GEOMETRÍA

Tomo 7

5th
SECONDARY

RETROALIMENTACIÓN

SACO OLIVEROS

1. Una pieza metálica tiene forma de cilindro circular recto de radio 2 y altura 27. Luego se funde para construir tres esferas de radio x. Calcule x.

Resolución

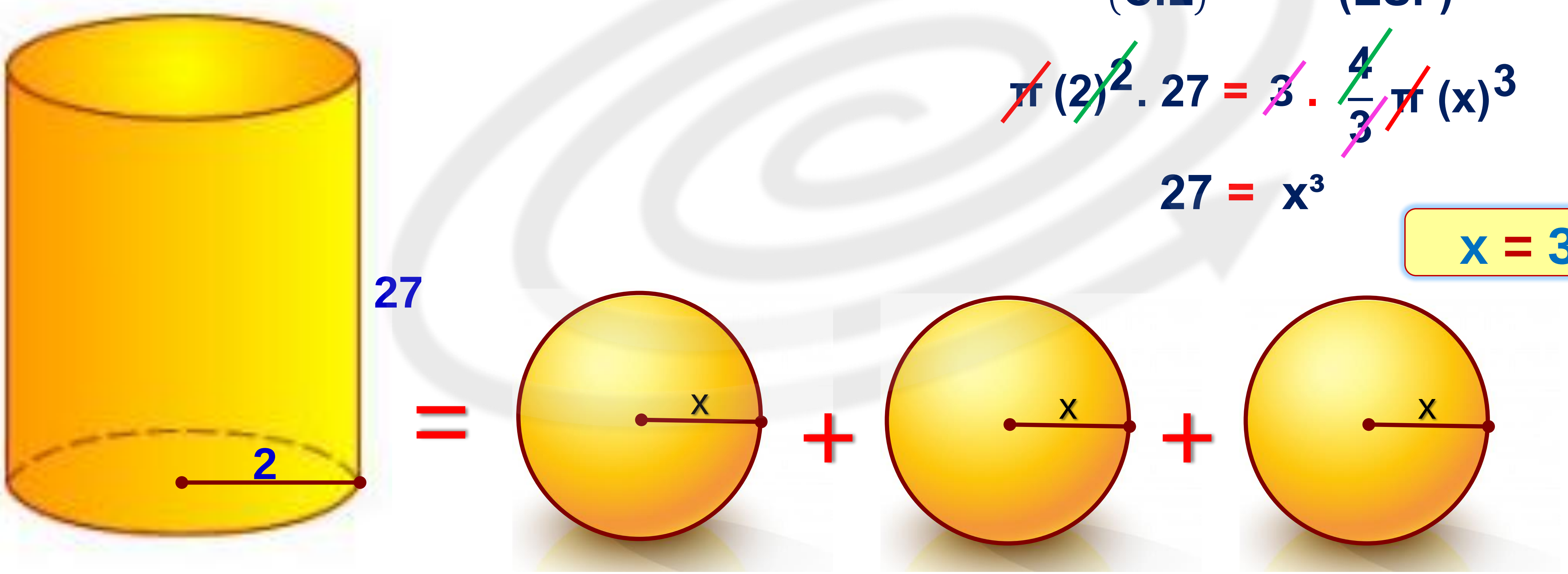
- Piden: x

$$V_{(CIL)} = 3\,V_{(ESF)}$$

$$\cancel{\pi}\,\cancel{(2)^2}\,.\,27 = \cancel{3}\,.\,\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\,\cancel{\pi}\,(x)^3$$

