



# ARITHMETIC

## Chapter 13

2° GRADE OF SECONDARY

Números Racionales I



 **SACO OLIVEROS**



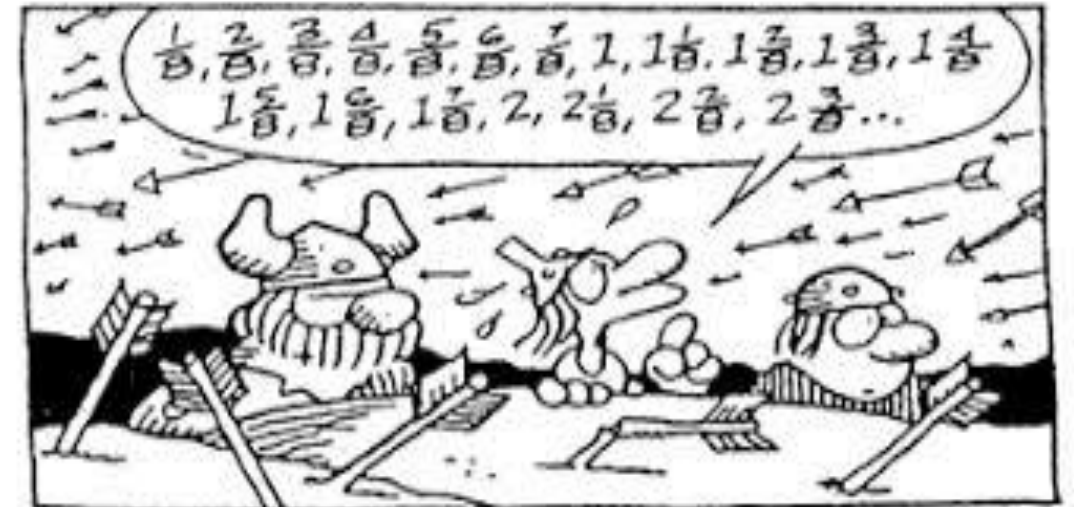
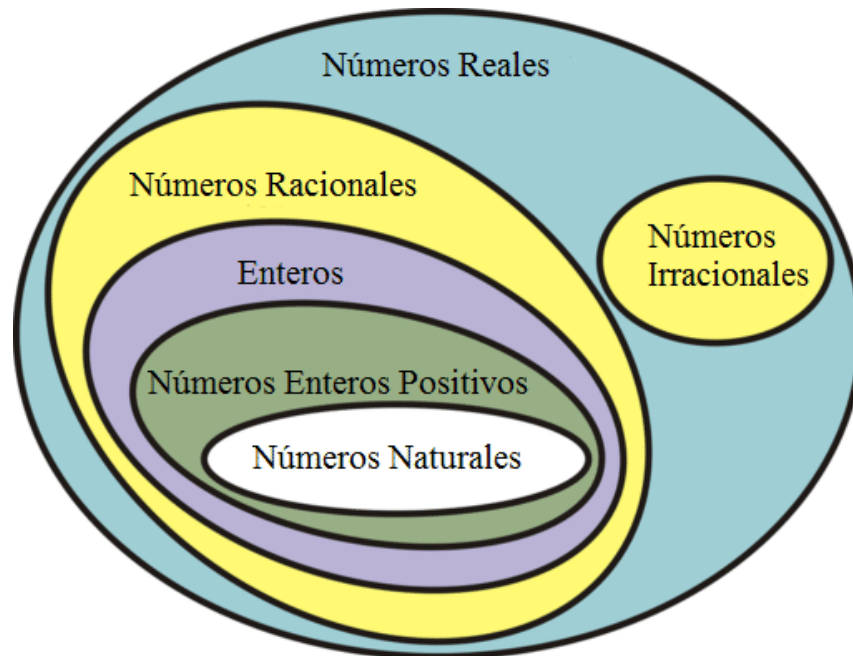
¿Cómo  
obtenemos  
una fracción?



# 1 El conjunto de números Racionales: $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\}$$

$$\frac{3}{8}; \frac{12}{3}; \frac{-4}{5}; \frac{-15}{5}; \frac{4}{-3}; \frac{21}{7}$$



