GEOMETRÍA

Chapter 21

5th

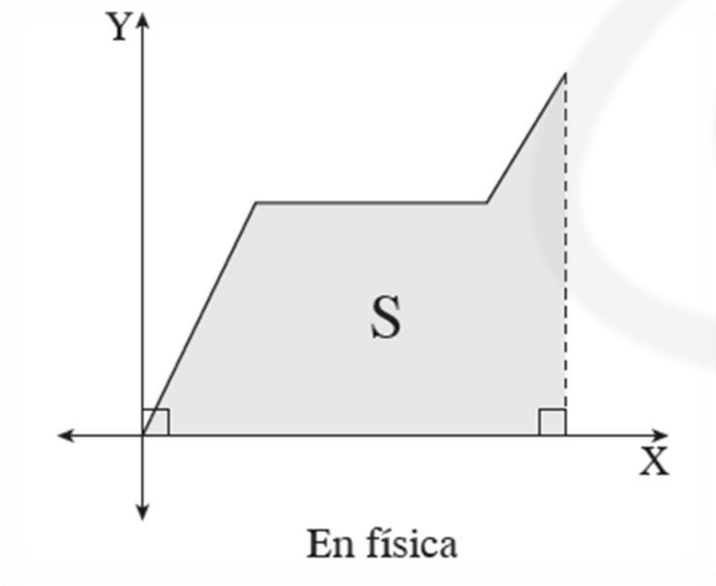
SECONDARY

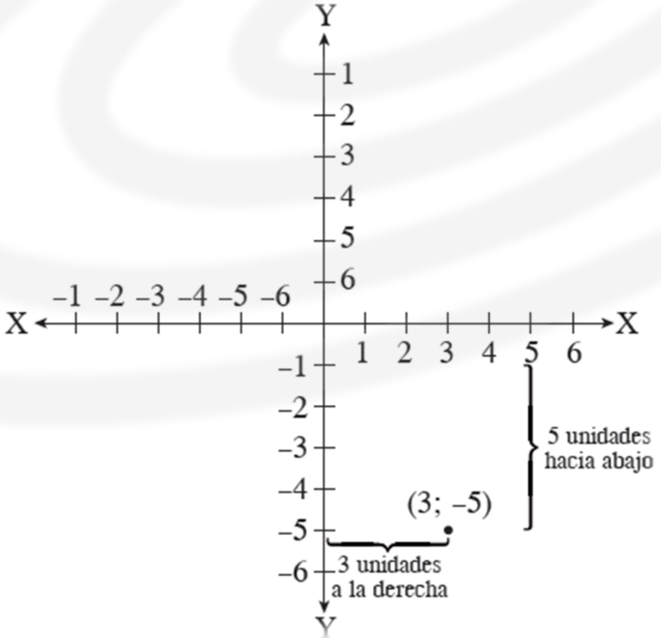
ECUACIÓN DE LA RECTA

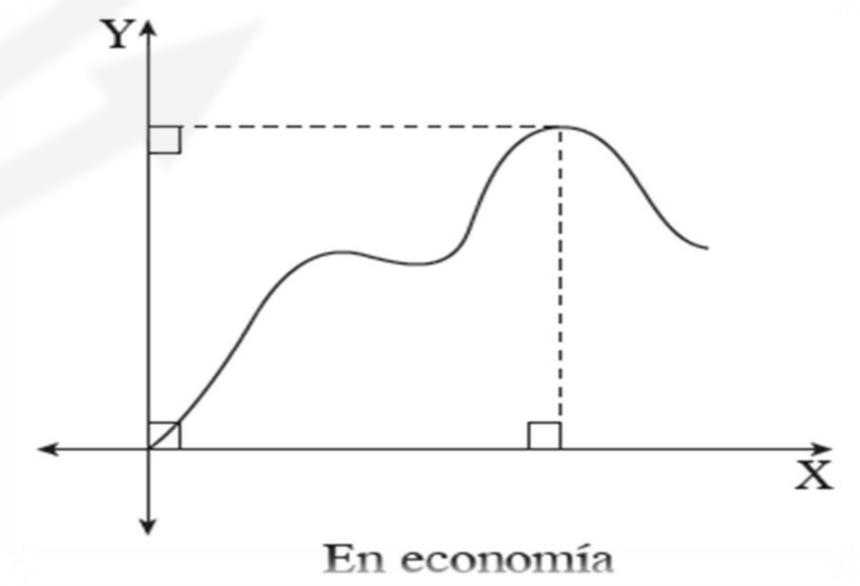
SACO OLIVEROS

Usos del plano cartesiano

En física se utiliza para la resolución de vectores y movimientos. Se usa para las coordenadas, así la policía y la fuerza aérea pueden guiarse con la ayuda del plano. El plano cartesiano es uno de los dispositivos más importantes en las matemáticas. El plano sirve para dar con precisión la posición de cualquier objeto, en relación a un punto fijo que llamaremos origen.



