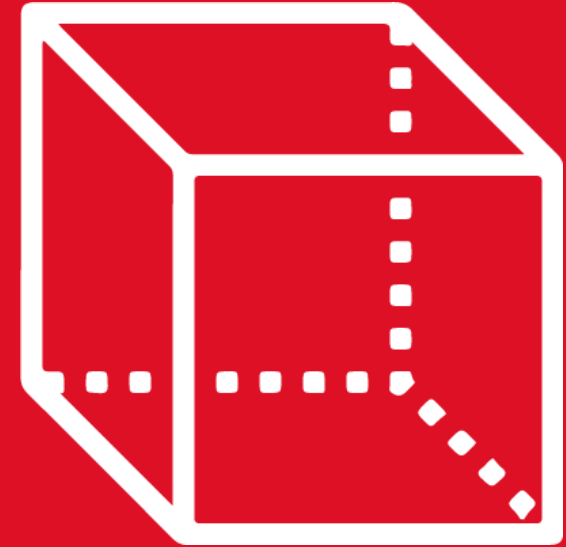




# GEOMETRY

## Chapter 12

4th  
SECONDARY



 **SACO OLIVEROS**

RELACIONES MÉTRICAS EN LOS TRIÁNGULOS  
OBLICUÁNGULOS

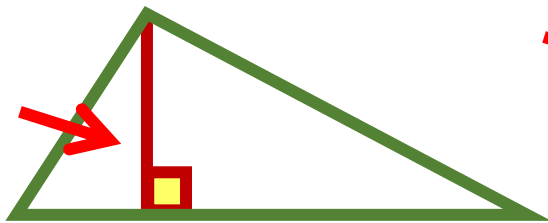
Continuando con el tema de relaciones métricas, en este capítulo aprenderemos a hallar las longitudes de las líneas notables más importantes como la altura, la mediana, el segmento de bisectriz, así como también la longitud de una ceviana interior, conociendo previamente las longitudes de los tres lados del triángulo.

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

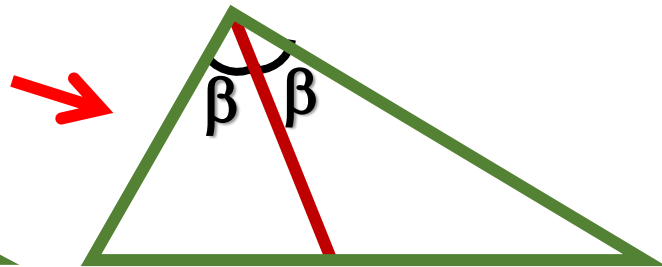


## Actividad

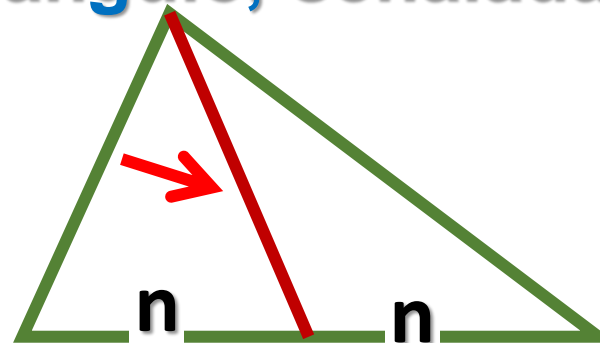
Complete los casilleros con los nombres de las líneas notables que hay en cada triángulo, señaladas con la flecha.



