# GEOMETRÍA

## Capítulo 4

# 5th

SECONDARY

## CIRCUNFERENCIA

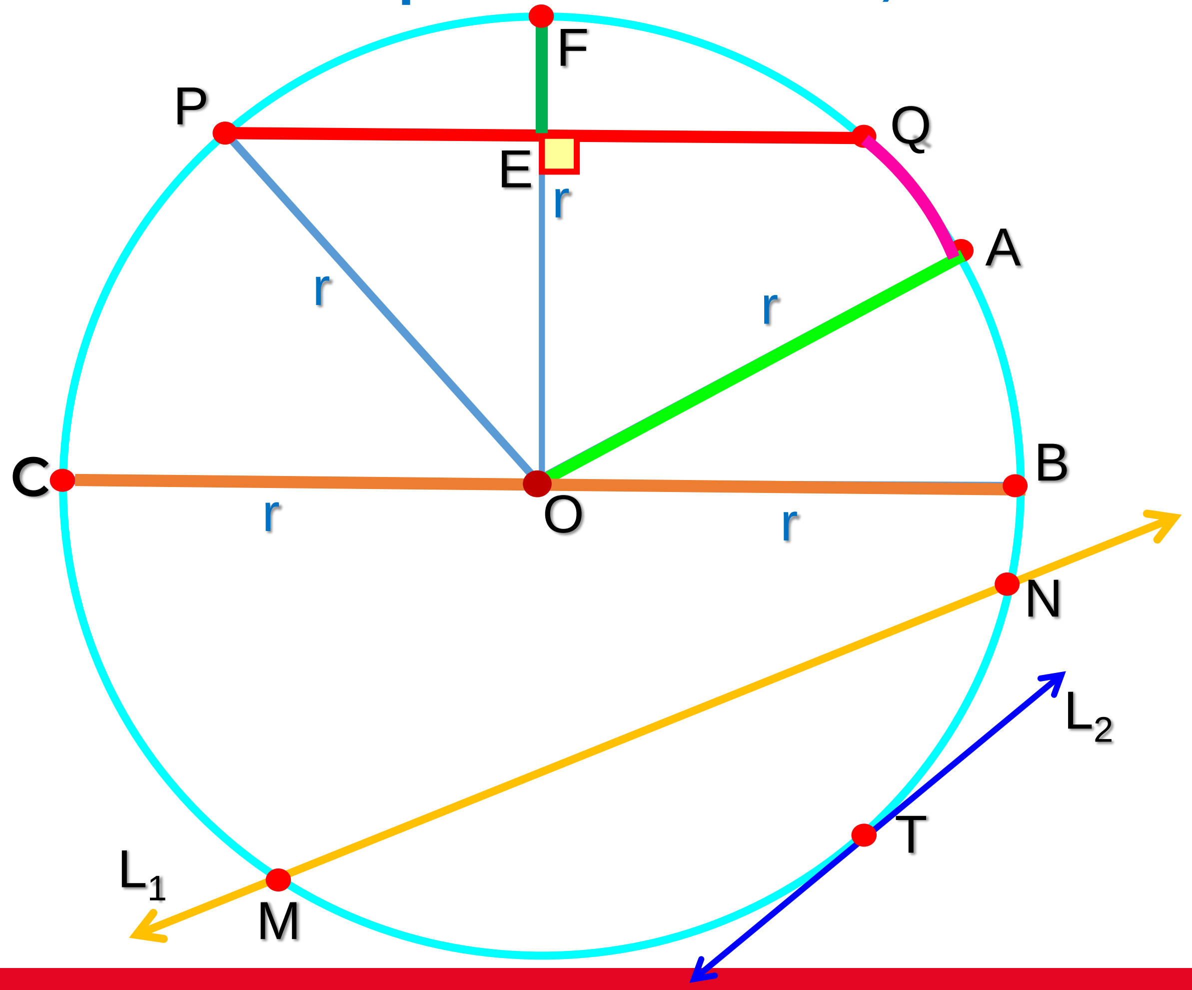
## Ángulos asociados

SACO OLIVEROS

**Al observar el borde de la Luna o el Sol, el hombre tuvo las primeras nociones de circunferencia , al cortar una naranja o un limón el contorno de la sección plana tiene forma de circunferencia y esto llevó a conocer las primeras propiedades de ella.**


# CIRCUNFERENCIA

**<u>Definición</u>**: **Es una línea cerrada coplanar, de modo que sus puntos equidistan de otro punto fijo del mismo plano. Al punto fijo se denomina centro y el segmento que une el centro con un punto de la línea , se denomina radio.**




- **O : Centro**
- **$\overline{OA}$ : Radio**
- **$\overline{PQ}$ : Cuerda**
- **$\overline{BC}$ : Diámetro**
- **$\overset{\frown}{AQ}$ : Arco**
- **$\overline{EF}$ : Flecha**
- **$\overleftrightarrow{L_1}$ : Recta secante**
- **$\overleftrightarrow{L_2}$ : Recta tangente**
- **T : Punto de tangencia**

