GEOMETRÍA

Capítulo 15

4th
SECONDARY

ÁREA DE REGIONES CÍRCULARES

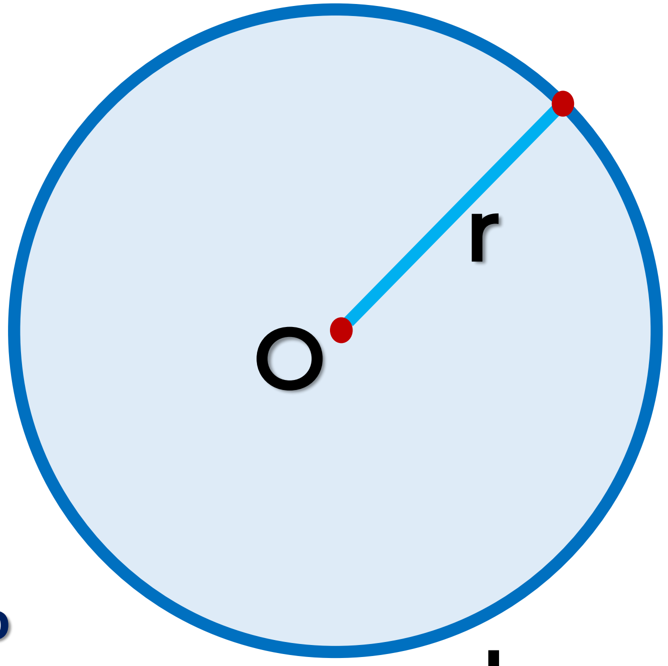
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

Uno de los grandes inventos del hombre fue la rueda (la que denominamos círculo) cuya mayor aplicación era en el transporte; hoy en día se fabrican en serie, círculos que tienen infinitas aplicaciones y para generar dicha producción se diseñan moldes llamados matrices utilizando para ello las fórmulas de cálculo de áreas de círculo.

ÁREAS DE REGIONES CIRCULARES

Círculo.- Es la unión de la circunferencia y el interior



O : Centro

S : Área del círculo

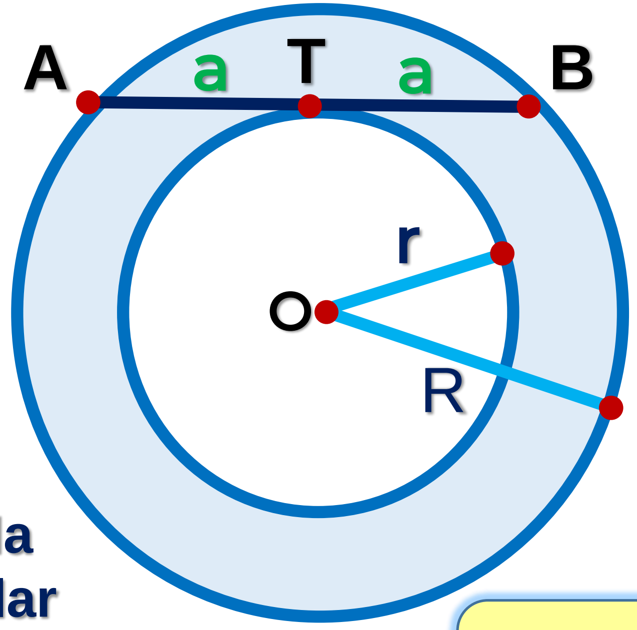
L : longitud de la circunferencia

$$S = \pi r^2$$

$$L = 2\pi r$$

Corona circular.- Es la región comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

O : Centro



S : Área de la corona circular

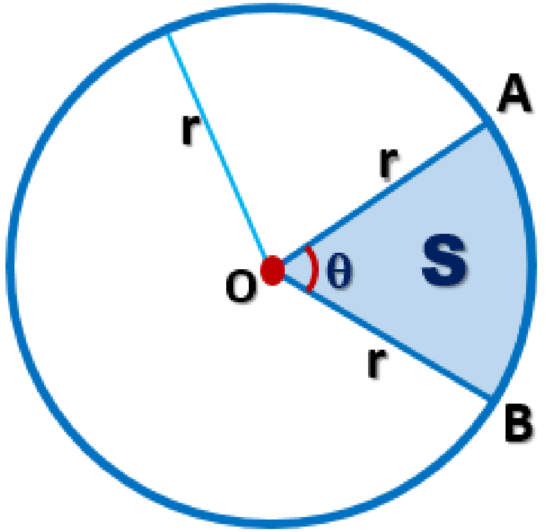
$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