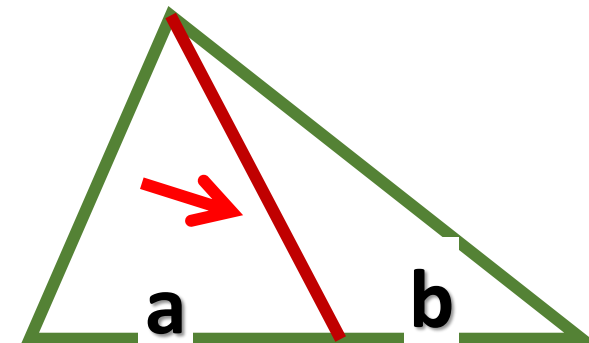
Altura



Bisectriz



Mediana



Ceviana

# Relaciones Métricas en el Triángulo Oblicuángulo

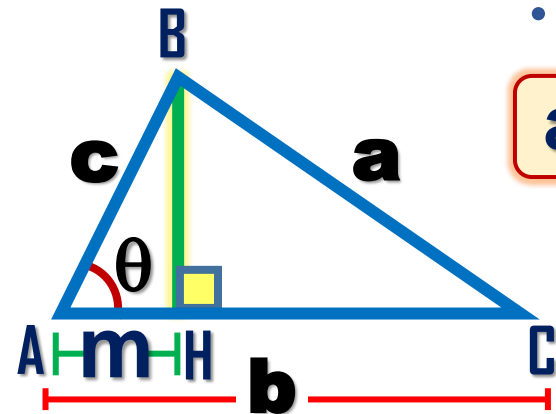
## Teorema de Euclides

### • Primer caso

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$$

$\overline{BH}$ : Altura

$$\theta < 90^\circ$$

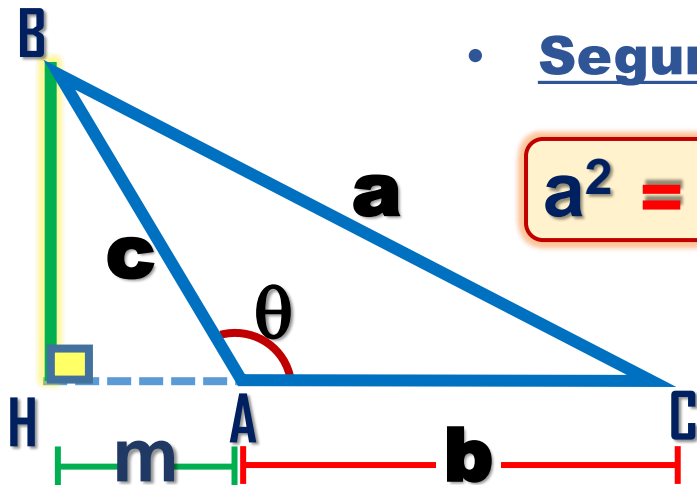


### • Segundo caso

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

$\overline{BH}$ : Altura

