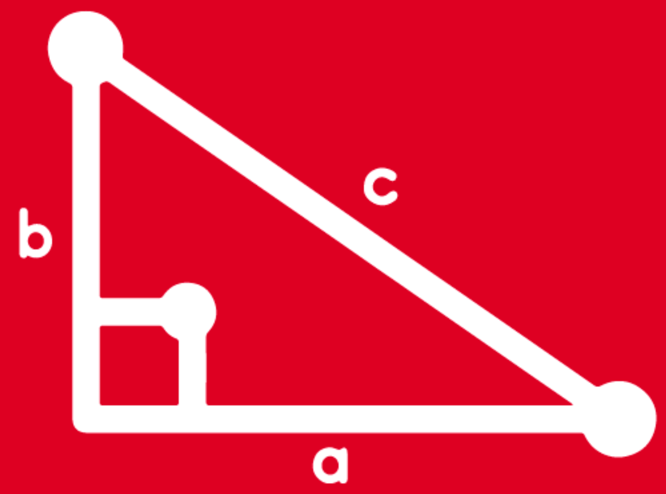
TRIGONOMETRY

Chapter 8



4th
SECONDARY

Geometría analítica

SACO OLIVEROS

¿Sabías qué....?

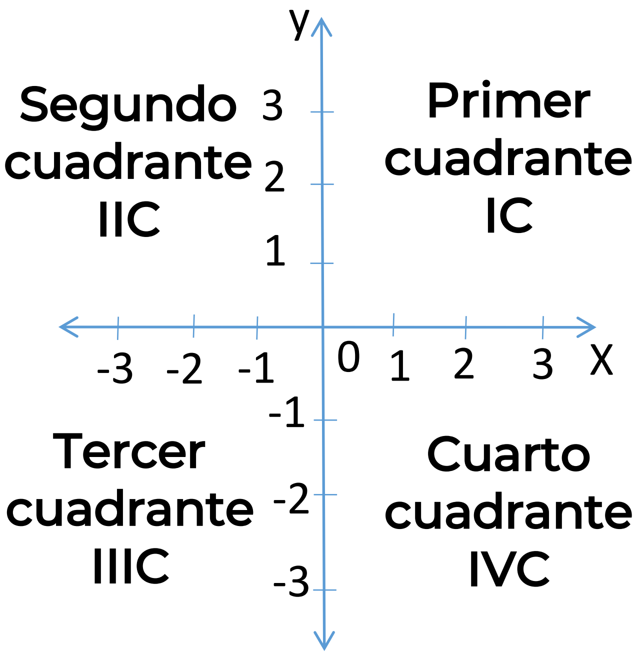
René Descartes y Pierre de Fermat

Durante el siglo XVII surgieron casi todas las disciplinas matemáticas, produciéndose en lo que a geometría se refiere el nacimiento de la geometría analítica.

Sin duda, dos grandes en esta materia y época fueron René Descartes y Pierre de Fermat. Por sus aportes ambos son considerados los padres de la *Geometría analítica*.

