



ARITHMETIC

Chapter N° 8

2nd
SECONDARY

Divisibilidad II



 **SACO OLIVEROS**



Cierto día el director de Villa el Salvador quería completar una encuesta que pedía la cantidad de estudiantes que hay en el nivel secundario de su local. Tenía apuntado en su agenda $\overline{x76}$ **estudiantes**; ¡problemas! ¿Qué hago?

Sólo se recordaba que para un taller de liderazgo **todos se agruparon de 3 y no sobró ni un estudiante.**

¿Cuál es la cantidad de estudiantes de su local sabiendo que es lo máximo posible?



Rpta: 876



1. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Es un conjunto de reglas que, aplicadas a las cifras de un numeral, permiten establecer si el numeral es o no múltiplo de algún módulo y, si no lo es, nos permite calcular el residuo.

2. CRITERIO DE DIVISIBILIDAD POR 2^n

a) Criterio de divisibilidad por 2

b) Criterio de divisibilidad por 4

$$\overline{abcdef} = 2$$

si:

$$f = 2$$

$$f = 0; 2; 4; 6 \text{ u } 8$$

$$\overline{abcdef} = 4$$

si:

$$\overline{ef} = 4 \text{ o } 00$$

$$\overline{abcdef} = 4$$

si:

$$\overline{ef} = 4 \rightarrow 2e + f = 4$$

$\downarrow \downarrow$
 21



c) Criterio de divisibilidad por 8

$$\overline{abcdef} = 8$$

si:

$$\overline{def} = 8 \quad \bullet \quad 000$$

$3480 = 8$ ya que termina en $480 = 8$

$15000 = 8$ ya que termina en 000

Regla practica

$$\overline{abcdef} = 8$$

si:

$$\overline{def} = 4d + 2e + f = 8$$

$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 2 & 1 \end{array}$

Ejemplo:

¿251344 es divisible por 8?

Por la regla practica

$$251\boxed{344}$$

$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 2 & 1 \end{array}$

$$\rightarrow 4(3) + 2(4) + 4 = 24 = 8$$

\therefore 251344 es divisible por 8



3. CRITERIO DE DIVISIBILIDAD POR 3

Un número es divisible por 3 si la "suma de sus cifras" da un número múltiplo de 3.

$$\overline{abcdef} = 3$$

si:

$$a+b+c+d+e+f = 3$$

Ejemplo:

¿2103 es divisible por 3?

Solución:

$$2+1+0+3=6=3$$

∴ 2103 es divisible por 3



4. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD POR 9

Un número es divisible por 9 si la "suma de sus cifras" da un número múltiplo de 9.

$$\overline{abcdef} = 9$$

si:

$$a+b+c+d+e+f = 9$$

Ejemplo:

¿819 es divisible por 9?

Solución:

$$8+1+9=18=9$$

∴ 819 es divisible por 9



5. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD POR 5^n

a) Criterio de divisibilidad por 5

$$\overline{abcdef} = 5$$

si:

$$f = 5 \quad \text{ó} \quad 0$$

Ejemplos:

$315 = 5$ ya que termina en $5 = 5$

$8450 = 5$ ya que termina en 0

b) Criterio de divisibilidad por 25

$$\overline{abcdef} = 25$$

si:

$$\overline{ef} = 25 \quad \text{ó} \quad 00$$

$725 = 25$ ya que termina en $25 = 25$

$6900 = 25$ ya que termina en 00



6. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD POR 7

Un número será divisible por 7 si luego de multiplicar los dígitos por los números que se indican, resulta un número múltiplo de 7:

	a	b	c	d	e	f = 7
	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Restos potenciales	-2	-3	-1	2	3	1

$$-2a - 3b - c + 2d + 3e + f = 7$$

Ejemplo:

¿Es 626 934 divisible por 7?

Solución:

6	2	6	9	3	4
↓	↓	↓	↓	↓	↓
-2	-3	-1	2	3	1

$$-2(6) - 3(2) - 6 + 2(9) + 3(3) + 4$$

$$-12 - 6 - 6 + 18 + 9 + 4 = 7$$

∴ 626 934 es divisible por 7



7. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD POR 11

Un número será divisible por 11 si luego de multiplicar los dígitos por los números +1 y -1 como se indica, y luego reducir los resultados, resulta un número múltiplo de 11.

$$\begin{array}{cccccc}
 \overline{a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f} & = & 11 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 - & + & - & + & - & + \\
 -a & +b & -c & +d & -e & +f & = & 11
 \end{array}$$

Ejemplo:

¿Es 9 873 226 divisible por 11?

Solución:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \overline{9 \quad 8 \quad 7 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 6} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 + & - & + & - & + & - & +
 \end{array}$$

Suma de cifras de orden impar:

$$9+7+2+6=24 \quad \dots (I)$$

Suma de cifras de orden par:

$$-8-3-2=-13 \quad \dots (II)$$

Sumamos I y II:

$$24-13=11$$

∴ 9 873 226 es divisible por 11



PROBLEMA 1

La cantidad de estudiantes del local de Belisario es $\overline{543x}$. Para realizar un trabajo de Aritmética se agrupan de 4 y no sobra ni un alumno. Calcule la suma de los valores que puede tomar x .

