

TRIGONOMETRY

Chapter 22

3rd
SECONDARY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE
ÁNGULOS COMPUESTOS



¿EL TODO ES IGUAL A LA SUMA DE LAS PARTES?



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPUESTOS

I) PARA LA SUMA DE DOS ÁNGULOS :

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$



II) PARA LA DIFERENCIA DE DOS ÁNGULOS :

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \text{cos}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\text{cos}(\alpha - \beta) = \text{cos}\alpha \cos\beta + \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\text{tan}(\alpha - \beta) = \frac{\text{tan}\alpha - \text{tan}\beta}{1 + \text{tan}\alpha \cdot \text{tan}\beta}$$



HELICO PRACTICE 1

Calcule $\text{sen}15^\circ$

RESOLUCIÓN

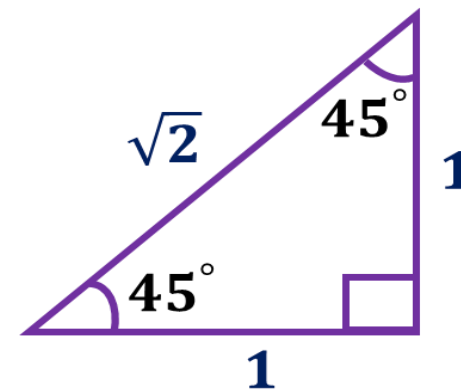
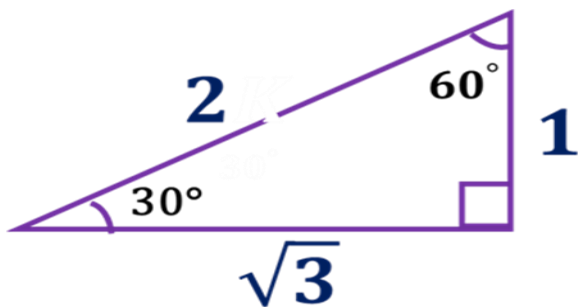
Recordar :

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\text{sen}(45^\circ - 30^\circ) = \text{sen}45^\circ \cos30^\circ - \cos45^\circ \text{sen}30^\circ$$

$$\text{sen}15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{sen}15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$



HELICO PRACTICE 2

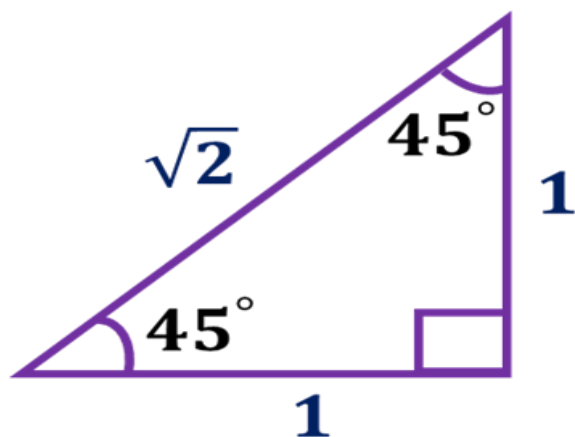
Calcule $\cos 8^\circ$

RESOLUCIÓN

Recordar :

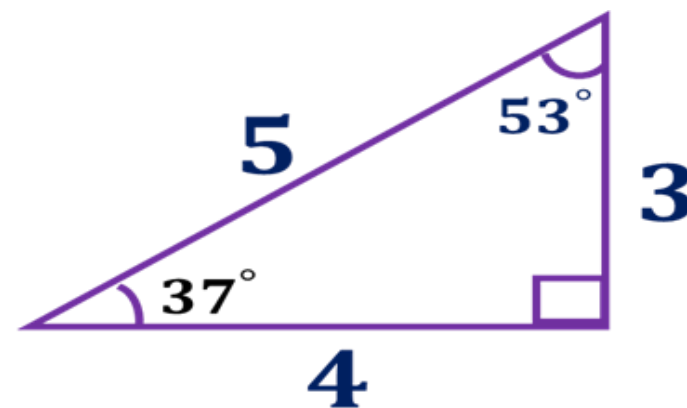
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta$$

$$\cos(45^\circ - 37^\circ) = \cos 45^\circ \cos 37^\circ + \operatorname{sen} 45^\circ \operatorname{sen} 37^\circ$$



$$\cos 8^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5}$$

$$\therefore \cos 8^\circ = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$



HELICO PRACTICE 3

Efectúe $E = 2 \cos(60^\circ - x) - \sqrt{3} \operatorname{sen} x$

RESOLUCIÓN

Recordar :