GEOMETRÍA ANALÍTICA

Plano cartesiano

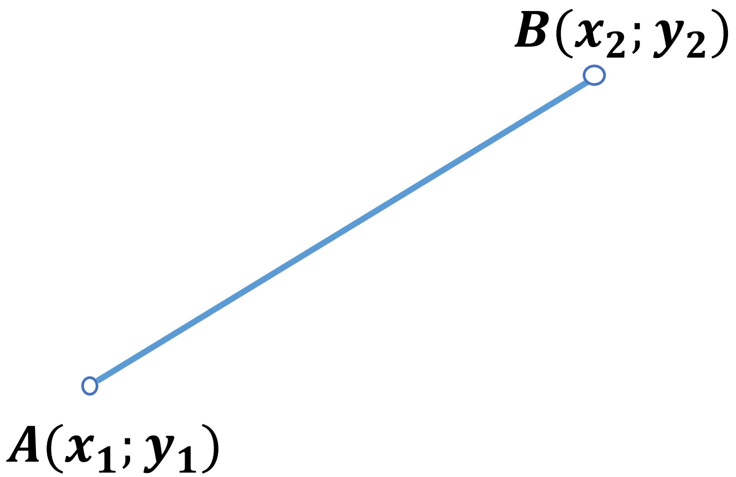


O: origen de coordenadas

X: eje de las abscisas

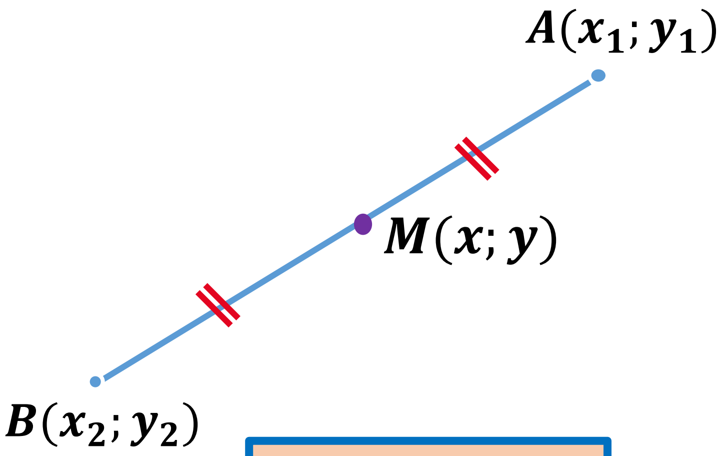
Y: eje de las ordenadas

Distancia entre dos puntos



$$\mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Coordenadas del punto medio de un segmento

