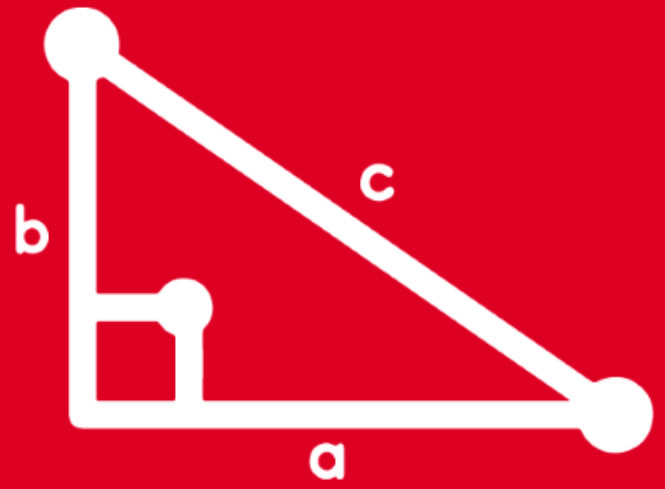
TRIGONOMETRY

Chapter 17

3rd
SECONDARY

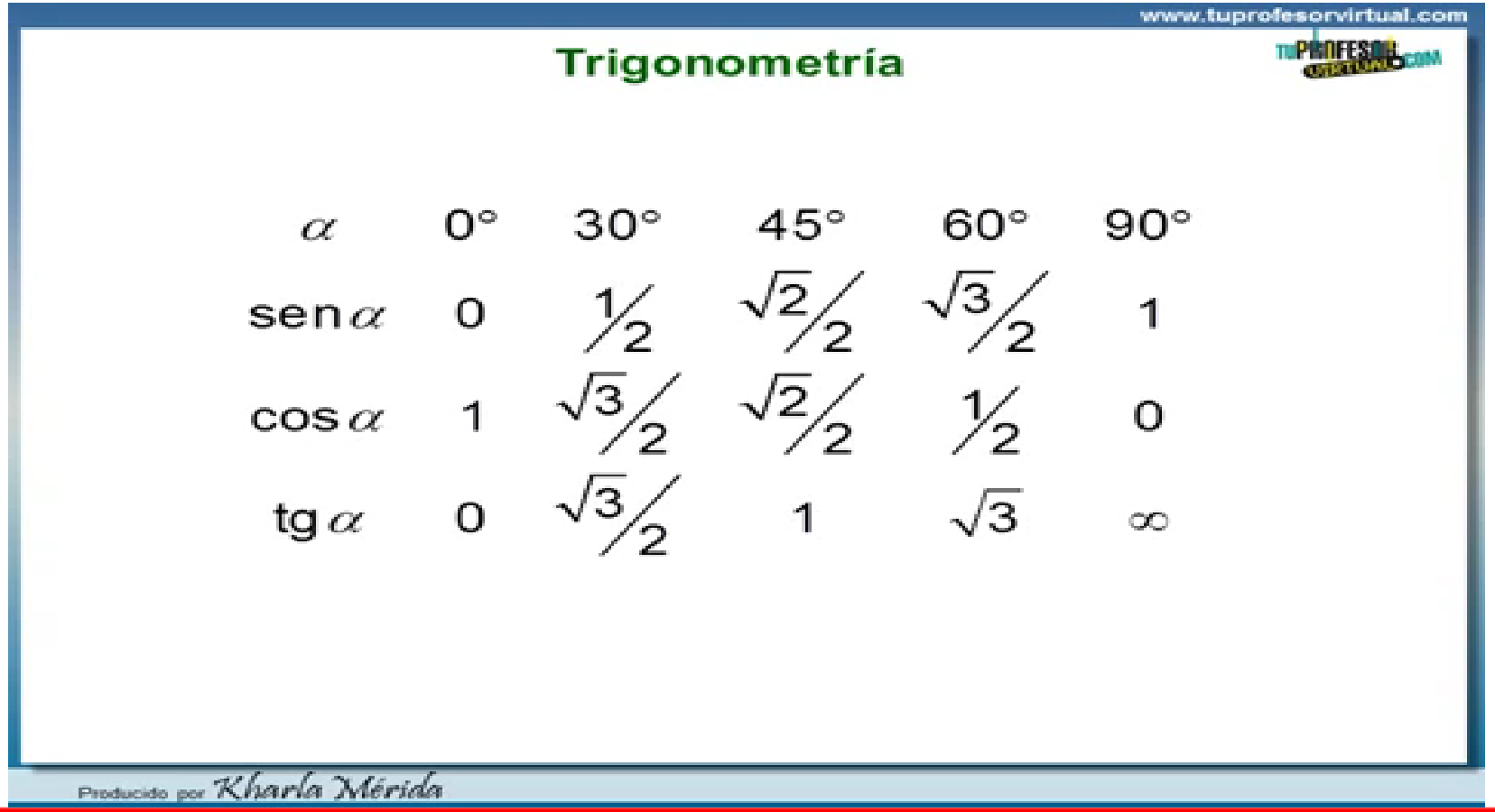


REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE II

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

¿ CÓMO REPRESENTAMOS EL SENO Y EL COSENO DE UN ÁNGULO NEGATIVO ?



α	0°	30°	45°	60°	90°
sen α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\sqrt{3}$	∞

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE II

CASO III : PARA ÁNGULOS MAYORES A UNA VUELTA

Si a un ángulo positivo α mayor de una vuelta, se le elimina de su medida el número entero de vueltas que contiene, entonces los valores de sus razones trigonométricas no varían, es decir :

$$\begin{array}{c|c} \alpha & 360^\circ \\ \hline (\Theta) & n \end{array}$$

$$RT(\alpha) = RT(360^\circ n + \theta) = RT(\theta)$$

$$n \in z^+$$

$$0^\circ < \Theta < 360^\circ$$

Nota : **"n" indica el número entero positivo de vueltas contenidas en el ángulo y que podemos eliminar.**

Ejemplo :

$$\tan 765° = \tan(\cancel{360°} \cdot \cancel{2} + 45°) = \tan 45° = 1$$

765°	360°
720°	2
(45°)	

CASO IV : PARA ARCOS NUMÉRICOS CON FACTOR π

A) Para arcos fraccionarios de la forma $\frac{a\pi}{b}$; donde a > 2b

a	2b
(r)	q

$$RT\left(\frac{a\,\pi}{b}\right) = RT\left(\frac{r\,\pi}{b}\right)$$

33	8
32	4
(1)	

Ejemplo : $\csc\left(\frac{33\pi}{4}\right) = \csc\left(\frac{1\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$

