ALGEBRA

5th
SECONDARY

HELICOASESORÍA
TOMO 1

SACO OLIVEROS

Problema 1

Si:

$$P(x+3) = 4x + 11$$

Calcular: $P(x)$

Resolución:

$$P(x+3) = 4x + 11$$

Cambio de Variable $\boxed{x + 3 = a}$

$$x = a - 3$$

$$\Rightarrow \quad P(a - 3 + 3) = 4(a - 3) + 11$$

$$P(a) = 4a - 1$$

Entonces:

$$P(x) = 4(x) - 1$$

$$\boxed{\therefore P(x) = 4x - 1}$$

Problema 2

Si:

$$P(x) = 4x - 7$$

$$P\big(F(x)\big) = 20x + 1$$

Calcular: $F(6)$

Resolución:

$$P(x) = 4x - 7$$

Luego: $\boxed{x \Rightarrow F(x)}$

$$\Rightarrow \underbrace{P(F(x))}_{20x+1} = 4(F(x)) - 7$$

$$\Rightarrow 20x + 8 = 4F(x)$$

$$\boxed{5x + 2 = F(x)}$$

Nos piden: $F(6)$

$$5(6) + 2 = F(6)$$

$$\boxed{\therefore F(6) = 32}$$

Problema 3

Dados los polinomios:

$$P(x) = (a+b-2)x^2 + (a+c-2)x + (b+c+3)$$

$$Q(x) = 4x^2 + x + 10$$

Donde: P(x) ≡ Q(x)

Calcular el valor de a+b+c

Resolución:

$$P(x) = (a+b-2)x^2 + (a+c-2)x + (b+c+3)$$

$$Q(x) = 4x^2 + x + 10$$

Si: P(x) ≡ Q(x)

Entonces

$$a+b-2=4\ ;\ a+c-2=1\ ;\ b+c+3=10$$

$$\left.\begin{aligned} a+b&=6\\ a+c&=3\\ b+c&=7 \end{aligned}\right\} +$$

$$2(a+b+c)=16$$

$$\boxed{\therefore\quad a+b+c=8}$$

Problema 4

Si: $x + x^{-1} = 4$

Calcular el valor de:

$$x^3 + x^{-3}$$

Recordar

Identidad de Cauchy

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a+b)$$

Resolución:

$$x + x^{-1} = 4$$

Elevamos al cubo ambos miembros:

$$(x + x^{-1})^3 = (4)^3$$

Aplicando Cauchy

$$(x)^3 + (x^{-1})^3 + 3\underbrace{(x)(x^{-1})}_{1}\underbrace{(x + x^{-1})}_{4} = 64$$

$$\Rightarrow x^3 + x^{-3} + 12 = 64$$

$$\boxed{\therefore x^3 + x^{-3} = 52}$$

Problema 5

Halle el valor de :

$$P = \sqrt[8]{8(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)+1}$$

Recordar

Identidad básica

$$\boxed{(A+B)(A-B) = A^2 - B^2}$$

Resolución:

$$P = \sqrt[8]{8(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)+1}$$

$$P = \sqrt[8]{\underbrace{(3^2-1)(3^2+1)}(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)+1}$$

$$P = \sqrt[8]{\underbrace{(3^4-1)\,(3^4+1)}(3^8+1)(3^{16}+1)+1}$$

$$P = \sqrt[8]{\underbrace{(3^8-1)\,(3^8+1)}(3^{16}+1)+1}$$

$$P = \sqrt[8]{\underbrace{(3^{16}-1)(3^{16}+1)}+1}$$

$$P = \sqrt[8]{(3^{32}-\cancel{1})\ +\cancel{1}}$$

$$P = \sqrt[\cancel{8}]{3^{3\cancel{2}}} \Rightarrow P = 3^4$$

$$\therefore\ P = 81$$

Problema 6

Simplifique:

$$P=\sqrt{(x+6)^2-(x+8)(x+4)}$$

Recordar

Identidad

$$\boxed{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$$

Identidad de Steven

$$\boxed{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$$

Resolución:

$$P=\sqrt{(x+6)^2-(x+8)(x+4)}$$

Aplicamos Binomio suma al Cuadrado

$$\boxed{(x+6)^2=x^2+12x+36}$$

Aplicamos identidad Steven

$$(x+8)(x+4)=x^2+(8+4)x+(8)(4)$$

$$\boxed{(x+8)(x+4)=x^2+12x+32}$$

Reemplazando en P

$$P=\sqrt{\cancel{x^2}+\cancel{12x}+36-(\cancel{x^2}+\cancel{12x}+32)}$$

$$P=\sqrt{4}$$

$$\boxed{\therefore\ P=2}$$

Problema 7

Si: a +b + c = 0

Calcular el valor de:

$$\frac{a^2}{bc}+\frac{b^2}{ac}+\frac{c^2}{ab}$$

Recordar

Identidad Condicional:

Si: $x+y+z=0$

Se cumple que:

$$\boxed{x^3+y^3+z^3=3xyz}$$

Resolución:

Multiplicando en cada fracción convenientemente

$$\frac{a^2}{bc}\cdot\frac{a}{a}+\frac{b^2}{ac}\cdot\frac{b}{b}+\frac{c^2}{ab}\cdot\frac{c}{c}$$

Efectuando

$$\frac{a^3}{abc}+\frac{b^3}{abc}+\frac{c^3}{abc}$$

Luego

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{abc}$$

Reemplazando

$$\frac{3\cancel{abc}}{\cancel{abc}}$$

$$\boxed{\therefore\quad 3}$$

Problema 8

La entrada a un cine por cada persona cuesta S/. (x+4). Si en total asistieron $(x^2 - 4x + 16)$ personas y se recaudó S/. 280. ¿Cuántas personas asistieron al cine?

Recordar

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

Resolución:

Recuerda!

(Costo entra.)(#person.)=recaudación

$$(x+4)(x^2 - 4x + 16) = 280$$

$$x^3 + 4^3 = 280$$

$$x^3 = 280 - 64$$

$$x^3 = 216$$

$$x = 6$$

 # personas : $x^2 - 4x + 16$

$$(6)^2 - 4(6) + 16 = 28$$

$$\therefore 28\ personas$$

Problema 9

Calcular : m.n
Si la siguiente división es exacta

$$\frac{mx^5+nx^4+4x^2-3x^3+5x-6}{3x^2+x-2}$$

Recordar

Si la División es exacta cumple Horner invertido

Resolución:

Ordenamos el dividendo
Aplicamos Horner Invertido

-2	-6	5	4	-3	n	m
-1		-3	-9			
		2	1	3		
-3			-4	-2	-6	
				-2	-1	-3
x	3	-1	2	1	0	0

$n-6-1=0 \Rightarrow n=7$

$m-3=0 \Rightarrow m=3$

$$\therefore m.n=21$$

Problema 10

En la división:

$$\frac{5x^5+x^4+10x^3-13x^2-23x-4}{5x+1}$$

Calcule el término lineal del cociente.

Resolución

$5x+1=0$

Por RUFFINI

$x=\frac{-1}{5}$

	5	1	10	-13	-23	-4
$x=\frac{-1}{5}$		-1	0	-2	3	+4
	5	0	10	-15	-20	**0**
$\div 5$	1	0	2	-3	-4	

$$Q(x)=x^4+2x^2-3x-4$$

Término lineal : -3x