



TRIGONOMETRY

Chapter 03

4th
SECONDARY

Sector Circular



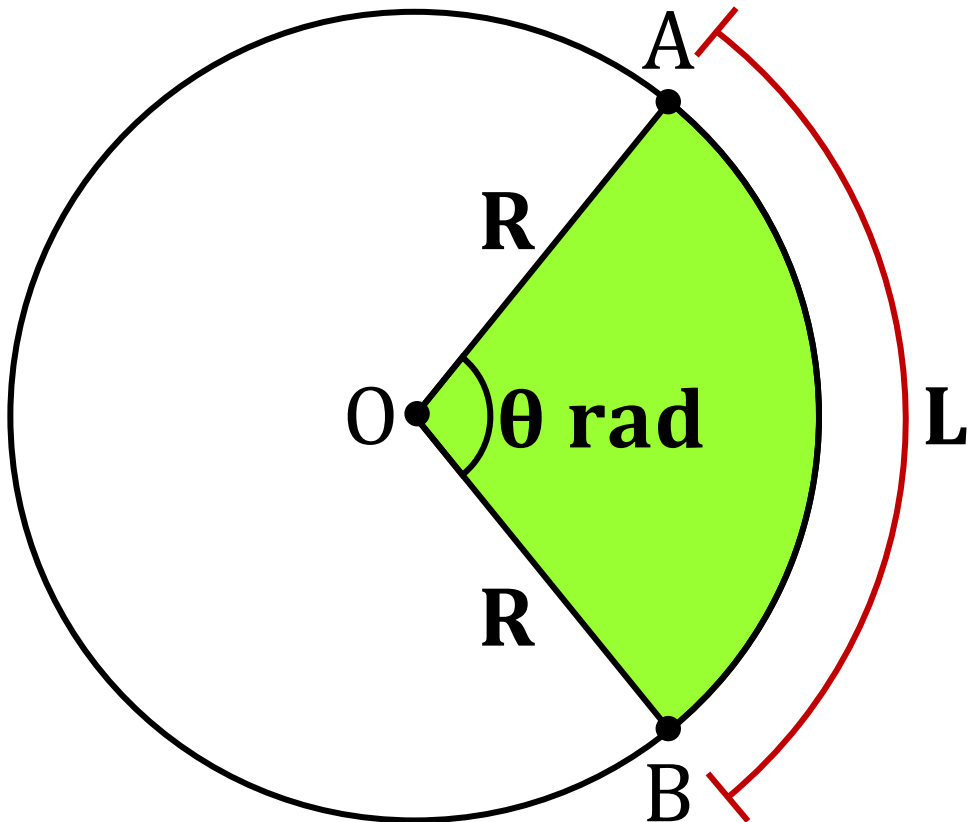


SECTOR CIRCULAR Y SUS APLICACIONES



SECTOR CIRCULAR

Porción de un círculo delimitada por dos radios y un arco de circunferencia.



Donde:

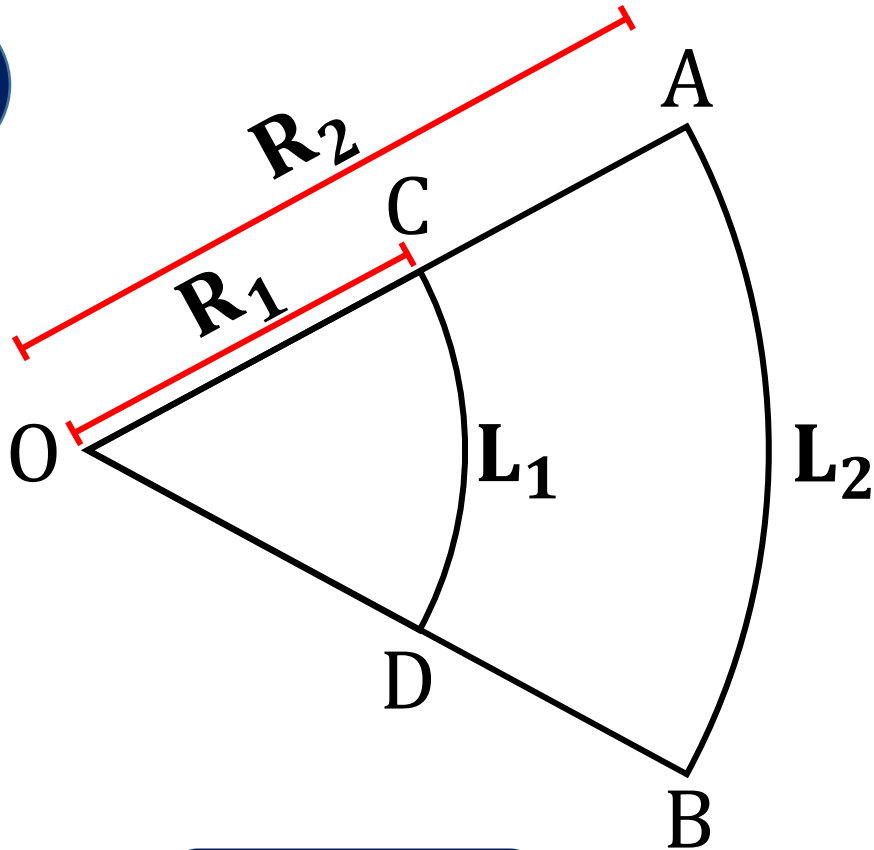
- **R**: radio de la circunferencia
- **θ** : N° de radianes del ángulo central ($0 < \theta \leq 2\pi$)
- **L**: longitud del arco AB