$$S = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

$$S = \pi a^2$$

Sector circular

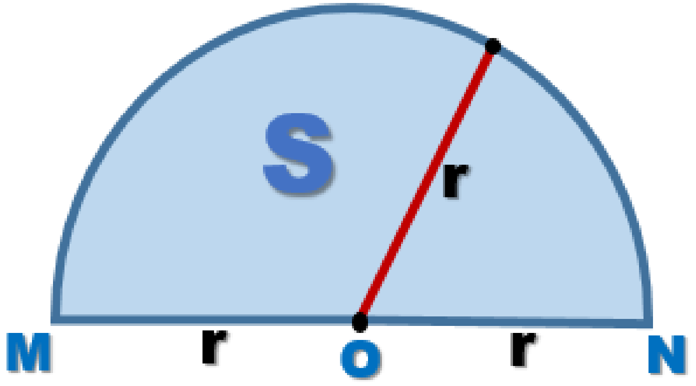
Es una parte del círculo limitada por dos radios y su arco correspondiente.



O : Centro

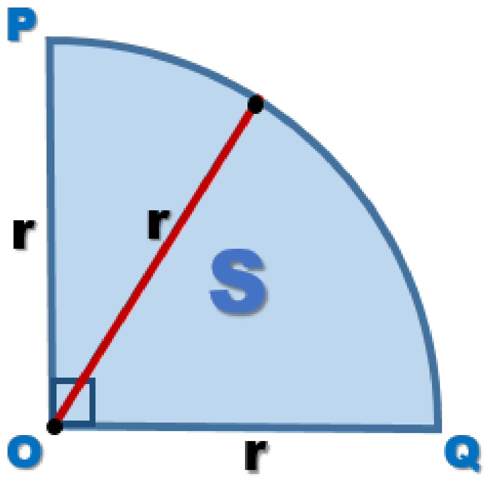
$$S = \frac{\theta}{360°}\pi r^2$$

Semicírculo



O : Centro

$$S = \frac{\pi r^2}{2}$$

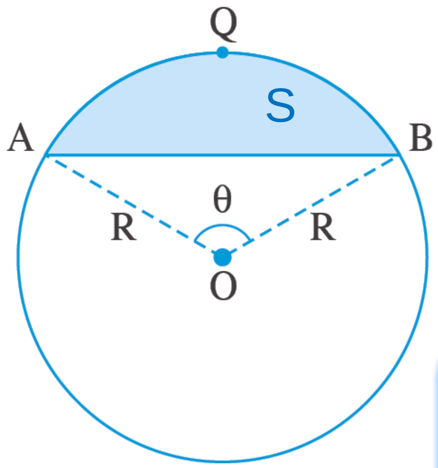


O : Centro

$$S = \frac{\pi r^2}{4}$$

Segmento circular

Es aquella porción de círculo determinada por una cuerda de dicho círculo.

