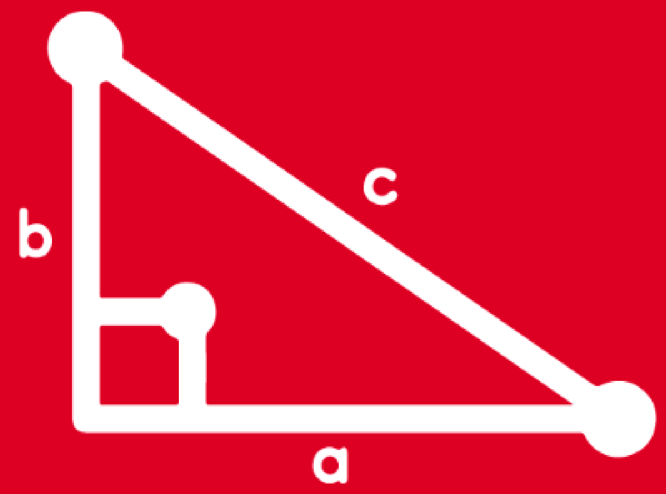
TRIGONOMETRY

TOMO 5

3rd
SECONDARY



ADVISORY

SACO OLIVEROS

RECUERDA SIEMPRE LO SIGUIENTE:

1) Si $\cos\theta = \dfrac{8}{17}$ y θ pertenece al IV cuadrante, calcular tanθ.

Resolución: I) Del dato tenemos :

$$\cos\theta = \frac{8}{17} = \frac{x}{r}$$

x = 8
r = 17

II) Calculamos el radio vector:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow 17 = \sqrt{(8)^2 + y^2} \Rightarrow y = -15$$

Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r}$$

III) Finalmente:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-15}{8}$$

$$\boxed{\tan\theta = -\frac{15}{8}}$$

¡Buen trabajo!

2) Si A(-3;4) es un punto del lado final de un ángulo en posición normal θ .

Dar el valor de la expresión: $E = \dfrac{sen\,\theta}{1 - cos\theta}$

Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$sen\theta = \frac{y}{r} \qquad cos\theta = \frac{x}{r}$$

Resolución

I) Del punto A, tenemos:

$$\mathbf{x = -3} \qquad \mathbf{y = 4}$$

II) Calculamos el radio vector:

$$\mathbf{r = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}}$$

$$\mathbf{r = \sqrt{9 + 16}}$$

$$\mathbf{r = \sqrt{25}}$$

$$\mathbf{r = 5}$$

III) Reemplazamos en la expresión:

$$\mathbf{E = \frac{\frac{4}{5}}{1 - \left(\frac{-3}{5}\right)} = \frac{4}{8}}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2}}$$

Wonderfull!

3) Melissa le ha pedido permiso a su padre para asistir a una fiesta, este fin de semana. Su padre, un matemático de renombre le invita a resolver un inofensivo ejercicio:

$$E = \overbrace{\sec^2 115°}^{+}.\overbrace{\tan^3 135°.}\ \overbrace{\cot 41°}^{+}$$

Ella tiene que determinar el signo de esa expresión, si sale (+) tendrá el permiso y si es (-), ella se quedara en casa este fin de semana. ¿Melissa va o no va la fiesta?

Resolución:

"$41° \in$ IC, entonces la cot41° es (+), mientras que todo número al cuadrado siempre es positivo, por lo tanto, $\sec^2 115°$ es (+)"

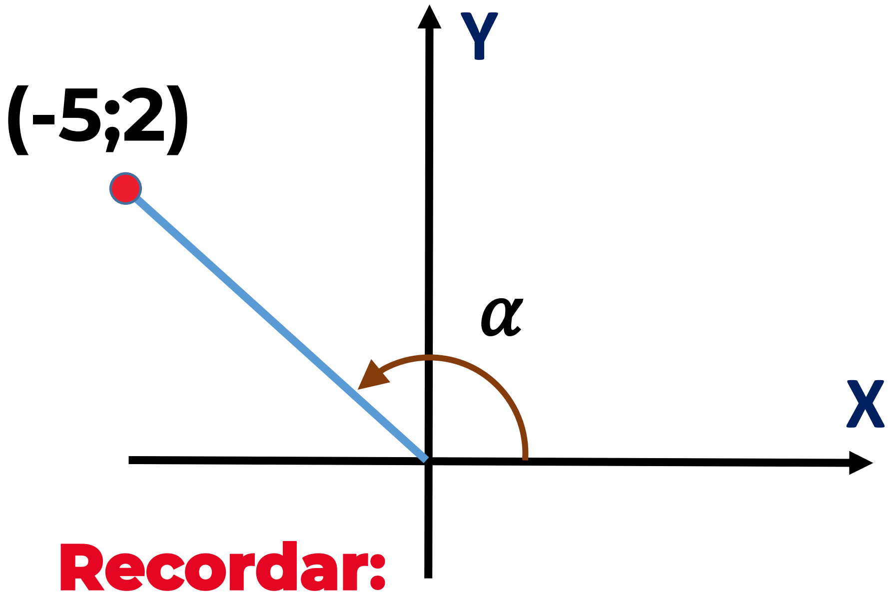
"En el caso de $135° \in$ IIC, entonces $\tan 135° < 0$"

$E = (+).(-)^3.(+)$ ➡ $E = (-)$

¡ Lamentablemente Melissa Se queda en casa!