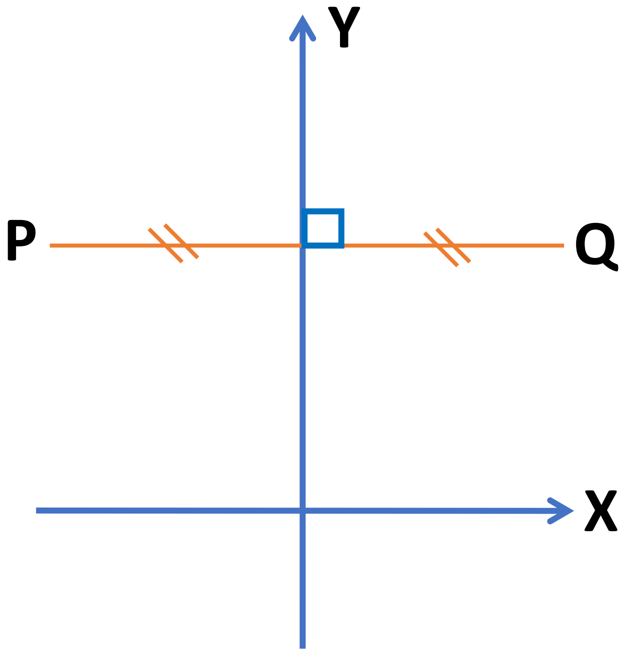


$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

PUNTOS SIMÉTRICOS

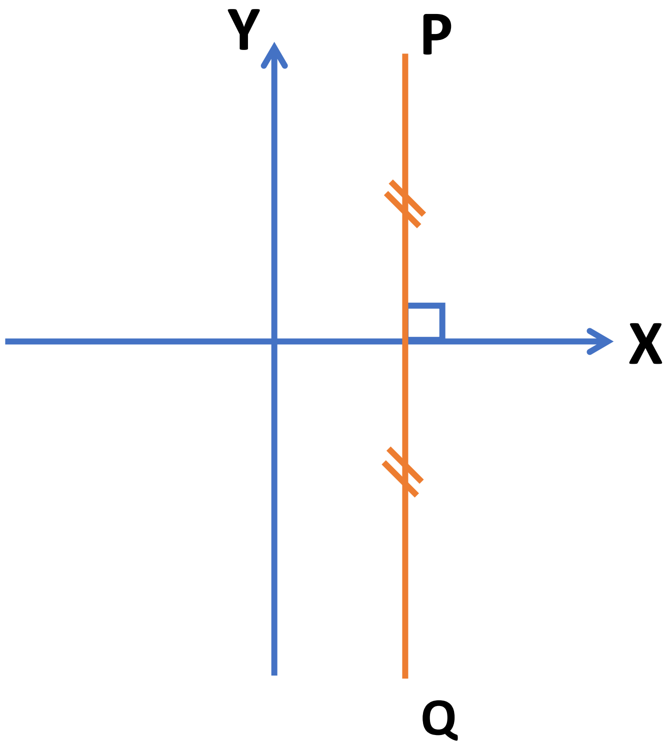
Segmento horizontal



Si **Q(x,y)**, entonces **P(-x,y)**

"Las ordenadas son iguales y la abscisa cambia de signo."

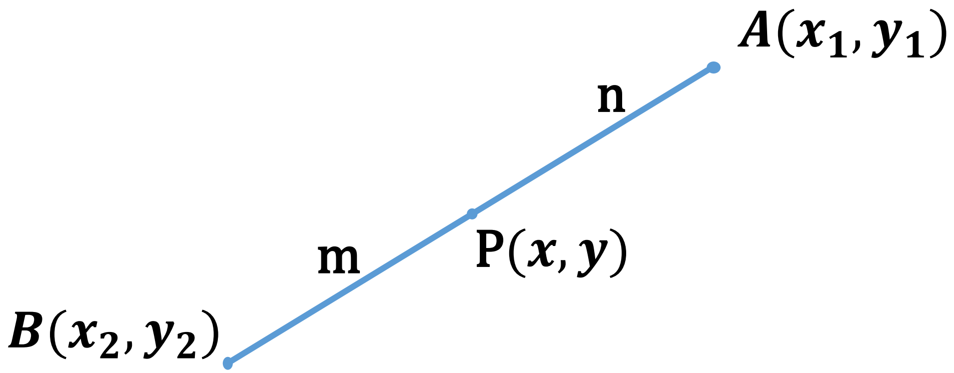
Segmento vertical



Si **P(x,y)**, entonces **Q(x,-y)**

"Las abscisas son iguales y la ordenada cambia de signo."

