

ARITHMETIC

Chapter 8

4th
SECONDARY

SUCESIONES

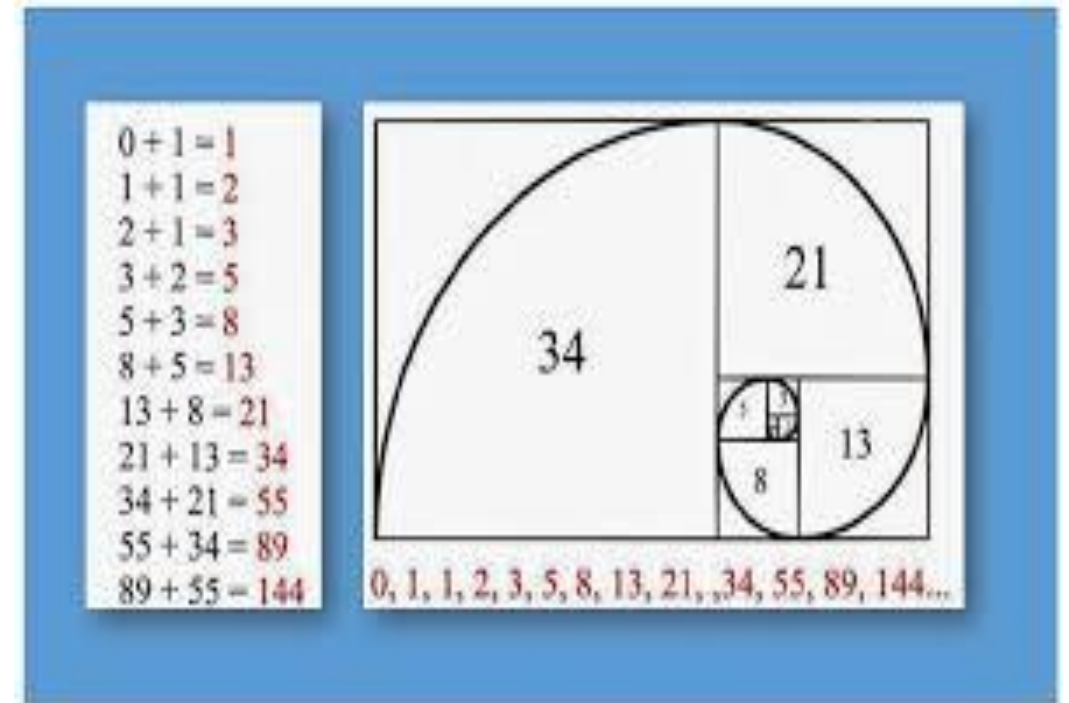


 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING | STRATEGY

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; ...

¿Cómo se le llama a esta conocida sucesión?...



Sucesión lineal (o de primer orden)

➤ PROGRESIÓN ARITMÉTICA (PA)

$$t_1; t_2; t_3; t_4; \dots; t_n$$

$\underbrace{\quad}_{+r} \quad \underbrace{\quad}_{+r}$

Donde :

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 + r \\ t_3 &= t_1 + 2r \\ t_4 &= t_1 + 3r \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$t_n = t_1 + (n - 1) \cdot r$$

Además

t_1 : Primer término

t_n : Término n-ésimo o último término

n : Número de términos

r : Razón de P. A .

