ALGEBRA

Chapter 03

5th
SECONDARY

DIVISIÓN POLINÓMICA

SACO OLIVEROS

Motivation Strategy

RENÉ DESCARTES (1596-1650)
Filósofo y matemático francés.

En las matemáticas los principales aportes que realizó son:

- *Introdujo las coordenadas cartesiana*
- *Utilizó la notación exponencial*
- *Planteó el teorema del resto*
- *Planteó métodos para resolver ecuaciones cúbicas, etc.*

DIVISIÓN POLINÓMICA

División de Polinomios

Sea la división de polinomios:

Polinomio Dividendo → $\boldsymbol{D_{(x)}}$

Polinomio divisor → $\boldsymbol{d_{(x)}}$

$$\frac{D_{(x)}}{d_{(x)}} \xrightarrow{\text{Genera}} \begin{cases} \text{Polinomio Cociente: } q_{(x)} \\ \text{Polinomio Residuo(Resto) } R_{(x)} \end{cases}$$

Identidad Fundamental de la División :

$$\boxed{D_{(x)} \equiv d_{(x)}.\, q_{(x)} + R_{(x)}}$$

$$[q(x)]^{\circ} = [D(x)]^{\circ} - [d(x)]^{\circ}$$

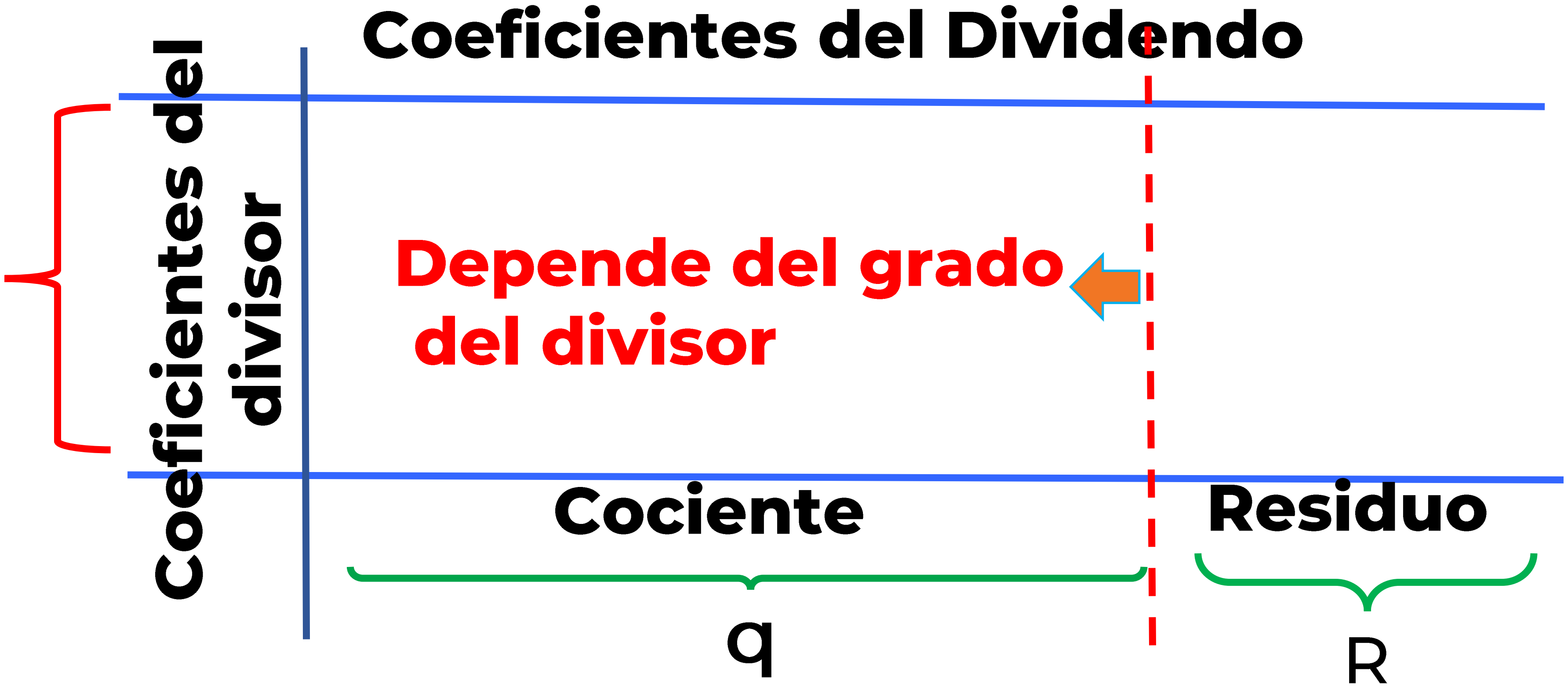
$$[R(x)]^{\circ}_{máx} = [d(x)]^{\circ} - 1$$

