

# ALGEBRA

## Chapter 6



VALOR ABSOLUTO



# ALGEBRA

## Índice

---

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

## Historia



En matemáticas el valor absoluto de un número es su valor, pero sin tener en cuenta su signo, así sea positivo o negativo, es decir el valor absoluto de -5 y 5 es 5; El valor absoluto está relacionado con las nociones de magnitud, distancia y norma en diferentes contextos matemáticos desde cuaterniones, hasta anillos vectoriales.

Podemos aplicar el valor absoluto en muchas situaciones de la vida cotidiana, un ejemplo simple, son las distancias, si estás parado en un lugar y caminas cierta cantidad de metros, dices camine, "15 pasos" pero si retrocedes no vas a decir camine -15 pasos, pues independiente del sentido, la distancia sigue siendo absoluta...

Por último, en este ejemplo, también utilizamos el valor absoluto, y es una situación que utilizamos cotidianamente:

El termómetro indica la temperatura en grados. Cuando la temperatura se encuentra por encima de 0, se indica con números positivos. Y cuando la temperatura se encuentra por debajo de 0, se indica con números negativos.

# MOTIVATING STRATEGY



- **Definición y Teoremas**
- **Ecuaciones con Valor Absoluto**
- **Inecuaciones con Valor Absoluto**

# HELICO THEORY

# VALOR ABSOLUTO

## DEFINICIÓN

El valor absoluto denotado por  $|x|$ , es un número no negativo definido por:

$$|x| = \begin{cases} x; & \text{si } x > 0 \\ 0; & \text{si } x = 0 \\ -x; & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

## Ejemplos:

$$\underbrace{|10|}_{>0} = 10$$

$$\underbrace{|-23|}_{<0} = -(-23) = 23$$

## TEOREMAS

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

## Ejemplo:

Resuelve:  $|x - 4| = \underbrace{3}_{\geq 0}$

$\Rightarrow (x - 4 = 3 \vee x - 4 = -3)$

$$(x = 7 \vee x = 1)$$

$$\text{C.S} = \{1; 7\}$$

$$|x| = |y| \iff (x = y \vee x = -y)$$

## Ejemplo:

Resuelve:  $|3x - 4| = |x + 2|$

$\Rightarrow (3x - 4 = x + 2 \vee 3x - 4 = -x - 2)$

$$(x = 3 \vee x = \frac{1}{2}) \quad \text{C.S} = \{\frac{1}{2}; 3\}$$

$$|x| \leq a \iff a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)$$

## Ejemplo:

Resuelve:  $|x - 3| \leq \underbrace{2}_{\geq 0}$

$-2 \leq x - 3 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq x \leq 5$

$$\text{C.S} = [1; 5]$$

$$|x| \geq a \iff (x \leq -a \vee x \geq a)$$

## Ejemplo:

Resuelve:  $|x - 1| \geq 4$

$\Rightarrow x - 1 \leq -4 \vee x - 1 \geq 4$

$\Rightarrow x \leq -3 \vee x \geq 5$

$$\text{C.S} = \langle -\infty; -3] \cup [5; +\infty \rangle$$

$$|x| \leq |y| \iff x^2 \leq y^2$$

## Ejemplo:

Resuelve:  $|3x - 2| \leq |6 - x|$

$\Rightarrow |3x - 2|^2 \leq |6 - x|^2$

$$(3x - 2)^2 \leq (6 - x)^2$$

$$(3x - 2)^2 - (6 - x)^2 \leq 0$$

## Diferencia de cuadrados

$\Rightarrow (2x + 4)(4x - 8) \leq 0$

$$8(x + 2)(x - 2) \leq 0$$

$$x \in [-2; 2]$$

$$\text{C.S} = [-2; 2]$$

## Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



# HELICO PRACTICE



Si:

$$|x + 5| = 3$$

Indique la suma de valores de x

RECORDAR

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

$$|x + 5| = 3$$

$\underbrace{\qquad}_{\geq 0}$

$$\Rightarrow (x + 5 = 3 \vee x + 5 = -3)$$
$$(x = -2 \vee x = -8)$$

**-10**CLAVE **E**



Resuelva

$$|3x - 2| = x + 2$$

RECORDAR

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

$$|3x - 2| = x + 2$$

$$\geq 0$$

$$x + 2 \geq 0$$

$$x \geq -2 \quad \dots (1)$$

$$\Rightarrow (3x - 2 = x + 2 \vee 3x - 2 = -x - 2)$$

$$(x = 2 \vee x = 0)$$

Ambos valores cumplen con la condición (1)

$$C.S = \{0; 2\}$$

CLAVE (C)



