



# ALGEBRA

## RETROALIMENTACIÓ N

**4th**  
**SECONDA**  
**RY**

**TOMO 5**



 **SACO OLIVEROS**

**Halle la ecuación de segundo grado, si esta admite como raíces a las inversas de las raíces de la ecuación:  $3x^2 - 5x - 11 = 0$**

**Resolución**

Sean  $\{a; b\}$  raíces de:  $3x^2 - 5x - 11 = 0$

Suma de raíces


Producto de raíces

$$a + b = \frac{5}{3}$$

$$a \cdot b = -\frac{11}{3}$$

Por dato otra ecuación admite las raíces  $\left\{\frac{1}{a}; \frac{1}{b}\right\}$ , reconstruyendo esta ecuación

$$x^2 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)x + \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = 0$$


$$x^2 - \left(\frac{a + b}{ab}\right)x + \frac{1}{ab} = 0$$

**Reemplazando**

$$x^2 - \left(\frac{\frac{5}{3}}{-\frac{11}{3}}\right)x + \frac{1}{-\frac{11}{3}} = 0$$

$$11x^2 + 5x - 3 = 0$$

**PROBLEMA 2**De la ecuación de raíces  $x_1; x_2$ 

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

Calcule el valor de  $R = (x_1^2 + x_2^2)^{x_1 x_2}$ **Resolución**

$$\underbrace{3x^2}_{a} - \underbrace{6x}_{b} + \underbrace{3}_{c} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-(-6)}{3} = 2$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

$$2^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2(1)$$

$$2 = x_1^2 + x_2^2$$

$$\Rightarrow R = (2)^1 = 2$$

$$\boxed{Rpta = 2}$$

**PROBLEMA 3**

Halle el valor de  $k$  para que la ecuación

$$\frac{x^2+3x}{5x-2} = \frac{k+1}{k-1} ; \text{tenga raíces simétricas}$$

**Resolución**

$$(k-1)(x^2+3x) = (k+1)(5x-2)$$

$$\Rightarrow kx^2 + 3kx - x^2 - 3x = 5kx + 5x - 2k - 2$$

$$\Rightarrow (k-1)x^2 - 2kx - 8x + 2k + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{(k-1)}_a x^2 + \underbrace{(-2k-8)}_b x + \underbrace{(2k+2)}_c = 0$$

*por dato tiene raíces simétricas*

$$\Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow -2k - 8 = 0$$

$$-8 = 2k$$

$$-4 = k$$

$$\Rightarrow k = -4$$

PROBLEMA 4

Si:  $x_1; x_2$  y  $x_3$  son raíces de la ecuación:  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

Calcule:  $P = \frac{x_1}{x_2 x_3} + \frac{x_2}{x_1 x_3} + \frac{x_3}{x_1 x_2}$

Resolución

$$\overset{+}{x^3} + \overset{-}{2x^2} - \overset{+}{5x} - \overset{-}{6} = 0$$

- $x_1 + x_2 + x_3 = -2$
- $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 6$
- $x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 = -5$

➡ Transformando lo pedido

$$P = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3)$$

➡  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 - 2(-5)$

➡  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 14$

Piden :  $\frac{14}{6}$

Rpta =  $\frac{7}{3}$

**PROBLEMA 5**

Sabiendo que  $m, n, p$  son las raíces de la ecuación  $4x^3 + 5x - 16 = 0$ .

Evalué:  $R = mn(m+n)^3 + mn(m+p)^3 + np(n+p)^3$

**Resolución**

$$\overset{+}{4}x^3 + \overset{-}{0}x^2 + \overset{+}{5}x - \overset{-}{16} = 0$$

$$m + n + p = 0$$

$$m \cdot n \cdot p = 4$$

$$m \cdot n + n \cdot p + m \cdot p = \frac{5}{4}$$

$$m^2 + n^2 + p^2 = -2(mn + np + mp)$$

**Reemplazando en "R"**

$$\Rightarrow R = mn(-p)^3 + mp(-n)^3 + np(-m)^3$$

$$R = -mnp(p^2 + n^2 + m^2)$$

$$R = -4(-2)\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$\text{RPTA: } R = 10$$

**PROBLEMA 6** Sea la ecuación polinomial  $x^3 + 2x^2 + mx + n = 0$  con raíces -4 y 3 calcule  $t = \frac{m \cdot n}{4}$

## Resolución

$$\overset{+}{x^3} + \overset{-}{2x^2} + \overset{+}{mx} + \overset{-}{n} = 0$$

sea

$$x_1 = -4; \quad x_2 = 3$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{2}{1} = -2$$

$$\Rightarrow -4 + 3 + x_3 = -2$$

$$x_3 = -1$$

Luego :

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 &= m \\ (-4)(3) + 3(-1) + (-4)(-1) &= m \\ -12 - 3 + 4 &= m \end{aligned}$$

$$-11 = m$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 &= -n \\ (-4)(3)(-1) &= -n \end{aligned}$$

$$-12 = n$$

Piden:  $t = \frac{m \cdot n}{4}$

$$t = \frac{132}{4} = 33$$

***Rpta. 33***

**PROBLEMA 7** Sean las matrices  $T = \begin{pmatrix} (x - 2y) & (w + z) \\ (y - 5) & 4z \end{pmatrix}$ ;  $R = \begin{pmatrix} -4 & 11 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ .

Si  $T = R$ ; Calcule  $x + y + z + w$

### Resolución

- $y - 5 = 3$   
 $y = 8$
- $4z = 8$   
 $z = 2$
- $x - 2(8) = -4$   
 $x - 16 = -4$   
 $x = 12$

- $w + 2 = 11$

$$w = 9$$

$$\therefore x + y + z + w$$

$$= 12 + 8 + 2 + 9$$

$$rpta = 31$$



**PROBLEMA**  
**8**

Determine  $x$   $\begin{vmatrix} (X+3) & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 5$

**RESOLUCIÓN**

$$\begin{vmatrix} (X+3) & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 5$$

$\begin{matrix} - & + & - & + \end{matrix}$

→  $-2(x+3) - 20 + 3(x) - 2(8) = 5$

→  $-2x - 6 - 20 + 3x - 16 = 5$

$x - 42 = 5 \quad \rightarrow \quad x = 47$

***Rpta. 47***

PROBLEMA 9

Reduzca  $M = \frac{20q}{r+p}$ , si  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ p & q & r \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 0$

**Resolución**

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ p & q & r \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

-   -   -   +   +   +

$$7q + 10r + 18p - 15q - 6r - 14p = 0$$

$$-8q + 4r + 4p = 0$$

$$\begin{aligned} 4(r + p) &= 8q \\ r + p &= 2q \\ M &= \frac{20q}{2q} \\ M &= 10 \end{aligned}$$

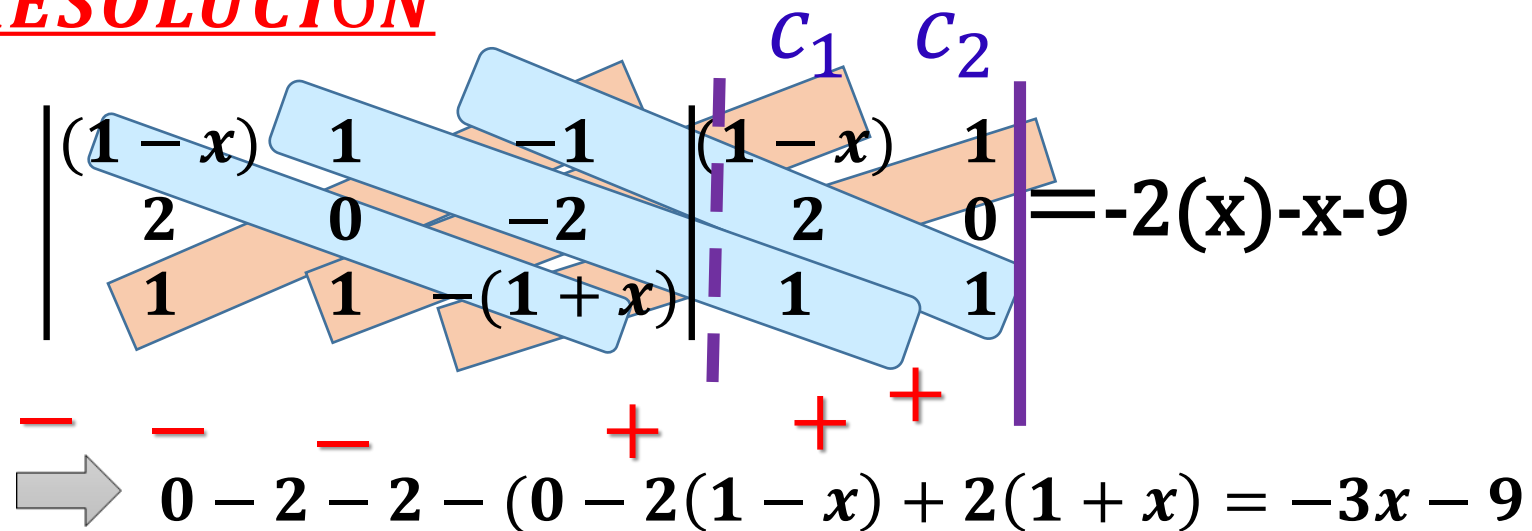
**RPTA:  $M = 10$**

**PROBLEMA 10** Rodrigo le dice a su hijo: “Si calculas el valor de  $(9x)$ , halla el gasto que realizaré en el mercado”

$$\begin{vmatrix} (1-x) & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -(1+x) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & (x+9) \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

¿cuánto gasta Rodrigo en el mercado

## RESOLUCIÓN



$$\begin{vmatrix} (1-x) & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -(1+x) \end{vmatrix} = -2(x) - x - 9$$

$$\rightarrow 0 - 2 - 2 - (0 - 2(1-x) + 2(1+x)) = -3x - 9$$

$$-4 + 2(1-x) - 2(1+x) = -3x - 9$$

$$-4 + 2 - 2x - 2 - 2x = -3x - 9$$

$$x = 5$$

*gasta s/ 45*

*Rodrigo gasta 45*