



# ARITHMETIC

## Chapter 1

**5th**  
SECONDARY

Razones, proporciones y  
Series de razones geométricas



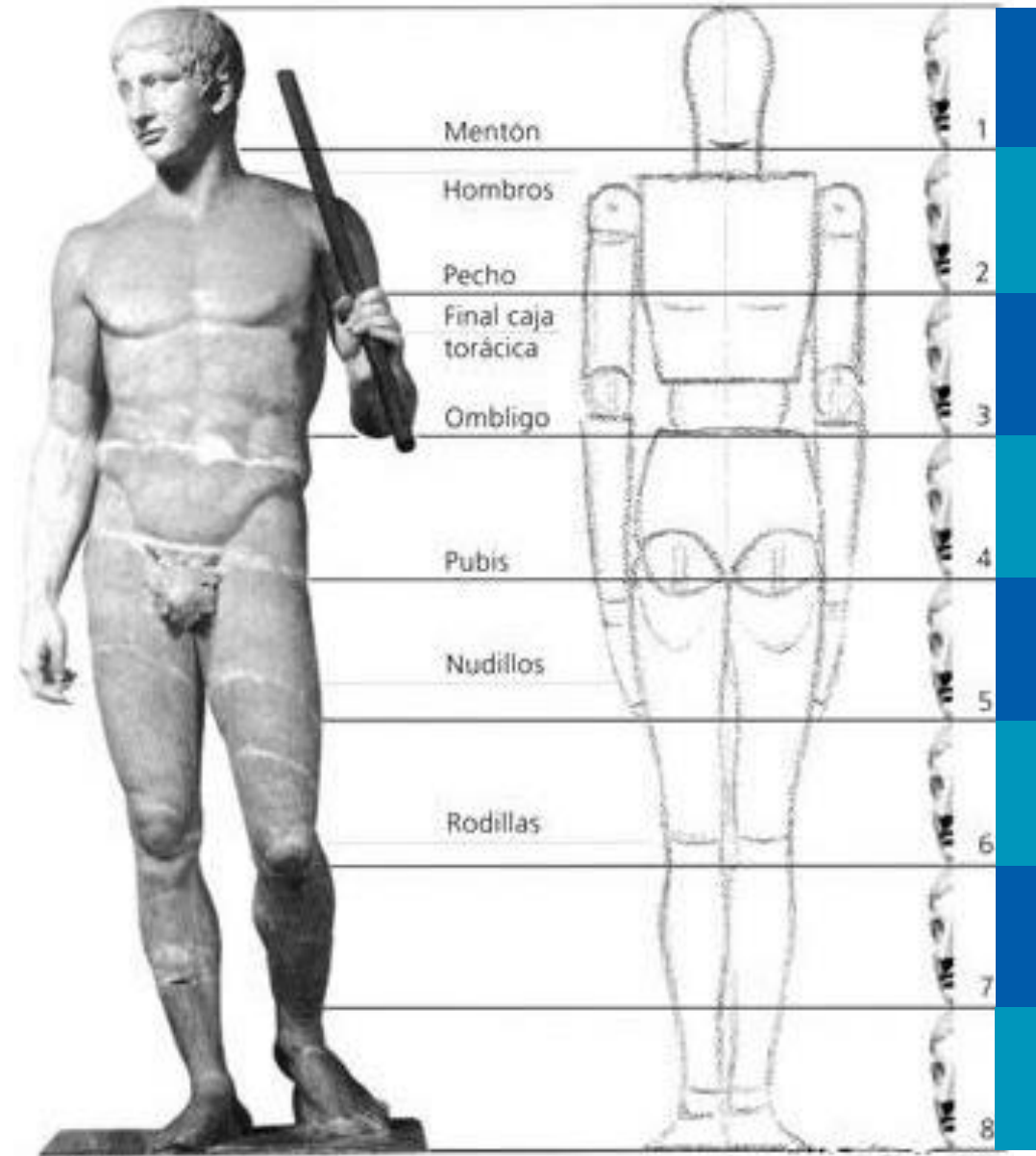
 **SACO OLIVEROS**

# PROPORCIONES DEL CUERPO HUMANO

En la antigüedad se buscó representar el cuerpo humano de la forma más bella posible

Esto llevó a establecer unas reglas de proporciones que determinen qué es un cuerpo armónico

Uno de los cánones más usados es que la cabeza sea como 1 y el cuerpo como 8





# RAZÓN

Es la comparación entre dos cantidades, generalmente homogéneas (expresadas en las mismas unidades)



*Veamos las siguientes cantidades*

**José**

32 años



**María**

20 años



## RAZÓN ARITMÉTICA

Comparamos mediante la “**sustracción**”

$$32 \text{ años} - 20 \text{ años} = 12 \text{ años}$$

*razón* *Valor de la razón*

En este caso afirmamos: “**La edad de José excede en 12 años la edad de María**”.

