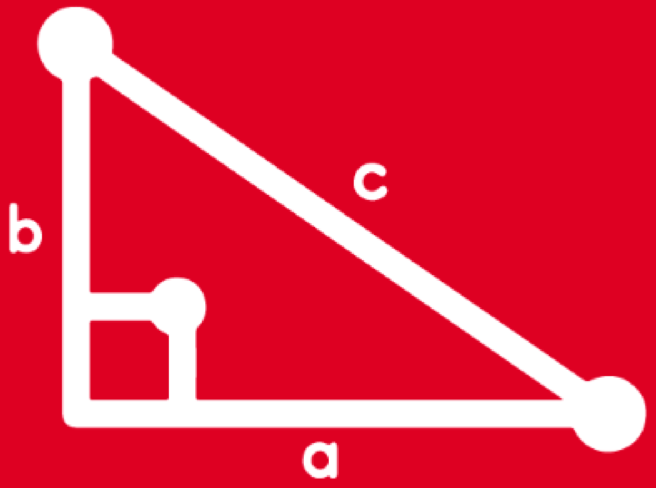
TRIGONOMETRY

Chapter 01

5th

SECONDARY



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

SACO OLIVEROS

EL NÚMERO π

Es un número irracional y una de las constantes matemáticas más importantes. Se emplea frecuentemente en matemáticas, física e ingeniería.- El valor de π se ha obtenido con diversas aproximaciones a lo largo de la historia, siendo una de las constantes matemáticas que más aparece en las ecuaciones de la física, junto con el número e.

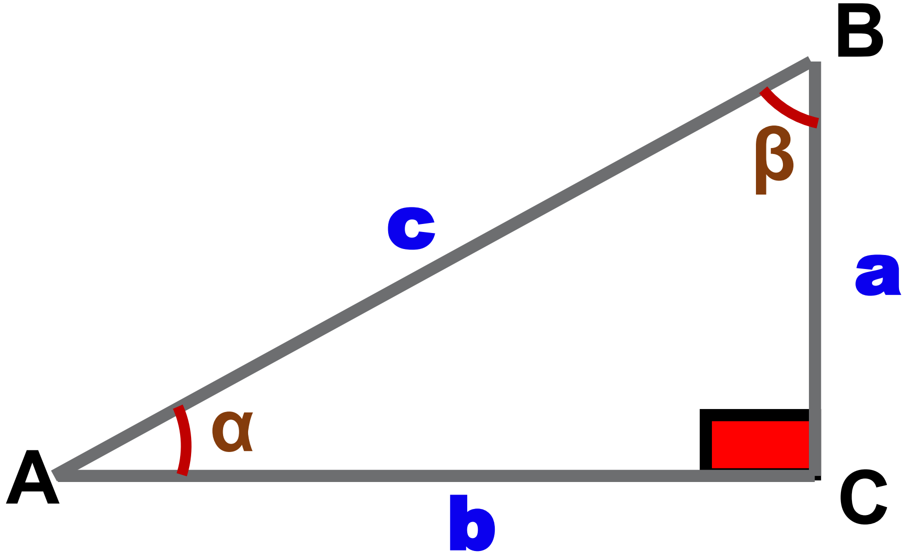
$$e^{i\pi}+1=0$$

¡ QUE BELLEZA !

¿ Sabes cuándo es el día del número π ?.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

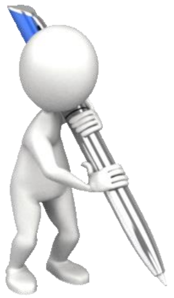


$c > a > 0$

$c > b > 0$

Donde :

- a , b : medidas de los catetos
- c : medida de la hipotenusa
- α , β : medida de los ángulos agudos .

