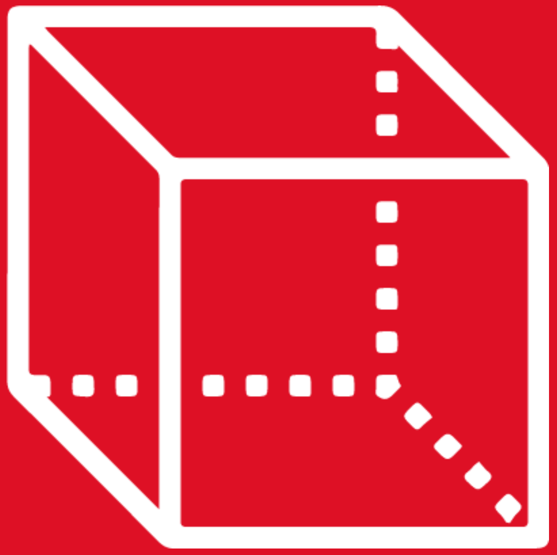
GEOMETRÍA

Capítulo 17

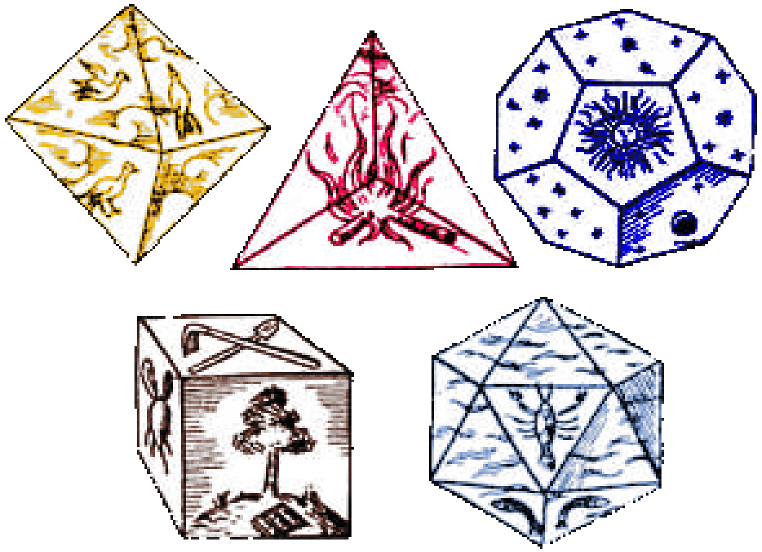


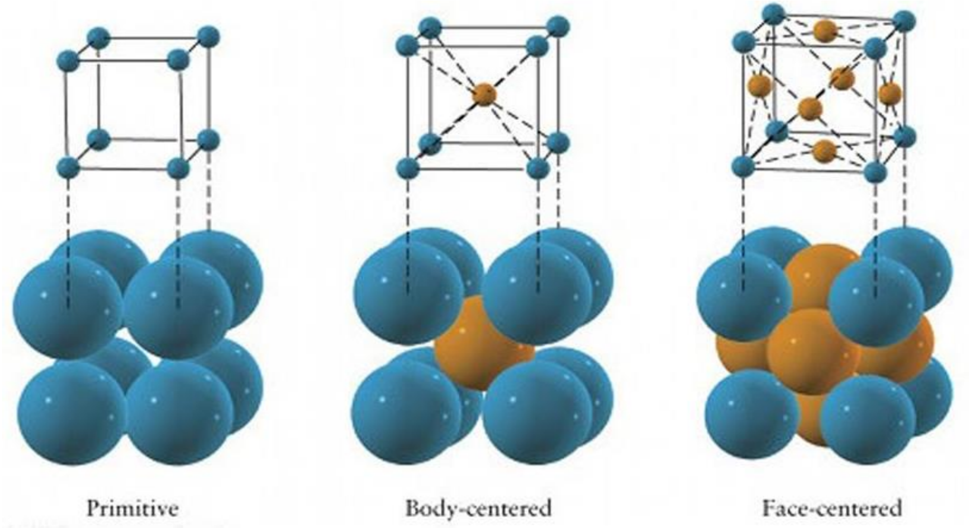
4th
SECONDARY

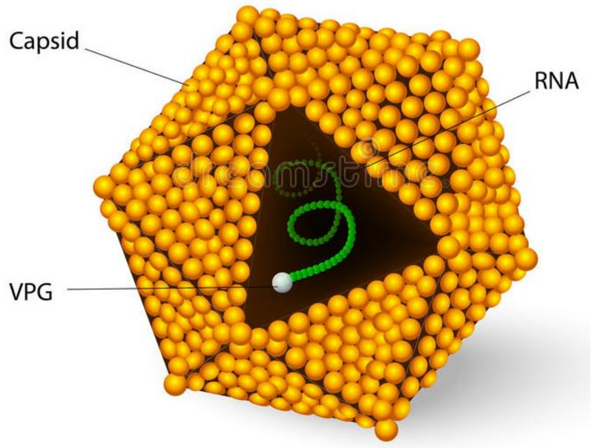
POLIEDROS REGULARES

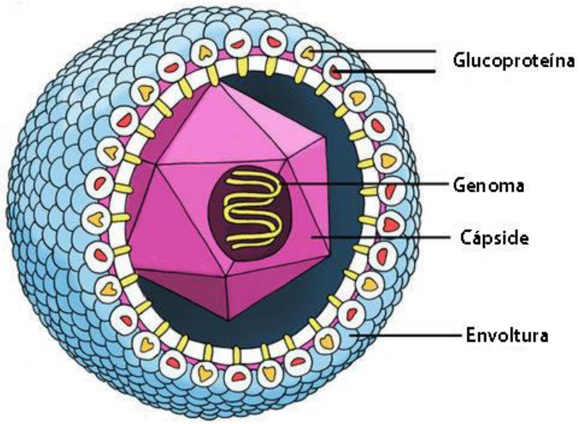
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY





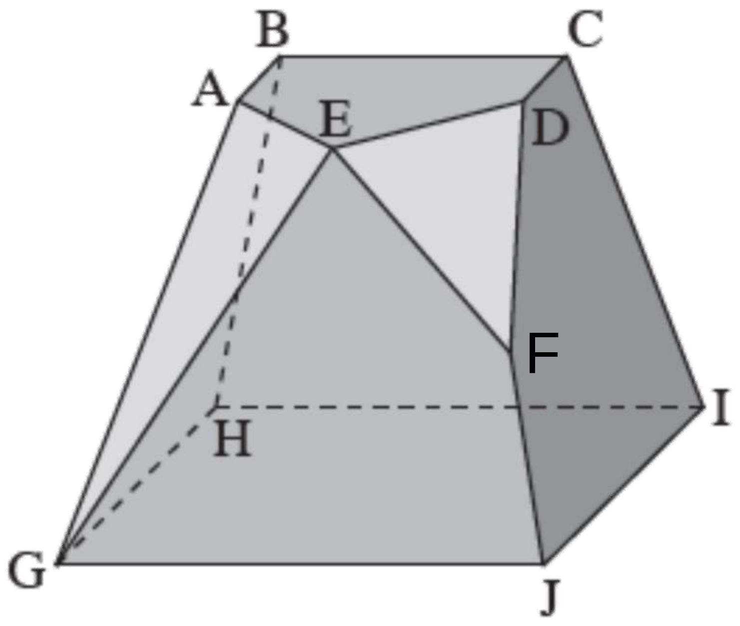




POLIEDRO

Definición.- Un poliedro es la unión de cuatro o más regiones poligonales no coplanares, de modo que dos regiones adyacentes tienen solamente una arista común.

Las regiones poligonales que determinan el poliedro se denominan caras, los lados de los polígonos son las aristas y los vértices de los mismos son los vértices del poliedro.



Elementos

Vértices: A, B, C, D, E, F, G,...

Aristas: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GJ}$,...

Caras: ABCDE, EDF, AEG, GEFJ,...

Teorema de Euler

En todo poliedro convexo se cumple que el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos unidades.

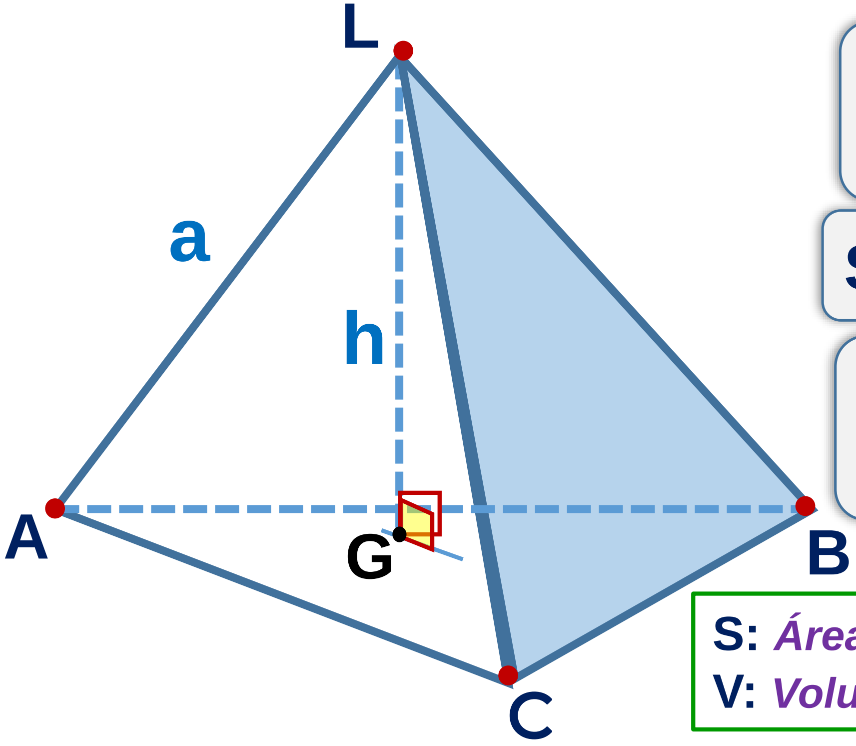
$$\boxed{C + V = A + 2}$$

POLIEDROS REGULARES

Es el poliedro cuyas caras son regiones poligonales regulares y congruentes entre sí y en cada vértice concurren el mismo número de aristas.

Solo existen cinco poliedros regulares

1. TETRAEDRO REGULAR



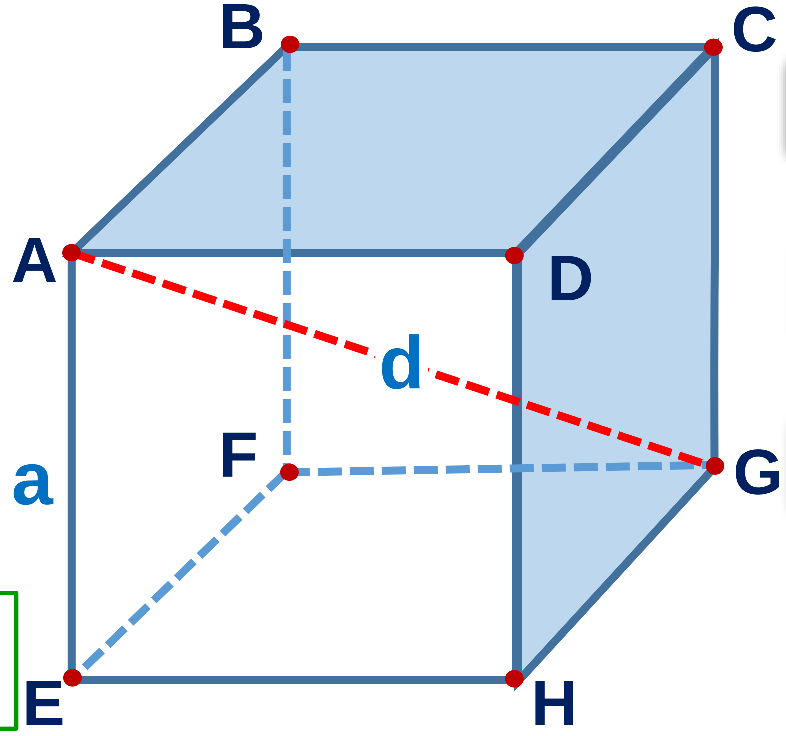
$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$S = a^2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

