GEOMETRÍA

Capítulo 21

4th
SECONDARY

PLANO CARTESIANO

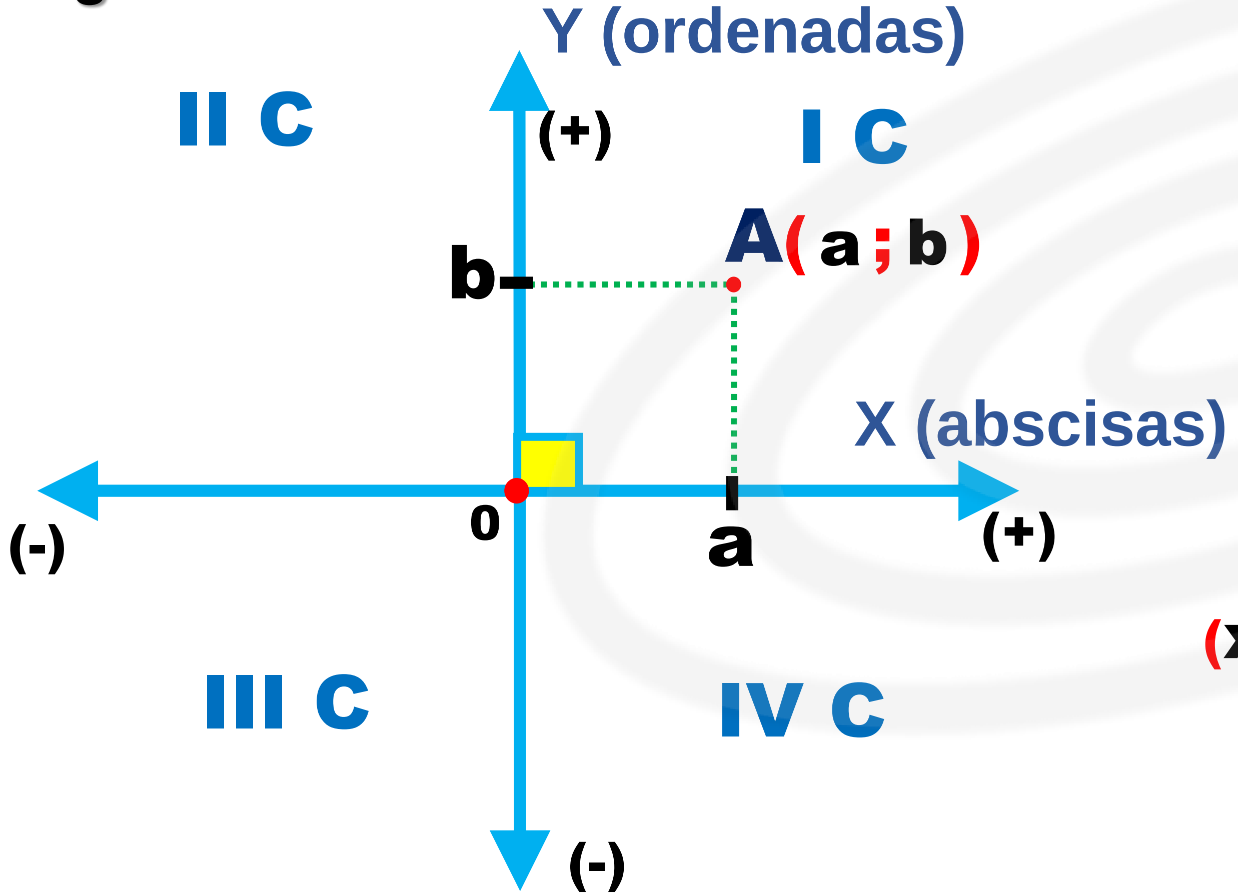
SACO OLIVEROS

René Descartes nace el 31 de marzo de 1596 cerca de Poitiers.

