



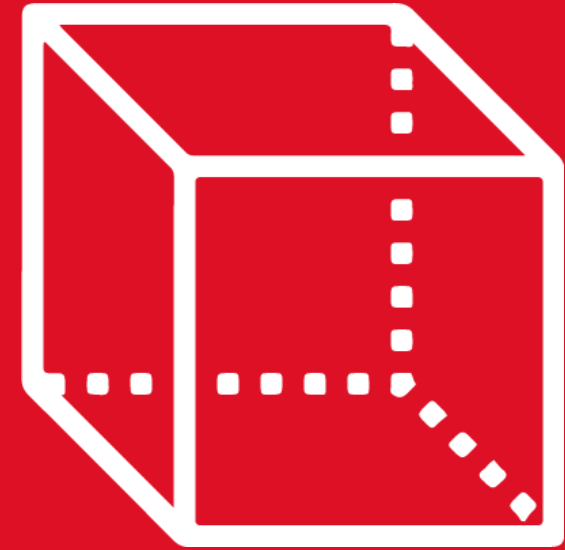
GEOMETRÍA

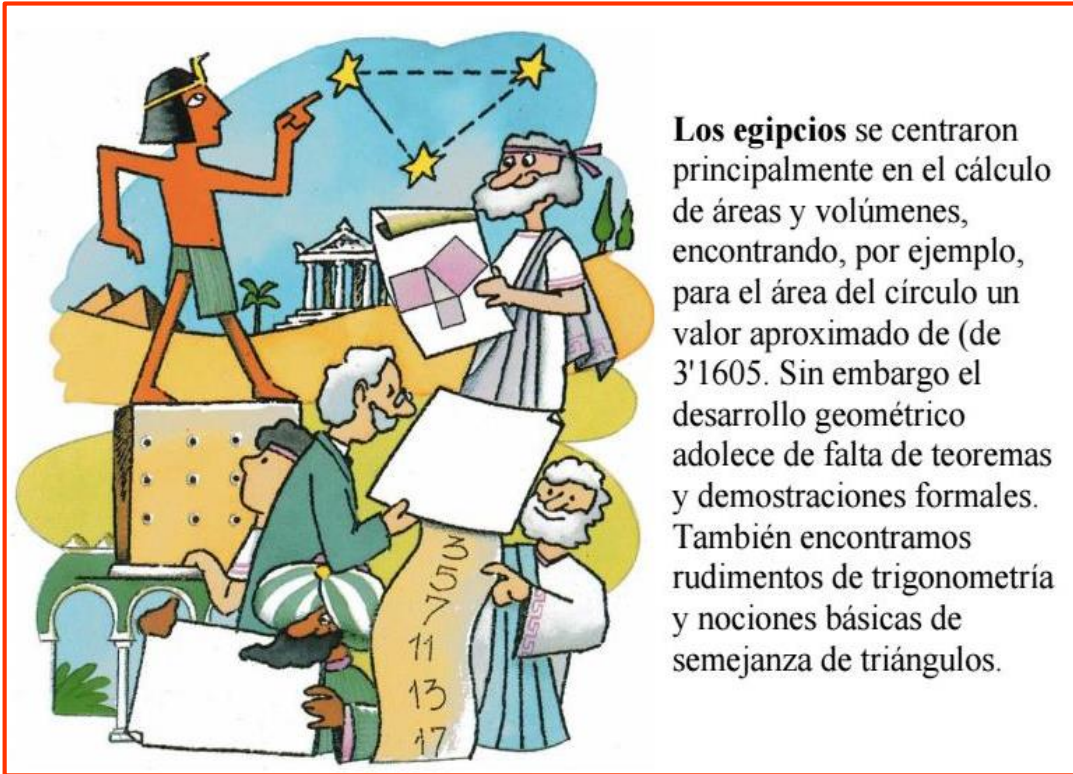
Capítulo 13

4th

SECONDARY

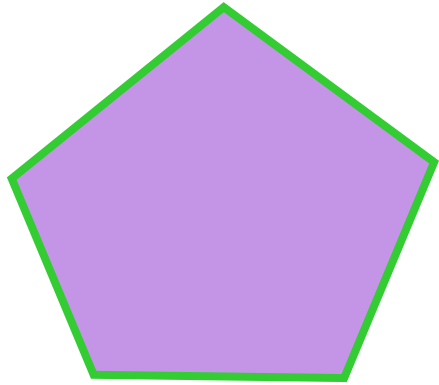
Áreas de regiones triangulares



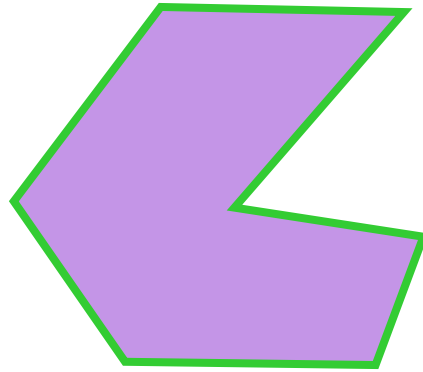


REGIÓN POLIGONAL

Es la unión de un polígono y su interior.



