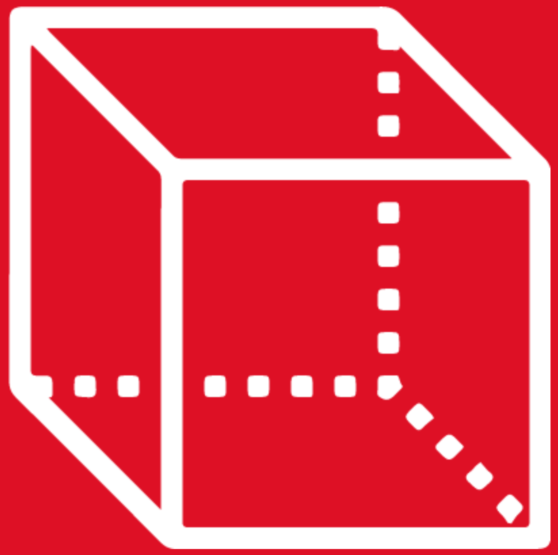
GEOMETRÍA

Capítulo 21

3rd
SECONDARY

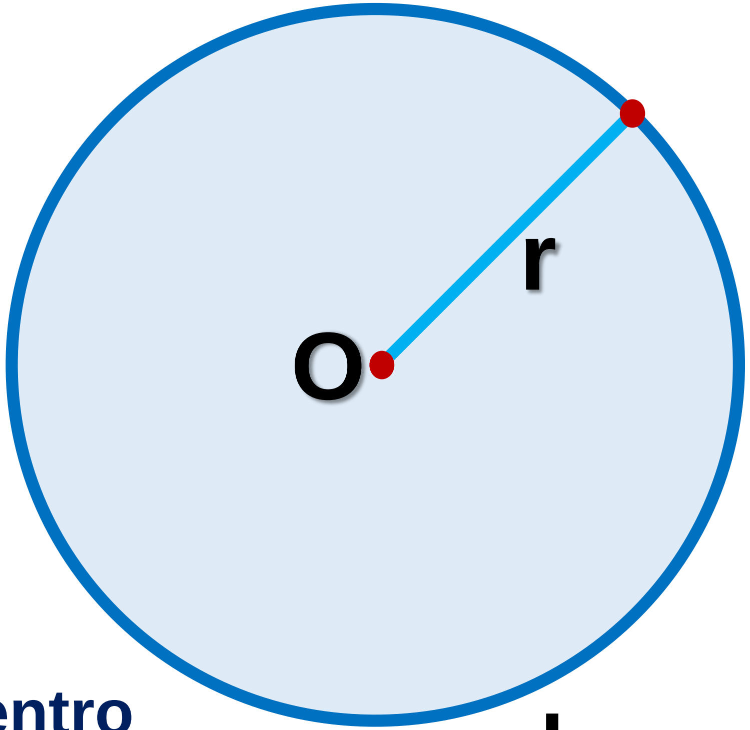
ÁREA DE REGIONES CÍRCULARES



Uno de los grandes inventos del hombre fue la rueda (la que denominamos círculo) cuya mayor aplicación era en el transporte; hoy en día se fabrican en serie, círculos que tienen infinitas aplicaciones y para generar dicha producción se diseñan moldes llamados matrices utilizando para ello las fórmulas de cálculo de áreas de círculo.

ÁREAS DE REGIONES CIRCULARES

Círculo.- Es la unión de la circunferencia y su región interior.



O : Centro

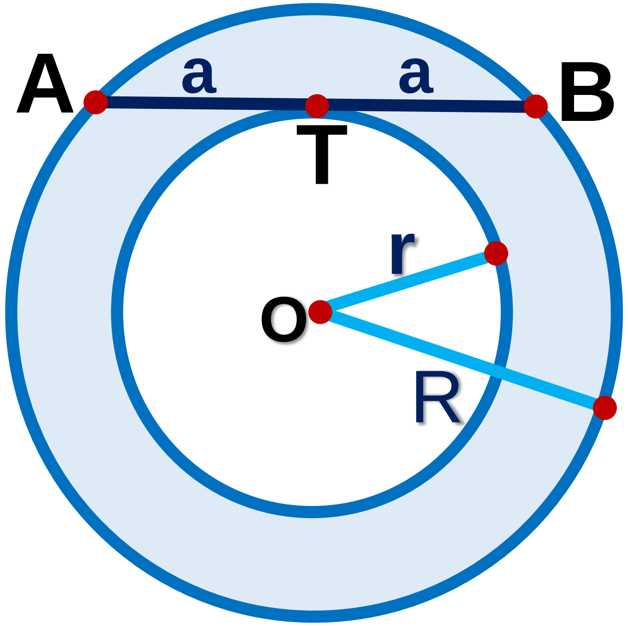
S : Área del círculo

$S = \pi . r^2$

L : longitud de la circunferencia

$L = 2\pi . r$

Corona circular.- Es la región comprendida entre dos circunferencias concéntricas.



O : Centro

S : Área de la corona circular

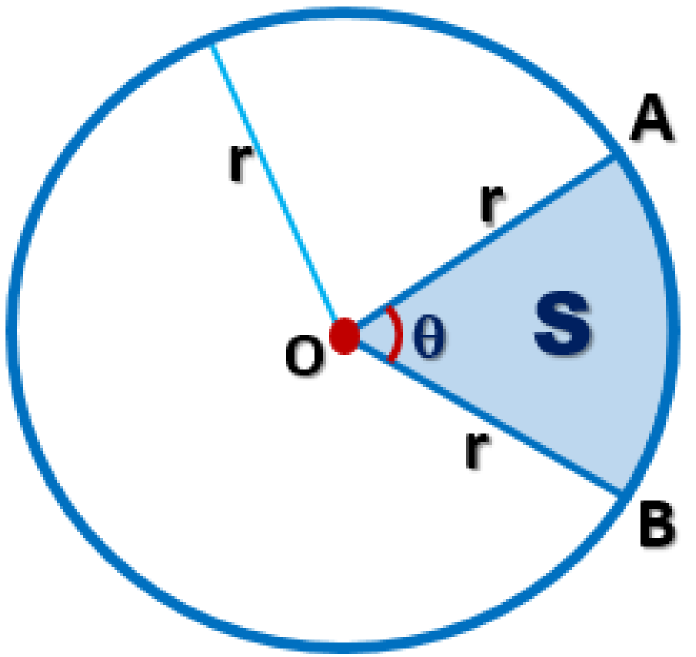
$S = \pi (R^2 - r^2)$

$S = \pi . a^2$

$S = \frac{\pi (AB)^2}{4}$

Sector circular

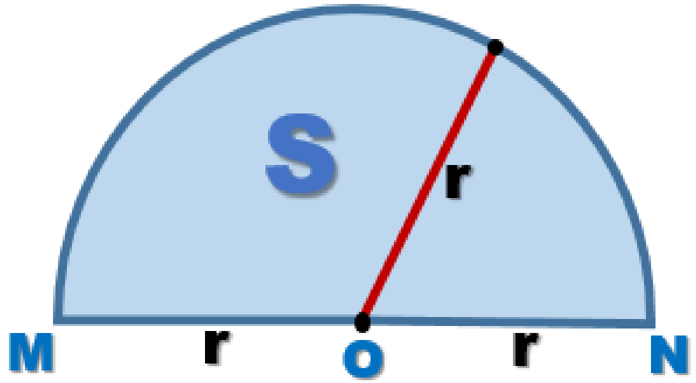
Es una parte del círculo limitada por dos radios y su arco correspondiente.



