ÁLGEBRA

RETROALIMENTACIÓN

Tomo 2

5th

of Secondary

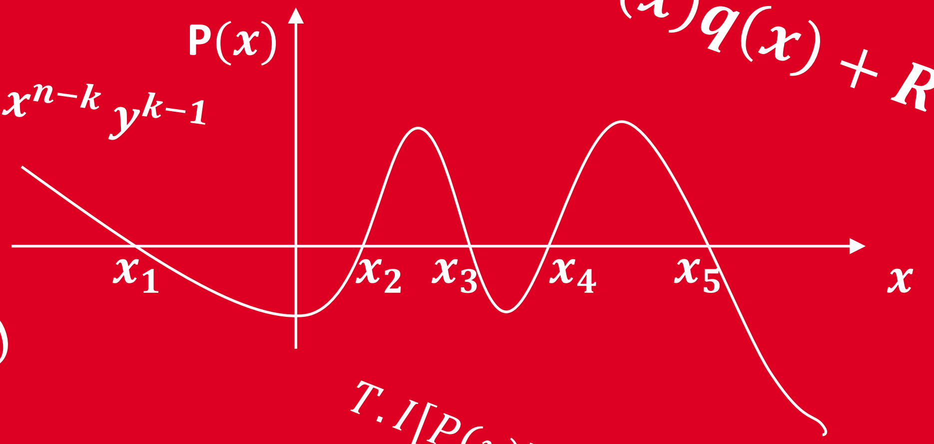
$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ ... + a_{n-1}x + a_n$$

$$\text{GRADO}[d(x)] > \text{GRADO}[R(x)]$$

$$G.A(P)$$

$$D(x) \equiv d(x)q(x) + R(x)$$

$$T_k = (signo)\ x^{n-k}\ y^{k-1}$$



$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$T.I[P(x)] = P(0)$$

SACO OLIVEROS

1. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^{35}+(x-1)^{34}+x}{x(x-1)}$$

RESOLUCIÓN :

$$x^{35}+(x-1)^{34}+x \equiv x(x-1)q(x)+r(x)$$

$$\underline{2°} \qquad \underline{1°}$$

$$\boxed{x^{35}+(x-1)^{34}+x \equiv x(x-1)\,q(x)+ ax+b}$$

Si $x = 0$ $\quad 0^{35}+(0-1)^{34}+0 = 0(0-1)q(0)+a(0)+b$

$1 = b$

Si $x = 1$ $\quad 1^{35}+(1-1)^{34}+1 = 1(1-1)q(1)+a(1)+b$

$2 = a+\underset{1}{b}$ $\quad 1 = a$

Recordar:

✓ Ident. Fundamental de la división :

$$\boxed{D(x) \equiv d(x)q(x)+r(x)}$$

Donde : $GRADO[d(x)] > GRADO[r(x)]$

Calculamos el residuo:

$$r(x) = \underset{1}{a}\,x + \underset{1}{b}$$

$$\therefore r(x) = x+1$$

2. Que valor debe tomar $m + n$, en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $-2x + 1$

$$\frac{x^4 + mx^2 + n}{x^2 + x + 1}$$

RESOLUCIÓN :

Por el Teorema del Resto

$\boxed{x^2 + x + 1 = 0}$ ➡ $x^2 = -x - 1$

Aplicando un artificio

$$\underbrace{(x-1) \times [x^2 + x + 1]}_{x^3 - 1} = 0 \times (x-1)$$

$$x^3 - 1 = 0$$

➡ $\boxed{x^3 = 1}$

Damos forma en el Dividendo

$$D(x) = x^4 + mx^2 + n$$

$$D(x) = x.x^3 + mx^2 + n$$

Reemplazando, para calcular el resto:

$$R(x) = x.1 + m\,x^2 + n$$

$$R(x) = x + m(-x - 1) + n$$

$$R(x) = \underline{(1 - m)}.x + \underline{(n - m)} \equiv \underline{-2}\,x + \underline{1}$$

$\boxed{m = 3}$ $\boxed{n = 4}$

$$\boxed{\therefore m + n = 7}$$

3. Un polinomio de 4^{to} grado ,cuyo coeficiente principal es 3, es divisible entre (x^2+1); además la suma de coeficientes es nula; si al dividirlo entre $(x-2)$ da como resto 50. Determine el resto de dividirlo entre $(x-3)$.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