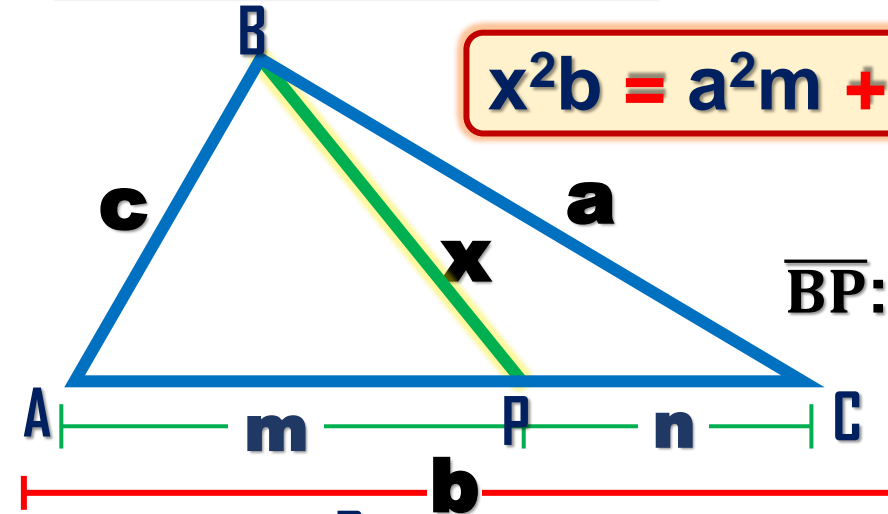
$$90^\circ < \theta$$



## Teorema de Stewart

$$x^2b = a^2m + c^2n - mnb$$

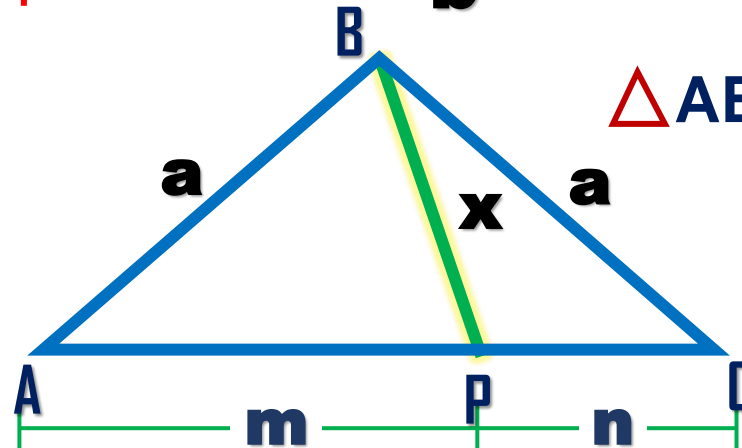
$\overline{BP}$ : Ceviana



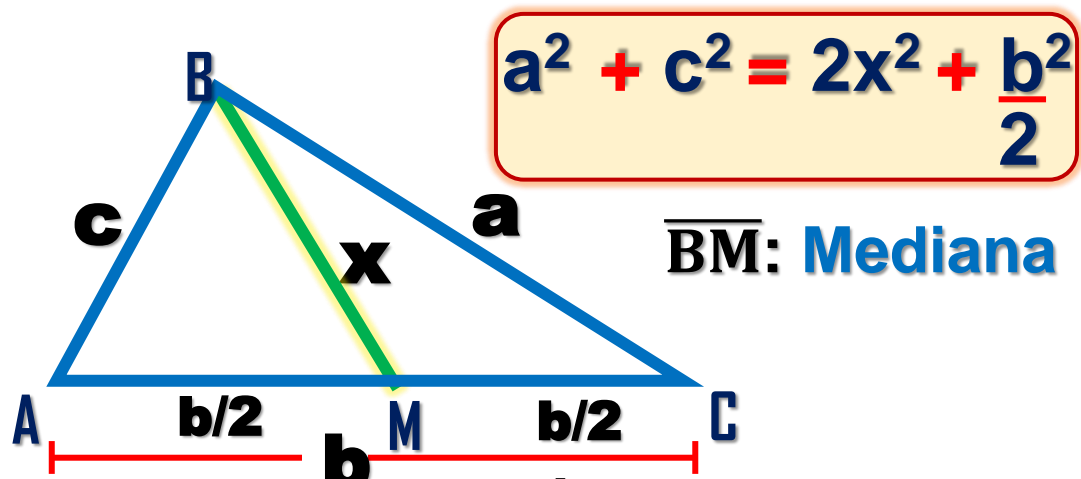
$\triangle ABC$ : ISÓSCELES

$$x^2 = a^2 - mn$$

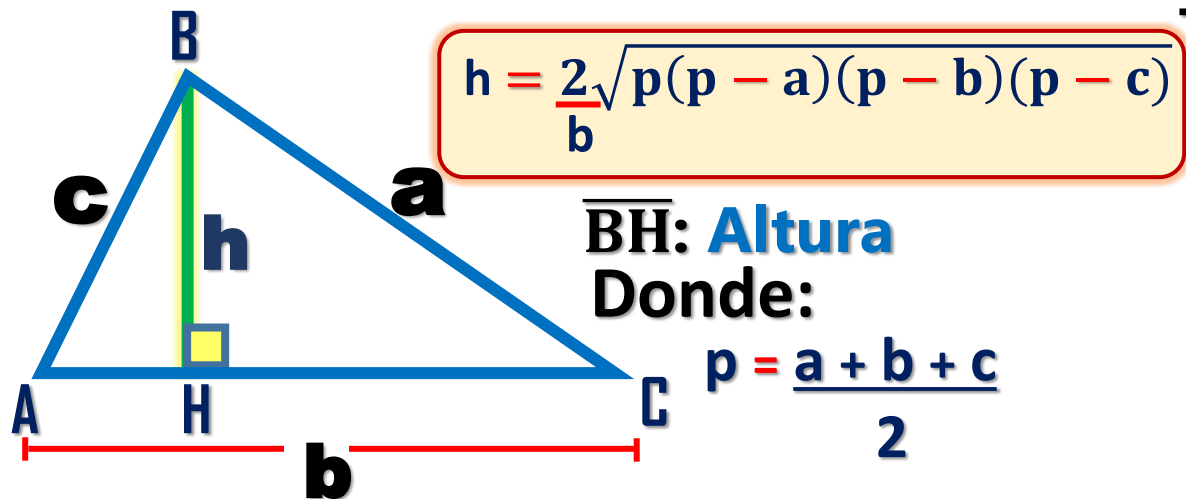
$\overline{BP}$ : Ceviana



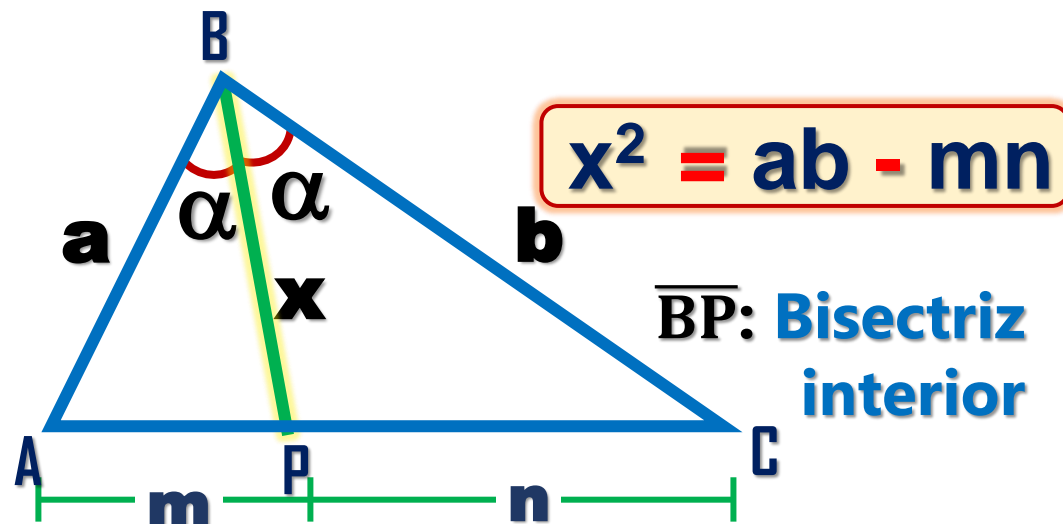
## Teorema de la Mediana



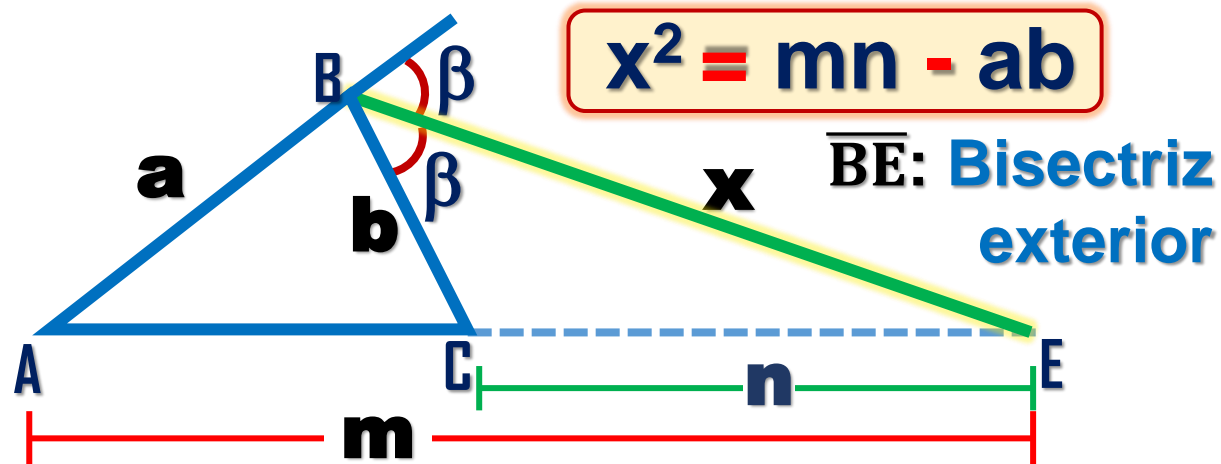
