



TRIGONOMETRY

Chapter 12

1st
SECONDARY

Aplicaciones de las propiedades de
las razones trigonométricas de un
ángulo agudo



SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY



**TRABAJAR DURO POR
ALGO QUE NO NOS
INTERESA SE LLAMA
ESTRÉS. TRABAJAR DURO
POR ALGO QUE AMAMOS
SE LLAMA PASIÓN.**



HELICO THEORY

APLICACIONES DE LAS PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

Razones trigonométricas recíprocas

$$\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{csc}\alpha = 1$$

$$\operatorname{cos}\alpha \cdot \operatorname{sec}\alpha = 1$$

$$\operatorname{tan}\alpha \cdot \operatorname{cot}\alpha = 1$$

Los ángulos en ambas razones trigonométricas son iguales.



Razones trigonométricas de ángulos complementarios

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$ Se cumple que

$$\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{cos}\beta$$

$$\operatorname{sec}\alpha = \operatorname{csc}\beta$$

$$\operatorname{tan}\alpha = \operatorname{cot}\beta$$

La igualdad solo se da cuando los ángulos α y β son complementarios.





HELICOPRACTICE 1

Indique la propiedad aplicada

a. $\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ = 1$

b. $\sec 2^\circ = \csc 88^\circ$

c. $\sin 21^\circ \cdot \csc 21^\circ = 1$

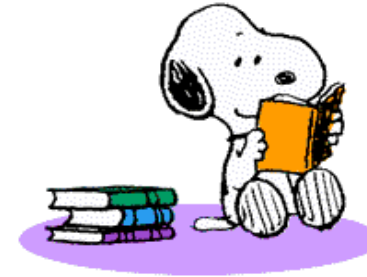
Resolución:

a. $\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ = 1$ (R.T RECÍPROCA)

b. $\sec 2^\circ = \csc 88^\circ$ (R.T COMPLEMENTARIA)

c. $\sin 21^\circ \cdot \csc 21^\circ = 1$ (R.T RECÍPROCA)

RECORDAR



R.T. recíprocas

$$\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

R.T. de ángulos complementarios

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\sec \alpha = \csc \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

HELICOPRACTICE 2



Calcule A+B

$$A = \underbrace{2\text{sen}42^\circ.\text{csc}42^\circ}_1 + \underbrace{3\text{tan}18^\circ.\text{cot}18^\circ}_1$$

Resolución:

$$A = 2(1) + 3(1)$$

$$A = 2 + 3 \Rightarrow A = 5$$

$$B = \frac{3\text{sen}16^\circ}{\cos74^\circ} - \frac{\text{tan}19^\circ}{\cot71^\circ}$$

$$B = \frac{3\cancel{\cos74^\circ}}{\cancel{\cos74^\circ}} - \frac{\cancel{\cot71^\circ}}{\cancel{\cot71^\circ}}$$

$$B = 3 - 1 \Rightarrow B = 2$$

Calculamos: $A + B = 5 + 2$

$$\therefore A + B = 7$$

RECORDAR



$$\text{sen}\alpha.\text{csc}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha.\text{cot}\alpha = 1$$

RECORDAR



Si $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\text{sen}\alpha = \cos\beta$$