### Problema 03



Siendo:  $x \in < -3; 1 >$  halle el valor de:

$$A = \frac{|x - 2| + |x + 9|}{11}$$

Analizamos  $|x - 2|$

$$\Rightarrow -3 < x < 1$$

Restamos 2  $-5 < x - 2 < -1$

Es negativo

Analizamos  $|x + 9|$

$$\Rightarrow -3 < x < 1$$

Sumamos 9  $6 < x + 9 < 10$

Es positivo

### Resolución

Aplicamos lo analizado en A

$$A = \frac{(-x + 2) + (x + 9)}{11}$$

$$A = \frac{11}{11}$$

$$A = 1$$

CLAVE (A)

## Problema 04



Las temperaturas de 2 ciudades dada por el Senamhi en °C, son los valores que toma  $x$  en la ecuación:

$$|2x + 7| = |x + 2|$$

¿Cuál es la suma de los valores absolutos de estas temperaturas? (en °C)

### RECORDAR

$$|x| = |y|$$



$$(x = y \vee x = -y)$$



$$(2x + 7 = x + 2 \vee 2x + 7 = -x - 2)$$

$$(x = -5 \vee 3x = -9)$$

$$(x = -5 \vee x = -3)$$

Nos piden la suma de los valores absolutos de estos resultados en °C

suma de valores absolutos de  $x = 8$  °C

CLAVE (E)

## Resolución

## Problema 05



El número de viajes por trabajo que tendrá que hacer Javier al interior del país respetando los protocolos de seguridad es  $x-6$ , valor obtenido de la siguiente ecuación

$$||x - 3| - 2| = 5$$

Si por cada viaje recibe viáticos por S/300.  
¿Cuánto recibe de viáticos en total Javier?

### RECORDAR

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

$$||x - 3| - 5| = \underbrace{7}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow (|x - 3| - 2 = 5 \vee |x - 3| - 2 = -5)$$

$$(|x - 3| = 7 \vee \underbrace{|x - 3| = -3}_{\text{ABSURDO}})$$

$$\Rightarrow |x - 3| = \underbrace{7}_{\geq 0}$$

Volvemos a aplicar el teorema

$$\Rightarrow (x - 3 = 7 \vee x - 3 = -7)$$

$$(x = 10 \vee x = -4)$$

## Resolución

El problema nos habla del número de viajes que realiza Javier

$$(x - 6)$$

Entonces:  $x = 10$

Por lo tanto el número de viajes es: 4

Si por cada viaje recibe S/ 300

**Recíbe en total de viáticos S/1200**

CLAVE (D)

## Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



# HELICO WORKSHOP

## Problema 06



Resuelva la ecuación

$$|2x - 1| < 7$$

- A)  $\langle -4; 3 \rangle$       B)  $\langle -3; 4 \rangle$   
C)  $\langle -2; 3 \rangle$       D)  $\langle -4; -1 \rangle$   
E)  $\langle 1; 4 \rangle$

## Problema 07



Resuelva  $|3x + 2| \leq 2x + 6$ .

- A)  $[-3; 4]$       B)  $[-4; 3]$       C)  $\left[\frac{8}{5}; \frac{4}{3}\right]$   
D)  $\langle -3; \infty \rangle$       E)  $\left[-\frac{8}{5}; 4\right]$

## Problema 08



Halle el mayor valor entero negativo de

$$|2x - 1| > x + 4$$

- A)  $-2$       B)  $-5$   
C)  $-1$       D)  $-4$   
E)  $-3$

## Problema 09



Raúl rinde un examen riguroso para postular a la Nasa, se sabe que el valor positivo de  $x$  es el puntaje a favor por pregunta y el valor negativo de  $x$  es el puntaje por pregunta errada.

$$|5x - 2| = |6 - 3x|$$

Si contestó todo el examen de 20 preguntas, habiendo errado solo 1 pregunta; ¿cuál fue su puntaje de Raúl?

- A) 16      B) 17      C) 18  
D) 19      E) 20

## Problema 10



El máximo valor entero de  $x$  en

$$|3x - 2| < 11$$

indica el número de veces que César va a entrenar a la semana su deporte favorito, el fútbol. ¿Cuántas veces va César a entrenar en 2 semanas?

- A) 2                      B) 4                      C) 6  
D) 8                      E) 10