



ALGEBRA

Capítulo 7

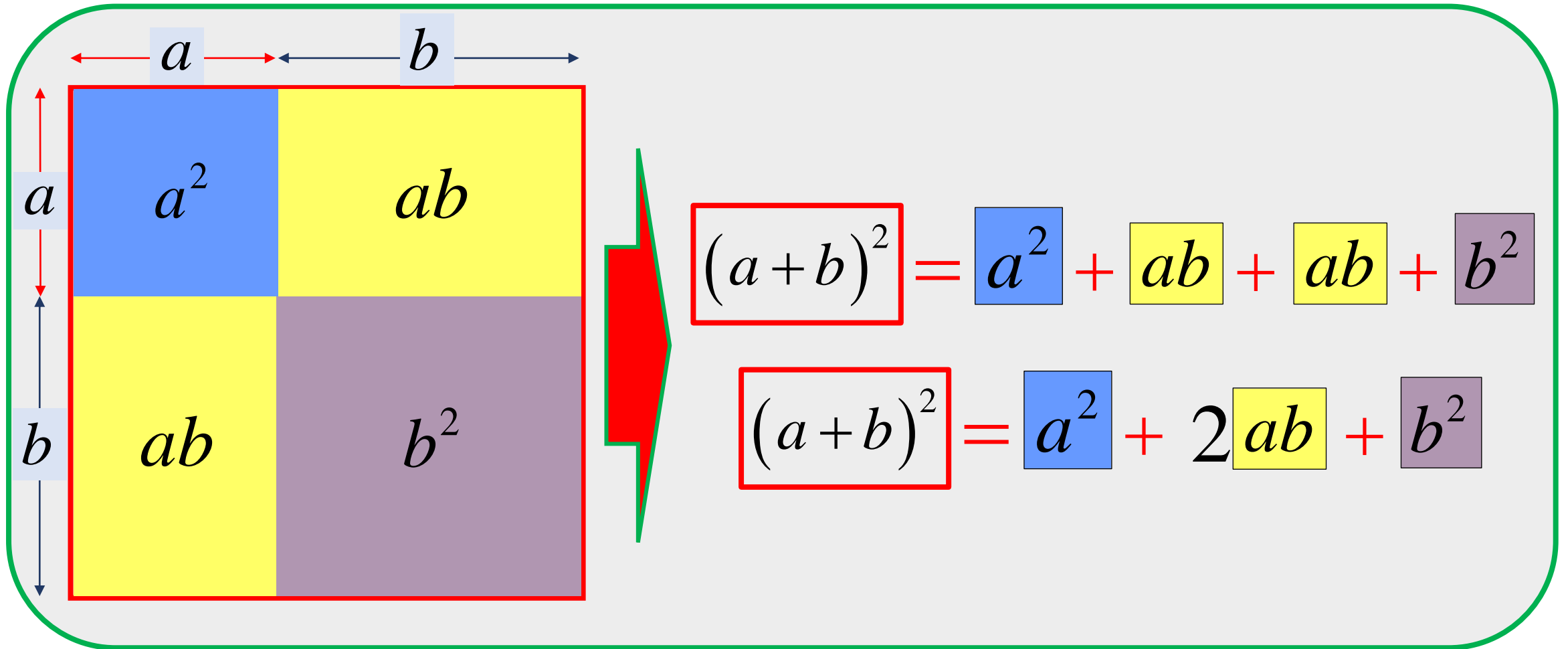
3th
SECONDARY

Productos Notables I



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY





HELICO THEORY

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.



DESARROLLO DEL BINOMIO AL CUADRADO: **(Trinomio cuadrado perfecto)**

$$(a + b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$(x + 2)^2 = \underbrace{(x)^2} + \underbrace{2(x)(2)} + \underbrace{(2)^2}$$

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

Ejemplo:

$$(x - 3)^2 = \underbrace{(x)^2} - \underbrace{2(x)(3)} + \underbrace{(3)^2}$$

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$



II IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 \equiv 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$$

Ejemplo:

$$(\underline{x} + \underline{3})^2 + (\underline{x} - \underline{3})^2 = 2(x^2 + 3^2)$$

$$(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 2(x^2 + 9)$$

Ejemplo:

$$(\underline{x} + \underline{3})^2 - (\underline{x} - \underline{3})^2 = 4(x)(3)$$

$$(x + 3)^2 - (x - 3)^2 = 12x$$



III DESARROLLO DEL BINOMIO AL CUBO:

$$(a + b)^3 \equiv a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 \equiv a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x + 2)^3 &= \underbrace{(x)^3} + \underbrace{3(x)^2(2)} + \underbrace{3(x)(2)^2} + \underbrace{(2)^3} \\ &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8\end{aligned}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x - 3)^3 &= \underbrace{(x)^3} - \underbrace{3(x)^2(3)} + \underbrace{3(x)(3)^2} - \underbrace{(3)^3} \\ (x - 3)^3 &= x^3 - 9x^2 + 27x - 27\end{aligned}$$



