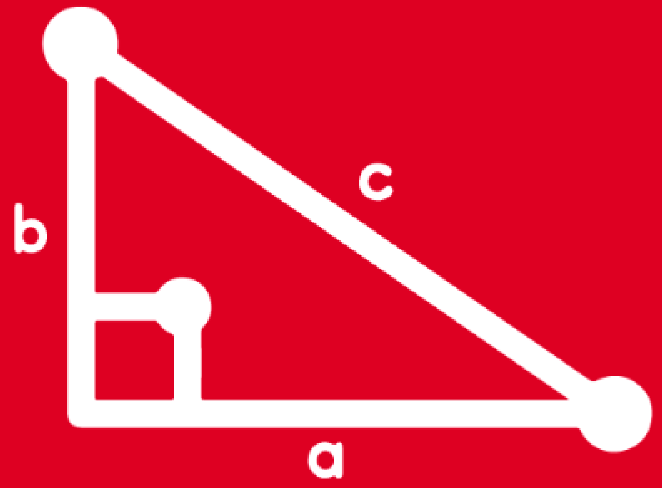
TRIGONOMETRY

Chapter 18

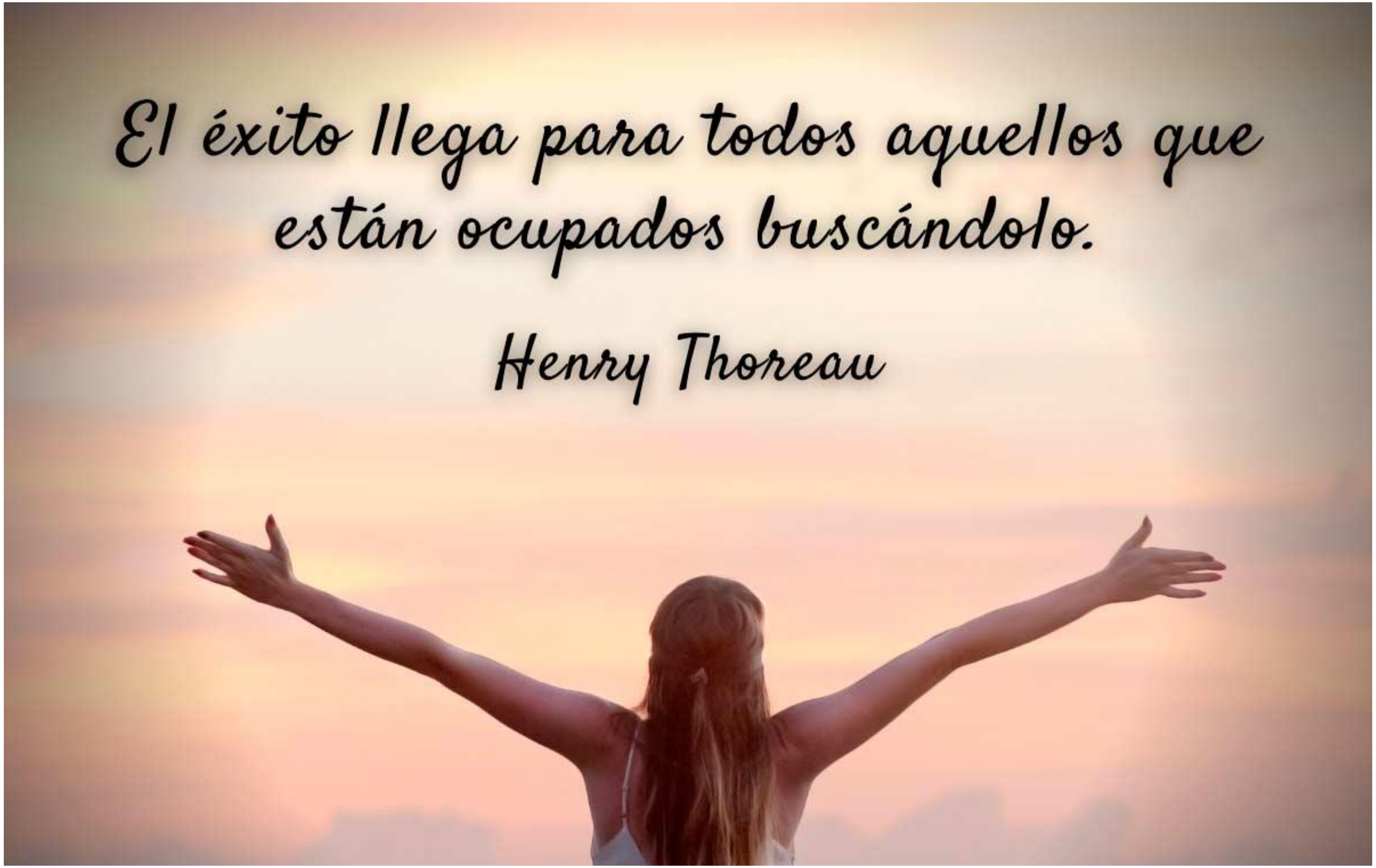
3rd
SECONDARY



APLICACIONES DE LOS CASOS DE REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

