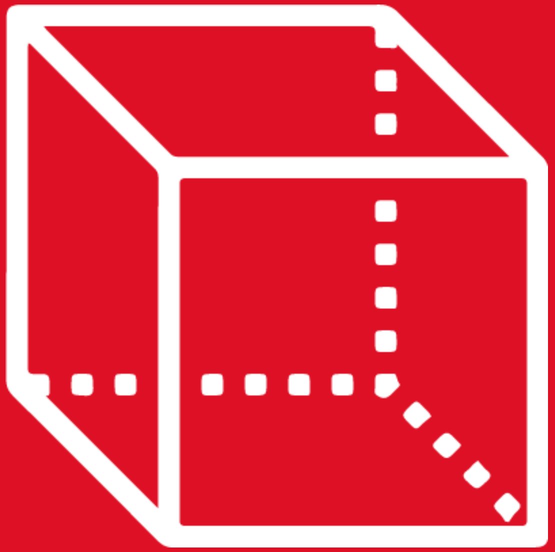
GEOMETRÍA

Capítulo 12

5th
SECONDARY



ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES

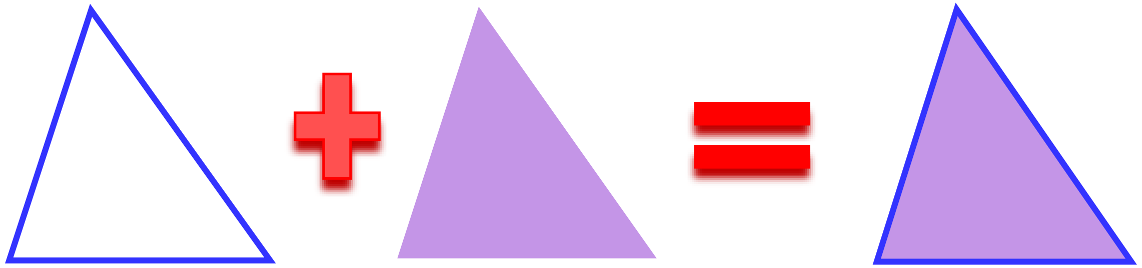
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES

REGIÓN TRIANGULAR.-

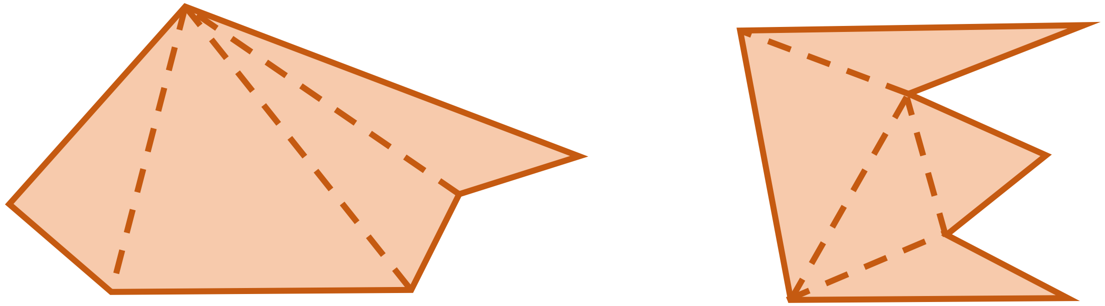
Es la reunión de un triángulo y su interior.



Triangulo | Región interior | Región Triangular

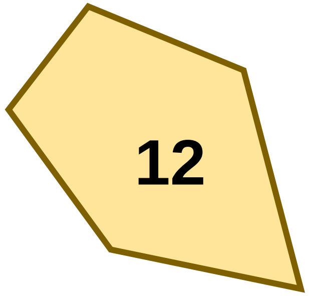
REGIÓN POLIGONAL.-

Es una figura plana que se forma al reunir un número finito de regiones triangulares.



ÁREA.-

Es un número positivo único que se le asigna a toda región poligonal.



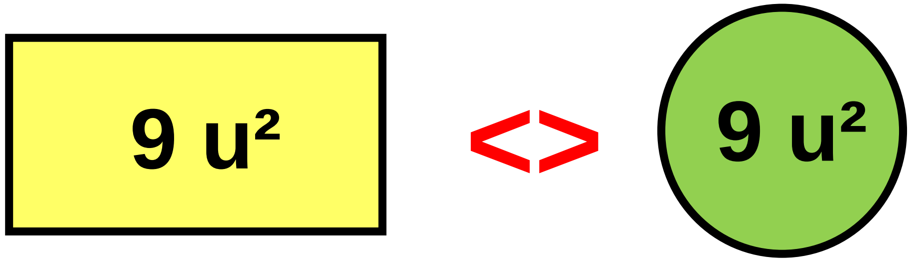
La unidad de área puede elegirse arbitrariamente. No obstante, es costumbre escoger una unidad asociada a la unidad de distancia.

