GEOMETRÍA

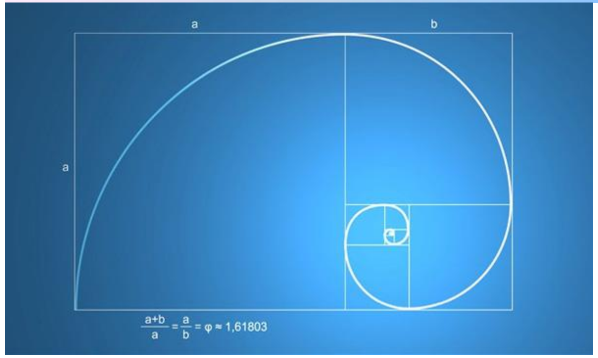
Capítulo 9

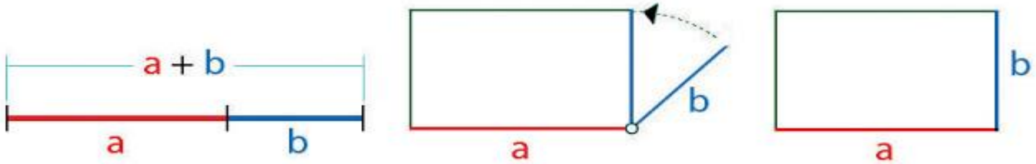
4st

SECONDARY

SEGMENTOS PROPORCIONALES

SACO OLIVEROS





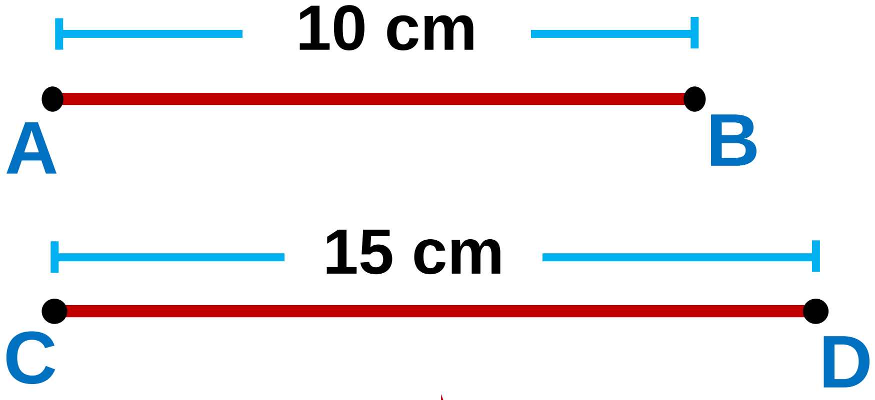
$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \varphi \text{ (Phi)} = 1.61803399\ldots$$

SEGMENTOS PROPORCIONALES

Razón geométrica de dos segmentos

Es el cociente que se obtiene al dividir las longitudes de dos segmentos que tienen la misma unidad de medida.

Ejemplo:

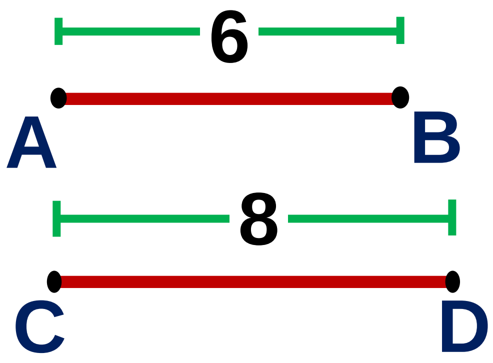


$$\frac{AB}{CD} = \frac{\cancel{10}}{\cancel{15}} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$$

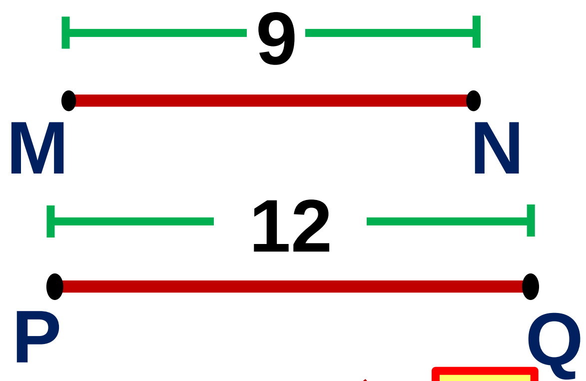
$\frac{2}{3}$: razón geométrica de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$

Segmentos proporcionales

Si la razón geométrica de 2 segmentos es igual a la de otros dos, dichos pares de segmentos son proporcionales.



$$\frac{AB}{CD} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{8}} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

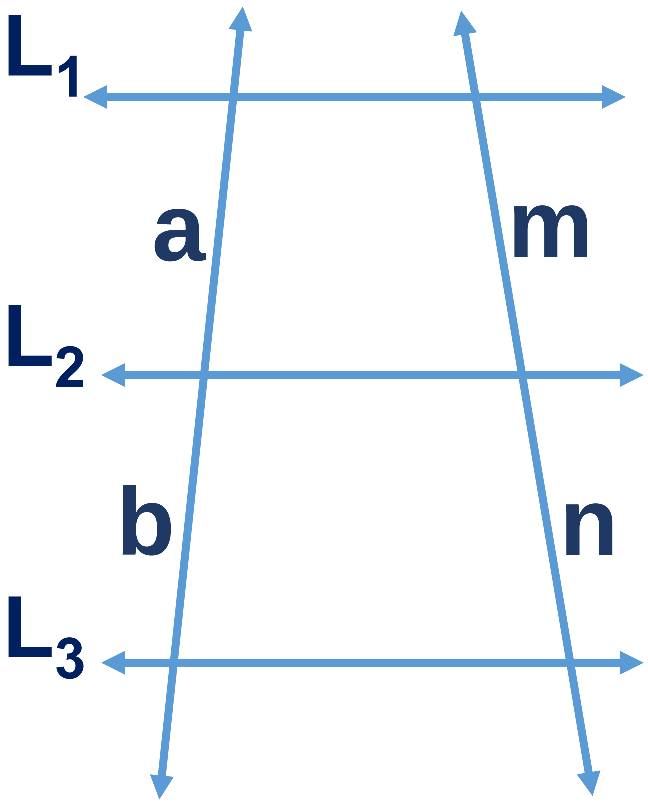


$$\frac{MN}{PQ} = \frac{\cancel{9}}{\cancel{12}} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

$$\boxed{\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}}$$ ➡ Son proporcionales

