ARITHMETIC

Chapter 18

4th
SECONDARY

Y+X=

NÚMEROS RACIONALES II

SACO OLIVEROS

La fracción $\frac{1}{80!}$, ¿cuántas cifras decimales no periódicas origina?

- ✓ Siendo 80! el denominador de la fracción generatriz, el factor con mayor exponente contenido en 80! es 2.
- ✓ Para esto utilizamos un caso particular de los números primos.

Ejm

80 | 2
40 | 2
20 | 2
10 | 2
5 | 2
2 | 2
1

Luego, sumados los cocientes obtenidos

$1 + 2 + 5 + 10 + 20 + 40 = 78$

La fracción tiene 78 cifras decimales no periódicas.

1 DECIMALES

$$\overline{0,abcde}$$

Parte entera Parte decimal

Ejm

1,75

$0,\overset{\frown}{54}$

$3,004\overset{\frown}{72}$

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES

A Decimal exacto o limitado

Ejm

$\frac{7}{4} = \frac{7}{2^2} = 1{,}75$

$\frac{137}{2^4 \times 5^3} = 0{,}0685$

El número de cifras decimales va a estar dada por el mayor exponente de 2 y/o 5 contenidos en el exponente del denominador de la fracción irreductible.

B Decimal inexacto o ilimitado

1. Decimal periódico puro

Ejm

$\frac{2}{9} = 0.222.. = 0,\overset{\frown}{2} = 0,[2]$

El 9 origina una cifra periódica pura.

$\frac{675}{999} <> \frac{25}{37} = 0,\overset{\frown}{675} = 0,[675]$

El 37 origina tres cifras periódicas puras.

Tabla de nueves

$9 = 3^2$

$99 = 3^2 \times 11$

$999 = 3^3 \times 37$

$9999 = 3^2 \times 11 \times 101$

$99999 = 3^2 \times 41 \times 271$

$999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$

$9999999 = 3^2 \times 239 \times 4649$

El número de cifras periódicas puras va a estar dada por el menor número de nueves contenidos en el denominador como factor.

2. Decimal periódico mixto

Ejm $\frac{5}{6} <> \frac{5}{2^1 \times 3} = 0,8\widehat{3} = 0,8[3]$

El exponente de 2 es 1 por ende una cifra no periódicas y 3 origina una cifra periódica.

$\frac{13}{2750} <> \frac{13}{5^3 \times 2 \times 11} = 0,004\widehat{72} = 0,004[72]$

El exponente de 5 es 3 por ende tres cifras no periódicas y 11 origina dos cifras periódicas.

3 NÚMEROS AVALES

Ejm $\frac{a}{b} = 1,4343..._{(5)}$

Número pentaval.

$F = \frac{a}{b} = x,\overline{yzw...}_{(5)}$

Parte entera (característica)

Parte decimal (mantisa)

4 FRACCIÓN GENERATRIZ

Clase	Base n=10	Base n≠10
Decimal exacto $0,\overline{abcde}_{(n)}$	$\dfrac{\overline{abcde}}{100000}$	$\dfrac{\overline{abcde}_{(n)}}{100000_{(n)}}$
Decimal p. puro $0,\overset{\frown}{abcde}_{(n)}$	$\dfrac{\overline{abcde}}{99999}$	$\dfrac{\overline{abcde}_{(n)}}{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}_{(n)}}$
Decimal p. mixto $0,abc\overset{\frown}{de}_{(n)}$	$\dfrac{\overline{abcde}-\overline{abc}}{99000}$	$\dfrac{\overline{abcde}_{(n)}}{\overline{(n-1)(n-1)000}_{(n)}}$

1. Calcule la suma del numerador y denominador de la fracción irreductible generatriz de:

2,454545...

RESOLUCIÓN

$$2,\overset{\frown}{45} = \frac{245-2}{99} = \frac{\cancel{243}}{\cancel{99}} = \frac{27}{11}$$

Suma de términos

$$\therefore \quad 27 + 11 = \boxed{38}$$

2. En la siguiente fracción

$$f=\frac{17}{37}$$

¿cuánto suman las cifras del periodo?

