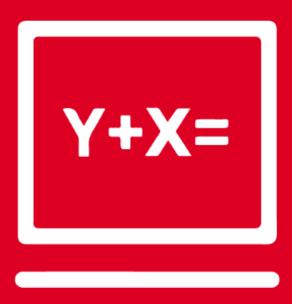
# ARITHMETIC Chapter 14



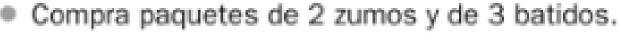


MCD-MCM II





Ángela compra siempre los zumos en paquetes de 2 y los batidos en paquetes de 3. Hoy ha comprado el mismo número de zumos que de batidos y el menor número posible de ellos. ¿Cuántos zumos y cuántos batidos ha comprado hoy?



Calcula los primeros múltiplos de cada número.



2.º Busca los múltiplos comunes de ambos números.

 Compra el menor número posible de zumos y de batidos.

3.º Busquel menor múltiplo común, distinto de cero.



Múltiplos de  $2 \triangleright 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12...$ Múltiplos de  $3 \triangleright 0, 3, 6, 9, 12, 15...$ 

Múltiplos comunes № 0, 6, 12...

El menor distinto de cero ▶ 6

Ángela ha comprado hoy 6 zumos y 6 batidos.

# MCD - MCM





Dado un conjunto de números enteros positivos, su MCD es aquel número que cumple dos condiciones.



Es un divisor común de dichos números.



Es el mayor de los divisores comunes.

Ejm Sean los números 18 y 24

# Divisores Z<sup>+</sup>

18 1; 2; 3, 6; 9; 18

24 1; 2; 3; 4, 6; 8; 12; 24

MCD(18; 24) = 6

Divisores comunes de 18 y 24

→ 1; 2; 3 y 6

En conclusión:

Sean los números A y B

 $CD_{comunes\ de\ A\ y\ B} = CD_{MCD(A;B)}$ 





MCM Dado un conjunto de números enteros positivos, su MCM es aquel número que cumple dos condiciones.

- + Es múltiplo común de dichos números.
- + Es el menor posible.

Ejm Sean los números 8 y 12

#| Múltiplos  $Z^+$ 8 | 8; 16; (24); 32; 40; 48; ... 12 | 12; (24); 36; 48; 60; ...

# Múltiplos comunes de 8 y 12

**→** 24; 48; 72; 96; ...

MCM(8; 12) = 24



# 3 PROPIEDADES -MCD

# **1** Dados A y B ∈ Z+ se cumple que

\* Si A = B (múltiplo de B)

MCD(A, B) = B

Si A y B son PESI

MCD(A, B) = 1

\* Si MCD(A, B) = d,

$$A = dp$$
,  $B = dq$ 

Donde p y q son PESI

$$\bigcirc$$
 Dados A, B, C y D  $\in$  Z+ MCD(A, B, C, D) = d

MCD[MCD(A, C), MCD(B, D)] = MCD[MCD(A, B), MCD(C, D)]=d

Si MCD(A, B, C) = 
$$d$$
, entonces

$$MCD(An, Bn, Cn) = dn$$
;  $n \in Z+$ 

$$MCD\left(\frac{A}{n}; \frac{B}{n}; \frac{C}{n}\right) = \frac{d}{n}$$



# 4 PROPIEDADES- MCM

# **♦** Dados A y B ∈ Z+ se cumple que

\* Si  $A = B^{\circ}$  (múltiplo de B)

$$MCM(A, B) = A$$

\* Si A y B son PESI

$$MCM(A, B) = A \times B$$

\* Si MCM(A, B) = m,

$$m = Ap = Bq$$

Donde p y q son PESI



Dados A, B, C y D  $\in$  Z+ MCM(A, B, C, D) = m

MCM[MCM(A, C), MCM(B, D)] = MCM[MCM(A, B), MCM(C, D)]=m

$$3$$
Si MCM(A, B, C) =  $m$ , entonces

$$MCM(An, Bn, Cn) = mn$$
;  $n \in Z+$ 

$$MCM\left(\frac{A}{n}; \frac{B}{n}; \frac{C}{n}\right) = \frac{m}{n}$$

#### **Propiedad**

$$MCD_{(A,B)}$$
 x  $MCM_{(A,B)}$  =  $AxB$ 

#### PROBLEMA 1.

Hallar dos números tal que su suma sea 396 y su M.C.D. sea 12. Dar como respuesta la suma de cifras del mayor valor de su diferencia

Sean los dos números: AyB

## Por dato:

mayor valor de su diferencia

1. 
$$MCD_{(A,B)} = 12$$

B=120

## Sabemos:

\* Si MCD(A, B) = 
$$d$$
,  
 $A = d\mathbf{p}$ ,  $B = d\mathbf{q}$   
Donde  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$  son PESI



A + B = 396  

$$12p + 12q = 396$$
 Piden:  
 $12(p+q) = 396$  A - B =  $12x31$   
 $p+q=33$  =  $372$ 

Respuesta? suma de cifras 12

= 372

#### PROBLEMA 2.

Si el producto de 2 números es 245 y su M.C.M. es 5 veces su M.C.D. Hallar la diferencia de los números

#### Sabemos:

\* Si MCD(A, B) = 
$$d$$
,  
 $A = d\mathbf{p}$ ,  $B = d\mathbf{q}$   
Donde  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$  son PESI



# Resolución:

Sean los dos números: AyB

Por dato:

Piden:

$$A = 7x5 = 35$$

$$B=7x1=7$$

Diferencia de los números

$$A - B = 28$$

Respuesta

28



#### PROBLEMA 3.

El cociente de 2 números es 15. Si su M.C.D. es 18. Hallar el número mayor.