IV

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a + b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

Ejemplo:

$$(x + 2)^3 = \underbrace{(x)^3} + \underbrace{(2)^3} + \underbrace{3(x)(2)} \underbrace{(x + 2)}$$

$$(x + 2)^3 = x^3 + 8 + 6x(x + 2)$$

Ejemplo:

$$(x - 3)^3 = \underbrace{(x)^3} - \underbrace{(3)^3} - \underbrace{3(x)(3)} \underbrace{(x - 3)}$$

$$(x - 3)^3 = x^3 - 27 - 9x(x - 3)$$



$$(a + b)(a - b) \equiv a^2 - b^2$$

Ejemplos:

1. Reduzca:

$$P = \underbrace{(x + 3)(x - 3)} - \underbrace{(x + 5)(x - 5)}$$

$$P = (x^2 - 3^2) - (x^2 - 5^2)$$

$$P = \cancel{x^2} - 9 - \cancel{x^2} + 25$$

$$P = 16$$

2. Efectúe:

$$R = \underbrace{(\sqrt{11} + \sqrt{5})(\sqrt{11} - \sqrt{5})} - \underbrace{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})}$$

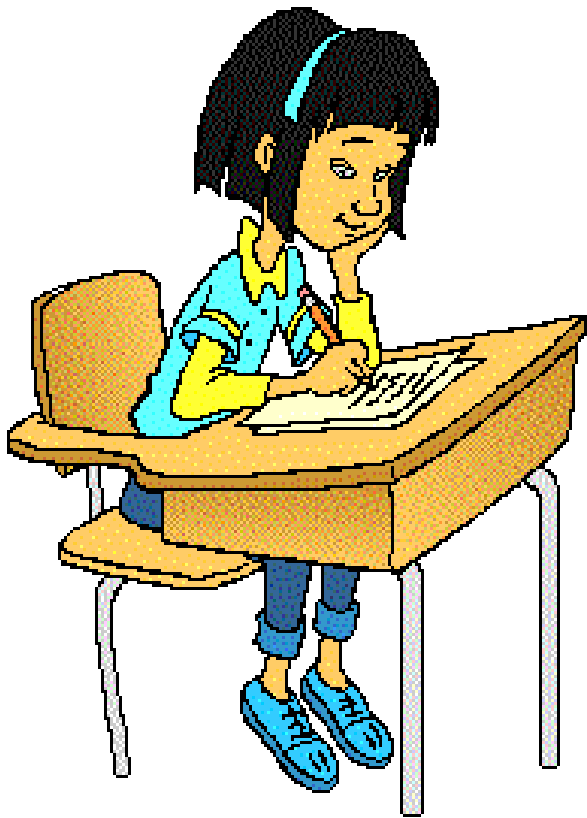
$$R = (\sqrt{11}^2 - \sqrt{5}^2) - (\sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2)$$

$$R = 11 - 5 - 7 + 3$$

$$R = 2$$



HELICO PRACTICE



Si $a + b = 5$... (1)

$ab = 3$... (2)

Calcule $a^4 + b^4$.

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

(Binomio al cuadrado):

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

Elevando (1) al cuadrado:

$$(a + b)^2 = (5)^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 25$$

$$a^2 + b^2 + 2(3) = 25$$

$$a^2 + b^2 + 6 = 25$$

$$a^2 + b^2 = 19$$

Nuevamente elevando al cuadrado:

$$(a^2 + b^2)^2 = (19)^2$$

$$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 361$$

$$a^4 + b^4 + 2(ab)^2 = 361$$

$$a^4 + b^4 + 2(3)^2 = 361$$

$$a^4 + b^4 + 18 = 361$$

$$\therefore a^4 + b^4 = 343$$

Respuesta: 343



Sabiendo que $x + x^{-1} = 6$,
calcule $x^2 + x^{-2}$.