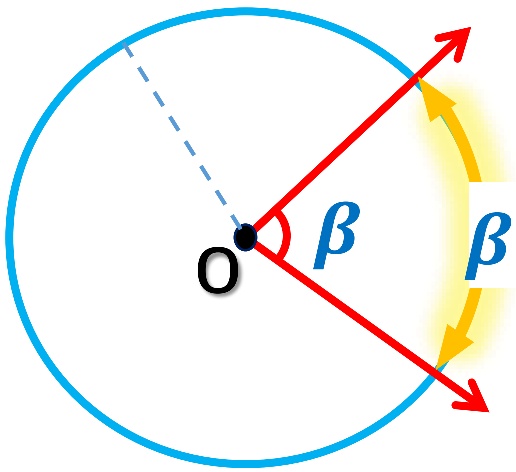
**<u>NOTA:</u>**

- Medida angular de la circunferencia: $m\odot = 360°$

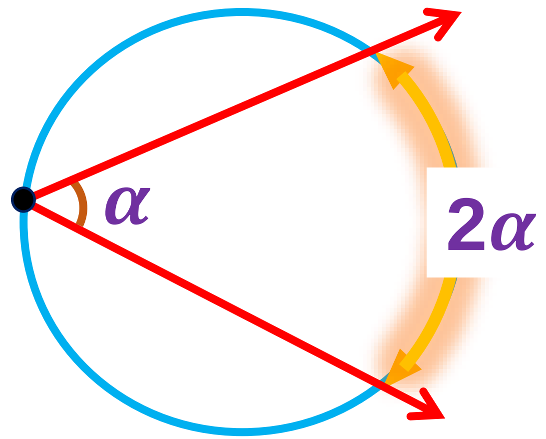
- Longitud de la circunferencia: $L\odot = 2\pi R$