$m^2, km^2, cm^2, u^2, etc$

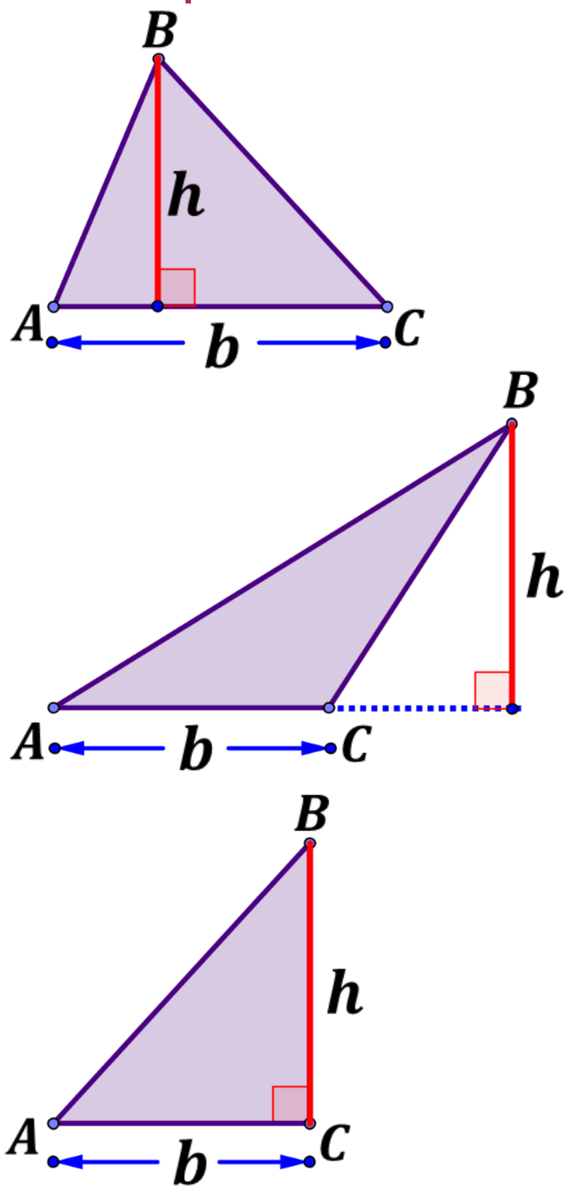
A = 12

REGIONES EQUIVALENTES.-

Son aquellas regiones que tienen igual área



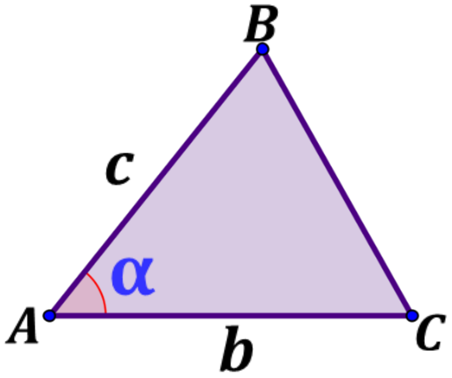
TEOREMAS



- **Teorema básico:**

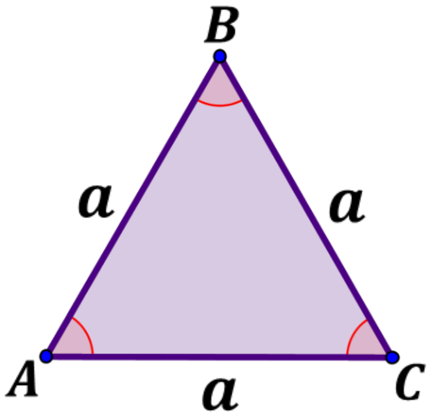
$$\boxed{S_{ABC} = \frac{bh}{2}}$$

- **Teorema trigonométrico:**



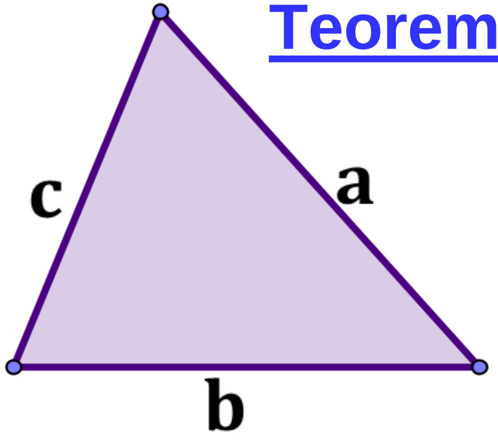
$$\boxed{S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot \operatorname{sen}\alpha}$$

- **Área de una región triangular equilátera:**



$$\boxed{S_{ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}}$$

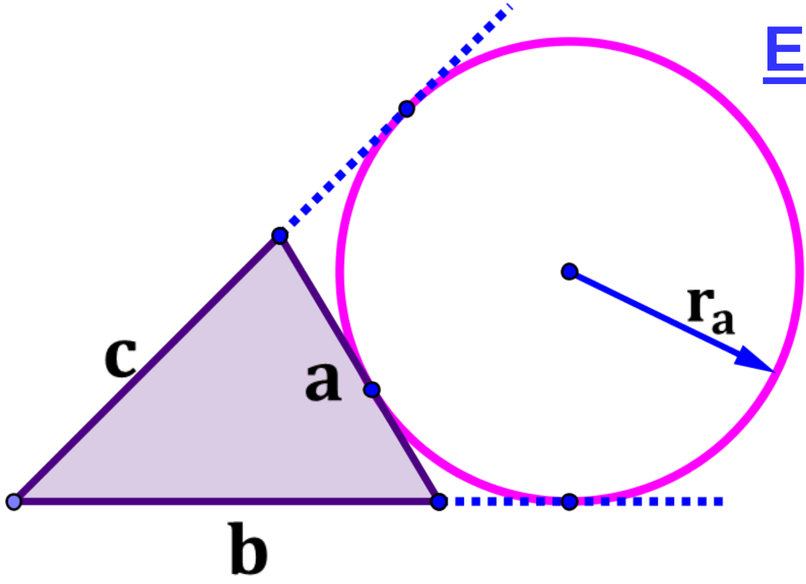
Teorema de Herón



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\boxed{S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

