ÁLGEBRA

Retroalimentación

5th

of Secondary

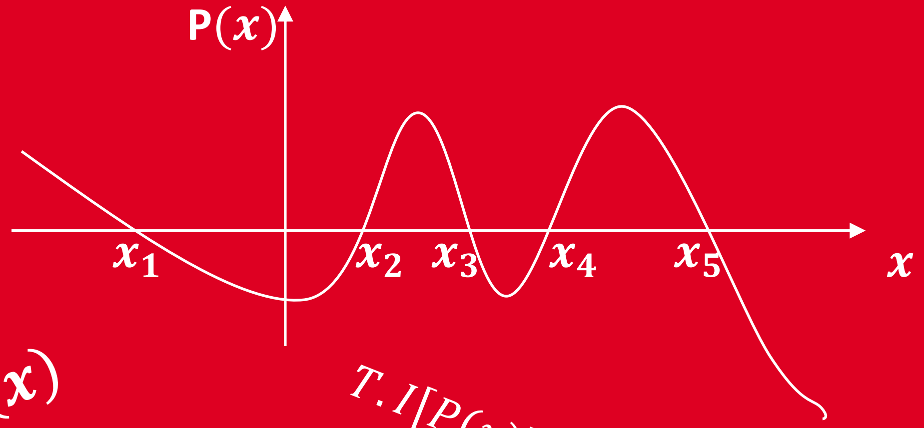
Tomo 1

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ \dots + a_{n-1}x + a_n$$

$$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

$$\text{G.A}(P)$$



$$\text{G.R}(x)$$

$$T.I[P(x)] = P(0)$$

SACO OLIVEROS

1. Halle la suma de coeficientes y el Término independiente de :

$$P(x-2) = 3(x+1)^3 - (x-5)(x-2) + 2x - 100$$

RESOLUCIÓN :

- $\sum$ **coeficientes = P(1)**

$$x - 2 = 1$$
$$x = 3$$

$$P(1) = P(3-2) = 3(3+1)^3 - (3-5)(3-2) + 2(3) - 100$$

$$P(1) = 3(4)^3 - (-2)(1) + 6 - 100$$

$$P(1) = 192 + 2 + 6 - 100 = 100$$

- **T.I [P(x)] = P(0)**

$$x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

$$P(0) = P(2-2) = 3(2+1)^3 - (2-5)(2-2) + 2(2) - 100$$

$$P(0) = 3(3)^3 - (-3)(0) + 4 - 100$$

$$P(0) = 81 + 0 + 4 - 100 = -15$$

✓ $\sum coeficientes = 100$
✓ $T.I[P(x)] = -15$

2. Si: $P(x+5)=x^2-2x-20$
Determine $P(x)$

RESOLUCIÓN :

Haciendo un cambio de variable:

$x+5=m$
$x=m-5$

$$P(\underbrace{x}_{m-5}+5)=\underbrace{x}_{m-5}{}^2-2\underbrace{x}_{m-5}-20$$

$$P(m)=(m-5)^2-2(m-5)-20$$

$$P(m)=m^2-10m+25-2m+10-20$$

$$P(m)=m^2-12m+15$$

Hacemos: $m=x$

$$\boxed{\therefore P(x)=x^2-12x+15}$$

3. Si se cumple:

$$P(x-3) = 2x-7 \quad \ldots \quad (I)$$
$$P(Q(x)) = 8x+3 \quad \ldots (II)$$

Además $Q(3)$ es la edad de Pepe. ¿Qué edad tendrá Pepe dentro de 6 años?

RESOLUCIÓN :

Cambiando x por $Q(x)+3$ y reemplazando en la ecuación (I):

$$P(Q(x)+3-3) = 2[Q(x)+3] - 7$$

$$\underbrace{P(Q(x))} = 2Q(x) - 1$$

Reemplazando la ecuación (II)

$$8x+3 = 2Q(x) - 1 \quad 8x+4 = 2Q(x) \quad \boxed{Q(x) = 4x+2}$$

Edad actual de Pepe : $Q(3) = 4(3) + 2 = 14$

∴ Dentro de 6 años su edad será 20 años

4. Si:

$$a(3x+2y)+b(2x+5y)\equiv 12x+19y$$

Efectúe $\mathrm{M}=a^b+b^a$

RESOLUCIÓN :

$$a(3x+2y)+b(2x+5y)\equiv 12x+19y$$

$$\underline{3ax}+\underline{2ay}+\underline{2bx}+\underline{5by}\equiv 12x+19y$$

$$(\underline{3a+2b})x+(\underline{2a+5b})y\equiv \underline{12}x+\underline{19}y$$

$$\begin{cases} 3a+2b=12 & \times 2 \\ 2a+5b=19 & \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{6a}+4b=24 \\ \cancel{6a}+15b=57 \end{cases}$$

$$11b=33$$

$$\boxed{b=3}$$

$$\boxed{a=2}$$

$$\mathrm{M}=a^b+b^a=2^3+3^2$$

$$\boxed{\therefore M=17}$$

5. Sabiendo que:

$$(x+y+5z)^2+(x+y-5z)^2=20z(x+y)$$

Simplifique

$$M=\frac{x^3+y^3+x+y-4z}{5z}-(x^2-xy+y^2)$$

RECORDAR :