S: *Área de la superficie total*
V: *Volumen del sólido*

2. HEXAEDRO REGULAR O CUBO

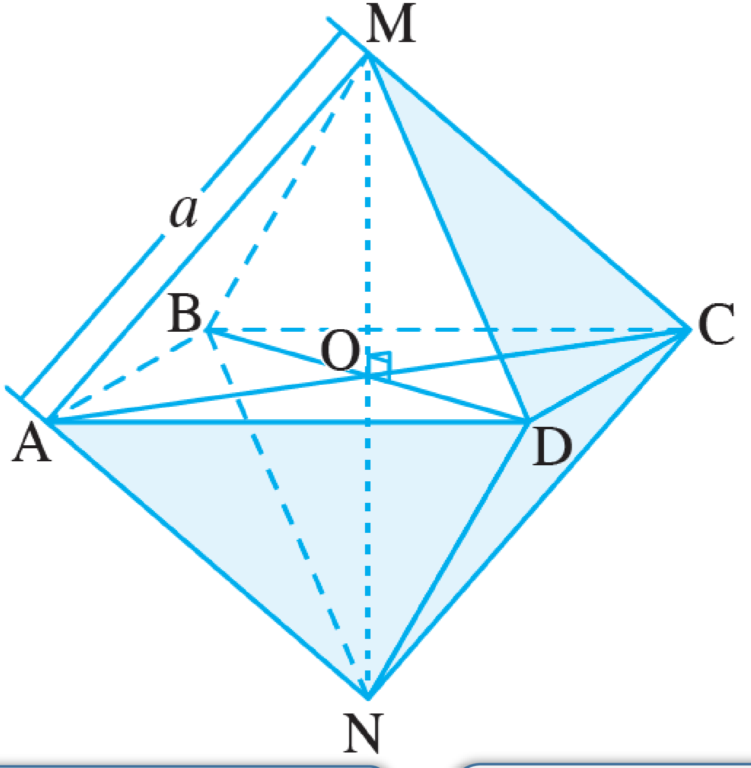


$$d = a\sqrt{3}$$

$$S = 6a^2$$

$$V = a^3$$

3. OCTAEDRO REGULAR

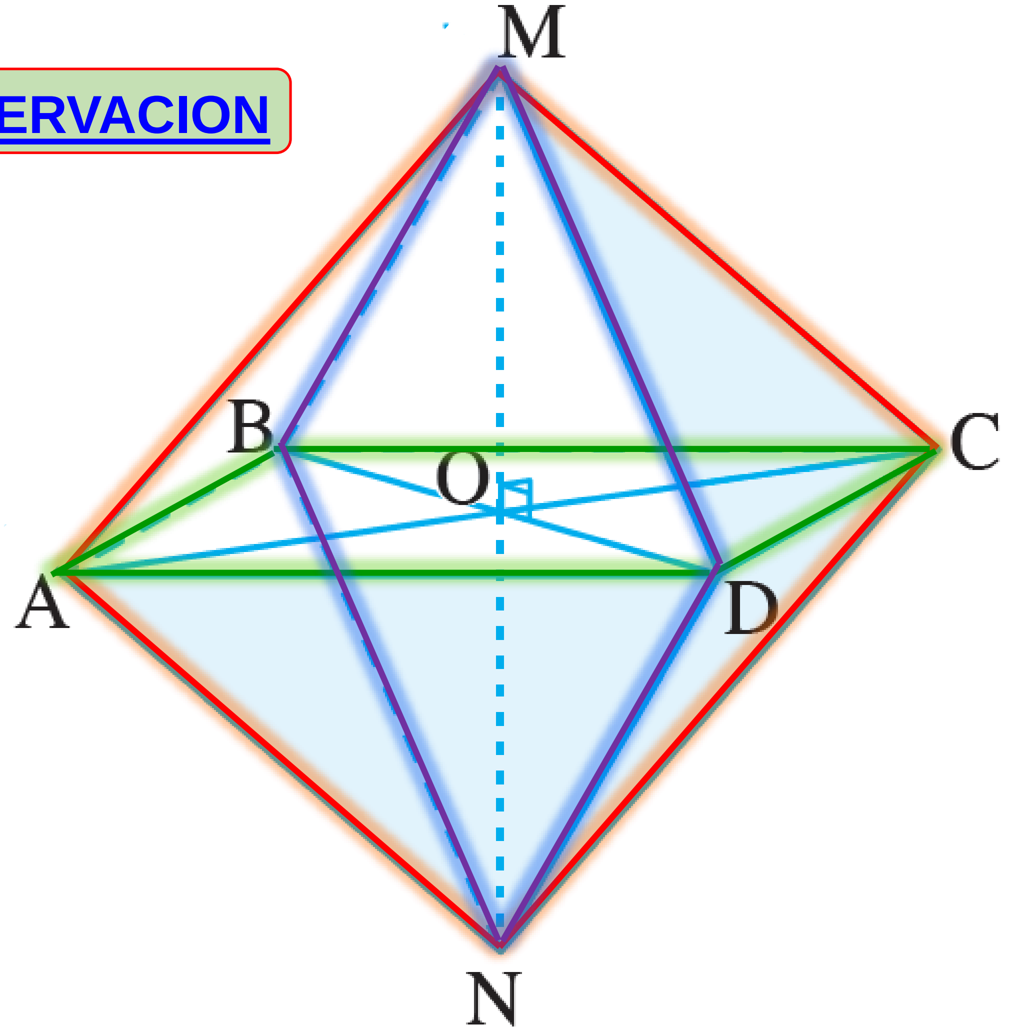


$$MN = d = a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

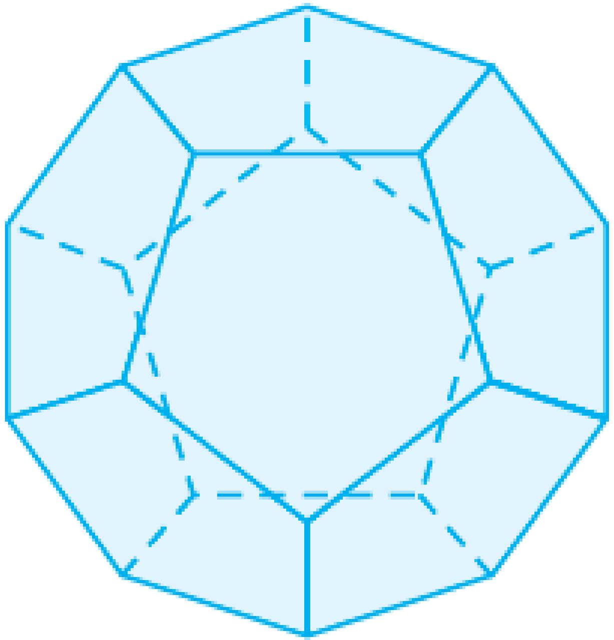
$$S = 2a^2\sqrt{3}$$

OBSERVACION



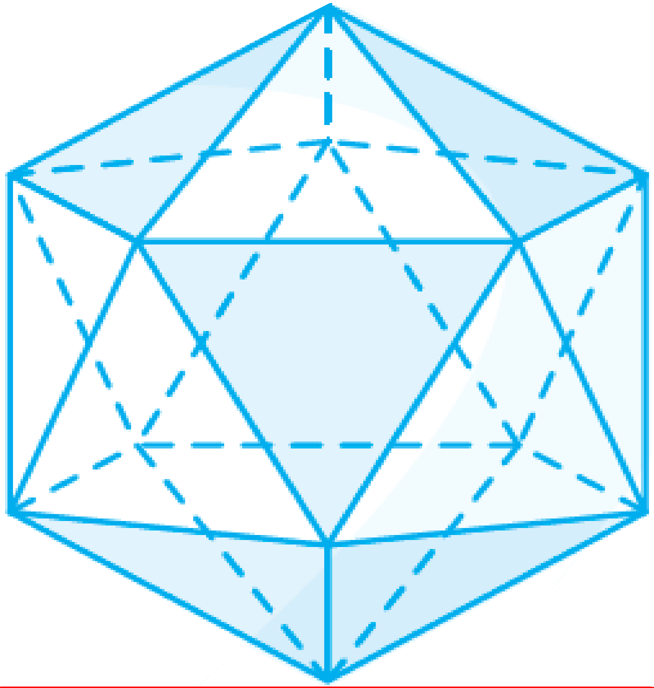
$$\left.\begin{array}{l}ABCD\\AMCN\\BMDN\end{array}\right\}\text{CUADRADOS CONGRUENTES}$$

