



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 24

3rd
SECONDARY

CÁLCULO DE ÁREAS



 **SACO OLIVEROS**



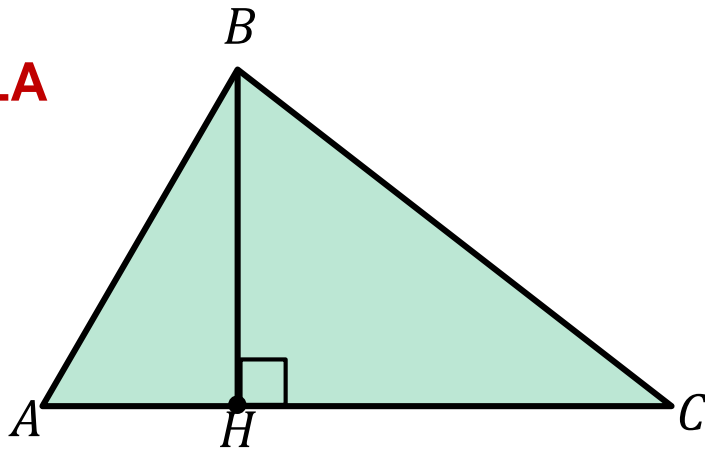
¡Existen regiones coloreadas por la misma naturaleza! Así es. Esto es realmente increíble debido a la diversidad de colores que nos ofrece. Una gran muestra de ello es la montaña “Vinicunca” o simplemente arcoíris que se encuentra en nuestro Perú. Esta ubicada a mas de 100 km de la ciudad de Cuzco en una cumbre altitudinal situada a 5200 m.s.n.m.



ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

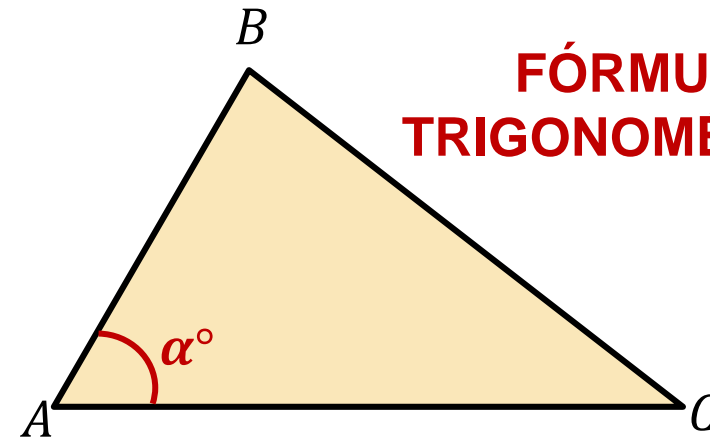
□ ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES

**FÓRMULA
BÁSICA**



$$S_{\Delta ABC} = \frac{AC \times BH}{2}$$

**FÓRMULA
TRIGONOMÉTRICA**

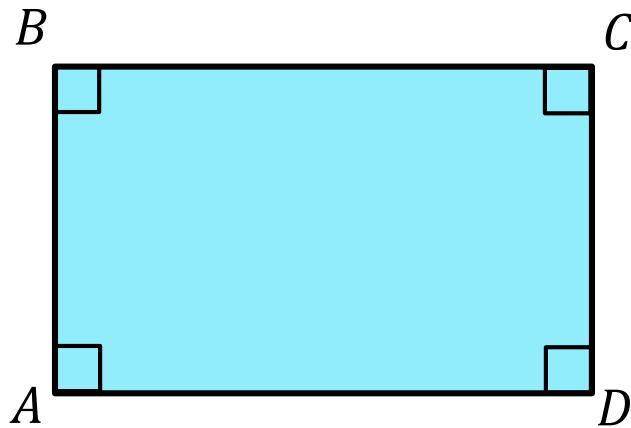


$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times AC}{2} \cdot \text{Sen} \alpha$$

