ÁLGEBRA

CHAPTER 24

5th

of Secondary

TEMA:

Programación Lineal

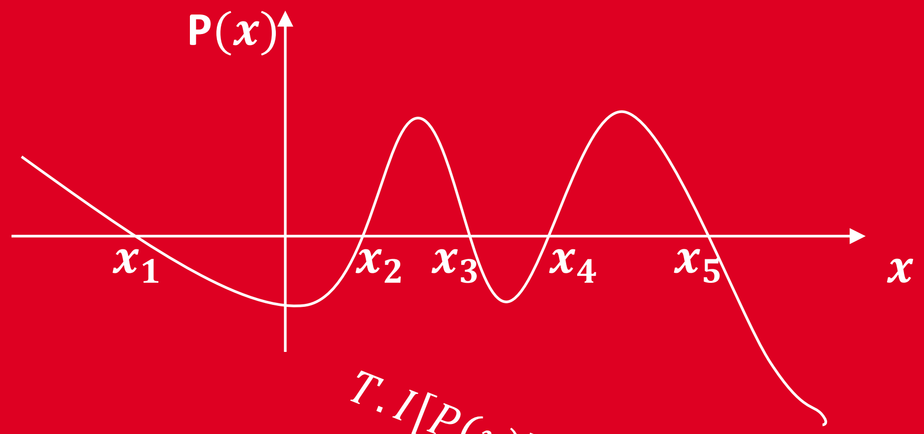
SACO OLIVEROS

$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$

$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$

$P(x) \equiv 0$

$G.A(P)$

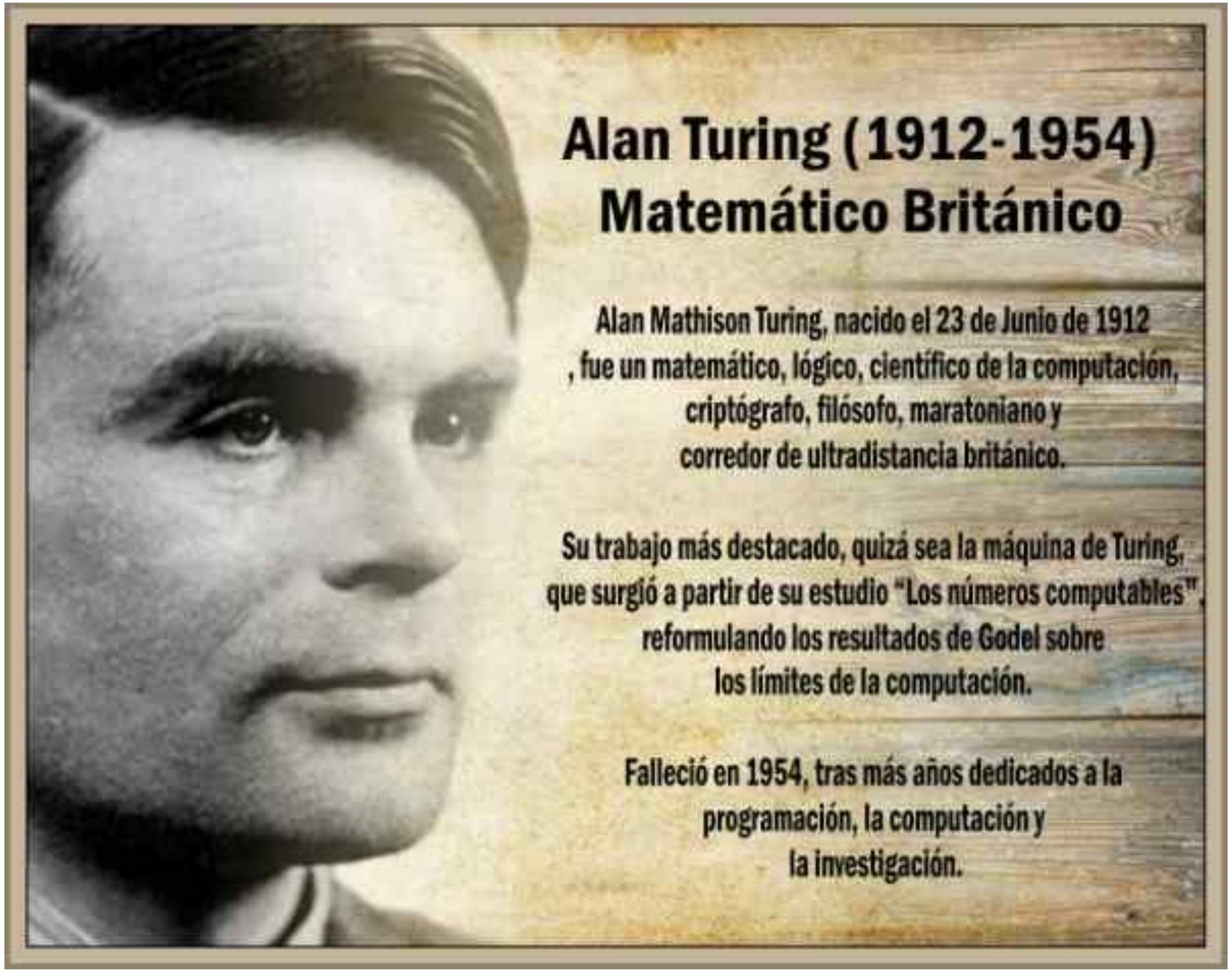


$T.I[P(x)] = P(0)$

MOTIVATING STRATEGY

SACO OLIVEROS

EL PROGRAMADOR MECÁNICO



HELICO
THEORY

SACO OLIVEROS

P R O G R A M A C I Ó N L I N E A L

