GEOMETRY

Capítulo 7

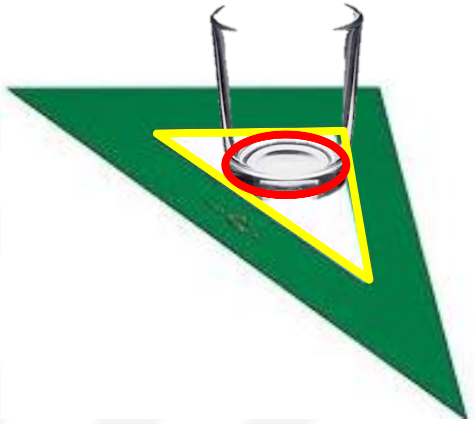
4th

SECONDARY

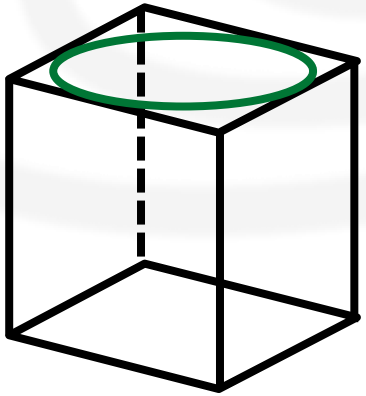
LÍNEAS ASOCIADAS A LA CIRCUNFERENCIA

SACO OLIVEROS

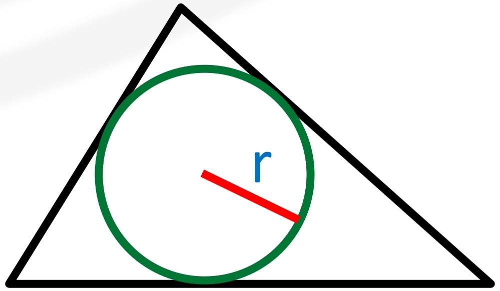
Si observamos la base circular del vaso que encaja en la plantilla, esto nos da la idea de una circunferencia inscrita en un triángulo rectángulo.

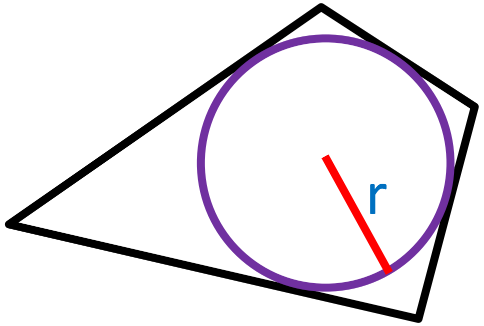


El envase cilíndrico si lo introducimos en una caja, en su parte superior aparece una circunferencia inscrita en el cuadrado.



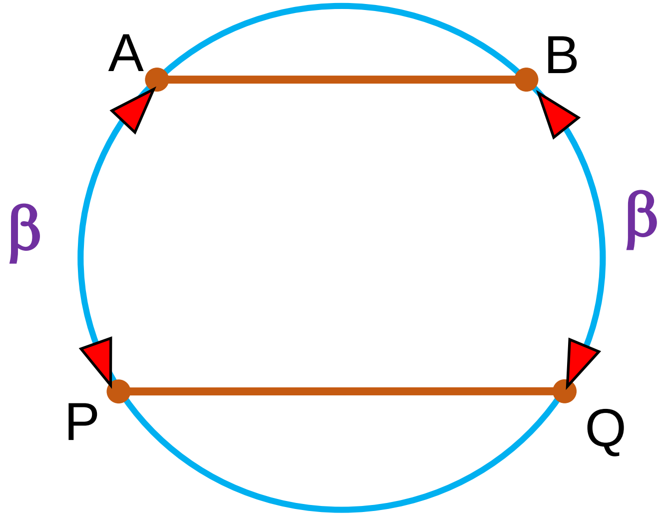
Vamos a observar entonces que hay figuras geométricas inscritas en otras figuras geométricas.





LÍNEAS ASOCIADAS A LA CIRCUNFERENCIA

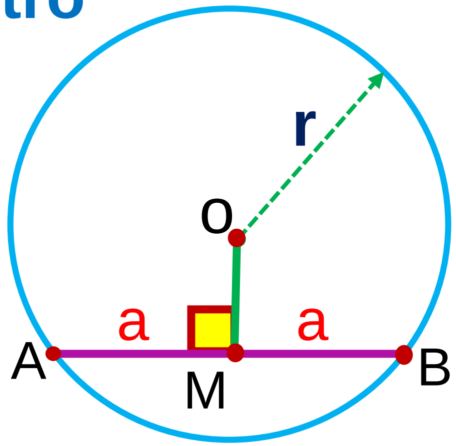
TEOREMAS:



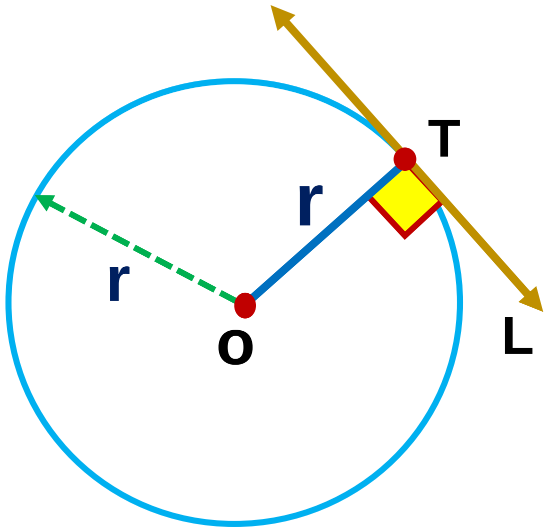
$Si\ \overline{AB} // \overline{PQ}$

$m\widehat{AP} = m\widehat{BQ}$

O: Centro



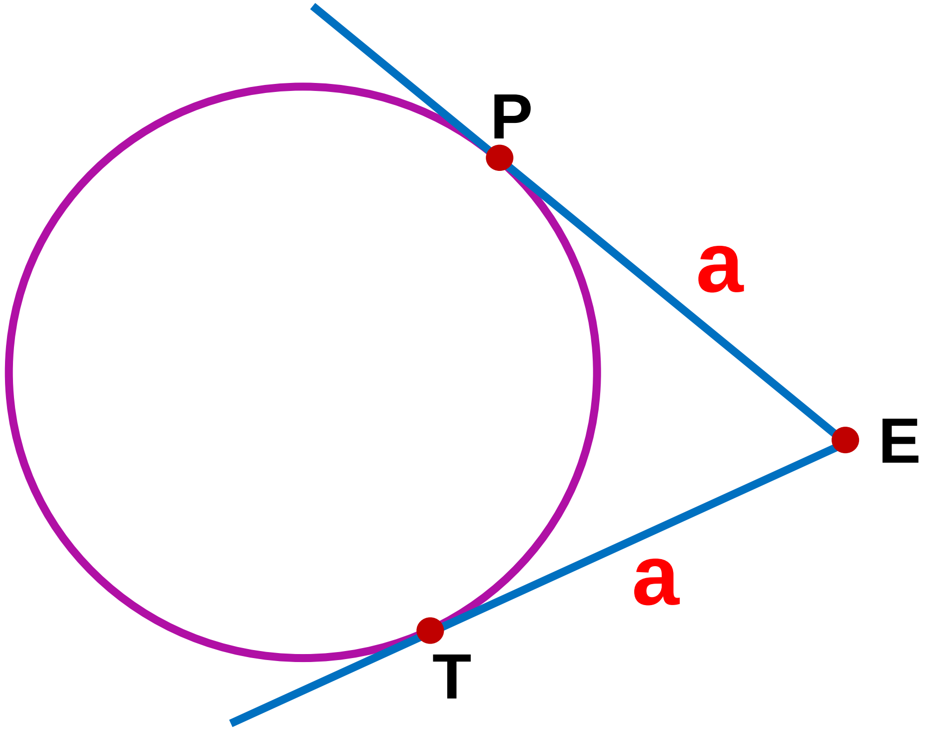
AM = MB



O : Centro

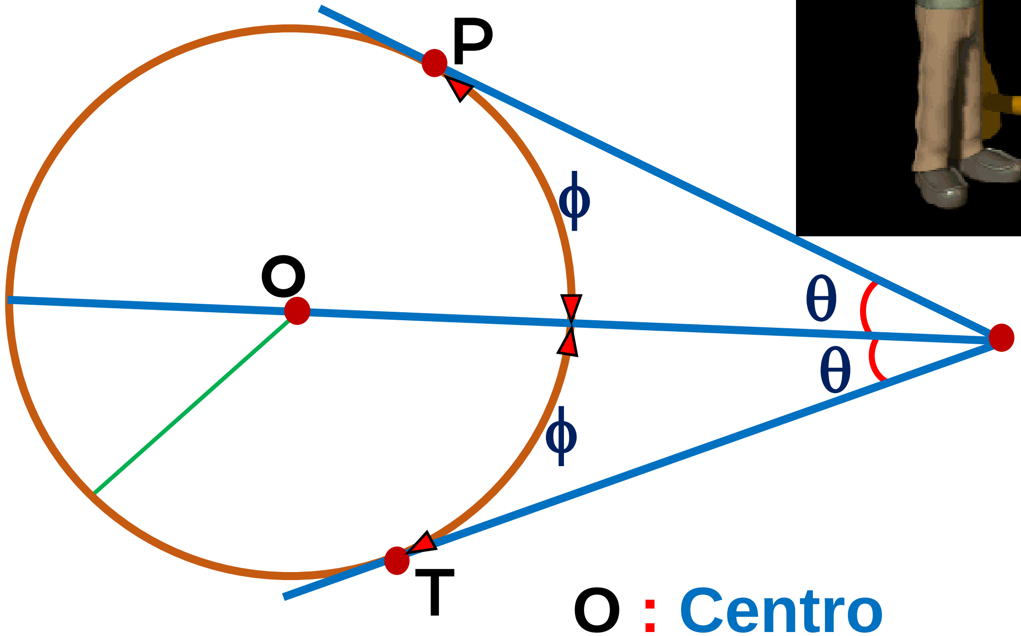
T : Punto de tangencia

TEOREMAS:



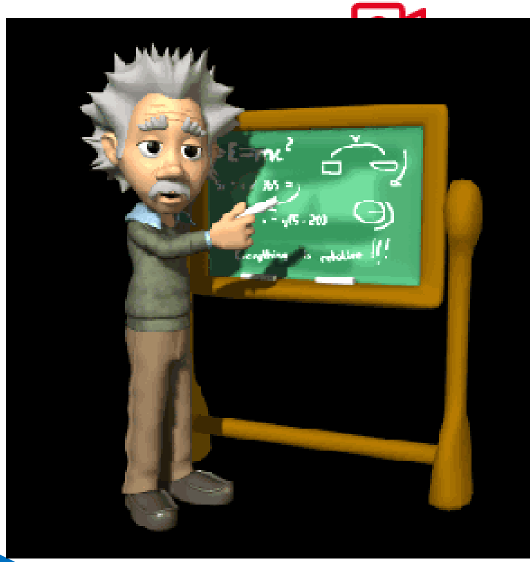
P y T: Punto de tangencia

$EP = ET$



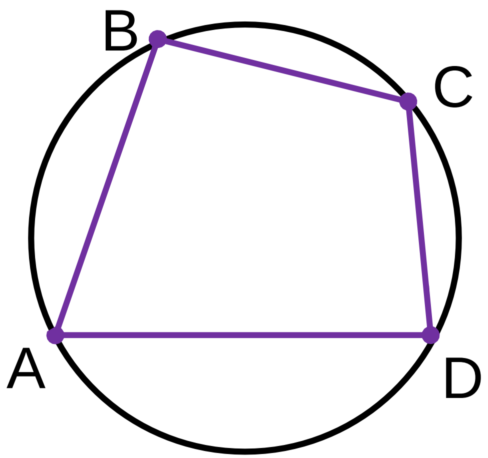
O : Centro

$\phi + \theta = 90°$



CUADRILATERO INSCRITO A UNA CIRCUNFERENCIA

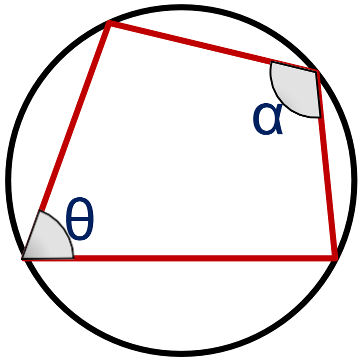
Es aquel cuadrilátero donde sus vértices pertenecen a una circunferencia.



Si A, B, C y D pertenecen a la circunferencia.

El cuadrilátero ABCD es inscrito

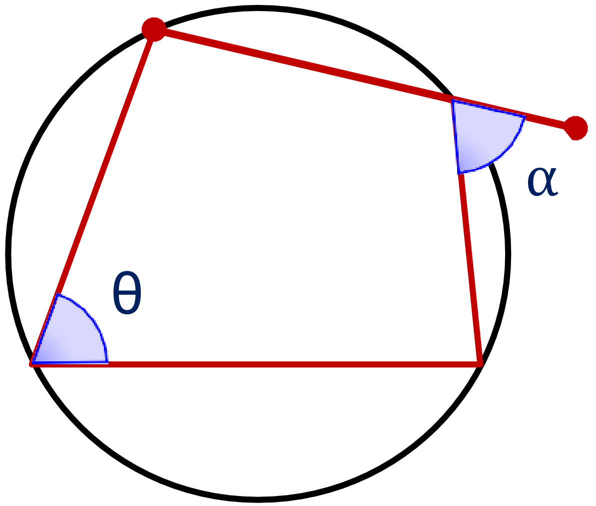
TEOREMAS:



Si el cuadrilátero esta inscrito

Se cumple:

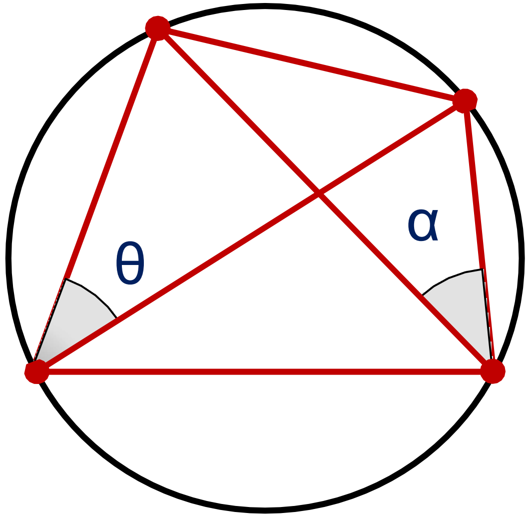
$\theta + \alpha = 180°$



Si el cuadrilátero esta inscrito

Se cumple:

$\theta = \alpha$



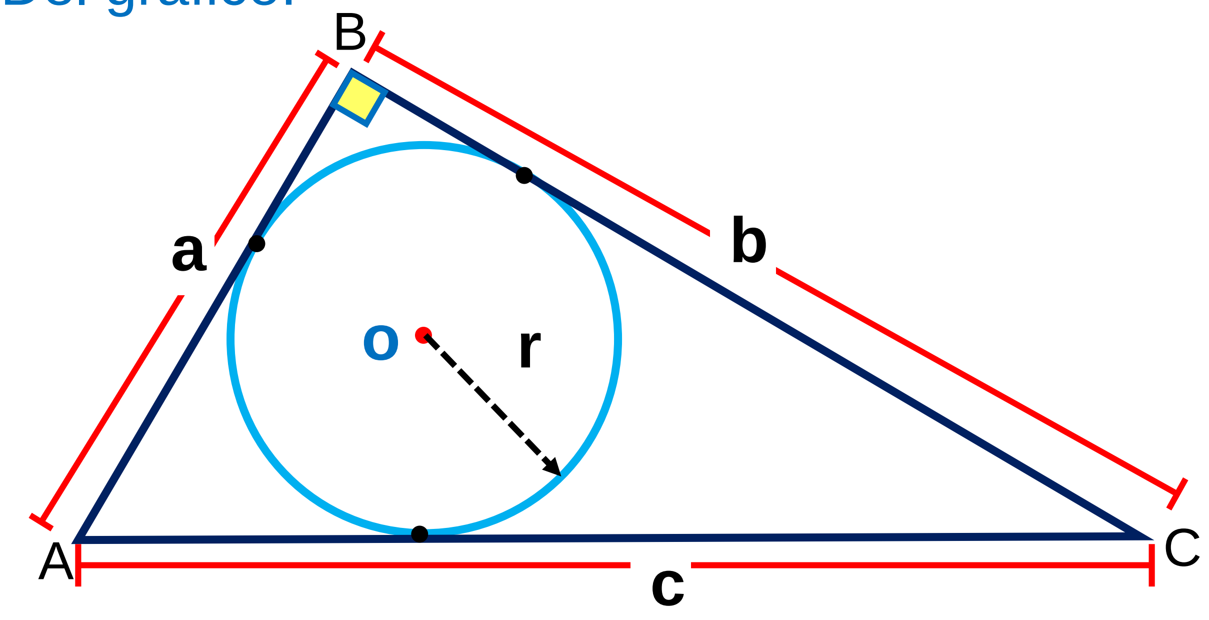
Si el cuadrilátero esta inscrito

Se cumple:

$\theta = \alpha$

TEOREMA DE PONCELET

Del gráfico:



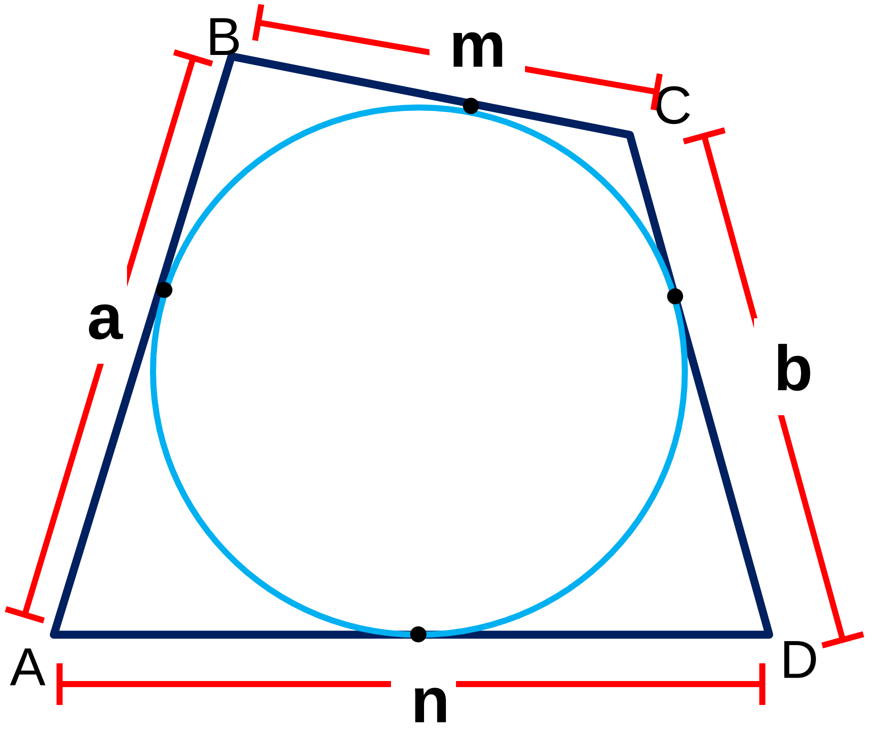
- ✓ La circunferencia esta inscrita al triangulo ABC.
- ✓ r: longitud del inradio de ABC

$$\boxed{a + b = c + 2r}$$

- ✓ *El triangulo ABC esta circunscrito a la circunferencia.*

TEOREMA DE PITHOT

Del gráfico:

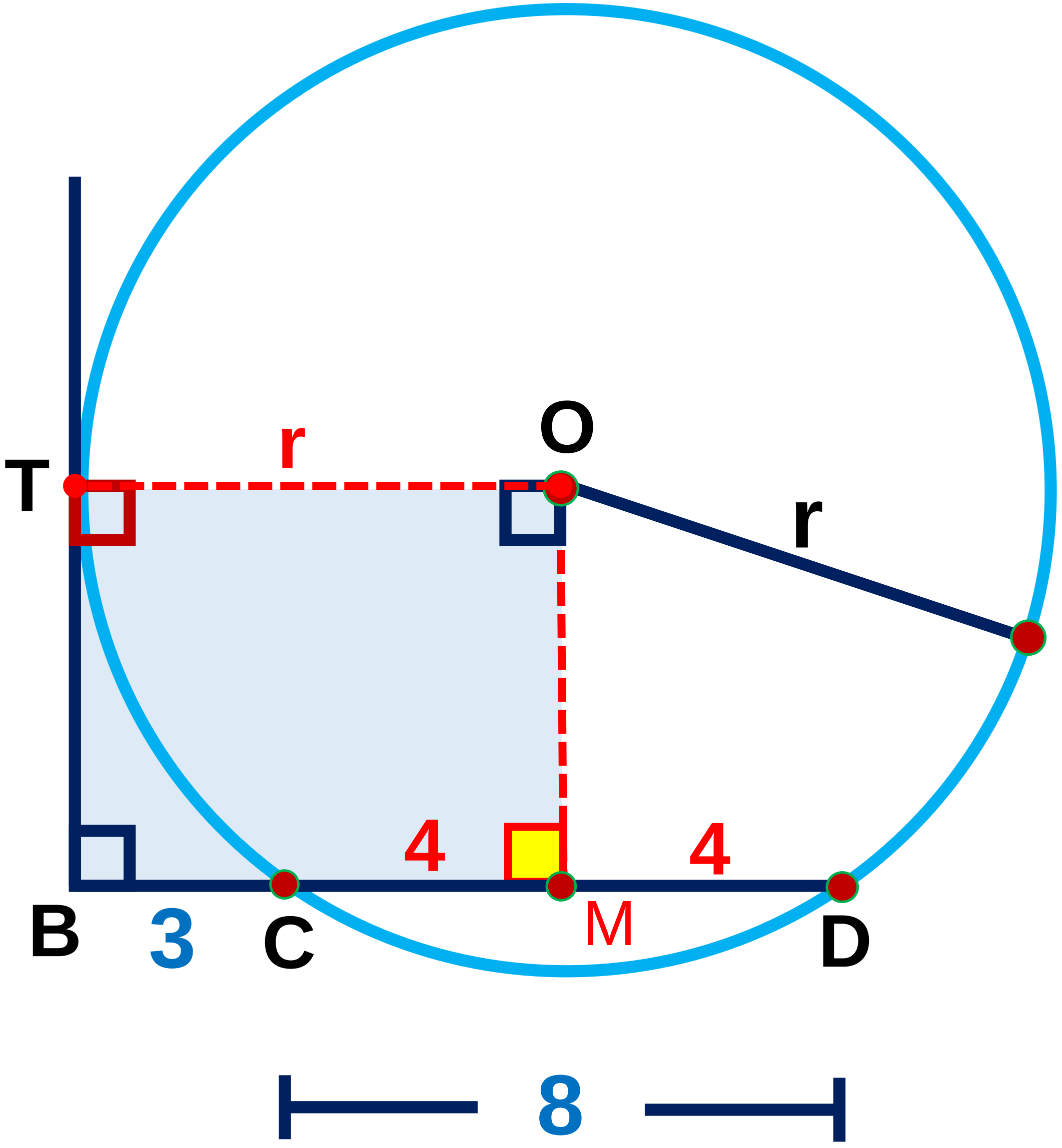


- ✓ La circunferencia esta inscrita al cuadrilátero ABCD.

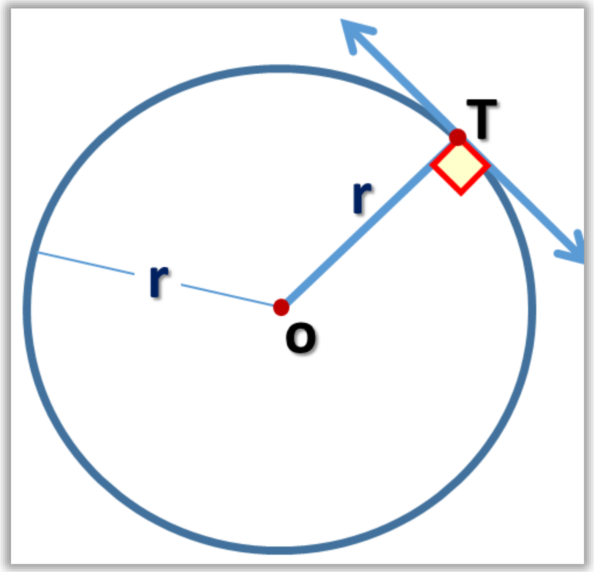
$$\boxed{a + b = m + n}$$

- ✓ *El cuadrilátero ABCD esta circunscrito a la circunferencia.*

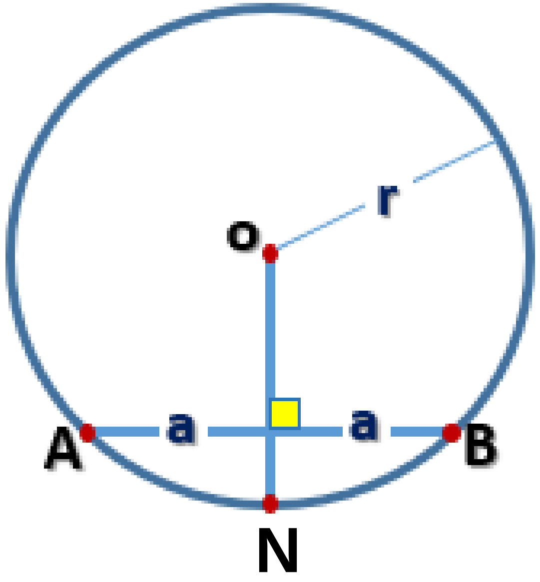
1. Si O es centro, BC = 3m, CD = 8m y T es punto de tangencia, halle el valor de r.



- Trazamos $\overline{OT}$



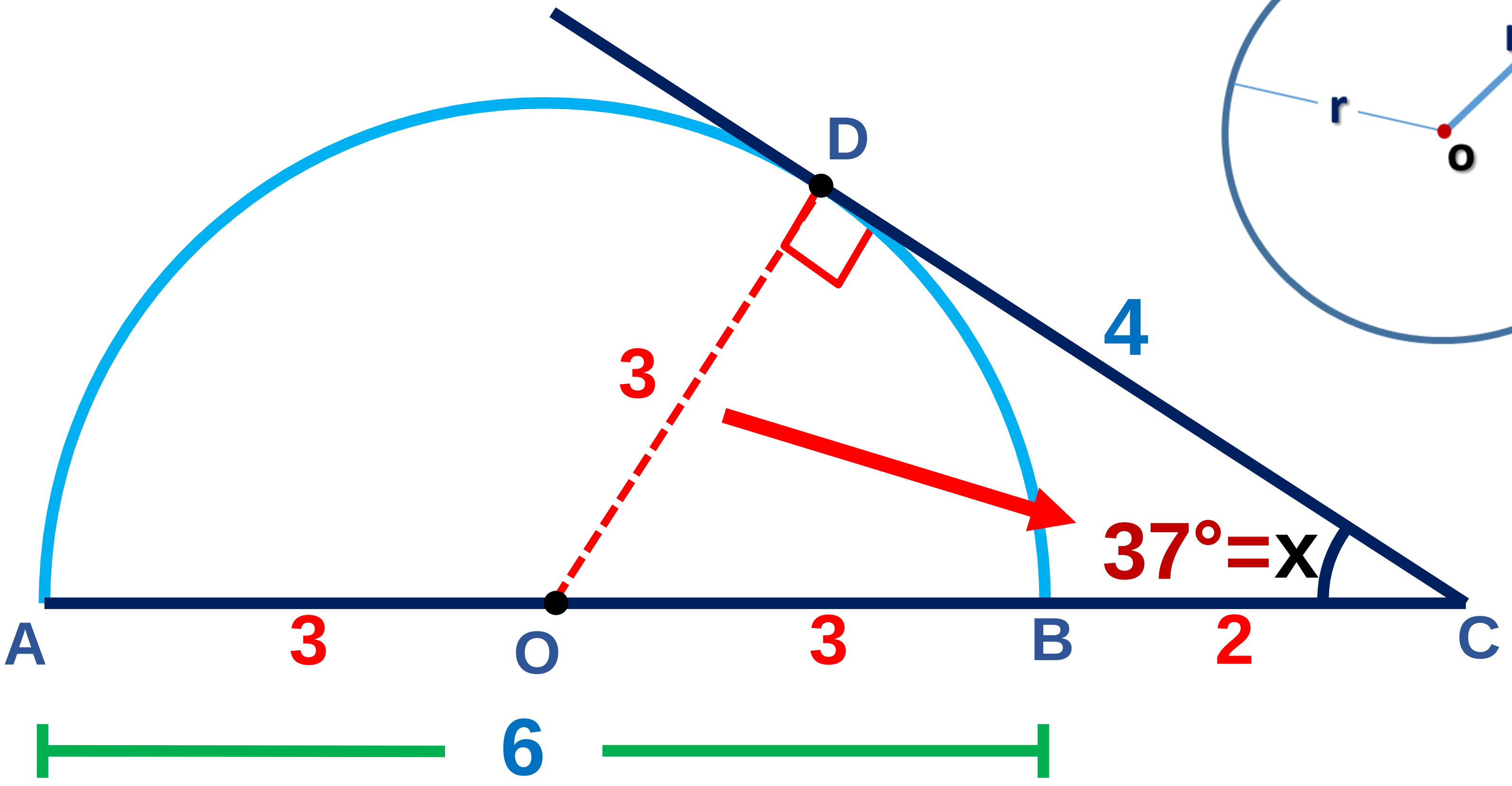
- Trazamos $\overline{OM} \perp \overline{CD}$

