



# ARITHMETIC

## Chapter 17 Sesion 1

**1st**  
SECONDARY

**Maximo Común Divisor**



 **SACO OLIVEROS**



# MOTIVATING STRATEGY

## LOS NÚMEROS PERFECTOS.

Los números perfectos son números enteros que son iguales a la suma de sus divisores. Por ejemplo

➤  $6 = 1 + 2 + 3$

➤  $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$



Otros números perfectos son 496; 8128; 33550336;... [Peter Barlow](#)

En 1952 solo se conocían 12 números perfectos. La dificultad de encontrar ese tipo de números hizo decir a René Descartes (Francia, 1596-1650): “Los números perfectos, igual que los hombres perfectos, son muy escasos”.

En 1811, el matemático inglés Peter Barlow, en su libro Theory of Numbers, habla del número perfecto de 19 cifras descubierto por Euler en 1772 y dice: “Jamás se descubrirá ninguno mayor, pues si bien esos números son interesantes, como no son útiles, lo más probable es que a nadie se le ocurra buscar uno mayor”.



# HELICO THEORY

**MCD** Dado un conjunto de números enteros positivos, su MCD es aquel número que cumple dos condiciones.

- ✦ Es un divisor común de dichos números.
- ✦ Es el mayor de los divisores comunes.

**Ejm** Sean los números 18 y 24

#	Divisores $\mathbb{Z}^+$
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

$$\text{MCD}(18; 24) = 6$$

Divisores comunes de 18 y 24

➔ 1, 2, 3 y 6

En conclusión:

Sean los números A y B

$$CD_{\text{comunes de A y B}} = CD_{\text{MCD}(A;B)}$$



# HELICO THEORY

## MÉTODOS PARA DETERMINAR EL MCD

### A Por descomposición canónica

El MCD es igual al producto de sus factores primos comunes elevados a los menores exponentes posibles.

Ej

Dados los números A,B y C

m

$$\begin{aligned} \text{Si } A &= 2^4 \times 3^5 \times 5^2 \\ B &= 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^2 \\ C &= 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

$$\text{MCD}(A, B, C) = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$$

### B Por descomposición simultanea

El MCD es el producto de sus factores comunes.

Ejm

Calcule el MCD de 56; 140 y 168

$$\begin{array}{rrrr} 56 & - & 140 & - & 168 & & 2 \\ 28 & - & 70 & - & 84 & & 2 \\ 14 & - & 35 & - & 42 & & 7 \\ 2 & - & 5 & - & 6 & & \end{array}$$

PESI

$$\text{MCD}(56, 140, 168) = 2^2 \times 7 = 28$$



# HELICO THEORY



## Divisiones sucesivas o algoritmo de Euclides

Aplic

Solo para determinar el MCD de dos números A y B.  
Al calcular el MCD de 750 y 270, indique los cocientes y residuos respectivos.

*cocientes sucesivos*

		2	1	3	2	
750	270	210	60	30	MCD	
	210	60	30	0		

*residuos sucesivos*

**Cocientes sucesivos:**

→ 2, 1, 3 y 2

**Residuos sucesivos:**

→ 210, 60, 30, 0

# HELICO PRACTICE

1. Si  $A = \text{MCD}(60; 48; 40)$   
 $B = \text{MCD}(70; 28; 42)$   
calcule  $A+B$ .

## RESOLUCION

METODO:

Descomposición  
simultanea

$$\begin{array}{r|l} 60 - 48 - 40 & 2 \\ 30 - 24 - 20 & 2 \\ \hline 15 - 12 - 10 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 60 \\ 30 \\ 15 \end{array}} \right\} = 4$$

PESI

$$\text{MCD}(60; 48; 40) = 4$$

$$\begin{array}{r|l} 70 - 28 - 42 & 2 \\ 35 - 14 - 21 & 7 \\ \hline 5 - 2 - 3 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 70 \\ 35 \\ 5 \end{array}} \right\} = 14$$

