



# TRIGONOMETRY

## Chapter 24

**3rd**  
SECONDARY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS  
AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE

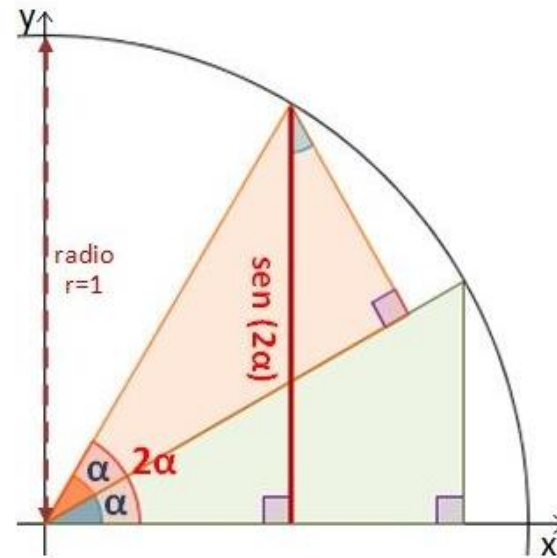


 **SACO OLIVEROS**



¿Cómo se obtienen?

Seno del ángulo doble



Sea la fórmula del seno del ángulo suma:

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen} \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \text{sen} \beta$$

Con la transformación  $\beta = \alpha$ , tendremos el seno del ángulo doble.

$$\text{sen}(2\alpha) = 2 \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

¿Y Ud. como demostraría geométricamente el coseno del doble?





# IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE

## I ) Identidades de Degradación :

$$2\text{sen}^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

$$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

## II ) Otras Identidades Auxiliares :

$$(\text{sen}\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \text{sen} 2\alpha$$

$$\cot\alpha + \tan\alpha = 2 \csc 2\alpha$$

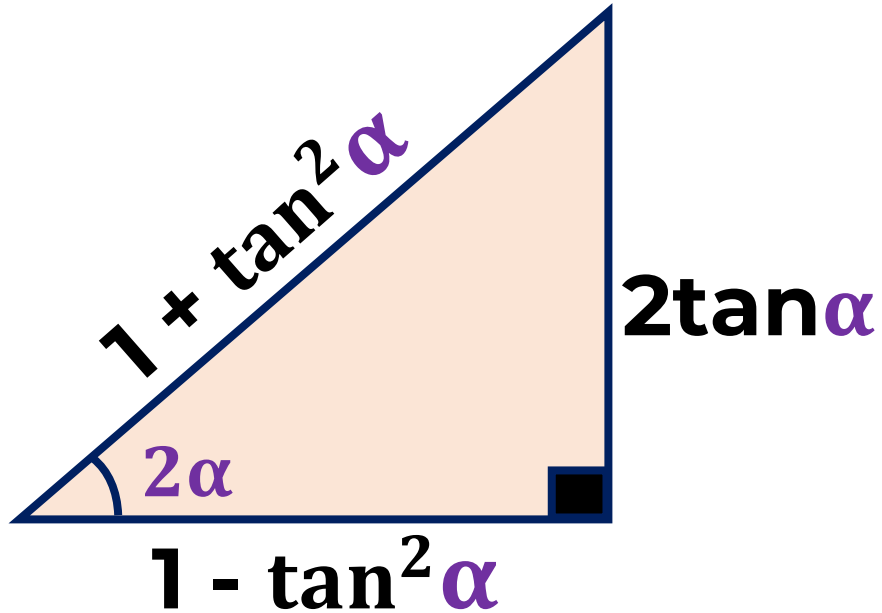
$$(\text{sen}\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \text{sen} 2\alpha$$

$$\cot\alpha - \tan\alpha = 2 \cot 2\alpha$$



## TRIÁNGULO PRÁCTICO DEL ÁNGULO DOBLE

Nos permite calcular las 6 razones trigonométricas del ángulo doble ( $2\alpha$ ), utilizando la tangente del ángulo unidad ( $\tan\alpha$ )



