# GEOMETRÍA

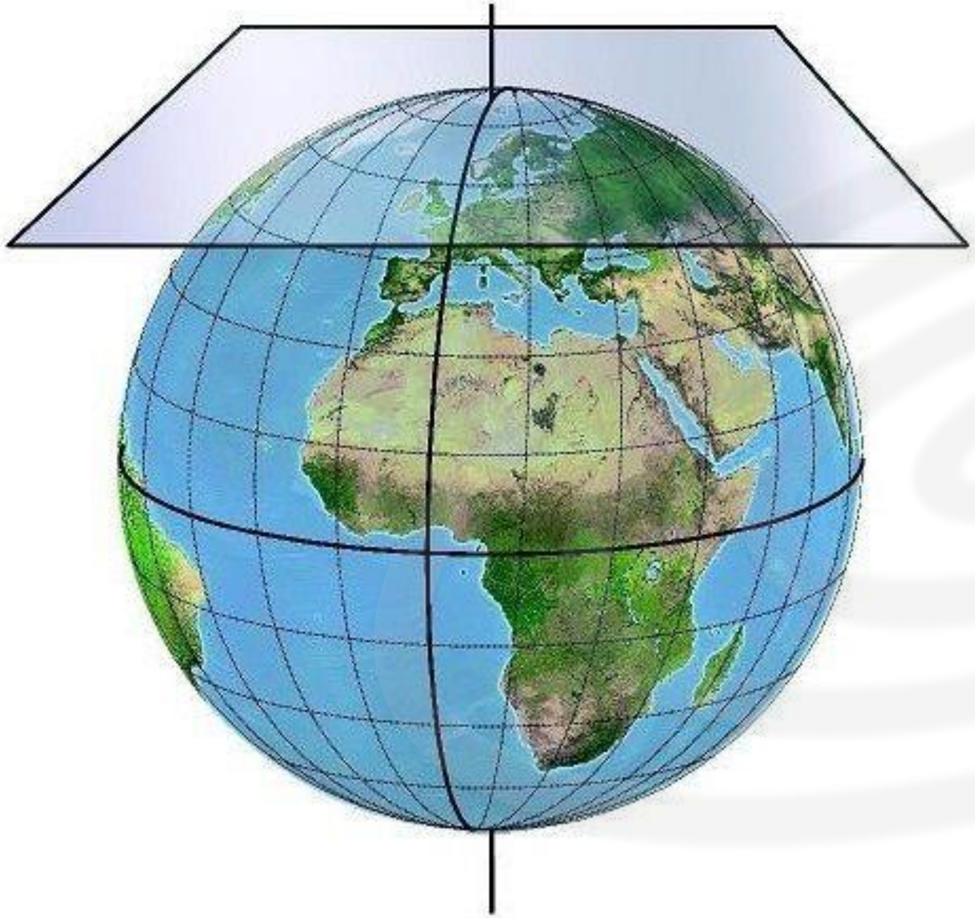
## Capítulo 22

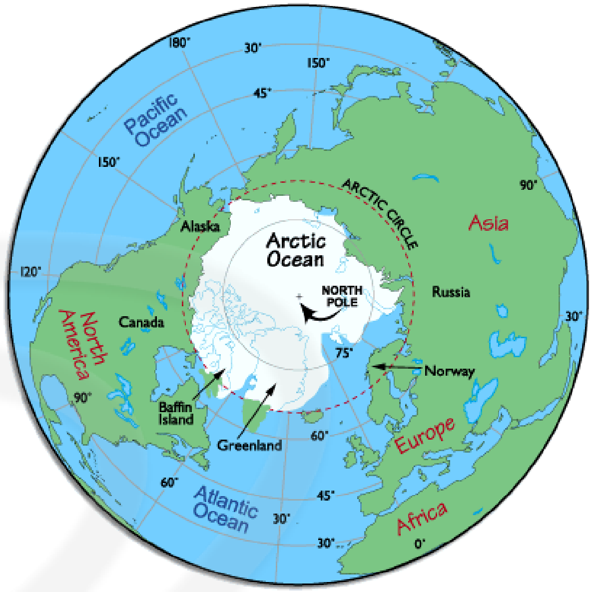
5th
SECONDARY

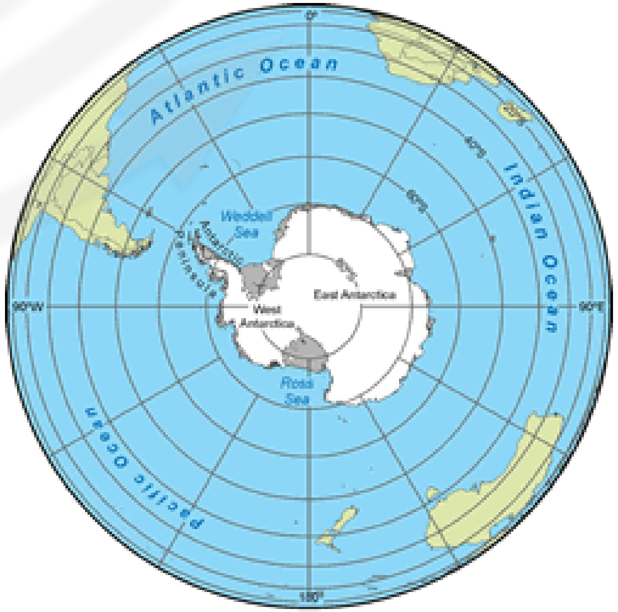
## ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

