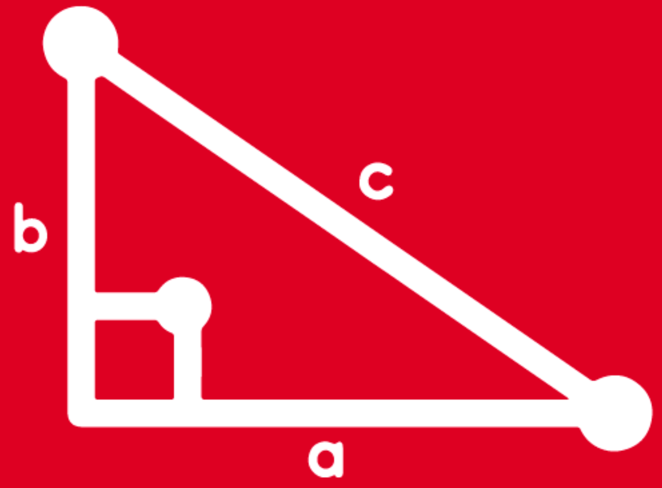
TRIGONOMETRY

Chapter 6

1st
SECONDARY



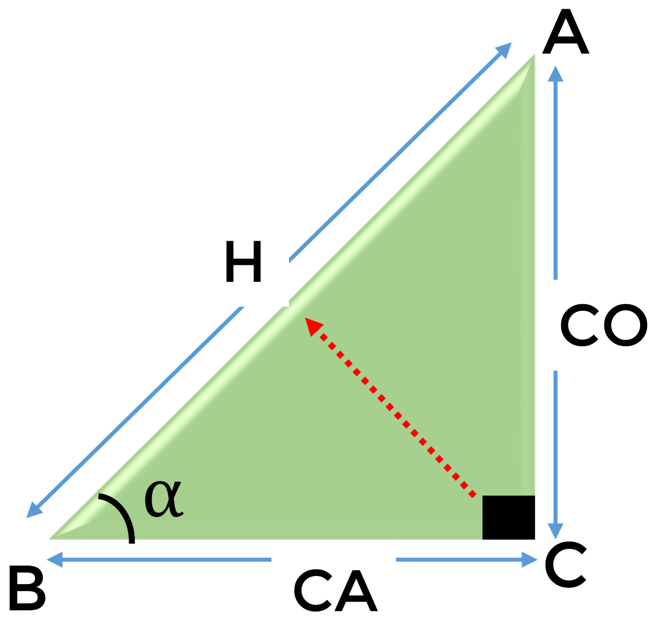
Razones trigonométricas de un ángulo agudo III

SACO OLIVEROS


Aunque
LA VIDA
NO RESULTE
SER LA FIESTA
Que esperabas
NUNCA DEJES
de
BAILAR

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO III

Es el cociente entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con respecto a uno de sus ángulos agudos.



Teorema de Pitágoras:

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

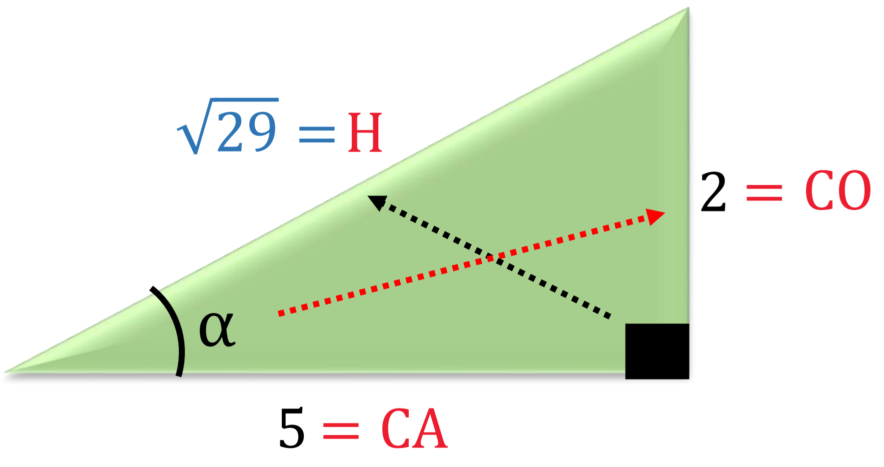
R.T con respecto al ángulo agudo α:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{CO}{H} \qquad \cos\alpha = \frac{CA}{H} \qquad \tan\alpha = \frac{CO}{CA}$$

$$\cot\alpha = \frac{CA}{CO} \qquad \sec\alpha = \frac{H}{CA} \qquad \csc\alpha = \frac{H}{CO}$$

