GEOMETRÍA

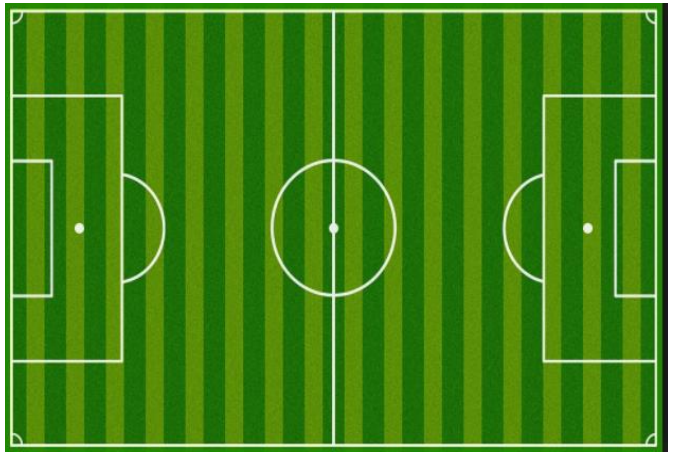
Capítulo 3

5th
SECONDARY

CUADRILÁTEROS

SACO OLIVEROS

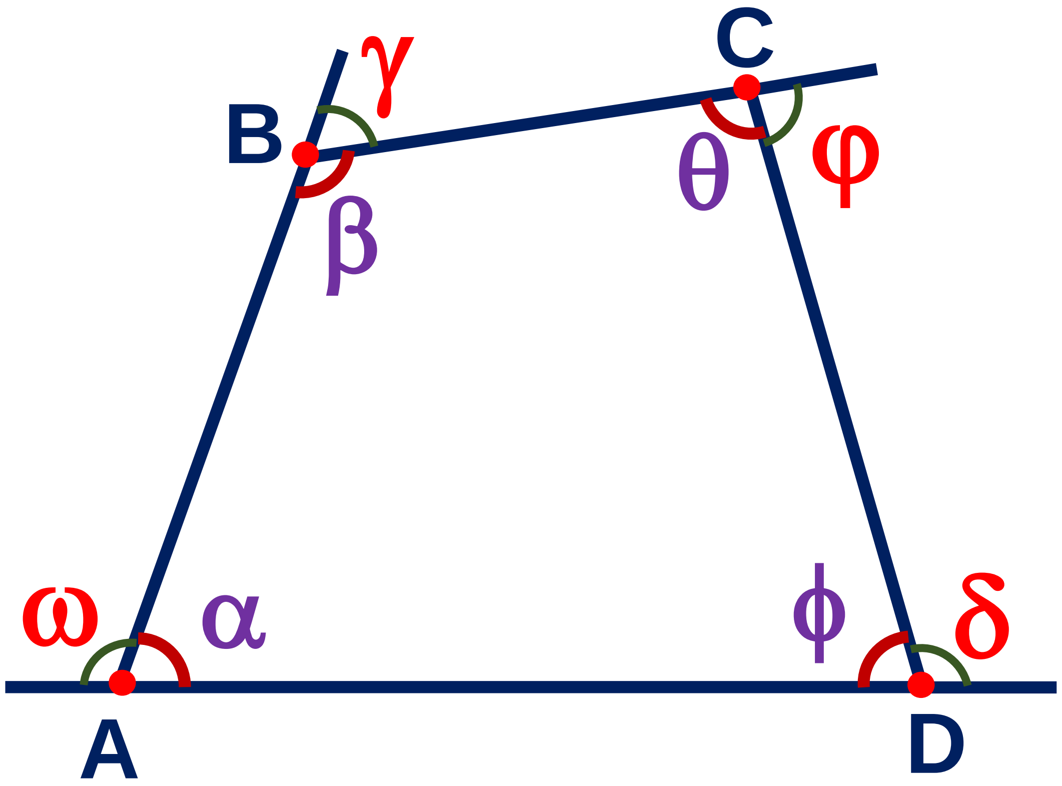
Veamos algunas aplicaciones de los cuadriláteros



CUADRILÁTEROS

Definición.

El cuadrilátero es un polígono de cuatro lados.



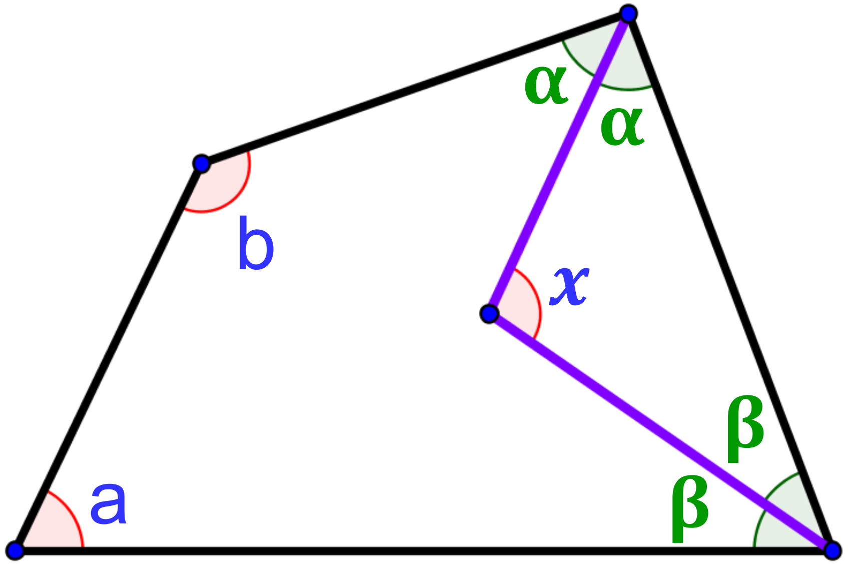
- **VÉRTICES:** A , B , C y D.
- **LADOS:** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$.

TEOREMAS

$$\alpha + \beta + \theta + \phi = 360°$$

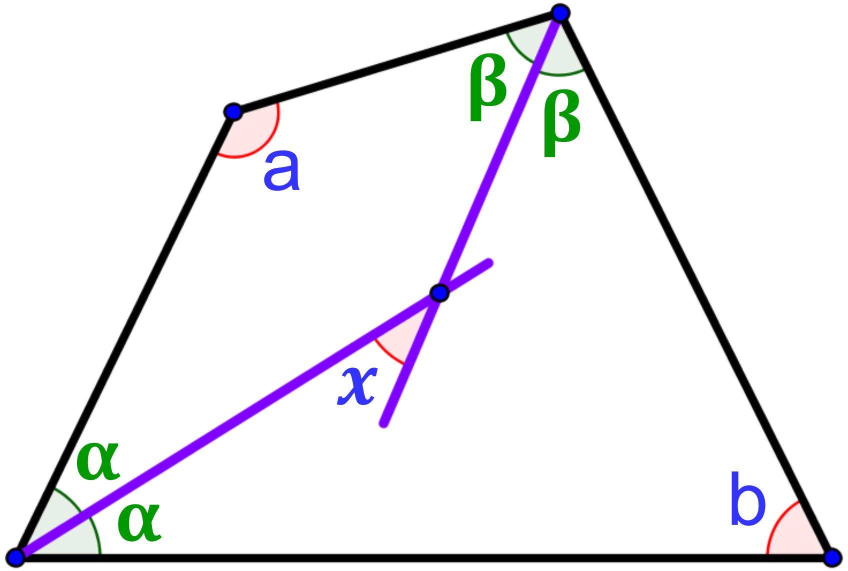
$$\omega + \gamma + \varphi + \delta = 360°$$

