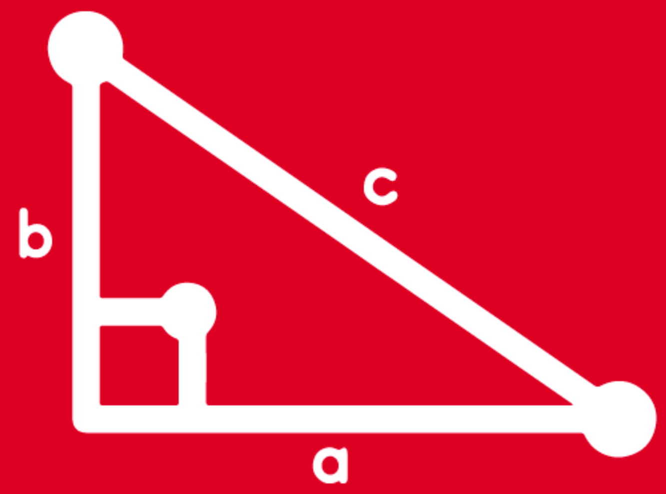
TRIGONOMETRY

Chapter 03

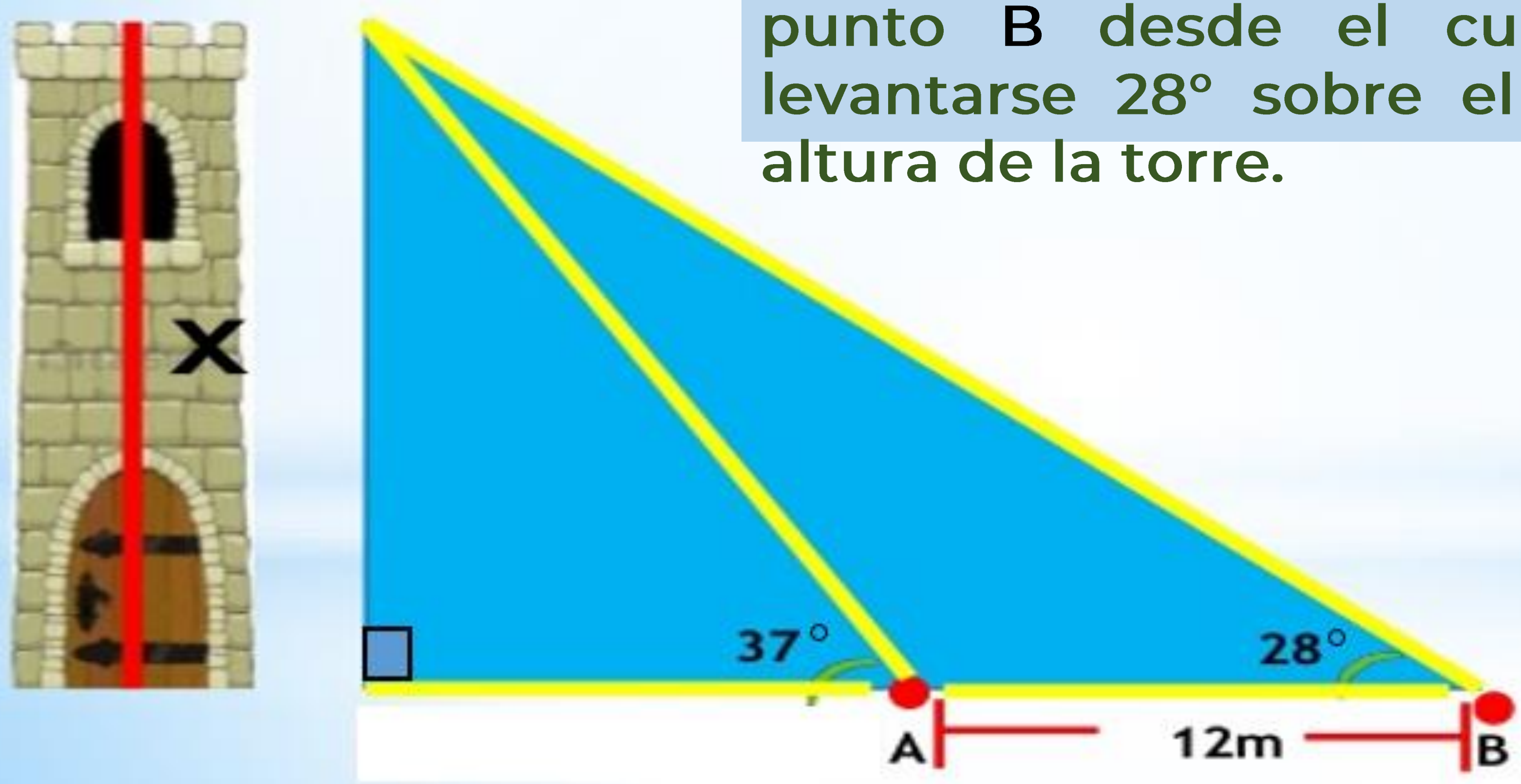


5th
SECONDARY

Resolución de triángulos rectángulos

SACO OLIVEROS

Se desea medir la altura de una torre, cuya base no es accesible y en un terreno horizontal. Desde el punto **A**, la torre parece levantarse 37° sobre el horizonte. Separándose **12m** más de A, se llega a un punto **B** desde el cual la torre parece levantarse 28° sobre el horizonte. Halle la altura de la torre.



