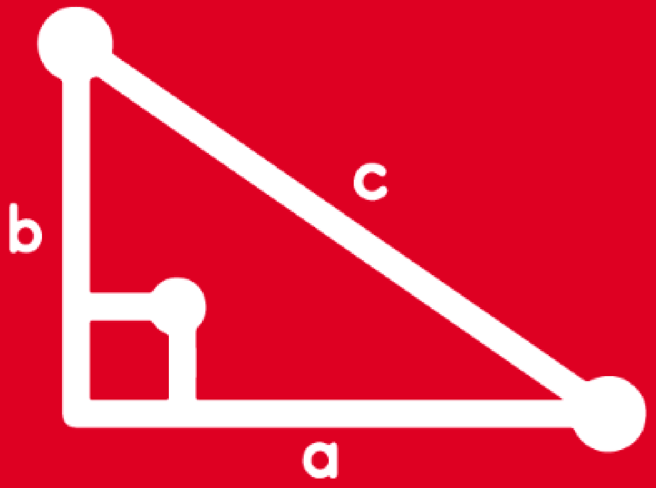
TRIGONOMETRY

Chapter 16

2nd
SECONDARY



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL II

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

DESCARTES, LA MOSCA Y LAS COORDENADAS CARTESIANAS

Debido a enfermedades que padecía desde niño, René Descartes pasó muchas horas en camas de estancias y hospitales.

Cierta vez tenía su mirada perdida en el techo de un hospital mientras seguía a una mosca inquieta .

Entonces pensó en : ¿ cómo se podría determinar en cada instante la posición que tenía el insecto en el techo?

Esto lo hizo idear que bastaba determinar las distancias de la mosca a dos superficies perpendiculares entre sí (en este caso la pared y el techo).

Luego se levantó de la cama y en un trozo de papel dibujó dos rectas perpendiculares: cualquier punto de la hoja quedaba determinado por su distancia a los dos ejes.- A estas distancias las llamó coordenadas del punto : Acababan de nacer las Coordenadas Cartesianas, y con ellas, la Geometría Analítica .

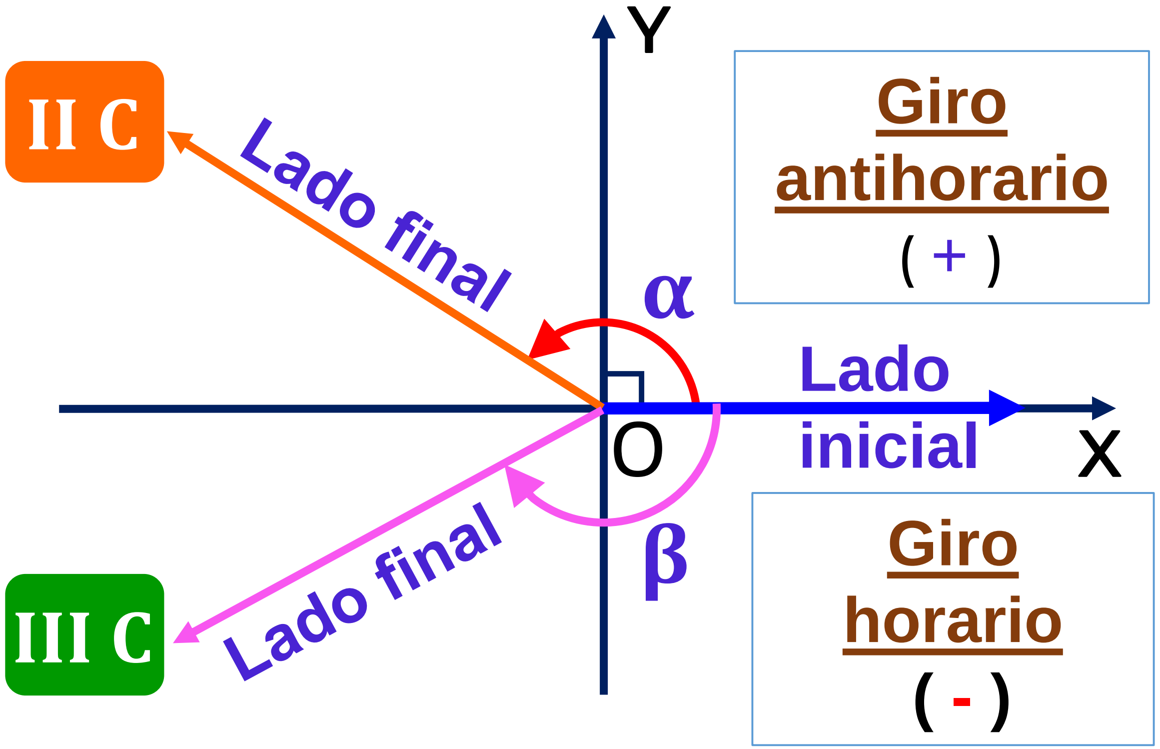
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

