



ALGEBRA

Chapter 13

3th
SECONDARY

FACTORIZACION II



 **SACO OLIVEROS**



¡RECORDAMOS!

➤ $P(x) = ax^2 - a - bx^2 + b$

➡ $P(x) = (a - b)(x - 1)(x + 1)$

➤ $P(a) = ma^4 - m$

➡ $P(a) = m(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$



FACTORIZACIÓN

Es el proceso transformar un polinomio en una multiplicación indicada de dos o más factores primos o irreducibles.

Ejemplo:

$$P(x) = x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9)$$

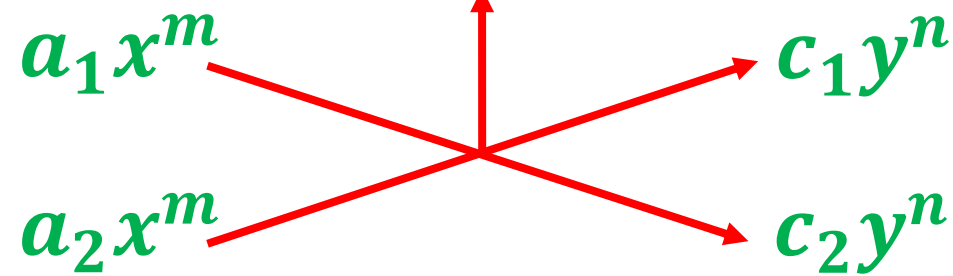
factorización

Factores primos: $x - 9$ y $x + 9$



I. CRITERIO DEL ASPA SIMPLE:

$$P(x, y) = Ax^{2m} + Bx^m y^n + Cy^{2m} \quad \{A, B, C\} \subset \mathbb{Z}$$



$$P(x, y) = (a_1 x^m + c_1 y^n)(a_2 x^m + c_2 y^n)$$

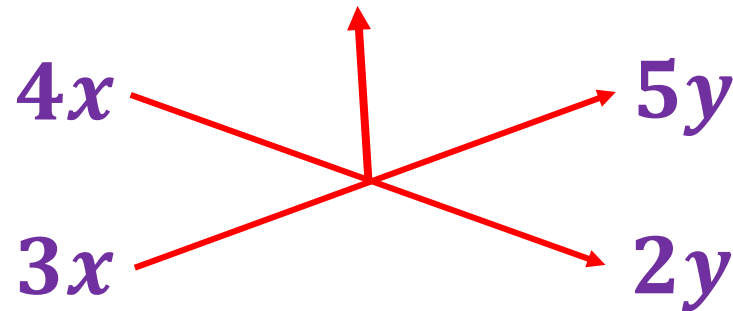


Ejemplo:

Factorice $P(x, y) = 10x^2 + 23xy + 10y^2$

Resolución:

$$P(x, y) = 10x^2 + \underbrace{23xy}_{\substack{4x \quad 5y \\ 3x \quad 2y}} + 10y^2$$

