

TRIGONOMETRY

Chapter 03

5th

SECONDARY

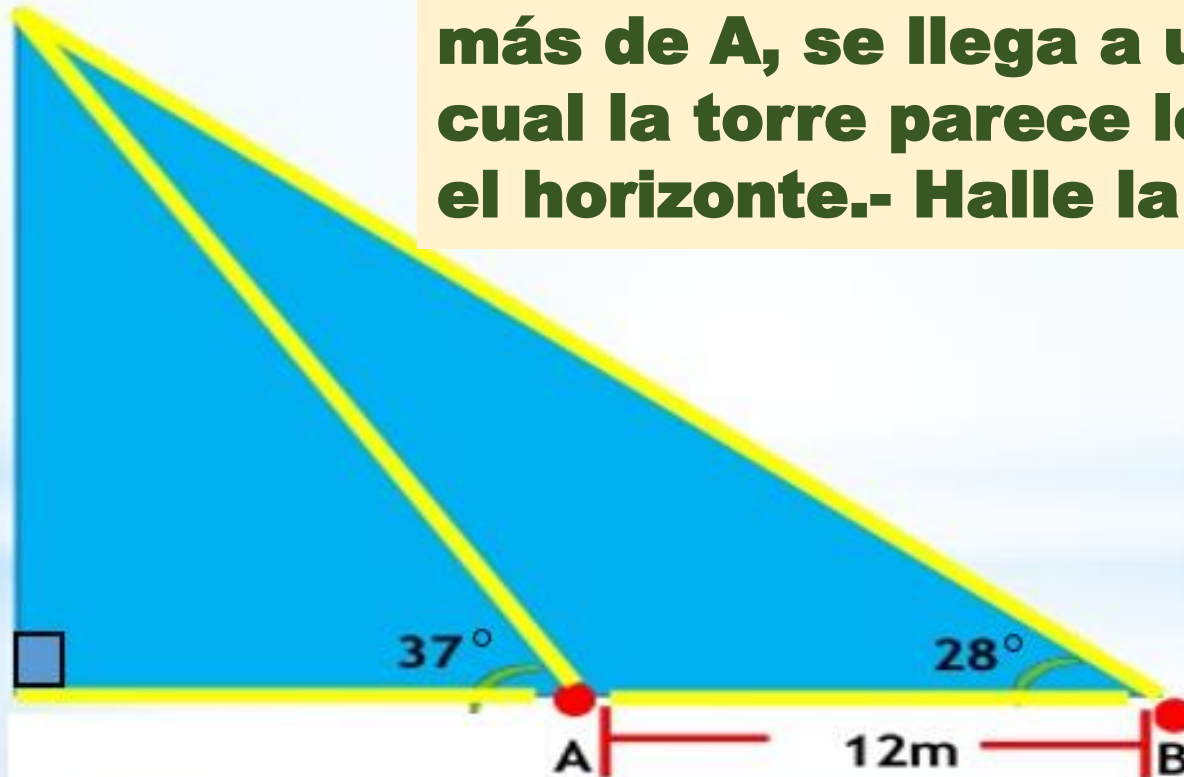
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS



SACO OLIVEROS



Se desea medir la altura de una torre, cuya base no es accesible y está ubicada en un terreno horizontal. - Desde el punto **A**, la torre parece levantarse 37° sobre el horizonte. Separándose **12m** más de **A**, se llega a un punto **B** desde el cual la torre parece levantarse 28° sobre el horizonte.- Halle la altura de la torre.





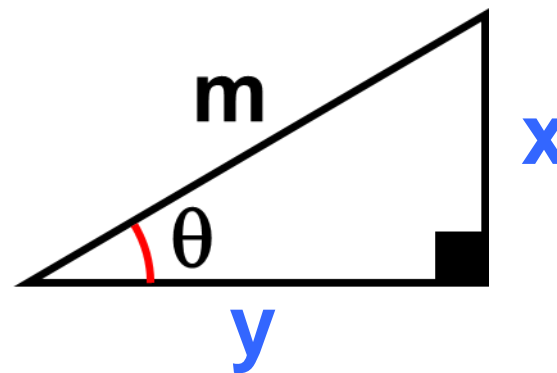
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo rectángulo, significa determinar la longitud de sus lados y las medidas de sus ángulos. Existen 3 casos, en los cuales se necesitan 2 datos : la medida de un lado y la medida de un ángulo interior agudo .

