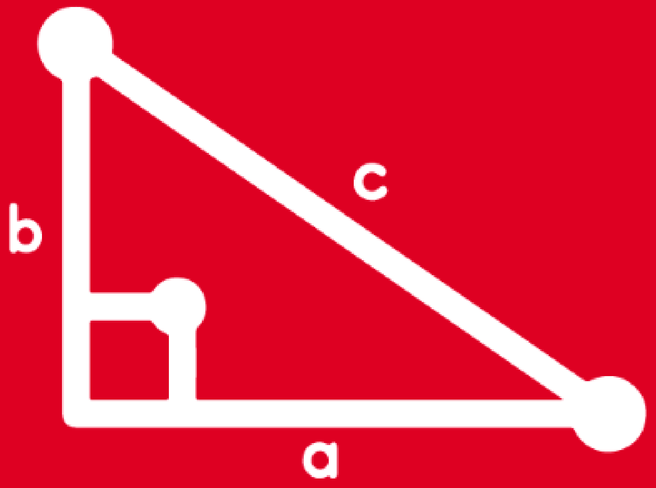
TRIGONOMETRY

Chapter 03

5th

SECONDARY

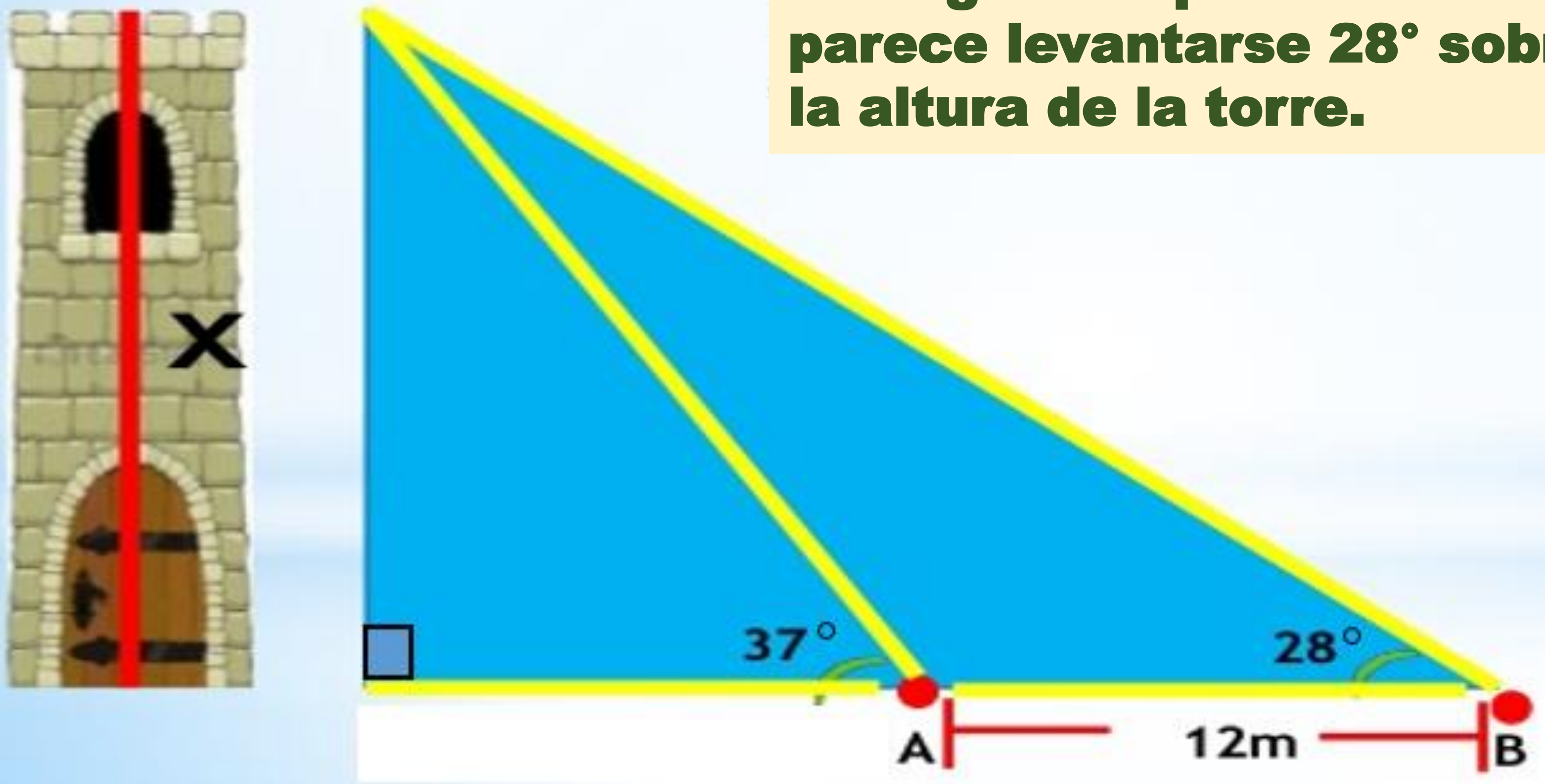


RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

Se desea medir la altura de una torre, cuya base no es accesible y está ubicada en un terreno horizontal.
Desde el punto A, la torre parece levantarse 37° sobre el horizonte. Separándose 12m más de A, se llega a un punto B desde el cual la torre parece levantarse 28° sobre el horizonte. Halle la altura de la torre.



