

ALGEBRA

Chapter 01

4th

POLYNOMIALS



HELICO MOTIVATING

SABÍAS QUE

Los polinomios son utilizados en diversas ramas profesionales; en el campo de la ingeniería (planeamiento de materiales), en el campo financiero (presupuesto de gastos), en el campo científico (Análisis de Laboratorio).

Por ejemplo en el campo financiero:

Si necesitas ganar US\$4.000, puedes ganar US\$350 por semana con tus gastos totales de US\$75 por semana, entonces la ecuación es $350x - 75x = 4.000$, donde x es la cantidad de semanas necesarias para trabajar. La solución de la ecuación es $14 \frac{1}{2}$, lo que significa que tendrías que trabajar $14 \frac{1}{2}$ semanas con el fin de ahorrar US\$4.000.



HELICO THEORY

CHAPTER 01

POLINOMIO

DEFINICIÓN

Es toda expresión algebraica racional entera, donde los exponentes de las variables definidas por el polinomio son valores enteros positivos. Ejemplo:

$$P(x,y) = 8x^2y + 16x^5y^2 - 10x^4y^7 + 1$$

Polinomio de una variable

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n \quad \text{Nota: } (a_0 \neq 0)$$

Donde:

$x \rightarrow$ Variable $n \rightarrow$ grado del polinomio $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rightarrow$ coeficientes

$a_0 \rightarrow$ Coeficiente principal $a_n \rightarrow$ Término Independiente

VALOR NUMÉRICO

Es el resultado que se obtiene al reemplazar las variables definidas por el polinomio por constantes.

Ejemplos: * Sea: $P(x) = 3x^2 + 1$

Halle el valor numérico de P en $x = 4$

Resolución: Reemplazamos x por 4

$$P(4) = 3(4)^2 + 1 = 49$$

* Sea: $H(2x-5) = 7x+25$

Halle el valor numérico de H(3)

Resolución: $2x-5 = 3 \rightarrow x = 4$

$$H(2(4)-5) = 7(4)+25$$

$$H(3) = 53$$

Suma de Coeficientes

$$\sum coef(P) = P(1)$$

Ejemplo: Halle la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x) = 5(x+2)^3 + 1$$

Resolución: $P(1) = 5(1+2)^3 + 1 = 136$

Término Independiente

$$T.I(P) = P(0)$$

Ejemplo:

Halle el término independiente del polinomio:

$$P(x) = 3(x-1)^{30} + 5x + 1$$

Resolución:

$$P(0) = 3(0-1)^{30} + 5(0) + 1 = 4$$

GRADO DE UN POLINOMIO

Grado Absoluto (G.A.) Es el valor que se obtiene al encontrar la mayor suma de exponentes de las variables definidas por el polinomio.

Grado Relativo (G.R.) Es el mayor valor del exponente de la variable en referencia.

Ejemplo: Sea:

$$P(x,y) = 8x^2y + 16x^5y^2 - 10x^4y^7 + 1$$

Halle el Grado Absoluto, el Grado Relativo de x , además el Grado Relativo de y

Resolución:

$$\text{G.A.} = 4+7 = 11$$

$$\text{G.R.}(x) = 5$$

$$\text{G.R.}(y) = 7$$

POLINOMIOS ESPECIALES

a) Polinomio Ordenado polinomio será ordenado con respecto a una de sus variables si aumenta será creciente y si disminuye será decreciente.

Ejemplo: Sea el polinomio:

$$P(x,y) = 3x^9y + 17x^5y^2 - 10x^3y^7$$

- El polinomio es decreciente con respecto a x .
- El polinomio es creciente con respecto a y .

b) Polinomio Completo Un polinomio será completo con respecto a una de sus variables, si esta desde su mayor grado hasta su mínimo grado (cero).

Ejemplo: Sea: $P(x,y) = 8x^3y + 16xy^3 - 10x^2y^2 + 1$

- El polinomio es completo con respecto a x
- El polinomio es completo con respecto a y

Polinomio Homogéneo polinomio será homogéneo si el grado absoluto en cada uno de sus términos es igual

Ejemplo: $P(x,y) = \underbrace{8x^3y}_{4^\circ} + \underbrace{16xy^3}_{4^\circ} - \underbrace{10x^2y^2}_{4^\circ}$

Polinomios Idénticos Serán idénticos si:

- Si se obtiene el mismo valor numérico para cualquier valor asignado a sus variables.
- Si sus términos semejantes comparados tienen el mismo coeficiente.

Ejemplo:

$$3x^4y + 10xy^5 + 8x^2y^3 \equiv ax^4y + bxy^5 + cx^2y^3$$



$$a = 3; \quad b = 10; \quad c = 8$$

Polinomio Idénticamente Nulo

Un polinomio $P(x)$ será idénticamente nulo si para todo valor de x el valor numérico es cero, es decir sus coeficientes son nulos.