SEGMENTOS PROPORCIONALES

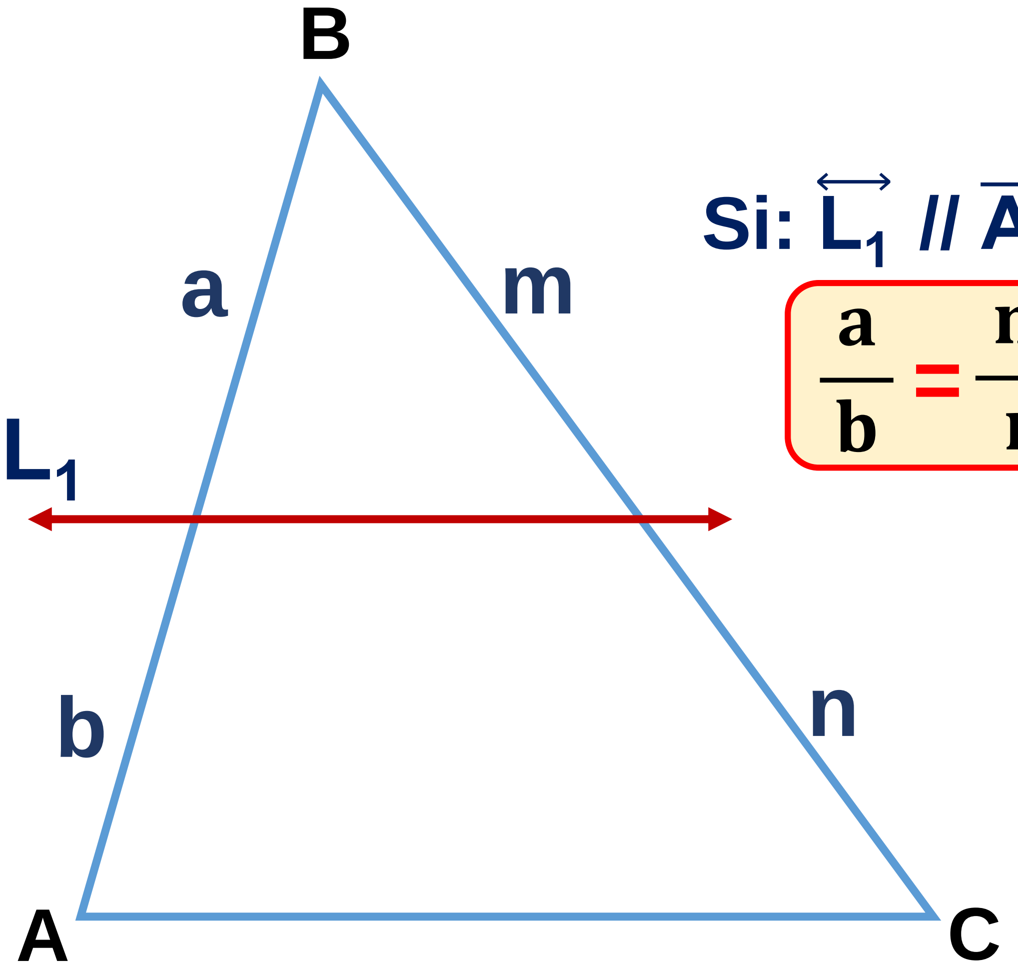
Teorema de Tales



Si: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{m}{n}}$$

Corolario de Tales

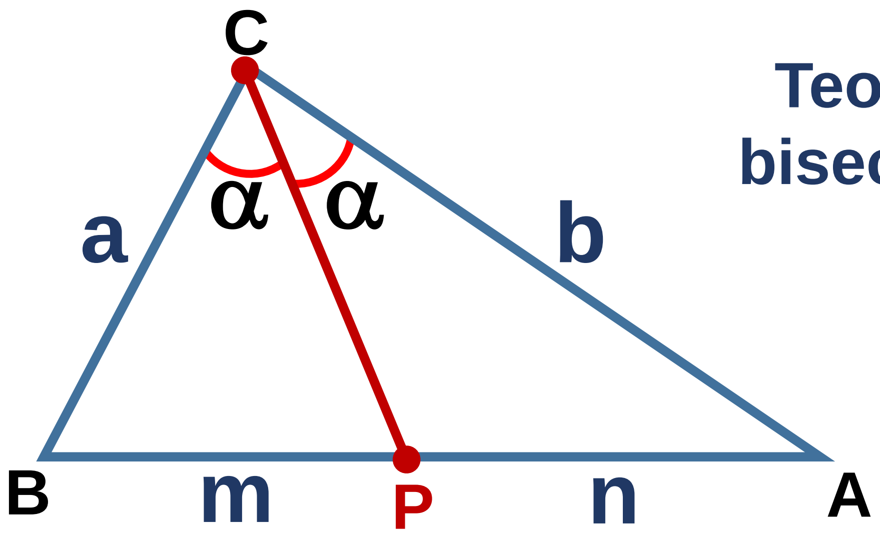


Si: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overline{AC}$

