GEOMETRÍA

Capítulo 6

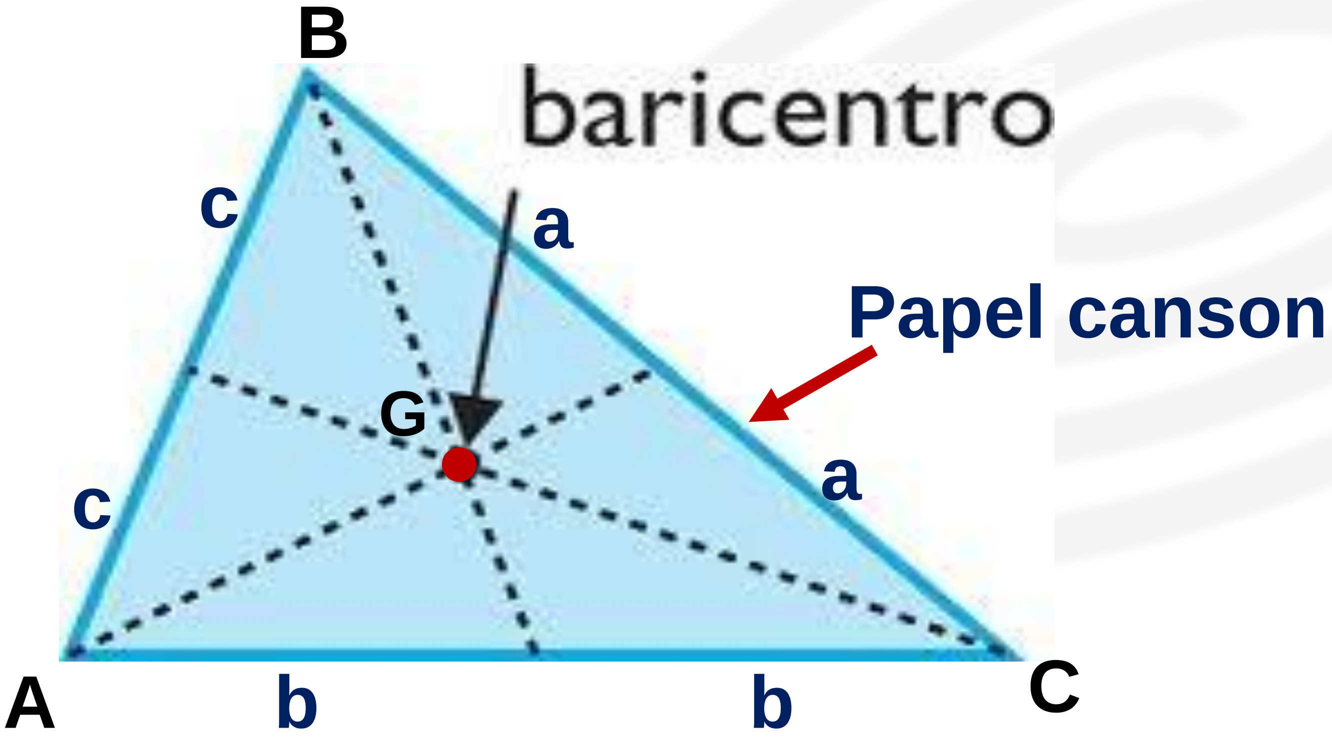
5th

SECONDARY

Puntos Notables

SACO OLIVEROS

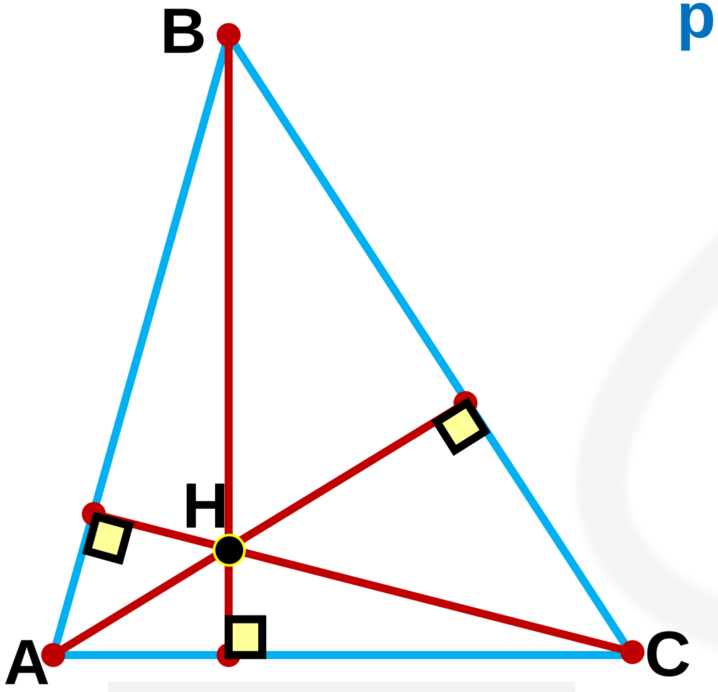
1. Trazamos las tres medianas: tres segmentos desde los vértices A, B y C al punto medio de los lados: AB, BC y AC, respectivamente.
2. Ubicamos el punto de intersección de los tres segmentos y representamos con la letra G.
3. El punto G es el baricentro del triángulo ABC.



PUNTOS NOTABLES

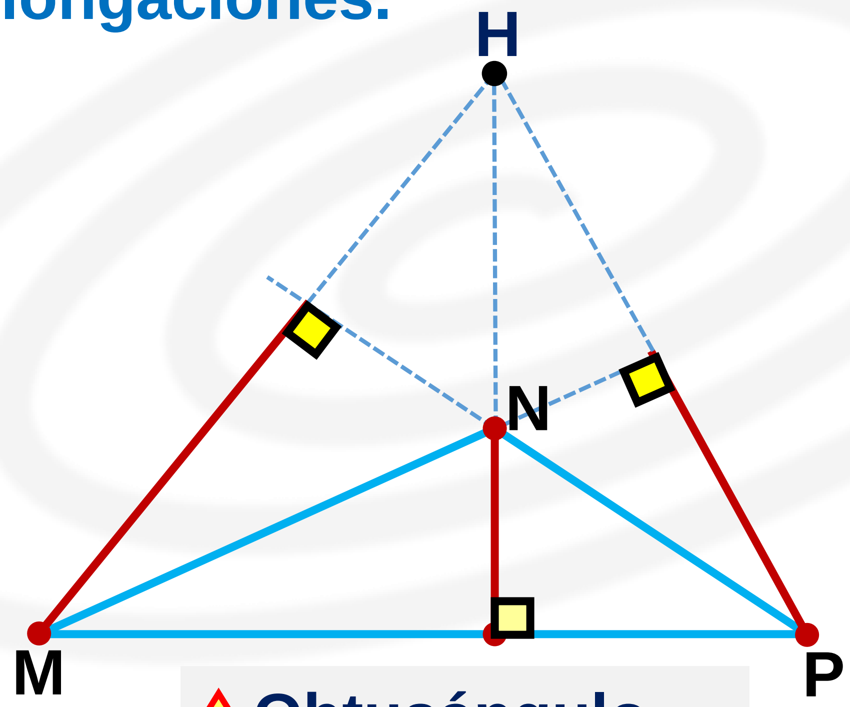
Son aquellos puntos donde concurren líneas notables de una misma característica.

1) <u>Ortocentro</u> (H). Es el punto de concurrencia de las tres alturas o de sus prolongaciones.



