GEOMETRÍA

Capítulo 17

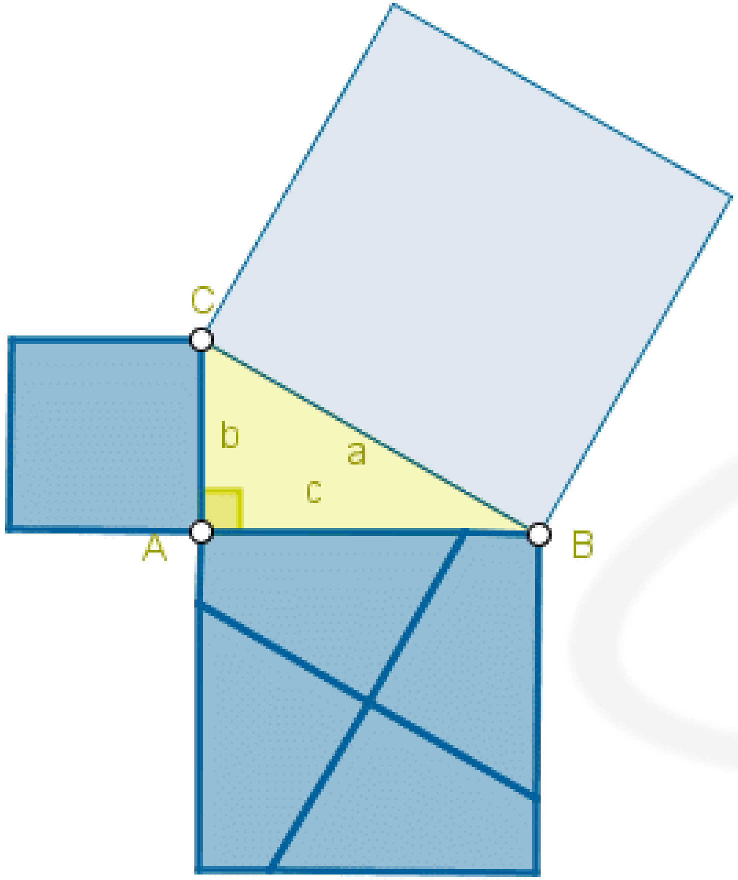
3th

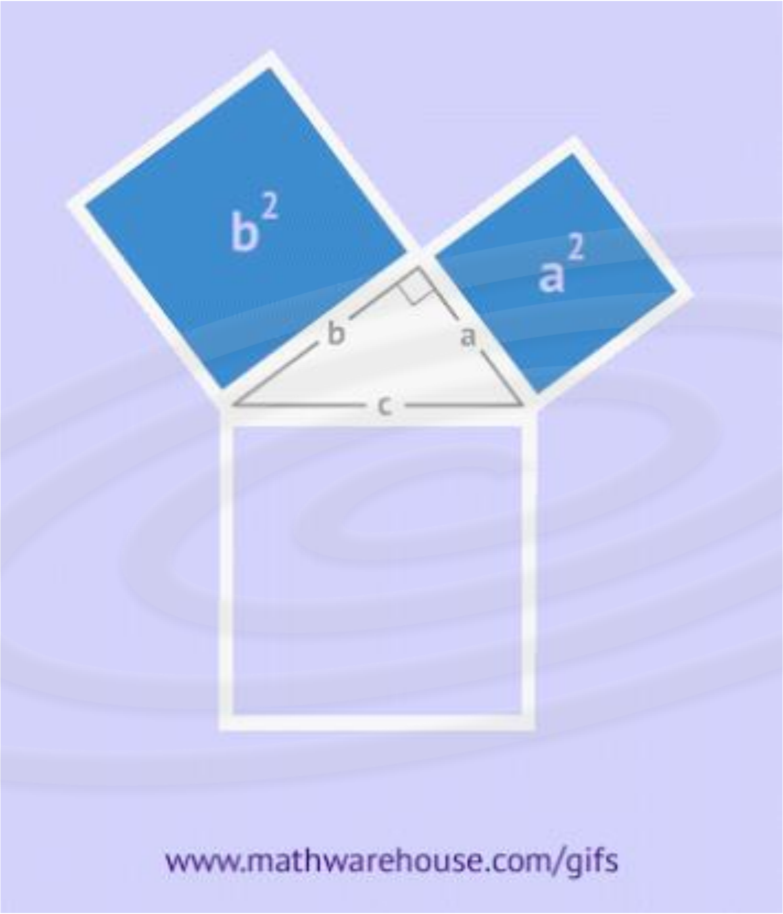
SECONDARY

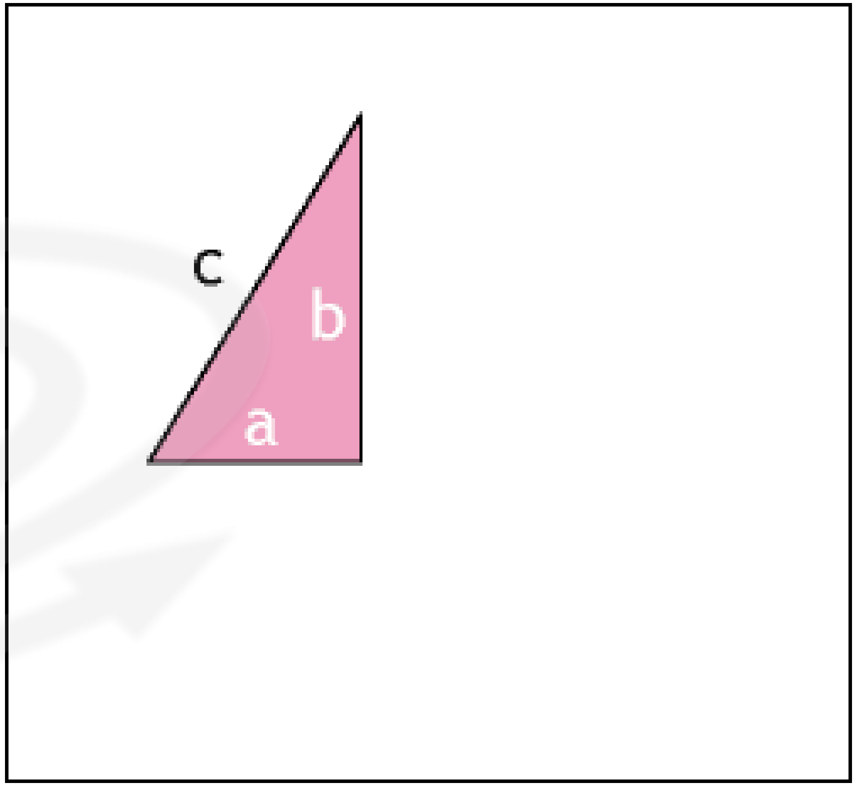
Relaciones métricas en el triángulo rectángulo.