Regla práctica :

$$\frac{[\text{lado incógnita}]}{[\text{lado dato}]} = \text{RT} \left(\begin{matrix} \angle \\ \text{dato} \end{matrix} \right)$$

Caso I :



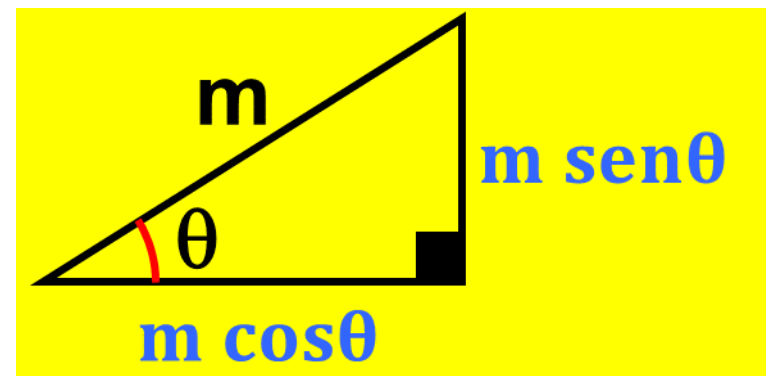
$$\bullet \frac{x}{m} = \text{sen}\theta$$

$$\Rightarrow x = m \text{ sen}\theta$$

$$\bullet \frac{y}{m} = \text{cos}\theta$$

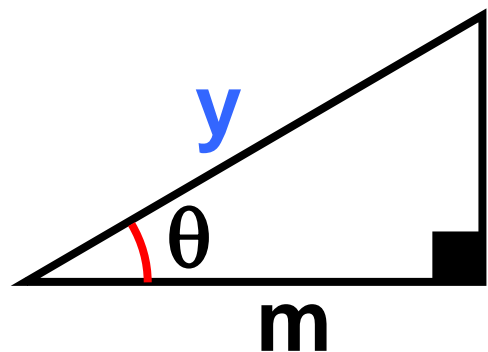
$$\Rightarrow y = m \text{ cos}\theta$$

Conclusión :



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Caso II :



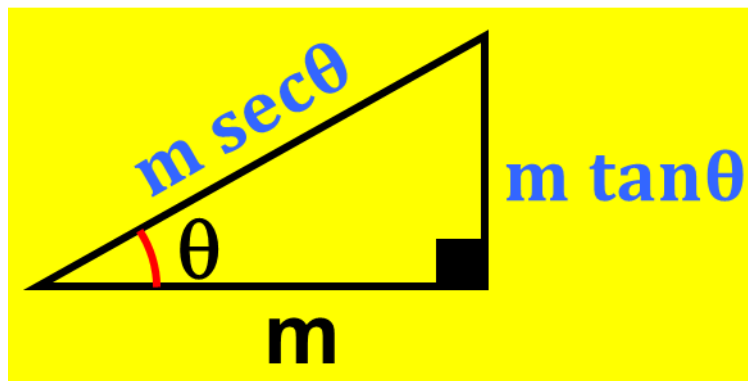
$$\bullet \frac{x}{m} = \tan\theta$$

$$\Rightarrow x = m \tan\theta$$

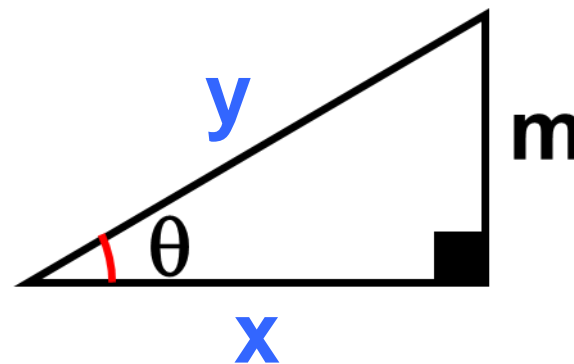
$$\bullet \frac{y}{m} = \sec\theta$$

$$\Rightarrow y = m \sec\theta$$

Conclusión :



Caso III :



