



ARITHMETIC

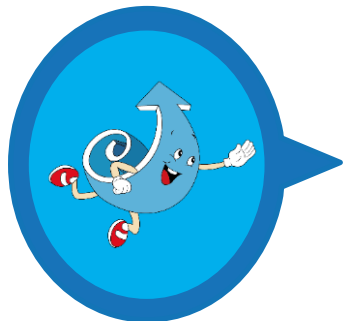
Chapter 10

3rd
SECONDARY

Magitudes proporcionales



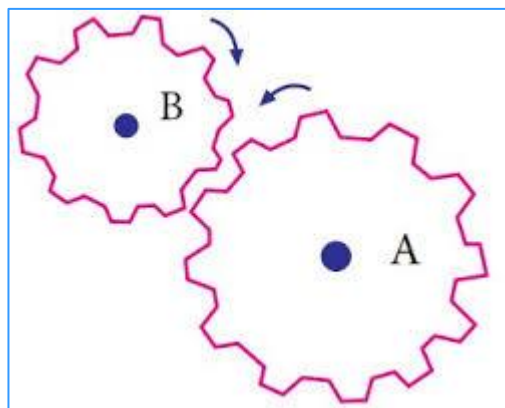
 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY



Dos ruedas de 30 y 20 dientes están engranadas, si la primera da 200 vueltas. ¿Cuántas vueltas dará al segunda?



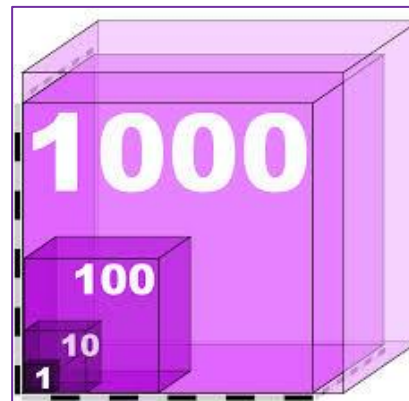
Rpta. 300

1

¿QUE ES UNA MAGNITUD?

Es algo cuantificable, es decir, medible ponderable. Las magnitudes pueden ser directamente apreciables por nuestros sentidos, como los tamaños y pesos de las cosas, o más indirectas (aceleraciones, energías). Medir implica realizar un experimento de cuantificación, normalmente con un instrumento especial (reloj, balanza, termómetro).

Ejemplo:

