

ALGEBRA

Chapter 2

2th

Session II

LEYES DE EXPONENTES PARA LA RADICACIÓN



HELICO MOTIVATING



Reto Matemático

¿Puedes descifrar el nombre encriptado? Del primer número que obtengas, debes escribir la letra inicial. Del segundo, escribir la segunda letra y así sucesivamente.

$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt[3]{125} + \sqrt{0}$	$\sqrt{144} - \sqrt{16}$
DOS	SIETE	CINCO	OCHO

RPTA: DINO

HELICO THEORY

CHAPTER 2

Session II

RADICACIÓN EN R

1. DEFINICIÓN:

$$\sqrt[n]{a} = r \Leftrightarrow r^n = a$$

Donde: n = Índice

a = Radicando

r = Raíz

$n \in \mathbb{Z}; n \geq 2$

Cuando n es par, a debe ser positivo.

Ejemplos: ✓ $\sqrt[3]{64} = 4 \Leftrightarrow 4^3 = 64$

✓ $\sqrt[3]{-27} = -3 \Leftrightarrow (-3)^3 = -27$

2. EXPONENTE FRACCIONARIO: Si las raíces existen en \mathbb{R}

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^m ; m, n \in \mathbb{Z}^+ ; n \neq 0$$

Ejemplo:

$$\checkmark 16^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{16} \right)^3 = (2)^3 = 8$$

3. PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

a) Raíz de una multiplicación

$$\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$$

$$\checkmark \sqrt[3]{27 \times 125} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{125} = 3 \cdot 5 = 15$$

b) Raíz de una división

$$\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$$

$$, y \neq 0; n \neq 0$$

$$\checkmark \sqrt{\frac{x^4}{y^6}} = \frac{\sqrt{x^4}}{\sqrt{y^6}} = \frac{x^{\frac{4}{2}}}{y^{\frac{6}{2}}} = \frac{x^2}{y^3}$$

c) Raíz de Raíz

$${}^m\sqrt{{}^n\sqrt{{}^p\sqrt{x}}} = {}^{m \times n \times p}\sqrt{x}$$

$$\begin{aligned}
 \checkmark \quad & {}^3\sqrt{{}^2\sqrt{{}^5\sqrt{{}^2\sqrt{x^{30}}}}} = {}^{3 \times 2 \times 5 \times 2}\sqrt{x^{30}} = {}^{60}\sqrt{x^{30}} \\
 & = x^{\frac{30}{60}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}
 \end{aligned}$$

d) Propiedades auxiliares

$$\sqrt[m]{x^a} \times \sqrt[n]{x^b} \times \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m \times n \times p]{x^{(a \times n + b)p + c}}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[5]{a^7} = 3 \times 5 \sqrt{a^{2 \times 5 + 7}} = {}^{15}\sqrt{a^{17}}$$

$$\sqrt[m]{x^a} \div \sqrt[n]{x^b} \div \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m \times n \times p]{x^{(a \times n - b)p - c}}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[3]{a^2} \div \sqrt[5]{a^7} = 3 \times 5 \sqrt{a^{2 \times 5 - 7}} = {}^{15}\sqrt{a^3} = {}^5\sqrt{a}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 2

Session II

1. Reduzca

$$E = (-8)^{\frac{4}{3}} + (-27)^{\frac{1}{3}} - (27)^{\frac{1}{3}}$$

RESOLUCIÓNRecordemos:

Si la raíz existe en R.

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m; m, n \in \mathbb{Z}^+; n \neq 0$$

$$E = (-8)^{\frac{4}{3}} + (-27)^{\frac{1}{3}} - (27)^{\frac{1}{3}}$$

$$E = (\sqrt[3]{-8})^4 + (\sqrt[3]{-27})^1 - (\sqrt[3]{27})^1$$

$$E = (-2)^4 + (-3)^1 - (3)^1$$

$$E = 16 - 3 - 3$$

Rpta.: 10

2. Hallar el valor de:

$$E = \left(\frac{1}{9}\right)^{2^{-1}} + \left(\frac{1}{81}\right)^{4^{-1}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{2^{-1}}$$

RESOLUCIÓN

$$E = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[4]{\frac{1}{81}} + \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$E = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

Recordemos

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}; b \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m; m, n \in \mathbb{Z}^+; n \neq 0$$

Rpta.:

$\frac{7}{6}$

3. Luego de simplificar

$$T = \sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt{x^{33}}}} \cdot \sqrt[16]{x^5}; x \neq 0 \text{ se obtiene.}$$

Recordemos

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m \times n \times p]{x}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt{x^{33}}}} \cdot \sqrt[16]{x^5} = \sqrt[4 \times 6 \times 2]{x^{33}} \cdot x^{\frac{5}{16}} = x^{\frac{33}{48}} \cdot x^{\frac{5}{16}}$$

$$\rightarrow x^{\frac{11}{16}} \cdot x^{\frac{5}{16}} = x^{\frac{16}{16}}$$

Rpta.: x

4. Calcule el valor de

$$T = 6^{8^{3^{-1}}} + 3^{81^{4^{-1}}}$$

RESOLUCIÓN

$$T = 6^{8^{3^{-1}}} + 3^{81^{4^{-1}}}$$

$$T = 6^{8^{\frac{1}{3}}} + 3^{81^{\frac{1}{4}}}$$

$$T = 6^{\sqrt[3]{8}} + 3^{\sqrt[4]{81}}$$

$$T = 6^2 + 3^3$$

Recordemos

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}; b \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m; m, n \in \mathbb{Z}^+; n \neq 0$$

Rpta.: **63**

5. Efectúe

$$S = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^5} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{x^9}}; x \neq 0$$

RESOLUCIÓN

$$S = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^5} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{x^9}} = \sqrt[3 \times 2]{x^{2 \times 2 + 5}} \cdot \sqrt[6]{x^9}$$

$$\rightarrow \sqrt[6]{x^9} \cdot \sqrt[6]{x^9} = \sqrt[6]{x^9 \cdot x^9} = \sqrt[6]{x^{18}} = x^{\frac{18}{6}}$$

Rpta.: x^3

6. Un padre de familia de Saco Oliveros le dice a su hijo: "Si tú resuelves

$$S = \sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{2^{28}}}}}}}$$

de premio recibirás en soles lo mismo que el resultado obtenido" ¿Cuánto recibirá de premio?

RESOLUCIÓN

$$S = \sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{2^{28}}}}}}} = \sqrt[7 \times 2 \times 7 \times 2]{2^{28}} = {}^{14}\sqrt{2^{28}} = 2^{\frac{28}{14}} = 2^2$$

Recordemos

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m \times n \times p]{x}$$

Rpta. : Recibirá s/4 soles

7. Luego de reducir T, encontraras el costo del pasaje

$$T = \sqrt[3]{4 \sqrt[4]{8 \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{2}}}; x \neq 0 \quad \text{¿Cuánto es el pasaje?}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \sqrt[3]{2^2 \sqrt[4]{2^3 \sqrt{2}}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{2}}$$

$$T = \sqrt[3 \times 4 \times 2]{2^{(2 \times 4 + 3) \times 2 + 1}} \cdot \sqrt[24]{2} = \sqrt[24]{2^{23}} \cdot \sqrt[24]{2}$$

$$T = \sqrt[24]{2^{23} \cdot 2} = \sqrt[24]{2^{24}} = 2$$

Rpta.: 2 soles