# Ángulos asociados a la circunferencia

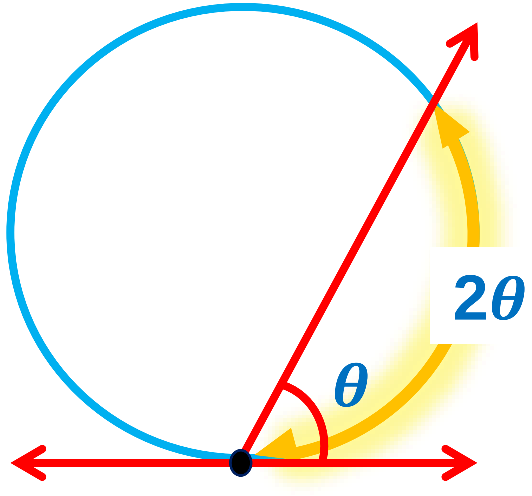
## Ángulo central



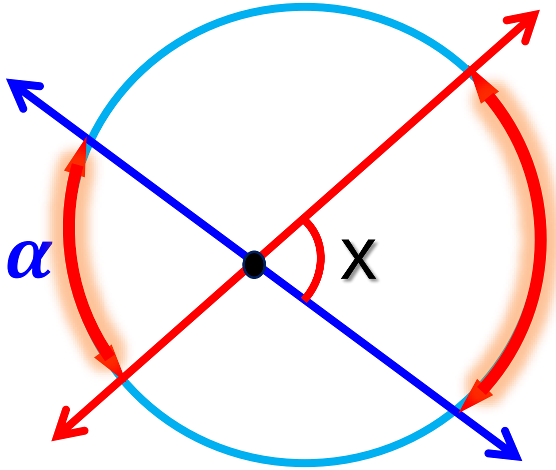

## Ángulo inscrito




## Ángulo seminscrito

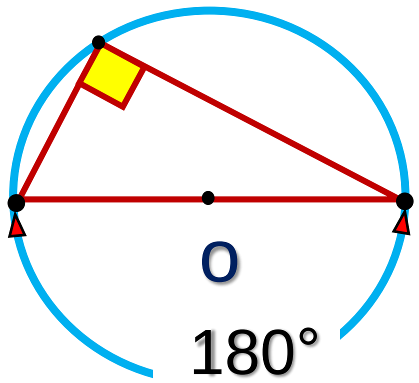



## Ángulo interior

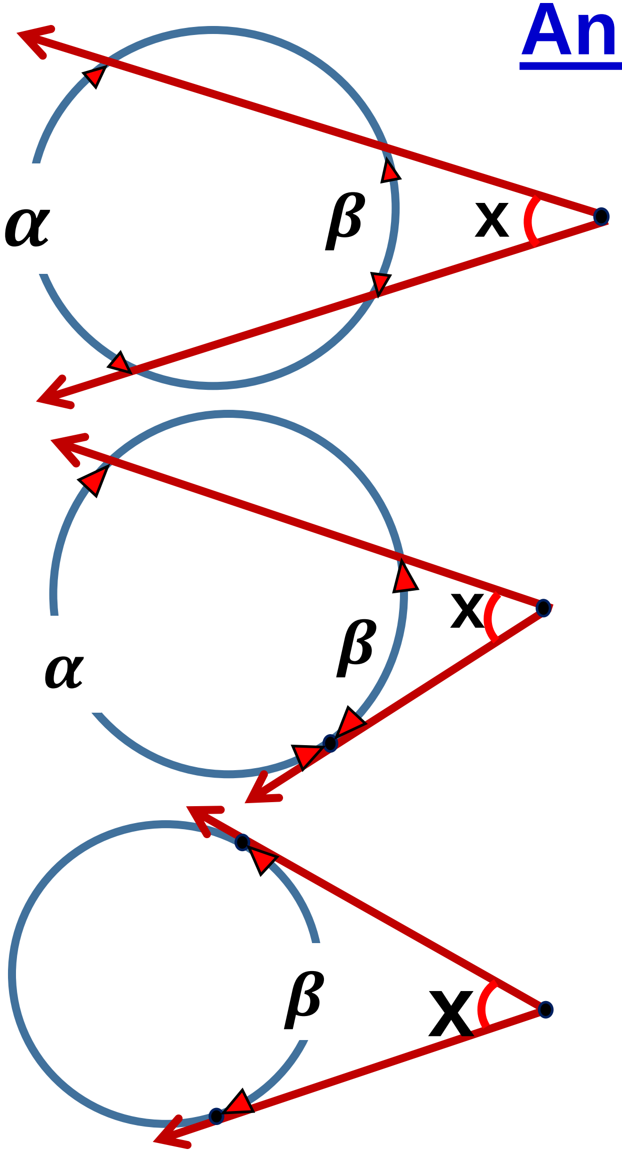



$$\boxed{X = \frac{\alpha + \beta}{2}}$$

## Teorema



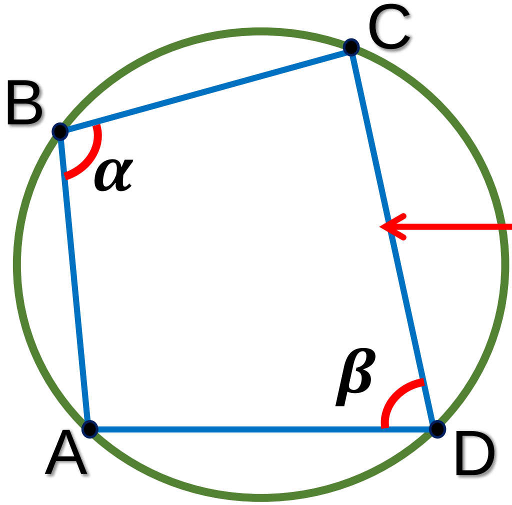
# Ángulo exterior




$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

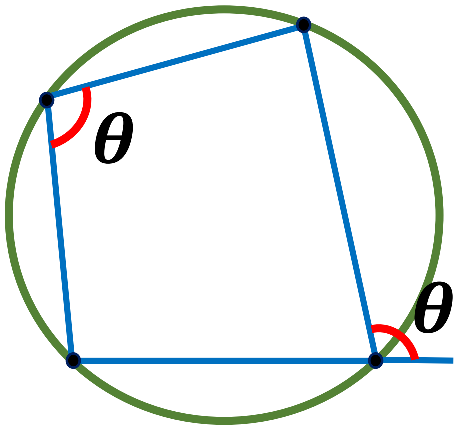
$$x + \beta = 180°$$

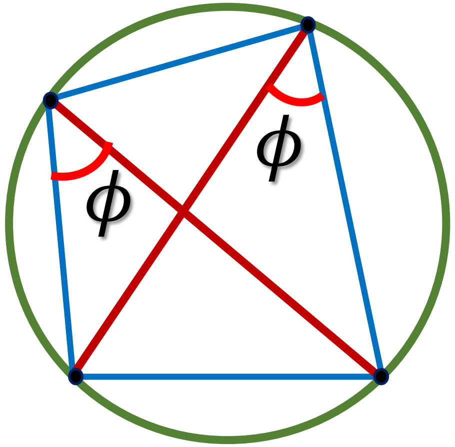
# Cuadrilátero inscrito en una circunferencia




