GEOMETRÍA

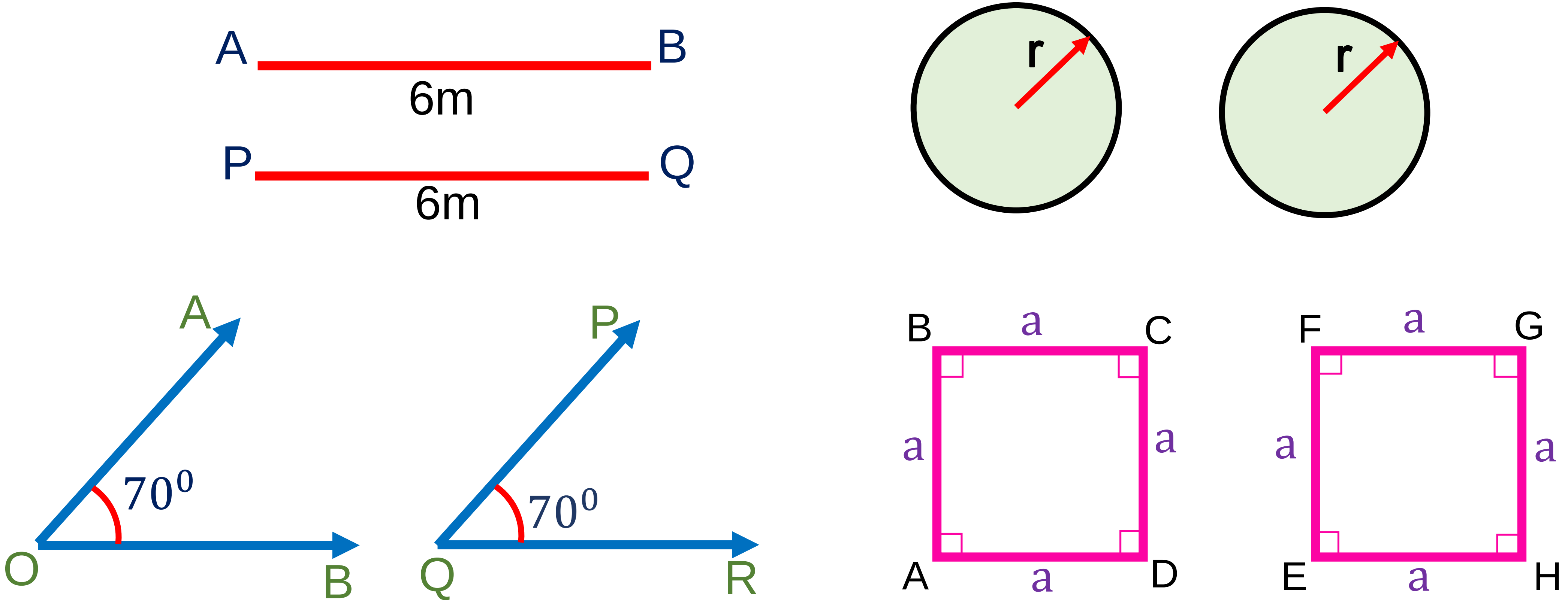
Capítulo 2

5th
SECONDARY

TRIÁNGULOS CONGRUENTES

SACO OLIVEROS

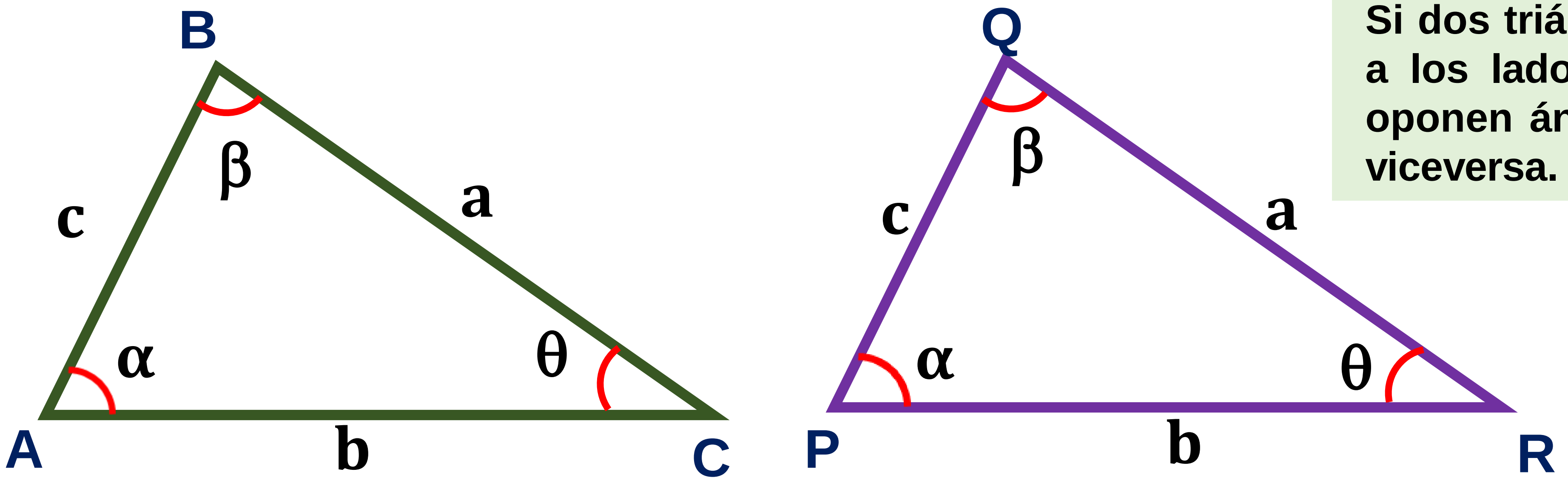
Geométricamente la palabra congruencia nos hace pensar en la misma forma y mismo tamaño. La palabra congruente también nos da la posibilidad de superposición de figuras en virtud del axioma de libre movilidad.



TRIÁNGULOS CONGRUENTES

Dos triángulos son congruentes si los lados y ángulos de uno de ellos son respectivamente congruentes a los lados y ángulos del otro.

Del grafico:

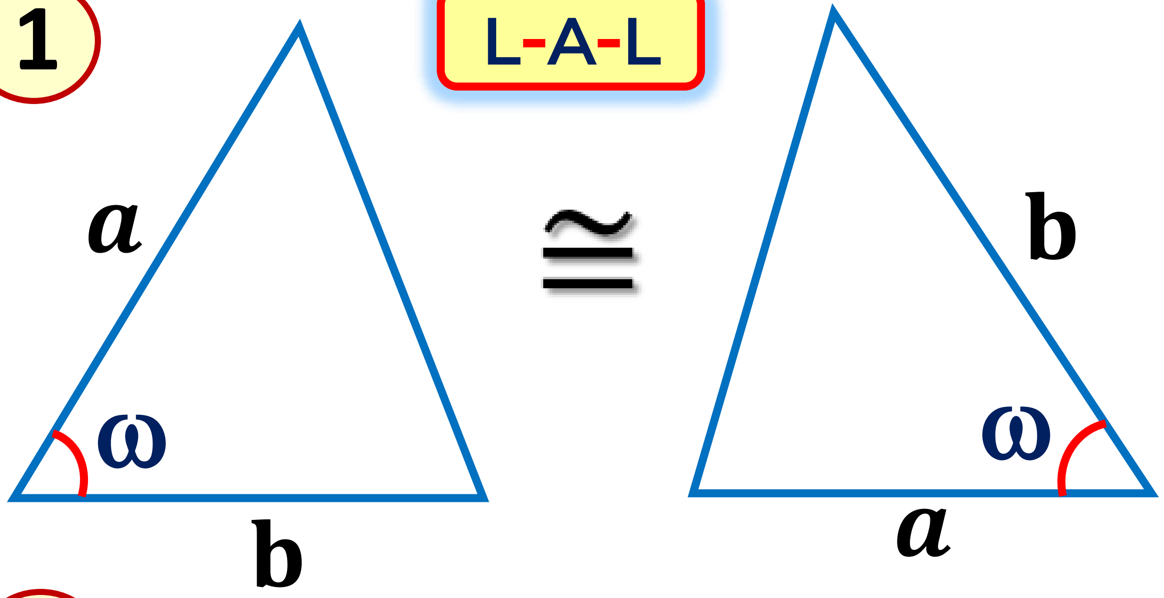


IMPORTANTE:
Si dos triángulos son congruentes, a los lados de igual longitud se oponen ángulos de igual medida y viceversa.

