



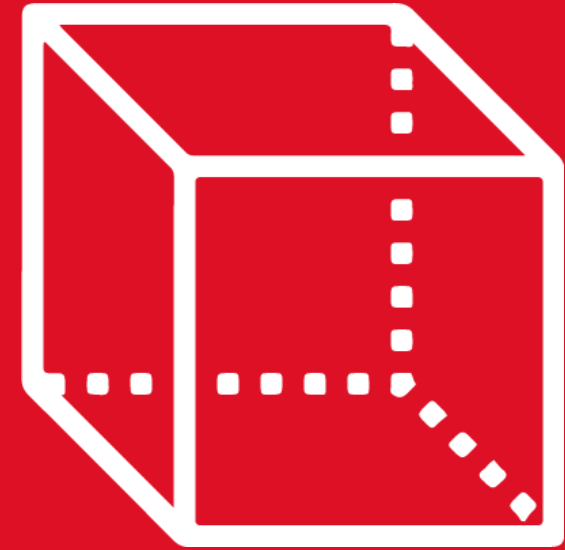
GEOMETRÍA

Capítulo 5

2st

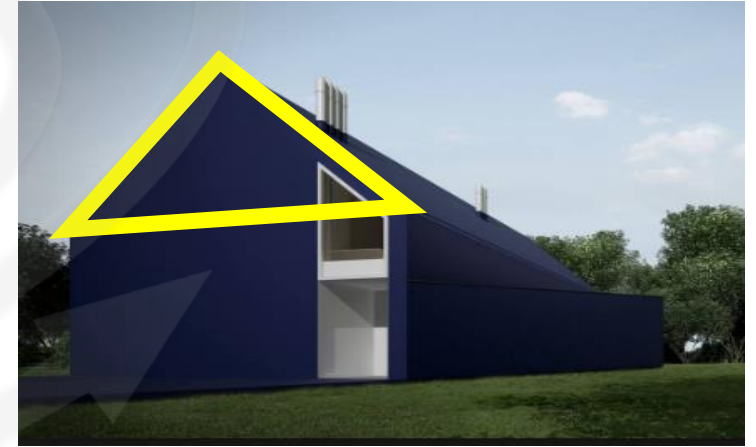
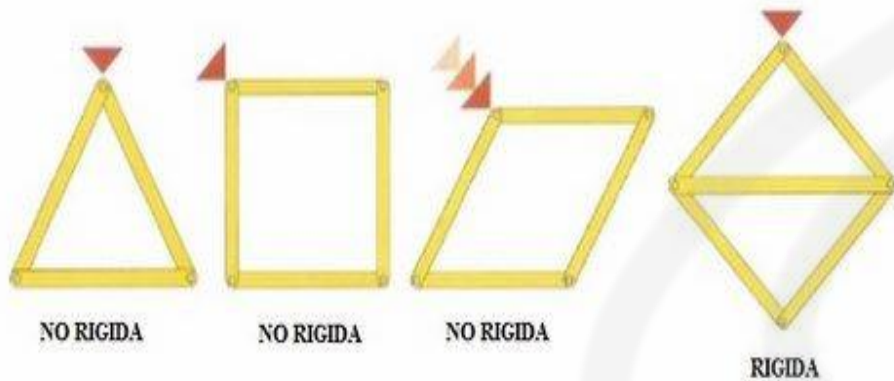
SECONDARY

Triángulo



 **SACO OLIVEROS**

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales, que nos permite comprender las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente., aplicando los axiomas, postulados, lemas, teoremas y corolarios, estudiados en los capítulos anteriores, en nuestra vida cotidiana podemos encontrar muchos objetos de forma de triángulo como podemos observar en los siguientes gráficos.

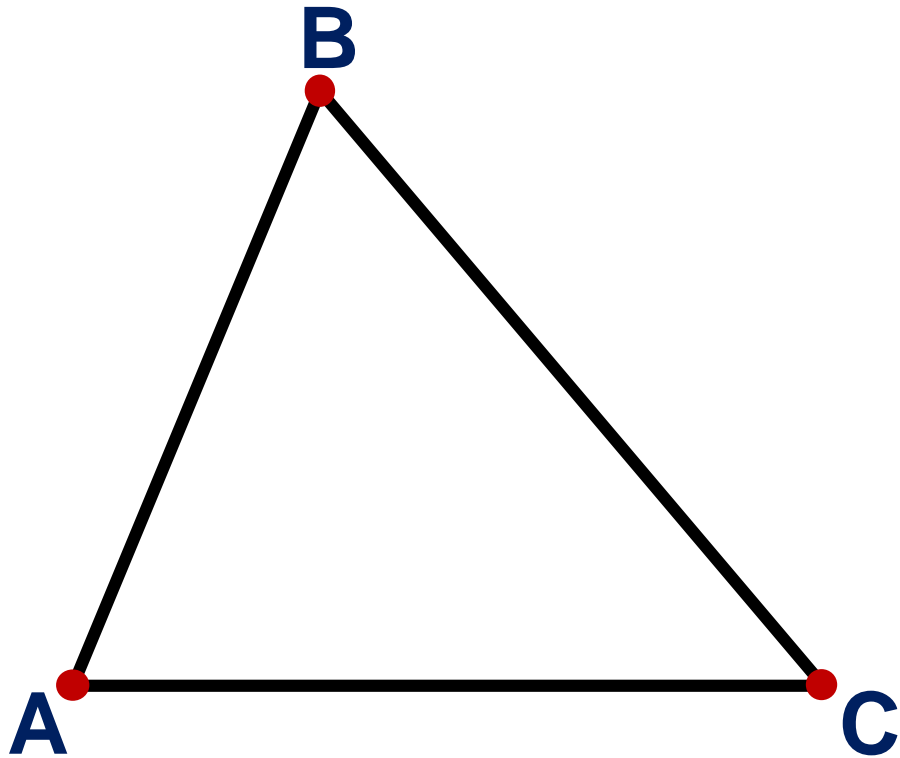


Triángulos



Definición.

Si A , B y C son tres puntos no colineales, entonces la unión de los segmentos \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} se denomina triángulo.