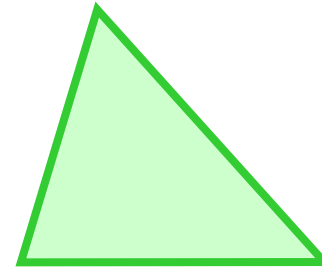
Región
Pentagonal convexa



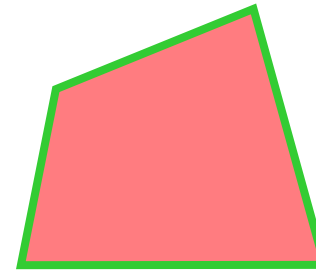
Región
Heptagonal no convexa

POSTULADO DEL ÁREA

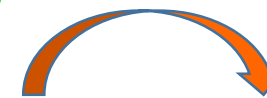
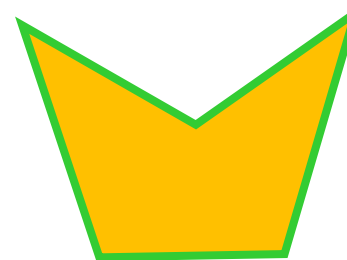
A toda región poligonal le corresponde un número real positivo único. Dicho número se denomina área de la región poligonal.



$$S_1 = 5 u^2$$



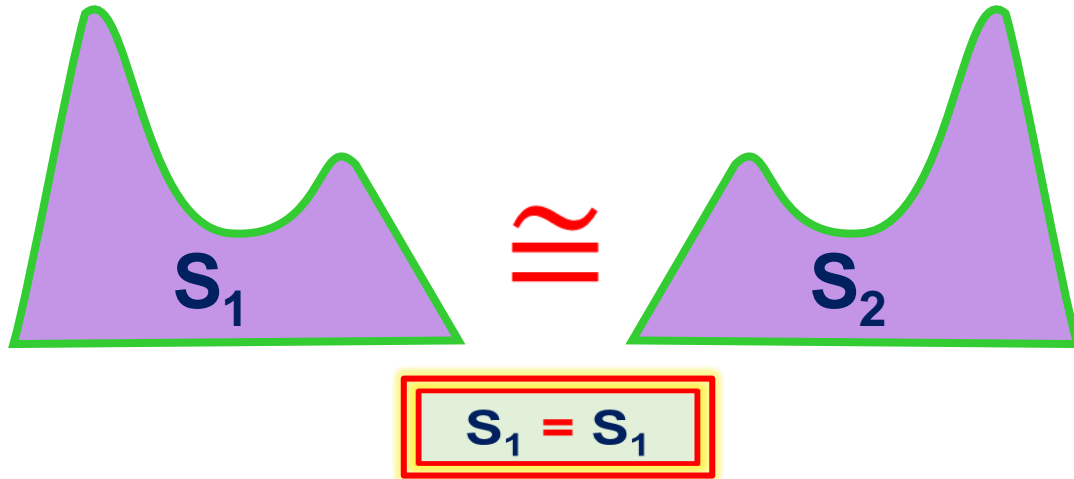
$$S_2 = 3 u^2$$



$$S_3 = 4 u^2$$

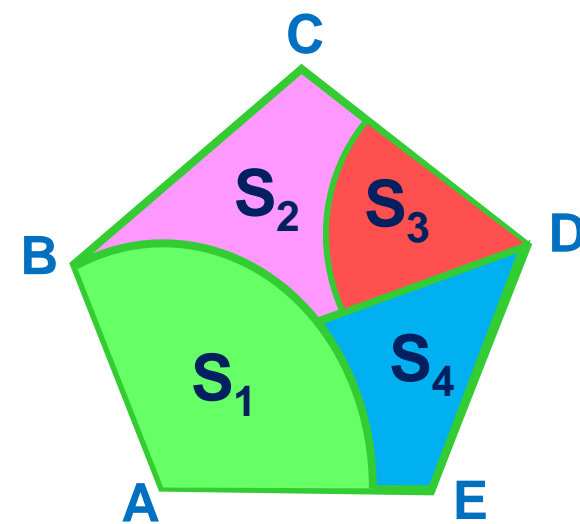
POSTULADO DE LA CONGRUENCIA

Las Regiones congruentes tienen áreas iguales.



POSTULADO DE LA ADICIÓN DE ÁREAS

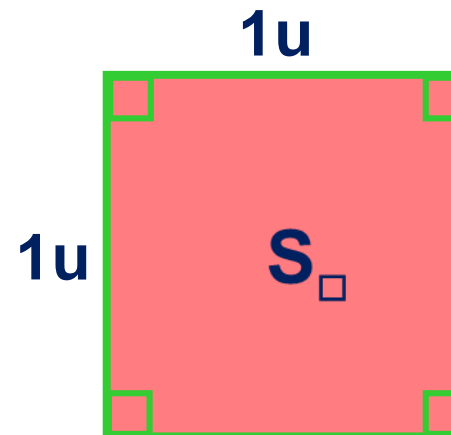
Si una región plana se descompone en subregiones entonces la suma de las áreas de dichas subregiones es igual al área de la región inicial.



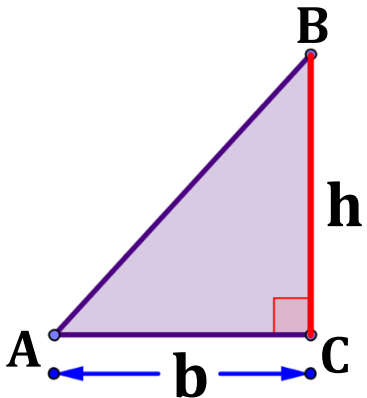
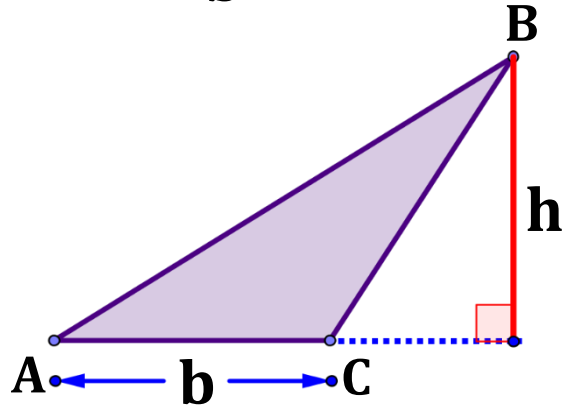
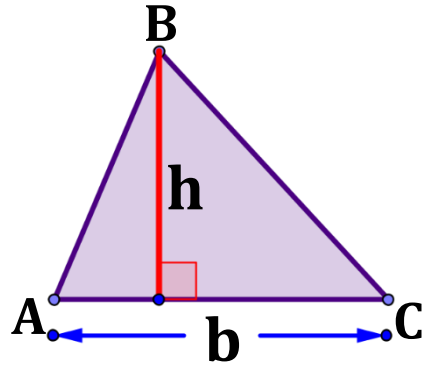
$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = S_{ABCDE}$$

POSTULADO DE LA UNIDAD

El área de una región cuadrada cuyo lado mide $1u$ es $1u^2$.



