



TRIGONOMETRY

Chapter 5

3rd
SECONDARY

Razones Trigonométricas
de un Ángulo Agudo



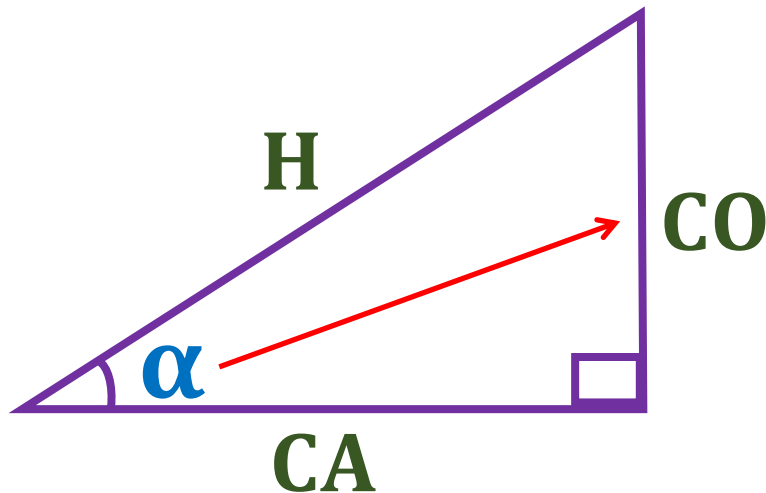
 **SACO OLIVEROS**

¿QUIÉN MIDIÓN POR PRIMERA VEZ EL RADIO DE LA TIERRA ?



¿ QUÉ SE ENTIENDE POR RAZÓN TRIGONOMÉTRICA DE UN ÁNGULO AGUDO ?

Es el **COCIENTE** entre las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo con respecto a uno de sus ángulos interiores agudos.



α : Ángulo agudo interior de referencia

H : Longitud de la hipotenusa

CO : Longitud del cateto opuesto a α

CA : Longitud del cateto adyacente a α

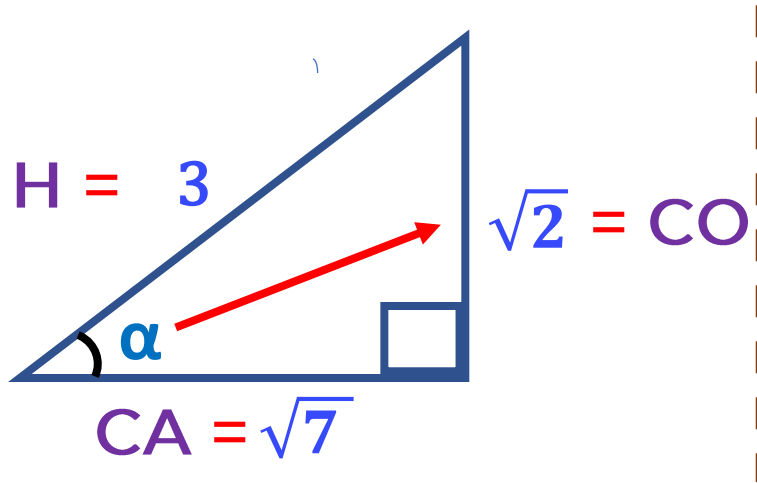
Teorema de Pitágoras : $H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO α

$\text{sen}\alpha$	$\text{cos}\alpha$	$\text{tan}\alpha$	$\text{cot}\alpha$	$\text{sec}\alpha$	$\text{csc}\alpha$
$\frac{\text{CO}}{\text{H}}$	$\frac{\text{CA}}{\text{H}}$	$\frac{\text{CO}}{\text{CA}}$	$\frac{\text{CA}}{\text{CO}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CA}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CO}}$

MÉTODO NEMOTÉCNICO : “ COCA COCA HELADA HELADA ”