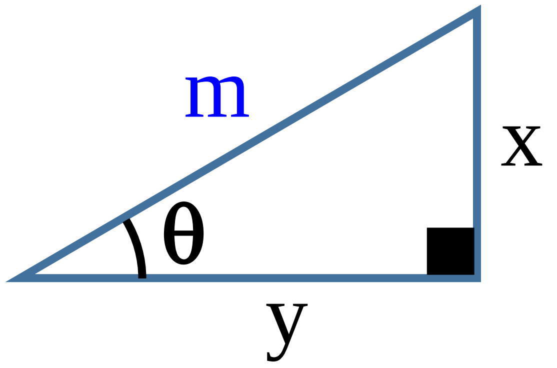
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo significa hallar la longitud de sus lados y ángulos. Para los casos siguientes, necesitamos como datos un lado y un ángulo agudo.

Regla práctica

$$\frac{[\text{lado incógnita}]}{[\text{lado dato}]} = \text{RT}\begin{pmatrix}\square \\ \text{dato}\end{pmatrix}$$

Caso I.



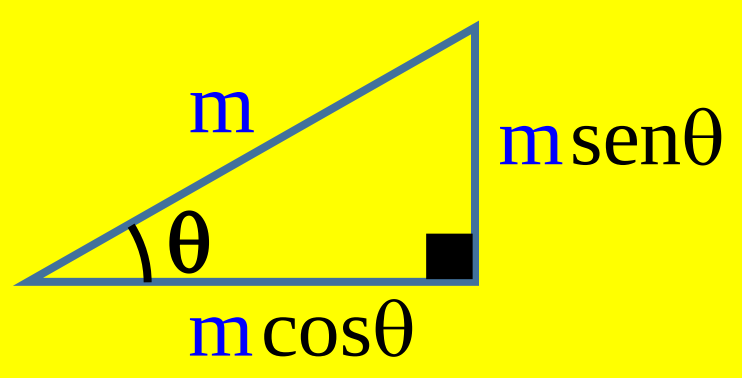
- $\frac{x}{m} = \operatorname{sen}\theta$

$\Rightarrow x = m\operatorname{sen}\theta$

- $\frac{y}{m} = \cos\theta$

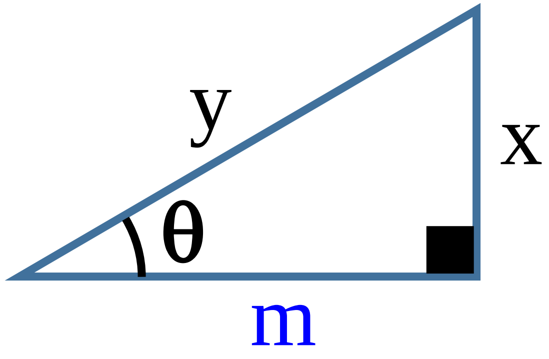
$\Rightarrow y = m\cos\theta$

En conclusión:



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Caso II.



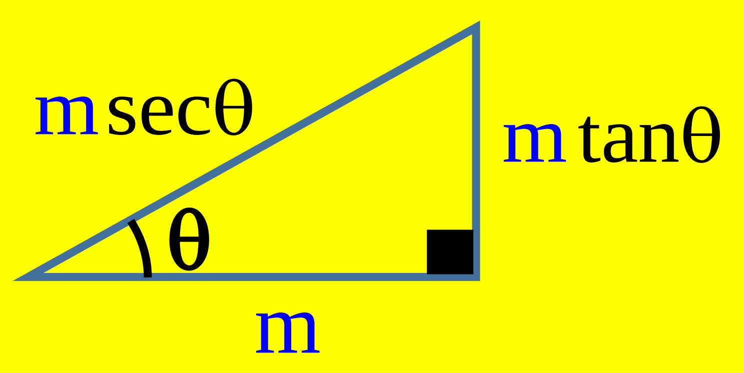
- $\dfrac{x}{m} = \tan\theta$

$\Rightarrow x = m\tan\theta$

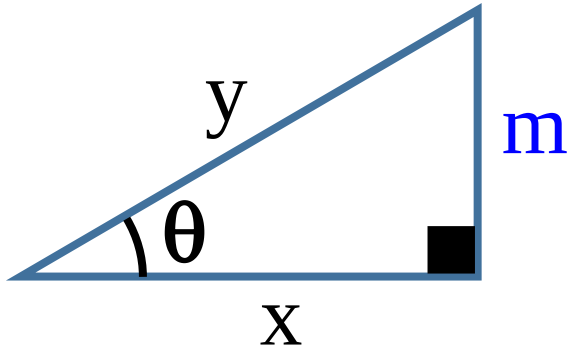
- $\dfrac{y}{m} = \sec\theta$

$\Rightarrow y = m\sec\theta$

En conclusión:



Caso III.



