

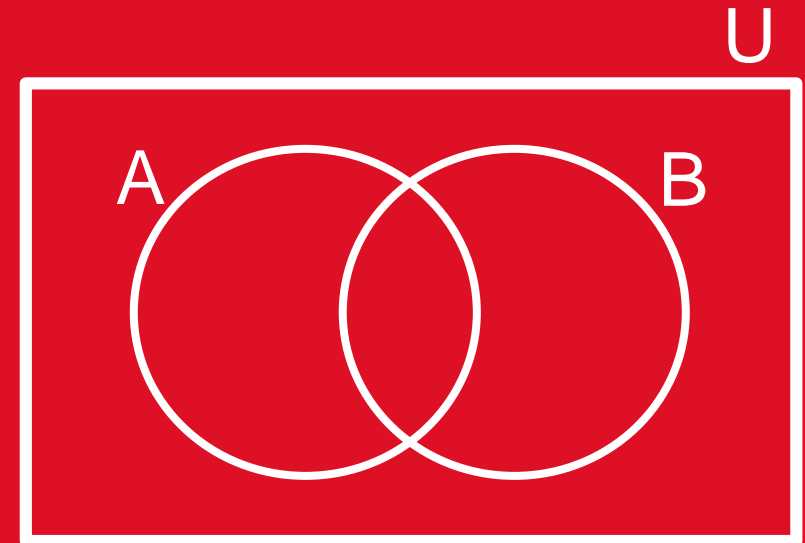


# ARITHMETIC

Tomo I

5th  
SECONDARY

PROMEDIOS



 **SACO OLIVEROS**



## Para el gobierno...

Se da cuenta de las cifras para prestar un mejor servicio.

La cantidad de personas que diariamente utilizan el transporte masivo en promedio, personas que en promedio visitan los hospitales, la cantidad de personas que en promedio pagan impuestos, la cantidad de carros que en promedio circulan en la ciudad.



## Para la educación.

Las instituciones educativas se dan cuenta de:

El promedio de calificaciones de un estudiante por materia, el promedio de padres asistentes a una reunión, promedios de edades, tallas de uniformes, promedios de pagos diarios etc.



## Para la salud.

Las instituciones de salud pueden calcular:

El numero de pacientes en promedio diarios, el numero de pacientes heridos en promedios diarios, el promedio de pacientes atendidos por cada médico etc.



## En general....

El promedio se usa en todas las actividades de la vida, el numero promedio representa a la mayoría y nos permite calcular que va pasar en forma general, por ejemplo, con la edad promedio de los trabajadores podemos saber los gustos de las personas de la empresa.





# PROMEDIOS O MEDIAS

Dado un conjunto de datos, se llama **promedio o media** a una cantidad representativa de dicho conjunto de datos.

Dicho valor se encuentra comprendido entre el mínimo y el máximo dato del conjunto.

En general para n datos:

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$$

Se tiene:

$$a_1 \leq \text{Media} \leq a_n$$



1

## MEDIA ARITMÉTICA (MA)

También llamada media o simplemente promedio, es el cociente de la suma de las cantidades entre el número de ellas.

$$M.A_{(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Ejemplo:

$$MA_{(15,18,27)} = \frac{15 + 18 + 27}{3} = 20$$



## 2 MEDIA GEOMÉTRICA (MG)

El promedio geométrico de un conjunto de  $n$  cantidades, es la raíz enésima del producto de ellas

$$MG_{(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Ejemplo:

$$MG_{(12, 18, 27)} = \sqrt[3]{12 \cdot 18 \cdot 27} = 18$$



### 3 MEDIA ARMÓNICA (MH)

La media armónica de un conjunto de  $n$  es el cociente del número de cantidades entre la suma de las inversas de las mismas

$$MH_{(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)} = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Ejemplo:

$$MH_{(6,8,12)} = \frac{3}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}} = 8$$



4

## LA MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA

La media aritmética ponderada es apropiada cuando en un conjunto de datos  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  cada uno de ellos tiene una importancia relativa (o peso)  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ . Se obtiene multiplicando cada uno de los datos por su ponderación (peso) para luego sumarlos, y finalmente dividir esta suma entre la suma de los pesos

$$\text{MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA} = \frac{a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \dots + a_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$



Ejemplo: Un profesor proporciona la siguiente información a uno de sus alumnos para que calcule la media aritmética de sus notas. ¿Cuál fue esa nota promedio?