Ejemplo:

$$\text{Sea: } P(x,y) \equiv (m-3)x^3y + (n-1)xy^3 - (p+2)x^2y^2$$

idénticamente nulo ($P(x,y) \equiv 0$)



$$m = 3; \quad n = 1; \quad p = -2$$

OBSERVACIÓN: También existen los polinomios completos y ordenados

HELICO PRACTICE

CHAPTER 01

1. Determine el coeficiente del monomio

$$P(x, y) = a^2 b x^{3a-1} y^{a+2b}$$

Si: G.R.(x) = 5 y G.A.(P) = 17

RESOLUCIÓN

Por dato: G.R.(x) = 5

$$\Rightarrow 3a - 1 = 5$$

$$a = 2$$

Por dato:

$$G.A. = 17$$

$$\Rightarrow (3a - 1) + (a + 2b) = 17$$

Como $a = 2$

$$\Rightarrow (5) + (2 + 2b) = 17$$

$$b = 5$$

Nos piden el coeficiente de $P(x, y)$

$$a^2 b$$

$$\text{Coef.}(P) = 20$$

2. Determine la suma de coeficientes y el termino independiente de:

$$F(x) = (x - 3)^2 + (x + 2)^2(x + 1)^4$$

RESOLUCIÓN

Sabemos que: $\sum coef(P) = P(1)$

$$\Rightarrow F(1) = (1 - 3)^2 + (1 + 2)^2(1 + 1)^4$$

$$F(1) = (-2)^2 + (3)^2(2)^4$$

$$F(1) = 4 + (9)(16)$$

$$\sum coef(F) = 148$$

Sabemos que: $T.I(P) = P(0)$

$$\Rightarrow F(0) = (0 - 3)^2 + (0 + 2)^2(0 + 1)^4$$

$$F(0) = (-3)^2 + (2)^2(1)^4$$

$$F(0) = 9 + (4)(1)$$

$$T.I.(F) = 13$$

3. Si para el polinomio

$$F(x, y) = 3x^{a+2}y^{b+3} - 5x^{a+1}y^{b-2} + 3x^{a+3}y^{b+1}$$

Si: G.R.(x) = 8 y G.R.(y) = 10

Determine su grado absoluto

RESOLUCIÓN

Por dato: G.R.(x) = 8

$$\Rightarrow a + 3 = 8$$

$$a = 5$$

Por dato: G.R.(y) = **10**

$$\Rightarrow b + 3 = 10$$

$$b = 7$$

Nos piden el grado absoluto

$$G.A. = (a + 2) + (b + 3)$$

Como; $a = 5$; $b = 7$

$$G.A. = 17$$

4. Si el polinomio es homogéneo

$$R(x, y) = 2x^{a+3}y^5 - 5x^{b+1}y^6 + 3x^8y^4$$

Calcule: $3a + 2b$

RESOLUCIÓN

Como el polinomio es homogéneo

$$R(x, y) = \underbrace{2x^{a+3}y^5}_{12^\circ} - 5 \underbrace{x^{b+1}y^6}_{12^\circ} + 3 \underbrace{x^8y^4}_{12^\circ}$$

$$\Rightarrow (b + 1) + 6 = 12$$

$$b = 5$$

$$\Rightarrow (a + 3) + 5 = 12$$

$$a = 4$$

Nos piden: $3a + 2b$

$$3(4) + 2(5)$$

$$3a + 2b = 22$$

5. Sabiendo que:

$$P(2x - 3) = 7x + 5 \wedge Q(x) = 4x + 2$$

$$\text{Efectúe: } M = \frac{Q(P(5) - 16)}{2}$$

RESOLUCIÓN

Calculamos $P(5)$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 5 \quad x = 4$$

Luego:

$$P(5) = 7(4) + 5 = 33$$

Reemplazamos en M

$$M = \frac{Q(33 - 16)}{2} = \frac{Q(17)}{2}$$

Calculamos $Q(17)$

$$Q(17) = 4(17) + 2$$

$$Q(17) = 70$$

Reemplazamos en M

$$M = \frac{Q(17)}{2} = \frac{70}{2}$$

$$M = 35$$

6. La edad de Carlos está dada por el valor de $Q(5)$, de acuerdo a los datos:

$$P(x) = 2x - 3 \quad \wedge \quad P(Q(x)) = 4x + 5$$

¿Qué edad tiene Carlos?

RESOLUCIÓN

Calculamos $P(Q(x))$

$$P(Q(x)) = 2Q(x) - 3$$

Por dato: $P(Q(x)) = 4x + 5$

$$\Rightarrow 2Q(x) - 3 = 4x + 5$$

Despejamos $Q(x)$

$$Q(x) = 2x + 4$$

Se sabe que la edad de Carlos esta dado por $Q(5)$

Calculamos $Q(5)$

$$Q(5) = 2(5) + 4 = 14$$

Carlos tiene 14 años

HELICO | PRACTICE

7. Sea $A(x) = bx^2 - 3x^2 - 5 + ax - 7x + c$ un polinomio idénticamente nulo. Si el valor de la expresión $N = \frac{a+b}{c}$ representa el costo de 5 kg de papa. ¿Cuál será el costo de 20 kg de papa?

RESOLUCIÓN

Ordenando los términos del polinomio

$$A(x) = \underbrace{bx^2 - 3x^2} + \underbrace{ax - 7x} + \underbrace{c - 5}$$

$$A(x) = (b - 3)x^2 + (a - 7)x + (c - 5)$$

Por ser un polinomio idénticamente nulo:

$$b - 3 = 0$$

$$a - 7 = 0$$

$$c - 5 = 0$$

$$b = 3$$

$$a = 7$$

$$c = 5$$

Reemplazando a , b y c en la expresión N

$$\Rightarrow N = \frac{7 + 3}{5}$$

$$N = 2$$

Luego concluimos que:

5 kg de papa cuesta S/. 2

\Rightarrow 20 kg de papa costará S/. 8

Rpta. $\boxed{\text{S/. 8}}$