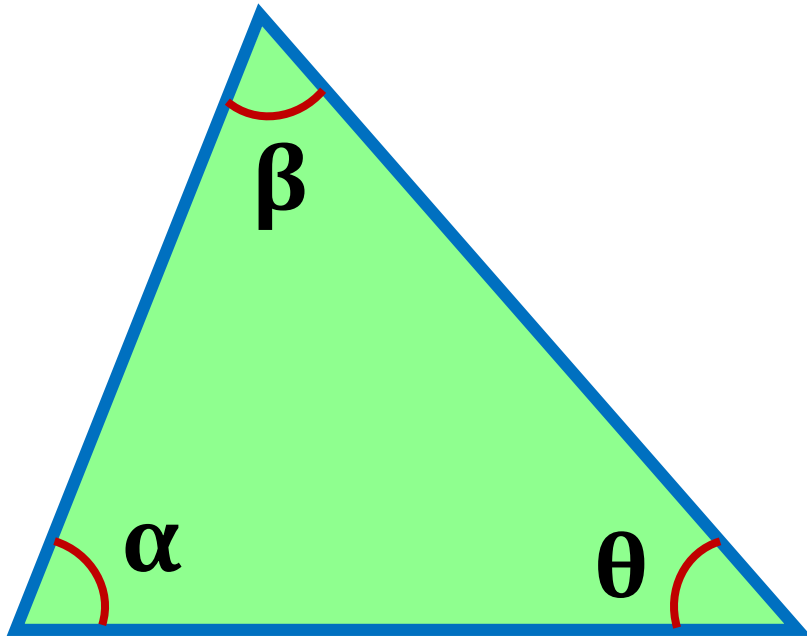


NOTACIÓN:

$\triangle ABC$: Se lee, triángulo ABC

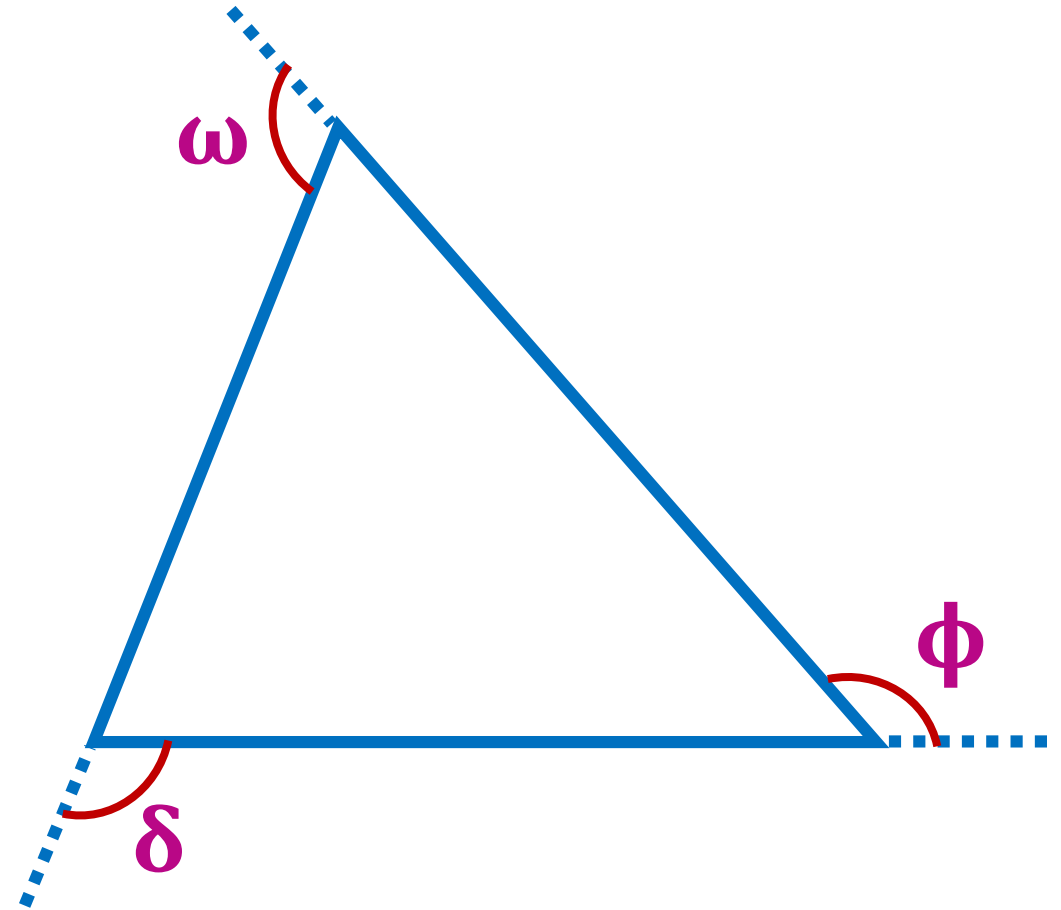
ELEMENTOS

- VÉRTICES: A , B y C
- LADOS: \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CA}



Medida de los ángulos:

- **INTERNOS** : α, β y θ



- **EXTERNOS** : δ, ω y ϕ



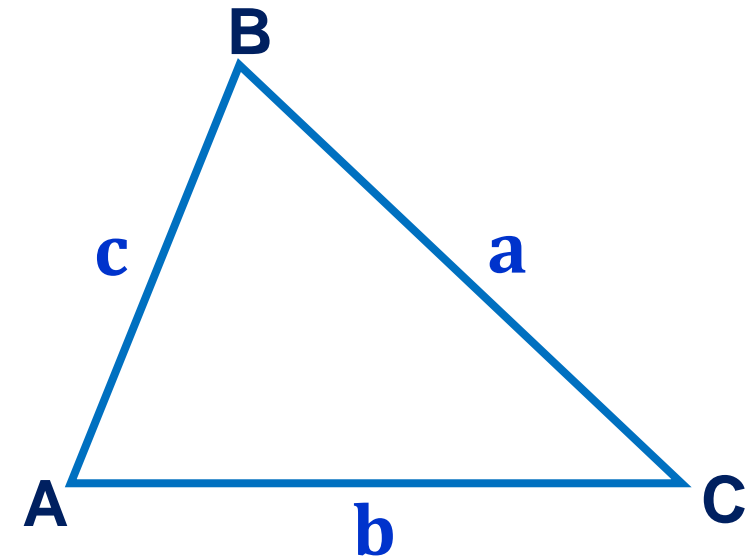
INTERIOR Y EXTERIOR DE UN TRIÁNGULO



PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

Es la suma de las longitudes de los lados del triángulo.

Se denota con $2p$.