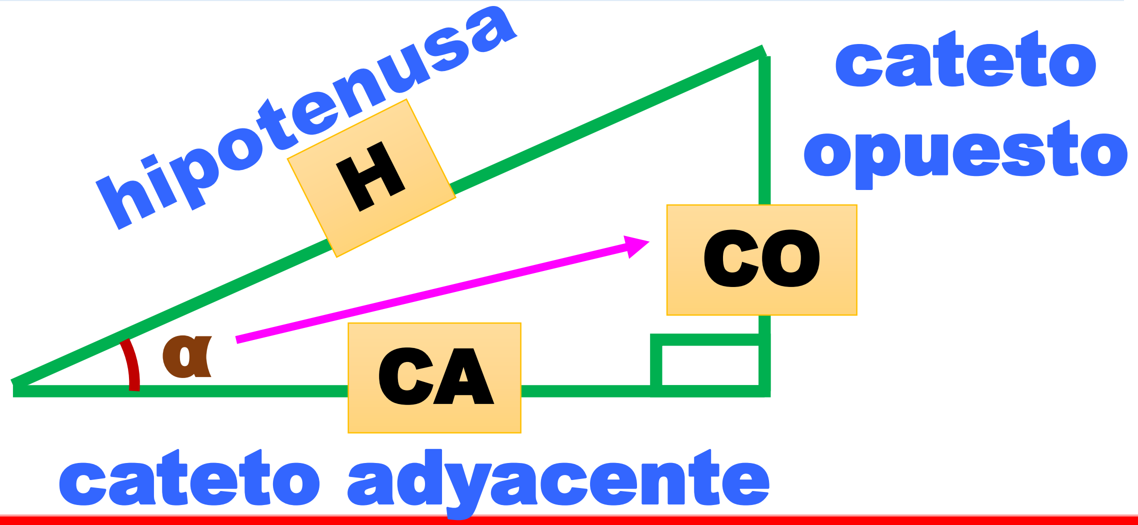


Teorema de Pitágoras

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

¿ QUÉ ES UNA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA ?

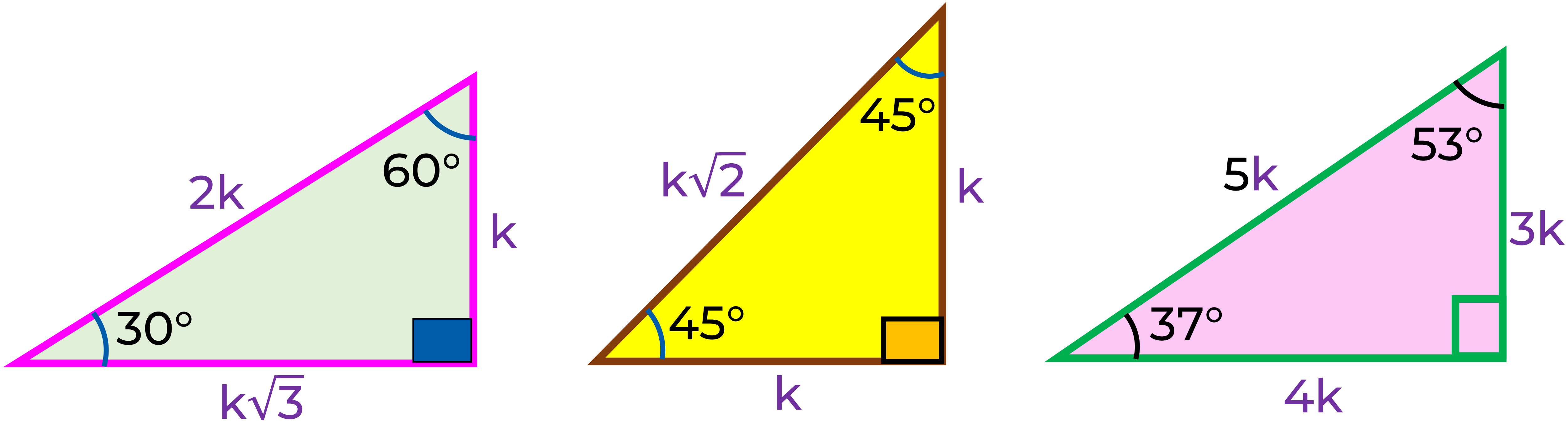
Es el cociente que se obtiene al dividir las medidas de dos lados de un triángulo rectángulo con respecto a uno de sus ángulos agudos.