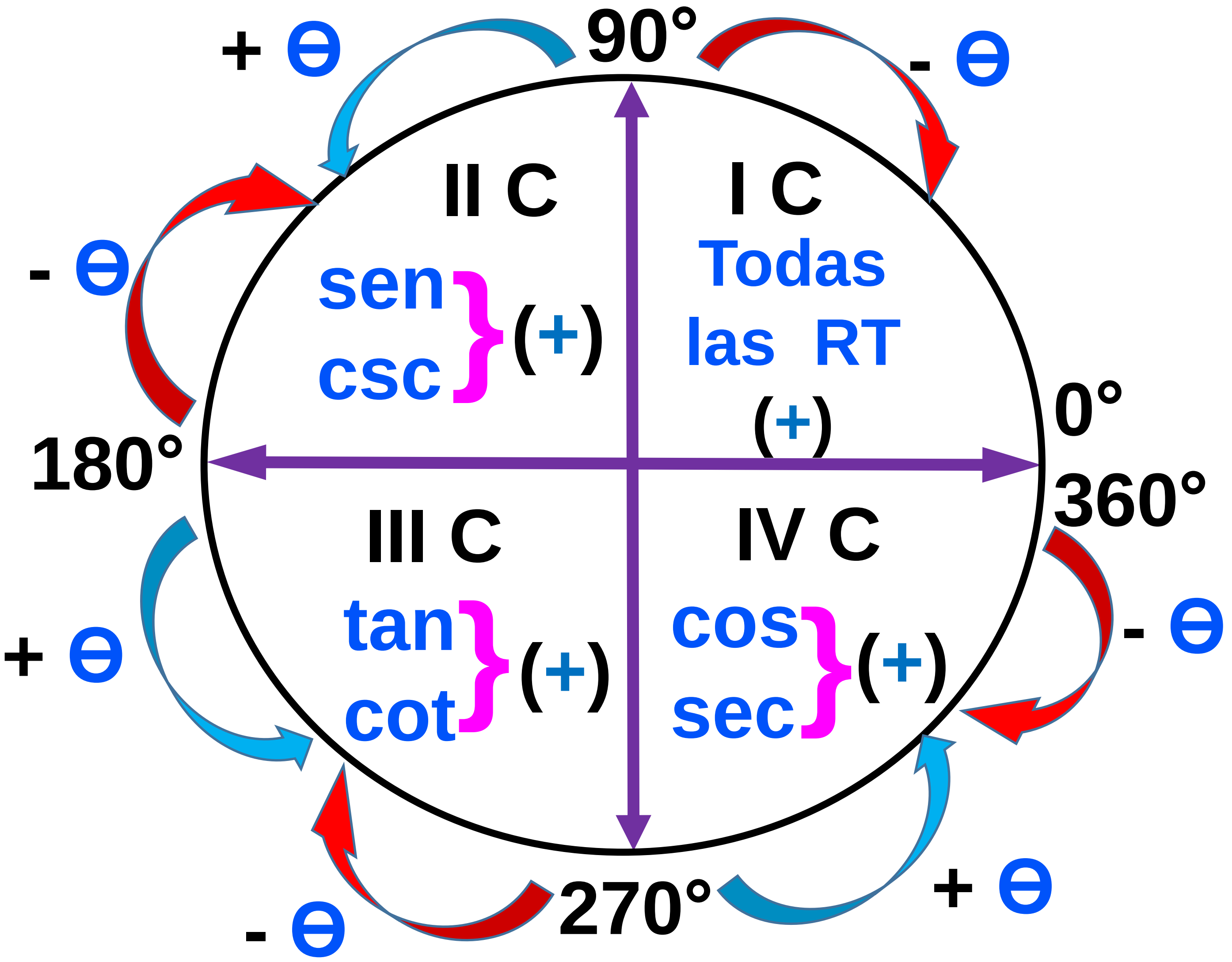


REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

CASO I :

PARA ÁNGULOS POSITIVOS MENORES A UNA VUELTA

Considerando un ángulo agudo ϴ, podemos ubicar de 2 maneras a otros ángulos en sus respectivos cuadrantes :



$$RT\left[\begin{matrix}180° \pm \theta \\ 360° - \theta\end{matrix}\right] = \pm RT(\theta)$$

Esto ocurre si usamos ángulos cuadrantales del eje X .

$$RT\left[\begin{matrix}90° \pm \theta \\ 270° \pm \theta\end{matrix}\right] = \pm CO\text{-}RT(\theta)$$

Esto ocurre si usamos ángulos cuadrantales del eje Y .

Donde : El signo será (±) según el cuadrante al cual pertenece el ángulo a reducir y de la RT que lo afecta inicialmente.

Co – RT

sen ↔ cos

tan ↔ cot

sec ↔ csc

Ejemplos :

$$\text{sen}(\underbrace{180° - \theta}_{\text{II C}}) = \text{sen}\theta$$

$$\cot(\underbrace{270° + \theta}_{\text{IV C}}) = -\tan\theta$$

CASO II : PARA ÁNGULOS NEGATIVOS

$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\sec(-\theta) = \sec\theta$

El signo $-$ se omite

EJEMPLOS :

$\cos(-160°) = \cos 160°$
$\tan(-250°) = -\tan 250°$

$\text{sen}(-\theta) = -\text{sen}\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
$\csc(-\theta) = -\csc\theta$

El signo $-$ se reposiciona delante de la RT .

CASO III : PARA ÁNGULOS MAYORES A UNA VUELTA

Si a un ángulo positivo α mayor de una vuelta, se le elimina de su medida el número entero de vueltas que contiene, entonces los valores de sus razones trigonométricas no varían, es decir :

$$\begin{array}{r|l} \alpha & 360^{o} \\ \hline (\theta) & n \end{array} \Rightarrow \boxed{RT(\alpha) = RT(360^{\circ}n + \theta) = RT(\theta)}$$

$n \in z^{+}$

$0^{o} < \theta < 360^{o}$

Nota : **"n" indica el número entero positivo de vueltas contenidas en el ángulo y que podemos eliminar.**

Ejemplo :

$\tan 765° = \tan(\cancel{360° \cdot 2} + 45°) = \tan 45° = 1$

$$\begin{array}{r|l} 765° & 360° \\ \cline{2-2} \underline{720°} & 2 \\ (45°) & \end{array}$$

