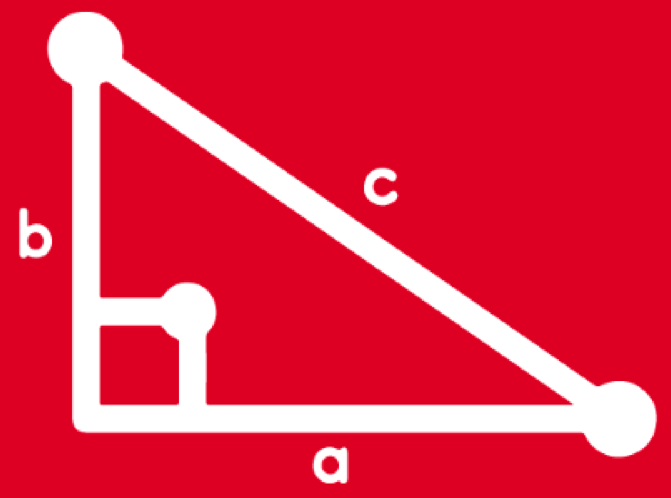
TRIGONOMETRY

Chapter 01

5th
SECONDARY

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO



SACO OLIVEROS

EL NÚMERO Π

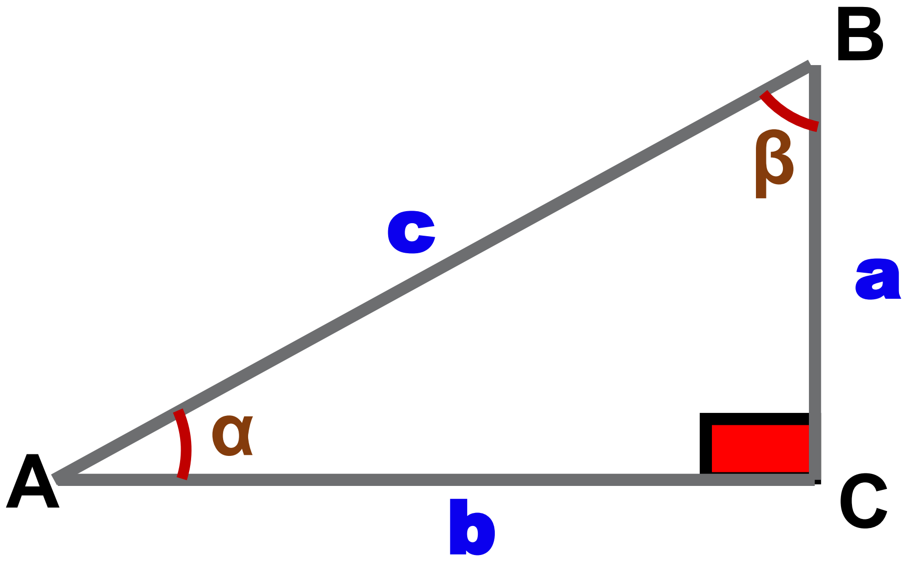
Es un número irracional y una de las constantes matemáticas más importantes. Se emplea frecuentemente en matemáticas, física e ingeniería.- El valor de π se ha obtenido con diversas aproximaciones a lo largo de la historia, siendo una de las constantes matemáticas que más aparece en las ecuaciones de la física, junto con el número e.

$$e^{i\pi}+1=0$$

¿ Sabes cuándo es el día del número π ?.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

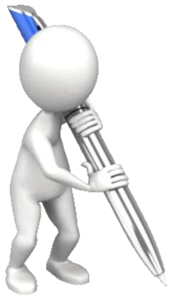


$c > a > 0$

$c > b > 0$

Donde :

- **a , b : medidas de los catetos**
- **c : medida de la hipotenusa**
- **α , β : medida de los ángulos agudos .**