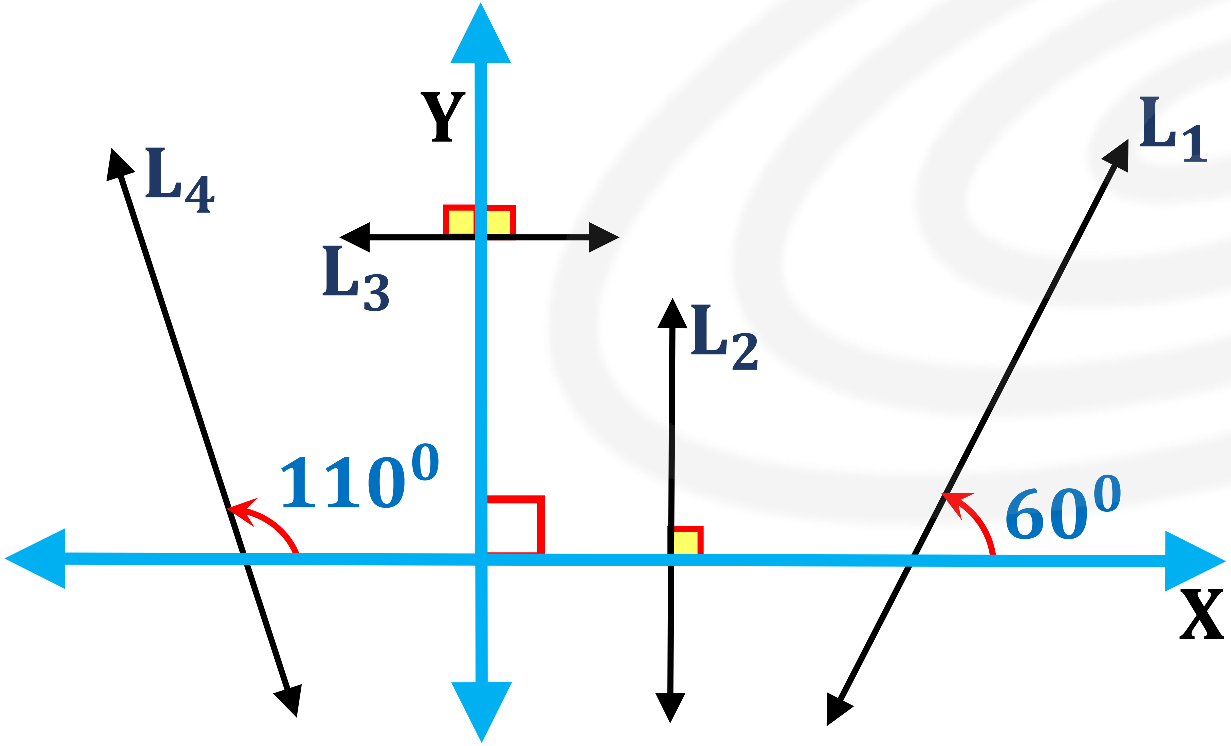




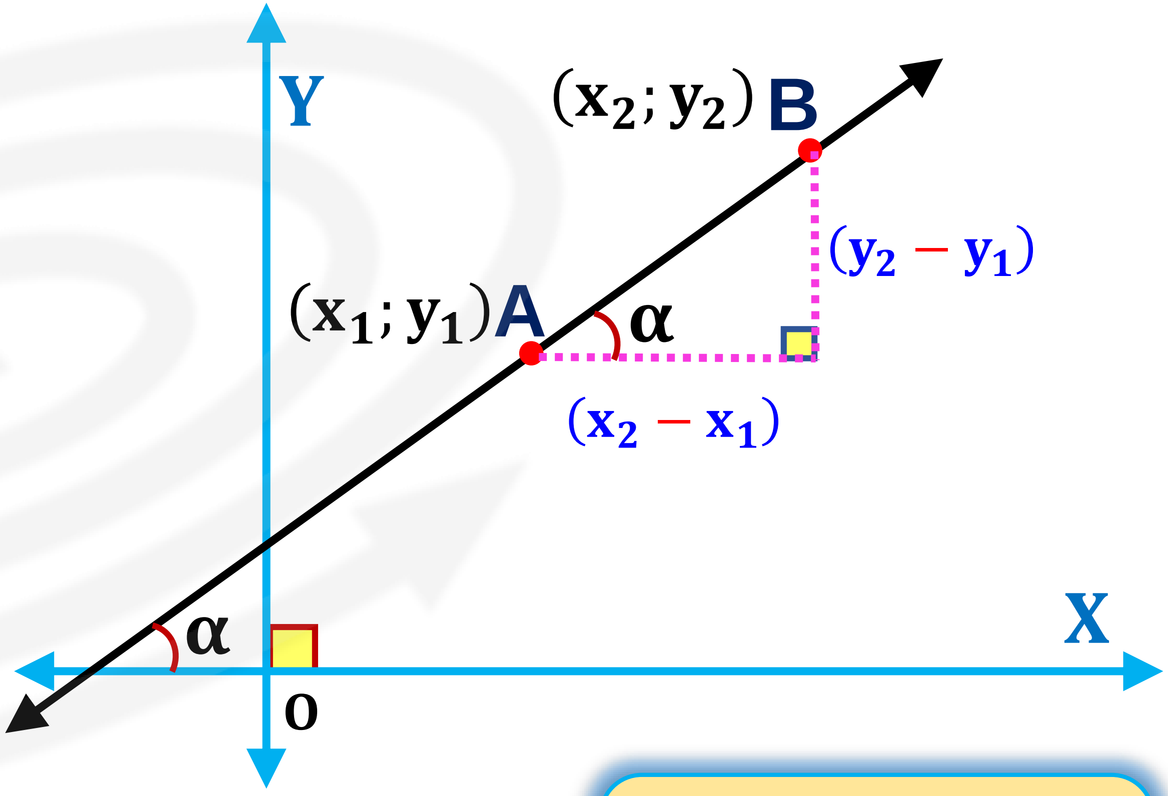
ECUACIÓN DE LA RECTA

Ángulo de inclinación de una recta

Es el ángulo que determina la recta con el eje positivo de las abscisas y su valor se mide desde el eje X a la recta L en sentido antihorario.