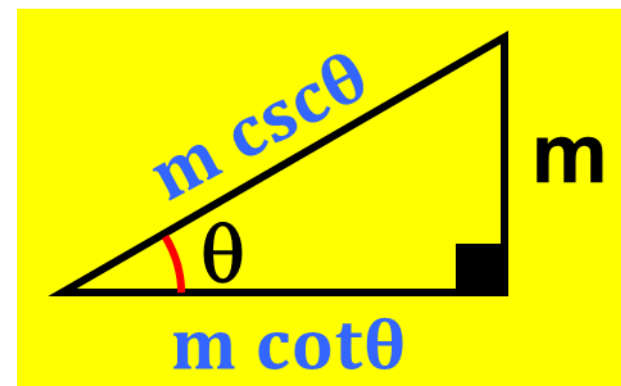
$$\bullet \frac{x}{m} = \cot\theta$$

$$\Rightarrow x = m \cot\theta$$

$$\bullet \frac{y}{m} = \csc\theta$$

$$\Rightarrow y = m \csc\theta$$

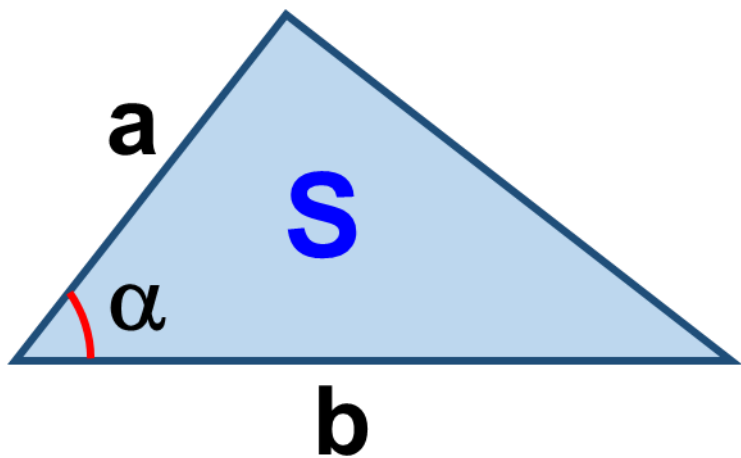
Conclusión :





ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR

Siendo **S** el área de la región triangular sombreada.



Se cumple :
$$S = \frac{a \cdot b}{2} \operatorname{sen} \alpha$$

Ejemplo :

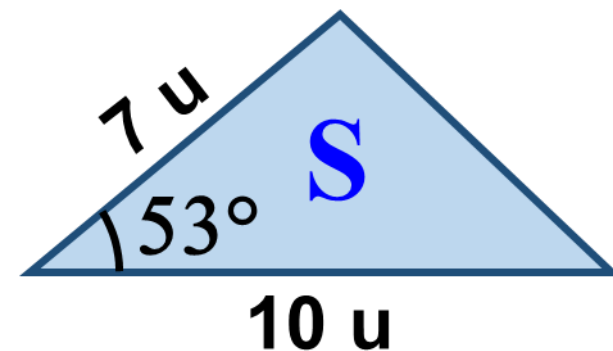
Calcule el área de la región triangular de lados 10 u y 7u, además el ángulo entre ellos mide 53° .

RESOLUCIÓN

$$S = \frac{7 (10)}{2} \operatorname{sen} 53^\circ$$

$$S = 35 \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$\therefore S = 28u^2$$



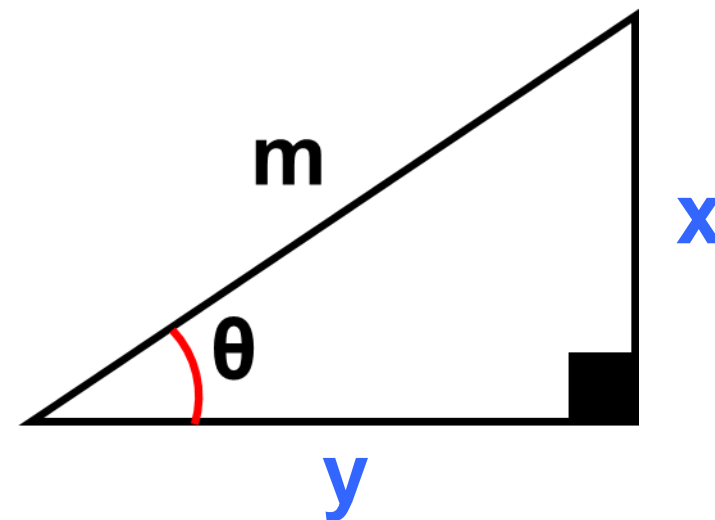
HELICO PRACTICE 1

En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide m y un ángulo agudo mide θ .- Determine el área de dicho triángulo.

