



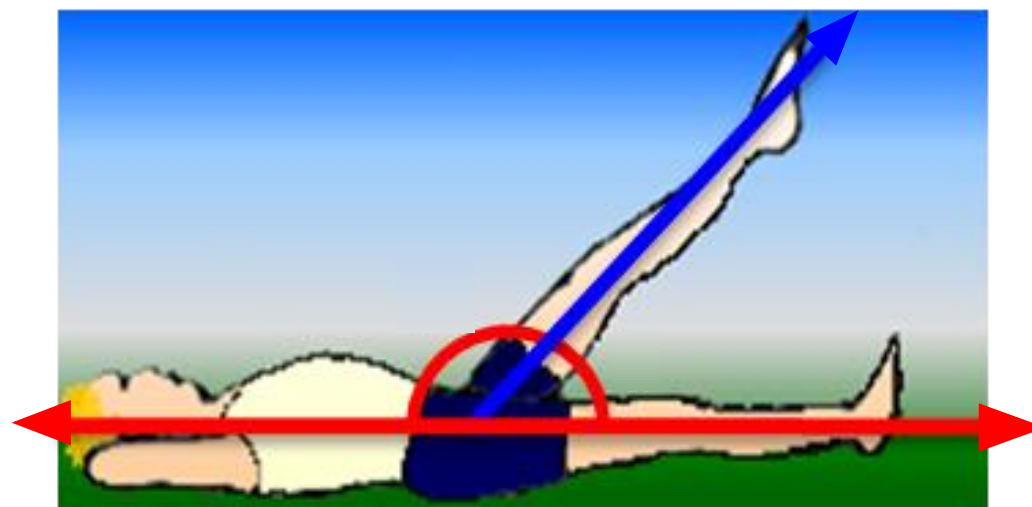
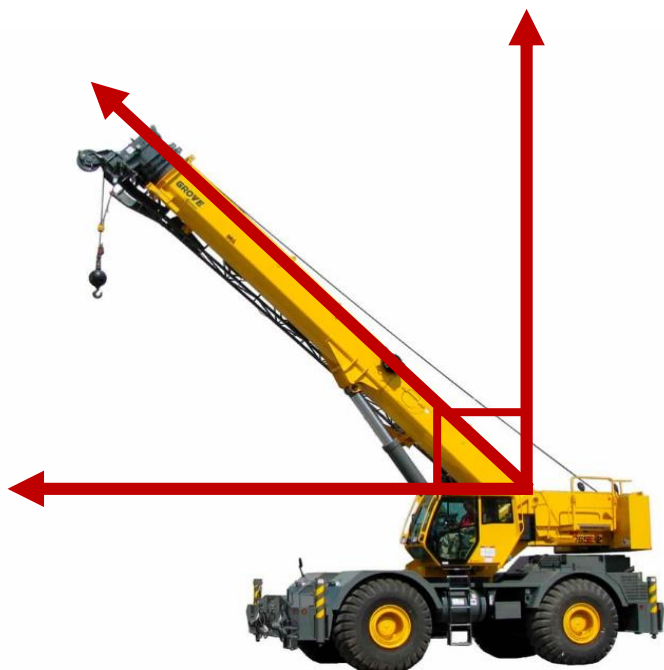
GEOMETRÍA

Capítulo 3

2st
SECONDARY

Ángulos complementarios y suplementarios

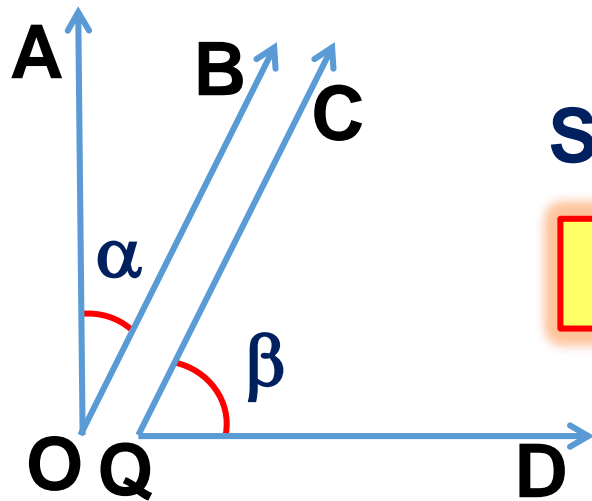




ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

Ángulos complementarios

Son dos ángulos cuyas medidas suman 90° .



