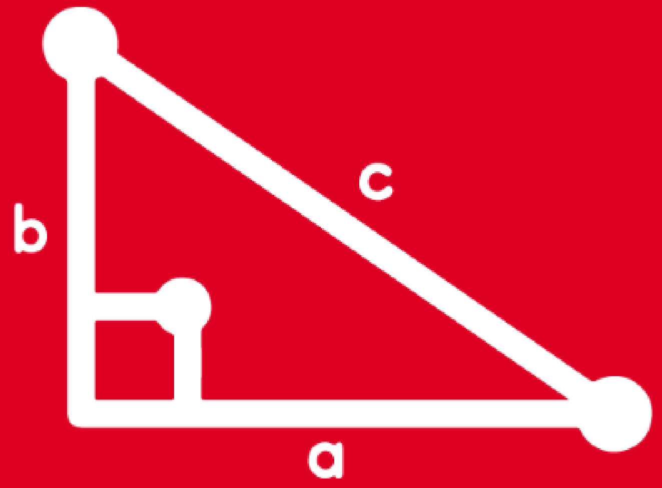
TRIGONOMETRY

Chapter 04

2nd
SECONDARY



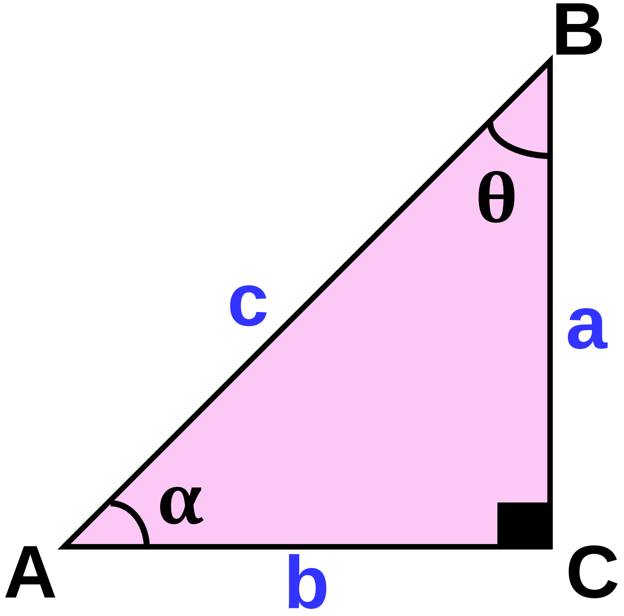
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO I

SACO OLIVEROS

¿ EN LA ANTIGÜEDAD , CÓMO SE MIDIÓ EL RADIO DE LA TIERRA ?

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Es aquel triángulo en el cual uno de sus ángulos interiores mide 90°.



Si $m\measuredangle ACB = 90°$, entonces el $\triangle ABC$ es recto en C

$$\boxed{\alpha + \theta = 90°}$$

Elementos:

$\overline{AC}$, $\overline{BC}$: Catetos

$\overline{AB}$: Hipotenusa

Además :

AB = c

BC = a

AC = b

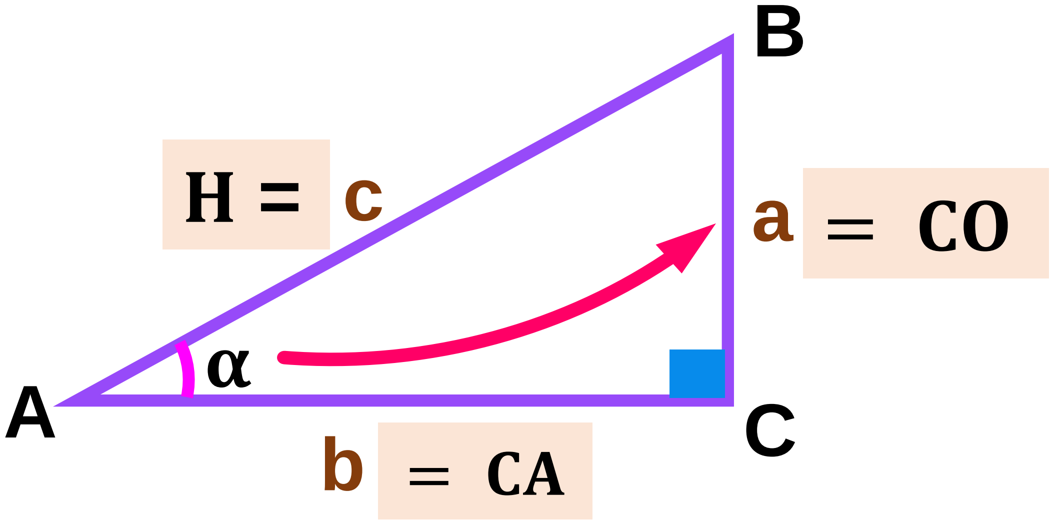
La hipotenusa tiene mayor longitud que los catetos, es decir :