RESOLUCIÓN

$$\frac{x}{m} = \operatorname{sen} \theta \quad \Rightarrow \quad x = m \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$\frac{y}{m} = \operatorname{cos} \theta \quad \Rightarrow \quad y = m \cdot \operatorname{cos} \theta$$



Luego : $\text{Área } \Delta = \frac{y \cdot x}{2}$

$$\therefore \text{Área} = \frac{m^2 \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{cos} \theta}{2}$$

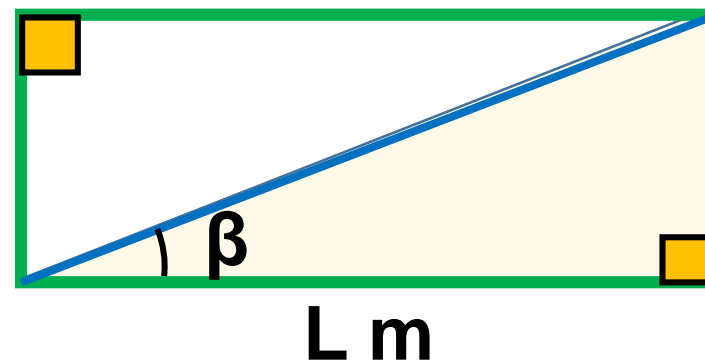
HELICO PRACTICE 2

Juan y Jorge compran un terreno rectangular para sembrar camote y papa; para ello dividen el terreno en dos partes iguales trazando una diagonal.- Si el largo del terreno es L metros y el ángulo formado por la diagonal y el lado anterior del terreno es β ; calcule el área del terreno que les corresponde para sembrar cada tubérculo, en términos de L y β .