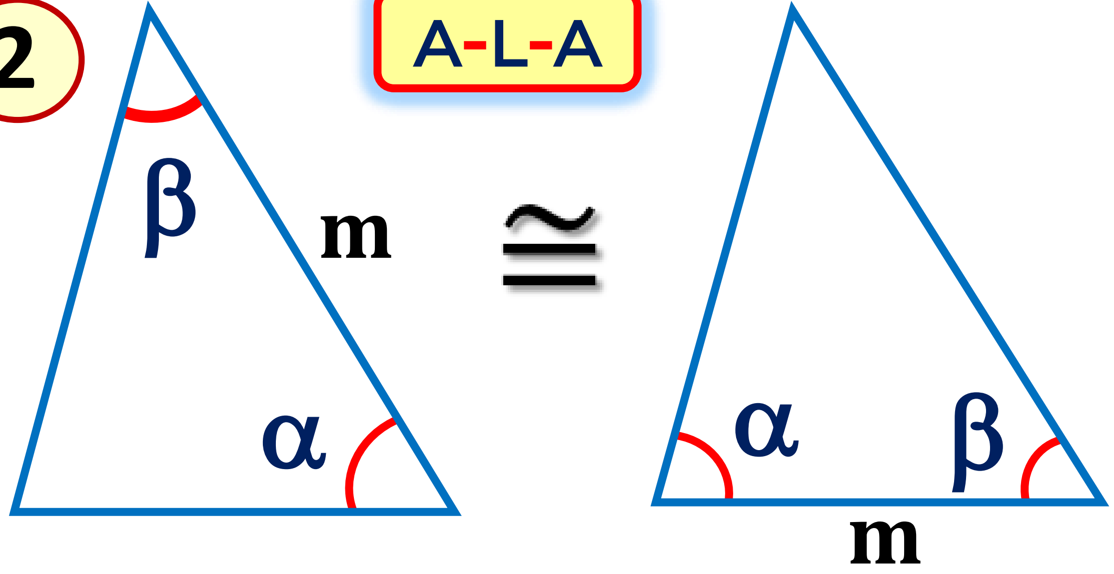
$\triangle ABC \cong \triangle PQR$ **se lee:** el triángulo ABC es congruente con el triángulo PQR.

