ALGEBRA

Chapter 06

4th
SECONDARY

FACTORIZACION I

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING


CREATED USING
PowToon

HELICO THEORY

CHAPTHER 06

SACO OLIVEROS

FACTORIZACIÓN I

FACTORIZACIÓN DEFINIDO SOBRE UN CAMPO NUMÉRICO

Un polinomio P esta definido sobre un campo numérico si todos sus coeficientes de P pertenecen a dicho campo

Ejemplo: $P(x) = 5x^4 + 2x^2 - 3$

El polinomio está definido sobre los campos {N, Z, Q, R}

POLINOMIO PRIMO

Es aquel polinomio de grado no nulo, que solamente es divisible con el mismo y con constantes no nulas

Ejemplo: $P(x) = x^2 - 3$

El polinomio es primo en el campo { Z, Q} *pero no en* {R}

Porque $P(x) = x^2 - 3 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

$(x + \sqrt{3})$ *y* $(x - \sqrt{3})$*; están definidos en* $\{R\}$

FACTOR ALGEBRAÍCO DE UN POLINOMIO

Es aquel polinomio que es divisible entre otro polinomio

NÚMERO DE FACTORES ALGEBRAÍCOS

Si: $P(x) = (x + a)^{\alpha}(x + b)^{\beta}(x + c)^{\theta}$

$$\#F.A. = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1) - 1$$

- **CRITERIOS DE FACTORIZACIÓN (en Z)**

Factor Común Monomio (F.C.M.)

Para obtener el F.C.M. , se debe extraer la(s) variable(s) que se encuentran en todos los términos del polinomio, esta(s) con su(s) menor(es) exponente

Ejemplo: $P(x; y) = 5x^3y^2 + 2x^2y - x^5y^3$

$F.C.M. = x^2y$

$P(x; y) = x^2y\ (5x^2y + 2 - x^3y^2)$

$x;\ y;\ (5x^2y + 2 - x^3y^2)$ *son factores primos de* $P(x; y)$

Factor Común Polinomio (F.C.P.)

Para obtener el F.C.P. , se debe extraer el polinomio que se encuentra en todos los términos del polinomio, este con su menor exponente

Ejemplo: $P(x;y) = 3(x+2y)^2 - 5(x+2y)^3$

$F.C.P. = (x+2y)^2$

$P(x;y) = (x+2y)^2(3-5(x+2y))$

$P(x;y) = (x+2y)^2(3-5x-10y)$

$(x+2y);(3-5x-10y)$ *son factores primos de* $P(x;y)$

Factor Común por Agrupación de

Para obtener el F.C.P. , se debe extraer el polinomio que se encuentra en todos los términos del polinomio, este con su menor exponente

Ejemplo: $F(x;y) = a^2xy + aby^2 + b^2xy + abx^2$

Agrupamos $F(x;y) = (a^2xy + abx^2) + (aby^2 + b^2xy)$

F.C.M. En cada paréntesis $F(x;y) = ax(ay+bx) + by(ay+bx)$

F.C.P $F(x;y) = (ay+bx)(ax+by)$

$(ay+bx);(ax+by);$ *son factores primos de* $F(x;y)$

CRITERIO DE LAS IDENTIDADES

A) TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$P(x) = 4x^2 + 12x + 9 \quad \boxed{= (2x+3)^2}$$

$\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

$2(2x)(3) = 12x$

B) DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$P(x) = 9x^2 - 16 \quad \boxed{= (3x+4)(3x-4)}$$

$\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

$3x$ 4

C) SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$P(x) = x^3 \pm 27 \quad \boxed{= (x \pm 3)(x^2 \mp 3x + 9)}$$

$\sqrt[3]{\ }$ $\sqrt[3]{\ }$

x 3

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 06

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1.

Señale un factor primo de:

$$Q(x;y) = 7m(3x-2y) - 5n(2y-3x) - 6x + 4y$$

RESOLUCIÓN

Factoricemos el signo en $-5n(2y-3x)$

$$Q(x;y) = 7m(3x-2y) + 5n(3x-2y) - 6x + 4y$$

Agrupemos y factoricemos el -2 *en* $-6x+4y$

$$Q(x;y) = 7m(3x-2y) + 5n(3x-2y) - 2(3x-2y)$$

$\underline{F.C.P}$ $(3x-2y)$

$$\boxed{Q(x;y) = (3x-2y)(7m+5n-2)}$$

Nos piden un factor primo

$\therefore$ Un factor primo de Q(x ; y) es $(3x-2y)$

Respuesta: $(3x-2y)$

PROBLEMA 2.

Indique los factores primos de:

$$P(a;b) = ab^4 - 5a^2b^3 + 4a^3b^2 - 20a^4b$$

RESOLUCIÓN

Agrupamos

$$P(a;b) = (ab^4 - 5a^2b^3) + (4a^3b^2 - 20a^4b)$$

$\underline{F.C.M.}$ En cada paréntesis

$$P(a;b) = ab^3(b-5a) + 4a^3b(b-5a)$$

$\underline{F.C.P}$ $P(a;b) = (b-5a)\underbrace{(ab^3 + 4a^3b)}_{F.C.M.}$

$$P(a;b) = (b-5a)ab(b^2+4a^2)$$

Nos piden indicar los factores primos

$\therefore$ Los factores primos de $P(a;b)$ son:
$(b-5a)$; a ; b ; (b^2+4a^2)

Respuesta: $(b-5a)$; a ; b ; (b^2+4a^2)

PROBLEMA 3.