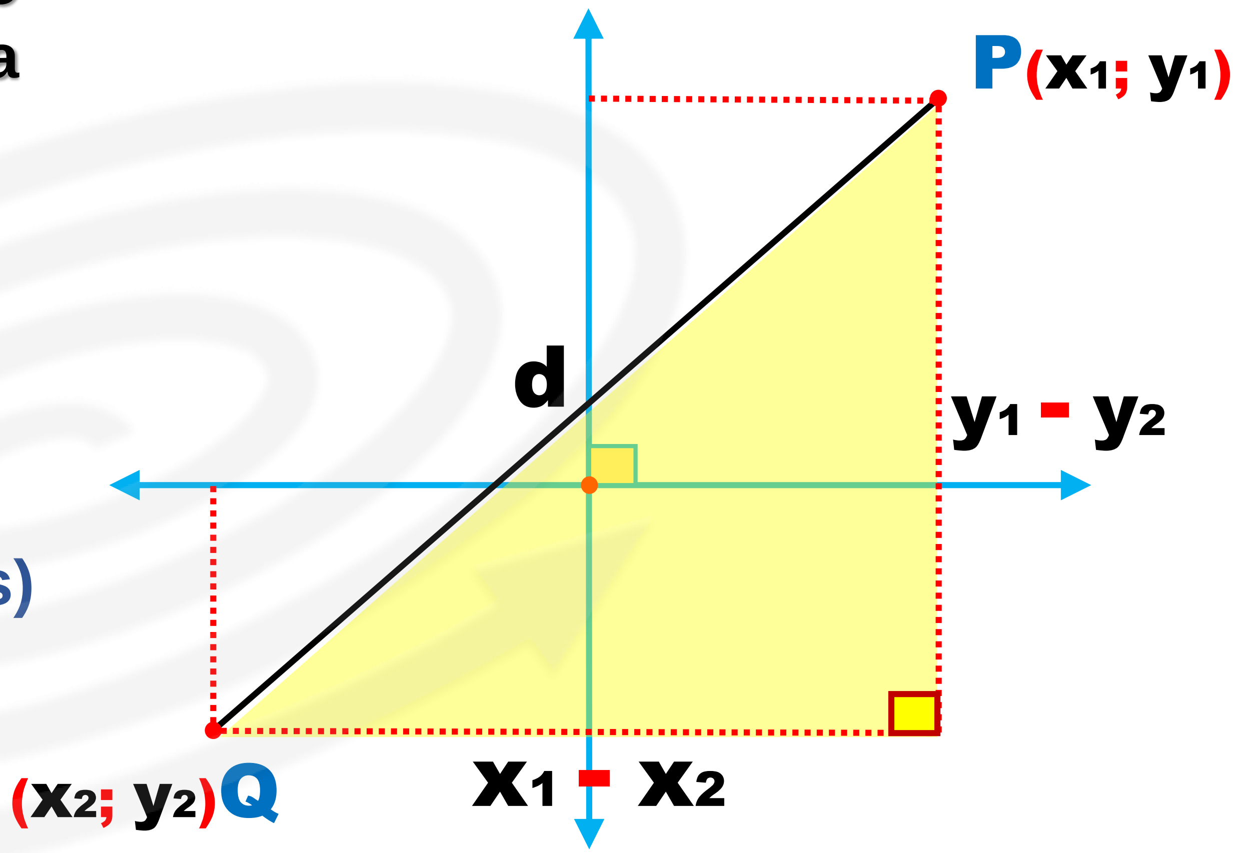
Fundamentó su pensamiento filosófico en la necesidad de tomar un "punto de partida" sobre el que edificar todo el conocimiento. En su faceta matemática que le lleva a crear la Geometría Analítica, también comienza tomando un punto de partida: dos rectas perpendiculares entre sí, que se cortan en un punto denominado "origen de coordenadas", ideando así las denominadas coordenadas cartesianas.

PLANO CARTESIANO

Es el plano determinado por dos rectas perpendiculares que se dividen en cuatro cuadrantes y su intersección se llama origen.



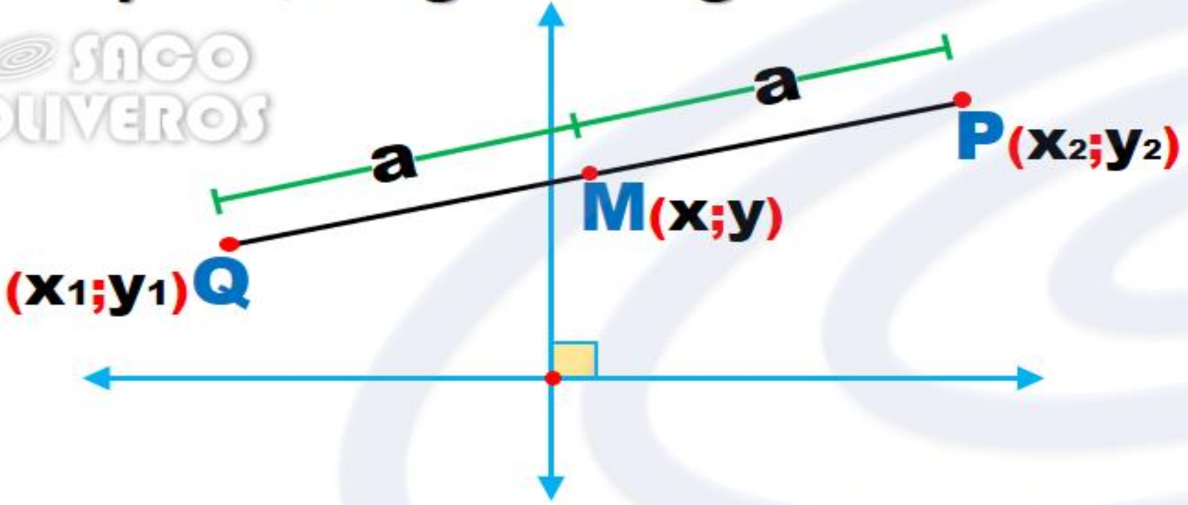
Distancia entre dos puntos



$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Coordenada del punto medio de un segmento

El punto medio del $\overline{PQ}$ es el punto M(x,y) que divide en dos segmentos PM y MQ de igual longitud.

