

GEOMETRY

Chapter 6



Áreas de regiones
poligonales



GEOMETRY

Índice

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

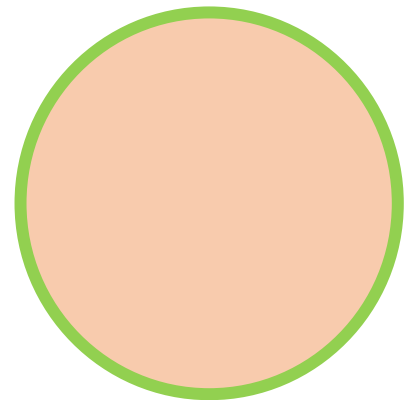
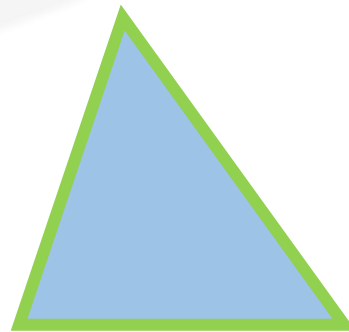
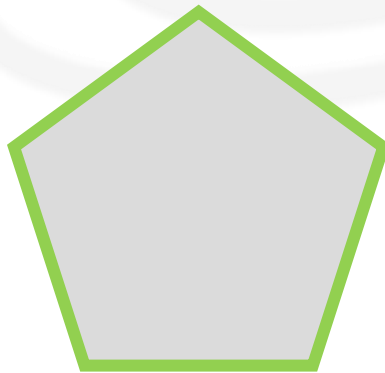
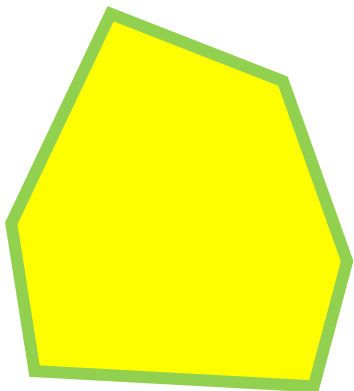
03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

MOTIVATING STRATEGY

REGIÓN PLANA LIMITADA

Dada una línea cerrada en el plano (poligonal, curva o combinación de ellas), se denomina región plana limitada a la reunión de todos los puntos interiores a dicha línea con su fronteras, así tenemos:



Material Digital



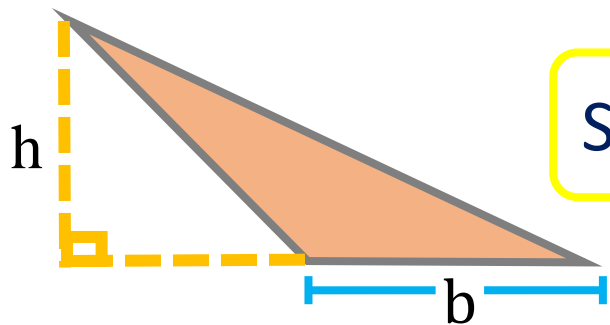
Resumen



HELICO THEORY

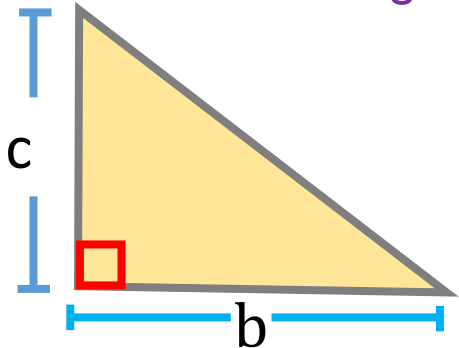
ÁREAS DE REGIONES POLIGONALES

a. Para todo triángulo obtusángulo



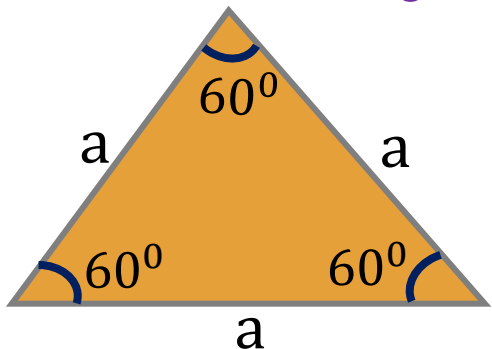
$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

