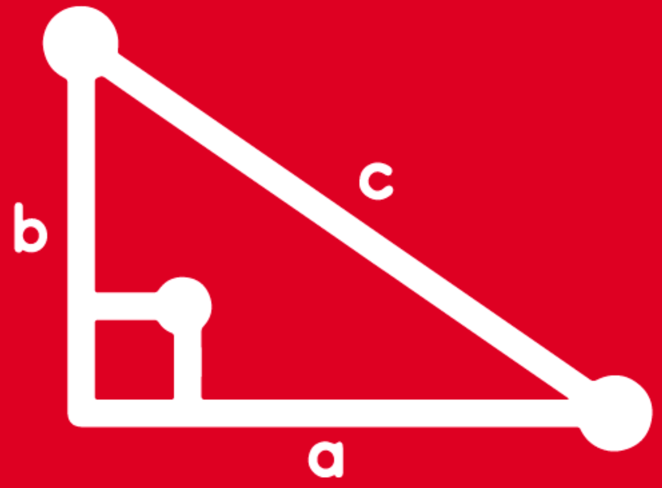
TRIGONOMETRY

Chapter 06



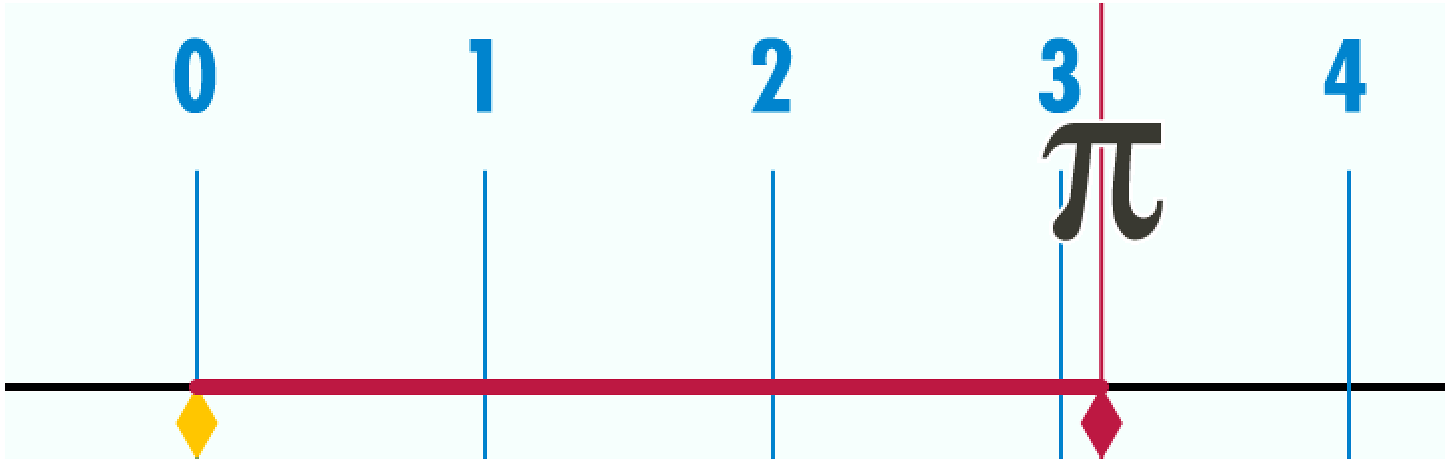
5th
SECONDARY

Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal I

SACO OLIVEROS

CURIOSIDADES EN LA MATEMÁTICA

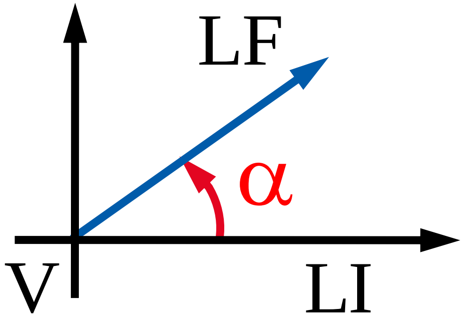
El numero $\pi(pi) = 3.14159 \ldots.$



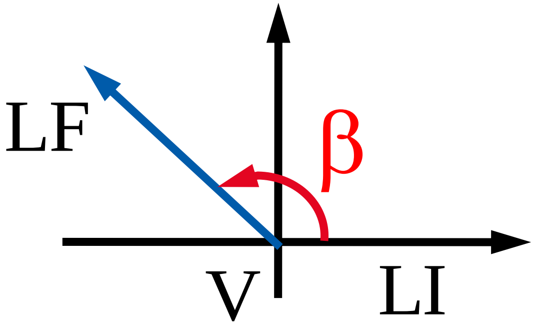
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Es aquel ángulo trigonométrico cuyo vértice (V) está en el origen de coordenadas cartesianas y su lado inicial (LI) coincide con el semieje positivo de las abscisas. El lado final (LF) nos indica el cuadrante al cual pertenece el ángulo.