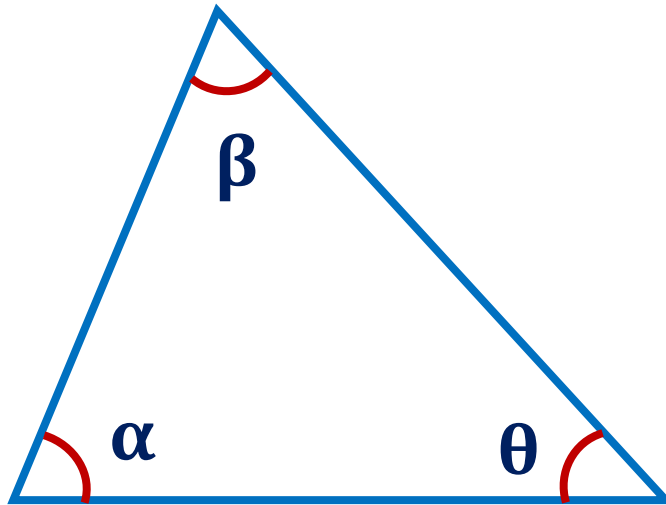


$$2p_{(ABC)} = a + b + c$$



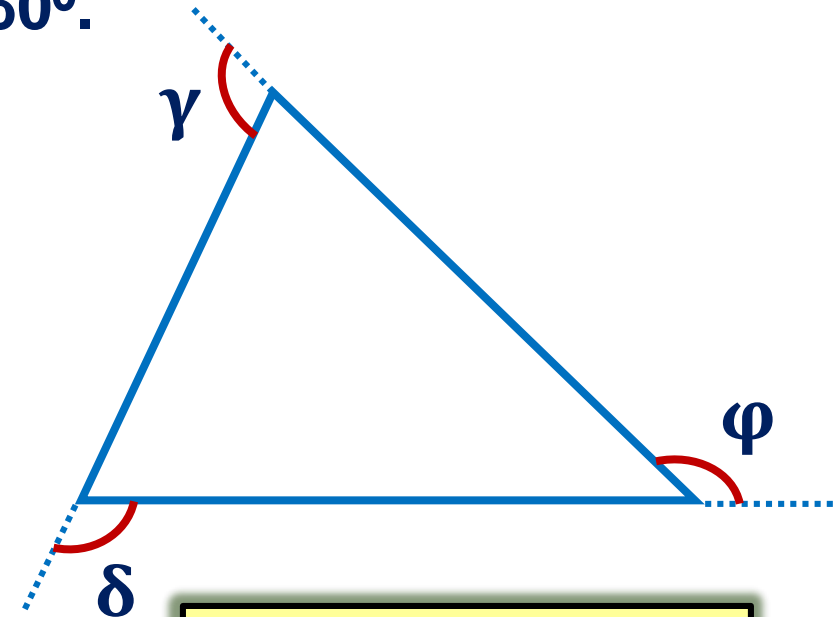
TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° .



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

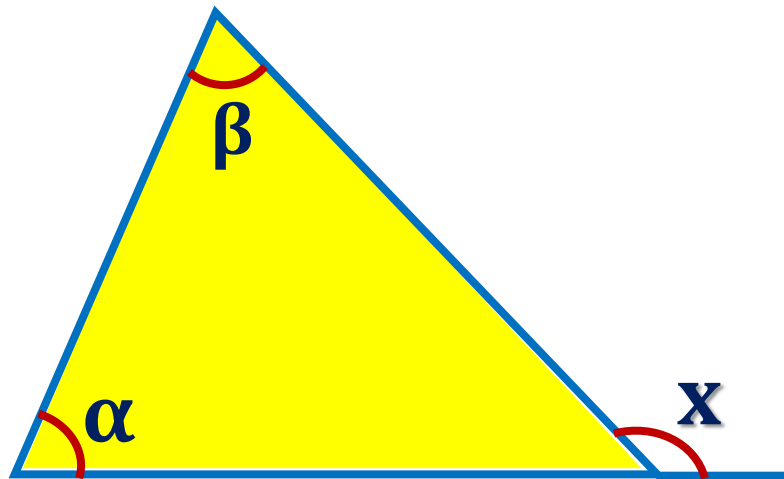
En un triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos considerados uno por vértice es igual a 360° .



$$\gamma + \delta + \varphi = 360^\circ$$

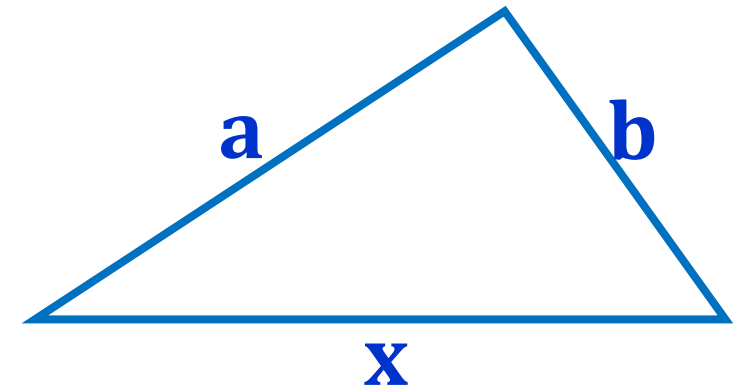


En un triángulo, la medida de un ángulo externo es igual a la suma de las medidas de dos ángulos internos no adyacentes a él.



$$x = \alpha + \beta$$

En todo triángulo, la longitud de un lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos y menor que la suma de las longitudes de dichos lados. (**Teorema de existencia**)

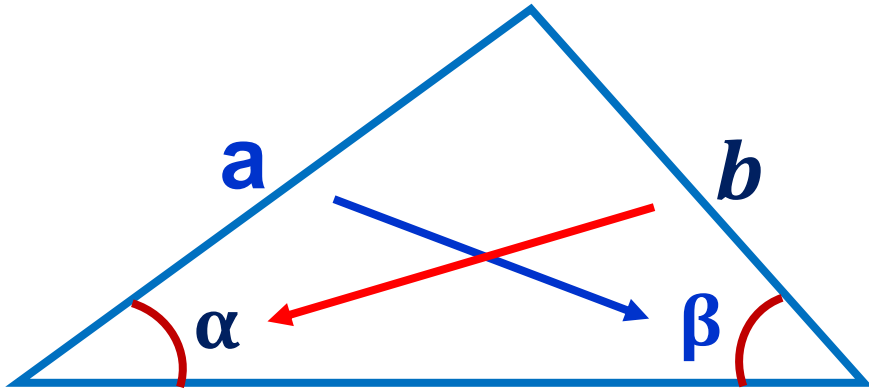


Si: $a > b$

Entonces:

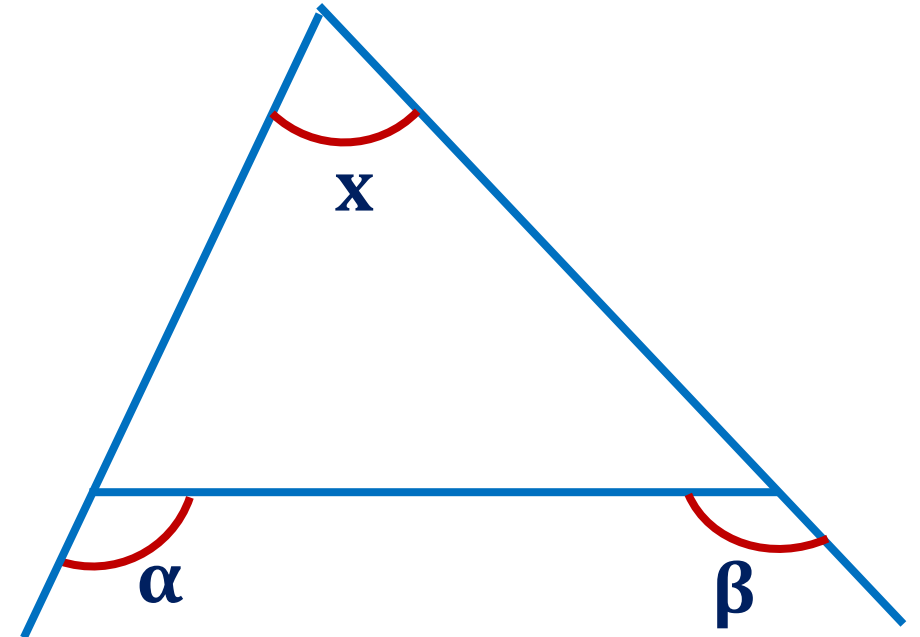
$$a - b < x < a + b$$

En un triángulo al lado de mayor longitud se opone el ángulo de mayor medida y viceversa. (Teorema de correspondencia)

