



# GEOMETRÍA

Capítulo 19  
Ses I

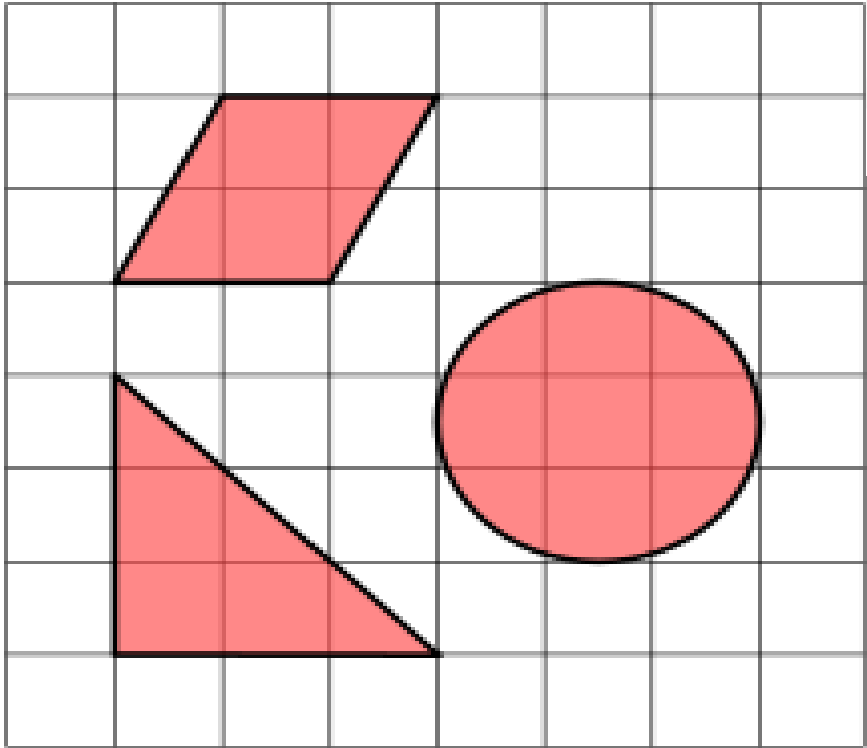
3st

SECONDARY

ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES



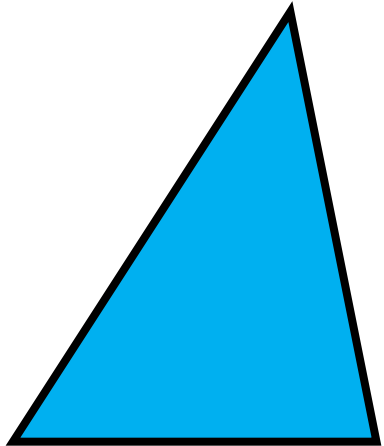
 **SACO OLIVEROS**



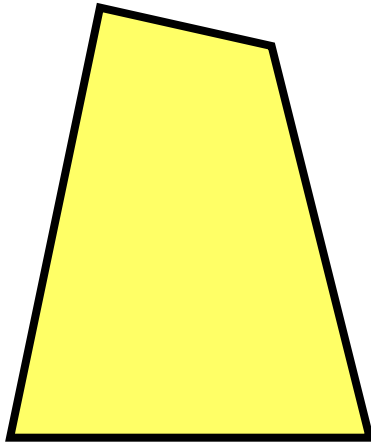


# ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES

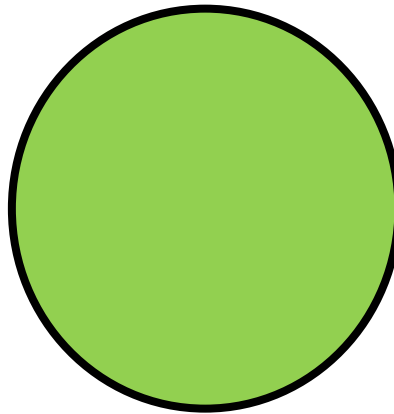
**REGIÓN PLANA.-** Es la unión de una línea plana cerrada y su interior.



Región  
Triangular

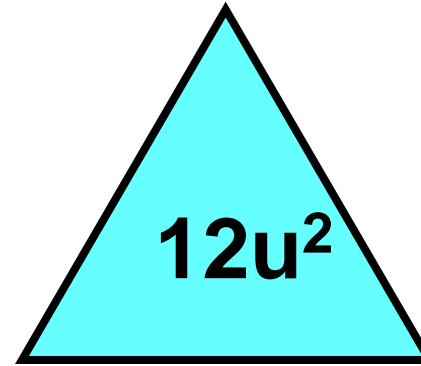


Región  
Cuadrangular



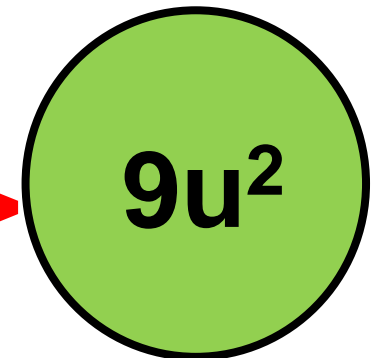
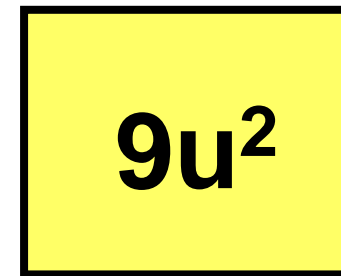
Región  
Circular

