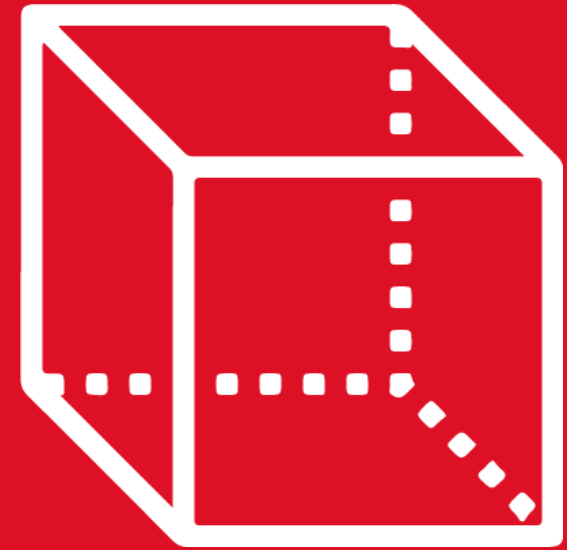




GEOMETRÍA

Capítulo 21

3rd
SECONDARY



ÁREA DE REGIONES CÍRCULARES





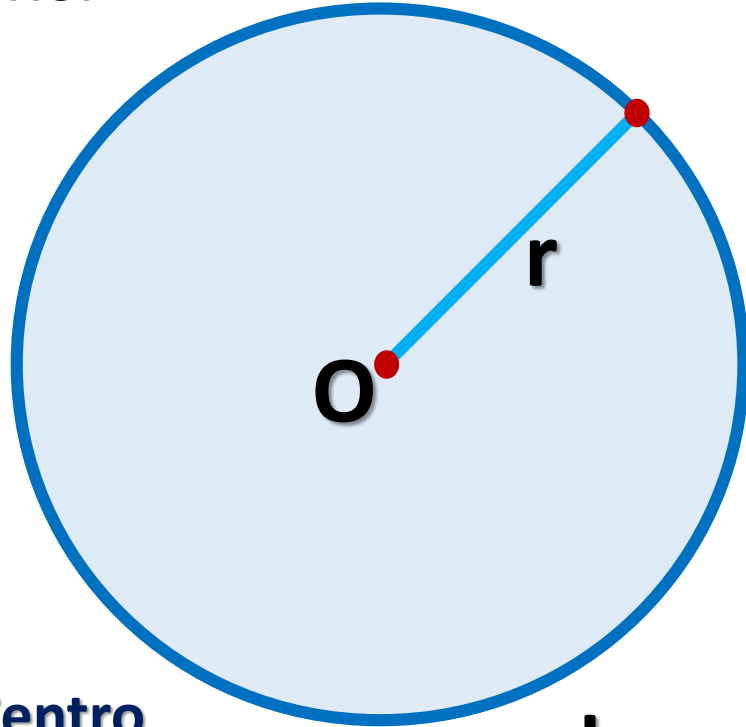
Uno de los grandes inventos del hombre fue la rueda (la que denominamos círculo) cuya mayor aplicación era en el transporte; hoy en día se fabrican en serie, círculos que tienen infinitas aplicaciones y para generar dicha producción se diseñan moldes llamados matrices utilizando para ello las fórmulas de cálculo de áreas de círculo.



