



GEOMETRÍA

Capítulo 18

2st
SECONDARY

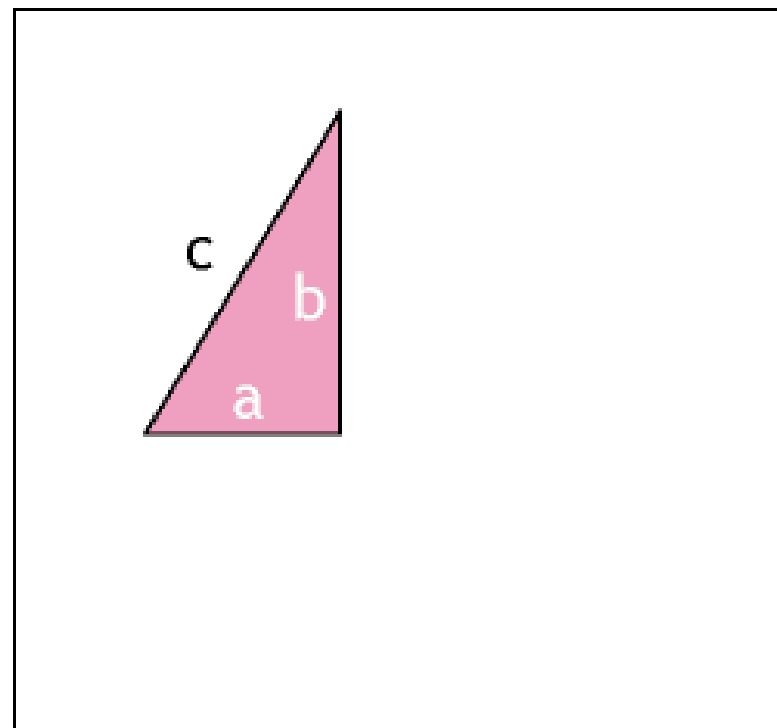
**Relaciones métricas en el
triángulo rectángulo**



 **SACO OLIVEROS**



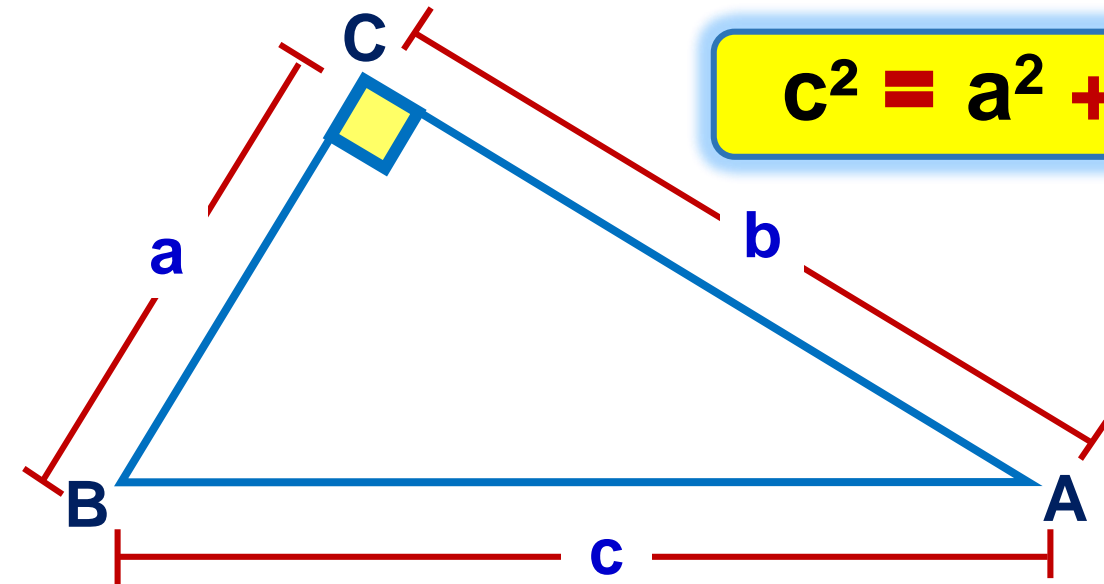
En la actualidad, existen más de 300 demostraciones del teorema de Pitágoras, lo que confirma que es uno de los teoremas que más han llamado la atención a través de la historia.



RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIANGULO RECTÁNGULO

TEOREMA DE PITAGORAS

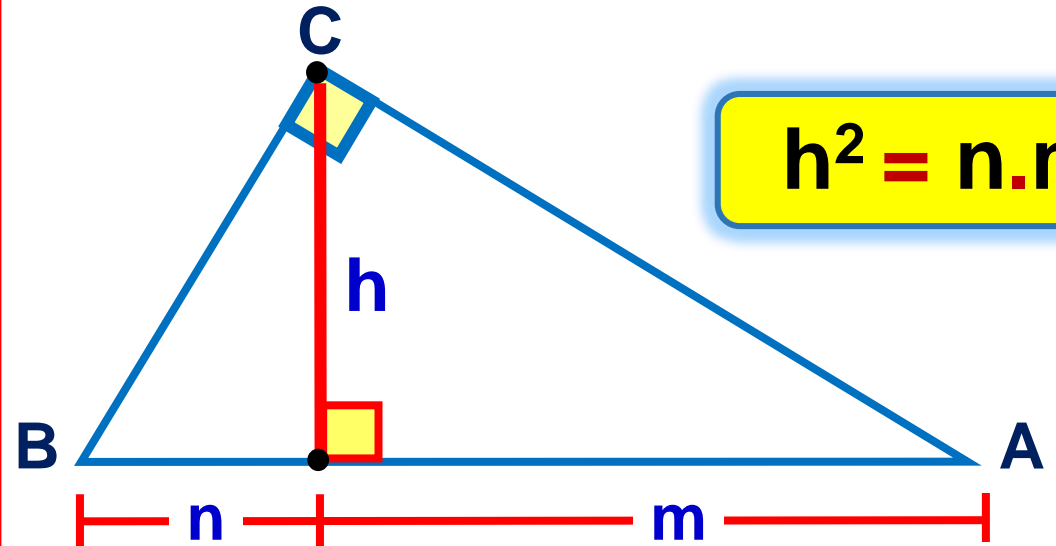
En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

TEOREMA

En todo triángulo rectángulo la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre las proyecciones ortogonales de los catetos sobre dicha hipotenusa.

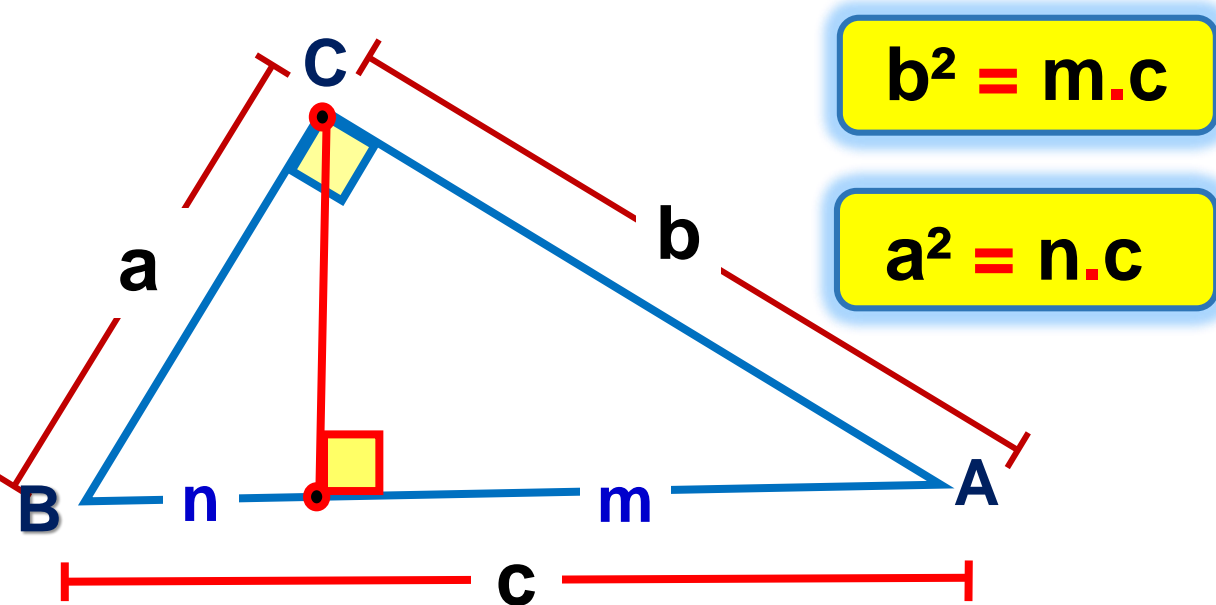


$$h^2 = n.m$$



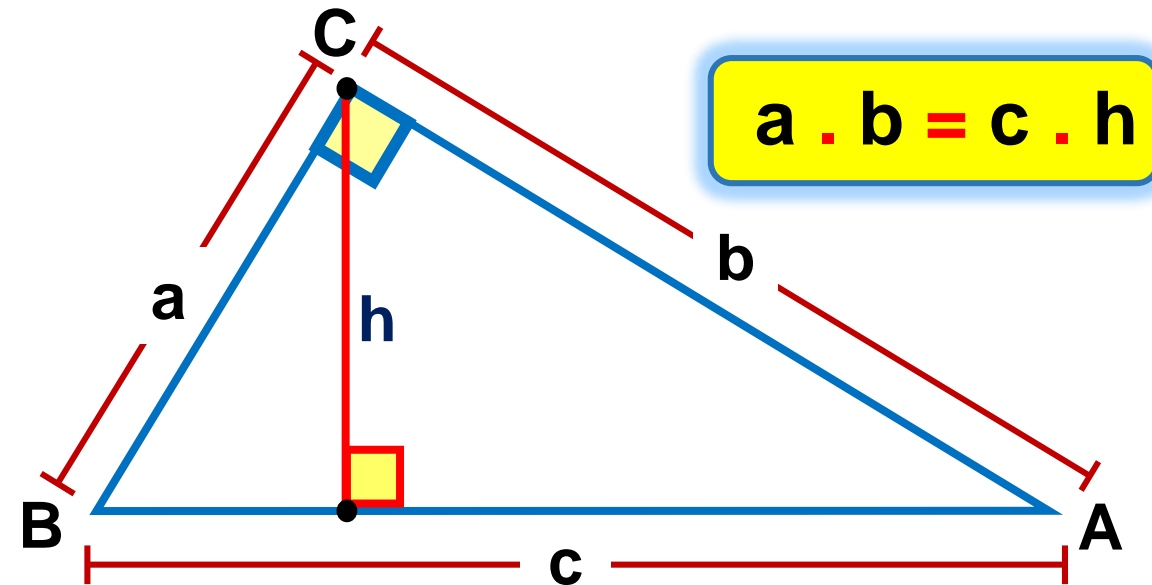
TEOREMA DE LA LONGITUD DE UN CATETO

En todo triángulo rectángulo, la longitud de cada cateto es media proporcional entre la longitud de la Hipotenusa y su correspondiente proyección ortogonal sobre ella.