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{m}{n}}$$

SEGMENTOS PROPORCIONALES

Teorema de la Bisectriz

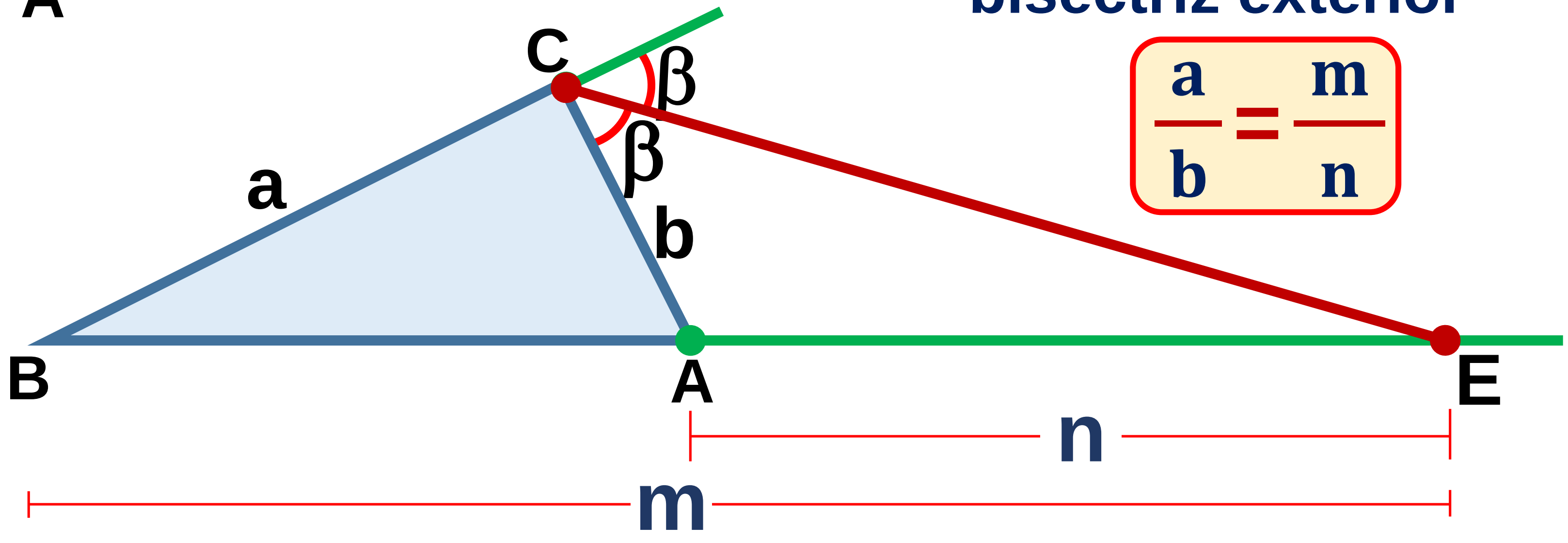


Teorema de la bisectriz interior

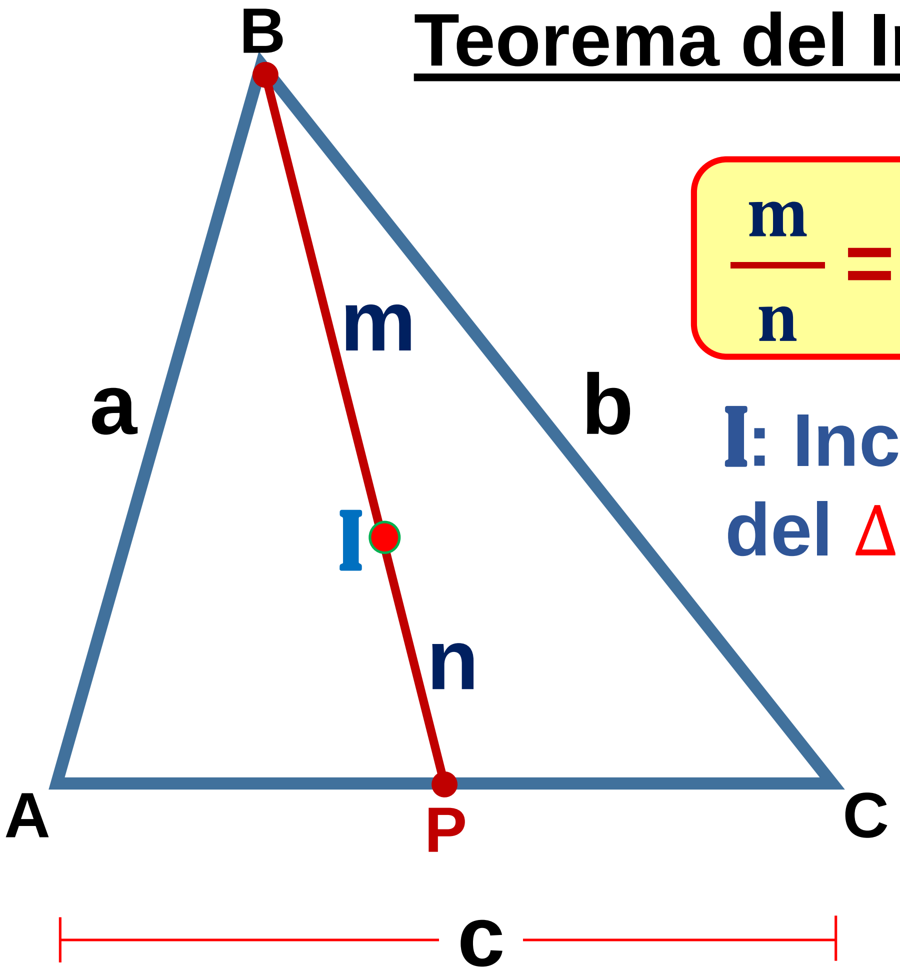
$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