ÁREAS DE REGIONES CIRCULARES



Círculo.- Es la unión de la circunferencia y su interior



O : Centro

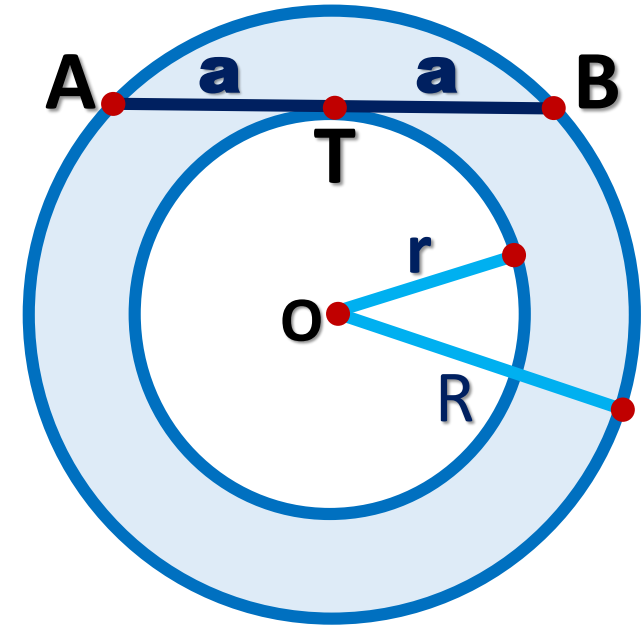
S : Área del círculo

$$S = \pi \cdot r^2$$

L : longitud de la circunferencia

$$L = 2\pi \cdot r$$

Corona circular.-Es la región comprendida entre dos circunferencias concéntricas.



O : Centro S : Área de la corona circular

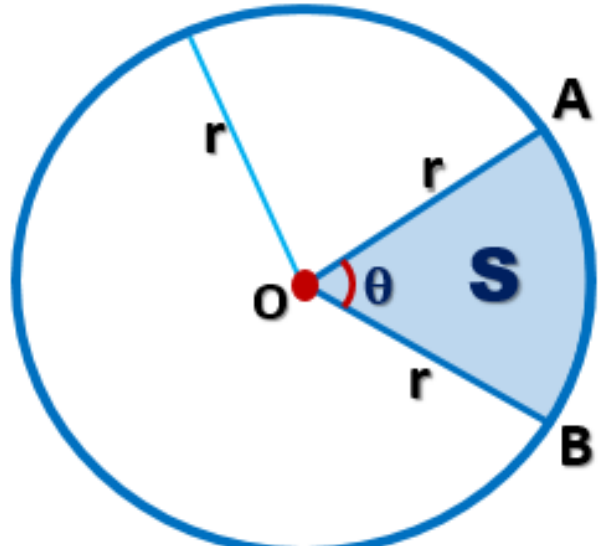
$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

$$S = \pi \cdot a^2$$

$$S = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

Sector circular

Es una parte del círculo limitada por dos radios y su arco correspondiente.

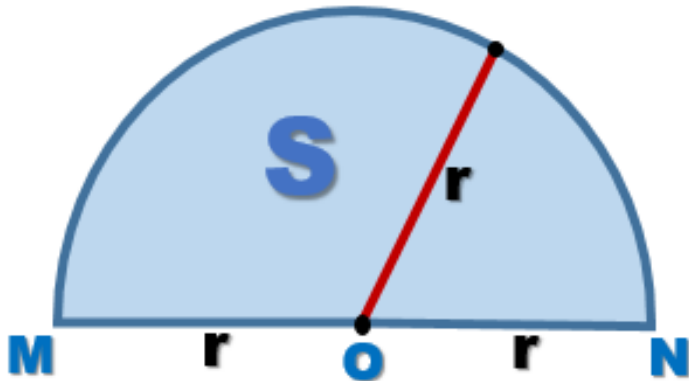


O : Centro

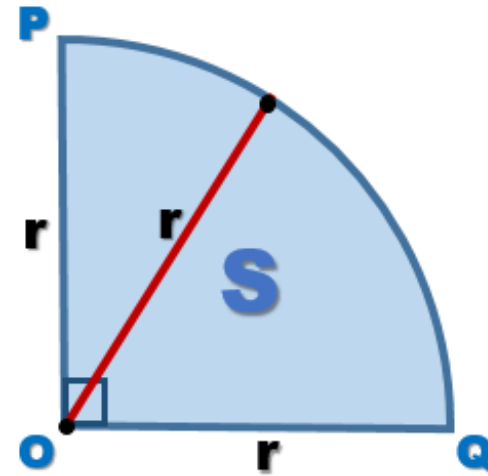
$$S = \frac{\theta}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$$

Semicírculo

O : Centro



$$S = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2$$

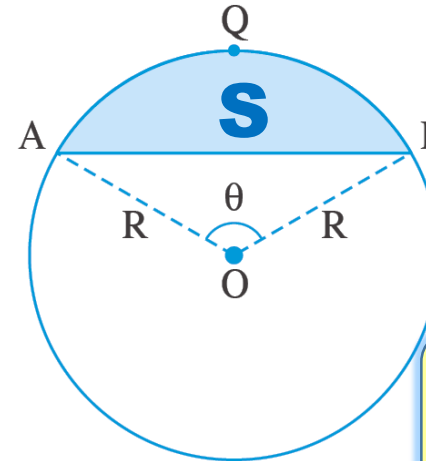


O : Centro

$$S = \frac{1}{4} \cdot \pi r^2$$

Segmento circular

Es aquella porción de círculo determinada por una cuerda de dicho círculo.



