



# ARITHMETIC

## Chapter 12

**2th**  
SECONDARY

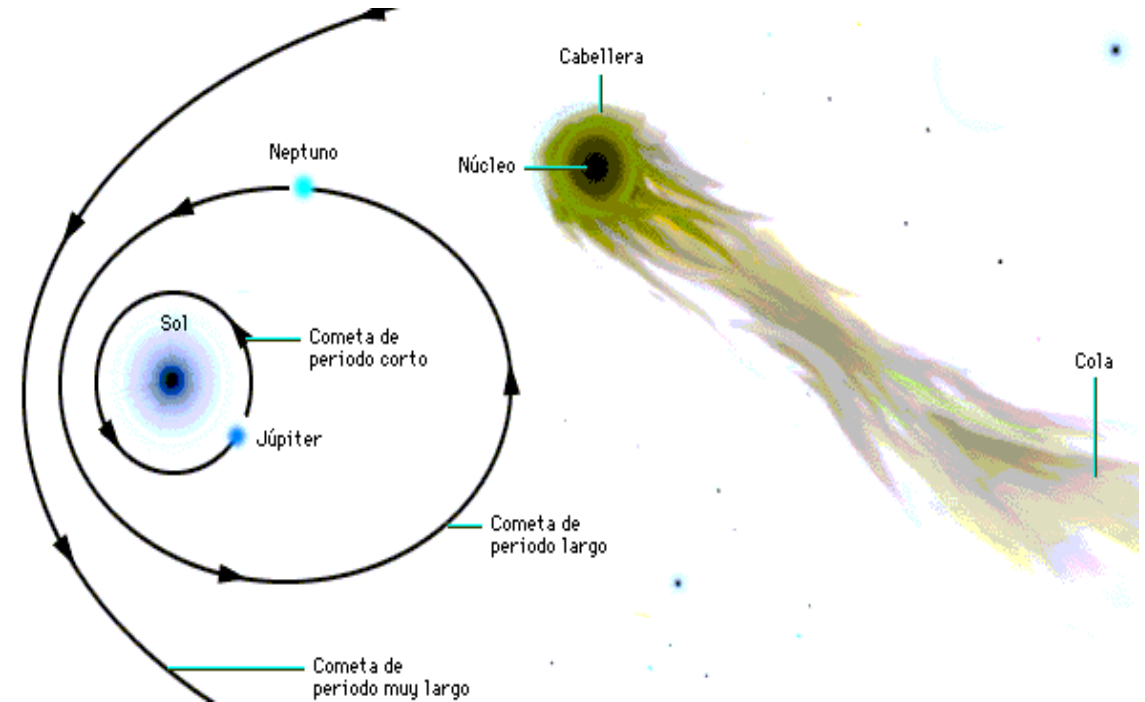
MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO



 **SACO OLIVEROS**

# LOS COMETAS Y SUS PERÍODOS

- \* Cometas de corto período (menos de 20 años).
  - \* Cometas de período intermedio (entre 20 y 200 años).
  - \* Cometas de largo período (entre 200 y 1.000.000 años).
  - \* Cometas de órbitas parabólicas.
- Entre los cometas de corto período más conocidos se encuentran:
1. Encke (3,3 años).
- Entre los cometas de período intermedio más conocidos se encuentran:
2. Halley (76,09 años).