## Teorema de Herón



## T. de la longitud de la bisectriz interior

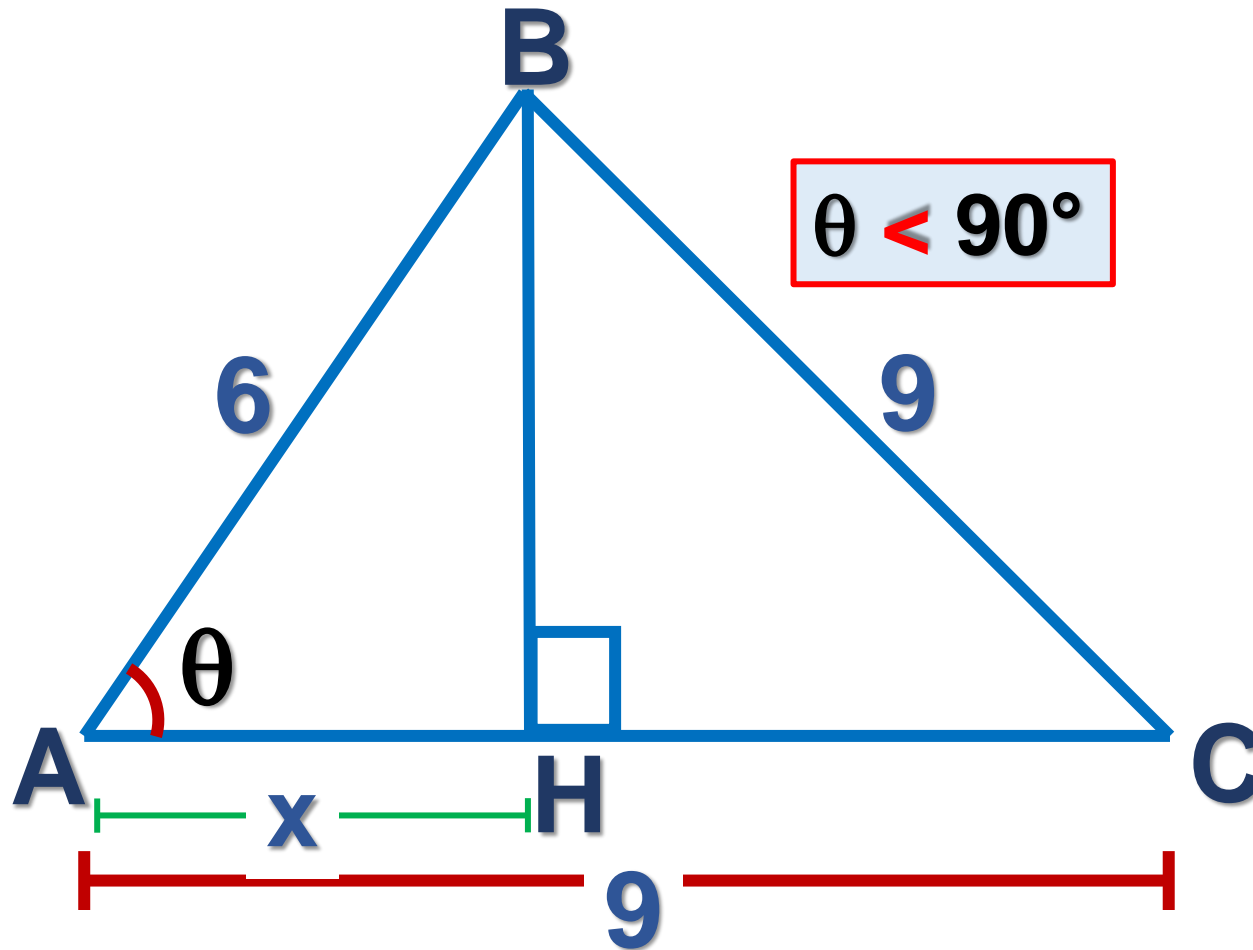


## T. de la longitud de la bisectriz exterior



$\overline{BP}$ : Bisectriz interior

1. En la figura, halle la longitud de la proyección de  $\overline{AB}$  sobre  $\overline{AC}$ .



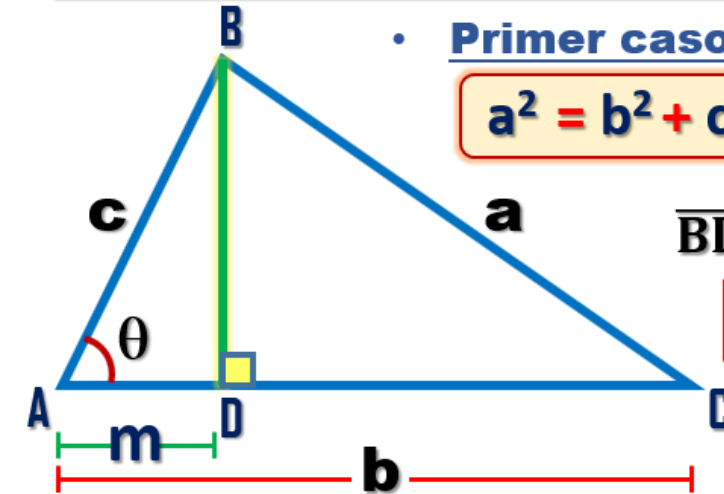
• TEOREMA DE EUCLIDES

• Primer caso

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$$

$\overline{BD}$ : Altura

$$\theta < 90^\circ$$