DEFINICIÓN DE LAS RT DE UN ÁNGULO AGUDO

seno	coseno	tangente
$\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{CO}{H}$	$\cos\alpha = \dfrac{CA}{H}$	$\tan\alpha = \dfrac{CO}{CA}$
cosecante	**secante**	**cotangente**
$\csc\alpha = \dfrac{H}{CO}$	$\sec\alpha = \dfrac{H}{CA}$	$\cot\alpha = \dfrac{CA}{CO}$

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES



Luego aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas del ángulo agudo.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$\csc 60° = \frac{2k}{k\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

α \ RT	sen	cos	tan	cot	sec	csc
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$

HELICO PRACTICE 1

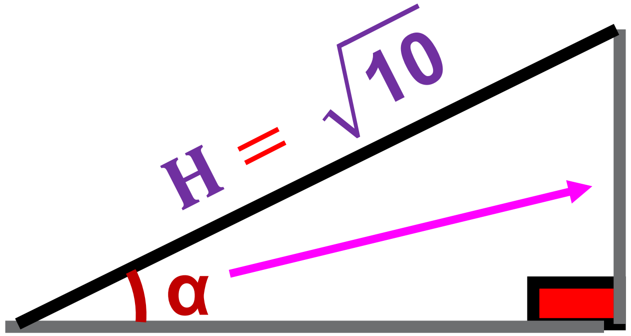
Si un ángulo agudo α cumple que tanα = 0, 333…. ,

calcule $\mathbf{E} = \sqrt{10}\ \sec\alpha + \frac{2}{3}$

RESOLUCIÓN

Dato :

$$\tan\alpha = 0{,}3333\ldots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \frac{CO}{CA}$$



1 = CO

CA = 3

Calculamos E :

$$E = \sqrt{10}\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right) + \frac{2}{3}$$

$$E = \frac{10}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\therefore\ E = 4}$$

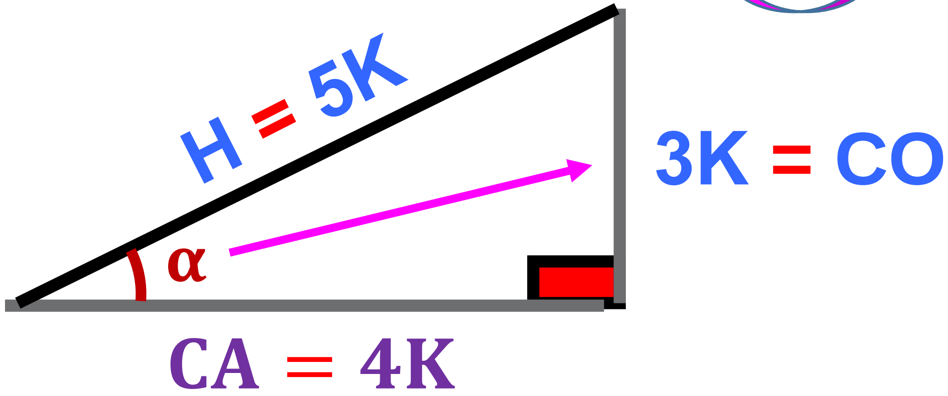
HELICO PRACTICE 2

José adquiere como herencia un terreno en forma de triángulo rectángulo; se sabe que el perímetro de dicho terreno mide 180 m y el seno de uno de sus ángulos agudos es 0,6.- Calcule el área de dicho terreno.