Se cumple:

$$L = \theta \cdot R$$

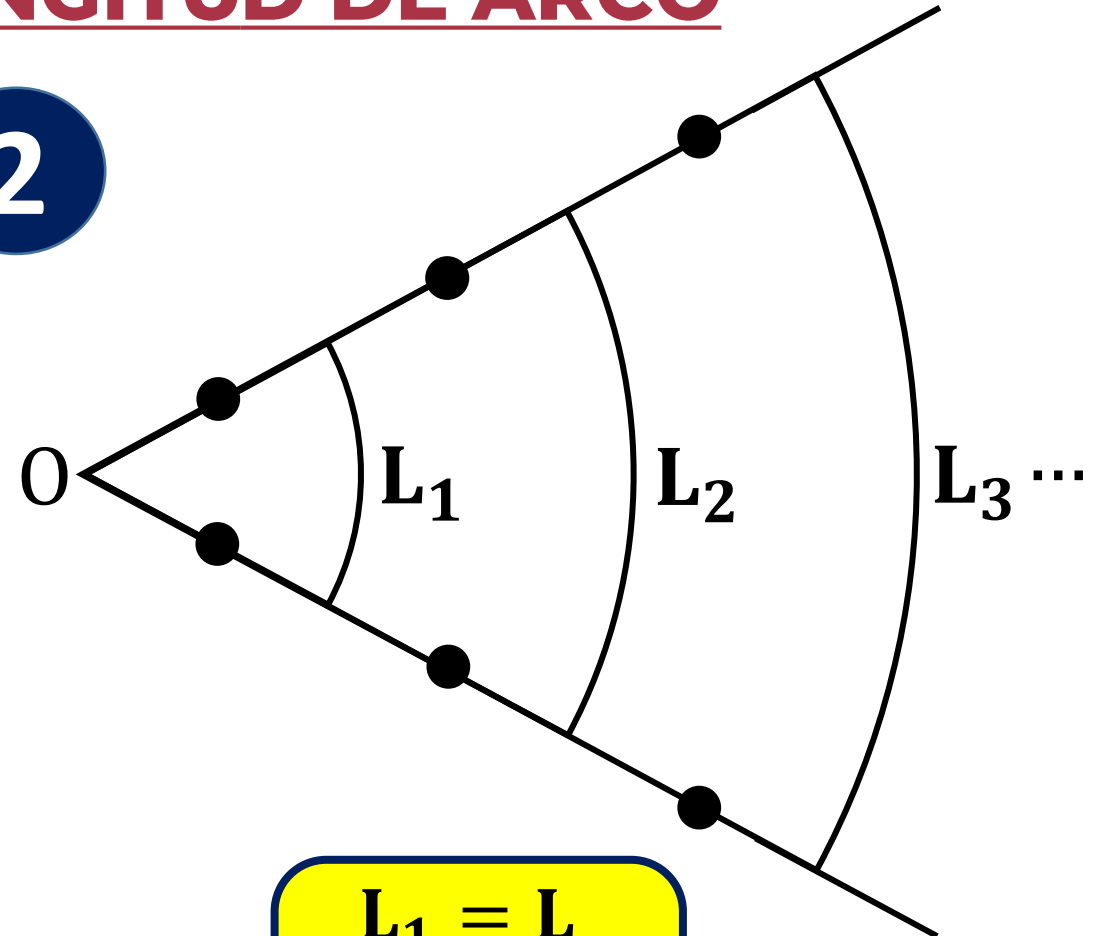
PROPIEDADES DE LONGITUD DE ARCO

1



$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

2



$$L_1 = L$$

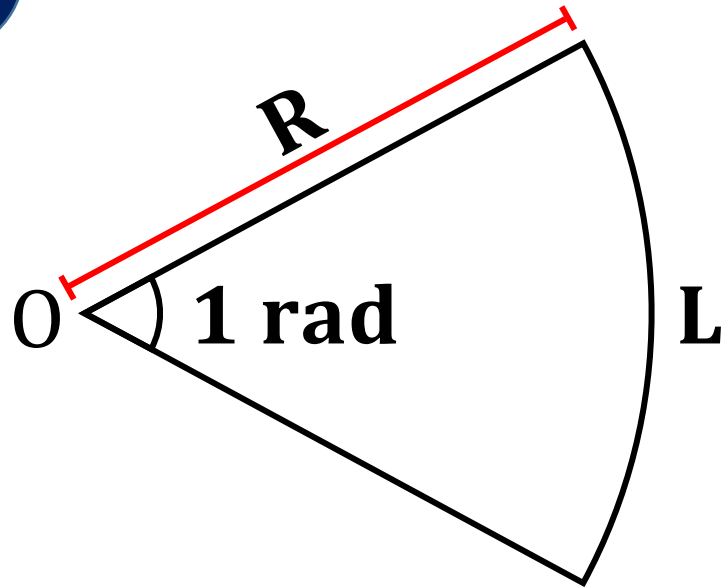
$$L_2 = 2L$$

$$L_3 = 3L$$

$$; L_n = nL$$

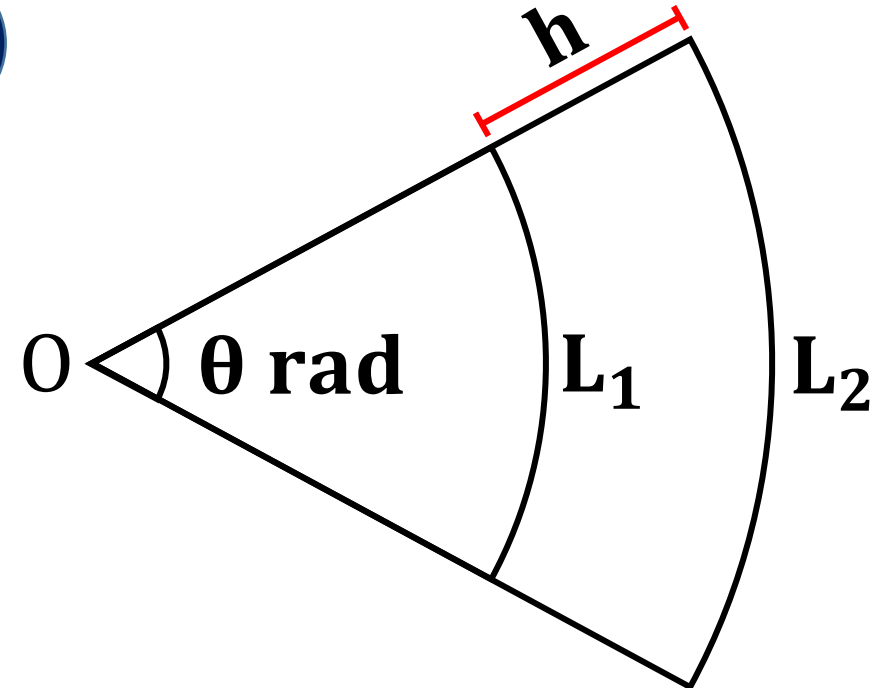
PROPIEDADES DE LONGITUD DE ARCO

3