4to CASO : PARA ARCOS NUMÉRICOS CON FACTOR π

B) Para arcos enteros de la forma $n\pi$; donde $n \in \mathbb{Z}$

$$RT\,(\,par.\,\pi \pm \theta\,) = RT(\,\pm\theta\,)$$

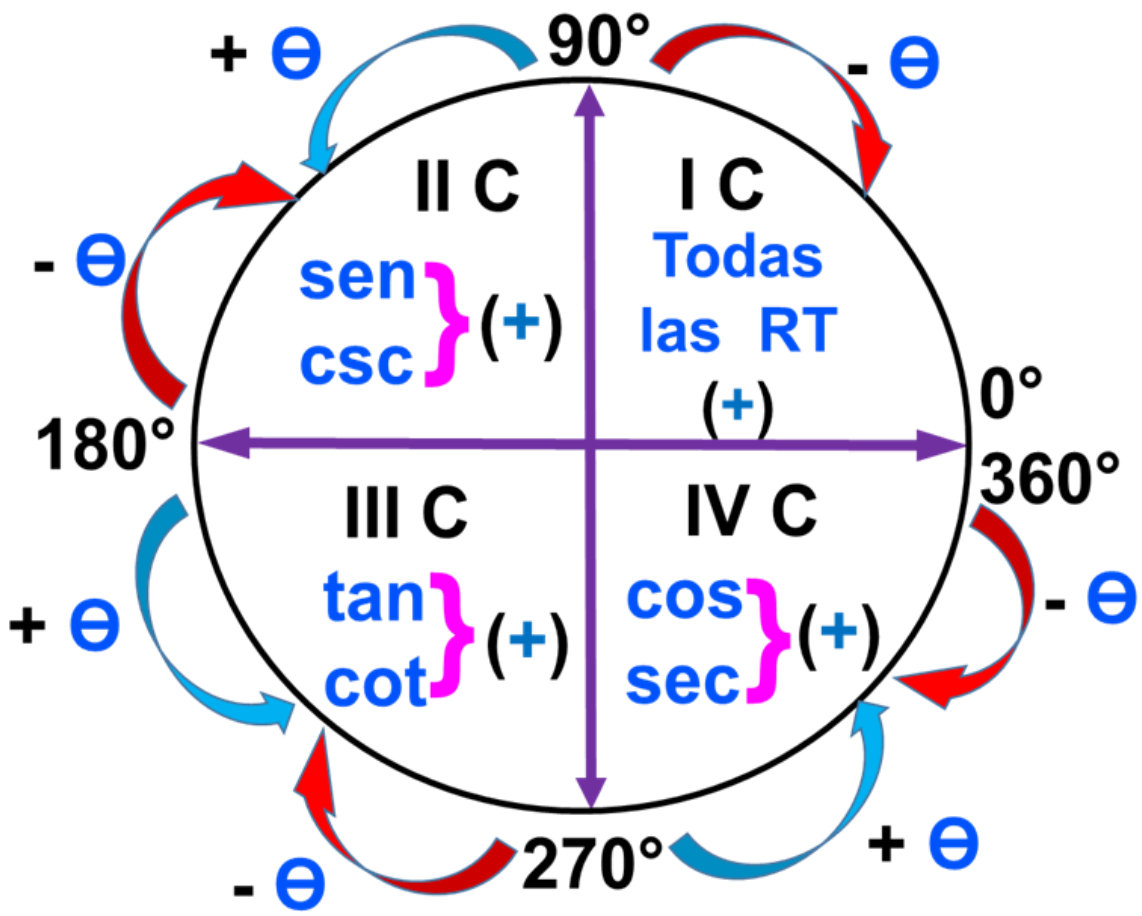
$$RT\,(\,impar.\,\pi \pm \theta\,) = RT(\,\pi \pm \theta\,)$$

Ejemplos :

$$\cot\left(\underbrace{6\pi}_{\text{par}} - \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\cot\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{sen}\left(\underbrace{9\pi}_{\text{impar}} - \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{sen}\left(\underbrace{\pi - \frac{\pi}{6}}_{\text{II C}}\right) = \operatorname{sen}\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

TAMBIÉN DEBEMOS RECORDAR :



$$RT\begin{bmatrix}180° \pm \theta\\ 360° - \theta\end{bmatrix} = \pm RT(\theta)$$

$$RT\begin{bmatrix}90° \pm \theta\\ 270° \pm \theta\end{bmatrix} = \pm CO\text{-}RT(\theta)$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$
$$\sec(-\theta) = \sec\theta$$

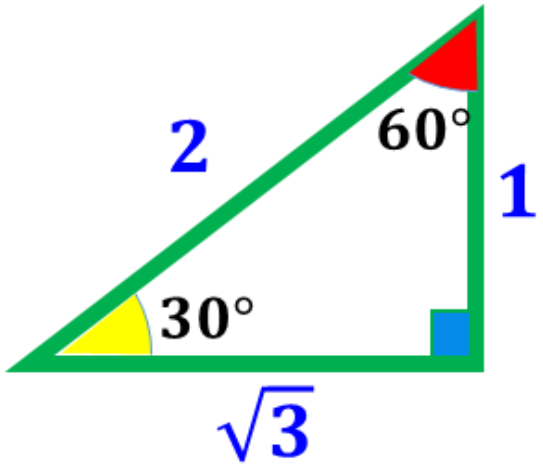
$$\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen}\theta$$
$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$
$$\cot(-\theta) = -\cot\theta$$
$$\csc(-\theta) = -\csc\theta$$