Pendiente de una recta (m)



$$m = \operatorname{Tan} \alpha$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

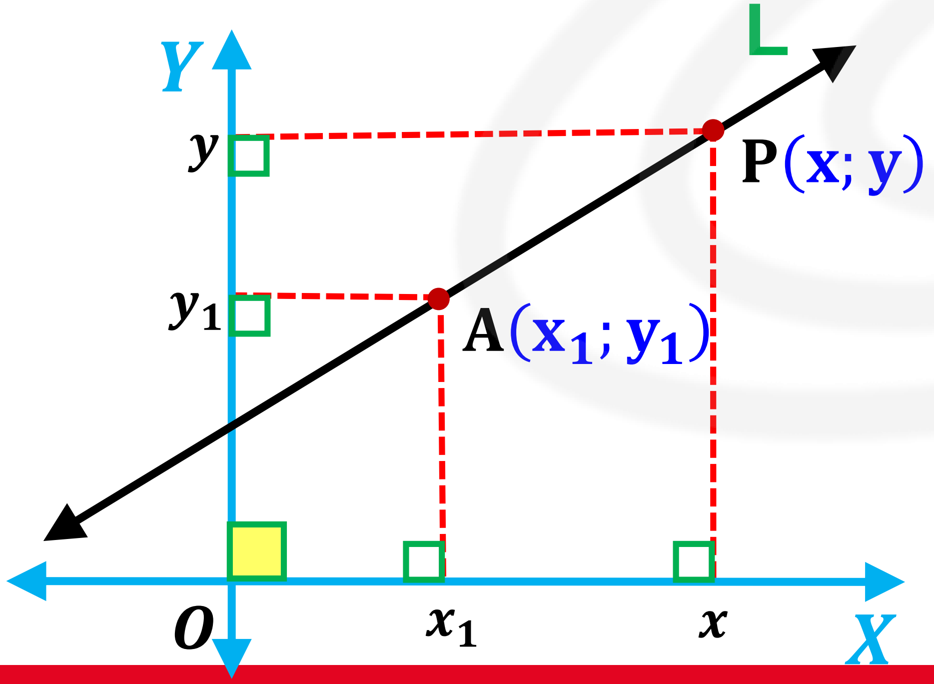
SACO OLIVEROS

Ecuación de una recta

Analíticamente, una recta es una ecuación de primer grado con una o dos variables que presenta diversas formas.

Ecuación punto-pendiente

Sea $A(x_1; y_1)$ un punto conocido de la recta L de pendiente m y $P(x; y)$ un punto cualquiera.



Se tiene que: $m = \dfrac{y - y_1}{x - x_1}$

de donde se obtiene:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ecuación general de la recta

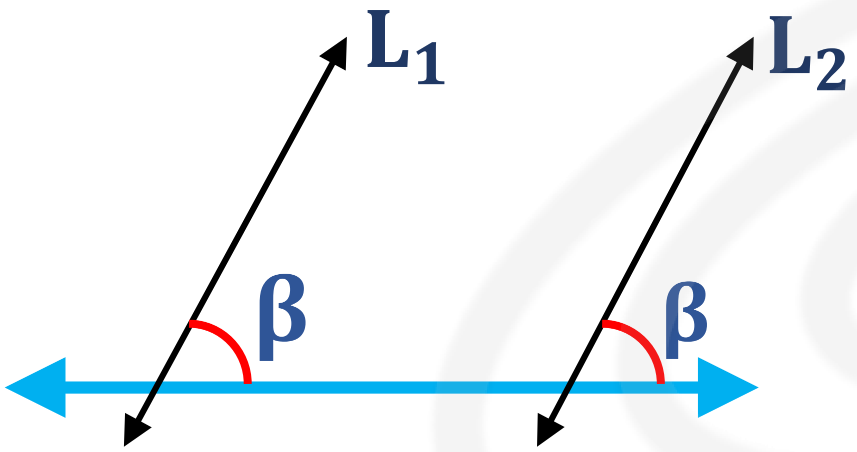
Es cuando la expresión algebraica de la ecuación tiene la forma.