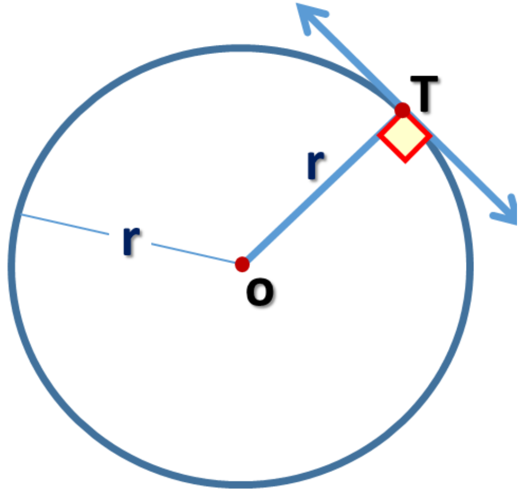


▭ BTOM : ➡ $r = 3 + 4$

$\boxed{r = 7m}$

2. En la figura, O es centro y D es punto de tangencia. Halle el valor de x.





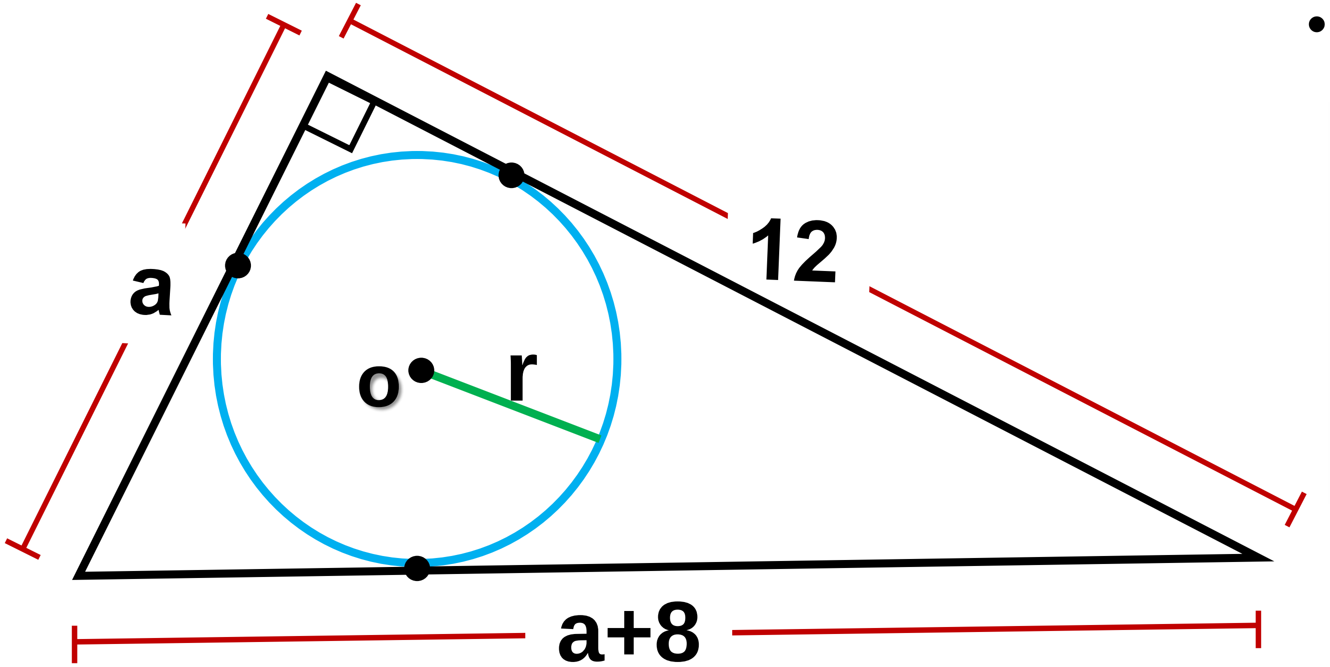
Resolución:

- Piden x
- Trazamos $\overline{OD}$

- ⊿ODC notable de (37° y 53°)

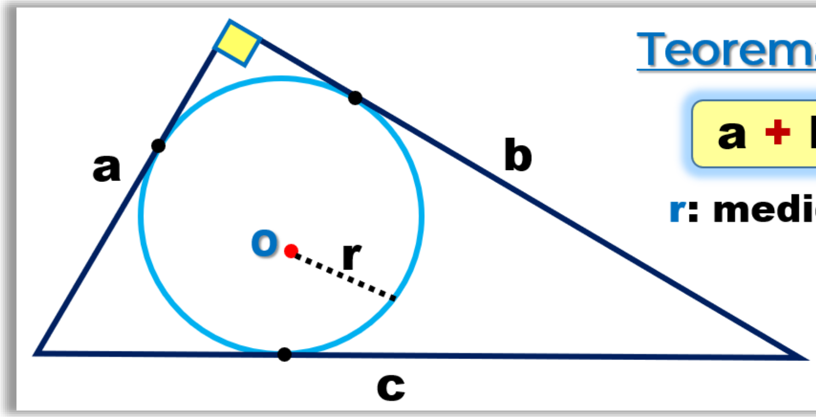
$$\boxed{x = 37°}$$

3. Halle el valor del inradio de un triángulo rectángulo, si la longitud de un cateto es 12u y las longitudes de los otros dos se diferencian en 8u.