HELICO PRACTICE 1

Calcule cos1110°

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|l} 1110° & 360° \\ \cline{2-2} 1080° & 3 \\ \cline{1-1} 30° & \end{array}$$



$$\cos\theta = \frac{CA}{H}$$

Luego :

$$\cos 1110° = \cos 30°$$

$$\therefore \cos 1110° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

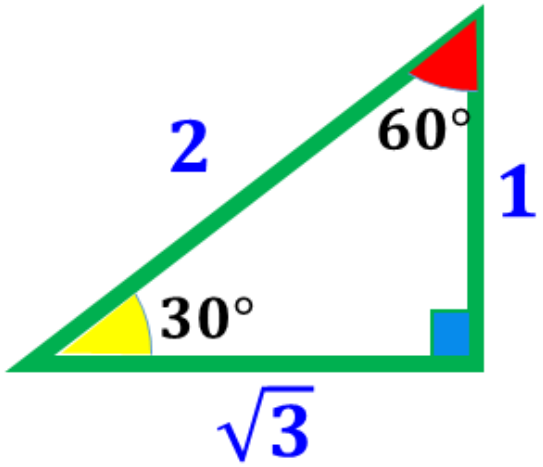
HELICO PRACTICE 2

Calcule sen4020°

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|l} 4020^\circ & 360^\circ \\ \hline 3960^\circ & 11 \\ \hline (\ 60^\circ\ ) & \end{array}$$

$$\text{sen}\Theta = \frac{CO}{H}$$



Luego :

$$\text{sen}4020^\circ = \text{sen}60^\circ$$

$$\therefore\ \text{sen}4020^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

HELICO PRACTICE 3

Reduzca

$E = \cos 780° . \sec 1485°$

RESOLUCIÓN

$E = \cos 780° . \sec 1485°$

$780° \;|\; 360°$
$720° \;\;\; 2$
$(60°)$

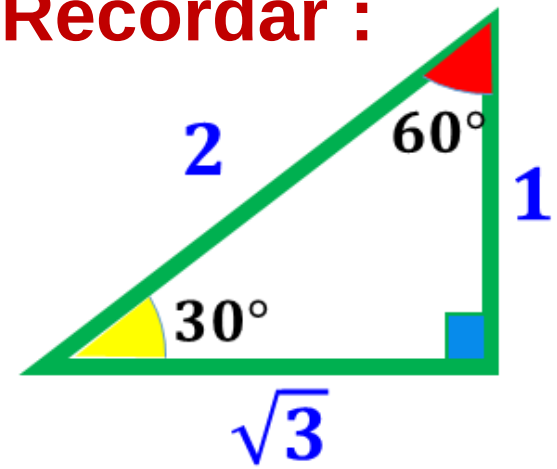
$1485° \;|\; 360°$
$1440° \;\;\; 4$
$(45°)$

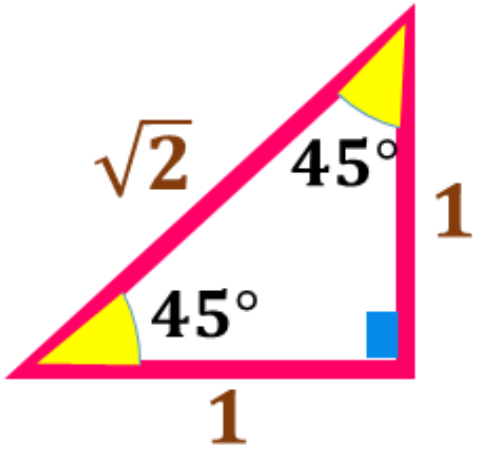
$E = \cos 60° . \sec 45°$

$E = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\sqrt{2}\right)$

$\therefore E = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Recordar :





$\cos\theta = \frac{CA}{H}$ $\qquad$ $\sec\theta = \frac{H}{CA}$

HELICO PRACTICE 4

Reduzca

$A = \operatorname{sen}(24\pi + x)$

$B = \tan(12\pi - x)$

Recordemos que :

$$RT(par.\,\pi \pm \theta) = RT(\pm\theta)$$

$$RT(impar.\,\pi \pm \theta) = RT(\pi \pm \theta)$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$$

