

ALGEBRA

Chapter 1

División Algebraica





ALGEBRA

Índice

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

LA FAMOSA REGLA DE RUFFINI:

Paolo Ruffini alcanzó numerosos logros desde el plano intelectual y académico, pero hoy en día es recordado en la esfera matemática por la creación de la llamada **Regla de Ruffini**, una técnica muy eficaz que **permite dividir un polinomio por un binomio de la forma $(x - r)$** . Es un caso de división sintética cuando el divisor es un factor lineal.

Este método fue abordado más tarde por **William George Horner**, quien indagó sobre esta técnica, lo que inspiró a otros matemáticos a reconsiderarla y a verla como una excelente herramienta para la división de polinomios, **dado que facilita el cálculo y permite además localizar las raíces de un polinomio y factorizarlo (siendo r un número entero)**.

MOTIVATING STRATEGY

Material Digital



Resumen

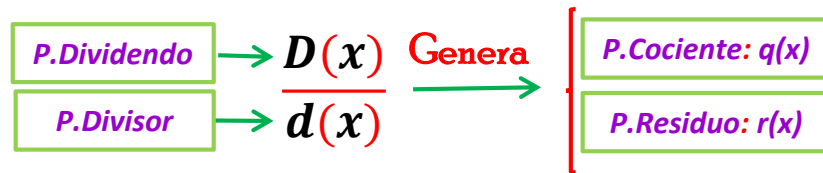


- **Identidad Fundamental**
- **Método de Horner**
- **Método de Ruffini**

HELICO THEORY

DIVISION DE POLINOMIOS

Sea la división de Polinomios:



Identidad Fundamental:

$$D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + r(x)$$

Si: $r(x) \equiv 0 \rightarrow$ División es Exacta

Si: $r(x) \not\equiv 0 \rightarrow$ División es Inexacta

Propiedades de los Grados:

$$(q)^\circ = (D)^\circ - (d)^\circ$$

$$\frac{x^{15}}{x^{10}} \rightarrow (q)^\circ = 15 - 10 = 5$$

$$(R)^\circ_{Max} = (d)^\circ - 1$$

$$\frac{x^5 + 2x + 4}{2x^3 + 5} \rightarrow (R)^\circ_{Max} = 3 - 1 = 2$$

Método de Horner:

Los polinomios Dividendo $D(x)$ y divisor $d(x)$, deben estar completos y ordenados (generalmente de forma descendente); si faltase un término en los polinomios, estos se completan con 0 (cero)

Coeficiente Principal $d(x)$

Coeficientes del Dividendo $D(x)$	
Coeficientes del divisor $d(x)$ Con signo cambiado	Se ubica separando Tantos coeficientes del Dividendo $D(x)$ como indica el grado del divisor $d(x)$
	Cociente $q(x)$
	Resto $r(x)$

Ejemplo

$$\frac{12x^4 - 17x^3 + 17x^2 + 2x - 9}{4x^2 - 3x + 1}$$

Verificamos que ambos polinomios están Completos y ordenados

	+	+	+	+	
4	12	-17	17	2	-9
+3		9	-3		
-1		-8	-6	2	
			8	6	-2
	3	-2	2	10	-11
X	X	X			

Entonces:

$$q(x) = 3x^2 - 2x + 2$$

$$r(x) = 10x - 11$$

Regla de Ruffini:

Se usa cuando el polinomio divisor $d(x)$ tiene la forma " $ax+b$ " ($a \neq 0$); además el polinomio Dividendo $D(x)$ debe estar completo y ordenado; si faltase un término en el polinomio, este se completa con 0 (cero)

$d(x) = 0$	Coeficientes del Dividendo $D(x)$ Se ubica separando el ultimo coeficiente del Dividendo $D(x)$ ya que el Grado del divisor es 1 (uno) \rightarrow	
$ax+b=0$		
$x = -\frac{b}{a}$		
	Cociente $q(x)$	Resto $r(x)$

