



ALGEBRA

Chapter 05

3rd
SECONDARY

Grado de un polinomio



 **SACO OLIVEROS**



Sabías que

16

ES EL ÚNICO NÚMERO QUE PUEDE ESCRIBIRSE

DE LA FORMA $X^Y = Y^X$

SIENDO X E Y DIFERENTES:

$$2^4 = 4^2 = 16$$



GRADO DE UN POLINOMIO

Es la característica de una expresión algebraica racional entera (polinomio) el cual viene dado por los exponentes que afectan a sus variables.





I PARA UN MONOMIO:

$$M(x; y; z) = 3x^2y^5z^4$$

1. Grado Relativo (GR):

Es el exponente de la variable indicada.

$$GR(x) = 2$$

$$GR(y) = 5$$

$$GR(z) = 4$$

2. Grado Absoluto (GA):

Es la suma de exponentes de las variables indicadas.

$$G.A = 2 + 5 + 4 = 11$$



PARA UN POLINOMIO DE 2 O MÁS TÉRMINOS:

1. Grado Relativo (GR):

Es el mayor exponente de la variable indicada.

$$P(x; y) = 3m^4 x^8 y^5 - 7x^5 y^9 + 4x^{12} y^4 z^6$$

$$GR(x) = 12$$

$$GR(y) = 9$$

2. Grado Absoluto (GA):

Es la mayor suma de exponentes de las variables indicadas, obtenida en uno de sus términos.

$$P(x; y) = \underbrace{3m^4 x^8 y^5}_{13} - \underbrace{7x^5 y^9}_{14} + \underbrace{4x^{12} y^4 z^6}_{16}$$

$$GA = 16$$



PROPIEDADES DE LOS GRADOS EN OPERACIONES ALGEBRAICAS:

1. Adición y Sustracción:

Dado dos polinomios P y Q , donde:

Grado(P) = m (mayor)

$$m > n$$

Grado(Q) = n (menor)

$$\text{Grado}(P + Q) = m$$

$$\text{Grado}(P - Q) = m$$

Ejm.:

Dado dos polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 5x^{12} + 3 \rightarrow GA = 12$$

$$Q(x) = 4x^9 + 9x^4 - 8 \rightarrow GA = 9$$

$$\text{Grado}(P + Q) = 12$$

$$\text{Grado}(P - Q) = 12$$



2. Multiplicación y División:

Dado dos polinomios P y Q , donde:

$$\text{Grado}(P) = m$$

$$\text{Grado}(Q) = n$$

$$\text{Grado}(P \cdot Q) = m + n$$

$$\text{Grado}(P \div Q) = m - n, \text{ Donde: } m \geq n$$

Ejm.:

Dado dos polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 5x^{19} + 3 \rightarrow GA = 19$$

$$Q(x) = 4x^{12} + 9x^4 - 8 \rightarrow GA = 12$$

$$\text{Grado}(P \cdot Q) = 19 + 12 = 31$$

$$\text{Grado}(P \div Q) = 19 - 12 = 7$$



3. Potenciación y Radicación:

Dado el polinomio P y n un número natural.

$$\text{Grado}(P) = m$$

$$\text{Grado}(P^n) = m \cdot n$$

$$\text{Grado}(\sqrt[n]{P}) = m \div n, \text{ Donde: } n \geq 2$$

Ejm.:

Dado el polinomio:

$$P(x) = 2x^4 - 5x^{24} + 3 \rightarrow GA = 24$$

$$\text{Grado}(P^3) = 24 \cdot 3 = 72$$

$$\text{Grado}(\sqrt[4]{P}) = 24 \div 4 = 6$$



Problema 1

Se tiene el monomio:

$$M(x, y) = 7x^{2a-4}y^{b-3}z^{4+b}$$

de $GR(x) = 4$ y $GR(y) = 2$.

Calcule $a + b$.

Resolución:

$$M(x, y) = 7x^{2a-4}y^{b-3}z^{4+b}$$

- *Evaluamos el exponente de x:*

Por dato: $GR(x) = 4$

Además: $GR(x) = 2a - 4$

$$2a - 4 = 4$$

$$a = 4$$

- *Evaluamos el exponente de y:*

Por dato: $GR(y) = 2$

Además: $GR(y) = b - 3$

$$b - 3 = 2$$

$$b = 5$$

Respuesta $\therefore a + b = 9$



Problema 2

Sea $GR(x) = 10$ y $GR(y) = 8$,
además

$$M(x, y) = (a + b)x^{a+2}y^{b-2}$$

Indique su coeficiente.