Teorema de la bisectriz exterior

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$



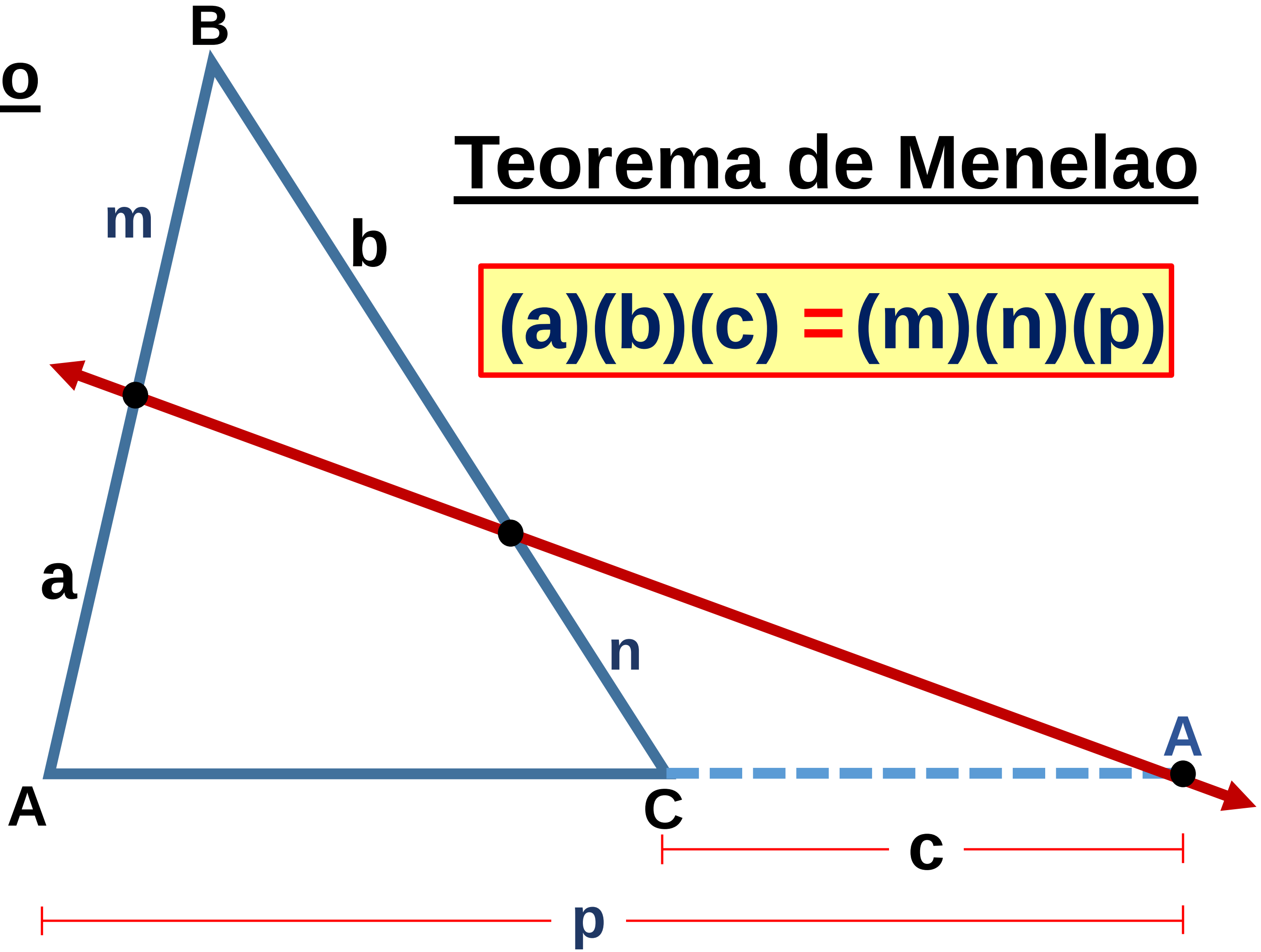
SEGMENTOS PROPORCIONALES



Teorema del Incentro

$$\frac{m}{n} = \frac{a+b}{c}$$

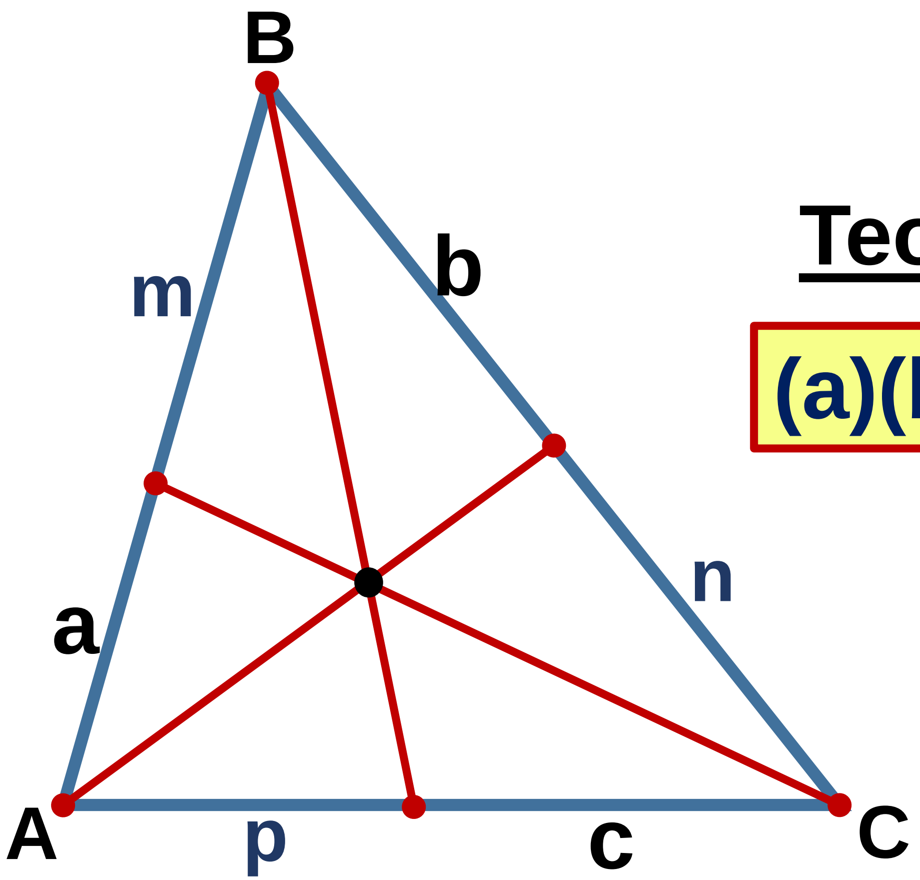
I: Incentro del Δ ABC



Teorema de Menelao

$$(a)(b)(c) = (m)(n)(p)$$

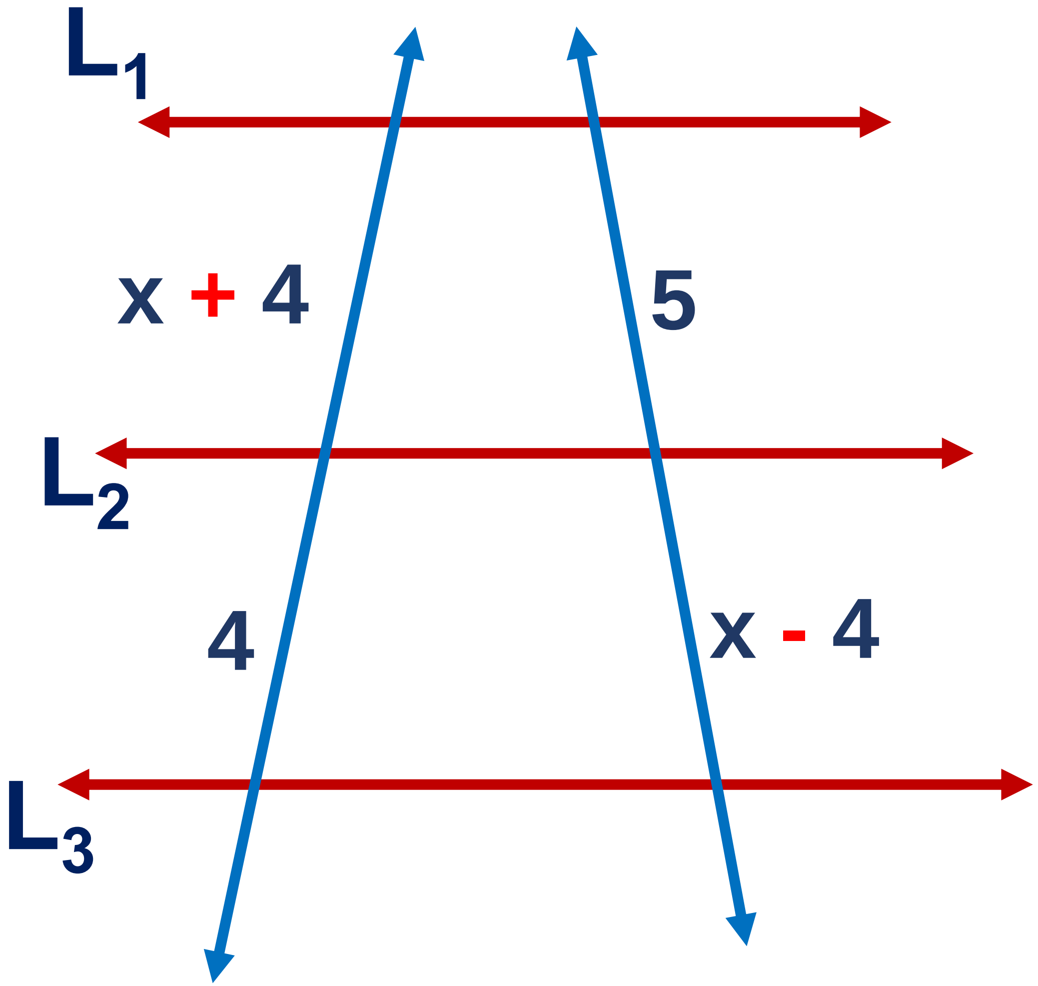
SEGMENTOS PROPORCIONALES



Teorema de Ceva

$$\boxed{(a)(b)(c) = (m)(n)(p)}$$

1. En la figura, $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$. Halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- Aplicando teorema de Tales

