ALGEBRA

Chapter 9

2th

Session II

PRODUCTOS NOTABLES II

SACO OLIVEROS

¿Puedes calcular el resultado del siguiente ejercicio en menos de un mínuto?

$$E = \sqrt[3]{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)(x^2+x+1)+1}$$

Rpta.: x

1 **Sea** $x + \frac{1}{x} = 5$, calcule $x^3 + \frac{1}{x^3} + 4$

Resolución:

Elevamos al cubo: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (5)^3$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\underbrace{x . \frac{1}{x}} . \underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)} = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + \underbrace{3(1)(5)}_{15} = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110$$

RECUERDA

Identidad de Cauchy

$$(a + b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Piden: $\underbrace{x^3 + \frac{1}{x^3}}_{110} + 4$

$\boxed{\therefore 114}$

2 Si $a + b = 2$; $ab = 3.$

Efectué: $E = \dfrac{a^3+b^3}{a^2+b^2}$

RECUERDA

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

Resolución:

$i)\ a^3+b^3+3.\underbrace{ab}.\underbrace{(a+b)}=\underbrace{(a+b)^3}$

$a^3 + b^3 + 3(3)(2) = 8$

$a^3 + b^3 + 18 = 8$

$\therefore\ a^3 + b^3 = -10$

$ii)\ a^2+b^2+2.\underbrace{ab}=\underbrace{(a+b)^2}$

$a^2 + b^2 + 2(3) = 4$

$\therefore\ a^2 + b^2 = -2$

$E = \dfrac{a^3+b^3}{a^2+b^2} = \dfrac{-10}{-2}$ $= 5$

3 **Sabiendo que** $\boxed{x^2+7x=1}$, **reduzca**

E=$(x+6)(x+1)(x+2)(x+5)-58$

Resolución:

$$E=(\underbrace{x^2+7x}_{1}+6)(\underbrace{x^2+7x}_{1}+10)-58$$

$$E=(\ 1\ +6)(\ 1+10)\ -58$$

$$E=(\ 7\ )(\ 11\ )\ -58$$

$$E=\ 77\ -58\ =19$$

$$\therefore\ \ 19$$

RECUERDA

Utilizamos la identidad de Stevin:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

4

Reduzca

$$P = \underbrace{(a+2)\left(a^2-2a+4\right)} + \underbrace{(a-3)\left(a^2+3a+9\right)} - 2a^3$$

RECUERDA

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

Resolución:

$$P = (a)^3 + (2)^3 + (a)^3 - (3)^3 - 2a^3$$

$$P = 2a^3 + 8 - 27 - 2a^3$$

$$P = -19$$

$$\therefore \boxed{-19}$$

5 Si: $x^2 + y^2 = 4$; $(xy)^2 = (2)^2$ ➡ $\boxed{x^2 . y^2 = 4}$

Calcule $x^6 + y^6$

RECUERDA

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

Resolución:

$$(x^2 + y^2)^3 = (4)^3$$

$$(x^2)^3 + (y^2)^3 + 3\underbrace{x^2 . y^2}. \underbrace{(x^2 + y^2)} = 64$$

$$x^6 + y^6 + \underbrace{3(4)(4)} = 64$$

$$x^6 + y^6 + 48 = 64$$

$$x^6 + y^6 = 16$$

$\therefore$ 16

6 Indique el resultado de $F = \frac{x^3+5^3}{x+5} + \frac{x^3-5^3}{x-5}$, luego lo que gana Walter en soles por 4 horas de trabajo al día esta representado por el mayor coeficiente del resultado, si Walter traba de 36 horas. ¿Cuánto recibirá de pago?

RECUERDA

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

Resolución:

$$F = \frac{(x^3+5^3)(x^2-5x+25)}{\underbrace{(x+5)(x^2-5x+25)}} + \frac{(x^3-5^3)(x^2+5x+25)}{\underbrace{(x-5)(x^2+5x+25)}}$$

$$F = \frac{\cancel{(x^3+5^3)}(x^2-5x+25)}{\cancel{x^3+5^3}} + \frac{\cancel{(x^3-5^3)}(x^2+5x+25)}{\cancel{x^3-5^3}}$$

$$F = x^2 - \cancel{5x} + 25 + x^2 + \cancel{5x} + 25 = 2x^2 + 50$$

4 horas = s/50.00

∴ Recibirá s/450.00

7 Simplifique T= $(a+b)^3-(a-b)^3-6a^2b$, luego el tiempo en horas que le dedica al día Jason a los video juegos esta dado por el coeficiente del resultado. ¿Cuántas horas invirtió Jason en los juegos si se mantuvo jugando durante 25 días?

RECUERDA

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^3=\boldsymbol{a}^3+3\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{b}^3$$

$$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^3=\boldsymbol{a}^3-3\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{b}^3$$

Resolución:

$$T=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3-(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)-6a^2b$$

$$T=\cancel{a^3}+3\cancel{a^2b}+3\cancel{ab^2}+b^3-\cancel{a^3}+3\cancel{a^2b}-3\cancel{ab^2}+b^3-\cancel{6a^2b}$$

$$T=2b^3$$

2 horas en 1 día

∴ Invirtió 50 horas