ARITHMETIC

Tomo IV

2th

SECONDARY

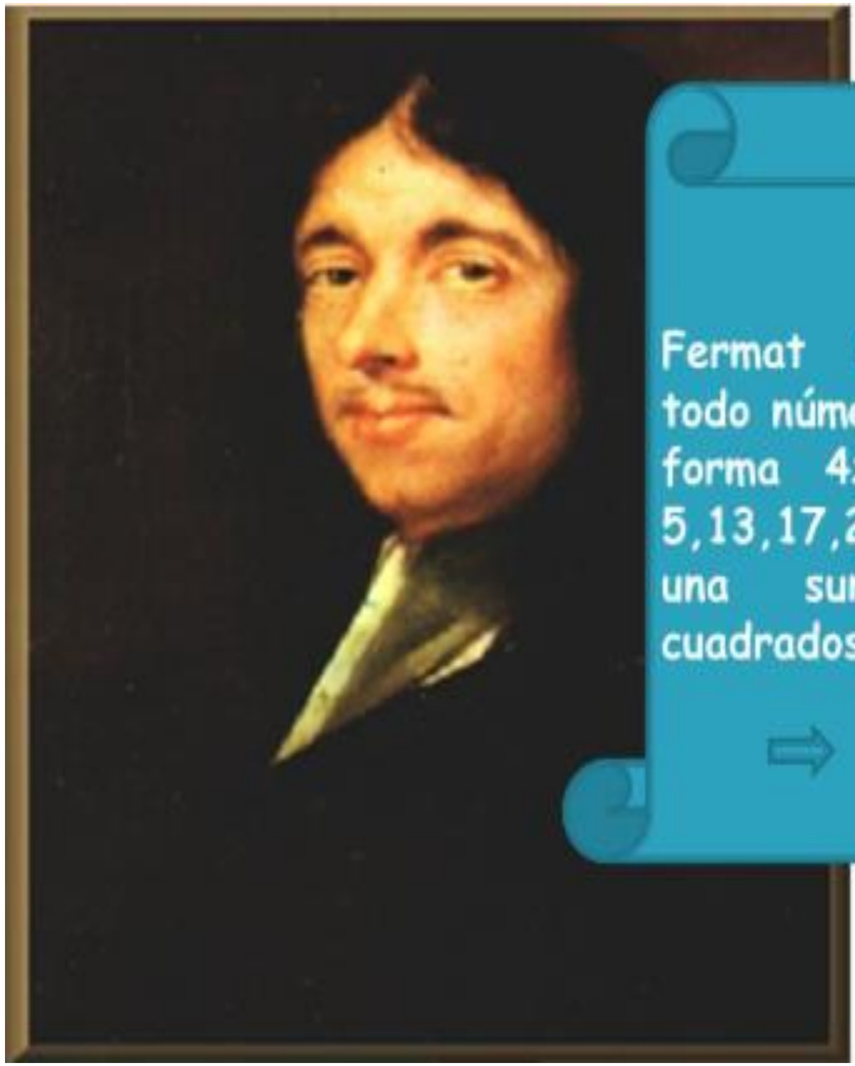
$$\underbrace{N = A^{\alpha} X B^{\beta} X C^{\gamma}}$$