RESOLUCIÓN

$$f = \frac{17}{37} \times \frac{27}{27} = \frac{459}{999} = 0,\overset{\frown}{459}$$

Tabla de nueves

$999 = 37 \times 27$

Suma de cifras del periodo

$$\therefore\ 4 + 5 + 9 = \boxed{18}$$

3. Una fracción irreductible con denominador 7, ¿cuántas cifras periódicas origina?

RESOLUCIÓN

Recordemos:

Tabla de nueves

$999999 = 33 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$

$$f = \frac{N}{7} = 0,\overset{\frown}{ab\ldots x}$$

$$= \frac{\overline{ab\ldots x}}{999999}$$

$\boxed{6 \text{ cifras}}$

4. Si la siguiente fracción $\frac{18}{N}$ es irreductible, además:

$$\frac{18}{N} = 0,\widehat{abc}$$

Calcule a + b + c.

RESOLUCIÓN

$$\frac{18}{N} = 0,\widehat{abc}$$

Fracción irreductible
18 y N son PESI

$$18 \begin{cases} \dot{2} \\ \dot{3} \end{cases} \qquad N \begin{cases} \cancel{\dot{2}} \\ \cancel{\dot{3}} \end{cases}$$

$$\frac{18}{N} = \frac{\overline{abc}}{999}$$

$$\frac{18}{N} = \frac{\overline{abc}}{37x27}$$

$$\frac{18}{\cancel{37}} = \frac{\overline{abc}}{\cancel{37}x27}$$

$$\overline{abc} = 18 \times 27$$

$$\overline{abc} = 486$$

$\therefore$ a + b + c = $\boxed{18}$

5. Si se cumple que:

$$\frac{a}{3}+\frac{b}{5}=2{,}5\widehat{3}$$

Calcule a + b.

RESOLUCIÓN

$$\frac{a}{3}+\frac{b}{5}=2{,}5\widehat{3} \Rightarrow \frac{5a+3b}{15}=\frac{253-25}{90}$$

$$\frac{5a+3b}{\cancel{15}}=\frac{228}{\underset{6}{\cancel{90}}}$$

$$5a+3b=38$$

a	b	
7	1	⇒ a + b = 8
4	6	⇒ a + b = 10
1	11	⇒ a + b = 12

$\boxed{8;\ 10;\ 12}$

6. En el último censo nacional realizado el 22 de octubre del 2017; se le preguntó a María sobre la cantidad de hijos que tiene y esta respondió: "La cantidad de hijos que tengo es igual a la última cifra del periodo que origina la fracción 14/83 ". Determine la cantidad de hijos que tiene María.

RESOLUCIÓN

$$f = \frac{14}{83} = 0,\overset{\frown}{ab\ldots x} = \frac{\overline{ab\ldots x}}{99\ldots9}$$

$$\frac{(\ldots4)}{(\ldots3)} = \frac{(\ldots x)}{(\ldots9)}$$

$$(\ldots4)(\ldots9) = (\ldots3)(\ldots x)$$

$$(\ldots6) = (\ldots3)(\ldots x)$$

El numero de hijos que tiene es:

$$\boxed{2}$$

7. Cristina en la cena de aniversario de sus padres pregunta: “Papá a que edad conociste a mamá”; su padre le responde: “mi edad era tan igual a la suma de términos de B” A lo que Cristina replica: “solo 2 años más que yo tenías”. ¿Qué edad tiene Cristina? si sabemos que:

$$B = \frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{50} + \frac{3}{100} + \frac{1}{500} + \frac{3}{1000} + \ldots$$

RESOLUCIÓN

$$B = \underbrace{\frac{2x1}{2x5} + \frac{3}{10}}_{} + \underbrace{\frac{2x1}{2x50} + \frac{3}{100}}_{} + \underbrace{\frac{2x1}{2x500} + \frac{3}{1000}}_{} + \ldots$$

$$B = \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \ldots$$

$$B = 0{,}5 + 0{,}05 + 0{,}005 + \ldots$$

$$B = 0{,}555\ldots$$

$$B = 0{,}\hat{5} \quad \therefore \quad B = \frac{5}{9}$$

Piden: $5 + 9 - 2 = \boxed{12}$