Casos de congruencia

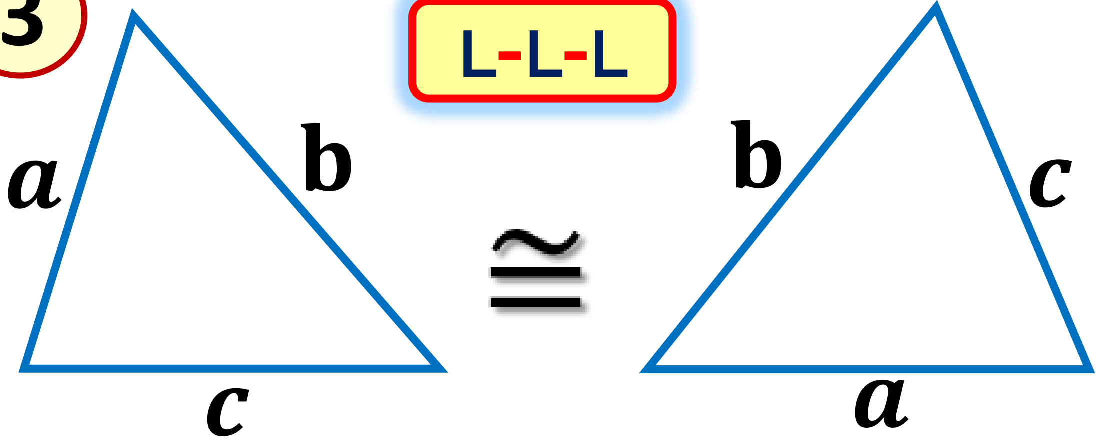
1 L-A-L



2 A-L-A

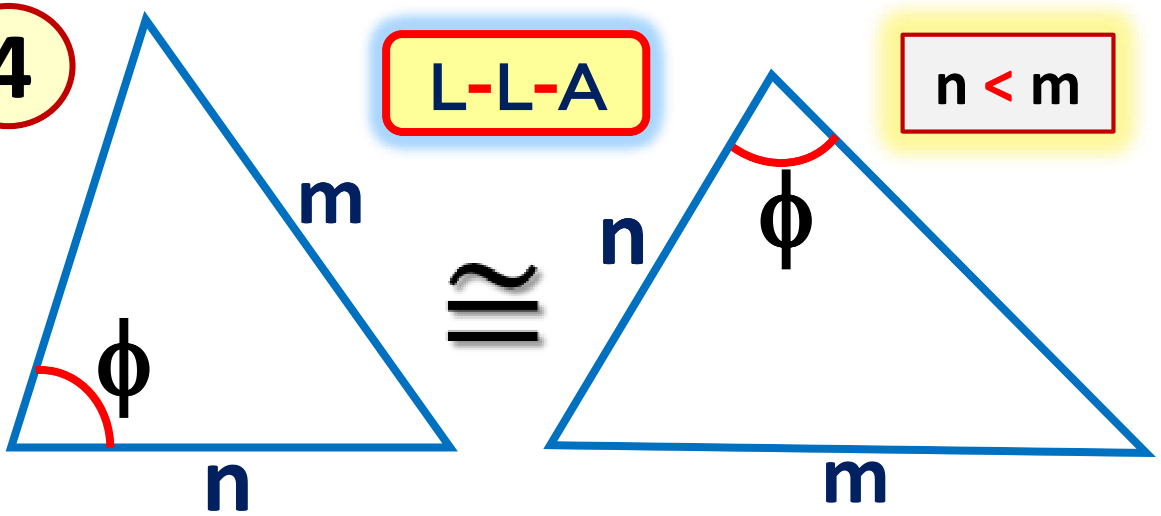


3 L-L-L



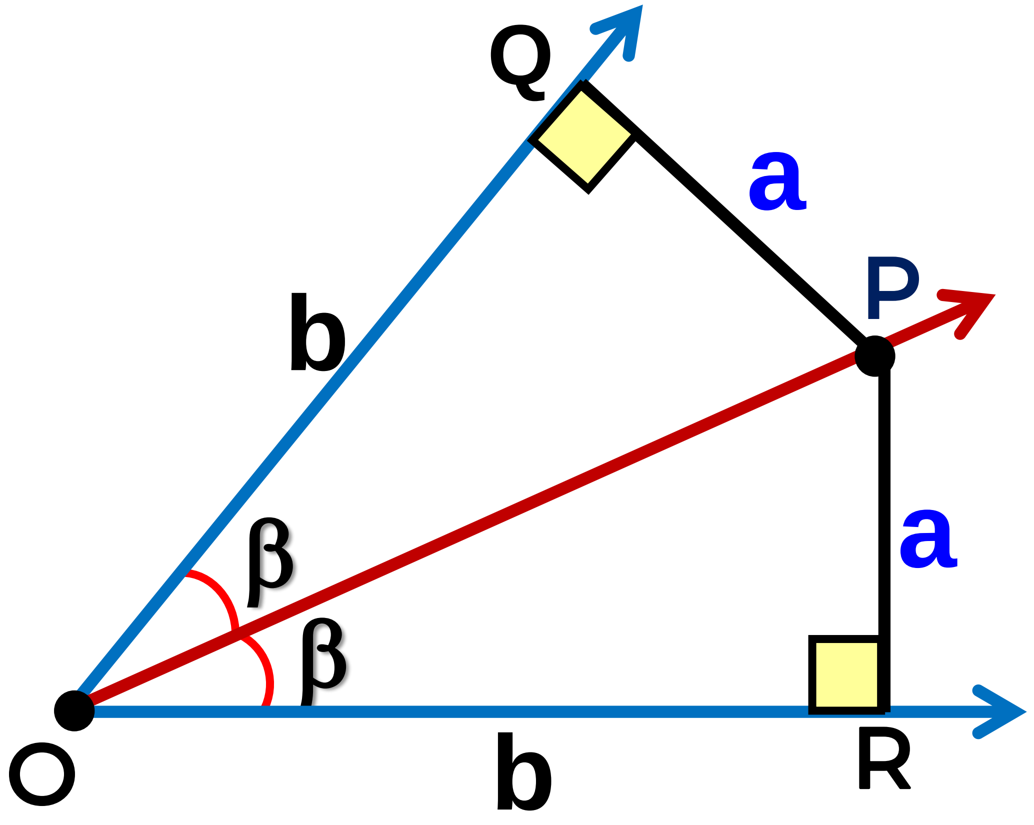
4 L-L-A

$n < m$



Aplicaciones de la congruencia

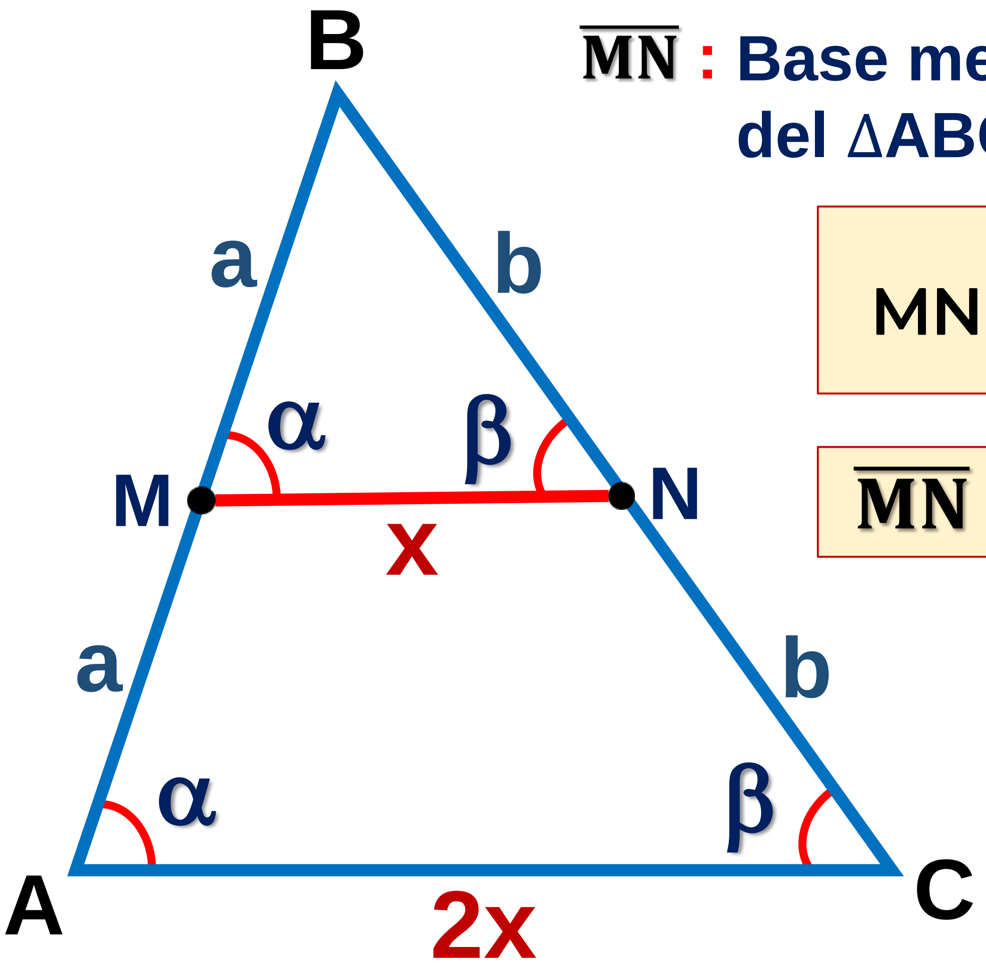
1 TEOREMA DE LA BISECTRIZ



OQ = OR = b

PQ = PR = a

2 TEOREMA DE LA BASE MEDIA



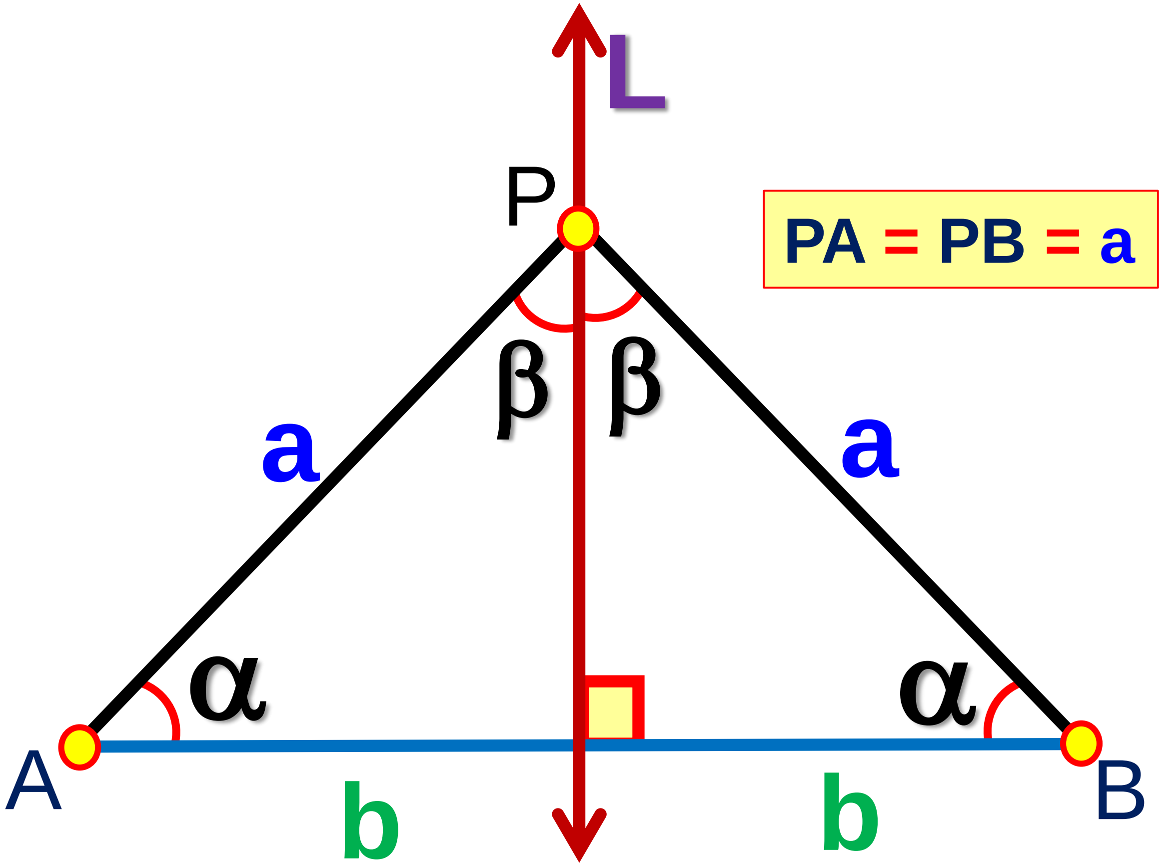
$\overline{MN}$: Base media del ΔABC.

