ARITHMETIC

Chapter 13

5th
SECONDARY

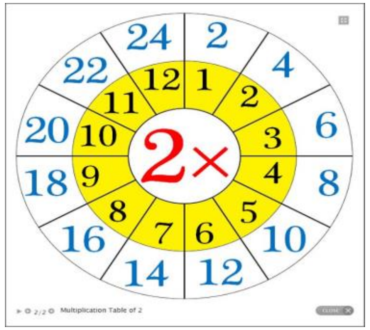
Multiplicación y División

SACO OLIVEROS

ORIGEN DE LA MULTIPLICACIÓN

Los primeros en usar la **multiplicación** fueron los **egipcios**, aproximadamente en el año 2700 A.C. Usaron un sistema que llamaron multiplicación por **duplicación**.

Otra civilización pionera en usar la multiplicación fue la **sumeria**, en Asia menor, hacia el 2600 A.C. Inventaron las tablas de multiplicar y las escribían en **tablas de arcilla secadas al sol**.



1 MULTIPLICACIÓN

$$M \times m = P$$

Donde:

M: Multiplicando

m: Multiplicador

P: Producto

Productos parciales

$$\begin{array}{lrl}
 & 4\,6\,8\,3 & \times \\
 & 2\,6\,4 & \\
\hline
4683 \times 4 = & 1\,8\,7\,3\,2 & \rightarrow \text{1er Producto parcial} \\
4683 \times 6 = & 2\,8\,0\,9\,8 & \rightarrow \text{2do Producto parcial} \\
4683 \times 2 = & 9\,3\,6\,6 & \rightarrow \text{3er Producto parcial} \\
\hline
 & 1\,2\,3\,6\,3\,1\,2 & \rightarrow \text{Producto total}
\end{array}$$

2 DIVISIÓN

Algoritmo de una división entera

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \hline r & q \end{array} \Rightarrow \boxed{D = (d)(q) + r}$$

Donde:

D: Dividendo

d: divisor

q: cociente

r: residuo

CLASES DE DIVISIÓN

DIVISIÓN ENTERA EXACTA

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \hline 0 & q \end{array}$$

$$\boxed{D = (d).(q)}$$

DIVISIÓN ENTERA INEXACTA $(0 < r < d)$

POR DEFECTO

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 51 & 8 \\ \hline 3 & 6 \end{array} \Rightarrow 51 = (8)(6) + 3$$

En general:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r_d & q_d \end{array} \Rightarrow \boxed{D = (d)(q_d) + r_d}$$

POR EXCESO

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 51 & 8 \\ \hline 5 & 7 \end{array} \Rightarrow 51 = (8)(7) - 5$$

En general:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r_e & q_e \end{array} \Rightarrow \boxed{D = (d)(q_e) - r_e}$$

Propiedades

- Suma de residuos $r_d + r_e = d$

- Del resto:

$0 < r < d$

$(r_d, r_e)_{min} = 1$

$(r_d, r_e)_{max} = d - 1$

- Sabemos

$D = dq + r$

$D \times n = (d \times n)q + r \times n$

$\frac{D}{n} = \frac{d}{n}q + \frac{r}{n}$

1. Se desea conocer las edades de los docentes de aritmética Raúl y Jorge, que laboran en el colegio Apeirón. Sabiendo que el producto de sus edades es 1333, pero si a la edad del mayor se le aumenta 12 unidades el nuevo producto sería 1705. Determine dichas edades.

RESOLUCIÓN

Raúl: $\mathbf{M}$ años
Jorge: $\mathbf{m}$ años

Sabemos: $\boxed{M \times m = P}$

Reemplazando

$$M \cdot m = 1333 \quad ...(I)$$

$$\text{y} \quad (M+12) \cdot m = 1705$$

de...(I) $\cancel{M \cdot m} + 12m = \cancel{1333} + 372$

$$\Rightarrow 12m = 372$$

$$m = 31$$

Donde:

en...(I) $M \cdot 31 = 1333 \qquad M = 43$

NOS PIDEN Las edades 31 y 43

$\boxed{\text{31 y 43 años}}$

2. Si: $\overline{abc} \times 23$ termina en 389. Halle el valor de a + b + c.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\overline{abc}} \times \\ 23 \\ \hline 529 \\ 86 \\ \hline \ldots 389 \end{array}$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

* orden 1 $\quad c \cdot 3 = \ldots 9 \qquad c = 3$
* orden 2 $\quad b \cdot 3 = \ldots 2 = 12 \qquad b = 4$
* orden 3 $\quad a \cdot 3 + 1 = \ldots 5 \qquad a = 8$

