

ALGEBRA

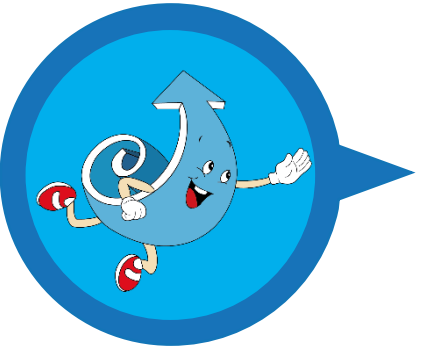
Chapter 3

4th
SECONDARY

Remarkable Products II



HELICO MOTIVATING



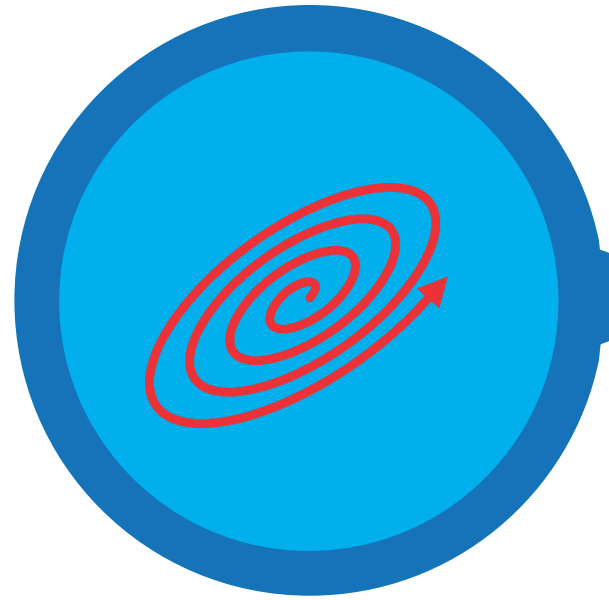
¿Puedes multiplicar mentalmente el siguiente polinomio y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Rpta. $a^3 + b^3$

HELICO THEORY

CHAPTER 03



¿QUÉ SON PRODUCTOS NOTABLES?

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.

1 IDENTIDAD DE STEVEN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

Ejemplo:

$$(x + 5)(x + 7) = x^2 + (5 + 7)x + 5 \cdot 7$$

$$(x + 5)(x + 7) = x^2 + 12x + 35$$

Ejemplo:

$$(x - 6)(x + 9) = x^2 + (9 - 6)x - 6 \cdot 9$$

$$(x - 6)(x + 9) = x^2 + 3x - 54$$

2

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo:

$$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$$

$$(x^3 + 7)(x^3 - 7) = (x^3)^2 - 7^2 = x^6 - 49$$

3

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

Ejemplo:

$$(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$$

4

IDENTIDADES CONDICIONALES

$$\textit{Si } a + b + c = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 03

1. Si: $x^2 + 9x = -10$,
 reduzca

$$M = (x + 5)(x + 2)(x + 4)(x + 7)$$

Resolución

Desarrollando la expresión de **M**

$$M = (\underline{x + 5})(\underline{x + 2})(\underline{x + 4})(\underline{x + 7})$$

$$M = (\underbrace{x^2 + 9x + 20})(\underbrace{x^2 + 9x + 14})$$

$$M = (-10 + 20)(-10 + 14)$$

$$M = (10)(4)$$

$$M = 40$$

Recordar la Identidad de Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Rpta: **40**

2. Efectúe:

$$P = \sqrt[4]{2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

Resolución

Aplicando la Diferencia de Cuadrados

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3-1)(3+1)}_{3^2-1}(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^2-1)(3^2+1)}_{3^4-1}(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^4-1)(3^4+1)}_{3^8-1}(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^8-1)(3^8+1)}_{3^{16}-1}+1}$$

$$P = \sqrt[4]{3^{16} - \cancel{1} + \cancel{1}}$$

Recordando Diferencia de Cuadrados

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Rightarrow P = \sqrt[4]{3^{16}}$$

$$P = 3^4 = 81$$

Rpta: **81**

3. Dé el valor de:

$$E = (x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) + 1$$

si : $x = \sqrt[6]{3}$

Resolución

Agrupando convenientemente en

$$E = \underline{(x + 1)} \underline{(x - 1)} \underline{(x^2 - x + 1)} \underline{(x^2 + x + 1)} + 1$$

