GEOMETRÍA

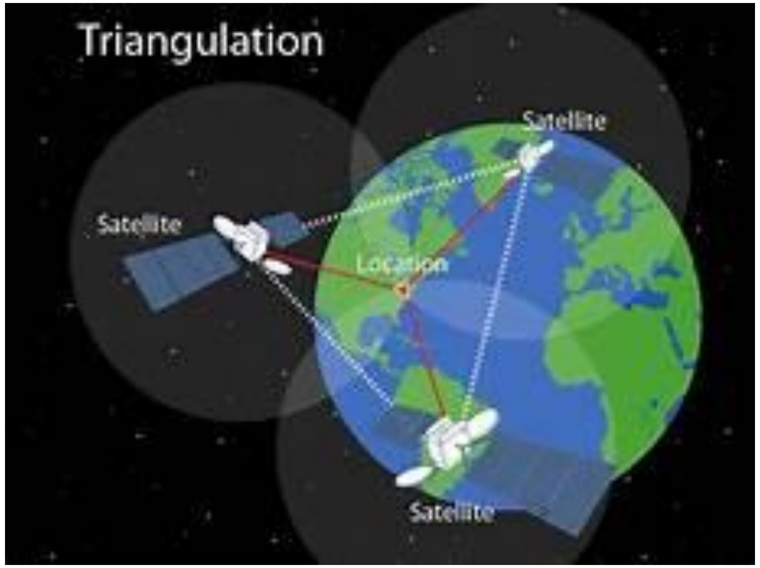
Capítulo 6

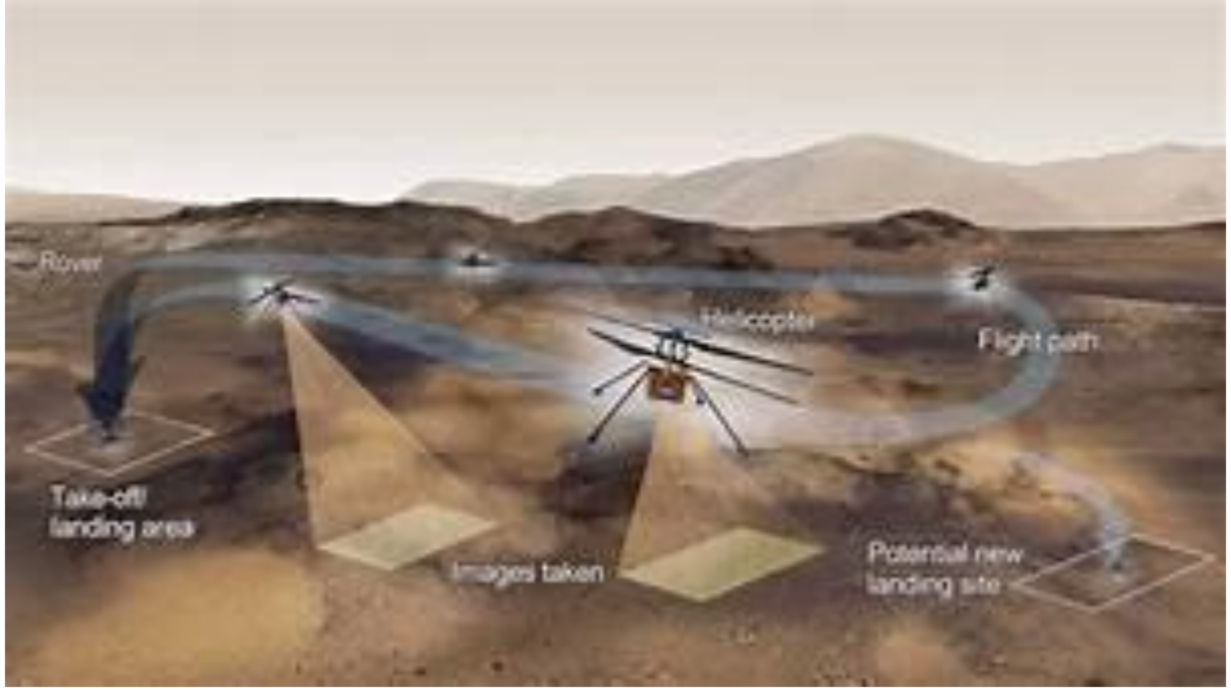
5th

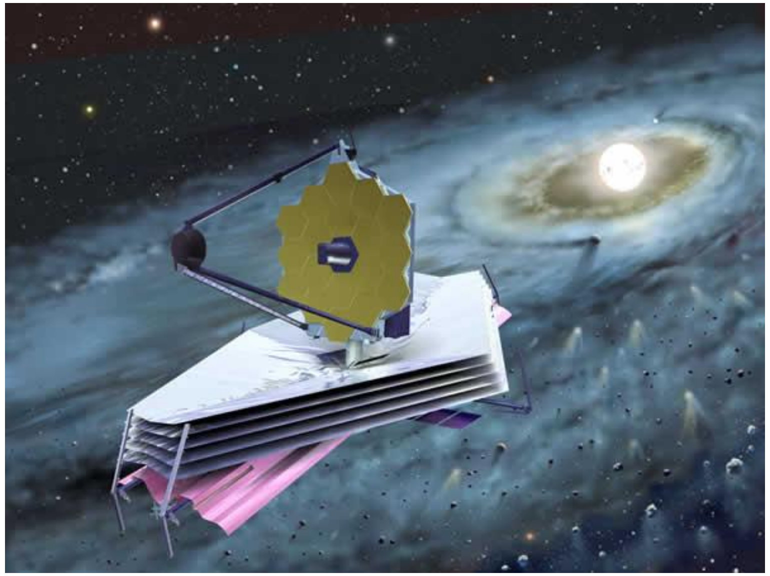
SECONDARY

Puntos Notables

SACO OLIVEROS


Triangulation
Satellite
Satellite
Location
Satellite

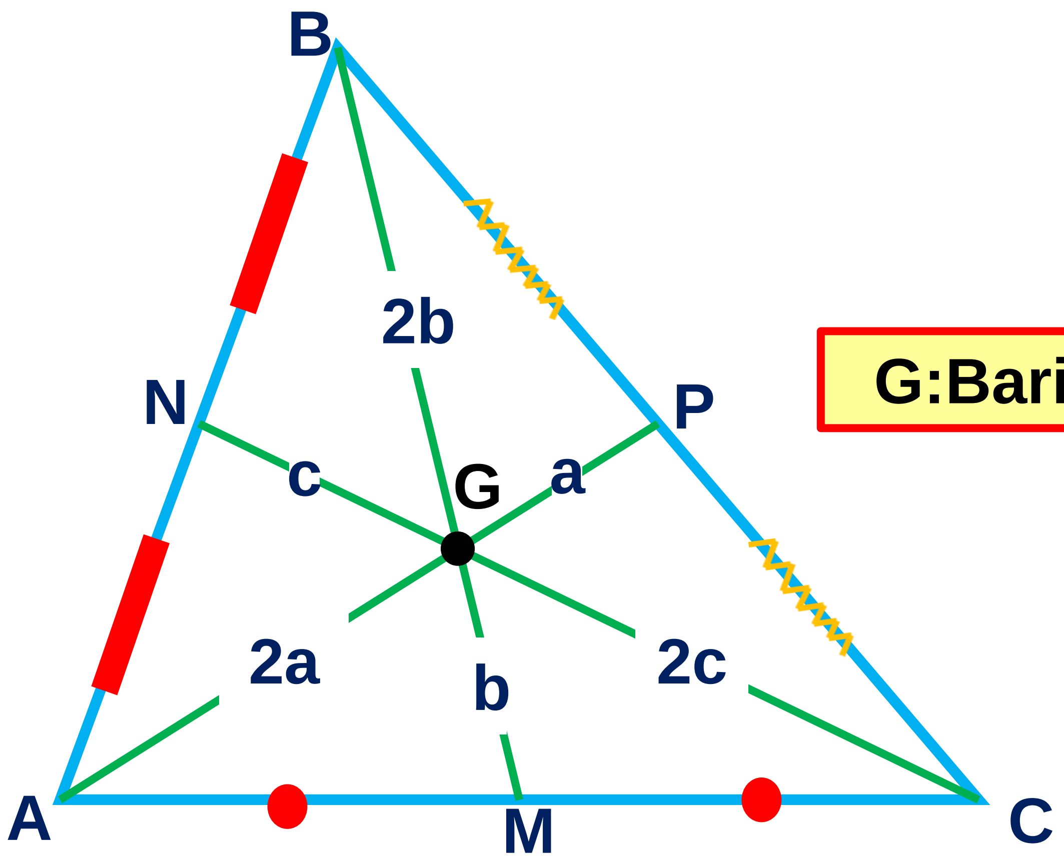

Rover
Helicopter
Flight path
Take-off/
landing area
Images taken
Potential new
landing site



