ÁLGEBRA

CHAPTER 24

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

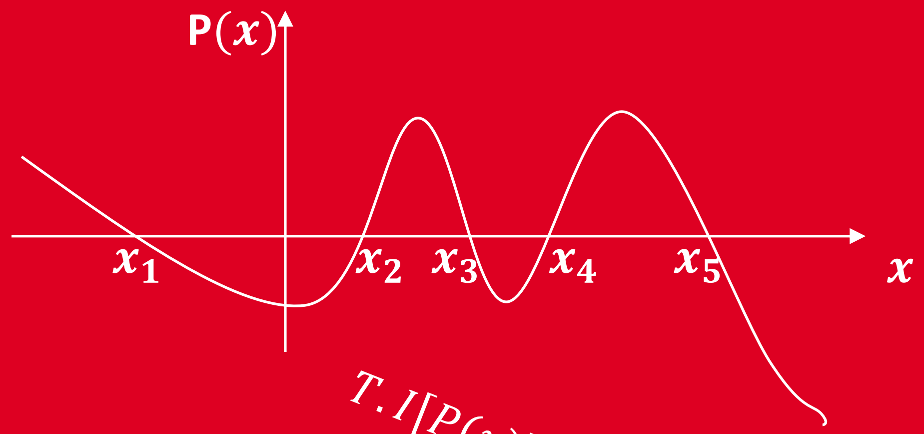
$$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

$$G.A(P)$$

5th

of Secondary



$$T.I[P(x)] = P(0)$$

TEMA:

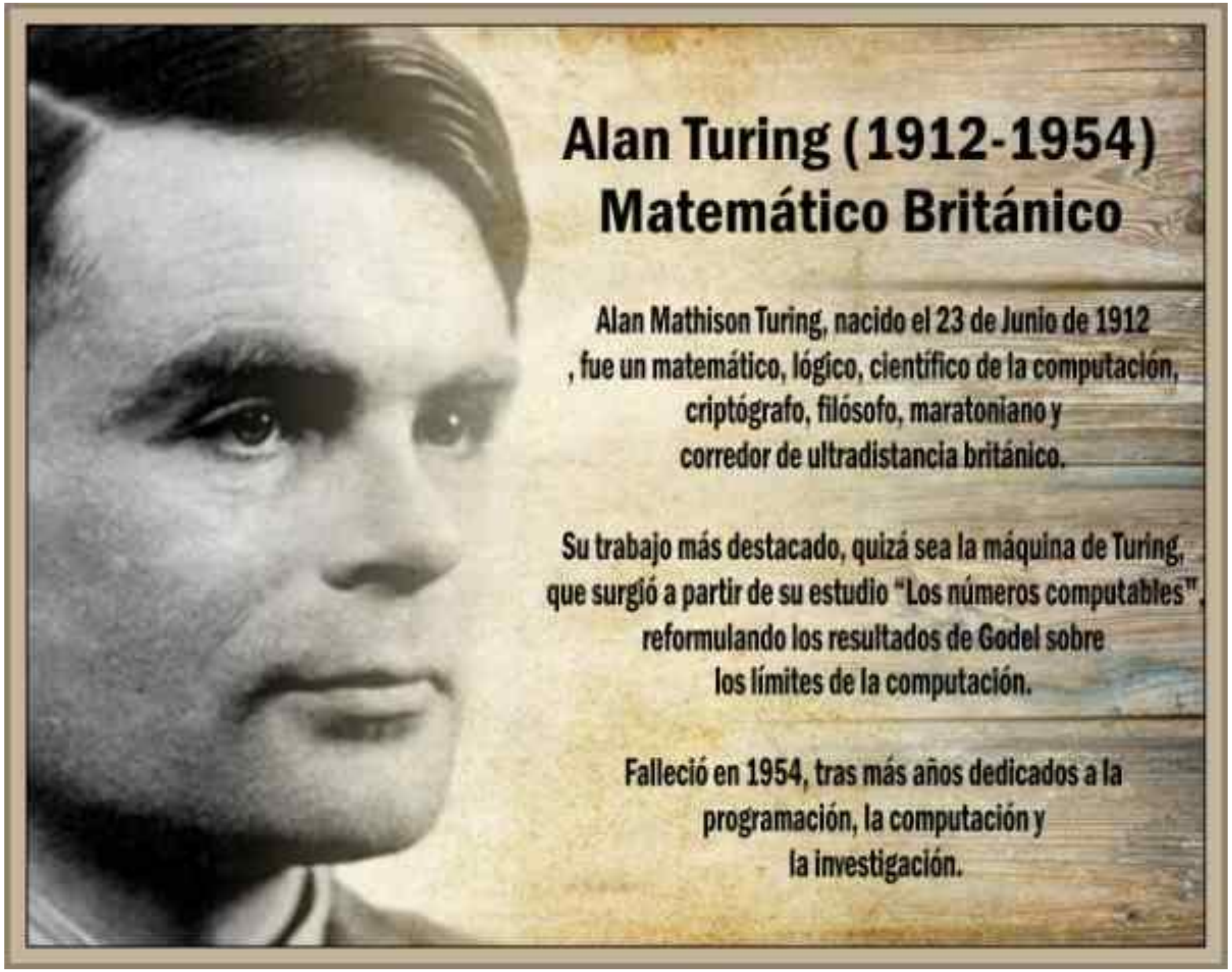
Programación Lineal

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

SACO OLIVEROS

EL PROGRAMADOR MECÁNICO



HELICO THEORY

SACO OLIVEROS

PROGRAMACIÓN LINEAL

Parte de las matemáticas dedicadas a la optimización.

OPTIMIZAR:

Conseguir los mejores resultados ya sea minimizando o maximizando variables de operación.

EJEMPLOS DE OPTIMIZACIÓN:

- Maximizar las ganancias reduciendo costos de producción.
- Maximizar alcance de audiencia reduciendo inversion en publicidad.

Función Objetivo : $\boxed{F_{(x,y)} = ax + by + c}$

Es la funcion que se busca optimizar (maximizar o minimizar)

REGIÓN FACTIBLE $(R.F)$

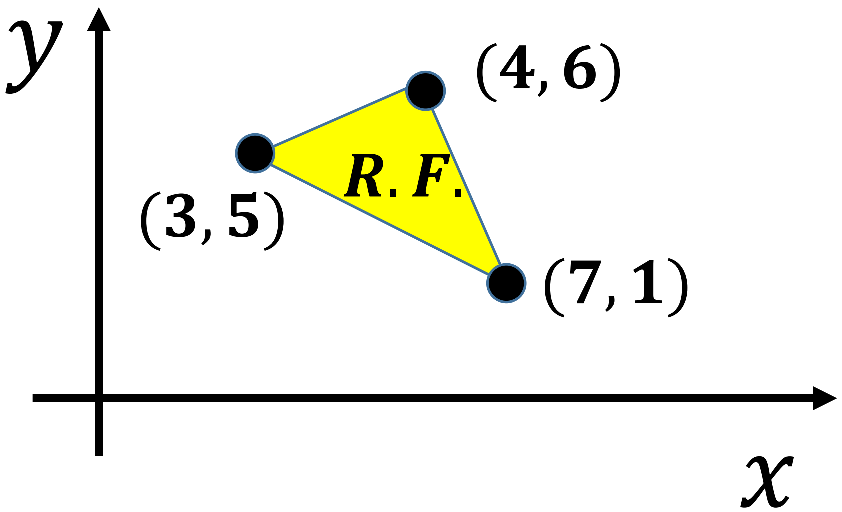
Se llama asi a la región formada por la intersección de todas las inecuaciones lineales dadas en el sistema y por lo general es una región acotada de forma poligonal y por ello presenta vértices y a las coordenadas de esos puntos se les denominan

Soluciones Factibles $(S.F)$ *(Teoria de los vértices)*

Son los puntos (x, y) de los vértices de la región factible que tienen que ser evaluados en la Función Objetivo y con ello se espera obtener un valor máximo o mínimo según corresponda a la optimización.

