



ALGEBRA

Chapter 10

3th
SECONDARY

Teorema del Resto



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

¿Puedes obtener el residuo de la siguiente división sin efectuarla en menos de un minuto?



$$\begin{array}{r} x^{240} - 2x^{100} - 3 \\ \hline x - 1 \end{array}$$

Rpta: **$R = -4$**

TEOREMA DEL RESTO



Sea la división:

$$\frac{P(x)}{ax + b}$$

El residuo se puede obtener sin efectuar la división evaluando $P(x)$ cuando $x = -\frac{b}{a}$

$$I. \quad ax + b = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

$$II. \quad R = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$



Ejemplo: Determine el residuo de la siguiente división:

$$\frac{6x^5 + 9x^4 + 4x^2 + 8x + 5}{x + 1} \quad \leftarrow P(x)$$

Resolución:

I. $x + 1 = 0$

 $x = -1$

II. $R = P(-1)$

$$R = 6(-1)^5 + 9(-1)^4 + 4(-1)^2 + 8(-1) + 5$$

$$R = -6 + 9 + 4 - 8 + 5$$

$$\therefore R = 4$$



GENERALIZACIÓN DEL TEOREMA DEL RESTO:

IDENTIDAD FUNDAMENTAL

$$D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + R(x)$$

MÁXIMO GRADO DEL RESIDUO

$$GA[R(x)] \leq GA[d(x)] - 1$$

Ejemplo:

Determine el residuo de la siguiente división:

$$\frac{16x^7 - 24x^5 + 10x^6 - 7x^3 - 22x^4 - 9}{x^2 - 2}$$

Resolución:

I. $x^2 - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 2$

$$D(x) = 16x^7 - 24x^5 + 10x^6 - 7x^3 - 22x^4 - 9$$

$$D(x) = 16(x^2)^3 \cdot x - 24(x^2)^2 \cdot x + 10(x^2)^3 - 7(x^2) \cdot x - 22(x^2)^2 - 9$$

II. $R = 16(2)^3 \cdot x - 24(2)^2 \cdot x + 10(2)^3 - 7(2) \cdot x - 22(2)^2 - 9$

$$R = 128x - 96x + 80 - 14x - 88 - 9$$

$$\therefore R = 18x - 17$$



HELICO PRACTICE



Problema 1

Calcule el resto de dividir

$$\frac{2x^5 - x^6 + 3x^3 - 2x - 7}{x - 2}$$

Resolución:



$$I. \quad x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$II. \quad D(x) = 2x^5 - x^6 + 3x^3 - 2x - 7$$

$$R = 2(2)^5 - (2)^6 + 3(2)^3 - 2(2) - 7$$

$$R = \cancel{(2)^6} - \cancel{2^6} + 3(8) - 4 - 7$$

$$R = + 24 - 4 - 7$$

$$\therefore R = 13$$

Respuesta:

Problema 2

Obtenga el resto de

$$\frac{(2x - 5)^{10} + (3x - 8)^7 + 2}{x - 3}$$

Resolución:

$$I. \quad x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$II. \quad D(x) = (2x - 5)^{10} + (3x - 8)^7 + 2$$

$$R = (2 \cdot 3 - 5)^{10} + (3 \cdot 3 - 8)^7 + 2$$

$$R = (1)^{10} + (1)^7 + 2$$

$$\therefore R = 4$$

Respuesta: 4

Problema 3

Indique el resto de

$$\frac{27x^{27} - 81x^{26} + 9x^{12} - 3x^{13} + 5}{x - 3}$$

Resolución:



$$I. \quad x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$II. \quad D(x) = 27x^{27} - 81x^{26} + 9x^{12} - 3x^{13} + 5$$

$$R = 27(3)^{27} - 81(3)^{26} + 9(3)^{12} - 3(3)^{13} + 5$$

$$R = 3^3(3)^{27} - 3^4(3)^{26} + 3^2(3)^{12} - 3(3)^{13} + 5$$

$$R = \cancel{3^{30}} - \cancel{3^{30}} + \cancel{3^{14}} - \cancel{3^{14}} + 5$$

$$\therefore R = 5$$

Respuesta: 5

Problema 4

Halle el resto de dividir

$$\frac{2x^{25} + 4x^{20} + 3x^{10} + 2x^5 - 2}{x^5 + 1}$$

Resolución:

$$I. \quad x^5 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^5 = -1$$

$$II. \quad D(x) = 2x^{25} + 4x^{20} + 3x^{10} + 2x^5 - 2$$

$$D(x) = 2(x^5)^5 + 4(x^5)^4 + 3(x^5)^2 + 2x^5 - 2$$

$$R = 2(-1)^5 + 4(-1)^4 + 3(-1)^2 + 2(-1) - 2$$

$$R = -2 + 4 + 3 - 2 - 2$$

$$\therefore R = 1$$

Respuesta: 1

Problema 5

Determine el resto en

$$\frac{(x-y+1)^4 - (x-y+2)^2 - (x-y)^3}{x-y-2}$$

Resolución:

$$I. \quad x - y - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x - y = 2$$

$$II. \quad D(x) = (x - y + 1)^4 - (x - y + 2)^2 - (x - y)^3$$

$$R = (2 + 1)^4 - (2 + 2)^2 - (2)^3$$

$$R = (3)^4 - (4)^2 - 8$$

$$R = 81 - 16 - 8$$

$$\therefore R = 57$$

Respuesta: 57

Problema 6

El valor del resto representa el costo de 3 Kg de arroz.

$$\frac{(x+2)(x+3)(x+4)(x+1)+2}{x^2+5x+5}$$

¿Cuánto será el costo de 12 Kg de arroz?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVIN:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Resolución:

$$I. \quad x^2 + 5x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 5x = -5$$

$$II. \quad D(x) = \underbrace{(x+2)(x+3)}_{\text{green}} \underbrace{(x+4)(x+1)}_{\text{purple}} + 2$$

$$D(x) = (\underbrace{x^2 + 5x}_{\text{yellow}} + 6)(\underbrace{x^2 + 5x}_{\text{yellow}} + 4) + 2$$

$$R = (-5 + 6)(-5 + 4) + 2$$

$$R = (+1)(-1) + 2$$

$$R = 1$$

\Rightarrow 3 Kg de arroz cuestan S/. 1

\therefore 12 Kg de arroz cuestan S/. 4

Respuesta: S/. 4

Problema 7

Evelin desea comprar un presente para su madre por su cumpleaños para lo cual decide ir al centro comercial, si ella pregunta los precios de tres posibles regalos los cuales son los siguientes

Presentes	Precio
Cartera	120
Saco	180
Vestido	90

Ella decide comprar el presente el cual tiene precio equivalente al valor de $R(20)$, siendo $R(x)$ el resto obtenido de la división

$$\frac{2x^6 - x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 5x + 11}{x^2 + 1}$$

¿Cuál fue el presente comprado por Evelin y cuánto le costo?

Resolución:

$$I. \quad x^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -1$$

$$II. \quad D(x) = 2x^6 - x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 5x + 11$$

$$D(x) = 2(x^2)^3 - (x^2)^2 \cdot x + 3(x^2)^2 + 2x^2 + 5x + 11$$

$$R = 2(-1)^3 - (-1)^2 \cdot x + 3(-1)^2 + 2(-1) + 5x + 11$$

$$R = -2 - x + 3 - 2 + 5x + 11$$

$$\therefore R = 4x + 10$$

$$R(20) = 4x + 10 \quad \Rightarrow \quad 4(20) + 10 = 90$$

Respuesta: Le compró el vestido y le costó s/ 90



dreamstime.com