PUNTOS NOTABLES

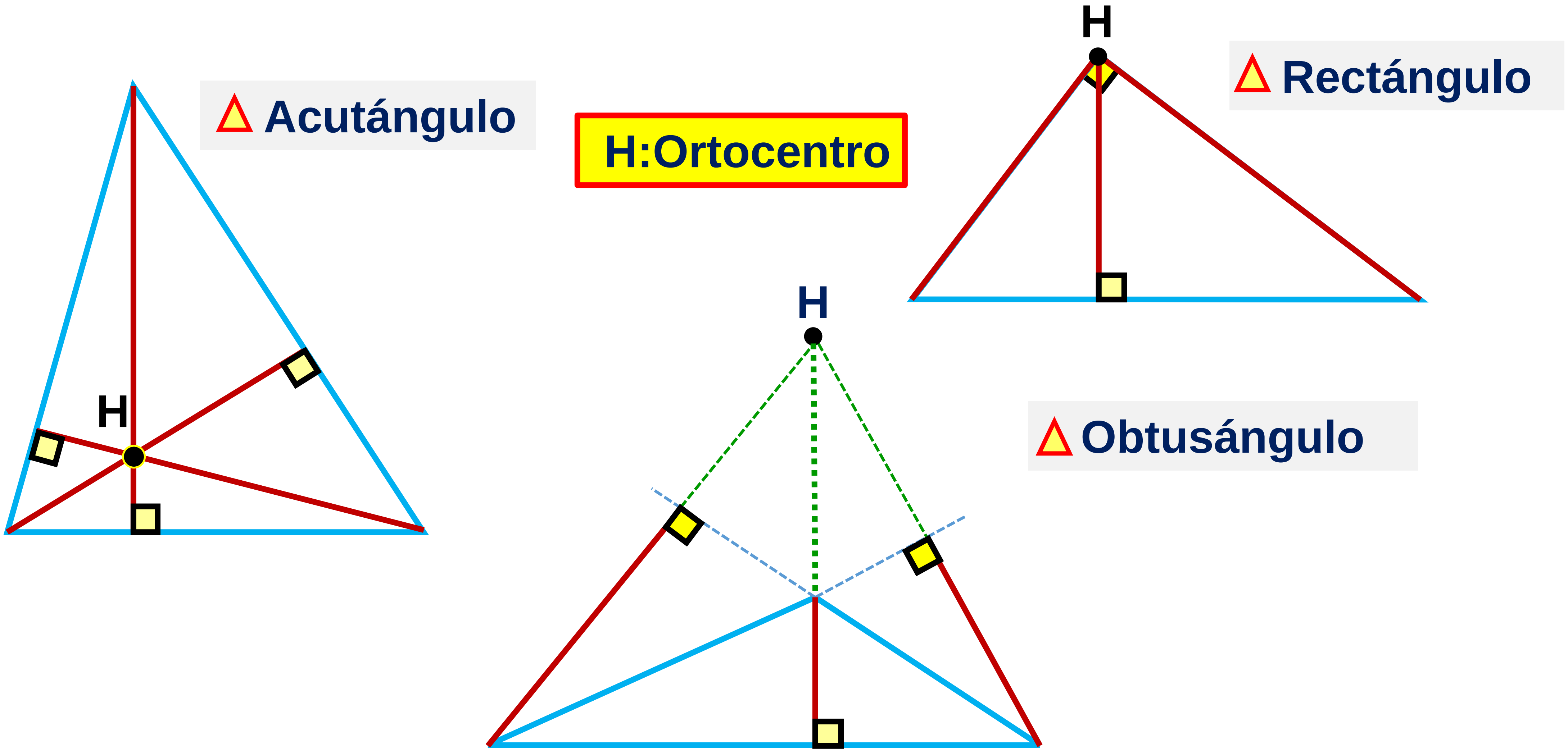
Son aquellos puntos donde concurren líneas notables de una misma naturaleza.

1) **Baricentro(G)**. Es el punto de concurrencia de las medianas.

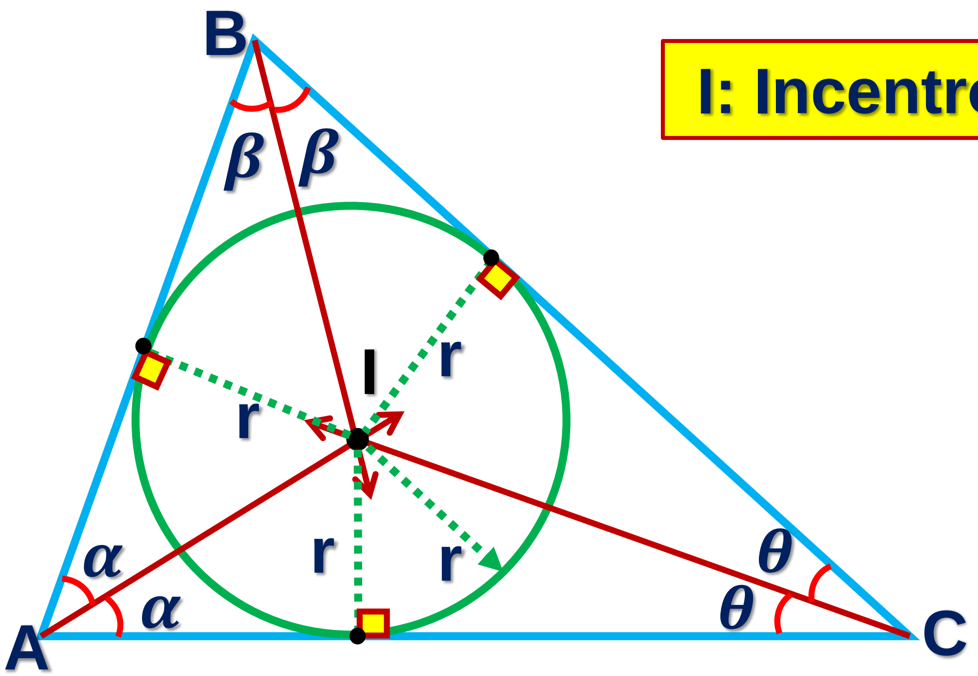


G:Baricentro

2) Ortocentro (H). Es el punto de concurrencia de las alturas.

