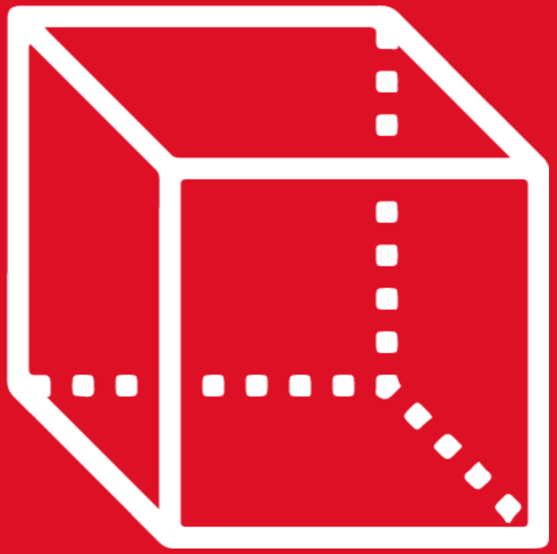
GEOMETRÍA

Capítulo 13



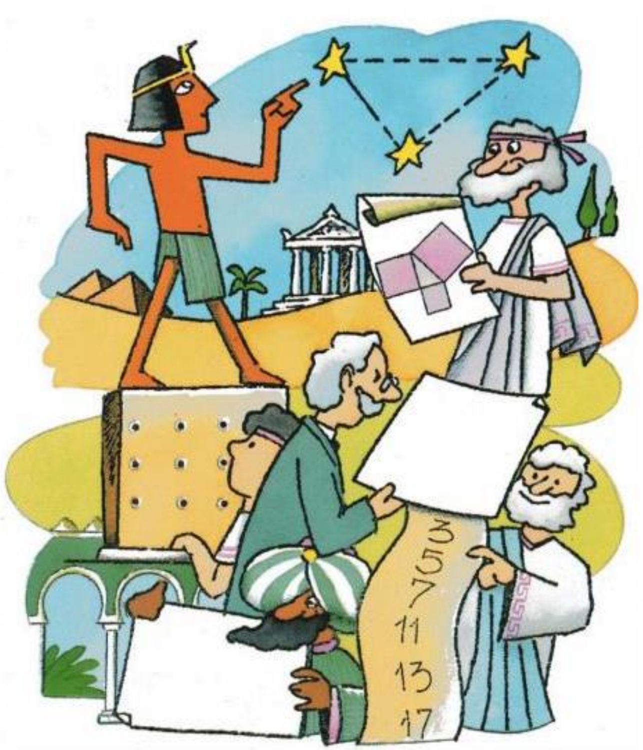
4th

SECONDARY

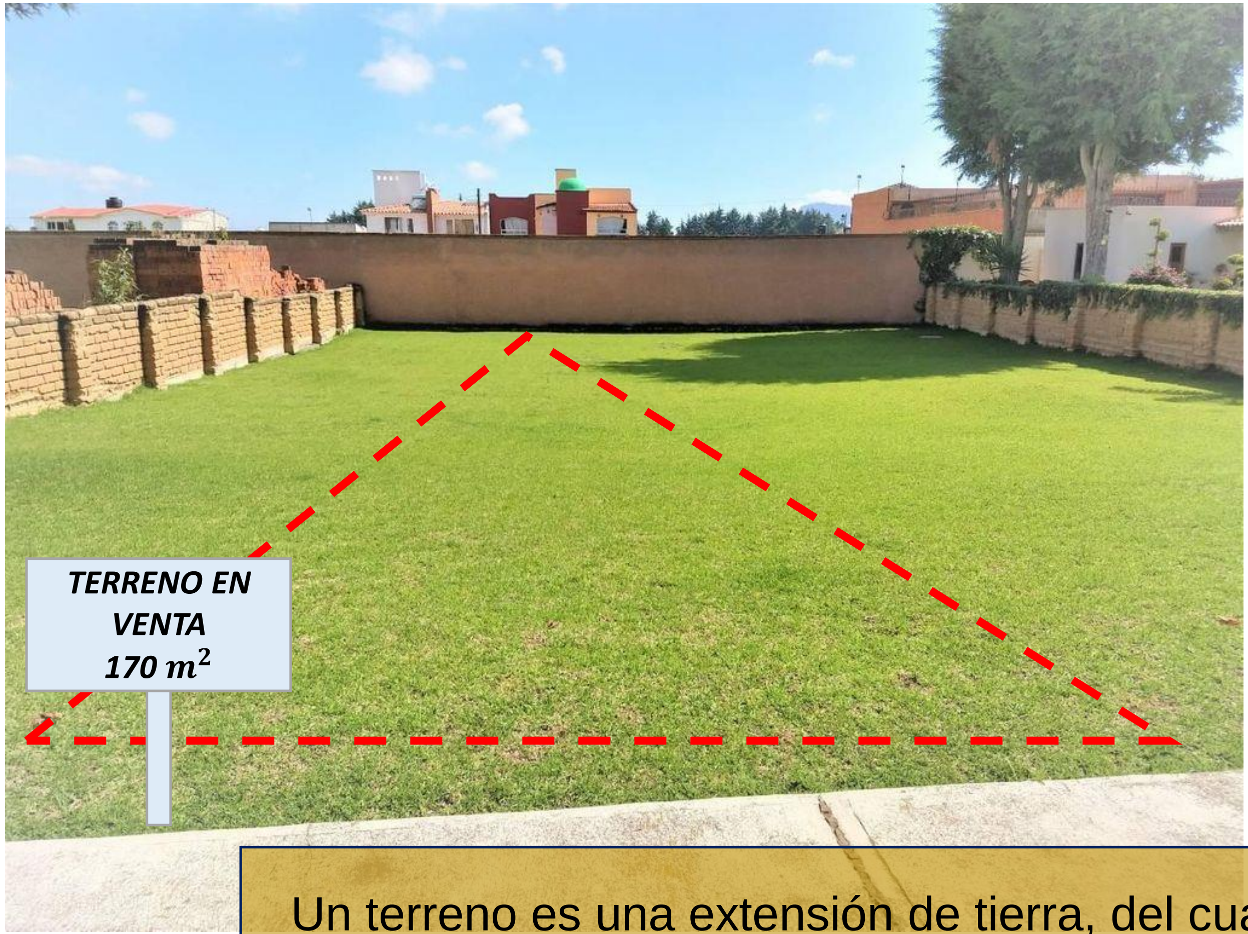
Áreas de regiones triangulares

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY



Los egipcios se centraron principalmente en el cálculo de áreas y volúmenes, encontrando, por ejemplo, para el área del círculo un valor aproximado de (de 3'1605. Sin embargo el desarrollo geométrico adolece de falta de teoremas y demostraciones formales. También encontramos rudimentos de trigonometría y nociones básicas de semejanza de triángulos.



En el antiguo Egipto las inundaciones producidas por el desborde del río Nilo, hacía que sea necesario medir el terreno afectado para así pagar los tributos correctos.