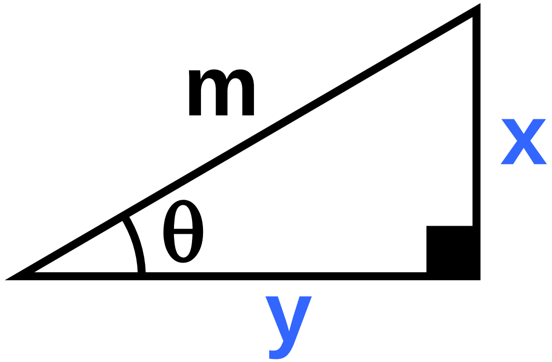
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo rectángulo, significa hallar la longitud de sus lados y las medida de sus ángulos.- Existen 3 casos, para los cuales se necesitan 2 datos : las medidas de un lado y de un ángulo agudo.

Regla práctica :

$$\frac{[\text{ lado incógnita }]}{[\text{ lado dato }]} = \text{RT}\left(\begin{matrix}\measuredangle \\ \text{dato}\end{matrix}\right)$$

Caso I :



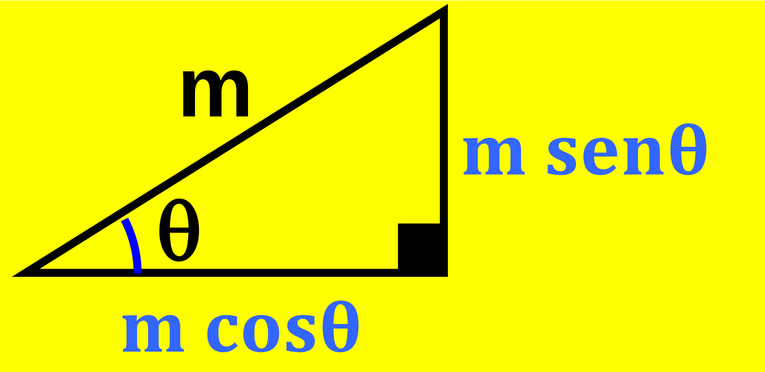
- $\frac{x}{m} = \text{sen}\theta$

$\Longrightarrow x = m\,\text{sen}\theta$

- $\frac{y}{m} = \cos\theta$

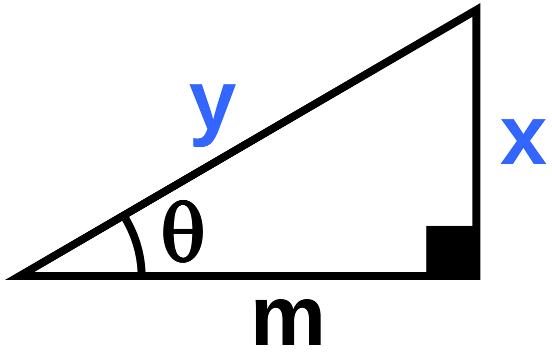
$\Longrightarrow y = m\cos\theta$

Conclusión :



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Caso II :



