MATHEMATICAL REASONING

Chapter 16, 17 & 18

3rd
OF SECONDARY

FEED BACK

SACO OLIVEROS

SERIES I

$$1+2+3+\ldots+n=?$$

PROBLEMA 1

$$11 + 18 + 25 + 32 + \cdots + 214$$

Recordemos:

$$\boldsymbol{S.A. = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right)n}$$

Resolución:

$$4 \quad \underset{1^\circ}{11} + \underset{2^\circ}{18} + \underset{3^\circ}{25} + \underset{4^\circ}{32} + \underset{\ldots}{\cdots} + \underset{n^\circ}{214}$$

$+7 \quad +7 \quad +7 \quad +7$

$$t_n = 7n + 4$$

$$214 = 7n + 4$$

$$210 = 7n$$

$$30 = n$$

$$S = \left(\frac{11 + 214}{\cancel{2}}\right)\overset{15}{\cancel{30}}$$

$$S = (225)15$$

$$S = 3375$$

$$\therefore \quad 3375$$

PROBLEMA 2

Sabrina comió chocolates durante todo el mes de diciembre; así el primer día comió 3 chocolates, el segundo día 7 chocolates, el tercer día 11 chocolates, el cuarto día 15 chocolates y así sucesivamente. ¿Cuántos chocolates comió Sabrina en el mes de diciembre?

Resolución:

$$-1 \quad \overbrace{3 + 7 + 11 + 15 + \cdots}^{31 \text{ sumandos}}$$

$$+4 \quad +4 \quad +4 \quad +4$$

$$t_n = 4n - 1$$

$$t_{31} = 4(31) - 1$$

$$t_{31} = 123$$

$$S = \left(\frac{3 + 123}{2}\right)31$$

$$S = (63)31$$

$$S = 1953$$

$$\therefore \quad 1953$$

PROBLEMA 3

Calcule: $$S = \underbrace{3^3 - 1 + 4^3 - 3 + 5^3 - 5 + 6^3 - 7 + \cdots}_{20\ términos}$$

Resolución:

$$S = (\underbrace{3^3 + 4^3 + 5^3 + \cdots + 12^3}_{10\ términos}) - (\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + \cdots}_{10\ términos})$$

Recordemos:

$$S = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$S = \left(\frac{12(13)}{2}\right)^2 - \left(\frac{2(3)}{2}\right)^2 - (10)^2$$

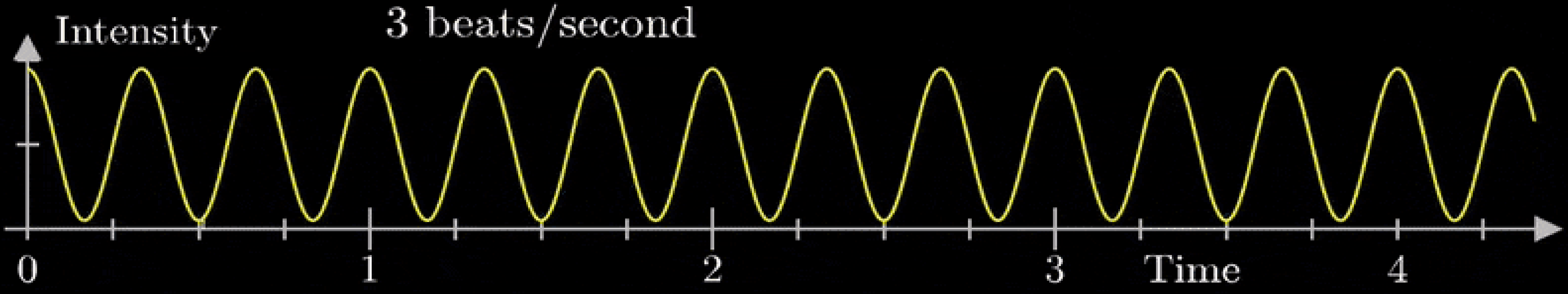
Recordemos:

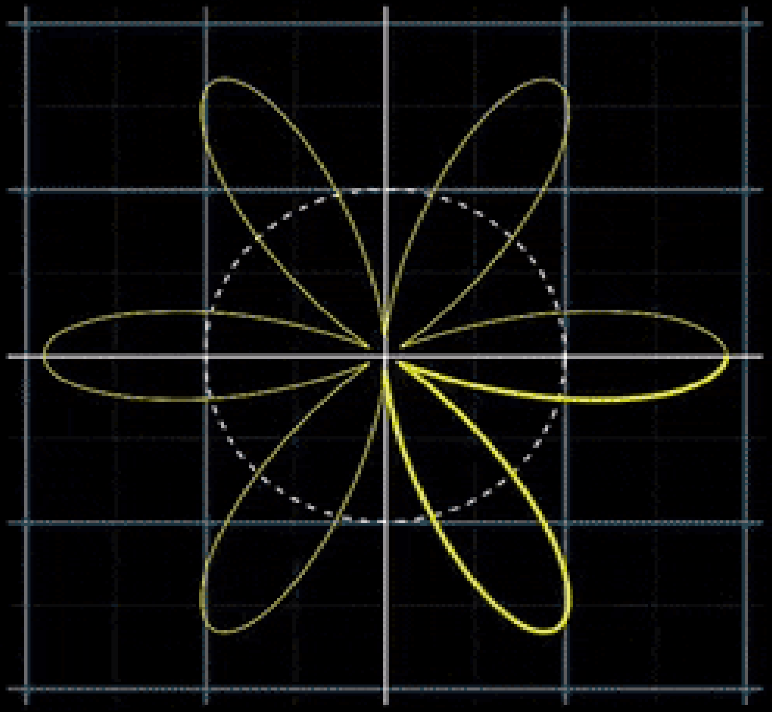
$$S = n^2$$

$$S = 6084 - 9 - 100$$

$$S = 5975$$

$\therefore$ 5975





SERIES II

PROBLEMA 4

Calcule:

$$S = \underbrace{2 + 6 + 18 + 54 + \cdots}_{\text{80 términos}}$$

Recordemos:

$$S = \frac{t_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Resolución:

$$S = \overbrace{2 \underset{x3}{\curvearrowright} 6 \underset{x3}{\curvearrowright} 18 \underset{x3}{\curvearrowright} 54 + \cdots}^{\text{80 términos}}$$

$$S = \frac{2(3^{80} - 1)}{3 - 1}$$

$$S = \frac{\cancel{2}(3^{80} - 1)}{\cancel{2}}$$

$$\therefore \ (3^{80} - 1)$$

PROBLEMA 5

Calcule el valor de la serie

$$S = \frac{32}{81} + \frac{8}{27} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{3}{32} + \cdots \infty$$

Hallando la razón geométrica:

$$q = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{6}} \longrightarrow q = \frac{6}{8} \longrightarrow q = \frac{3}{4}$$

Recordemos:

$$\boldsymbol{S_\infty = \frac{t_1}{1-q}}$$

Resolución:

$$S = \frac{32}{81} + \frac{8}{27} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{3}{32} + \cdots \infty$$

$$\times\frac{3}{4} \quad \times\frac{3}{4} \quad \times\frac{3}{4} \quad \times\frac{3}{4} \quad \times\frac{3}{4}$$

$$S_\infty = \frac{\frac{32}{81}}{1-\frac{3}{4}} \longrightarrow S_\infty = \frac{\frac{32}{81}}{\frac{1}{4}}$$

$$S_\infty = \frac{128}{81}$$

$$\therefore \quad \frac{128}{81}$$

PROBLEMA 6

Calcule: $S = 2 + 6 + 12 + \quad + \cdots + 650$

Resolución:

Descomponiendo los números convenientemente.

