GEOMETRÍA

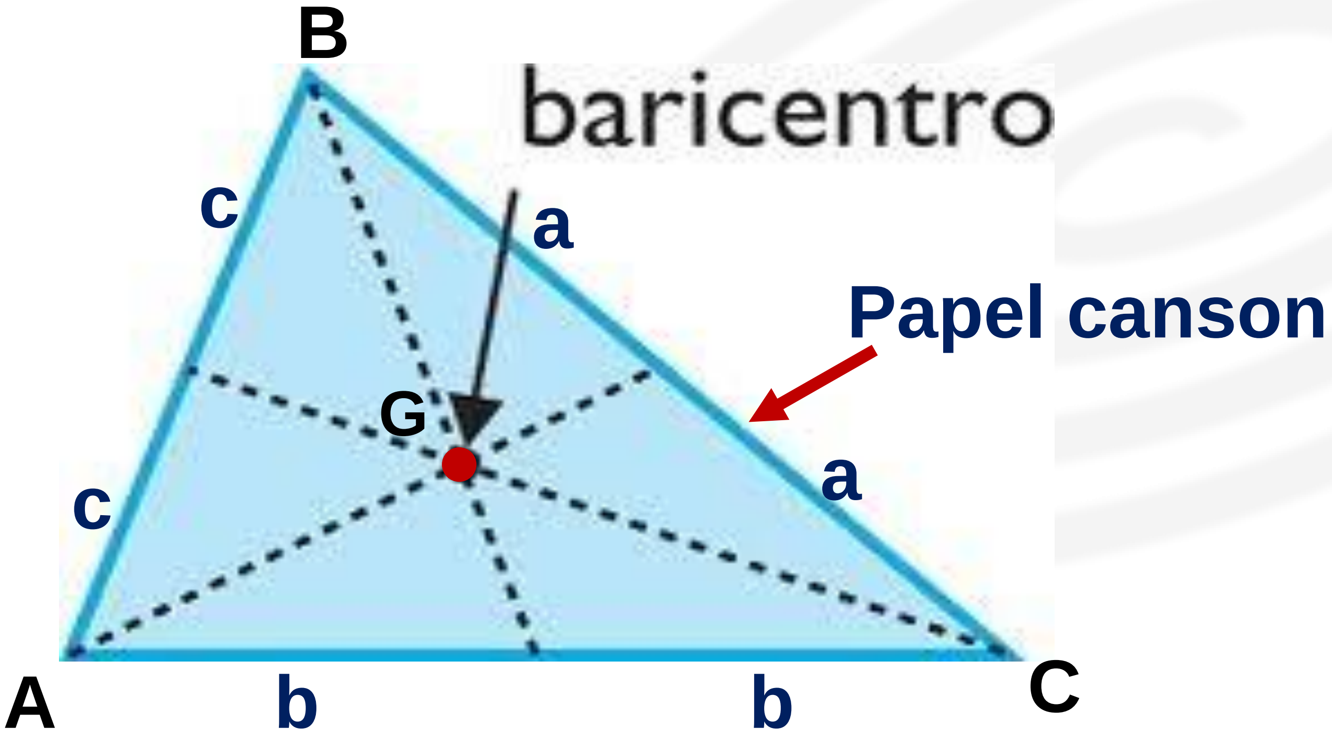
Capítulo 6

5th

SECONDARY

Puntos Notables

1. Trazamos las tres medianas: tres segmentos desde los vértices A, B y C al punto medio de los lados: AB, BC y AC, respectivamente.
2. Ubicamos el punto de intersección de los tres segmentos y representamos con la letra G.
3. El punto G es el baricentro del triángulo ABC.

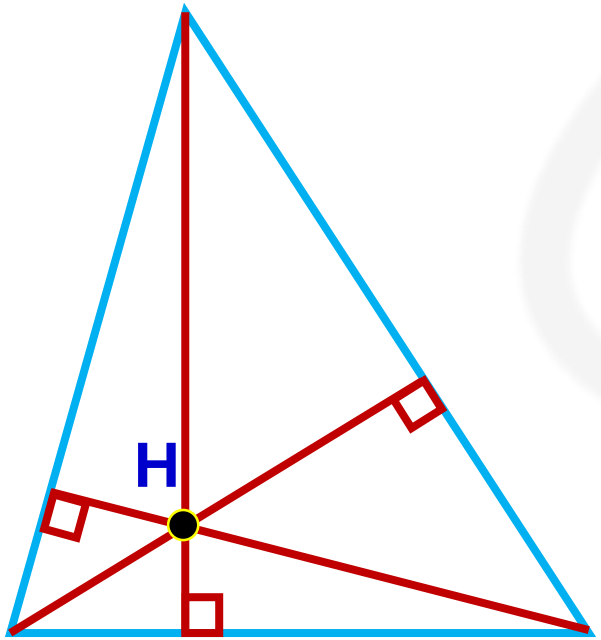


PUNTOS NOTABLES

Son aquellos puntos donde concurren líneas notables de una misma características.

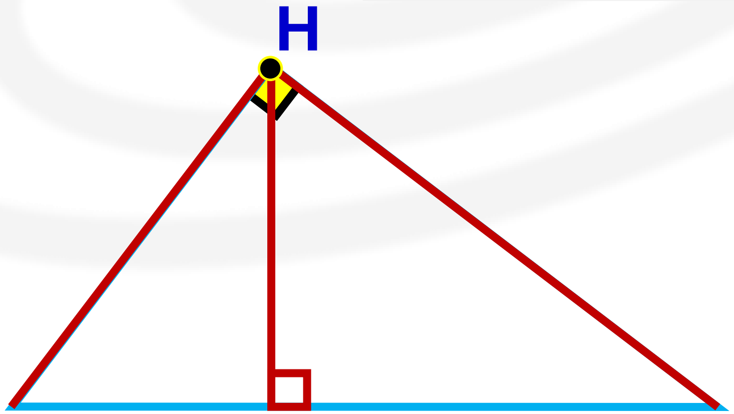
1) <u>Ortocentro</u> (H). **Punto donde concurren las tres alturas de un triángulo o sus prolongaciones.**