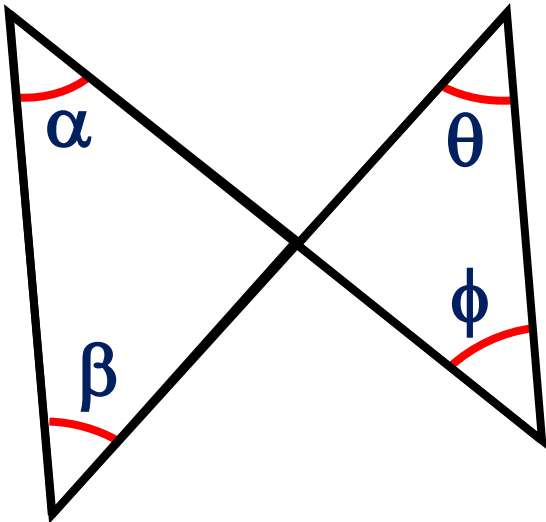


$$\text{Si } a > b \Leftrightarrow \boxed{\beta > \alpha}$$

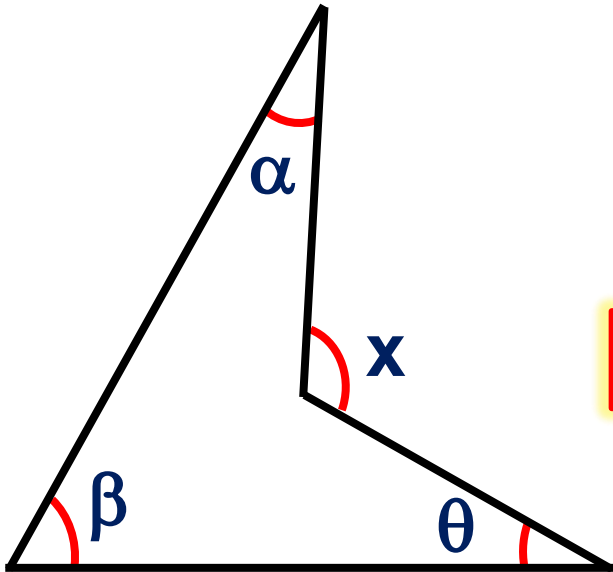
TEOREMAS ADICIONALES



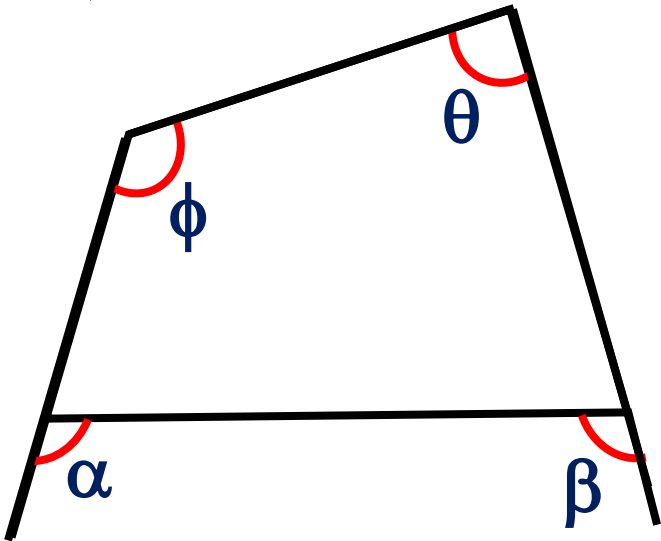
$$\boxed{\alpha + \beta = 180^\circ + x}$$



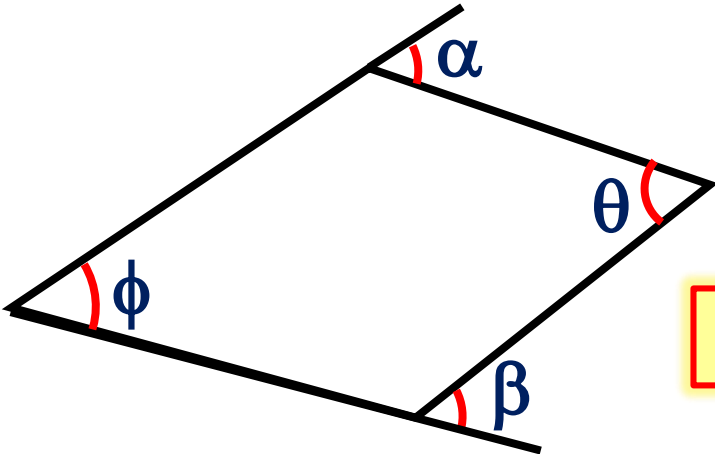
$\alpha + \beta = \theta + \phi$



$x = \alpha + \beta + \theta$



$\phi + \theta = \alpha + \beta$



$\phi + \theta = \alpha + \beta$

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

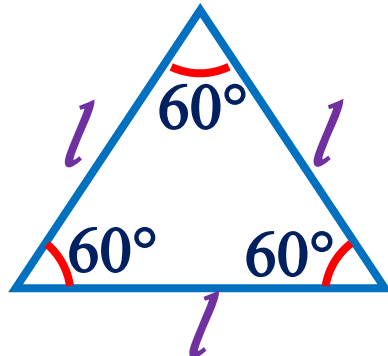
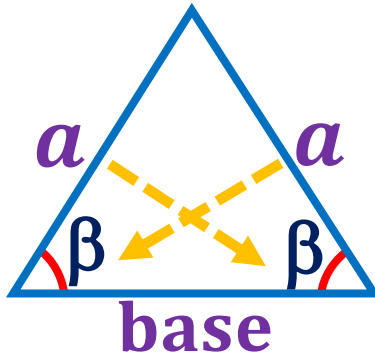
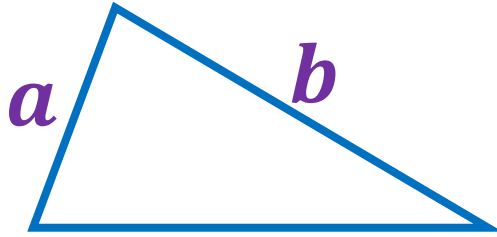
Por las longitudes de sus lados.