$$c > a \quad \wedge \quad c > b$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos .

Con respecto al $\measuredangle\alpha$:



TEOREMA DE PITÁGORAS

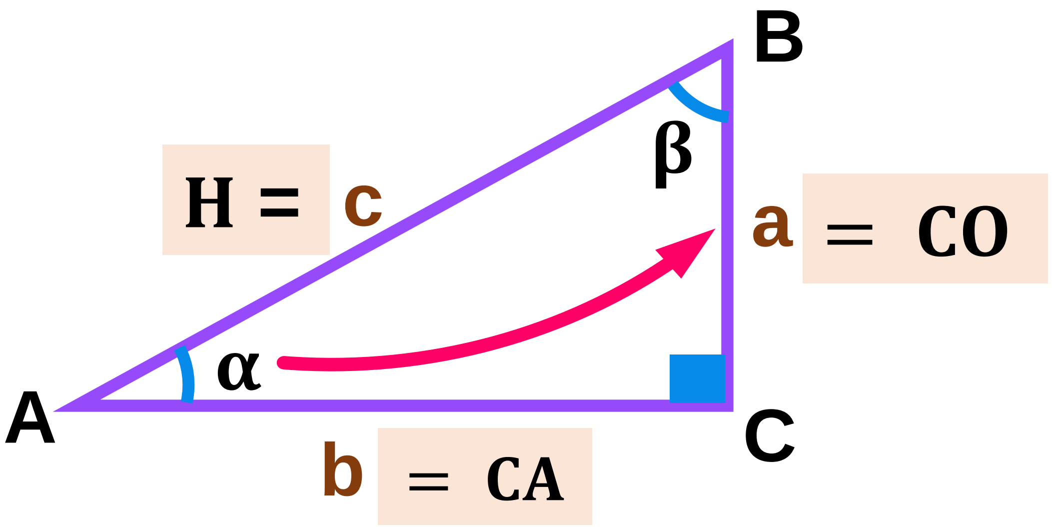
$$\boxed{(\mathrm{H})^2 = (\mathrm{CO})^2 + (\mathrm{CA})^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

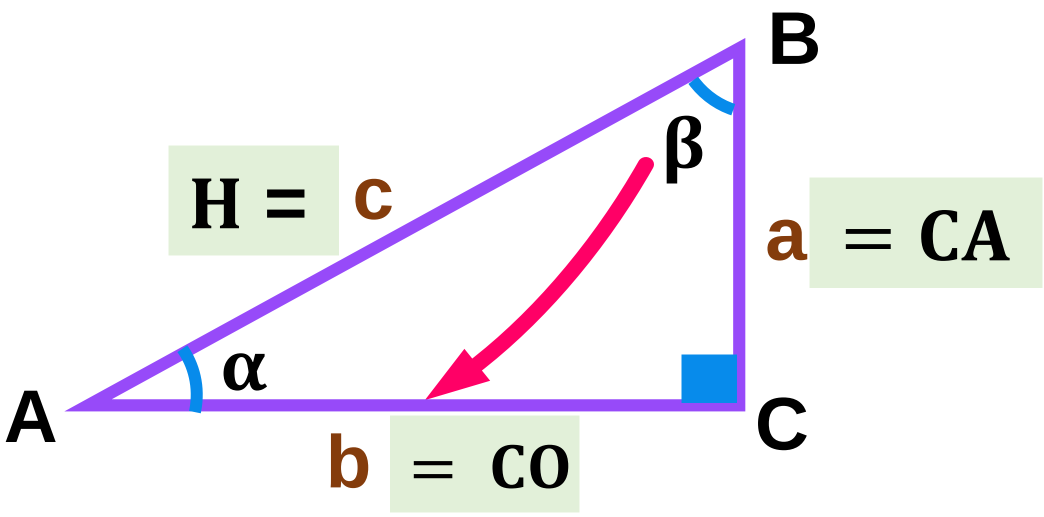
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO I