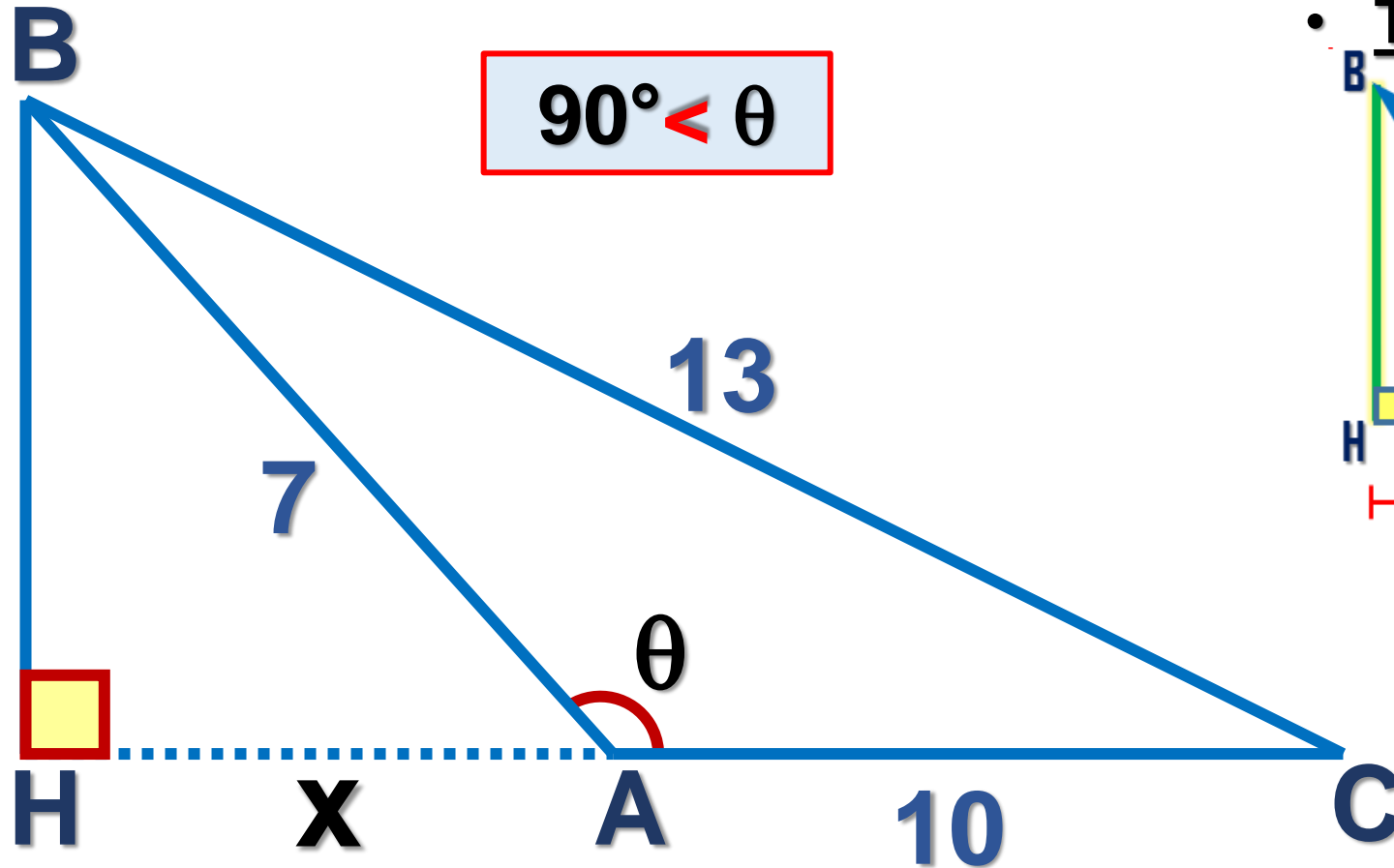


$$\cancel{9^2} = \cancel{9^2} + 6^2 - 2 \cdot 9 \cdot x$$

$$18x = 36$$

$$x = 2$$

2. En la figura,  $AB = 7$ ,  $BC = 13$  y  $AC = 10$ . Halle  $HA$ .

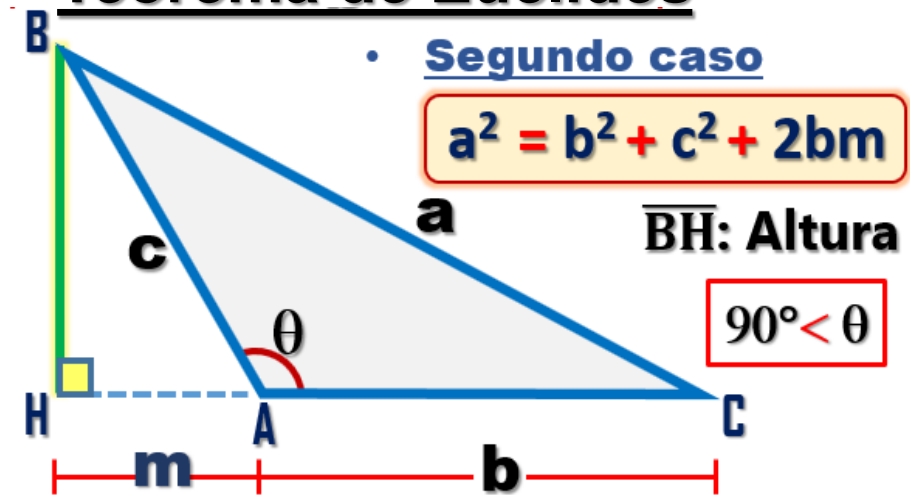


### • Teorema de Euclides

#### • Segundo caso

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

$\overline{BH}$ : Altura



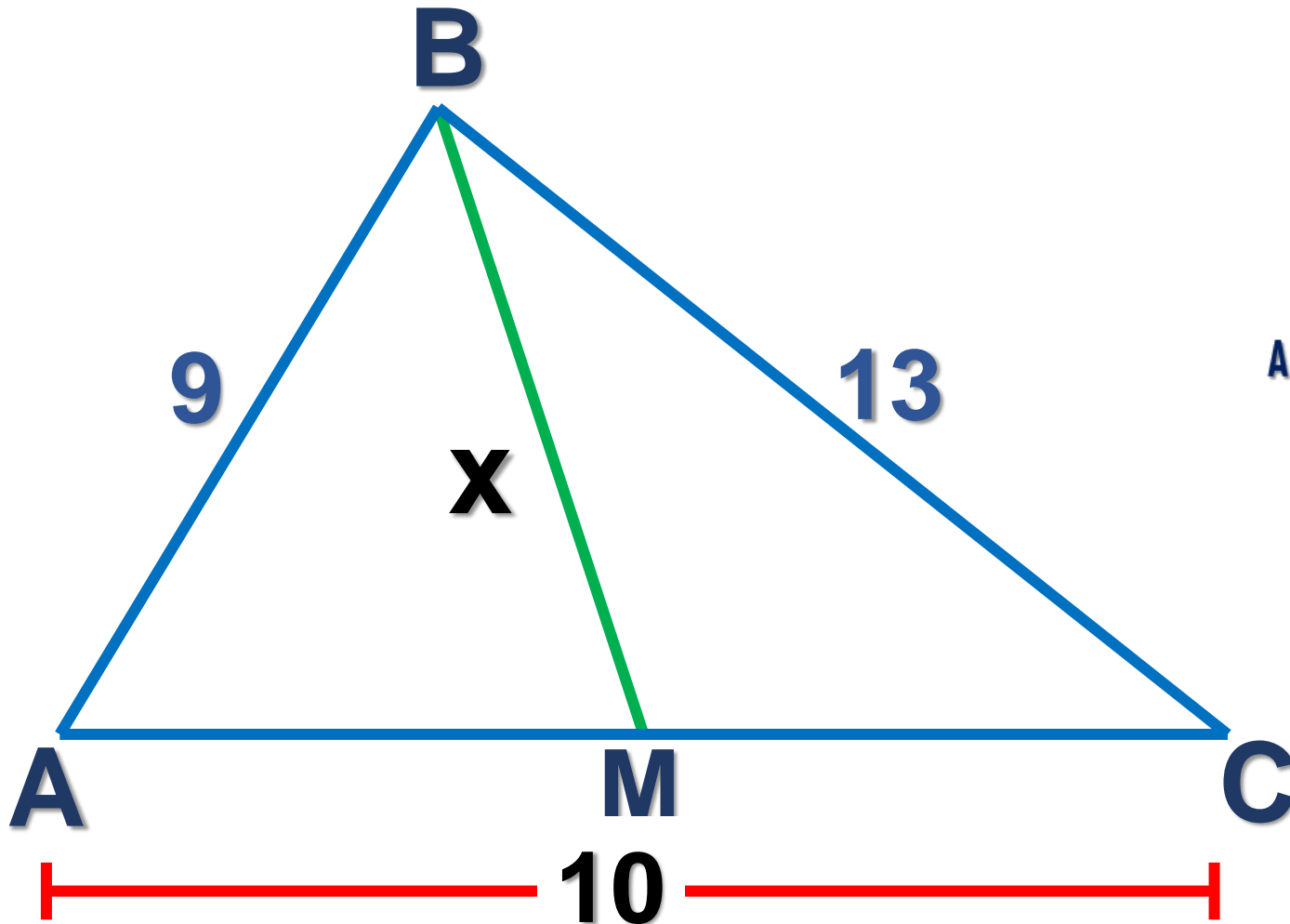
$$13^2 = 10^2 + 7^2 + 2 \cdot 10 \cdot x$$