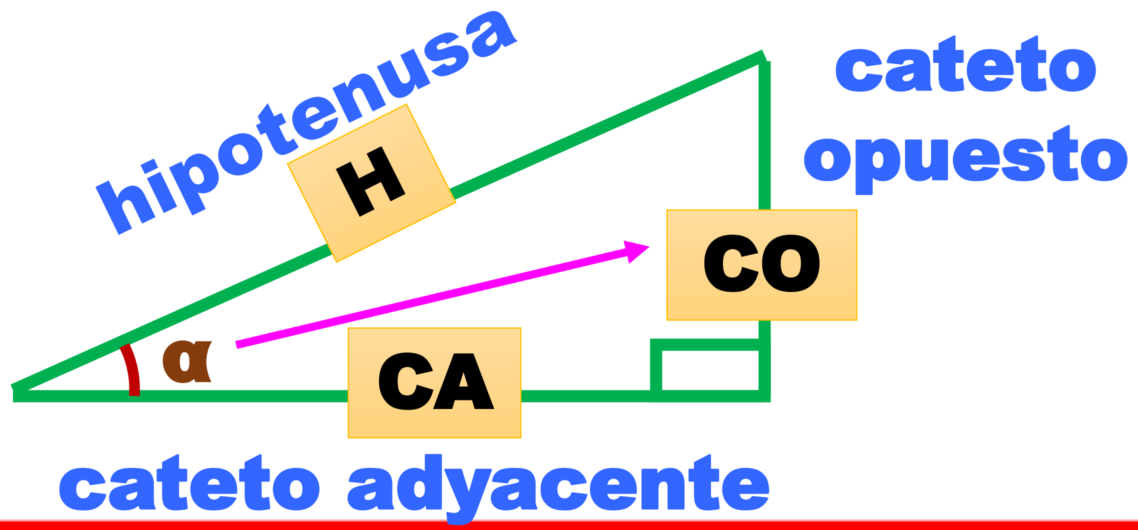


Teorema de Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

¿ QUÉ ES UNA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA ?

Es un número que se obtiene al dividir las medidas de dos lados de un triángulo rectángulo con respecto a uno de sus ángulos agudos.



