



# GEOMETRÍA

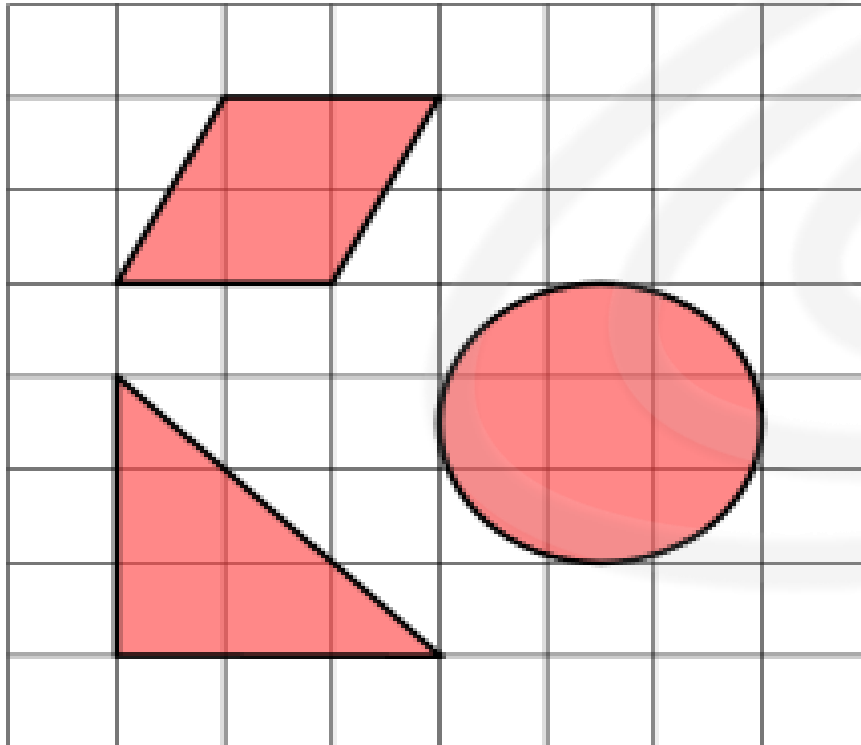
## Capítulo 20

**2st**  
SECONDARY

Áreas de regiones triangulares



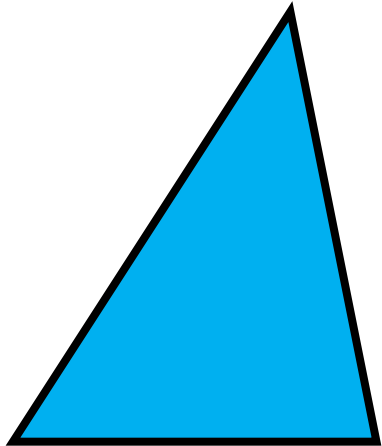
 **SACO OLIVEROS**



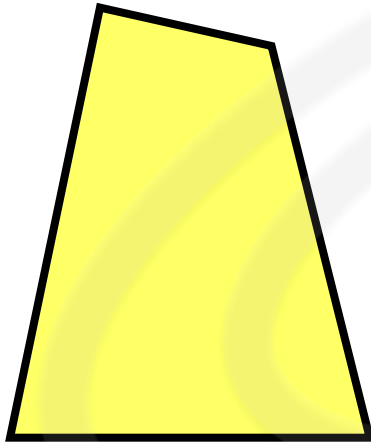


# ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES

**REGIÓN PLANA.-** Es la unión de una línea plana cerrada y su interior.



Región  
triangular

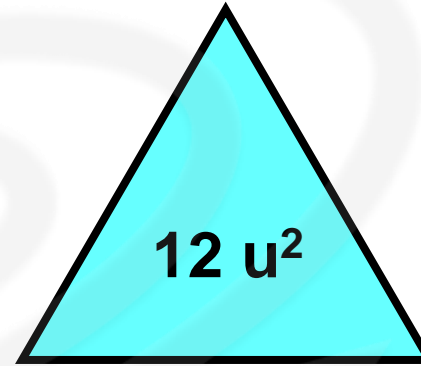


Región  
cuadrangular



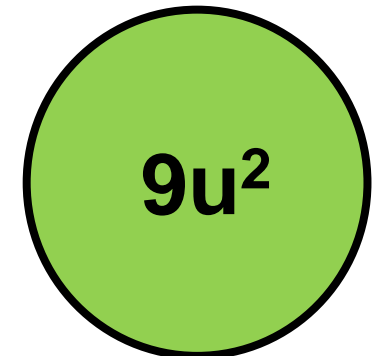
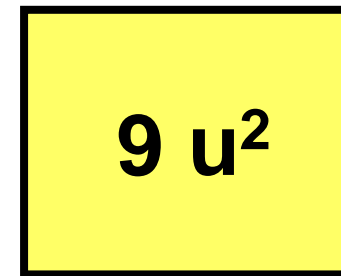
Región  
circular

