ALGEBRA

5th

SECONDARY

ASESORIA
PRIMER BIMESTRE

SACO OLIVEROS

Problema 1

Calcule la suma de coeficientes del polinomio homogéneo :

$$P(x,y) = ax^{n^2}y^{5n-18} + bx^{n^2-3}y^5 + 2x^a y^b$$

Resolución:

Por ser homogéneo se cumple:

$n^2 + 5n - 18 = n^2 - 3 + 5 = a + b$ ... (α)

Resolviendo:

$\cancel{n^2} + 5n - 18 = \cancel{n^2} - 3 + 5$

$5n = 20$

$\boxed{n = 4}$

Reemplazando en (α)

$n^2 - 3 + 5 = a + b$

$(4)^2 - 3 + 5 = a + b$

$\boxed{a + b = 18}$

Suma de coeficientes: $\underbrace{a + b}_{18}+2$

$18+2$

$\therefore$ ***suma de coeficientes = 20***

Problema 2

Si: a +b + c = 0

Calcular:

$$M = \frac{(a+b)^2 + (b+c)^2 + (a+c)^2}{ab+bc+ac}$$

Recordar

Identidad Condicional

Si: $a+b+c=0$

Se cumple que:

$$\boxed{a^2+b^2+c^2 = -2(ab+bc+ac)}$$

Resolución:

Del dato:

a +b + c = 0 ⇒

$$\begin{cases} a+b=-c \\ b+c=-a \\ a+c=-b \end{cases}$$

Reemplazando

$$M = \frac{(-c)^2 + (-a)^2 + (-b)^2}{ab+bc+ac}$$

$$M = \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ac}$$

Por identidad condicional

$$M = \frac{-2\cancel{(ab+bc+ac)}}{\cancel{ab+bc+ac}}$$

$$\therefore \quad M = -2$$

Problema 3

Si: $x + x^{-1} = 3$

Calcular el valor de:

$$x^3 + x^{-3}$$

Recordar

Identidad de Cauchy

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

Resolución:

$$x + x^{-1} = 3$$

Elevamos al cubo

$$(x + x^{-1})^3 = (3)^3$$

Aplicando Cauchy

$$(x)^3 + (x^{-1})^3 + 3\underbrace{(x)(x^{-1})}_{1}\underbrace{(x + x^{-1})}_{3} = 27$$

$$x^3 + x^{-3} + 9 = 27$$

$$\boxed{\therefore\ x^3 + x^{-3} = 18}$$

Problema 4

Calcular : m.n
Si la siguiente división es exacta

$$\frac{mx^5 + nx^4 + 4x^2 - 3x^3 + 5x - 6}{3x^2 + x - 2}$$

Recordar

Si la División es exacta cumple Horner invertido

Resolución:

Ordenamos el dividendo
Aplicamos Horner Invertido

-2	-6	5	4	-3	n	m
	÷	-3	-9			
-1		2	1	3		
		÷	-4	-2	-6	
-3			÷	-2	-1	-3
				÷		
x	3	-1	2	1	0	0

$n - 6 - 1 = 0 \Rightarrow n = 7$

$m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$

$$\therefore m.n = 21$$

Problema 5

Obtenga el resto de dividir un polinomio P(x) entre $(x-10)$ si se sabe que el término independiente del cociente es 3 y el término independiente de P(x) es 4

Recordar

TÉRMINO INDEPENDIENTE

$$\boxed{T.I\,(P(x)) = P(0)}$$

IDENTIDAD FUNDAMENTAL DE LA DIVISIÓN

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x) + R(x)}$$

Resolución:

$$\frac{P(x)}{x-10} \Rightarrow R(x) = ¿?$$

POR DATO

$$T.I\big(q(x)\big) = q(0) = 3$$

$$T.I\big(P(x)\big) = P(0) = 4$$

POR LA IDENTIDAD FUNDAMENTAL DE DE LA DIVISIÓN

$$\Rightarrow P(x) \equiv \underbrace{(x-10)}_{\text{Primer grado}} q(x) \underbrace{+R(x)}_{\text{constante}}$$

$$\Rightarrow P(x) \equiv (x-10)q(x) + k$$

EVALUANDO $x=0$

$$P(0) = (0-10)\,q(0) + k$$

$$4 = (-10)(3) + k$$

$$k = 34$$

$$\boxed{\therefore R(x) = 34}$$

Problema 6

Un polinomio cúbico mónico P(x), al ser dividido separadamente entre $(x-3)$, $(x+2)$ y $(x-1)$; se obtiene 12 como resto común. Determine P(4).

