

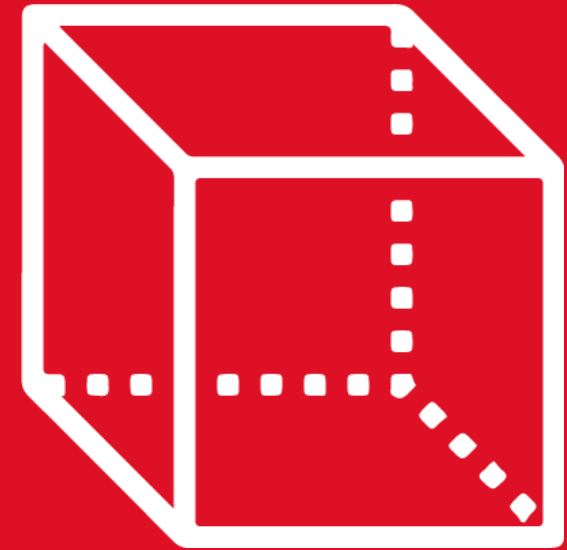


GEOMETRÍA

Capítulo 17

5to de secundaria

PRISMA Y CILINDRO





Muchos objetos que conocemos tienen forma de prismas y cilindros, de allí la importancia de conocer las propiedades que presentan, así como los teoremas que permiten calcular las áreas de las superficies lateral y total, así como la del volumen, con lo cual podremos encontrar luego sus aplicaciones prácticas en la vida diaria.



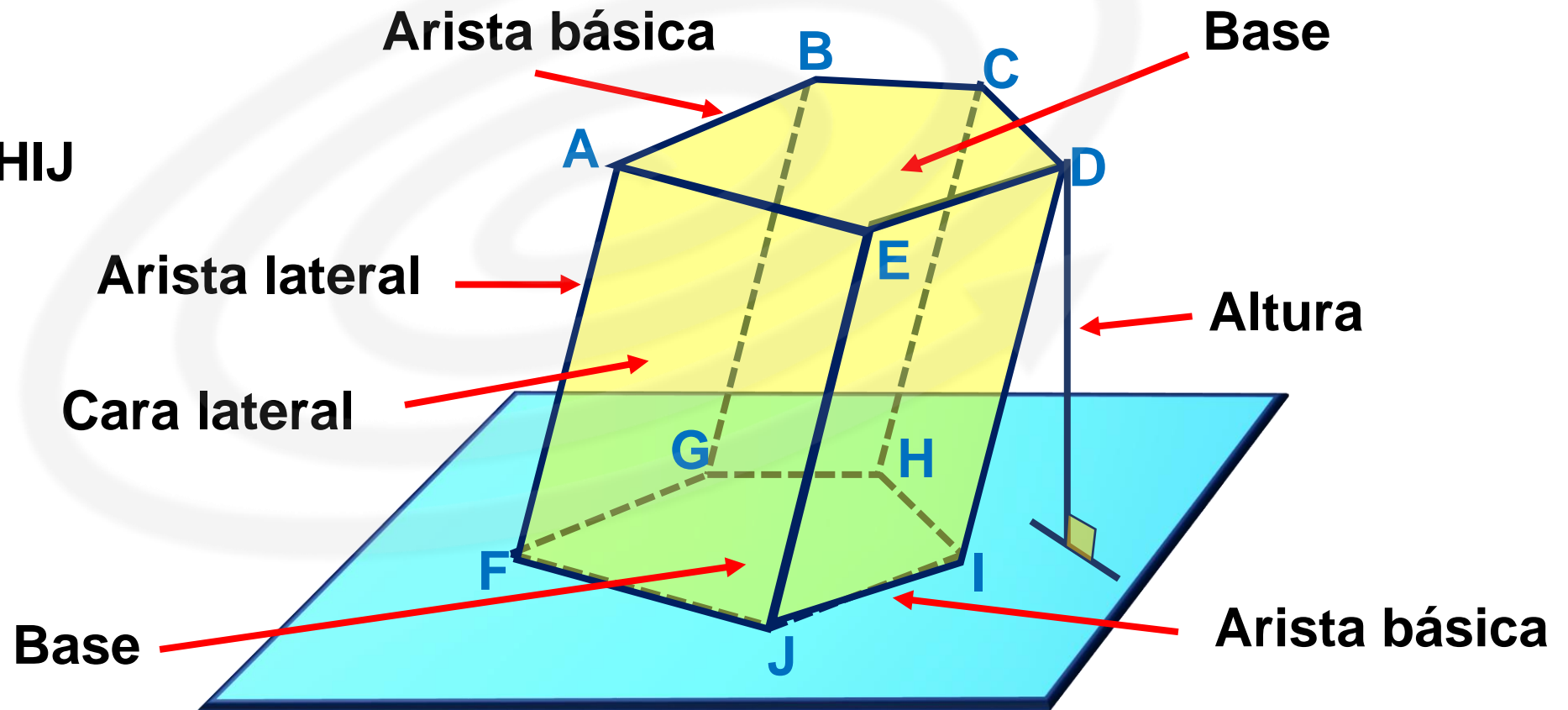


PRISMA

Un prisma es un poliedro en el cual, dos de sus caras son regiones poligonales congruentes y paralelas denominadas bases y las otras caras son regiones paralelográficas denominadas caras laterales.

