



ARITHMETIC

Chapter 18

4th
SECONDARY

NÚMEROS RACIONALES II

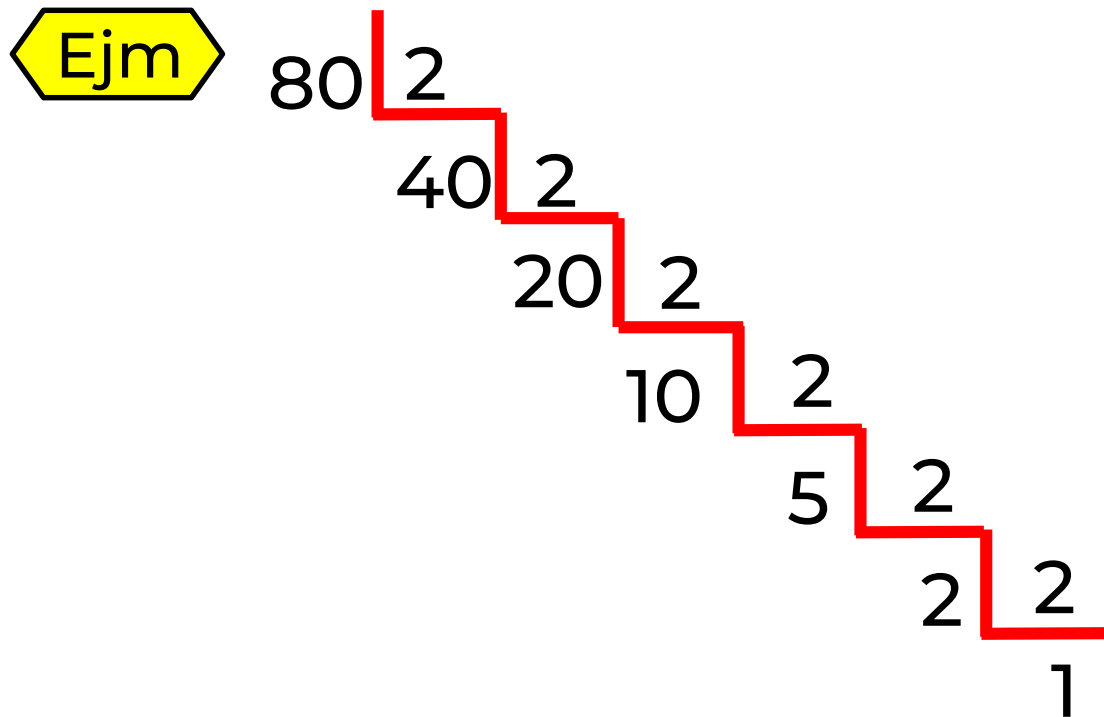


 **SACO OLIVEROS**



La fracción $\frac{1}{80!}$, ¿cuántas cifras decimales no periódicas origina?

- ✓ Siendo $80!$ el denominador de la fracción generatriz, el factor con mayor exponente contenido en $80!$ es 2.
- ✓ Para esto utilizamos un caso particular de los números primos.



Luego, sumados los cocientes obtenidos

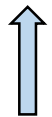
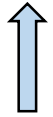
$$1 + 2 + 5 + 10 + 20 + 40 = 78$$

La fracción tiene 78 cifras decimales no periódicas.



1 DECIMALES

0, abcde



Parte entera

Parte decimal

Ejm

1,75

0,5 $\overline{4}$

3,004 $\overline{72}$

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES



Decimal exacto o limitado

Ejm

$$\rightarrow \frac{7}{4} = \frac{7}{2^2} = 1,75$$

$$\rightarrow \frac{137}{2^4 \times 5^3} = 0,0685$$

El número de cifras decimales va a estar dada por el mayor exponente de 2 y/o 5 contenidos en el exponente del denominador de la fracción irreductible.



Decimal inexacto o ilimitado

1. Decimal periódico puro

Ejm

$$\frac{2}{9} = 0.222.. = 0,\widehat{2} = 0,[2]$$

→ El 9 origina una cifra periódica pura.

$$\frac{675}{999} <> \frac{25}{37} = 0,\widehat{675} = 0,[675]$$

→ El 37 origina tres cifras periódicas puras.

Tabla de nueves

$$9 = 3^2$$

$$99 = 3^2 \times 11$$

$$999 = 3^3 \times 37$$

$$9999 = 3^2 \times 11 \times 101$$

$$99999 = 3^2 \times 41 \times 271$$

$$999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$$

$$9999999 = 3^2 \times 239 \times 4649$$

El número de cifras periódicas puras va a estar dada por el menor número de nueves contenidos en el denominador como factor.



2. Decimal periódico mixto

Ejm $\frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{5}{2^1 \times 3} = 0,8\widehat{3} = 0,8[3]$

→ El exponente de 2 es 1 por ende una cifra no periódicas y 3 origina una cifra periódica.

$$\frac{13}{2750} \Leftrightarrow \frac{13}{5^3 \times 2 \times 11} = 0,004\widehat{72} = 0,004[72]$$

→ El exponente de 5 es 3 por ende tres cifras no periódicas y 11 origina dos cifras periódicas.

