



# ALGEBRA

## Chapter 23

**4th**  
SECONDARY

**Logaritmos I**

---



 **SACO OLIVEROS**

# HELICO

---

# MOTIVATING



## Aplicación de los logaritmos con otras ciencias:

**En la Economía:** Se puede aplicar en la oferta y la demanda, que son dos piezas fundamentales en cualquier análisis económico contemporáneo.

**En la Biología:** Se utilizan para estudiar los efectos nutricionales de los organismos.

Se aplica en el cálculo de PH que es el logaritmo de la inversa de la concentración de iones de hidrógeno y mide la acidez.

# HELICO THEORY

---



# LOGARITMOS I

## I) DEFINICIÓN

Sea  $N > 0$ ,  $a > 0$  y  $a \neq 1$  se define:

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

Donde:

$N$  : es un número **positivo**

$a$  : es la **base** del logaritmo

## Ejemplos

$$\log_3 81 = 4 \quad \text{Pues: } 3^4 = 81$$

$$\log_{125} 5 = \frac{1}{3} \quad \text{Pues: } 125^{\frac{1}{3}} = 5$$

# II) IDENTIDAD FUNDAMENTAL



Por definición

$$\underbrace{\log_a N = x}_{\alpha} \Leftrightarrow \underbrace{a^x = N}_{\beta}$$

→ reemplazando “α” en “β”:

$$a^{\log_a N} = N$$

Ejemplos

$$1) 7^{\log_7 4} = 4$$

$$2) 10^{\log 9} = 9$$

**NOTA**

Si no hay **base**, se sobreentiende que es la **base 10**.

### III) PROPIEDADES



1)  $\log_a 1 = 0$

→  $\log_4 1 = 0$

2)  $\log_a a = 1$

→  $\log_7 7 = 1$

3)  $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

→  $\log_2 4 + \log_2 5 = \log_2 20$

4)  $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

→  $\log_5 90 - \log_5 9 = \log_5 10$



$$5) \log_a N^p = p \log_a N$$

$$\Rightarrow \log_3 9^4 = 4 \log_3 9 = 4(2) = 8$$

$$6) \log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

$$\Rightarrow \log_{3^4} 3^9 = \frac{9}{4} \log_3 3 = \frac{9}{4}$$

$$7) \log_a N = \frac{1}{\log_N a}$$

$$\Rightarrow \log_2 5 = \frac{1}{\log_5 2}$$



# HELICO PRACTICE

---

**PROBLEMA 1** Si  $K = \log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_5 \frac{1}{625}$



Calcule  $\sqrt[3]{K - 4}$

### Resolución

$$\log_2 \frac{1}{32}$$

$$\log_2 2^{-5}$$

$$\boxed{-5}$$

$$\log_3 \frac{1}{27}$$

$$\log_3 3^{-3}$$

$$\boxed{-3}$$

$$\log_5 \frac{1}{625}$$

$$\log_5 5^{-4}$$

$$\boxed{-4}$$

$$K = -5 - 3 - (-4)$$

$$\boxed{K = -4}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{-8}$$

$$\Rightarrow \boxed{-2}$$

**PROBLEMA 2** Si  $A = \log_{125} 25$

$B = \log_9 243$



Calcule  $M = 9AB$

**Resolución**

$$A = \log_{125} 25$$

$$B = \log_9 243$$

$$M = 9 \left( \frac{2}{3} \right) \left( \frac{5}{2} \right)$$

$$A = \log_{5^3} 5^2$$

$$B = \log_{3^2} 3^5$$



$$M = 15$$

$$A = \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{5}{2}$$

### PROBLEMA 3



**Efectúe:**  $M = 7^{\log_7 11} + 8^{\log_2 3} + 3^{1+\log_3 5}$

#### Resolución

$$M=11 + 3^{\log_2 8} + 3 \cdot 3^{\log_3 5}$$

$$M=11 + 3^3 + 3(5)$$

$$M=11 + 27 + 15$$

$$M=53$$

## PROBLEMA 4

De el valor de  $x^2$  en la ecuación:

$$\log_{\sqrt[3]{5}}[\log_2(3x - 1)] = 3$$

Resolución Por definición  $N > 0$ ,  $a > 0$  y  $a \neq 1$

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

$$\log_{\sqrt[3]{5}}[\log_2(3x - 1)] = 3$$

$$\Rightarrow \log_2(3x - 1) = (\sqrt[3]{5})^3 = 5$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 2^5$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 32$$
$$3x = 33$$

$$x = 11$$

piden  $x^2$

$$11^2 = 121$$

Rpta. 121

## PROBLEMA 5 Reduzca:

$$M = 27^{\log_5 7 \cdot \log_3 5} - 8^{\log_2 9 \cdot \log_9 3}$$

### RESOLUCION

#### REGLA DE LA CADENA

$$\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_d c \cdot \log_e d =$$

$\log_e a$

**Recordar:**  $\log_a a = 1$

#### PERMUTACIÓN DE a y c

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$M = 27^{\log_5 7 \cdot \log_3 5} - 8^{\log_2 9 \cdot \log_9 3}$$

$$M = 27^{\log_3 7} - 8^{\log_2 3}$$

$$M = 7^{\log_3 27} - 3^{\log_2 8}$$

$$M = 7^{3 \log_3 3} - 3^{\log_2 2^3}$$

$$M = 7^3 - 3^3$$

$$M = 343 - 27 = 316$$

RPTA:  $M = 316$

**PROBLEMA 6** Lo que gana un obrero al día es 10M soles, donde M representa el valor al calcular:

$$M = \log_2 56 + \log_2 48 - \log_2 84$$

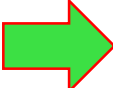
¿Cuánto gana dicho obrero en 15 días?

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N \dots 1$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N \dots 2$$

De 1 y 2:

$$M = \log_2 56 \times 48 - \log_2 84$$


$$M = \log_2 \frac{56 \times 48}{84} \quad M = \log_2 32$$

$$M = \log_2 2^5$$

$$M = 5 \log_2 2 = 5$$

$$M = 5$$

QUE NOS PIDEN: *GANA AL DIA*  $\times$  15 DIAS :

$$= 10M \times 15$$

$$10(5) \times 15 = 750$$

EN 15 DIAS EL OBRERO  
GANA 750 SOLES



## PROBLEMA 7

La suma de cuadrados de dos números reales  $a$  y  $b$  es 260, donde  $a > b > 1$ , y la diferencia de sus logaritmos en base 2, de  $a$  con  $b$  en ese orden, es igual a 3. Determine la suma de estos números.

### RESOLUCIÓN

$$\log_k \frac{M}{N} = \log_k M - \log_k N$$

$$a > b > 1$$

$$a^2 + b^2 = 260 \dots\dots(\alpha)$$

$$\underbrace{\log_2 a - \log_2 b}_{= 3} = 3$$

$$\log_2 \frac{a}{b} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = 2^3 = 8$$

$$a = 8b \dots\dots(\beta)$$

$\beta$  en  $\alpha$

$$(8b)^2 + b^2 = 260$$

$$65b^2 = 260$$

Observación

$$b \neq -2$$

$$b = 2$$

$$a = 16$$

$$\therefore a + b = 18$$