



# TRIGONOMETRY

## Chapter 09

**2nd**  
SECONDARY

Propiedades de las RT de un  
ángulo agudo I



**SACO OLIVEROS**

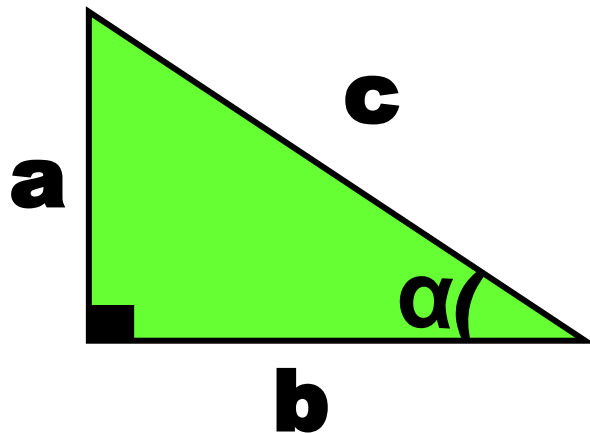




# PROPIEDADES DE LAS R.T DE ÁNGULOS AGUDOS I

## 1. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS

**Recordando:**



**DE LA FIGURA SE TIENE:**

$$\text{sen}\alpha = \frac{a}{c} \quad ; \quad \text{csc}\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = \frac{a}{c} \times \frac{c}{a} = 1$$

**SE CONCLUYE:**

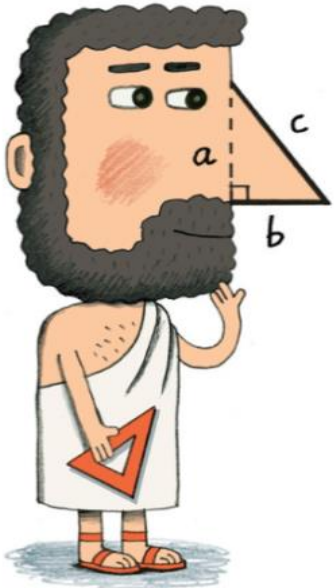
$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$$

$$\text{cos}\alpha \cdot \text{sec}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha \cdot \text{cot}\alpha = 1$$



# OBSERVACIONES:



$$\text{Si: } \sin \alpha \cdot \csc \beta = 1$$



$$\alpha = \beta$$

$$\text{Si: } \cos \alpha \cdot \sec \beta = 1$$



$$\alpha = \beta$$

$$\text{Si: } \tan \alpha \cdot \cot \beta = 1$$



$$\alpha = \beta$$



# 1. Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

*a)*  $\text{sen } 23^\circ \cdot \text{csc } 23^\circ = 1$  ( *V* )

*c)*  $\tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ = 1$  ( *V* )

*b)*  $\cos 15^\circ \cdot \text{sen } 15^\circ = 1$  ( *F* )

*d)*  $\cos 3\alpha \cdot \sec 3\alpha = 1$  ( *V* )

## RESOLUCIÓN:

*a)*  $\underline{\text{sen } 23^\circ} \cdot \underline{\text{csc } 23^\circ} = 1$

*b)*  $\underline{\cos 15^\circ} \cdot \underline{\text{sen } 15^\circ} = 1$

*c)*  $\underline{\tan 20^\circ} \cdot \underline{\cot 20^\circ} = 1$

*d)*  $\underline{\cos 3\alpha} \cdot \underline{\sec 3\alpha} = 1$



Remember:

$$\text{sen } \alpha \cdot \text{csc } \alpha = 1$$

Remember:

$$\cos \theta \cdot \sec \theta = 1$$



Remember:

$$\tan \beta \cdot \cot \beta = 1$$





2. Si  $\cos \theta = \frac{2}{7}$  y  $\cot \alpha = \frac{2}{9}$ , efectúe:  $M = \sec \theta + \tan \alpha$

## **RESOLUCIÓN:**

Del dato:

$$\cos \theta = \frac{2}{7} \Rightarrow \sec \theta = \frac{7}{2}$$

$$\cot \alpha = \frac{2}{9} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{9}{2}$$

Remember:

$$\cos \theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \sec \theta = \frac{b}{a}$$

Piden:  $M = \sec \theta + \tan \alpha$

$$M = \frac{7}{2} + \frac{9}{2}$$

$$M = \frac{16}{2}$$

$$\therefore M = 8$$

Remember:

$$\tan \theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \cot \theta = \frac{b}{a}$$



