



GEOMETRÍA

Capítulo 2

1st
SECONDARY

Ángulos

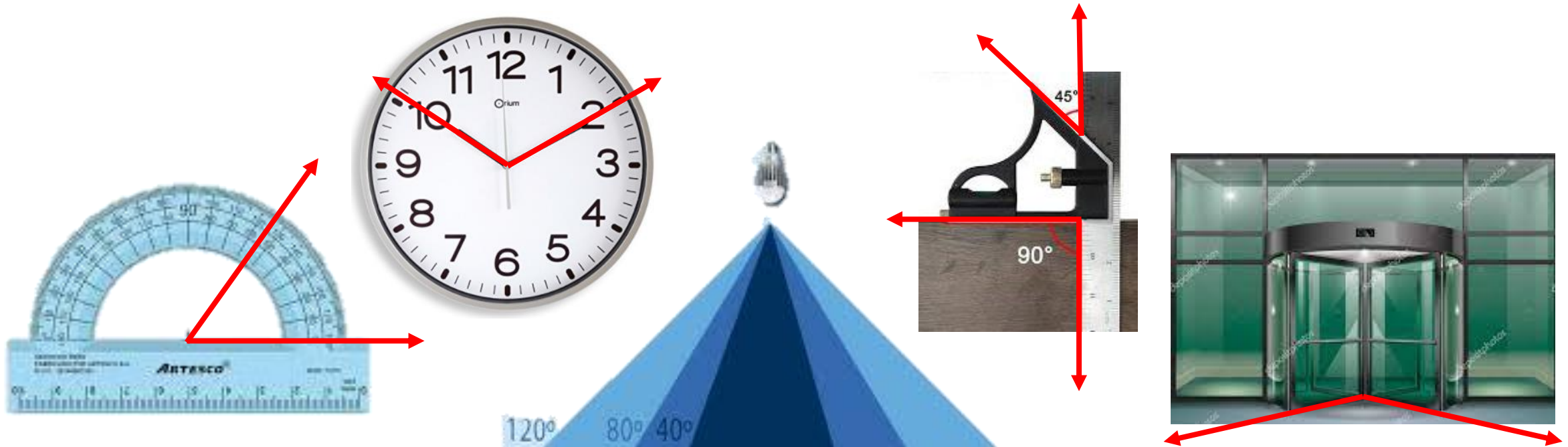


 **SACO OLIVEROS**



El transportador es un instrumento de plástico, que nos ayuda a medir la abertura o amplitud de los ángulos, en nuestra vida cotidiana podemos observar muchos ángulos, por ejemplo el reloj de pared, sus agujas forman un ángulo.

Para grabar un video, las líneas de iluminación deben formar un ángulo adecuado. Las escuadras de carpintería nos ayudan a medir ángulos, la puerta giratoria forman un ángulo recto,...etc. Éste es el tema que estudiaremos a continuación. **Ángulos**





Definición: Es la reunión de dos rayos no colineales que tienen el mismo origen.

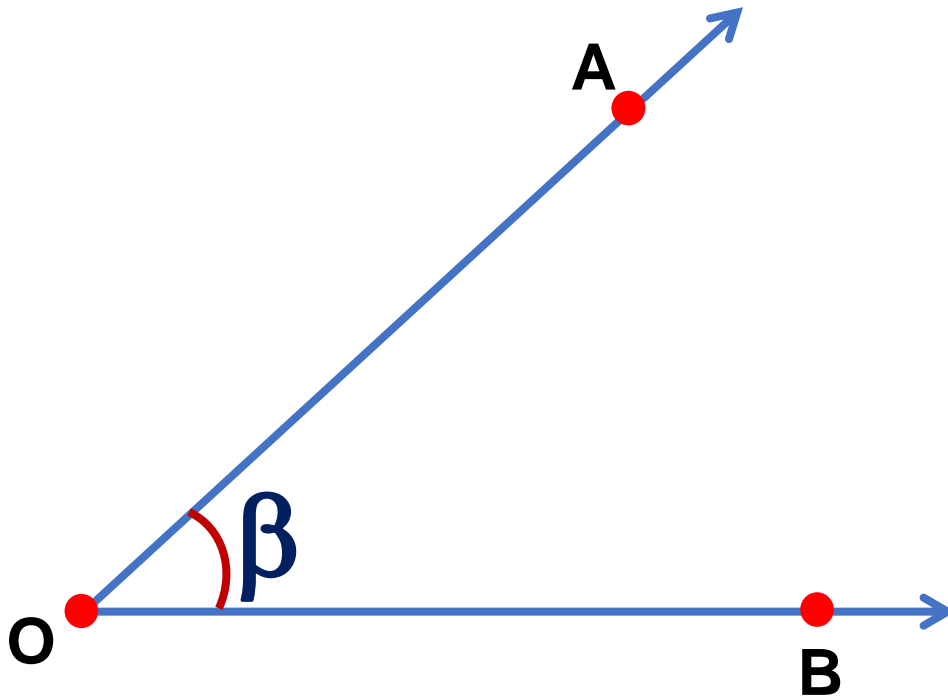
ELEMENTOS:

- Vértice: O
- Lados: \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB}

NOTACIÓN:

$\sphericalangle AOB$: ángulo AOB.