Ejemplo *Halle el máximo valor de la función:*

$Z = 3x + 4y$ *en la región factible*



Resolución

Evaluando en los vértices

$$f_{(x;y)} = 3x + 4y$$

$$f_{(3;5)} = 3(3) + 4(5) = 29$$

$$f_{(4;6)} = 3(4) + 4(6) = 36 \quad (máximo)$$

$$f_{(7;1)} = 3(7) + 4(1) = 25$$

El máximo valor es 36

Ejemplo:

Maximice la función $Z = x + 4y$
sujeto a las restricciones:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0\,, y \geq 0 \quad (Ier.\,Cuad.) \end{cases}$$

RESOLUCIÓN

$2x + y \leq 8$

tabulamos:

$0 \leq 8$

(V)

$\boxed{2x + y = 8}$

$(0\,;\,8)$

$(4\,;0)$

$2x + 3y \leq 12$

tabulamos:

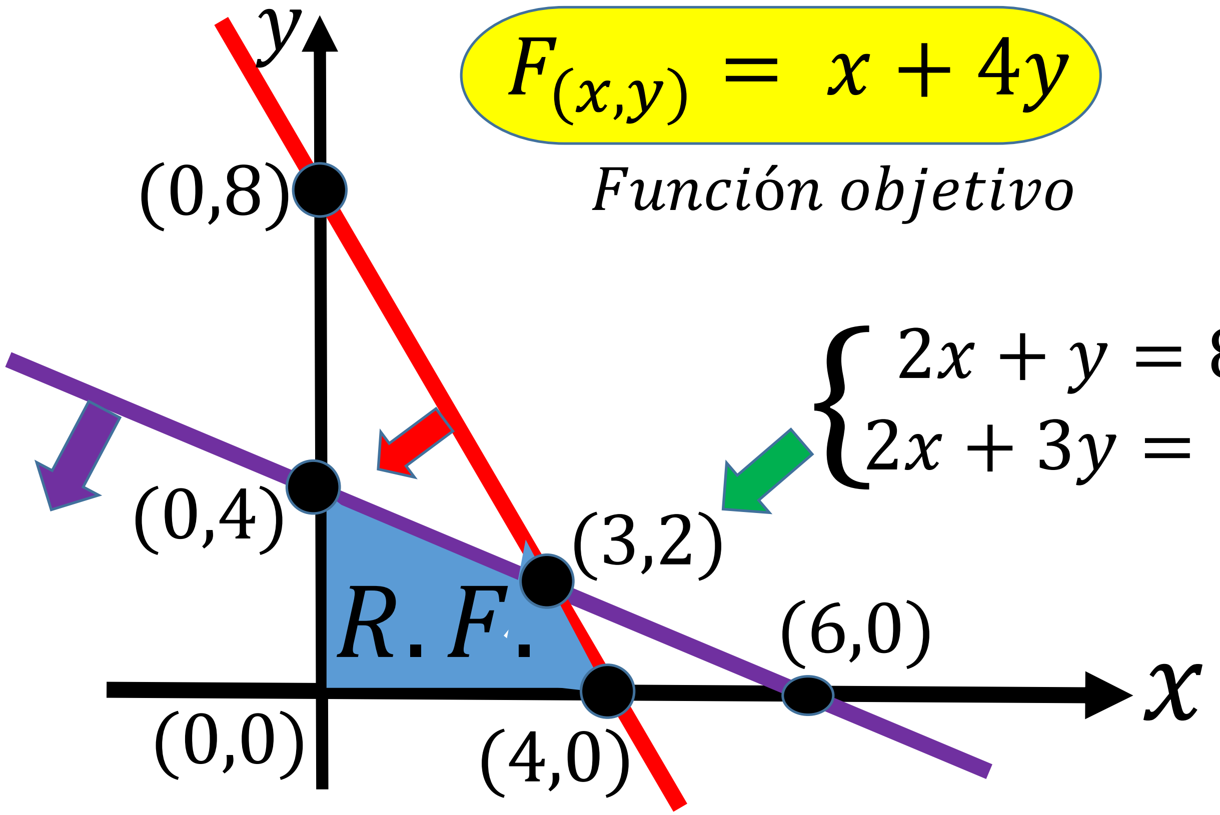
$0 \leq 12$

(V)

$\boxed{2x + 3y = 12}$