DEFINICIÓN :

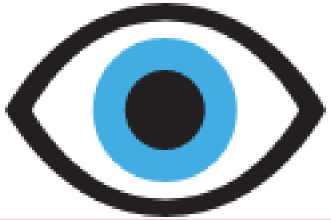
Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, posee :

- **Vértice :** Origen de coordenadas.
- **Lado inicial :** Semieje X positivo.
- **Lado final :** Se ubica en cualquier cuadrante o semieje del plano.

Representación gráfica :

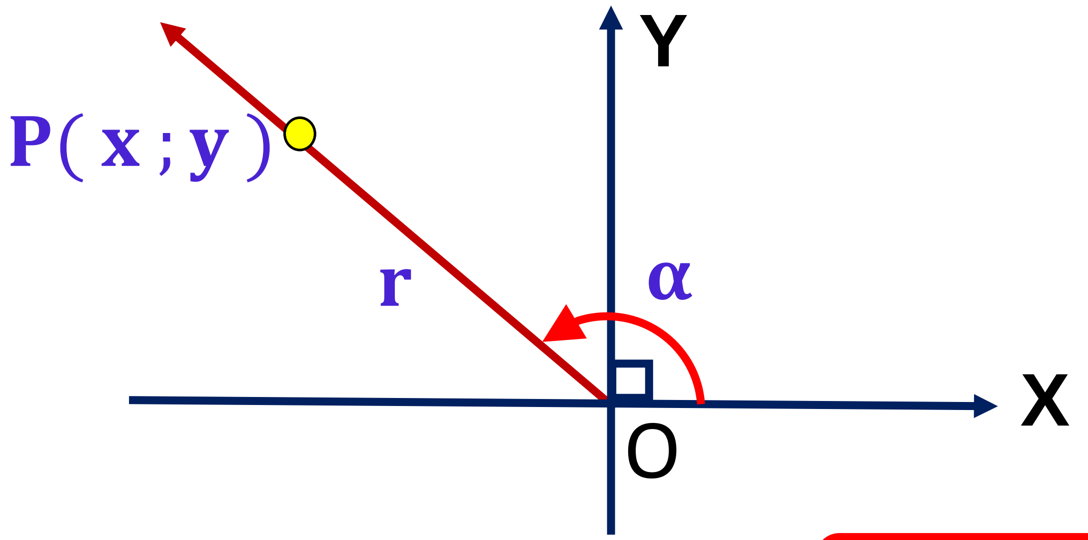


OBSERVACIÓN :



La posición del lado final de un ángulo en posición normal, determina el cuadrante o semieje al cual pertenece dicho ángulo .

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL II



α : ángulo en posición normal .

