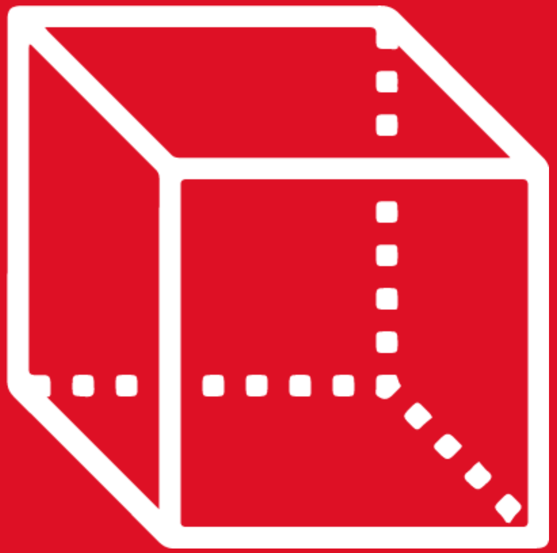
GEOMETRÍA

Capítulo 3

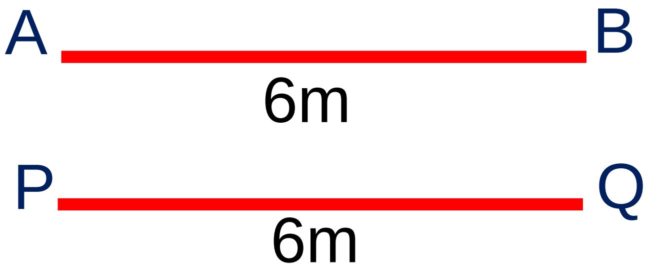


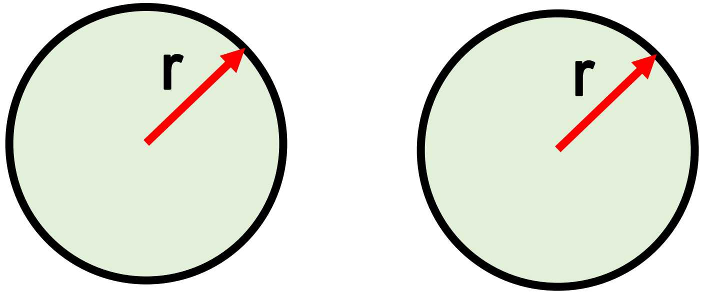
4th
SECONDARY

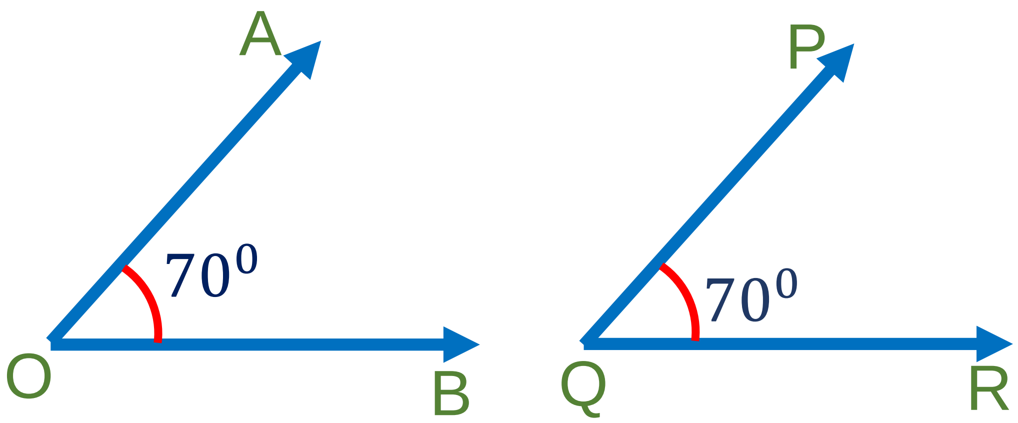
TRIÁNGULOS CONGRUENTES

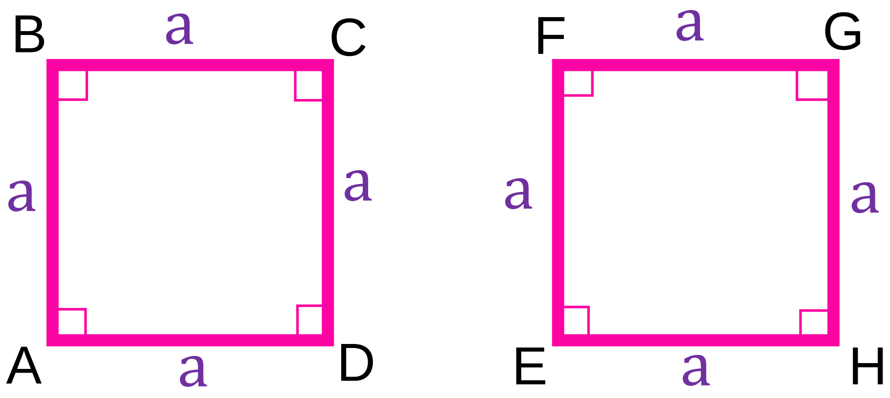
SACO OLIVEROS

Geométricamente la palabra congruencia nos hace pensar en la misma forma y mismo tamaño. La palabra congruente también nos da la posibilidad de superposición de figuras en virtud del axioma de libre movilidad.





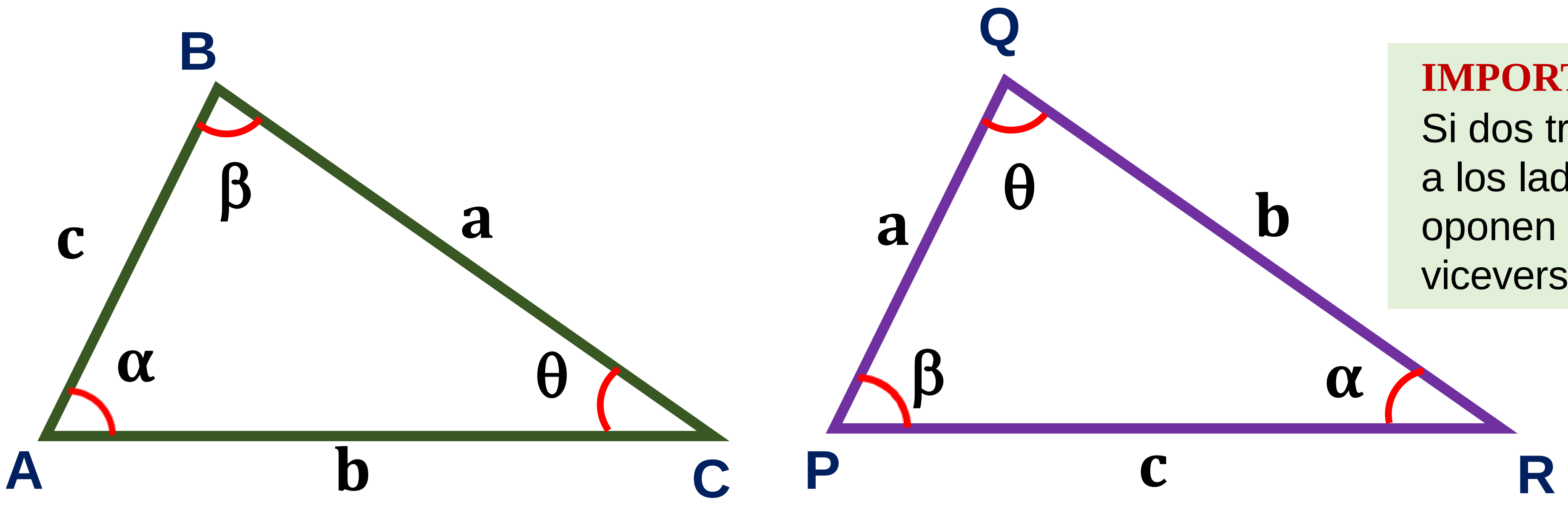




TRIÁNGULOS CONGRUENTES

Dos triángulos son congruentes si los lados y ángulos de uno de ellos son respectivamente congruentes a los lados y ángulos del otro.

