

ALGEBRA

Chapter 03

5th
SECONDARY

DIVISIÓN POLINÓMICA



 **SACO OLIVEROS**

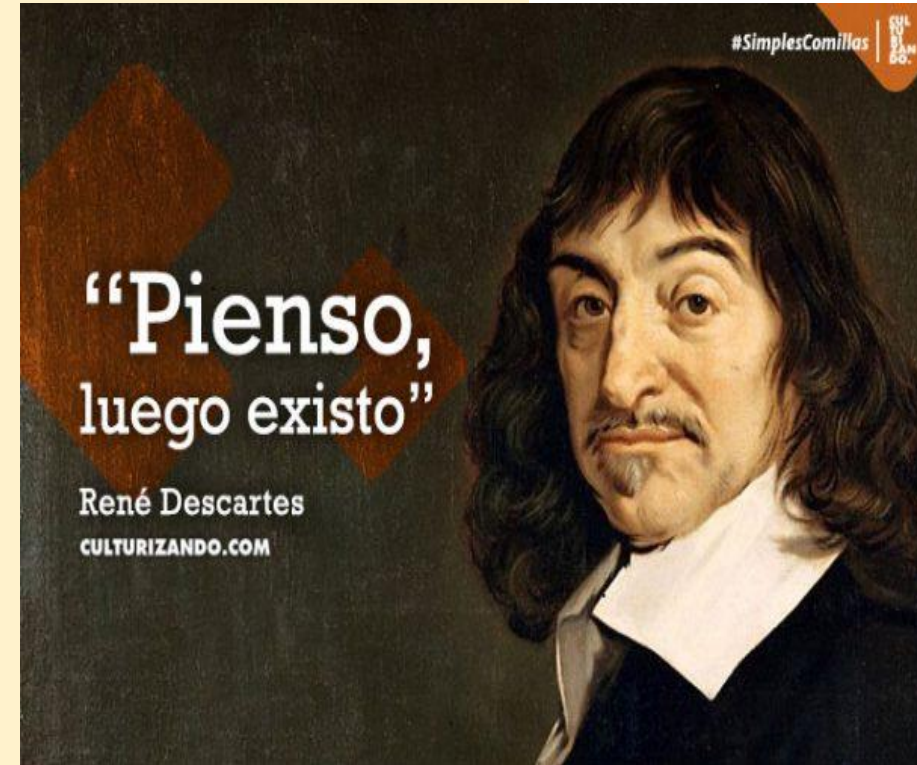
MOTIVATING STRATEGY

Motivation Strategy

RENÉ DESCARTES (1596-1650)
Filósofo y matemático francés.

En las matemáticas los principales aportes que realizó son:

- *Introdujo las coordenadas cartesianas*
- *Utilizó la notación exponencial*
- *Planteó el teorema del resto*
- *Planteó métodos para resolver ecuaciones cúbicas, etc.*

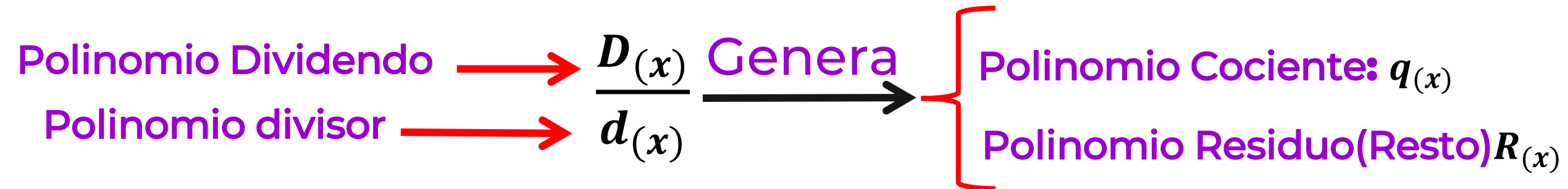


HELICO --- THEORY

DIVISIÓN POLINÓMICA

División de Polinomios

Sea la división de polinomios:



Identidad Fundamental de la División :

$$D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + R(x)$$

$$\begin{aligned} [D(x)]^\circ &\geq [d(x)]^\circ \geq 1 \\ [R(x)]^\circ &< [d(x)]^\circ \end{aligned}$$

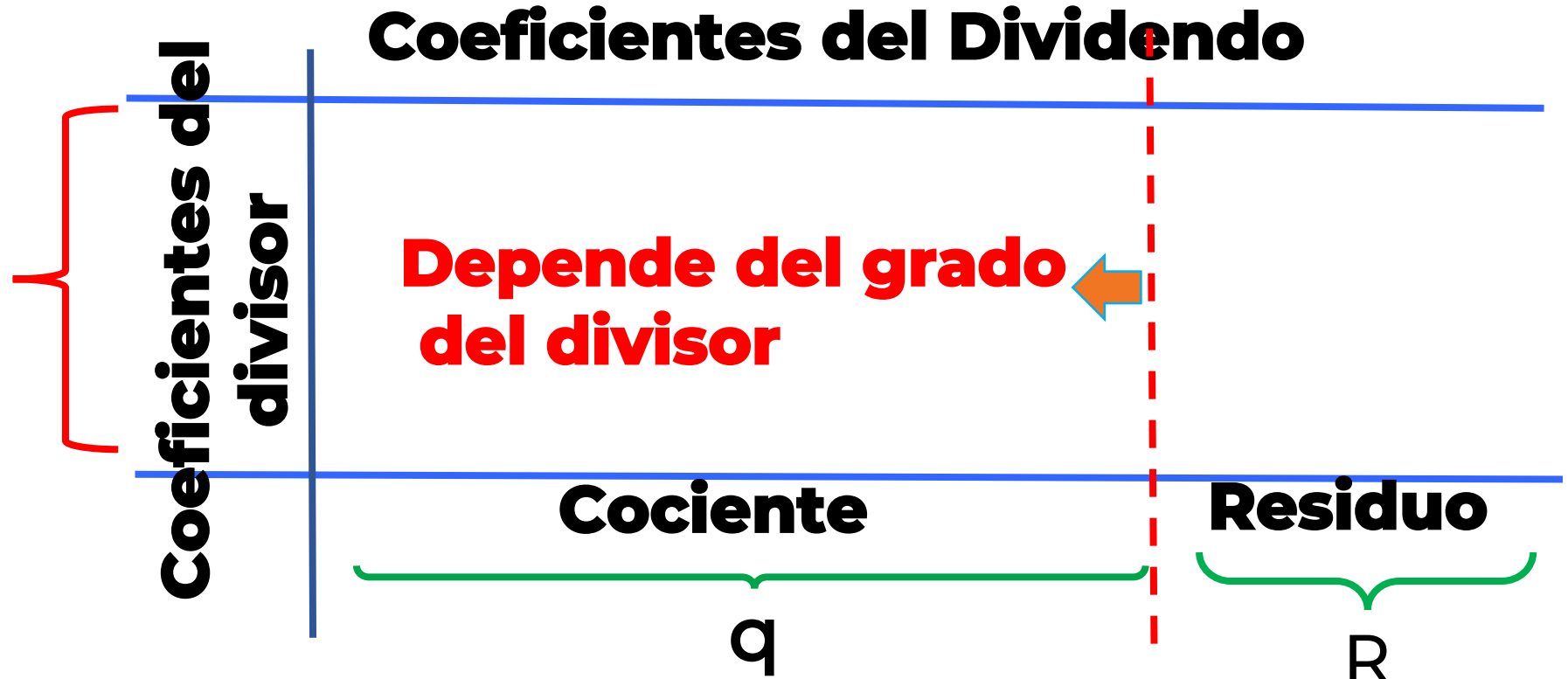
1)

MÉTODO DE HORNER

Para éste método los polinomios a dividir deben estar completos y ordenados en forma descendente; además, si faltase un término se le completa con ceros.