Parte de las matemáticas dedicadas a la optimización.

OPTIMIZAR:

Conseguir los mejores resultados ya sea minimizando o maximizando variables de operación.

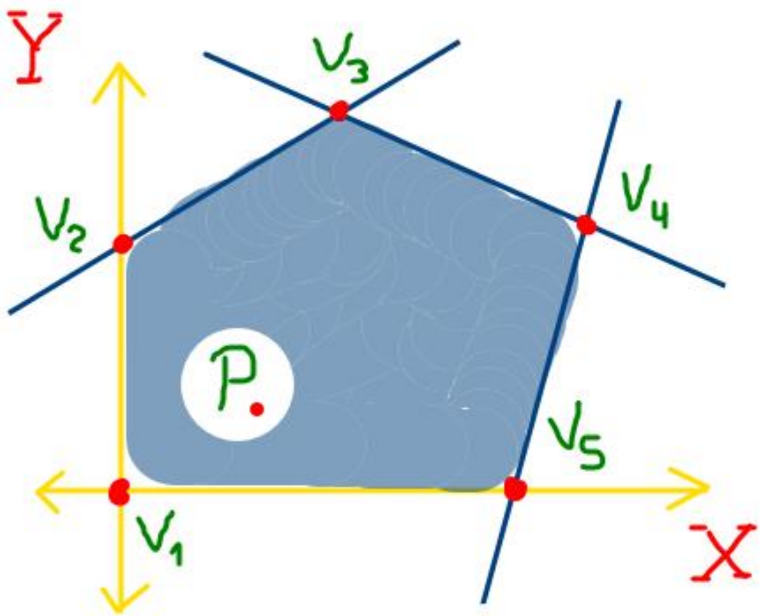
EJEMPLOS DE OPTIMIZACIÓN:

- Maximizar las ganancias reduciendo costos de producción.
- Maximizar alcance de audiencia reduciendo inversión en publicidad.

PROGRAMACIÓN LINEAL BIDIMENSIONAL

ELEMENTOS DE LA PROGRAMACIÓN

- **Función Objetivo:** $f(x,y) = ax + by$
- **Restricciones:** SISTEMA DE INECUACIONES

