



# ARITMÈTICA

Chapter 16

Session 2

1st grade  
of secondary

2023

Clasificación de los  
números enteros  
positivos II

 **SACO OLIVEROS**

# MOTIVATING STRATEGY

• **Conjetura de los números primos gemelos.** Dos números primos se denominan gemelos si uno de ellos es igual al otro más dos unidades. Así pues, los números primos 3 y 5 forman una pareja de primos gemelos. Otros ejemplos de pares de primos gemelos son 11 y 13 ó 41 y 43.



Recordemos :

Sea  $N = a^{\alpha} \cdot b^{\beta} \cdot c^{\theta} \dots (DC)$

Donde :  $a \neq b \neq c$ , primos

$\alpha, \beta, \theta$ , *exponentes* ;  $\in \mathbb{Z}^+$

1

Cantidad de divisores

$$CD_N = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1) \dots (n+1)$$

2

Suma de divisores

En general:

$$SD_N = \left( \frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1} \right) \left( \frac{b^{\beta+1}-1}{b-1} \right) \left( \frac{c^{\theta+1}-1}{c-1} \right) \dots$$

Ejm  $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$

$$SD_{60} = \left( \frac{2^3-1}{2-1} \right) \left( \frac{3^2-1}{3-1} \right) \left( \frac{5^2-1}{5-1} \right) = 168$$

**Ejm****Calcule la suma de divisores pares de 240.**

$$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1 \dots (\text{DC})$$

$$= 2 \left( 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \right)$$

$$SD_{240} = 2 \times \left( \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \right) \left( \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right) \left( \frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right)$$

$$SD_{240} = 2 \times 15 \times 4 \times 6 = 720$$

$$SD_N = \left( \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right) \left( \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \right) \left( \frac{c^{\theta+1} - 1}{c - 1} \right)$$



Para el número 60, calcule :

- suma de divisores primos.
- suma de divisores simples.
- suma de divisores.
- suma de divisores compuestos.

### Resolución

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 
 \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \dots (\text{DC})$$

$$\text{a. } 2; 3 \text{ y } 5 \quad \text{SD}_{\text{primos}} = 2 + 3 + 5 = 10$$

$$\text{b. } 2; 3; 5 \text{ y } 1 \quad \text{SD}_{\text{simples}} = 10 + 1 = 11$$

$$\text{c. } \text{SD}_{60} = \left( \frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right) \left( \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right) \left( \frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right)$$

$$\text{d. } \text{SD}_{60} = 7 \times 4 \times 6 = 168$$

$$\text{SD}_{\text{compuestos}} = 168 - 11 = 157$$

2

Calcule la suma de divisores de  $2^2 \times 9$ .

### Resolución

$$N = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\theta \dots (DC)$$

$$2^2 \times 9$$

$$2^2 \times 3^2 \dots D.C.$$

$$SD_N = \left( \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right) \left( \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \right) \left( \frac{c^{\theta+1} - 1}{c - 1} \right)$$

$$SD = \left( \frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right) \left( \frac{3^3 - 1}{3 - 1} \right)$$

$$SD = 7 \times 13$$

$$SD = 91$$

Rpta:

91



**Calcule la suma de los cuatro mayores divisores de 180.**

**Resolución**

**Cuatro mayores divisores de 180**

**180; 90; 60; 45.**

**Suma de los cuatro mayores divisores de 180**

$$180+90+60+45= 375$$

**$\therefore$**

**Rpta:**

**375**

4

Calcule la suma de divisores pares de 150.

Resolución

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$2^1 \times 3^1 \times 5^2 \dots (\text{DC})$$

Suma de divisores pares de 150

$$2 \left( 3^1 \times 5^2 \right)$$

$$SD = 2 \times \left( \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right) \left( \frac{5^3 - 1}{5 - 1} \right)$$

$$SD = 2 \times 4 \times 31$$

$$SD = 248$$

Rpta:

248

$$SD_N = \left( \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right) \left( \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \right) \left( \frac{c^{\theta+1} - 1}{c - 1} \right)$$



5

Calcule la suma de divisores impares de 200.

### Resolución

200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$$200 = 2^3 \times 5^2 \dots (\text{DC})$$

Suma de divisores impares de 200

$$SD = \left( \frac{5^3 - 1}{5 - 1} \right)$$

$$SD = 31$$

$$SD_N = \left( \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right) \left( \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \right) \left( \frac{c^{\theta+1} - 1}{c - 1} \right)$$

**RPTA:**

**31**

6

Al inicio de la pandemia los gobernantes de los países impusieron fuertes medidas de aislamiento social para tratar de frenar la tasa de contagios de la enfermedad que amenazaba con propagarse de manera desenfrenada entre la población, dichas medidas tuvieron gran impacto en la economía mundial y sobre todo en la cadena de suministro que comenzó a desacelerarse y a generar la escasez de ciertos productos, en consecuencia el incremento de los precios en distintos productos como los de limpieza, si la suma de los divisores múltiplos de 3 de  $2^a \times 15$  es 126, y  $2a+1$  representa el incremento en soles de los productos de limpieza, determine de cuánto fue este aumento.

### Resolución

Sea  $N = 2^a \times 15$

$$N = 2^a \times 3^1 \times 5^1 \dots (\text{DC})$$

$$SD_N = \left( \frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1} \right) \left( \frac{b^{\beta+1}-1}{b-1} \right) \left( \frac{c^{\theta+1}-1}{c-1} \right)$$

Suma de divisores  
múltiplos de 3:  $N = 3 \left( 2^a \times 5^1 \right)$

$$SD_3 = 3 \times \left( \frac{2^{a+1}-1}{2-1} \right) \left( \frac{5^{1+1}-1}{5-1} \right)$$

$$126 = 3 \times \left( \frac{2^{a+1}-1}{1} \right) (6)$$

$$a=2$$

$\therefore$  Piden:  $2a+1=$

RPTA:

5



Un jeque de Dubái le promete a su hijo que, si logra hallar todas las divisiones exactas de 60 entre un número menor de 60, le dará tantos millones como la suma de los cocientes obtenidos. ¿Cuántos millones recibirá el hijo si logró hallar todas las divisiones exactas?

### Resolución

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \dots (\text{DC})$$

Suma de divisores de 60:

$$SD = \left( \frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right) \left( \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right) \left( \frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right)$$

$$168 - 1 = 167$$

$$SD = 7 \times 4 \times 6$$

Ojo: Por condición el cociente 1, no se toma en cuenta ya que el divisor no puede ser 60

Rpta: **167 millones**