RESOLUCIÓN

Del gráfico : $\frac{x}{L \text{ m}} = \tan \beta$

$$\text{Área } \triangle = \frac{(L \text{ m})(x)}{2}$$

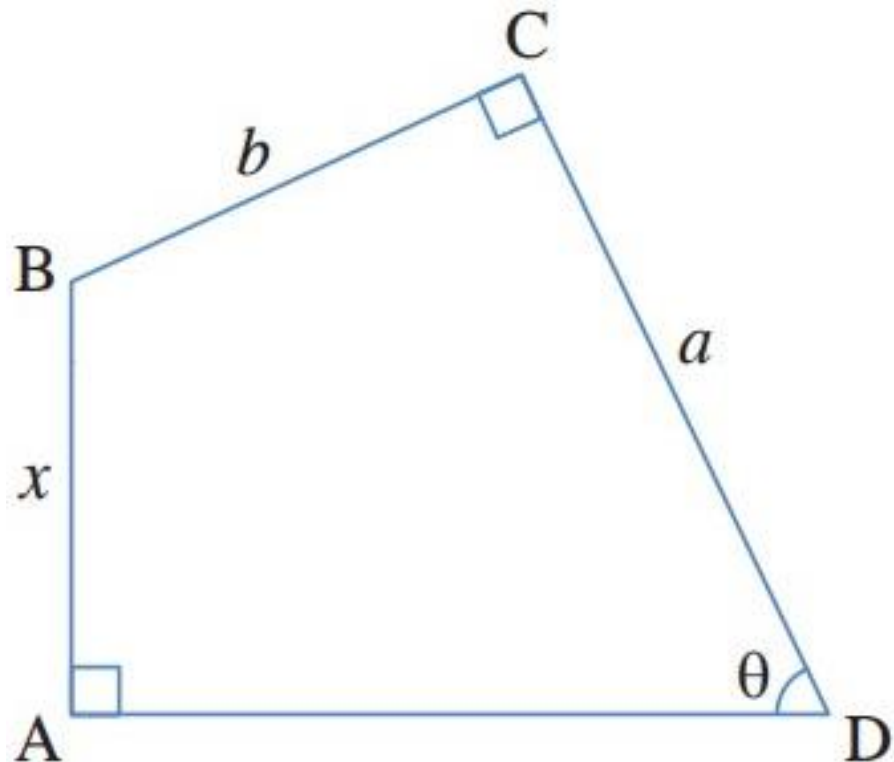


$$x = (L \tan \beta) \text{ m}$$

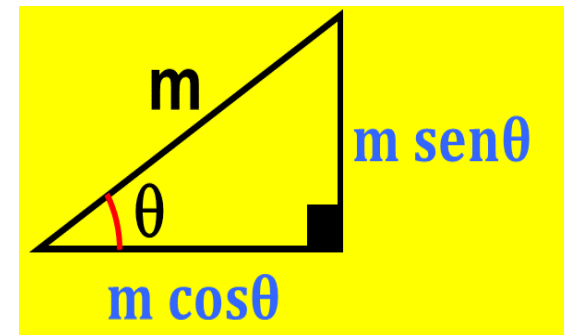
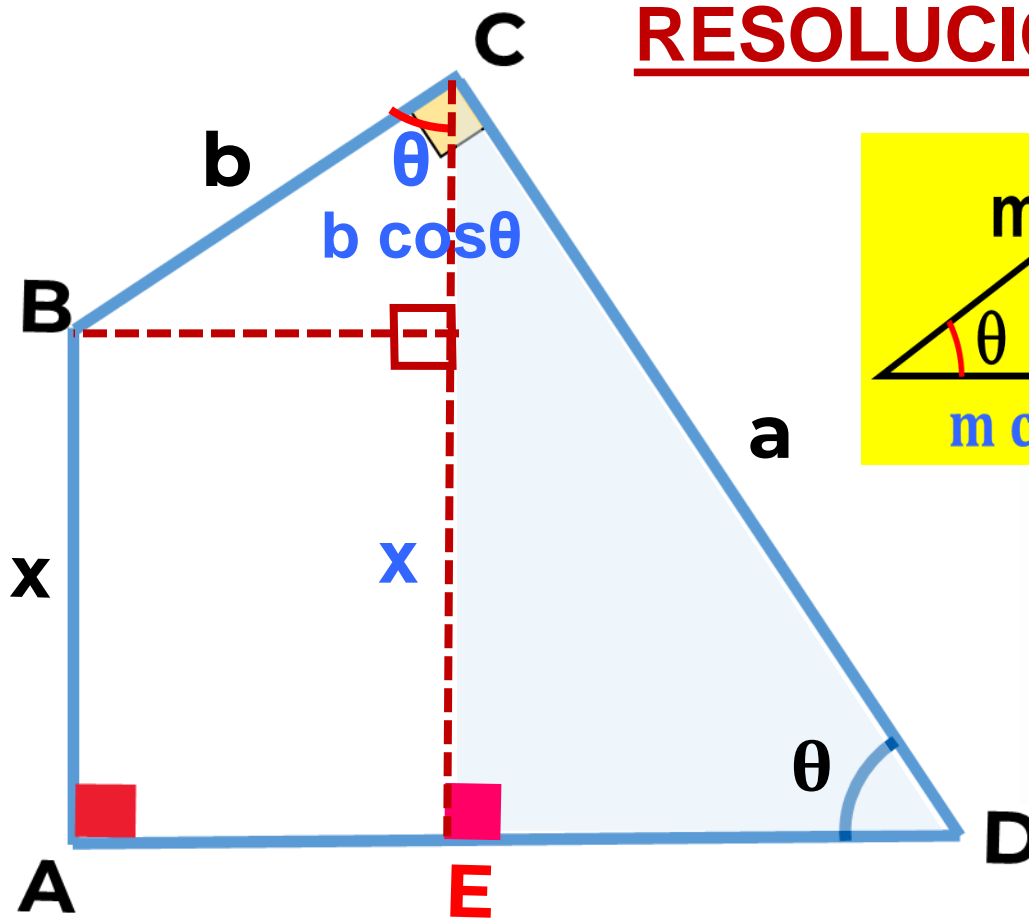
$$\therefore \text{Área camote} = \text{Área papa} = \left(\frac{L^2 \tan \beta}{2} \right) \text{ m}^2$$

HELICO PRACTICE 3

De la figura , halle el valor de “x” en función de a, b y θ .



RESOLUCIÓN



$$CE = a \operatorname{sen} \theta$$

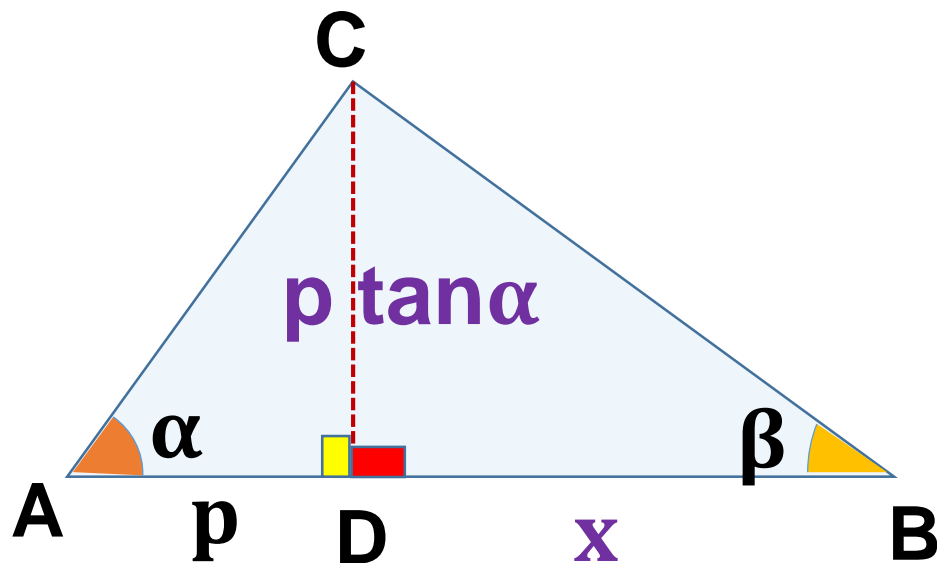
$$x + b \cos \theta = a \operatorname{sen} \theta$$

$$\therefore x = a \operatorname{sen} \theta - b \cos \theta$$

HELICO PRACTICE 4

En un triángulo acutángulo ABC, se traza la altura \overline{CD} (D en \overline{AB}).- Si $m\angle CAD = \alpha$, $m\angle CBD = \beta$ y $AD = p$; calcule BD en términos de α , β y p .