4) **De la gráfica, efectué:**

T = 29.senα.cosα



Recordar:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{r}$$

Resolución:

I) Del gráfico tenemos: $x = -5$; $y = 2$

$r = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2}$ ⇒ $r = \sqrt{29}$

II) Luego:

$$\cos\alpha = \frac{-5}{\sqrt{29}} \qquad \operatorname{sen}\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

III) Reemplazamos:

$$T = \cancel{29}.\frac{-5}{\cancel{\sqrt{29}}}\cdot\frac{2}{\cancel{\sqrt{29}}}$$

$$\boxed{T = -10}$$

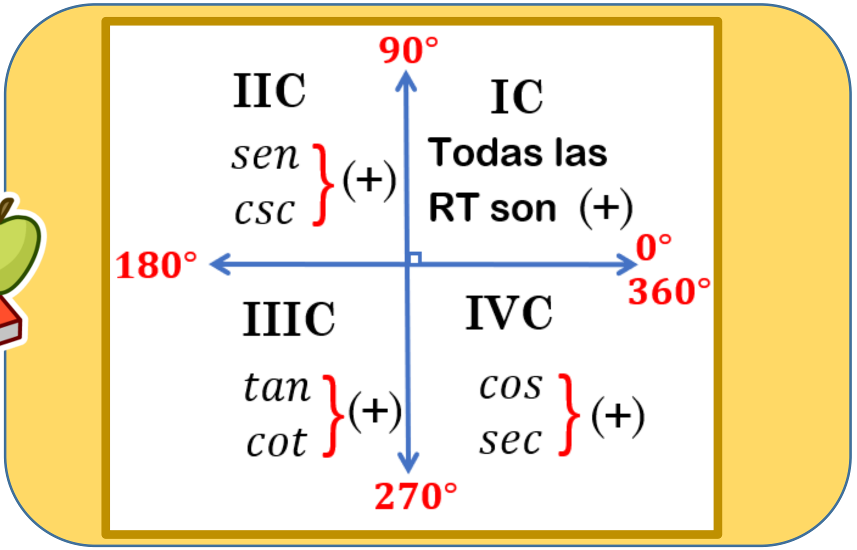
5) Determine el signo de cada expresión:

M = sen120° + tan200°

N = cos100° + sen250°

P = sec220° . csc300°

Recordar:



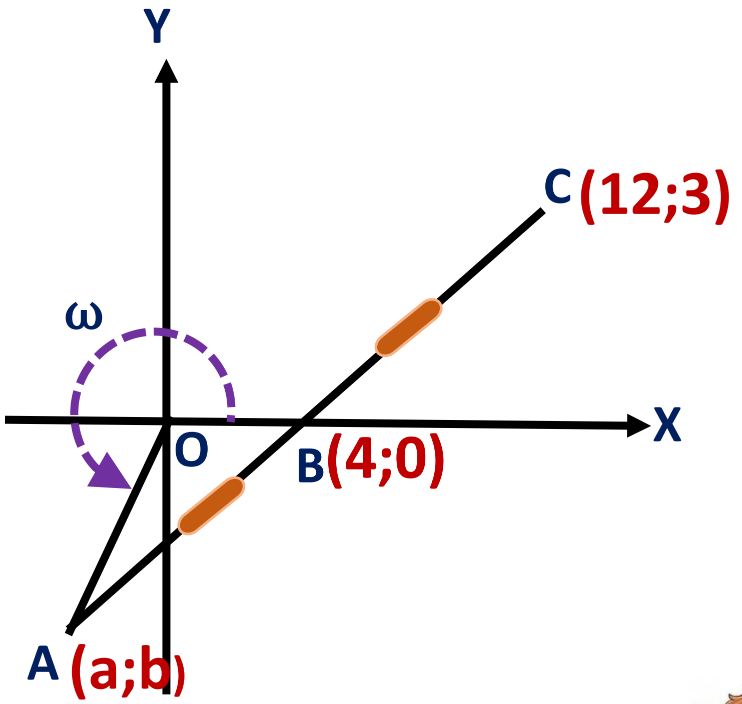
Resolución:

$$M = \overbrace{\underbrace{sen120°}_{(+)}}^{IIC} + \overbrace{\underbrace{tan200°}_{(+)}}^{IIIC} \Rightarrow \boxed{M = +}$$

$$N = \overbrace{\underbrace{cos100°}_{(-)}}^{IIC} + \overbrace{\underbrace{sen250°}_{(-)}}^{IIIC} \Rightarrow \boxed{N = -}$$

$$P = \overbrace{\underbrace{sec220°}_{(-)}}^{IIIC} \, . \, \overbrace{\underbrace{csc300°}_{(-)}}^{IVC} \Rightarrow \boxed{P = +}$$

6) En el gráfico mostrado, OB=4 y AB=BC; además las coordenadas de C son (12;3). Halle cotω.