Resolución:

$$M(x, y) = (a + b)x^{a+2}y^{b-2}$$

- *Evaluamos el exponente de x:*

Por dato: $GR(x) = 10$

Además: $GR(x) = a + 2$

$$a + 2 = 10$$

$$a = 8$$

- *Evaluamos el exponente de y:*

Por dato: $GR(y) = 8$

Además: $GR(y) = b - 2$

$$b - 2 = 8$$

$$b = 10$$

Calculando el coeficiente:

$$Coef[M(x, y)] = a + b$$



Respuesta = 18



Problema 3

Si $GR(x) = 12$ y $GR(y) = 9$, además

$$P(x, y) = 4x^{a+6}y^{b+2} + 2x^{a+7}y^{b+5} + 3x^{a+4}y^{b+1}$$

determine el grado absoluto.

Resolución:

$$P(x, y) = 4x^{\overbrace{a+6}^{a+b+8}}y^{\overbrace{b+2}^{a+b+12}} + 2x^{\overbrace{a+7}^{a+b+12}}y^{\overbrace{b+5}^{a+b+5}} + 3x^{\overbrace{a+4}^{a+b+5}}y^{\overbrace{b+1}^{a+b+12}}$$

- *Evaluamos los exponentes de x:*

Por dato: $GR(x) = 12$

Además: $GR(x) = a + 7$

$$a + 7 = 12$$

$$a = 5$$

- *Evaluamos los exponentes de y:*

Por dato: $GR(y) = 9$

Además: $GR(y) = b + 5$

$$b + 5 = 9$$

$$b = 4$$

Calculando el grado absoluto:

$$GA = \underbrace{a}_{5} + \underbrace{b}_{4} + 12$$

Respuesta = 21



Problema 4

Dado el polinomio $P(x, y) = mx^{m+1}y^{n+2} + nx^{m+3}y^{n+3} + 3x^{m-1}y^{n+3}$

De grado absoluto igual a 10. Calcule la suma de sus coeficientes.

Resolución:

$$P(x; y) = \overbrace{mx^{m+1}y^{n+2}}^{m+n+3} + \overbrace{nx^{m+3}y^{n+3}}^{m+n+6} + \overbrace{3x^{m-1}y^{n+3}}^{m+n+2}$$

Por dato: $GA = 10$
 Además: $GA = m + n + 6$

$$m + n + 6 = 10$$

$$m + n = 4$$

Calculando la suma de coeficientes:

$$\sum Coef = \underbrace{m + n}_{4} + 3$$

$$\sum Coef = (4) + 3$$

$$\therefore \sum Coef = 7$$



Determine el grado absoluto de:

Problema 5

$$P(x) = (x + 3)(x^2 + 5)(x^3 + 8)(x^4 + 15) \dots (x^{20} + 1)$$

Resolución:

$$P(x) = \overbrace{(x + 3)}^{\text{G.A.}=1} \overbrace{(x^2 + 5)}^{\text{G.A.}=2} \overbrace{(x^3 + 8)}^{\text{G.A.}=3} \overbrace{(x^4 + 15)}^{\text{G.A.}=4} \dots \overbrace{(x^{20} + 1)}^{\text{G.A.}=20}$$

$$\Rightarrow \text{G.A.} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20$$

$$\Rightarrow \text{G.A.} = \frac{20(21)}{2}$$

$$\therefore \text{G.A.} = 210$$

Problema 6

Si el polinomio

$$P(x) = (a - 3)x^4 + (b - 2)x^3 + ax^2 + bx + 7$$

es de segundo grado, la suma de sus coeficientes aumentada en 8 representa la mesada de Luis. ¿Cuál es la mesada de Luis?

Resolución:



$$P(x) = \overbrace{(a - 3)}^{\boxed{0}}x^4 + \overbrace{(b - 2)}^{\boxed{0}}x^3 + \underbrace{ax^2 + bx + 7}$$

Por dato sabemos que: $GA[P(x)] = 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 3 = 0 \longrightarrow \boxed{a = 3} \\ b - 2 = 0 \longrightarrow \boxed{b = 2} \end{cases}$$

$$P(x) = ax^2 + bx + 7$$

$$P(x) = \underline{3}x^2 + \underline{2}x + \underline{7}$$

$$\Rightarrow \sum \text{Coef}[P(x)] = 3 + 2 + 7 = 12$$

\therefore La mesada de Luis es: $12 + 8 = 20$



Problema 7

Tito participa en una lotería cuyo premio esta representado por $12(mn)$, si al desarrollar el monomio $H(x; y) = 6(m-1)x^{n+3}y^{3m}$. sabiendo que el GA es 15 y el GR(y) es igual al coeficiente, se puede encontrar los valores de m y n, halle el valor, en soles, del premio que gano Tito al jugar la lotería.

Resolución:

$$H(x; y) = 6(m-1)x^{n+3}y^{3m}$$

$$\begin{aligned} [1] \quad n+3+3m &= 15 \\ n+3m &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2] \quad 6(m-1) &= 3m \\ 6m-6 &= 3m \\ 3m &= 6 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

reemplazando en [1]

$$\begin{cases} n+3(2) = 12 \\ n = 6 \end{cases}$$

piden: $12(mn)$

$$12(2 \cdot 6) = 144$$

\therefore Respuesta = 144