RECUERDA

Criterio de divisibilidad por 4

si: $\overline{abcdef} = \dot{4}$

$\overline{ef} = \dot{4} \text{ ó } 00$

RESOLUCION

Sea $\overline{54\boxed{3x}} \rightarrow \overline{3x} = \dot{4}$

\downarrow

$\begin{array}{c} 3\boxed{2} \\ 3\boxed{6} \end{array}$

$x = \{2;6\}$

RPTA: La suma de valores es 8



PROBLEMA 2

¿Cuántos valores toma x ?

$$\overline{27x52} = \dot{3}$$

RECUERDA

Criterio de
divisibilidad por 3

$$\overline{abcdef} = \dot{3}$$

si:

$$a + b + c + d + e + f = \dot{3}$$

RESOLUCION

$$\overline{27x52} = \dot{3} \quad \Rightarrow \quad 2 + 7 + x + 5 + 2 = \dot{3}$$

$$x + 16 = \dot{3}$$

$$x + \underbrace{15 + 1} = \dot{3}$$

$$x + \dot{3} + 1 = \dot{3}$$

$$x + 1 = \dot{3}$$

$$x : \{2; 5 \text{ y } 8\}$$

RPTA: “x” puede tomar 3 valores



PROBLEMA 3

Calcule el valor que toma x , si

$$\overline{x43x} = \dot{5}$$

RECUERDA

**Criterio de
divisibilidad por 5**

$$\overline{abcdef} = \dot{5}$$

si:

$$f = \dot{5} \quad \text{o} \quad 0$$

RESOLUCION

Sea: $\overline{x43x} = \dot{5} \rightarrow \overline{3x} = \dot{5}$

$$\downarrow$$

$$35$$

$x \neq 0$ (Por ser " x " primera cifra)

RPTA: " x " toma el valor de 5



PROBLEMA 4

Halle el valor de a si:

$$\overline{4723a} = \dot{9} + 3$$

RECUERDA

Criterio de divisibilidad por 9

$$\overline{abcdef} = \dot{9}$$

si:

$$a + b + c + d + e + f = \dot{9}$$

RESOLUCION

$$\text{Sea } \overline{4723a} = \dot{9} + 3$$



$$4 + 7 + 2 + 3 + a = \dot{9} + 3$$

$$16 + a = \dot{9} + 3$$

$$\dot{9} + 7 + a = \dot{9} + 3$$

$$7 - 3 + a = \dot{9} - \dot{9}$$

$$4 + a = \dot{9}$$

$$(a < 10)$$

RPTA: El valor de "a" es 5



PROBLEMA 5

En el último censo nacional realizado por el INEI se obtuvo como resultado que la población actual de Perú es $\overline{30a24b81}$. ¿Cuál será el residuo si se divide dicha cantidad entre 25?

RECUERDA

Criterio de divisibilidad por 25

$$\overline{abcdef} = 25$$

si:

$$\overline{ef} = 25 \quad \text{ó} \quad 00$$

RESOLUCION

$$\text{Sea: } \overline{30a24b81} = 25 + r$$



$$\overline{81} = 25 + r$$

$$\overline{81} = 25 + 6$$

RPTA: El residuo es 6



PROBLEMA 6

Frank tiene que vender cierta cantidad de celulares. Si s/ $\overline{38ab}$ fue lo que logró recaudar al vender todos los equipos que tienen un precio unitario de S/125. Calcula la suma de \overline{ab} y la cantidad de equipos que vendió.

RECUERDA

Criterio de divisibilidad por 125

$$\overline{abcdef} = 125$$

si:

$$\overline{def} = 125$$

RESOLUCION

$$\text{Sea: } \overline{38ab} = 125 \rightarrow \overline{8ab} = 125$$

$$\overline{8ab} = 125 \times 7$$

$$\overline{8ab} = 875$$

$$\rightarrow \overline{ab} = 75$$

$$\text{Números de equipos} = \frac{3875}{125} = 31$$

$$\text{RPTA: } 75 + 31 = 106$$



PROBLEMA 7

Nicolás compra con su tarjeta de crédito 9 tableros de ajedrez de igual precio, pero al llegar a su casa observa que el voucher está medio borroso y solo puede observar $S/\overline{4*6}$ ¿Cuál fue el precio de cada tablero de ajedrez?

RECUERDA

Criterio de divisibilidad por 9

$$\overline{abcdef} = \dot{9}$$

si:

$$a + b + c + d + e + f = \dot{9}$$

RESOLUCION

$$\text{Precio del pantalon} = n \rightarrow \overline{4*6} = 9n$$

$$\overline{4*6} = \dot{9}$$

$$4+*+6 = \dot{9}$$

$$* = 8$$

$$\text{Precio del pantalon} = \frac{486}{9} = 54$$

RPTA: El precio de cada tablero de ajedrez fue de S/.54