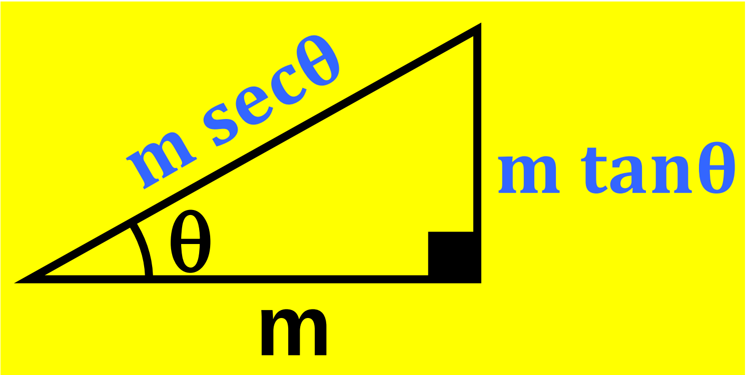
- $\dfrac{x}{m} = \tan\theta$

$\Rightarrow x = m\tan\theta$

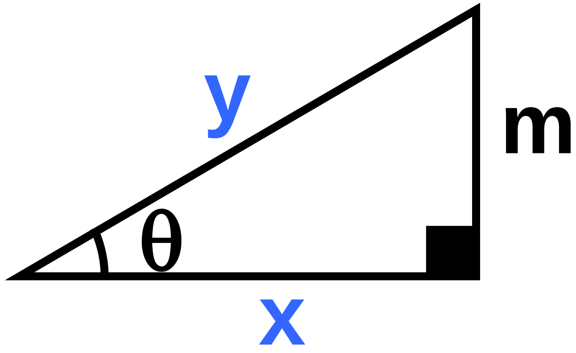
- $\dfrac{y}{m} = \sec\theta$

$\Rightarrow y = m\sec\theta$

Conclusión :



Caso III :



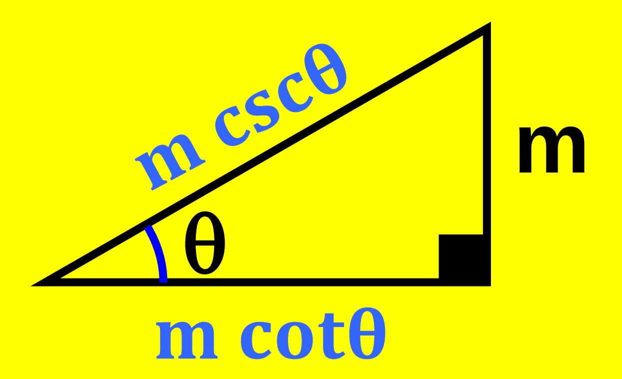
- $\dfrac{x}{m} = \cot\theta$

$\Rightarrow x = m\cot\theta$

- $\dfrac{y}{m} = \csc\theta$

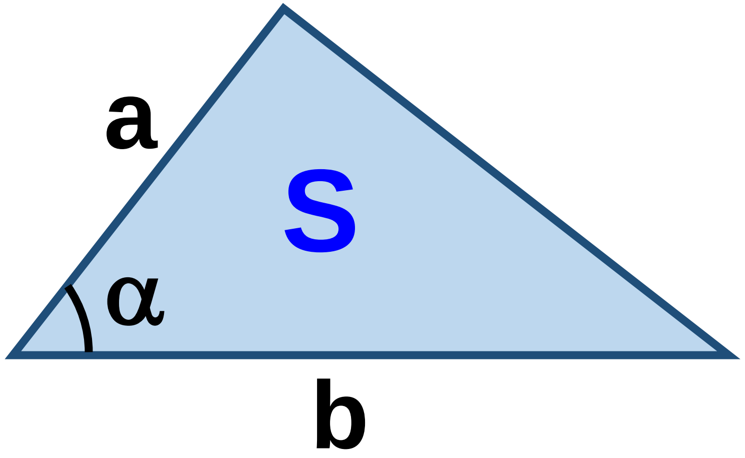
$\Rightarrow y = m\csc\theta$

Conclusión :



ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR

Siendo S el área de la región triangular sombreada.



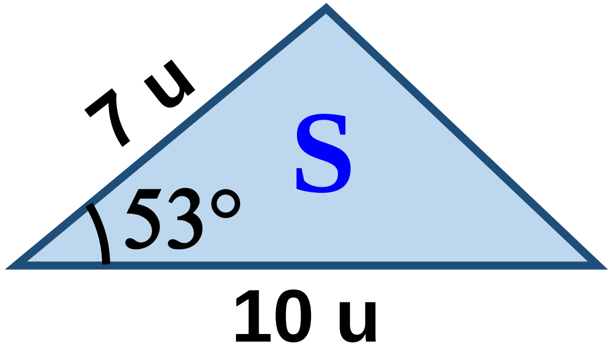
Se cumple :

$$S = \frac{a.b}{2}\text{sen}\alpha$$

Ejemplo :

Calcule el área de la región triangular de lados 10 u y 7u, además el ángulo entre ellos mide 53°.

Resolución



$$S = \frac{7(10)}{2}\text{sen}53^0$$

$$S = 35\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\therefore\ S = 28u^2$$

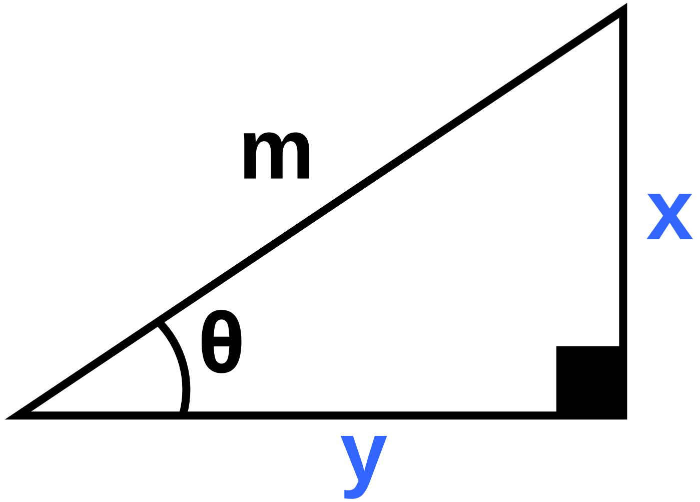
HELICO PRACTICE 1

En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide m y un ángulo agudo mide θ .- Determine el área de dicho triángulo.

