

TRIGONOMETRY

Chapter 12

4th
SECONDARY

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE II



SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL (GPS)

El NAVSTAR - GPS es más conocido como Global Positioning System (GPS = Sistema de Posicionamiento Global): es un sistema global de navegación por satélite (GNSS) que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona, un vehículo o una nave, con una precisión habitual de unos pocos metros y hasta de centímetros, usando GPS diferencial. Su invención se atribuye a los gobiernos francés y belga, pero este sistema fue desarrollado, instalado y sigue operado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos.



REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

3er CASO : Para ángulos positivos mayores a una vuelta .

De forma práctica utilizaremos :

$$\forall k \in \mathbb{Z}^+ :$$

$$RT[\cancel{360^\circ} \cdot k \pm \alpha] = RT(\pm \alpha)$$

Para arcos múltiplos enteros de π :

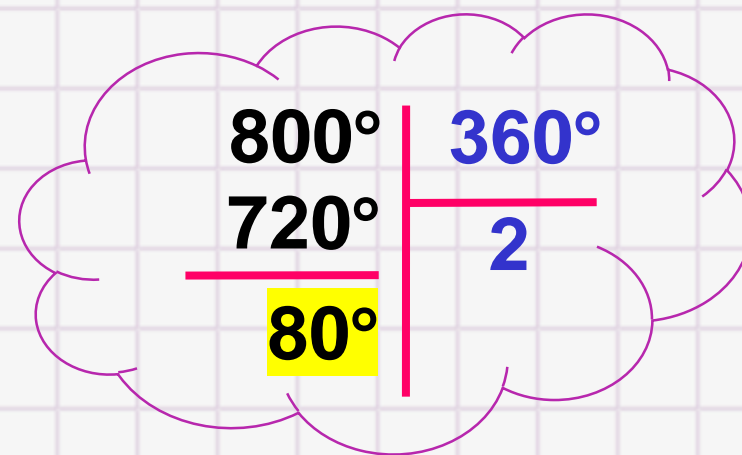
$$RT[\underbrace{\cancel{2k}\pi}_{\text{par}} \pm \alpha] = RT(\pm \alpha)$$