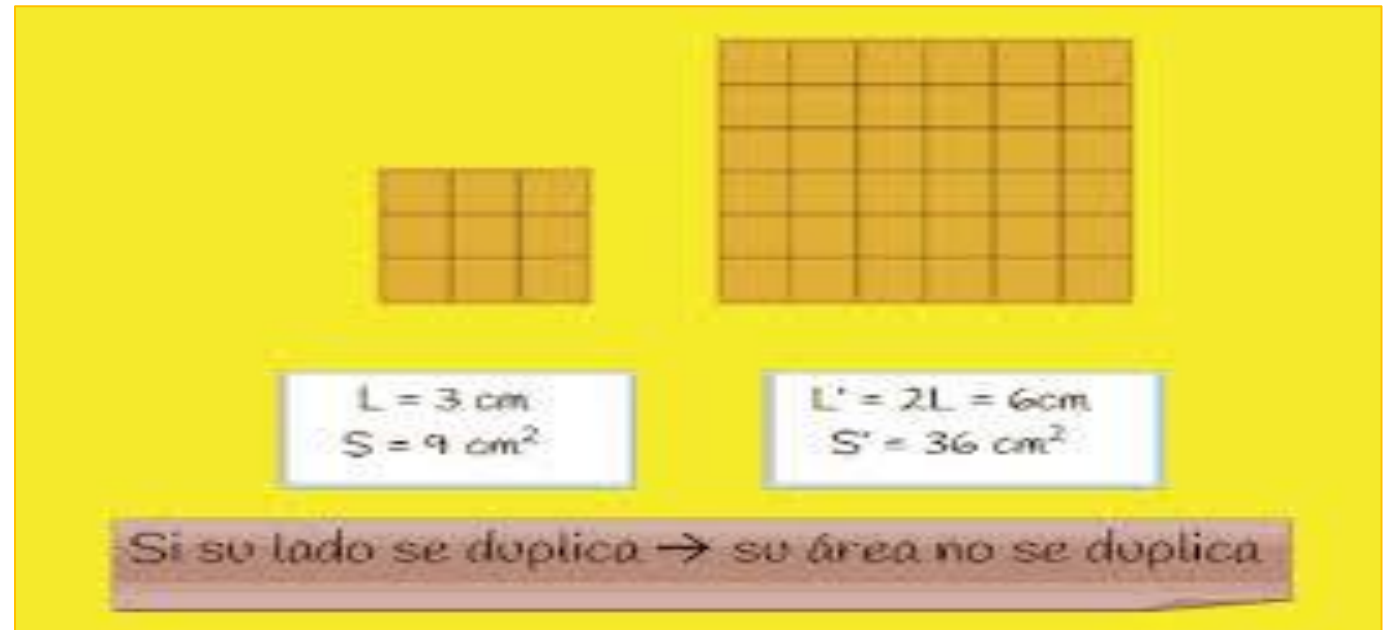


2

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Se dice que dos magnitudes son proporcionales si ellas se relacionan de tal modo que, multiplicando la medida (o valor) de una de ellas por un número, la medida (o valor) correspondiente de la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

¡ Observacion !



3

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Ejemplo:

Se ha pagado S/.16 por 8kg de arroz. Determine

a. El costo de 24 kg.

b. El peso por el cual se pagó s/.80.

Costo(S/.)	...	16	48	80	...
Peso (Kg)	...	8	24	40	...

HELICO THEORY



Observando el comportamiento de los valores afirmamos que la Magnitud costo es directamente proporcional a la magnitud peso.

Además se tiene que:

$$\frac{16}{8} = \frac{48}{24} = \frac{80}{40} = \boxed{2} \rightarrow \frac{\text{Valor costo}}{\text{Valor peso}} = \text{Cte.}$$

En General:

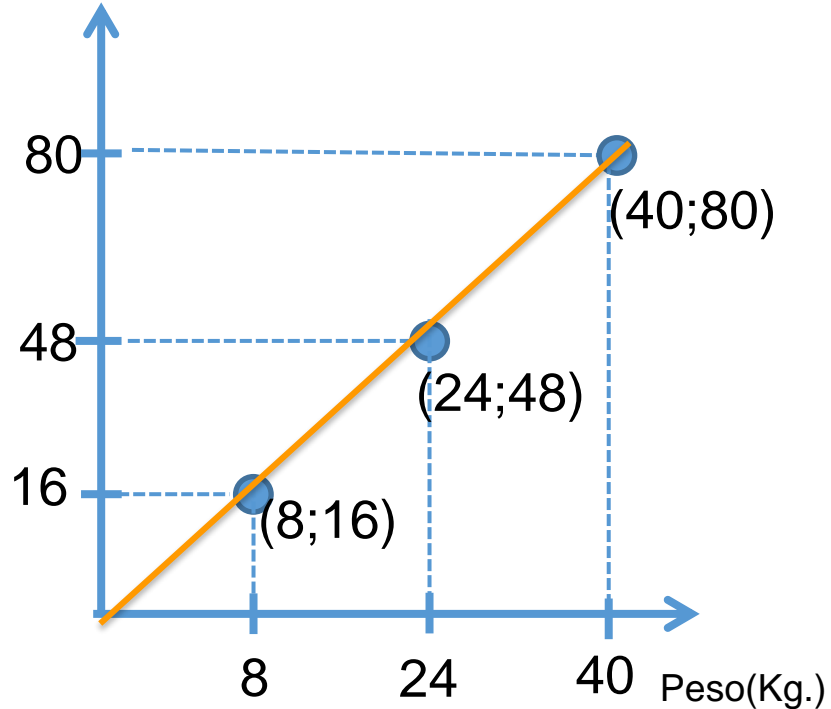
Si las magnitudes A y B son directamente proporcionales , se cumple que:

$$\frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = \text{Cte.}$$

HELICO THEORY



Con los valores respectivos podemos elaborar una gráfica,
como:



La gráfica de las magnitudes DP son algunos Puntos de una recta, que pasa por el origen de coordenadas

$$\text{Además: } \frac{16}{8} = \frac{48}{24} = \frac{80}{40} = \frac{\text{Valor costo}}{\text{Valor peso}} = \frac{y}{x} = k$$

Donde:

$$y = kx$$
$$f(x) = kx$$

En notación funcional

Textualmente decimos que: *El costo está en función del peso*

4

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Ejemplo:

Un automóvil con una velocidad de 20m/s tarda 30s en recorrer cierta distancia

a. ¿Qué tiempo tardaría si la velocidad de 60m/s?

b. ¿Qué velocidad debería emplearse para emplear solo 25s?