b. Para un triángulo rectángulo



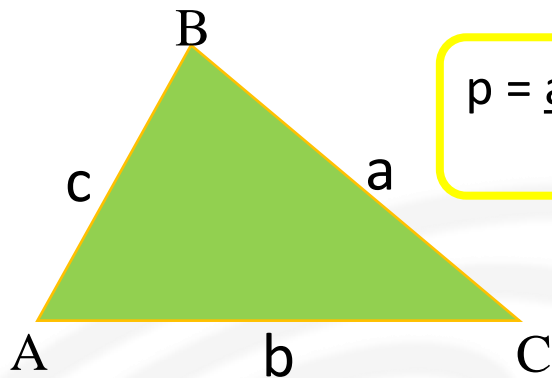
$$S = \frac{bc}{2}$$

c. Para un triángulo equilátero



$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

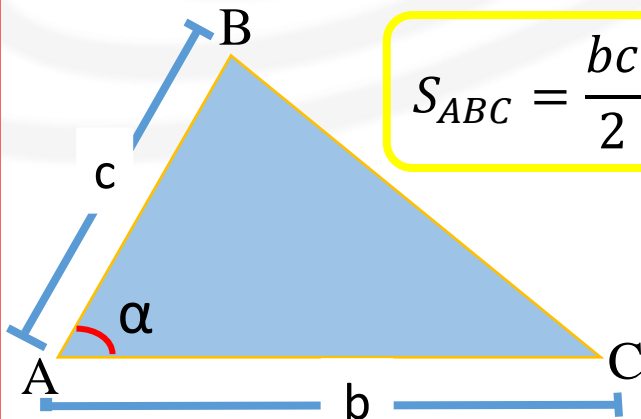
Teorema de Herón



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

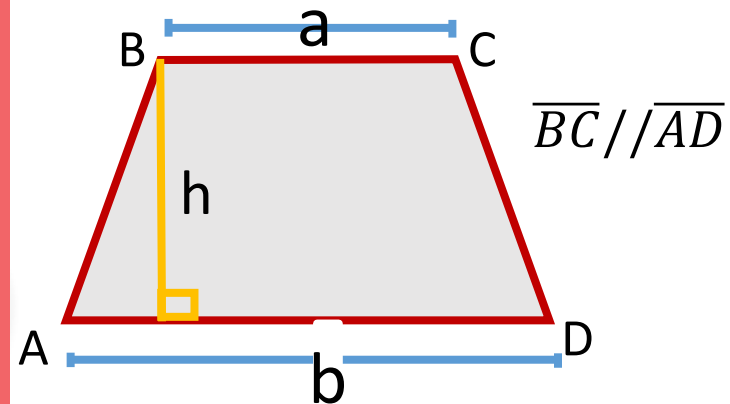
$$S_{ABC} = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

Teorema trigonométrico



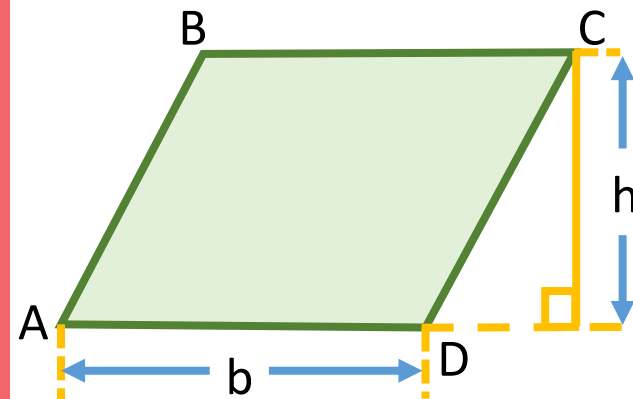
$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \text{sen} \alpha$$

Área de una región trapezoidal



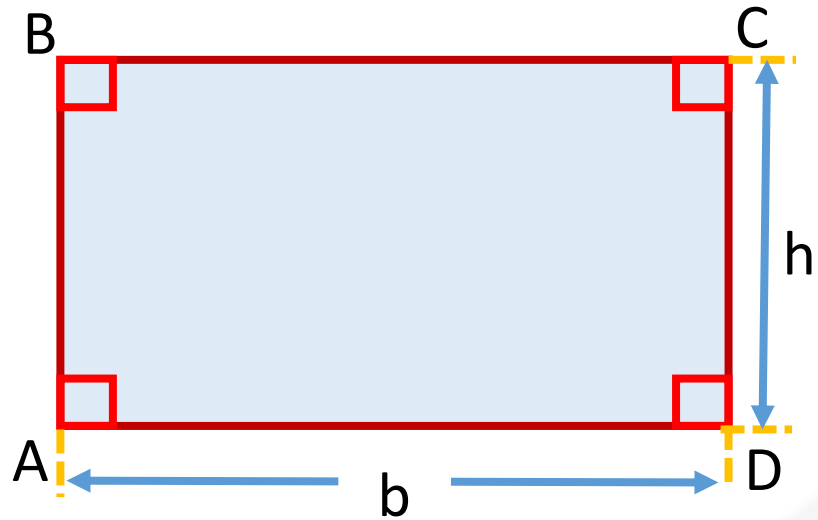
$$S_{ABCD} = \left(\frac{a + b}{2} \right) h$$