DEFINICIÓN DE LAS RT DE UN ÁNGULO AGUDO

seno

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{H}$$

coseno

$$\cos\alpha = \frac{CA}{H}$$

tangente

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$$

cotangente

$$\cot\alpha = \frac{CA}{CO}$$

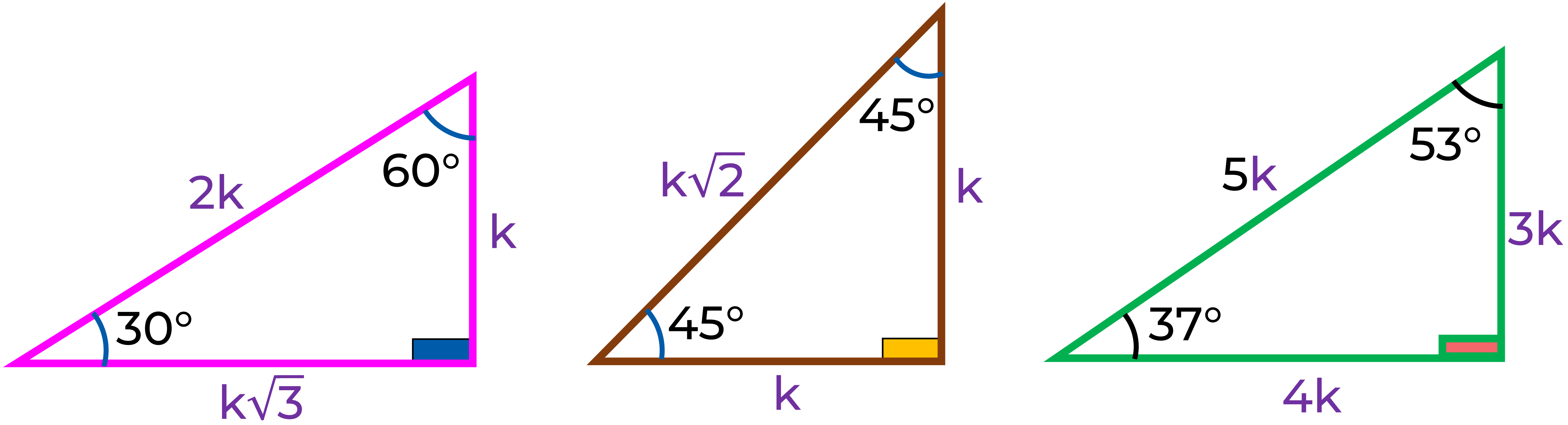
secante

$$\sec\alpha = \frac{H}{CA}$$

cosecante

$$\csc\alpha = \frac{H}{CO}$$

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES



Luego aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas del ángulo agudo.

$$\boxed{\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}}$$

$$\csc 60° = \frac{2k}{k\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

α \ RT	sen	cos	tan	cot	sec	csc
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$

HELICO PRACTICE 1

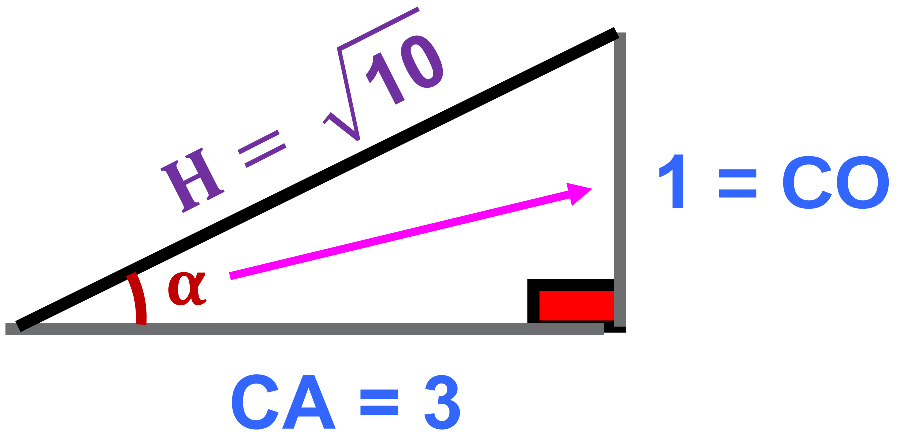
Si un ángulo agudo α cumple que tanα = 0, 333.... ,

calcule $E = \sqrt{10}\ \sec\alpha + \dfrac{2}{3}$

Resolución

Dato :

$$\tan\alpha = 0{,}3333\ldots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \frac{CO}{CA}$$



Calculamos E :

$$E = \sqrt{10}\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right) + \frac{2}{3}$$

$$E = \frac{10}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\therefore E = 4}$$

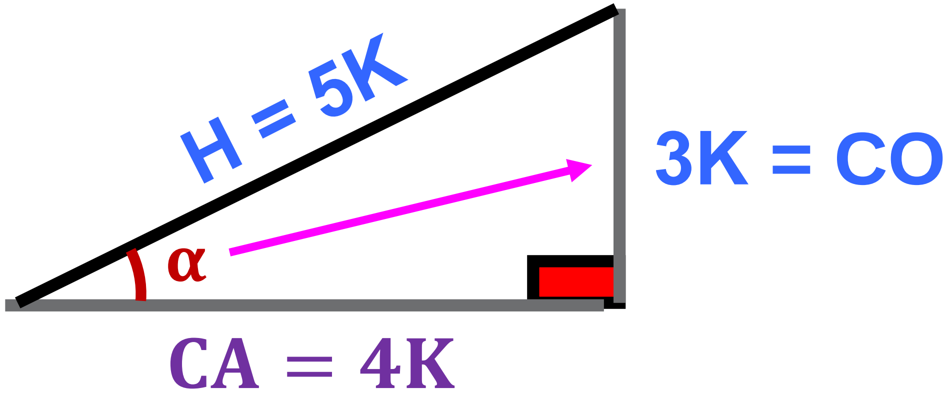
HELICO PRACTICE 2

José adquiere como herencia un terreno en forma de triángulo rectángulo; se sabe que el perímetro de dicho terreno mide 180 m y el seno de uno de sus ángulos agudos es 0,6.- Calcule el área de dicho terreno.