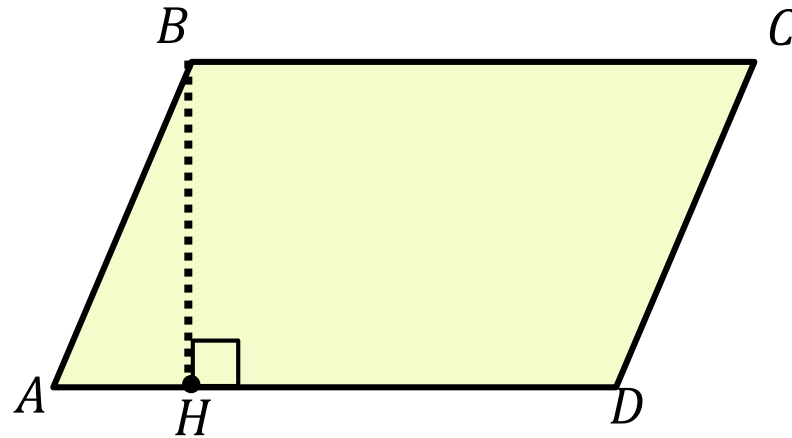


ÁREAS DE REGIONES SOMBRADAS

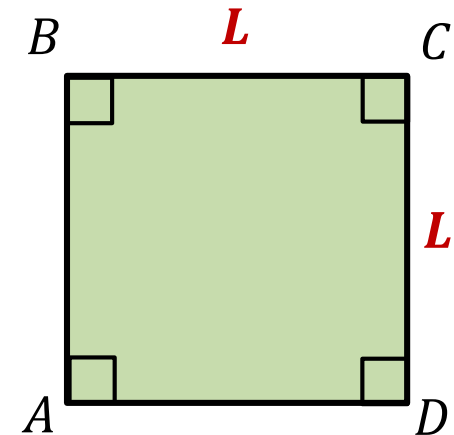
□ ÁREA DE REGIONES CUADRANGULARES



$$S_{ABCD} = AD \times AB$$



$$S_{ABCD} = AD \times BH$$



$$S_{ABCD} = L^2$$

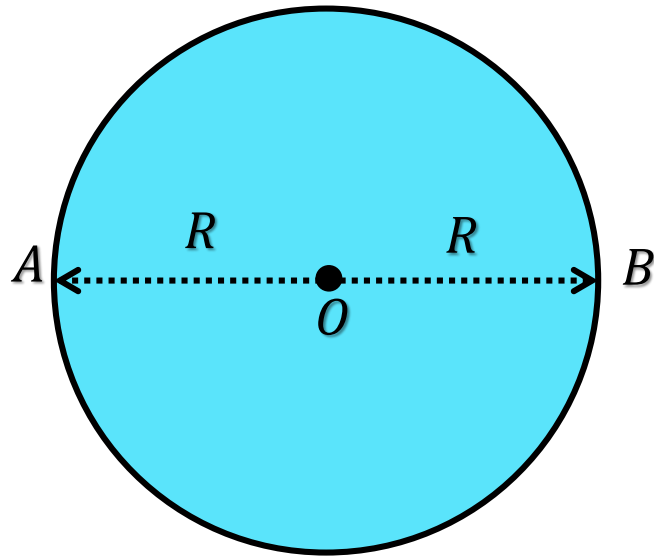


ÁREAS DE REGIONES SOMBRADAS

□ ÁREA DE REGIONES CIRCULARES

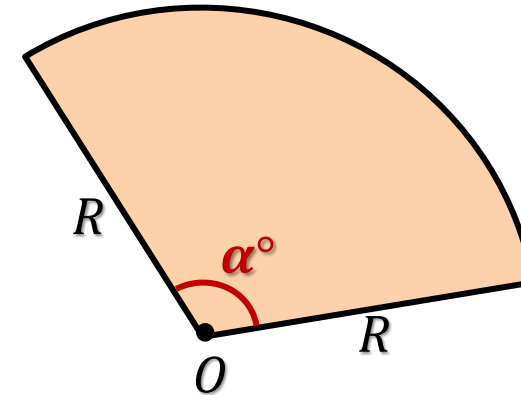
Si, O : centro y R : radio

REGIÓN CIRCULAR



$$S = \pi R^2$$

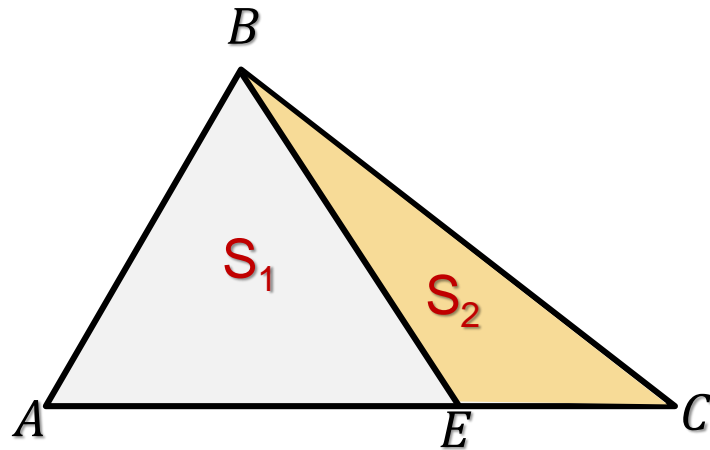
ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR



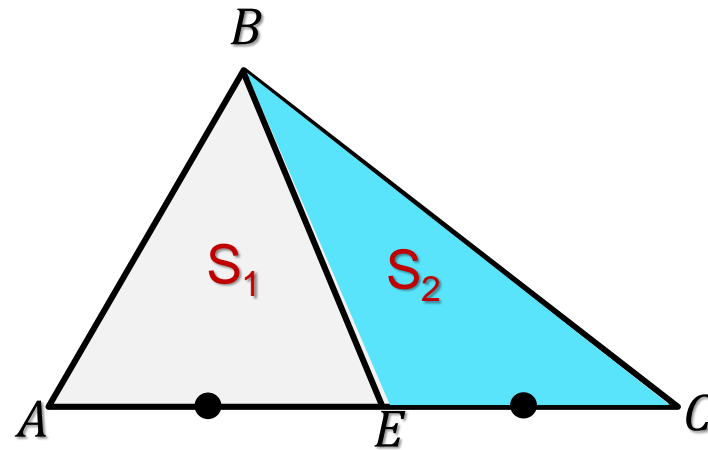
$$S = \frac{\pi R^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$$

ÁREAS DE REGIONES SOMBRADAS

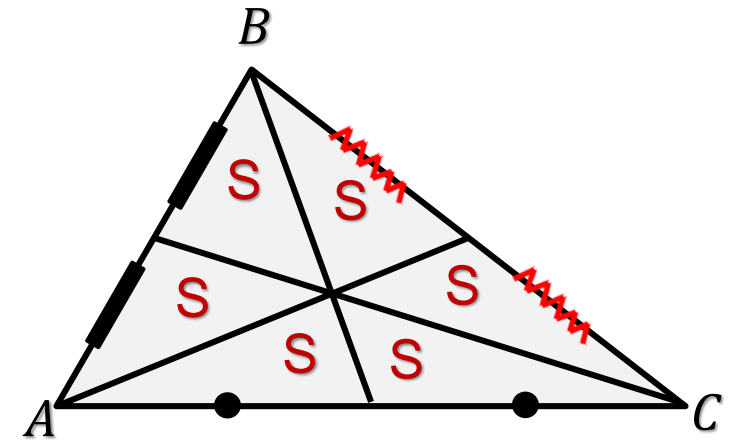
□ EN REGIONES TRIANGULARES



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AE}{EC}$$



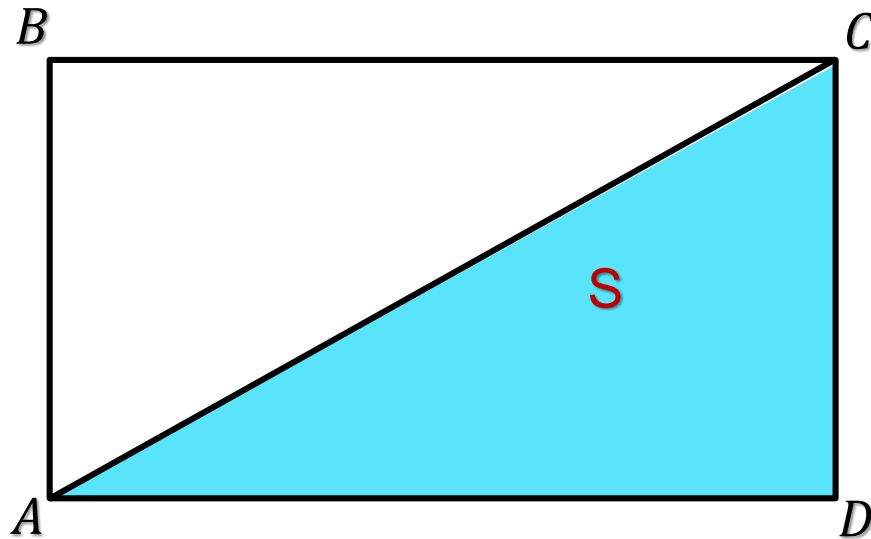
$$S_1 = S_2$$



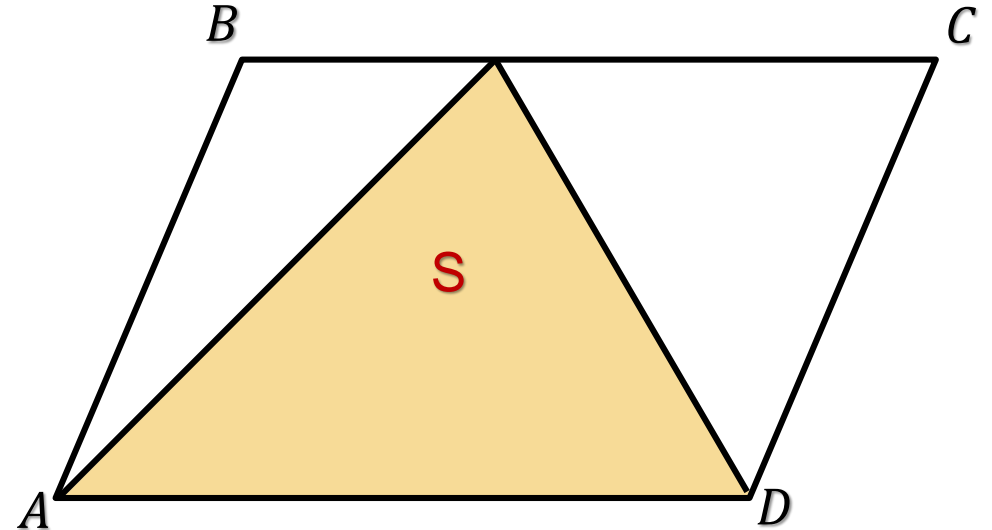
ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

□ EN REGIONES CUADRANGULARES

En el Rectángulo: $ABCD$, se cumple:



En el Paralelogramo: $ABCD$, se cumple:

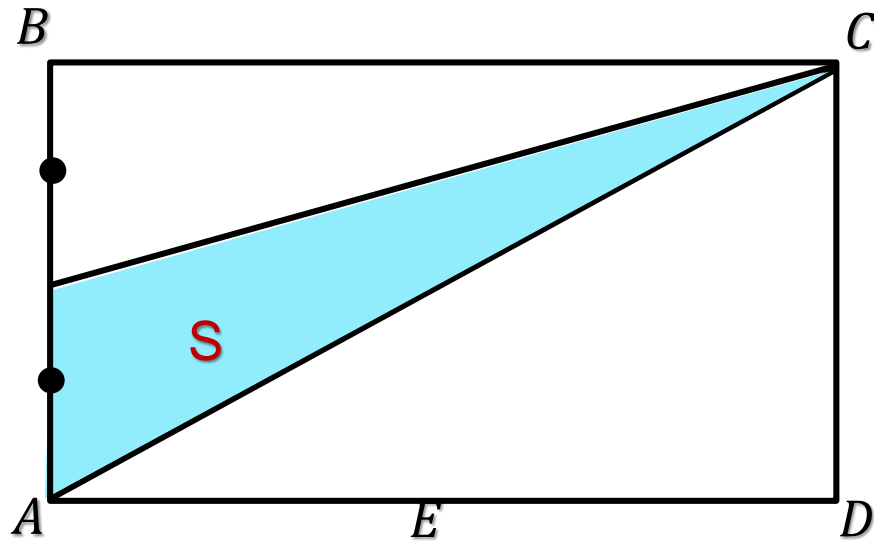


$$S = \frac{1}{2} \cdot A_{ABCD}$$

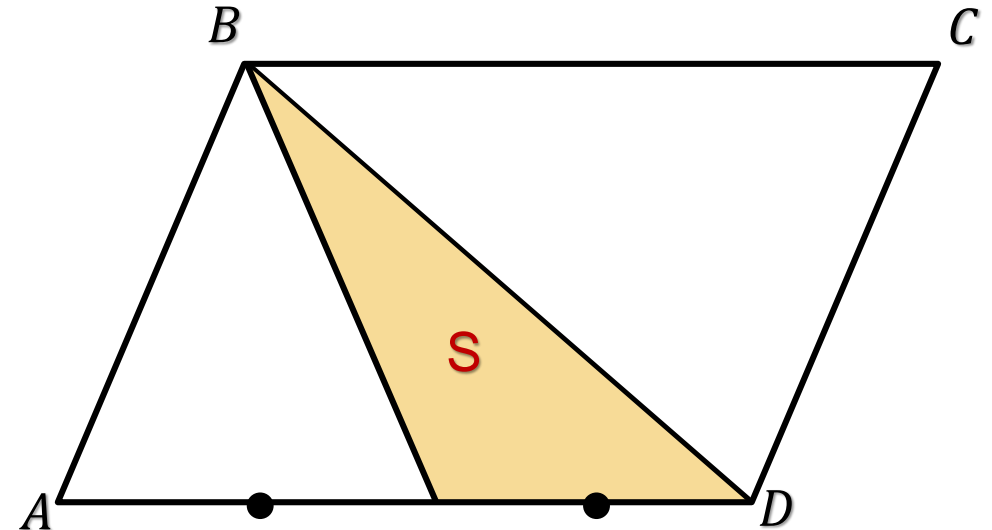
ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

□ EN REGIONES CUADRANGULARES

En el Rectángulo: $ABCD$, se cumple:



En el Paralelogramo: $ABCD$, se cumple:



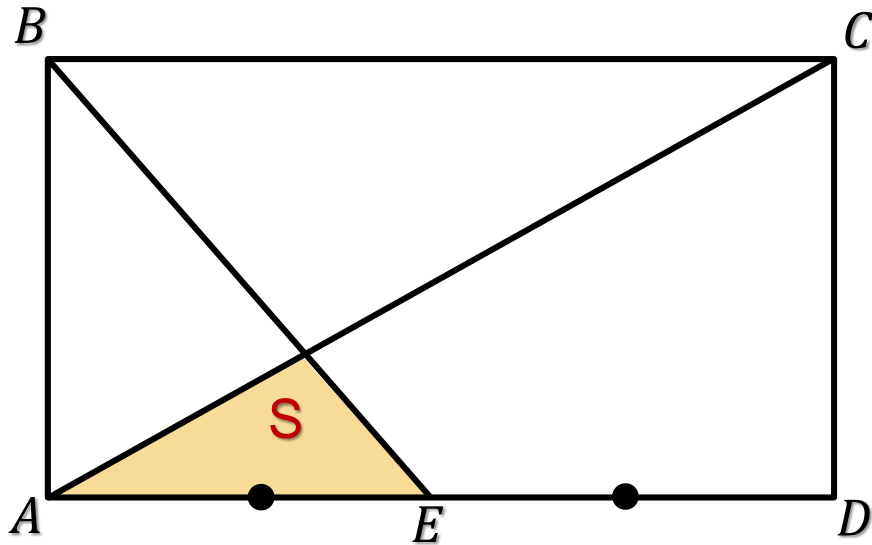
$$S = \frac{1}{4} \cdot A_{ABCD}$$

ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

□ EN REGIONES CUADRANGULARES

En el rectángulo: $ABCD$:

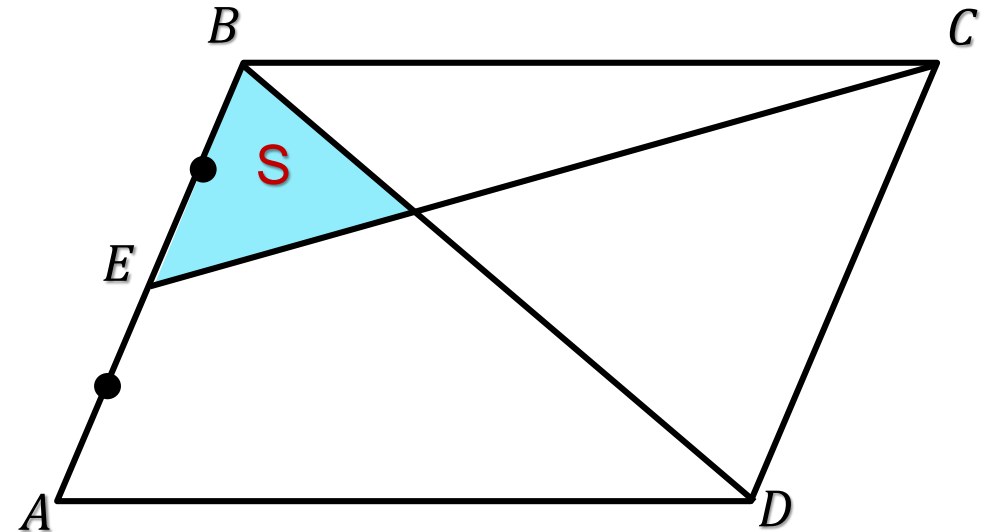
Si \overline{AC} : diagonal y \overline{BE} : Mediana, se cumple que:



$$S = \frac{1}{12} \cdot A_{ABCD}$$

En el paralelogramo: $ABCD$

Si \overline{BD} : diagonal y \overline{CE} : Mediana, se cumple que:

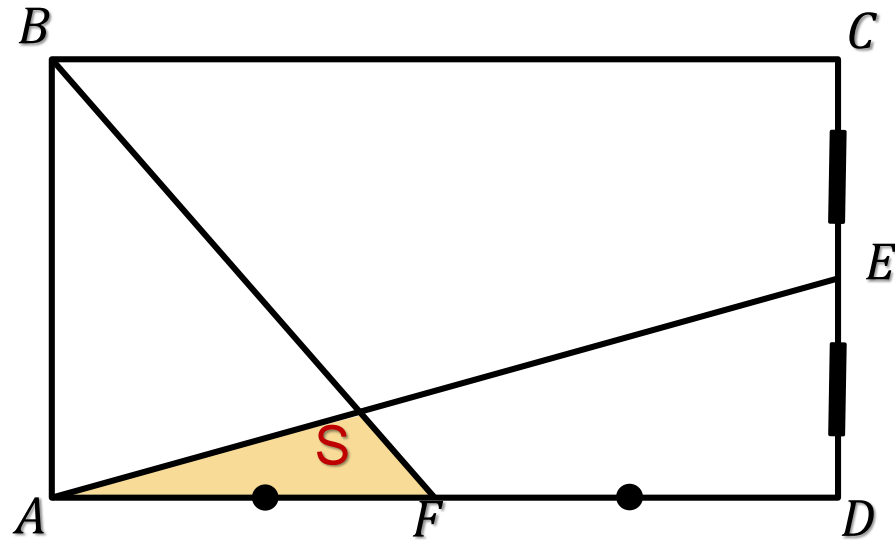


ÁREAS DE REGIONES SOMBRADAS

□ EN REGIONES CUADRANGULARES

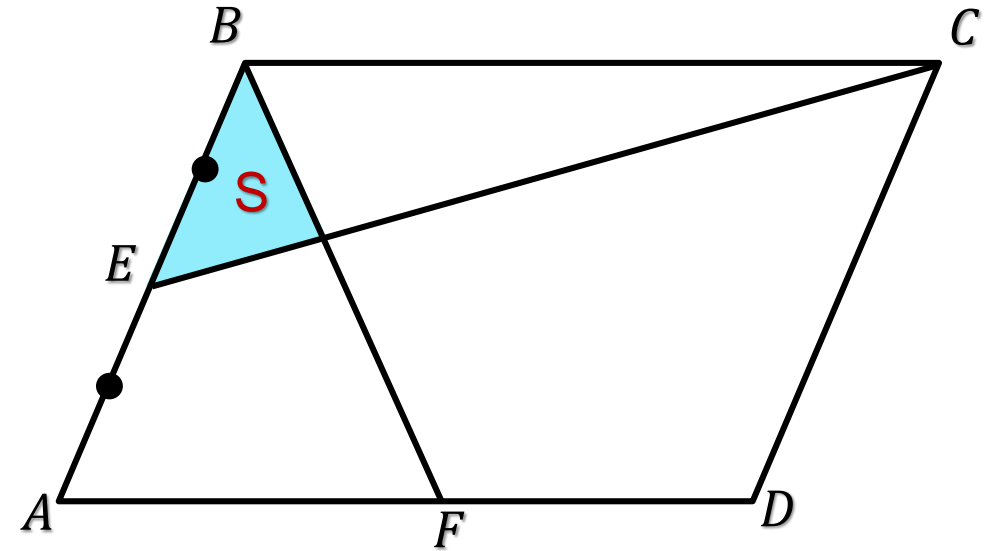
En el rectángulo: $ABCD$:

Si \overline{AE} y \overline{BF} son medianas, se cumple que:



En el paralelogramo: $ABCD$:

Si \overline{CE} y \overline{BF} son medianas, se cumple que:

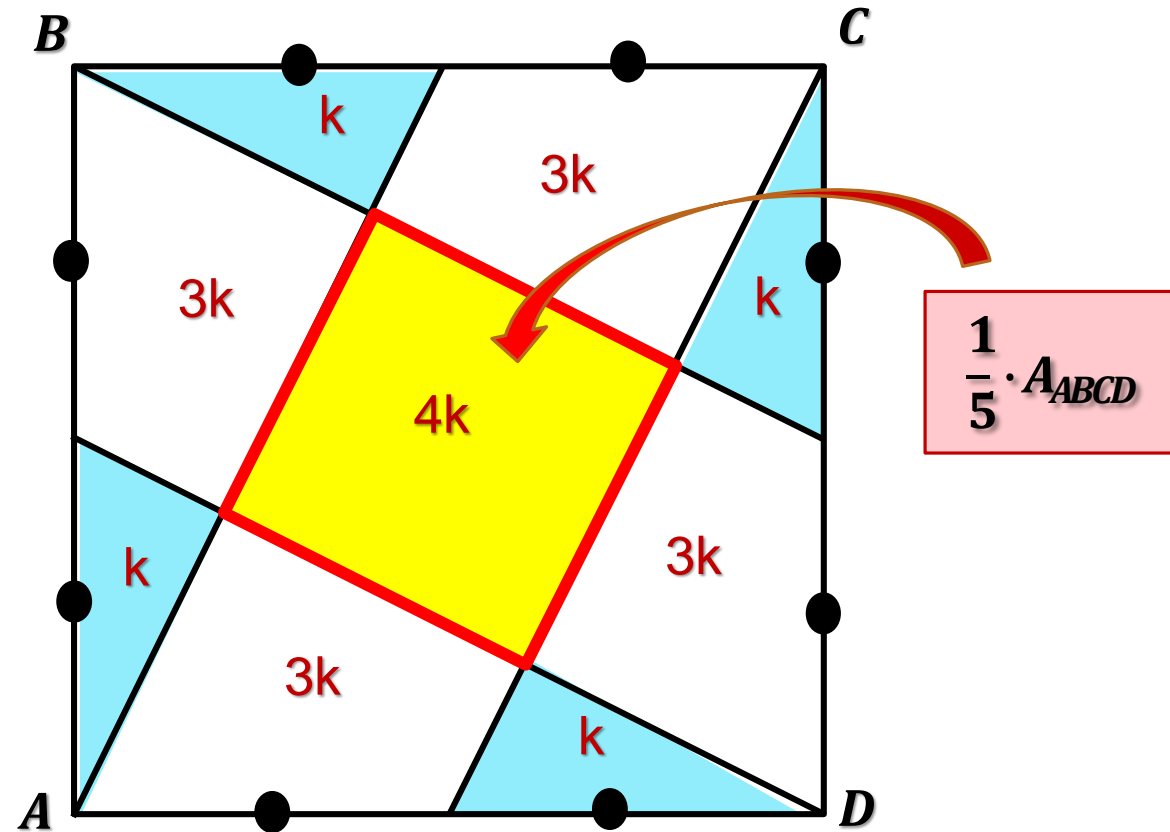


$$S = \frac{1}{20} \cdot A_{ABCD}$$

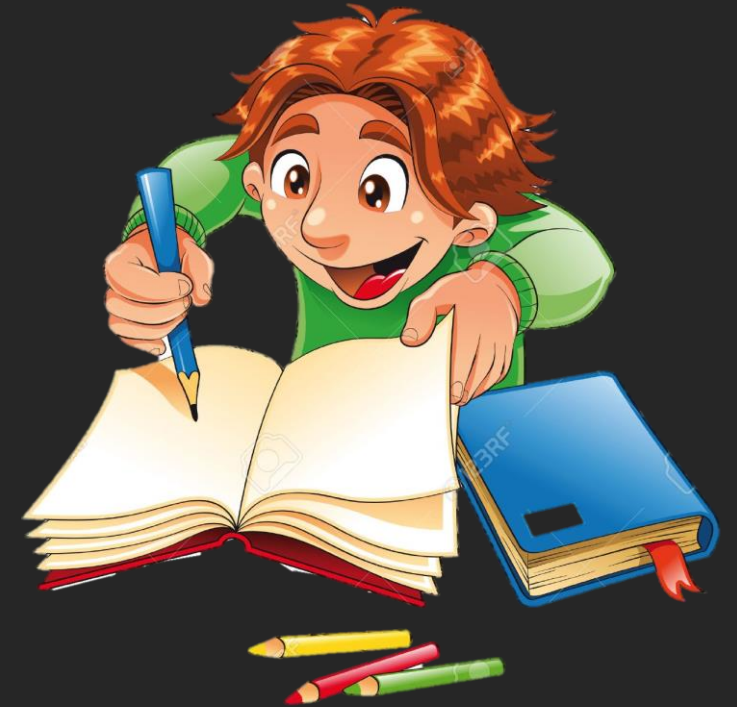
ÁREAS DE REGIONES SOMBRADAS

❑ EN REGIONES CUADRANGULARES

Sea el área de la región cuadrangular ABCD: $20k$



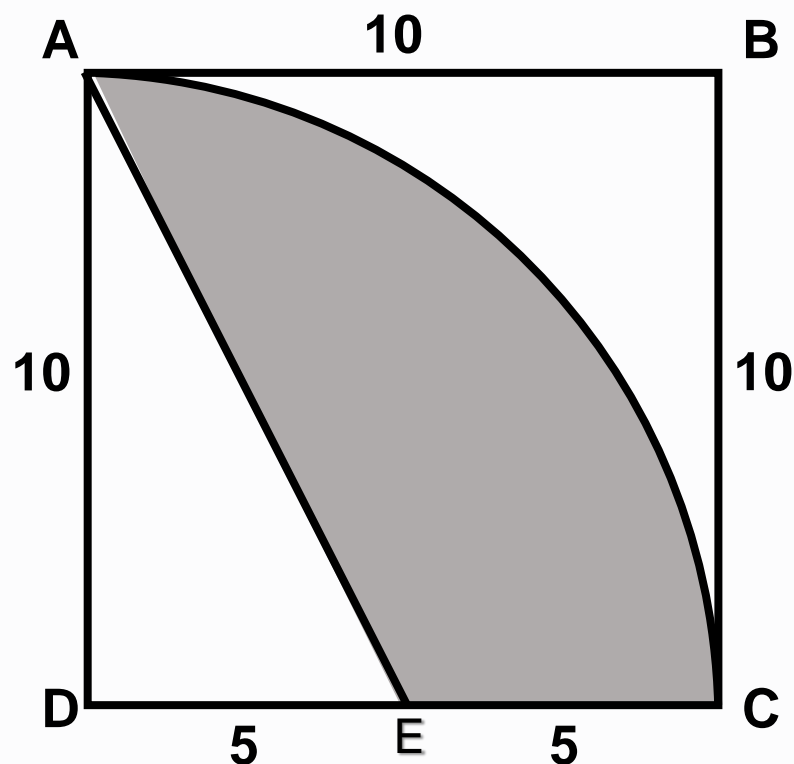
RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA





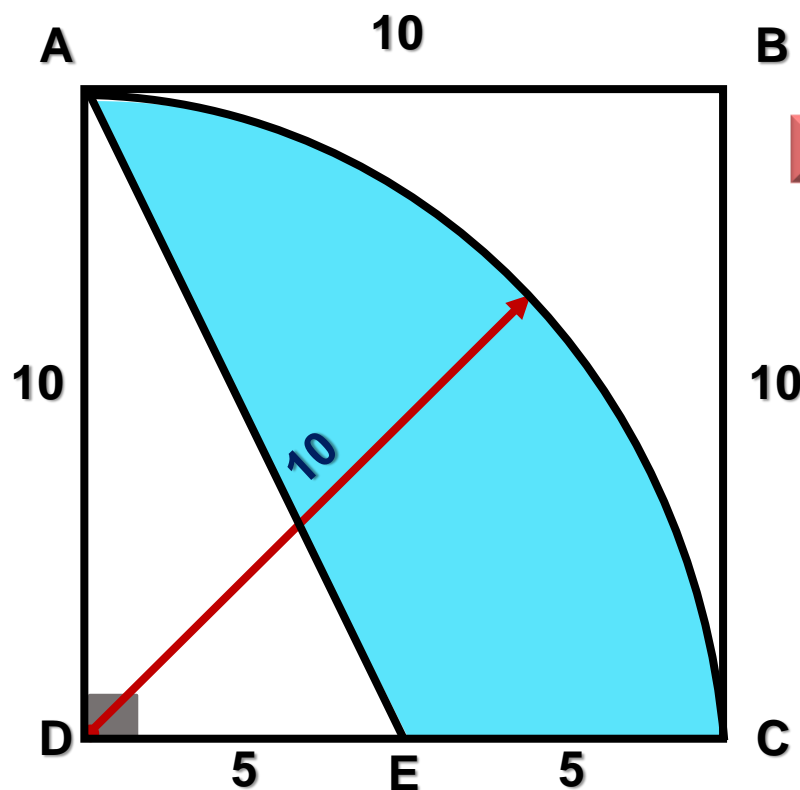
PROBLEMA 1.

Calcule el área de la región sombreada si ABD es un cuadrante.



Resolución:

Analizando la el grafico



∴ Área sombreada es $25(\pi - 1)$



$$A_{R.Somb.} = A_{R.ACD} - A_{R.\triangle AED}$$

$$A_{R.Somb.} = \frac{\pi(10)^2}{4} - \frac{5(10)}{2}$$

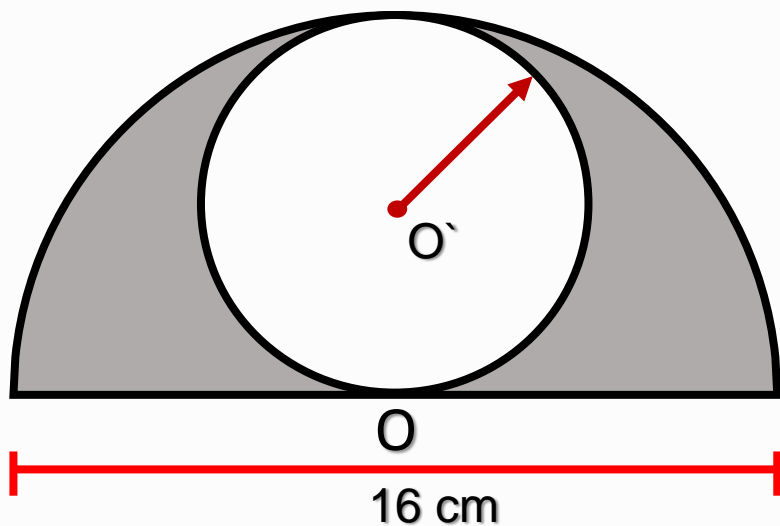
$$A_{R.Somb.} = 25\pi - 25$$

Respuesta: $25(\pi - 1)$



PROBLEMA 2.

Calcule el área sombreada si O y O' son centros.



Resolución:

Analizando la el grafico

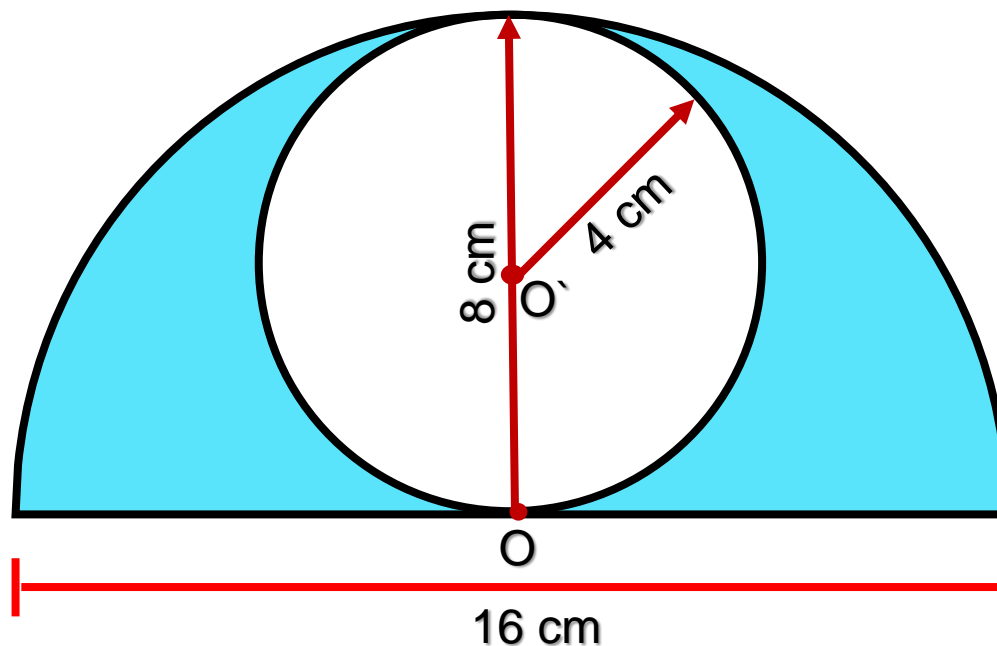


$$A_{R.Som.} = A_{R\Delta} - A_{R\odot}$$

$$= \frac{\pi(8)^2}{2} - \pi(4)^2$$

$$= 32\pi - 16\pi$$

$$A_{R.Somb.} = 16\pi$$



∴ Área sombreada es 16π

Respuesta: 16π

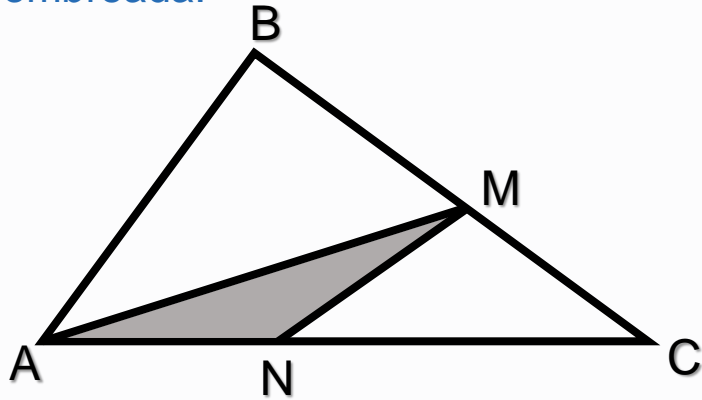


PROBLEMA 3.

En un examen el profesor Renan propuso el siguiente problema: En la figura

$$BM = \frac{3MC}{5} \text{ Y } AN = \frac{2NC}{5}$$

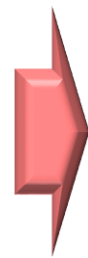
además; el área del triángulo ABC es 560 m^2 . Calcule el área de la región sombreada.



Si Hernán, el alumno más sobresaliente del salón; fue el único que pudo resolver el problema correctamente. ¿Qué respuesta halló Hernán?

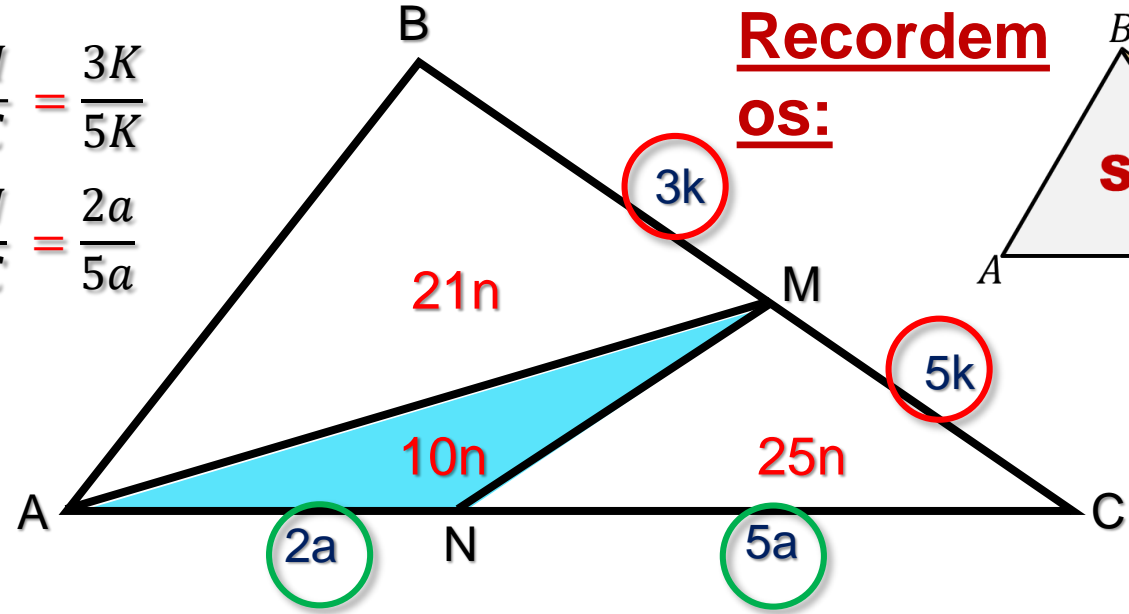
Resolución:

Analizando la el grafico



$$\frac{BM}{MC} = \frac{3K}{5K}$$

$$\frac{AN}{NC} = \frac{2a}{5a}$$



$$A_{R\Delta ABC} = 560m^2$$

$$56n = 560m^2$$

$$n = 10m^2$$

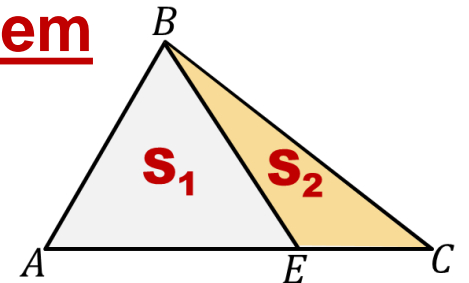
∴ Área sombreada es $100m^2$



$$10n = 100m^2$$

Recordem

os:

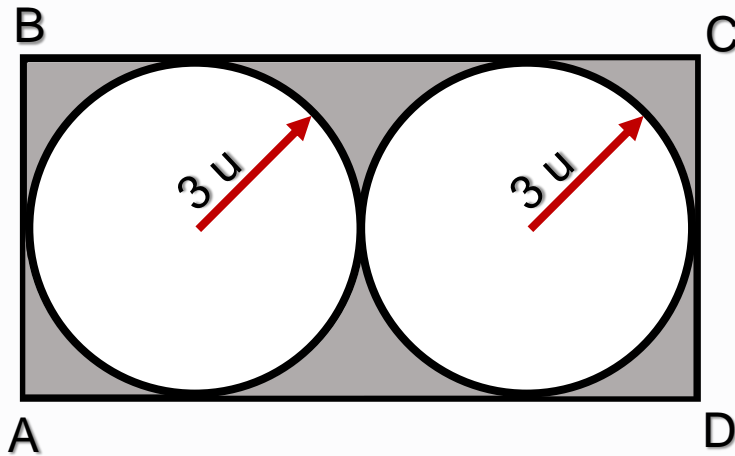


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AE}{EC}$$

Respuesta: $100m^2$

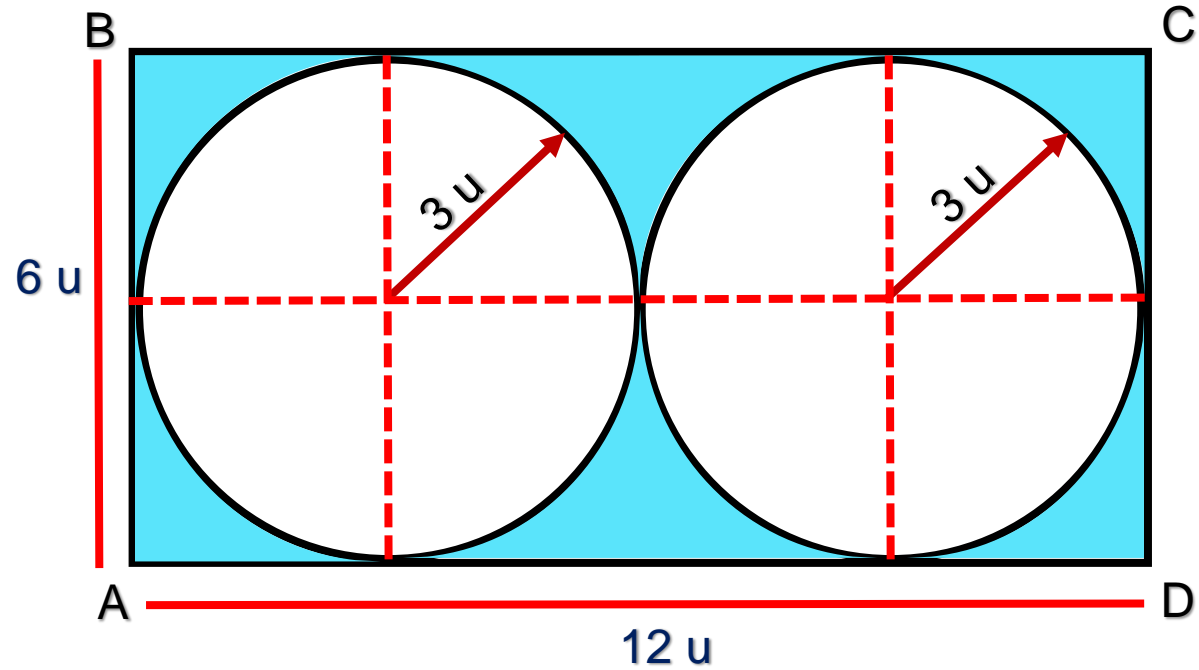
PROBLEMA 4.

Calcule el área de la región sombreada si ABCD es un rectángulo.



Resolución:

Analizando la el grafico



$$\Rightarrow A_{R.Somb.} = A_{R.\square ABCD} - 2(A_{R.\odot}) = 12 \times 6 - 2(\pi(3)^2)$$

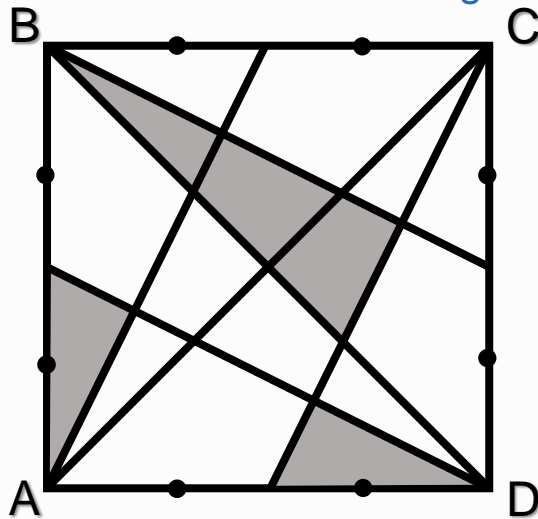
\therefore Área sombreada es $18(4-\pi) u^2$

Respuesta: $18(4-\pi) u^2$



PROBLEMA 5.

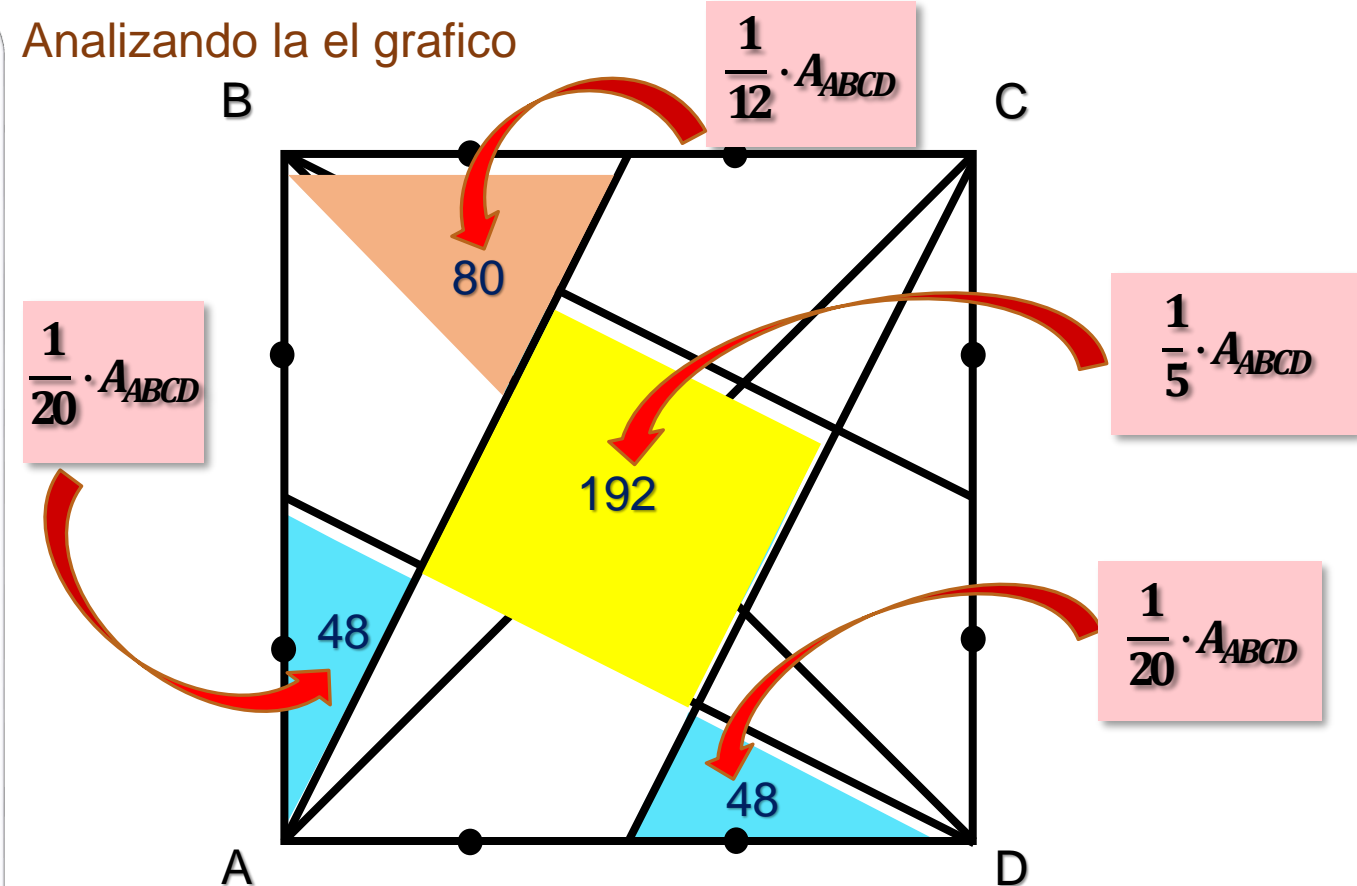
Un estudiante está desarrollando su tarea semanal. De repente se encuentra con este problema: Si el área de la región cuadrada ABCD es 960 m^2 , calcule el área de la región sombreada. Calcule el área de la región sombreada si ABCD es un rectángulo.



Se acuerda que ya lo había desarrollado en el ciclo verano con su profesor. Si después de unos minutos pudo recordar y resolverlo correctamente, ¿qué respuesta halló el estudiante?

Resolución:

Analizando la el grafico



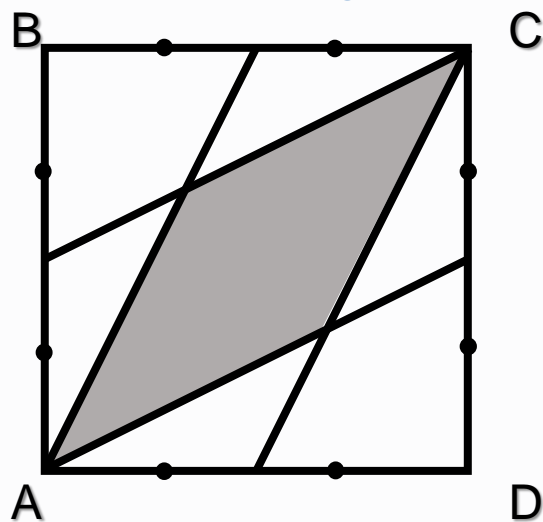
$$A_{R.Somb.} = 48 + 48 + 48 + 48 + 32 = 224 \text{ m}^2$$

∴ Área sombreada es 224 m^2

Respuesta: 224 m^2

PROBLEMA 6.