△ Acutángulo

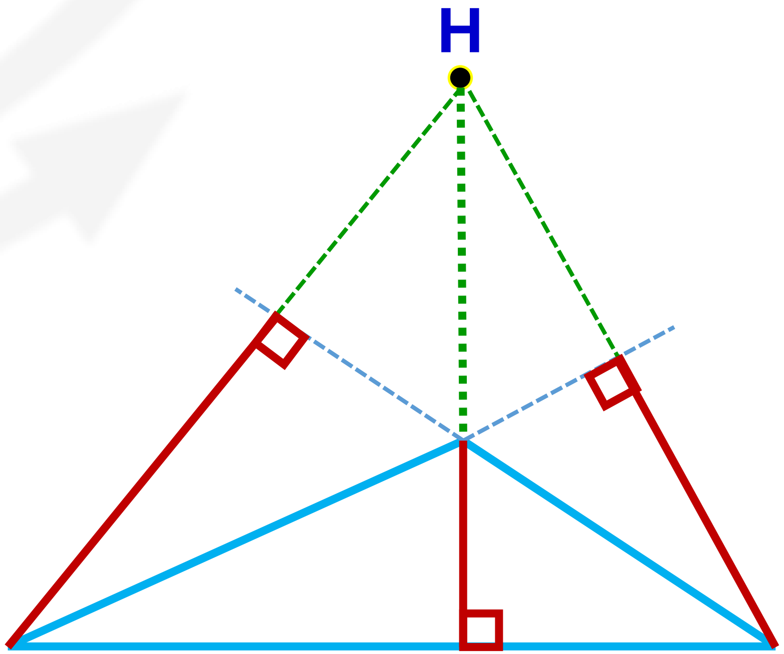


H:Ortocentro

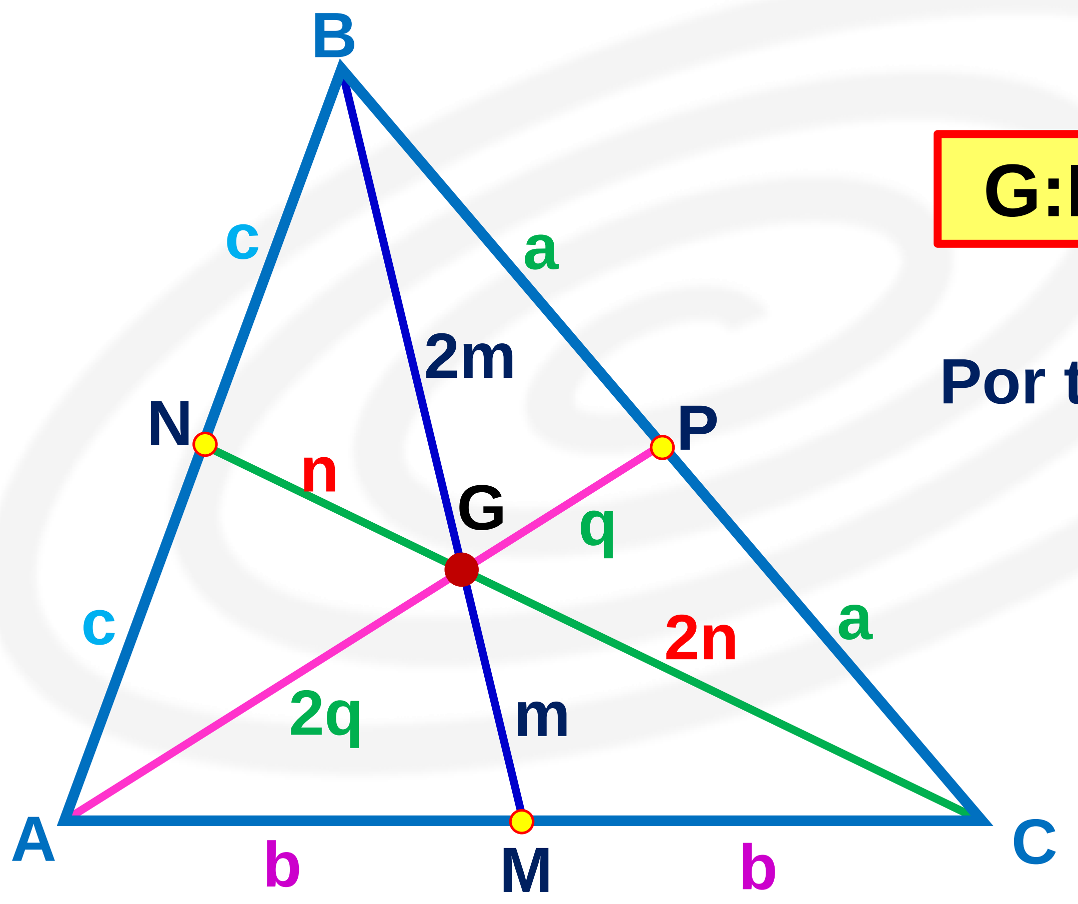
△ Rectángulo



△ Obtusángulo



2) **<u>Baricentro</u>** (G). **Es el punto donde concurren las tres medianas de un triángulo.**



G:Baricentro

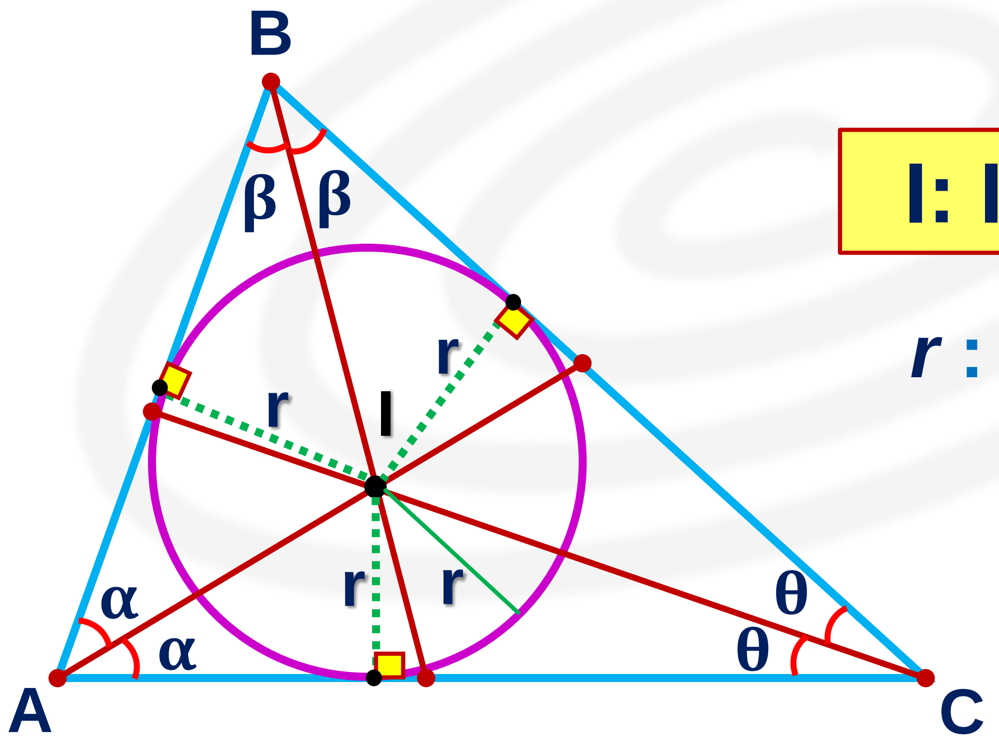
Por teorema del baricento:

AG = 2 (GP)

BG = 2 (GM)

CG = 2 (GN)

3) <u>Incentro </u>(I). **Es el punto donde concurren las tres bisectrices interiores. El incentro es el centro de la circunferencia inscrita y equidista de los lados de un triángulo.**