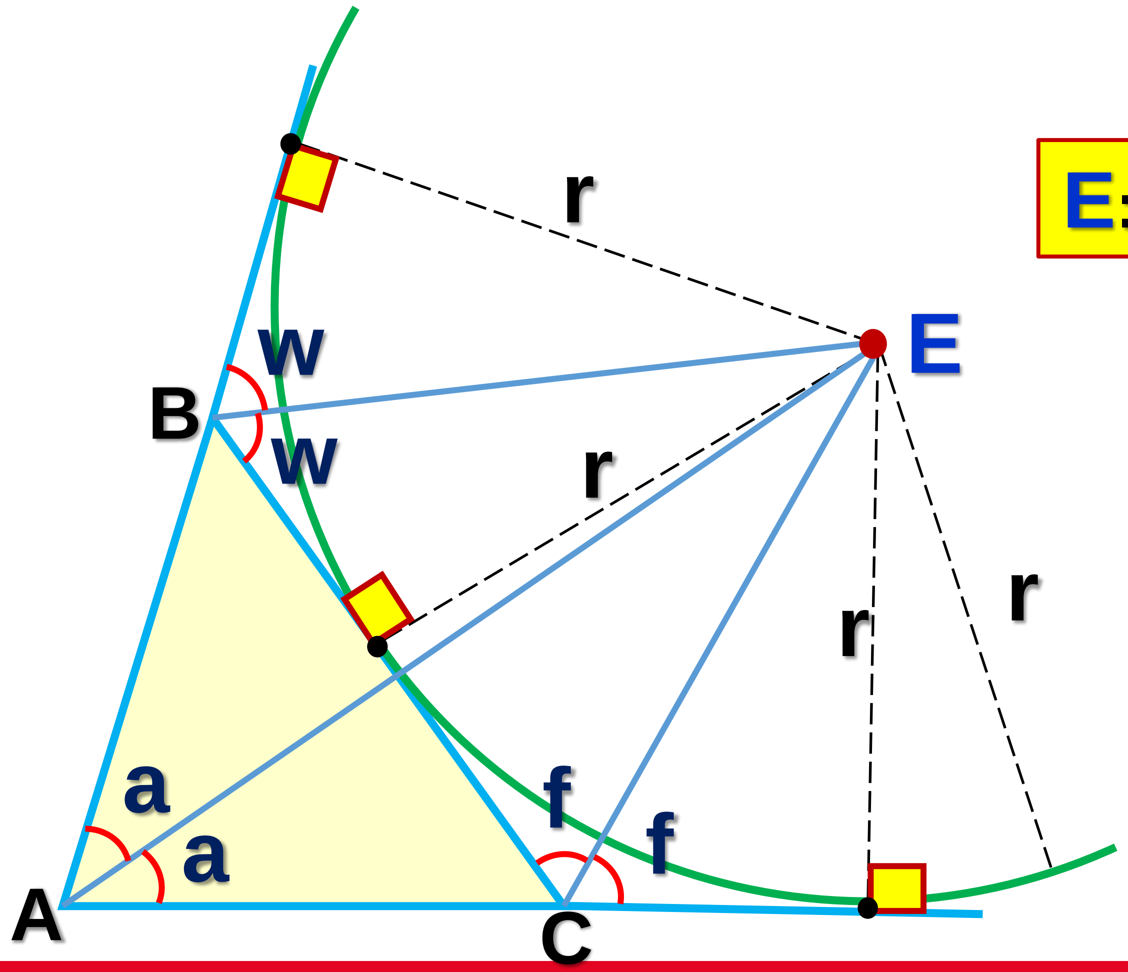


3) **Incentro(I).** Es el punto de concurrencia de la bisectrices interiores.



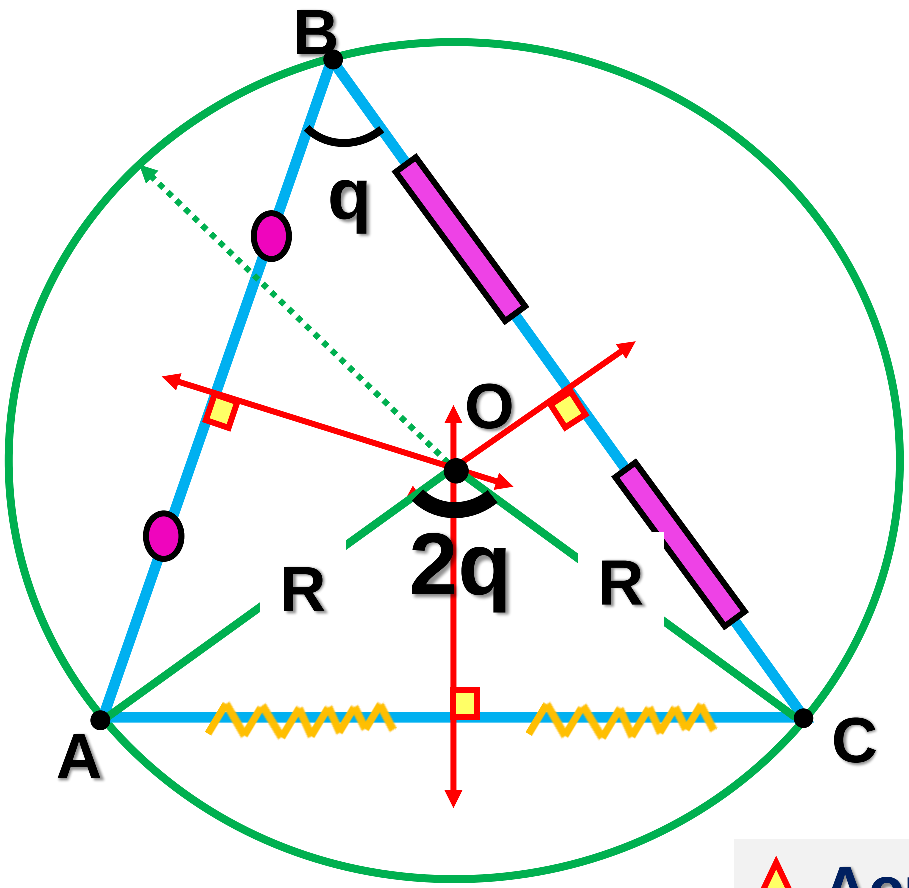
I: Incentro del △ ABC.

4) <u>Excentro(E)</u>. **Es el punto donde concurren las bisectrices de dos ángulos externos y la bisectriz de un ángulo interno.**



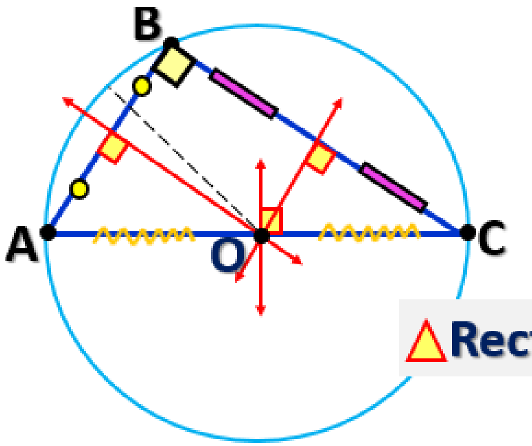
E: Excentro del △ ABC.

5) Circuncentro(O). Es el punto de concurrencia de las mediatrices.

