



ARITHMETIC

Chapter 20

5th
SECONDARY

Números Decimales



 **SACO OLIVEROS**

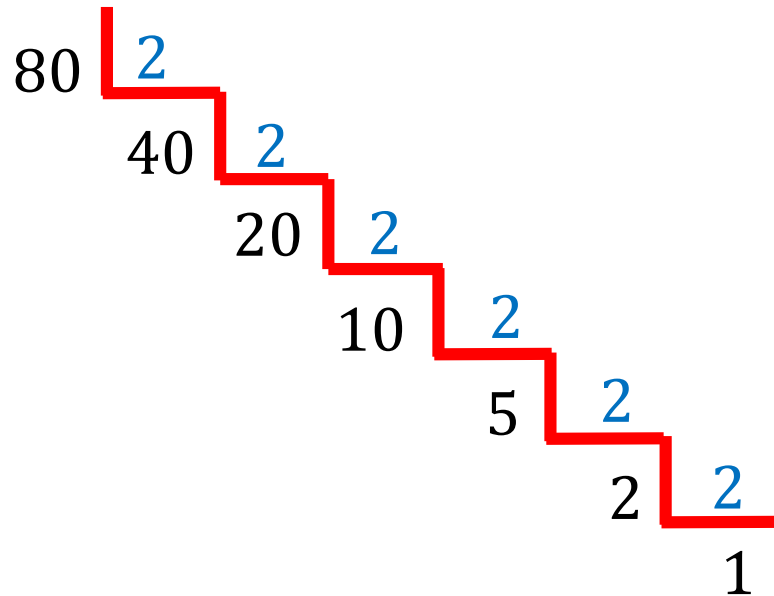


MOTIVATING STRATEGY

La fracción $\frac{1}{80!}$, ¿cuántas cifras decimales no periódicas origina?

- ✓ Siendo $80!$ el denominador de la fracción generatriz, el factor con mayor exponente contenido en $80!$ es 2.
- ✓ Para esto utilizamos un caso particular de los números primos.

Ejemplo



Luego, sumados los cocientes obtenidos

$$1 + 2 + 5 + 10 + 20 + 40 = 78$$

Concluiremos que la fracción tiene 78 cifras decimales no periódicas.



CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES

➤ NÚMERO DECIMAL

$0, \overline{abcde}$

Parte entera Parte decimal

Ejemplo

- 1,75
- $0, \overline{54}$
- $3, \overline{0472}$



DECIMAL EXACTO O LIMITADO

$$\rightarrow \frac{7}{4} = \frac{7}{2^2} = 1,75$$

$$\rightarrow \frac{137}{2^4 \times 5^3} = 0,0685$$

El número de cifras decimales va a estar dado por el **mayor exponente de 2 y/o 5** que presente el denominador de la fracción irreducible.



B

DECIMAL INEXACTO O ILIMITADO**1. DECIMAL PERIÓDICO PURO**

Ejemplo

$$\frac{2}{9} = 0.222 \dots = 0,\widehat{2} = 0,[2]$$

➔ El 9 origina una cifra periódica pura.

$$\frac{675}{999} \langle \rangle \frac{25}{37} = 0,\widehat{675} = 0,[675]$$

➔ El 37 origina tres cifras periódicas puras.

Tabla de nueves

$$9 = 3^2$$

$$99 = 3^2 \times 11$$

$$999 = 3^3 \times 37$$

$$9999 = 3^2 \times 11 \times 101$$

$$99999 = 3^2 \times 41 \times 271$$

$$999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$$

$$9999999 = 3^2 \times 239 \times 4649$$

El número de cifras periódicas puras va a estar dado por el menor número de nueves contenidos en el denominador como factor.



2. DECIMAL PERIÓDICO MIXTO

Ejemplo

$$\frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{5}{2^1 \times 3} = 0, \textcolor{green}{8} \widehat{\textcolor{violet}{3}} = 0,8[3]$$

➡ El exponente del factor 2 es 1 por ende tendrá una cifra no periódica y el factor 3 origina una cifra periódica.

$$\frac{13}{2750} \Leftrightarrow \frac{13}{5^3 \times 2 \times \textcolor{violet}{11}} = 0, \textcolor{green}{004} \widehat{\textcolor{violet}{72}} = 0,004[72]$$

➡ El exponente del factor 5 es 3 por ende tendrá tres cifras no periódicas y el factor 11 origina dos cifras periódicas.

➤ **Números Aavales**

Ejemplo

$$\frac{a}{b} = 1,4343 \dots(5)$$

➤ **Número Pentaval**

$$F = \frac{a}{b} = x, \overline{yzw} \dots(5)$$

Parte entera
(característica)

Parte decimal
(mantisa)



HELICOTEORY

FRACCIÓN GENERATRIZ

CLASE	BASE n=10	BASE n≠ 10
Decimal Exacto $0,\overline{abcde}_{(n)}$	$\frac{\overline{abcde}}{100000}$	$\frac{\overline{abcde}_{(n)}}{100000_{(n)}}$
Decimal p. puro $0,\widehat{abcde}_{(n)}$	$\frac{\overline{abcde}}{99999}$	$\frac{\overline{abcde}_{(n)}}{(n-1)(n-1)\dots(n-1)_{(n)}}$
Decimal p. mixto $0,abc\widehat{de}_{(n)}$	$\frac{\overline{abcde} - \overline{abc}}{99000}$	$\frac{\overline{abcde}_{(n)}}{(n-1)(n-1)000_{(n)}}$



Ejemplo explicativo

Calcule la suma del numerador y denominador de la fracción irreducible generatriz de 3,909090 ...

