ÁLGEBRA

FEEDBACK 4

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ \dots + a_{n-1}x + a_n$$

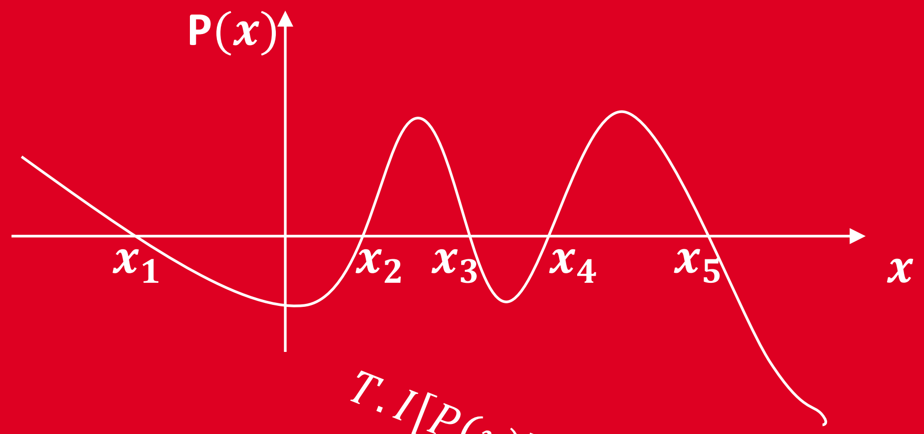
$$\sum \textit{coeficientes}\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

$$G.A(P)$$

5th

of Secondary



$$T.I[P(x)] = P(0)$$

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Sabiendo que $a.b \neq 0$, *hallar el valor de x*

$$\frac{2x-a}{b}+\frac{x-b}{a}=\frac{3ax-(a-b)^2}{ab}$$

Resolución

multiplicamos por ab

$$a\cancel{b}\,\frac{2x-a}{\cancel{b}}+\cancel{a}b\,\frac{x-b}{\cancel{a}}=\cancel{ab}\,\frac{3ax-(a-b)^2}{\cancel{ab}}$$

$$2ax-a^2+bx-b^2=3ax-(a^2-2ab+b^2)$$

$$2ax-\cancel{a^2}+bx-\cancel{b^2}=3ax-\cancel{a^2}+2ab-\cancel{b^2}$$

$$2ax+bx-3ax=2ab$$

$$(b-a)x=2ab$$

$$\boxed{\therefore x=\frac{2ab}{b-a}}$$

PROBLEMA 2

Calcular el valor de $\frac{m+n}{r}$ sabiendo que la ecuación en x

$$3r + mx = n(2x+1)$$

Tiene infinitas soluciones

Resolución

Recordar:

Si $ax = b$
tiene infinitas soluciones

$\rightarrow a = 0 \wedge b \neq 0$

$$3r + mx = n\,(2x+1)$$

$$3r + mx = 2nx + n$$

$$mx - 2nx = n - 3r$$

$$\underbrace{(m-2n)}x = \underbrace{(n-3r)}$$

$$m - 2n = 0 \qquad n - 3r = 0$$

$$\boxed{m = 2n} \qquad \boxed{n = 3r}$$

$$piden: \frac{\boldsymbol{m+n}}{\boldsymbol{r}} = \frac{\boldsymbol{2(3r)+(3r)}}{\boldsymbol{r}}$$

$\therefore 9$

PROBLEMA 3

Indique el valor de 'm' en la ecuación de 'x' para que sea incompatible. $(m^2 - 5m + 6)x = (m^2 - 4m + 3)$

Resolución

$$(m^2 - 5m + 6)x = (m^2 - 4m + 3)$$

$$\cancel{(m-3)}(m-2)x = \cancel{(m-3)}(m-1)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(m-2)}_{=0}x = \underbrace{(m-1)}_{\neq 0}$$

$$m = 2$$

Recordar:

Si $ax = b$ **incompatible**

$\rightarrow a = 0 \wedge b \neq 0$

$$\boxed{\therefore m = 2}$$

PROBLEMA 4

Resolver:

$$(3x-1)(x+2)+7=(x+2)^2+4x$$

Resolución

POR DISTRIBUTIVA Y EL BINOMIO AL CUADRADO

$$3x^2+6x\ -\mathrm{x}-2\ +7=\ x^2+4x+4\ +4x$$

REDUCIENDO QUEDA

$$2x^2\ -3x\ +1=\ 0$$

$$\begin{array}{lr} 2x & -1 \\ x & -1 \end{array}$$

$$(2x-1)(\mathrm{x}-1)=0$$

=0 =0

$\boxed{x_1=\frac{1}{2}}$ v $\boxed{x_2=1}$

$$\therefore CS=\{\frac{1}{2};1\}$$

PROBLEMA 5

Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación: $x^2 - (m-3)x + 2m + 5 = 0$