Del grafico:

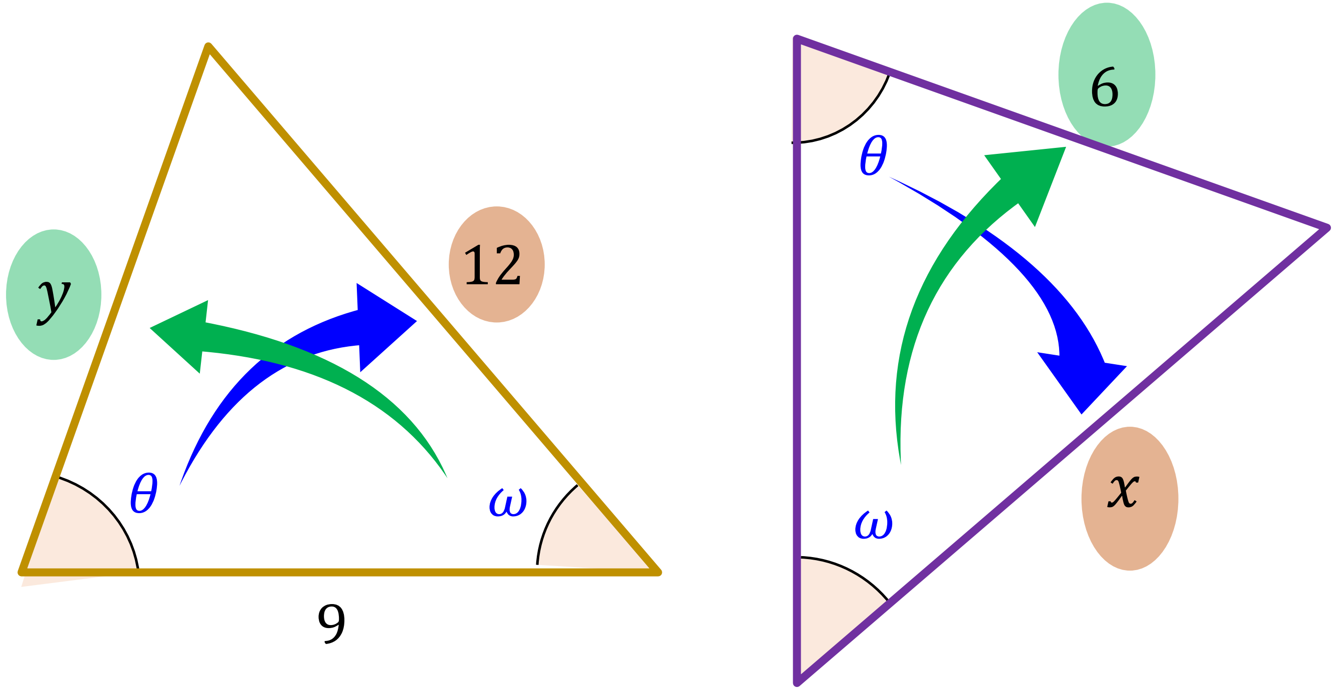


IMPORTANTE:
Si dos triángulos son congruentes, a los lados de igual longitud se oponen ángulos de igual medida y viceversa.

$\triangle ABC \cong \triangle PQR$ se lee: el triángulo ABC es congruente con el triángulo PQR.

EJERCICIO: Del gráfico, los triángulos son congruentes, calcular x + y.

RESOLUCIÓN:



Comparamos sus elementos

- como a θ se le opone 12

$\rightarrow x = 12$

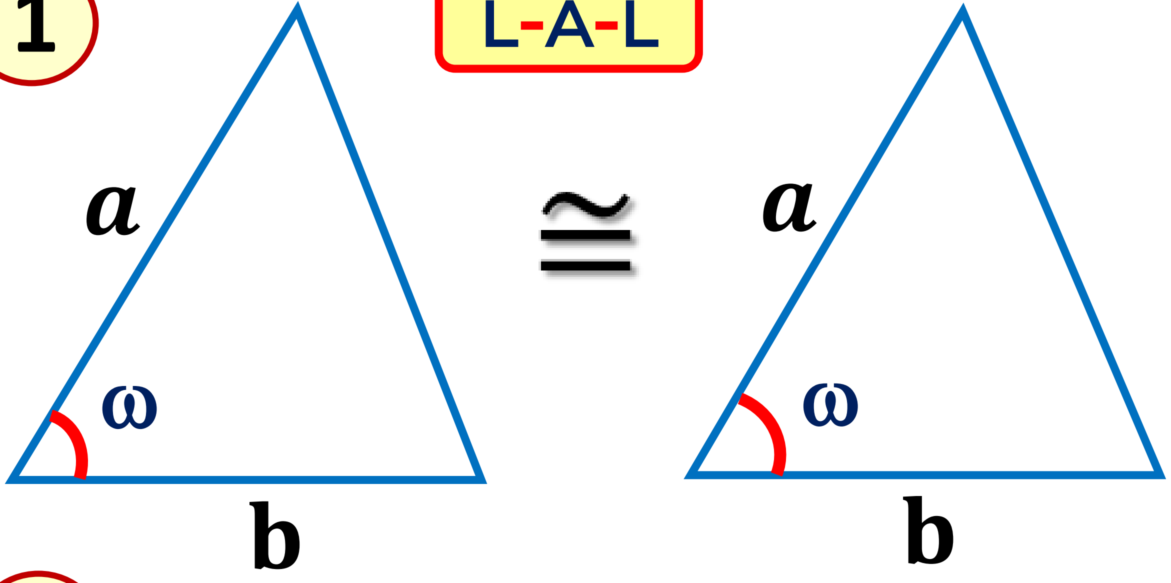
- como a ω se le opone 6

$\rightarrow y = 6$

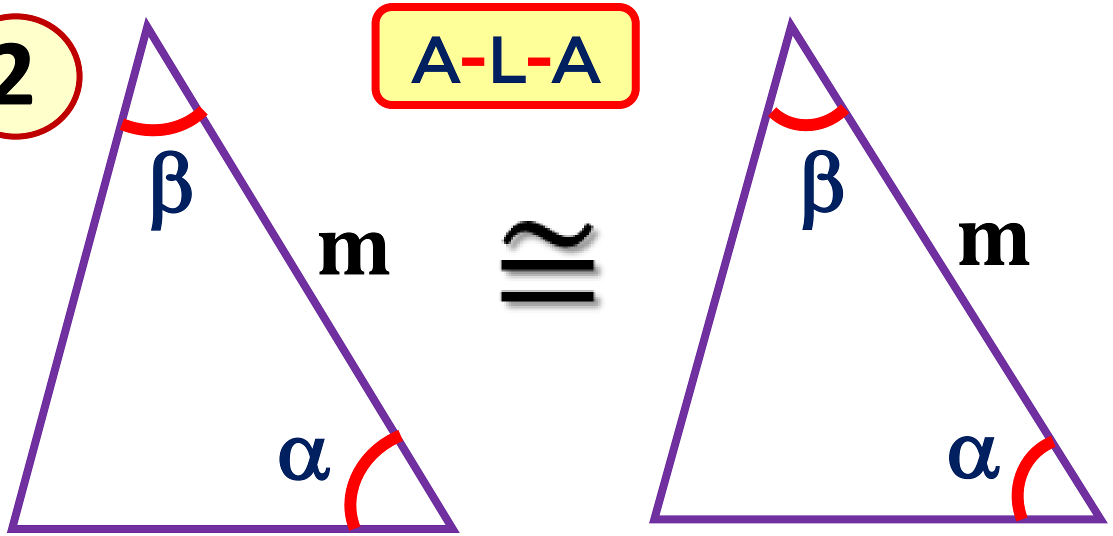
$\boxed{\therefore x + y = 18}$

CASOS DE CONGRUENCIA

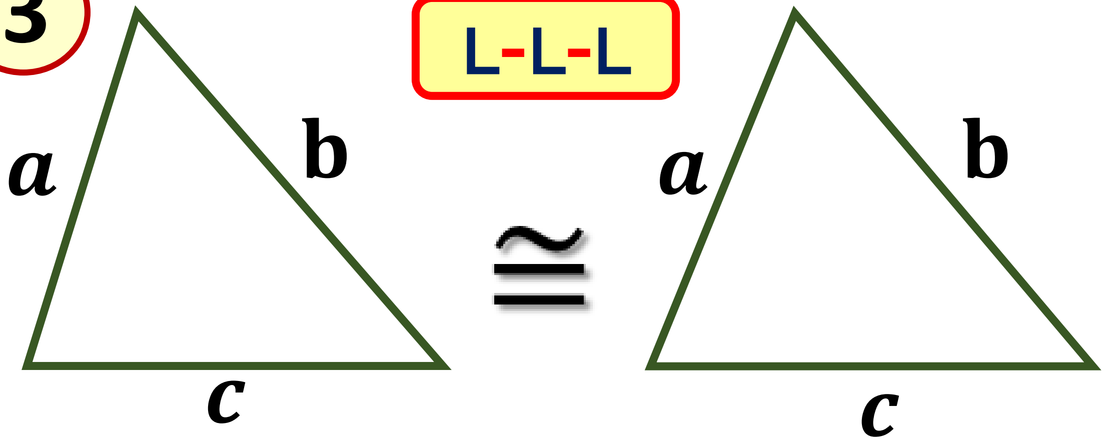
1 L-A-L



2 A-L-A

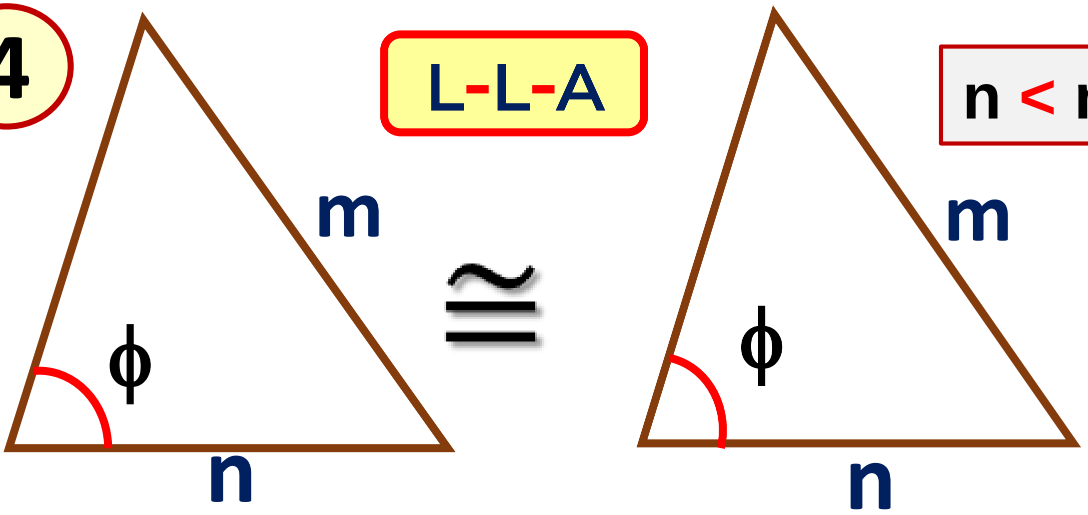


3 L-L-L



4 L-L-A

$n < m$

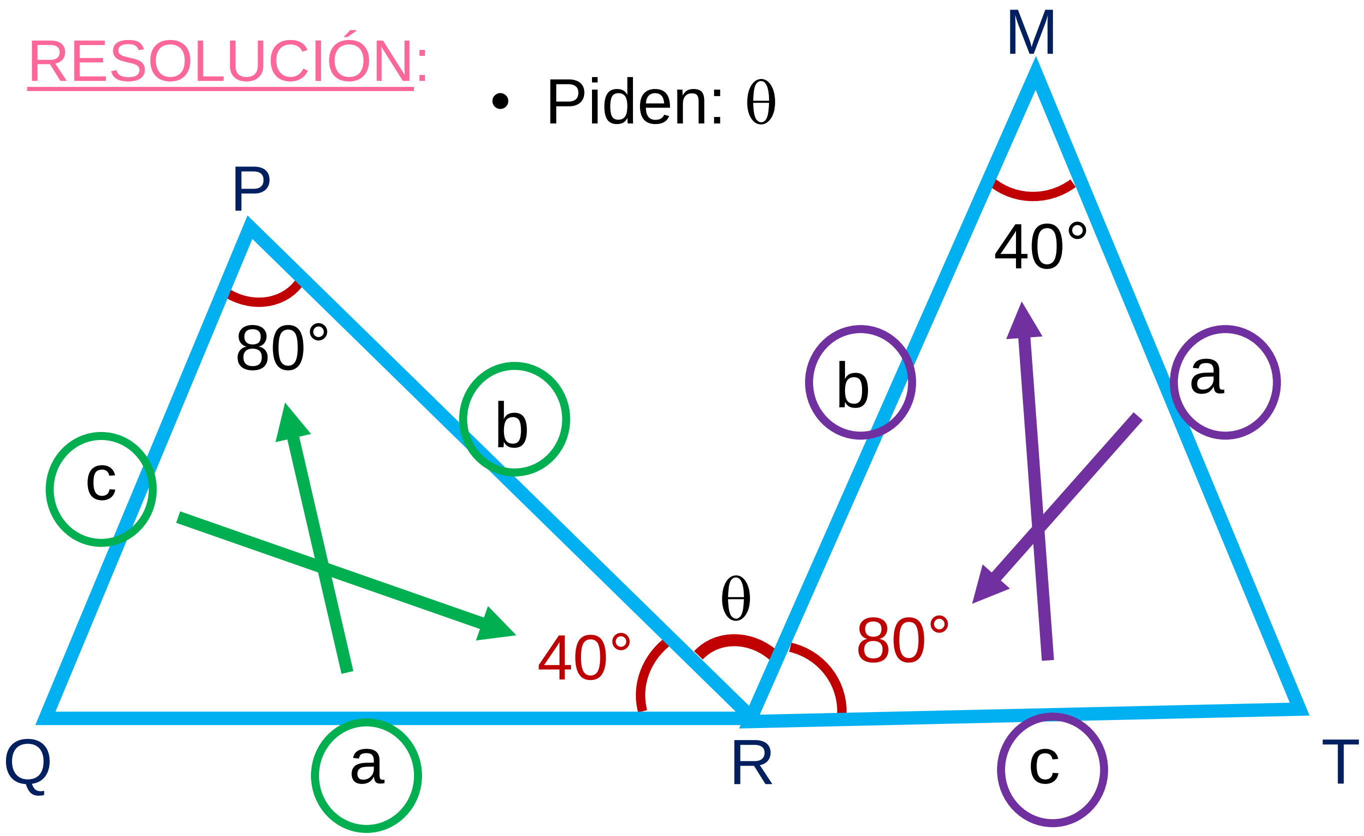


EJERCICIO:

3. Del gráfico, halle el valor de θ.

RESOLUCIÓN:

- Piden: θ

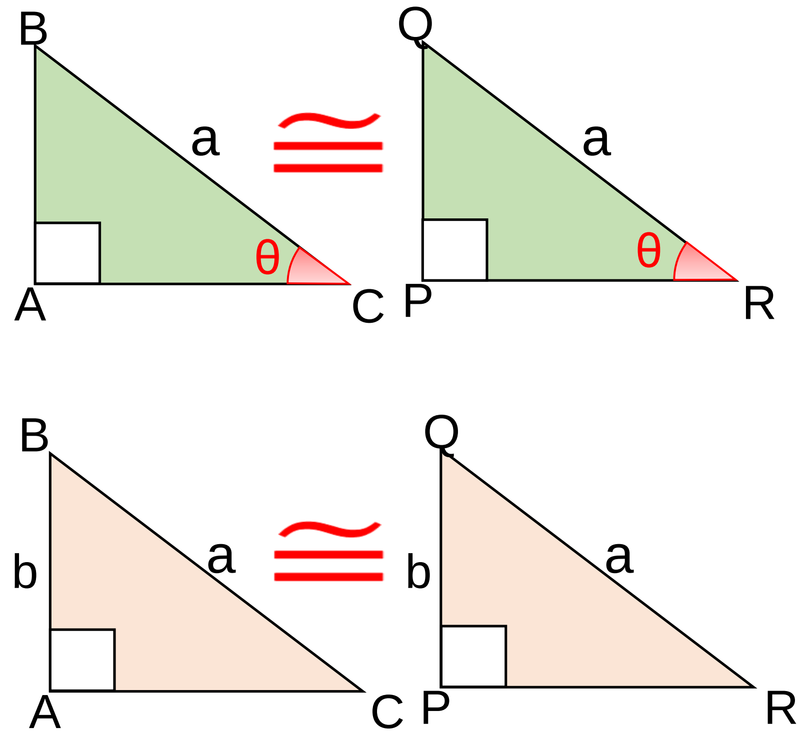


- $\Delta QRP \cong \Delta TMR$ L-L-L

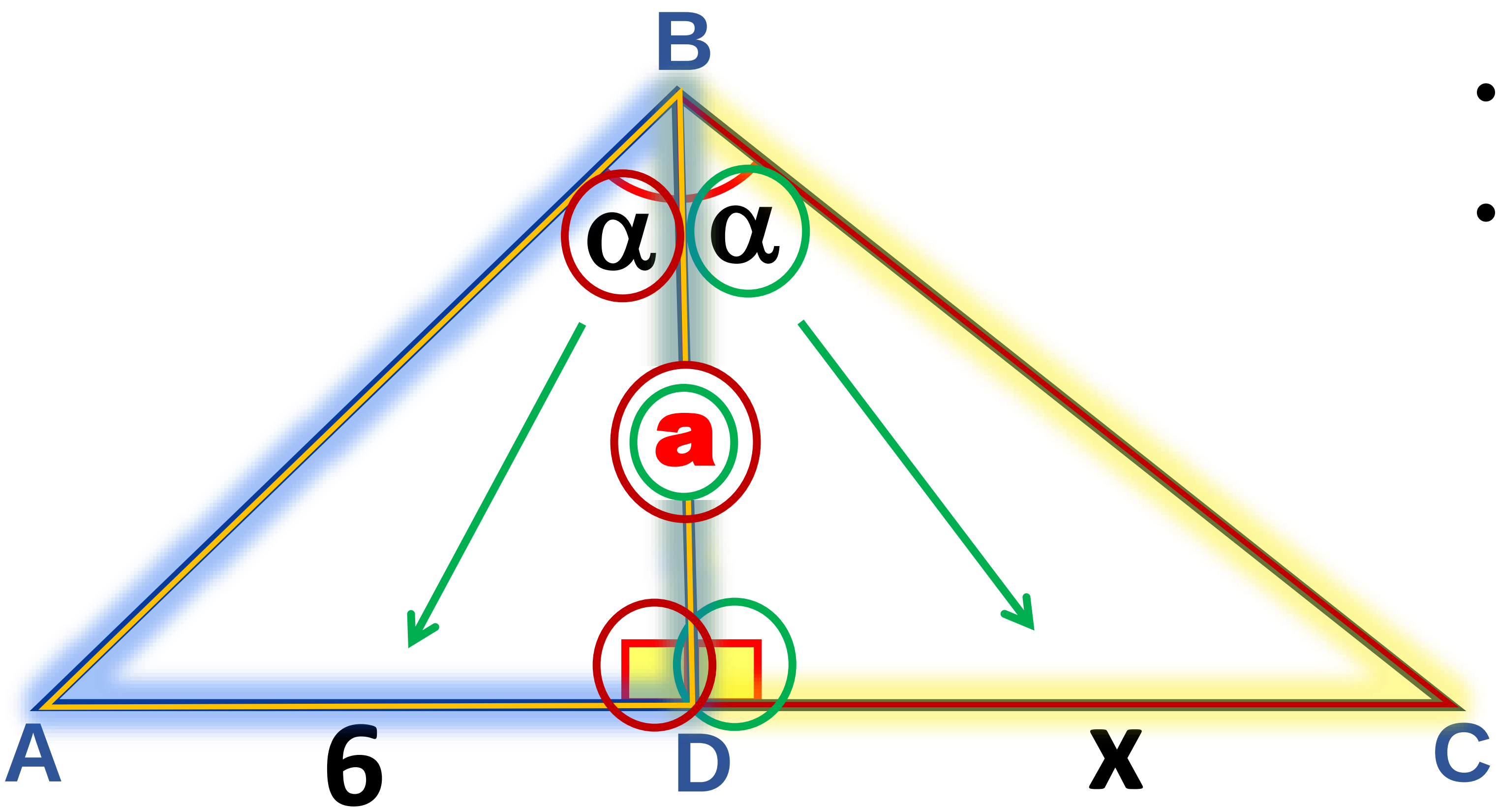
- En el vértice R: $80° + 40° + \theta = 180°$

$\boxed{\theta = 60°}$

NOTA:
Para establecer la congruencia en los triángulos rectángulos, se necesitan solo dos elementos adecuadamente distribuidos.