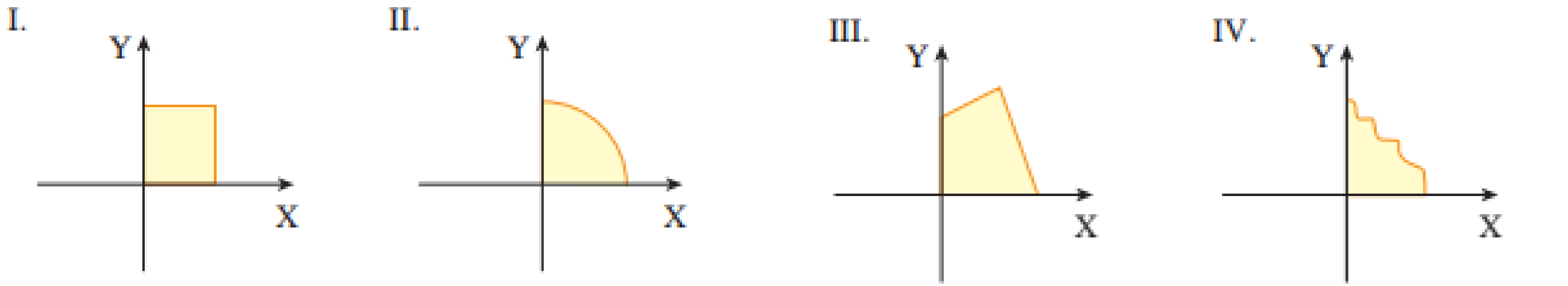


- **Punto factible:** P
- **Punto extremo:** V_1, V_2, V_3, V_4, V_5
- **Solución óptima:** $V_0 = (x_0, y_0)$
- **Valor óptimo:** $f(x_0, y_0)$

HELICO PRACTICE

SACO OLIVEROS

1) Se muestran 4 regiones en el plano x-y; indique cual o cuales de ellas representan la región factible de un problema de programación lineal

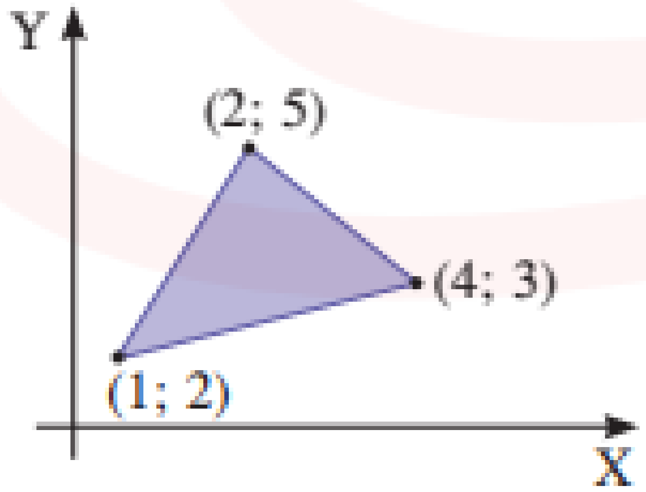


Resolución

Se observa que las regiones que están limitada por rectas son:

Rpta: I y III

2) Calcule la suma de los valores óptimos de la función $f(x;y)=5x+3y$, cuya región es la que se muestra



Resolución

Evaluamos la función $f(x;y)=5x+3y$ en los vértices de la región:

$(1;2) \Rightarrow f(1;2)=5(1)+3(2) = 11$ **(valor Mínimo)**

$(2;5) \Rightarrow f(2;5)=5(2)+3(5) = 25$

$(4;3) \Rightarrow f(4;3)=5(4)+3(3) = 29$ **(valor Máximo)**

Suma de valores optimos= 29+11 **Rpta: 40**

3) Determine los vértices del conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} x+y \geq 9 \\ 5x+4y \leq 40 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