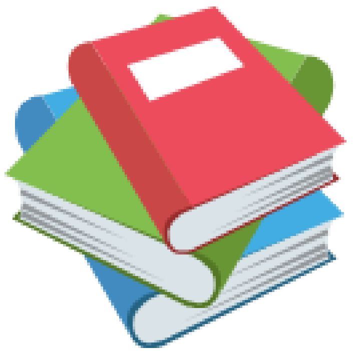
x : abscisa del punto P .

y : ordenada del punto P .

r : radio vector del punto P.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

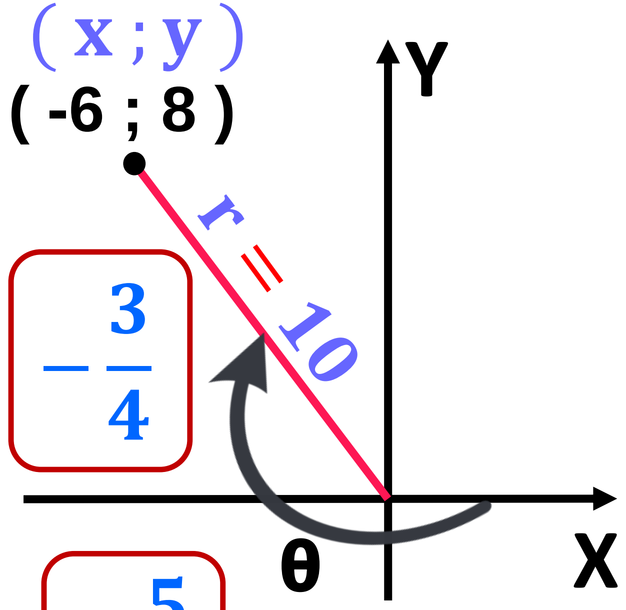
DEFINICIONES :



$\cot\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$
$\frac{x}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{r}{y}$

HELICO PRACTICE 1

Complete los casilleros en blanco.



$\cot\theta = \boxed{\dfrac{-6}{8}} = \boxed{-\dfrac{3}{4}}$

$\sec\theta = \boxed{\dfrac{10}{-6}} = \boxed{-\dfrac{5}{3}}$

$\csc\theta = \boxed{\dfrac{10}{8}} = \boxed{\dfrac{5}{4}}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -6$; $y = 8$

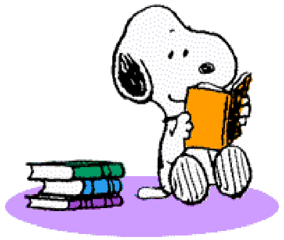
Luego :

$$r = \sqrt{(-6)^2 + (8)^2} = \sqrt{36 + 64}$$

$$r = \sqrt{100} \Rightarrow r = 10$$

RECORDAR :

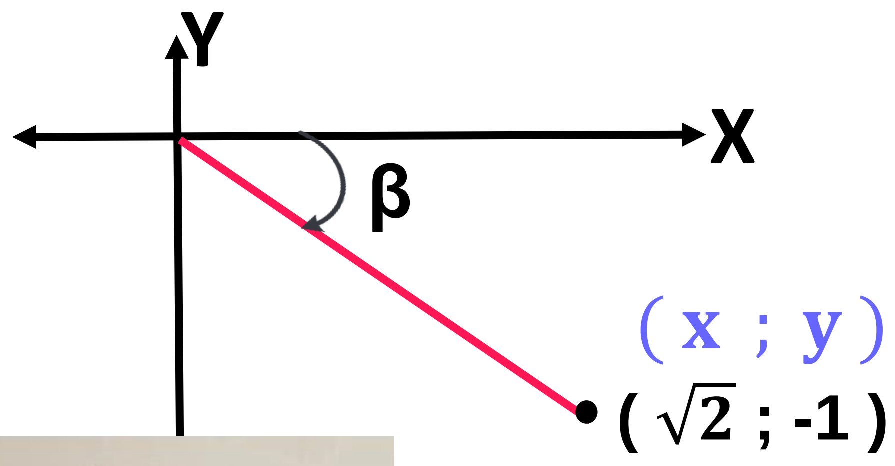
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

