+72!} \right)$$

Problema 08



Simplifique

$$E = \frac{27! + 28! + 29!}{27! + 28!}$$

Problema 09



Las autoridades sanitarias peruanas registraron $5N$ casos por el COVID-19 en una determinada ciudad, donde N está dado por:

$$N = \left(\frac{17!}{15!+16!} \right) \left(\frac{7!+8!+9!}{7!+8!} \right)$$

¿Cuántos casos se registraron?

Problema 10



En el mercado de Ciudad de Dios, Victor compra $15m$ Kg. De carne de res, donde el valor de m se obtiene de la igualdad:

$$\frac{(m+3)!}{m!} = 60$$

Si el precio por Kg. De carne es 12 soles
¿Cuánto se pago por dicha compra?