



GEOMETRÍA

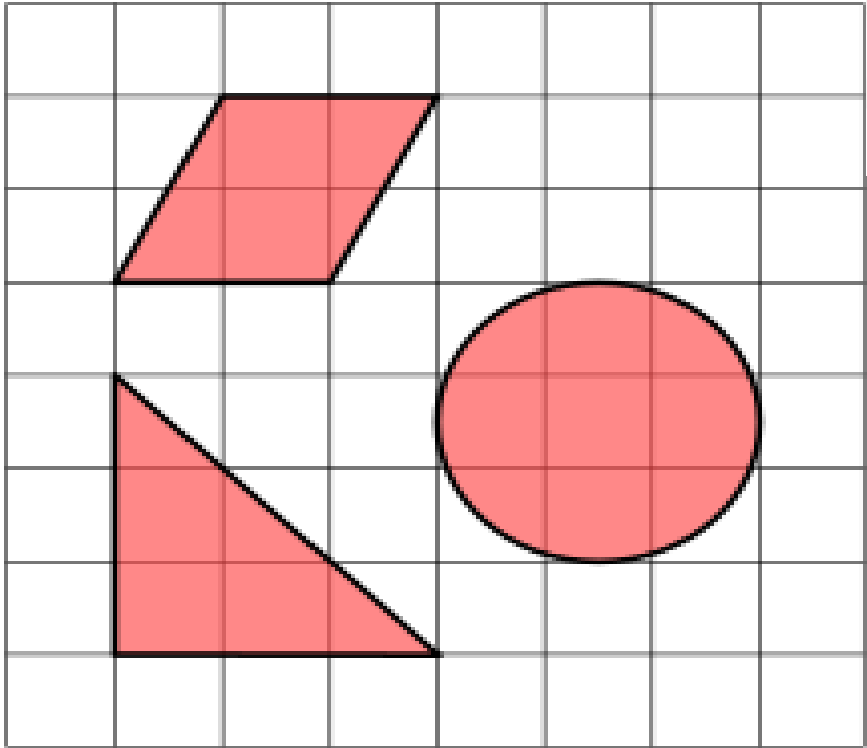
Capítulo 20

2st
SECONDARY

Área de regiones triangulares



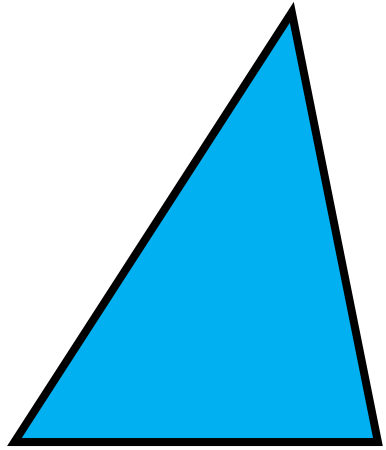
 **SACO OLIVEROS**



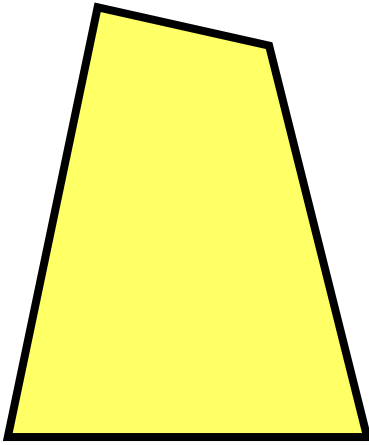


ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES

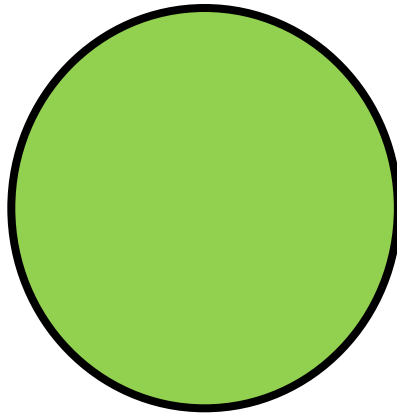
REGIÓN PLANA.- Es la unión de una línea plana cerrada y su interior.



Región
Triangular

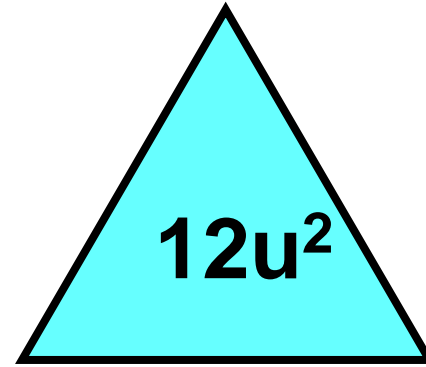


Región
Cuadrangular



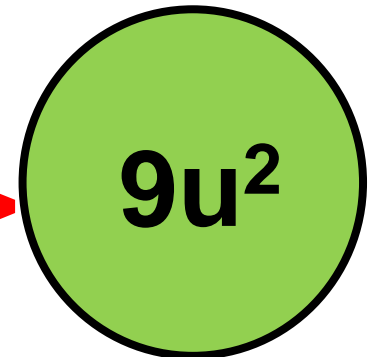
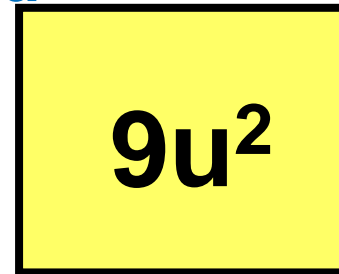
Región
Circular

ÁREA.- Es un número real positivo que indica la medida de una región.

