



ARITHMETIC

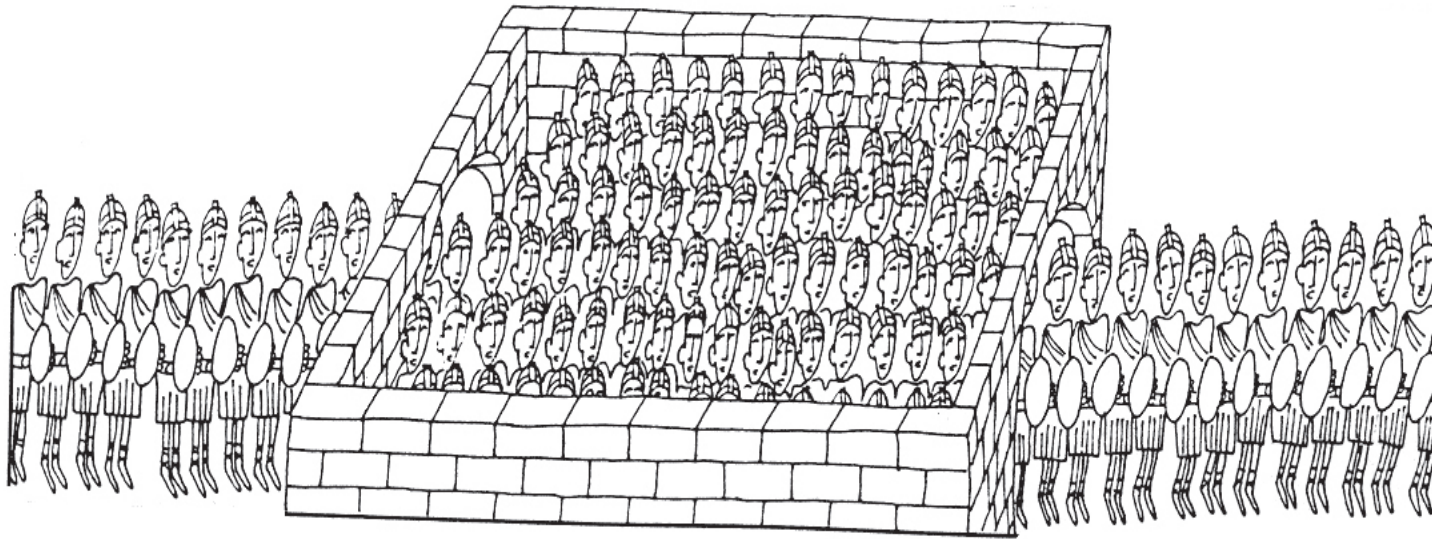
Chapter 22

5th of Secondary

MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN Y
VARIACIÓN



En Grecia fueron famosos los métodos usados por Jerjes para contar a sus soldados: los hacía pasar a un recinto donde cabían 10000 soldados muy apretados. También se sabe que en el año 310 a. C., un censo efectuado bajo el reinado de Demetrio dio una población de 120000 personas libres y 400000 esclavos.



DATOS SIN AGRUPAR

Ejem

Datos:

7; 5; 9; 7; 12; 7; 9; 8; 5; 10

Media (\bar{x})

Es el promedio aritmético

$$\frac{2(5) + 3(7) + 8 + 2(9) + 10 + 12}{10} \Rightarrow \bar{x} = 7,9$$

Mediana (Me)

Es el dato central, ordenando los datos

$$5; 5; 7; 7; 7; 8; 9; 9; 10; 12 \Rightarrow Me = \frac{7 + 8}{2} = 7,5$$

Moda (Mo)

Es el dato con mayor frecuencia

$$\Rightarrow Mo = 7$$

Observación

- ✓ 2; 5; 9; 7; 12; 6. (*amodal*)
- ✓ 2; 5; 9; 2; 7; 5; 3. (*bimodal*)

DATOS AGRUPADOS (DISTRIBUIDOS)

Ejem

I_i	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
[5; 9)	7	8		56
[9; 13)	11	15		165
[13; 17)	15	12		180
[17; 21)	19	5		95
[21; 25)	23	10		230
$n =$		50		726

➔ **Media (\bar{x})**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{726}{50}$$

$$\bar{x} = 14,52$$

Ejem

I_i	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
[5; 9)	7	8	8	56
[9; 13)	11	15	23	165
[13; 17)	15	12	35	180
[17; 21)	19	5	40	95
[21; 25)	23	10	50	230
$n =$		50		726

← **Mo**

← **Me**

Mediana (Me)