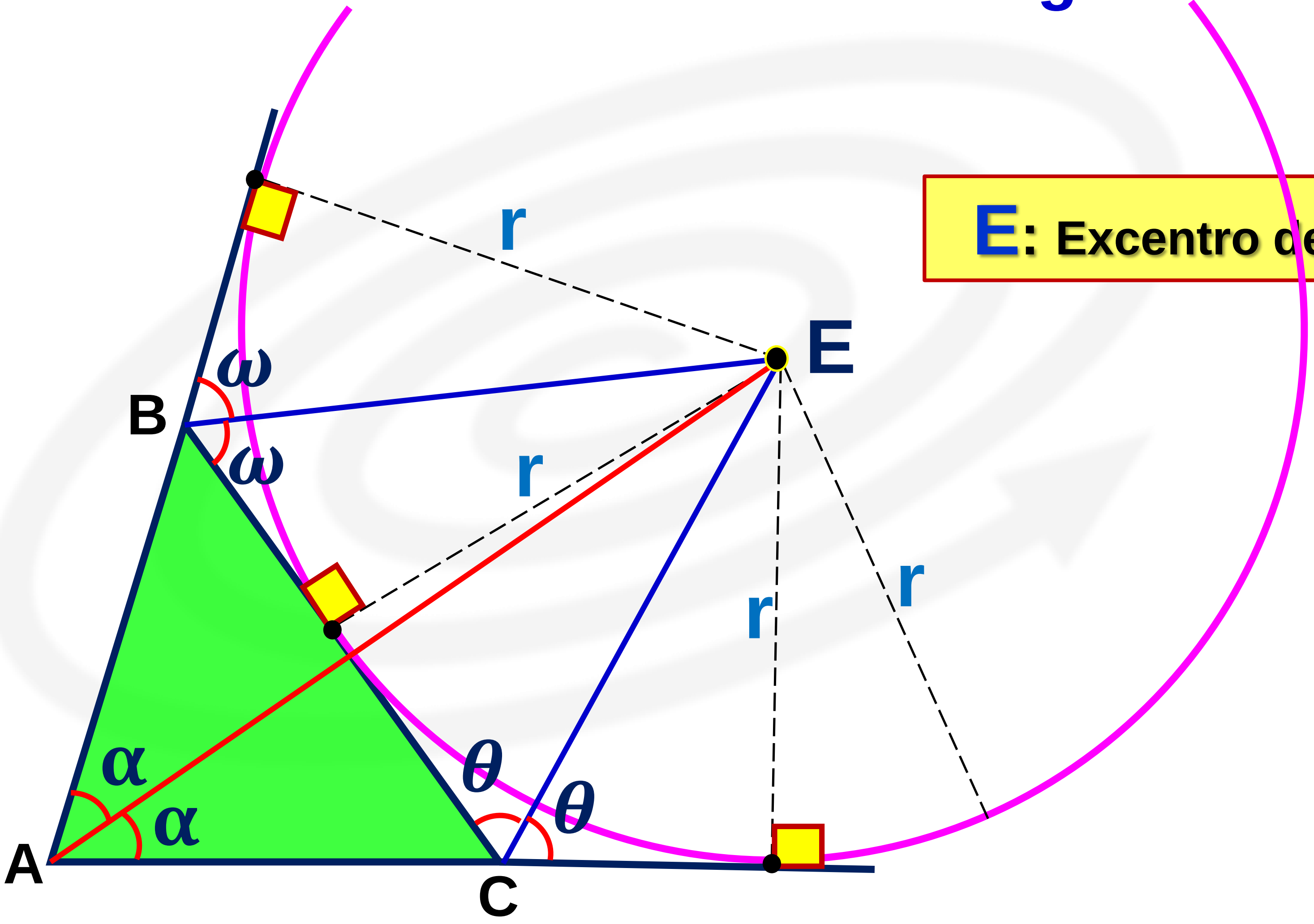


I: Incentro del ΔABC

r **: longitud del Inradio**

Radio de la circunferencia inscrita

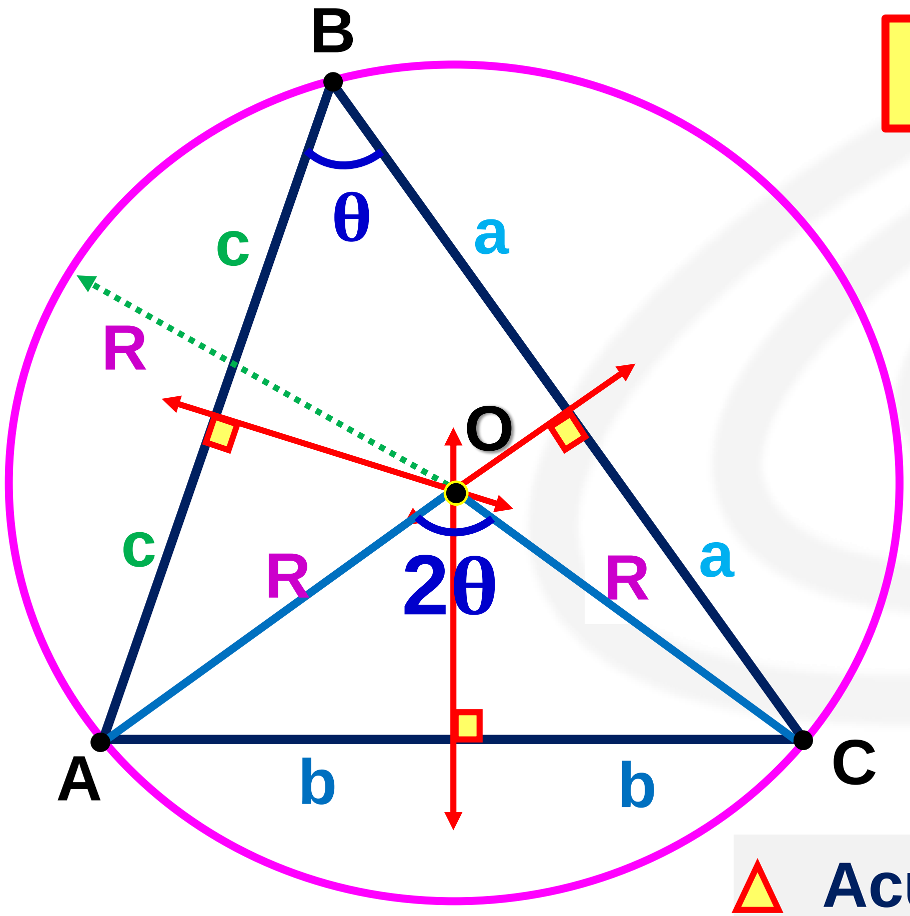
4) **Excentro(E).** Es el punto de concurrencia de dos bisectrices exteriores y una bisectriz interior del tercer ángulo.



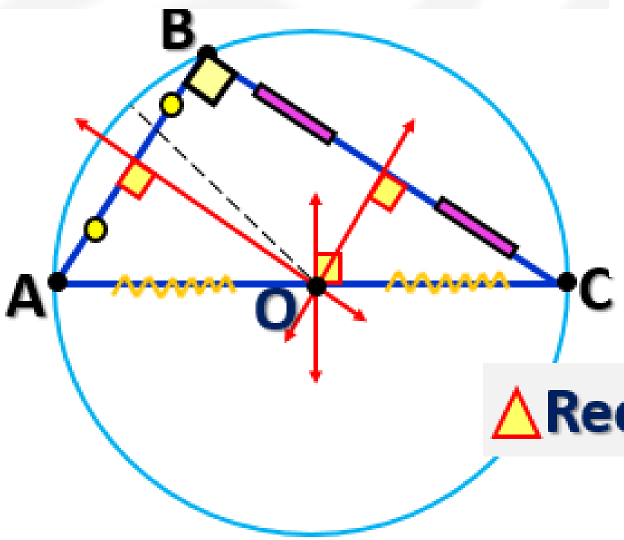
E: Excentro del △ABC.