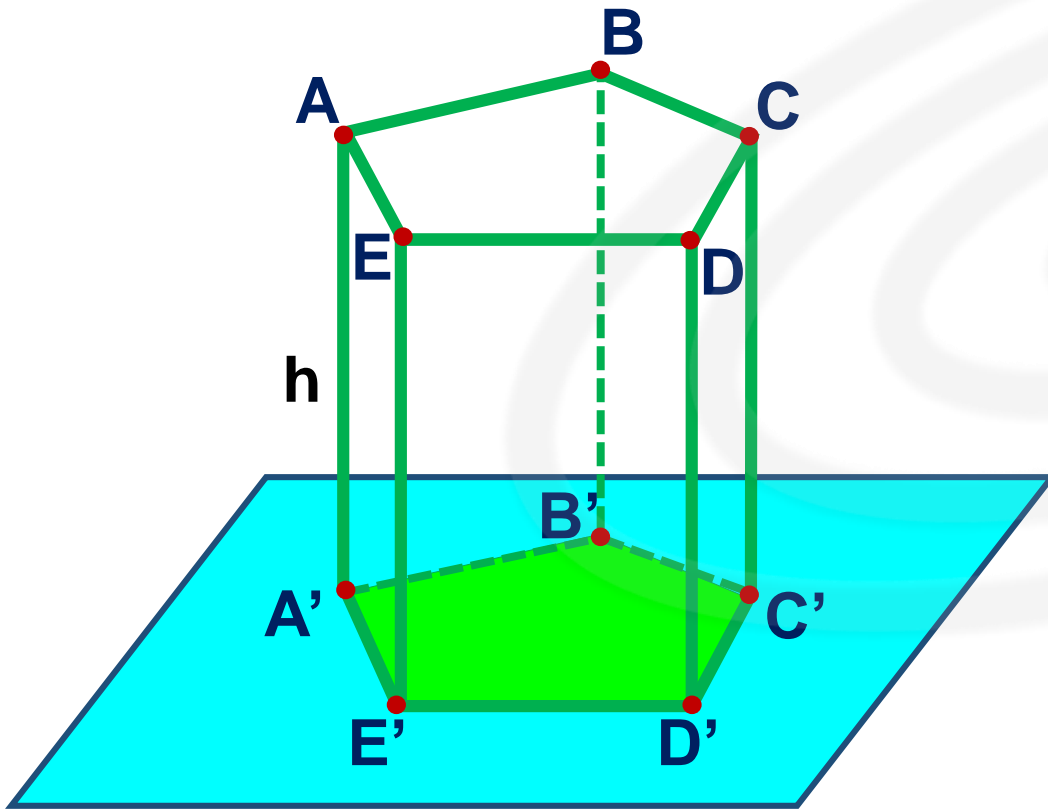
Notación:

Prisma ABCDE-FGHIJ





Prisma recto.- Es el prisma cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases y sus caras laterales son regiones rectangulares.



1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2p_{(base)}.h$$

2. Área de la superficie total.

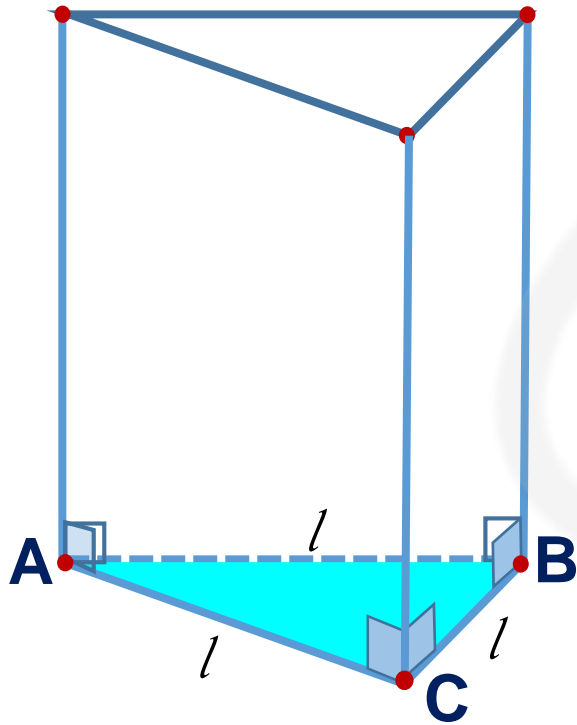
$$A_{ST} = A_{SL} + 2A_{(base)}$$

3. Volumen.

$$V = A_{(base)}.h$$

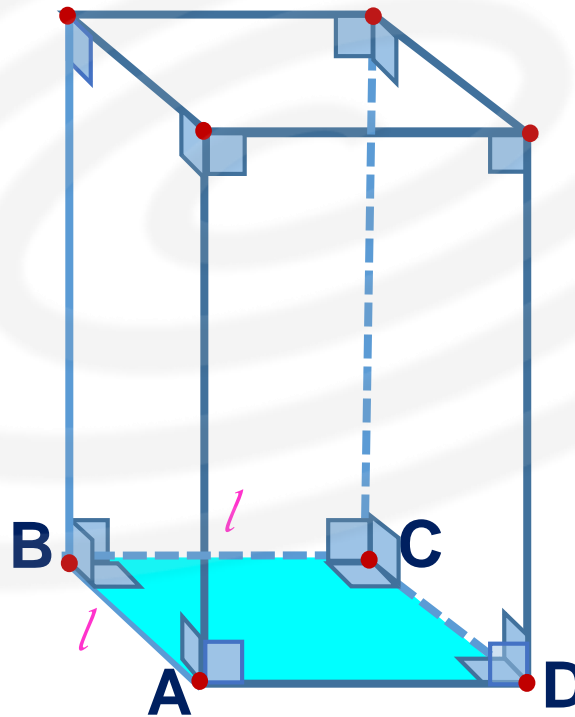
PRISMA REGULAR: Es un prisma recto cuyas bases son regiones poligonales regulares.