O : Centro

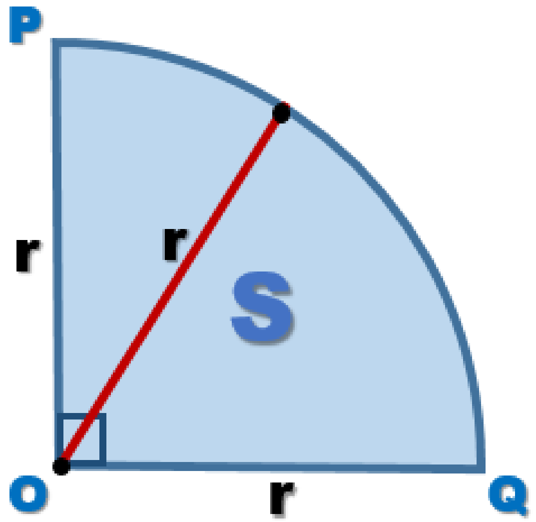
$$S = \frac{\theta \cdot r^2 \cdot \pi}{360°}$$

Semicírculo



O : Centro

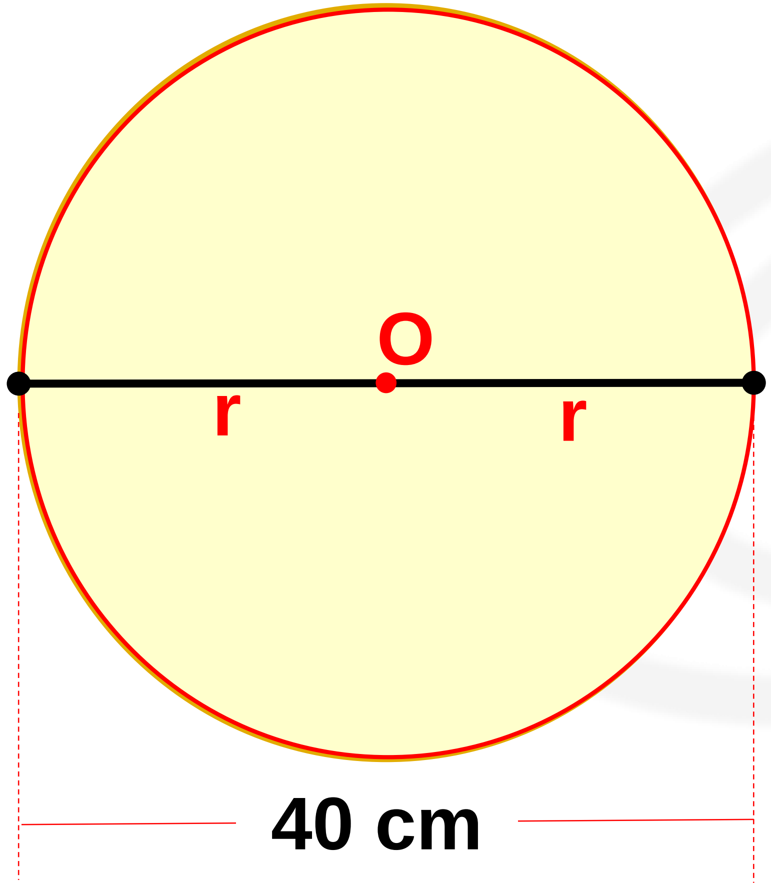
$$S = \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$$



O : Centro

$$S = \frac{r^2 \cdot \pi}{4}$$

1. Con una plancha metálica, José, fábrica un letrero de forma circular para evitar que otros autos se estacionen en la puerta de su garaje. ¿Qué área tendrá dicho letrero?



Resolución

- Piden: S

$$S = \pi . r^2$$

- En la figura:

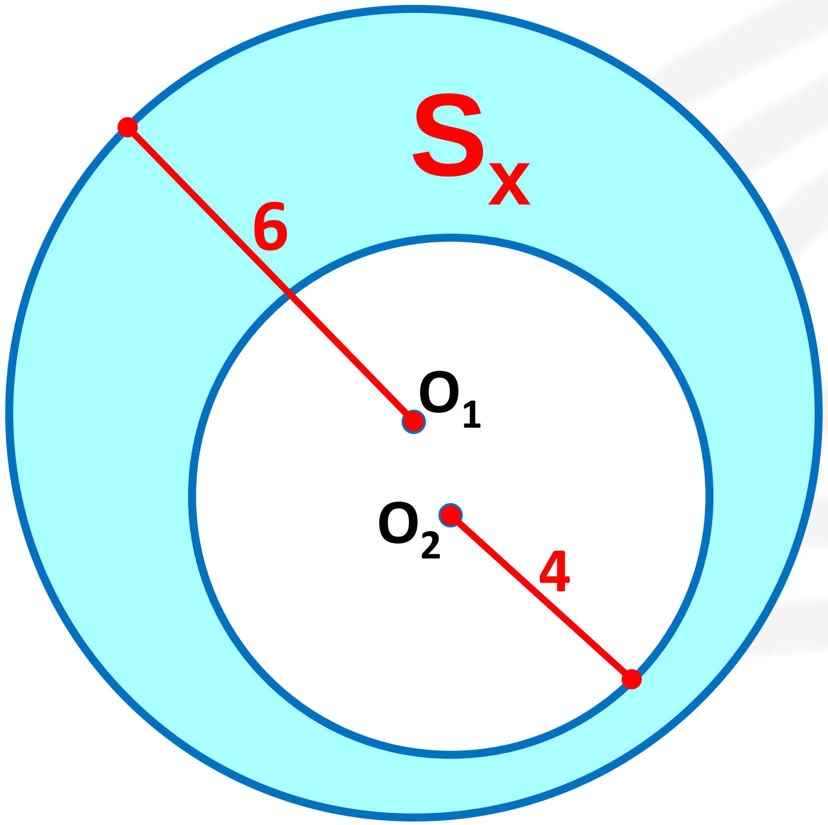
$$2r = 40 \text{ cm}$$
$$r = 20$$

- Calculando S

$$S = \pi . 20^2$$

$$\boxed{S = 400\pi \text{ cm}^2}$$

2. Determine el área de la región limitada por dos circunferencias interiores, cuyos radios miden 4 m y 6 m.



Resolución

- **Piden:** S_x

$$S_x = S_{(mayor)} - S_{(menor)}$$

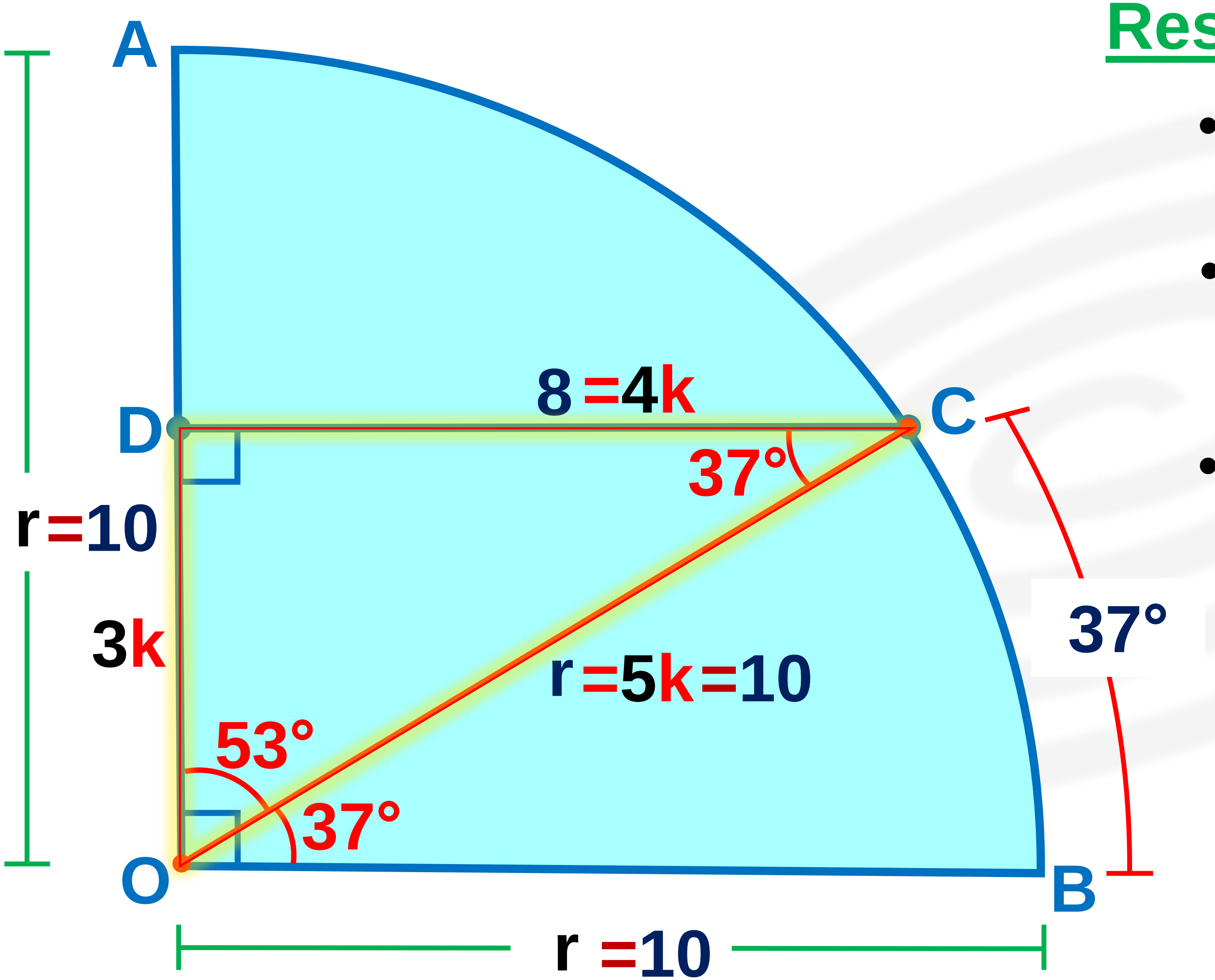
- **Reemplazando**

$$S_x = \pi(6)^2 - \pi(4)^2$$

$$S_x = 36\pi - 16\pi$$

$$\boxed{S_x = 20\pi\ m^2}$$

3. En la figura, calcule el área de la región limitada por el sector circular AOB.



Resolución

- Piden: S_{AOB}

$$S_{AOB} = \frac{\pi.r^2}{4}$$

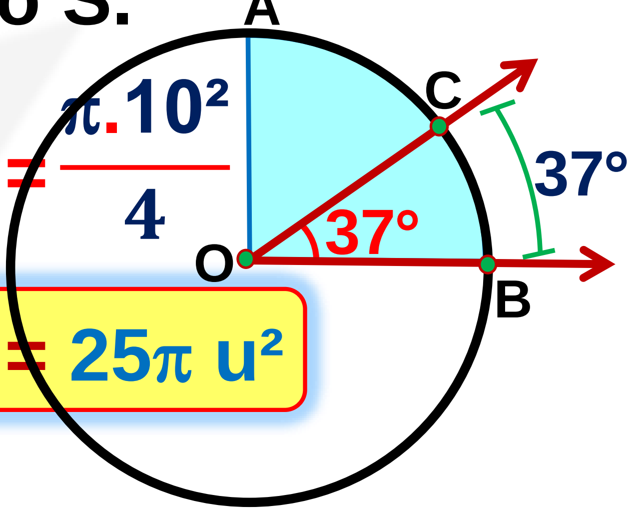
- ⊿ODC: Notable de 37° y 53°

$r = 10$

- Calculando S.

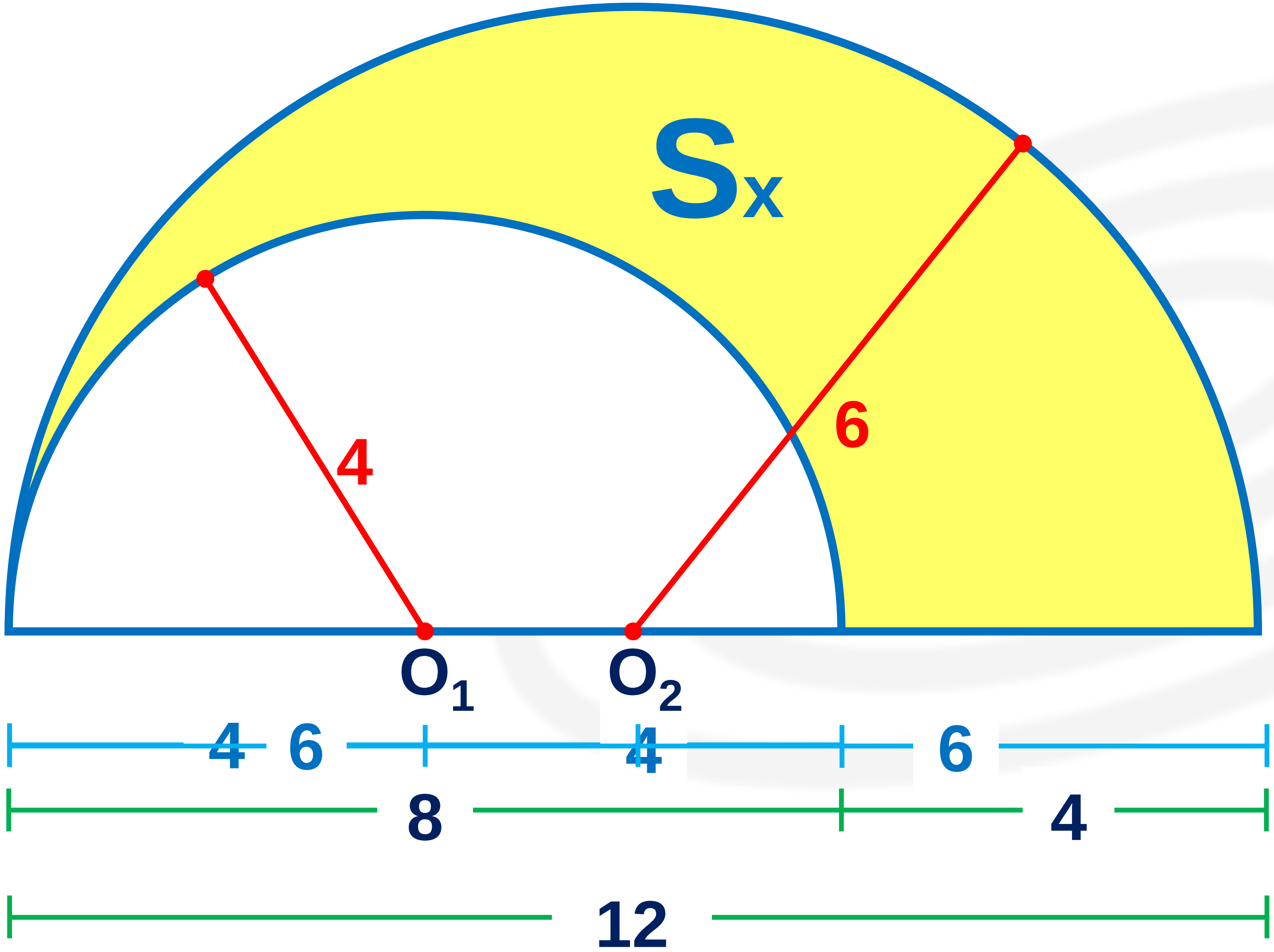
$$S_{AOB} = \frac{\pi.10^2}{4}$$

ÁNGULO CENTRAL:



$$\boxed{S_{AOB} = 25\pi\ u^2}$$

4. En los semicírculos mostrados, calcule el área de la región sombreada.



Resolución

- Piden: S_x

$$S_x = S_{(mayor)} - S_{(menor)}$$

- Reemplazando:

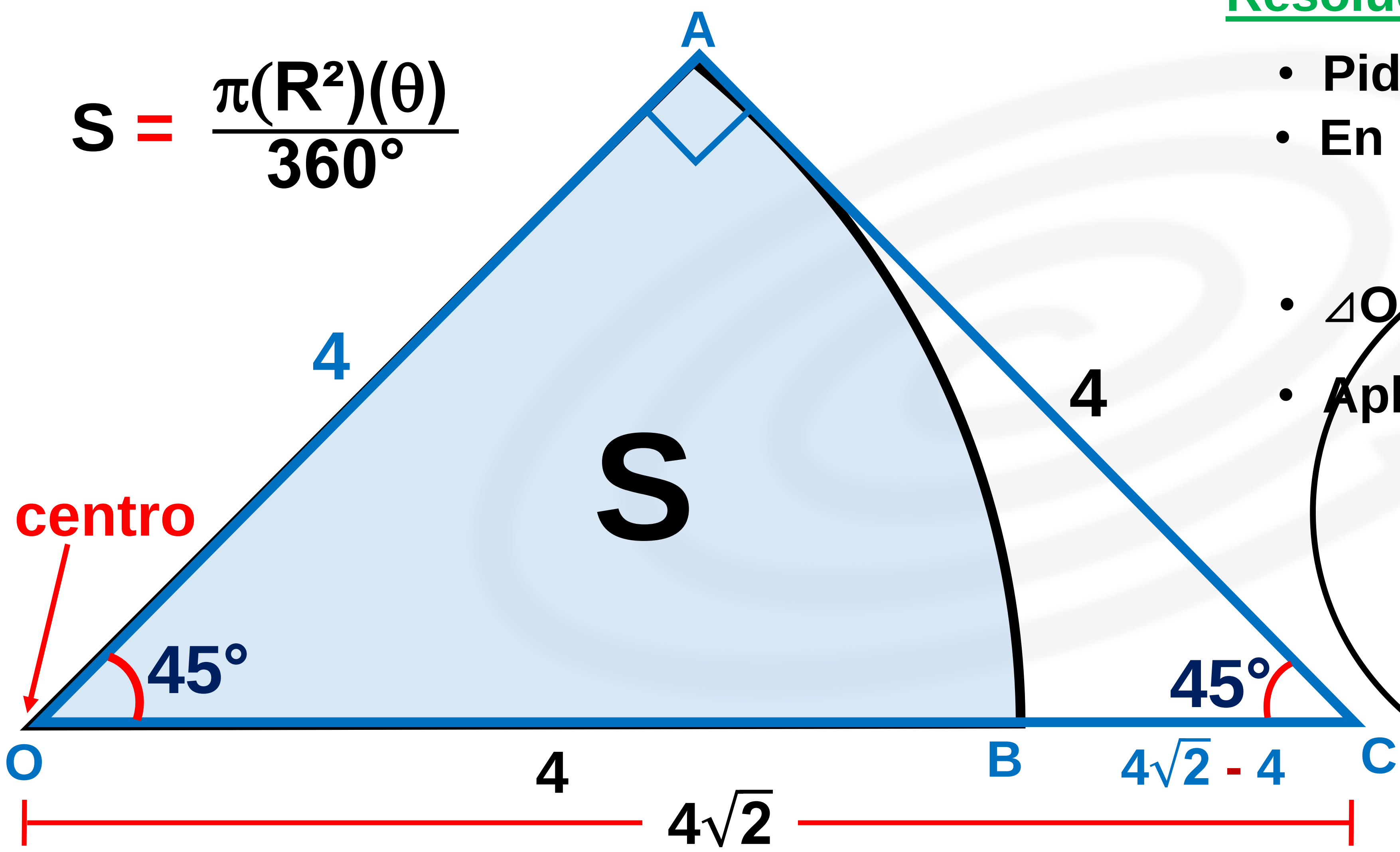
$$S_x = \frac{\pi(6)^2}{2} - \frac{\pi(4)^2}{2}$$

$$S_x = 18\pi - 8\pi$$

$$\boxed{S_x = 10\pi \ u^2}$$

5. En la figura, calcule el área de la región sombreada AOB.

$$S = \frac{\pi(R^2)(\theta)}{360^\circ}$$

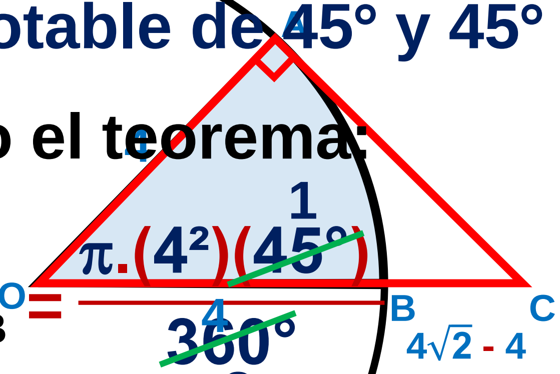


Resolución

- Piden: S_{AOB}
- En el sector circular:

$$OA = OB = 4$$

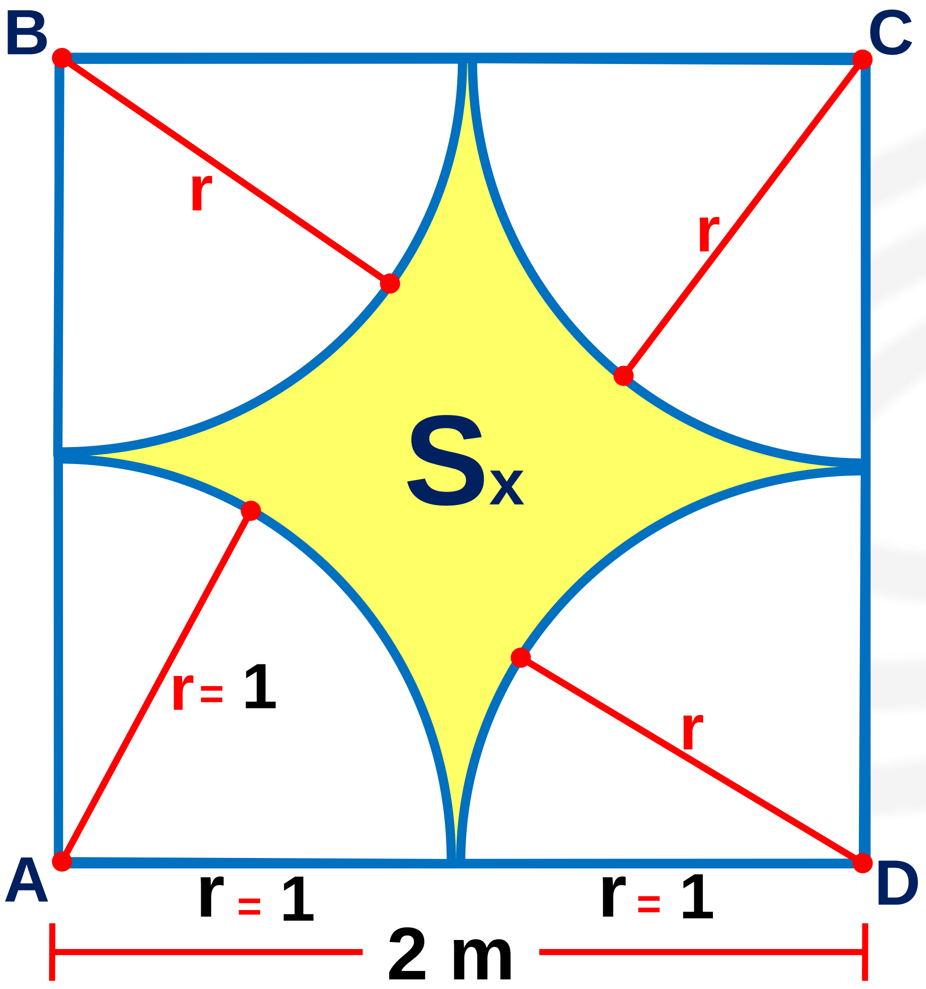
- ⊿OAC: Notable de 45° y 45°
- Aplicando el teorema:

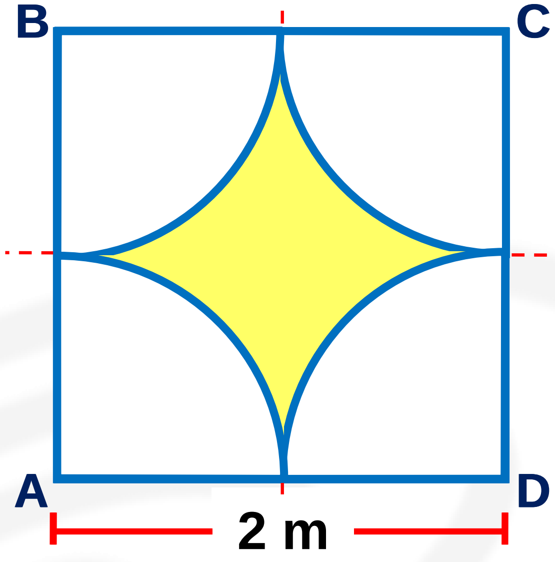


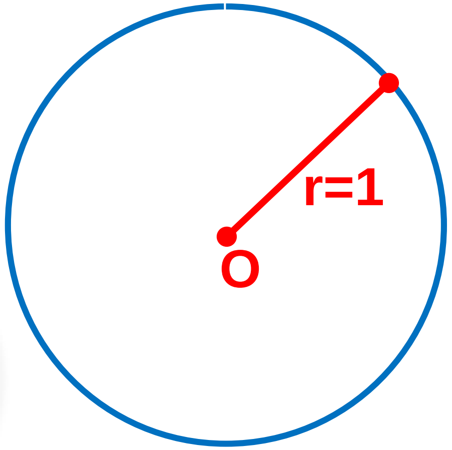
$$S_{AOB} = \frac{\pi.(4^2)(\cancel{45^\circ}^{\,1})}{\cancel{360^\circ}_{\,8}}$$

$$\boxed{S_{AOB} = 2\pi\ u^2}$$

6. En el cuadrado ABCD, determine el área de la región sombreada.







Resolución

- Piden: S_x

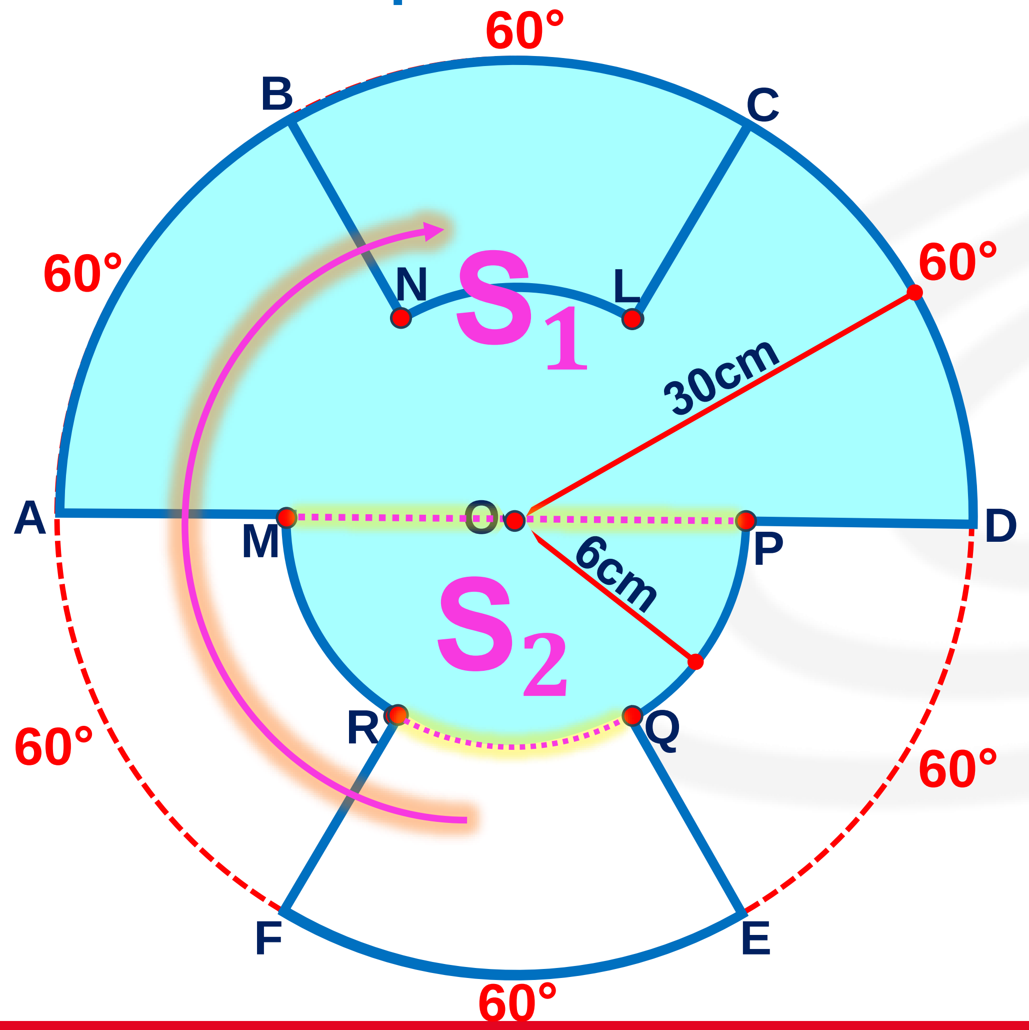
$$S_x = S_{ABCD} - S_{CÍRCULO}$$

$$S_x = 2^2 - \pi(1)^2$$

$$S_x = 4 - \pi$$

$$\boxed{S_x = (4 - \pi)\ m^2}$$

7. Dos circunferencia concéntricas son la base para construir una hélice, sobre cada circunferencia se ubican seis puntos equidistantes dos a dos. ¿Qué cantidad de plancha metálica será necesario para realizar dicho trabajo?