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] a_i$$

$$Me = 13 + \left[\frac{25 - 23}{12} \right] 4$$

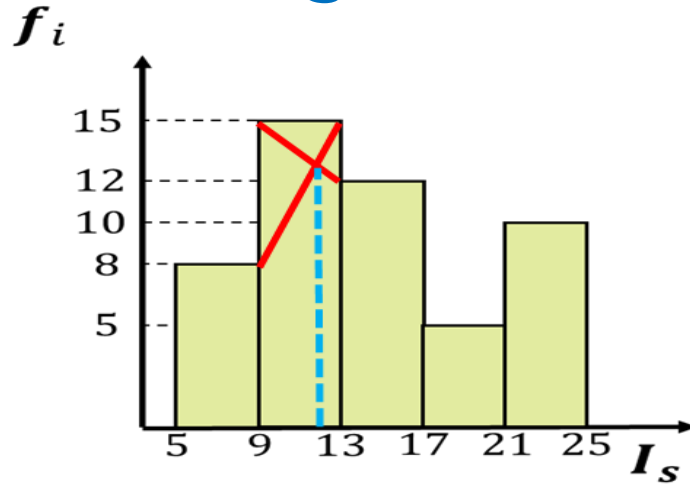
$$\therefore Me = 13, \hat{6}$$

Moda (Mo)

$$Mo = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right] a_i$$

$$Mo = 9 + \left[\frac{15 - 8}{(15 - 8) + (15 - 12)} \right] 4 \quad \therefore Mo = 11, 8$$

Histograma



Moda (M_o)

$$\Rightarrow \frac{M_o - 9}{15 - 8} = \frac{13 - M_o}{15 - 12}$$

$$3M_o - 27 = 91 - 7M_o$$

$$10M_o = 118$$

$$M_o = 11,8$$

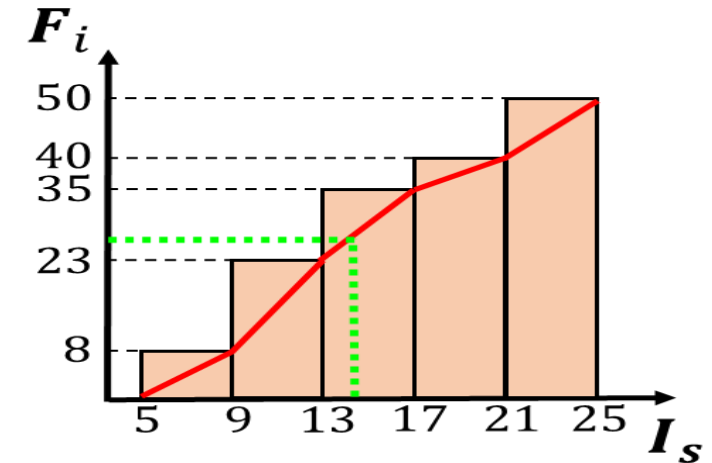
Aplicando proporcionalidad

I_i	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
$[5; 9)$	7	8	8	56
$[9; 13)$	11	15	23	165
$[13; 17)$	15	12	35	180
$[17; 21)$	19	5	40	95
$[21; 25)$	23	10	50	230
$n =$		50		726

← M_o

← M_e

Diagrama escalonado



Mediana (M_e)

$$\Rightarrow \frac{M_e - 13}{25 - 23} = \frac{4}{12}$$

$$3M_e - 39 = 2$$

$$3M_e = 41$$

$$M_e = 13, \hat{6}$$

Medidas de dispersión

Miden que tan dispersos se encuentran los datos alrededor del centro.

Los más conocidos son el rango, varianza, desviación estándar y coeficiente de variación.

1. VARIANZA MUESTRAL(S^2)

A. Para datos no clasificados

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

B. Para datos clasificados

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n}$$

2. DESVIACIÓN ESTÁNDAR(s)

$$s = \sqrt{s^2}$$

3. COEFICIENTE DE VARIACIÓN (CV)

$$CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$CV \times 100\%$$

1. En el curso de Aritmética cuyas notas finales fueron 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11 y 12, el profesor manifiesta que un alumno aprobará si su nota es mayor que la media aritmética o mayor que la mediana. ¿Cuántos alumnos no aprobarán?

Resolución

4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12

Media:

$$\bar{x} = \frac{4 + 12}{2} = 8$$

Mediana:

$$Me = 8$$

∴ Cantidad de alumnos que no aprobaron

RPTA: 5

2. En el siguiente cuadro, calcule la suma de la mediana y la moda:

Resolución

Edad(x_i)	f_i
14	2
15	8
16	12
17	30
18	28
19	10
	n = 90

$$M_e = \frac{x_{45} + x_{46}}{2}$$

$$M_e = \frac{17 + 17}{2} = 17$$

$$M_o = 17$$

$$17 + 17 = 34$$

RPTA: 34

- 3.** En cierta fábrica se hizo un estudio sobre la edad de los trabajadores, con el fin de establecer un plan de seguro grupal y se obtuvo los siguientes datos:

Me →

I_i	f_i	F_i
[20; 30)	2	2
[30; 40)	4	6
[40; 50)	5	11
[50; 60)	6	17
[60; 70)	3	20

Total = 20

Resolución

Calcule la mediana.