Se obtiene:

$$\text{sen}2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 + \tan^2\alpha}$$

$$\text{cos}2\alpha = \frac{1 - \tan^2\alpha}{1 + \tan^2\alpha}$$





# HELICO-PRACTICA

1) Reduzca  $E = \frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

**Resolución:**

$$E = \frac{\cancel{2} \cos^2 \alpha}{\cancel{2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$E = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\therefore E = \cot \alpha$$

**Recordar**

$$2\cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$





2 ) Efectúe  $T = ( \cot 12^\circ + \tan 12^\circ ) \operatorname{sen} 24^\circ$

**Resolución:**

$$T = 2 \csc 2(12^\circ) \cdot \operatorname{sen} 24^\circ$$

$$T = \underbrace{2 \csc 24^\circ}_{=1} \cdot \operatorname{sen} 24^\circ$$

$$\therefore T = 2(1) = 2$$

**Recordar**

$$\cot \alpha + \tan \alpha = 2 \csc 2\alpha$$





# HELICO-PRACTICE

3 ) Si  $\cot x - \tan x = \frac{8}{3}$  ; calcule  $E = 12 \tan 2x$

**Resolución:**

$$\underbrace{\cot x - \tan x}_{\text{}} = \frac{8}{3}$$

$$\cancel{2} \cot 2x = \cancel{\frac{8}{3}}$$

$$\cot 2x = \frac{4}{3}$$

**Calculamos:**

$$E = 12 \underbrace{\tan 2x}_{\text{}} =$$

$$E = \cancel{12} \left( \cancel{\frac{3}{4}} \right)$$

$$E = 9$$

**Recordar**

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$





4 ) Si  $\cot\alpha + \tan\alpha = \sqrt{5}$  ; calcule  $L = \sqrt{5}\sin 2\alpha + 3$

**Resolución:**

$$\underbrace{\cot\alpha + \tan\alpha}_{2 \csc 2\alpha} = \sqrt{5}$$

$$2 \csc 2\alpha = \sqrt{5}$$

$$\csc 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{\sin 2\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}}$$

**Calculamos:**

$$L = \sqrt{5} \sin 2\alpha +$$

$$L = \cancel{\sqrt{5}} \left( \frac{2}{\cancel{\sqrt{5}}} \right) + 3$$

$$L = 2 + 3$$

$$L = 5$$







5 ) Si  $\frac{\text{sen}x}{5} = \frac{\text{cos}x}{4}$  ; calcular  $\tan 2x$

**Resolución:**

$$\frac{\text{sen}x}{\text{cos}x} = \frac{5}{4}$$

$$\tan x = \frac{5}{4}$$

**Recordar**

$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

**Calculamos:**

$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\tan 2x = \frac{2\left(\frac{5}{4}\right)}{1 - \left(\frac{5}{4}\right)^2}$$

$$\tan 2x = \frac{\frac{5}{2}}{-\frac{9}{25}} = -\frac{125}{18}$$





- 6 ) Al copiar de la pizarra la expresión  $1 + \tan^2 26^\circ 30'$ , Walter cometió un error y escribió  $1 - \tan^2 26^\circ 30'$ . - Determine la razón entre lo que estaba escrito en la pizarra y lo que escribió Walter.

**Resolución:**

$$E = \frac{1 + \tan^2 26^\circ 30'}{1 - \tan^2 26^\circ 30'}$$

$$E = \sec 2(26^\circ 30')$$

$$E = \sec(53^\circ)$$

$$E = \frac{5}{3}$$

**Recordar**

$$\sec 2x = \frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$$





- 7 )** Milagros desea saber el precio de un cuaderno que tiene pensado comprar, el precio le indican que es  $50\text{sen}2x$ . Conociendo la siguiente expresión

$$\text{sen}x - \text{cos}x = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

Si Milagros al final compra cinco cuadernos, indique lo pagado.

**Recordar**

$$(\text{sen}x - \text{cos}x)^2 = 1 - \text{sen}2x$$

### Resolución:

Elevando al cuadrado el dato:

$$(\text{sen}x - \text{cos}x)^2 = \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 - \text{sen}2x = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \text{sen}2x = \frac{2}{5}$$

El precio de un cuaderno(en soles):

$$50 \cdot \text{sen}2x = 50 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) = 20$$

Finalmente por los 5 cuadernos se pagará: **100 soles**