O : Centro

S : Área del segmento circular

$$S = \frac{\theta}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2 - \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \theta$$

1. Con una plancha metálica, José, fábrica un letrero de forma circular para evitar que otros autos se estacionen en la puerta de su garaje. ¿Qué área tendrá dicho letrero?

Resolución

- Piden calcular el área de la región circular

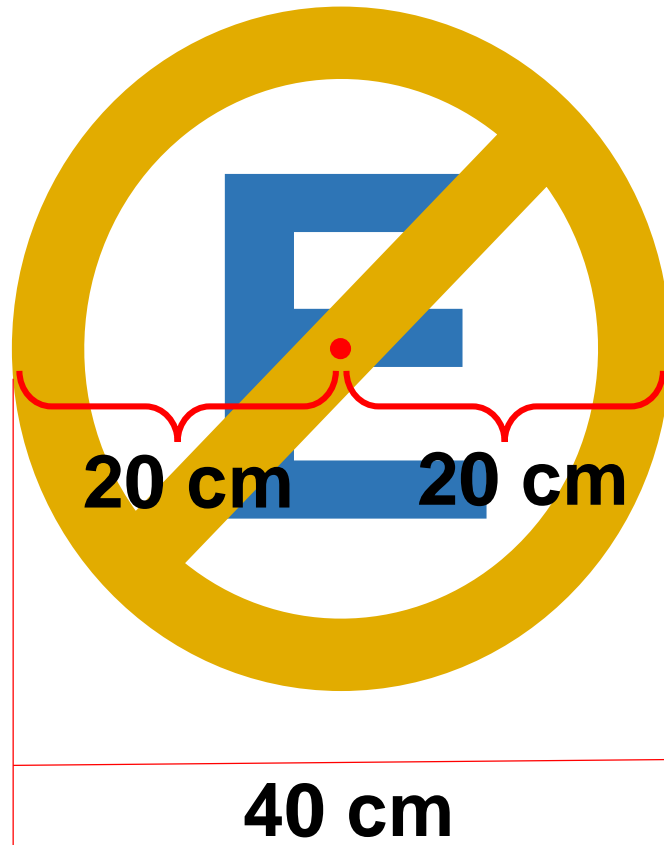
$$S = \pi \cdot r^2 \quad \dots (1)$$

- Del dato: $r=20$ cm ... (2)