Esquema :

**coeficientes
con signo
cambiado.**



Ejemplo:

Calcule los polinomios cociente y residuo al dividir

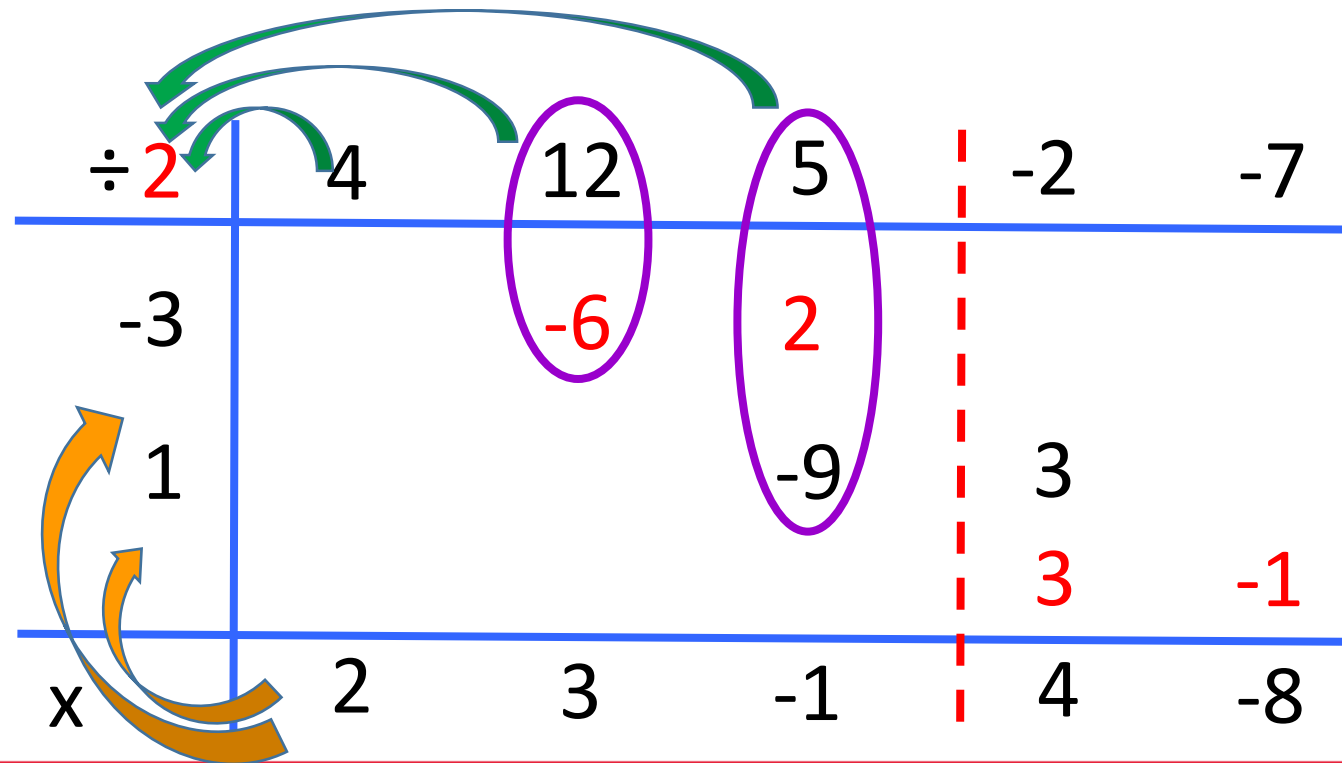
Resolución

MÉTODO DE HORNER

$$\begin{array}{r} 4x^4 + 12x^3 + 5x^2 - 2x - 7 \\ \hline 2x^2 + 3x - 1 \end{array}$$