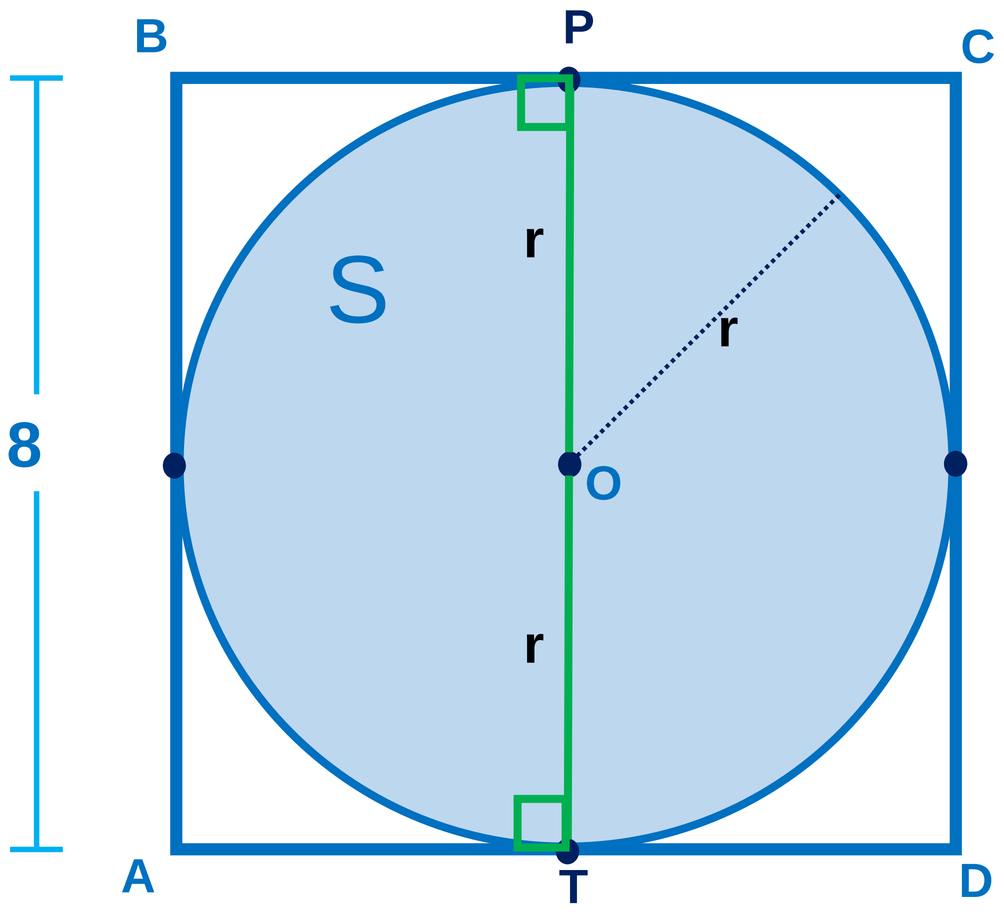


O : Centro

S : Área del segmento circular

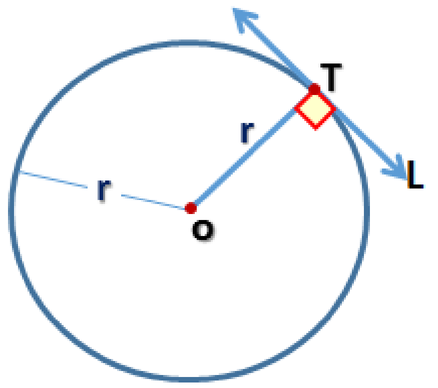
$$S = \frac{\theta}{360°}\pi r^2 - \frac{1}{2}.R^2\operatorname{sen}\theta$$

1. El lado de un cuadrado mide 8. Calcule el área del círculo inscrito en dicho cuadrado.



- **Piden: S** $\boxed{S = \pi r^2}$

- **Se trazan:** $\overline{OP}$ **y** $\overline{OT}$.