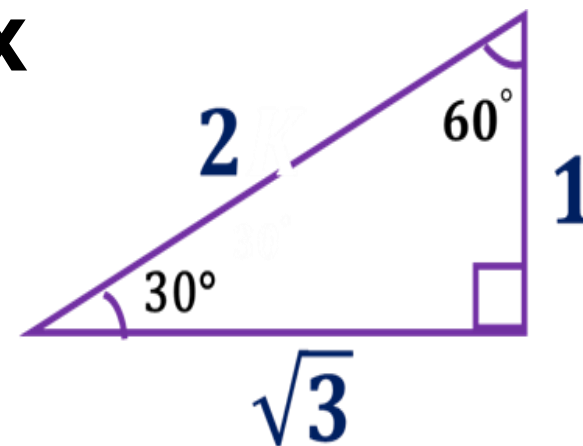
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta$$

$$E = 2(\cos 60^\circ \cdot \cos x + \operatorname{sen} 60^\circ \cdot \operatorname{sen} x) - \sqrt{3} \operatorname{sen} x$$

$$E = 2\left(\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x\right) - \sqrt{3} \operatorname{sen} x$$

$$E = \cos x + \sqrt{3} \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \operatorname{sen} x$$

$$\therefore E = \cos x$$



HELICO PRACTICE 4

Efectúe $M = \frac{\text{sen}80^\circ \cdot \cos10^\circ - \cos80^\circ \cdot \text{sen}10^\circ}{\text{sen}55^\circ \cdot \cos15^\circ + \cos55^\circ \cdot \text{sen}15^\circ}$

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$\text{sen}\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \text{sen}\beta = \text{sen}(\alpha \pm \beta)$$



$$\Rightarrow M = \frac{\text{sen}(80^\circ - 10^\circ)}{\text{sen}(55^\circ + 15^\circ)} = \frac{\text{sen}70^\circ}{\text{sen}70^\circ}$$

$$\therefore M = 1$$

HELICO PRACTICE 5

Si $\tan x = \frac{1}{2}$ y $\tan y = 4$; calcule $\tan(x + y)$

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

$$\tan(x + y) = \frac{\frac{1}{2} + 4}{1 - (\frac{1}{2})(4)} = \frac{\frac{9}{2}}{1 - 2} = \frac{\frac{9}{2}}{-1}$$

$$\therefore \tan(x + y) = -\frac{9}{2}$$



HELICO PRACTICE 6

Ana ha realizado una encuesta en su aula sobre qué residuos reciclan en sus casas, obteniendo los siguientes resultados :

RESIDUOS	CANTIDAD DE ALUMNOS
Papel y cartón	24 A
Vidrio	20 B
Envases y plásticos	$5\sqrt{3}$ C

Donde : $A = \sin 18^\circ \cdot \cos 12^\circ + \cos 18^\circ \cdot \sin 12^\circ$

$$B = \cos 23^\circ \cdot \cos 14^\circ - \sin 23^\circ \cdot \sin 14^\circ$$

$$C = \frac{\tan 32^\circ + \tan 28^\circ}{1 - \tan 32^\circ \cdot \tan 28^\circ}$$

Calcule la cantidad de alumnos que reciclan cada residuo.

HELICO PRACTICE 6

RESOLUCIÓN

$$A = \operatorname{sen}18^\circ \cdot \operatorname{cos}12^\circ + \operatorname{cos}18^\circ \cdot \operatorname{sen}12^\circ = \operatorname{sen}(18^\circ + 12^\circ) = \operatorname{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$B = \operatorname{cos}23^\circ \cdot \operatorname{cos}14^\circ - \operatorname{sen}23^\circ \cdot \operatorname{sen}14^\circ = \operatorname{cos}(23^\circ + 14^\circ) = \operatorname{cos}37^\circ = \frac{4}{5}$$

$$C = \frac{\tan32^\circ + \tan28^\circ}{1 - \tan32^\circ \cdot \tan28^\circ} = \tan(32^\circ + 28^\circ) = \tan60^\circ = \sqrt{3}$$

Respuestas :

$$\text{Papel y cartón} = 24A = 24 \left(\frac{1}{2} \right) = \mathbf{12 \text{ alumnos} .}$$

$$\text{Vidrio} = 20B = 20 \left(\frac{4}{5} \right) = \mathbf{16 \text{ alumnos} .}$$

$$\text{Envases y plásticos} = 5\sqrt{3}C = 5\sqrt{3} (\sqrt{3}) = \mathbf{15 \text{ alumnos} .}$$



HELICO PRACTICE 7

En un concierto que se realizó en el Parque de la Exposición, la cantidad de varones que asistieron estuvo determinada por $2700 \tan \alpha$.

Dada la siguiente expresión: $\tan(37^\circ + \alpha) = \frac{5}{3}$; determine la cantidad de mujeres que asistieron si estas fueron la mitad de los varones que estuvieron allí presentes.

RESOLUCIÓN

$$\tan(37^\circ + \alpha) = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\tan 37^\circ + \tan \alpha}{1 - \tan 37^\circ \cdot \tan \alpha} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\frac{3}{4} + \tan \alpha}{1 - \frac{3}{4} \tan \alpha} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3 + 4 \tan \alpha}{4 - 3 \tan \alpha} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3 + 4 \tan \alpha}{4 - 3 \tan \alpha} = \frac{5}{3}$$

$$9 + 12 \tan \alpha = 20 - 15 \tan \alpha$$

$$(27 \tan \alpha = 11) \quad (100)$$

$$2700 \tan \alpha = 1100 \text{ varones}$$

$$\# \text{ mujeres} = 1100 \div 2$$

$$\therefore \# \text{ mujeres} = 550$$



SACO
OLIVEROS