

ALGEBRA

Chapter 9

2th
SECONDARY

PRODUCTOS NOTABLES II

SESSION II



 **SACO OLIVEROS**



¿Puedes calcular el resultado del siguiente ejercicio en menos de un minuto?

Sabiendo que $x^2 + 5x = 1$, calcule el valor de E .

$$E = \sqrt{(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1}$$

Rpta: 6

PRODUCTOS NOTABLES II

I. IDENTIDAD DE STEVIN:

$$(x + a)(x + b) \equiv x^2 + (a + b)x + ab$$

Ejemplos:

$$\triangleright (x + 2)(x + 7) = x^2 + 9x + 14$$

$$\triangleright (n - 8)(n + 2) = n^2 - 6n - 16$$

$$\triangleright (p + 3)(p - 5) = p^2 - 2p - 15$$

$$\triangleright (a - 7)(a - 9) = a^2 - 16a + 63$$

II. BINOMIO AL CUBO:

$$(a + b)^3 \equiv a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 \equiv a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ejemplos:

$$\blacktriangleright (m + 2)^3 = (m)^3 + 3(m)^2(2) + 3(m)(2)^2 + (2)^3$$

$$= m^3 + 6m^2 + 12m + 8$$

$$\blacktriangleright (x - 4)^3 = (x)^3 - 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 - (4)^3$$

$$= x^3 - 12x^2 + 48x - 64$$

III. IDENTIDADES DE CAUCHY:

$$(a + b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

Ejemplo:

Si $a + b = 4$ y $ab = 1$, calcule $a^3 + b^3$

Resolución:

Reemplazando en: $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$$\begin{aligned} (4)^3 &= a^3 + b^3 + 3(1)(4) \\ 64 &= a^3 + b^3 + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore a^3 + b^3 = 52$$

IV. SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) \equiv a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) \equiv a^3 - b^3$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \blacktriangleright (y + 1)(y^2 - y + 1) &= y^3 + 1^3 \\ &= y^3 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright (n - 2)(n^2 + 2n + 4) &= n^3 - 2^3 \\ &= n^3 - 8 \end{aligned}$$

1 Indique el resultado de $M = (x + 7)(x + 2) - (x + 5)(x + 4)$

Resolución:

$$M = \underline{(x + 7)(x + 2)} - \underline{(x + 5)(x + 4)}$$

$$M = x^2 + 9x + 14 - (x^2 + 9x + 20)$$

$$M = \cancel{x^2} + \cancel{9x} + \underline{14} - \cancel{x^2} - \cancel{9x} - \underline{20}$$

$$\therefore M = -6$$

RECUERDA

IDENTIDAD DE STEVIN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

2 Simplifique $H = (x + 3)^2 - (x + 2)(x + 4)$

Resolución:

$$H = \underline{(x + 3)^2} - \underline{(x + 2)(x + 4)}$$

$$H = (x^2 + \underbrace{2(x)(3)}_{+6x} + \underbrace{3^2}_{+9}) - (x^2 + 6x + 8)$$

$$H = \cancel{x^2} + \cancel{6x} + \underline{9} - \cancel{x^2} - \cancel{6x} - \underline{8}$$

RECUERDA

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\therefore H = 1$$

3

Reduzca $A = (x + 3)(x - 2) + (x - 3)(x + 4) - 2(x^2 + x)$

RECUERDA*IDENTIDAD DE STEVIN*

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Resolución:

$$A = \underline{(x + 3)(x - 2)} + \underline{(x - 3)(x + 4)} - 2(x^2 + x)$$

$$A = \cancel{x^2} + \cancel{x} - \underline{6} + \cancel{x^2} + \cancel{x} - \underline{12} - \cancel{2x^2} - \cancel{2x}$$

$$\therefore A = -18$$

4

Si el total de estudiantes de tres aulas de 2° de secundaria de un colegio es el valor de F en el ejercicio: Si $x^2 + 4x = 12$, reduzca $F = (x + 3)(x + 1)(x + 5)(x - 1)$
¿Cuántos estudiantes tiene cada aula si fueron repartidos equitativamente?

Resolución:

$$F = (x + 3)(x + 1)(x + 5)(x - 1)$$

$$F = (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 5)$$

$$F = (12 + 3)(12 - 5)$$

$$F = (15)(7)$$

$$F = 105$$

RECUERDA

IDENTIDAD DE STEVIN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

N° de estudiantes por aula: $\frac{105}{3} = 35$

∴ Cada aula tiene 35 estudiantes

5 Si $a + b = 5$ y $ab = 1$, calcule $a^3 + b^3$

Resolución:

Reemplazando en: $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$$(5)^3 = a^3 + b^3 + 3(1)(5)$$

$$125 = a^3 + b^3 + 15$$

$$\therefore a^3 + b^3 = 110$$

RECUERDA

IDENTIDAD DE CAUCHY

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$



6

Indique el valor de $(\sqrt[3]{7} - 1)(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} + 1)$. Luego multiplique por 3, el resultado obtenido representa los minutos que falta para que termine la película que José y sus padres están viendo; si la película dura 1 hora con 45 min. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido desde que empezaron a ver la película?

Resolución:

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt[3]{7} - 1)(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} + 1) \\
 &= (\sqrt[3]{7} - 1)(\sqrt[3]{7^2} + \sqrt[3]{7} + 1) \\
 &= \sqrt[3]{7^3} - 1^3 \\
 &= 7 - 1 = 6
 \end{aligned}$$

RECUERDA

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

➔ $6(3) = 18 \text{ min.}$

∴ Ha transcurrido 87 minutos

7

Reduzca $(x + 2)(x^2 - 2x + \underline{4}) - (x - 2)(x^2 + 2x + \underline{4})$, luego la mitad del resultado equivale al precio de la entrada del cine Super Star. Si Pedro asiste al cine acompañado de sus 5 amigos y decide pagar las entradas así como los pop corn que cuesta 4 soles cada uno. ¿Cuánto recibirá de vuelto Pedro si paga con un billete de 100 soles?

RECUERDA

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Resolución:

$$\underline{(x + 2)(x^2 - 2x + 2^2)} - \underline{(x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)}$$

$$(x^3 + 2^3) - (x^3 - 2^3)$$

$$(x^3 + 8) - (x^3 - 8)$$

$$\cancel{x^3} + 8 - \cancel{x^3} + 8 = 16$$

➡ Costo de entrada = $16/2 = 8$ soles

Costo de pop corn = 4 soles

\therefore Recibira de vuelto 28 soles