4. DODECAEDRO REGULAR



Es aquel poliedro limitado por 12 regiones pentagonales regulares congruentes.

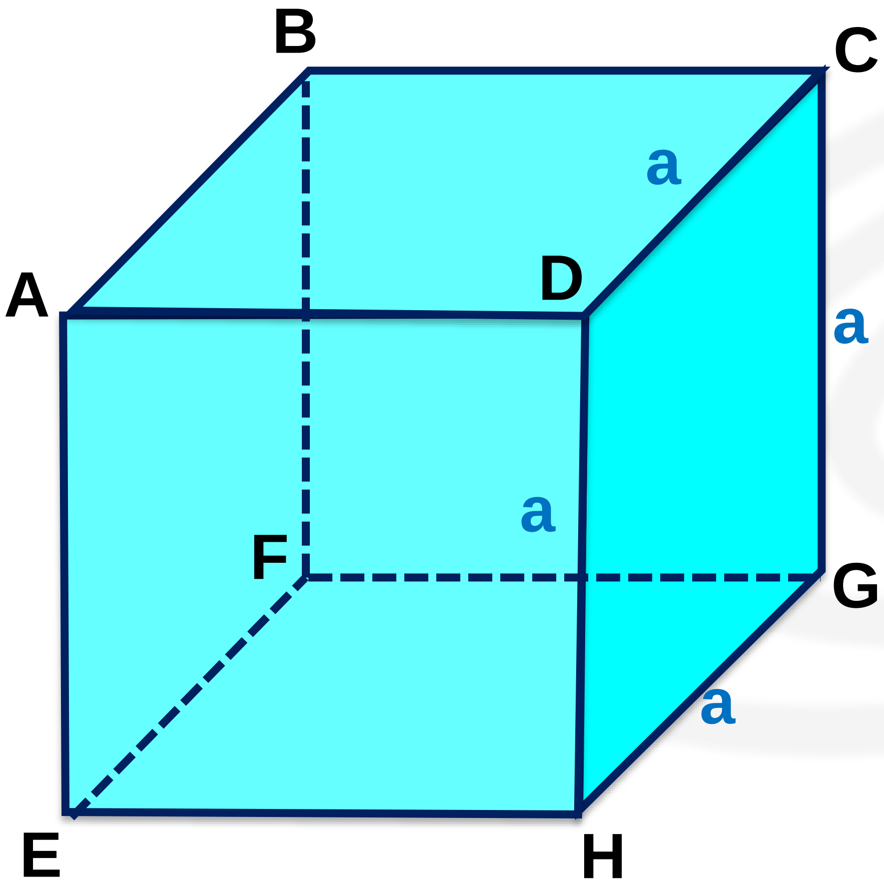
5. ICOSAEDRO REGULAR



Es aquel poliedro limitado por 20 regiones triangulares equiláteras congruentes.

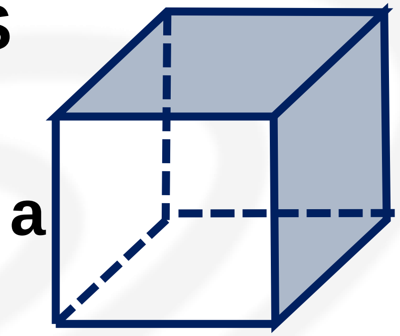
Poliedro	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas
TETRAEDRO REGULAR	4	4	6
HEXAEDRO REGULAR	6	8	12
OCTAEDRO REGULAR	8	6	12
DODECAEDRO REGULAR	12	20	30
ICOSAEDRO REGULAR	20	12	30