**ÁREA.-** Es un número real positivo que indica la medida de una región.

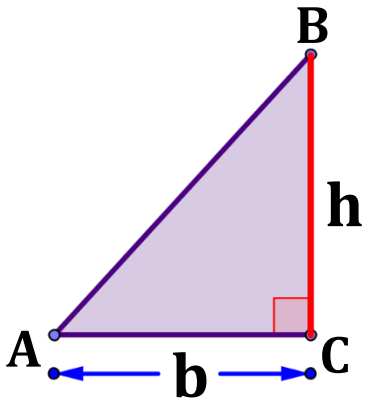
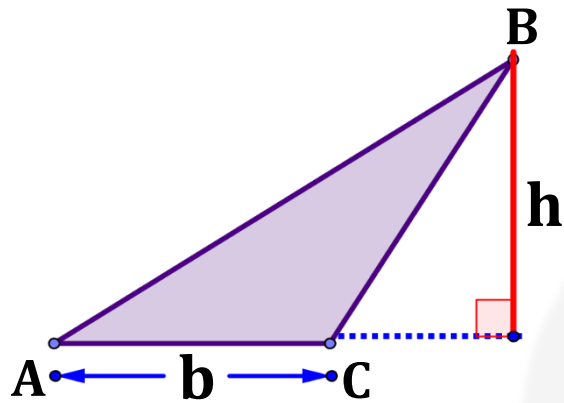
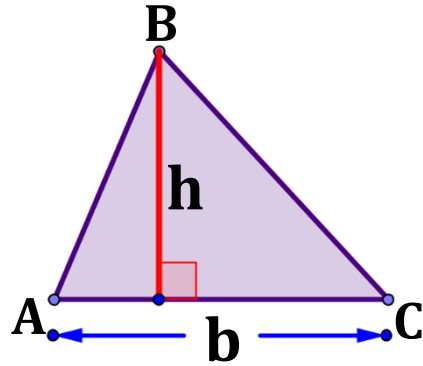


$$A = 12 u^2$$

**REGIONES EQUIVALENTES.-** Son aquellas regiones que tienen igual área.



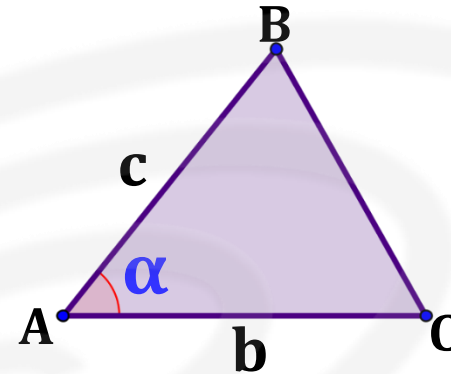
# ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES



- **TEOREMA BÁSICO:**

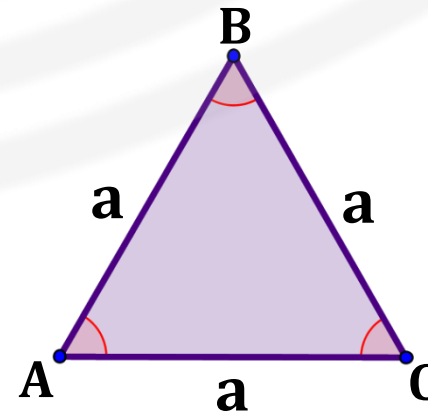
$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

- **TEOREMA TRIGONOMÉTRICO:**



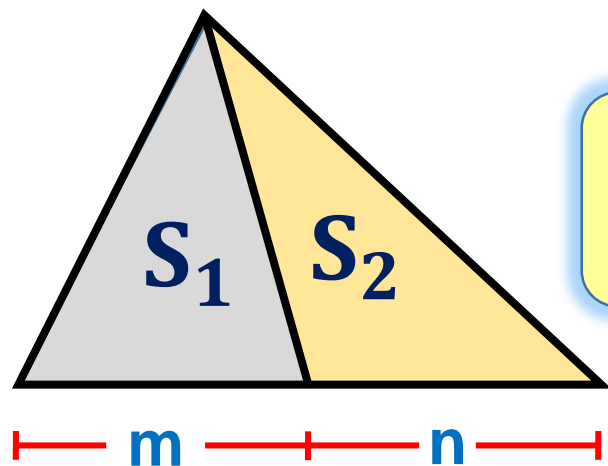
$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot \text{sen} \alpha$$

