ALGEBRA

Chapter 23

2th

Session II

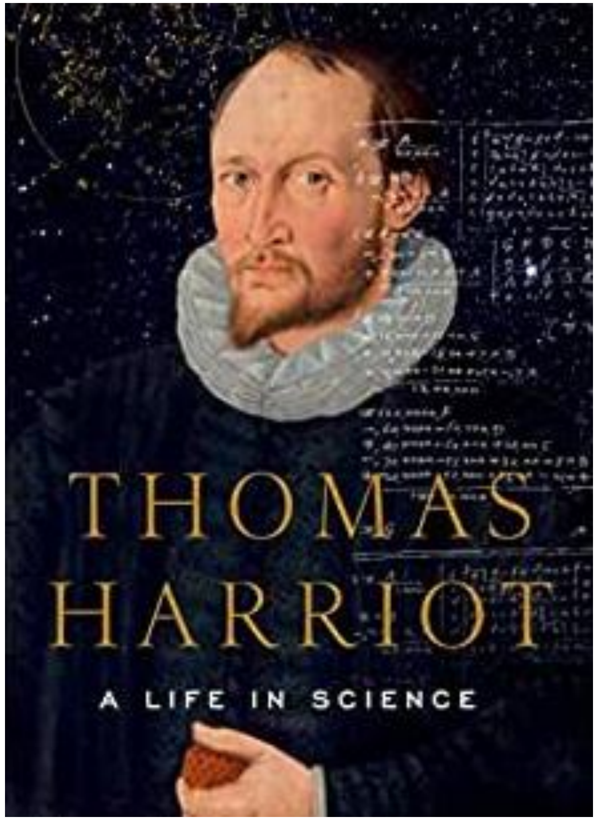
INECUACIONES DE 2DO GRADO

SACO OLIVEROS

THOMAS HARRIOT

Fue un matemático y astrónomo inglés. Nació en la ciudad de Oxford en el año 1560 y falleció el 2 de julio de 1621 en Londres. Fue el creador de notaciones y símbolos que se utilizan en álgebra tales como: > (mayor que) y < (menor que). Además, observó los satélites de Júpiter y las manchas solares.

La vida de Thomas Harriot sobresale notablemente en diferentes campos. Viaja a las Américas y realiza un trabajo etnográfico; en la astronomía observa la luna y dibuja mapas de sus descubrimientos; además se convierte en un matemático prolífico y se le atribuye la teoría de la refracción.



INECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Una inecuación de segundo grado con una incógnita (ecuación cuadrática), es aquella desigualdad condicional que reducida a su más simple expresión tiene la forma:

$$\boxed{ax^2 + bx + c > 0} \qquad \boxed{ax^2 + bx + c < 0}$$

$$\boxed{ax^2 + bx + c \geq 0} \qquad \boxed{ax^2 + bx + c \leq 0}$$

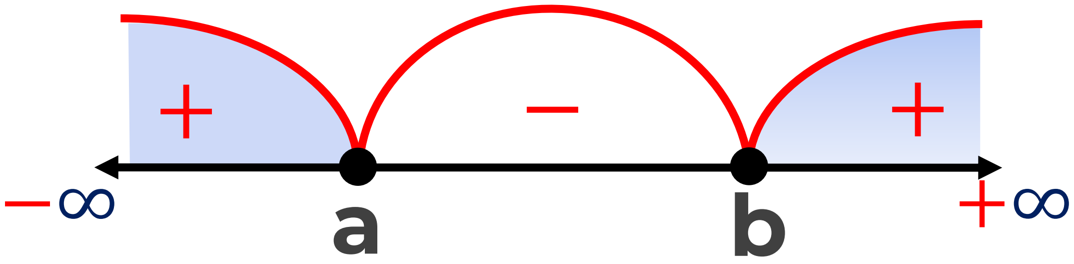
$a,b,c \in \mathbb{R},\ a \neq 0$

Para su resolución utilizaremos el criterio de los **PUNTOS CRÍTICOS**.

RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA

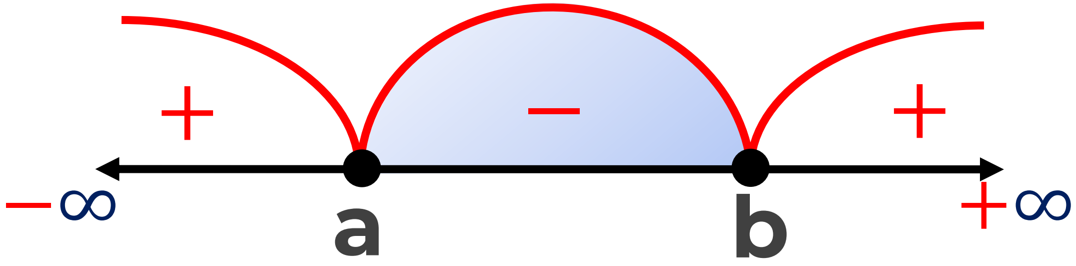
La solución de la inecuación de segundo grado depende del sentido de la desigualdad.

$$\boxed{(x-a)(x-b) \geq 0}$$



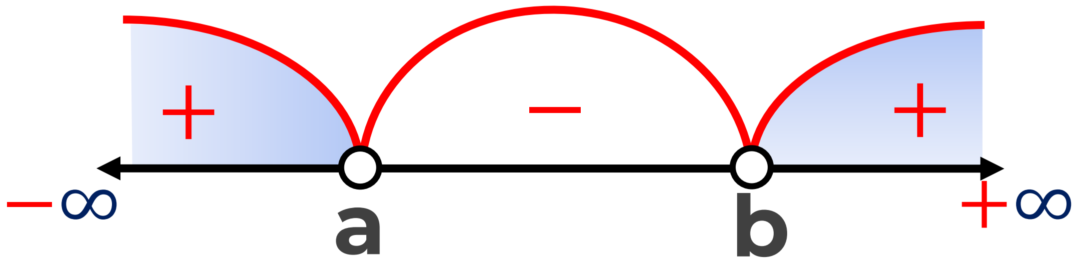
$$\boxed{x \in \langle -\infty\,;\, a] \cup [b\,;\, +\infty\rangle}$$

$$\boxed{(x-a)(x-b) \leq 0}$$



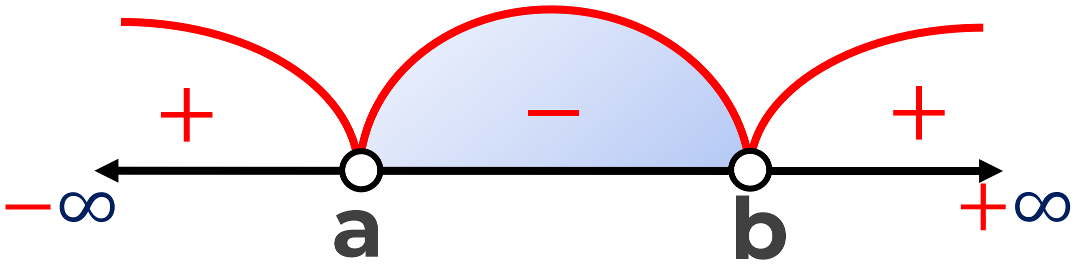
$$\boxed{x \in [a\,;\, b]}$$

$$(x - a)(x - b) > 0$$



$$x \in \langle -\infty ; a\rangle \cup \langle b ; +\infty\rangle$$

$$(x - a)(x - b) < 0$$



$$x \in \langle a ; b\rangle$$

REGLA PRÁCTICA:

Puntos críticos abiertos	Puntos críticos cerrados	
< 0	≤ 0	−
> 0	≥ 0	+

1. Resuelva

$$(x-2)^2 > 4$$

RESOLUCIÓN

$$(x-2)^2 > 4$$

$$(x-2)^2 - 4 > 0$$

$$(x-\cancel{2}+\cancel{2})(x-2-2) > 0$$

$$(x)(x-4) > 0$$

Puntos Críticos: $x = 0 \wedge x = 4$

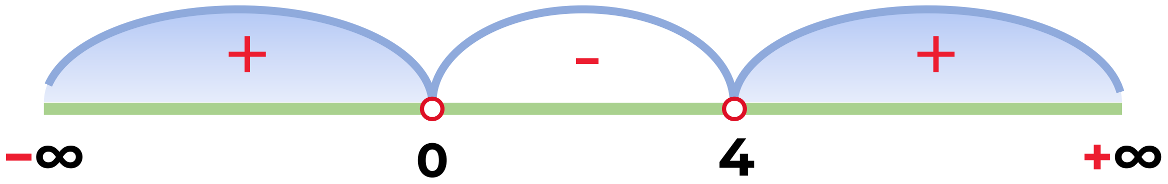
$$C.S = \langle -\infty\,;0\rangle \cup \langle 4;+\infty\rangle$$