Resolución

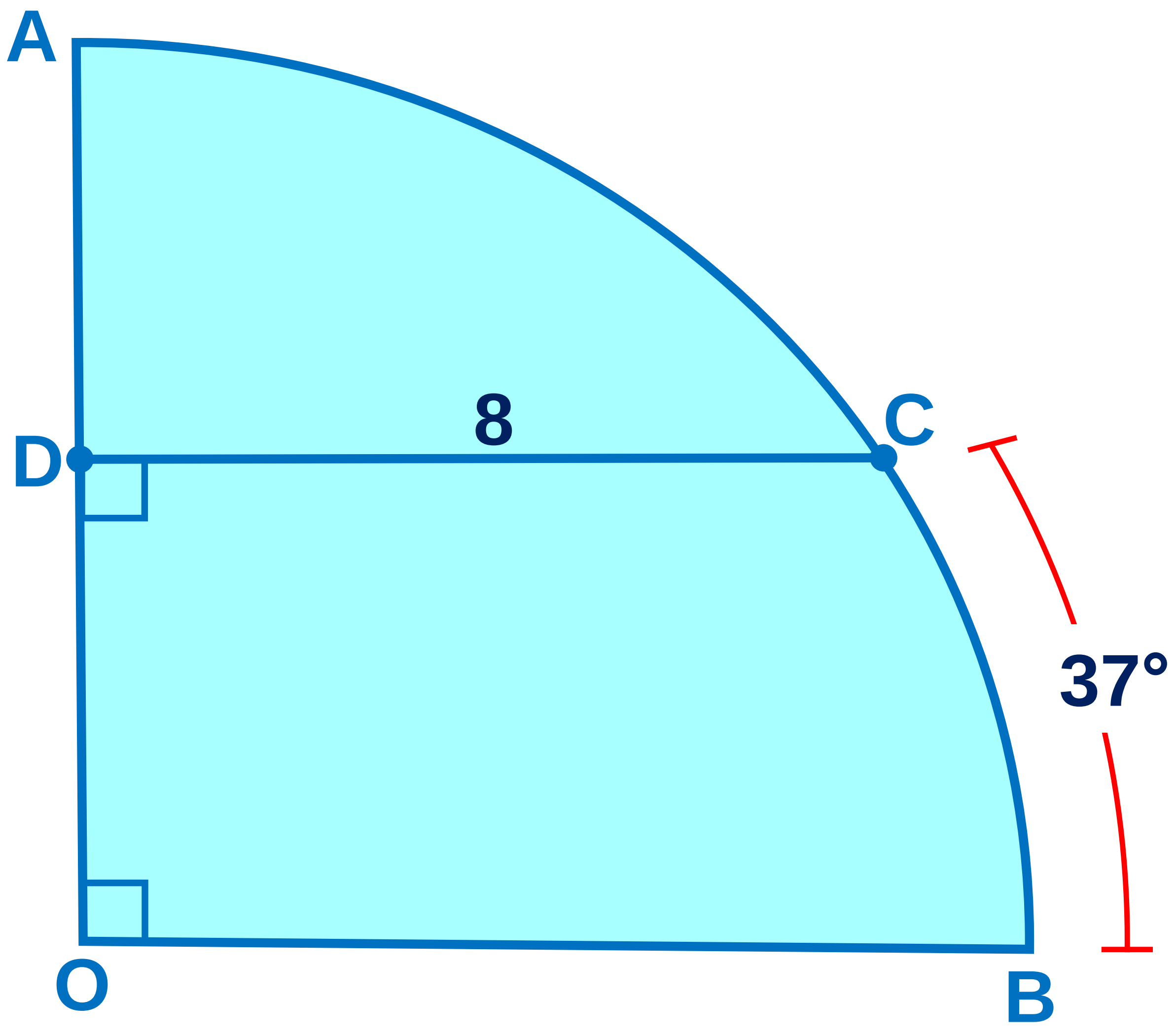
Piden: $S_1 + S_2$.

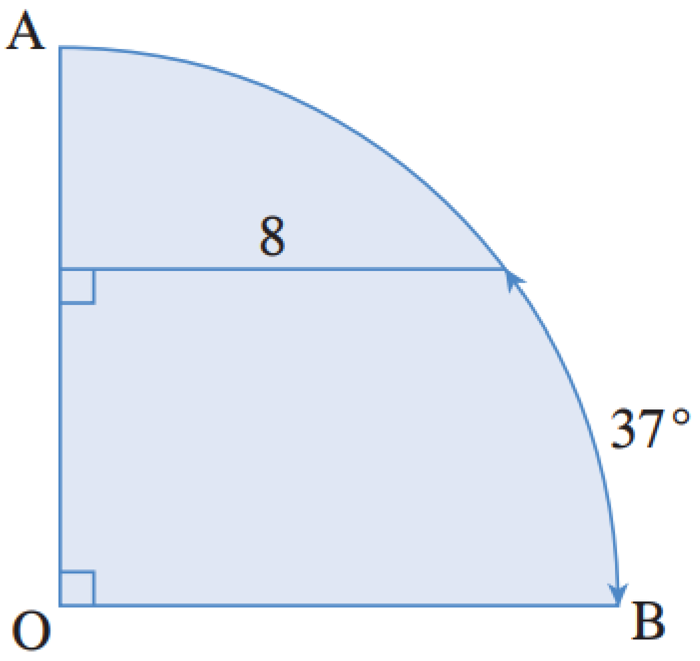
$$S_1 + S_2 = \frac{\pi.30^2}{2} + \frac{\pi.6^2}{2}$$

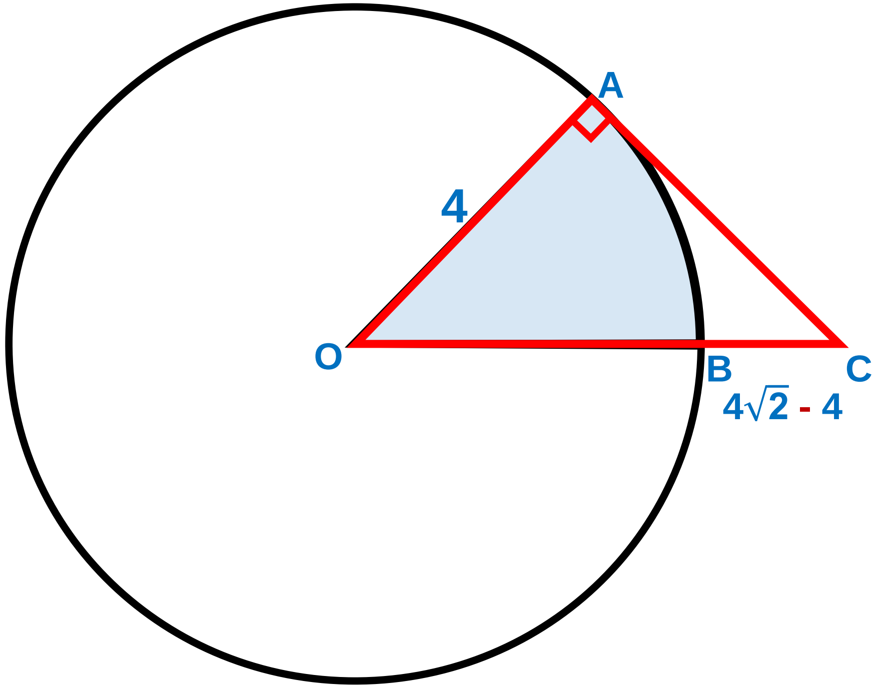
$$S_1 + S_2 = \frac{\pi.900}{2} + \frac{\pi.36}{2}$$

