

ALGEBRA

Chapter 24

2th

Session II

FUNCIONES

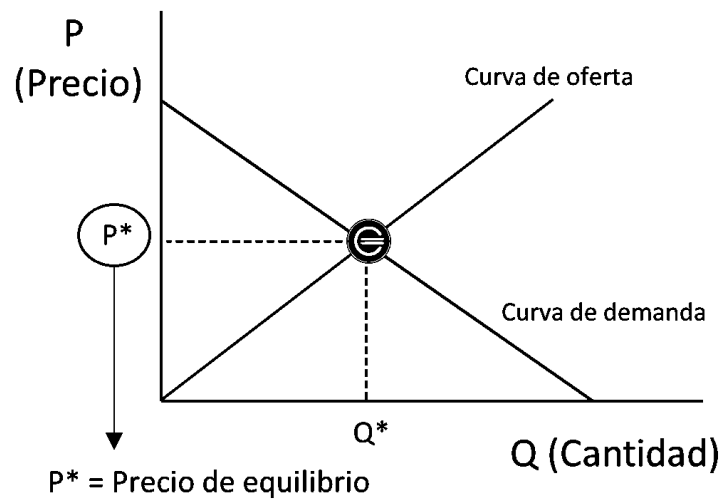


HELICO MOTIVATING

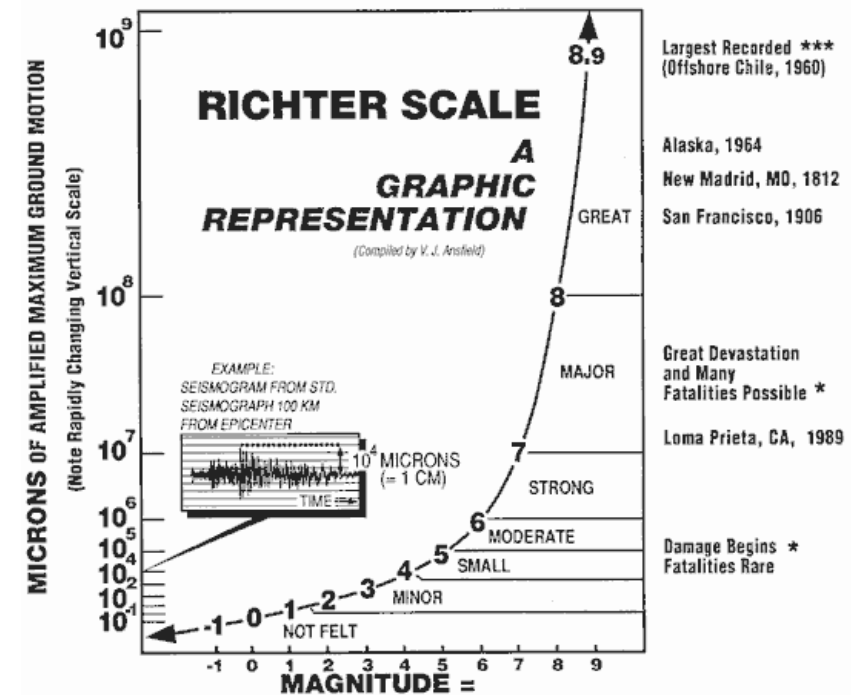


FUNCIONES

➤ Economía - Oferta y Demanda.



➤ Sismología – Escalas de Richter.



HELICO THEORY

CHAPTER 24

PAR ORDENADO

Se llama par ordenado a un conjunto formado por dos elementos a y b con un orden determinado. Se simboliza de la siguiente forma: $(a ; b)$.

Donde: $a \longrightarrow$ primera componente

$b \longrightarrow$ segunda componente

Pares ordenados iguales:

Si: $(a ; b) = (c ; d) \Rightarrow \boxed{a = c} \wedge \boxed{b = d}$

Ejemplo:

Hallar p y q si se cumple que

$$(3p - 1 ; q + 3) = (5 ; 4)$$

$$\begin{array}{l|l} \rightarrow 3p - 1 = 5 & \rightarrow q + 3 = 4 \\ 3p = 6 & q = 1 \\ p = 2 & \end{array}$$

$$\boxed{p = 2 \wedge q = 1}$$

PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos **A** y **B** no vacíos, se define el producto cartesiano como:

$$A \times B = \{(a; b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

Ejemplo: Sean $A = \{1; 3\}$ y $B = \{6; 7; 8\}$


$$A \times B = \{(1; 6), (1; 7), (1; 8), (3; 6), (3; 7), (3; 8)\}$$

Recuerda:

1. $A \times B \neq B \times A$

2. $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$

3. $A^2 = A \times A$

RELACIÓN

Sean A y B dos conjuntos no vacíos se llama relación de A en B a todo subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

$$R: A \rightarrow B \Leftrightarrow R \subset A \times B$$

Ejemplo:

Sean $A = \{1; 2\}$ y $B = \{3; 4; 5\}$

hallar $T = \{(x, y) \in A \times B / x + y > 5\}$

$$A \times B = \{(1; 3), (1; 4), (1; 5), (2; 3), (2; 4), (2; 5)\}$$

Cumplen con la regla de correspondencia $x + y > 5$

$$\rightarrow T = \{(1; 5), (2; 4), (2; 5)\}$$

Dominio:

Conjunto de las primeras componentes de una relación.

$$\text{dom}(T) = \{1; 2\}$$

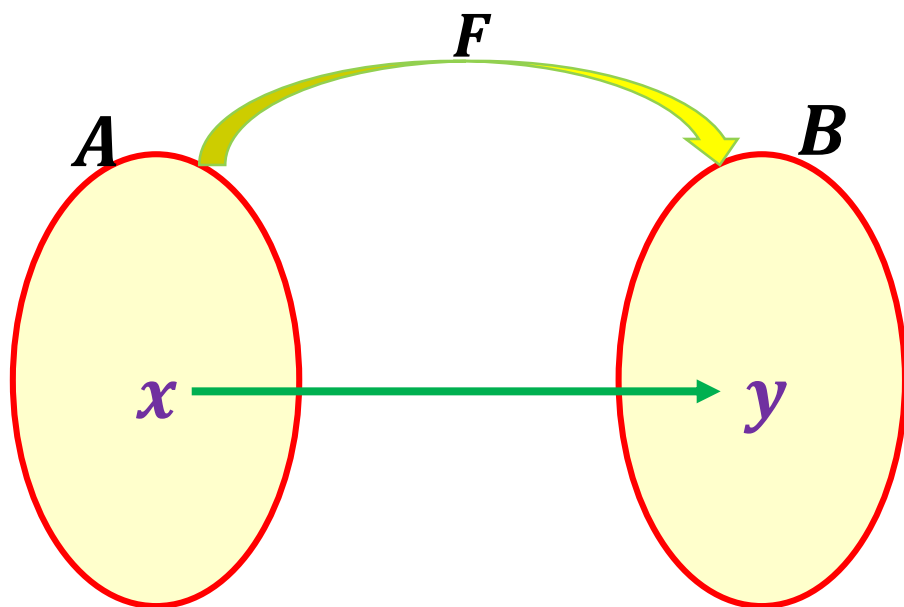
Rango:

Conjunto de las segundas componentes de una relación.

$$\text{ran}(T) = \{4; 5\}$$

FUNCIÓN

Sean dos conjuntos A y B no vacíos, una función F es aquella correspondencia $F : A \rightarrow B$ que asigna a cada elemento $x \in A$, a lo más, un elemento $y \in B$.



Se tiene lo siguiente:

IMAGEN $y = F(x)$

Si $\exists (a ; b) \wedge (a ; c) \in F$
 y F es función $\rightarrow b = c$

Ejemplo:

Si R es una función

$$R = \{(2 ; 7), (3 ; 8), (2 ; n-1)\} \text{ halle } n.$$

$$\rightarrow 7 = n - 1$$

$$n = 8$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 24

1. Dada la función

$F = \{ (2; 4), (-1; 4), (3; 2), (5; 3) \}$ Calcule la suma de elementos del dominio y rango de F.