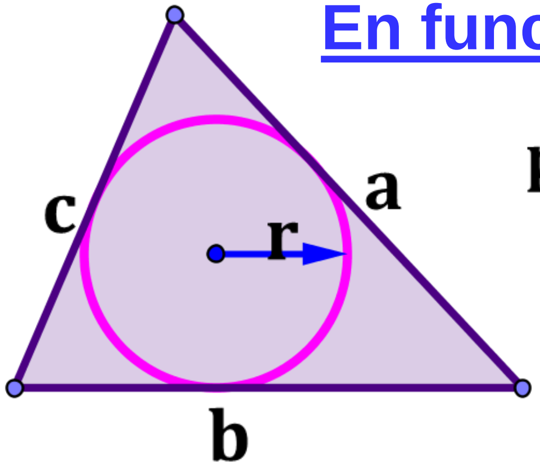
En función al exradio



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\boxed{S = (p-a)\cdot r_a}$$

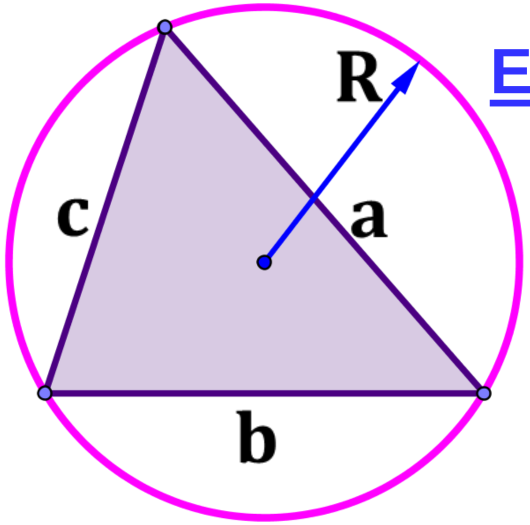
En función al inradio



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

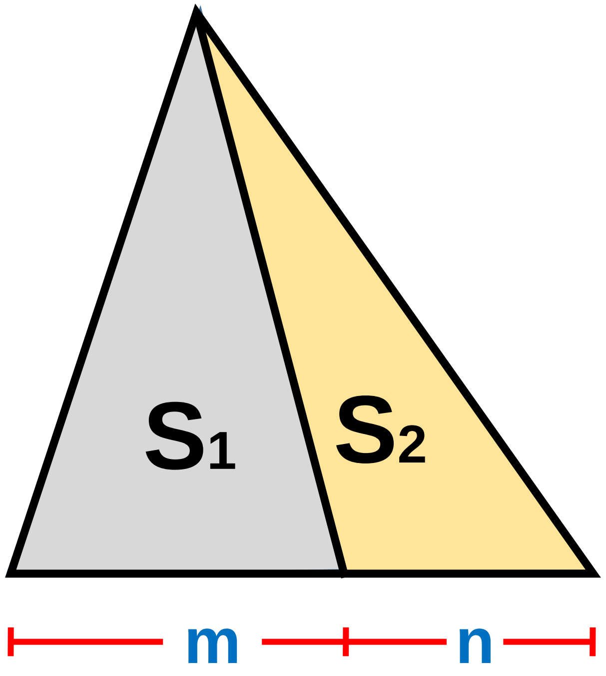
$$\boxed{S = p \cdot r}$$

En función al circunradio

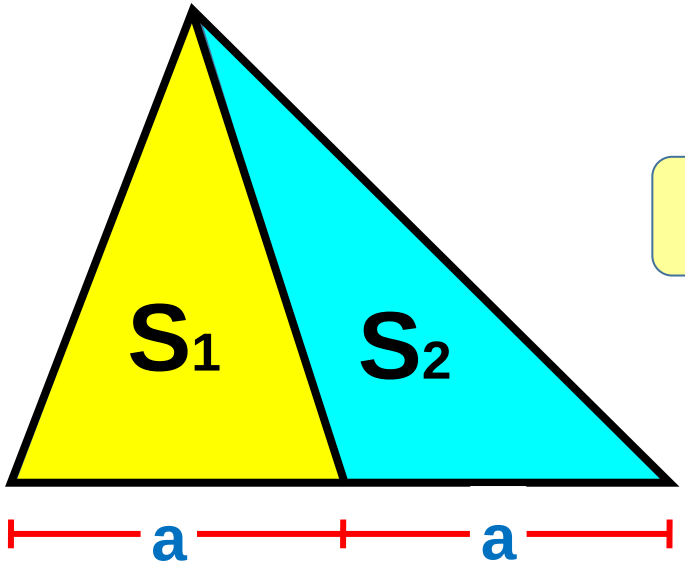


$$\boxed{S = \frac{abc}{4R}}$$

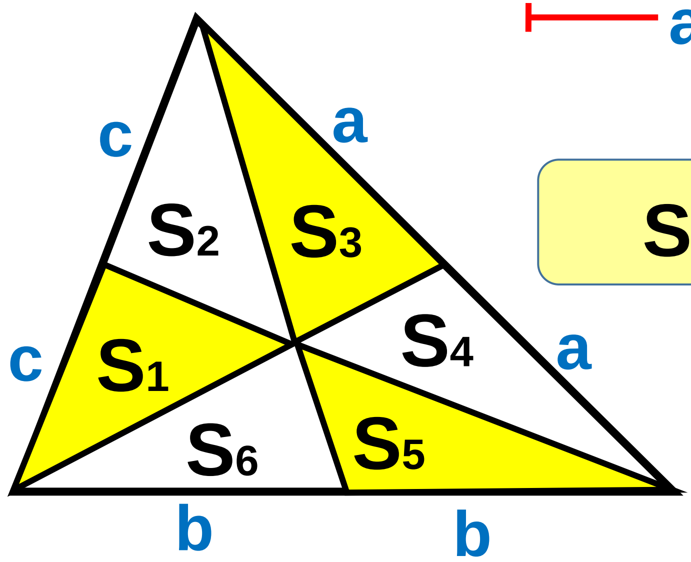
RELACIONES ENTRE ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