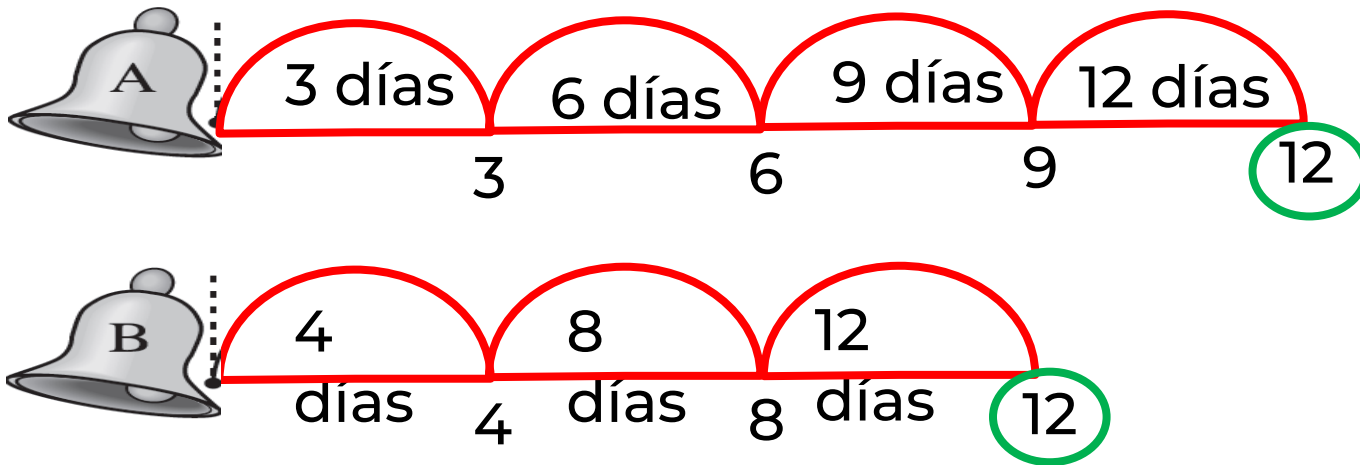


1

**MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO:**

En una iglesia hay dos campanas y hoy han sido tocadas simultáneamente. Si una toca 3 días y la otra cada 4 días. ¿después de que tiempo volverán a ser tocadas simultáneamente?

HOY



El MCM es el menor múltiplo que tienen en común dos o más números.

Después de 12 días



2

## MÉTODOS PARA CALCULAR EL MCM:

### a) Descomposición simultánea:

Halle el M.C.M DE 18; 24 y 30

$$\begin{array}{r|l}
 18 - 24 - 30 & 2 \\
 9 - 12 - 15 & 3 \\
 3 - 4 - 5 & 3 \\
 1 - 4 - 5 & 4 \\
 1 - 1 - 5 & 5 \\
 1 - 1 - 1 & 
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \times$$

$$\text{MCM}(18; 24; 30) = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{MCM}(18; 24; 30) = 360$$

### OBSERVACIÓN:

$$360 = 18 \times 20$$

$$360 = 24 \times 15$$

$$360 = 30 \times 12$$

PESI

En general si:

$$\text{MCD}(A; B; C) = m$$

$$m = A \times p$$

$$m = B \times q$$

$$m = C \times r$$

PESI



## b) Descomposición canónica:

Hallemos el M.C.M de los números

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \dots (\text{DC})$$

$$B = 2^1 \times 3^4 \times 7 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCM}(A,B) = 2^2 \times 3^4 \times 7 \times 5$$

$$\text{MCM}(A,B) = 11\,340$$

**Se toman todos los factores,  
comunes y no comunes, con mayor  
exponente.**



3

**PROPIEDADES:**

a

Dado dos números A y B,  
si  $A = B$ , entonces

$$\text{MCM}(A, B) = A$$

Ejemplo

$$14 = 7 \rightarrow \text{MCM}(14; 7) = 14$$

b

Si A y B, son PESI, entonces

$$\text{MCM}(A, B) = A \times B$$

Ejemplo

$$8 \text{ y } 15 \text{ son PESI} \rightarrow \text{MCM}(8; 15) = 8 \times 15$$

$$\text{MCM}(8; 15) = 120$$



c

Si a varios números se les multiplica o divide el mismo número entero positivo, entonces el MCM de dichos números queda multiplicado o dividido por dicho número entero positivo.  
Si

$$\text{MCM}(A, B) = m, K \in \mathbb{Z}$$

Entonces

$$\text{MCM}(AK, BK) = mK$$

$$\text{MCM}\left(\frac{A}{K}, \frac{B}{K}\right) = \frac{m}{K}$$

d

$$A \times B = \text{MCD}(A, B) \times \text{MCM}(A, B)$$



# RESOLUCIÓN

1

Si  $A = \text{MCM}(72; 48; 120)$

$B = \text{MCM}(32; 96; 112)$

Calcule  $A + B$ .

