

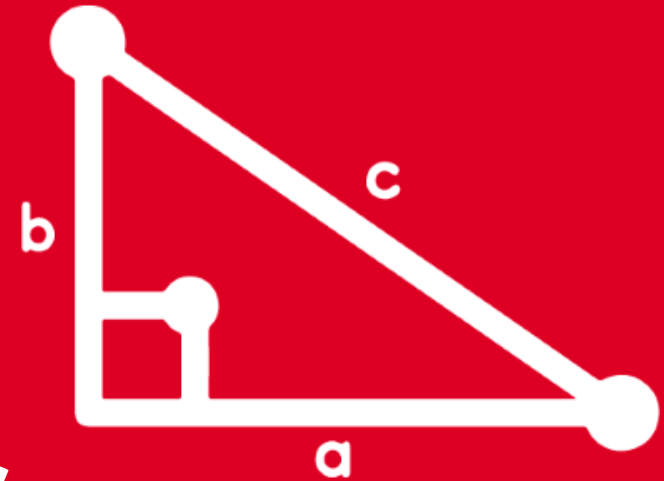
TRIGONOMETRY

Chapter 09

2nd

SECONDARY

PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO I



HELICO - MOTIVACIÓN

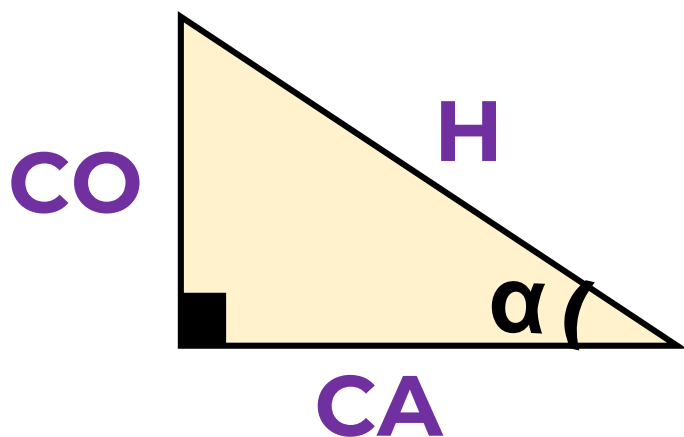




PROPIEDADES DE LAS R.T DE UN ÁNGULO AGUDO I

1) RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS (RTR)

Recordando :



De la figura se tiene :

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{CO}{H} \quad ; \quad \operatorname{csc} \alpha = \frac{H}{CO}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha = \frac{\cancel{CO}}{H} \times \frac{\cancel{H}}{\cancel{CO}} = 1$$

Se concluye :

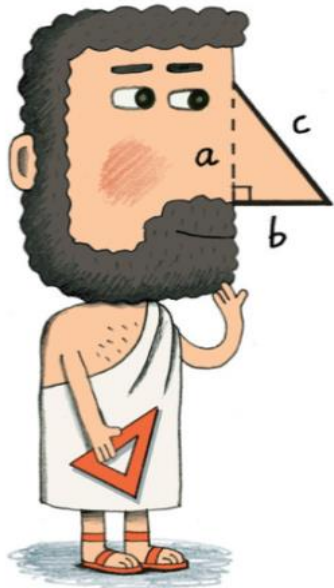
$$\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

HELICO THEORY

OBSERVACIONES :



$$\text{Si } \sin \alpha \cdot \csc \beta = 1$$



$$\alpha = \beta$$

$$\text{Si } \cos \alpha \cdot \sec \beta = 1$$



$$\alpha = \beta$$

$$\text{Si } \tan \alpha \cdot \cot \beta = 1$$



$$\alpha = \beta$$

HELICO PRACTICE 1

Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda e indique la secuencia correcta :

a) $\sin 23^\circ \cdot \csc 23^\circ = 1$ (**V**)

c) $\tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ = 1$ (**V**)

b) $\cos 15^\circ \cdot \sin 15^\circ = 1$ (**F**)

d) $\cos 3\alpha \cdot \sec 3\alpha = 1$ (**V**)

RESOLUCIÓN

a) $\sin 23^\circ$ · $\csc 23^\circ$ = 1

c) $\tan 20^\circ$ · $\cot 20^\circ$ = 1

b) $\cos 15^\circ$ · $\sin 15^\circ$ = 1

d) $\cos 3\alpha$ · $\sec 3\alpha$ = 1



Remember :

$$\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

Remember :

$$\cos \theta \cdot \sec \theta = 1$$



Remember :

$$\tan \beta \cdot \cot \beta = 1$$



HELICO PRACTICE 2

Si $\cos \theta = \frac{2}{7}$ y $\cot \alpha = \frac{2}{9}$, efectúe $M = \sec \theta + \tan \alpha$

RESOLUCIÓN

A partir de los datos :

$$\cos \theta = \frac{2}{7} \Rightarrow \sec \theta = \frac{7}{2}$$

$$\cot \alpha = \frac{2}{9} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{9}{2}$$

$$M = \sec \theta + \tan \alpha$$

$$M = \frac{7}{2} + \frac{9}{2} = \frac{16}{2}$$

$$\therefore M = 8$$

Remember :

$$\cos \theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \sec \theta = \frac{b}{a}$$



Remember :

$$\tan \theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \cot \theta = \frac{b}{a}$$