RESOLUCIÓN

$$\frac{x}{m} = \operatorname{sen}\theta \Rightarrow x = m \cdot \operatorname{sen}\theta$$

$$\frac{y}{m} = \cos\theta \Rightarrow y = m \cdot \cos\theta$$



Luego : $\text{Área}\ \Delta = \dfrac{y \cdot x}{2}$

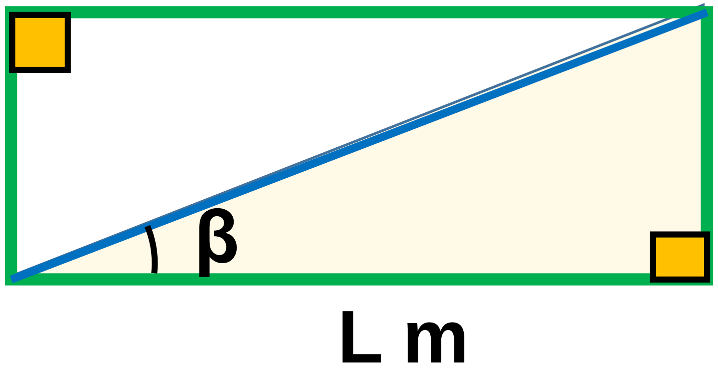
$$\therefore\ \boxed{\text{Área} = \frac{m^2 \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos\theta}{2}}$$

HELICO PRACTICE 2

Juan y Jorge compran un terreno rectangular para sembrar camote y papa; para ello dividen el terreno en dos partes iguales, trazando una diagonal.- Si el largo del terreno es L metros y el ángulo formado por la diagonal y el lado anterior del terreno es β; calcule el área del terreno que les corresponde para sembrar cada tubérculo, en términos de L y β .

