

ALGEBRA

3th

Session

HELICO
ASESORÍA



 **SACO OLIVEROS**



HELICO ASEORÍA

 **SACO OLIVEROS**



Problema 1

Simplifique

$$M = \frac{27^{5a-3} \cdot 81^{a+6}}{9^{8a+3} \cdot 3^{3a+5}}$$



$$M = \frac{27^{5a-3} \cdot 81^{a+6}}{9^{8a+3} \cdot 3^{3a+5}}$$

$$M = \frac{(3^3)^{5a-3} \cdot (3^4)^{a+6}}{(3^2)^{8a+3} \cdot 3^{3a+5}}$$

$$M = \frac{3^{15a-9} \cdot 3^{4a+24}}{3^{16a+6} \cdot 3^{3a+5}}$$

$$M = \frac{3^{15a-9+4a+24}}{3^{16a+6+3a+5}}$$

$$M = \frac{3^{19a+15}}{3^{19a+11}}$$

$$M = 3^{\cancel{19a+15} - \cancel{19a+11}}$$

$$M = 3^4$$

$$\therefore M = 81$$



Problema 2

Reduzca

$$E = {}^{25}\sqrt{5}^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}}$$

$$E = {}^{25}\sqrt{5}^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}}$$

$$E = {}^{25}\sqrt{5}^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}^5}$$

$$E = {}^{25}\sqrt{5}^{\sqrt{5}^6}$$

$$E = {}^{25}\sqrt{5}^{5^3}$$

$$E = {}^{25}\sqrt{5}^{125}$$

$$E = 5^5$$

$$\therefore M = 3125$$

Problema 3

Luego de resolver

$$125^{3^{2x-7}} = 5^{9^{21-7x}}$$

el valor de x representa la edad del hijo menor del profesor Miguel. Si su último hijo nació cuando él tenía 30 años, ¿cuál es la edad actual del profesor Miguel?

Resolución:

$$125^{3^{2x-7}} = 5^{9^{21-7x}}$$

$$(5^3)^{3^{2x-7}} = 5^{9^{21-7x}}$$

$$5^3 \cdot 3^{2x-7} = 5^9 \cdot 9^{21-7x}$$

$$3 \cdot 3^{2x-7} = 9^{21-7x}$$

$$3^{2x-6} = (3^2)^{21-7x}$$



$$3^{2x-6} = 3^{42-14x}$$

$$2x - 6 = 42 - 14x$$

$$16x = 48$$

$$x = 3$$

Edad del hijo del profesor Miguel

❖ El profesor Miguel tiene actualmente 33 años.

Problema 4

Siendo

$$Q(x) = \frac{7x - 10}{10x - 7}$$

determine $Q[Q(x)]$

Resolución:

$$Q(x) = \frac{7x - 10}{10x - 7}$$

Reemplazamos x por $Q(x)$

$$\Rightarrow Q[Q(x)] = \frac{7Q(x) - 10}{10Q(x) - 7}$$

Reemplazamos $Q(x)$ por $\left(\frac{7x-10}{10x-7}\right)$

$$Q[Q(x)] = \frac{7\left(\frac{7x-10}{10x-7}\right) - 10}{10\left(\frac{7x-10}{10x-7}\right) - 7}$$

$$= \frac{\frac{49x - 70}{10x - 7} - 10}{\frac{70x - 100}{10x - 7} - 7}$$



$$= \frac{\cancel{49x} - 70 - \cancel{100x} + 70}{10x - 7} = \frac{\cancel{70x} - 100 - \cancel{70x} + 49}{10x - 7}$$

$$= \frac{-51x}{10x - 7}$$

$$= \frac{-51x}{-51}$$

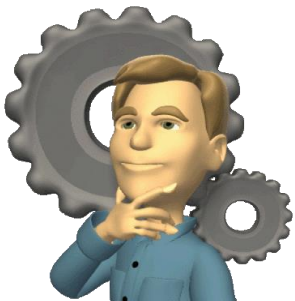
$$\therefore Q[Q(x)] = x$$

Problema 5

Determine el grado absoluto de

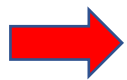
$$F(x) = (x + 7)(x^3 + 2)(x^5 + 7)(x^7 + 9) \dots (x^{99} + 6)$$

Recordemos:



$$\text{Grado}(P) = m$$

$$\text{Grado}(Q) = n$$



$$\text{Grado}(P \cdot Q) = m + n$$

Además:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Resolución:



$$F(x) = \overbrace{(x + 7)}^{GA = 1} \overbrace{(x^3 + 2)}^{GA = 3} \overbrace{(x^5 + 7)}^{GA = 5} \overbrace{(x^7 + 9)}^{GA = 7} \dots \overbrace{(x^{99} + 6)}^{GA = 99}$$

$$GA[F(x)] = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99$$

$$2n - 1 = 99$$

$$n = 50$$



$$= n^2$$

$$= 50^2$$

$$\therefore GA[F(x)] = 2500$$

Problema 6

Calcule b^a si

$$a(5x + 9) + b(2x - 3) \equiv 25x + 12$$

Resolución:

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagrama de distribución:} \\
 & \text{Arco amarillo de } a \text{ a } 5x, \text{ arco azul de } a \text{ a } 9, \text{ arco verde de } b \text{ a } 2x, \text{ arco azul de } b \text{ a } -3 \\
 & a(5x + 9) + b(2x - 3) \equiv 25x + 12 \\
 & \underline{5ax} + \underline{9a} + \underline{2bx} - \underline{3b} \equiv 25x + 12 \\
 & \underbrace{(5a + 2b)x} + \underbrace{(9a - 3b)} \equiv \underbrace{25x} + \underbrace{12}
 \end{aligned}$$



$$5a + 2b = 25$$

$$9a - 3b = 12$$

$$3 \times (5a + 2b = 25)$$

$$2 \times (9a - 3b = 12)$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow 15a + \cancel{6b} &= 75 \\
 \rightarrow 18a - \cancel{6b} &= 24 \quad \downarrow +
 \end{aligned}$$

$$33a = 99$$

$$a = 3$$

$$\rightarrow 5(3) + 2b = 25$$

$$b = 5$$

$$\therefore b^a = 5^3 = 125$$

Problema 7

Determine el valor de x

$$5^{x+3} + 5^{x+2} + 5^{x+4} + 5^x = 19400$$

Recordemos:

$$5^x \cdot 5^3 = 5^{x+3}$$



Resolución:

$$\underline{5^{x+3}} + \underline{5^{x+2}} + \underline{5^{x+4}} + \underline{5^x} = 19400$$

$$\textcircled{5^x} \cdot 5^3 + \textcircled{5^x} \cdot 5^2 + \textcircled{5^x} \cdot 5^4 + \textcircled{5^x} = 19400$$

$$5^x (5^3 + 5^2 + 5^4 + 1) = 19400$$

$$5^x (125 + 25 + 625 + 1) = 19400$$

$$5^x (776) = 19400$$

$$5^x = 25$$

$$5^x = 5^2$$

$$\therefore x = 2$$

Problema 8

Siendo: $P(x) = x - 2$
 $Q(x) = x + 5$

el valor de

$$J = P[Q(0)] + Q[P(1)]$$

representa la edad de José hace 10 años. ¿Cuál es la edad actual de José?

Resolución:



$$J = P[Q(0)] + Q[P(1)]$$

$$P[0 + 5] + Q[1 - 2]$$

$$P[5] + Q[-1]$$

$$(5 - 2) + (-1 + 5)$$

$$3 + 4$$



$$J = 7$$

\therefore José tiene: $7 + 10 = 17$ años actualmente.

Problema 9

Si el polinomio

$$Q(x) = (a + 5)x^4 + (b - 3)x^3 - ax^2 + bx - 4$$

es de segundo grado, el quintuplo de la suma de coeficientes de $Q(x)$ representa la nota de Karla en el examen de Álgebra. ¿Cuál es la nota de Karla?

Resolución:

$$Q(x) = \overbrace{(a + 5)}^0 x^4 + \overbrace{(b - 3)}^0 x^3 - ax^2 + bx - 4$$

Por dato sabemos que: $GA[Q(x)] = 2$

$$\begin{cases} a + 5 = 0 & \longrightarrow & a = -5 \\ b - 3 = 0 & \longrightarrow & b = 3 \end{cases}$$

$$\longrightarrow Q(x) = -ax^2 + bx - 4$$

$$Q(x) = 5x^2 + 3x - 4$$

$$\sum \text{Coef}[Q(x)] = 5 + 3 - 4 = 4$$

\therefore La nota de Karla es: $5(4) = 20$

Problema 10

Sea $P(x) \equiv Q(x)$

$$P(x) = (a + 2)x^2 + (b - 3)x + 2c - 5$$

$$Q(x) = (2a - 1)x^2 + (3b - 7)x + c$$

calcule $\frac{a+b}{c}$.

Resolución:



$$P(x) = (\underline{a + 2})x^2 + (\underline{b - 3})x + \underline{2c - 5}$$

$$Q(x) = (\underline{2a - 1})x^2 + (\underline{3b - 7})x + \underline{c}$$

$$P(x) \equiv Q(x):$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 2 = 2a - 1 & \rightarrow a = 3 \\ b - 3 = 3b - 7 & \rightarrow b = 2 \\ 2c - 5 = c & \rightarrow c = 5 \end{cases}$$

Nos piden: $\frac{a + b}{c} = \frac{3 + 2}{5}$

$$\therefore \frac{a+b}{c} = 1$$

