

# TRIGONOMETRY

## Chapter 11

**1st**  
SECONDARY

**PROPIEDADES DE LAS RAZONES  
TRIGONOMÉTRICAS DE UN  
ÁNGULO AGUDO II**

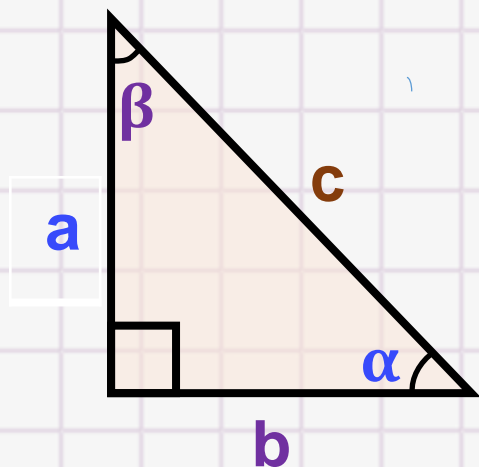


## HELICO MOTIVACIÓN



## II ) RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE DOS ÁNGULOS AGUDOS COMPLEMENTARIOS ( CO – RT )

En un triángulo rectángulo, los catetos se consideran opuestos ó adyacentes, según sea el ángulo agudo de referencia .



$\angle$	CO	CA	H
$\alpha$	$a$	$b$	$c$
$\beta$	$b$	$a$	$c$

Luego se cumple :

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\text{sen}\alpha = \frac{a}{c} = \cos\beta$$

$$\text{tan}\alpha = \frac{a}{b} = \cot\beta$$

$$\text{sec}\alpha = \frac{c}{b} = \csc\beta$$

Definición de CO – RT

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ ; 0^\circ < \beta < 90^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\text{sen}\alpha = \cos\beta$$

$$\tan\alpha = \cot\beta$$

$$\sec\alpha = \csc\beta$$

CO – RT

Ejemplos :

$$\text{sen}42^\circ = \cos48^\circ ; \text{ porque } 42^\circ + 48^\circ = 90^\circ$$

$$\tan( x + 25^\circ ) = \cot( 65^\circ - x ) ;$$

$$\text{porque } \cancel{x} + 25^\circ + 65^\circ - \cancel{x} = 90^\circ$$

# HELICO PRACTICE 1

Calcule  $M = \frac{a+b}{c}$  ; si :

$$\operatorname{sen} 2a = \cos 50^\circ$$

$$\tan b = \cot 30^\circ$$

$$\sec 42^\circ = \csc 6c$$

Recordar CO – RT :

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$\sec \alpha = \csc \beta$$



 Resolución

★  $\operatorname{sen} 2a = \cos 50^\circ$

Por CO – RT :

$$2a + 50^\circ = 90^\circ$$

$$2a = 40^\circ$$

$$a = 20^\circ$$

★  $\tan b = \cot 30^\circ$

Por CO – RT :

$$b + 30^\circ = 90^\circ$$

$$b = 60^\circ$$

★  $\sec 42^\circ = \csc 6c$

Por CO – RT :

$$42^\circ + 6c = 90^\circ$$

$$6c = 48^\circ$$

$$c = 8^\circ$$

Reemplazamos en M :

$$M = \frac{a+b}{c} = \frac{20^\circ + 60^\circ}{8^\circ} = \frac{80^\circ}{8^\circ}$$

$$\therefore M = 10$$

# HELICO PRACTICE 2

**Sabiendo que  $\text{sen}3x = \text{cos}60^\circ$ ,  
halle el valor de  $x$ .**

**Recordar CO – RT :**



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\text{sen}\alpha = \text{cos}\beta$$

$$\text{tan}\alpha = \text{cot}\beta$$

$$\text{sec}\alpha = \text{csc}\beta$$

**Resolución**

$$\text{sen}3x = \text{cos}60^\circ$$

$$3x + 60^\circ = 90^\circ$$

$$3x = 30^\circ$$

$$\therefore x = 10^\circ$$



# HELICO PRACTICE 3

Halle la medida del ángulo  $\theta$ , si  $\text{sen}3\theta = \text{cos}2\theta$

Recordar CO – RT :



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\text{sen}\alpha = \text{cos}\beta$$

$$\text{tan}\alpha = \text{cot}\beta$$

$$\text{sec}\alpha = \text{csc}\beta$$

⌚ Resolución

$$\text{sen}3\theta = \text{cos}2\theta$$

$$3\theta + 2\theta = 90^\circ$$

$$5\theta = 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 18^\circ$$

# HELICO PRACTICE 4

**Reduzca la expresión**  $M = \frac{5 \tan 10^\circ}{\cot 80^\circ} + \frac{3 \operatorname{sen} 16^\circ}{\cos 74^\circ} - \frac{\sec 20^\circ}{\csc 70^\circ}$

Recordar CO – RT :



