ARITHMETIC

Chapter 2

3rd
SECONDARY

Teoría de Conjuntos II

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

Un cerillo

Será lo mismo

Una caja con un solo cerillo

Si retiro el cerillo

HELICO THEORY

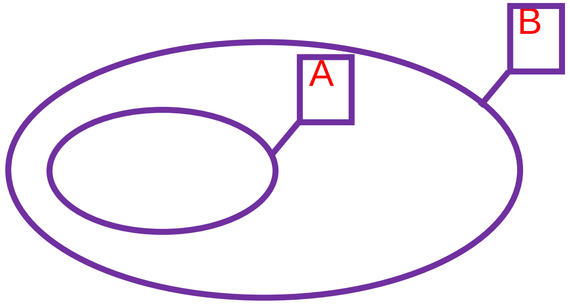
1 RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

A Inclusión o Subconjunto

Simbólicamente

$$A \subset B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$$

Gráficamente



"A esta incluìda en B"

"A es subconjunto de B"

"A esta contenida en B"

B Conjuntos Iguales

Simbólicamente

$$A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Ejemplo

Si los conjuntos A y B son iguales

$A = \{y + 3; 13\}$ $B = \{x - 5; 17\}$ calcule $x + y$

- $x - 5 = 13$

  $x = 18$

- $y + 3 = 17$

  $y = 14$

$$x + y = 32$$

HELICO THEORY

C Conjuntos Comparables

Simbólicamente

$$A \text{ comp. } B \leftrightarrow A \subset B \vee B \subset A$$

Ejemplo

Dados los conjuntos

A = {3; 4}

B = {1; 2; 3; 4; 5}

C = {1; 4; 5}

D = {1; 3; 4}

Resolución

$A \subset B$ ✓ $\quad C \subset B$ ✓

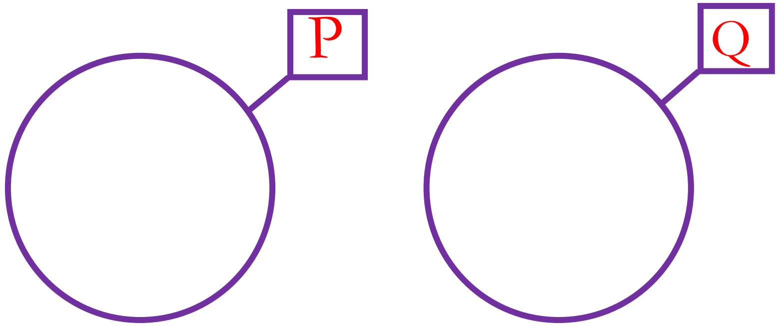
$A \subset D$ ✓ $\quad D \subset B$ ✓

D Conjuntos Disjuntos

$P = \{x \,/\, x \text{ es un felino}\}$

$Q = \{x \,/\, x \text{ es un ave}\}$

Gráficamente



HELICO THEORY

2 CLASES DE CONJUNTOS

A Conjunto Finito

M = {los días de la semana}

$\Rightarrow$ $n(M) = 7$

B Conjunto Infinito

R = {los números pares}

$\Rightarrow$ $n(R) = \ldots?$

HELICO THEORY

3 CONJUNTOS NOTABLES

A CONJUNTO UNIVERSAL (U)

Ejemplo $M = \{Los\ felinos\}$

$N = \{Los\ aves\}$

Un posible conjunto universal que contiene a los anteriores es:

U = {Conjunto de los animales}

B CONJUNTO VACÍO

Notación: ∅, { }

Ejemplo: $A = \{x\ /\ x\ es\ el\ actual\ inca\ del\ Perú\}$

C CONJUNTO UNITARIO

Ejemplo:

✓ $A = \{m\}$

✓ $C = \{13;\ 13;\ 13\}$

✓ $B = \{\emptyset\}$

✓ $D = \{x\ /\ x\ satélite\ natural\ de\ la\ tierra\}$

HELICO THEORY

D CONJUNTO POTENCIA (P(A))

$$\boxed{n[\mathrm{P(A)}] = 2^{n(A)}}$$

n(A) : cardinal o número de elementos de A

n[P(A)]: número de subconjuntos o cardinal del conjunto potencia de A

Ejemplo Si $\mathrm{A} = \{1;\ 2;\ 3\}$ $\quad n(A) = 3$

$$n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8 \text{ subconjuntos}$$

Los cuales son

$$P(A) = \{\{1\};\ \{2\};\ \{3\};\ \{1;\ 2\};\ \{1;\ 3\};\ \{2;\ 3\};\ \{1;\ 2;\ 3\};\ \emptyset\}$$

Los subconjuntos propios de A serían

$$\{1\};\ \{2\};\ \{3\};\ \{1;\ 2\};\ \{1;\ 3\};\ \{2;\ 3\};\ \{2;\ 3\};\ \emptyset,$$

es decir, todos los elementos de P(A) excepto A.