$$S = 2 + 6 + 12 + 20 + \ldots + 650$$

$$S = \underbrace{1 \times 2}_{} + \underbrace{2 \times 3}_{} + \underbrace{3 \times 4}_{} + \underbrace{4 \times 5}_{} + \quad + \underbrace{25 \times 26}_{} \Rightarrow n = 25$$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

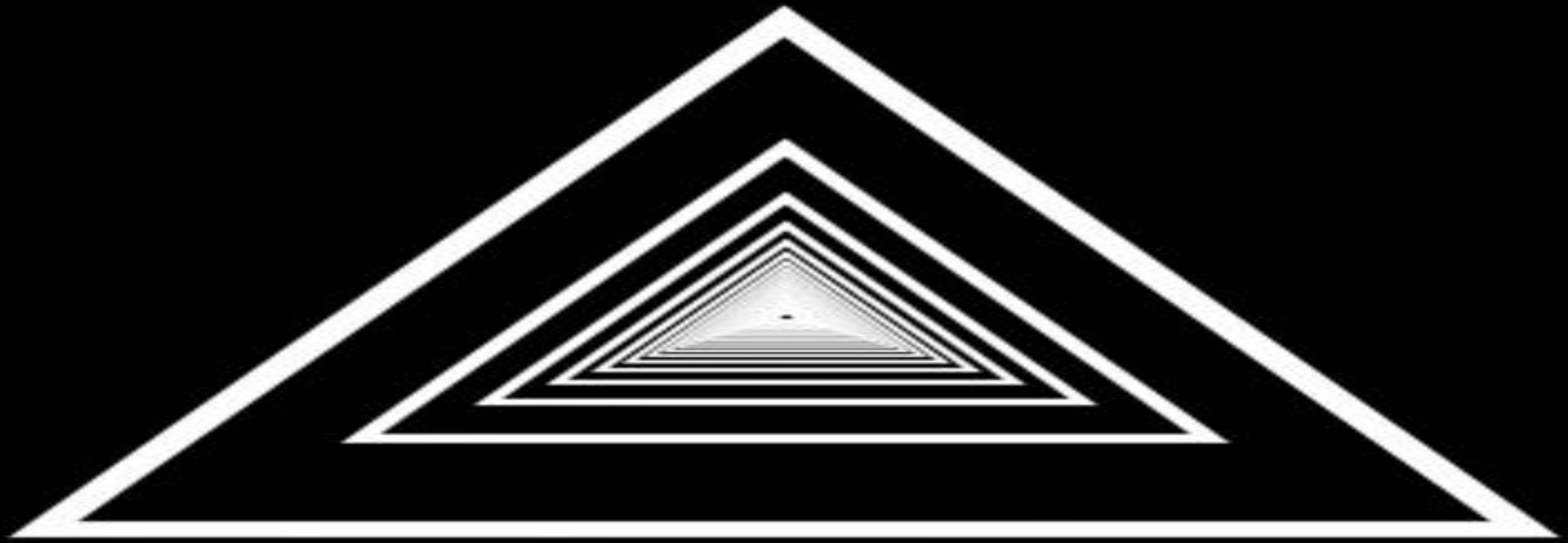
Remplazando:

$$S = \frac{25(26)(\cancel{27}^{9})}{\cancel{3}} \rightarrow S = 650(9)$$

$$S = 5850$$

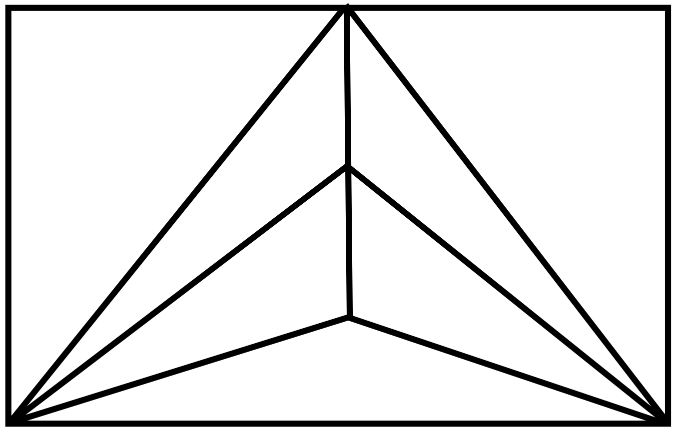
$\therefore$ 5850

CONTEO DE FIGURAS

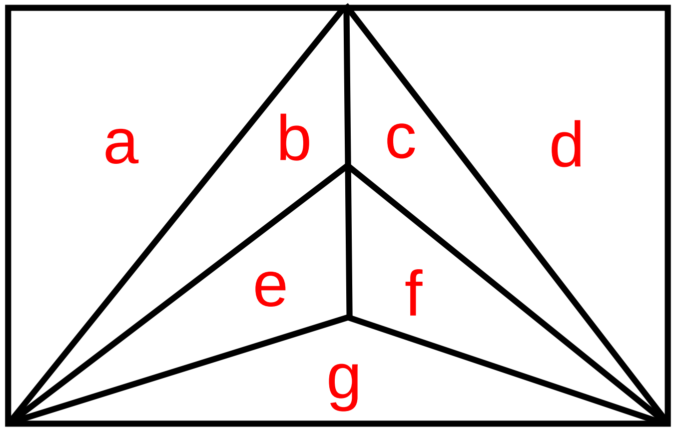


PROBLEMA 7

Halle el número total de cuadriláteros en la siguiente figura:



Resolución:



Piden:

▭s de 2: ab,bc,cd
ef,eg,fg → 6

▭s de 3: abe,cdf
beg,cfg → 4

▭s de 4: bcef
befg,cefg → 3

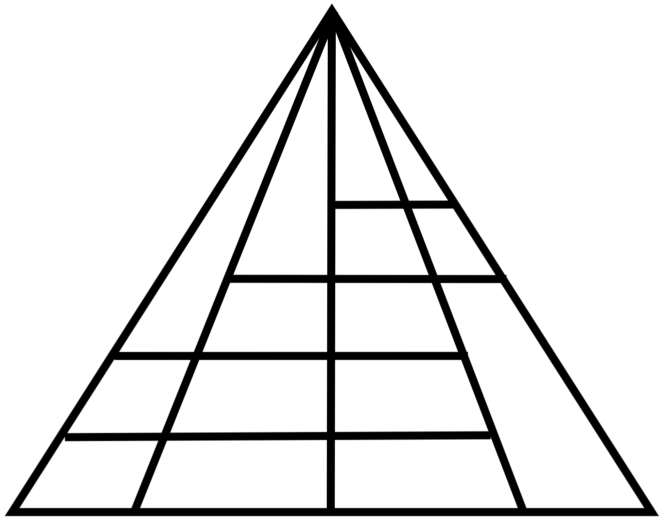
▭s de 6: abcefg,bcdefg → 2

▭s de 7: abcdefg → 1

∴ TOTAL $\underline{\underline{16}}$

PROBLEMA 8

¿Cuántos triángulos hay en total?



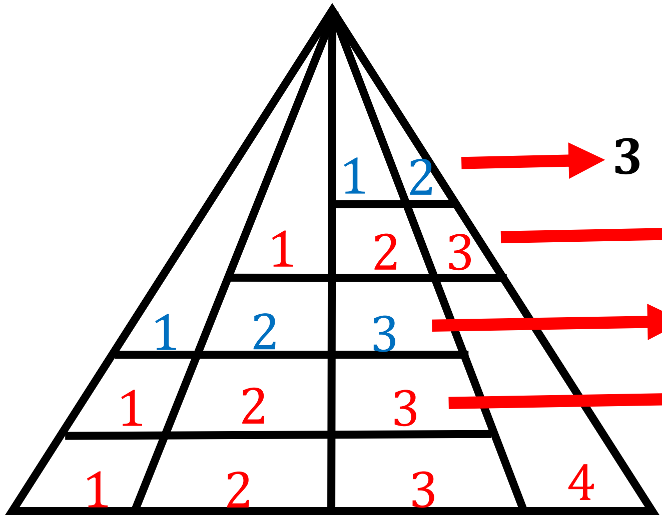
Recordemos:

Número de triángulos:

$$\left(\frac{\boldsymbol{n(n+1)}}{\mathbf{2}}\right)$$

$\boldsymbol{n}$ = **número de espacios**

Resolución:



$\rightarrow 3$

$\rightarrow \left(\frac{3(4)}{2}\right) = \mathbf{6}$

$\rightarrow \mathbf{6}$

$\rightarrow \mathbf{6}$

$\rightarrow \left(\frac{4(5)}{2}\right) = \mathbf{10}$

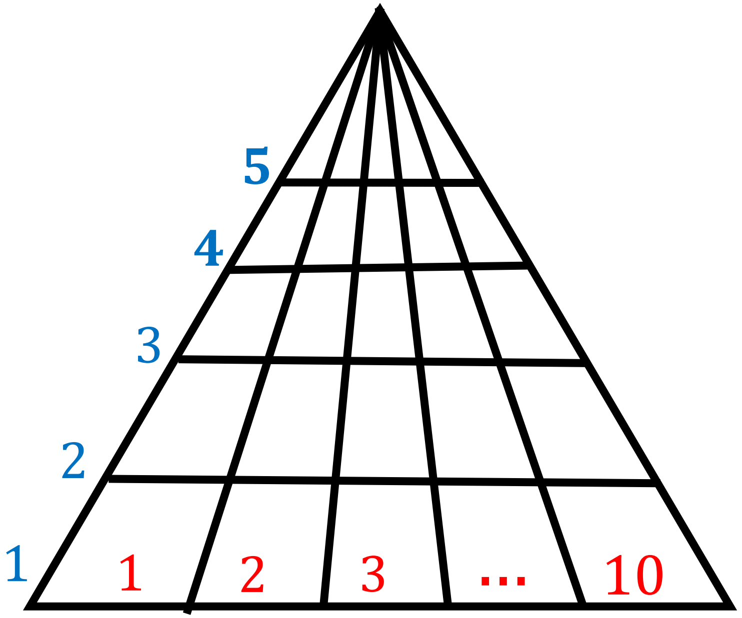
Total triángulos:

$3+6+6+6+10 = \mathbf{31}$

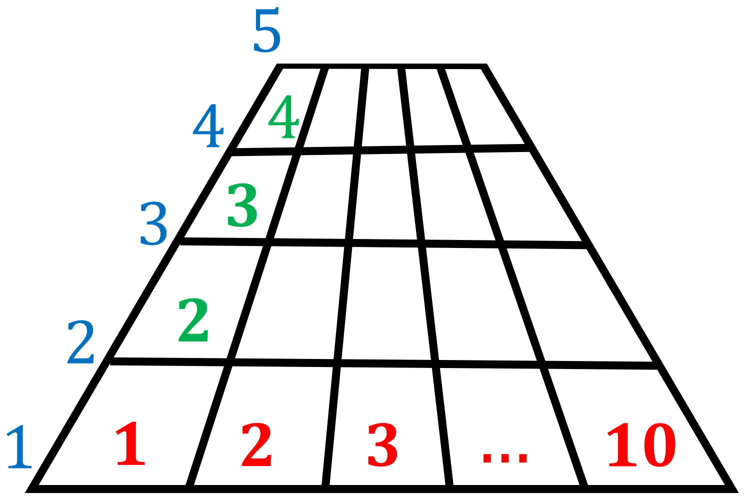
$\therefore$ *Total* : $\mathbf{31}$

PROBLEMA 9

Calcule la diferencia entre el número de cuadriláteros y triángulos.