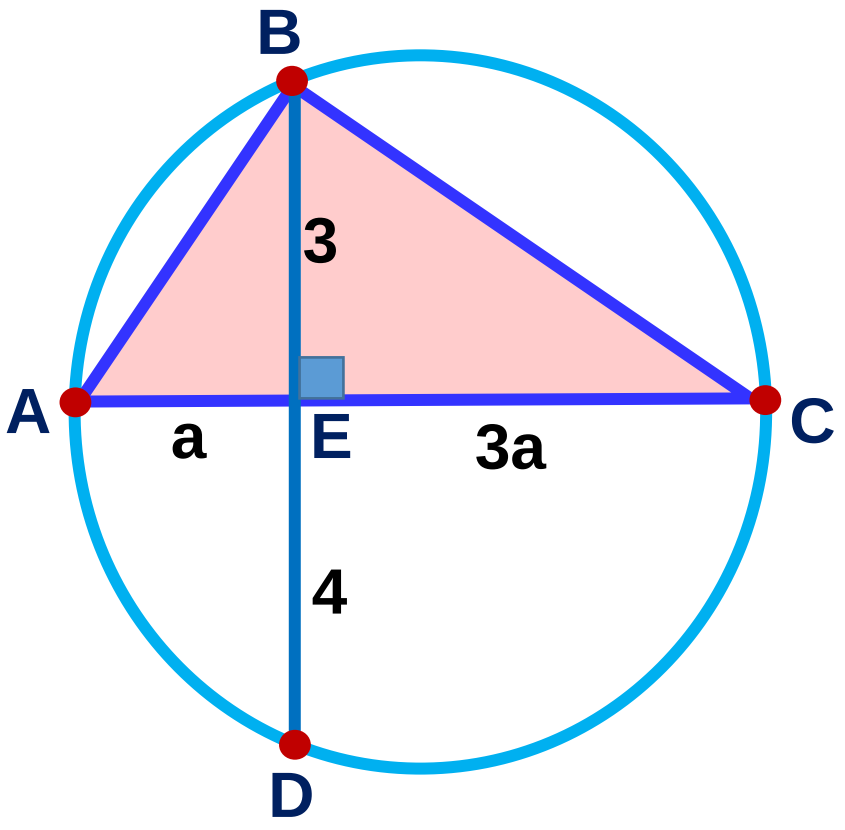
$$S_1 = S_2$$

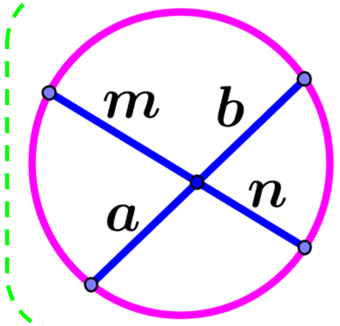


$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

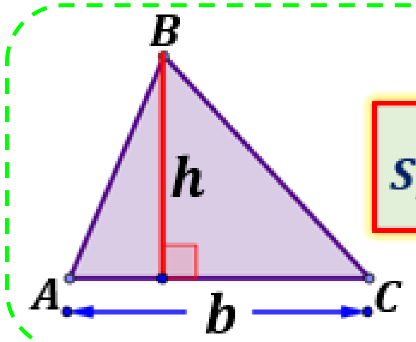
1. Calcule el área de la región triangular ABC, si BE = 3, ED = 4 y EC = 3(AE).

