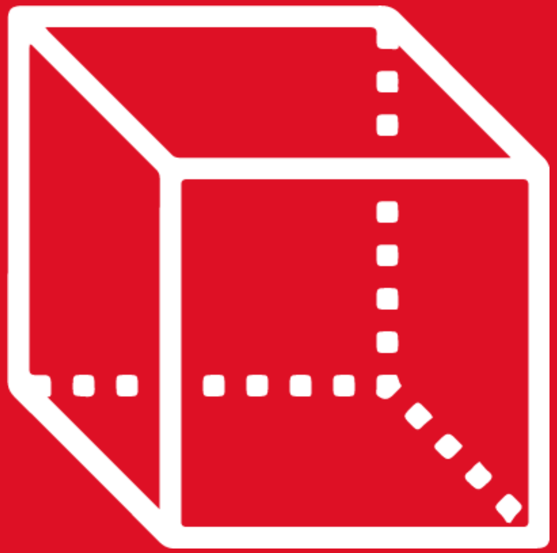
GEOMETRÍA

Capítulo 5



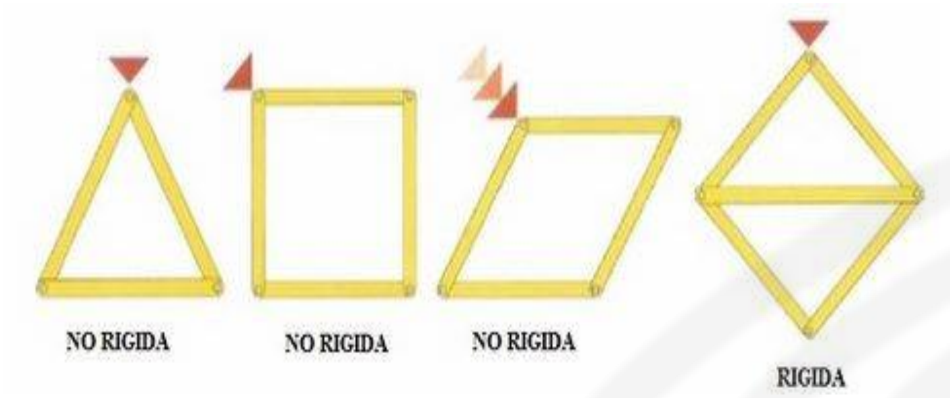
3th

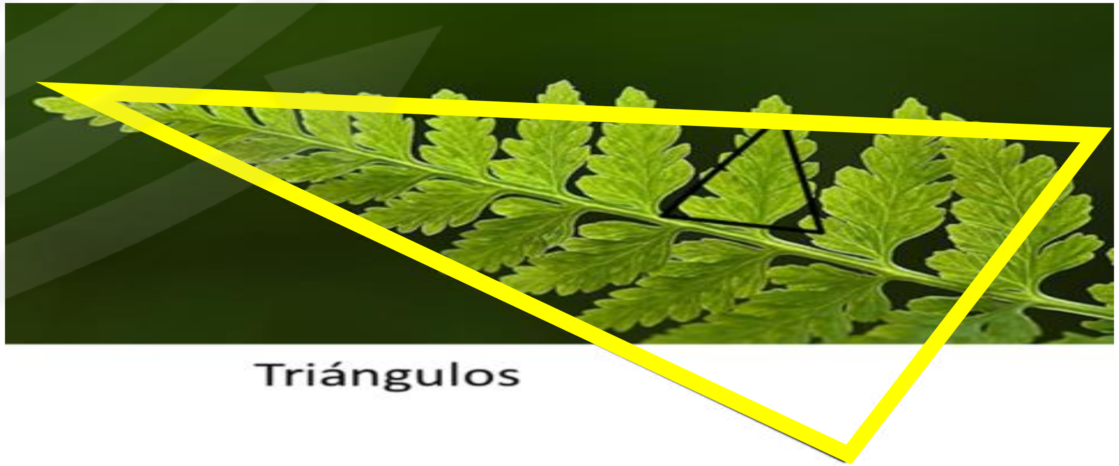
SECONDARY

SACO OLIVEROS

TRIÁNGULO

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales, que nos permite comprender las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente., aplicando los axiomas, postulados, lemas, teoremas y corolarios, estudiados en los capítulos anteriores, en nuestra vida cotidiana podemos encontrar muchos objetos de forma de triángulo como podemos observar en los siguientes gráficos.

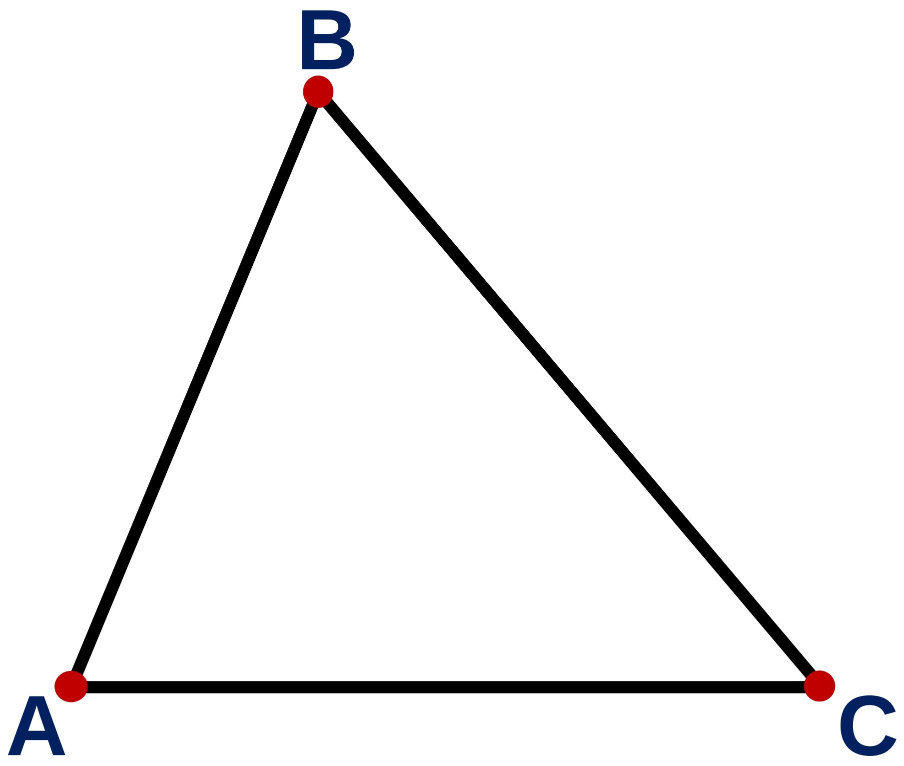




TRIÁNGULO

Definición.

Si A, B y C son tres puntos no colineales, entonces la unión de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ se denomina triángulo.