A) MÉTODO DE HORNER

Para éste método los polinomios a dividir deben estar completos y ordenados en forma descendente; además, si faltase un término se le completa con ceros.

Esquema :

coeficientes con signo cambiado.



Ejemplo:

Calcule los polinomios cociente y residuo al dividir

$$\frac{4x^4 + 12x^3 + 5x^2 - 2x - 7}{2x^2 + 3x - 1}$$

Resolución

MÉTODO DE HORNER

÷2	4	12	5	-2	-7
-3		-6	2		
1			-9	3	
				3	-1
x	2	3	-1	4	-8

q(x)= $2x^2 + 3x - 1$

R(x)= $4x - 8$

B) MÉTODO DE RUFFINI

Se utiliza para calcular divisiones de la forma: $\frac{P(x)}{ax+b}$

$$ax + b = 0$$

$$\boxed{x = -\frac{b}{a}}$$

Coeficientes del Dividendo

$\div a$

Residuo

Cociente

1er Caso: (a=1)

Calcule los polinomios cociente y residuo al dividir

$$\frac{5x^3 - 7x^2 + 2x - 1}{x - 2}$$

q(x)= $5x^2 + 3x + 8$

R(x)= 15

$x - 2 = 0$	5	-7	2	-1
$x = 2$		10	6	16
x	5	3	8	15

2do Caso: (a≠1)

$$\frac{6x^3 - x^2 + 7x + 3}{2x - 1}$$

q(x)= $3x^2 + x + 4$

R(x)=7

$2x - 1 = 0$	6	-1	7	3
$x = \frac{1}{2}$		3	1	4
x	6	2	8	7
÷2	3	1	4	

C) TEOREMA DEL RESTO

$$\frac{D_{(x)}}{ax+b} \qquad Resto: R = D_{\left(-\frac{b}{a}\right)}$$

Forma práctica

1. El divisor se igual a cero $(ax + b = 0)$

2. Se despeja la variable $\left(x = -\frac{b}{a}\right)$

3. Se reemplaza en el dividendo
Obteniendo el resto $\left(R = D_{\left(-\frac{b}{a}\right)}\right)$

EJEMPLO

Calcule el resto de la siguiente división:

$$\frac{x^4 - 2x^3 + 2x + 6}{x - 2}$$

Resolución

POR TEOREMA DEL RESTO

1) $x - 2 = 0$

2) $\boxed{x = 2}$

3) Reemplazando en el Dividendo

$$R = (2)^4 - 2(2)^3 + 2(2) + 6$$

$$\boxed{R = 10}$$

PROBLEMA 1

Si la división: $\dfrac{5x^5 - 2x^4 + 11x^3 + 7x^2 + Ax + B}{5x^2 - 7x + 3}$ es exacta.

Calcule: B-A

Resolución

MÉTODO DE HORNER

÷5	5	-2	11	7	A	B
		7	-3			
7			7	-3		
				21	-9	
-3					35	-15
x	1	1	3	5	0	0

$$A - 9 + 35 = 0 \Rightarrow \boxed{A = -26}$$

$$B - 15 = 0 \Rightarrow \boxed{B = 15}$$

$$\Rightarrow \boxed{B - A = 41}$$

PROBLEMA 2

Si la división: $\dfrac{mx^5 + nx^4 + 3x^2 - 6x^3 + 4x - 4}{3x^2 + x - 2}$ es exacta.

