ARITHMETIC

Chapter 23

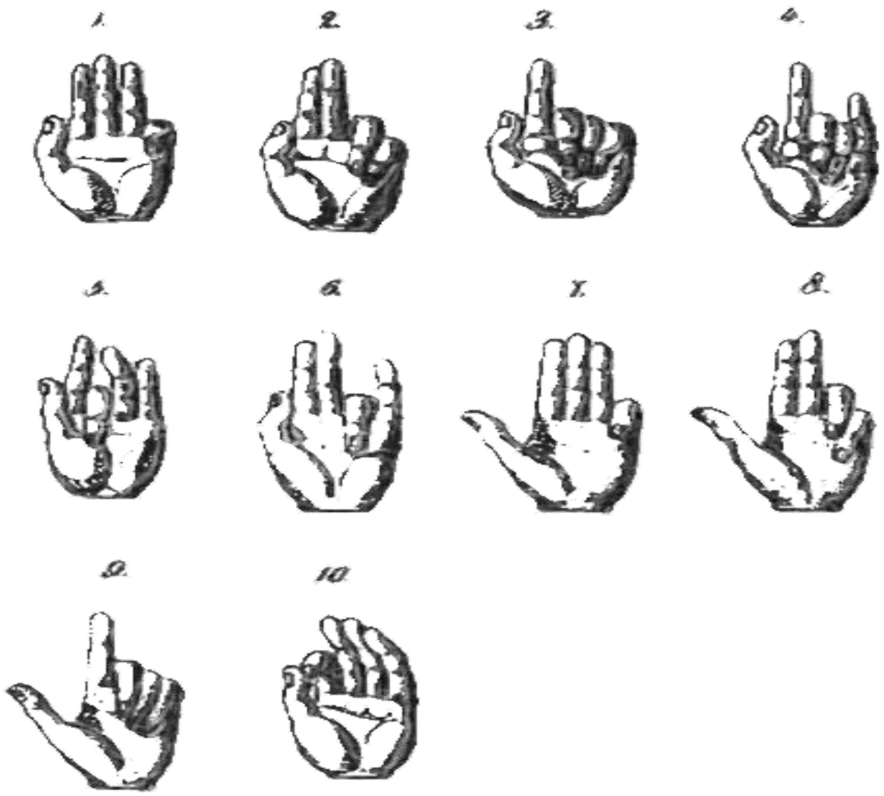
Y+X=

4°GRADE OF SECONDARY

ANALISIS COMBINATORIO II

SACO OLIVEROS

"La combinatoria trata, ante todo, de contar el número de maneras en que unos objetos
dados pueden organizarse de
una determinada forma."



Introducción a la combinatoria

Ian Anderson

Combinaciones

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \times n!}$$

$$0 \leq r \leq n$$

Ejm

De un grupo de 7 alumnos, se desea formar comisiones de tres personas. ¿De cuántas maneras se podrá lograr este objetivo?

$$C_3^7 = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 35$$

Ejm

¿Cuántos jugos diferentes se podrán formar con las siguientes frutas: papaya, plátano, fresa, melón, mango y piña?

$$C_1^n + C_2^n + \cdots + C_n^n = 2^n - 1$$

$$C_1^6 + C_2^6 + \cdots + C_6^6 = 2^6 - 1 = 63$$

Propiedades

- $C_0^n = C_n^n = 1$
- $C_x^n = C_y^n \; ; \; si\ x + y = n$

Combinaciones con repetición

$$CR_n^m = C_n^{(n+m-1)}$$

Ejm

¿Cuántas son las soluciones enteras no negativas de a + b + c + d = 6?

$$CR_6^4 = C_6^{(6+4-1)} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$$

Aplicaciones

¿Cuántas son las soluciones enteras no negativas para a + b + c + d ≤ 6?

En una fiesta Javier desea llevar cuatro globos; si estos se pueden escoger de colores: blanco, rosado, azul, rojo y amarillo, ¿de cuantas formas hacer Javier su elección?

1. De un grupo de 5 estudiantes, ¿cuántos grupos diferentes de dos alumnos podrían formarse?

Resolución:

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \times n!}$$

$$C_2^5 = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!}$$

$$= \frac{\cancel{3!} \times 4 \times 5}{\cancel{3!} \times 2}$$

$$= 10$$

Forma práctica

$$C_2^5 = \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = 10$$

RPTA:	10

2. En el último torneo de ajedrez organizado por la UNI en el 2017 clasificaron 10 jugadores. ¿Cuántos partidas se jugarán si se juega todos contra todos?

Resolución :

Las partidas de ajedrez se dan entre 2 jugadores

Por lo tanto

$$C_2^{10} = \frac{10\times 9}{1\times 2} = 45$$

$\therefore$ RPTA: 45

3. Aaron, el alumno más aplicado del salón, le consulta a su maestra Cristina las siguientes interrogantes:

a) ¿De cuántas maneras se puede asignar una tarea de cinco problemas si se dispone de un grupo de 12 problemas?

b) ¿Cuántas veces se incluirá el problema más difícil?

Dé como respuesta la suma de ambos resultados.

