

TRIGONOMETRY

Chapter 15

2nd
SECONDARY

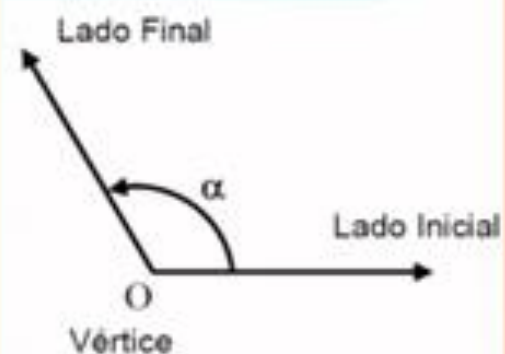
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
DE UN ÁNGULO EN
POSICIÓN NORMAL I



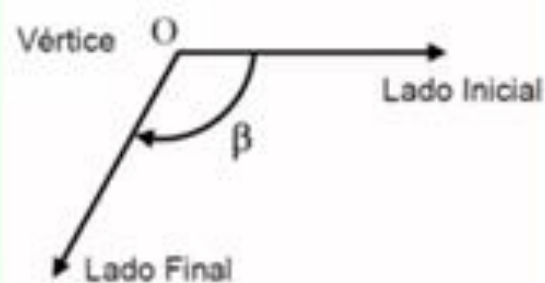
¿ QUÉ ES EL ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO ?

Ángulo Trigonométrico

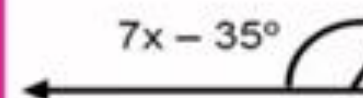
Sentido Antihorario(+)



Sentido horario(-)



1. Hallar: "x".



ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

DEFINICIÓN :

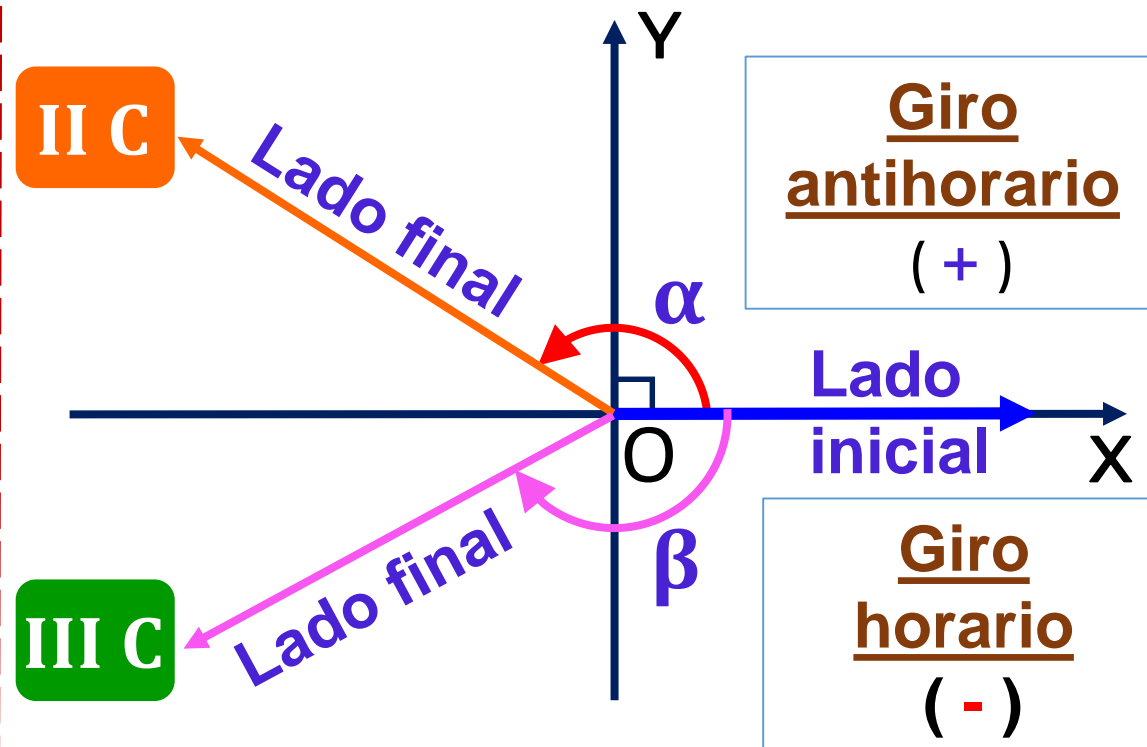
Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, posee :

- **Vértice** : Origen de coordenadas.
- **Lado inicial** : Semieje X positivo.
- **Lado final** : Se ubica en cualquier cuadrante o semieje del plano.