- **ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR EQUILÁTERA:**

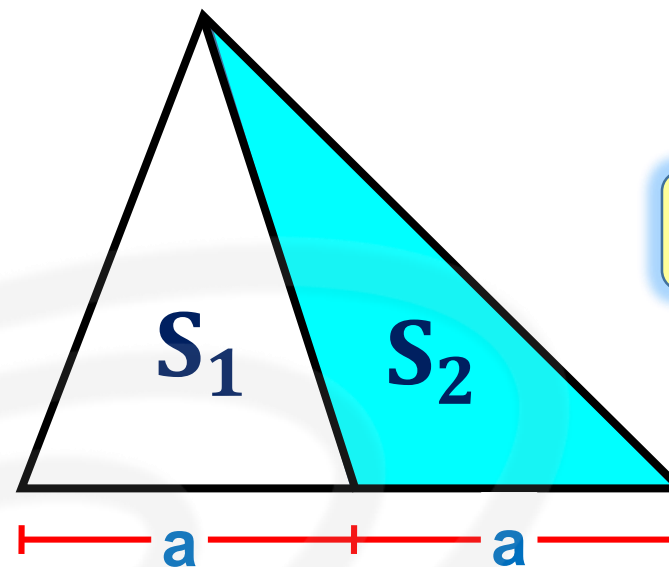


$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

## RELACIONES ENTRE ÁREAS

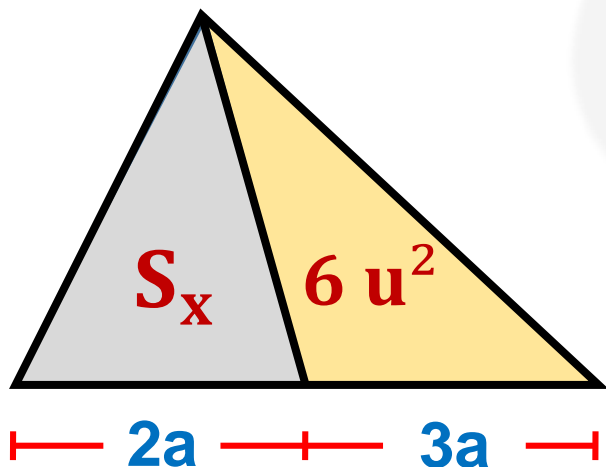


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



$$S_1 = S_2$$

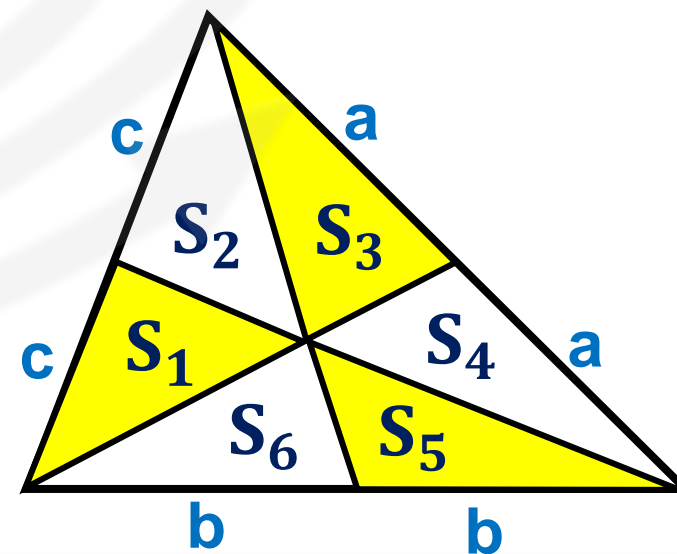
Ejemplo: Calcule el valor de  $S_x$



$$\frac{S_x}{6} = \frac{2a}{3a}$$

$$3(S_x) = 12$$

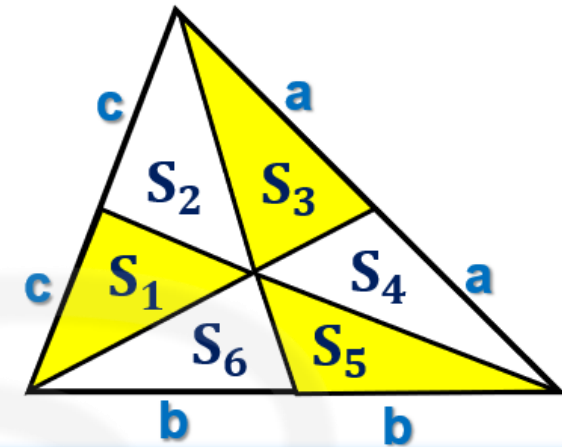
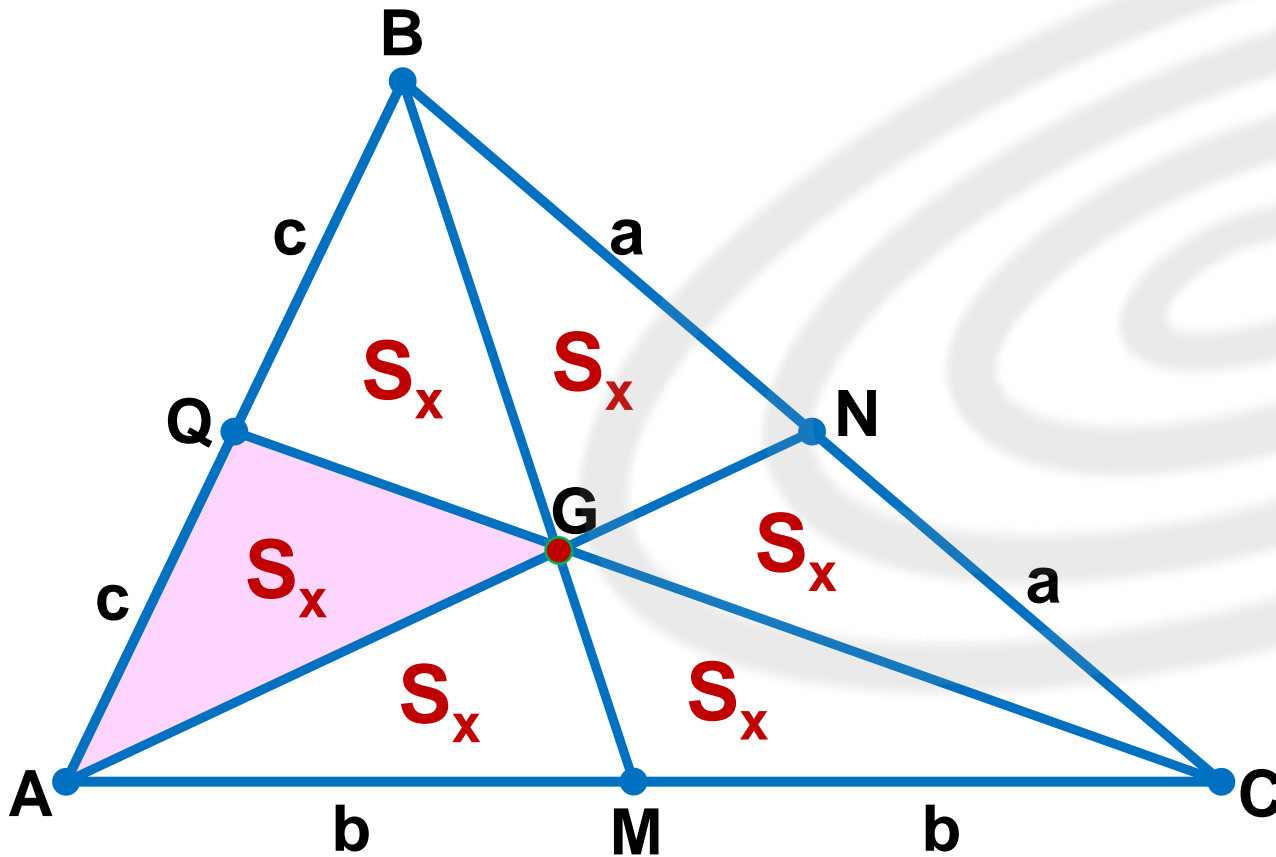
$$S_x = 4u^2$$