## RAZÓN GEOMÉTRICA

Comparamos mediante la “**división**”

$$\text{razón} \frac{32 \text{ años}}{20 \text{ años}} = \frac{8}{5}$$

*Valor de la razón*

En este caso afirmamos: “**Las edades están en razón o relación de 8 a 5**”.

**GENERALIZANDO**

Para las medidas “a” y “b” de una magnitud se tiene que:

## RAZÓN

**ARITMÉTICA**

$$a - b = r$$

**GEOMÉTRICA**

$$\frac{a}{b} = k$$

**a** : *antecedente*

**b** : *consecuente*

**r y k** : *valores de las razones*

**Es la igualdad indicada y que se verifica en valor numérico de dos razones de la misma clase.**

## Se forma al igualar dos razones aritméticas

*Veamos los  
siguientes datos*



AUTO	A	B	C	D
VELOCIDAD	20 m/s	17 m/s	18 m/s	15 m/s



## Comparando mediante la sustracción

The diagram shows the equation:  $20 \text{ m/s} - 17 \text{ m/s} = 18 \text{ m/s} - 15 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$ . The terms 20 m/s, 17 m/s, 18 m/s, and 15 m/s are enclosed in colored boxes (blue, yellow, yellow, blue respectively). A blue dashed line connects the first and last terms (20 m/s and 20 m/s), labeled "Términos extremos". An orange dashed line connects the second and third terms (17 m/s and 18 m/s), labeled "Términos medios".



## CLASIFICACIÓN

## PROPORCIÓN ARITMÉTICA

DISCRETA	CONTINUA
$a - b = c - d$	$a - b = b - c$
$d$ : cuarta diferencial de $a$ ; $b$ y $c$	$b$ : media diferencial de $a$ y $c$ $c$ : tercera diferencial de $a$ y $b$

## EJEMPLO



$$15 - 11 = 20 - 16$$

cuarta diferencial de 15, 11 y 20

“Los términos medios son diferentes”



media diferencial de  
24 y 14

$$24 - 19 = 29 - 14$$

tercera diferencial de 24 y 19

“Los términos medios son iguales”



# PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Se forma al igualar dos razones geométricas

## EJEMPLO



*Veamos los siguientes datos*

PERSONAS	A	B	C	D
EDADES	18 años	12 años	15 años	10 años



Comparando mediante la división

### PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

$$\frac{18 \text{ años}}{12 \text{ años}} = \frac{15 \text{ años}}{10 \text{ años}} = \frac{3}{2}$$

12 y 15 *Son términos medios*

18 y 10 *Son términos extremos*



## CLASIFICACIÓN

## PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

DISCRETA	CONTINUA
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
$d$ : cuarta proporcional de $a$ ; $b$ y $c$	$b$ : media proporcional de $a$ y $c$ $c$ : tercera proporcional de $a$ y $b$

## EJEMPLO



$$\frac{15}{20} = \frac{12}{16}$$

cuarta proporcional  
de 15, 20 y 12

“Los términos medios son diferentes”



$$\frac{12}{18} = \frac{18}{27}$$

media proporcional  
de 12 y 27  
tercera proporcional  
de 12 y 18

“Los términos medios son iguales”





Dos números son entre sí como 7 es a 9; si el producto de dichos números es 1575; calcule su diferencia.

### Resolución:

Sea

$$\frac{a}{b} = \frac{7K}{9K}$$

Del dato:

$$\begin{array}{c} a \\ \blacktriangledown \end{array} \times \begin{array}{c} b \\ \blacktriangledown \end{array} = 1575$$

$$7k \times 9k = 1575$$

$$\cancel{63} \times k^2 = \cancel{1575}$$

$$k^2 = 25$$



Piden

$$b - a$$



$$9k - 7k = 2k$$

Reemplazando

$$2k = 2(5)$$

$$= 10$$

**RPTA: 10**





Una bolsa contiene 180 bolas de las cuales 120 son negras y las restantes blancas. ¿Cuántas bolas blancas se deben retirar de la bolsa para que por cada bola blanca existan 4 negras?