RESOLUCIÓN

$$F = \{ (2; 4), (-1; 4), (3; 2), (5; 3) \}$$

Dominio: $dom(F) = \{-1; 2; 3; 5\}$

$$Suma = -1 + 2 + 3 + 5 = 9$$

Rango: $ran(F) = \{2; 3; 4\}$

$$Suma = 2 + 3 + 4 = 9$$

$Suma\ de\ elementos = 18$

2. Si F es una función

$$F = \{ (2; 5), (3; 8), (2; b - 1), (7; 6), (3; a + 7) \}$$

Halle el valor de $a^2 + b^2$

RESOLUCIÓN

$$F = \{ (2; 5), (3; 8), (2; b - 1), (7; 6), (3; a + 7) \}$$

F es función:

$$(2; 5) = (2; b - 1)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 5 &= b - 1 \\ b &= 6 \end{aligned}$$

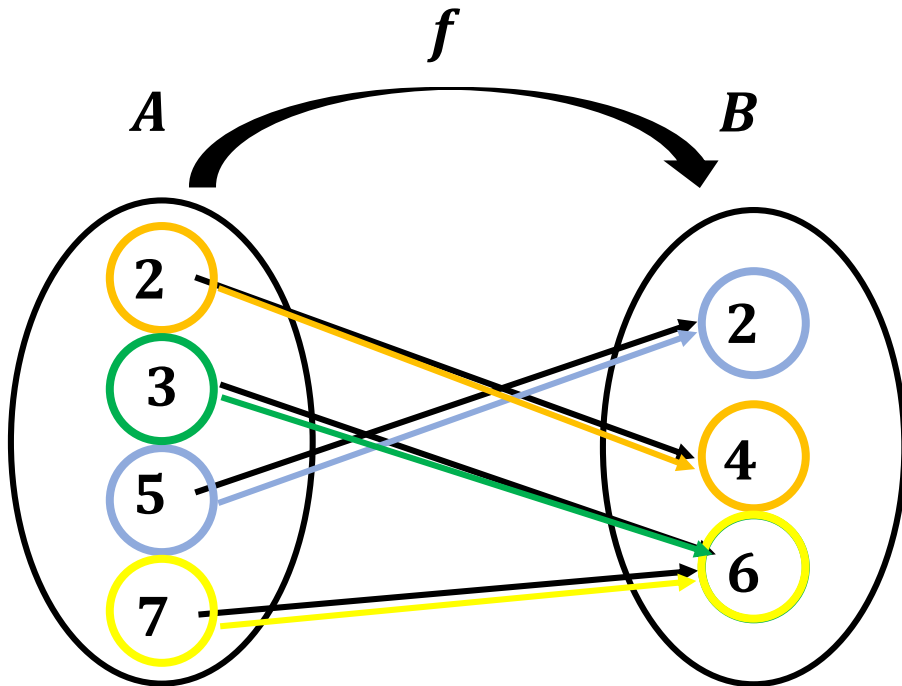
$$(3; 8) = (3; a + 7)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 8 &= a + 7 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 1^2 + 6^2 = 37$$

3. En el diagrama, efectúe

$$M = \frac{[f(5)]^{f(2)} + [f(3)]^{f(5)} + [f(2)]^{f(5)}}{f(7) - f(2) + f(5)}$$



RESOLUCIÓN

$$M = \frac{[f(5)]^{f(2)} + [f(3)]^{f(5)} + [f(2)]^{f(5)}}{f(7) - f(2) + f(5)}$$

$$f(5) = 2$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = 6$$

$$f(7) = 6$$

$$M = \frac{[2]^4 + [6]^2 + [4]^2}{6 - 4 + 2}$$

$$M = \frac{16 + 36 + 16}{4}$$

$$= 4 + 9 + 4$$

$$= 17$$

4. Sean las funciones

$$F = \{(2; 4), (5; 2), (3; 8), (4; 2)\}$$

$$G = \{(4; 3), (3; 5), (6; 3), (8; 3)\}$$

Evalúe:

$$T = \frac{F(2) + F(G(4)) + G(6)}{F(G(3)) + G(8)}$$

RESOLUCIÓN

$$F = \{(2; 4), (5; 2), (3; 8), (4; 2)\}$$

$$G = \{(4; 3), (3; 5), (6; 3), (8; 3)\}$$

$$\checkmark F(2) = 4$$

$$\checkmark F(G(4)) = F(3) = 8$$

$$\checkmark G(4) = 3$$

$$\checkmark F(3) = 8$$

$$\checkmark G(6) = 3$$

$$\checkmark F(G(3)) = F(5) = 2$$

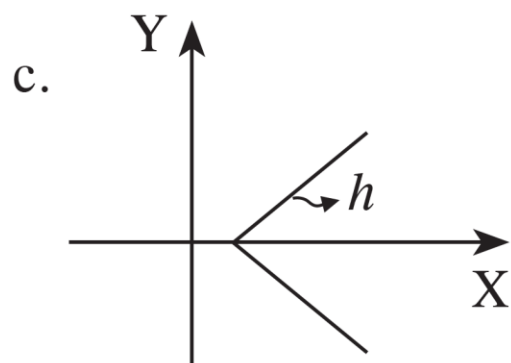
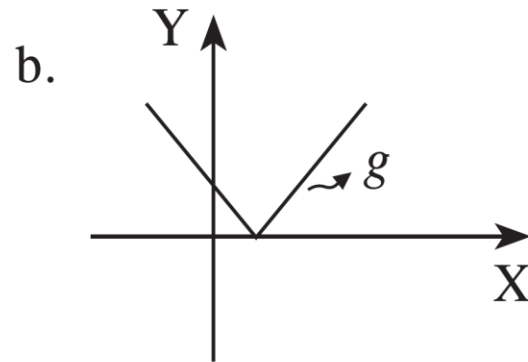
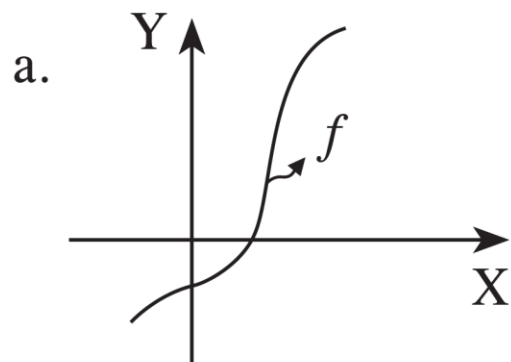
$$\checkmark G(3) = 5$$

$$\checkmark F(5) = 2$$

$$\checkmark G(8) = 3$$

$$T = \frac{4 + 8 + 3}{2 + 3} = \frac{15}{5} = 3$$

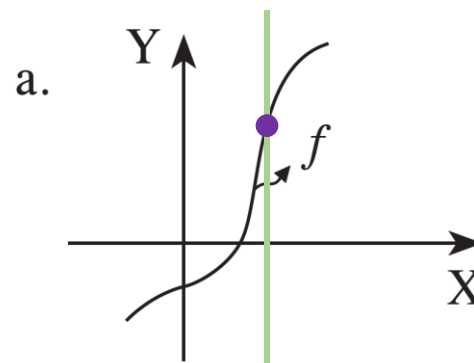
5. Indique cuál de los siguientes gráficos representa una función. Justifique su respuesta en cada caso.



RECORDEMOS

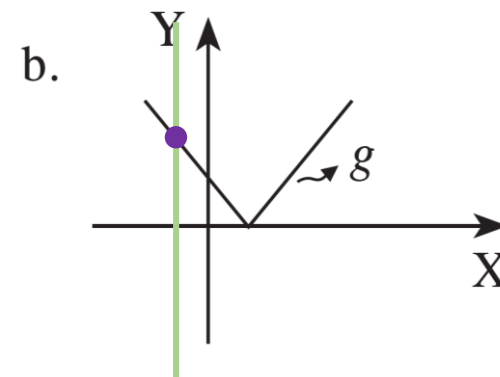
Si trazamos una recta paralela al eje Y

- 1) Si corta la gráfica en un solo punto **SI** es función.
- 2) Si corta en más de 1 punto **NO ES FUNCIÓN**