1. Calcule el área de la superficie total de un hexaedro regular si el perímetro de una de sus caras es 12 u.



Resolución

- **Piden: S**



$$S = 6a^2$$

- **Por dato.**

$$2p_{DCGH} = 12$$

$$4a = 12$$

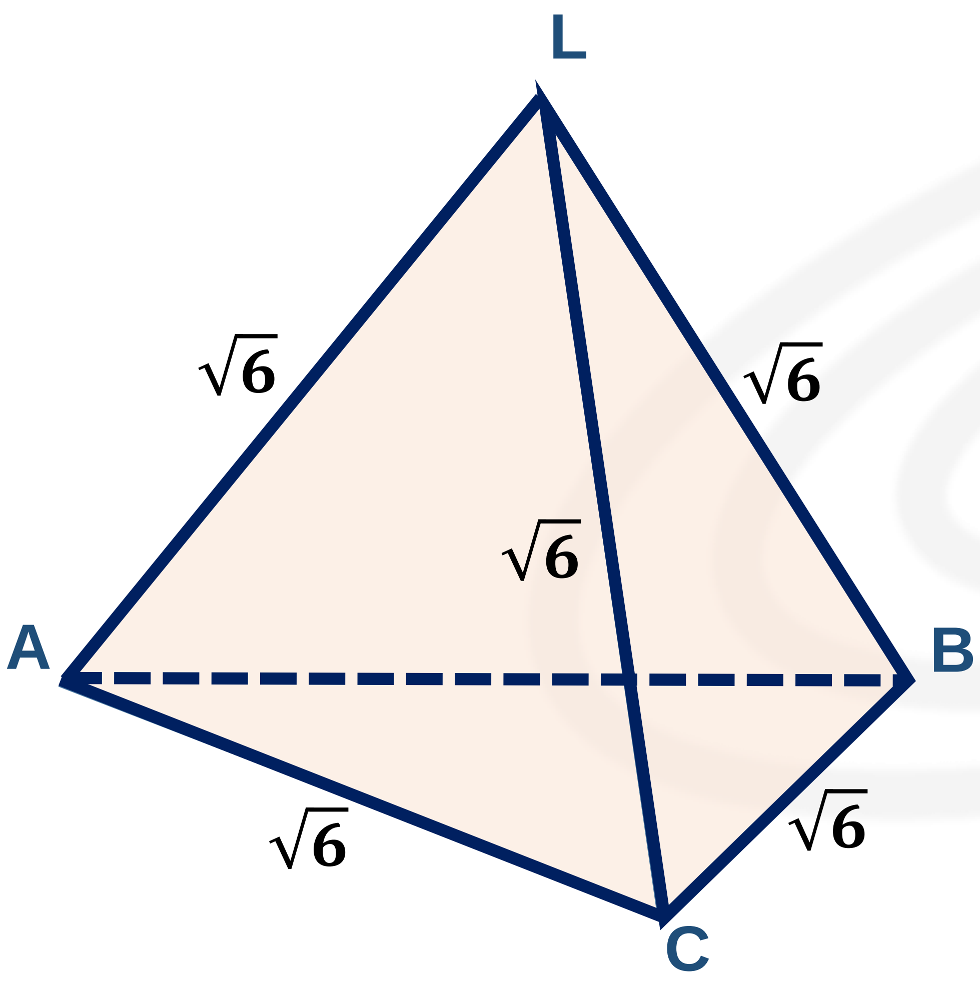
$$a = 3$$

- **Por teorema.**

$$S = 6(3)^2$$

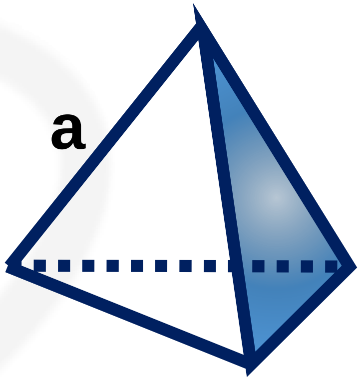
$$S = 54\ u^2$$

2. La arista de un tetraedro regular es $\sqrt{6}$ u. Calcule el volumen del sólido limitado por el tetraedro.



Resolución

- Piden: V



$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

- Por dato.

$$a = \sqrt{6}$$

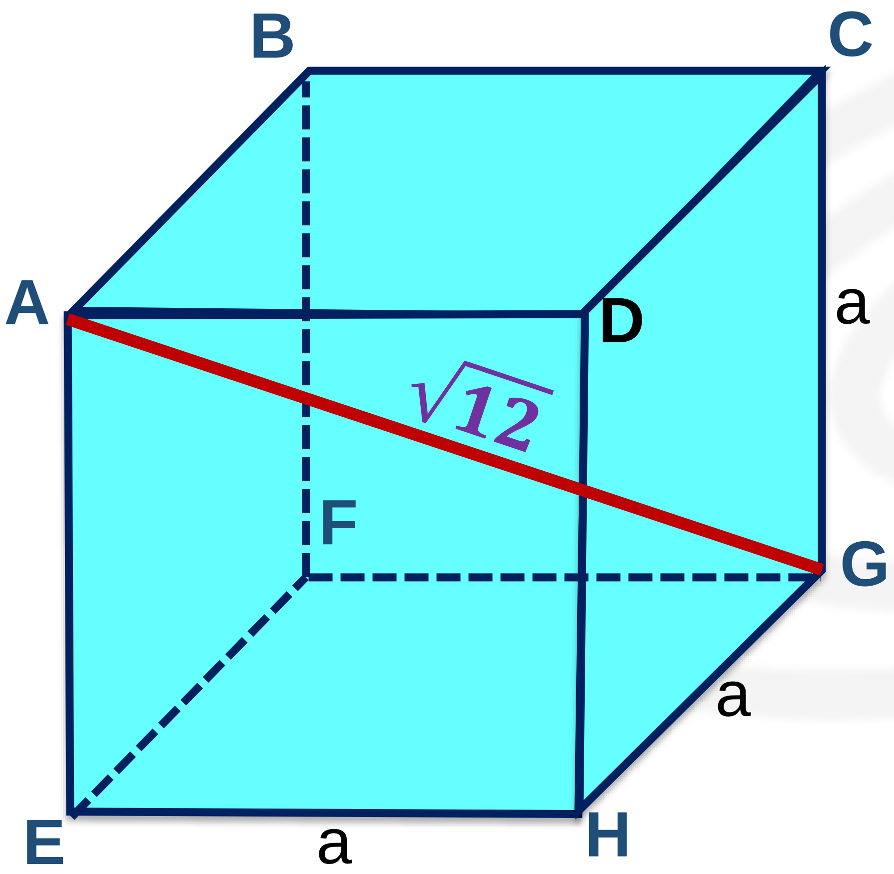
- Por teorema.

$$V = \frac{(\sqrt{6})^3\sqrt{2}}{12}$$

$$V = \frac{{}^{1}(\cancel{6}\sqrt{6})\sqrt{2}}{\cancel{12}_{\,2}}$$

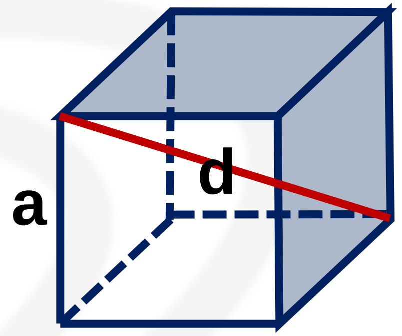
$$\boxed{V = \sqrt{3}\,u^3}$$

3. Calcule el volumen del sólido limitado por el hexaedro regular mostrado.



Resolución

- Piden: V



$$V = a^3$$

$$d = a\sqrt{3}$$

- Por dato.

