ALGEBRA

4th
SECONDARY

ASESORÍA

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Obtenga el grado absoluto del término del lugar 12

$$P(x) = (x^5 + x^8)^{18}$$

Recordar

$$(a+b)^n$$

$$t_{k+1} = c_k^n a^{n-k} . b^k$$

Resolución

$$t_{12} = t_{11+1}$$

$$\boxed{k = 11}$$

$$\boxed{n = 18}$$

$$t_{12} = C_{11}^{18}(x^5)^7 . (x^8)^{11}$$

$$t_{12} = C_{11}^{18}x^{35} . x^{88}$$

$$\text{GA} = 35 + 88$$

RPTA: GA = 123

PROBLEMA 2

Indique el término del lugar 6 en el desarrollo :

$$N(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{50}$$

Resolución

$$t_6 = t_{5+1}$$

- $k = 5$
- $n = 50$

Recordar

$(a+b)^n$

$t_{k+1} = c_k^n a^{n-k} . b^k$

Entonces:

$$t_6 = C_5^{50}(x^3)^{45} . \left(\frac{1}{x^2}\right)^5 = C_5^{50} x^{135} . \left(\frac{1}{x^{10}}\right)$$

RPTA

$$t_6 = C_5^{50} x^{125}$$

PROBLEMA 3

En la expansión $\left(a^4+b^4\right)^{3n}$ los términos del lugar $n+6$ y $n+8$ equidistan de los extremos. Determine el exponente de a en el término central

Resolución

$t_{n+6}=t_{n+5+1}$ ➡ $\{\bullet\quad k=n+5$

➡ $t_{n+6}=C^{3n}_{n+5}\left(a^4\right)^{3n-n-5}.\left(b^4\right)^{n+5}$

➡ $t_{n+8}=C^{3n}_{n+7}\left(a^4\right)^{3n-n-7}.\left(b^4\right)^{n+7}$

➡ $C^{3n}_{n+5}=C^{3n}_{n+7}$

Se cumple: $n+5=n+7$ (F)

$$n+5+n+7=3n$$

$$2n+12=3n$$

$$12=n$$

➡ $\boxed{\left(a^4+b^4\right)^{36}}$

Como n es par: $t_c=t_{\frac{n}{2}+1}=t_{18+1}=t_{19}$

$$t_{19}=t_{18+1}=c^{36}_{18}\left(a^4\right)^{18}\left(b^4\right)^{18}$$

piden exponente de a: $\left(a^4\right)^{18}=a^{72}$

Rpta ➡ 72

PROBLEMA 4

Sabiendo que: $z = \frac{(1+i)^2}{(1-i)^2} + 10\left(\frac{2+3i}{1-2i}\right)$ Calcular $t = \frac{Im(z)+2}{Re(z)+1}$

Resolución

Recordar:

- $(1+i)^2 = 2i$
- $(1-i)^2 = -2i$
- $i^2 = -1$

$$Z = \frac{2i}{-2i} + 10 . \frac{(2+3i)}{1-2i} \cdot \frac{(1+2i)}{(1+2i)}$$

$$Z = -1 + 10\,\frac{(2+4i+3i+6\,i^2\,)}{1+2^2}$$

$$Z = -1 + \cancel{10}^{\,2}\,\frac{(-4+7i\,)}{\cancel{5}_{\,1}}$$

$$Z = -1 - 8 + 14i$$

$$Z = -9+14i$$

Reemplazando

$$t = \frac{14+2}{-9+1}$$

$$\boxed{t = \frac{\cancel{16}}{\cancel{-8}}}$$

RPTA $\boxed{t = -2}$

PROBLEMA 5

De la Identidad: $(1+i)^2+(1+i)^4+(1+i)^8 \equiv a+bi$

Calcular $w=(a+b)^2$

Resolución

Recordar:

$(1+i)^2=2i$

$(1-i)^2=-2i$

$i^2=-1$

$$(1+i)^2+\left[(1+i)^2\right]^2+\left[(1+i)^2\right]^4 \equiv a+bi$$

$$2i+(2i)^2+(2i)^4 \equiv a+bi$$

$$2i+2^2.\,i^2+2^4.\,i^4$$

$$2i+4(-1)+16(1) \equiv a+bi$$

$$12+2i \equiv a+bi$$

$$\boxed{a=12} \qquad \boxed{b=2}$$

Piden $w=(12+2)^2=14^2=196$

RPTA $w=196$

PROBLEMA 6

Sabiendo que: $\sqrt{A+Bi} = x + yi$, $Halle\ M = \frac{B^2}{y^2 A + y^4}$

Resolución

ELEVANDO AL CUADRADO

$$\left(\sqrt{A+Bi}\right)^2 = (x + y\,i)^2$$

$$A + B\,i = x^2 + 2xyi + (yi)^2$$

$$\underline{A} + \underline{B\,i} = \underline{x^2 - y^2} + \underline{2xyi}$$

$$A = x^2 - y^2 \quad \wedge \quad B = 2xy$$

REMPLAZANDO $M = \dfrac{(2xy)^2}{y^2(A + y^2)}$

$$M = \frac{4x^2y^2}{y^2(x^2 \cancel{- y^2} \cancel{+ y^2})}$$

$$M = \frac{\cancel{4x^2y^2}}{\cancel{x^2y^2}} = 4$$

Rpta. $\boxed{M = 4}$

PROBLEMA 7

Halle el valor de x , si se cumple :

$$\frac{a+1}{x+b}-\frac{a-b}{a-x}=\frac{b+1}{x+b}$$

Resolución

$$\frac{a+1}{x+b}-\frac{b+1}{x+b}=\frac{a-b}{a-x}$$

$$\frac{\cancel{a-b}}{x+b}=\frac{\cancel{a-b}}{a-x}$$

$$a-x=x+b$$

$$a-b=2x$$

RPTA

$$\boxed{\frac{a-b}{2}=x}$$

PROBLEMA 8

Determine el valor de x en la ecuación

$$M = \frac{x^2 + 14x + 50}{x^2 - 6x + 10} = \left(\frac{x-3}{x+7}\right)^{-2}$$

Resolución

$$M = \frac{x^2 + 14x + 50}{x^2 - 6x + 10} = \frac{(x+7)^2}{(x-3)^2}$$

$$M = \frac{x^2 + 14x + 50}{x^2 - 6x + 10} = \frac{x^2 + 14x + 49}{x^2 - 6x + 9}$$

$$m = x^2 + 14x + 49$$

$$n = x^2 - 6x + 9$$

$$\frac{m+1}{n+1} = \frac{m}{n}$$

$$\boxed{\cancel{mn} + n = \cancel{mn} + m}$$

$$\boxed{n = m}$$

$$\cancel{x^2} - 6x + 9 = \cancel{x^2} + 14x + 49$$

$$-40 = 20x$$

RPTA $\boxed{-2 = x}$

PROBLEMA 9

Si x_0 es solución de la ecuación lineal $\frac{x-2a-b}{b}+\frac{x}{a+b}=3$

Calcule el valor de $\frac{x_0}{a+b}$; considere $a; b \in \mathbb{R}^+$

Resolución

$$\frac{x-2a-b}{b}-1+\frac{x}{a+b}-2=0$$

$$\frac{x-2a-2b}{b}+\frac{x-2a-2b}{a+b}=0$$

$$(x-2a-2b)\underbrace{\cancel{\left[\frac{1}{b}+\frac{1}{a+b}\right]}}_{+}=0$$

Entonces

$$x-2a-2b=0$$

$$x=2a+2b$$

$$x=2(a+b)$$

$$x=x_0$$

$$x_0=2(a+b)$$

$$\boxed{\text{Piden: } \frac{x_0}{a+b}}$$

Remplazando

$$=\frac{2\cancel{(a+b)}}{\cancel{a+b}}$$

$\boxed{\text{Rpta: } 2}$

PROBLEMA 10

Paúl quiere regalar una laptop a su hija Anita para sus clases virtuales; si Paúl tiene ahorrado s/ 1000. ¿Cuánto dinero le falta? Sí la laptop cuesta $10x$ soles, donde x se obtiene al resolver

$$\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}=4$$

Resolución

IDENTIDAD DE CAUCHY

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3(a+b)(ab)$$

Elevando al cubo:

$$\left(\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}\right)^3=(4)^3$$

$$14+\cancel{\sqrt{x}}+14-\cancel{\sqrt{x}}+3\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)(4)=64$$

$$28+3\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)(4)=64$$

$$\cancel{12}\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)=\cancel{36}\ 3$$

$$\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)=3$$

Elevando al cubo:

$$14^2-x=27$$

$$196-27=x$$

$$169=x$$

Reemplazando:

$$\textit{laptop}\ 10(169)=1690$$

$$1690-1000=690$$

RPTA

Le falta: s/690