RESOLUCIÓN

Dato :

$$\text{sen}\alpha = 0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3k}{5k} = \frac{CO}{H}$$



Dato : $3k + 4k + 5k = 180\text{ m}$

$12k = 180\text{ m} \Rightarrow k = 15\text{ m}$

Calculamos el área :

$$S = \frac{(4K)(3K)}{2} = 6\,(15\text{ m})\,(15\text{ m})$$

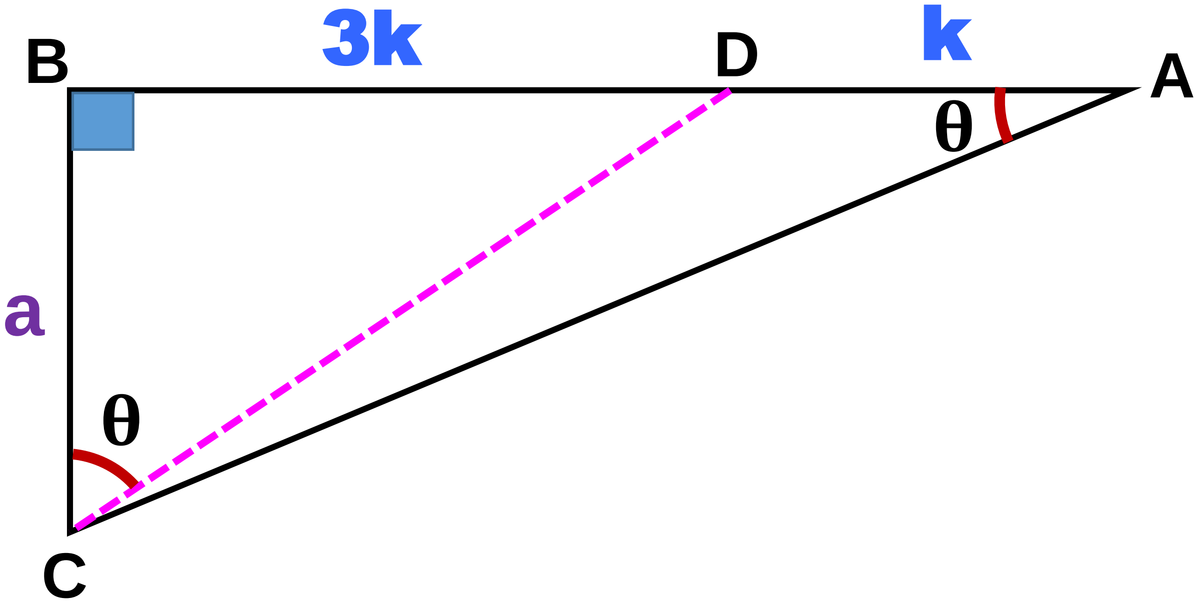
$$\boxed{\therefore\ S = 1350\text{ m}^2}$$

HELICO PRACTICE 3

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B; sobre el cateto $\overline{AB}$, se toma un punto D tal que BD = 3 AD. Si además m∡CAD = m ∡BCD = θ ; calcule tanθ.

RESOLUCIÓN

Graficamos según datos :