Descomposición polinómica

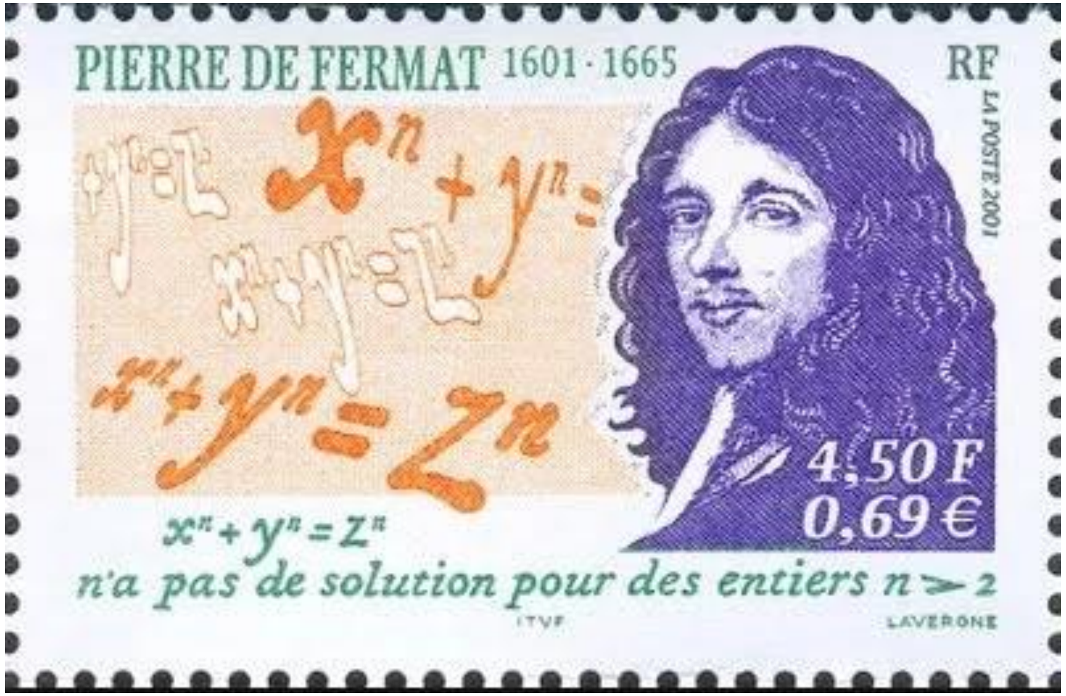
SACO OLIVEROS

Números Primos II

MOTIVATING STRATEGY



Fermat descubrió que todo número primo de la forma 4x+1 tal como 5,13,17,29,37,…..es una suma de dos cuadrados.



HELICO THEORY

1 TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA:

Todo número se puede representar como:

- $72 = 2^3 \times 3^2$
- $90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$
- $45 = 3^2 \times 5^1$

En general:

$$\boxed{N = A^a \times B^b \times C^c \quad \ldots(\mathrm{DC})}$$

Donde:

- **A, B ,C ...son números primos**
- **a, b, c, ...son enteros positivos**

HELICO THEORY

2 ESTUDIO DE LOS DIVISORES ENTEROS POSITIVOS:

Ejemplo: DETERMINE Y CLASIFIQUE LOS DIVISORES DE 45

$$\text{Divisores de 45}:\ \overbrace{1;\ \underbrace{3;\ 5}_{\text{Div. Primos}}}^{\text{Div.Simples}};\ \overbrace{9;\ 15;\ 45}^{\text{Div. Compuestos}}$$

Div. Propios: 1; 3; 5; 9; 15

HELICO THEORY

3 CANTIDAD DE DIVISORES DE UN NÚMERO

$$24 = \underbrace{2^3}\times\underbrace{3}$$

1	1
2^1	3^1
2^2	
2^3	

$$CD_{24} = 4 \times 2 = 8$$

$$180 = \underbrace{2^2}\times\underbrace{3^2}\times\underbrace{5}$$

1	1	1
2^1	3^1	5
2^2	3^2	

$$CD_{180} = 3 \times 3 \times 2 = 18$$

En general

Sea $N = A^a \times B^b \times C^c \quad \ldots(DC)$

$$\boxed{CD_N = (a+1)(b+1)(c+1)}$$

HELICO THEORY

4 CONSIDERACIONES IMPORTANTES:

* Los divisores de un número pueden ser simples o compuestos

$$\boxed{CD_N = CD_{simples} + CD_{compuestos}}$$

* Los divisores simples son el uno y los números primos

$$\boxed{CD_N = 1 + CD_{primos} + CD_{compuestos}}$$

* Para determinar la cantidad de divisores propios no se cuenta el mismo número.

$$\boxed{CD_{\text{propios de N}} = CD_N - 1}$$

SOLVED PROBLEMS

1.