$$169 = 149 + 20x$$

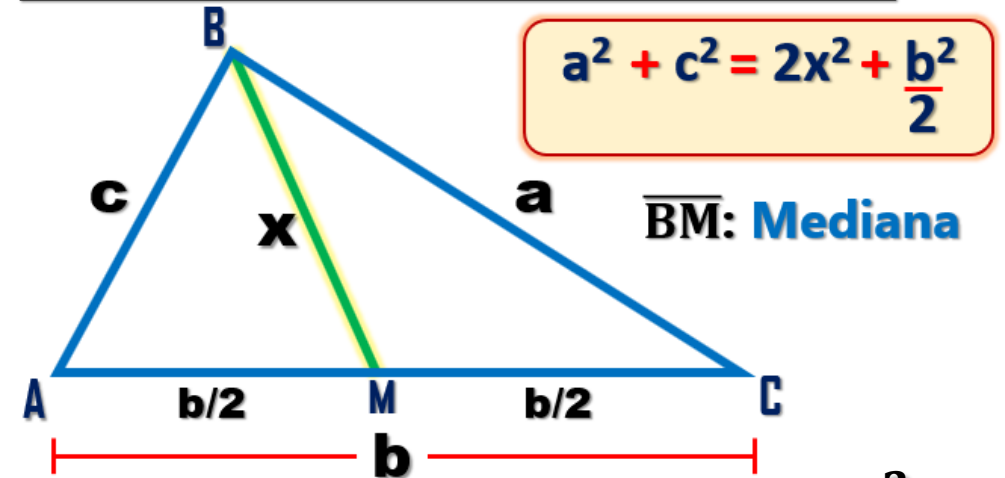
$$20 = 20x$$

$$x = 1$$

3. En un triángulo ABC,  $AB = 9$ ,  $BC = 13$  y  $AC = 10$ . Halle la longitud de la mediana  $\overline{BM}$ .



### TEOREMA DE LA MEDIANA



$$9^2 + 13^2 = 2x^2 + \frac{10^2}{2}$$

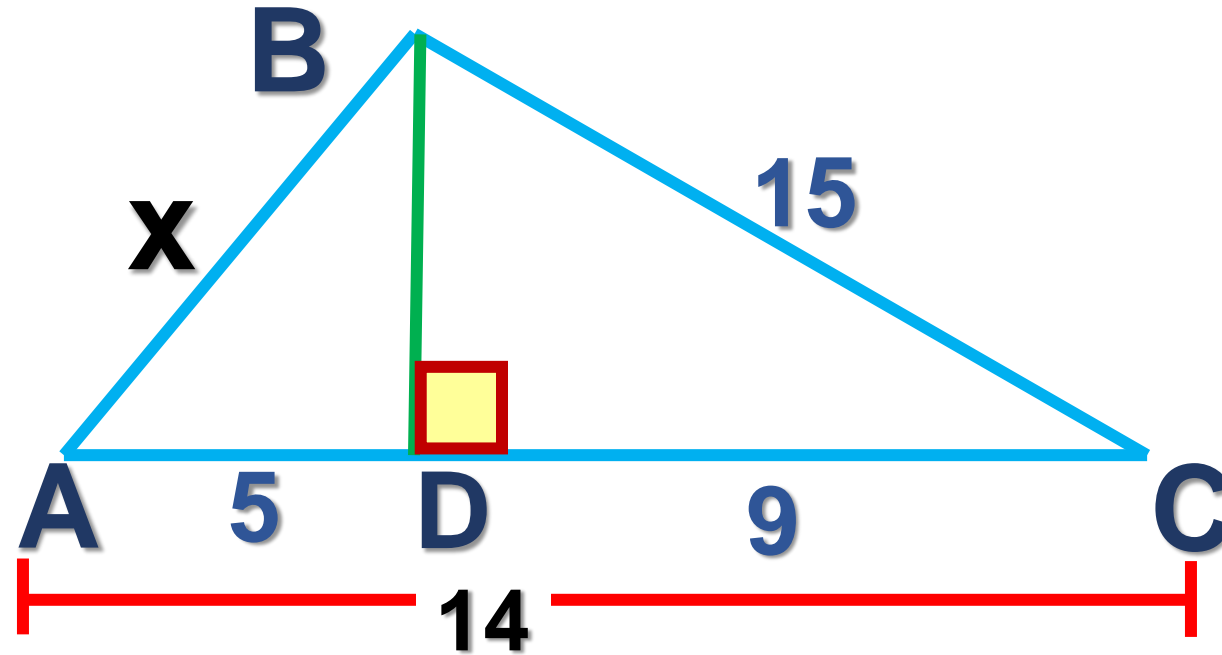
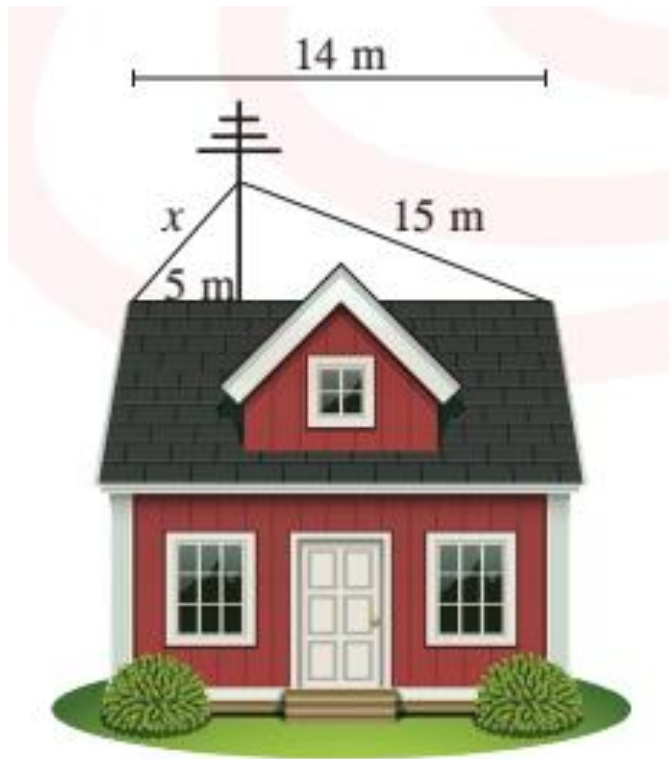
$$250 = 2x^2 + 50$$

$$100 = x^2$$

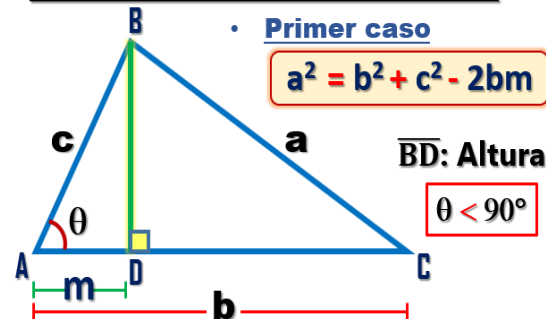
$$10 = x$$



4. La familia Román ha observado que uno de los dos cables que fijan su antena de TV se ha deteriorado y deciden reponerlo para lo cual necesitan calcular su longitud.



• TEOREMA DE EUCLIDES



$$\begin{aligned}
 15^2 &= 14^2 + x^2 - 2 \cdot 14 \cdot 5 \\
 225 &= 196 + x^2 - 140 \\
 225 &= 56 + x^2 \\
 13 &= x
 \end{aligned}$$

