ALGEBRA

Chapter 18

4th
SECONDARY

Inecuaciones de 2° Grado

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

El costo de una lavadora LG de 11Kg de capacidad cuesta 4T soles ,donde T está dado por el producto de los valores enteros de resolver la siguiente inecuación:

$$x^2 - 9x + 18 \leq 0$$

¿Cuál es el costo de dicha lavadora?

RPTA: S/1440

HELICO THEORY

CHAPTHER 18

SACO OLIVEROS

INECUACIONES DE 2^{do} GRADO

1) FORMA GENERAL

Éstos pueden ser de 4 formas:

$ax^2+bx+c \leq 0$

$ax^2+bx+c < 0$

$ax^2+bx+c \geq 0$

$ax^2+bx+c > 0$

2) MÉTODO DE RESOLUCIÓN

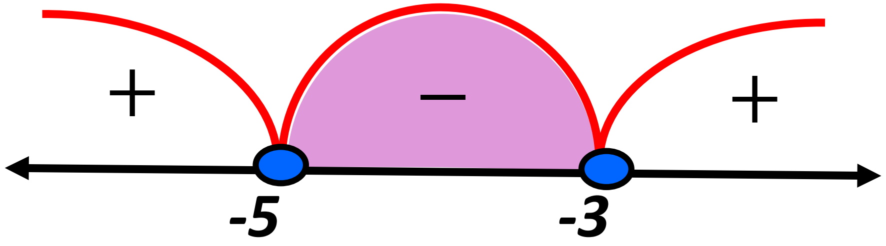
Ejemplos explicativos

a) Resuelva:

$x^2+8x+15 \leq 0$

$\Rightarrow \quad (x+3)(x+5) \leq 0$

Puntos críticos: $\begin{cases} x+3=0 \\ x+5=0 \end{cases}$ $\Rightarrow x=-3$, $\Rightarrow x=-5$



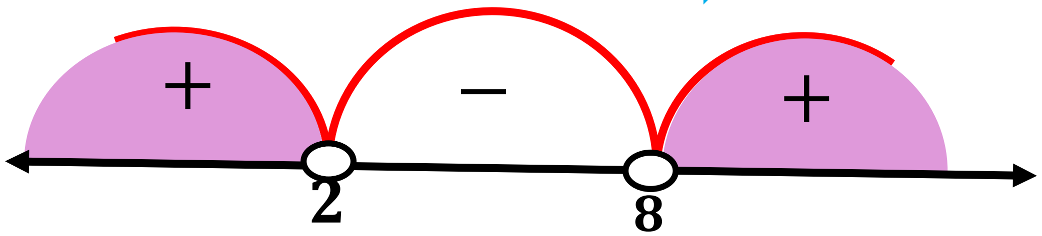
CS= $[-5;-3]$

b) Resuelva:

$x^2-10x+16 > 0$

$\Rightarrow \quad (x-2)(x-8) > 0$

Puntos críticos: $\begin{cases} x-2=0 \\ x-8=0 \end{cases}$ $\Rightarrow x=2$, $\Rightarrow x=8$



CS= $\langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 8; +\infty \rangle$

3) TEOREMA DEL TRINOMIO NO NEGATIVO

Sea $ax^2 + bx + c \geq 0$; $\forall$ x ϵ R

$$\Delta = b^2 - 4ac \leq 0 \ \wedge \ a > 0$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 18

PROBLEMA 1 Resuelva: $x^2 - 21x + 80 < 0$

e indique el mayor valor entero de x

Resolución

$$x^2 - 21x + 80 < 0$$

$x \qquad -16$

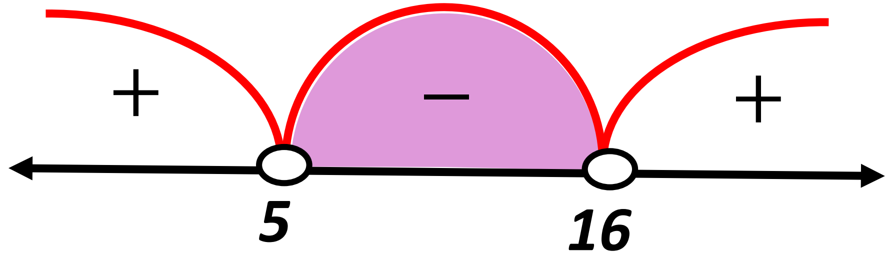
$x \qquad -5$

$$(x-16)(x-5) < 0$$

abiertos

Puntos críticos : $\begin{cases} x-16 = 0 \\ x-5 = 0 \end{cases}$

$x = 16 \quad \vee \quad x = 5$



CS= $\langle 5; 16 \rangle$

Mayor valor entero : 15

PROBLEMA 2 Resuelva:

$$-24 + 11x - x^2 > 0$$

Resolución

$$0 > x^2 - 11x + 24$$

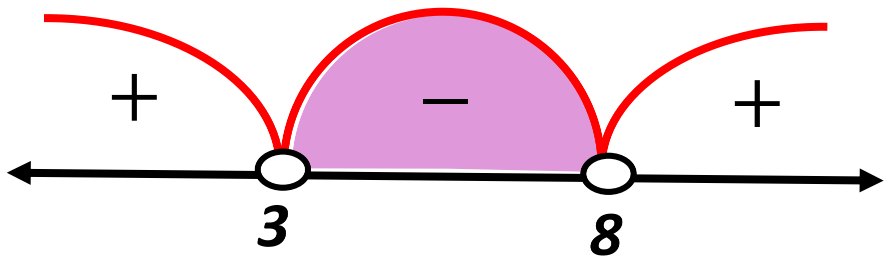
$x \quad -8$

$x \quad -3$

$$0 > (x-8)(x-3)$$

Puntos críticos : $\begin{cases} x-8=0 \\ x-3=0 \end{cases}$

$x = 3 \quad \vee \quad x = 8$



CS: $< 3; 8 >$

PROBLEMA 3 Resuelva:

$$(5x-4)^2-(3x+5)(2x-1)\leq 20x(x-2)+27$$

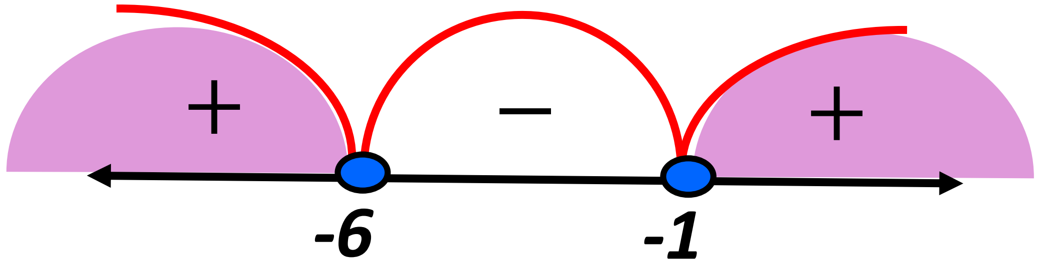
Resolución

$$25x^2-40x+16-6x^2+3x-10x+5\leq 20x^2-40x+27$$

$$19x^2-47x+21\leq 20x^2-40x+27$$

$$x^2+7x+6\geq 0$$

$$(x+1)(x+6)\geq 0$$



Puntos críticos: $\begin{cases} x+1=0 & \Rightarrow x=-1 \\ x+6=0 & \Rightarrow x=-6 \end{cases}$

$$CS=\langle-\infty;-6]\cup[-1;+\infty\rangle$$

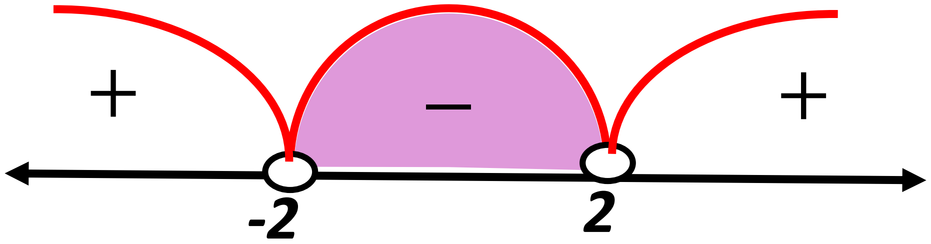
PROBLEMA 4 Del sistema: $\begin{cases} x^2 < 4 \\ x^2 \geq 3x \end{cases}$