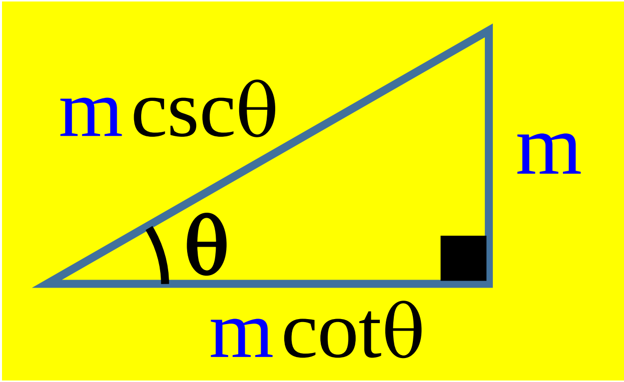
- $\dfrac{x}{m} = \cot\theta$

$\Rightarrow x = m\cot\theta$

- $\dfrac{y}{m} = \csc\theta$

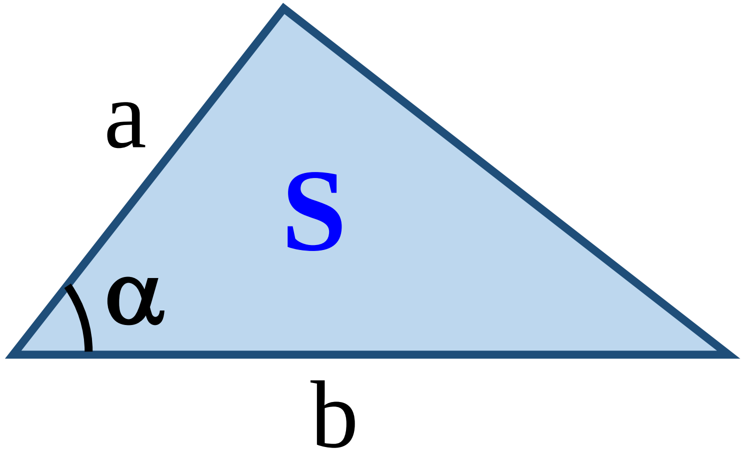
$\Rightarrow y = m\csc\theta$

En conclusión:



ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR

Siendo S el área de la región triangular sombreada.



Se cumple:

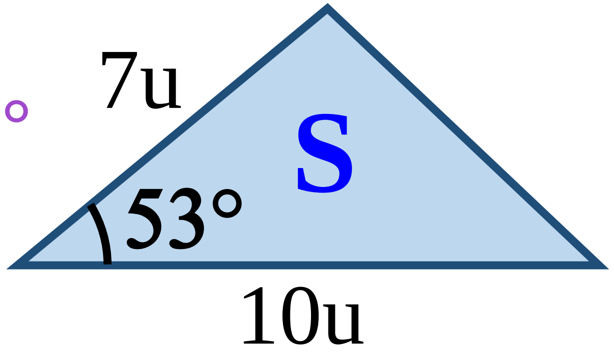
$$\boxed{S = \frac{a.b}{2}\operatorname{sen}\alpha}$$

Ejemplo:

Calcule el área de la región triangular de lados 10u y 7u, además el ángulo entre ellos mide 53°.

Resolución:

$$S = \frac{7 \times 10}{2}\operatorname{sen}53°$$



$$S = \frac{7 \times \cancel{10}}{\cancel{2}}\left(\frac{4}{\cancel{5}}\right)$$

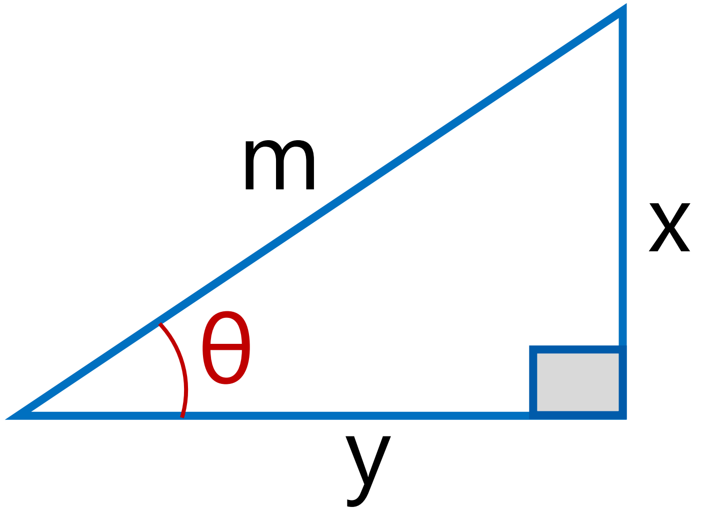
$$\boxed{\therefore\ S = 28u^2}$$

1. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide m y un ángulo agudo es θ. Determine el área de dicho triángulo.