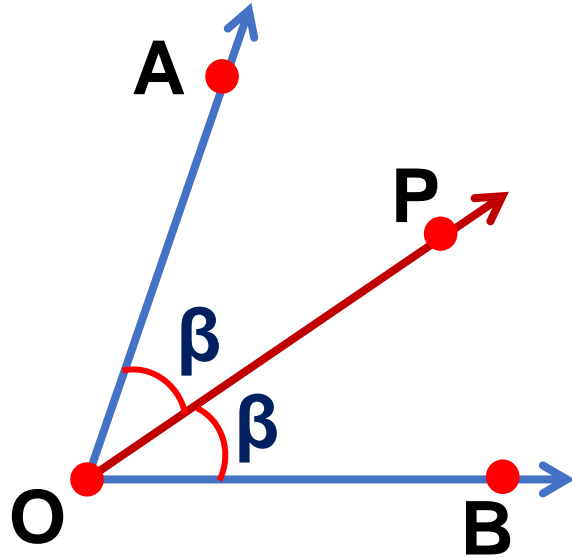
$m\sphericalangle AOB$: medida del ángulo AOB.



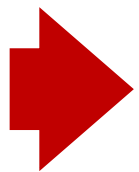
$$m \sphericalangle AOB = \beta$$

BISECTRIZ

Es el rayo que tiene como origen el vértice de un ángulo y lo biseca. Es decir, lo divide en dos ángulos de igual medida.



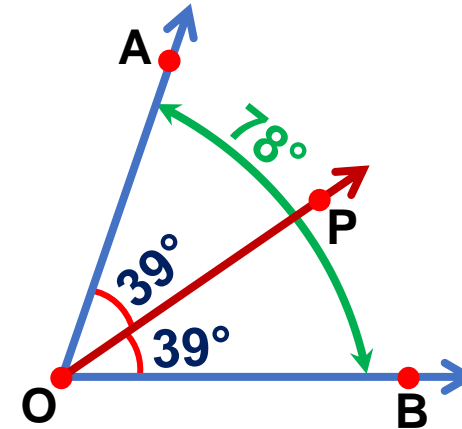
Si : \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle AOB$



$$m\angle AOP = m\angle BOP$$

Ejemplos:

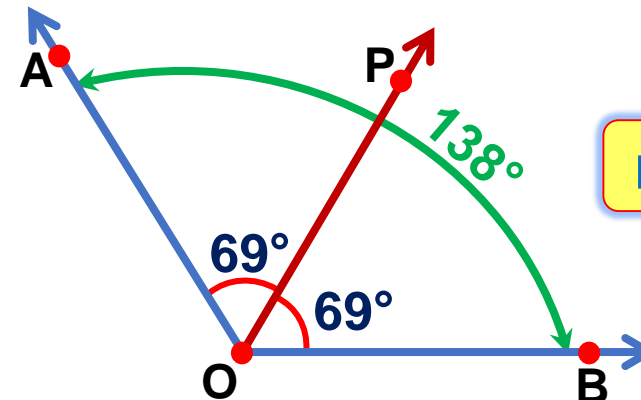
1. Calcule la $m\angle POB$, si \overrightarrow{OP} es bisectriz.