**ÁREA.-** Es un número real positivo que indica la medida de una región.

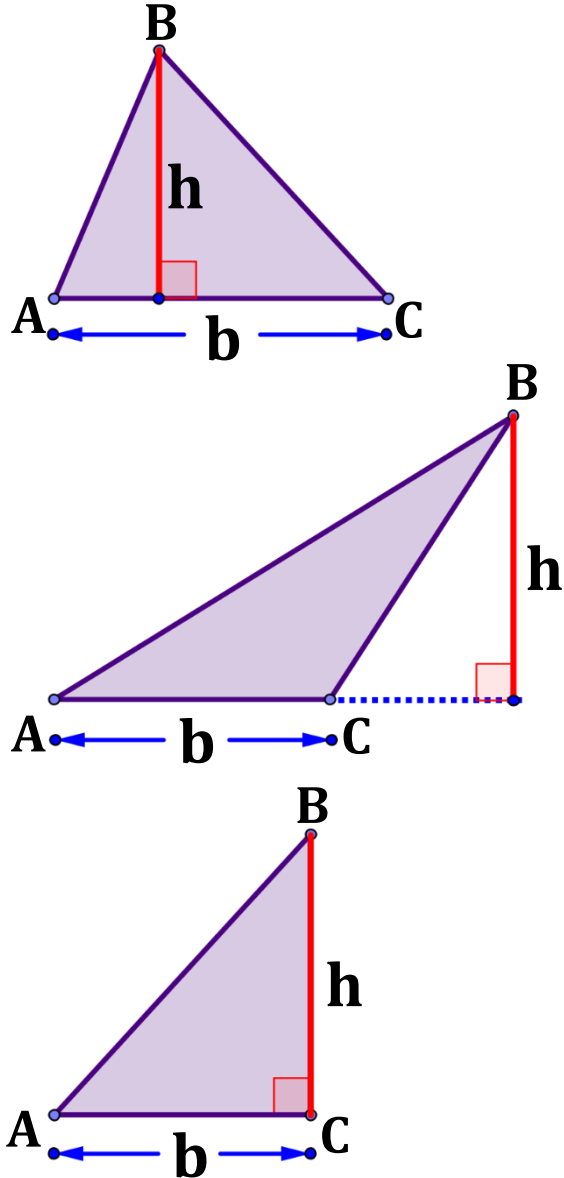


$$A_{\triangle} = 12u^2$$

**REGIONES EQUIVALENTES.-** Son aquellas regiones que tienen igual área.



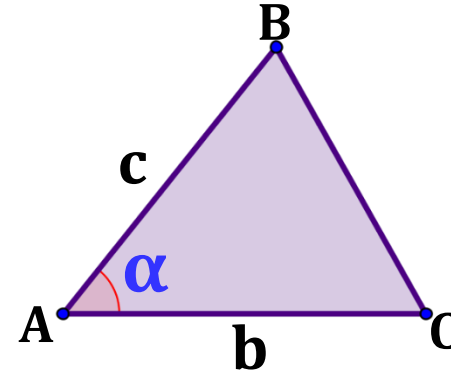
# ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES



- **TEOREMA BÁSICO:**

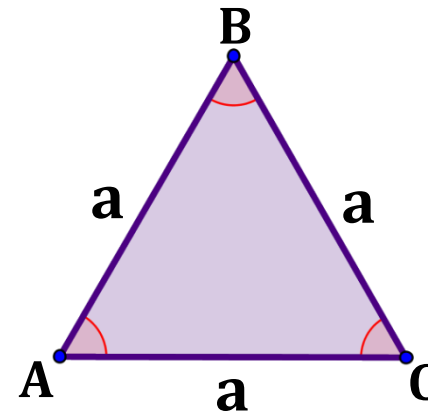
$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