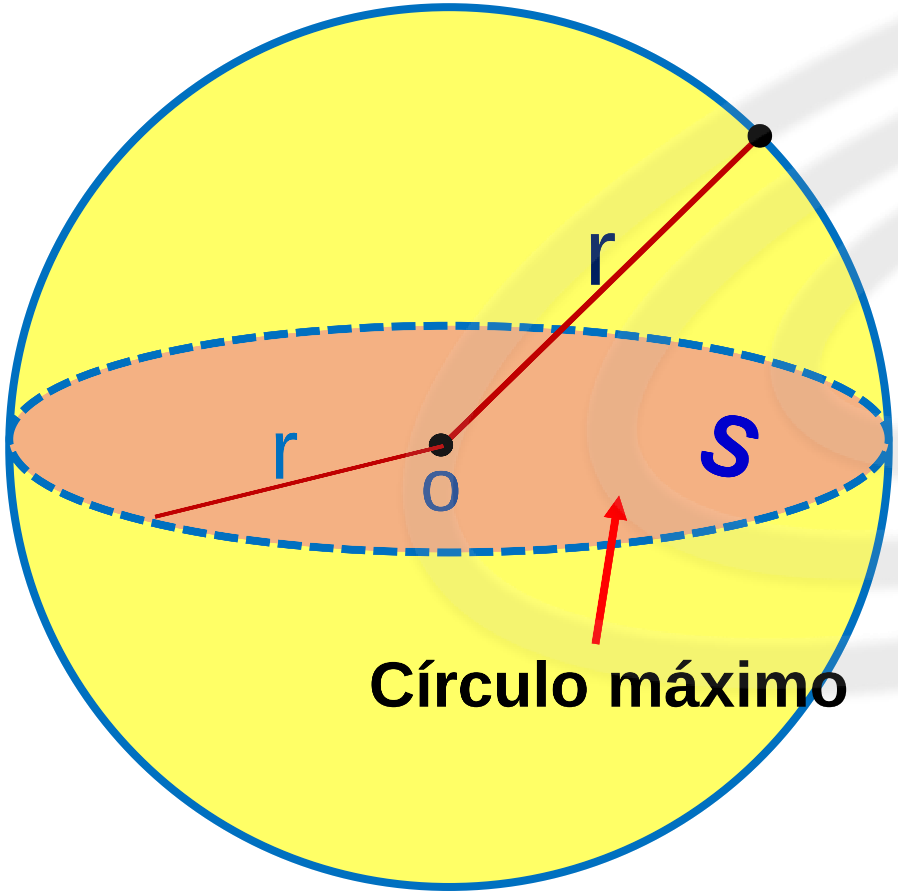
$$27 = x^3$$

$$\boxed{x = 3}$$



2. Calcule el área del círculo máximo de una esfera, sabiendo que su volumen es numéricamente igual al quíntuple del área de su superficie esférica.

Resolución



- **Piden: S**

$$S = \pi \cdot r^2 \qquad \dots (1)$$

- **Por dato:**

$$V_{(Esf)} = 5\,(A_{(Esf)})$$

$$\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} \cdot r^{\cancel{3}} = 5\,(\cancel{4}\,\cancel{\pi} \cdot \cancel{r}^{2})$$