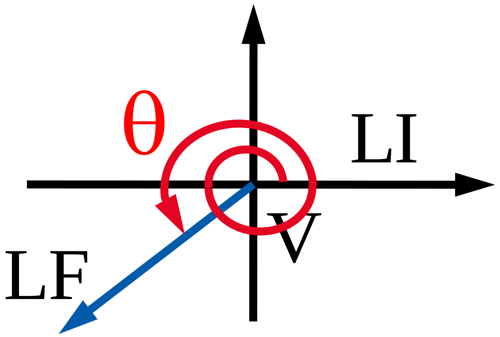
EJEMPLOS:



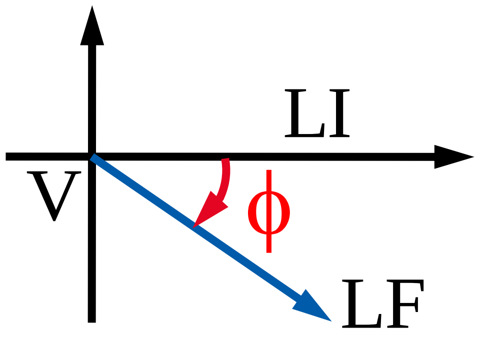
$\alpha \in \text{IC}$



$\beta \in \text{IIC}$

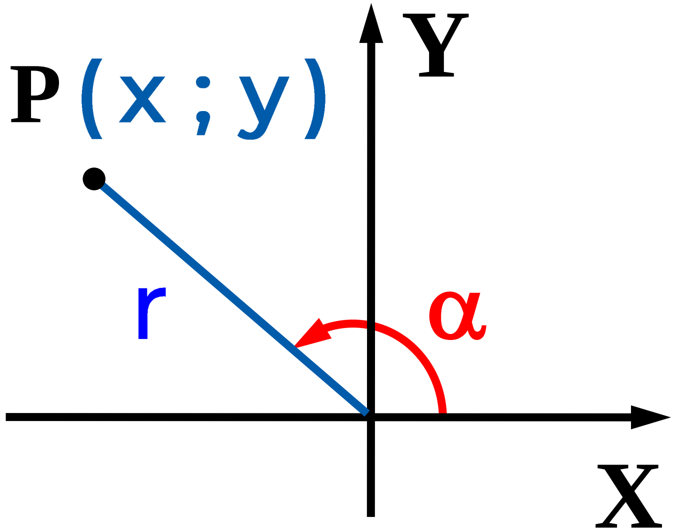


$\theta \in \text{IIIC}$



$\phi \in \text{IVC}$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



y : Ordenada del punto **P**

x : Abscisa del punto **P**

r : Radio vector

$= \sqrt{\quad + \quad}$

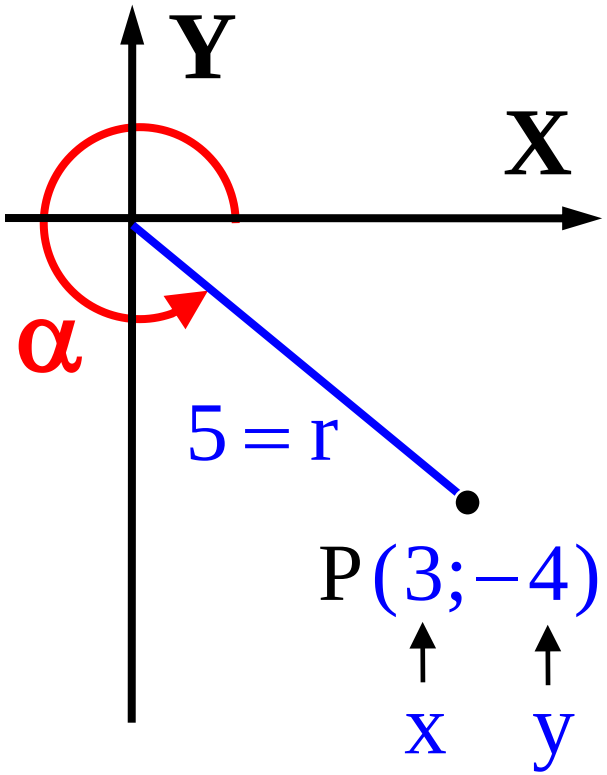
> 0

DEFINICIONES

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
—	—	—	—	—	—

1. El lado terminal de un ángulo α en posición estándar pasa por el punto P(3 ; – 4). Calcule secα – tanα.

RESOLUCIÓN



$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$r=\sqrt{(3)^2+(-4)^2} \Rightarrow r=5$$