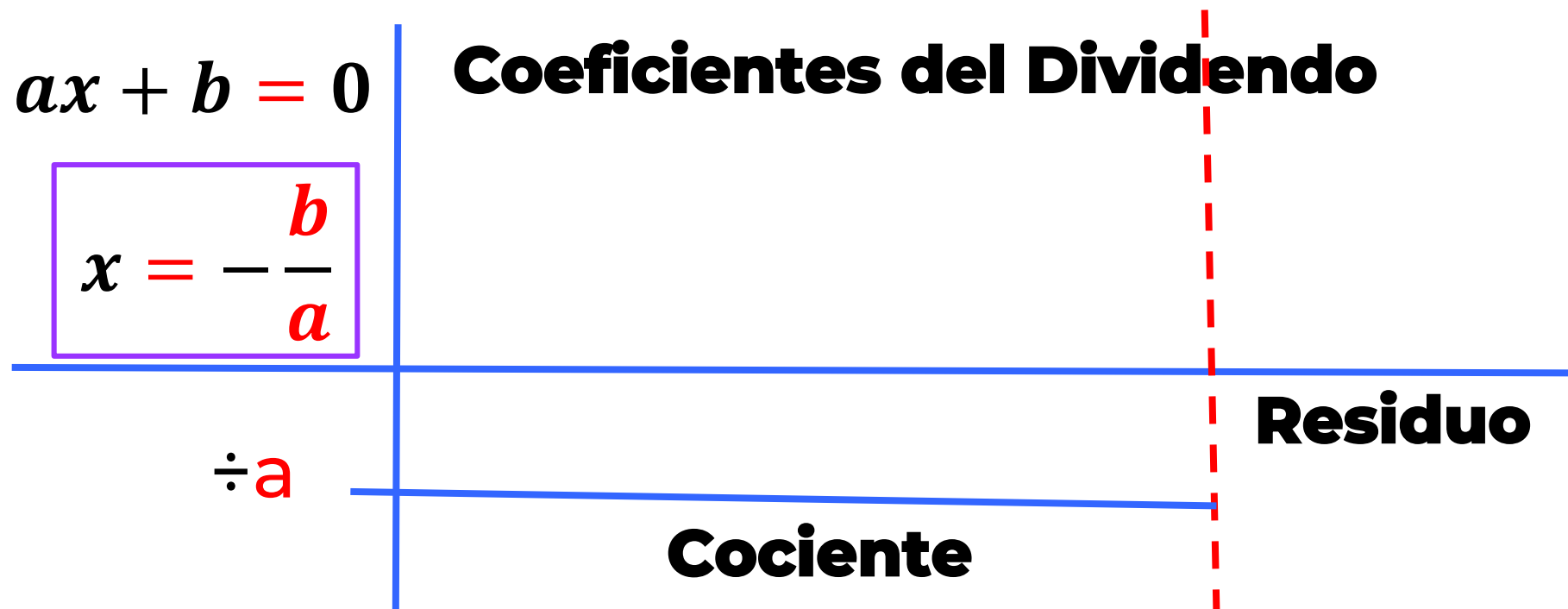
$$q(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

$$R(x) = 4x - 8$$



2) REGLA DE RUFFINI

Se utiliza para calcular divisiones de la forma: $\frac{P(x)}{ax+b}$



1er Caso: (a=1)

Calcule los polinomios cociente y residuo al dividir:

$$\frac{5x^3 - 7x^2 + 2x - 1}{x - 2}$$

$x - 2 = 0$	5	-7	2	-1
$x = 2$	↓	10	6	16
x	5	3	8	15

$$q(x) = 5x^2 + 3x + 8$$

$$R(x) = 15$$

2do Caso: ($a \neq 1$)