	Nota	Peso
Cuaderno	18	1
Oral	17	1
Práctica	10	2
Examen	12	3

$$= \frac{18(1) + 17(1) + 10(2) + 12(3)}{1 + 1 + 2 + 3} = 13$$





Observación:

Para dos cantidades no nulas  $a$  y  $b$  con  $a > b$ , se tiene:

$$MA_{(a,b)} = \frac{a + b}{2}$$

$$MG_{(a,b)} = \sqrt{a \times b}$$

$$MH_{(a,b)} = \frac{2ab}{a + b}$$

## PROPIEDADES

1

$$MH \leq MG \leq MA$$

OBSERVACIÓN:

$$MH = MG = MA$$

(Si los datos son iguales)

2

Para dos cantidades

$$MA \times MH = MG^2$$



El promedio de catorce números es 45; el promedio de otros dieciséis números es 60. Calcule el promedio de los 30 números.

**Resolución:**

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{14}}{14} = 45 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{14} = 630$$

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{16}}{16} = 60 \rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{16} = 960$$

$$\begin{aligned} \text{Piden: } & \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{14} + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{16}}{30} \\ &= \frac{630+960}{30} = \frac{1590}{30} = 53 \end{aligned}$$

**Rpta: 53**



El promedio de las edades de 6 personas es 52 años, si ninguna de ellas es menor de 48 años, ¿Cuál es la máxima edad que puede tener cualquiera de ellas?

### Resolución:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{6} = 52$$

$$\rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 312$$

Dato:  $(a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5 ; a_6) \geq 48$

*Para que una ellas tenga edad máxima las restantes deben tener la mínima edad posible*

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 &= 312 \\ 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + a_6 &= 312 \\ 240 + a_6 &= 312 \\ a_6 &= 72 \end{aligned}$$

**Rpta: 72**



La MG de 3 números pares diferentes es 14; calcule el promedio aritmético de dichos números.

### Resolución:

Dato:  $a$  y  $b$  y  $c$  son pares diferentes

$$\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} = 14$$

$$a \cdot b \cdot c = 14^3$$

$$a \cdot b \cdot c = 14 \cdot 14 \cdot 14$$

$$a \cdot b \cdot c = \underbrace{2 \cdot 7} \cdot \underbrace{2 \cdot 7} \cdot \underbrace{2 \cdot 7}$$

$$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 14 \cdot 98$$

Piden:

$$MA_{(a, b, c)} = \frac{2 + 14 + 98}{3} = 38$$

**Rpta: 38**



El producto de dos números por su MA, por MG y por su MH es 1024. Halle la MG de dichos números.

### Resolución:

Sean los números a y b

*RECORDAR:*

$$MA \cdot MH = MG^2$$

$$\text{Dato: } \underbrace{a \cdot b}_{MG^2} \cdot \underbrace{MA \cdot MH}_{MG^2} \cdot MG = 1024$$

$$MG^2 \cdot MG^2 \cdot MG = 1024$$

$$MG^5 = 1024$$

$$MG = 4$$

**Rpta:** 4



Un auto recorre los lados de una ciudad de forma cuadrada, con velocidades de 60 km/h, 80 km/h, 120 km/h y 40 km/h. Determine la velocidad promedio del recorrido.