Resolución:

- Piden r



Teorema de Poncelet

$$\boxed{a + b = c + 2r}$$

r: medida del inradio

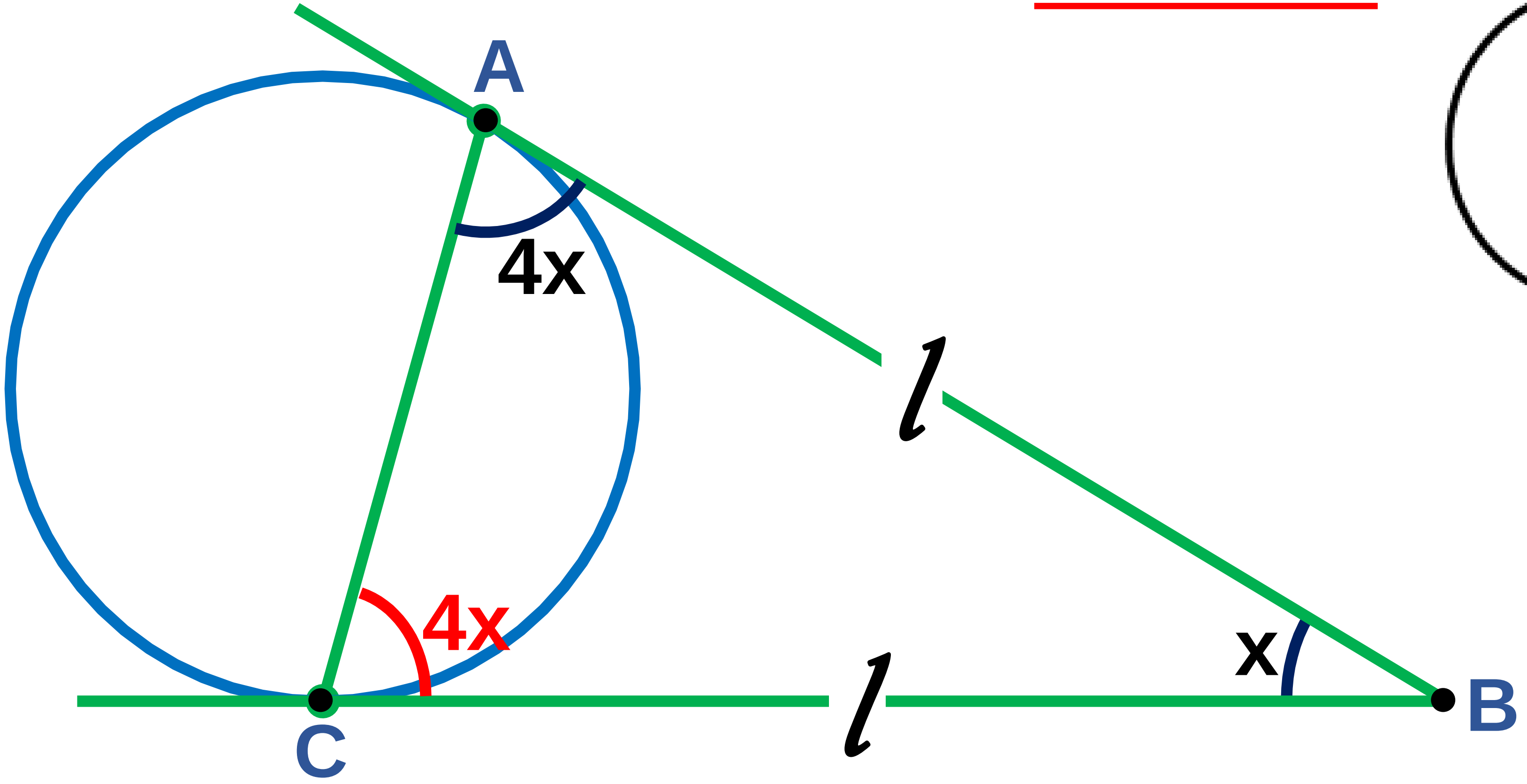
$$12 + \cancel{a} = \cancel{a} + 8 + 2r$$

$$4 = 2r$$

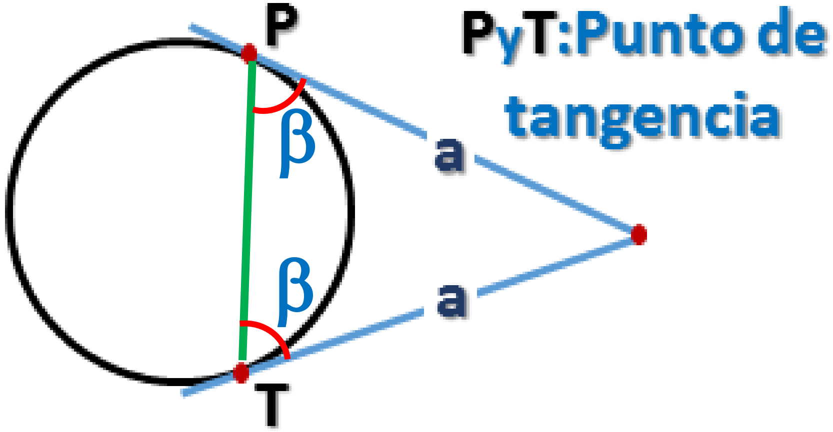
$$\boxed{2u = r}$$

4. Desde un punto B exterior a una circunferencia se trazan los segmentos tangentes $\overline{BA}$ y $\overline{BC}$. Si m∡ABC = x y m∡BAC = 4x, halle el valor de x.

Resolución:



Teorema:



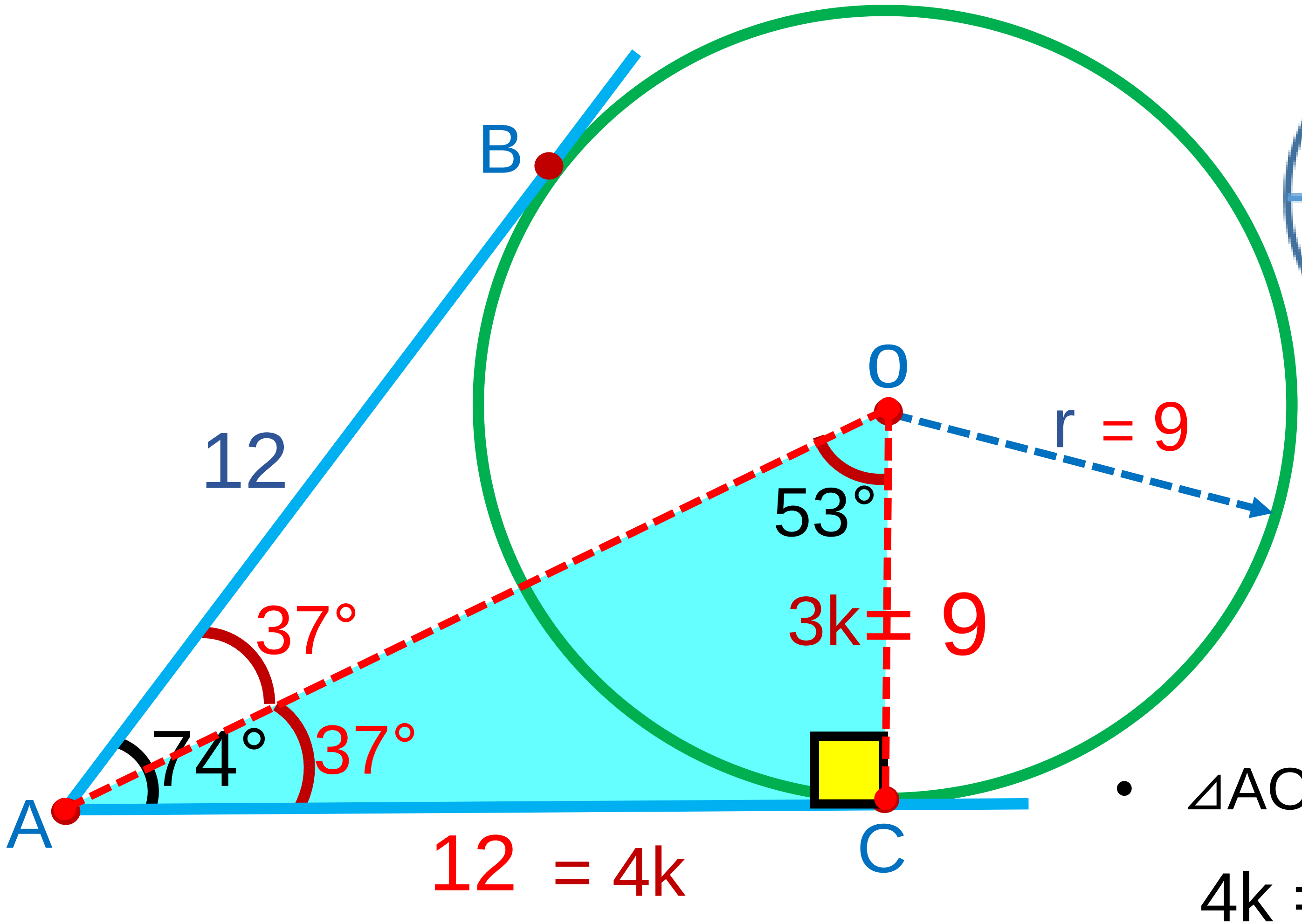
- Piden x
- ΔABC: Isósceles

$4x + 4x + x = 180°$

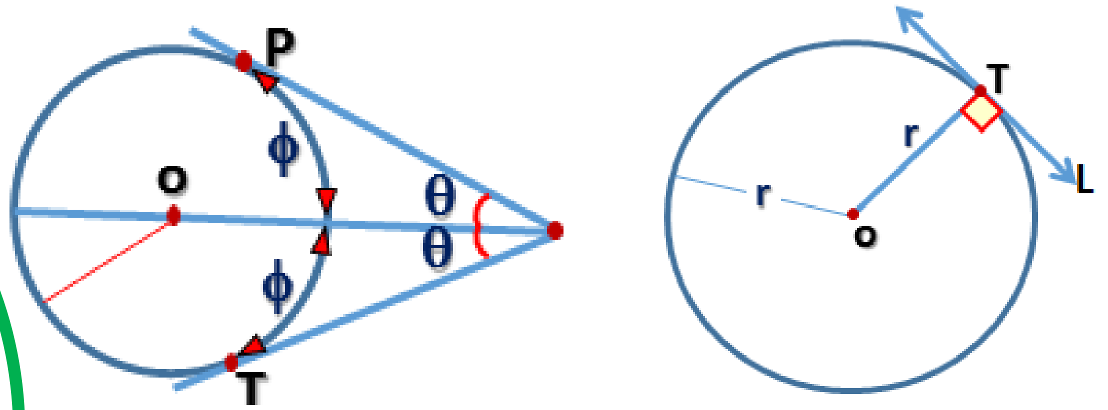
$9x = 180°$

$\boxed{x = 20°}$

5. En la figura, si AB = 12, halle el valor de r; además, O es centro y, B y C son puntos de tangencia.



Resolución:

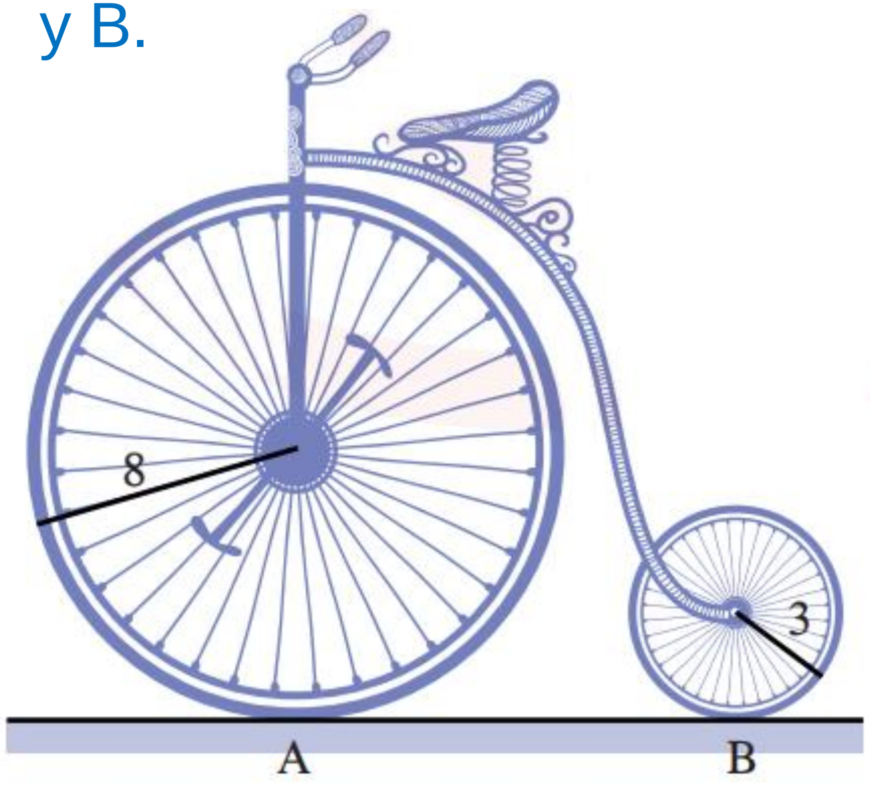


- Piden: r
- Trazamos $\overline{AO}$
- Sabemos: AB = AC = 12
- Trazamos el radio $\overline{OC}$
- ⊿ACO notable de (37° y 53°)