3. Efectúe  $E = \frac{a}{b}$ , si  $\operatorname{sen} 18^\circ \cdot \operatorname{csc} a = 1$   
 $\tan 9^\circ \cdot \cot b = 1$

## RESOLUCIÓN:

Del dato:  $\operatorname{sen} 18^\circ \cdot \operatorname{csc} a = 1$

$$\Rightarrow a = 18^\circ$$

$$\tan 9^\circ \cdot \cot b = 1$$

$$\Rightarrow b = 9^\circ$$



Remember:

$$\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha = 1$$

Calculamos:  $E = \frac{a}{b}$

$$E = \frac{18}{9}$$

$$\therefore E = 2$$

Remember:

$$\tan \beta \cdot \cot \beta = 1$$



4. Determine el valor de  $x$ , si  $\cos 3x \cdot \sec(x + 40^\circ) = 1$

## RESOLUCIÓN:

Del dato:

$$\underline{\cos 3x} \cdot \underline{\sec(x + 40^\circ)} = 1$$

$$\Rightarrow 3x = x + 40^\circ$$

$$2x = 40^\circ$$

$$\therefore x = 20^\circ$$

Remember:

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$





5. Calcule  $\tan x$  si:  $\tan(2x + 20^\circ) \cdot \cot(x + 65^\circ) = 1$

## RESOLUCIÓN:

Del dato:

$$\tan(2x + 20^\circ) \cdot \cot(x + 65^\circ) = 1$$

$$\Rightarrow 2x + 20^\circ = x + 65^\circ$$

$$\Rightarrow x = 45^\circ$$

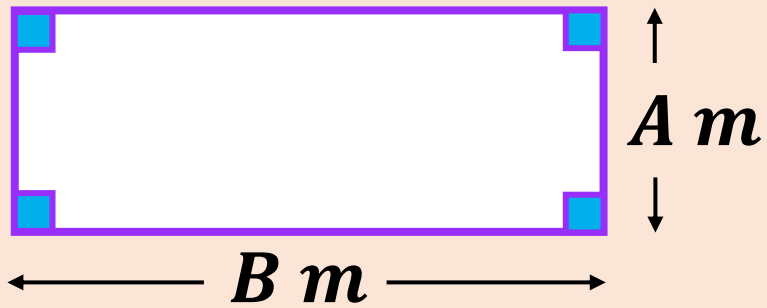
$$\therefore \tan x = 1$$

Remember:

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$



6. Sabrina ha heredado un terreno rectangular, cuyas dimensiones son las siguientes:



¿Cuál es el área del terreno?

Donde:

$$A = \frac{5 \cos 19^\circ \cdot \sec 19^\circ + 3 \tan \alpha \cdot \cot \alpha}{\sen 15^\circ \cdot \csc 15^\circ}$$

$$B = 6 \tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ + 9 \sen \beta \cdot \csc \beta$$

**RESOLUCIÓN:**

$$A = \frac{\overbrace{5 \cos 19^\circ \cdot \sec 19^\circ}^1 + \overbrace{3 \tan \alpha \cdot \cot \alpha}^1}{\underbrace{\sen 15^\circ \cdot \csc 15^\circ}_1}$$

$$A = \frac{5 + 3}{1} \Rightarrow A = 8$$

$$B = 6 \overbrace{\tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ}^1 + 9 \overbrace{\sen \beta \cdot \csc \beta}^1$$

$$B = 6 + 9 \Rightarrow B = 15$$

Piden:

$$A_{\blacksquare} = (8)(15)$$

$$\therefore A_{\blacksquare} = 120m^2$$



**7.** Las edades de dos amigas Julia e Irene son  $a$  y  $b$  años respectivamente. Si dichas edades se pueden obtener al resolver las siguientes expresiones.

$$\tan(a + b)^\circ \cdot \cot 50^\circ = 1$$

$$\cos(a - b)^\circ \cdot \sec 30^\circ = 1$$

¿Cuánto suman las edades de Julia e Irene?

### **RESOLUCIÓN:**

**Del dato:**

$$\tan(a + b)^\circ \cdot \cot 50^\circ = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 50$$

$$\cos(a - b)^\circ \cdot \sec 30^\circ = 1$$

$$\Rightarrow a - b = 30$$

**Tenemos:**

$$\begin{array}{r} a + b = 50 \\ a - b = 30 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow + \end{array}$$

$$2a = 80$$

$$a = 40 \longrightarrow \text{Julia}$$

$$b = 10 \longrightarrow \text{Irene}$$

***$\therefore$  Las edades de Julia e Irene suman 50 años.***