$$\triangle ABC: \tan\theta = \frac{a}{4k}$$

$$\triangle CBD: \tan\theta = \frac{3K}{a}$$

x

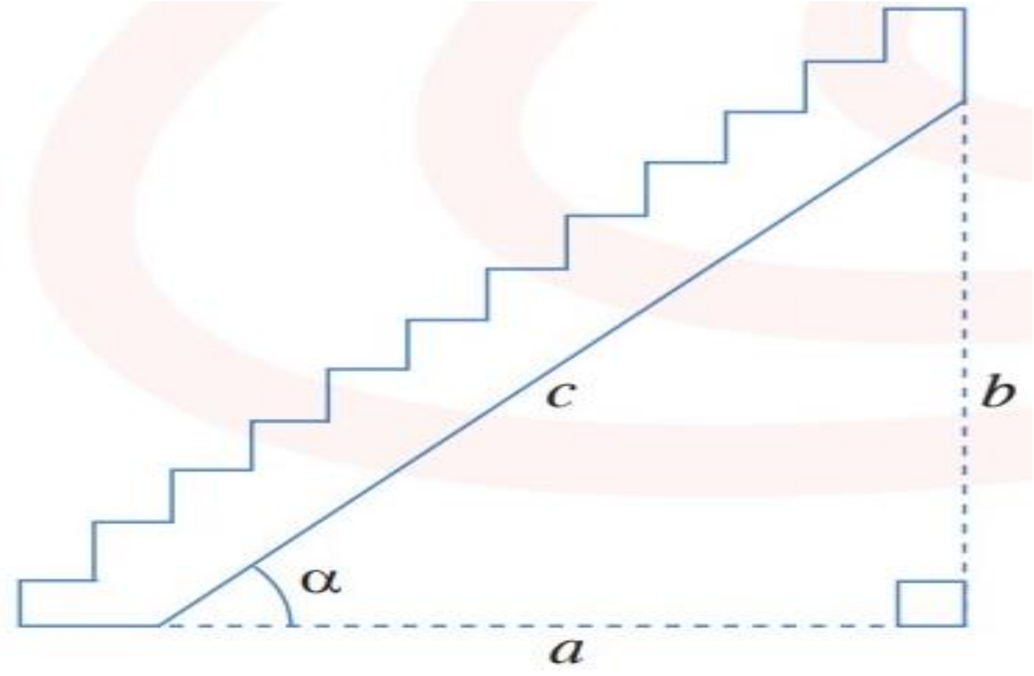
$$\Rightarrow \tan^2\theta = \frac{\cancel{a}}{4\cancel{k}} \cdot \frac{3\cancel{k}}{\cancel{a}}$$

$$\tan^2\theta = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\therefore \tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

HELICO PRACTICE 4

En la casa del señor Carlos se realizó la medida de la escalera y se obtuvo que $3(a+b)=4c$. Siendo α el ángulo de inclinación de la escalera, ¿cuál es el valor de $E=\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$?



RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras : $c^2 = a^2 + b^2$

Dato : $[\ 3(a+b) = 4c\ ]^2$

$$9(a^2+b^2+2ab) = 16c^2$$

$$9c^2 + 18ab = 16c^2$$

$$18ab = 7c^2$$

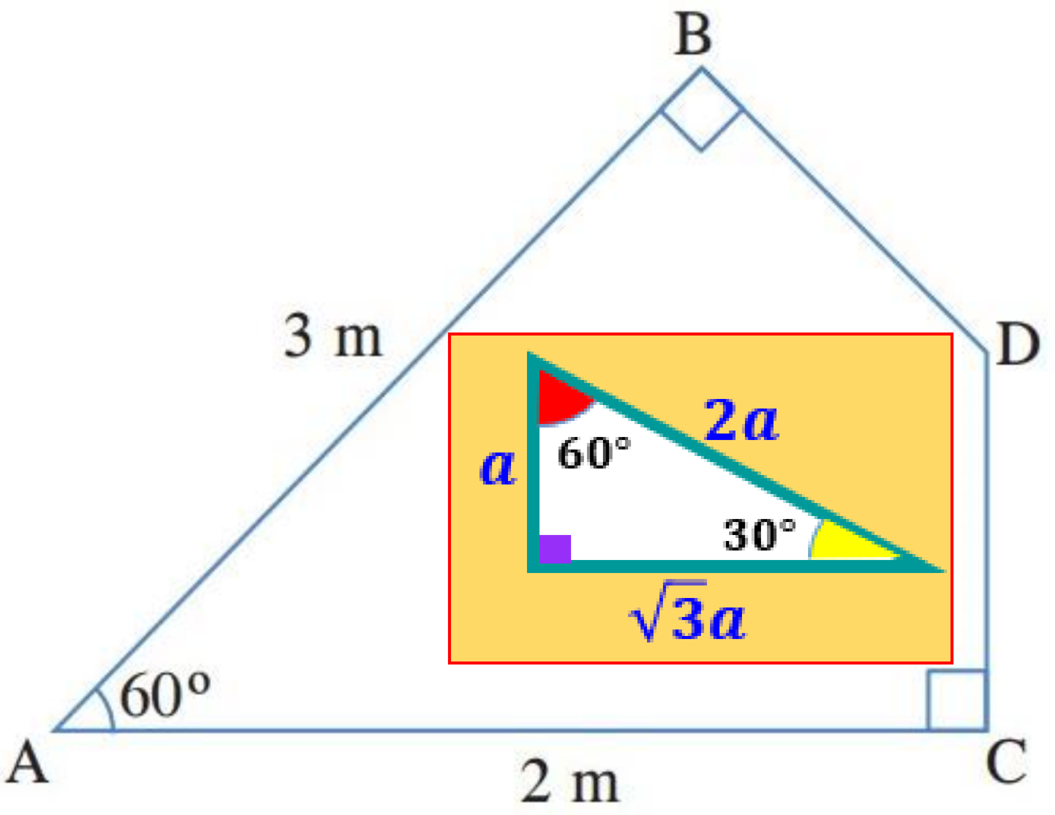
Calculamos E:

$$E = \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{b}{c}\cdot\frac{a}{c} = \frac{ab}{c^2}$$

$$\therefore\ E = \frac{7}{18}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, calcule la longitud del lado $\overline{BD}$.

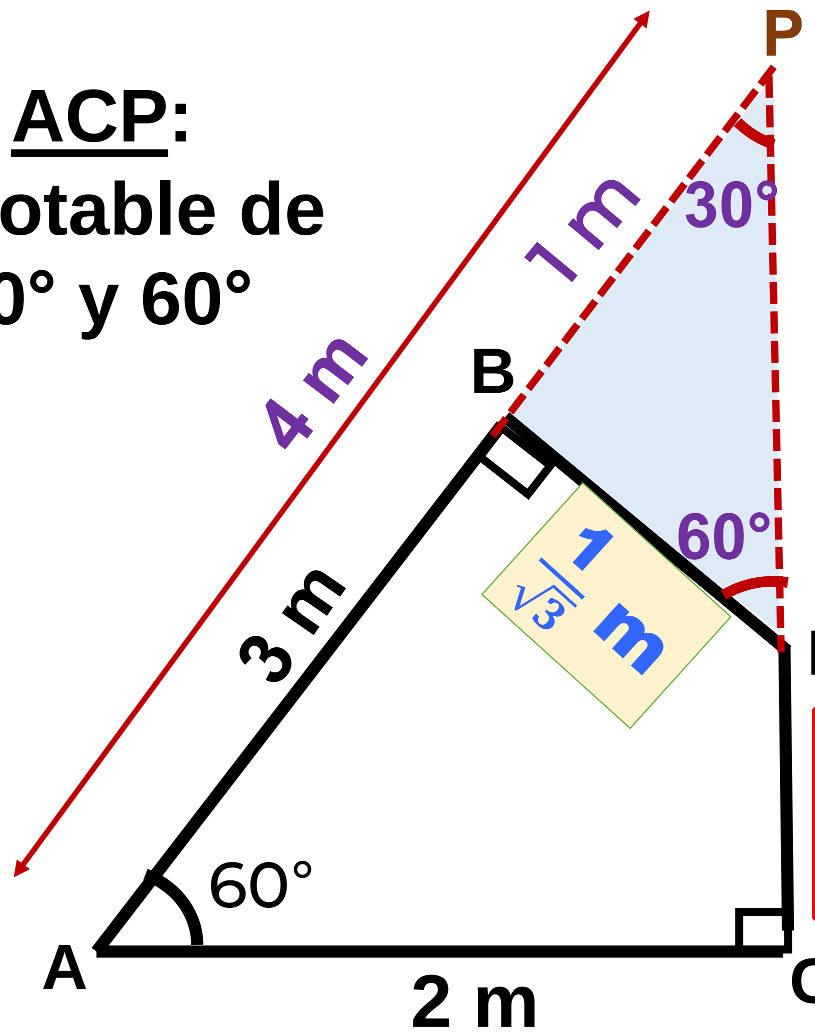


RESOLUCIÓN

Prolongamos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, los cuales se cortan en P