OBSERVACIÓN :

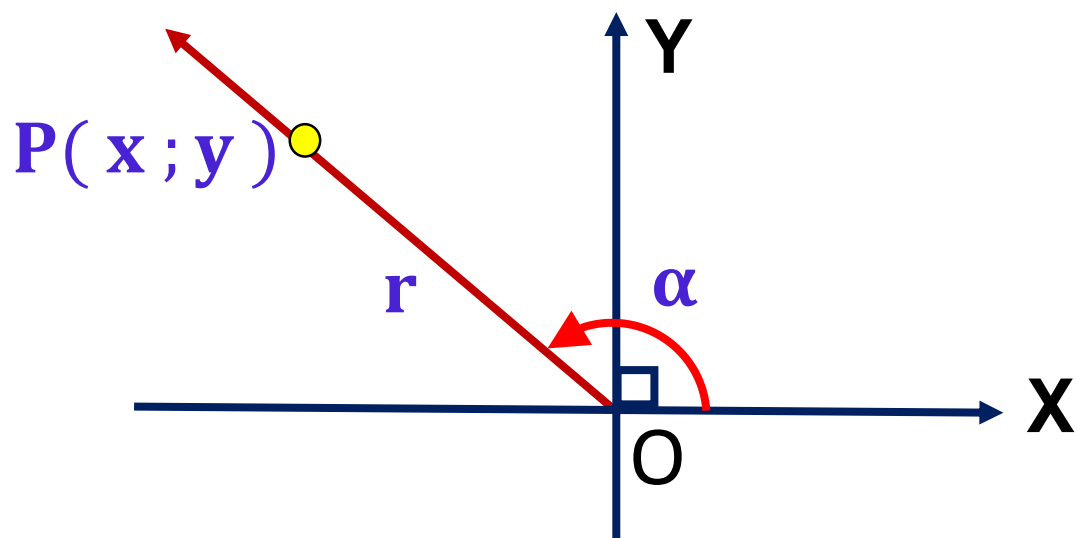


Representación gráfica :



La posición del lado final de un ángulo en posición normal, determina el cuadrante o semieje al cual pertenece dicho ángulo .

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL I



α : ángulo en posición normal .

x : abscisa del punto P .

y : ordenada del punto P .

r : radio vector del punto P.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

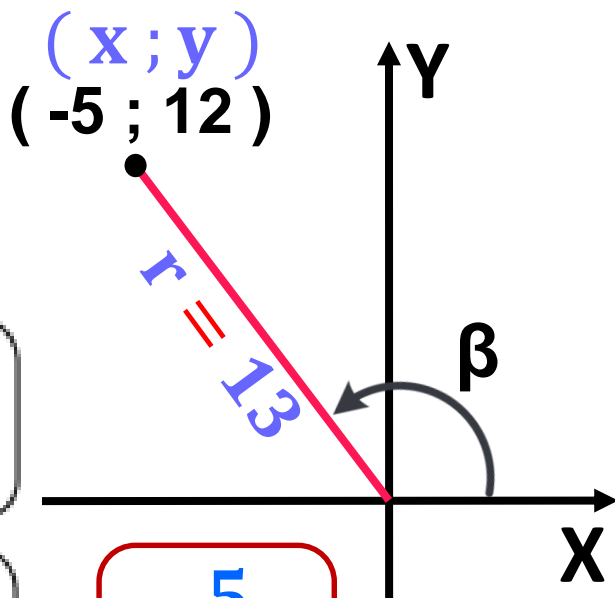
DEFINICIONES :

$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tan } \alpha$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$



HELICO PRACTICE 1

Complete los casilleros en blanco.



