ALGEBRA

5th

of Secondary

RETROALIMENTACION
(tomo 5)

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Sean $A=\langle 2;\ 5]$, $B=\langle -1;\ 8\rangle$ y $C=\langle 3;\ +\infty\rangle$
Determine $M=(A\cap B)-C$.

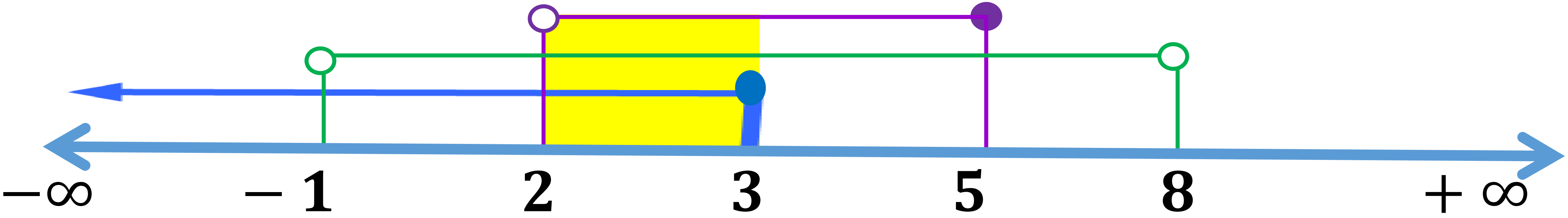
A) $[3;\ 5]$ ~~B)~~ $\langle 2;\ 3]$ C) $\langle -2;\ +\infty\rangle$
D) $\langle 3;\ +\infty\rangle$ E) $[8;\ +\infty\rangle$

Tener en cuenta

$$X-Y=X\cap Y^c$$

$$C^c=\langle -\infty;3]$$

$$M=A\cap B\ \cap C^c$$



Rpta: $M=\langle 2;3]$

PROBLEMA 2

Se definen los siguientes conjuntos

$$A=\left\{\left(\frac{2x+1}{3}\right)\in \mathbb{Z}^{+} / x\leq 10\right\}$$

$B=\{x/x \text{ es divisor de } 60\}$

Calcule $n(A\cap B)$.

A) 30 B) 7 ~~C) 6~~

D) 12 E) 15

Resolución

$$\frac{2x+1}{3}\leq 7;\quad \left(\frac{2x+1}{3}\right)\in \mathbb{Z}^{+}$$

$$A=\{1;2;3;4;5;6;7\}$$

$$B=\{1;2;3;4;5;6;10;12;15;20;30;60\}$$

$$A\cap B=\{1;2;3;4;5;6\}$$

$$n(A\cap B)=6$$

PROBLEMA 3

Un número racional de denominador 112 es mayor que 1/8, pero menor que 1/7. Halle la suma de las cifras de su numerador.

A) 15 B) ~~6~~ C) 8

D) 14 E) 9

Resolución

$$\overset{14}{112.\frac{1}{8}} < \cancel{112}.\frac{x}{\cancel{112}} < \overset{16}{112.\frac{1}{7}}$$

$$MCM(8;112;7) = 112$$

$$14 < x < 16$$

$$x = 15$$

$$\sum cifras\ de\ x = 6$$

Problema 4

Dado el conjunto

$R=\{x\in\mathbb{R} / x\in\langle-\infty;2]\cup\langle 5;+\infty\rangle \rightarrow x\in\langle -1;3]\}$

P Q

determine R^C.

$P^c = \langle 2;5]$

A) $\langle -1;3]$
B) $\langle -1;5]$
C) $\langle -\infty;-1]\cup\langle 3;+\infty\rangle$
D) $\langle -\infty;-1]\cup\langle 5;+\infty\rangle$
E) $\langle -\infty;0\rangle\cup\langle 2;+\infty\rangle$

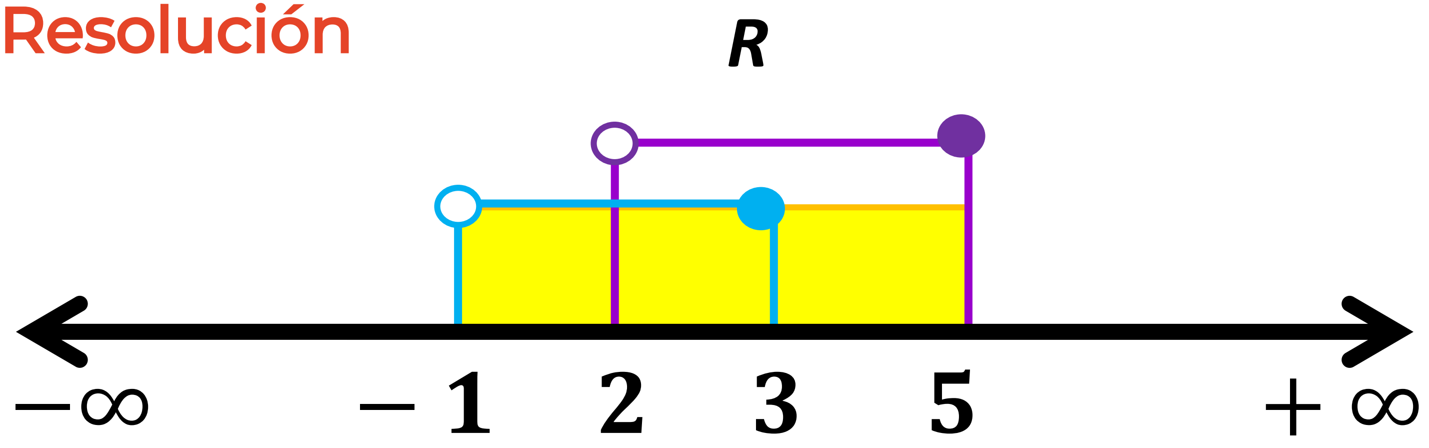
$p\rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$R = P^c \cup Q$