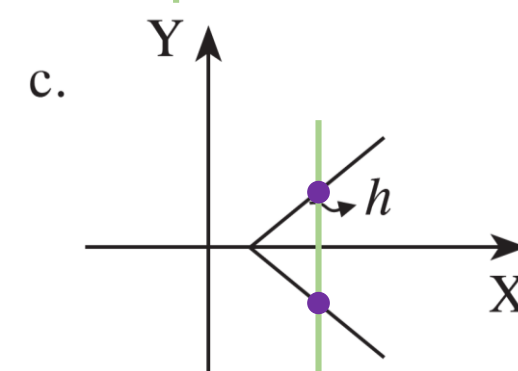


RESOLUCIÓN

→ **SI** es función

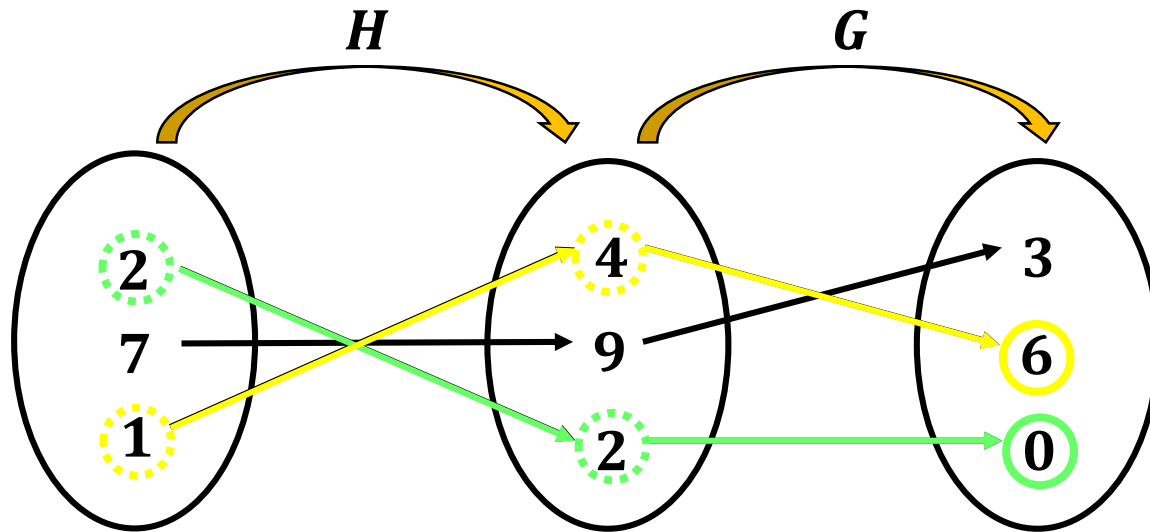


→ **SI** es función



→ **NO** es función

6. Si



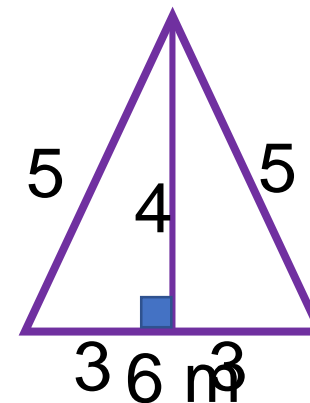
halle el valor de $G(H(2)) + G(H(1))$. Si se sabe que dicho resultado representa la longitud de la base en metros de un triángulo isósceles, cuya altura es dos unidades menos que el valor obtenido, diga cuál es el perímetro de la figura triangular.

RESOLUCIÓN

$$G(H(2)) + G(H(1))$$

✓ $G(H(2)) = G(2) = 0$	✓ $G(H(1)) = G(4) = 6$
✓ $H(2) = 2$	✓ $H(1) = 4$
✓ $G(2) = 0$	✓ $G(4) = 6$

$$\rightarrow G(H(2)) + G(H(1)) = 6$$



$$2p = 5 + 5 + 6$$

$$2p = 16 \text{ m}$$

7. Sea

$$M(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x \geq 3 \\ 5x - 4, & x < 3 \end{cases}$$

halle el valor de $M(8) + M(-2)$, sabiendo que el resultado representa el costo de un kilogramo de huevos. Si Josefina tiene pensado comprar 2 kilos y medio de huevos, ¿cuánto gastará por la compra?

RESOLUCIÓN

$$M(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x \geq 3 \\ 5x - 4, & x < 3 \end{cases}$$

$$\checkmark x \geq 3$$

$$\begin{aligned} \rightarrow M(8) &= 2x + 5 \\ &= 2(8) + 5 = 21 \end{aligned}$$

$$\checkmark \text{ Si } x < 3$$

$$\begin{aligned} \rightarrow M(-2) &= 5x - 4 \\ &= 5(-2) - 4 = -14 \end{aligned}$$

$$\rightarrow M(8) + M(-2) = 21 - 14 = 7$$

Josefina gastará S/17,50