Área de una región romboidal



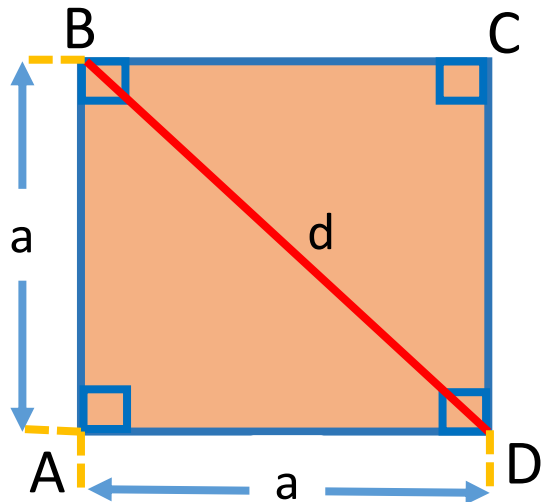
$$S_{ABCD} = b \cdot h$$

Área de una región rectangular



$$S_{ABCD} = b \cdot h$$

Área de una región cuadrada

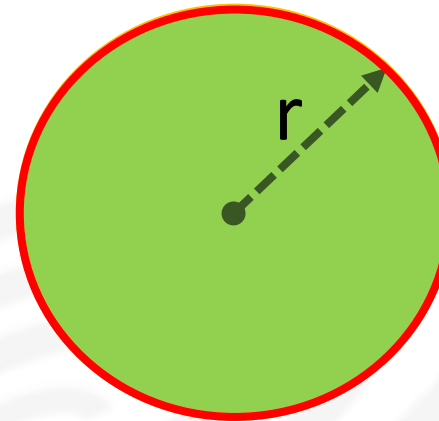


$$S_{ABCD} = a^2$$

$$S_{ABCD} = \frac{d^2}{2}$$

Círculo

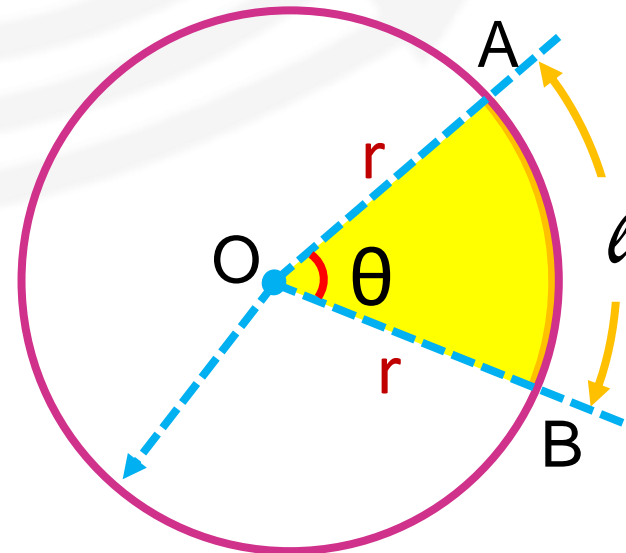
El círculo es una porción de plano limitado por una circunferencia.



$$S_{\odot} = \pi r^2$$

$$L_{\odot} = 2\pi r$$

Sector circular



$$S_{\angle AOB} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \theta}{360^\circ}$$

$$S_{\angle AOB} = \frac{l_{\widehat{AB}} \cdot r}{2}$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05