EJEMPLO : Calcula las razones trigonométricas (RT) de α



$\text{sen}\alpha$	$\text{cos}\alpha$	$\text{tan}\alpha$	$\text{cot}\alpha$	$\text{sec}\alpha$	$\text{csc}\alpha$
$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{7}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{\sqrt{7}}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$

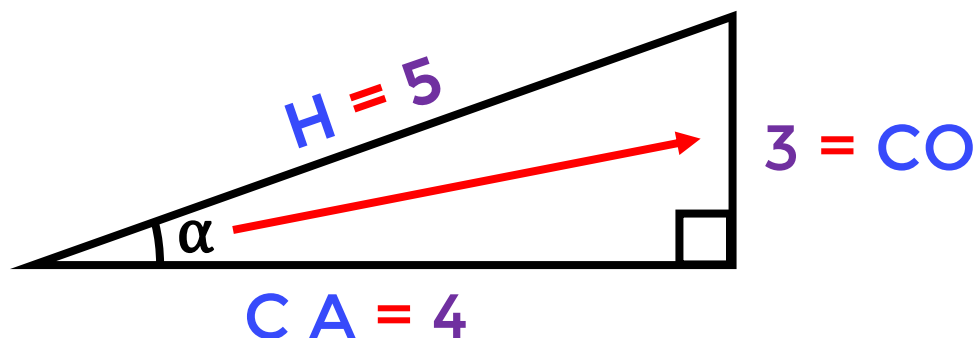


1) Si $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}$ y α es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, efectúe :

RESOLUCIÓN $M = 1 + \cot^2\alpha$

Dato : $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5} = \frac{\text{CO}}{\text{H}}$

$\text{sen}\alpha = \frac{\text{CO}}{\text{H}}$
 $\cot\alpha = \frac{\text{CA}}{\text{CO}}$



Teorema de Pitágoras :

$$H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$$

$$5^2 = (CA)^2 + (3)^2$$

$$25 = (CA)^2 + 9$$

$$16 = (CA)^2 \rightarrow CA = 4$$

Calculamos: $M = 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2$

$$M = 1 + \frac{16}{9}$$

$$\therefore M = \frac{25}{9}$$



2) Siendo $\tan \alpha = 2,4$ y α es un ángulo agudo, efectúe: $P = \csc \alpha + \cot \alpha$

RESOLUCIÓN

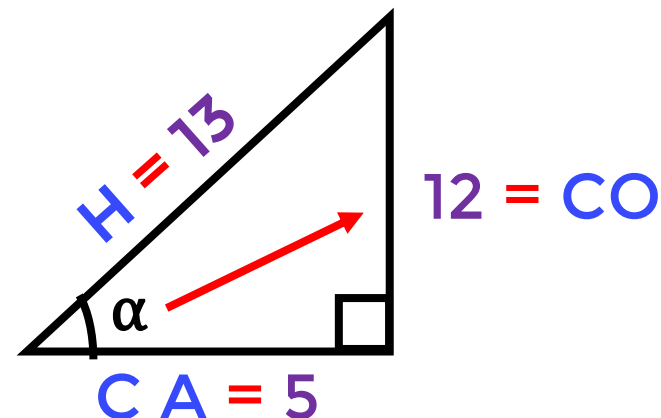
$$\tan \alpha = \frac{CO}{CA}$$

$$\csc \alpha = \frac{H}{CO}$$

$$\cot \alpha = \frac{CA}{CO}$$

Dato :

$$\tan \alpha = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} = \frac{CO}{CA}$$



Teorema de Pitágoras :