△ Escaleno

$$a \neq b \neq c$$

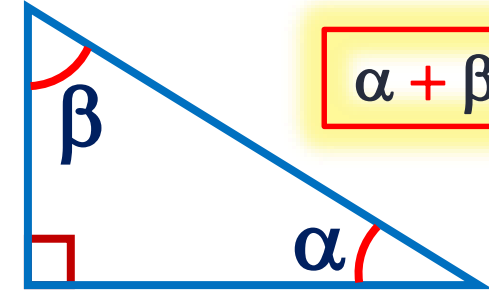
△ Isósceles

△ Equilátero



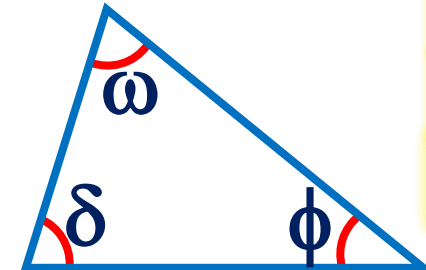
Por las medidas de sus ángulos.

△ Rectángulo



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

△ Acutángulo

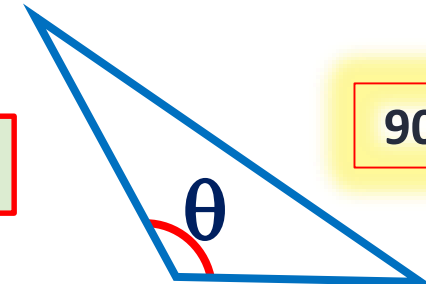


$$0^\circ < \omega < 90^\circ$$

$$0^\circ < \delta < 90^\circ$$

$$0^\circ < \phi < 90^\circ$$

△ Obtusángulo

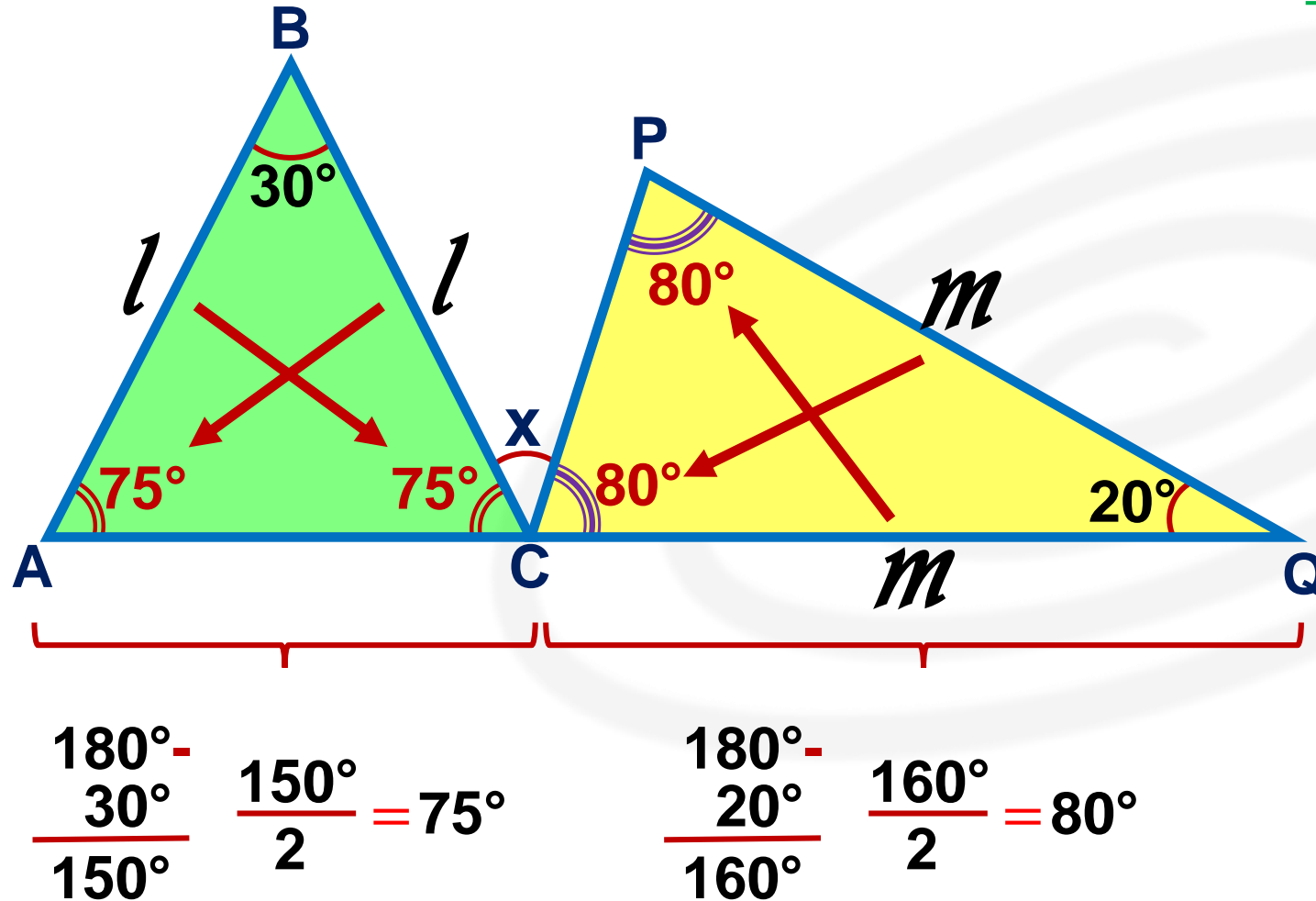


$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$

△ Oblicuángulo

1. En la figura, $AB = BC$ y $PQ = QC$. Halle el valor de x .

Resolución



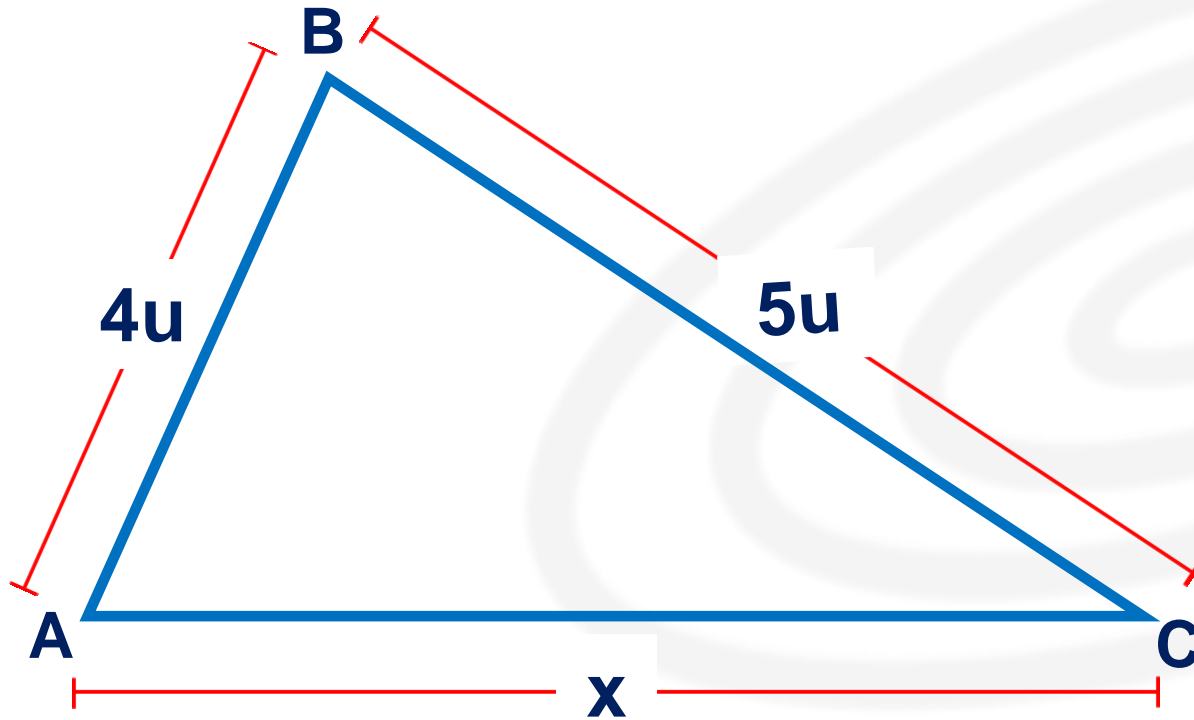