ABCD: □ inscrito

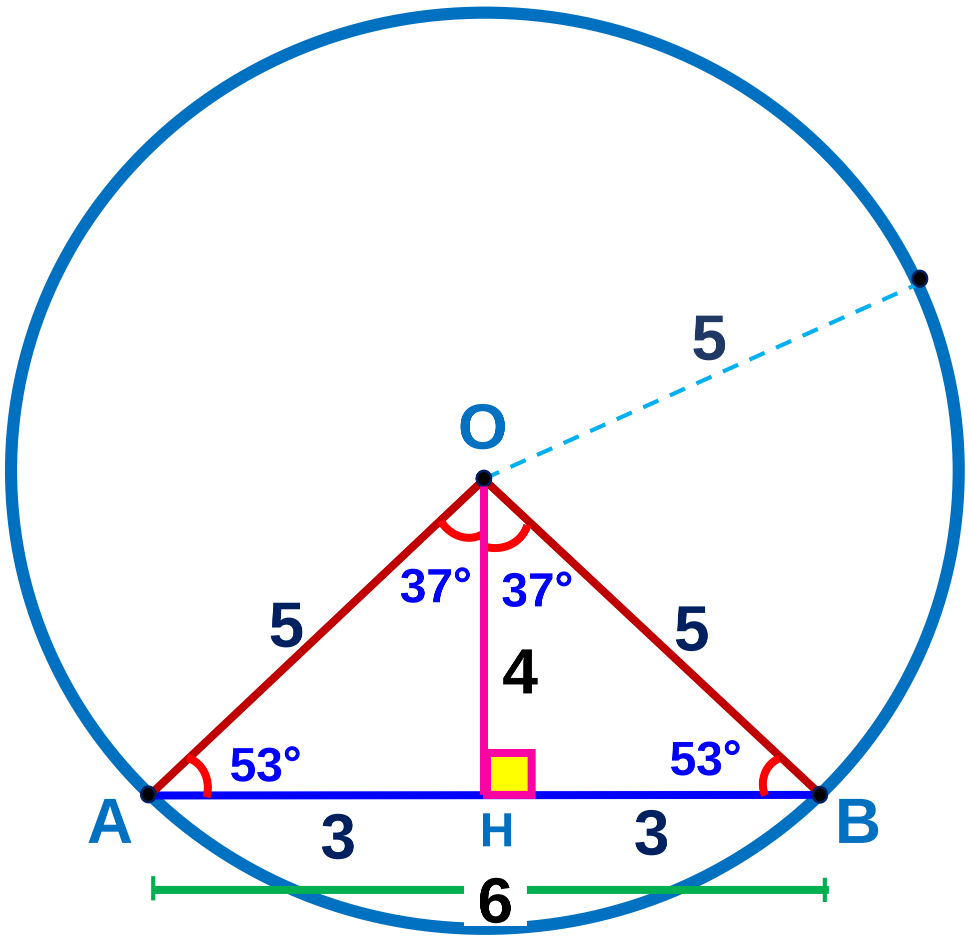
$$\alpha + \beta = 180°$$



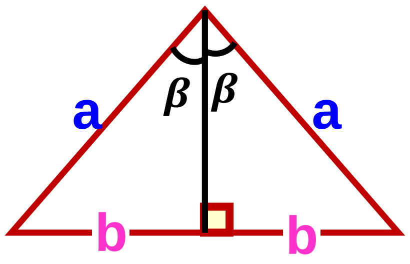



1. En una circunferencia de centro O, su radio 5 m, se tiene una cuerda $\overline{AB}$ de longitud 6. Halle la medida del menor $\overset{\frown}{AB}$.

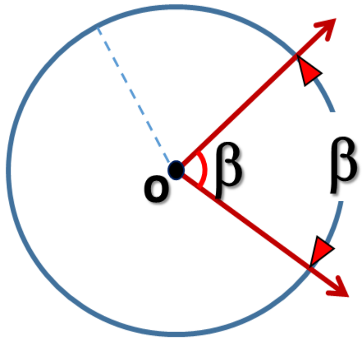
RESOLUCIÓN

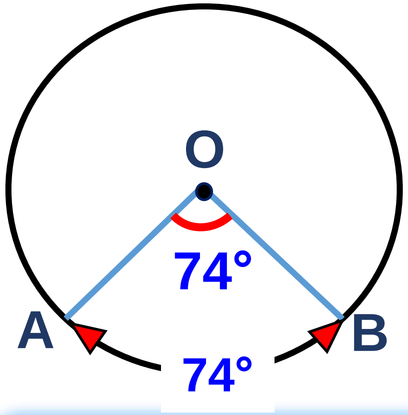



- Piden: la m$\overset{\frown}{AB}$
- Se traza los radios $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$
- ∆ AOB: (isósceles)
- ⊿ AHO y ⊿ OHB notable
- Por ángulo central