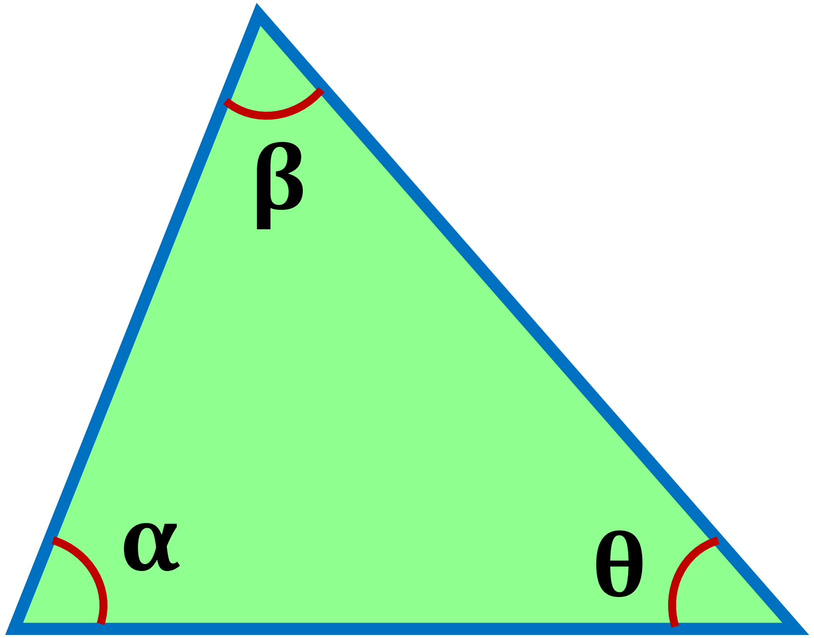
NOTACIÓN:

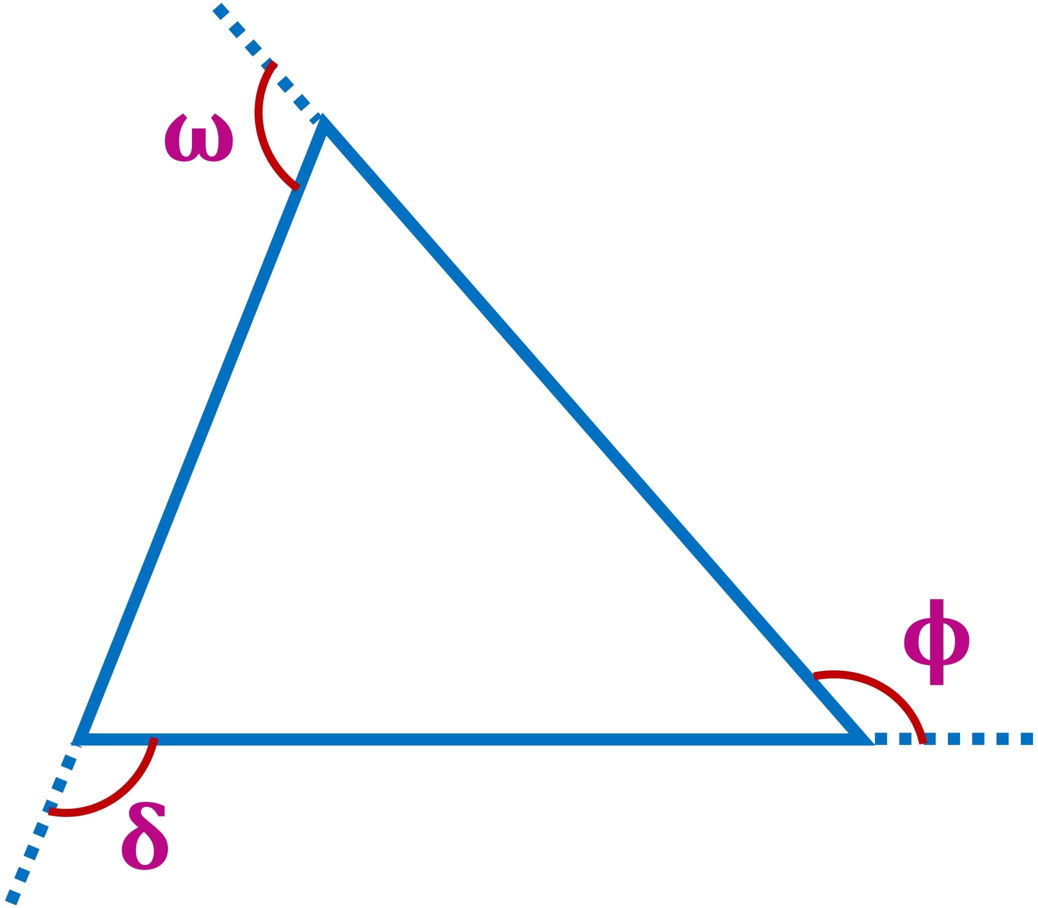
ΔABC: Se lee, triángulo ABC

ELEMENTOS

- VÉRTICES: A, B y C
- LADOS: $\overline{AB}, \overline{BC}$ y $\overline{CA}$

ÁNGULOS EN UN TRIÁNGULO

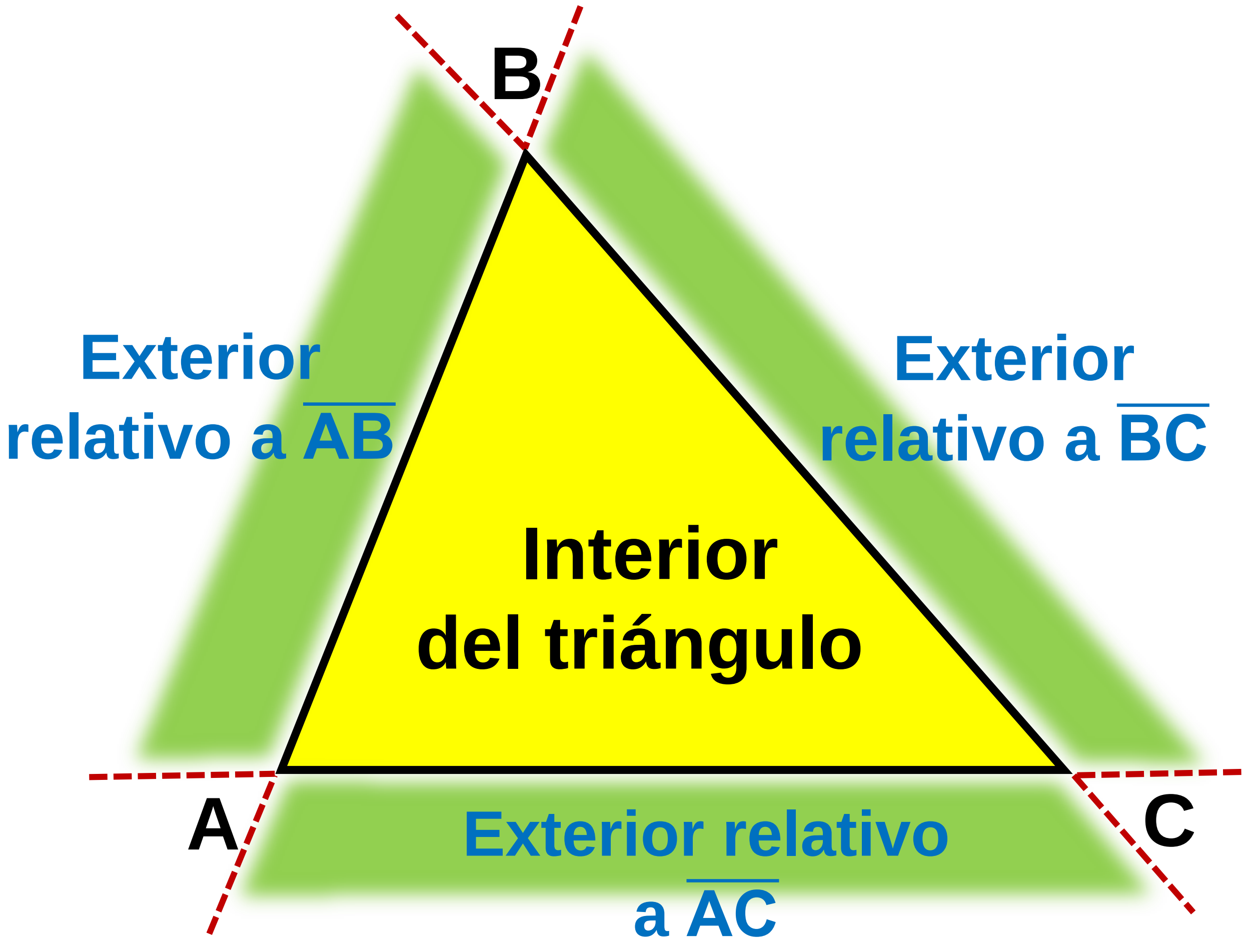




Medida de los ángulos:

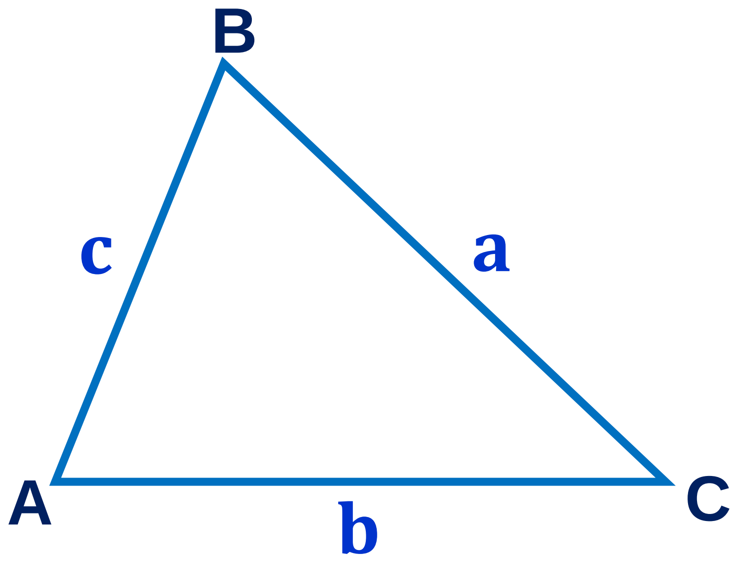
- **INTERNOS :** α, β y θ
- **EXTERNOS :** δ, ω y ϕ

INTERIOR Y EXTERIOR DE UN TRIÁNGULO



PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

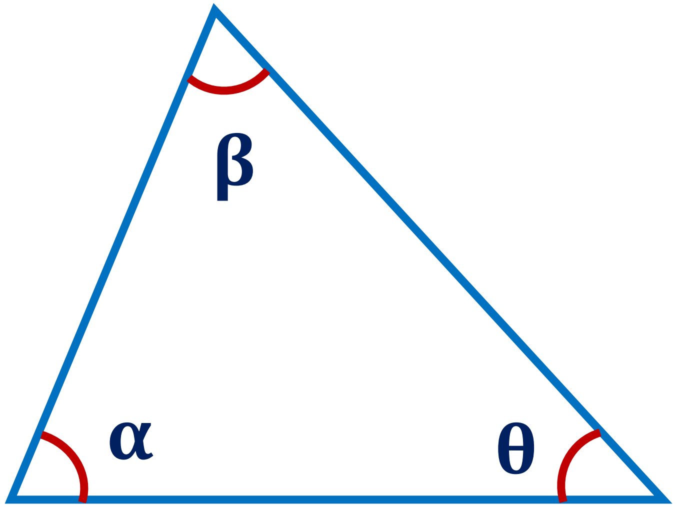
Es la suma de las longitudes de los lados del triángulo.
Se denota con 2p.



$$\boxed{2p_{(ABC)} = a + b + c}$$

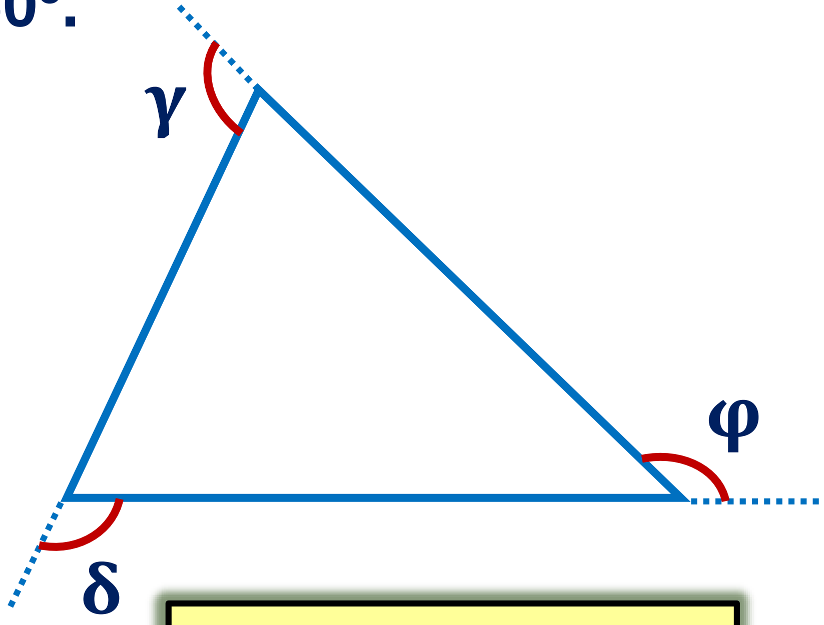
TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°.



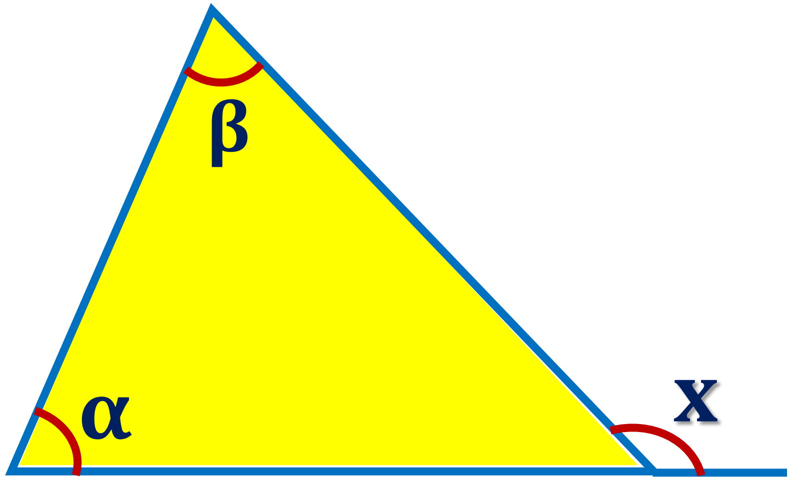
$\alpha + \beta + \theta = 180°$

En un triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos considerados uno por vértice es igual a 360º.