I) Para el estudio de las R.T es necesario establecer correctamente la posición relativa de los catetos .

Con respecto al ∡α :

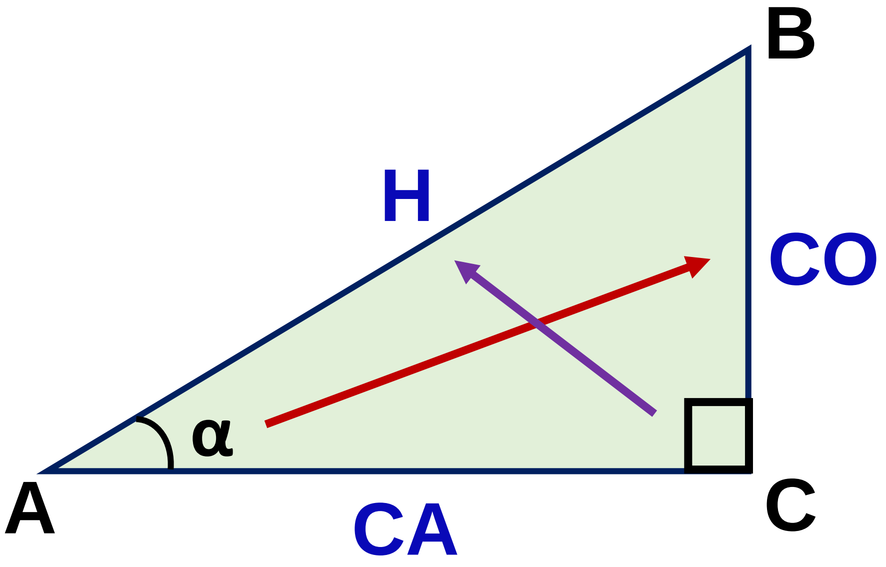


Con respecto al ∡β :



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO I

II) Razones trigonométricas, son los cocientes entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, respecto de uno de sus ángulos interiores agudos.



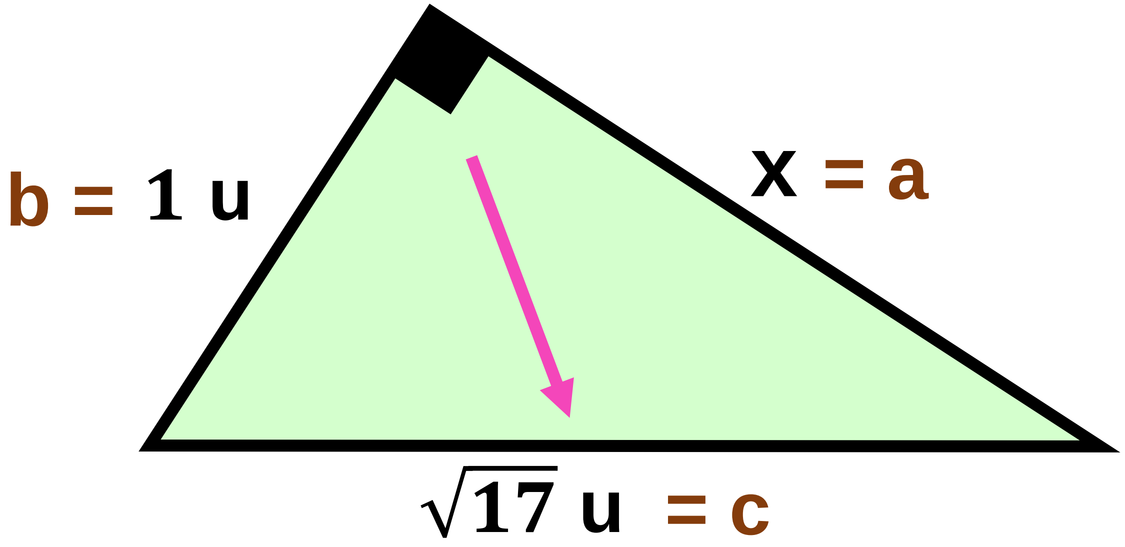
$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{Cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{CO}{H}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Cateto adyacente al } \measuredangle\alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{CA}{H}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}{\text{Cateto adyacente al } \measuredangle\alpha} = \frac{CO}{CA}$$

HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, halle el valor de x .



Recordar : **Teorema de Pitágoras**

$$(a)^2 + (b)^2 = (c)^2$$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(x)^2 + (1)^2 = (\sqrt{17})^2$$

$$(x)^2 + 1 = 17$$

$$(x)^2 = 16$$

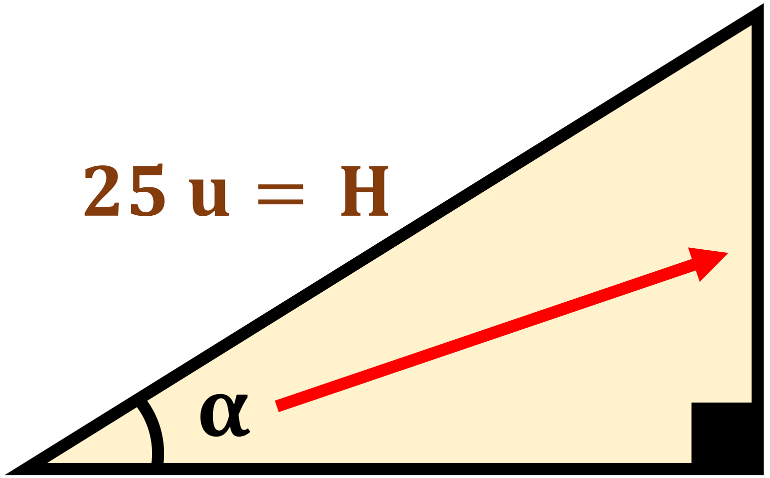
$$x = \sqrt{16}$$

$$\therefore\ x = 4\ u$$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico, efectúe :

$$T = \text{sen}\,\alpha + \cos\alpha$$



Recordar :

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{H} \qquad \cos\alpha = \frac{CA}{H}$$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$\boxed{(H)^2 = (CO)^2 + (CA)^2}$$

$$(H)^2 = (7)^2 + (24)^2 = 49 + 576$$

$$(H)^2 = 625 \Rightarrow H = 25$$

Efectuamos T :