$$Ax + By + C = 0$$

$$m = -\frac{A}{B}$$

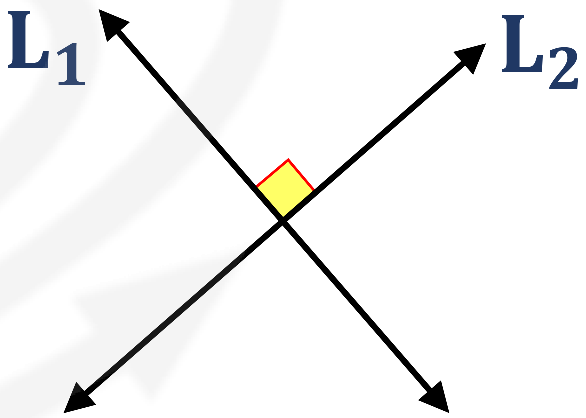
Paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas

Sean dos rectas, L_1 y L_2, con pendientes m_1 y m_2, respectivamente, si se cumple que:



Si las rectas son paralelas.

$$\boxed{m_1 = m_2}$$

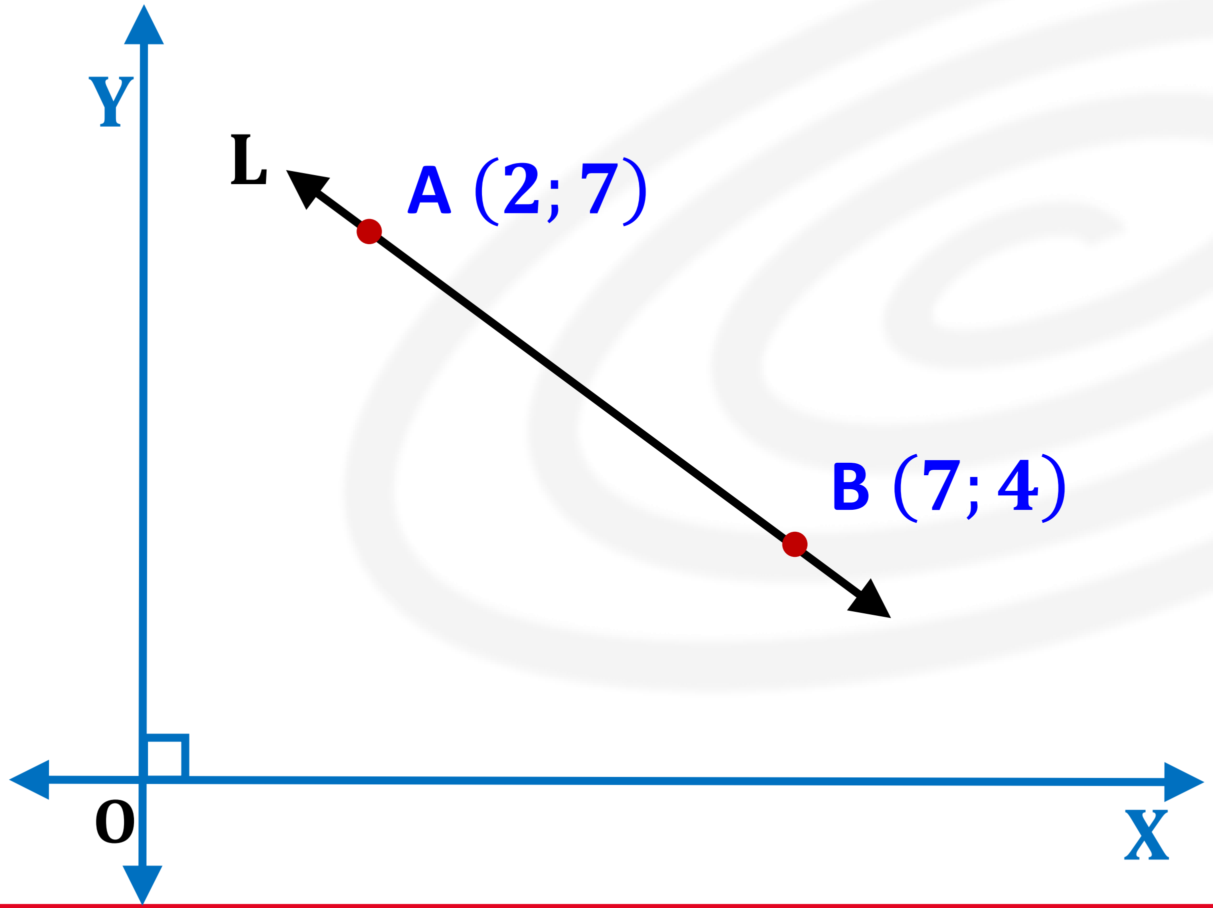


Si las rectas son perpendiculares.

