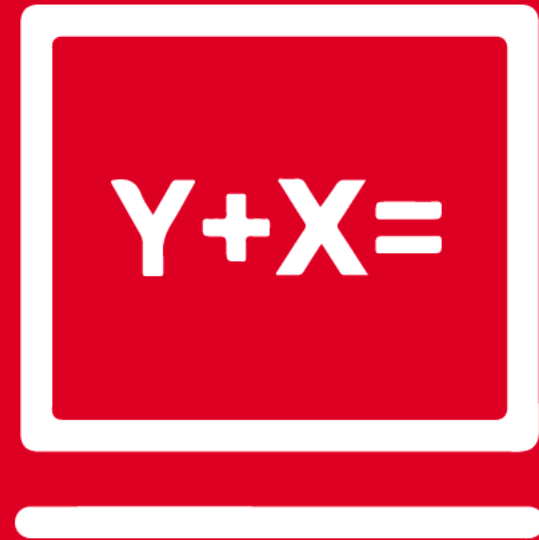


# ARITHMETIC

## Chapter 9

**4° GRADE OF  
SECONDARY**

**Divisibilidad I**



## MOTIVATING | STRATEGY

120 alumnos participaron del viaje de promoción, de los cuales, de las alumnas mujeres se observó que  $\frac{5}{9}$  llevaron cámara fotográfica,  $\frac{4}{15}$  fueron acompañadas al viaje por un familiar y  $\frac{9}{10}$  viajaban por primera vez a dicha ciudad. ¿Cuántos alumnos varones participaron del viaje?



$$H + M = 120$$

$$M = 9^{\circ}$$

$$M = 15^{\circ}$$

$$M = 10^{\circ}$$

$$M = \overline{MCM(10,15,9)^{\circ}}$$

$$M = 90^{\circ}$$

$$M = 90$$

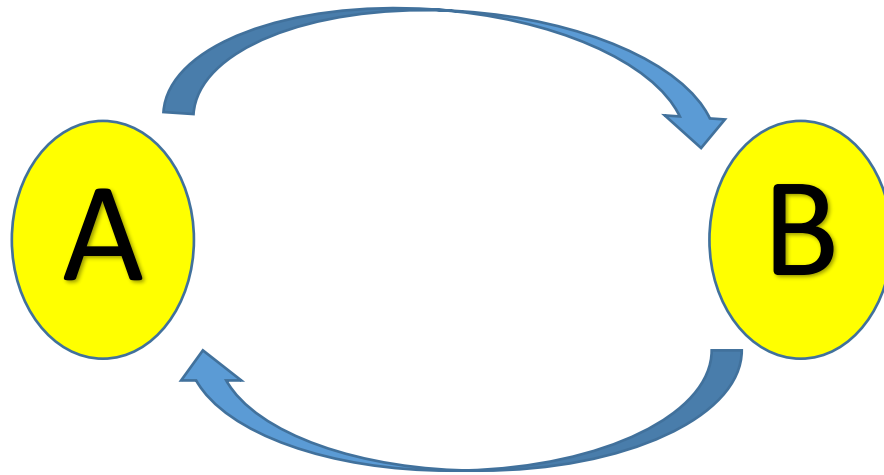
$$H = 30$$

# Divisibilidad I

Si la división de A entre B es exacta, entonces :

A es **MÚLTIPLO** DE B

A es **DIVISIBLE** por B



B es **DIVISOR** de A

## Ejemplos:

Marque V o F ,según el caso :

\* 24 es múltiplo de 6. ( V )

\* 8 es divisible por 2. ( V )

\* 6 es múltiplo de 12. ( F )

\* 14 es múltiplo de 3. ( F )

\* 0 es múltiplo de 7. ( V )

# HELICO THEORY

## Múltiplo de un número

Es todo aquella cantidad que contiene a otra cantidad, un número entero de veces.

Ejemplos:

\* **Múltiplos de 6 :** 0 , 6 , 12 , 18 , 24 , ...

**Múltiplos Positivos de 6 :** 6 , 12 , 18 , 24 , 30 ,...

\* **Múltiplos de 4 :** 0 , 4 , 8 , 12 , 16 , 20 ,...