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$



1. En la figura, el área de la región ABC es  $3000 \text{ u}^2$ . Determine el área de la región AQG.



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

### RESOLUCIÓN

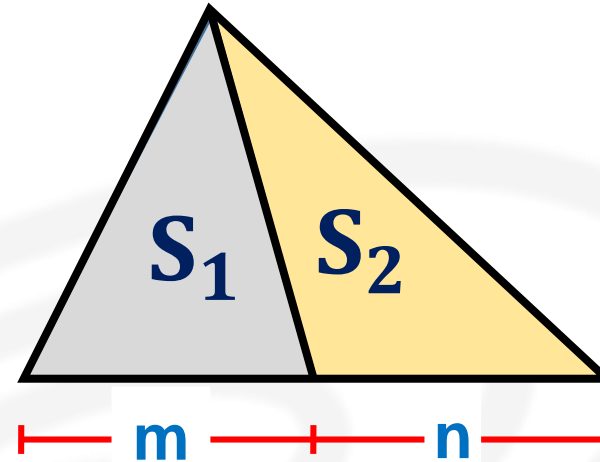
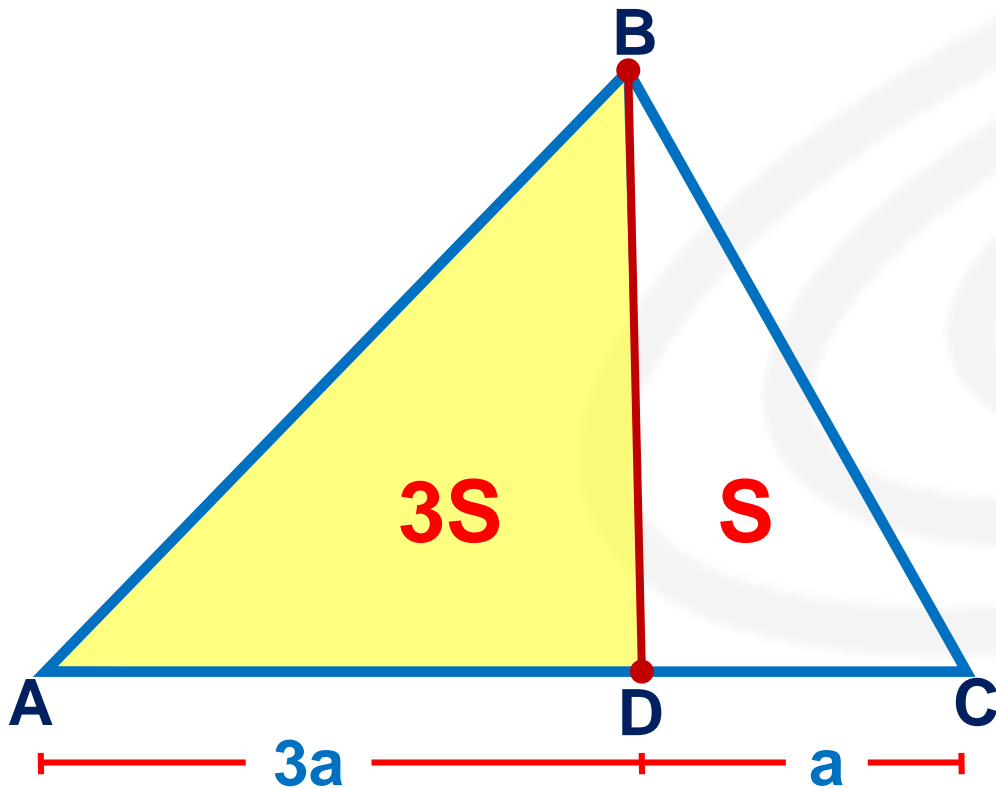
- Piden:  $S_{AQG} = S_x$
- Dato:  $S_{ABC} = 3000$