SACO OLIVEROS

# Proyección polar

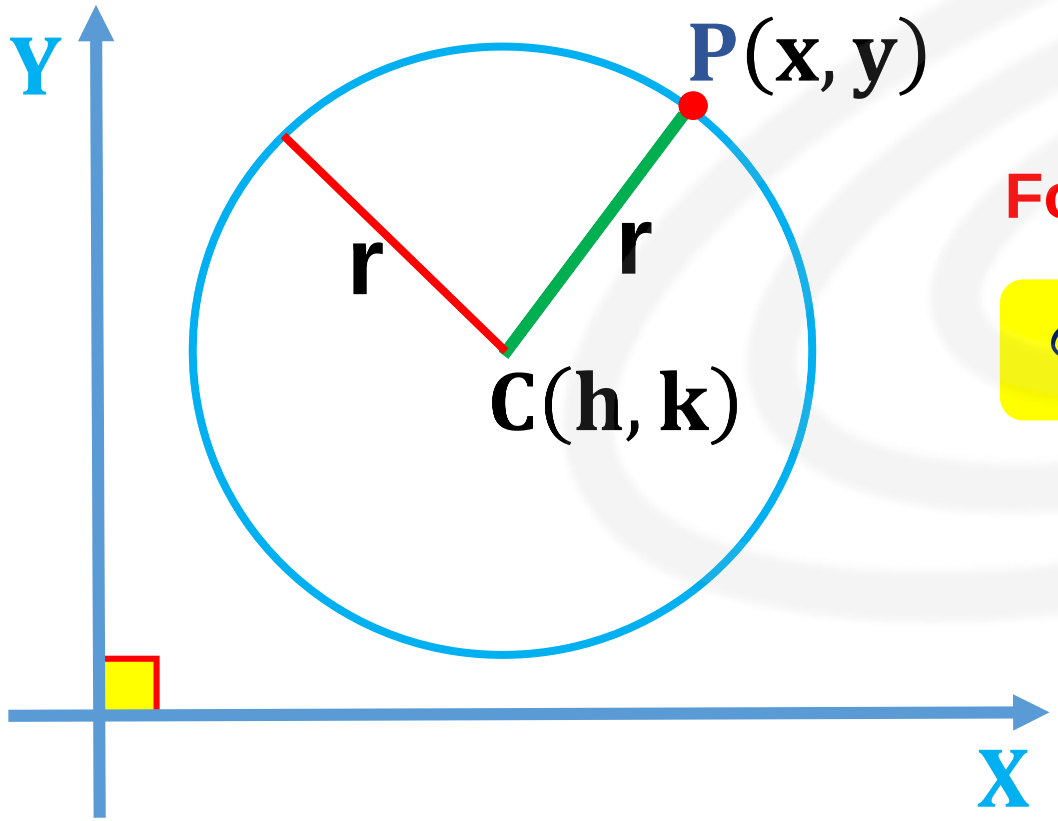




# ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Es un conjunto de infinitos puntos del plano cartesiano cuyos pares ordenados cumplen la siguiente ecuación:




## ECUACIÓN ORDINARIA

$$\mathscr{C}: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

## Forma general

$$\mathscr{C}: x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

- C(h , k) es el centro.

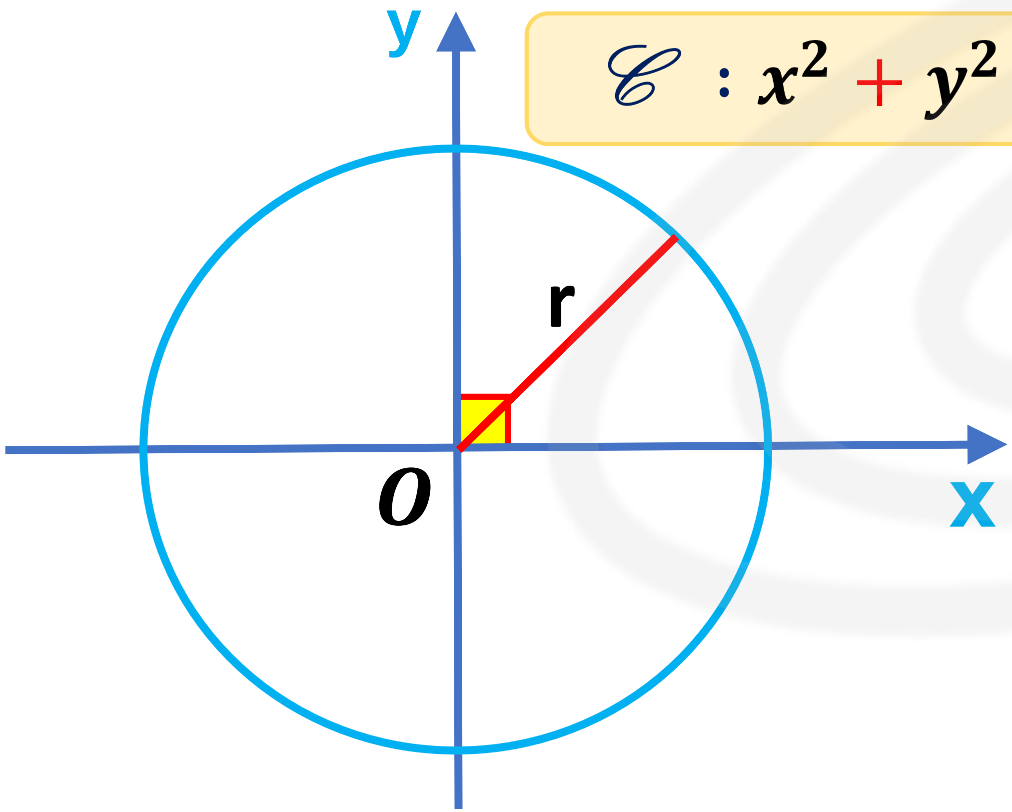
$$C\left(-\frac{D}{2}; -\frac{E}{2}\right)$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