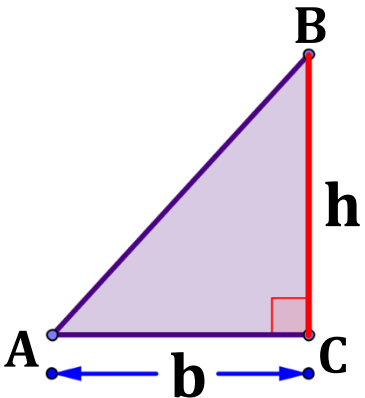
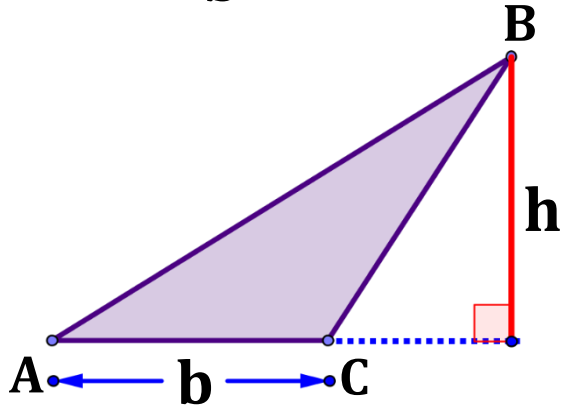
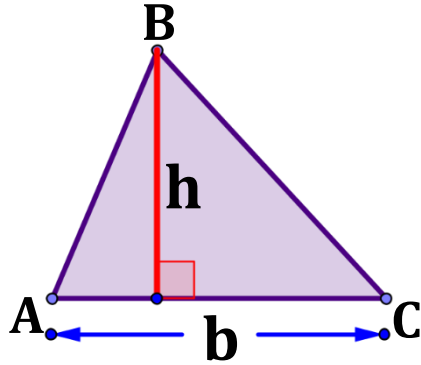


$$A_{\triangle} = 12u^2$$

REGIONES EQUIVALENTES.- Son aquellas regiones que tienen igual área



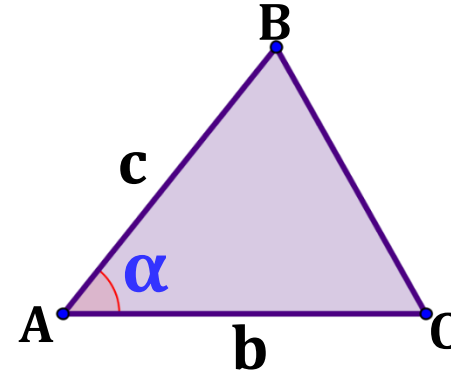
ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES



- Teorema básico:

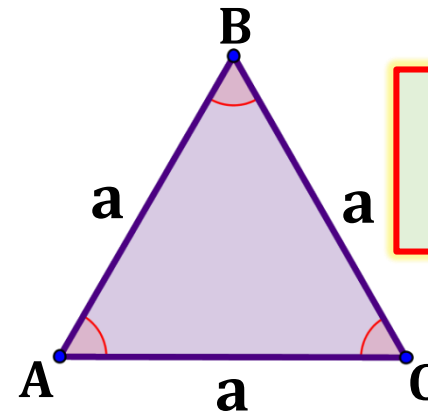
$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

- Teorema trigonométrico:



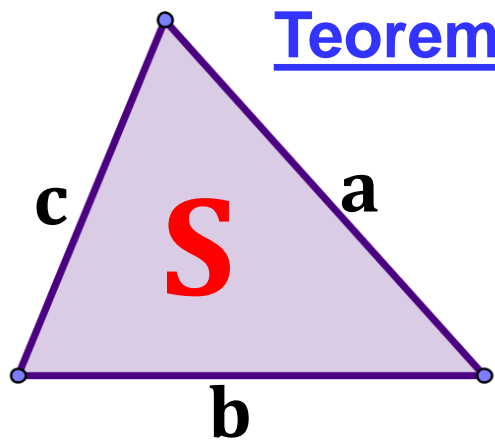
$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot \text{sen} \alpha$$

- Área de una región triangular equilátera:



$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

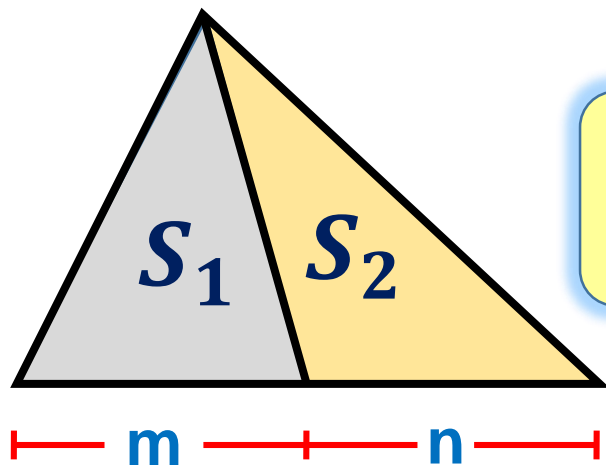
Teorema de Herón



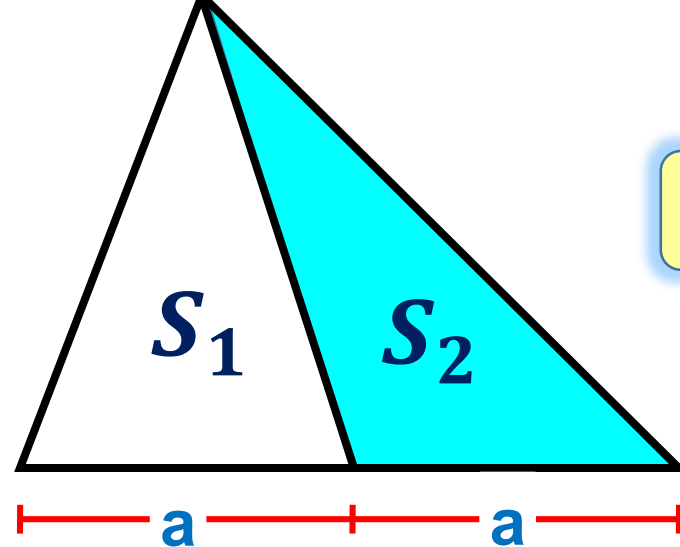
$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