Resolución:

$\dfrac{x}{m} = \text{sen}\theta \Rightarrow x = m.\text{sen}\theta$

$\dfrac{y}{m} = \cos\theta \Rightarrow y = m.\cos\theta$



Luego:

$$\text{Área} = \frac{(\text{m}.\cos\theta)(\text{m}.\text{sen}\theta)}{2}$$

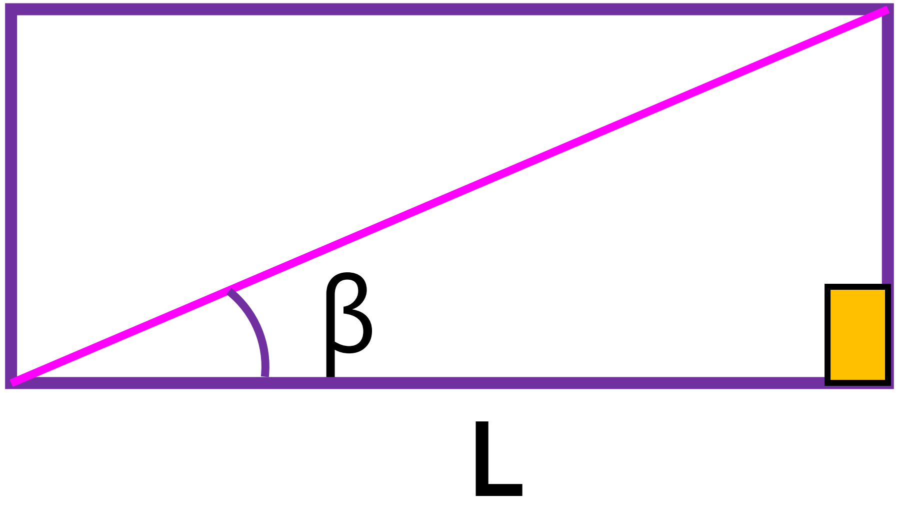
$$\boxed{\therefore\ \text{Área} = \frac{\text{m}^2\text{sen}\theta\cos\theta}{2}}$$

2. Juan y Jorge compran un terreno rectangular para sembrar camote y papa, para ello dividen el terreno en dos partes iguales, trazando una diagonal. Si el largo del terreno es L metros y el ángulo formado por la diagonal y el lado anterior del terreno es β, calcule el área del terreno que le corresponde para sembrar cada tubérculo en términos de L y β.

Resolución:

Del gráfico:

$$\frac{x}{L} = \tan\beta$$



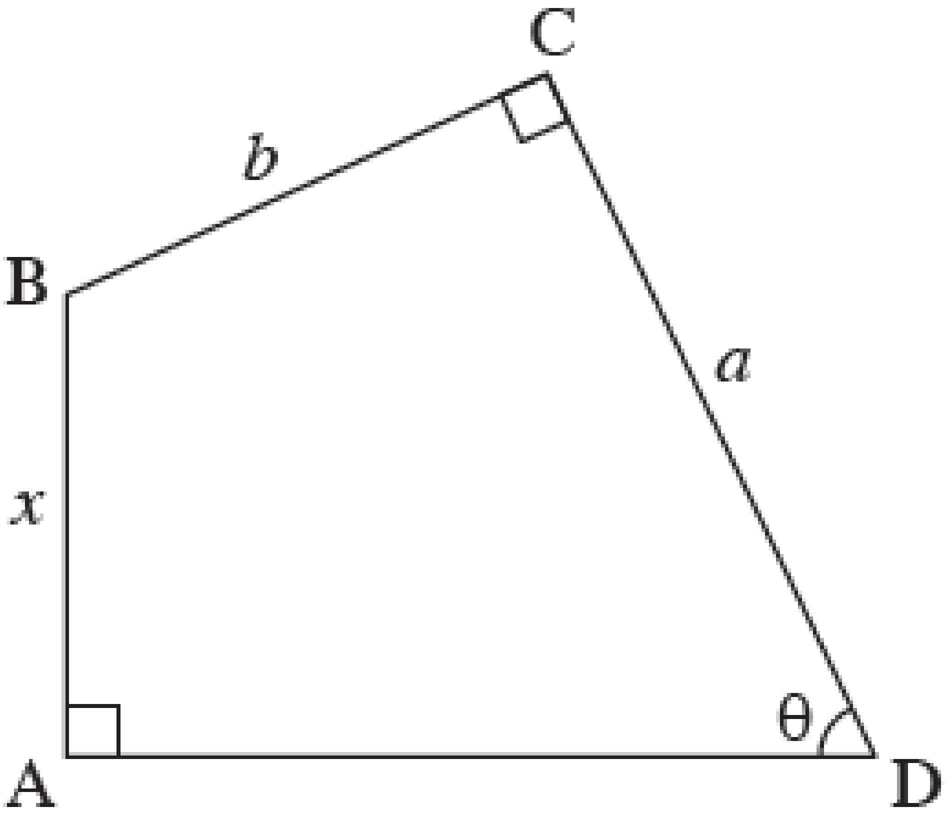
$x = L.\tan\beta$

$$\boxed{\text{Área} = (\text{Base})(\text{Altura})}$$

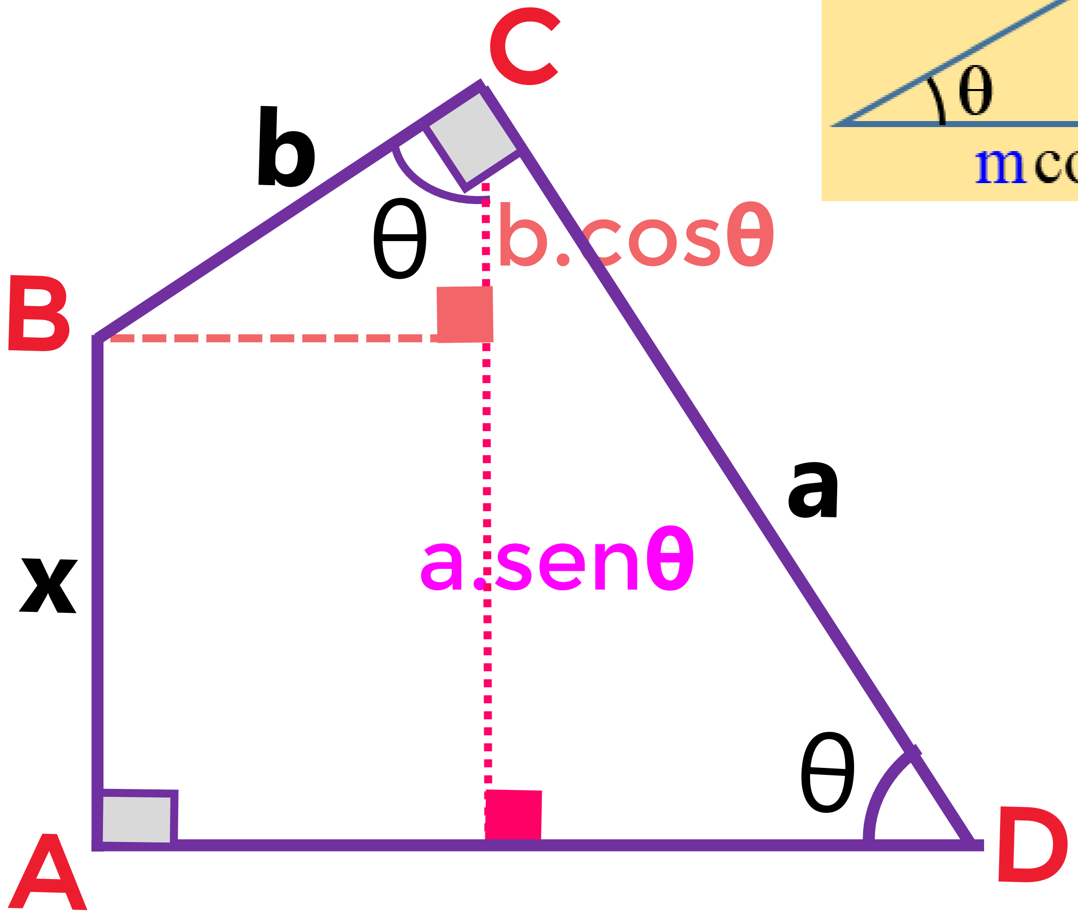
$\Rightarrow$ Área=(L)(L.tanβ)

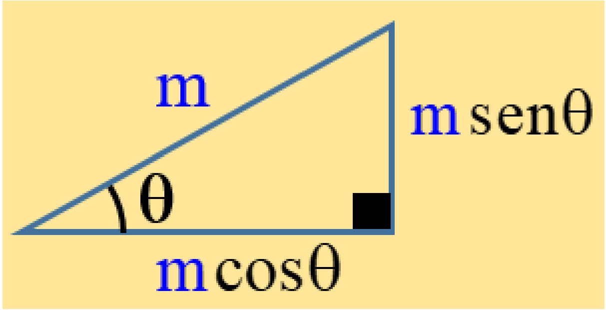
$$\boxed{\therefore\ \text{Área} = (L^2.\tan\beta)m^2}$$

3. De la figura , calcule el valor de "x" en función de a, b y θ.



Resolución:

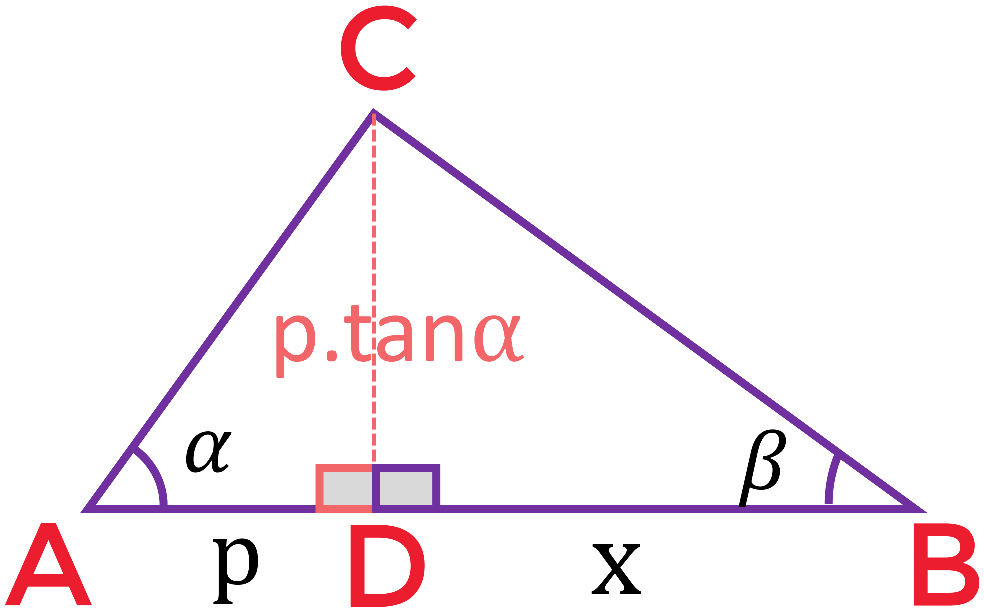




$$\therefore\ x = a.\operatorname{sen}\theta - b.\cos\theta$$

4. En un triángulo acutángulo ABC, se traza la altura $\overline{CD}$ (D en $\overline{AB}$). Si m∡CAD = α, m∡CBD = β y AD = p; calcule BD en términos de α, β y p.

Resolución:

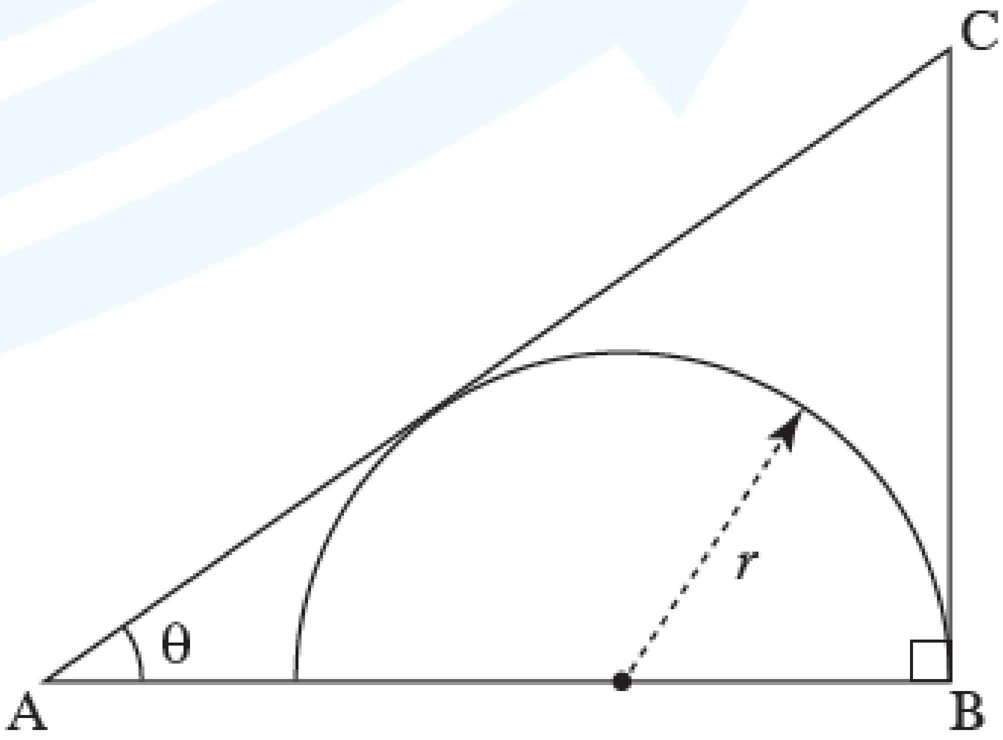


◣ADC: $\dfrac{CD}{p} = \tan\alpha \Rightarrow CD = p.\tan\alpha$

◣CDB: $\dfrac{x}{p.\tan\alpha} = \cot\beta$

$$\boxed{\therefore\ x = p.\tan\alpha.\cot\beta}$$

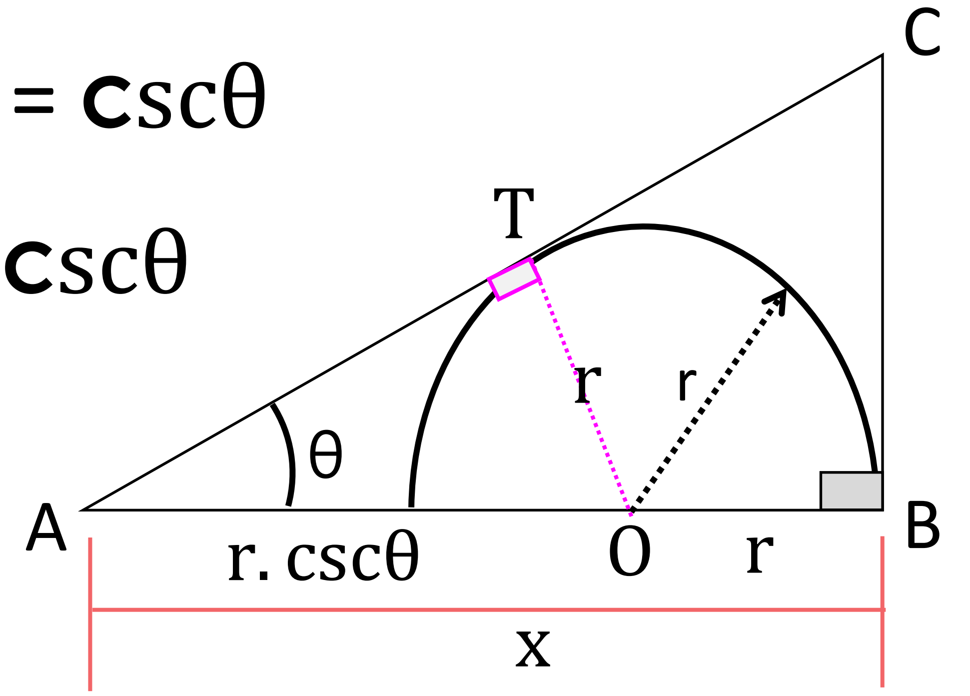
5. En el gráfico mostrado , halle AB en términos de r y θ.



Resolución:

◣OTA: $\dfrac{AO}{r} = \csc\theta$

➡ $AO = r.\csc\theta$

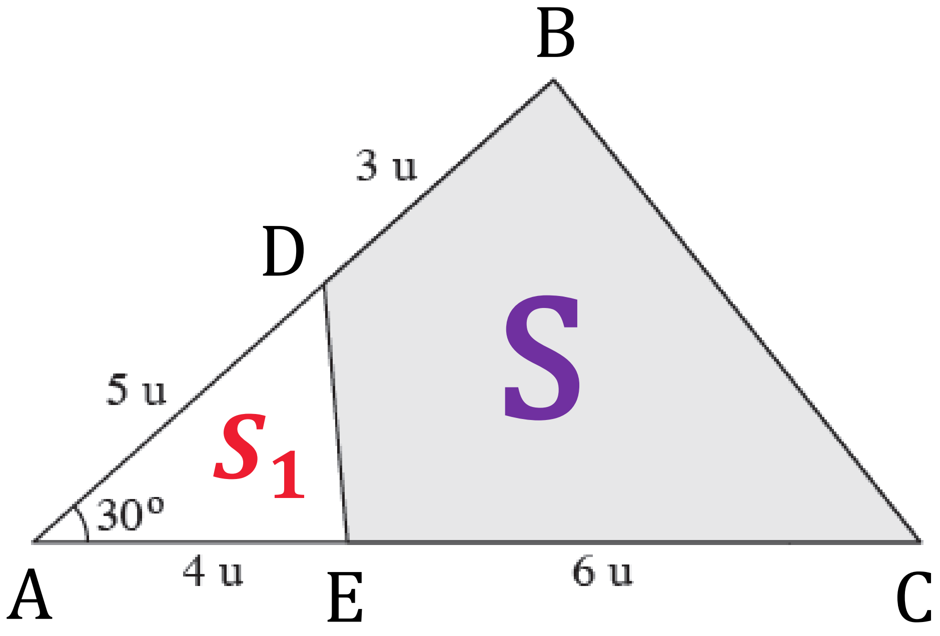


Se observa:

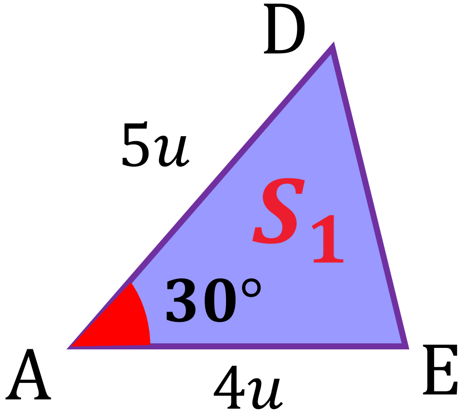
$AB = AO + OB \Rightarrow x = r.\csc\theta + r$