- Teorema



$$x = \frac{a + b}{2}$$

- Teorema

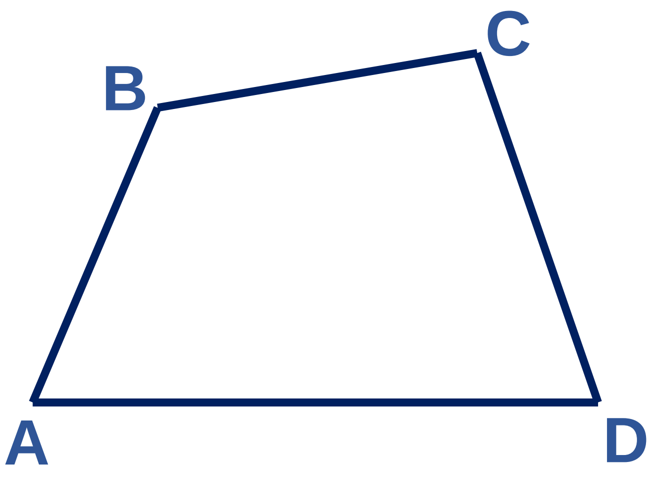


$$x = \frac{a - b}{2}$$

CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS CONVEXOS

1. TRAPEZOIDE

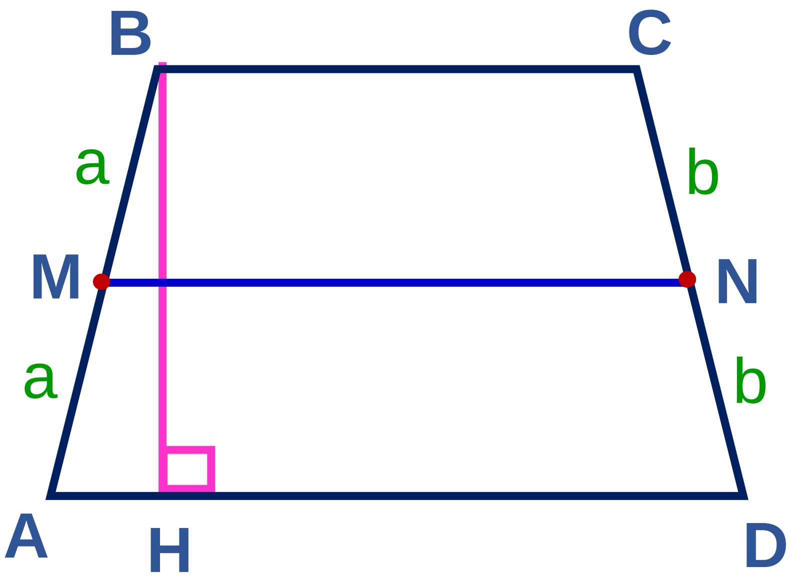
Es aquel cuadrilátero convexo que no tiene lados opuestos paralelos.



$\overline{AB} \nparallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \nparallel \overline{AD}$

2. TRAPECIO

Es aquel cuadrilátero convexo que solo tiene un par de lados opuestos paralelos, denominados bases.



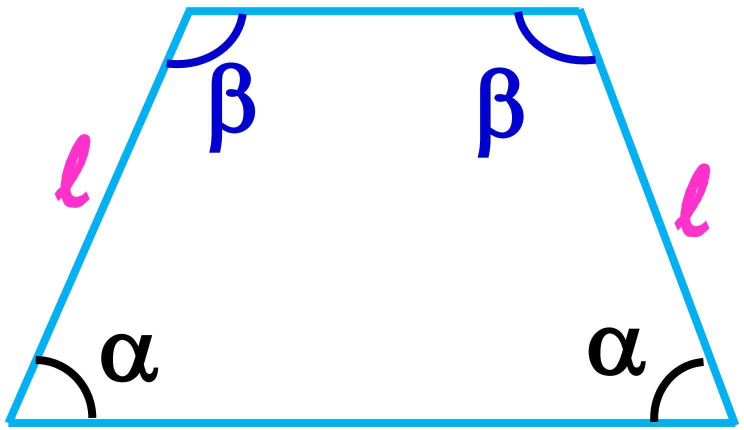
- $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
- $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$: bases
- $\overline{BH}$: altura
- $\overline{MN}$: base media

2.1. CLASIFICACIÓN DE TRAPECIOS

Los trapecios se clasifican de acuerdo a la longitud de sus lados no paralelos o laterales.

TRAPECIO ISÓSCELES

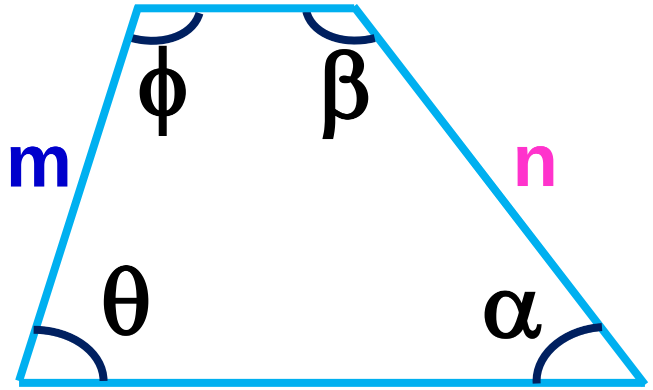
Es aquel cuyos lados laterales son de igual longitud.



$\alpha + \beta = 180°$

TRAPECIO ESCALENO

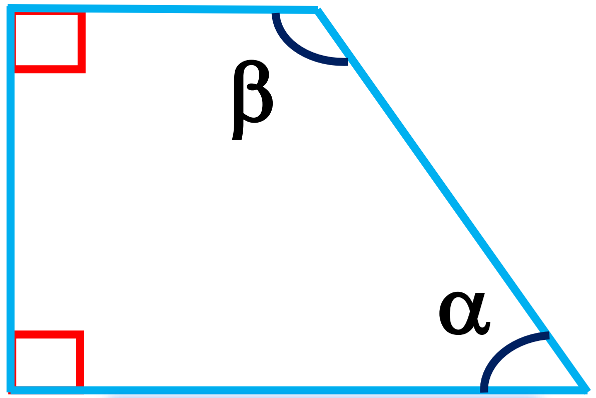
Es aquel cuyos lados laterales tienen diferente longitud.



