



ÁLGEBRA

Retroalimentación

5th

of Secondary

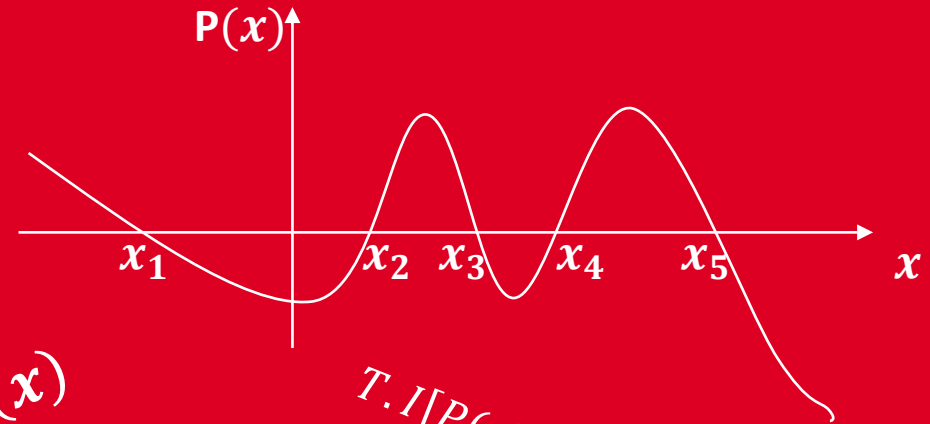
Tomo 1

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

$$\sum \text{coeficientes } P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

G.A(P)



G.R(x)

$$T.I[P(x)] = P(0)$$



1. Halle la suma de coeficientes y el término independiente de :

$$P(x - 2) = 3(x + 1)^3 - (x - 5)(x - 2) + 2x - 100$$

RESOLUCIÓN :

$$\square \sum \text{coeficientes} = P(1)$$



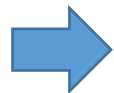
$$P(1) = P(3 - 2) = 3(3 + 1)^3 - (3 - 5)(3 - 2) + 2(3) - 100$$

$$\begin{aligned} x - 2 &= 1 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$P(1) = 3(4)^3 - (-2)(1) + 6 - 100$$

$$P(1) = 192 + 2 + 6 - 100 = 100$$

$$\square T.I [P(x)] = P(0)$$



$$P(0) = P(2 - 2) = 3(2 + 1)^3 - (2 - 5)(2 - 2) + 2(2) - 100$$

$$\begin{aligned} x - 2 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$P(0) = 3(3)^3 - (-3)(0) + 4 - 100$$

$$P(0) = 81 + 0 + 4 - 100 = -15$$

$$\checkmark \sum \text{coeficientes} = 100$$

$$\checkmark T.I [P(x)] = -15$$

2. Si: $P(x + 5) = x^2 - 2x - 20$
Determine $P(x)$

RESOLUCIÓN :

Haciendo un cambio
de variable:

$$x + 5 = m$$

$$x = m - 5$$

$$P(\underset{\downarrow}{x} + 5) = \underset{\downarrow}{x}^2 - 2 \underset{\downarrow}{x} - 20$$

$$m - 5 \quad m - 5 \quad m - 5$$

$$\Rightarrow P(m) = (m - 5)^2 - 2(m - 5) - 20$$

$$P(m) = m^2 - 10m + 25 - 2m + 10 - 20$$

$$P(m) = m^2 - 12m + 15$$

$$\therefore P(x) = x^2 - 12x + 15$$



3. Si se cumple:

$$P(x - 3) = 2x - 7 \quad \dots \quad (I)$$

$$P(Q(x)) = 8x + 3 \quad \dots \quad (II)$$

Además $Q(3)$ es la edad de Pepe. ¿Qué edad tendrá Pepe dentro de 6 años?

RESOLUCIÓN :

Cambiando x por $Q(x) + 3$ y reemplazando en la ecuación (I):

$$\rightarrow P(Q(x) + 3 - 3) = 2[Q(x) + 3] - 7$$

$$\rightarrow P(Q(x)) = 2Q(x) - 1$$

Reemplazando la ecuación (II)

$$\rightarrow 8x + 3 = 2Q(x) - 1 \quad \rightarrow 8x + 4 = 2Q(x) \quad \rightarrow Q(x) = 4x + 2$$

Edad actual de Pepe : $\rightarrow Q(3) = 4(3) + 2 = 14$

\therefore Dentro de 6 años su edad será 20 años

4. Si:

$$a(3x + 2y) + b(2x + 5y) \equiv 12x + 19y$$

Efectúe $M = a^b + b^a$

RESOLUCIÓN :

$$a(3x + 2y) + b(2x + 5y) \equiv 12x + 19y$$

$$\underline{3ax} + \underline{2ay} + \underline{2bx} + \underline{5by} \equiv 12x + 19y$$

$$(\underline{3a + 2b})x + (\underline{2a + 5b})y \equiv \underline{12x} + \underline{19y}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3a + 2b = 12 \\ 2a + 5b = 19 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 3 \end{array} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a + 4b = 24 \\ 6a + 15b = 57 \end{cases}$$

$$11b = 33$$

$$b = 3$$

$$a = 2$$

$$\Rightarrow M = a^b + b^a = 2^3 + 3^2$$

$$\therefore M = 17$$



5. Sabiendo que:

$$(x + y + 5z)^2 + (x + y - 5z)^2 = 20z(x + y)$$

Simplifique

$$M = \frac{x^3 + y^3 + x + y - 4z}{5z} - (x^2 - xy + y^2)$$

RESOLUCIÓN:

$$\underbrace{(x + y + 5z)^2 + (x + y - 5z)^2}_{= 20z(x + y)} = 20z(x + y)$$

$$2[(x + y)^2 + (5z)^2] = 20z(x + y)$$

$$(x + y)^2 + (5z)^2 = 10z(x + y)$$

$$\underbrace{(x + y)^2 - 2(x + y)(5z) + (5z)^2}_{= 0} = 0$$

$$(x + y - 5z)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 5z = 0 \Rightarrow \boxed{x + y = 5z}$$