$$\text{sen}\beta = \frac{12}{13}$$

$$\text{cos}\beta = \frac{-5}{13} = -\frac{5}{13}$$

$$\text{tan}\beta = \frac{12}{-5} = -\frac{12}{5}$$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -5$; $y = 12$

Luego :

$$r = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144}$$

$$r = \sqrt{169} \Rightarrow r = 13$$

RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

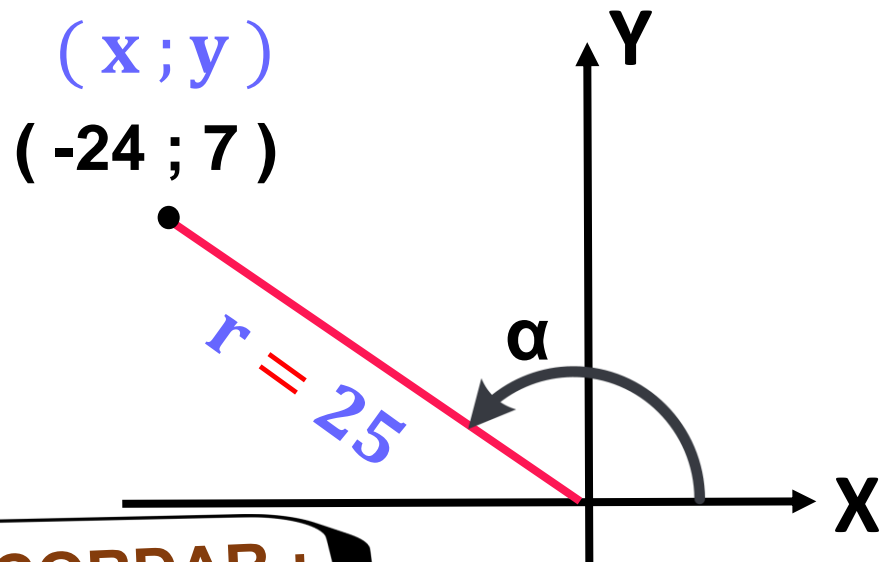


$\text{sen}\beta$	$\text{cos}\beta$	$\text{tan}\beta$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico efectúe

$$E = \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha$$



RECORDAR :



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\operatorname{sen} \alpha$	$\operatorname{cos} \alpha$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -24$; $y = 7$

Luego :

$$r = \sqrt{(-24)^2 + (7)^2} = \sqrt{576 + 49}$$

$$r = \sqrt{625} \Rightarrow r = 25$$

Efectuamos E :

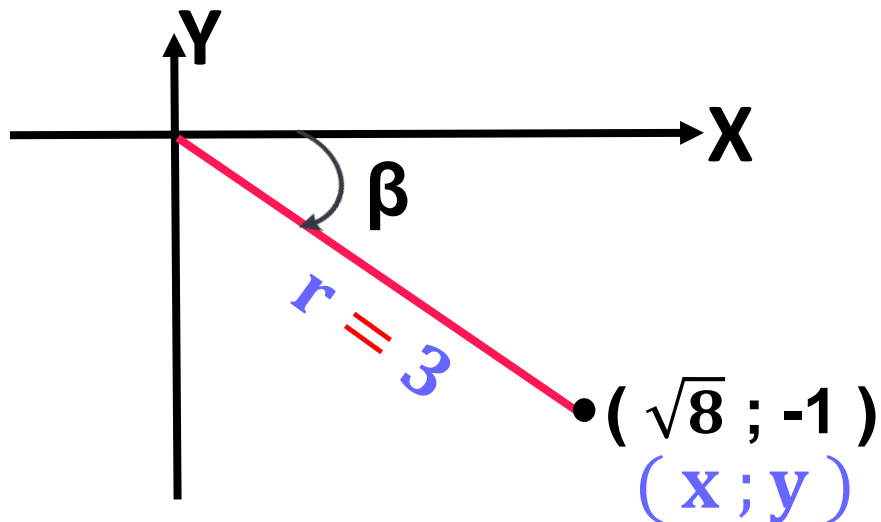
$$E = \frac{7}{25} + \frac{-24}{25}$$

$$\therefore E = -\frac{17}{25}$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, efectúe

$$M = \tan\beta \cdot \cos\beta$$



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\cos\beta$	$\tan\beta$
$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = \sqrt{8}$; $y = -1$