- Piden: x
- El $\triangle ABC$: Isósceles
 $m\angle BAC = m\angle BCA = 75^\circ$
- El $\triangle PCQ$: Isósceles
 $m\angle PCQ = m\angle CPQ = 80^\circ$
- En el vértice C:

$$75^\circ + x + 80^\circ = 180^\circ$$

$$x + 155^\circ = 180^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

2. Calcule la suma de los valores enteros que puede tomar x .



Resolución:

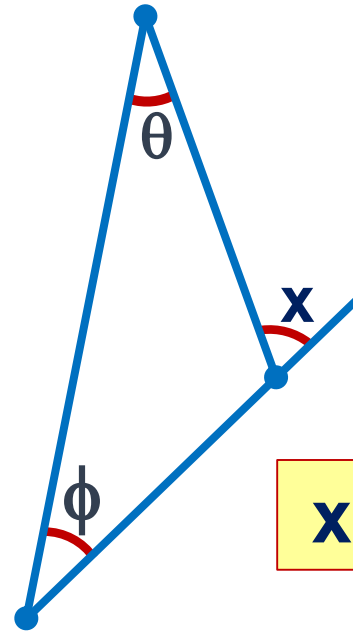
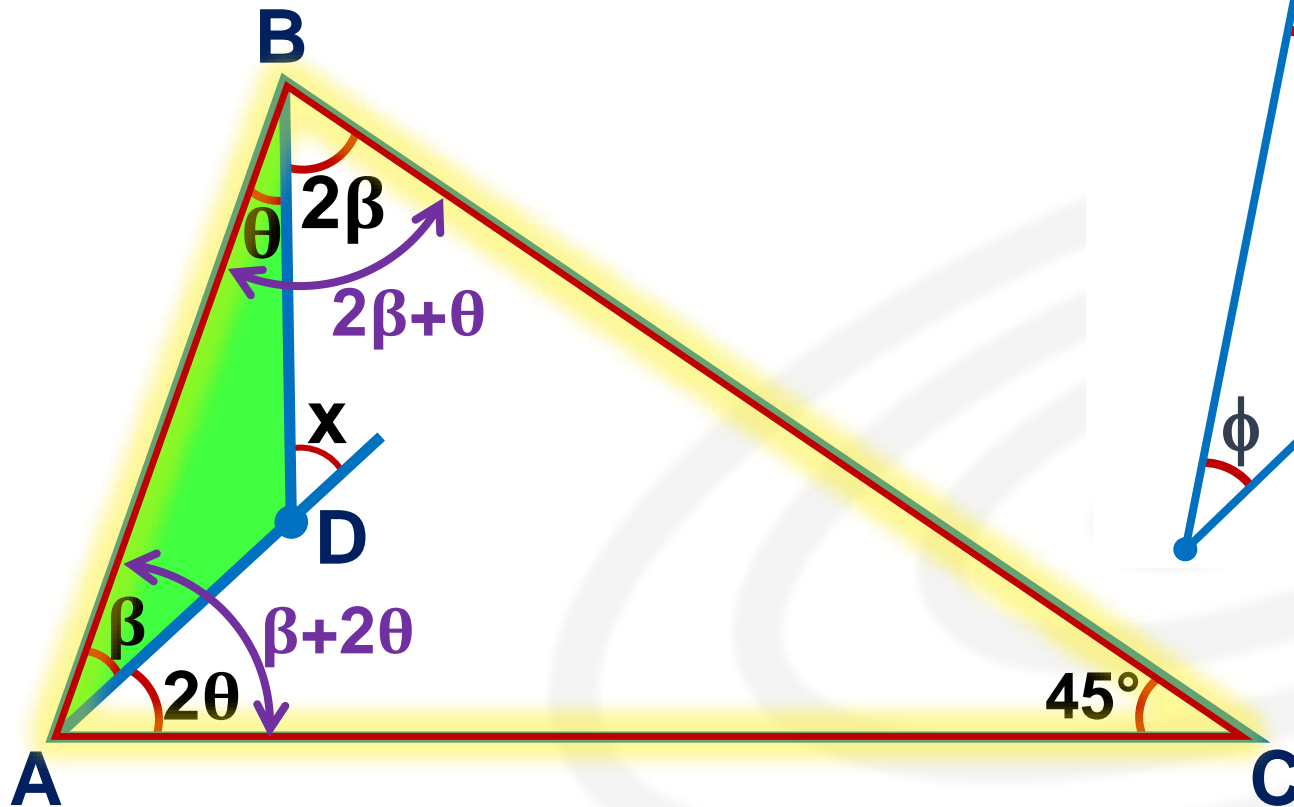
- Piden: la suma de valores enteros de x .
- Aplicando el teorema

$$5 - 4 < x < 5 + 4$$

$$1 < x < 9$$
$$x = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Suma de valores de $x = 35u$

