

TRIGONOMETRY

Chapter 2



**Razones Trigonométricas
de Ángulos Notables y
Propiedades de las R.T.**



TRIGONOMETRY

índice

01. Motivating Strategy >

03. Helico Practice >

02. HelicoTheory >

04. HelicoWorkshop >

LOS ÁNGULOS NOTABLES



Play

**MOTIVATING
STRATEGY**

Material Digital

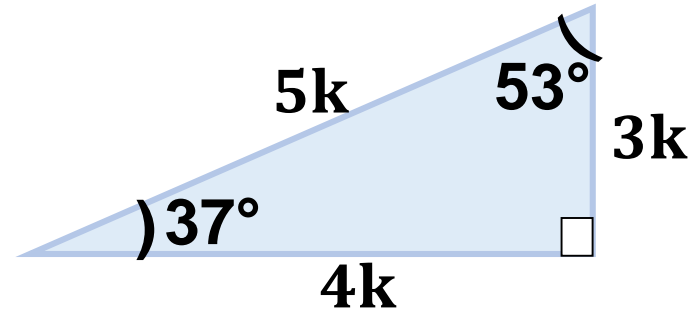
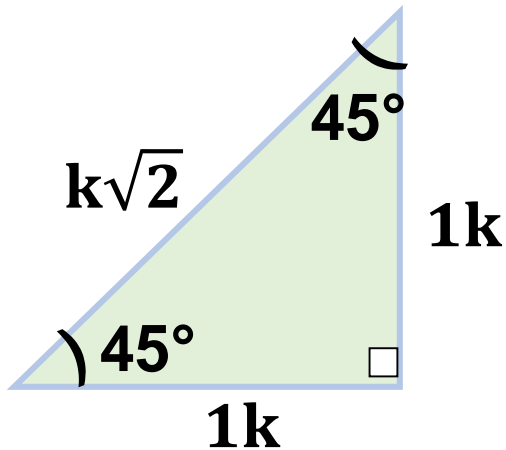
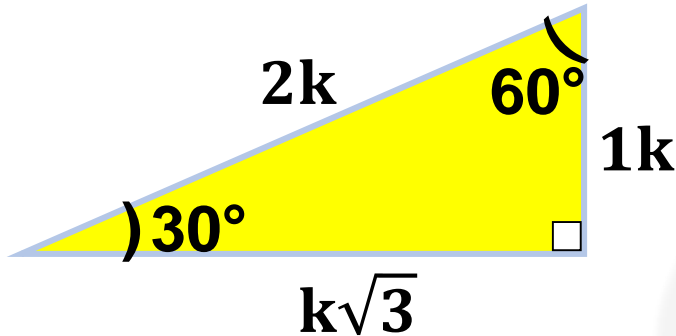


Resumen >

HELICO THEORY

TRIÁNGULOS NOTABLES

Son aquellos triángulos más importantes y conocidos de las matemáticas, donde sus lados son proporcionales. Entre ellos tenemos:

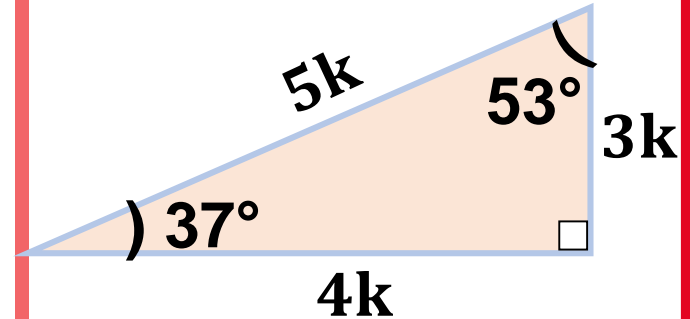


CÁLCULO DE LAS R.T. DE ÁNGULOS NOTABLES

Las R.T. de ángulos notables se deducen de sus respectivos triángulos rectángulos notables.