Resolución

Dato :

$$\text{sen}\alpha = 0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3k}{5k} = \frac{CO}{H}$$



Dato : $3k + 4k + 5k = 180\ m$

$12k = 180\ m \Rightarrow k = 15\ m$

Calculamos el área :

$$S = \frac{(4K)(3K)}{2} = 6\,(15\ m)\,(15\ m)$$

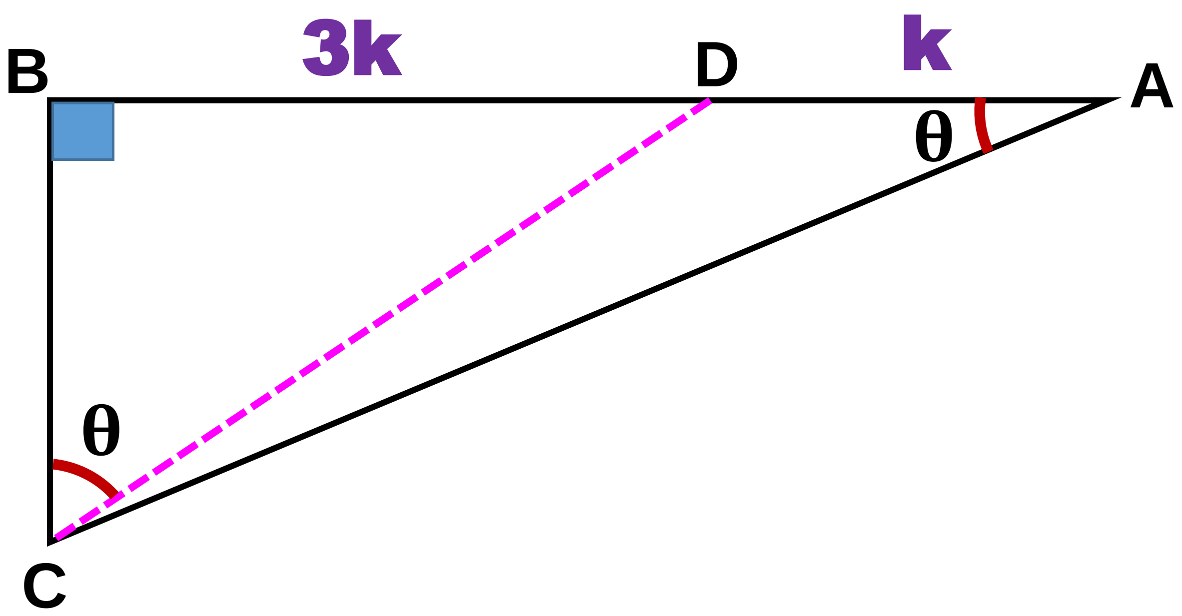
$$\therefore\ S = 1350\ m^2$$

HELICO PRACTICE 3

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, sobre el cateto $\overline{AB}$, se toma un punto D, tal que BD = 3 AD, además m∡CAD = m ∡ BCD = θ .- Calcule tanθ.

Resolución

Graficamos según datos :



