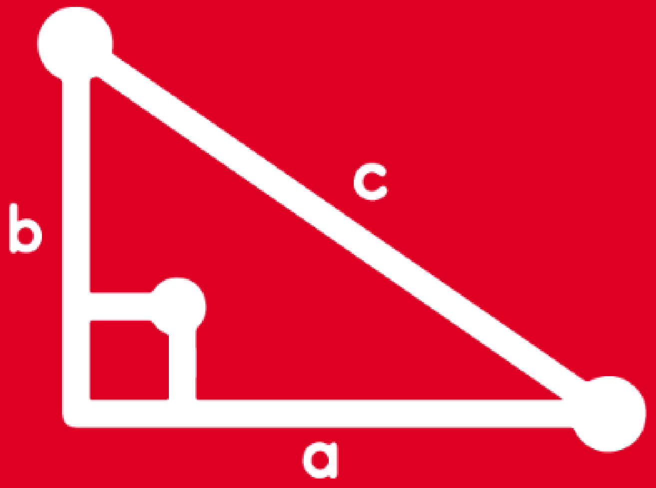
TRIGONOMETRY

Chapter 06



1st
SECONDARY

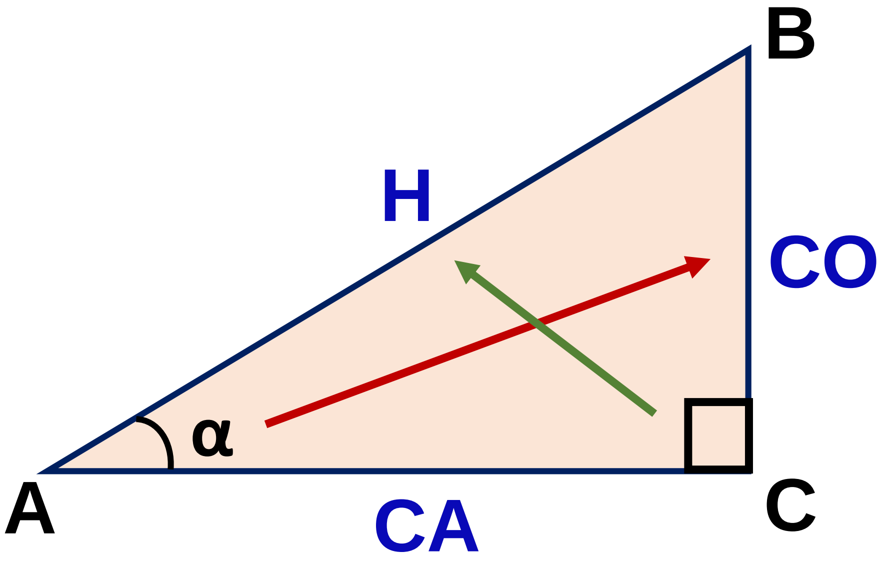
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO III

SACO OLIVEROS


Aunque
LA VIDA
NO RESULTE
SER LA FIESTA
Que esperabas
NUNCA DEJES
de
BAILAR

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

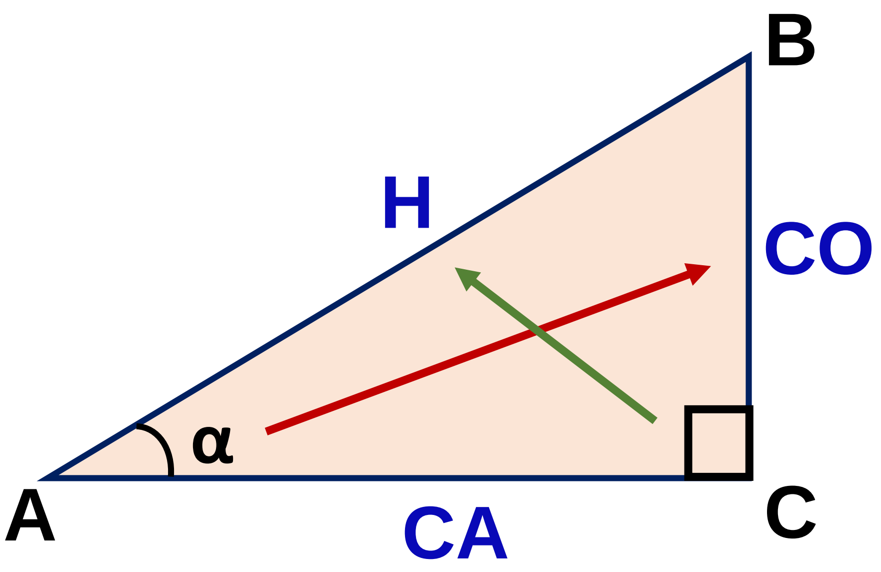
Razones trigonométricas, son los cocientes entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, respecto de uno de sus ángulos interiores agudos.