$$T = \text{sen}\,\alpha + \cos\alpha$$

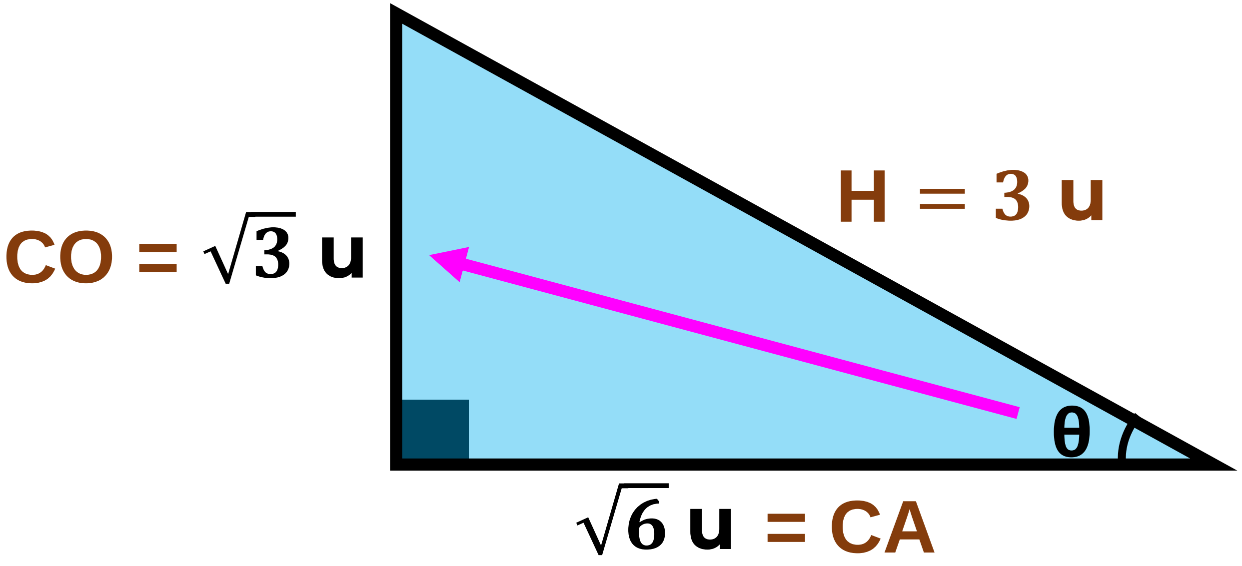
$$T = \frac{7}{25} + \frac{24}{25}$$

$$\therefore T = \frac{31}{25}$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, efectúe :

$Q = \text{sen}^2\,\theta - \tan^2\theta$



Recordar :

$\text{sen}\theta = \dfrac{CO}{H}$ $\qquad \tan\theta = \dfrac{CO}{CA}$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(H)^2 = (CO)^2 + (CA)^2$$

$$(H)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2 = 3 + 6$$

$$(H)^2 = 9 \Rightarrow H = 3$$

Efectuamos Q :

$$Q = \text{sen}^2\,\theta - \tan^2\theta$$

$$Q = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{3}{9} - \frac{3}{6}$$

$$Q = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\therefore Q = -\frac{1}{6}$$

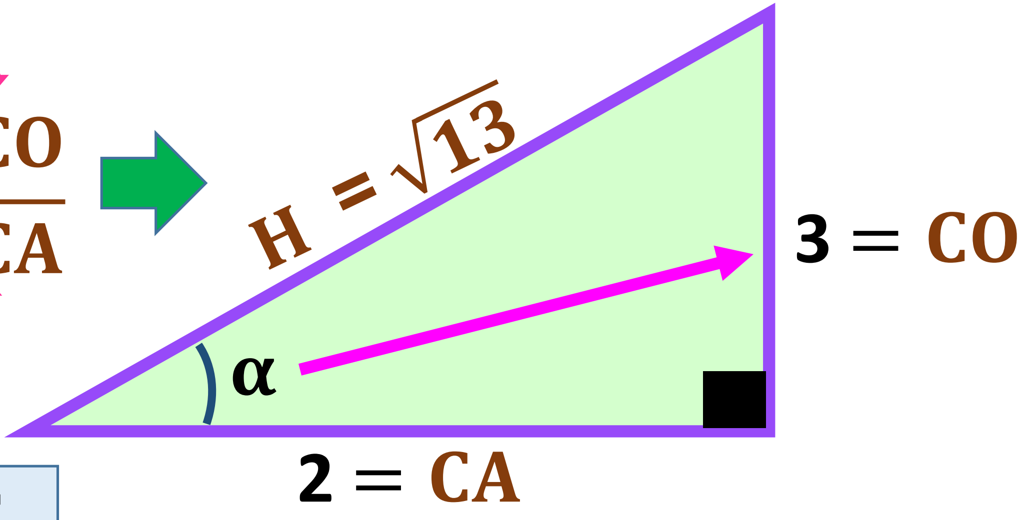
HELICO PRACTICE 4

Si $\tan\alpha = \frac{3}{2}$, donde α es un ángulo agudo; efectúe $A = 13\,\text{sen}\alpha\,.\,\cos\alpha$.

