

ALGEBRA

Chapter 04

4th
SECONDARY

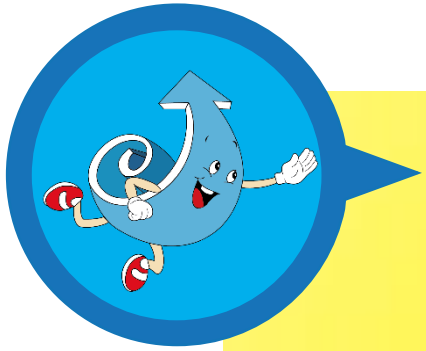
División Polinómica



 **SACO OLIVEROS**

HELICO

MOTIVATING

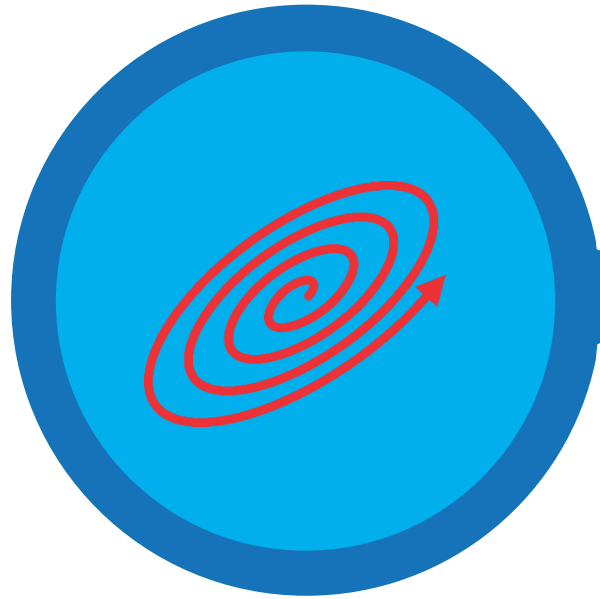


Sabías que...

Las dos rayas = que indican igualdad las inventó el matemático **Robert Recorde** hace más de **400 años**. Explicó que eligió ese signo porque *“dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas”*.

HELICO THEORY

CHAPTER 04



Identidad fundamental de la división

$$\begin{array}{r} D(x) \\ \hline R(x) \end{array} \begin{array}{r} d(x) \\ q(x) \end{array}$$

$D(x)$ Dividendo
 $d(x)$ Divisor
 $q(x)$ Cociente
 $R(x)$ Resto

$$D(x) = d(x) \cdot q(x) + R(x)$$

Propiedades de grados:

a)

$$(q)^{\circ} = (D)^{\circ} - (d)^{\circ}$$

b)

$$(R)^{\circ}_{Max} = (d)^{\circ} - 1$$

Ejemplo:

$$\frac{x^{15}}{x^{10}}$$

$$(q)^{\circ} = (D)^{\circ} - (d)^{\circ}$$

$$(q)^{\circ} = 15 - 10$$

$$(q)^{\circ} = 5$$

Ejemplo:

$$\frac{x^5 + 2x + 4}{2x^3 + 5}$$

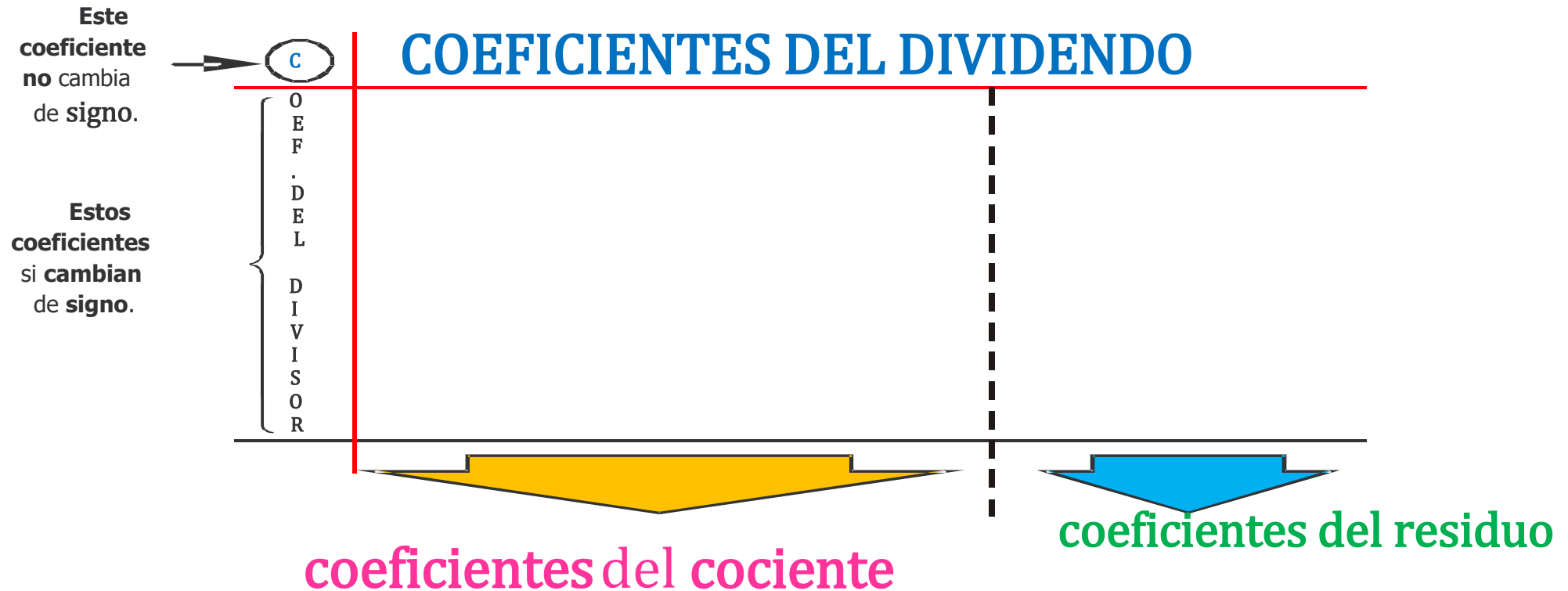
$$(R)^{\circ}_{Max} = (d)^{\circ} - 1$$

$$(R)^{\circ}_{Max} = 3 - 1$$

$$(R)^{\circ}_{Max} = 2$$

Método de Guillermo Horner

Es un método general para dividir polinomios de cualquier grado.



Ejemplo:

Dividir e indicar el cociente y el residuo

$$\frac{12x^4 - 17x^3 + 17x^2 + 2x - 9}{4x^2 - 3x + 1}$$

→ Dividendo D(x)
→ divisor d(x)

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

Resolución

4	12	-17	17	2	-9
3		9	-3		
-1		-8	-6	2	
			8	6	-2
	3	-2	2	10	-11

Diagram illustrating the polynomial division process using a grid. The grid shows the coefficients of the dividend (12, -17, 17, 2, -9) and the divisor (4, -3, 1). The quotient coefficients (3, -2, 2) are shown in the bottom row. The remainder coefficients (10, -11) are shown in the bottom row. The process involves dividing the leading term of the dividend by the leading term of the divisor to get the first term of the quotient, then multiplying the divisor by this term and subtracting the result from the dividend to get the next dividend term. This process is repeated until the remainder is of degree less than the divisor.