PRISMA TRIANGULAR REGULAR



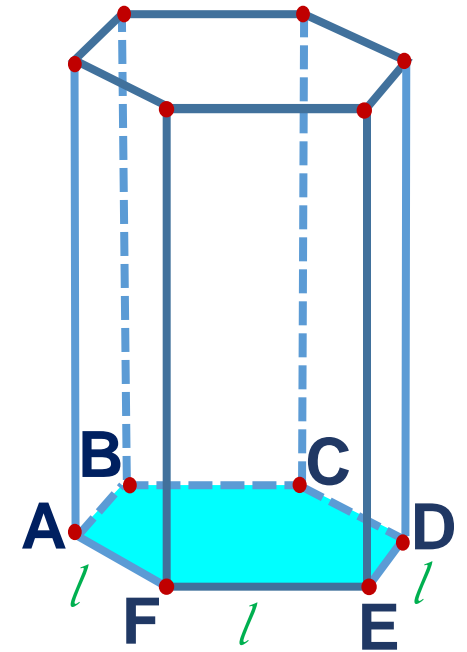
ABC: Triángulo equilátero

PRISMA CUADRANGULAR REGULAR



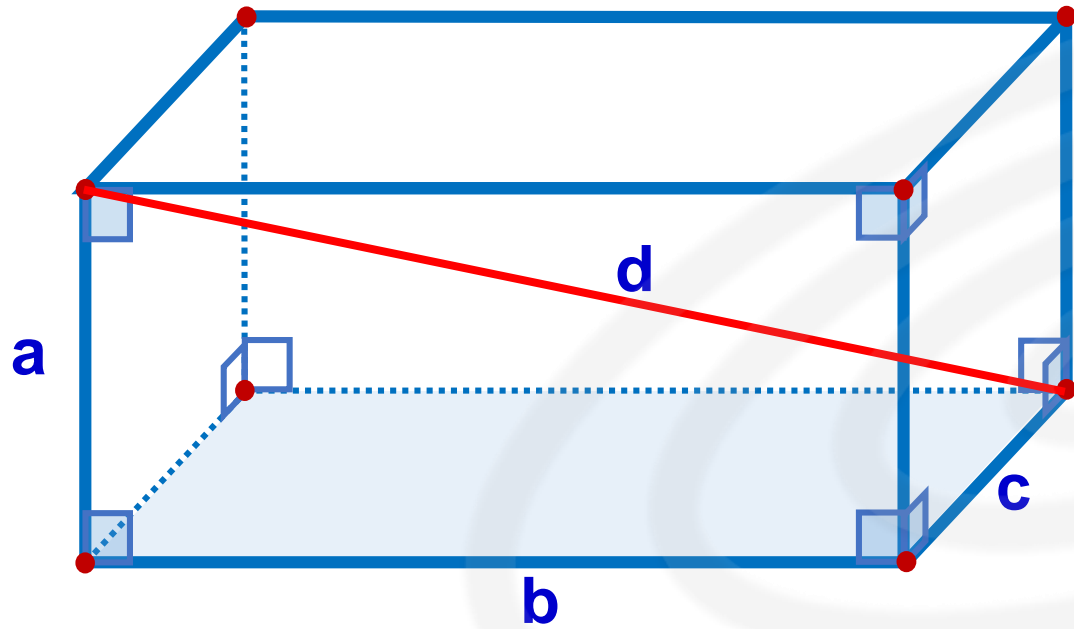
ABCD: Cuadrado

PRISMA HEXAGONAL REGULAR



ABCDEF: Hexágono regular

PARALELEPÍPEDO RECTANGULAR, ORTOEDRO O RECTOEDRO

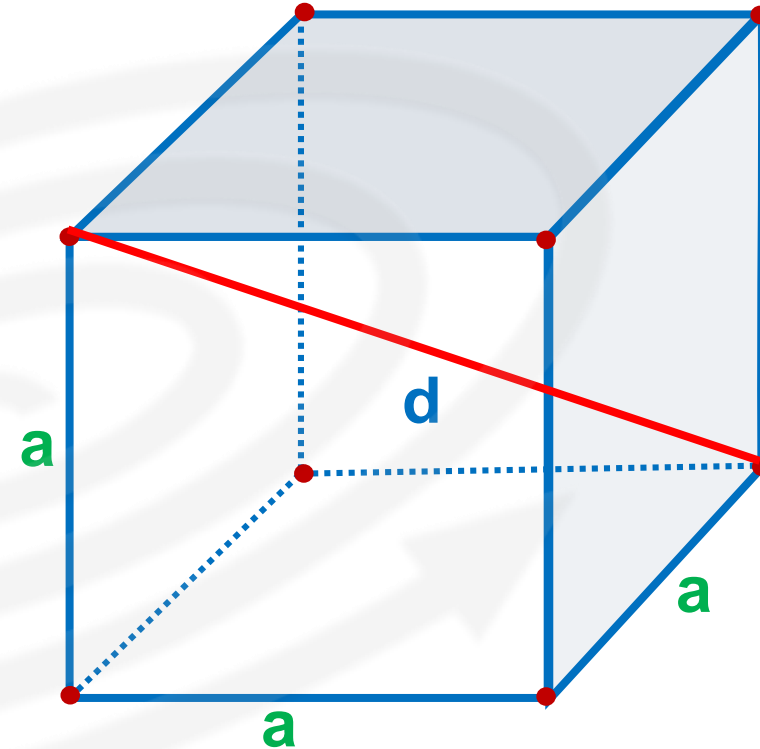


$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$A = 2(ab + bc + ac)$$

HEXAEDRO REGULAR



$$d = a\sqrt{3}$$

$$A = 6a^2$$

$$V = a^3$$

d : Diagonal del poliedro.

