



ALGEBRA

Chapter 10

3th
SECONDARY

Teorema del Resto



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

¿Puedes obtener el residuo de la siguiente división sin efectuarla en menos de un minuto?



$$\begin{array}{r} x^{240} - 2x^{100} - 3 \\ \hline x - 1 \end{array}$$

Rpta: **$R = -4$**

TEOREMA DEL RESTO



Sea la división:

$$\frac{P(x)}{ax + b}$$

El residuo se puede obtener sin efectuar la división evaluando $P(x)$ cuando $x = -\frac{b}{a}$

$$I. \quad ax + b = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

$$II. \quad R = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$



Ejemplo: Determine el residuo de la siguiente división:

$$\frac{6x^5 + 9x^4 + 4x^2 + 8x + 5}{x + 1} \quad \leftarrow P(x)$$

Resolución:

I. $x + 1 = 0$

 $x = -1$

II. $R = P(-1)$

$$R = 6(-1)^5 + 9(-1)^4 + 4(-1)^2 + 8(-1) + 5$$

$$R = -6 + 9 + 4 - 8 + 5$$

$$\therefore R = 4$$



GENERALIZACIÓN DEL TEOREMA DEL RESTO:

IDENTIDAD FUNDAMENTAL

$$D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + R(x)$$

MÁXIMO GRADO DEL RESIDUO

$$GA[R(x)] \leq GA[d(x)] - 1$$

Ejemplo:

Determine el residuo de la siguiente división:

$$\frac{16x^7 - 24x^5 + 10x^6 - 7x^3 - 22x^4 - 9}{x^2 - 2}$$

Resolución:

I. $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$

$$D(x) = 16x^7 - 24x^5 + 10x^6 - 7x^3 - 22x^4 - 9$$

$$D(x) = 16(x^2)^3 \cdot x - 24(x^2)^2 \cdot x + 10(x^2)^3 - 7(x^2) \cdot x - 22(x^2)^2 - 9$$

II. $R = 16(2)^3 \cdot x - 24(2)^2 \cdot x + 10(2)^3 - 7(2) \cdot x - 22(2)^2 - 9$

$$R = 128x - 96x + 80 - 14x - 88 - 9$$

$$\therefore R = 18x - 17$$



HELICO PRACTICE



Problema 1

Obtenga el resto de

$$\frac{(2x - 5)^{10} + (3x - 8)^7 + 2}{x - 3}$$

Resolución:

$$I. \quad x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$II. \quad D(x) = (2x - 5)^{10} + (3x - 8)^7 + 2$$

$$R = (2 \cdot 3 - 5)^{10} + (3 \cdot 3 - 8)^7 + 2$$

$$R = (1)^{10} + (1)^7 + 2$$

$$\therefore R = 4$$

Respuesta: 4

Problema 2

Indique el resto de

$$\frac{27x^{27} - 81x^{26} + 9x^{12} - 3x^{13} + 5}{x - 3}$$

Resolución:

$$I. \quad x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$II. \quad D(x) = 27x^{27} - 81x^{26} + 9x^{12} - 3x^{13} + 5$$

$$R = 27(3)^{27} - 81(3)^{26} + 9(3)^{12} - 3(3)^{13} + 5$$

$$R = 3^3(3)^{27} - 3^4(3)^{26} + 3^2(3)^{12} - 3(3)^{13} + 5$$

$$R = \cancel{3^{30}} - \cancel{3^{30}} + \cancel{3^{14}} - \cancel{3^{14}} + 5$$

$$\therefore R = 5$$

Respuesta: 5

Problema 3

Halle el resto de dividir

$$\begin{array}{r} 2x^{25} + 4x^{20} + 3x^{10} + 2x^5 - 2 \\ \hline x^5 + 1 \end{array}$$

Resolución:

$$I. \quad x^5 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^5 = -1$$

$$II. \quad D(x) = 2x^{25} + 4x^{20} + 3x^{10} + 2x^5 - 2$$

$$D(x) = 2(x^5)^5 + 4(x^5)^4 + 3(x^5)^2 + 2x^5 - 2$$

$$R = 2(-1)^5 + 4(-1)^4 + 3(-1)^2 + 2(-1) - 2$$

$$R = -2 + 4 + 3 - 2 - 2$$

$$\therefore R = 1$$

Respuesta: 1

Problema 4

El valor del resto representa el costo de 3 Kg de arroz.