- **Calculamos:**

$$E=\sec\alpha-\tan\alpha$$

$$E=\frac{5}{3}-\frac{-4}{3}=\frac{9}{3}$$

$$\therefore\ E=3$$

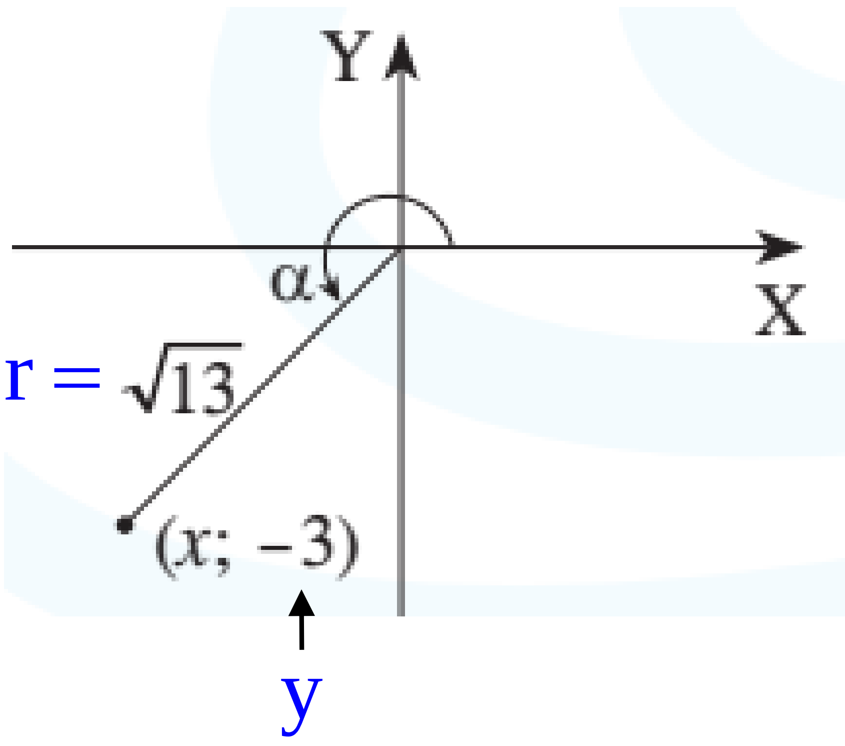
Recordar:

Sen	Cos	Tan
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

Csc	Sec	Cot
$\frac{r}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{x}{y}$

2. Del gráfico mostrado, calcule:

$= \sqrt{\quad} \qquad \alpha - \qquad \alpha$



RESOLUCIÓN

- $\sqrt{13} = \sqrt{x^2 + (-3)^2}$

Al cuadrado: $13 = x^2 + 9$

$\Rightarrow 4 = x^2 \quad x = -2$

- **Calculamos:** $P = \sqrt{13}\,\text{sen}\alpha - 6\tan\alpha$

$$P = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{-3}{\cancel{\sqrt{13}}}\right) - 6\left(\frac{-3}{-2}\right) = -3 - 9$$

