

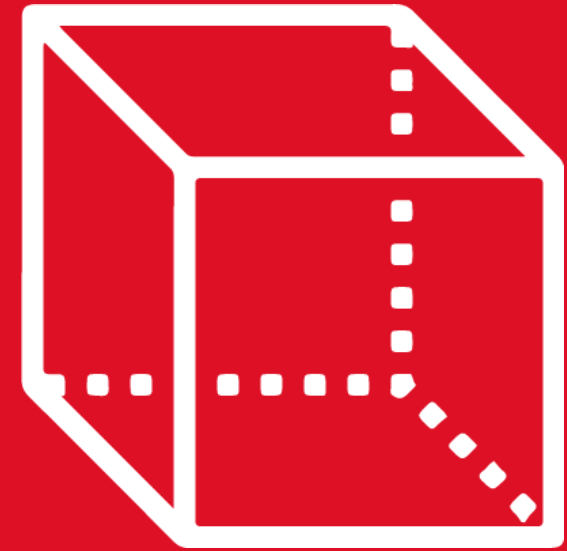


GEOMETRÍA

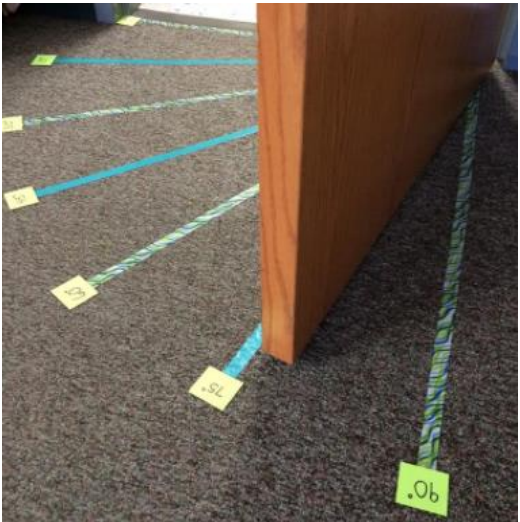
Capítulo 2

3th
SECONDARY

ÁNGULOS



 **SACO OLIVEROS**



Helicomotivación



Definición: Es aquella figura geométrica formada por dos rayos no colineales que tienen el mismo origen.

ELEMENTOS

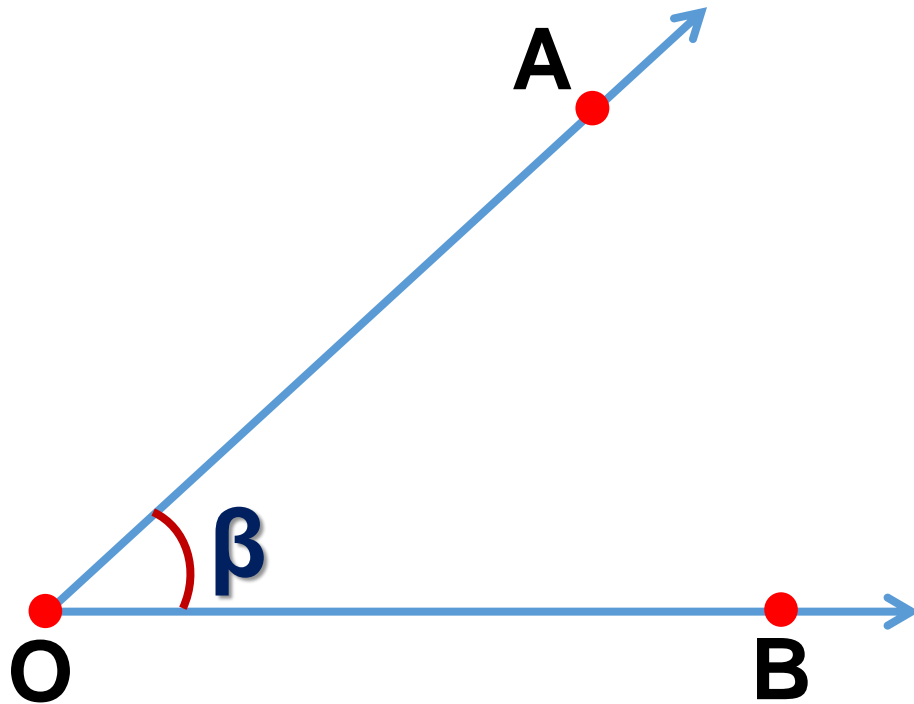
- Vértice : O
- Lados : \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB}

NOTACIÓN

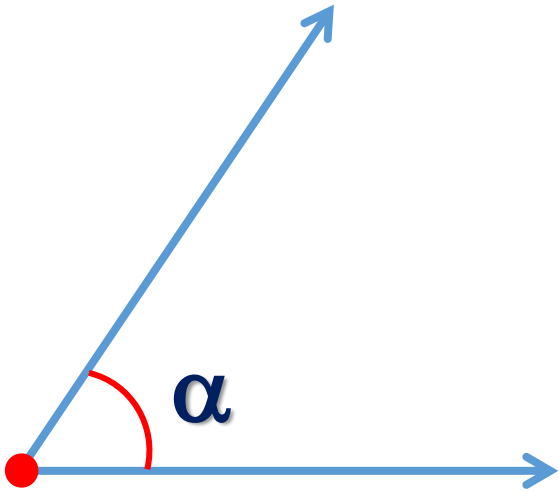
$\sphericalangle AOB$: ángulo AOB.