Si:

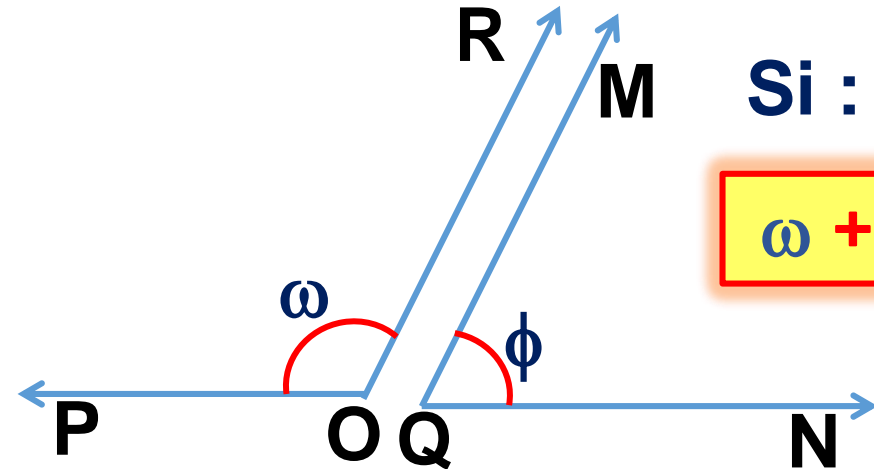
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



Los ángulos AOB y CQD son complementarios.

Ángulos Suplementarios

Son dos ángulos cuyas medidas suman 180° .



Si :

$$\omega + \phi = 180^\circ$$



Los ángulos POR y MQN son suplementarios.



Complemento de un ángulo

Es lo que le falta a la medida de un ángulo para que sea igual a 90° .

$$C_\alpha = 90^\circ - \alpha$$

C_α : Se lee complemento de α

Ejemplos:

$$✓ C_{34^\circ} = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

$$✓ C_{72^\circ} = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

Suplemento de un ángulo

Es lo que le falta a la medida de un ángulo para que sea igual a 180° .

$$S_\beta = 180^\circ - \beta$$

S_β : Se lee suplemento de β

Ejemplos:

$$✓ S_{115^\circ} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$✓ S_{57^\circ} = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$$



Complemento del complemento de alfa.

Se representa por: CC_{α}

$$CC_{\alpha} = 90^{\circ} - (90^{\circ} - \alpha)$$

$$CC_{\alpha} = \alpha$$

Ejemplos:

$$\checkmark CC_{52^{\circ}} = 52^{\circ}$$

$$\checkmark CC_{21^{\circ}} = 21^{\circ}$$

Suplemento del suplemento de alfa.

Se representa por: SS_{α}

$$SS_{\alpha} = 180^{\circ} - (180^{\circ} - \alpha)$$

$$SS_{\alpha} = \alpha$$

Ejemplos:

$$\checkmark SS_{153^{\circ}} = 153^{\circ}$$

$$\checkmark SS_{87^{\circ}} = 87^{\circ}$$

Teorema.- Siempre que se presenten dos letras iguales y estén juntas, se simplifica y queda la medida del ángulo.



1. Si el complemento de $2x$ es igual a 60° , halle el valor de x .

Resolución

- Piden: x
- Recordemos:

$$C_\alpha = 90^\circ - \alpha$$

$$C_{2x} = 60^\circ$$

$$90^\circ - 2x = 60^\circ$$

$$90^\circ - 60^\circ = 2x$$

$$30^\circ = 2x$$

$$15^\circ = x$$

$$x = 15^\circ$$



2. Si la suma del complemento y el suplemento de un ángulo es igual a 200° . Halle la medida de dicho ángulo.

Resolución

- Medida del ángulo: α
- Piden α
- Recordemos:

$$C_\alpha = 90^\circ - \alpha$$

$$S_\alpha = 180^\circ - \alpha$$

$$C_\alpha + S_\alpha = 200^\circ$$

$$90^\circ - \alpha + 180^\circ - \alpha = 200^\circ$$

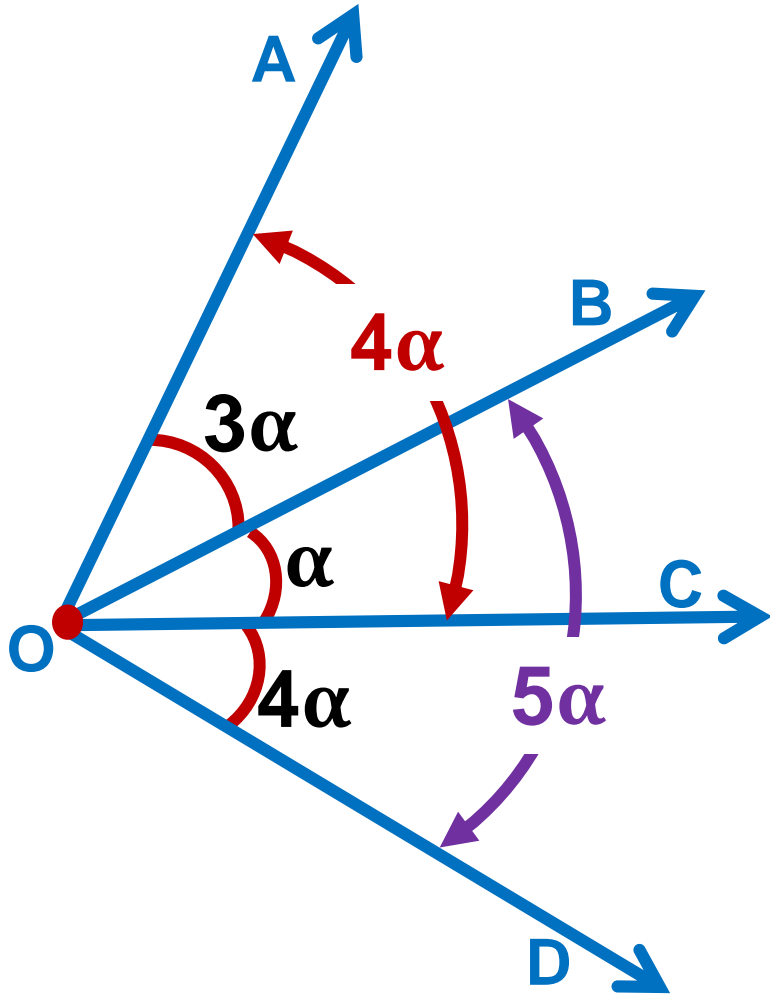
$$270^\circ - 2\alpha = 200^\circ$$

$$270^\circ = 200^\circ + 2\alpha$$

$$70^\circ = 2\alpha$$

$$\alpha = 35^\circ$$

3. Si los ángulos AOC y BOD son complementarios, halle $m\angle BOC$.



Resolución

Ángulos complementarios

Son aquellos ángulos cuyas medidas suman 90° .

• Entonces:

$$\underbrace{m\angle AOC}_{4\alpha} + \underbrace{m\angle BOD}_{5\alpha} = 90^\circ$$