$$m\angle AOP = m\angle POB$$

$$m\angle POB = 39^\circ$$

2. Calcule la $m\angle AOB$, si \overrightarrow{OP} es bisectriz.



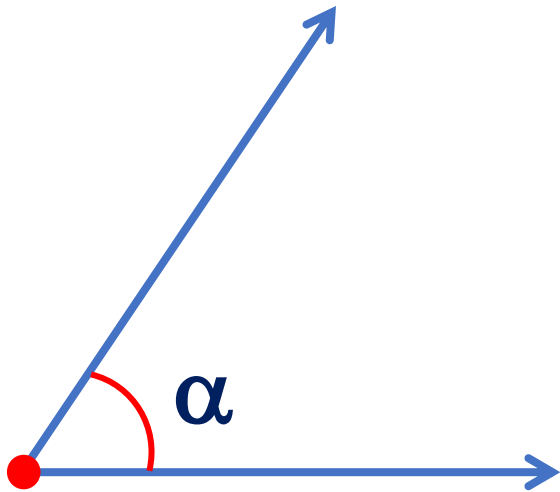
$$m\angle AOP = m\angle POB$$

$$m\angle AOB = 138^\circ$$



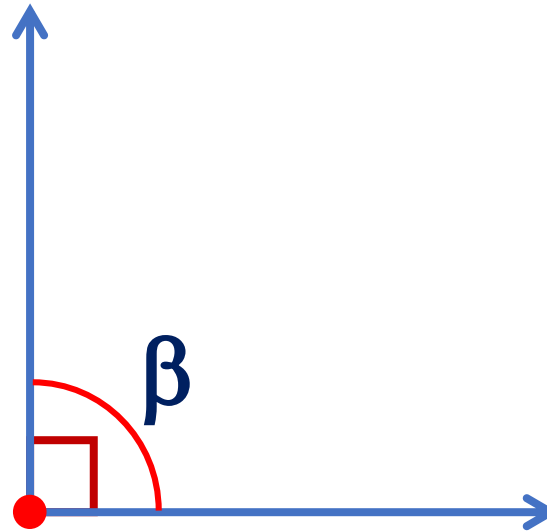
- Según su medida

Ángulo agudo



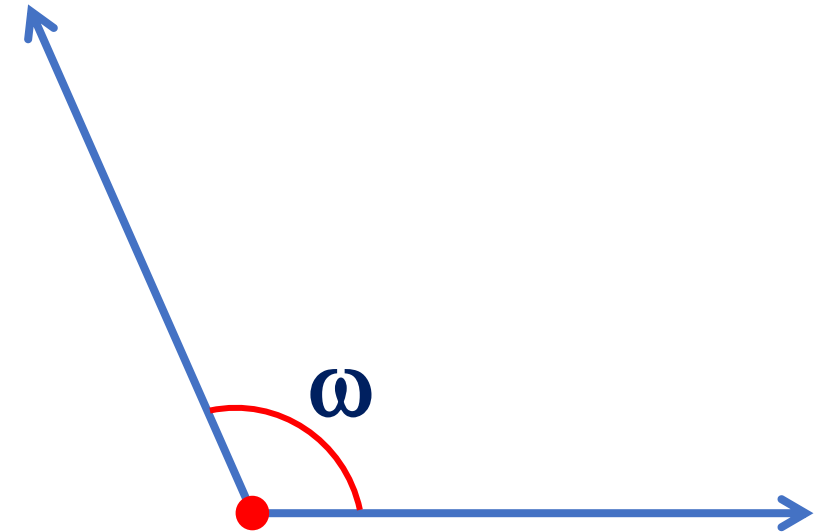
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