- Reemplazando 2 en 1

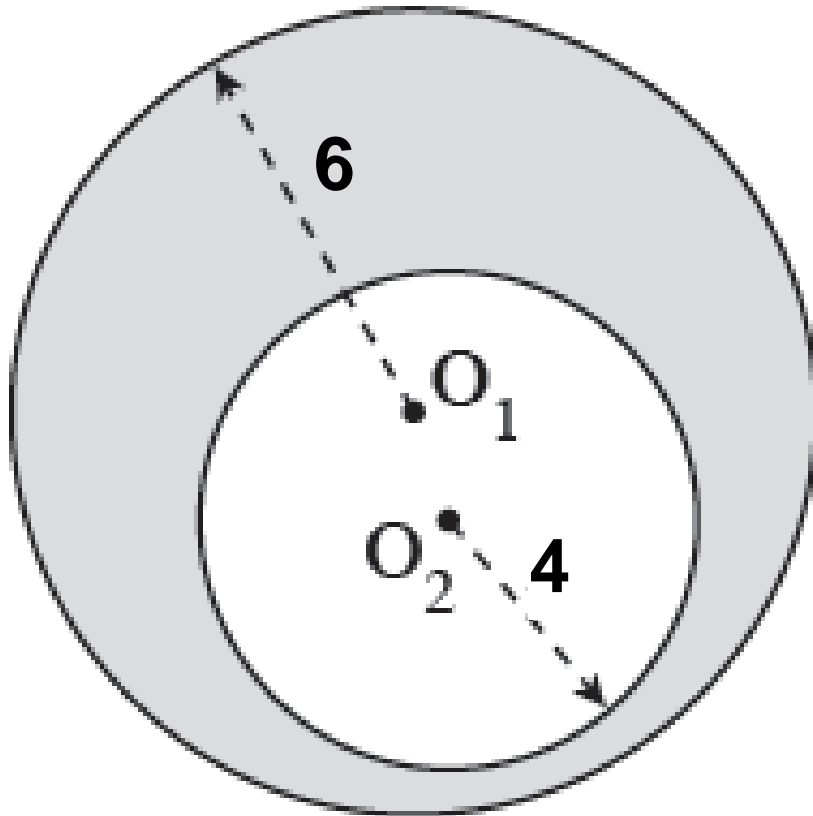
$$S = \pi \cdot 20^2$$

$$S = 400\pi \text{ cm}^2$$



2. Determine el área de la región limitada por dos circunferencias interiores, cuyos radios miden 4 m y 6 m.

Resolución



- Piden: S_x
- $S_x = S_{\text{(mayor)}} - S_{\text{(menor)}}$
- Reemplazando

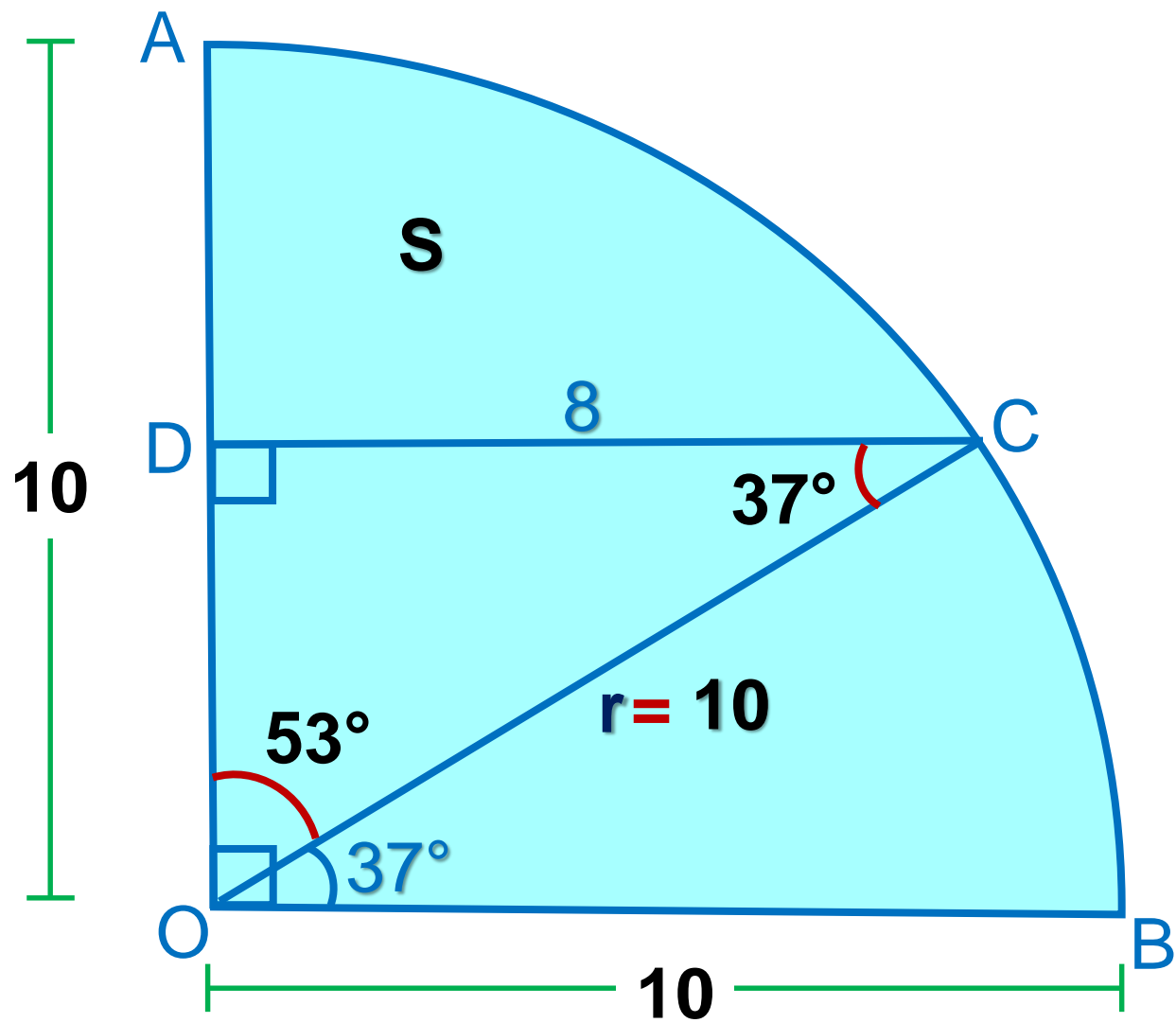
$$S_x = \pi(6)^2 - \pi(4)^2$$