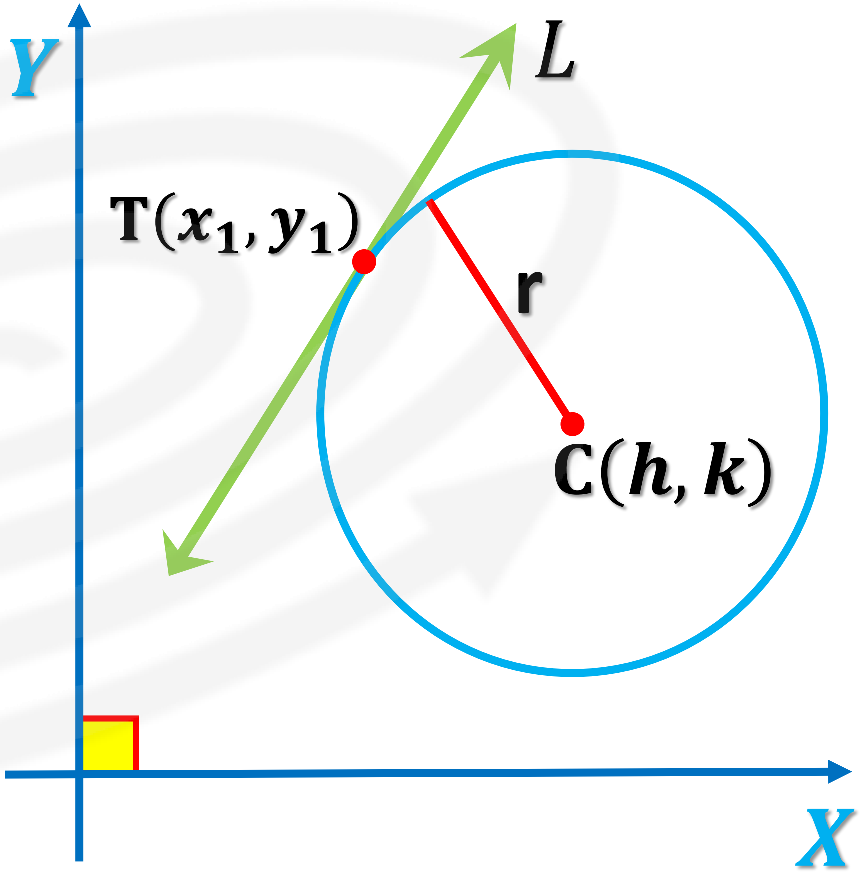
## ECUACIÓN CANÓNICA DE LA CIRCUNFERENCIA

El centro de la circunferencia coincide con el origen de coordenadas.