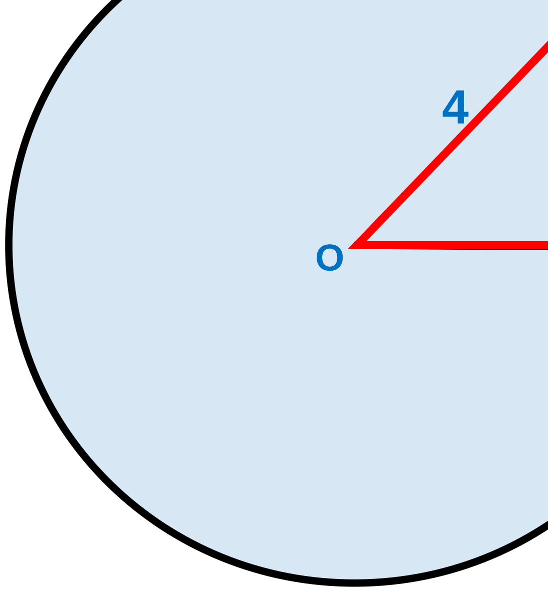
$$S_1 + S_2 = 450\pi + 18\pi$$

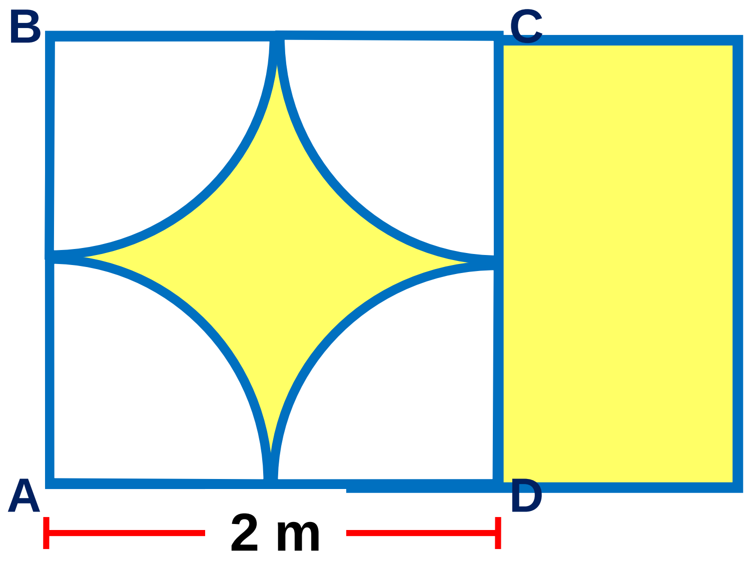
$$\boxed{S_1 + S_2 = 468\pi \text{ cm}^2}$$