CASO IV : PARA ARCOS NUMÉRICOS CON FACTOR π

A) Para arcos fraccionarios de la forma $\frac{a\pi}{b}$; donde a > 2b

$$\begin{array}{r|l} a & 2b \\ \cline{2-2} (r) & q \end{array} \Rightarrow \boxed{RT\left(\frac{a\pi}{b}\right) = RT\left(\frac{r\pi}{b}\right)}$$

Ejemplo : $\csc\left(\frac{33\pi}{4}\right) = \csc\left(\frac{1\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$

$$\begin{array}{r|l} 33 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{32} & 4 \\ (1) & \end{array}$$

B) Para arcos enteros de la forma $n\pi$; donde $n \in \mathbb{Z}$

$$\mathrm{RT}\,(\,\mathrm{par}.\pi \pm \theta\,) = \mathrm{RT}(\,\pm\,\theta\,)$$

$$\mathrm{RT}\,(\,\mathrm{impar}.\pi \pm \theta\,) = \mathrm{RT}(\,\pi \pm \theta\,)$$

Ejemplos :

$$\cot(\underbrace{6}_{\text{par}}\pi - \frac{\pi}{3}) = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\cot\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

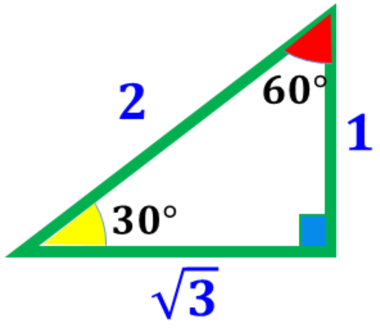
$$\mathrm{sen}(\underbrace{9}_{\text{impar}}\pi - \frac{\pi}{6}) = \mathrm{sen}\,(\underbrace{\pi - \frac{\pi}{6}}_{\text{II C}}) = \mathrm{sen}\,\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

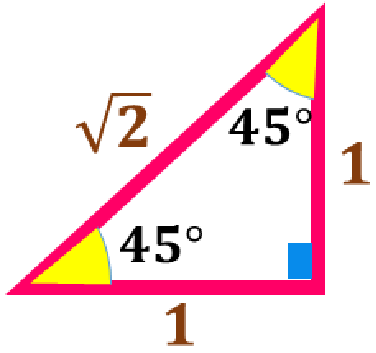
HELICO PRACTICE 1

Efectúe $M = 10\,\mathrm{sen}(-30^\circ) - \sqrt{2}\,\cos(-45^\circ)$

$\mathrm{sen}(-x) = -\mathrm{sen}x$

$\cos(-x) = \cos x$





RESOLUCIÓN

$M = 10\,\mathrm{sen}(-30^\circ) - \sqrt{2}\,\cos(-45^\circ)$

$M = 10(-\mathrm{sen}30^\circ) - \sqrt{2}\,\cos 45^\circ$

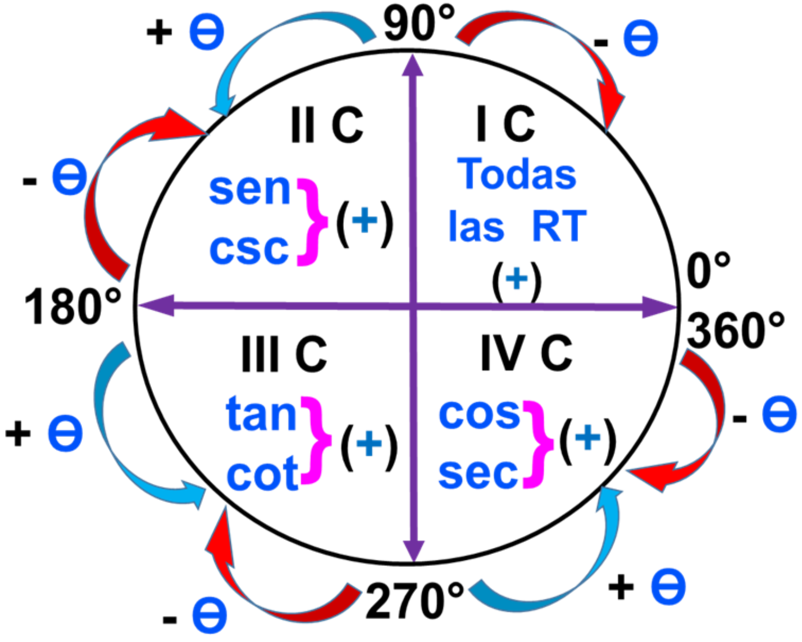
$M = 10\left(-\frac{1}{2}\right) - \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$M = -5 - 1$

