GEOMETRY

CHAPTER 6

4th

ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

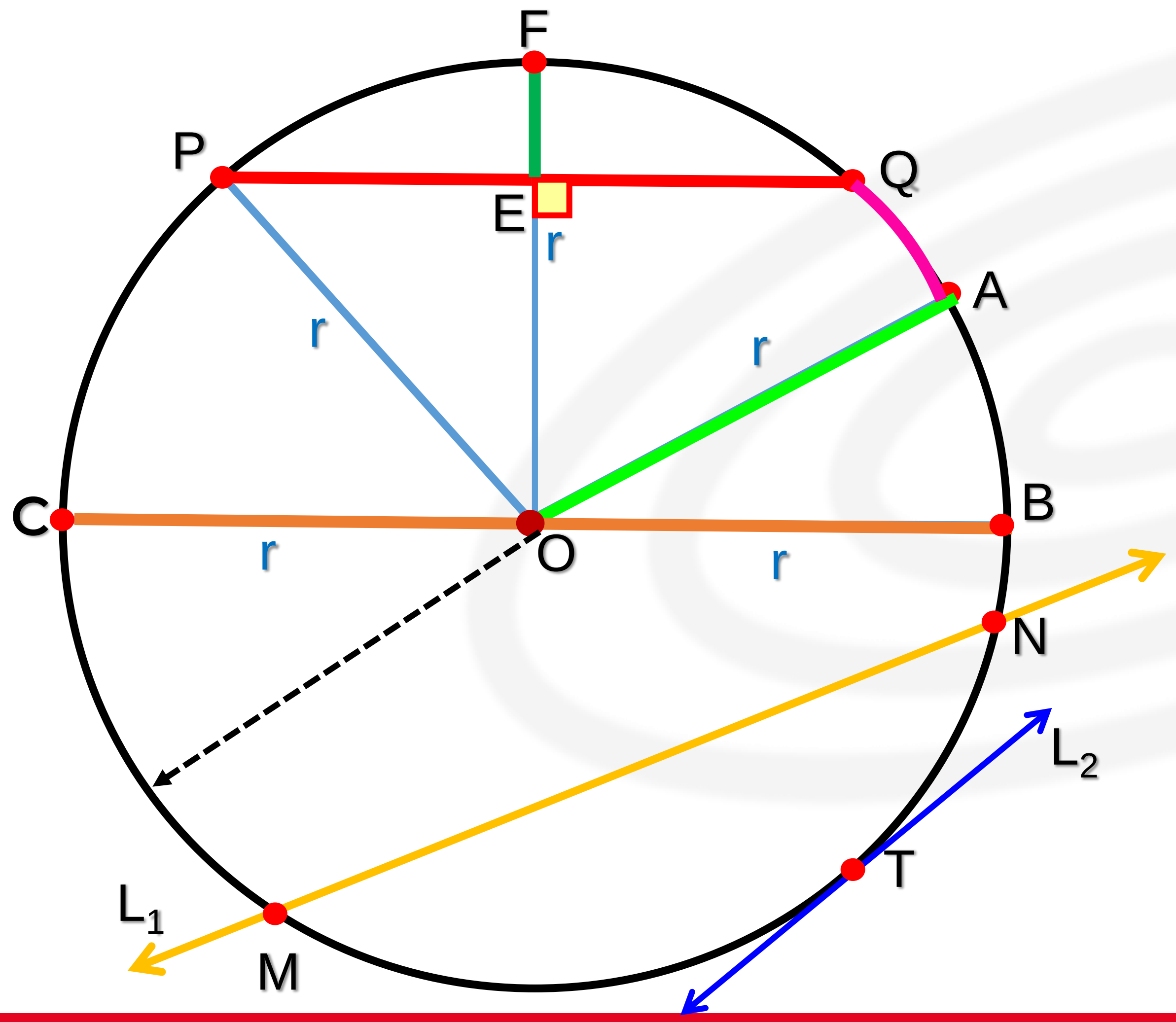
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

Al observar el borde de la Luna o el Sol, el hombre tuvo las primeras nociones de circunferencia, al cortar una naranja o un limón el contorno de la sección plana tiene forma de circunferencia y que equidista del centro, esto llevó a conocer las primeras propiedades de ella.

CIRCUNFERENCIA

Definición: Es aquella línea curva cerrada, que esta formada por un conjunto de puntos coplanares que equidistan de un punto fijo denominado centro.



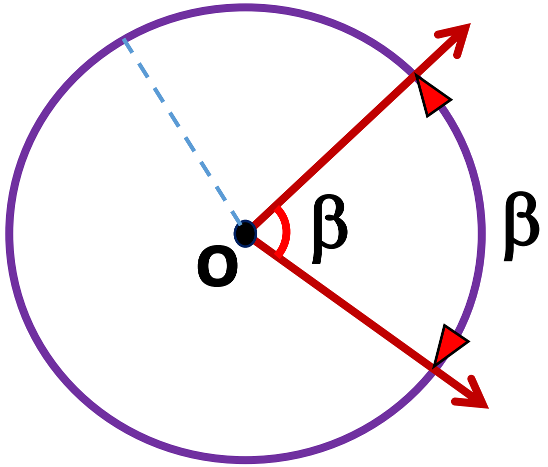
- O : Centro
- $\overline{OA}$: Radio
- $\overline{PQ}$: Cuerda
- $\overline{BC}$: Diámetro
- $\overset{\frown}{AQ}$: Arco
- $\overline{EF}$: Flecha
- $\overleftrightarrow{L_1}$: Recta secante
- $\overleftrightarrow{L_2}$: Recta tangente
- T : Punto de tangencia

NOTA:

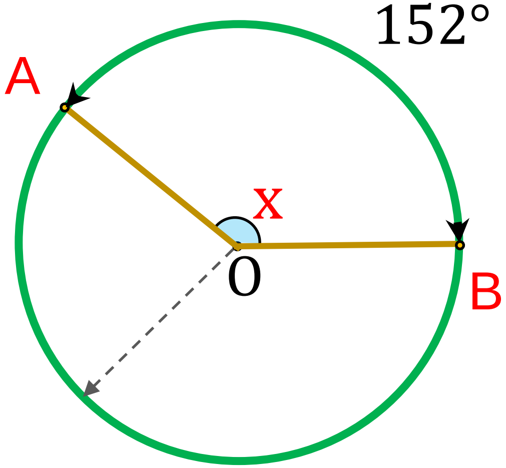
- Medida angular de la circunferencia: $m\odot = 360°$
- Longitud de la circunferencia: $L\odot = 2\pi R$

ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

Ángulo central



Calcule x.