Ejemplo

$$\frac{3x^4 + 2x^3 - 5x^2 + x + 1}{x - 1}$$

Verificamos que el polinomio Dividendo $D(x)$ está completo y ordenado

$d(x) = 0$		+	+	+	+
$x - 1 = 0$	3	2	-5	1	1
$x = 1$		3	5	0	1
		3	5	0	1
					2

Vemos que el coeficiente principal del divisor $d(x)$ es 1 (la unidad), entonces los coeficientes encontrados del cociente $q(x)$ son verdaderos.

$$q(x) = 3x^3 + 5x^2 + 1$$

$$r(x) = 2$$

Ejemplo

$$\frac{8x^4 + 10x^3 - x + 5}{4x - 3}$$

Verificamos que el polinomio Dividendo $D(x)$ está ordenado pero le falta el término de Grado 2, se completará con 0

$d(x) = 0$		+	+	+	+
$4x - 3 = 0$	8	10	0	-1	5
$x = \frac{3}{4}$		6	12	9	6
		6	12	9	6
					11

Vemos que el coeficiente principal del divisor $d(x)$ es diferente a 1 (la unidad), entonces tenemos que dividir cada uno de los coeficientes encontrados en el espacio del cociente por el coeficiente principal del divisor $d(x)$, 4 (cuatro) para dar con los coeficientes verdaderos.

$$q(x) = 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2$$

$$r(x) = 11$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE

Problema 01



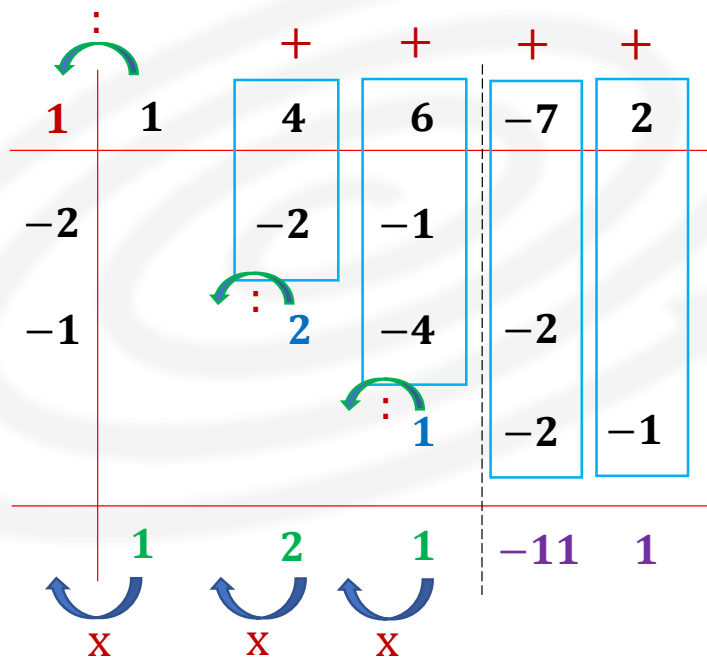
Calcule el residuo de:

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 7x + 2}{x^2 + 2x + 1}$$



Por la forma del divisor $d(x)$
usaremos el método de Horner

✓ Verificamos que ambos polinomios están
Completos y ordenados



Resolución

Entonces:

$$q(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$r(x) = -11x + 1$$

CLAVE (C)

