GEOMETRÍA

Capítulo 1

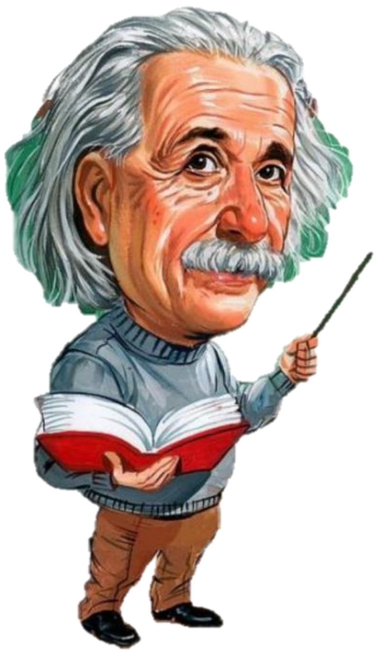
4th

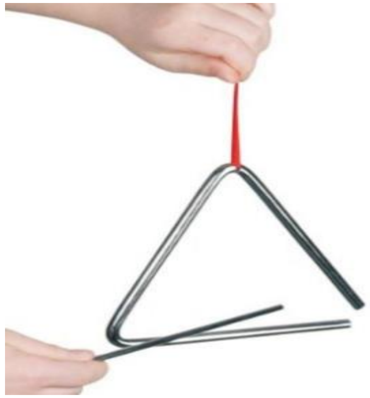
SECONDARY

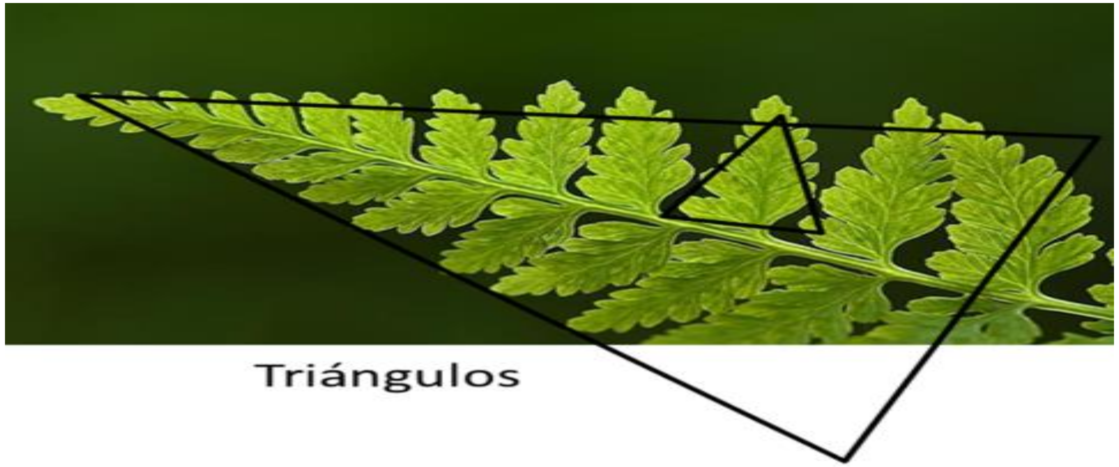
TRIÀNGULOS

SACO OLIVEROS

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales y por lo tanto, el conocimiento de sus teoremas, clasificación, etc., es básico para comprender mejor a las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente. Esta figura tiene en la actualidad diferentes usos y aplicaciones como podemos observar.

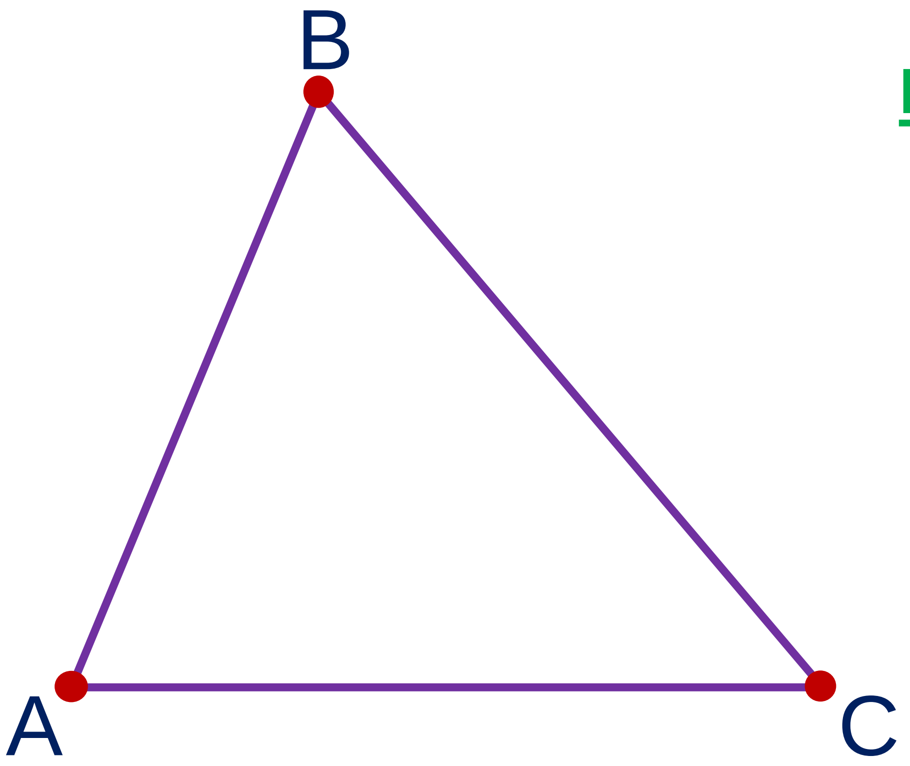




TRIÁNGULO

DEFINICIÓN: Si A, B y C son tres puntos no colineales, entonces la reunión de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$ se denomina triángulo.