$$\mathscr{C}: x^2 + y^2 = r^2$$



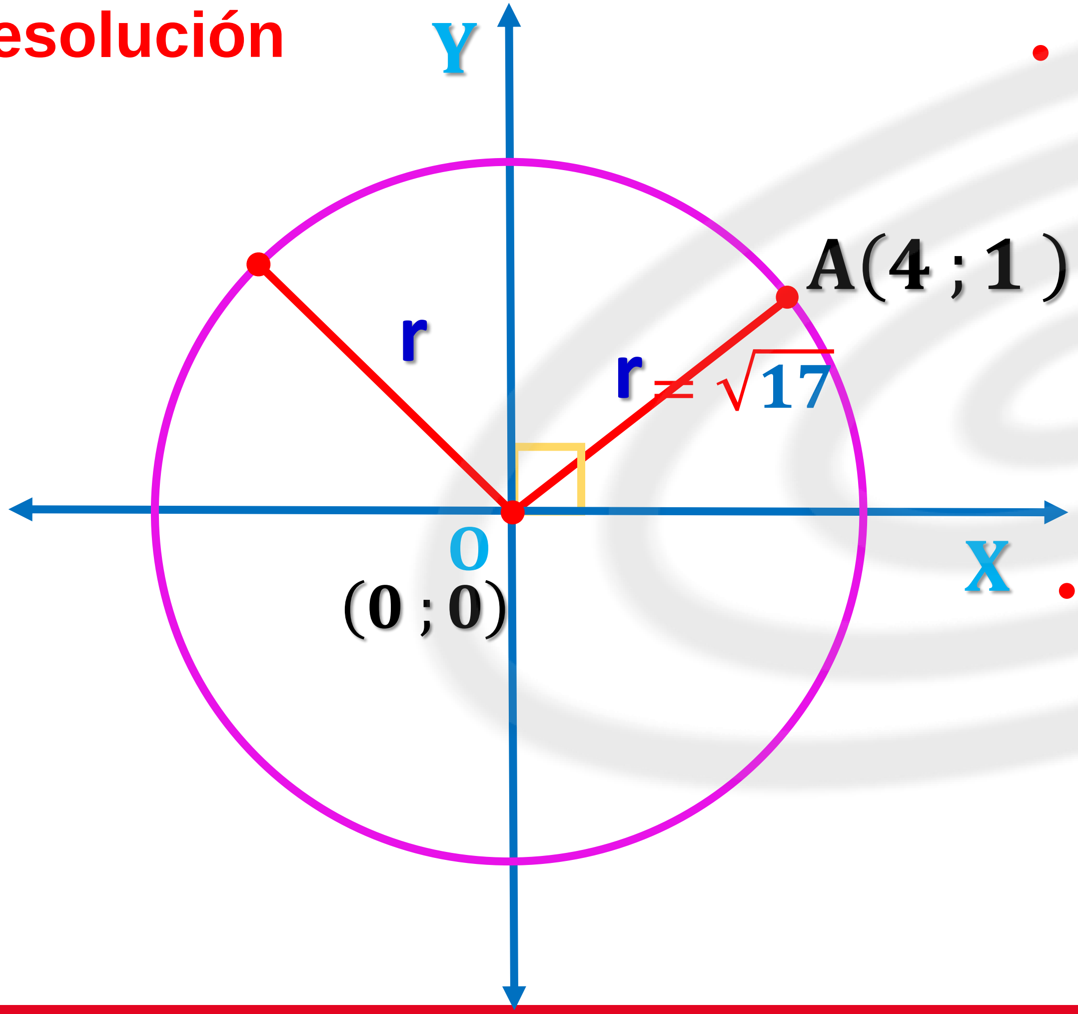

## ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE A UNA CIRCUNFERENCIA




$$\mathscr{L}: (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

1. Halle la ecuación de una circunferencia, cuyo centro coincide con el origen de coordenadas y pasa por el punto A(4 ; 1).

**Resolución**




- **Por distancia entre 2 puntos:**

$$(4-0)^2+(1-0)^2=r^2$$

$$(4)^2+(1)^2=r^2$$

$$\boxed{\sqrt{17}=r}$$

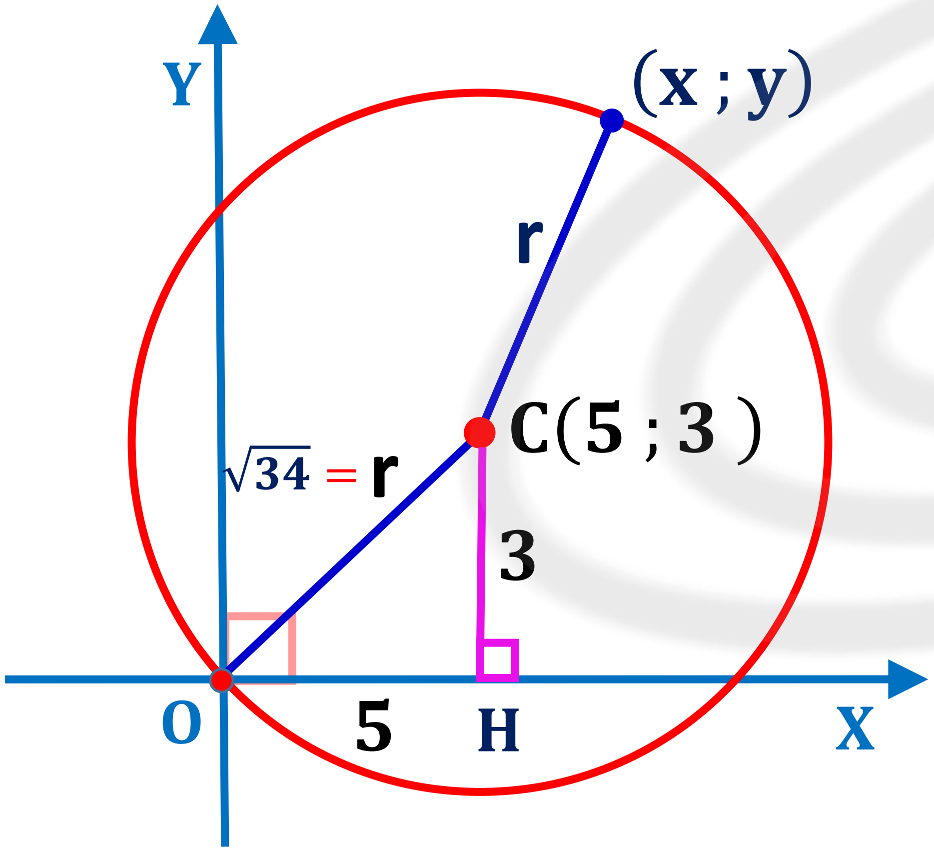
- **Calculando la ecuación:**

$$\mathscr{C}: x^2+y^2=\left(\sqrt{17}\right)^2$$

$$\boxed{\therefore\ \mathscr{C}: x^2+y^2=17}$$

## 2. Halle la ecuación ordinaria de una circunferencia, cuyo centro es el punto C(5 ; 3) y pasa por el origen de coordenadas.