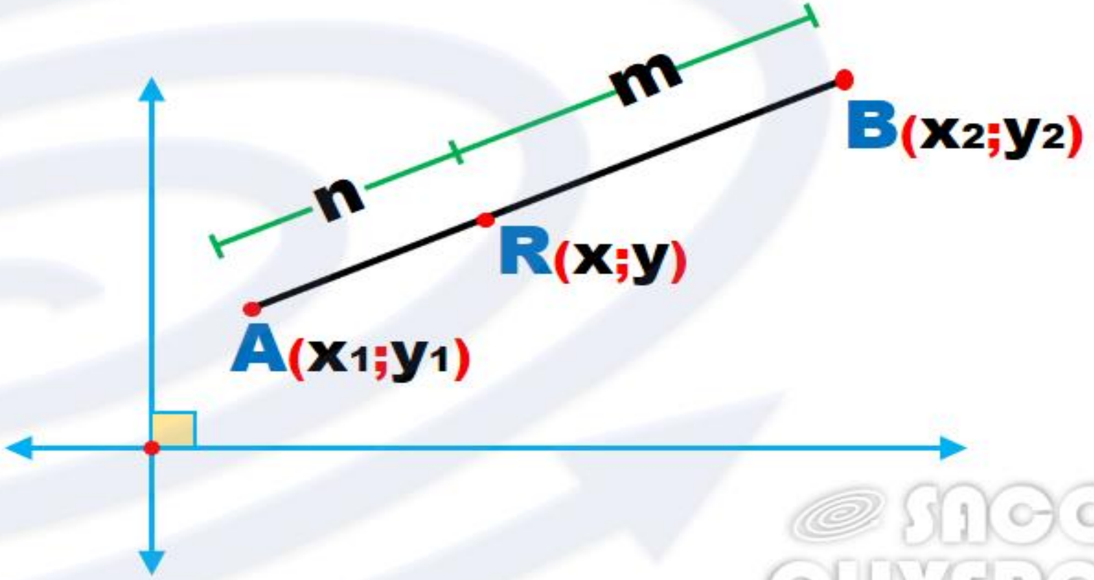


$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

División de un segmento

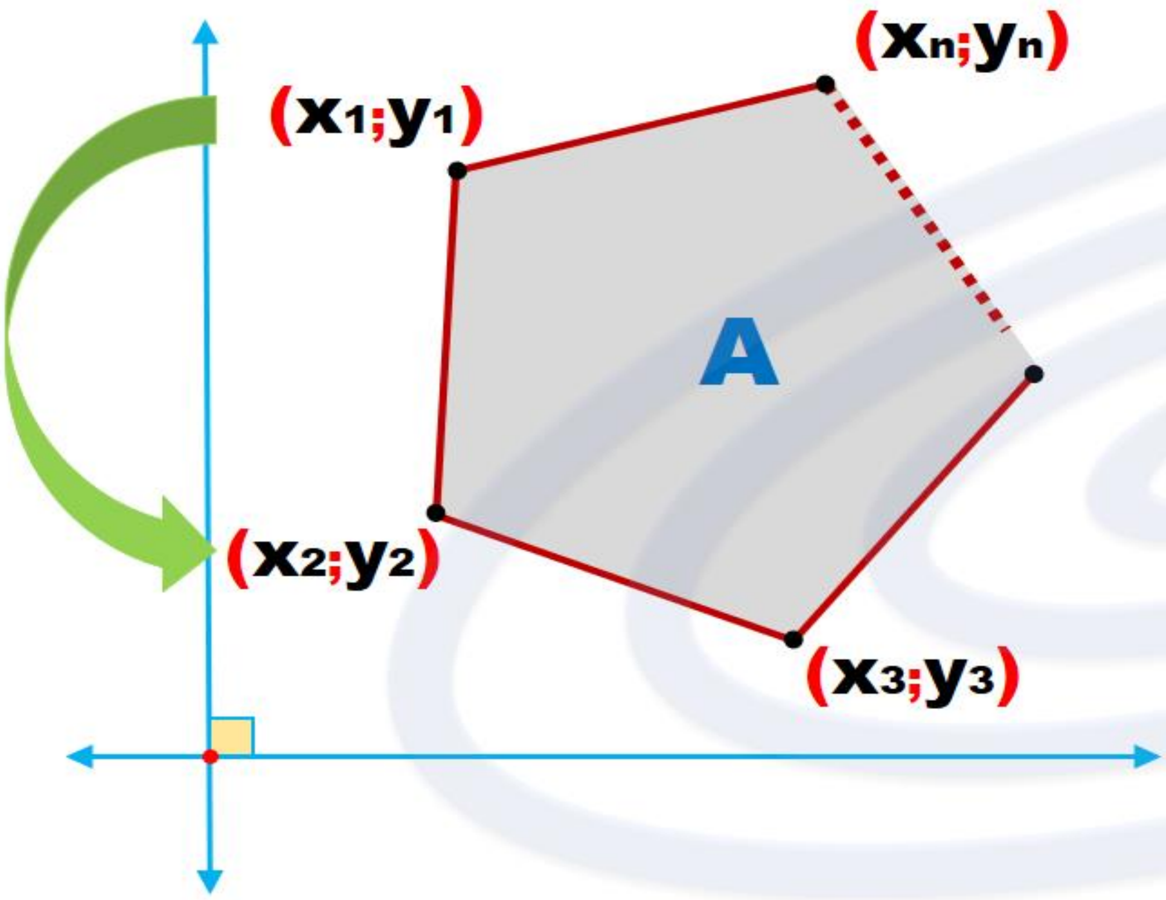
Sean A(x_1,y_1) y B(x_2,y_2) los extremos de $\overline{PQ}$, las coordenadas del punto R(x, y)