$$r = 15 \qquad \dots (2)$$

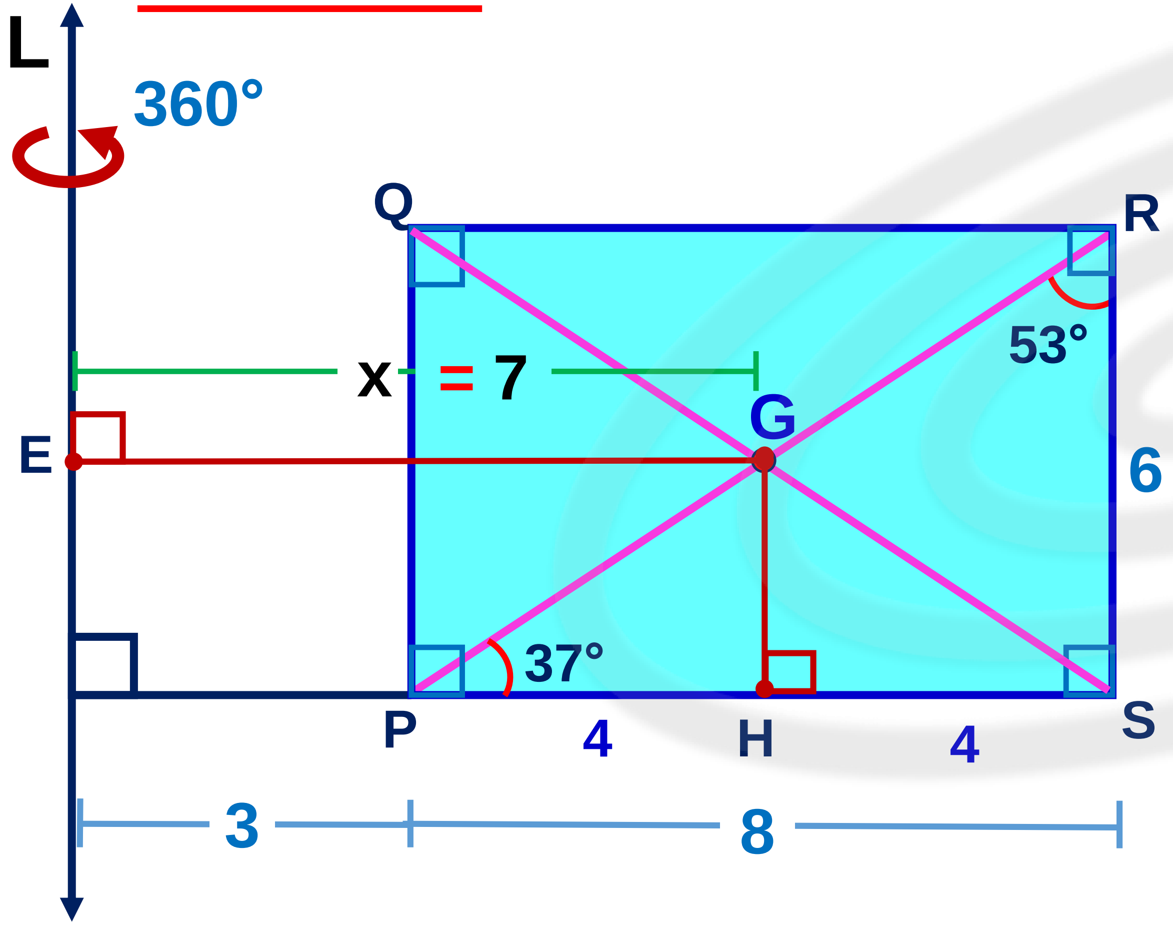
- **Reemplazando 2 en 1.**

$$S = \pi \cdot 15^2$$

$$\boxed{S = 225\pi\ u^2}$$

3. Calcule el volumen del sólido generado por la región rectangular al girar 360° alrededor de la recta L.

Resolución



- Piden: $V_{(SG)}$ $\quad V_{(SG)} = 2\pi \cdot x \cdot A$
- ◺PSR : Notable de 37° y 53°
- Del gráfico:

$$A = (8)(6)$$

$$A = 48$$

- Se traza $\overline{GE} \perp \overleftrightarrow{L}$
- Se traza $\overline{GH} \perp \overline{PS}$

$$PH = HS = 4$$

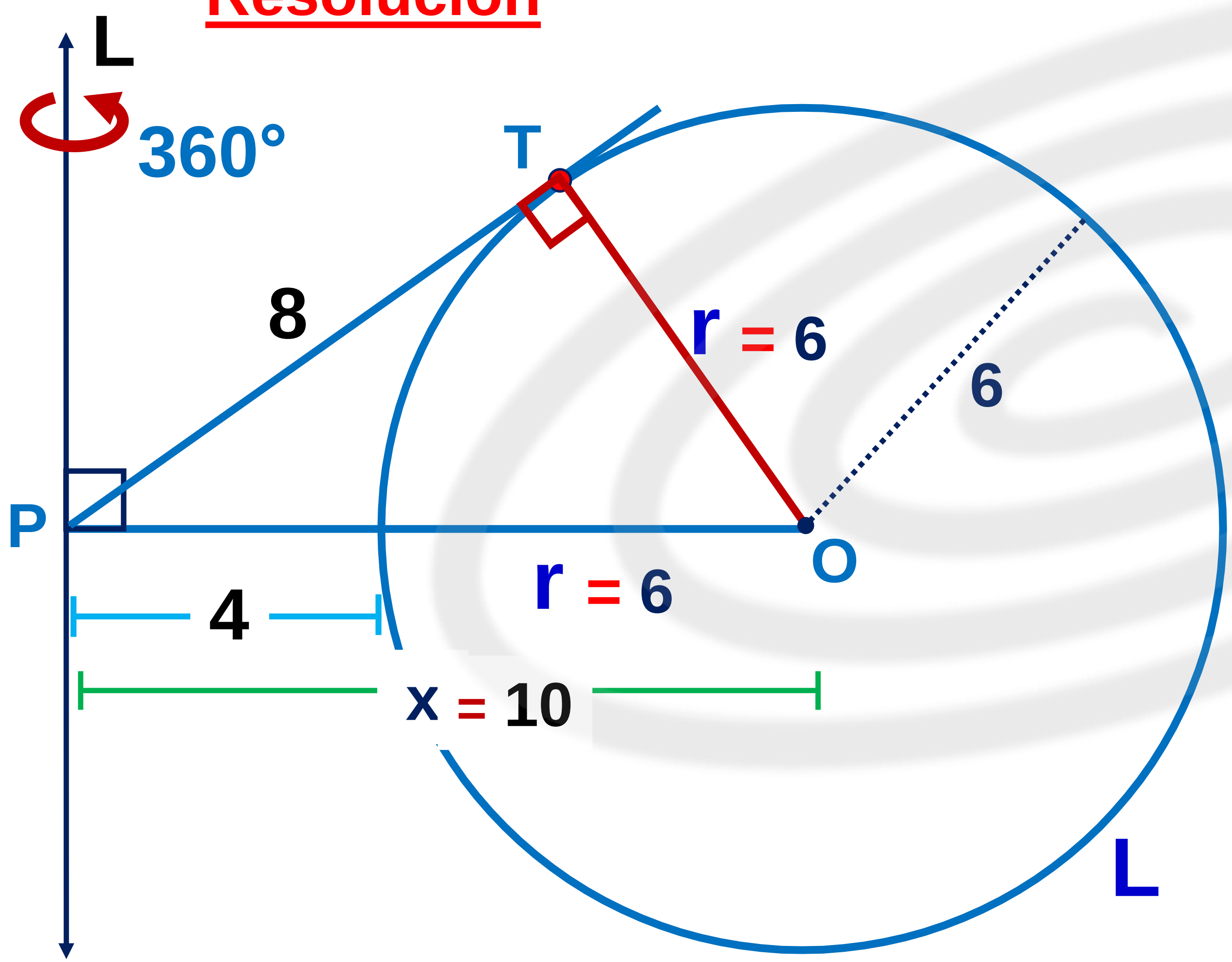
- Reemplazando al teorema.

$$V_{(SG)} = 2\pi \cdot 7 \cdot 48$$

$$\boxed{V_{(SG)} = 672\pi \ u^3}$$

4. En la figura, T es punto de tangencia, calcule el área de la superficie generada por la circunferencia al girar 360° alrededor de la recta L.

