GEOMETRY

CHAPTER 6

4th

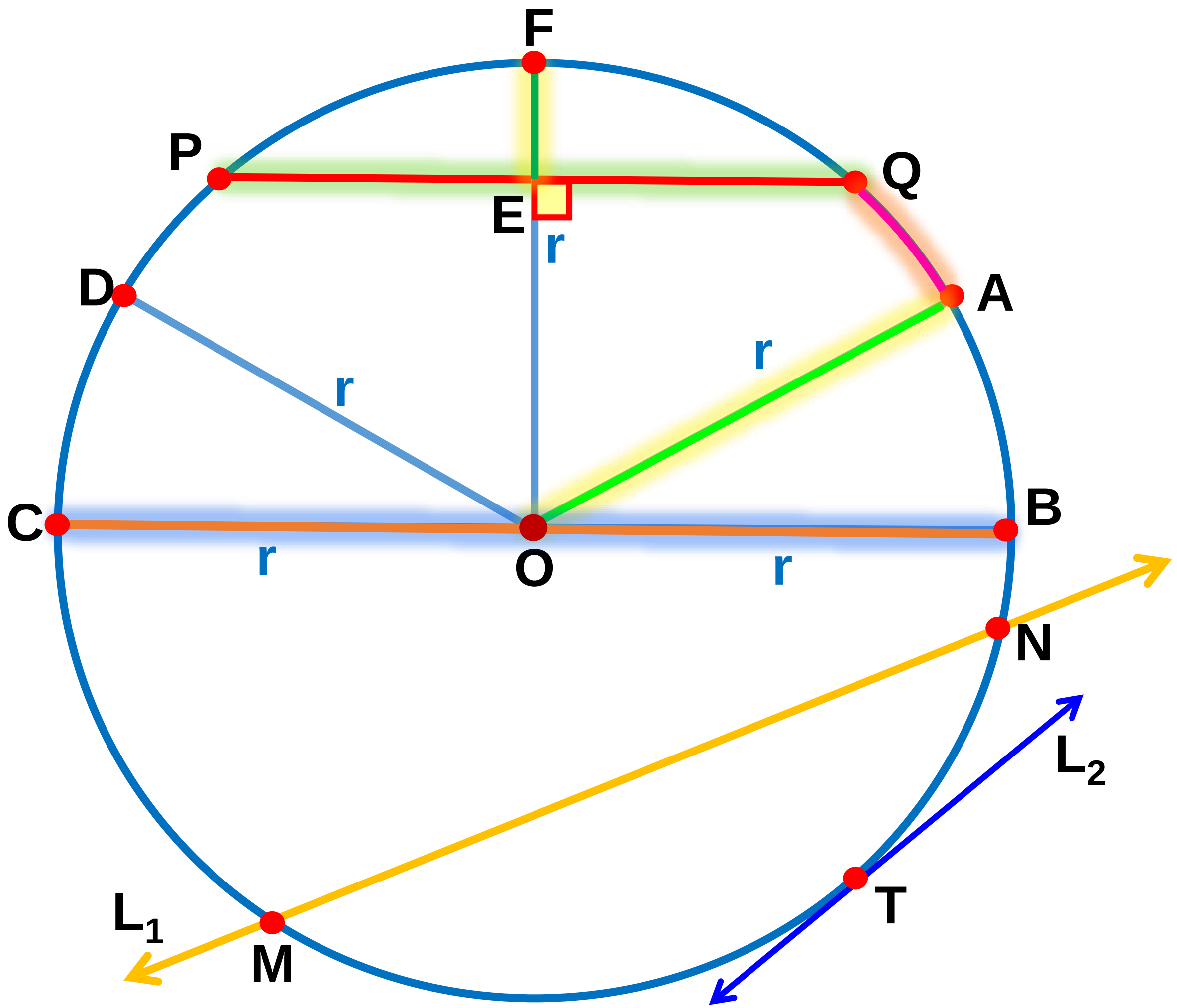
ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

SACO OLIVEROS

Al observar el borde de la Luna o el Sol, el hombre tuvo las primeras nociones de circunferencia, al cortar una naranja o un limón el contorno de la sección plana tiene forma de circunferencia y que equidista del centro, esto llevó a conocer las primeras propiedades de ella.

CIRCUNFERENCIA

Definición: Es el conjunto de puntos de un plano que equidistan de otro punto fijo de dicho plano denominado centro.



- O: Centro
- $\overline{OA}$: Radio
- $\overline{PQ}$: Cuerda
- $\overline{BC}$: Diámetro
- $\overset{\frown}{AQ}$: Arco
- $\overline{EF}$: Flecha
- $\overleftrightarrow{L_1}$: Recta secante
- $\overleftrightarrow{L_2}$: Recta tangente
- T : Punto de tangencia

NOTA:

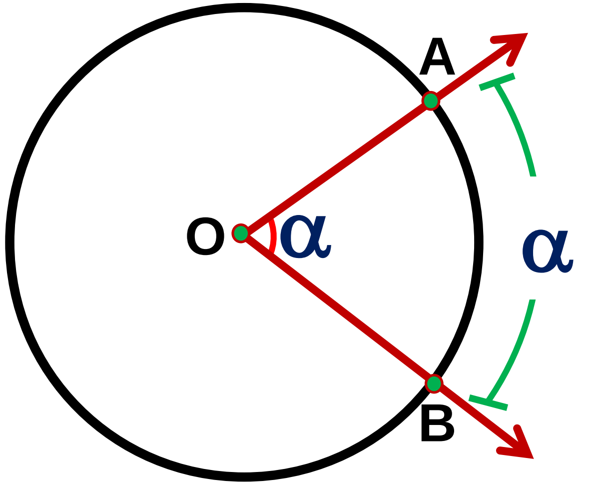
Medida angular de la circunferencia:
$m \odot = 360°$

Longitud de la circunferencia:
$L \odot = 2\pi R$

Ángulos asociados a la circunferencia

POSTULADO DEL ÁNGULO CENTRAL:

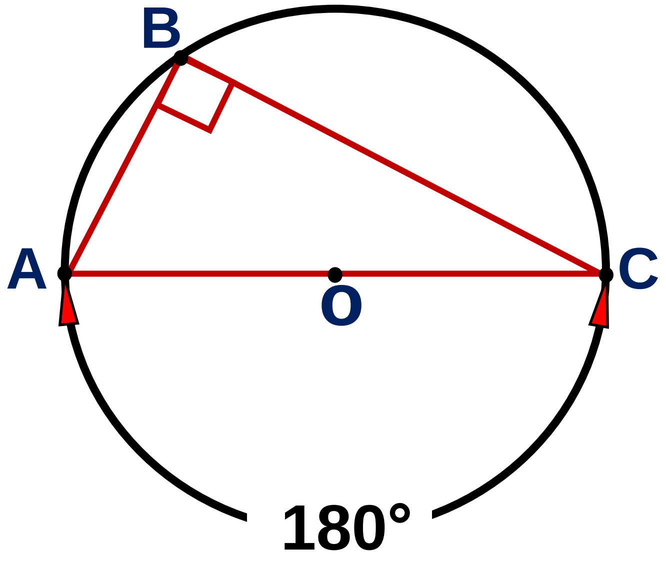
O: CENTRO



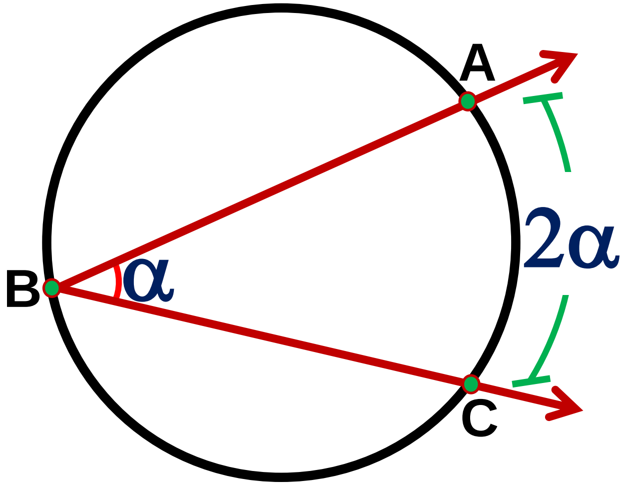
TEOREMA

Si $\overline{AC}$ es diámetro

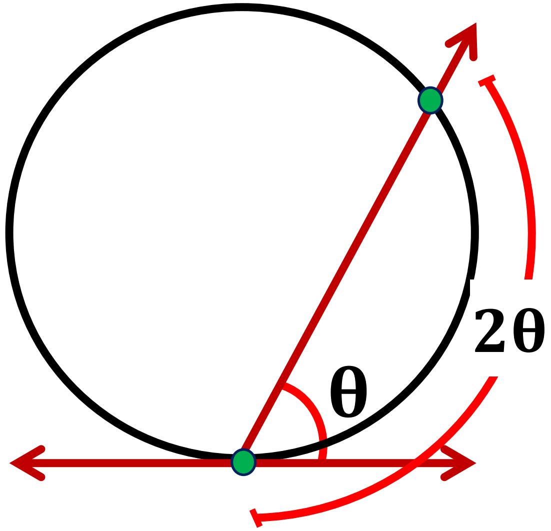
→ m∢B = 90°



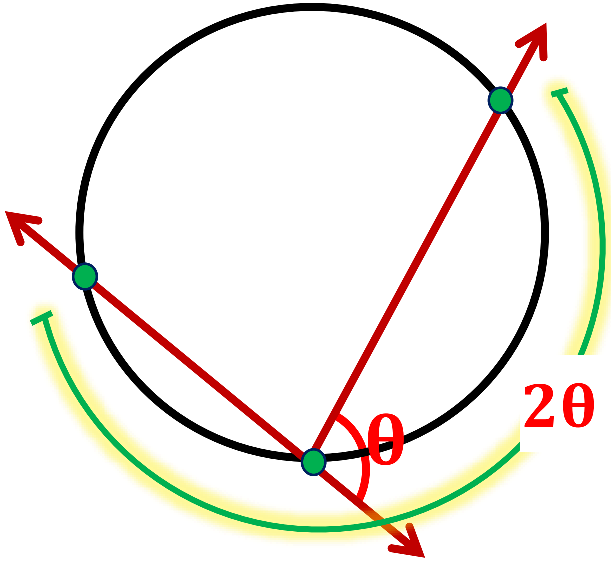
ÁNGULO INSCRITO:



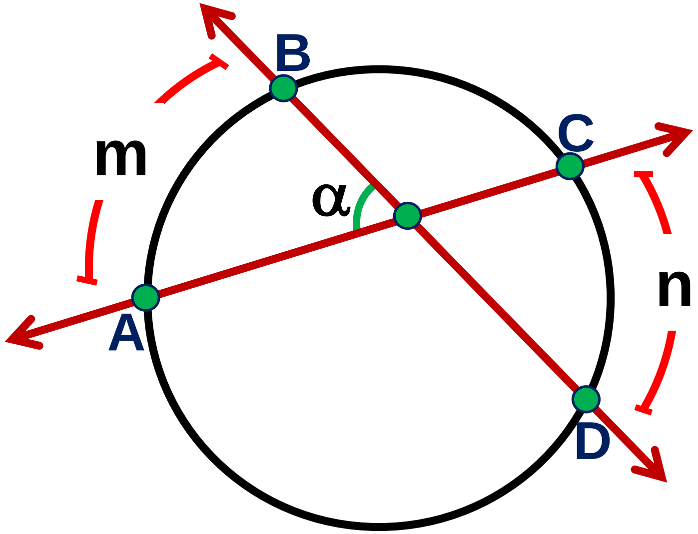
ÁNGULO SEMI INSCRITO:



ÁNGULO EX INSCRITO:



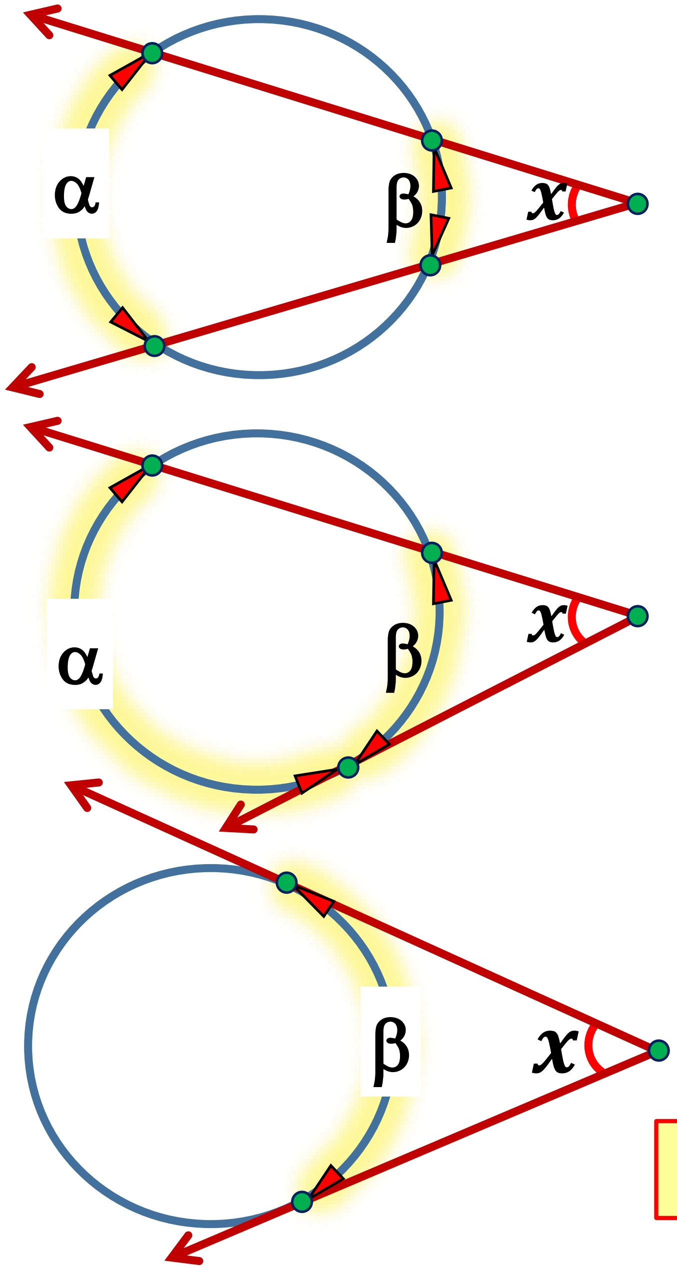
ÁNGULO INTERIOR:



$$\alpha = \frac{m + n}{2}$$

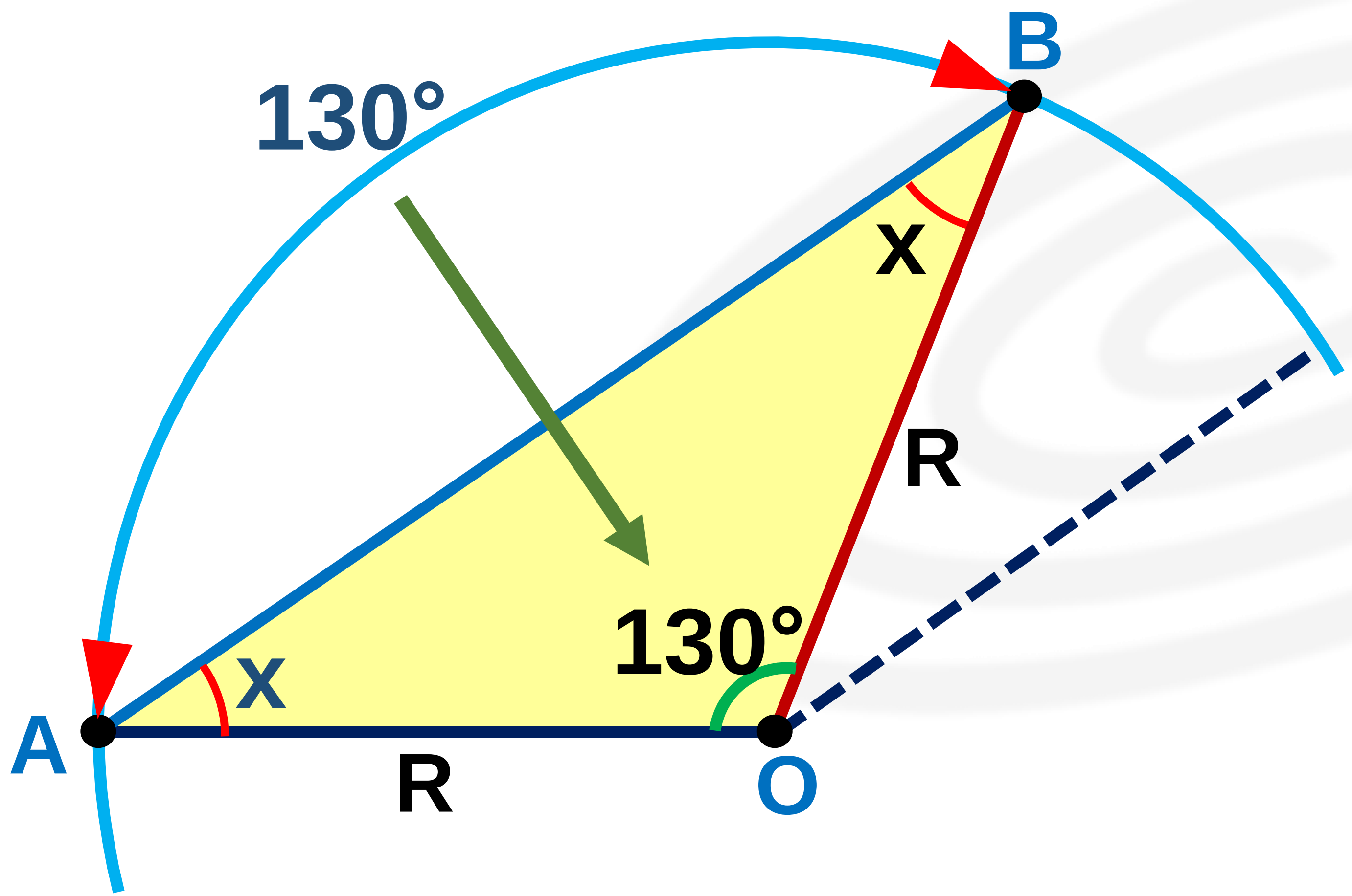
ÁNGULO EXTERIOR

$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$



$$x + \beta = 180°$$

1. En una circunferencia de centro O, se traza una cuerda $\overline{AB}$, tal que la m$\widehat{AB}$ = 130°. Halle la m∡OAB.