Ángulo recto



$$\beta = 90^\circ$$

Ángulo obtuso

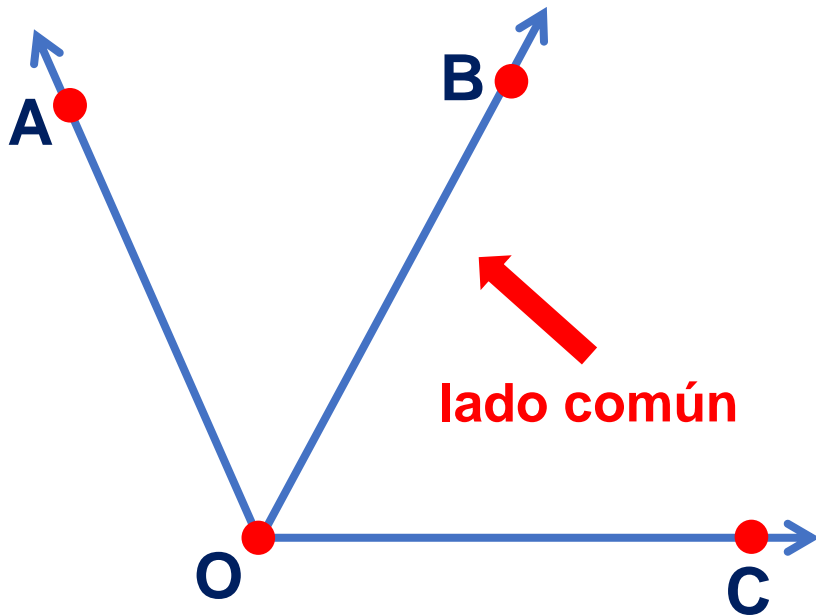


$$90^\circ < \omega < 180^\circ$$

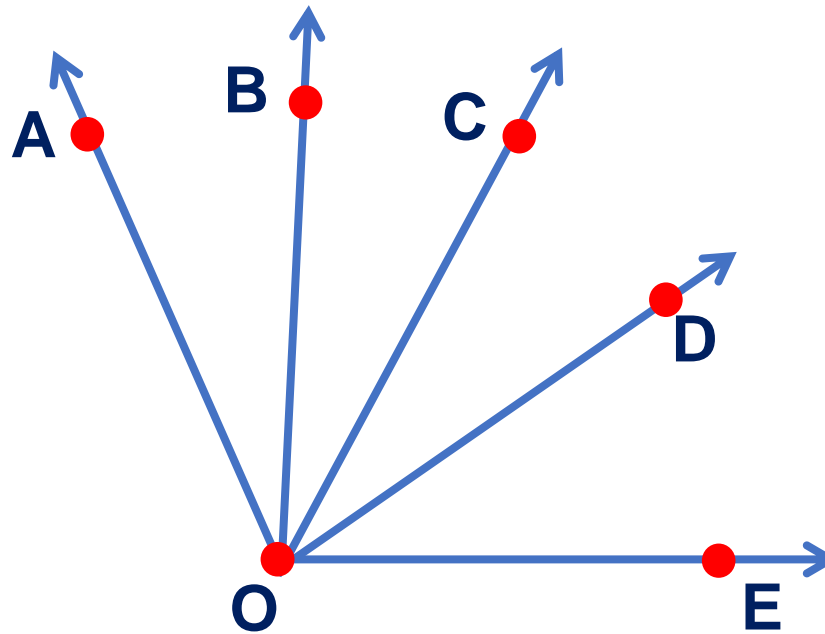


- Según la posición de sus lados

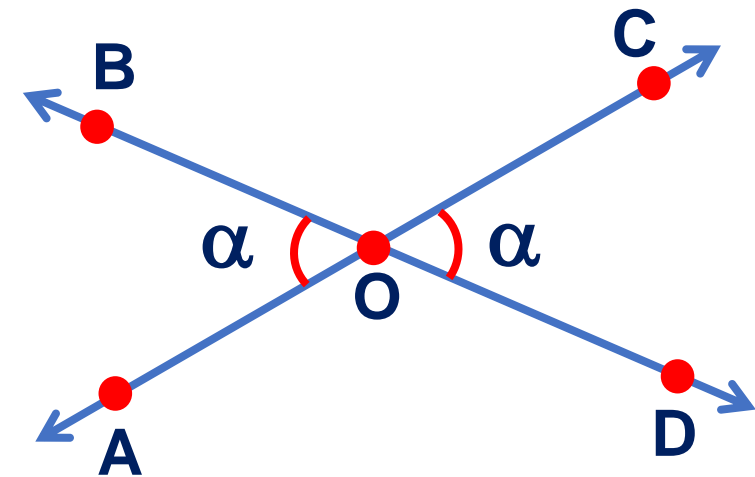
Ángulos adyacentes

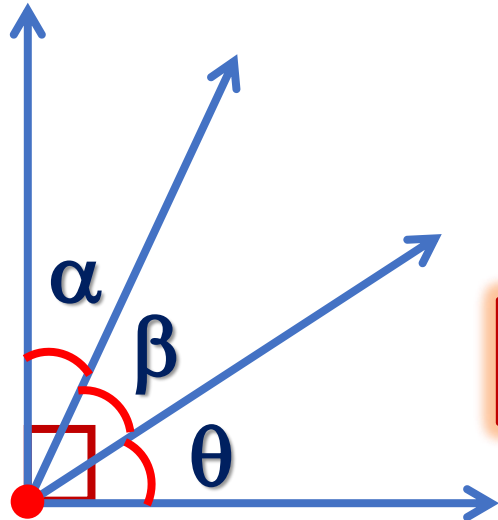