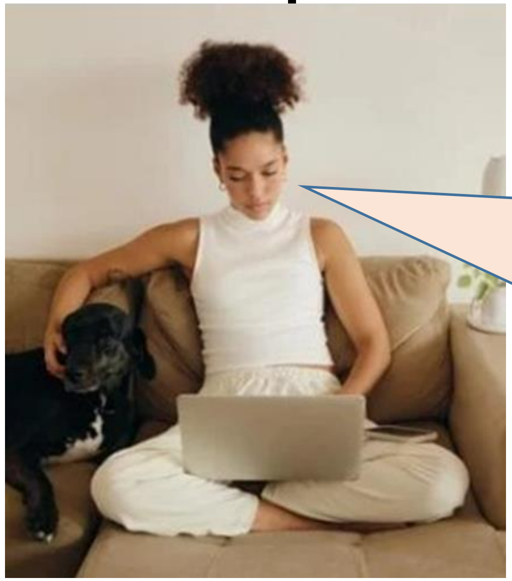


cotθ	secθ	cscθ
$\dfrac{x}{y}$	$\dfrac{r}{x}$	$\dfrac{r}{y}$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico, calcule $\cot^2\beta$.





RECORDAR :

$$\cot\beta = \frac{x}{y}$$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = \sqrt{2}$; $y = -1$

Luego : No es necesario calcular la medida del radio vector .

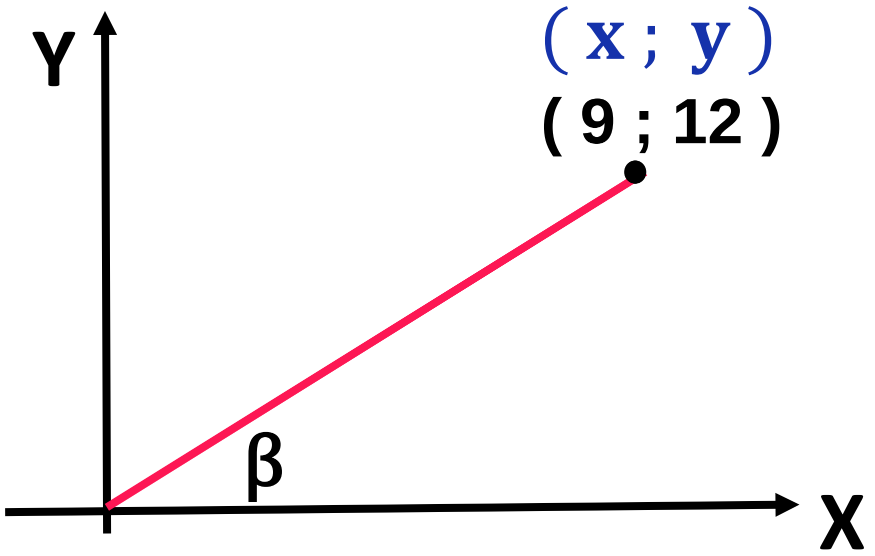
Efectuamos $\cot^2\beta$:

$$\cot^2\beta = \left(\frac{\sqrt{2}}{-1}\right)^2 = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \cot^2\beta = 2$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, efectúe
$N = \csc\beta - \cot\beta$.



RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = 9$; $y = 12$

Luego : $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{(9)^2 + (12)^2} = \sqrt{81 + 144}$$

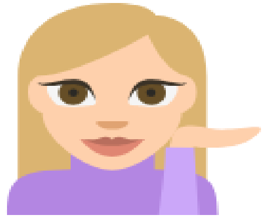
$$r = \sqrt{225} \Rightarrow r = 15$$

Efectuamos : $N = \csc\beta - \cot\beta$

$$N = \frac{15}{12} - \frac{9}{12} = \frac{6}{12}$$

$$\therefore N = \frac{1}{2}$$

RECORDAR :



$\csc\beta$	$\cot\beta$
$\frac{r}{y}$	$\frac{x}{y}$

HELICO PRACTICE 4

Si el punto P(– 4 ; – 3) pertenece al lado final del ángulo α en posición normal; calcule E = 9 cotα – 16 secα

RESOLUCIÓN

Según datos : $x = -4$; $y = -3$

Luego calculamos r :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$$

$$r = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} \Rightarrow r = 5$$

Finalmente calculamos E :

$$E = 9\left(\frac{x}{y}\right) - 16\left(\frac{r}{x}\right)$$

$$E = \overset{3}{\cancel{9}}\left(\frac{-4}{\cancel{-3}}\right) - \overset{4}{\cancel{16}}\left(\frac{5}{\cancel{-4}}\right)$$