Velocidad(m/s)	15	20	60	24	...
Tiempo (s)	40	30	10	25	...

The diagram illustrates the inverse relationship between velocity and time. A vertical purple bar is placed between the first two columns of the table. A red arrow labeled $\times 3$ points from 20 to 60, and another red arrow labeled $\times 3$ points from 30 to 10. A yellow arrow labeled $\times \frac{6}{5}$ points from 20 to 24, and another yellow arrow labeled $\div \frac{6}{5}$ points from 30 to 25. The values 24 and 10 are circled in red.

HELICO THEORY



Observando el comportamiento de los valores afirmamos que la Magnitud velocidad y la magnitud tiempo son inversamente proporcionales.

Además se tiene que:

$$20 (30) = 60 (10) = 24 (25) = 600 = \left(\begin{matrix} Valor \\ Velocidad \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} Valor \\ Tiempo \end{matrix} \right) = \text{cte}$$

En General:

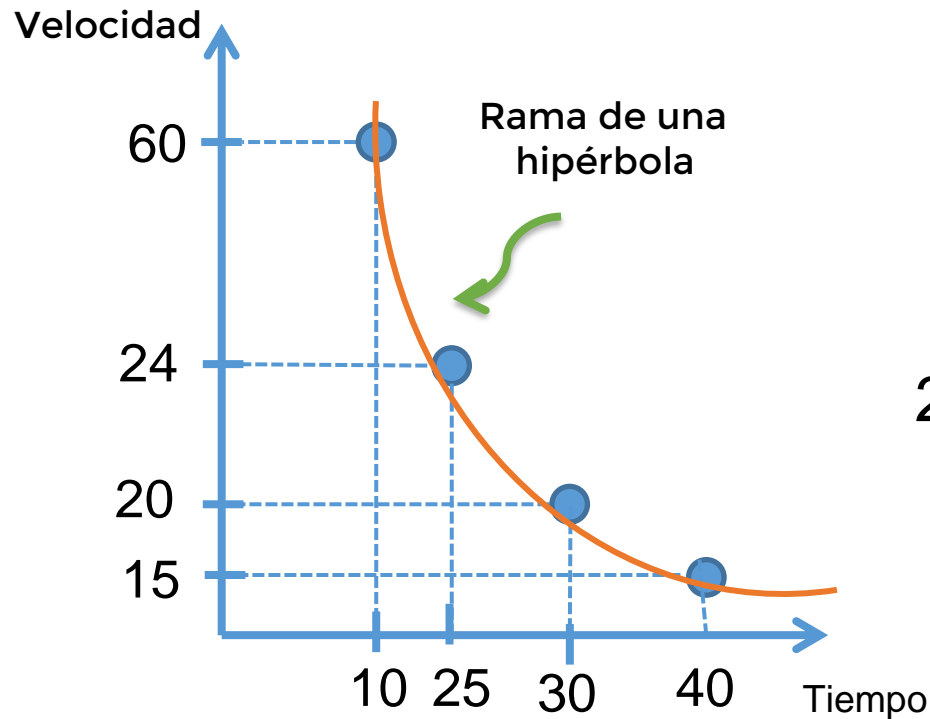
Si las magnitudes A y B son inversamente proporcionales , se cumple que:

$$\left(\begin{matrix} Valor \\ de A \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} Valor \\ de B \end{matrix} \right) = \text{Cte.}$$

HELICO THEORY



Con los valores respectivos podemos elaborar una gráfica, como:



La gráfica de las magnitudes IP son algunos Puntos de una rama de una hipérbola.

Además:

$$20(30) = 60(10) = 24(25) = \left(\begin{matrix} Valor \\ Velocidad \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} Valor \\ Tiempo \end{matrix} \right) = yx = k$$

Luego:

$$y = \frac{k}{x}$$
$$\downarrow$$
$$f(x) = \frac{k}{x}$$

En notación funcional

Textualmente diremos que: *La velocidad está en función del tiempo*



5

Propiedades



Si A es DP a B \rightarrow B es DP a A

Si A es IP a B \rightarrow B es IP a A



Si A es DP a B $\rightarrow A^n$ es DP a B^n , $n \in \mathbb{Q}$

Si A es IP a B $\rightarrow A^n$ es IP a B^n , $n \in \mathbb{Q}$



Si A es IP a B \rightarrow A es DP a $\frac{1}{B}$



A DP B (C constante)

A DP C (C constante)

A DP B x C

HELICO PRACTICE



1

Se sabe que la magnitud A es DP a \sqrt{B} ; cuando $A = 30$, $B = 36$. Halle el valor de A cuando B es 144.