Ángulos consecutivos

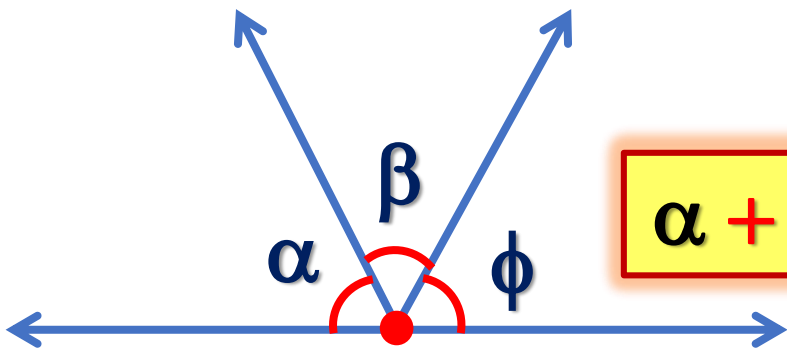


Ángulos opuestos por el vértice

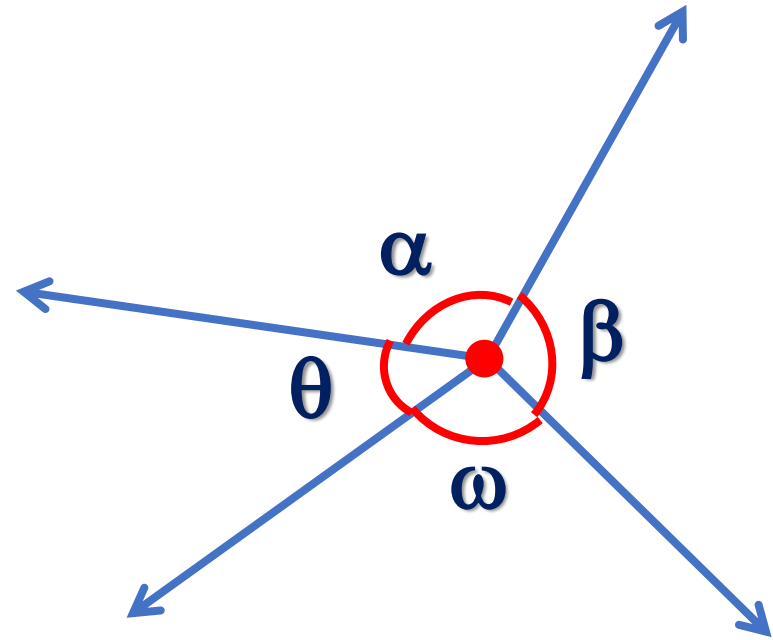




$$\alpha + \beta + \theta = 90^\circ$$

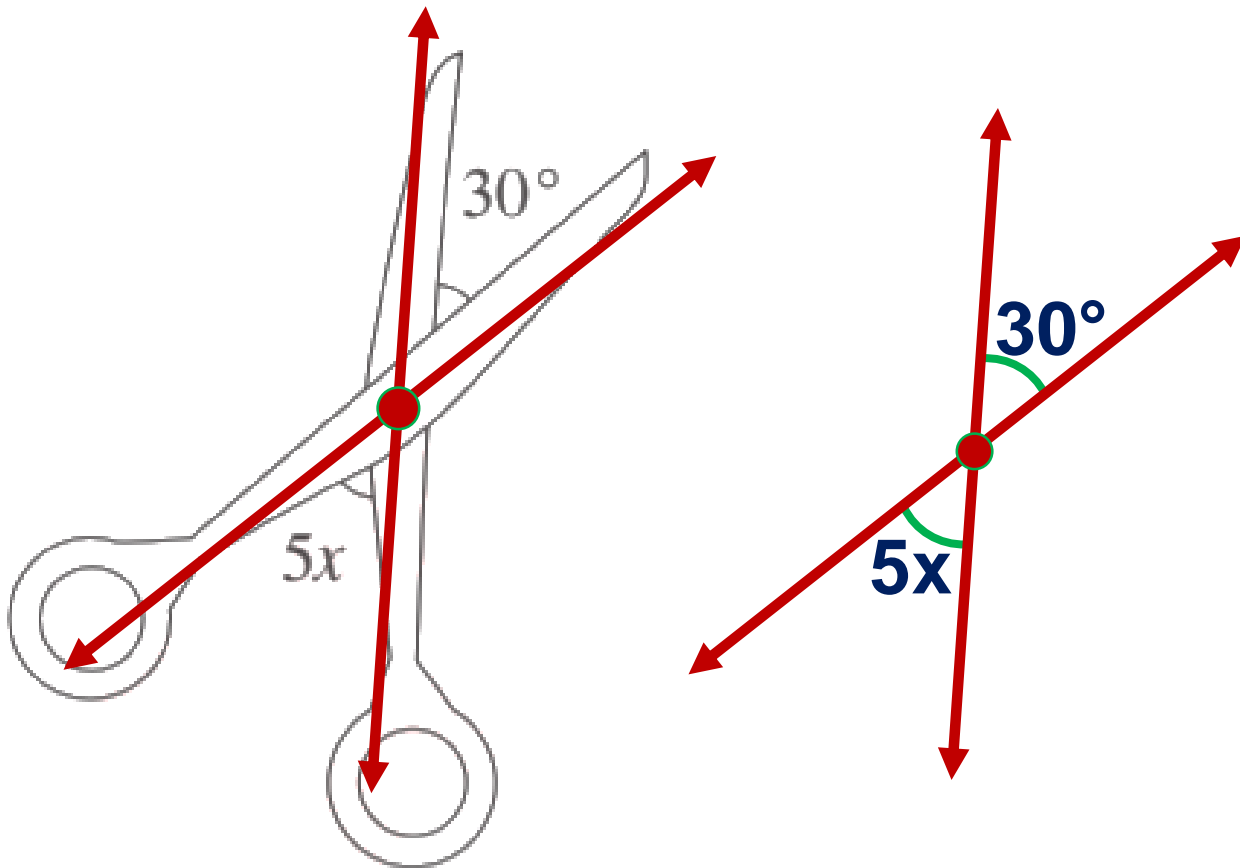


$$\alpha + \beta + \phi = 180^\circ$$



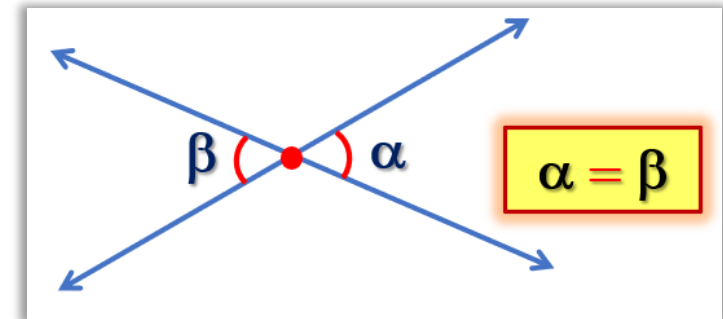
