

# ALGEBRA

## Chapter 13

**2th**  
Session I

**COCIENTES NOTABLES**



# HELICO MOTIVATING

---



15

## HELICO RETO

¿Puedes hallar el equivalente de  $a^3 - b^3$  en 15 segundos?

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

¿Ahora puedes indicar cuál es el resultado de  $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$  ?

# HELICO THEORY

---

## CHAPTER 13

# COCIENTE NOTABLE

## FORMA GENERAL:

Sea la división 
$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

genera un cociente notable (CN) cuando se cumple:

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

donde  $n$  es el número de términos del CN.

I. Si la división es exacta [ $R(x, y) \equiv 0$ ] se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y)$$

II. Si la división es inexacta [ $R(x, y) \not\equiv 0$ ] se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y) + \frac{R(x, y)}{x^p \pm y^q}$$

Consideramos CN a los originados por divisiones exactas.

**CASO I:**

$$\frac{x^a - y^b}{x^p - y^q} ; (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

**Ejemplos:**

$$\frac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

$$n = \frac{5}{1} \Rightarrow n = 5 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{16} - y^{24}}{x^2 - y^3} = x^{14} + x^{12}y^3 + x^{10}y^6 + x^8y^9 + x^6y^{12} + x^4y^{15} + x^2y^{18} + y^{21}$$

$$n = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} \Rightarrow n = 8 \text{ términos}$$

**CASO II:**

$$\frac{x^a - y^b}{x^p + y^q} ; (\forall n \text{ par}, n \geq 2)$$

**Ejemplos:**

$$\frac{x^{35} - y^{28}}{x^5 + y^4} = x^{30} - x^{25}y^4 + x^{20}y^8 - x^{15}y^{12} + x^{10}y^{16} - x^5y^{20} + y^{24}$$

$$n = \frac{35}{5} = \frac{28}{4} \Rightarrow n = 7 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{36} - y^{12}}{x^6 + y^2} = x^{30} - x^{24}y^2 + x^{18}y^4 - x^{12}y^6 + x^6y^8 - y^{10}$$

$$n = \frac{36}{6} = \frac{12}{2} \Rightarrow n = 6 \text{ términos}$$

**CASO III:**

$$\frac{x^a + y^b}{x^p + y^q} ; (\forall n \text{ impar})$$

**Ejemplos:**

$$\frac{x^{21} + y^{42}}{x^3 + y^6} = x^{18} - x^{15}y^6 + x^{12}y^{12} - x^9y^{18} + x^6y^{24} - x^3y^{30} + y^{36}$$

$$n = \frac{21}{3} = \frac{42}{6} \Rightarrow n = 7 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{45} + 1}{x^5 + 1} = x^{40} - x^{35} + x^{30} - x^{25} + x^{20} - x^{15} + x^{10} - x^5 + 1$$

$$n = \frac{45}{5} \Rightarrow n = 9 \text{ términos}$$



**TÉRMINO DE LUGAR  $k$ :**

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} \quad ; \quad \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; \quad (\forall n \geq 2 \quad ; \quad n \in \mathbb{N})$$

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

# PROBLEMA 1

Halle el cociente notable de:  $\frac{x^5 - y^5}{x - y}$

## Resolución

### Recordar

- ✓ Todos los términos son positivos
- ✓ Los exponentes de "x" disminuyen
- ✓ Los exponentes de "y" aumentan

Nro. de términos del C.N

$$\frac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3 y + x^2 y^2 + x y^3 + y^4 \quad \text{Rpta.}$$

# PROBLEMA 2

Desarrolle el cociente notable de:  $\frac{x^{18} - y^{12}}{x^3 + y^2}$

## Resolución

Nro de términos del C.N:

$$“n” = \frac{18}{3} = \frac{12}{2} = 6 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{18} - y^{12}}{x^3 + y^2}$$



Los exponentes aumentan a razón de 2

Los exponentes disminuyen a razón de 3

$$\Rightarrow \frac{x^{18} - y^{12}}{x^3 + y^2} = \boxed{x^{15} - x^{12}y^2 + x^9y^4 - x^6y^6 + x^3y^8 - y^{10}}$$

Rpta.

## PROBLEMA 3

Calcule la cantidad de términos de  $\frac{x^{40} - y^{90}}{x^4 - y^9}$ , si genera un cociente notable.

### Resolución

Nro de términos del C.N:

$$“n” = \frac{40}{4} = \frac{90}{9} = 10 \text{ términos}$$

Rpta.

**n=10**

## PROBLEMA 4

Halle el valor de  $b$  si:  $\frac{x^{b-3} - y^8}{x^{b-6} - y^4}$ , genera un cociente notable.

Resolución:

Se cumple que:

$$\frac{b-3}{b-6} = \frac{8}{4}$$

$$\frac{b-3}{b-6} = 2$$

$$b-3 = 2b-12$$

$$9 = b$$

Rpta.

$$b = 9$$

# PROBLEMA 5

Francisco quiere saber cuantos alumnos se tiene en secundaria; su professor le dice: "Resuelve el ejercicio", si la division:  $\frac{x^m - y^n}{x^6 - y^4}$  genera un cociente notable de 12 términos, calcula  $3m-n$ . El resultado te indicará el número de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en secundaria?

## Resolución

Se cumple que:  $\frac{m}{6} = \frac{n}{4} = 12$

→  $m = 72$

→  $n = 48$

Calculando " $3m-n$ "

$$3(72) - 48$$

Rpta. **Hay 168 alumnos**

**PROBLEMA 6** Halle el término de lugar 7 en el desarrollo de:  $\frac{x^{40} - y^{30}}{x^4 - y^3}$

sabiendo que el grado absoluto aumentado en su mitad representa el total de pollitos que cría Luana. Si hoy fué al mercado y vendió  $2n$  pollitos, donde “n” indica el número de términos del cociente, ¿Con cuántos pollitos se regresa a su casa?

Resolución

Hallando el valor de “n”

$$\frac{40}{4} = \frac{30}{3} = n$$

➡  $n = 10$

Luego:

$$T_7 = (x^4)^{10-7} (y^3)^{7-1} = (x^4)^3 (y^3)^6 = x^{12} y^{18}$$

(k=7)

G.A. = 30 ➡  $30 + \frac{30}{2} = 45$  Total de pollitos

Vendió  $2(10) = 20$  pollitos

Rpta. **Regresa a casa con 25 pollitos**

**PROBLEMA 7** Indique el grado del octavo término en el

desarrollo de:  $\frac{x^{55} - y^{22}}{x^5 - y^2}$

**Resolución**

Conociendo el valor de "n"

$$\frac{55}{5} = \frac{22}{2} = n$$

$$\Rightarrow n = 11$$

Luego:

$$T_8 = (x^5)^{11-8} (y^2)^{8-1} = (x^5)^3 (y^2)^7$$

(k=8)

$$\Rightarrow T_8 = +x^{15}y^{14}$$

Rpta. **G.A. = 29**