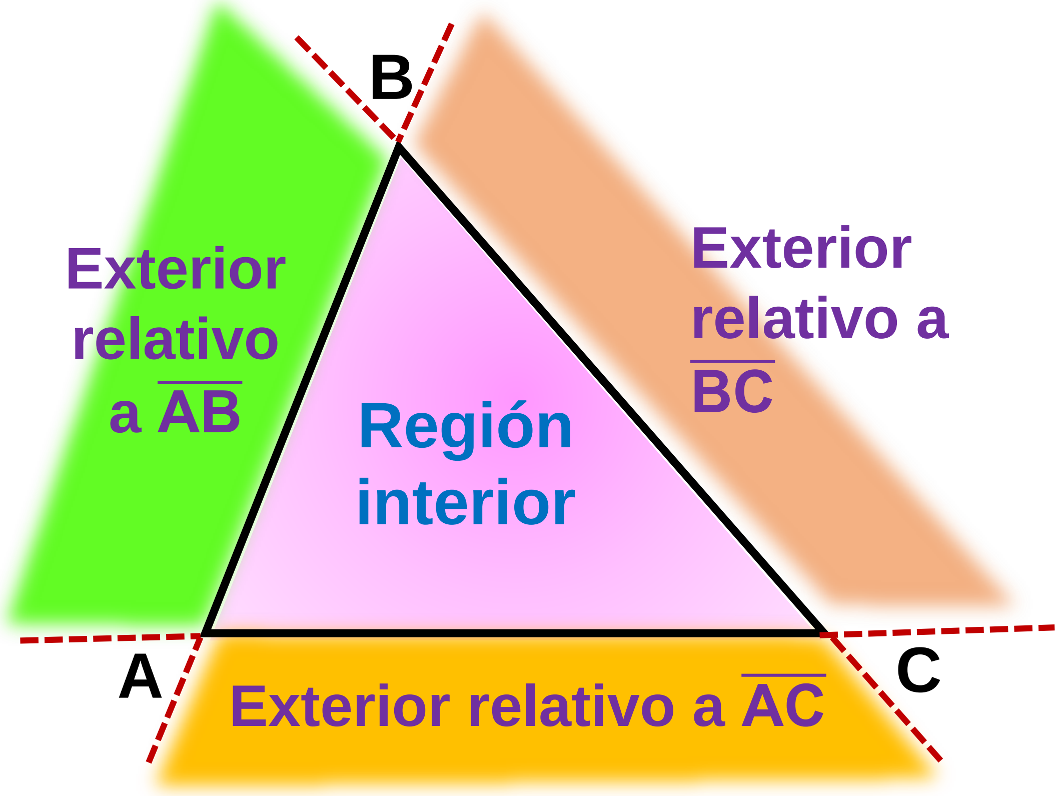
ELEMENTOS

- **VÈRTICES:** A; B y C
- **LADOS:** $\overline{AB}, \overline{BC}$ y $\overline{CA}$

NOTACIÓN: ΔABC

Se lee: triángulo ABC

INTERIOR Y EXTERIOR DE UN TRIÁNGULO



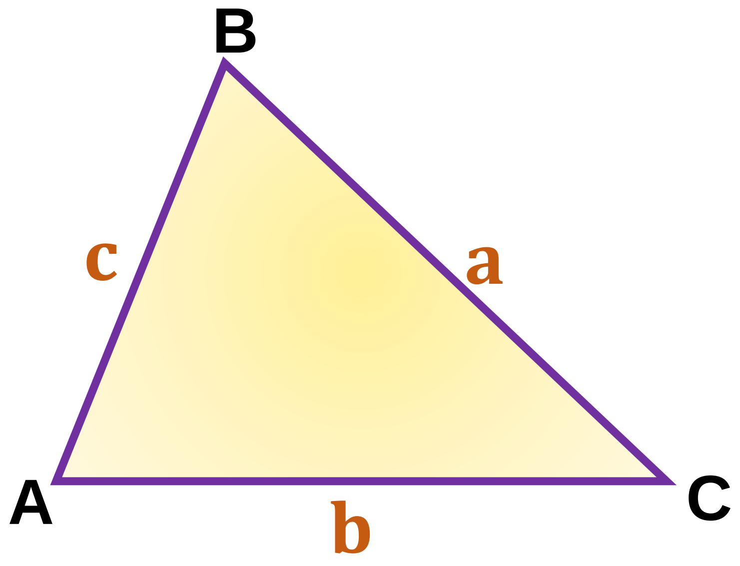
REGIÓN TRIANGULAR

La unión de un triángulo y el interior, se denomina región triangular

[Región Triangular] = [△ABC] ∪ [Interior]

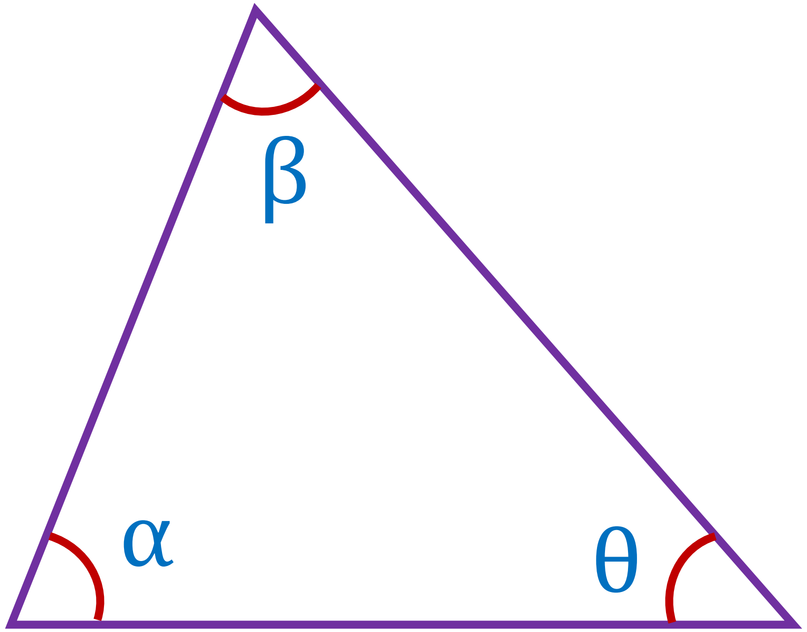
PERÍMETRO DE UNA REGIÓN TRIÁNGULAR

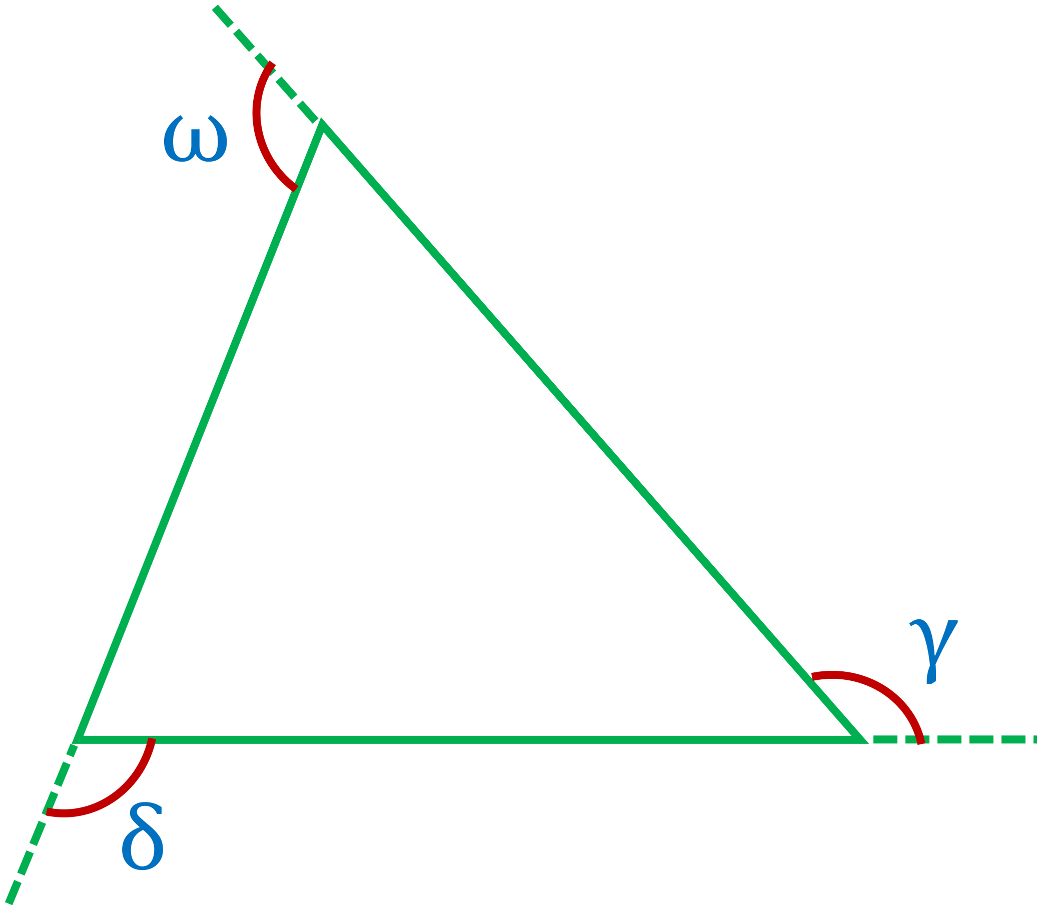
Es la suma de las longitudes de los lados de una región triángular y se denota por 2p.