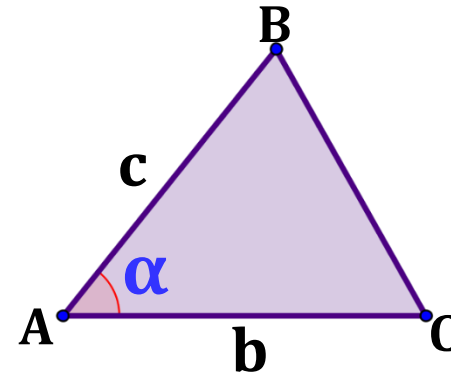
$$S_{\square} = 1u^2$$



- Teorema básico:

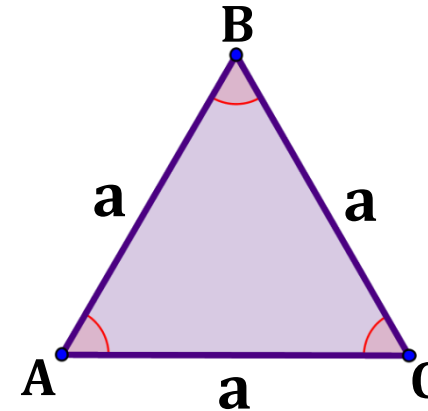
$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

- Teorema trigonométrico:



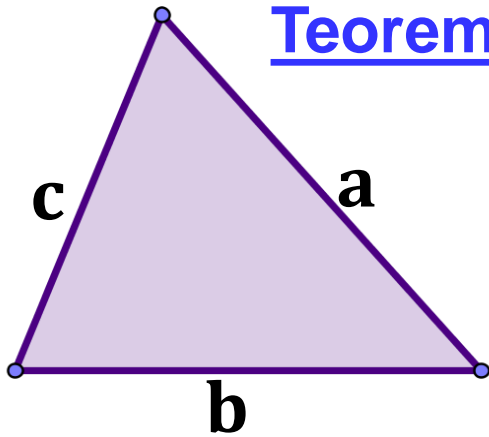
$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot \text{sen}\alpha$$

- Área de una región triangular equilátera:



$$S_{ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

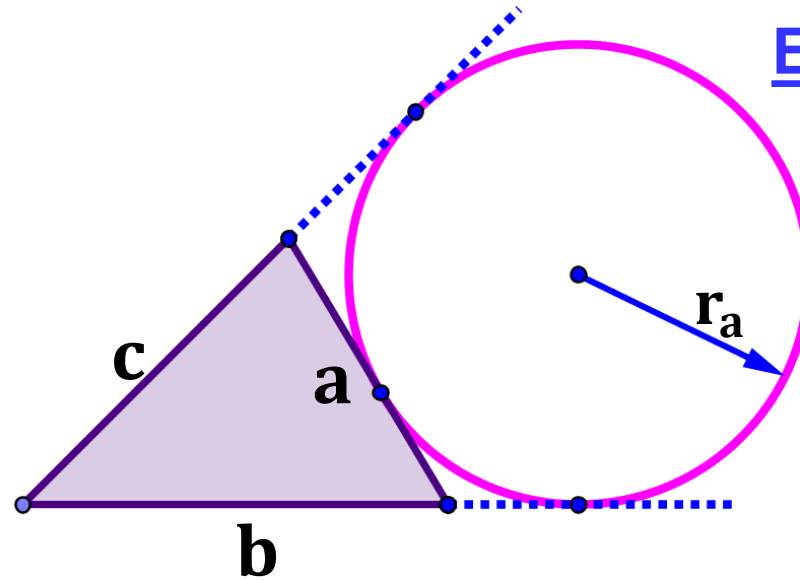
Teorema de Herón



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

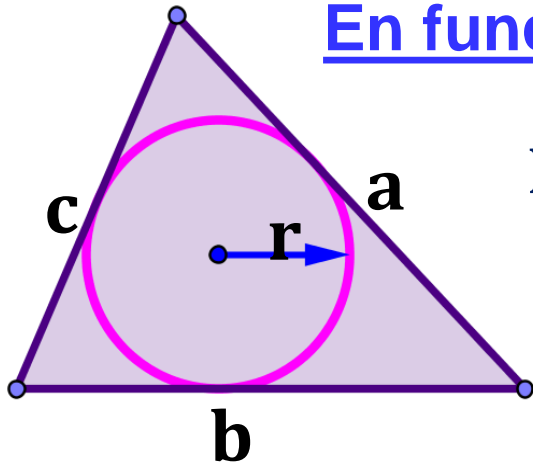
En función del exradio



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = (p - a) \cdot r_a$$

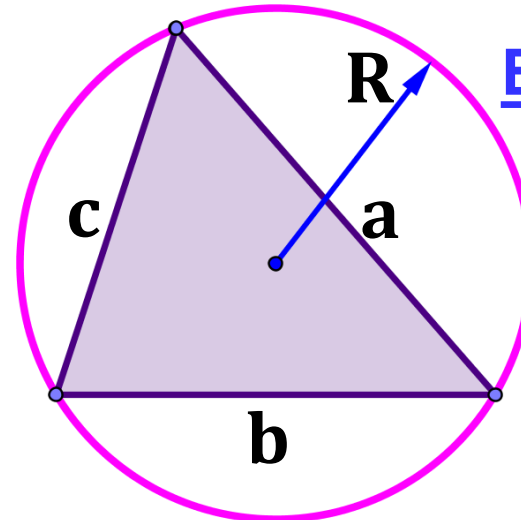
En función del inradio



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

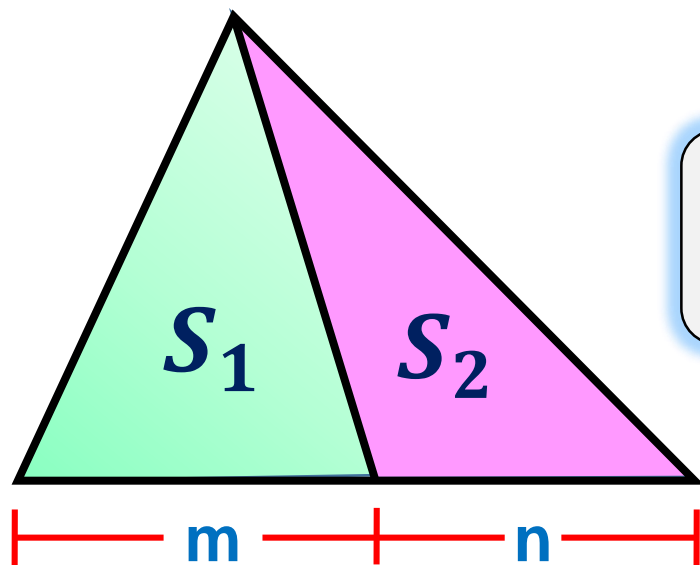
$$S = p \cdot r$$

En función del circunradio

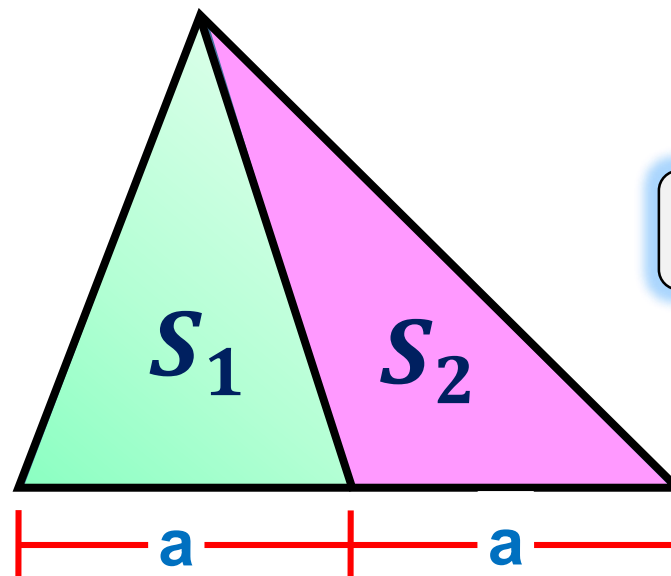


$$S = \frac{abc}{4R}$$

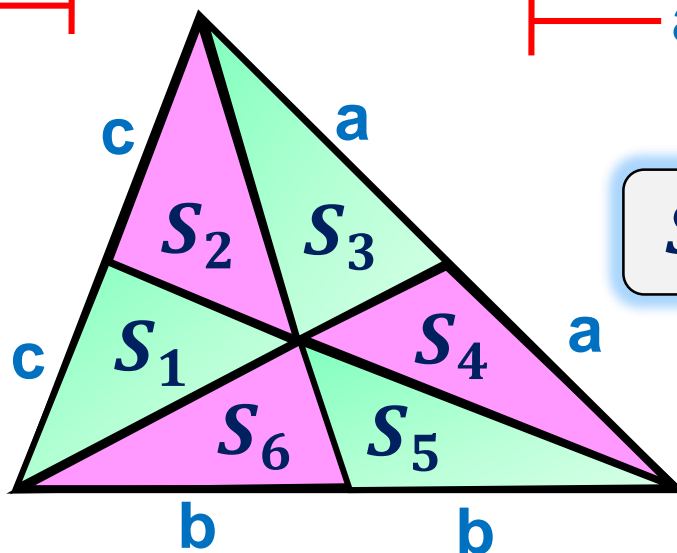
RELACIONES ENTRE ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



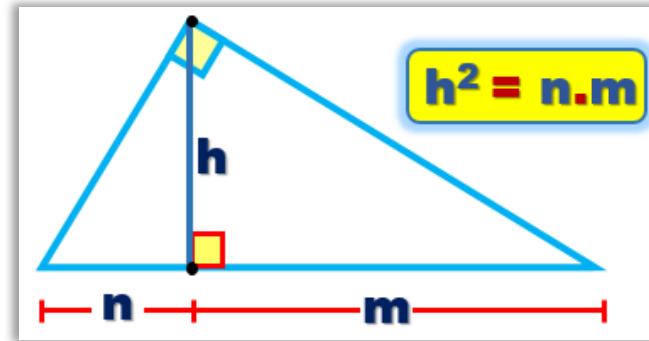
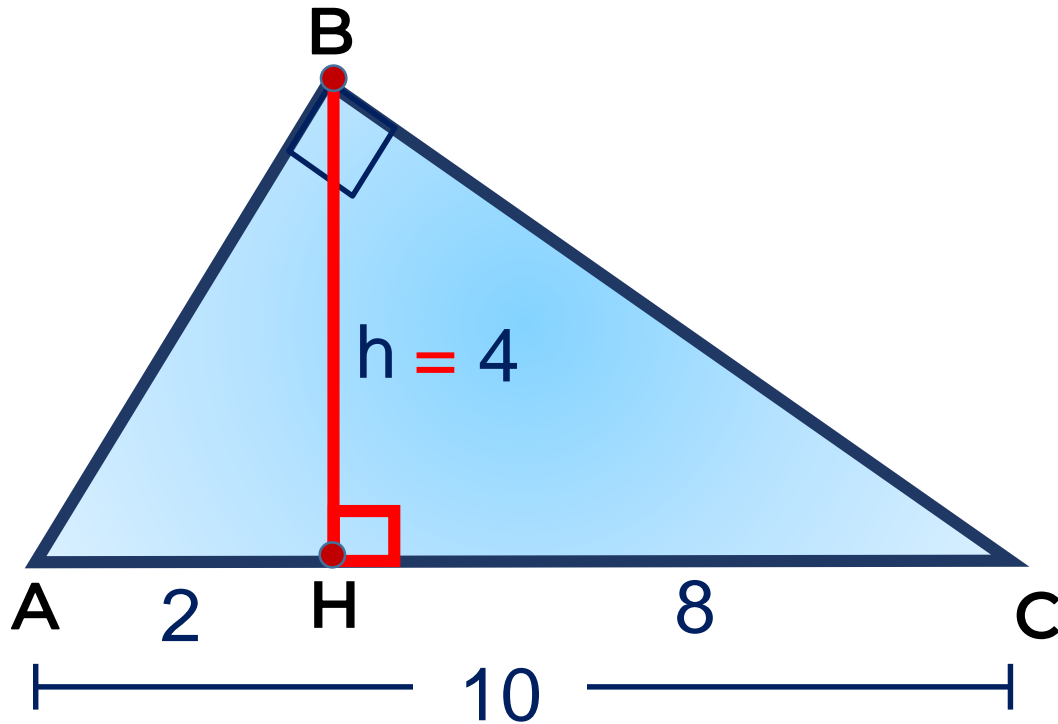
$$S_1 = S_2$$



