



# MATHEMATICAL REASONING

**Chapters 13, 14 & 15**

**5th**  
OF SECONDARY

**FEED BACK**



 **SACO OLIVEROS**



# Series ii





## PROBLEMA 2

Halle el valor de la siguiente serie:

$$S = \underbrace{4 + 14 + 36 + 76 + 140 + \dots}_{20 \text{ términos}}$$

Resolución:

Dándole forma convenientemente:

$$4 \longrightarrow 1^3 + 3$$

$$14 \longrightarrow 2^3 + 6$$

$$36 \longrightarrow 3^3 + 9$$

$$76 \longrightarrow 4^3 + 12$$

$$140 \longrightarrow 5^3 + 15$$

$$tn = n^3 + 3n$$

$$S_n = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2 + 3 \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{20} = \left( \frac{20(21)}{2} \right)^2 + 3 \frac{20(21)}{2}$$

$$S_{20} = (210)^2 +$$

$$S_{20} = 44100 + 630$$

$$S_{20} = 44730$$

$$\underline{\underline{44730}}$$



## PROBLEMA 3

Calcula el valor de la serie:

$$M = \frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \dots + \frac{1}{79 \times 83}$$

Resolución:

$$M = \frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \dots + \frac{1}{79 \times 83}$$

Multiplicamos por 4 a ambos términos (numerador y denominador).

$$M = \frac{1}{4} \left( \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \dots + \frac{4}{79 \times 83} \right)$$

$$M = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{79} - \frac{1}{83} \right)$$

$$M = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{83} \right)$$

$$M = \frac{1}{4} \left( \frac{80}{3 \times 83} \right)$$

$$\therefore M = \frac{20}{249}$$



## PROBLEMA 4

Calcule la suma total del siguiente arreglo:

$$\begin{array}{r}
 \swarrow 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 40 \\
 4 + 6 + 8 + \dots + 40 \\
 \swarrow 6 + 8 + \dots + 40 \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 38 + 40 \\
 40
 \end{array}$$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

## Resolución:

Piden la suma total del arreglo.

$$S = 1(2) + 2(4) + 3(6) + 4(8) + \dots + 20(40)$$

$$S = 1(1 \cdot 2) + 2(2 \cdot 2) + 3(3 \cdot 2) + 4(4 \cdot 2) \dots + 20(20 \cdot 2)$$

$$S = 1^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 2 + \dots + 20^2 \cdot 2$$

$$S = 2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20^2)$$

$$S = 2 \left( \frac{\overset{10}{20} \overset{7}{(21)} (41)}{\underset{6}{\cancel{6}} \underset{2}{\cancel{2}}} \right)$$

$$S = 2 \cdot 2870$$

$$\therefore S = \underline{\underline{5740}}$$



# FRACCIONES





## PROBLEMA 5

A y B pueden hacer una obra en 20 días. A lo haría solo, en 30 días. Si A trabaja solo durante 10 días.

¿Cuántos días empleará B para terminar la obra?

### Resolución:

	OBRATOTAL	EN1 DÍA
<b>A</b>	30 días	$\frac{1}{30}$
<b>B</b>	x días	$\frac{1}{x}$
<b>Juntos</b>	20 días	$\frac{1}{20}$

$$\left( \frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \right) 60x$$

$$2x + 60 = 3x$$

$$60 = x$$

Ahora:

"A" trabajó sólo 10 días

avanzó:  $\frac{1}{3}$  Obra

→ B debe realizar  $\frac{2}{3}$  (60)

∴ 40 días





## PROBLEMA 6

Los  $\frac{2}{3}$  de los profesores de un colegio son mujeres  
y 12 de los varones son solteros mientras que los  $\frac{3}{5}$  de los profesores hombres son casados. El número total de profesores en este colegio es:

### Resolución:

Piden determinar el número total de profesores:  $x$

	SOLTEROS	CASADOS	
VARONES	12	$\frac{3}{5} \left( \frac{1}{3} (x) \right)$	$\frac{1}{3} (x)$
MUJERES			$\frac{2}{3} (x)$

$$\frac{3}{5} \left( \frac{1}{3} (x) \right) = 12 \quad \rightarrow \quad x = 90$$

$$\therefore \text{Total profesores} = \underline{\underline{90}}$$



## OTRA FORMA:

Los  $\frac{2}{3}$  de los profesores de un colegio son mujeres y 12 de los varones son solteros mientras que los  $\frac{3}{5}$  de los profesores hombres son casados. El número total de profesores en este colegio es:

Piden determinar el número total de profesores:  $15K$

	SOLTEROS	CASADOS	
VARONES	$12 = 2K$	$3K$	$5K$
MUJERES			$10K$

$$2K = 12$$

$$K = 6$$

*Total profesores:*

$$\rightarrow 15(6) = 90$$

$$\therefore \underline{\underline{90}}$$



## PROBLEMA 7

El obrero A puede hacer un trabajo en 10 días, B puede hacerlo en 12 días, y C en 15 días. El primer día A solo inicia el trabajo; el tercer día se le une B; luego en el sexto día se les une C y trabajan los tres hasta terminar la obra. ¿Cuántos días demora la obra?

### Resolución:

Obra total  
 $60k$

En 1 día

A  $\rightarrow 6k$

B  $\rightarrow 5k$

C  $\rightarrow 4k$

$$2(6k) + 3(11k) + x(15k) =$$

$$+ \quad + \quad =$$

$$=$$

$$=$$

$$\text{Total de días: } 2 + 3 + 1 = 6$$

$$\therefore \underline{\underline{6 \text{ días}}}$$



# Tanto por ciento





## PROBLEMA 8

En una reunión internacional de negocios se reúnen 50 franceses, 45 alemanes, 85 rusos y 36 peruanos. ¿Qué porcentaje de los que no son peruanos son peruanos?

$$\frac{\text{LO QUE HACE DE PARTE}}{\text{LO QUE HACE DE TODO}} \times (100\%)$$

Franceses: 50  
Alemanes: 45  
Rusos: 85  
Peruanos: 36

} No son peruanos

**No son peruanos:**  $50 + 45 + 85 =$

*Piden:*

*porcentaje de peruanos que no son peruanos:*

$$\frac{\text{PERUANOS: } \cancel{36}}{\text{NO SON PERUANOS: } \cancel{180} \times 5} \times (100\%) = 20\%$$

$$\therefore \underline{\underline{20\%}}$$



## PROBLEMA 9

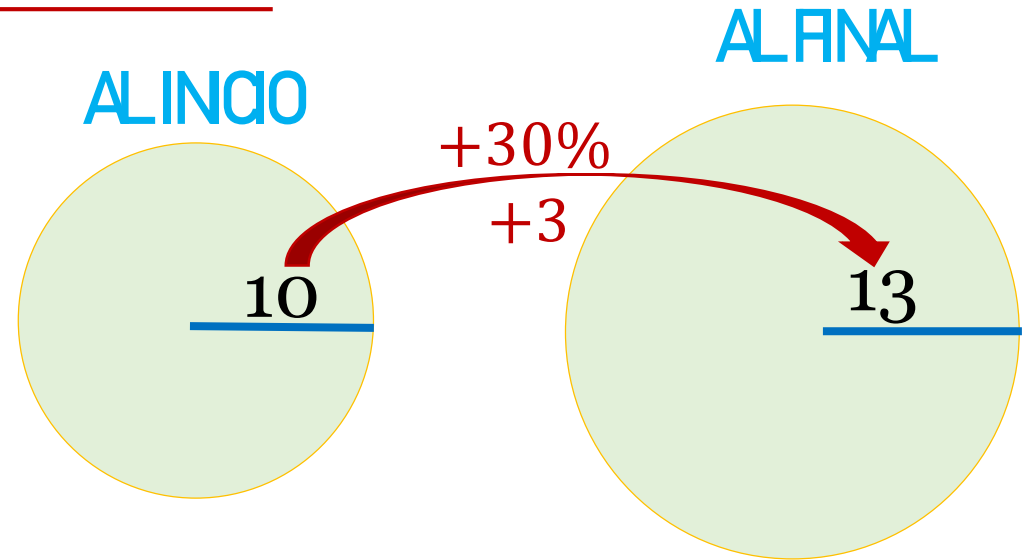
Si el radio de un círculo aumenta en 30%. ¿En qué porcentaje aumenta su área?