Reemplazando en $\dots \propto$

$$\frac{30}{\sqrt{36}} = \frac{A}{\sqrt{144}}$$


Resolución:

Dado que:

$$A \propto \sqrt{B}$$

Se tendrá:

$$\frac{A}{\sqrt{B}} = k \dots \propto$$


$$\frac{30}{\cancel{6}} = \frac{A}{\cancel{12}}$$

$$A \cdot 1 = 2 \cdot 30$$

$$A = 60$$

RPTA:

60

HELICO PRACTICE



2

Dado el siguiente cuadro:

Rapidez (m/s)	m	6	2	1	4
Tiempo (s)	12	n	18	36	9

si existe una relación IP, calcule m.n.

Reemplazando en $\dots \propto$

Resolución:

Dado que:

$$V_{\text{rapidez}} \text{ IP } V_{\text{Tiempo}}$$

Se tendrá:

$$V_{\text{Rapidez}} \cdot V_{\text{Tiempo}} = K \dots \propto$$

$$m \cdot 12 = 6 \cdot n = 2 \cdot 18 = 1 \cdot 36 = 4 \cdot 9 = 36$$

Se observa que:

$$\begin{array}{c|c} m \cdot 12 = 36 & 6 \cdot n = 36 \\ \hline m=3 & n=6 \end{array}$$

$$m \cdot n = 3(6) = 18$$

RPTA:

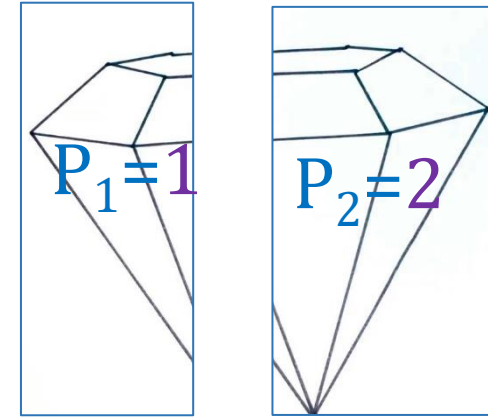
18

HELICO PRACTICE



3

Si el precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso, ¿cuánto se ganará o perderá en un diamante que vale $S/720$ y que se parte en dos pedazos, uno el doble del otro?



Reemplazando en $\dots \propto$

$$\frac{P_{R1}}{1^2} = \frac{P_{R2}}{2^2} = \frac{720}{3^2} = K$$

$$\frac{P_{R1} + P_{R2}}{1 + 4} = \frac{720}{9} = 80 \quad \Rightarrow \quad P_{R1} + P_{R2} = 400$$

Diamante entero : $S/720$ -

Diamante por partes : $S/400$

Pierde : $S/320$

Resolución:

Dado que:

$$(\text{Precio}) \propto (\text{Peso})^2$$

Se tendrá:

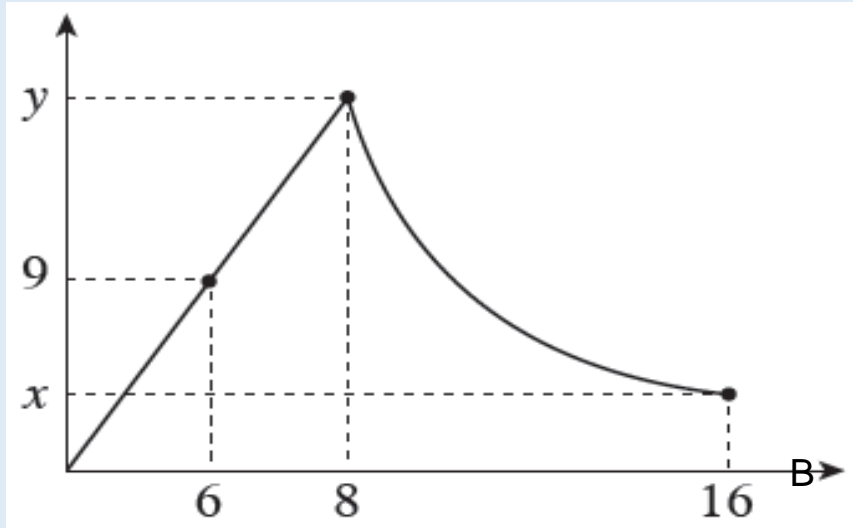
$$\frac{\text{Precio}}{(\text{Peso})^2} = K \quad \dots \propto$$

HELICO PRACTICE



4

Sea la gráfica de dos magnitudes A y B.



