ALGEBRA

Chapter 20

5th
OF SECONDARY

LOGARITMOS II

SACO OLIVEROS

Aplicación de los logaritmos con otras ciencias:

Sören Sörensen

Propuso

- Una alternativa para expresar la concentración de H_3O^+

Sugirió:

- En lugar de usar números en forma decimal o exponencial, se empleara una transformación logarítmica de la concentración molar de protones, a la que llamó pH
- La definió como el negativo del antilogaritmo en base 10 de la concentración de iones hidronio
- **$pH = -\log[H_3O^+]$**

LOGARITMOS II

I) Cologaritmo

Sea $N > 0$, $a > 0$ y $a \neq 1$ se define el cologaritmo como:

$$\boxed{colog_a N = log_a\left(\frac{1}{N}\right) = -log_a N}$$

Ejemplos

$$\operatorname{colog}_2 32 = -\underbrace{\log_2 32}_{5} = -5$$

$$-\operatorname{colog}_4 64 = -[-\underbrace{\log_4 64}_{3}] = 3$$

II) Antilogaritmo

Es otra forma de denotar a la función exponencial.

Sea x∈ R , a>0 y a≠1 se define el antilogaritmo como:

$$\boxed{antilog_a\, x = a^x}$$

Ejemplos

$$\text{antilog}_2\, 10 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{antilog}_3(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

III) Propiedades

$$\boxed{\operatorname{antilog}_a(\log_a N) = N} \quad ; N > 0$$

$$\boxed{\log_a(\operatorname{antilog}_a x) = x} \quad ; x \in R$$

Ejemplo

$$\cancel{\operatorname{antilog}_{11}}\cancel{(\log_{11}} 4) = 4$$

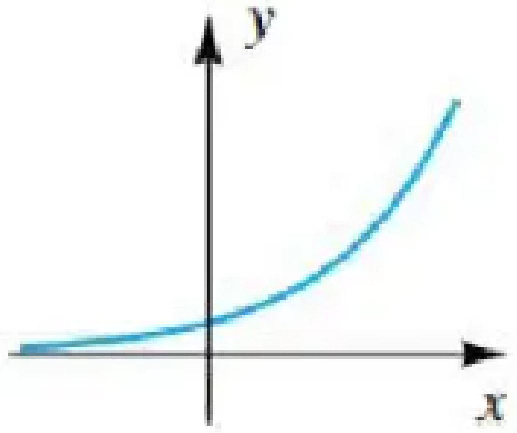
$$\cancel{\log_3}\cancel{(\operatorname{antilog}_3(}-5\ ) = -5$$

IV) Función exponencial

$\boldsymbol{Regla\ de\ correspondencia}$: $\boxed{f(x) = a^x}$

$Gráfica$

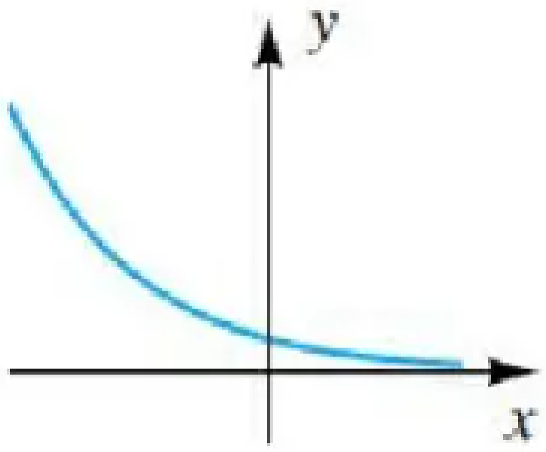
$a > 1$



$Domf = \mathbb{R}$

$\text{Rango}f = \langle 0; \infty \rangle$

$0 < a < 1$



$Domf = \mathbb{R}$

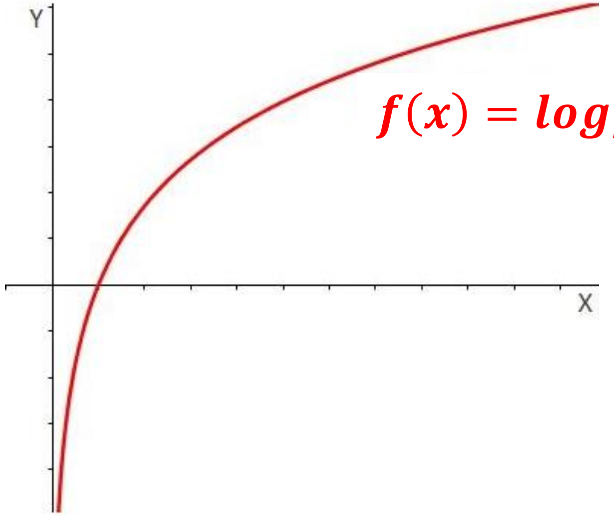
$\text{Rango}f = \langle 0; \infty \rangle$