$$x = \frac{m.x_1 + n.x_2}{m + n}$$

$$y = \frac{m.y_1 + n.y_2}{m + n}$$

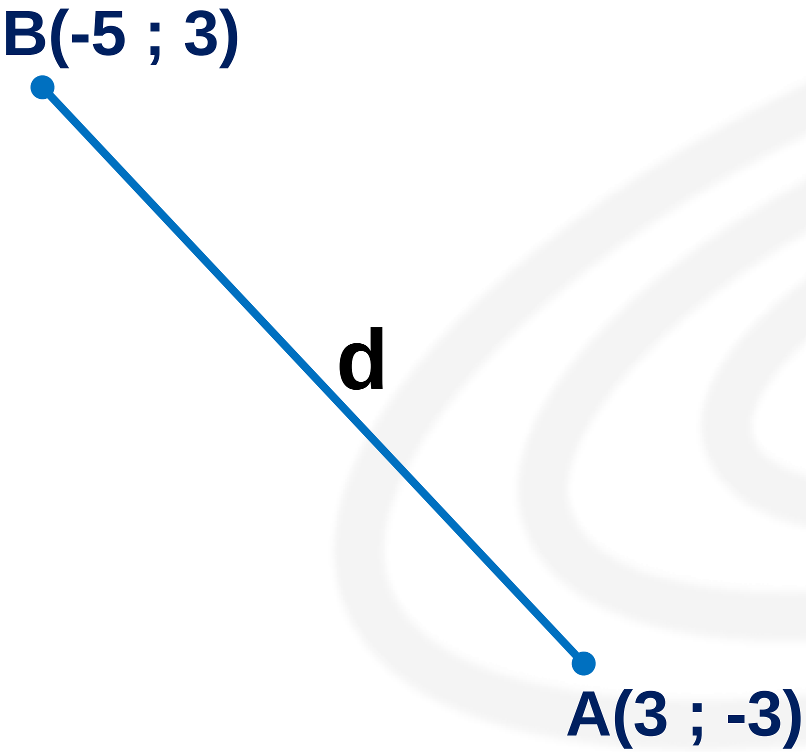
Cálculo de áreas en el plano cartesiano



$$(+)\left[\begin{array}{c|cc|c} & x_1 & y_1 & \\ x_2\cdot y_1 & x_2 & y_2 & x_1\cdot y_2 \\ x_3\cdot y_2 & x_3 & y_3 & x_2\cdot y_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & x_n & y_n & \\ x_1\cdot y_n & x_1 & y_1 & x_n\cdot y_1 \\ \hline R & & & S \end{array}\right](+)$$

$$A = \frac{|R-S|}{2}$$

1. Halle la distancia entre los puntos A(3 ;– 3) y B(– 5; 3).



Resolución:

- **Piden: d**
- Distancia entre dos puntos

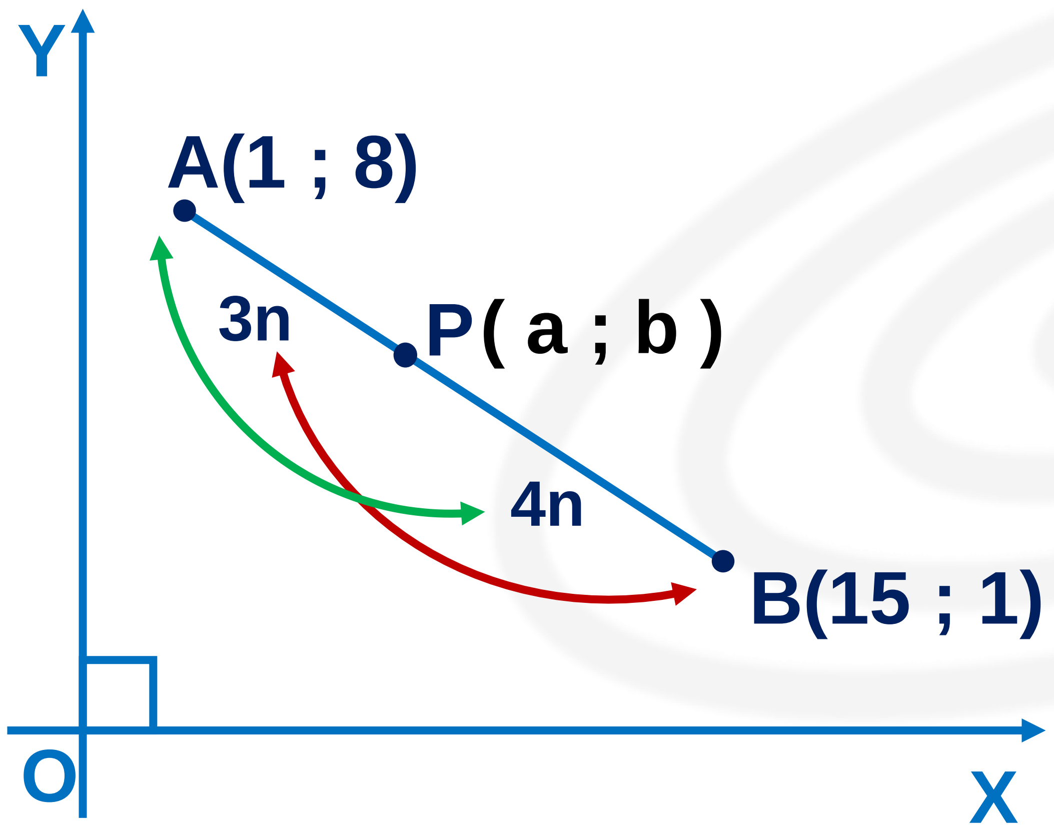
$$\mathbf{d} = \sqrt{(-5-3)^2 + (3-(-3))^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{(-8)^2 + (6)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{100}$$

