ALGEBRA

CHAPTER 19

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

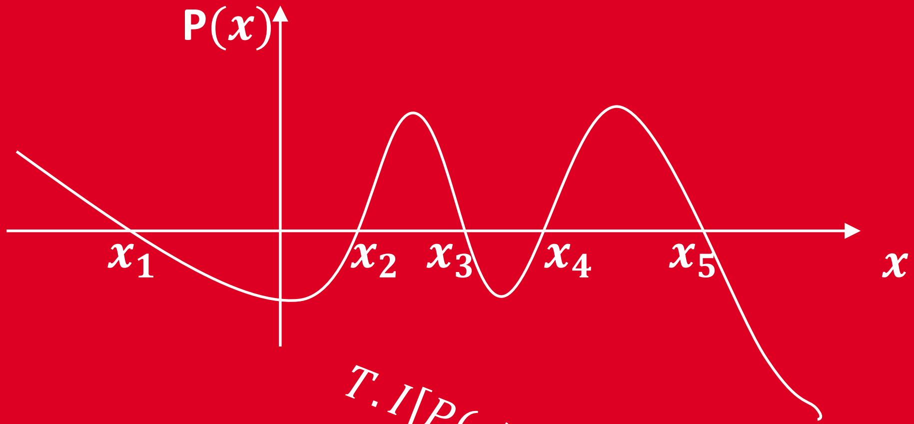
$$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

G.A(P)