$$S_x = 36\pi - 16\pi$$


$$S_x = 20\pi \text{ m}^2$$



3. Si O es centro del cuadrante AOB, calcule el área de la región sombreada.



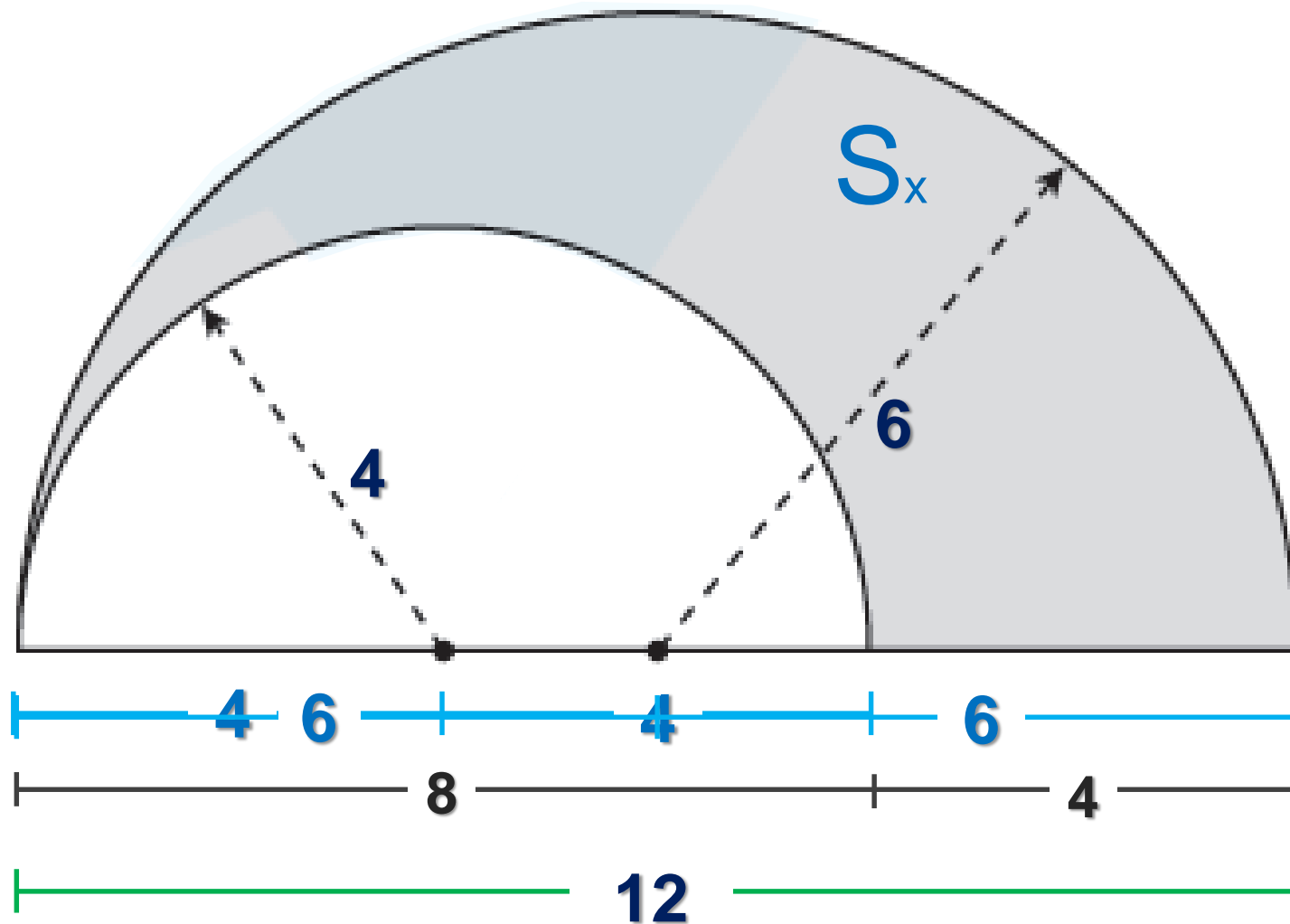
Resolución

- Piden: S
$$S = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2 \quad \dots (1)$$
-  ODC : Notable de 37° y 53°
$$r = 10 \quad \dots (2)$$
- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 10^2$$