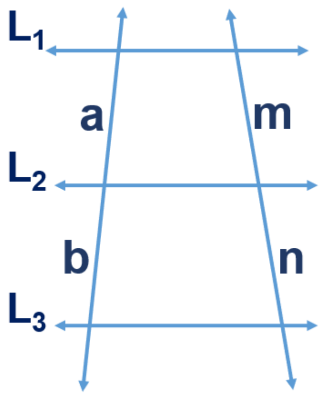
$$\frac{x+4}{4} = \frac{5}{x-4}$$

$$(x+4)(x-4) = 20$$

$$x^2-4^2 = 20$$

$$x^2 = 36$$

Teorema de Tales

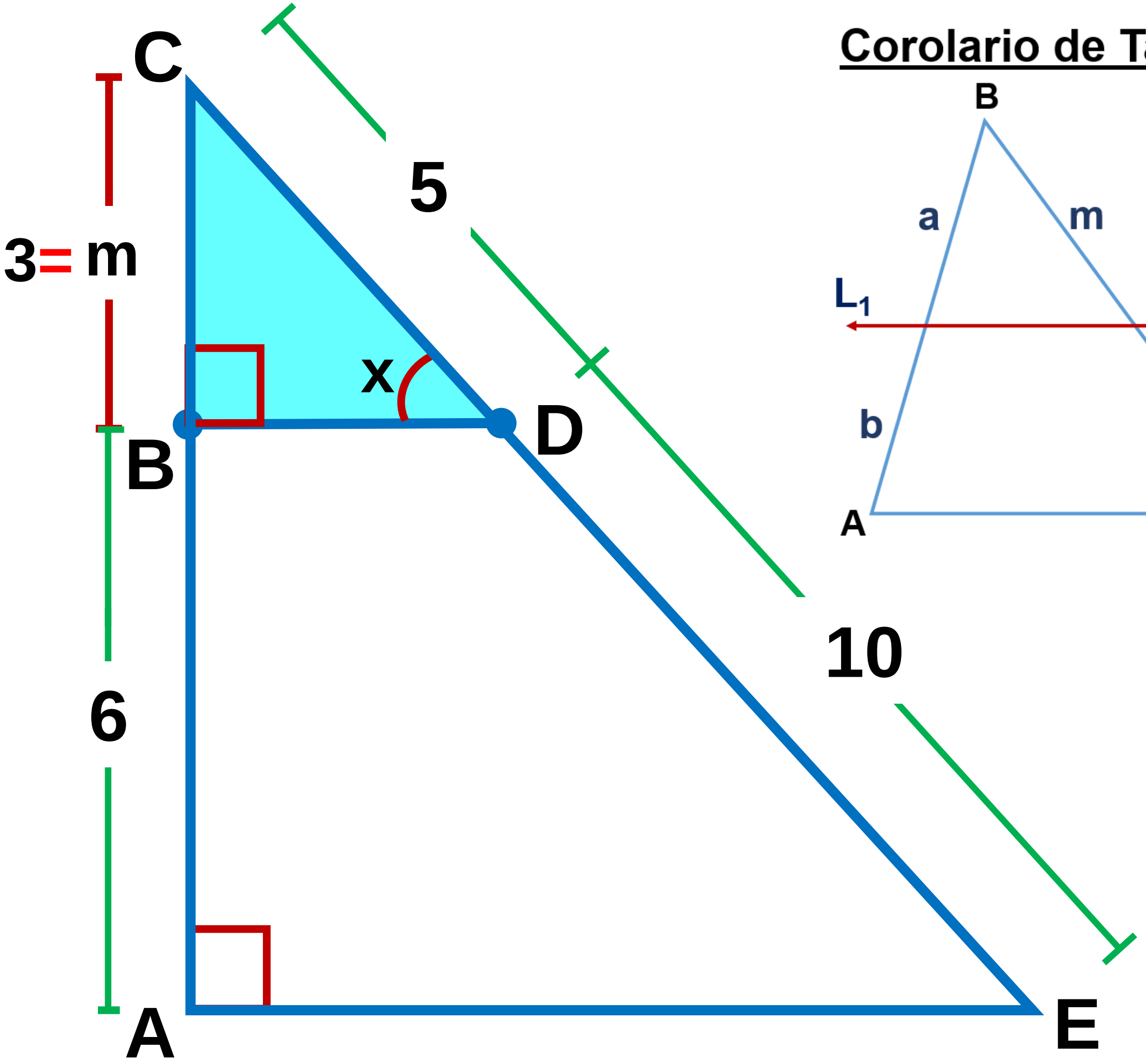


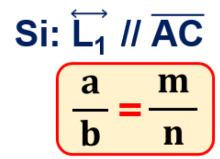
Si: $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

$$\boxed{x = 6}$$

2. En la figura, halle el valor de x.





Resolución

- Piden: x
- Por Corolario de Tales

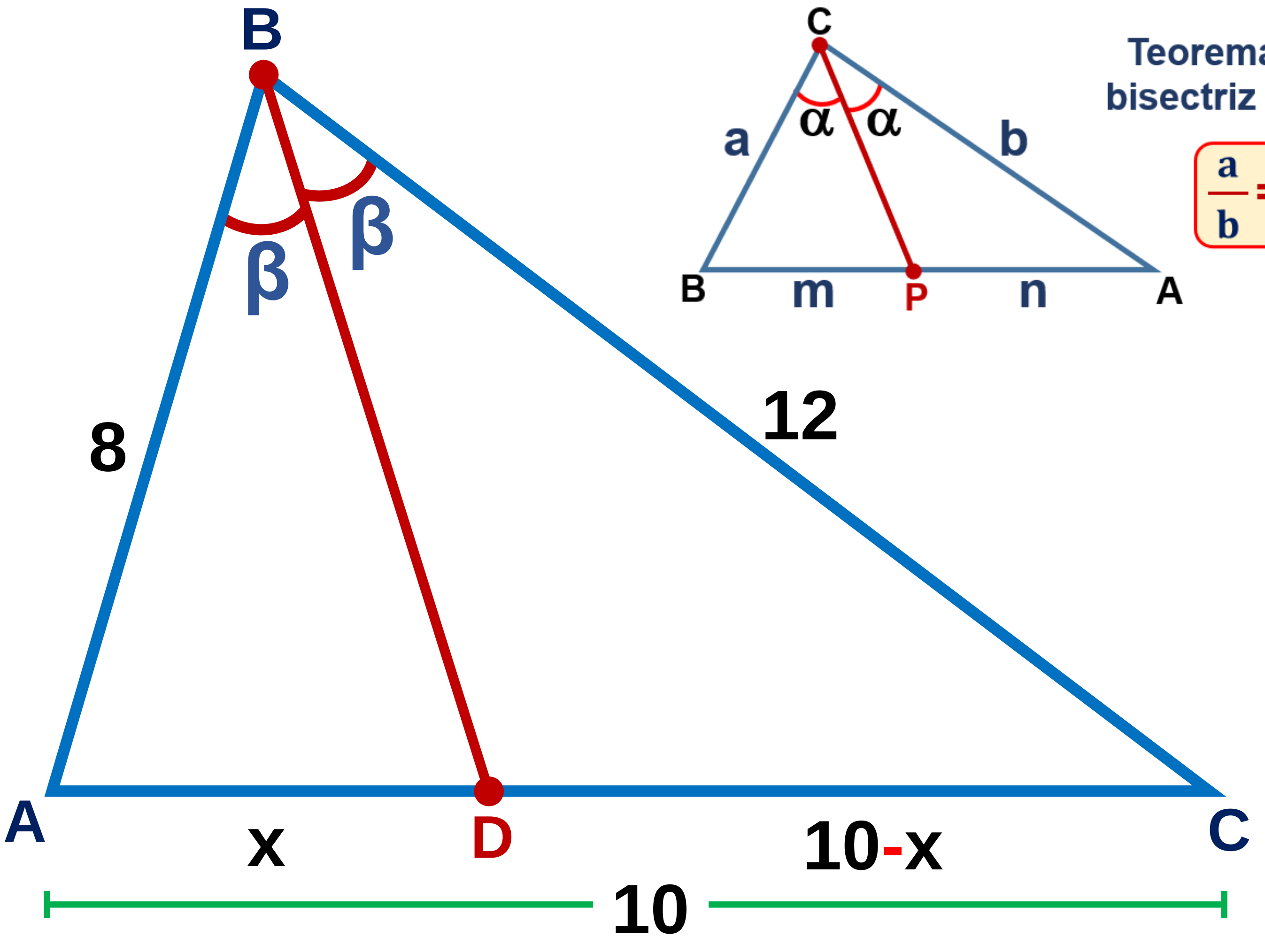
$$\frac{m}{6} = \frac{5}{10}$$

$$m = 3$$

- ⊿ CBD: Notable de 37° y 53°

$$\boxed{x = 37°}$$

3. En un triángulo ABC, AB = 8m, BC = 12m y AC = 10m. Luego se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$. Calcule AD.