$$\text{tan}\alpha = \cot\beta$$

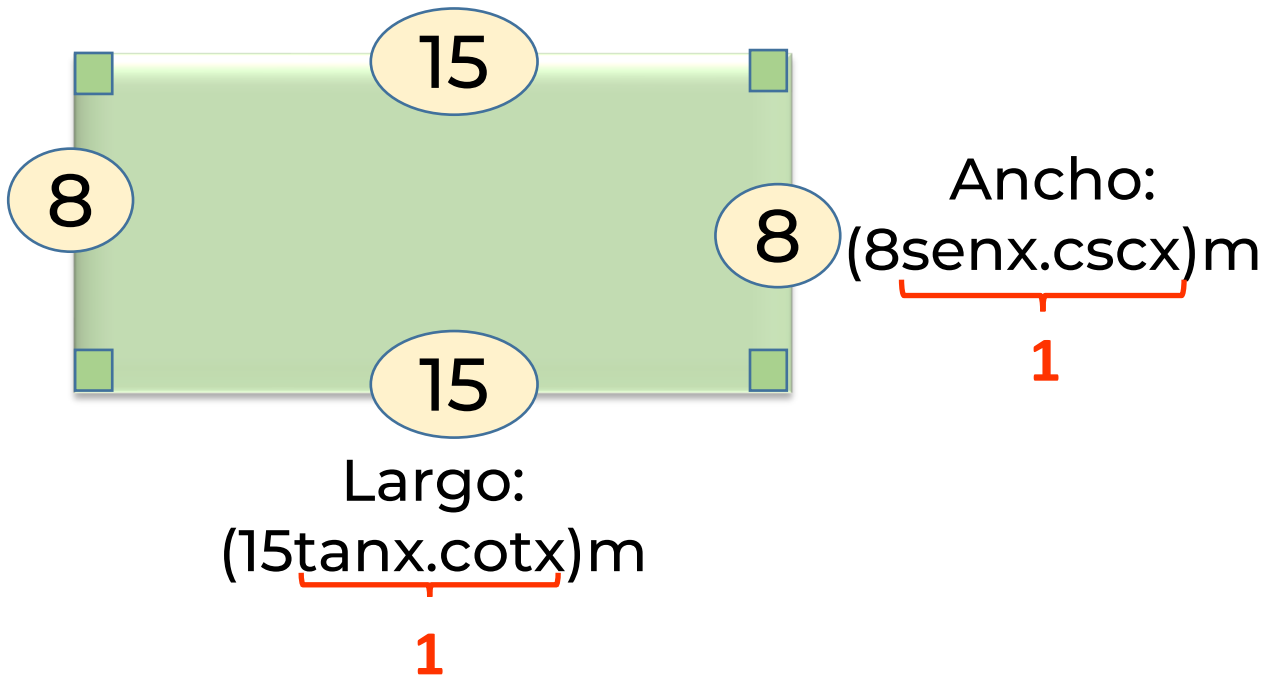
$$\Rightarrow \text{sen}16^\circ = \cos74^\circ$$

$$\Rightarrow \text{tan}19^\circ = \cot71^\circ$$

HELICOPRACTICE 3



Mi amiga María ha heredado un terreno, cerca a La Molina, dicho terreno tiene forma rectangular, como se muestra en el dibujo y sus dimensiones son las siguientes:



➡ Calcule el perímetro y área de dicho terreno.

Resolución:

RECORDAR



$$\text{sen}\alpha.\text{csc}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha.\text{cot}\alpha = 1$$

➡ Ancho = $8(1) = 8\text{m}$
 largo = $15(1) = 15\text{m}$

Calculamos:

$$2p = 8 + 8 + 15 + 15 = 46\text{m}$$

$$\text{Área} = 15\text{m} \times 8\text{m} = 120\text{m}^2$$

HELICOPRACTICE 4



Reduzca la expresión: $M = (5\text{sen}10^\circ + 3\text{cos}80^\circ)\text{csc}10^\circ$

Resolución:

$$M = (5\text{sen}10^\circ + 3\text{cos}80^\circ)\text{csc}10^\circ$$

$$M = (\underbrace{5\text{sen}10^\circ + 3\text{sen}10^\circ}_{\text{purple underline}})\text{csc}10^\circ$$

$$M = \underbrace{8\text{sen}10^\circ}_{\text{green underline}} \cdot \text{csc}10^\circ$$

1

$$M = 8(1)$$

$$\therefore M = 8$$



RECORDAR



R.T. de ángulos complementarios

$$\text{Si } \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\text{sen}\alpha = \text{cos}\beta$$

→ $\text{cos}80^\circ = \text{sen}10^\circ$
R.T. Recíproca

$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$$



HELICOPRACTICE 5

Calcule el valor de $\text{sen}(x+20^\circ)$; si $\text{sen}(5x+20^\circ).\text{csc}(2x+50^\circ) = 1$