$m\sphericalangle AOB$: medida del ángulo AOB.

$$m\sphericalangle AOB = \beta$$

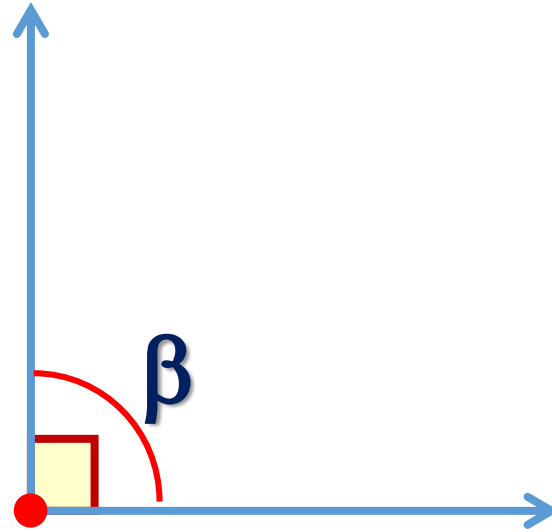


- De acuerdo a su medida.



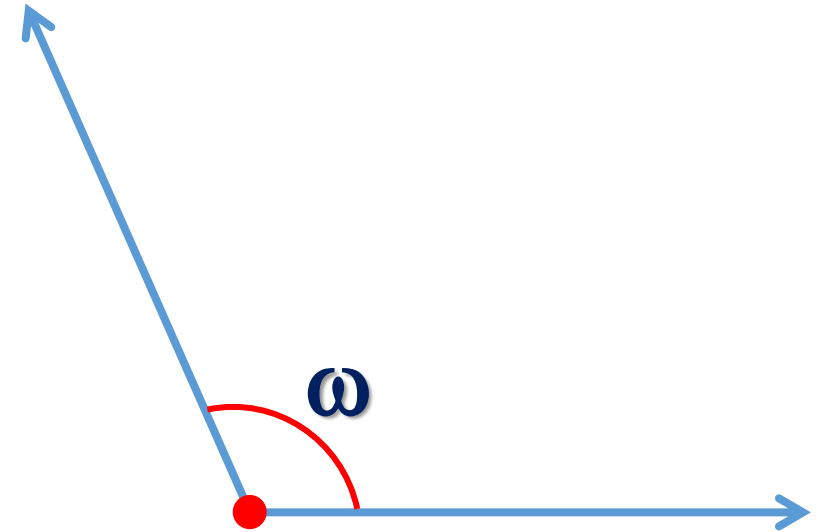
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

∠ Agudo



$$\beta = 90^\circ$$

∠ Recto

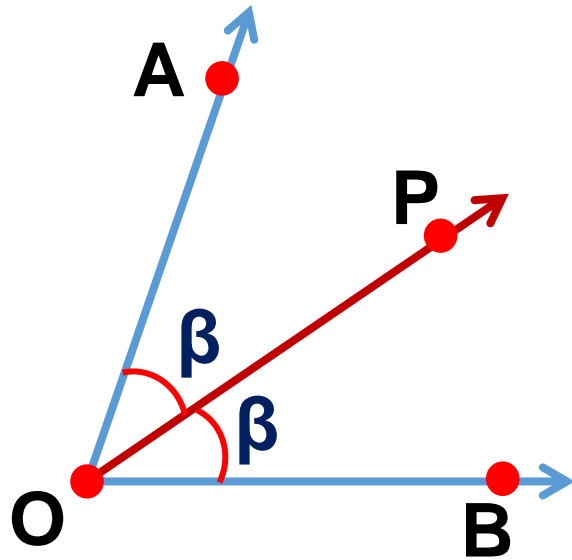


$$90^\circ < \omega < 180^\circ$$

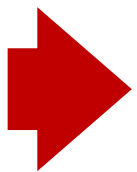
∠ Obtuso

BISECTRIZ

Es aquel rayo cuyo origen es el vértice de un ángulo y que divide a este en dos ángulos de igual medida.