- ✓ $\sum coef = P(1) = 0$
- ✓ $\frac{P(x)}{x-2} \rightarrow P(2) = 50$

Por el teorema del resto

Además :P(x) es divisible a (x^2+1)

Por la Ident. Fundamental de la división:

$$\boxed{\underbrace{P(x)}_{\text{4to grado}} \equiv \underbrace{(x^2+1)}_{\text{2do grado}} \cdot \underbrace{q(x)}_{\text{2do grado}} + 0}$$

Por dato : Coeficiente principal es 3

$$\boxed{P(x) \equiv (x^2+1).(3x^2+bx+c)}$$

Si $x=1$

$$P(1) = (2)(3+b+c) = 0$$

$$\Rightarrow b+c=-3$$

Si $x=2$

$$P(2) = (5)(12+2b+c) = 50$$

$$\Rightarrow 2b+c=-2 \Rightarrow \boxed{b=1} \quad \boxed{c=-4}$$

$$\boxed{P(x) = (x^2+1).(3x^2+x-4)}$$

Nos piden el resto de $\frac{P(x)}{x-3}$:

Por el teorema del resto $\Rightarrow P(3) = (10)(26)$

$$\boxed{\therefore Resto = 260}$$

4. Obtenga el resto de dividir un polinomio $\mathrm{P}(\mathrm{x})$ entre $(x-12)$ si se sabe que el término independiente del cociente es 2 y el término independiente de $P(x)$ es 5.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

- ✓ $\mathbf{T.I[q(x)] = q(0) = 2}$
- ✓ $\mathbf{T.I[P(x)] = P(0) = 5}$

Nos piden:

$$\frac{P(x)}{(x-12)} \Rightarrow r(x) = ?$$

POR IDENTIDAD DE LA DIVISION

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x) + r(x)}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(x) \equiv (x-12).q(x) + r(x)}$$

Si $x = 0$

$$P(0) = (0-12).q(0) + r(x)$$

$$5 = (-12) \,.\, 2 + r(x)$$

$$r(x) = 5 + 24$$

$$\boxed{\therefore r(x) = 29}$$

5. En una calle un adulto mayor reparte a los niños sus canicas con las que jugaba de niño; pero no sabe cuanto dar a cada niño si da $(x-2)$, o $(x+1)$ o $(x-1)$; siempre le sobran 12 canicas pero si repartiera $(x+2)$ canicas a cada niño no sobra ninguna. Se sabe que la cantidad de canicas viene dado por un polinomio de variable definida x y de grado 3. Encontrar el polinomio que da a conocer la cantidad de canicas a repartir.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$$\frac{P(x)}{(x-2)} \Rightarrow r(x) = 12$$

$$\frac{P(x)}{(x+1)} \Rightarrow r(x) = 12$$

$$\frac{P(x)}{(x-1)} \Rightarrow r(x) = 12$$

Por teorema:

$$\frac{P(x)}{(x-2)(x+1)(x-1)} \Rightarrow r(x) = 12$$

Por la I.F de La división:

$$D(x) \equiv d(x).q(x) + r(x)$$

$$\underbrace{P(x)}_{\text{3er grado}} \equiv \underbrace{(x-2)(x+1)(x-1)}_{\text{3er grado}}.\underbrace{q(x)}_{\text{constante}} + 12$$

Por el teorema del resto: $P(-2) = 0$

$$\underbrace{P(-2)}_{0} = (-2-2)(-2+1)(-2-1).q(x) + 12$$

$$0 = -12q(x) + 12 \Rightarrow \boxed{q(x) = 1}$$

$$\therefore P(x) = (x-2)(x+1)(x-1) + 12$$

6. En el cociente notable: $\frac{(x+1)^{18}-1}{x}$,

determine el valor numérico del décimo cuarto término para $x = 1$.