SACO OLIVEROS

En la actualidad, existen más de 300 demostraciones del teorema de Pitágoras, lo que confirma que es uno de los teoremas que más interés a generado en la comunidad matemática.

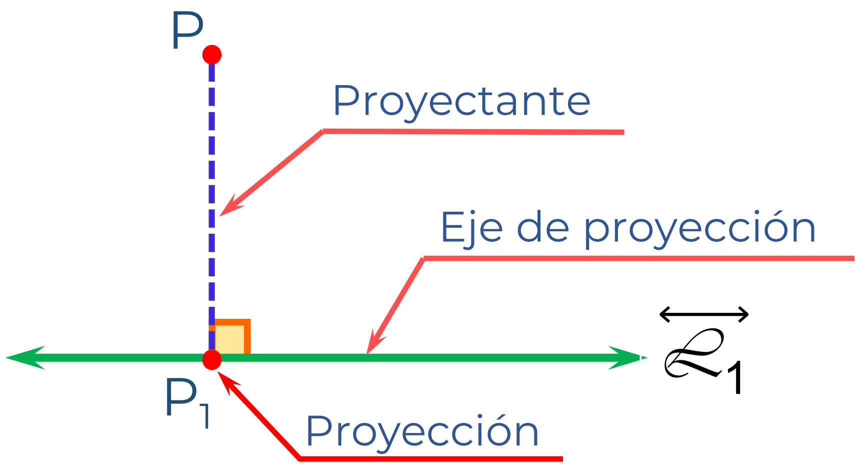




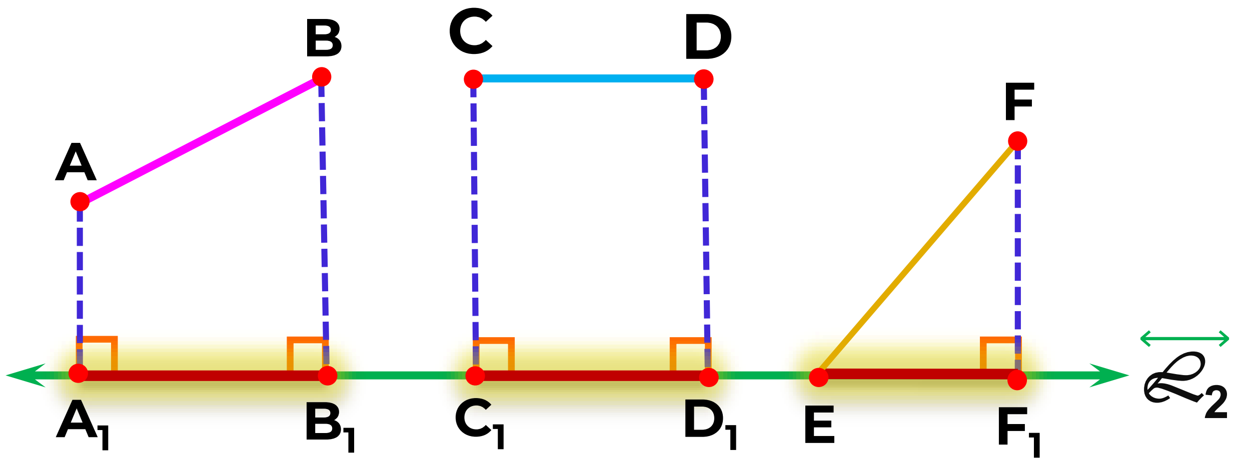


PROYECCIÓN ORTOGONAL

I. De un punto sobre una recta



II. De un segmento sobre una recta

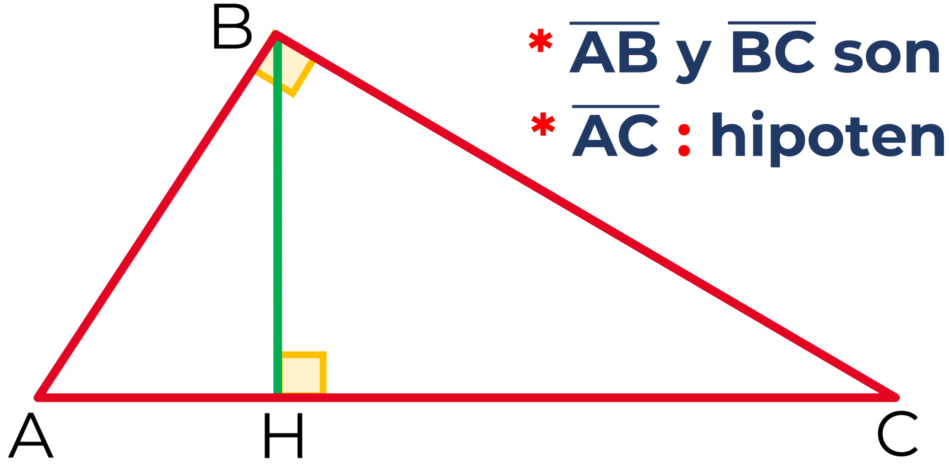


$\overline{A_1B_1}$: Proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$

$\overline{C_1D_1}$: Proyección de $\overline{CD}$ sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$

$\overline{EF_1}$: Proyección de $\overline{EF}$ sobre $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO



* $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son catetos
* $\overline{AC}$: hipotenusa