RESOLUCIÓN

Del gráfico : $\frac{x}{L\ m} = \tan\beta$



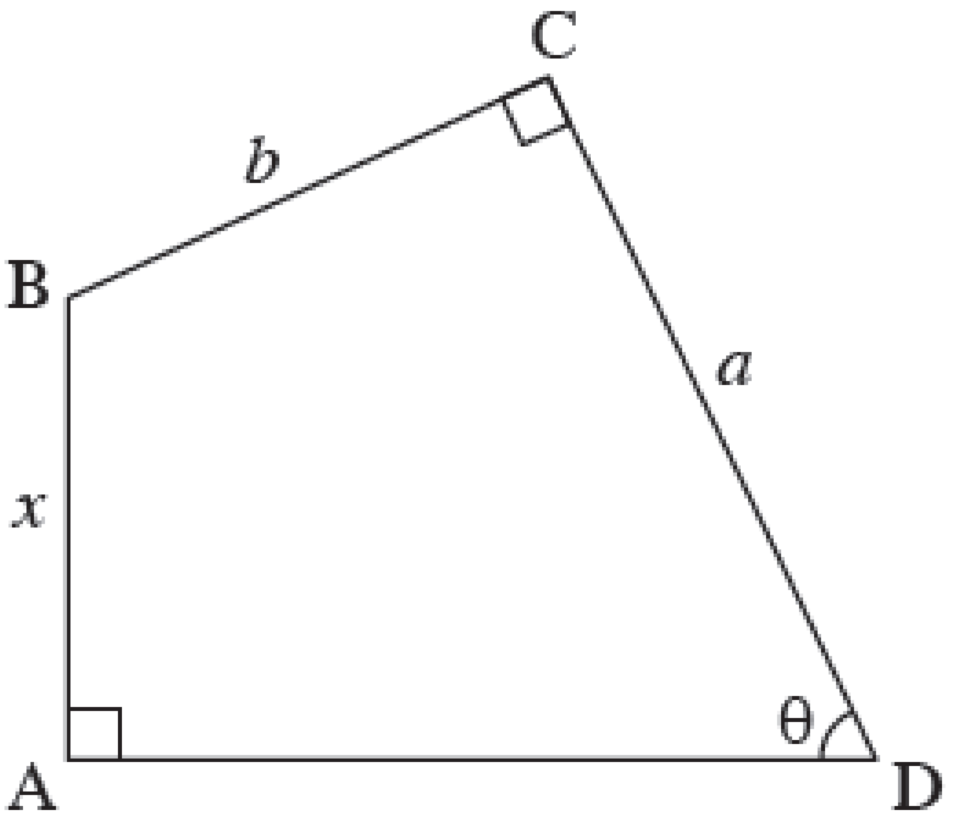
$x = (L \tan\beta)\ m$

$$\text{Área } \Delta = \frac{(L\ m)((L \tan\beta)\ m)}{2}$$

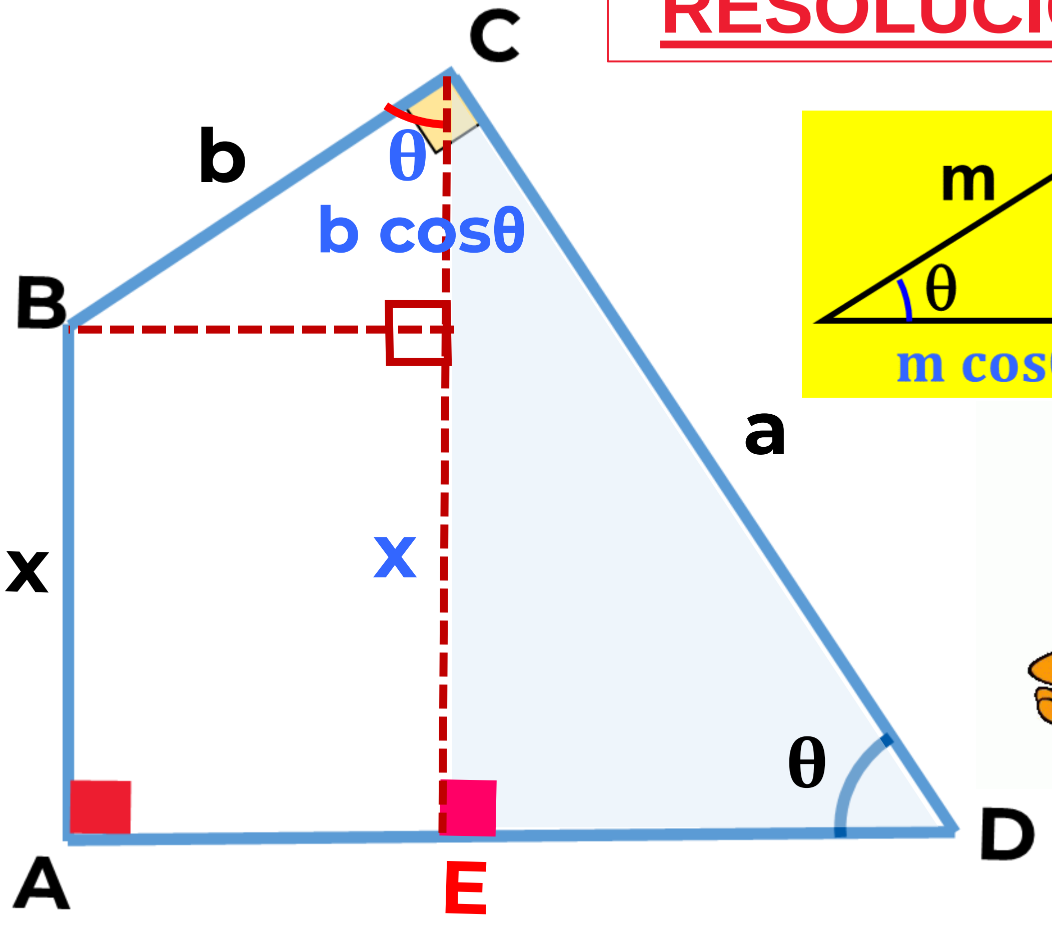
$$\therefore \text{Área camote} = \text{Área papa} = \left(\frac{L^2 \tan\beta}{2}\right) m^2$$

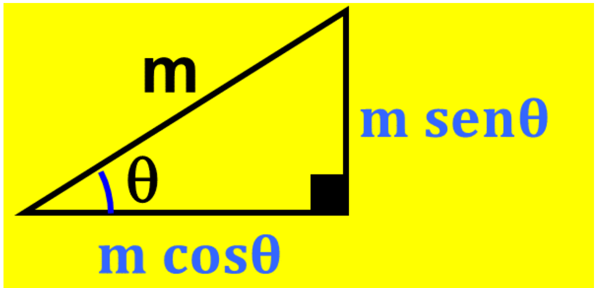
HELICO PRACTICE 3

De la figura , calcule el valor de “x” en función de a, b y θ.