Resolución

Del dato tenemos:

$$3,\overline{90} = \frac{390 - 3}{99} = \frac{\cancel{387}}{\cancel{99}} = \frac{43}{11}$$

Suma de términos:

$$\therefore 43 + 11 =$$

Rpta:

54



HELICOPRACTICE



¿Cuántos valores toma a si $\frac{a}{9} + \frac{b}{5} = 1,3555\dots$?

Resolución

Del dato tenemos:

$$\frac{a}{9} + \frac{b}{5} = 1,3\overline{5}$$

$$\frac{5a + 9b}{45} = \frac{122}{90}$$

$$5a + 9b = 61$$

↓
5

↓
4

$a: 5.$

La cantidad de valores de a es:

Rpta:

1



2 Si: $0,\widehat{a} + 0,\widehat{b} + 0,\widehat{ab} = 1,\widehat{42}$, calcule ab .

Resolución

Del dato tenemos:

$$\frac{a}{9} + \frac{b}{9} + \frac{\overline{ab}}{99} = \frac{142 - 1}{99}$$

$$\frac{11a + 11b + 10a + b}{99} = \frac{141}{99}$$

$$21a + 12b = 141$$

$$7a + 4b = 47$$



5



3

$$\therefore ab = 5 \times 3 =$$

Rpta:

15



HELICOPRACTICE

3

Se le preguntó a Henry Julca, estudiante del colegio Apeiron, sobre la cantidad de goles que había metido en el campeonato interescolar 2018, y este respondió:

“La cantidad de goles que metí, es igual a la última cifra del periodo que genera la fracción $\frac{7}{83}$ ”.

¿Cuántos goles metió Henry en dicho campeonato?

Resolución

Del dato tenemos:

$$f = \frac{7}{83} = 0,\overline{ab \dots x} = \frac{\overline{ab \dots x}}{99 \dots 9}$$

$$\frac{7}{(\dots 3)} = \frac{(\dots x)}{(\dots 9)}$$

$$(7)(\dots 9) = (\dots 3)(\dots x)$$

$$(\dots 3) = (\dots 3)(\dots x)$$



La cantidad de goles que metió es: 1

Rpta:

1



HELICOPRACTICE

4

Efectúe: $E = \frac{2}{7} + \frac{5}{7^2} + \frac{2}{7^3} + \frac{5}{7^4} + \frac{2}{7^5} + \frac{5}{7^6} + \dots$

Resolución

$$E = \frac{2}{7} + \frac{5}{7^2} + \frac{2}{7^3} + \frac{5}{7^4} + \frac{2}{7^5} + \frac{5}{7^6} + \dots$$

$$E = 2 \times 7^{-1} + 5 \times 7^{-2} + 2 \times 7^{-3} + 5 \times 7^{-4} + 2 \times 7^{-5} + 5 \times 7^{-6} + \dots$$

descomposición polinómica de un aval

Donde: $E = 0, \widehat{25}_{(7)} = \frac{25_{(7)}}{66_{(7)}}$



Reduzca y dé como respuesta el valor del numerador en:

$$E = (\sqrt{0,41666 \dots} + \sqrt{6,666 \dots})^2.$$

Resolución

Del dato tenemos:

$$\begin{aligned} \ast 0,41[6] &= \frac{416 - 41}{900} \\ &= \frac{375}{900} = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

$$\ast 6,[6] = \frac{66 - 6}{9} = \frac{20}{3}$$

reemplazando:

$$E = \left(\sqrt{\frac{5}{12}} + \sqrt{\frac{20}{3}} \right)^2 = \frac{5}{12} + \frac{20}{3} + 2 \times \left(\sqrt{\frac{5}{12} \times \frac{20}{3}} \right)$$

$$\Rightarrow E = \frac{125}{12}$$

El valor del numerador es

Rpta:

125



6

El profesor de Aritmética les dice a sus alumnos que premiará con un número de soles igual al resultado del siguiente problema:

¿Cuántas cifras periódicas y no periódicas genera f , si es irreducible?

$$f = \frac{r}{16500}$$

Si Carlitos resolvió el problema, ¿cuántos soles recibió?

Resolución

Del dato tenemos:

$$f = \frac{r}{16500}$$

Descomposición canónica

$$f = \frac{r}{2^2 \times 5^3 \times 3 \times 11}$$

sabemos:

✱ el 11 origina **2** cifras periódicas

✱ como el exponente de 5 es 3,
habrá **3** cifras no periódicas

Carlitos recibió una cantidad de soles igual al número formado por las cifras **2** y **3**

Rpta:

S/23



HELICOPRACTICE



Si: $\frac{31}{29} = m$, $\overbrace{ab \dots xy}$ Calcule: $a + b + x + y + m$.

Resolución

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{r} 31 \overline{) 29} \\ 1,068 \dots \end{array}$$

Donde:

$$\begin{array}{l} \boxed{m = 1} \quad \boxed{a = 0} \\ \boxed{b = 6} \end{array}$$

además: $\frac{31}{29} = 1, \overbrace{[06 \dots xy]} = \frac{\overline{106 \dots xy} - 1}{99 \dots 99}$

$$31x99 \dots 99 = 29x \overline{106 \dots x(y-1)}$$

donde:

$$\begin{array}{r} \overline{\dots x(y-1)} \times \\ 29 \\ \hline 49 \\ 2 \\ \hline \dots 969 \end{array}$$



* orden 1

$$(y-1)x9 = \dots 9 \quad \boxed{y = 2}$$

* orden 2

$$xx9 = \dots 4 \quad \boxed{x = 6}$$

Piden:

$$a + b + x + y + m = \text{Rpta: } \boxed{15}$$