$$2p_{(\Delta ABC)} = a + b + c$$

ÁNGULOS EN UN TRIÁNGULO





Medida de los ángulos:

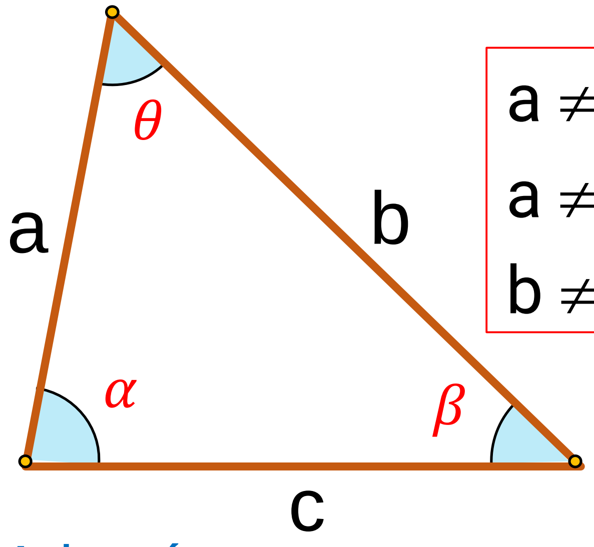
- **INTERNOS :** α, β y θ
- **EXTERNOS :** δ, ω y γ

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

I. SEGÚN LA LONGITUD DE SUS LADOS

a) TRIÁNGULO ESCALENO

Los tres lados no son congruentes



$a \neq b$

$a \neq c$

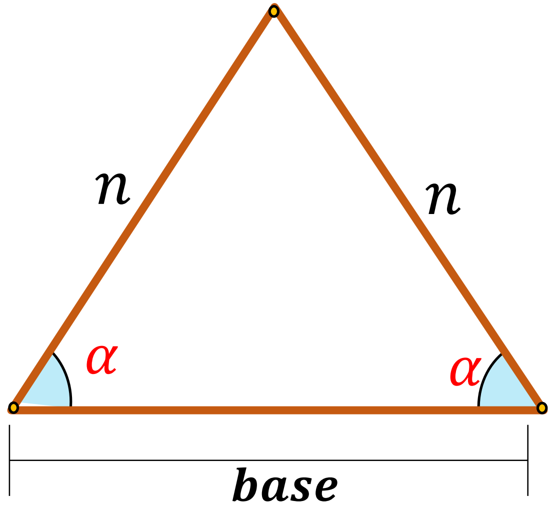
$b \neq c$

Además:

$\theta \neq \alpha; \theta \neq \beta; \alpha \neq \theta$

b) TRIÁNGULO ISÓSCELES

Tiene dos lados congruentes.

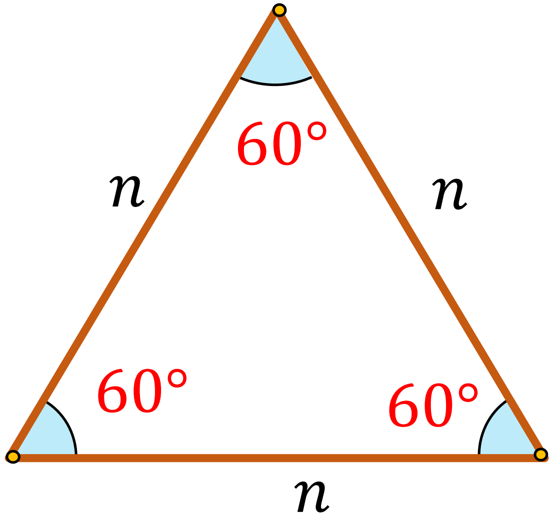


Además:

$\alpha < 90°$

c) TRIÁNGULO EQUILÁTERO

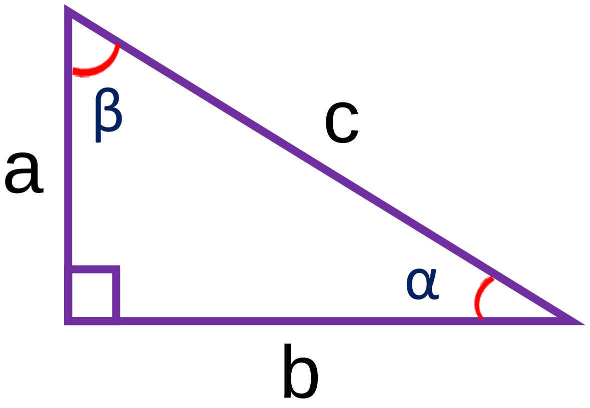
Tiene los tres lados congruentes.



II. SEGÚN LAS MEDIDAS DE SUS ÁNGULOS

a) TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Tiene un ángulo interno que mide 90°.



$\alpha + \beta = 90°$

$c^2 = a^2 + b^2$

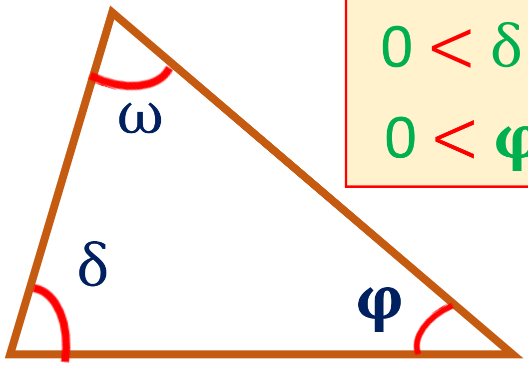
b) TRIÁNGULO ACUTÁNGULO

Los ángulos internos son agudos.

$0 < \omega < 90°$

$0 < \delta < 90°$

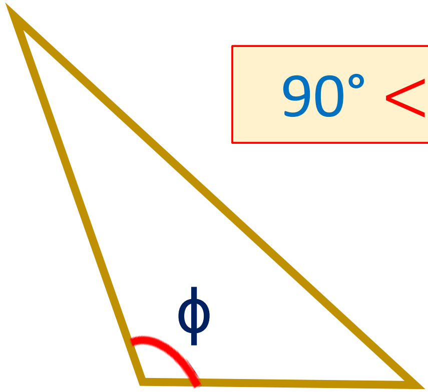
$0 < \boldsymbol{\varphi} < 90°$



c) TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO

Un ángulo interno es obtuso.