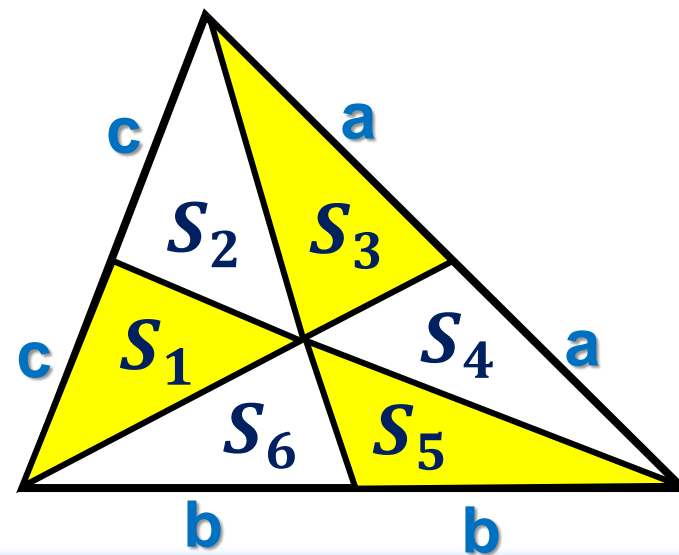
RELACIONES ENTRE ÁREAS



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



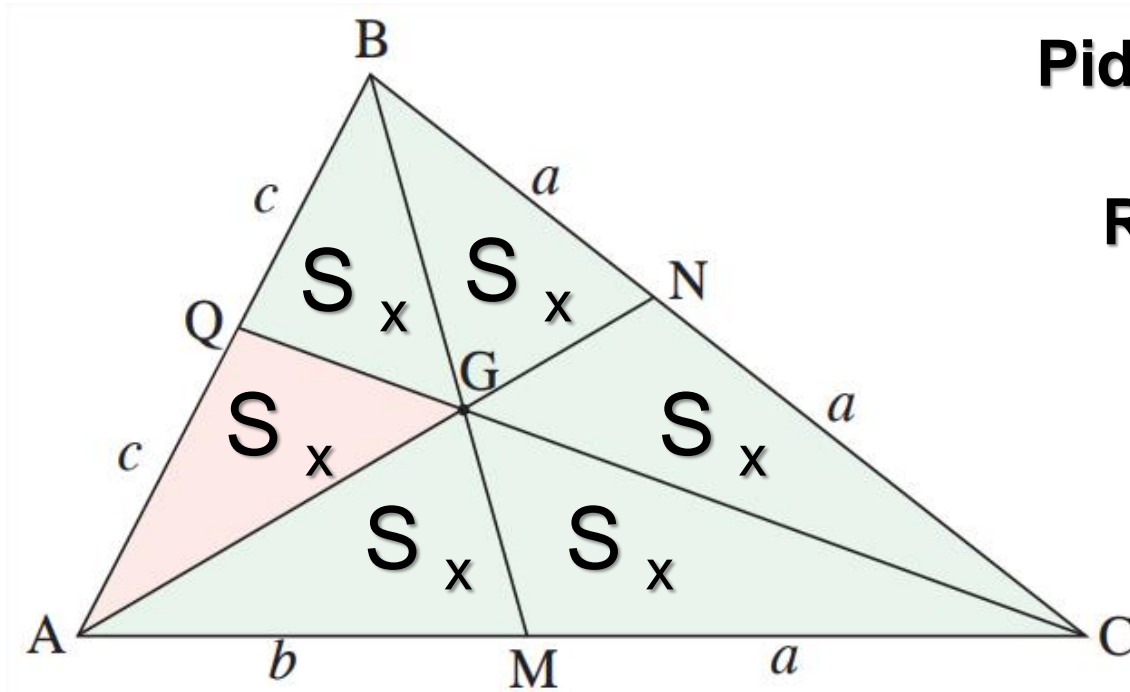
$$S_1 = S_2$$



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

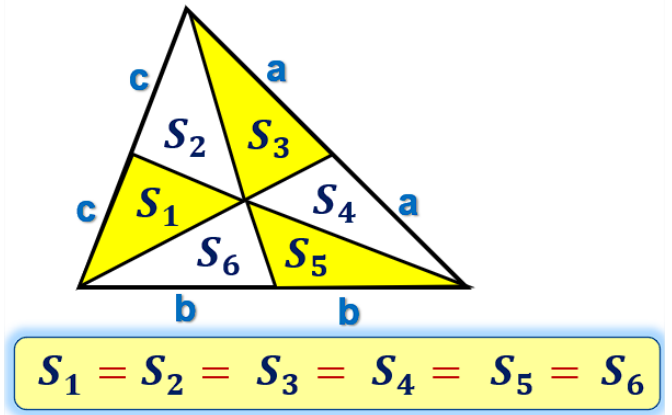
1. En la figura, el área de la región ABC es 3000 u².
Determine el área de la región AQG.

RESOLUCIÓN



Piden: $S_{AQG} = S_x$

Recordemos:



$$S_x + S_x + S_x + S_x + S_x + S_x = 3000$$

$$6 S_x = 3000$$

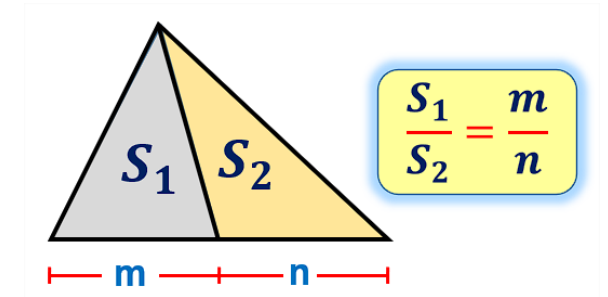
$$\boxed{S_x = 500u^2}$$

2. El área de la región triangular ABC es 160 m². Determine el área de la región ABD.

RESOLUCIÓN

Piden: S_{ABD}

Recordemos:



Entonces:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{3a}{a}$$

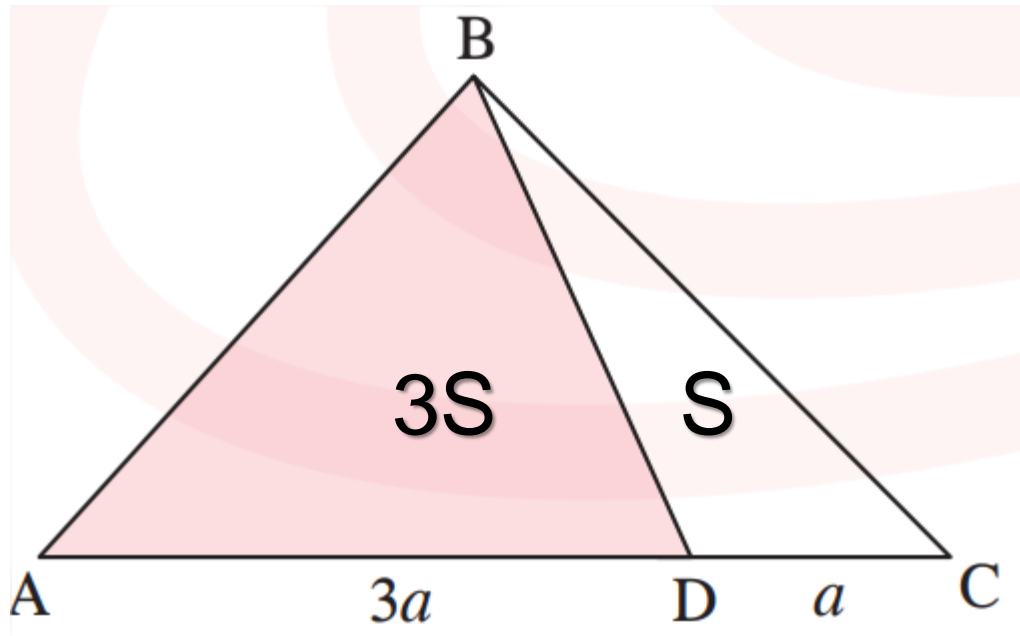
Del dato:

$$3S + S = 160$$

$$S = 40$$

$$S_{ABD} = 3S$$

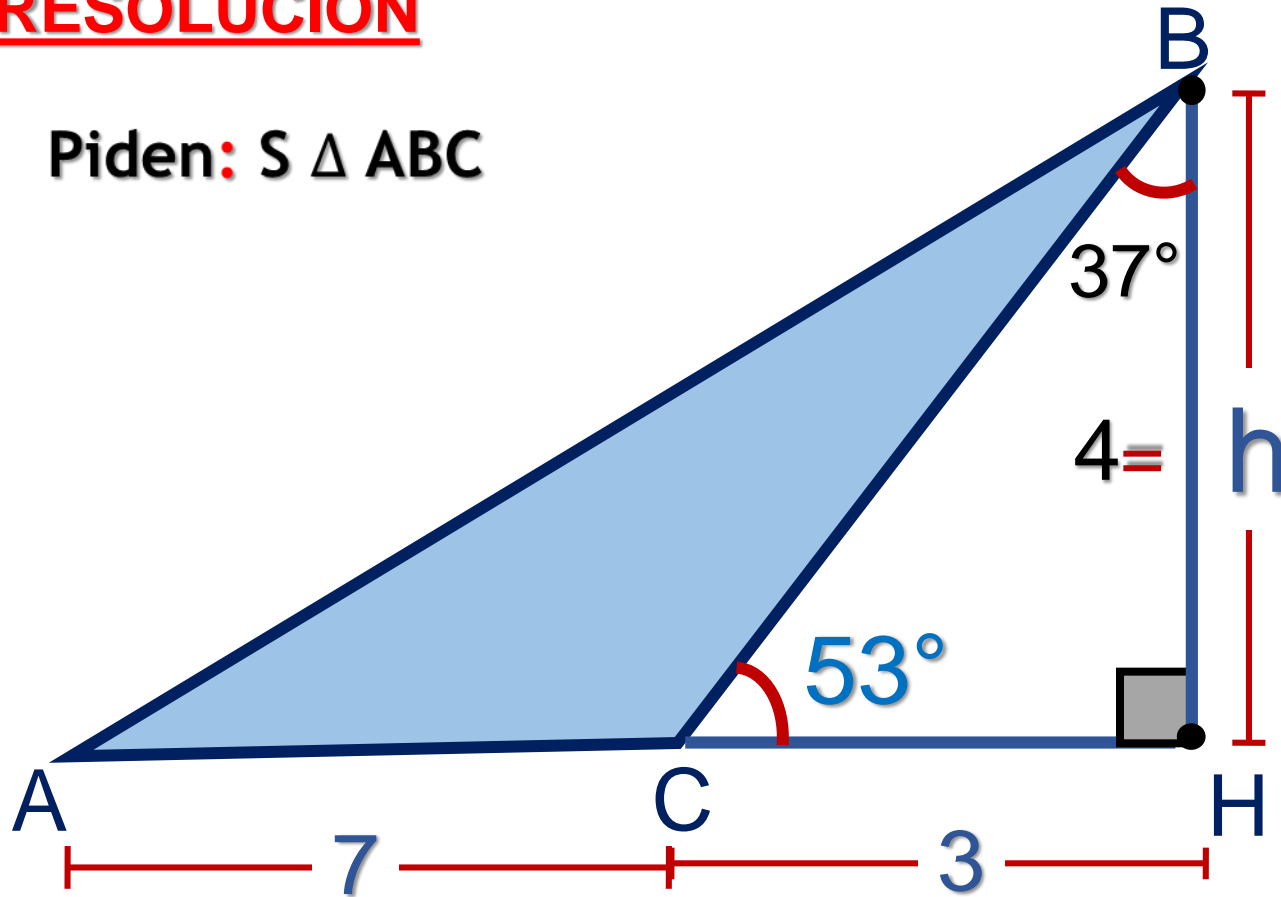
$$S_{ABD} = 120u^2$$



3. Calcule el área de la región ABC.

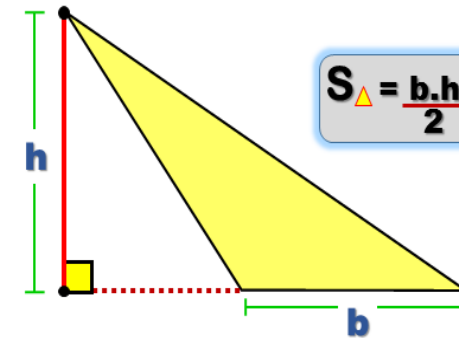
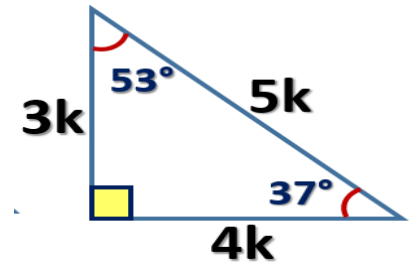
RESOLUCIÓN