Luego :

$$r = \sqrt{(\sqrt{8})^2 + (-1)^2} = \sqrt{8 + 1}$$

$$r = \sqrt{9} \Rightarrow r = 3$$

Efectuamos M :

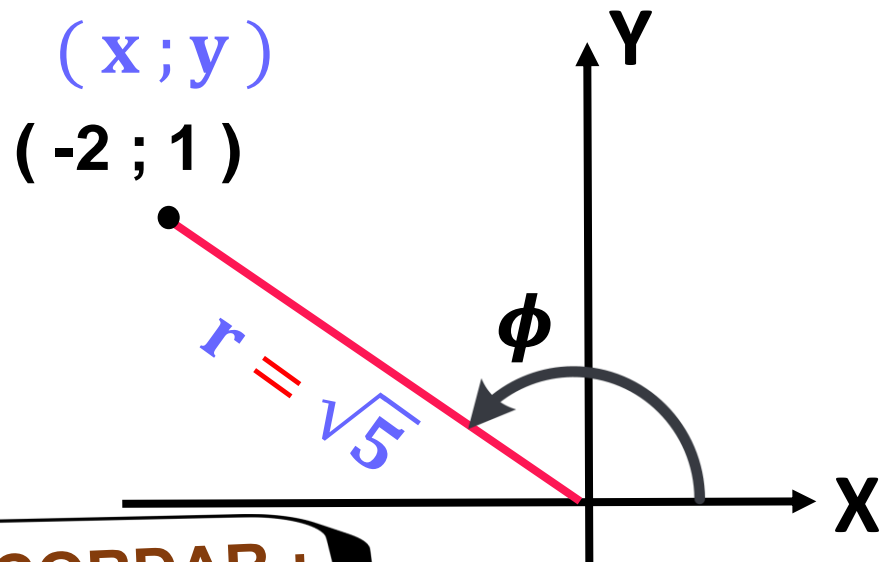
$$M = \left(\frac{-1}{\sqrt{8}}\right) \left(\frac{\sqrt{8}}{3}\right)$$

$$\therefore M = -\frac{1}{3}$$

HELICO PRACTICE 4

Del gráfico efectúe

$$N = \cos^2 \phi - \sin^2 \phi$$



RECORDAR :



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\sin \phi$	$\cos \phi$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -2$; $y = 1$

$$\text{Luego : } r = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2}$$

$$r = \sqrt{4 + 1} \Rightarrow r = \sqrt{5}$$

Efectuamos N :

$$N = \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}$$

$$\therefore N = \frac{3}{5}$$

HELICO PRACTICE 5

Si el punto $Q(-9; -12)$ pertenece el lado final del ángulo α en posición normal; calcule $B = 30 \operatorname{sen} \alpha - 27 \operatorname{tan} \alpha$

RESOLUCIÓN

Según datos : $x = -9$; $y = -12$

Luego calculamos r :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-9)^2 + (-12)^2}$$

$$r = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} \Rightarrow r = 15$$

Finalmente calculamos B :

$$B = 30 \left(\frac{y}{r} \right) - 27 \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$B = 30 \left(\frac{-12}{15} \right) - 27 \left(\frac{-12}{-9} \right)$$