i) x+y ≥ 9

x+y = 9

X	Y
0	9
9	0

0 ≥ 9

falso

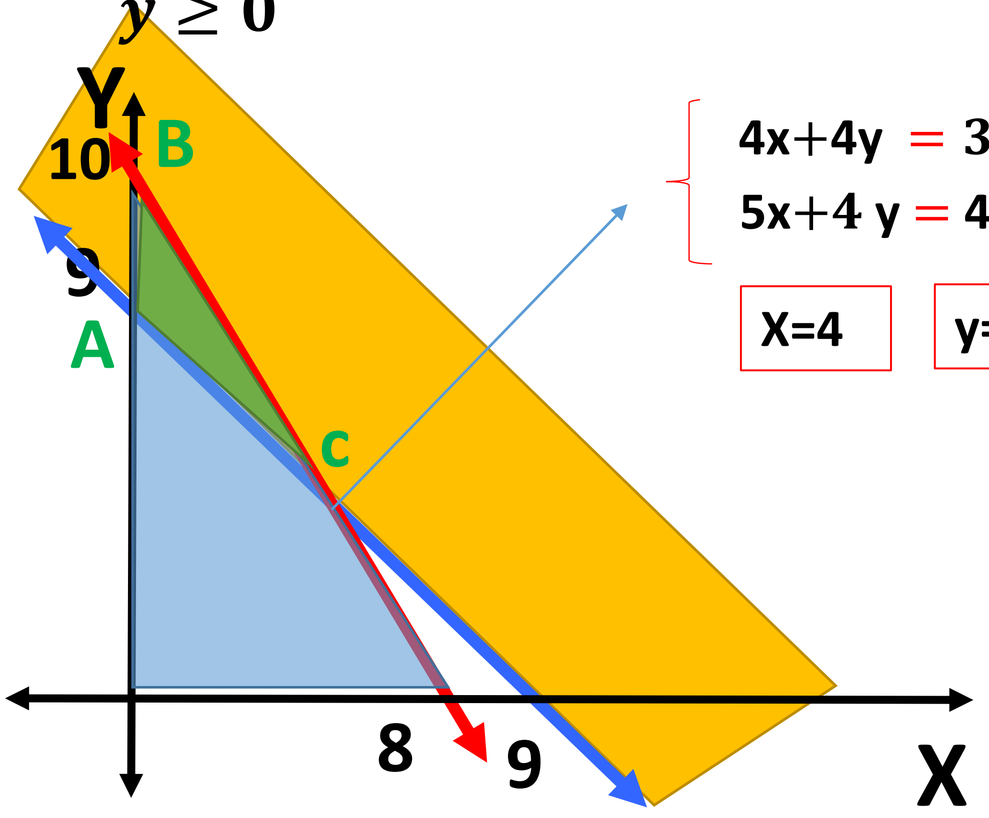
ii) 5x+4 y ≤ 40

5x+4 y = 40

X	Y
0	10
8	0

0 ≤ 8

VERDAD



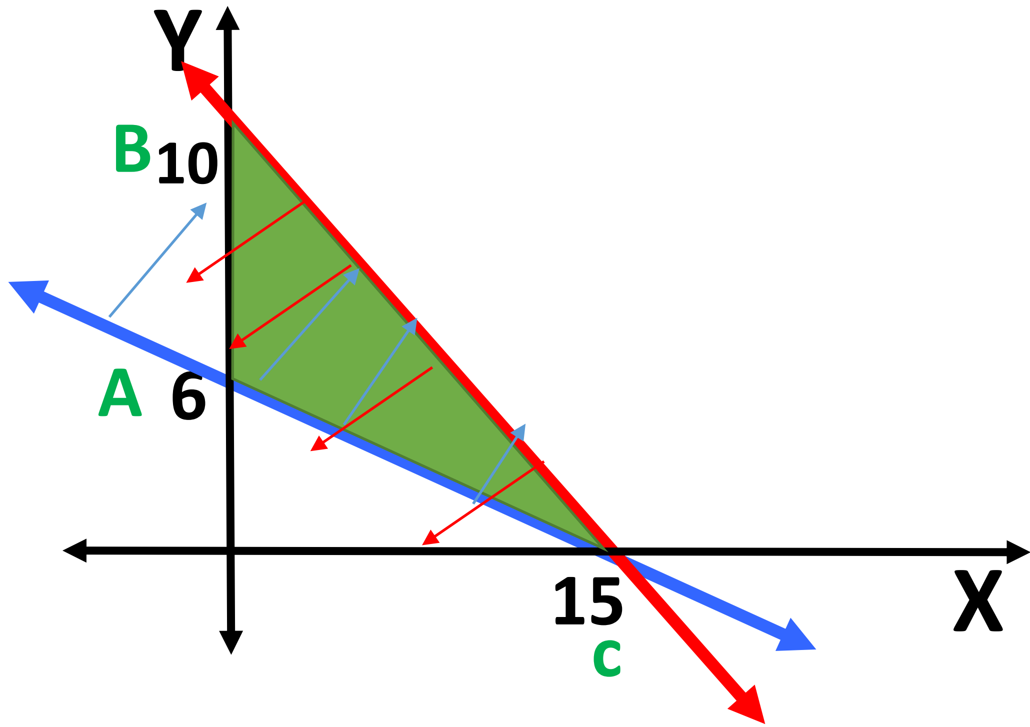
$$\begin{cases} 4x+4y = 36 \\ 5x+4\,y = 40 \end{cases}$$

$\boxed{X=4}$ $\boxed{y=5}$

Rpta: Los vértices son: A=(0;9)
B=(0;10)
C=(4;5)

4) Determine el valor máximo de la función objetivo:
Z=x+3y sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} 2x+5y \geq 30 \\ 2x+3y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Resolución

i) 2x+5y ≥ 30
2x+5y = 30

X	Y
0	6
15	0

0≥30(falso)

ii) 2x+3 y ≤ 30
2x+3 y = 30

X	Y
0	10
15	0

0≤30 (vERDAD)