$$\boxed{\therefore\ x = r(\csc\theta + 1)}$$

6. En el gráfico, calcule el área de la región sombreada.



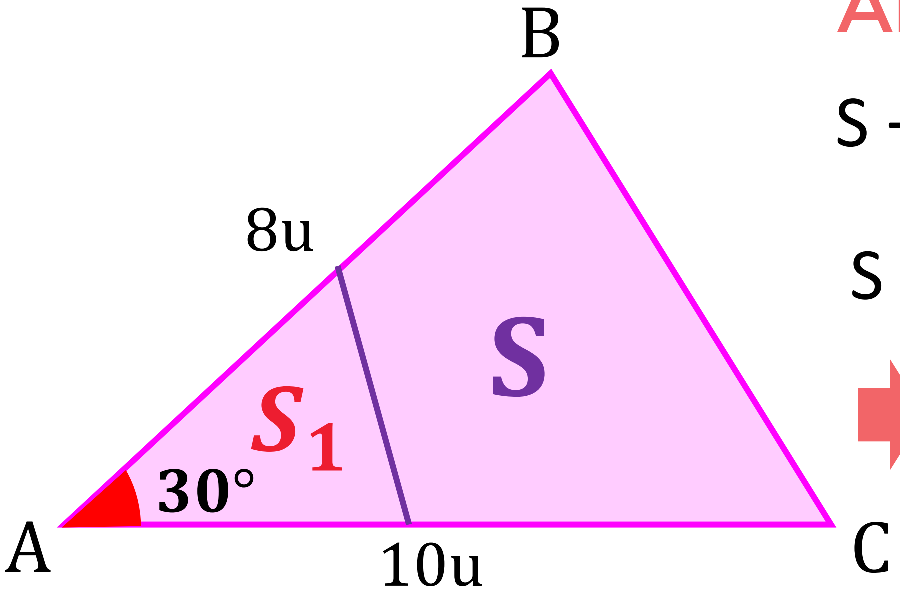
Resolución:



sabemos

$$S_1 = \left(\frac{5.4}{2}\right)\text{sen}30°$$

$$S_1 = (10)\frac{1}{2} \Rightarrow S_1 = 5$$



Ahora:

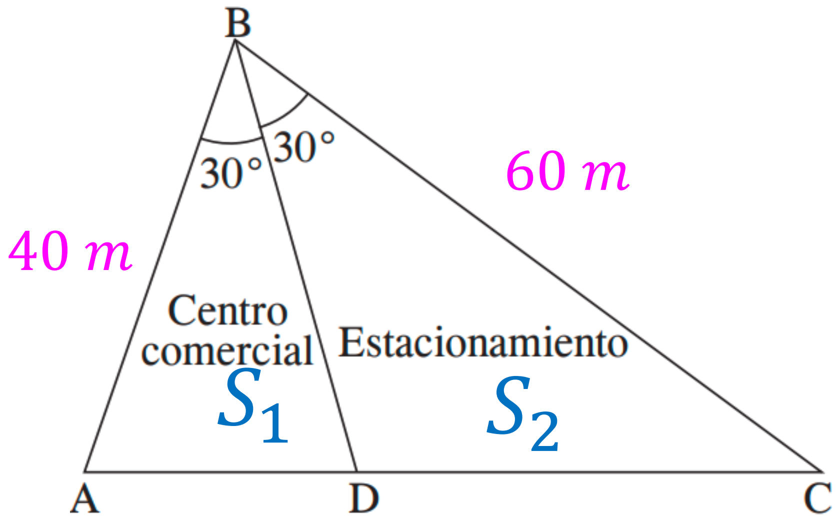
$$S + S_1 = \left(\frac{8.10}{2}\right)\text{sen}30°$$

$$S + 5 = (40)\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S + 5 = 20$$

$$\boxed{\therefore\ S = 15u^2}$$

7. Sobre un terreno que tiene la forma de un triángulo ABC, se construirá un muro desde B hacia D; así tendríamos una zona para el centro comercial y otra zona para el estacionamiento, tal como indica la figura



Si AB=40 m y BC=60 m; además por cada metro para construir el muro se invierte S/173; ¿cuánto es el costo total para realizar dicha obra? Dato: $\sqrt{3}$ =1,73

Resolución:

Se observa: $S_1 + S_2 = S_{ABC}$

$$\left(\frac{40.x}{2}\right)\text{sen}30° + \left(\frac{60x}{2}\right)\text{sen}30° = \left(\frac{40.60}{2}\right)\text{sen}60°$$

$$(20x)\frac{1}{\cancel{2}} + (30x)\frac{1}{\cancel{2}} = (1200).\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$50x = 1200\sqrt{3} \qquad x = 24\sqrt{3}$$

Como el costo por cada metro es de S/173 calculamos el costo total

$$Costo = 24\sqrt{3}\,x173 \qquad Costo = 24\sqrt{3}\,x100\sqrt{3}$$

$$\boxed{\therefore\ costo = \text{S/7200}}$$