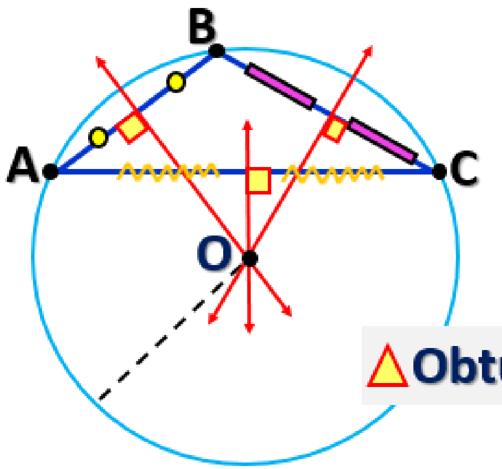


△ Acutángulo

O:Circuncentro

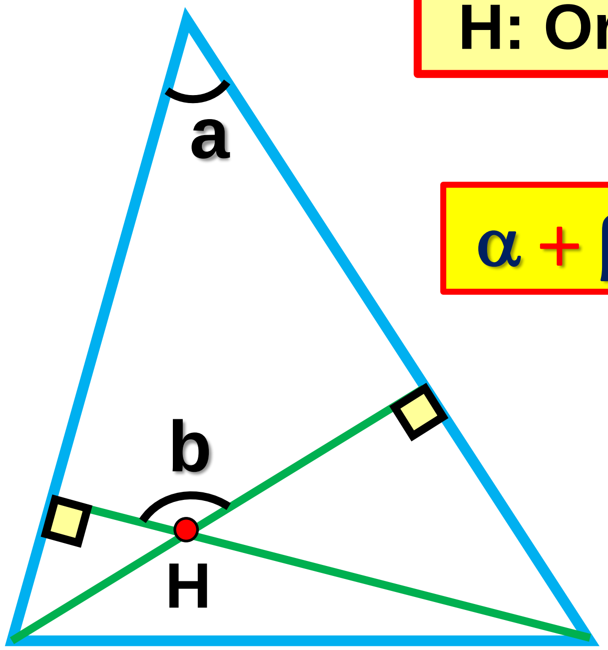


△Rectángulo



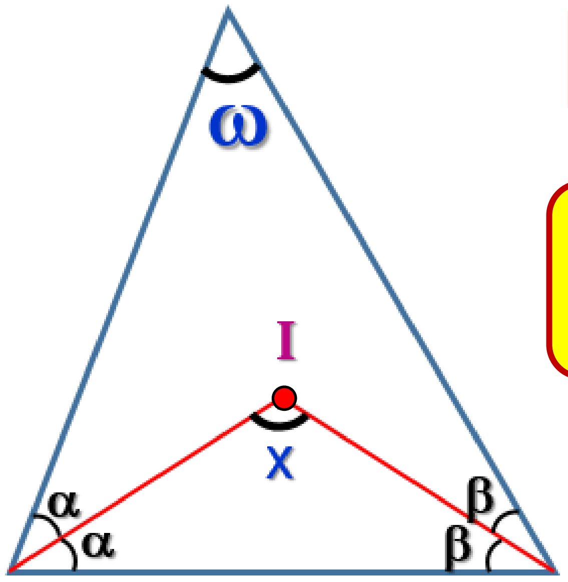
△Obtusángulo

TEOREMAS



H: Ortocentro

$\alpha + \beta = 180°$

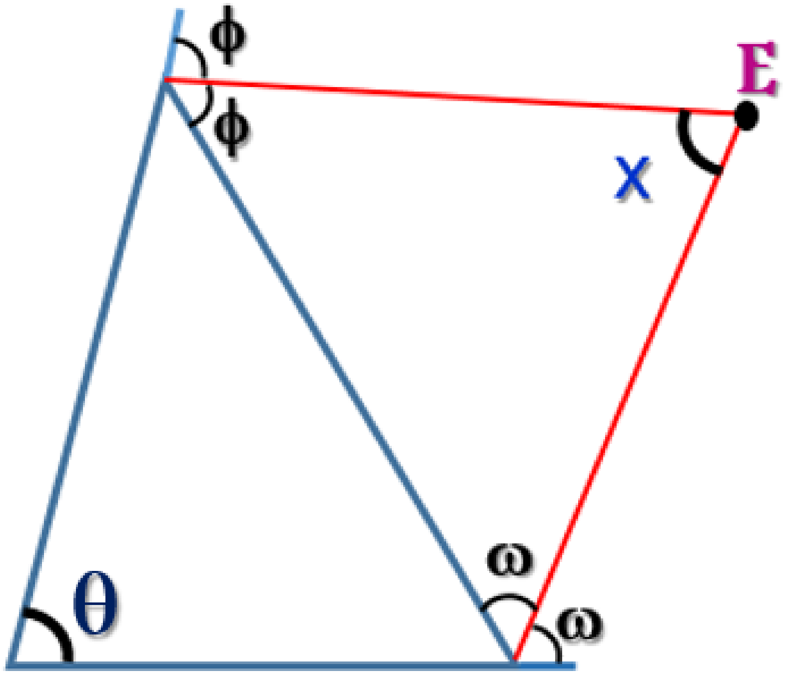


I: Incentro

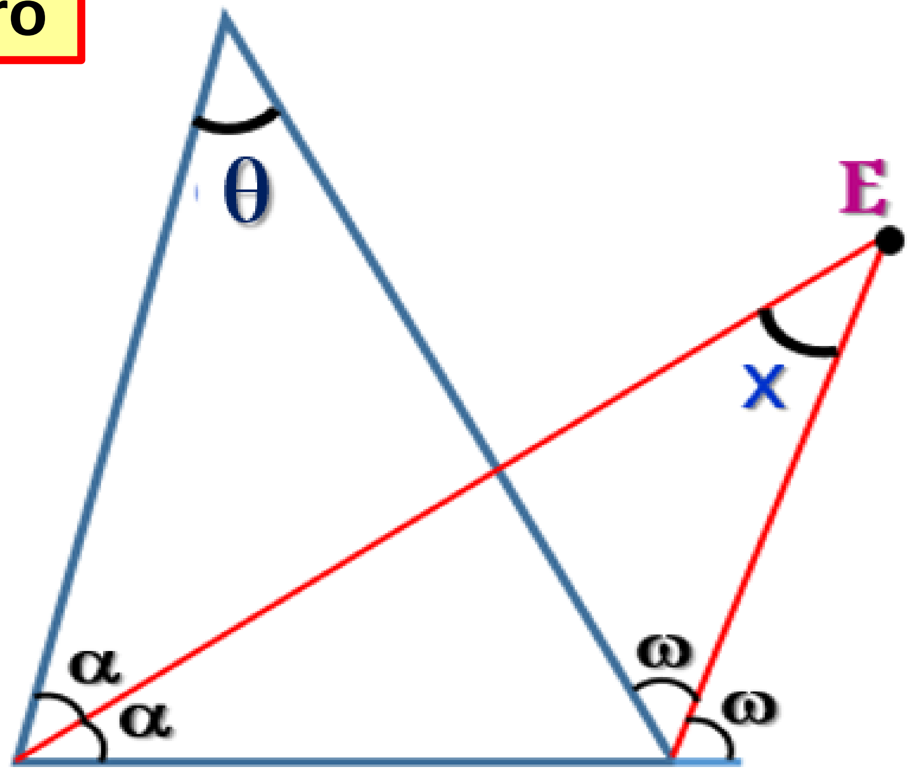
$$x = 90° + \frac{\omega}{2}$$

TEOREMAS

E: Excentro

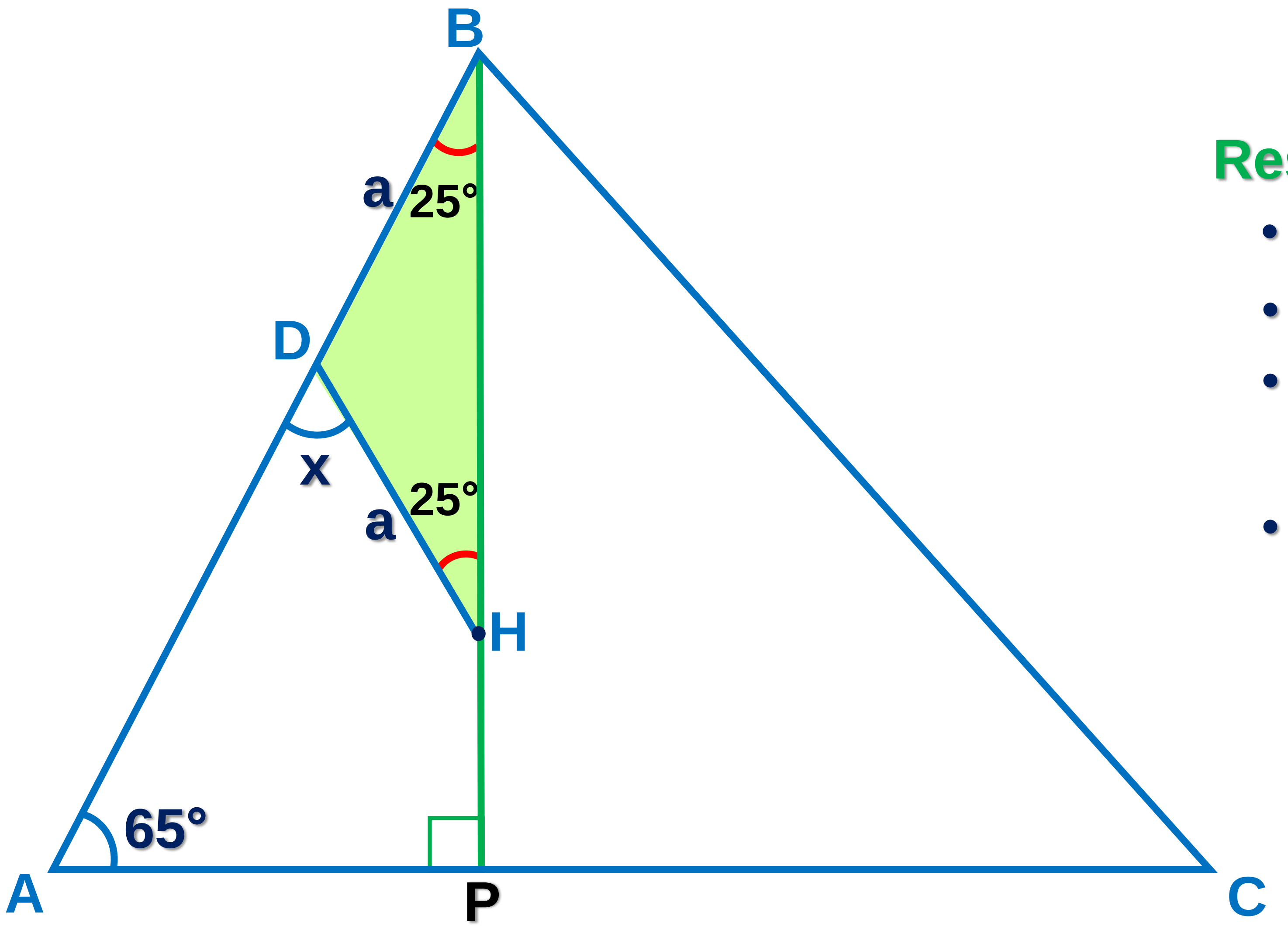


$$x = 90° + \frac{\theta}{2}$$



$$x = \frac{\theta}{2}$$