HELICOPRACTICE 1

Del gráfico, efectúe $P = \sqrt{29}\operatorname{sen}\alpha + 3$



Teorema de Pitágoras:

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{CO}{H}$$

Resolución:

$$H^2 = 2^2 + 5^2$$

$$H = \sqrt{4 + 25} \Rightarrow H = \sqrt{29}$$

Calculamos:

$$P = \sqrt{29}\operatorname{sen}\alpha + 3$$

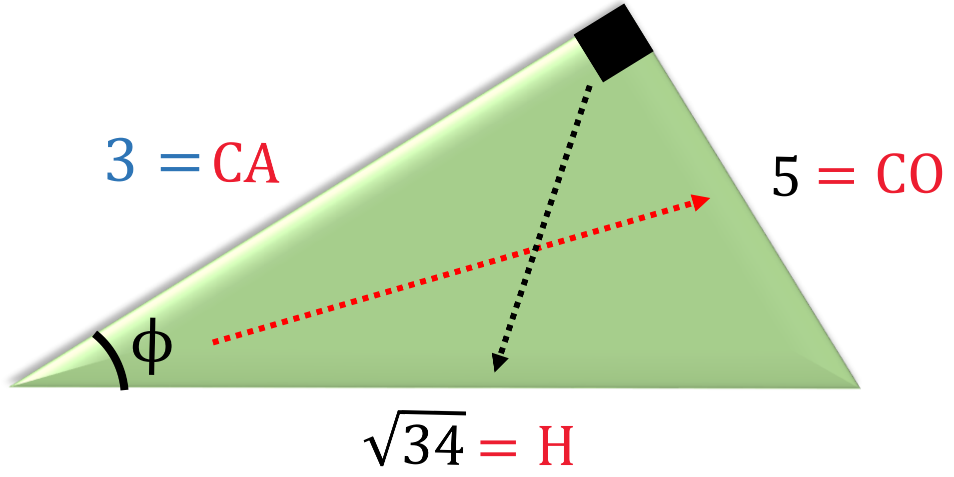
$$P = \cancel{\sqrt{29}}\left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{29}}}\right) + 3$$

$$P = 2 + 3$$

$$\boxed{\therefore P = 5}$$

HELICOPRACTICE 2

Del gráfico, efectúe $Q = \sqrt{34}\sec\phi + \tan\phi$



RECORDAR

Teorema de Pitágoras:

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\tan\phi = \frac{CO}{CA}$$

$$\sec\phi = \frac{H}{CA}$$

Resolución:

$$(\sqrt{34})^2 = 5^2 + CA^2$$

$$34 = 25 + CA^2$$

$$9 = CA^2$$

$$CA = \sqrt{9} \Rightarrow CA = 3$$

Calculamos:

$$Q = \sqrt{34}\sec\phi + \tan\phi$$

$$Q = \sqrt{34}\left(\frac{\sqrt{34}}{3}\right) + \frac{5}{3}$$

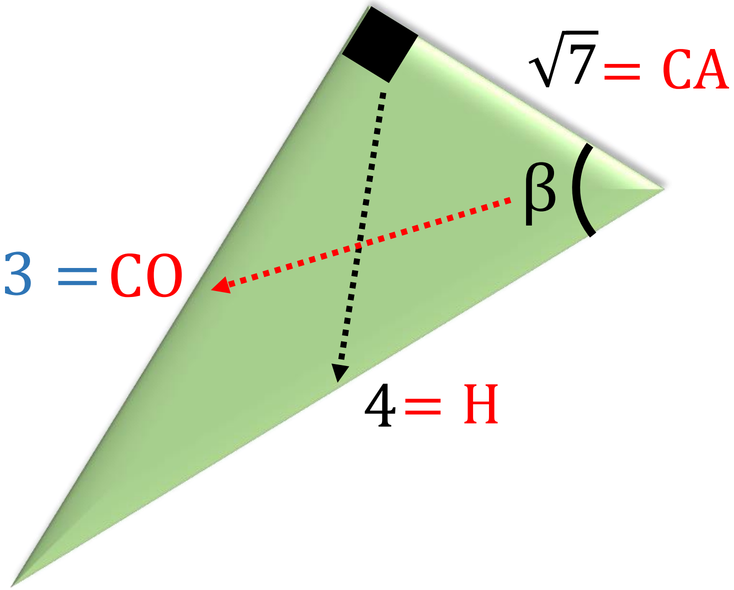
$$Q = \frac{34}{3} + \frac{5}{3}$$

$$Q = \frac{39}{3}$$

$$\boxed{\therefore Q = 13}$$

HELICOPRACTICE 3

Del gráfico, efectúe $T = \csc^2\beta + \cot^2\beta$



Teorema de Pitágoras:

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\csc\beta = \frac{H}{CO}$$

$$\cot\beta = \frac{CA}{CO}$$

Resolución:

$$4^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2 + CO^2$$

$$16 = 7 + CO^2$$

$$9 = CO^2$$

$$CO = \sqrt{9} \Rightarrow CO = 3$$

Calculamos:

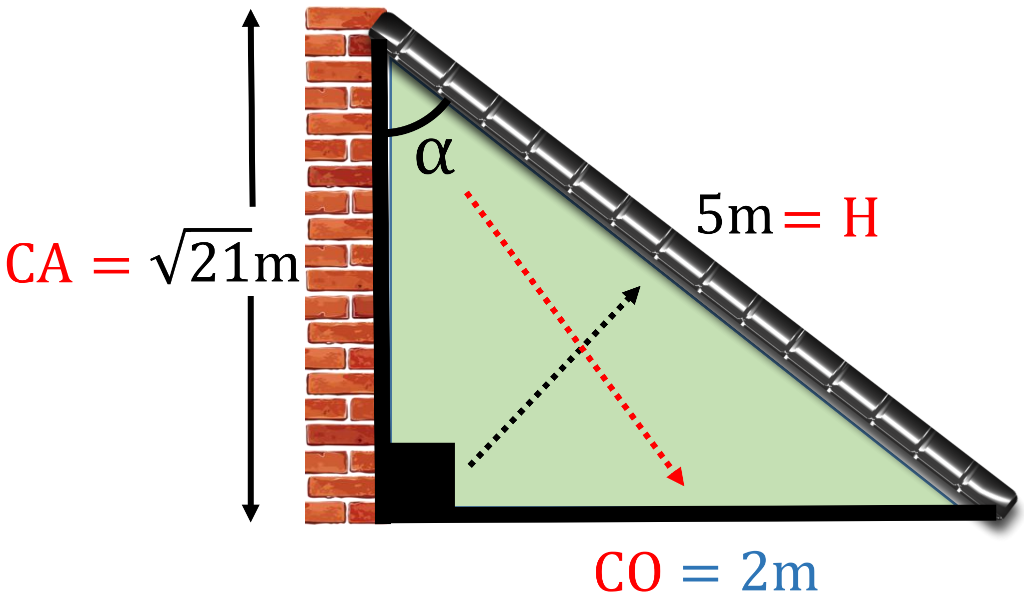
$$T = \csc^2\beta + \cot^2\beta$$

$$T = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2$$

$$T = \frac{16}{9} + \frac{7}{9} \Rightarrow \therefore T = \frac{23}{9}$$

HELICOPRACTICE 4

Una barra metálica descansa sobre una pared (Observe el gráfico), formándose un ángulo α entre la barra metálica y la pared. Sabiendo que la longitud de la barra metálica es de 5m y la altura de la pared es $\sqrt{21}$m, calcule el producto de la cotangente y la secante de dicho ángulo.



$$H^2 = CA^2 + CO^2$$

$$\cot\alpha = \frac{CA}{CO}$$

$$\sec\alpha = \frac{H}{CA}$$

Resolución:

$$5^2 = \left(\sqrt{21}\right)^2 + CO^2$$

$$25 = 21 + CO^2$$

$$4 = CO^2$$

$$\Rightarrow CO = 2$$

Calculamos:

$$\cot\alpha.\sec\alpha = \left(\frac{\cancel{\sqrt{21}}}{2}\right)\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{21}}}\right)$$

$$\therefore \cot\alpha.\sec\alpha = \frac{5}{2}$$

HELICOPRACTICE 5

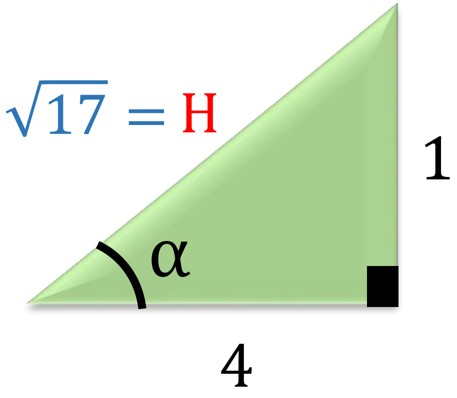
Si $\tan\alpha = \frac{1}{4}$, siendo α un ángulo agudo, efectúe