$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360^\circ$$

1. En el gráfico al utilizar una tijera las hojas forman un ángulo que mide 30° , calcule x .



Resolución

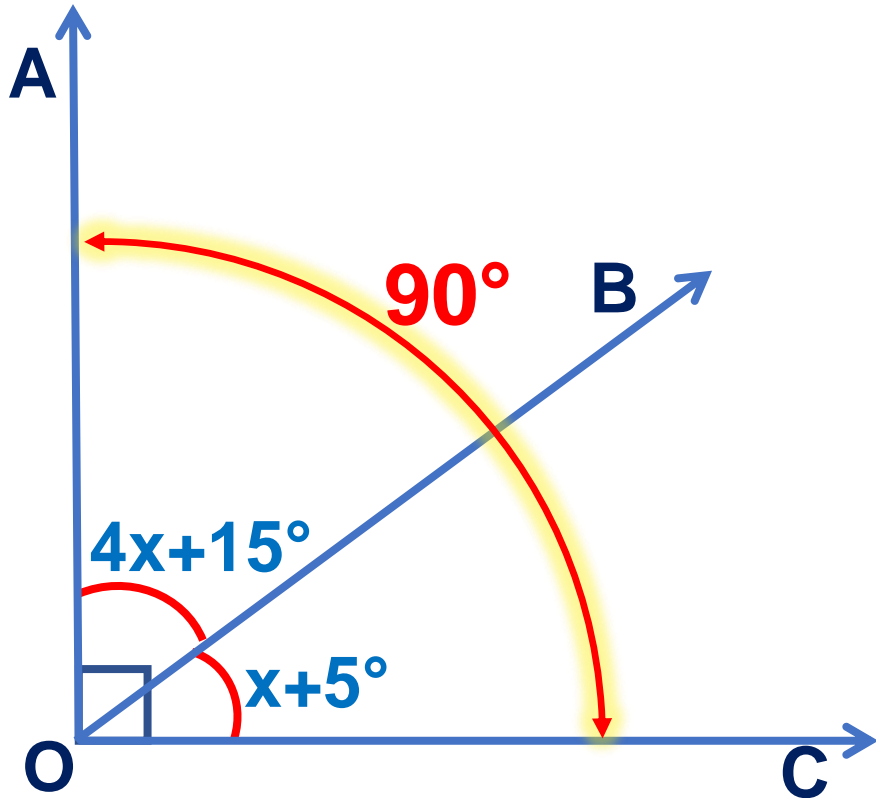
- Piden: x
- Los ángulos opuestos por el vértice, tienen medidas iguales.