$$S_x + S_x + S_x + S_x + S_x + S_x = 3000$$

$$6 \cdot S_x = 3000$$

$$S_x = 500 \text{ u}^2$$

2. El área de la región triangular ABC es 160 m<sup>2</sup>. Determine el área de la región ABD.



Teorema:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$

### RESOLUCIÓN

- Piden:  $S_{ABD}$
- Dato:  $S_{ABC} = 160$

$$3S + S = 160$$

$$4S = 160$$

$$S = 40$$

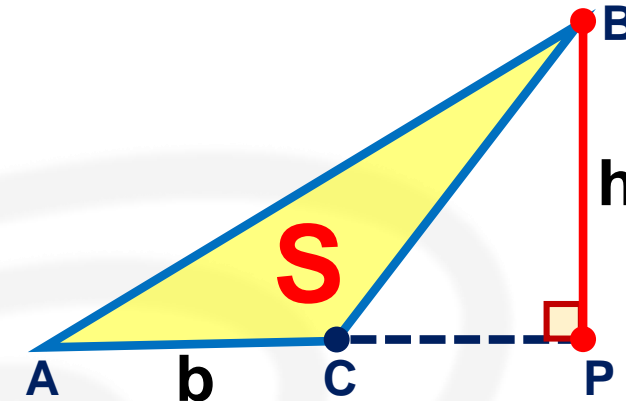
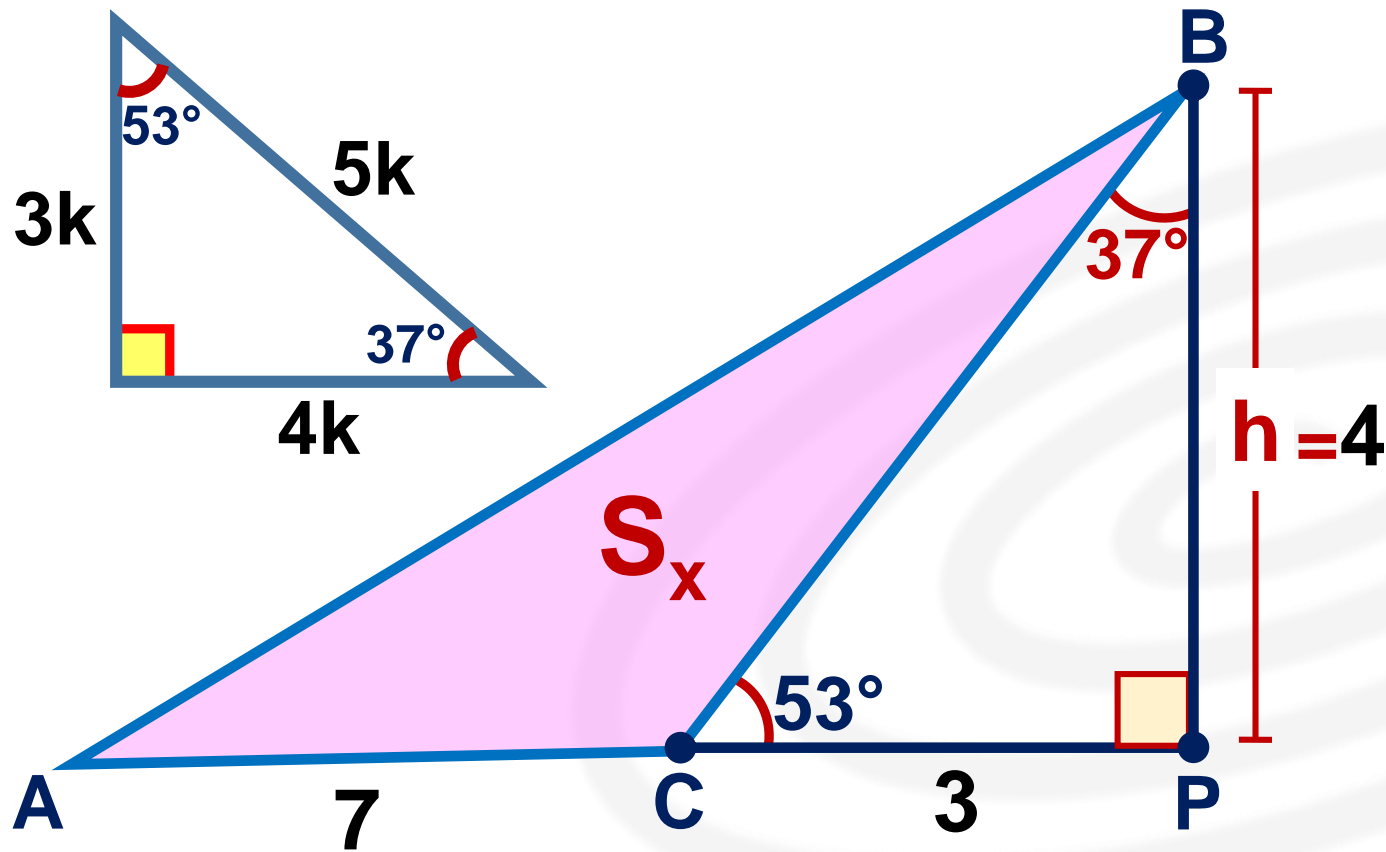
- Calculando  $S_{ABD}$

$$S_{ABD} = 3S$$

$$S_{ABD} = 3(40)$$

$$S_{ABD} = 120 \text{ m}^2$$

### 3. Calcule el área de la región ABC.



$$S_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2}$$

#### RESOLUCIÓN

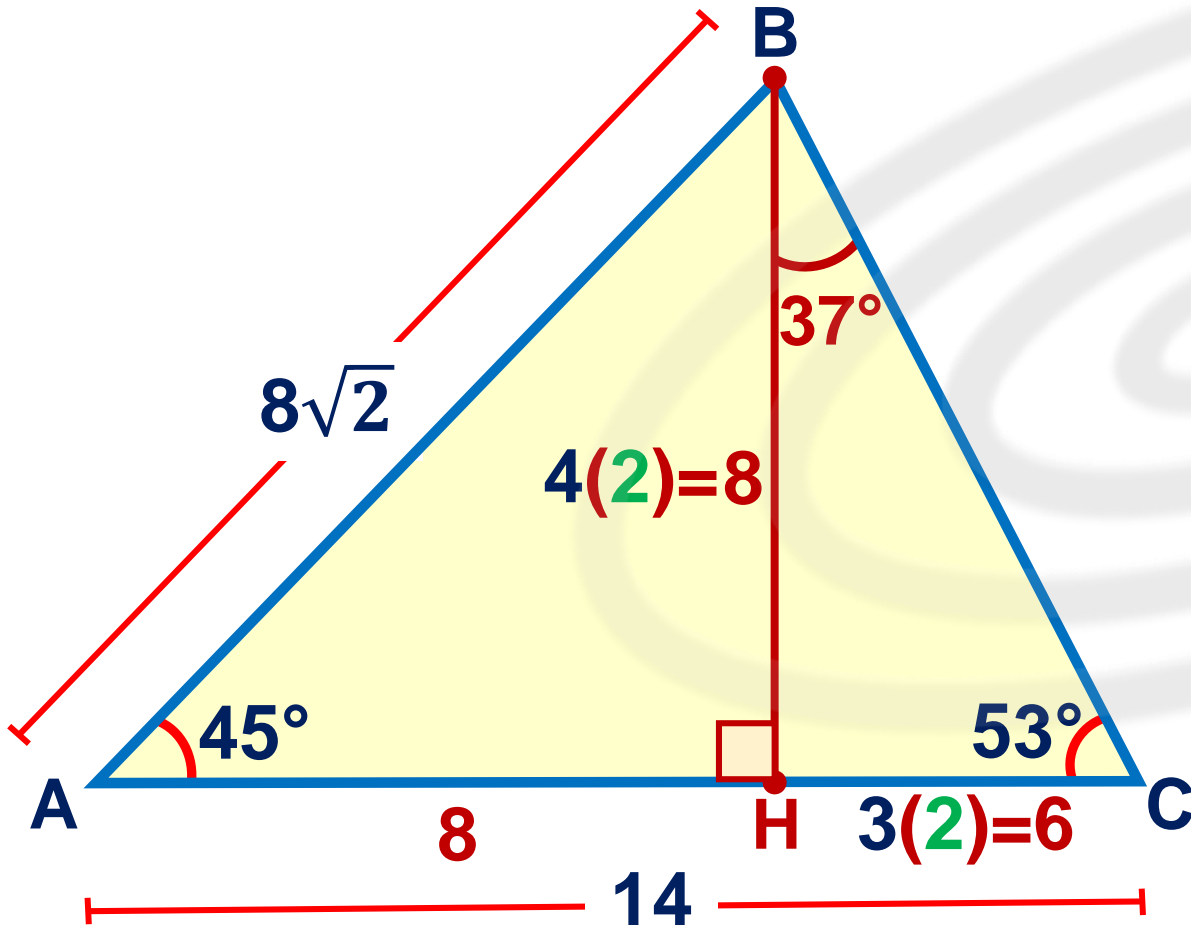
- Piden:  $S_{ABC}$
- $\triangle BPC$ : notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$ .
- Calculando  $S_{ABC}$