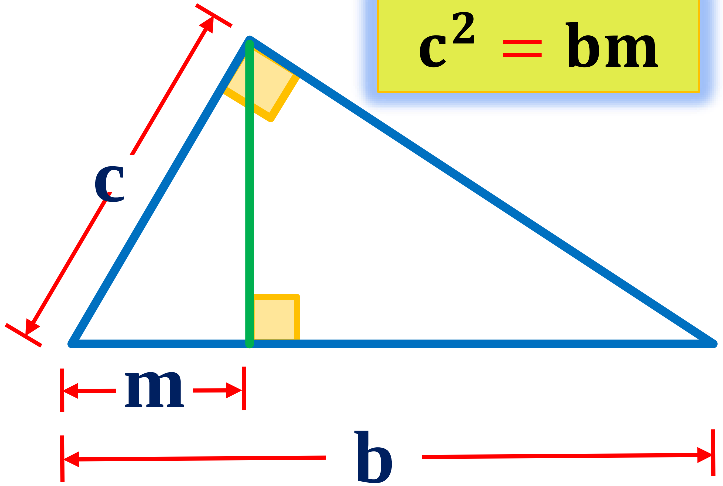
$\overline{AH}$: proyección ortogonal $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$

$\overline{HC}$: proyección ortogonal $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$

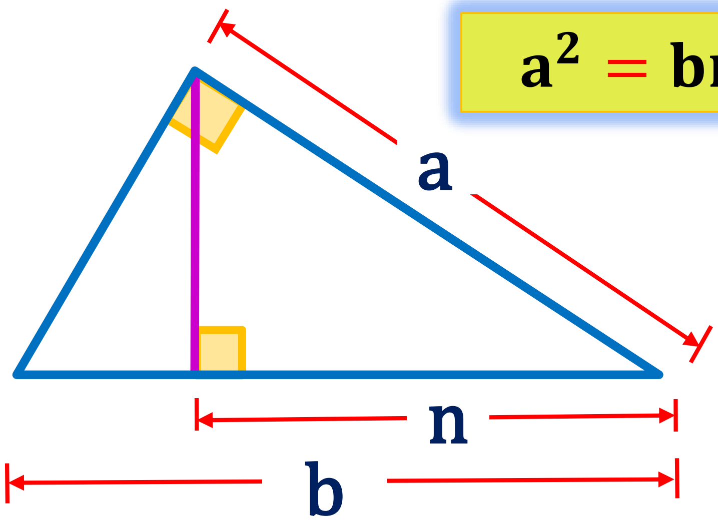
RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Teorema del cateto