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] a_i$$

$$Me = 40 + \left[\frac{10 - 6}{5} \right] 10$$

∴ Mediana:

Rpta:

48

4. Del problema anterior, calcule la Moda y la Media

I_i	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
$[20; 30)$	25	2	50
$[30; 40)$	35	4	140
$[40; 50)$	45	5	225
$[50; 60)$	55	6	330
$[60; 70)$	65	3	195
		20	940

Resolución

Calculo la media

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{940}{20}$$

$$\bar{x} = 47$$

Moda (M_o)

$$M_o = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right] a_i$$

$$M_o = 50 + \left[\frac{6 - 5}{(6 - 5) + (6 - 3)} \right] 10$$

$$M_o = 52,5$$

5. Considerando la tabla de frecuencia

calcule

a. $f_2 - f_3 + H_2$.

b. la mediana.

<i>Edad</i>	f_i	F_i	h_i	H_i
$[0; 30[$	20	20	0,1	0,1
$[30; 60[$	66	86	0,33	0,43
$[60; 90[$	60	146	0,3	0,73
$[90; 120[$	24	170	0,12	0,85
$[120; 150[$	30	200	0,15	1

Resolución

$$h_i = \frac{f_i}{n} \quad \frac{30}{n} = 0,15 \quad n = 200$$

$$f_1 = 20 \quad f_3 = 60$$

$$\text{a. } f_2 - f_3 + H_2 = 6,43$$

b. Mediana (Me)

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] a_i$$

$$Me = 60 + \left[\frac{100 - 86}{60} \right] 30$$

$$\therefore Me = 67$$

Rpta:**6,43 y 67**

Con las edades de los profesores del colegio Saco Oliveros de Naranjal se **6.** construye el siguiente cuadro de distribución simétrica y con un ancho de clase común

Edad	f_i	F_i	h_i
$[20; 28[$	12	12	
$[28; 36[$	9	21	0,15
$[36; 44[$	18	39	
$[44; 52[$	9	48	
$[52; 60[$	12	60	

calcule la moda.

Resolución

$$\frac{f_2}{60} = 0,15 \quad f_2 = 9$$

Distribución simétrica

$$f_5 = 12 \quad f_4 = 9$$

Moda (M_o)

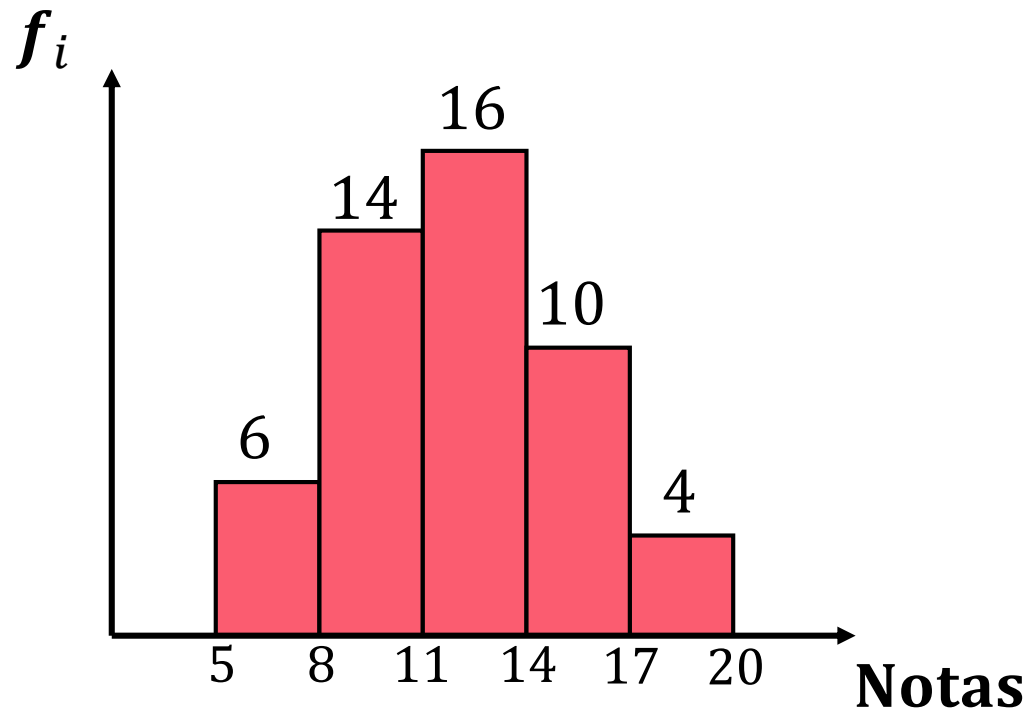
$$M_o = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right] a_i$$

$$M_o = 36 + \left[\frac{18 - 9}{(18 - 9) + (18 - 9)} \right] 8$$

$$M_o = 40$$

Rpta: 40

7. Las notas de un examen de aptitud académica están distribuidas en el siguiente histograma de frecuencias:



¿Cuál es la nota promedio?

Resolución

$$x_i = \frac{L_i + L_s}{2}$$

$$x_1=6,5; x_2=9,5; x_3=12,5; x_4=15,5 \text{ y } x_5=18,5$$

$$\bar{X} = \frac{6 \times 6,5 + 14 \times 9,5 + 16 \times 12,5 + 10 \times 15,5 + 4 \times 18,5}{6 + 14 + 16 + 10 + 4}$$

$$\bar{X} = 12,02$$

RPTA
:
12,02