

ALGEBRA

Chapter 06

4th
SECONDARY

FACTORIZACION I



 **SACO OLIVEROS**

HELICO

MOTIVATING



HELICO THEORY

CHAPTER 06

FACTORIZACIÓN I

FACTORIZACIÓN DEFINIDO SOBRE UN CAMPO NUMÉRICO

Un polinomio P está definido sobre un campo numérico si todos sus coeficientes de P pertenecen a dicho campo

Ejemplo: $P(x) = 5x^4 + 2x^2 - 3$

El polinomio está definido sobre los campos $\{N, Z, Q, R\}$

POLINOMIO PRIMO

Es aquel polinomio de grado no nulo, que solamente es divisible con el mismo y con constantes no nulas

Ejemplo: $P(x) = x^2 - 3$

El polinomio es primo en el campo $\{Z, Q\}$ pero no en $\{R\}$

Porque $P(x) = x^2 - 3 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

$(x + \sqrt{3})$ y $(x - \sqrt{3})$; *están definidos en $\{R\}$*

FACTOR ALGEBRAÍCO DE UN POLINOMIO

Es aquel polinomio que es divisible entre otro polinomio

NÚMERO DE FACTORES ALGEBRAÍCOS

Si: $P(x) = (x + a)^\alpha (x + b)^\beta (x + c)^\theta$



$$\#F.A. = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1) - 1$$

➤ CRITERIOS DE FACTORIZACIÓN (en Z)

Factor Común Monomio (F.C.M.)

Para obtener el F.C.M., se debe extraer la(s) variable(s) que se encuentran en todos los términos del polinomio, esta(s) con su(s) menor(es) exponente

Ejemplo: $P(x; y) = 5x^3y^2 + 2x^2y - x^5y^3$



$$F.C.M. = x^2y$$

$$P(x; y) = x^2y (5x^2y + 2 - x^3y^2)$$

$x; y; (5x^2y + 2 - x^3y^2)$ *son factores primos de $P(x; y)$*

HELICO | THEORY

Factor Común Polinomio (F.C.P.)

Para obtener el F.C.P. , se debe extraer el polinomio que se encuentra en todos los términos del polinomio, este con su menor exponente

Ejemplo: $P(x; y) = 3(x + 2y)^2 - 5(x + 2y)^3$

$$F.C.P. = (x + 2y)^2$$

$$P(x; y) = (x + 2y)^2 (3 - 5(x + 2y))$$

$$P(x; y) = (x + 2y)^2 (3 - 5x - 10y)$$

$(x + 2y); (3 - 5x - 10y)$ son factores primos de $P(x; y)$

Factor Común por Agrupación de

!Para obtener el F.C.P. , se debe extraer el polinomio que se encuentra en todos los términos del polinomio, este con su menor exponente

Ejemplo: $F(x; y) = a^2xy + aby^2 + b^2xy + abx^2$

Agrupamos $F(x; y) = (a^2xy + abx^2) + (aby^2 + b^2xy)$

F.C.M. En cada paréntesis $F(x; y) = ax(ay + bx) + by(ay + bx)$

F.C.P $F(x; y) = (ay + bx)(ax + by)$

$(ay + bx); (ax + by);$ son factores primos de $F(x; y)$

CRITERIO DE LAS IDENTIDADES

A) TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$P(x) = 4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$$
$$\begin{matrix} \sqrt{} & & \sqrt{} \\ 2 & (2x) & (3) \end{matrix} = 12x$$

B) DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$P(x) = 9x^2 - 16 = (3x + 4)(3x - 4)$$
$$\begin{matrix} \sqrt{} & \sqrt{} \\ 3x & 4 \end{matrix}$$

C) SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$P(x) = x^3 \pm 27 = (x \pm 3)(x^2 \mp 3x + 9)$$
$$\begin{matrix} \sqrt[3]{} & \sqrt[3]{} \\ x & 3 \end{matrix}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 06

PROBLEMA 1.

Señale un factor primo de:

$$Q(x; y) = 7m(3x - 2y) - 5n(2y - 3x) - 6x + 4y$$

RESOLUCIÓN

Factoricemos el signo en $-5n(2y - 3x)$

$$Q(x; y) = 7m(3x - 2y) + 5n(3x - 2y) - 6x + 4y$$

Agrupemos y factoricemos el -2 en $-6x + 4y$

$$Q(x; y) = 7m(3x - 2y) + 5n(3x - 2y) - 2(3x - 2y)$$

F.C.P $(3x - 2y)$

$$\Rightarrow Q(x; y) = (3x - 2y)(7m + 5n - 2)$$

Nos piden un factor primo

\therefore Un factor primo de $Q(x; y)$
es $(3x - 2y)$

Respuesta:

$(3x - 2y)$

PROBLEMA 2.

Indique los factores primos de:

$$P(a; b) = ab^4 - 5a^2b^3 + 4a^3b^2 - 20a^4b$$

RESOLUCIÓN

Agrupamos

$$P(a; b) = (ab^4 - 5a^2b^3) + (4a^3b^2 - 20a^4b)$$

F.C.M. En cada paréntesis

$$P(a; b) = ab^3(b - 5a) + 4a^3b(b - 5a)$$

$$\underline{\text{F.C.P}} \quad P(a; b) = (b - 5a)(ab^3 + 4a^3b)$$

F.C.M.

➡ $P(a; b) = (b - 5a)ab(b^2 + 4a^2)$

Nos piden indicar los factores primos

∴ Los factores primos de $P(a; b)$ son:
 $(b - 5a) ; a ; b ; (b^2 + 4a^2)$

Respuesta:

$$(b - 5a) ; a ; b ; (b^2 + 4a^2)$$

PROBLEMA 3.