$$MN = \frac{AC}{2}$$

$$\overline{MN} \,//\, \overline{AC}$$

3 TEOREMA DE LA MEDIATRIZ

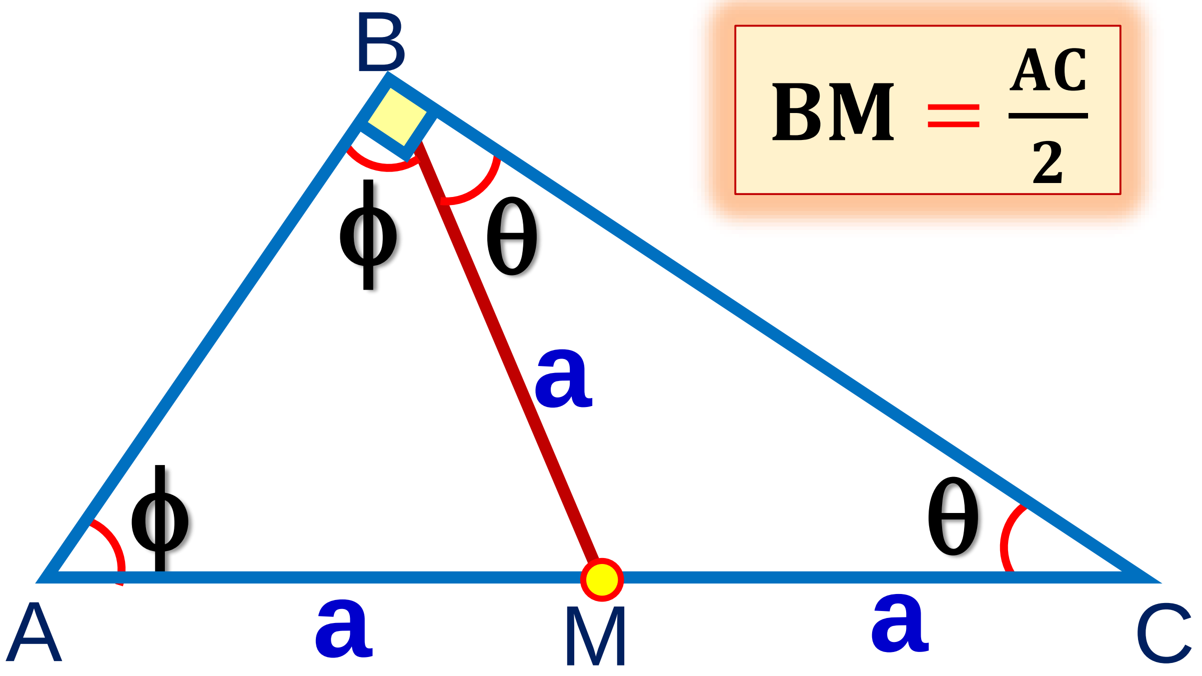
$\overleftrightarrow{L}$: Mediatriz del $\overline{AB}$



PA = PB = a

4 TEOREMA DE LA MEDIANA RELATIVA A LA HIPOTENUSA

$\overline{BM}$: Mediana relativa a la hipotenusa.

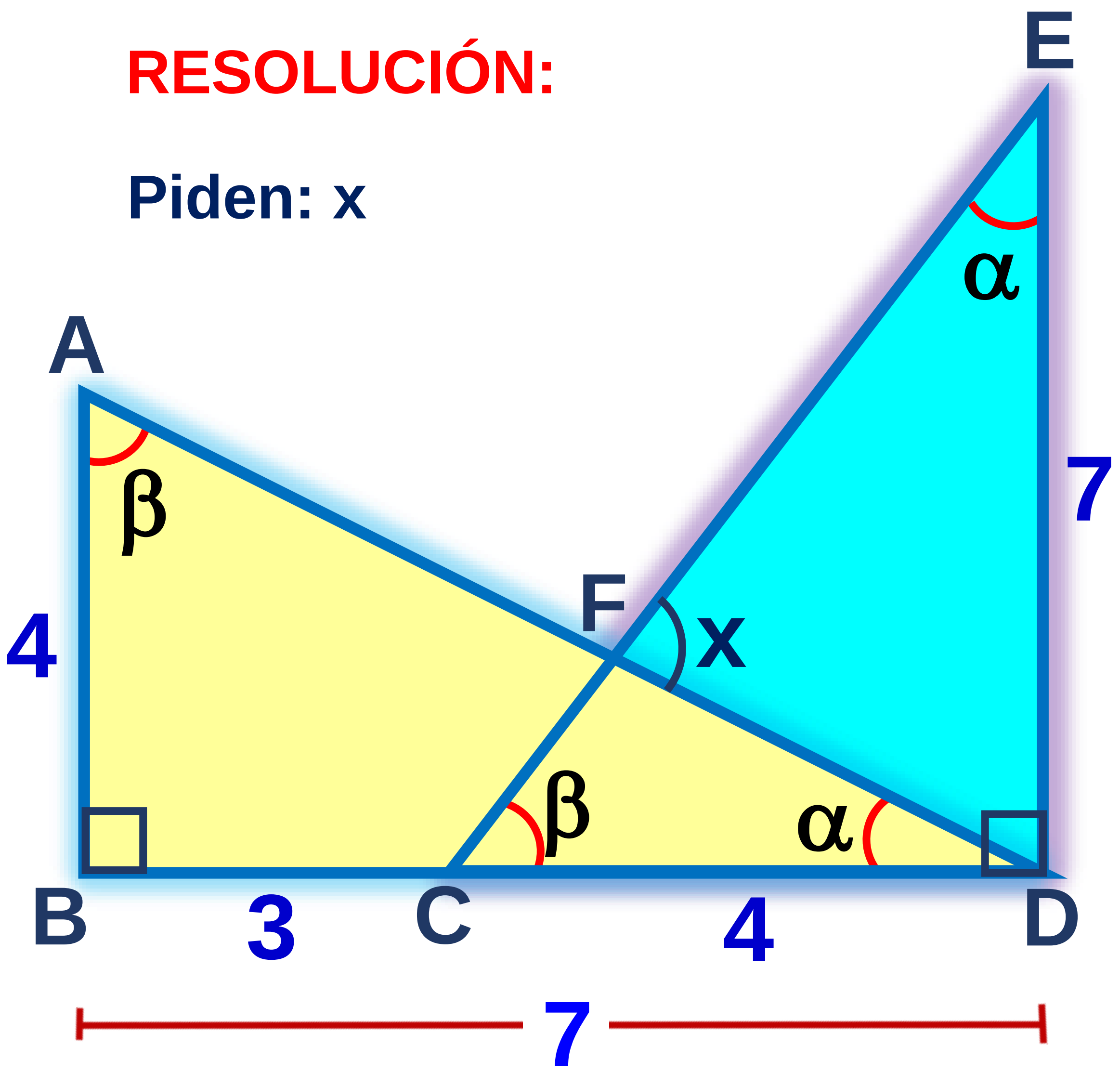


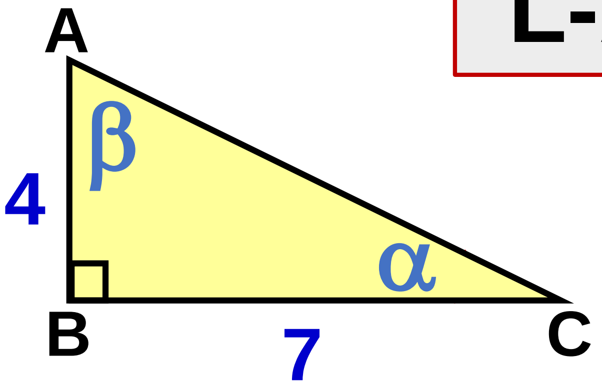
$$BM = \frac{AC}{2}$$

1. En la figura, halle el valor de x.

RESOLUCIÓN:

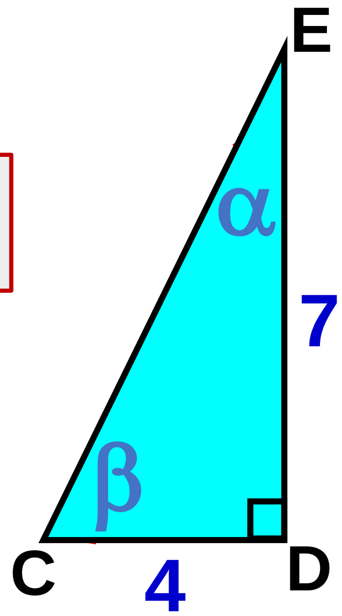
Piden: x



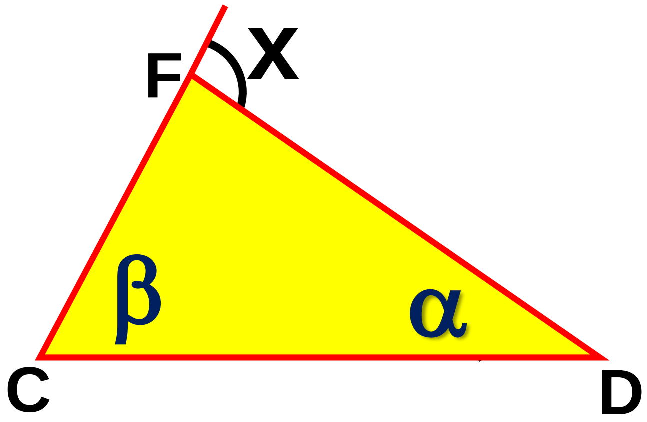


L-A-L

$\cong$



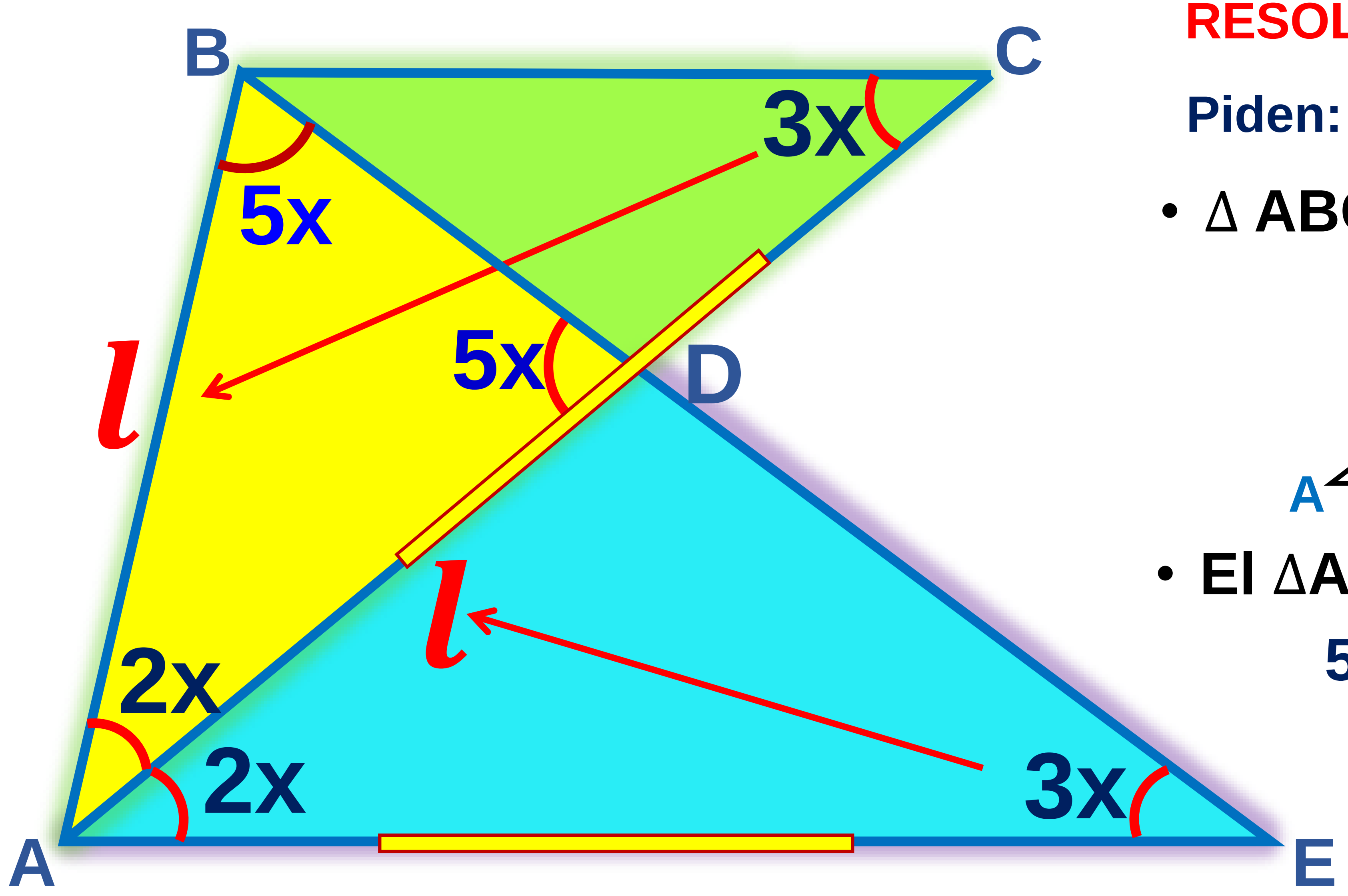
$\alpha+\beta = 90°$



$x = \alpha + \beta$

$\boxed{x = 90°}$

2. En la figura, halle el valor de x si AC = AE.

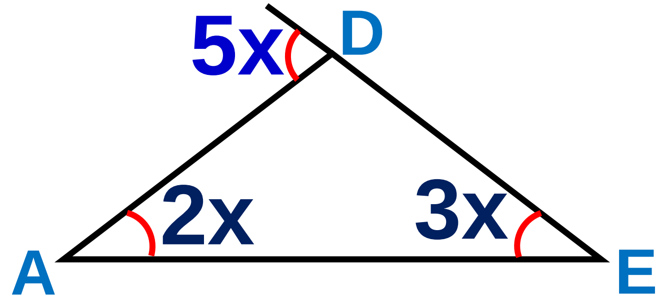


RESOLUCIÓN:

Piden: x

- Δ ABC $\cong$ Δ ADE

$\boxed{\text{A-L-A}}$



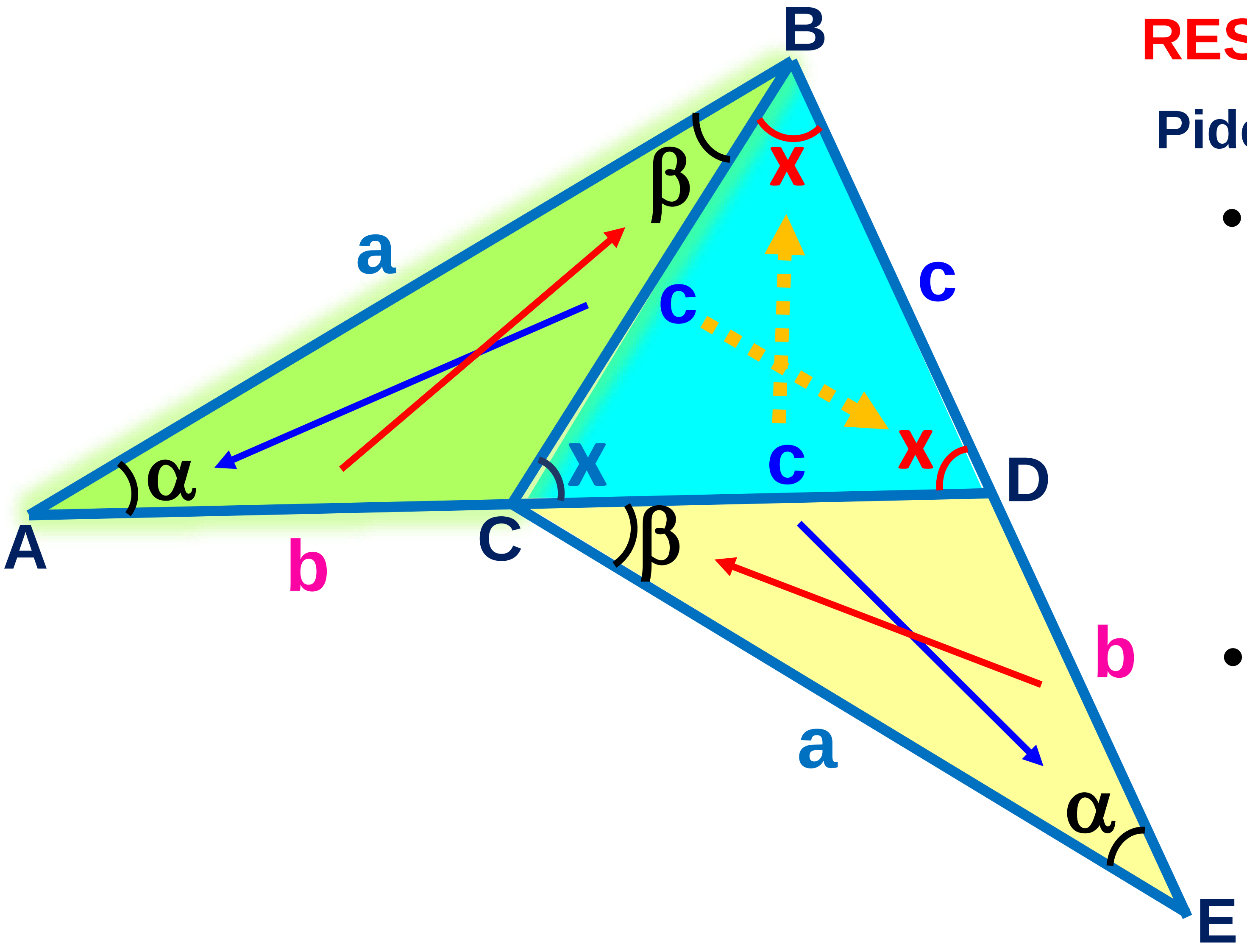
- El ΔABD: Isósceles

$$5x + 5x + 2x = 180°$$

$$12x = 180°$$

$$\boxed{x = 15°}$$

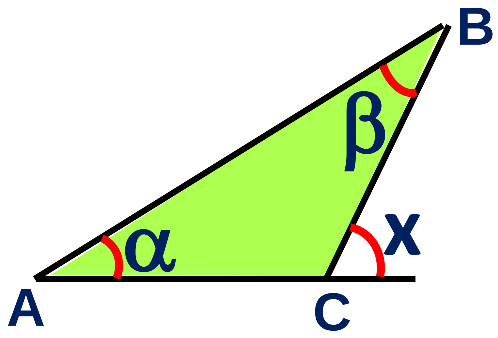
3. En la figura, halle el valor de x si AB = CE, BC = CD y AC = DE.