**Múltiplos positivos de 4 :** 4 , 8 , 12 , 16 , 20 , ...

# HELICO THEORY

## TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

En general:  $A \begin{array}{|l} B \\ 0 \quad k \end{array}$

Notación:

$$\overset{\circ}{A} = A \cdot k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Donde:

$$A = B \cdot k$$

$A \in \mathbb{Z}; B \in \mathbb{Z}^+; k \in \mathbb{Z}$   
↑  
MÓDULO

$\overset{\circ}{A} \rightarrow \text{MÚLTIPLO DE } A.$

# HELICO THEORY

## NÚMEROS NO DIVISIBLES

POR DEFECTO

$$\begin{array}{r} 123 \quad | \quad 12 \\ 120 \quad | \quad 10 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$123 = \underbrace{12(10)} + 3$$

$$123 = \dot{1}2 + 3$$

$$r + r_e = d$$

POR EXCESO

$$\begin{array}{r} 123 \quad | \quad 12 \\ 132 \quad | \quad 11 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$123 = \underbrace{12(11)} - 9$$

$$123 = \dot{1}2 - 9$$

$$3 + 9 = 12$$

$$84 = \dot{9} + 3 = \dot{9} - 6$$

$$67 = \dot{8} + 3 = \dot{8} - 5$$

$$77 = \dot{5} + 2 = \dot{5} - 3$$

$$27 = \dot{7} + 6 = \dot{7} - 1$$

$$47 = \dot{4} + 3 = \dot{4} - 1$$

# Propiedades

$$\diamondsuit \mathring{n} + \mathring{n} + \cdots + \mathring{n} = \mathring{n}$$

$$\diamondsuit \mathring{n}^k = \mathring{n}, \forall k \in \mathbb{Z}^+$$

$$\diamondsuit \mathring{n} - \mathring{n} = \mathring{n}$$

$$\diamondsuit \mathring{n}k = \mathring{n}$$

$$\diamondsuit \text{ Si } 23a = \mathring{5} \rightarrow a = \mathring{5}, \text{ Obs.: } 23 \neq \mathring{5}$$

$$\diamondsuit (\mathring{n} + r)^k = \mathring{n} + r^k$$

$$\diamondsuit (\mathring{n} - r)^k = \begin{cases} \mathring{n} + r^k & \leftrightarrow \text{k: par} \\ \mathring{n} - r^k & \leftrightarrow \text{k: impar} \end{cases}$$

$$\diamondsuit (\mathring{n} + a)(\mathring{n} + b) \cdots (\mathring{n} + p) = \mathring{n} + a \times b \times \cdots \times p$$



**\* SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE VARIOS MÓDULOS:**

**A**

$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{0}{a} \\ N = \overset{0}{b} \\ N = \overset{0}{c} \end{array} \right\} N = \overline{\overset{0}{\text{MCM}(a, b, c)}}$$

**B**

$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{0}{a \pm r} \\ N = \overset{0}{b \pm r} \\ N = \overset{0}{c \pm r} \end{array} \right\} N = \overline{\overset{0}{\text{MCM}(a, b, c) \pm r}}$$

**Ejemplo :**

**¿ Cuántos múltiplos de 13 existen entre 70 y 826 ?**

**Resolution:**

$$13^{\circ} = 13 \cdot k$$

$$70 < 13 \cdot k < 826$$

$$5,3... < k < 63,5...$$

$$k = 6; 7; 8; \dots; 63$$

$$\# \text{ valores } (k) = \left( \frac{63 - 6}{1} \right) + 1$$

*Piden:*

$$\therefore \# \text{ valores } (k) = 58$$

RPTA:

**58 múltiplos**

# HELICO PRACTICE

## CHAPTER 9

---



**2.****De la secuencia del 1 al 800**

- ¿cuántos son múltiplos de 4?
- ¿cuántos son múltiplos de 7?
- ¿cuántos son múltiplos de 6 pero no de 5?

**Dé como respuesta la suma de los resultados****POR DATO:** 1; 2; 3; 4; ...; 800

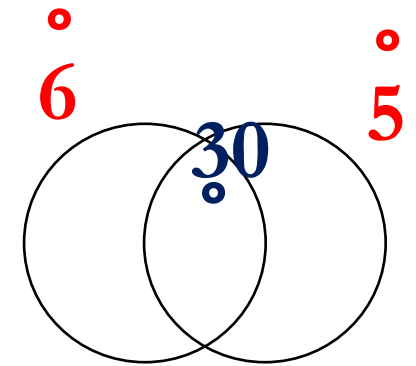
$$\overset{\circ}{4}: A = \frac{800}{4} = 200$$

$$\overset{\circ}{7}: B = \frac{800}{7} = 114,2 = 114$$

**Resolution:**

\*  $\overset{\circ}{6}$  pero no  $\overset{\circ}{5}$

$$\begin{aligned} \text{➤ } \overset{\circ}{6} &= \frac{800}{6} = 133,3 \\ &= 133 \text{ múltiplos.} \end{aligned}$$



$$\text{M.C.M.}(6,5) = 30$$

$$\text{➤ } \overset{\circ}{30} = \frac{800}{30} = 26,6 = 26 \text{ múltiplos}$$

**Múltiplos de 6 ,pero no de 5 :**

$$133 - 26 = 107$$

**Suma de Resultados :**

$$= 200 + 114 + 107$$

**421**

3.