V) Función logarítmica

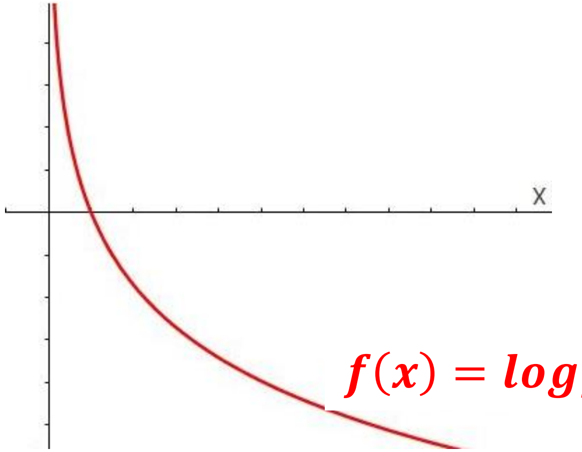
$$\boldsymbol{Regla\ de\ correspondencia}: \quad \boxed{f(x) = log_b x}$$

$Gráfica$

$b > 1$



$0 < b < 1$



$Domf\ = \langle 0; \infty \rangle$

Rango$f\ = \mathbb{R}$

$Domf\ = \langle 0; \infty \rangle$

Rango$f\ = \mathbb{R}$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 20

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

calcule:

$$H = colog_3 81 - colog_2 32$$

Resolución

$$H = -log_3 81 - (-log_2 32)$$

$$H = -log_3 3^4 + log_2 2^5$$

$$H = -4 log_3 3 + 5 log_2 2$$

$$H = -4 + 5$$

Rpta: $\boxed{H = 1}$

PROBLEMA 2

Halle el valor de

$$A = log_b\left[antilog_{b^4}\left[log_{b^2}\left(antilog_{b^5} 2\right)\right]\right]$$

Resolución

$$A = log_b\left[antilog_{b^4}\left[log_{b^2}\left(\underbrace{antilog_{b^5} 2}\right)\right]\right]$$

$$A = log_b\left[antilog_{b^4}\underbrace{\left[log_{b^2}\left(b^5\right)^2\right]}\right]$$

$$A = log_b\left[antilog_{b^4}\left(\underbrace{\frac{10}{2} Log_b b}\right)\right]$$

$$A = log_b\left[\underbrace{antilog_{b^4} 5}\right]$$

$$A = log_b\left(b^4\right)^5$$

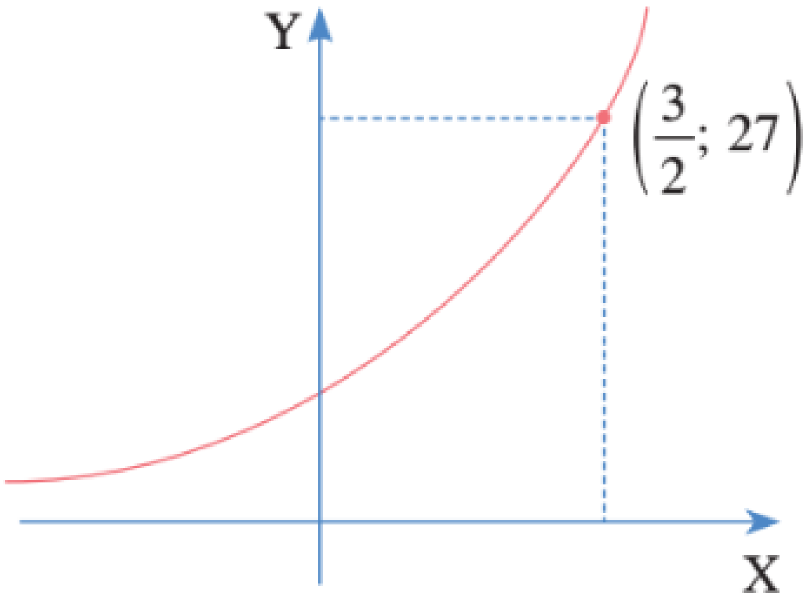
$$A = 20 log_b b$$

Rpta:

$$\boxed{A = 20}$$

PROBLEMA 3

A partir de la grafica de cierta función exponencial



Encuentre su regla de correspondencia

Resolución

sea la funcion exponencial

$$f(x) = a^x$$

por dato $\left(\frac{3}{2}; 27\right) \in f(x)$

$$f_{\left(\frac{3}{2}\right)} = a^{\left(\frac{3}{2}\right)} = 27$$

$$a = 27^{\left(\frac{2}{3}\right)}$$

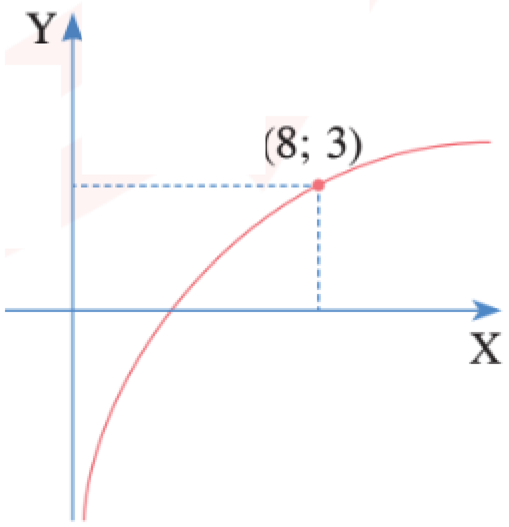
$$a = \sqrt[3]{27}^{2}$$

$$a = 9$$

Rpta: $\boxed{f(x) = 9^x}$

PROBLEMA 4

A partir de la grafica de cierta función Logaritmica



Encuentre su regla de correspondencia

Resolución

sea la funcion logaritmica

$$f(x) = log_a x$$

por dato $(8;3) \in f(x)$

$$f_{(8)} = log_a 8 = 3$$

$$8 = a^3$$

$$a = 2$$

Rpta: $\boxed{f(x) = log_2 x}$

PROBLEMA 5

Halle el dominio de la funcion

$$F(x) = \log(x-2) + \log(5-x)$$

Resolución

Por ser función logaritmo se debe cumplir:

$$x - 2 > 0 \quad \wedge \quad 5 - x > 0$$

$$x > 2 \quad \wedge \quad 5 > x$$

Resolución

$$2 < x < 5$$

Rpta: $\boxed{Dom(f) = \langle 2 : 5 \rangle}$

PROBLEMA 6

El número de nietos de Don Roberto es 3x-7 nietos , donde x está dado por:

$$\operatorname{antilog}_4 x = \{\operatorname{antilog}_2[\underbrace{\operatorname{colog}_{\sqrt{6}}(3\log_{\sqrt{3}} 3)}_{M}]\}^{-5}$$

¿Cuántos nietos tiene Don Roberto?

Resolución

Sea : $M = colog_{\sqrt{6}}(3log_{\sqrt{3}}3)$

Reducimos : $M = -log_{\sqrt{6}}(3\log_{3^{\frac{1}{2}}} 3)$

$M = -log_{\sqrt{6}}(\frac{3}{1/2}\log_3 3)$

$M = -log_{6^{\frac{1}{2}}}(6)$

$M = -\frac{1}{1/2}\log_3 3$

$\boxed{M = -2}$

Reemplazando M

$\operatorname{antilog}_4 x = \{\operatorname{antilog}_2(-2)\}^{-5}$

$4^x = \{2^{-2}\}^{-5}$

$2^{2x} = 2^{10}$

$\boxed{x = 5}$

luego: $3x - 7$

$3(5) - 7 = 8$

Rpta: *Don Roberto tiene 8 nietos*

PROBLEMA 7

En el proceso de desintegración de cierta sustancia radiactiva, se sabe que la masa restante Q (en gramos) des pues de t minutos esta modelada por:

$$Q(t) = Ke^{-\frac{Ln2}{15}t}$$

Donde al inicio la cantidad de la sustancia reactiva fue de 32 gramos, ¿al cabo de que tiempo la cantidad de sustancia reactiva será de 8 gramos?

Resolución

Por dato:

$$Q(0) = 32$$

$$Q(0) = Ke^{-\frac{Ln2}{15}(0)} = 32$$

$$K(1) = 32$$

$$\boxed{k = 32}$$

Luego:

$$\boxed{Q(t) = 32e^{-\frac{Ln2}{15}(t)}}$$

Piden t→ $Q(t) = 8$

$$Q(t) = 32e^{-\frac{Ln2}{15}(t)} = 8$$

$$e^{-\frac{Ln2}{15}(t)} = \frac{1}{4}$$

$$\left(e^{ln(2^{-\frac{1}{15}})}\right)^t = \frac{1}{4}$$

$$2^{-\frac{1}{15}(t)} = 2^{-2}$$

$$\boxed{t = 30\, minutos}$$