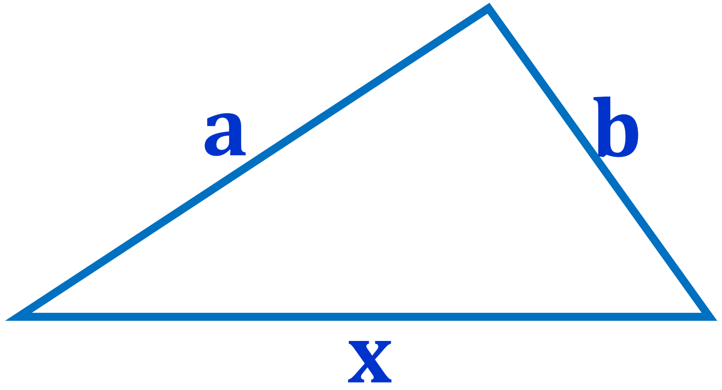
$\gamma + \delta + \varphi = 360°$

En un triángulo, la medida de un ángulo externo es igual a la suma de las medidas de dos ángulos internos no adyacentes a él.



$$x = \alpha + \beta$$

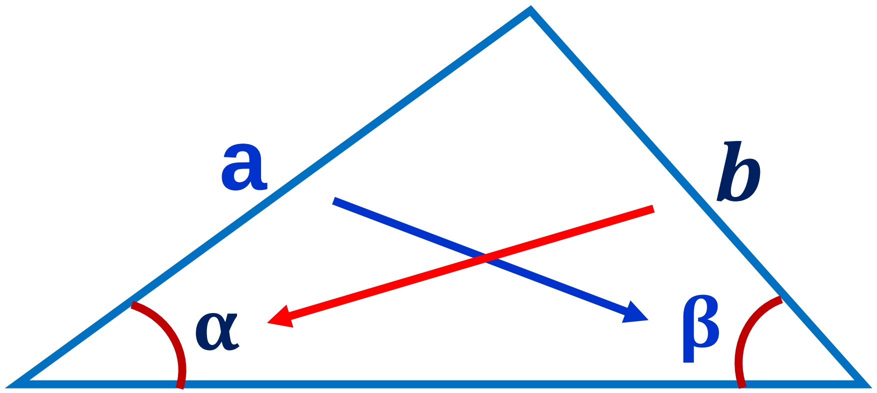
En todo triángulo, la longitud de un lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos y menor que la suma de las longitudes de dichos lados. (Teorema de existencia)



Si: $a > b$

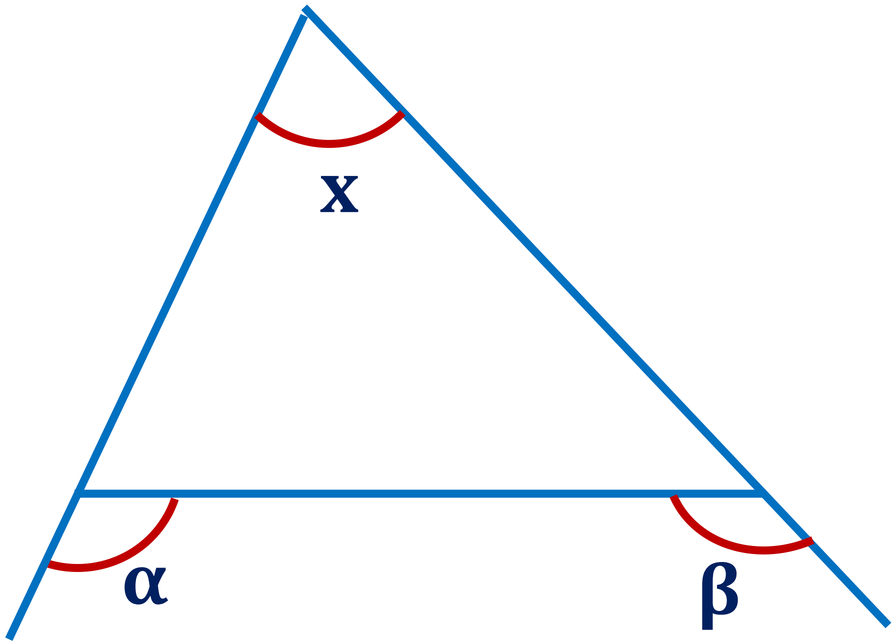
Entonces: $$a - b < x < a + b$$

En un triángulo al lado de mayor longitud se opone el ángulo de mayor medida y viceversa. (Teorema de correspondencia)