1. Halle el valor de x, si H es Ortocentro del $\triangle ABC$ y BD = DH.



Resolución:

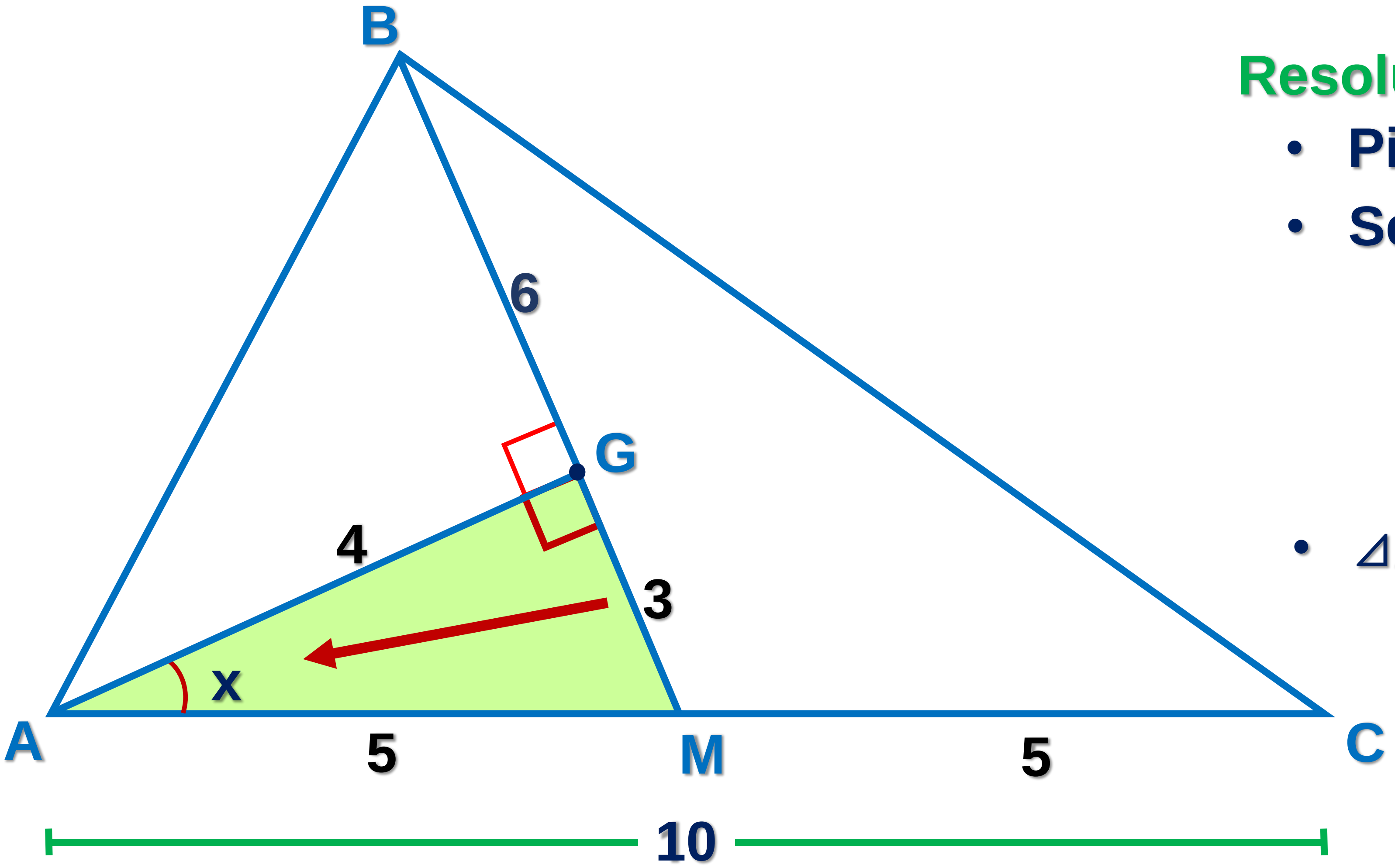
- Piden: x
- Se traza la altura $\overline{BP}$
- $\triangle APB$:

  $m\measuredangle ABP = 25º$
- ΔBDH: Isósceles

$$x = 25° + 25°$$

$$\boxed{x = 50°}$$

2. En una región triangular ABC de baricentro G, BG = 6 y AC = 10. Halle m∡GAC si, además, m∡BGA=90°.



Resolución:

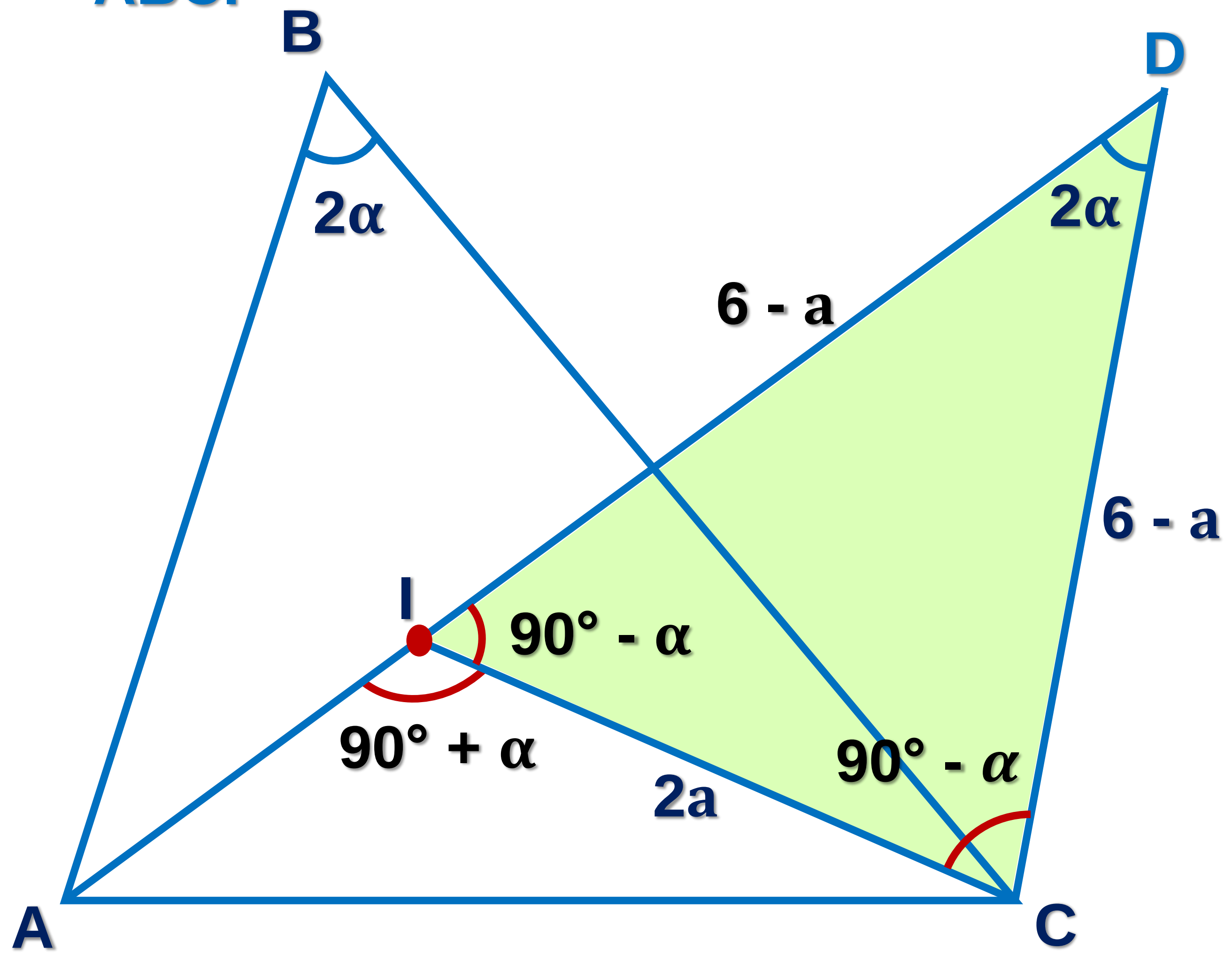
- Piden: x
- Se traza la mediana $\overline{BM}$