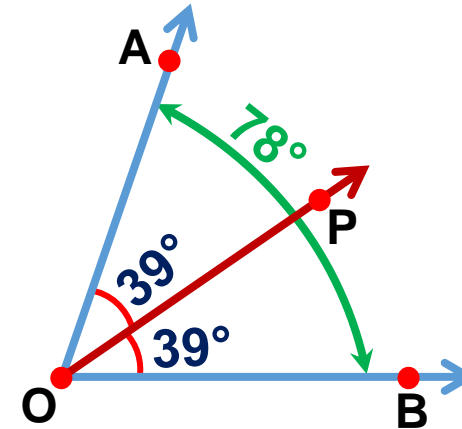
Si : \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle AOB$



$$m\angle AOP = m\angle BOP$$

Ejemplos:

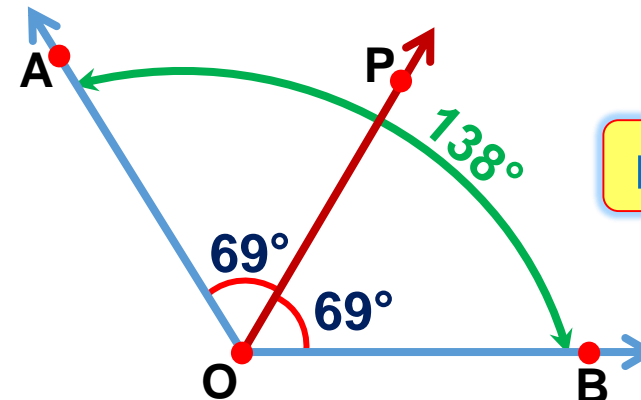
1. Calcule la $m\angle POB$, si \overrightarrow{OP} es bisectriz.