- ▭ **ABPT : Rectángulo**

$$AB = PT = 8$$

$$2r = 8$$

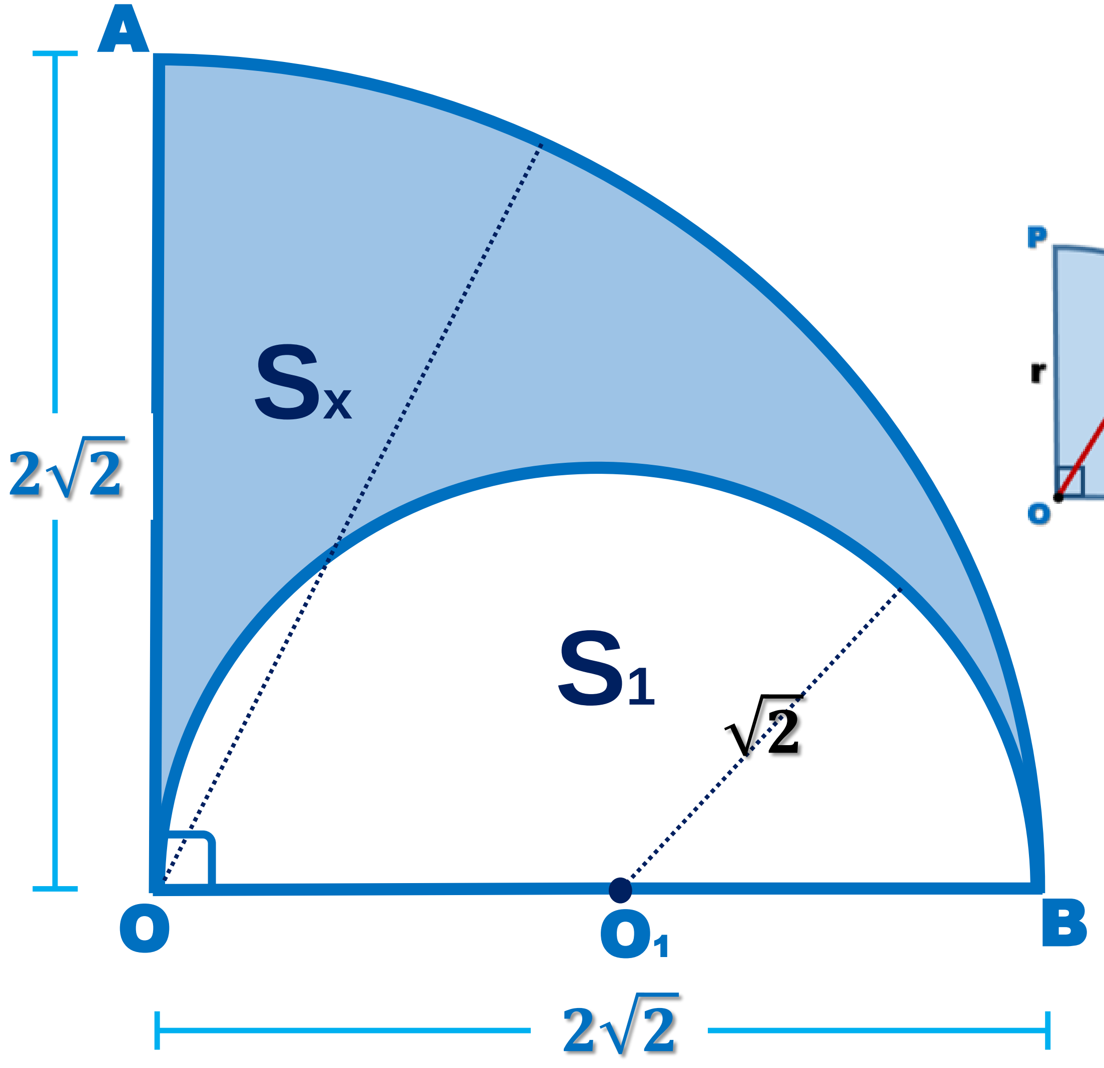
$$r = 4$$

- **Reemplazando**

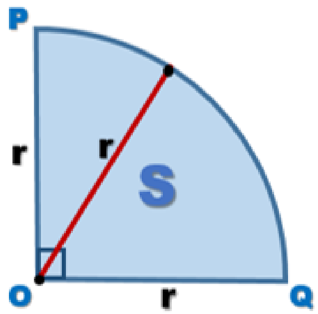
$$S = \pi 4^2$$

$$\boxed{S = 16\pi u^2}$$

2. Calcule el área de la región sombreada, si $OA = OB = 2\sqrt{2}$.

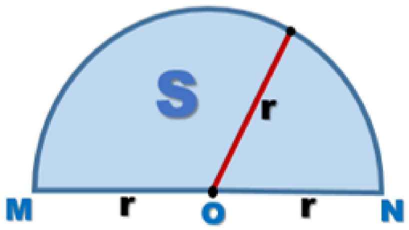


- **Piden: S_x**
- $S_{(SECTOR\ AOB)} = S_x + S_1$



O : Centro

$$S = \frac{1}{4}.\pi r^2$$



O : Centro

$$S = \frac{1}{2}.\pi r^2$$

- **Reemplazando**

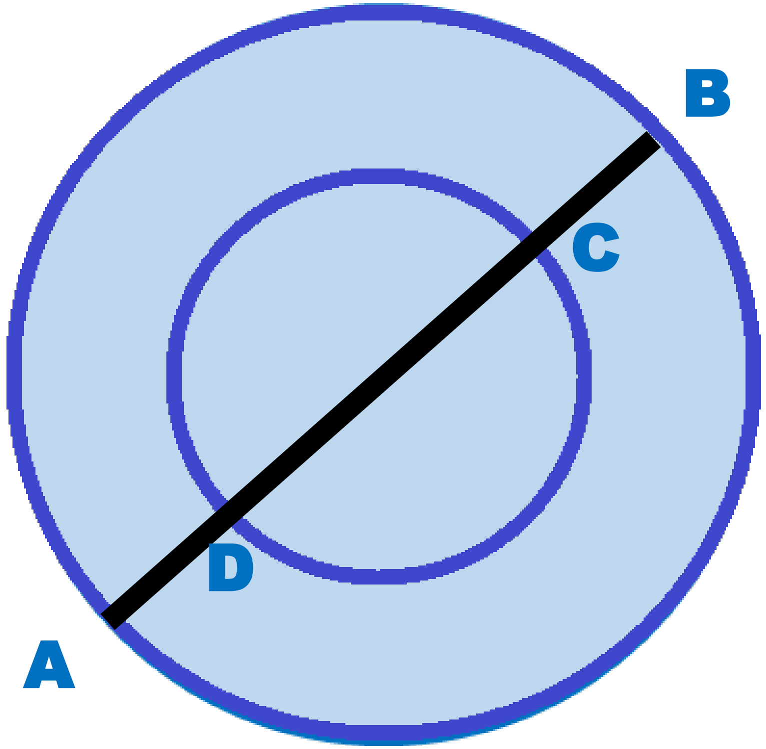
$$S_{(SECTOR\ AOB)} = S_x + S_1$$

$$\frac{1}{4}.\pi(2\sqrt{2})^2 = S_x + \frac{1}{2}.\pi(\sqrt{2})^2$$

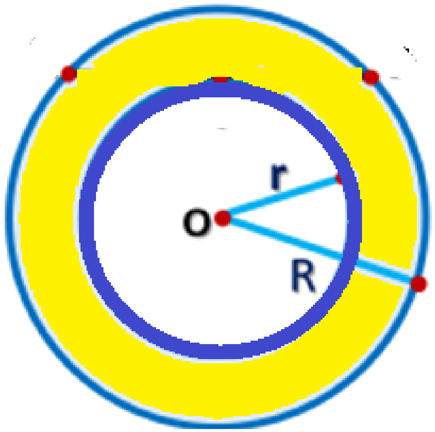
$$2\pi = S_x + \pi$$

$$\boxed{S_x = \pi u^2}$$

3. En la fotografía se muestra la ampliación de la imagen de una moneda de 5 soles si AB = 20 u y CD = 6 u. Calcule el área de la corona circular..