RECORDAR:

- $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$$M = \frac{\cancel{5z} x^3 + y^3 + x + y - 4z}{5z} - (x^2 - xy + y^2)$$

$$M = \frac{\overbrace{(x + y)}^{5z} (\cancel{5z} x^2 - xy + y^2)}{5z} + \frac{\overbrace{x + y - 4z}^{5z}}{5z} - (x^2 - xy + y^2)$$

$$M = (\cancel{x^2 - xy + y^2}) + \frac{1}{5} - (\cancel{x^2 - xy + y^2})$$

$$M = \frac{1}{5}$$

$$\therefore M = \frac{1}{5}$$



6. Si $a + b + c = 0$

Calcule el valor de:

$$R = \frac{(2a + b + c)^2 + (a + 2b + c)^2 + (a + b + 2c)^2}{ab + ac + bc}$$

RESOLUCIÓN:

Por dato:

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a + b + c = a \\ a + 2b + c = b \\ a + b + 2c = c \end{cases}$$

Reemplazando:

$$R = \frac{(a)^2 + (b)^2 + (c)^2}{ab + ac + bc}$$

Recordar :

Si $a + b + c = 0$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$$

Reemplazando en R :

$$\Rightarrow R = \frac{-2(ab + ac + bc)}{ab + ac + bc}$$

$$\therefore R = -2$$



7. Calcule el valor de:

$$M = (1 + x^2)(1 - x^2)(1 - x^2 + x^4)(1 + x^2 + x^4)(1 + x^{12} + x^{24})$$

$$\text{Si } x = \sqrt[12]{2}$$

RESOLUCIÓN :

$$M = \underbrace{(1 + x^2)}_{\text{blue}} \underbrace{(1 - x^2)}_{\text{green}} \underbrace{(1 - x^2 + x^4)}_{\text{blue}} \underbrace{(1 + x^2 + x^4)}_{\text{green}} (1 + x^{12} + x^{24})$$

$$M = \underbrace{(1 + x^6)}_{\text{blue}} \underbrace{(1 - x^6)}_{\text{green}} (1 + x^{12} + x^{24})$$

$$M = \underbrace{(1 - x^{12})}_{\text{red}} (1 + x^{12} + x^{24})$$

$$\Rightarrow M = 1 - x^{36}$$

Por dato: $x = \sqrt[12]{2}$

$$\Rightarrow M = 1 - (\sqrt[12]{2})^{36} = 1 - 2^3$$

$$\therefore M = -7$$

Recordar:

$$\checkmark (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$\checkmark (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$\checkmark (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



8. Halle el cociente y residuo al dividir:

$$\frac{10x^5 + 3x^4 - 17x^3 - x^2 - 5}{3x^2 + 2x^3 - x - 2}$$

← *No está ompleto, pero si ordenado*
← *Completo, pero no está ordenado*

RESOLUCIÓN :

2	10	-12	6	-1	0	-5
-3	-15	5	10	-12	3	6
1	-6	3	-6	-9	1	
2	5	-6	3	-6	-9	1

Q(x) = 5x² - 6x + 3
R(x) = -6x² - 9x + 1

Completando y ordenando :

$$\frac{10x^5 + 3x^4 - 17x^3 - x^2 + 0x - 5}{2x^3 + 3x^2 - x - 2}$$

1° Dividir
 2° Multiplicar
 3° Sumar

Rpta: $Q(x) = 5x^2 - 6x + 3$

$R(x) = -6x^2 - 9x + 1$



9. Si el residuo de la división

$$\frac{ABx^4 + (A+B^2)x^3 + Bx^2 + (A-B^2)x + A}{Ax^2 + Bx + A} \leftarrow \text{Completo y ordenado}$$

es: B, además $AB =$

RESOLUCIÓN: $\leftarrow \text{Completo y ordenado}$

Calcule: $A - B$

Handwritten algebraic division process:

$$\begin{array}{r}
 \text{Divisor: } Ax^2 + Bx + A \\
 \hline
 \text{Dividend: } ABx^4 + (A+B^2)x^3 + Bx^2 + (A-B^2)x + A \\
 \hline
 \text{Quotient: } Bx^2 + 0x + B \\
 \hline
 \text{Remainder: } B
 \end{array}$$

Annotations:

- $\leftarrow \text{Completo y ordenado}$ (pointing to dividend and divisor)
- $\text{Entonces: } * A + AB = B$
- $\rightarrow A - B = -AB$
- Rpta: 5**
- Por dato: $R(x) = B$**



10. Determine la suma de coeficientes del cociente a dividir:

$$\frac{nx^4 - x^3 + 3nx - 3}{nx - 1}$$

RESOLUCIÓN :

Por la regla
de Ruffini

$nx - 1 = 0$
 $x = \frac{1}{n}$

n	-1	0	$3n$	-3
\times	1	0	0	3
$\div n$	n	0	0	$3n$
	1	0	0	3

1° Multiplicar
2° Sumar

$\Rightarrow q(x) = x^3 + 3$

$\Rightarrow \sum coef[q(x)] = 1 + 3$

$\therefore \sum coef[q(x)] = 4$

**GRACIAS POR SU
ATENCIÓN!!**

El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información
Albert Einstein