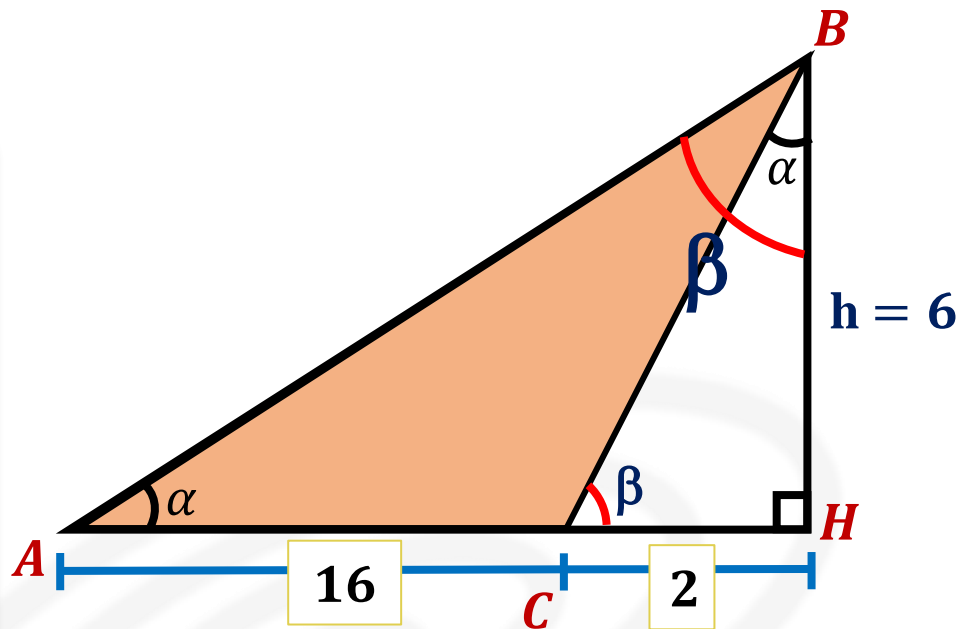
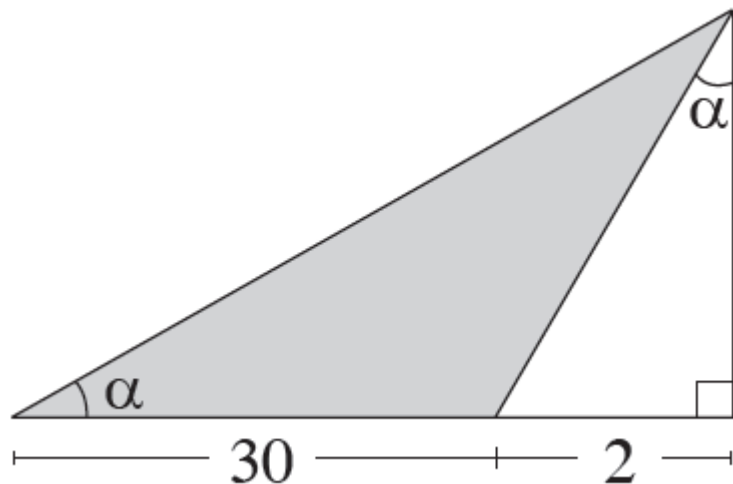


HELICO PRACTICE

Problema 01



1. Calcule el área de la región sombreada.



• Área de la región sombreada.

$$S = \frac{b(h)}{2}$$

• $\triangle CBH \sim \triangle ABH$

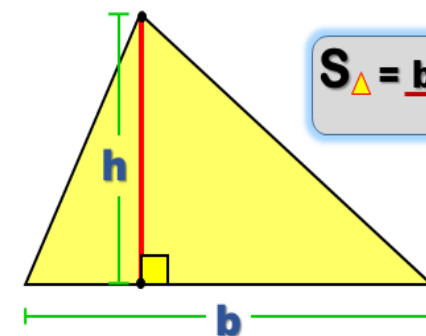
$$\frac{h}{18} = \frac{2}{h} \rightarrow h = 6$$

• Área de la región triangular.