Indique el número de valores enteros que lo verifica

Resolución

De(1): $x^2 - 4 < 0$

$(x+2)(x-2) < 0$

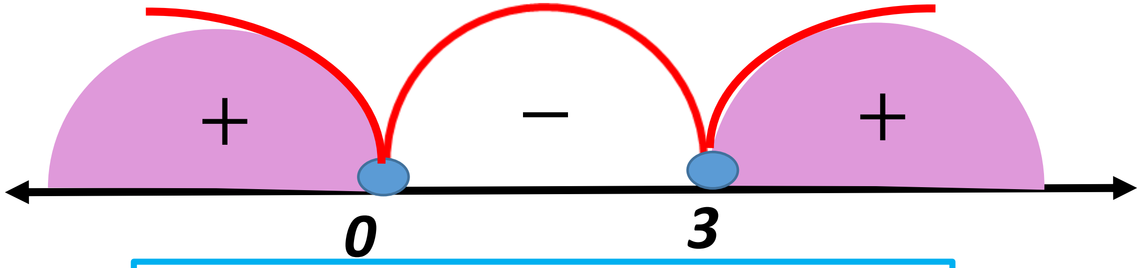


$cs_1 = \langle -2; 2 \rangle$

De(2): $x^2 - 3x \geq 0$

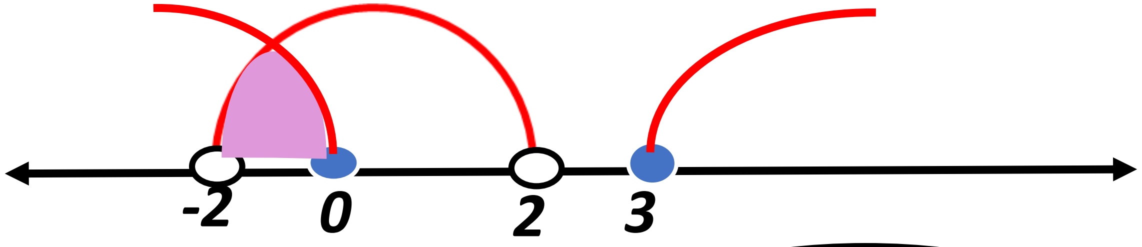
$x(x-3) \geq 0$

$puntos\ críticos\ x = 0 \ \vee \ x = 3$



$cs_2 = \langle -\infty; 0] \cup [3; +\infty \rangle$

De $cs_1 \cap cs_2$



$cs_f = \langle -2; 0]$

Valores enteros: $\{-1, 0\}$

Rpta: 2

PROBLEMA 5 Si ∀ x ∈ R se cumple $x^2 + 3x + m \geq 0$

Indique el menor valor entero de m

Recuerda : teorema del trinomio no negativo.

Sea: $ax^2 + bx + c \geq 0 \ , \forall x \in R$

$\Delta = b^2 - 4ac \leq 0 \wedge a > 0$

$$x^2 + 3x + m \geq 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ \mathrm{b} = 3 \\ c = m \end{cases}$$

$i)\ a > 0$

$ii)\ \Delta = 3^2 - 4(1)(m) \leq 0$

$$9 \leq 4m$$

$$\frac{9}{4} \leq m$$

$valores\ \ enteros\ de\ m$:

$$m = \{3, 4, 5 \ldots \ldots . \infty\}$$

$menor\ valor\ \ enteros\ de\ m$

Rpta : 3

PROBLEMA 6 El número de desaprobados en el curso de Álgebra en la sede de San Luis coincide con el número de valores enteros que verifican la inecuación:

$$(2x+5)^2 \geq (5x+2)^2$$

Si el número obtenido de desaprobados del curso de álgebra pertenece al segundo bimestre, sabiendo que en el primer bimestre desaprobaron 8 alumnos. ¿Determine la diferencia de desaprobados del curso de álgebra entre el primer y segundo bimestre?

Resolución

Recuerda : diferencia de cuadrados:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(2x+5)^2 - (5x+2)^2 \geq 0$$

$$(2x+5+5x+2)(2x+5-5x-2) \geq 0$$

$$(7x+7)(-3x+3) \geq 0$$

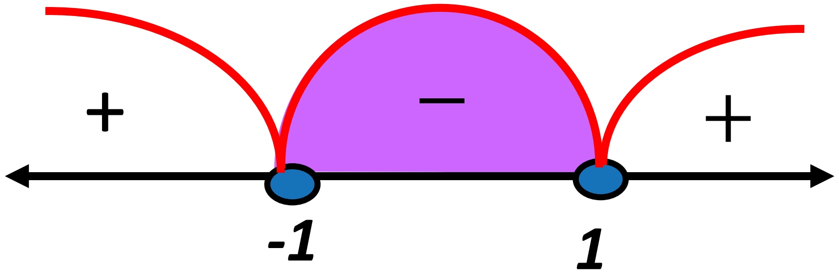
$$(-1)7(x+1)3(-x+1) \geq 0(-1)$$

cerrado

$$\cancel{21}(x+1)(x-1) \leq \cancel{0}$$

(-1) la desigualdad cambia

$$x = -1 \quad \vee \quad x = 1$$



CS= $[-1;1]$

Los valores enteros son = {-1;0;1}

N° de desaprobados(2do *bimestre*) = 3

$$Diferencia\ de\ desaprobados = 8 - 3 = \boxed{5}$$

PROBLEMA 7 La altura de un balón de fútbol lanzado por un jugador sobre la tierra esta dada por la fórmula $h = 10t - t^2$, donde t es el tiempo en segundos. ¿Para qué valores de t la altura del objeto es mayor a 21?

Resolución

Altura del balón es mayor a 21

$$h > 21$$

$$10t - t^2 > 21$$

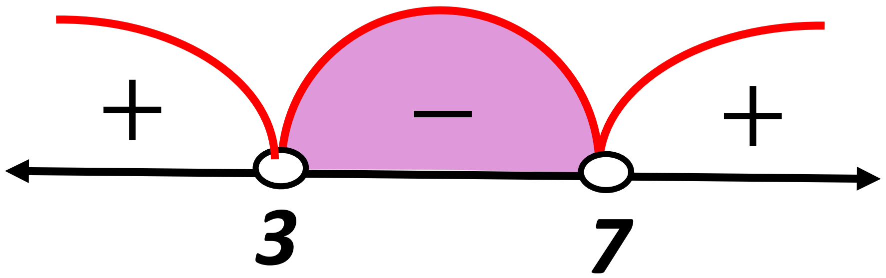
$$0 > t^2 - 10t + 21$$

$$t^2 - 10t + 21 < 0$$

$$(t - 7)(t - 3) < 0$$

$t = 7$ v $t = 3$

Graficando



CS= $< 3; 7 >$

∴ Los valores de $t \in < 3; 7 >$