ALGEBRA

4th
RETROALIMENTACIÓN
TOMO 1





HELICO RETRO CAPÍTULO 01



1. Se tiene el polinomio completo y ordenado.

$$M(x) = 20x^5 - 7x^{a-4} + 3x^{a+b-4} + 3x^{c+b} + x + 5$$

Halle el valor de " $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ ".

RESOLUCIÓN

Como el polinomio es completo y ordenado

$$M(x) = 20x^{5} - 7x^{a-4} + 3x^{a+b-4} + 3x^{c+b} + x + 5$$

$$5^{\circ} \quad 4^{\circ} \quad 3^{\circ} \quad 2^{\circ} \quad 1^{\circ} \quad 0^{\circ}$$

$$a-4=4$$

$$a = 8$$

$$a+b-4=3$$
8
$$b=-1$$

$$c + b = 2$$

$$-1$$

$$c = 3$$

Nos piden: a + b + c

$$a+b+c=\mathbf{10}$$

2. Si:

$$P(x-3) = 5x - 7 \quad(1)$$

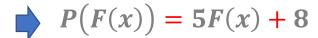
$$P(F(x)) = 10x - 7$$
(2)

Calcule F(2).

RESOLUCIÓN

En (1)

$$P(x-3) = 5x - 7 = 5(x-3) + 8$$



Igualamos con (2)

$$5F(x) + 8 = 10x - 7$$

Despejamos F(x)

$$F(x) = 2x - 3$$

Nos piden: F(2)

$$F(2) = 2(2) - 3$$

$$F(2) = 1$$

3. Se tiene los polinomios idénticos.

$$8x + 27 \equiv a(x+4) + b(2x+3)$$

Determine el valor de "a + b".

RESOLUCIÓN

Si se obtiene el mismo valor numérico para cualquier valor asignado a sus variables.

Para: x = -4

$$8(-4) + 27 = a(-4+4) + b(2(-4) + 3)$$

$$-5 = b(-5)$$

$$b = 1$$

Luego

$$8x + 27 \equiv a(x+4) + 1(2x+3)$$

Para: x = 0

$$8(0) + 27 = a((0) + 4) + 1(2(0) + 3)$$

$$27 = 4a + 3$$

$$a = 6$$

Nos piden: a + b

7

HELICO RETRO CAPÍTULO 02



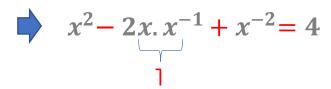
4. Si: $x - x^{-1} = 2$

Calcule: $x^4 + x^{-4}$

RESOLUCIÓN

Entonces elevamos al cuadrado el dato

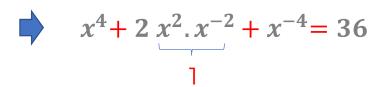
$$(x - x^{-1})^2 = (2)^2$$



Luego $x^2 + x^{-2} = 6$

elevamos al cuadrado

$$(x^2 + x^{-2})^2 = (6)^2$$



$$x^4 + x^{-4} = 34$$

RECORDEMOS

$$(m-n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$$

$$(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$$

5. Reducir la siguiente expresión

$$\frac{(3x-2y)^3+(5z-3x)^3+(2y-5z)^3}{(5z-3x)(3x-2y)(2y-5z)}$$

RESOLUCIÓN

Realizamos un cambio de variable

$$3x - 2y = a \qquad (+)$$

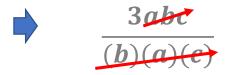
$$5z - 3x = b$$

$$2y - 5z = c$$

$$0 = a + b + c$$

Reemplazando

$$\frac{(a)^3 + (b)^3 + (c)^3}{(b)(a)(c)}$$



3

RECORDEMOS

Si:
$$a + b + c = 0$$

 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

6. Halle el valor de P en:

$$P = (x+5)(x-2)(x+6)(x-1) + 2$$

Si: $x^2 + 4x - 13 = 0$

RESOLUCIÓN

Del dato

$$x^2 + 4x = 13$$

Ahora ordenamos convenientemente los factores en P

$$P = (x+5)(x-1)(x+6)(x-2) + 2$$

$$P = (x^2 + 4x - 5)(x^2 + 4x - 12) + 2$$

Reemplazando el dato en P

$$P = (13 - 5)(13 - 12) + 2$$

$$P = 10$$

RECORDEMOS A STEVEN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a.b$$

HELICO RETRO CAPÍTULO 03



7. Si:
$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = \frac{4}{x+2y+z}$$

Calcule:
$$\frac{3x^2 + 2z^2}{5xz} + \frac{x}{z}$$

RESOLUCIÓN

Damos forma al dato

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = \frac{4}{x+y+y+z}$$

Realizamos un cambio de variable

$$x + y = a$$

$$y + z = b$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b}$$
Operando
$$(a+b)^2 = 4a$$