RESOLUCIÓN

Dato :

$$\tan\alpha = \frac{3}{2} = \frac{CO}{CA}$$



Recordar :

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA} \qquad \text{sen}\alpha = \frac{CO}{H} \qquad \cos\alpha = \frac{CA}{H}$$

Teorema de Pitágoras :

$$\boxed{(H)^2 = (CO)^2 + (CA)^2}$$

$$(H)^2 = (3)^2 + (2)^2 = 9 + 4$$

$$(H)^2 = 13 \Rightarrow H = \sqrt{13}$$

Efectuamos A :

$$A = 13\,\text{sen}\alpha\,.\,\cos\alpha$$

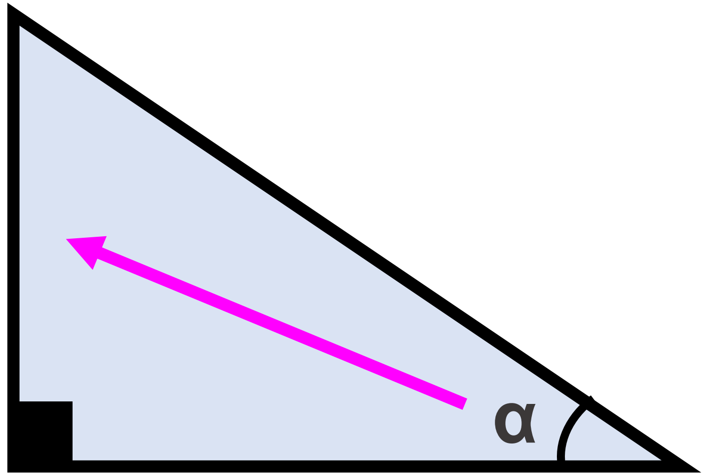
$$A = \cancel{13}\left(\frac{3}{\cancel{\sqrt{13}}}\right)\left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right)$$

$$\therefore A = 6$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, halle el valor de x, si $\tan\alpha = \frac{1}{2}$.

CO = $(2x + 5)\,u$



$(10x - 2)\,u$ = CA

Recordar :

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$$

RESOLUCIÓN

tanα = tanα

(gráfico) (dato)