- **TEOREMA TRIGONOMÉTRICO:**

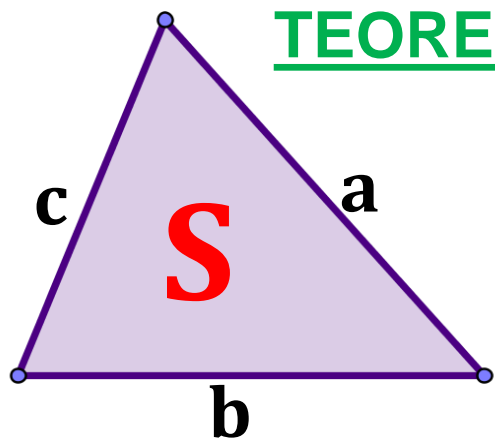


$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \cdot \text{sen} \alpha$$

- **ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR EQUILÁTERA:**

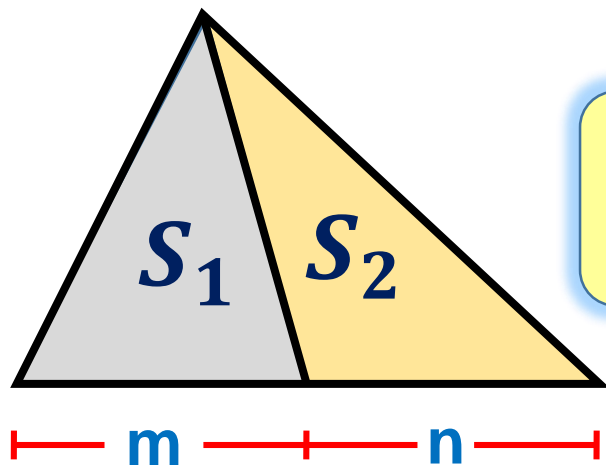


$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

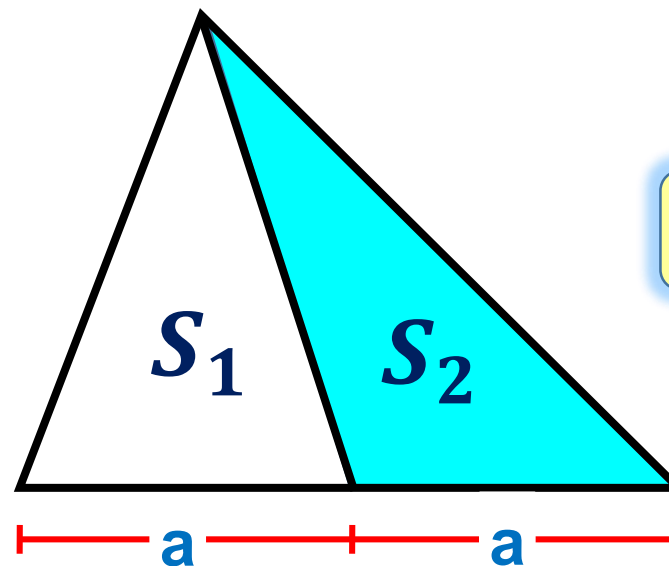
TEOREMA DE HERÓN

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

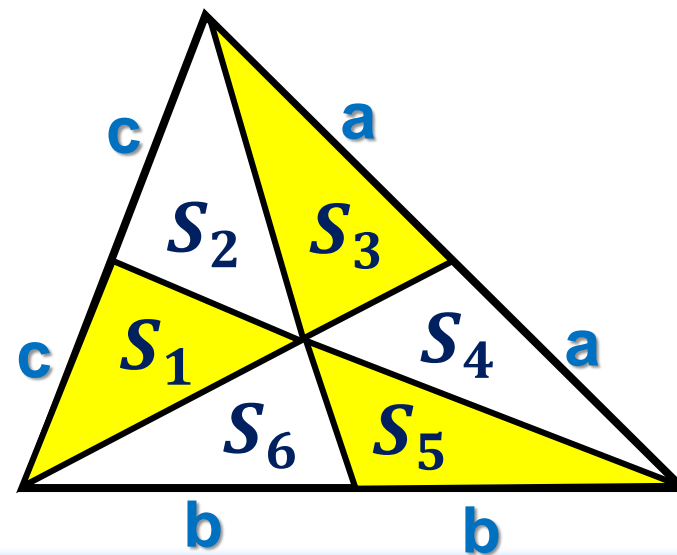
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

RELACIONES ENTRE ÁREAS

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$

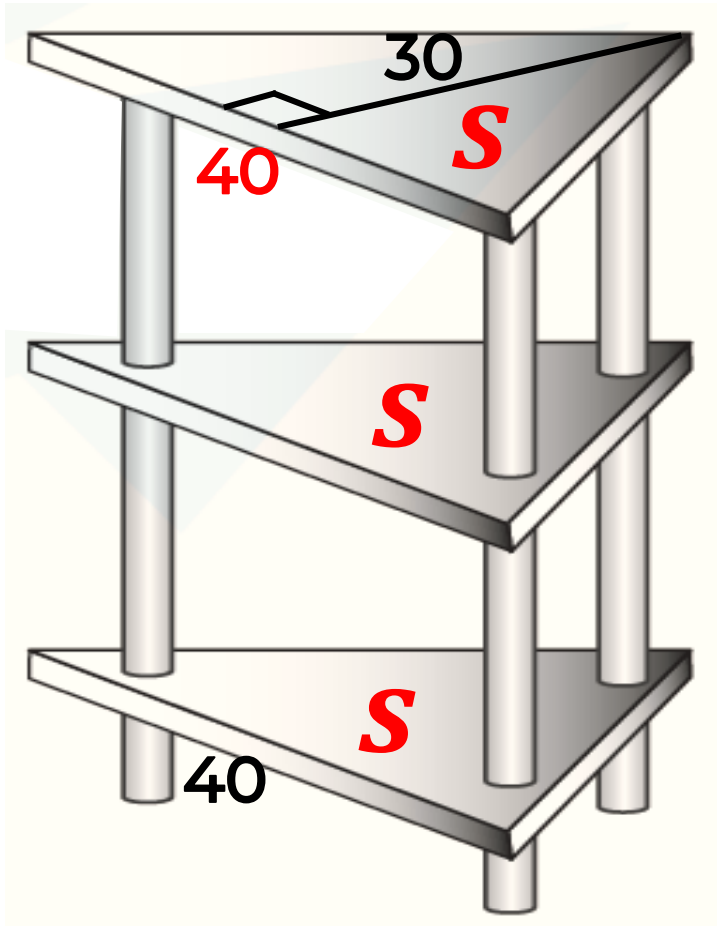


$$S_1 = S_2$$



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

1. En la figura se muestra una repisa formada por tablas de forma triangular. ¿Cuántos  $\text{cm}^2$  de área se utiliza en las tres tablas aproximadamente, si las tres tablas son iguales?