3. Halle el valor de x .



$$x = \phi + \theta$$

Resolución

• Piden: x

• En el $\triangle ABC$:

$$3\theta + 3\beta + 45^\circ = 180^\circ$$

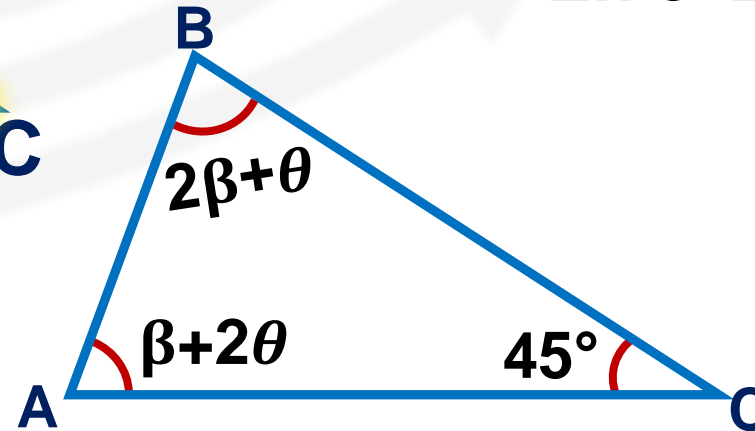
$$3\theta + 3\beta = 135^\circ$$

$$\theta + \beta = 45^\circ$$

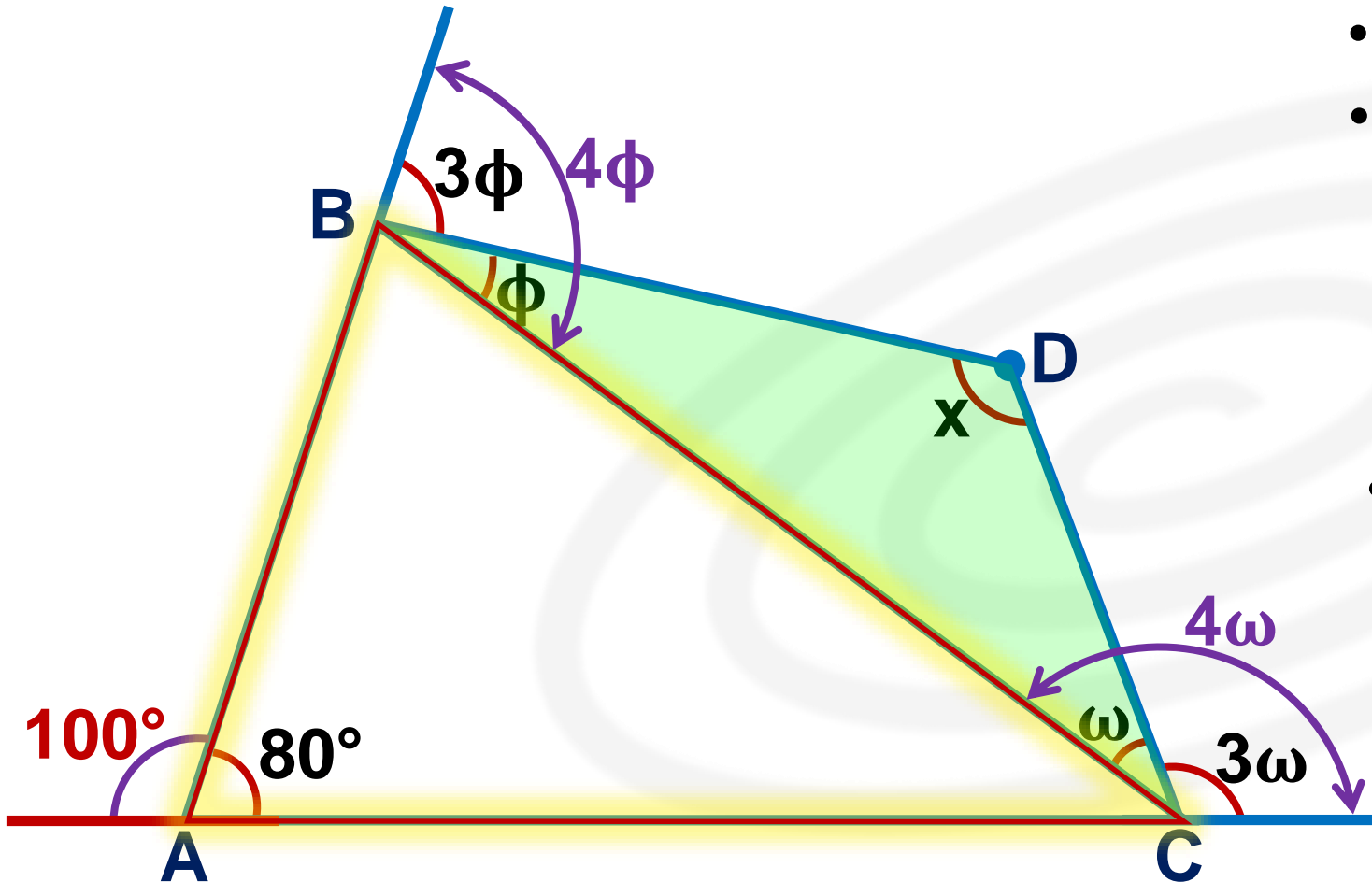
• En el $\triangle ABD$:

$$x = \theta + \beta$$

$$x = 45^\circ$$



5. En la figura, halle el valor de x .



Resolución

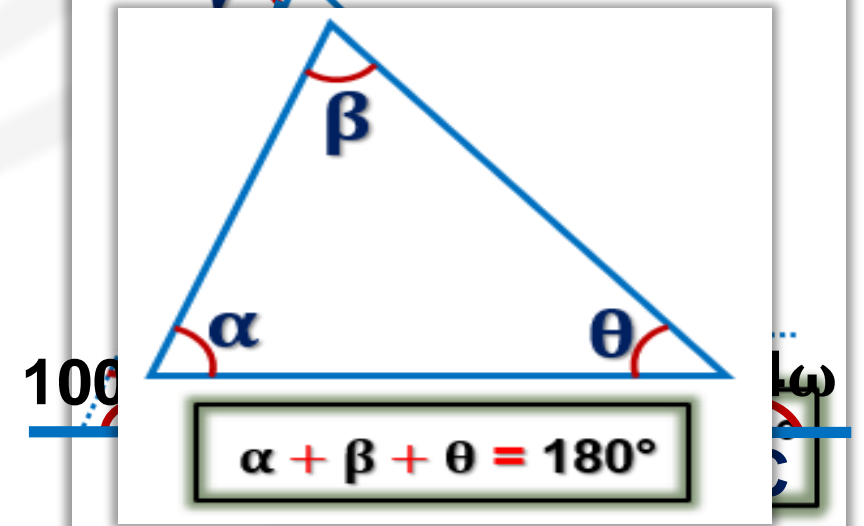
- Piden: x
- En $\triangle ABC$: Teorema

