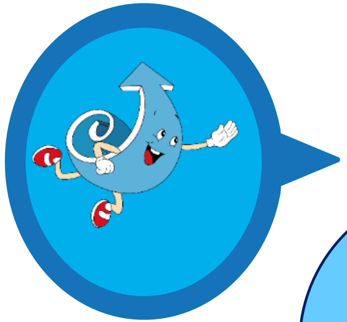
ARITHMETIC

Chapter 9

2nd
SECONDARY

NUMEROS PRIMOS

SACO OLIVEROS



¿Y por qué es importante descubrir números primos cada vez más grandes?

"Hay una cosa que sí que es muy útil en matemática aplicada. Los números primos muy grandes, que se obtienen con el algoritmo que busca los números primos de Mersenne, permiten obtener un código criptográfico muy seguro". Efectivamente, los números primos de gran tamaño, **pueden emplearse para codificar cualquier tipo de información de manera segura.** "Si tú coges un par de números grandísimos primos y multiplicas, para poder obtener los originales que lo constituían es dificilísimo. Esto lo usan los bancos en los números de seguridad, las transferencias bancarias y otras operaciones".

1 ESTUDIO DE LOS DIVISORES POSITIVOS DE UN NÚMERO $\mathbb{Z}^+$

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Divisores	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	3	2	5	2	7	2	3	2	11	2
				4		3		4	9	5		3
						6		8		10		4
												6
												12
Cantidad	1	2	2	3	2	4	2	4	3	4	2	6

a) Divisores Simples:
Son aquellos que solo tienen como máximo dos divisores.

1, 2, 3, 5, 7, 11, ...

Números primos

b) Divisores Compuestos:
Son aquellos que tienen más de dos divisores.

4, 6, 8, 9, 10, 12,...

2 LOS NÚMEROS PRIMOS:

Tienen exactamente 2 divisores, sus propiedades son:

a) El conjunto de los números primos es infinito.

b) El 2 es el único número par que es primo.

c) Los únicos números consecutivos que son primos son: 2 y 3.

d) Los únicos números impares consecutivos y primos a la vez son: 3 , 5 y 7

e) Todo número primo impar es de la forma $\dot{4}+1$ o $\dot{4}-1$

Ejemplo:

$13 = \dot{4} + 1$

$19 = \dot{4} - 1$

$29 = \dot{4} + 1$

Lo contrario no siempe ocurre

$\dot{4} + 1 = 9$

Pero 9 no es un número primo

3 CRIBA DE ERATÓSTENES:

Es una forma de encontrar los números primos.

Pasos:

✓ Eliminamos el número **1.**

✓ Eliminamos los números que son **múltiplos de 2 mayores a él.**

✓ Eliminamos los números que son **múltiplos de 3 mayores a él.**

✓ Eliminamos los números que son **múltiplos de 5 mayores a él.**

✓ Eliminamos los números que son **múltiplos de 7 mayores a él.**

Así podremos observar los números primos menores a 100.

	2	3		5	
7				11	
13				17	
19				23	
				29	
31					
37				41	
43				47	
				53	
				59	
61					
67				71	
73					
79				83	
				89	
97					

4 ¿CÓMO IDENTIFICO SI UN NÚMERO ES PRIMO?

1) Hay que tener en cuenta las propiedades de los números primos.

2) Obtenemos la raíz cuadrada aproximada del número e identificamos a los números primos menores a el .

3) Dividimos al número por dichos números primos, si ninguno de ellos lo divide entonces el número analizado ¡resulta ser número primo!

Ejemplo: ¿El número 107 es primo?

$\sqrt{107} \approx 10$ → Los números primos menores a 10 son: $2; 3; 5$ *y* 7

$107 = \dot{2} + 1$ | $107 = \dot{3} + 2$ | $107 = \dot{5} + 2$ | $107 = \dot{7} + 2$

Observamos que ninguno de ellos divide exactamente a 107

$\therefore$ El número 107 resulta ser número primo.

5 TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA(TEOREMA DE GAUSS)

Conocido también como la descomposición canónica de un número y expresa que todo número entero mayor de la unidad se puede descomponer como la multiplicación de sus factores primos diferentes entre sí, elevados a exponentes enteros positivos.

Esta descomposición canónica es única.

Ejemplo 1

- 30 = 2x3x5
- 45 = 3^2x5
- 48 = 2^4x3
- 210 = 2 x3x5x7

Ejemplo 2

Encuentre la descomposición canónica de 1480

1480	2x5
148	2
74	2
37	37
1	

$1480 = 2^3\,x5x37$

Entonces la descomposición canónica de N será

$$N = a^m b^n c^p \ldots \ (DC)$$

Donde: a, b, c,... → Factores primos

m, n, p,... → Enteros positivos

6 CLASIFICACIÓN POR GRUPOS DE LOS NÚMEROS PRIMOS

a) NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ (PESI)

Son también llamados primos relativos o coprimos y es aquel grupo de números que tienen como único divisor común a la unidad.