$$\frac{(x+2)(x+3)(x+4)(x+1)+2}{x^2+5x+5}$$

¿Cuánto será el costo de 12 Kg de arroz?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVIN:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Resolución:

$$I. \quad x^2 + 5x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 5x = -5$$

$$II. \quad D(x) = \underbrace{(x+2)(x+3)}_{\text{green}} \underbrace{(x+4)(x+1)}_{\text{purple}} + 2$$

$$D(x) = (\underbrace{x^2 + 5x + 6}_{\text{green}})(\underbrace{x^2 + 5x + 4}_{\text{purple}}) + 2$$

$$R = (-5 + 6)(-5 + 4) + 2$$

$$R = (+1)(-1) + 2$$

$$R = 1 \quad \Rightarrow \quad 3 \text{ Kg de arroz cuestan } S/. 1$$

$$\therefore 12 \text{ Kg de arroz cuestan } S/. 4$$

Respuesta: S/. 4

Problema 5

Determine el resto en

$$\frac{(x-y+1)^4 - (x-y+2)^2 - (x-y)^3}{x-y-2}$$

Resolución:

$$I. \quad x - y - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x - y = 2$$

$$II. \quad D(x) = (x - y + 1)^4 - (x - y + 2)^2 - (x - y)^3$$

$$R = (2 + 1)^4 - (2 + 2)^2 - (2)^3$$

$$R = (3)^4 - (4)^2 - 8$$

$$R = 81 - 16 - 8$$

$$\therefore R = 57$$

Respuesta: 57

Problema 6

Evelin desea comprar un presente para su madre por su cumpleaños para lo cual decide ir al centro comercial, si ella pregunta los precios de tres posibles regalos los cuales son los siguientes

Presentes	Precio
Cartera	120
Saco	180
Vestido	90

Ella decide comprar el presente el cual tiene precio equivalente al triple del coeficiente del resto obtenido de la división

$$\frac{(x + a)^5 - x^5 - a^5}{x + 2a}$$

¿Cuál fue el presente comprado por Evelin y cuánto le costo?

Resolución:



$$I. \quad x + 2a = 0$$

$$\Rightarrow x = -2a$$

$$II. \quad D(x) = (x + a)^5 - x^5 - a^5$$

$$R = (-2a + a)^5 - (-2a)^5 - a^5$$

$$R = (-a)^5 - (-32a^5) - a^5$$

$$R = -a^5 + 32a^5 - a^5$$

$$\therefore R = 30a^5$$

El presente comprado

Respuesta: fue vestido y costo S/ 90

Problema 7

Humberto le pregunta a su padre acerca de la eliminatoria de Francia 1998 en la cual Perú casi clasifica pero lamentablemente quedo fuera por diferencia, Humberto desea saber cuántos goles hizo Perú en dicha clasificatoria, a lo su padre le responde que al hallar la suma de coeficientes del residuo aumentado en 6 de la división

$$\frac{2x^6 - x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 5x + 10}{x^2 + 1}$$

Se obtiene los goles anotados por nuestro país. ¿Cuántos goles anoto Perú en las eliminatorias de Francia 1998?

Resolución:

$$I. \quad x^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -1$$

$$II. \quad D(x) = 2x^6 - x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 5x + 10$$

$$D(x) = 2(x^2)^3 - (x^2)^2 \cdot x + 3(x^2)^2 + 2x^2 + 5x + 10$$

$$R = 2(-1)^3 - (-1)^2 \cdot x + 3(-1)^2 + 2(-1) + 5x + 10$$

$$R = \underline{-2} - \underline{x} + \underline{3} - \underline{2} + \underline{5x} + \underline{10}$$

$$\therefore R = 4x + 9$$

La suma de coeficientes = 4 + 9

Respuesta: 19 goles anotó en las eliminatorias