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

Resolución

- Piden: x
- Aplicando el teorema de la bisectriz interior

$$\frac{\cancel{8}^{\,2}}{\cancel{12}_{\,3}} = \frac{x}{10-x}$$

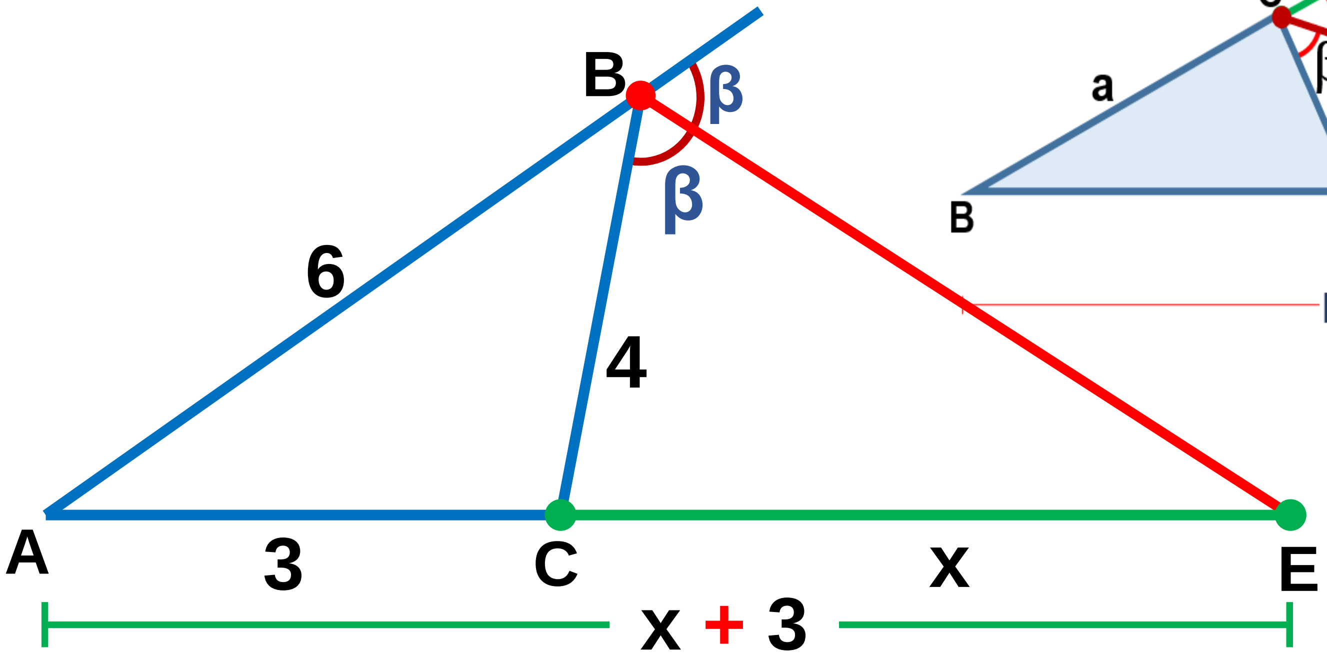
$$2(10-x) = 3x$$

$$20-2x = 3x$$

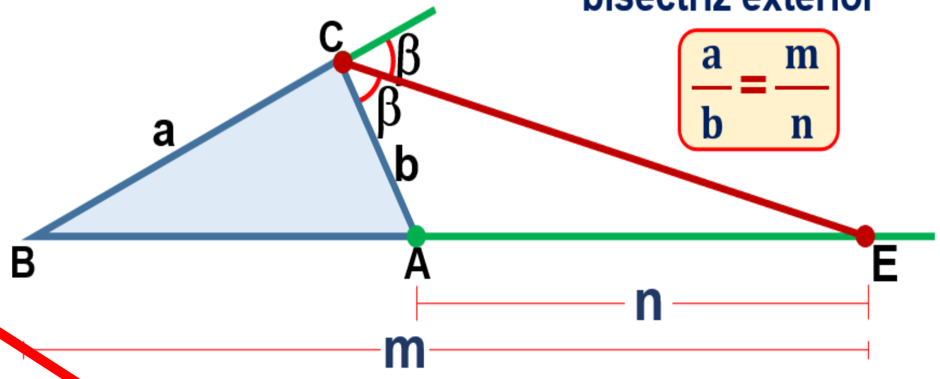
$$20 = 5x$$

$$\boxed{x = 4\text{ m}}$$

4. En un triángulo ABC, AB = 6, BC = 4 y AC = 3. Luego se traza la bisectriz del ángulo exterior en B, la cual interseca a la prolongación de $\overline{AC}$ en E. Calcule CE.



