ALGEBRA

Chapter 8

3th

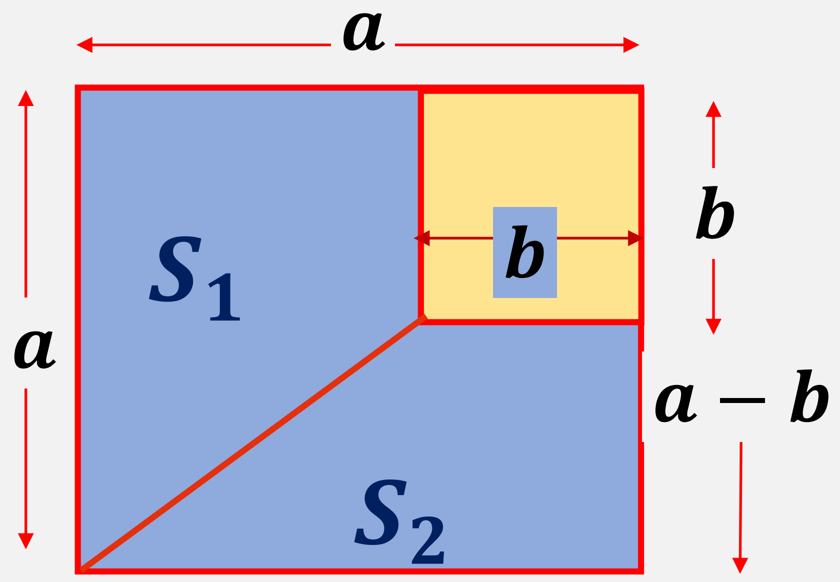
SECONDARY

PRODUCTOS NOTABLES II

SACO OLIVEROS

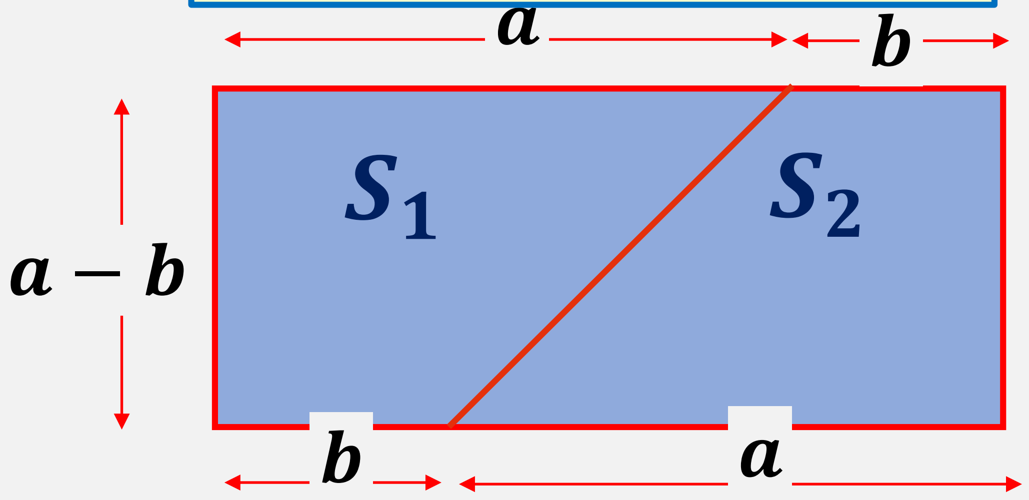
MOTIVATING STRATEGY

DIFERENCIA DE CUADRADOS



$$S_1 + S_2 = \boxed{a^2} - \boxed{b^2}$$

Transponiendo las posiciones de cada región:



$$S_1 + S_2 = (a+b)(a-b)$$

$$\therefore \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

I IDENTIDAD DE STEVEN:

$$(x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab$$

Ejemplos:

Efectúe en cada caso:

➤ $(x+4)(x+5) = x^2 + 9x + 20$

➤ $(x+5)(x-7) = x^2 - 2x - 35$

➤ $(x-3)(x+9) = x^2 + 6x - 27$

➤ $(x-6)(x-8) = x^2 - 14x + 48$

II SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)\equiv a^3+b^3$$

Ejemplo:

$$(x+2)(x^2-2x+2^2)\equiv x^3+2^3$$

$$\equiv \boxed{x^3+8}$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)\equiv a^3-b^3$$

Ejemplo:

$$(x-5)(x^2+5x+5^2)\equiv x^3-5^3$$

$$\equiv \boxed{x^3-125}$$

III IGUALDADES CONDICIONALES:

Si $a+b+c=0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} a^2+b^2+c^2=-2(ab+ac+bc) \\ a^3+b^3+c^3=3abc \end{cases}$

Ejemplo:

Si $\boxed{m+n+p=0}$

Calcule $P=\dfrac{mn+np+mp}{m^2+n^2+p^2}$

Resolución:

$$P=\frac{mn+np+mp}{m^2+n^2+p^2}=\frac{\cancel{mn+np+mp}}{-2\cancel{(mn+mp+np)}}$$

$$\boxed{\therefore\quad P=-\frac{1}{2}}$$

Ejemplo:

Si $\boxed{m+n+p=0}$

Calcule $P=\dfrac{15mnp}{m^3+n^3+p^3}$

Resolución:

$$=\frac{15mnp}{m^3+n^3+p^3}=\frac{15\cancel{mnp}}{3\cancel{mnp}}$$

$$\boxed{\therefore\quad P=5}$$

DESARROLLO DEL TRINOMIO AL CUADRADO:

$$(a+b+c)^2 \equiv a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$$

Ejemplo:

Si $x+y+z=10$

$xy+yz+xz=15$

calcule $x^2+y^2+z^2$

Resolución:

$$(x+y+z)^2=(10)^2$$

$$x^2+y^2+z^2+2(\underline{xy+xz+yz})=100$$

$$x^2+y^2+z^2+2(15)=100$$

$$\therefore \quad x^2+y^2+z^2=70$$

V

DESARROLLO DEL TRINOMIO AL CUBO:

$$(a+b+c)^3 \equiv a^3+b^3+c^3+3(a+b)(a+c)(b+c)$$

Ejemplo:

$$(x+y+2)^3 = x^3+y^3+2^3+3(x+y)(x+2)(y+2)$$

$$\therefore \quad (x+y+2)^3 = x^3+y^3+8+3(x+y)(x+2)(y+2)$$

HELICO PRACTICE

Problema 1

Reduzca

$$E = (x+3)(x-9) - (x+2)(x-8)$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

Resolución:

$$E = (x+3)(x-9) - (x+2)(x-8)$$

$$(x+3)(x-9) = x^2 - 6x - 27$$

$$(x+2)(x-8) = x^2 - 6x - 16$$

$$E = x^2 - 6x - 27 - (x^2 - 6x - 16)$$

$$E = \cancel{x^2} - \cancel{6x} - 27 - \cancel{x^2} + \cancel{6x} + 16$$

$$E = -27 + 16$$

$$E = -11$$

Respuesta: -11

Problema 2

Calcule el resultado de

$$Q=(x+2)\left(x^2-2x+4\right)-(x-3)(x^2+3x+9)$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$\boxed{(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^3+b^3}$$

$$\boxed{(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)=a^3-b^3}$$

Resolución:

$$Q=\underbrace{(x+2)\left(x^2-2x+4\right)}-\underbrace{(x-3)(x^2+3x+9)}$$

$$Q=\left(x^3+2^3\right)-\left(x^3-3^3\right)$$

$$Q=\left(x^3+8\right)-\left(x^3-27\right)$$

$$Q=\cancel{x^3}+8-\cancel{x^3}+27$$

$$\boxed{\therefore\quad Q=35}$$

Respuesta: 35

Problema 3

Si $x+y+z=0$, simplifique

$$T=\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a+b+c=0$

$$\Rightarrow \boxed{a^3+b^3+c^3=3abc}$$

Resolución:

$$x+y+z=0 \Rightarrow \boxed{x^3+y^3+z^3=3xyz}$$

Reemplazando en:

$$T=\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$$

$$T=\frac{3\cancel{xyz}}{\cancel{xyz}}$$

$$\boxed{\therefore \quad T=3}$$

Respuesta: 3

Problema 4

Si $x + y + z = 0$, *determine*

$$P = \frac{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}{-xy - yz - xz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$

$$\Rightarrow \boxed{a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)}$$

Resolución:

$$x + y + z = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 + z^2 = -2(xy + yz + xz)}$$

$$P = \frac{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}{-xy - yz - xz}$$

$$P = \frac{6(x^2 + y^2 + z^2)}{-(xy + yz + xz)}$$

$$P = \frac{6[-2\cancel{(xy + yz + xz)}]}{-\cancel{(xy + yz + xz)}}$$

$$\boxed{\therefore \quad P = 12}$$

Respuesta: 12

Problema 5

Simplifique

$$E = (x+13)(x-3) - (x+5)^2$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

Resolución:

$$E = (x+13)(x-3) - (x+5)^2$$

- $(x+13)(x-3) = x^2 + 10\,x - 39$
- $(x+5)^2 = (x)^2 + 2(x)(5) + (5)^2$

$$E = x^2 + 10x - 39 - (x^2 + 10x + 25)$$

$$E = \cancel{x^2} + \cancel{10x} - 39 \cancel{-x^2} - \cancel{10x} - 25$$

$$E = -39 - 25$$

$$E = -64$$

$$\boxed{\therefore \quad T = -64}$$

Respuesta: $^{-}64$

Problema 6

Si a = $\sqrt[6]{31}$, *el valor de*

$$M = (a^2 - 1)(a^4 + a^2 + 1) + 3$$

Representa la cantidad de alumnos del 3°C. ¿Cuántos alumnos son?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUBOS:

$$\boxed{(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3}$$

Resolución:

$$M = \underbrace{(a^2 - 1)(a^4 + a^2 + 1)} + 3$$

$$M = (a^2)^3 - (1)^3 + 3$$

$$M = a^6 - 1 + 3$$

$$M = a^6 + 2$$

Reemplazamos

$$M = a^6 + 2$$

$$M = (\sqrt[6]{31})^6 + 2$$

$$= 31 + 2$$

= 33

Respuesta: *Son 33 alumnos*

Problema 6

Débora es una profesora de Saco Oliveros, un día por salir rápido se olvida el almuerzo en su casa entonces ella decide almorzar en el colegio, al llegar la 1 pm va a la cafetería y se compra un menú, si el precio del almuerzo es equivalente a $M=(x+4)(x+3)(x+1)(x+6)$*, además* $x^2+7x=-4$ *, ¿Cuánto le costó dicho almuerzo?*

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$\boxed{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$$

Resolución:

$$M=\underline{(x+4)(x+3)}\underline{(x+1)(x+6)}$$

$$M=(\underbrace{x^2+7x}+12)(\underbrace{x^2+7x}+6)$$

$$M=(\;-4\;+\;12\;)(\;-4\;+\;6\;)$$

$$M=(8)\;(2)$$

$$\boxed{M=16}$$

$$\boxed{\therefore\quad Le\ costó\ 16\ soles.}$$

Respuesta: 16