$$4\alpha + 5\alpha = 90^\circ$$

$$9\alpha = 90^\circ$$

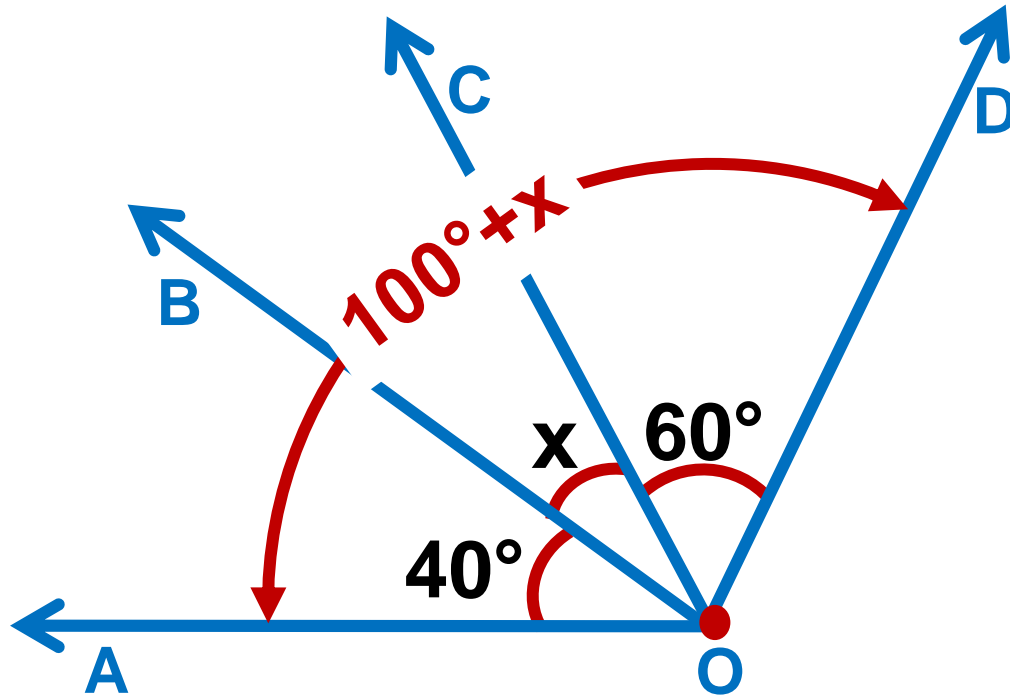
$$\alpha = 10^\circ$$

• Piden: $m\angle BOC$

$$m\angle BOC = 10^\circ$$

4. Si los ángulos AOD y BOC son suplementarios, calcule el suplemento del complemento de x.

Resolución



Ángulos Suplementarios

Son aquellos ángulos cuyas medidas suman 180° .

- Entonces:

$$\underbrace{m\angle AOD}_{100^\circ + x} + \underbrace{m\angle BOC}_x = 180^\circ$$

$$100^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$2x = 80^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

- Piden: SC_x

$$\begin{aligned} SC_x &= SC_{40^\circ} \\ &= S_{(90^\circ - 40^\circ)} \\ &= S_{50^\circ} \\ &= 180^\circ - 50^\circ \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

$$SC_x = 130^\circ$$



5. El suplemento del doble de un ángulo es igual al cuádruple del complemento del triple de dicho ángulo. Calcule la medida del ángulo.

Resolución

- Medida del ángulo: α
- Piden: α

$$S_{\alpha} = 180^{\circ} - \alpha$$

$$C_{\beta} = 90^{\circ} - \beta$$

$$\underbrace{S_{2\alpha}} = 4 \underbrace{C_{3\alpha}}$$

$$180^{\circ} - 2\alpha = 4(90^{\circ} - 3\alpha)$$

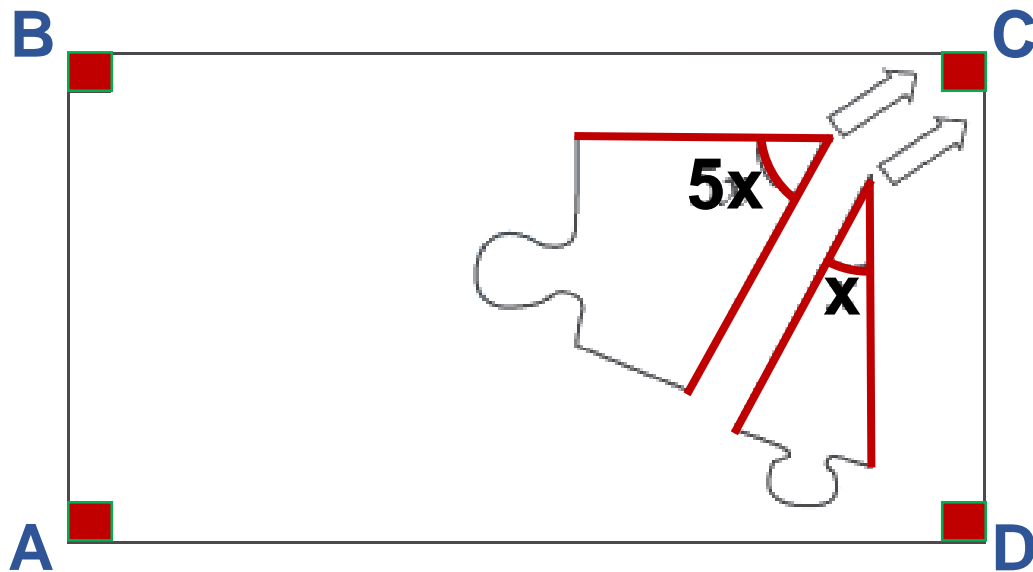
$$180^{\circ} - 2\alpha = 360^{\circ} - 12\alpha$$

