



TRIGONOMETRY

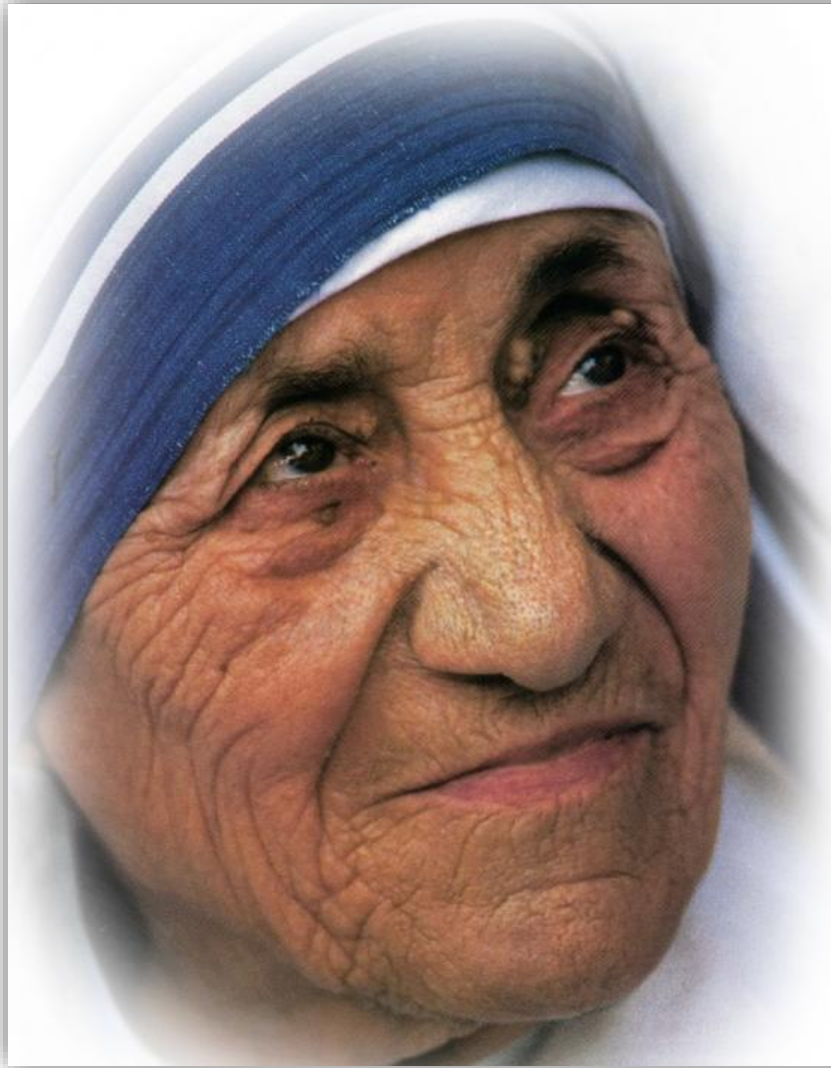
Chapter 21

3rd
SECONDARY

IDENTIDADES
TRIGONOMÉTRICAS II



 **SACO OLIVEROS**



*"A veces sentimos
que lo que hacemos
es tan solo una gota
en el mar, pero el
mar sería menos si
le faltara una gota"*

*Madre
Teresa de Calcuta*



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS.

Identidades Pitagóricas:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\sec^2 x - \tan^2 x = 1$$

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$$

$$\csc^2 x - \cot^2 x = 1$$

$$\cot^2 x = \csc^2 x - 1$$

$$\csc^2 x = \cot^2 x + 1$$



Además debemos recordar:

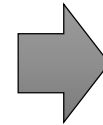
Identidades por División

$$\tan x = \frac{\text{sen} x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\text{sen} x}$$

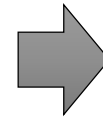
Identidades Recíprocas:

$$\text{sen} x \cdot \csc x = 1$$



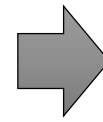
$$\csc x = \frac{1}{\text{sen} x}$$

$$\cos x \cdot \sec x = 1$$



$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$



$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$



1) Demuestre que $\text{sen}^5 x \cdot \csc^3 x + \cos^5 x \cdot \sec^3 x = 1$

Resolución:

$$H = \text{sen}^5 x \cdot \frac{1}{\text{sen}^3 x} + \cos^5 x \cdot \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$H = \text{sen}^2 x + \cos^2 x.$$

$$H = 1$$

Recordemos que:

$$\csc^3 x = \frac{1}{\text{sen}^3 x}$$

$$\sec^3 x = \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\text{Lqqd} : \text{sen}^5 x \cdot \csc^3 x + \cos^5 x \cdot \sec^3 x = 1$$