$$100^\circ + 4\phi + 4\omega = 360^\circ$$

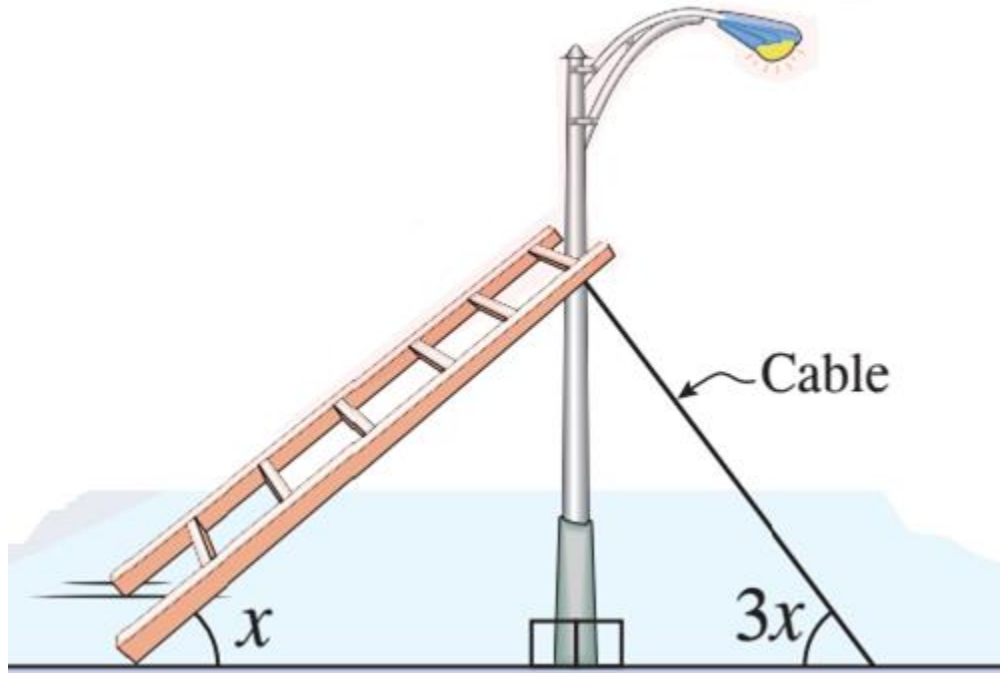
$$4\phi + 4\omega = 260^\circ$$

$$\phi + \omega = 65^\circ$$

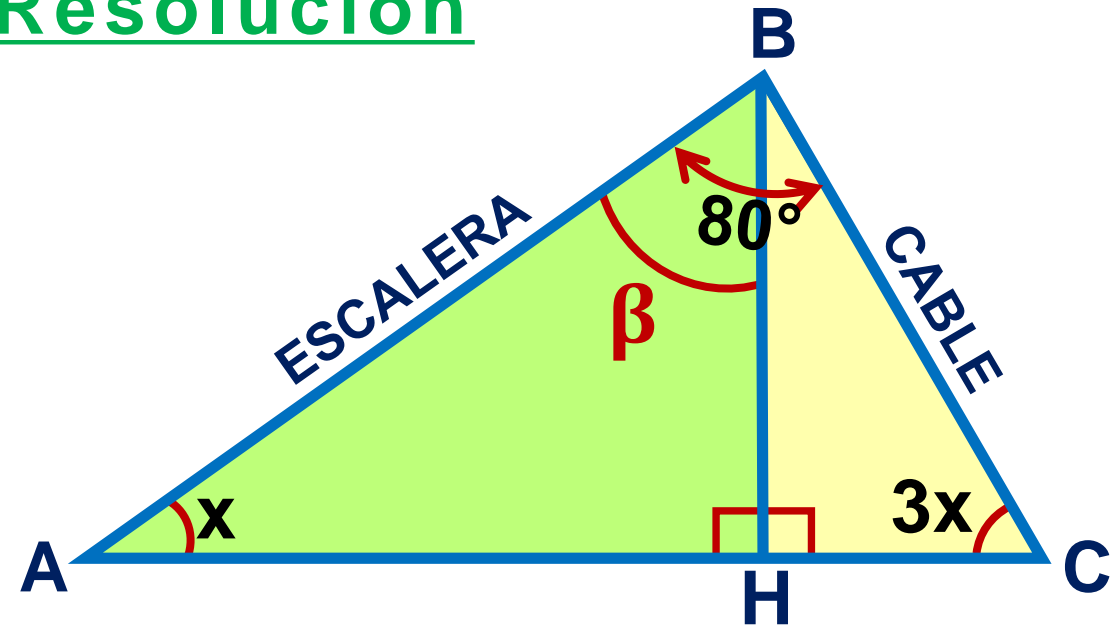
- En $\triangle BDC$: Teorema



6. Se desea instalar un cable sujeto a un poste. Si la escalera y el cable forman 80° , ¿cuánto mide el ángulo forman la escalera con el poste?



Resolución



• Piden: $m\angle ABH = \beta$

• En $\triangle ABC$:

$$x + 80^\circ + 3x = 180^\circ$$

$$4x = 100^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

• En $\triangle AHB$:

$$x + \beta = 90^\circ$$

$$25^\circ + \beta = 90^\circ$$

$$\beta = 65^\circ$$

7. Se Tiene una varilla de plástico en la que se marcan los puntos P, Q, R y S (figura 1), luego se dobla dicha varilla uniendo P y S para formar un triángulo (figura 2). Si $PR = 8$ cm y $QS = 9$ cm, halle el máximo valor entero de QR.

Resolución

- Piden: $x_{\text{máx}}$
- Aplicando el teorema de la existencia:

$$(8-x) - (9-x) < x < (8-x) + (9-x)$$

$$\text{Si: } a > b \text{ entonces:}$$

$$3x \leq 17 \quad a - b < x < a + b$$

$$x < 5,66\dots$$

$$x_{\text{máx}} = 5 \text{ cm}$$

Fig 1

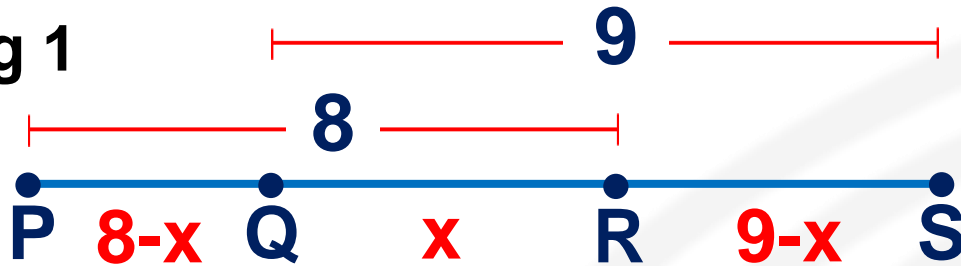


Fig 2