División de un segmento en una razón dada

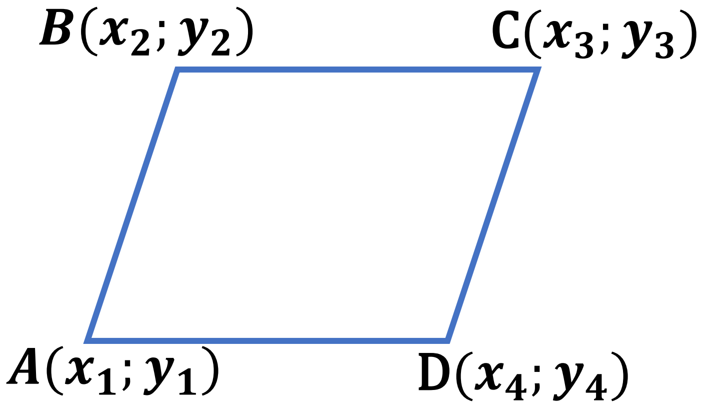


$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m + n}$$

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m + n}$$

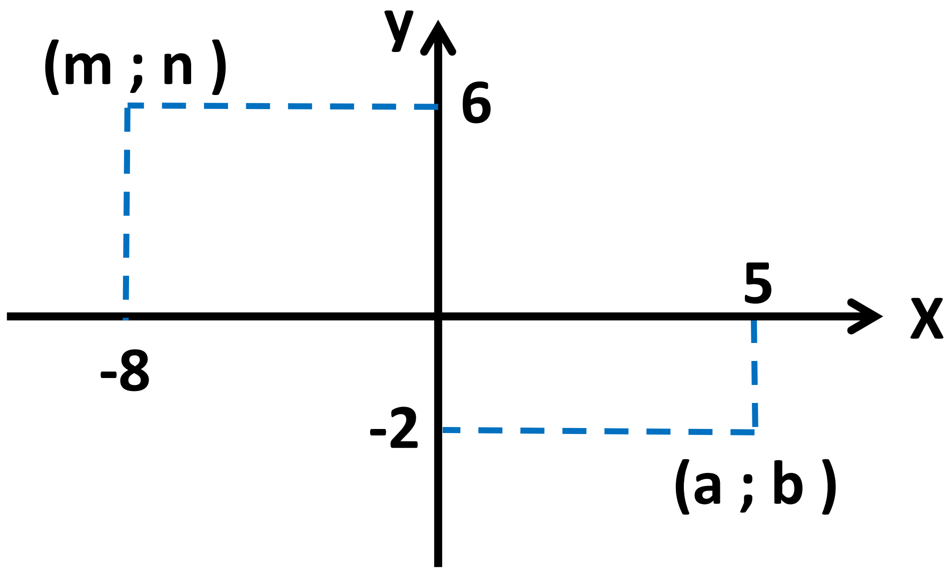
Aplicaciones

ABCD es un paralelogramo



$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$
$$y_1 + y_3 = y_2 + y_4$$

1. Del gráfico, efectúe $K = (m + n)(a-b)$.



RESOLUCIÓN:

1. Identificamos los valores de (m ; n):

(m ; n) = (-8 ; 6) por lo tanto: m= - 8
n= 6

2. Identificamos los valores de (a ; b)

(a ; b) = (5 ; -2) por lo tanto: a= 5
b= -2

3. Reemplazamos los valores de m, n, a y b:

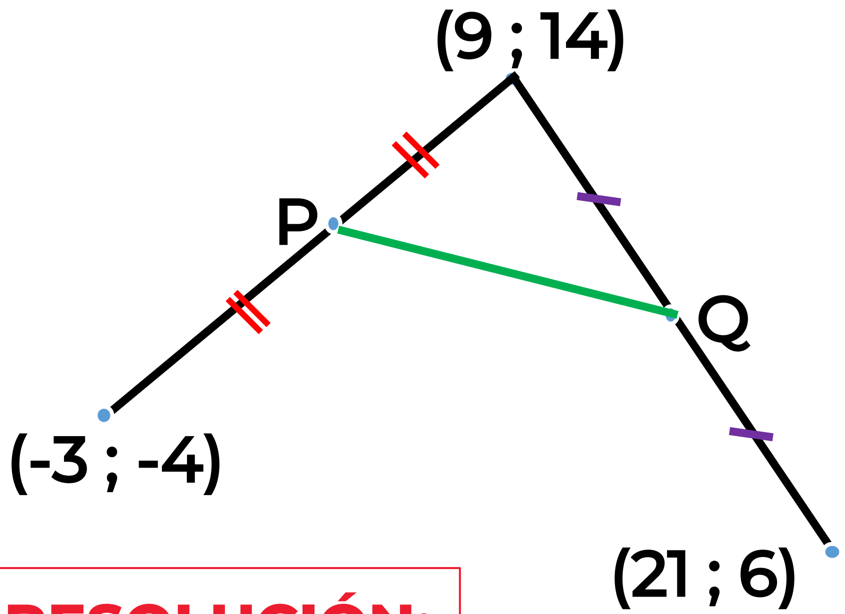
$$K = (m + n)(a-b)$$

$$K = (-8+6)(5-(-2))$$

$$K = (-2)(7)$$

$$\therefore \boxed{K = -14}$$

2. Del gráfico, halle la longitud del segmento $\overline{PQ}$ si:



RESOLUCIÓN:

1. Si P es punto medio de las coordenadas (9; 14) y (-3; -4):

$$P\left(\frac{9+(-3)}{2};\frac{14+(-4)}{2}\right) \Rightarrow P(3;5)$$

2. Hacemos lo mismo con Q porque también es punto medio de las coordenadas (9; 14) y (21; -6):

$$Q\left(\frac{9+(21)}{2};\ \frac{14+(6)}{2}\right) \Rightarrow Q(15;10)$$

3. Teniendo las coordenadas de $\overline{PQ}$, hallaremos su distancia: P= (3; 5) y Q= (15; 4)

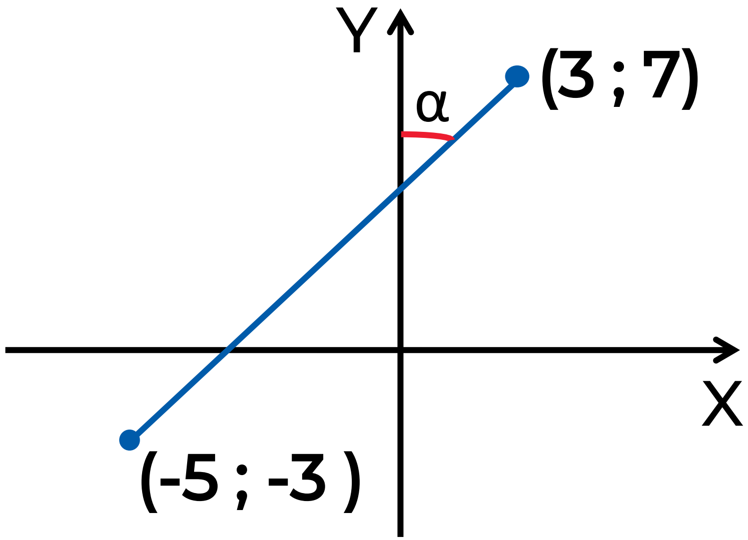
$$d\,(P;Q) = \sqrt{(15-3)^2+(10-5)^2}$$

$$d\,(P;Q) = \sqrt{12^2+5^2}$$

$$d\,(P;Q) = \sqrt{169}$$

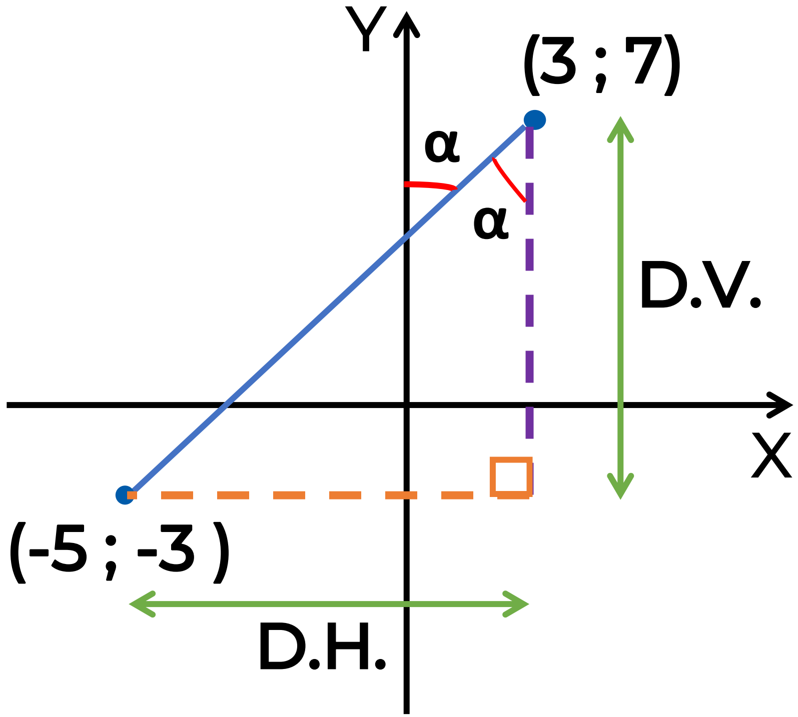
$$\therefore\ \boxed{d\,(P;Q) = 13}$$

3. Del gráfico, calcular $\tan\alpha$ si:



RESOLUCIÓN:

1. Con las coordenadas del gráfico, se construye un triángulo rectángulo:

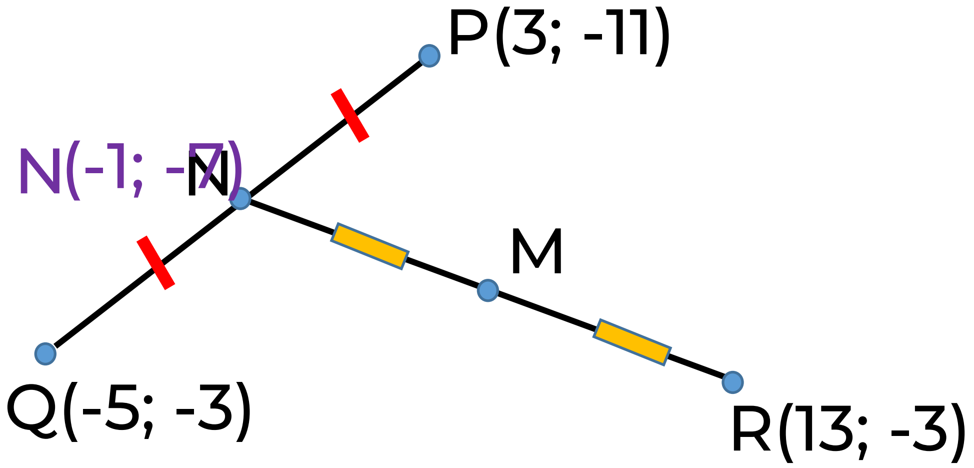


2. A partir del gráfico construido, calculamos la $\tan\alpha$:

$$\tan\alpha = \frac{D.H.}{D.V.} = \frac{3-(-5)}{7-(-3)} = \frac{8}{10}$$

$$\therefore \boxed{\tan\alpha = \frac{4}{5}}$$

4. Determine las coordenadas del punto M si:



RESOLUCIÓN:

1. Si N es punto medio de las coordenadas (3; -11) y (-5; -3):

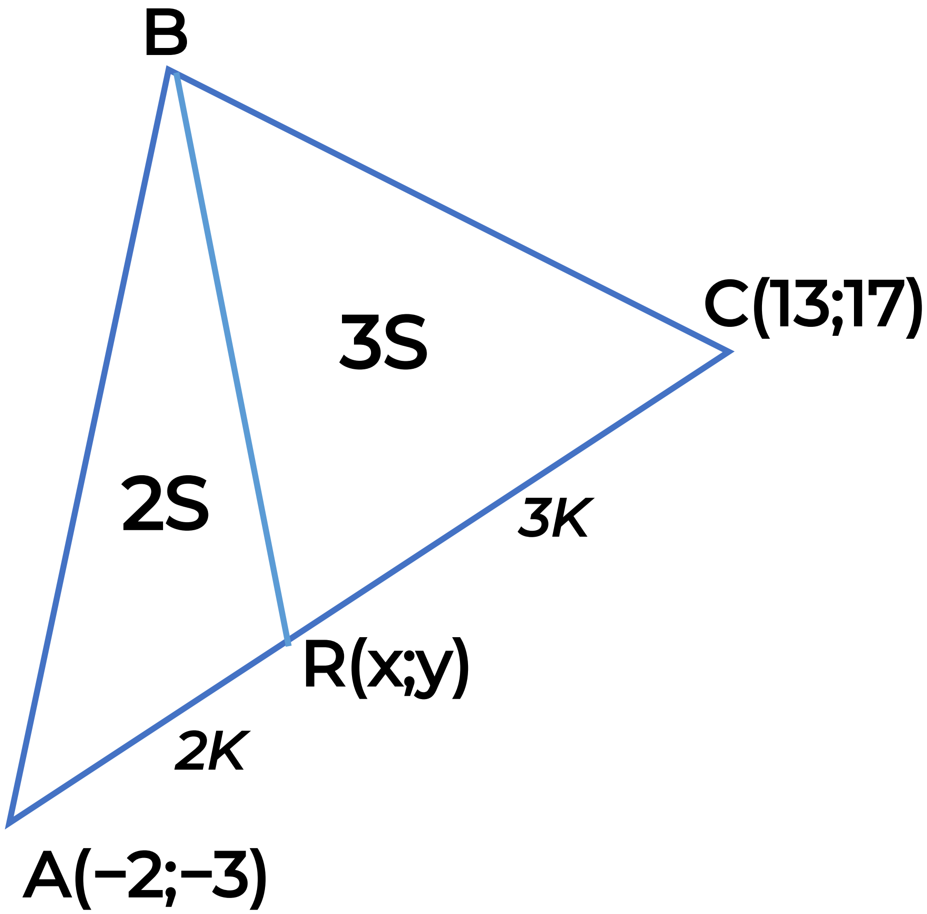
$$N\left(\frac{3+(-5)}{2};\frac{-11+(-3)}{2}\right) \Rightarrow N(-1; -7)$$