$$S_{ABC} = \frac{7(4)}{2}$$

$$S_{ABC} = 14 \text{ u}^2$$



4. Si  $AB = 8\sqrt{2}$  u, calcule el área de la región triangular ABC.

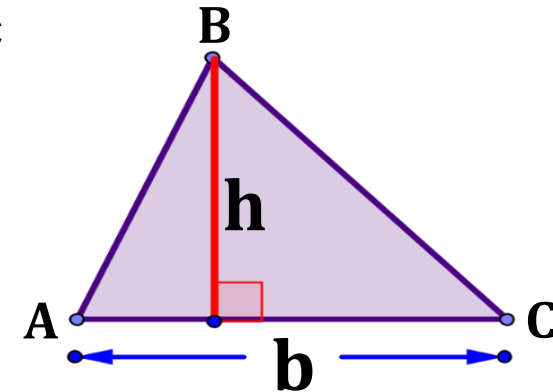


## RESOLUCIÓN

- Piden:  $S_{ABC}$
- Trazamos la altura  $\overline{BH}$ :
- $\triangle AHB$ : notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$ .
- $\triangle BHC$ : notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$ .
- Calculando  $S_{ABC}$

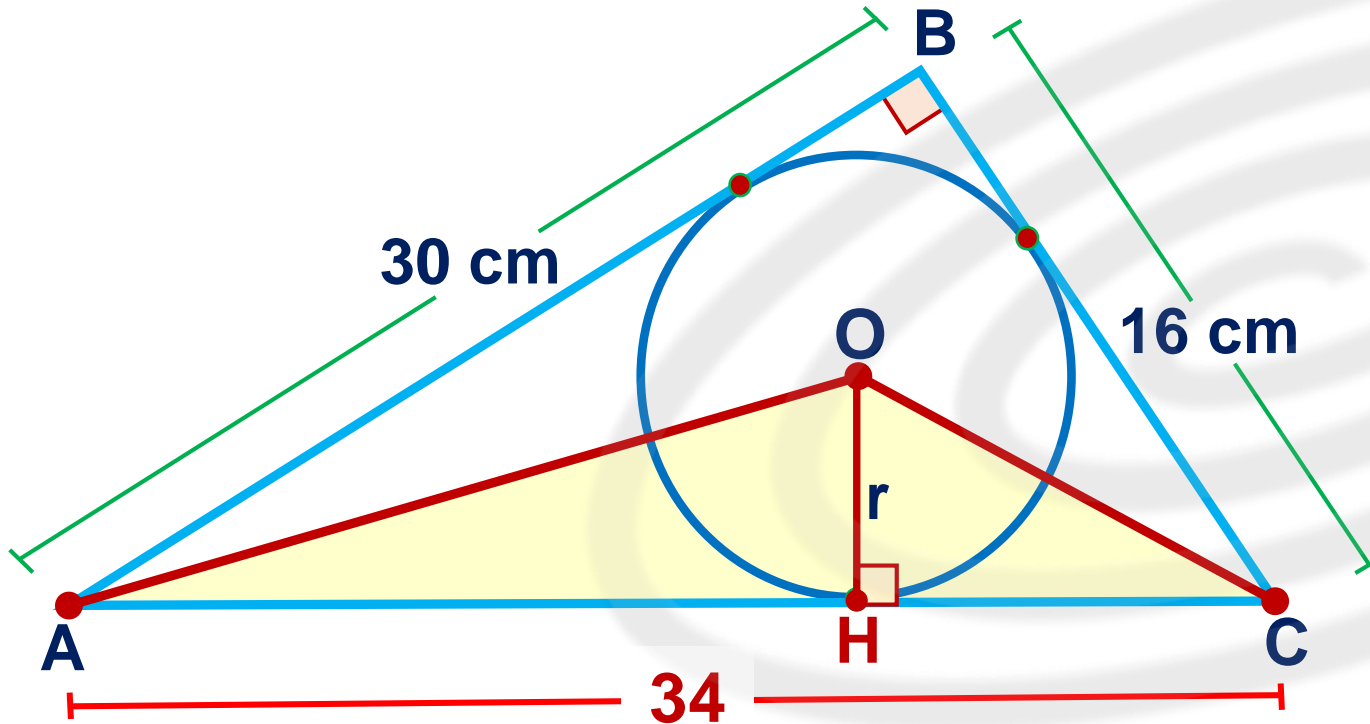
$$S_{ABC} = \frac{14(8)}{2}$$

$$S_{ABC} = 56 \text{ u}^2$$



$$S_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2}$$

5. Si  $O$  es centro de la circunferencia inscrita en el triángulo  $ABC$ , calcule el área de la región triangular  $AOC$ .