### Resolución




- **Teorema de Pitágoras.**

$$(5)^2 + (3)^2 = r^2$$

$$\rightarrow \sqrt{34} = r$$

- **Calculando la ecuación ordinaria**

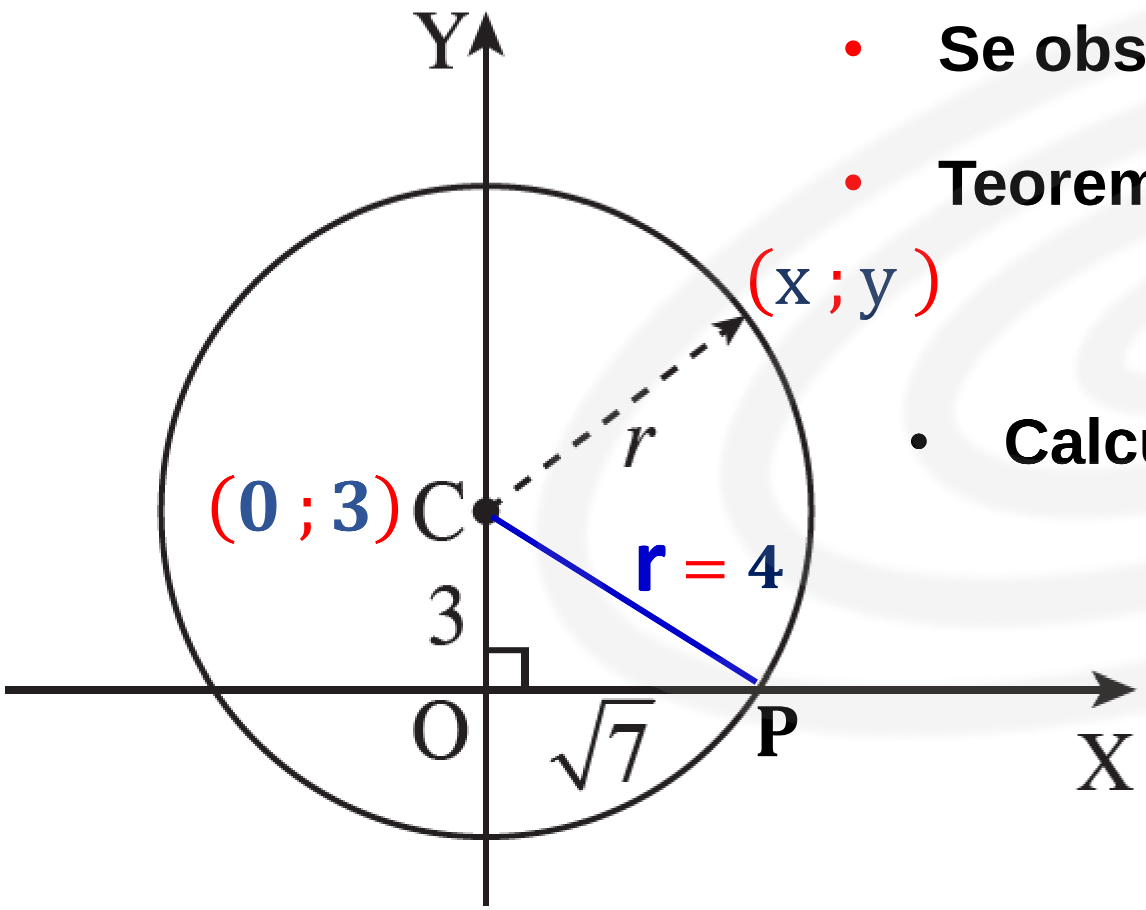
$$\mathscr{C} : (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$\mathscr{C} : (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2$$

$$\mathscr{C} : (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 34$$

## 3. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia, si C es su centro.

### Resolución




- **Piden:** La ecuación ordinaria de la circunferencia
- **Se observa:** h = 0 y k = 3
- **Teorema de Pitágoras.**