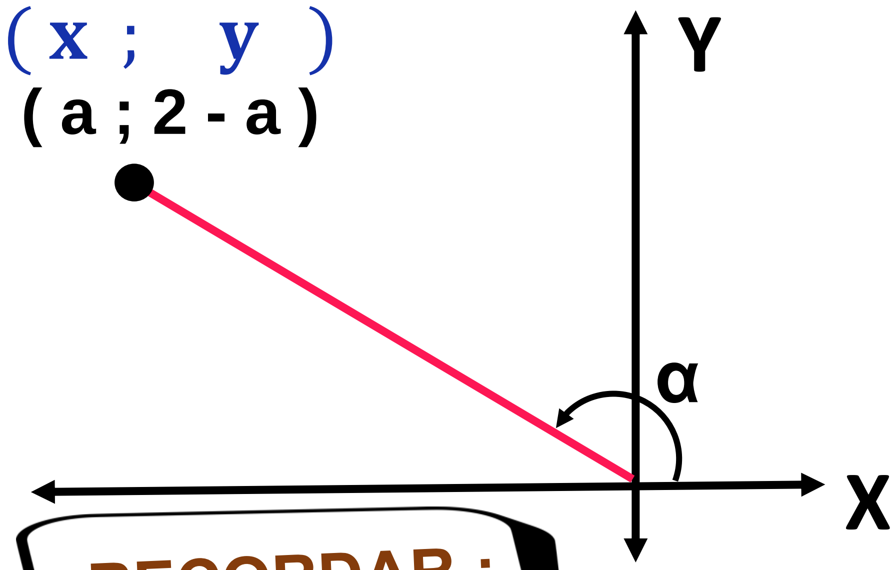
$$E = 3(4) - 4(-5)$$

$$E = 12 + 20$$

$$\therefore E = 32$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, halle el valor de a si $\cot\alpha = -\frac{3}{4}$.



$$\cot\alpha = \frac{x}{y}$$

RESOLUCIÓN

Según gráfico :

$x = a \;;\; y = 2 - a$

Luego : $\underset{(\text{gráfico})}{\cot\alpha} = \underset{(\text{dato})}{\cot\alpha}$