- **Piden: S**
- **S : Área de la corona circular**



$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

HALLANDO

r= 3 , R=10

$$S = \pi(10^2 - 3^2)$$

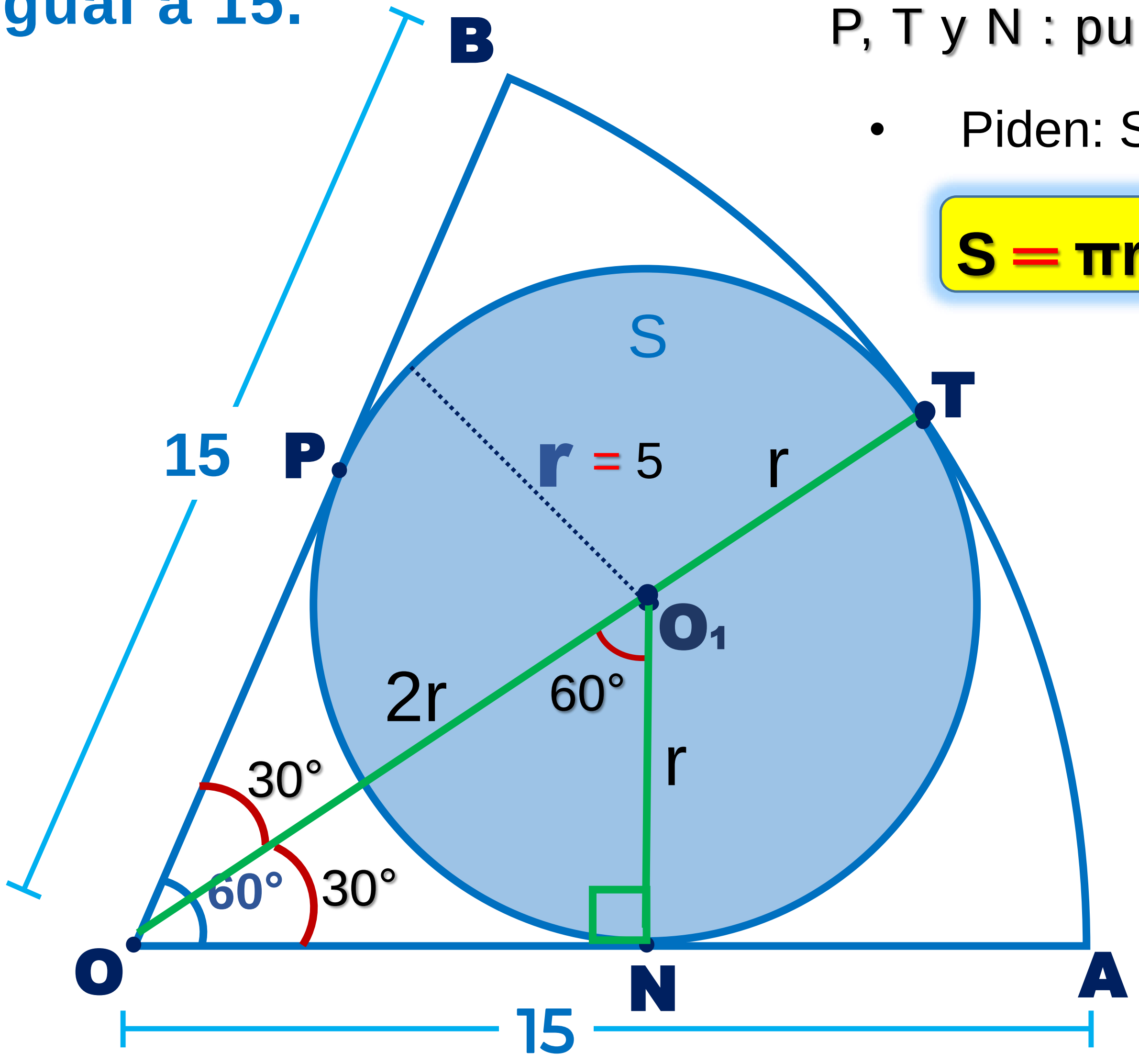
$$S = \pi\,(100 - 9)$$

$$S = \pi\,(91)$$

$$S = 91\,\pi$$

$$\boxed{S = 91\,\pi\ u^2}$$

4. Calcule el área del círculo inscrito en el sector circular de 60° y radio igual a 15.



