



# ARITHMETIC

## Chapter 17 Sesion 2

**1st**  
SECONDARY

**Maximo Común Divisor**



 **SACO OLIVEROS**

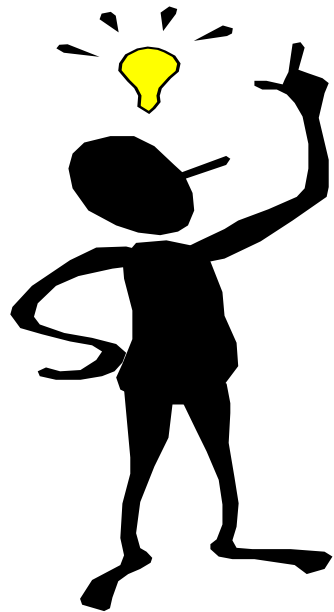


# MOTIVATING STRATEGY

Una regla muy poco considerada para el cálculo del MCD es la REGLA DE STURM

Calcule el MCD de 2520; 3060; 2790 y 4545.

## Resolución



2520	3060	2790	4545	
↓	-2520	-2520	-2520	
<hr/>				
2520	540	270	2025	← Residuo
-2430	-540	↓	-1890	
<hr/>				
90	0	270	135	← Residuo
↓		-270	-45	
<hr/>				
90		0	90	
-90			45	
<hr/>				
0			↓	
			45	= MCD



# HELICO THEORY

**MCD** Dado un conjunto de números enteros positivos, su MCD es aquel número que cumple dos condiciones.

- ✦ Es un divisor común de dichos números.
- ✦ Es el mayor de los divisores comunes.

**Ejm**

Sean los números 18 y 24

#	Divisores $\mathbb{Z}^+$
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

$$\text{MCD}(18; 24) = 6$$

Divisores comunes de 18 y 24

➔ 1, 2, 3 y 6

En conclusión:

Sean los números A y B

$$CD_{\text{comunes de A y B}} = CD_{\text{MCD}(A;B)}$$



# HELICO THEORY

## PROPIEDADES DEL MCD

1 Si A y B son PESI

$$\text{MCD}(A, B) = 1$$

Ejm

$$\text{MCD}(8, 15) = 1$$

3  $\text{MCD}(nA, nB, nC) = n \times \text{MCD}(A, B, C)$

Ejm

$$\text{MCD}(5a, 5b) = 5 \times \text{MCD}(a, b)$$

2 Si A = B<sup>o</sup> (múltiplo de B)

$$\text{MCD}(A, B) = B$$

Ejm

$$\text{MCD}(42, 7) = 7$$

4 Si  $\text{MCD}(A, B) = m$

$$\text{MCD}(C, D) = n$$

$$\text{MCD}(A; B; C; D) = \text{MCD}(m; n)$$

# HELICO PRACTICE



1. Si  $\text{MCD}(24; 60) = \overline{ab}$ , calcule  $a + b$ .

## RESOLUCION

$$\begin{array}{r|l} 24 & - & 60 & 2 \\ 12 & - & 30 & 2 \\ 6 & - & 15 & 3 \\ 2 & - & 5 & \end{array}$$

PESI

$$\text{MCD}(24, 60) = 12$$

Entonces  $\overline{ab} = 12$

Por lo tanto:  $a = 1$        $b = 2$

Nos piden:  
 $a + b =$

RPTA:

3

# HELICO PRACTICE



2. Si el MCD de 14 y 28 es  $\overline{mn}$ , calcule  $m \cdot n$ .

## RESOLUCION

Utilizando las propiedades del MCD

Si  $A = B$  (múltiplo de B)

$$\text{MCD}(A, B) = B$$

$$28 = 14$$

Entonces

$$\text{MCD}(14, 28) = \overline{mn}$$

$$14 = \overline{mn}$$

Por lo tanto:  $m = 1$        $n = 4$

Nos piden:

$$m \cdot n =$$

RPTA:

4

# HELICO PRACTICE



3. Al calcular el mayor divisor común de  $4n$  y  $7n$  se obtuvo 12. Calcule  $\sqrt{2n + 1}$ .

## RESOLUCION

$$\begin{array}{r|l} 4n & - 7n \\ \hline 4 & - 7 \end{array} \quad n$$

**PESI**

$$\text{MCD}(4n, 7n) = n$$

**Del problema:**

$$\text{MCD}(4n, 7n) = 12$$

**Igualando:**  $n = 12$

**Nos piden:**

$$\begin{aligned} \sqrt{2n + 1} &= \sqrt{2(12) + 1} \\ &= \sqrt{25} \end{aligned}$$

RPTA:

5



# HELICO PRACTICE

4. Si  $\text{MCD}(3k, 6k, 24k) = 21$ , calcule  $k^2$ .

## RESOLUCION

$$\begin{array}{r|l} 3k & k \\ - & \\ 6k & 3 \\ - & \\ 24k & 3 \\ \hline 1 & 2 \\ - & \\ 2 & 8 \\ \hline \end{array}$$

**PESI**

$$\text{MCD}(3k, 6k, 24k) = 3k$$

**Del problema:**  $\text{MCD}(3k, 6k, 24k) = 21$

**Entonces**  $3k = 21$   
 $k = 7$

**Nos piden:**

$$k^2 =$$

RPTA:

49



# HELICO PRACTICE



5. Al calcular el MCD de dos números por el método de divisiones sucesivas se obtuvo como cocientes sucesivos 2; 1 y 2. Calcule la suma de dichos números si el MCD resultó ser 5.

## RESOLUCION

### COCIENTES SUCESIVOS

	2	1	2	
40	15	10	5	MCD
	10	5	0	

$$A = 40$$

$$B = 15$$

Nos piden:

$$A + B =$$

RPTA:

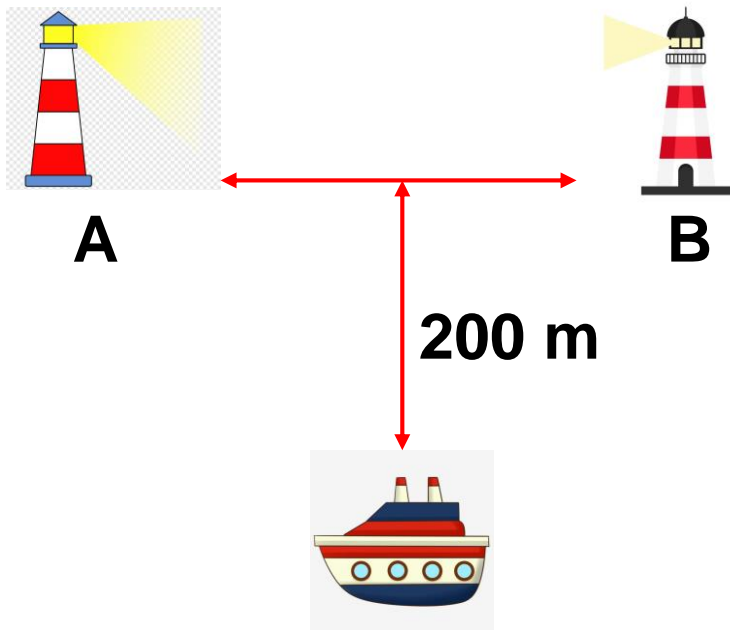
55

# HELICO PRACTICE



6. Los faros permiten la localización de la tierra y permiten a los navegantes saber en que lugar se encuentran, si un barco esta a una distancia de 200 m de los faros A y B, y se percata que estos coinciden cada 5 vueltas, además que el producto entre el numero de vueltas de los faros A y B es 150 (ambos números de vueltas tienen mas de una cifra), determine la suma de vueltas de ambos faros.

## RESOLUCION



Del problema:

$$\text{MCD}(A, B) = 5$$

Por propiedad:

$$\left. \begin{array}{l} A = 5p \\ B = 5q \end{array} \right\} \begin{array}{l} p \text{ y } q \\ \text{son} \\ \text{PESI} \end{array}$$

Del problema:

$$\begin{array}{l} A \cdot B = 150 \\ \cancel{5p \cdot 5q = 150} \\ p \cdot q = 6 \end{array}$$

$$p \cdot q = 6$$

$$1 \cdot 6 \quad \text{PESI} \quad \times$$

$$2 \cdot 3 \quad \text{PESI} \quad \checkmark$$

N° de vueltas de los faros:

$$A = 5p = 5(2) = 10$$

$$B = 5q = 5(3) = 15$$

Nos piden:

$$A + B =$$

RPTA: 25

# HELICO PRACTICE



7. Don Evaristo es un vendedor minorista en la ciudad de Chincha ubicada en el departamento de Ica, y ha comprado tres depósitos de vino con 240 litros, 180 litros y 120 litros. Para poder vender estas cantidades de vino en su licorería, necesita envasarlos en bidones todos de igual volumen, sin que sobre ni falte vino, ¿cuántos bidones como mínimo serán necesarios?

## RESOLUCION

$$\text{MCD}(240, 180, 120) = 60 \text{ litros}$$

240	-	180	-	120	10	} Máxima cantidad de litros en cada bidón
24	-	18	-	12	2	
12	-	9	-	6	3	
4	-	3	-	2		

Menor cantidad  
de bidones

Nos piden:

Menor cantidad de bidones:

$$4 + 3 + 2 =$$

RPTA:

9