$$S = 25\pi \text{ u}^2$$

4. En los semicírculos mostrados, calcule el área de la región sombreada.



Resolución

- Piden: S_x
- $S_{(\text{mayor})} = S_x + S_{(\text{menor})}$

• Reemplazando

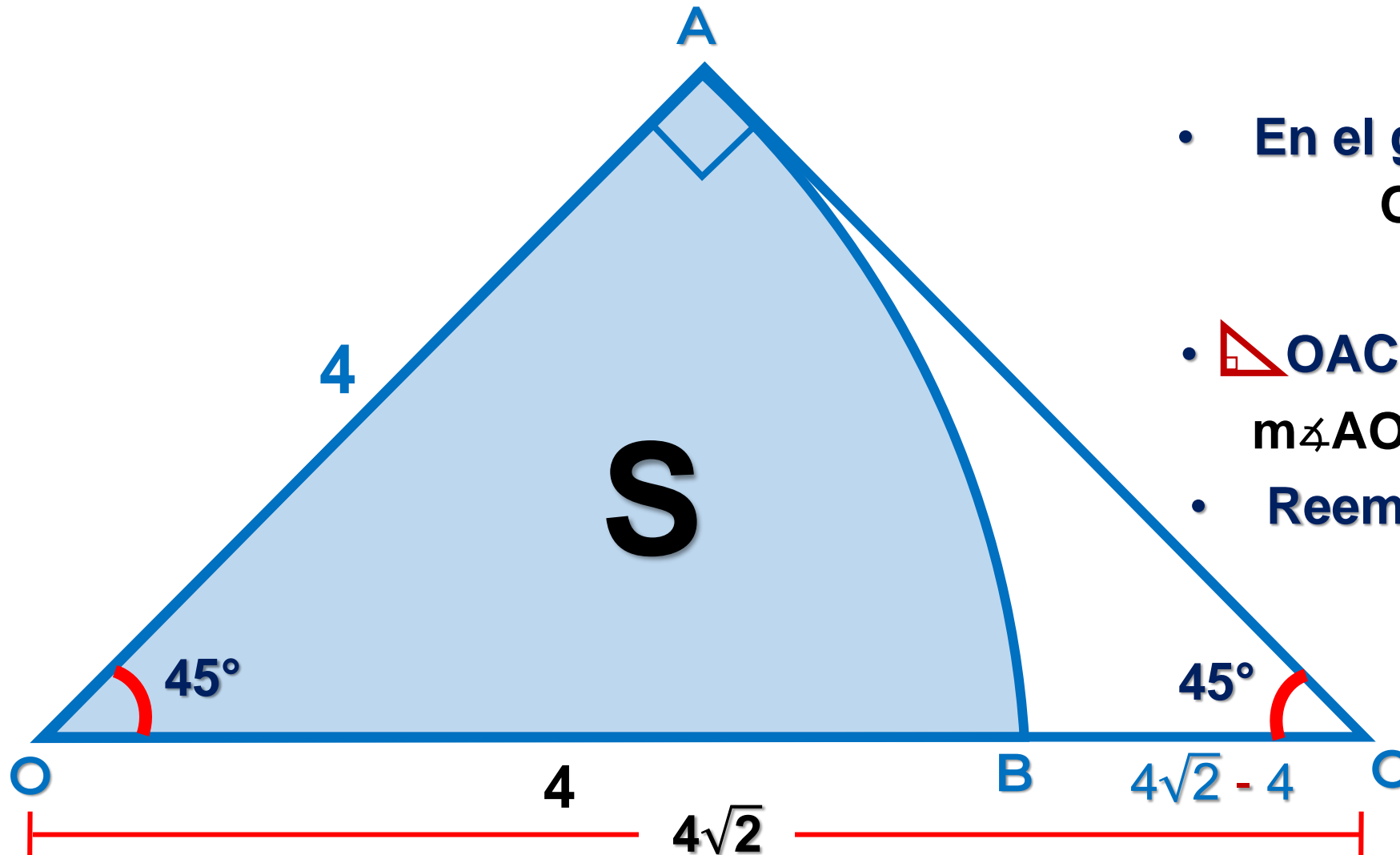
$$\frac{1}{2} \cdot \pi(6)^2 = S_x + \frac{1}{2} \cdot \pi(4)^2$$