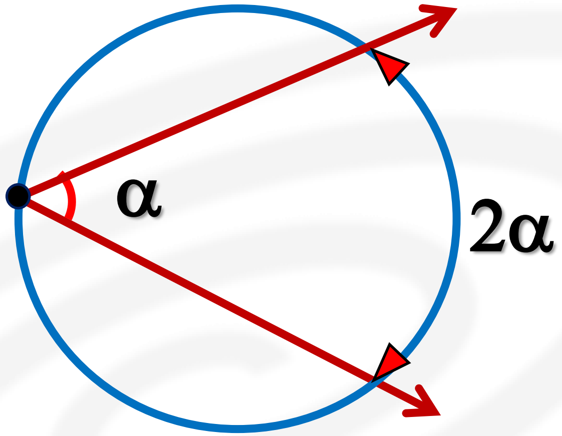


Por ángulo central, sabemos:

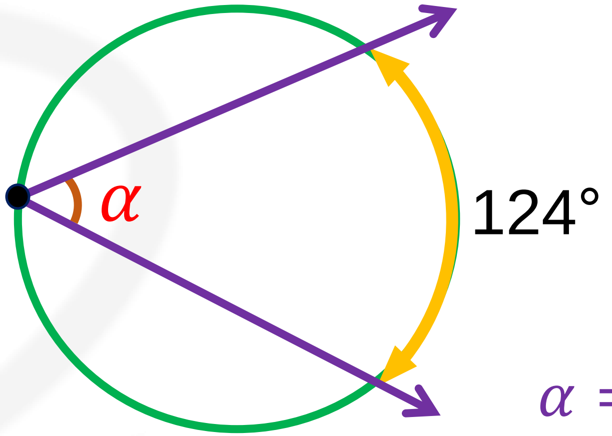
$$m\measuredangle AOB = m\widehat{AB}$$

$$x = 152°$$

Ángulo inscrito

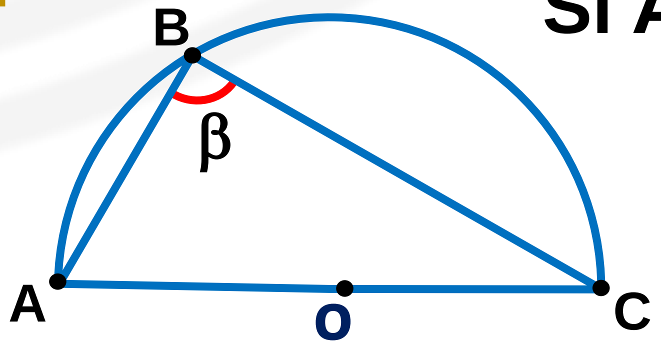


Calcule α.



$$\alpha = 62°$$

Teorema

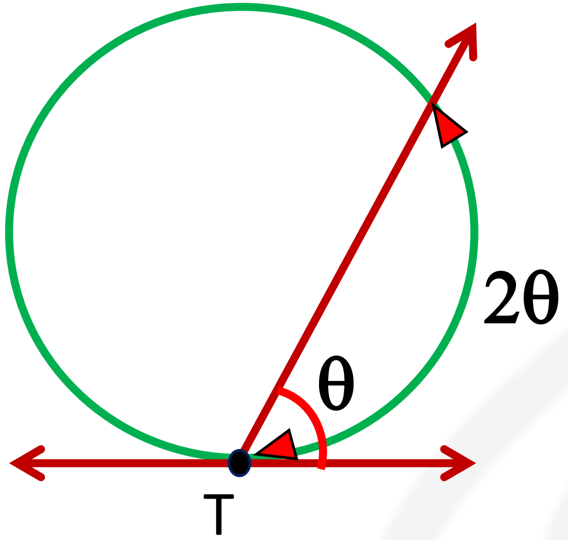


Si $\overline{AC}$ es diámetro

$$\Rightarrow \ \beta = 90°$$

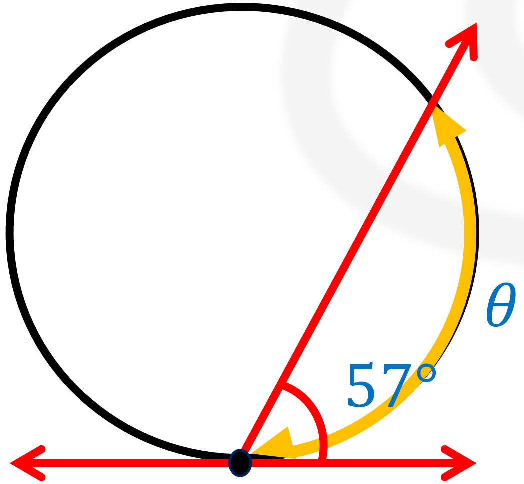
ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

Ángulo seminscrito



T: punto de tangencia

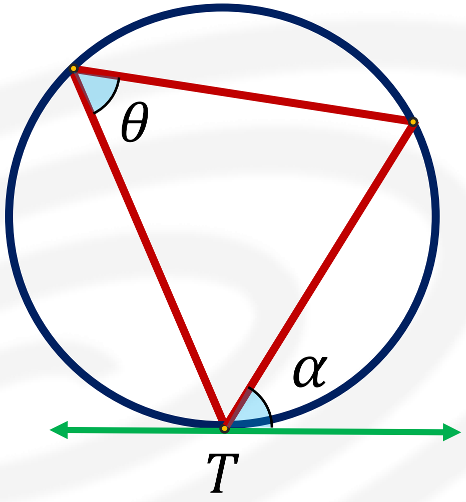
Calcule θ.



Por ángulo semi inscrito, sabemos:

$$\theta = 114°$$

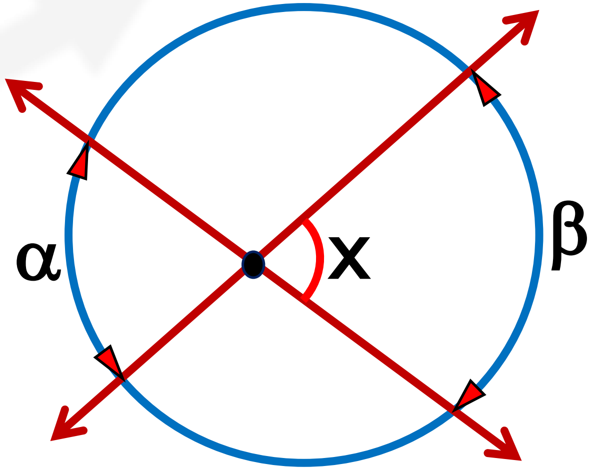
OBSERVACIÓN:



Se cumple:

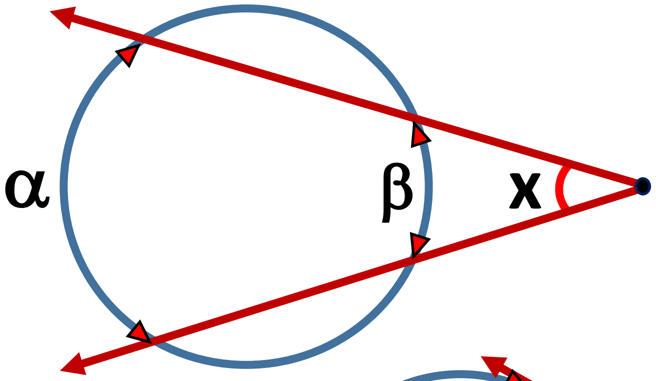
$$\boxed{\theta = \alpha}$$

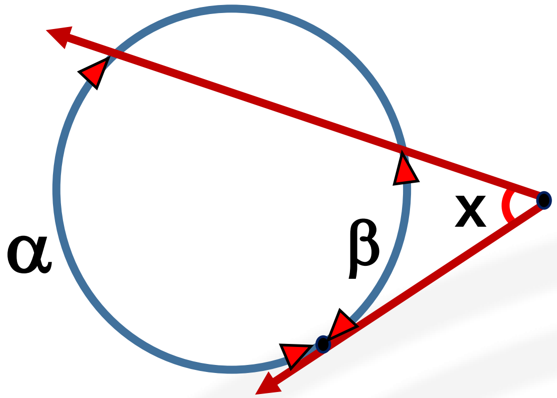
Ángulo interior

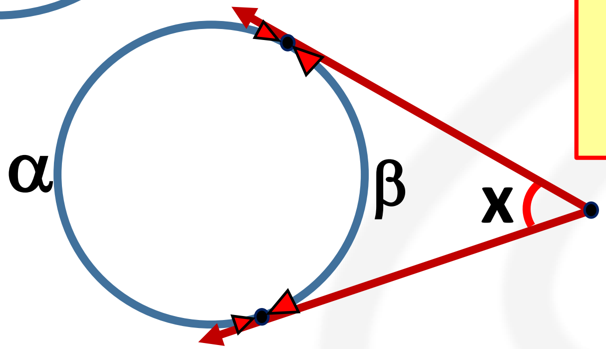


$$\boxed{x = \frac{\alpha + \beta}{2}}$$

Ángulo exterior

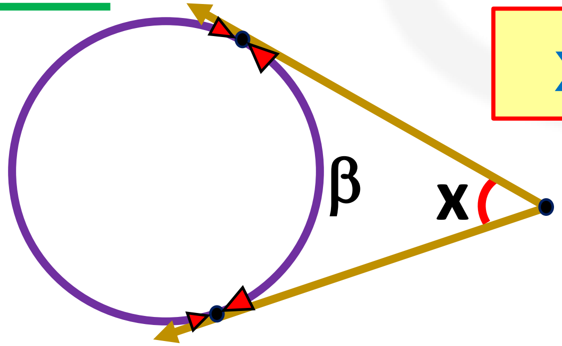






$$\boxed{x = \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

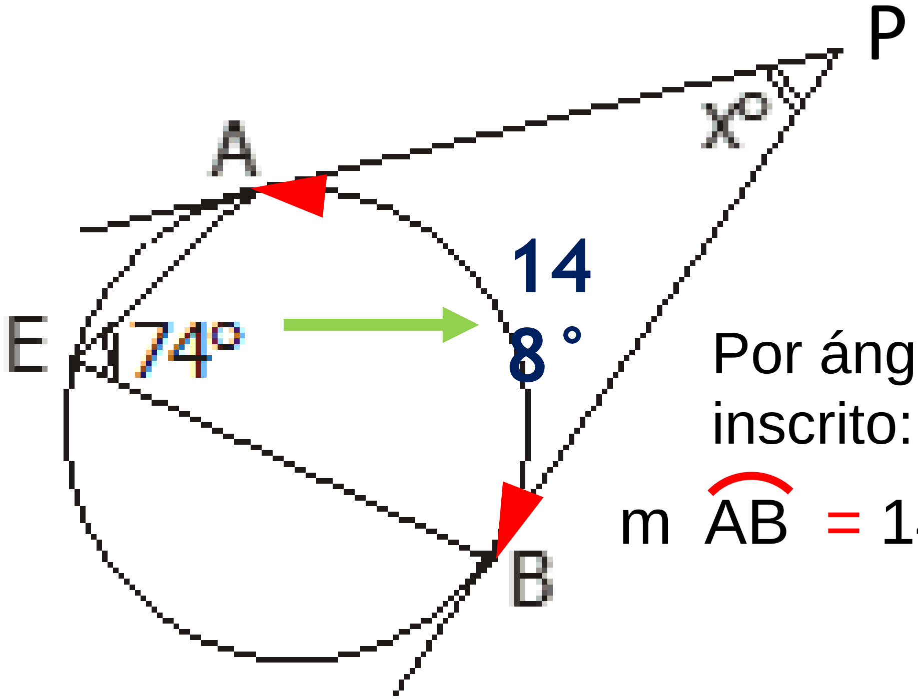
Teorema



$$\boxed{x + \beta = 180°}$$

Ejemplo:

En el grafico halle el valor de x



Por ángulo inscrito:

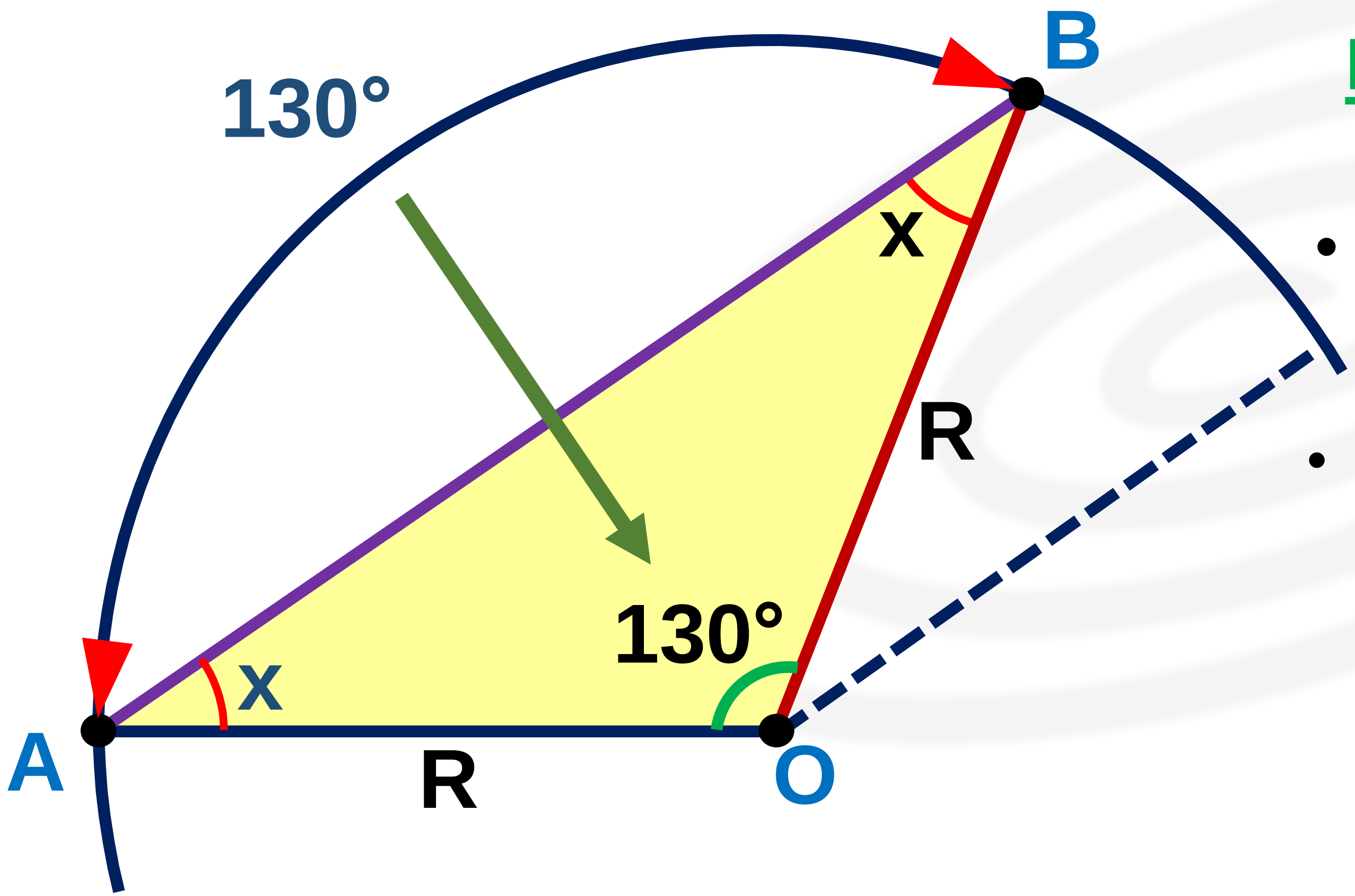
$m\,\overset{\frown}{AB} = 148°$

Por teorema:

$148° + x = 180°$

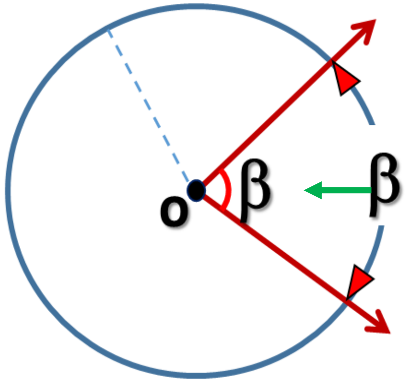
$$\boxed{x = 32°}$$

1. En una circunferencia de centro O, se traza una cuerda $\overline{AB}$, tal que: la $m\overset{\frown}{AB} = 130°$. Halle la m∡OAB.



RESOLUCIÓN

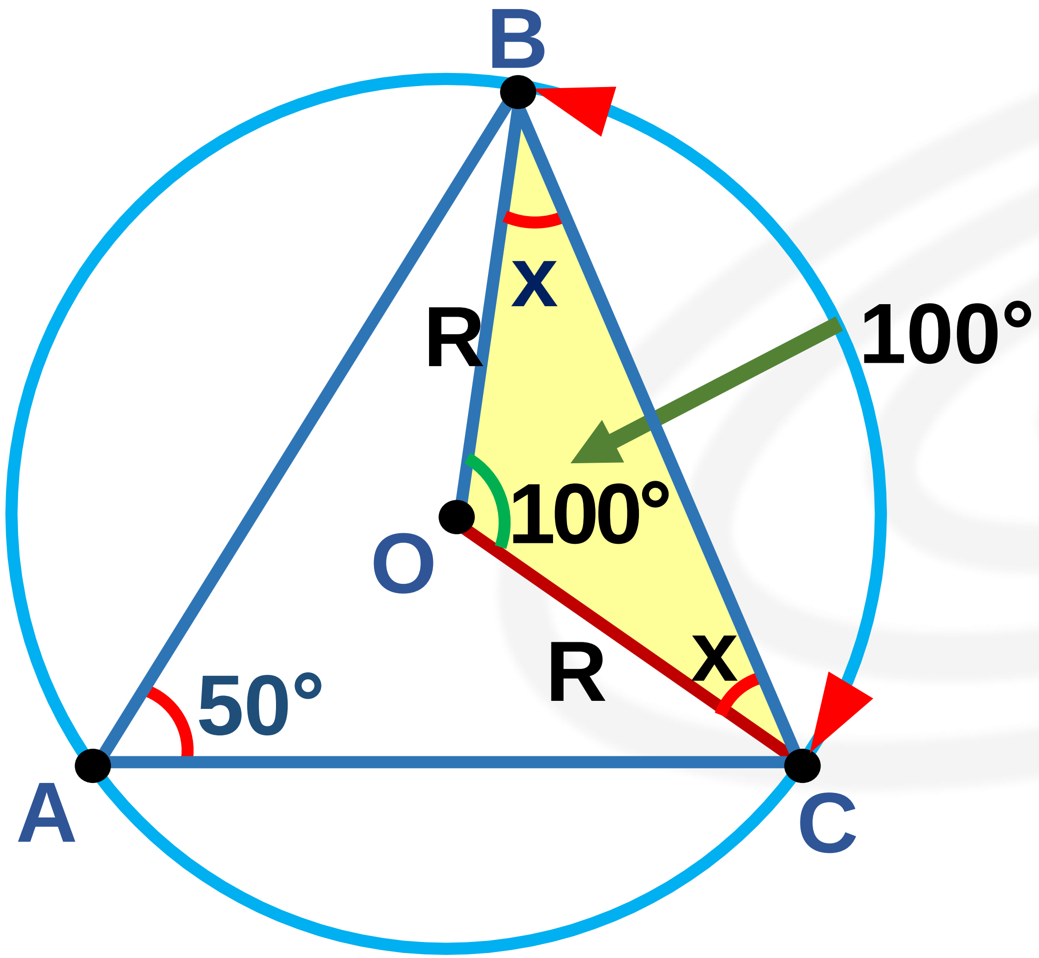
Ángulo central



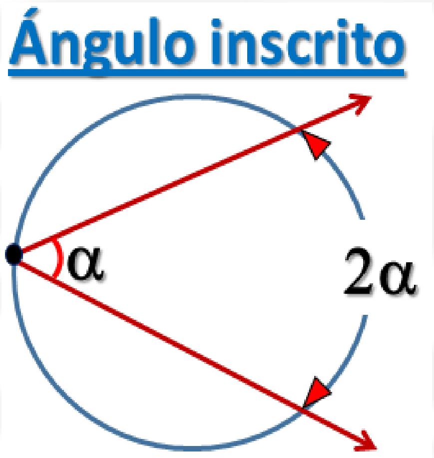
- Trazamos $\overline{OB}$
- △AOB : Isósceles