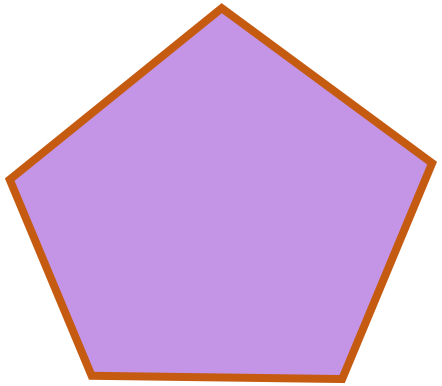
La medición se realizaba con la ayuda de los agrimensores o también llamados "tensores de cuerda".

Un terreno es una extensión de tierra, del cual para comprarla debemos saber su **área,** o sea la medida de su superficie.

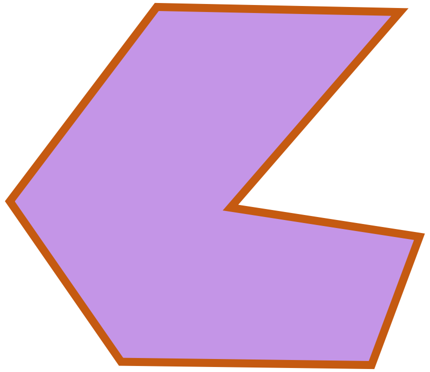
ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES

REGIÓN POLIGONAL

Es la unión de un polígono y su interior.



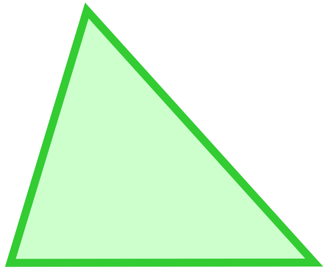
Región
Pentagonal convexa



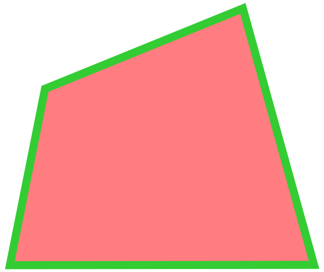
Región
Heptagonal no convexa

POSTULADO DEL ÁREA

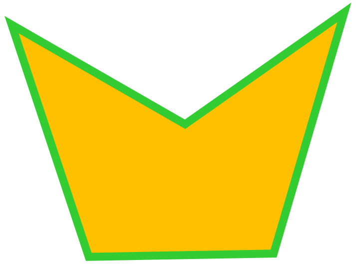
A toda región poligonal le corresponde un número real positivo único. Dicho número se denomina área de la región poligonal.