$$\boxed{m_1 . m_2 = -1}$$

1. Determine la pendiente de una recta que pasa por los puntos A (2; 7) y B (7; 4).

Resolución



Piden: m

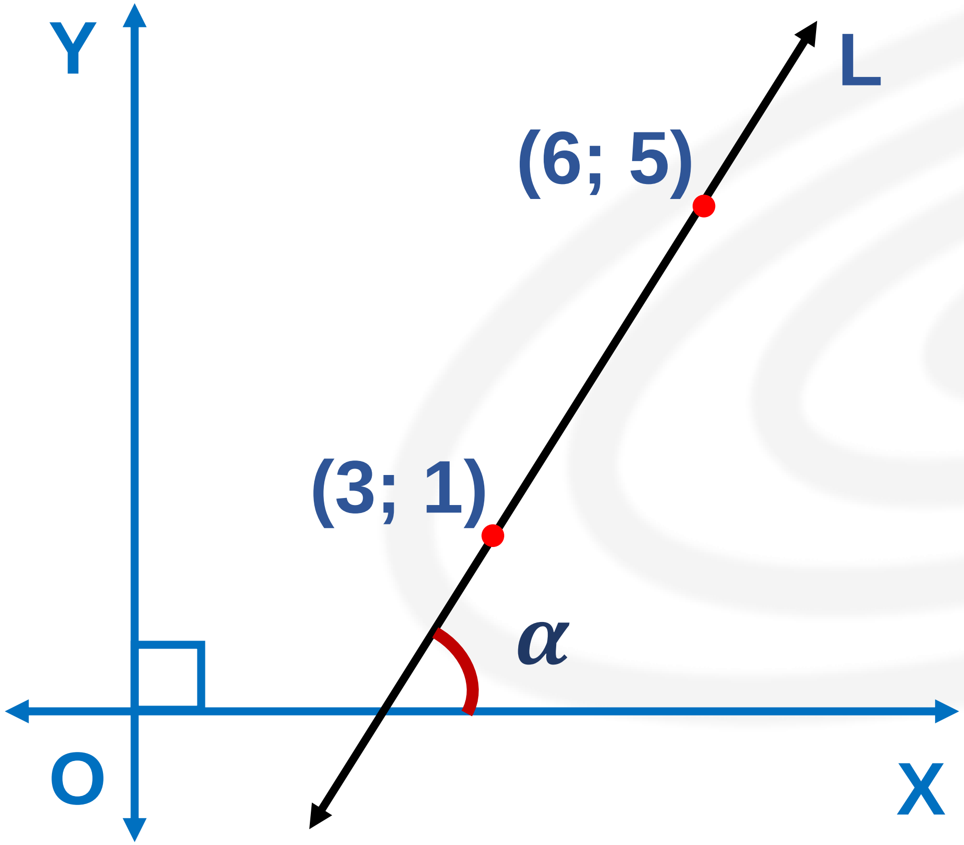
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{7 - 4}{2 - 7} = \frac{3}{-5}$$

$$\boxed{m = -\frac{3}{5}}$$

2. En la figura, halle el valor de α.

Resolución



- **Piden:** α
- **Calculando la pendiente (m)**

$$m = \frac{5-1}{6-3} = \frac{4}{3}$$

- **Recordando :**

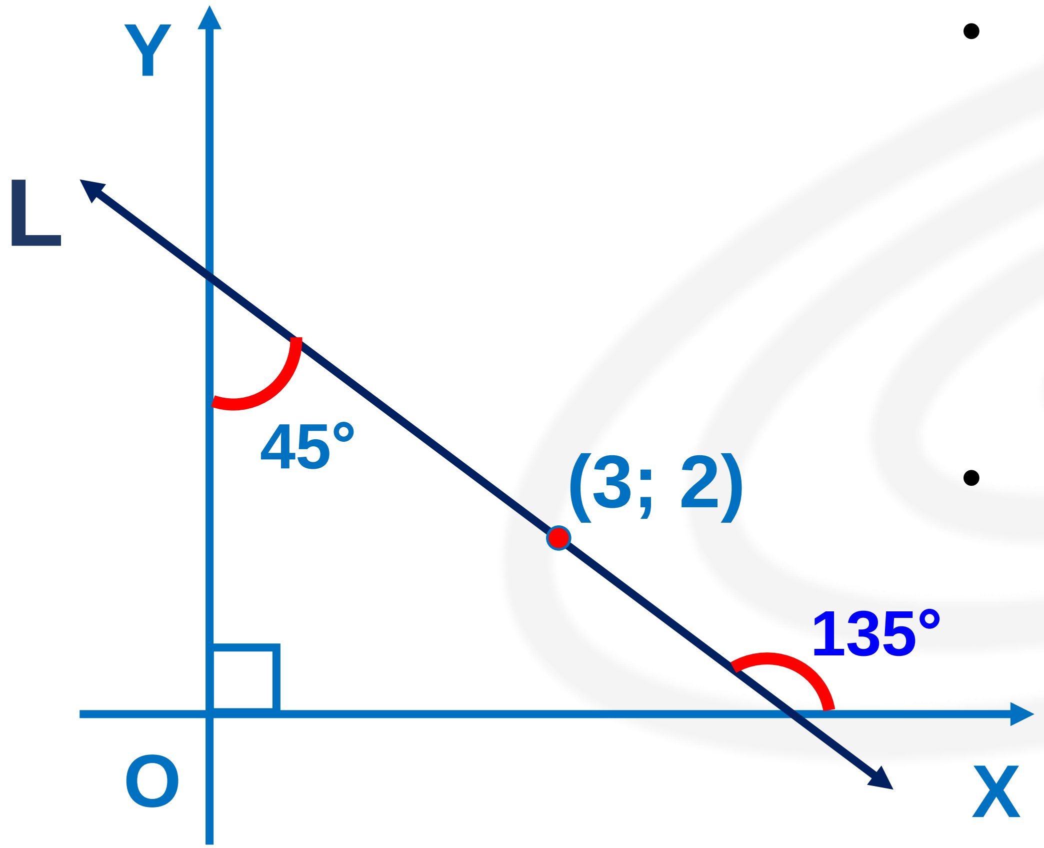
$$m = \tan\alpha$$

$$\frac{4}{3} = \tan\alpha$$

$$\boxed{\alpha = 53°}$$

3. Halle la ecuación general de la recta L .

Resolución



- Piden: La ecuación de la recta L.
- Calculando la pendiente:

$$\boxed{m = \operatorname{Tan} \alpha}$$

$$m = \operatorname{Tan} 135^0$$

$$m = -\operatorname{Tan} 45^0$$

$$\boxed{m = -1}$$

- Calculando la ecuación de la recta L

$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

$$y - 2 = -1(x - 3)$$

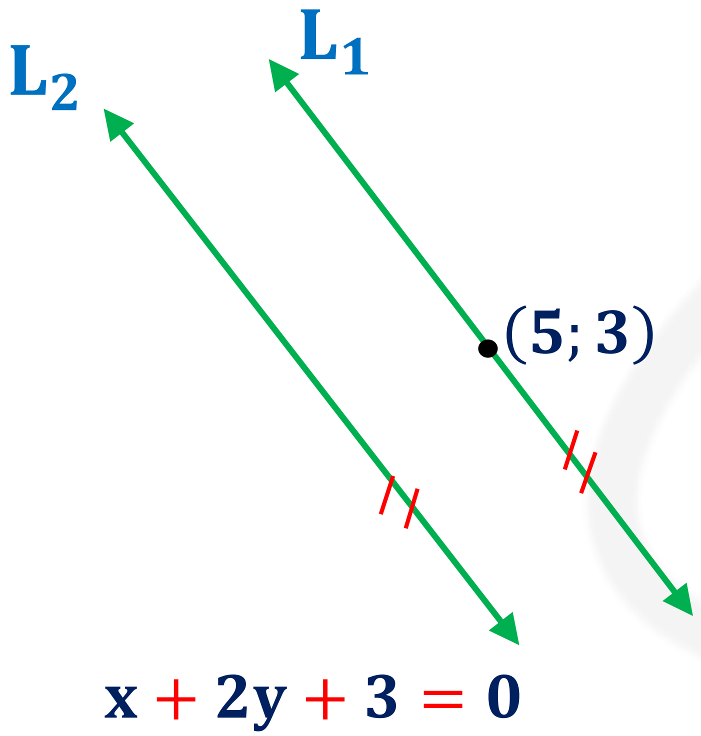
$$y - 2 = -x + 3$$

$$\boxed{L:\ x + y - 5 = 0}$$

SACO OLIVEROS

4. Halle la ecuación general de una recta que pasa por el punto (5; 3) y es paralela a la recta cuya ecuación es x + 2y + 3 = 0.

Resolución



- Piden: La ecuación de la recta L_1.
- Calculando la pendiente: $L_2 : x+2y+3=0$

$$\boxed{m=-\frac{A}{B}}$$

$$\boxed{m_2=-\frac{1}{2}.}$$

- Si dos rectas son paralelas se cumple:

$$\boxed{m_1=m_2}$$

$$\boxed{m_1=-\frac{1}{2}.}$$

- Calculando la ecuación de la recta L_1

$$\boxed{y-y_1=m(x-x_1)}$$

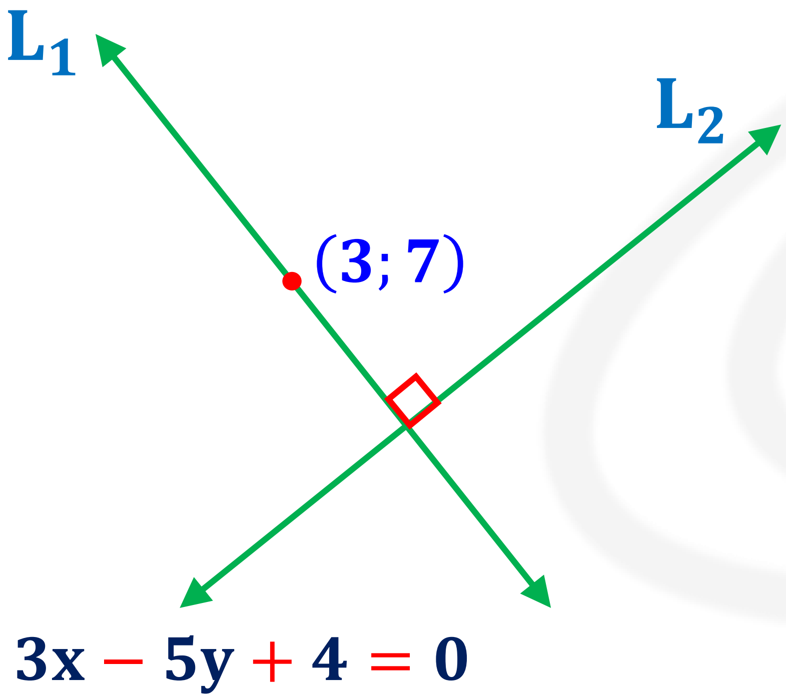
$$y-3=-\frac{1}{2}(x-5)$$

$$2y-6=-x+5$$

$$\boxed{L_1 : x+2y-11=0}$$

5. Halle la ecuación general de una recta que pasa por el punto (3; 7) y es perpendicular a la recta cuya ecuación es $3x - 5y + 4 = 0$.