**Reduzca**

$$F = (\overset{\circ}{13} + 2)^3 (\overset{\circ}{13} - 6) + (\overset{\circ}{13} + 4)^2 (\overset{\circ}{13} - 2) (\overset{\circ}{13} + 1)$$

**Resolution:**

$$(\overset{\circ}{13} + 8)(\overset{\circ}{13} - 6) + (\overset{\circ}{13} + 16)(\overset{\circ}{13} - 2)(\overset{\circ}{13} + 1)$$

$$(\overset{\circ}{13} - 48) + (\overset{\circ}{13} - 32)$$

$$\overset{\circ}{13} - 48 + \overset{\circ}{13} - 32$$

$$\overset{\circ}{13} - 80 = \overset{\circ}{13} - 2 = \overset{\circ}{13} + 11$$

$$\overset{\circ}{13} + 11$$

4.

Halle el residuo que se obtiene al dividir  $688^{857}$  entre 7.

### Resolution:

$$\begin{aligned}
 688^{857} &= (\overset{\circ}{7} + 2)^{857} \\
 &= \overset{\circ}{7} + 2^{857} \\
 &= \overset{\circ}{7} + (2^3)^{285} \cdot 2^2 \\
 &= \overset{\circ}{7} + (\overset{\circ}{7} + 1)^{285} \cdot 2^2 \\
 &= \overset{\circ}{7} + (\overset{\circ}{7} + 1) \cdot 4 \\
 &= \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + 4 \\
 &= \overset{\circ}{7} + 4
 \end{aligned}$$

El residuo es 4

5.

Si  $\overline{ab}^a = \overset{\circ}{9} + 4$  ;  $\overline{ab}^b = \overset{\circ}{9} + 5$

Halle el residuo que se obtiene al dividir  $\overline{ab}^{\overline{ab}}$  entre 9.

Resolution:

$$\overline{ab}^a = \overset{\circ}{9} + 4$$

$$\overline{ab}^b = \overset{\circ}{9} + 5$$

$$\begin{aligned}\overline{ab}^a &= (\overline{ab})^{10a+b} = (\overline{ab})^{10a} (\overline{ab})^b \\ &= (\overline{ab}^a)^{10} (\overline{ab})^b \\ &= (\overset{\circ}{9} + 4)^{10} (\overset{\circ}{9} + 5) \\ &= (\overset{\circ}{9} + 4) (\overset{\circ}{9} + 5) \\ &= \overset{\circ}{9} + 20 \\ &= \overset{\circ}{9} + \textcircled{2}\end{aligned}$$

**Residuo = 2**





- 6. En un congreso participaron 600 personas. De los asistentes varones se observó que  $\frac{3}{7}$  eran abogados, los  $\frac{4}{9}$  eran médicos y los  $\frac{2}{5}$  eran economistas. ¿Cuántas damas asistieron al congreso?**

**Resolution:** Total: 600

Varones:  $\left. \begin{array}{l} \rightarrow 7 \\ \rightarrow 9 \\ \rightarrow 5 \end{array} \right\}$

$$\text{Varones} = \frac{0}{\text{mcm}(7;9;5)}$$

$$\text{Varones} = \frac{0}{315}$$

$$\text{Varones} = 315k < 600$$

↓

$$\text{Varones} = 315$$

**DATO :**

$$\text{Varones} + \text{Mujeres} = 600$$

$$315 + \text{Mujeres} = 600$$

$$\text{Mujeres} = 285$$

**Asistieron 285 Damas**

7.

En una fiesta donde asistieron 280 personas entre damas caballeros y niños, la cantidad de caballeros que no bailaban en un momento dado era igual a la cuarta parte del número de damas; la cantidad de niños asistentes era igual a la séptima parte del número de damas. Si la quinta parte de las damas estaban vestidas de negro. ¿Cuántas damas no bailaban en dicho momento?

### Resolution

Damas:  $\left. \begin{array}{l} \dot{4} \\ \dot{7} \\ \dot{5} \end{array} \right\}$  Total = 280

$$\text{Damas} = \frac{0}{\text{mcm}(4; 5; 7)}$$

$$\text{Damas} = 140 \text{ (}\underline{140}; 280; 420; \dots\text{)}$$

➤ Damas = 140

➤ Niños =  $\frac{140}{7} = 20$

➤ Caballeros =  $280 - (140 + 20) = 120$

➤ Caballeros que no bailan =  $\frac{140}{4} = 35$

➤ Caballeros que bailan =  $120 - 35 = 85$

➤ Damas que bailan = 85

➤ Damas que no bailan =  $140 - 85 = 55$

**55 Damas no bailaban**