Resolución





$$\boxed{ab = mn}$$

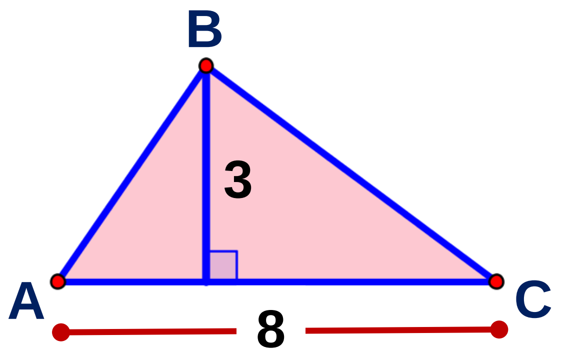


$$\boxed{S_{ABC} = \frac{bh}{2}}$$

$$\cancel{3}a \, . \, a = \cancel{3} \, . \, 4$$

$$a^2 = 4$$

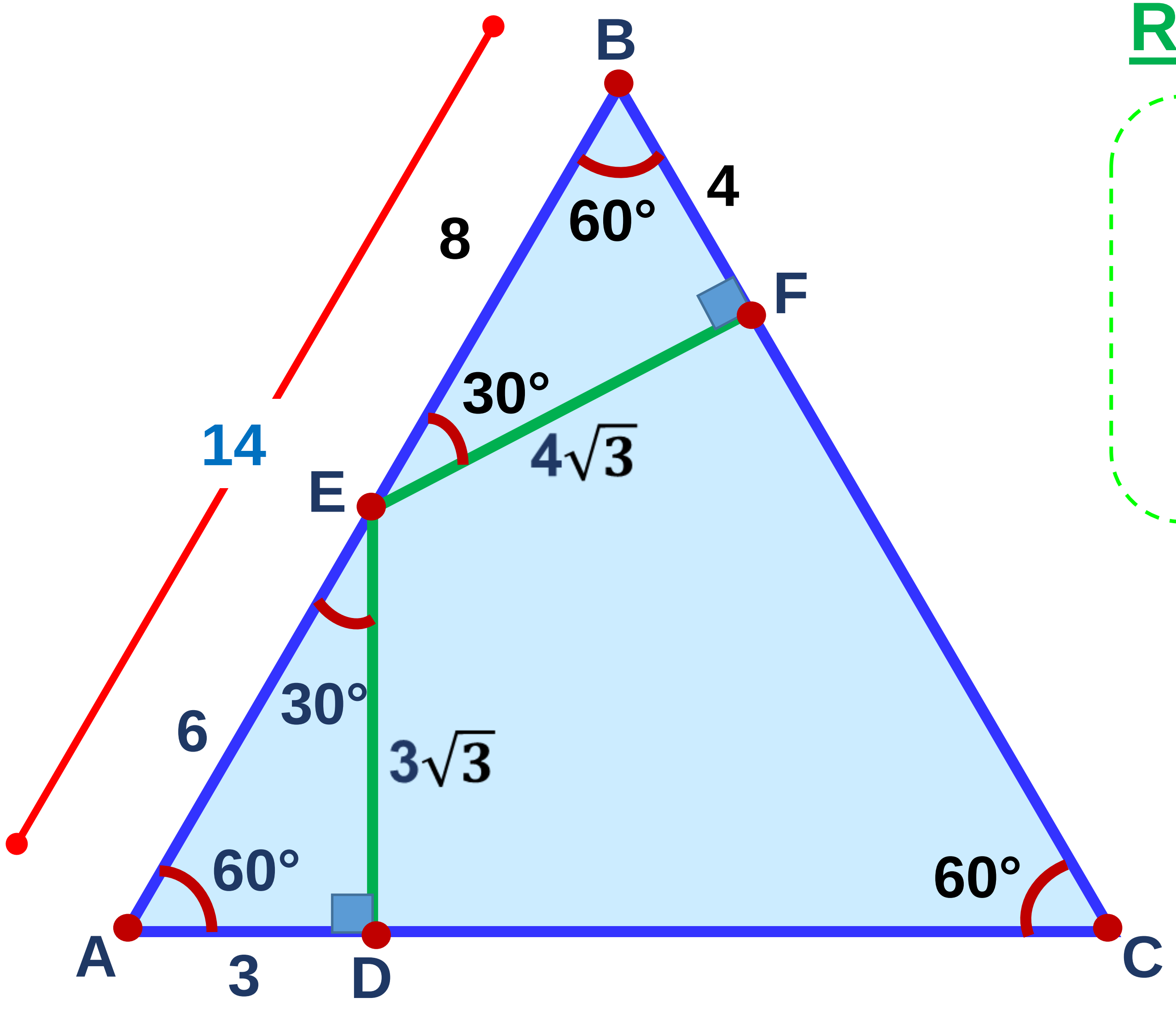
$$a = 2$$



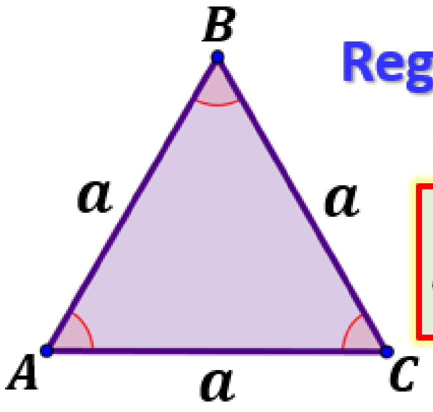
$$S_{ABC} = \frac{8 \, . \, 3}{2}$$

$$\boxed{S_{ABC} = 12 \text{ u}^2}$$

2. Calcule el área de la región triangular equilátera, si ED = 3√3 y EF = 4√3.



Resolución



Región triangular equilátera

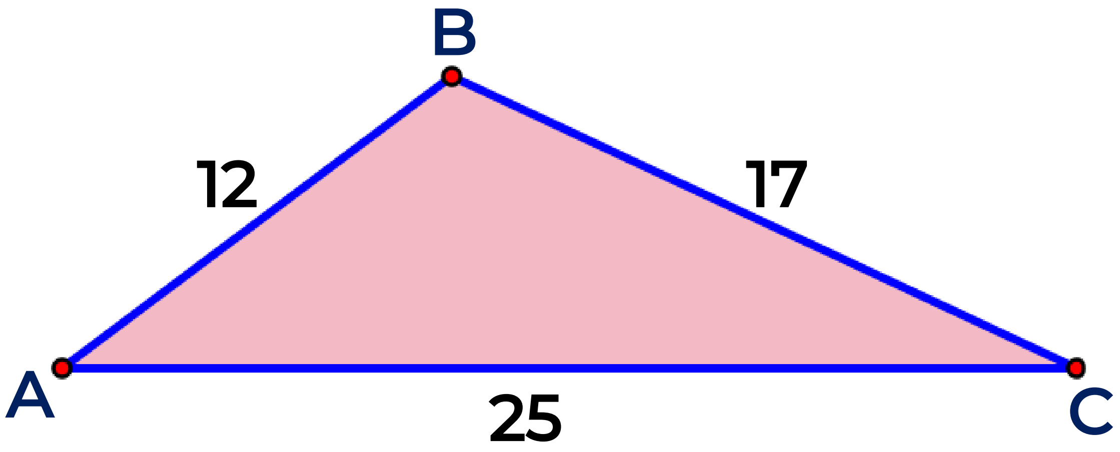
$$\boxed{S_{ABC} = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}}$$

$$S_{ABC} = \frac{14^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\boxed{S_{ABC} = 49\sqrt{3}\ u^2}$$

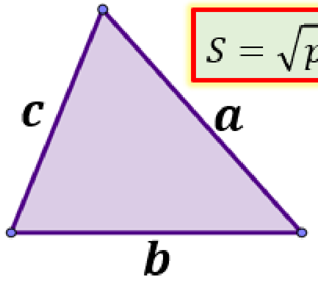
3. Las longitudes de los lados de una región triangular son: 12; 17 y 25. Calcule su área.