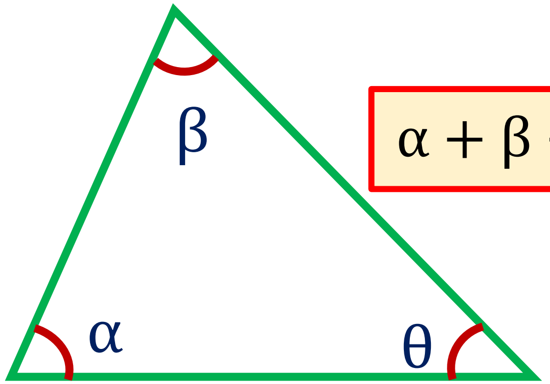
$90° < \phi < 180°$



Δ Oblicuángulo

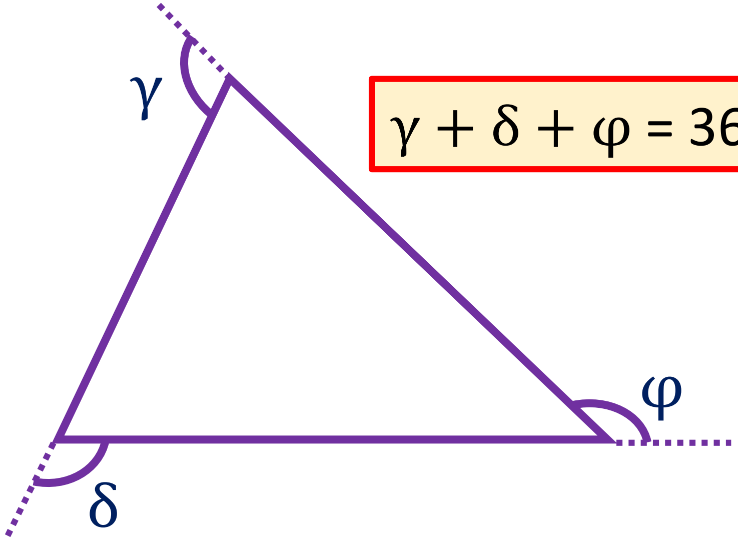
TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

TEOREMA 1:



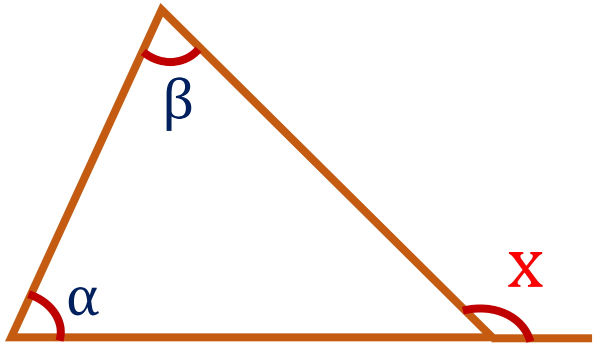
$$\alpha + \beta + \theta = 180°$$

TEOREMA 2:



$$\gamma + \delta + \varphi = 360°$$

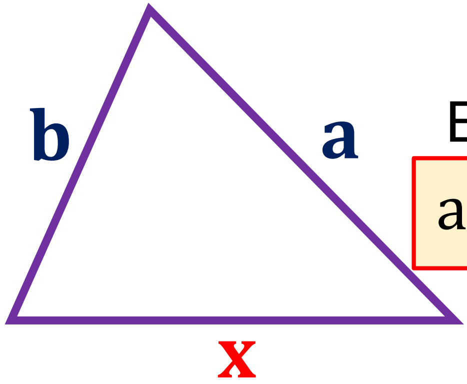
TEOREMA 3:



$$x = \alpha + \beta$$

TEOREMA 4:

Teorema de desigualdad triangular
(teorema de existencia)



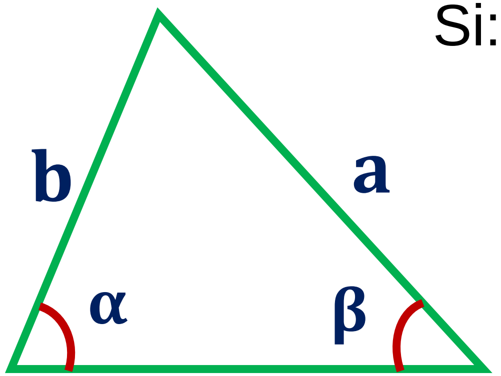
Si: $a > b$

Entonces:

$$a - b < x < a + b$$

TEOREMA 5:

En todo triángulo, al lado de mayor longitud se opone el ángulo interno de mayor medida y viceversa.

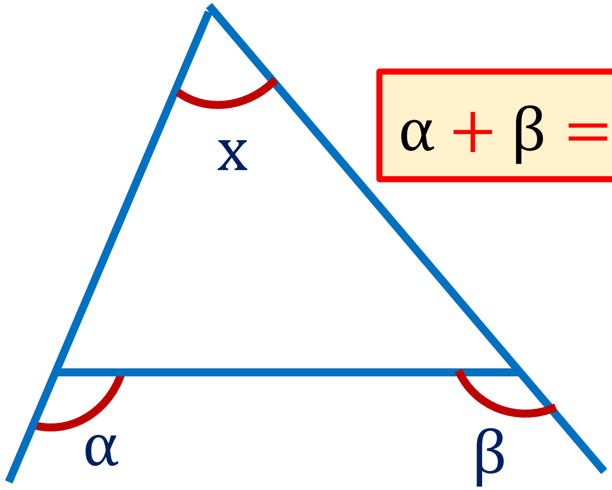


Si: $a > b$

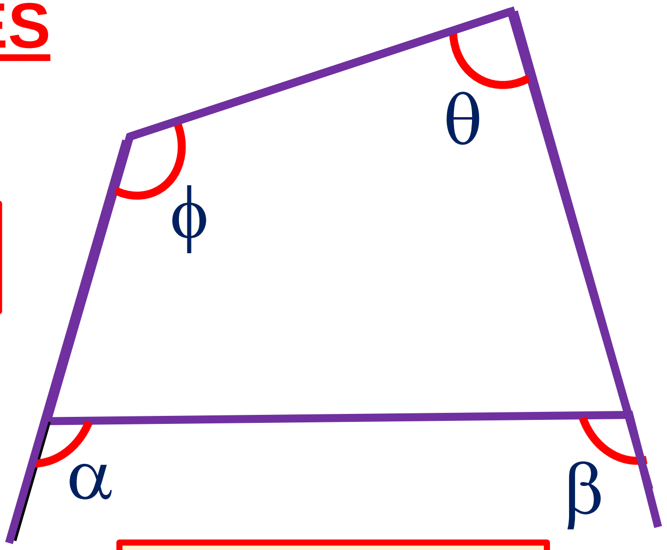
Entonces:

$$\alpha > \beta$$

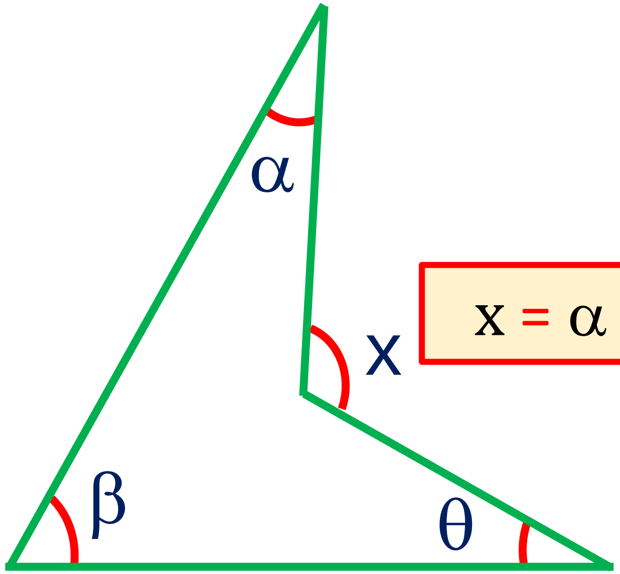
TEOREMAS ADICIONALES



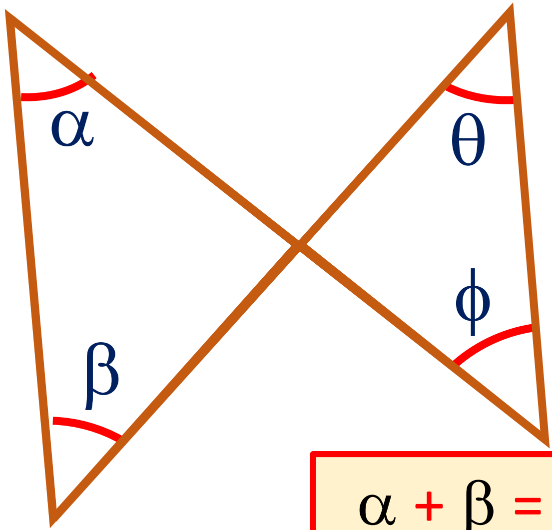
$$\alpha + \beta = 180° + x$$



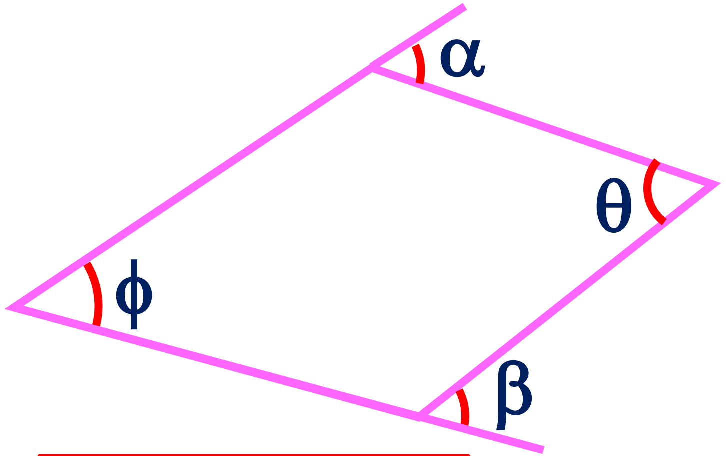
$$\phi + \theta = \alpha + \beta$$



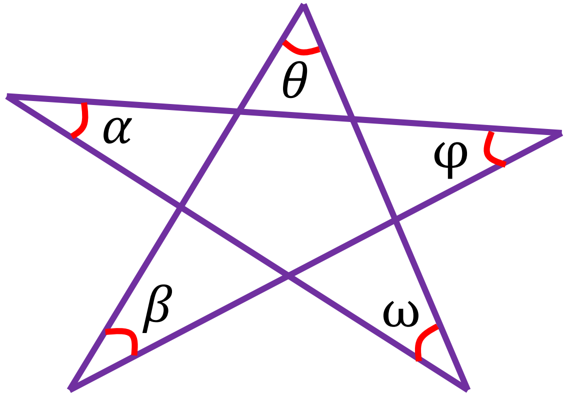
$$x = \alpha + \beta + \theta$$



$$\alpha + \beta = \theta + \phi$$

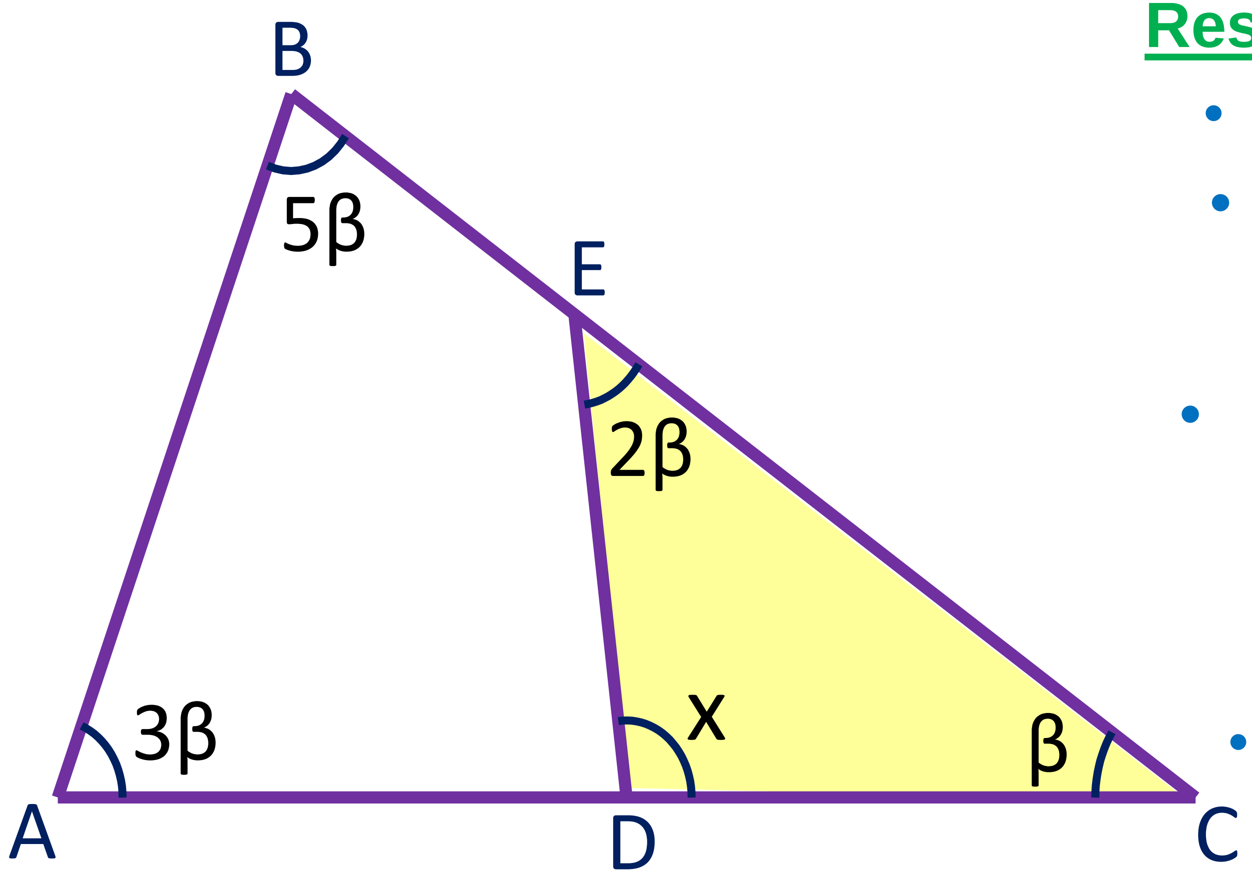


$$\phi + \theta = \alpha + \beta$$



$$\theta + \alpha + \beta + \omega + \varphi = 180°$$

1. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- ΔDEC:

$$x + 2\beta + \beta = 180°$$

$$x + 3\beta = 180° \quad \dots (1)$$

- ΔABC:

$$3\beta + 5\beta + \beta = 180°$$

$$9\beta = 180°$$

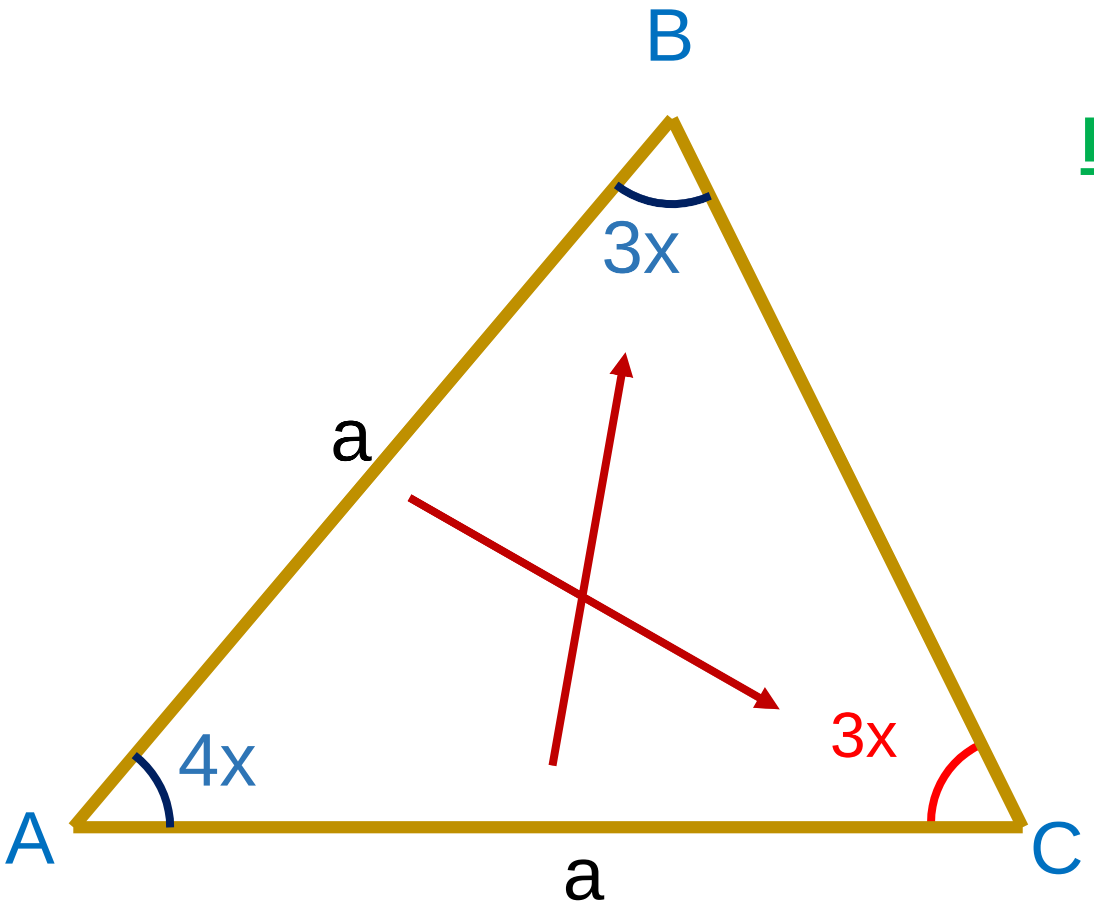
$$\beta = 20° \quad \dots (2)$$

- Reemplazando 2 en 1:

$$x + 3(20°) = 180°$$

$$\boxed{x = 120°}$$

2. Halle el valor de x, si AB = AC



Resolución

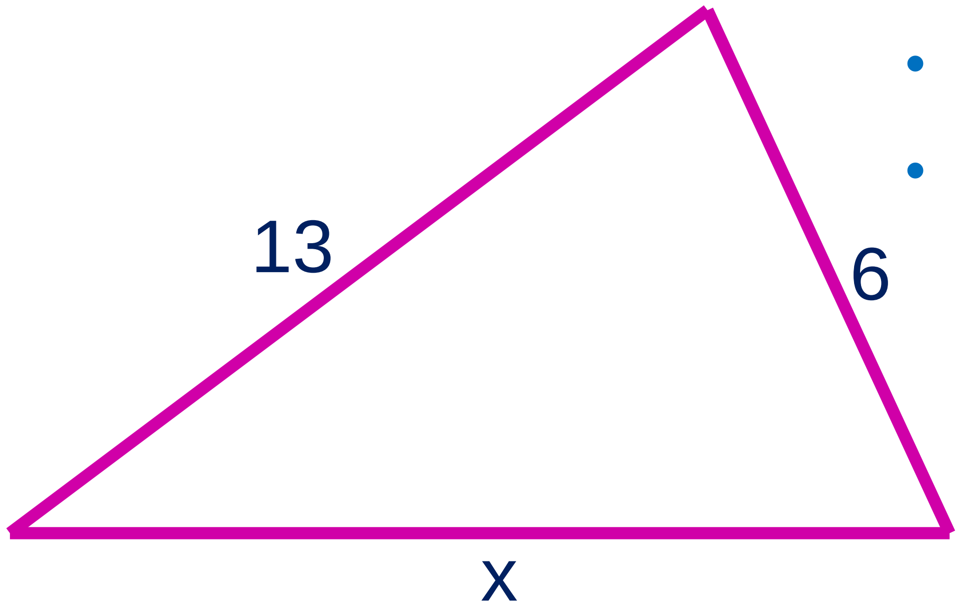
- Piden: x
- ΔABC: Isósceles

$$4x + 3x + 3x = 180^{o}$$

$$10x = 180^{o}$$

$$\boxed{x = 18^{\circ}}$$

3. Las longitudes de los lados de un triángulo son 6 y 13. Calcule la diferencia entre el máximo y el mínimo valor entero que puede tomar la longitud del tercer lado.



Resolución

- Piden: $x_{\text{máx}} - x_{\text{min}}$
- Aplicando el teorema de la existencia.