$$\boxed{\mathbf{d} = 10\ \mathbf{u}}$$

2. Determine las coordenadas del punto P.



Resolución

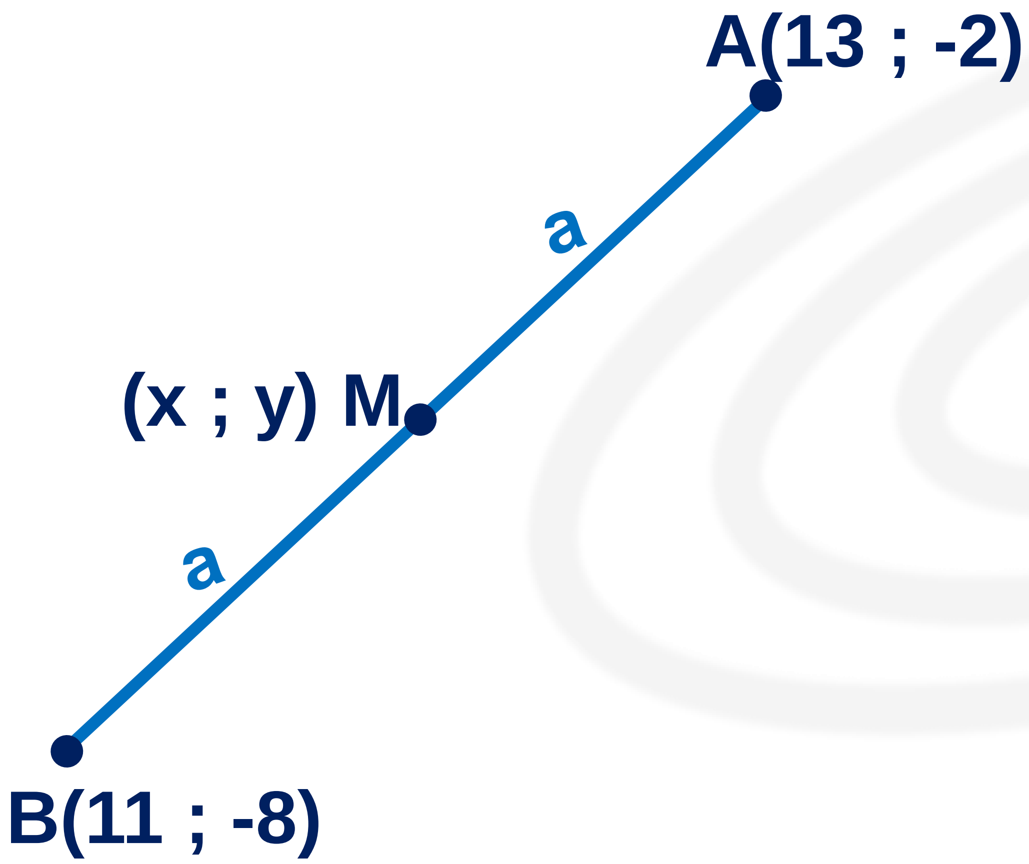
- Piden: P (a ; b)
- Aplicando el teorema:

$$a = \frac{4(1) + 3(15)}{3 + 4} = \frac{49}{7} = 7$$

$$b = \frac{4(8) + 3(1)}{3 + 4} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\boxed{P(\ 7 ; 5\ )}$$