RESOLUCIÓN

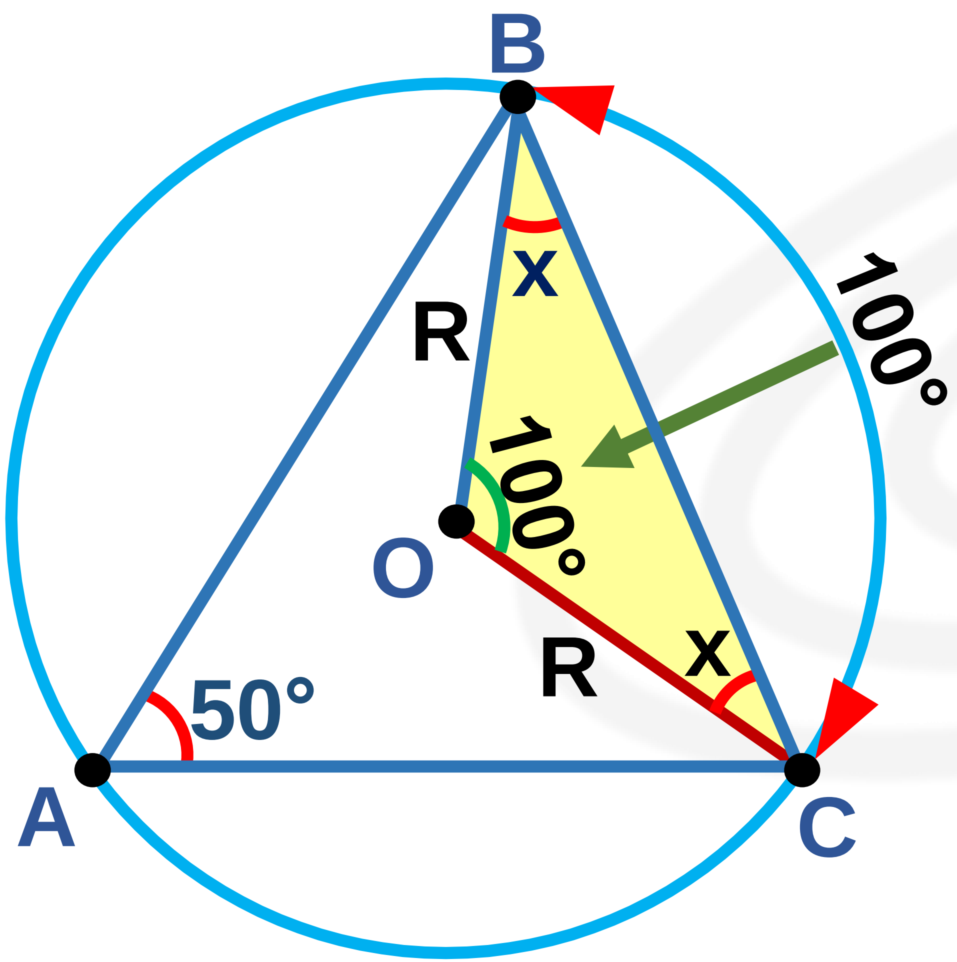
- Trazamos $\overline{OB}$
- ΔAOB: Isósceles

$$x + x + 130° = 180°$$

$$2x = 50°$$

$$\boxed{x = 25°}$$

2. En una circunferencia de centro O, se inscribe el triángulo ABC, tal que la m∡BAC = 50°. Halle la m∡OBC.



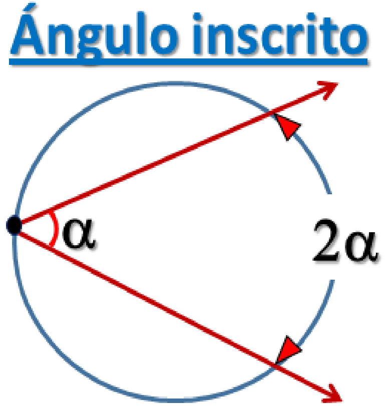
RESOLUCIÓN

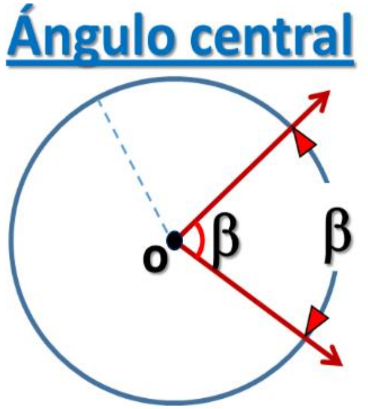
- Trazamos $\overline{OC}$
- ΔBOC: isósceles