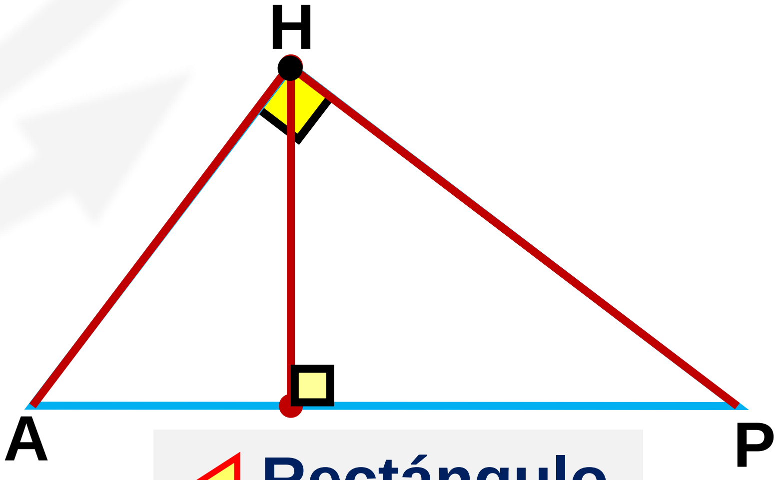
△ Acutángulo

H: Ortocentro



△ Obtusángulo

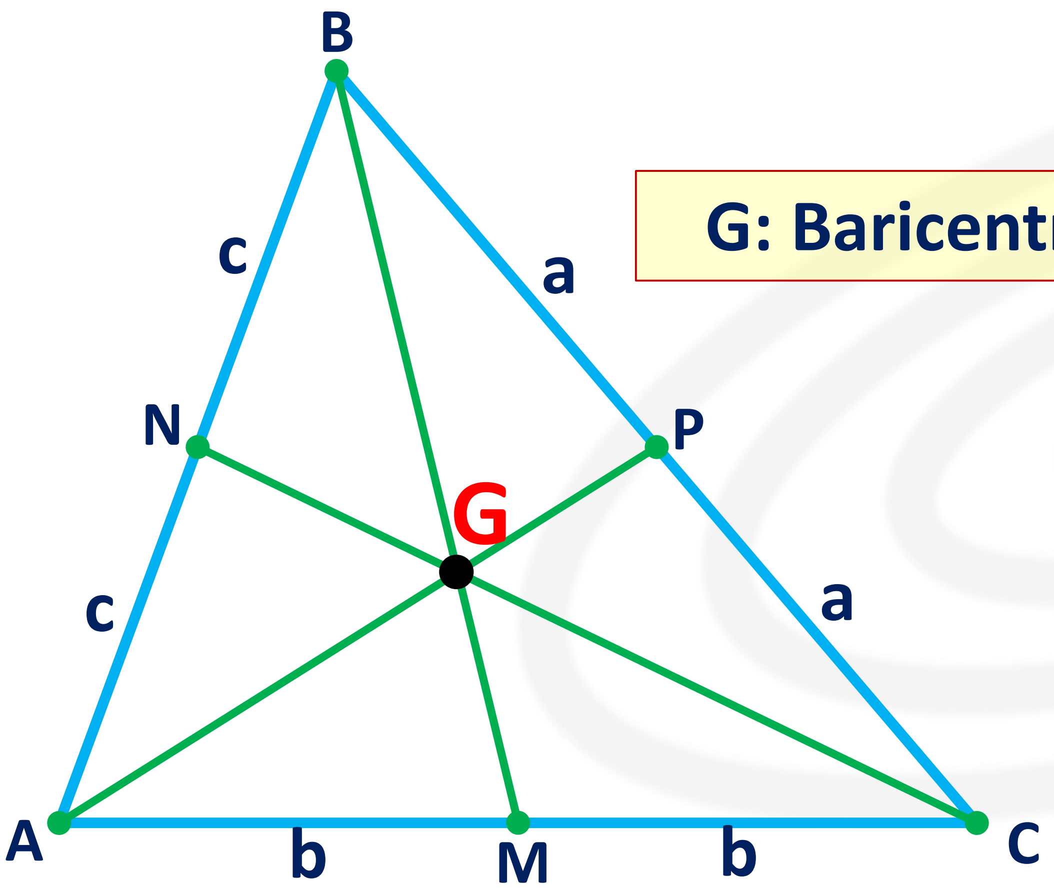
H: Ortocentro



◿ Rectángulo

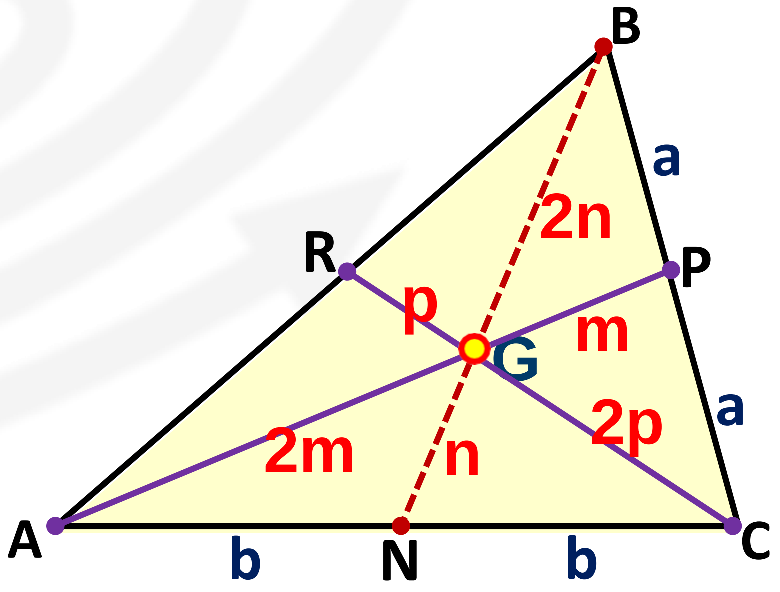
H: Ortocentro

2) **Baricentro (G).** Es el punto de concurrencia de las tres medianas.

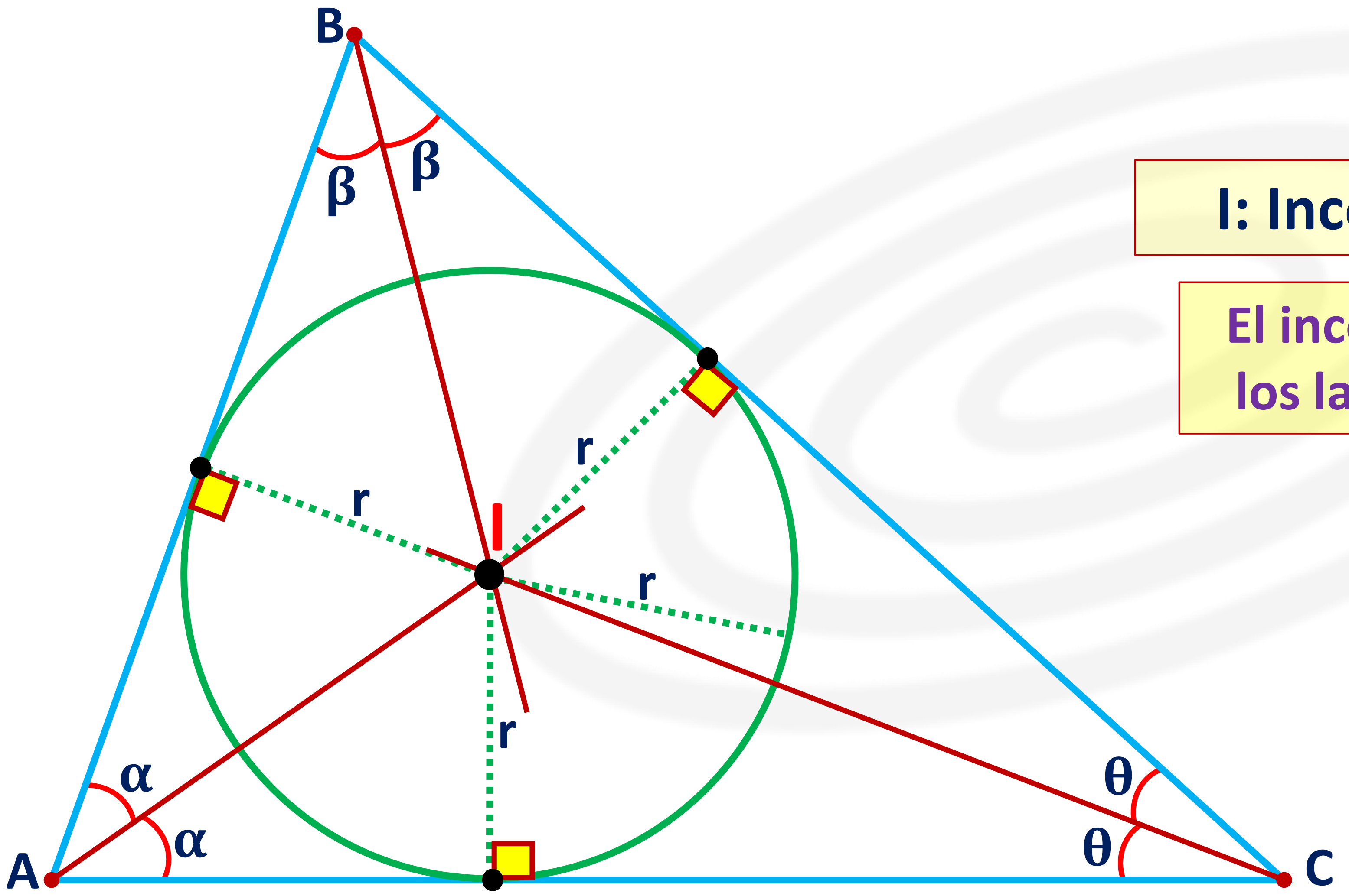


G: Baricentro

Teorema: El baricentro de un triángulo divide a cada mediana en dos segmentos cuyas longitudes están en la relación de 2 a 1.