Resolución



Teorema de Herón

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



donde:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$p = \frac{12 + 17 + 25}{2} = 27$$

$$S_{ABC} = \sqrt{27(27-12)(27-17)(27-25)}$$

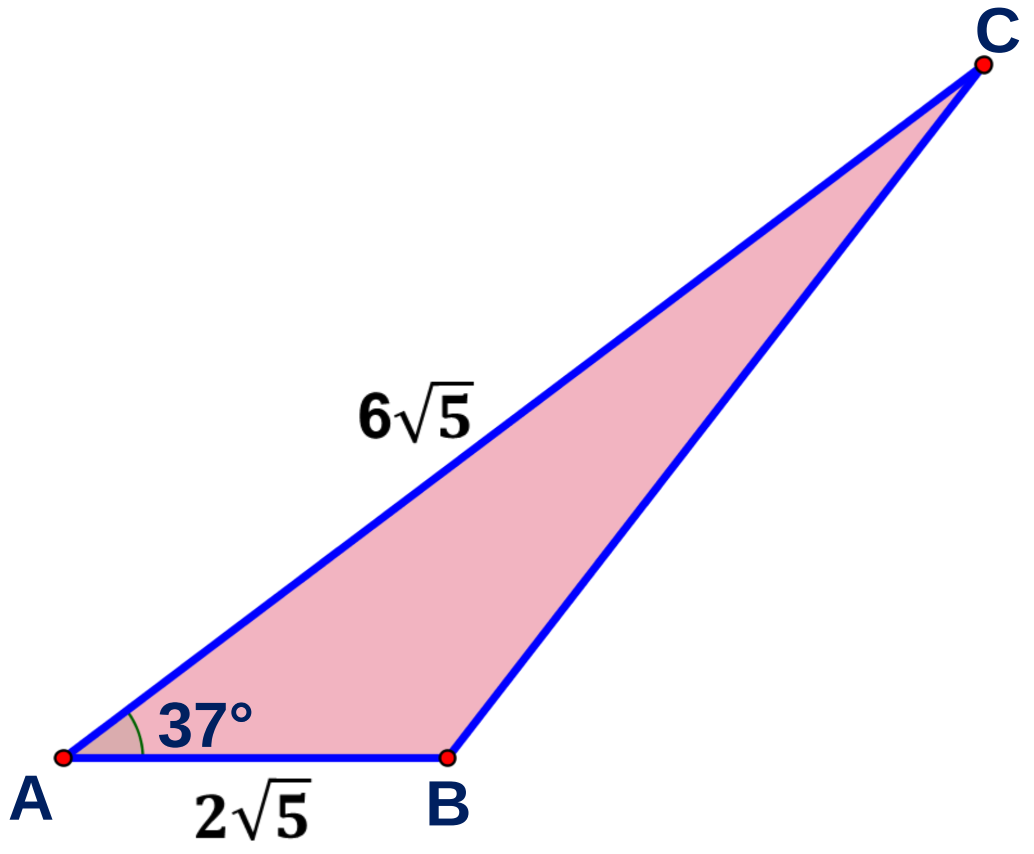
$$S_{ABC} = \sqrt{27(15)(10)(2)}$$

$$S_{ABC} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2}$$

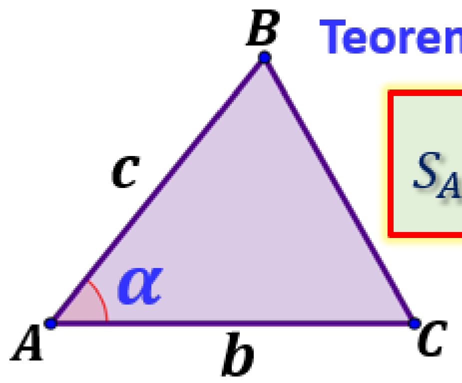
$$S_{ABC} = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$$

$$\boxed{S_{ABC} = 90\ u^2}$$

4. Calcule el área de una región triangular ABC, si AB = $2\sqrt{5}$, AC = $6\sqrt{5}$ y m<BAC = 37°.



Resolución



Teorema trigonométrico

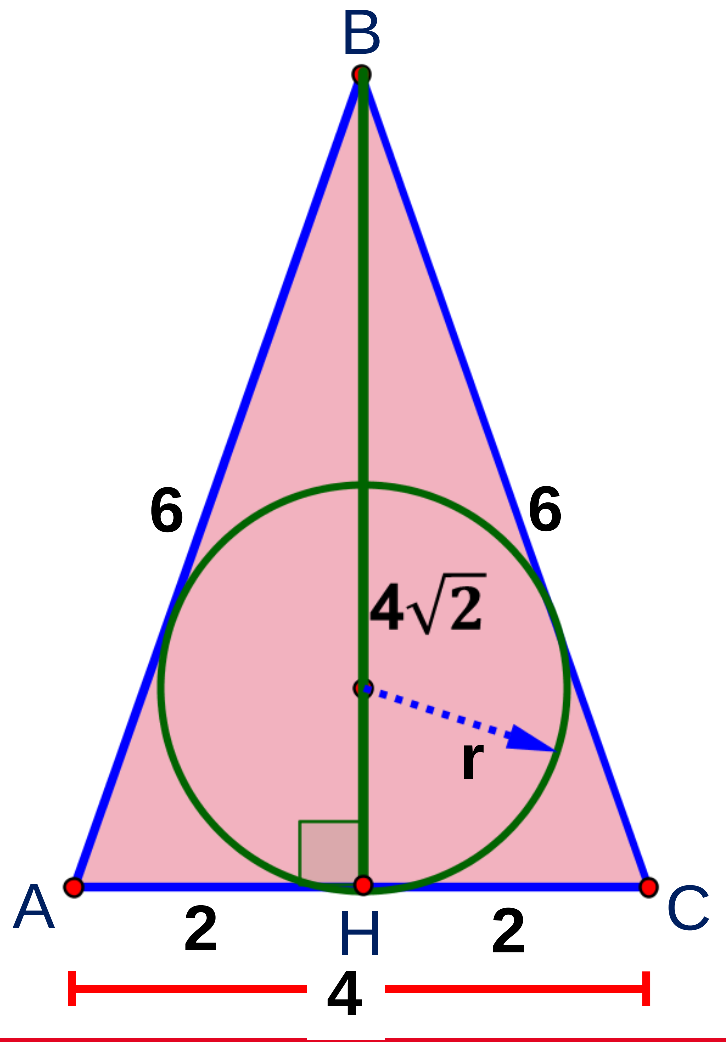
$$\boxed{S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot sen\alpha}$$