PESI

$$\text{MCD}(70; 28; 42) = 14$$

$$\therefore A + B = 4 + 14 =$$

RPTA:

18

# HELICO PRACTICE

**2.** Halle el mayor de los divisores comunes que tienen los números 210 y 330

**RESOLUCION**

El **MCD** es el mayor de los divisores comunes

$$\text{MCD}(210; 330) = 30$$

$$\begin{array}{r|l} 210 - 330 & 10 \\ 21 - 33 & 3 \\ \hline 7 - 11 & \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} 10 \\ 3 \end{array} \right\} 30$$

PESI

**RPTA:**

**30**

## HELICO PRACTICE

**3.** Si  $A = 2^2 \times 3 \times 5$  y  $B = 2 \times 3^2$ , calcule  $\text{MCD}(A, B)$ .

### RESOLUCION

METODO:

Descomposición canónica

$$A = 2^2 \times \textcircled{3} \times 5$$

$$B = \textcircled{2} \times 3^2$$

$$\text{MCD}(A, B) = 2 \times 3 = 6$$

RPTA:

6



# HELICO PRACTICE

4. Si el MCD de  $10k$  y  $15k$  es  $30$ , calcule  $3k$ .

## RESOLUCION

$$\begin{array}{r|l} 10k - 15k & k \\ 10 - 15 & 5 \\ \hline 2 - 3 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 10k - 15k \\ 10 - 15 \\ 2 - 3 \end{array}} \right\} 5k$$

PESI

$$\text{MCD}(10k; 15k) = 5k$$

**Del problema:**

$$\text{MCD}(10k; 15k) = 30$$

**Entonces:**

$$5k = 30$$

$$k = 6$$

**Nos piden:**

$$3k = 3(6)$$

RPTA:

18

# HELICO PRACTICE

**5.** Al calcular el MCD de 72 y 108 se obtuvo  $2^a \times 3^b$ . Calcule  $a+b$ .

## RESOLUCION

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 108 & 2 \\ \hline 36 & 2 \\ 54 & 3 \\ \hline 18 & 3 \\ 27 & 3 \\ \hline 6 & 3 \\ 9 & \\ \hline 2 & \\ 3 & \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{array} \right\} 2^2 \times 3^2$$

PESI

$$\text{MCD}(72; 108) = 2^2 \times 3^2$$

$$2^a \times 3^b = 2^2 \times 3^2$$

**Por lo tanto**  $a = 2$      $b = 2$

**Nos piden:**

$$a + b = 2 + 2 =$$

RPTA:

4

## HELICO PRACTICE

- 6.** Para el cumpleaños de Leila se cuenta con 75 frunas y 105 sapitos que se decide entregar a cada uno de los niños invitados en sorpresas que contengan la misma cantidad de cada una de estas golosinas y sea la mayor posible, si ella desea que cada uno de sus invitados obtenga una sorpresa. ¿Cuántos niños se verían beneficiados? Ayuda a Leila a resolver esta pregunta utilizando el algoritmo de Euclides.

### RESOLUCION

	1	2	2	
105	75	30	15	MCD
	30	15	0	

$$\text{MCD}(105; 75) = 15$$

**Nos piden:**

$$\frac{105}{15} + \frac{75}{15} = 7 + 5 =$$

RPTA:

12

# HELICO PRACTICE

- 7.** Álex tiene un negocio de materiales para la elaboración de maquetas por lo cual debe cortar dos listones de madera en trozos de igual longitud y lo más largo posible sin que sobre material. Si los listones miden  $140\text{ cm}$  y  $98\text{ cm}$ , ¿cuantos trozos obtendrá?

## RESOLUCION

Como queremos trozos iguales y la mayor longitud posible entonces aplicaremos MCD.

$$\begin{array}{r} 140 - 98 \\ 70 - 49 \\ 10 - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 7 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \\ 7 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Mayor} \\ \text{longitud de} \\ \text{cada trozo} \end{array}$$

Nº de trozos iguales

**Nos piden:**

$$10 + 7 =$$

RPTA: **17**