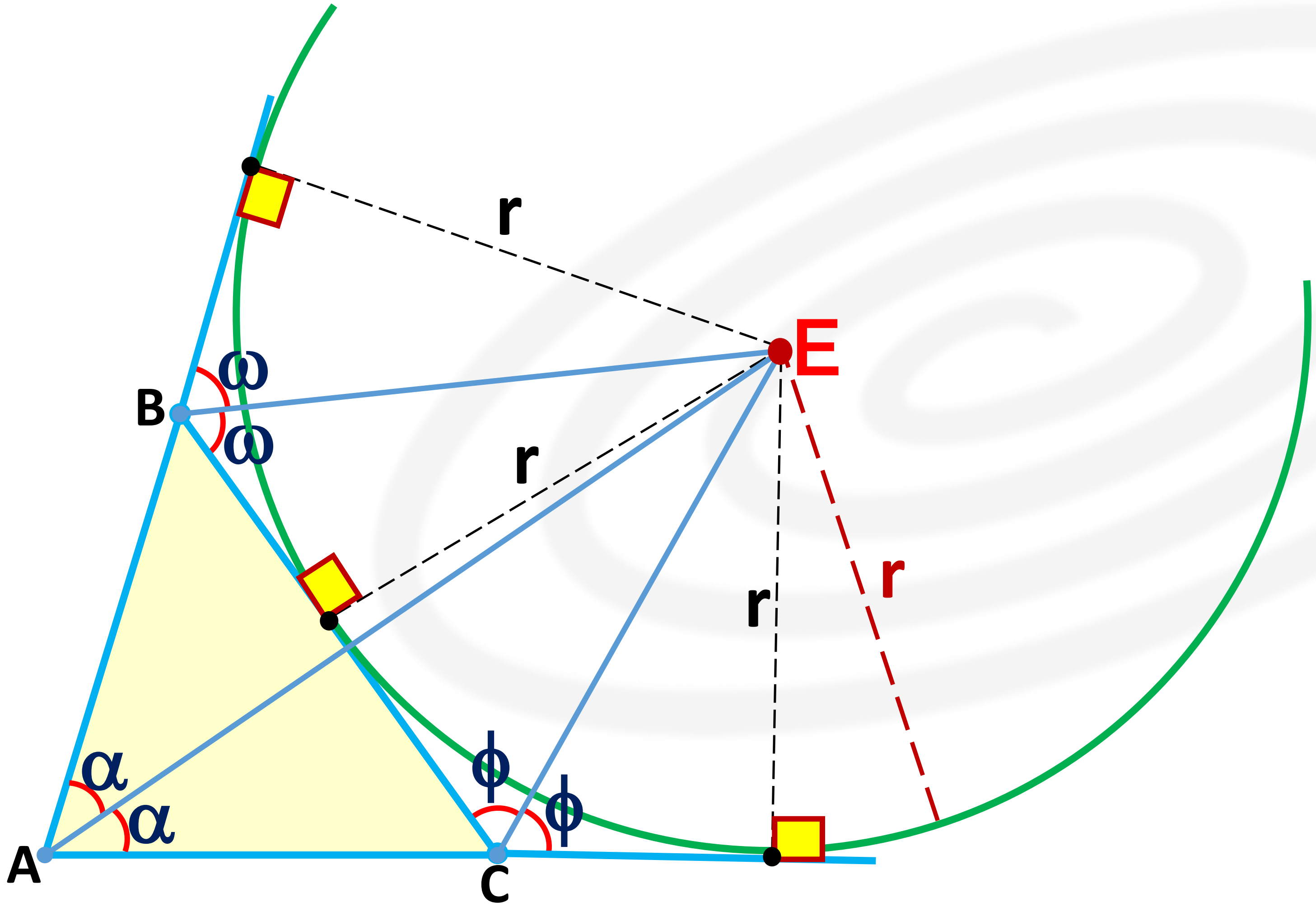
3)**Incentro** **(I)**. Es el punto de concurrencia de las tres bisectrices interiores. El incentro es el centro de la circunferencia inscrita.



I: Incentro del ΔABC

El incentro equidista de los lados del triángulo.

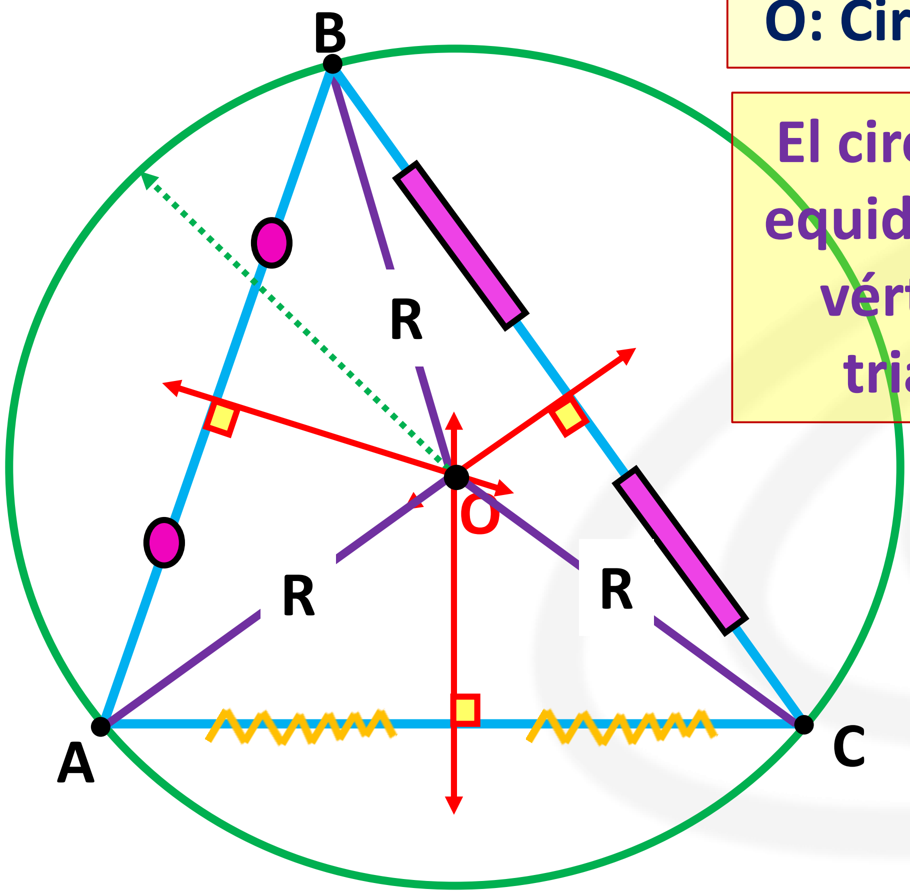
4) Excentro (E): Es el punto de concurrencia de las bisectrices de dos ángulos exteriores y la bisectriz interior del tercer ángulo.



E: Excentro relativo al lado $\overline{BC}$ del ΔABC

En todo triángulo se tiene tres excentros uno relativo a cada lado.

5) <u>Circuncentro</u> (O): Es el punto de concurrencia de las mediatrices.

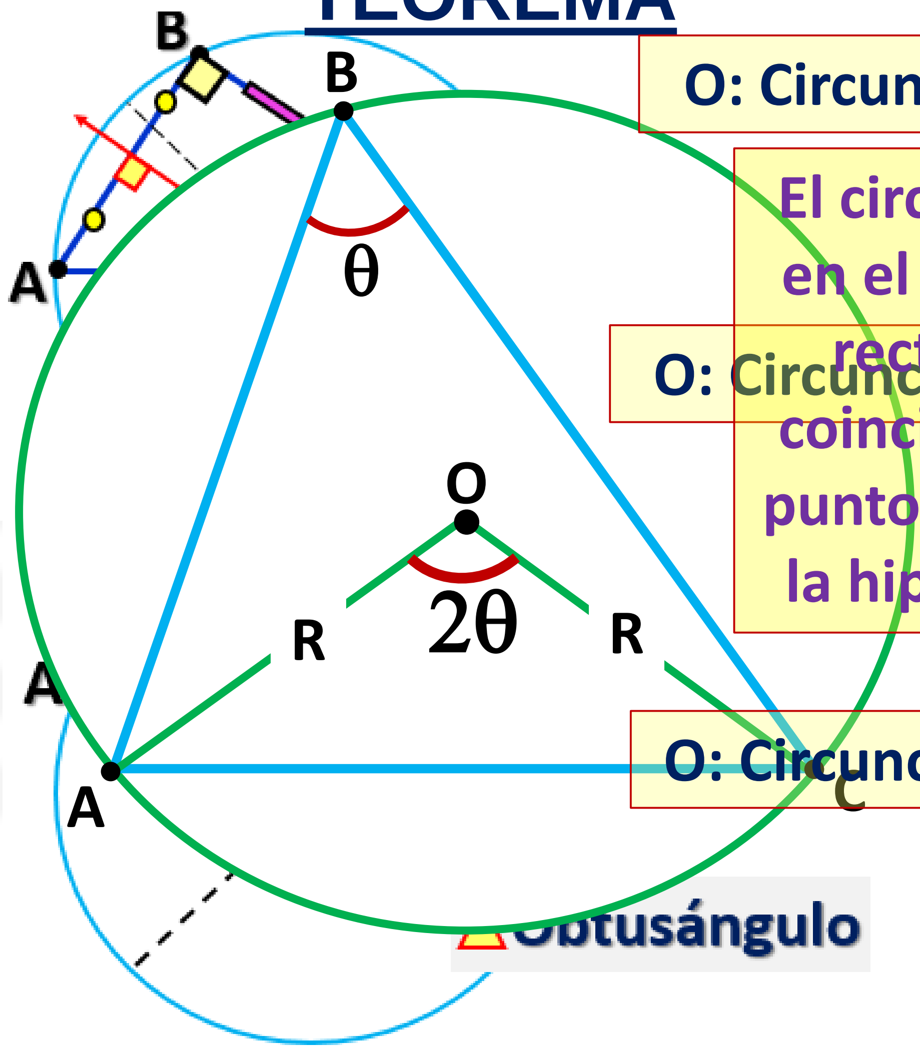


O: Circuncentro

El circuncentro equidista de los vértices del triángulo.