$$d = \sqrt{12}$$

$$a\cancel{\sqrt{3}} = 2\cancel{\sqrt{3}}$$

$$a = 2$$

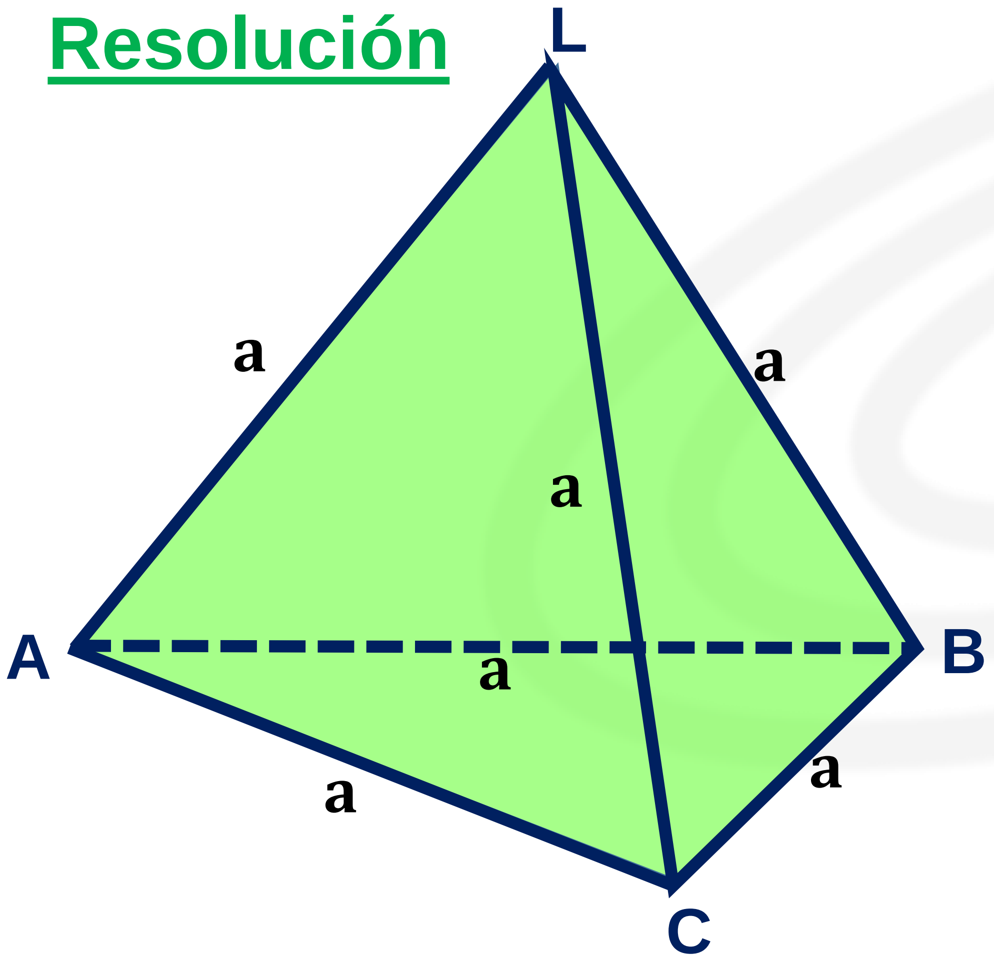
- Por teorema.

$$V = (2)^3$$

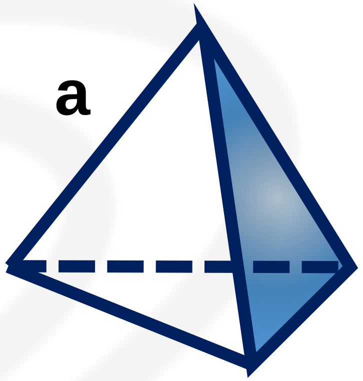
$$\boxed{V = 8\ u^3}$$

4. Calcule el área de la superficie total de un tetraedro regular, si la suma de las longitudes de sus aristas es 36 u.

Resolución



- Piden: A



$$S = a^2\sqrt{3}$$

- Por dato.

$$6a = 36$$

$$a = 6$$

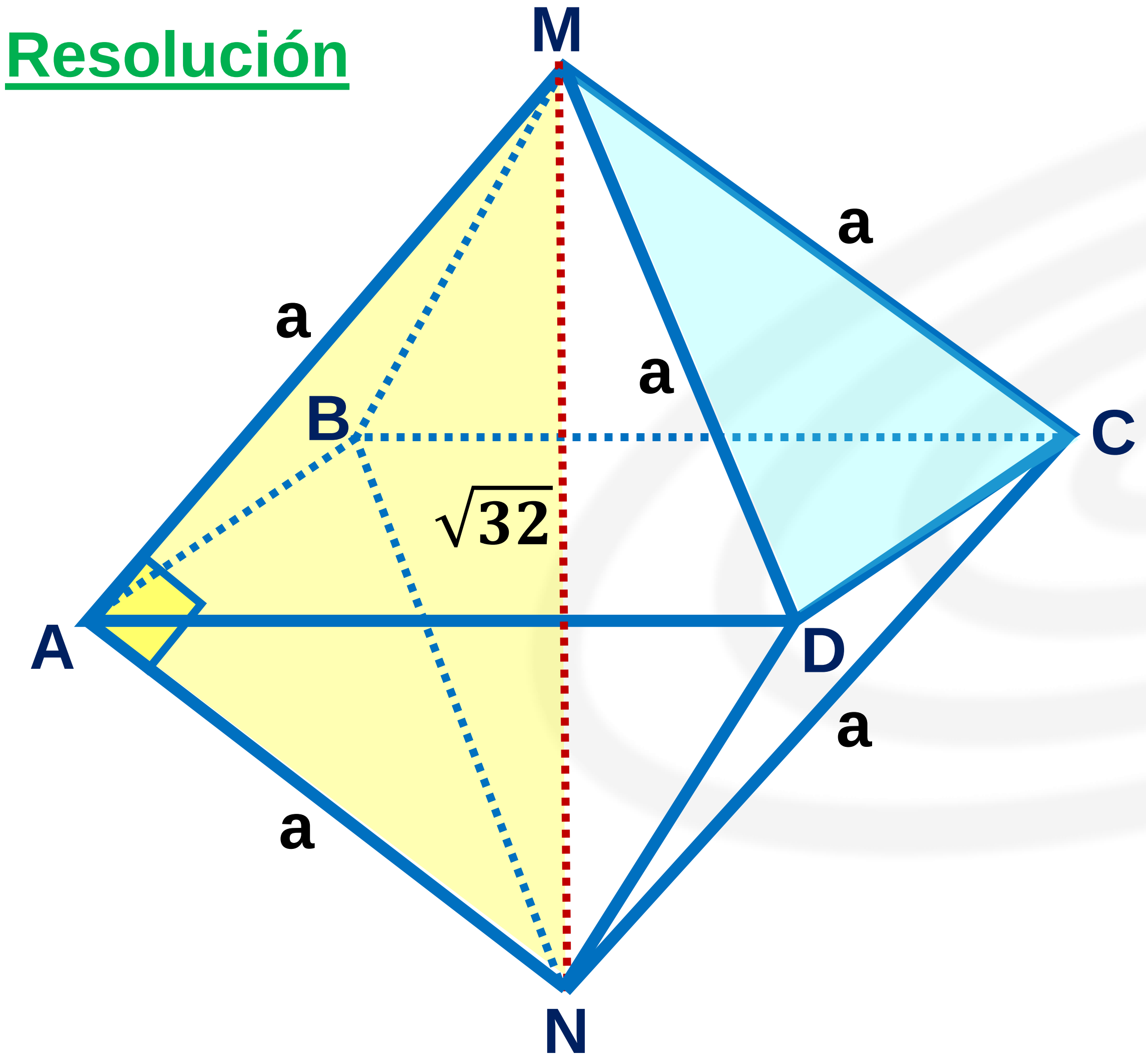
- Por teorema.