## 2 Números Fraccionarios:

$$\frac{3}{8}; \frac{-4}{5}; \frac{4}{-3}$$

Números  
fraccionarios

$$\frac{12}{3}; \frac{-15}{5}; \frac{21}{7}$$

No son números  
fraccionarios



## 3 Fracción:

Sea la fracción:  $f = \frac{a}{b}$

Numerador  
Denominador

donde

- $a \in \mathbb{Z}^+ \wedge b \in \mathbb{Z}^+$
- $a \neq \overset{\circ}{b}$

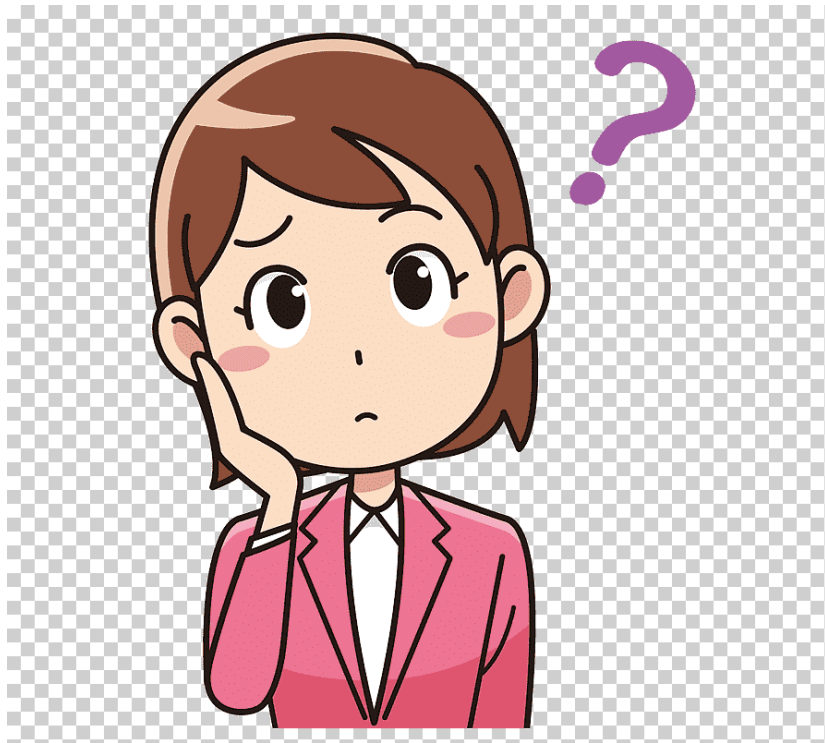


$\frac{3}{8}$

$\frac{3}{8}$   
Es fracción

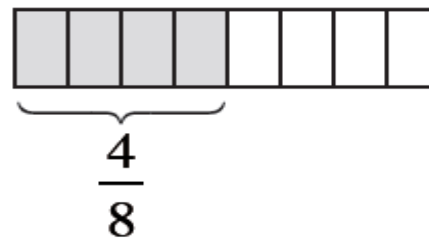
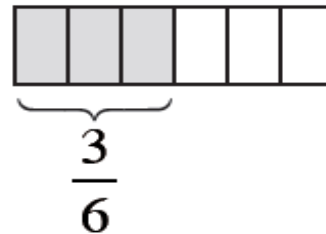
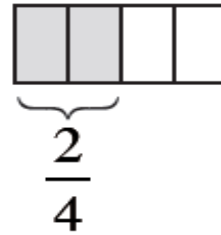
$\frac{-4}{5}; \frac{4}{-3}$   
No son  
fracciones

## \* Fracciones Equivalentes:



Representan al mismo número

Sea



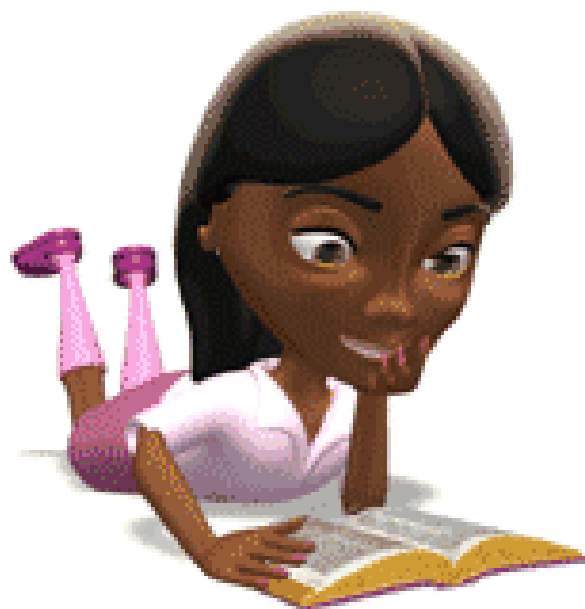
*Observación*

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \dots = \frac{1k}{2k} \text{ donde } k \in \mathbb{Z}^+$$

Fracciones equivalentes  
a la fracción irreducible  $\frac{1}{2}$

## 4 Clasificación de las Fracciones:

a) Por comparación de sus términos respecto de la unidad



Propia	Impropia
La fracción es menor que 1. $\frac{a}{b} < 1 \rightarrow a < b$	La fracción es mayor que 1. $\frac{a}{b} > 1 \rightarrow a > b$
<i>Ejemplos</i> $\frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{23}{29}$	<i>Ejemplos</i> $\frac{7}{4}, \frac{13}{9}, \frac{27}{5}$