- $(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$
- $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
- $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

RESOLUCIÓN :

$$\underbrace{(x+y+5z)^2+(x+y-5z)^2}=20z(x+y)$$

$$2[(x+y)^2+(5z)^2]=20z(x+y)$$

$$(x+y)^2+(5z)^2=10z(x+y)$$

$$\underbrace{(x+y)^2-2(x+y)(5z)+(5z)^2}=0$$

$$(x+y-5z)^2=0$$

$$x+y-5z=0 \Rightarrow \boxed{x+y=5z}$$

$$M=\frac{x^3+y^3+x+y-4z}{5z}-(x^2-xy+y^2)$$

$$M=\frac{\overbrace{(x+y)}^{\cancel{5z}}(x^2-xy+y^2)}{\cancel{5z}}+\frac{\overbrace{x+y}^{5z}-4z}{5z}-(x^2-xy+y^2)$$

$$M=\cancel{(x^2-xy+y^2)}+\frac{1}{5}-\cancel{(x^2-xy+y^2)}$$

$$M=\frac{1}{5}$$

$$\boxed{\therefore M=\frac{1}{5}}$$

6. Si $a + b + c = 0$

Calcule el valor de:

$$R = \frac{(2a + b + c)^2 + (a + 2b + c)^2 + (a + b + 2c)^2}{ab + ac + bc}$$

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a + b + c = a \\ a + 2b + c = b \\ a + b + 2c = c \end{cases}$$

Reemplazando:

$$R = \frac{(a)^2 + (b)^2 + (c)^2}{ab + ac + bc}$$

Recordar :

Si $a + b + c = 0$

$\Rightarrow$ $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$

Reemplazando en R :

$$\Rightarrow R = \frac{-2\cancel{(ab + ac + bc)}}{\cancel{ab + ac + bc}}$$

$$\boxed{\therefore R = -2}$$

7. Calcule el valor de:

$$M=(1+x^2)(1-x^2)(1-x^2+x^4)(1+x^2+x^4)(1+x^{12}+x^{24})$$

Si $x=\sqrt[12]{2}$

Recordar:

- ✓ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
- ✓ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
- ✓ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

RESOLUCIÓN :

$$M=(1+x^2)(1-x^2)(1-x^2+x^4)(1+x^2+x^4)(1+x^{12}+x^{24})$$

$$M=(1+x^6)\ (1-x^6)(1+x^{12}+x^{24})$$

$$M=(1-x^{12})(1+x^{12}+x^{24})$$

$$M=1-x^{36}$$

Por dato: $x=\sqrt[12]{2}$

$$M=1-(\sqrt[12]{2})^{36}=1-2^3$$

$$\boxed{\therefore M=-7}$$

8. *Halle el cociente y residuo al dividir:*

$$\frac{10x^5+3x^4-17x^3-x^2-5}{3x^2+2x^3-x-2}$$

No está ompleto, pero si ordenado

Completo, pero no está ordenado

RESOLUCIÓN :

Completando y ordenando :

$$\frac{10x^5+3x^4-17x^3-x^2+0x-5}{2x^3+3x^2-x-2}$$

		$\div$ −12	$\div$ 6			
2	$\div$ 10	3	−17	−1	0	−5
−3		−15	5	10		
1			18	−6	−12	
2				−9	3	6
	5	−6	3	−6	−9	1
	$Q(x)$			$R(x)$		

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

Rpta: $\boxed{Q(x)=5x^2-6x+3}$

$\boxed{R(x)=-6x^2-9x+1}$

9. Si el residuo de la división

$$\frac{ABx^4+(A+B^2)x^3+Bx^2+(A-B^2)x+A}{Ax^2+Bx+A}$$

Completo y ordenado

Completo y ordenado

es: B, además $AB=-5$

Calcule: $A-B$

RESOLUCIÓN :

$\div$ $\div$ $\div$

A $\quad -AB$

A	AB	$(A+B^2)$	B	$(A-B^2)$	A
$-B$		$-B^2$	$-AB$		
			$-B$	$-A$	
$-A$				B^2	AB
	B	1	$-B$	0	B

Entonces:

$* \; A+AB=B$

$\Rightarrow \; A-B=-AB$

Rpta: $\boxed{5}$

Por dato: $R(x)=B$

10. Determine la suma de coeficientes del cociente a dividir:

$$\frac{nx^4 - x^3 + 3nx - 3}{nx - 1}$$

RESOLUCIÓN :

Por la regla de Ruffini

$nx - 1 = 0$

$x = \dfrac{1}{n}$

	n	-1	0	$3n$	-3
$x = \frac{1}{n}$		1	0	0	3
	n	0	0	$3n$	0
$\div n$	1	0	0	3	

1° Multiplicar
2° Sumar

$q(x) = x^3 + 3$

$\sum coef[q(x)] = 1 + 3$

$$\therefore \sum coef[q(x)] = 4$$

SACO OLIVEROS APEIRON
SISTEMA HELICOIDAL

GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!

El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información
Albert Einstein