ALGEBRA

1st
SECONDARY

Asesoria tomo 5

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1:

Desarrolle cada uno de los productos notables:

$a)\left(x^2+3y^2\right)^2$ $\qquad$ $b)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

RESOLUCIÓN:

$$a)\ \left(x^2+3y^2\right)^2=\left(x^2\right)^2+2\left(x^2\right)\left(3y^2\right)+\left(3y^2\right)^2$$

$$=\ x^4\ +\ 6x^2y^2\ +\ 9y^4$$

$$b)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\left(\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{2}\right)^2$$

$$=\ 5\ -\ 2\sqrt{6}$$

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

PROBLEMA 2:

Reduzca

$$P=\frac{\left(\sqrt{6}+3\right)^{2}+\left(\sqrt{6}-3\right)^{2}}{6}-1$$

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$\boxed{(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)}$$

$$(\sqrt{6}+3)^2+\left(\sqrt{6}-3\right)^2=2\left(\sqrt{6}^2+3^2\right)$$

$$=2\left(6+9\right)=30$$

Reemplazamos

$$P=\frac{30}{6}-1$$

$$P=5-1$$

$$P=\boxed{4}$$

PROBLEMA 3:

Si $x + x^{-1} = 3$

Efectúe $R = x^2 + x^{-2}$

RESOLUCIÓN:

Elevamos al cuadrado

$$x + x^{-1} = 3$$

$$\left(x + x^{-1}\right)^2 = (3)^2$$

$$(x)^2 + 2\underbrace{(x)\left(x^{-1}\right)} + \left(x^{-1}\right)^2 = 9$$

$$x^2 + 2\,(1) + x^{-2} = 9$$

$$x^2 + x^{-2} = 9 - 2$$

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

(Binomio al cuadrado):

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

Recuerda $x^0 = 1$

$$R = x^2 + x^{-2} = \boxed{7}$$

PROBLEMA 4:

Simplifique: $\mathbf{Q} = (x^3 + \sqrt{3})(x^3 - \sqrt{3}) + (1 + x^3)(1 - x^3)$

RESOLUCIÓN:

$$Q = \underbrace{(x^3 + \sqrt{3})(x^3 - \sqrt{3})} + \underbrace{(1 + x^3)(1 - x^3)}$$

$$Q = \cancel{x^6} - 3 + 1 - \cancel{x^6}$$

$$Q = -3 + 1$$

$$Q = \boxed{-2}$$

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$$

PROBLEMA 5:

Reduzca

$$D = (x+3)(x-3)\left(x^2+9\right) - x^4$$

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$$

$$\mathbf{D} = \underbrace{(x+3)(x-3)}(x^2+9) - x^4$$

$$D = \underbrace{(x^2 - 9)(x^2+9)} - x^4$$

$$D = \cancel{x^4} - 81 - \cancel{x^4}$$

$$D = \boxed{-81}$$

PROBLEMA 6:

Reduzca

$$F = (x-3)^3 - x\left(x^2+27\right) + 27$$

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

BINOMIO AL CUBO:

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

$$F = \underbrace{(x-3)^3} - x\left(x^2+27\right) + 27$$

$$F = (x)^3 - 3(x)^2(3) + 3(x)(3)^2 - (3)^3 - x^3 - 27x + 27$$

$$F = \cancel{x^3} - 9x^2 + \cancel{27x} - \cancel{27} - \cancel{x^3} - \cancel{27x} + \cancel{27}$$

$$F = \boxed{-9x^2}$$

PROBLEMA 7:

Simplifique:

$$E = (x+7)(x-3) - x^2 - 4x$$

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVIN

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

$$E = \underbrace{(x+7)\,(x-3)} - x^2 - 4x$$

$$E = (x)^2 + (7-3)x + (7)(-3) - x^2 - 4x$$

$$E = \cancel{x^2} + \cancel{4x} - 21 - \cancel{x^2} - \cancel{4x}$$

$$E = \boxed{-21}$$

PROBLEMA 8:

Efectúe

$$M = (m-1)^2-(m-1)(m-4)$$

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

IDENTIDAD DE STEVIN

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

$$M = \underbrace{(m-1)}^{2} - \underbrace{(m-1)(m-4)}$$

$$M = m^2 - 2m + 1 - [\,m^2 - 5m + 4\,]$$

$$M = \cancel{m^2} \underline{- 2m} \underline{+ 1} - \cancel{m^2} \underline{+ 5m} \underline{- 4}$$

$$M = 3m - 3$$

$$M = \boxed{3m - 3}$$

PROBLEMA 9:

Sandra compra equipos de gimnasio. Si gasta lo equivalente al valor de P, en soles, y se sabe que

$$x + y = 9;\ xy = 1\ y\ P = x^3 + y^3$$

¿Cuánto gastó Sandra?

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}$$

Elevamos al cubo

$$x + y = 9$$

$$(x+y)^3 = (9)^3$$

$$x^3 + y^3 + 3\underbrace{xy}\underbrace{(x+y)} = 729$$

$$x^3 + y^3 + 3(1)(9) = 729$$

$$x^3 + y^3 + 27 = 729$$

$$P = x^3 + y^3 = 702$$

Sandra gastó S/.702

PROBLEMA 10:

Seguimos de aniversario, vamos reduce Q y encontrarás la cantidad de sedes que tiene nuestro colegio:

$$Q = \frac{(m+3)^3}{m^3+9m^2+27m+27} + 48$$

¿Cuántas sedes tiene nuestro colegio?

RESOLUCIÓN:

Recordemos: BINOMIO AL CUBO:

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

$$Q = \frac{(m)^3 + 3(m)^2(3) + 3(m)(3)^2 + (3)^3}{m^3 + 9m^2 + 27m + 27} + 48$$

$$Q = \frac{\cancel{m^3 + 9m^2 + 27m + 27}}{\cancel{m^3 + 9m^2 + 27m + 27}} + 48$$

$$Q = 1 + 48 = 49$$

Nuestro colegio tiene 49 sedes