$\theta + \phi = 180°$

$\alpha + \beta = 180°$

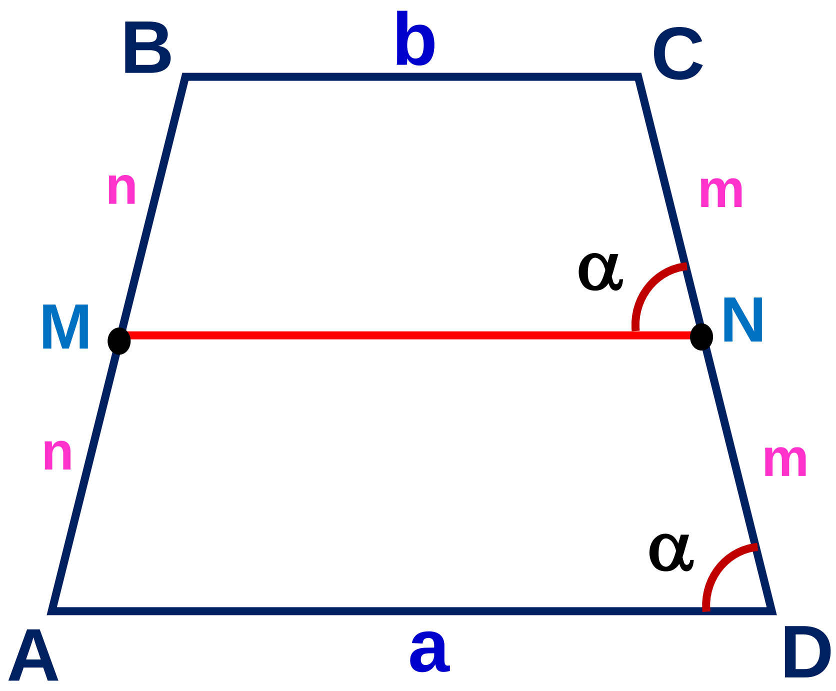
Trapecio rectángulo



$\alpha + \beta = 180°$

2.2. Teoremas en los trapecios

- $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$



$\overline{MN}$: Base media

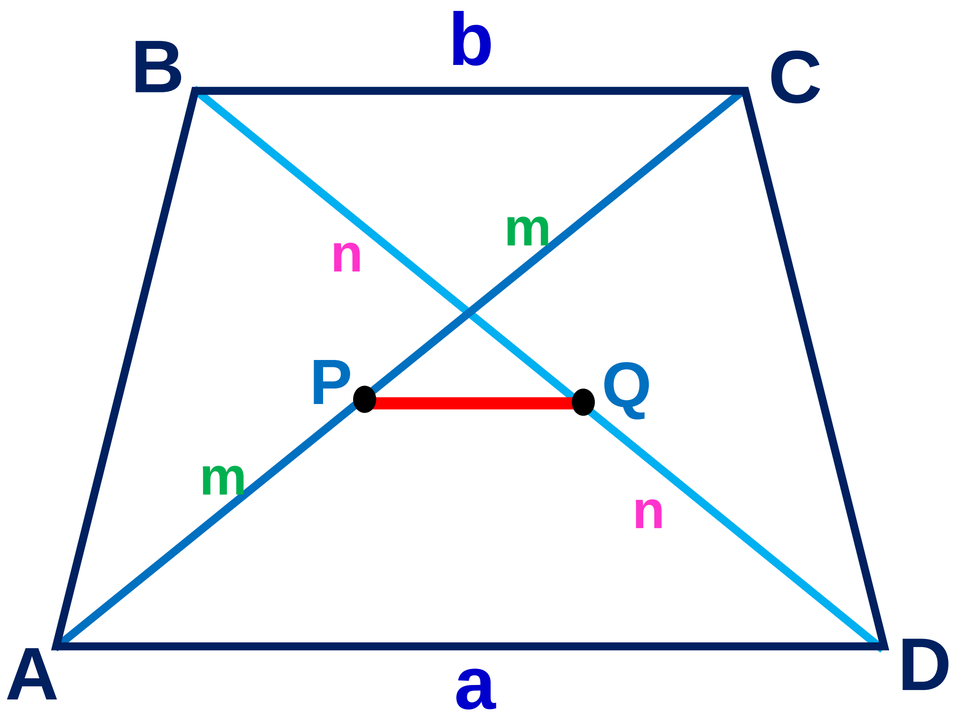
AM = BM

CN = DN

$$MN = \frac{a+b}{2}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{MN}$

- $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$



AP = PC

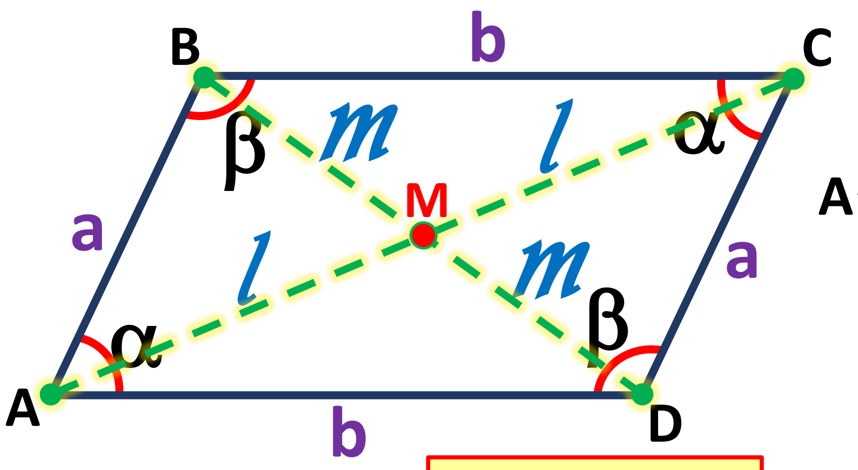
BQ = DQ

$$PQ = \frac{a-b}{2}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{PQ}$

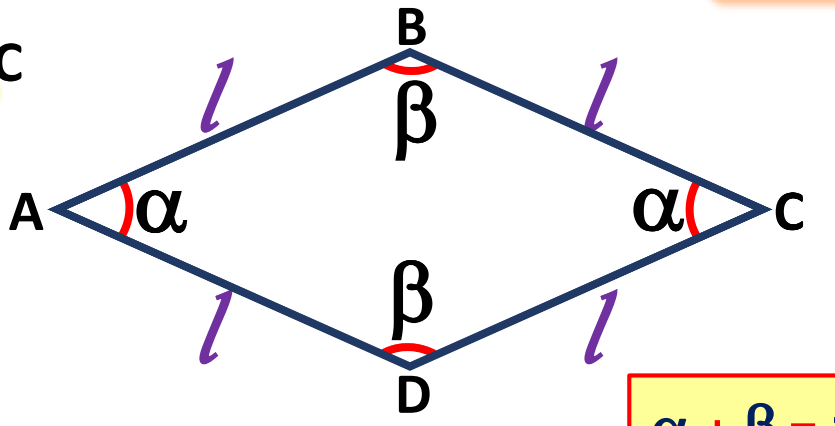
PARALELOGRAMO : **Es aquel cuadrilátero que tiene sus dos pares de lados opuestos paralelos.**