HELICO PRACTICE

1. Dados los conjuntos iguales:
$A = \{3a + 1; 5b - 3\}$ y
$B = \{22; 12\}$,
calcule a - b.

RESOLUCIÓN

Por ser conjuntos iguales:

$$3a+1 = 22 \qquad 5b - 3 = 12$$

$$3a = 21 \qquad 5b = 15$$

$$a = 7 \qquad b = 3$$

$$\boxed{\therefore\ a - b = 7 - 3 = 4}$$

HELICO PRACTICE

2. El conjunto P tiene 3 subconjuntos propios y el conjunto Q tiene 1024 subconjuntos. Calcule la diferencia positiva de sus cardinales.

RESOLUCIÓN

Conjunto P :

$2^{n(P)} - 1 = 3$

$2^{n(P)} = 2^2$

$n(P) = 2$

Conjunto Q :

$2^{n(Q)} = 1024$

$2^{n(Q)} = 2^{10}$

$n(Q) = 10$

$\therefore$ **n(Q) – n(P) = 10–2 = 8**

HELICO PRACTICE

3. ¿Cuántos sub conjuntos tiene el conjunto B?

$B = \{ \frac{X}{2} \in Z \ / \ x \in Z; 3 < x < 15 \}$

RESOLUCIÓN

Dado que "x" pertenece al conjunto de los $\mathbb{Z}$, los valores que toma son:

x : 4; 5; 6;…;14

Los valores de x múltiplos de 2 son los elementos de B $= \{ 4;6;8;10;12;14 \}$ → n(B) = 6

Se sabe :

Nro de Subconjuntos de B = $2^{n(B)}$

Nro de Subconjuntos de B = 2^{6}

$\therefore$ **Tiene 128 subconjuntos**

HELICO PRACTICE

4. Sabiendo que el conjunto $A=\{3x+4;\ x^2-y-1;\ 19\}$ es un conjunto unitario, calcule: $x^2 - y^2$.

RESOLUCIÓN

Por ser conjunto Unitario:

$3x+4 = 19$

$3x = 15$

$x = 5$

$x^2-y-1 = 19$

$x^2-y = 20$

$5^2-y = 20$

$y = 5$

$\therefore\ 5^2 - 5^2 = 25 - 25 = 0$

HELICO PRACTICE

5. Determine el valor de verdad (v) o falsedad (f) de las proposiciones respecto al conjunto:

$P = \{0; 7; \{3; 7\}; \{3\}; \varnothing\}$

I. $0 \subset P$ ( )
II. $\{0; 7; \{3; 7\}\} \subset P$ ( )
III. $\varnothing \not\subset P$ ( )
IV. $3 \in P$ ( )
V. $P \subset P$ ( )

RESOLUCIÓN

La relación de inclusión se da de conjunto a conjunto.

I. f
II. v
III. f
IV. f
V. v

$\therefore$ **fvffv**

HELICOPRACTICE

6. Camilo debe asistir a su fiesta de graduación con su familia; ¿de cuántas formas distintas podrá asistir a su graduación, si cuenta con 7 familiares y él no piensa asistir solo?

RESOLUCIÓN

Camilo y sus 7 familiares, hacen un total de 8 personas.

Nro de formas = $2^8 - 1 - 8 = 247$

ϕ= no asisten a la fiesta

Asiste sólo uno a la fiesta

$\therefore$ Camilo puede asistir de 247 formas diferentes a su fiesta.

HELICO PRACTICE

7. Rosita le dice a Juan; si tengo dos conjuntos, donde uno está incluido en el otro, además la diferencia de los cardinales de sus conjuntos potencias es 112. ¿Dime, cuántos elementos posee el conjunto que incluye al otro?

RESOLUCIÓN

Sean los conjuntos A y B

Donde : $A \subset B$

Dato : $2^{n(B)} - 2^{n(A)} = 112$

$$\underbrace{2^7}_{128} - \underbrace{2^4}_{16} = 112$$

n(B) = 7 n(A)= 4

$\therefore$ **n(B) = 7**