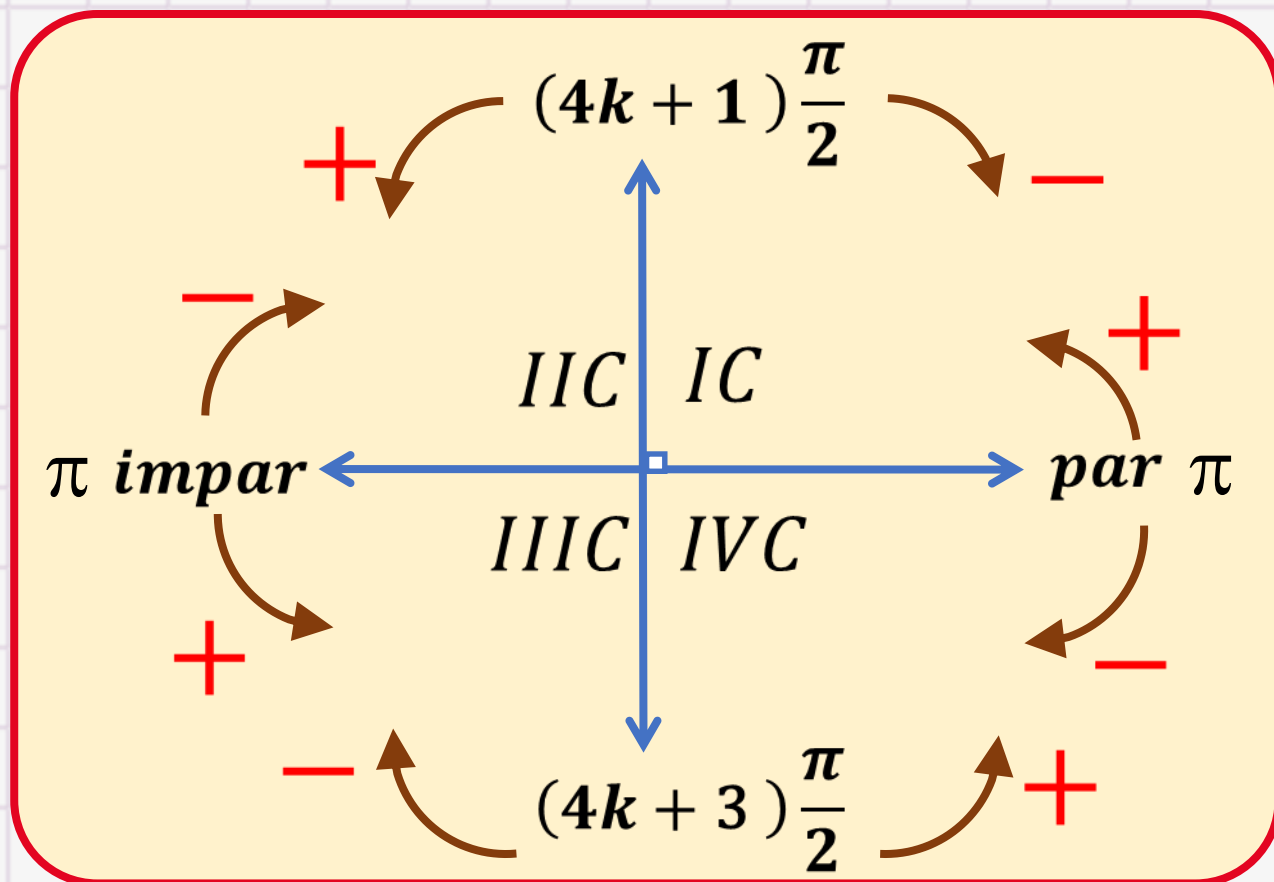
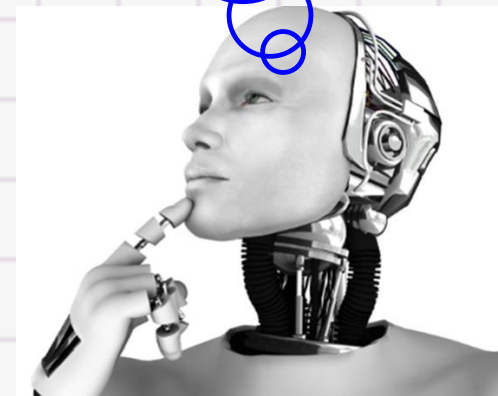
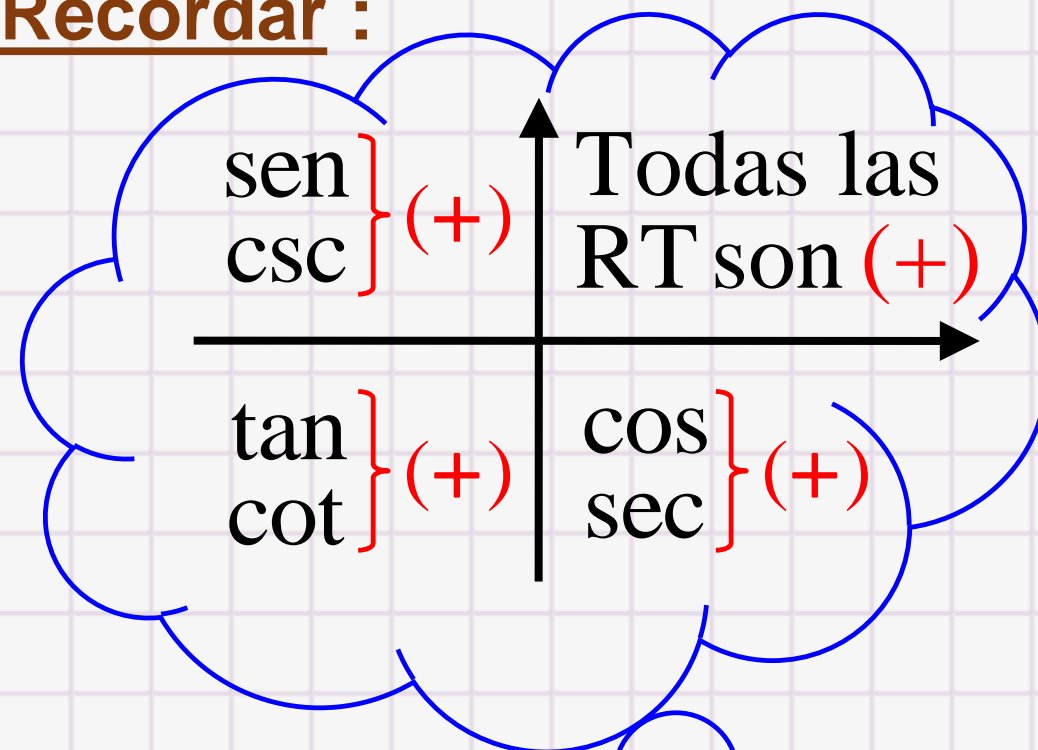
$$RT[(\underbrace{2k+1}_{\text{impar}})\pi \pm \alpha] = RT(\pi \pm \alpha)$$