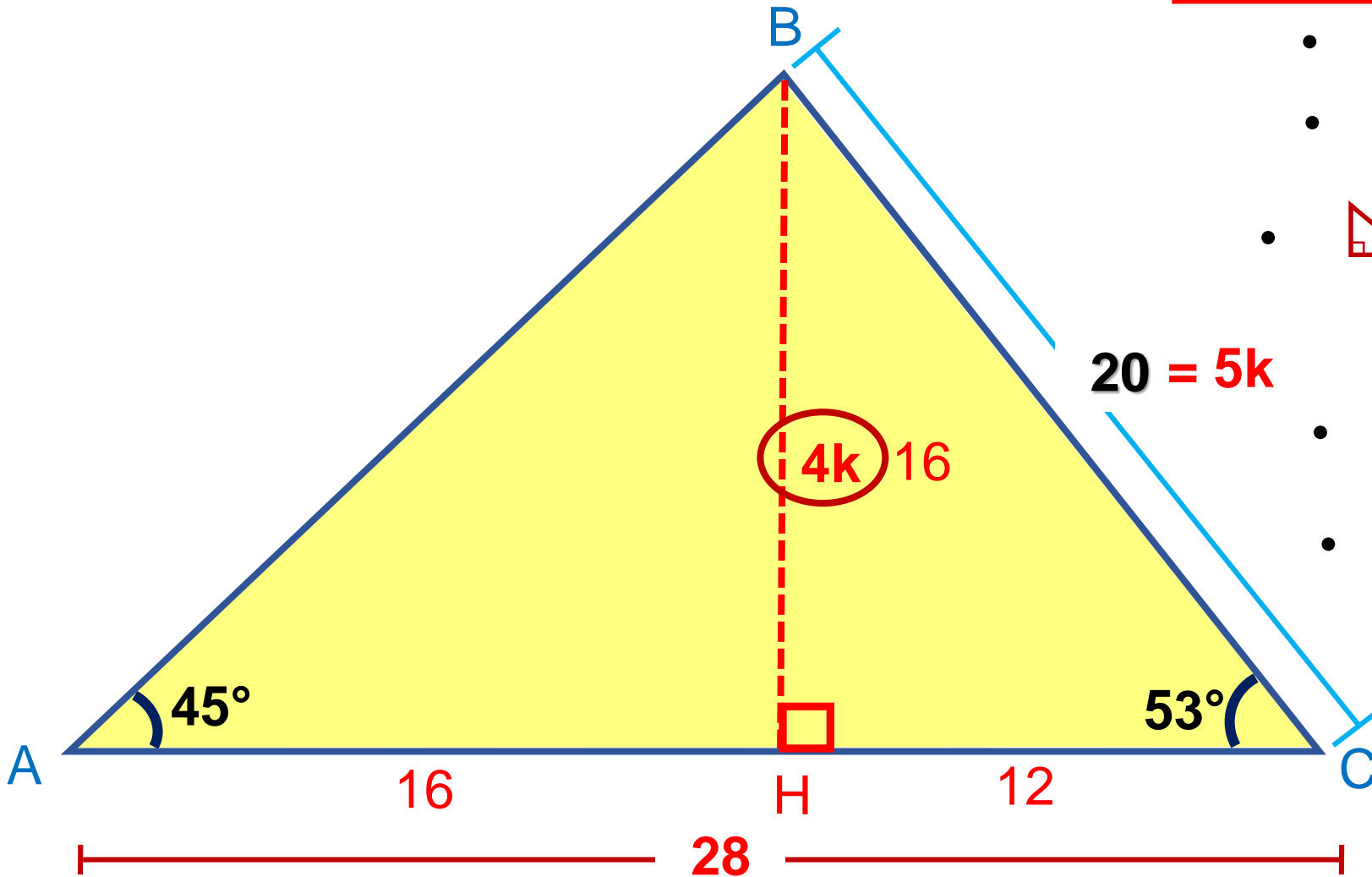
### Resolución

- Piden: área total de las tablas usadas =  $S_T$   
 $S_T = 3S \quad \dots (1)$
- Por teorema:  
$$S = \frac{40 \cdot 30}{2}$$
$$S = 600 \quad \dots (2)$$
- Reemplazando 2 en 1.  
$$S_T = 3(600)$$