$$c^2 = bm$$

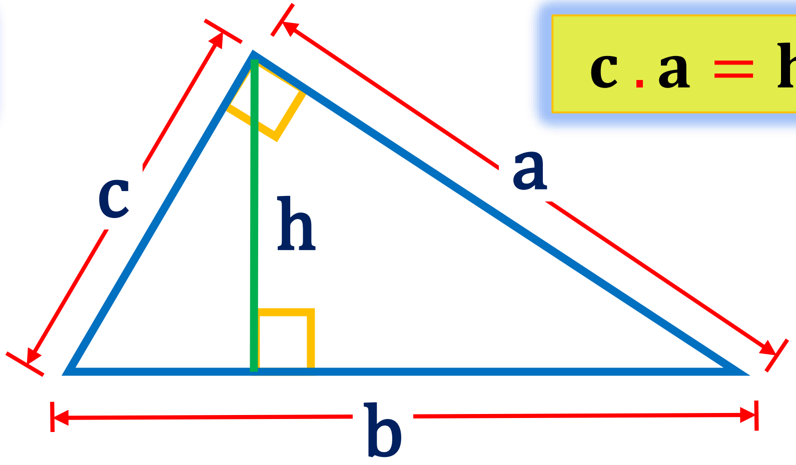


$$a^2 = bn$$



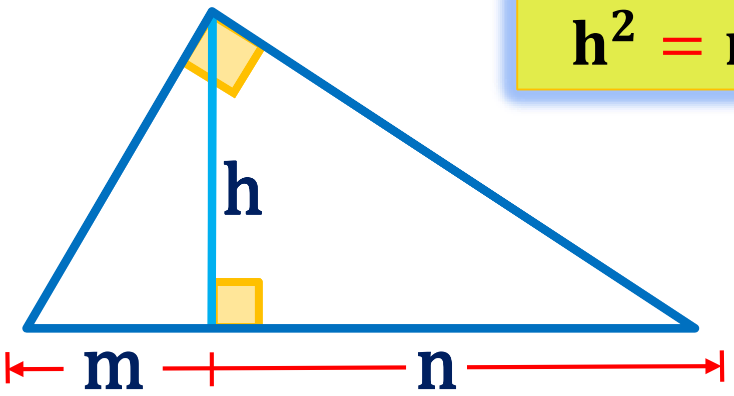
Teorema de los catetos

$$c \,.\, a = h \,.\, b$$



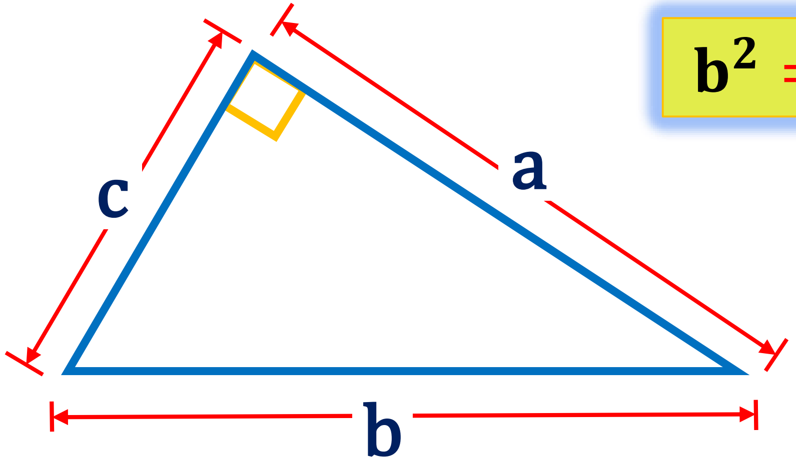
Teorema de la altura

$$h^2 = mn$$

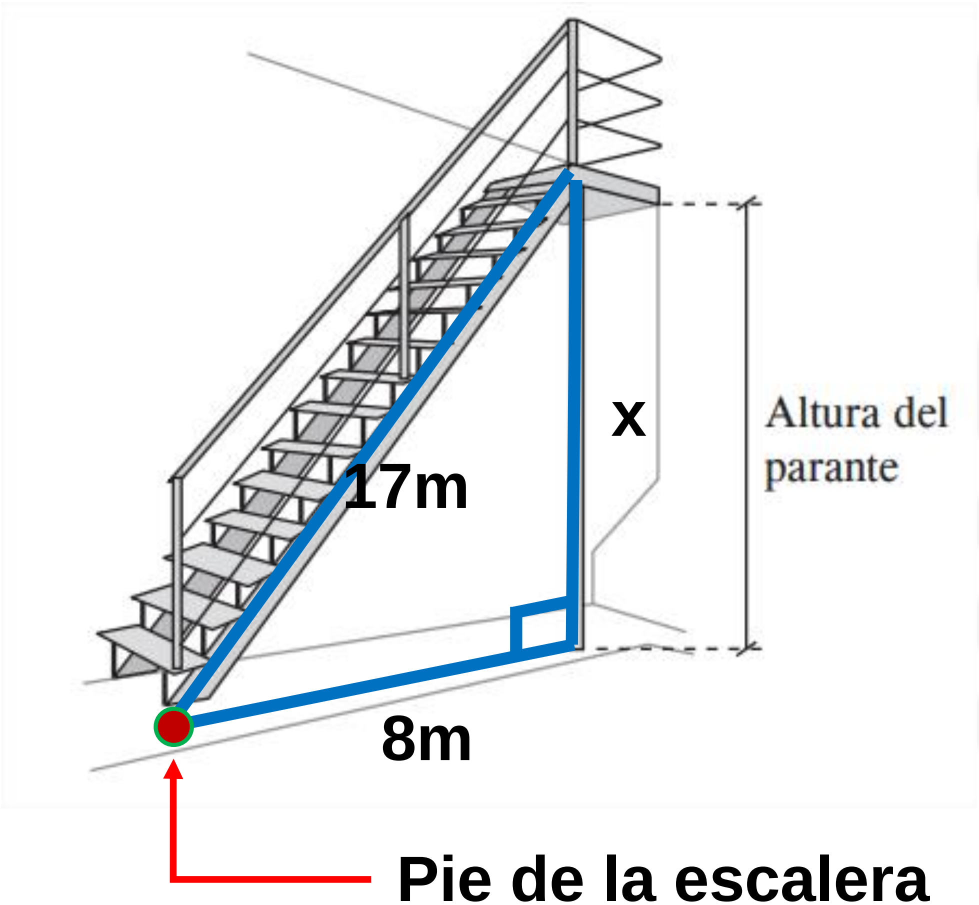


Teorema de pitágoras

$$b^2 = c^2 + a^2$$



1. Si la escalera tiene una longitud de 17 m y la distancia del pie de la escalera al parante es de 8 m, determine la altura del parante.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Aplicando el teorema de Pitágoras.

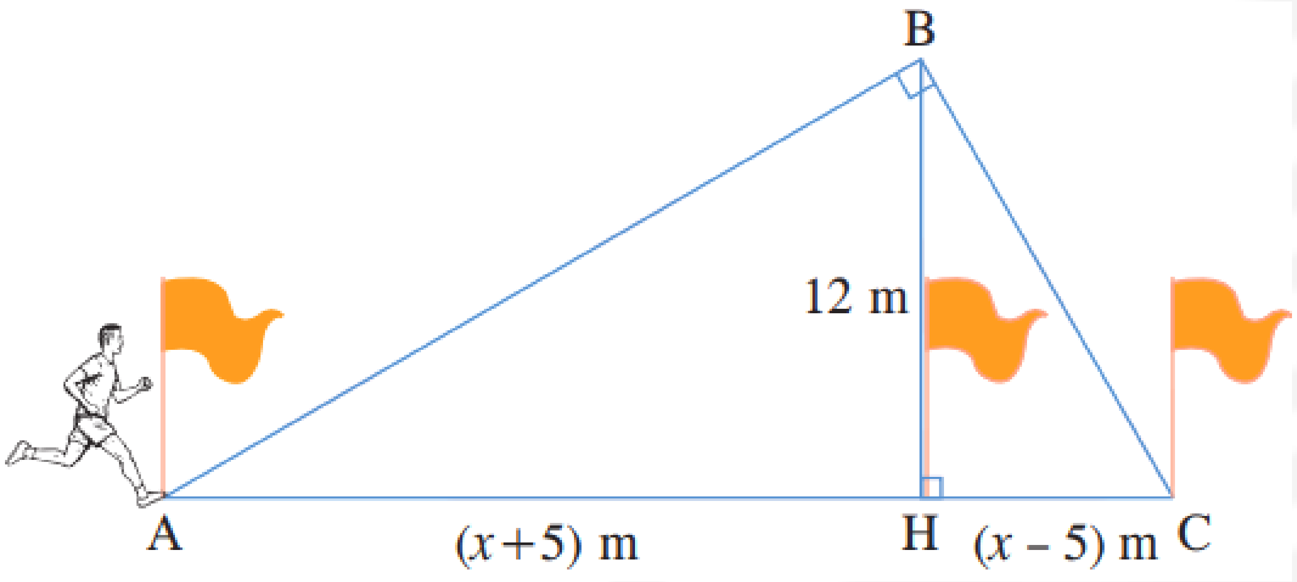
$$17^2 = x^2 + 8^2$$

$$289 = x^2 + 64$$

$$225 = x^2$$

$$\boxed{x = 15\text{ m}}$$

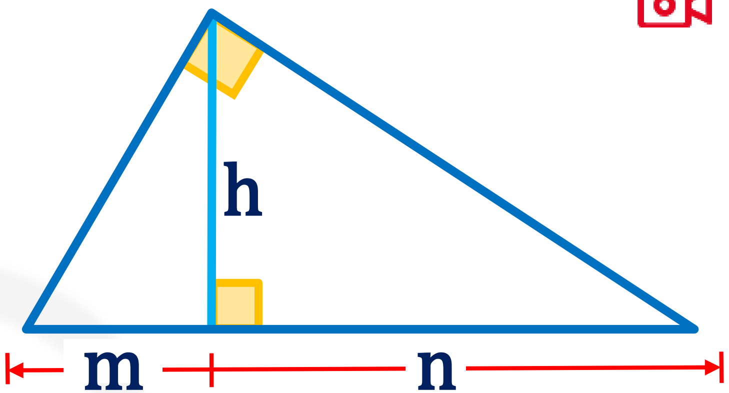
2. En un campo de juego, el profesor de Educación Física coloca los banderines de la siguiente manera