$$12\alpha = 360^{\circ} - 180^{\circ}$$

$$10\alpha = 180^{\circ}$$

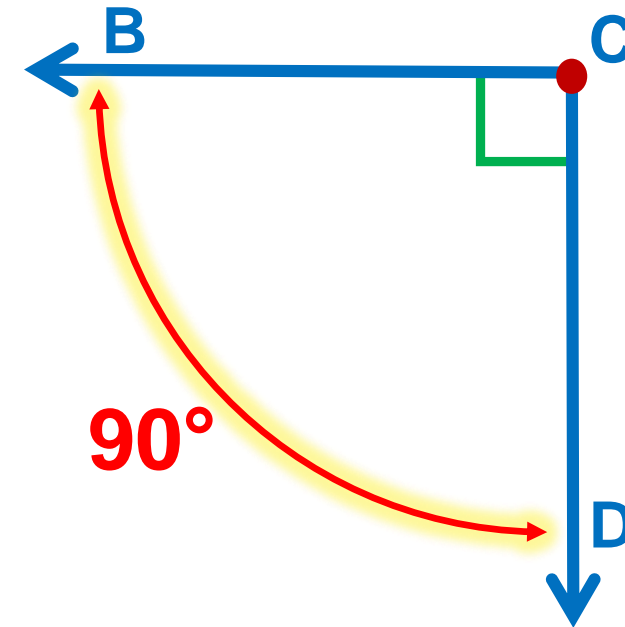
$$\alpha = 18^{\circ}$$

6. José, al armar una de las 4 esquinas de su rompecabezas, necesita encajar 2 fichas; además, el ángulo de una de las fichas es el quíntuplo de la medida del otro. ¿Cuánto mide el mayor de dichos ángulos?



Resolución:

- En el $\angle BCD$:



- Del gráfico:

$$x + 5x = 90^\circ$$

$$6x = 90^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

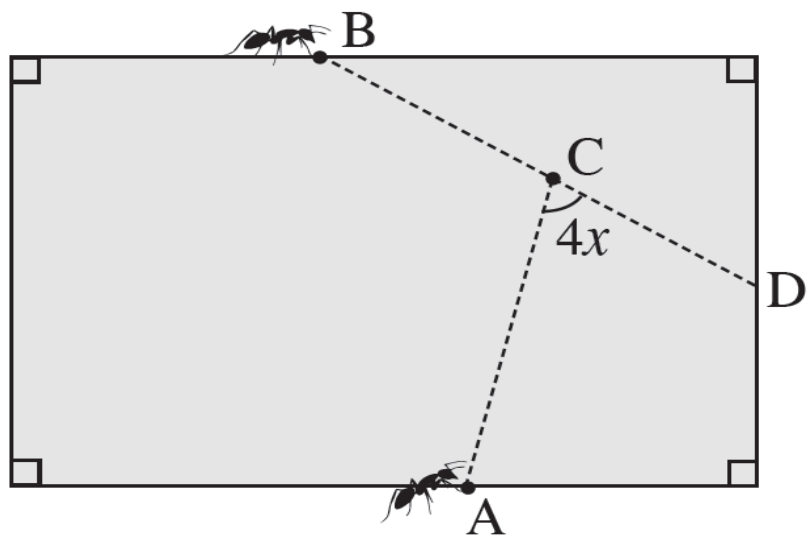
- Piden:

$$5x = 5(15^\circ)$$

$$5x = 75^\circ$$



7. Dos hormigas se ubican en los puntos A y B; dichas hormigas se dirigirán a los puntos C y D, respectivamente, siguiendo trayectorias rectilíneas. Si el ángulo ACB es obtuso, halle el máximo valor entero que puede tomar x.



Resolución:

- Dato: $\angle ACB$ es obtuso.
- Piden: $x_{\text{máx}}$

$$S_{\alpha} = 180^{\circ} - \alpha$$

$$90^{\circ} < 180^{\circ} - 4x < 180^{\circ}$$
$$90^{\circ} < 180^{\circ} - 4x$$
$$4x < 180^{\circ} - 90^{\circ}$$
$$4x < 90^{\circ}$$
$$x < 22,5^{\circ}$$

$$x = 1^{\circ}, 2^{\circ}, \dots, 21^{\circ}, 22^{\circ}$$
$$90^{\circ} < \omega < 180^{\circ}$$
$$x_{\text{máx}} = 22^{\circ}$$