Resolución



- Piden: $A_{(SG)}$ $\quad A_{(SG)} = 2\pi \cdot x \cdot L$
- Se traza $\overline{OT}$.
- Por teorema la $m\measuredangle OTP = 90°$
- $\triangle$ OTP : T. Pitágoras

$$(r + 4)^2 = r^2 + 8^2$$

$$r = 6$$

- Reemplazando:

$$A_{(SG)} = 2\pi(10)(2.\pi.6)$$

$$A_{(SG)} = 2\pi(10)(12\pi)$$

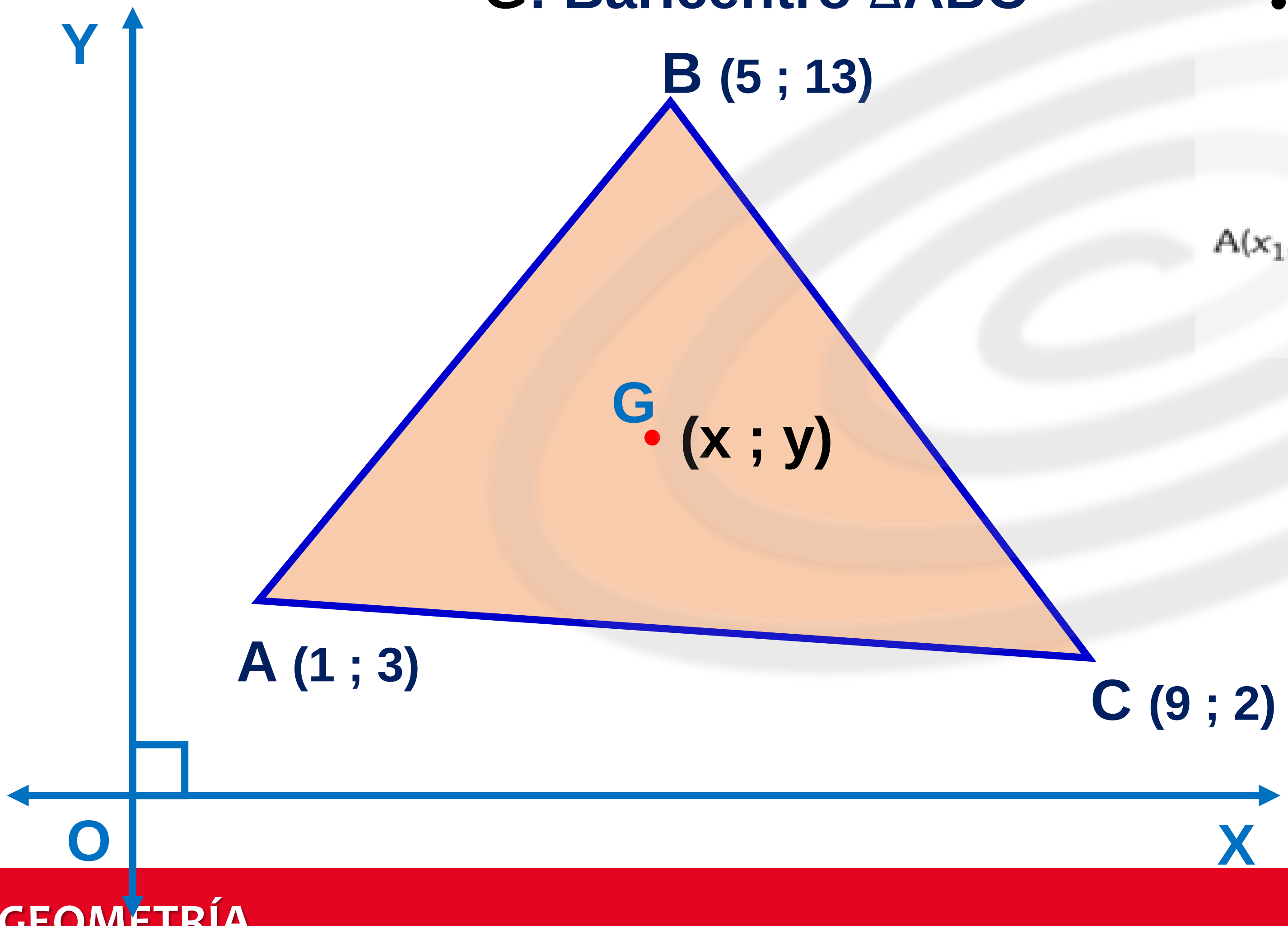
$$\boxed{A_{(SG)} = 240\pi^2\ u^2}$$

5. Determine las coordenadas del baricentro de la región triangular ABC.