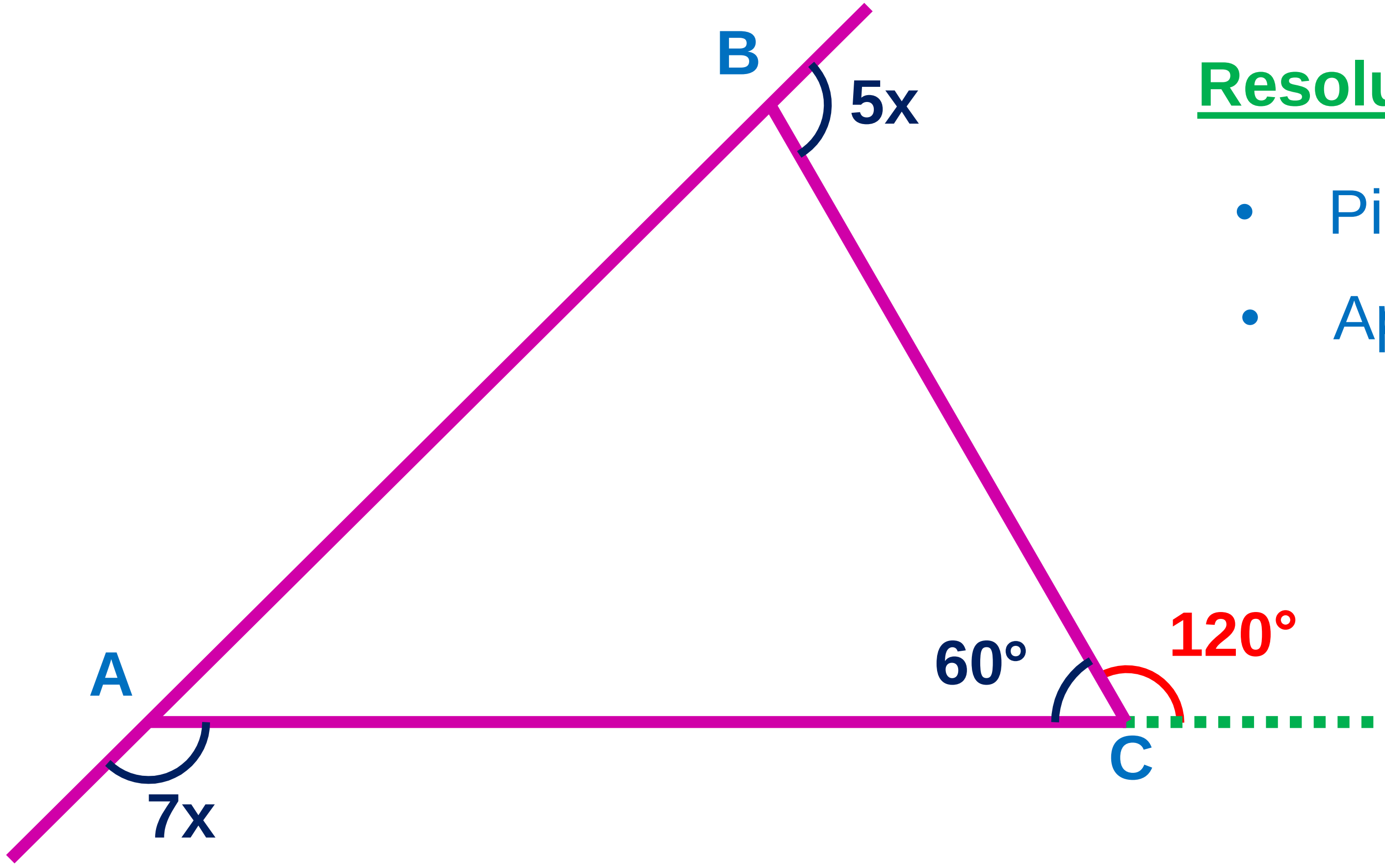
$$13 - 6 < x < 13 + 6$$

$$7 < x < 19$$

$$x = (8 ; 9 ; 10 ; \ldots 16 ; 17 ; 18)$$

$$\boxed{x_{\text{máx}} - x_{\text{min}} = 10}$$

4. Halle el valor de x.



Resolución

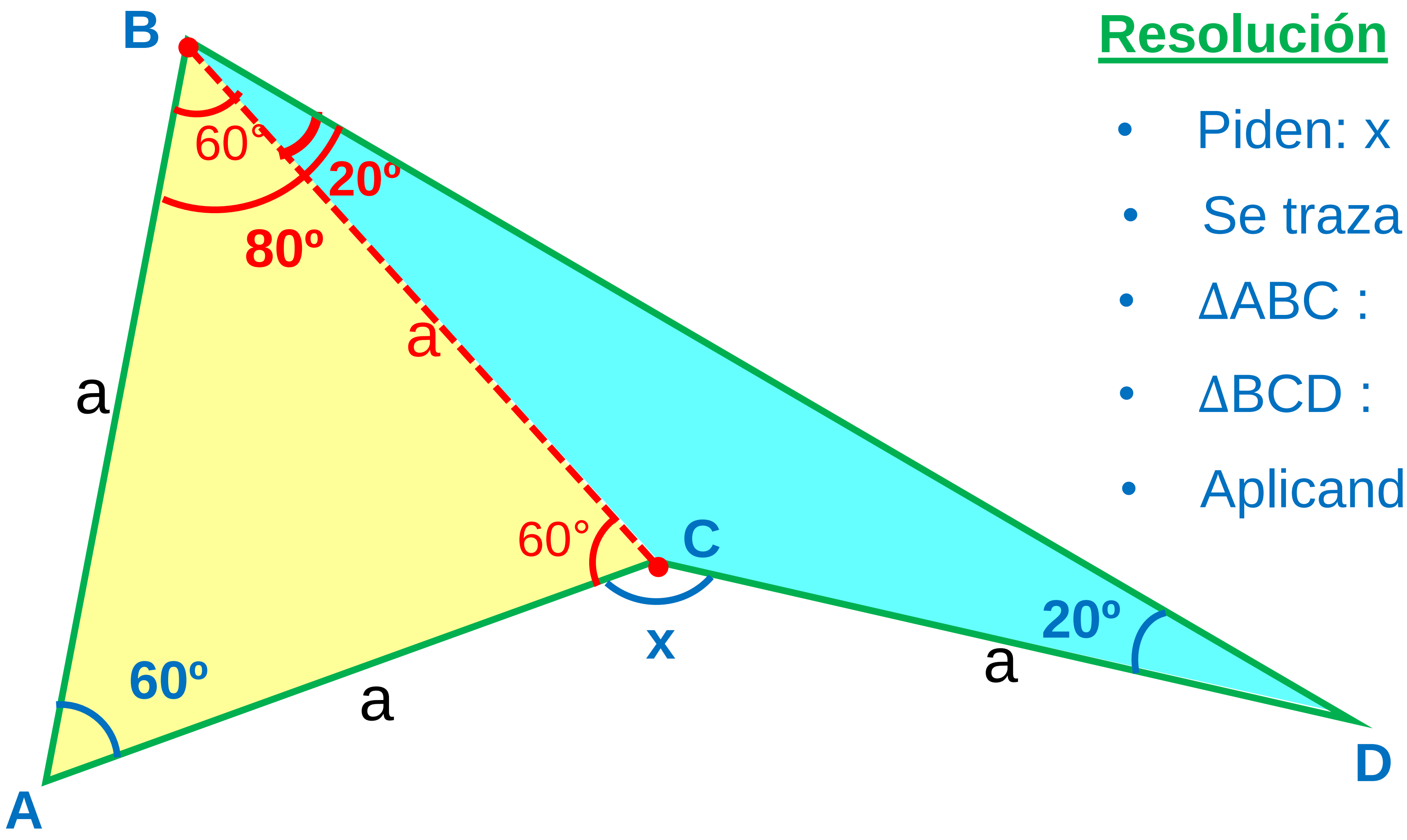
- Piden: x
- Aplicando el teorema:

$$7x + 5x + 120° = 360°$$

$$12x = 240°$$

$$\boxed{x = 20°}$$

5. En la figura, AB = AC = CD. Halle el valor de x.



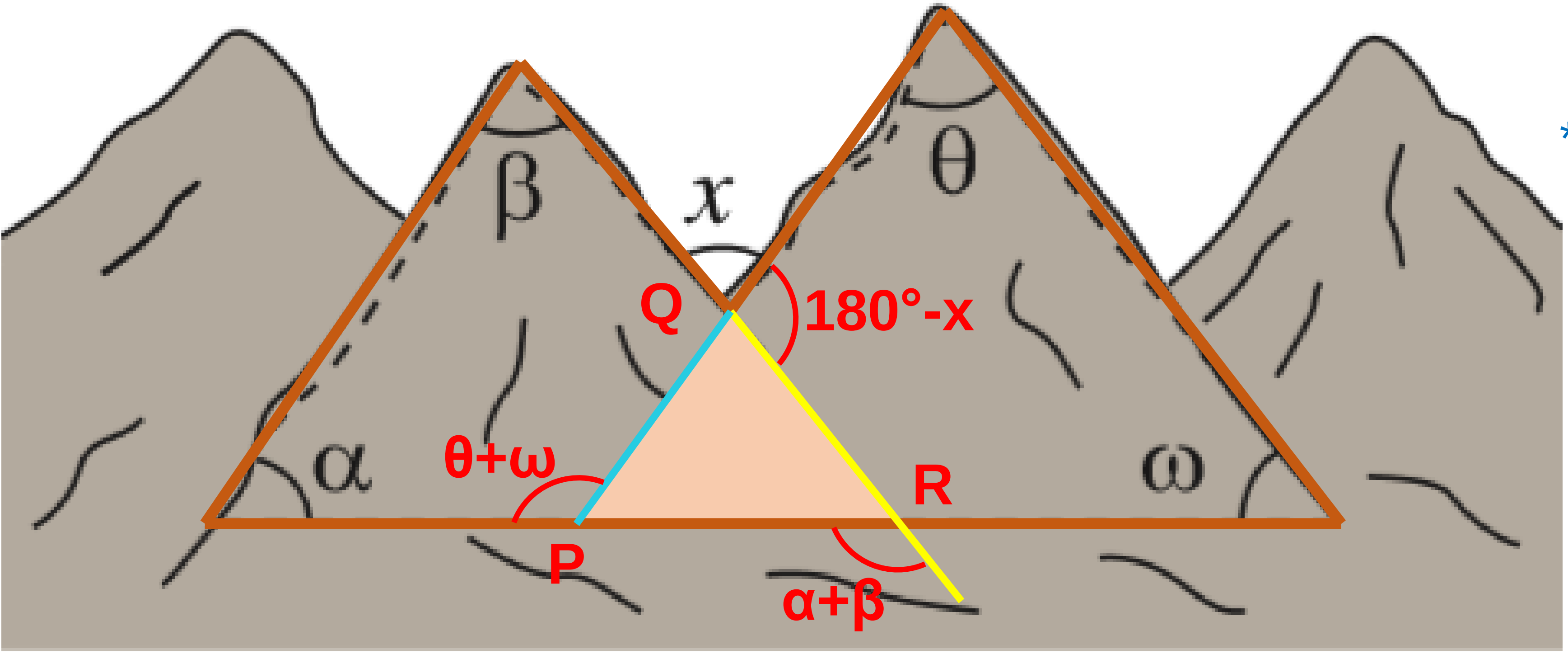
Resolución

- Piden: x
- Se traza $\overline{BC}$.
- ΔABC : **Equilátero**
- ΔBCD : **Isósceles**
- Aplicando el teorema:

X = 60º + 80º + 20º

$$\boxed{x = 160°}$$

6. Cuando Aldo viajo a provincia, observo el siguiente paisaje y recordó un ejercicio que no pudo resolver en el colegio. Ayúdelo a calcular el valor de x si $\alpha+\beta+\theta+\omega=250°$



Resolución

*Realizando los trazos adecuados

*Aplicando el teorema del ángulo exterior

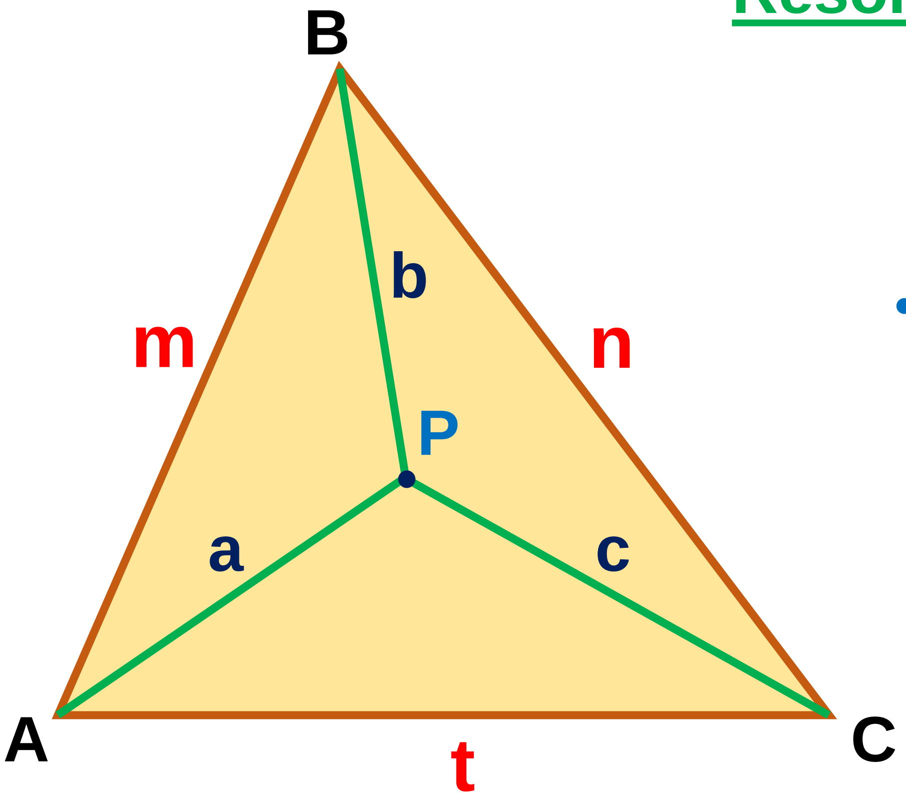
*En PQR:

$$180° - x + \alpha + \beta + \theta + \omega = 360°$$

$$250° - x = 180°$$

$$\boxed{X = 70°}$$

7. Se muestra el piso de una pileta en forma de región ΔABC. Del punto P se distribuye agua por tubos hacia los puntos A, B y C. Si el perímetro del piso es 16 m, determine el menor número entero de metros de tubo, que se deben comprar para hacer dichas conexiones.



Resolución

- Piden: $(a + b + c)_{\text{menor}}$
- $2p_{(ABC)} = 16$ m

  $m + n + t = 16$

- Aplicando el teorema de desigualdad triangular:

$$m < a + b$$
$$n < b + c$$
$$t < a + c \quad +$$
$$m + n + t < 2(a + b + c)$$

$16 < 2(a + b + c)$

$8 < a + b + c$

x = 9 ; 10 ; 11; 12; …

$$\boxed{(a+b+c)_{\text{mìn}} = 9 \text{ m}}$$

