ALGEBRA

Chapter 11

5th of
SECONDARY

ECUACIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

SACO OLIVEROS

HELICOMOTIVATION

Helicomotivación

Algunas aplicaciones

- En el campo de la economía se usan las ecuaciones cuadráticas para representar modelos económicos de oferta y demanda
- En el campo de la física para determinar el movimiento parabólico.
- En el ámbito militar lo utilizan en la artillería de cañones para hallar las trayectorias de las balas

HELICO THEORY

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Forma general :

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$$

Donde:

- ✓ x es la incógnita o variable
- ✓ $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$
- ✓ Siendo las raíces : $x_1 \ \wedge x_2$

Resolución de la ecuación :

1.-Por factorización:

- Resolver la ecuación :

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{ll} \boldsymbol{x} & \boldsymbol{-3} \\ \boldsymbol{x} & \boldsymbol{+2} \end{array}$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$= 0 \qquad = 0$$

$$x = 3 \ \vee x = -2$$

$$\therefore C.S. = \{-2; 3\}$$

2.- Por la fórmula de Carnot

Siendo las raíces : $x_1 \ \wedge x_2$

$$\boldsymbol{x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$$\boldsymbol{a} \qquad \boldsymbol{b} \qquad \boldsymbol{c}$$

- Resolver la ecuación : $2x^2 - 3x - 4 = 0$

$$x_{1;2} = \frac{-(\boldsymbol{-3}) \pm \sqrt{(\boldsymbol{-3})^2 - 4(\boldsymbol{2})(\boldsymbol{-4})}}{2(\boldsymbol{2})}$$

$$x_{1;2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{C.S. = \left\{\frac{3+\sqrt{41}}{4} ; \frac{3-\sqrt{41}}{4}\right\}}$$

DISCRIMINANTE

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplo:

*Halle el discriminante de:

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$a = 1$ $b = -4$ $c = 2$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(2)$$

$$\boxed{\Delta = 8}$$

NATURALEZA DE LAS RAíCES

- **CASO I :** La ecuación tiene raíces reales y diferentes si:

$$\Delta > 0$$

- **CASO II :** La ecuación tiene raíces reales e iguales si:
-

$$\Delta = 0$$

- **CASO III :** La ecuación tiene raíces complejas y conjugadas si:

$$\Delta < 0$$

PROPIEDAD DE LAS RAÍCES

"x_1" y "x_2" raíces de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ,a \neq 0$$

1.- Suma de Raíces

$$\boxed{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$$

2.- Producto de Raíces

$$\boxed{x_1 . x_2 = \frac{c}{a}}$$

3.- Suma de Inversas

$$\boxed{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}}$$

FORMACIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA EN x

Siendo : "x_1" y "x_2" las raíces de la ecuación cuadrática

$$\boxed{x^2 - (\ x_1 + x_2\ )x + (\ x_1 x_2\ ) = 0}$$

Ejemplo :

Forme la ecuación cuadrática cuyas raíces sean 7 y 3

$$x^2 - (\ 7 \ + \ 3\ )x + (\ 7\ )(\ 3\ ) = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

HELICO PRACTICE

PROBLEMA 1

Resolver:

$$(3x - 1)(x + 2) + x = 22$$

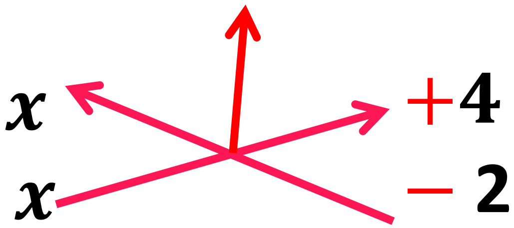
Resolución

POR DISTRIBUTIVA

$$3x^2 + 6x - x - 2 + x = 22$$

REDUCIENDO QUEDA

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$



x $+4$

x -2

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

=0 =0

$\boxed{x_1 = -4}$ ∨ $\boxed{x_2 = 2}$

$$\boxed{\mathrm{CS} = \{-4;\ 2\}}$$

PROBLEMA 2

Si x_1 y x_2 son las raices de la ecuación:

$$\overset{a}{\boxed{2}}x^2 \overset{b}{\boxed{-(7n-8)}}x + \overset{c}{\boxed{n+4}} = 0$$