Resolución:

Elevando al cuadrado:

$$(x + x^{-1})^2 = (6)^2$$

$$(x)^2 + (x^{-1})^2 + \underbrace{2(x)(x^{-1})}_{=2} = 36$$

$$x^2 + x^{-2} + 2(1) = 36$$

$$x^2 + x^{-2} + 2 = 36$$

$$\therefore x^2 + x^{-2} = 34$$

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO
PERFECTO (Binomio al
cuadrado):

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

Respuesta: 34

Obtenga el resultado de

$$F = \frac{(5x + 3y)^2 - (5x - 3y)^2}{(2x + 4y)^2 - (2x - 4y)^2}$$

$$F = \frac{(\underline{5x} + \underline{3y})^2 - (\underline{5x} - \underline{3y})^2}{(\underline{2x} + \underline{4y})^2 - (\underline{2x} - \underline{4y})^2}$$

$$F = \frac{\cancel{4}(\cancel{5x})(\cancel{3y})}{\cancel{4}(\cancel{2x})(\cancel{4y})}$$

$$F = \frac{(5)(3)}{(2)(4)}$$

$$\therefore F = \frac{15}{8}$$

Respuesta: $\frac{15}{8}$

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

El valor reducido de

$$P = \sqrt[4]{(3)(5)(17)(257) + 1}$$

representa la edad de Catalina y aumentado en 2 numéricamente es la nota de su examen de Álgebra. ¿Cuál es su nota?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Resolución:

$$P = \sqrt[4]{(3)(5)(17)(257) + 1}$$

$$P = \sqrt[4]{(4 - 1)(4 + 1)(17)(257) + 1}$$

$$P = \sqrt[4]{(16 - 1)(16 + 1)(257) + 1}$$

$$P = \sqrt[4]{(256 - 1)(256 + 1) + 1}$$

$$P = \sqrt[4]{(2^8 - 1)(2^8 + 1) + 1}$$

$$P = \sqrt[4]{2^{16} - 1 + 1} = \sqrt[4]{2^{16}} = 2^4$$

$$P = 16$$

← Edad de Catalina

∴ *Nota de Catalina en Álgebra: 18*

Respuesta: 18

Obtenga el resultado de

$$M = (a + 1)(a - 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1)(a^8 + 1) - a^{16}$$

$$M = \underbrace{(a + 1)(a - 1)}_{(a^2 - 1)}(a^2 + 1)(a^4 + 1)(a^8 + 1) - a^{16}$$

$$M = \underbrace{(a^2 - 1)(a^2 + 1)}_{(a^4 - 1)}(a^4 + 1)(a^8 + 1) - a^{16}$$

$$M = \underbrace{(a^4 - 1)(a^4 + 1)}_{(a^8 - 1)}(a^8 + 1) - a^{16}$$

$$M = \underbrace{(a^8 - 1)(a^8 + 1)}_{(a^{16} - 1)} - a^{16}$$

$$M = (a^{16} - 1) - a^{16}$$

$$M = \cancel{a^{16}} - 1 - \cancel{a^{16}}$$

$$\therefore M = -1$$

Respuesta: -1

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



ASUMO MI RETO

Problema 6

John y Gerardo desean celebrar el cumpleaños de Matías para lo cual deciden aportar $2(5a+3b)$ soles, por motivo del cumpleaños compran una torta gastando $(c^2 - 36)$ soles dándose cuenta que se habían olvidado del regalo, como ambos tienen buena suerte con lo que le quedaba comprarán un regalo el cual costó $(a^2 + b^2)$. ¿Cuántos soles aportaron cada uno de los amigos de Matías?.

Resolución:



$$2(5a + 3b) = (c^2 - 36) + (a^2 + b^2)$$

$$10 a + 6b = a^2 + b^2 + c^2 - 36$$

$$10 a + 6b + 36 = a^2 + b^2 + c^2$$

$10 a = a^2$	$6b = b^2$	$36 = c^2$
$10 = a$	$6 = b$	$6 = c$

$$\frac{2 (5 a + 3 b)}{2} = 5 a + 3 b = 68$$

68 soles apporto cada uno

Problema 6

Marco desea ir con su familia a un almuerzo – show función de brisas del Titicaca para lo cual decide comprar una manera online las entradas las cuales tienen un precio de ($2a + 10$) soles para adultos y ($4b + 3$) soles para niños, donde:

$$\sqrt{4x^2 + 20x + a} \text{ y } \sqrt{bx^2 - 12x + 4}$$

Son operaciones exactas, ¿Cuál es el Monto total que pago si fue con su esposa y sus dos hijos ?.

Resolución:



$$P= 7638 \times t$$

$$P= 7638 \times t$$

$$P= 7638 \times t$$

$$P= 7638 (16)$$

$$P = 7638 (4)$$

$$P = 30552$$

$$\therefore P = 30552 \text{ Actas contabilizadas}$$



 **SACO OLIVEROS**  **APEIRON**
SISTEMA HELICOIDAL

**GRACIAS POR SU
ATENCIÓN!!**