$$S = \frac{(16)(6)}{2} = 48$$

Resolución

RECORDEMOS



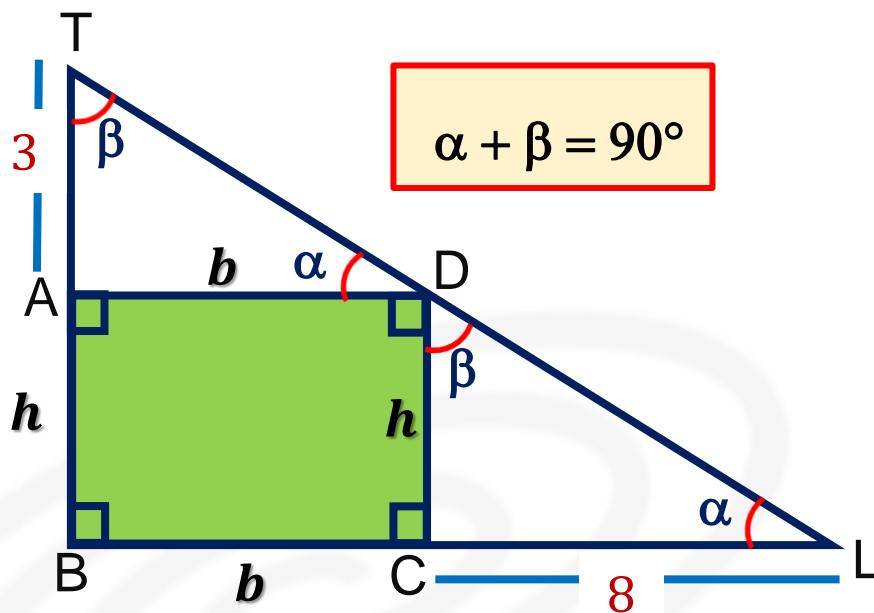
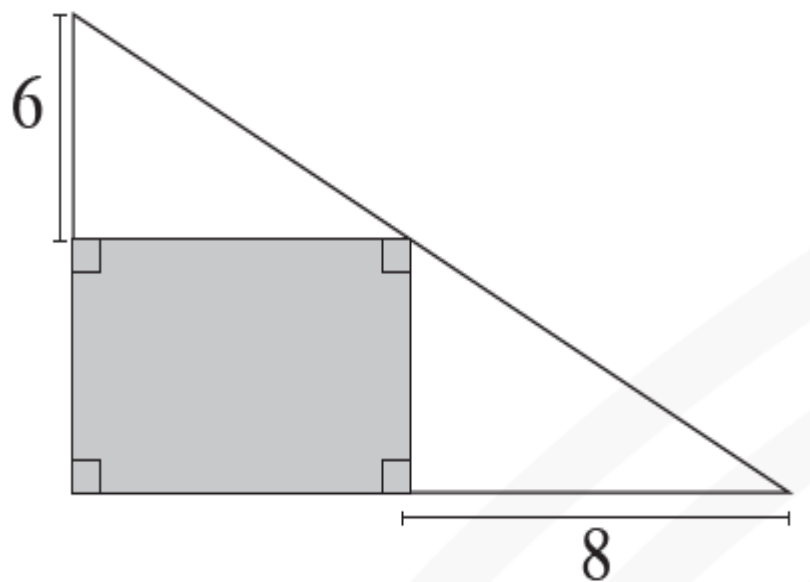
Respuesta

$$\therefore S = 48 \text{ u}^2$$

Problema 02



Calcule el área de la región rectangular sombreada.



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

- Área de la región rectangular.