△Acutángulo

TEOREMA



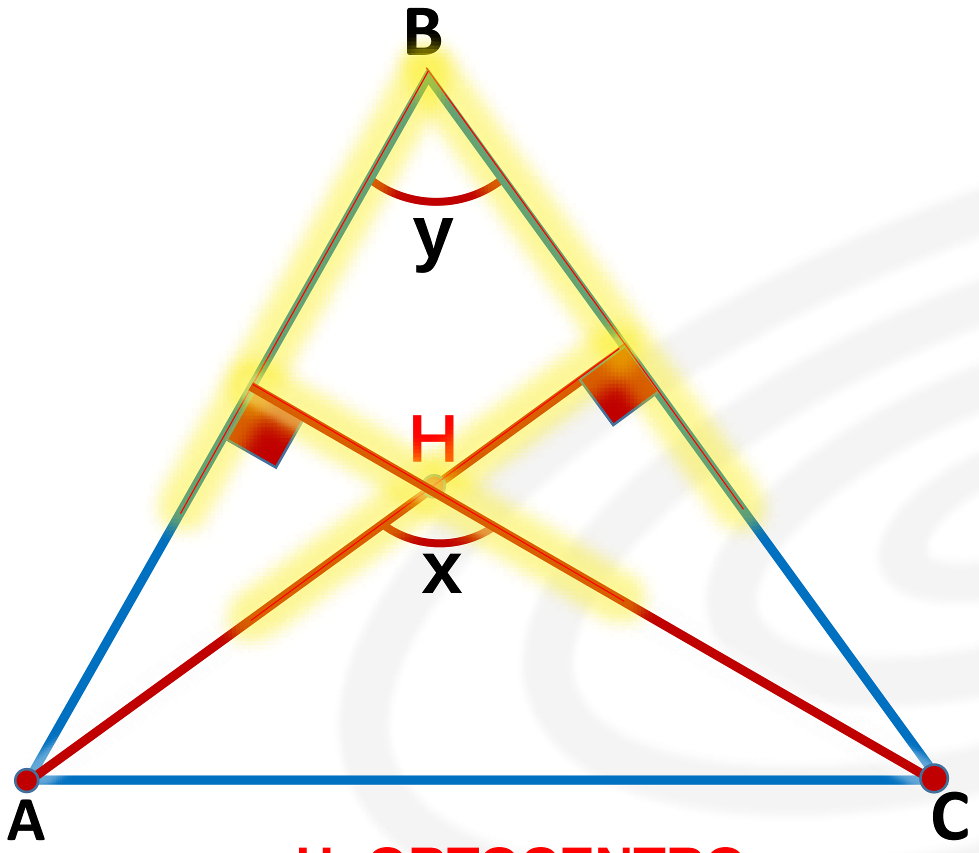
O: Circuncentro

El circuncentro en el triángulo rectángulo coincide con el punto medio de la hipotenusa.