$$\begin{array}{r|l}
 72 & 12 \\
 48 & 2 \\
 120 & 2 \\
 \hline
 6 & 2 \\
 4 & 3 \\
 10 & 5 \\
 \hline
 3 & 3 \\
 2 & 5 \\
 5 & 5 \\
 \hline
 3 & 1 \\
 1 & 1 \\
 5 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 \\
 1 & 1 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \times$$

$$A = \text{MCM}(72; 48; 120) = 720$$

$$\begin{array}{r|l}
 32 & 16 \\
 96 & 2 \\
 112 & 3 \\
 \hline
 2 & 7 \\
 6 & 7 \\
 7 & 7 \\
 \hline
 1 & 3 \\
 3 & 7 \\
 7 & 7 \\
 \hline
 1 & 1 \\
 1 & 1 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \times$$

$$B = \text{MCM}(32; 96; 112) = 672$$

$$A+B = 720 + 672$$

$\therefore$

$$A+B = 1392$$



**RESOLUCIÓN**

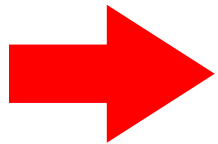
2

Si  $A = 2^2 \times 3 \times 5$  y  $B = 2 \times 3^2$ , calcule el  $\text{MCM}(A; B)$ .

$$A = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$B = 2 \times 3^2$$

Tomamos los factores  
comunes y no comunes con  
mayor exponente.



$$\text{MCM}(A; B) = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

∴

$$\text{El MCM}(A; B) = 180$$

**RESOLUCIÓN**

3

¿Cuántos múltiplos comunes menores que 200 tienen los números 14 y 6?

$$\begin{array}{r|l}
 14 - 6 & 2 \\
 7 - 3 & 3 \\
 7 - 1 & 7 \\
 1 - 1 & 
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \times$$

Los múltiplos comunes menores a 200 son:

42; 84; 126; 168

$$\text{MCM}(14; 6) = 42$$

∴

Hay 4 números



# RESOLUCIÓN

4

Calcule el valor de  $a+b+c$ , si el MCM de 35 y 12 es  $\overline{abc}$ .

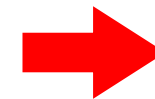
$$\begin{array}{rcl}
 35 & - & 12 \\
 35 & - & 6 \\
 35 & - & 3 \\
 35 & - & 1 \\
 7 & - & 1 \\
 1 & - & 1
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 2 \\
 2 \\
 3 \\
 5 \\
 7 \\
 7
 \end{array} \right.
 \times$$

$$\text{MCM}(35; 12) = 420$$

Igualamos al dato:

$$\overline{abc} = 420$$

$$a=4; \quad b=2 \quad \text{y} \quad c=0$$



$$a+b+c=4+2+0$$

 $\therefore$ 

$$a+b+c=6$$

**RESOLUCIÓN**

5

¿Si el menor de los múltiplos comunes de  $5k$  y  $7k$  es 210, calcule  $k^2$ ?

$5K - 7K$	$K$
$5 - 7$	$5$
$1 - 7$	$7$
$1 - 1$	

Del dato:

$$\text{MCM}(5K, 7K) = 210$$

Igualamos:

$$35K = 210$$

$$k=6$$

$$\therefore k^2 = 36$$

$$\text{MCD}(5k; 7k) = 35K$$



6

La racha más larga imbatible en partidas de ajedrez fue dado por el campeón del mundo Mikhail Tal con  $\overline{ab} + \overline{a4}$  partidas sin perder. ¿Cuántas partidas jugó sin perder, si MCM  $(\overline{ab}; \overline{ab} + 1)$  es 342?

### RECUERDA

Si A y B, son PESI, entonces;

$$\text{MCM}(A, B) = A \times B$$

$\overline{ab}$  y  $(\overline{ab} + 1)$  son PESI

$$\rightarrow \text{MCM}[\overline{ab}; (\overline{ab} + 1)] = \overline{ab} \times (\overline{ab} + 1)$$

Igualamos al dato:

$$342 = \underbrace{\overline{ab}}_{18} \times \underbrace{(\overline{ab} + 1)}_{19}$$

$$\therefore \overline{ab} + \overline{a4} = 18 + 14 = 32$$

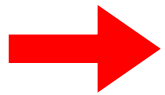


## RESOLUCIÓN

7

Omar, Yeni y Rosa son primos. El 12 de mayo coinciden en visitar a su abuela Damiana, pero se sabe que:

- Omar la visita cada 30 días.
- Yeni la visita cada 18 días.
- Rosa la visita cada 15 días. ¿Cuál será la fecha más próxima en que vuelvan a coincidir en visitar a su abuela?



$$\text{MCM} [30; 18; 15] = 90$$

Entonces volverán a encontrarse en 90 días

+ 90 días



12 de mayo

10 de agosto

∴

Van a coincidir el 10 de agosto