



ARITHMETIC

CAPITULO XXIII

SECONDARY

5th

Análisis Combinatorio



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY

¿Cuántas maneras diferentes se podrá efectuar la compra de una lavadora, una batidora y un TV, si hay 8 modelos de lavadoras, 5 modelos diferentes de batidoras y 7 modelos de TV?

Existen algunas técnicas de conteo para diferentes problemas.

permutaciones

diagramas de árbol

combinaciones

principio aditivo
y el multiplicativo

HELICO THEORY

Principios fundamentales del análisis combinatorio

1 Principio de adición

Evento

A

o

Evento

B

Mutuamente
excluyentes

"n"

"m"

maneras maneras

Se podrá ejecutar de

$(n + m)$
maneras

A y B no se dan uno a continuación del otro sino cada uno por separado

Ejm

¿De cuántas maneras se puede elegir una película entre 3 de acción y 5 de comedia?



$$\text{Nº de maneras} = 3 + 5 = 8$$

HELICO THEORY

2 Principio de multiplicación

Ejm

Evento

A

"n"

maneras

y

Evento

B

"m"

maneras

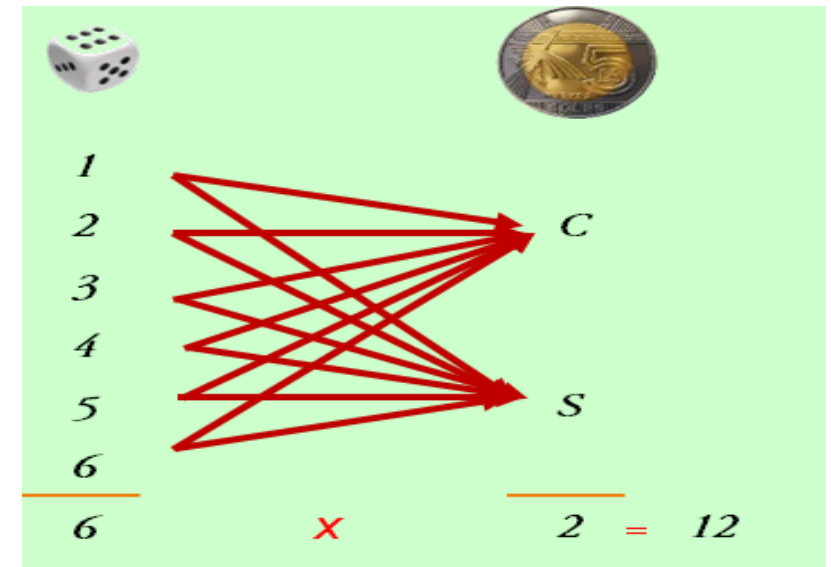
No
mutuamente
excluyentes

Se podrán realizar de

$(n \times m)$
maneras

A y B se dan simultáneamente, es decir, uno a continuación del otro

Si se lanza un dado y una moneda simultáneamente, ¿cuántos resultados diferentes se obtienen?



HELICO THEORY

3 Permutaciones

1 Lineal

$$P_n = n!$$

Ejm

Un torneo de 5 equipos de futbol, ¿de cuántas maneras podrá quedar la tabla final?

$$P_5 = 5! = 120$$

2 Circular

$$P_c(n) = (n-1)!$$

Ejm

¿De cuántas maneras se podrán sentar alrededor de una mesa una familia compuesta por un padre, una madre y 3 hijos?

$$P_c(5) = (5-1)! = 4! = 24$$

3 Permutación con repetición

$$P^n_{(n_1; n_2; \dots; n_k)} = \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

HELICO THEORY

4 Combinaciones

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

$$0 \leq r \leq n$$

Ejm

De un grupo de 7 alumnos, se desea formar comisiones de tres personas. ¿De cuántas maneras se podrá lograr este objetivo?

$$C_3^7 = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 35$$

Combinaciones con repetición

$$CR_n^m = C_n^{(n+m-1)}$$

Ejm

¿Cuántas son las soluciones enteras no negativas de $a + b + c + d = 6$?

$$CR_6^4 = C_6^{(6+4-1)} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$$

HELICO PRACTICE

1.

¿Cuántas palabras con sentido o no, se pueden formar con todas las letras de la palabra AMARRADA?

Resolución

Permutación con repetición

$$\begin{aligned}P_{4;2}^8 &= \frac{8!}{4! \times 2!} \\&= \frac{4! \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{4! \times 2} \\&= 840\end{aligned}$$

RPTA:

840

HELICO PRACTICE

2.

¿Cuántos comités de 6 personas se pueden formar con un grupo de 9 personas?

Resolución

como no
interesa el
orden
aplicamos
combinaciones

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$\begin{aligned} C_6^9 &= \frac{9!}{6! \times 3!} \\ &= \frac{6! \times 7 \times 8 \times 9}{6! \times 6} \\ &= 84 \end{aligned}$$

La cantidad de comités es:

RPTA:

84

HELICO PRACTICE

3.

Por el cumpleaños del profesor Carlos, este y su esposa van a cenar con 4 de sus colegas y sus respectivas esposas. ¿De cuántas maneras pueden sentarse a una mesa circular si los esposos no se separan?

Resolución

PERMUTACIÓN CIRCULAR
5 parejas de esposos
(se sientan juntos) :

$$P_C(5) = 4! = 24$$

cada pareja :

$$(2!)^5 = 32$$

$$\therefore 24 \times 32 =$$

RPTA:

768

HELICO PRACTICE

4. En una reunión hay 12 hombres y 7 mujeres, se desea formar grupos de 3 personas. ¿De cuántas maneras podrán hacerlo si deben de haber, por lo menos, 2 mujeres en el grupo?