$$n = \left\lceil \frac{t_n - t_1}{r} \right\rceil + 1$$

Sucesión aritmética de orden superior

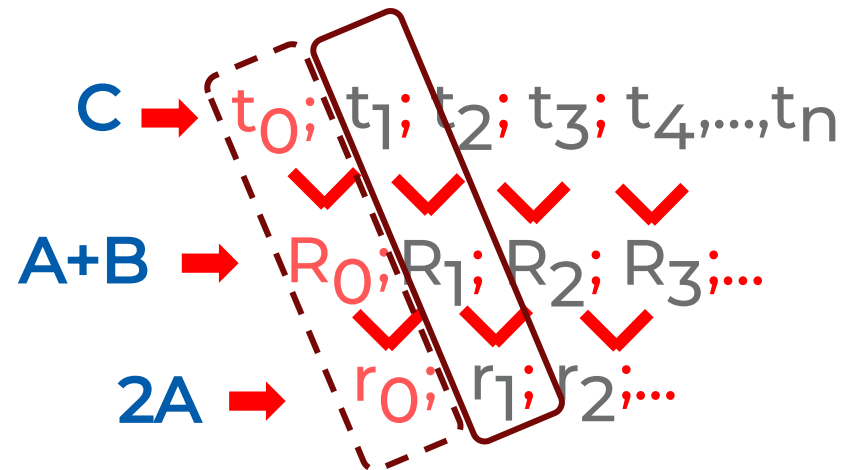
➤ SUCESIÓN CUADRÁTICA DEL MISMO ORDEN

Fórmula general

$$t_n = An^2 + Bn + C$$

Donde: a , b y $c \rightarrow$ constantes y $n \in \mathbb{N}$

Regla
práctica



Conteo de cifras

❖ Sea la sucesión : $1; 2; 3; 4; \dots; N$

Donde N es un número de k cifras

En general

$$\text{Nº de cifras} = (N + 1) \cdot k - \underbrace{11\dots 1}_{k \text{ cifras}}$$

Ejemplo ¿Cuántas cifras se utilizaron en
 $1; 2; 3; \dots; 199$?

$N = 199 ; K = 3$

❖ $\text{Nº de cifras} = (199 + 1) \cdot 3 - 111$

= 489 CIFRAS

1

Halle el vigésimo cuarto término en
19 ; 25 ; 31 ; ...

RESOLUTION

Recordemos:

$$t_n = t_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$\begin{array}{ccc} \overset{6}{\curvearrowright} & \overset{6}{\curvearrowright} & \\ 19 & , 25 & , 31, \dots \end{array}$$

$$\triangleright t_1 = 19 ; r = 6$$

Reemplazando:

$$t_{24} = 19 + (24 - 1) \cdot 6$$

$$t_{24} = 19 + 138$$

$$t_{24} = 157$$

RPTA :**157**

2

¿Cuántas cifras se utilizaron en la impresión del libro “El arte del Ajedrez” que consta de 1274 páginas?

RESOLUTION

$$\text{Nº de cifras} = (N + 1) \cdot k - \underbrace{11\dots 1}_{k \text{ cifras}}$$

➤ $N = 1274 ; K = 4$

Reemplazamos :

$$\text{Nº de cifras} = (1274 + 1) \cdot 4 - 1111$$

$$\text{Nº de cifras} = (1275) \cdot 4 - 1111$$

$$\text{Nº de cifras} = 5100 - 1111$$

RPTA : 3989 cifras

3

Si la siguiente progresión aritmética :
 $2a ; 2a + 4 ; 2a + 8 ; \dots ; 5a$
 tiene 28 términos. Halle el valor de a .

RESOLUTION

Recordando :

$$n = \left(\frac{t_n - t_1}{r} + 1 \right)$$

➤ $r = (2a+4) - (2a)$

$$r = 4$$

Reemplazamos :

$$\frac{5a - 2a}{4} + 1 = 28 \Rightarrow \frac{3a}{4} = \frac{9}{1}$$

$$a = 36$$

RPTA :**36**

4

El producto de los tres primeros términos de una progresión aritmética creciente es 2415. Si el segundo término es 15. Halle el décimo segundo término.

RESOLUTION

$$\begin{array}{ccc} & r & r \\ & \frown & \frown \\ 15 - r & 15 & 15 + r \\ (15 - r) \cdot 15 \cdot (15 + r) & = & 2415 \end{array}$$

$$(15^2 - r^2) \cdot 15 = 2415$$

$$\Rightarrow 225 - r^2 = 161$$

$$r^2 = 64 \Rightarrow r = 8$$

Entonces P.A. :

$$7 ; 15 ; 23 ; \dots$$

$$t_{12} = 7 + (12 - 1)8$$

$$t_{12} = 7 + 88 =$$

RPTA :

95

5 Dada la siguiente progresión aritmética:
 $\overline{aa0} ; \overline{ab(a+2)} ; \overline{a(b+1)(3b)} ; \dots ; \overline{(3a)05}$. Calcule $a + b + n$
 n términos

