



ÁLGEBRA

RETROALIMENTACIÓN Tomo 2

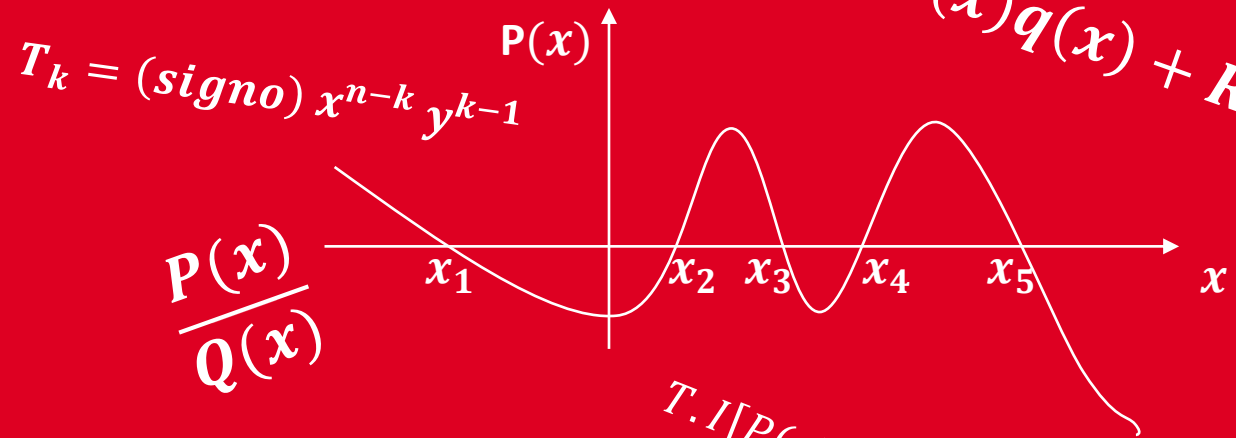
5th
of Secondary

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

$$\text{GRADO}[d(x)] > \text{GRADO}[R(x)]$$

$$\mathbf{G.A(P)}$$

$$D(x) \equiv d(x)q(x) + R(x)$$



1. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^{35} + (x-1)^{34} + x}{x(x-1)}$$

RESOLUCIÓN:

→ $x^{35} + (x-1)^{34} + x \equiv x(x-1)q(x) + r(x)$

→ $x^{35} + (x-1)^{34} + x \equiv \underbrace{x(x-1)}_{2^\circ} q(x) + \underbrace{ax + b}_{1^\circ}$

Si $x = 0$ → $0^{35} + (0-1)^{34} + 0 = 0(0-1)q(0) + a(0) + b$

→ $1 = b$

Si $x = 1$ → $1^{35} + (1-1)^{34} + 1 = 1(1-1)q(1) + a(1) + b$

→ $2 = a + b$ → $1 = a$

Recordar:

✓ Ident. Fundamental de la división :

$$D(x) \equiv d(x)q(x) + r(x)$$

Donde : $GRADO[d(x)] > GRADO[r(x)]$

Calculamos el residuo:

→ $r(x) = \underset{\substack{\downarrow \\ 1}}{a}x + \underset{\substack{\downarrow \\ 1}}{b}$

$\therefore r(x) = x + 1$

2. Que valor debe tomar $m + n$, en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $-2x + 1$

$$\frac{x^4 + mx^2 + n}{x^2 + x + 1}$$

RESOLUCIÓN :

Por el Teorema del Resto

$$x^2 + x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -x - 1$$

Aplicando un artificio

$$(x - 1) \times (x^2 + x + 1) = 0 \times (x - 1)$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 = 1$$