Determine el valor de 'm' si se cumple: $x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2 = 28$

Resolución

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2 = 28$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 3x_1x_2 = 28$$

$$(x_1 + x_2)^2 + 3x_1x_2 = 28 \quad \dots(I)$$

Por Teorema de Cardano

$$x_1 + x_2 = m - 3 \quad \dots(II)$$

$$x_1x_2 = 2m + 5 \quad \dots(III)$$

De (II) y (III) en (I)

$$(m-3)^2 + 3(2m+5) = 28$$

$$m^2 - \cancel{6m} + 9 + \cancel{6m} + 15 = 28$$

$$m^2 = 4$$

$$\boxed{\therefore m = \pm 2}$$

PROBLEMA 6

Forme la ecuación de segundo grado si sus raíces son:

$$3+2i \quad \text{y} \quad 3-2i$$

Resolución

Formación de una ecuación cuadrática

$$x^2-(suma)x+(producto)=0$$

Reemplazando

$$x^2-(3+\cancel{2i}+3-\cancel{2i})x+(3+2i)(3-2i)=0$$

$$x^2-6x+[3^2-(2i)^2]=0$$

$$\therefore\ x^2-6x+13=0$$

PROBLEMA 7 Sea el polinomio

$p(x)=x^4-8x^3+x^2+ax+2.$

Halle la suma de las raíces elevado al producto de raíces

Resolución

$$\overset{+}{1}\,x^4\ \overset{-}{-}\ 8x^3\ \overset{+}{+}\ x^2\ \overset{-}{+}\ ax\ \overset{+}{+}\ 2=0$$

POR CARDANO VIETE

$$x_1+x_2+x_3+x_4=\frac{-(-8)}{1}=8$$

$x_1+x_2+x_3+x_4$ = 8

$$x_1x_2x_3x_4=2$$

Nos piden :

$$(x_1+x_2+x_3+x_4)^{x_1x_2x_3x_4} = 8^2$$

$\therefore$ **64**

PROBLEMA 8

$$Si\ a, b, c\ son\ las\ raíces\ de\ la\ ecuación:$$

$$x^3 - mx^2 + 3x + m - 2 = 0.$$

$$Halle\ \mathrm{m}, si\ tenemos: \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = 4$$

Resolución

$$\overset{+}{1}x^3 \overset{-}{-} mx^2 \overset{+}{+} 3x + \overset{-}{m - 2} = 0$$

POR CARDANO VIETE

$$a + b + c = m \qquad ; \qquad abc = -m + 2$$

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{a\ c} = \frac{\boxed{a + b + c}}{abc} = \frac{m}{-m + 2} = 4$$

$$\therefore \quad \boxed{\mathrm{m} = \frac{8}{5}}$$

PROBLEMA 9

Sean x_1, x_2 y x_3 las raíces de la ecuación:

$x^3 + 5x^2 - 2x - 6 = 0$ Efectúe: K=$x_1{}^3 + x_2{}^3 + x_3{}^3$

Resolución

$$\overset{+}{1}x^3 \overset{-}{+} 5x^2 \overset{+}{-} 2x \overset{-}{-} 6 = 0$$

POR CARDANO VIETE

$x_1 + x_2 + x_3 = -5$; $x_1 x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -2$; $x_1x_2x_3 = 6$

Por Productos Notables

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b+c)(ab+bc+ac) - 3abc$$

$$(x_1+x_2+x_3)^3 = x_1{}^3 + x_2{}^3 + x_3{}^3 + 3(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) - 3x_1x_2x_3$$

$$(-5)^3 = K + 3(-5)(-2) - 3(6)$$

$$-125 = K + 30 - 18$$

$\therefore$ $\boxed{K = -137}$

10. Si $3+\sqrt{5}$ es una raíz del polinomio

$$P(x) = x^4 - 8x^3 + x^2 + ax + b$$

Calcule la suma de las otras raíces.

Resolución :

Sea x_1, x_2 , x_3 y x_4 raíces de la ecuación de cuarto grado

Del problema :

$$P(x) = x^4 \overset{+}{} - \underbrace{8x^3}_{S_1} + x^2 + ax + b$$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$

Por dato : $\boxed{x_1 = 3+\sqrt{5}}$

Recordar :

$$P(x) = x^4 - S_1x^3 + S_2x^2 - S_3x + S_4 = 0$$

Suma de raíces : $S_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

$$S_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -(-8) = 8$$

$$3+\sqrt{5} + x_2 + x_3 + x_4 = 8$$

$$x_2 + x_3 + x_4 = 5 - \sqrt{5}$$

$\therefore$ *Suma de las otras raíces es* $5-\sqrt{5}$