# ALGEBRA

## Chapter 01

# 4th


**POLYNOMIALS**

SACO OLIVEROS

# HELICO MOTIVATING

SACO OLIVEROS

# SABÍAS QUE

Los polinomios son utilizados en diversas ramas profesionales; en el campo de la ingeniería (planeamiento de materiales), en el campo financiero (presupuesto de gastos), en el campo científico (Análisis de Laboratorio).
Por ejemplo en el campo financiero:
Si necesitas ganar US$4.000, puedes ganar US$350 por semana con tus gastos totales de US$75 por semana, entonces la ecuación es $350x-75x=4.000$, donde x es la cantidad de semanas necesarias para trabajar. La solución de la ecuación es 14 1/2, lo que significa que tendrías que trabajar 14 1/2 semanas con el fin de ahorrar US$4.000.

# HELICO THEORY

## CHAPTHER 01

SACO OLIVEROS

# POLINOMIO

## DEFINICIÓN

Es toda expresión algebraica racional entera, donde los exponentes de las variables definidas por el polinomio son valores enteros positivos. Ejemplo:

$$P(x,y) = 8x^2y + 16x^5y^2 - 10x^4y^7 + 1$$

## Polinomio de una variable

$$P(x) = a_o x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots\ldots\ldots + a_n$$

**Nota:** $(a_o \neq 0)$

**Donde:**

$x \rightarrow Variable$ $\quad$ $n \rightarrow grado\ del\ polinomio$ $\quad$ $a_o, a_1, a_2, \ldots, a_n \rightarrow coeficientes$

$a_0 \rightarrow Coeficiente\ principal$ $\quad$ $a_n \rightarrow Término\ Independiente$

# VALOR NUMÉRICO

Es el resultado que se obtiene al reemplazar las variables definidas por el polinomio por constantes.

Ejemplos: * Sea: $P(x) = 3x^2 + 1$

Halle el valor numérico de P en $x = 4$

Resolución: Reemplazamos x por 4

$$P(4) = 3(4)^2 + 1 = 49$$

* Sea: $H(2x-5) = 7x+25$

Halle el valor numérico de $H(3)$

Resolución: $2x-5 = 3 \rightarrow x = 4$

$$H(2(4)-5) = 7(4)+25$$

$$H(3) = 53$$

## Suma de Coeficientes

$$\sum coef(P) = P(1)$$

Ejemplo: Halle la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x) = 5(x+2)^3 + 1$$

Resolución: $P(1) = 5(1+2)^3 + 1 = 136$

## Término Independiente

$$T.I\,(P) = P(0)$$

Ejemplo:

Halle el término independiente del polinomio:

$$P(x) = 3(x-1)^{30} + 5x + 1$$

Resolución:

$$P(0) = 3(0-1)^{30} + 5(0) + 1 = 4$$

# GRADO DE UN POLINOMIO

**Grado Absoluto (G.A.)** Es el valor que se obtiene al encontrar la mayor suma de exponentes de las variables definidas por el polinomio.

**Grado Relativo (G.R.)** Es el mayor valor del exponente de la variable en referencia.

Ejemplo: Sea:

$$P(x,y) = 8x^2y + 16x^5y^2 - 10x^4y^7 + 1$$

Halle el Grado Absoluto, el Grado Relativo de x, además el Grado Relativo de y

Resolución:

$$\boxed{G.A. = 4+7 = 11}$$

$$\boxed{G.R.(x) = 5} \qquad \boxed{G.R.(y) = 7}$$

# POLINOMIOS ESPECIALES

**a)Polinomio Ordenado** polinomio será ordenado con respecto a una de sus variables si aumenta será creciente y si disminuye será decreciente.

Ejemplo: Sea el polinomio:

$$P(x,y) = 3x^9y + 17x^5y^2 - 10x^3y^7$$

- El polinomio es decreciente con respecto a x.
- El polinomio es creciente con respecto a y.