Luego pide a sus alumnos que recorran en línea recta del banderín A al C. ¿Cuánto recorrió de A a C?

RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Aplicando el teorema de
- La altura:



$$h^2 = mn$$

$$12^2 = (x + 5)(x - 5)$$

$$144 = x^2 - 5^2$$

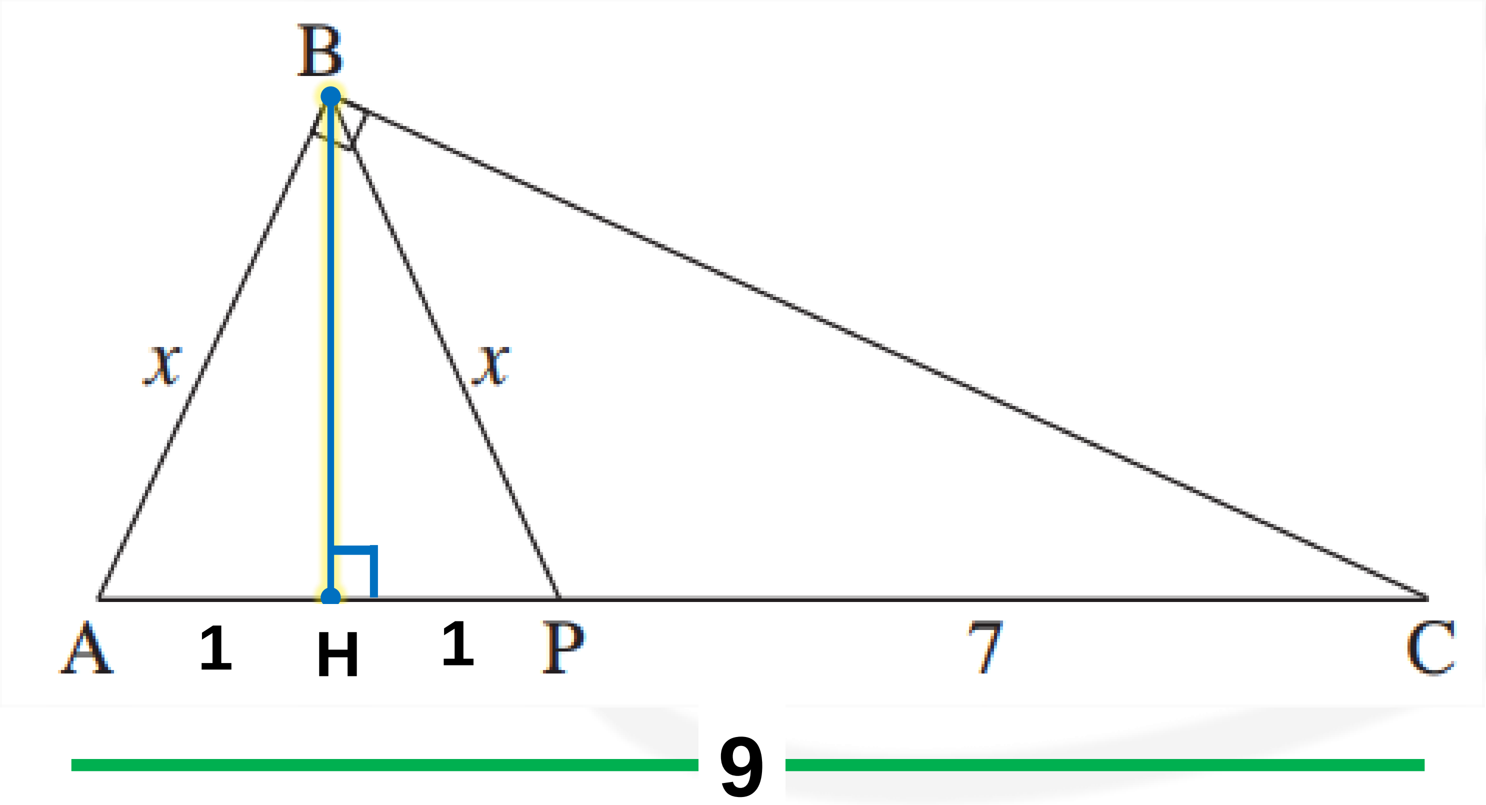
$$169 = x^2$$

$$13 = x$$

$$AC = (13 + 5) + (13 - 5)$$

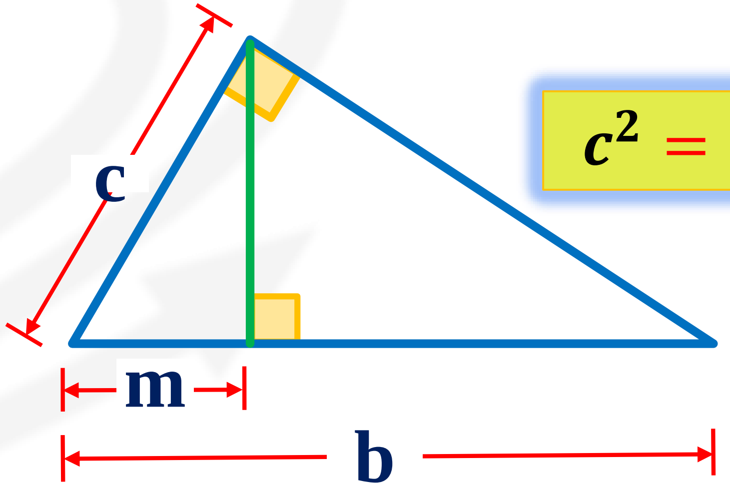
$$AC = 26 \text{ m}$$

3. En la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Se traza la altura $\overline{BH}$
- ΔABP: Triángulo isósceles