RECORDEMOS

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Gráficamente



2. Calcule la variación de x en

$$(2x-5)^2 \leq 9$$

RESOLUCIÓN

$$(2x-5)^2 \leq 9$$

$$(2x-5)^2 - 9 \leq 0$$

$$(2x-5+3)(2x-5-3) \leq 0$$

$$(2x-2)(2x-8) \leq 0$$

Puntos Críticos: $x = 1 \wedge x = 4$

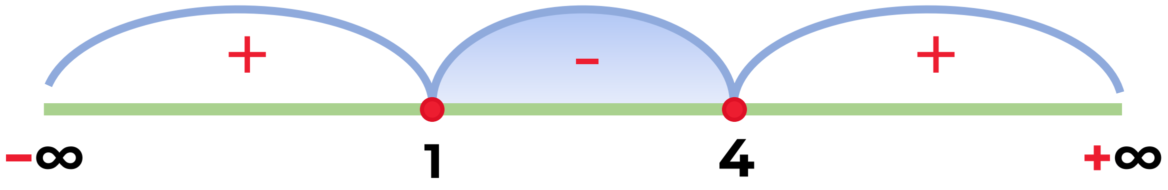
$$\boxed{C.S = [1 ; 4]}$$

RECORDEMOS

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Puntos Críticos



3. Resuelva

$$(x + 4)^2 \geq 16$$

RESOLUCIÓN

$$(x + 4)^2 \geq 16$$

$$(x + 4)^2 - 16 \geq 0$$

$$(x + 4 + 4)(x + 4 - \cancel{4}) \geq \cancel{0}$$

$$(x)(x + 8) \geq 0$$

Puntos Críticos: $x = 0 \wedge x = -8$

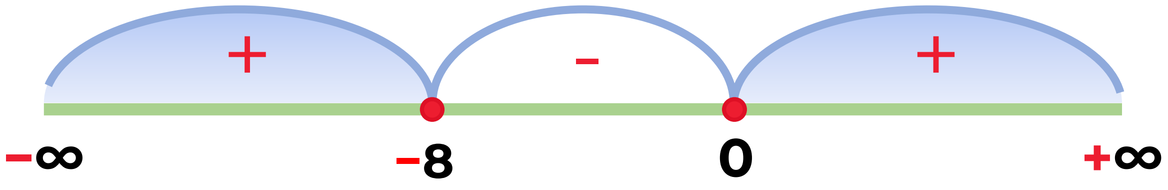
$$\boxed{C.S = \langle -\infty ; -8] \cup [0 ; +\infty\rangle}$$

RECORDEMOS

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Gráficamente



4. Resuelva

$$-x^2 + 2x \geq 0$$

RESOLUCIÓN

$-x^2 + 2x \geq 0$ ......$x\,(-1)$

$x^2 - 2x \leq 0$

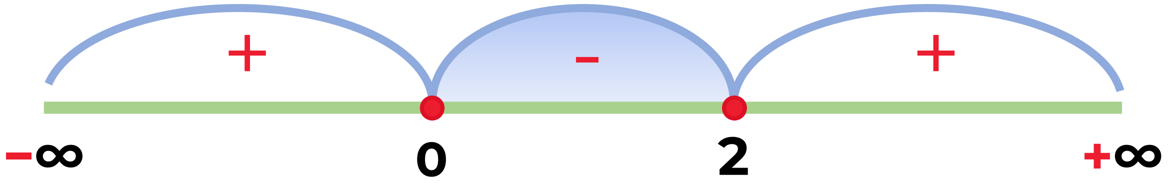
$x(x-2) \leq 0$

Puntos Críticos: $x = 0 \wedge x = 2$

$$\boxed{C.S = [\,0\,;\,2\,]}$$

RECORDEMOS

Gráficamente



5. Halle el conjunto solución de

$$-x^2 - 2x + 35 > 0$$

RESOLUCIÓN

$$-x^2 - 2x + 35 > 0 \quad \ldots\ldots x(-1)$$

$$x^2 + 2x - 35 < 0$$

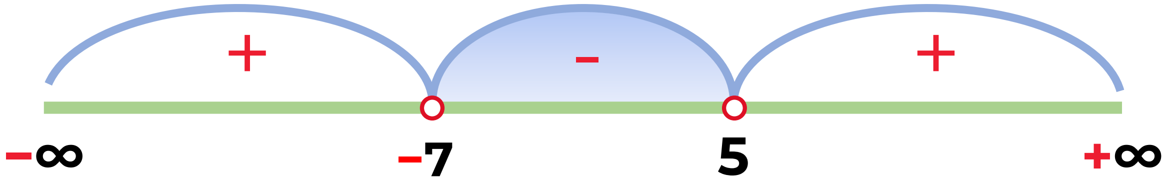
$$\begin{array}{lcl} x & 7 & = 7x \quad + \\ x & -5 & = \underline{-5x} \end{array}$$

$$(x+7)(x-5) < 0$$

Puntos Críticos: $x = -7 \wedge x = 5$

RECORDEMOS

Gráficamente



$$C.S = \langle -7 ; 5 \rangle$$

6. Luego de resolver

$$(x+1)^2+(x-1)(x-2)-9\leq 0$$

La suma de valores enteros positivos que verifican la inecuación, son el número de pastillas que tiene que tomar Elvis durante El día. Si el tratamiento médico duró 15 días ¿Cuántas pastillas fue lo que se tomó en total?