$$S_T = 1800 \text{ cm}^2$$



2. Calcule el área de la región triangular ABC.



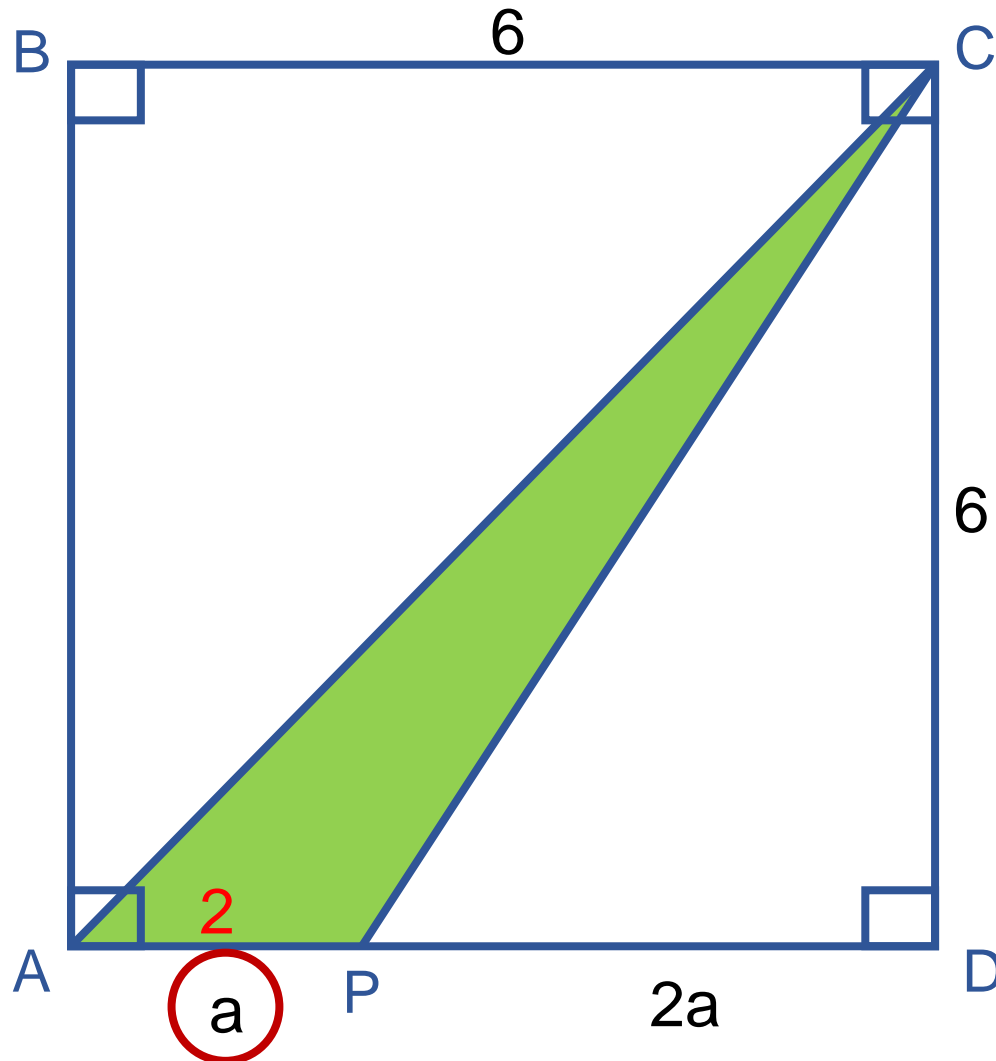
### Resolución

- Piden:  $S_{ABC}$
- Se traza la altura  $\overline{BH}$ .
- $\triangle BHC$  : Notable de 37° y 53°  
 $5k = 20$   $k = 4$
- $\triangle AHB$  : Notable de 45° y 45°
- Por teorema:

$$S_{ABC} = \frac{28(\cancel{16}^8)}{\cancel{2}^1}$$

$S_{ABC} = 228 \text{ u}^2$

3. Si la longitud del lado del cuadrado es de 6cm y  $PD = 2(AP)$ . Calcule el área de la región sombreada.



### Resolución

• Piden:  $S_{ACP}$

• Se observa:

$$3a = 6$$

$$a = 2$$

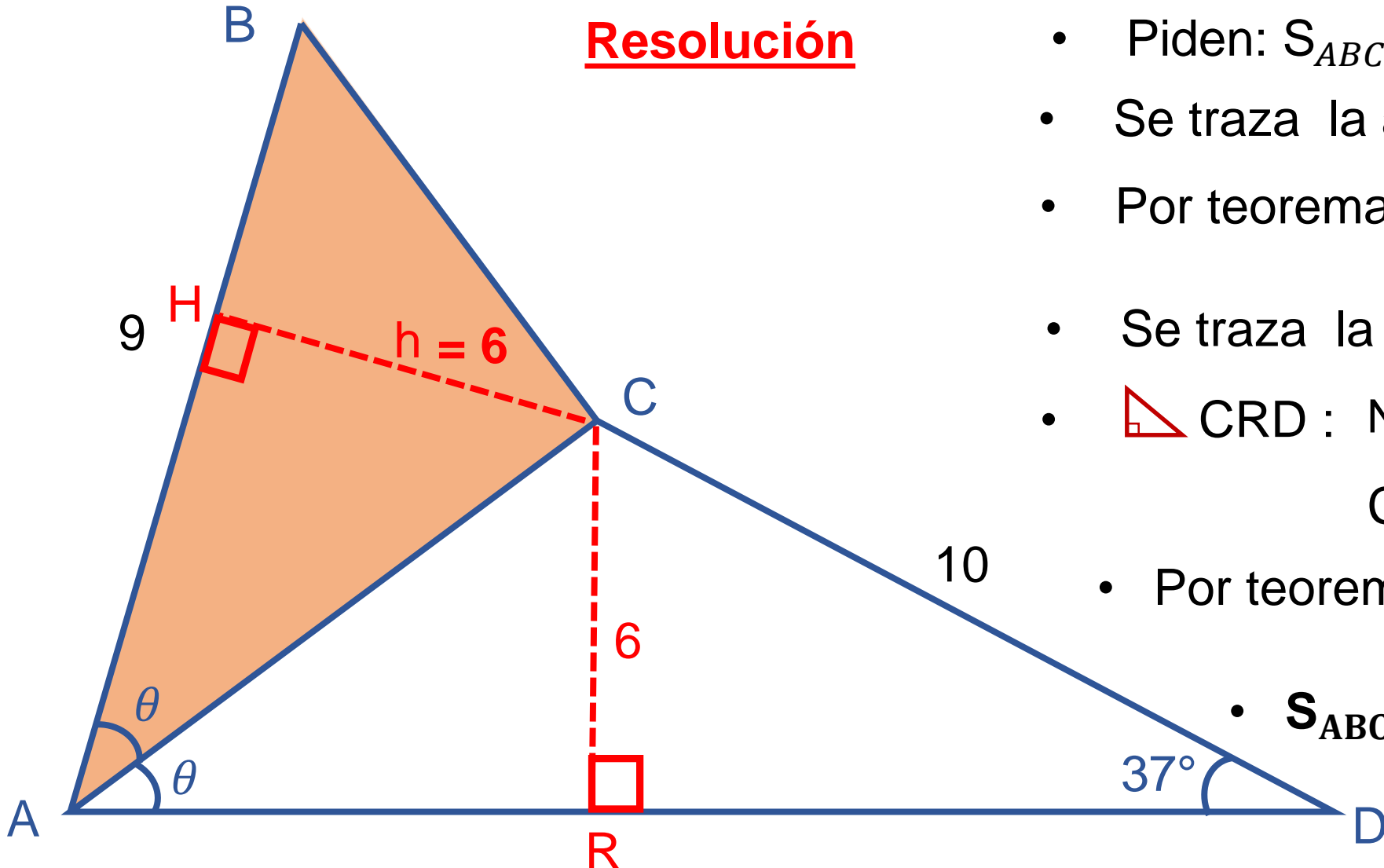
• Por teorema:

$$S_{ACP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2(6)}{2}$$

$$S_{ACP} = 6 \text{ cm}^2$$



4. En la figura,  $AB = 9$  m y  $CD = 10$  m. Calcule el área de la región sombreada.



### Resolución

- Piden:  $S_{ABC}$
- Se traza la altura  $\overline{CH}$  en BCA
- Por teorema:  $S_{ABC} = \frac{9(h)}{2}$
- Se traza la altura  $\overline{CR}$  en ACD
- CRD : Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$