$$S = (6)^2\sqrt{3}$$

$$\boxed{S = 36\sqrt{3}\,u^2}$$

5. Si la diagonal de un octaedro regular es $\sqrt{32}$, calcule el perímetro de una de sus caras.

Resolución



- **Piden:** $2p_{CMD}$

$$2p_{CMD} = 3a \qquad \dots (1)$$

- **Por teorema.**

$$\boxed{MN = d = a\sqrt{2}}$$

- **Por dato.**

$$d = \sqrt{32}$$

$$a\cancel{\sqrt{2}} = 4\cancel{\sqrt{2}}$$

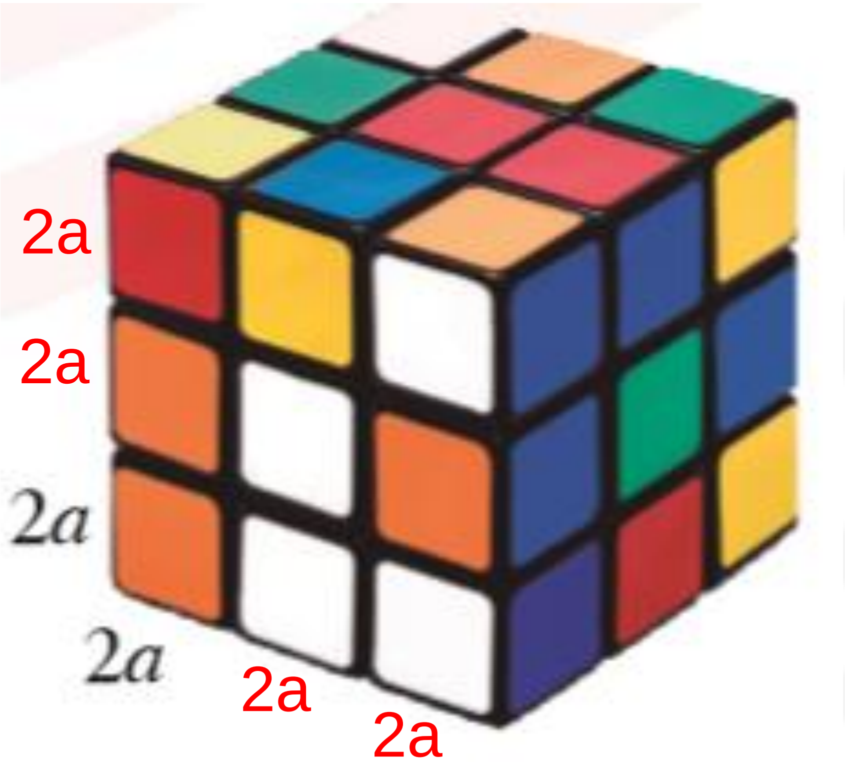
$$a = 4 \qquad \dots (2)$$

- **Reemplazando 2 en 1.**

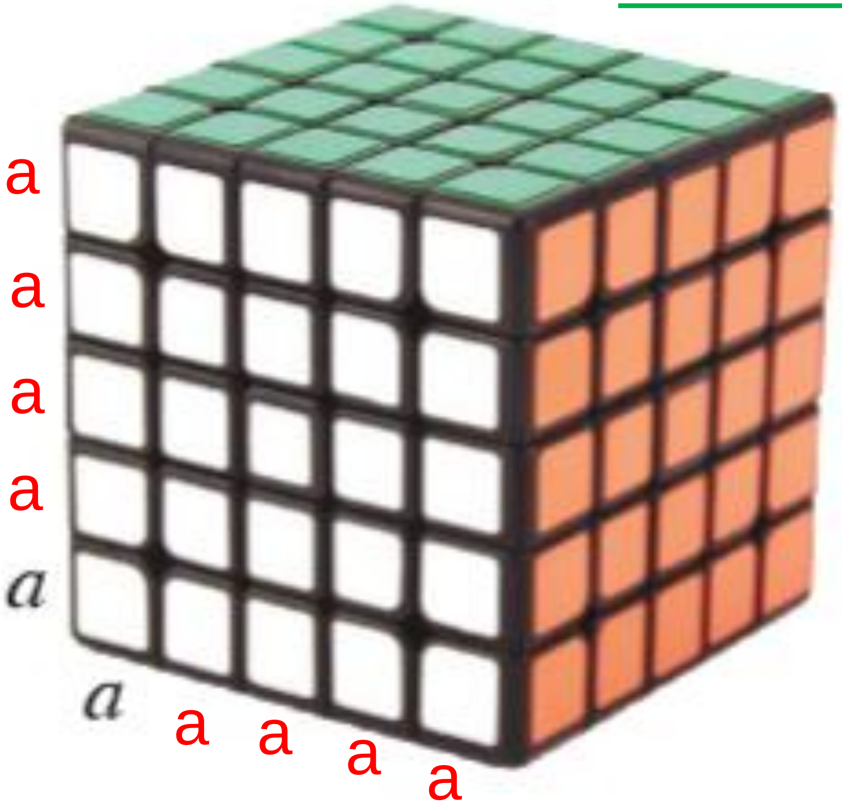
$$2p_{CDM} = 3(4)$$

$$\boxed{2p_{CMD} = 12\ u}$$

6. Se muestra dos cubos Rubik que tienen la forma de un hexaedro regular, calcule la relación de sus volúmenes.



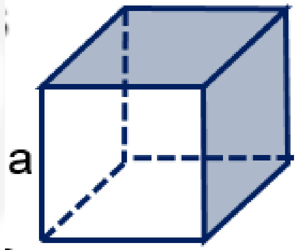