2. Hacemos lo mismo con M porque también es punto medio de las coordenadas (-1; -7) y (13; -3):

$$M\left(\frac{-1+13}{2};\ \frac{-7+(-3)}{2}\right) \Rightarrow M(6;-5)$$

$$\boxed{\therefore\ \boldsymbol{M}\ (\mathbf{6}; -\mathbf{5})}$$

5. Del gráfico, determine las coordenadas de R.



RESOLUCIÓN

Por relación de áreas tenemos:

$$\frac{2\cancel{S}}{3\cancel{S}} = \frac{AR}{RC} \qquad AR=2K \qquad RC=3K$$

Calculamos las coordenadas del punto R:

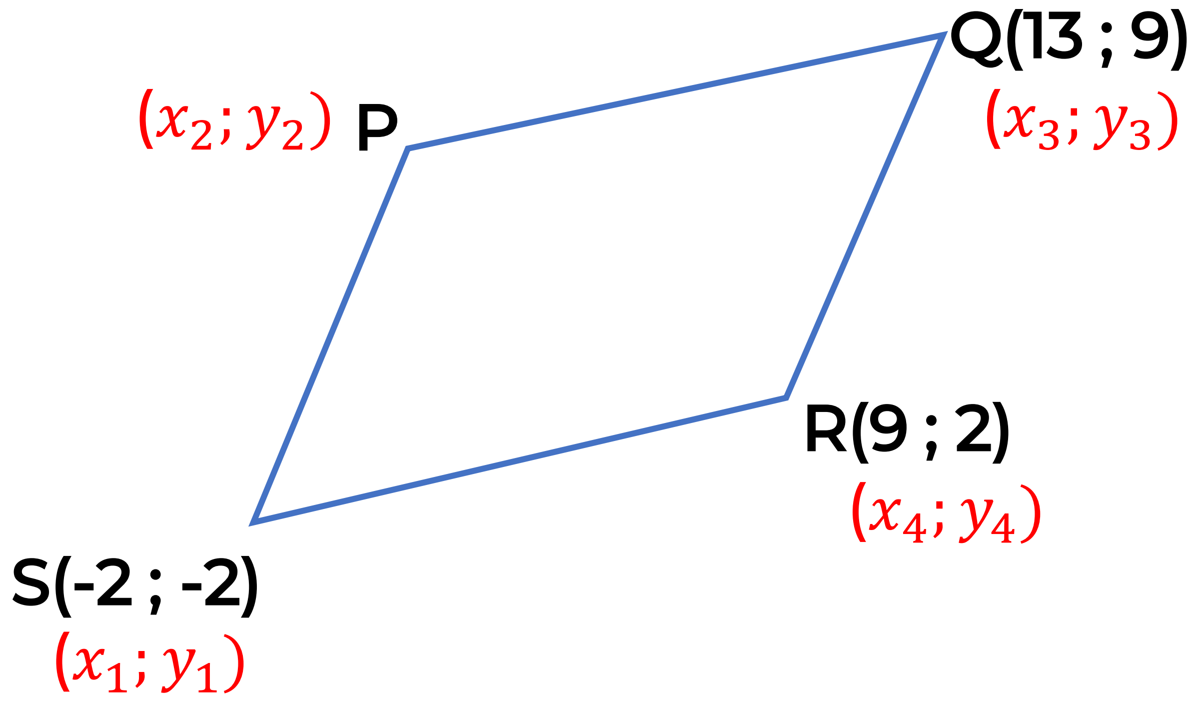
$$x = \frac{(-2).(3k) + (13).(2k)}{2k + 3k} \qquad y = \frac{(-3).(3k) + (17).(2k)}{2k + 3k}$$