RESOLUCIÓN





$$CE = a\,\text{sen}\theta$$

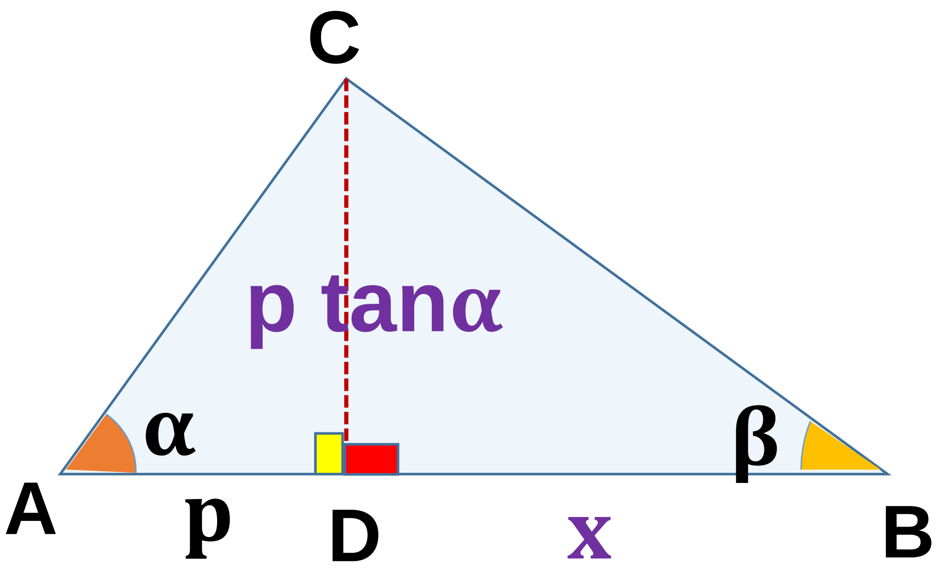
$$x + b\cos\theta = a\,\text{sen}\theta$$

$$\therefore \quad x = a\,\text{sen}\theta - b\cos\theta$$

HELICO PRACTICE 4

En un triángulo acutángulo ABC, se traza la altura $\overline{CD}$ (D en $\overline{AB}$).- Si m∡CAD = α, m∡CBD = β y AD = p ; calcule BD en términos de α, β y p.

RESOLUCIÓN



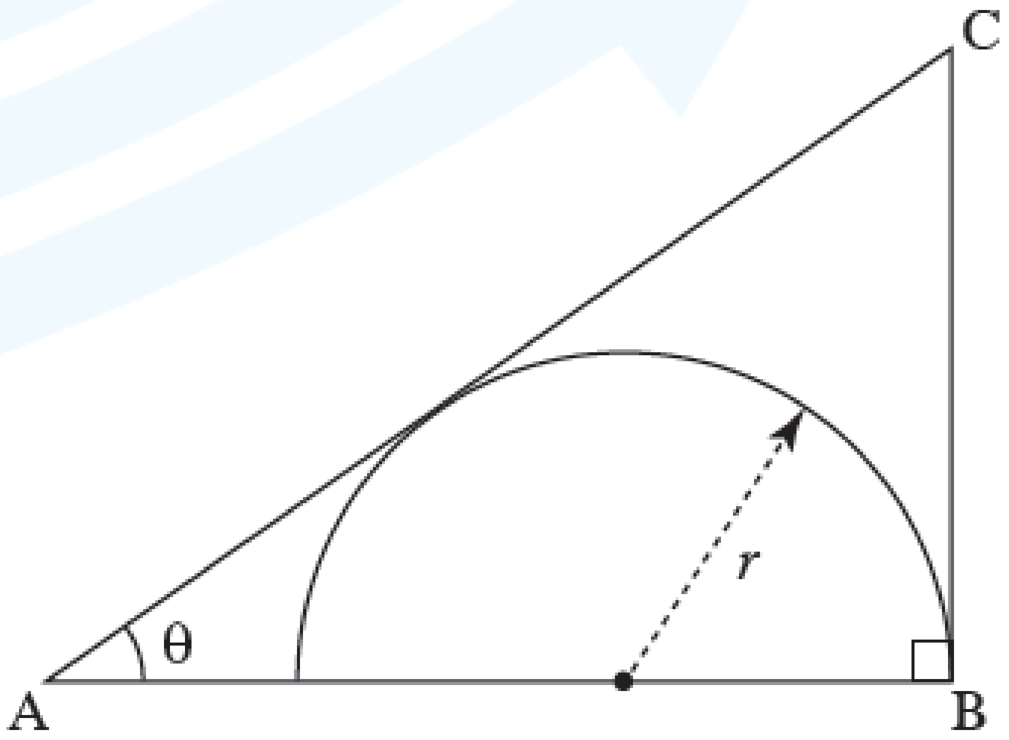
◣ADC : $\dfrac{CD}{p} = \tan\alpha \Rightarrow CD = p\tan\alpha$