$$S_{ABCD} = bh$$

$$\frac{h}{8} = \frac{3}{b}$$

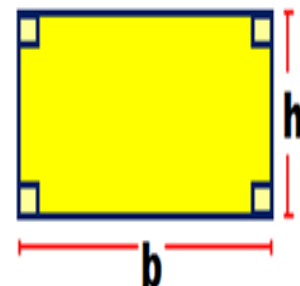
$$bh = 24$$

$$S_{ABCD} = 24 \text{ u}^2$$

Resolución

RECORDEMOS

Región Rectangular



$$S_{\square} = b \cdot h$$

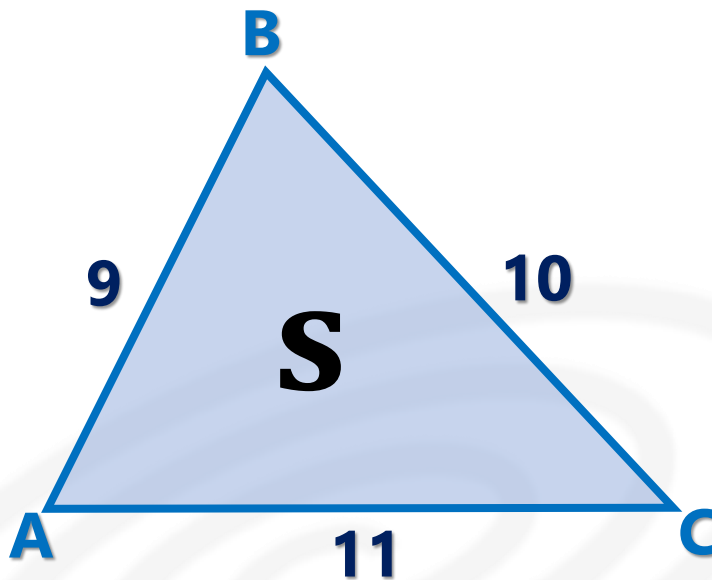
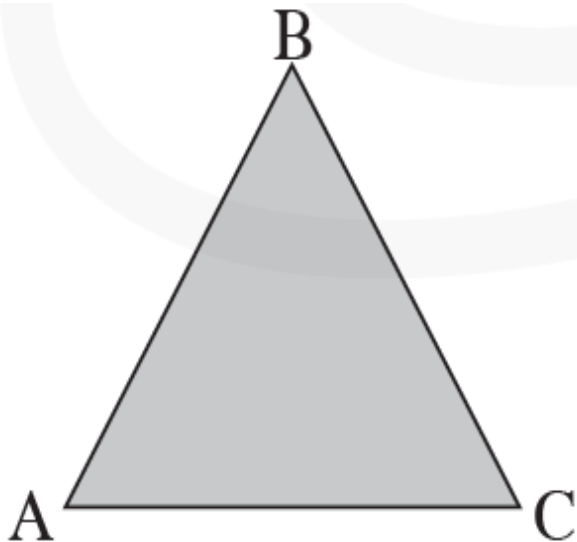
Respuesta

$$\therefore S_{ABCD} = 24 \text{ u}^2$$

Problema 03



Calcule el área de la región triangular ABC si $AB=9$, $BC = 10$ y $AC = 11$.



- Piden: S
- Por teorema de Herón:

$$p = \frac{9+10+11}{2} \rightarrow p = 15$$

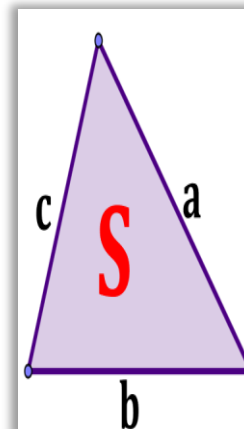
$$S = \sqrt{15(15-9)(15-10)(15-11)}$$

$$S = \sqrt{15(6)(5)(4)} = \sqrt{(15)(15 \cdot 2)(4)}$$

$$S = 30\sqrt{2}$$

Resolución

RECORDEMOS



Teorema de Herón

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

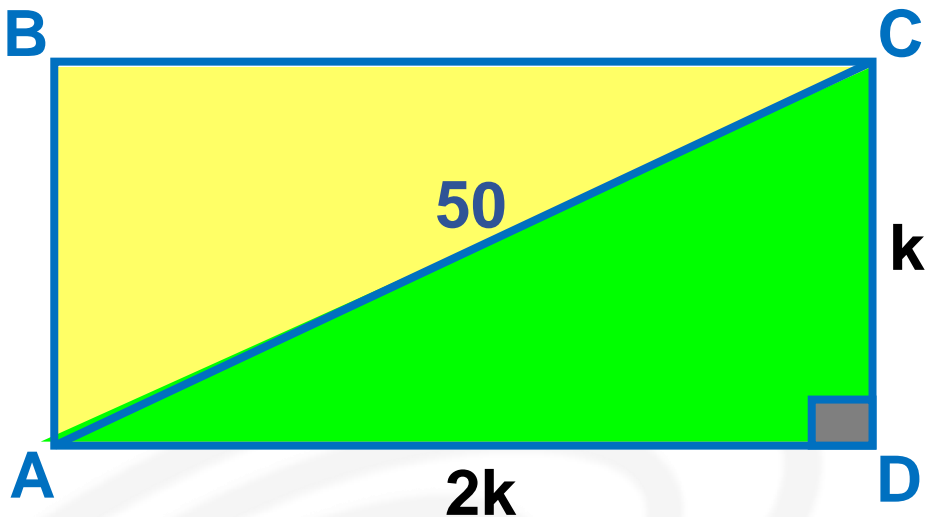
Respuesta

$$\therefore S = 30\sqrt{2} \text{ u}^2$$

Problema 04



Una gigantografía de forma rectangular su ancho y su largo están en relación de 1 a 2. Si su diagonal mide 50 cm. Halle el área de dicha gigantografía.