$S_1 = 5\ u^2$

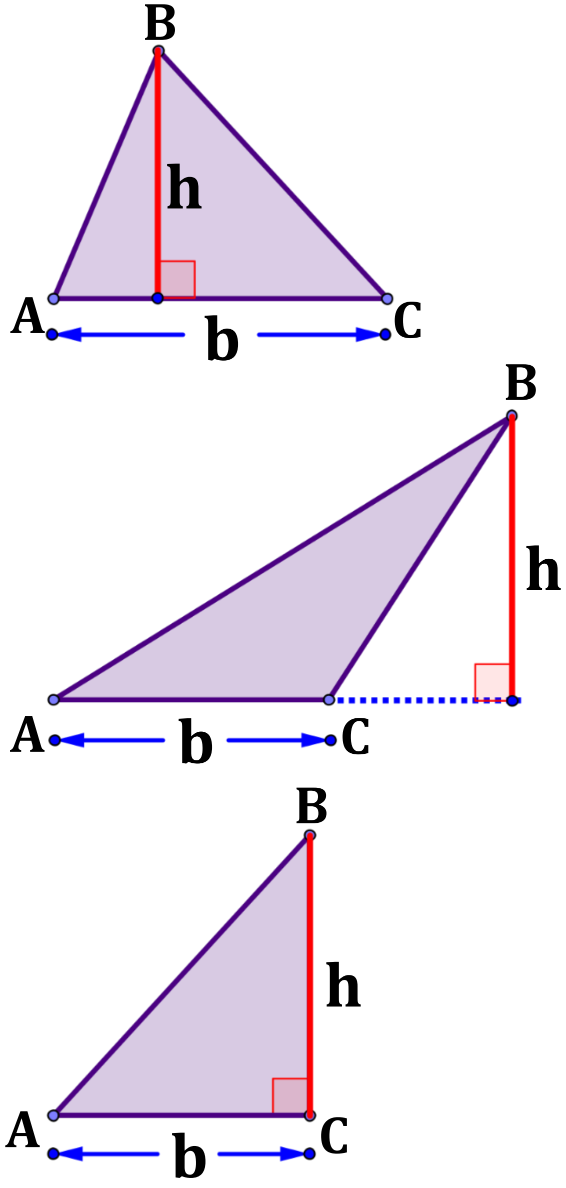


$S_2 = 3\ u^2$



$S_3 = 4\ u^2$

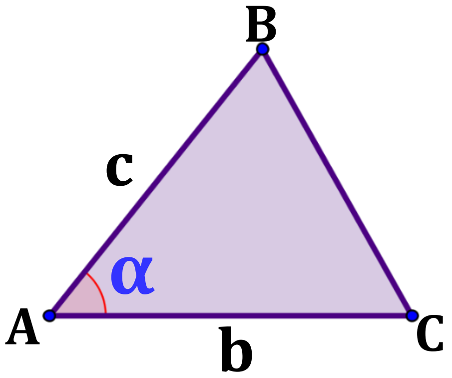
ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES



- **Teorema básico:**

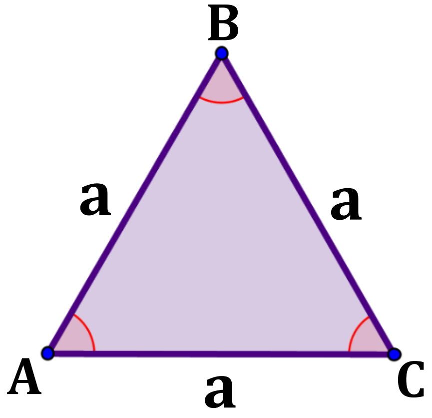
$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

- **Teorema trigonométrico:**



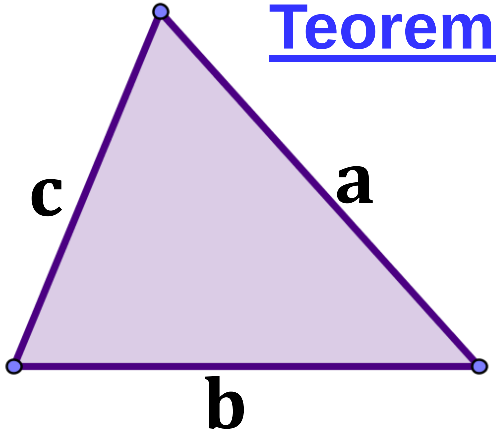
$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

