

ARITHMETIC

Chapter 24

3rd
SECONDARY

Probabilidades I

2023



 **SACO OLIVEROS**

En **1991** los matemáticos estadounidenses **Persi Diaconis** y **David Bayer** recurrieron a la computadora para estudiar este problema y comprobaron que **basta mezclar las cartas siete veces para que su distribución sea aleatoria dentro de una baraja de 52 naipes**. Esto quiere decir que cualquier carta tiene la misma probabilidad de encontrarse en cualquier posición. Mezclar las cartas más de siete veces es innecesario y menos de siete insuficiente.



Probabilidades

Nociones

Experimento Determinístico:

Se denomina experimento determinístico a aquella prueba o ensayo que bajo las mismas condiciones de experimentación presenta los mismos resultados.

Ejemplos

- Dejar caer un objeto de una altura de 1 m y hallar su velocidad de impacto.
- Colocar un punto en cada cara de un dado trucado y predecir el resultado que se obtiene al lanzarlo.

Experimento Aleatorio (ε):

Se denomina experimento aleatorio a toda prueba o ensayo cuyos resultados no pueden predecirse sin realizar previamente la prueba.

Ejemplos

- ε_1 : Al lanzar una moneda y al caer al piso puede mostrar “cara” o “sello”.
- ε_2 : Al lanzar un dado puede mostrar en su cara superior 1; 2; 3; 4; 5 o 6.
- ε_3 : El último dígito del número que saldrá premiado en la lotería puede ser 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 o 0.

Espacio muestral (Ω)

Se llama espacio muestral al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

De los ejemplos anteriores:

$$\Omega_1 = \{\text{cara, sello}\}$$

$$\Omega_2 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$\Omega_3 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\}$$

Evento o suceso

Un evento o suceso es cualquier subconjunto de un espacio muestral. Se denotan con las primeras letras mayúsculas de nuestro alfabeto. De los ejemplos iniciales:

A_1 : El resultado muestra cara.

$$\rightarrow A_1 = \{\text{cara}\}$$

A_2 : El resultado sea un número primo.

$$\rightarrow A_2 = \{2, 3, 5\}$$

A_3 : El resultado sea un número impar.

$$\rightarrow A_3 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Observación:

Dentro de las operaciones entre sucesos se considera algunas notaciones particulares como:

Ω : Se llama suceso seguro (siempre ocurre).

Ejemplo: Elegir un estudiante del aula que sea humano.

\emptyset : Se le llama suceso imposible (nunca ocurre).

Ejemplo: Sacar una carta de una baraja y obtener 0.

$\{x\}$: Se le llama suceso elemental (solo tiene un resultado).

Sucesos mutuamente excluyentes

Dados dos sucesos A y B se dice que ellos son mutuamente excluyentes si y solo si $A \cap B = \emptyset$.

Ejemplo:

En una caja se tiene 5 paquetes de galletas, 3 de soda y 2 de vainilla, del cual se extrae un paquete.

Sucesos independientes

Dados los sucesos A y B se dice que ellos son independientes si la ocurrencia de A no afecta al hecho de que ocurra simultáneamente o sucesivamente B.

Ejemplo:

Se lanza una moneda cuatro veces y se observa el resultado.

Definición clásica de Probabilidad

Si **A** es un suceso de un espacio muestral **Ω** , entonces la probabilidad de ocurrencia de **A**, el cual denotaremos **$P[A]$** , está dada por la relación:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \vee P(A) = \frac{\text{Nº de casos favorables}}{\text{Nº de casos posibles}}$$

Ejemplo:

Determine la probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado.

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \rightarrow n(\Omega) = 6$$

A: Obtener número par

$$A = \{2; 4; 6\} \rightarrow n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

HELICO PRACTICE

1

Calcule la probabilidad de obtener 2 caras y un sello al lanzar tres monedas simultáneamente.

Resolution

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = \underbrace{2} \times \underbrace{2} \times \underbrace{2} = 8$

El evento: $A = \{CCS, CSC, SCC\}$

Calculo del evento: $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

RPTA : **3/8**

HELICO PRACTICE

2

Se lanza un dado acompañado de una moneda. Calcule la probabilidad de obtener puntaje no menor de 3 y acompañado de cara en la moneda.

Resolution

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = \underbrace{6}_{\text{dice}} \times \underbrace{2}_{\text{moneda}} = 12$

El evento: $A = \{(3;C);(4;C);(5;C);(6;C)\}$

Calculo del evento: $n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

RPTA : **1/3**

HELICO PRACTICE

3

En una habitación se encuentran 4 mujeres y 5 hombres, 2 de los cuales deben recibir un premio por sorteo. ¿Cuál es la probabilidad de que los ganadores sean un hombre y una mujer?

Resolution

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = C_2^9 = \frac{9 \cdot \cancel{8}^4}{2 \cdot \cancel{1}} = 36$

Calculo del evento: $n(A) = C_1^4 \times C_1^5 = 4 \times 5 = 20$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{20}}{\cancel{36}} = \frac{5}{9}$$

RPTA : **5/9**

HELICO PRACTICE

4

En una caja se tienen 5 bolas rojas y 3 blancas. Se extraen 2 bolas al azar una tras otra. ¿Cuál es la probabilidad de que sean blancas?

Resolution

Total : 5 bolas rojas **y** 3 bolas blancas = 8 en total

➤ **Eventos :**

A : La 1ra bola extraída es blanca $P(A) = \frac{3}{8}$

B : La 2da bola extraída es blanca $P(B) = \frac{2}{7}$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{\cancel{8}_4} \times \frac{\cancel{2}}{7} = \frac{3}{28}$$

RPTA : **3/28**

HELICO PRACTICE

5

Al lanzar dos dados simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números cuyo producto sea mayor que 20?

Resolution

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = \underbrace{6} \times \underbrace{6} = 36$

El evento: $A = \{(4;6);(5;5);(5;6);(6;4);(6;5);(6;6)\}$

Calculo del evento: $n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{36}} = \frac{1}{6}$$

RPTA: 1/6

HELICO PRACTICE

6

Tres hermanas van a cenar con tres amigos. Si todos se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos, ¿cuál es la probabilidad de que las hermanas estén siempre juntas?

Resolution

Calculo del espacio muestral:

$$n(\Omega) = P_c(6) = 5! = 120$$

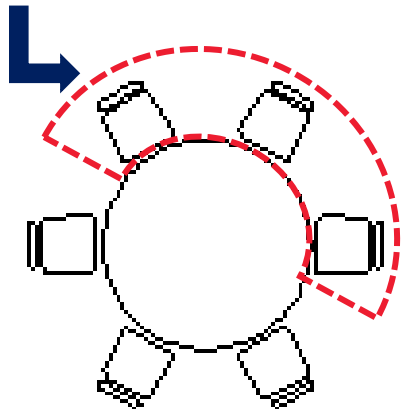
Calculo del evento:

$$n(A) = P_c(4) \times 3! = 3! \times 3! = 36$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{36}}{\cancel{120}} = \frac{3}{10}$$

RPTA : 3/10

AMIGAS



HELICO PRACTICE

7

De un total de 52 cartas se extraen 2 a la vez. ¿Cuál es la probabilidad de que dichas cartas sean espadas?

Resolution

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = C_2^{52} = \frac{52 \cdot 51}{2 \cdot 1} = 1326$

Calculo del evento: $n(A) = C_2^{13} = \frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1} = 78$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{78}{1326} = \frac{1}{17}$$

RPTA : 1/17