Los vértices de la región factible son:
Evaluamos Z=x+3y

A=(0;6) ➡ Z=0+3(6)= 18
B=(0;10) ➡ Z=0+3(10)= 30 (máximo)
C=(15;0) ➡ Z=15+3(0)= 15

Rpta: El valor máximo de Zes 30

5) Halle el valor máximo de la función objetivo:

Z=4x+5y sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} 3x + y \leq 18 \\ 2x - y \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

i) $3x+y \leq 18$

$3x+y = 18$

X	Y
0	18
6	0

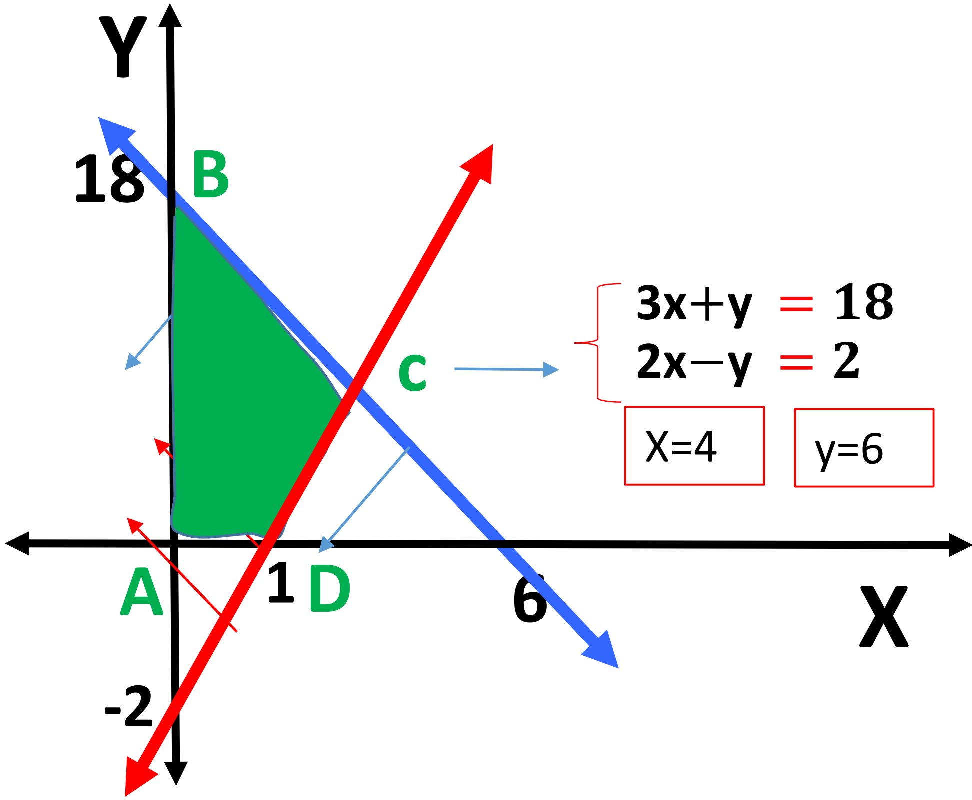
$0 \leq 18$(verdad)

ii) $2x-y \leq 2$

$2x-y = 2$

X	Y
0	-2
1	0

$0 \leq 30$ (vERDAD)



$$\begin{cases} 3x+y = 18 \\ 2x-y = 2 \end{cases}$$

X=4 y=6

Los vértices de la región factible son:

Evaluamos Z=4x+5y

A=(0;0) ⇨ Z=4(0)+5(0)= 0

B=(0;18) ⇨ Z=4(0)+5(18)= 90 (máximo)

C=(4;6) ⇨ Z=4(4)+5(6))= 46

D=(1;0) ⇨ Z=4(1)+5(0)= 4

Rpta: El valor máximo de Z es 90

6) Para recorrer un determinado trayecto una compañía aérea desea operar a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos: T (turistas) y P(primera). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de 30 dólares, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 dólares. El número de plazas de tipo T no debe exceder de 4500 y el del tipo P debe ser como máximo la tercera parte de las del tipo T que se ofertan. Obtener la función objetivo y sus respectivas restricciones. (x: número de plazas del tipo T) (y: número de plazas del tipo P)

Resolución:

Variables:
- x: números de plazas del tipo T
- y: números de plazas del tipo p

Función Objetivo: Z: Ganancia

$Z=30x+40y$

Restriciones:

(número de operaciones) $x + y \leq 5000$

(Plazas de T) $x \leq 4500$

(Plazas de P) $y \leq x/3$

No negatividad $x \geq 0$

$y \geq 0$

7) Una editorial planea utilizar una sección de planta para producir 2 libros de texto. La utilidad unitaria es de s/2 para el libro I y de s/3 para el libro II. El libro I requiere 4 horas para su impresión y 6 horas para su encuadernación, el libro II requiere 5horas para imprimirse y 3 horas para ser encuadernado. Se dispone de 200 horas para imprimir y 210 para encuadernar. Determine la máxima utilidad que se puede obtener.