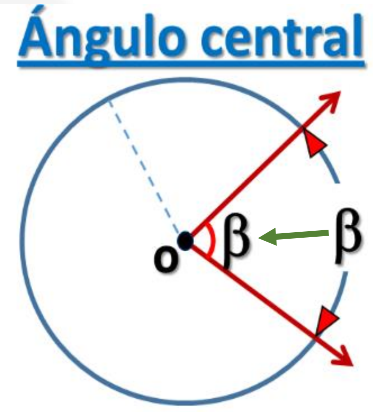
$$x + x + 130° = 180°$$
$$2x = 50°$$
$$\boxed{x = 25°}$$

2. En una circunferencia de centro O, se inscribe el triángulo ABC, tal que: la m∡BAC = 50°. Halle la m∡OBC.



RESOLUCIÓN





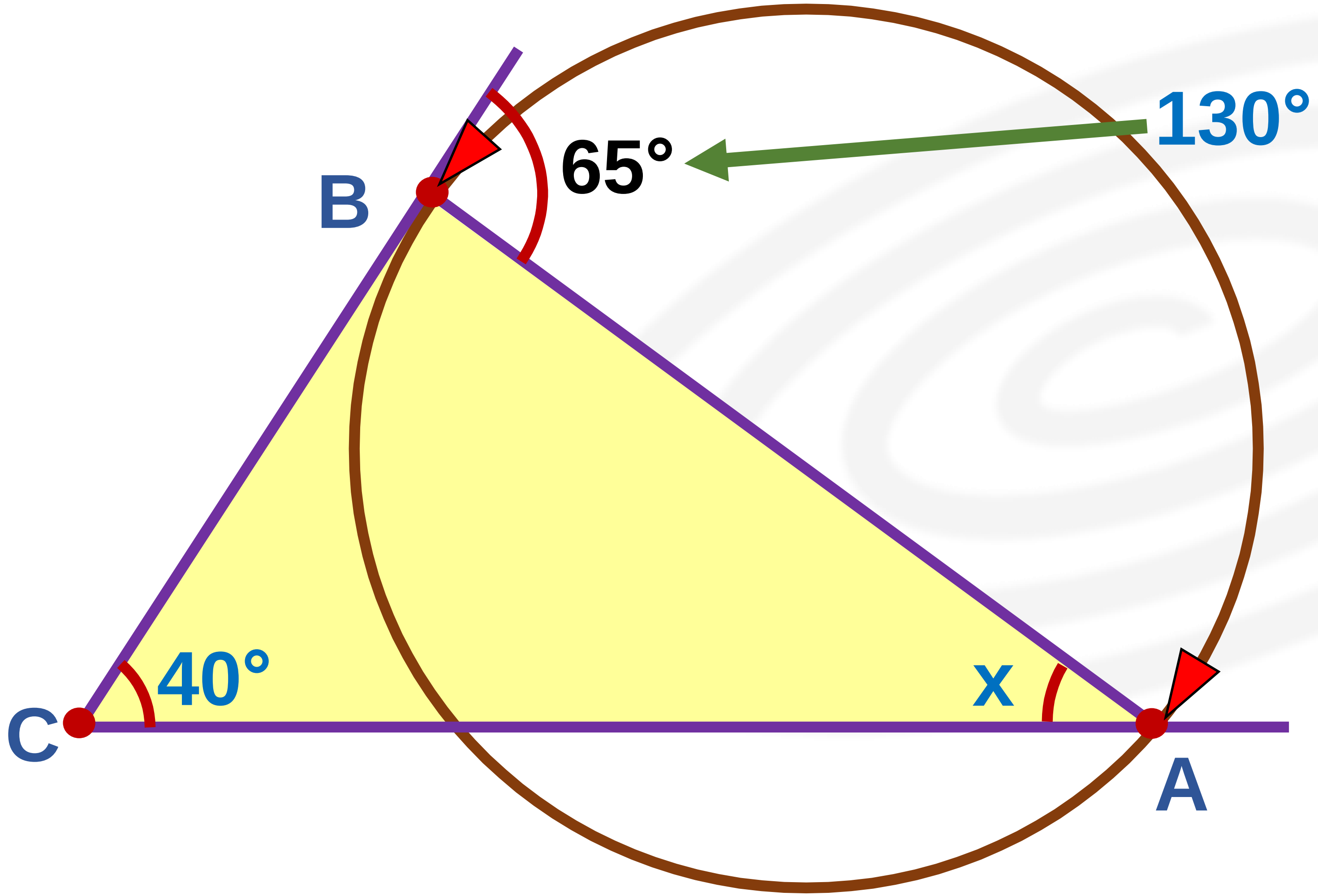
- Trazamos $\overline{OC}$
- $\triangle$BOC : Isósceles

$$x + x + 100° = 180°$$

$$2x = 80°$$

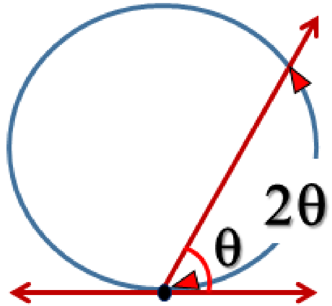
$$\boxed{x = 40°}$$

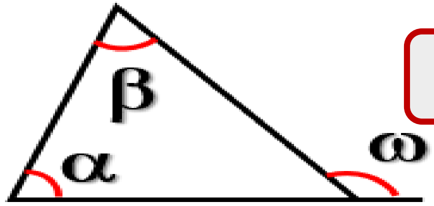
3. En la figura, B es punto de tangencia. Halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