Piden: $S_{\triangle ABC}$



• En el $\triangle BHC$ notable

$$BH = 4$$

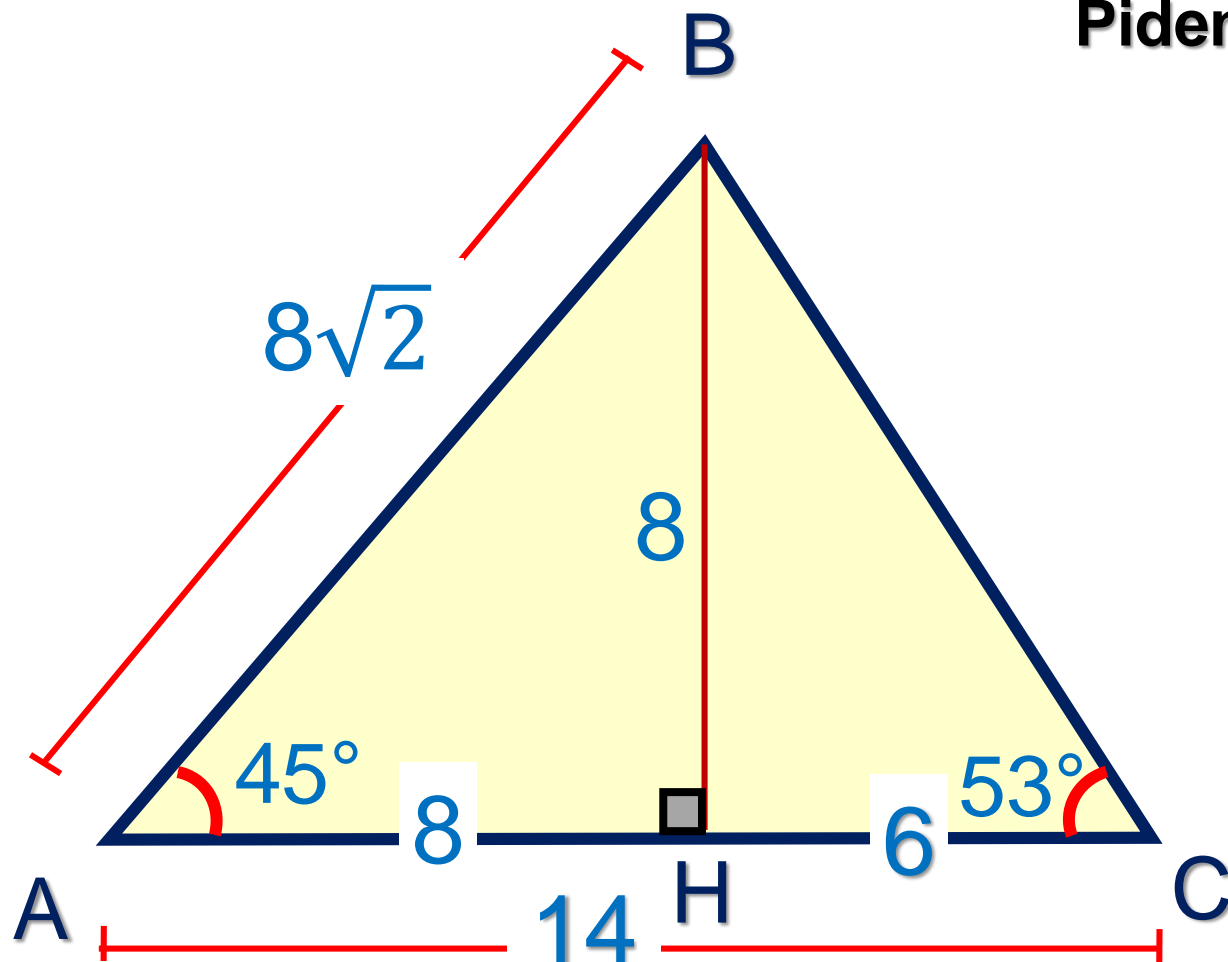


$$S_{ABC} = \frac{7 \cdot 4}{2}$$

$$S_{ABC} = 14 \text{ u}^2$$

4. Si $AB = 8\sqrt{2}$ u, calcule el área de la región triangular ABC.

RESOLUCIÓN



Piden: S_{ABC}

Trazamos la altura BH:

▴ ABH: Notable de 45°

$$BH = 8 \text{ y } AH = 8$$

▴ BHC: Notable de 53° y 37°

$$HC = 6 \text{ y } BC = 10$$

$$S_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(14)(8)}{2}$$

$$S_{ABC} = 56 \text{ u}^2$$

5. Si O es centro de la circunferencia inscrita en el triángulo ABC, calcule el área de la región triangular AOC.

RESOLUCIÓN

Piden: S_{AOC}

Por T. de Pitágoras:

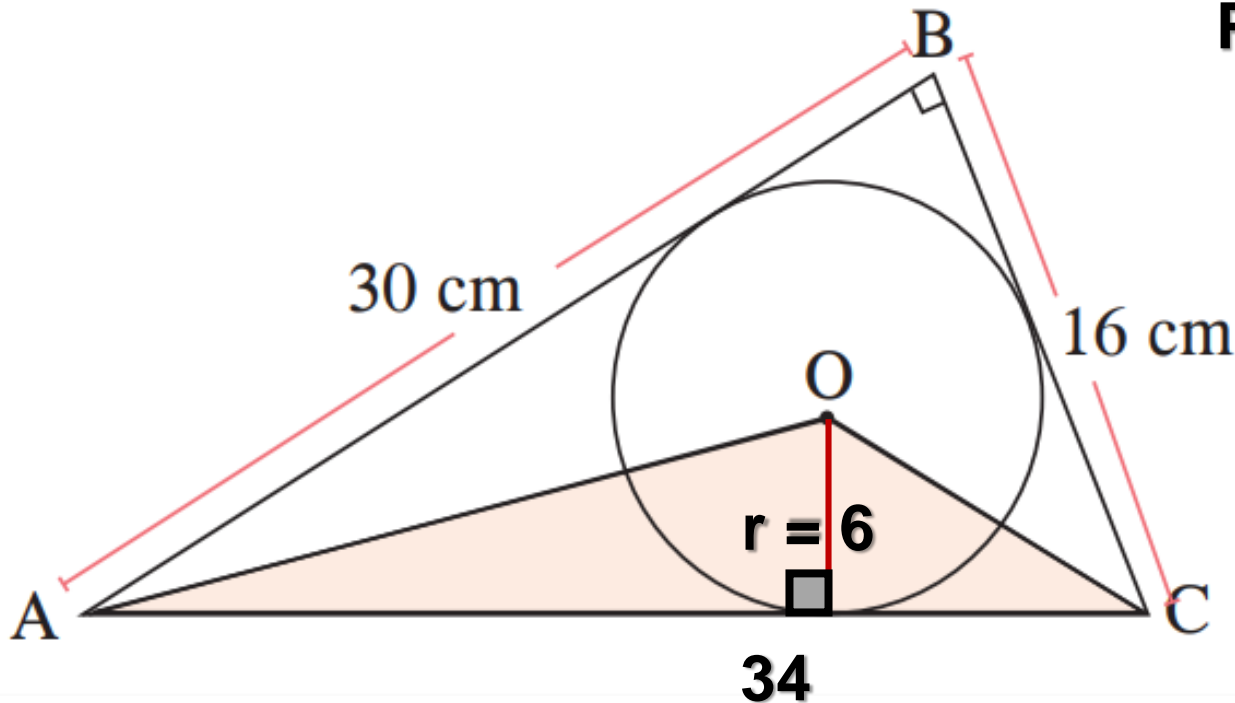
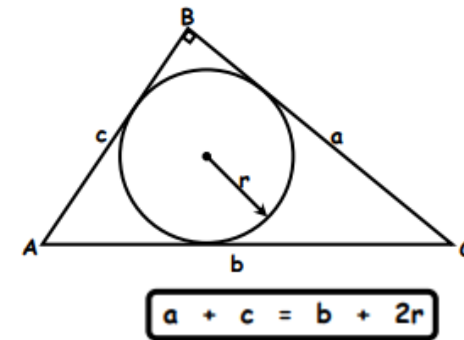
$$30^2 + 16^2 = AC^2$$