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$\sec \alpha = \csc \beta$$

 **Resolución**

$$10^\circ + 80^\circ = 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \tan 10^\circ = \cot 80^\circ$$

$$16^\circ + 74^\circ = 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen} 16^\circ = \cos 74^\circ$$

$$20^\circ + 70^\circ = 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \sec 20^\circ = \csc 70^\circ$$

Luego :

$$M = \frac{\cancel{5 \tan 10^\circ}}{\cancel{\cot 80^\circ}} + \frac{\cancel{3 \operatorname{sen} 16^\circ}}{\cancel{\cos 74^\circ}} - \frac{\cancel{\sec 20^\circ}}{\cancel{\csc 70^\circ}}$$

$$M = 5 + 3 - 1$$

$$\therefore M = 7$$



# HELICO PRACTICE 5

Halle el valor de  $\csc 2n$  , si  $\tan(25^\circ - 2m) = \cot(2n + 2m + 35^\circ)$

🌀 Resolución

Recordar CO – RT :

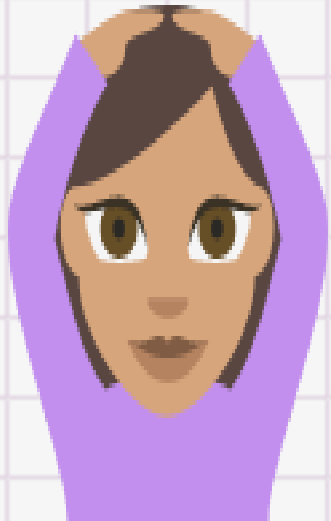
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$\sec \alpha = \csc \beta$$



$$\tan(25^\circ - 2m) = \cot(2n + 2m + 35^\circ)$$

$$25^\circ - \cancel{2m} + 2n + \cancel{2m} + 35^\circ = 90^\circ$$

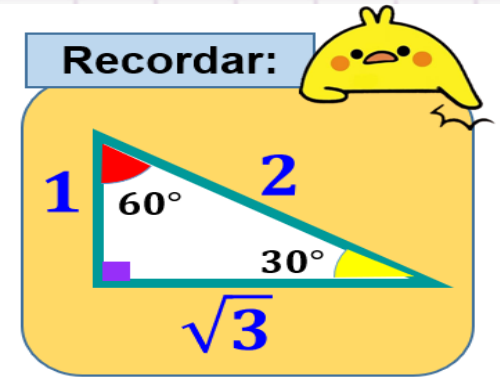
$$60^\circ + 2n = 90^\circ$$

$$2n = 30^\circ \Rightarrow n = 15^\circ$$

Luego :  $\csc 2n = \csc 2(15^\circ) = \csc 30^\circ$

$$\therefore \csc 2n = 2$$

Recordar:



# HELICO PRACTICE 6

Para determinar quién se sentará en la primera carpeta, los estudiantes Hugo y María lanzarán un dado cada uno y el que obtenga el mayor número podrá optar por la primera carpeta.

Si los resultados fueron  $x$  e  $y$  respectivamente, indique quién podrá ubicarse en la primera carpeta si además se cumplen las siguientes condiciones :

$$\sec(x^2)^\circ = \csc 54^\circ$$

$$\cos(y^2)^\circ = \sin 74^\circ$$

## Resolución

$$\sec(x^2)^\circ = \csc 54^\circ$$

Por CO – RT :

$$(x^2)^\circ + 54^\circ = 90^\circ$$

$$x^2 = 90 - 54$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6$$



$$\cos(y^2)^\circ = \sin 74^\circ$$

Por CO – RT :

$$(y^2)^\circ + 74^\circ = 90^\circ$$

$$y^2 = 90 - 74$$

$$y^2 = 16$$

$$y = 4$$



∴ **Hugo se sentará en la primera carpeta .**

# HELICO PRACTICE 7

Mis primas Ana y Bertha, tienen  $a$  y  $b$  años, respectivamente.  
 Averigüe quien de ellas nació primero si :  
 $\tan(2a + 30)^\circ = \cot(a + 15)^\circ$  y  $\sen(5b - 7)^\circ = \cos(b - 5)^\circ$

¡ Aplicamos  
CO – RT !



## Resolución

$$\tan(2a + 30)^\circ = \cot(a + 15)^\circ$$

$$(2a + 30)^\circ + (a + 15)^\circ = 90^\circ$$

$$3a + 45 = 90$$

$$3a = 45$$

$$a = 15$$

Edad de Ana = 15 años

$$\sen(5b - 7)^\circ = \cos(b - 5)^\circ$$

$$(5b - 7)^\circ + (b - 5)^\circ = 90^\circ$$

$$6b - 12 = 90$$

$$6b = 102$$

$$b = 17$$

Edad de Bertha = 17 años

∴ Bertha nació primero .



**SACO**  
**OLIVEROS**