ALGEBRA

Chapter 11

5th of
SECONDARY

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

SACO OLIVEROS

HELICOMOTIVATION

Helicomotivación

Algunas aplicaciones

- En el campo de la economía se usan las ecuaciones cuadráticas para representar modelos económicos de oferta y demanda

- En el campo de la física para determinar el movimiento parabólico.
- En el ámbito militar lo utilizan en la artillería de cañones para hallar las trayectorias de las balas

HELICO THEORY

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Forma general :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde:

- ✓ x es la incógnita o variable
- ✓ $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

Resolución de la ecuación :

1.-Por factorización:

- Resolver la ecuación :

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$x \quad -3$

$x \quad +2$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$= 0 \qquad = 0$$

$x = 3 \ \vee \ x = -2$

$\therefore C.S. = \{-2; 3\}$

2.- Por la fórmula de Carnot

Siendo las raíces : $x_1 \ \wedge x_2$

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Resolver la ecuación : $\overset{a}{2}x^2 \overset{b}{-3}x \overset{c}{-4} = 0$

$$x_{1;2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-4)}}{2(2)}$$

$$x_{1;2} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$\therefore \ C.S. = \left\{\frac{3+\sqrt{41}}{4} ; \frac{3-\sqrt{41}}{4}\right\}$$

DISCRIMINANTE

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Ejemplo:

*Halle el discriminante de:

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

a= 1 b= -4 c= 2

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(2)$$

$$\boxed{\Delta = 8}$$

NATURALEZA DE LAS RAÍCES

- CASO I : La ecuación tiene raíces reales y diferentes si:

$$\Delta > 0$$

- CASO II : La ecuación tiene raíces reales e iguales si:

$$\Delta = 0$$

- CASO III : La ecuación tiene raíces complejas y conjugadas si:

$$\Delta < 0$$

PROPIEDAD DE LAS RAÍCES

"x_1" y "x_2" raíces de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad ,a \neq 0$$

1.- Suma de Raíces

$$\boxed{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$$

2.- Producto de Raíces

$$\boxed{x_1 . x_2 = \frac{c}{a}}$$

3.- Suma de Inversas

$$\boxed{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}}$$

FORMACIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA EN x

Siendo : "x_1" y "x_2" las raíces de la ecuación cuadrática

$$\boxed{x^2 - (\ x_1 + x_2\ )x + (\ x_1 x_2\ ) = 0}$$

<u>Ejemplo</u> :

Forme la ecuación cuadrática cuyas raíces sean 7 y 3

$$x^2 - (\ 7 \ + \ 3\ )x + (\ 7\ )(\ 3\ ) = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

PROPIEDADES PARTICULARES

Sea $ax^2 + bx + c = 0 \quad ,a \neq 0$

1.- Raíces asimétricas u opuestas

$$\boxed{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 0}$$

$$\boxed{b = 0}$$

2.- Raíces reciprocas

$$\boxed{x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = 1}$$

$$\boxed{a = c}$$

HELICO PRACTICE

PROBLEMA 1

Resolver:

$$(3x-1)(x+2)+x=22$$

Resolución

POR DISTRIBUTIVA

$$3x^2+6x-x-2+x=22$$

$$3x^2+6x-24=0$$

$$(\div 3)\quad x^2+2x-8=0$$

$$\begin{array}{ll} x & +4 \\ x & -2 \end{array}$$

$$(x+4)(x-2)=0$$

$$x+4=0 \ \vee \ x-2=0$$

$$\boxed{x_1=-4} \ \vee \ \boxed{x_2=2}$$

$$\boxed{CS=\{-4;\ 2\}}$$

PROBLEMA 2

Si x_1 y x_2 *son las raices de la ecuación*:

$$2x^2-(7n-8)x+n+4=0$$

Halle el valor de n^3 si se cumple: $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=3$

Resolución

$$2x^2-(7n-8)x+(n+4)=0$$

$\boxed{a=2}$ $\boxed{b=-(7n-8)}$ $\boxed{c=n+4}$

Por dato

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=3$$

Por Propiedad

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{-b}{c}$$

$$\frac{-b}{c}=3$$

$$\frac{-(-(7n-8)}{n+4}=3$$

$$7n-8=3(n+4)$$

$$n=5$$

$\therefore$ $\boxed{n^3=125}$

PROBLEMA 3

Si $la\ ecuación\ en\ x$:

$$3kx^2 + 7x = x^2 + 2k - 1$$

Posee raíces recíprocas, indique el valor que adopta k

Resolución

Dando forma a la ecuación cuadrática:

$$3kx^2 - x^2 + 7x - 2k + 1 = 0$$

$$(3k - 1)x^2 + 7x + (-2k + 1) = 0$$

Dato: La ecuación posee raíces recíprocas

$$a = c$$

$$\Rightarrow 3k - 1 = -2k + 1$$

$$5k = 2$$

$$k = 2/5$$

$$\boxed{k = 2/5}$$

PROBLEMA 4

Forme la ecuación de segundo grado si sus raíces son:

$$7+2\sqrt{3} \quad y \quad 7-2\sqrt{3}$$

Resolución

Formación: $\boxed{x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0}$

Sea: $x_1=7+2\sqrt{3}$

$x_2=7-2\sqrt{3}$

$$x_1+x_2=7+2\sqrt{3}+7-2\sqrt{3}$$

$$\boxed{x_1+x_2=14}$$

$$x_1.x_2=(7+2\sqrt{3})(7-2\sqrt{3})=7^2-(2\sqrt{3})^2$$

$$\boxed{x_1.x_2=37}$$

Reemplazando: $\boxed{x^2-14x+37=0}$

PROBLEMA 5

Obtenga el valor de n si la ecuación:

$$(n+4)x^2-(2n+2)x+n-1=0$$

Tiene raíces iguales

Resolución

$$(n+4)x^2-(2n+2)x+n-1=0$$

$\boxed{a=n+4}$ $\boxed{b=-2(n+1)}$ $\boxed{c=n-1}$

RAICES IGUALES $\Delta=0$

$$b^2-4ac=0$$

$$b^2=4ac$$

$$(-2(n+1)^2=4(n+4)(n-1)$$

$$\cancel{4}(n^2+2n+1)=\cancel{4}(n^2+3n-4)$$

$$2n+1=3n-4 \qquad \therefore \boxed{n=5}$$

PROBLEMA 6

En el 2003 la edad de la prof. Nelia era 4T; si x_1 y x_2 son las raíces de: $x^2 - 5x + 7 = 0$. Además: T=$\frac{x_1^3+x_2^3}{x_1^2+x_2^2-6}$ ¿Cuántos años tiene Nelia?

Resolución

$$\underbrace{\boxed{(x_1+x_2)}}_{5}{}^2 = x_1{}^2 + x_2{}^2 + 2\underbrace{\boxed{x_1x_2}}_{7}$$

$$25 = x_1{}^2 + x_2{}^2 + 14$$

$$11 = x_1{}^2 + x_2{}^2$$

$$\underbrace{\boxed{(x_1+x_2)}}_{5}{}^3 = x_1{}^3 + x_2{}^3 + 3\underbrace{\boxed{x_1x_2}}_{7}\underbrace{\boxed{(x_1+x_2)}}_{5}$$

$$125 = x_1{}^3 + x_2{}^3 + 105$$

$$20 = x_1{}^3 + x_2{}^3$$

Reemplazando en T

$$T = \frac{20}{11-6} = 4$$

EN 2003	EN 2023
16	36

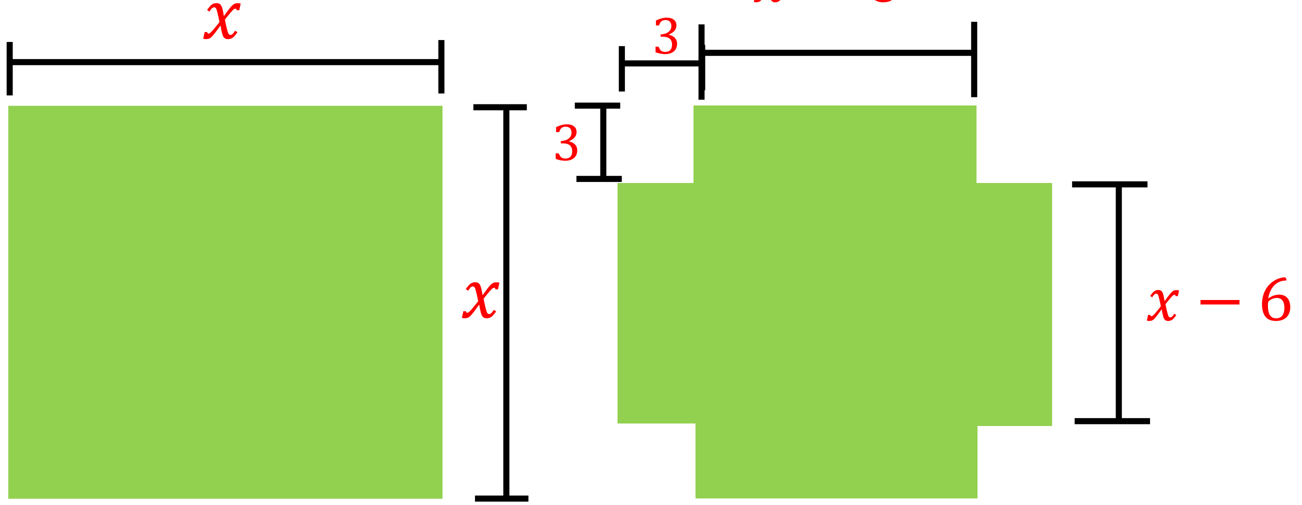
∴ 36 años

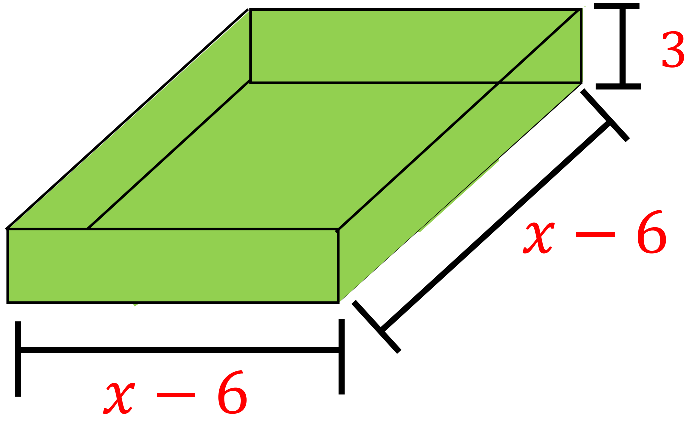
PROBLEMA 7

Una caja de base cuadrada y sin tapa ha de construirse de una pieza cuadrada de hojalata al cortar un cuadrado de 3 metros de cada esquina y doblar los lados. Si la caja tiene un volumen de 48 m3 , determine la medida del lado de la pieza de hojalata antes de cortar.

Resolución

$Lado\ del\ cuadrado: "x"$





$Dato: Vol = 48$

$$(x-6)(x-6)\cancel{3} = \cancel{48}$$

$$(x-6)^2 = 16$$

$$x-6 = 4$$

$$x = 10$$

$$\boxed{Lado\ inicial = 10cm}$$