## b) Por su denominador



Decimal	Ordinaria
<p>El denominador es una potencia de 10.</p> $\frac{a}{b} \rightarrow b = 10^n$ $n \in \mathbb{Z}^+$	<p>El denominador no es una potencia entera de 10.</p> $\frac{a}{b} \rightarrow b \neq 10^n$ $n \in \mathbb{Z}^+$
<p><i>Ejemplos</i></p> $\frac{9}{10}; \frac{7}{100}; \frac{11}{1000}$	<p><i>Ejemplos</i></p> $\frac{4}{9}; \frac{35}{47}; \frac{11}{123}$

## c) Por la cantidad de divisores comunes de sus términos:

Irreducible	Reducible
<p>Sus términos son números PESI.</p> <p><math>\frac{a}{b} \rightarrow</math> ➤ <math>a</math> y <math>b</math> son PESI. ➤ <math>\text{MCD}(a, b) = 1</math></p>	<p>Sus términos no son números PESI.</p> <p><math>\frac{a}{b} \rightarrow</math> ➤ <math>a</math> y <math>b</math> no son PESI. ➤ <math>\text{MCD}(a, b) \neq 1</math></p>
<p><i>Ejemplos</i></p> $\frac{3}{11}, \frac{13}{5}, \frac{32}{21}$	<p><i>Ejemplos</i></p> $\frac{27}{72}, \frac{36}{40}, \frac{16}{24}$





## d) Por grupo de fracciones:



Homogéneas	Heterogéneas
Todas las fracciones tienen el mismo denominador.	Al menos una de las fracciones tendrá un denominador diferente de las demás.
<i>Ejemplos</i> $\frac{83}{3}; \frac{8}{3}; \frac{14}{3}; \frac{17}{3}$	<i>Ejemplos</i> $\frac{3}{8}; \frac{17}{7}; \frac{18}{8}; \frac{13}{8}$

## e) Observaciones:

1. De un grupo de fracciones homogéneas, será mayor aquella que presenta mayor numerador.

*Ejemplo*

Del siguiente grupo:

$$\frac{15}{7}, \frac{8}{7}, \frac{24}{7}, \frac{2}{7} \rightarrow \frac{2}{7} < \frac{8}{7} < \frac{15}{7} < \frac{24}{7}$$

$\therefore \frac{24}{7}$  es el mayor.

2. De un grupo de fracciones con igual numerador, será mayor aquella que presente menor denominador.

*Ejemplo*

Del siguiente grupo:

$$\frac{18}{7}, \frac{18}{14}, \frac{18}{5}, \frac{18}{26} \rightarrow \frac{18}{26} < \frac{18}{14} < \frac{18}{7} < \frac{18}{5}$$

$\therefore \frac{18}{5}$  es el mayor.

## e)Observaciones:

3. Comparando el valor de dos fracciones.

*Ejemplo*

¿Qué fracción es mayor  $\frac{7}{9}$  o  $\frac{4}{5}$ ?

$$\frac{7}{9} \times \frac{4}{5} \rightarrow \frac{7 \times 5}{35} < \frac{4 \times 9}{36}$$

$$\therefore \frac{7}{9} < \frac{4}{5}$$

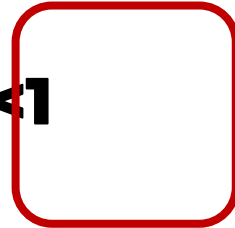


1.

**¿Cuántas fracciones propias e irreducibles con denominador 30 existen?**

**Resolution:**

Se tiene la fracción:  $\frac{a}{30} < 1$



**Fracción Propia:**

$$a < 30$$

**Fracción Irreducible:**

**Descomponiendo:  $30 = 2 \times 3 \times 5 \dots D$**   
**C**

$$a \neq 2, a \neq 3 \text{ y } a \neq 5$$

**Los valores que toma  $a$ : 1 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29**

**$\therefore$  Hay 8 fracciones.**

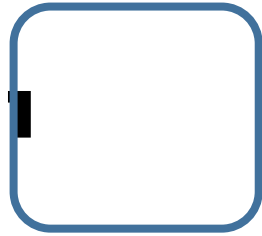


**2. ¿Cuántas fracciones impropias e irreducibles con numerador 28 existen?**

**Resolution:**

**Se tiene la fracción:**

$$\frac{28}{a} > 1$$



**Fracción impropia:**

$$a < 28$$

**Fracción irreducible:**

**Descompiendo:  $28 = 2^2 \times 7 \dots Dc$**

**$a \neq 2, a \neq 7$  y  $a \neq 1$**

**Los valores que toma  $a$ : 3; 5; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 23; 25; 27**

**Hay 11 fracciones**



- 3.** La edad de un hijo es la sexta parte de la edad de su padre. Las edades de los dos juntos suman 42 años. Halle la diferencia de las edades.