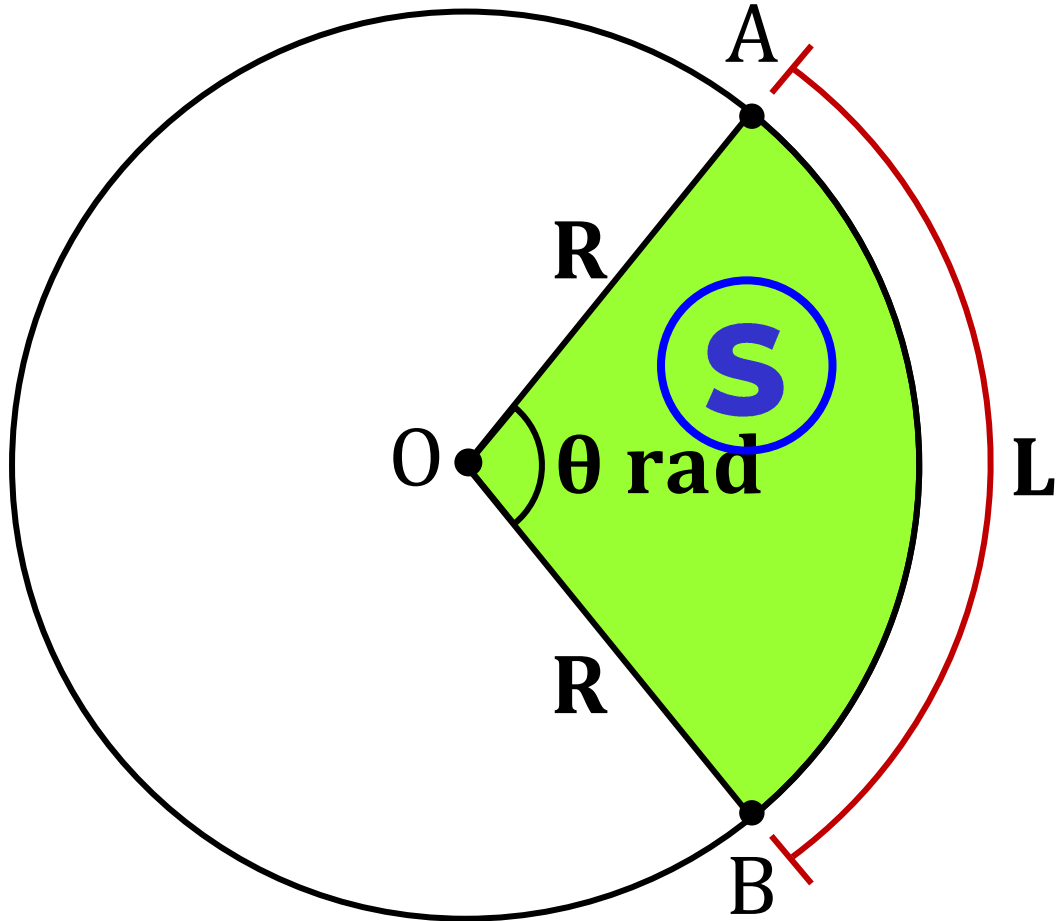
$$L = R$$

4



$$\theta = \frac{L_2 - L_1}{h}$$

ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR



Siendo **S** el área de la región del sector circular AOB sombreado:

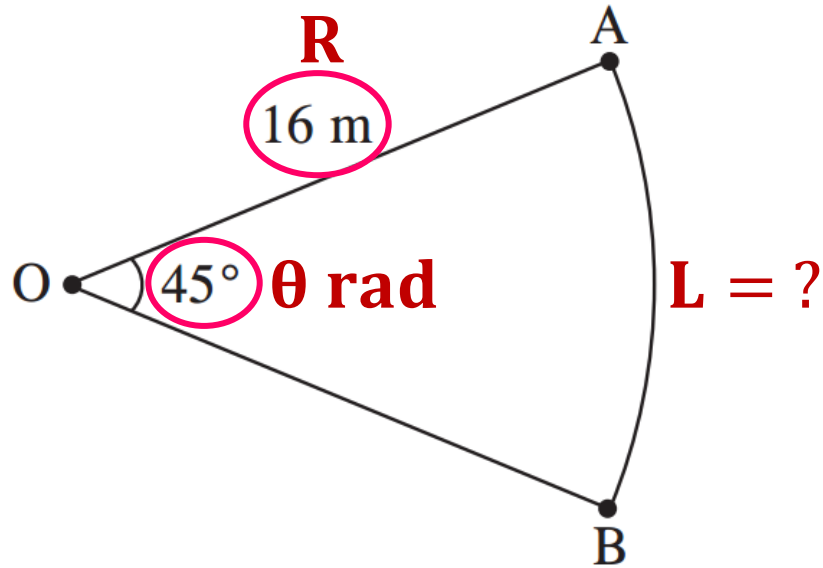
$$S = \frac{\theta \cdot R^2}{2}$$

$$S = \frac{L \cdot R}{2}$$

$$S = \frac{L^2}{2\theta}$$



1. Calcule la longitud del arco AB en el gráfico mostrado.



Recordamos

s

Longitud de arco (L):

$$L = \theta \cdot R$$

Resolución

Convertimos 45° a radianes:

$$45^\circ \leftrightarrow 45 \cdot \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180} \right) \leftrightarrow \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Reemplazamos en la fórmula:

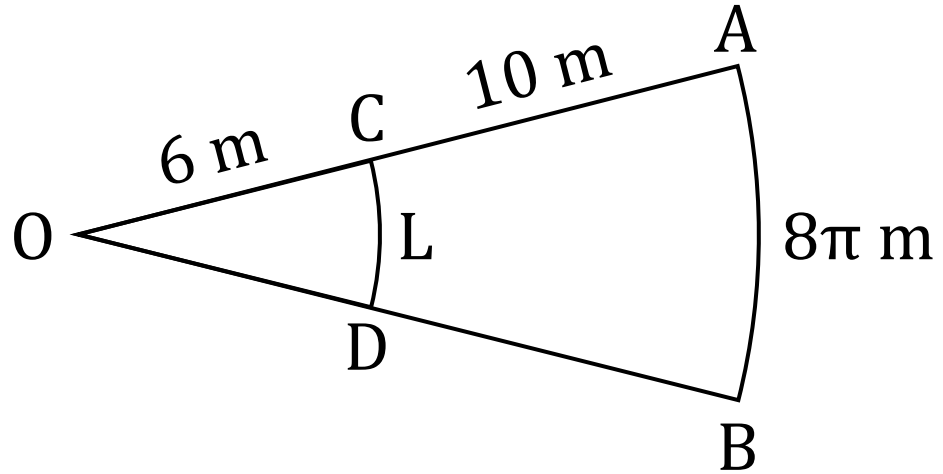
$$L = \theta \cdot R$$

$$\rightarrow L = \frac{\pi}{4} \cdot 16 \text{ m}$$

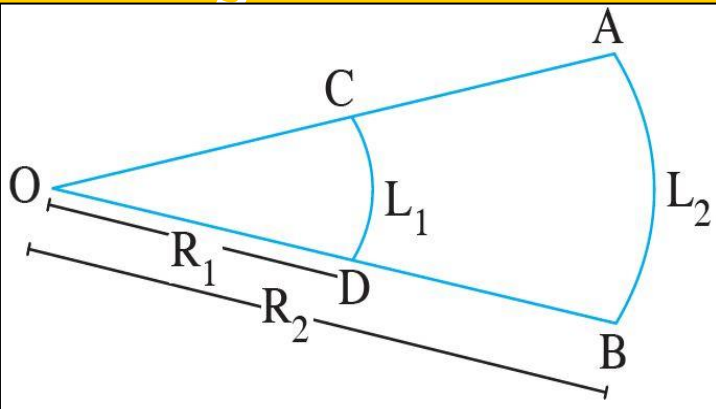
$$\therefore L = 4\pi \text{ m}$$



2. Del gráfico, calcule el valor de L.



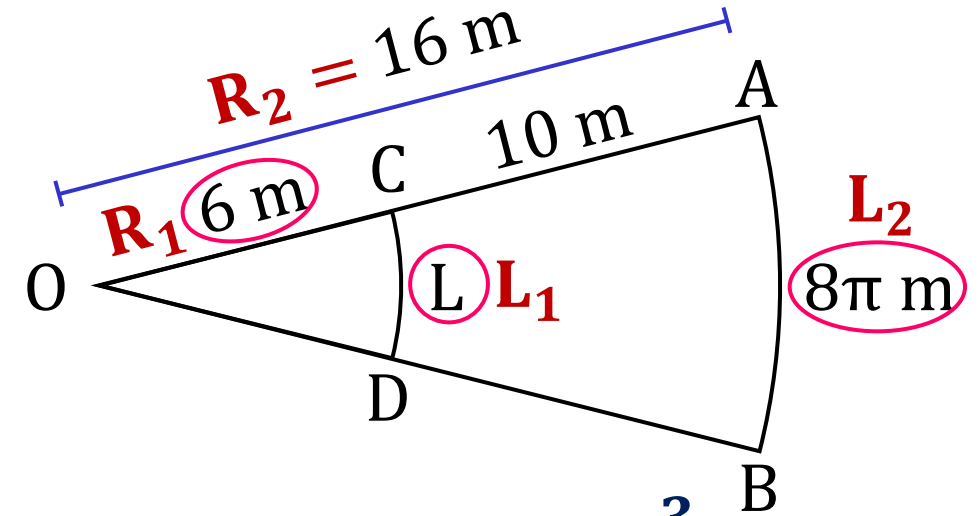
Recordando



$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Resolución

Analizamos el gráfico:



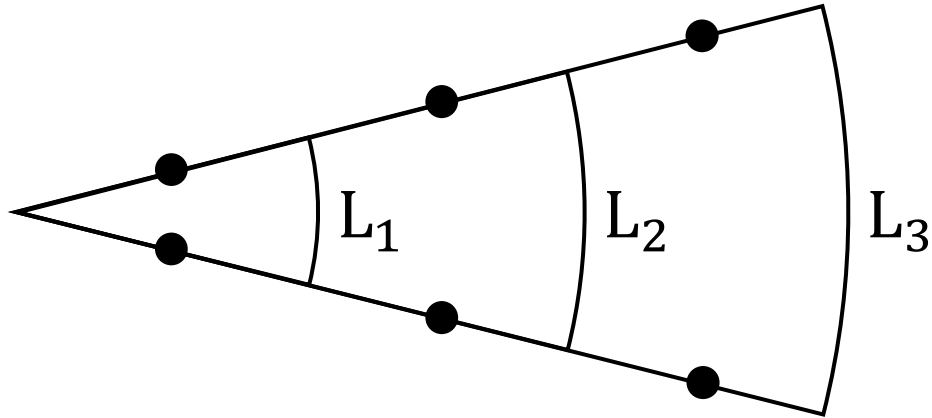
Por propiedad: $\frac{L}{8\pi \text{ m}} = \frac{6 \text{ m}}{16 \text{ m}}$

$$8L = 24\pi \text{ m}$$

$$\therefore \mathbf{L = 3\pi \text{ m}}$$

3. Del gráfico, reduzca

$$M = \frac{5L_1 + 2L_2 + L_3}{L_3 - L_1}$$



Recordamos

Del gráfico, por

$L_1 = L$	$L_2 = 2L$	$L_3 = 3L$
-----------	------------	------------

Resolución

Reemplazamos en la expresión:

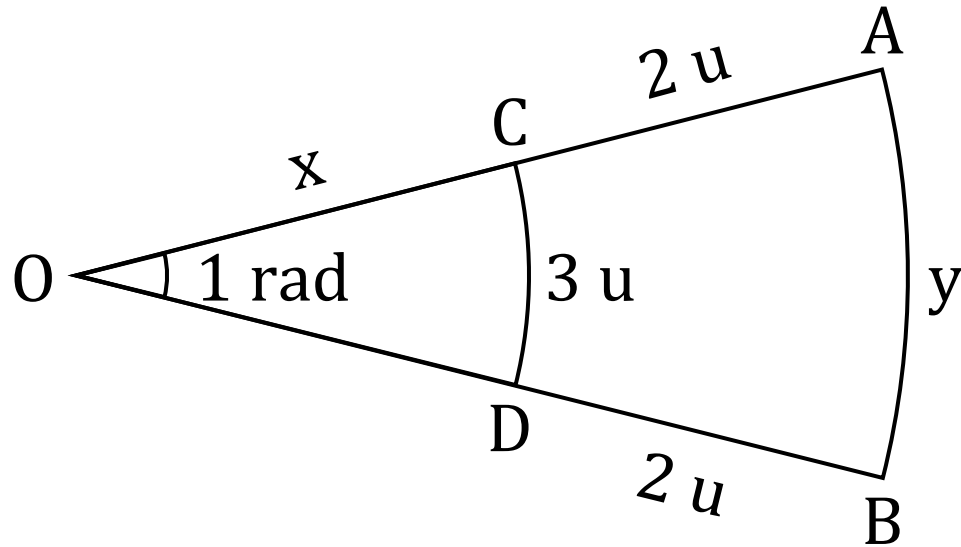
$$\rightarrow M = \frac{5(L) + 2(2L) + (3L)}{(3L) - (L)}$$

$$M = \frac{5L + 4L + 3L}{2L}$$

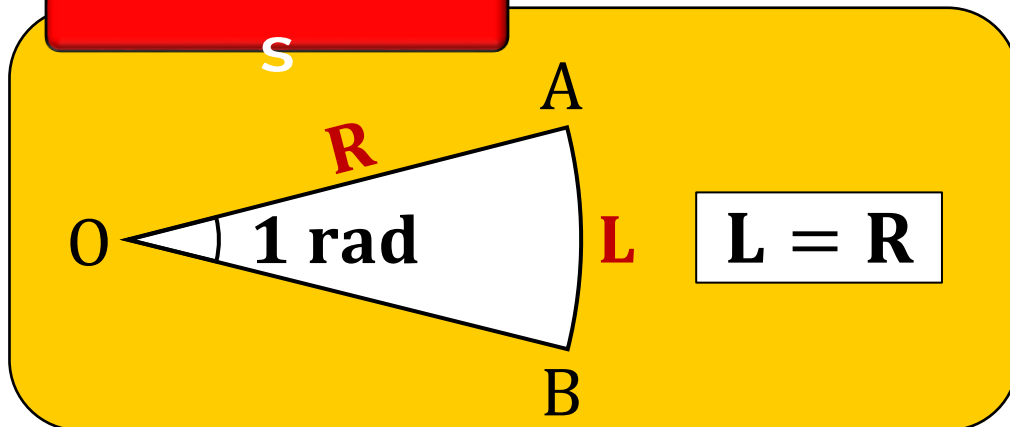
$$M = \frac{12L}{2L} \quad \therefore \boxed{M = 6}$$