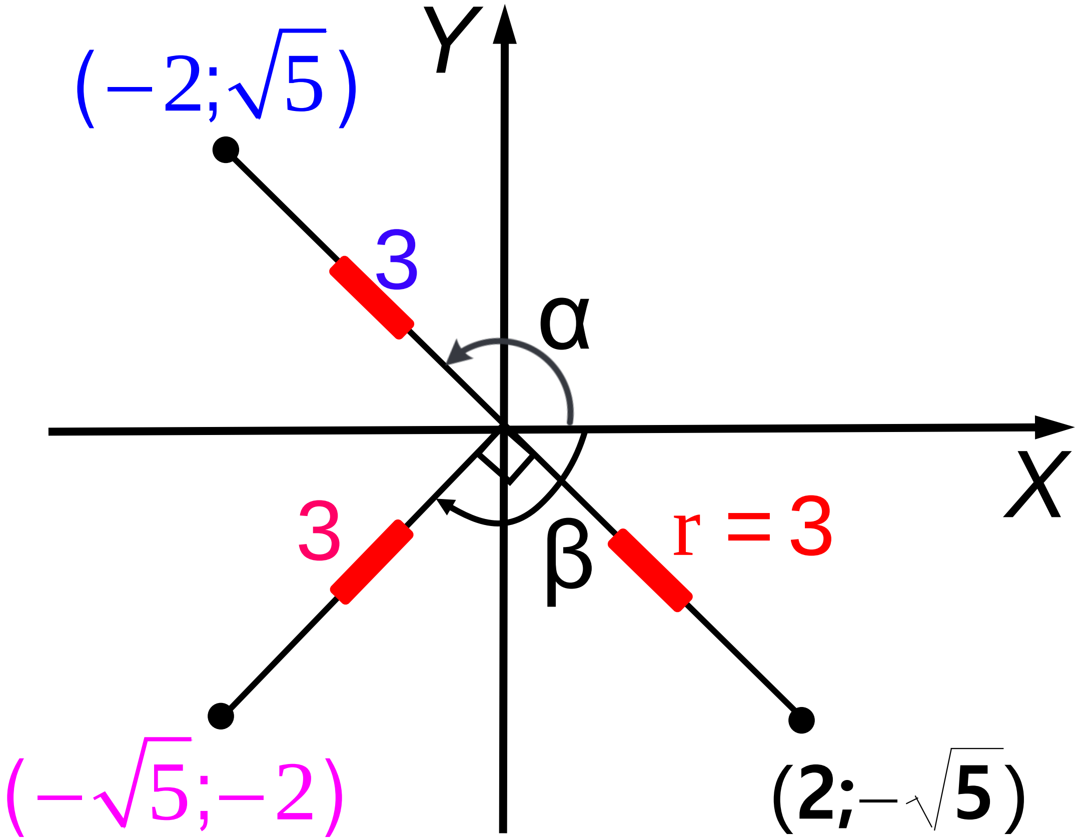
$\therefore\ P = -12$

Recordar

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Sen	Cos	Tan
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