Resolución

como no interesa el orden
aplicamos combinaciones

Del dato tenemos:

Al menos dos mujeres

$$\begin{aligned} & \text{✱ } C_2^7 \times C_1^{12} \\ & \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} \times \frac{12!}{(12-1)! \cdot 1!} \end{aligned}$$

$$\frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}}{2 \cdot \cancel{5}} \times \frac{12 \cdot \cancel{11}}{1 \cdot \cancel{11}} = 252$$

$$\text{✱ además: } C_3^7 \times C_0^{12}$$

$$\frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} \times \frac{12!}{(12-0)! \cdot 0!}$$

$$\frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4}}{3 \cdot \cancel{4}} \times \frac{12!}{1 \cdot \cancel{12}} = 35$$

∴ piden:
número de
maneras

$$252 + 35$$

RPTA: 287

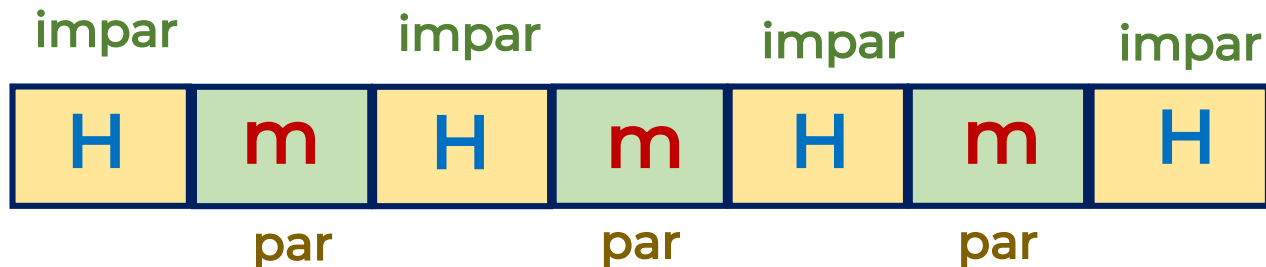
HELICO PRACTICE

5. 4 hombres y 3 mujeres deben sentarse en una fila de 7 asientos de modo que ningún hombre ocupe sitio par. ¿De cuántas maneras diferentes podrán sentarse?

Resolución

Del dato tenemos:

fila de 7 asientos



aplicando permutación lineal

➡ $\# \text{ maneras} = 4! \times 3!$

Donde:

$$\# \text{ maneras} = 24 \times 6$$

Piden: # maneras diferentes

$$\therefore \text{Total} = 144 \text{ maneras}$$

RPTA:

144

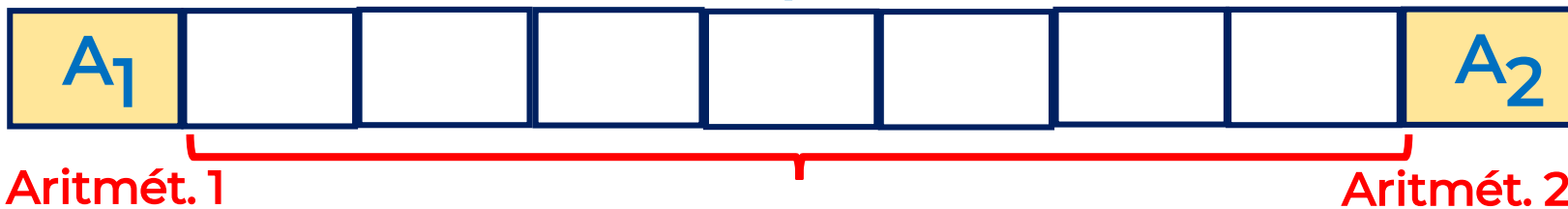
HELICO PRACTICE

6. Se tiene un estante con capacidad para 9 libros. Si en él se quiere ordenar 4 libros de Física, 3 libros de Química y 2 de Aritmética, ¿de cuántas maneras se podrá utilizar esto si los de Aritmética siempre se ubican a los extremos?

Resolución

Del dato tenemos:

estante para 9 libros



Donde: Total = 4 física + 3 química

Total = 7 libros

aplicando permutación lineal

$$7! = 5040$$

Piden: # maneras diferentes

$$\text{Total} = 5040 \times 2!$$

\therefore 10080 maneras

RPTA:

10080

HELICO PRACTICE

- 7.** Carlota tiene 8 amigas de confianza y desea hacer una reunión. ¿De cuántas maneras diferentes puede invitar a 5 de ellas si dos de ellas no se llevan bien y no asisten juntas?

Resolución

Del dato tenemos:

De 8 Personas debe invitar a 5; pero las amigas A y B no pueden asistir juntas

aplicando combinación

Donde:

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Casos no deseados

$X = \text{Total de casos} - (\text{A y B asisten juntos})$

$$\begin{aligned} \Rightarrow X &= C_5^8 - C_3^6 \\ X &= \frac{8!}{(8-5)! \cdot 5!} - \frac{6!}{(6-3)! \cdot 3!} \\ X &= \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}}{\cancel{3}! \cdot \cancel{5}!} - \frac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}! \cdot \cancel{3}!} \end{aligned}$$

$$\text{Piden: } X = 56 - 20$$

$$\therefore X = 36$$

RPTA:

36