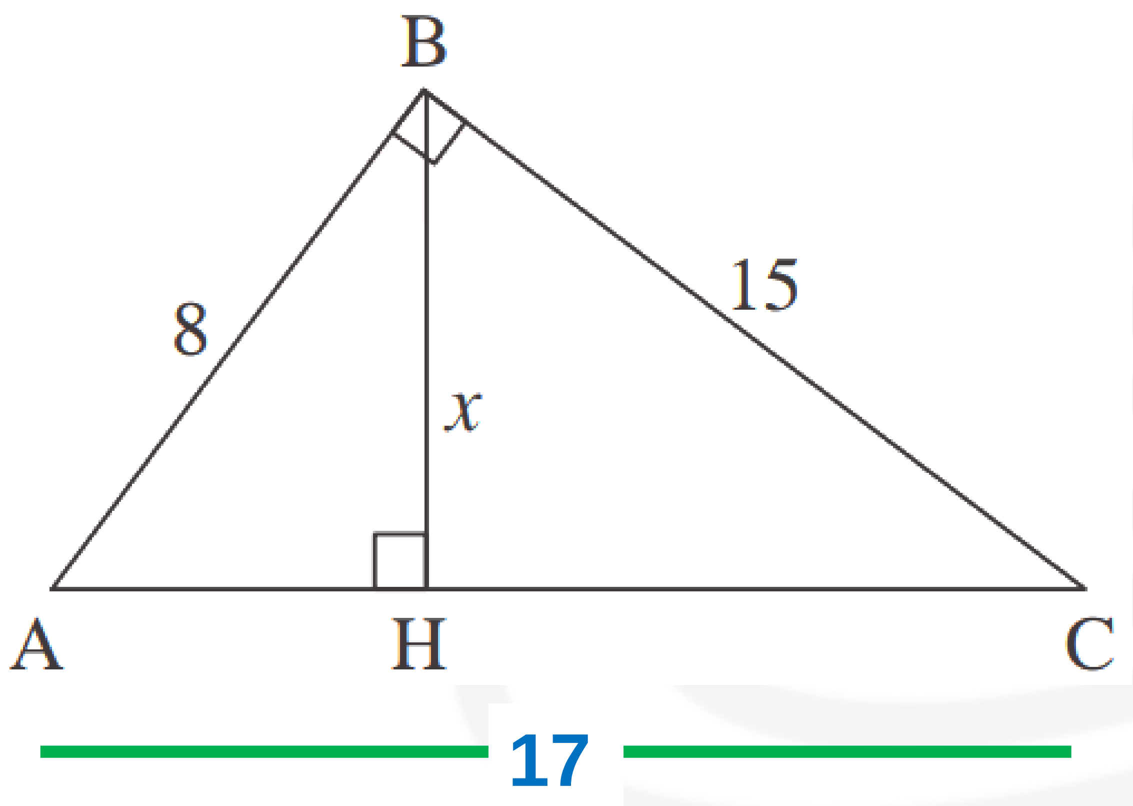


$$c^2 = bm$$

$$x^2 = (1)(9)$$

$$\boxed{x = 3\ u}$$

4. En la figura, halle el valor de x.



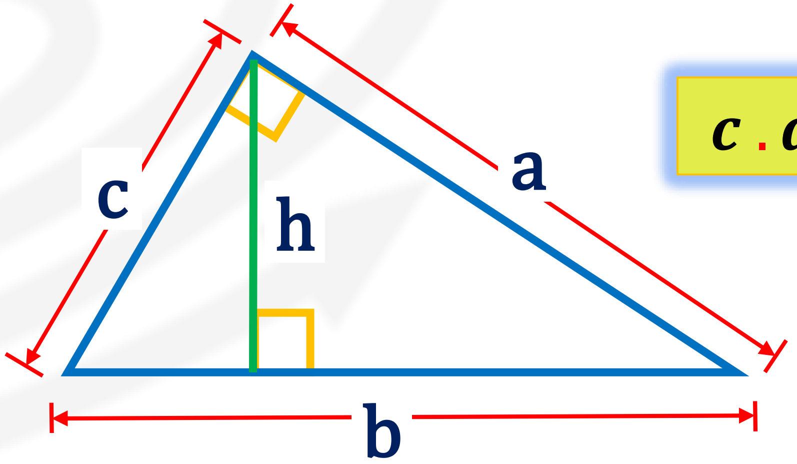
RESOLUCIÓN

- En ⊿ABC: Teorema de Pitágoras.