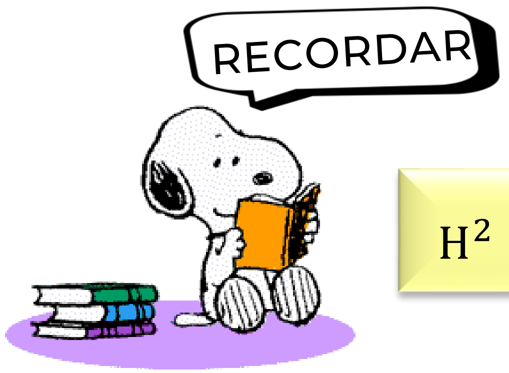
$$P = \sqrt{17}\cos\alpha$$

Resolución:

Del dato:

$$\tan\alpha = \frac{1}{4} = \frac{CO}{CA}$$





$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\cos\alpha = \frac{CA}{H}$$

Teorema de Pitágoras:

$$H^2 = 1^2 + 4^2$$

$$H = \sqrt{1 + 16}$$

$$H = \sqrt{17}$$

Calculamos:

$$P = \sqrt{17}\cos\alpha$$

$$P = \cancel{\sqrt{17}}\left(\frac{4}{\cancel{\sqrt{17}}}\right)$$

$$\therefore P = 4$$

HELICOPRACTICE 6

El profesor Gerald plantea el siguiente ejercicio para determinar al delegado del aula, encuentre el triángulo rectángulo en el que uno de sus catetos es el menor número par de dos cifras significativas y el otro cateto es el primer número impar mayor que tres, luego determine: Q = senβ·cscβ. Si se sabe que β es el menor ángulo de dicho triángulo rectángulo.

Teorema de Pitágoras:

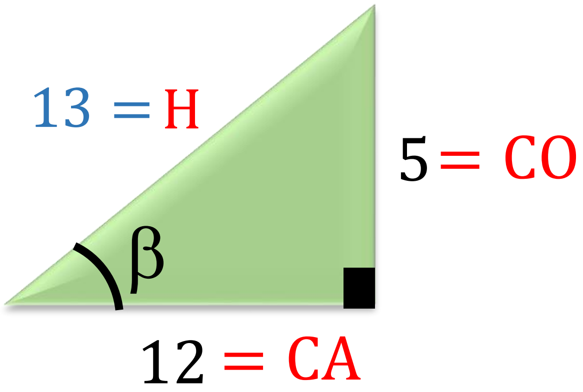
$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{CO}{H}$$

$$\csc\beta = \frac{H}{CO}$$

Resolución:

Del enunciado:



$$H^2 = 5^2 + 12^2$$

$$H^2 = 25 + 144$$

$$H^2 = 169$$

$$\Rightarrow H = 13$$

Calculamos:

$$Q = \operatorname{sen}\beta . \csc\beta = \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{13}{5}\right)$$

$$\therefore Q = 1$$

HELICOPRACTICE 7

Tres matemáticos están dibujando triángulos pero solo uno de ellos tiene una regla, motivo por el que Raul, dueño de la regla, decide partir la regla en tres para repartirlo entre sus colegas, pero lo hace de un modo en el que cada uno tenga un lado de un triángulo rectángulo, si sus amigos tienen 9 cm y 12 cm de la regla. Calcule Q = senϕ + cscϕ. Si se sabe que ϕ no es ni el mayor ni el menor ángulo de dicho triángulo.

Nota: Raul tiene el pedazo de regla de mayor tamaño.

Teorema de Pitágoras:

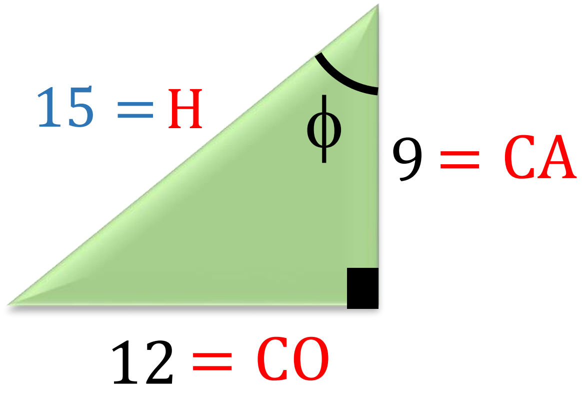
$$H^2 = CA^2 + CO^2$$

$$\text{sen}\phi = \frac{CO}{H}$$

$$\csc\phi = \frac{H}{CO}$$

Resolución:

Del enunciado:



$$H^2 = 9^2 + 12^2$$

$$H^2 = 81 + 144$$

$$H^2 = 225$$

$$\Rightarrow H = 15$$

Calculamos:

$$Q = \text{sen}\phi + \csc\phi = \left(\frac{12}{15}\right) + \left(\frac{15}{12}\right)$$

Simplificamos:

$$Q = \frac{4}{5} + \frac{5}{4}$$

$$\therefore Q = \frac{41}{20}$$