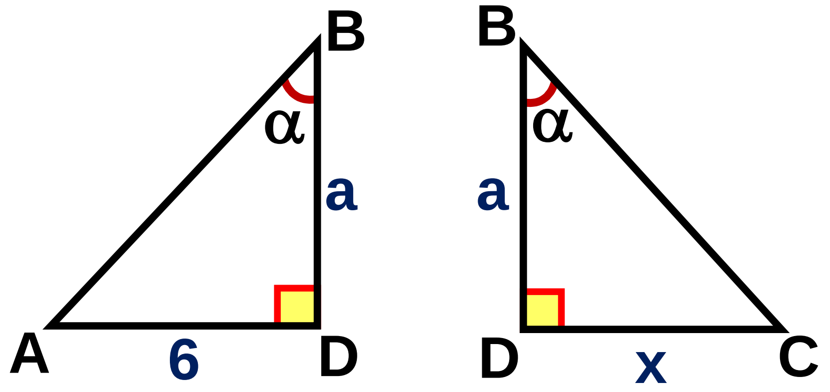
1. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$. Si AD = 6 y m∡BDC = 90°, halle DC.



RESOLUCIÓN:

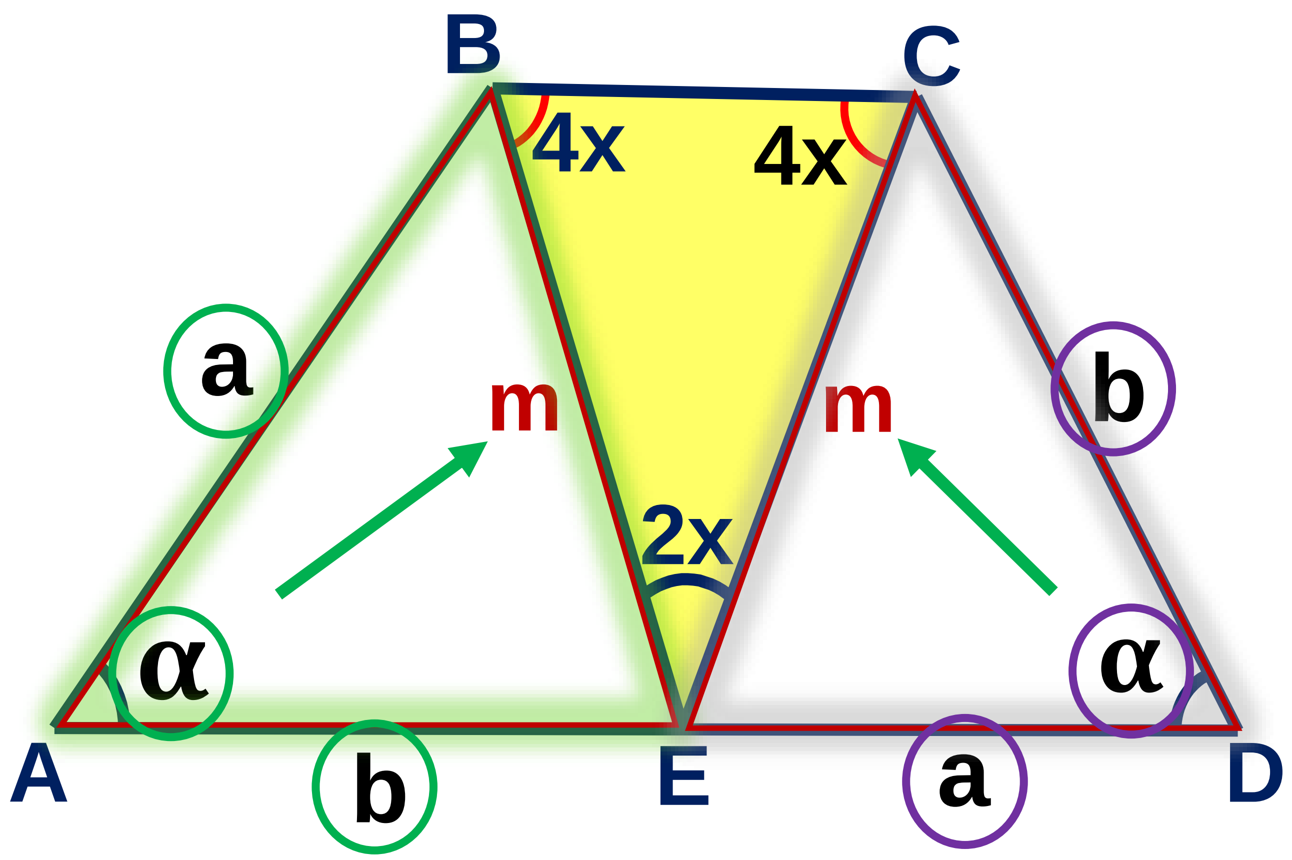
- Piden: DC = x
- ⊿ABD ≅ ⊿CBD

A-L-A



$x = 6$

2. En la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN:

- ΔBAE ≅ ΔEDC

L-A-L

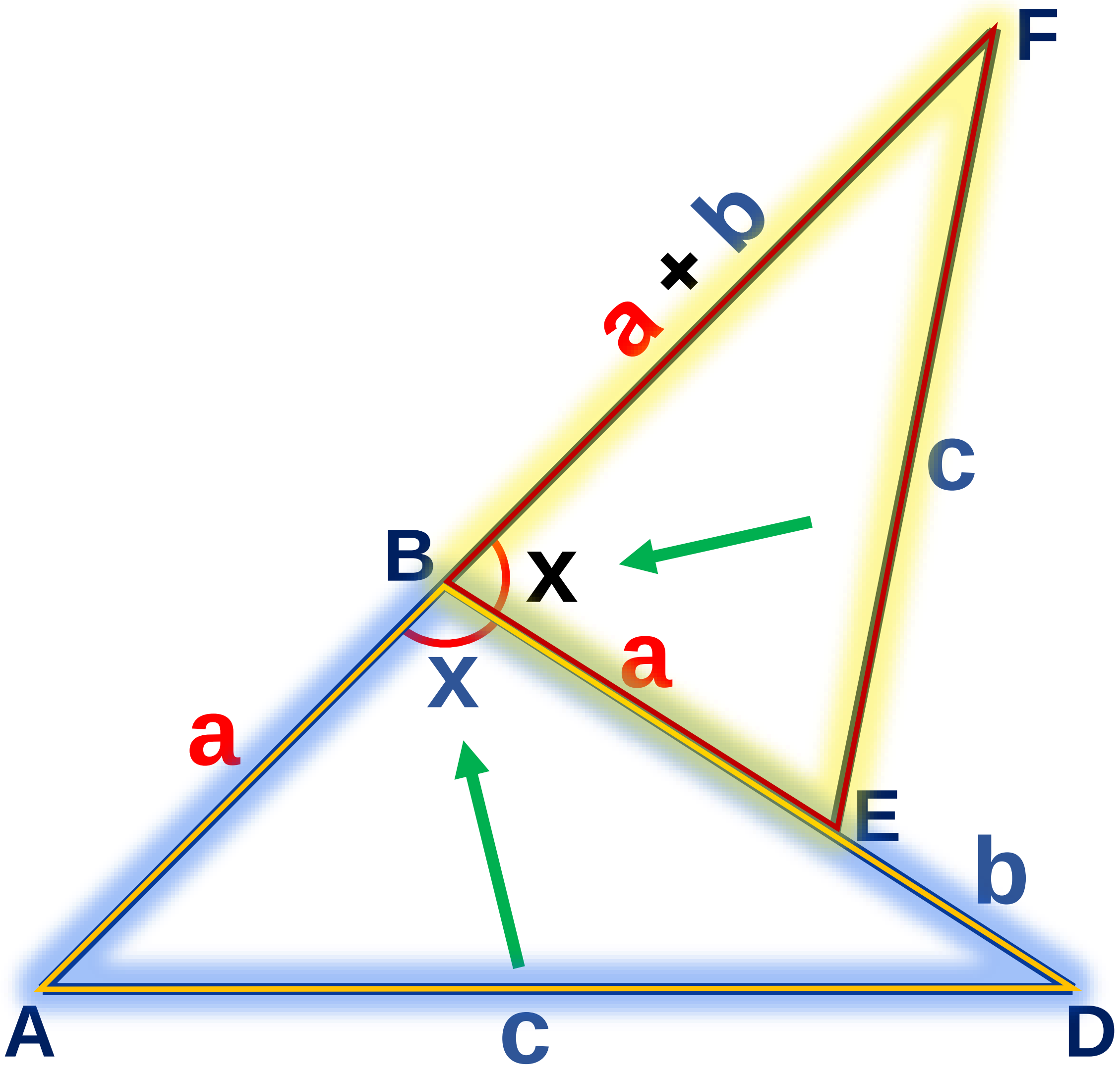
- ΔBCE: isósceles.