Resolución

Forma práctica

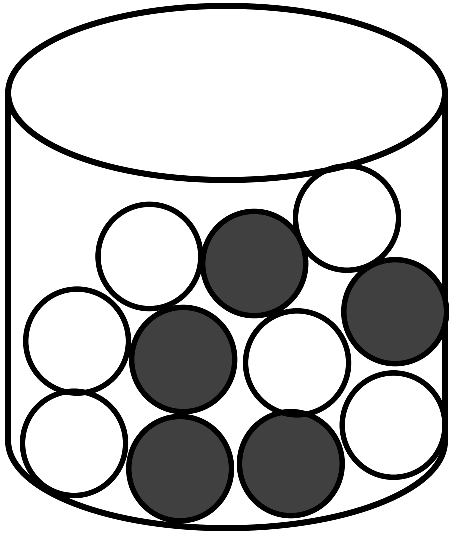
a) $C_5^{12} = \dfrac{\cancel{12} \times 11 \times \cancel{10} \times 9 \times 8}{\cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 792$

Sabemos que se incluirá el problema más difícil (elegimos los 4 problemas restantes)

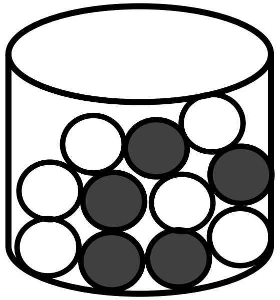
b) $C_4^{11} = \dfrac{11 \times 10 \times \overset{3}{\cancel{9}} \times \cancel{8}}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 330$

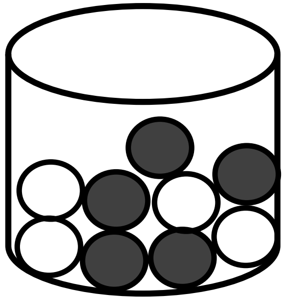
$\therefore$ **792+330 =** RPTA: 1122

4. En una urna hay 6 bolas blancas y 5 bolas negras. Determine cuántas maneras existen para que al sacar 4 bolas de la urna 2 sean blancas y las otras 2 sean negras.



Resolución





Escoger 2 esferas blancas de 6 y Escoger 2 esferas negras de 5

$$C_2^6 \times C_2^5$$

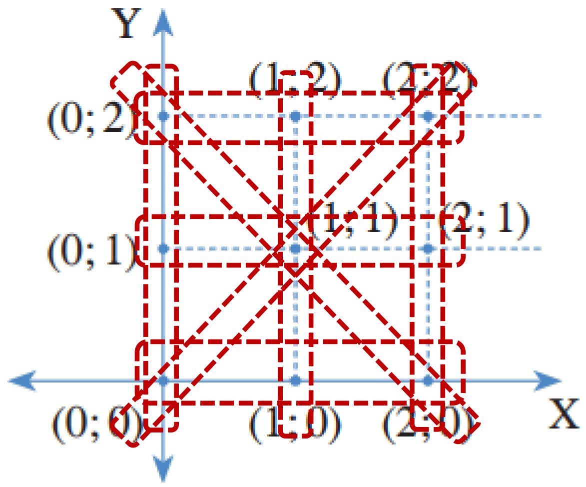
$$= \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \times 5}{1 \times \cancel{2}} \times \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{4}}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$= 3 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$\therefore = 150$$

RPTA: 150

5. Se ubican 9 puntos, en el siguiente plano cartesiano.



¿Cuántos triángulos se podrán formar con dichos puntos?

Resolución

Escoger 3 puntos de 9 posibles

$$C_3^9 = \frac{\cancel{9}^{3} \times \cancel{8}^{4} \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 84$$

Sabemos que hay 8 grupos de 3 puntos colinales (no forman un triángulo)

$$= 84 - 8$$

$$\therefore \; = 76$$

RPTA:	76

6. Esteban tenía en su examen 13 preguntas, de las cuales solo tienen que responder 10 para salir aprobado. ¿De cuántas maneras puede resolver las 10 preguntas si de las cinco primeras preguntas solo debe responder 3?

$$C_x^n = C_y^n \; ; \;\; si\; x + y = n$$

Resolución

$$C_7^8 = C_1^8$$

De las 5 primeras preguntas solo debe responder 3 y De las 8 preguntas restantes debe responder 7

$$C_3^5 \times C_1^8$$

$$= \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{4}} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} \times 8$$

$$= 5 \times 2 \times 8$$

$$\therefore = 80$$

RPTA:	80

7. En un torneo de ajedrez se jugaron en total 524 partidas y además se sabe que se realizaron dos ruedas.
En la primera ronda jugaron todos contra todos y en la segunda jugaron los 8 mejores. ¿Cuántos Participaron?

Resolución

Participan: "n" personas

Primera ronda(todos contra todos)

$$C_2^n = \frac{n \times (n-1)}{2 \times 1}$$

Segunda ronda(los 8 mejores)

$$C_2^8 = \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \times 7}{\cancel{2} \times 1} = 28$$

Por condición:

$$\frac{n \times (n-1)}{2} + 28 = 524$$

$$\frac{n \times (n-1)}{2} = 496$$

$$\underbrace{n}_{32} \times \underbrace{(n-1)}_{31} = 992$$

$\therefore$ 32 31

RPTA: 32 personas