HELICO PRACTICE 3

Efectúe $E = \frac{a}{b}$, si $\sin 18^\circ \cdot \csc a = 1$; $\tan 9^\circ \cdot \cot b = 1$

RESOLUCIÓN

Según datos :

$$\sin 18^\circ \cdot \csc a = 1$$

$$\Rightarrow a = 18^\circ$$

$$\tan 9^\circ \cdot \cot b = 1$$

$$\Rightarrow b = 9^\circ$$



Remember :

$$\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

Calculamos : $E = \frac{a}{b}$

$$E = \frac{18}{9}$$

$$\therefore E = 2$$

Remember :

$$\tan \beta \cdot \cot \beta = 1$$

HELICO PRACTICE 4

Halle el valor de x , si $\cos 3x \cdot \sec(x + 40^\circ) = 1$

RESOLUCIÓN

Según dato :

$$\cos \underline{3x} \cdot \sec(\underline{x + 40^\circ}) = 1$$

➔ $3x = x + 40^\circ$

$$2x = 40^\circ$$

$$\therefore x = 20^\circ$$

Remember :

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$



HELICO PRACTICE 5

Calcule $\tan x$ si $\tan(2x + 20^\circ) \cdot \cot(x + 65^\circ) = 1$

RESOLUCIÓN

Según dato :

$$\tan(\underline{2x + 20^\circ}) \cdot \cot(\underline{x + 65^\circ}) = 1$$

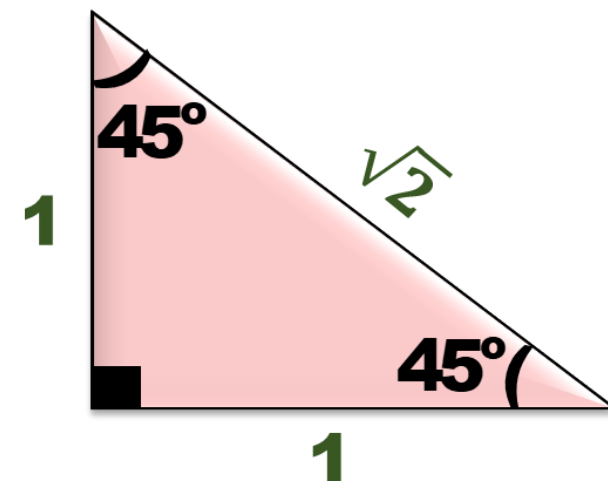
$$\Rightarrow 2x + 20^\circ = x + 65^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

$$\therefore \tan x = 1$$

Remember :

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$



HELICO PRACTICE 6

Sabrina ha heredado un terreno rectangular, cuyas dimensiones son las siguientes: $A = \frac{5 \cos 19^\circ \cdot \sec 19^\circ + 3 \tan \alpha \cdot \cot \alpha}{\sin 15^\circ \cdot \csc 15^\circ}$; $B = 6 \tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ + 9 \sin \beta \cdot \csc \beta$

Ancho : A m



Largo : B m

¿Cuál es el área del terreno?

RESOLUCIÓN

$$A = \frac{\overbrace{5 \cos 19^\circ \cdot \sec 19^\circ}^1 + \overbrace{3 \tan \alpha \cdot \cot \alpha}^1}{\underbrace{\sin 15^\circ \cdot \csc 15^\circ}_1}$$

$$A = \frac{5 + 3}{1} \Rightarrow A = 8$$

$$B = \overbrace{6 \tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ}^1 + \overbrace{9 \sin \beta \cdot \csc \beta}^1$$

$$B = 6 + 9 \Rightarrow B = 15$$

Luego : $A_{\blacksquare} = (A \text{ m})(B \text{ m})$

$$A_{\blacksquare} = (8 \text{ m})(15 \text{ m})$$

$$\therefore A_{\blacksquare} = 120 \text{ m}^2$$

HELICO PRACTICE 7

Las edades de dos amigas: Julia e Irene, son a y b años respectivamente. Si dichas edades se pueden obtener al resolver las siguientes expresiones:

$$\tan(a + b)^\circ \cdot \cot 50^\circ = 1 \quad ; \quad \cos(a - b)^\circ \cdot \sec 30^\circ = 1 .$$

Determine las edades de Julia e Irene .

RESOLUCIÓN

Según datos :

$$\tan(a + b)^\circ \cdot \cot 50^\circ = 1 \Rightarrow a + b = 50$$

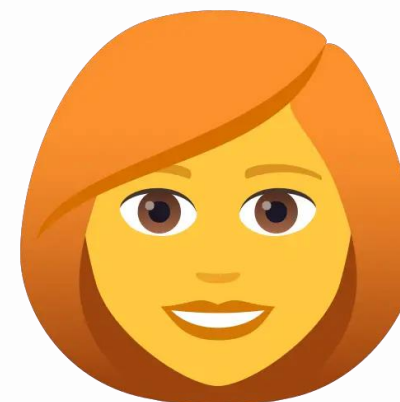
$$\cos(a - b)^\circ \cdot \sec 30^\circ = 1 \Rightarrow a - b = 30$$

Por RTR :

$$2a = 80$$

$$a = 40$$

$$b = 10$$



∴ Julia tiene 40 años
e Irene tiene 10 años .



SACO
OLIVEROS