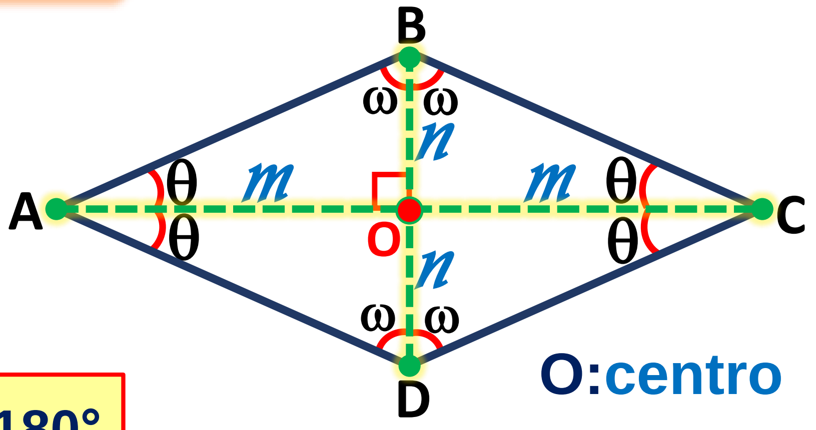
ROMBOIDE



$\alpha + \beta = 180°$

ROMBO CUADRILONGO

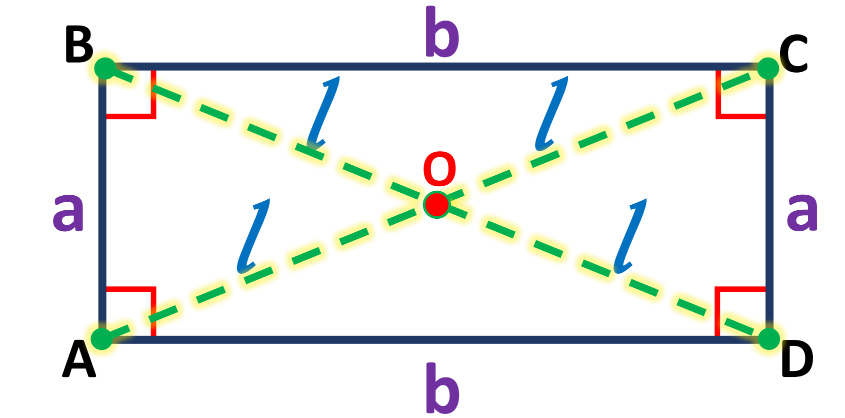




$\alpha + \beta = 180°$

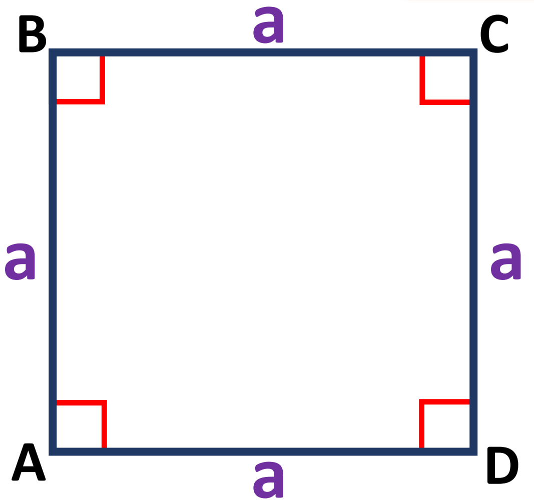
O:centro

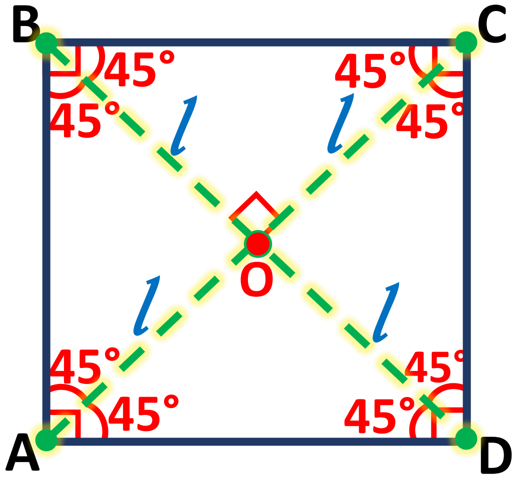
RECTÁNGULO LOSANGE



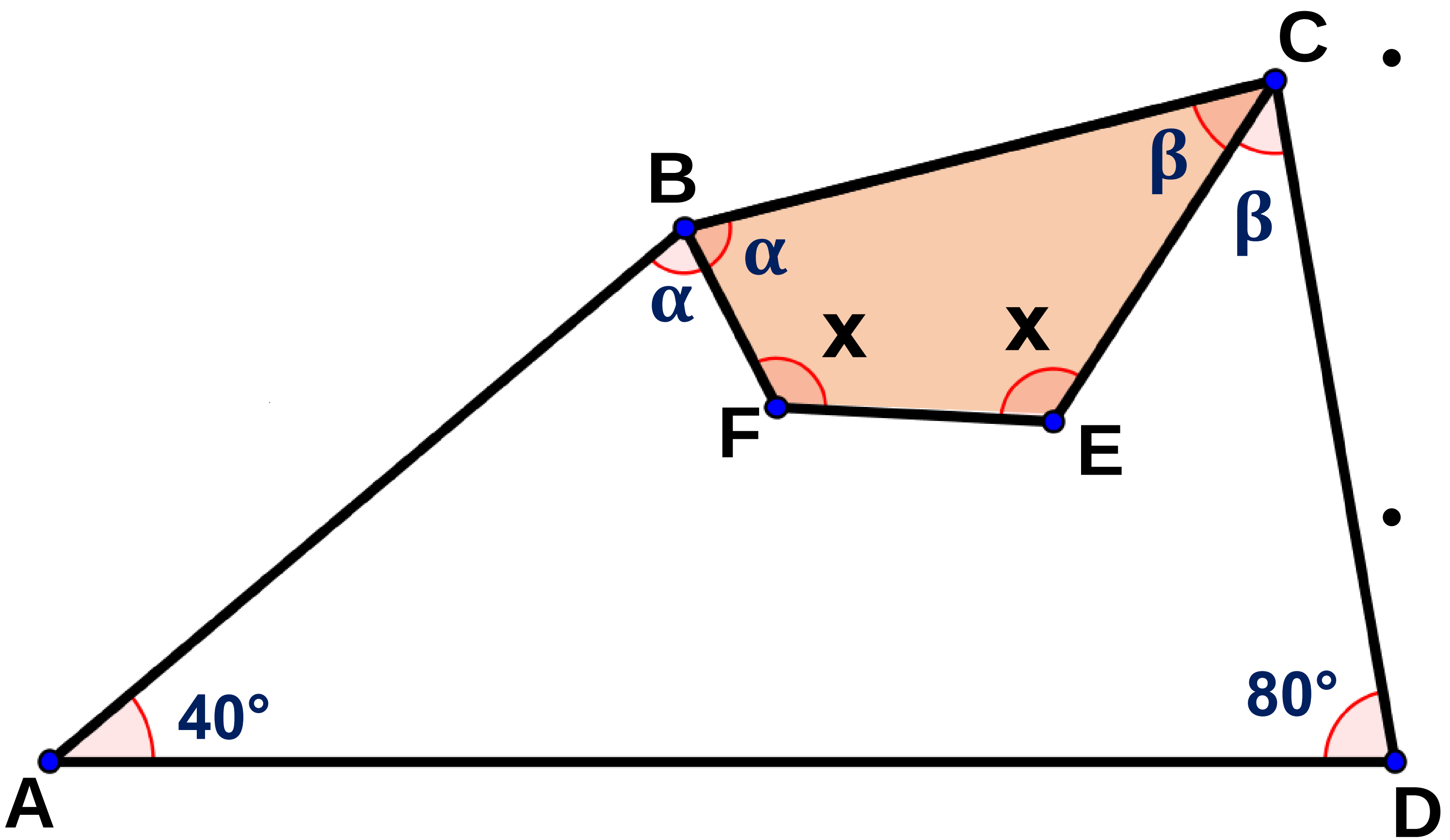
CUADRADO

O:centro





1. En la figura mostrada, halle el valor de x.



Resolución

- **Piden:** x
- En ◇ ABCD:

$$2\alpha + 2\beta + 40° + 80° = 360°$$

$$2\alpha + 2\beta = 240°$$

$$\boxed{\alpha + \beta} = 120°$$

- En ◇ BCEF:

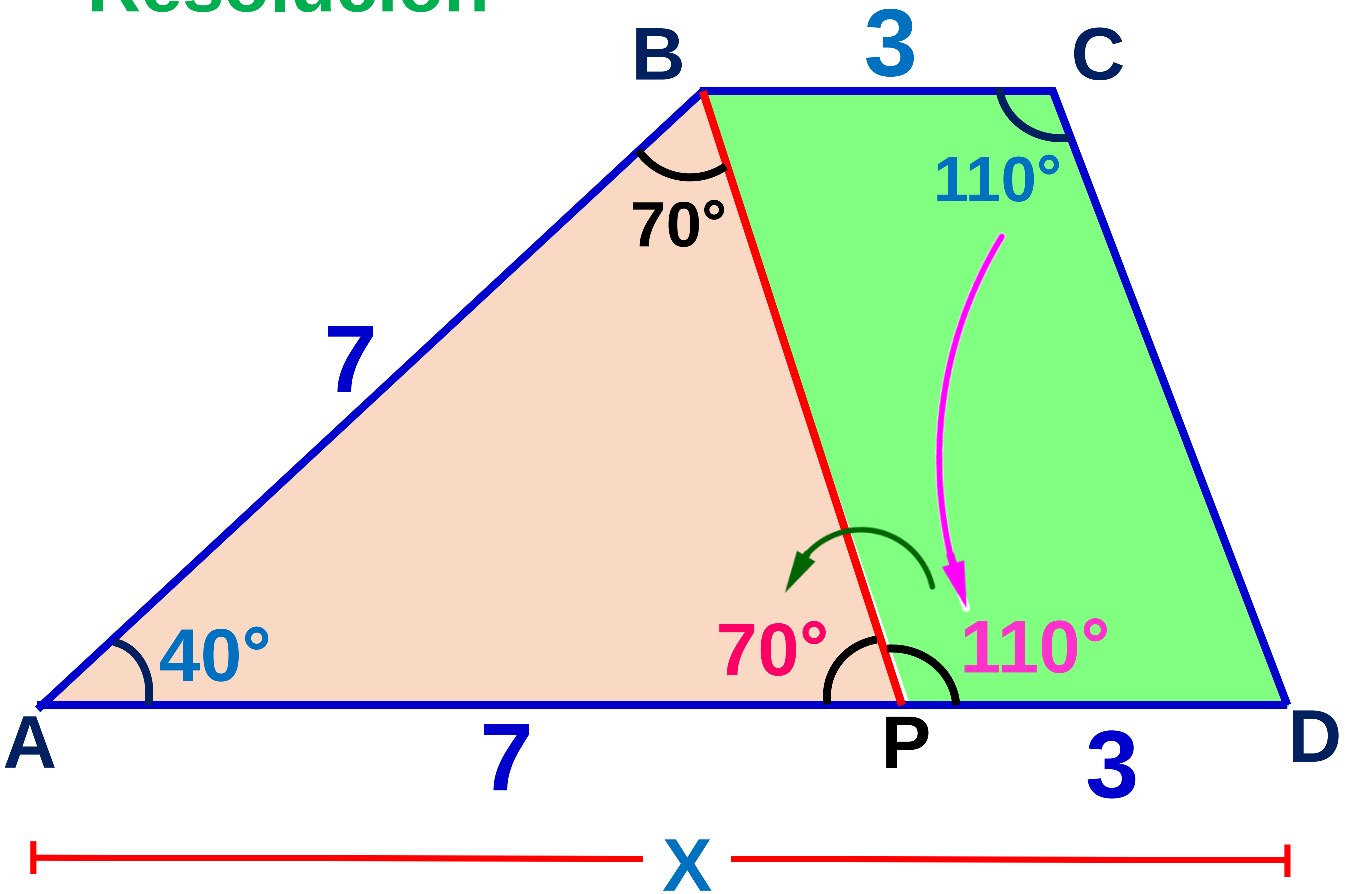
$$\boxed{\alpha + \beta} + 2x = 360°$$

$$2x = 240°$$

$$\boxed{\therefore x = 120°}$$

2. En un trapecio ABCD ($\overline{BC}$ // $\overline{AD}$), AB = 7, BC = 3, m∢ BAD = 40° y m∢BCD = 110°. Calcule AD.

Resolución

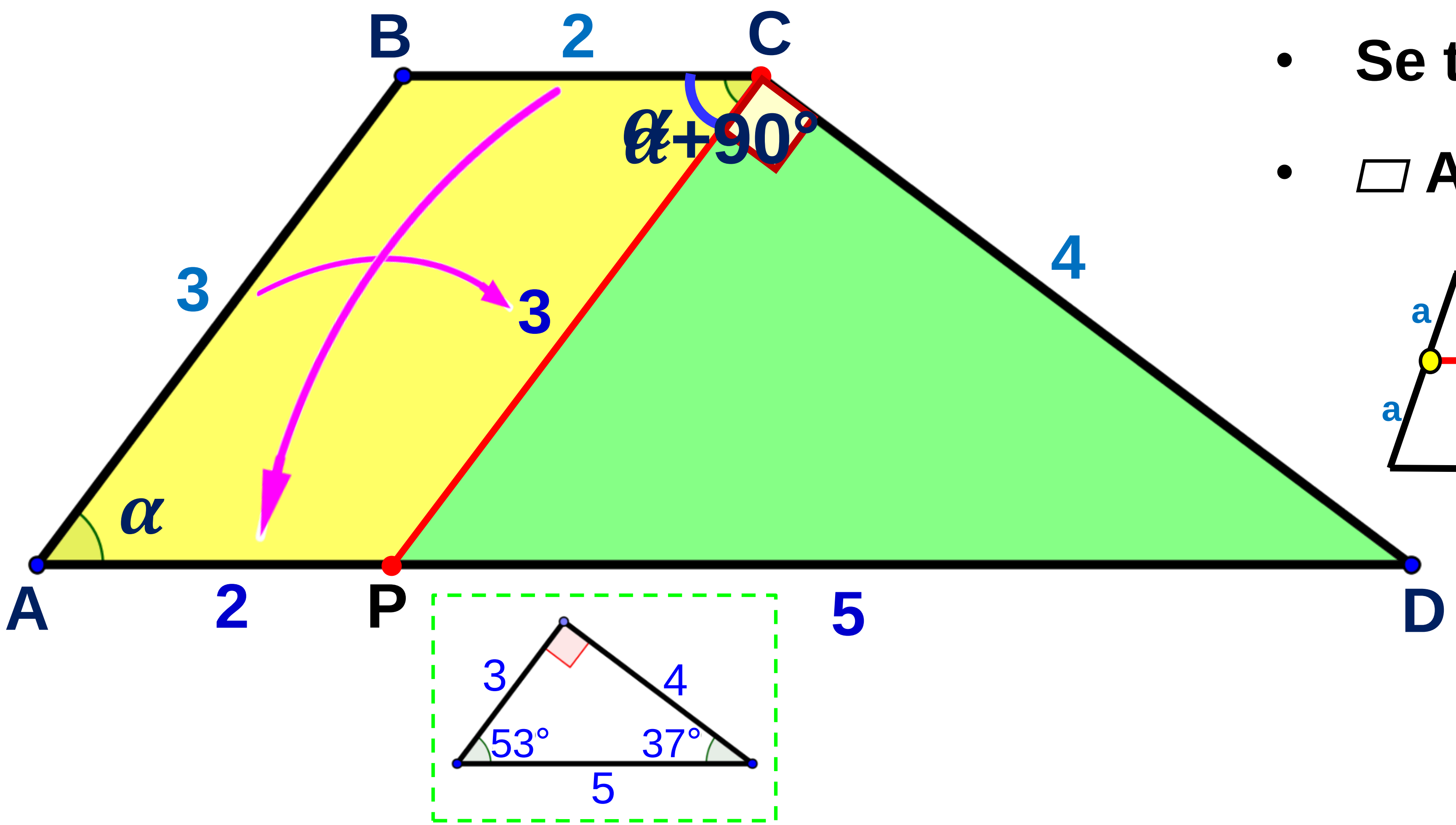


- Piden: AD = x
- Se traza $\overline{BP}$ // $\overline{CD}$
- ▱ BCDP: paralelogramo