Resolución:



$$Total\ triángulos:$$

$$\left(\frac{10(11)}{2}\right)5$$

$$(55)5 = 275$$

Total cuadriláteros:

verticales: **horizontales:**

$$\frac{10(11)}{2} \times \frac{4(5)}{2}$$

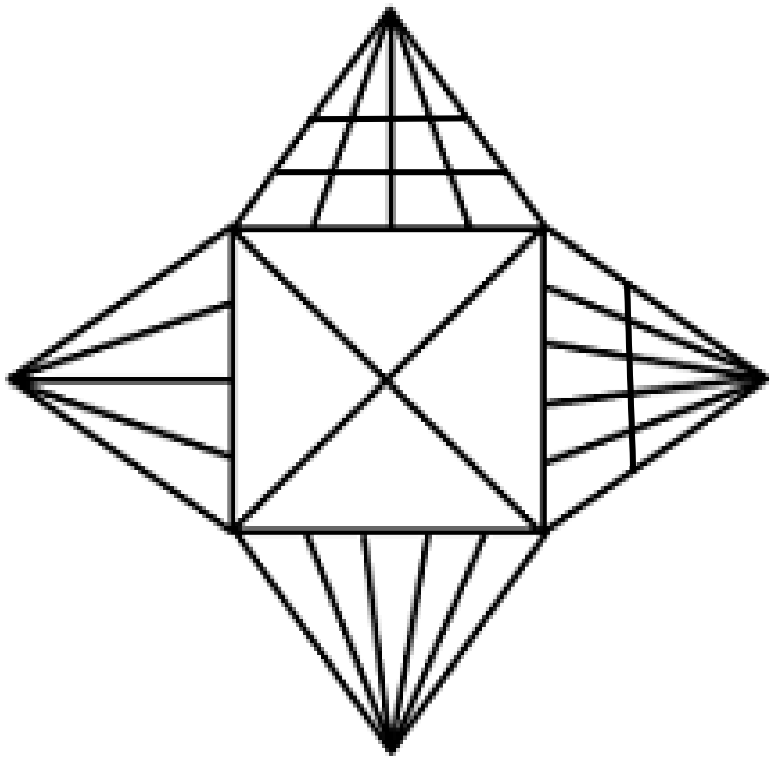
$$55 \times 10 = 550$$

Piden: $550 - 275 = 275$

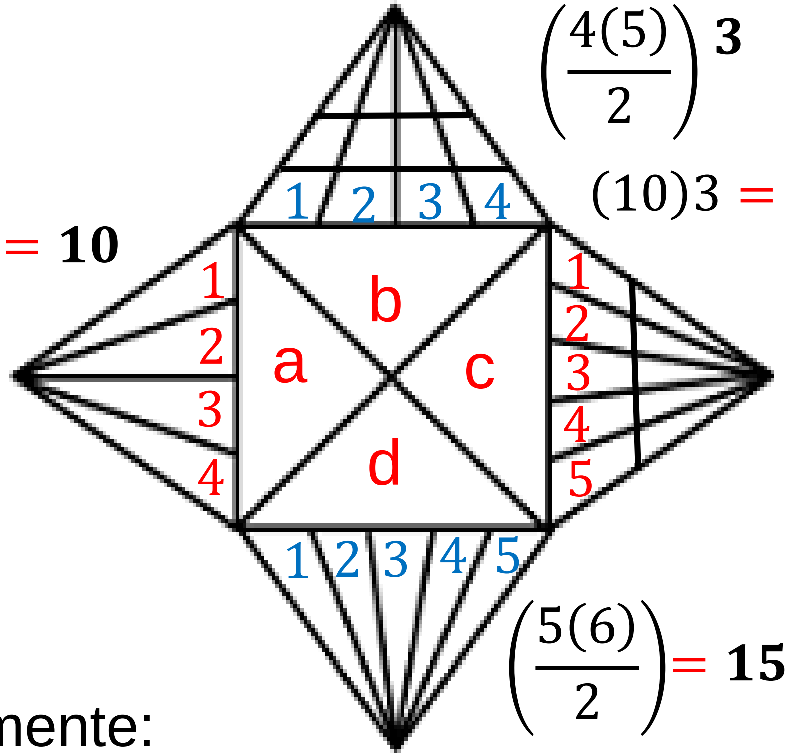
$\therefore$ $\underline{\underline{275}}$

PROBLEMA 10

¿Cuántos triángulos hay en total?