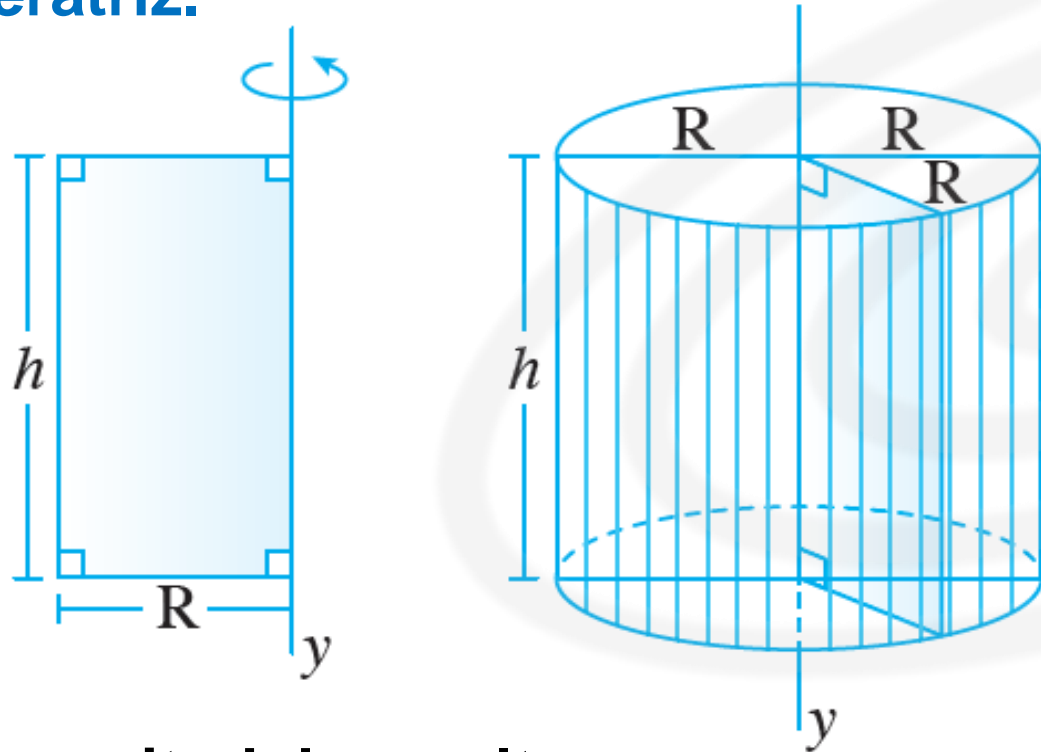
A : Área de la superficie total.

V : Volumen del sólido.



CILINDRO CIRCULAR RECTO O DE REVOLUCIÓN

Se genera al girar una región rectangular una vuelta alrededor de un eje que contiene a un lado. Las bases son círculos y la altura mide igual que la generatriz.



h : Longitud de su altura

R : Longitud del radio de la base

1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2\pi R h$$

2. Área de la superficie total.

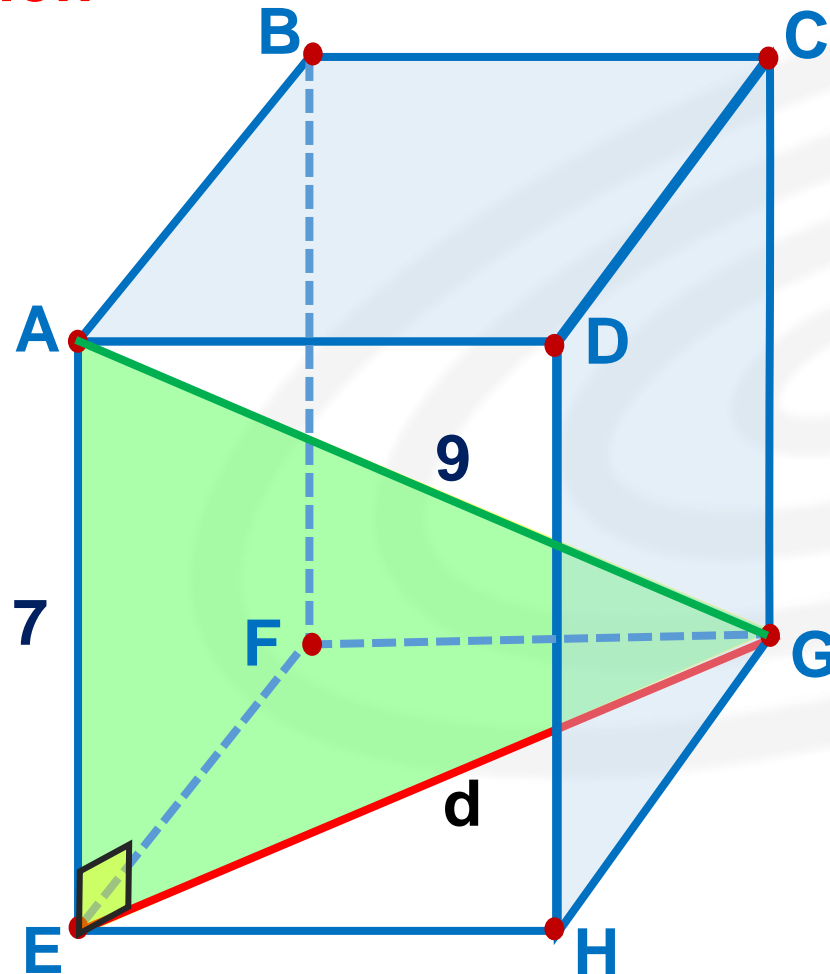
$$A_{ST} = 2\pi R(R + h)$$

3. Volumen.

$$V = \pi R^2 \cdot h$$

1. Calcule el volumen de un prisma cuadrangular regular de diagonal 9 u y arista lateral 7 u.

Resolución



• Piden: V

$$V = A_{(\text{base})} \cdot h$$

• Dato: $h = 7$ \wedge $A_{(\text{base})} = \frac{d^2}{2}$

• Se traza \overline{GE} .

