ALGEBRA

Chapter 21

4th

FUNCIONES II : FUNCIONES ESPECIALES

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

APLICACIONES

El crecimiento de las ventas de un producto que ya a logrado un nicho de mercado , la variación poblacional de alguna universidad que ya lleva algunos años de funcionamiento, la clientela consolidada de un banco probablemente debe modelarse mediante una función logarítmica

HELICO THEORY

CHAPTHER 21

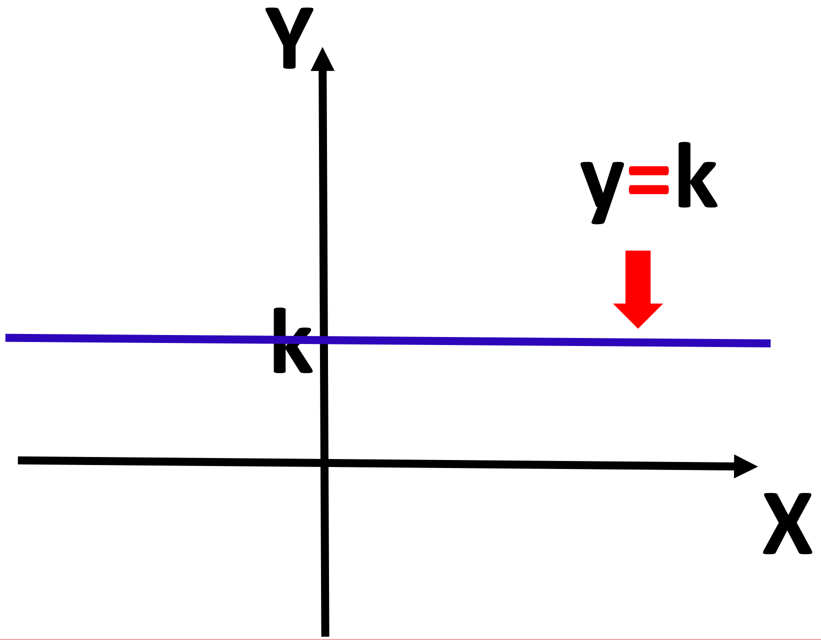
SACO OLIVEROS

FUNCIONES II

I) FUNCIÓN CONSTANTE

Es aquella función de la forma: $\boxed{f(x) = k}$ con $k \in \mathbb{R}$

Donde k es una **constante** , cuya gráfica es:



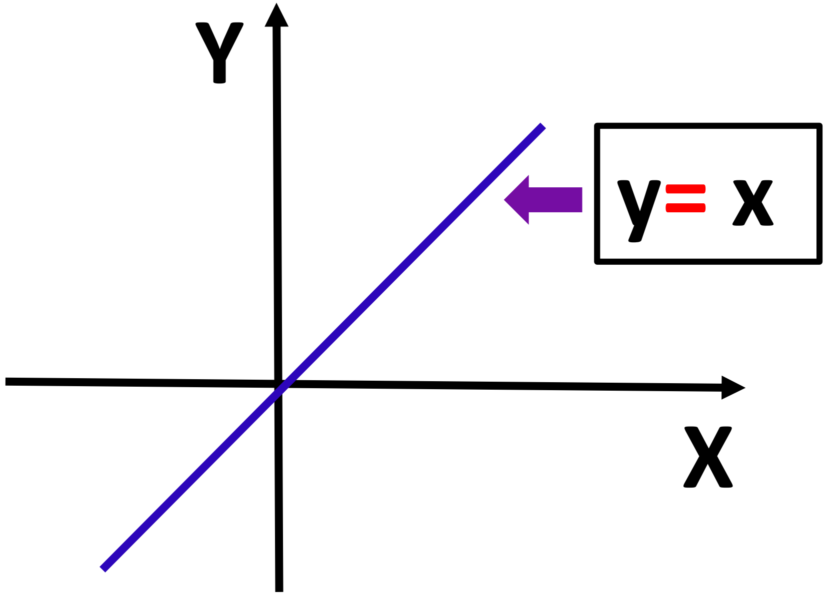
Donde: $\boxed{Dom(f) = \mathbb{R}}$

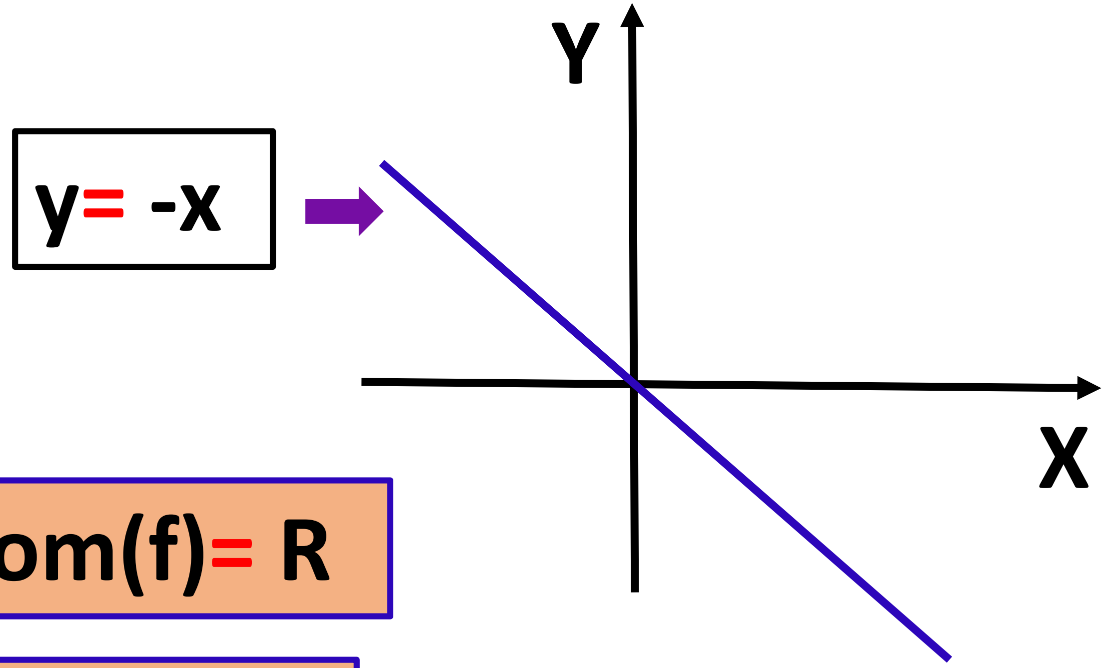
$\boxed{Ran(f) = k}$

II) FUNCIÓN IDENTIDAD

Es aquella función de la forma: $f(x)=x$

Cuya gráfica es:





Donde:

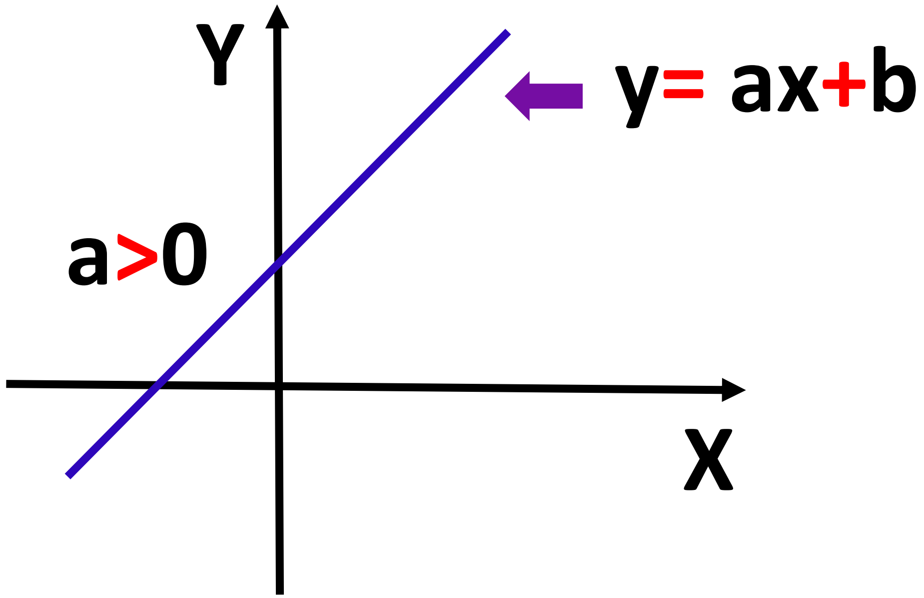
$Dom(f)= R$

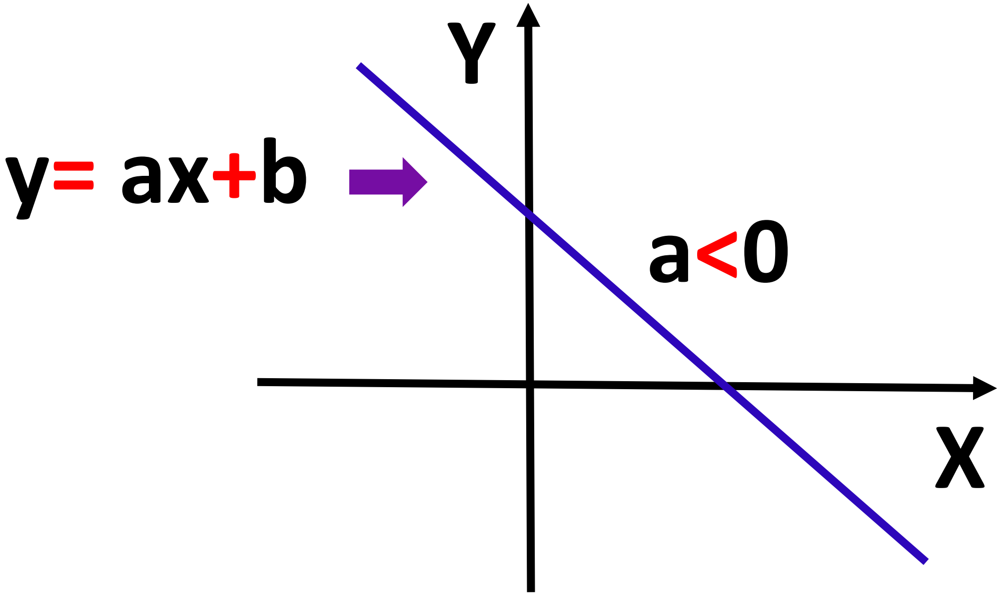
$Ran(f)= R$

III) FUNCIÓN LINEAL

Es aquella función de la forma: $\boxed{f(x) = ax+b}$

Cuya gráfica es:





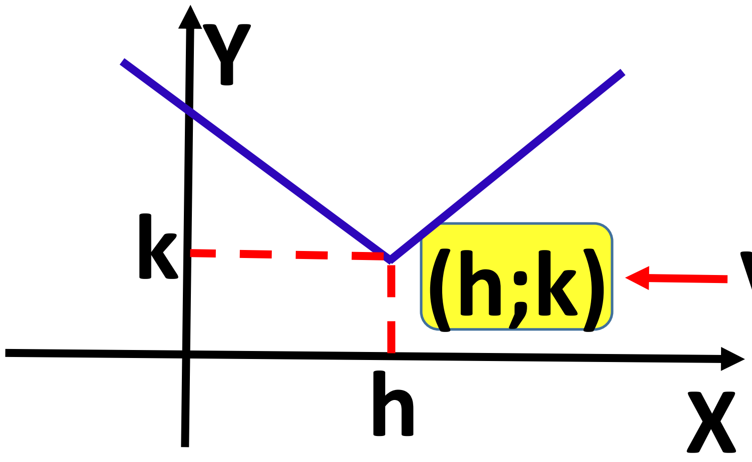
Donde: $\boxed{Dom(f) = R}$ $\boxed{Ran(f) = R}$