RESOLUCIÓN:

Piden: x

- $\Delta ABC \cong \Delta ECD$ $\boxed{\text{L-L-L}}$



$\boxed{\alpha+\beta = x}$

- ΔCBD: Equilátero

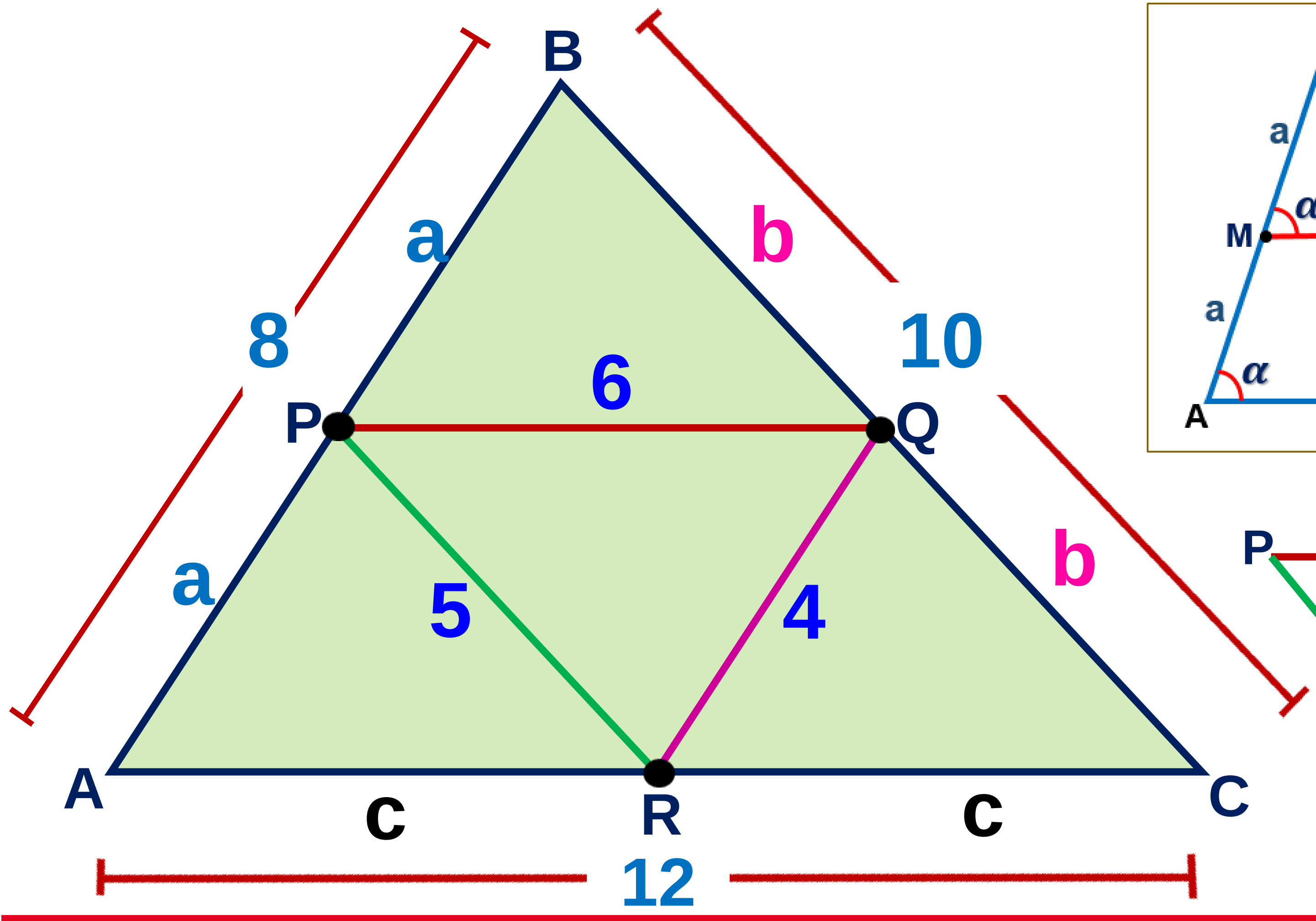
$$3x = 180°$$

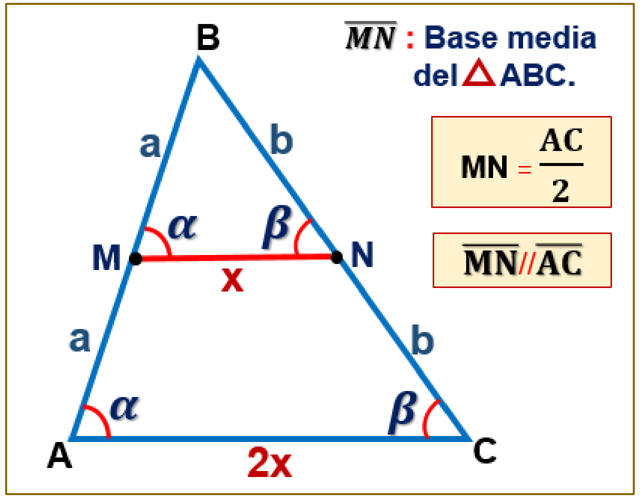
$$\boxed{x = 60°}$$

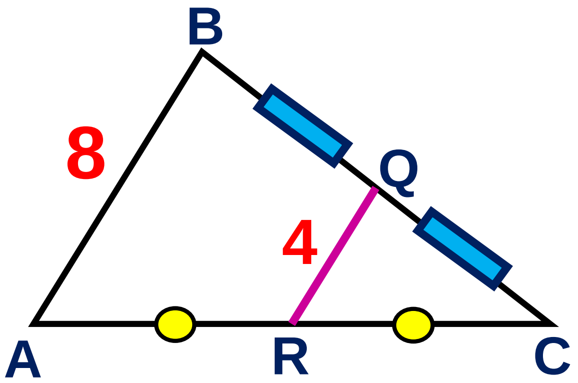
4. Un jardín que tiene forma de región triangular, donde sus bordes o lados miden 8 m, 10 m y 12 m, se divide en cuatro partes, uniendo los puntos medios de sus lados. Calcule el perímetro de la parte central.

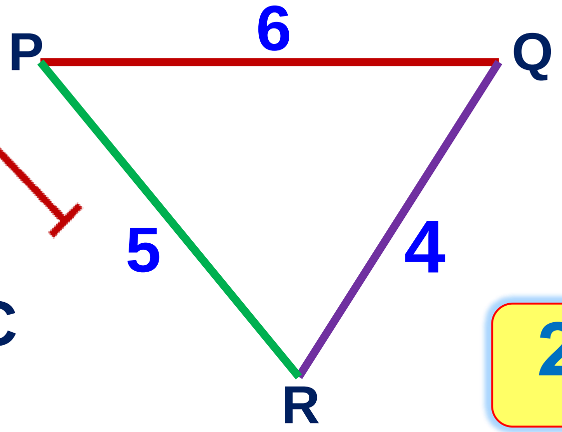
RESOLUCIÓN:

- Aplicamos el teorema de la base media





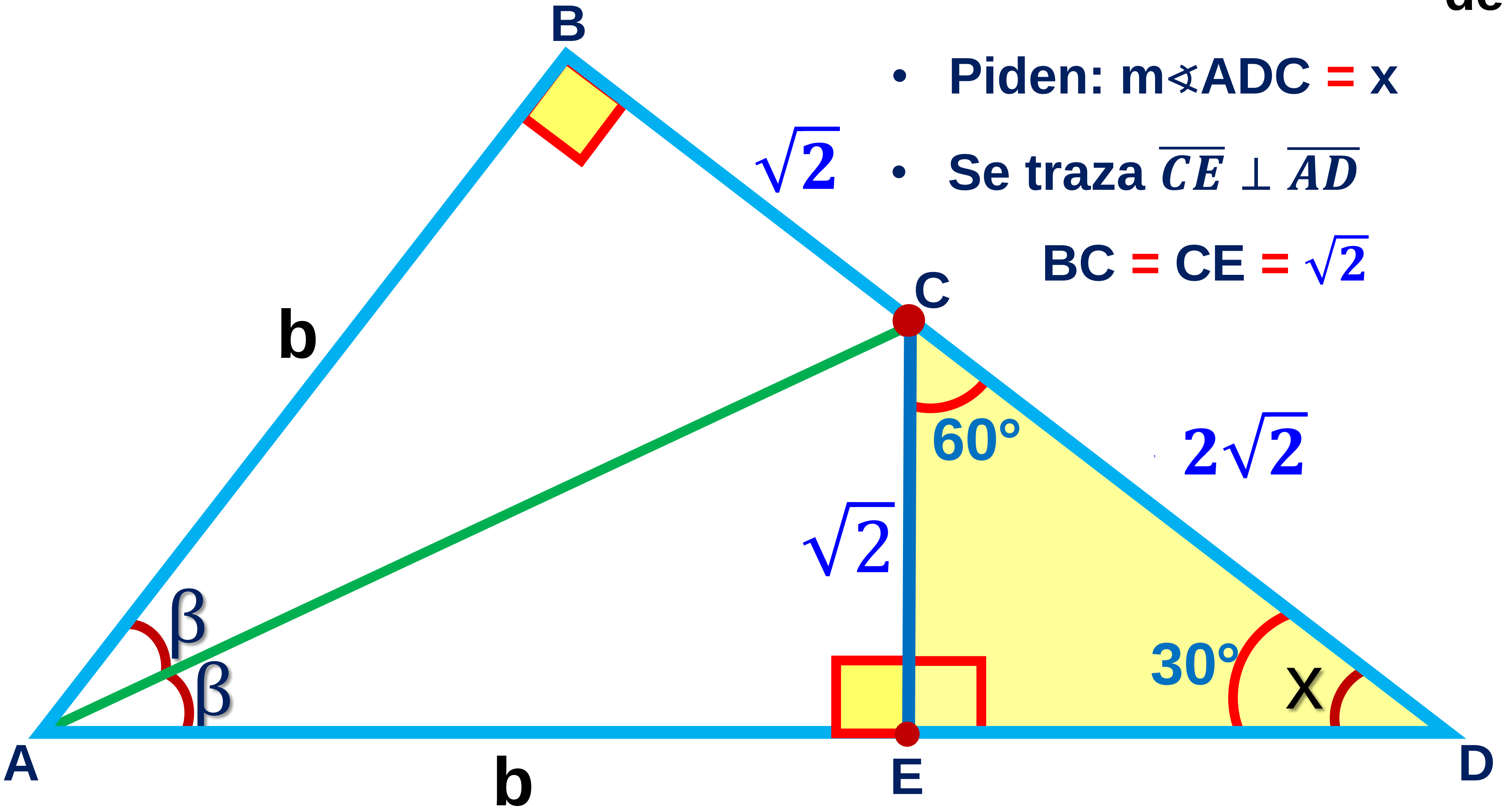




$2p_{(PQR)} = 4+5+6$

$\boxed{2p_{(PQR)} = 15 \text{ m}}$

5. En un triángulo rectángulo ABD, recto en B, se traza la bisectriz interior $\overline{AC}$. Si BC = $\sqrt{2}$ y CD = $\sqrt{8}$, halle m∢ADC.

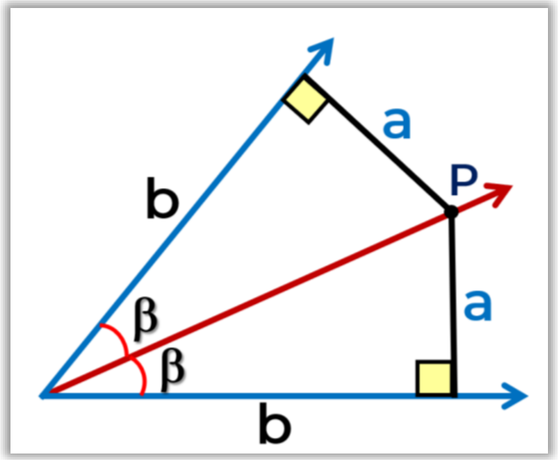


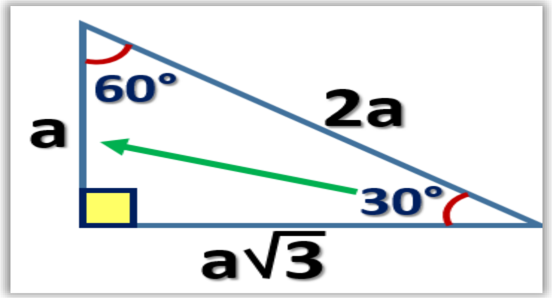
RESOLUCIÓN:

- Piden: m∢ADC = x
- Se traza $\overline{CE} \perp \overline{AD}$

BC = CE = $\sqrt{2}$

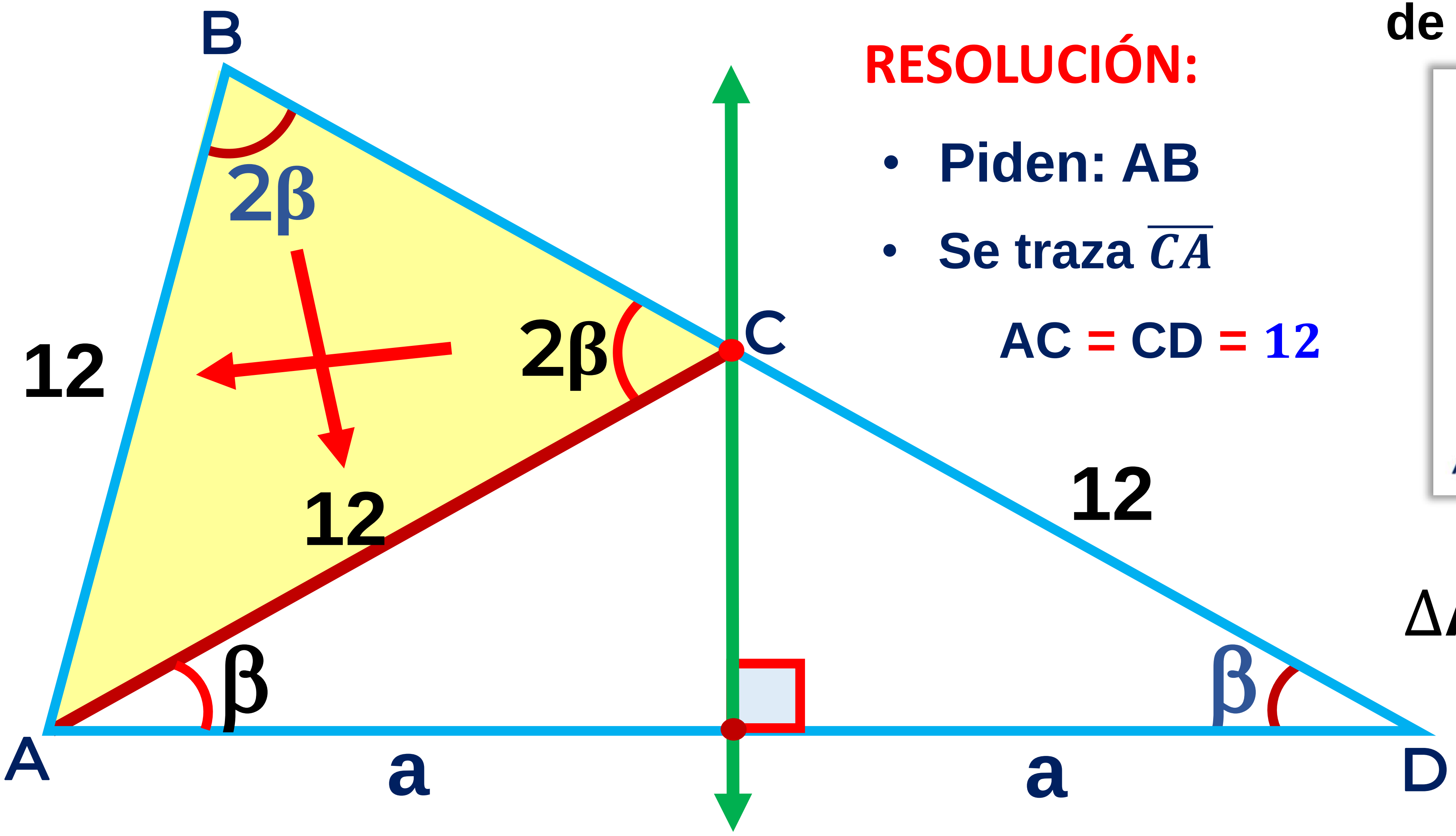
- Aplicamos el teorema de la bisectriz





$$x = 30°$$

6. En un triángulo ABD, m∢ABD = 2(m∢ADB). La mediatriz de $\overline{AD}$ interseca $\overline{BD}$ en C. Si CD = 12, halle AB.