Ejemplo :

$$\text{sen}800^\circ = \text{sen}(\cancel{360^\circ} \cdot 2 + 80^\circ)$$

$$\text{sen}800^\circ = \text{sen}80^\circ$$



Esquema práctico :Recordar :

HELICO PRACTICE 1

Calcule $\text{sen } 4020^\circ$

RESOLUCIÓN

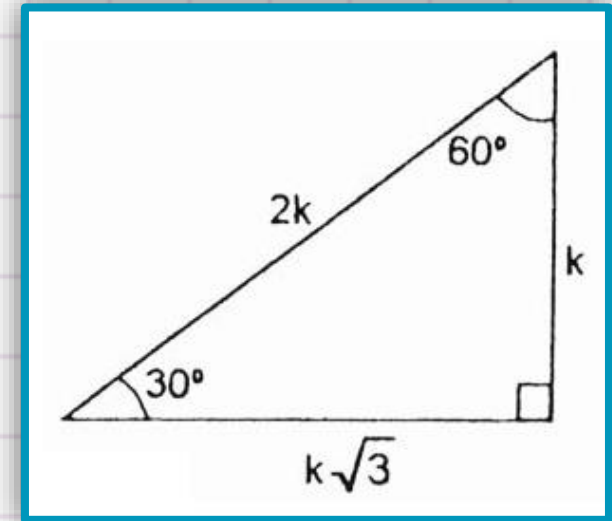
$$\text{sen } 4020^\circ = \text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 4020^\circ \left[\frac{360^\circ}{11} \right. \\ \underline{3960^\circ} \quad 60^\circ \end{array}$$

OBSERVACION :

Para eliminar el número de vueltas de un ángulo, lo dividimos entre 360° y solo usamos el residuo.

Recordar :



HELICO PRACTICE 2

$$\text{Efectúe } E = \tan 120^\circ + \cot 159^\circ$$

RESOLUCIÓN

$$\frac{1200^\circ}{1080^\circ} \left| \frac{360^\circ}{3} \right.$$

$$\underline{\quad 120^\circ \quad}$$

$$\frac{1590^\circ}{1440^\circ} \left| \frac{360^\circ}{4} \right.$$

$$\underline{\quad 150^\circ \quad}$$

$$E = \tan 120^\circ + \cot 150^\circ$$

$$E = \tan(\underbrace{180^\circ - 60^\circ}_{\text{IIC}}) + \cot(\underbrace{180^\circ - 30^\circ}_{\text{IIC}})$$

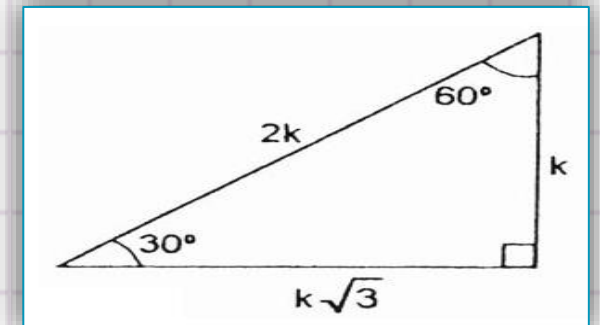
$$E = (-\tan 60^\circ) + (-\cot 30^\circ)$$

$$E = (-\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})$$

$$\therefore E = -2\sqrt{3}$$

Recordar:

sen } (+)	Todas las RT son (+)
csc } (+)	
tan } (+)	cos } (+)
cot } (+)	