$$m\angle AOP = m\angle POB$$

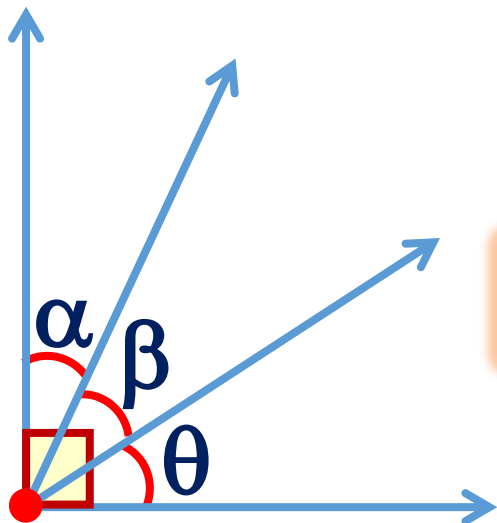
$$m\angle POB = 39^\circ$$

2. Calcule la $m\angle AOB$, si \overrightarrow{OP} es bisectriz.

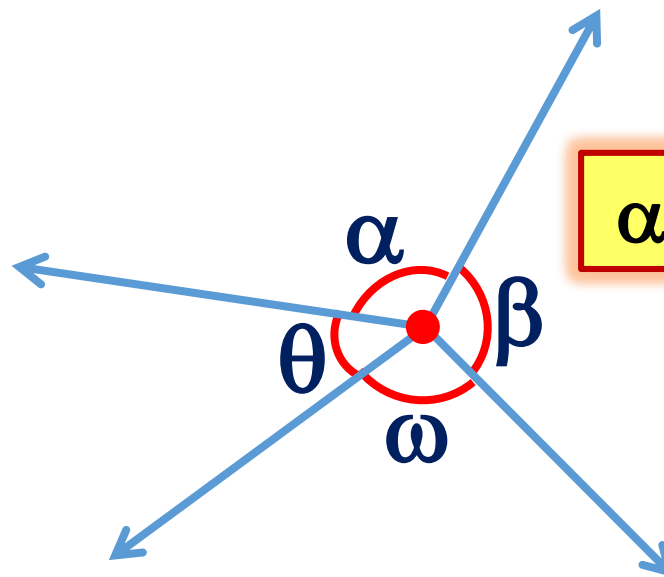


$$m\angle AOP = m\angle POB$$

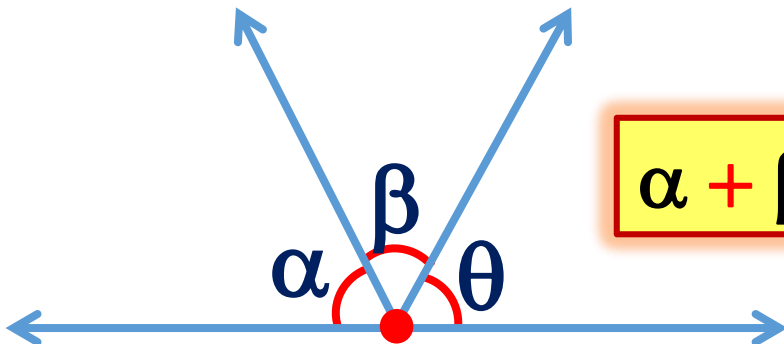
$$m\angle AOB = 138^\circ$$



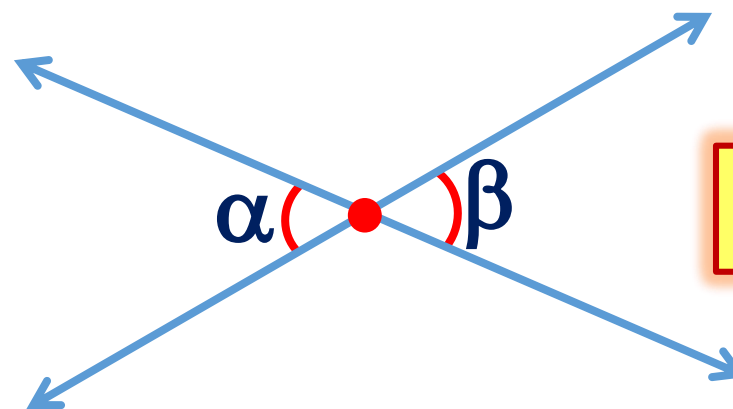
$$\alpha + \beta + \theta = 90^\circ$$



$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360^\circ$$



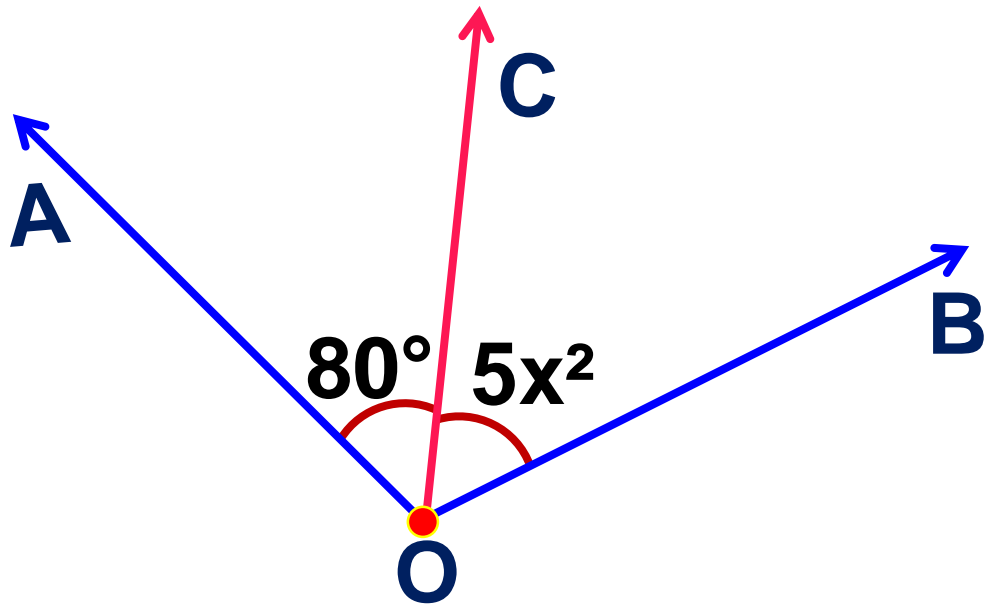
$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$



$$\alpha = \beta$$



1. Se tiene el ángulo AOB, donde se traza la bisectriz \overrightarrow{OC} , $m\angle AOC = 80^\circ$ y $m\angle COB = 5x^2$. Halla el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- Dato: Si \overrightarrow{OC} es bisectriz del $\angle AOB$