Variables

x: Libro del tipo I

y: Libro del tipo II

F. Objetivo

z= 2x+3y

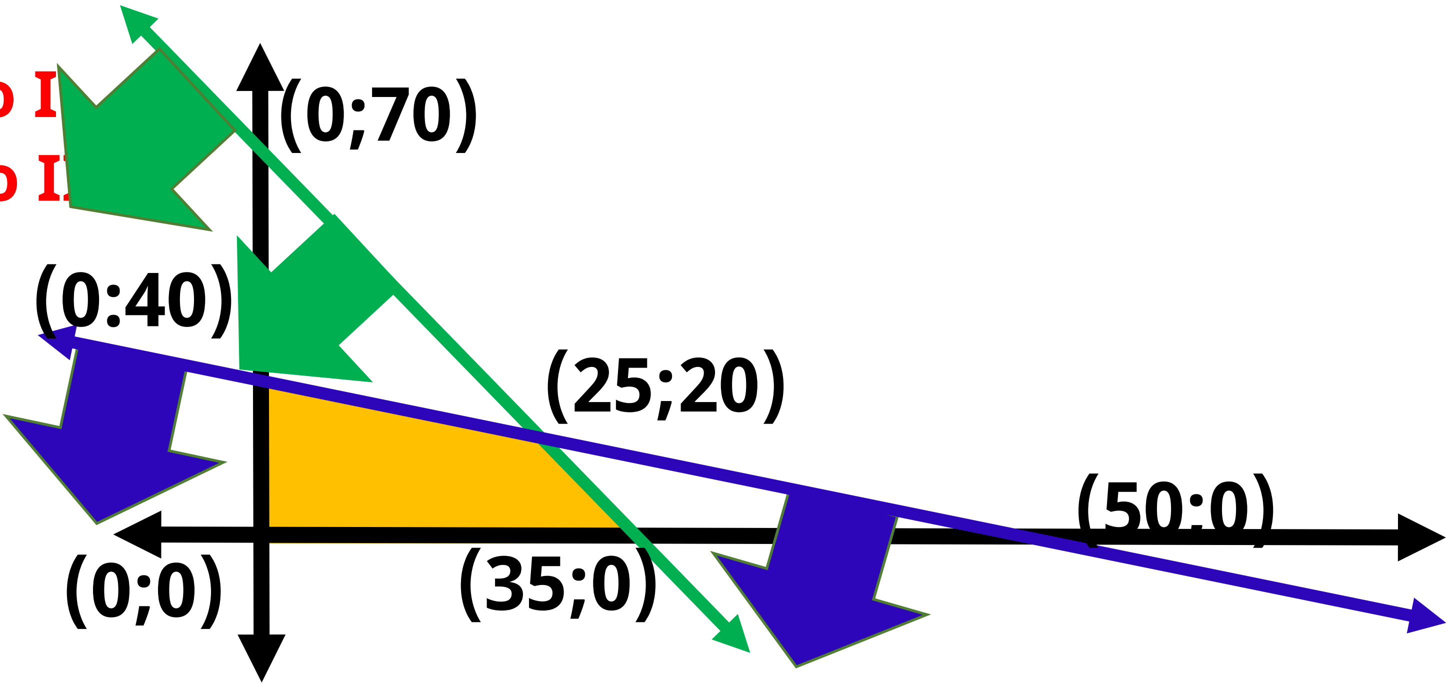
Restricciones

4x+5y≤ 200

Con Origen

6x+3y≤ 210

Con Origen



$$z_{(0;0)} = 2(0) + 3(0) = 0$$

$$z_{(0;40)} = 2(0) + 3(40) = 120 \quad (máxima\ utilidad)$$

$$z_{(25;20)} = 2(25) + 3(20) = 110$$

$$z_{(35;0)} = 2(35) + 3(0) = 70$$