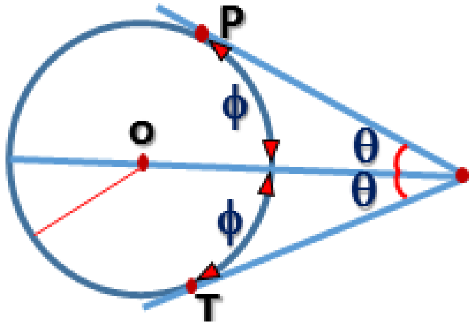
P, T y N : puntos de tangencia.

- Piden: S

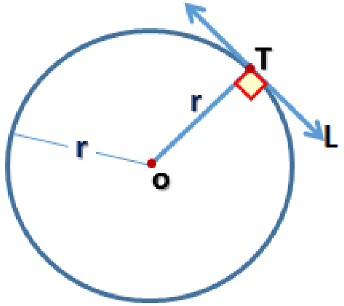
$$\boxed{S = \pi r^2}$$

- Se traza $\overline{OT}$.

Los puntos O, O_1 y T son colineales.



- Se traza $\overline{O_1N}$.



- $\triangle ONO_1$: Notable de 30° y 60°

- En $\overline{OT}$.

$$2r + r = 15$$

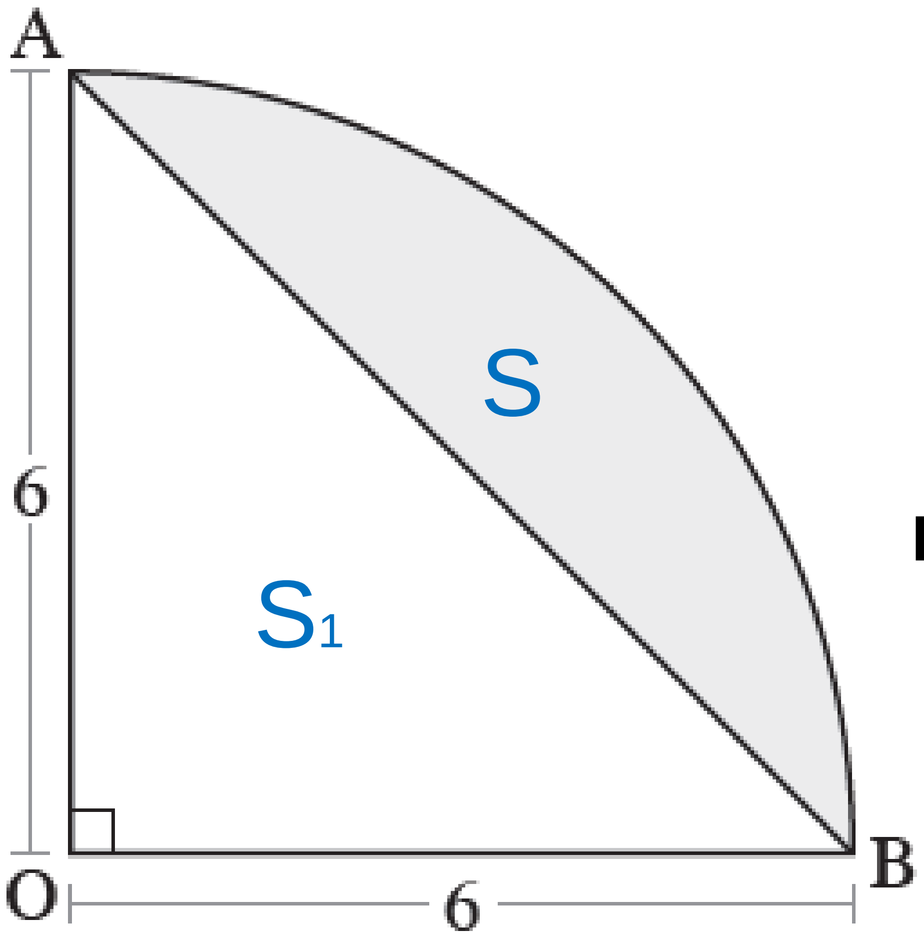
$$3r = 15 \qquad r = 5$$

- Reemplazando.