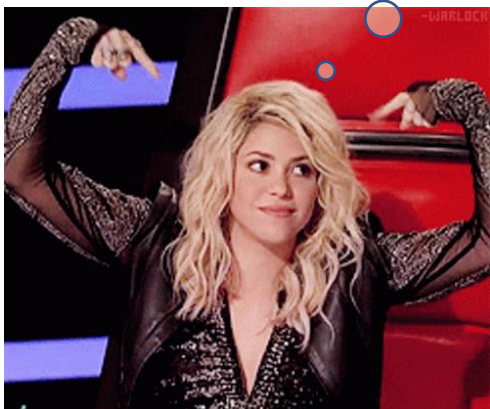
$$H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$$

$$H^2 = (5)^2 + (12)^2 = 25 + 144$$

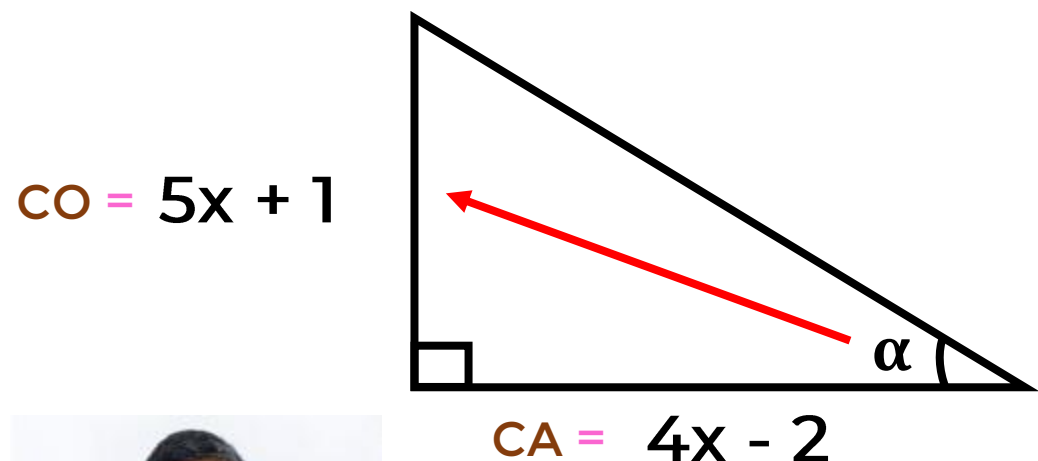
$$H = \sqrt{169} \Rightarrow H = 13$$

$$\text{Calculamos: } P = \frac{13}{12} + \frac{5}{12} = \frac{18}{12}$$

$$\therefore P = \frac{3}{2}$$



3) Del gráfico, halle el valor de x si $\tan \alpha = \frac{8}{5}$



$$\tan \alpha = \frac{CO}{CA}$$

RESOLUCIÓN

Se observa que :

$$CO = 5x + 1$$

$$CA = 4x - 2$$

Dato : $\tan \alpha = \frac{8}{5} = \frac{5x + 1}{4x - 2}$

Luego : $8(4x - 2) = 5(5x + 1)$

$$32x - 16 = 25x + 5$$

$$7x = 21$$

$$\therefore x = 3$$

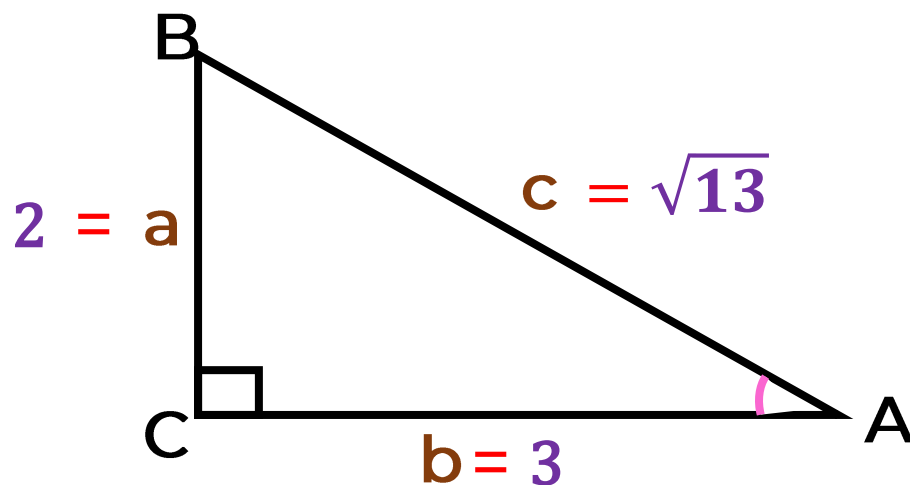


4) En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, sabiendo que $\tan A = \frac{2}{3}$,

calcule: $\text{sen} B \cdot \text{sen} A$

RESOLUCIÓN

Graficamos el $\triangle ACB$:



Recordamos que :

$$\tan \alpha = \frac{\text{CO}}{\text{CA}}$$

$$\text{sen} \alpha = \frac{\text{CO}}{\text{H}}$$

Dato : $\tan A = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}$

Teorema de Pitágoras :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 \Rightarrow c = \sqrt{13}$$

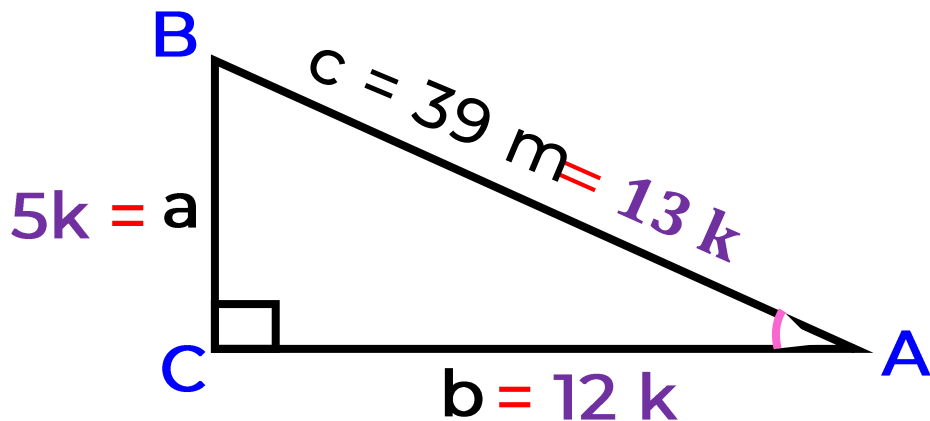
Calculamos: $E = \text{sen} B \cdot \text{sen} A$

$$E = \left(\frac{3}{\sqrt{13}} \right) \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right)$$

$$\therefore E = \frac{6}{13}$$

5) En un triángulo rectángulo ABC
(m \angle C = 90°), se sabe que $\tan A = \frac{5}{12}$
y la longitud de la hipotenusa es

RESOLUCIÓN
Calcule el perímetro del triángulo ABC.
Graficamos el $\triangle ACB$:



Dato : $\tan A = \frac{5k}{12k} = \frac{a}{b}$

Teorema de Pitágoras :

$$c^2 = a^2 + b^2 = (5k)^2 + (12k)^2$$

$$c^2 = 25k^2 + 144k^2 = 169k^2 \Rightarrow c = 13k$$

Dato : $13k = 39\text{ m} \Rightarrow k = 3\text{ m}$

Calculamos el perímetro del \triangle :