$$18\pi = S_x + 8\pi$$

$$10\pi u^2 = S_x$$

Resolución

5. Calcule el área de la región sombreada.



- Piden: S

$$S = \frac{\theta}{360^\circ} \pi \cdot R^2 \quad \dots (1)$$

- En el gráfico:

$$OA = OB = 4$$

$$\rightarrow OC = 4\sqrt{2}$$

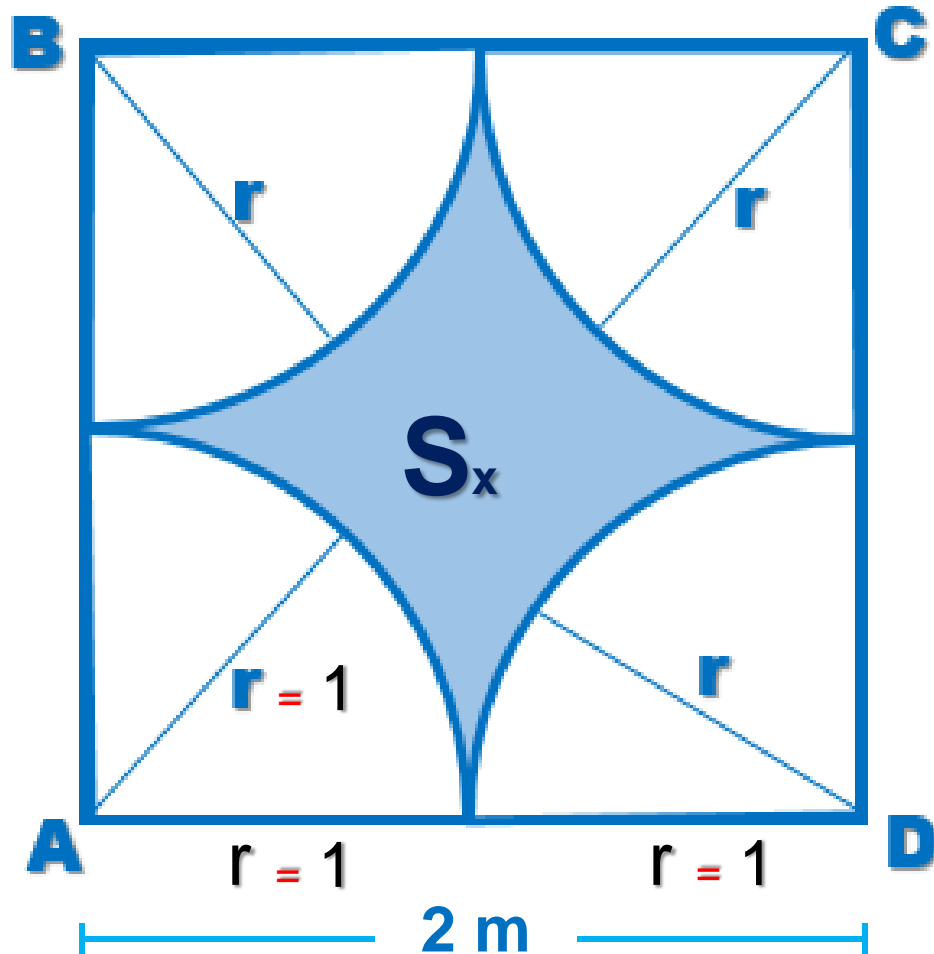
- $\triangle OAC$: Notable de 45° y 45°
 $m\angle AOC = m\angle ACO = 45^\circ \quad \dots (2)$