•  AEG : T. Pitágoras.

$$9^2 = 7^2 + d^2$$

$$32 = d^2$$

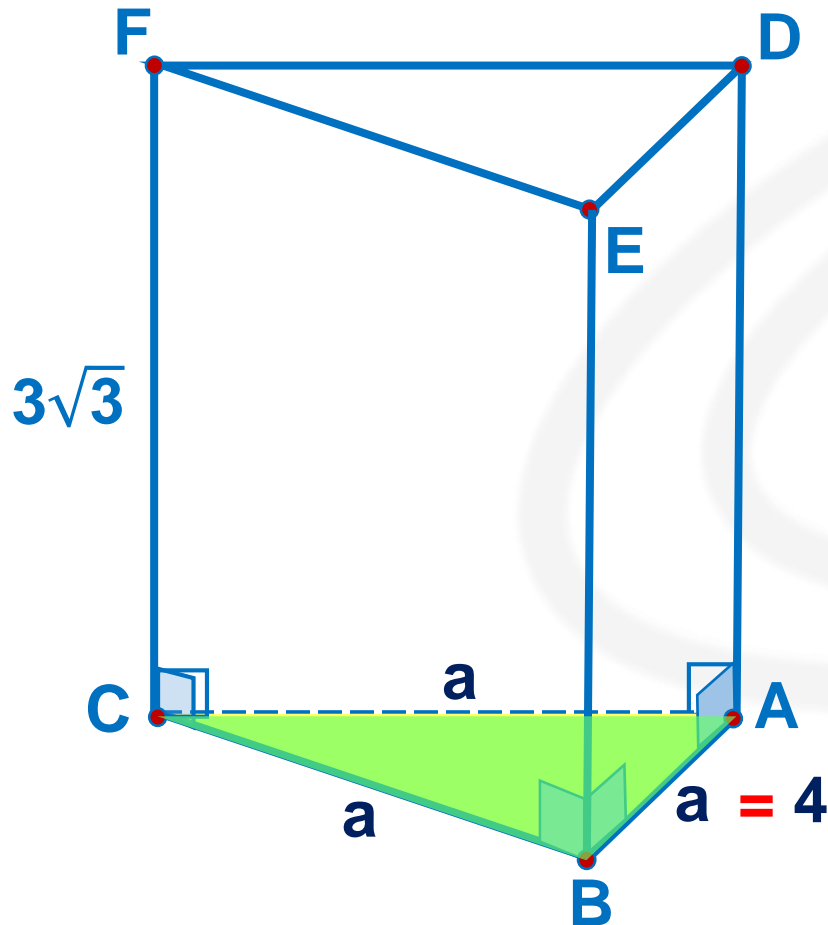
• Aplicando el teorema:

$$V = \frac{16}{2} \cdot 7$$

$$V = 112 \text{ u}^3$$

2. Calcule el volumen de un prisma triangular regular de altura $3\sqrt{3}$ u y perímetro de su base igual a 12 u.

Resolución



- Piden: V

$$V = A_{(\text{base})} \cdot h$$

$$(h = 3\sqrt{3})$$

$$A_{(\text{base})} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- Por dato. $2p_{(\text{base})} = 12$

$$3a = 12$$

$$a = 4$$

- Por teorema.

$$V = \left(\frac{4^2\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 3\sqrt{3}$$

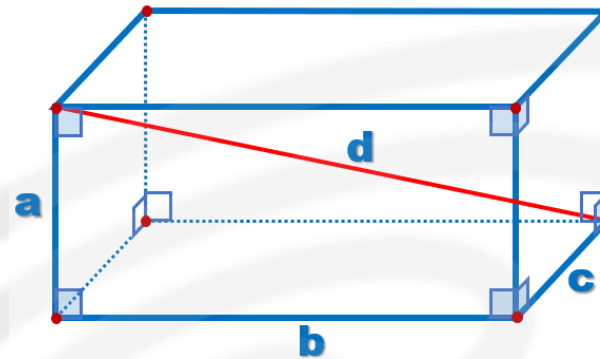
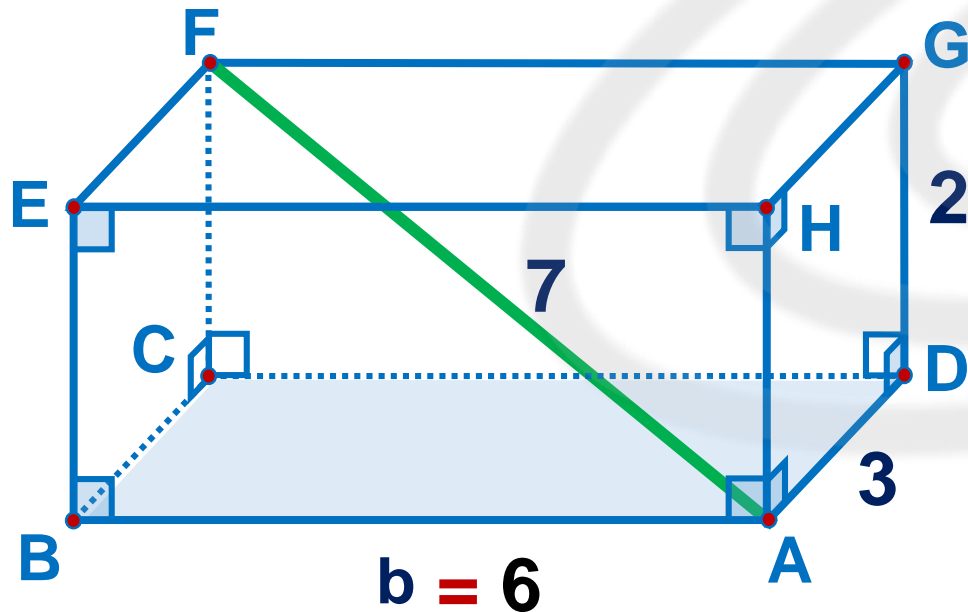
$$V = (4\sqrt{3})(3\sqrt{3})$$