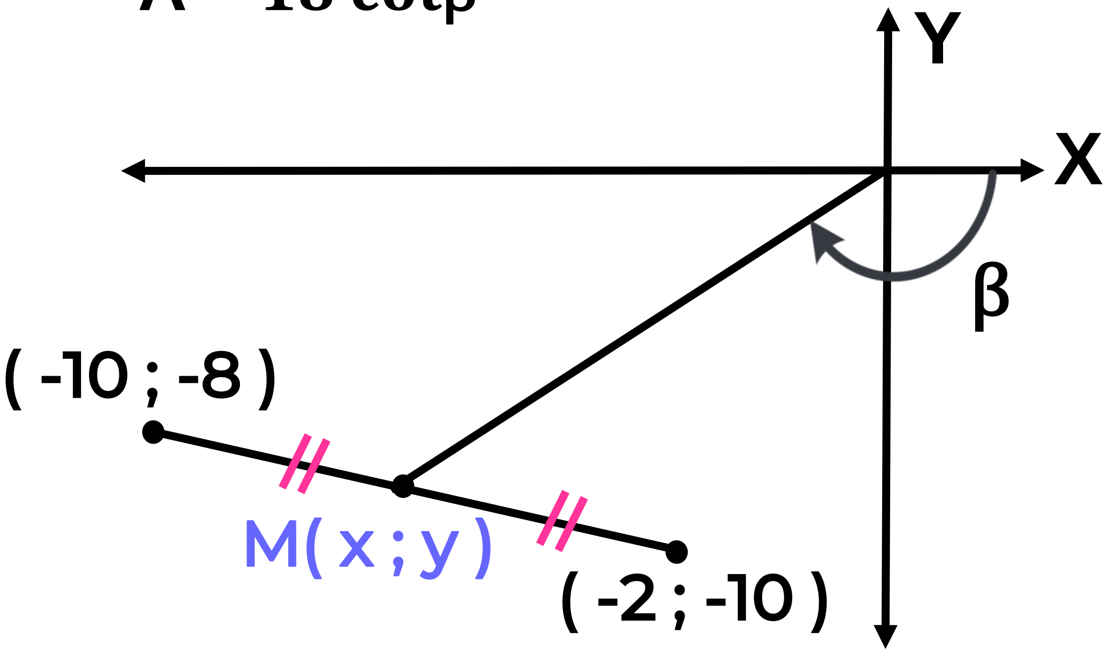
$$\frac{a}{2-a} = \frac{-3}{4}$$

$$4a = -6 + 3a$$

$$\therefore a = -6$$

HELICO PRACTICE 6

La nota del examen mensual de Camila en el curso de Trigonometría es A + 6 .
Para calcularla deberás resolver :
$A = 18 \cot\beta$



¿Cuál es dicha calificación ?

RESOLUCIÓN

Calculamos coordenadas de M (punto medio)

$$x = \frac{-10-2}{2} = \frac{-12}{2} \Rightarrow x = -6$$

$$y = \frac{-8-10}{2} = \frac{-18}{2} \Rightarrow y = -9$$

Luego :

$$A = \overset{2}{\cancel{18}}\left(\frac{-6}{\cancel{-9}}\right) = 2\,(6) \Rightarrow A = 12$$

Nota = A + 6 = 12 + 6

$\therefore$ Camila obtuvo nota $= 18$

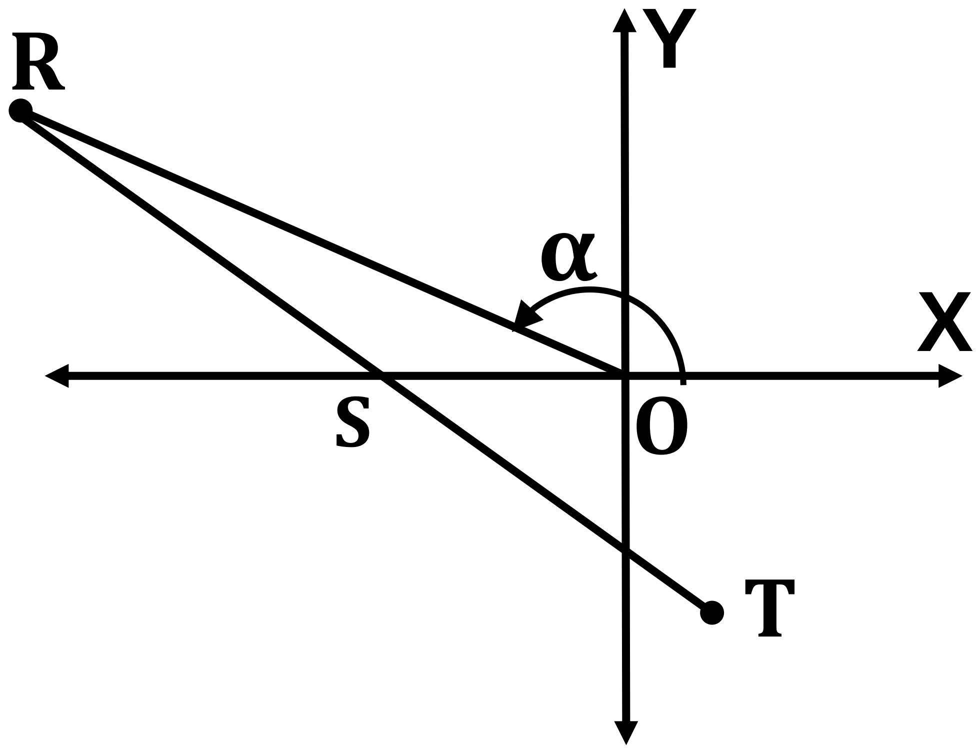
HELICO PRACTICE 7

En el gráfico mostrado, OS = 8 y RS = ST; además las coordenadas del punto T son (2 ; -6).
A partir de la información brindada, escriba verdadero (V) o falso (F) , según corresponda .