Piden: El área de la región rectangular = S_{\square}

 BHC : Por teorema de Pitágoras.

$$50^2 = k^2 + (2k)^2$$

$$2500 = 5k^2$$

$$500 = k^2 \dots (1)$$

Por teorema: $S_{\square} = 2k \cdot k = 2k^2 \dots (2)$

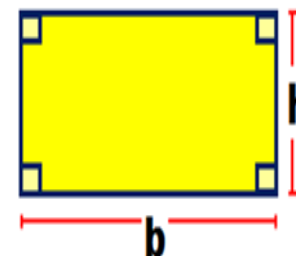
(1) en (2): $S_{\square} = 2(500) = 1000$

Respuesta $\therefore S_{\square} = 1000\text{cm}^2$

Resolución

RECORDEMOS

Región Rectangular

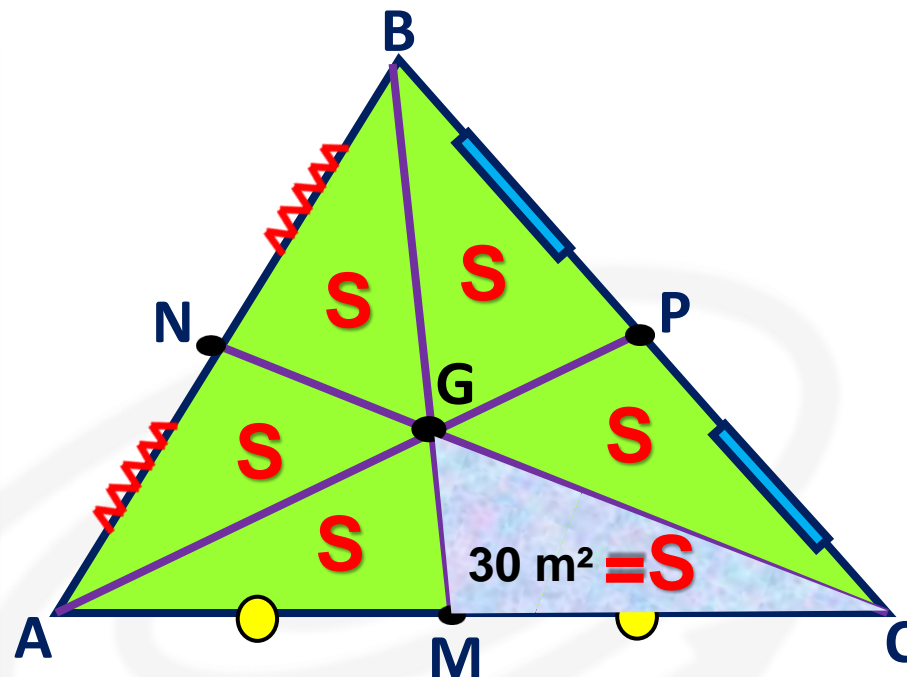
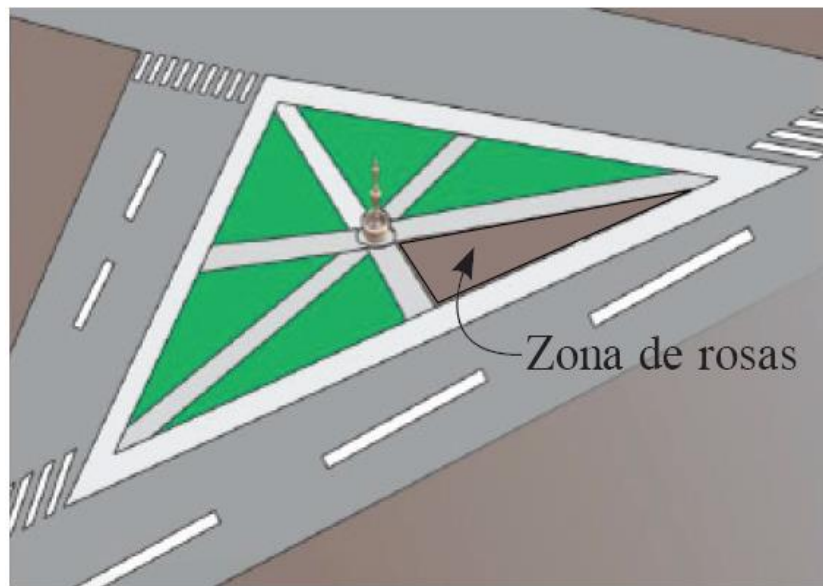


$$S_{\square} = b \cdot h$$

Problema 05



La figura muestra un parque de forma triangular, cuyas veredas construidas desde los vértices llegan al medio de la vereda opuesta. Si el área que corresponde a la zona de rosas es 30 m^2 , halle el área de la zona de sembrío en el interior del parque.