Resolución:

Del dato:

$$\text{sen}(5x+20^\circ).\text{csc}(2x+50^\circ) = 1$$

$$5x + 20^\circ = 2x + 50^\circ$$

$$5x - 2x = 50^\circ - 20^\circ$$

$$3x = 30^\circ$$

$$x = \frac{30^\circ}{3}$$

$$x = 10^\circ$$

Calculamos:

$$\text{sen}(x+20^\circ)$$

Reemplazando x:

$$\text{sen}(x+20^\circ) = \text{sen}(10^\circ+20^\circ)$$

$$\text{sen}(x+20^\circ) = \text{sen}(30^\circ)$$

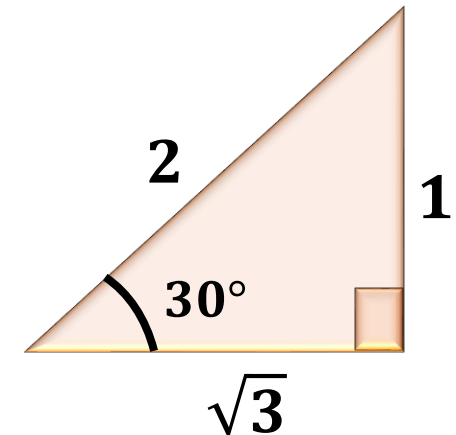
$$\therefore \text{sen}(x + 20^\circ) = \frac{1}{2}$$

RECORDAR



R.T. Recíproca

$$\text{sen}\alpha.\text{csc}\alpha = 1$$



HELICOPRACTICE 6



Álvaro y Eli, dos estudiantes del primer año de secundaria se postularon para ser delegados del aula, obteniendo m y n votos a favor respectivamente. Si todos los estudiantes cumplieron con votar y no se anulo ningún voto, determine cuántos estudiantes hay en el aula, si se cumplen las siguientes condiciones.

$$\sin(m+15)^\circ \cdot \csc(2m+5)^\circ = \tan 45^\circ$$

$$\cos(30+n)^\circ \cdot \sec(2n+10)^\circ = \cot 45^\circ$$

Resolución:

$$\sin(m+15)^\circ \cdot \csc(2m+5)^\circ = 1$$

$$m+15 = 2m+5$$

$$10 = m$$

$$\cos(30+n)^\circ \cdot \sec(2n+10)^\circ = 1$$

$$30+n = 2n+10$$

$$20 = n$$

Calculamos:

$m+n$: total de estudiantes

$$m+n = 10+20$$

$$m+n = 30 \text{ Estudiantes}$$

RECORDAR



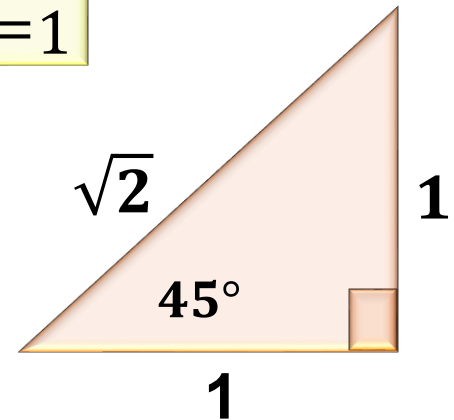
R.T. Recíproca

$$\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\cot 45^\circ = 1$$

$$\tan 45^\circ = 1$$



HELICOPRACTICE 7



El número de estudiantes por aula no puede exceder el valor de la variable x . Según dicha información, indique cuál es la cantidad máxima de estudiantes por aula en una institución educativa si se cumple lo siguiente:

$$\tan(2x) \cdot \cot(70^\circ) = \tan 45^\circ$$

Resolución:

Del dato:

$$\tan(2x) \cdot \cot(70^\circ) = 1$$

$$2x = 70$$

$$x = 35$$

Calculamos:

Cantidad de estudiantes
menor al valor de x

$$x = 34; 33; 32; \dots$$

Como x es máximo

$$x = 34$$

RECORDAR



R.T. Recíproca

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