$$AC = 34$$

Por T. de Poncelet:

$$30 + 16 = 34 + 2r$$

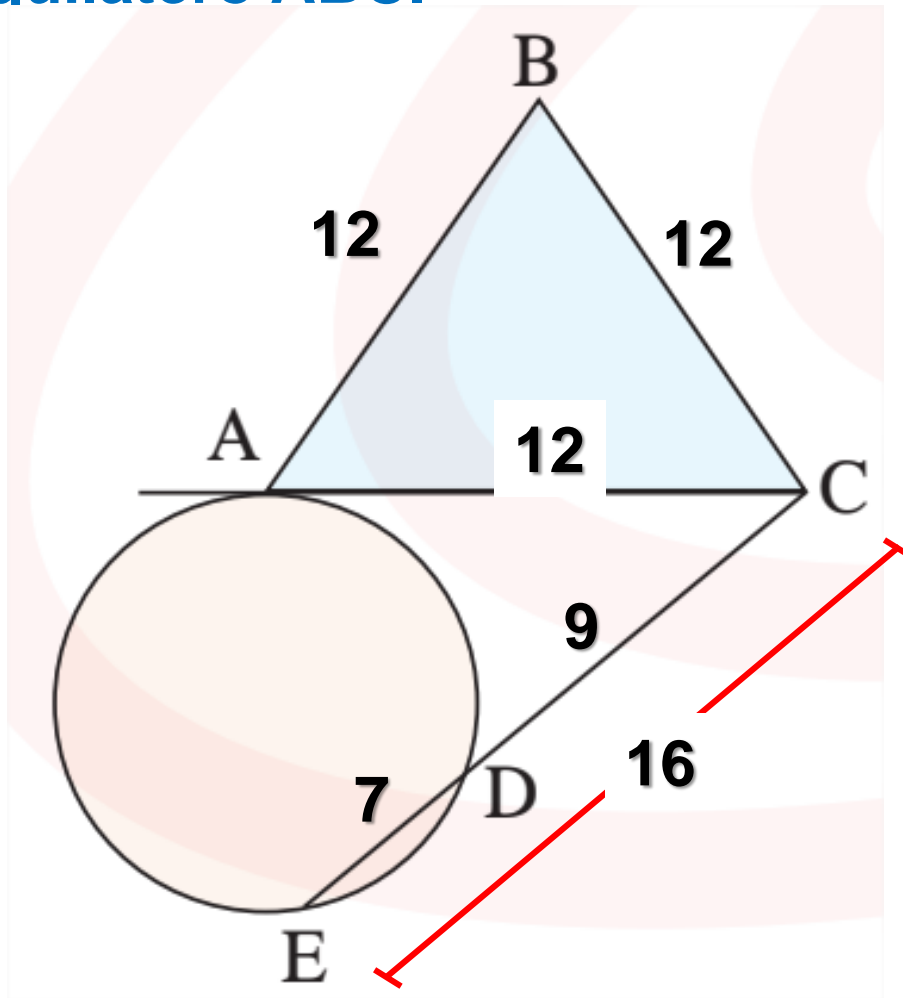
$$r = 6$$



$$S_{AOC} = \frac{(34)(6)}{2}$$

$$S_{AOC} = 102 \text{ cm}^2$$

6. Santiago tiene dos terrenos tal como se muestra en la figura. Si $CD = 9$ m, $DE = 7$ m y A es punto de tangencia, determine el área del terreno triangular equilátero ABC.