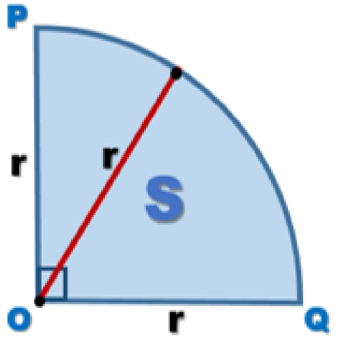
$$S = \pi 5^2$$

$$\boxed{S = 25\pi u^2}$$

5. Calcule el área de la región sombreada. O es centro del $\overset{\frown}{AB}$.

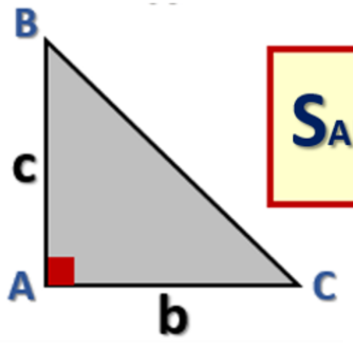


- Piden: S
- S(SECTOR AOB) = S + S1



O : Centro

$$S = \frac{1}{4}.\pi r^2$$



$$S_{ABC} = \frac{bc}{2}$$

Reemplazando: S(SECTOR AOB) = S + S1

$$\frac{\pi 6^2}{4} = S + \frac{6.6}{2}$$

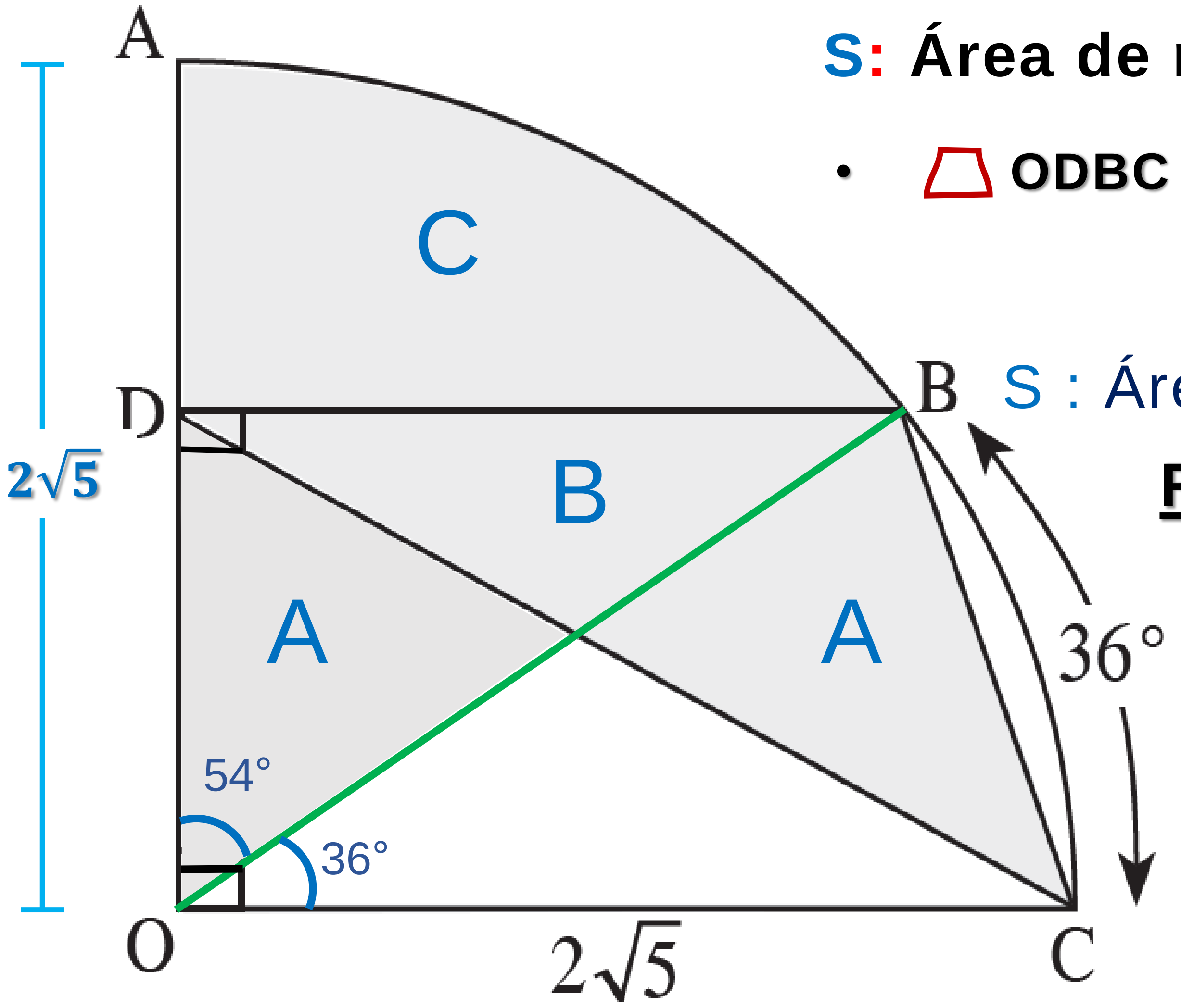
$$9\pi = S + 18$$

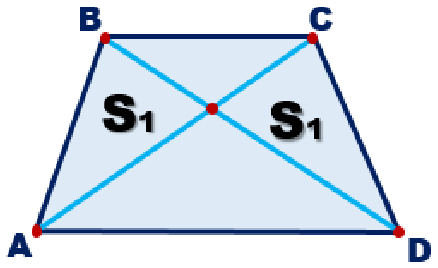
$$9\pi - 18 = S$$

$$\boxed{S = 9(\pi - 2)\ u^2}$$

 SACO OLIVEROS

6. Calcule el área de la región sombreada si O es centro.





S: Área de región sombreada

- ⏢ **ODBC : Trapecio**

$S = A + B + C$