$$S_{ABC} = \frac{\cancel{2}\sqrt{5} \cdot 6\sqrt{5}}{\cancel{2}} \text{sen}37°$$

$$S_{ABC} = \cancel{5} \cdot 6 \cdot \frac{3}{\cancel{5}}$$

$$\boxed{S_{ABC} = 18\ u^2}$$

5. Las longitudes de los lados de un triángulo son: 4; 6 y 6. Halle la longitud de su inradio.

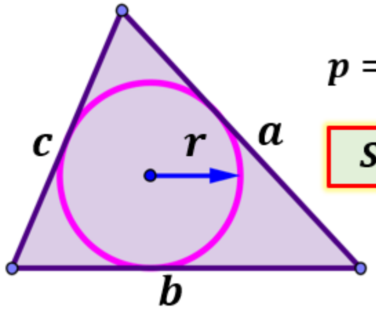


Resolución

- △ABC : Isósceles
- ◺BCH : T. Pitágoras

$$6^2 = (BH)^2 + 2^2$$

$$4\sqrt{2} = BH$$



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\boxed{S = p \cdot r}$$

$$S_{ABC} = \frac{4 \times 4\sqrt{2}}{2}$$

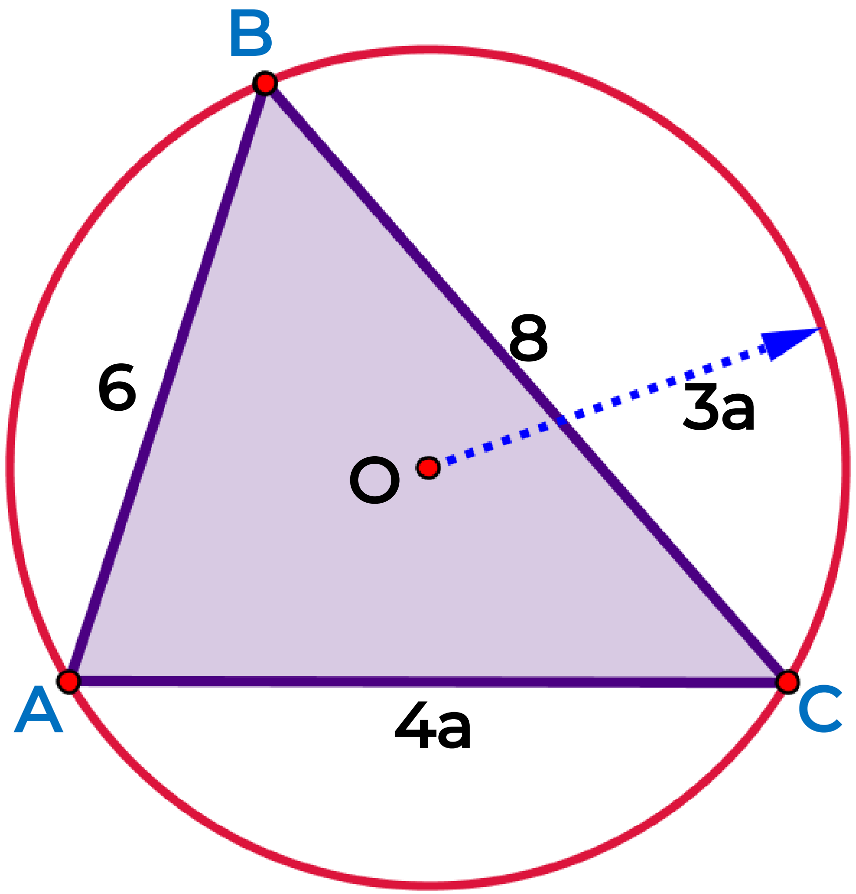
$$\underbrace{S_{ABC}} = 8\sqrt{2}$$

$$p \cdot r = 8\sqrt{2}$$

$$\cancel{8} \cdot r = \cancel{8}\sqrt{2}$$

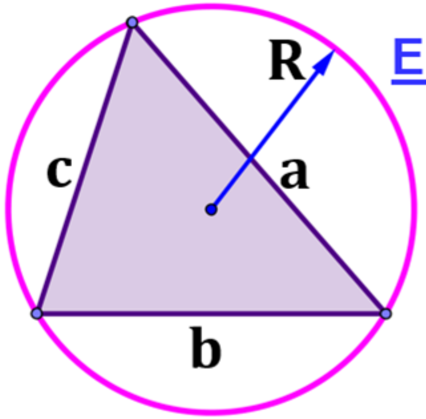
$$\boxed{r = \sqrt{2}}$$

6. Calcule el área de la región triangular ABC, si O es centro.



Resolución

- Piden: S_{ABC}



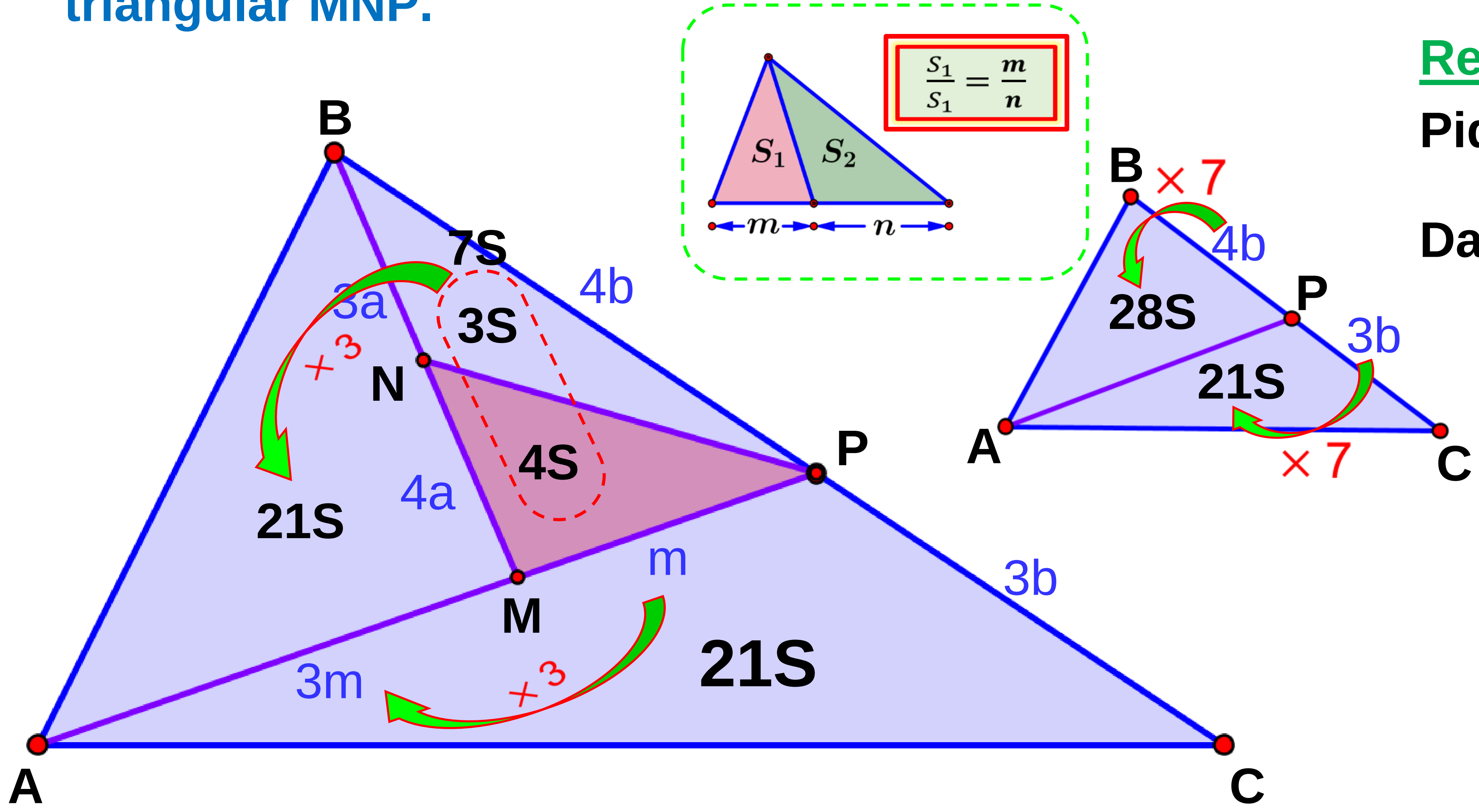