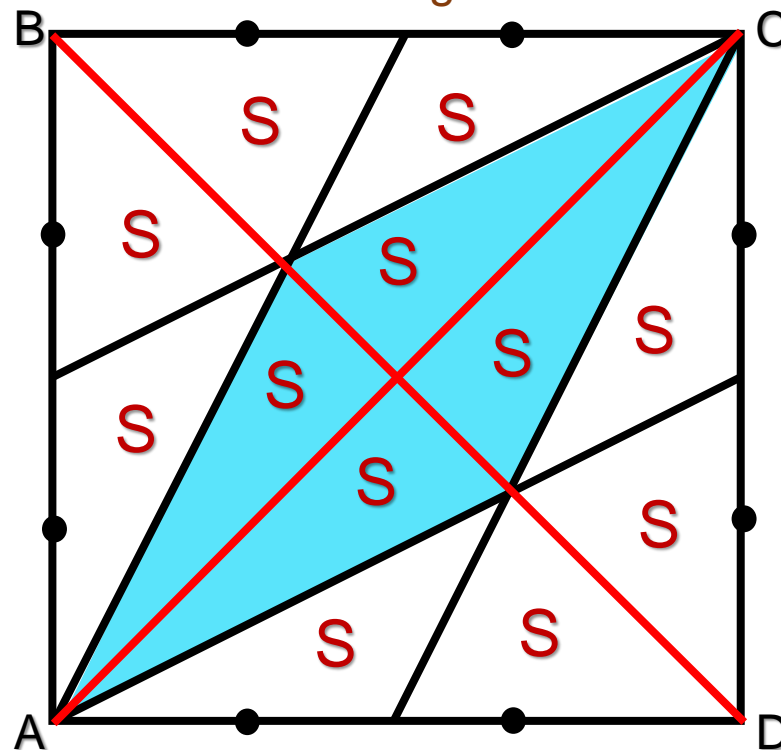
Roxana y Ximena están dando una práctica calificada, pero las dos tienen mucha dificultad en el siguiente problema: Si $ABCD$ es un cuadrado de 24 m^2 , calcule el área de la región sombreada.



Después de entregar su examen las dos comparan sus resoluciones y se dan cuenta que están mal. Al preguntar al profesor por la respuesta Roxana se da cuenta que su respuesta se paso por 8 m^2 y que a Ximena le faltaron 2 m^2 para llegar a la respuesta correcta. Dé como respuesta la suma de las soluciones de Ximena y Roxana.

Resolución:

Analizando la el grafico



$$\text{Área}_{\square ABCD} = 24$$

$$12 S = 24$$

$$S = 2$$

$$\text{Área}_{\text{somb.}} = 4S$$

$$\text{Área}_{\text{somb.}} = 4(2)$$

$$\text{Área}_{\text{somb.}} = 8 \text{ m}^2$$

$$\text{Respuesta de Roxana} = 16 \text{ m}^2$$

$$\text{Respuesta de Ximena} = 6 \text{ m}^2$$

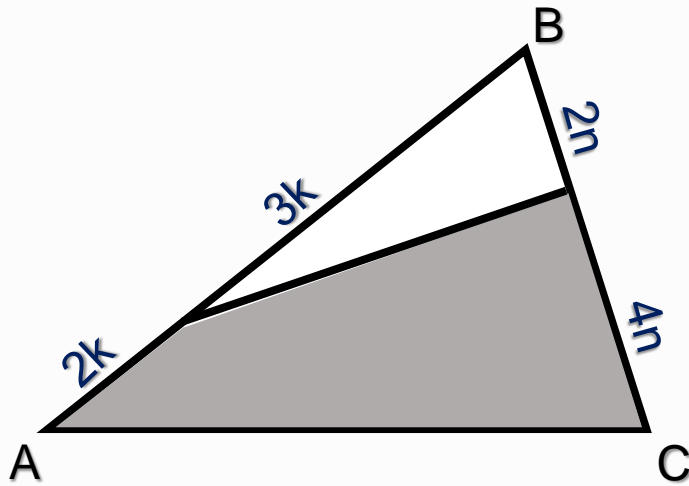
$$\therefore \text{ la suma de respuestas es } 22 \text{ m}^2$$

$$\text{Respuesta: } 22 \text{ m}^2$$



PROBLEMA 7.

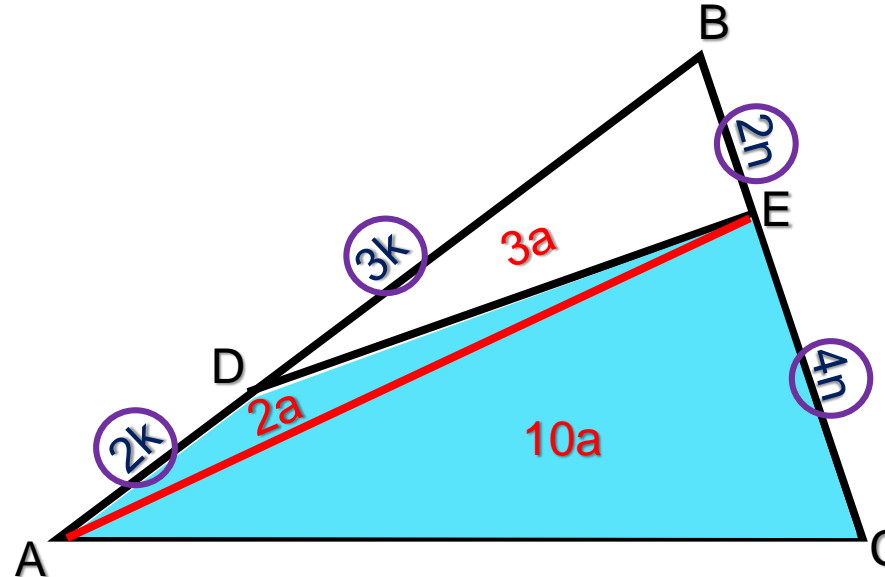
Alberto al estar desarrollando su tarea semanal, encuentra mucha dificultad en este problema: Si el triángulo ABC tiene 105m^2 de área, calcule el área de la región sombreada.



Si Alberto al momento de operar se equivocó y halló una respuesta que se pasó por 18 m^2 .
¿Qué respuesta halló?

Resolución:

Analizando la el grafico



$$A_{R.Somb.} = 12a$$

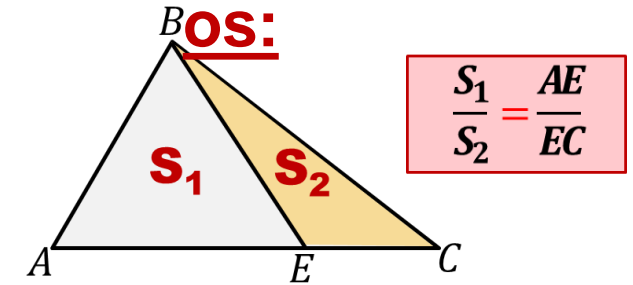
$$A_{R.Somb.} = 12(7)$$

$$A_{R.Somb.} = 84\text{m}^2$$

∴ La respuesta de Alberto fue de 102m^2

Recordem

OS:



$$A_{R\Delta ABC} = 105\text{m}^2$$

$$15a = 105$$

$$a = 7$$

Respuesta: 102m^2