- **Área de una región triangular equilátera:**



$$S_{ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

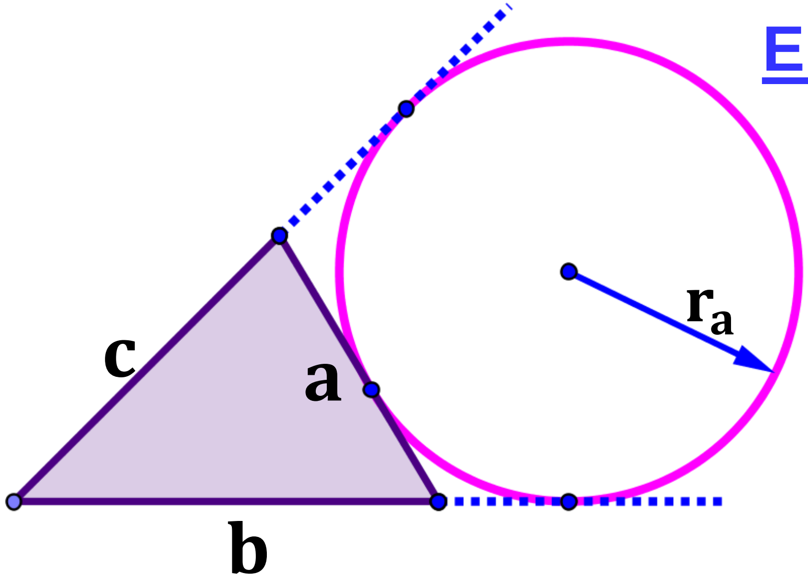
Teorema de Herón



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

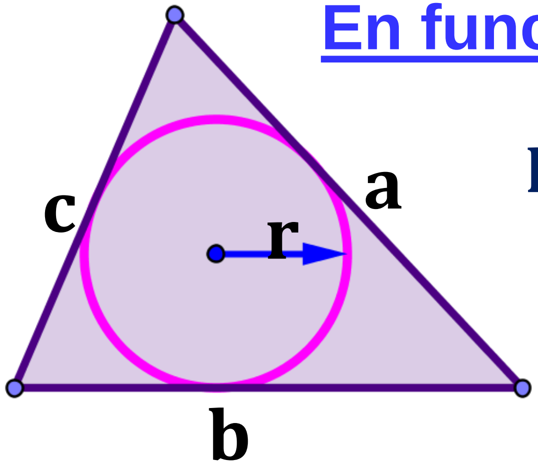
En función del exradio



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = r_a.(p-a)$$

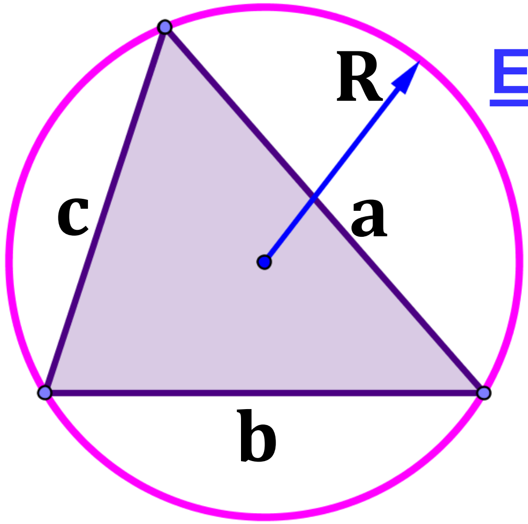
En función del inradio



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

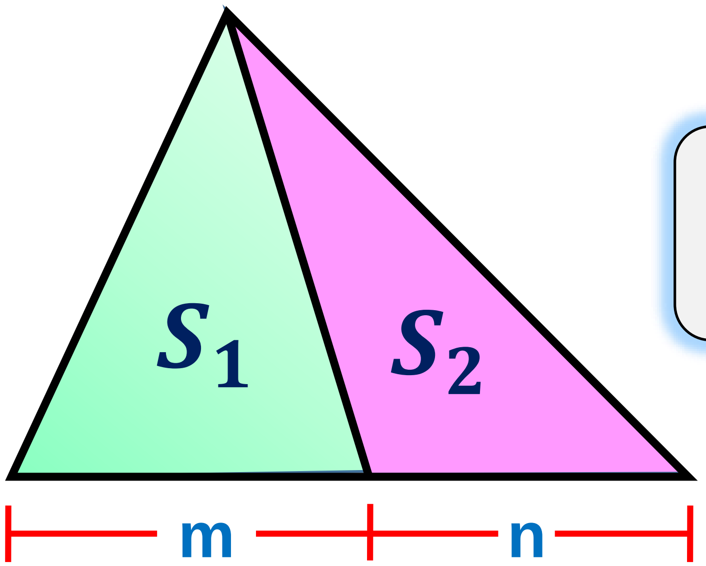
$$S = p \cdot r$$

En función del circunradio

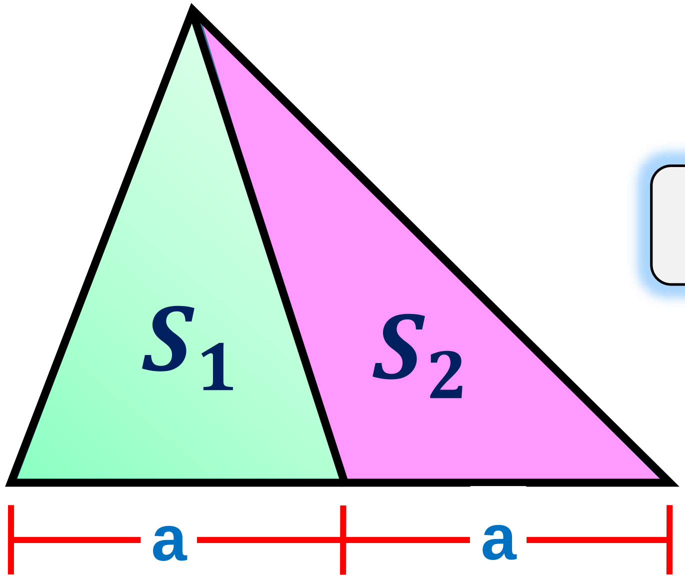


$$S = \frac{abc}{4R}$$

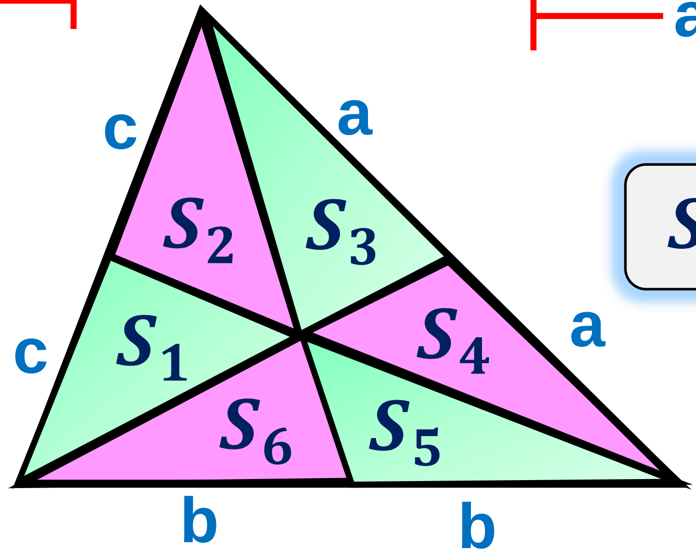
RELACIONES ENTRE ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