RESOLUTION

$$\overline{aa0} ; \overline{ab(a+2)} ; \overline{a(b+1)(3b)} ; \dots ; \overline{(3a)05}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{+1a+2 \quad +1n \text{ términos}}$

Donde:

$$\star (a+2) + a + 2 = 3.b$$

$$3b = 2a + 4$$

Resolviendo:

$$3(a+1) = 2a + 4$$

$$3a + 3 = 2a + 4$$

$$\star b = a + 1$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

Reemplazando:

$$110 ; 123 ; 136 ; \dots ; 305$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{+13} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{+13}$

Donde:

$$n = \left(\frac{305 - 110}{13} \right) + 1 \rightarrow n = 16$$

Piden: $(a + b + n) = 1 + 2 + 16$ **RPTA: 19**

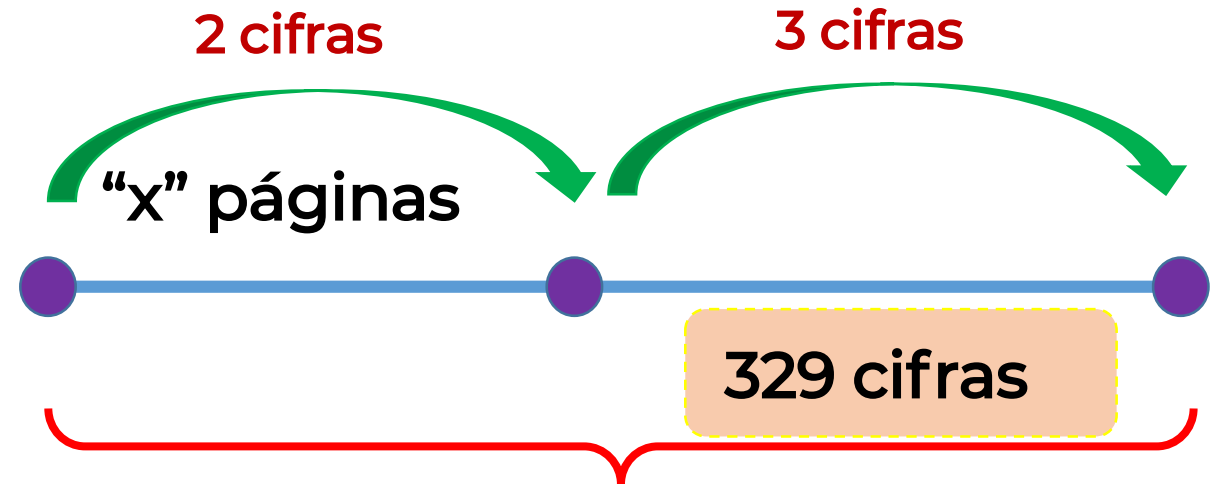
6

De la novela Un mundo para Julius, cuyo autor es Alfredo Bryce Echenique y que consta de 180 páginas se arrancaron cierto número de hojas del principio, notándose que en las páginas que quedan se han empleado 329 tipos. ¿Cuántas hojas se arrancaron?

Recordando :

$$\text{N}^\circ \text{ de cifras} = (N + 1) \cdot k - \underbrace{11\dots 1}_{k \text{ cifras}}$$

RESOLUTION



180 páginas

$$3(180+1) - 111 = 2(x+1) - 11 + 329$$

$$432 = 2x + 320$$

$$x = 56$$

RPTA : 28 hojas

7

El alquiler de una bicicleta cuesta S/ 4 la primera hora y S/ 3 más cada nueva hora. ¿Cuál es el precio total de alquiler en 9 horas ?

RESOLUTION

Tenemos:

- 1ª hora : S/ 4
- 2ª hora : S/ 7
- 3ª hora : S/ 10
- 4ª hora : S/ 13
- ⋮

➤ Se forma una P.A. de razón 3:

$$\begin{array}{ccccccc} & +3 & & +3 & & +3 & \\ & \frown & & \frown & & \frown & \\ 4 & , & 7 & , & 10 & , & 13 & , \dots \end{array}$$

➤ $t_1 = 4 ; r = 3$

➤ Se debe hallar el : t_9

$$t_9 = 4 + (9 - 1) \cdot 3$$

$$t_9 = 4 + 24$$

$$t_9 = 28$$

RPTA : 28