- PD = BC = 3
- Δ ABP: Isósceles
- AP = AB = 7

x = 7 + 3

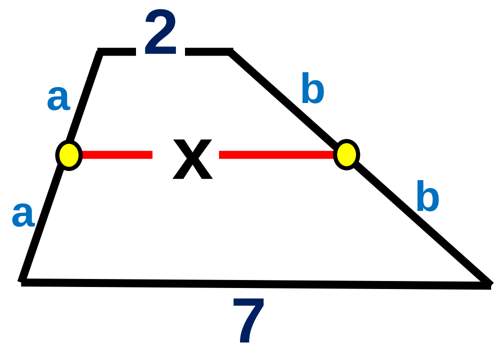
∴ AD = 10

3. En el trapecio ABCD, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$. Calcule la longitud de la base media.



Resolución

- **Piden:** Long. base media.
- Se traza $\overline{CP} \parallel \overline{BA}$
- ▱ ABCP: paralelogramo.



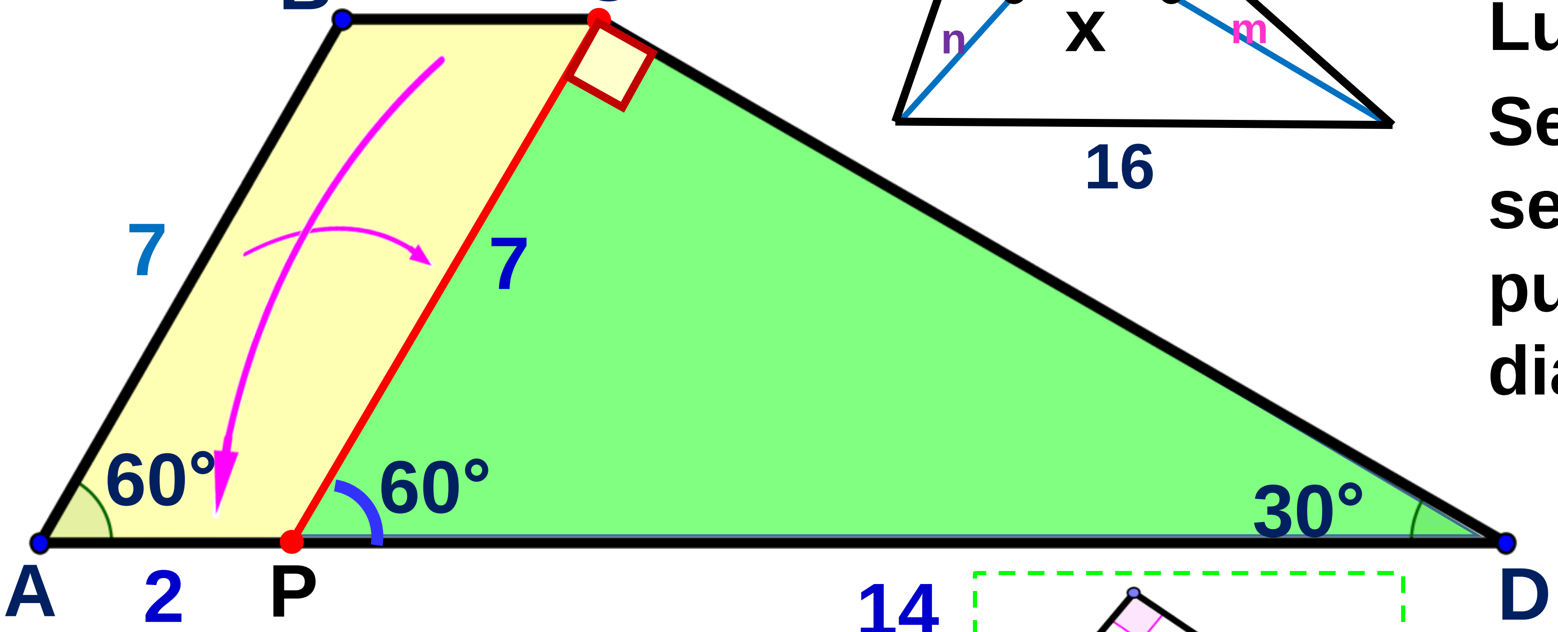
Luego.