$$V = 36 \text{ u}^3$$

3. Calcule el área de la superficie total del paralelepípedo rectangular mostrado.

Resolución

Piden: A_T



• Por teorema.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$7^2 = 2^2 + b^2 + 3^2$$

$$36 = b^2$$

$$6 = b$$

• Por teorema.

$$A_T = 2(ab + bc + ac)$$

$$A_T = 2(2 \cdot 6 + 6 \cdot 3 + 2 \cdot 3)$$

$$A_T = 2(12 + 18 + 6)$$

$$A_T = 2(36)$$

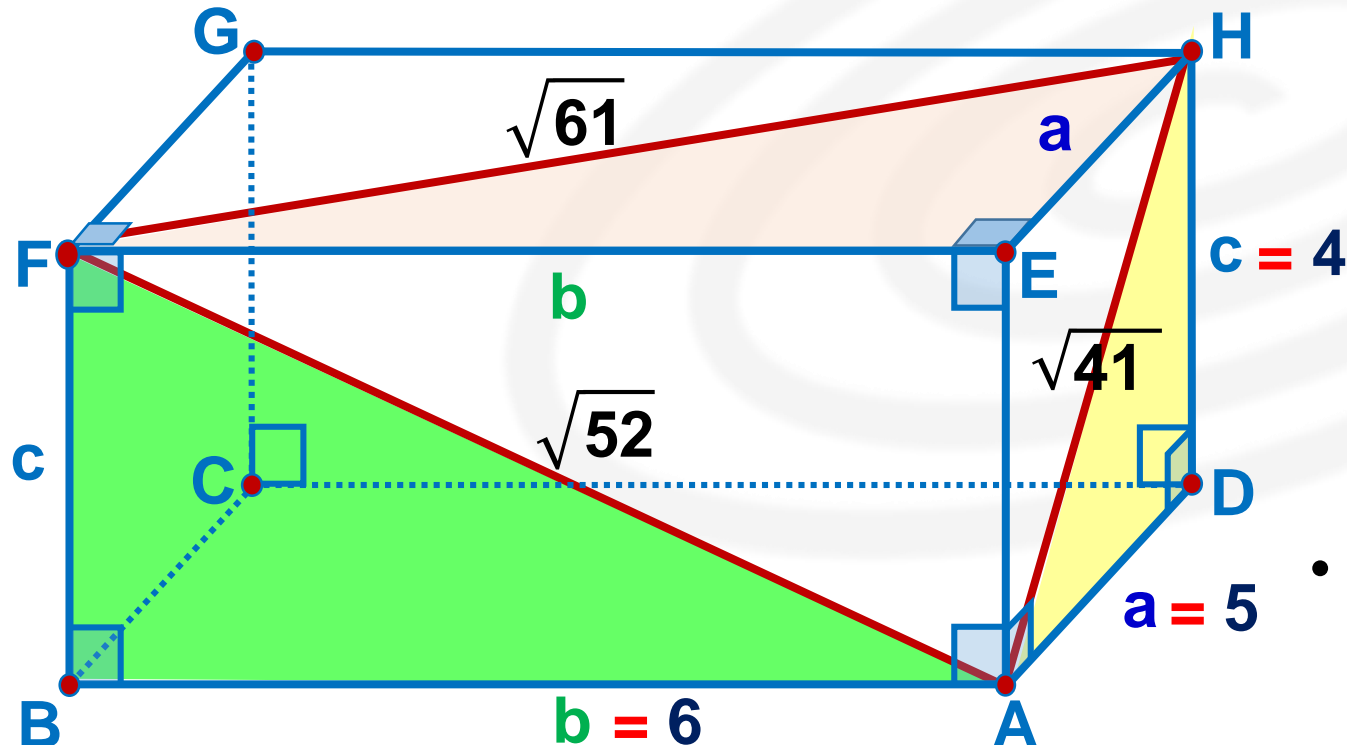
$$A_T = 72 \text{ u}^2$$

4. Calcule el volumen de un paralelepípedo rectangular si las longitudes de las diagonales de sus caras son $\sqrt{41}$ u, $\sqrt{52}$ u y $\sqrt{61}$ u.