RESOLUCIÓN

$$(x+1)^2+(x-1)(x-2)-9\leq 0$$

$$x^2+2x+1+x^2+(-1-2)x+(-1)(-2)-9\leq 0$$

$$x^2+2x+1+x^2-3x+2-9\leq 0$$

$$2x^2-x-6\leq 0$$

$$2x \qquad 3 = 3x \quad +$$

$$x \qquad -2 = \underline{-4x}$$

$$(2x+3)(x-2)\leq 0$$

Puntos Críticos: $x=-\dfrac{3}{2} \wedge x=2$

RECORDEMOS

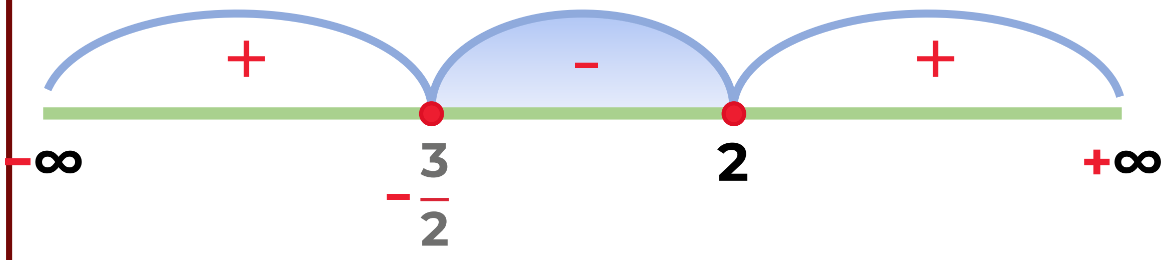
Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Identidad de Steven

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

Gráficamente



$$C.S=\left[-\frac{3}{2};2\right]$$

7. Al resolver

$$(5x+2)^2-(6x-1)^2 \geq 3$$

Se obtiene el CS=[a , b]. Sabiendo que a+11b representa la edad de Petronila, ¿Cuál es esa edad?

RESOLUCIÓN

$$(5x+2)^2-(6x-1)^2 \geq 3$$

$$25x^2+20x+9-(36x^2-12x+1) \geq 3$$

$$-11x^2+33x+\cancel{3}-x \geq \cancel{3}$$

$$-11x^2+32x \geq 0$$

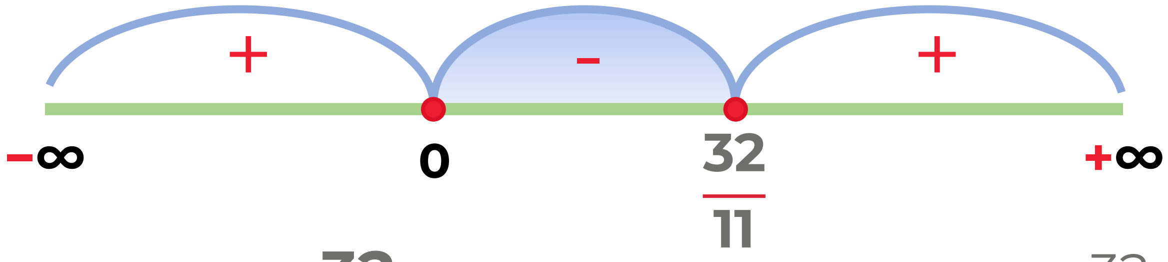
$$-11x^2+32x \geq 0 \quad \ldots\ldots \times (-1)$$

$$11x^2-32x \leq 0$$

$$(x)(11x-32) \leq 0$$

Puntos Críticos: $x = 0 \quad \wedge \quad x = \dfrac{32}{11}$

Gráficamente



$$C.S = \left[0\,;\frac{32}{11}\right] = [a\,;b] \rightarrow a = 0 \wedge b = \frac{32}{11}$$

Edad: $a + 11b = 0 + \cancel{11}.\dfrac{32}{\cancel{11}} = \boxed{32 \text{ años}}$

Petronila