$$x = \frac{20\cancel{k}}{5\cancel{k}} \qquad y = \frac{25\cancel{k}}{5\cancel{k}}$$

$$x = 4 \qquad y = 5$$

$$\boxed{\therefore\ \boldsymbol{R\ (4; 5)}}$$

6. Cuatro alumnos de la Sede Quilca se encuentran ubicados tal como se muestra en la figura. Determine las coordenadas del alumno en la posición P para que el cuadrilátero PQRS sea un paralelogramo.



RESOLUCIÓN:

1. En todo paralelogramo se cumple:

$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$

$$y_1 + y_3 = y_2 + y_4$$

2. Calculamos las coordenadas de P:

$$-2 + 13 = x_2 + 9 \rightarrow \boxed{x_2 = 2}$$

$$-2 + 9 = y_2 + 2 \rightarrow \boxed{y_2 = 5}$$

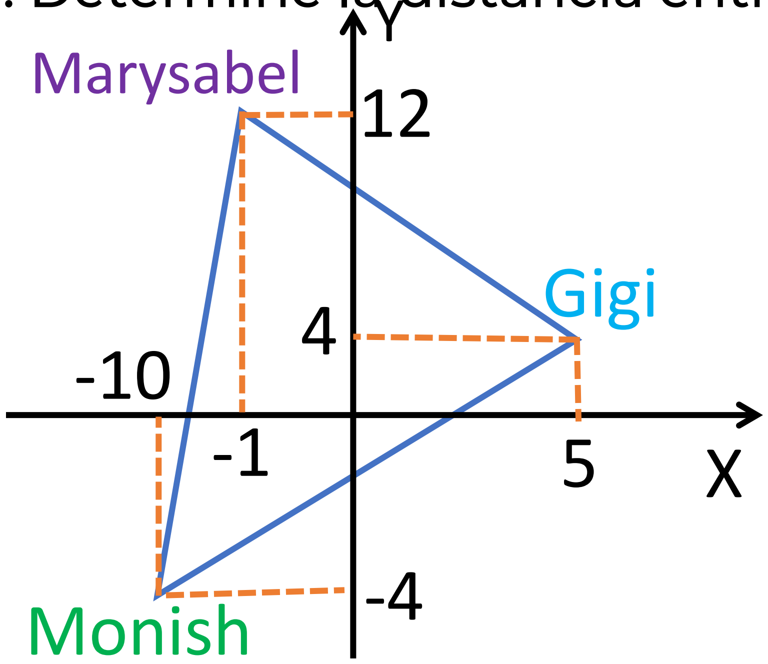
3. Finalmente:

$$\boxed{\therefore P(2; 5)}$$

7. Marysabel, Gigi y Monish son parte de la selección de RUGBY de la sede de Lince del Colegio Saco Oliveros y tienen las siguientes posiciones, tal como se muestra en el plano cartesiano.

a. Determine la distancia entre Marysabel y Gigi.

b. Determine la distancia entre Gigi y Monish.



RESOLUCIÓN:

1. Establecemos las coordenadas :

Marysabel = (-1;12) Monish = (-10,-4) Gigi = (5;4)

2. Respondemos:

a. Distancia entre Marysabel y Gigi:

$$D_1 = \sqrt{(-1-5)^2+(12-4)^2}$$

$$D_1 = \sqrt{(-6)^2+(8)^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{D_1 = 10}$$

b. Distancia entre Gigi y Monish:

$$D_2 = \sqrt{(5-(-10))^2+(4-(-4))^2}$$

$$D_2 = \sqrt{(15)^2+(8)^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{D_2 = 17}$$