◣CDB : $\dfrac{x}{p\tan\alpha} = \cot\beta$

$\therefore\ x = p\tan\alpha\,.\,\cot\beta$

HELICO PRACTICE 5

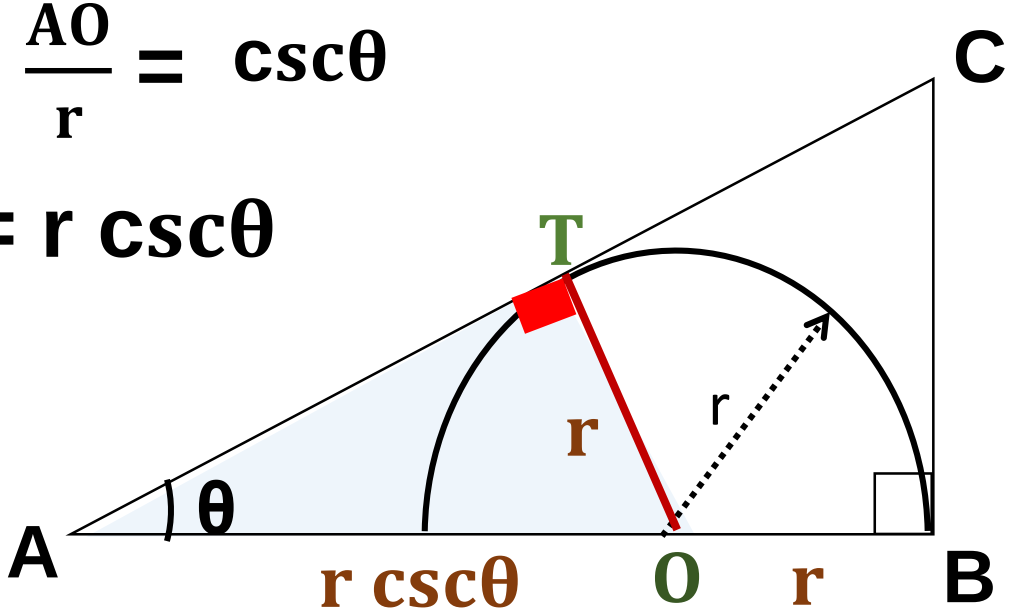
En el gráfico mostrado, calcule AB en términos de r y θ .



RESOLUCIÓN

◣OTA : $\frac{AO}{r} = \csc\theta$

➡ $AO = r\csc\theta$



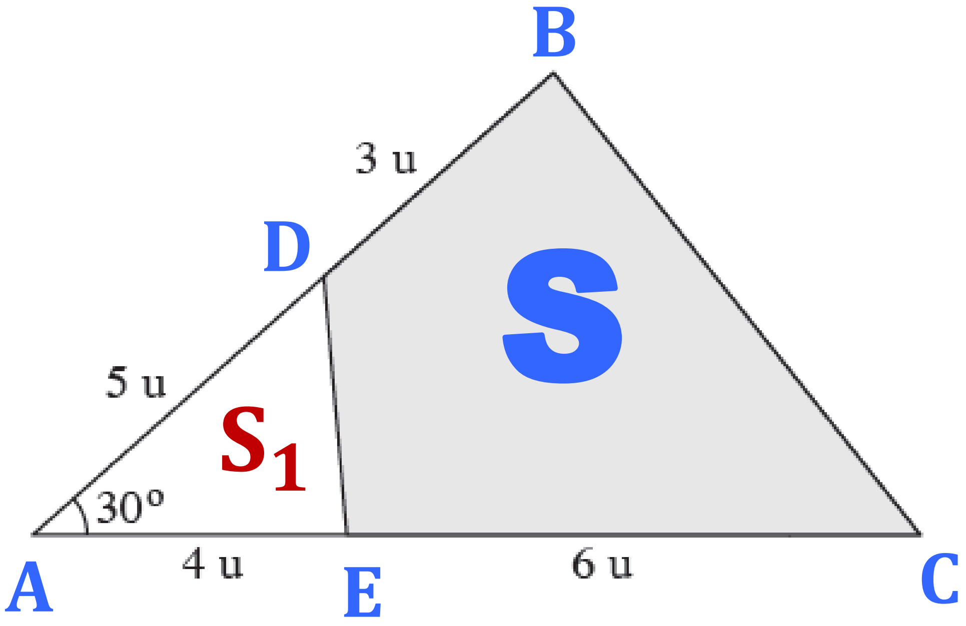
Se observa que :