O: Circuncentro

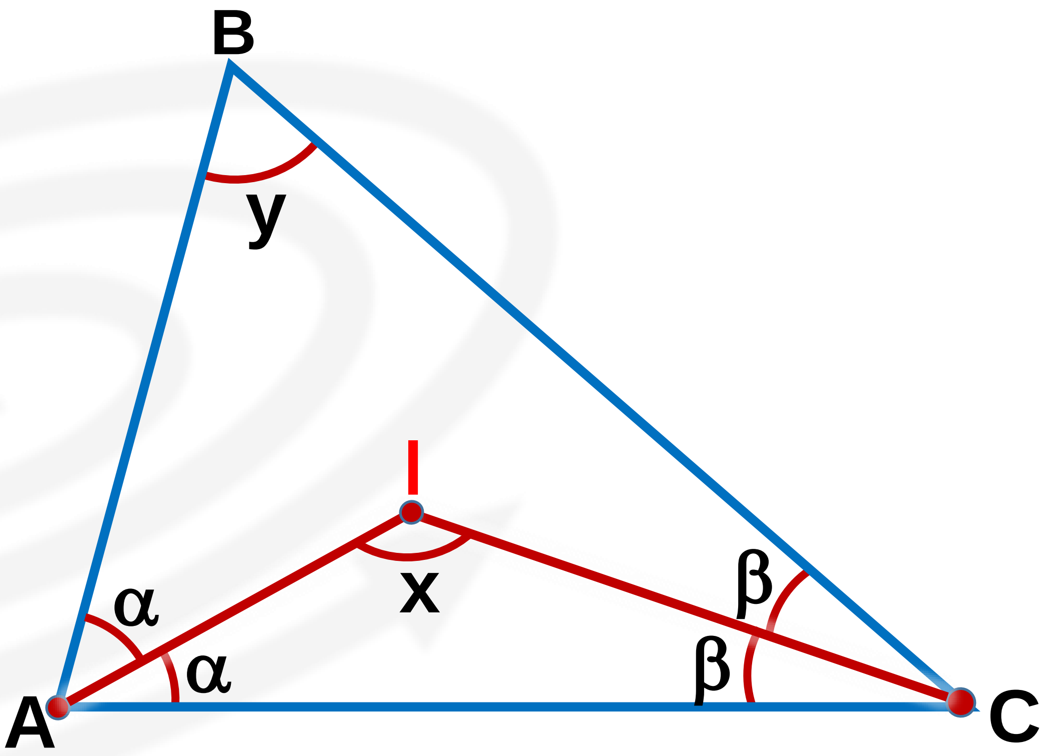
O: Circuncentro

△Obtusángulo



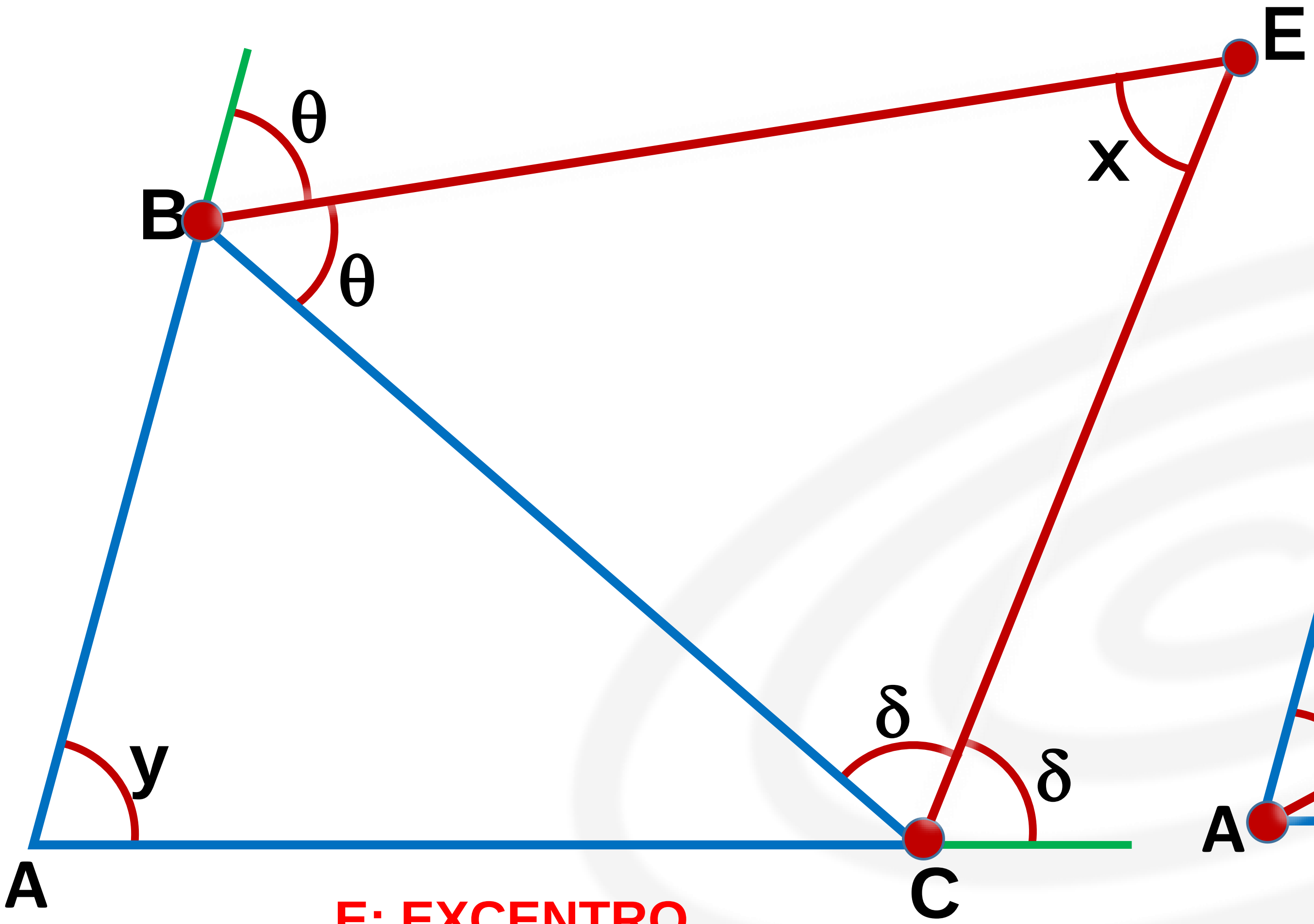
H: ORTOCENTRO

$$x + y = 180°$$



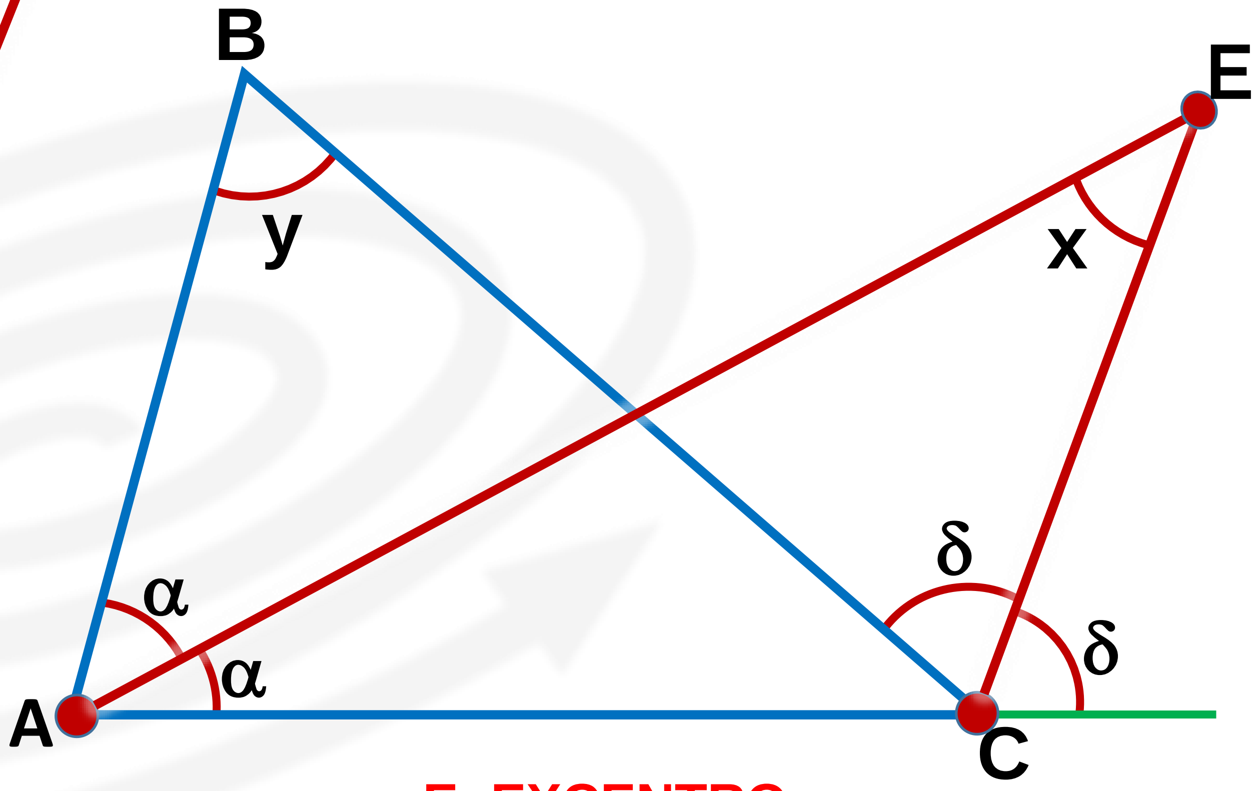
I: INCENTRO

$$x = 90° + \frac{y}{2}$$



E: EXCENTRO

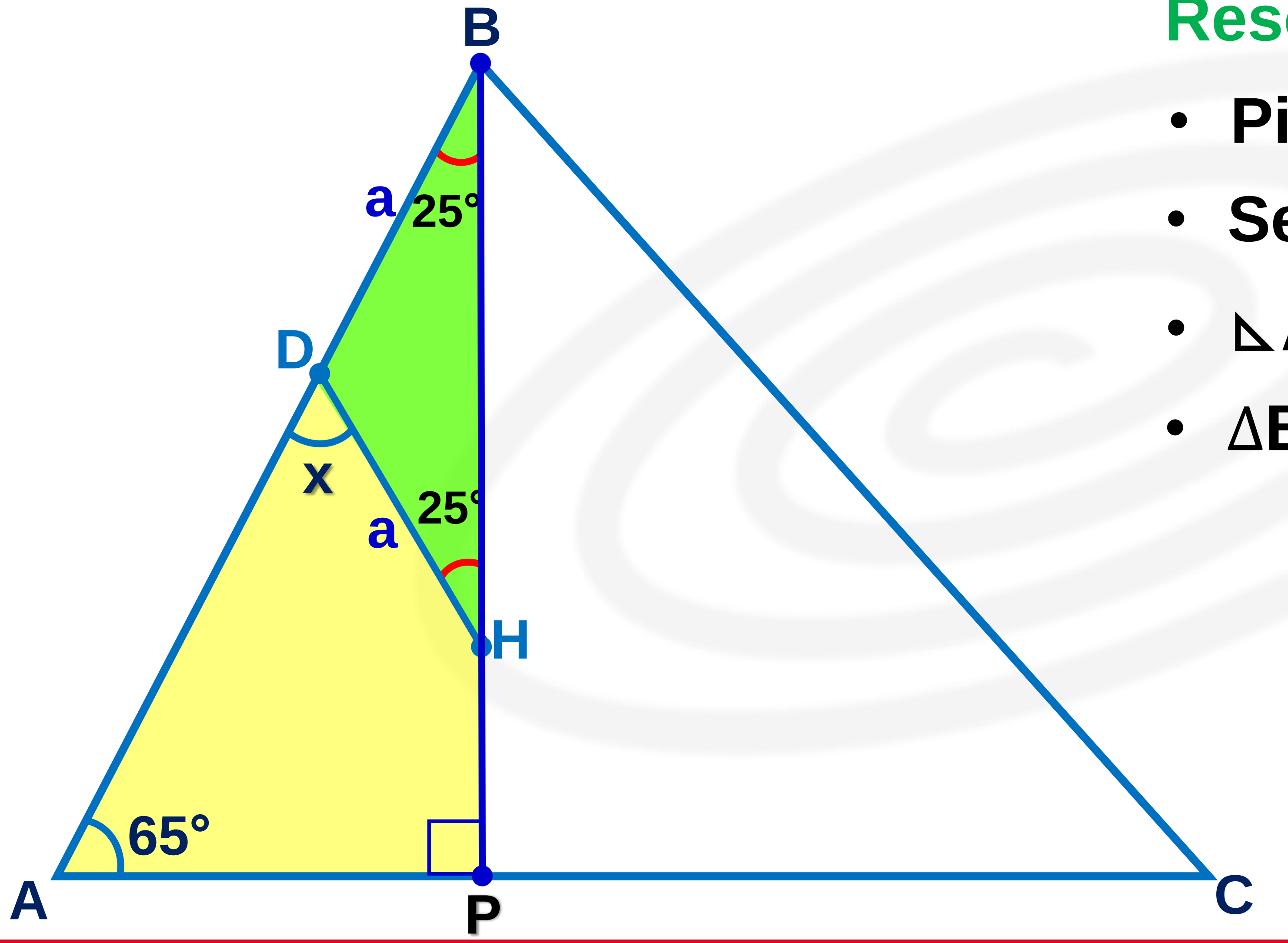
$$x = 90° - \frac{y}{2}$$



E: EXCENTRO

$$x = \frac{y}{2}$$

1. Calcule el valor de x , sabiendo que H es el ortocentro del triángulo ABC y BD = DH.



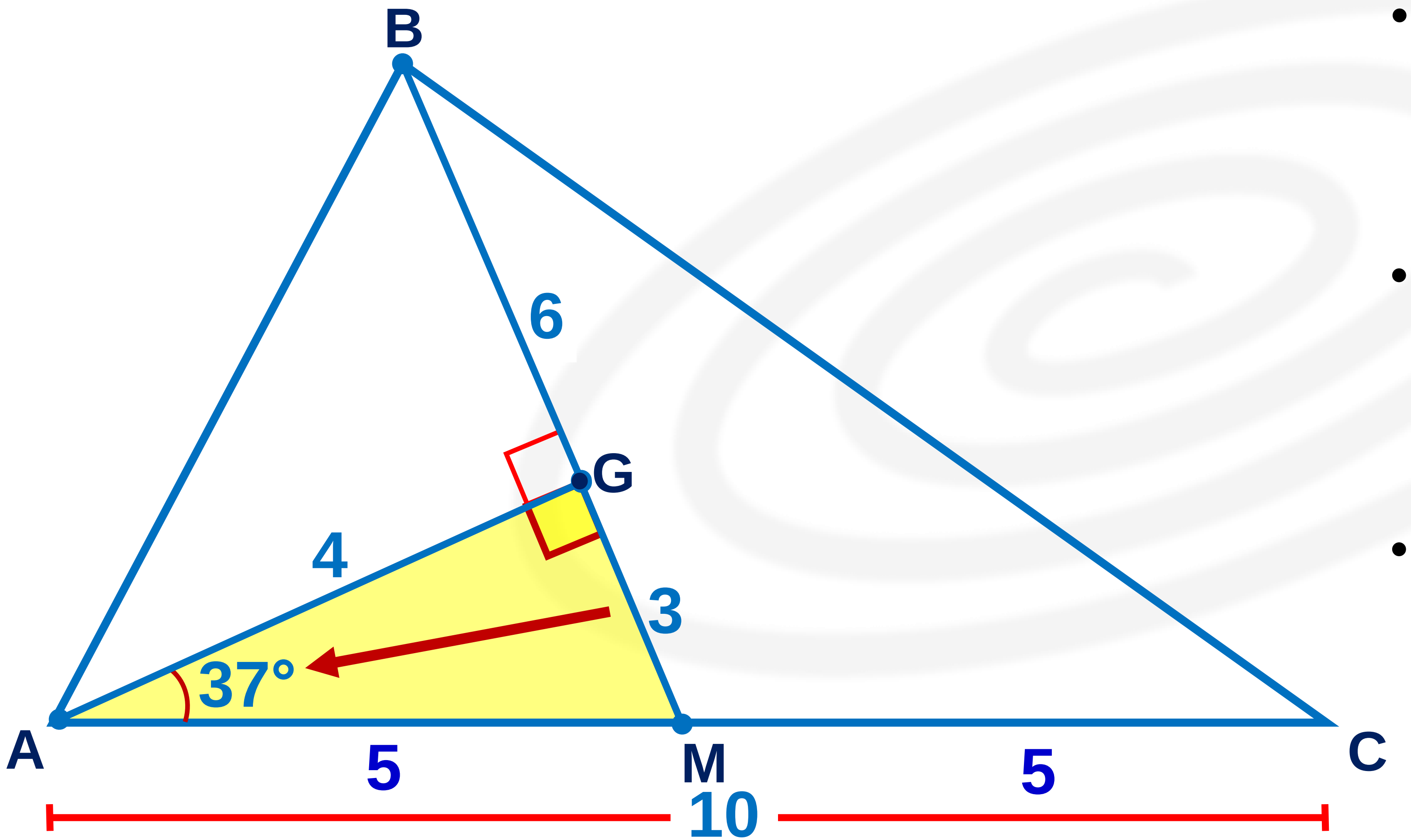
Resolución:

- Piden: x
- Se traza la altura $\overline{BP}$
- ◺APB: m∡ABP= 25°