$$(3)^2 + (\sqrt{7})^2 = r^2 \rightarrow 4 = r$$

- **Calculando la ecuación ordinaria**

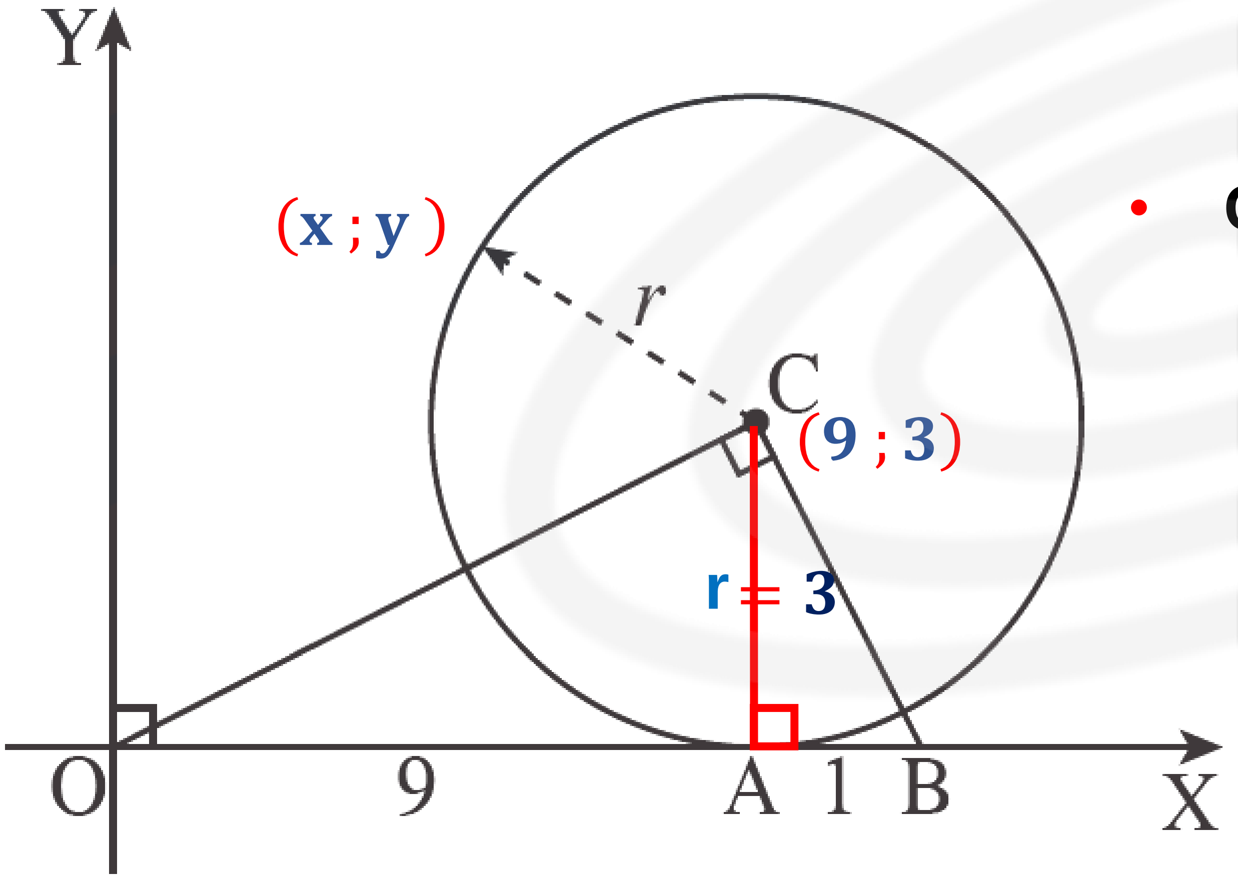
$$\mathscr{C} : (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$\mathscr{C} : (x - 0)^2 + (y - 3)^2 = (4)^2$$

$$\therefore \mathscr{C} : x^2 + (y - 3)^2 = 16$$

4. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia de centro C, si A es un punto de tangencia.

## Resolución




OCB : Por relaciones métricas.