Resolución



- Piden: La ecuación de la recta L_1.
- Calculando la pendiente: $L_2 : 3x - 5y + 4 = 0$

$$\boxed{m = -\frac{A}{B}}$$

$$m_2 = -\frac{3}{-5} = \frac{3}{5}$$

- Si dos rectas son perpendiculares se cumple: $\boxed{m_1 . m_2 = -1}$

$$m_1 = -\frac{5}{3}.$$

- Calculando la ecuación de la recta L_1

$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

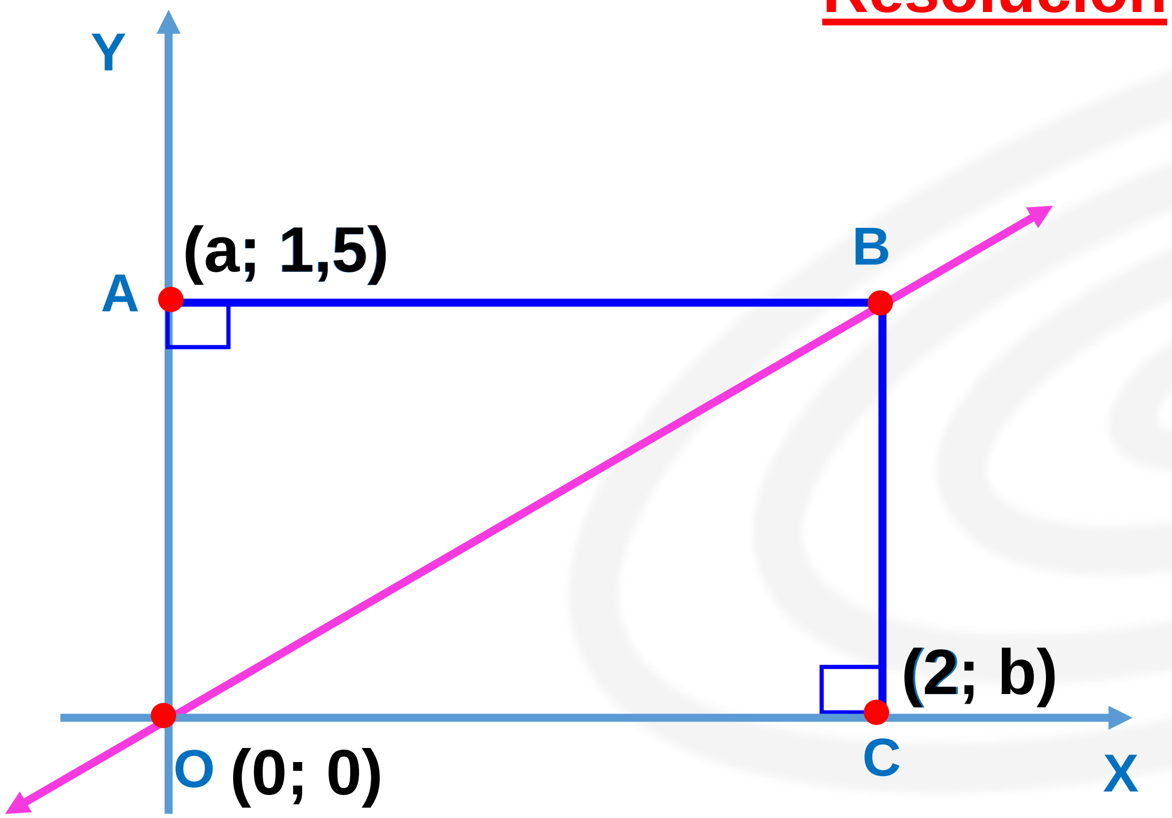
$$y - 7 = -\frac{5}{3}(x - 3)$$

$$3y - 21 = -5x + 15$$

$$\boxed{L_1 : 5x + 3y - 36 = 0}$$

6. En la figura, el rectángulo OABC representa el borde del marco de una ventana. Halle la ecuación general de la recta que contiene a la diagonal $\overline{OB}$

Resolución



- Piden: ecuación de la recta $\overleftrightarrow{OB}$
- Hallamos el punto B: B (2; 1,5)
- Calculando la pendiente (m)