$$4x + 4x + 2x = 180°$$

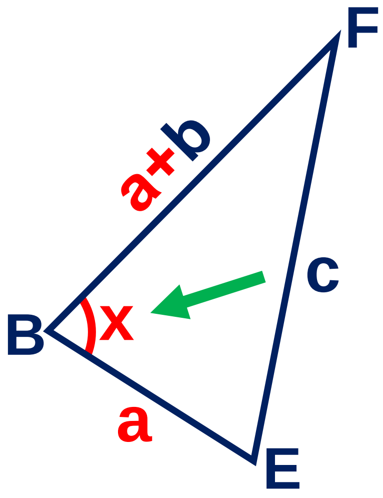
$$10x = 180°$$

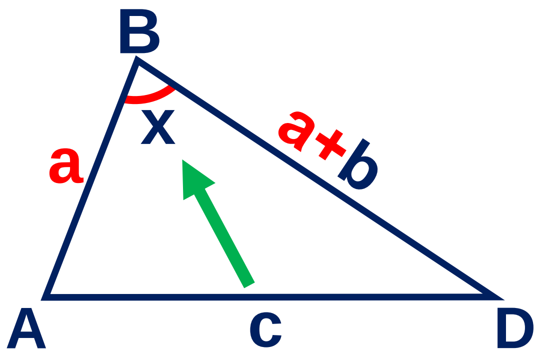
$$\boxed{x = 18°}$$

3. Halle el valor de x.



RESOLUCIÓN:



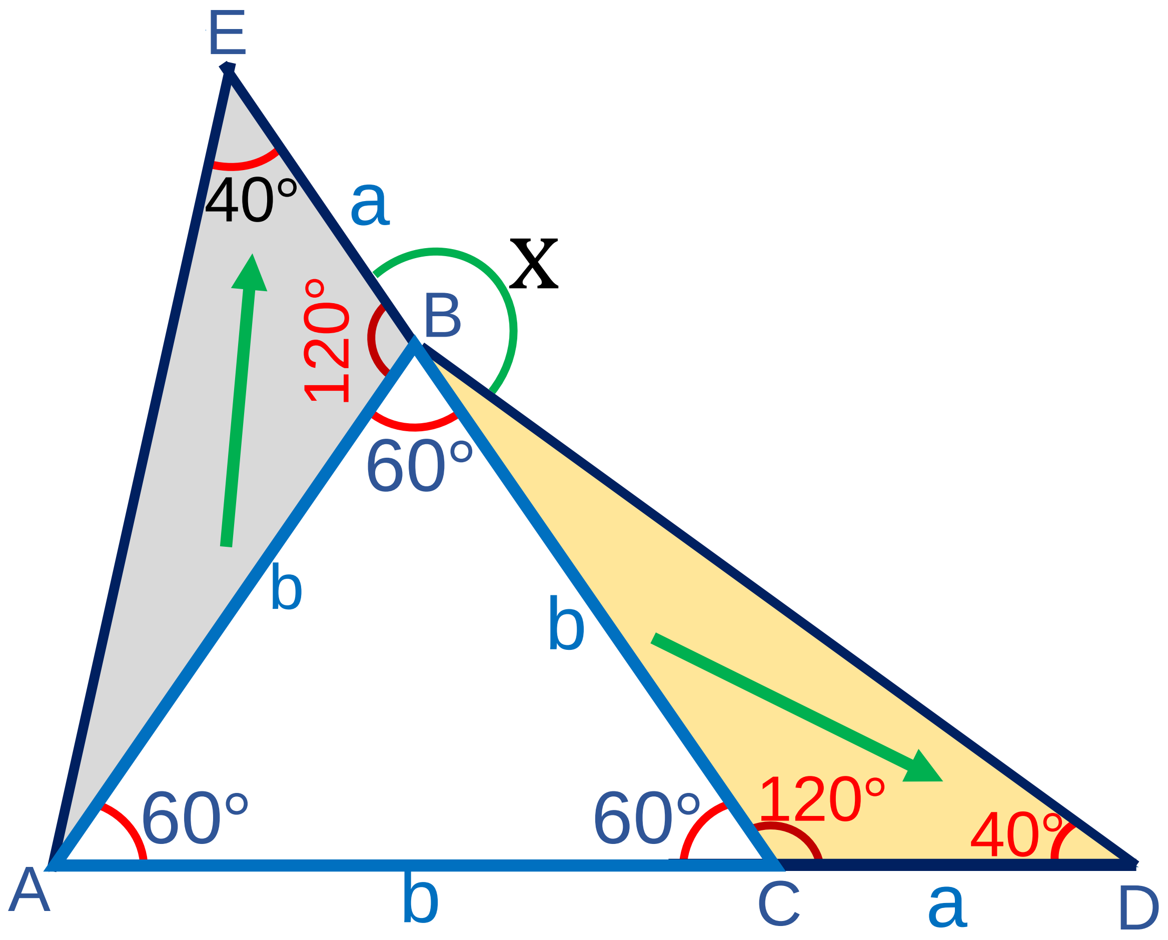


- Piden: x
- $\Delta EBF \cong \Delta ABD$ — L-L-L
- En el vértice B:

$$x + x = 180°$$
$$2x = 180°$$

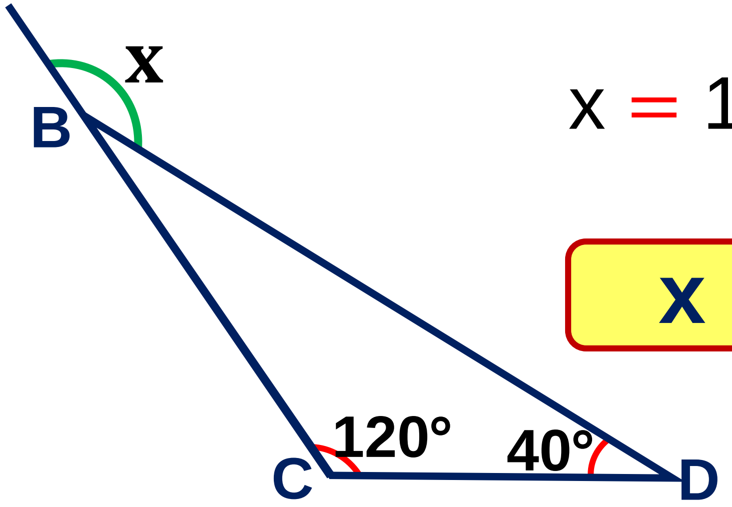
$$\boxed{x = 90°}$$

4. En un triángulo equilátero ABC, se prolonga $\overline{AC}$ hasta D y $\overline{CB}$ hasta E, tal que EB = CD y m∡AEB = 40°. Halle m∡EBD.