A
8
C
D
37°
O
B

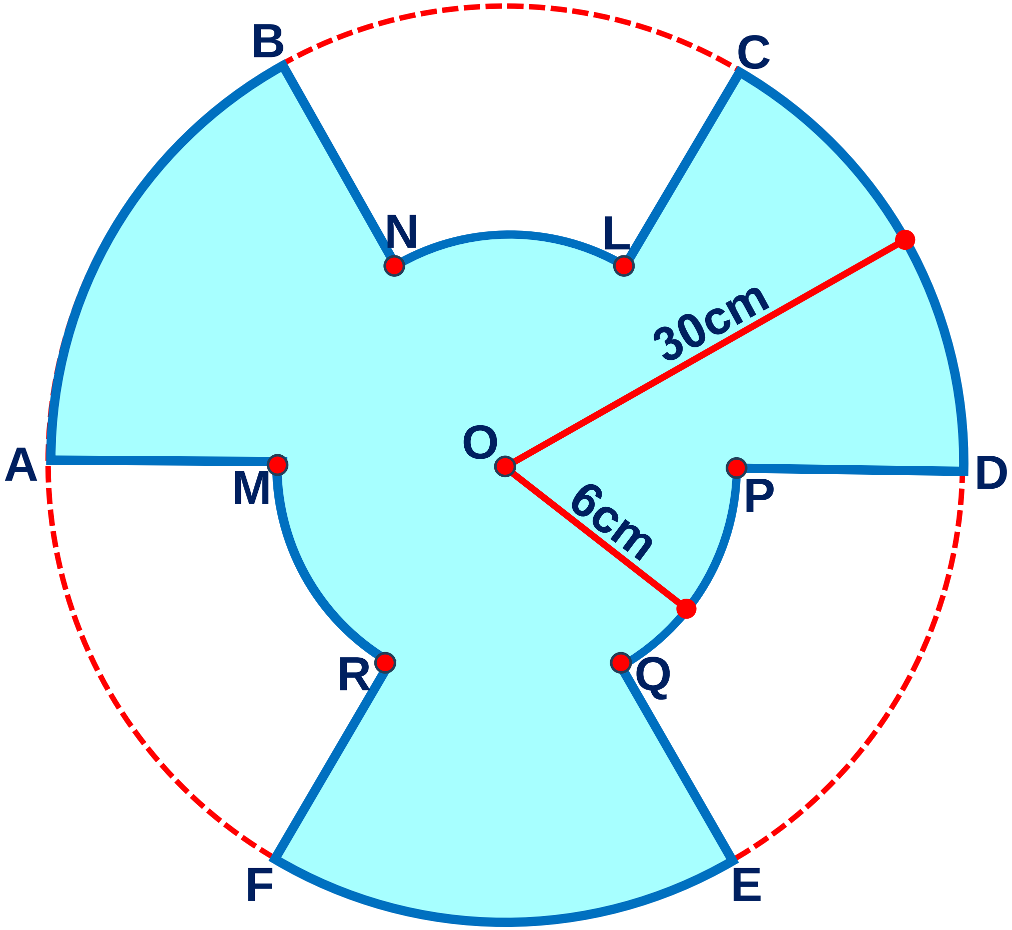

A
8
37°
O
B

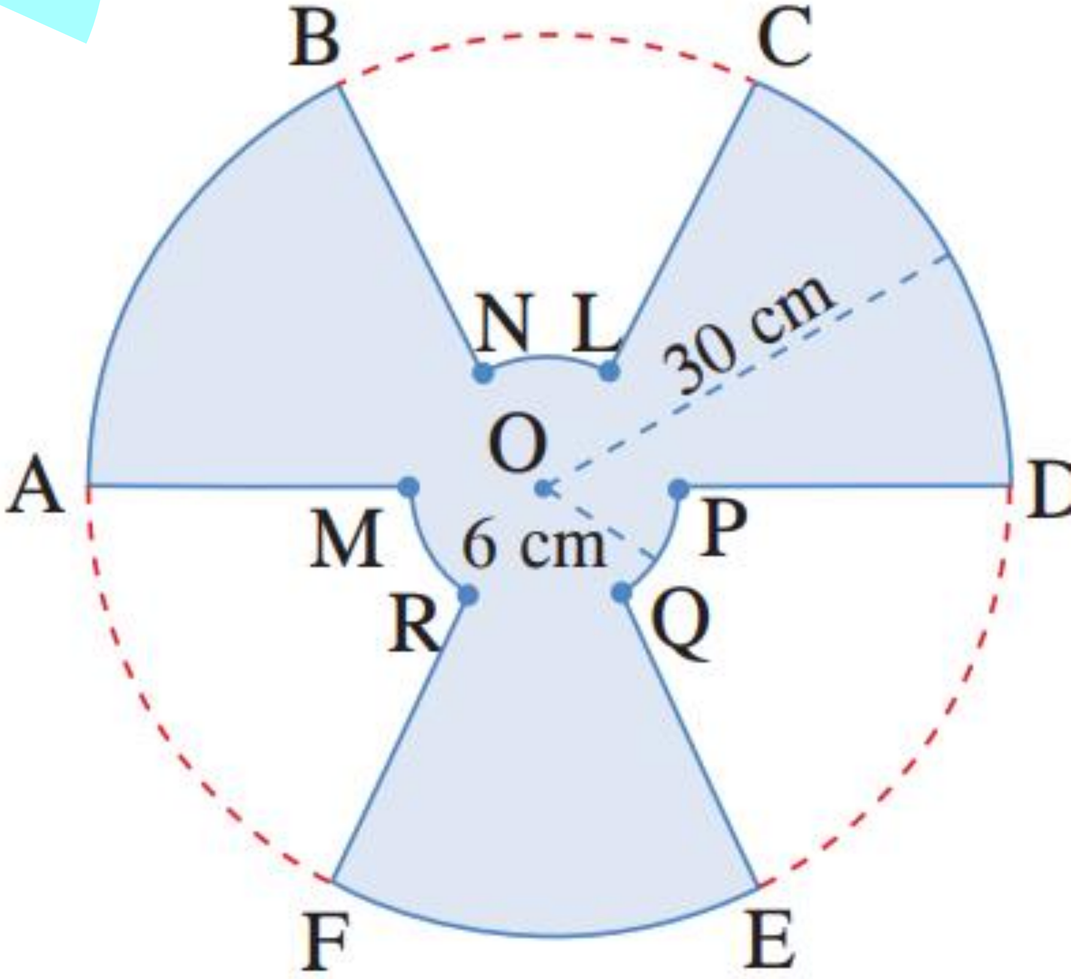

A
4
O
B
C
4√2 - 4


4
O

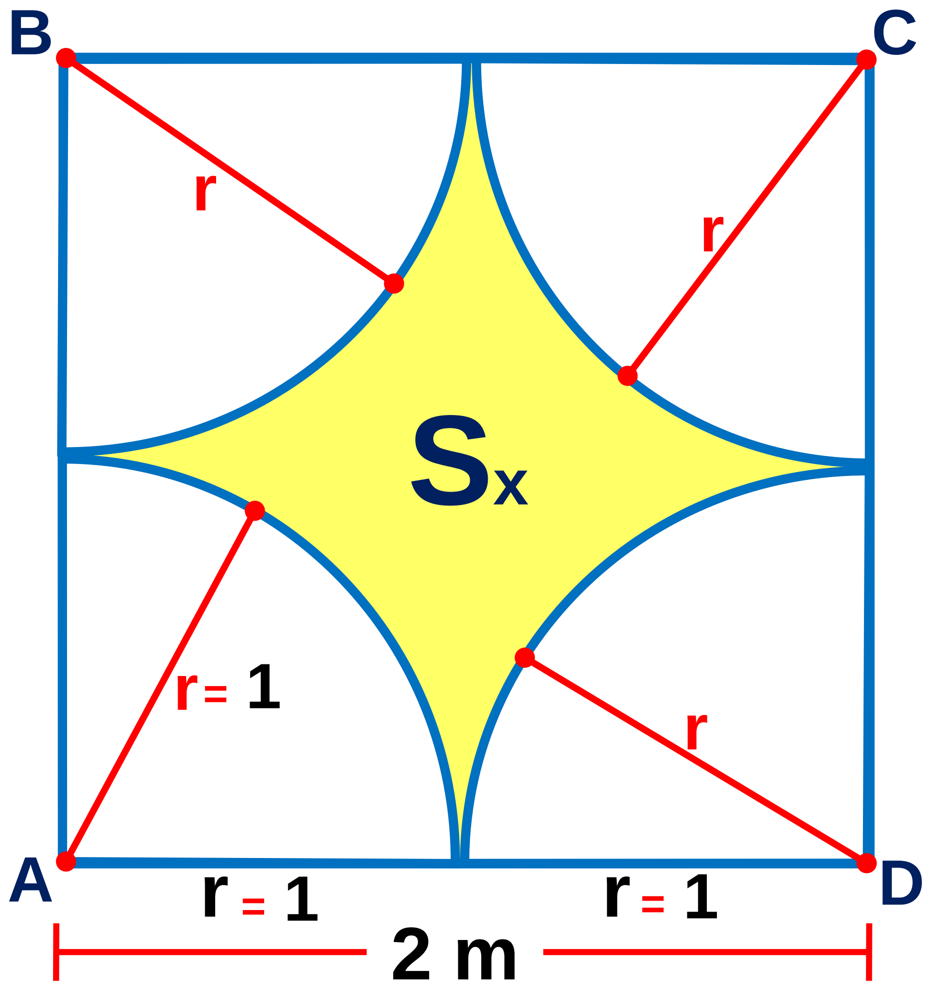

B
C
A
D
2 m

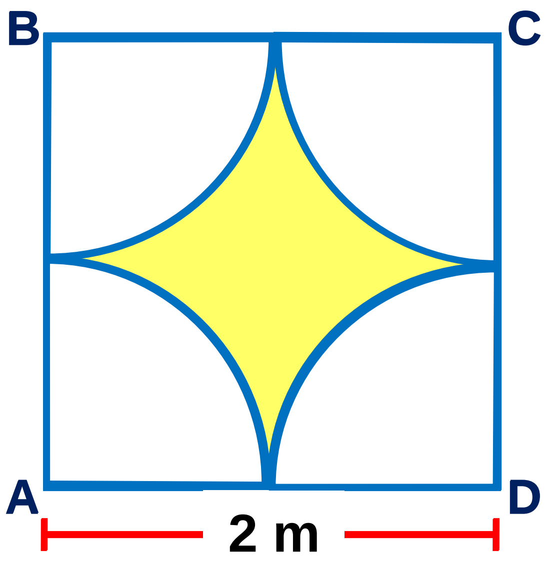

C
D

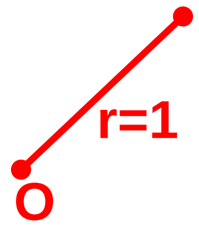

B
C
N
L
30cm
O
A
M
6cm
P
D
R
Q
F
E


B
C
N
L
30 cm
O
A
M
6 cm
P
D
R
Q
F
E

6. En el cuadrado ABCD, determine el área de la región sombreada.







Resolución

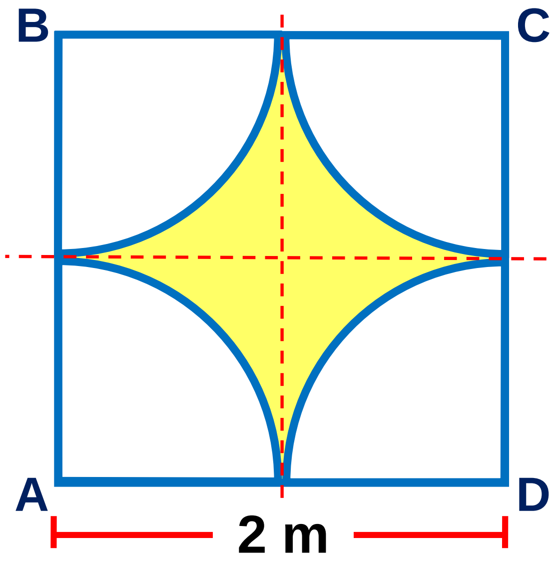
- Piden: S_x

$$S_x = S_{ABCD} - S_{CÍRCULO}$$

$$S_x = 2^2 - \pi(1)^2$$

$$S_x = 4 - \pi$$

$$\boxed{S_x = (4 - \pi)\ m^2}$$


B
C
A
D
2 m