RESOLUCIÓN



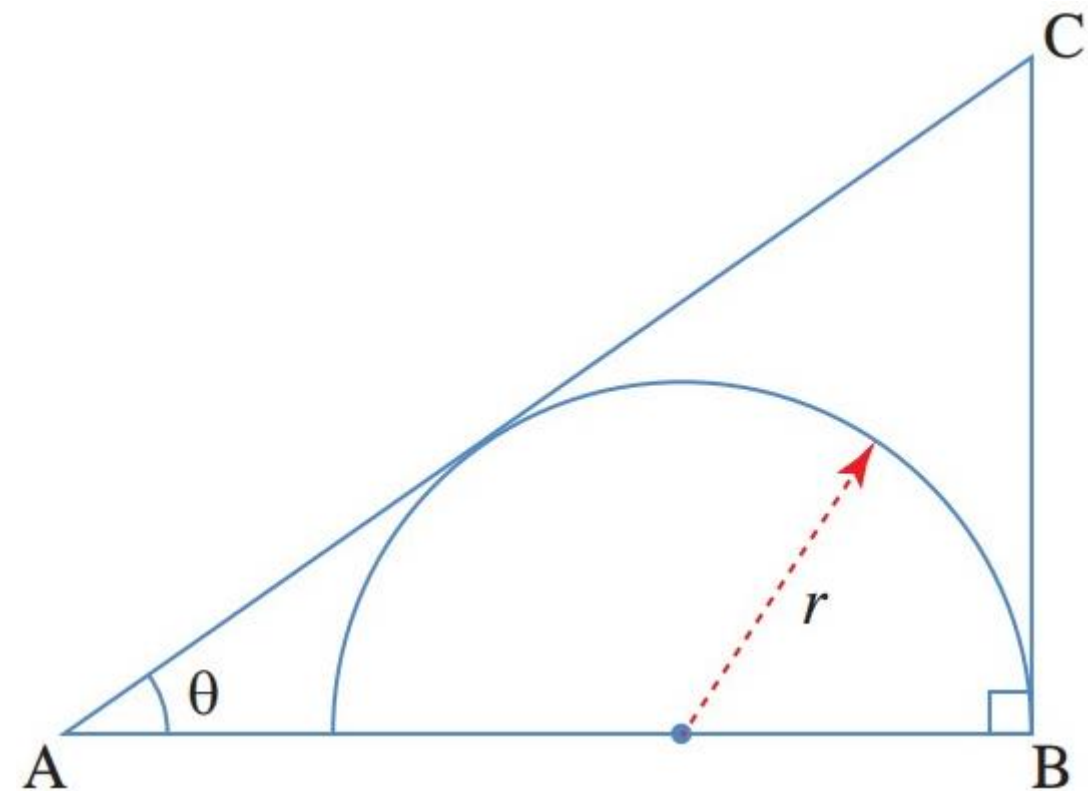
$$\triangle ADC : \frac{CD}{p} = \tan \alpha \Rightarrow CD = p \tan \alpha$$