Tenemos que recordar:

sen	cos	tan	cot	sec	csc
$\frac{Co}{H}$	$\frac{Ca}{H}$	$\frac{Co}{Ca}$	$\frac{Ca}{Co}$	$\frac{H}{Ca}$	$\frac{H}{Co}$



Ejemplo:

$$\text{sen}37^\circ = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$$

Si calculamos con los
 ▴ notables, obtenemos:

RT \ ∠	30°	60°	45°	37°	53°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
cot	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$
sec	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$
csc	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$

PROPIEDADES DE LAS R.T DE ÁNGULOS AGUDOS

• R.T. RECÍPROCAS

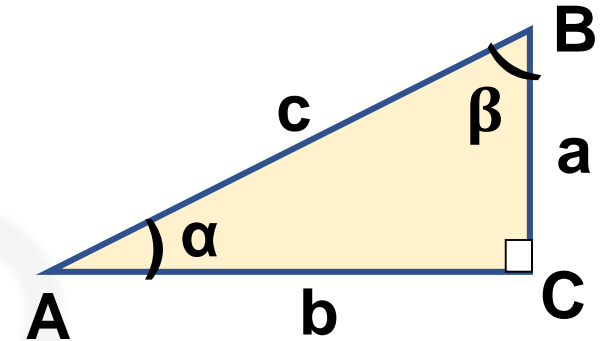
$$\text{sen} \alpha \cdot \text{csc} \alpha = 1$$

$$\text{cos} \alpha \cdot \text{sec} \alpha = 1$$

$$\text{tan} \alpha \cdot \text{cot} \alpha = 1$$

↑ ↑
 ángulos iguales

• R.T. DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS



α, β son ángulos
complementarios

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\text{sen} \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\text{cos} \beta = \frac{a}{c}$$

$$\text{sen} \alpha = \text{cos} \beta$$

$$\text{tan} \alpha = \text{cot} \beta$$

$$\text{sec} \alpha = \text{csc} \beta$$

CO - RT

Resolución de Problemas



Problema 01 ➤

Problema 02 ➤

Problema 03 ➤

Problema 04 ➤

Problema 05 ➤

HELICO PRACTICE

Problema 01 >

Resolución

Resolución

1. Halle el valor de x , si:

$$\text{sen}(4x+10^\circ) \cdot \text{csc}(6x-10^\circ) = 1$$

$$\text{sen}(4x+10^\circ) \cdot \text{csc}(6x-10^\circ) = 1$$

ángulos iguales

Aplicamos propiedad de las R.T. Recíprocas

$$4x + 10^\circ = 6x - 10^\circ$$

$$20^\circ = 2x$$

$$\therefore x = 10^\circ$$



Problema 02 >

Resolución

Resolución

2. calcule el valor de α ,
si:

$$\cos(3\alpha - 5^\circ) \cdot \sec(\alpha + 27^\circ) = 2 \operatorname{sen} 30^\circ \cdot \tan 45^\circ$$

$$\cos(3\alpha - 5^\circ) \cdot \sec(\alpha + 27^\circ) = 2 \operatorname{sen} 30^\circ \cdot \tan 45^\circ$$

$$\cos(3\alpha - 5^\circ) \cdot \sec(\alpha + 27^\circ) = 2 \left(\frac{1}{2} \right) (1)$$

$$\cos(3\alpha - 5^\circ) \cdot \sec(\alpha + 27^\circ) = 1$$

Por RTR :

ángulos iguales

$$3\alpha - 5^\circ = \alpha + 27^\circ$$

$$2\alpha = 32^\circ$$

$$\therefore \alpha = 16^\circ$$

Problema 03 ➤

Resolución

Resolución



3.

Si $\text{sen}(2y + 10^\circ) = \cos(y - 25^\circ)$
Calcule $P = \sec^2(y + 10^\circ)$



$$\text{sen}(2y + 10^\circ) = \cos(y - 25^\circ)$$



Suman 90°

$$2y + 10^\circ + y - 25^\circ = 90^\circ$$

$$3y = 105^\circ$$

$$y = 35^\circ$$

Aplicamos propiedad
de las R.T. de ángulos
complementarios.