2) Demuestre que $(1 - \sen^2\theta)(1 + \cot^2\theta) = \cot^2\theta$

Resolución:

$$\text{Sea } E = (1 - \sen^2\theta)(1 + \cot^2\theta)$$

Luego reemplazamos:

$$E = \cos^2\theta \cdot \csc^2\theta$$

$$E = \left(\cos\theta \cdot \frac{1}{\sen\theta} \right)^2 = \cot^2\theta$$

$$\text{Lqqd: } (1 - \sen^2\theta)(1 + \cot^2\theta) = \cot^2\theta$$

Recordar

$$\cos^2\theta = 1 - \sen^2\theta$$

$$\csc^2\theta = 1 + \cot^2\theta$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sen\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sen\theta}$$





3) Simplifique $P = \left(\frac{\text{sen}^3 \theta}{1 - \cos^2 \theta} \right) \csc \theta$

Resolución:

Aplicamos identidades pitagóricas y recíprocas:

$$P = \left(\frac{\cancel{\text{sen}^3 \theta}}{\cancel{\text{sen}^2 \theta}} \right) \csc \theta$$

$$P = \text{sen} \theta \cdot \csc \theta$$

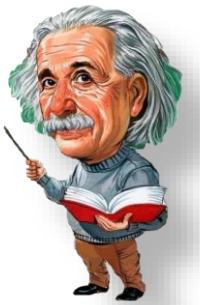
$$\therefore P = 1$$

Recordar

$$\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\text{sen}^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\text{sen} \theta \cdot \csc \theta = 1$$





4) Simplifique $E = \text{sen}x (\csc x - \text{sen}x)$

Resolución:

$$E = \text{sen}x.\csc x - \text{sen}x.\text{sen}x$$

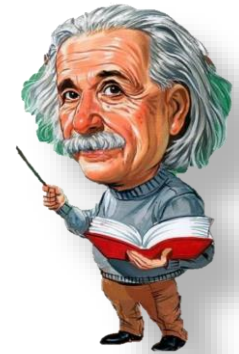
$$E = 1 - \text{sen}^2 x$$

$$E = \cos^2 x$$

Recordar

$$\text{sen}\theta.\csc\theta = 1$$

$$\cos^2\theta = 1 - \text{sen}^2\theta$$





5) Simplifique $E = (\cos\theta + \operatorname{sen}\theta \cdot \tan\theta) \cos\theta$

Resolución:

$$E = \cos\theta \cdot \cos\theta + \operatorname{sen}\theta \cdot \tan\theta \cdot \cos\theta$$

$$E = \cos^2\theta + \operatorname{sen}\theta \cdot \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cancel{\cos\theta}} \cdot \cancel{\cos\theta}$$

$$E = \cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta$$

$$E = 1$$

Recordar

$$\tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$$



6) Gustavo y Ángel han participado en un concurso donde el premio mayor es de S/100 para el primer lugar. En este concurso se planteó una única pregunta, reducir la siguiente expresión:

$$A = \sec\theta - \operatorname{sen}\theta \cdot \tan\theta$$

dando como respuestas lo siguiente:

- Gustavo: $\operatorname{sen}\theta$
- Ángel: $\cos\theta$

¿Quién dio la respuesta correcta y cuál fue esta respuesta?

Resolución:

Calculamos:

$$A = \sec\theta - \operatorname{sen}\theta \cdot \tan\theta$$

$$A = \frac{1}{\cos\theta} - \operatorname{sen}\theta \cdot \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$A = \frac{1 - \operatorname{sen}^2\theta}{\cos\theta}$$

$$A = \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta}$$

$$A = \cos\theta$$

∴ Ángel dio la respuesta correcta : $\cos\theta$





7) Se tiene la expresión: $C = (2\text{sen } x + \cos x)^2 + (\text{sen } x - 2 \cos x)^2$

El valor C nos indica la cantidad de alumnos que son finalistas a un concurso de matemáticas que ha organizado el colegio. Se pide calcular la cantidad total de participantes si los finalistas representan el 10% del total.

Resolución:

Calculamos:

$$C = (2\text{sen } x + \cos x)^2 + (\text{sen } x - 2 \cos x)^2$$

$$C = 4\text{sen}^2 x + \cancel{4\text{sen}x.\cos x} + \cos^2 x + \text{sen}^2 x - \cancel{4\text{sen}x.\cos x} + 4\cos^2 x$$

$$C = 5\text{sen}^2 x + 5\cos^2 x$$

$$C = 5(\text{sen}^2 x + \cos^2 x)$$

$$C = 5$$

Si el 10% es 5, entonces el 100% es igual 50.

\therefore Total de alumnos participantes es 50