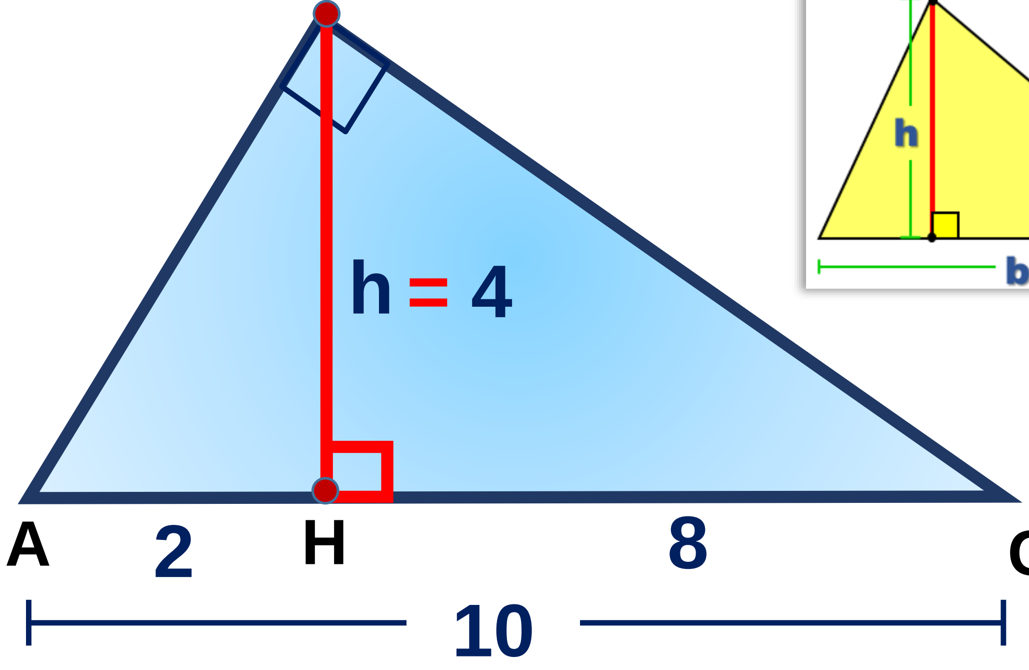
$$S_1 = S_2$$



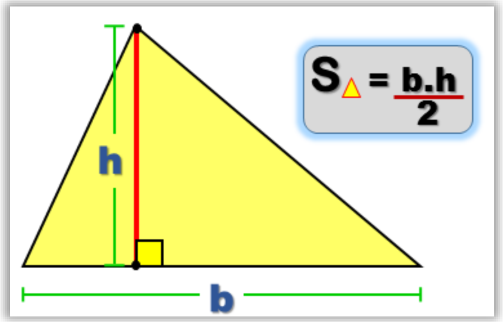
$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

1. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la altura $\overline{BH}$ tal que AH = 2 y HC = 8. Calcule el área de la región triangular ABC.

Resolución



Piden el área de la región triangular ABC= S_{ABC}



$$S_{ABC} = \frac{(10)(h)}{2}$$

$$S_{ABC} = 5h$$

Por teorema de la altura:

$$h^2 = (2)(8)$$

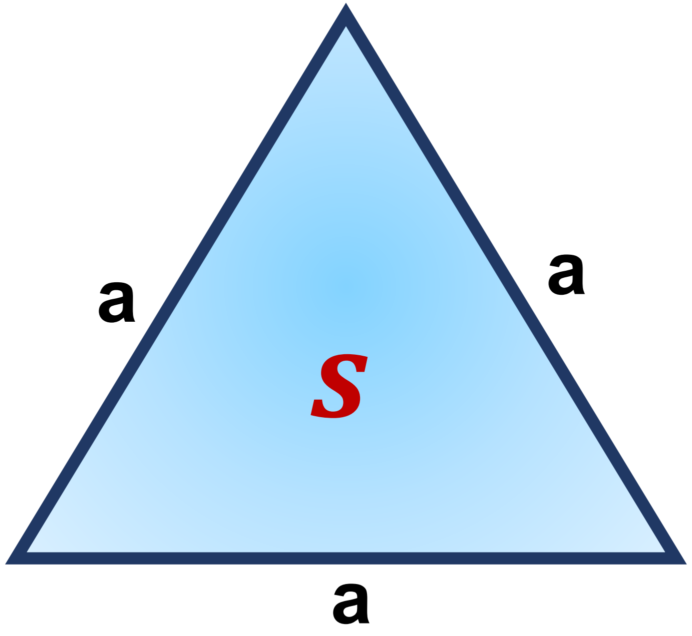
$$h^2 = 16 \Rightarrow h = 4$$

Entonces: $S_{ABC} = 5.4$

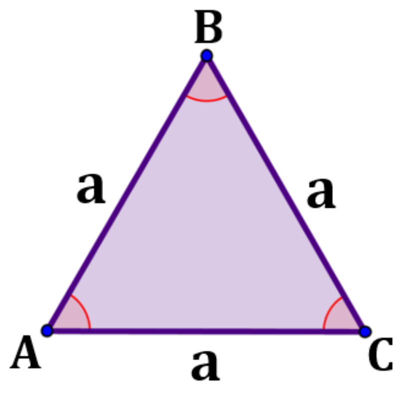
$$\boxed{S_{ABC} = 20\ u^2}$$

2. Calcule el área de la región triangular equilátera cuyo perímetro es igual a 24 u.

Resolución



Piden el área de la región triangular equilátera = S



$$S_{ABC} = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Por dato:

$$2p = 24$$

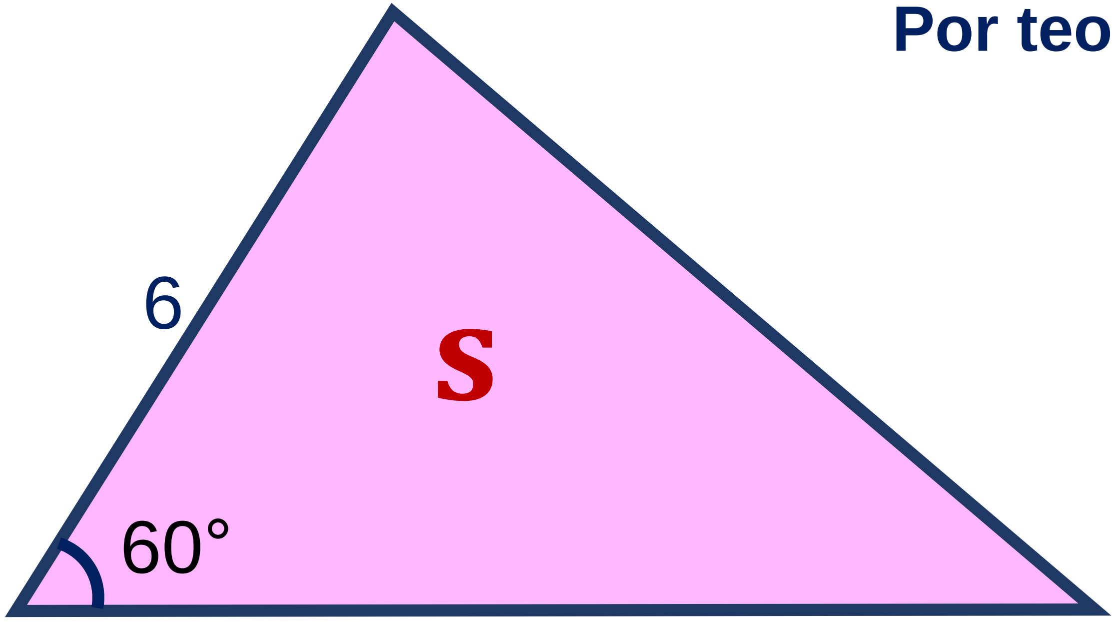
$$3a = 24$$

$$a = 8$$

$$S = \frac{(8)^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\boxed{S = 16\sqrt{3}\,u^2}$$

3. En la figura, calcule el área de la región triangular.



Resolución

Piden el área de la región triangular = S

Por teorema trigonométrico:

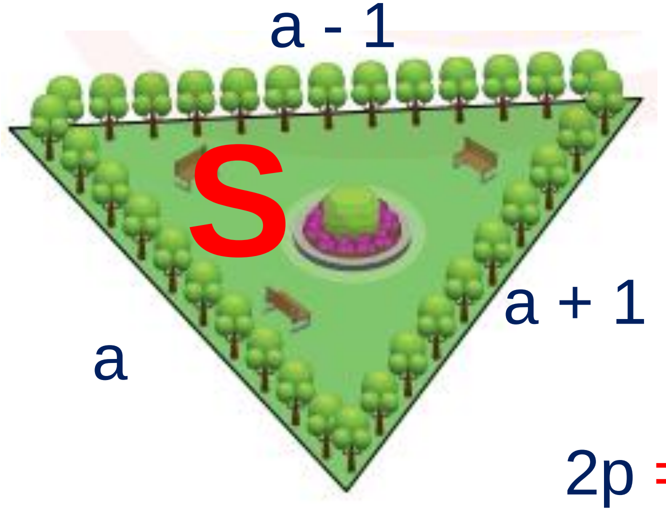
$$S = \frac{(6)(4\sqrt{3})}{2} . \text{sen}60°$$

$$S = \overbrace{\frac{(6)(\cancel{4}\sqrt{3})}{\cancel{2}} . \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}^{3}$$

$$\boxed{S = 18\ \text{u}^2}$$

4. Oventeni es un centro poblado que pertenece al distrito de Raimondi, su provincia es Atalaya y se encuentra dentro del departamento de Ucayali. Tiene uno de los parques naturales más hermosos con forma triangular, lo curioso de este parque es que las dimensiones de sus lados son enteros y consecutivos, si su perímetro mide 42 m. Calcule su área..

Resolución



Dato:

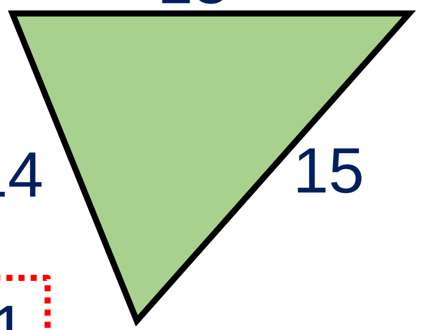
$2p = 42$

$a - 1 + a + a + 1 = 42$

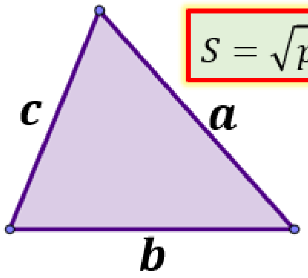
$3a = 42$

$a = 14$

$\boxed{p = 21}$



Teorema de Herón



$$\boxed{S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

donde:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Piden el área de la región triangular = S