Damos forma en el Dividendo

$$D(x) = x^4 + mx^2 + n$$

$$D(x) = x \cdot x^3 + mx^2 + n$$

Reemplazando, para calcular el resto:

$$R(x) = x \cdot 1 + m x^2 + n$$

$$R(x) = x + m(-x - 1) + n$$

$$R(x) = (1 - m) \cdot x + (n - m) \equiv -2x + 1$$

$$m = 3$$

$$n = 4$$

$$\therefore m + n = 7$$

3. Un polinomio de 4^{to} grado, cuyo coeficiente principal es 3, es divisible entre (x^2+1) ; además la suma de coeficientes es nula; si al dividirlo entre $(x-2)$ da como resto 50. Determine el resto de dividirlo entre $(x-3)$.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$$\checkmark \sum \text{coef} = P(1) = 0$$

$$\checkmark \frac{P(x)}{x-2} \rightarrow P(2) = 50$$

Por el teorema
del resto

Además : $P(x)$ es divisible a $(x^2 + 1)$

Por la Ident. Fundamental de la división:

$$P(x) \equiv (x^2+1) \cdot q(x) + 0$$

4to grado 2do grado 2do grado

Por dato : Coeficiente principal es 3

$$P(x) \equiv (x^2+1) \cdot (3x^2+bx+c)$$

Si $x = 1$

$$P(1) = (2)(3+b+c) = 0$$

$$\Rightarrow b+c = -3$$

Si $x = 2$

$$P(2) = (5)(12+2b+c) = 50$$

$$\Rightarrow 2b+c = -2 \Rightarrow \boxed{b=1} \quad \boxed{c=-4}$$

$$P(x) = (x^2+1) \cdot (3x^2+x-4)$$

Nos piden el resto de $\frac{P(x)}{x-3}$:

Por el teorema del resto

$$\Rightarrow P(3) = (10)(26)$$

$$\therefore \text{Resto} = 260$$

4. Obtenga el resto de dividir un polinomio $P(x)$ entre $(x - 12)$ si se sabe que el término independiente del cociente es 2 y el término independiente de $P(x)$ es 5.

RESOLUCIÓN:

Por dato:

$$\checkmark \text{ T.I}[q(x)] = q(0) = 2$$

$$\checkmark \text{ T.I}[P(x)] = P(0) = 5$$

Nos piden:

$$\frac{P(x)}{(x - 12)} \rightarrow r(x) = ?$$

POR IDENTIDAD DE LA DIVISION

$$D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + r(x)$$



$$P(x) \equiv (x - 12) \cdot q(x) + r(x)$$

Si $x = 0$

$$P(0) = (0 - 12) \cdot q(0) + r(x)$$



$$5 = (-12) \cdot 2 + r(x)$$

$$r(x) = 5 + 24$$

$$\therefore r(x) = 29$$

5. En una calle un adulto mayor reparte a los niños sus canicas con las que jugaba de niño; pero no sabe cuanto dar a cada niño si da $(x - 2)$, o $(x + 1)$ o $(x - 1)$; siempre le sobran 12 canicas pero si repartiera $(x + 2)$ canicas a cada niño no sobra ninguna. Se sabe que la cantidad de canicas viene dado por un polinomio de variable definida x y de grado 3. Encontrar el polinomio que da a conocer la cantidad de canicas a repartir.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$$\frac{P(x)}{(x-2)} \Rightarrow r(x) = 12$$

$$\frac{P(x)}{(x+1)} \Rightarrow r(x) = 12$$

$$\frac{P(x)}{(x-1)} \Rightarrow r(x) = 12$$

Por teorema:

$$\Rightarrow \frac{P(x)}{(x-2)(x+1)(x-1)} \Rightarrow r(x) = 12$$

Por la I.F de
La división:

$$D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$P(x) \equiv (x-2)(x+1)(x-1) \cdot q(x) + 12$$

3er grado

3er grado

constante

Por el teorema del resto:



$$P(-2) = 0$$

$$\Rightarrow P(-2) = (-2-2)(-2+1)(-2-1) \cdot q(x) + 12$$

$$0 = -12q(x) + 12 \Rightarrow q(x) = 1$$

$$\therefore P(x) = (x-2)(x+1)(x-1) + 12$$

6. En el cociente notable: $\frac{(x+1)^{18}-1}{x}$,

determine el valor numérico del décimo
cuarto término para $x = 1$.

