



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 7 - 12

5th
SECONDARY

ADVISORY



 **SACO OLIVEROS**



INTERPRETACIÓN DE ENUNCIADOS II (DIOFÁNTICAS)



PROBLEMA 1

Coco va a comprar pelotas a S/21 la unidad, medias a S/15 la unidad y gorros a S/35 la unidad; si desea gastar sólo S/223, ¿cuántos artículos puede comprar, sabiendo que desea más gorros que pelotas?

Resolución:



P. UNIT.	21	15	35
CANTIDAD	x	y	z

$$21x + 15y + 35z = 223$$

$$21x + 14y + \textcircled{y} + 35z = 217 + \textcircled{6} \rightarrow y = 6$$

$$21x + 35z = 217$$

$$\div 7 \rightarrow 3x + 5z = 31$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2 & 5 \\ \hline 7 & 2 \end{array} \rightarrow x = 2; z = 5$$

$$N^{\circ} \text{ de artículos comprados} = x + y + z = \underline{\underline{13}}$$

PROBLEMA 2

En una fiesta hay 180 personas entre hombres, mujeres y niños. En un determinado momento se observa que el número total de niños es igual a la sexta parte del número de mujeres que bailaban, y el número de hombres que no bailaban era igual a la octava parte del total de mujeres. ¿Cuántas mujeres no bailaban en dicho instante?

Resolución:

Piden determinar la cantidad de mujeres que no bailaban.

	BAILAN	NO BAILAN	TOTAL
VARONES	$6a$	n	$6a + n$
MUJERES	$6a$	$8n - 6a$	$8n$
NIÑOS	a		a

$$(6a + n) + 8n + a = 180$$

$$\begin{array}{c} \overset{\bullet}{9} \quad \overset{\bullet}{9} \quad \overset{\bullet}{9} \\ \underbrace{} \quad \underbrace{} \quad \underbrace{} \\ 7a + 9n = 180 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 13 \text{ (única solución)} \end{array}$$

$$\therefore \text{Mujeres que no bailan} = \underline{\underline{50}}$$

PROBLEMAS SOBRE CRONOMETRÍA



PROBLEMA 3

Raulito quería iniciar una conversación con Mónica y le pregunta. ¿Qué hora es? Ella sutilmente responde: “Son más de las 4 p.m. sin ser las 6 p.m. y hace 10 minutos los minutos que habían transcurrido desde las 4 p.m. eran iguales a $\frac{1}{8}$ del tiempo que faltarían transcurrir hasta las 6 p.m. dentro de 20 minutos ¿Qué hora indicó Mónica?

Resolución:



$$x + 10 + 20 + 8x = 120$$

$$9x + 30 = 120$$

$$9x = 90$$

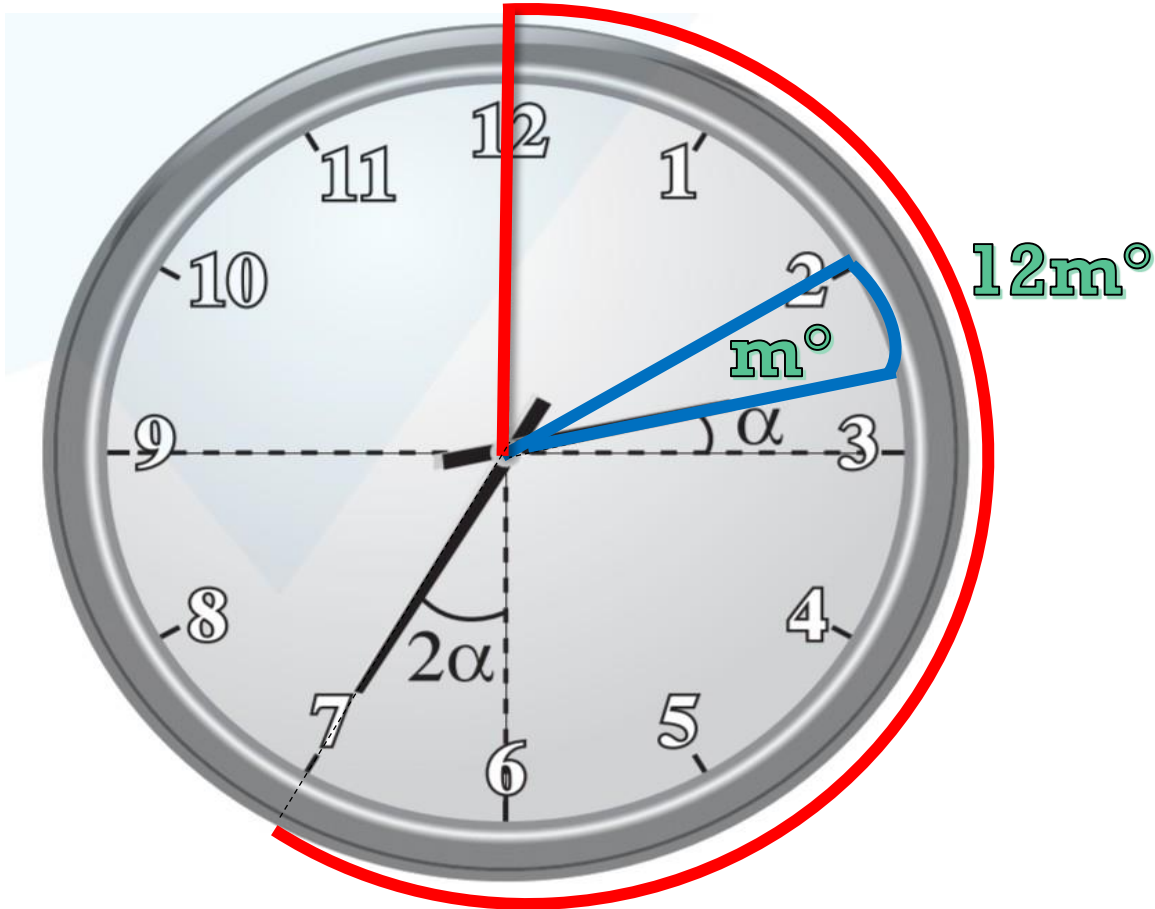
$$x = 10$$

$$\text{La hora será: } 4pm + 10 + 10 = 4:20pm$$

$$\therefore \underline{\underline{4:20 p.m.}}$$

PROBLEMA 4

¿Qué hora indica el reloj de la figura?



Resolución: HORA: 2 : $2m$

$$12m = 180 + 2\alpha$$

$$m + \alpha = 30$$

$$12m - 2\alpha = 180$$

$$2m + 2\alpha = 60$$

$$\begin{array}{r} 12m - 2\alpha = 180 + \\ 2m + 2\alpha = 60 \\ \hline \end{array}$$

$$14m = 240$$

$$2m = \frac{240}{7}$$

$$\therefore \text{HORA. } 2 : 34 \frac{2}{7}$$

OPERACIONES MATEMÁTICAS



PROBLEMA 5

Sabiendo que

$$\boxed{x + 5} = x - 3$$

$$\boxed{x - 1} = x - 5$$

Determine

$$M = \underbrace{\dots \boxed{x - 1} \dots}_{100 \text{ operadores}}$$

Resolución:

De los datos:

$$\boxed{x - 1} = x - 5$$

-4

$$\begin{aligned} \boxed{x + 5} &= x - 3 \\ \downarrow -4 \\ \boxed{x + 1} &= x - 3 \end{aligned}$$

-4

Entonces, en la expresión pedida:

$$M = \dots \boxed{x - 1} \dots = (x - 1) \underbrace{- 4 - 4 - 4 - \dots - 4}_{100 \text{ veces}}$$

$$\therefore M = \underline{\underline{x - 401}}$$

PROBLEMA 6

Si: $x^{\boxed{x}} = x + 2$

Calcular:

$$\left(\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} \right)^3$$

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{3^{\boxed{3}} = 5} & \textcircled{5^{\boxed{5}} = 7} & 7^{\boxed{7}} = 9 \end{array}$$

ahora: $\textcircled{7^{\boxed{7}}} = 9$

$$\left(\textcircled{5^{\boxed{5}}} \right)^{\boxed{7}} = 9$$

$$\left(\left(3^{\boxed{3}} \right)^{\boxed{5}} \right)^{\boxed{7}} = 3^2$$

$$\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} = 2$$

NOS PIDEN:

$$2^3 = 8$$

$$\therefore \underline{\underline{8}}$$

OTRA FORMA:

Si: $x^{\boxed{x}} = x + 2$

Calcular:

$$\left(\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} \right)^3$$

Resolución:

$$x^{\boxed{x}} = x + 2$$

A ambos términos le aplicamos logaritmo de base x

$$\log_x x^{\boxed{x}} = \log_x (x + 2)$$

$$\boxed{x} = \log_x (x + 2)$$

HALLAMOS: $\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7}$

$$\log_3 \cancel{5} \times \log_5 \cancel{7} \times \log_7 9$$

$$\log_3 9 = 2$$

NOS PIDEN: $2^3 \quad \therefore \quad \underline{\underline{8}}$

LEYES DE COMPOSICIÓN



PROBLEMA 7

Se define en \mathbb{Z}

$$\text{Si: } p \heartsuit q = p + q - 9$$

Determine:

$$13^{-1} \heartsuit 7^{-1}$$

Recordemos:

$$a \heartsuit a^{-1} = a^{-1} \heartsuit a = e$$

De la operación: $e = +9$

Resolución:

$$p \heartsuit q = p + q - 9$$

$$\underbrace{a \heartsuit a^{-1}}_e = a + a^{-1} - 9$$

$$e = a + a^{-1} - 9$$

$$9 = a + a^{-1} - 9$$

$$18 - a = a^{-1}$$

$$5 = 13^{-1}$$

$$11 = 7^{-1}$$

Piden:

$$13^{-1} \heartsuit 5^{-1}$$

$$5 \heartsuit 11 = 5 + 11 - 9$$

7

PROBLEMA 8

Dada la siguiente tabla:

Δ	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Halle el valor de:

$$(4^{-1} \Delta 3^{-1}) \Delta 2^{-1}$$

Resolución:

DE LA TABLA:

$$e = 3$$

$$a \Delta a^{-1} = e$$

$$a^{-1} \Delta a = e$$

CALCULANDO:

$$4 \Delta 4^{-1} = 3 \longrightarrow 4^{-1} = 2$$

$$3 \Delta 3^{-1} = 3 \longrightarrow 3^{-1} = 3$$

$$2 \Delta 2^{-1} = 3 \longrightarrow 2^{-1} = 4$$

ME PIDEN:

$$(4^{-1} \Delta 3^{-1}) \Delta 2^{-1}$$

$$(2 \Delta 3) \Delta 4 = 3$$

3



SUCESIONES



PROBLEMA 9

Durante el mes de febrero de 1952, una florista vendió 18 rosas el primer día del mes; 26 rosas el segundo día; el tercer día, 2 rosas menos que el doble de lo que vendió el primer día; y así sucesivamente. Si las ventas siguieron así durante todo el mes, ¿Cuántas rosas vendió el último día del mes?

Resolución:

Piden la cantidad de rosas que vendió el último mes.

Del enunciado:

1952 → Año Bisiesto

$$\begin{array}{ccccccc} & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & 29^\circ \\ 10 & 18; & 26; & 34; & 42; & \dots; & t_{29} \\ & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\ & +8 & +8 & +8 & +8 & +8 & \end{array}$$

$$\rightarrow t_n = 8n + 10$$

$$\rightarrow t_{29} = 8(29) + 10$$

$$\therefore t_{29} = \underline{\underline{242}}$$

PROBLEMA 10

Calcule la diferencia entre la cantidad de términos que terminan en 5 y la cantidad de términos que tienen tres cifras en la siguiente sucesión: 8; 17; 26; 35; 44; ; 899

Resolución:

$$\begin{array}{ccccccccc} 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & 5^\circ & \dots & 100^\circ \\ 8; & 17; & 26; & 35; & 44; & \dots; & 899 \end{array} \rightarrow t_n = 9n - 1$$

$\underbrace{\quad\quad}_{+9} \quad \underbrace{\quad\quad}_{+9} \quad \underbrace{\quad\quad}_{+9} \quad \underbrace{\quad\quad}_{+9}$

$$t_n = 9n - 1 = \dots 5$$

$$t_n = 9n = \dots 6$$

$$\rightarrow n = \underbrace{\{4; 14; 24; \dots; 94\}}_{10 \text{ términos}}$$

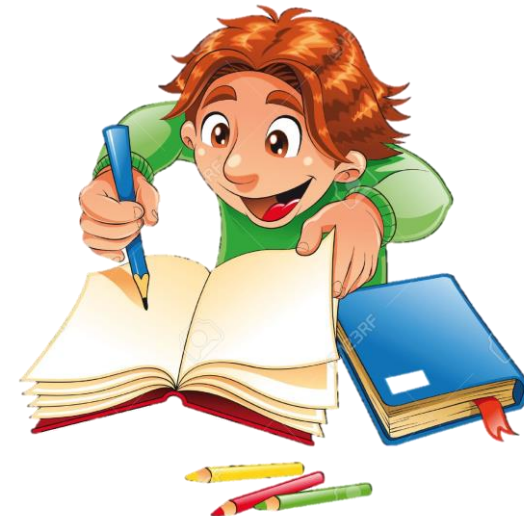
$$100 \leq 9n - 1 < 1000$$

$$11,22 \dots \leq n < 111,22 \dots$$

$$\rightarrow n = \underbrace{\{12; 13; 14; \dots; 100\}}_{89 \text{ términos}}$$

$$\therefore 89 - 10 = \underline{\underline{79}}$$

SERIES I



PROBLEMA 11

Calcule: $S = 3^3 - 1 + 4^3 - 3 + 5^3 - 5 + 6^3 - 7 + \dots$

Resolución:

20 términos

$$S = (\underbrace{3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 12^3}_{10 \text{ términos}}) - (\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + 19}_{10 \text{ términos}})$$

$$S = \left(\frac{12(13)}{2} \right)^2 - \left(\frac{2(3)}{2} \right)^2 - (10)^2$$

$$S = 6084 - 9 - 100$$

$$\therefore S = \underline{\underline{5975}}$$

PROBLEMA 12

Calcule: $M = 4^2 + 8^2 + 12^2 + 16^2 + \dots + 60^2$

Resolución:

$$M = \overset{1^\circ}{4^2} + \overset{2^\circ}{8^2} + \overset{3^\circ}{12^2} + \overset{4^\circ}{16^2} + \dots + \overset{15^\circ}{60^2}$$

$$M = 4^2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 15^2)$$

$$M = 16 \left(\frac{15(16)(31)}{6} \right) \quad \therefore M = \underline{\underline{19840}}$$