Halle el valor de n^3 si se cumple: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$

Resolución

Por dato: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$

Por propiedad: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$

reemplazando

$$-\frac{(-(7n-8))}{(n+4)} = 3$$

$7n - 8 = 3n + 12 \Rightarrow n = 5$

$$\therefore \boxed{n^3 = 125}$$

PROBLEMA 3

Si $la\ ecuación\ en\ x$:

$$3kx^2 + 7x = x^2 + 2k - 1$$

Posee raíces recíprocas, indique el valor que adopta k

Resolución

Dando forma a la ecuación cuadrática: $(3k - 1)x^2 + 7x + (-2k + 1) = 0$

Dato: La ecuación posee raíces recíprocas ➡ $3k - 1 = -2k + 1$

$$5k = 2$$

$$k = 2/5$$

$$\boxed{k = 2/5}$$

PROBLEMA 4

Forme la ecuación de segundo grado si sus raíces son:

$$\underset{x_1}{\boxed{7+2\sqrt{3}}}\ \ y\ \ \underset{x_2}{\boxed{7-2\sqrt{3}}}$$

Resolución

Formación: $\boxed{x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0}$

Reemplazando datos

$$x^2-\overset{=14}{\boxed{(7+2\sqrt{3}+7-2\sqrt{3})}}x+\overset{=49-12=\ 37}{\boxed{(7+2\sqrt{3})(7-2\sqrt{3})}}=0$$

$$\therefore\ \boxed{x^2-14x+37=0}$$

PROBLEMA 5

Obtenga el valor de n si la ecuación:

$$\overset{a}{(n+4)}x^2-\overset{b}{(2n+2)}x+\overset{c}{n-1}=0$$

Tiene raíces iguales

=-2(n+1)

Resolución

RAICES IGUALES $\Delta=0$

$$b^2-4ac=0 \longrightarrow b^2=4ac$$

$$(\cancel{-2}(n+1))^2=\cancel{4}(n+4)(n-1)$$

$$\cancel{(n)^2}+2(n)(1)+(1)^2=\cancel{n^2}+(-1+4)n+(-1)(4)$$

$$2n+1=3n-4 \longrightarrow \therefore \boxed{n=5}$$

PROBLEMA 6

En el 2003 la edad de la prof. Nelia era 4T; si x_1 y x_2 son las raíces de: $x^2 - 5x + 7 = 0$. Además: T=$\frac{x_1^3+x_2^3}{x_1^2+x_2^2-6}$ ¿Cuántos años tiene Nelia?

Resolución

$$\underbrace{\boxed{(x_1+x_2)}}_{5}{}^2 = x_1{}^2 + x_2{}^2 + 2\underbrace{\boxed{x_1x_2}}_{7}$$

$$25 = x_1{}^2 + x_2{}^2 + 14$$

$$11 = x_1{}^2 + x_2{}^2$$

$$\underbrace{\boxed{(x_1+x_2)}}_{5}{}^3 = x_1{}^3 + x_2{}^3 + 3\underbrace{\boxed{x_1x_2}}_{7}\underbrace{\boxed{(x_1+x_2)}}_{5}$$