◺ ABC: $\tan\theta = \dfrac{BC}{4k}$

◺ CBD: $\tan\theta = \dfrac{3K}{BC}$

x

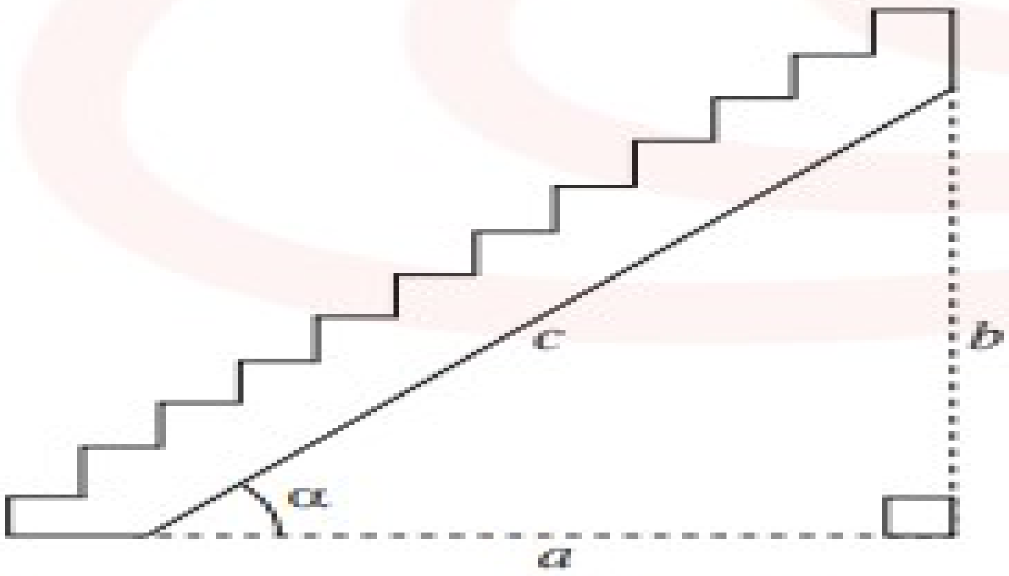
$$\tan^2\theta = \frac{\cancel{BC}}{4\cancel{k}} \cdot \frac{3\cancel{k}}{\cancel{BC}}$$

$$\tan^2\theta = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \boxed{\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

HELICO PRACTICE 4

En la casa del señor Carlos, se realizó la medida de la escalera y se obtuvo que 3(a + b) = 4c . Siendo α el ángulo de inclinación de la escalera, ¿cuál es el valor de E = senα . cosα ?



Resolución

Teorema de Pitágoras : $c^2 = a^2 + b^2$

Dato: $[\ 3(a + b) = 4c\ ]^2$

$$9(a^2 + b^2 + 2ab) = 16c^2$$

$$9c^2 + 18ab = 16c^2$$

$$18ab = 7c^2$$

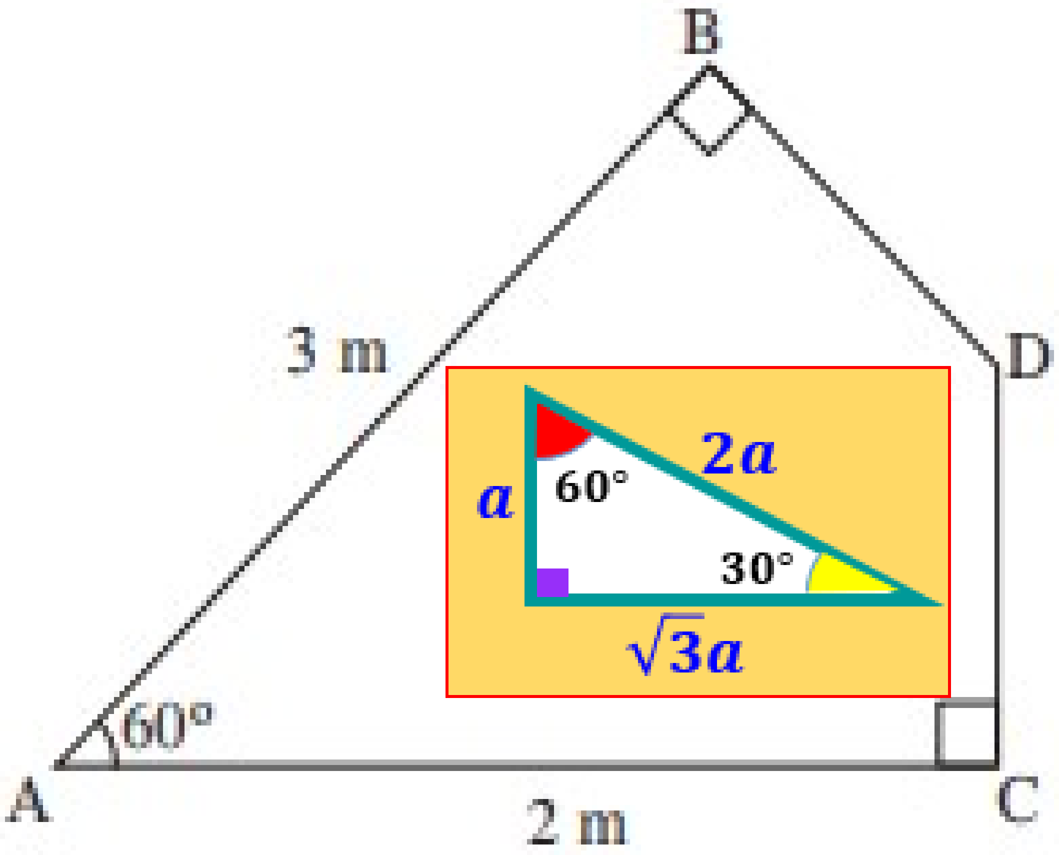
Calculamos E:

$$E = \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{c} = \frac{ab}{c^2}$$

$$\boxed{\therefore\ E = \frac{7}{18}}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, calcule la longitud del lado $\overline{BD}$.

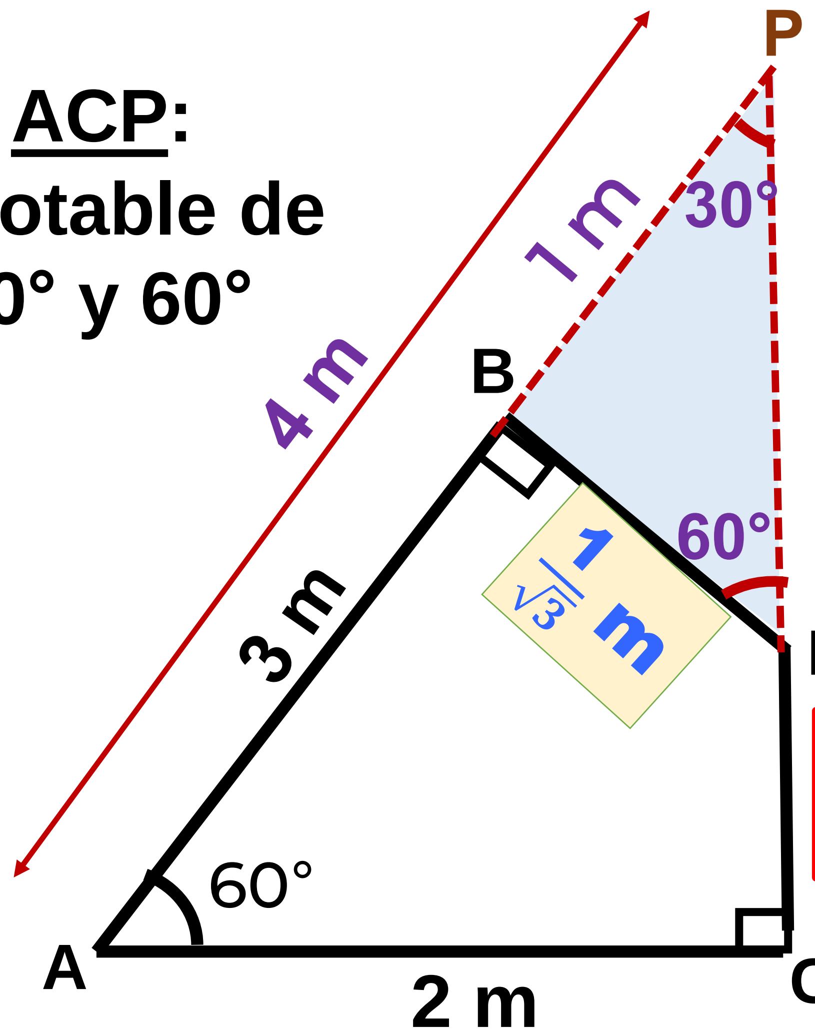


Resolución

Prolongamos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, los cuales se cortan en P