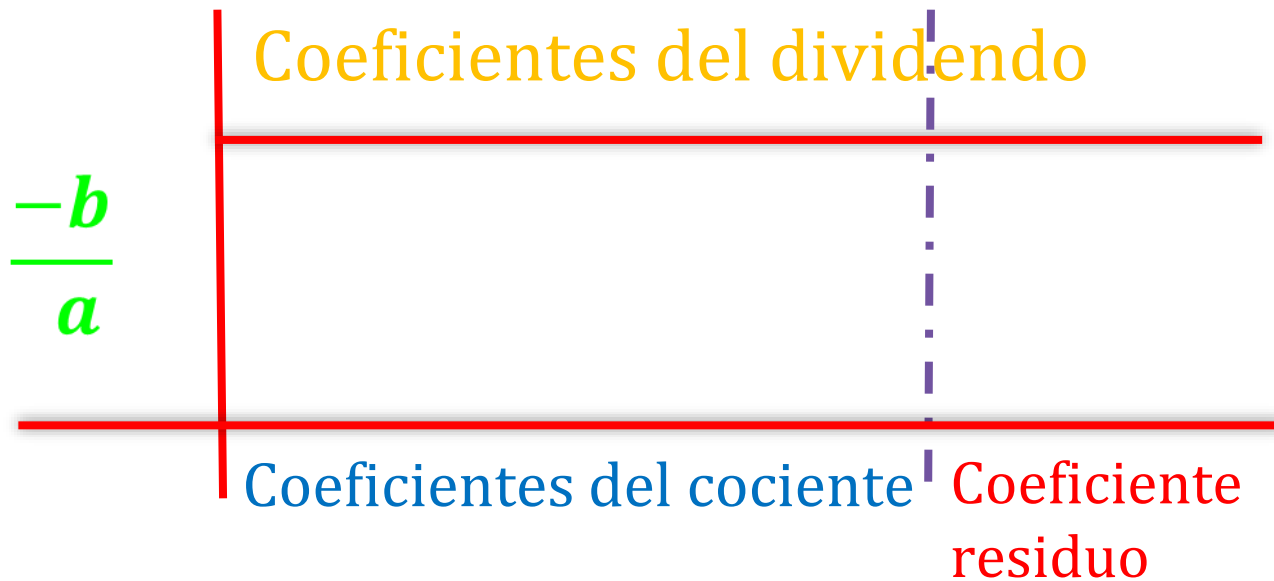
$$q(x) = 3x^2 - 2x + 2$$

$$R(x) = 10x - 11$$

Regla de Paolo Ruffini

Se aplica cuando el divisor es lineal. $d(x) = ax + b$

Esquema:



Ejemplo: Divida e indique el cociente y el residuo.

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 2x^3 - 5x^2 + x + 1 \\ \hline x - 1 \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow D(x) \\ \rightarrow d(x) \end{array}$$

1° Multiplicar

2° Sumar

Resolución $d(x)=0$ $x-1=0$

$x=1$ $1^\circ x$

3	2	-5	1	1
	3	5	0	1
3	5	0	1	2

$$q(x) = 3x^3 + 5x^2 + 0x + 1$$

$$R(x) = 2$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 04

1. Dividad:

$$\frac{x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12}{x^2 - 3x + 2}$$

Dé como respuesta el cociente y el residuo.

Resolución

1	1	2	-7	-8	12
3		3	-2		
-2	x	5	15	-10	
x			6	18	-12
	1	5	6	0	0



$$Q(x) = x^2 + 5x + 6$$

$$R(x) = 0$$

2. Determine la suma de coeficientes del cociente

$$\frac{5x^5 - 11x^3 + 16x^2 - 15 - 12x}{x + 2}$$

Resolución

$$x + 2 = 0$$

	5	0	-11	16	-12	-15
$x = -2$		-10	20	-18	4	16
x	5	-10	9	-2	-8	1

1° Multiplicar

2° Sumar

$$\sum \text{coef } Q(x)$$

$$= 5 - 10 + 9 - 2 - 8$$

$$\sum \text{coef } Q(x) = -6$$

3. Si la división

$$\frac{12x^4 + 11x^3 + 19x^2 + Ax + B}{4x^2 - 3x + 2}$$

es exacta, Calcule B-A.