Teorema de la bisectriz exterior



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

Resolución

- Piden: x
- Aplicando el teorema de la bisectriz exterior

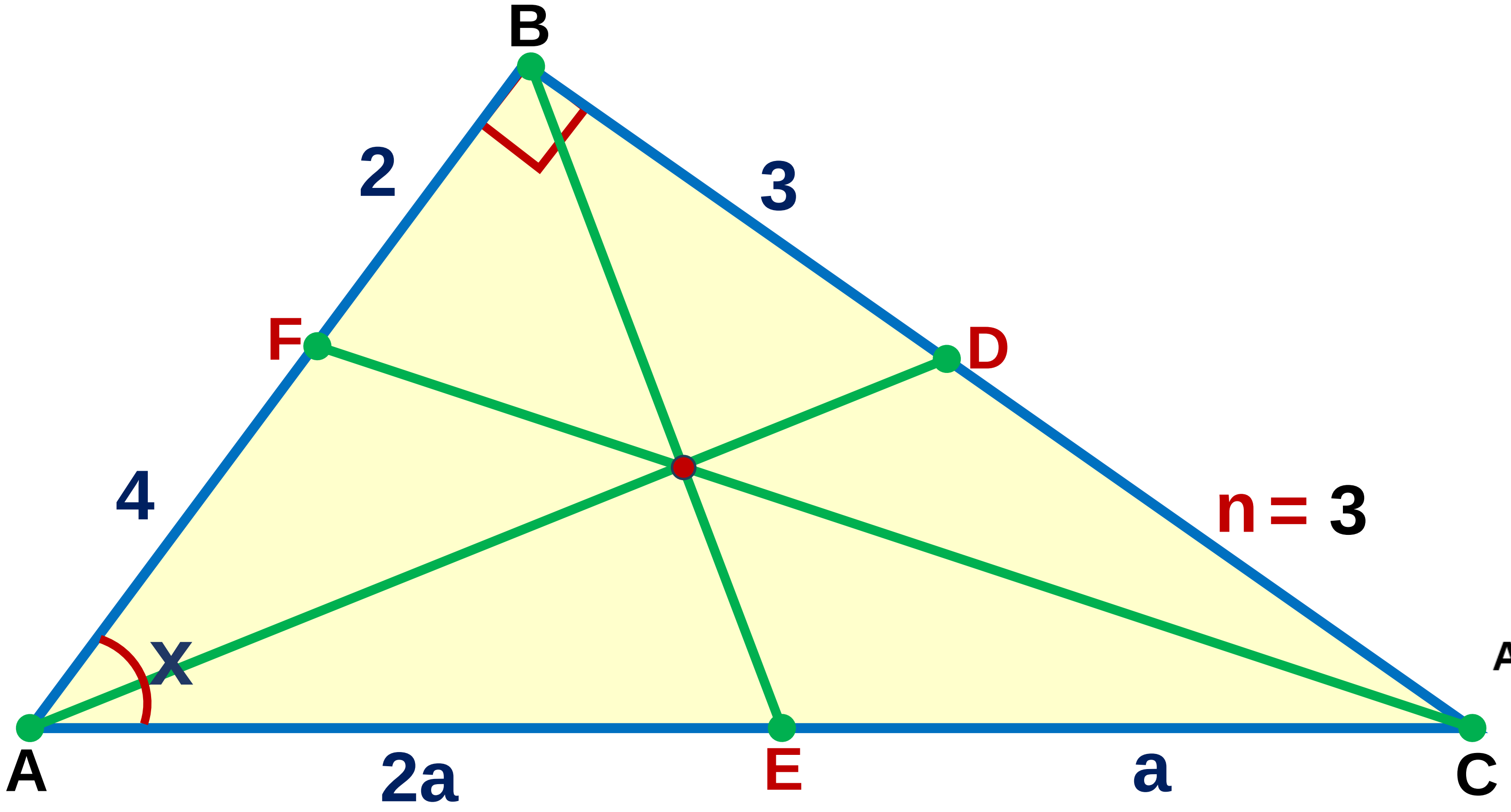
$$\frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{4}_{\,2}} = \frac{x+3}{x}$$

$$3x = 2(x+3)$$

$$3x = 2x + 6$$

$$\boxed{x = 6}$$

5. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se trazan las cevianas interiores $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$, las cuales se intersecan en un punto. Si AF = 4, FB = 2, BD = 3 y AE = 2(EC), calcule m∢BAC.



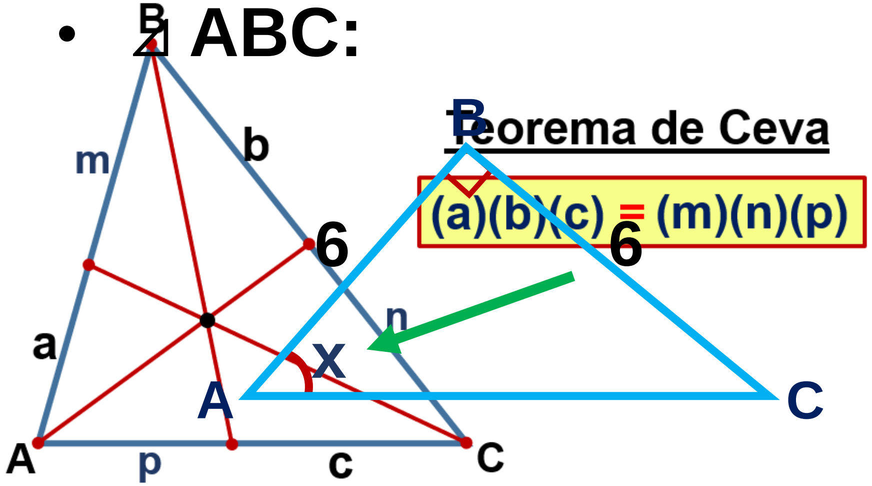
Resolución

- Piden: x.
- Aplicando el teorema de Ceva

$$(\cancel{4})(3)(\cancel{n}) = (\cancel{2})(n)(\cancel{2a})$$

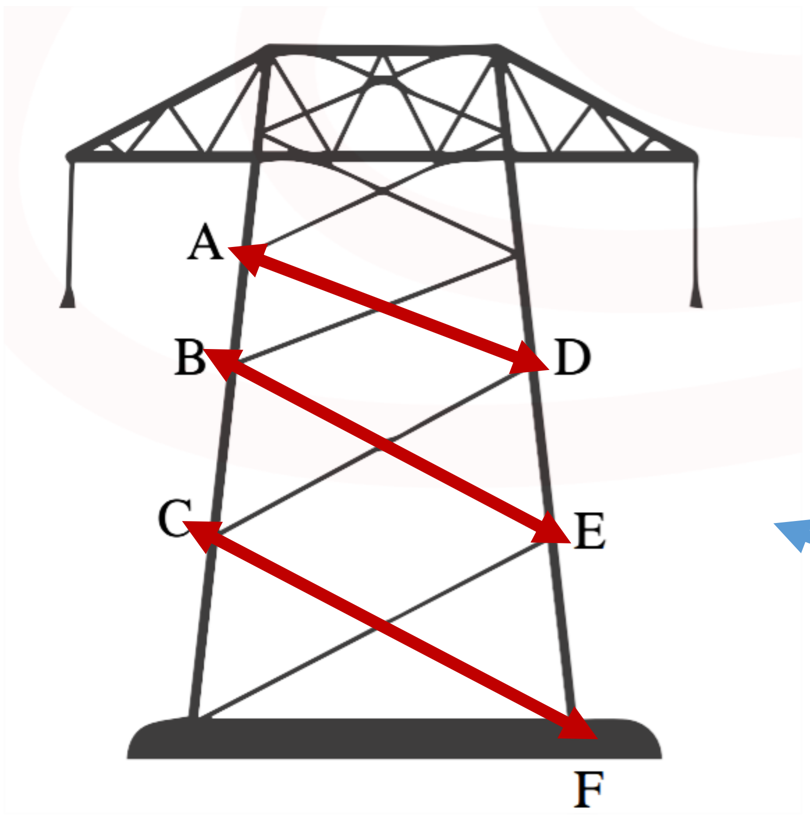
$$3 = n$$

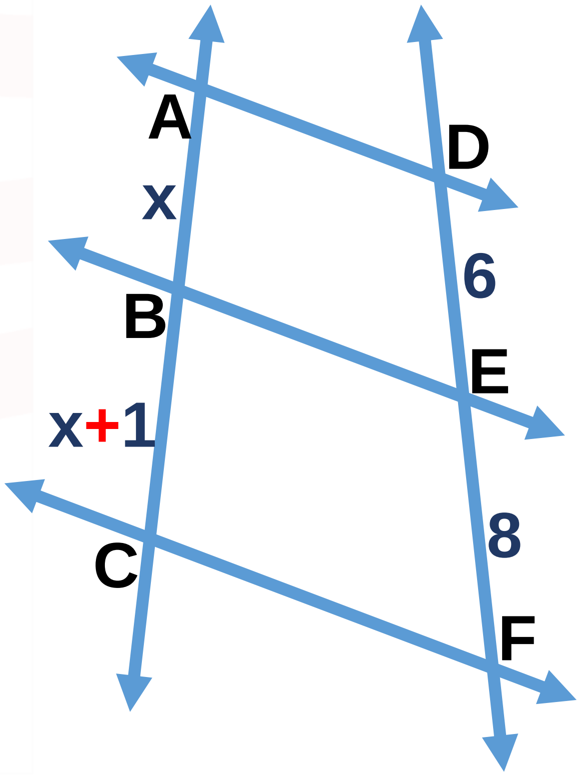
- ⊿ ABC:



$\boxed{x = 45°}$

6. En la figura se observa una torre de alta tensión de manera que las barras metálicas $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ son paralelas, BC = AB + 1; DE = 6 y EF = 8. Determine AB.