HELICO PRACTICE 3

Reduzca : a) $\text{sen}(42\pi + x)$ b) $\cos(35\pi - x)$

RESOLUCIÓN

a) $\text{sen}(42\pi + x) = \text{sen}x$

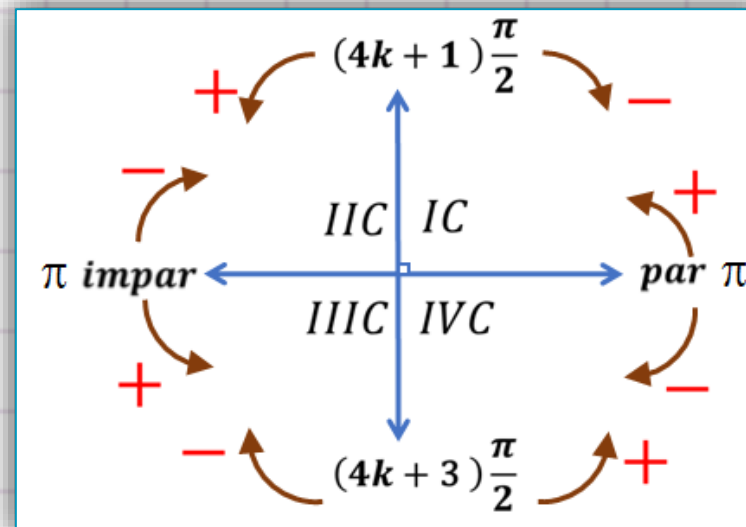
↑
par

b) $\cos(35\pi - x) = \cos(\underbrace{\pi - x}_{\text{IIC}}) = -\cos x$

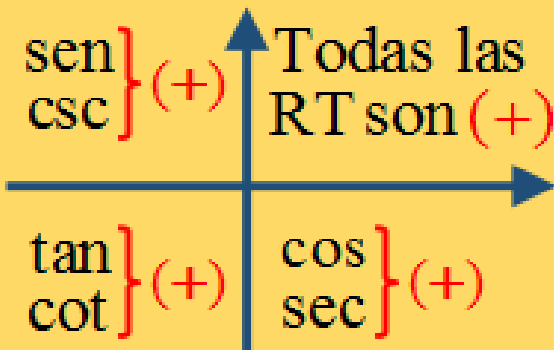
↑
impar

OBSERVACIÓN :

Los valores de 2π , 4π , 6π , 8π , 10π , 12π , ... representan vueltas y se eliminan.



Recordar:



Reduzca

a) $\sin\left(47\frac{\pi}{2} - x\right)$ b) $\tan\left(53\frac{\pi}{2} + x\right)$

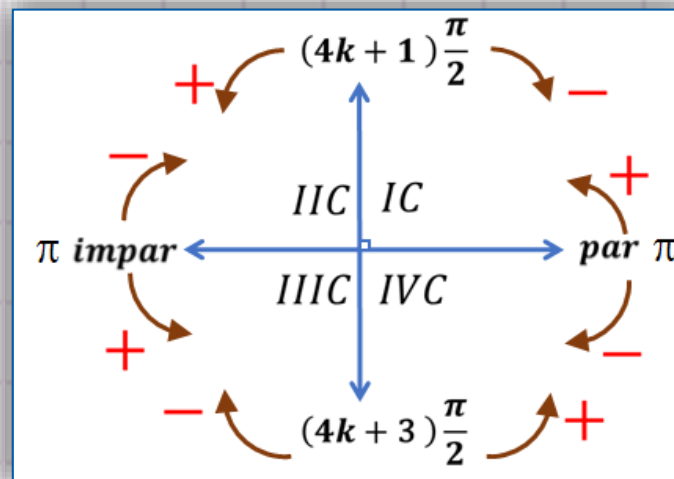
RESOLUCIÓN

a) $\text{sen}\left(\underbrace{47\frac{\pi}{2} - x}_{4k+3} = \text{sen}\left(\underbrace{\frac{3\pi}{2} - x}_{\text{III C}}\right) = -\cos x$

$$\text{b) } \tan\left(\overset{4k+1}{\underset{\uparrow}{53}} \frac{\pi}{2} + x\right) = \tan\left(\underbrace{\frac{1\pi}{2} + x}_{\text{IIC}}\right) = -\cot x$$

Diagrama de los signos de las funciones trigonométricas en los cuadrantes:


- Quadrante I (superior derecho): Todas las RT son (+)
- Quadrante II (superior izquierdo): sen, csc (+)
- Quadrante III (inferior izquierdo): tan, cot (+)
- Quadrante IV (inferior derecho): cos, sec (+)





HELICO PRACTICE 5

Si $x + y = 32\pi$, reduzca $Q = \frac{\tan x}{\tan y} + \frac{\sen x}{\sen y}$

RESOLUCIÓN

Dato : $x + y = 32\pi$  $y = 32\pi - x$

Luego : $Q = \frac{\tan x}{\tan(32\pi - x)} + \frac{\sen x}{\sen(32\pi - x)}$

 **par**  **par**

$$Q = \frac{\tan x}{\tan(-x)} + \frac{\sen x}{\sen(-x)} = \frac{\tan x}{-\tan x} + \frac{\sen x}{-\sen x}$$

$$Q = -1 - 1$$

$$\therefore Q = -2$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

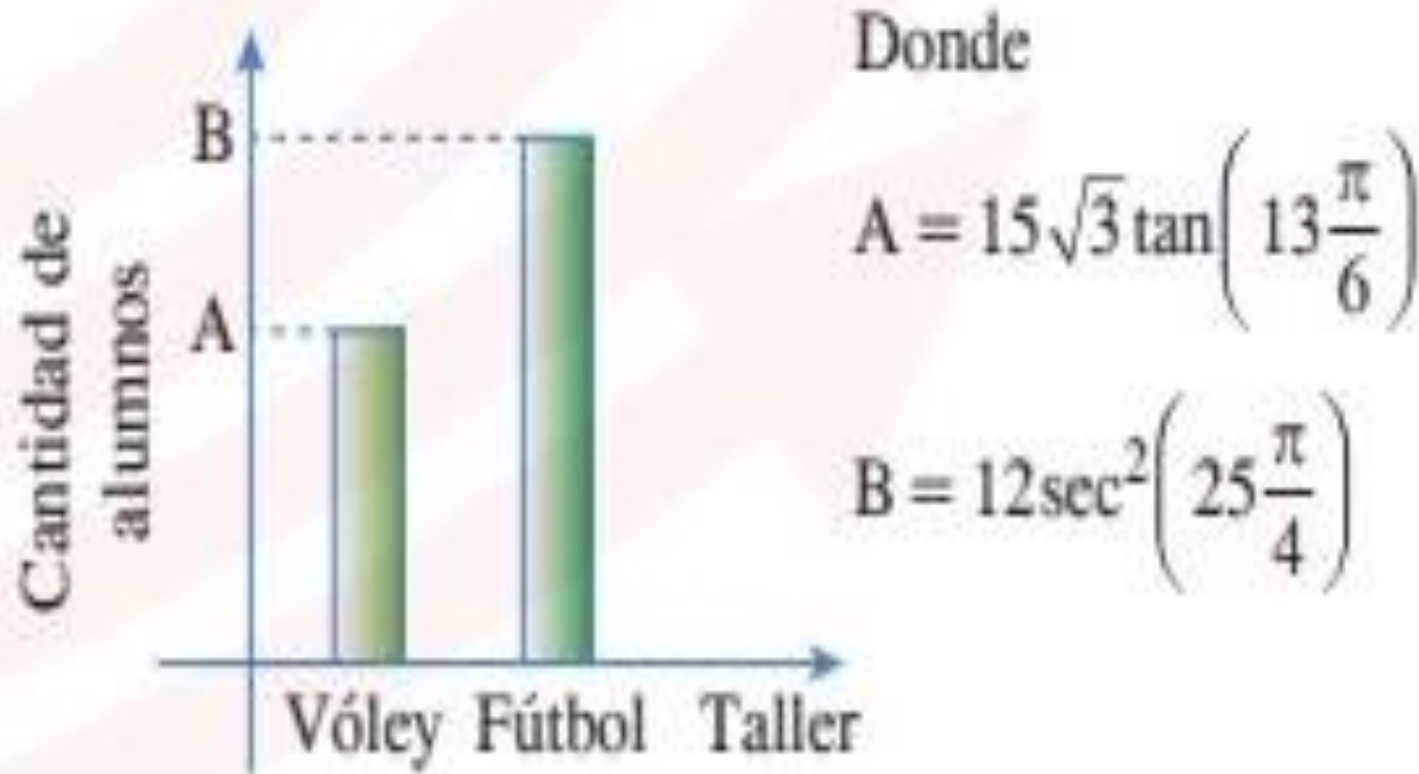
$$\sen(-x) = -\sen x$$



HELICO PRACTICE 6

El gráfico representa la cantidad de alumnos matriculados en los talleres de una institución educativa.