Resolución

	:	+		
4	12	11	19	A
3		9	-6	
-2		<u>20</u>	15	-10
			<u>28</u>	21
	3	5	7	0
				0

Diagram illustrating the polynomial division process. The dividend is $12x^4 + 11x^3 + 19x^2 + Ax + B$ and the divisor is $4x^2 - 3x + 2$. The quotient is $3x^2 + 5x + 7$. The remainder is 0 . The steps are: 1. Divide $12x^4$ by $4x^2$ to get $3x^2$. 2. Multiply $3x^2$ by $4x^2 - 3x + 2$ to get $12x^4 - 9x^3 + 6x^2$. 3. Subtract $12x^4 - 9x^3 + 6x^2$ from $12x^4 + 11x^3 + 19x^2 + Ax + B$ to get $20x^3 + 13x^2 + Ax + B$. 4. Divide $20x^3$ by $4x^2$ to get $5x$. 5. Multiply $5x$ by $4x^2 - 3x + 2$ to get $20x^3 - 15x^2 + 10x$. 6. Subtract $20x^3 - 15x^2 + 10x$ from $20x^3 + 13x^2 + Ax + B$ to get $28x^2 + (A-10)x + B$. 7. Divide $28x^2$ by $4x^2$ to get 7 . 8. Multiply 7 by $4x^2 - 3x + 2$ to get $28x^2 - 21x + 14$. 9. Subtract $28x^2 - 21x + 14$ from $28x^2 + (A-10)x + B$ to get $(A+11)x + (B-14)$. 10. Since the remainder is 0 , we have $A+11=0$ and $B-14=0$.



$$A + (-10) + 21 = 0$$

$$A = -11$$

$$B + (-14) = 0$$

$$B = 14$$

Nos piden

$$B - A = 14 - (-11)$$

$$B - A = 25$$

4. Determine la suma de coeficientes del cociente al dividir :

$$\frac{10x^5 - x^4 + 3x^3 + 17x^2 + 3 + x}{5x + 2}$$

Resolución

Ordenando se tiene:

$$\frac{10x^5 - x^4 + 3x^3 + 17x^2 + x + 3}{5x + 2}$$

$$5x + 2 = 0$$

10	-1	3	17	1	3
	-4	2	-2	-6	2
10	-5	5	15	-5	5
	2	-1	1	3	-1

$x = -\frac{2}{5}$

$: 5$

$$Q(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 1$$

$$\sum \text{coef } Q(x) = 4$$

1° Multiplicar

2° Sumar

5. Hallar el valor de m si la división

$$\frac{6x^4 + 4x^3 + x^2 + mx + 1}{3x - 1}$$

es exacta

Resolución

Aplicando la regla de Ruffini

$$3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

	6	4	1	m	1
	↓	2	2	1	-1
x	6	6	3	-3	0

División
Exacta

$$\rightarrow m + 1 = -3$$

$$m = -4$$

Rpta

-4

6. $N(t) = 3t^4 + 10t^3 + 9t + 15$ representa el número de alumnos que hay. Si se le agrupa en cantidades de $A(t) = 3t^2 + 4t + 1$, determine cuantos alumnos sobran

Resolución

3	3	10	0	9	15
-4		-4	-1		
-1		-8	-2		
		+12	3		
	1	2	-3	19	18

x

$$R(x) = 19x + 18$$

La cantidad de alumnos que sobran es $19x + 18$

Rpta

$$19x + 18$$

7

- . Si el número de hijos que desea tener la profesora Lira coincide con el término independiente del cociente.

$$\frac{2x^5 - 10x^3 + \sqrt{5}x^4 - 6x - 3\sqrt{5}x^2 + 2\sqrt{5}}{x - \sqrt{5}}$$

¿Cuántos hijos desea tener la profesora?

Resolución

Ordenando los coeficientes del denominador para aplicar la regla de Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrrr|r} x - \sqrt{5} = 0 & 2 & \sqrt{5} & -10 & -3\sqrt{5} & -6 & 2\sqrt{5} \\ x = \sqrt{5} & \downarrow & 2\sqrt{5} & 15 & 5\sqrt{5} & 10 & 4\sqrt{5} \\ \times & 2 & 3\sqrt{5} & 5 & 2\sqrt{5} & 4 & 6\sqrt{5} \end{array}$$

∴ La profesora Lira desea tener **4** hijos

$$q(x) = 2x^4 + 3\sqrt{5}x^3 + 5x^2 - 2\sqrt{5}x + 4$$

Término
Independiente del
Cociente

Rpta

4