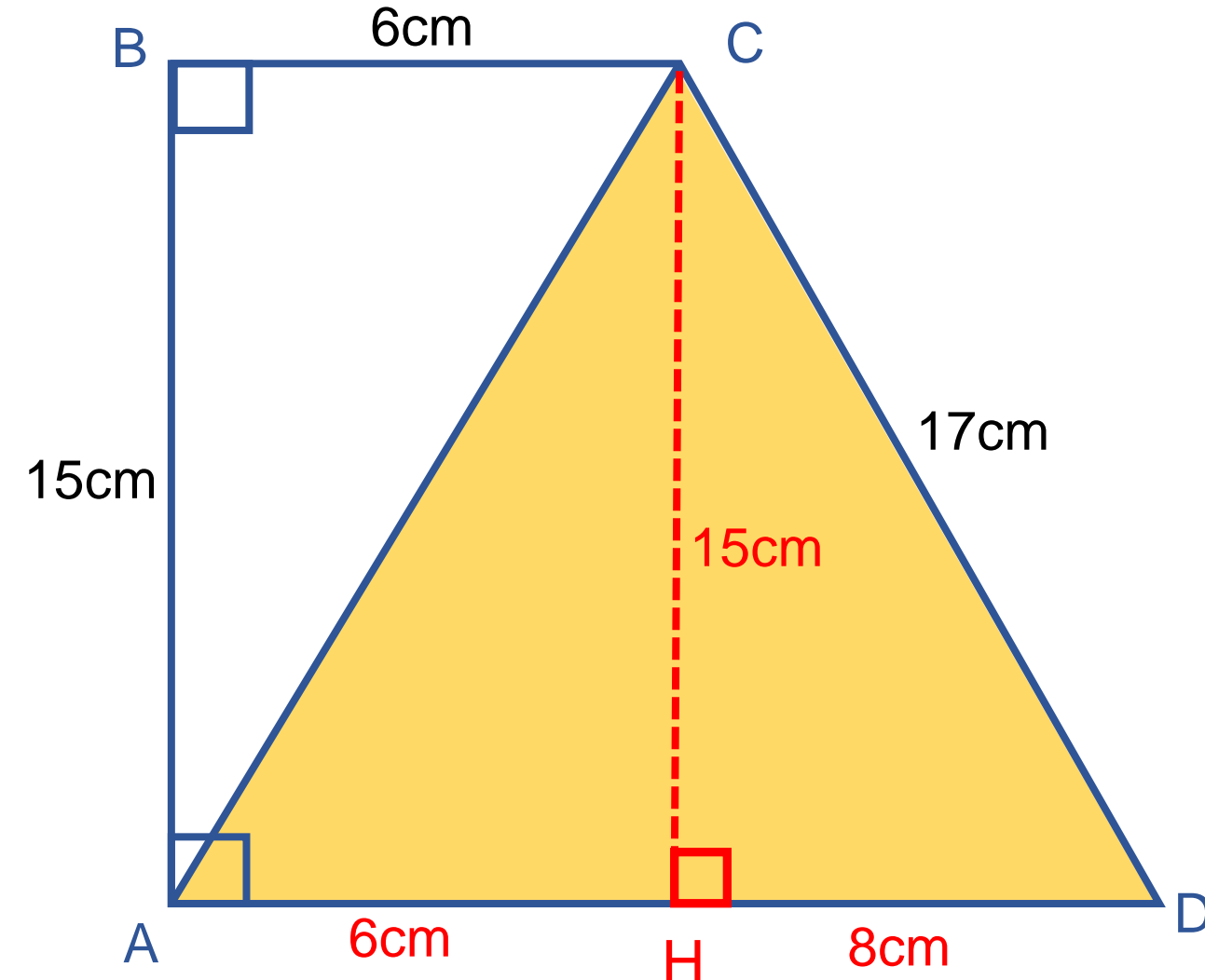
$$CR = 6$$

- Por teorema de la bisectriz:  $h = 6$

$$S_{ABC} = \frac{9(6)}{2}$$

$$S_{ABC} = 27 \text{ cm}^2$$

5. Calcule el área de la región sombreada.



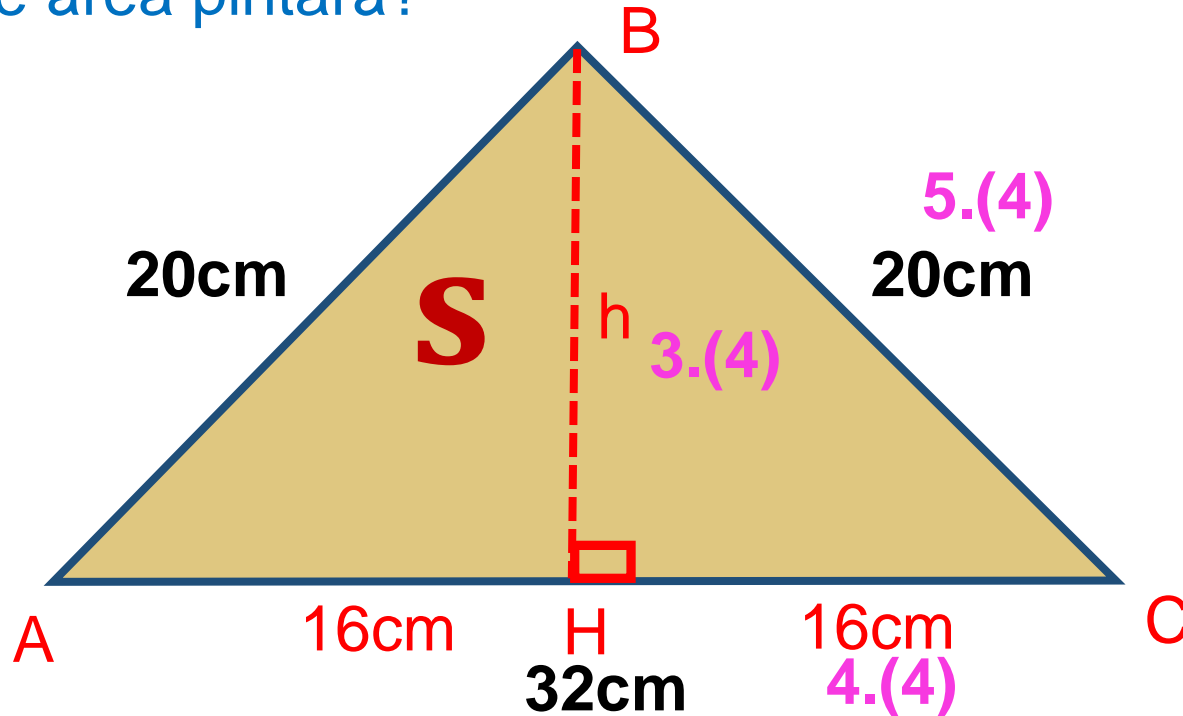
### Resolución

- Piden:  $S_{ACD}$
- Se traza la altura  $\overline{CH}$ .
- $S_{ABC} = \frac{15(AD)}{2}$
- $BC = AH = 6\text{cm}$
- En CHD:  $HD = 8\text{cm}$
- Entonces:

$$S_{ABC} = \frac{15(\cancel{14})}{\cancel{2}1} \quad 7$$

$$S_{ABC} = 105 \text{ cm}^2$$

6. El padre de Mónica es carpintero y le ha cortado un pedazo de madera de forma triangular como está en la figura. Si Mónica decide pintar la madera, ¿Cuántos  $cm^2$  de área pintará?