RESOLUCIÓN

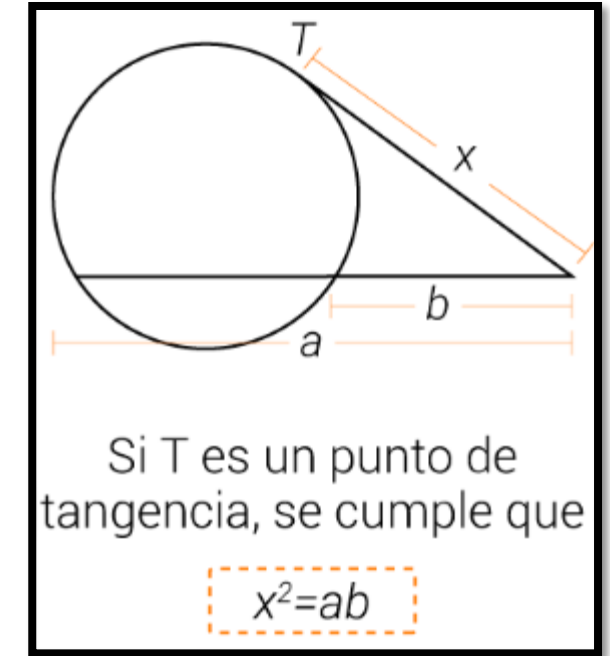
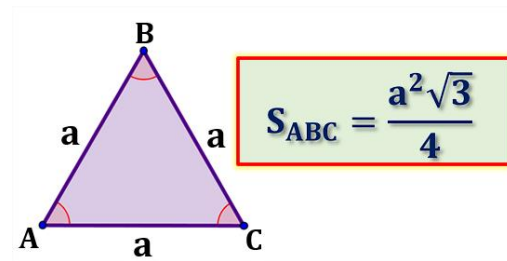
Piden: S_{ABC}

Por T. de la tangente:

$$x^2 = (9)(16)$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

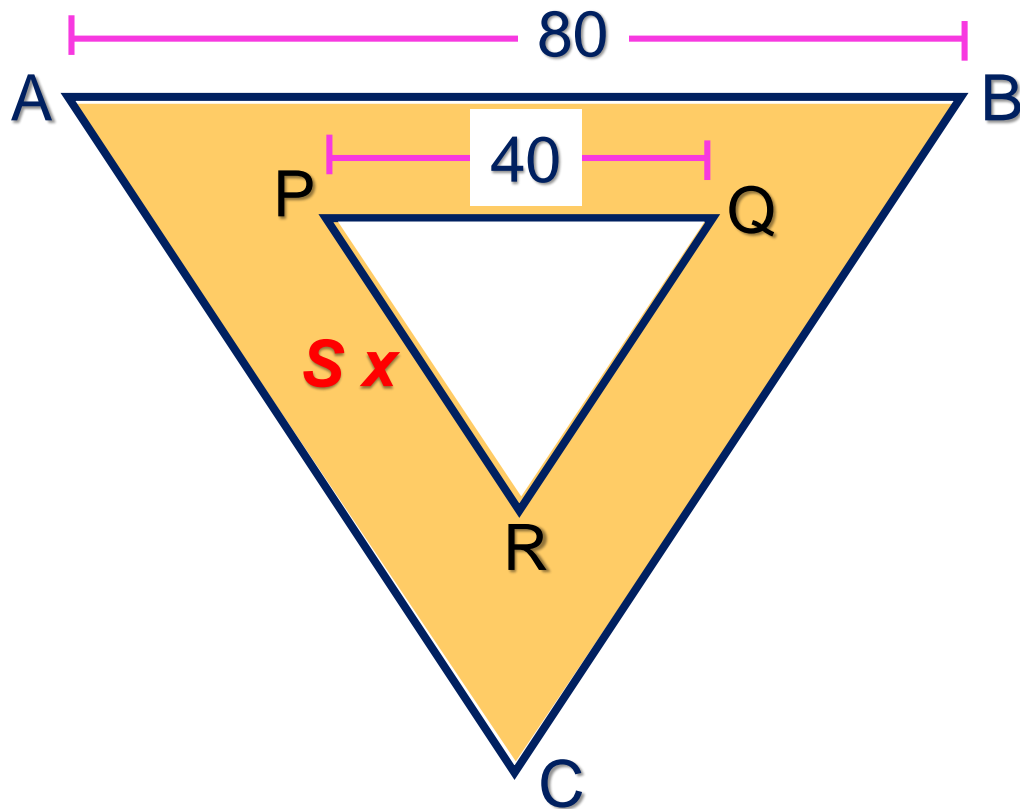


$$S_{ABC} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4}$$

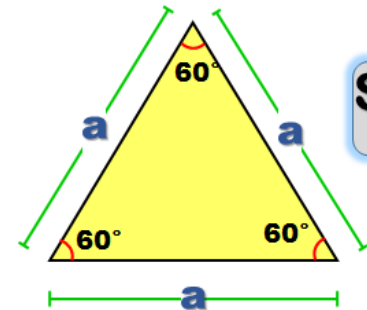
$$S_{ABC} = 36 \sqrt{3} \text{ u}$$

7. Se muestra un letrero de forma de un triángulo equilátero ABC, $AB = 80$ cm, se pinta el borde equidistante, formándose interiormente un triángulo cuyo lado mide 40 cm. ¿Cuántos cm se pintó el borde?

RESOLUCIÓN Piden: $= S_x$



- El ΔABC y ΔPQR , son equiláteros



$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_x = S_{ABC} - S_{PQR}$$

$$S_x = \frac{80^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{40^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_x = 1600 \sqrt{3} - 400 \sqrt{3}$$

$$\boxed{S_x = 1200 \sqrt{3} \text{ cm}^2}$$