$$(a+b)^{2} = 4ab$$

$$a^{2} + 2ab + b^{2} = 4ab$$

$$a^{2} - 2ab + b^{2} = 0$$

$$(a-b)^{2} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad a = b$$

$$x + y = y + z \qquad x = z$$

Nos piden

$$\frac{3x^2 + 2z^2}{5xz} + \frac{x}{z} = \frac{3x^2 + 2x^2}{5x \cdot x} + \frac{x}{x} = \frac{5x^2}{5x^2} + \frac{x}{x}$$

2

8. Si:
$$x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$$

Calcule: $\mathbf{x}(\mathbf{x}^2 + 3b)$

RESOLUCIÓN

Elevamos al cubo el dato

$$(x)^3 = (\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}})^3$$

Recordemos la Identidad de Cauchy

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

Recordemos Diferencia de Cuadrados

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$x^{3} = (\sqrt[3]{a + \sqrt{a^{2} + b^{3}}})^{3} + (\sqrt[3]{a - \sqrt{a^{2} + b^{3}}})^{3} + 3(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^{2} + b^{3}}})(\sqrt[3]{a - \sqrt{a^{2} + b^{3}}})(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^{2} + b^{3}}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^{2} + b^{3}}})$$

$$x^{3} = a + \sqrt{a^{2} + b^{3}} + a - \sqrt{a^{2} + b^{3}} + 3\sqrt[3]{a^{2} - (\sqrt{a^{2} + b^{3}})^{2}}(x)$$

$$x^3 = 2a - 3bx$$



$$x^3 + 3bx = 2a$$



$$x^3 = 2a - 3bx$$
 $\Rightarrow x^3 + 3bx = 2a \Rightarrow x(x^2 + 3b) = 2a$

$$\frac{\mathbf{x}(\mathbf{x}^2 + 3b)}{a} = \mathbf{2}$$

9. Determine el valor de M

$$M = (x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)+1$$
Si: $x = \sqrt[6]{20}$

RESOLUCIÓN

Ordenamos convenientemente los factores en M

$$M = (x + 1)(x^{2} - x + 1)(x - 1)(x^{2} + x + 1) + 1$$

$$M = (x^{3} + 1^{3})(x^{3} - 1^{3}) + 1$$

$$M = (x^{3} + 1)(x^{3} - 1) + 1$$

$$M = (x^{6} - 1) + 1$$

$$M = x^{6}$$

$$M = \sqrt[4]{20}$$

$$M = 20$$

Recordemos la Suma de Cubos

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$
Recordemos la Diferencia de Cubos

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Recordemos la diferencia de cuadrados

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

HELICO RETRO PREGUNTA PISA



10. Los alumnos del curso Física necesitan conocer el valor numérico de la Fuerza y la Velocidad (MRU) si la formula de la Fuerza es:

$$F = m.a$$
 $m = (\sqrt{19} + 1)$ $a = (\sqrt{19} - 1)$

Donde: F es Fuerza, m es la masa del cuerpo, a es la aceleración

Además la formula para el calculo de la velocidad es

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{t}} \qquad \mathbf{e} = (\mathbf{x} - 2\mathbf{y})^3 + (2\mathbf{y} - 3\mathbf{z})^3 + (3\mathbf{z} - \mathbf{x})^3$$
$$\mathbf{t} = (2\mathbf{y} - 3\mathbf{z})(3\mathbf{z} - \mathbf{x})(\mathbf{x} - 2\mathbf{y})$$

Donde: v es velocidad, e es el espacio, t es el tiempo

Si las unidades de las magnitudes son correctas, encontrar la suma numérica de F y v

RESOLUCIÓN

Encontremos el valor de la Fuerza (F)

F = m.a
$$\Rightarrow$$
 F = $(\sqrt{19} + 1)(\sqrt{19} - 1)$
F = $(\sqrt{19})^2 - 1$ \Rightarrow F = 18

Encontremos el valor de la velocidad (v)

$$v = \frac{e}{t}$$

$$v = \frac{(x - 2y)^3 + (2y - 3z)^3 + (3z - x)^3}{(2y - 3z)(3z - x)(x - 2y)}$$

$$b \quad c \quad a$$

$$v = \frac{(a)^3 + (b)^3 + (c)^3}{(b)(c)(a)}$$
RECORDEMOS
$$Si: a + b + c = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$v = \frac{3abc}{(b)(e)(a)}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{3}$$