Problema 02



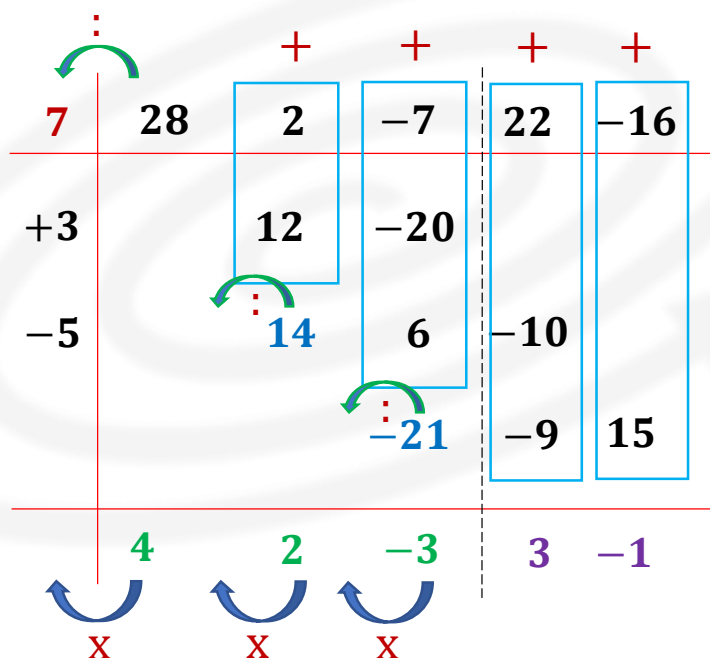
Calcule el término independiente del cociente en la división

$$\begin{array}{r} 28x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 22x - 16 \\ 7x^2 - 3x + 5 \end{array}$$



Por la forma del divisor $d(x)$
usaremos el método de Horner

✓ Verificamos que ambos polinomios están
Completos y ordenados



Resolución

Entonces:

$$q(x) = 4x^2 + 2x - 3$$

$$r(x) = 3x - 1$$

Nos piden:

Término independiente del cociente

-3

CLAVE (D)

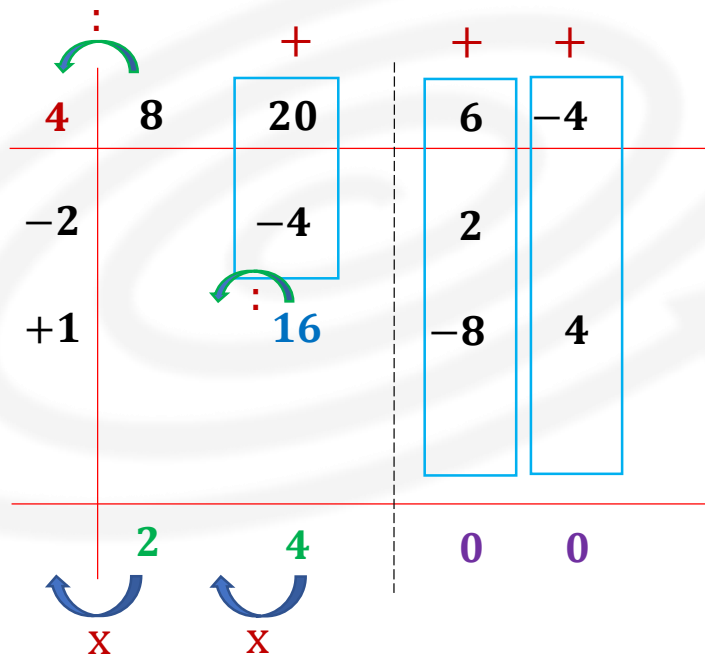


Determine el cociente al dividir

$$\frac{8x^3 + 20x^2 + 6x - 4}{4x^2 + 2x - 1}$$

Por la forma del divisor $d(x)$
usaremos el método de Horner

✓ Verificamos que ambos polinomios están
Completos y ordenados



Entonces:

$$q(x) = 2x + 4$$

$$r(x) = 0$$

CLAVE (B)

Problema 04



César va a comprar al supermercado y al momento de pagar en caja, la registradora sufre un desperfecto, en vez de salir el monto numérico en soles a pagar, sale el monto en letras **AB+2B**. Al consultar al ingeniero de sistemas, este dice que dichos valores literales se pueden deducir de la siguiente

división	exacta.
----------	---------

$$\frac{Ax^5 + Bx^4 - x^3 + 7x^2 - 5x - 12}{3x^2 + x - 4}$$

¿Cuánto tiene que pagar César ?