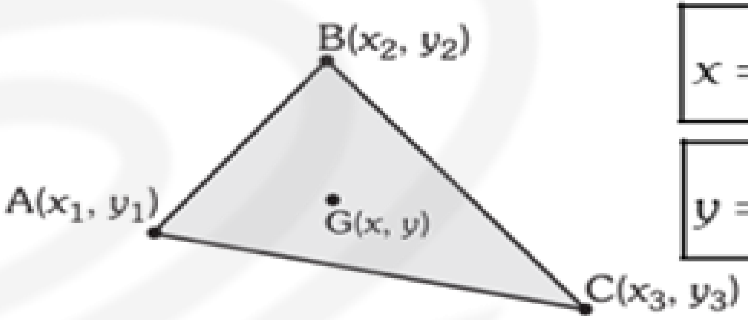
Resolución

- **Piden: G (x ; y)**

G: Baricentro ΔABC



- **Por teorema:**



$$\boxed{x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}}$$

$$\boxed{y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}}$$

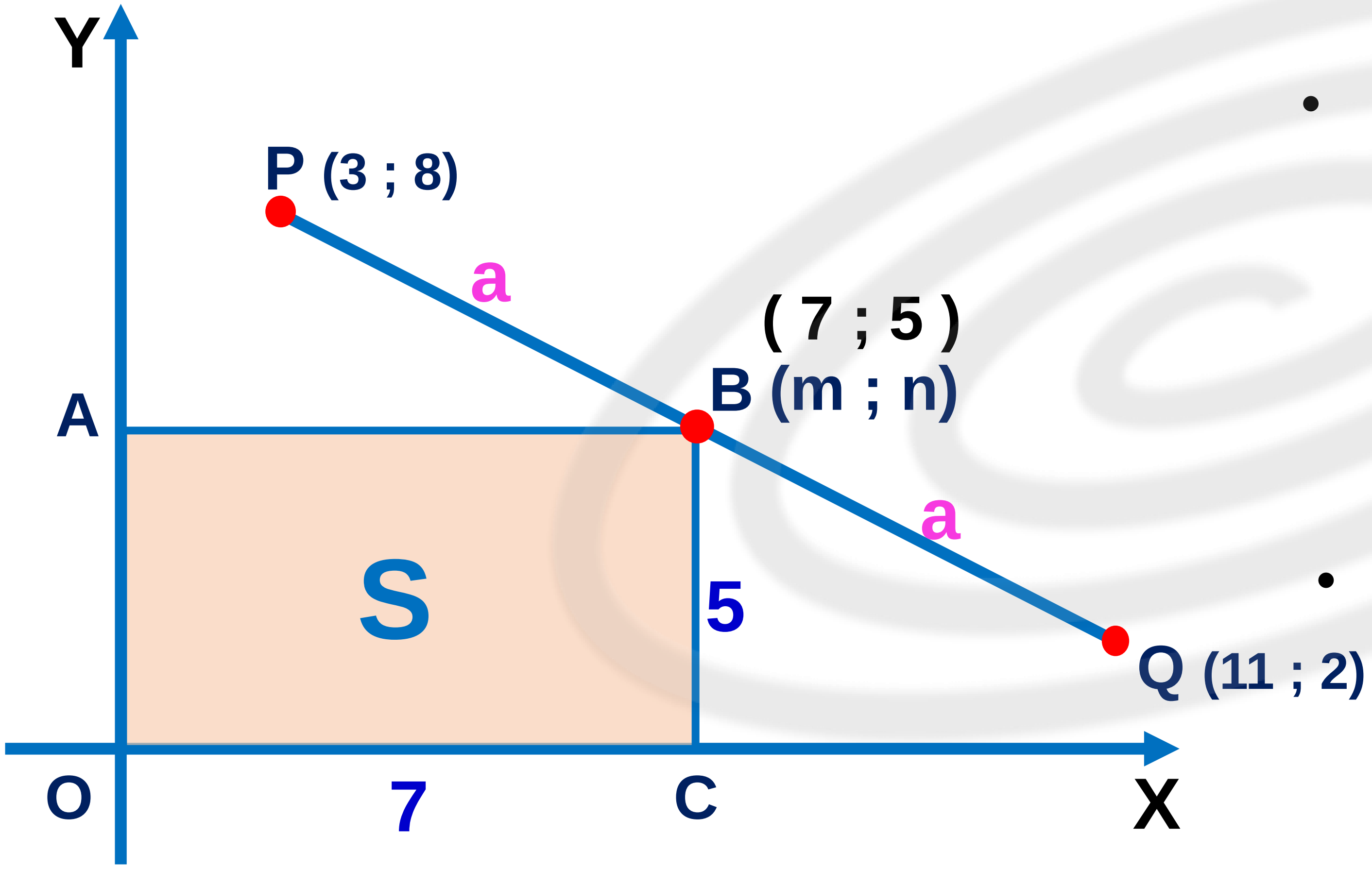
$$x = \frac{1 + 5 + 9}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$y = \frac{3 + 13 + 2}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\boxed{G\,(\,5\,;6\,)}$$

