

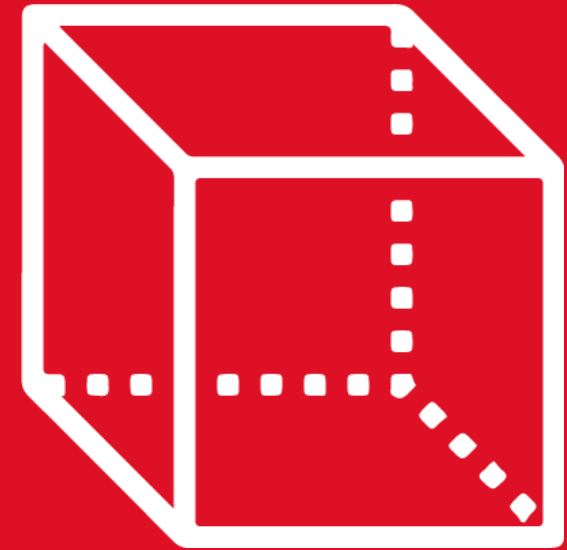


GEOMETRÍA

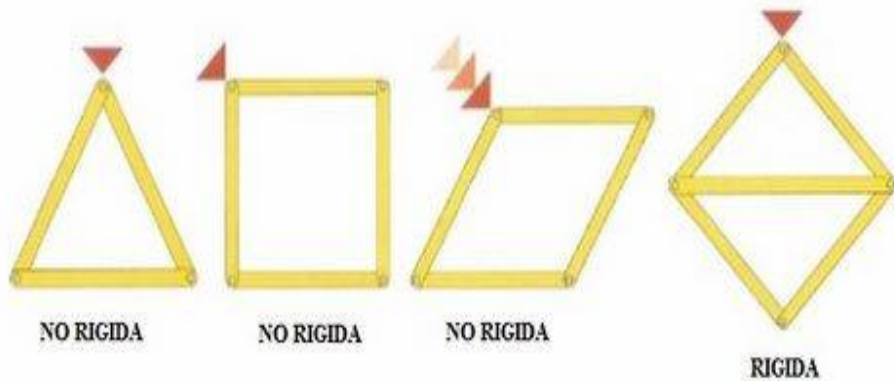
Capítulo 5

1st

Triángulo



El triángulo es una de las figuras geométricas elementales, que nos permite comprender las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente., aplicando los axiomas, postulados, lemas, teoremas y corolarios, estudiados en los capítulos anteriores, en nuestra vida cotidiana podemos encontrar muchos objetos de forma de triángulo como podemos observar en los siguientes gráficos.

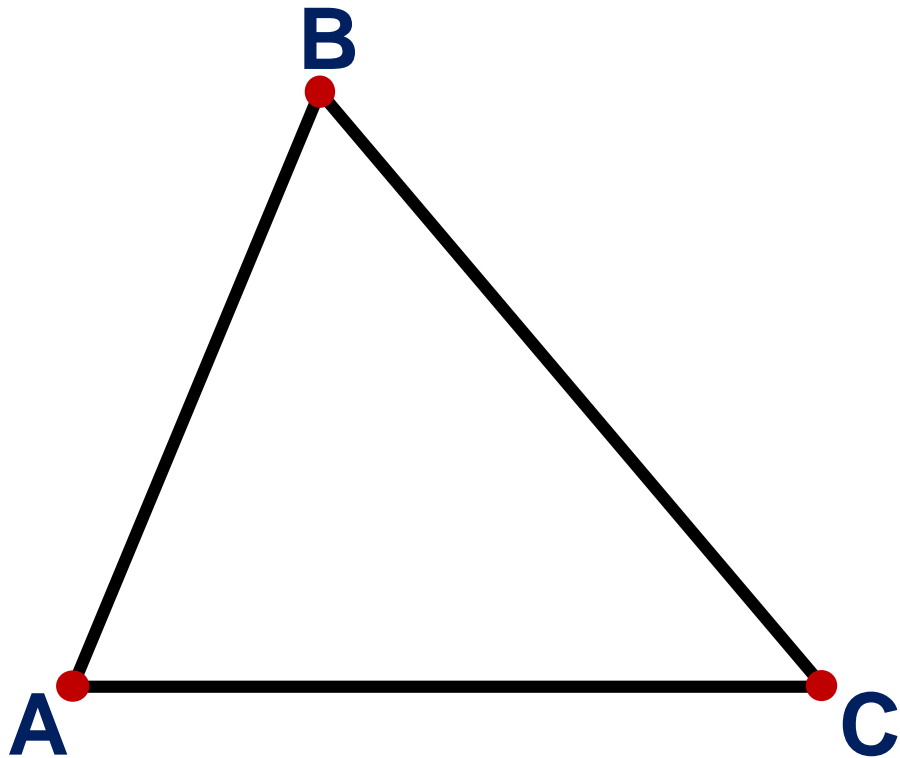


Triángulos



Definición.

Si A, B y C son tres puntos no colineales, entonces la unión de los segmentos \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} se denomina triángulo.

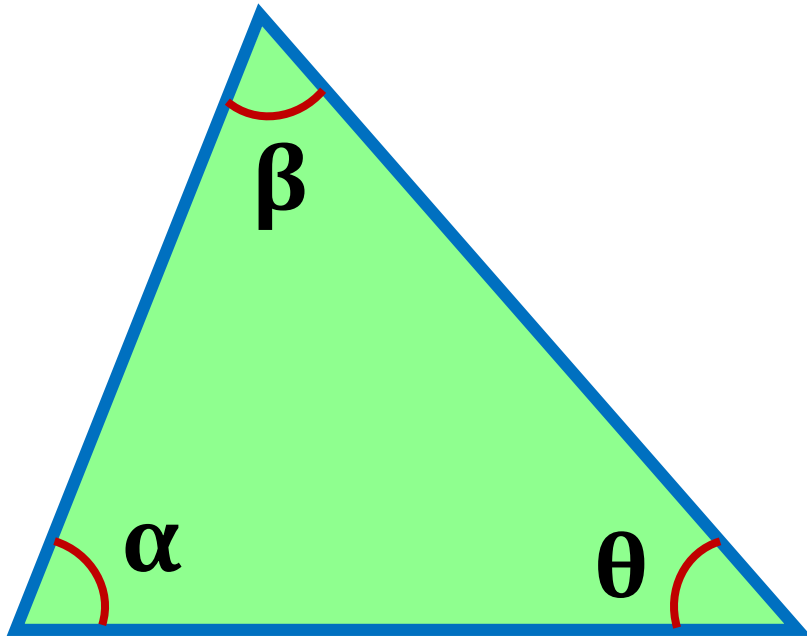


NOTACIÓN:

$\triangle ABC$: Se lee, triángulo ABC

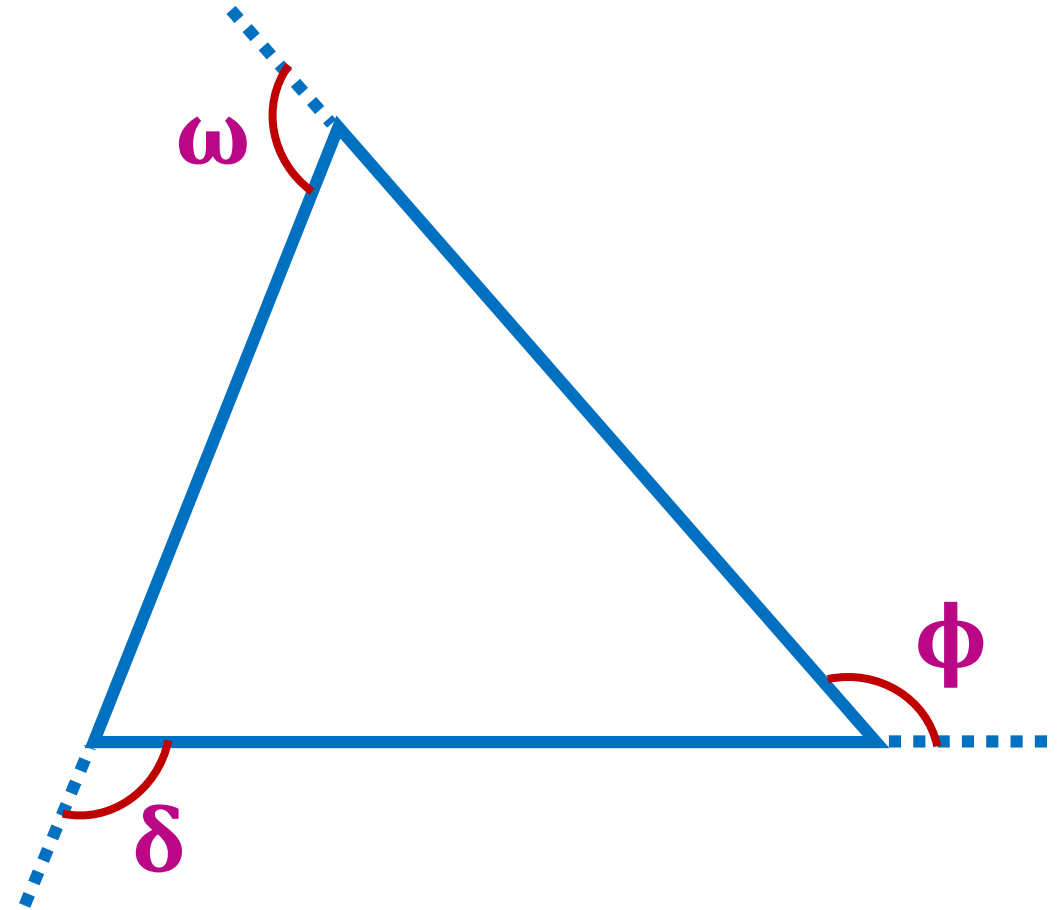
ELEMENTOS

- VÉRTICES: A, B y C
- LADOS: \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CA}



Medida de los ángulos:

- **INTERNOS** : α, β y θ



- **EXTERNOS** : δ, ω y ϕ



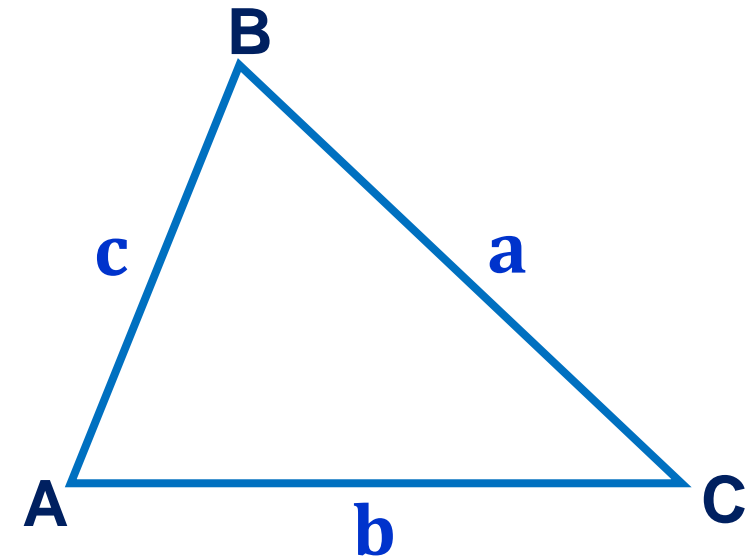
INTERIOR Y EXTERIOR DE UN TRIÁNGULO



PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

Es la suma de las longitudes de los lados del triángulo.

Se denota con $2p$.