$$(r)^2 = (9)(1) \quad \rightarrow \quad r = 3$$

- Calculando la ecuación ordinaria

$$\mathscr{C} : (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

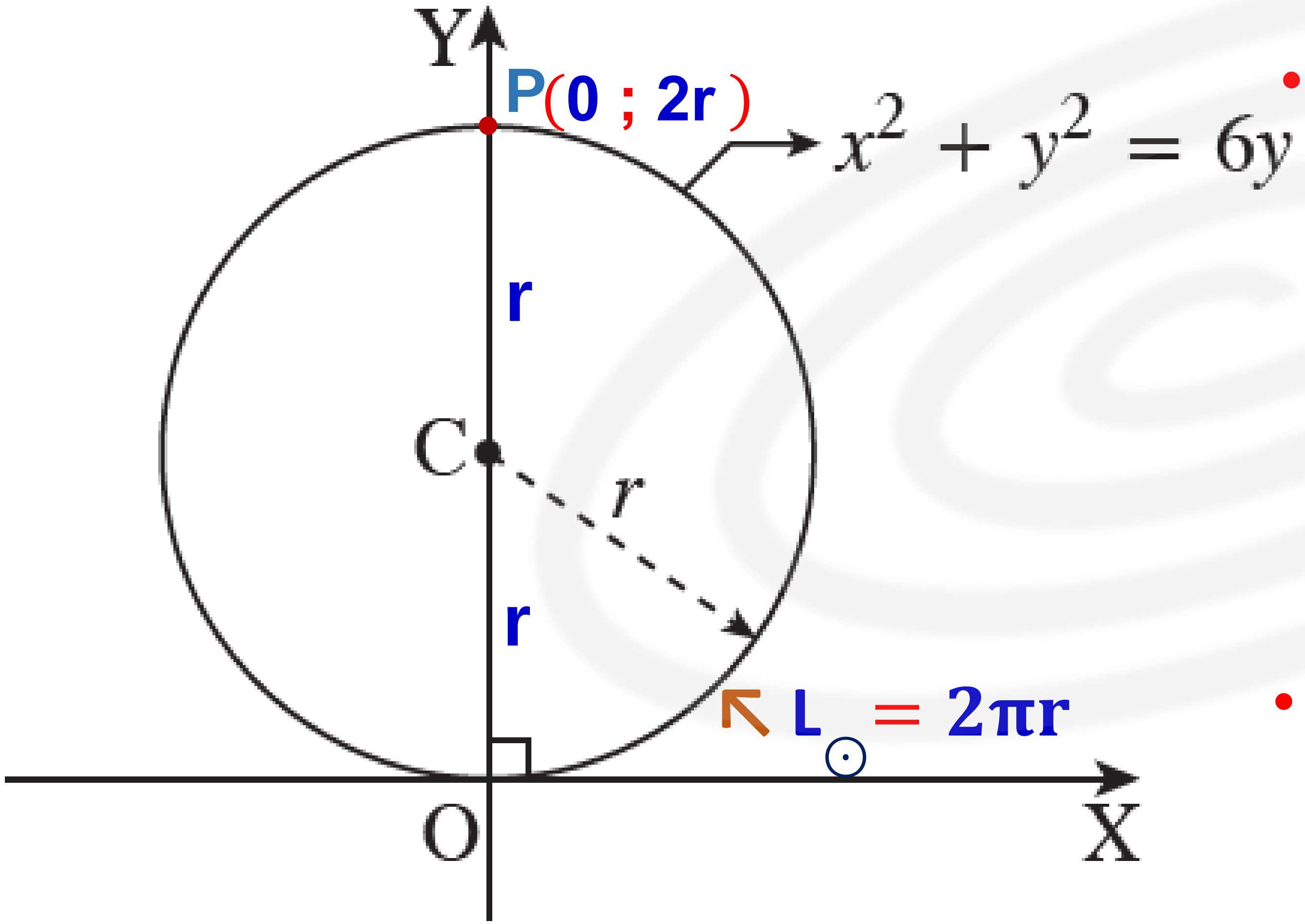
$$(x - 9)^2 + (y - 3)^2 = (3)^2$$

$$\therefore \mathscr{C} : (x - 9)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