TEOREMA

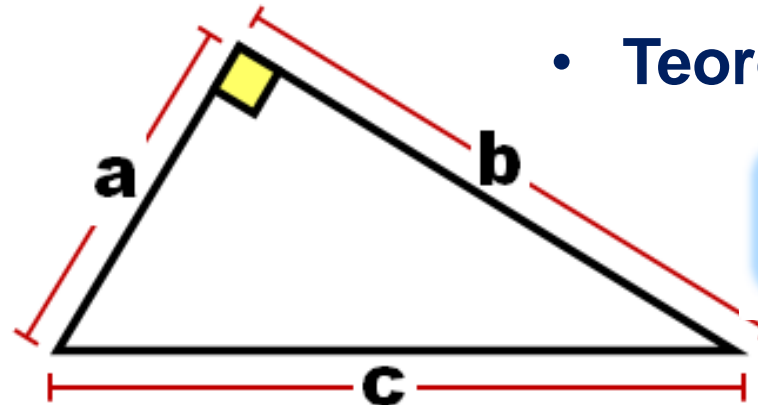
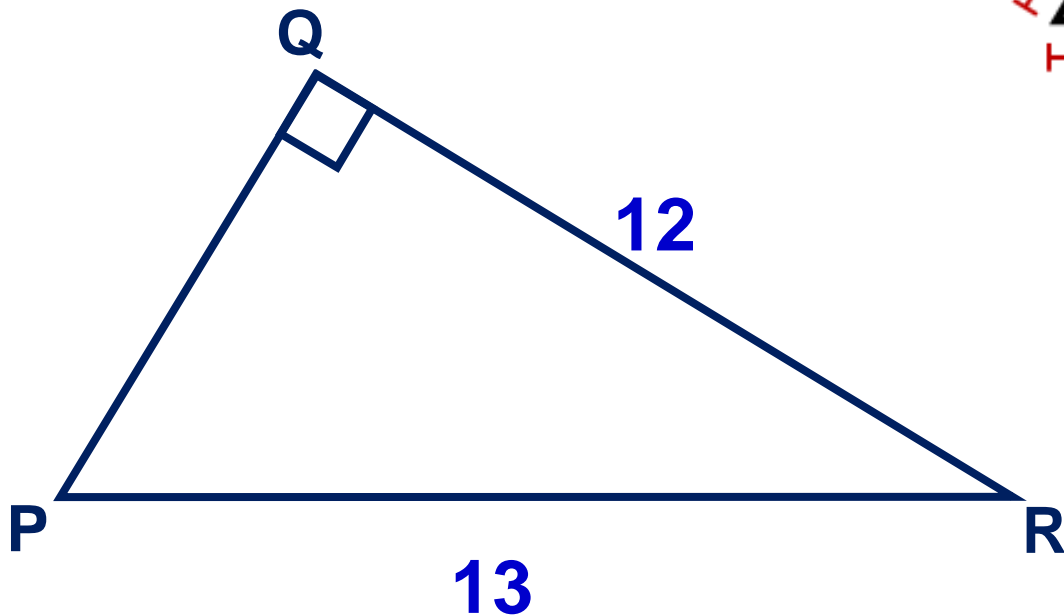
En todo triángulo rectángulo, el producto de las longitudes de los catetos es igual al producto de las longitudes de la hipotenusa y la altura correspondiente



1. En un triángulo PQR, recto en Q, si QR = 12 m y PR = 13 m, halle PQ

Resolución

Piden : PQ



• Teorema de Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$13^2 = PQ^2 + 12^2$$