4. Del gráfico, calcule $x + y$.

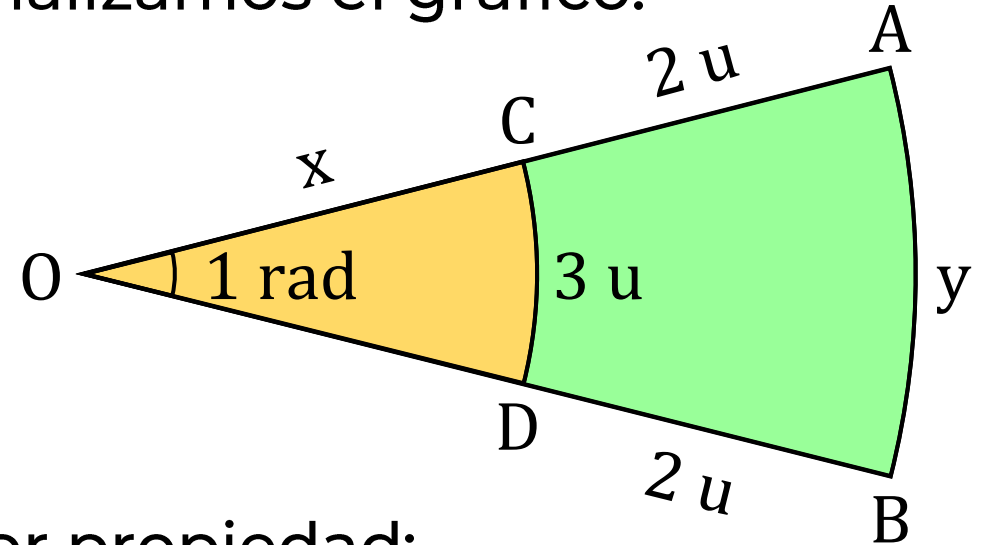


Recordamos



Resolución

Analizamos el gráfico:



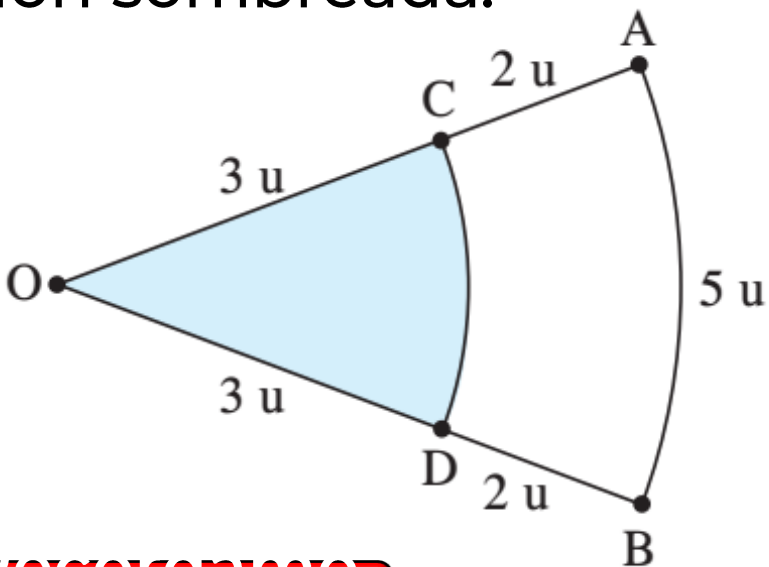
Por propiedad:

COD : $x = 3u$

AOB : $\underbrace{x}_{3u} + 2u = y \rightarrow y = 5u$

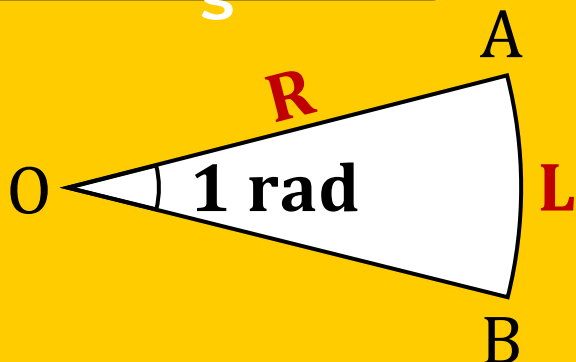
$\therefore \mathbf{x + y = 8u}$

5. Del gráfico, calcule el área de la región sombreada.



Recordamos

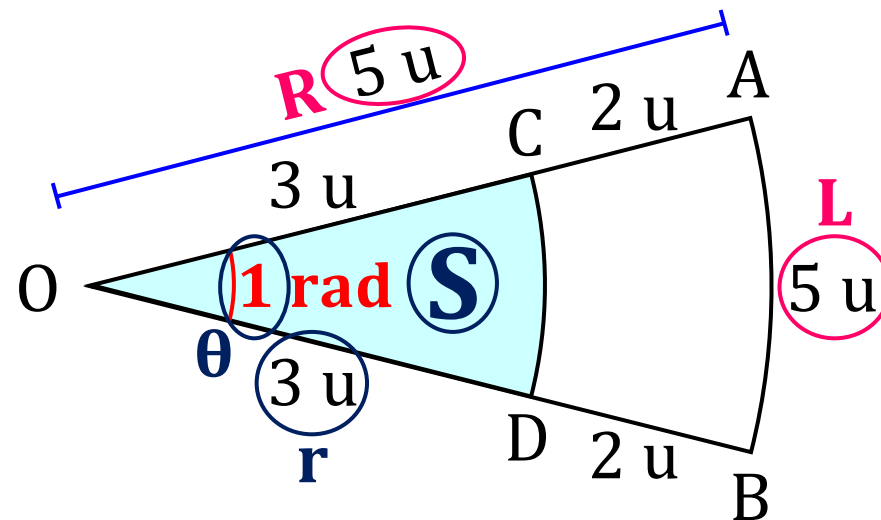
S



$$L = R$$

Resolución

Analizamos el sector AOB:



Calculamos el área sombreada (S):

Tenemos: $\theta = 1$ $r = 3u$

$$\rightarrow S = \frac{\theta \cdot r^2}{2} = \frac{1 \cdot 3^2}{2} = \frac{9}{2} \quad \therefore \boxed{S = 4,5 u^2}$$

6. Calcule el área de la región que determina el borde de una puerta de vaivén al girar un ángulo de 160° sabiendo que dicho borde mide 100 cm.



Resolución

Se observa que la región determinada es un sector circular:

$$\angle_{\text{central}} = 160^\circ$$

$$R = 100 \text{ cm}$$

$\overset{a}{160^\circ} \xrightarrow{\text{radianes}} \overset{\theta}{\frac{4\pi}{5}} \text{ rad}$

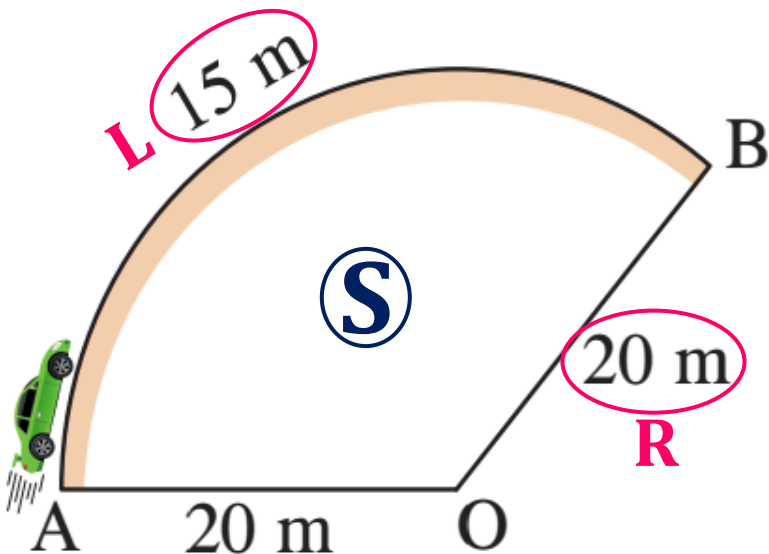
Calculamos el área del sector circular (S):

$$\rightarrow S = \frac{\theta \cdot R^2}{2} = \frac{\frac{4\pi}{5} \cdot 100^2}{2} = \frac{8000\pi}{2}$$

$$\therefore \boxed{S = 4000\pi \text{ cm}^2}$$



- 7.** Choper, un experimentado piloto de carrera, desea saber el costo del asfaltado de una pista circular, tal como se muestra en la figura sabiendo que por m^2 pagará \$500 ¿Cuánto será el costo total?



Resolución

Del sector circular AOB, se tiene:

$$L = 15 \text{ m}$$

$$R = 20 \text{ m}$$

Calculamos el área de la pista circular (S):

$$\rightarrow S = \frac{L \cdot R}{2} = \frac{15 \cdot 20}{2} = 150 \text{ m}^2$$

Calculamos el costo total (CT) del asfaltado:

$$CT = \text{Costo}/\text{m}^2 \cdot \text{Total m}^2$$

$$CT = (\$500)(150)$$

$$\therefore \text{CT} = \$75\,000$$