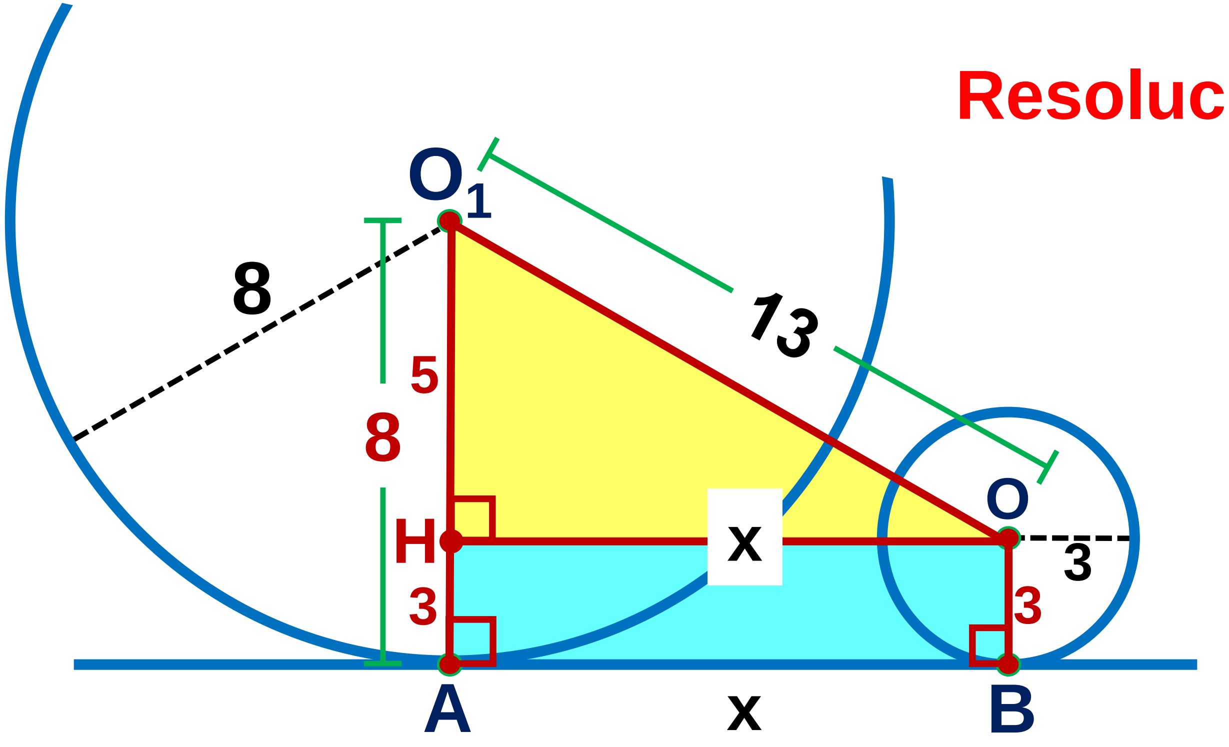
4k = 12 k = 3

r = 9u

6. En la figura se observa un biciclo donde A y B son puntos de tangencia, si la distancia entre los centros de ambas ruedas es 13. Calcule la distancia entre A y B.



Resolución:



- **Piden: AB**
- **O_1ABO : Trapecio rectángulo**
- **Trazamos $\overline{OH} \perp \overline{O_1A}$**
- **HABO : Rectángulo**
- **$\triangle OHO_1$: Teo. Pitágoras**

$$x^2 + 5^2 = 13^2$$
$$x^2 = 144$$
$$x = 12$$

$$\boxed{AB = 12u}$$

7. En la figura se muestra el diseño de un protector de ventana de forma de rectángulo adornada con circunferencias del mismo material. Halle la longitud total de fierro que se necesita para construir dicho diseño.

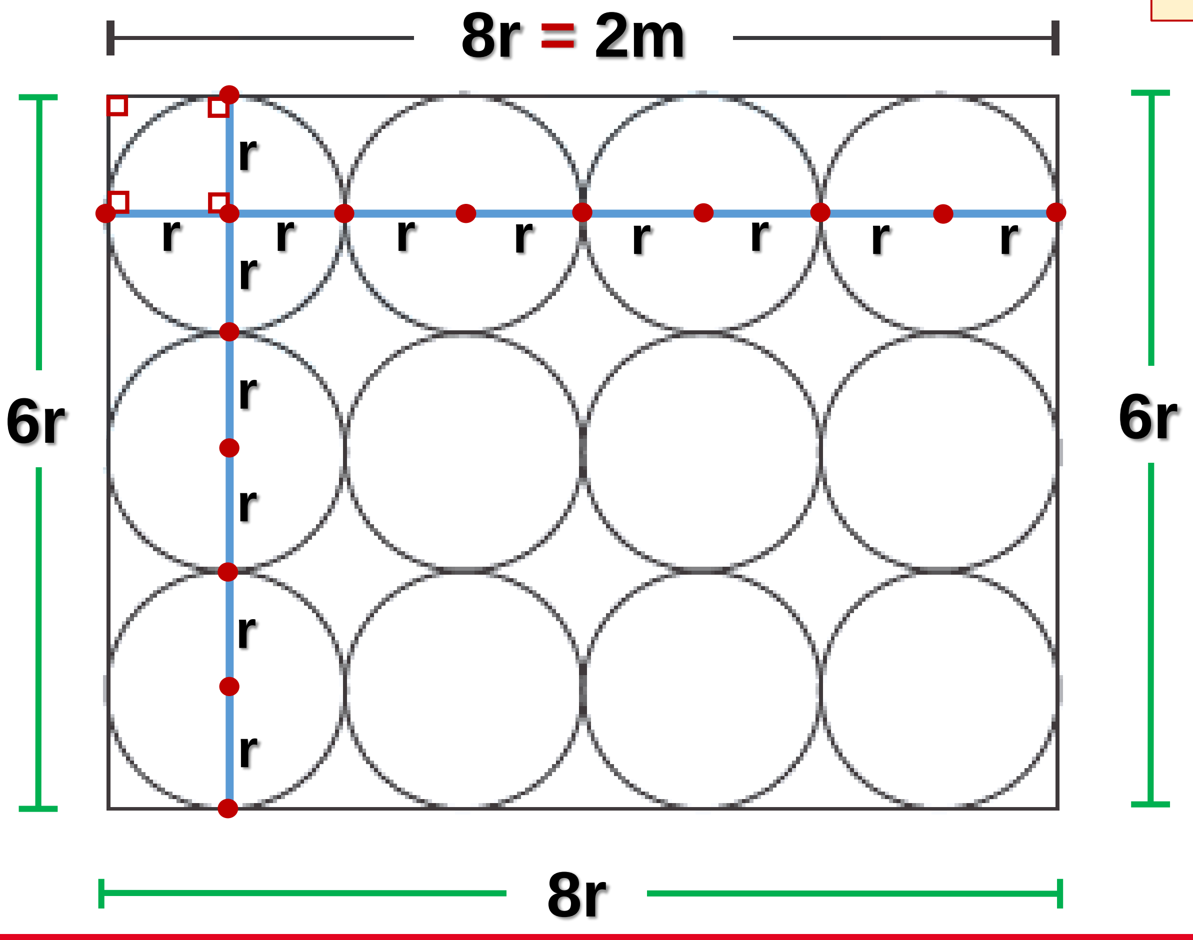
$$2p_{\square} = 8r + 6r + 8r + 6r$$

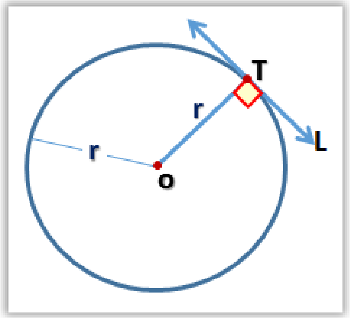
$$2p_{\square} = 28r$$

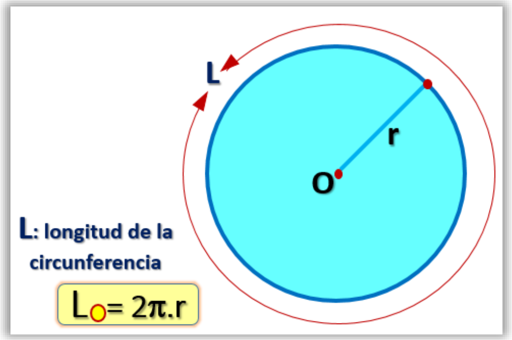
$$2p_{\square} = 28(1/4) = 7m$$

Resolución: En el rectángulo: 8r = 2

$$\boxed{r = 1/4}$$







$$L_{(total)} = 2p_{\square} + 12(L_{\circ})$$

$$L_{(total)} = 7 + 12(2.\pi.\tfrac{1}{4})$$

$$L_{(total)} = 7 + 6\,(3{,}14)$$

$$\boxed{L_{(total)} = 25{,}84\ m}$$