ALGEBRA





RETROALIMENTACION TOMO 5



SOLVED PROBLEMS

$$a)(a^4+3b)^2$$

$$(c^2 - 12)^2$$

RESOLUCIÓN:

$$a)(a^4+3b)^2 = (a^4)^2+2(a^4)(3b)+(3b)^2$$

$$= a^8 + 6a^4b + 9b^2$$

$$(b)(c^2-12)^2=(c^2)^2-2(c^2)(12)+(12)^2$$

$$= c^4 - 24c^2 + 144$$

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

PROBLEMA 2:

Reduzca

$$P = \frac{(m+6)^2 - (m-6)^2}{24m} - 1$$

RESOLUCIÓN:

$$(m+6)^2-(m-6)^2 = 4(m)(6) = 24m$$

Reemplazamos

$$P = \frac{24m}{24m} - 1$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$$

$$P = 0$$

PROBLEMA 3:

$$a+b=10$$

$$ab = 3$$

Efectúe
$$R = (a^2 + b^2 - 90)^2$$

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

(Binomio al cuadrado):

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^{2} = a^{2} + 2ab + b^{2}$$

$$10^{2} = a^{2} + 2(3) + b^{2}$$

$$100 = a^{2} + 6 + b^{2}$$

$$94 = a^{2} + b^{2}$$

Piden

$$R = (94 - 90)^2 = 4^2$$

$$R = 16$$

PROBLEMA 4:

Simplifique:
$$Q = (2 + 3n)(2 - 3n) - (6 + 3n)(6 - 3n)$$

RESOLUCIÓN:

$$\mathbf{Q} = (2+3n)(2-3n) - (6+3n)(6-3n)$$

$$Q = 4 - 9n^2 - [36 - 9n^2]$$

$$Q = 4 - 9n^2 - 36 + 9n^2$$

$$Q = \boxed{-32}$$

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

PROBLEMA 5:

Reduzca

$$D = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) + 1$$

RESOLUCIÓN:

$$D = (x^{2} + 1)(x + 1)(x - 1) + 1$$

$$D = (x^{2} + 1)(x^{2} - 1) + 1$$

$$D = x^{4} - x^{4} + x^{4}$$

$$D = x^4$$

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

PROBLEMA 6:

Reduzca

$$F = (x+2)^3 - 6x(x+2) - 8$$

RESOLUCIÓN:

$$F = (x+2)^3 - 6x(x+2) - 8$$

Recordemos:

BINOMIO AL CUBO:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$F = (x)^3 + 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 + (2)^3 - 6x^2 - 12x - 8$$

$$F = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 6x^2 - 12x - 8$$

$$F = x^3$$

PROBLEMA 7:

Simplifique:

$$E = (x-4)(x+12) - x^2 - 8x$$

RESOLUCIÓN:

$$E = (x-4)(x+12)-x^2-8x$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVIN

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$E = (x)^2 + (-4+12)x + (-4)(12) - x^2 - 8x$$

$$E = x^2 + 8x - 48 - x^2 - 8x$$

$$E = \boxed{-48}$$

PROBLEMA 8:

Efectúe

$$M = (x + 4)^2 - (x + 9)(x - 1)$$

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$M = (x+4)^2 - (x+9)(x-1)$$

$$M = x^2 + 2(x)(4) + 4^2 - [x^2 + 8x - 9]$$

$$M = x^2 + 8x + 16 - x^2 - 8x + 9$$

$$M = 25$$

PROBLEMA 9:

Esther compra frutas y verduras para el mes. Si gasta lo equivalente al valor de Q, en soles, y se sabe que

$$m-n=7$$
; $mn=2$ y $Q=m^3-n^3$
¿Cuánto gastó Esther?

RESOLUCIÓN:

Elevamos al cubo

$$(m-n)^3 = (7)^3$$

$$m^3 - n^3 - 3 mn (m - n) = 343$$

$$m^3 - n^3 - 3 (2) (7) = 343$$

$$m^3 - n^3 - 42 = 343$$

$$Q = m^3 - n^3 = 385$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Esther gastó 385 soles

PROBLEMA 10:

Estamos de aniversario, vamos reduce P y encontrarás la cantidad de años que cumple nuestro colegio:

$$P = \frac{(x-4)^3}{x^3 - 12x^2 + 48x - 64} + 25$$

¿Cuántos años cumple nuestro colegio?

RESOLUCIÓN:

$$P = \frac{(x)^3 - 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 - (4)^3}{x^3 - 12x^2 + 48x - 64} + 25$$

$$P = \frac{x^3 - 12x^2 + 48x - 64}{x^3 - 12x^2 + 48x - 64} + 25$$

$$P = 1 + 25 = 26$$

Recordemos: BINOMIO AL CUBO:

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Nuestro colegio cumple 26 años