Calcule los polinomios cociente y residuo al dividir:

$$\begin{array}{r} 6x^3 - x^2 + 7x + 3 \\ \hline 2x - 1 \end{array}$$

$2x - 1 = 0$

$x = \frac{1}{2}$

$\div 2$

6	-1	7	3
↓	3	1	4
6	2	8	7
3	1	4	

$$q(x) = 3x^2 + x + 4$$

$$R(x) = 7$$

3) TEOREMA DEL RESTO

$$\frac{D(x)}{ax+b} \longrightarrow \text{Resto: } R = D\left(-\frac{b}{a}\right)$$

Forma práctica

1. El divisor se igual a cero ($ax + b = 0$)
2. Se despeja la variable ($x = -\frac{b}{a}$)
3. Se reemplaza en el dividendo
Obteniendo el resto ($R = D\left(-\frac{b}{a}\right)$)

EJEMPLO

Calcule el resto de la siguiente división:

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 + 2x + 6 \\ x - 2 \end{array}$$

Resolución

POR TEOREMA DEL RESTO

1) $x - 2 = 0$

2) $x = 2$

3) Reemplazando en el Dividendo

$$R = (\color{red}{2})^4 - 2(\color{red}{2})^3 + 2(\color{red}{2}) + 6$$

$$R = 10$$

HELICO --- PRACTICE

PROBLEMA 1

Si la división: $\frac{5x^5 - 2x^4 + 11x^3 + 7x^2 + Ax + B}{5x^2 - 7x + 3}$ es exacta.

