



TRIGONOMETRY

Chapter 7

2nd
SECONDARY

Razones trigonométricas
de ángulos notables II



SACO OLIVEROS



HELICOMOTIVACIÓN

CUATRO SÍMBOLOS FAMILIARES ESCRITOS EN ESTILO ANTIGUO

Desde la primitiva Babilonia los matemáticos han ahorrado tiempo y esfuerzo al sustituir las palabras por símbolos.

Entre dichas creaciones abreviadas se encuentran los breves signos $+$, $-$, \times y \div que utilizamos para indicar suma, resta, multiplicación y división.

Estos cuatro símbolos son relativamente nuevos en la historia matemática. Al lado aparecen algunas formas primitivas de representarlos.

SUMA

RESTA

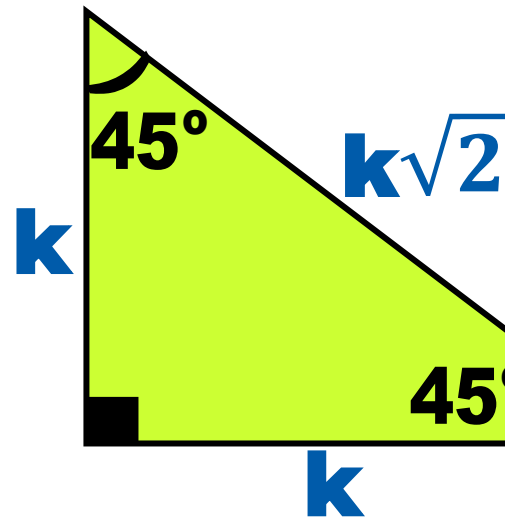
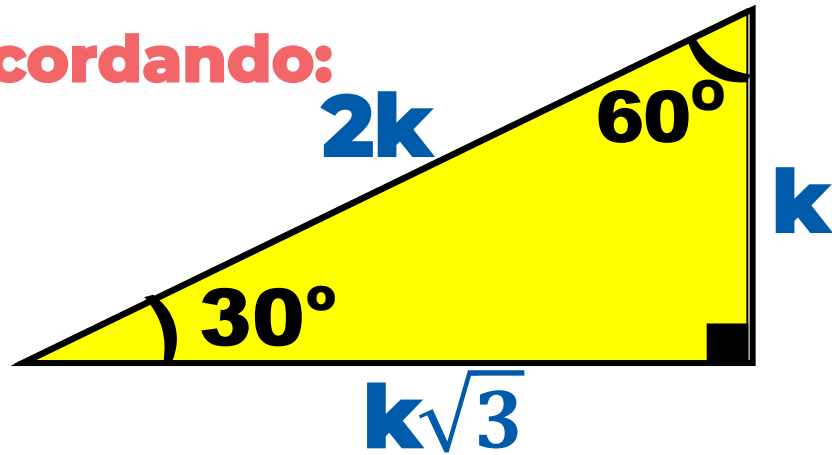
MULTIPLICACIÓN

DIVISIÓN



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES DE 30° , 45° y 60°

Recordando:

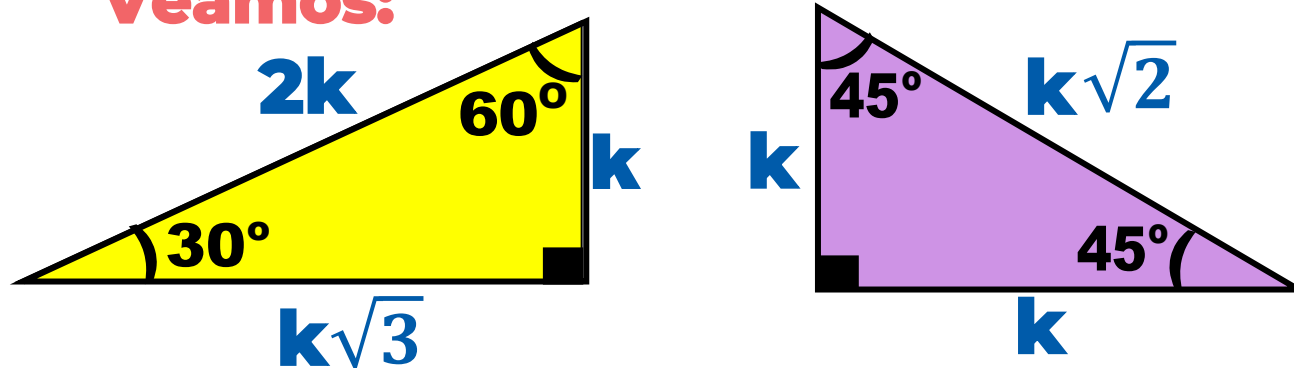


Además:

sen	cos	tan	cot	sec	csc
$\frac{\text{CO}}{\text{H}}$	$\frac{\text{CA}}{\text{H}}$	$\frac{\text{CO}}{\text{CA}}$	$\frac{\text{CA}}{\text{CO}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CA}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CO}}$

Diagram showing the relationship between trigonometric functions for complementary angles (30° and 60°) using the mnemonic SOHCAHTOA. Brackets indicate that the values for 30° and 60° are reciprocals of each other.

Veamos:



$$\text{sen}30^\circ = \frac{\text{CO}}{\text{H}} = \frac{1\cancel{k}}{2\cancel{k}} \Rightarrow \text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{\text{CA}}{\text{H}} = \frac{\cancel{k}\sqrt{3}}{2\cancel{k}} \Rightarrow \text{cos}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{sen}45^\circ = \frac{\text{CO}}{\text{H}} = \frac{\cancel{k}}{\sqrt{2}\cancel{k}} \Rightarrow \text{sen}45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

R.T. 	30°	60°	45°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1
cot	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
sec	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	$\sqrt{2}$
csc	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$

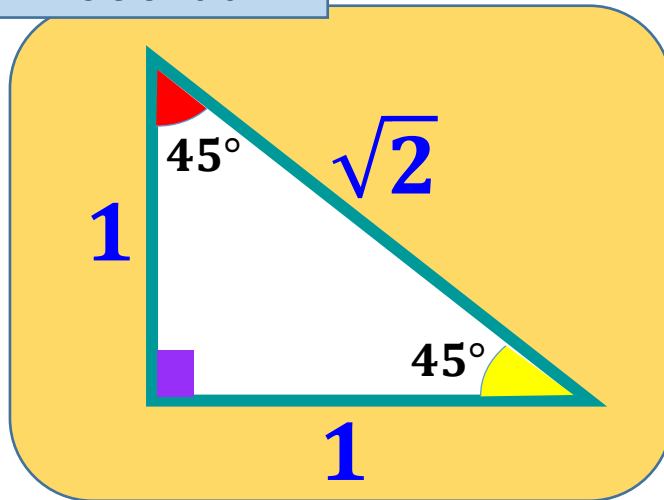




1 Efectúe:

$$A = (3 \operatorname{sen} 45^\circ + 4 \operatorname{cos} 45^\circ) \operatorname{csc} 45^\circ$$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

Reemplazando:

$$A = \left[3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] \times (\sqrt{2})$$

$$A = \left[\frac{7}{\sqrt{2}} \right] \times (\sqrt{2})$$

$$\therefore A = 7$$



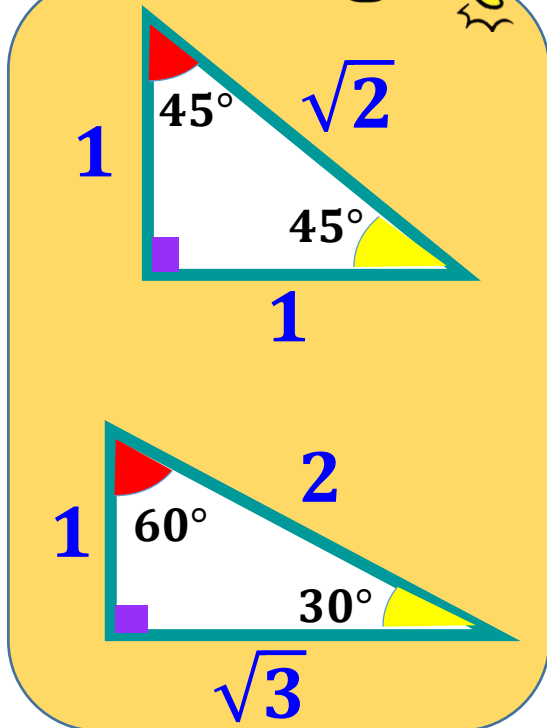


2

Efectúe:

$$A = (5 \tan 45^\circ)^{\sec 60^\circ} + (12\sqrt{3} \tan 60^\circ)^{\sen 30^\circ}$$