6. Calcule el área de la región rectangular OABC.

Resolución



- Piden: S
- Por Coordenada del Punto Medio B

$$m = \frac{3+11}{2} = 7$$

$$n = \frac{8+2}{2} = 5$$

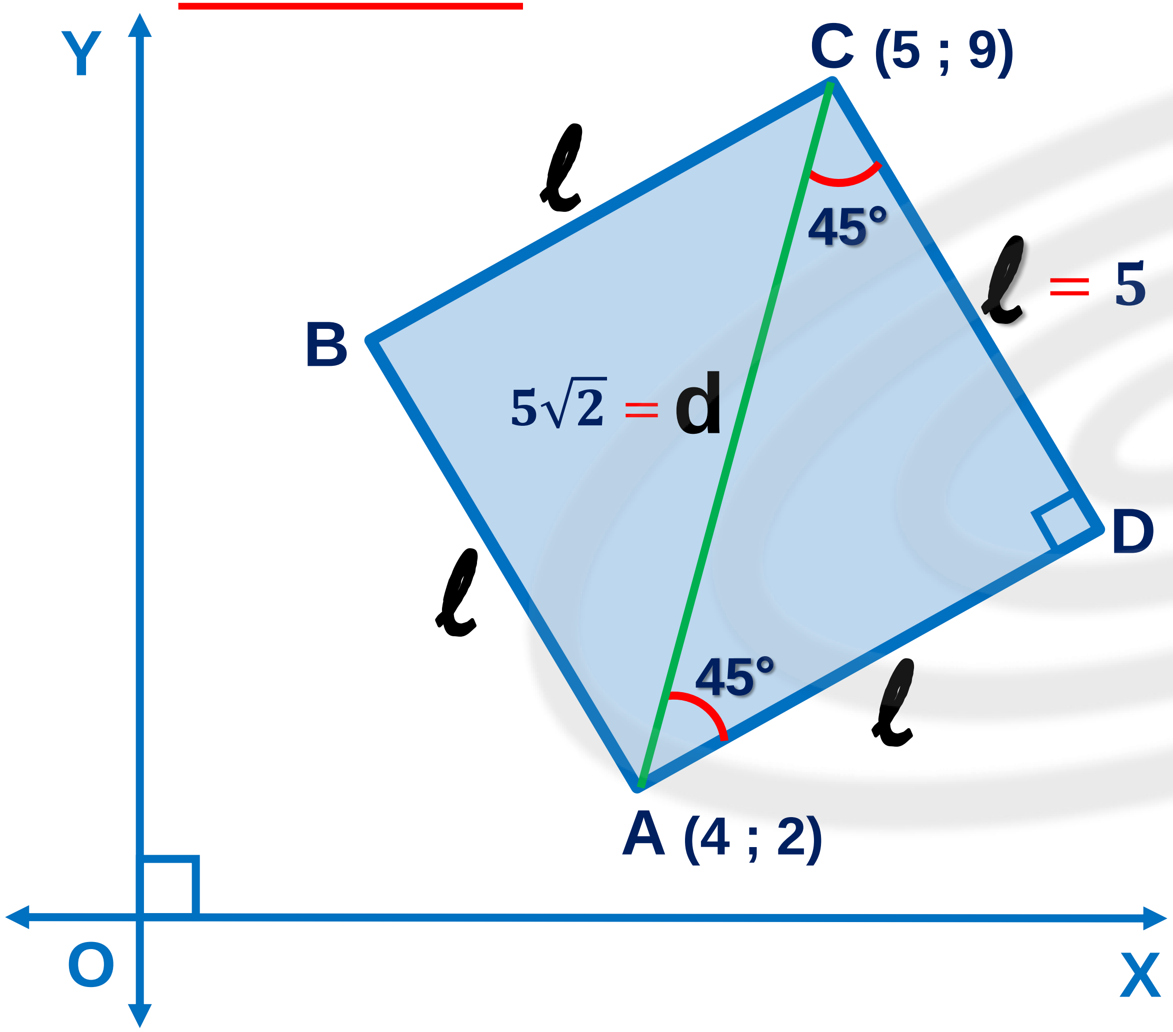
- Por teorema:

$$S = (7)(5)$$

$$\boxed{S = 35\ u^2}$$

7. Calcule el perímetro de la región cuadrada ABCD.

Resolución



- Piden: $2p_{ABCD}$

$$2p_{ABCD} = 4\ell \quad \text{... (1)}$$

- Se traza $\overline{AC}$

$$d = \sqrt{(5-4)^2 + (9-2)^2}$$

$$d = \sqrt{(1)^2 + (7)^2}$$

$$d = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

- ◺ ADC: Notable de 45° y 45°

$$\ell = 5 \quad \text{... (2)}$$

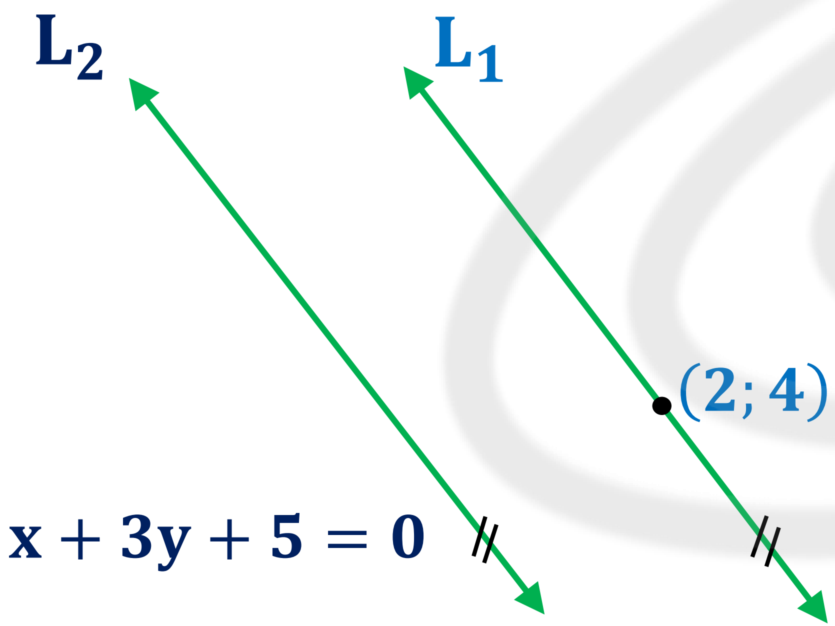
- Reemplazando 2 en 1.

$$2p_{ABCD} = 4(5)$$

$$\boxed{2p_{ABCD} = 20\text{ u}}$$

8. Halle la ecuación general de una recta que pasa por el punto (2; 4) y es paralela a la recta cuya ecuación es x + 3y + 5 = 0.

Resolución



- Piden: La ecuación de la recta L_1.
- Calculando la pendiente: $L_2 : x+3y+5=0$

$$\boxed{m=-\frac{A}{B}} \qquad m_2=-\frac{1}{3}.$$

- Si dos rectas son paralelas se cumple:

$$\boxed{m_1=m_2} \qquad m_1=-\frac{1}{3}.$$

- Calculando la ecuación de la recta L_1

$$\boxed{y-y_1=m(x-x_1)}$$

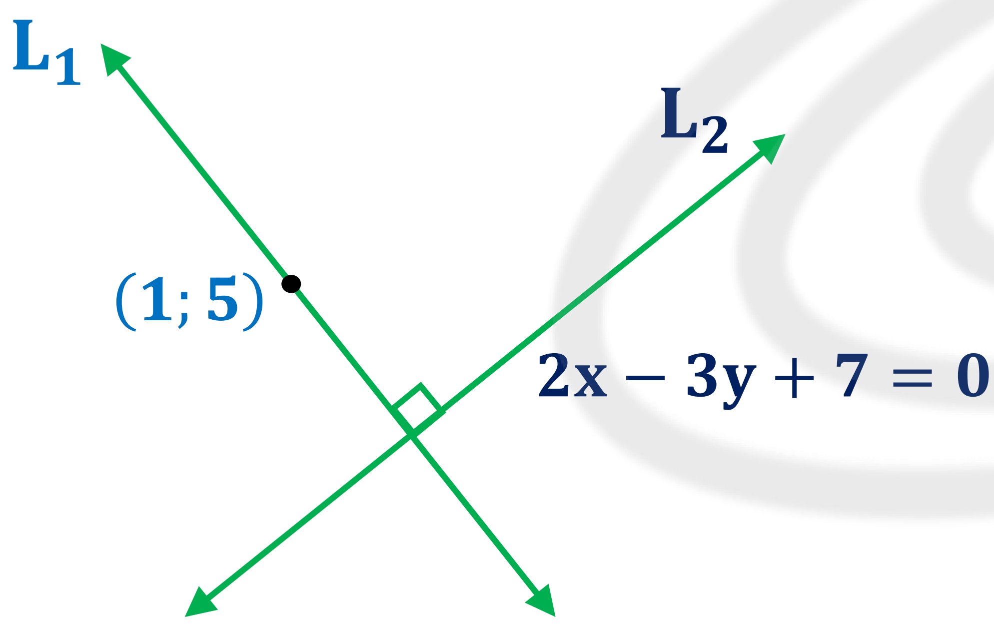
$$y-4=-\frac{1}{3}(x-2)$$

$$3y-12=-x+2$$

$$\boxed{L_1 : x+3y-14=0}$$

9. Halle la ecuación general de una recta que pasa por el punto (1; 5) y es perpendicular a la recta cuya ecuación es 2x – 3y + 7 = 0.