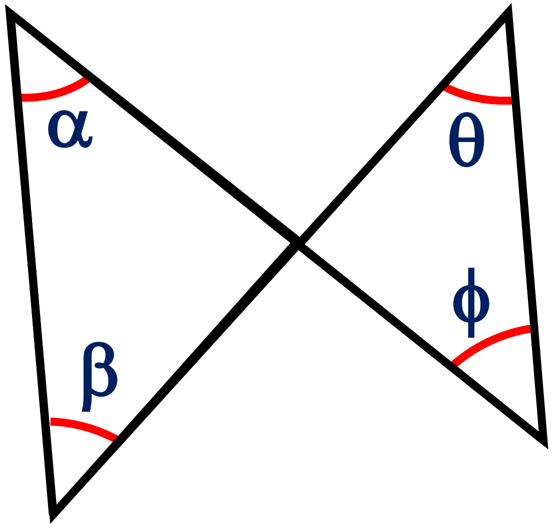


Si $a > b \Leftrightarrow \boxed{\beta > \alpha}$

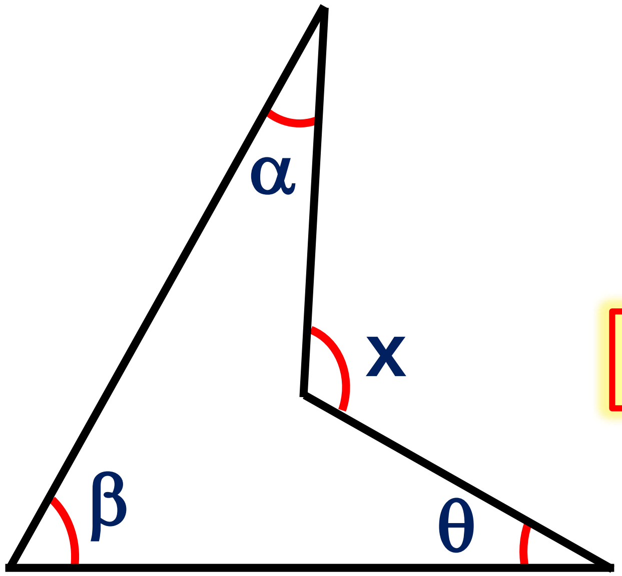
TEOREMAS ADICIONALES



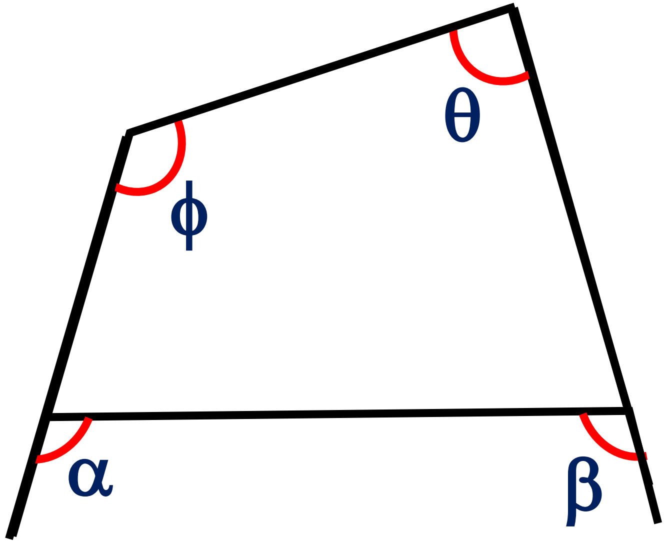
$$\boxed{\alpha + \beta = 180° + x}$$



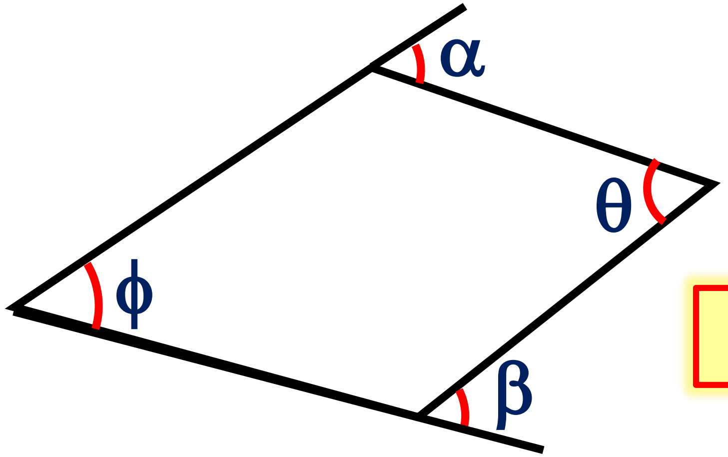
$$\alpha + \beta = \theta + \phi$$



$$x = \alpha + \beta + \theta$$



$$\phi + \theta = \alpha + \beta$$

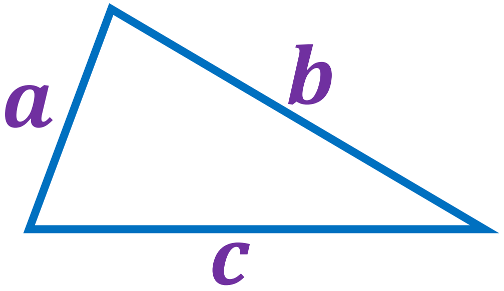


$$\phi + \theta = \alpha + \beta$$

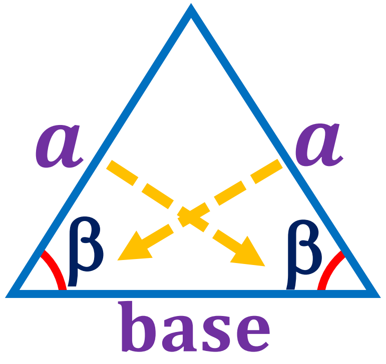
CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

Por las longitudes de sus lados.

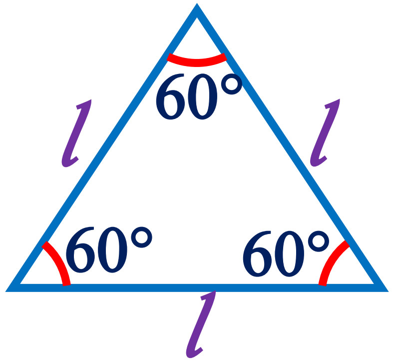
△Escaleno



△Isósceles

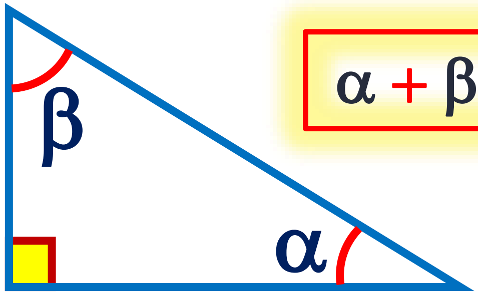


△Equilátero



Por las medidas de sus ángulos.

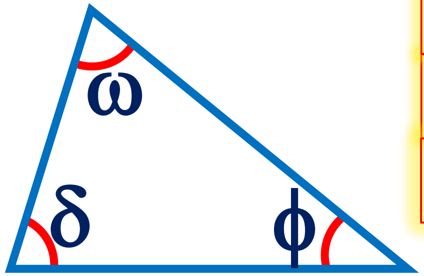
◺Rectángulo



$\alpha + \beta = 90°$

△Oblicuángulo

△Acutángulo

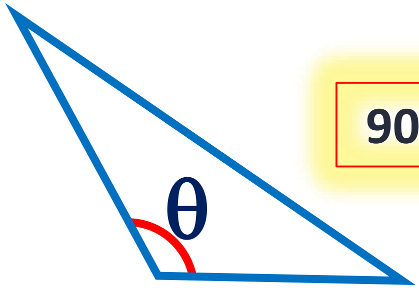


$0° < \omega < 90°$

$0° < \delta < 90°$

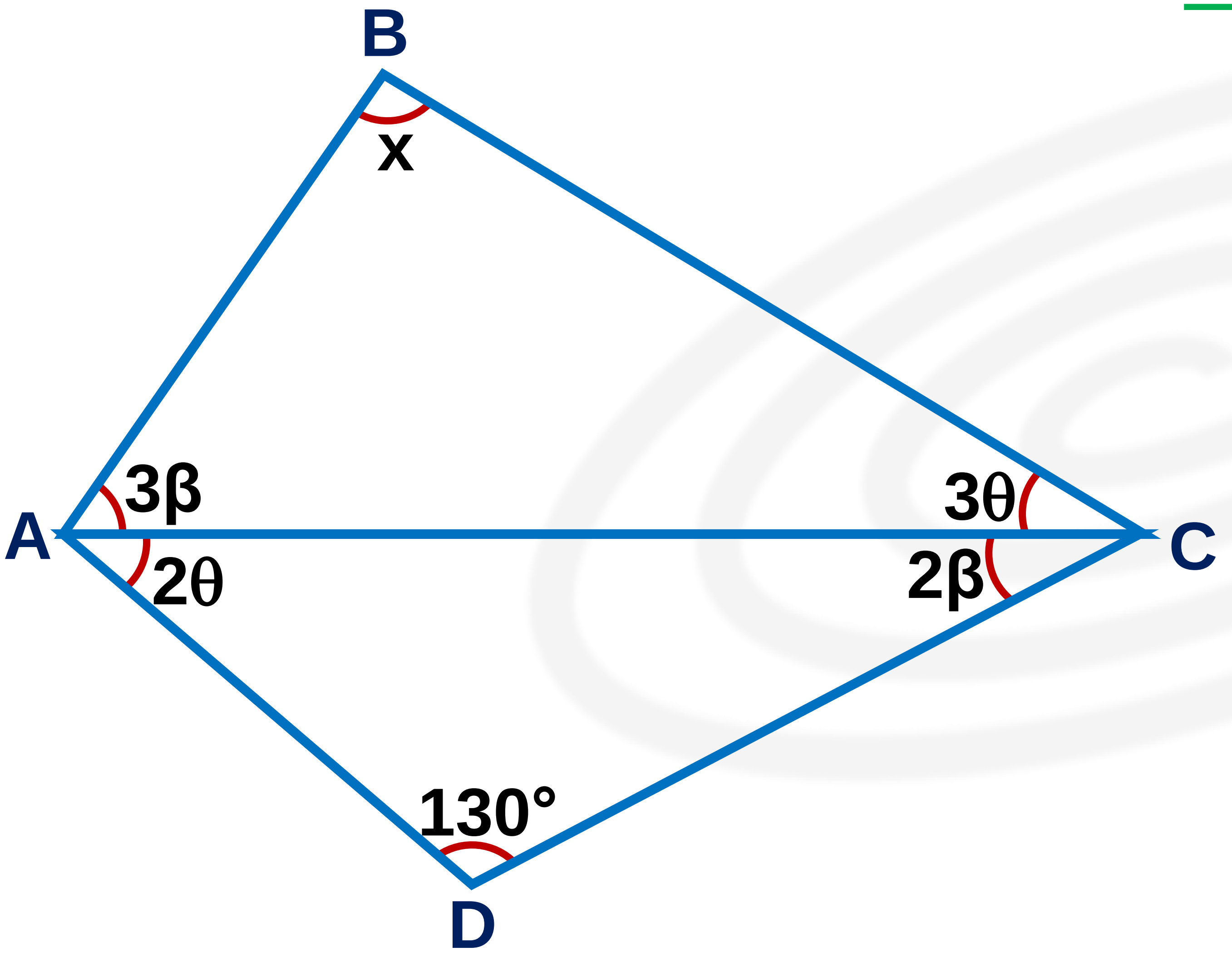
$0° < \phi < 90°$

△Obtusángulo



$90° < \theta < 180°$

1. En la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- En Δ ACD:

$$2\beta + 2\theta + 130° = 180°$$

$$2\beta + 2\theta = 50°$$

$$\beta + \theta = 25°$$

- En Δ ABC:

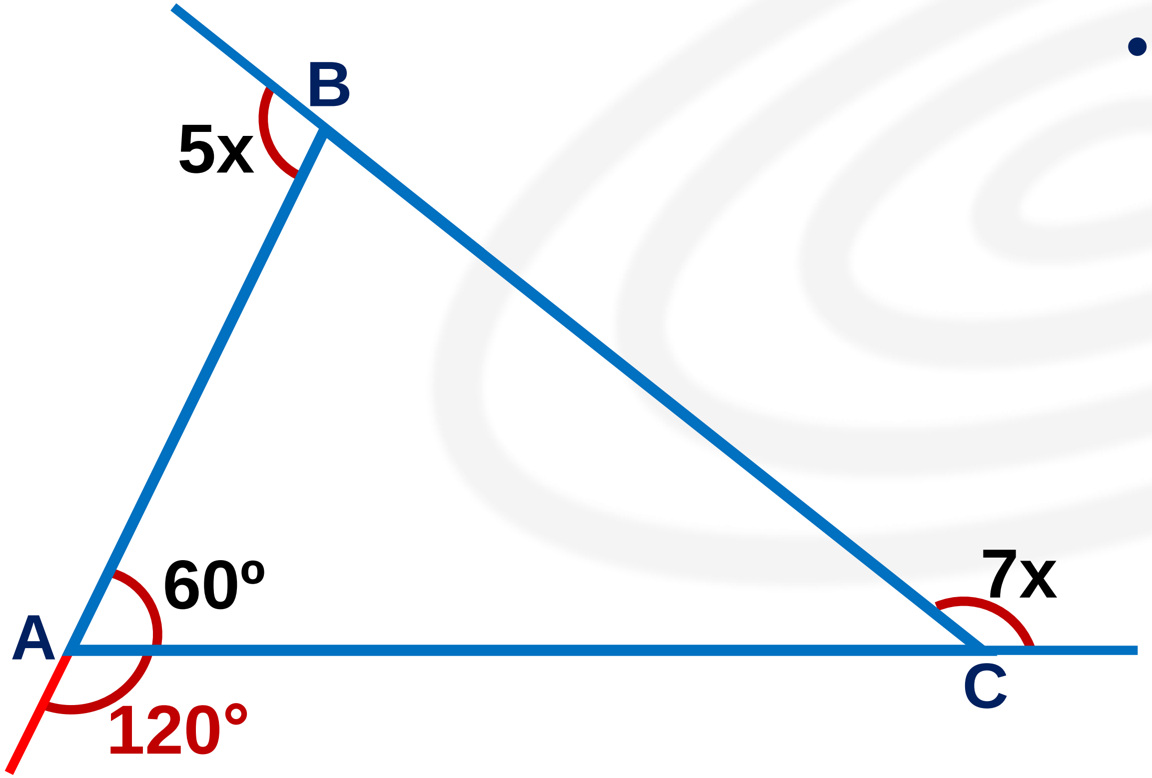
$$3\beta + 3\theta + x = 180°$$

$$3\underbrace{(\beta + \theta)}_{25°} + x = 180°$$

$$\boxed{x = 105°}$$

2. Se tiene un triángulo ABC, donde la m∢A = 60°, la medida del ángulo exterior de B es 5x y la medida del ángulo exterior de C es 7x. Halle el valor de x.

RESOLUCIÓN



- Piden: x.
- En Δ ABC:

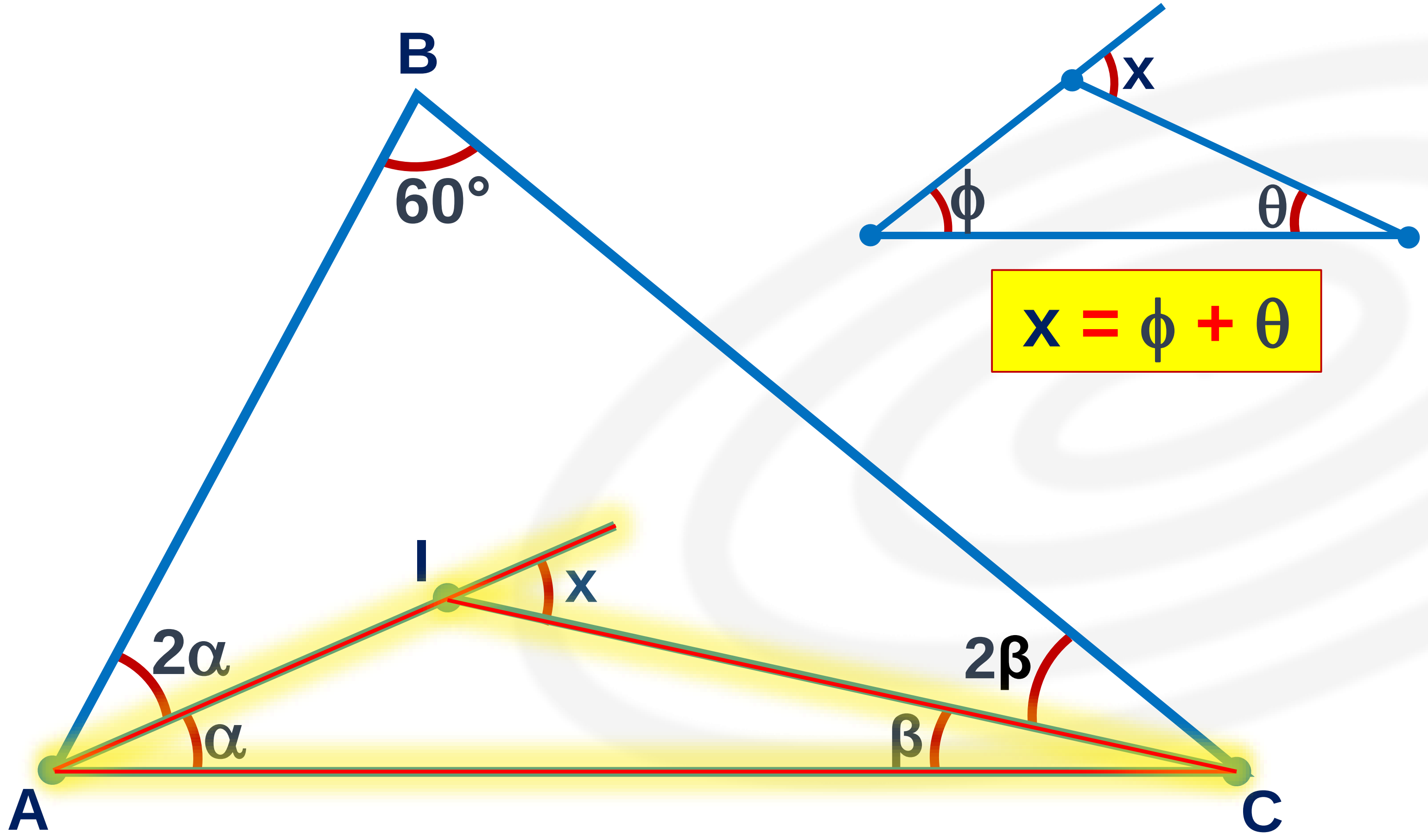
$$5x + 7x + 120° = 360°$$

$$12x = 360° - 120°$$

$$12x = 240°$$

$$\boxed{x = 20°}$$

3. En la figura, halle el valor de x.



$x = \phi + \theta$

RESOLUCIÓN

- Piden: x
- En Δ ABC:

$$3\alpha + 3\beta + 60° = 180°$$

$$3\alpha + 3\beta = 120°$$

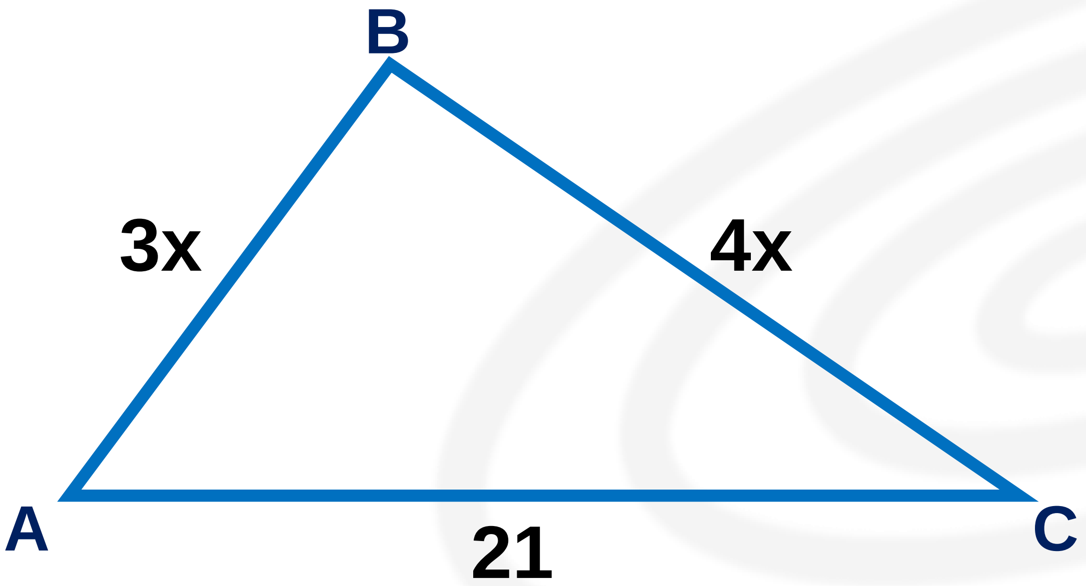
$$\alpha + \beta = 40°$$

- En Δ AIC :

$$x = \alpha + \beta$$

$$\boxed{x = 40°}$$

4. En la figura, halle el menor valor entero de x.



RESOLUCIÓN

- Piden: $x_{mín}$
- Aplicando el teorema de existencia.