$\therefore M = -6$

HELICO PRACTICE 2

Calcule el valor de m si : m tan225° + 4 sen330° = 5 cos307°



RESOLUCIÓN

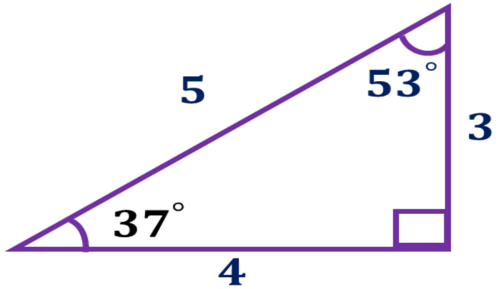
$$m\tan(\underbrace{180°+45°}_{\text{III C}}) + 4\,\text{sen}(\underbrace{360°-30°}_{\text{IV C}}) = 5\cos(\underbrace{360°-53°}_{\text{IV C}})$$

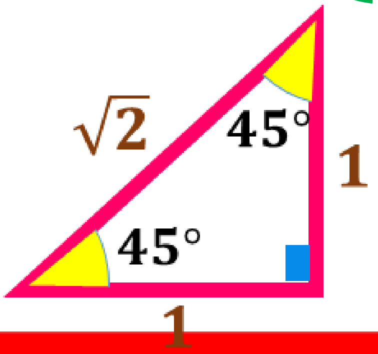
$$m\tan 45° + 4(-\text{sen}30°) = 5\cos 53°$$

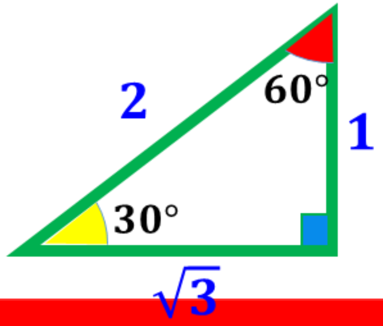
$$m(1) + 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 5\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$m - 2 = 3$$

$$\therefore\ m = 5$$







$$RT\begin{bmatrix}180° \pm \theta \\ 360° - \theta\end{bmatrix} = \pm RT(\theta)$$

HELICO PRACTICE 3

Efectúe

$E = \text{sen}1477° + \cos 2220°$

RESOLUCIÓN

$E = \text{sen}1477° + \cos 2220°$

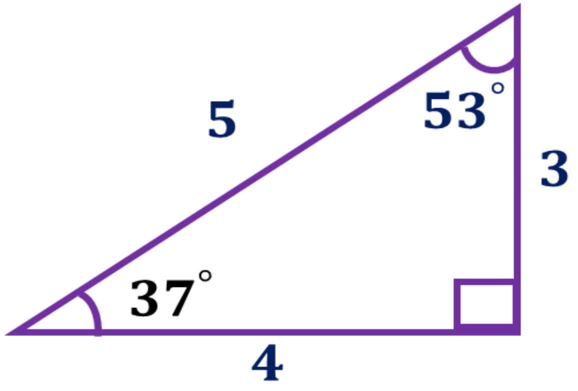
$$\begin{array}{r|l} 1477° & 360° \\ \cline{2-2} 1440° & \ \ 4 \\ \hline (37°) & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2220° & 360° \\ \cline{2-2} 2160° & \ \ 6 \\ \hline (60°) & \end{array}$$