RESOLUCIÓN :

Dando forma:

$$\frac{(x+1)^{18}-1}{x} = \frac{(x+1)^{18}-1}{(x+1)^{1}-1}$$

Calculamos el # de términos :

$$n = \frac{18}{1} \quad \boxed{n = 18}$$

Por dato ,el lugar del término es :

$$\boxed{k = 14}$$

$$\boxed{T_k = (signo)(x+1)^{n-k}(1)^{k-1}}$$

$$T_{14} = (+)(x+1)^{4}(1)^{13}$$

$$\boxed{V.N.\,para\; x = 1}$$

$$V.N = (2)^{4}(1)^{13}$$

$$\boxed{\therefore V.N = 16}$$

7. Halle el término central en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{7p+4}-y^{5p+5}}{x^{p-4}-y^{p-5}} = \frac{x^{60}-y^{45}}{x^{4}-y^{3}}$$

RESOLUCIÓN :

Calculamos el # de términos:

$$\text{\# de términos} = \frac{7p+4}{p-4} = \frac{5p+5}{p-5} = n$$

$$\Rightarrow (7p+4)(p-5) = (5p+5)(p-4)$$

Resolviendo: $\boxed{p = 8}$

Reemplazando:

$$\Rightarrow n = \frac{7(8)+4}{8-4} \Rightarrow \boxed{n = 15}$$

Calculamos el lugar del término central:

$$\boxed{\text{Lugar(Tc)} = \frac{n+1}{2}} \Rightarrow \boxed{\text{Lugar(Tc)} = 8}$$

$$\boxed{k = 8}$$

Calculamos el término central:

$$\boxed{T_k = (signo)\, x^{n-k}\, y^{k-1}}$$

$$T_8 = (+)\,(x^4)^{15-8}\,(y^3)^{8-1}$$

$$T_8 = (x^4)^7 (y^3)^7$$

$$\boxed{\therefore T_{central} = x^{28}\, y^{21}}$$

8. Si: $\frac{8\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$ se desarrolla como un cociente notable. ¿Cuántos términos enteros se tendrá en dicho cociente notable?

RESOLUCIÓN :

Dándole una forma adecuada:

$$\frac{2^3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2.2^6}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}^7-1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow \boxed{n=7}$$

Recordar:

$$\boxed{T_k=(signo)(x)^{n-k}(y)^{k-1}}$$

PAR

$$\Rightarrow T_k=+\,(\sqrt{2})^{\boxed{7}-k}(1)^{k-1}$$

$$\boxed{1\leq k\leq 7}$$

HALLEMOS LOS VALORES DE k

$7-k=0 \Rightarrow k=7$

$7-k=2 \Rightarrow k=5$

$7-k=4 \Rightarrow k=3$

$7-k=6 \Rightarrow k=1$

$$\boxed{\therefore\ Hay\ 4\ términos\ enteros}$$

PROBLEMA 9 Halle la suma de los factores primos, luego de factorizar el polinomio:

$$(x^2-4x)^2-2(x^2-4x)-15$$

Resolución

$$(x^2-4x)^2-2(x^2-4x)-15$$

$x^2-4x \quad 3$

$x^2-4x \quad -5$

$3(x^2-4x)$
$-5(x^2-4x)$
$-2(x^2-4x)$

$$(x^2-4x+3)(x^2-4x-5)$$

$x \quad -1 \qquad x \quad 1$

$x \quad -3 \qquad x \quad -5$

$$(x-1)(x-3)\ (x+1)(x-5)$$

$x-1+$
$x-3$
$x+1$
$x-5$

$\therefore \sum factores\ primos: 4x-8$

PROBLEMA 10 Calcule la mayor suma de coeficientes de uno de los factores primos de:

$$T = x^2 + 16y^2 - 36z^2 + 8xy$$

Resolución

$$T = \underbrace{\boxed{x^2 + 8xy + 16y^2}}_{} - 36z^2$$

TCP

$$T = (x+4y)^2 \quad - 36z^2$$

$$\sqrt{(x+4y)^2} \qquad \sqrt{36z^2}$$

$$x + 4y \qquad 6z$$

$$T = (x + 4y + 6z)(x + 4y - 6z)$$

FACTOR	SUMA DE COEFICIENTES	RESULTADO
1er	1+4+6	11
2do	1+4-6	-1

$\therefore$ *La mayor suma de coeficientes es* **11**