⊿ ACP: Notable de 30° y 60°

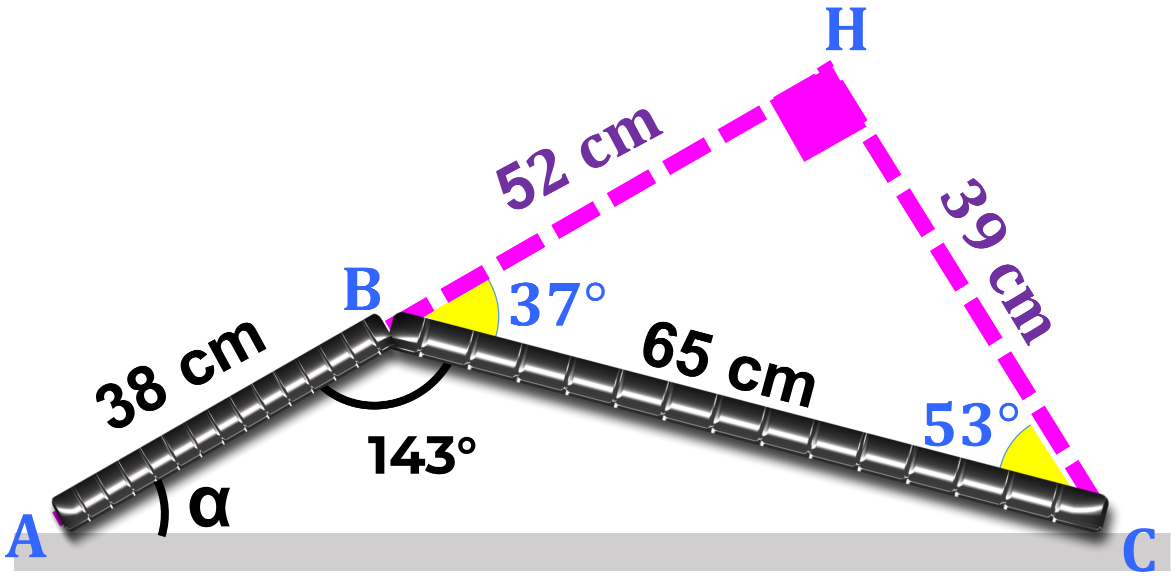
⊿ DBP: Notable de 30° y 60°



$$\therefore \ BD = \frac{\sqrt{3}}{3} \ m$$

HELICO PRACTICE 6

Dos barras metálicas se encuentran apoyadas en su parte superior , tal como se muestra en la figura.- Si el ángulo que forman las barras en su punto de apoyo es de 143°, ¿cuál es el valor de $E = 13\cot\alpha$?



RESOLUCIÓN

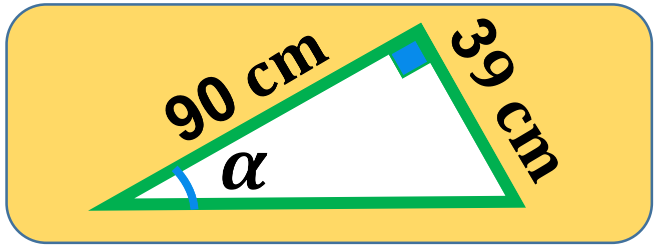
En el ΔBHC : Notable de 37° y 53°

$BC = 5k = 65\text{ cm} \Rightarrow k = 13\text{ cm}$

Luego :