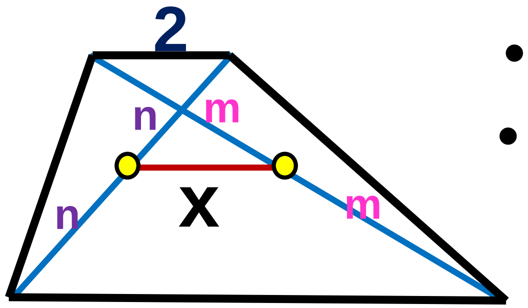
$$x = \frac{7 + 2}{2}$$

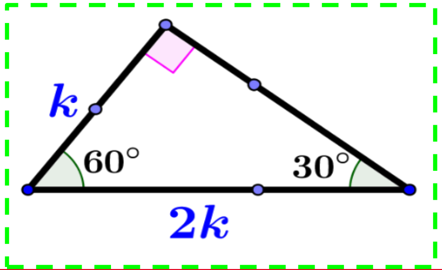
$\therefore$ **x = 4,5**

4. En el trapecio ABCD, $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$. Calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de sus diagonales.

Resolución







- Se traza $\overline{CP}$ // $\overline{BA}$
- ▱ ABCP: paralelogramo

Luego.

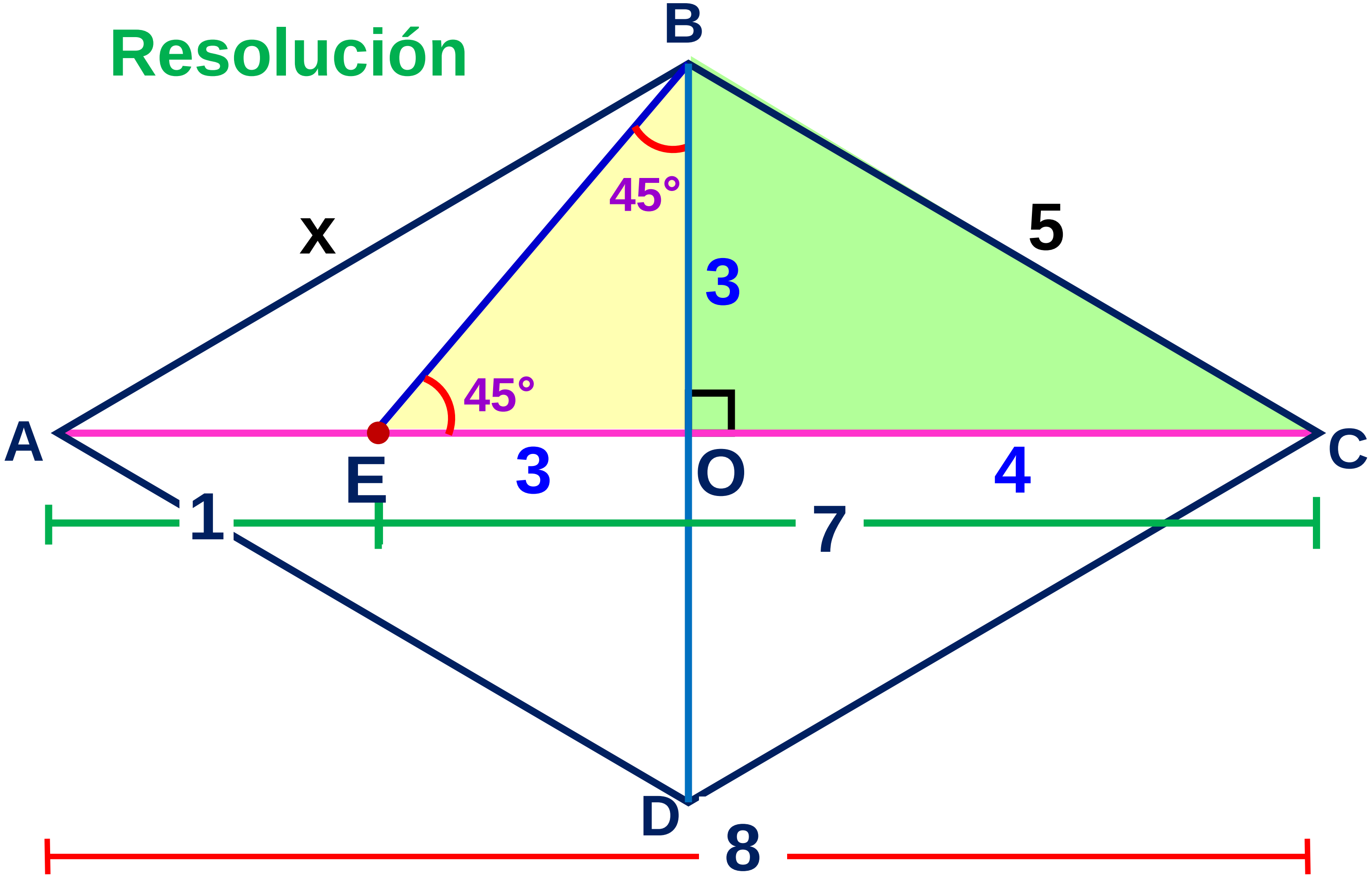
Sea: x, la longitud del segmento que une los puntos medios de sus diagonales.

$$x = \frac{16 - 2}{2}$$

$$\therefore\ x = 7$$

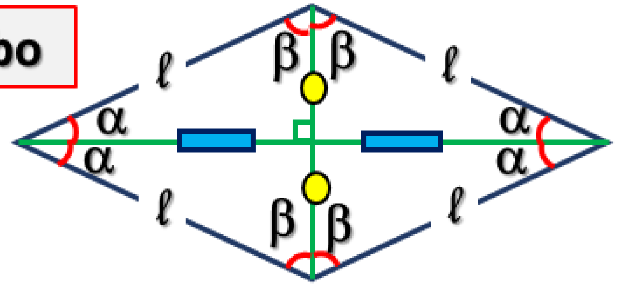
5. En un rombo ABCD, en $\overline{AC}$ se ubica el punto E, tal que m∡BEC = 45°, AE = 1 y EC = 7. Calcule AB.