Evalué: $T = \sqrt{m^2 + n^2 + 3}$

Resolución

Ordenando el dividendo y luego por método de horner invertido

÷ -2	-4	4	3	-6	n	m
-1		-2	-6			
-3			1	3		
				-1	-3	
					-2	-6
x	2	-1	1	2	0	0

$n - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{n = 5}$

$m - 6 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 6}$

$T = \sqrt{64}$

$\boxed{T = 8}$

PROBLEMA 3

Si al dividir: $\dfrac{6x^4+16x^3+25x^2+Ax+B}{3x^2+2x+1}$ el resto obtenido es 2x+3 calcule: $\dfrac{A}{B}$

Resolución

Por método de horner

÷3	6	16	25	A	B
-2		-4	-2		
			-8	-4	
-1				-10	-5
x	2	4	5	2	3

$A-4-10=2$ → $\boxed{A=16}$

$B-5=3$ → $\boxed{B=8}$

→ $\dfrac{A}{B}=\dfrac{16}{8}$

→ $\boxed{A/B=2}$

PROBLEMA 4

Determine el residuo al dividir: $$\frac{4x^5 - \sqrt{3}x^4 + 4x - 11x^3 + 3\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}}$$

Resolución

Ordenando y completando el dividendo luego por RUFFINI

	4	$-\sqrt{3}$	-11	0	4	$3\sqrt{3}$
$x - \sqrt{3} = 0$ $x = \sqrt{3}$	↓	$4\sqrt{3}$	9	$-2\sqrt{3}$	-6	$-2\sqrt{3}$
x	4	$3\sqrt{3}$	-2	$-2\sqrt{3}$	-2	$\boxed{\sqrt{3}}$

$$\textit{El residuo es}: R = \sqrt{3}$$

PROBLEMA 5

En la división: $\dfrac{4x^5 + 2x^4 - 10x^3 - x^2 - 63x + 5}{2x + 5}$

Indique la suma de coeficientes del cociente.

Resolución

Por RUFFINI

$2x + 5 = 0$	4	2	-10	-1	-63	5
$x = \dfrac{-5}{2}$		-10	20	-25	65	-5
x	4	-8	10	-26	2	**0**
$\div 2$	2	-4	5	-13	1	

$\Sigma.coef.Cociente:$ - 9

PROBLEMA 6

La edad de Madeline hace 5 años está dado por m en la división exacta

$$\frac{\sqrt{3}x^4+(\sqrt{3}-1)x^3-2\sqrt{3}x^2+(3\sqrt{3}-1)x+m-21}{x-\sqrt{3}+1}$$

¿Qué edad tiene Madeline?

Resolución

Dividendo ordenado y completo luego por RUFFINI

$x-\sqrt{3}+1=0$

$x=\sqrt{3}-1$

$x=\sqrt{3}-1$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}-1$	$-2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}-1$	$m-21$
		$3-\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}-2$	$-2\sqrt{3}+2$	2
x	$\sqrt{3}$	2	-2	$\sqrt{3}+1$	$\boxed{0}$

$$m-21+2=0$$

$$\boxed{m=19}$$

Madeline tiene 24 años

PROBLEMA 7

La nueva edición del Pro Evolution soccer, PES 2021 para consolas play station PS4 fue lanzado al mercado peruano y después de x meses de su lanzamiento el ingreso fue modelado por I(X)= $bx^3+5+150x^2+ax^4+80x$. Además, se sabe que el precio unitario de venta de cada juego PES 2021 esta dado por P(x)=10x+4x^2+5.En éstas condiciones, indique el polinomio que representa el numero de unidades vendidas de dicho juego.

Resolución

Ordenando el dividendo y luego por método de horner invertido

÷5	5	80	150	b	a
		-10	-4		
-10			-140	-56	
-4				-12	-24/5
x	1	14	6/5	0	0

PROPIEDAD

I(x)= $\mathbf{P(x)*Q(x)}$

Q(x)= $\frac{6}{5}x^2$+14x+1