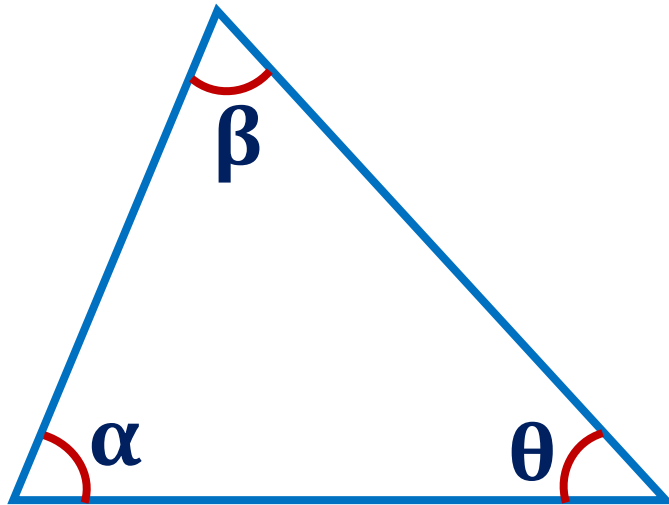


$$2p_{(ABC)} = a + b + c$$



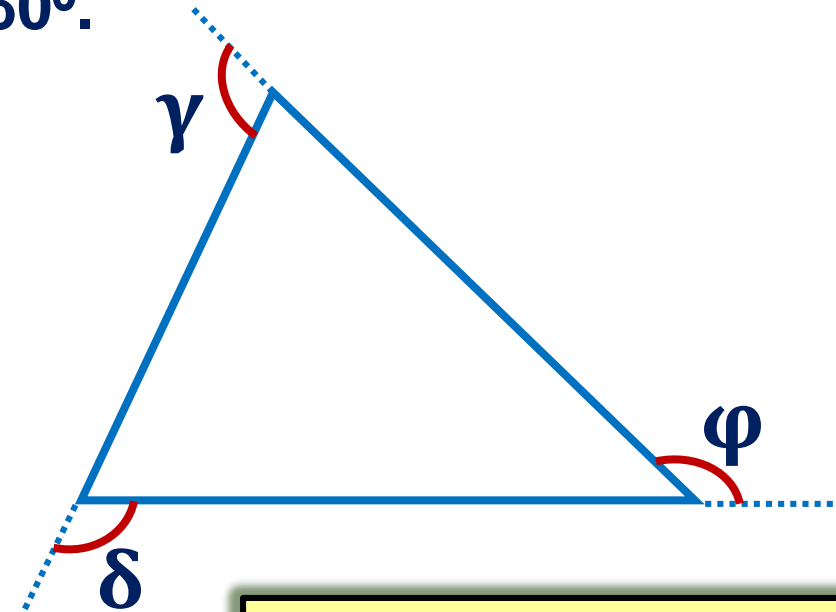
TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° .



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

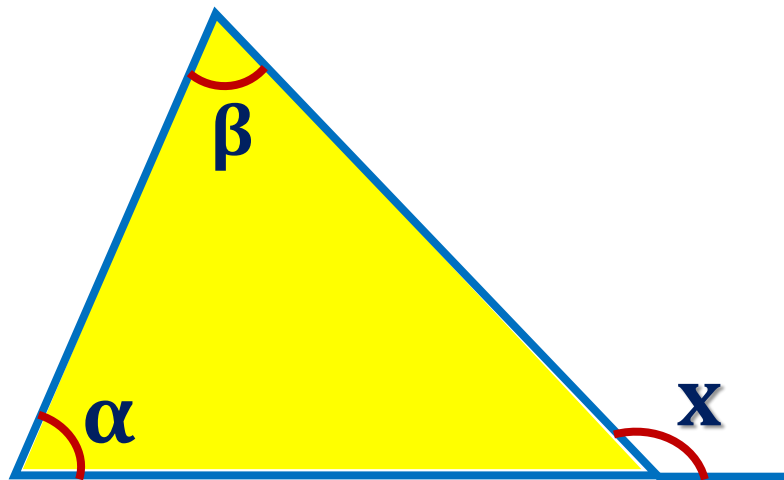
En un triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos considerados uno por vértice es igual a 360° .



$$\gamma + \delta + \phi = 360^\circ$$

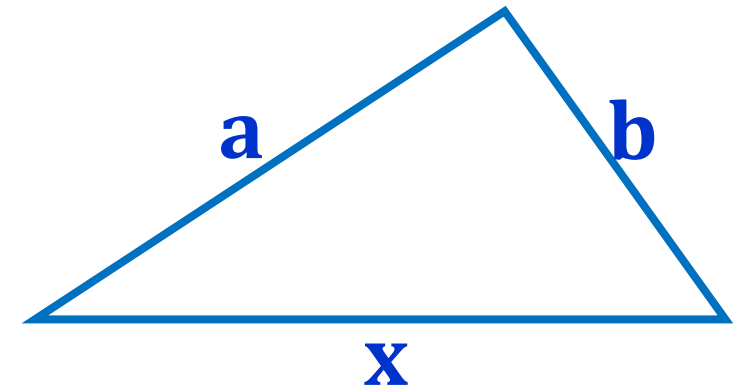


En un triángulo, la medida de un ángulo externo es igual a la suma de las medidas de dos ángulos internos no adyacentes a él.



$$x = \alpha + \beta$$

En todo triángulo, la longitud de un lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos y menor que la suma de las longitudes de dichos lados. (**Teorema de existencia**)



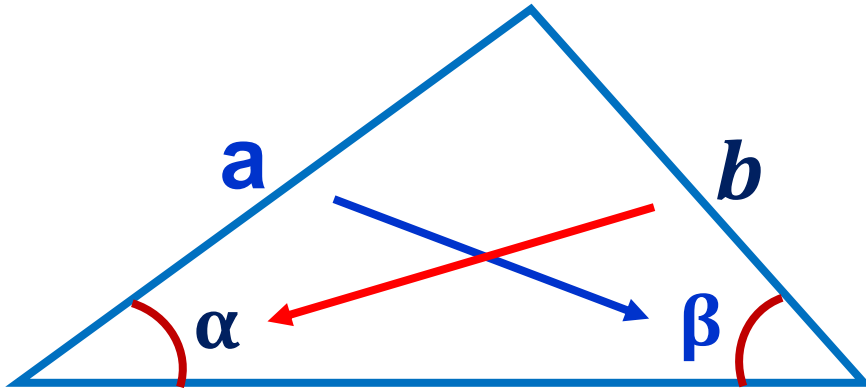
Si: $a > b$

Entonces:

$$a - b < x < a + b$$

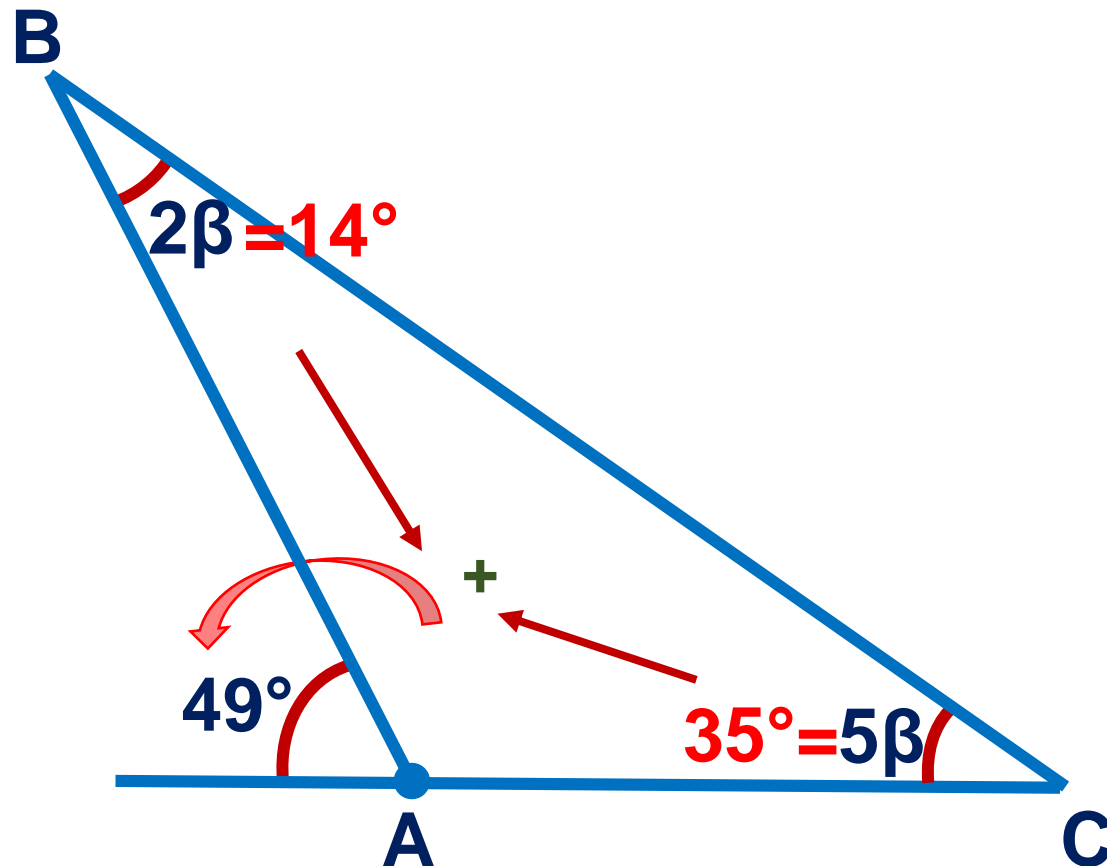


En un triángulo al lado de mayor longitud se opone el ángulo de mayor medida y viceversa. (Teorema de correspondencia)



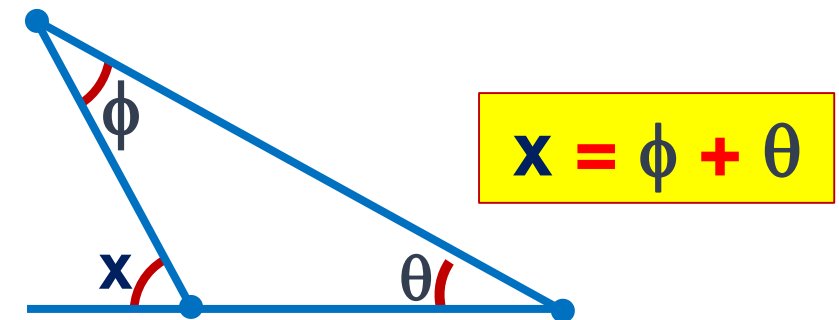
$$\text{Si } a > b \Leftrightarrow \boxed{\beta > \alpha}$$

1. En el gráfico, halle $m\angle BCA$.



Resolución

- Piden: $m\angle BCA$
- Aplicando el teorema:



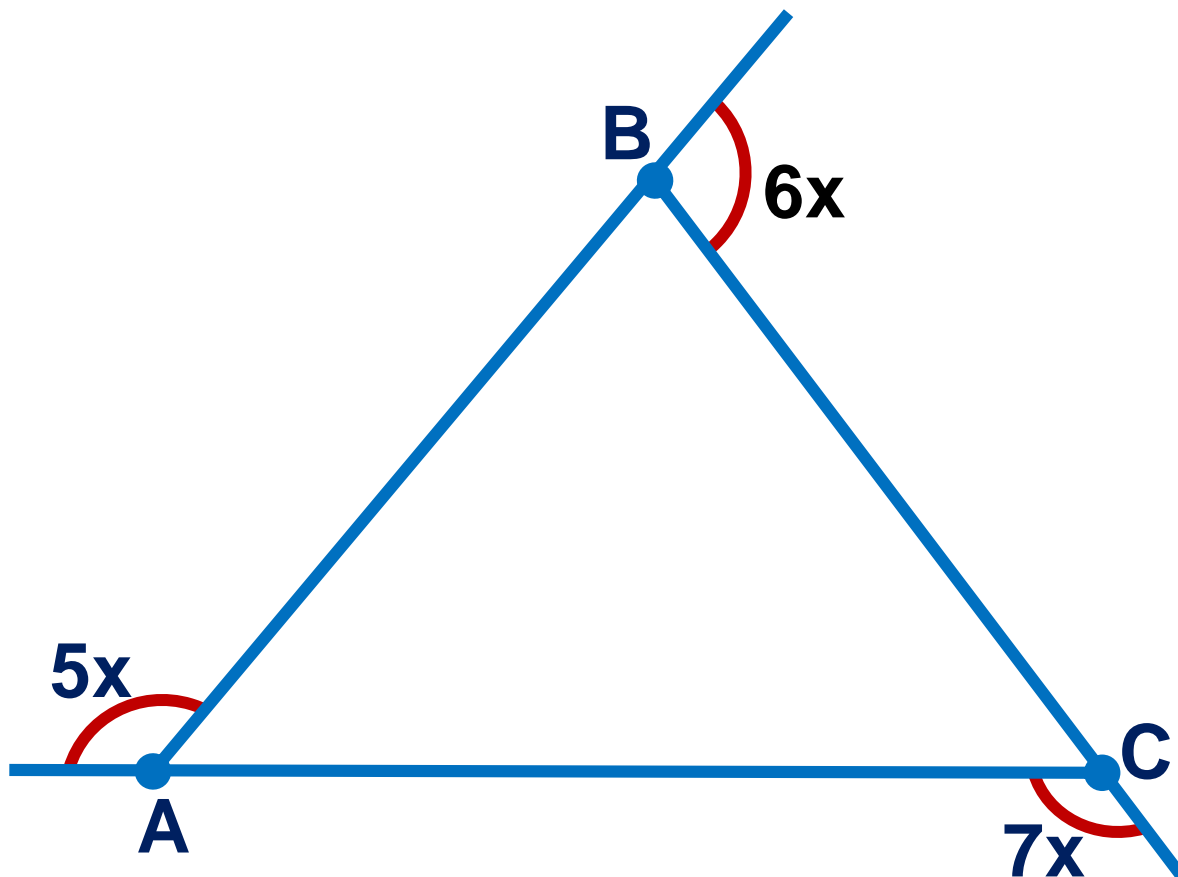
$$49^\circ = 2\beta + 5\beta$$

$$49^\circ = 7\beta$$

$$7^\circ = \beta$$

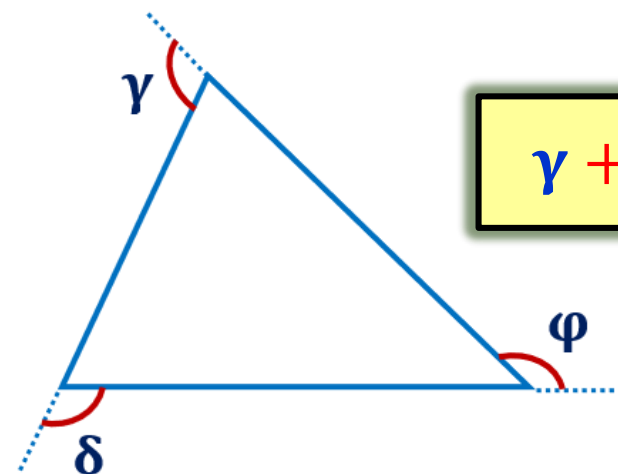
$$m\angle BCA = 35^\circ$$

2. En el gráfico, halle el valor de x .



Resolución

- Piden: x
- Aplicando el teorema:



$$\gamma + \delta + \phi = 360^\circ$$

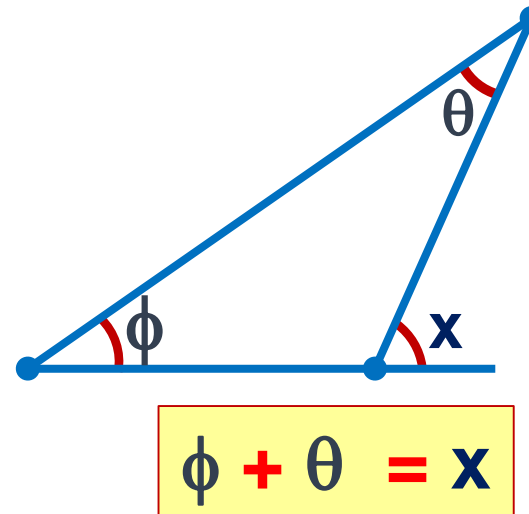
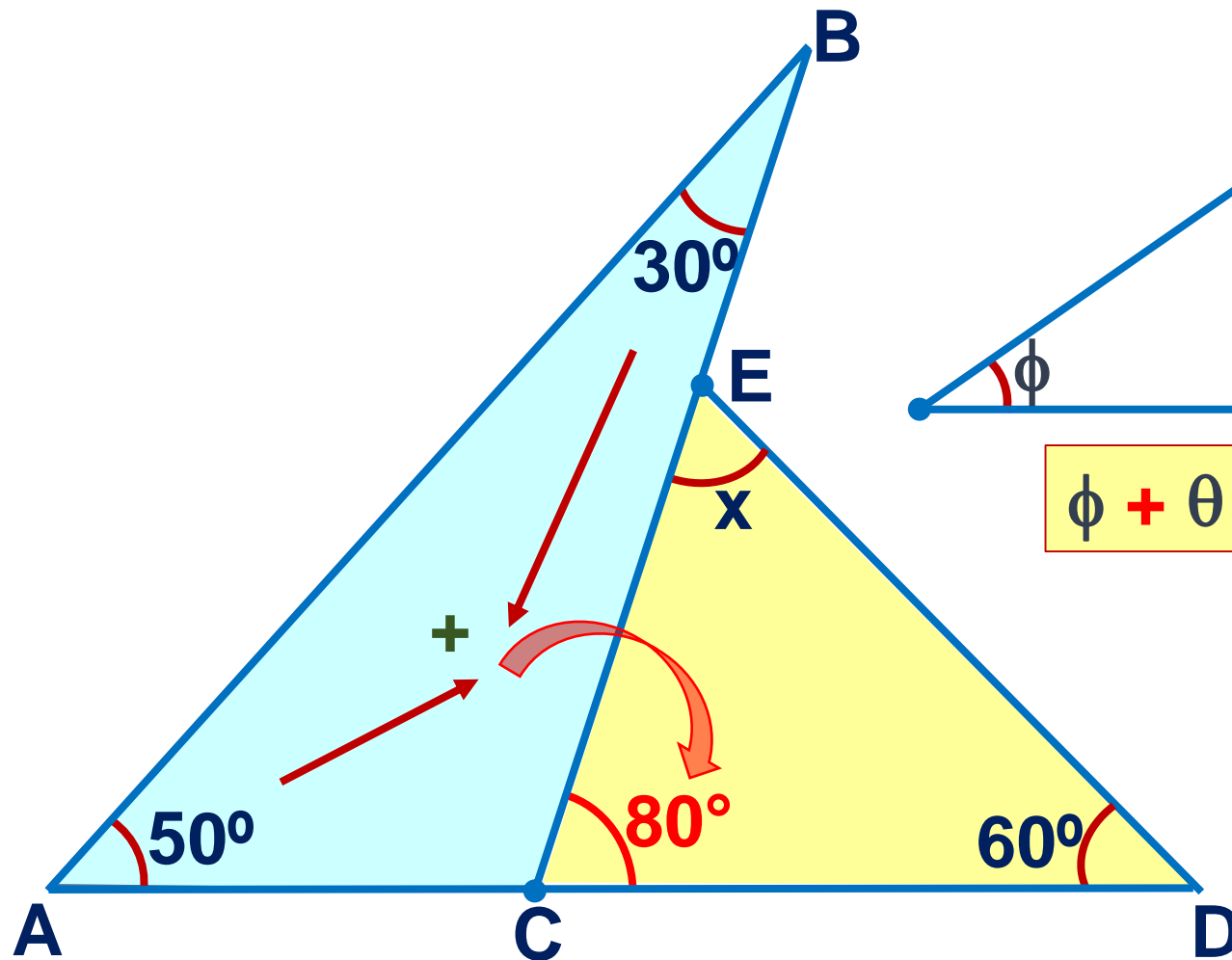
$$5x + 6x + 7x = 360^\circ$$