3. Determine las coordenadas del punto medio del segmento que tiene por extremos los puntos A (13; – 2) y B (11; – 8).



Resolución

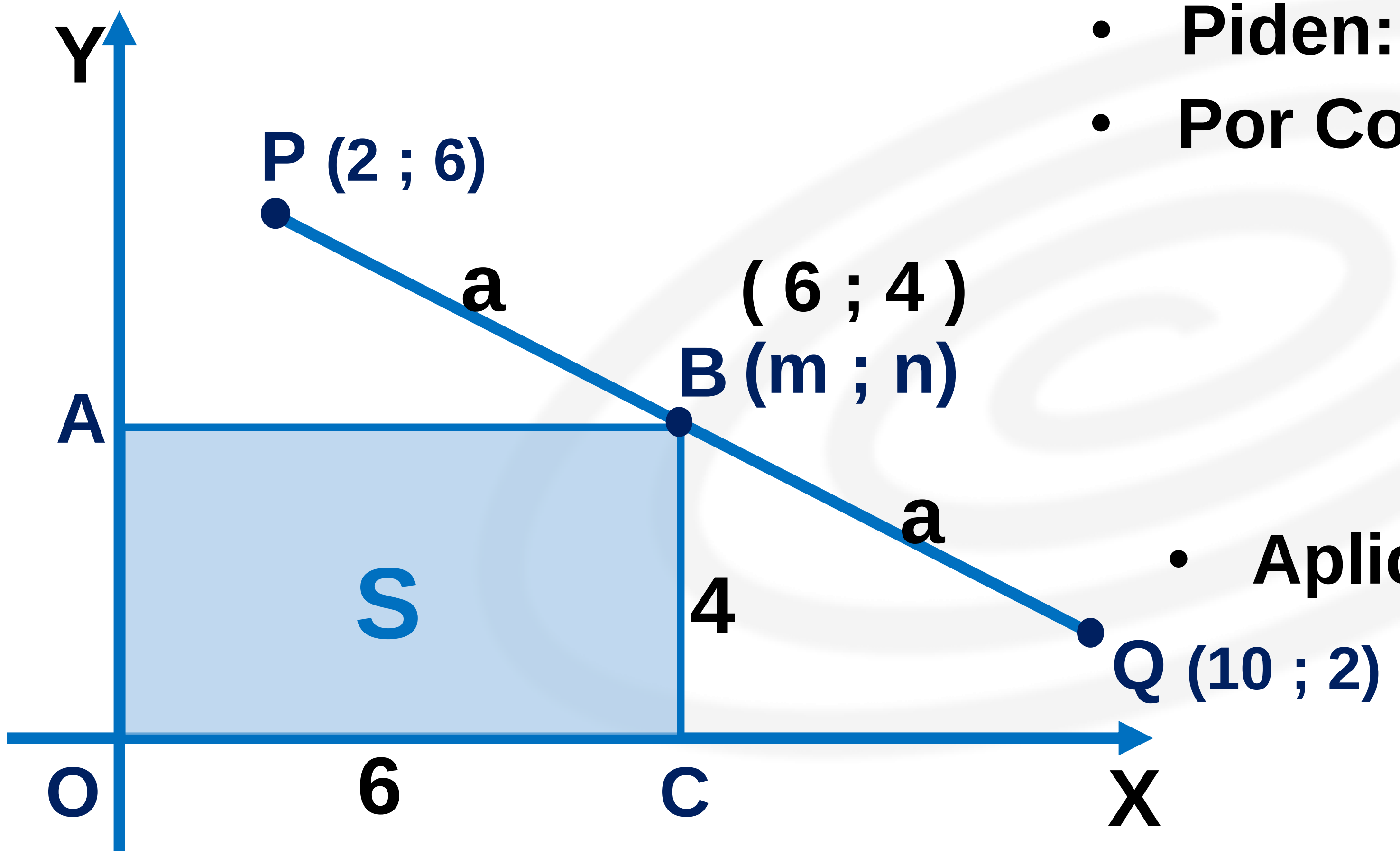
- Piden: M (x ; y)
- Por Coordenada del Punto Medio:

$$x = \frac{11 + 13}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$y = \frac{(-8) + (-2)}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$\boxed{M(\,12\,; -5\,)}$$

4. Calcule el área de la región rectangular OABC.



Resolución

- Piden: S
- Por Coordenada del Punto Medio:

$$\mathbf{m} = \frac{10+2}{2} = 6$$

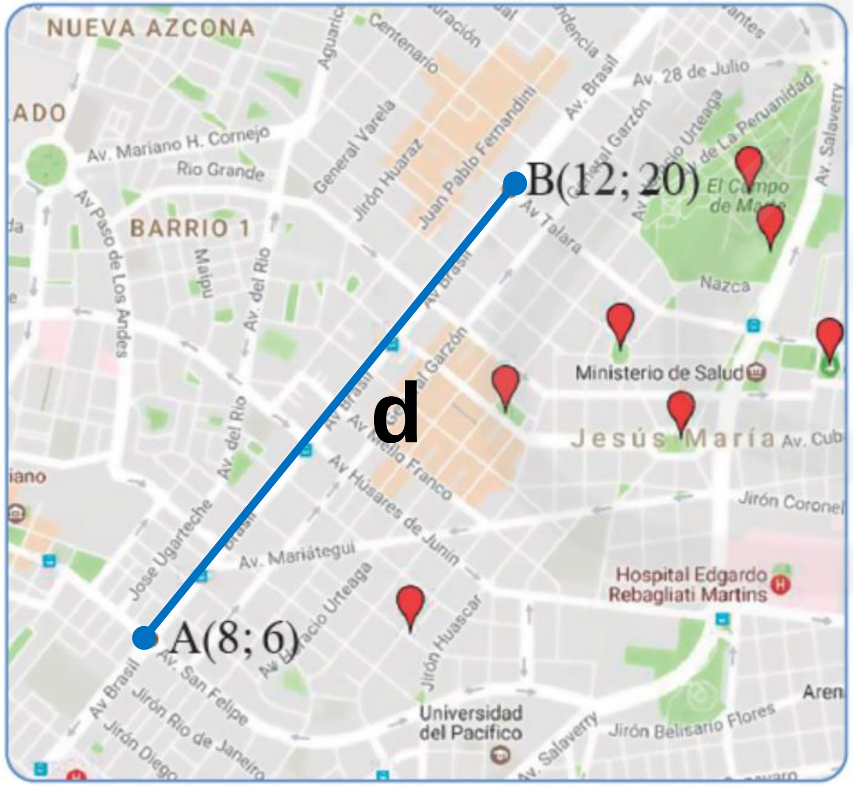
$$\mathbf{n} = \frac{2+6}{2} = 4$$

- Aplicando el teorema:

$$S = (6)(4)$$

$$\boxed{S = 24\ \mathrm{u}^2}$$

5. Según la aplicación del Google maps se puede observar el plano del distrito de Jesús María, si Alonso se ubica en el punto A que esta ubicado en el cruce de la Av. Brasil con la Av. San Felipe y desea trasladarse en línea recta hasta el punto B que esta ubicado en el cruce de la Av. Brasil con la Av. Talara. ¿Qué distancia recorre Alonso?



Resolución:

- **Piden: d**
- **Distancia entre dos puntos**

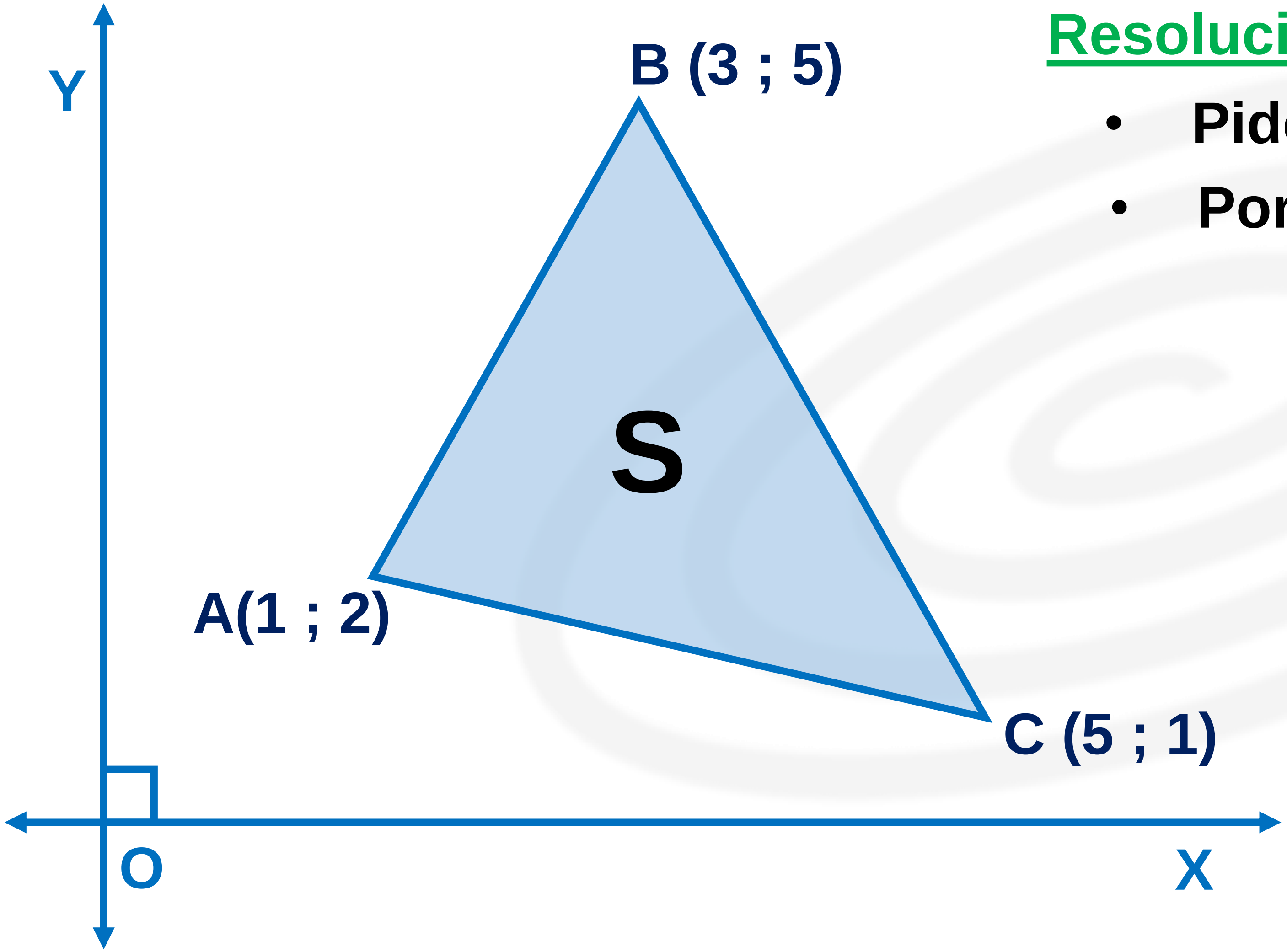
$$d = \sqrt{(12-8)^2 + (20-6)^2}$$

$$d = \sqrt{(4)^2 + (14)^2}$$

$$d = \sqrt{212}$$

$$\boxed{d = 2\sqrt{53}\ u}$$

6. Calcule el área de la región triangular ABC.



Resolución

