ALGEBRA

RETROALIMENTACIÓN

3th
SECONDARY

TOMO 3

SACO OLIVEROS

SOLVED PROBLEMS

Problema 1

Si $a+b=7$ y $a^2+b^2=25$,

calcule $a-b$.

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$\boxed{(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)}$$

Resolución:

Reemplazando en:

$$\boxed{\underbrace{(a+b)}^2+(a-b)^2=2(\underbrace{a^2+b^2})}$$

$$(7)^2+(a-b)^2=2(25)$$

$$49+(a-b)^2=50$$

$$(a-b)^2=1$$

$$\boxed{\therefore\quad a-b=\pm 1}$$

Problema 2

Si $a - b = 2$ y $ab = 4$

calcule $a^4 + b^4$.

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab}$$

Resolución:

Elevando al cuadrado:

$$(a - b)^2 = (2)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2\underbrace{ab} = 4$$

$$a^2 + b^2 - 2(4) = 4$$

$$a^2 + b^2 - 8 = 4$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = 12}$$

Nuevamente elevando al cuadrado:

$$(a^2 + b^2)^2 = (12)^2$$

$$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 144$$

$$a^4 + b^4 + 2(\underbrace{ab})^2 = 144$$

$$a^4 + b^4 + 2(4)^2 = 144$$

$$a^4 + b^4 + 32 = 144$$

$$\boxed{\therefore \quad a^4 + b^4 = 112}$$

Problema 3

El valor reducido de

$$Q = \sqrt{(1)(5)(13)(97) + 256}$$

representa la edad del abuelo de José. ¿Cuántos años tiene el abuelo de José?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

Resolución:

$$Q = \sqrt{(1)(5)(13)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{\underline{(3-2)(3+2)}(13)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{\underline{(3^2-2^2)(3^2+2^2)}(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{\underline{(3^4-2^4)(3^4+2^4)} + 256}$$

$$Q = \sqrt{3^8 \cancel{-2^8} \cancel{+2^8}}$$

$$Q = \cancel{\sqrt{\ }}\,3^{\cancel{8}} = 3^4$$

$$\boxed{Q = 81}$$

∴ *El abuelo de José tiene 81 años.*

Problema 4

Si $x^2+5x=16$ *, el valor de*

$$P=(x-2)(x+7)(x+1)(x+4)$$

representa la edad del profesor Tomy hace 5 años. ¿Cuál es la edad actual del profesor Tomy?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

Resolución:

$$P=\underbrace{(x-2)(x+7)}\underbrace{(x+1)(x+4)}$$

$$P=(\underbrace{x^2+5x}-14)(\underbrace{x^2+5x}+4)$$

$$P=(\;16\;-\;14\;)(\;16\;+\;4\;)$$

$$P=(2)(20)$$

$$\boxed{P=40}$$

$\therefore$ *El profesor Tomy tiene 45 años.*

Problema 5

Si $m+n+p=0$ *, simplifique*

$$R=\frac{4m^3+4n^3+4p^3}{6mnp}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a+b+c=0$

$$\Rightarrow \boxed{a^3+b^3+c^3=3abc}$$

Resolución:

$$m+n+p=0 \Rightarrow \boxed{m^3+n^3+p^3=3mnp}$$

$$R=\frac{4m^3+4n^3+4p^3}{6mnp}=\frac{4(m^3+n^3+p^3)}{6mnp}$$

$$R=\frac{4(3\cancel{mnp})}{6\cancel{mnp}}$$

$$\boxed{\therefore \quad R=2}$$

Problema 6

Efectúe

$$A = (x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

Resolución:

$$A = (x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$$

$$A = \underline{(x+2)(x^2-2x+2^2)}\,\underline{(x-2)(x^2+2x+2^2)}$$

$$A = (x^3+2^3)(x^3-2^3)$$

$$A = (x^3+8)(x^3-8)$$

$$A = (x^3)^2 - 8^2$$

$$\boxed{\therefore \quad A = x^6 - 64}$$

Problema 7

Halle el valor de $\sqrt{m+n+p}$ ***si la división***

$$\frac{2x^5+4x^4+3x^3+mx^2+nx+p}{2x^3+3x-2}$$

deja como residuo $\boxed{5x^2+x+3}$

Recuerda:

Se completa y se ordena el dividendo y el divisor:

$$\frac{2x^5+4x^4+3x^3+mx^2+nx+p}{2x^3+0x^2+3x-2}$$

Resolución:

2	2	4	3	m	n	p
0	$\div$	0	-3	2		
-3		4	0	-6	4	
2			0	0	0	0
$\times$	1	2	0	5	1	3

$m+2-6+0=5 \Rightarrow \boxed{m=9}$

$n+4+0=1 \Rightarrow \boxed{n=-3}$

$p+0=3 \Rightarrow \boxed{p=3}$

$\boxed{m+n+p=9}$

$$\boxed{\therefore \quad \sqrt{m+n+p}=3}$$

Problema 8

Obtenga el término independiente del cociente de la siguiente división:

$$\frac{8x^4+8+17x+6x^3-11x^2}{4x+1}$$

Recuerda:

Se ordena en forma decreciente el dividendo:

$$\frac{8x^4+6x^3-11x^2+17x+8}{4x+1}$$

Resolución:

$$4x+1=0 \rightarrow \boxed{x=-\frac{1}{4}}$$

	8	6	−11	17	8
$-\frac{1}{4}$		−2	−1	3	−5
$\times$	8	4	−12	20	3
$\div 4$					
	2	1	−3	5	

$$q(x)=2x^3+x^2-3x+5$$

$$\therefore\ TI[q(x)]=5$$

Problema 9

Calcule la suma de coeficientes del cociente de

$$\frac{2x^{120}+x^{119}+3x-4}{x-1}$$

Recuerda:

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo:

$$\frac{2x^{120}+x^{119}+0x^{118}+\cdots+0x^{2}+3x-4}{x-1}$$

Resolución:

$$x-1=0 \longrightarrow \boxed{x=1}$$

	2	1	0	0	… …	0	0	3	−4
1		2	3	3	… …	3	3	3	6
×	2	3	3	3	… …	3	3	6	2

$$GA[q(x)] = \underbrace{GA[D(x)]}_{120} - \underbrace{GA[d(x)]}_{1} \Rightarrow \boxed{GA[q(x)]=119}$$

$$\boxed{N^\circ\ térms.[q(x)] = 120}$$

$$\sum Coef[q(x)] = 2+\underbrace{3+3+\cdots+3+3}_{118\ veces}+6$$

$$\boxed{\therefore \sum Coef[q(x)] = 362}$$

Problema 10

El valor de $A + B$ en la siguiente división exacta

$$\frac{Ax^5 - Bx^4 + 17x^3 - 20x^2 + 17x - 3}{x^2 - 2x + 3}$$

representa la cantidad de alumnos del 3° C que participarán en un torneo de Ajedrez. ¿Cuántos son los alumnos de dicha sección que participarán en el torneo?

Resolución:

Aplicamos el método de Horner invertido:

$$\begin{array}{c|ccccc:cc}
3 & -3 & 17 & -20 & 17 & & -B & A \\
\hline
2 & & -2 & 1 & & & & \\
-1 & & 15 & 10 & -5 & & & \\
 & & & -9 & -6 & & 3 & \\
\times & & & & 6 & & 4 & -2 \\
\hline
 & -1 & 5 & -3 & 2 & & 0 & 0
\end{array}$$

$-B + 3 + 4 = 0$

$\boxed{B = 7}$

$A - 2 = 0$

$\boxed{A = 2}$

$\boxed{A + B = 9}$

$\therefore$ *9 alumnos del 3° C participarán en el torneo.*