Ángulo semiinscrito



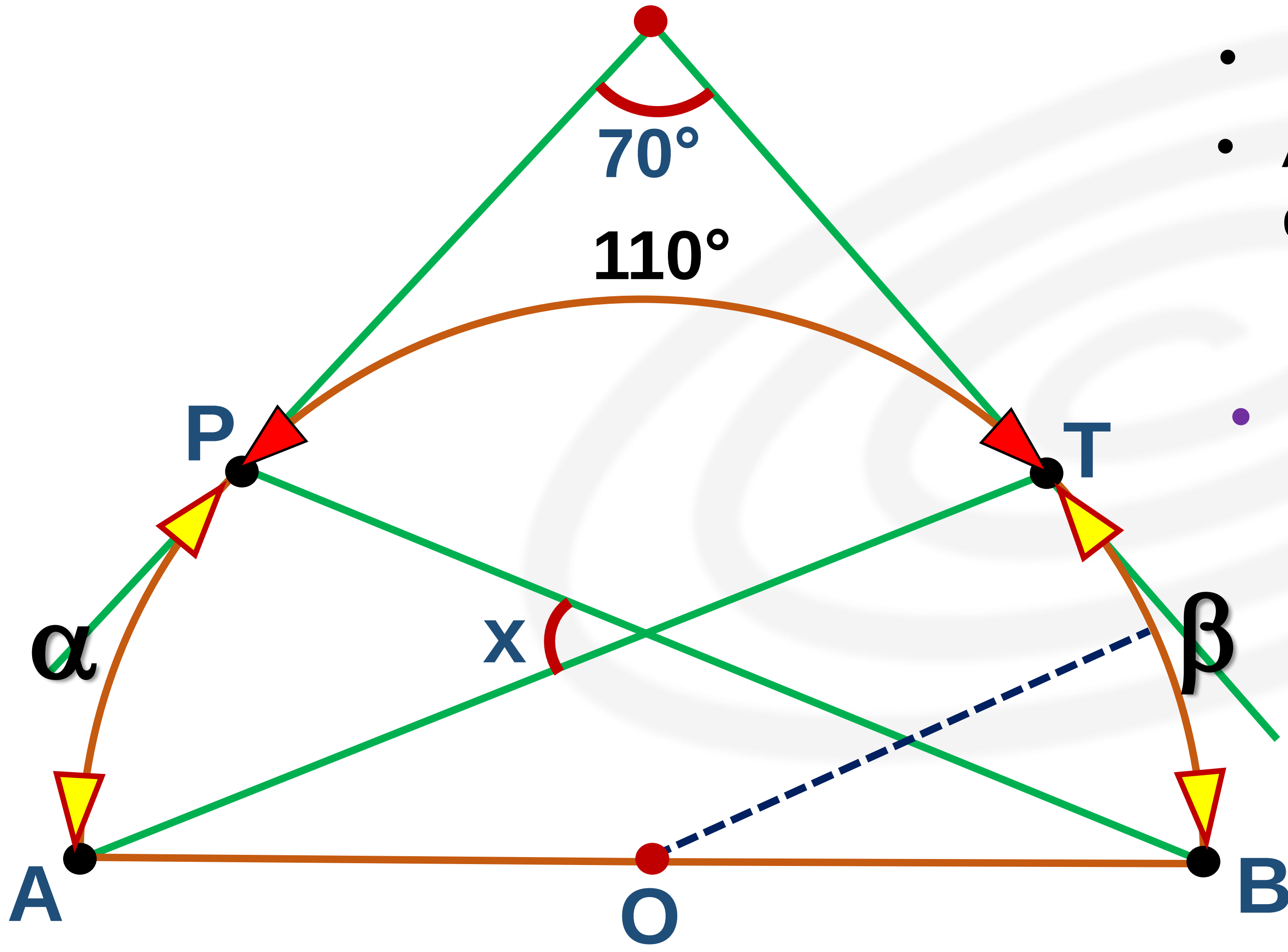


$\alpha + \beta = \omega$

$x + 40° = 65°$

$\boxed{x = 25°}$

4. En la figura, P y T son puntos de tangencia además $\overline{AB}$ es diámetro. Halle el valor de x.

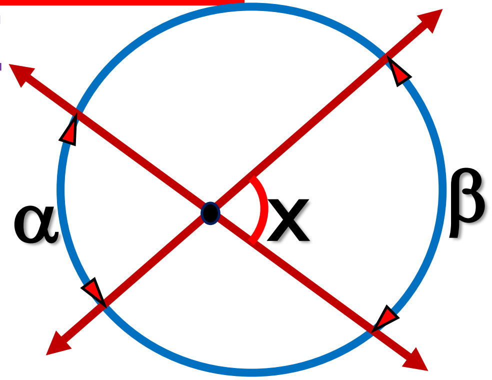


RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Aplicando el teorema del ángulo exterior:

$$\alpha + \beta = 70°$$

- **Ángulo interior**

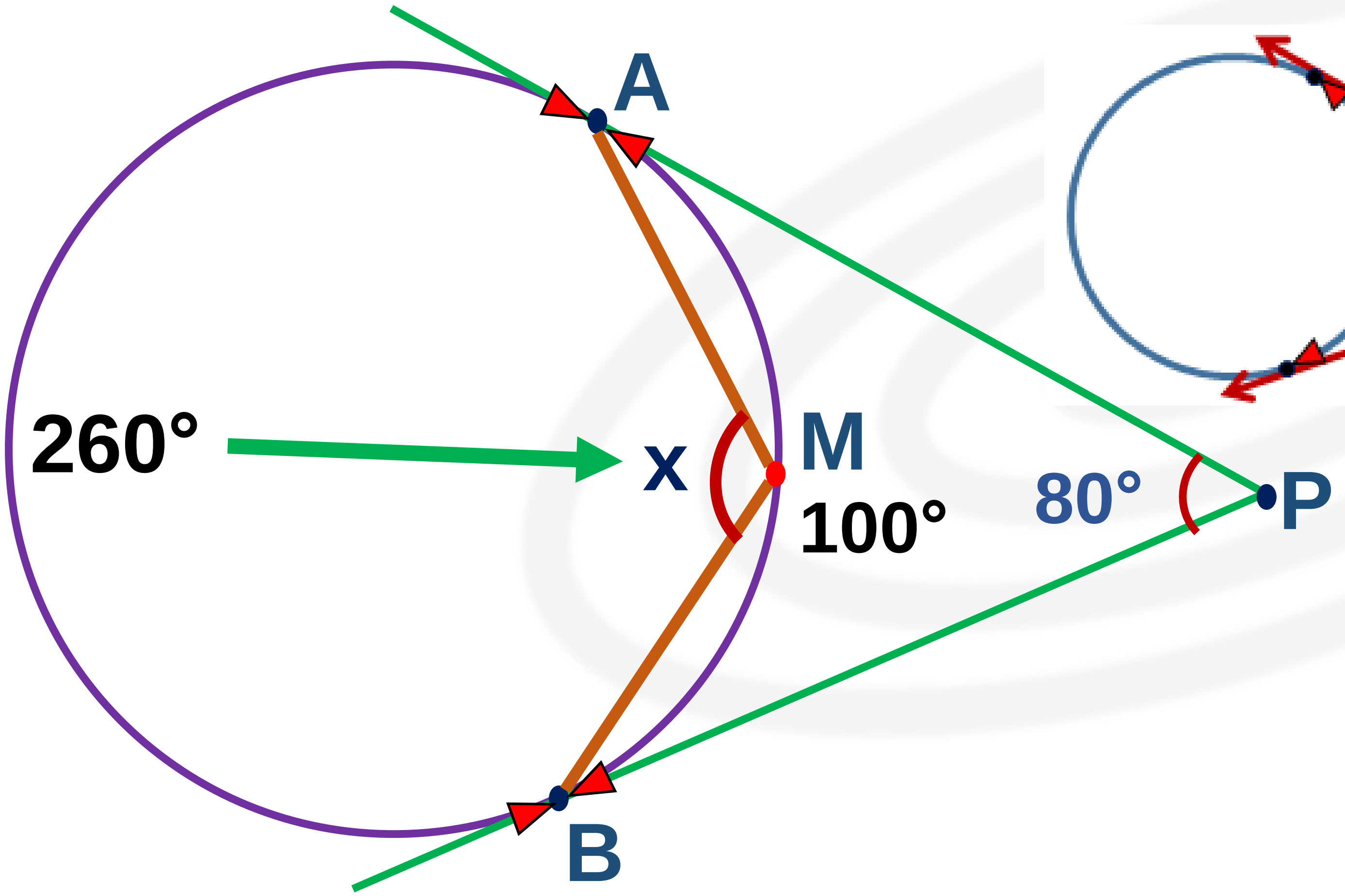


$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

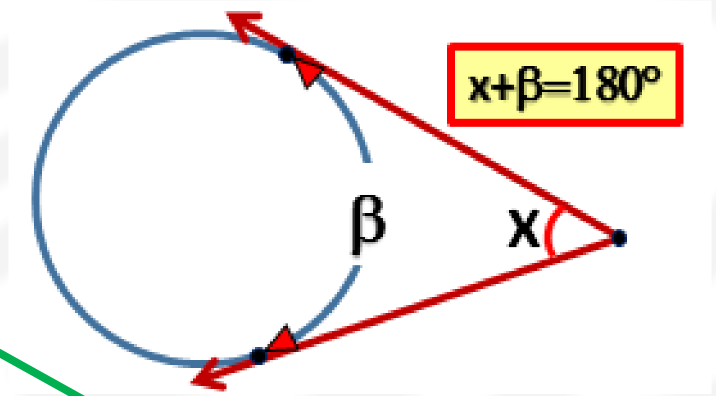
$$x = \frac{70°}{2}$$

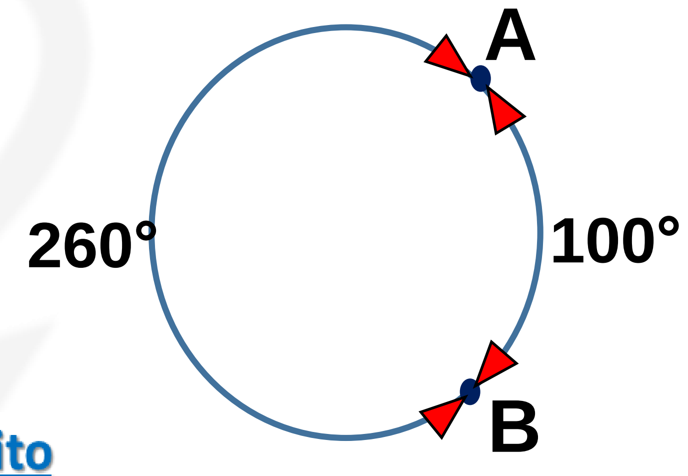
$$\boxed{x = 35°}$$

5. Desde un punto P exterior a una circunferencia, se trazan las tangentes $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$,luego en el menor arco AB se ubica el punto M además la m∡APB = 80°. Halle el valor de x. Halle la m∡AMB