$$m\angle AOC = m\angle COB$$

$$80^\circ = 5x^2$$

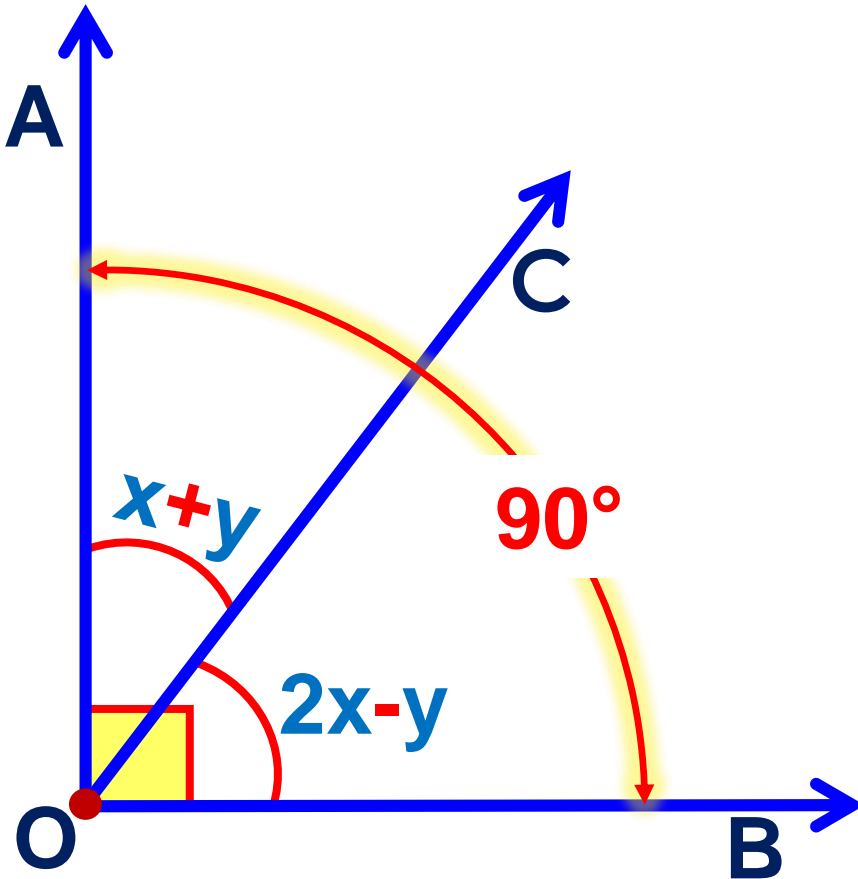
$$16^\circ = x^2$$

$$4^\circ = x$$

$$x = 4^\circ$$



2. Se tiene el ángulo recto AOB, en el cual se traza un rayo OC, donde se cumple que $m\angle AOC = x+y$, y la $m\angle COB = 2x-y$. Halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- Del gráfico:

$$\cancel{x} + \cancel{y} + \cancel{2x} - \cancel{y} = 90^\circ$$

$$3x = 90^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

3. Según el gráfico, halle el mínimo valor entero de x , si el $\angle AOB$ es obtuso.

Resolución

• Piden: $x_{\text{mín}}$

$$90^\circ < m\angle AOB < 180^\circ$$

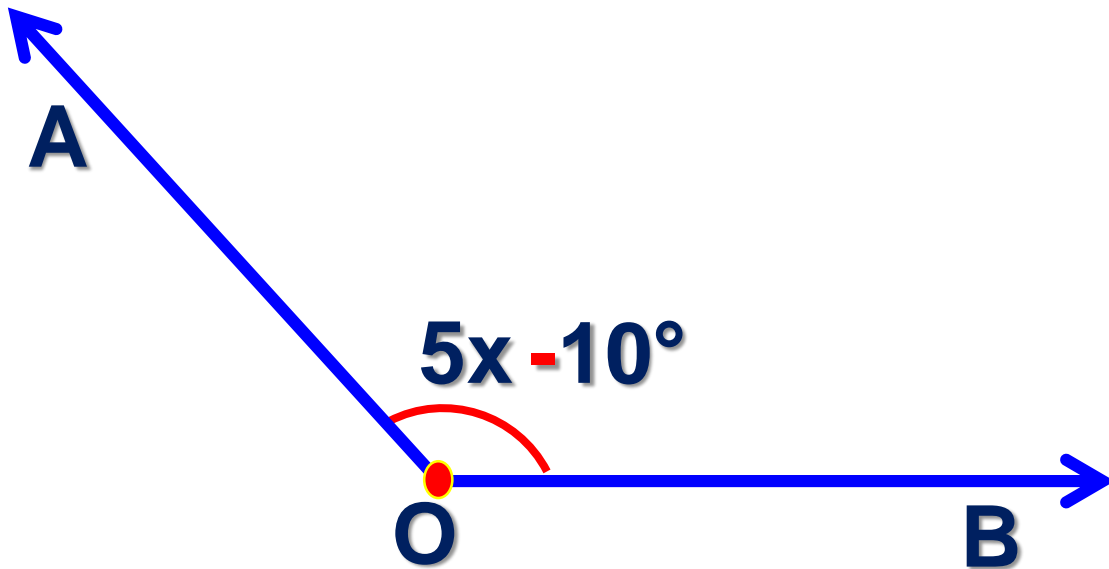
$$90^\circ < 5x - 10^\circ < 180^\circ \quad (+10^\circ)$$