Recordar: $cotw = \frac{x}{y}$

Resolución:

I) Colocamos el punto A(a;b) y B(4;0) en el gráfico.

II) Calculamos a y b por el punto medio:

$$4 = \frac{a+12}{2} \qquad 0 = \frac{b+3}{2}$$

$$-4 = a = x \qquad -3 = b = y$$

III) Calculamos:

$$\cot\omega = \frac{-4}{-3} \qquad \boxed{\cot\omega = \frac{4}{3}}$$

7) Si α y θ son ángulos cuadrantales positivos y menores que una vuelta, tal que.

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{tan360° + sen90°}{cot90° - sen270°}$$

$$\cos\theta = \frac{sen0° - cos360°}{cos0°}$$

Determinar $\alpha + \theta$:

Recordar:

sen90° = 1

cos180° = - 1

Resolución:

Reemplazamos de la tabla

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{tan360° + sen90°}{cot90° - sen270°} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{(0) + (1)}{(0) - (-1)}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90°$$

$$\cos\theta = \frac{sen0° - cos360°}{cos0°} \Rightarrow \cos\theta = \frac{(0) - (1)}{(1)}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = -1 \Rightarrow \theta = 180°$$

Finalmente:

$$\boxed{\alpha + \theta = 270°}$$

8) Si el ángulo α , cumple: $\cos\alpha = \dfrac{sen90° - sen270°}{\cos360° + \tan45° - \cos180°}$

Además se tiene $\tan\alpha < 0$. Calcule el valor de: $K = \sqrt{5}.\cot\alpha - \sec\alpha$

Resolución:

I) Del dato: $\cos\alpha = \dfrac{(1) - (-1)}{(1) + (1) - (-1)} = \dfrac{2}{3}$ ➡ $\cos\alpha > 0$

además, $\tan\alpha < 0$ ➡ $\alpha \in$ IVC

II) Tenemos: $\cos\alpha = \dfrac{2}{3} = \dfrac{x}{r}$ ➡ $3 = \sqrt{(2)^2 + (y)^2}$ ➡ $y = -\sqrt{5}$

III) Reemplazamos en la expresión: $K = \cancel{\sqrt{5}}\left(\dfrac{2}{-\cancel{\sqrt{5}}}\right) - \left(\dfrac{3}{2}\right)$

➡ $\boxed{K = -\dfrac{7}{2}}$

Recordar:

$\cot\alpha = \dfrac{x}{y}$ $\quad \sec\alpha = \dfrac{r}{x}$

$\cos\alpha = \dfrac{x}{r}$

¡Buen trabajo!

9) ¿Cuántos ángulos cuadrantales hay entre 100° y 2000°?

Resolución:

Recordar:

Todo ángulo cuadrantal es de la forma $90°n$ / $n \in \mathbb{Z}$.

EN UNA DESIGUALDAD PODEMOS MULTIPLICAR O DIVIDIR POR UNA CANTIDAD POSITIVA SIN TENER QUE ALTERA EL SIGNO

I) Por condición del problema:

$$100° < 90°n < 2000°$$

$$\Rightarrow \frac{100°}{90°} < \frac{90°n}{90°} < \frac{2000°}{90°} \Rightarrow 1{,}1 < n < 22{,}2$$

II) Como n es entero:

$n = 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \ldots ; 22$

Hay 21 valores enteros

III) Finalmente:

Hay 21 ángulos cuadrantales

10) Reducir la siguiente expresión:

$$M = \frac{a^3\cos 360° + b^3\cos 180°}{a\,\mathrm{sen}90° + b\,\mathrm{sen}270°} + ab.\sec 180°$$

Recordar:

cos360° = 1 *cos180° = -1*

sen90° = 1 *sen270° = -1*

sec180° = -1

Resolución:

Reemplazamos en M:

$$M = \frac{a^3(1) + b^3(-1)}{a(1) + b(-1)} + ab(-1)$$

$$M = \frac{a^3 - b^3}{a - b} - ab$$

Por la diferencia de cubos tenemos:

$$\boxed{a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)}$$

$$M = \frac{\cancel{(a-b)}(a^2+ab+b^2)}{\cancel{(a-b)}} - ab$$

$$M = a^2 + \cancel{ab} + b^2 - \cancel{ab}$$

$$\boxed{M = a^2 + b^2}$$