Ejemplo 1

¿El 9 y el 14 son primos entre sí?

Números	Divisores
9	1 3 9
14	1 2 7 14

Un solo divisor

El 9 y 14 son PESI.

Ejemplo 2

¿El 6; 15 y el 27 son primos entre sí

Números	Divisores
6	1 2 3 6
15	1 3 5 15
27	1 3 9 27

El 6; 15 y 27 no son PESI.

Son divisores comunes: 1 y 3

7 CLASIFICACIÓN POR GRUPOS DE LOS NÚMEROS PRIMOS

b) NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ DOS A DOS

Ejemplo: ¿Los números 8, 9 y 13 son primos entre sí dos a dos?

Números	Divisores
8	1 2 4 8
9	1 3 9

→ El 8 y 9 son PESI.

Números	Divisores
8	1 2 4
13	1 13

→ El 8 y 13 son PESI.

Números	Divisores
9	1 3 9
13	1 13

→ El 9 y 13 son PESI.

∴ **Los números 8 , 9 y 13 son primos entre sí dos a dos.**

1. **Armando observa que el precio de un par de zapatillas es igual a la suma de los 10 primeros números primos. ¿Cuál es el precio de las zapatillas?**

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60

Resolución:

Sean los 10 primeros números primos:

Luego:

$$\underbrace{2+3+5+7+11+13+17+19+23+29}_{12}$$

$$\therefore \boldsymbol{El\ precio\ es\ s/129}$$

2. **¿Cuántos números primos hay desde 90 hasta 120?**

Tenemos:

97	101	103	107
	109	113	

Resolución:

							97		
	101		103				107		109
			113						

$\therefore$ *Hay 6 números primos*

3. **Calcule la suma de todos los números compuestos que hay entre 30 y 50.**

Resolución:

	[redacted]	32	33	34	35	36	[redacted]	38	39
40	[redacted]	42	[redacted]	44	45	46	[redacted]	48	49

Los números compuestos pedidos:

$$\underbrace{32 + 33 + 34 + 35 + 36 + 39 + 40 + 42 + 44 + 45 + 46 + 48 + 49}_{561}$$

$\therefore$ La suma es 561

4. **¿Cuántos números primos de la forma $\overline{a1}$ existen?**

Resolución:

11	[redacted]	31	41	[redacted]	61	71	[redacted]	

Tenemos:

11	31	41	61	71

$\therefore$ Hay **5** números primos

5. **Calcule la cantidad de divisores simples y la suma de sus factores primos del siguiente nùmero: 4200**

Resolución:

Descomponer canónicamente

$$\begin{array}{r|l} 4\,2\boxed{0} & 2^2 x 5 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$4\,200 = 2^3 x 3 x 5^2 x 7$$

divisores primos $2; 3; 5\ y\ 7$

La cantidad de divisores simples es **5**

Suma de factores primos

2+3+5+7 = 17

6. **Los números siguientes: 213, 127, 187, 221 representan los precios en soles de 4 tableros de ajedrez. Si Mateo compra el tablero cuyo precio representa a un número primo, ¿cuánto pagó por el tablero de ajedrez?**

Resolución:

- $213 = \dot{3}$ compuesto
- $187 = \dot{11}$ compuesto
- $221 = \dot{13}$ compuesto

- 127

primer paso

$\sqrt{127} \approx 11$

segudo paso

N° Primos ≤ 11

$\{2; 3; 5; 7; 11\}$

tercer paso

$127 \neq \dot{2}$ $127 \neq \dot{5}$ $127 \neq \dot{11}$

$127 \neq \dot{3}$ $127 \neq \dot{7}$

127 es N° primo

Mateo pagó **S/ 127** por el tablero de ajedrez

7. Una lotería realizada por el "día de los inocentes" cuyo premio fue S/ $\overline{9x}$ lo ganaron 7 personas pero al ver que no se podía repartir de forma equitativa y con una cantidad entera de soles entre ellos se van retirando uno tras otro hasta que este premio pueda ser repartido entre ellos, esto sucede hasta que el menos inocente queda solo para cobrar el premio. ¿Cuánto le hubiera correspondido a cada uno si le aumentábamos S/1?

Resolución:

$\overline{9x} \neq \dot{7}$ $\quad$ $\overline{9x} \neq \dot{4}$

$\overline{9x} \neq \dot{6}$ $\quad$ $\overline{9x} \neq \dot{3}$

$\overline{9x} \neq \dot{5}$ $\quad$ $\overline{9x} \neq \dot{2}$

→ $\overline{9x}$ es n° primo → $\overline{9x} = 97$

Aumentando S/ 1

$$97 + 1 = 98$$

Cada uno recibiría

$$\rightarrow \frac{98}{7} = 14$$

Si se aumenta **S/ 1** cada uno recibiría **S/ 14**