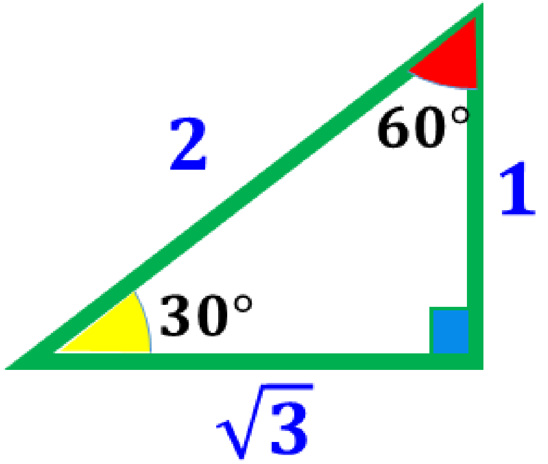
$E = \text{sen}37° + \cos 60°$

$E = \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{2}$

$\therefore E = \dfrac{11}{10}$

Recordar :

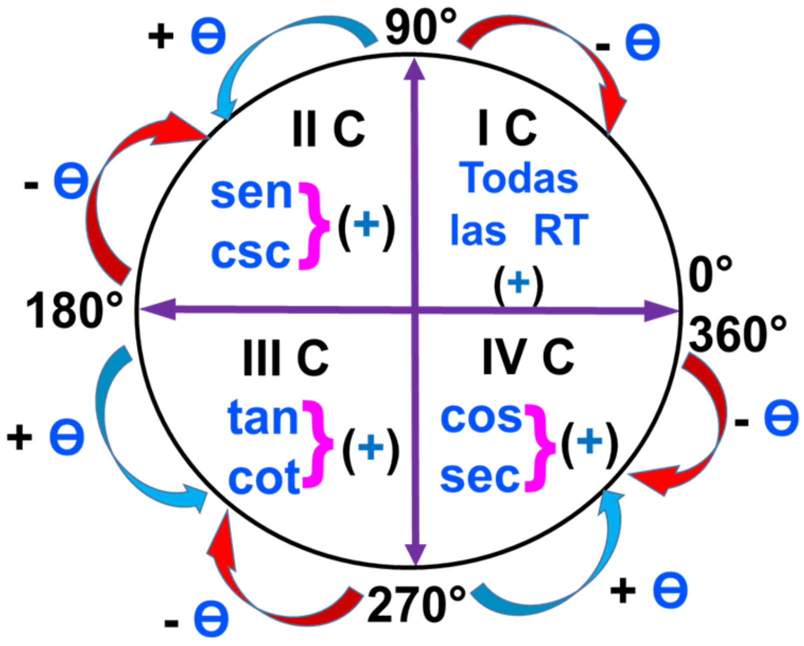




$\text{sen}\theta = \dfrac{CO}{H}$ $\qquad$ $\cos\theta = \dfrac{CA}{H}$

HELICO PRACTICE 4

Si $x + y = 180°$, reduzca $F = \dfrac{\text{sen}x}{\text{sen}y} + \dfrac{\tan x}{\tan y}$



$$RT\begin{bmatrix}180° \pm \theta \\ 360° - \theta\end{bmatrix} = \pm RT(\theta)$$