$HC = 3k = 3(13\text{ cm}) = 39\text{ cm}$

$HB = 4k = 4(13\text{ cm}) = 52\text{ cm}$



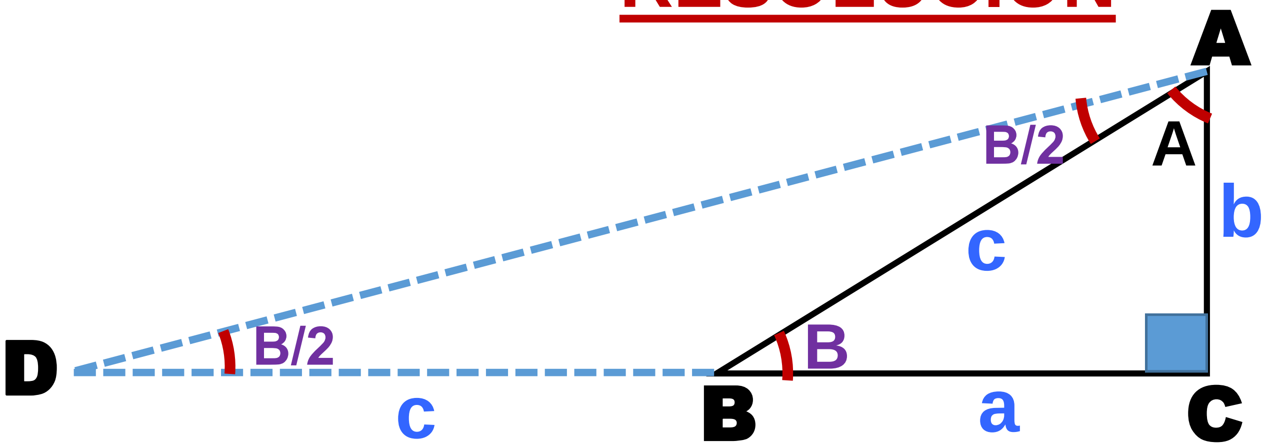
Calculamos E : $E = \cancel{13}^{\,1}\left(\dfrac{90\text{ cm}}{\cancel{39}_{\,3}\text{ cm}}\right)$

$\therefore\ E = 30$

HELICO PRACTICE 7

En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se cumple que $3(\csc A + 1) = 4\cot\left(\frac{B}{2}\right)$.- Calcule $E = 25\,\text{sen}A\,.\,\text{sen}B$.

RESOLUCIÓN



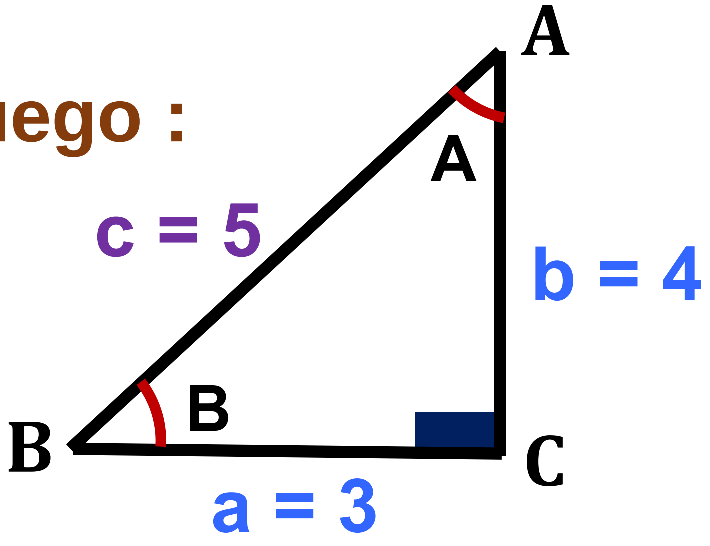
Dato : $3(\csc A + 1) = 4\cot\left(\frac{B}{2}\right)$

$$3\left(\frac{c}{a} + 1\right) = 4\left(\frac{c+a}{b}\right)$$

$$3\left(\frac{\cancel{c+a}}{a}\right) = 4\left(\frac{\cancel{c+a}}{b}\right)$$

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

Luego :



Calculamos E :

$$E = 2\cancel{5}\left(\frac{3}{\cancel{5}}\right)\left(\frac{4}{\cancel{5}}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ E = 12}$$

SACO OLIVEROS