5th

of Secondary



$$T.I[P(x)] = P(0)$$

Logaritmos I

SACO OLIVEROS

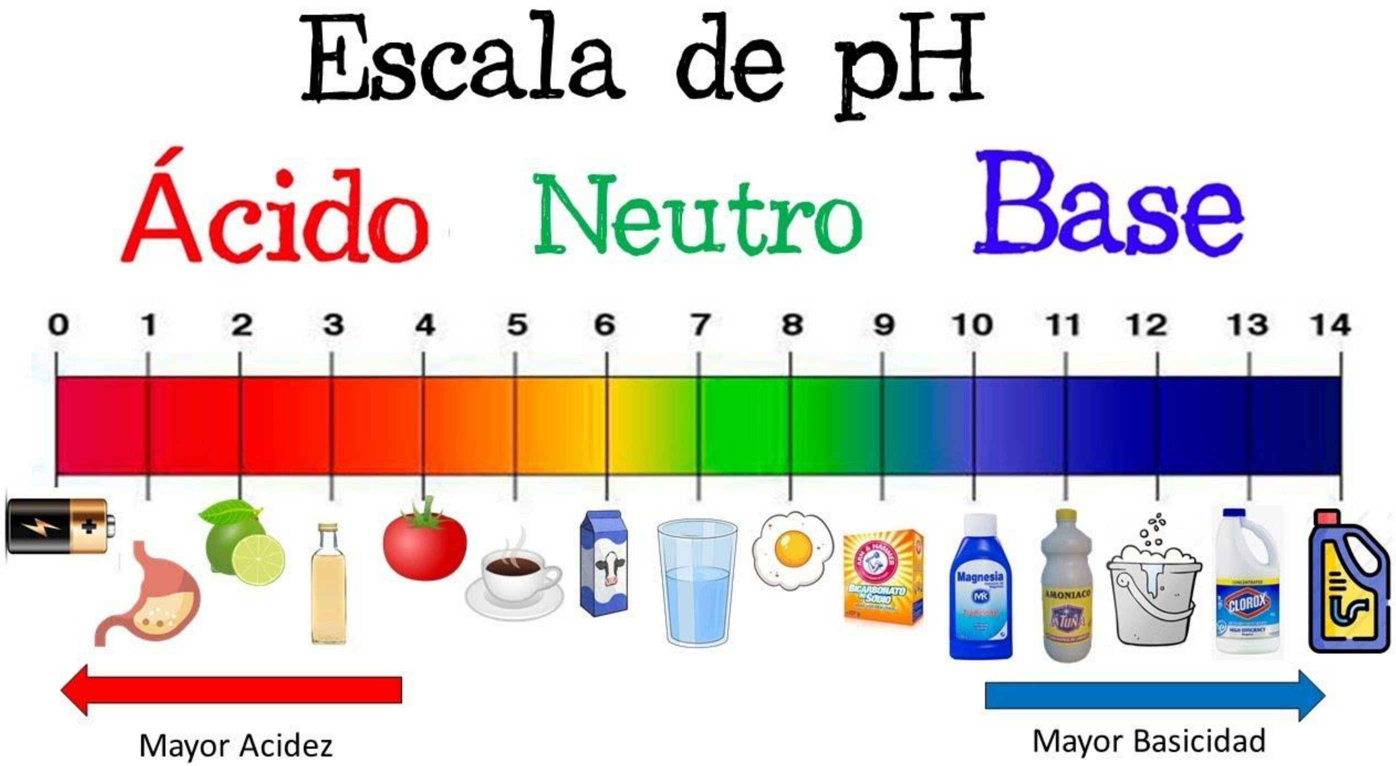
MOTIVATING STRATEGY

SACO OLIVEROS

EL pH Y LOS LOGARITMOS

El pH es la medida de la acidez o alcalinidad de una solución.

$$pH = -\log[H^+]$$



HELICO THEORY

SACO OLIVEROS

L O G A R I T M O S

DEFINICIÓN

$$\forall a, n \in \mathbb{R}^+ \wedge \ a \neq 1$$

$$\boxed{\log_a n = L} \quad \text{<->} \quad a^L = n$$

a: base

n: argumento

L: logaritmo

EJEMPLOS

$$\log_3 81 = 4$$

$$\log_2 32 = 5$$

$$\log_{16} 4 = \frac{1}{2}$$

OBSERVACIÓN

$$\boxed{\log_{10} n = \log n}$$

IDENTIDAD FUNDAMENTAL DEL LOGARITMO

$$a^{\log_a n} = n$$

EJEMPLOS

$$7^{\log_7 4} = 4$$

TEOREMAS

$\forall x, y \in \mathbb{R}^+$

1) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

$\log_7 5 + \log_7 6 = \log_7 30$

2) $\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

$\log_3 20 - \log_3 4 = \log_3 5$

3) $\log_{a^n}(x^m) = \dfrac{m}{n}\log_a x$

$\log_{16} 125 = \log_{2^4}(5^3) = \dfrac{3}{4}\log_2 5$

4) $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$ $\qquad$ $3^{\log_4 5} = 5^{\log_4 3}$

5) $\log_a x = \dfrac{1}{\log_x a}$ $\qquad$ $\dfrac{1}{\log_2 5} = \log_5 2$

OBSERVACIÓN

$\boxed{\log_a 1 = 0}$ $\qquad$ $\log_8 1 = 0$

$\boxed{\log_a a = 1}$ $\qquad$ $\log_5 5 = 1$

HELICO PRACTICE

SACO OLIVEROS

1) **Calcule** $\log_B A$ **si** $A = \log_2 512 \;\; y \;\; B = \log_5 125$

Resolución

$$\log_2 512 = A$$

$$2^A = 512$$

$$2^A = 2^9$$

$$\boxed{A = 9}$$

$$\log_5 125 = B$$

$$5^B = 125$$

$$5^B = 5^3$$

$$\boxed{B = 3}$$

$$\textit{Calculemos}: \log_B A$$

$$\log_3 9$$

$$\therefore x = 2$$

2) **Si:** $x = \log_9(\log_{64}(\log_3 81))$

Hallar el valor de: $2x + 1$

Resolución

$$\log_3 81 = \log_3(3^4) = 4$$

$$x = \log_9(\log_{64} 4)$$

$$\log_{64} 4 = \log_{(4^3)}(4^1) = 1/3$$

$$x = \log_9\left(\frac{1}{3}\right) = \log_{(3^2)}(3^{-1})$$

$$x = \frac{-1}{2}\log_{(3)}(3)$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

$$2x = -1$$

$$\Rightarrow 2x + 1 = 0$$

$$\therefore M = 0$$

3) Simplifique

$$T = \log\left(\frac{133}{65}\right) + 2\log\left(\frac{13}{7}\right) - \log\left(\frac{143}{90}\right) + \log\left(\frac{77}{171}\right)$$