### Resolución:

 Dato

Total: 180 bolas

 120 negras

 60 blancas

 Vamos a retirar “x” bolas blancas

$$\frac{60 - x}{120} = \frac{1}{4}$$

$$4(60 - x) = 120$$

$$240 - 4x = 120$$

$$120 = 4x$$

**RPTA: 30 bolas**



Halle el valor de:

$$S + A + C + O$$

si

S : es la media diferencial de 53 y 17.

A : es la tercera proporcional de 4 y 8.

C : es la cuarta proporcional de 2; 8 y 6.

O : es la cuarta diferencial S: A y C.

### Resolución:

 S : es la media diferencial de 53 y 17

$$53 - S = S - 17 \rightarrow 70 = 2S$$

$$\rightarrow 35 = S$$

A : es la tercera proporcional de 4 y 8

$$\frac{4}{8} = \frac{8}{A} \rightarrow 4A = 64 \rightarrow A = 16$$

C : es la cuarta proporcional de 2; 8 y 6

$$\frac{2}{8} = \frac{6}{C} \rightarrow 2C = 48 \rightarrow C = 24$$

O : es la cuarta diferencial de S; A y C

$$35 - 16 = 24 - O \rightarrow O = 5$$

 Piden "S+A+C+O"

$$35 + 16 + 24 + 5 = 80$$

**RPTA: 80**



La suma, la diferencia y el producto de dos números están en la misma relación que los números 5; 1 y 30. Determine el número mayor.

### Resolución:

Sean los números:  $A$  y  $B$   
donde  $A > B$

$$\rightarrow A + B = 5k$$

$$\rightarrow A - B = k$$

$$\rightarrow A \times B = 30k$$

Veamos la suma y diferencia

$$\begin{array}{r} A + B = 5k \\ A - B = k \\ \hline 2A = 6k \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} A = 3k \\ B = 2k \end{array}$$

Del producto, tenemos que:

$$\begin{array}{l} A \times B = 30k \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 3k \times 2k = 30k \\ 6k = 30 \\ k = 5 \end{array}$$

Piden "A"  $\rightarrow A = 3k = 3(5) = 15$

**RPTA: 15**



En una serie de tres razones geométricas equivalentes se conoce que el producto de antecedentes es 1280 y la suma de consecuentes es 78. Calcule la suma de antecedentes, si el producto de consecuentes es 4320.

### Resolución:

Sean las razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \rightarrow \begin{matrix} a \times c \times e = 1280 \\ b \times d \times f = 4320 \end{matrix}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \rightarrow \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = k^3$

$$\frac{a \times c \times e}{b \times d \times f} = k^3 \rightarrow \frac{1280}{4320} = k^3$$

$$\frac{8}{27} = k^3 \rightarrow \frac{2}{3} = k$$

Para la suma tenemos

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = k \rightarrow \frac{a+c+e}{78} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow 52 = b+d+f$$

**RPTA: 52**



En la destilería “DULCE DELIRIO” se tiene tres toneles de pisco cuyos volúmenes son proporcionales a 5; 7 y 12. Carlos extrae 16 litros del tonel que tiene más pisco y los distribuye entre los otros toneles, de tal manera que al final todos tienen la misma cantidad de pisco ¿Cuántos litros de pisco hay en total?

### Resolución:


 $5k$ 

 $7k$ 

 $12k$ 

Entonces debemos repartir el vino de tal manera que todos tengan la misma cantidad

$$5k + 3k = 8k$$

$$7k + 1k = 8k$$

$$12k - 4k = 8k$$

Recordar que hemos sacado 16 L

$$16 = 4k$$

$$4 = k$$

Nos piden el total

$$8k + 8k + 8k = 24k$$

$$= 24(4)$$

$$= 96$$

**RPTA: 96 L**



Hernán ahorra S/60 diarios. Si lo que cobra y lo que gasta diariamente está en la relación de 8 a 5, determine en cuánto debe disminuir sus gastos diarios para que la relación entre lo que cobra y gasta sea de 2 a 1

### Resolución:

Del dato



cobra  $8k$



gasta  $5k$



**Ahorra**

$$8k - 5k$$

$$3k = 60$$

$$k = 20$$

Veamos cuanto debemos reducir

$$\frac{8k}{5k - x} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{8(20)}{5(20) - x} = \frac{2}{1} \rightarrow \frac{160}{100 - x} = \frac{2}{1}$$

$$160 = 200 - 2x$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

**RPTA: s/.20**