Recordar:

$$\frac{P(x)}{(x-a)} \rightarrow R_1(x)=R$$

$$\frac{P(x)}{(x-b)} \rightarrow R_2(x)=R$$

$$\frac{P(x)}{(x-c)} \rightarrow R_3(x)=R$$

Entonces: $\dfrac{P(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)} \rightarrow R(x)=R$

Resolución:

POR LA IDENTIDAD FUNDAMENTAL DE LA DIVISIÓN

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x)+R(x)}$$

$$\underbrace{P(x)}_{\text{3er grado}} \equiv \underbrace{(x-3)(x+2)(x-1)}_{\text{3er grado}}\underbrace{q(x)}_{\text{grado 0}} + 12$$

$$P(x) \equiv (x-3)(x+2)(x-1).k+12$$

Por ser mónico

$$P(x) \equiv (x-3)(x+2)(x-1).1+12$$

Evaluamos para x=4

$$P(4) = (4-3)(4+2)(4-1).1+12$$

$$P(4) = (1)(6)(3)+12$$

$$\boxed{\therefore P(4) = 30}$$

Problema 7

¿Qué lugar ocupa en el desarrollo del cociente notable: $\dfrac{x^{150}-y^{270}}{x^5-y^9}$ el término de grado absoluto 221 ?

Recordar

Dado: $\dfrac{x^a - y^b}{x^p - y^q}$

Genera C.N si: $\boxed{\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}=\mathbf{n}}$

Término de lugar K:

$$\boxed{T_k = +(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

Resolución:

Número de términos de C.N : n

$$n = \frac{150}{5} = 30$$

Cálculo del Término de lugar K

$$T_k = +(x^5)^{30-k} . (y^9)^{k-1}$$

$$T_k = x^{150-5k} . y^{9k-9}$$

Por Dato $GA = 221$

$$150 - 5k + 9k - 9 = 221$$

$$4k = 80$$

$$k = 20$$

$\therefore$ *El término ocupa el lugar* 20

Problema 8

En el cociente notable: $\dfrac{x^{56}-y^{40}}{x^{7}-y^{5}}$

determine el valor numérico del quinto término para
x = 4;y = 1/4

Recordar

Dado: $\dfrac{x^{a}-y^{b}}{x^{p}-y^{q}}$

Genera C.N si: $\boxed{\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}=\mathrm{n}}$

Término de lugar K:

$$\boxed{T_k=+(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

Resolución:

Se tiene :

$$n=\frac{56}{7}=8 \quad ; \quad k=5$$

Cálculo del quinto Término

$$T_5=+(x^7)^{8-5}.(y^5)^{5-1}$$

$$T_5=x^{21}.y^{20}$$

Valor numérico de T_5 Si $\left(x=4; y=\frac{1}{4}\right)$

$$V.N(T_5)=4^{21}.\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$$

$$\boxed{\therefore \quad V.N\ (T_5)=4}$$

Problema 9

Indicar un factor primo del polinomio:

$$m^2 - n^2 - 8m + 16$$

RESOLUCIÓN:

Agrupando convenientemente

$$\underbrace{m^2 - 8m + 16}_{} - n^2$$

$$(m - 4)^2 - n^2$$

$$\underbrace{(m - 4 + n)}_{\text{FACTOR PRIMO}}\underbrace{(m - 4 - n)}_{\text{FACTOR PRIMO}}$$

RECORDAR :

✓ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

✓ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

∴ Un factor primo es:

$(m + n - 4) \quad \vee \quad (m - n - 4)$

Problema 10

Factorice: $m^6n^4 + 3m^4n^4 - 2m^5n^4 - 6m^3n^4$.

Luego, indique el número de factores primos.

RESOLUCIÓN:

Extraemos el factor común de cada término

$$m^3n^4[\underbrace{m^3 + 3m}\ \underbrace{-\ 2m^2 - 6}]$$

$$m^3n^4[\,m(m^2 + 3) - 2(m^2 + 3)\,]$$

$$\Rightarrow m^3n^4\ (m^2+3)(m-2)$$

FACTORES PRIMOS

- ✓ m
- ✓ n
- ✓ $m^2 + 3$
- ✓ $m - 2$

$\therefore$ Número de factores primos: 4