Calculamos P:

$$P = \sec^2(y + 10^\circ)$$

$$P = \sec^2(35^\circ + 10^\circ)$$

$$P = \sec^2 45^\circ$$

$$P = (\sqrt{2})^2$$

$$\therefore P = 2$$

Problema 04 >



4.

Karina ha pedido un pollito a la brasa por ser su cumpleaños y el delivery demorará ($60 \operatorname{sen} 3\beta$) minutos.

Determine el tiempo que demorará en llegar su pedido, si:

$$\tan(5\beta - 15^\circ) = 2 \cot(2\beta + 35^\circ) \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$$

Resolución

Resolución

$$\tan(5\beta - 15^\circ) = 2 \cot(2\beta + 35^\circ) \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$\tan(5\beta - 15^\circ) = 2 \cot(2\beta + 35^\circ) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\tan(5\beta - 15^\circ) = \cot(2\beta + 35^\circ)$$

Por CO - RT : Suman 90°

$$5\beta - 15^\circ + 2\beta + 35^\circ = 90^\circ$$

$$7\beta = 70^\circ \quad \Rightarrow \quad \beta = 10^\circ$$

Determinamos el tiempo:

$$t = 60 \operatorname{sen} 3\beta$$

$$t = 60 \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$t = 60 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore t = 30 \text{ min}$$

Problema 05 >



5.

Hoy es cumpleaños de Karen y está cumpliendo $2M$ años. Determine la edad de Karen, si:

$$\tan(3M+25)^\circ \cdot \cot(M+45)^\circ = 0,5 \csc 30^\circ$$

Resolución

Resolución

$$\tan(3M + 25)^\circ \cdot \cot(M + 45)^\circ = 0,5 \csc 30^\circ$$

$$\tan(3M + 25)^\circ \cdot \cot(M + 45)^\circ = 0,5 (2)$$

$$\tan(3M + 25)^\circ \cdot \cot(M + 45)^\circ = 1$$

↑
ángulos iguales

Por RTR :

$$3M + 25 = M + 45$$

$$2M = 20$$

∴ Karen tiene 20 años.



Problemas Propuestos

Problema 06 ➤

Problema 07 ➤

Problema 08 ➤

Problema 09 ➤

Problema 10 ➤

HELICO WORKSHOP

Problema 06 >



Si $\tan 3\theta = \cot 2\theta$,
calcule el valor de:

$$H = \csc(2\theta - 6^\circ)$$

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

Problema 07 >



Si $\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sec} y = 1$,
calcule:

$$M = 4 \operatorname{sen}\left(\frac{x+y}{3}\right) + \csc^2\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

Problema 08 >



Simplifique

$$E = \frac{3 \operatorname{sen}(24^\circ - 2x)}{\cos(2x + 66^\circ)} + \frac{5 \tan(5y - 31^\circ)}{\cot(121^\circ - 5y)}$$

A) 16 B) 8 C) 3

D) 5 E) 2

Problema 09 >

Carlos quiere ir a jugar canicas y recuerda que tiene “x” canicas en su mochila.

Calcule cuántas canicas tiene Carlos, si:

$$\tan 45^\circ \cdot \sec(5x + 10^\circ) = \csc(3x + 16^\circ)$$

A) 10 B) 14 C) 12

D) 8 E) 6

Problema 10 >

Sarita ha ido a Plaza Vea a comprar y le dieron de vuelto “m – 15” soles que dio de propina al cuidador del estacionamiento.

Determine cuánto dio de propina Sarita, si:

$$\sin(3m - 25)^\circ = \cos(m + 15)^\circ$$

A) 10 soles B) 12 soles

C) 13 soles D) 15 soles

E) 20 soles