$$5x = 30^\circ$$

$$x = 6^\circ$$

2. En el gráfico, halle $m\angle BOC$.



Resolución

- Por el postulado de la adición

$$4x + 15^\circ + x + 5^\circ = 90^\circ$$

$$5x + 20^\circ = 90^\circ$$

$$5x = 70^\circ$$

$$x = 14^\circ$$

- Piden: $m\angle BOC$

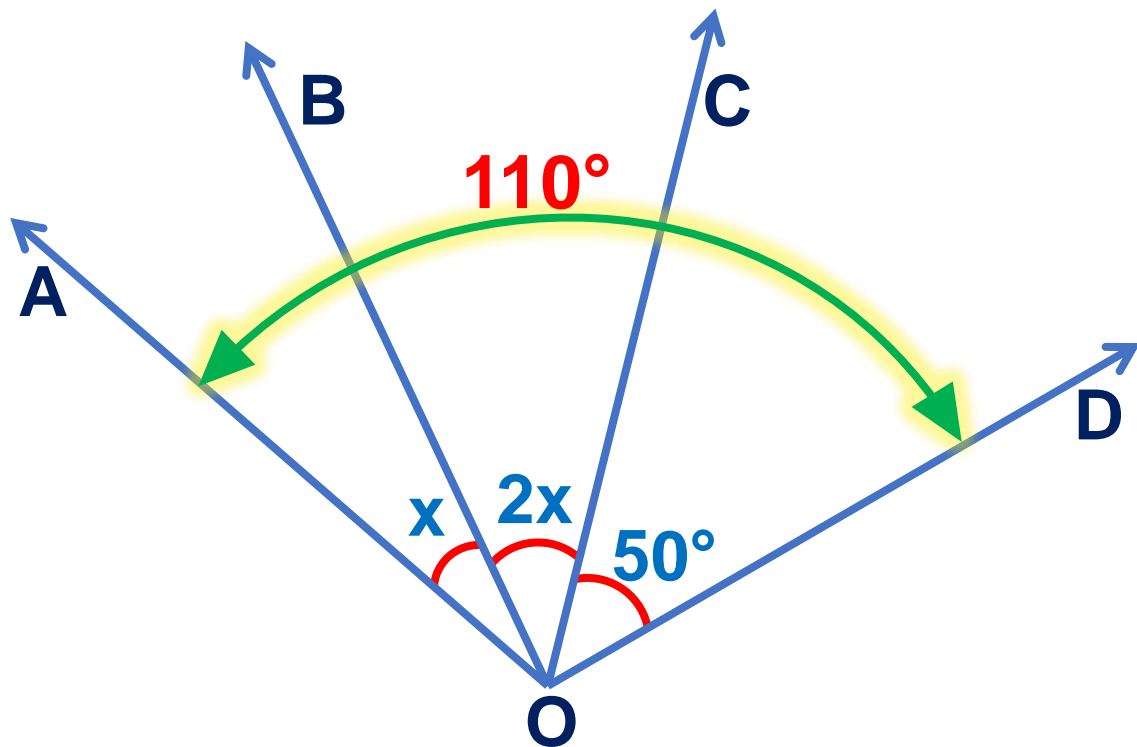
$$m\angle BOC = x + 5^\circ$$

$$m\angle BOC = 14^\circ + 5^\circ$$

$$m\angle BOC = 19^\circ$$



3. Si $m\angle AOD = 110^\circ$, halle la $m\angle BOC$.



Resolución

- Por el postulado de la adición

$$x + 2x + 50^\circ = 110^\circ$$

$$3x = 60^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

- Piden: $m\angle BOC$

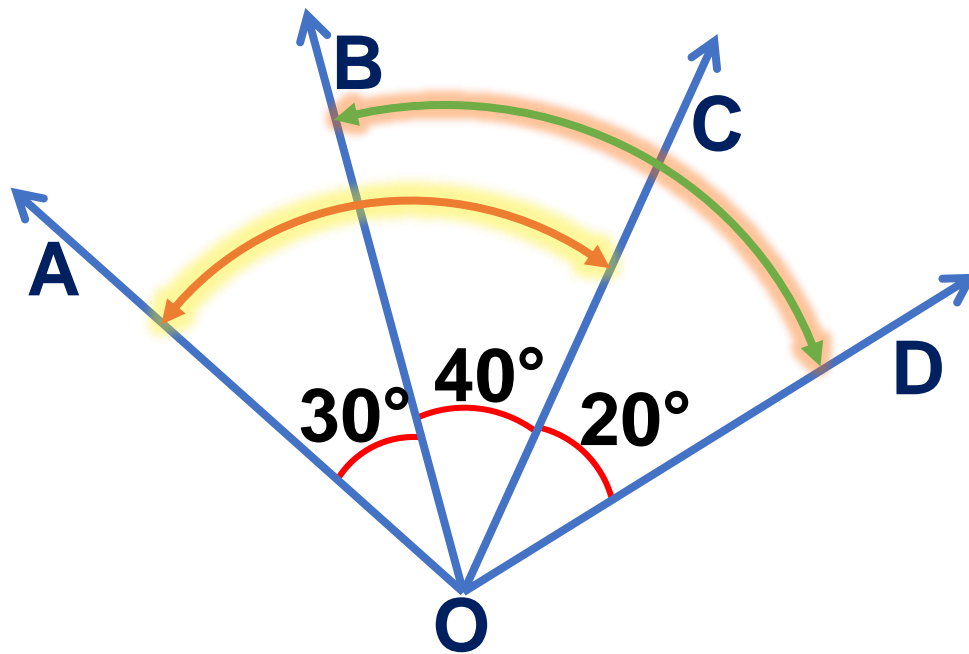
$$m\angle BOC = 2x$$

$$m\angle BOC = 2(20^\circ)$$

$$m\angle BOC = 40^\circ$$



4. En el grafico, calcule $m\angle AOC + m\angle BOD$.



Resolución

- Por el postulado de la adición

$$m\angle AOC = 30^\circ + 40^\circ$$

$$m\angle AOC = 70^\circ$$

$$m\angle BOD = 40^\circ + 20^\circ$$

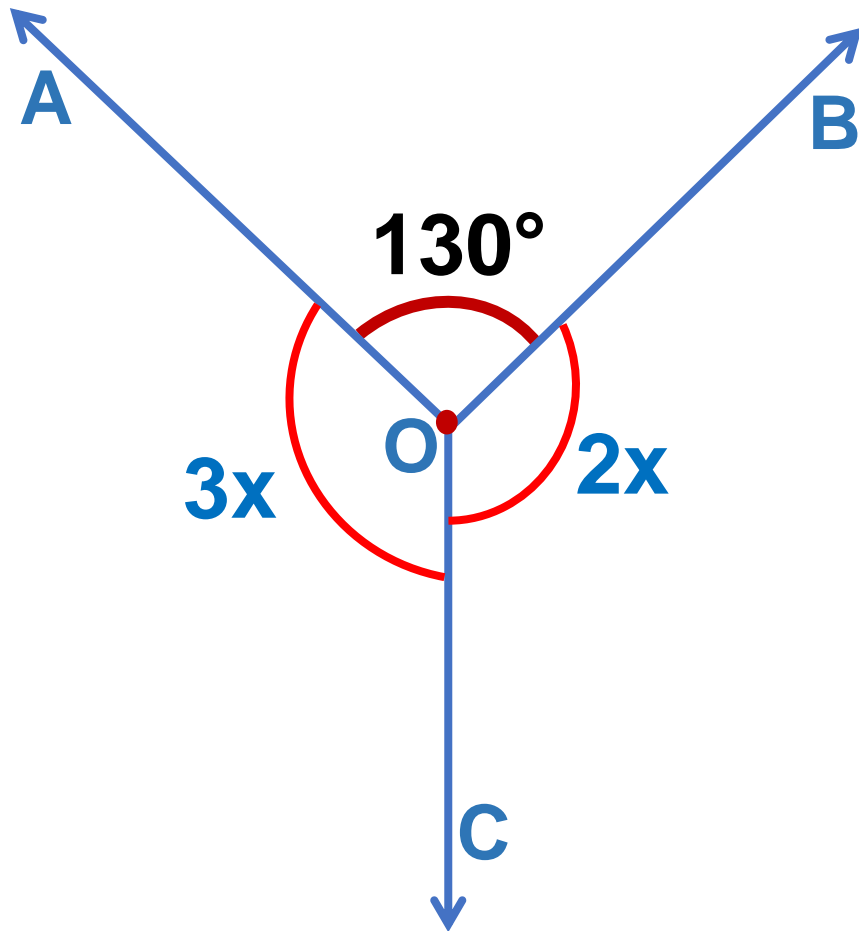
$$m\angle BOD = 60^\circ$$

- Piden: $m\angle AOC + m\angle BOD$

$$m\angle AOC + m\angle BOD = 70^\circ + 60^\circ$$

$$m\angle AOC + m\angle BOD = 130^\circ$$

5. En un plano se trazan los rayos \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} y \overrightarrow{OC} . Si $m\angle AOB = 130^\circ$, halle el valor de x .