$(0\,;4)$

$(6\,;0)$



$$F_{(x,y)} = x + 4y$$

Función objetivo

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

Evaluando en cada vértice :

$F_{(0,4)} = 0 + 4(4) = 16$ (*máximo*)

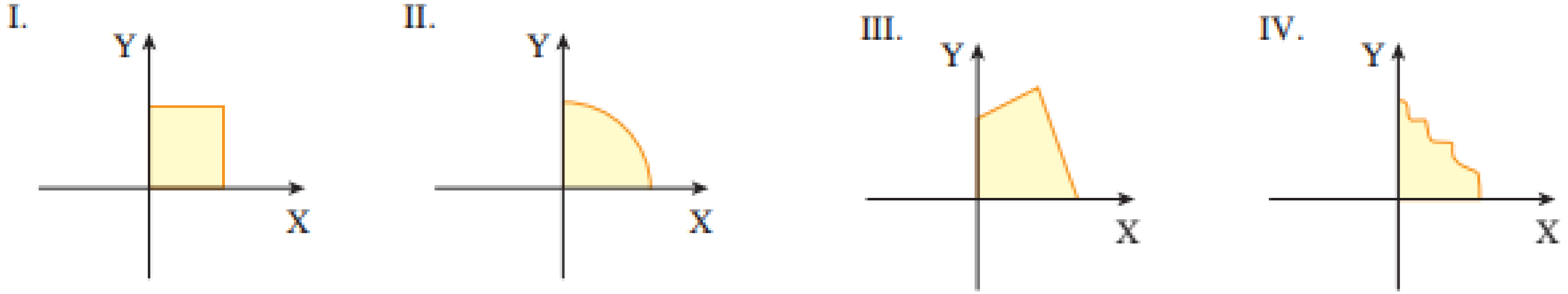
$F_{(3,2)} = 3 + 4(2) = 11$

$F_{(4,0)} = 4 + 4(0) = 4$

HELICO
PRACTICE

SACO OLIVEROS

1) **Se muestran 4 regiones en el plano x-y; indique cual o cuales de ellas representan la región factible de un problema de programación lineal**

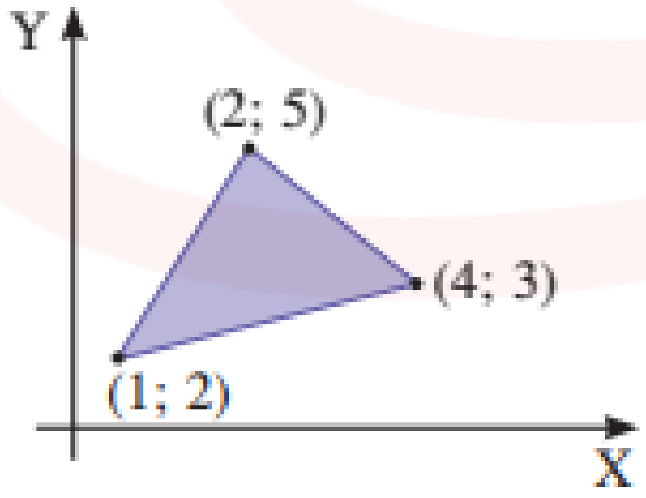


Resolución

Las regiones factibles deben ser poligonales

Rpta: I y III

2) Calcule la suma de los valores óptimos de la función $f(x;y)=5x+3y$, cuya región es la que se muestra