**Resolution:**

**Por dato:**

**Edad del hijo =  $x$**

**Edad del padre =  $6x$**

→ 6  
→ 3  
6

**Por condición:**  $x + 6x = 42$   
 $7x = 42$   
 $x = 6$

**Diferencia de edades:**  $36 - 6 = 30$



*∴ Diferencia 30 años.*



4. En el campamento de ajedrez, Mateo se enfrentará con su oponente cuando haya transcurrido los  $\frac{3}{4}$  del día, si su partida termino a la 9 p.m., ¿Cuántas horas duro su partida?

**Resolution:**



**1 DÍA = 24 HORAS**

**Si terminó a las 9 pm**

$$\frac{3}{4} \times 24 = 18 \text{ horas} = 6:00 \text{ pm}$$

**comenz**

**Entonces la  
partida duró 3  
horas**



- 5. El producto de los términos de una fracción equivalente a  $\frac{3}{7}$  es igual a 189. Calcule la suma de dichos términos.**

**Resolution:**

$$\frac{3}{7}$$

su fracción equivalente es

$$\frac{3k}{7k}$$



**Por dato:**  $3k \cdot 7k = 189$

$$21k^2 = 189$$

$$k^2 = 9$$

$$k = 3$$

**La suma de términos:**

$$3k + 7k = 10k$$

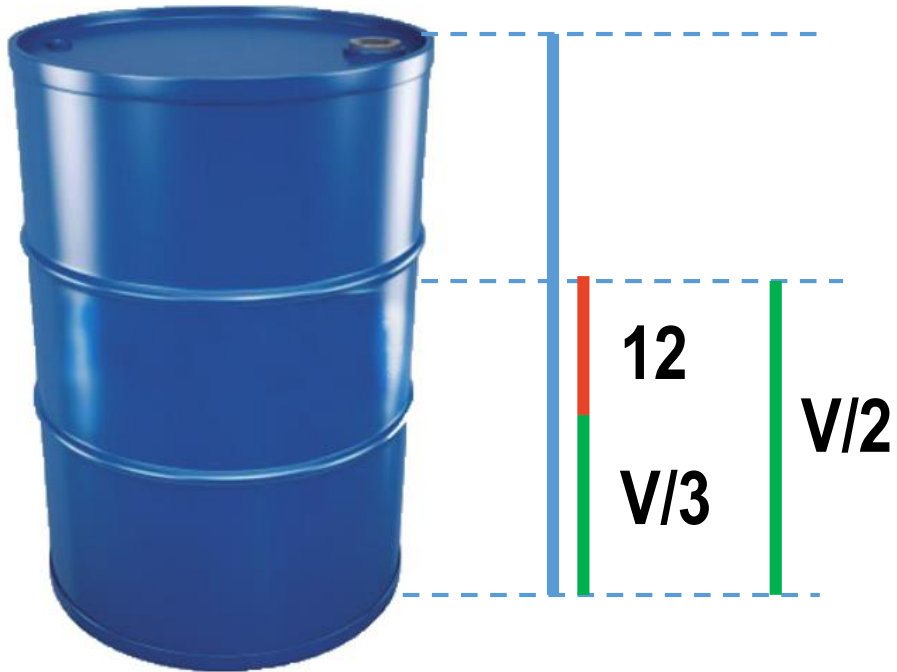
$$10(3)=30$$





- 6.** Un cilindro contiene aceite hasta un tercio de su capacidad. Si se añade 12 litros, el cilindro estará lleno hasta la mitad. ¿Cuántos litros de capacidad tiene el cilindro?

**Resolution:**



$$\frac{v}{3} + 12 = \frac{v}{2}$$

$$\left(\frac{v}{3} + 12\right) \times 6 = \left(\frac{v}{2}\right) \times 6$$

$$2v + 72 = 3v$$

$$72 = v$$

$$72 \text{ litros} = v$$

**7.**

**Un alumno de 2do año observa que al cargar la batería de su teléfono móvil durante 30 minutos logró cargar solo batería ¿Cuánto le faltará de tiempo para terminar de cargar la batería por completo si logró cargar durante 1 hora más?  $\frac{2}{9}$  de la**

Sea “M” la cantidad de minutos que demora en cargar

Por dato :  $\frac{2}{9} \cdot M = 30 \rightarrow M = 135 \text{ min}$

En total la batería se ha cargado:  $30 \text{ min} + 60 \text{ min} = 90 \text{ min}$

Falta por cargar:  $135 \text{ min} - 90 \text{ min}$

Faltan 45 min