V_1



V_2

Resolución

- Piden $\frac{V_1}{V_2}$



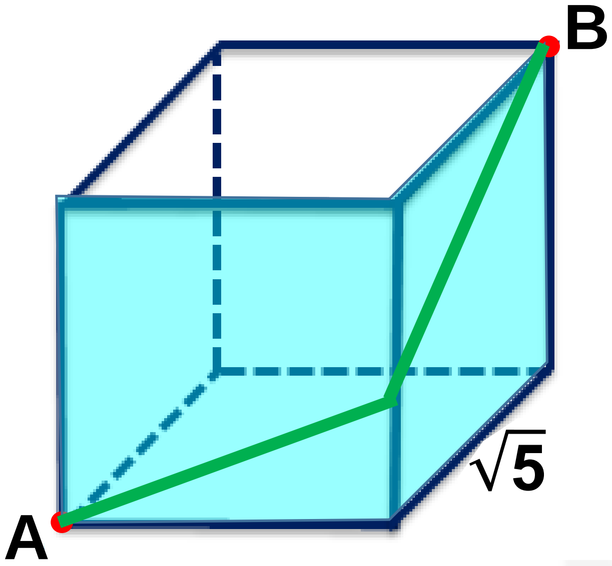
$$\boxed{V = a^3}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(6a)^3}{(5a)^3}$$

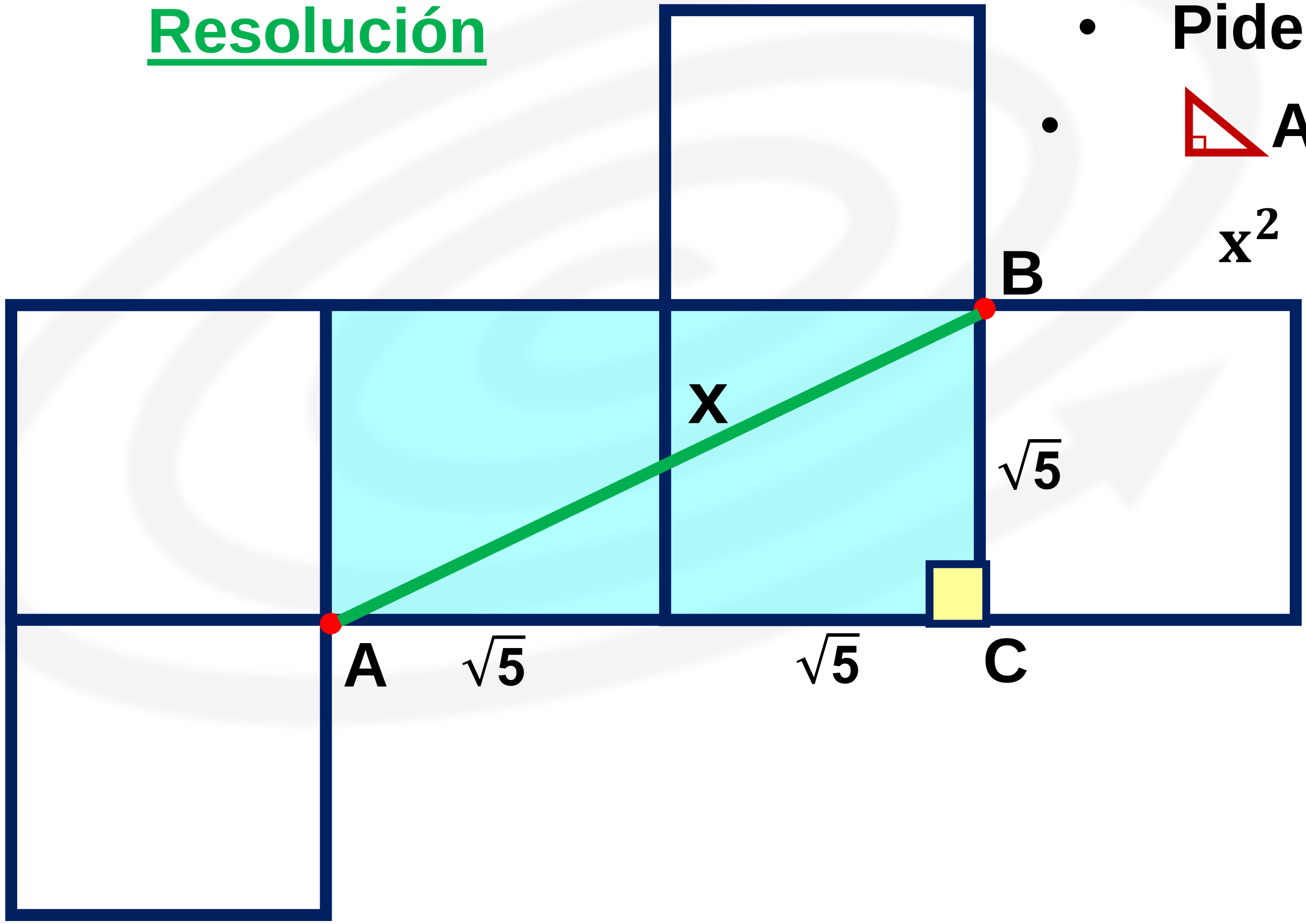
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{216\cancel{a^3}}{125\cancel{a^3}}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{216}{125}}$$

7. En un cubo en el punto A se encuentra una hormiga y en el punto B su comida. Halle la longitud del menor recorrido que puede hacer la hormiga para llegar al punto B.



Resolución



- **Piden: x**
- $\triangle$ **ACB : T. Pitágoras.**

$$x^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2$$

$$x^2 = 25$$

$$\boxed{x = 5\ u}$$