Resolución

Evaluamos la función $f(x;y)=5x+3y$ en los vértices de la región:

$(1;2) \Rightarrow f(1;2)=5(1)+3(2) = 11$ (valor Mínimo)

$(2;5) \Rightarrow f(2;5)=5(2)+3(5) = 25$

$(4;3) \Rightarrow f(4;3)=5(4)+3(3) = 29$ (valor Máximo)

Suma de valores optimos= 29+11   Rpta: 40

3) Determine los vértices del conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} x + y \geq 9 \\ 5x + 4y \leq 40 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

i) $x+y \geq 9$

$x+y = 9$

X	Y
0	9
9	0

$0 \geq 9$

falso

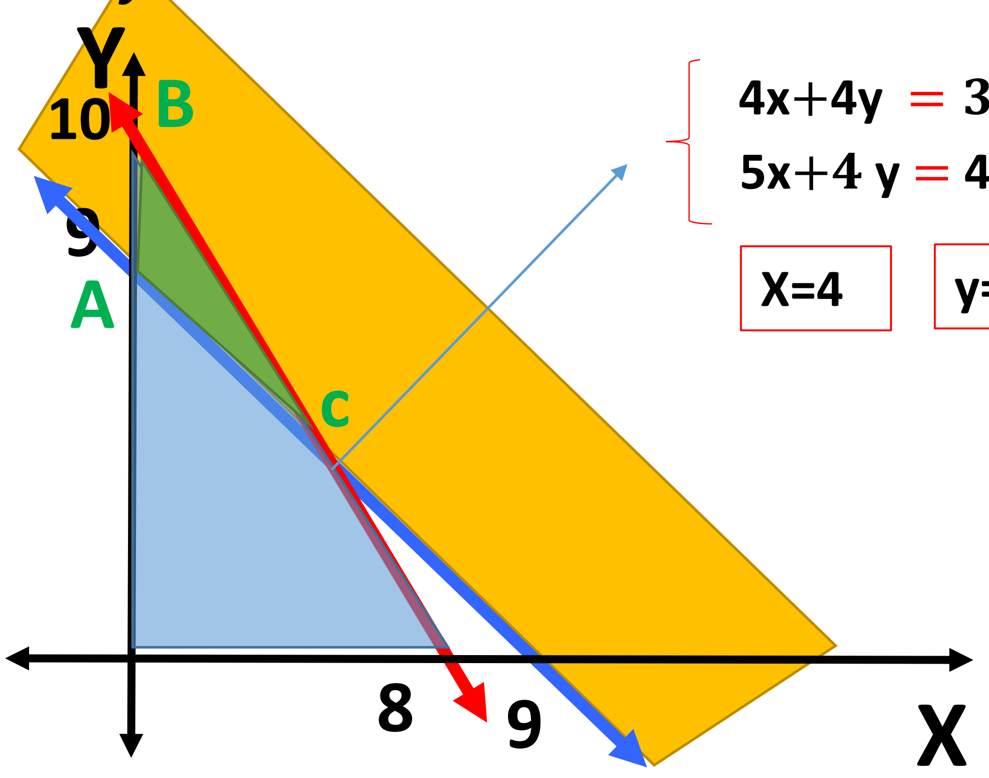
ii) $5x+4y \leq 40$

$5x+4y = 40$

X	Y
0	10
8	0

$0 \leq 8$

VERDAD



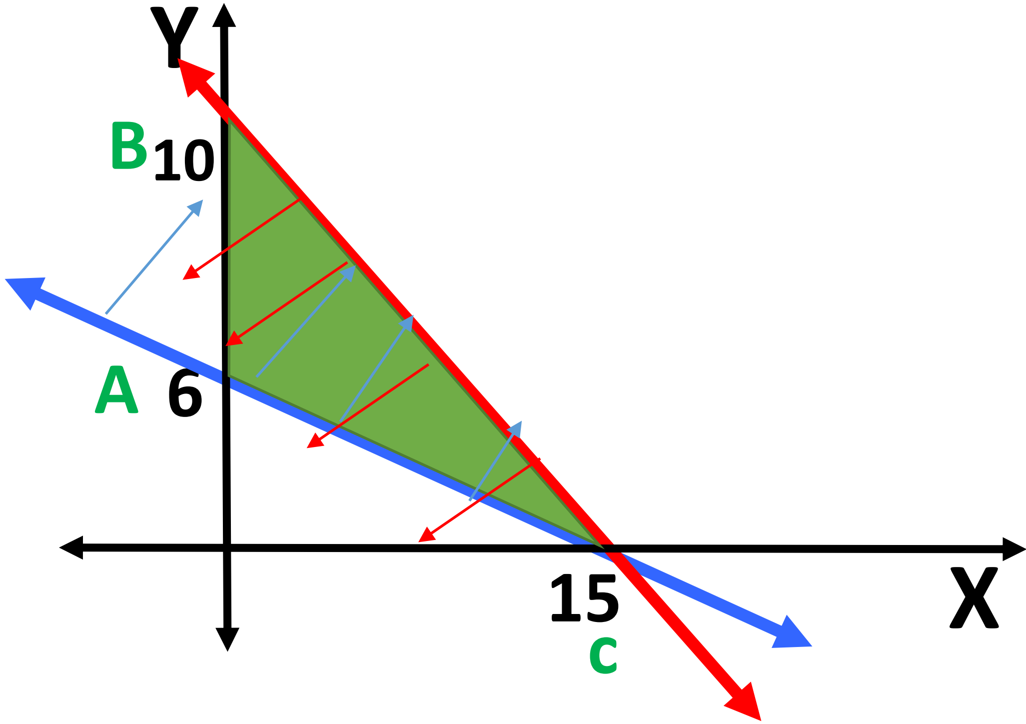
$$\begin{cases} 4x+4y = 36 \\ 5x+4y = 40 \end{cases}$$

$\boxed{X=4}$ $\boxed{y=5}$

Rpta: Los vértices son: A=(0;9)
B=(0;10)
C=(4;5)

4) Determine el valor mínimo de la función objetivo:
Z=x+3y sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} 2x+5y \geq 30 \\ 2x+3y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Resolución

i) $2x+5y \geq 30$

$2x+5y = 30$

X	Y
0	6
15	0

$0 \geq 30$ (falso)

ii) $2x+3y \leq 30$

$2x+3y = 30$

X	Y
0	10
15	0

$0 \leq 30$ (VERDAD)

Los vértices de la región factible son:
Evaluamos Z=x+3y

A=(0;6) ➡ Z=0+3(6)= 18
B=(0;10) ➡ Z=0+3(10)= 30
C=(15;0) ➡ Z=15+3(0)= 15(mínimo)

Rpta: El valor máximo de Zes 15

5) Halle el valor máximo de la función objetivo:

Z=4x+5y sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} 3x+y \leq 18 \\ 2x-y \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