IV) FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

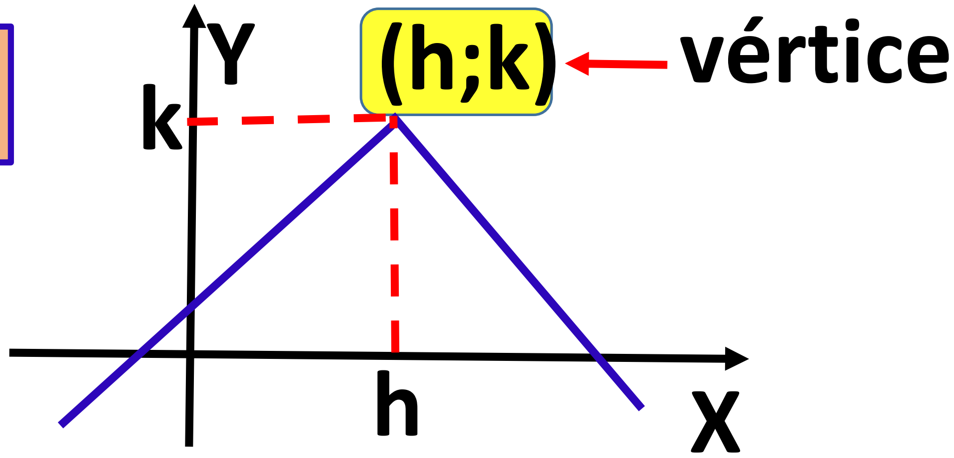
Es aquella función de la forma: $f(x) = \pm|x - h| + k$

Cuya gráfica es:

$y = |x - h| + k$



$y = -|x - h| + k$



Dom(f)= R

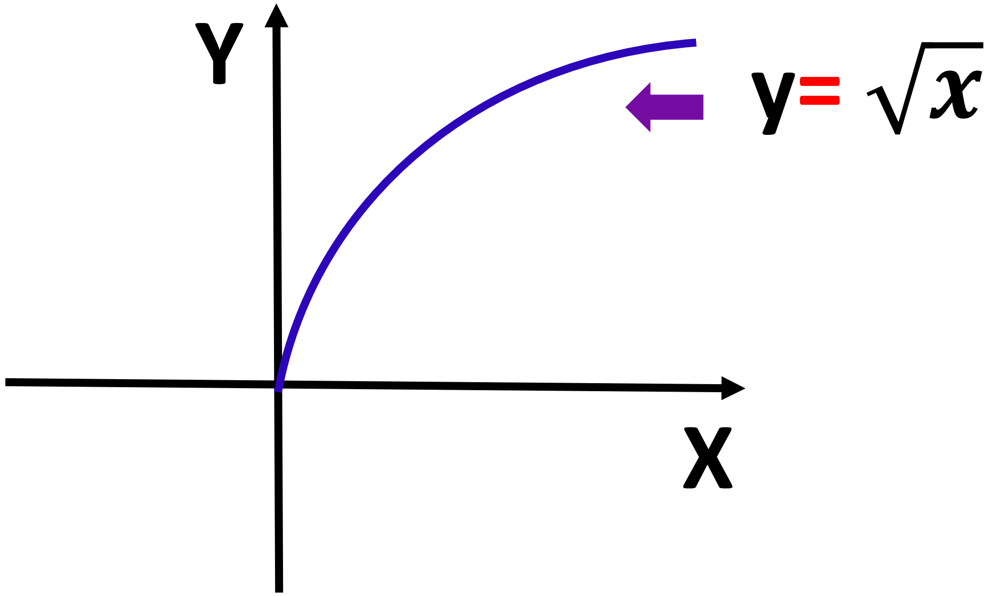
Ran(f)= $[k; +\infty>$

Ran(f)= $<-\infty; k]$

V) FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

Es aquella función de la forma: $\boxed{f(x) = \sqrt{x}}$

Cuya gráfica es:



Donde:

$\boxed{Dom(f) = [0; +\infty>}$

$\boxed{Ran(f) = [0; +\infty>}$

VI) FUNCIÓN CUADRÁTICA

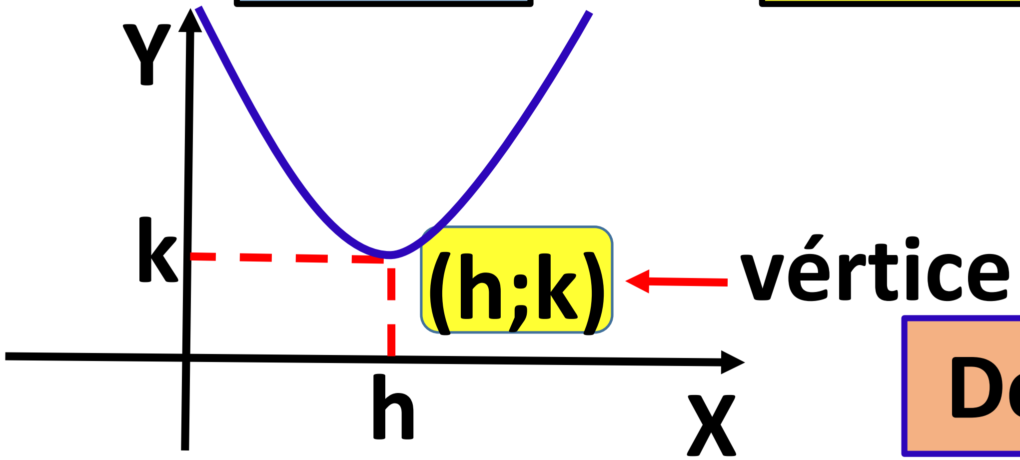
Es aquella función de la forma: f(x)= $ax^2 + bx + c$

