ALGEBRA

Chapter 16

4th
SECONDARY

Sistema de Ecuaciones Lineales

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

HELICO THEORY

CHAPTHER 16

SACO OLIVEROS

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

I) FORMA GENERAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde:

x, y: Son las variables a calcular

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$: Son constantes

II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

Ejemplo:

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + y = 19 & \ldots (I) \\ 3x - y = 5 & \ldots (II) \end{cases}$$

Resolución

Sumando (I) y (II)

$8x = 24$

$\boxed{x = 3}$

Reemplazando "x" en (I)

$5(3) + y = 19$

$\boxed{y = 4}$

$CS = \{(3; 4)\}$

B) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Ejemplo: *Resuelva el sistema*

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \quad \ldots (\text{I}) \\ 2x + 3y = 7 \quad \ldots (\text{II}) \end{cases}$$

Resolución

De (I) despejamos "x"

$\Rightarrow$ $x = 5 - 2y \quad \ldots (\Delta)$

Reemplazamos "x" en (II) :

$2(5 - 2y) + 3y = 7$

$\Rightarrow$ $10 - 4y + 3y = 7$

$\Rightarrow$ $3 - y = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{y = 3}$

Reemplazamos "y" en (Δ) :

$\Rightarrow$ $x = 5 - 2(3)$ $\Rightarrow$ $\boxed{x = -1}$

CS= {(-1; 3)}

III) CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

Sea el siguiente sistema :

$$L_1:\ a_1x + b_1y = c_1$$

$$L_2:\ a_2x + b_2y = c_2$$

L_1 , L_2: *son rectas*

Éste sistema será:

1) COMPATIBLE DETERMINADA

(Solución única)

Si cumple:

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}}$$

NOTA: *Se dice en este caso que las rectas L_1 , L_2 se intersectan en un sólo punto.*

2) COMPATIBLE INDETERMINADA *(Infinitas soluciones)*

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 están superpuestas, debido a esto hay infinitos cortes.

3) INCOMPATIBLE *(No existe solución)*

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 son paralelas, por lo tanto no hay solución.

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 16

PROBLEMA 1

Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} 8x - 7y = 46 & (\alpha) \\ 9x - 5y = 69 & (\beta) \end{cases}$$

Cacule: xy

Resolución

Eliminando "x":

$$\text{(x9)}\alpha: \quad \cancel{72x} - 63y = 414$$

$$\text{(x8)}\beta: \quad \cancel{72x} - 40y = 552 \qquad (-)$$

$$23y = 138$$

$$\boxed{y = 6}$$

Reemplazando en "α":

$$8x - 7(6) = 46$$

$$8x = 88 \quad \boxed{x = 11}$$

$$\boxed{xy = 66}$$

PROBLEMA 2 Al resolver :

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x-1}+\dfrac{4}{y-3}=23 & (\alpha) \\ \dfrac{4}{x-1}-\dfrac{5}{y-3}=10 & (\beta) \end{cases}$$

Calcule: 5x+2y

Resolución

x5α: $\dfrac{15}{x-1}+\cancel{\dfrac{20}{y-3}}=115$

x4β: $\dfrac{16}{x-1}-\cancel{\dfrac{20}{y-3}}=40$

(+)

$\dfrac{\cancel{31}}{x-1}=\cancel{155}$ 5

$\dfrac{1}{5}=x-1 \rightarrow \boxed{\dfrac{6}{5}=x}$

En " α ": $\dfrac{3}{\frac{1}{5}}+\dfrac{4}{y-3}=23$

$\dfrac{4}{y-3}=23-15$

$\dfrac{\cancel{4}}{y-3}=\cancel{8}$ 2 $\rightarrow \dfrac{1}{2}=y-3$

$\rightarrow \boxed{\dfrac{7}{2}=y}$

$\boxed{\therefore 5x+2y= \quad 13}$

PROBLEMA 3

Siendo:
$$\begin{cases} x + y = 8 & \ldots(\alpha) \\ y + z = 3 & \ldots(\beta) \\ x + z = 9 & \ldots(\theta) \end{cases}$$

Calcule: $(x - y)^{z+1}$

Resolución

Sumando $(\alpha) + (\beta) + (\theta)$:

$2(x + y + z) = 20$

$x + y + z = 10$

$8 + z = 10$

$\boxed{z = 2}$

En (β): $\boxed{y = 1}$

En (θ): $\boxed{x = 7}$

$\boxed{(7 - 1)^{2+1} = 216}$

PROBLEMA 4 Si el sistema:

$$(m+1)x+3y=5$$
$$2x\quad+(m+2)y=n-2$$

Es compatible indeterminado. Calcule “m+n” ,si m>0

Resolución: Se debe cumplir $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$

$$\underbrace{\dfrac{m+1}{2}=\overbrace{\dfrac{3}{m+2}}^{2}=\dfrac{5}{n-2}}$$

1

De 1: $(m+1)(m+2)=6$

$$m^2+3m+2=6$$
$$m^2+3m-4=0$$
$$(m-1)(m+4)=0$$

m=1 v m=-4

$del\ dato\ m>0$ → m = 1

De 2: $\dfrac{3}{3}=\dfrac{5}{n-2}$

$$1=\dfrac{5}{n-2}$$

n = 7

$piden\ m+n$: $1+7=8$

Rpta: 8

PROBLEMA 5 Si el sistema:

$$\begin{cases} 3x + (k-1)y = 12 \\ (k+6)x + 6y = k \end{cases}$$

Es incompatible. Halle el valor de k

Resolución: Se debe cumplir $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$$\frac{3}{k+6} = \frac{k-1}{6} \neq \frac{12}{k}$$

$$18 = (k+6)(k-1)$$

$$18 = k^2 + 5k - 6$$

$$k^2 + 5k - 24 = 0$$

$$(k+8)(k-3) = 0$$

k=-8 v k=3

reemplazando $\mathbf{k = -8}$ $\Rightarrow$ $-\frac{3}{2} \neq \frac{12}{-8}$

$$-\frac{3}{2} \neq \frac{-3}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ F}$$

$\Rightarrow$ $\mathbf{k = 3}$

RPTA: 3

PROBLEMA 6 Pedro hace una compra de x millares de camisas al precio de $5y$ soles por cada millar de camisas; donde x e y se obtienen de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 25x - 4y = 589 \\ 5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31 \end{cases}$$

¿ Cuánto gastó Pedro en dicha compra?

Resolución

De (1): $(5\sqrt{x})^2 - (2\sqrt{y})^2 = 589$

$$(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$$

$$\rightarrow \quad 31(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$$

$$(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 19 \ldots . (3)$$

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} + \cancel{2\sqrt{y}} = 31 \ \ldots (2) \\ (5\sqrt{x} - \cancel{2\sqrt{y}}) = 19 \ldots (3) \end{cases}$$

+

$$10\sqrt{x} = 50$$

$$\sqrt{x} = 5$$

$$x = 25$$

reemplazando en (2) $\quad 5(5) + 2\sqrt{y} = 31$

$$2\sqrt{y} = 6$$

$$\rightarrow \quad \boxed{y = 9}$$

piden cuánto gasto $x.5y$

$$(25)(45) = 1125$$

Rpta 1 125 soles

PROBLEMA 7 Un paciente necesita 65u proteínas y 45u de carbohidratos, y ha encontrado en el mercado dos tipos de alimentos: el tipo A que contiene 3u de proteínas y 2u de carbohidratos, y el tipo B que contiene 4u de proteínas y 3u de carbohidratos. Si el paciente compra ambos tipos de alimentos, ¿cuántos alimentos del tipo B compró?

Resolución:

Analizando los datos de los alimentos

	Tipo A	Tipo B
Proteínas	3 u	4 u
Carbohidratos	2 u	3 u

Cantidad de alimentos tipo A = x

Cantidad de alimentos tipo B = y

Llevándolo a un sistema de ecuaciones

$$3x + 4y = 65 \longleftarrow \times 2$$
$$2x + 3y = 45 \longleftarrow \times 3$$

Luego

$$\cancel{6x} + 8y = 130$$
$$\cancel{6x} + 9y = 135 \quad \ominus$$

$$-y = -5$$

$$y = 5$$

$\therefore$ $\boxed{\text{Compró 5 alimentos del tipo B}}$