Resolución

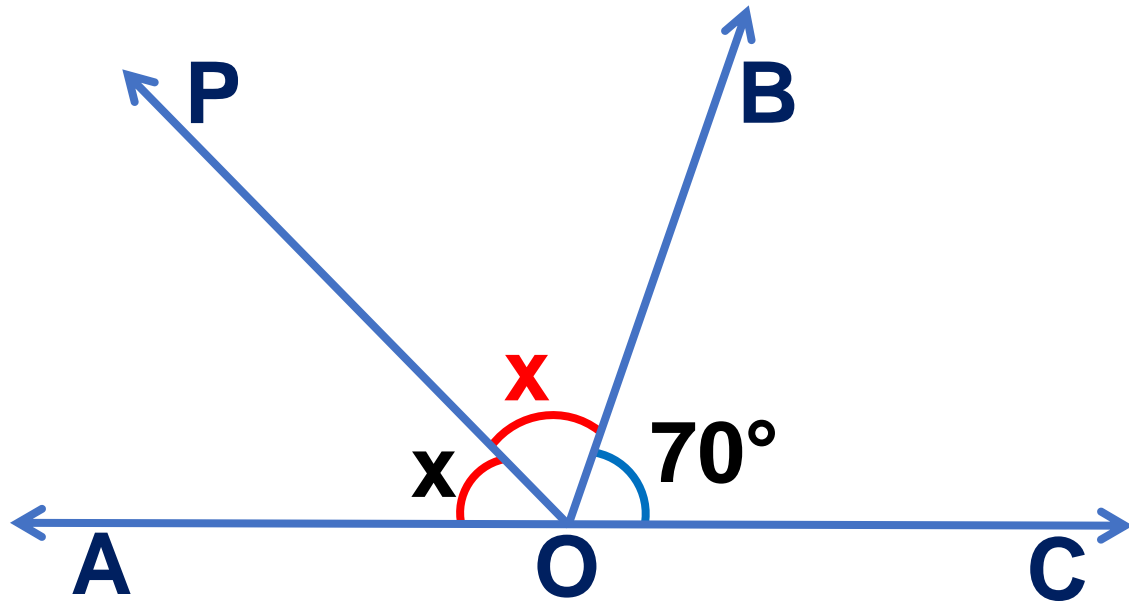
- Por el postulado de la adición

$$3x + 2x + 130^\circ = 360^\circ$$

$$5x = 230^\circ$$

$$x = 46^\circ$$

6. En el gráfico, \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle AOB$. Halle el valor de x .



Resolución

- Dato: \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle AOB$.

$$m\angle AOP = m\angle POB = x$$

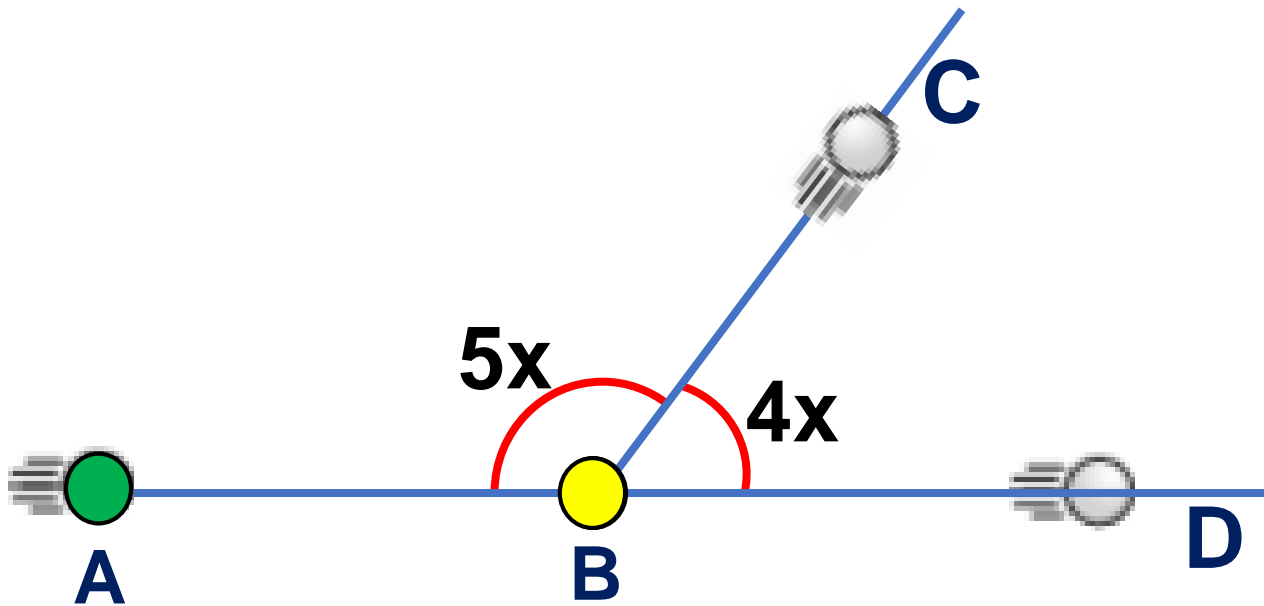
- Por el postulado de la adición

$$x + x + 70^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 110^\circ$$

$$x = 55^\circ$$

7. En la figura, la bola A choca con la bola B, siguiendo las direcciones C y D. Calcule la medida del ángulo que determinan dichas direcciones.



Resolución

- Por el postulado de la adición

$$5x + 4x = 180^\circ$$

$$9x = 180^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

- Piden: $m\angle CBD$

$$m\angle CBD = 4x$$

$$m\angle CBD = 4(20^\circ)$$

$$m\angle CBD = 80^\circ$$