Factorice en $\mathbb{Q}(x)$:

$$P(a; b) = a^{10}b - 16a^2b$$

RESOLUCIÓN

F.C.M. $P(a; b) = a^2b(a^8 - 16)$

**Criterio de
Diferencia de
Cuadrados**

$$P(a; b) = a^2b(\underbrace{a^8 - 16}_{(a^4 + 4)(a^4 - 4)})$$

➡ $P(a; b) = a^2b(a^4 + 4)(a^4 - 4)$

**Criterio de
Diferencia de
Cuadrados**

$$P(a; b) = a^2b(\underbrace{(a^4 + 4)(a^4 - 4)}_{(a^2 + 2)(a^2 - 2)})$$

➡ $P(a; b) = a^2b(a^4 + 4)(a^2 + 2)(a^2 - 2)$

Nos piden factorizar

∴ La factorización quedaría así:

$$a^2b(a^4 + 4)(a^2 + 2)(a^2 - 2)$$

Respuesta:

$$P(a; b) = a^2b(a^4 + 4)(a^2 + 2)(a^2 - 2)$$

PROBLEMA 4.

Calcule un factor primo de:

$$P(a; b; x) = (ab - 5x)^2 - (bx - 5a)^2$$

RESOLUCIÓN

**Criterio de
Diferencia de
Cuadrados**

$$P(a; b; x) = (ab - 5x)^2 - (bx - 5a)^2$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\{(ab - 5x) + (bx - 5a)\}\{(ab - 5x) - (bx - 5a)\}}$$

Agrupamos en cada llave

$$P(a; b; x) = \{(ab + bx) - (5x + 5a)\}\{(ab - bx) + (5a - 5x)\}$$

**F.C.M. En cada
paréntesis**

$$P(a; b; x) = \{b(a + x) - 5(x + a)\}\{b(a - x) + 5(a - x)\}$$

F.C.P. En cada paréntesis

$$P(a; b; x) = \{(a + x)(b - 5)\}\{(a - x)(b + 5)\}$$

Nos piden un factor primo

∴ Un factor primo de $P(a; b; x)$ es:

$$(a + x) \vee (b - 5) \vee (a - x) \vee (b + 5)$$

Respuesta:

$$(a + x) \vee (b - 5) \vee (a - x) \vee (b + 5)$$

PROBLEMA 5.

Factorice:

$$m^2 - 4p^2 + 4mn + 4n^2$$

$$\Rightarrow P(m; n; p) = \{m + 2n + 2p\}\{m + 2n - 2p\}$$

RESOLUCIÓN

Agrupamos

$$2(m)(2n) = 4mn$$

$$P(m; n; p) = (m^2 + 4mn + 4n^2) - (4p^2)$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

$$\Rightarrow P(m; n; p) = (m + 2n)^2 - (2p)^2$$

Criterio de
Diferencia
de
Cuadrados

$$P(m; n; p) = \underbrace{(m + 2n)^2 - (2p)^2}_{\{(m + 2n) + (2p)\}\{(m + 2n) - (2p)\}}$$

Nos piden factorizar

\therefore Luego de factorizar $P(m; n; p)$
tenemos:

$$(m + 2n + 2p)(m + 2n - 2p)$$

Respuesta:

$$(m + 2n + 2p)(m + 2n - 2p)$$

PROBLEMA 6.

El número de alumnos becados en el colegio Saco Oliveros es la cantidad de factores

primos del polinomio

$$P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Indique cuántos son los becados.

RESOLUCIÓN

Agrupamos

$$P(x, y) = (x^4 + x^3y) + (y^4 + xy^3)$$

F.C.M. En cada paréntesis

$$P(x, y) = x^3(x + y) + y^3(y + x)$$

F.C.P.

$$P(x, y) = (x + y) \underbrace{(x^3 + y^3)}_{\substack{x \quad 3 \\ \sqrt[3]{\quad} \quad \sqrt[3]{\quad}}}$$

Suma de Cubos

$$\Rightarrow P(x, y) = (x + y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\Rightarrow P(x, y) = \overbrace{(x + y)^2} (x^2 - xy + y^2)$$

Nos piden el número de becados, cantidad que es igual a el número de factores primos de

$P(x, y)$

\therefore El número de factores primos de $P(x, y)$ es 2

Respuesta:

2 alumnos becados

PROBLEMA 7.

Factorice en Q

$$P(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$$

Sea N la cantidad de factores primos. Si “4N” es el costo de 3 lapiceros ¿Cuánto se pagará por media docenas de lapiceros?

RESOLUCIÓN

El orden de los factores No altera el producto

$$P(x) = (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) + 1$$

$$P(x) = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 1$$

Haremos un cambio de variable

$$m = (x^2 + 5x)$$

$$\Rightarrow P(x) = \underbrace{(m+4)(m+6)} + 1$$

$$P(x) = (m^2 + 10m + 24) + 1$$

$$\Rightarrow P(x) = \underbrace{m^2}_{\checkmark} + \underbrace{10m}_{\checkmark} + 25 = (m+5)^2$$

$$2(m)(5) = 10mn$$

Regresemos a la variable original

$$P(x) = (x^2 + 5x + 5)^2$$

Nos piden lo que se pagará por media docena de lapiceros, como N representa el número de factores primos este es igual a 1

∴ Si por 3 lapiceros se paga 4(1) soles, entonces por 6 lapiceros se pagará 8 soles

Respuesta:

S/8