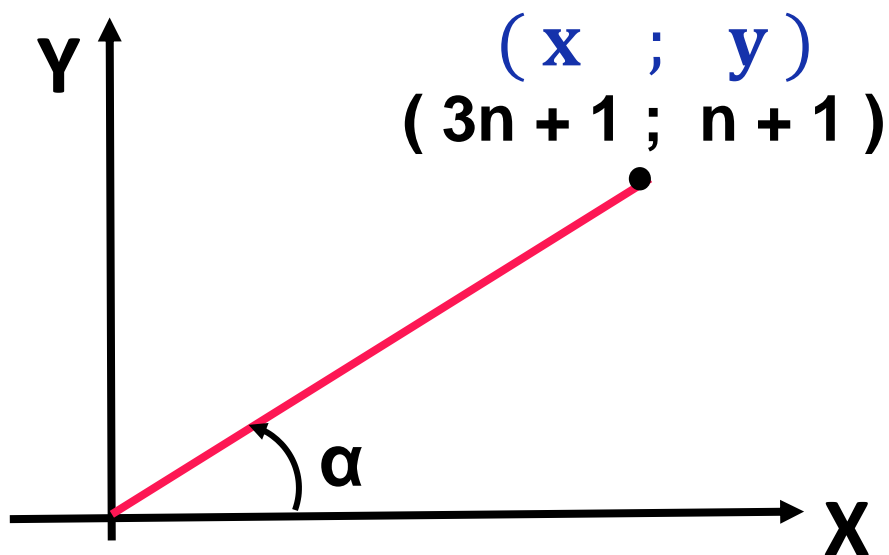
$$B = 2(-12) - 3(12)$$

$$B = -24 - 36$$

$$\therefore B = -60$$

HELICO PRACTICE 6

Del gráfico, si $\tan \alpha = \frac{1}{2}$;
halle el valor de n .



RECORDAR :



$\tan \alpha$

$$\frac{y}{x}$$

RESOLUCIÓN

Según gráfico :

$$x = 3n + 1 \quad ; \quad y = n + 1$$

Luego : $\tan \alpha = \tan \alpha$
(gráfico) (dato)

$$\frac{n + 1}{3n + 1} = \frac{1}{2}$$

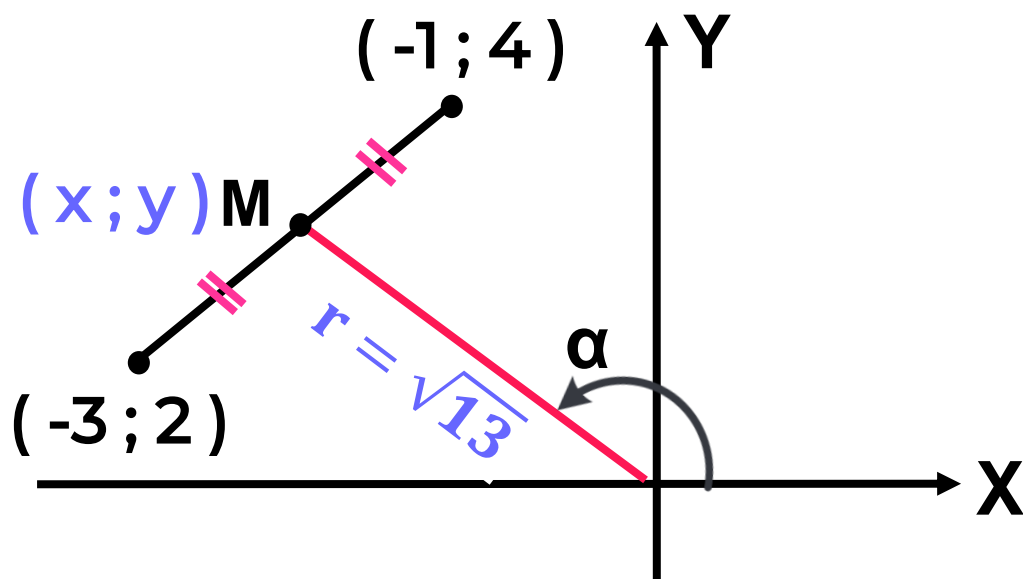
$$2n + 2 = 3n + 1$$

$$\therefore n = 1$$

HELICO PRACTICE 7

Para saber cuál fue la nota de André en su examen de trigonometría, deberás resolver lo siguiente:

$$A = \sqrt{13} (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha).$$



Sabiendo que le falta A puntos para llegar a la nota 20 ... ¿Cuál fue la nota de André?

RESOLUCIÓN

Calculamos coordenadas de M
(punto medio)

$$x = \frac{-3 - 1}{2} = \frac{-4}{2} \Rightarrow x = -2$$

$$y = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow y = 3$$

Calculamos r : $r = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2}$

$$r = \sqrt{4 + 9} \Rightarrow r = \sqrt{13}$$

Luego calculamos A :

$$A = \sqrt{13} \left(\frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{-2}{\sqrt{13}} \right) = \sqrt{13} \left(\frac{1}{\sqrt{13}} \right)$$

$$A = 1 \quad \therefore \text{André obtuvo nota} = 19$$



SACO
OLIVEROS