RESOLUCIÓN

$x = 180° - y$

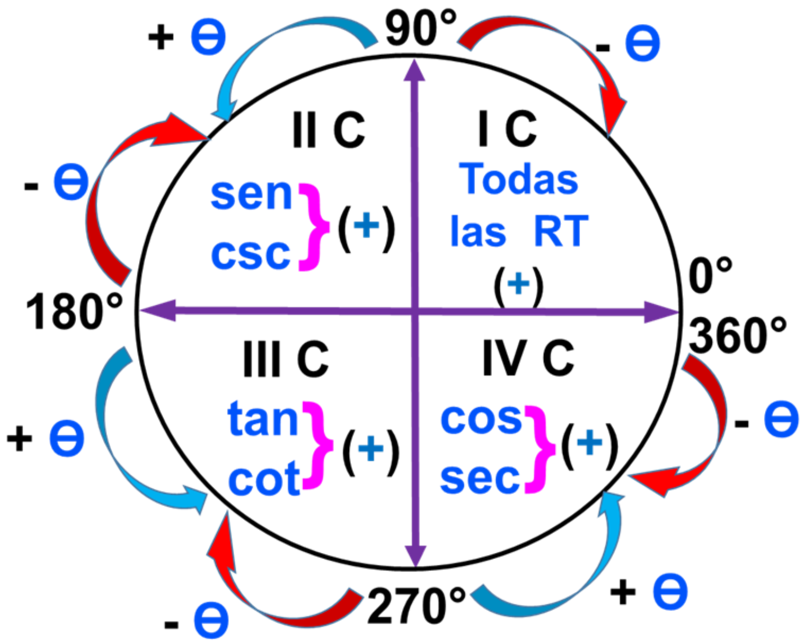
$$F = \frac{\text{sen}(\overbrace{180^0 - y}^{\text{II C}})}{\text{sen}y} + \frac{\tan(\overbrace{180° - y}^{\text{II C}})}{\tan y}$$

$$F = \frac{\cancel{\text{sen}y}}{\cancel{\text{sen}y}} + \frac{-\cancel{\tan y}}{\cancel{\tan y}} = 1 - 1$$

$\therefore F = 0$

HELICO PRACTICE 5

Reduzca $B = \dfrac{\text{sen}(180° + x)}{\text{sen}(-x)} + \dfrac{\tan(90° + x)}{\cot(-x)}$



$$RT\left[\begin{matrix}180° \pm ϴ \\ 360° - ϴ\end{matrix}\right] = \pm RT(ϴ)$$

$$RT\left[\begin{matrix}90° \pm ϴ \\ 270° \pm ϴ\end{matrix}\right] = \pm \text{CO-RT}(ϴ)$$

RESOLUCIÓN

$$B = \dfrac{\text{sen}(\overbrace{180^0 + x}^{\text{III C}})}{\text{sen}(-x)} + \dfrac{\tan(\overbrace{90° + x}^{\text{II C}})}{\cot(-x)}$$

$$B = \dfrac{\cancel{-\text{sen}x}}{\cancel{-\text{sen}x}} + \dfrac{\cancel{-\cot x}}{\cancel{-\cot x}} = 1 + 1$$

$$\therefore B = 2$$

sen(– ϴ) = – senϴ

cot(– ϴ) = – cotϴ

HELICO PRACTICE 6

En el salón 3.° Respeto, el profesor Félix, de Trigonometría, coloca la siguiente expresión y pregunta cuál es el valor que toma T :

$$T = \frac{4\ \operatorname{sen}\left(\frac{25\pi}{2} - x\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{37\pi}{2} + x\right)}{\cos(31\pi - x)}.$$

Cuatro alumnos levantaron la mano para indicar sus respuestas :

Alumnos	Valor que toma T
Elvis	0
Jorge	-1
Elizabeth	-2
Nelly	-3

¿ Quién dio la respuesta correcta ?