**b)Polinomio Completo** Un polinomio será completo con respecto a una de sus variables, si esta desde su mayor grado hasta su mínimo grado (cero).

Ejemplo: Sea: $P(x,y) = 8x^3y + 16xy^3 - 10x^2y^2 + 1$

- El polinomio es completo con respecto a x
- El polinomio es completo con respecto a y

**Polinomio Homogéneo** polinomio será homogéneo si el grado absoluto en cada uno de sus términos es igual

Ejemplo: $P(x,y) = \underbrace{8x^3y}_{4°} + \underbrace{16xy^3}_{4°} - \underbrace{10x^2y^2}_{4°}$

**Polinomios Idénticos** Serán idénticos si:

- Si se obtiene el mismo valor numérico para cualquier valor asignado a sus variables.
- Si sus términos semejantes comparados tienen el mismo coeficiente.

Ejemplo:

$$3x^4y + 10xy^5 + 8x^2y^3 \equiv ax^4y + bxy^5 + cx^2y^3$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 3;\ \ b = 10;\ \ c = 8}$$

**Polinomio Idénticamente Nulo**

Un polinomio P(x) será idénticamente nulo si para todo valor de x el valor numérico es cero, es decir sus coeficientes son nulos.

Ejemplo:

Sea: $P(x,y) \equiv (m-3)x^3y + (n-1)xy^3 - (p+2)x^2y^2$

idénticamente nulo $(P(x,y) \equiv 0)$

$$\Rightarrow \boxed{m = 3;\ \ n = 1;\ \ p = -2}$$

OBSERVACIÓN: También existen los polinomios completos y ordenados

# HELICO PRACTICE

## CHAPTHER 01

SACO OLIVEROS

1. Determine el coeficiente del monomio

$$\mathbf{P}(x, y) = a^2 b x^{3a-1} y^{a+2b}$$

Si: G.R.(x) = 5 y G.A.(P) = 17

**RESOLUCIÓN**

Por dato: G.R.(x) = 5

$$3a - 1 = 5$$

$$\boxed{a = 2}$$

Por dato:

G.A. = 17

$$(3a - 1) + (a + 2b) = 17$$

Como a = 2

$$(5) + (2 + 2b) = 17$$

$$\boxed{b = 5}$$

Nos piden el coeficiente de $\mathbf{P}(x, y)$

$$a^2b$$

$$\boxed{Coef.(P) = 20}$$

**2.** Determine la suma de coeficientes y el termino independiente de:

$$\mathbf{F}(x) = (x-3)^2 + (x+2)^2(x+1)^4$$

**RESOLUCIÓN**

Sabemos que: $\boxed{\sum coef(P) = P(1)}$

$$\mathbf{F(1) = (1-3)^2 + (1+2)^2(1+1)^4}$$

$$\mathbf{F(1) = (-2)^2 + (3)^2(2)^4}$$

$$\mathbf{F(1) = 4 + (9)(16)}$$

$$\boxed{\sum coef(\mathrm{F}) = 148}$$

Sabemos que: $\boxed{\mathrm{T.I\,(P) = P(0)}}$

$$\mathbf{F(0) = (0-3)^2 + (0+2)^2(0+1)^4}$$

$$\mathbf{F(0) = (-3)^2 + (2)^2(1)^4}$$

$$\mathbf{F(0) = 9 + (4)(1)}$$

$$\boxed{\mathrm{T.I.(F)} = 13}$$

**3.** Si para el polinomio

$$F(x,y) = 3x^{a+2}y^{b+3} - 5\,x^{a+1}y^{b-2} + 3x^{a+3}y^{b+1}$$

Si: G.R.(x) = 8 y G.R.(y) = 10

Determine su grado absoluto

**RESOLUCIÓN**

Por dato: G.R.(x) = 8

$$a+3=8$$

$$\boxed{a=5}$$

Por dato: G.R.(y) = **10**

$$b+3=10$$

$$\boxed{b=7}$$

Nos piden el grado absoluto

G.A. = $(a+2)+(b+3)$

Como; $a=5$ ; $b=7$

$$\boxed{G.A = 17}$$

**4.** Si el polinomio es homogéneo

$$R(x,y) = 2x^{a+3}y^{5} - 5\,x^{b+1}y^{6} + 3x^{8}y^{4}$$

Calcule: $3a + 2b$

**RESOLUCIÓN**

Como el polinomio es homogéneo

$$R(x,y) = \underbrace{2x^{a+3}y^{5}}_{12°} - \underbrace{5\,x^{b+1}y^{6}}_{12°} + \underbrace{3x^{8}y^{4}}_{12°}$$

$$(b+1)+6 = 12$$

$$\boxed{b = 5}$$

$$(a+3)+5 = 12$$

$$\boxed{a = 4}$$

Nos piden: $3a + 2b$

$$3(4)+2(5)$$

$$\boxed{3a + 2b = 22}$$

**5.** Sabiendo que:

$$P(2x-3)=7x+5 \;\wedge\; \mathrm{Q}(x)=4x+2$$

Efectúe: $\mathrm{M}=\dfrac{\mathrm{Q}(\mathrm{P}(5)-16)}{2}$

**RESOLUCIÓN**

Calculamos P(5)

$$\mathbf{2x-3=5} \quad \boxed{\boldsymbol{x=4}}$$

Luego:

$$\mathbf{P(5)=7(4)+5=33}$$

Reemplazamos en M

$$\mathbf{M=\frac{Q(33-16)}{2}=\frac{Q(17)}{2}}$$

Calculamos Q(17)

$$\mathbf{Q(17)=4(17)+2}$$

$$\mathbf{Q(17)=70}$$

Reemplazamos en M

$$\mathbf{M=\frac{Q(17)}{2}=\frac{70}{2}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{M=35}}$$

**6.** La edad de Carlos está dada por el valor de Q(5), de acuerdo a los datos:

$$P(x) = 2x - 3 \ \wedge \ \ P(Q(x)) = 4x + 5$$

¿Qué edad tiene Carlos?

**RESOLUCIÓN**

Calculamos $\mathbf{P(Q(x))}$

$$\mathbf{P(Q(x)) = 2Q(x) - 3}$$

Por dato: $\mathbf{P(Q(x)) = 4x + 5}$

$$\mathbf{2Q(x) - 3 = 4x + 5}$$

Despejamos Q(x)

$$\boxed{\mathbf{Q(x) = 2x + 4}}$$

Se sabe que la edad de Carlos esta dado por Q(5)

Calculamos Q(5)

$$\mathbf{Q(5) = 2(5) + 4 = 14}$$

***Carlos tiene 14 años***

**7.** Sea $A(x) = bx^2 - 3x^2 - 5 + ax - 7x + c$ un polinomio idénticamente nulo. Si el valor de la expresión $N = \frac{a+b}{c}$ representa el costo de 5 kg de papa. ¿Cuál será el costo de 20 kg de papa?

**RESOLUCIÓN**

Ordenando los términos del polinomio

$$A(x) = \underbrace{bx^2 - 3x^2} + \underbrace{ax - 7x} + \underbrace{c - 5}$$

$$A(x) = (b-3)x^2 + (a-7)x + (c-5)$$

Por ser un polinomio idénticamente nulo:

$b - 3 = 0$ $\quad$ $a - 7 = 0$ $\quad$ $c - 5 = 0$

$\boxed{b = 3}$ $\quad$ $\boxed{a = 7}$ $\quad$ $\boxed{c = 5}$

Reemplazando $a$ , $b$ y $c$ en la expresión N

$$\Rightarrow N = \frac{7+3}{5}$$

$$\boxed{N = 2}$$

Luego concluimos que:

5 kg de papa cuesta S/. 2

$\Rightarrow$ 20 kg de papa costará S/. 8

Rpta. $\boxed{\text{S/. 8}}$