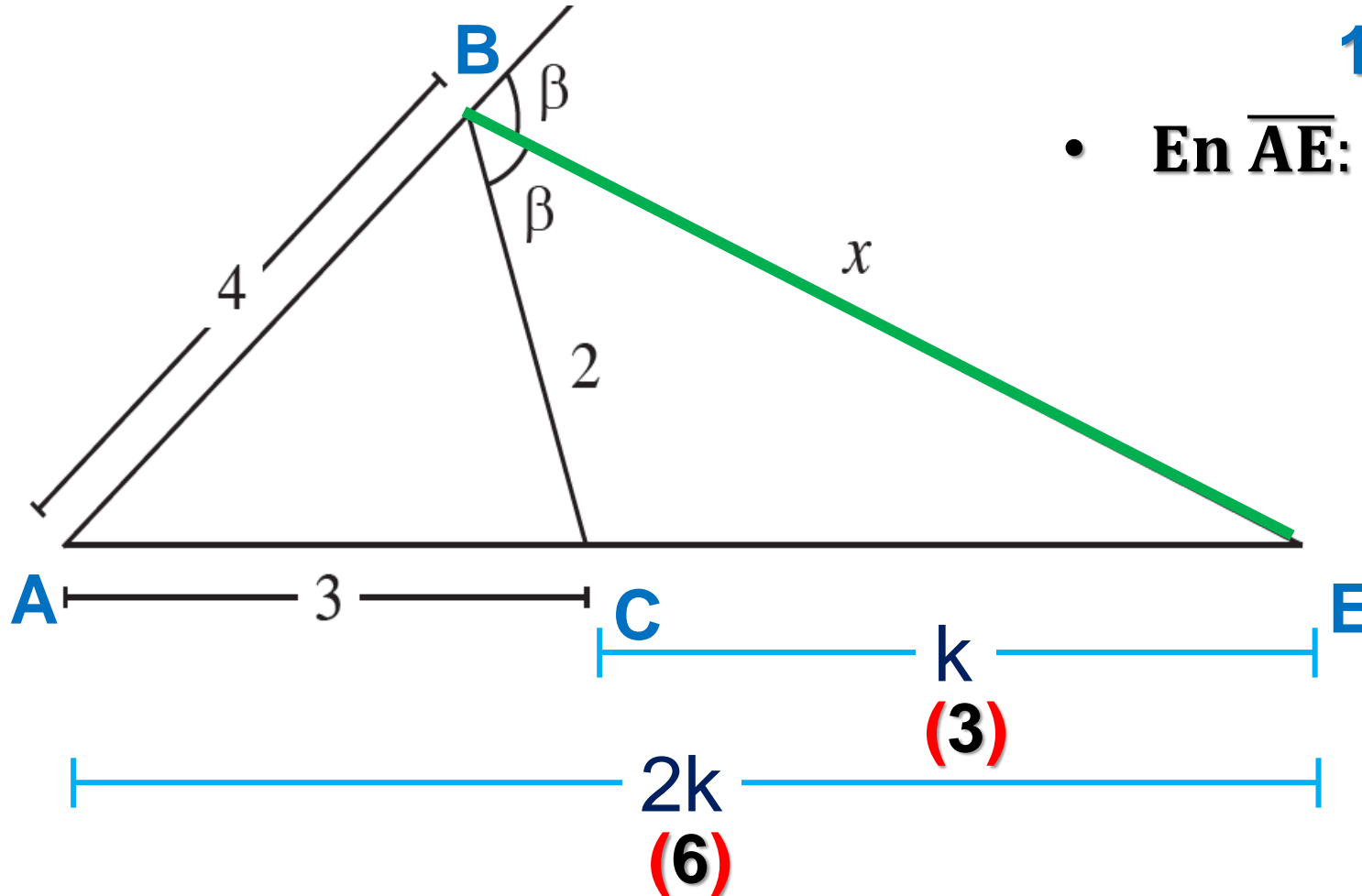
$$x = 13$$





## 5. En la figura, calcule x.

- $\overline{BE}$  : bisectriz exterior.



- T de la bisectriz exterior

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2}$$

$$= \frac{AE}{CE}$$

(Proporcionalidad)

$$AE = 2k$$

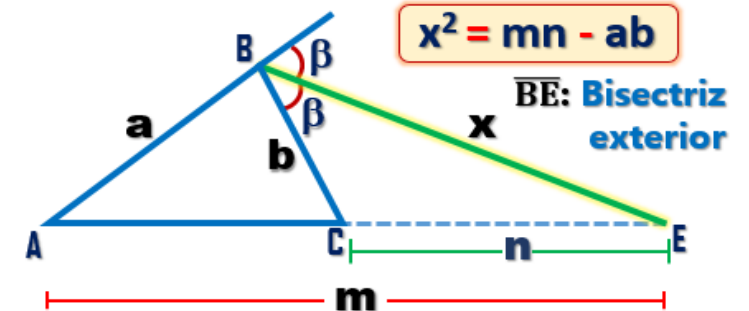
$$CE = k$$

- En  $\overline{AE}$ :

$$3 + k = 2k$$

$$3 = k$$

T. DE LA BISECTRIZ EXTERIOR



$$x^2 = 6 \cdot 3 - 4 \cdot 2$$

$$x^2 = 18 - 8$$

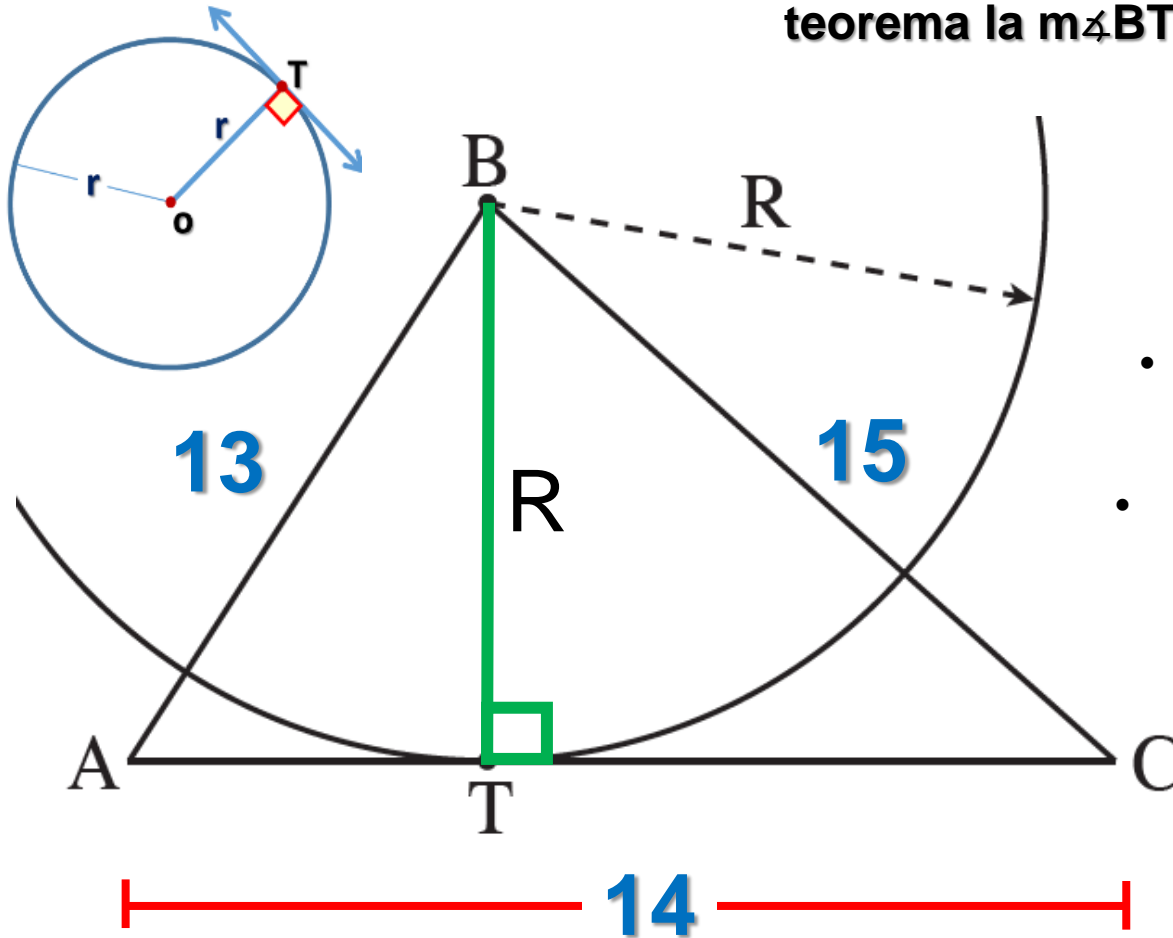
$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$