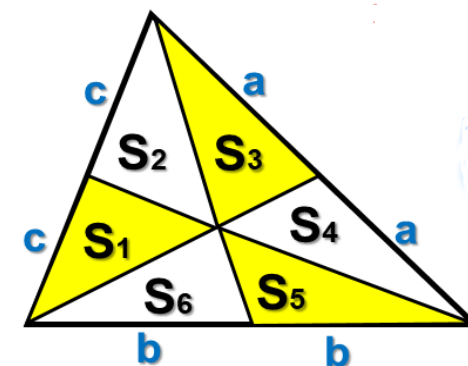
Piden: S_{ABC}

Aplicando el teorema:

$$S_{ABC} = 6(30) = 180$$

Resolución

RECORDEMOS



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

Respuesta

$$\therefore S_{ABC} = 180 \text{ m}^2$$

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



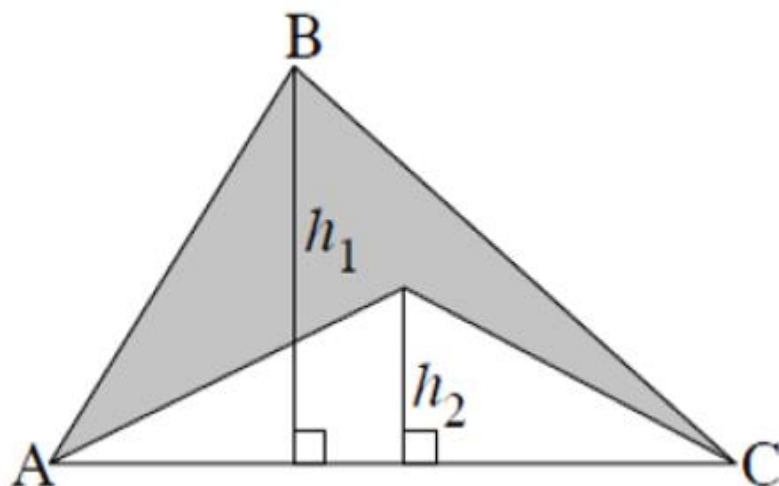
En un triángulo ABC, $AC=8$ y $BC=6$. Si la altura de AC mide 3, halle la longitud de la altura relativa a BC.



Problema 07



En la figura, $AC = 9$ y $h_1 - h_2 = 8$. Calcule el área de la región sombreada.



Problema 08



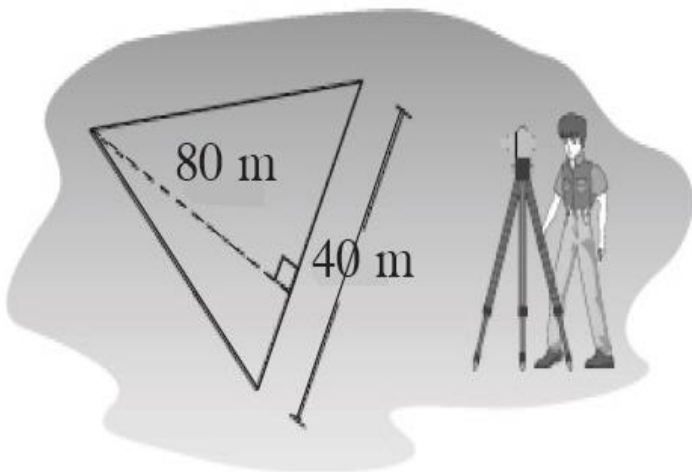
El perímetro de un triángulo isósceles es 18 ($AB=BC$). Calcule el área de la región triangular ABC si la altura relativa a la base mide 3.



Problema 09



Andrés se comprará un terreno de forma triangular, y para saber cuánto pagará por ese terreno, contrata a un topógrafo. Si el metro cuadrado cuesta \$100, ¿cuánto le costará el terreno?



Problema 10



Juan tiene un terreno de forma triangular y lo dejará como herencia a sus dos hijos. Las edades de sus hijos son 30 y 40 años, y estas son proporcionales a las longitudes de los lados adyacentes a la línea bisectriz que trazará con polvo blanco para dividir el terreno. Calcule el área del menor terreno si el área del terreno total es 490 m^2 .