Calcule: $B - A$

Resolución

MÉTODO DE HORNER

$\div 5$	5	-2	11	7	A	B
7		7	-3	-3	-9	
-3			7	21	35	-15
x	1	1	3	5	0	0

$$A - 9 + 35 = 0 \Rightarrow A = -26$$

$$B - 15 = 0 \Rightarrow B = 15$$

$$\Rightarrow B - A = 41$$

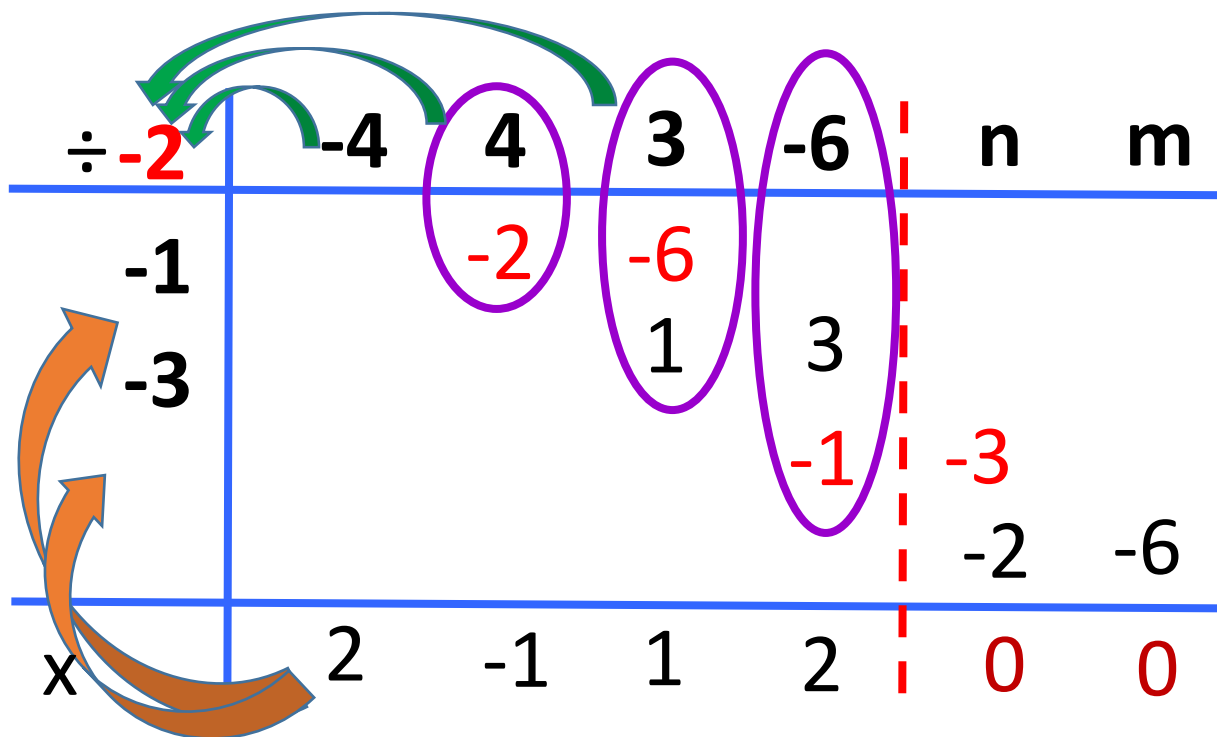
PROBLEMA 2

Si la división: $\frac{mx^5 + nx^4 + 3x^2 - 6x^3 + 4x - 4}{3x^2 + x - 2}$ es exacta.

Evalué: $T = \sqrt{m^2 + n^2 + 3}$

Resolución

Ordenando el dividendo y luego por método de horner invertido



$$n - 5 = 0$$



$$n = 5$$

$$m - 6 = 0$$



$$m = 6$$



$$T = \sqrt{64}$$



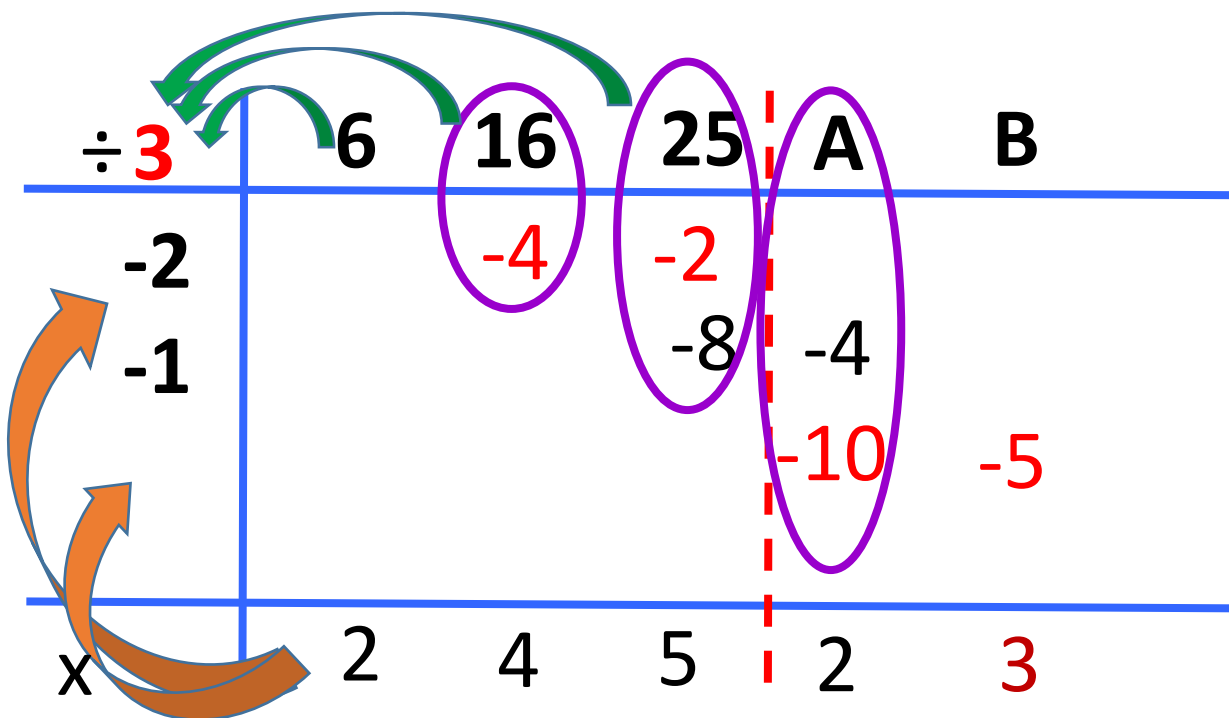
$$T = 8$$

PROBLEMA 3

Si al dividir: $\frac{6x^4+16x^3+25x^2+Ax+B}{3x^2+2x+1}$ el resto obtenido es $2x+3$ calcule: $\frac{A}{B}$