$$E = \underbrace{(x^3 + 1)(x^3 - 1)} + 1$$

$$E = x^6 - \cancel{1} + \cancel{1}$$

$$E = x^6$$

Recordar la Suma y Diferencia de cubo

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Reemplazando $x = \sqrt[6]{3}$ en E:

$$E = \cancel{\sqrt[6]{3}}^6$$

$$E = 3$$

Rpta: 3

4. Si: $x + y + z = 0 \quad \wedge \quad xyz = 8$

Reduzca:

$$P = xy(x + y)^4 + yz(y + z)^4 + xz(x + z)^4$$

Resolución

Del dato $x + y + z = 0$,

despejando
 $\Rightarrow x + y = -z$

$$\Rightarrow x + z = -y$$

$$\Rightarrow y + z = -x$$

Reemplazando en

$$P = xy(-z)^4 + yz(-x)^4 + xz(-y)^4$$

$$P = xyz^4 + yzx^4 + xzy^4$$

Recordar las Identidades
 Condicionales $x + y + z = 0$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Transformando la expresión de
 P en

$$P = xyz(z^3 + x^3 + y^3)$$

Aplicando Identidades
 Condicionales

$$P = \underbrace{xyz}_{8}(\underbrace{3xyz}_{3 \cdot 8})$$

$$P = 8 \cdot (3 \cdot 8)$$

$$P = 192$$

Rpta: **192**

5. Si: $a = 2\sqrt{2} - 1$, $b = 1 - \sqrt{2}$, $c = -\sqrt{2}$
 reduzca:

$$T = \left(\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \right) \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + ac + bc} \right)$$

Resolución

Sumando a , b y c

$$a + b + c = 0$$

Por Identidades Condicionales

$$\text{en } T = \left(\frac{\cancel{3abc}}{\cancel{abc}} \right) \left(\frac{-2(\cancel{ab + ac + bc})}{\cancel{ab + ac + bc}} \right)$$

$$T = (3)(-2)$$

$$T = -6$$

Recordar las Identidades
 Condicionales $a + b + c = 0$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Rpta: -6

6. *La entrada al parque de las leyendas por cada persona cuesta*

S/. $(x + 3)$. Si en total asistieron $(x^2 - 3x + 9)$ personas y recaudó

S/. 1027, ¿Cuántas personas fueron al Parque de las Leyendas?

Resolución

Datos:

Precio de Entrada: $(x + 3)$ soles

Nº de asistentes: $(x^2 - 3x + 9)$

Recaudación total en soles:

$$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 1\,027$$

Por suma de cubos:

$$x^3 + 27 = 1\,027$$

$$x^3 = 1\,000 \rightarrow x = 10$$

El Nº de Personas que fueron al parque:

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 9 &= (10)^2 - 3(10) + 9 \\ &= 100 - 30 + 9 \\ &= 79 \end{aligned}$$

Rpta: **Fueron 79 personas al parque**

7. José Luis gasta “4Q” soles en comprar 20 empanadas, cuyo valor de Q se halla al

reducir
$$Q = \frac{(a+b)^3 + (b+c)^3 + (a+c)^3 + 18abc}{5abc}$$

si $a + b + c = 0$. ¿Cuánto costaría comprar 40 empanadas?

Resolución

Del dato $a + b + c = 0$

despejando

$$\Rightarrow a + b = -c$$

$$\Rightarrow a + c = -b$$

$$\Rightarrow b + c = -a$$

Reemplazando en Q

$$Q = \frac{(-c)^3 + (-a)^3 + (-b)^3 + 18abc}{5abc}$$

$$Q = \frac{-c^3 - a^3 - b^3 + 18abc}{5abc}$$

$$Q = \frac{-(c^3 + a^3 + b^3) + 18abc}{5abc}$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$Q = \frac{-(3abc) + 18abc}{5abc} = \frac{\cancel{15abc}^3}{\cancel{5abc}_1} = 3$$

→ $4Q = 4(3) = 12$ → entonces 20 empanada cuestan 12 soles.

Rpta: Pagó 24 soles por las 40 empanadas