$$169 = PQ^2 + 144$$

$$25 = PQ^2$$

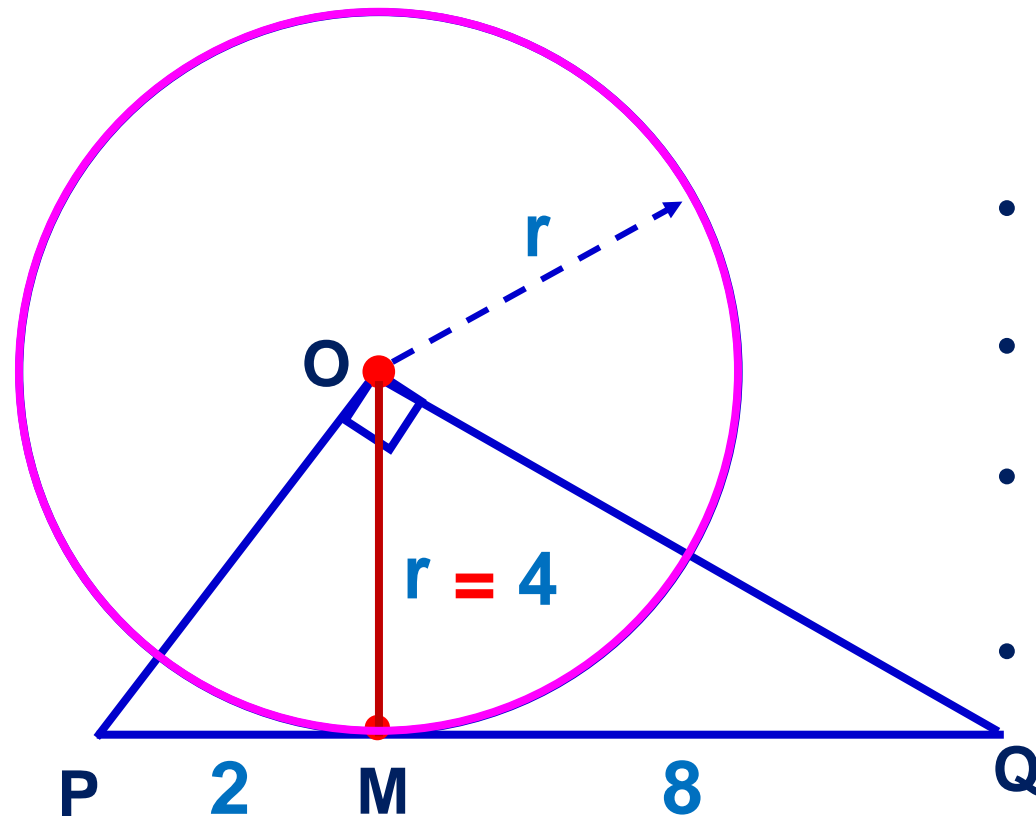
$$PQ = 5$$

2. Si O es centro de la circunferencia y M es punto de tangencia, calcule la longitud del radio de dicha circunferencia.

Resolución

Piden : longitud de la circunferencia

$$L_{\bigcirc} = 2 \pi r$$



• Por teorema:

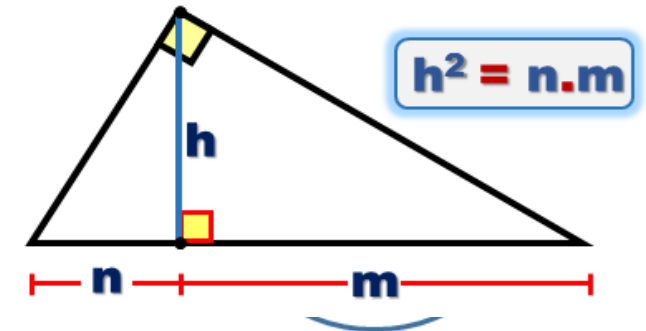
• Se traza $\overline{OM} = r$

• Por teorema: $r^2 = 2 \cdot 8$

$$r = 4$$

• Nos piden:

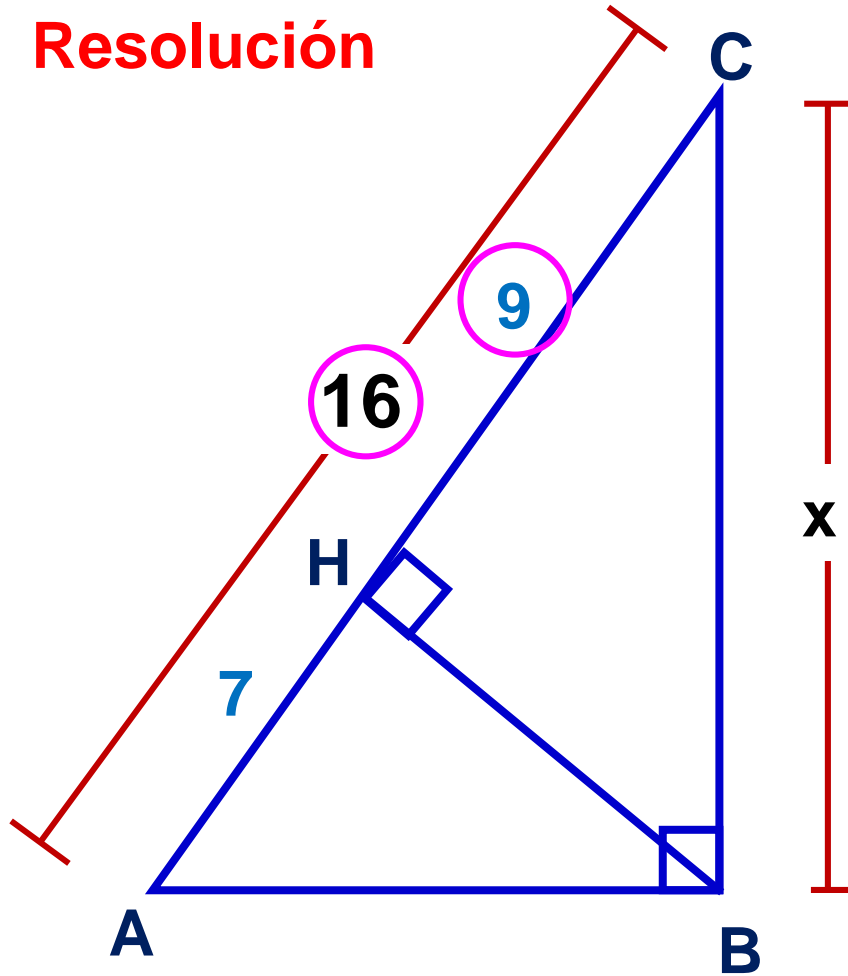
$$L_{\bigcirc} = 2 \pi 4$$



$$L_{\bigcirc} = 8 \pi$$

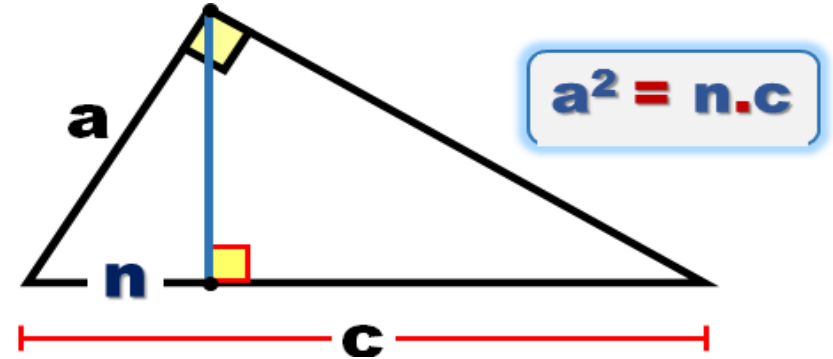
3. En la figura, calcule BC.

Resolución



Piden : $BC = x$

• Por teorema:



$$x^2 = 16 \cdot 9$$

$$x^2 = 144$$

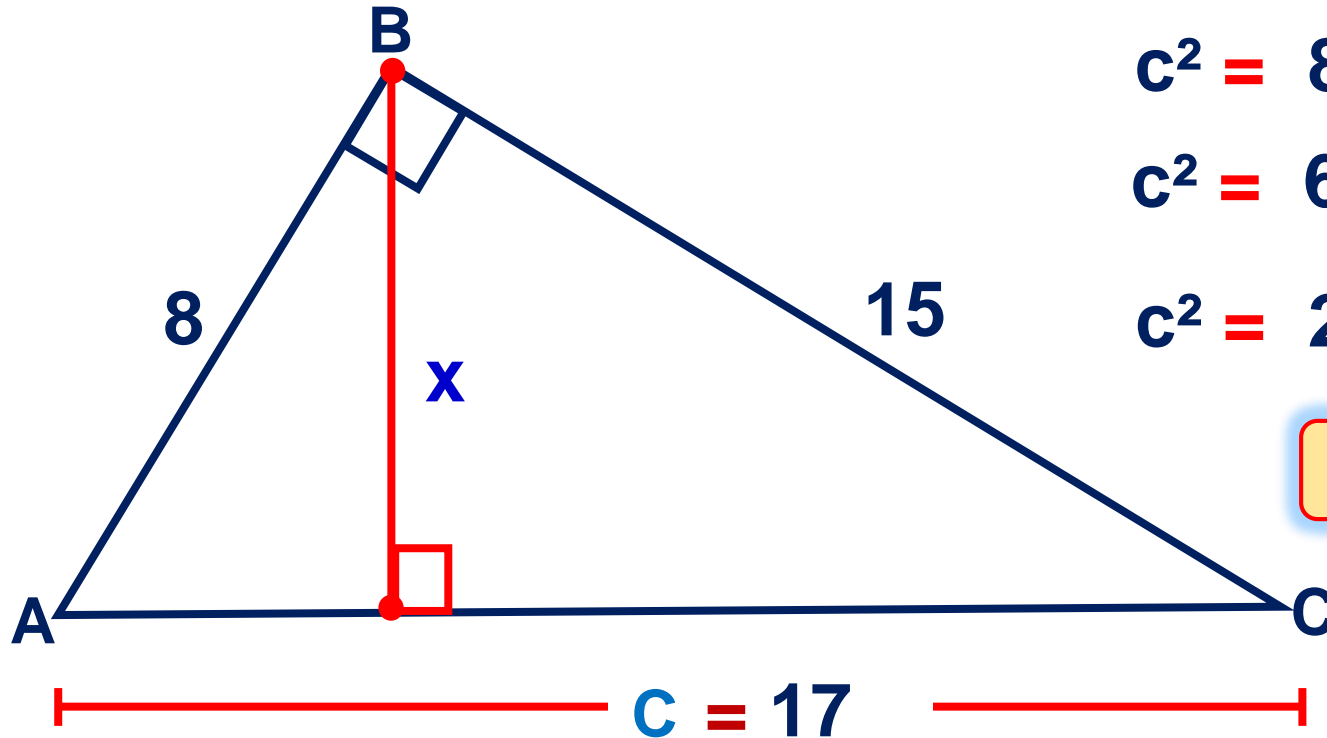
$$x = 12$$

$$BC = 12$$



4. En el grafico, halle el valor de BH.

RESOLUCIÓN



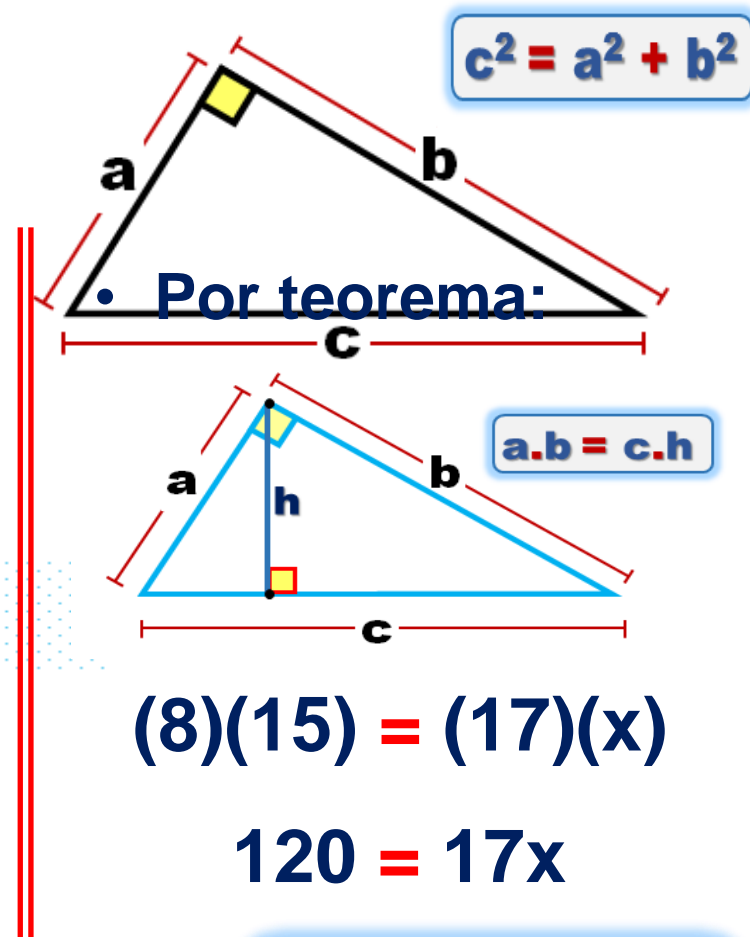
- Piden: $BH = x$
- Teorema de Pitágoras

$$c^2 = 8^2 + 15^2$$

$$c^2 = 64 + 225$$

$$c^2 = 289$$

$$c = 17$$



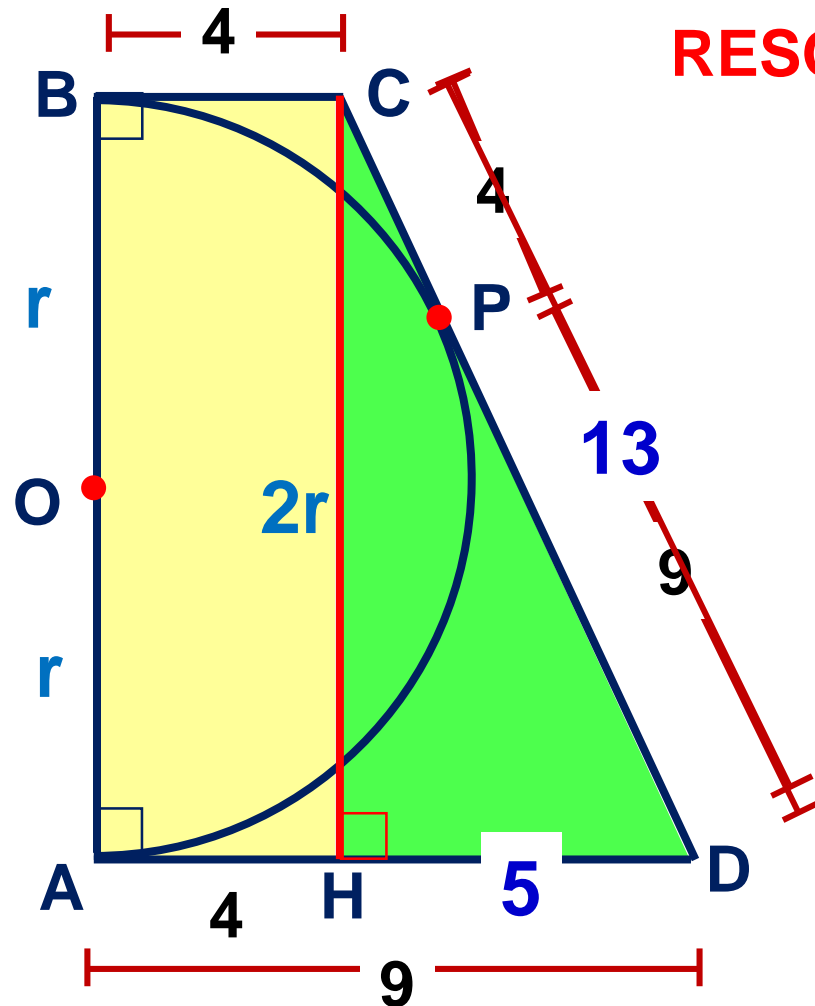
$$(8)(15) = (17)(x)$$

$$120 = 17x$$

$$BH = \frac{120}{17}$$



5. Se tiene una semicircunferencia de diámetro \overline{AB} ; P es punto de tangencia. Calcule la longitud del radio de dicha semicircunferencia.