Resolución

Piden: V

$$V = a \cdot b \cdot c$$



• T. de Pitágoras.

$$\begin{aligned} \sqrt{41}^2 &= a^2 + c^2 \\ \sqrt{52}^2 &= b^2 + c^2 \\ \sqrt{61}^2 &= a^2 + b^2 \end{aligned} \quad (+)$$

$$154 = 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$77 = a^2 + \underbrace{b^2 + c^2}_{52}$$

$$25 = a^2 \quad 52$$

$$5 = a$$

$$b = 6$$

$$c = 4$$

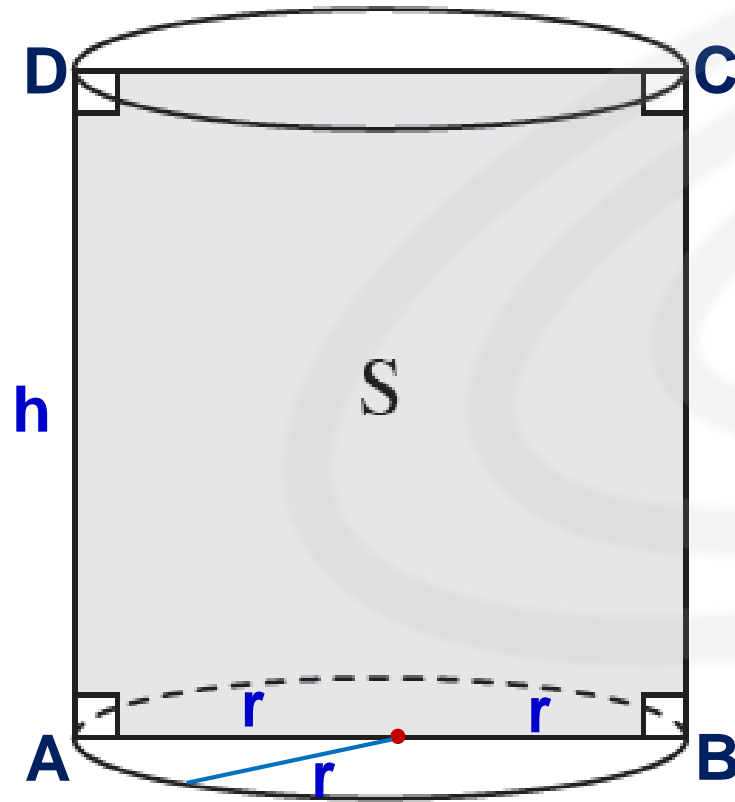
• Reemplazando al teorema.

$$V = (5) \cdot (6) \cdot (4)$$

$$V = 120 \text{ u}^3$$

5. En la figura se muestra un cilindro circular recto. Calcule el área de su superficie lateral, si el área S es igual a 10 u^2 .

Resolución



- Piden: A_{SL}

$$A_{SL} = 2\pi \cdot r \cdot h \quad \dots (1)$$

- Por dato.

