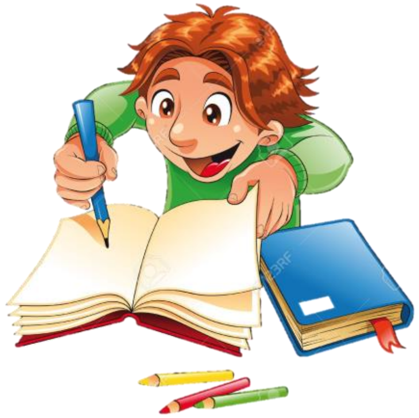
MATHEMATICAL REASONING

Chapter 16, 17 & 18

4th
Of secundary

FEED BACK

SACO OLIVEROS



SUCESIONES

PROBLEMA 1

Halle el término de lugar 80 de la sucesión

9; 16; 23; 30; 37;….

SUCESIÓN ARIMÉTICA:

$$t_n = r.n + t_0$$

Resolución:

2 **9; 16; 23; 30; 37;….**

7 7 7 7 7

Se observa: r = 7, t_0=2

$$t_n = 7n + 2$$

$$t_{80} = 7(80) + 2$$

$$t_{80} = 560 + 2$$

$$t_{80} = 562$$

Término de lugar 80: $\therefore$ **562**

PROBLEMA 2

Hallar el término de lugar 60

$$\frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8; 16 \ldots.$$

SUCESIÓN GEOMÉTRICA:

$$t_n = t_1 . q^{n-1}$$

Resolución:

1°	2°	3°	4°	5°	6° …. ….
$\frac{1}{2}$;	1;	2;	4;	8;	16 ….

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} 1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{\times 2} 16$$

Se observa:

$$t_1 = \frac{1}{2},\ q = 2\ ,\ n = 60$$

$$t_n = t_1 . q^{n-1}$$

$$t_{60} = \frac{1}{2} . 2^{59}$$

$$\therefore\ \underline{\underline{2^{58}}}$$

PROBLEMA 3

Halle el término de lugar 20 de la sucesión:

9; 15; 23; 33;...

Resolución:

c = 5 9; 15; 23; 33; ...

a + b = 4 6 8 10

2 a = 2 2 2

SUCESIÓN CUADRÁTICA

a =1 b=3 c=5

sabemos:

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$t_n = n^2 + 3n + 5$$

$$t_{20} = 20^2 + 3(20) + 5$$

$$t_{20} = 465$$

$\therefore$ 465

PROBLEMA 4

Alex creó una nueva cuenta de Facebook para la venta de sus productos artesanales, lo curioso es que la cantidad de visitas al día tuvieron un comportamiento especial, que se describe en el siguiente cuadro:

Días	1	2	3	4	5	...	X
Visitas	4	6	10	16	24		1564

¿Podría usted decir en qué día X, se alcanzó las 1564 visitas al día?

sabemos:

$$t_n = an^2 + bn + c$$

Resolución:

c = 4   4; 6; 10; 16; ...

a + b = 0   2   4   6

2 a = 2   2   2

a =1   b=-1   c= 4

$$t_n = n^2 - n + 4$$

$$1564 = n^2 - n + 4$$

$$1560 = n^2 - n$$

$$1560 = n(n-1)$$

$$40 = n$$

$\therefore$ $día\ 40$

PROBLEMA 5

Durante el mes de febrero de 1952, una florista vendió 18 rosas el primer día del mes; 26 rosas el segundo día; el tercer día, 2 rosas menos que el doble de lo que vendió el primer día; y así sucesivamente. Si las ventas siguieron así durante todo el mes, ¿Cuántas rosas vendió el último día del mes?

Resolución:

Piden la cantidad de rosas que vendió el último mes.

Del enunciado:

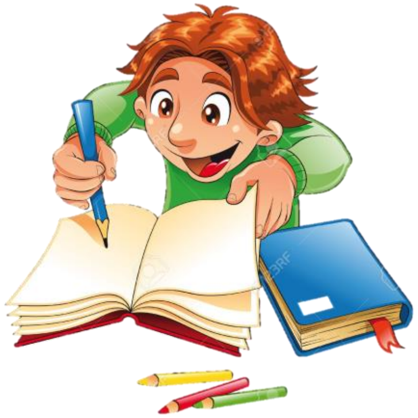
1952: Año Bisiesto

$$\begin{array}{ccccccccc} 1° & & 2° & & 3° & & 4° & ... & 29° \\ 18; & & 26; & & 34; & & 42; & ...; & t_{29} \\ & +8 & & +8 & & +8 & & +8 & \end{array}$$

$$\rightarrow \ t_n = 8n + 10$$

$$\rightarrow \ t_{29} = 8(29) + 10$$

$$\therefore \ t_{29} = \underline{\underline{242}}$$



SERIES I

PROBLEMA 6

Geovani es el papá de Samuel quien es profesor de Literatura. Geovani le propone a su hijo ir al cine, pero le pone como condición un reto matemático que consiste en resolver el siguiente problema:

Efectúe:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 80$$

¿Cuál fue su respuesta?