Ángulo central

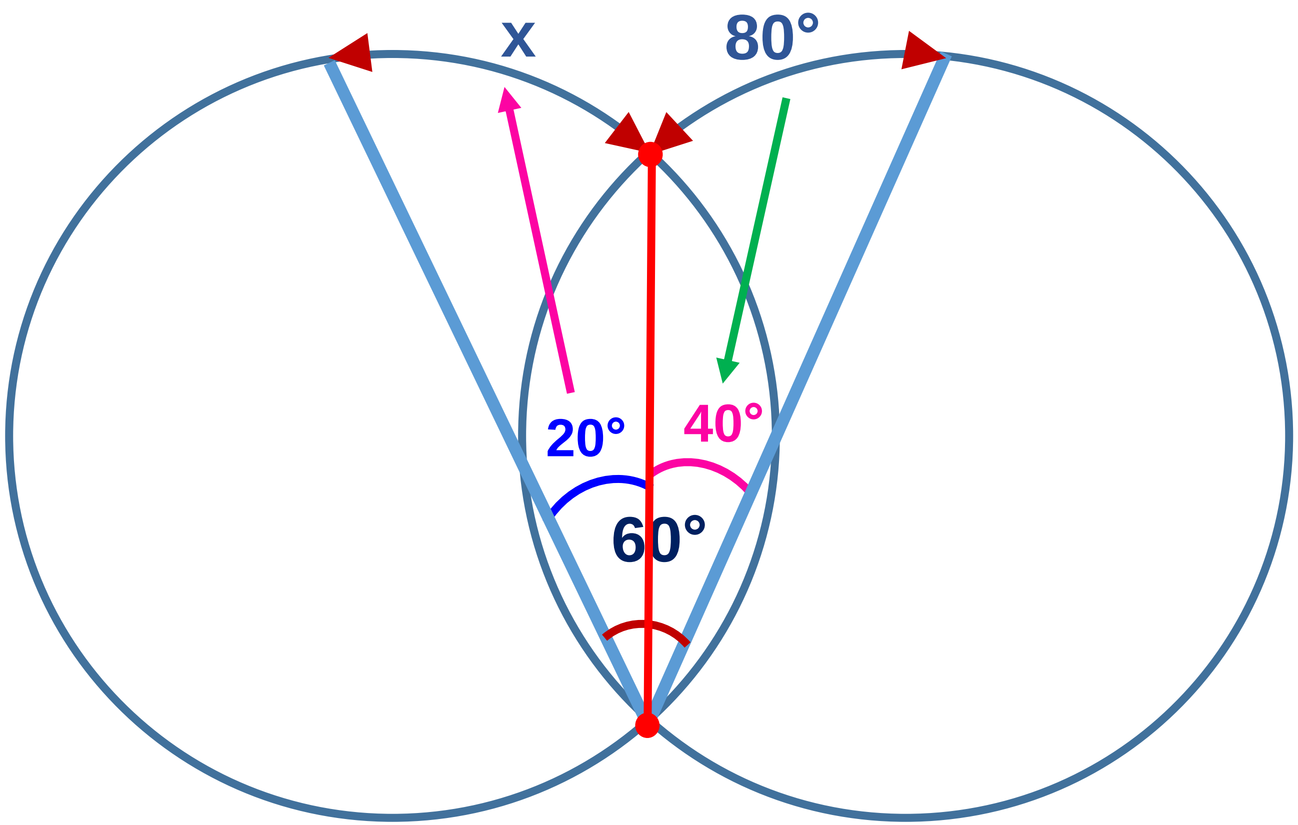


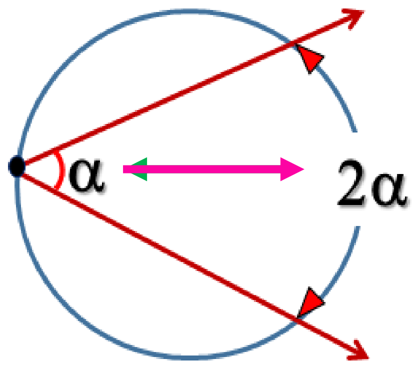

∴ m$\overset{\frown}{AB}$ = 74°

# 2. En la figura, halle el valor de x.

## RESOLUCIÓN




- **Piden: x**
- **Se traza la cuerda común**
- **Aplicamos el ángulo inscrito**

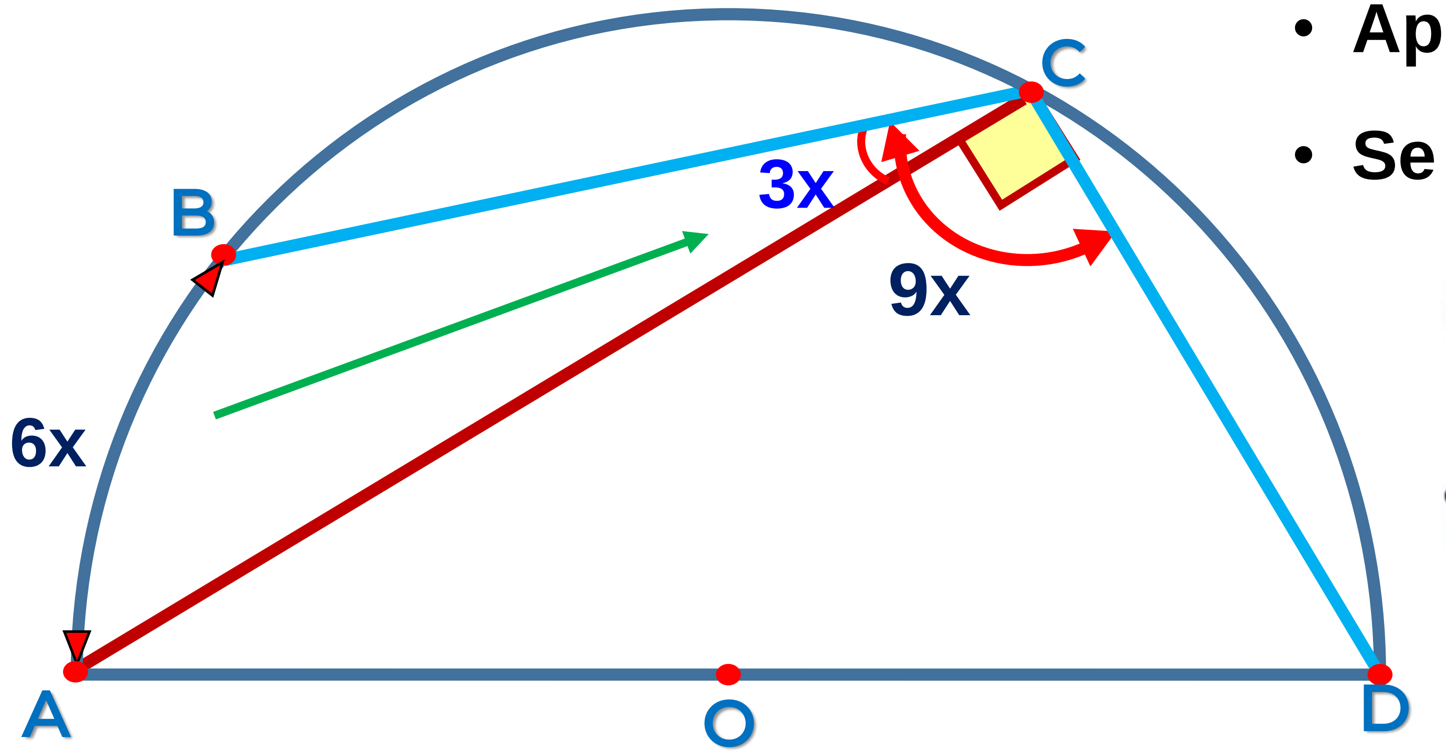



$x = 2\,(20°)$

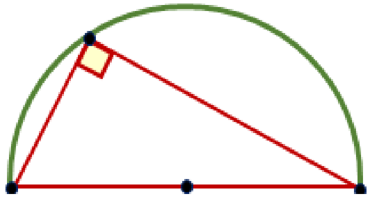
$\boxed{x = 40°}$

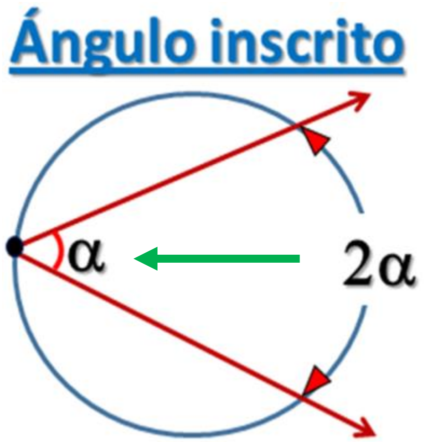
# 3. Halle el valor de x, si O es centro.