Luego : $$\frac{(2x+5)\cancel{u}}{(10x-2)\cancel{u}} = \frac{1}{2}$$

$$2(2x+5) = 1(10x-2)$$

$$4x + 10 = 10x - 2$$

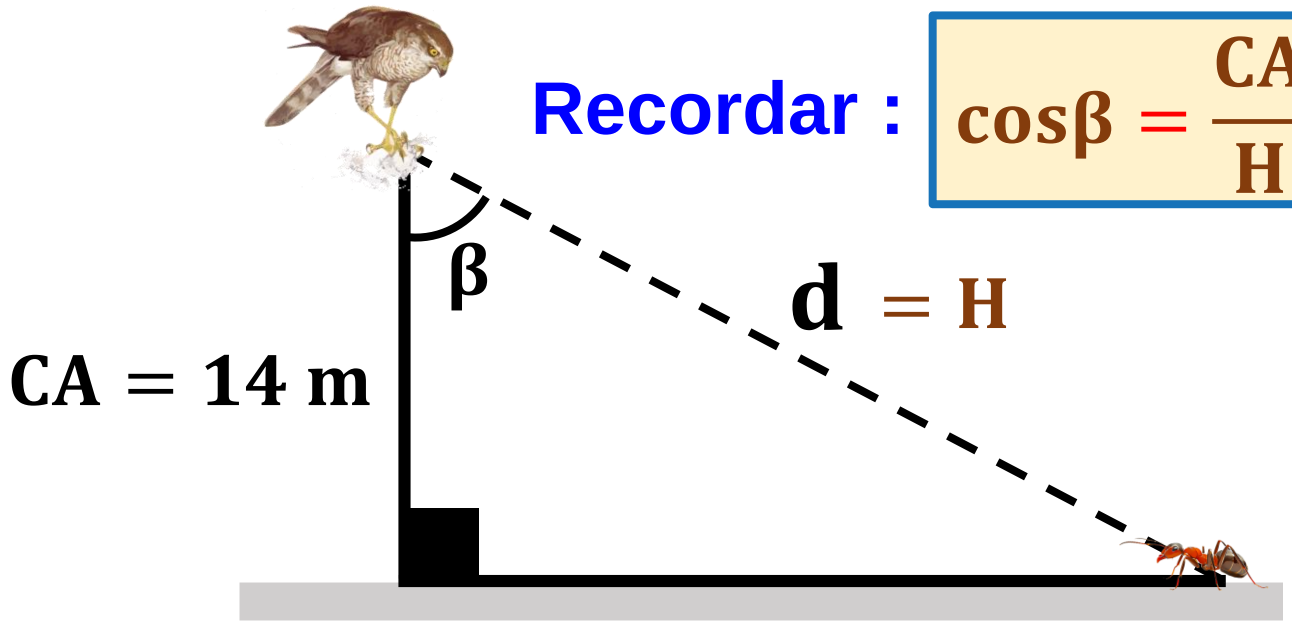
$$12 = 6x$$

$$\boxed{\therefore\ x = 2}$$

HELICO PRACTICE 6

Un pájaro que se encuentra a 14 m de altura, observa un insecto y se dirige hacia él, tal como se muestra en la figura.

Determine la distancia d entre el pájaro y dicho insecto (considere $\cos\beta = \frac{7}{25}$).



Recordar : $\boxed{\cos\beta = \frac{CA}{H}}$

RESOLUCIÓN

$\underset{(\text{ gráfico })}{\cos\beta} = \underset{(\text{ dato })}{\cos\beta}$

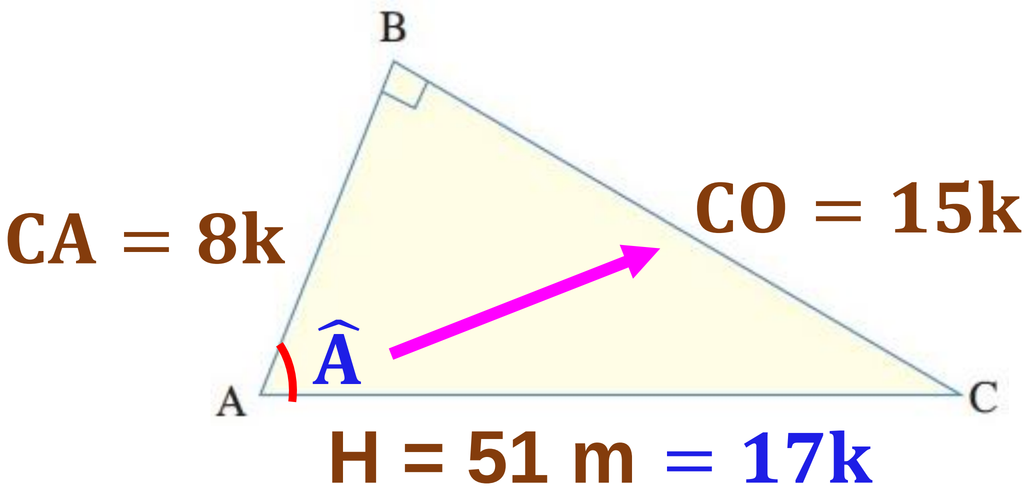
Luego : $\frac{\overset{2}{\cancel{14}}\text{ m}}{d} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{25}$

$d(1) = 25(2\text{ m})$

$\therefore d = 50\text{ m}$

HELICO PRACTICE 7

Carlos ha comprado un terreno de forma triangular ABC (como muestra la figura). Por motivos de seguridad desea construir un muro que rodee su terreno . - Si la hipotenusa mide 51 m y tanA = $\frac{15}{8}$.
¿ Cuánto mide el perímetro del terreno que rodea el muro ? .



RESOLUCIÓN

Dato :

$$\tan A = \frac{15k}{8k} = \frac{CO}{CA}$$

Luego :

$$17k = 51\ m$$

$$k = 3\ m$$

Calculamos el perímetro :

$$2p = 8k + 15k + 17k$$

$$2p = 40k = 40(3\ m) = 120\ m$$

$\therefore$ El perímetro del terreno mide 120 m .

SACO
OLIVEROS