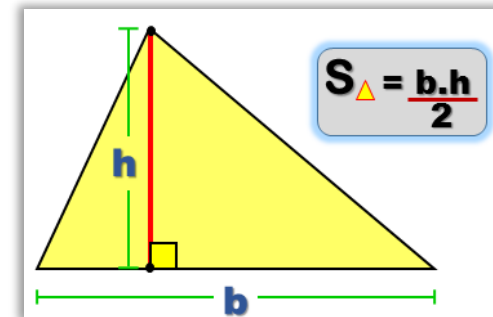
$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

1. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la altura \overline{BH} tal que $AH = 2$ y $HC = 8$. Calcule el área de la región triangular ABC.

Resolución



$$\begin{aligned}h^2 &= (2)(8) \\h^2 &= 16 \\h &= 4\end{aligned}$$

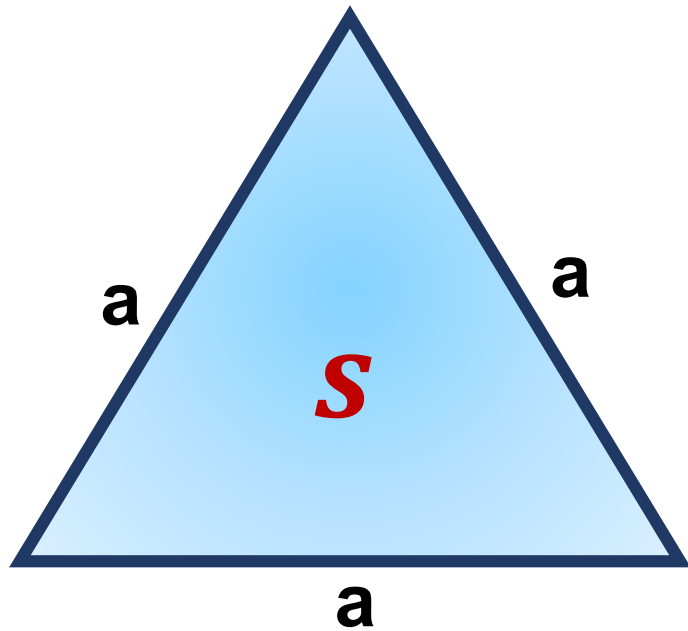


$$S_{ABC} = \frac{(10)(4)}{2}$$

$$S_{ABC} = 20 \text{ u}^2$$

2. Calcule el área de la región triangular equilátera cuyo perímetro es igual a 24 u.

Resolución

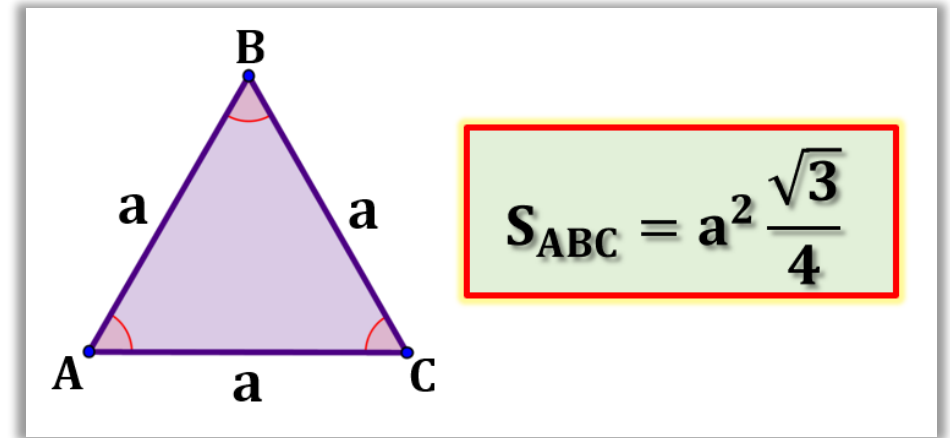


Por dato:

$$2p = 24$$

$$3a = 24$$

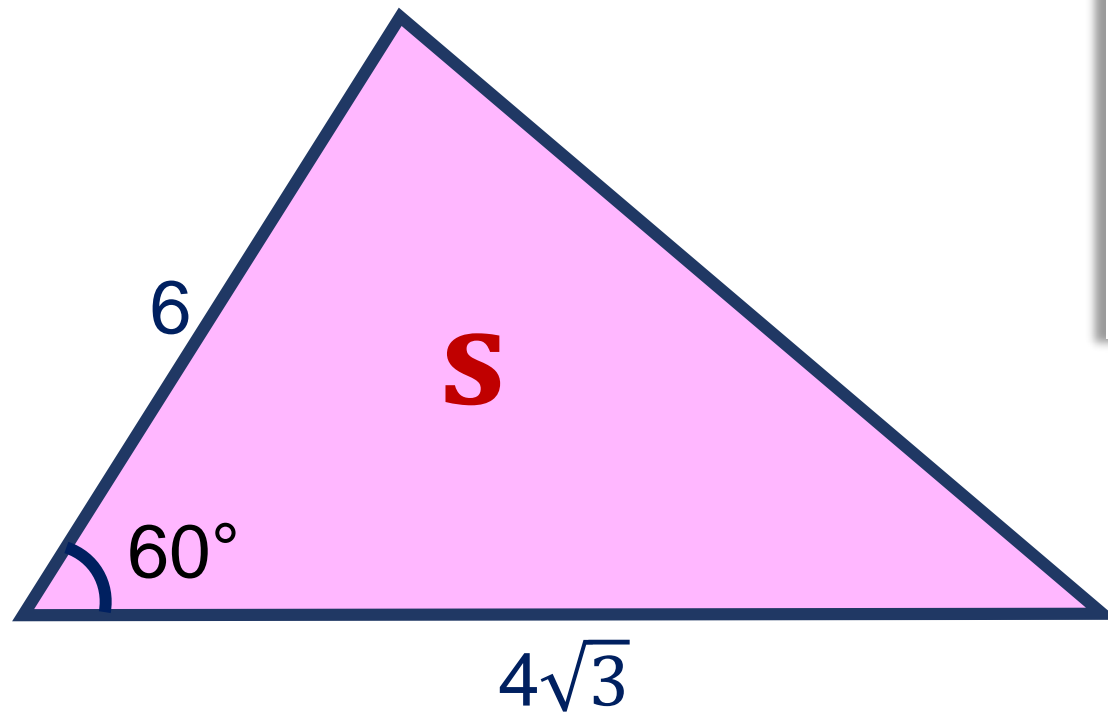
$$a = 8$$



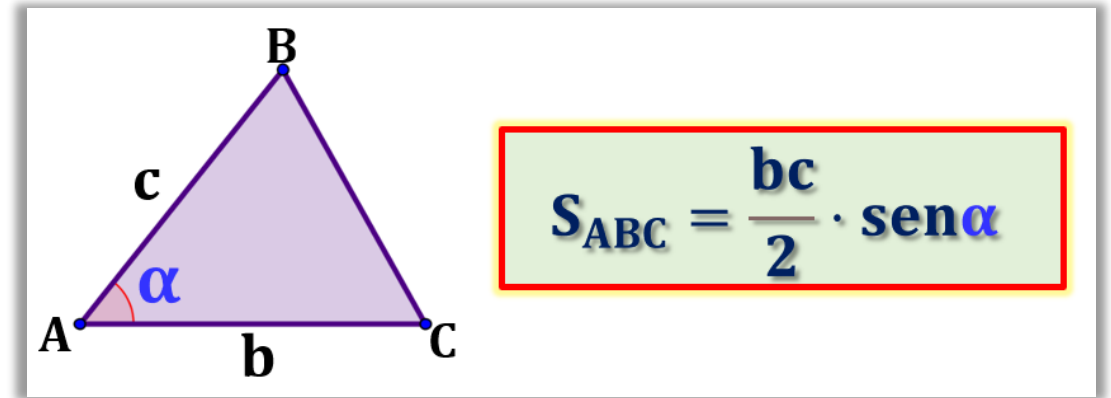
$$\rightarrow S = \frac{(8)^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S = 16\sqrt{3} \text{ u}^2$$

3. Calcule el área de la región triangular mostrada.



Resolución



$$\Rightarrow S = \frac{(6)(4\sqrt{3})}{2} \cdot \text{sen}60^\circ$$

$$S = \frac{(6)(\cancel{4}\sqrt{3})}{\cancel{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$S = 18 u^2$$



4. Oventeni es un centro poblado que pertenece al distrito de Raimondi, su provincia es Atalaya y se encuentra dentro del departamento de Ucayali. Tiene uno de los parques naturales más hermosos con forma triangular, lo curioso de este parque es que las dimensiones de sus lados son enteros y consecutivos, si su perímetro mide 42 m. Calcule su área..

Resolución



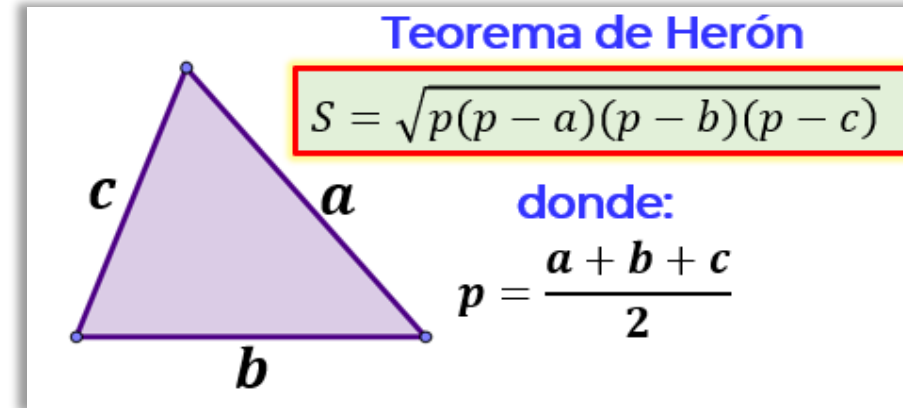
$$p = 21$$

Dato:

$$2p = 42$$

$$3a = 42$$

$$a = 14$$



$$\Rightarrow S = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

$$S = \sqrt{21(8)(7)(6)}$$

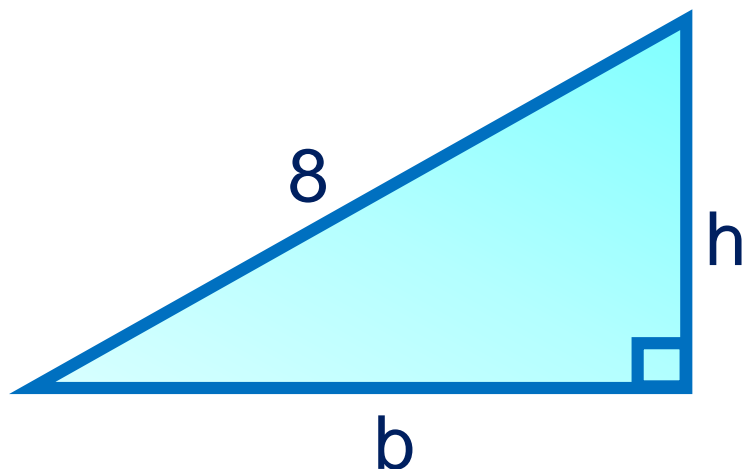
$$S = \sqrt{3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$S = 3 \cdot 7 \cdot 4$$

$$S = 84 \text{ m}^2$$



5. Calcule el área de la región triangular mostrada si $b + h = 10$.



Resolución

Teorema de Pitágoras:

$$b^2 + h^2 = 8^2$$

$$b^2 + h^2 = 64$$

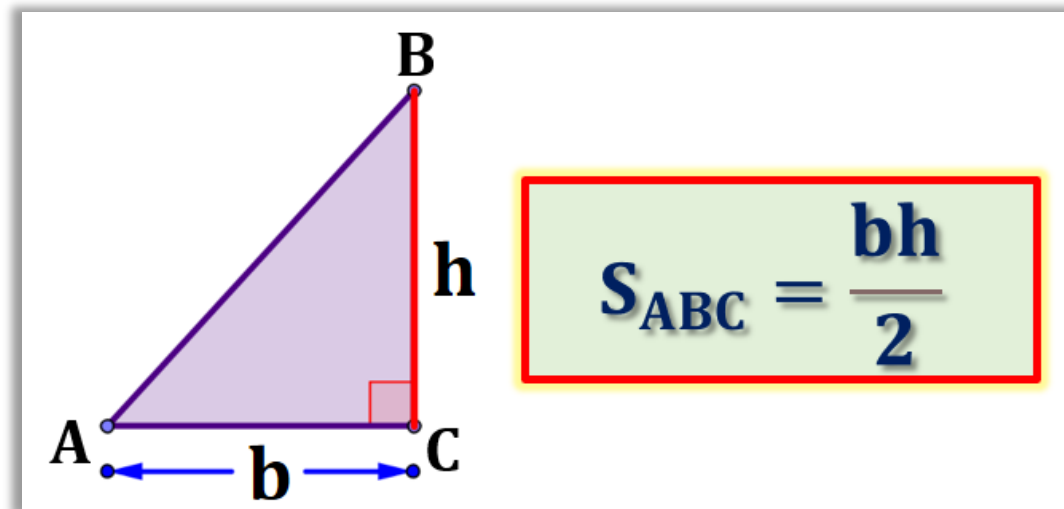
Binomio al cuadrado:

$$(b + h)^2 = b^2 + h^2 + 2bh$$

$$(10)^2 = 64 + 2bh$$

$$36 = 2bh$$

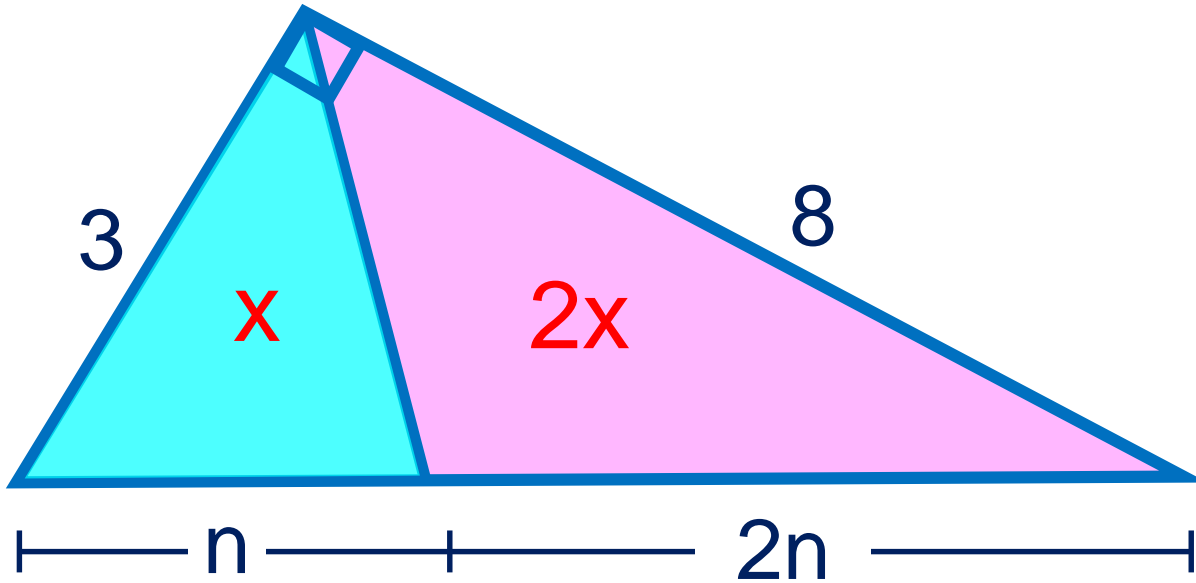
$$18 = bh$$



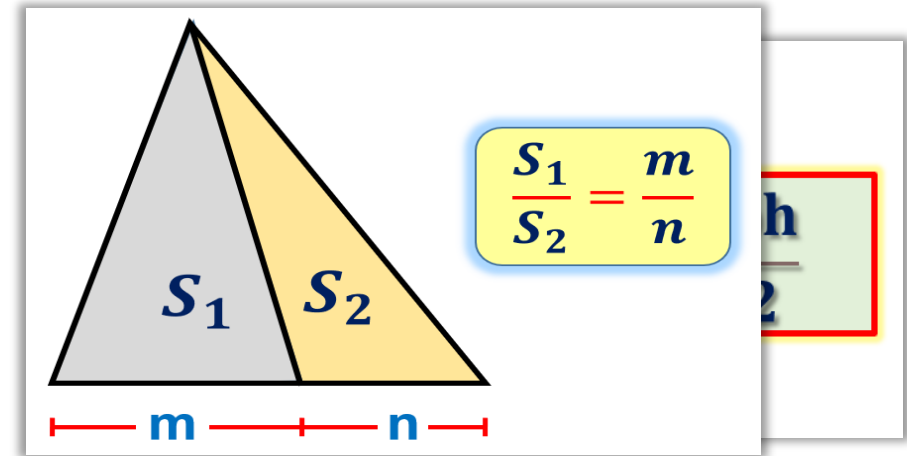
$$\Rightarrow S_{\triangle} = \frac{18}{2}$$

$$S_{\triangle} = 9 \text{ u}^2$$

6. En la figura, calcule el área x.



Resolución

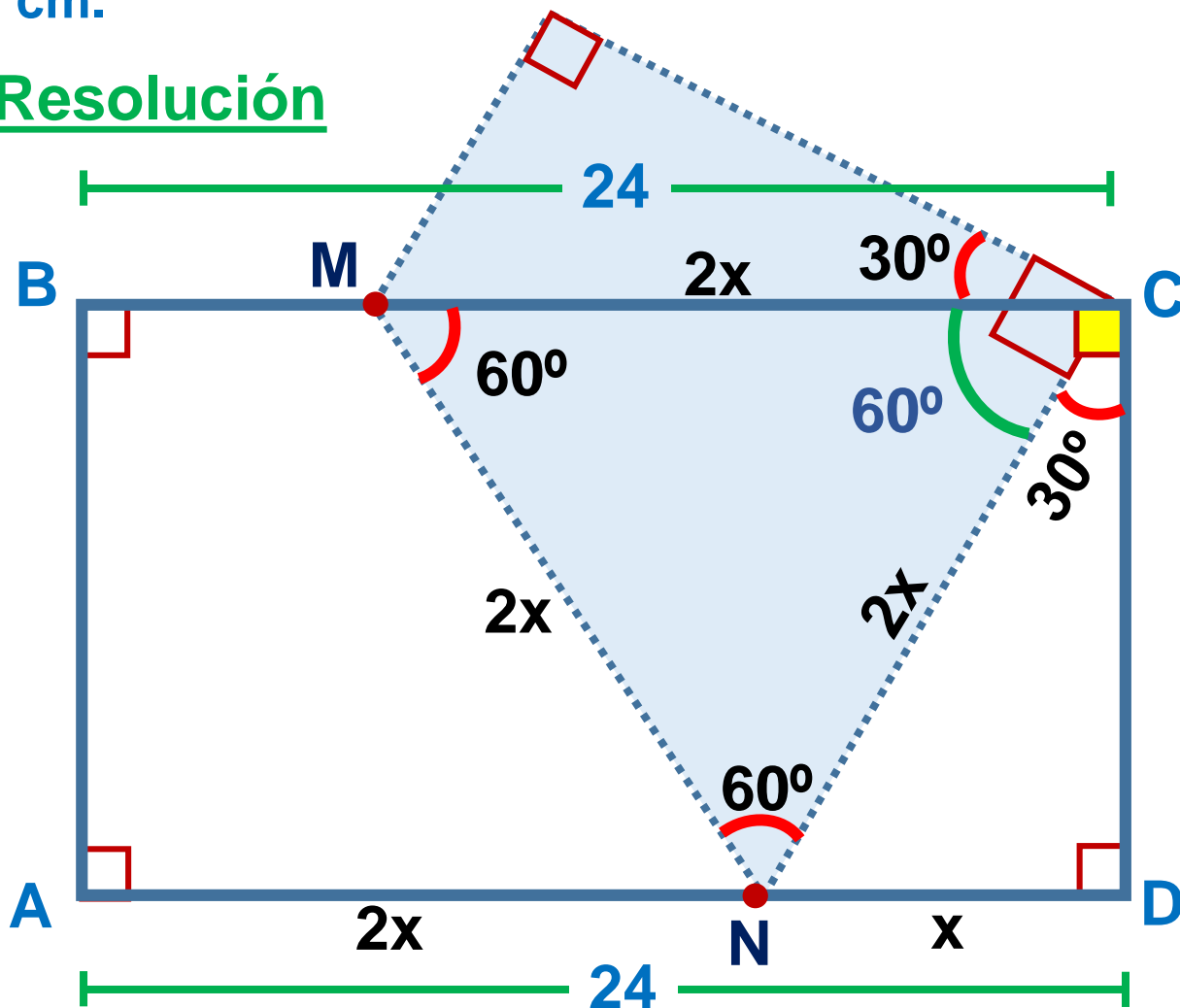


$$\Rightarrow \cancel{3}x = \frac{\cancel{3}(8)}{2}$$

$$x = 4 \text{ u}^2$$

7. Se tiene una hoja de forma rectangular la cual se dobla uniendo dos vértices opuestos. Si la parte común entre las dos partes en que quedó dividida la hoja por la línea del doblez, es una región triangular equilátera, calcule su perímetro si el largo de la hoja rectangular es de 24 cm.

Resolución



- $\triangle CMN$: Equilátero
- $\triangle CDN$: Notable de 30° y 60°
 $CN = AN = 2x$
 $\Rightarrow x + 2x = 24$
 $3x = 24$
 $x = 8$
- Nos piden

$$2p_{\triangle CMN} = 3(16)$$

$$2p_{\triangle CMN} = 48 \text{ u}$$