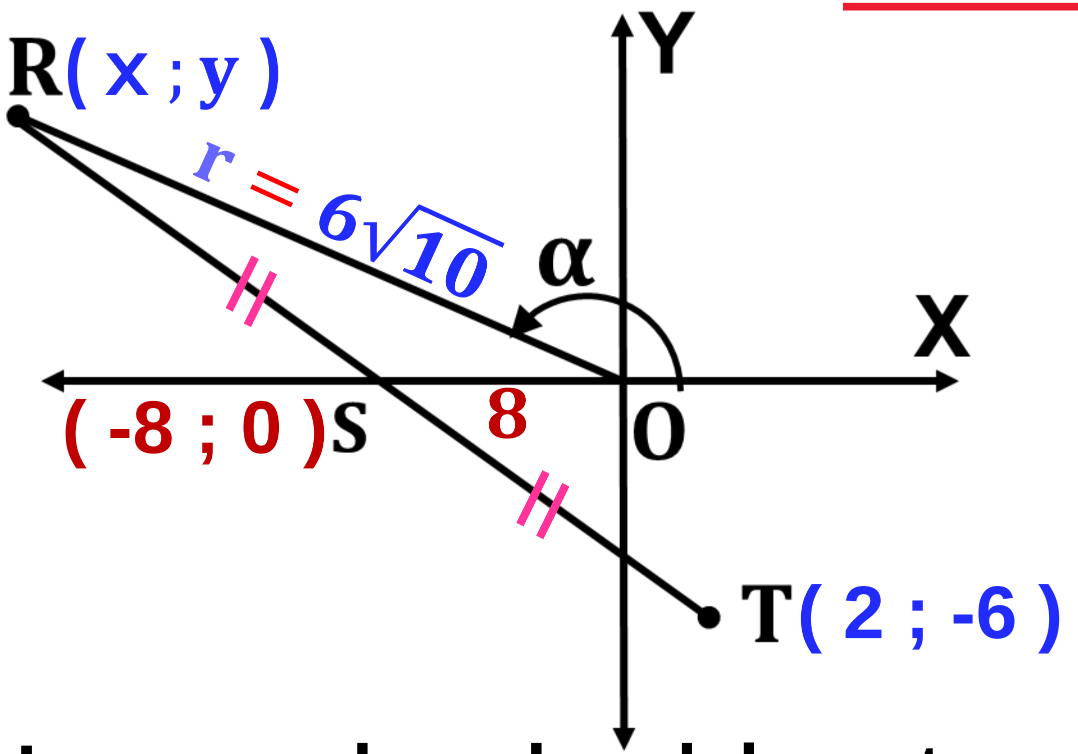
a) Las coordenadas del punto R son(-16 ; 6)

b) cotα = -3

c) $\sqrt{10}\,.\sec\alpha = 60$



RESOLUCIÓN



a) Las coordenadas del punto R son (-16 ; 6) **FALSO**

$-8 = \frac{x+2}{2}$ ➜ $-16 = x + 2$ ➜ $x = -18$

$0 = \frac{y-6}{2}$ ➜ $0 = y - 6$ ➜ $y = 6$

b) $\cot\alpha = -3$ **VERDADERO**

$\cot\alpha = \frac{x}{y} = \frac{-18}{6}$ ➜ $\cot\alpha = -3$

c) $\sqrt{10}\,.\sec\alpha = 60$ **FALSO**

$r = \sqrt{(-18)^2 + 6^2} = \sqrt{324 + 36}$

$r = \sqrt{360}$ ➜ $r = 6\sqrt{10}$

$\sqrt{10}\,.\sec\alpha = \sqrt{10}\,.\left(\frac{\cancel{6}\sqrt{10}}{-\cancel{18}_{3}}\right)$

$\sqrt{10}\,.\sec\alpha = -\frac{10}{3}$

SACO
OLIVEROS