$\langle 2;5] \cup \langle -1;3]$

$R = \langle -1;5]$

Resolución



Problema 5

Resolver:

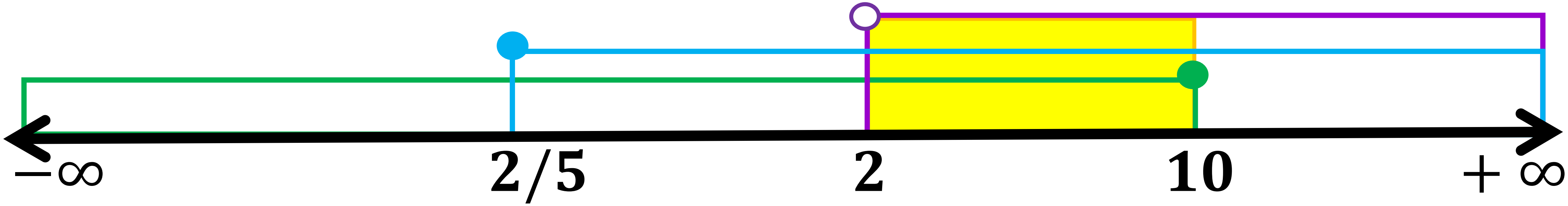
$$\sqrt{5x-2} > \sqrt{10-x}$$

$$+ \; > \; +$$

RESTRICCION Y AL CUADRADO

$$5x-2 \geq 0 \quad \wedge \quad 10-x \geq 0 \quad \wedge \quad 5x-2 > 10-x$$

$$x \geq 2/5 \qquad\qquad x \leq 10 \qquad\qquad x > 2$$



$$C.S. = \langle\, 2;10\,]$$

Problema 6

Resuelva:

$$\sqrt{x-2}+\sqrt{x-1}>-1$$

e Indique el Complemento del Conjunto Solucion

RESTRICCION Y ANALIZO

$$x-2\geq 0 \quad \wedge \quad x-1\geq 0$$

$$\underbrace{x\geq 2 \quad \wedge \quad x\geq 1}_{x\geq 2}$$

$$C.S.=[2;+\infty>$$

$$(C.S.)^c=<-\infty;2>$$

Problema 7

Resolver la desigualdad:

$x + 2 \leq \sqrt[3]{x^3 + 8}$

ELEVO AL CUBO, SIN RESTRICCION

$$(x+2)^3 \leq \left(\sqrt[3]{x^3+8}\right)^3$$

$$\cancel{x^3} + \cancel{2^3} + 3(x)(x+2) \leq \cancel{x^3} + \cancel{8}$$

$$(x-0)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 0$$

$$C.S. = [-2; 0]$$

PROBLEMA 8

Determine el número de raíces positivas de:

$$\left|\frac{4x-1}{x-2}\right| = 2|x|$$

$$|4x-1| = |\mathbf{2x^2 - 4x}|$$

Resolución:

$$|a| = |b| \Rightarrow [a = b \lor a = -b)]$$

FÓRMULA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

α: $4x - 1 = 2x^2 - 4x$

$$0 = 2x^2 - 8x + 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(2)(1)}}{2(2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{14}}{4}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 + \dfrac{\sqrt{14}}{2} \\ x_2 = 2 - \dfrac{\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

$\lor$ β: $4x - 1 = -2x^2 + 4x$

$$2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x_3 = +\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \lor \quad x_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Las raíces positivas

$$2 + \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$2 - \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

tres raices positivas

PROBLEMA 9

Sabiendo que $x \in <1;7>$ simplifique

$$Q=\frac{|2x+3|+|5x-3|}{x}$$

$$Q=\frac{\boxed{|2x+3|}+\boxed{|5x-3|}}{x}$$

Resolución:

$Si\ x \in <1;7>$

$=> 1 < x < 7$

$2 < 2x < 14$

$5 < \underbrace{2x+3}_{(+)} < 17$

$=> 1 < x < 7$

$5 < 5x < 35$

$2 < \underbrace{5x-3}_{(+)} < 32$

$Luego$

$$Q=\frac{(2x+3)+(5x-3)}{x}$$

$$Q=\frac{2x+3+5x-3}{x}$$

$$Q=\frac{7x}{x}$$

$$\boxed{Q=7}$$

PROBLEMA 10

Resuelva la siguiente inecuación, en los enteros:

$$|8x+9|+|7x+4| \leq 10$$

$$|8x+9|+|7x+4| \leq 10$$

Aplicando la desigualdad triángular

$$|a+b| \leq |a|+|b|$$

$$|(8x+9)+(7x+4)| \leq \cancel{|8x+9|+|7x+4|} \leq 10$$

Por la propiedad transitiva

$$|(8x+9)+(7x+4)| \leq 10$$

$$|15x+13| \leq 10$$

$$|a| \leq b \iff -b \leq a \leq b$$

$$-10 \leq 15x+13 \leq 10$$

$$-\frac{23}{15} \leq x \leq -\frac{1}{5}$$

$$\mathbf{-1,53} \qquad \mathbf{-1} \qquad \mathbf{-\,0.20}$$

C.S $= \{-1\}$