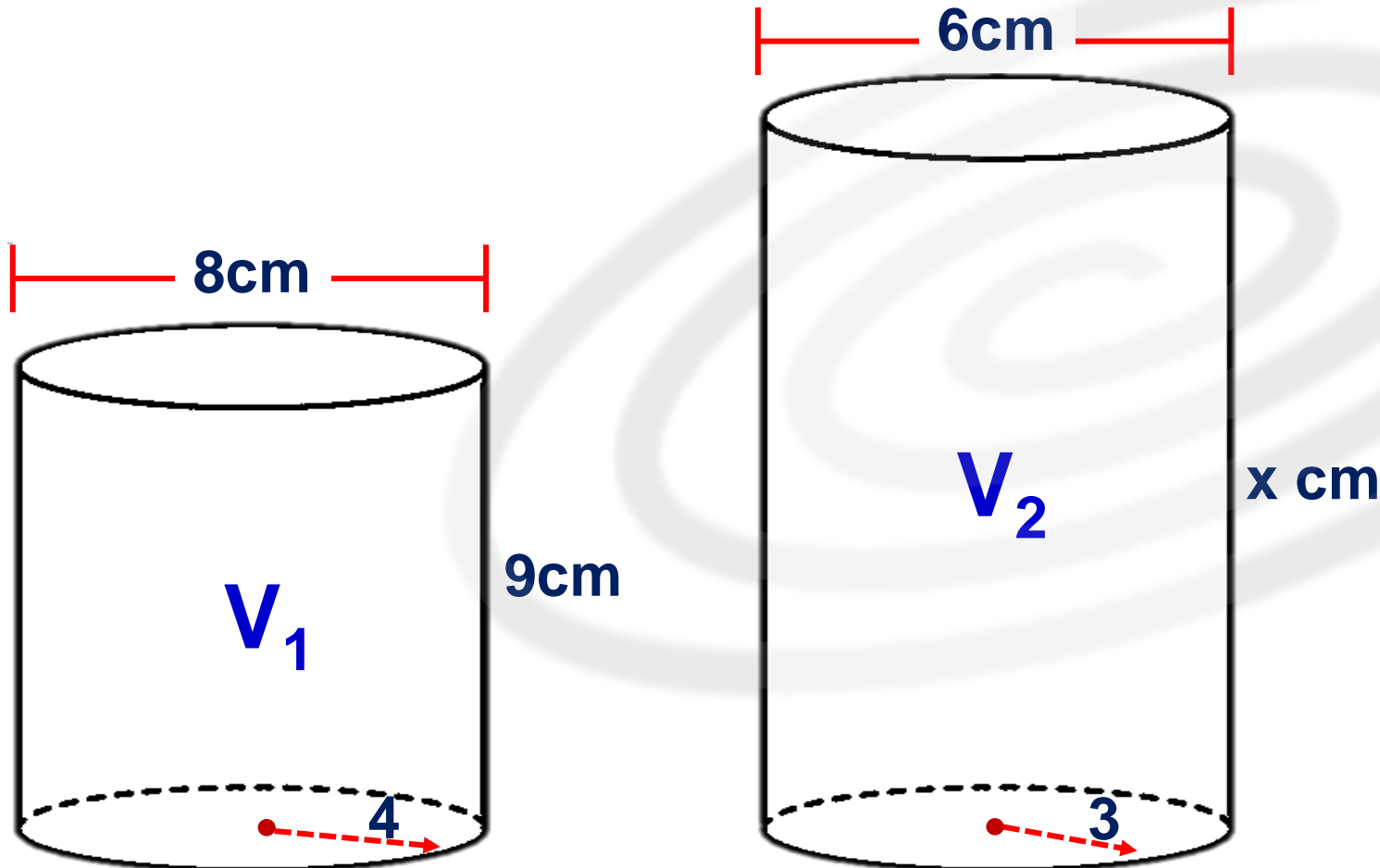
$$S = 10 \text{ u}^2$$

$$2r \cdot h = 10 \quad \dots (2)$$

- Reemplazando (2) en (1).

$$A_{SL} = 10\pi \text{ u}^2$$

6. En la figura se muestran dos vasos de vidrio que un padre de familia ha comprado para sus dos hijos. Si dichos vasos tienen la forma de cilindros circulares rectos y además tienen la misma capacidad, calcule el valor de x .



Resolución

Piden: x

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

• Del dato:

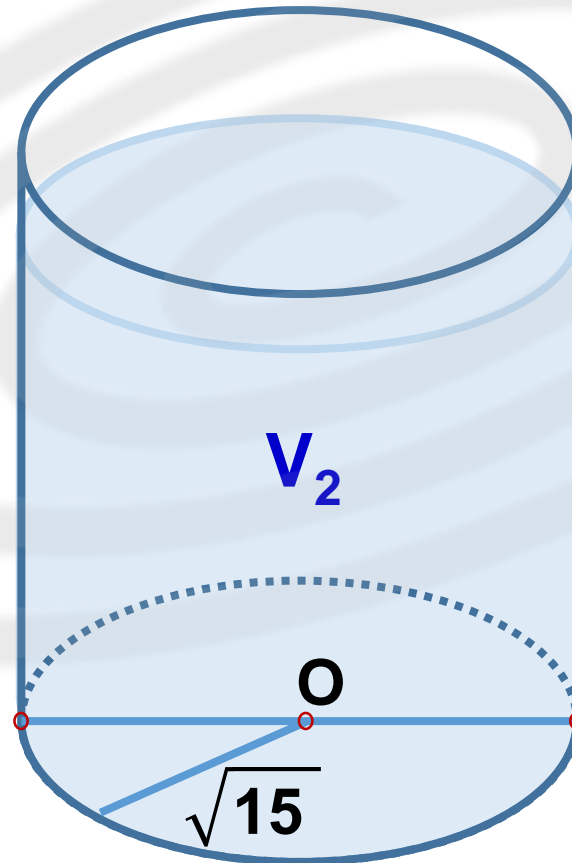
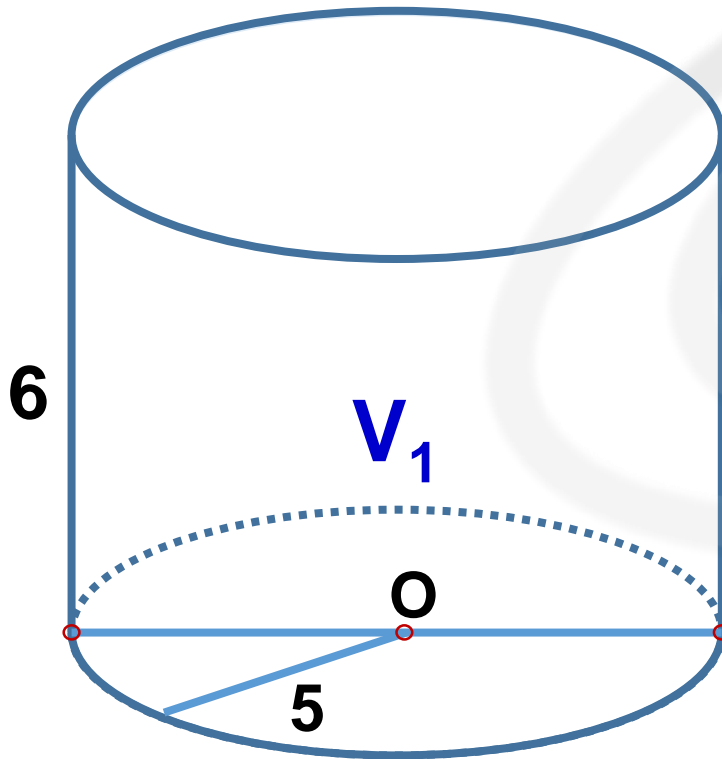
$$V_1 = V_2$$

$$\cancel{\pi} \cdot 4^2 \cdot \cancel{9} = \cancel{\pi} \cdot 3^2 \cdot x$$

$$x = 16 \text{ cm}$$

7. Un recipiente que tiene la forma de cilindro circular recto, de 5 cm de radio y 6 cm de altura, es llenado con agua y luego dicha agua se vierte en otro recipiente cilíndrico circular recto de $\sqrt{15}$ cm de radio. ¿Hasta qué altura llega el agua?

Resolución



• Piden: x

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

• Por dato:

$$V_1 = V_2$$

$$\cancel{\pi} \cdot (5)^2 \cdot (6) = \cancel{\pi} \cdot (\sqrt{15})^2 \cdot (x)$$

$$150 = 15x$$

$$x = 10 \text{ cm}$$