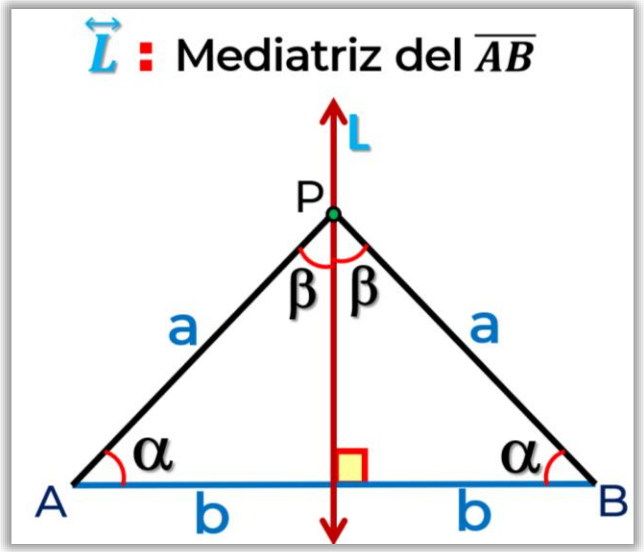


RESOLUCIÓN:

- **Piden: AB**
- **Se traza $\overline{CA}$**

AC = CD = 12

- **Aplicamos el teorema de la mediatriz**



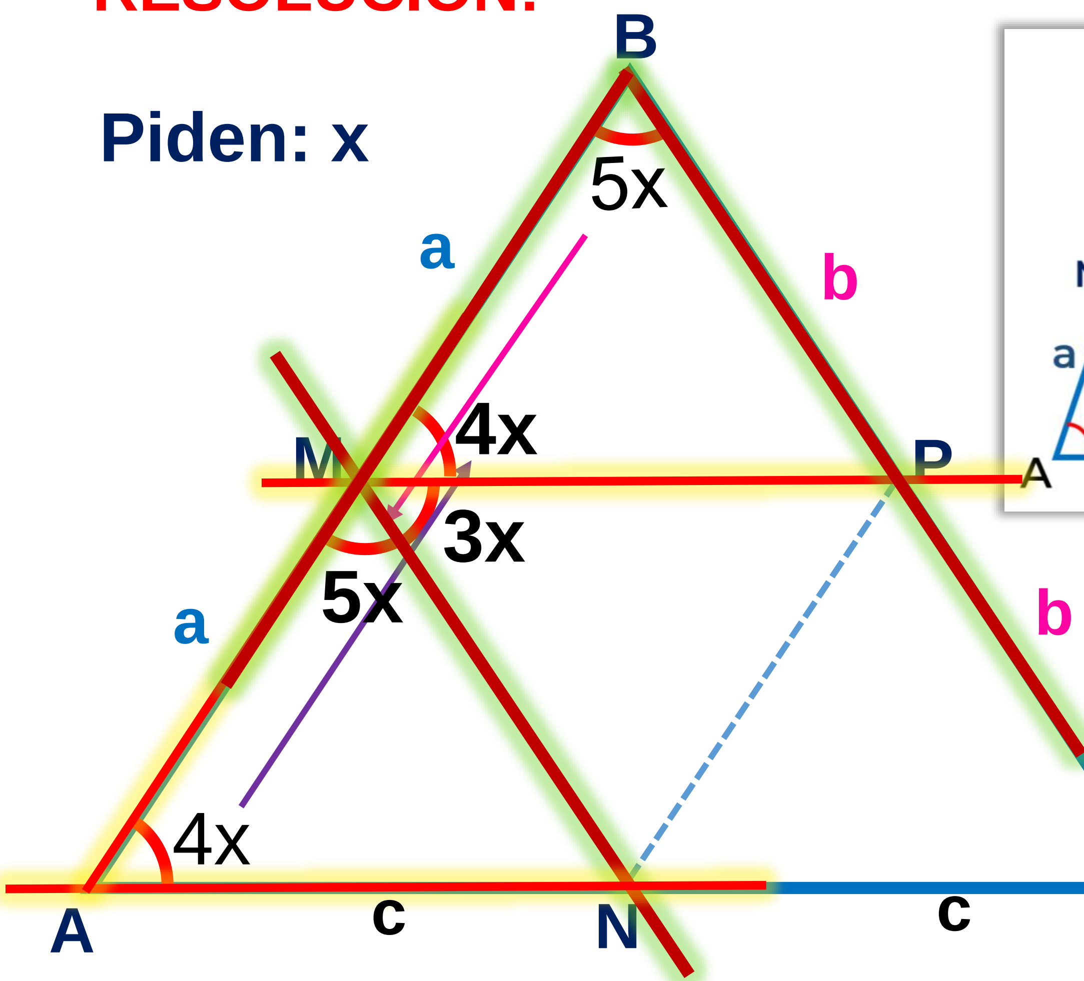
ΔABC: Isósceles

$$\boxed{AB = 12}$$

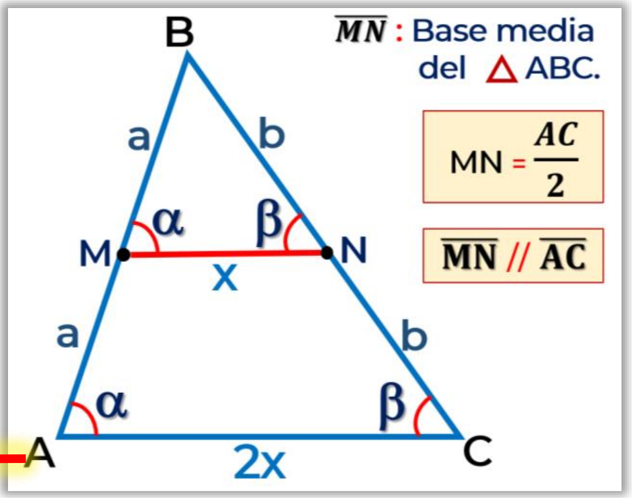
7. En la figura se muestra un tablero en forma de triángulo, el cual se lo corta en cuatro partes iguales uniendo los puntos medios de los lados, tal como se muestra, para construir un estante. Calcule el valor de x.

RESOLUCIÓN:

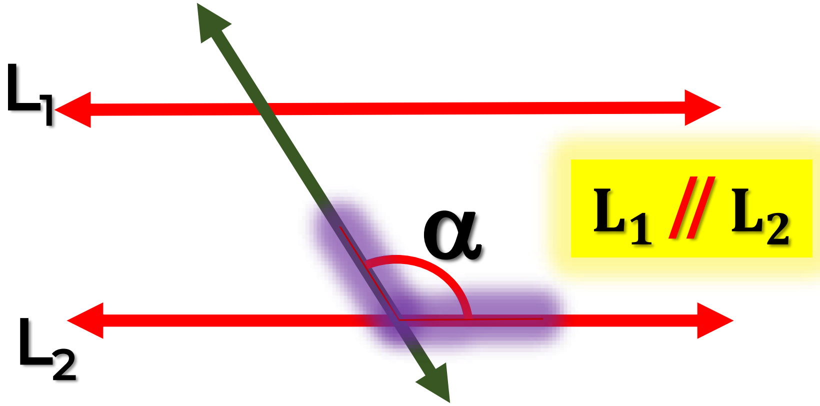
Piden: x



- **Aplicamos el teorema de la base media**



ÁNGULOS CORRESPONDIENTES



- **En la figura:**

$$\overline{MP} // \overline{AC}$$

$$\overline{MN} // \overline{BC}$$

- **En el vértice M:**

$$5x + 3x + 4x = 180°$$

$$\boxed{x = 15°}$$