i) 3x+y ≤ 18

3x+y = 18

X	Y
0	18
6	0

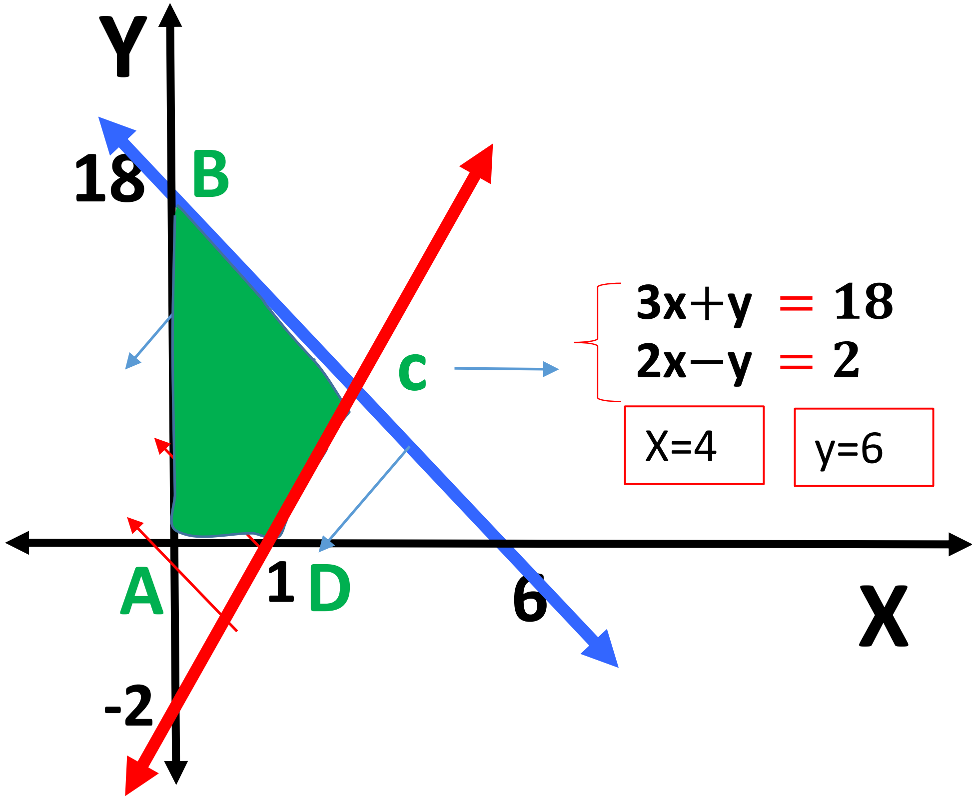
0≤18(verdad)

ii) 2x− y ≤ 2

2x− y = 2

X	Y
0	-2
1	0

0≤30 (VERDAD)



$$\begin{cases} 3x+y = 18 \\ 2x-y = 2 \end{cases}$$

$\boxed{X=4}$ $\boxed{y=6}$

Los vértices de la región factible son:

Evaluamos Z=4x+5y

A=(0;0) ⇨ Z=4(0)+5(0) = 0

B=(0;18) ⇨ Z=4(0)+5(18) =90 (máximo)

C=(4;6) ⇨ Z=4(4)+5(6) = 46

D=(1;0) ⇨ Z=4(1)+5(0)= 4

Rpta: El valor máximo de Z es 90

6) Para recorrer un determinado trayecto una compañía aérea desea operar a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos: T (turistas) y P(primera). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de 30 dólares, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 dólares. El número de plazas de tipo T no debe exceder de 4500 y el del tipo P debe ser como máximo la tercera parte de las del tipo T que se ofertan. Obtener la función objetivo y sus respectivas restricciones. (x: número de plazas del tipo T) (y: número de plazas del tipo P)

Resolución:

Variables:
- x: números de plazas del tipo T
- y: números de plazas del tipo p

Función Objetivo: Z: Ganancia

$$Z=30x+40y$$

Restriciones:

(número de operaciones) $x + y \leq 5000$

(Plazas de T) $x \leq 4500$

(Plazas de P) $y \leq x/3$

No negatividad $x \geq 0$, $y \geq 0$

7) **Una editorial planea utilizar una sección de planta para producir 2 libros de texto. La utilidad unitaria es de s/2 para el libro I y de s/3 para el libro II. El libro I requiere 4 horas para su impresión y 6 horas para su encuadernación, el libro II requiere 5horas para imprimirse y 3 horas para ser encuadernado. Se dispone de 200 horas para imprimir y 210 para encuadernar. Determine la máxima utilidad que se puede obtener.**