### RECORDEMOS:

En **variación porcentual**, las constantes en las fórmulas no se consideran.



### Resolución:



$$A_{\text{inicio}} = (10)^2$$

$$A_{\text{inicio}} = 100$$

$$A_{\text{final}} = (13)^2$$

$$A_{\text{final}} =$$

aumenta en 69

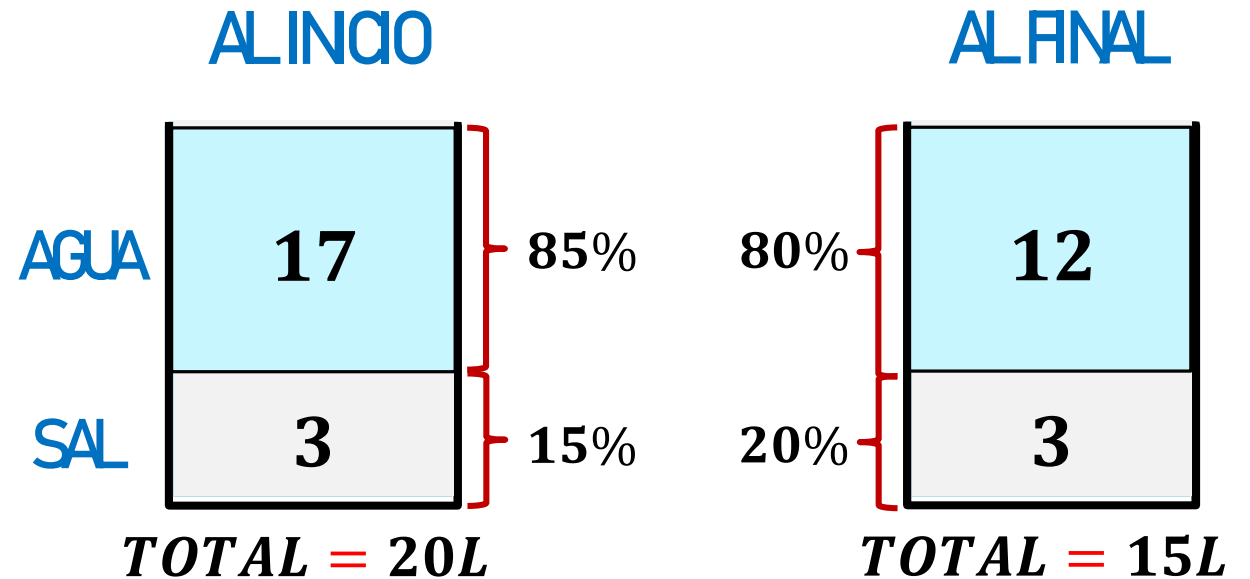
$$\therefore \text{aumenta: } \underline{\underline{69\%}}$$



## PROBLEMA 10

Si 20 L de agua contiene 15% de sal, ¿cuánto de agua se debe evaporar para que la nueva solución contenga 20% de sal?

Piden la cantidad de agua que debe evaporarse.



∴ *N° de litros de agua que se evapora* = 5L



## PROBLEMA 11

Sonia le dice a su hermano Carlos: “Entre tu dinero y el mío hacemos \$.750, pero si hubieras recibido el 30% menos de lo que te corresponde, tendrías lo mismo que yo si me hubieran dado 20% menos de lo que tengo”. ¿Cuál es la diferencia entre lo que tiene cada uno?

Piden la diferencia entre lo que tiene cada uno.

CARLOS

70%	30%
$7(8x)$	$3(8x)$

 $= 80x$

SONA

80%	20%
$8(7x)$	$2(7x)$

 $= 70x$

$$70x + 80x = 750$$

$$150x = 750 \rightarrow x = 5$$

Piden:

$$80x - 70x = 10x$$

$$\therefore 10(5) = \underline{\underline{50}}$$