$$2p = 5k + 12k + 13k$$

$$2p = 30k = 30(3\text{ m})$$

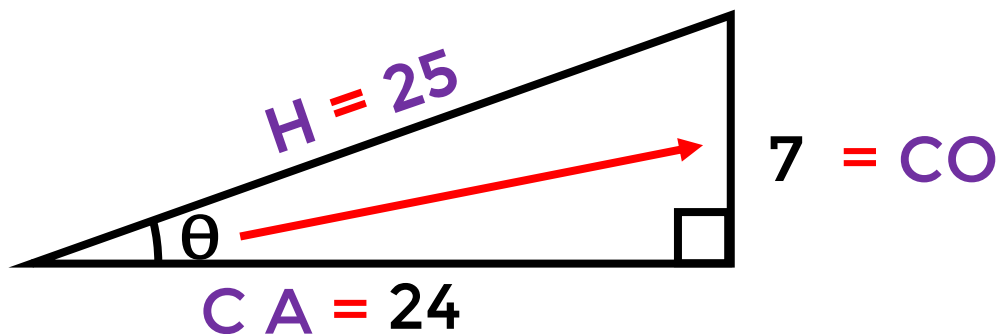
$$\therefore 2p = 90\text{ m}$$



6) Irene le promete a José, por ser el mes de aniversario de su matrimonio, prepararle una pizza de forma triangular como representa la figura. Si Irene invirtió para preparar la pizza: $M = 25(\sin\theta + \cos\theta)$ soles. Calcule cuánto gastó Irene para engreír a su esposo.

$$\sin\theta = \frac{CO}{H}$$

$$\cos\theta = \frac{CA}{H}$$



RESOLUCIÓN

Se observa que :

$$CO = 7 \quad ; \quad CA = 24$$

Teorema de Pitágoras :

$$H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$$

$$H^2 = (24)^2 + (7)^2$$

$$H^2 = 576 + 49$$

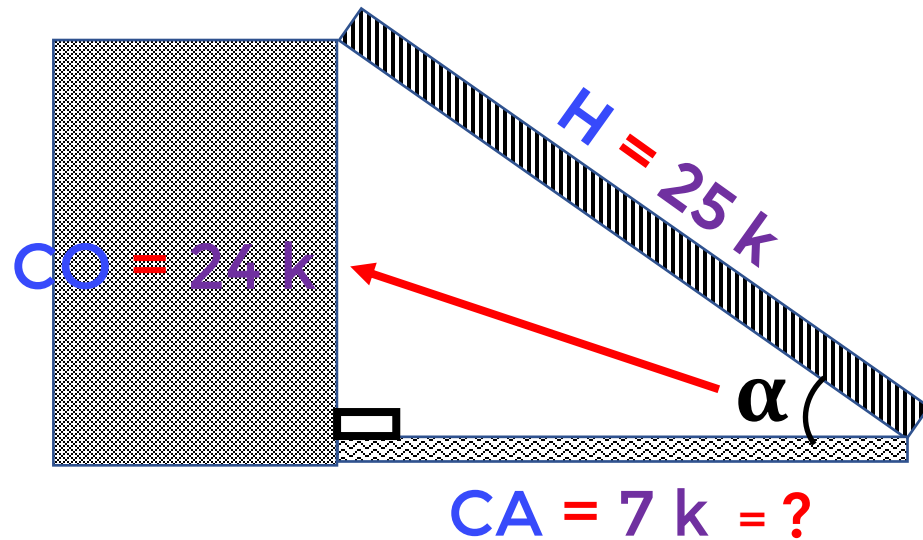
$$H = \sqrt{625} \rightarrow H = 25$$

$$\text{Gastó : } M = \cancel{25} \left(\frac{7}{\cancel{25}} + \frac{24}{\cancel{25}} \right) \text{ soles}$$

$$\therefore M = 31 \text{ soles}$$



7) Una escalera de 400 cm de longitud descansa sobre una pared lisa, tal como se muestra en la figura. Halle la distancia del pie de la escalera a la base de la pared. Considere $\cot \alpha = \frac{7}{24}$



RESOLUCIÓN

Recordamos que : $\cot \alpha = \frac{CA}{CO}$

Dato : $\cot \alpha = \frac{7k}{24k} = \frac{CA}{CO}$

Teorema de Pitágoras :

$$H^2 = CA^2 + CO^2 = (7k)^2 + (24k)^2$$

$$H^2 = 49k^2 + 576k^2 = 625k^2 \Rightarrow H = 25k$$

Dato : $25k = 400 \text{ cm} \Rightarrow k = 16 \text{ cm}$

Luego : $CA = 7k = 7(16 \text{ cm})$

$$\therefore CA = 112 \text{ cm}$$