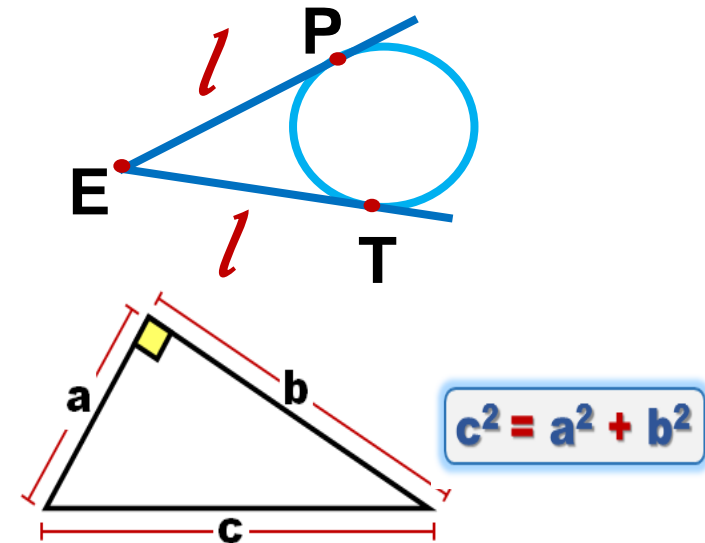


RESOLUCIÓN

- Piden: radio de dicha semicircunferencia $= r$
- Por teorema:
- Se traza la altura \overline{CH}
- BCHA : Rectángulo
- $\triangle CHD$: T. Pitágoras

$$13^2 = 5^2 + (2r)^2$$

$$144 = 4r^2$$

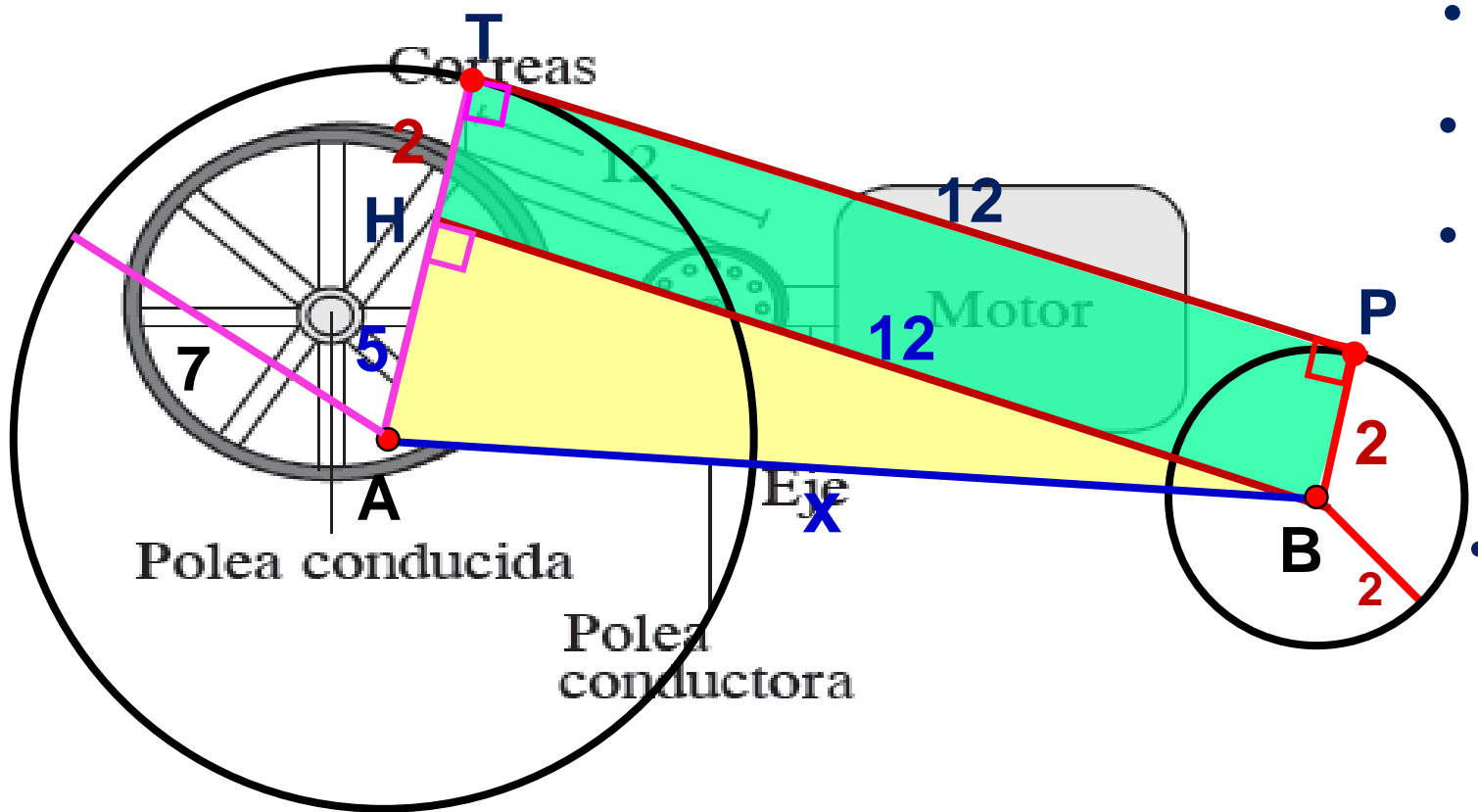


$$r = 6$$



6. Los radios de las poleas miden 7 y 2, halle la distancia entre sus centros

RESOLUCIÓN



- Piden: distancia $AB = x$
- Se traza \overline{AT} y $\overline{BP} \perp \overline{TP}$
- Se traza $\overline{BH} \perp \overline{AT}$
- HTPB (Rectángulo)