## RESOLUCIÓN




- Piden: x
- Aplicamos el teorema
- Se traza $\overline{AC}$





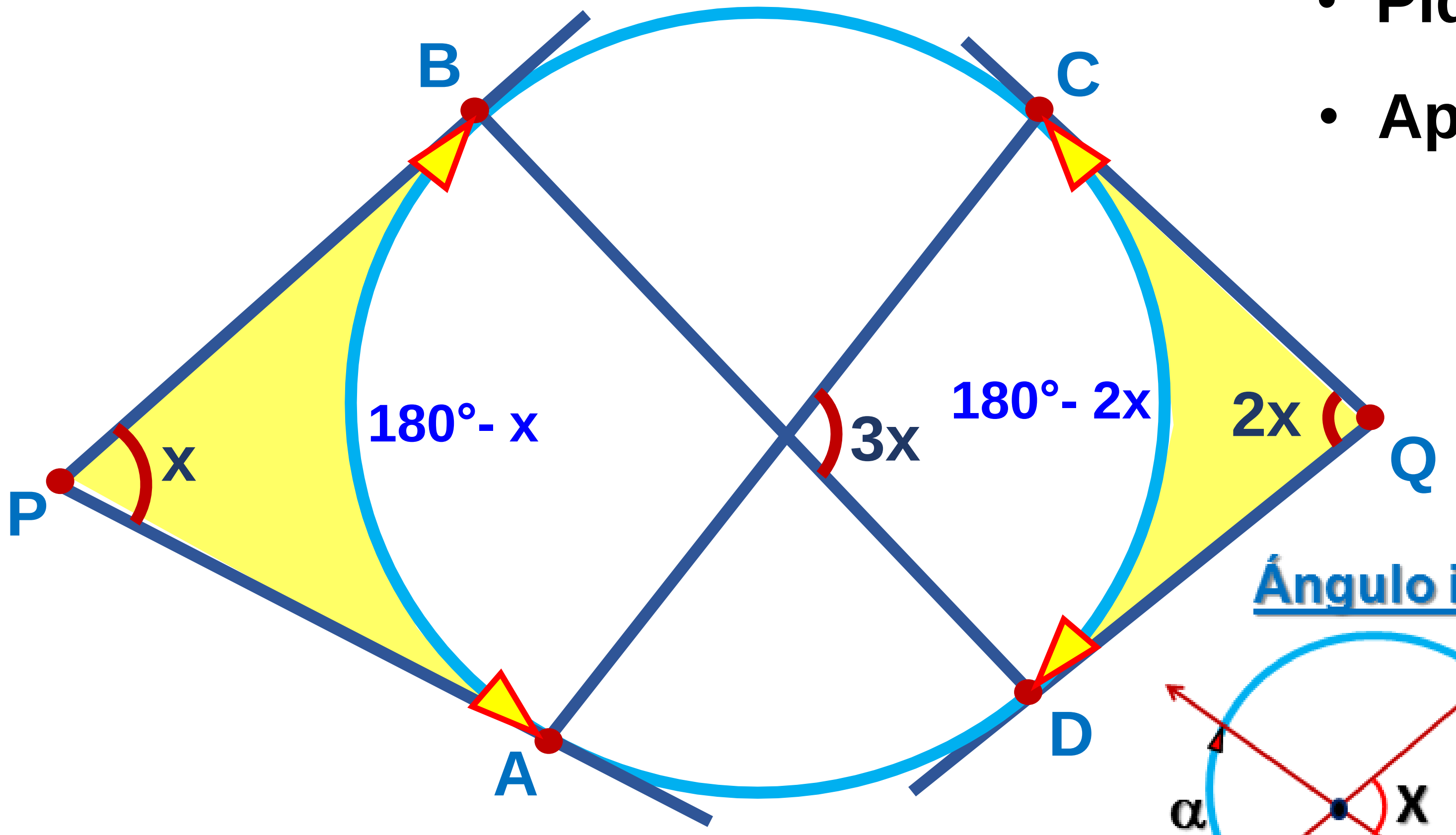

$3x + 90° = 9x$

$90° = 6x$

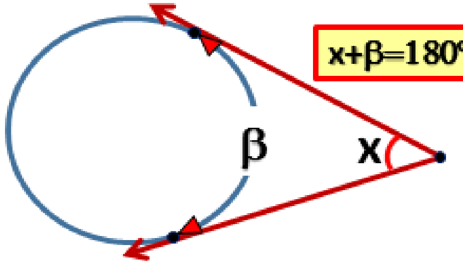
$\boxed{x = 15°}$

# 4. Halle el valor de x si A, B, C y D son puntos de tangencia.

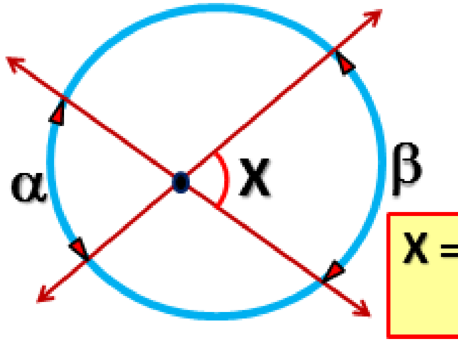
## RESOLUCIÓN




- Piden: el valor de x
- Aplicamos el teorema




**Ángulo interior**




$$X = \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$3x = \frac{180° - x + 180° - 2x}{2}$$