$$18x = 360^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

3. En el gráfico, halle el valor de x .

Resolución

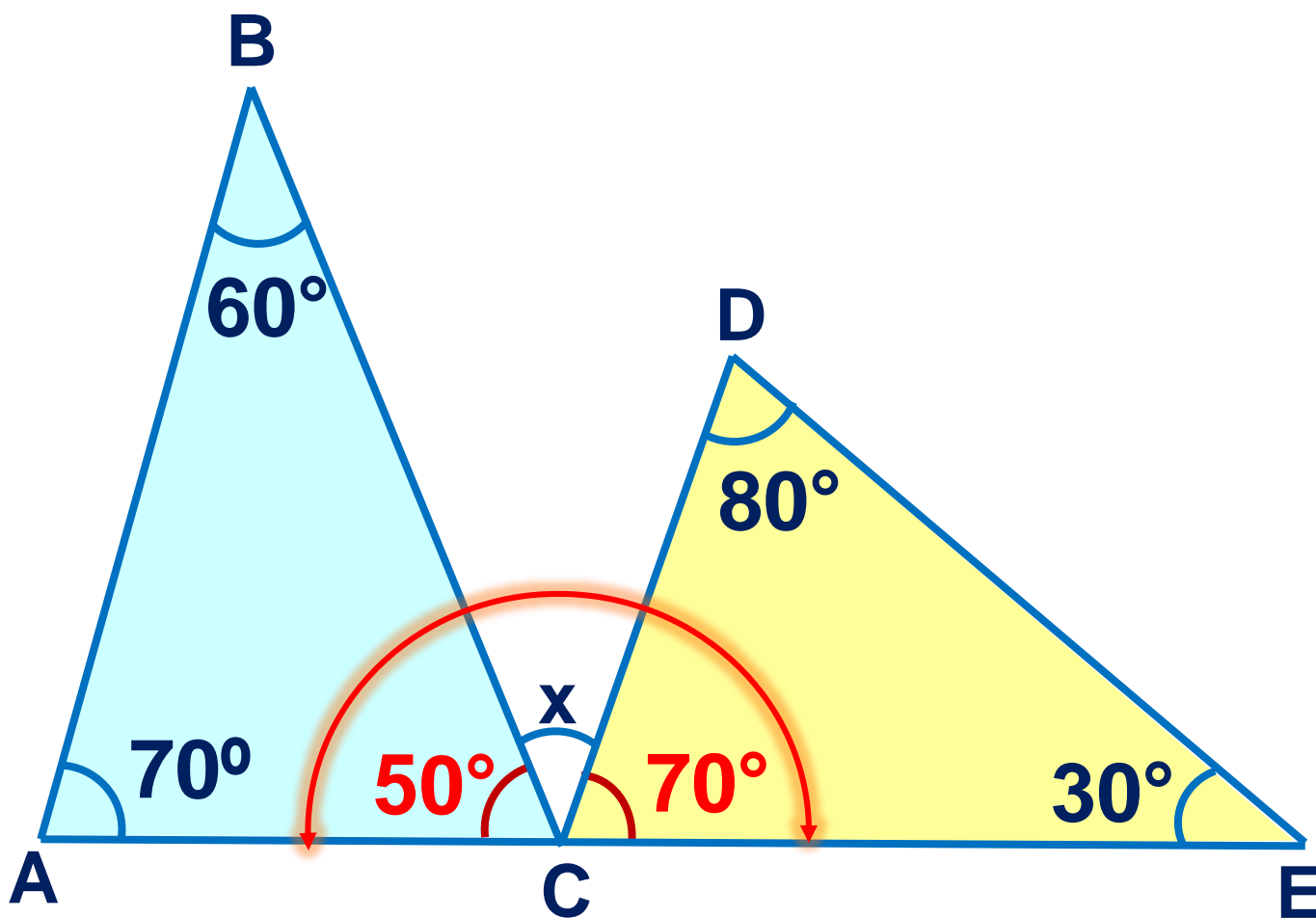


$$\phi + \theta = x$$

- Piden: x
- ΔABC :
 $m\angle ECD = 50^\circ + 30^\circ$
 $m\angle ECD = 80^\circ$
- ΔCDE :
 $80^\circ + 60^\circ + x = 180^\circ$
 $140^\circ + x = 180^\circ$

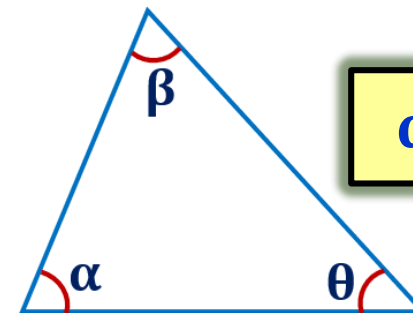
$$x = 40^\circ$$

4. En el gráfico, halle el valor de x .



Resolución

- Piden: x
- Teorema:



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

- Luego en el vértice C.