5) **Circuncentro**(O). **Es el punto de concurrencia de las mediatrices de los lados de un triángulo, dicho punto es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.**

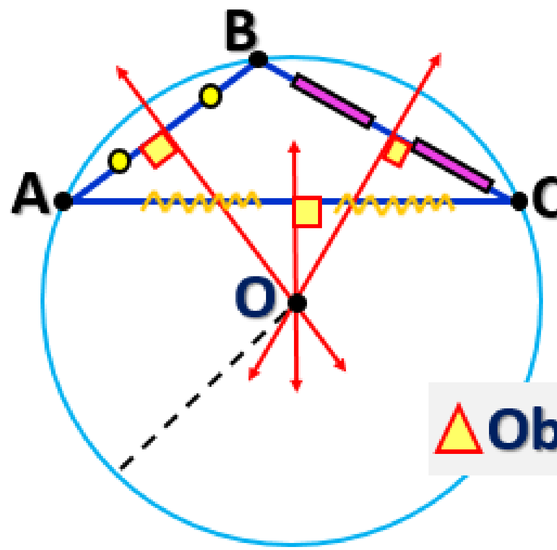
O: Circuncentro



△ Acutángulo

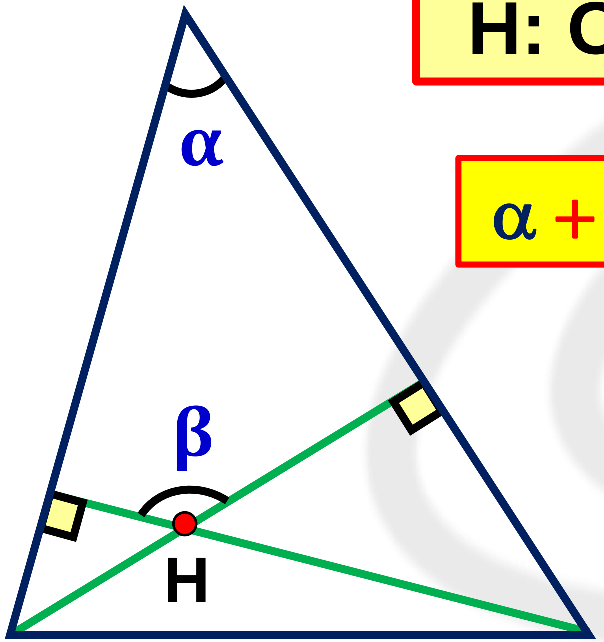


△ Rectángulo



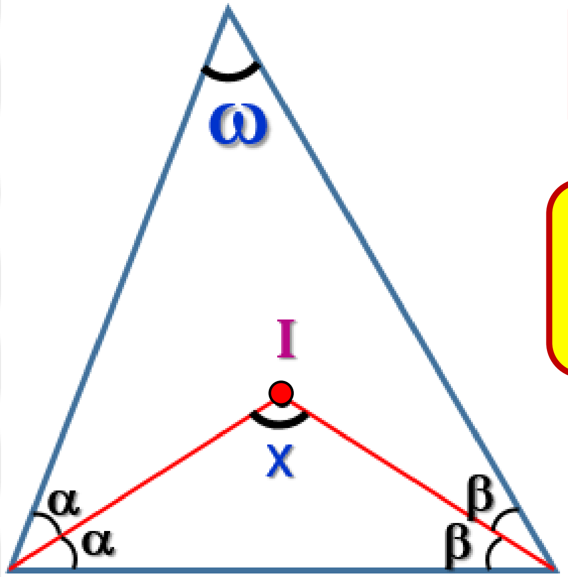
△ Obtusángulo

TEOREMAS



H: Ortocentro

$$\alpha + \beta = 180°$$

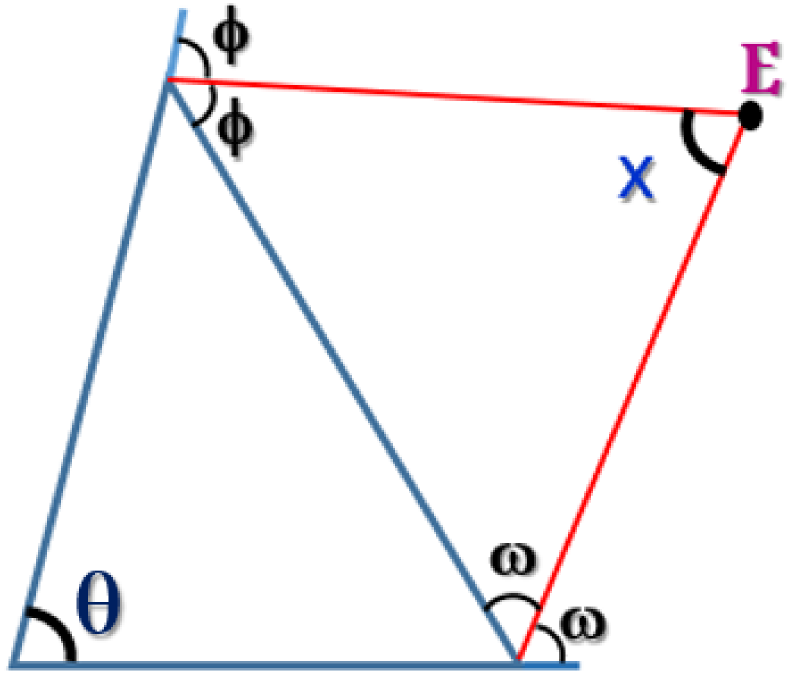


I: Incentro

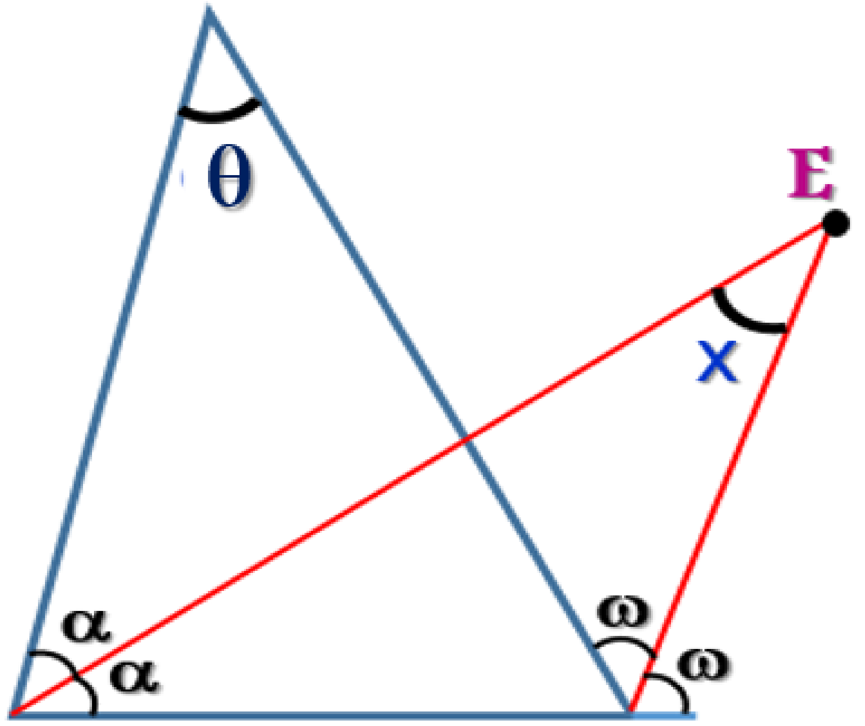