Calcule $(y - x)^3$.

Resolución:

De la recta: (relación DP)

$$\frac{3}{1} \cdot \frac{9}{6} = \frac{y}{8} \Rightarrow y \cdot 1 = 3 \cdot 4$$

$$y = 12$$

De la curva: (relación IP)

$$y \cdot 8 = x \cdot 16$$

$$12 \cdot 8 = x \cdot 16$$

$$x = 6$$

NOS PIDEN : $(y-x)^3 = (12-6)^3$

$$= (6)^3$$

$$(y-x)^3 = 216$$



5

Para un gas ideal, la presión es IP al volumen; cuando la presión aumenta de 8 atmósferas a 12 atmósferas, el volumen disminuye en 3 cm³. Determine el volumen inicial.

Presión (atm.)	8	12
Volumen (cm ³)	V	V-3

Si la presión aumenta, el volumen disminuye

Resolución:

Del dato:

(Presión) **IP** (Volumen)

Se tendrá:

$$(Presión).(Volumen) = K \dots \propto$$

Reemplazando en $\dots \propto$

$$^2 \cancel{8} \cdot (V) = \cancel{12}^3 \cdot (V-3)$$

$$2 \cdot (V) = 3 \cdot (V-3)$$

$$2V = 3V - 9$$

$$9 = V$$

RPTA:

9 cc

HELICO PRACTICE



- 6 Una rueda dentada A de 20 dientes engrana con otra B de 40 dientes. Quién fija a su eje tiene a la rueda C de 60 dientes, la cual a su vez tiene contacto con otra D de 25 dientes. ¿Cuántas RPM dará D cuando A gire a razón de 100 RPM?

Se tendrá:

$$(N^{\circ}\text{Dientes}) \cdot (N^{\circ}\text{Vueltas}) = K \dots \propto$$

Reemplazando en $\dots \propto$

$$20 \cdot V_A = 40 \cdot V_B$$

$$20 \cdot 100 = 40 \cdot V_B$$

$$V_B = 50 = V_C$$

unidos por el mismo eje

$$60 \cdot V_C = 25 \cdot V_D$$

$$60 \cdot 50 = 25 \cdot V_D$$

$$V_D = 120$$

RPTA:

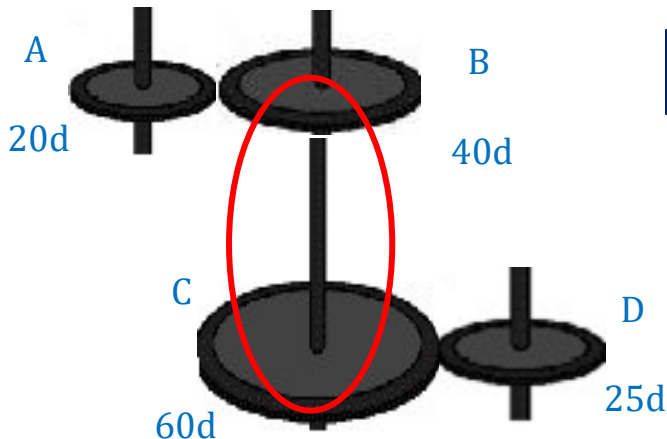
120

Resolución:

Observamos que:

Más dientes menos vueltas

$$(N^{\circ}\text{Dientes}) \propto (N^{\circ}\text{Vueltas})$$





7

Alex, aprovechando las vacaciones de sus sobrinos, contrata a Ítalo para que pinte una de las cuatro paredes que rodea su terreno de forma cuadrangular, el cual demora 30 días en realizar dicha labor. Luego contrata a Guillermo para pintar la otra pared y este demora 20 días en terminar dicha tarea. ¿En cuántos días terminarán de pintar la tercera pared los dos sobrinos juntos?

Resolución:

Se compara la eficiencia de Ítalo y Guillermo al pintar

(Eficiencia) **IP** (Días)

Se tendrá:

$$(Eficiencia).(Días) = K \quad \dots \propto$$

Reemplazando en $\dots \propto$

$$(E_{ITALO}).30 = (E_{GUILLERMO}).20$$

$$\frac{(E_{ITALO})}{(E_{GUILLERMO})} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \Rightarrow \underbrace{(E_I + E_G)}_{1 \cancel{5}} \cdot x = \underbrace{(E_I)}_{\cancel{6}} \cdot 30$$

$$x = 2 \cdot \cancel{6}$$

$$x = 12$$

RPTA:

12 días