⊿ ACP:
Notable de 30° y 60°

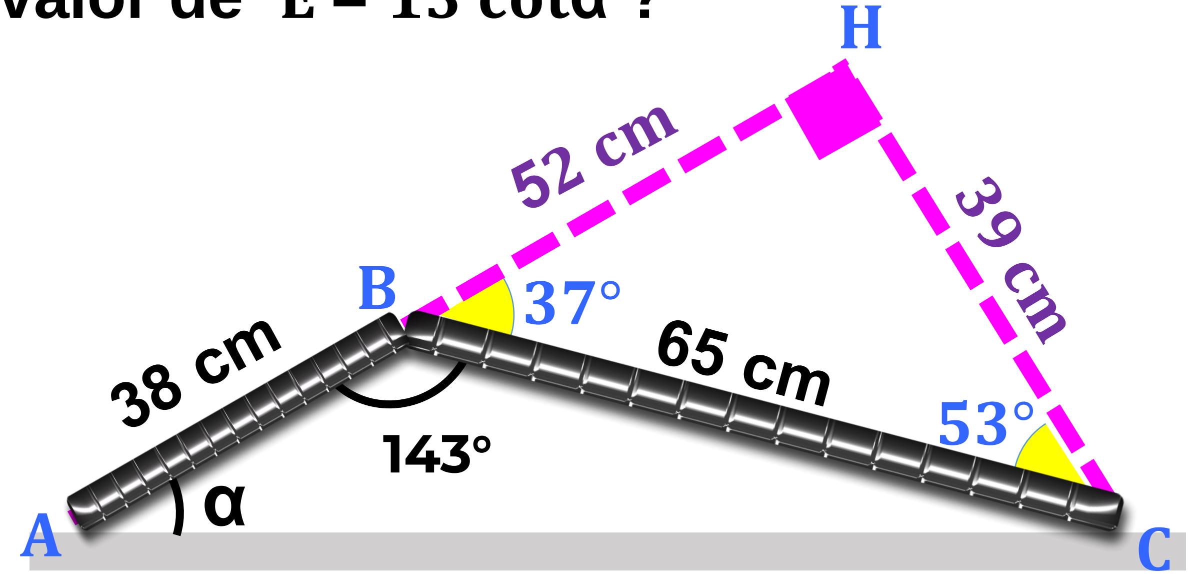
⊿ DBP:
Notable de 30° y 60°



$\therefore$ BD $= \frac{\sqrt{3}}{3}$ m

HELICO PRACTICE 6

Dos barras metálicas se encuentran apoyadas en su parte superior , tal como se muestra en la figura.- Si el ángulo que forman las barras en su punto de apoyo es de 143°, ¿cuál es el valor de $E = 13\cot\alpha$?



Resolución

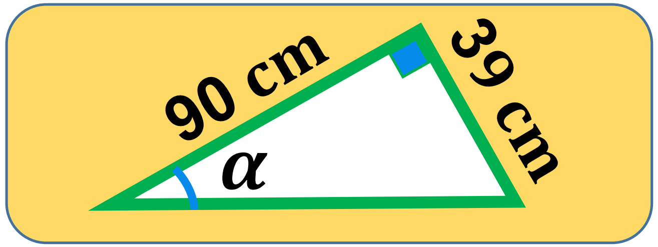
En el ΔBHC : Notable de 37° y 53°

$BC = 5k = 65\text{ cm} \Rightarrow k = 13\text{ cm}$

Luego :