Para el número 720, calcule
a. Cantidad de divisores primos
b. Cantidad de divisores simples

$$\begin{array}{r|l} 720 & 2\text{x}5 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$720 = 2^4 \text{x} 3^2 \text{x} 5$$

RESOLUCIÓN

a) Tiene 3 divisores primos:
2;3 y 5.

b) Tiene 4 divisores simples:
1;2;3 y 5.

SOLVED PROBLEMS

2. ¿Cuántos divisores tiene el número $9^3 \times 25^2$?

RESOLUCIÓN

$* \ 9^3 = (3^2)^3 = 3^6$ $* \ 25^2 = (5^2)^2 = 5^4$

Entonces: $9^3 \times 25^2 = 3^6 \times 5^4$

CD= (7).(5) = 35

$\therefore$ ***Tiene 35 divisores***

SOLVED PROBLEMS

3. **Dado el número N = 15 $\times$ 12, ¿Cuántos divisores compuestos tiene N?**

RESOLUCIÓN

$N = 15 \times 12 \Rightarrow N = 3 \times 5 \times 2^2 \times 3$

$N = 2^2 \times 3^2 \times 5$........DC

Por condición :

$\Rightarrow$ (3)(3)(2) = 4 + CD(compuestos)

14 = CD(compuestos)

$\therefore$ *Tiene 14 divisores compuestos*

SOLVED PROBLEMS

4. Si A = 600, ¿cuántos divisores pares e impares tiene A?

RESOLUCIÓN

Tenemos: $600 = 2x3x2^2x5^2$

$600 = 2^3x3x5^2$ ....DC

Para saber cuantos divisores pares: $2\underbrace{[2^2x3^1x5^2]}$

CD(pares) = (3)(2)(3) =18

Para saber cuantos divisores impares: $\cancel{2^3}\underbrace{[3^1x5^2]}$

$\boxed{\therefore \text{CD(impares)=(2)(3)=6}}$

SOLVED PROBLEMS

5. ¿Cuántos divisores múltiplos de 15 tiene el número 2400?

RESOLUCIÓN

2400	$2^2 x 5^2$
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$$2400 = 2^5 x 3 x 5^2$$

$$2400 = 3x5\,(\underbrace{2^5 x 5^1})$$

$$CD_{\dot{15}} = (6).(2)$$

$$CD_{\dot{15}} = 12$$

$\therefore$ Tiene 12 divisores **múltiplos de 15**

SOLVED PROBLEMS

6. **El 30 de enero de 2004, el gran maestro danés Peter Nielsen jugó una partida de ajedrez contra Chess Brain, el ordenador en red más grande del mundo. El encuentro terminó en un empate luego de** a^5+2 **movimientos. ¿En cuántos movimientos terminó el encuentro si A =** $2^a x 3^2 x 5^{a+1}$ **tiene 36 divisores?**

RESOLUCIÓN

$$A = 2^{\overset{+1}{a}} x\, 3^{\overset{+1}{2}} x\, 5^{\overset{+1}{a+1}}$$

$$CD_A = (a+1).\cancel{(3)}.(a+2) = \cancel{36}$$

$$\underbrace{(a+1)}_{3}.\underbrace{(a+2)}_{4} = 12 \rightarrow a = 2$$

El número de movimientos

$$a^5+2 = 2^5+2 = 34$$

$$\boxed{\therefore \textit{el número de movimientos fue } 34}$$

SACO OLIVEROS

SOLVED PROBLEMS

7. **Rosario debe repartir cierta cantidad de caramelos junto a Armando quien le comenta que por coincidencia la cantidad de caramelos a repartir es igual a la cantidad de divisores que tiene el número 2500, a lo que ella replica que en realidad es igual a la cantidad de divisores compuestos. ¿Cuál es la verdadera cantidad de caramelos si ambos están equivocados y esta cantidad es múltiplo de 7 y se encuentra entre las dos cantidades indicadas?**

Calculando la cantidad de divisores de 2500

$2500 = 2^2 . 5^4$

$CD_A = (3).(5)$

$CD_A = 15$

$CD_s = 2 + 1$

$CD_s = 3$

$CD_c = 15 - 3$

$CD_c = 12$

según el dato del problema

$12 <$ ***N° de caramelos***$(\dot{7}) < 15$

Hay 14 caramelos