Resolución



- Piden: La ecuación de la recta L_1.
- Calculando la pendiente: $L_2 : 2x - 3y + 7 = 0$

$$\boxed{m = -\frac{A}{B}} \qquad m_2 = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$$

- Si dos rectas son perpendiculares se cumple:

$$\boxed{m_1 . m_2 = -1} \qquad m_1 = -\frac{3}{2}.$$

- Calculando la ecuación de la recta L_1

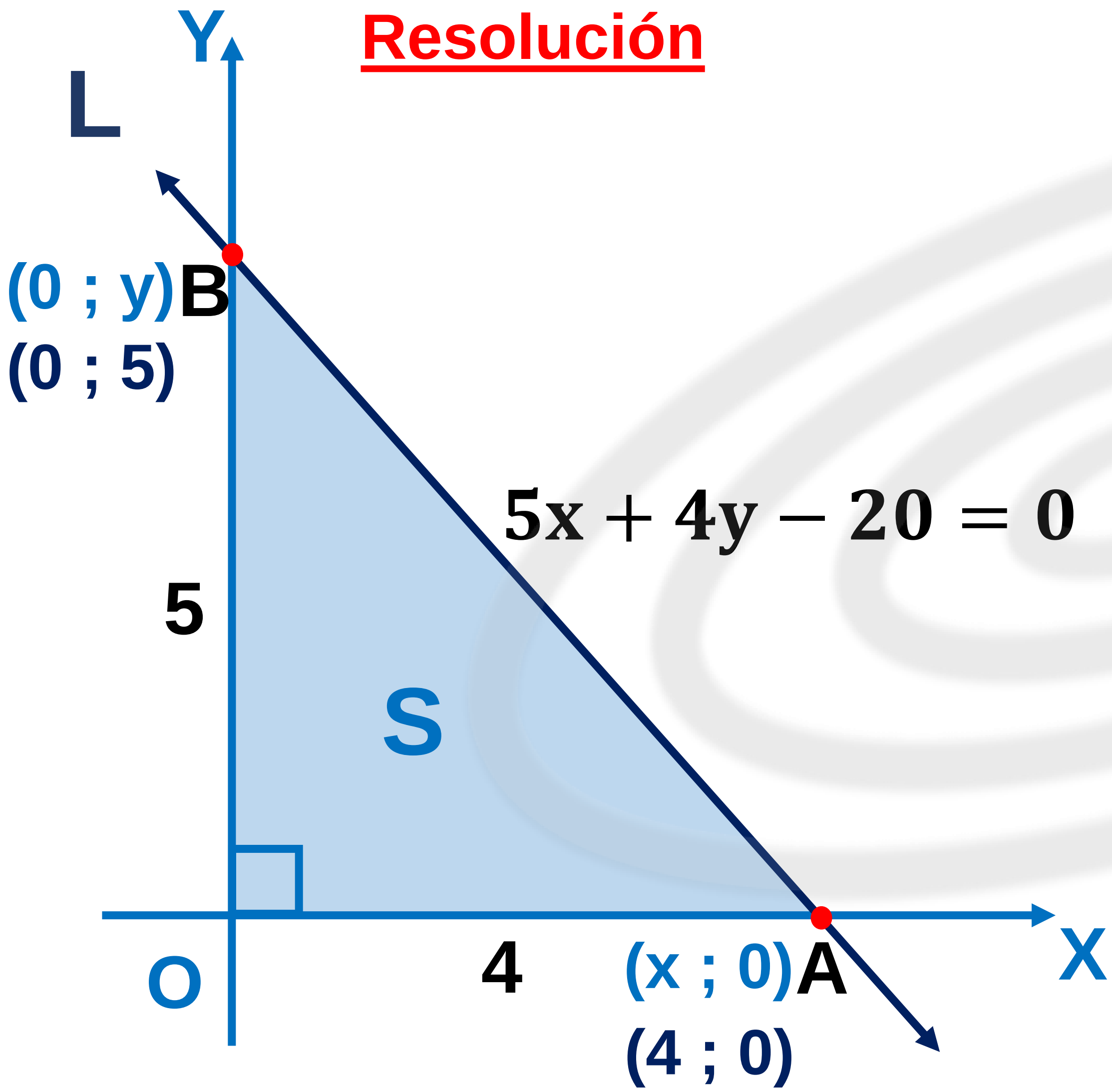
$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

$$y - 5 = -\frac{3}{2}(x - 1)$$

$$2y - 10 = -3x + 3$$

$$\boxed{L_1 : 3x + 2y - 13 = 0}$$

10. Calcule el área de la región triangular sombreada mostrada.



Resolución

- Piden: S
- En el punto A:

$$5x + 4(0) - 20 = 0$$
$$5x = 20$$
$$x = 4$$

- En el punto B:

$$5(0) + 4y - 20 = 0$$
$$4y = 20$$
$$y = 5$$

- Por teorema:

$$S = \frac{(4)(5)}{2}$$

$$\boxed{S = 10\ u^2}$$