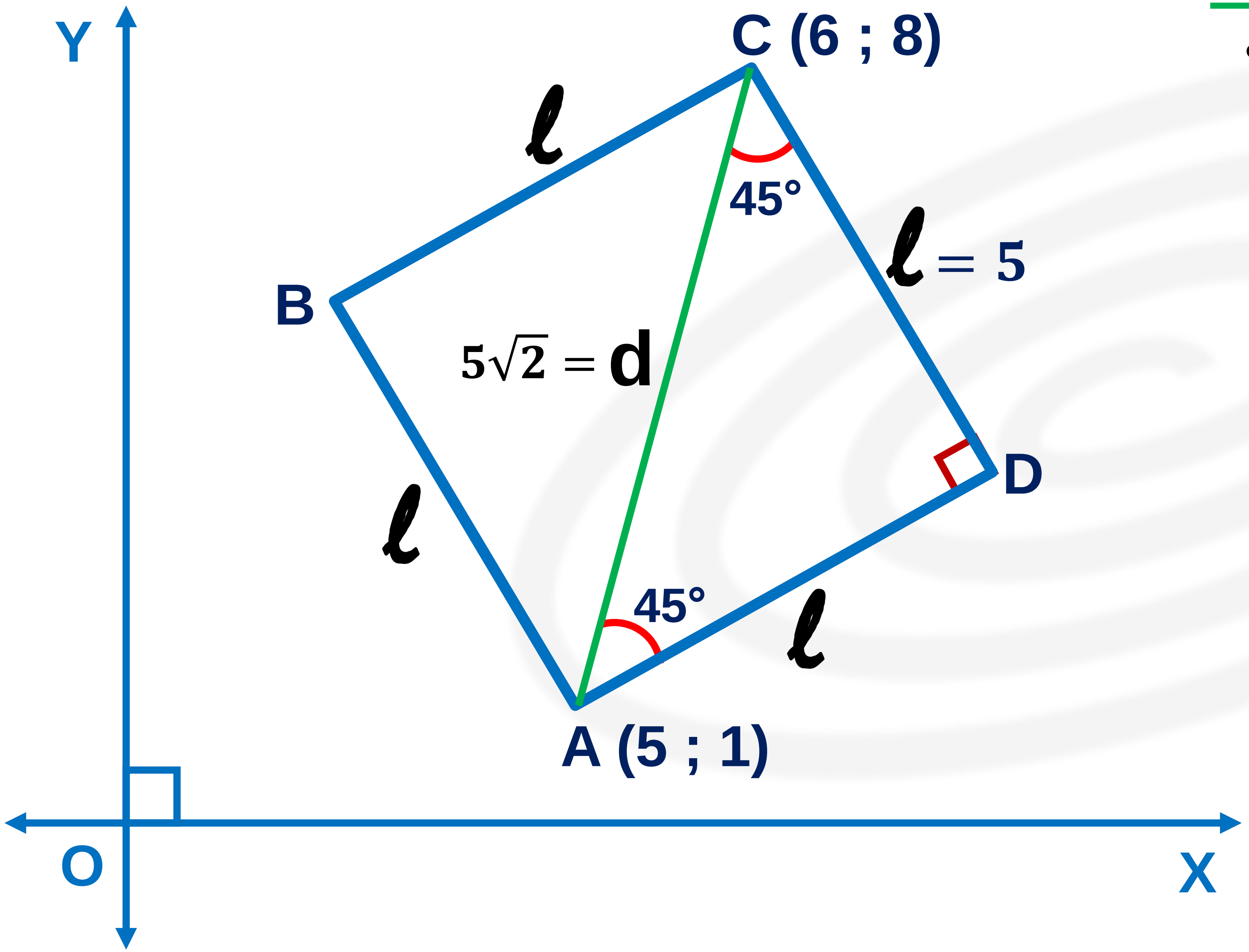
- Piden: S
- Por teorema:

$$\begin{array}{c|cc|c} & 1 & 2 & \\ 10 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 5 & 25 \\ 5 & 1 & 2 & 6 \\ \hline 18 & & & 32 \end{array}$$

$$S = \frac{|18 - 32|}{2} = \frac{14}{2}$$

$$\boxed{S = 7\ u^2}$$

7. Calcule el perímetro de la región cuadrada ABCD.



Resolución

- Piden: $2p_{ABCD}$

$2p_{ABCD} = 4\ell$ … (1)

- Se traza la diagonal $\overline{AC}$

$d = \sqrt{(6-5)^2 + (8-1)^2}$

$d = \sqrt{(1)^2 + (7)^2}$

$d = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

- ◺ADC : Notable de 45° y 45°

$\ell = 5$ … (2)

- Reemplazando 2 en 1.

$2p_{ABCD} = 4(5)$

$\boxed{2p_{ABCD} = 20\ u}$

 SACO OLIVEROS