Resolución:



$$\left(\frac{4(5)}{2}\right)3$$

$$(10)3 = \mathbf{30}$$

$$\left(\frac{4(5)}{2}\right) = \mathbf{10}$$

$$\left(\frac{5(6)}{2}\right)2$$

$$15(2) = \mathbf{30}$$

$$\left(\frac{5(6)}{2}\right) = \mathbf{15}$$

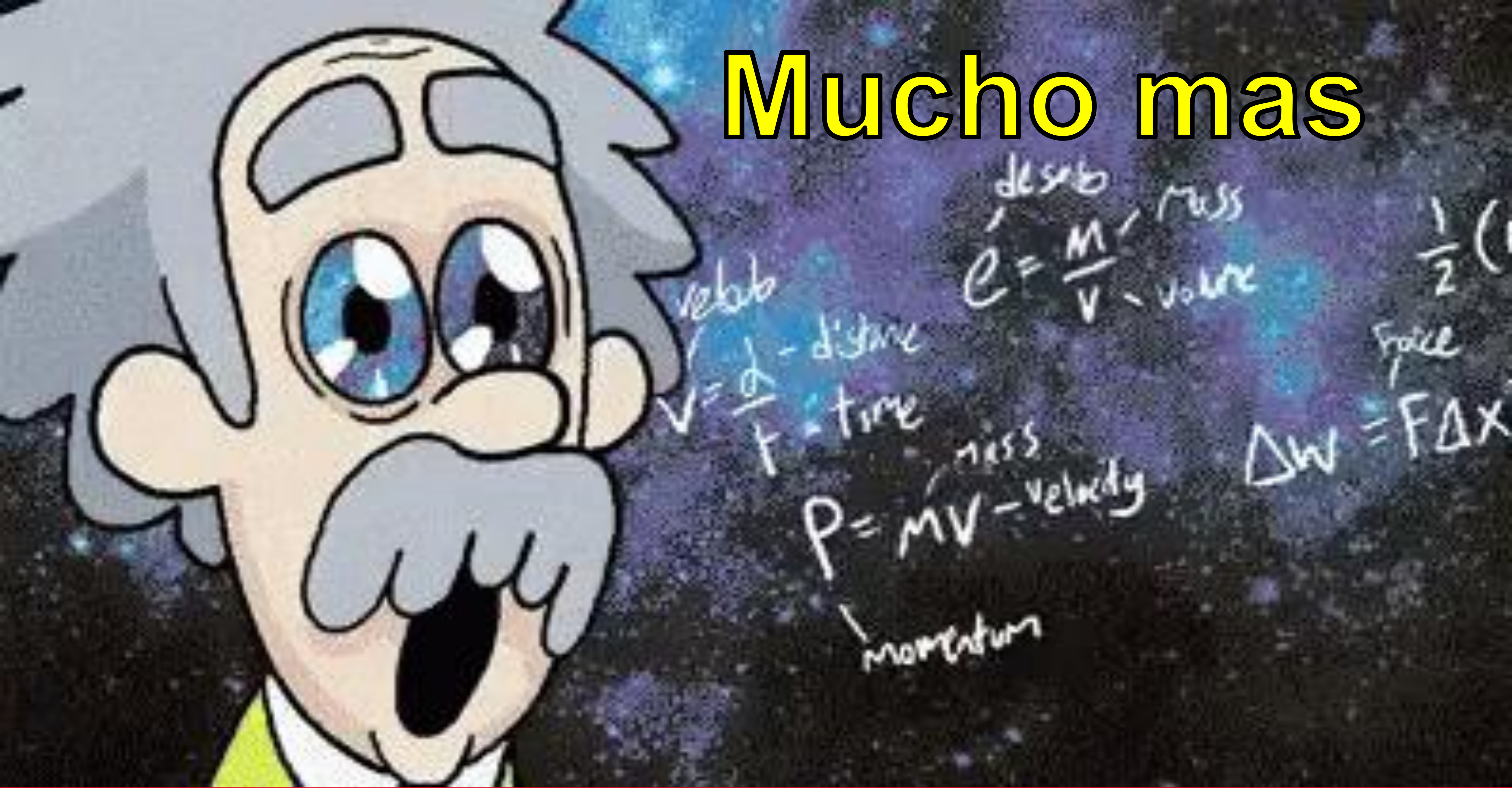
Finalmente:

a,b,c,d → **4**

ab,bc,cd,ad → **4**

$$\therefore \; Total\ triángulos: \quad +30+15+10+8 = 93$$

Mucho mas



PROBLEMA 11

Halle el valor de la siguiente serie:

$$S = \underbrace{4 + 14 + 36 + 76 + 140 + \dots}_{\text{20 términos}}$$

Resolución:

Dándole forma convenientemente:

$$4 \longrightarrow 1^3 + 3$$

$$14 \longrightarrow 2^3 + 6$$

$$36 \longrightarrow 3^3 + 9$$

$$76 \longrightarrow 4^3 + 12$$

$$140 \longrightarrow 5^3 + 15$$

$$t_n = n^3 + 3n$$

$$S_n = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 + 3\,\frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{20} = \left(\frac{\overset{10}{\cancel{20}}(21)}{\cancel{2}}\right)^2 + 3\,\frac{20(21)}{2}$$

$$S_{20} = (210)^2 + 3(210)$$

$$S_{20} = 44100 + 630$$

$$S_{20} = 44730$$

$$\therefore\ 44730$$

PROBLEMA 12

Calcule la suma total del siguiente arreglo:

$$\begin{array}{l} 2+4+6+8+\cdots+40 \\ 4+6+8+\cdots+40 \\ 6+8+\cdots+40 \\ \vdots \qquad\qquad \iddots \\ 38+40 \\ 40 \end{array}$$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Resolución:

Piden la suma total del arreglo.

$$S = 1(2) + 2(4) + 3(6) + 4(8) + \cdots + 20(40)$$

$$S = 1(1\cdot 2) + 2(2\cdot 2) + 3(3\cdot 2) + 4(4\cdot 2) \ldots + 20(20\cdot 2)$$

$$S = 1^2.2 + 2^2.2 + 3^2.2 + 4^2.2 + \cdots + 20^2.2$$

$$S = 2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + 20^2)$$

$$S = 2\left(\frac{\overset{10}{\cancel{20}}(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\underset{2}{\cancel{6}}}\right)$$

$$S = 2(2870)$$

$\therefore \; S = 5740$

PROBLEMA 13

Si a los términos de la serie: $S = 2 + 5 + 8 + 11 + \cdots$

Se le agrega 1; 2; 3; 4; ... respectivamente, de tal manera que la suma de la nueva serie sea igual a 1830. ¿Cuántos términos tiene la serie original?

Resolución:

De los datos:

$$\begin{array}{lcccccc} & 1° & 2° & 3° & 4° & \ldots & n° \\ S = & 2 + & 5 + & 8 + & 11 + & \cdots & \\ S = & 1 + & 2 + & 3 + & 4 + & \cdots & \\ \hline S = & 3 + & 7 + & 11 + & 15 + & \cdots & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcccccc} & 1° & 2° & 3° & 4° & \ldots & n° \\ S = & 3 + & 7 + & 11 + & 15 + & \cdots & +(4n-1) \end{array}$$

$$+4 \quad +4 \quad +4$$

$$\left(\frac{3 + 4n - 1}{2}\right)n = 1830$$

$$\left(\frac{4n + 2}{2}\right)n = 1830$$

$$(2n + 1)n = 1830$$

$$2n^2 + n = 1830$$

$$n = \underline{\underline{30}}$$