S : Área de un sector circular

$$S = \frac{\theta}{360°} \pi r^2$$

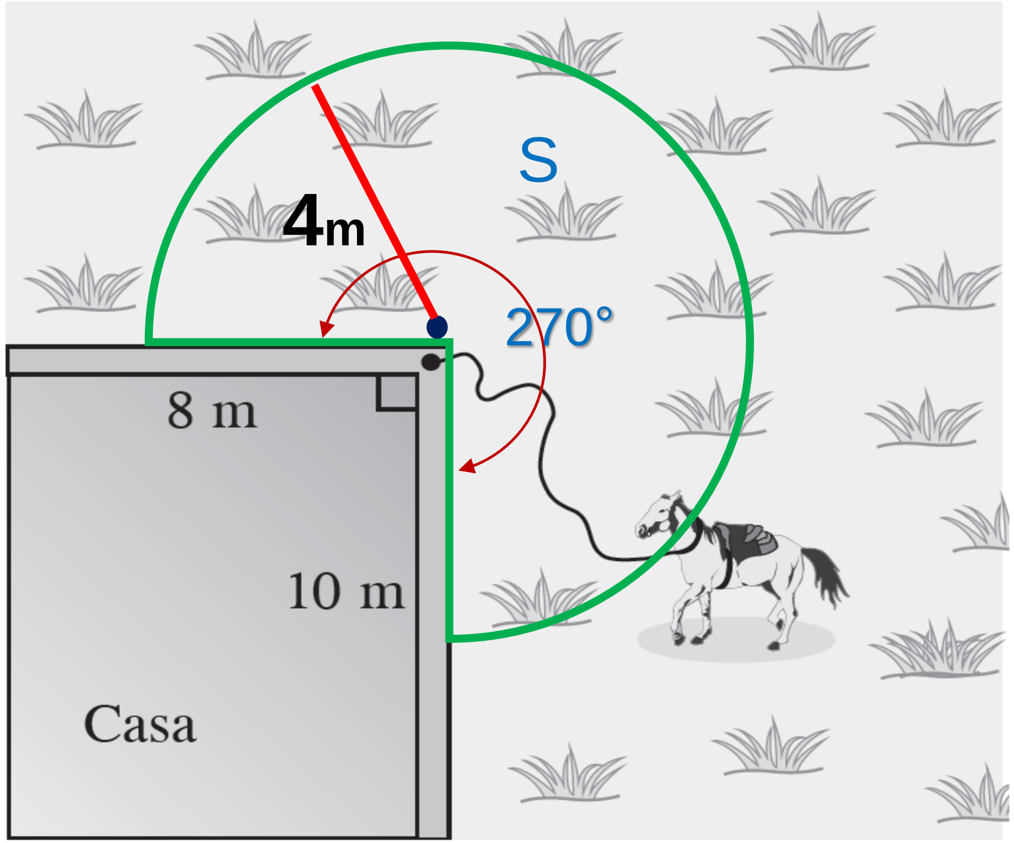
Reemplazando:

$$S = \frac{\overset{3}{\cancel{54°}}}{\underset{20}{\cancel{360°}}} \pi(2\sqrt{5})^2$$

$$S = \frac{3}{\cancel{20}} \pi(\cancel{20})$$

$$\boxed{S = 3\pi u^2}$$

8. En la figura se muestra un caballo atado en la esquina del contorno de una casa con una soga de 4 m. Si el suelo que rodea al caballo está lleno de pasto, calcule el área máxima que puede abarcar el caballo al tratar de comer el pasto que lo rodea.



- **Piden: S**

$$S = \frac{\theta}{360°}\pi r^2$$

- **Reemplazando:**

$$S = \frac{\overset{3}{\cancel{270°}}}{\underset{4}{\cancel{360°}}}\pi \cancel{4^2}$$

$$\boxed{S = 12\pi m^2}$$