## RESOLUCIÓN

- Piden:  $S_{AOC}$
- En  $\triangle ABC$ : T. de Pitágoras

$$(AC)^2 = 30^2 + 16^2$$

$$AC = 34$$

- Aplicando teorema de Poncelet

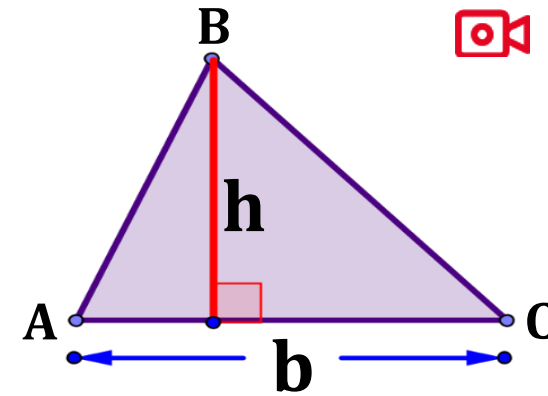
$$30 + 16 = 34 + 2r$$

$$12 = 2r$$

$$6 = r$$

- Calculando  $S_{AOC}$

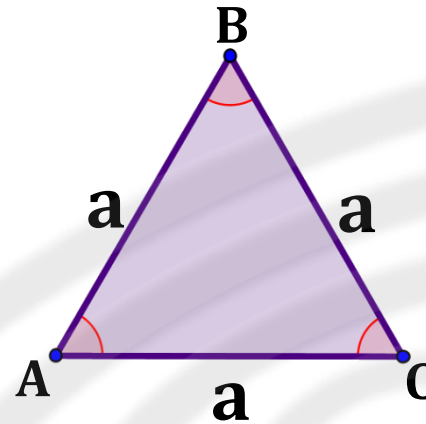
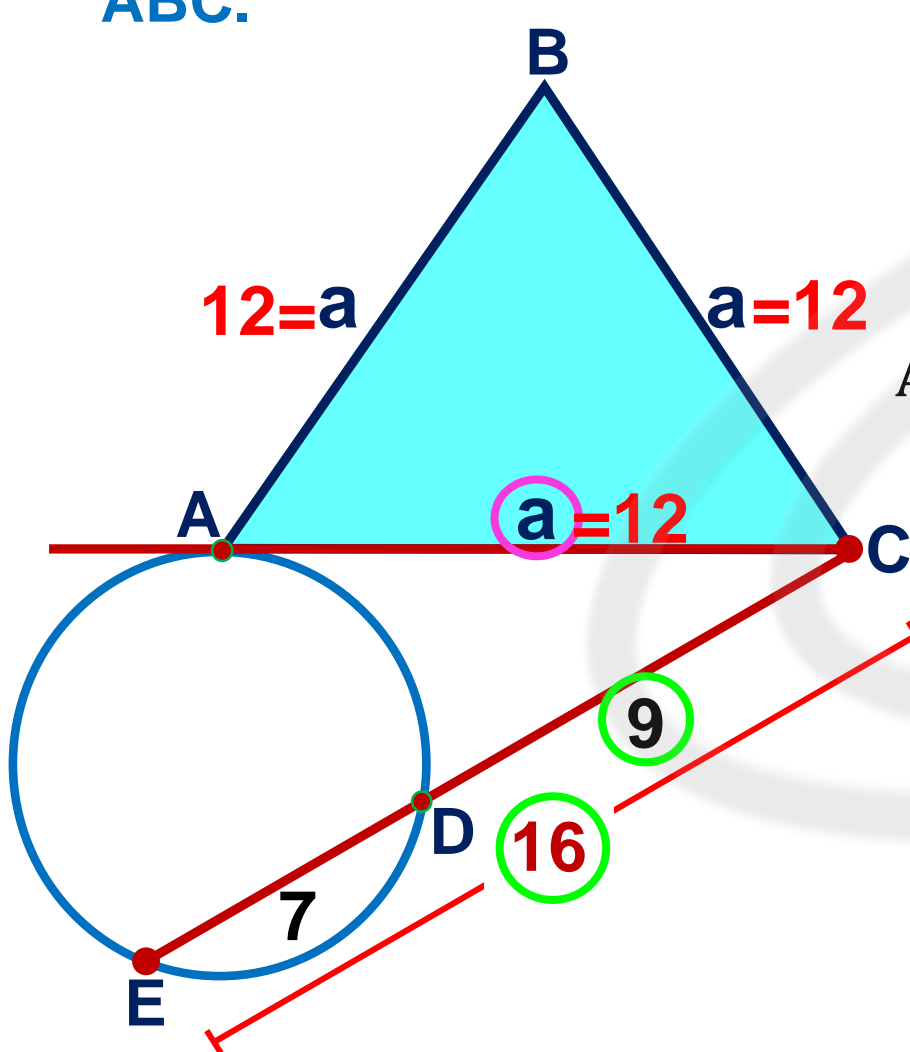
$$S_{AOC} = \frac{34(6)}{2}$$



$$S_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$S_{AOC} = 102 \text{ cm}^2$$

6. Santiago tiene dos terrenos tal como se muestra en la figura. Si  $CD = 9$  m,  $DE = 7$  m y A es punto de tangencia, determine el área del terreno triangular equilátero ABC.