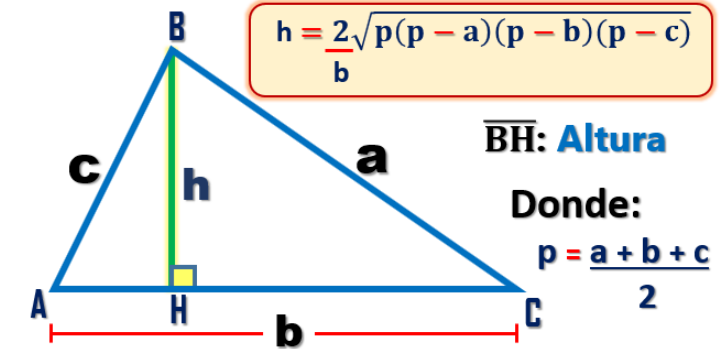


6. En la figura, T es punto de tangencia y  $AB = 13$ ,  $BC = 15$  y  $AC = 14$ . Halle el valor de R.

- Se traza el radio  $\overline{BT}$  y por teorema la  $m\angle BTC = 90^\circ$



### TEOREMA DE HERÓN



- Calculamos el semiperímetro  $p = \frac{13 + 15 + 14}{2}$   
 $p = 21$
- Por teorema de Herón

$$R = \frac{2}{14} \sqrt{21(21 - 15)(21 - 14)(21 - 13)}$$

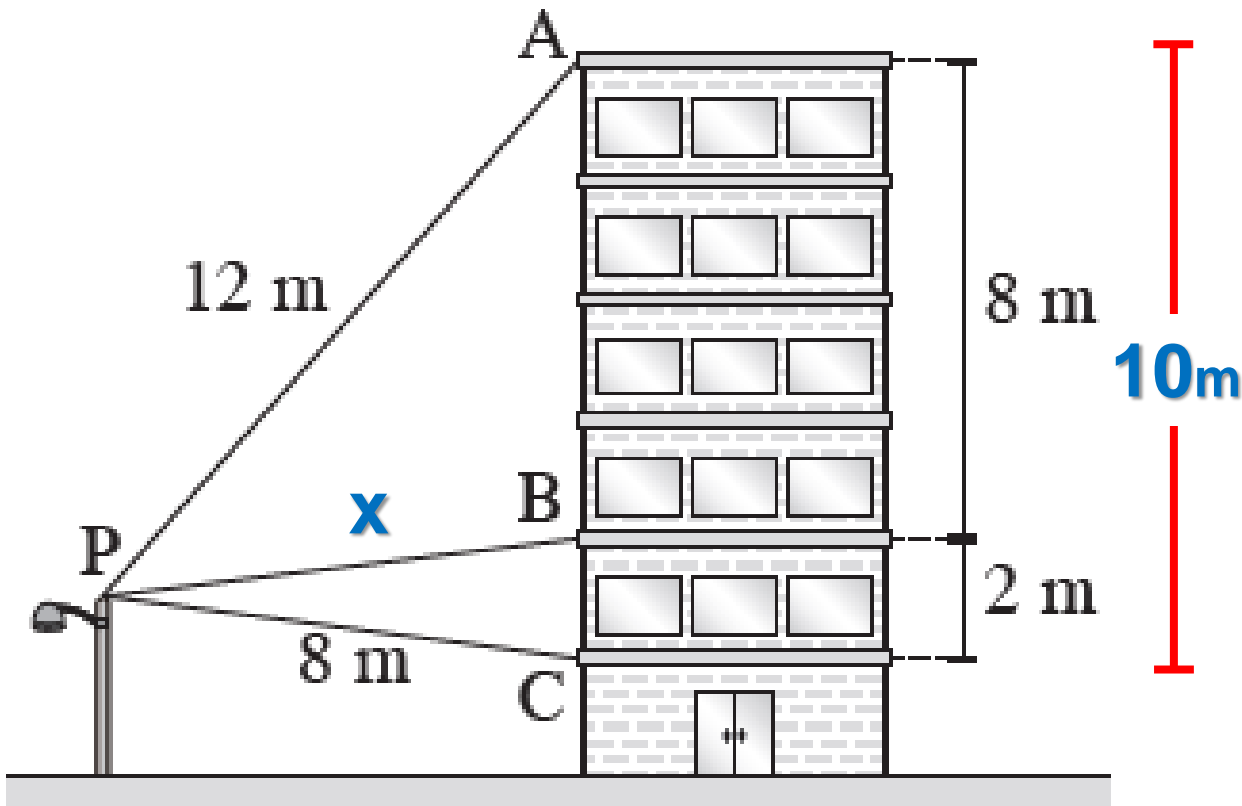
$$R = \frac{1}{7} \sqrt{21(6)(7)(8)}$$

$$R = \frac{1}{7} \sqrt{(7 \cdot 3)(3 \cdot 2)(7)(8)}$$

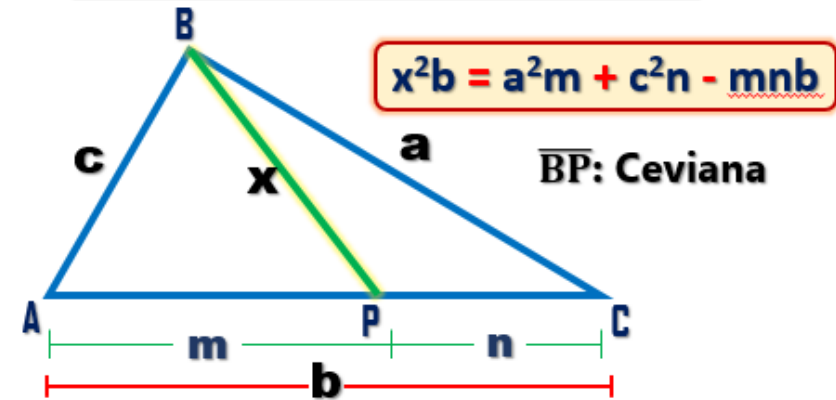
$$R = \frac{1}{7} (7)(3)(4)$$

$$R = 12$$

7. En la figura se muestra un poste y un edificio.  $\overline{PA}$ ,  $\overline{PB}$  y  $\overline{PC}$  son los cables de telefonía del punto P hacia tres departamentos donde en los puntos A, B y C se encuentran las entradas a dichos departamentos. Halle la longitud del cable  $\overline{PB}$ .



### TEOREMA DE STEWART



$$x^2b = a^2m + c^2n - mnb$$

$\overline{BP}$ : Ceviana

$$x^2 \cdot 10 = 12^2 \cdot 2 + 8^2 \cdot 8 - 2 \cdot 8 \cdot 10$$

$$10 \cdot x^2 = 288 + 512 - 160$$

$$10x^2 = 640$$

$$x^2 = 64$$

$$x = 8$$