RESOLUCIÓN:

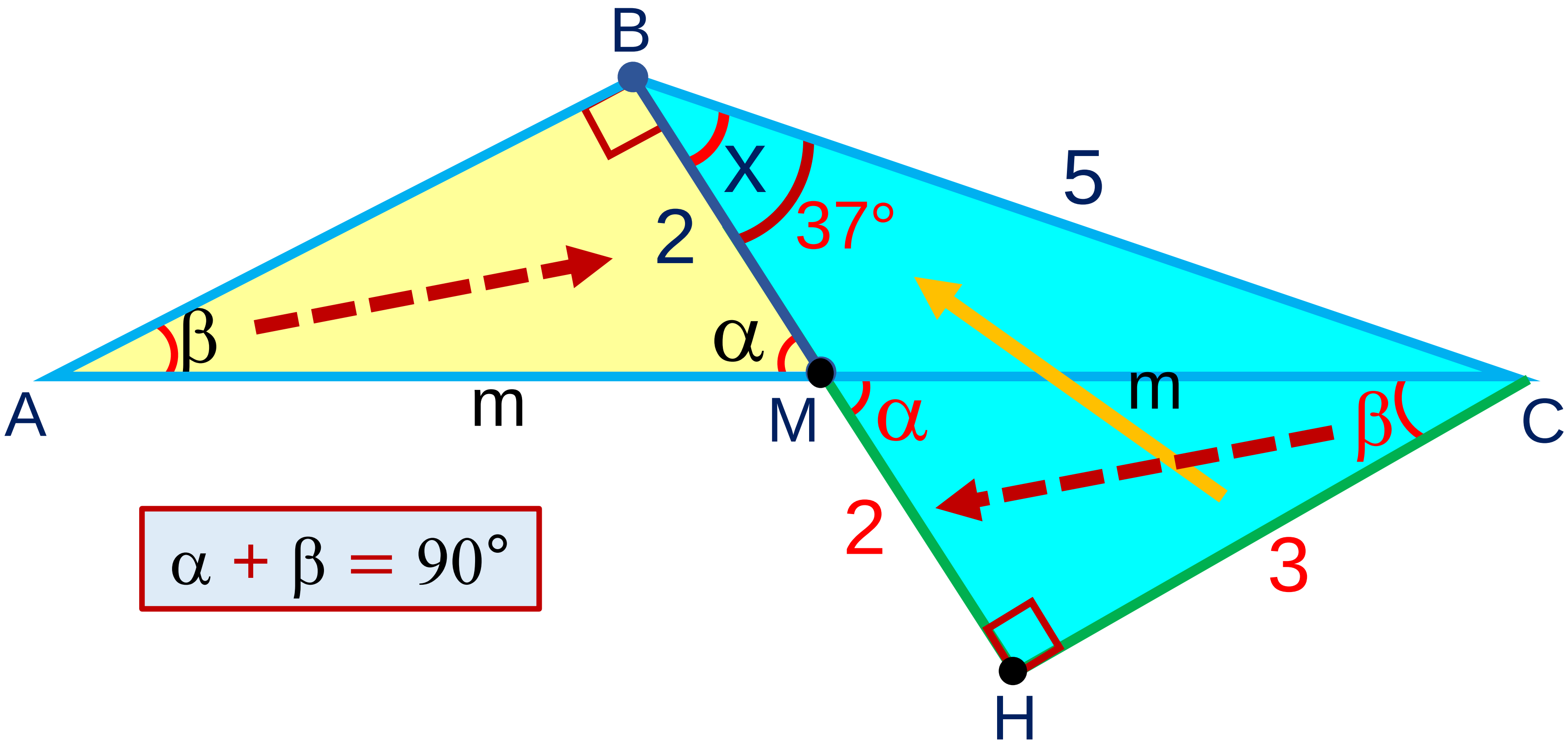
- Piden: m∡EBD = x
- ΔABE ≅ ΔBCD **L-A-L**
- En el ΔBCD: teorema



x = 120° + 40°

$\boxed{x = 160°}$

5. En un triángulo ABC, se traza la mediana $\overline{BM}$. Si m∡ABM = 90°, BM = 2 y BC = 5, halle m∡MBC.



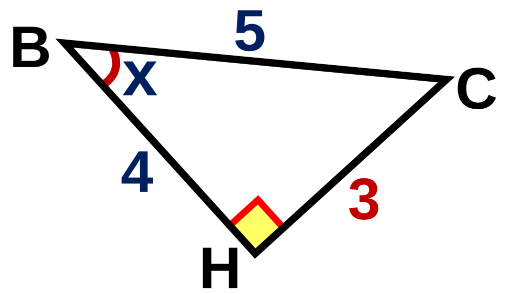
$\alpha + \beta = 90°$

RESOLUCIÓN:

- Piden: m∡MBC = x
- ⊿ABM ≅ ⊿CHM

A-L-A

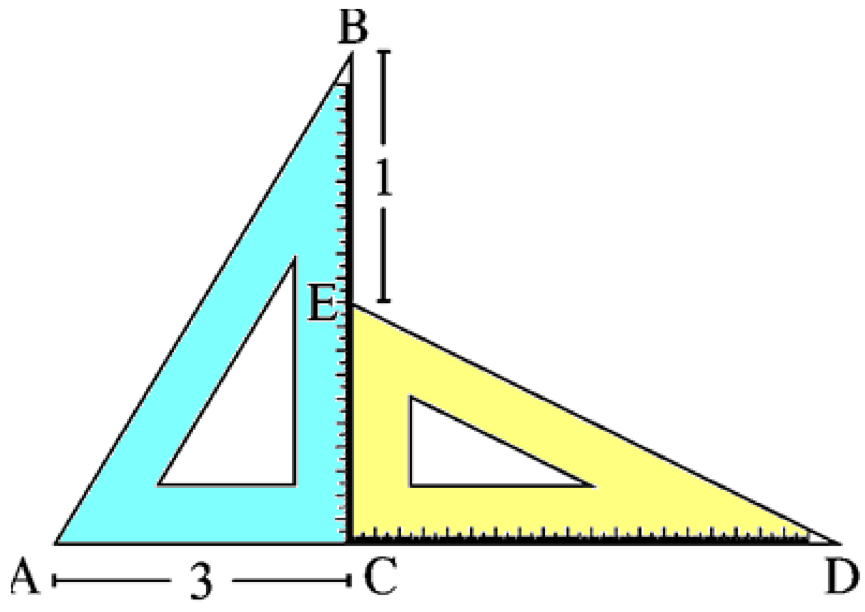
- ⊿BHC: Not. de 37° y 53°.