Resolución:

- **Piden: AB**
- **Aplicando el teorema de Tales**

$$\frac{x}{x+1} = \frac{6}{8}$$

$$8x = 6(x + 1)$$

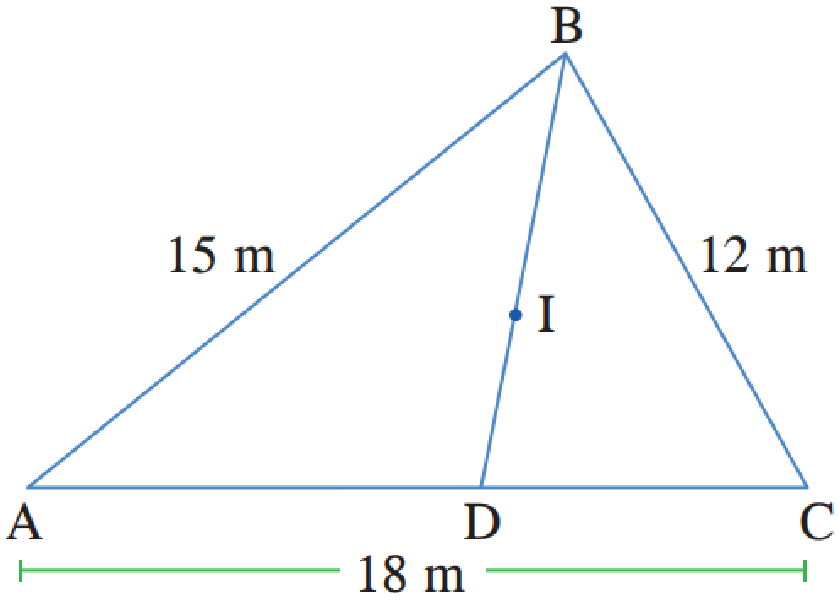
$$8x = 6x + 6$$

$$2x = 6$$

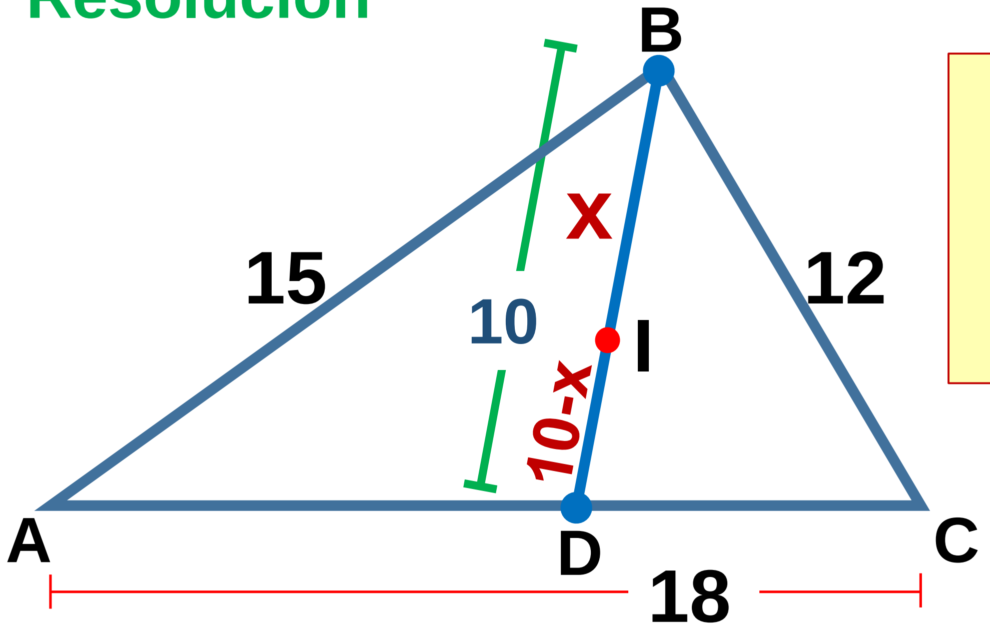
$$x = 3$$

$$\boxed{AB = 3}$$

7. En la figura se muestra el piso de una piscina donde en el punto **I** se encuentra el punto de succión del agua, el cual equidista de las paredes de la piscina. Halle la distancia de **I** a B si BD = 10 m.



Resolución



El incentro equidista de los lados del triángulo.

- Piden: IB
- I es incentro de ΔABC.

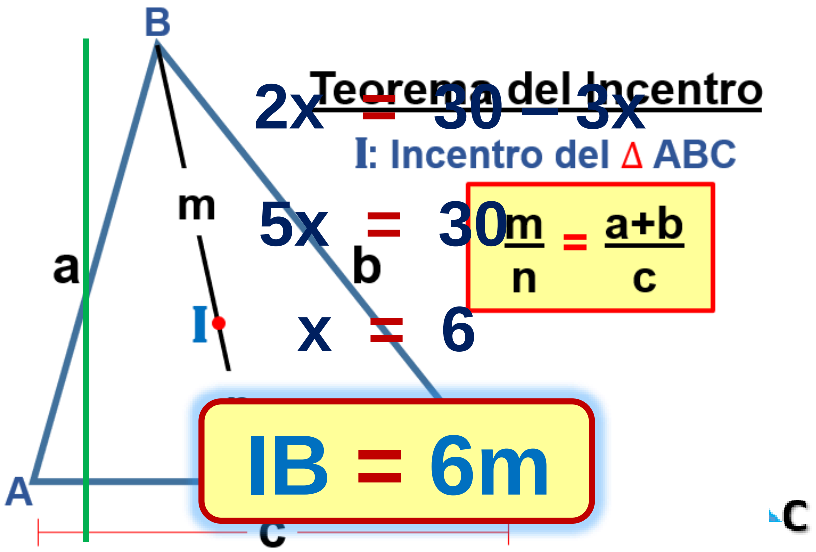
$$\frac{x}{10-x} = \frac{15+12}{18}$$

$$\frac{x}{10-x} = \frac{\cancel{27}^{\,3}}{\cancel{18}_{\,2}}$$

$$2x = 30 - 3x$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$



Teorema del Incentro

I: Incentro del Δ ABC

$$\frac{m}{n} = \frac{a+b}{c}$$

$$\boxed{IB = 6m}$$