$HC = 3k = 3(13\text{ cm}) = 39\text{ cm}$

$HB = 4k = 4(13\text{ cm}) = 52\text{ cm}$



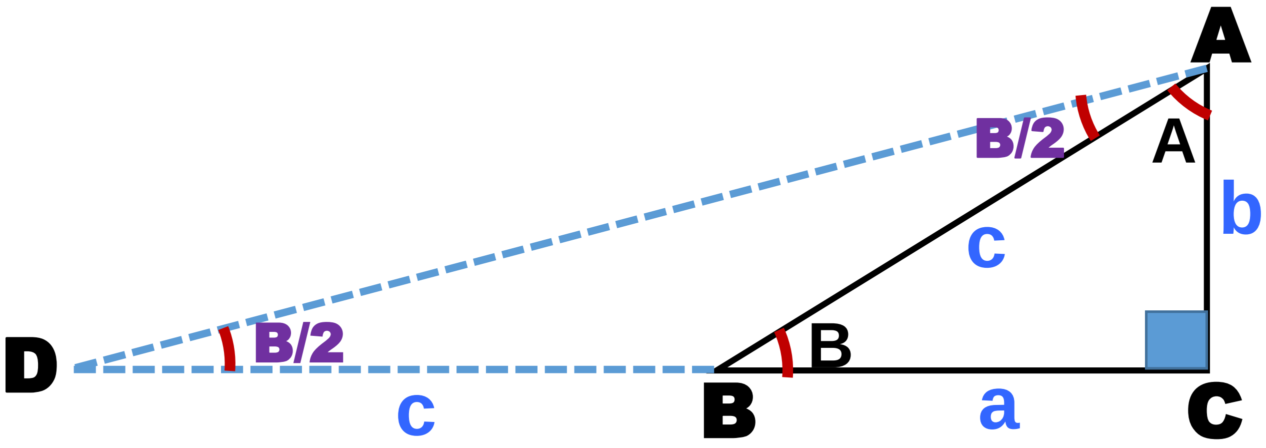
Calculamos E : $E = \overset{1}{\cancel{13}}\left(\dfrac{90\text{ cm}}{\underset{3}{\cancel{39}}\text{ cm}}\right)$

$$\boxed{\therefore\ E = 30}$$

HELICO PRACTICE 7

En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se cumple que $3(\csc A + 1) = 4\cot(B/2)$.- Calcule $E = 25\,\text{sen}A \cdot \text{sen}B$.

Resolución

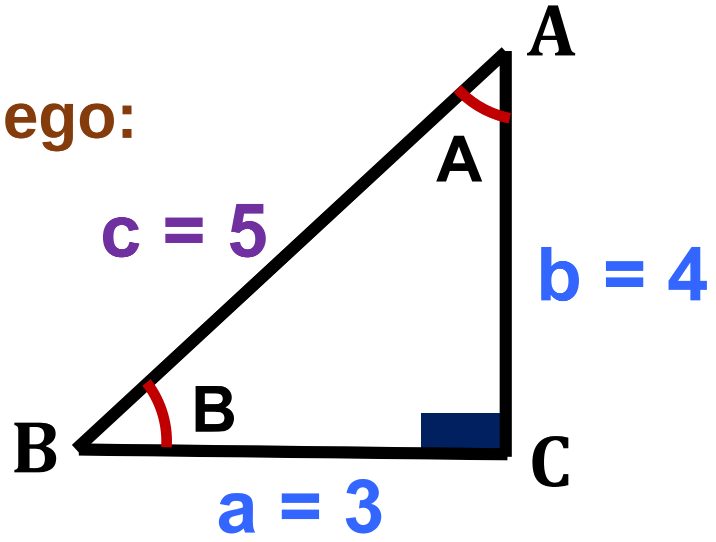


Dato : $3(\csc A + 1) = 4\cot(B/2)$

$$3\left(\frac{c}{a} + 1\right) = 4\left(\frac{c+a}{b}\right)$$

$$3\left(\frac{\cancel{c+a}}{a}\right) = 4\left(\frac{\cancel{c+a}}{b}\right) \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

Luego:



Calculamos E :

$$E = \cancel{25}\left(\frac{3}{\cancel{5}}\right)\left(\frac{4}{\cancel{5}}\right)$$

$$\boxed{\therefore E = 12}$$

SACO
OLIVEROS