Recordemos:

$$\boxed{S = n(n+1)}$$

Resolución:

$$\begin{array}{cccccc} & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \ldots & n^\circ \\ 0 & 2 + & 4 + & 6 + & 8 + & \cdots + & 80 \end{array}$$

$$\underbrace{0 \;\; 2}_{+2}\;\underbrace{\;\; 4}_{+2}\;\underbrace{\;\; 6}_{+2}\;\underbrace{\;\; 8}_{+2}$$

$$t_n = 2n$$

$$80 = 2n$$

$$40 = n$$

$$S = \left(\frac{2+80}{\cancel{2}}\right)\cancel{40}^{\,20}$$

$$S = (82)20$$

$$S = 1640$$

Otra forma:

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 80 \quad \rightarrow \quad n = 40$$

$$S = 40(41)$$

$$S = 1640$$

$$\therefore \; 1640$$

PROBLEMA 7

Halle el valor Z

$$\underbrace{4+7+10+13+\cdots}_{\text{40 sumandos}}$$

Recordemos:

$$\boldsymbol{S.A.}=\left(\frac{t_1+t_n}{2}\right)n$$

Resolución:

$$\begin{array}{cccccc} & 1° & 2° & 3° & 4° & \ldots\quad n° \\ 1 & 4 & +7 & +10 & +13 & +\cdots+80 \end{array}$$

$+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3$

$$t_n=3n+1$$

$$t_{40}=3(40)+1$$

$$t_{40}=121$$

$$S=\left(\frac{4+121}{\cancel{2}}\right)\cancel{40}^{\,20}$$

$$S=125(20)$$

$$S=2500$$

$\therefore$ 2500

PROBLEMA 8

Efectué:

$$S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \cdots \infty$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{S_\infty = \frac{t_1}{1-q}}$$

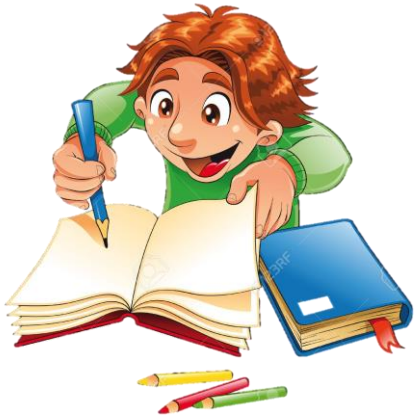
Resolución:

$$S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \cdots \infty$$

$$\times\frac{1}{5} \quad \times\frac{1}{5} \quad \times\frac{1}{5}$$

$$S_\infty = \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}} \longrightarrow S_\infty = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} \qquad S_\infty = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{4}$$



SERIES II

PROBLEMA 9

La masa de un péndulo recorre 24 cm en su primera oscilación. En cada una de las siguientes oscilaciones disminuye $\frac{3}{8}$ de la distancia recorrida en la oscilación anterior..
Determine el espacio total recorrido por la masa hasta el momento de detenerse.

RECORDEMOS:

$$S_\infty = \frac{t_1}{1-q}$$

Resolución:

$$S = 24 + 15 + \frac{75}{8} + \cdots \infty$$

$$\times\frac{5}{8} \qquad \times\frac{5}{8}$$

$$S_\infty = \frac{24}{1-\frac{5}{8}} \longrightarrow S_\infty = \frac{24}{\frac{3}{8}}$$

$$S_\infty = \frac{24(8)}{3}$$

$$S_\infty = 64$$

$$\therefore \underline{\underline{64}}$$

PROBLEMA 10

Si a los términos de la serie: $S = 2 + 5 + 8 + 11 + \cdots$

Se le agrega 1;2;3;4; ... respectivamente, de tal manera que la suma de la nueva serie sea igual a 1830. ¿ Cuántos términos tiene la serie original?

Resolución:

De los datos:

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & 1° & & 2° & & 3° & & 4° & & \dots \quad n° \\ S & = & 2 & + & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \cdots \\ S & = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & \cdots \end{array} \; \Big\downarrow +$$

$$S = \underset{1°}{3} + \underset{2°}{7} + \underset{3°}{11} + \underset{4°}{15} + \cdots + \underset{n°}{(4n-1)}$$

$$+4 \qquad +4 \qquad +4$$

$$S = \left(\frac{3 + 4n - 1}{2}\right)n = 1830$$

$$S = (2n + 1)n = 3660$$

$$\therefore n = 30$$