TP = HB = 12

PB = TH = 2

AH = 5

En $\triangle AHB$ **T. Pitágoras**

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$

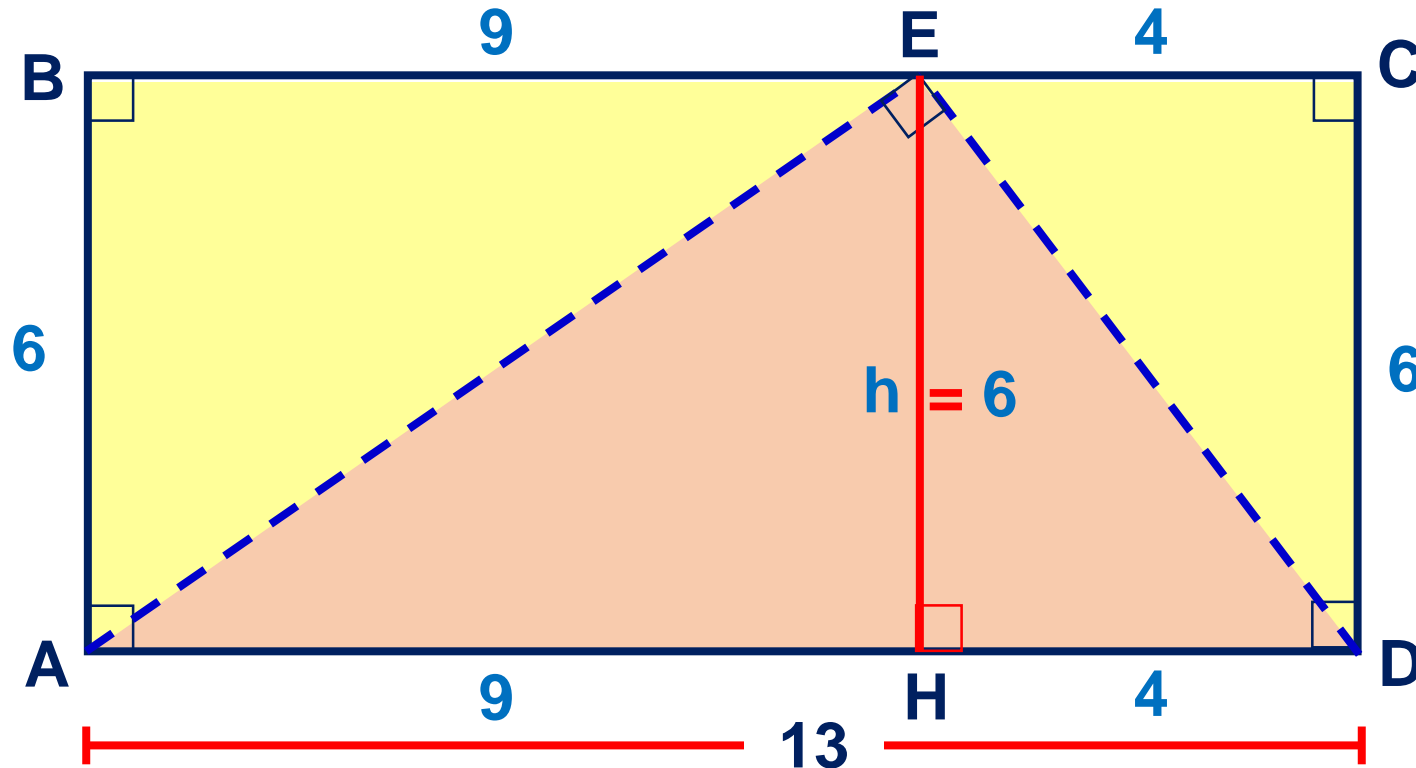
$$x^2 = 169$$

AB = 13



7. ABCD es el patio rectangular del Centro Educativo Inicial "Mis brinquitos" y se le ha hecho una división para separar a los niños de 3; 4 y 5 años. ¿Qué perímetro tiene dicho patio?

RESOLUCIÓN



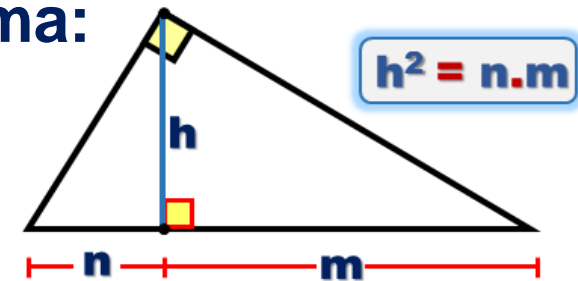
• Piden: perímetro de ABCD = $2p$

• Se traza la altura $\overline{EH} = h$

• Por teorema:

$$h^2 = 9 \cdot 4$$

$$h = 6$$



• Nos piden:

$$2p \text{ } = 13 + 6 + 13 + 6$$

$$2p \text{ } = 38$$