Si cada alumno se inscribió en un solo taller. ¿Cuántos alumnos se inscribieron en total?



HELICO PRACTICE 6

RESOLUCIÓN

$$A = 15\sqrt{3} \tan\left(\frac{13\pi}{6}\right)$$

$$A = 15\sqrt{3} \tan\left(\frac{1\pi}{6}\right)$$

$$A = 15\sqrt{3} \tan 30^\circ$$

$$A = 15\sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$A = 15$$

$$B = 12 \sec^2\left(\frac{25\pi}{4}\right)$$

$$B = 12 \sec^2\left(\frac{1\pi}{4}\right)$$

$$B = 12 \sec^2 45^\circ$$

$$B = 12 (\sqrt{2})^2$$

$$B = 12(2) = 24$$

$$A + B = 15 + 24 = 39$$

∴ En total se inscribieron 39 alumnos .

Para reducir arcos de la forma $\left(\frac{a\pi}{b}\right)$, donde $a > 2b$

Efectuamos :

$$\begin{array}{c|c} a & 2b \\ \hline c & k \\ \hline (r) & \end{array}$$

Luego :

$$RT\left(\frac{a\pi}{b}\right) = RT\left(\frac{r\pi}{b}\right)$$

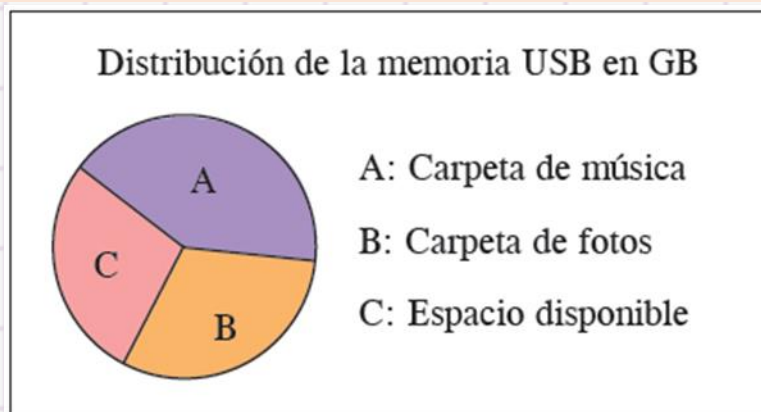
$$\begin{array}{c|c} 13 & 12 \\ \hline 12 & 1 \\ \hline (1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 25 & 8 \\ \hline 24 & 3 \\ \hline (1) & \end{array}$$

HELICO PRACTICE 7

RESOLUCIÓN

Andrea tiene una memoria de USB en la que almacena música y fotos, la memoria tiene una capacidad 8 GB. El siguiente gráfico muestra la distribución actual de la memoria USB:



Donde: $A = 4 \tan 1125^\circ$; $B = \sqrt{3} \tan 960^\circ$
¿Cuál será el espacio disponible en la memoria USB de Andrea?

$$A = 4 \tan 1125^\circ = 4 \tan 45^\circ = 4 (1) = 4$$

$$B = \sqrt{3} \tan 960^\circ = \sqrt{3} \tan 240^\circ$$

$$B = \sqrt{3} \tan(\underbrace{180^\circ + 60^\circ}_{\text{III C}}) = \sqrt{3} \tan 60^\circ$$

$$B = \sqrt{3} \sqrt{3} = 3$$

$$C = (8 - 4 - 3) \text{ GB} = 1 \text{ GB}$$

∴ Espacio disponible = 1 GB

$$\begin{array}{r|l} 1125^\circ & 360^\circ \\ 1080^\circ & 3 \\ \hline & (45^\circ) \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 960^\circ & 360^\circ \\ 720^\circ & 2 \\ \hline & (240^\circ) \end{array}$$



SACO
OLIVEROS