$$x = 90° + \frac{\omega}{2}$$

TEOREMAS

E: Excentro



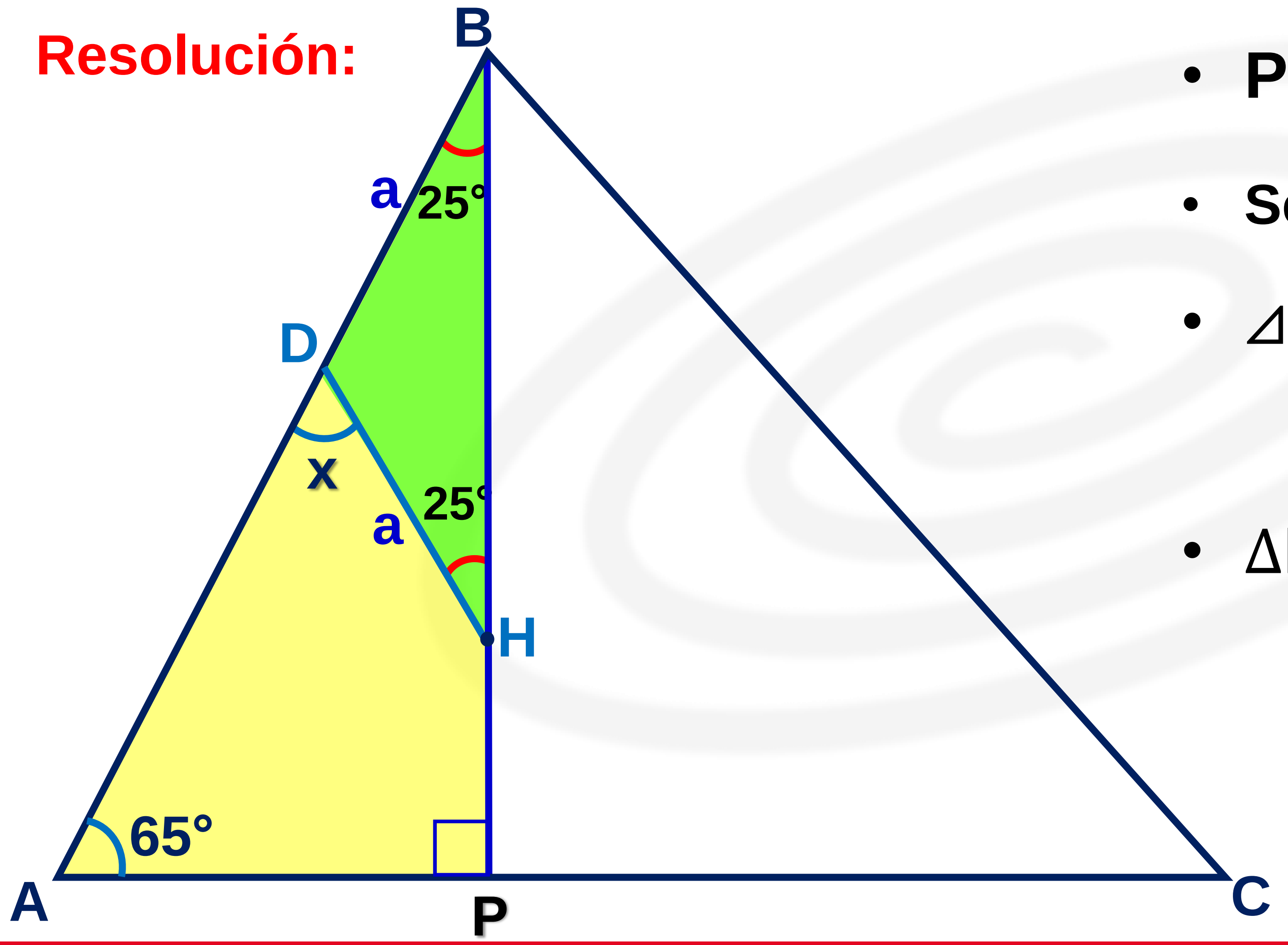
$$x = 90° - \frac{\theta}{2}$$



$$x = \frac{\theta}{2}$$

1. Halle el valor de x, si H es Ortocentro del △ABC y BD = DH.

Resolución:



- **Piden: x**
- **Se traza la altura $\overline{BP}$**
- **⊿APB:**

  m∡ABP = 25º

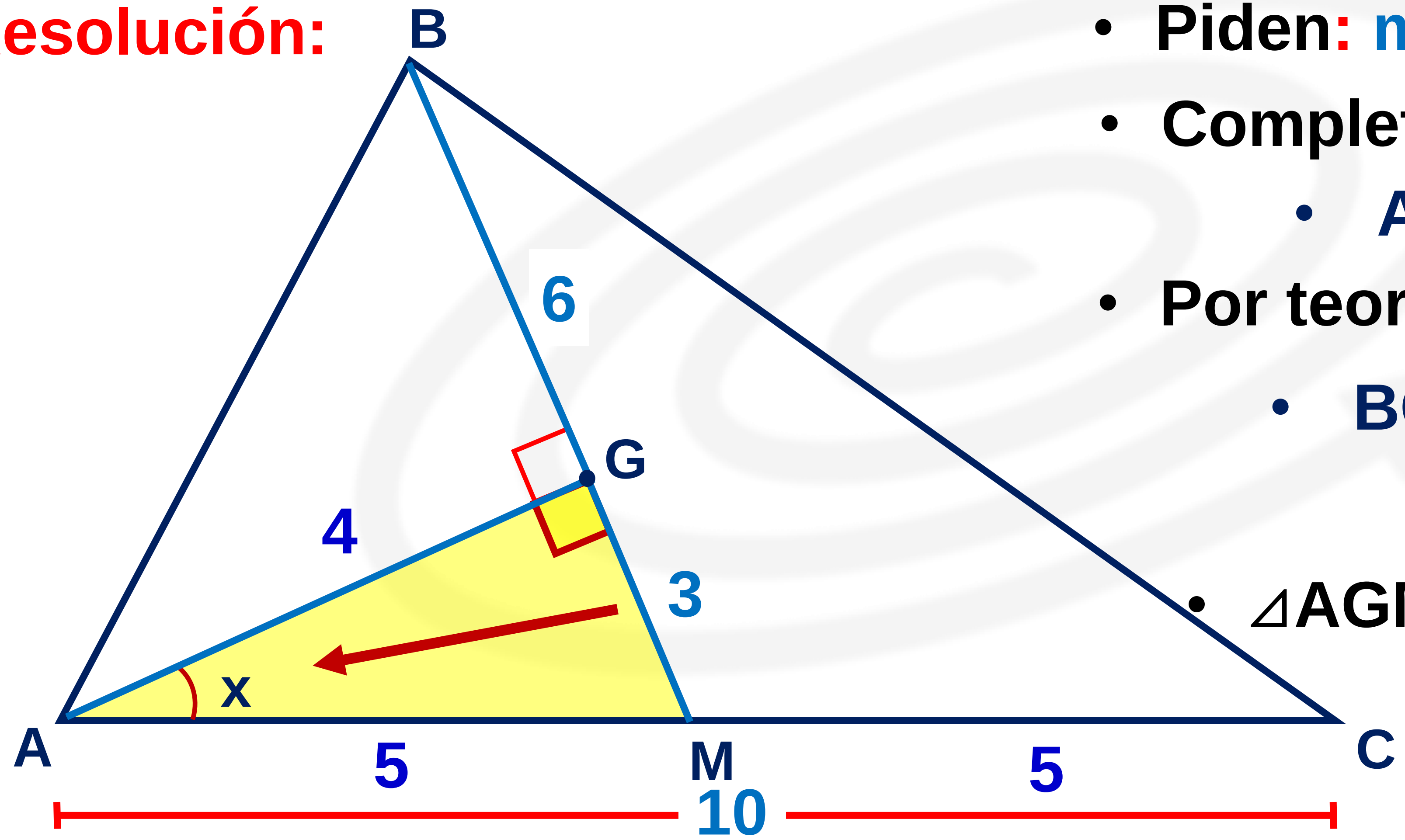
- **ΔBDH: Isósceles**

  x = 25° + 25°

$$\boxed{x = 50°}$$

2. En una región triangular ABC de baricentro G, BG= 6m y AC= 10m. Halle m∡GAC si, además, m∡BGA = 90°.

Resolución:



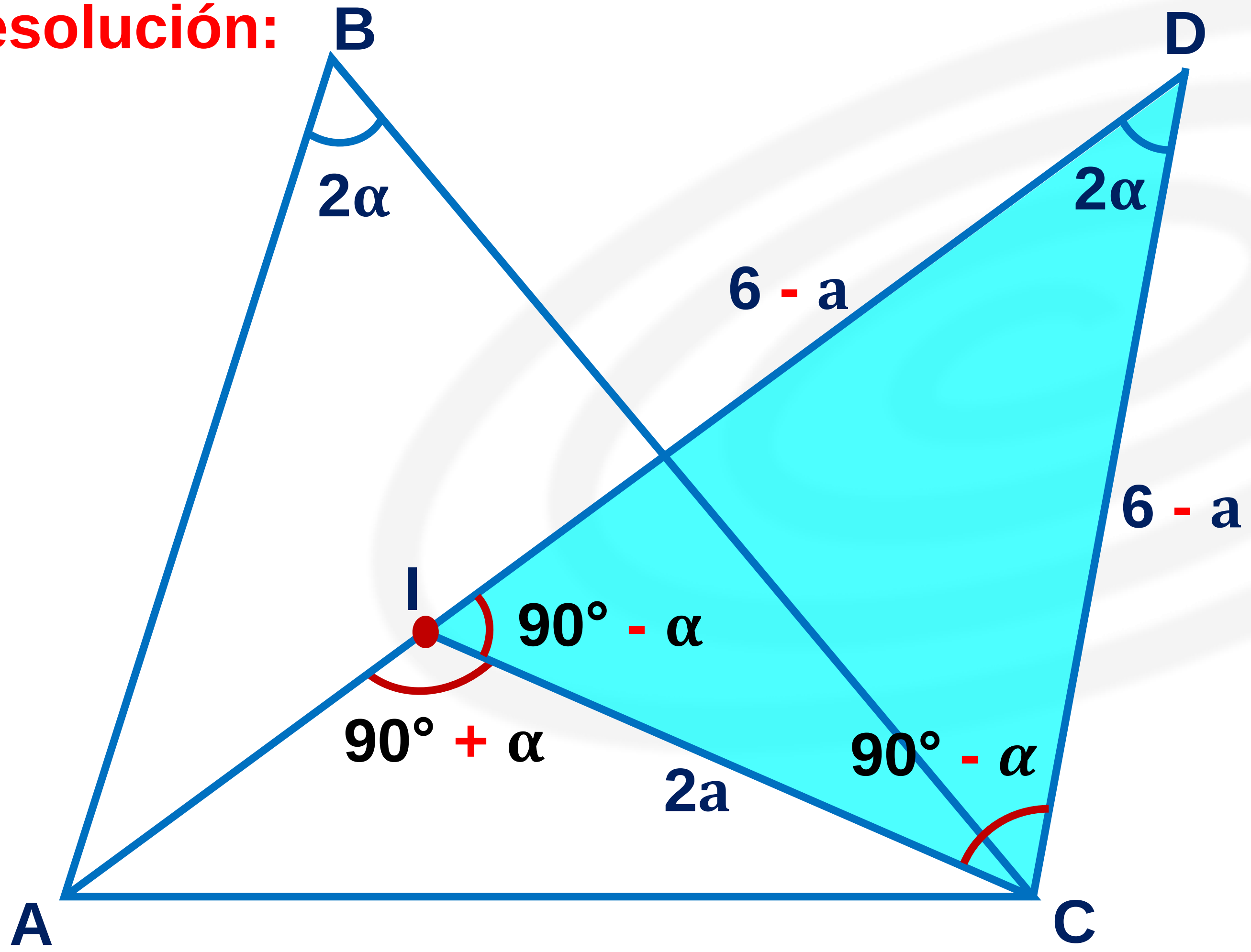
- Piden: m∡GAC = x
- Completa la mediana $\overline{BM}$
  - AM = MC = 5
- Por teorema del baricentro
  - BG = 2(GM) = 6

    GM = 3
- ⊿AGM: Notable de 37º y 53º

x = 37°

3. Calcule el perímetro de la región triangular CDI, si I es incentro del triángulo ABC.

Resolución:



- Piden: $2p_{(CDI)}$
- I: Incentro del ΔABC

$$m\measuredangle AIC = 90° + \frac{\cancel{2}\alpha}{\cancel{2}}$$

$$m\measuredangle AIC = 90° + \alpha$$

- ΔCDI: Isósceles

$$CD = ID = 6 - a$$

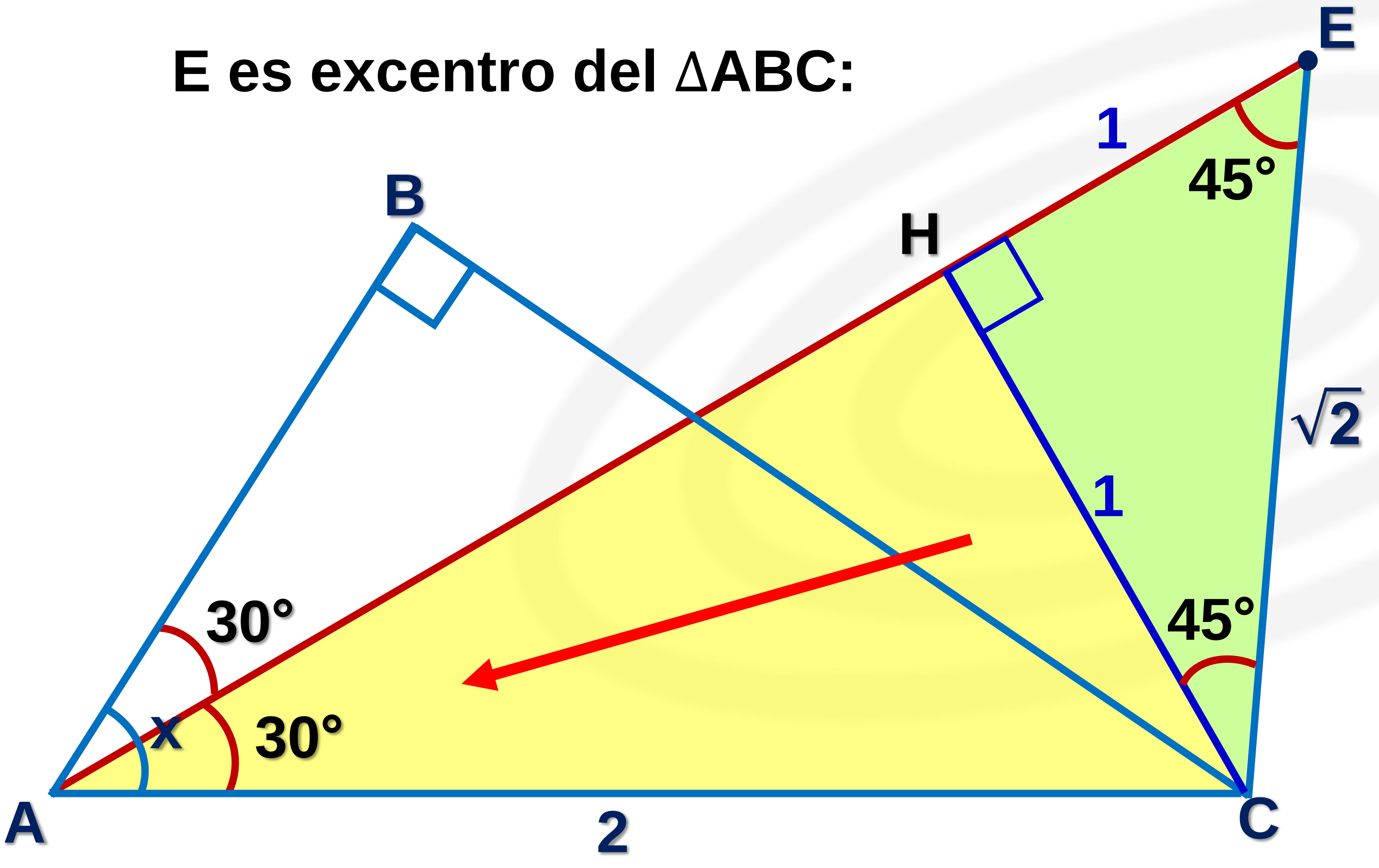
- $2p_{(CDI)} = 2\cancel{a} + 6 - \cancel{a} + 6 - \cancel{a}$