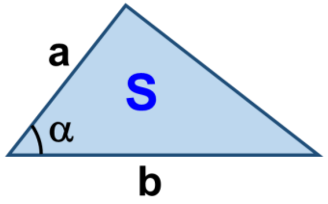
$AB = AO + OB \Rightarrow AB = r\csc\theta + r$

$$\boxed{\therefore AB = r(\csc\theta + 1)}$$

HELICO PRACTICE 6

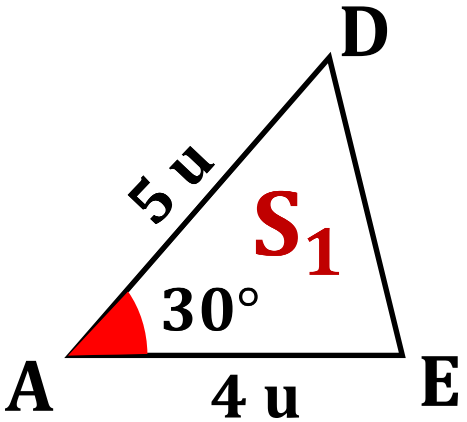
En el gráfico, calcule el área de la región sombreada.





$$S = \frac{a.b}{2}\operatorname{sen}\alpha$$

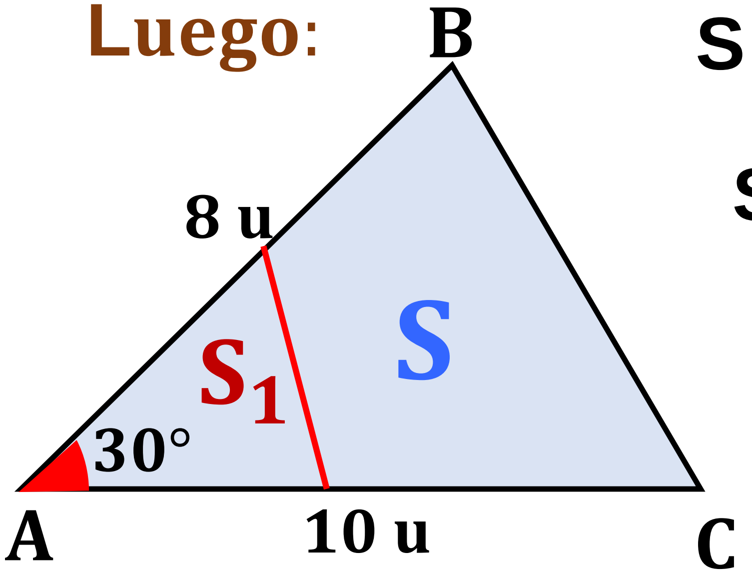
RESOLUCIÓN



$$S_1 = \left(\frac{5\,.\,4}{2}\right)\text{sen}30° = (10)\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad S_1 = 5\ u^2$$

Luego:



$$S + S_1 = \left(\frac{8\,.\,10}{2}\right)\text{sen}30°$$

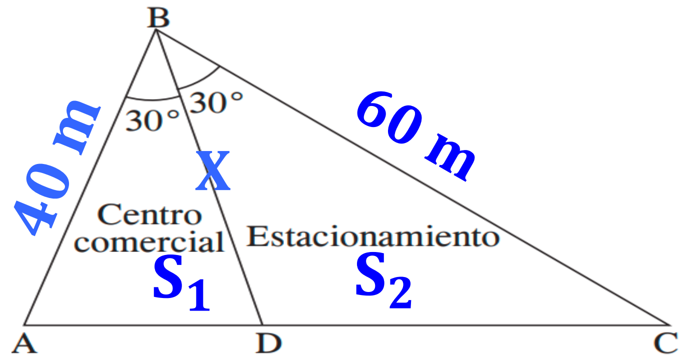
$$S + 5 = (40)\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad S + 5 = 20$$

$$\boxed{\therefore \quad S = 15\ u^2}$$

HELICO PRACTICE 7

Sobre un terreno que tiene la forma de un triángulo ABC, se construirá un muro desde B hacia D; así tendríamos una zona para el centro comercial y otra zona para el estacionamiento, tal como indica la figura



Si AB = 40 m y BC = 60 m ; además por cada metro para construir el muro se invierte S/173 .- ¿ Cuánto es el costo total para realizar dicha obra?
(Dato : $\sqrt{3}$ = 1,73)

RESOLUCIÓN

Se observa que : $S_1 + S_2 = S_{\Delta ABC}$

$$\left(\frac{40.x}{2}\right)\text{sen}30° + \left(\frac{60x}{2}\right)\text{sen}30° = \left(\frac{40.60}{2}\right)\text{sen}60°$$

$$(20x)\frac{1}{\cancel{2}} + (30x)\frac{1}{\cancel{2}} = (1200).\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$50x = 1200\sqrt{3} \Rightarrow x = 24\sqrt{3}\text{ m}$$

$$\text{Costo} = 24\sqrt{3}\,(\text{S/ } 173)$$

$$= 24\sqrt{3}\,(\text{S/ } 100\sqrt{3})$$

$$\boxed{\therefore \text{Costo} = \text{S/ } 7200}$$

SACO OLIVEROS