3. Del gráfico, calcule: $\alpha + \quad \beta$

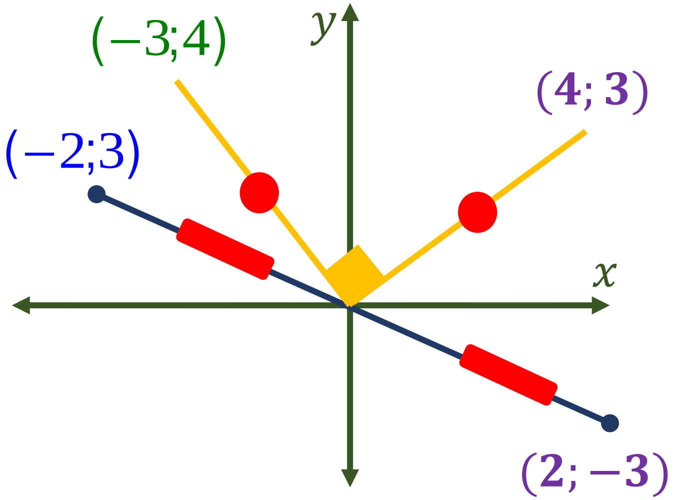


RESOLUCIÓN

Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

tanβ	secα
$\frac{y}{x}$	$\frac{r}{x}$



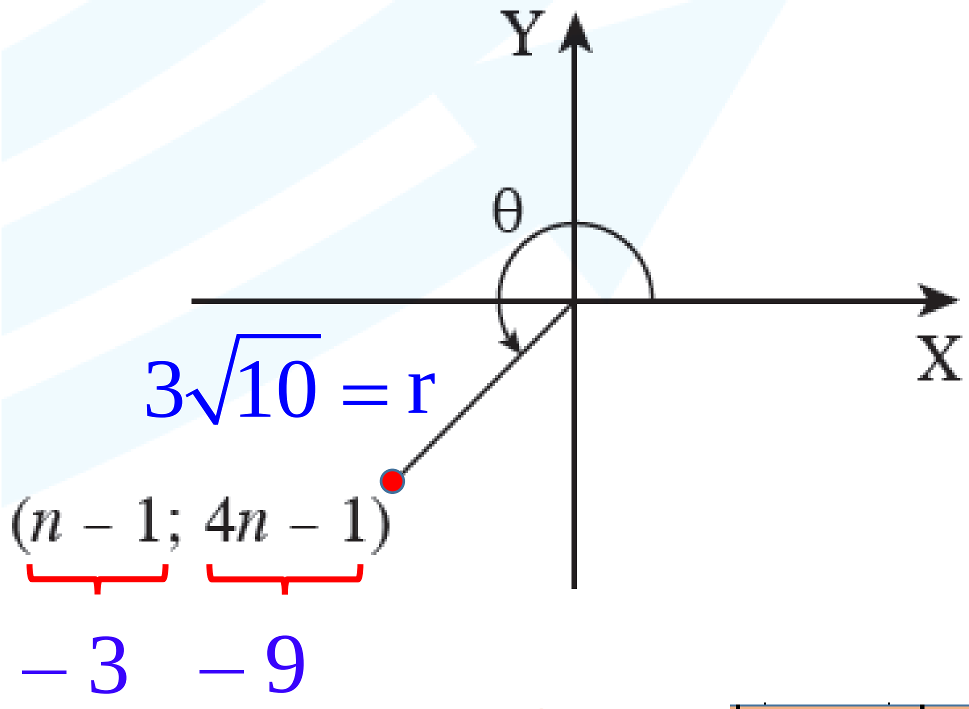
Calculamos: $E = \sec\alpha + \tan^2\beta$

$$E = \left(\frac{3}{-2}\right) + \left(\frac{-2}{-\sqrt{5}}\right)^2$$

$$E = -\frac{3}{2} + \frac{4}{5}$$

$$\therefore\ E = -\frac{7}{10}$$

4. Del gráfico, si $\tan\theta = 3$;
efectúe: $= \sqrt{} \qquad \theta - n$



Recordar

$$\boxed{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

cosθ	tanθ
$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

RESOLUCIÓN

Dato: $\underbrace{\tan\theta = 3 = \frac{4n-1}{n-1}}$

$$3n - 3 = 4n - 1$$

$$n = -2$$

- **Calculamos:** $= \sqrt{10} \qquad \theta - n$

$$= \cancel{\sqrt{10}}\left(\frac{-3}{3\cancel{\sqrt{10}}}\right) - (-2)$$

$$= -1 + 2$$

$$\boxed{\therefore\ M = 1}$$

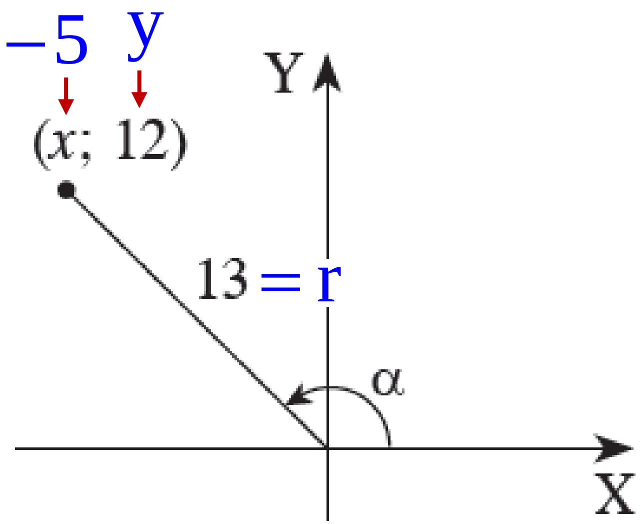
5. Lucas ha rendido sus exámenes de Trigonometría, Geometría y Álgebra obteniendo las notas A, B y C, respectivamente. Si los valores de A, B y C se obtienen resolviendo los siguientes ejercicios, ¿en cuál de los cursos obtuvo la mejor calificación?

$A = 13\operatorname{sen}\alpha + 5$

$B = 11 - 13\cos\alpha$

$C = 5 - 24\cot\alpha$

$\operatorname{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\cot\alpha$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{x}{y}$



RESOLUCIÓN

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow 13 = \sqrt{x^2 + (12)^2} \Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = -5$

Reemplazamos:

- $A = 13\left(\frac{12}{13}\right) + 5 \Rightarrow A = 17$
- $B = 11 - 13\left(\frac{-5}{13}\right) \Rightarrow B = 16$
- $C = 5 - 24\left(\frac{-5}{12}\right) \Rightarrow C = 15$