$$100^\circ < 5x < 190^\circ \quad (:5)$$

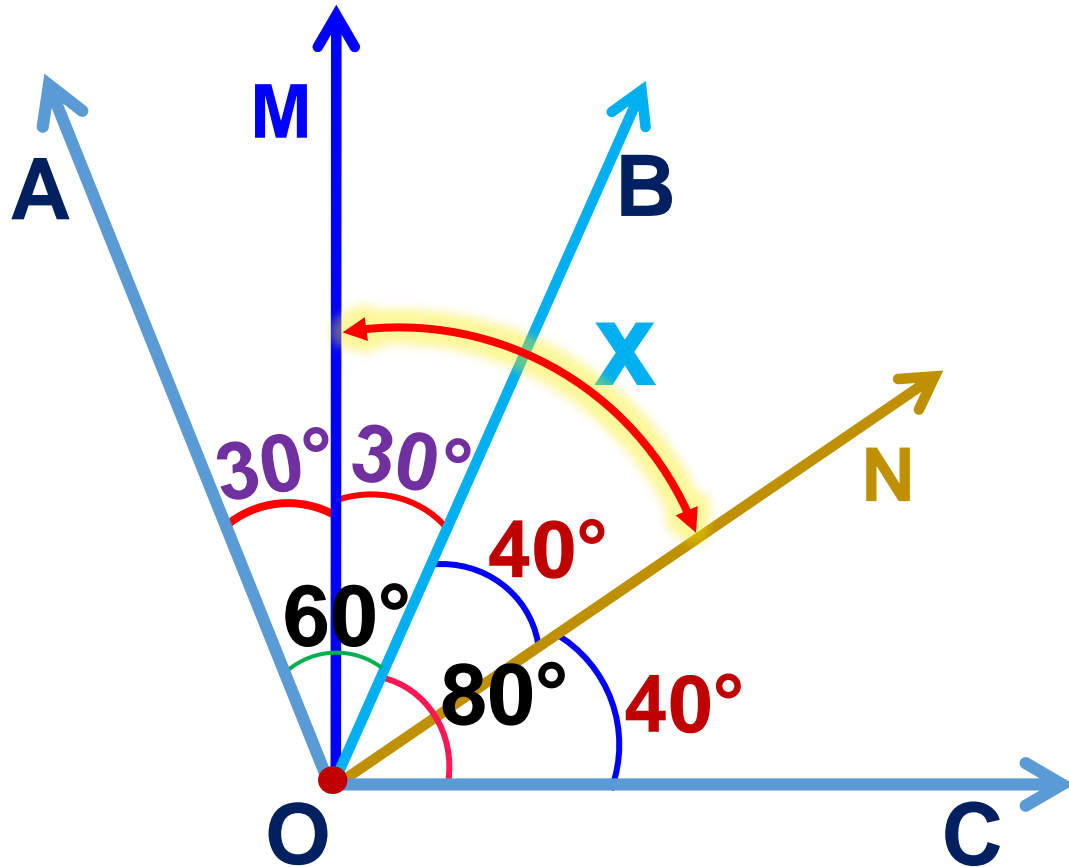
$$20^\circ < x < 38^\circ$$

$$x(\text{enteros}) = 21^\circ, 22^\circ, 23^\circ, 24^\circ, 25^\circ, 26^\circ, 27^\circ, 28^\circ, 29^\circ, 30^\circ, 31^\circ, 32^\circ, 33^\circ, 34^\circ, 35^\circ, 36^\circ, 37^\circ$$

$$x_{\text{mín}} = 21^\circ$$



4. En el gráfico, halle la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y BOC.



Resolución

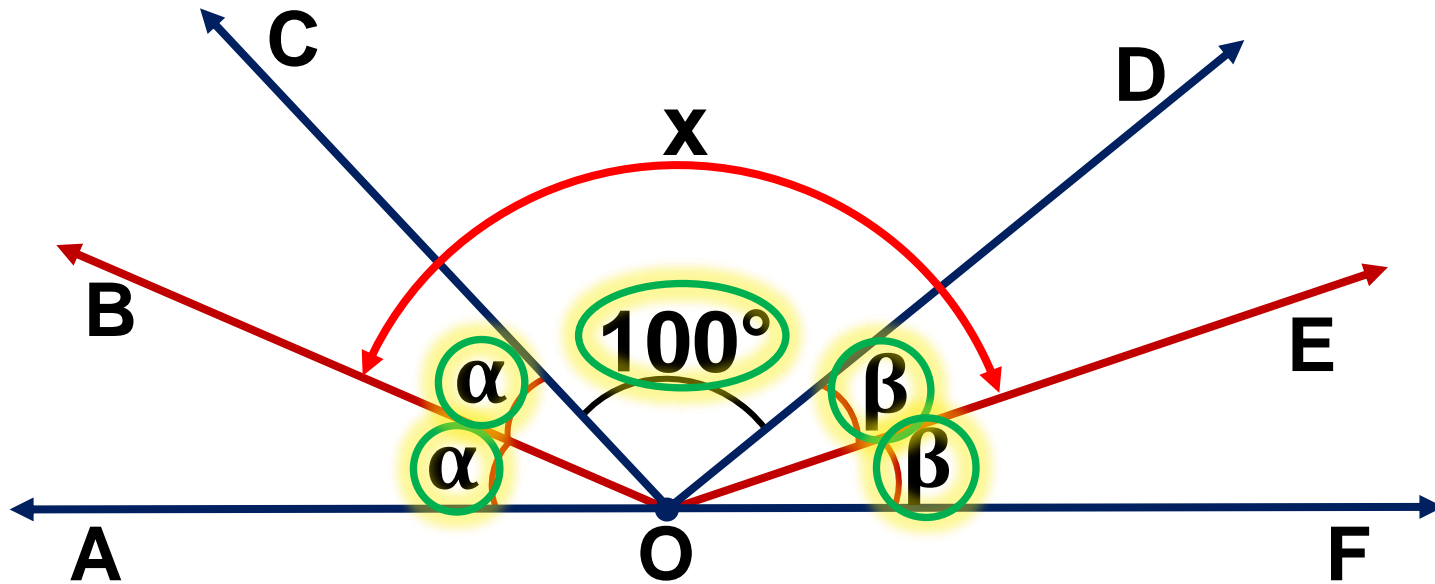
- Piden: $m\angle MON$
- Del gráfico:

$$x = 30^\circ + 40^\circ$$

$$x = 70^\circ$$

$$m\angle MON = 70^\circ$$

5. En el gráfico, halle el valor de x .



Resolución

- Piden: x

$$x = \alpha + \beta + 100^\circ \dots (1)$$

- Del gráfico:

$$2\alpha + 2\beta + 100^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 80^\circ$$

$$\alpha + \beta = 40^\circ \dots (2)$$

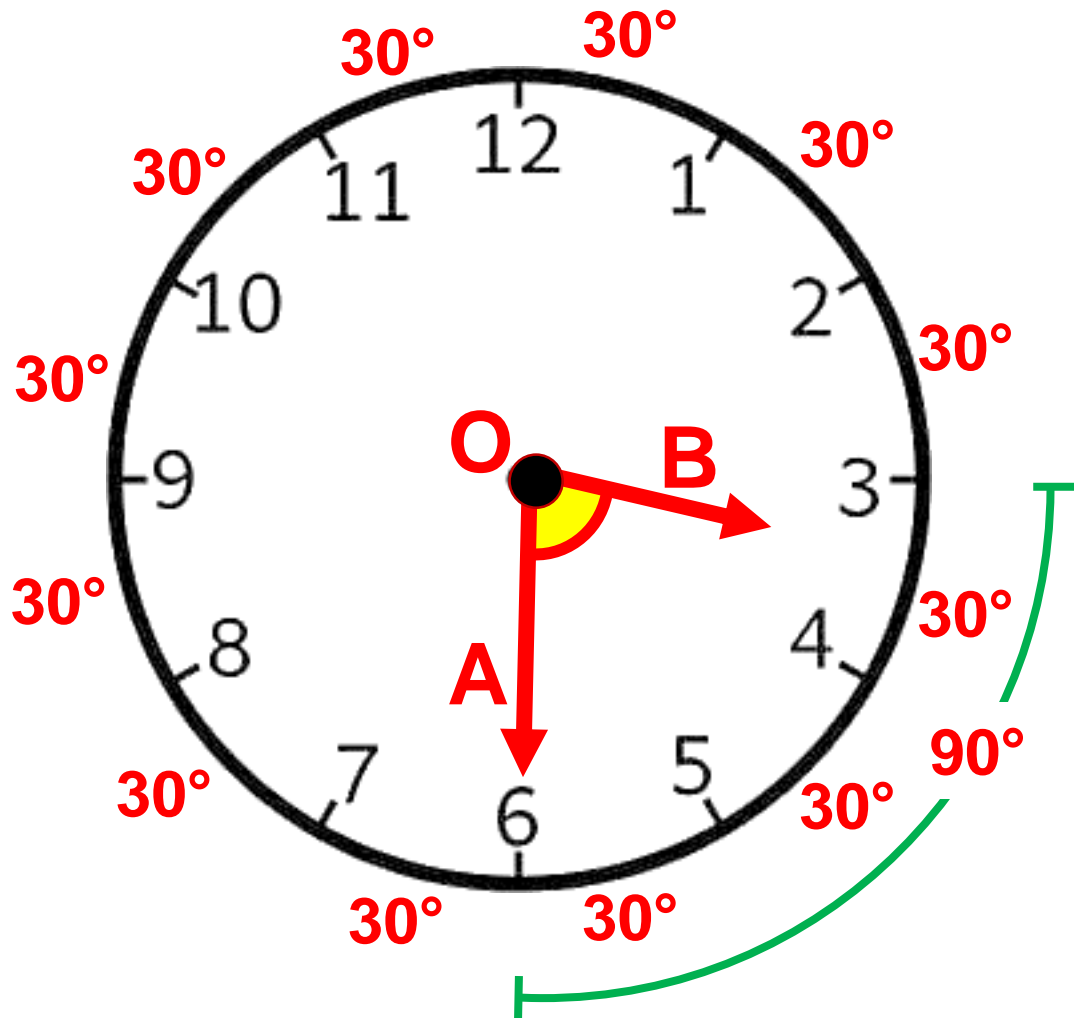
- Reemplazando (2) en (1):

$$x = \underbrace{\alpha + \beta}_{40^\circ} + 100^\circ$$

$$x = 40^\circ + 100^\circ$$

$$x = 140^\circ$$

6. ¿Qué tipo de ángulo forman las manecillas de un reloj a las 3:30 p.m.?