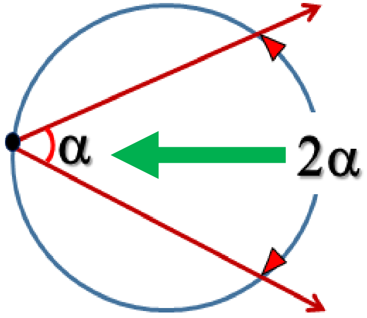


RESOLUCIÓN





Ángulo inscrito

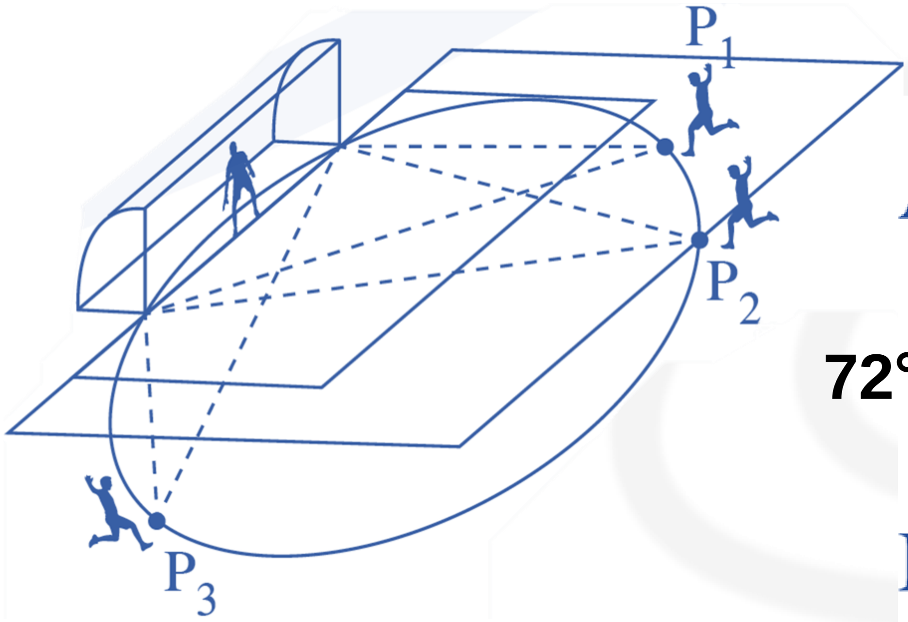


$$x = \frac{260°}{2}$$

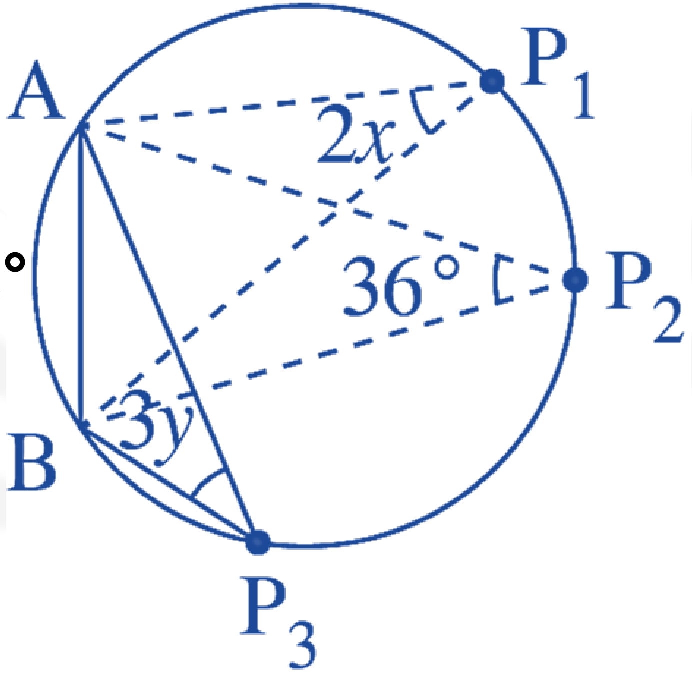
$$\boxed{x = 130°}$$

6. Frecuentemente, en retransmisiones de fútbol, oímos expresiones como: "...el jugador remató al arco sin apenas ángulo de tiro...", expresión poco acertada como podemos ver en el siguiente esquema. Del segundo gráfico, se pide calcular $\frac{x.y}{x-y}$.

RESOLUCIÓN



72°



PIDEN: $\frac{x.y}{x-y}$

- Por teorema del ∡ inscrito

La $m\widehat{AB}$ = 4x = 6y = 72°

Luego: 4x=72° → x=18°

6y=72° → y=12°

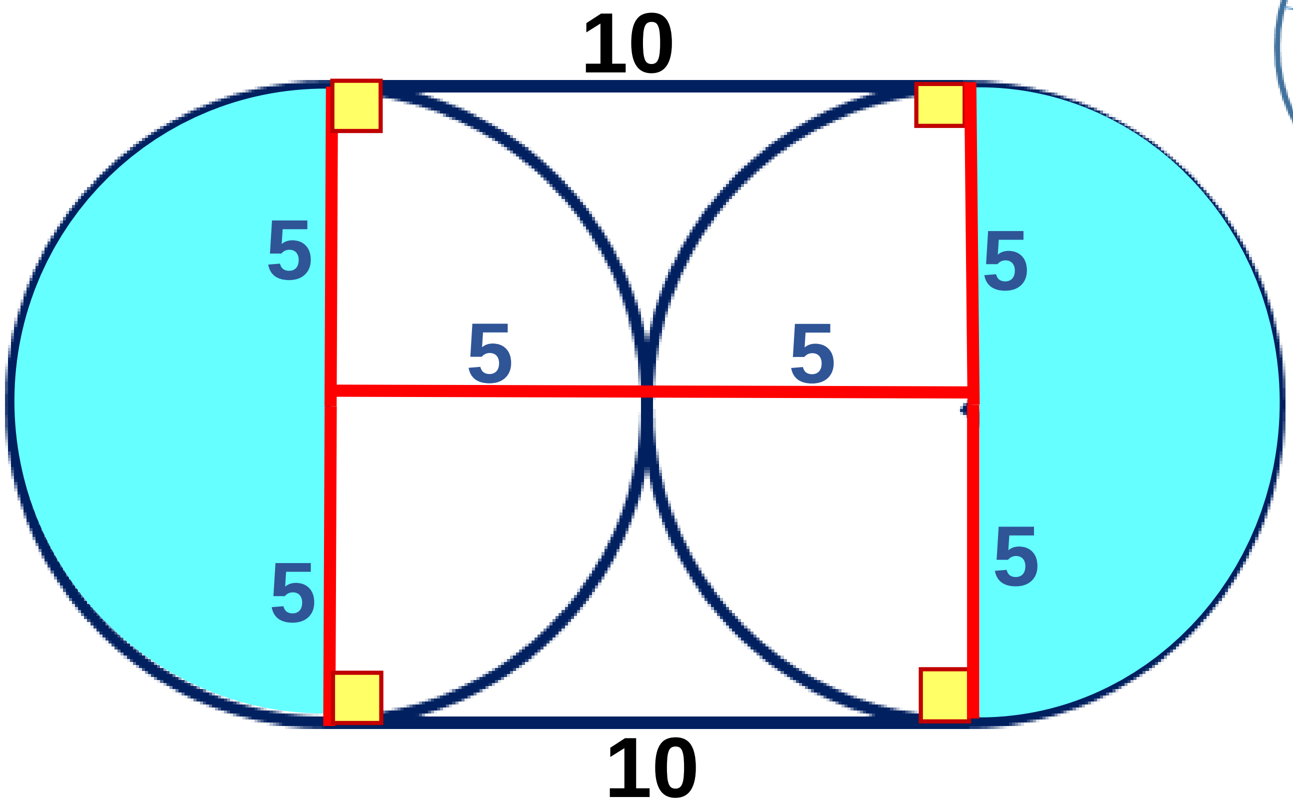
- Reemplazando en lo pedido

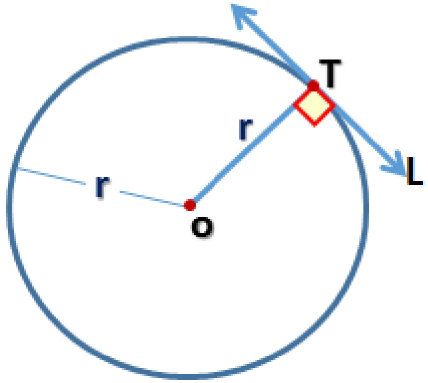
$$\frac{x.y}{x-y} = \frac{18°.12°}{18°-12°} = \frac{\cancel{216°}}{\cancel{6°}}$$

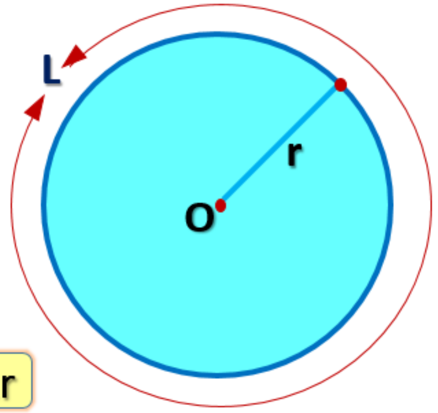
$$\boxed{\frac{x.y}{x-y} = 36}$$

7. En la figura, halle la longitud de la faja que rodea a los dos rodillos mostrados si sus radios miden 5 cm.

RESOLUCIÓN







L: longitud de la circunferencia

$L_O = 2\pi.r$

$$L(\text{faja}) = \underbrace{10 + 10}_{} + \underbrace{L}_{}$$

$$L(\text{faja}) = 20 + 2\pi(5)$$

$$L(\text{faja}) = 20 + 10(3{,}14)$$

$$\boxed{L(\text{faja}) = 51{,}4\ \text{cm}}$$