$$AC^2 = 8^2 + 15^2$$

$$AC = 17$$

Aplicando el teorema de los catetos

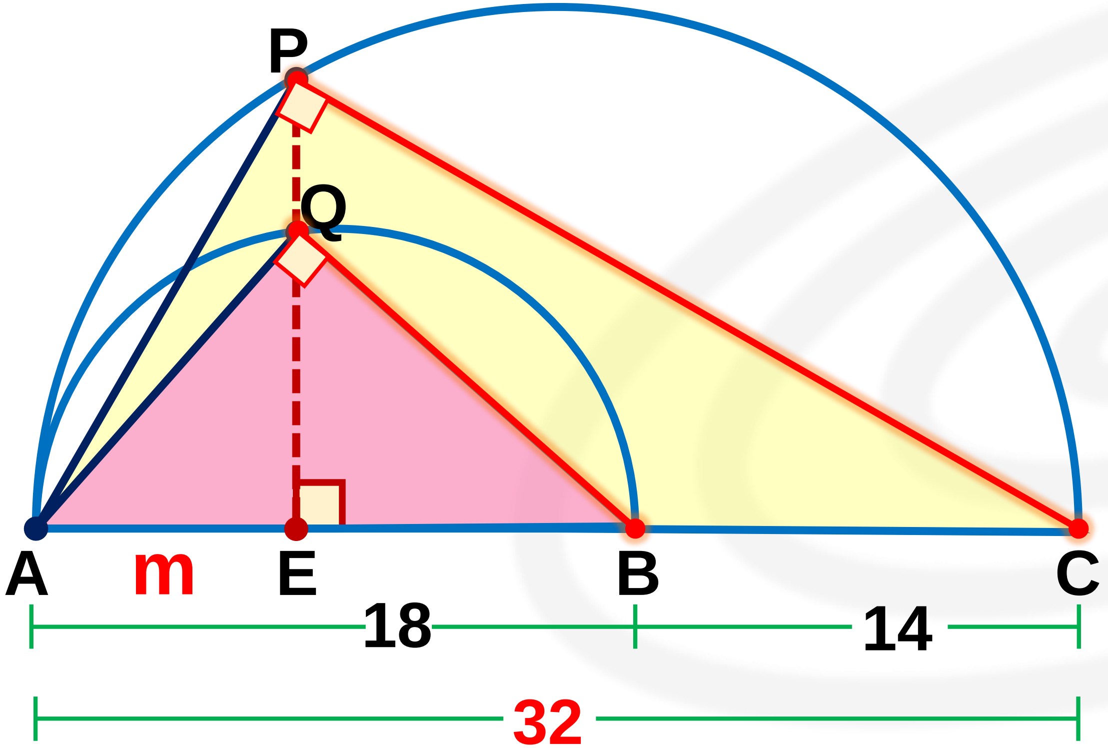


$$c \cdot a = h \cdot b$$

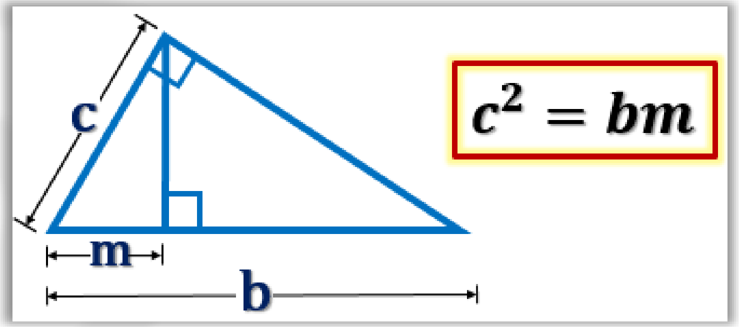
$$(8)(15) = (17)(x)$$

$$x = \frac{120}{17}$$

5. En la semicircunferencia, $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ son diámetros, calcule $\frac{AP}{AQ}$.



- Piden: $\frac{AP}{AQ}$
- Se traza $\overline{QB}$ y $\overline{PC}$
- Aplicando teorema:



En ⊿APC: $(AP)^2 = (m)(32)$ … (1)

En ⊿AQB: $(AQ)^2 = (m)(18)$ … (2)

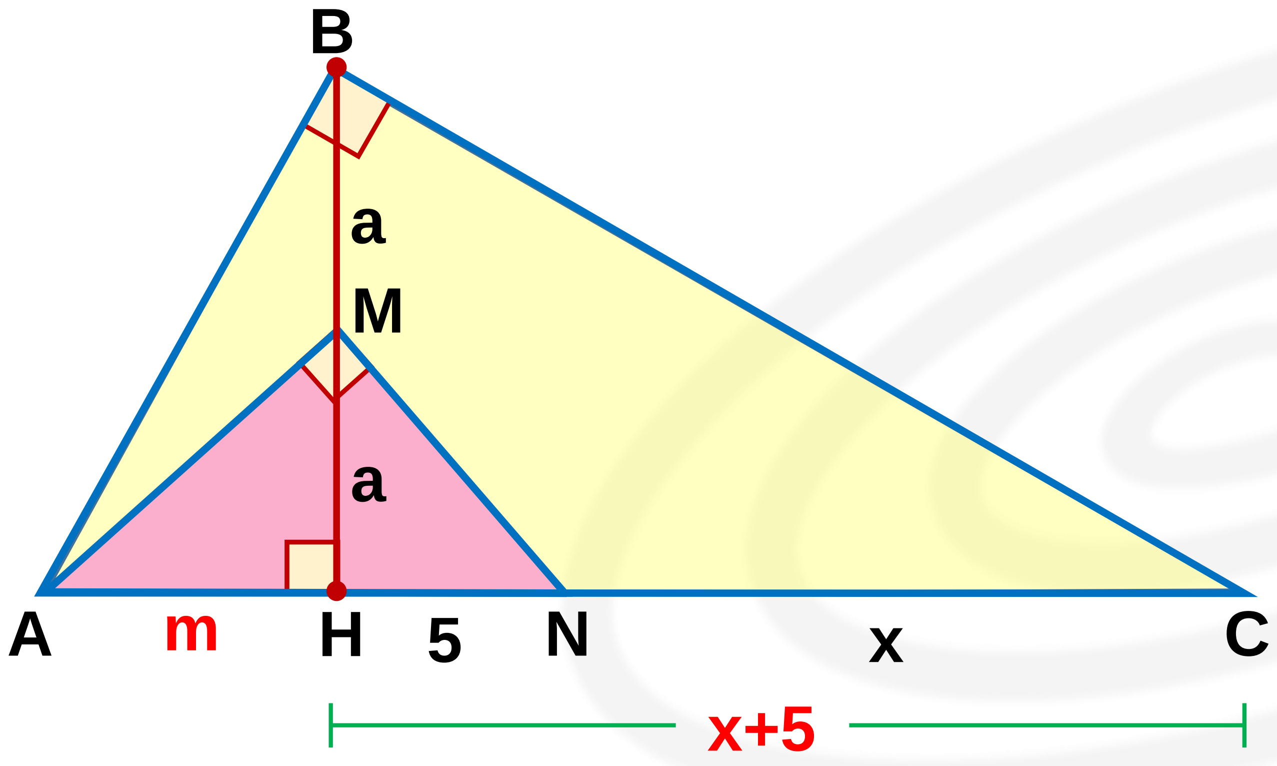
- Dividiendo (1) con (2)

$$\frac{(AP)^2}{(AQ)^2} = \frac{\cancel{m}.\cancel{32}^{16}}{\cancel{m}.\cancel{18}_{9}}$$