### Resolución:

*Usaremos el promedio armónico para promediar sus eficiencias.*

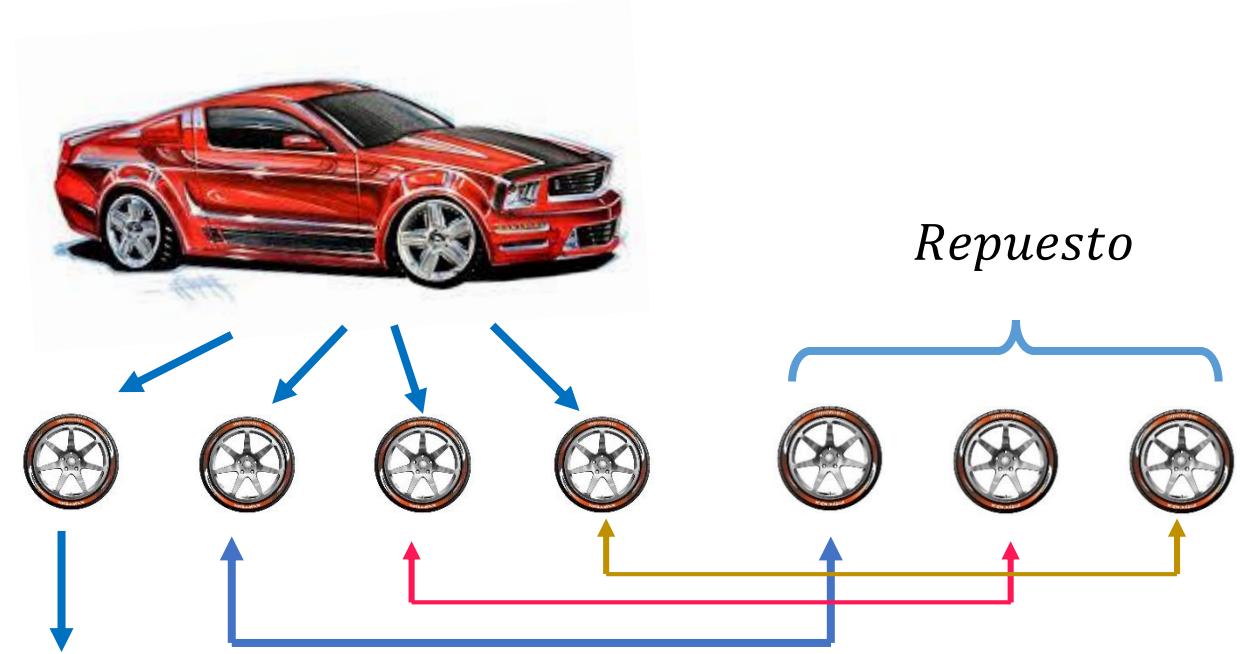
$$\frac{4}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80} + \frac{1}{120} + \frac{1}{40}} = \frac{4}{\frac{15}{240}} = \frac{4}{\frac{1}{16}} = 64$$

**Rpta:** 64 km/h



Carlos compró un auto y le regalan 3 llantas (de repuesto) de la misma calidad, si después de viajar desde Lima al Ecuador (2100 km) no tiene llantas para cambiar ¿Qué distancia promedio recorrió cada llanta?

**Resolución:**



$$\frac{2100 + 2100 + 2100 + 2100}{7} = 1200$$

**Rpta:** 1200 km



Manuel, profesor de Aritmética, propone a su hijo darle tanta propina (en soles) como el resultado del siguiente problema (si es que lo resuelve correctamente): “Si la MH de dos números es igual a la mitad del número mayor y la MA excede a la MH en ocho unidades, calcule la diferencia de los números”. Si el joven resolvió el problema ¿Cuánto recibió de propina?

## Resolución:

Sean los números "a" y "b"

Donde  $a > b$

Datos:

$$\underbrace{MH(a;b)} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{\cancel{2}ab}{a+b} = \frac{\cancel{a}}{2}$$

$$4b = a+b$$

$$3b = a \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3k}{1k}$$

$$\underbrace{MA(a;b)} - \underbrace{MH(a;b)} = 8$$

$$\frac{a+b}{2} - \frac{a}{2} = 8$$

$$\frac{3k+k}{2} - \frac{3k}{2} = 8$$

$$\frac{4k-3k}{2} = 8$$

$$k = 16$$

**Rpta: 32**

Piden:  $a-b = 3k - k = 2k = 2(16) = 32$