- ΔBDH: Isósceles

$x = 25° + 25°$

$\boxed{\therefore\ x = 50°}$

2. En una región triangular ABC de baricentro G, BG = 6 y AC = 10. Calcule la m∡GAC si la m∡BGA = 90°.



Resolución:

- Piden: m∡GAC
- Se prolonga $\overline{BG}$ hasta M.

  → $\overline{BM}$ es mediana

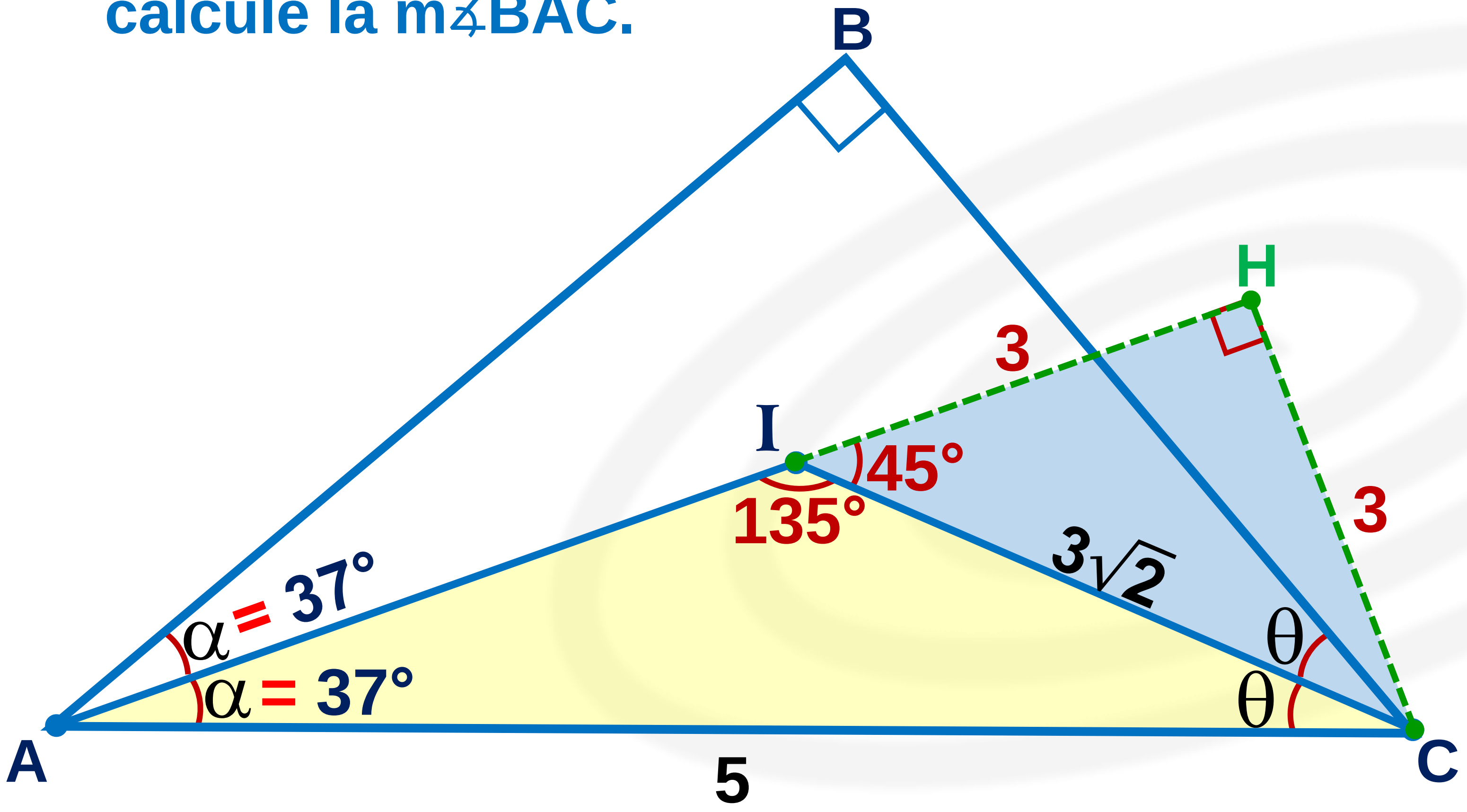
  AM = MC = 5
- Por teorema del baricentro

  BG = 2(GM) = 6

  GM = 3
- ◺AGM: Notable de 37º y 53º

∴ m∡GAC = 37°

3. Se tiene un triángulo ABC recto en B, cuyo incentro es I. Si $IC = 3\sqrt{2}$ y $AC = 5$; calcule la m∡BAC.



RESOLUCIÓN:

- Piden: m∡BAC
- Por teorema:

$$m∡AIC = 90° + \frac{90°}{2}$$

$$m∡AIC = 135°$$

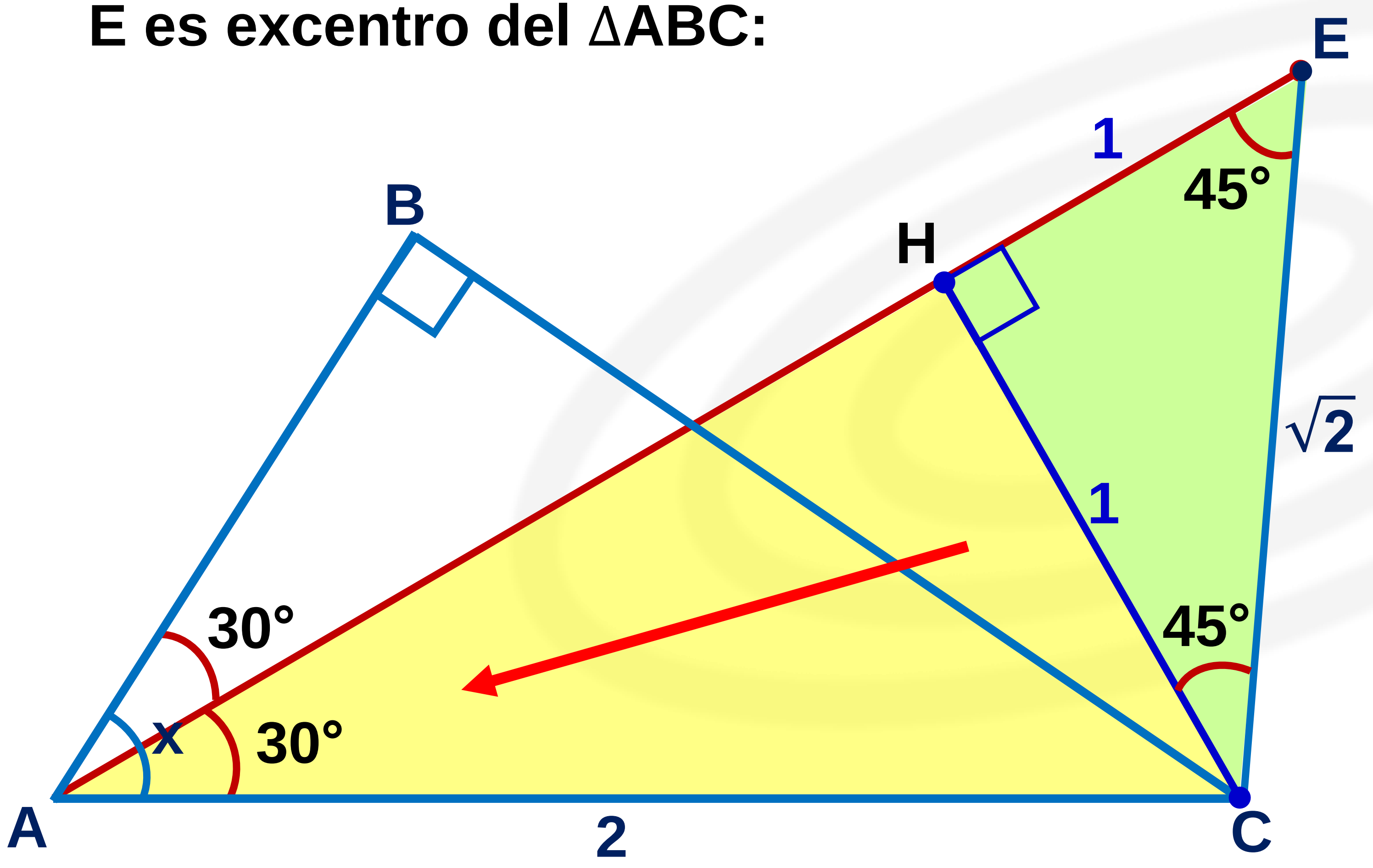
- Prolongamos $\overline{AI}$ hasta H
- Se traza $\overline{CH} \perp \overline{AH}$
- ◺CHI: notable de 45° y 45°
- ◺CHA: notable de 37° y 53°

m∡CAH = m∡HAB = 37°

$\therefore$ m∡BAC = 74°

4. Calcule el valor de x, sabiendo que E es excentro del triángulo ABC.

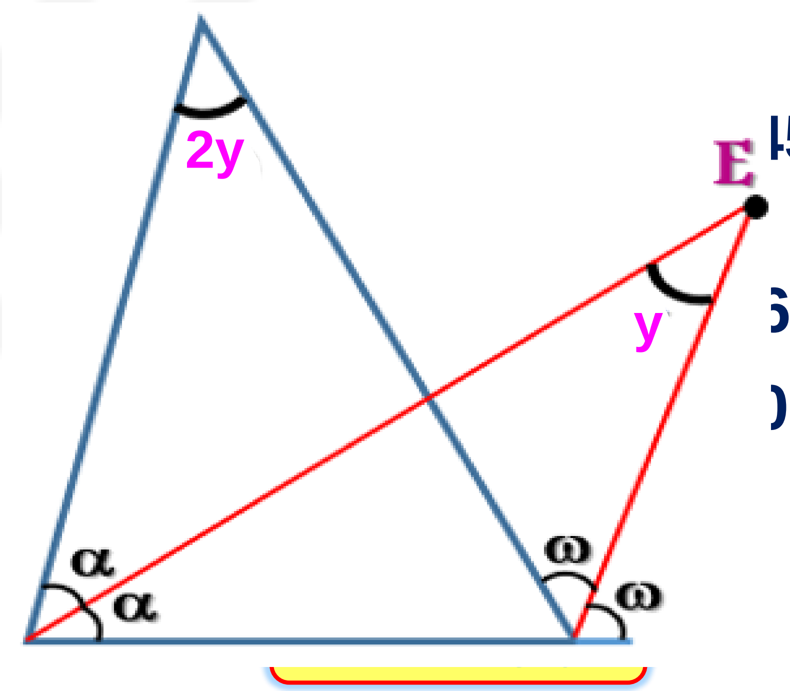
E es excentro del ΔABC:



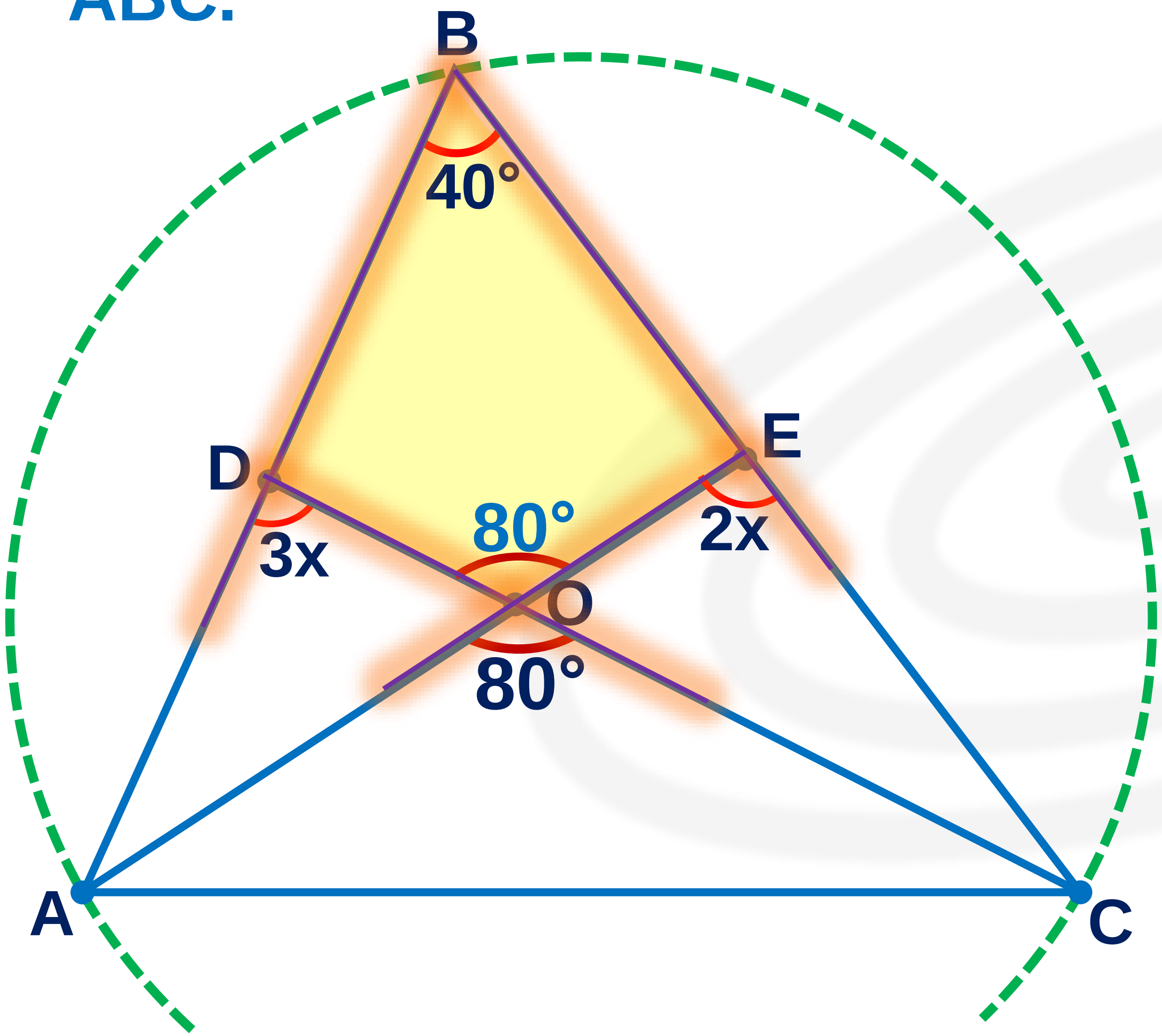
Resolución:

- Piden: x
- Se traza $\overline{AE}$
- Aplicando el teorema:

m∡AEC = 45º



5. Calcule el valor de x, sabiendo que O es circuncentro del triángulo ABC.

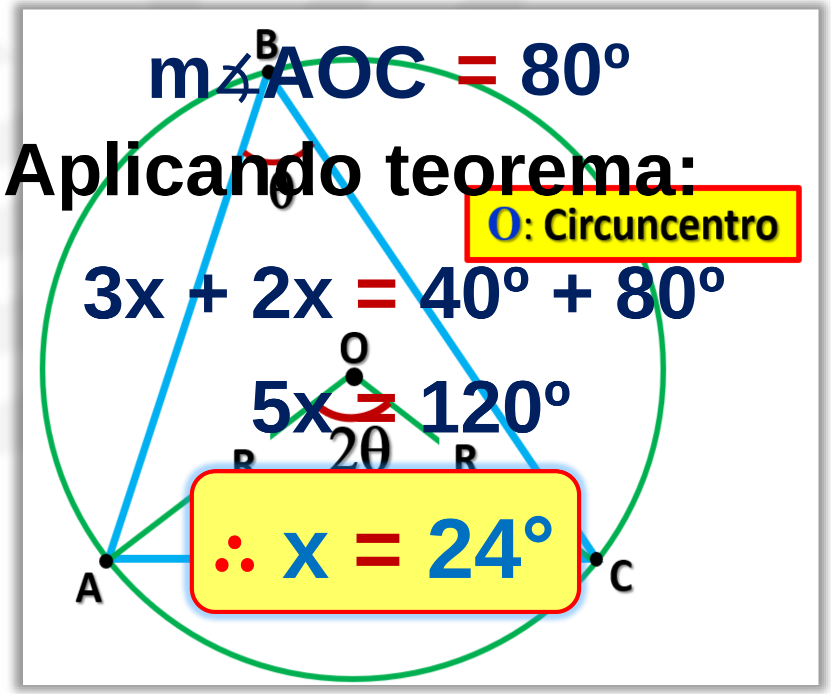


Resolución:

- Piden: x
- Si O es circuncentro del ΔABC:

$m\measuredangle AOC = 80º$

- Aplicando teorema:

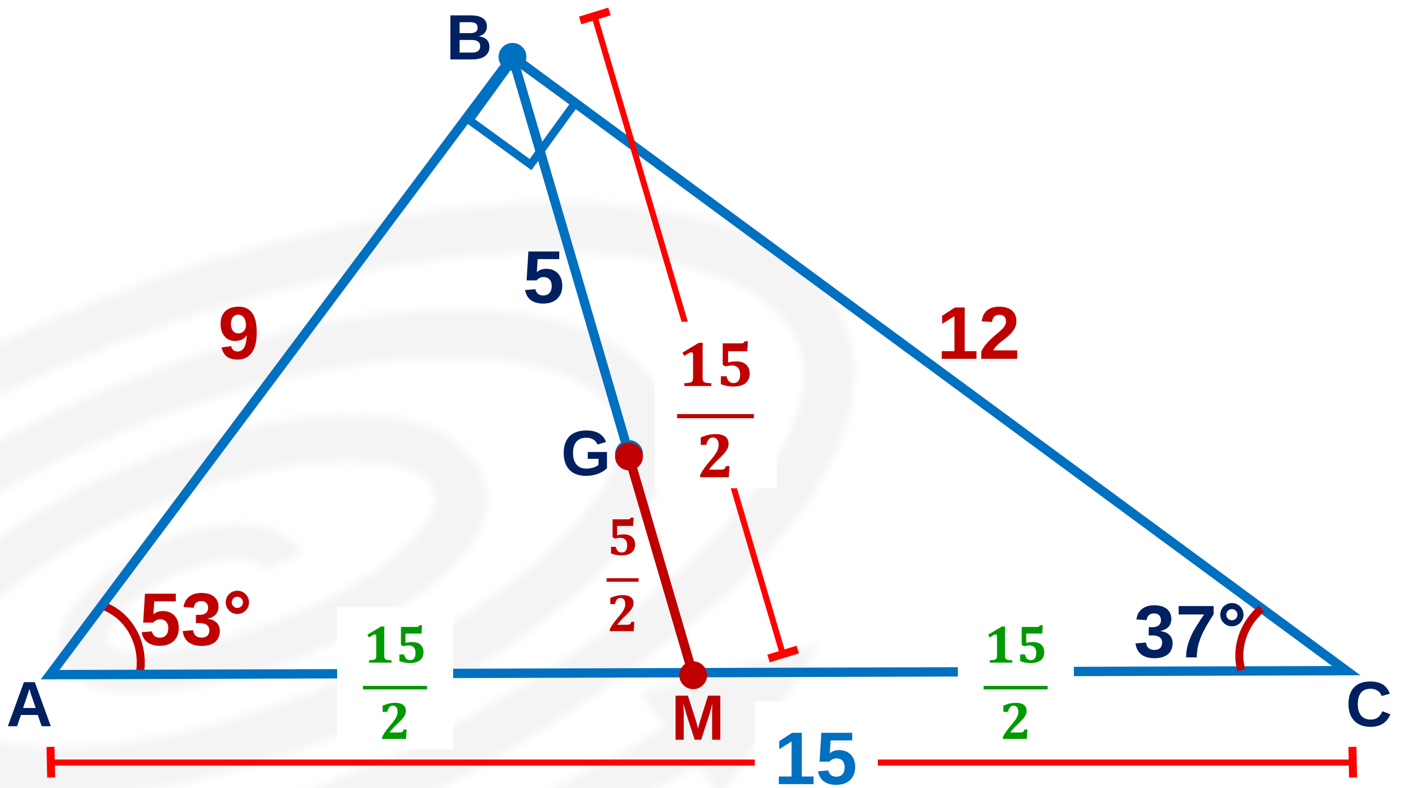


$3x + 2x = 40º + 80º$

$5x = 120º$

$\therefore\ x = 24°$

6. Un profesor de Geometría hace el siguiente gráfico en el patio del colegio a la hora del recreo, y les pide a sus alumnos calcular cuántos metros recorrerá una persona para ir del punto G al punto C siguiendo la línea quebrada GBAC; sabiendo que BG = 5 m y G es baricentro de la región triangular ABC.



Resolución:

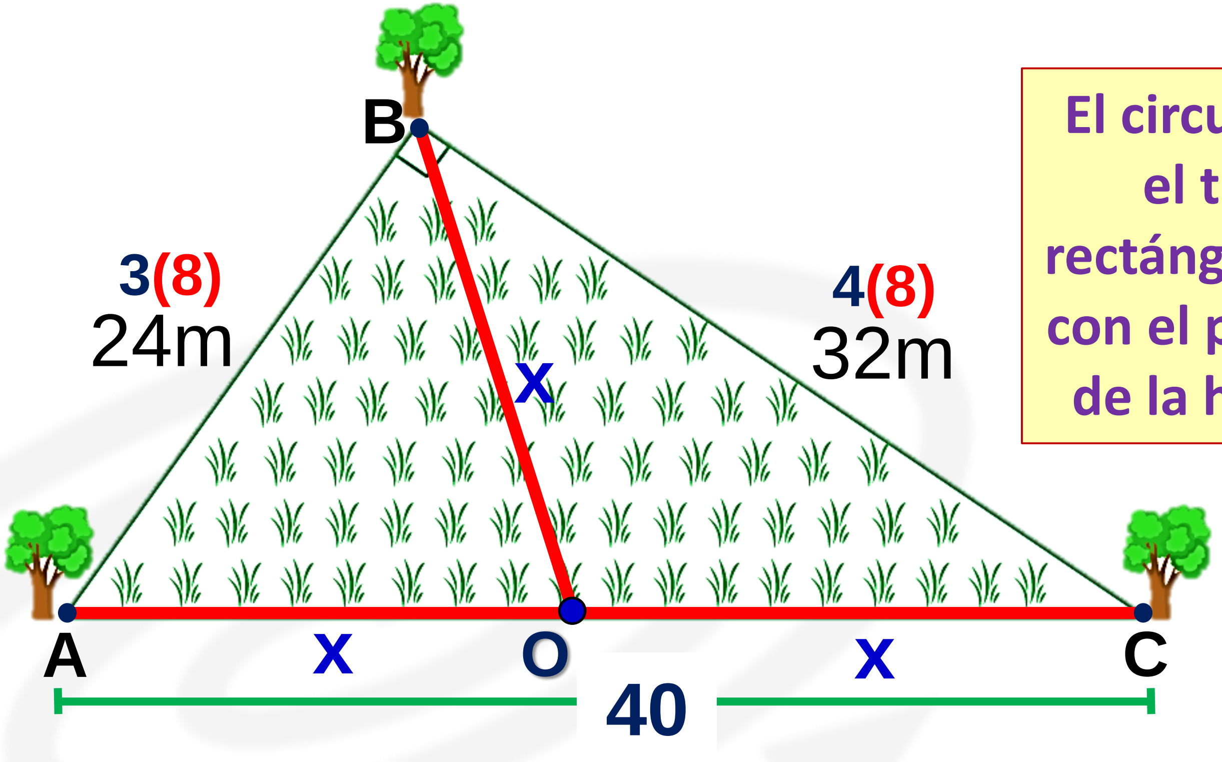
- **Piden:** GB + BA + AC = d
- **ΔABC:** Teorema de la mediana relativa a la hipotenusa

$$BM = AM = MC = \frac{15}{2}$$

- **⊿ABC:** notable de 37° y 53°

$\therefore$ d = 29 m

7. En la figura, se muestra un parque cuyo contorno tiene forma de un triángulo rectángulo y en cada vértice o esquina hay un árbol. Se desea ubicar una salida de agua tal que la longitud de la manguera empleada para regar dicho parque, llegue hasta los tres árboles. Calcule la longitud de dicha manguera.



El circuncentro en el triángulo rectángulo coincide con el punto medio de la hipotenusa.

Resolución:

- Piden: La longitud de la manguera = x
- ◺ABC: Triángulo notable.

$AC = 40$

- Si O es circuncentro del ⊿ABC:

$2x = 40$

$\therefore x = 20$ m