3 NÚMEROS AVALES

Ejm $\frac{a}{b} = 1,4343...(5)$

→ Número pentaval.

$$F = \frac{a}{b} = x,\overline{yzw}...(5)$$

Parte entera
(característica)

Parte decimal
(mantisa)



4

FRACCIÓN GENERATRIZ

Clase	Base n=10	Base n≠10
Decimal exacto $0,\overline{abcde}_{(n)}$	$\frac{\overline{abcde}}{100000}$	$\frac{\overline{abcde}_{(n)}}{100000_{(n)}}$
Decimal p. puro $0,\overbrace{abcde}_{(n)}$	$\frac{\overline{abcde}}{99999}$	$\frac{\overline{abcde}_{(n)}}{(n-1)(n-1)\dots(n-1)_{(n)}}$
Decimal p. mixto $0,abc\widehat{de}_{(n)}$	$\frac{\overline{abcde}-\overline{abc}}{99000}$	$\frac{\overline{abcde}_{(n)}}{(n-1)(n-1)000_{(n)}}$



1. Calcule la suma del numerador y denominador de la fracción irreducible generatriz de:

2,454545...

RESOLUCIÓN

$$2,\overline{45} = \frac{245-2}{99} = \frac{\cancel{243}}{\cancel{99}} = \frac{27}{11}$$

Suma de términos

$$\therefore 27 + 11 =$$

38



2. En la siguiente fracción

$$f = \frac{17}{37}$$

¿cuánto suman las cifras del periodo?

RESOLUCIÓN

$$f = \frac{17}{37} \times \frac{27}{27} = \frac{459}{999} = 0,\overline{459}$$

Suma de cifras del periodo

$$\therefore 4 + 5 + 9 = 18$$

Tabla de nueves

$$999 = 37 \times 27$$



3. Una fracción irreducible con denominador 7, ¿cuántas cifras periódicas origina?

RESOLUCIÓN

Recordemos:

Tabla de nueves

$$999999 = 33 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$$

$$f = \frac{N}{7} = 0,\overbrace{ab\dots x}$$

$$= \frac{ab\dots x}{999999}$$

6 cifras



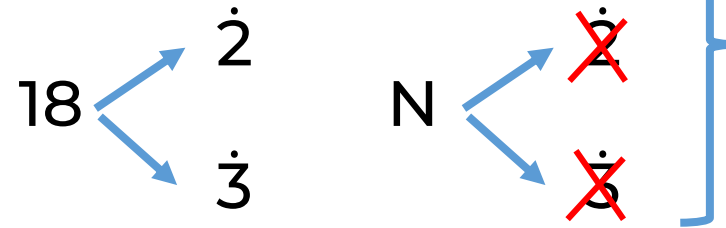
4. Si la siguiente fracción $\frac{18}{N}$ es irreducible, además:

$$\frac{18}{N} = 0,\overline{abc}$$

Calcule $a + b + c$.

RESOLUCIÓN

Fracción irreducible
18 y N son PESI



$$\frac{18}{\cancel{37}} = \frac{\overline{abc}}{\cancel{37} \times 27}$$

$$\overline{abc} = 18 \times 27$$

$$\overline{abc} = 486$$

$$\frac{18}{N} = 0,\overline{abc}$$

$$\frac{18}{N} = \frac{\overline{abc}}{999}$$

$$\frac{18}{N} = \frac{\overline{abc}}{37 \times 27}$$

$$\therefore a + b + c =$$

18



5. Si se cumple que:

$$\frac{a}{3} + \frac{b}{5} = 2,5\hat{3}$$

Calcule $a + b$.

RESOLUCIÓN

$$\frac{a}{3} + \frac{b}{5} = 2,5\hat{3} \Rightarrow \frac{5a+3b}{15} = \frac{253-25}{90}$$

$$\frac{5a+3b}{15} = \frac{228}{\cancel{90}_6}$$

$$5a + 3b = 38$$



7



1



$$a + b = 8$$

4

6



$$a + b = 10$$

1

11



$$a + b = 12$$

8; 10; 12



- 6.** En el último censo nacional realizado el 22 de octubre del 2017; se le preguntó a María sobre la cantidad de hijos que tiene y esta respondió: “La cantidad de hijos que tengo es igual a la última cifra del periodo que origina la fracción $14/83$ ”. Determine la cantidad de hijos que tiene María.

RESOLUCIÓN

$$f = \frac{14}{83} = 0,\overbrace{ab\dots x} = \frac{\overline{ab\dots x}}{99\dots 9}$$

$$\frac{(\dots 4)}{(\dots 3)} = \frac{(\dots x)}{(\dots 9)}$$

$$(\dots 4)(\dots 9) = (\dots 3)(\dots x)$$

$$(\dots 6) = (\dots 3)(\dots x)$$

El numero de hijos que tiene es:

2



7. Cristina en la cena de aniversario de sus padres pregunta: “Papá a que edad conociste a mamá”; su padre le responde: “mi edad era tan igual a la suma de términos de B” A lo que Cristina replica: “solo 2 años más que yo tenías”. ¿Qué edad tiene Cristina? si sabemos que:

$$B = \frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{50} + \frac{3}{100} + \frac{1}{500} + \frac{3}{1000} + \dots$$



RESOLUCIÓN

$$B = \frac{2 \times 1}{2 \times 5} + \frac{3}{10} + \frac{2 \times 1}{2 \times 50} + \frac{3}{100} + \frac{2 \times 1}{2 \times 500} + \frac{3}{1000} + \dots$$

$$B = \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \dots$$

$$B = 0,5 + 0,05 + 0,005 + \dots$$

$$B = 0,555\dots$$

$$B = 0,\hat{5} \quad \therefore \quad B = \frac{5}{9}$$

$$\text{Piden: } 5 + 9 - 2 = \boxed{12}$$