Resolución

$$T = \log\left(\frac{133}{65}\right) + \log\left(\frac{13}{7}\right)^{2} + \log\left(\frac{143}{90}\right)^{-1} + \log\left(\frac{77}{171}\right)$$

$$T = \log\left(\frac{133}{65}\right) + \log\left(\frac{169}{49}\right) + \log\left(\frac{90}{143}\right) + \log\left(\frac{77}{171}\right)$$

$$T = \log\left(\frac{133}{65}\cdot\frac{169}{49}\cdot\frac{90}{143}\cdot\frac{77}{171}\right) \quad \rightarrow T = \log\left(\frac{19\cdot 7}{13\cdot 5}\cdot\frac{13\cdot 13}{7\cdot 7}\cdot\frac{9\cdot 5\cdot 2}{13\cdot 11}\cdot\frac{7\cdot 11}{19\cdot 9}\right)$$

$$\therefore T = \log 2$$

4) A qué es igual?

$$P = \frac{1}{1+\log_3(10e)} + \frac{1}{1+\log_e 30} + \frac{1}{1+\log_{10}(3e)}$$

Resolución

$$P = \frac{1}{\log_3 3 + \log_3 10e} + \frac{1}{\log_e e + \log_e 30} + \frac{1}{\log_{10} 10 + \log_{10} 3e}$$

$$P = \frac{1}{\log_3 30e} + \frac{1}{\log_e 30e} + \frac{1}{\log_{10} 30e}$$

$$P = \log_{30e} 3 + \log_{30e} e + \log_{30e} 10 \qquad \rightarrow P = \log_{30e} 30e$$

$$\boxed{\therefore P = 1}$$

5) Determine la mayor raíz de x:

$$\log_3 x^{\log_3 x} - \log_3 x^3 - 10 = 0$$

Resolución

$$\log_3 x \cdot \log_3 x - 3\log_3 x - 10 = 0$$

$$\log_3^2 x - 3\log_3 x - 10 = 0$$

$$\log_3 x \qquad -5$$
$$\log_3 x \qquad 2$$

$$(\log_3 x - 5)(\log_3 x + 2) = 0$$

$$\log_3 x - 5 = 0$$

$$\log_3 x = 5 \qquad \rightarrow x = 3^5$$

$$\log_3 x + 2 = 0$$

$$\log_3 x = -2 \qquad \rightarrow x = 3^{-2}$$

$$\therefore Mayor\ raíz = 3^5$$

6) La edad de Rubí es 10T años, donde T se calcula como la suma de raíces de la ecuación: $5^{\log_3(2x^2-5x+9)} = 7^{\log_3 5}$

¿Cuál será la edad de Rubí dentro de 3 años?

Resolución

$$\cancel{5}^{\cancel{\log_3}(2x^2-5x+9)} = \cancel{5}^{\cancel{\log_3}7}$$

$$2x^2 - 5x + 9 = 7$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\rightarrow T = \frac{5}{2} \qquad \rightarrow 10T = 25$$

TEOREMA DE CARDANO:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{Suma de raíces} = \frac{-b}{a}$$

$$\therefore \textit{Edad dentro de 3 años: 28 años}$$

7) La intensidad M de un terremoto (en la escala de Richter) se relaciona con la energía E (en ergios) liberada durante el mismo, mediante la fórmula: $\log(E) = 11{,}4 + 1{,}5M$. El terremoto de mayor intensidad en la historia del Perú se registró en 1970 en la localidad de Yungay (Áncash). Sin embargo, el terremoto de mayor intensidad registrado en la historia mundial ocurrió diez años antes, en la localidad de Valdivia (Chile); dicho movimiento telúrico tuvo 2 grados más de intensidad que el acontecido en Yungay. ¿Cuántas veces tuvo el sismo de Chile la energía del ocurrido en Yungay?

Intensidad en Yungay: x

$$\log(E_Y) = 11{,}4 + 1{,}5x$$

$$E_Y = 10^{11{,}4 + 1{,}5x}$$

Intensidad en Valdivia: x+2

$$\log(E_V) = 11{,}4 + 1{,}5(x+2)$$

$$E_V = 10^{11{,}4 + 1{,}5x + 3}$$

$$E_V = \underbrace{10^{11{,}4 + 1{,}5x}}_{E_Y} . 10^3$$

$$E_V = 1000E_Y$$

$\therefore$ *El sismo en Valdivia fue 1000 veces el de Yungay*