ALGEBRA

Chapter 20

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2th

SECONDARY

Session I

Ecuaciones de Segundo Grado

SACO OLIVEROS

GEROLAMO CARDANO

Gerolamo (Jerónimo) Cardano , nació en Pavía (Italia) un 24 de septiembre de 1501, destacado médico, matemático y astrólogo. Célebre matemático italiano del Renacimiento, autor de la obra Ars Magna (1545) que marcó el inicio del periodo moderno del álgebra. Como matemático realizó múltiples estudio sobre al azar, tema que lo apasionaba, pues era un gran jugador de cartas. Filósofo y enciclopedista,. También es conocido por ser el primero en dar una solución general completa de la ecuación de tercer y cuarto grado.

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

FORMA GENERAL: $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$ $\boxed{a \neq 0}$

Ejemplos:

1) $x^2 + 5x = 14$

2) $(x+3)^2 - 6x = x + 9$

Métodos de resolución

1) Factorización

2) Fórmula general

Nota:

- *Para cualquiera de los dos métodos la ecuación tiene que tener la expresión de la forma general.*
- *La cantidad de soluciones en una ecuación cuadrática pueden ser dos, una ó ninguna.*

1. Método de factorización

Ejemplos: Resolver

1) $x^2 - 25 = 0$

$$(x-5)(x+5)=0$$

$$x-5=0 \quad \vee \quad x+5=0$$

$$x=5 \qquad\qquad x=-5$$

$$\boxed{\therefore C.S=\{-5;5\}}$$

2) $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$\begin{array}{ccccc} x & & -4 & \rightarrow & -4x \\ x & & -3 & \rightarrow & -3x \\ \hline & & & & -7x \end{array}$$

+

$$(x-4)(x-3)=0$$

$$x-4=0 \quad \vee \quad x-3=0$$

$$x=4 \qquad\qquad x=3$$

$$\boxed{\therefore C.S=\{3;4\}}$$

2. Método por la fórmula general

Procedimiento para la resolución:

- La ecuación debe estar igualada a cero.

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}} \\ \boxed{x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}} \end{cases}$$

- Identificar los coeficientes (a;b;c)

Donde: $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$ (Δ: discriminante)

- Reemplazar y calcular.

Ejemplo: Resolver

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

Resolución

$$a = 2 \; ; \; b = -3 \; ; \; c = 1$$

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(1)$$

$$\Delta = 9 - 8$$

$$\boxed{\Delta = 1}$$

Fórmula general:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(2)} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 - 1}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{3 + 1}{4} \Rightarrow x_2 = 1$$

$$\boxed{\therefore C.S = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}}$$

Propiedades de las raíces

Sean x_1; x_2 raíces o soluciones de la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1. Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2. Producto de las raíces

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Ejemplo:

Si x_1; x_2 son raíces de la ecuación:

$$2x^2 + 6x + 14 = 0$$

Hallar $(x_1 + x_2) + (x_1 . x_2)$

Resolución:

$a = 2$; $b = 6$; $c = 14$

$$x_1 + x_2 = -\frac{6}{2} = \boxed{-3}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{14}{2} = \boxed{7}$$

$+$

$\boxed{Rpta.\ 4}$

HELICO PRACTICE

1. Resuelva:

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

RESOLUCIÓN

$$x^2 - \underline{8x} - 9 = 0$$

$$\begin{array}{cclcr} x & & -9 & \rightarrow & -9x \\ x & & +1 & \rightarrow & x \quad + \\ \hline & & & & -8x \end{array}$$

$$(x-9)(x+1) = 0$$

$$x - 9 = 0 \quad \vee \quad x + 1 = 0$$

$$x = 9 \qquad\qquad x = -1$$

$$\boxed{\therefore C.S = \{-1; 9\}}$$

2. Calcule el valor de x si

$$x(x-5)+2(x-3)+8=0$$

RESOLUCIÓN

$$x(x-5)+2(x-3)+8=0$$

$$x^2-5x+2x-6+8=0$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$\begin{array}{lll} x & -2 & \rightarrow -2x \\ x & -1 & \rightarrow -x \\ & & \overline{-3x} \end{array}$$

$$(x-2)(x-1)=0$$

$$x-2=0 \quad \vee \quad x-1=0$$

$$x=2 \qquad\qquad x=1$$

$$\boxed{\therefore\ x_1=1 \quad \vee \quad x_2=2}$$

3. Calcule el valor de x en la ecuación

$$2x^2 - 3x + 10 = x^2 + 4x$$

RESOLUCIÓN

$$2x^2 - 3x + 10 - x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} x & -2 & -2x \\ x & -5 & -5x \\ \hline & & -7x \end{array}$$

+

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$x - 2 = 0$ ∨ $x - 5 = 0$

$x = 2$ $x = 5$

$$\therefore\ x_1 = 2 \quad \vee \quad x_2 = 5$$

4. Resuelva:

$$x^2 = 2x$$

RESOLUCIÓN

$$x^2 - 2x = 0$$

$$\underset{0}{x}\,\underbrace{(x-2)}_{0} = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$\boxed{\therefore C.S = \{0; 2\}}$$

5. **Calcule el valor de la mayor raíz de la siguiente ecuación:**

$x(x-4)-5=4(1-x)$

Además, si se sabe que esto indica el número de meses que tiene María, la hermana menor de Fausta. ¿Cuántos meses son?

RESOLUCIÓN

$x(x-4)-5=4(1-x)$

$x^2-\cancel{4x}-5=4-\cancel{4x}$

$x^2-5-4=0$

$x^2-9=0$

$(x-3)(x+3)=0$

$(x-3)(x+3)=0$

$x-3=0 \quad \vee \quad x+3=0$

$x=3 \qquad x=-3$

$\therefore$ **Tiene 3 meses**

6. Calcule el valor de x

$$x^2+x-5=0$$

RESOLUCIÓN

$$x^2+x-5=0$$

$$a=1\ ;\quad b=1\ ;\quad c=-5$$

$$\boxed{\Delta=b^2-4ac}$$

$$\Delta=(1)^2-4(1)(-5)$$

$$\Delta=1+20$$

$$\boxed{\Delta=21}$$

Fórmula general:

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$x=\frac{-(1)\pm\sqrt{21}}{2(1)}=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$$

$$x_1=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}\qquad x_2=\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$$

$$\boxed{\therefore x_1=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}\ \vee\ x_2=\frac{-1+\sqrt{21}}{2}}$$

7. Calcule la mayor raíz de: $x^2 = 3x + 4$

Sabiendo que esto indica el precio de entrada de un adulto al parque de las aguas. Si la entrada de un adulto es el doble de la de un niño, y al parque ingresaron 150 adultos y 205 niños, ¿Cuánto se recaudó por las entradas?

RESOLUCIÓN

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccccc} x & & 1 & \rightarrow & x \\ x & & -4 & \rightarrow & -4x \\ & & & & \overline{-3x} \end{array}$$

$$(x+1)(x-4) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \vee \quad x - 4 = 0$$

$$x = -1 \qquad\qquad x = 4$$

mayor raíz

Cada adulto pagó S/4 : $150(4) = S/600$

Cada niño pagó S/2 : $205(2) = S/410$

$\therefore$ ***Total recaudado: S/ 1010***