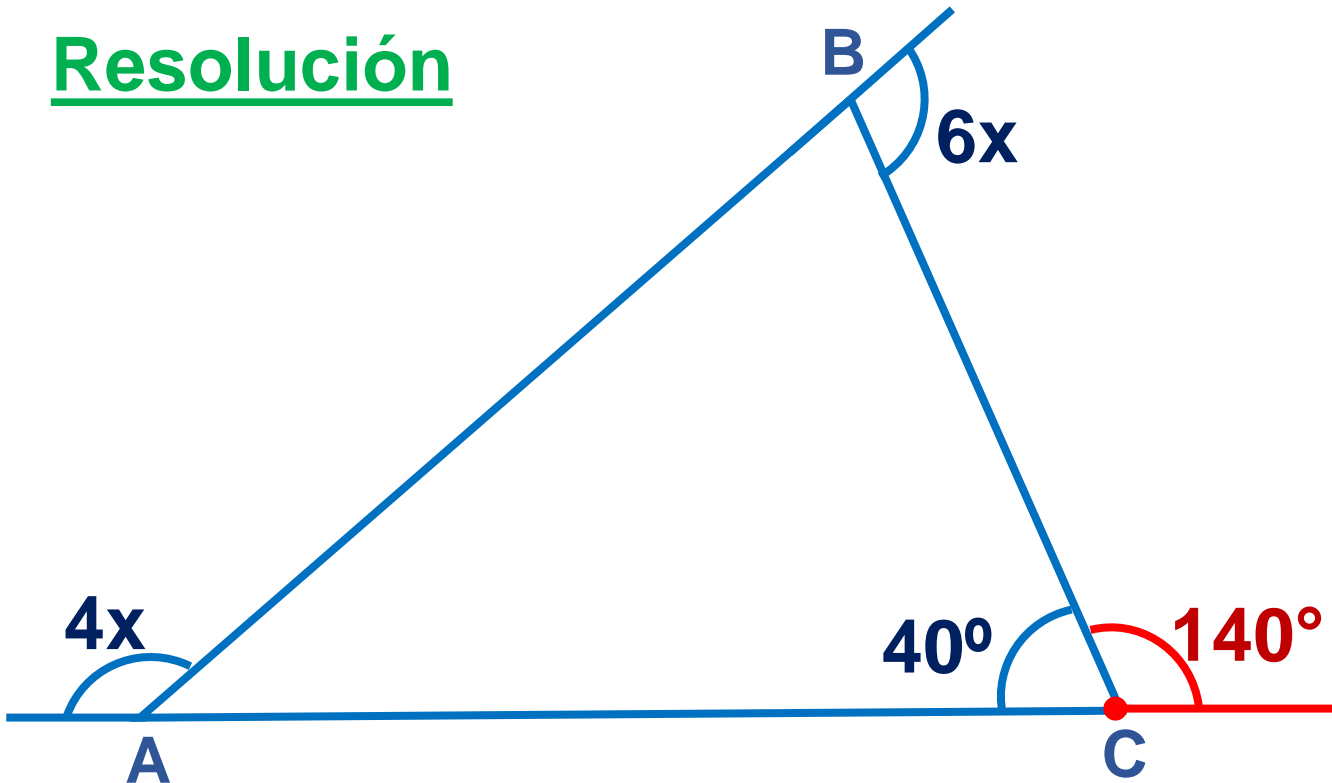
$$x + 50^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$$x + 120^\circ = 180^\circ$$

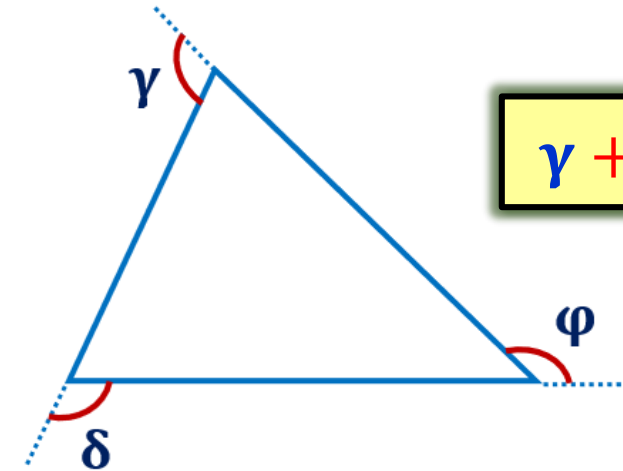
$$x = 60^\circ$$

5. Se tiene un triángulo ABC, donde el ángulo exterior de A mide $4x$, el ángulo exterior B mide $6x$ y el ángulo C mide 40° . Halle el valor de x .

Resolución



- Piden: x
- Teorema:



$$\gamma + \delta + \varphi = 360^\circ$$

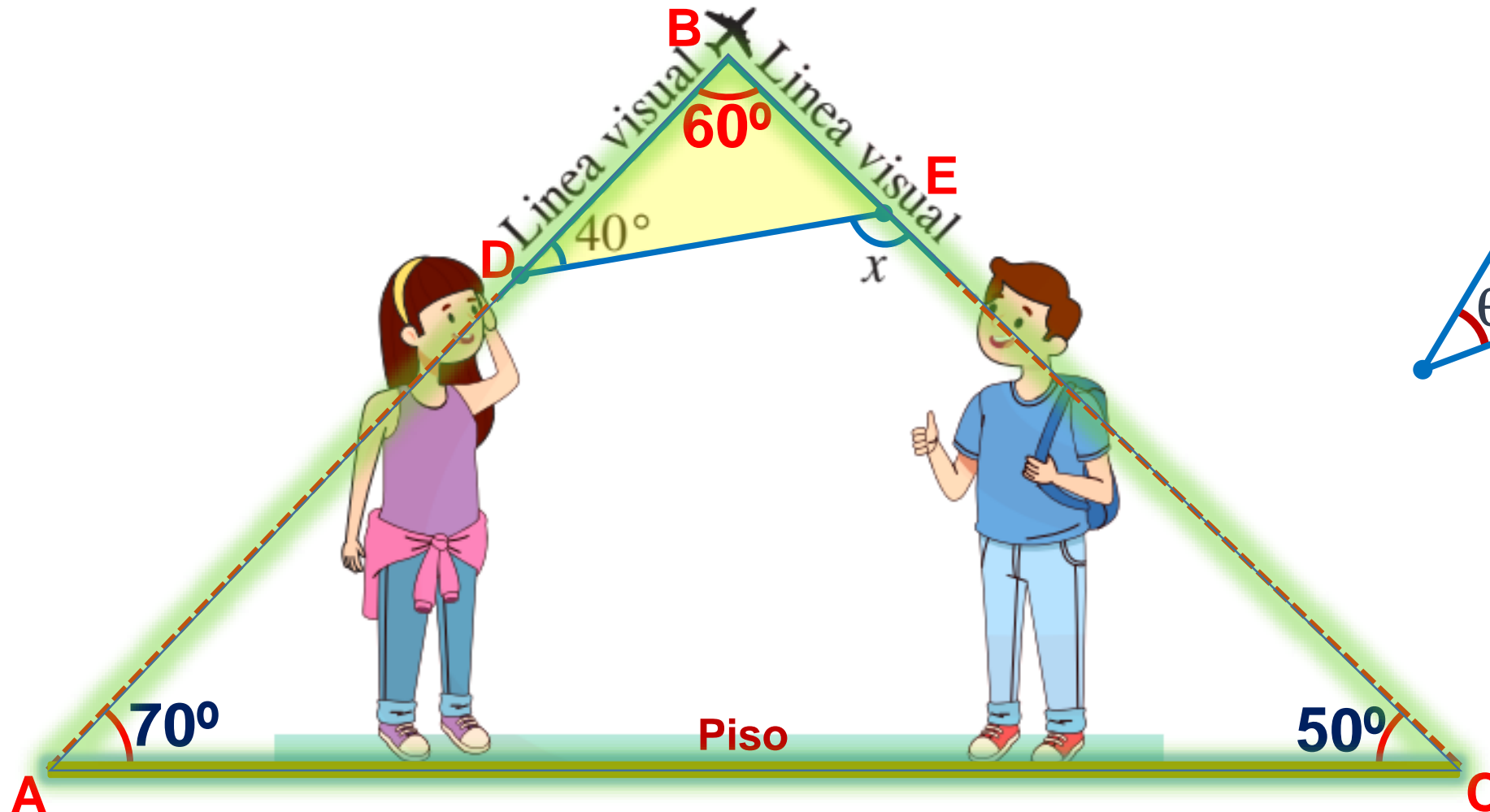
$$140^\circ + 4x + 6x = 360^\circ$$

$$140^\circ + 10x = 360^\circ$$

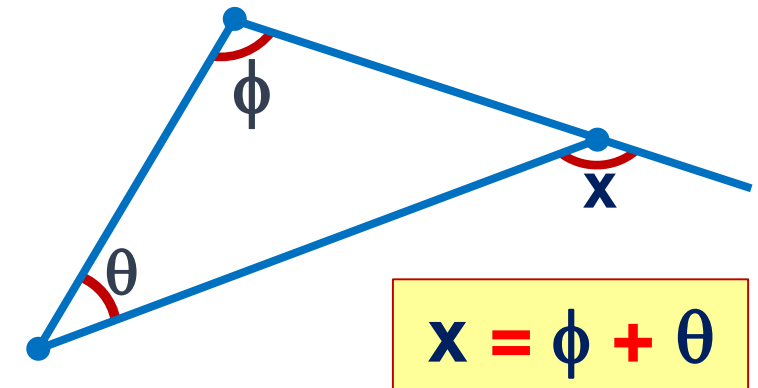
$$10x = 220^\circ$$

$$x = 22^\circ$$

6. Lucia y Juan observan un avión cuyas líneas visuales forman con el piso ángulos que miden 70° y 50° , respectivamente. Halle el valor de x .



Resolución

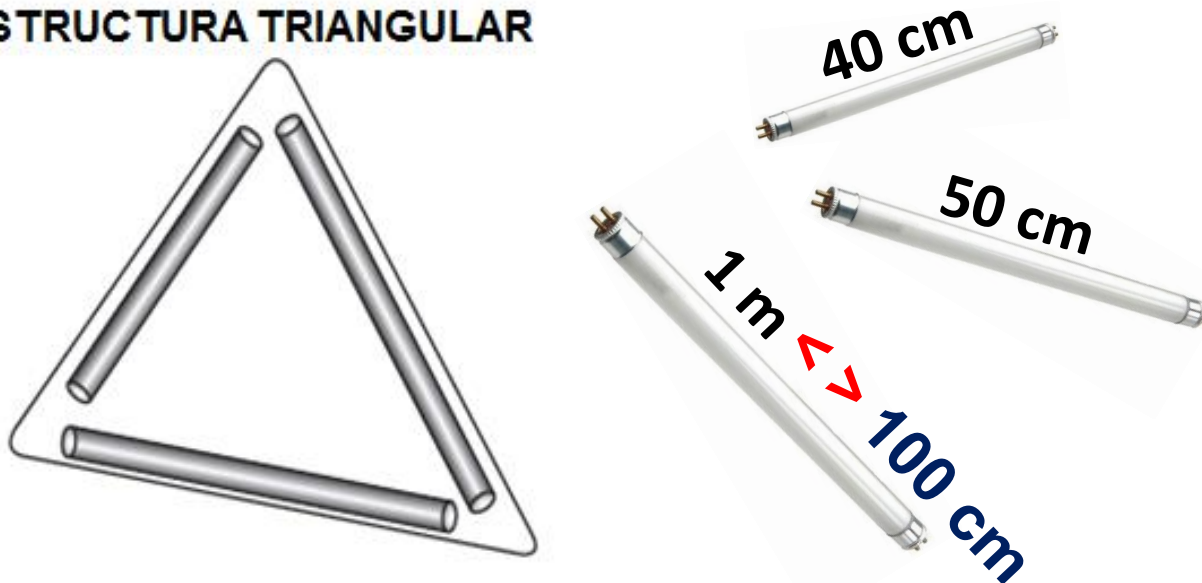


- En el $\triangle ABC$:
 $m\angle B = 60^\circ$
- En el $\triangle DBE$:
 $x = 40^\circ + 60^\circ$

$$x = 100^\circ$$

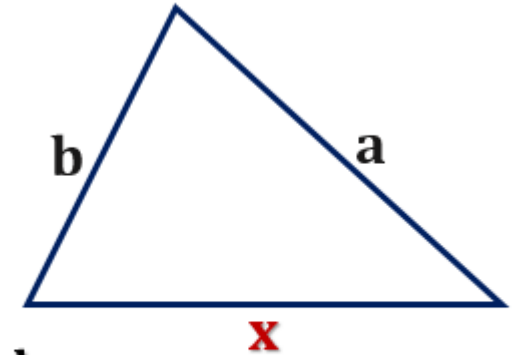
7. Se desea formar estructuras triangulares para una mayor iluminación. Si tenemos fluorescentes de las medidas mostradas, ¿se podrá formar dicha estructura uniéndolos sus extremos?

ESTRUCTURA TRIANGULAR



Resolución

- Piden saber si se puede formar una estructura triangular
- Teorema



Si: $a > b$

Entonces: $a - b < x < a + b$

$$50 - 40 < 100 < 50 + 40$$

$$10 < 100 < 90$$

No se puede