$$S = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

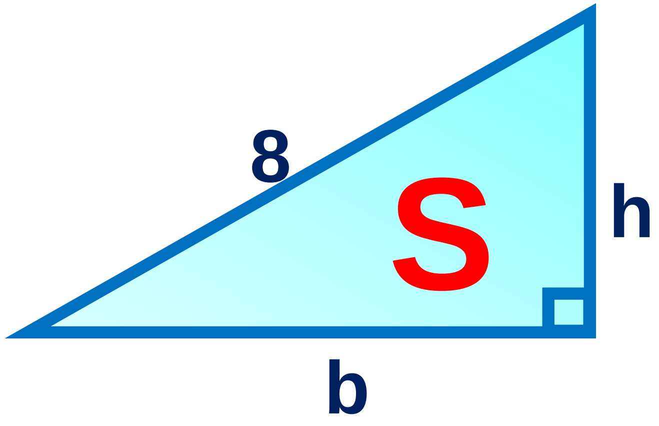
$$S = \sqrt{21(8)(7)(6)}$$

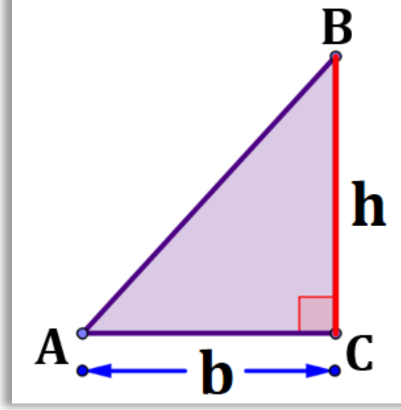
$$S = \sqrt{3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$S = 3 \cdot 7 \cdot 4$$

$$\boxed{S = 84\ \mathrm{m}^2}$$

5. En la figura, b + h = 10. Calcule el área de la región triangular.





$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

Resolución

Piden el área de la región triangular = S

$$S_{\triangle} = \frac{bh}{2}$$

Teorema de Pitágoras:

$$b^2 + h^2 = 8^2$$

$$b^2 + h^2 = 64$$

Binomio al cuadrado:

$$(b + h)^2 = b^2 + h^2 + 2bh$$

$$(10)^2 = 64 + 2bh$$

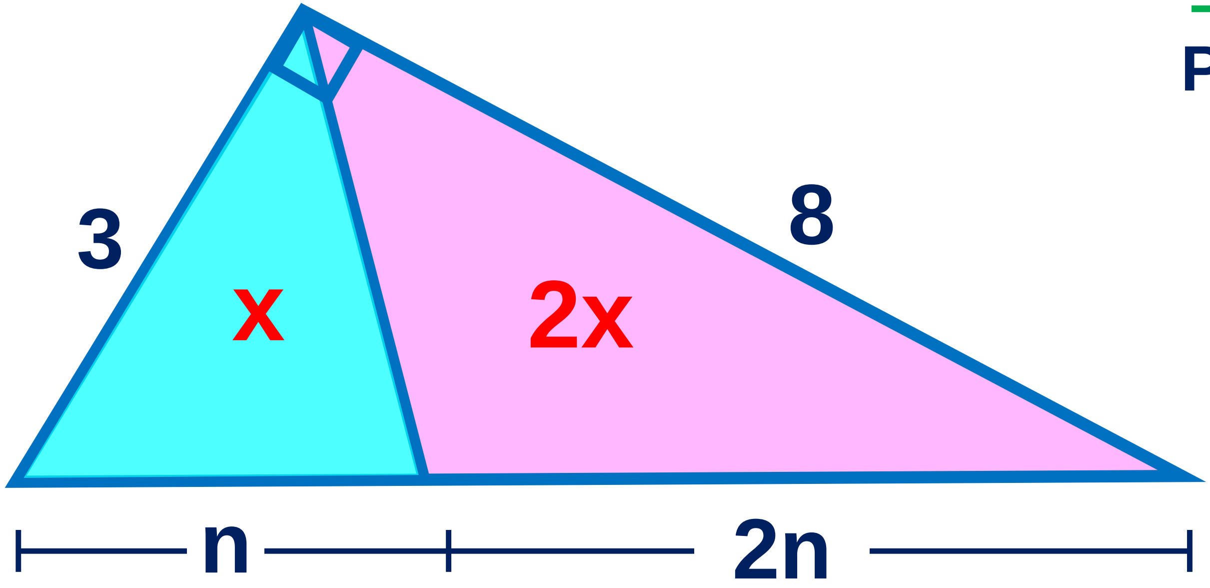
$$36 = 2bh$$

$$18 = bh$$

$$S_{\triangle} = \frac{18}{2}$$

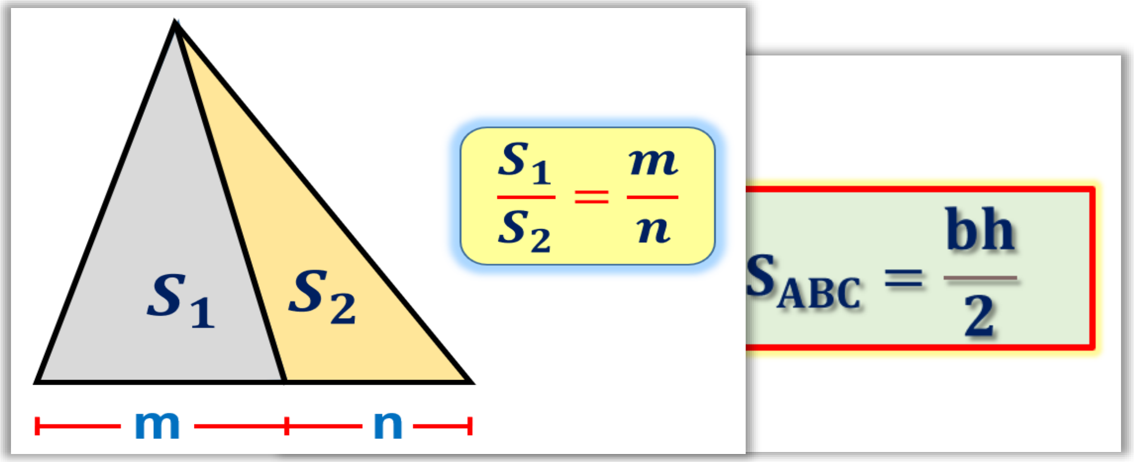
$$\boxed{S_{\triangle} = 9\ u^2}$$

6. En la figura, calcule el área x.



Resolución

Piden el área de la región triangular = X

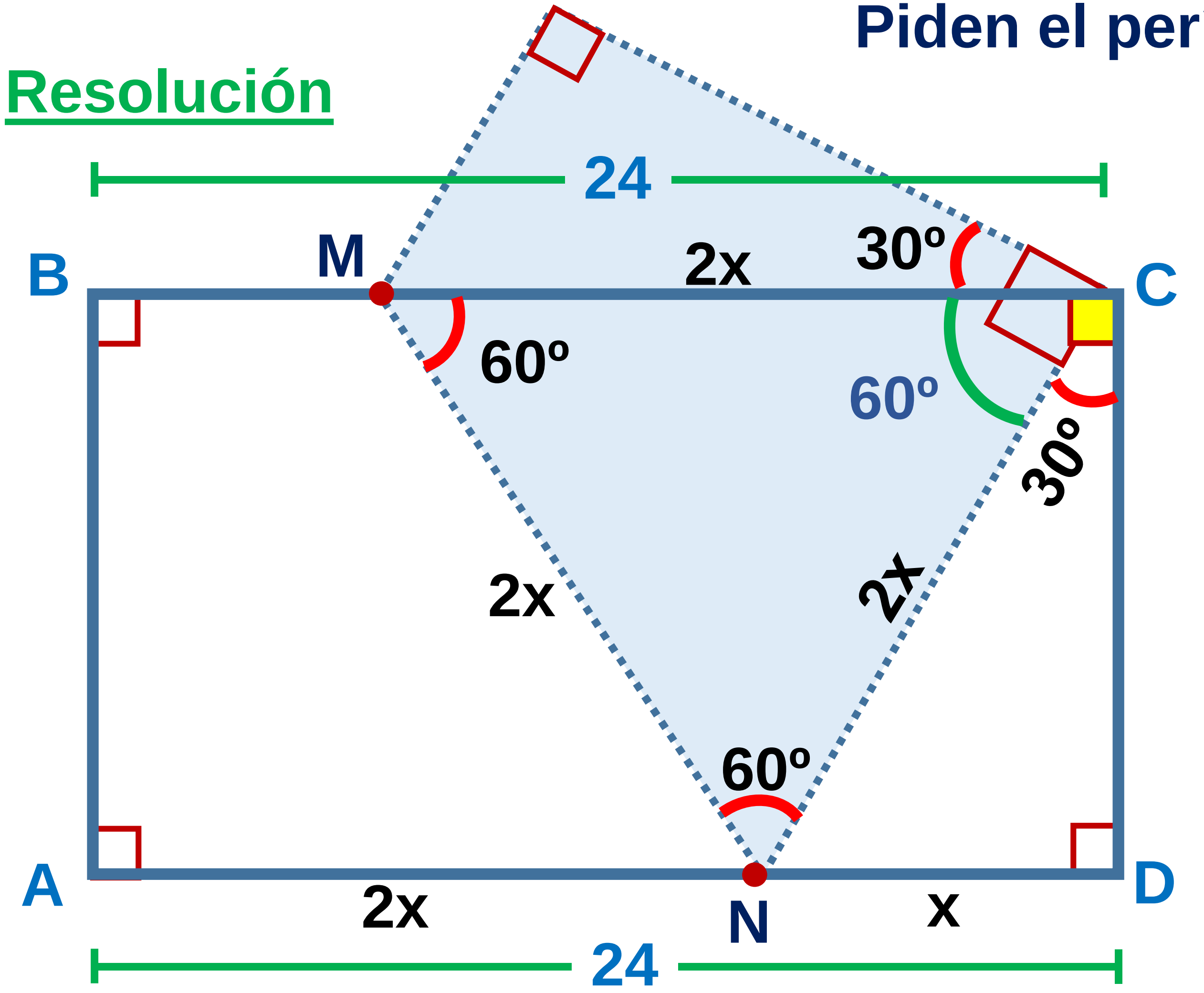


$$\cancel{3}x = \frac{\cancel{3}(8)}{2}$$

$$\boxed{x = 4\ u^2}$$

7. Se tiene una hoja de forma rectangular la cual se dobla uniendo dos vértices opuestos. Si la parte común entre las dos partes en que quedó dividida la hoja por la línea del doblez, es una región triangular equilátera cuyo perímetro se desea calcular, si el largo de la hoja rectangular es de 24 cm.

Resolución



Piden el perímetro de la región triangular = $2p_{CMN}$

- **△CMN : Equilátero**
- **◺CDN : Notable de 30° y 60°**

$CN = AN = 2x$

$x + 2x = 24$

$3x = 24$

$x = 8$

- **Nos piden**

$2p_{\triangle CMN} = 3(16)$

$$\boxed{2p_{\triangle CMN} = 48\ u}$$