Variables

x: Libro del tipo I

y: Libro del tipo I

F. Objetivo

z= 2x+3y

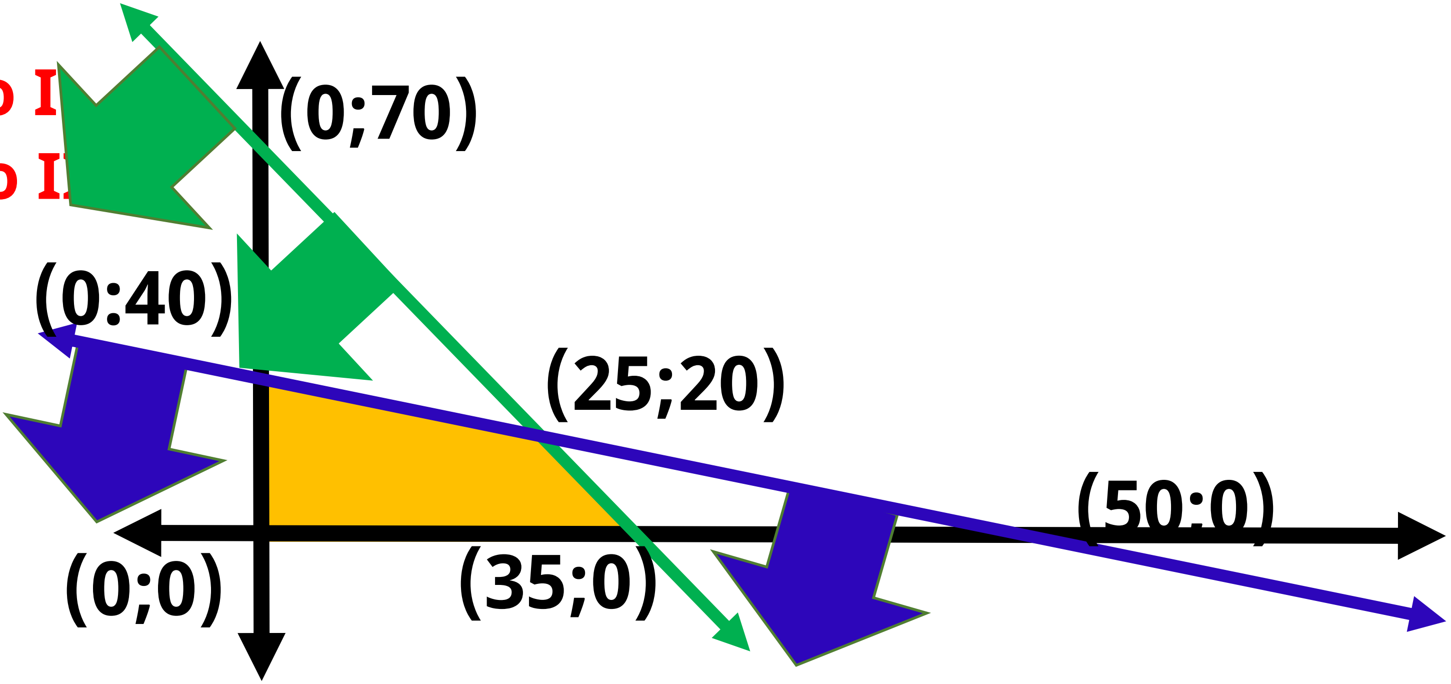
Restricciones

4x+5y≤ 200

Con Origen

6x+3y≤ 210

Con Origen



$$z_{(0;0)} = 2(0) + 3(0) = 0$$

$$z_{(0;40)} = 2(0) + 3(40) = 120 \, (máxima \ utilidad)$$

$$z_{(25;20)} = 2(25) + 3(20) = 110$$

$$z_{(35;0)} = 2(35) + 3(0) = 70$$