$$\triangle CDB : \frac{x}{p \tan \alpha} = \cot \beta$$

$$\therefore x = p \tan \alpha \cdot \cot \beta$$

HELICO PRACTICE 5

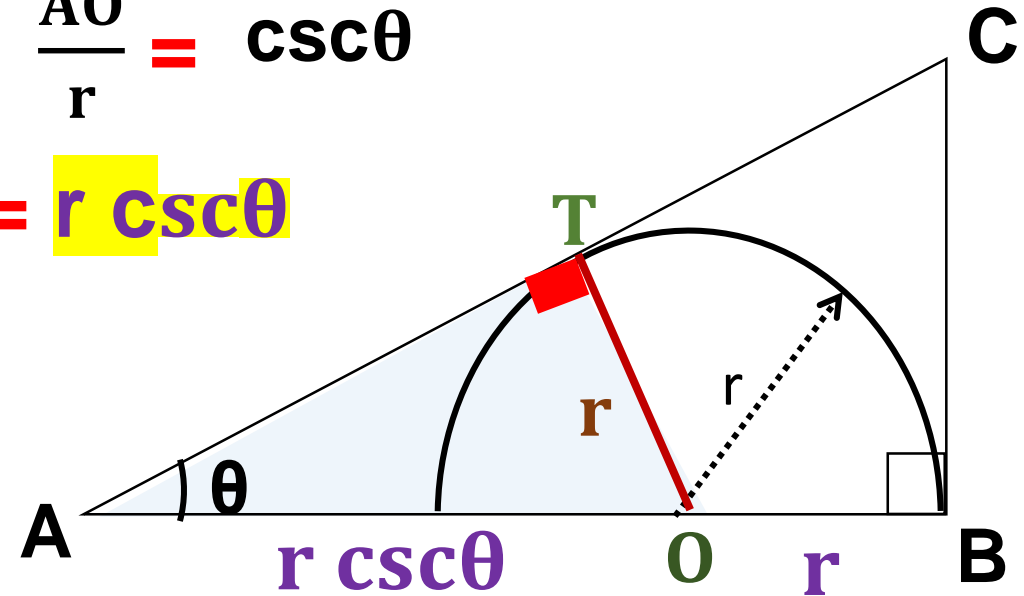
En el gráfico mostrado, halle AB en términos de r y θ .



RESOLUCIÓN

$$\triangle OTA : \frac{AO}{r} = \csc \theta$$

$$\Rightarrow AO = r \csc \theta$$



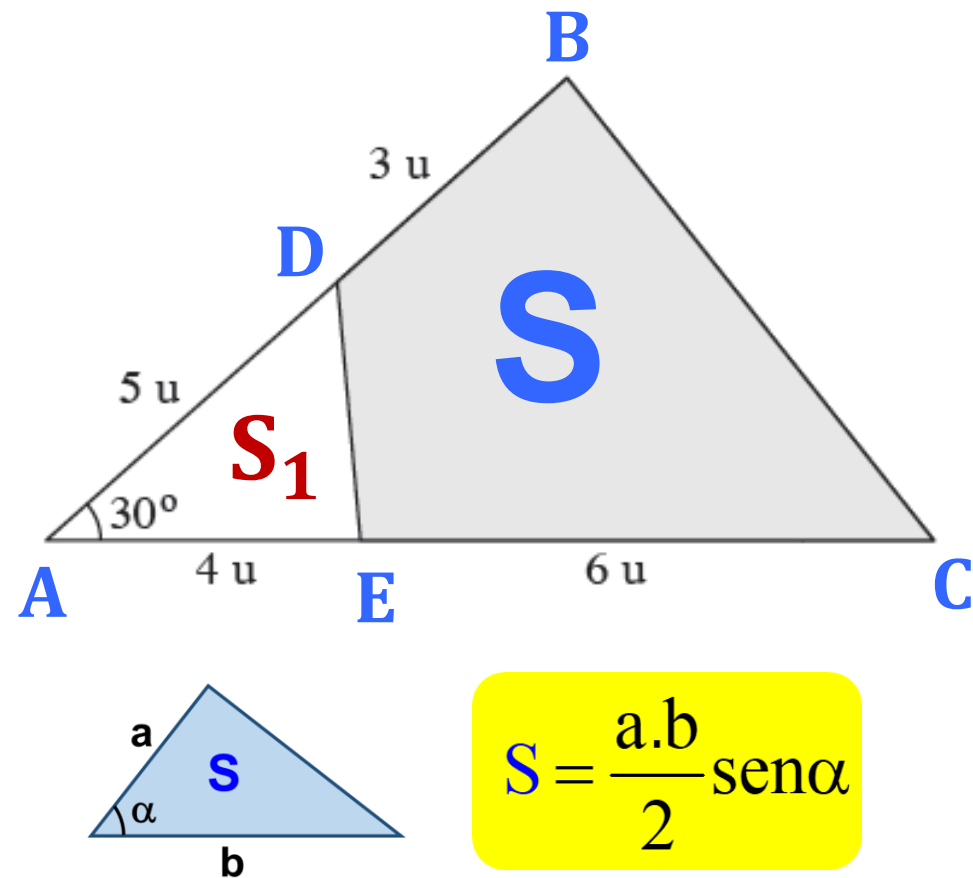
Se observa que :