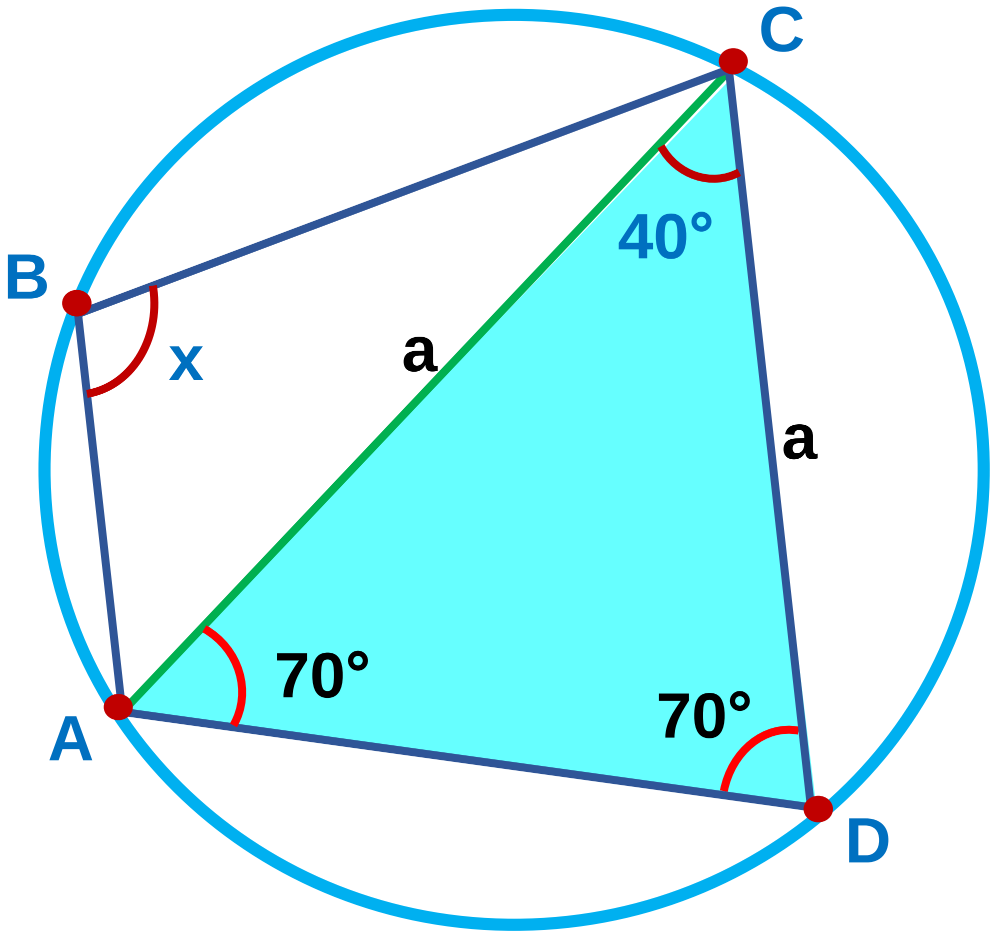
$$6x = 360° - 3x$$

$$9x = 360°$$

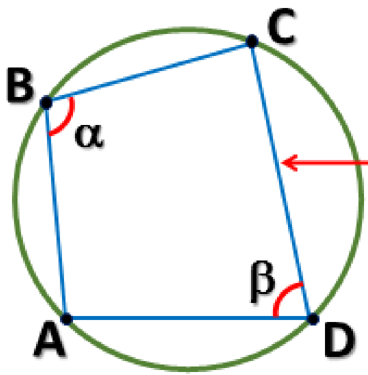
$$\therefore\ x = 40°$$

**5. En una circunferencia se inscribe un cuadrilátero ABCD, tal que AC = CD y m∡ACD = 40°. Halle m∡ABC.**

## RESOLUCIÓN




- **Piden:** m∡ABC = x
- Δ ACD: Isósceles
- Por cuadrilátero inscrito

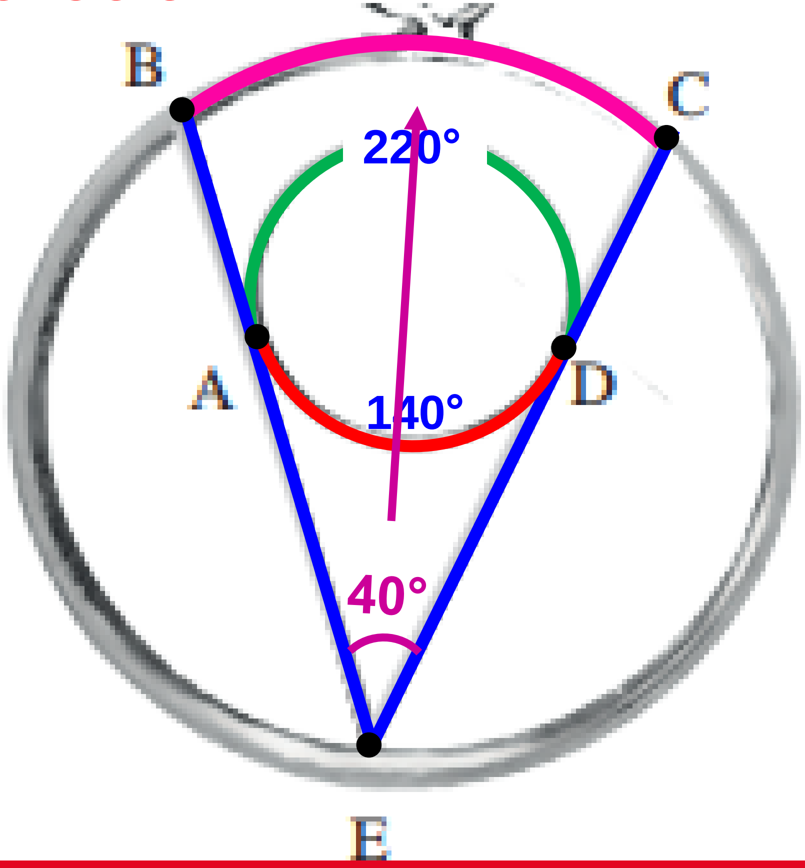



$x + 70° = 180°$

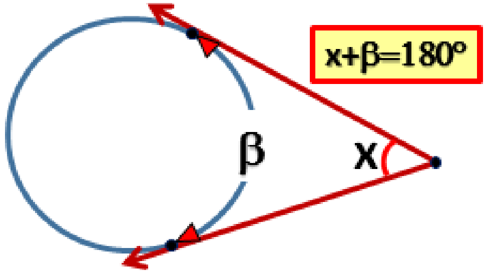
$\boxed{x = 110°}$

6. En la figura se muestra el diseño de unos pendientes (aretes), que serán construidos de metal. El cual consta de dos aros en forma de circunferencias y dos partes rectilíneas representados por los segmentos $\overline{BE}$ y $\overline{CE}$, tangentes al aro menor en los puntos A y D. Si m $\overset{\frown}{AD}$=220°; halle la m $\overset{\frown}{BC}$.