### Resolución

- Piden: **S**
- Trazamos la altura  $\overline{BH}$ .
- Por teorema:  $S_{ABC} = \frac{32(h)}{2}$

$$S_{ABC} = 16.h$$

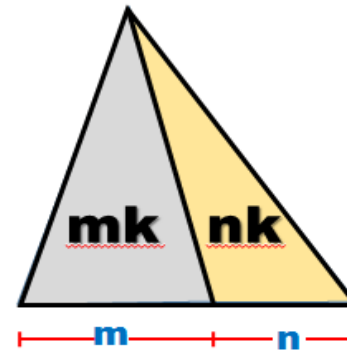
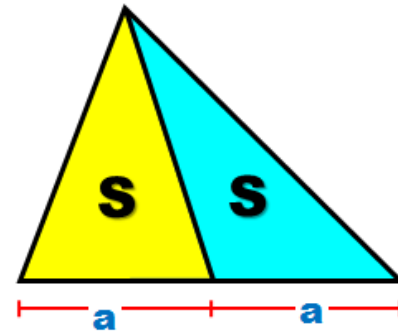
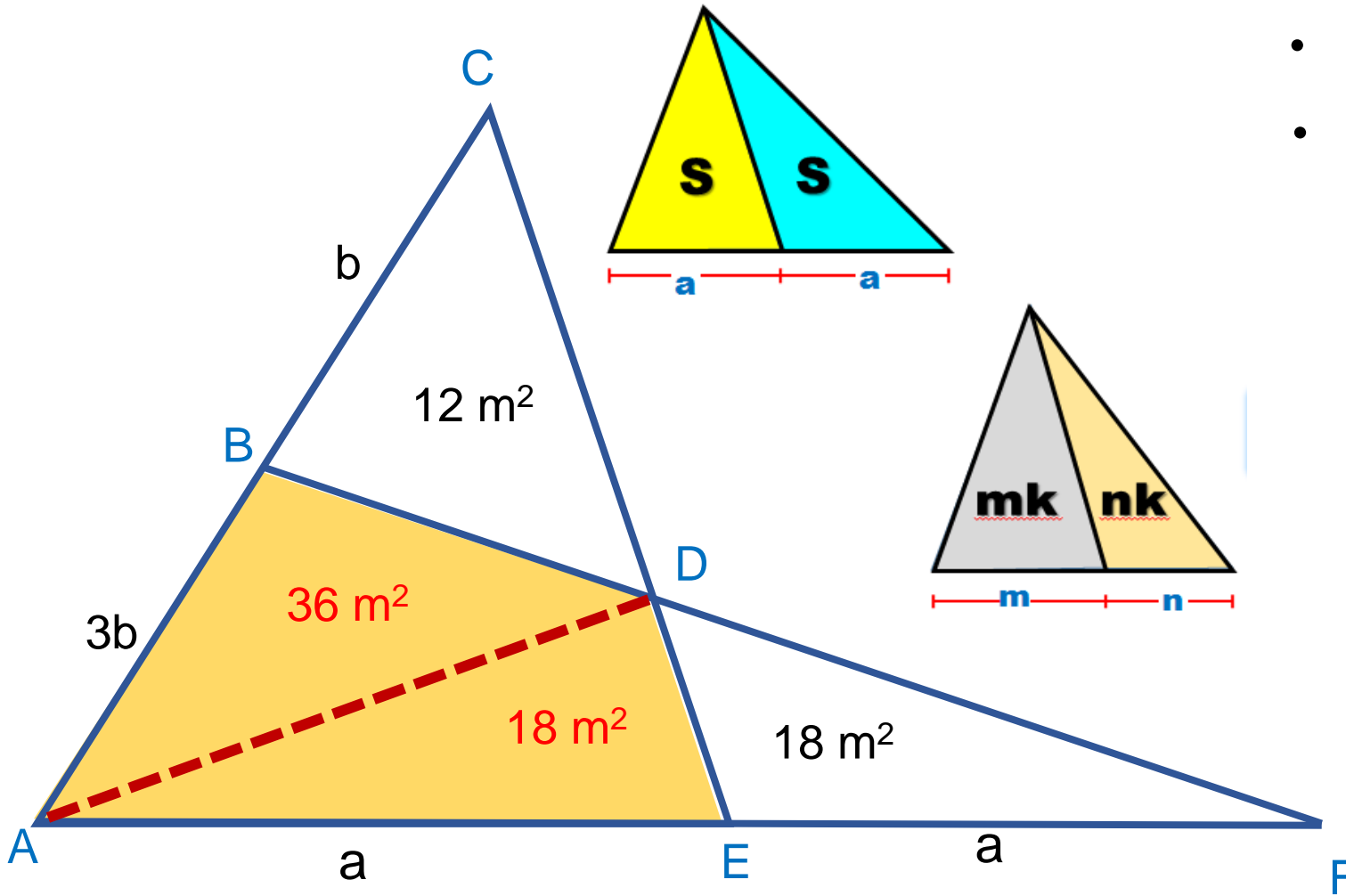
- ABC es isósceles  
 $AH = HC = 16cm$

- CRD : Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$   
 $h = 12$

- $S_{ABC} = 16.12$

$$S_{ABC} = 192 \text{ cm}^2$$

7. Determine el área de la región sombreada.



## Resolución

- Piden:  $S_{ABDE}$
- Se traza  $\overline{AD}$

Entonces:  $S_{ABDE} = S_{ABD} + S_{ADE} \dots (1)$

- Del gráfico:

➤  $S_{FDE} = S_{ADE} = 18 \text{ m}^2 \dots (2)$

➤  $\frac{S_{CDB}}{S_{BDA}} = \frac{b}{3b} \rightarrow S_{BDA} = 36 \text{ m}^2 \dots (3)$

- Reemplazando 2 en 1:

$$S_{ABDE} = 36 + 18$$

$$S_{ABDE} = 54 \text{ m}^2$$