Resolución



• **Piden:** AB = x

Rombo

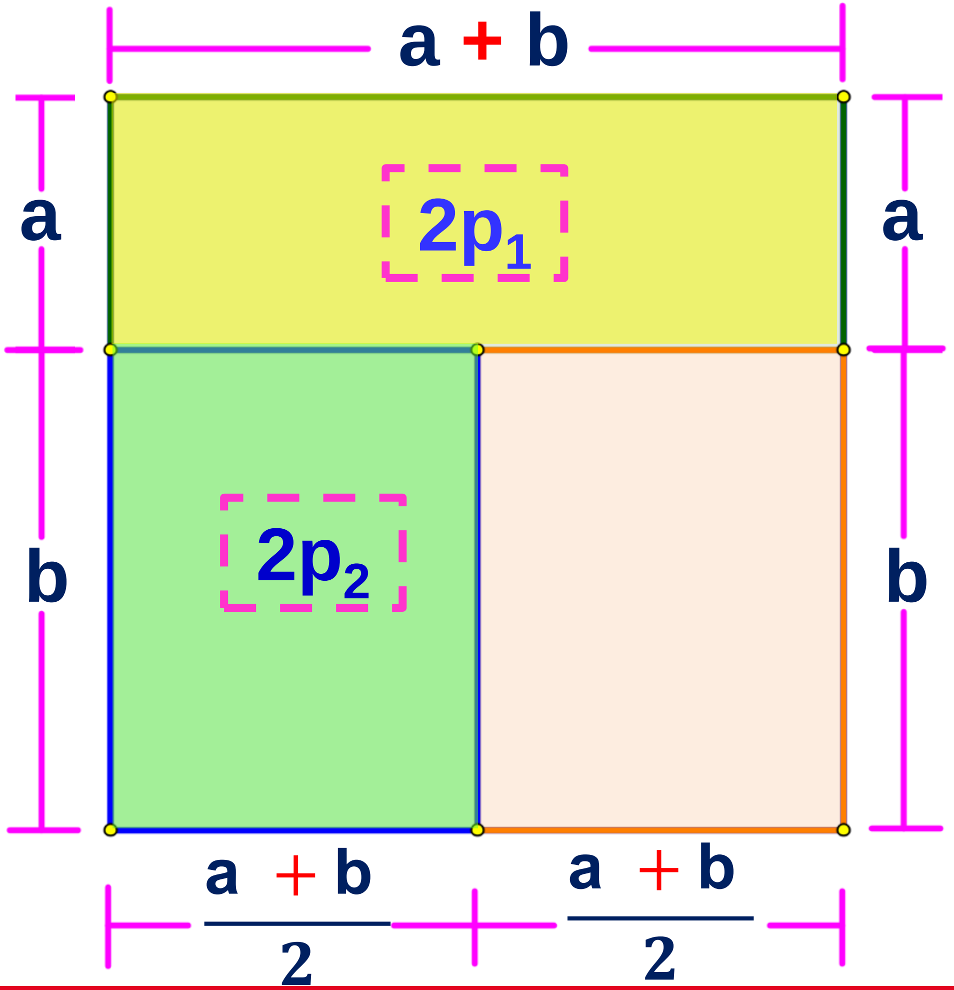


• ⊿BOC: Notable de 37°y 53°

BC = 5 = x

$\boxed{\therefore\ AB = 5}$

6. En la figura se muestra una mayólica cuyo contorno tiene forma de un cuadrado, el cual se ha dividido en tres regiones rectangulares de igual perímetro. Calcule ($\frac{a}{b}$).



Resolución

- Piden: $\frac{a}{b}$
- Como los perímetros son iguales:

$$2p_1 = 2p_2$$

$$2(a+a+b) = 2\left(b+\frac{a+b}{2}\right)$$

$$2a+\cancel{b} = \cancel{b}+\frac{a+b}{2}$$

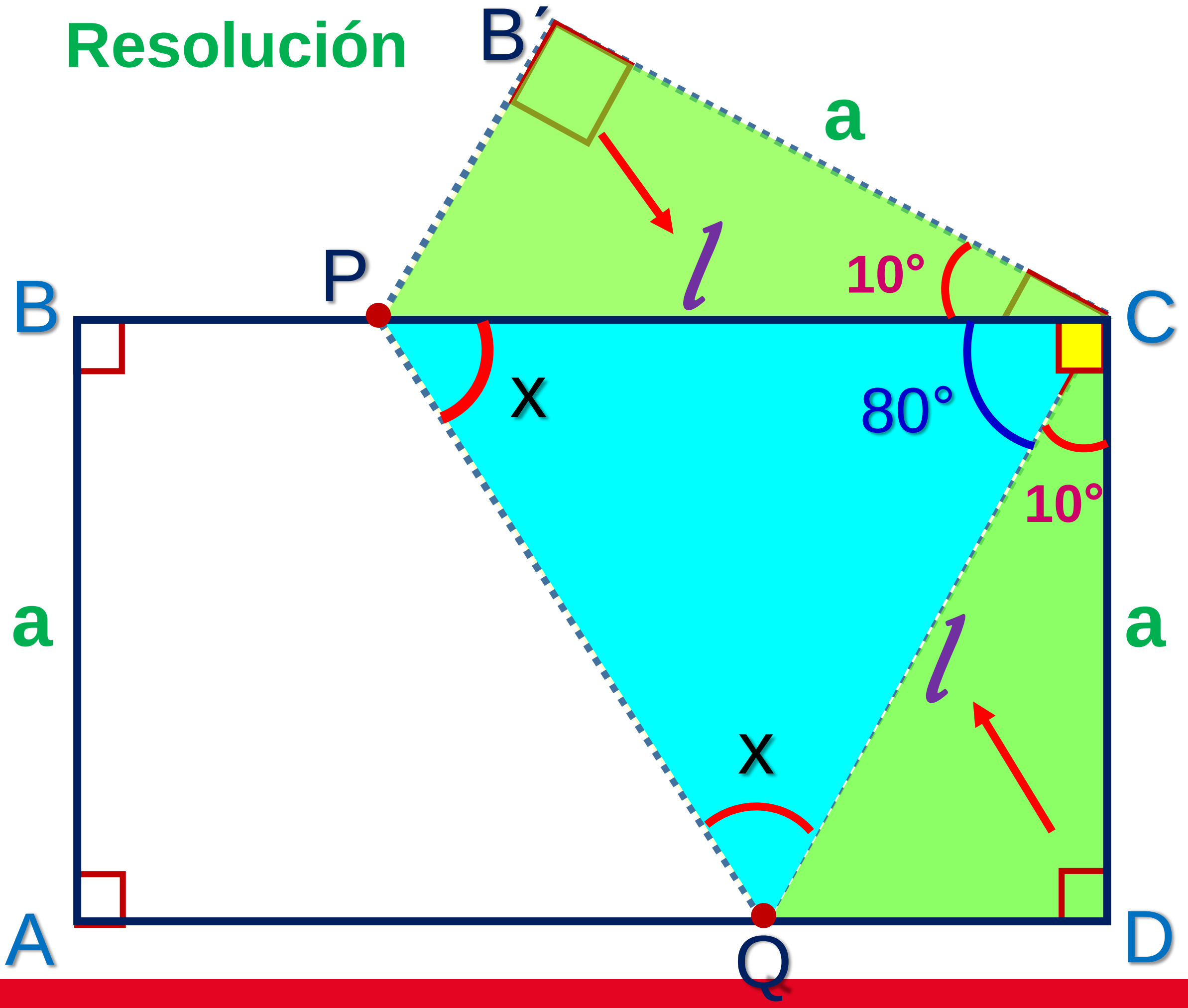
$$4a = a+b$$

$$3a = b$$

$$\boxed{\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{3}}$$

7. Se tiene una hoja en forma de región rectangular ABCD. Luego se unen los extremos A y C tal que la línea del doblez interseca a $\overline{BC}$ en P y a $\overline{AD}$ en Q. Si m∢PCQ = 80°, halle m∢PQC.

Resolución



- **Piden:** m∢PQC = x

$\boxed{\triangle CDQ \cong \triangle CB'P}$

(A-L-A)

QC = PC = l

- **ΔPQC:** Isósceles

$80° + x + x = 180°$

$2x = 100°$

$\boxed{\therefore \text{m∢POC} = 50°}$