RESOLUCIÓN

Luego : $A = \operatorname{sen}(24\pi + x)$

$\therefore A = \operatorname{sen}x$

$B = \tan(12\pi - x)$

$B = \tan(-x)$

$\therefore B = -\tan x$

HELICO PRACTICE 5

Reduzca :

a) $\operatorname{sen}\left(\frac{13\pi}{2}+x\right)$

b) $\tan\left(\frac{23\pi}{2}+x\right)$

RESOLUCIÓN

Recordemos que :

$$RT\left(\frac{a\,\pi}{b}\right)=RT\left(\frac{r\,\pi}{b}\right)$$

$$\begin{array}{r|l} a & 2b \\ (r) & q \end{array}$$

$$RT\left[\begin{array}{c}90°\pm\theta\\270°\pm\theta\end{array}\right]=\pm\,CO\text{-}RT(\theta)$$

Luego :

a) $\operatorname{sen}\left(\frac{13\pi}{2}+x\right)=\operatorname{sen}\left(\frac{1\pi}{2}+x\right)$ (II C)

$$\begin{array}{r|l} 13 & 4 \\ \hline 12 & 3 \\ \hline (1) & \end{array}$$

a = cosx

b) $\tan\left(\frac{23\pi}{2}+x\right)=\tan\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)$ (IV C)

$$\begin{array}{r|l} 23 & 4 \\ \hline 20 & 5 \\ \hline (3) & \end{array}$$

b = - cotx

HELICO PRACTICE 6

Mabel le comenta a su hermana Margarita, que Milagros cumplirá la mayoría de edad dentro de 5 cos(35π + x) . sec (23π + x) años.
Calcule la edad que tendrá Milagros dentro de 2 años.

RESOLUCIÓN

Recordemos que :

$$RT\,(\text{par}.\pi \pm \theta) = RT(\pm\theta)$$

$$RT\,(\text{impar}.\pi \pm \theta) = RT(\pi \pm \theta)$$

$$RT\begin{bmatrix}180° \pm \theta \\ 360° - \theta\end{bmatrix} = \pm RT(\theta)$$

$$E = 5\cos(\underbrace{35}_{\text{impar}}\pi + x) \cdot \sec(\underbrace{23}_{\text{impar}}\pi + x)$$

$$E = 5\cos(\underbrace{\pi + x}_{\text{III C}}) \cdot \sec(\underbrace{\pi + x}_{\text{III C}})$$

$$E = 5(-\cos x)(-\sec x) = 5(1) = 5$$

Edad futura = 18 – 5 + 2

∴ **Edad futura = 15 años**

HELICO PRACTICE 7

El gasto diario de Jhon en pasajes es de S/. A … ¿ Cuál será el gasto total a la semana ?.- Para calcular dicho valor, deberás

reducir lo siguiente : $A = \frac{\operatorname{sen}(42\pi + x)}{\operatorname{sen}(31\pi - x)} + \frac{\tan(\frac{21\pi}{2} - x)}{\tan(\frac{39\pi}{2} + x)} + 3$

RESOLUCIÓN

$$A = \frac{\operatorname{sen}(\overbrace{42\pi}^{\text{par}} + x)}{\operatorname{sen}(\underbrace{31\pi}_{\text{impar}} - x)} + \frac{\tan(\frac{21\pi}{2} - x)}{\tan(\frac{39\pi}{2} + x)} + 3 = \frac{\operatorname{sen}x}{\underbrace{\operatorname{sen}(\pi - x)}_{\text{II C}}} + \frac{\tan(\overbrace{\frac{1\pi}{2}}^{\text{I C}} - x)}{\underbrace{\tan(\frac{3\pi}{2} + x)}_{\text{IV C}}} + 3$$

$$A = \frac{\operatorname{sen}x}{\operatorname{sen}x} + \frac{\operatorname{cot}x}{-\operatorname{cot}x} + 3 = 1 - 1 + 3 = 3$$

21	4
20	5
(1)	

39	4
36	9
(3)	

Gasto semanal = 7A = 7(3) = 21 ⇒ **∴ Gasto semanal = S/. 21**


SACO
OLIVEROS