$\therefore\ A = \text{Trigonometría}$

6. Si el lado final de un ángulo α en posición normal pasa por el punto de intersección de las rectas

$L_1: 3x + y + 8 = 0$ ... (I)

$L_2: 5x - 2y - 5 = 0$ ... (II)

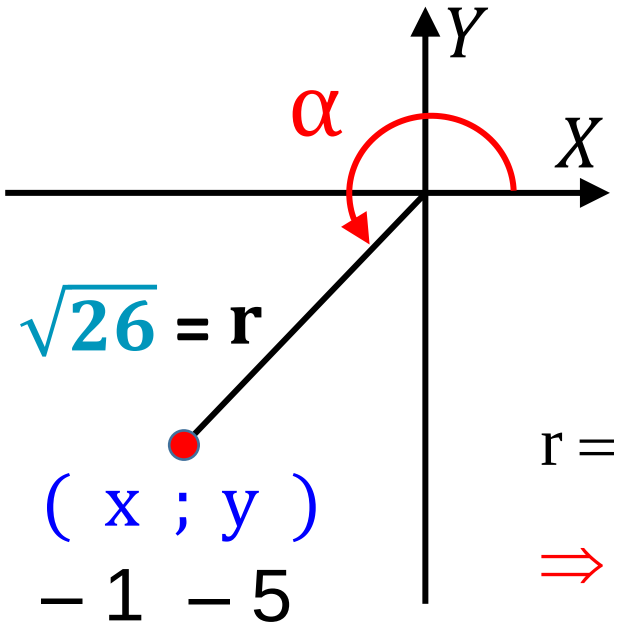
Efectúe: $=\sqrt{\quad}(\quad\alpha+\quad\alpha)$

RESOLUCIÓN

Multiplicamos por 2 la ecuación (I)

$$\begin{aligned} 6x + \cancel{2y} + 16 &= 0 \\ 5x - \cancel{2y} - 5 &= 0 \end{aligned} \quad (+)$$

$$11x + 11 = 0 \Rightarrow x = -1 \wedge y = -5$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{26}$$

- **Calculamos:** $W = \sqrt{26}(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)$

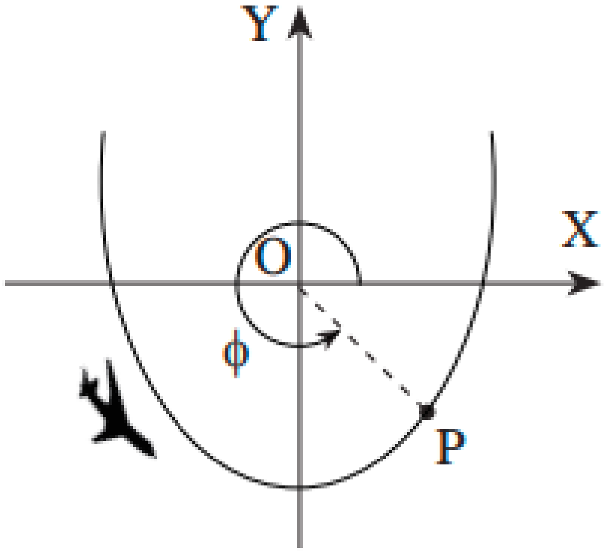
$$\Rightarrow W = \sqrt{26}\left(\frac{-5}{\sqrt{26}} + \frac{-1}{\sqrt{26}}\right)$$

$$\Rightarrow W = \cancel{\sqrt{26}}\left(\frac{-6}{\cancel{\sqrt{26}}}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ W = -6}$$

7. Desde la torre de control del aeropuerto (punto O) se conoce la trayectoria de un avión como $= {}^{2}/ \quad -$. Cuando el avión se encuentra en el punto P a 30 m del eje Y; calcule $\sqrt{\quad}\quad \phi \quad \phi$.

Nota: Considere que 1u en el plano cartesiano equivale a 1m.



RESOLUCIÓN

Dato: x = 30

Reemplazando en la ecuación

$$y=\frac{30^2}{30}-120 \Rightarrow y=-90$$

$$\boxed{r=\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$r=\sqrt{30^2+(-90)^2} \Rightarrow r^2=9000$$

$$\boxed{r=30\sqrt{10}}$$

Usamos el punto P(30;-90), para calcular:

$$=\sqrt{\quad}\quad \phi \quad \phi$$

$$E=\sqrt{10}\left(\frac{\cancel{30\sqrt{10}}}{\cancel{30}}\right)\left(\frac{\cancel{-90}}{\cancel{30}}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ E=-30}$$