# Resolución:

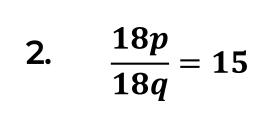
Sean los dos números: A y B

Por dato:

1. 
$$MCD_{(A,B)} = 18 \begin{cases} A=18p \\ B=18q \end{cases}$$

## Sabemos:

\* Si MCD(A, B) = 
$$d$$
,  
 $A = dp$ ,  $B = dq$   
Donde p y q son PESI



$$\frac{15 \leftarrow p}{1 \leftarrow q} = 15$$

Piden: número mayor

$$A = 18x15$$
  
= 270





#### PROBLEMA 4.

# Si MCM(a,a+1)=156 Calcule MCD(a,15,18)

# Resolución:

## Por dato:

## **OBSERVACIÓN:**

a = 12

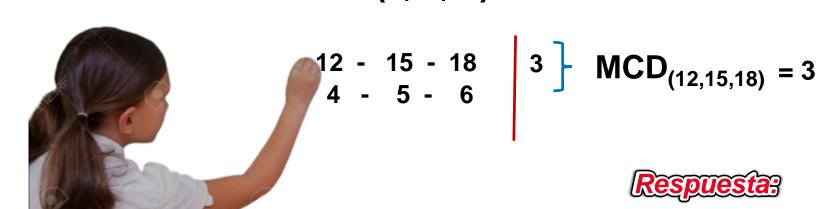
Los números a y a+1 al ser consecutivos son PESI

$$MCM_{(a,a+1)} = 156^{PESI}$$

#### Sabemos:

$$MCM(A, B) = A \times B$$

# Piden: MCD(a,15,18)



3

#### PROBLEMA 5.

# Resolución:

Calcular A x B sabiendo que: MCD(35A, 5B) = 70 MCM(42A, 6B) = 504

MCD(35A, 5B) = 70 ENTRE 5

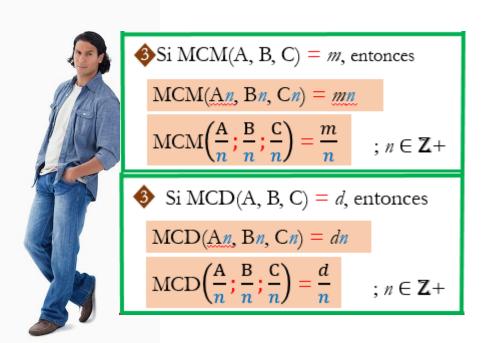
$$MCD(7A, B) = 14$$

MCM(42A, 6B) = 504 ENTRE 6

$$MCM(7A, B) = 84$$

= AxB

#### Sabemos:



Propiedad MCD<sub>(A,B)</sub>

MCD<sub>(7A,B)</sub>

 $\begin{array}{cccc} \mathbf{CD}_{(7A,B)} & \mathbf{x} & \mathbf{MCM}_{(7A,B)} & = \mathbf{7AxB} \\ \mathbf{2} & & & & \end{array}$ 

MCM<sub>(A,B)</sub>

 $\frac{2}{1/4} \times 84 = 7/A \times B$ 

$$168 = AxB$$

Respuesta: 168

#### PROBLEMA 6.

Ricardo lee en su examen de admisión a la universidad el siguiente problema:

Determine la suma de cifras del menor numero entero positivo que al ser dividido entre 8, 25 y 49 se tienen como residuo 4, 15 y 42 respectivamente.

Ex. Admisión UNAC 2021



$$r = 140$$

$$N = \dot{8} + 4$$
  $+8 + 8 + \cdots + 8$   
 $N = 2\dot{5} + 15$   $+25 + 25 + 25 + 25$   
 $N = 4\dot{9} + 42$   $+49 + 49$ 

Sabemos: 
$$N = MCM(8, 25, 49) + 140$$
  
=  $9800 + 140$ 

N = 140

## **OBSERVACIÓN:**

menor numero entero positivo

Piden: SUMA DE CIFRAS = 1+4+0=5





 $N = \dot{a} \pm r$ ;  $N = \dot{b} \pm r$ ;  $N = \dot{c} \pm r$ entonces:  $N = \overline{MCM(a,b,c)} \pm r$ 

#### PROBLEMA 7.

Artthur le pide ayuda a su tía Mirelly para poder terminar su tarea que le dejaron en el curso de Aritmética y este decía: Halle el mayor número de 4 cifras tal que al ser expresado en los sistemas de numeración de bases 3, 4 y7 sus últimas cifras fueron 20, 12 y respectivamente. ¿En qué cifra termina si se expresa en base 11?

# Resolución:

# Por dato:

$$N = ...20_3$$
  
 $N = ...12_4$   
 $N = 16 + 12_4$   
 $N = 7 + 6$   
 $N = 9 + 6$   
 $N = 16 + 6$   
 $N = 7 + 6$ 

Sabemos: 
$$N = MCM(\dot{9}, 16, 7) + 6$$
  
=  $10\dot{0}8 + 6$ 

#### Mayor número de 4 cifras

$$N = 1008K+6$$
 Piden:  
 $N = 1008 \times 118+6$   $N = 9078 = 6903_{11}$ 

N = 9078

Respuesta: Termina en 3