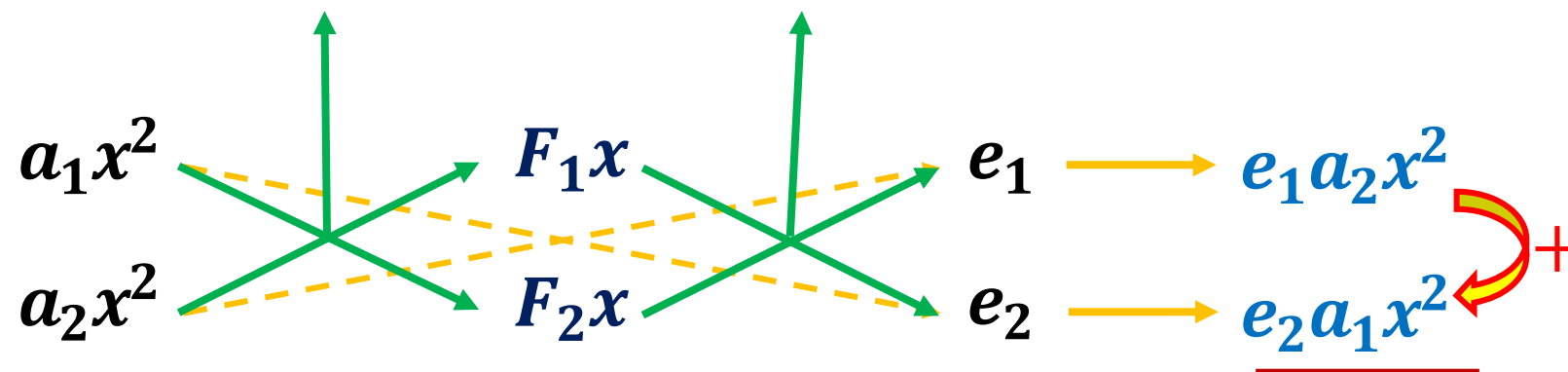


$$P(x, y) = (4x + 5y)(3x + 2y)$$



II. CRITERIO DEL ASPA DOBLE ESPECIAL:

$$P(x) = Ax^4 + \underbrace{Bx^3}_{\text{TC}} + \underbrace{Cx^2}_{\text{TC}} + \underbrace{Dx}_{\text{TC}} + E$$



$$FALTA = T.C - S.T = Fx^2$$

$$S.T = Ex^2$$



$$P(x) = (a_1x^2 + F_1x + e_1)(a_2x^2 + F_2x + e_2)$$



Ejemplo: Factorice $P(x) = 12x^4 + 44x^3 + 11x^2 - 36x + 9$

Resolución: $P(x) = 12x^4 + 44x^3 + \overset{TC}{\textcircled{11x^2}} - 36x + 9$

$6x^2$ $7x$ -3 $-6x^2$

$2x^2$ $5x$ -3 $-18x^2$

$FALTA = 11x^2 - (-24x^2) = \boxed{35x^2}$ $ST = -24x^2$

$$P(x) = (6x^2 + 7x - 3)(2x^2 + 5x - 3)$$

$$P(x) = (3x - 1)(2x + 3)(2x - 1)(x + 3)$$



III. CRITERIO DE LOS DIVISORES BINÓMICOS:

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n, a_0 \neq 0$$

Si $x = \alpha$ es una raíz de $P(x)$  $P(\alpha) = 0$

Luego, $(x - \alpha)$ es un factor de $P(x)$

Calculamos los otros factores de $P(x)$
usando la regla de RUFFINI

$$\frac{P(x)}{x - \alpha}$$

Posibles ceros o raíces:

$$PC = \pm \left\{ \frac{\text{div}(a_n)}{\text{div}(a_0)} \right\}$$



Ejemplo: Factorice

$$P(x) = x^3 - x^2 - 2x - 12$$

Resolución:

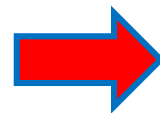
Posibles ceros o raíces:

$$PC = \pm \left\{ \frac{\text{div}(12)}{\text{div}(1)} \right\}$$

$$PC = \pm \left\{ \frac{\{1; 2; 3; 4; 6; 12\}}{1} \right\}$$

$$PC = \pm \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

	1	-1	-2	-12
$x = 3$	1	3	6	12
\times	1	2	4	0



$$P(x) = (x - 3)(x^2 + 2x + 4)$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 13



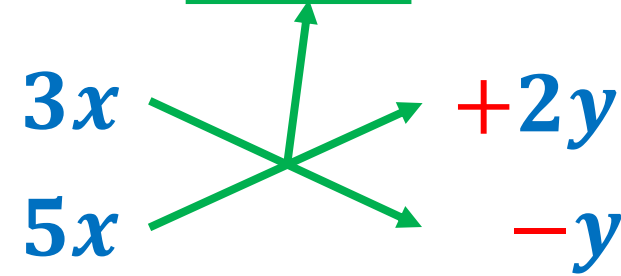
Problema 1

**Indique un factor primo,
luego de factorizar**

$$P(x, y) = 15x^2 + 7xy - 2y^2$$

Resolución:

$$P(x, y) = 15x^2 + 7xy - 2y^2$$



$$P(x, y) = (3x + 2y)(5x - y)$$

Factores primos:

$$(3x + 2y) \text{ y } (5x - y)$$



Problema 2

Calcule la suma de los términos independientes de los factores primos de

$$P(x) = 25x^4 - 109x^2 + 36$$

Resolución:

$$P(x) = 25x^4 - \underline{109x^2} + 36$$

$$\begin{array}{ccc} 25x^2 & & -9 \\ & \nearrow & \searrow \\ & x^2 & -4 \end{array}$$

$$P(x) = (\underline{25x^2 - 9})(\underline{x^2 - 4})$$

$$P(x) = (5x + 3)(5x - 3)(x + 2)(x - 2)$$

$$\sum TI = 3 - 3 + 2 - 2$$

$$\therefore \sum TI = 0$$



Problema 3

Un factor primo de

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 3$$

luego de factorizarlo es:

$$PC = \pm \left\{ \frac{\text{div}(3)}{\text{div}(1)} \right\}$$

$$PC = \pm \left\{ \frac{\{1; 3\}}{1} \right\}$$

$$PC = \pm \{1; 3\}$$

	1	3	5	3
$x = -1$	1	-1	-2	-3
	1	2	3	0

$$P(x) = (x + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

Factores primos: $(x + 1)$ y $(x^2 + 2x + 3)$



Problema 4

Luego de factorizar

$$P(x) = x^3 - x^2 - x - 2$$

Indique uno de los factores primos

Resolución:

$$P(x) = x^3 - x^2 - x - 2$$

$$PC = \pm \left\{ \frac{\text{div}(2)}{\text{div}(1)} \right\}$$

$$PC = \pm \left\{ \frac{\{1; 2\}}{1} \right\}$$

$$PC = \pm \{1; 2\}$$

	1	-1	-1	-2
$x = 2$	2	2	2	2
\times	1	1	1	0

$$P(x) = (x - 2)(x^2 + x + 1)$$



Problema 5

Un factor primo de

$P(x) = x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1$ **es:**

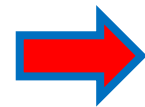
Resolución:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & TC & & & & \\
 P(x) = & x^4 & + 7x^3 & + 14x^2 & + 7x & + 1 \\
 & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \\
 & x^2 & & & & & \\
 & x^2 & & & & & \\
 & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \rightarrow & \\
 & +4x & & +1 & & \rightarrow & x^2 \\
 & +3x & & +1 & & \rightarrow & x^2
 \end{array}$$

Diagram illustrating the decomposition of the polynomial $P(x) = x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1$ into two quadratic factors. The polynomial is written with terms grouped: x^4 , $7x^3$, $14x^2$ (circled in purple), $7x$, and 1 . Below, two quadratic trinomials are shown: $x^2 + 4x + 1$ and $x^2 + 3x + 1$. Green arrows indicate the cross-multiplication process: x^2 from the first trinomial multiplies $4x$ and 1 from the second, and x^2 from the second trinomial multiplies $3x$ and 1 from the first. Dashed yellow lines show the resulting terms: $+4x$ and $+3x$ from the cross-products, and $+1$ and $+1$ from the constant terms. A red curved arrow indicates the sum of the constant terms, $+1 + 1 = +2$.

$$FALTA = 14x^2 - 2x^2 = 12x^2$$

$$S.T = +2x^2$$



$$P(x) = (x^2 + 4x + 1)(x^2 + 3x + 1)$$

Factores primos: $(x^2 + 4x + 1)$ y $(x^2 + 3x + 1)$



Problema 6

Marcos y Lucia desean hacer una pequeña reunión con sus familiares para el día de la madre, si la cantidad de invitados esta representado por el triple de la suma de los términos independientes de los factores primos de $P(x)$ disminuido en 5 teniendo en cuenta que:
 $P(x)=x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 38x + 15$ ¿Cuántos invitados fueron a dicha reunión?

Resolución:

$P(x) = x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 38x + 15$

Diagram showing the decomposition of the polynomial into two quadratic factors:

x^2 and x^2 are the leading terms of the factors. The constant terms are found by solving the system:

$FALTA = 15x^2 - 8x^2 = 7x^2$

$S.T = +8x^2$

The factors are:

$P(x) = (x^2 - x + 5)(x^2 - 7x + 3)$

$\sum T.I. = 5 + 3 = 8$ TOTAL DE INVITADOS: $3(8)-5= 19$

Rpta: NÚMERO DE INVITADOS = 19



Problema 7

Grecia desea ir de compras por fin de año 2021, sin embargo según las nuevas disposiciones planteadas por el gobierno se a establecido que las personas deben tener mínimo dos vacunas para acceder a los centros comerciales, si al calcular el número de factores primos de: $P(x) = 2x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 9x + 6$, indica número de vacunas de Grecia ¿Cuántas dosis se a puesto Grecia contra el COVID-19?

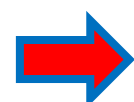
Resolución:

$$P(x) = 2x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 9x + 6$$

$$\begin{array}{rcccl} 2x^2 & & +3x & & +3 \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ x^2 & & +x & & +2 \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow 3x^2 + \\ \longrightarrow 4x^2 \end{array}$$

$$FALTA = 10x^2 - 7x^2 = 3x^2$$

$$S.T = +7x^2$$



$$P(x) = (2x^2 + 3x + 3)(x^2 + x + 2)$$

∴ Grecia tiene 2 dosis.