Resolución

Por método de horner



$$A - 4 - 10 = 2$$

$$\Rightarrow A = 16$$

$$B - 5 = 3$$

$$\Rightarrow B = 8$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{16}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = 2$$

PROBLEMA 4

Determine el residuo al dividir: $\frac{4x^5 - \sqrt{3}x^4 + 4x - 11x^3 + 3\sqrt{3}}{x - \sqrt{3}}$

Resolución

Ordenando y completando el dividendo, luego por RUFFINI

$x - \sqrt{3} = 0$	4	$-\sqrt{3}$	-11	0	4	$3\sqrt{3}$
$x = \sqrt{3}$	\downarrow	$4\sqrt{3}$	9	$-2\sqrt{3}$	-6	$-2\sqrt{3}$
x	4	$3\sqrt{3}$	-2	$-2\sqrt{3}$	-2	$\sqrt{3}$

El residuo es : $R = \sqrt{3}$

PROBLEMA 5

En la división: $\frac{4x^5 + 2x^4 - 10x^3 - x^2 - 63x + 5}{2x + 5}$

Indique la suma de coeficientes del cociente.

Resolución

Por RUFFINI

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2x + 5 = 0 & 4 & 2 & -10 & -1 & -63 & 5 \\ x = -\frac{5}{2} & \downarrow & -10 & 20 & -25 & 65 & -5 \\ \hline & 4 & -8 & 10 & -26 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\div 2 \quad \begin{array}{r} 2 \quad -4 \quad 5 \quad -13 \quad 1 \end{array}$$

Σ .coef. Cociente : - 9

PROBLEMA 6

La edad de Madeline hace 5 años está dado por m en la división exacta

$$\frac{\sqrt{3}x^4 + (\sqrt{3}-1)x^3 - 2\sqrt{3}x^2 + (3\sqrt{3}-1)x + m - 21}{x - \sqrt{3} + 1}$$

¿Qué edad tiene Madeline?

Resolución

Dividendo ordenado y completo luego por RUFFINI

$x - \sqrt{3} + 1 = 0$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}-1$	$-2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}-1$	$m-21$
$x = \sqrt{3} - 1$	\downarrow	$3 - \sqrt{3}$	$2\sqrt{3}-2$	$-2\sqrt{3}+2$	2
$x \quad \swarrow$	$\sqrt{3}$	2	-2	$\sqrt{3}+1$	0

$$m - 21 + 2 = 0$$

$$m = 19$$

Madeline tiene 24 años

PROBLEMA 7

La nueva edición del Pro Evolution soccer, PES 2021 para consolas play station PS4 fue lanzado al mercado peruano y después de x meses de su lanzamiento el ingreso fue modelado por $I(X) = bx^3 + 5 + 150x^2 + ax^4 + 80x$. Además, se sabe que el precio unitario de venta de cada juego PES 2021 esta dado por $P(x) = 10x + 4x^2 + 5$. En éstas condiciones, indique el polinomio que representa el numero de unidades vendidas de dicho juego.

Resolución

Ordenando el dividendo y luego por método de horner invertido

$\div 5$	5	80	150	b	a
-10	-10	-4	-140	-56	
-4				-12	-24/5
x	1	14	6/5	0	0

Se cumple:

$$I(x) = P(x) * Q(x)$$

$$Q(x) = \frac{6}{5}x^2 + 14x + 1$$

Es el numero de unidades vendidas.