$$4x - 3x < 21 < 4x + 3x$$

$$x < 21 < 7x$$

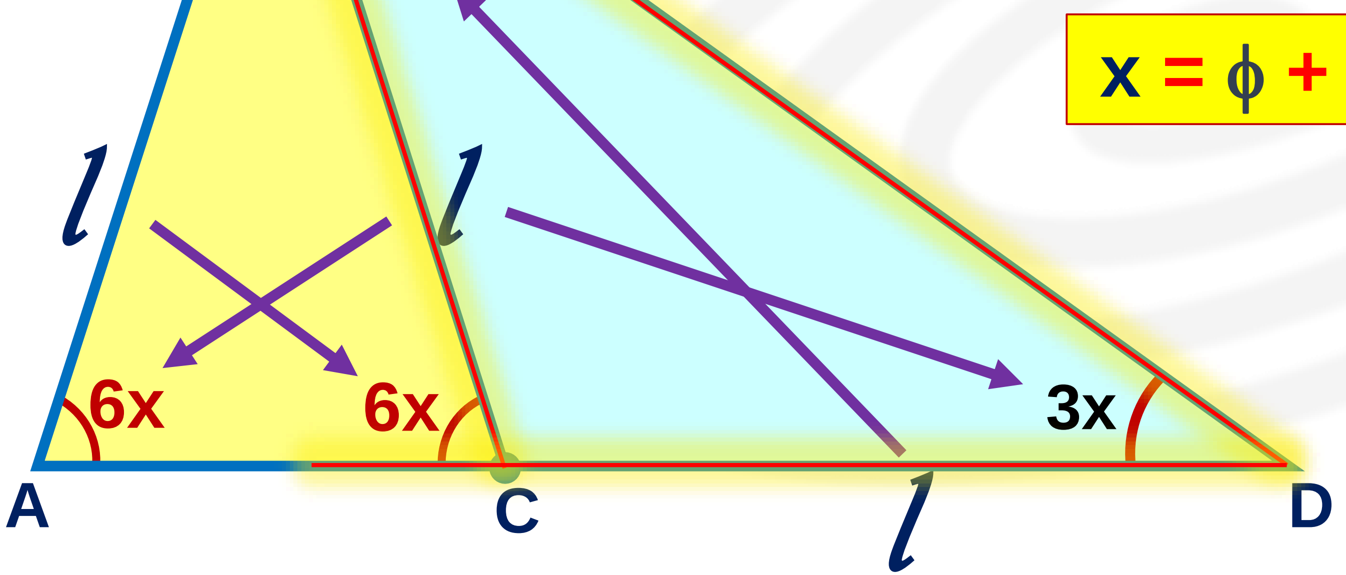
$$3 < x$$

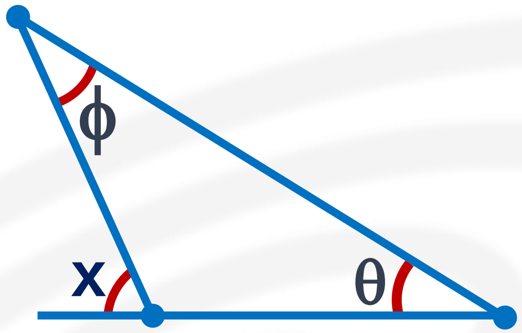
$$3 < x < 21$$

$$x = 4; 5; 6; \ldots; 20$$

$$\boxed{x_{mín} = 4}$$

5. En la figura, halle el valor de x, si AB = BC = CD.





$$\boxed{x = \phi + \theta}$$

RESOLUCIÓN

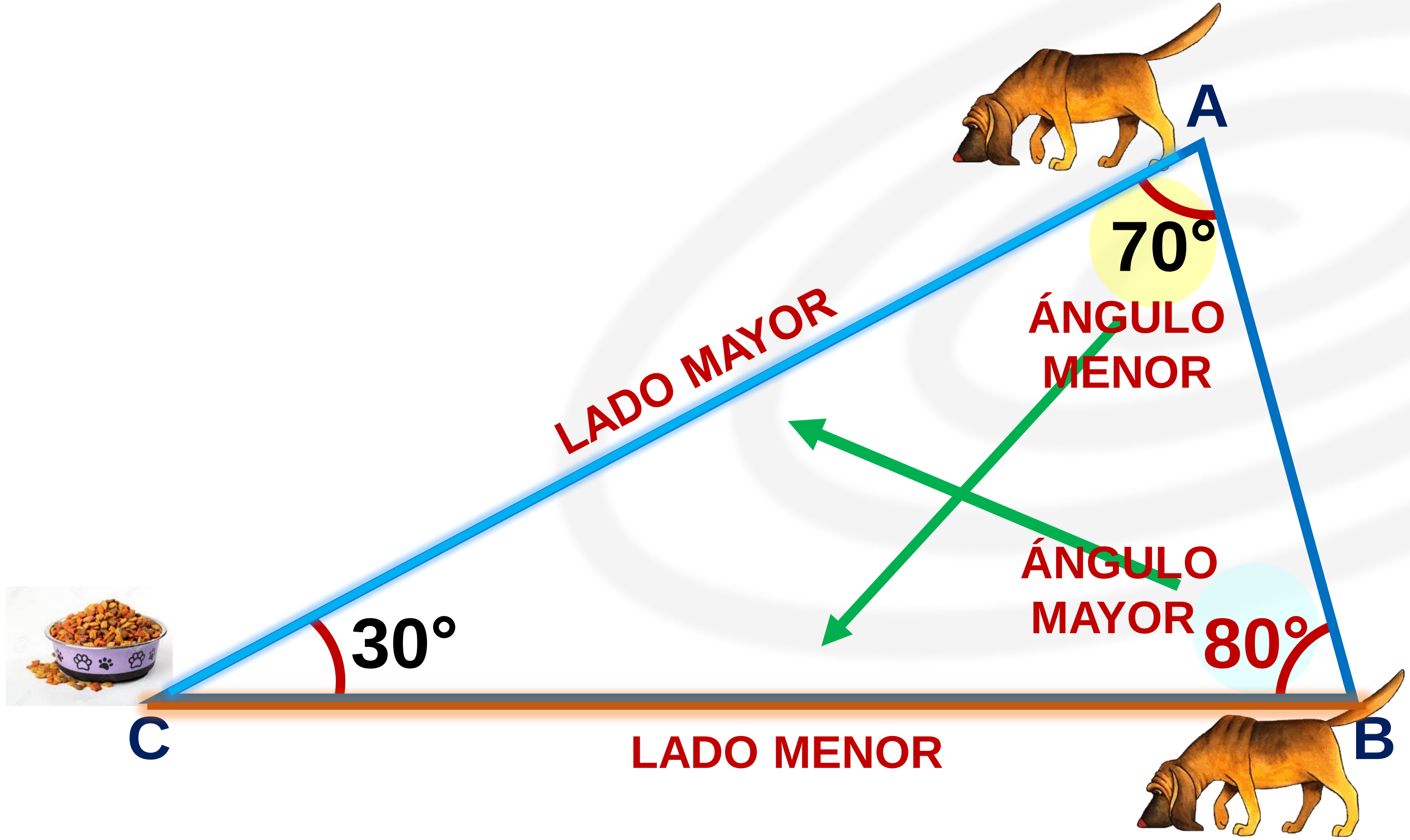
- Piden: x
- Δ BCD: Isósceles
- Δ ABC: Isósceles

$$6x + 6x + 36° = 180°$$

$$12x = 144°$$

$$\boxed{x = 12°}$$

6. En la figura, ¿cuál de los dos canes se encuentra más cerca a la comida?.



RESOLUCIÓN

- Aplicando teorema

$$30° + 70° + m\sphericalangle B = 180°$$

$$m\sphericalangle B = 80°$$

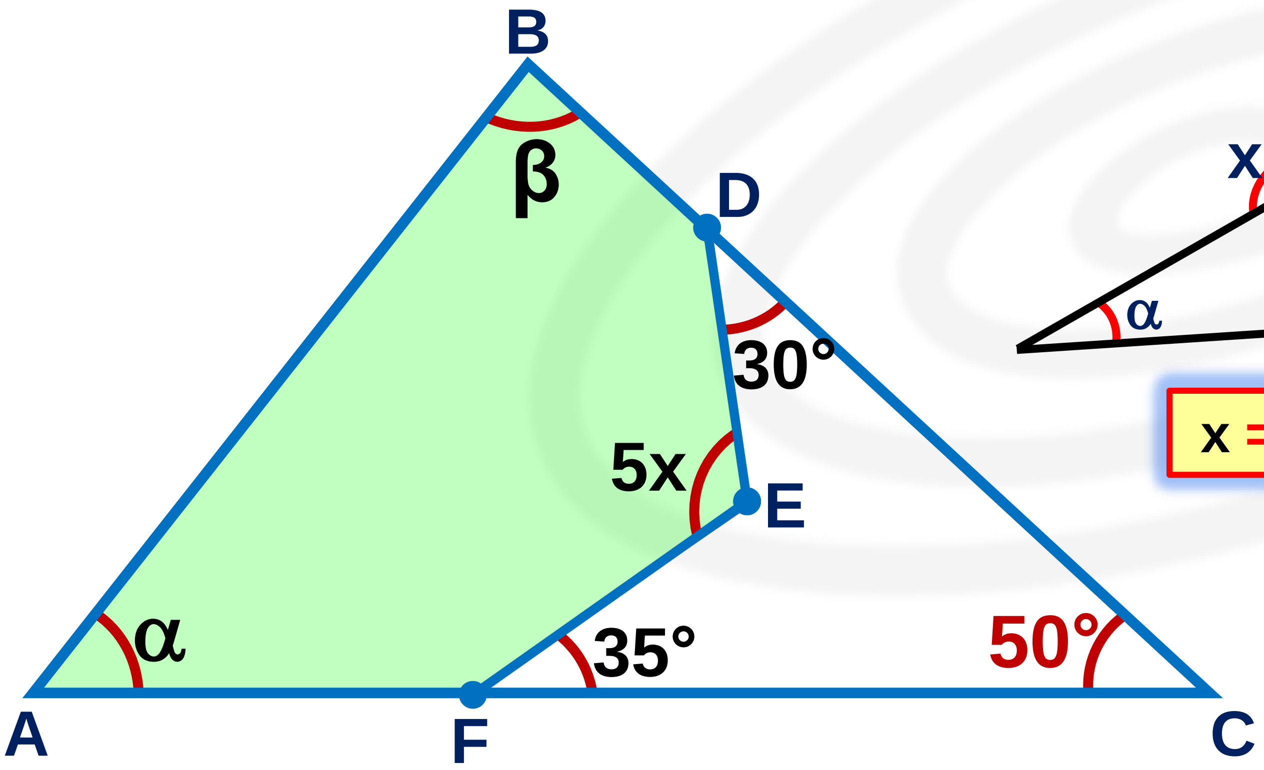
- Aplicando teorema de la correspondencia:

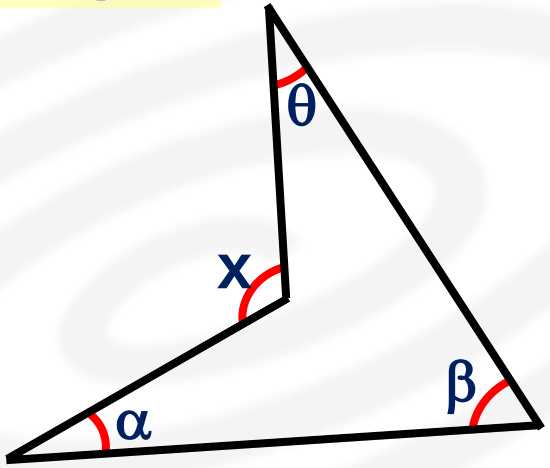
Si $70° < 80°$

entonces $BC < AC$

El can ubicado en el vértice B

7. Un terreno que está determinado por un triángulo ABC, se divide con 2 cercas ($\overline{DE}$ y $\overline{EF}$) para construir un jardín. Halle el valor de x, si $\alpha + \beta = 130°$.





$\boxed{x = \alpha + \beta + \theta}$

RESOLUCIÓN

- Piden: x
- En Δ ABC: teorema

$$\underbrace{\alpha + \beta}_{130°} + m\sphericalangle C = 180°$$

$$130° + m\sphericalangle C = 180°$$

$$m\sphericalangle C = 50°$$

- En DCFE: teorema

$$5x = 35° + 30° + 50°$$

$$5x = 115°$$

$$\boxed{x = 23°}$$