$$125 = x_1{}^3 + x_2{}^3 + 105$$

$$20 = x_1{}^3 + x_2{}^3$$

Reemplazando en T

$$T = \frac{20}{11-6} = 4$$

EN 2003	EN 2022
16	35

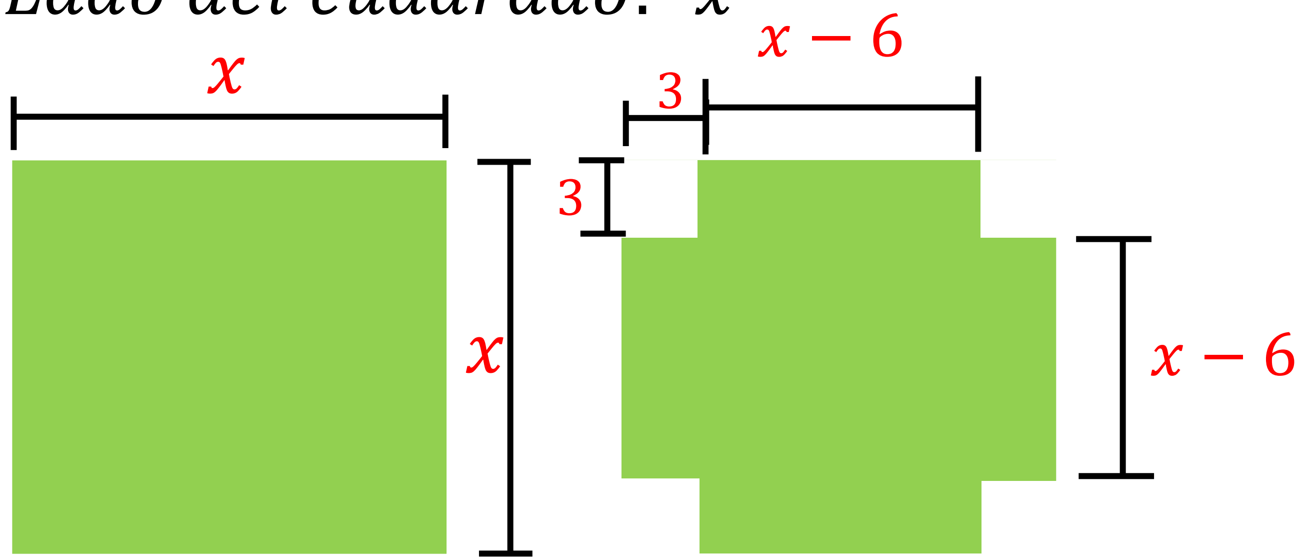
∴ 34 años

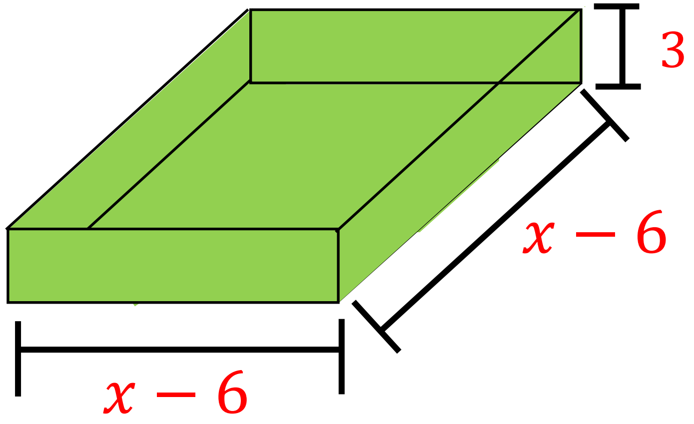
PROBLEMA 7

Una caja de base cuadrada y sin tapa ha de construirse de una pieza cuadrada de hojalata al cortar un cuadrado de 3 metros de cada esquina y doblar los lados. Si la caja tiene un volumen de 48 m3 , determine la medida del lado de la pieza de hojalata antes de cortar.

Resolución

$Lado\ del\ cuadrado: "x"$





$$Dato: Vol = 48$$

$$(x-6)(x-6)\cancel{3} = \cancel{48}$$

$$(x-6)^2 = 16$$

$$x-6=4$$

$$x=10$$

$$\boxed{Lado\ inicial = 10cm}$$