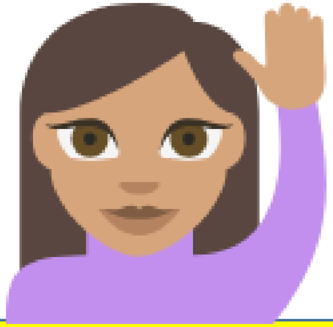
RESOLUCIÓN

$$T = \frac{4\ \operatorname{sen}\overbrace{\left(\frac{1\pi}{2} - x\right)}^{\text{I C}} - \operatorname{sen}\overbrace{\left(\frac{1\pi}{2} + x\right)}^{\text{II C}}}{\cos(\underbrace{31}_{\text{impar}}\pi - x)}$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 4 \\ \underline{24} & 6 \\ (1) & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 37 & 4 \\ \underline{36} & 9 \\ (1) & \end{array}$$

$$T = \frac{4\cos x - \cos x}{\cos(\underbrace{\pi - x}_{\text{II C}})}$$

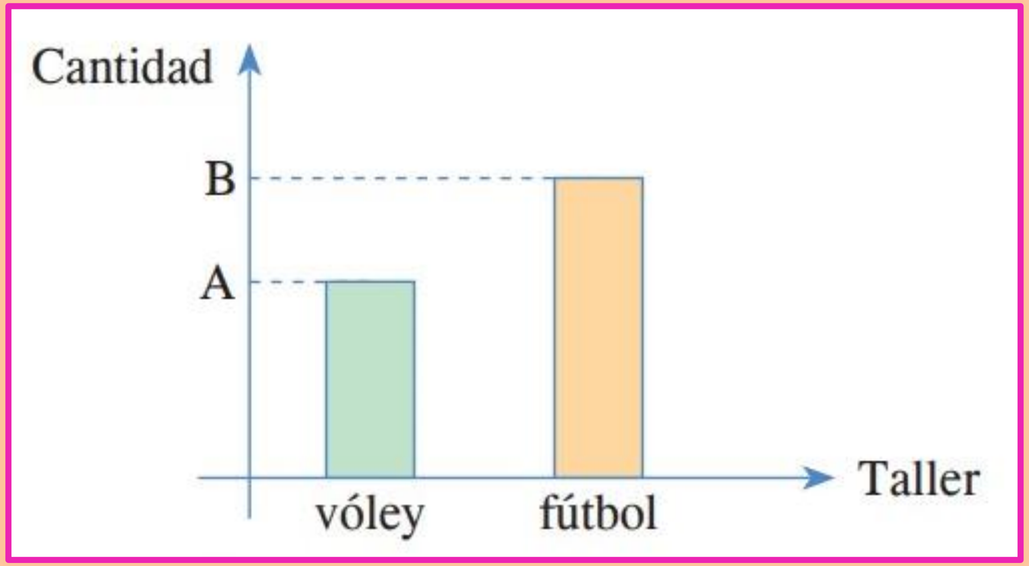
$$T = \frac{3\cancel{\cos x}}{-\cancel{\cos x}} = -3$$



∴ Nelly dio la respuesta correcta .

HELICO PRACTICE 7

El siguiente diagrama muestra la información sobre la cantidad de alumnos matriculados en los talleres de fútbol y vóley.- ¿ Cuál es la cantidad de alumnos matriculados en cada taller ?



Donde : $A = 5\sqrt{3}\tan\left(\frac{25\pi}{3}\right)$; $B = 10\csc\left(\frac{13\pi}{6}\right)$

HELICO PRACTICE 7

RESOLUCIÓN

$A = 5\sqrt{3}\tan\left(\frac{25\pi}{3}\right)$

$A = 5\sqrt{3}\tan\left(\frac{1\pi}{3}\right)$

$A = 5\sqrt{3}\tan 60°$

$A = 5\sqrt{3}(\sqrt{3})$

$A = 15$

$B = 10\csc\left(\frac{13\pi}{6}\right)$

$B = 10\csc\left(\frac{1\pi}{6}\right)$

$B = 10\csc 30°$

$B = 10(2)$

$B = 20$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 6 \\ \hline 24 & 4 \\ (1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 12 \\ \hline 12 & 1 \\ (1) & \end{array}$$

∴ Hay 15 alumnos matriculados en vóley ☻

∴ Hay 20 alumnos matriculados en fútbol ☻

SACO
OLIVEROS