En función al circunradic

$$\boxed{S = \frac{abc}{4R}}$$

$$S_{ABC} = \frac{(\cancel{6}^{\,2})(8)(\cancel{4a})}{\cancel{4}(\cancel{3a})_{1}}$$

$$\boxed{S_{ABC} = 16\ u^2}$$

7. Si el área de la región triangular ABC es 98 u², calcule el área de la región triangular MNP.



Resolución

Piden: S_{MNP}

Dato: $\underbrace{S_{ABC}}_{49S} = 98$

$49S = 98$

$S = 2$

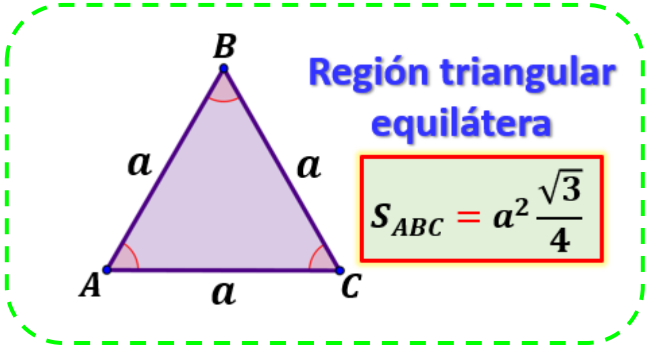
$S_{MNP} = 4S$

$S_{MNP} = 4(2)$

$\boxed{S_{MNP} = 8 \text{ u}^2}$

8. En el gráfico, se muestra una señal de tránsito donde la parte sombreada que se quiere pintar de color rojo, si tiene en sus contornos, dos triángulos equiláteros de lados 60 cm y 40 cm. Calcule el área de la franja roja.

Resolución



$$S_X = \frac{60^2\sqrt{3}}{4} - \frac{40^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S_X = 900\sqrt{3} - 400\sqrt{3}$$

$$\boxed{S_X = 500\sqrt{3}\ cm^2}$$