$$x + x + 100° = 180°$$

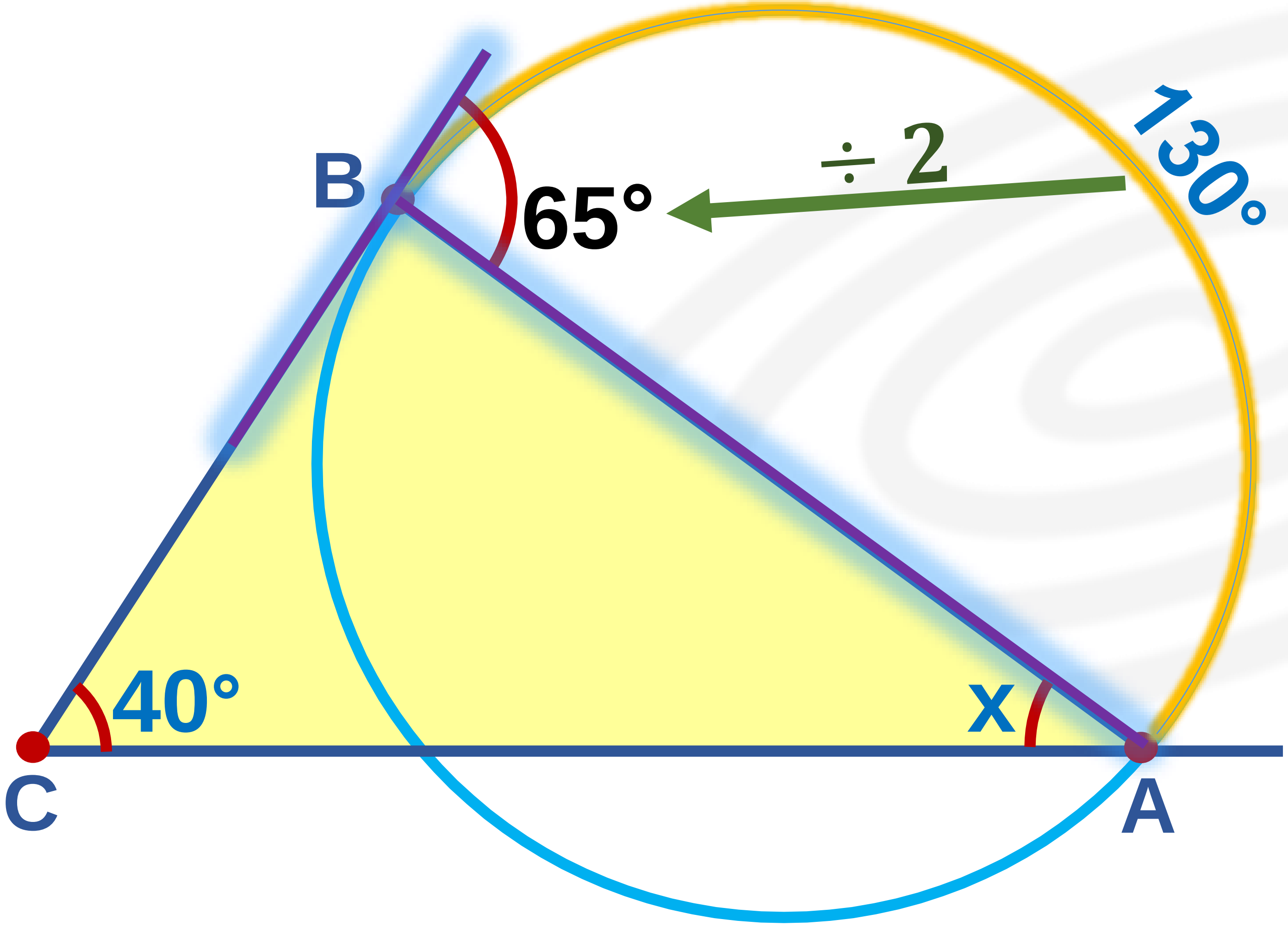
$$2x = 80°$$

$$\boxed{x = 40°}$$

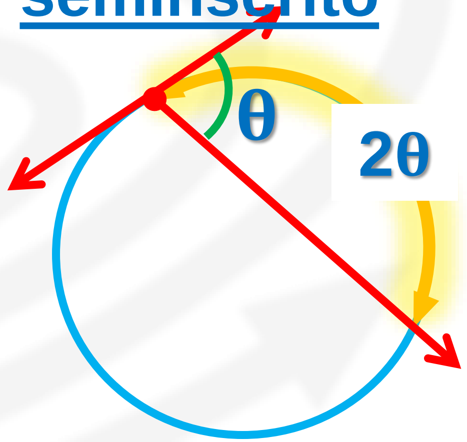


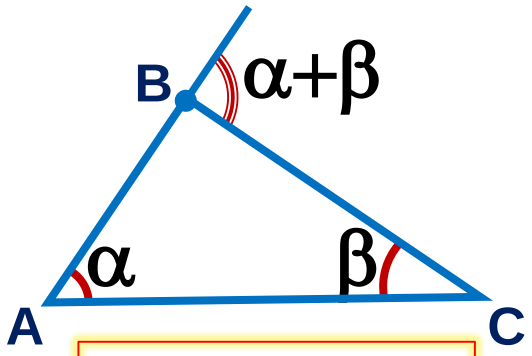


3. En el gráfico, B es punto de tangencia. Halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