$$\boxed{2p_{(CDI)} = 12}$$

4. Halle el valor de x, si E es excentro del triángulo ABC.

Resolución:

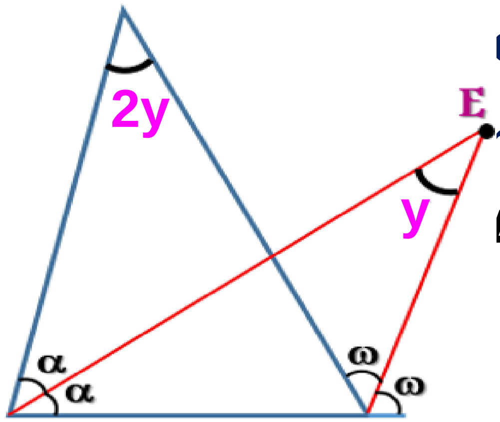
E es excentro del ΔABC:



- Piden: x
- Se traza $\overline{AE}$
- Aplicando el teorema:

  m∡AEC = 45º
- Se traza $\overline{CH} \perp \overline{AE}$
- ⊿CHE: Notable de 45º y 45º

  EH = CH = 1



e de 30º y 60º

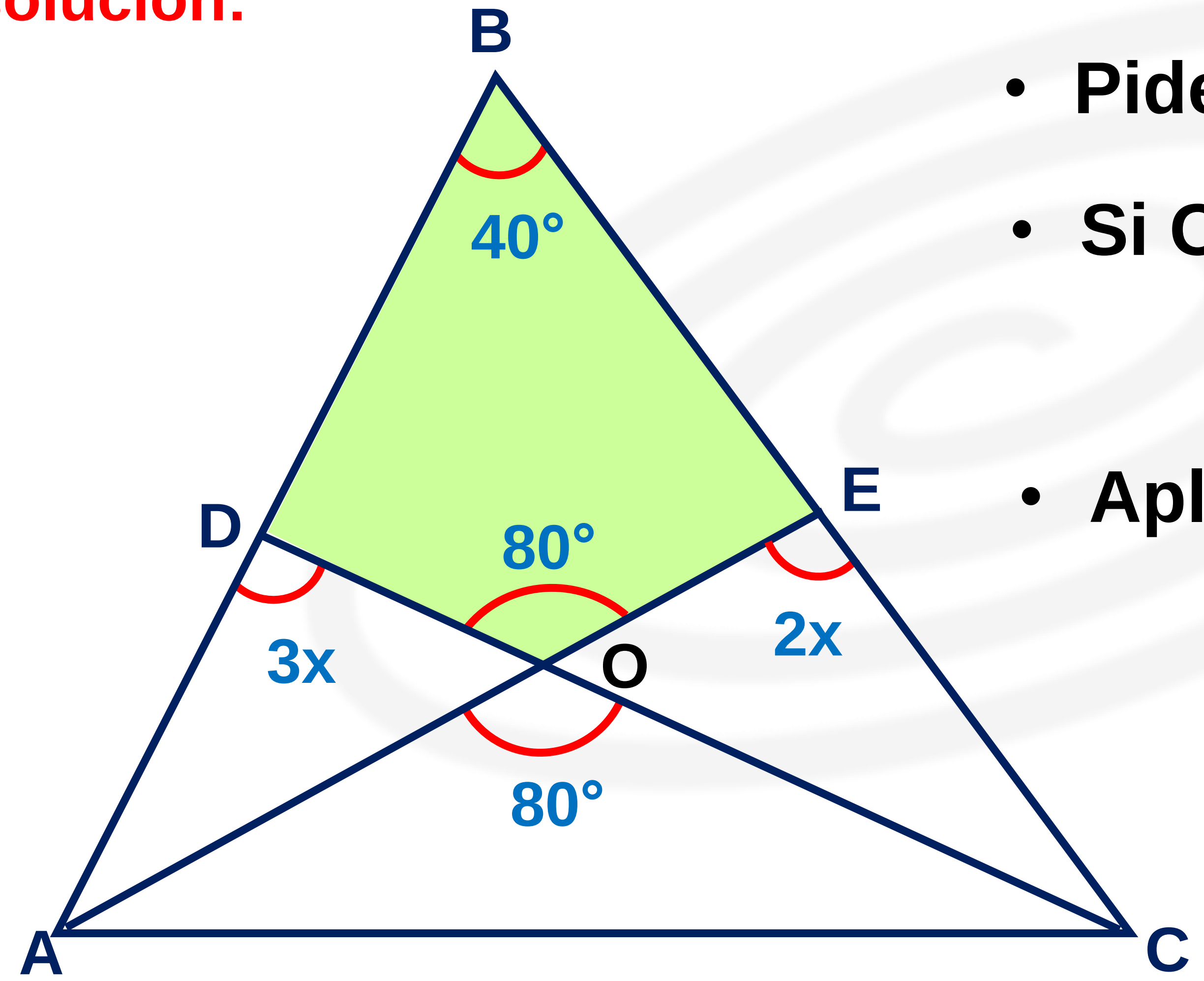
m∡CAH = 30º

A.

$\boxed{x = 60°}$

5. Halle x , si O es circuncentro del triángulo ABC.

Resolución:



- **Piden: x**
- **Si O es circuncentro del ΔABC:**

$$m\measuredangle AOC = 2\,(40°) = 80°$$

- **Aplicando el teorema:**

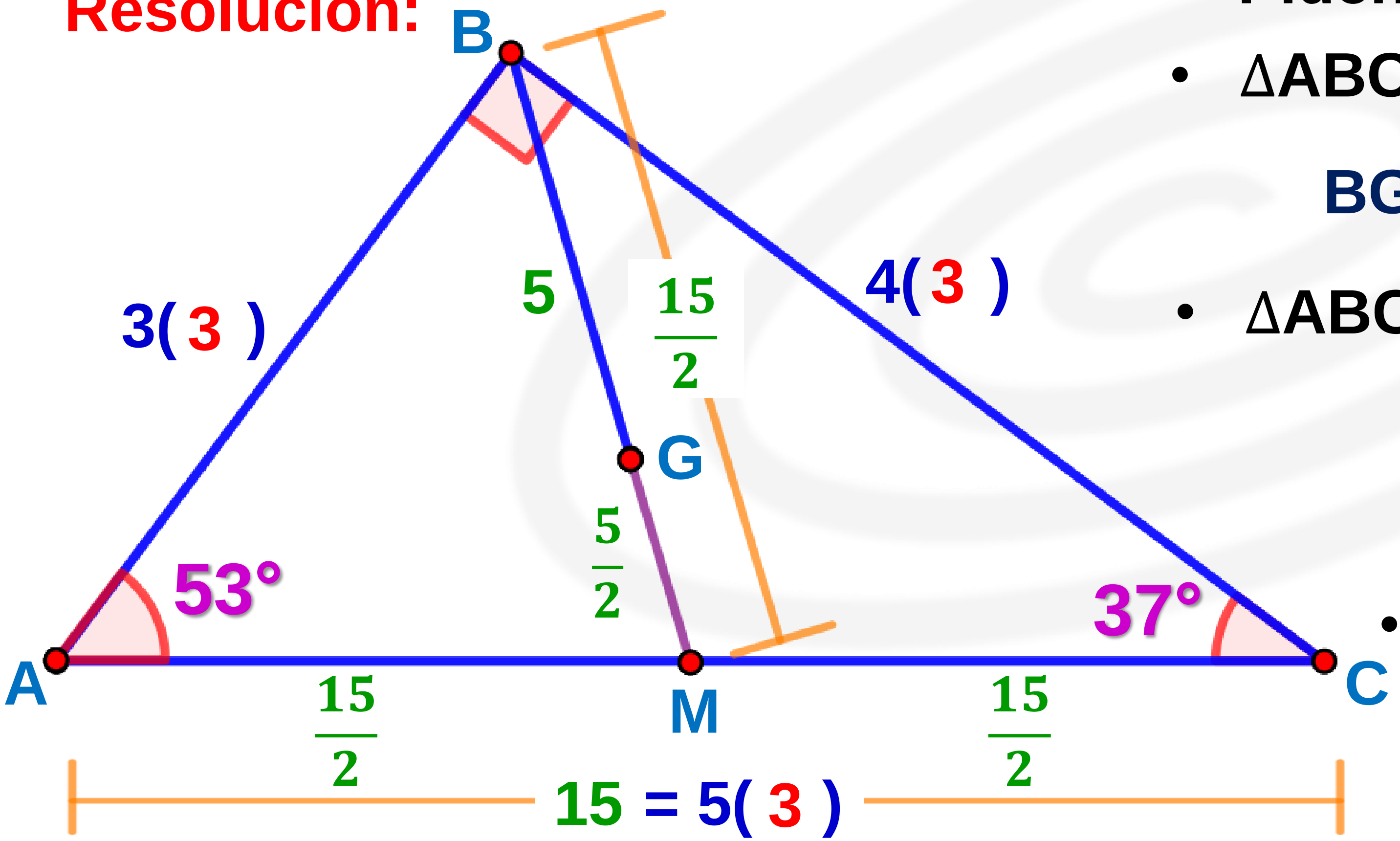
$$3x + 2x = 40° + 80°$$

$$5x = 120°$$

$$\boxed{x = 24°}$$

6. Un profesor de Geometría hace el siguiente gráfico en el patio del colegio a la hora del recreo, y les pide a sus alumnos calcular cuántos metros recorrerá una persona para ir del punto G al punto C siguiendo la línea quebrada GBAC; sabiendo que BG=5 m y G es baricentro de la región triangular ABC.

Resolución:



- Piden: $GB + BA + AC = d$
- ΔABC: Teorema del baricentro

$$BG = 2GM \Rightarrow GM = \frac{5}{2} \Rightarrow BM = \frac{15}{2}$$

- ΔABC: Teorema de la mediana relativa a la hipotenusa

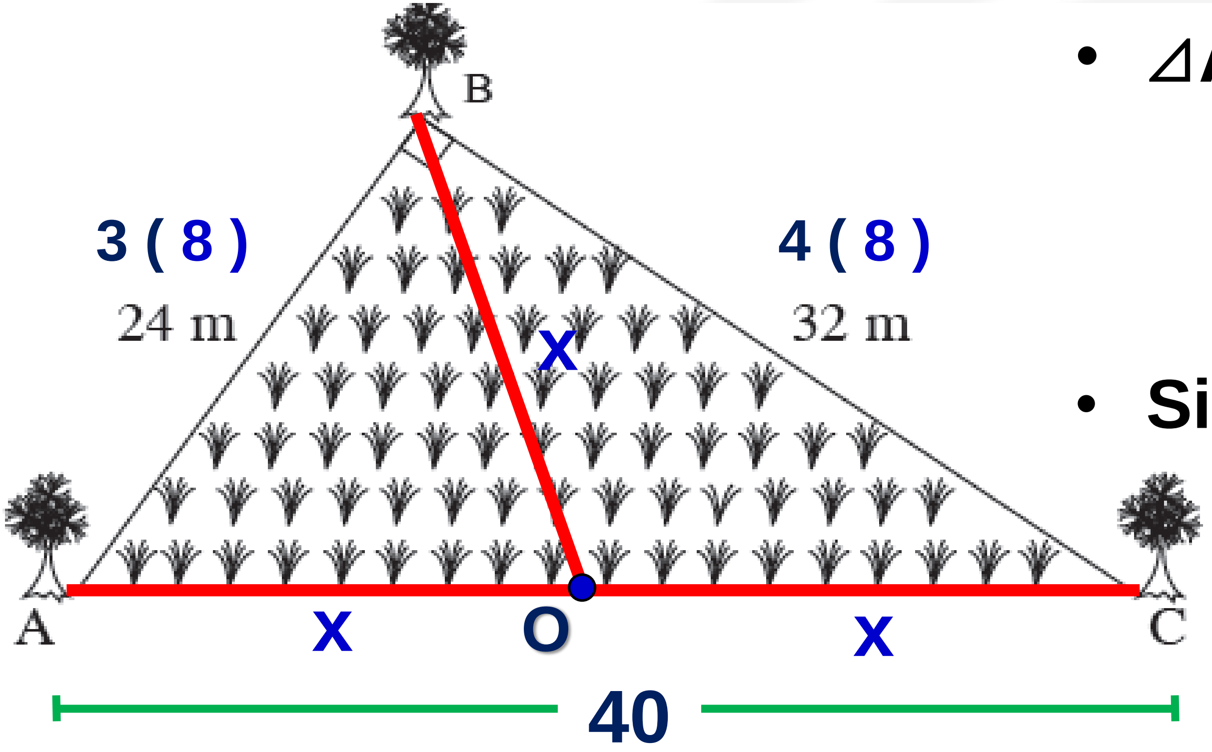
$$BM = AM = MC = \frac{15}{2} \Rightarrow AC = 15$$

- ΔABC: notable de 37° y 53°
- $d = 5 + 9 + 15$

$$\boxed{d = 29 \text{ m}}$$

7. En la figura, se muestra un parque cuyo contorno tiene forma de un triángulo rectángulo y en cada vértice o esquina hay un árbol. Se desea ubicar una salida de agua tal que la longitud de la manguera empleada para regar dicho parque, llegue hasta los tres árboles. Halle la longitud de dicha manguera.

Resolución:



- **Piden:** La longitud de la manguera = x
- **⊿ABC:** Triángulo notable.

$$AC = 5(8)$$

$$AC = 40$$

- **Si O es circuncentro del ΔABC :**

$$2x = 40$$

$$\boxed{x = 20\ m}$$