- Reemplazando 2 en 1

$$S = \frac{1}{8} \frac{45^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 4^2$$

$$S = 2\pi u^2$$

6. Determine el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado.



Resolución

- Piden: S_x

$$S_x = S_{(ABCD)} - S_{(\text{círculo})}$$

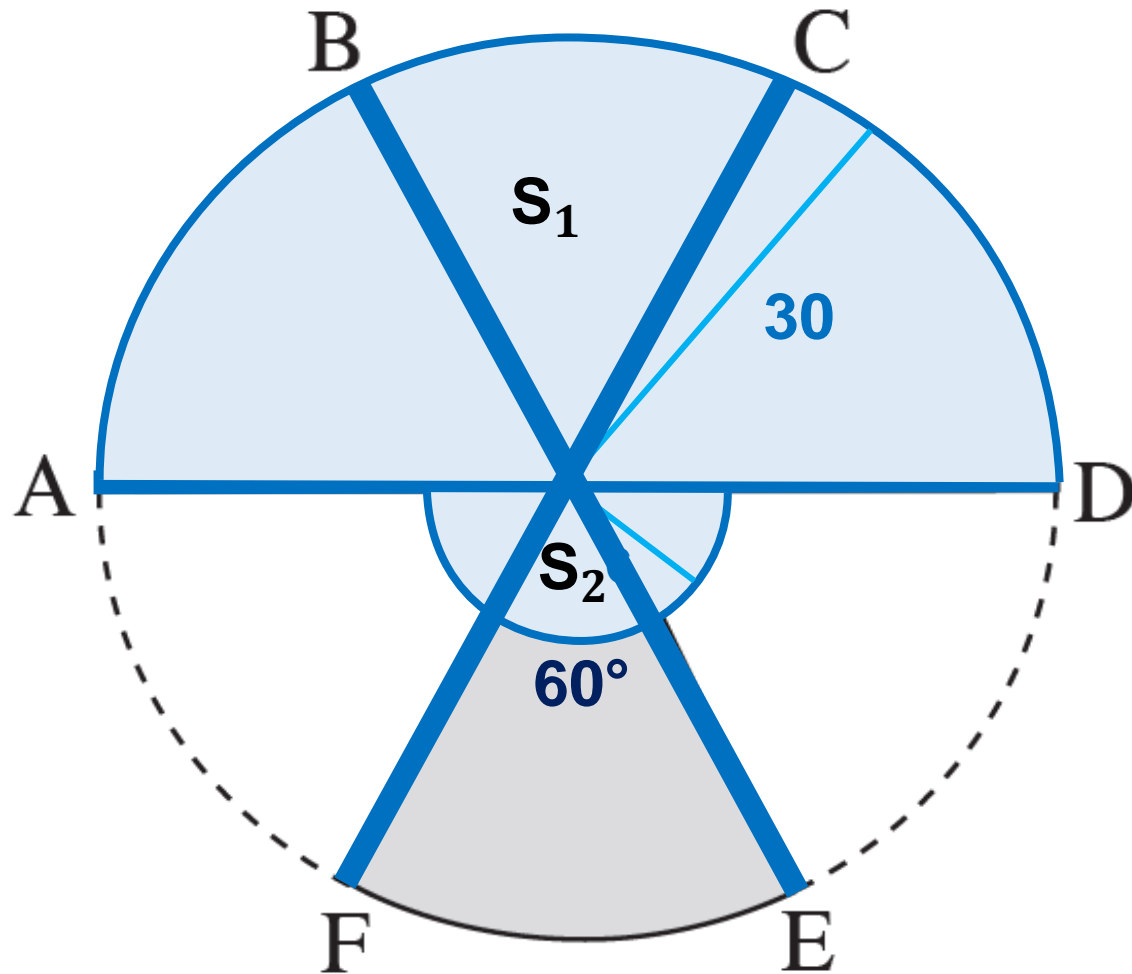
- Reemplazando

$$S_x = 2^2 - \pi(1)^2$$

$$S_x = 4 - \pi$$

$$(4 - \pi) \text{ m}^2 = S_x$$

7. Para construir una hélice se ubican sobre una circunferencia seis puntos equidistantes dos a dos. ¿Qué cantidad de plancha metálica será necesario para realizar dicho trabajo?



Resolución

Piden: $S_1 + S_2$.

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 30^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6^2$$

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 900 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 36$$

$$S_1 + S_2 = 450\pi + 18\pi$$

$$S_1 + S_2 = 468\pi \text{ cm}^2$$