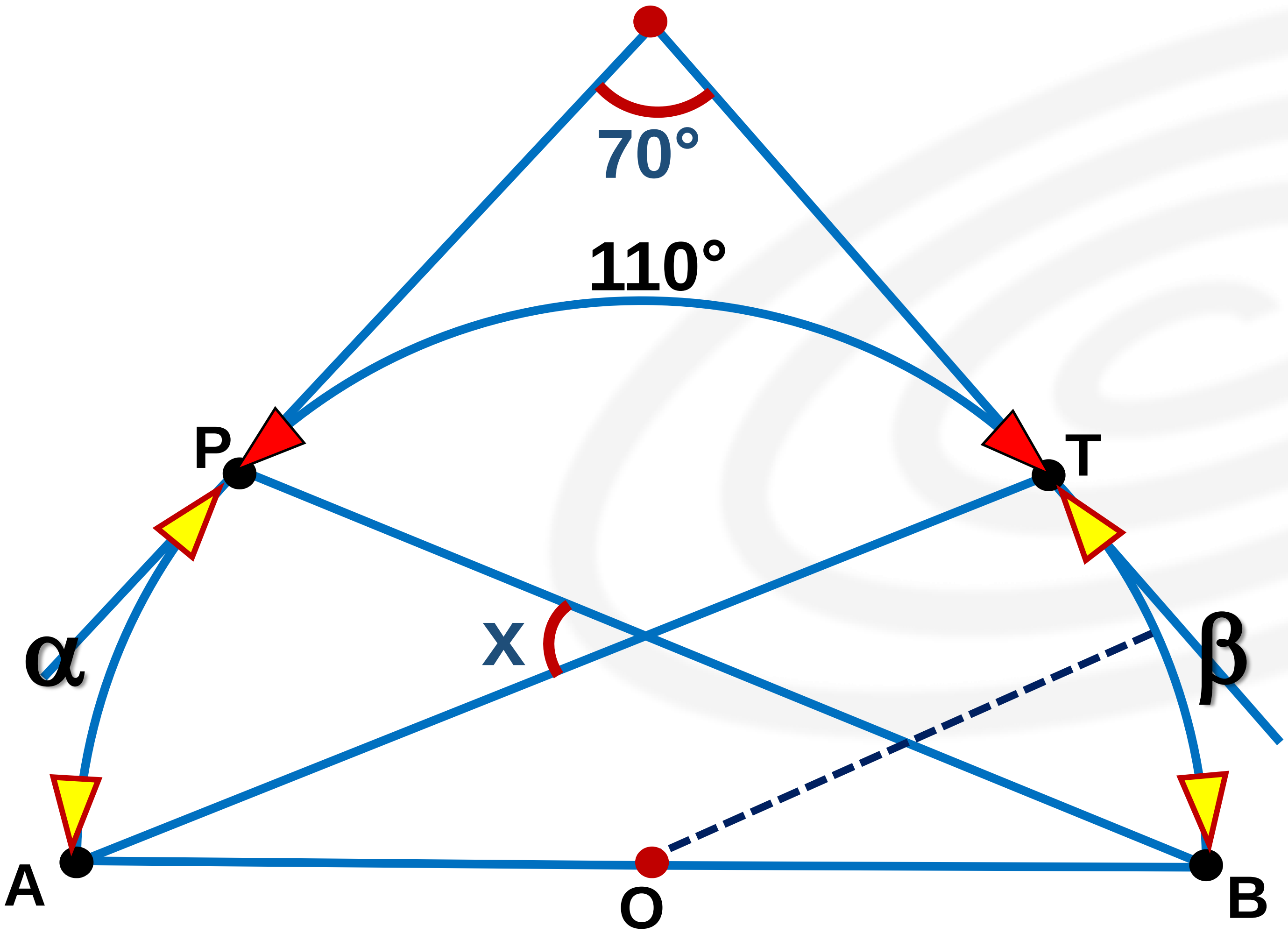




$$x + 40° = 65°$$

$$\boxed{x = 25°}$$

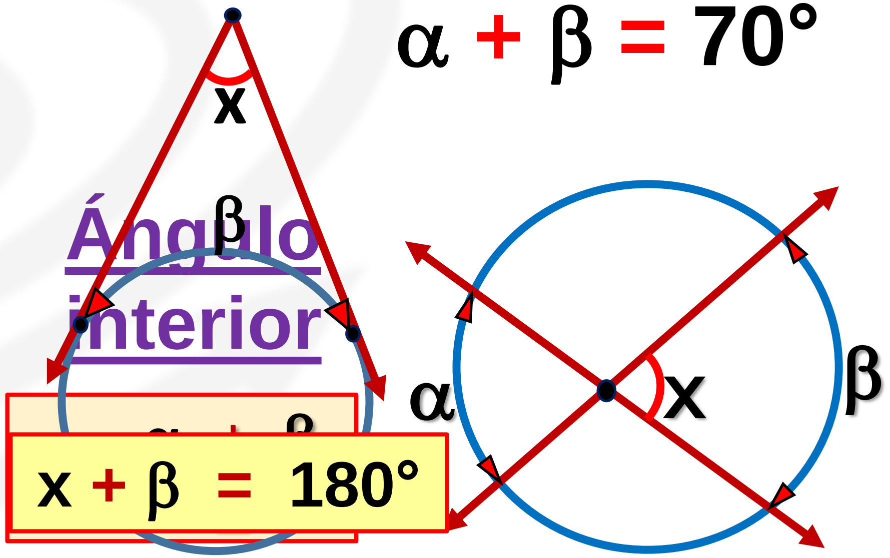
4. En la figura, P y T son puntos de tangencia además $\overline{AB}$ es diámetro. Halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Aplicando el teorema del ángulo exterior:

$$\alpha + \beta = 70°$$

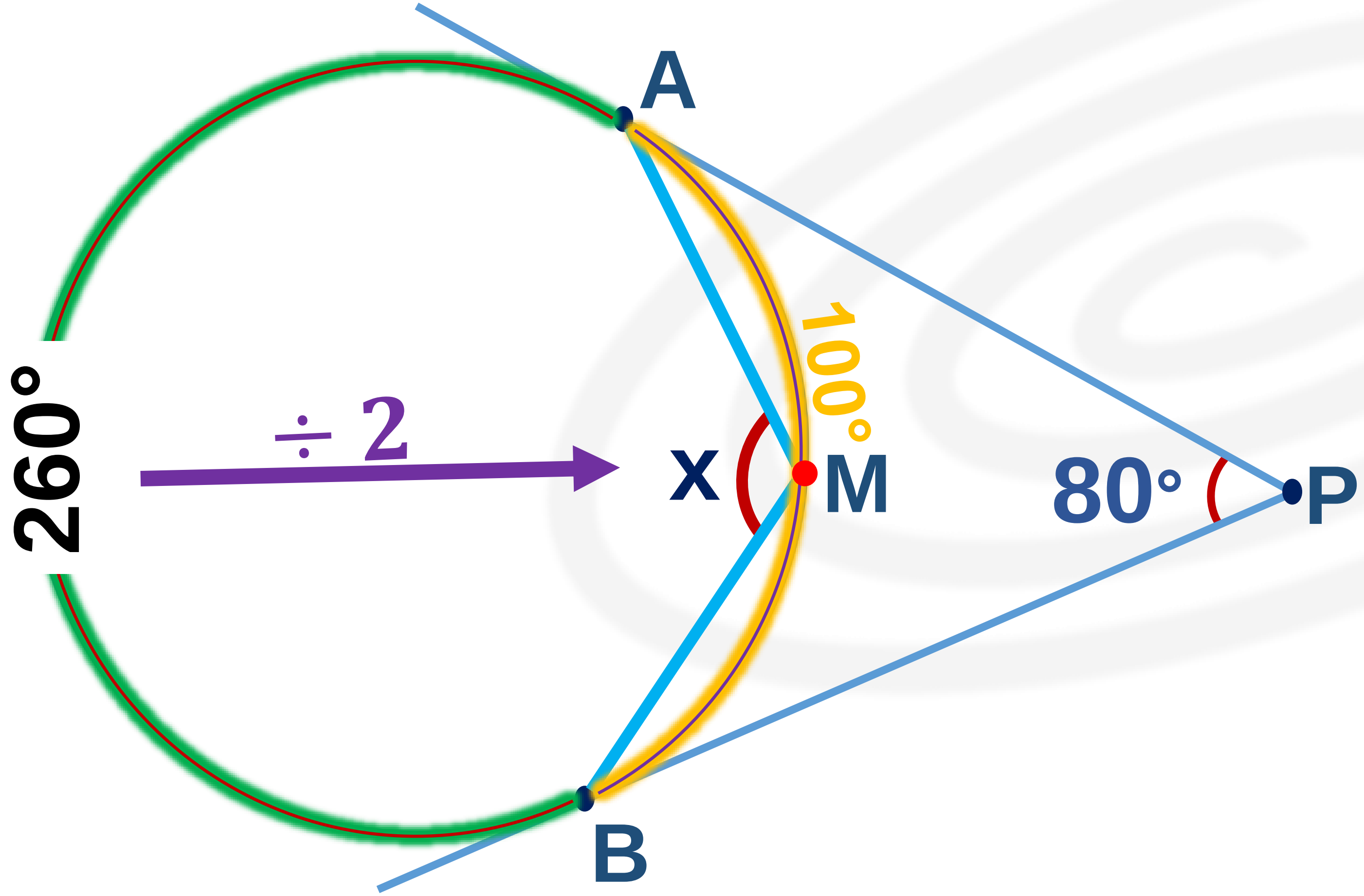


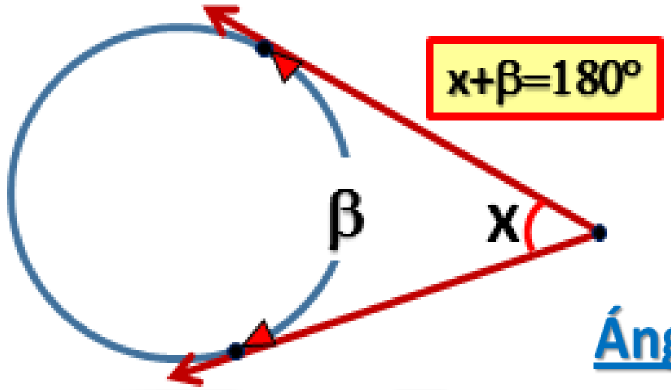
$$x + \beta = 180°$$

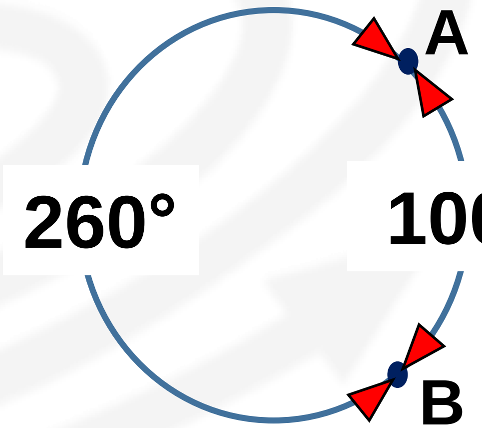
$$x = \frac{70°}{2}$$

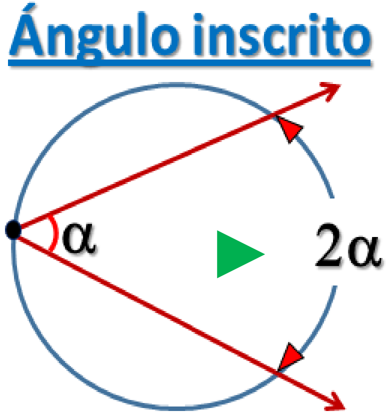
$$\boxed{x = 35°}$$

5. Desde un punto P exterior a una circunferencia, se trazan las tangentes $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$. Luego en el menor arco AB se ubica el punto M. Halle la m∡AMB si la m∡APB = 80°.







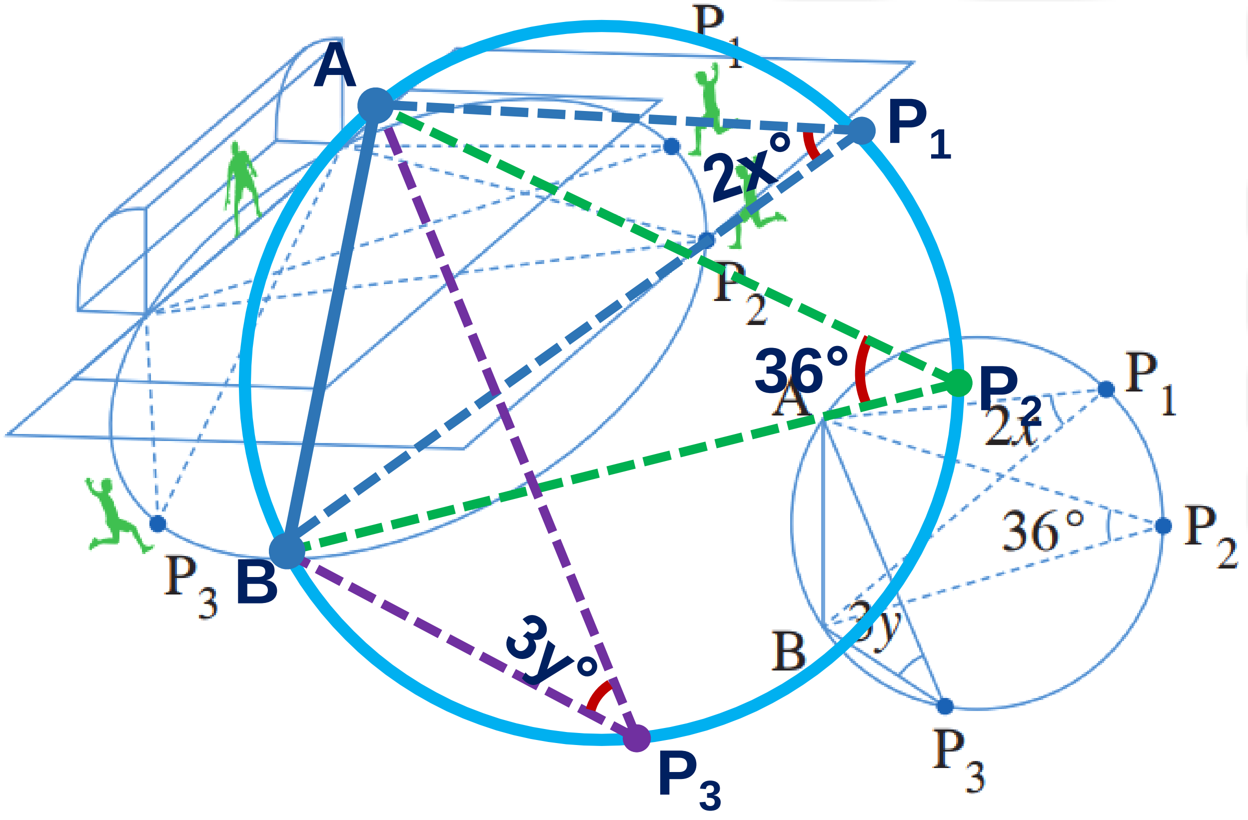


$$x = \frac{260°}{2}$$

$$x = 130°$$

$$\boxed{m∡AMB = 130°}$$

6. Frecuentemente, en retransmisiones de fútbol, oímos expresiones como: "...el jugador remató al arco sin apenas ángulo de tiro...", expresión poco acertada como podemos ver en el siguiente esquema. Se pide calcular $\frac{x.y}{x-y}$.