**RESOLUCIÓN**

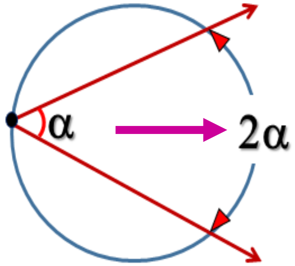



- **Piden:** la m $\overset{\frown}{BC}$
- **Dato:** m $\underset{\text{mayor}}{\overset{\frown}{AD}} = 220°$ ⟶ m $\underset{\text{menor}}{\overset{\frown}{AD}} = 140°$
- **Por teorema del ángulo externo**




m∢AED = 40°

Ángulo inscrito

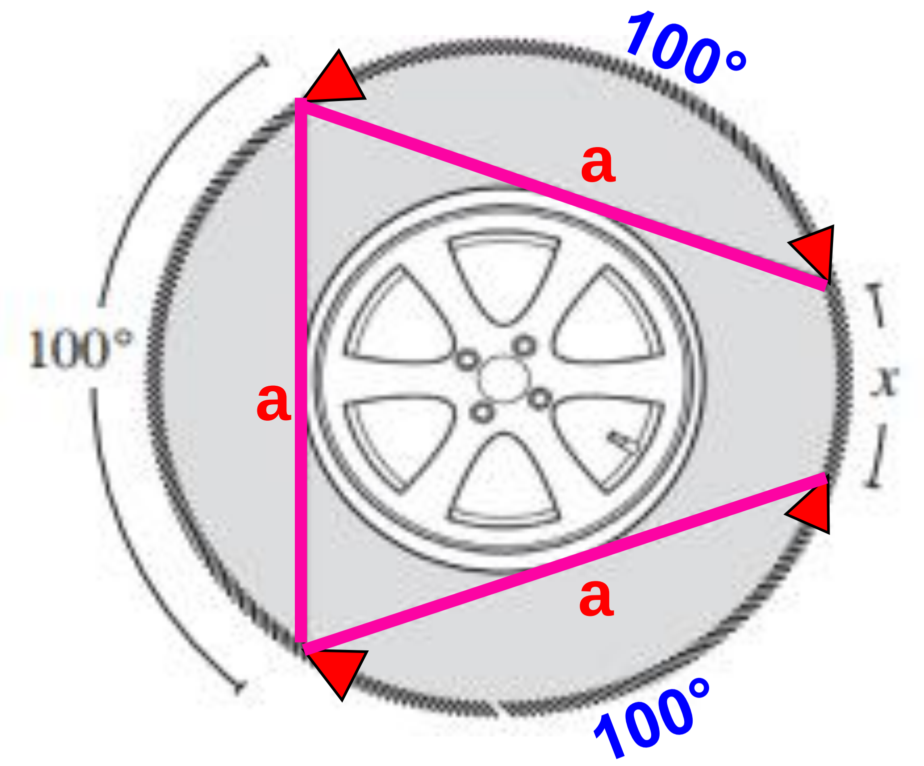



m $\overset{\frown}{BC}$ = 2 ( 40°)

$$\boxed{m\,\overset{\frown}{BC} = 80°}$$

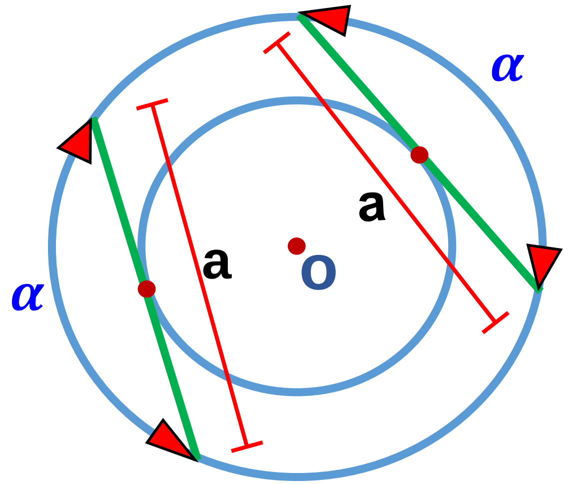
7. En la figura se muestra una llanta. Halle el valor de x, si las cuerdas son tangentes a la circunferencia menor.

## RESOLUCIÓN




- Piden: x
- Aplicamos teorema

Circunferencias concéntricas




- En la circunferencia

$$100° + 100° + 100° + x = 360°$$

$$300° + x = 360°$$

$$\boxed{x = 60°}$$