## 5. Halle la longitud de la circunferencia, si C es centro.

**Resolución**




- **Piden: L**
- **Reemplazar las coordenadas del punto P en la ecuación:**

$$x^2 + y^2 = 6y$$

$$(0)^2 + (2r)^2 = 6(2r)$$

$$4 \cdot r^2 = 12r \quad \rightarrow \quad r = 3$$

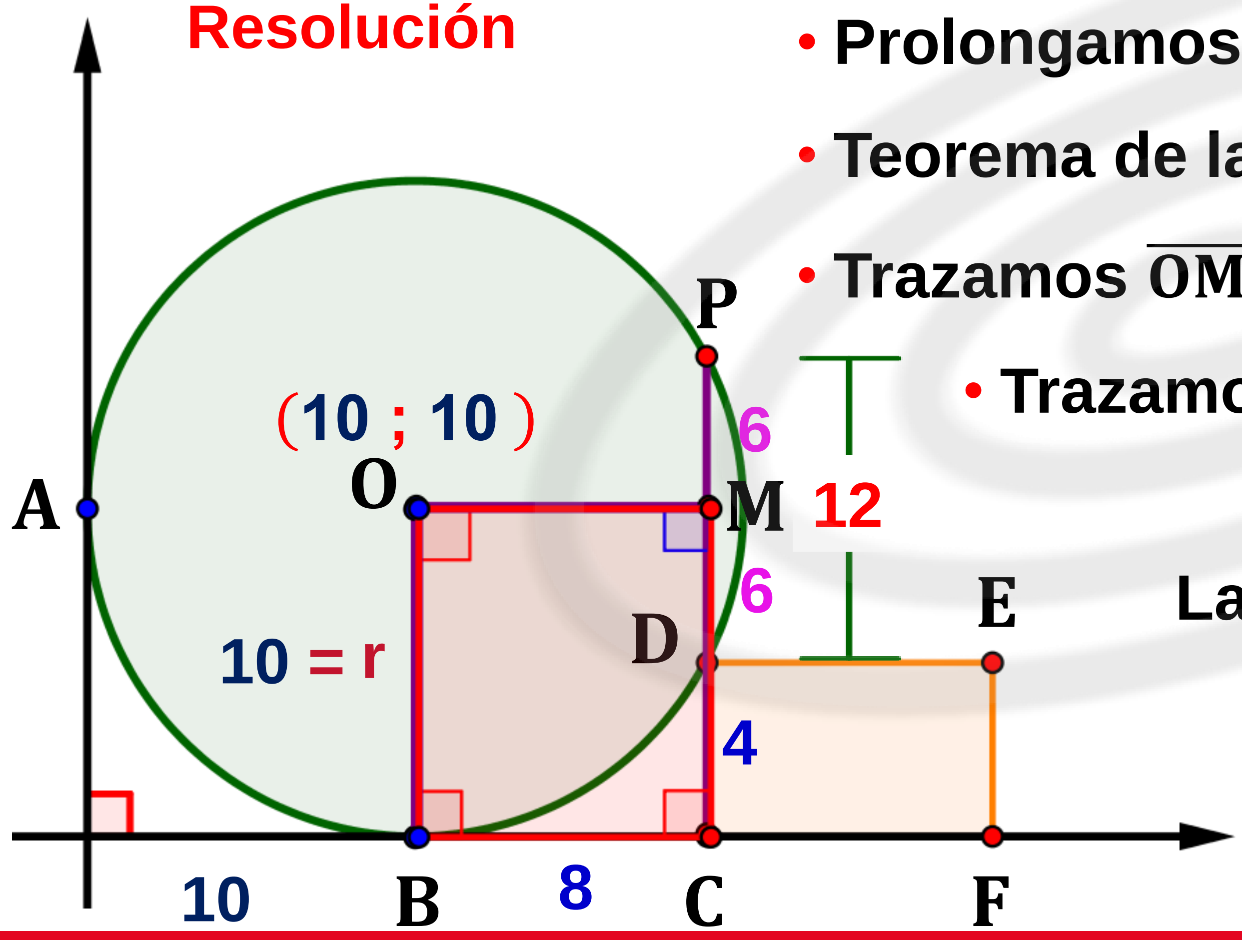
- **Reemplazando al teorema :**

$$L_{\odot} = 2.\pi.3$$

$$\therefore L_{\odot} = 6\pi \text{ u}$$

6. En la figura se muestra un envase en forma de cilindro circular recto, haciendo contacto con la pared en el punto A y con el piso en el punto B. Si el rectángulo CDEF es el borde del ladrillo colocado para que no ruede, tal que: BC= 8 u y CD= 4 u. Halle la ecuación de la circunferencia.

**Resolución**




**Piden la ecuación de la circunferencia**

- Prolongamos $\overline{CD}$ hasta P
- Teorema de la secante: $8^2 = (CP)(4) \rightarrow CP=16$ y $PD=12$
- Trazamos $\overline{OM} \perp \overline{PD} \rightarrow PM = MD = 6$
- Trazamos $\overline{OB}$ (OBCM es un rectángulo)

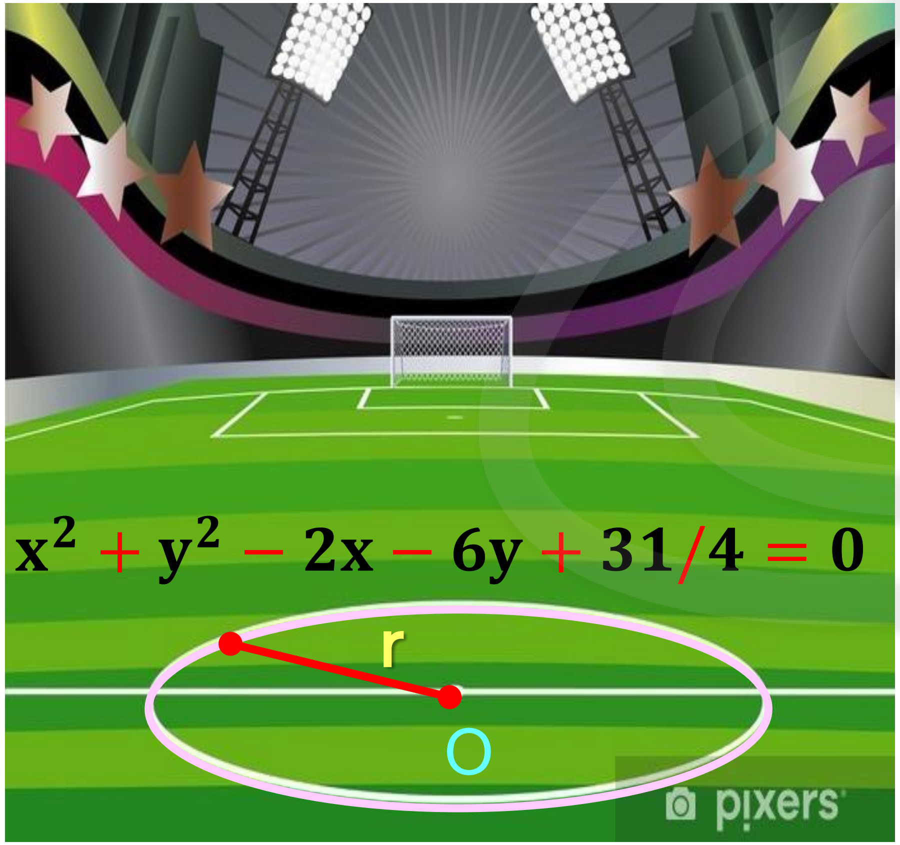
$\rightarrow r = MC = 6 + 4 = 10$ y $O(10 ; 10)$

La ecuación será:

$$\mathscr{C} : (x-10)^2+(y-10)^2 = 10^2$$

$$\therefore \quad \mathscr{C} : (x-10)^2+(y-10)^2 = 100$$

7. Un profesor de Educación Física le pide a un alumno de 5º de secundaria, que halle el diámetro, en metros, de la circunferencia ubicada en la parte central de la cancha de fulbito que hay en su colegio. Para ello le da como dato la ecuación general de dicha circunferencia, la cual es $x^2 + y^2 - 2x - 6y + \frac{31}{4} = 0$. ¿Qué diámetro tiene dicha circunferencia?




## Resolución

- Piden: d $\qquad d = 2r \qquad$ … (1)
- Calculando la longitud del radio :

$$r = \frac{\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 - 4(31/4)}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{4 + 36 - 31}}{2} = \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2} \qquad \text{… (2)}$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$d = 2\left(\frac{3}{2}\right)$$

$\therefore$ d = 3 m