$$m = \frac{1,5 - 0}{2 - 0} = \frac{3}{4}$$

- Calculando la ecuación de la recta

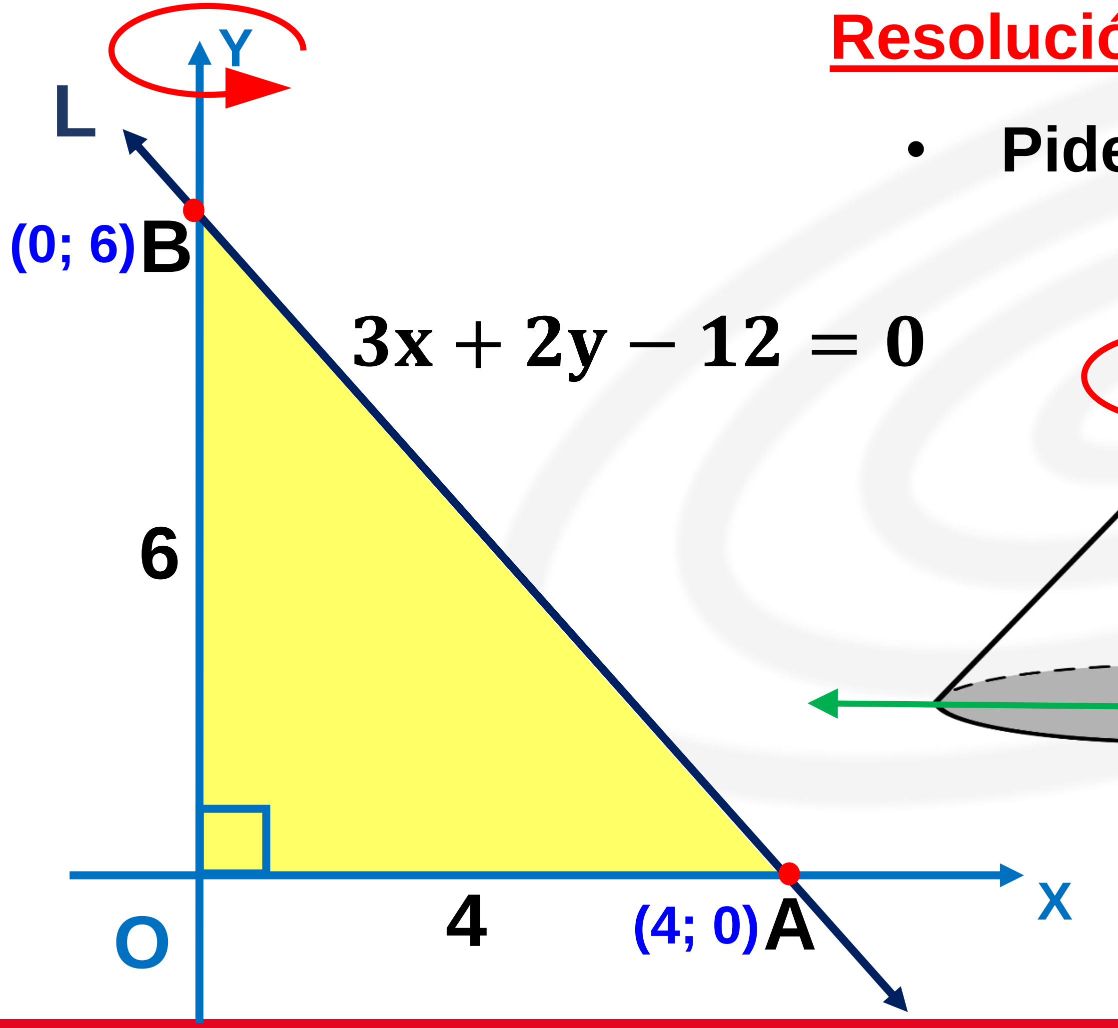
$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

$$y - 1,5 = \frac{3}{4}(x - 2)$$

$$4y - 6 = 3x - 6$$

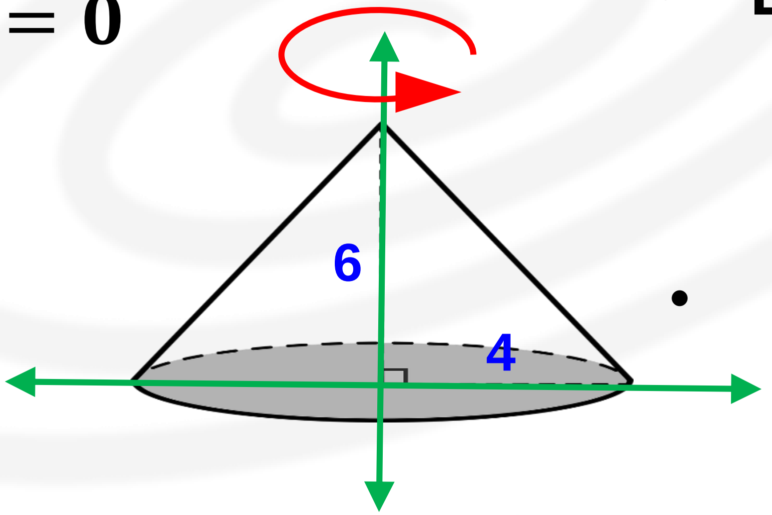
$$\boxed{0 = 3x - 4y}$$

7. Las rectas 3x + 2y – 12 = 0, x = 0 e y = 0; determinan una región triangular. Al hacer girar está región alrededor del eje Y, se genera un sólido de revolución. Calcule el volumen de dicho sólido.



Resolución

- Piden: $V_{(SG)}$



- En el punto A:

$$3x + 2(0) - 12 = 0$$
$$3x = 12$$
$$x = 4$$

- En el punto B:

$$3(0) + 2y - 12 = 0$$
$$2y = 12$$
$$y = 6$$

- Por teorema:

$$V_{(SG)} = \frac{1}{3}\pi r^2 . h$$
$$= \frac{1}{3}\pi . 4^2 . 6$$

$$\boxed{V_{(SG)} = 32\pi \ u^3}$$

SACO OLIVEROS