$$AM = MC = 5$$
$$BG = 2(GM) = 6$$
$$GM = 3$$

- ⊿AGM: Notable de 37º y 53º

$$\boxed{x = 37°}$$

3. Calcule el perímetro de la región triangular CDI, si I es incentro del triángulo ABC.



Resolución:

- Piden: $2p_{(CDI)}$
- I: Incentro del ΔABC

$$m\measuredangle AIC = 90° + \frac{\cancel{2}\alpha}{\cancel{2}}$$

$$m\measuredangle AIC = 90° + \alpha$$

- ΔCDI: Isósceles

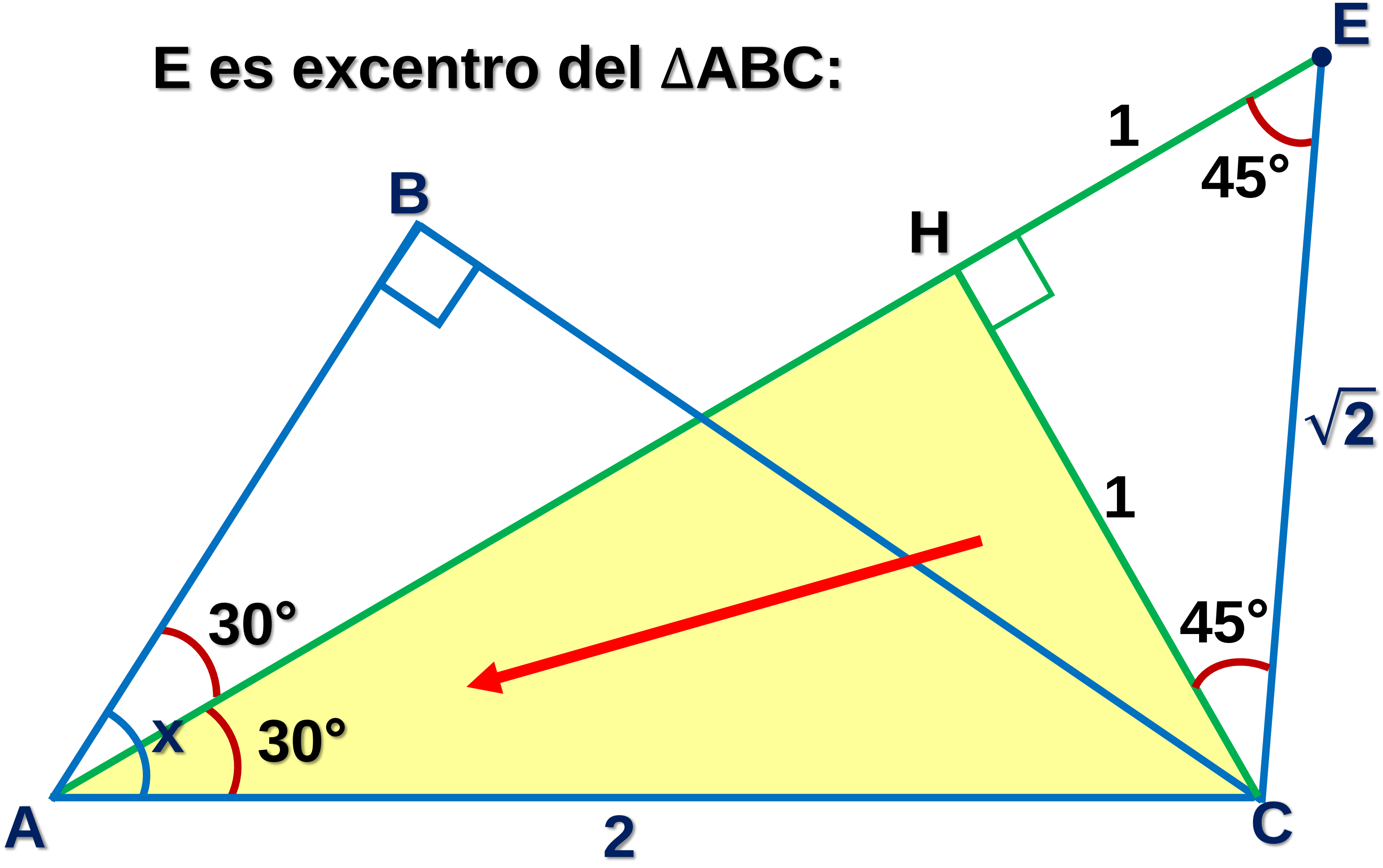
CD = ID = 6 - a

- $2p_{(CDI)} = 2\cancel{a} + 6 - \cancel{a} + 6 - \cancel{a}$

$$\boxed{2p_{(CDI)} = 12\ u}$$

4. Halle el valor de x, si E es excentro del triángulo ABC.

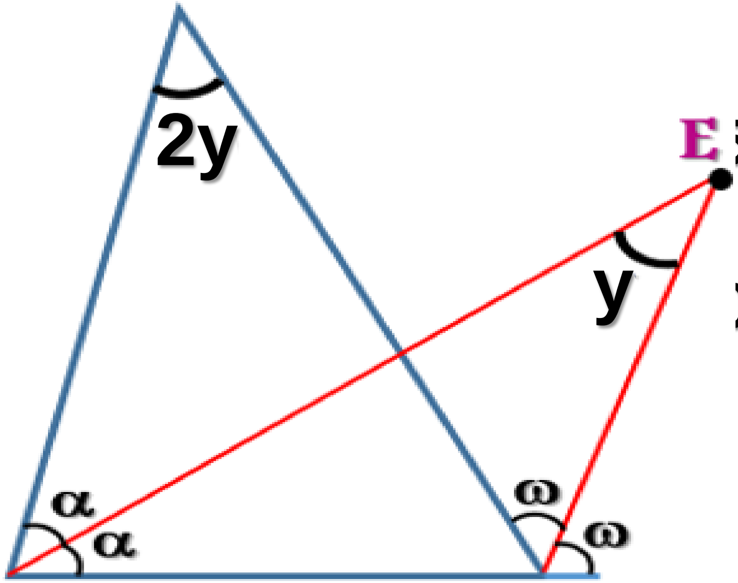
E es excentro del ΔABC:



Resolución:

- Piden: x
- Se traza $\overline{AE}$
- Aplicando el teorema:

$$m\measuredangle AEC = 45^{\circ}$$



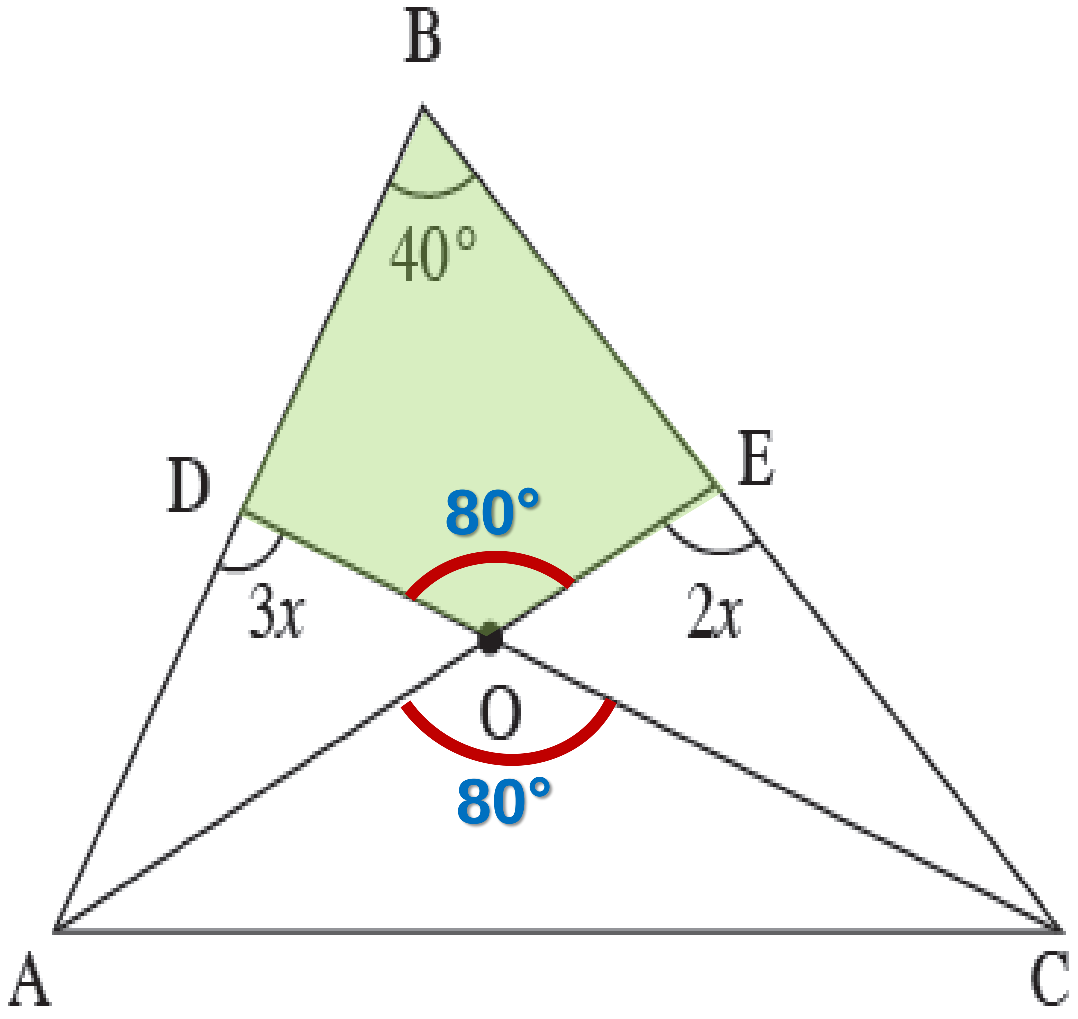
5º y 45º

0º y 60º

= 30º

$$\boxed{x = 60^{\circ}}$$

5. Halle x , si O es circuncentro del triángulo ABC.



Resolución:

- Piden: x
- Si O es circuncentro del ΔABC:

  m∡AOC = 80º

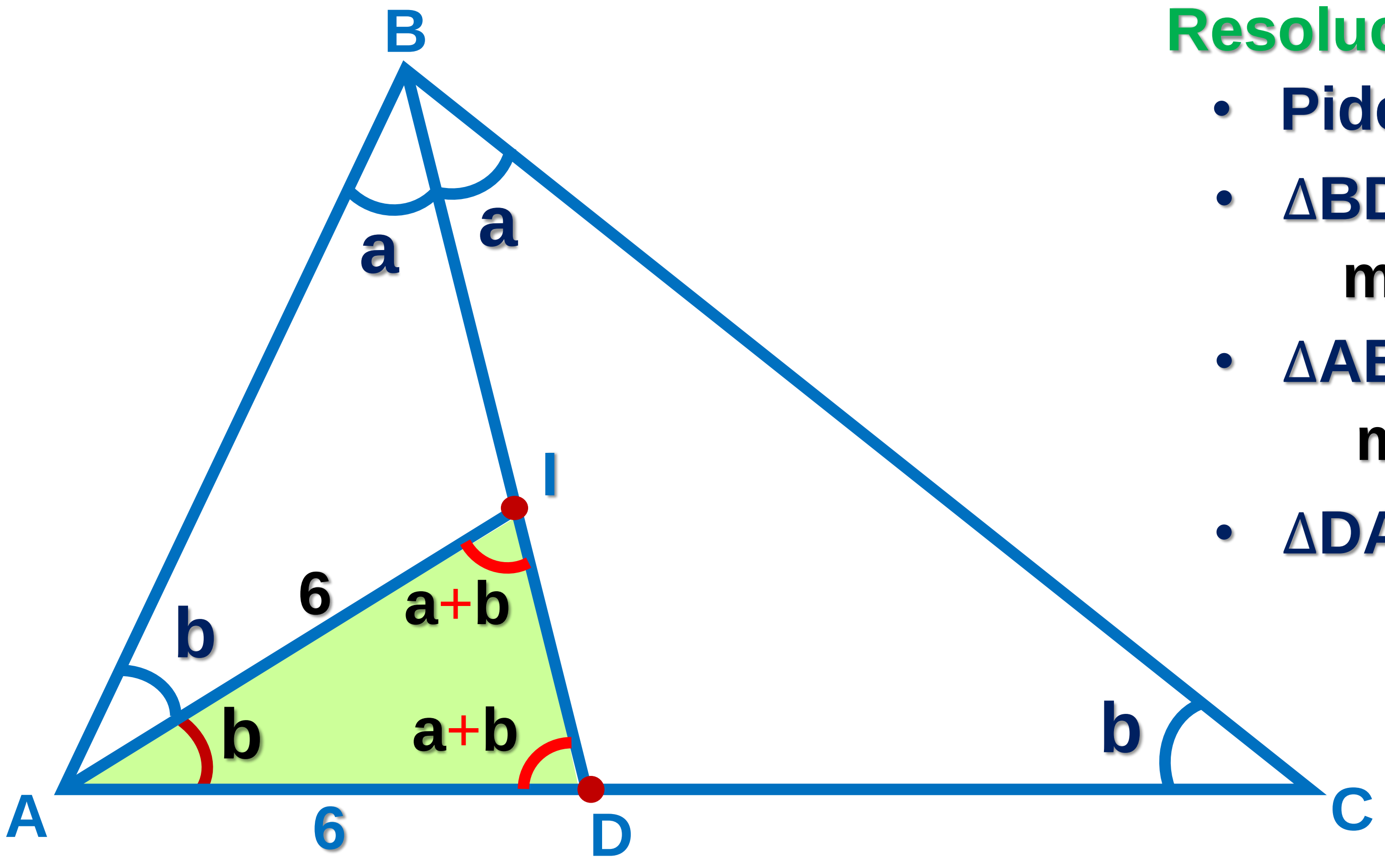
- Aplicando el teorema:

$$3x + 2x = 40º + 80º$$

$$5x = 120º$$

$$\boxed{x = 24°}$$

6. En un triángulo ABC, de incentro I, se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$. Halle AI, si AD = 6 y m∡BAI = m∡BCD.