Con a$\neq$0 con a,b,c ϵ R

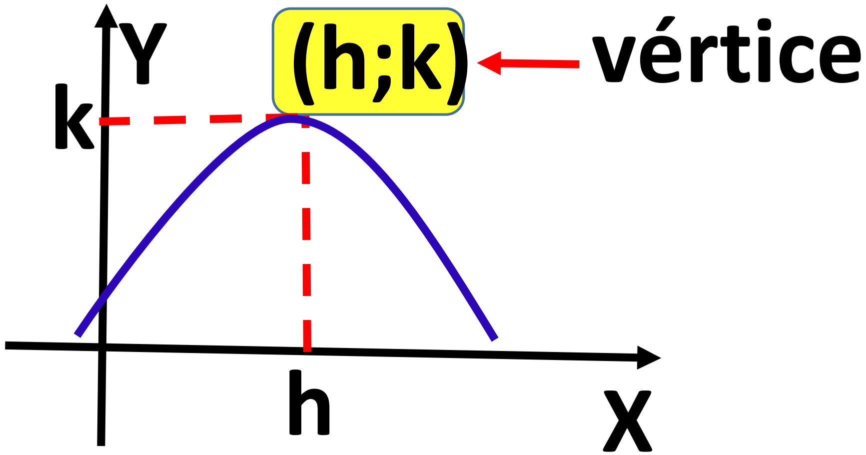
$a > o$

LA PARÁBOLA

$a < 0$



Dom(f)= R



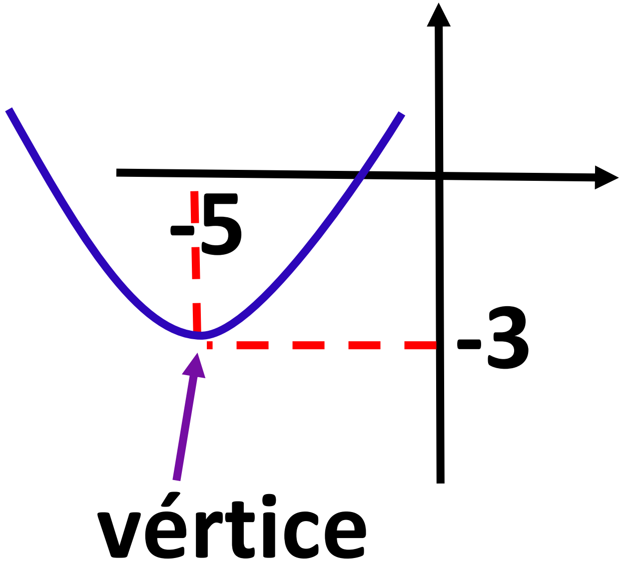
Ran(f)= $[k; +\infty >$

Ran(f)= $< -\infty; k]$

Desplazamientos de gráficas

1) $y = (x+5)^2 - 3$

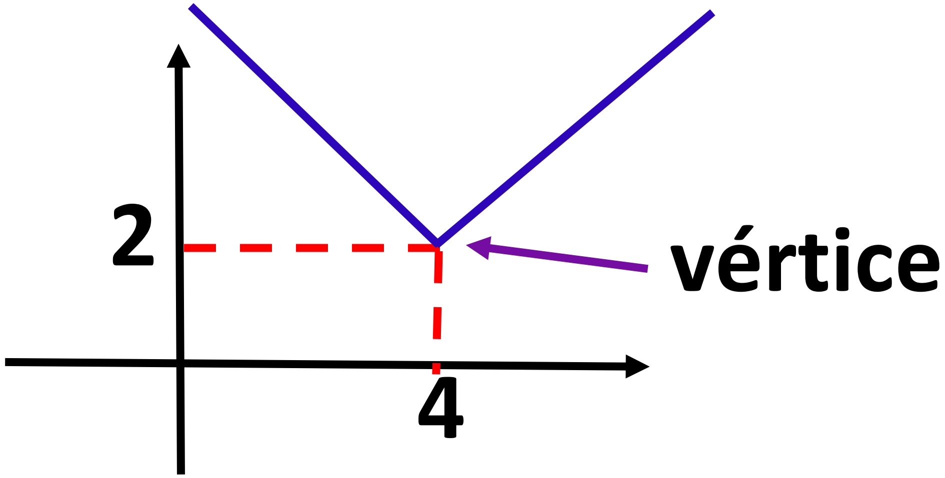
➡ x=-5 ➡ y=-3



2) $y = |x-4| + 2$

vértice del valor absoluto es:

x-4=0 ➡ x=4 ➡ y=2



Observación

1) si $f(x) = x^2 - 6x + 13$

Podemos conocer su **rango** y **vértice** completando cuadrados

$$y = (x-3)^2 + 4$$

Es una parábola hacia arriba

➡ $Ran(f) = [4;\ +\infty >$

➡ Vértice = (3;4)

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 21

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Si H representa la función identidad

$H = \{x+3; 2x-1), (y-2; 3y-6), (x; 2z-6)\}$ Calcule $x+y+z$

Resolución

$$\boxed{x+3 = 2x-1}$$

$\Rightarrow \boxed{4 = x}$

$$\boxed{y-2 = 3y-6}$$

$\Rightarrow 4 = 2y$

$\Rightarrow \boxed{2 = y}$

$$\boxed{x = 2z-6}$$

$\Rightarrow 4 = 2z-6$

$\Rightarrow \boxed{5 = z}$

$\Rightarrow x+y+z = 11$

PROBLEMA 2

Siendo $F_{(4)}+4F_{(7)}+7F_{(3)}=24$

Calcule: $F_{(2014)} + 3F_{(2015)}$ Siendo F función constante

Resolución

$$F\ es\ constante:\ \boxed{F_{(x)} = k}$$

$$\boxed{F_{(4)} = k} \quad \boxed{F_{(7)} = k} \quad \boxed{F_{(3)} = k}$$

$$\Rightarrow 12k = 24 \quad \Rightarrow \boxed{k = 2}$$

$$F(2014) + 3F(2015)$$

$$\Rightarrow k + 3k$$

$$\Rightarrow \boxed{8}$$

PROBLEMA 3

Grafique la función:

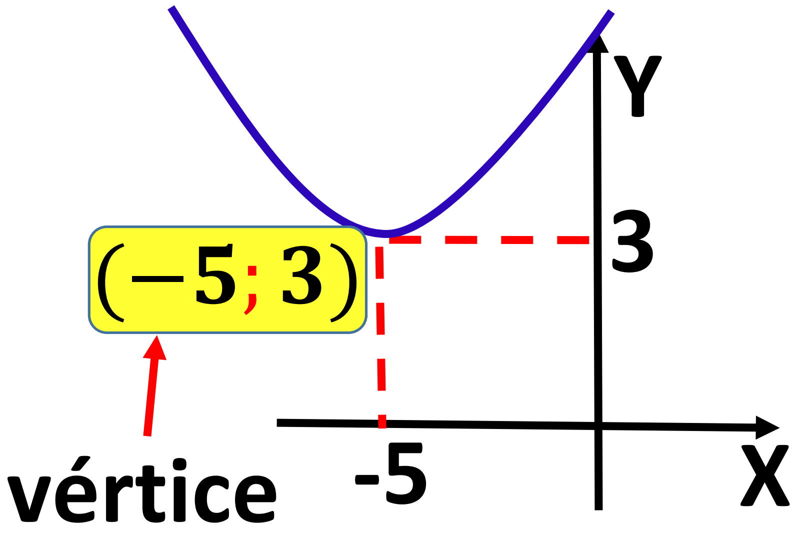
$P(x) = x^2 + 10x + 28$ .Halle el vértice de la parábola y el rango de $P(x)$

Resolución

$$y = x^2 + 10x + 28$$

$$y = x^2 + 10x + 25 + 3$$

$$y = (x+5)^2 + 3$$



El vértice de la parábola es:

x+5=0 ➡ x=-5 ➡ y=3

$$Ran(P) = [3; +\infty >$$

PROBLEMA 4

Si P es una función lineal en la cual se cumplen los siguientes valores:

x	2	7
y	7	32

Calcule P(3)+P(2)

Resolución

RECORDAR: FUNCIÓN LINEAL

FORMA : **P(x)= ax+b**

DEL CUADRO

I) $P(2) = 2a + b$

$7 = 2a + b \ldots\ldots\ldots(1)$

II) $P(7) = 7a + b$

$32 = 7a + b \ldots\ldots\ldots(2)$

de(1)y (2)

$$7 = 2a + \cancel{b} \ldots\ldots(1)$$
$$32 = 7a + \cancel{b} \ldots\ldots(2) \quad (-)$$
$$25 = 5a$$

$\boxed{a = 5}$

Remplazando en (1)

$2a + b = 7$

$2(5) + b = 7$

$\boxed{b = -3}$

$P(x) = 5x - 3$

piden: $P(3) + P(2)$

$5(3) - 3 + 5(2) - 3$

$12 + 7 = 19$

Rpta: 19

PROBLEMA 5

Grafique la función:

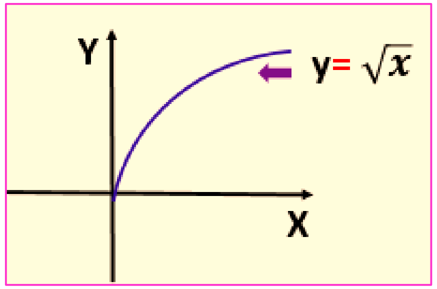
$$H(x) = \sqrt{x-7} + 4$$

Y halle su rango

Resolución

Recordar

$\mathrm{H}(x) = \sqrt{x};\ \forall x \geq 0$



❖ **Dominio:**

$$x - 7 \geq 0$$

$$x \geq 7$$

$\mathbf{Dom}(H) = [7; +\infty >$

❖ ***Rango*:**

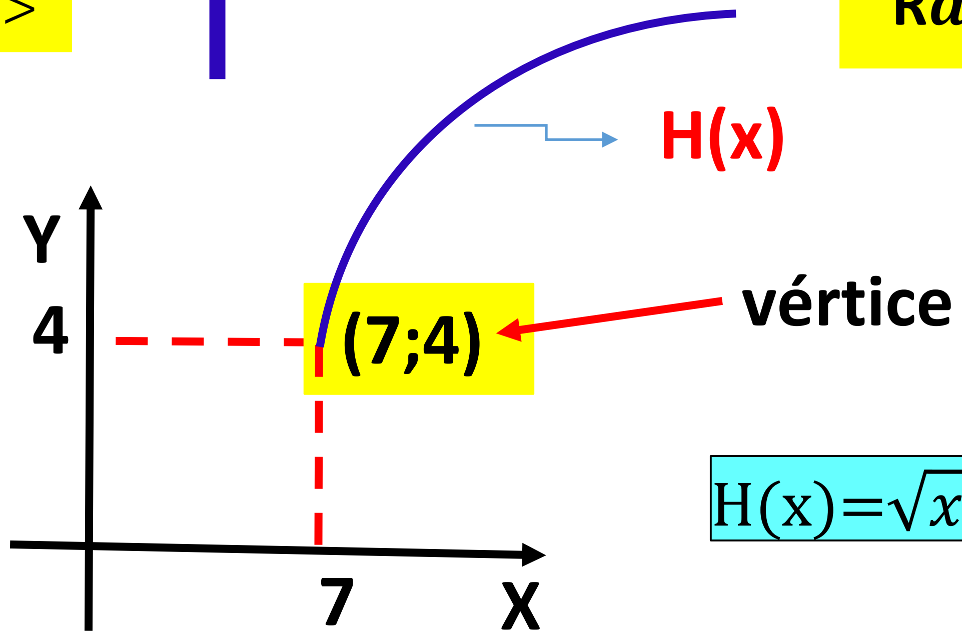
$$\sqrt{x-7} \geq 0$$

$(+4)$

$$\sqrt{x-7} + 4 \geq 4$$

$\boldsymbol{Rango} = [4 + \infty >$

Su gráfica:



$\mathrm{H(x)} = \sqrt{x-7} + 4$

PROBLEMA 6

El costo de una licuadora es 5T soles, donde T está determinado por la suma de los valores enteros que toma el dominio de la función:

$$M(x) = \sqrt{12 - x} + \sqrt{x - 5}$$

¿Cuál es el costo de dicha licuadora?

Resolución

RECORDAR FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

$$\boxed{M(x) = \sqrt{x}\ ;\forall\ x \geq 0}$$

$M(X) = \sqrt{12 - X} + \sqrt{X - 5}$

CALCULAMOS EL DOMINIO:

$12 - X \geq 0 \ \wedge X - 5 \geq 0$

$12 \geq X \ \wedge X \geq 5$

$5 \leq X \leq 12$

$$\boxed{x \in [5; 12]}$$

$Dom(M) = [5; 12]$

Calculando T:

$T = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12$

T=68

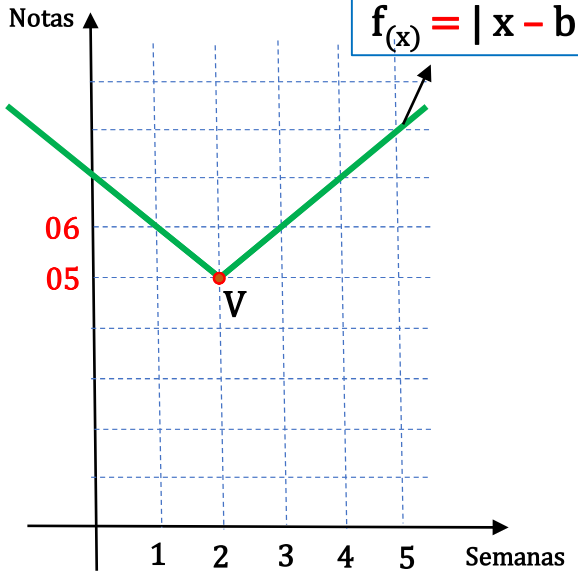
El costo de la licuadora es 5T

5T=5(68)=340

Rpta=340 soles

PROBLEMA 7

Si las notas de un estudiante por semana obedecen a la gráfica



Determine en que semana tendrá Su primera nota aprobatoria

Resolución

Vemos que el vértice V tiene como par ordenado (2; 5)

b c

$f_{(x)} = |x - 2| + 5$

Observación: Semanas es representada por x, Notas es representada por $f_{(x)}$

La primera nota aprobatoria será 11, es decir $f_{(x)} = 11$

$11 = |x - 2| + 5$

$6 = |x - 2|$

$x - 2 = 6 \vee x - 2 = -6$

$x = 8 \vee x = -4$

Como el número de semanas debe ser positivo

$\boxed{x = 8}$ $\therefore$ $\boxed{\text{N° de semana} = 8}$