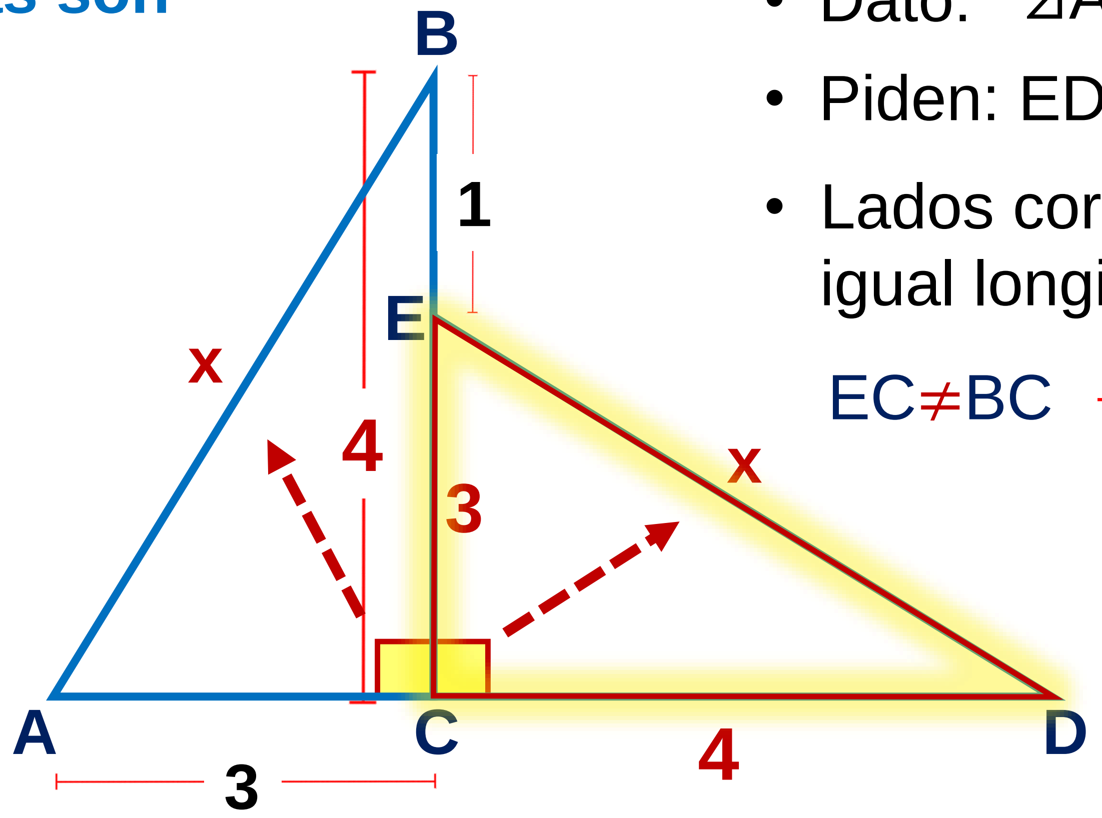


$x = 37°$

RESOLUCIÓN

6. Si las escuadras mostradas son congruentes, calcule ED.





- Dato: ⊿ABC $\cong$ ⊿DEC
- Piden: ED = x
- Lados correspondientes de igual longitud

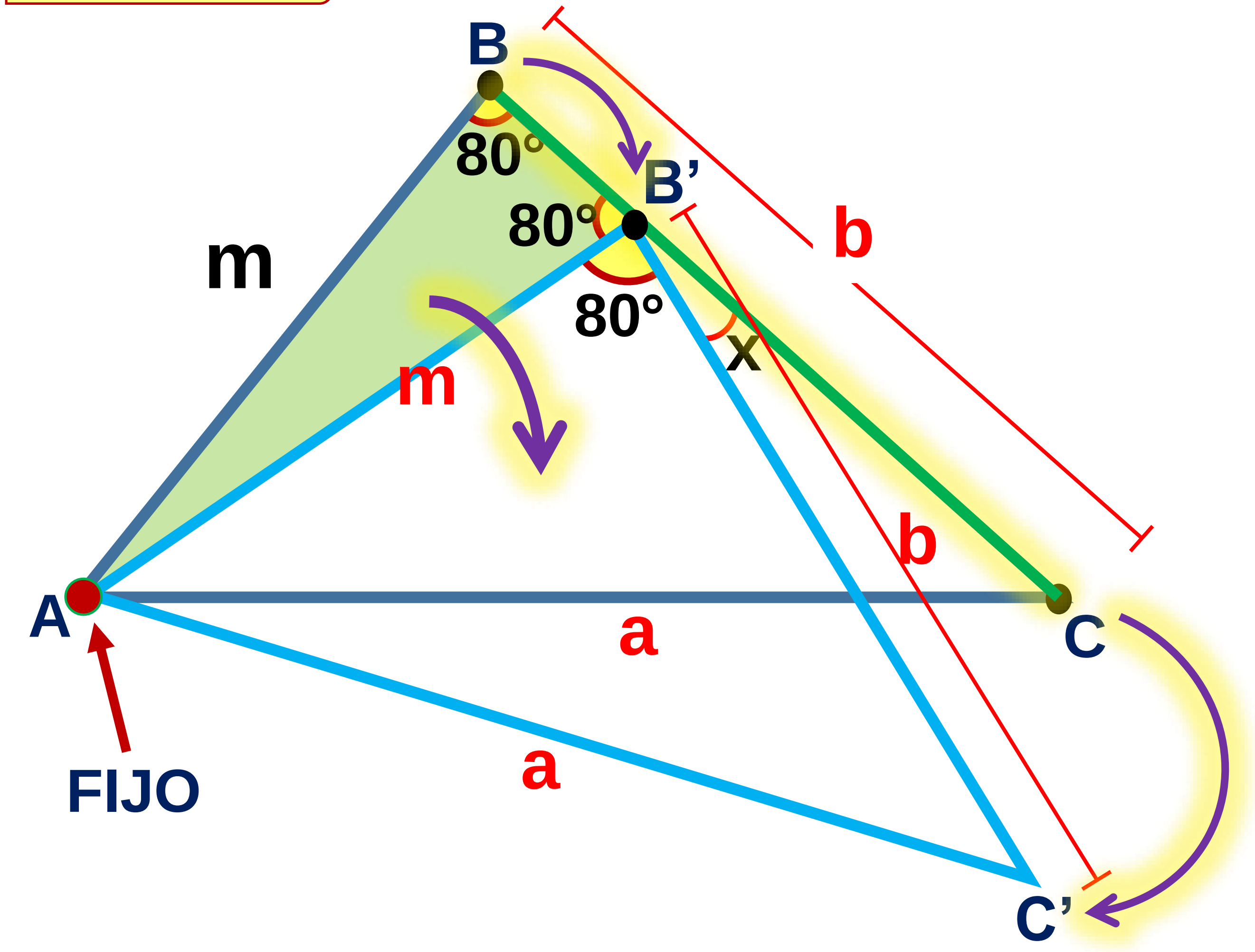
EC≠BC → EC = AC = 3

- Luego: **BC = CD** = 4
- En el ◺ECD:

x = 5

ED = 5

7. Se tiene un triángulo escaleno ABC donde la m∡ABC= 80°. Luego se lo hace girar manteniendo fijo el vértice A hasta la posición AB'C' y B, B' y C son colineales. Halle m∡CB'C'.



RESOLUCIÓN

- Piden: m∡CB'C = x
- ΔABC ≅ ΔAB'C'

$\boxed{\text{L-L-L}}$

- El ΔABB': isósceles

$$80° + 80° + x = 180°$$
$$160° + x = 180°$$
$$\boxed{x = 20°}$$