NOS PIDEN

$a + b + c$

$\therefore\ 8 + 4 + 3 = 15$

$\boxed{15}$

3. La edad de mi abuelo coincide con el máximo numero que se le debe sumar a N, para que al volverlo a dividir por 24 su cociente haya aumentado en 3, Halle la edad de mi abuelo, si el residuo al dividir N entre 24 es 5

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{l|l} N & 24 \\ \hline 5 & q \end{array}$$

$$\boxed{D = d.q + r}$$

$$\boxed{N} = 24 . q + 5$$

RESOLUCIÓN

sea "x" máximo a aumentar al dividendo

$$\boxed{r_{máx} = d - 1} \qquad r_{nuevo} = 23$$

Reemplazando:

$$N + x = 24 . (q + 3) + 23$$

$$N + x = 24 . q + 72 + 23$$

Donde:

$$\cancel{N} + x = \boxed{\cancel{24 . q + 5}} + 90$$

NOS PIDEN $\therefore\ x = 90$

$$\boxed{90}$$

4. Al dividir $\overline{abc}$ entre $\overline{bc}$ se obtuvo 11 de cociente. Calcule la suma de cifras del dividendo si el residuo obtenido es igual al complemento aritmético de 20.

RESOLUCIÓN

$$\overline{abc} = (\overline{bc})(11) + 80$$

$$100a + \overline{bc} = 11(\overline{bc}) + 80$$

$$10\cancel{0}a = 1\cancel{0}(\overline{bc}) + 8\cancel{0}$$

$$10a = \overline{bc} + 8$$

Pero: $...0 = ...c + 8 \Rightarrow \boxed{c = 2}$

Reemplazando:

$$10a = \overline{b2} + 8 \Rightarrow \boxed{a = 9}$$

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{r|l} \overline{abc} & \overline{bc} \\ \hline \text{C.A}(20) = 80 & 11 \end{array}$$

Pero: $\overline{bc} > 80$

$\boxed{b = 8}$; $\cancel{9}$

NOS PIDEN $a + b + c$

$\therefore 9 + 8 + 2 = 19$

$\boxed{19}$

5. En una división inexacta, le falta 15 unidades al residuo para ser máximo y sería mínimo al restarle 18 unidades. Determine el dividendo si el cociente es el doble del residuo por exceso.

Propiedad: $\boxed{r_{máx} = d - 1}$

Reemplazando:

$19 + 15 = d - 1 \Rightarrow \boxed{d = 35}$

Propiedad: $\boxed{r_{min} = 1}$

Reemplazando:

$r_d - 18 = 1 \Rightarrow \boxed{r_d = 19}$

RESOLUCIÓN

Además: $\boxed{r_d + r_e = d}$

Reemplazando: $r_e = 16$

$q = 2(r_e) \qquad q = 2(16) \Rightarrow \boxed{q = 32}$

Sabemos que:

$D = (d)(q) + r_d$

Reemplazando:

$D = (35)(32) + 19$

$\therefore D = 1139$

NOS PIDEN

$\boxed{1139}$

6. Si: $\overline{abc} \cdot a = 3672$
$\overline{abc} \cdot b = 612$
$\overline{abc} \cdot c = 1224$

Calcule $(\overline{abc})^2$ y dé como respuesta la suma de cifras.

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{r l}
\overline{abc} & \times \\
\overline{abc} & \\
\hline
1224 & \overline{abc} \cdot c \\
612 & \overline{abc} \cdot b \\
3672 & \overline{abc} \cdot a \\
\hline
374544 &
\end{array}$$

Donde: $(\overline{abc})^2 = 374544$

Sabemos:

$$\boxed{(\overline{abc})^2 = (\overline{abc}) \times (\overline{abc})}$$

NOS PIDEN Suma de cifras

$\therefore\ 3 + 7 + 4 + 5 + 4 + 4 = 27$

$\boxed{27}$

7. Calcule la suma de cifras de un número entero que al ser dividido entre 82 deja como resto por defecto el doble del cociente por exceso y como resto por exceso el triple del cociente por defecto.

Del dato tenemos:

Defecto

$$\begin{array}{r|l} D & 82 \\ \hline 2(q+1) & q \end{array}$$

Exceso

$$\begin{array}{r|l} D & 82 \\ \hline 3q & (q+1) \end{array}$$

RESOLUCIÓN

Pero: $\boxed{r_d + r_e = d}$

$\Rightarrow 2(q + 1) + 3q = 82$

$5q = 80$

$\boxed{q = 16}$

$r_d = 2 . (16 + 1) \Rightarrow \boxed{r_d = 34}$

$D = (82).16 + 34 \qquad D = 1346$

NOS PIDEN

$\therefore$ Suma de cifras de $D = 14$

$\boxed{14}$