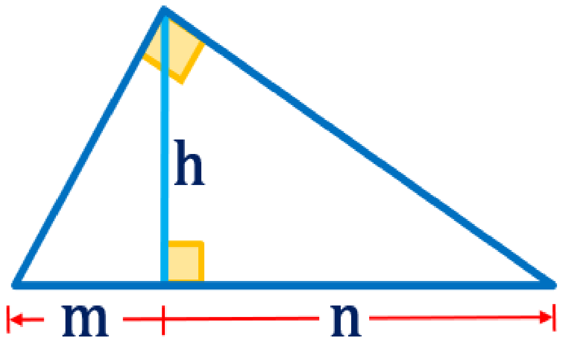
$$\frac{(AP)^2}{(AQ)^2} = \frac{16}{9}$$

$$\boxed{\frac{AP}{AQ} = \frac{4}{3}}$$

6. En la figura, BM = MH y HN = 5. Calcule CN.



RESOLUCIÓN



- Piden: x
- Aplicando el teorema de la altura:

$$h^2 = mn$$

En ⊿ABC: $(2a)^2 = (m)(5+x)$ ... (1)

En ⊿AMN: $a^2 = (m)(5)$ ... (2)

- Dividiendo (1) con (2)

$$\frac{4\cancel{a^2}}{\cancel{a^2}} = \frac{(\cancel{m})(5+x)}{(\cancel{m})(5)}$$

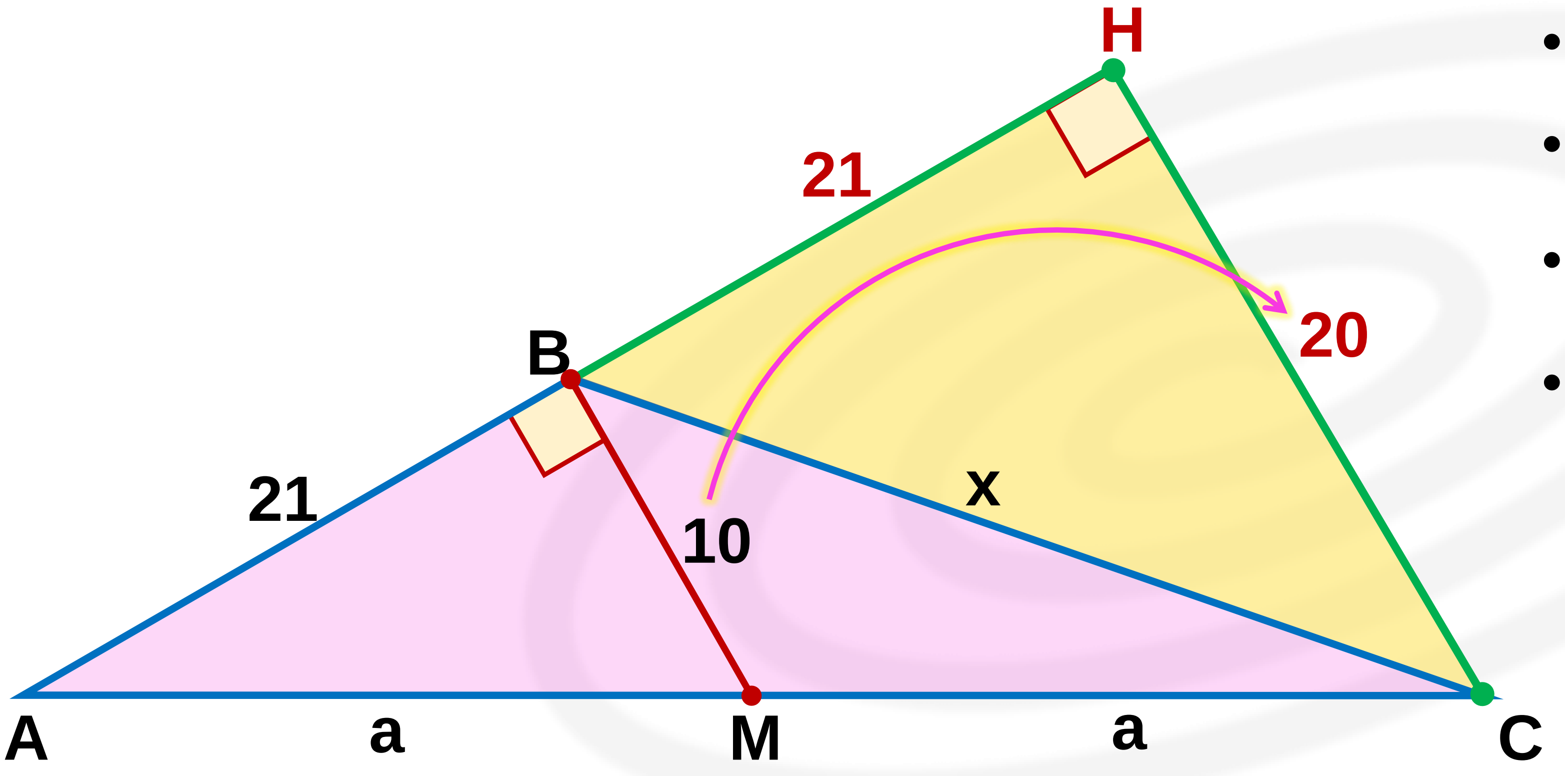
$$4 = \frac{5+x}{5}$$

$$20 = 5+x$$

$$15 = x$$

$$\boxed{CN = 15\ u}$$

7. En la figura, AM = MC. Halle el valor de x.



- Piden: x
- Construimos ⊿AHC
- $\overline{BM}$ Base media de ⊿AHC
- En ⊿BHC: T. Pitágoras.

$$x^2 = 21^2 + 20^2$$

$$x^2 = 441 + 400$$

$$x^2 = 841$$

$$\boxed{x = 29}$$