$$AB = AO + OB \Rightarrow AB = r \csc \theta + r$$

$$\therefore AB = r(\csc \theta + 1)$$

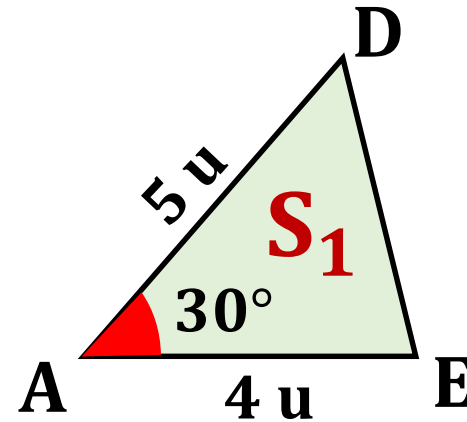
HELICO PRACTICE 6

En el gráfico, calcule el área de la región sombreada.



$$S = \frac{a \cdot b}{2} \operatorname{sen} \alpha$$

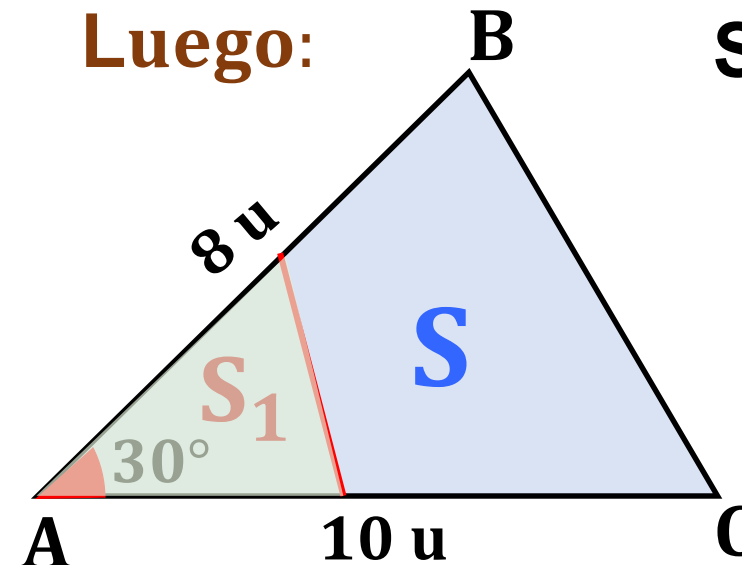
RESOLUCIÓN



$$S_1 = \left(\frac{5 \cdot 4}{2} \right) \operatorname{sen} 30^\circ = (10) \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_1 = 5u^2$$

Luego:



$$S + S_1 = \left(\frac{8 \cdot 10}{2} \right) \operatorname{sen} 30^\circ$$

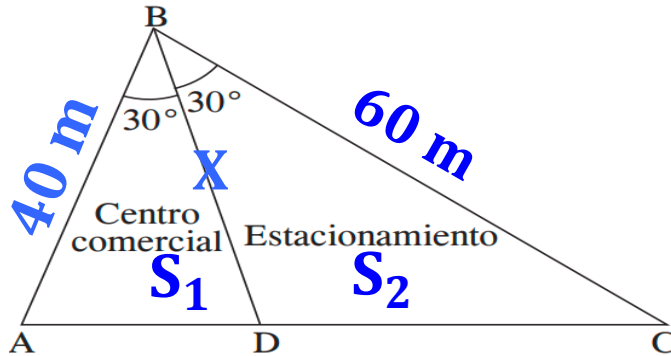
$$S + 5 = (40) \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S + 5 = 20$$

$$\therefore S = 15u^2$$

HELICO PRACTICE 7

Sobre un terreno que tiene la forma de un triángulo ABC, se construirá un muro desde B hacia D; así se tendrá una zona para el centro comercial y otra zona para el estacionamiento, tal como indica la figura.



Si $AB = 40 \text{ m}$ y $BC = 60 \text{ m}$; además por cada metro construido del muro se invierte S/173 .- ¿ Cuánto es el costo total para realizar dicha obra?

(Dato : $\sqrt{3} = 1,73$)

RESOLUCIÓN

Se observa que : $S_1 + S_2 = S_{\Delta ABC}$

$$\left(\frac{40 \cdot x}{2}\right) \text{sen}30^\circ + \left(\frac{60x}{2}\right) \text{sen}30^\circ = \left(\frac{40 \cdot 60}{2}\right) \text{sen}60^\circ$$

$$(20x) \frac{1}{2} + (30x) \frac{1}{2} = (1200) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$50x = 1200\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad x = 24\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Costo} &= 24\sqrt{3} (\text{S/ } 173) \\ &= 24\sqrt{3} (\text{S/ } 100\sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Costo} = \text{S/ } 7200$$



SACO
OLIVEROS