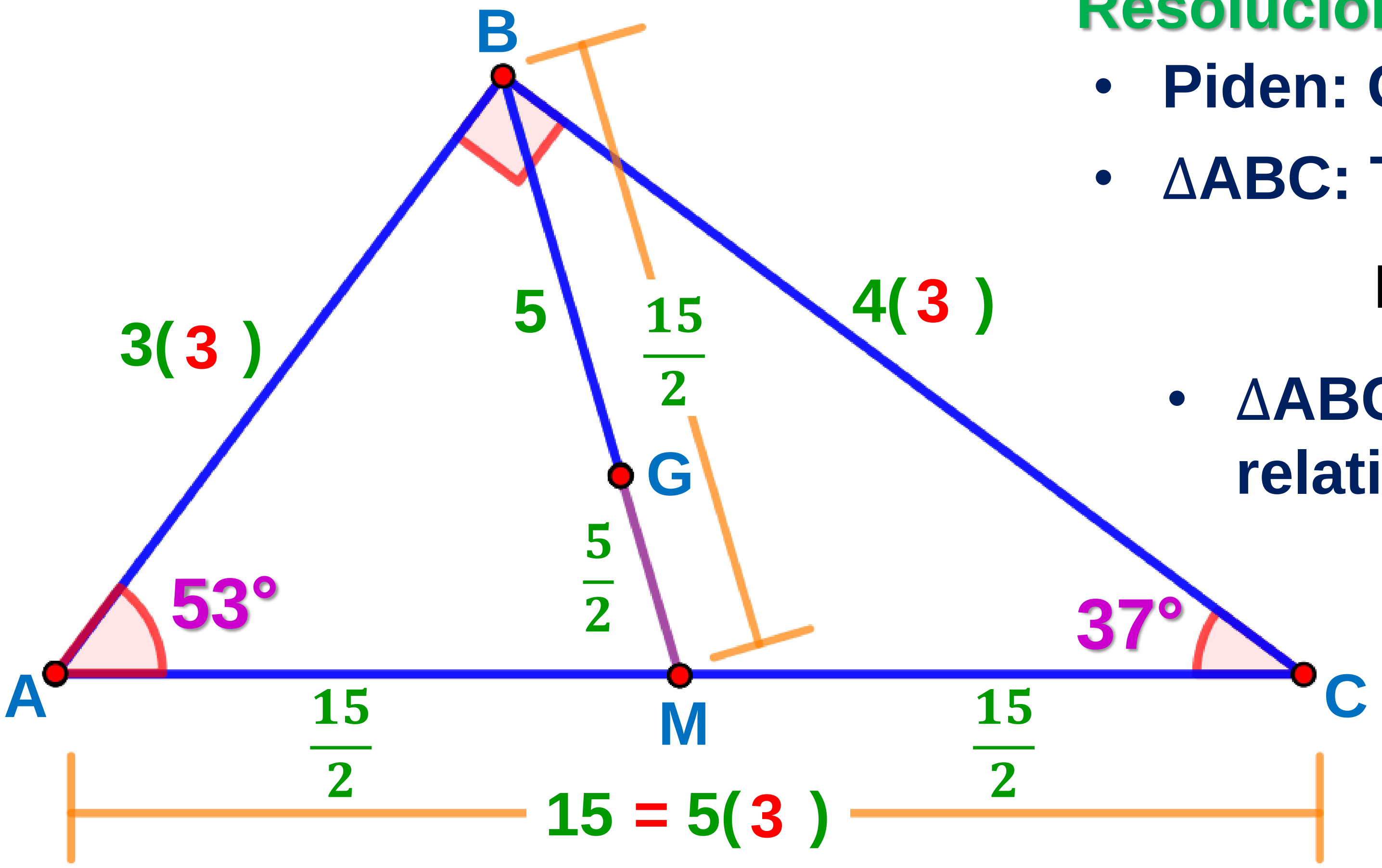


Resolución:

- Piden: AI
- ΔBDC:
  m∡BDA = a + b
- ΔABI:
  m∡AID = a + b
- ΔDAI: Isósceles
  AD = AI = 6

$\boxed{AI = 6}$

6. Un profesor de Geometría hace el siguiente gráfico en el patio del colegio a la hora del recreo, y les pide a sus alumnos calcular cuántos metros recorrerá una persona para ir del punto G al punto C siguiendo la línea quebrada GBAC; sabiendo que BG=5 m y G es baricentro de la región triangular ABC.



Resolución:

- Piden: GB + BA + AC = d
- ΔABC: Teorema del baricentro

$$BG = 2GM \Rightarrow GM = \frac{5}{2} \Rightarrow BM = \frac{15}{2}$$

- ΔABC: Teorema de la mediana relativa a la hipotenusa

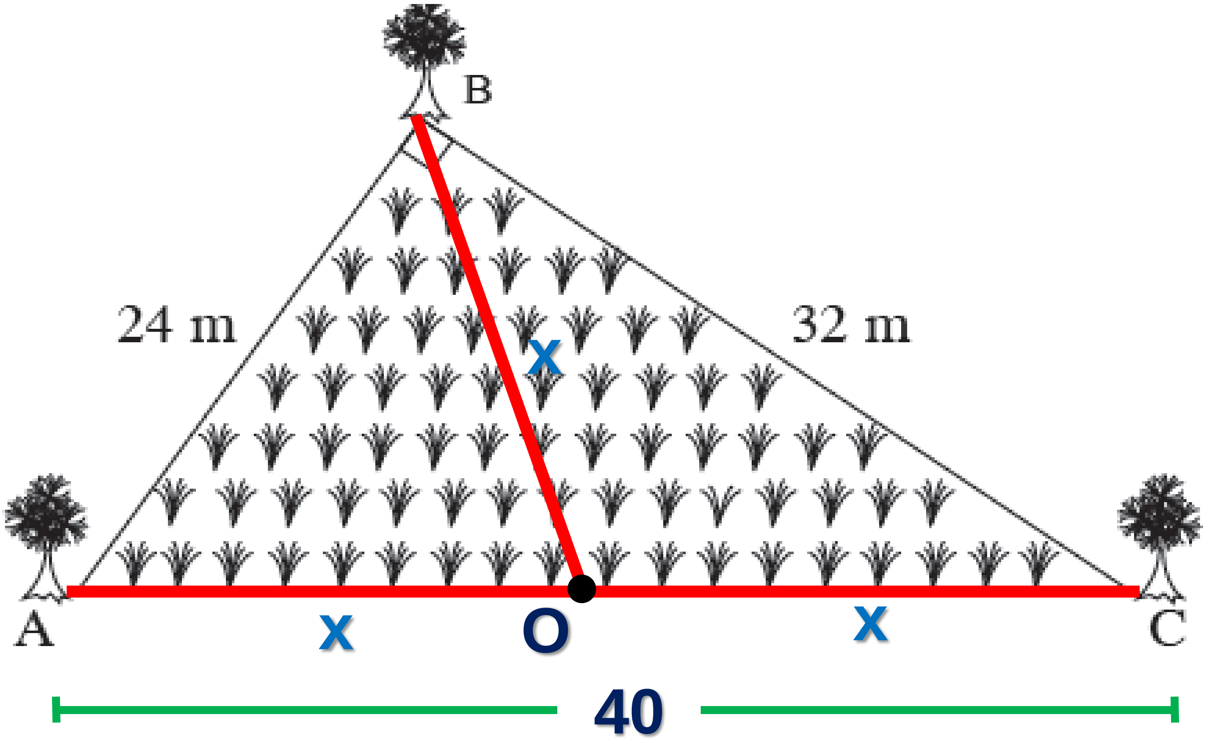
$$BM = AM = MC = \frac{15}{2} \Rightarrow AC = 15$$

- ΔABC: notable de 37° y 53°

$$\Rightarrow d = 5 + 9 + 15$$

$$\boxed{d = 29m}$$

7. En la figura, se muestra un parque cuyo contorno tiene forma de un triángulo rectángulo y en cada vértice o esquina hay un árbol. Se desea ubicar una salida de agua tal que la longitud de la manguera empleada para regar dicho parque, llegue hasta los tres árboles. Halle la longitud de dicha manguera.



Resolución:

- Piden: x
- ⊿ABC: T. Pitágoras

$$(AC)^2 = 24^2 + 32^2$$

$$(AC)^2 = 1600$$

$$AC = 40$$

- Si O es circuncentro del ΔABC :

$$2x = 40$$

$$\boxed{x = 20\text{ m}}$$