Recordar:

**RESOLUCIÓN:**

$$A = [5 \times (1)]^2 + [12\sqrt{3} \times (\sqrt{3})]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = 25 + [36]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = 25 + \sqrt{36}$$

$$A = 25 + 6$$

$$\therefore A = 31$$



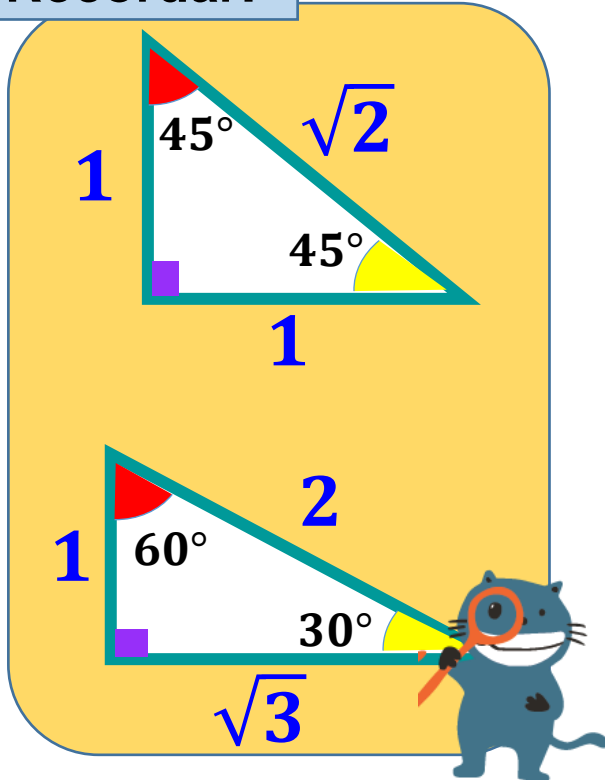


3

Resuelva:

$$3^x = \sqrt{2} \csc 45^\circ + 2\sqrt{3} \tan 60^\circ + 2 \operatorname{sen} 30^\circ$$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

$$3^x = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2}) + 2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}) + \cancel{2} \cdot \left(\cancel{\frac{1}{2}} \right)$$