RESOLUCIÓN :

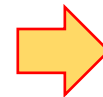
Dando forma:

$$\frac{(x+1)^{18}-1}{x} = \frac{(x+1)^{18}-1}{(x+1)^1-1}$$

Calculamos el # de términos :

$$\Rightarrow n = \frac{18}{1} \Rightarrow n = 18$$

Por dato, el lugar del término es :



$$k = 14$$



$$T_k = (\text{signo})(x+1)^{n-k}(1)^{k-1}$$

$$T_{14} = (+)(x+1)^4(1)^{13}$$



$$V.N. \text{ para } x = 1$$

$$V.N = (2)^4(1)^{13}$$

$$\therefore V.N = 16$$

7. Halle el término central en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{7p+4} - y^{5p+5}}{x^{p-4} - y^{p-5}} = \frac{x^{60} - y^{45}}{x^4 - y^3}$$

RESOLUCIÓN :

Calculamos el # de términos:

$$\# \text{ de términos} = \frac{7p+4}{p-4} = \frac{5p+5}{p-5} = n$$

$$\Rightarrow (7p+4)(p-5) = (5p+5)(p-4)$$

Resolviendo: $p = 8$

Reemplazando:

$$\Rightarrow n = \frac{7(8)+4}{8-4} \Rightarrow n = 15$$

Calculamos el lugar del término central:

$$\text{Lugar}(T_c) = \frac{n+1}{2}$$



$$\text{Lugar}(T_c) = 8$$



$$k = 8$$

Calculamos el término central:

$$T_k = (\text{signo}) x^{n-k} y^{k-1}$$

$$T_8 = (+) (x^4)^{15-8} (y^3)^{8-1}$$

$$T_8 = (x^4)^7 (y^3)^7$$

$$\therefore T_{\text{central}} = x^{28} y^{21}$$

8. Si: $\frac{8\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$ se desarrolla como un cociente notable. ¿Cuántos términos enteros se tendrá en dicho cociente notable?

RESOLUCIÓN :

Dándole una forma adecuada:

$$\begin{aligned} & \frac{2^3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \\ \Rightarrow & \frac{\sqrt{2 \cdot 2^6}-1}{\sqrt{2}-1} \\ \Rightarrow & \frac{\sqrt{2^7}-1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow n = 7 \end{aligned}$$

Recordar:

$$T_k = (\text{signo})(x)^{n-k}(y)^{k-1}$$

$$\Rightarrow T_k = + (\sqrt{2})^{\overset{\text{PAR}}{7-k}} (1)^{k-1}$$

$$1 \leq k \leq 7$$

HALLEMOS LOS
VALORES DE k

$$7 - k = 0 \Rightarrow k = 7$$

$$7 - k = 2 \Rightarrow k = 5$$

$$7 - k = 4 \Rightarrow k = 3$$

$$7 - k = 6 \Rightarrow k = 1$$

\therefore Hay 4 términos enteros



PROBLEMA 9 Halle la suma de los factores primos, luego de factorizar el polinomio:

$$(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15$$

Resolución

$$\begin{array}{rcl}
 (x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15 & & \\
 \begin{array}{ccc}
 x^2 - 4x & \nearrow & 3 \\
 x^2 - 4x & \searrow & -5
 \end{array} & & \begin{array}{l}
 3(x^2 - 4x) \\
 -5(x^2 - 4x) \\
 \hline
 -2(x^2 - 4x)
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 (x^2 - 4x + 3)(x^2 - 4x - 5) & \\
 \begin{array}{ccc}
 x & \nearrow & -1 \\
 x & \searrow & -3
 \end{array} & \begin{array}{ccc}
 x & \nearrow & 1 \\
 x & \searrow & -5
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x - 1 + \\
 x - 3 \\
 x + 1 \\
 x - 5
 \end{array}$$

$$(x - 1)(x - 3)(x + 1)(x - 5)$$

$$\therefore \sum \text{factores primos} : 4x - 8$$



PROBLEMA 10 Calcule la mayor suma de coeficientes de uno de los factores primos de:

$$T = x^2 + 16y^2 - 36z^2 + 8xy$$

Resolución

TCP

$$T = \boxed{x^2 + 8xy + 16y^2} - 36z^2$$

$$T = (x + 4y)^2 - 36z^2$$

$$\sqrt{(x + 4y)^2} \quad \sqrt{36z^2}$$

$$x + 4y$$

$$6z$$

$$T = (x + 4y + 6z)(x + 4y - 6z)$$

FACTOR	SUMA DE COEFICIENTES	RESULTADO
1er	1+4+6	11
2do	1+4-6	-1

*∴ La mayor suma de coeficientes es **11***