$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

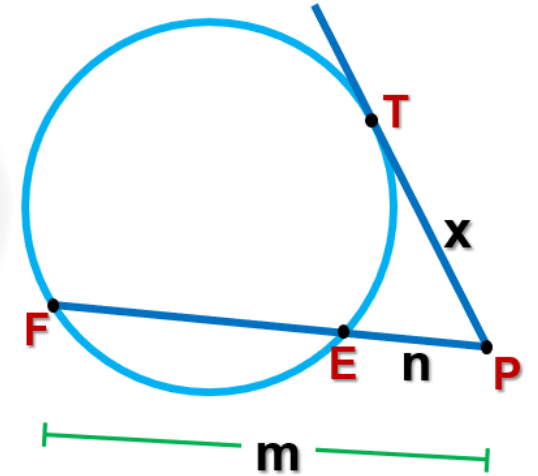
### RESOLUCIÓN

- Piden:  $S_{ABC}$
- Aplicando T. de la tangente  
 $a^2 = 16(9)$   
 $a = 12$

- Calculando  $S_{ABC}$

$$S_{ABC} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4}$$

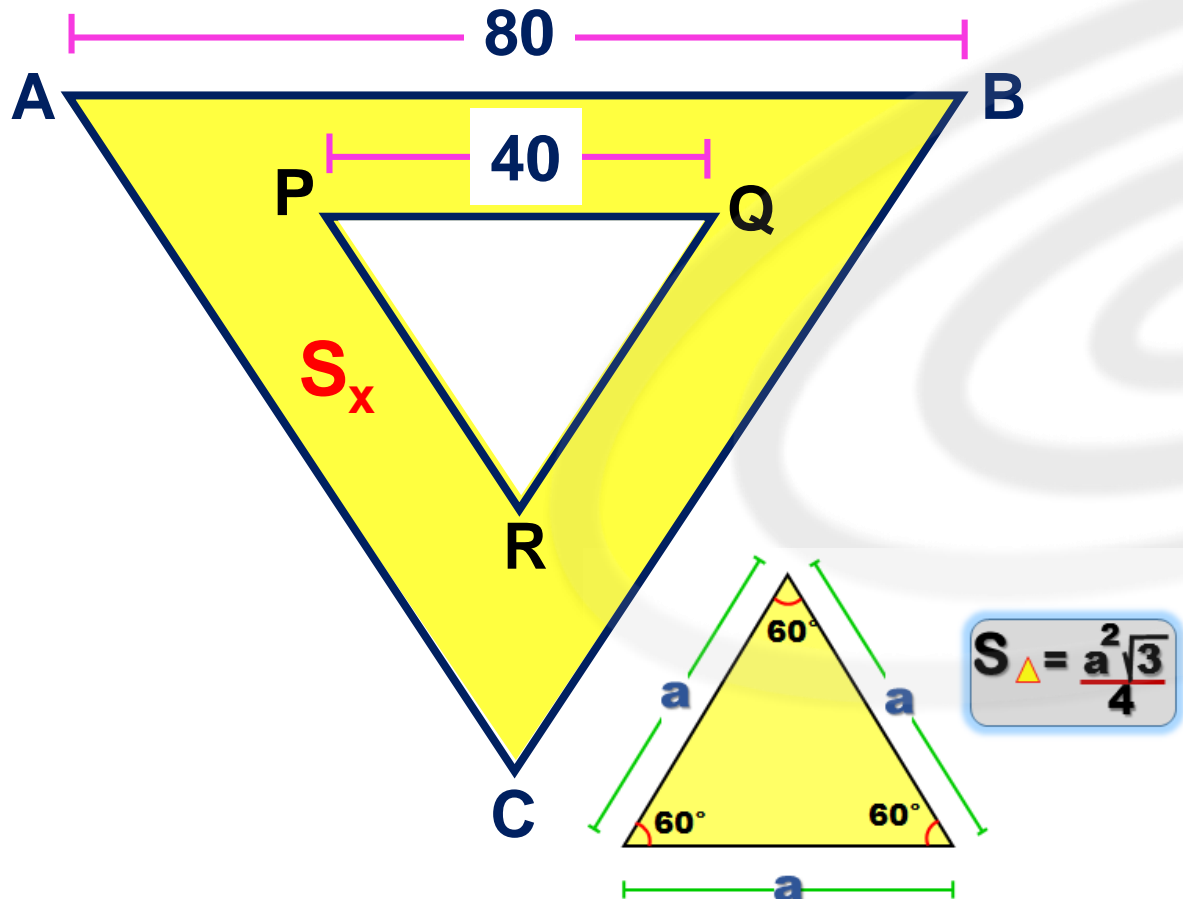
$$S_{ABC} = 36\sqrt{3} \text{ m}^2$$



Teorema de la Tangente

$$x^2 = m \cdot n$$

7. Se muestra un letrero de forma de un triángulo equilátero ABC,  $AB = 80$  cm, se pinta el borde equidistante, formándose interiormente un triángulo cuyo lado mide 40 cm. ¿Cuántos  $\text{cm}^2$  se pintó el borde?



### RESOLUCIÓN

- Piden:  $S_x$
- $\triangle ABC$  y  $\triangle PQR$ : equiláteros.
- Se cumple:

$$S_x = S_{ABC} - S_{PQR}$$

$$S_x = \frac{80^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - \frac{40^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$S_x = 1600\sqrt{3} - 400\sqrt{3}$$

$$S_x = 1200\sqrt{3} \text{ cm}^2$$