Resolución

- Piden: A qué clase pertenece $\angle AOB$

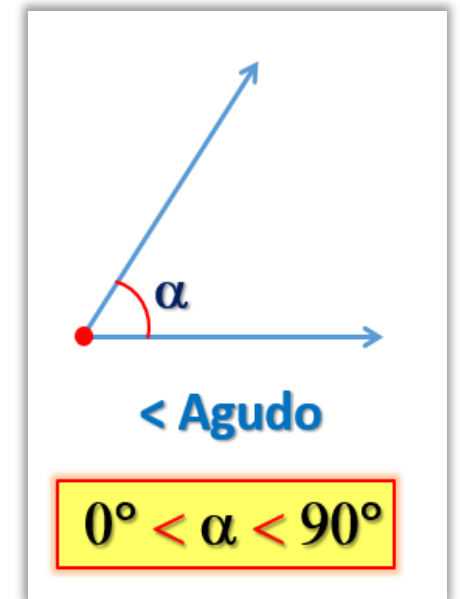
- Se sabe:

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

- Luego:

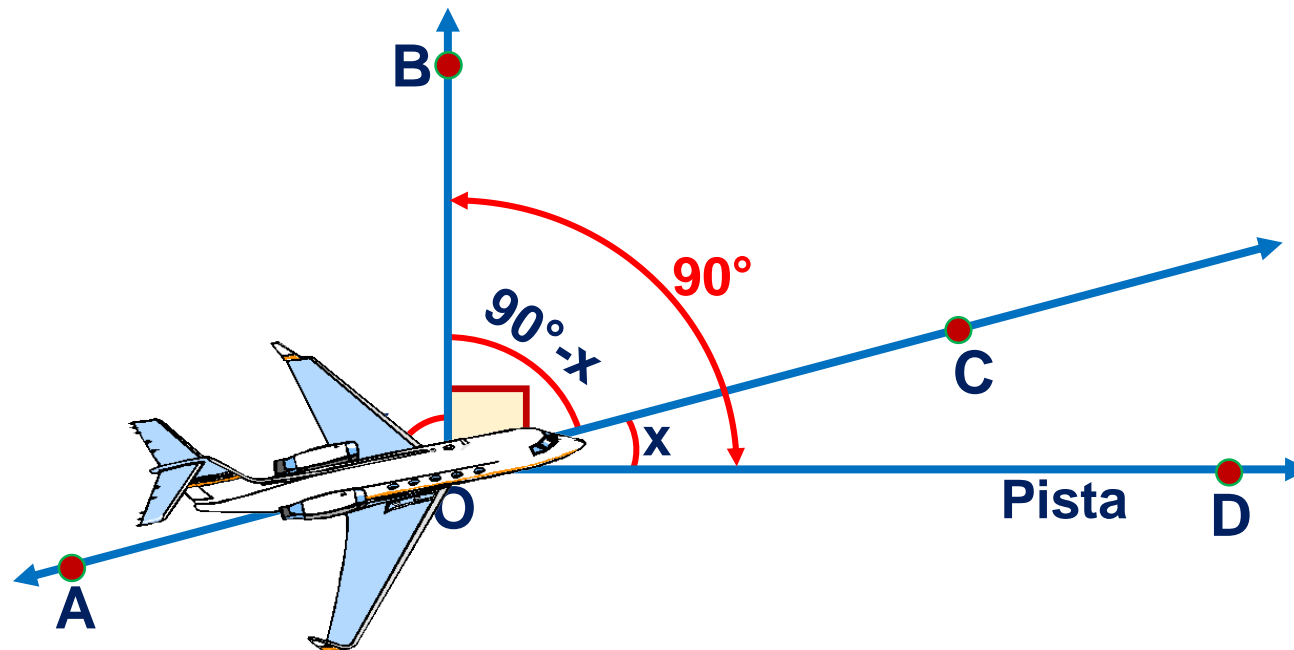
$$m\angle AOB < 90^\circ$$

$\angle AOB$ es agudo





7. Un avión al despegar describe la siguiente trayectoria que observamos en el gráfico. Determine el ángulo de inclinación que describe el avión al despegar (x).



Resolución

- Piden: x
- Del gráfico:

$$m\angle BOD = 90^\circ$$

• En \overleftrightarrow{AC} :

$$7x + 90^\circ - x = 180^\circ$$

$$6x = 90^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