Factorice en $\mathbb{Q}(x)$:

$P(a;b) = a^{10}b - 16a^2b$

RESOLUCIÓN

F.C.M. $P(a;b) = a^2b(a^8 - 16)$

Criterio de Diferencia de Cuadrados

$$P(a;b) = a^2b(\underbrace{a^8 - 16}_{(a^4+4)(a^4-4)})$$

$$P(a;b) = a^2b(a^4+4)(a^4-4)$$

Criterio de Diferencia de Cuadrados

$$P(a;b) = a^2b(a^4+4)(\underbrace{a^4 - 4}_{(a^2+2)(a^2-2)})$$

$$P(a;b) = a^2b(a^4+4)(a^2+2)(a^2-2)$$

Nos piden factorizar

∴ La factorización quedaría así:

$a^2b(a^4+4)(a^2+2)(a^2-2)$

Respuesta:

$P(a;b) = a^2b(a^4+4)(a^2+2)(a^2-2)$

PROBLEMA 4.

Calcule un factor primo de:

$P(a;b;x) = (ab-5x)^2 - (bx-5a)^2$

RESOLUCIÓN

Criterio de Diferencia de Cuadrados

$$P(a;b;x) = \underbrace{(ab-5x)^2 - (bx-5a)^2}_{\{(ab-5x)+(bx-5a)\}\{(ab-5x)-(bx-5a)\}}$$

Agrupamos en cada llave

$$P(a;b;x) = \{(ab+bx)-(5x+5a)\}\{(ab-bx)+(5a-5x)\}$$

F.C.M. En cada paréntesis

$$P(a;b;x) = \{b(a+x)-5(x+a)\}\{b(a-x)+5(a-x)\}$$

F.C.P. En cada paréntesis

$$P(a;b;x) = \{(a+x)(b-5)\}\{(a-x)(b+5)\}$$

Nos piden un factor primo

$\therefore$ Un factor primo de $P(a;b;x)$ es:

$(a+x) \vee (b-5) \vee (a-x) \vee (b+5)$

Respuesta: $(a+x) \vee (b-5) \vee (a-x) \vee (b+5)$

PROBLEMA 5.

Factorice:

$P(m;n;p) = \{m+2n+2p\}\{m+2n-2p\}$

RESOLUCIÓN

Agrupamos

$2(m)(2n) = 4mn$

$P(m;n;p) = (m^2 + 4mn + 4n^2) - (4p^2)$

Trinomio Cuadrado Perfecto

$P(m;n;p) = (m+2n)^2 - (2p)^2$

Criterio de Diferencia de Cuadrados

$$P(m;n;p) = \underbrace{(m+2n)^2 - (2p)^2}_{\{(m+2n)+(2p)\}\{(m+2n)-(2p)\}}$$

Nos piden factorizar

$\therefore$ Luego de factorizar $P(m;n;p)$ tenemos:

$(m+2n+2p)(m+2n-2p)$

Respuesta:

$(m+2n+2p)(m+2n-2p)$

PROBLEMA 6.

El número de alumnos becados en el colegio Saco Oliveros es la cantidad de factores

primos del polinomio

$$P(x,y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Indique cuántos son los becados.

RESOLUCIÓN

Agrupamos $P(x,y) = (x^4 + x^3y) + (y^4 + xy^3)$

***F.C.M.* En cada paréntesis**

$$P(x,y) = x^3(x+y) + y^3(y+x)$$

x $\quad$ 3

$\sqrt[3]{\ }$ $\quad$ $\sqrt[3]{\ }$

F.C.P. $P(x,y) = (x+y)\underbrace{(x^3 + y^3)}$

Suma de Cubos

$$P(x,y) = (x+y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$P(x,y) = (x+y)^2(x^2 - xy + y^2)$$

Nos piden el número de becados, cantidad que es igual a el número de factores primos de $P(x,y)$

$\therefore$ El número de factores primos de $P(x,y)$ es 2

Respuesta: *2 alumnos becados*

PROBLEMA 7.

Factorice en Q

$$P(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$$

Sea N la cantidad de factores primos. Si "4N" es el costo de 3 lapiceros ¿Cuánto se pagará por media docenas de lapiceros?

RESOLUCIÓN

El orden de los factores No altera el producto

$$P(x) = \underbrace{(x+1)(x+4)}\underbrace{(x+2)(x+3)}+1$$

$$P(x) = (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1$$

Haremos un cambio de variable

$$m = (x^2+5x)$$

$$P(x) = \underbrace{(m+4)(m+6)}+1$$

$$P(x) = (m^2+10m+24)+1$$

$$P(x) = m^2+10m+25 \quad \boxed{= (m+5)^2}$$

√ √

$$2(m)(5) = 10mn$$

Regresemos a la variable original

$$P(x) = (x^2+5x+5)^2$$

Nos piden lo que se pagará por media docena de lapiceros, como N representa el número de factores primos este es igual a 1

∴ Si por 3 lapiceros se paga 4(1) soles, entonces por 6 lapiceros se pagará 8 soles

Respuesta: $S/8$