RESOLUCIÓN

- PIDEN: $\frac{x.y}{x-y}$
- Por teorema del ∡ inscrito

$$m\widehat{AB} = 4x° = 6y° = 72°$$

- Luego:

$4x° = 72°$ $\quad$ $6y° = 72°$

$x° = 18°$ $\quad$ $y° = 12°$

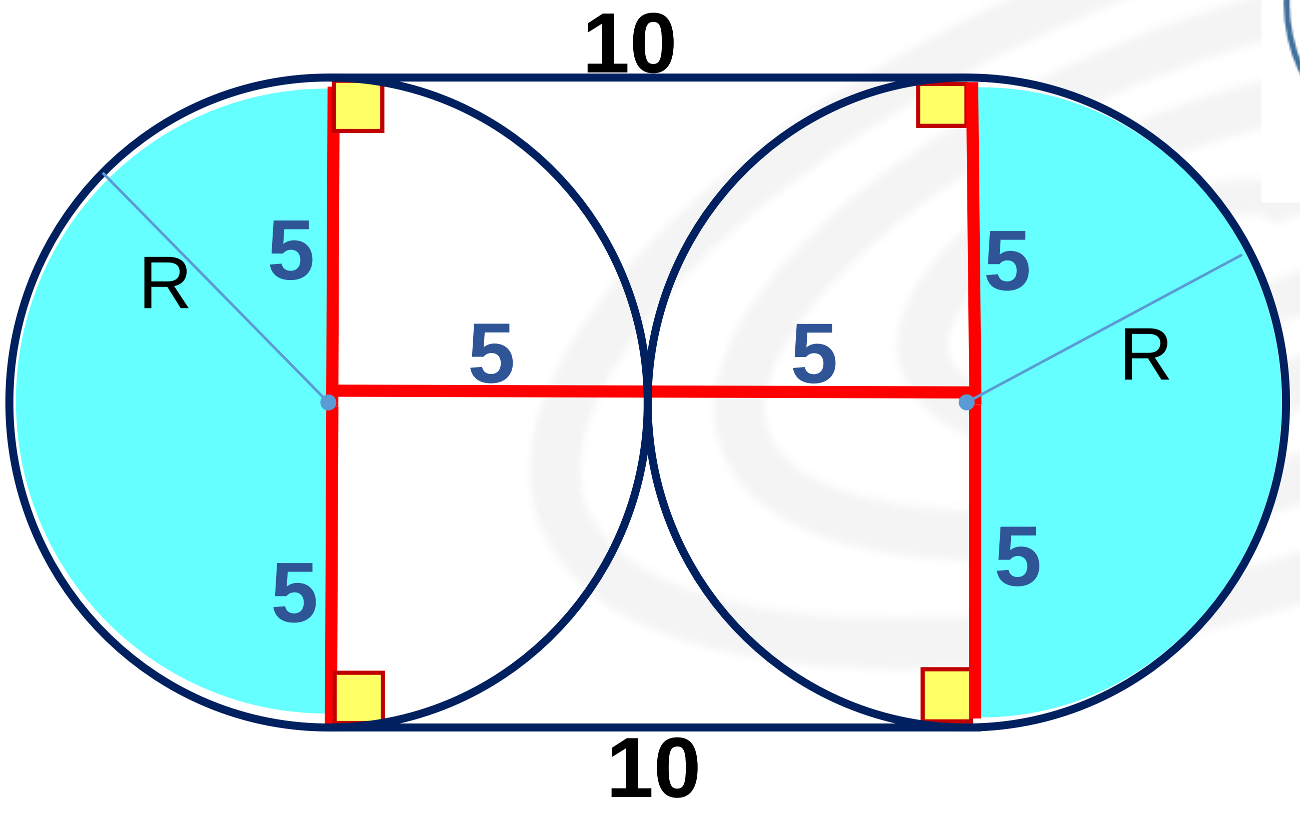
- Reemplazando:

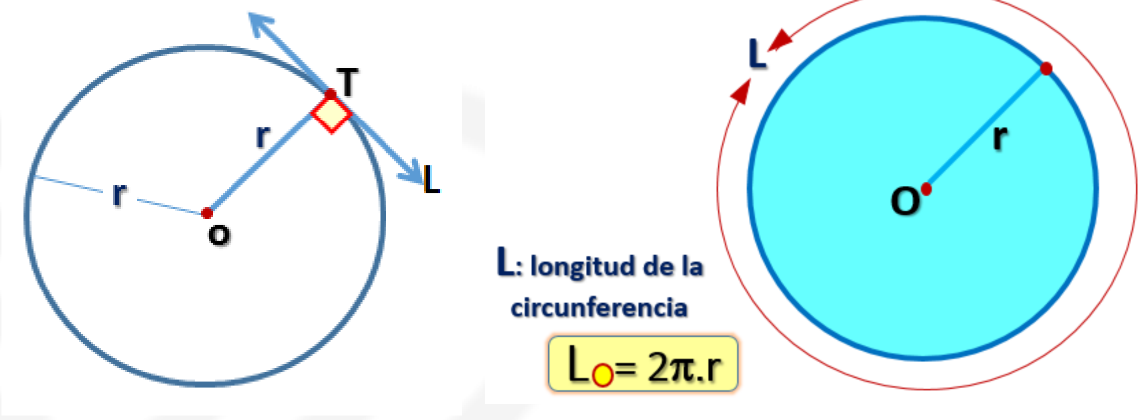
$$\frac{x.y}{x-y} = \frac{18.12}{18-12} = \frac{\cancel{216}}{\cancel{6}}$$

$$\boxed{\frac{x.y}{x-y} = 36}$$

7. En la figura, halle la longitud de la faja que rodea a los dos rodillos mostrados si sus radios miden 5 cm.

RESOLUCIÓN





$L(\text{faja}) = \underbrace{10 + 10}_{} + \underbrace{L}_{}$

$L(\text{faja}) = 20 + 2\pi(5)$

$L(\text{faja}) = 20 + 10(3{,}14)$

$\boxed{L(\text{faja}) = 51{,}4 \text{ cm}}$