Por la forma del divisor $d(x)$
usaremos el método de Horner

- ✓ Verificamos que ambos polinomios están Completos y ordenados
- ❖ Colocaremos en el esquema los coeficientes en orden ascendente

Luego:

B - 3 - 2 = 0

B = 5

A - 6 = 0

A = 6

Entonces el valor a pagar es:

$$AB+2B = (6)(5) + 2(5)$$

$$AB + 2B = 40$$

Por lo tanto César tiene que pagar:

S/. 40

CLAVE (A)

Problema 05



Las edades de Ricardo y Cristian están representadas por los valores de A y B, respectivamente (en años), en la siguiente **división exacta**.

$$\begin{array}{r} 6x^4 - 13x^2 + Ax - B \\ 2x^2 - 4x + 5 \end{array}$$

Determine la suma de las edades de Ricardo y Cristian dentro de 2 años.

Por la forma del divisor $d(x)$
usaremos el método de Horner

- ✓ Verificamos que el polinomio Dividendo $D(x)$ no está completo, le falta el término de Grado 3, lo reemplazaremos con 0

	+	+	+	+	
2	6	0	-13	A	-B
+4		12	-15		
-5		12	24	-30	
			-4	-8	10
				0	0

$\begin{array}{c} \text{3} \\ \text{X} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{6} \\ \text{X} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{-2} \\ \text{X} \end{array}$

Resolución

Luego:

$$A - 30 - 8 = 0$$

$$A = 38$$

$$-B + 10 = 0$$

$$B = 10$$

Edad actual de Ricardo: 38 años

Edad actual de Cristian: 10 años

Dentro de 2 años sus edades serán:

Ricardo: 40 años

Cristian: 12 años

Nos piden la suma de estas últimas edades:

$$52 \text{ años}$$

CLAVE (C)

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



Si al dividir

$$\frac{6x^5 - x^4 + 4x^3 - x^2 - Ax + B}{3x^2 + x - 2}$$

El resto es $3x - 5$, calcule $A + B$.

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Problema 07



Determine el residuo al dividir

$$\frac{6x^5 + 7x^4 + 18x^3 + 10x^2 + 7x - 9}{3x^3 - x^2 + 2}$$

- A) $x^2 + x + 1$ B) $x^2 + 1$
C) $13x^2 - x - 13$ D) $x^2 - x + 1$
E) $13x^2 + x - 23$

Problema 08



Si: $R(x) \equiv -2x - 6$;
es el residuo de dividir

$$\frac{Ax^4 + Bx^3 + x^2 + 9x + 2}{x^2 + 5x + 2}$$

Calcule $A + B$.

- A) -33 B) -34 C) -35
D) -36 E) -37

Problema 09



El abuelo Alberto después de la visita a sus nietos, se despide dejándoles a sus 2 nietos sus propinas, se sabe que las propinas juntas suman 52 soles y están en la misma proporción del término independiente del cociente y el residuo de la división siguiente.

$$\frac{8x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 11x - 2}{4x - 1}$$

Determine la menor propina que recibió uno de los nietos.

- A) S/. 13 B) S/. 52 C) S/. 12
D) S/. 26 E) S/. 6

Problema 10



Las lecturas de las temperaturas dadas por el Senamhi en los departamentos de Cerro de Pasco y Puno son B y A, respectivamente, valores que podemos encontrar en la siguiente división

$$\frac{x^4 + 4x^3 + Ax + B}{x^2 + x - 3}$$

tiene como residuo $R(x) = 3x - 2$.
Determine la lectura de temperatura más fría °C.

- A) 0 °C B) -6 °C C) 6 °C
D) 12 °C E) -12 °C