$$3^x = 2 + 6 + 1$$

$$3^x = 9$$

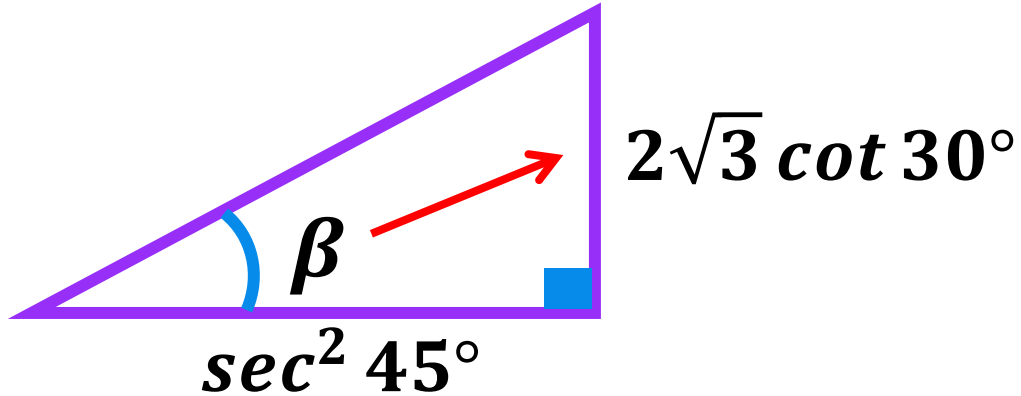
$$3^x = 3^2$$

$$\therefore x = 2$$

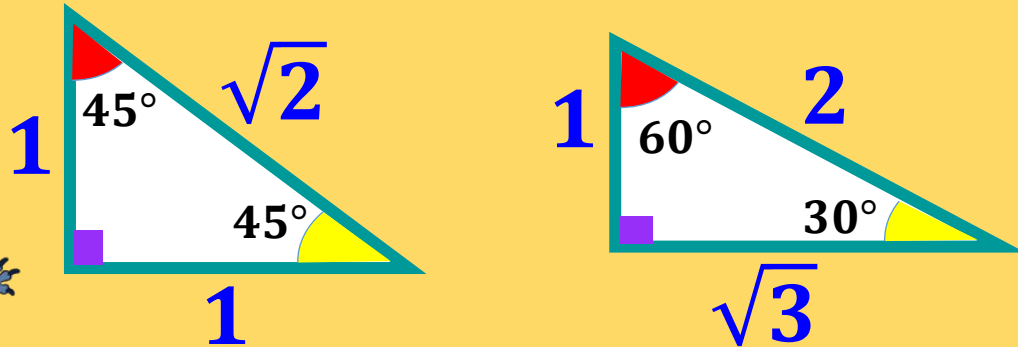




4 Del gráfico, calcule $\tan \beta$



Recordar:



RESOLUCIÓN:

$$\tan \beta = \frac{2\sqrt{3} \cot 30^\circ}{\sec^2 45^\circ}$$

$$\tan \beta = \frac{2\sqrt{3} \times (\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2}$$

$$\tan \beta = \frac{6}{2}$$

$$\therefore \tan \beta = 3$$



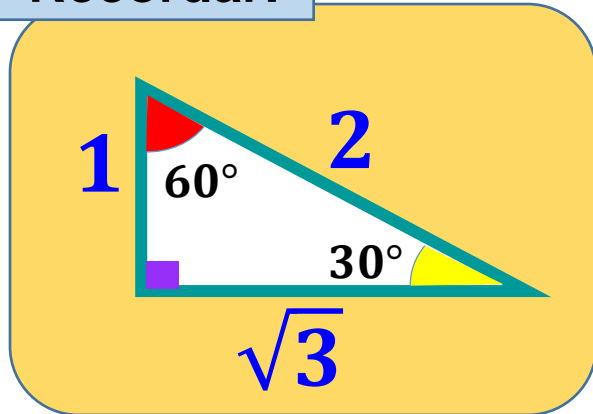


5

Resuelva, si $x > 0$

$$\frac{8 \sec 60^\circ}{x + 1} = \frac{x - 1}{\sen 30^\circ}$$

Recordar:



$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

RESOLUCIÓN:

$$8 \sec 60^\circ \cdot \sen 30^\circ = (x - 1)(x + 1)$$

$$8 \times (\cancel{2}) \times \left(\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \right) = x^2 - 1$$

$$8 = x^2 - 1$$

$$x^2 = 9 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -3 \\ x_2 = 3 \quad \checkmark \end{array} \right.$$

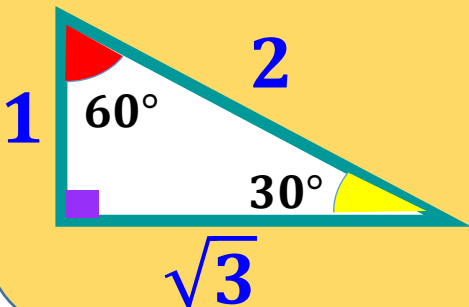
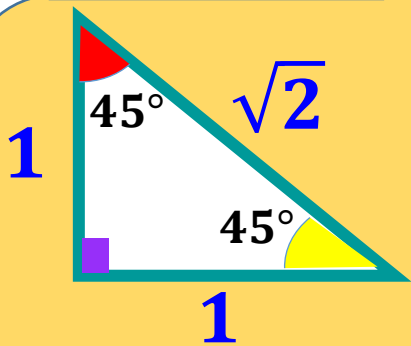
$$\therefore x = 3$$



6

Un profesor de Matemáticas ha planteado un reto para sus alumnos que consiste en operar con las razones trigonométricas de ángulos notables. Para ello ha elaborado cuatro tarjetas de colores que se presentan a continuación las cuales indican una determinada cantidad de puntos:

Recordar:



$$8\sec^2 45^\circ + 12\csc 30^\circ$$

$$4\sqrt{3}\sin 60^\circ + 5\sqrt{2}\cos 45^\circ$$

$$5\sec 60^\circ + 9\cot 45^\circ$$

$$3\tan^2 60^\circ + 6\cot^2 30^\circ$$

¿Cuál de las tarjetas tiene mayor puntaje?





$$8\sec^2 45^\circ + 12\csc 30^\circ$$

$$8(\sqrt{2})^2 + 12(2)$$

$$16 + 24$$

$$40$$

$$4\sqrt{3}\sin 60^\circ + 5\sqrt{2}\cos 45^\circ$$

$$4\sqrt{3}(\sqrt{3}/2) + 5\sqrt{2}(1/\sqrt{2})$$

$$6 + 5$$

$$11$$

$$5\sec 60^\circ + 9\cot 45^\circ$$

$$8(2) + 9(1)$$

$$16 + 9$$

$$25$$

$$3\tan^2 60^\circ + 6\cot^2 30^\circ$$

$$3(\sqrt{3})^2 + 6(\sqrt{3})^2$$

$$9 + 18$$

$$27$$

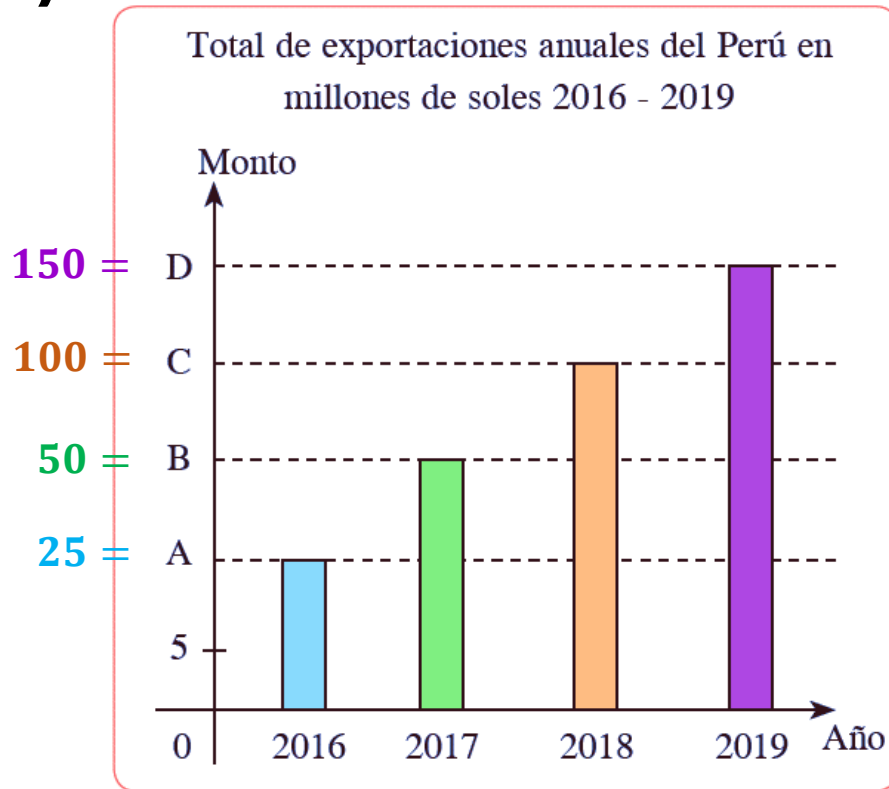
∴ La tarjeta de mayor puntaje es el AZUL





7

El siguiente diagrama muestra información sobre la exportación de alcachofa del Perú (en soles):



¿Cuál fue el valor total, en millones de soles, de las exportaciones de alcachofas en el periodo 2016 - 2019?

El valor total de las exportaciones es de 325 millones de soles.

RESOLUCIÓN:

Donde:

$$A = 25 \cot 45^\circ = 25 \times (1) = 25$$

$$B = 25 \csc 30^\circ = 25 \times (2) = 50$$

$$C = 200 \sen^2 45^\circ = 200 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$C = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 100$$

$$D = 50\sqrt{3} \tan 60^\circ = 50\sqrt{3} \times (\sqrt{3})$$

$$D = 50 \times 3 = 150$$