$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{Cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{CO}{H}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Cateto adyacente al } \measuredangle\alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{CA}{H}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}{\text{Cateto adyacente al } \measuredangle\alpha} = \frac{CO}{CA}$$



$$\cot\alpha = \frac{\text{Cateto adyacente al } \sphericalangle\alpha}{\text{Cateto opuesto al } \sphericalangle\alpha} = \frac{CA}{CO}$$

$$\sec\alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente al } \sphericalangle\alpha} = \frac{H}{CA}$$

$$\csc\alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto al } \sphericalangle\alpha} = \frac{H}{CO}$$

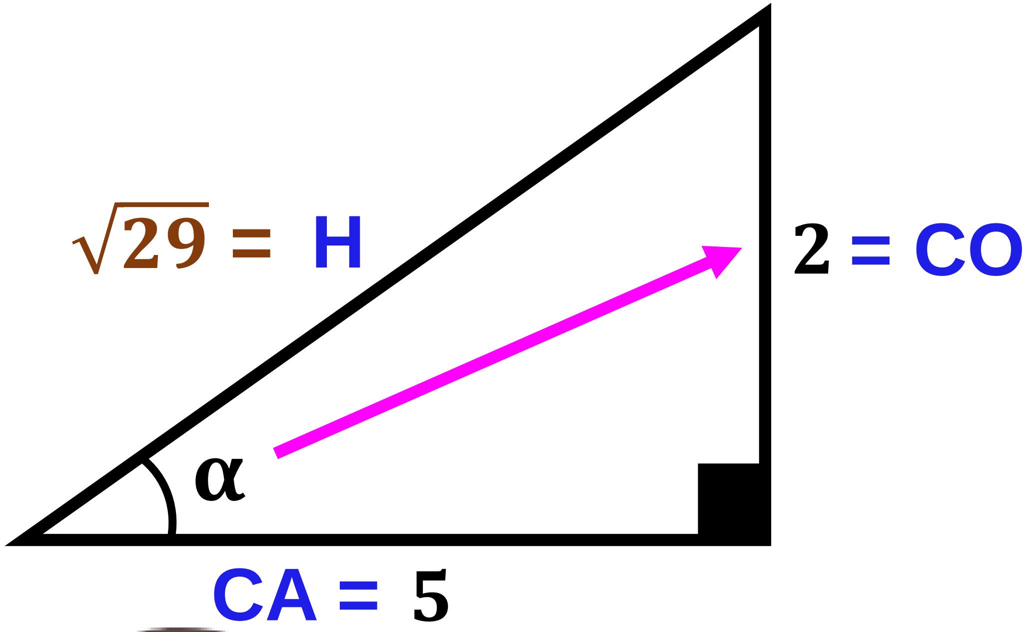
MÉTODO NEMOTÉCNICO : " COCA COCA HELADA HELADA "

$\text{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$

HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, efectúe :

$$P = \sqrt{29}\,\text{sen}\alpha + 3$$



Recordar :

$$\boxed{\text{sen}\alpha = \frac{CO}{H}}$$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(H)^2 = (5)^2 + (2)^2$$

$$(H)^2 = 25 + 4$$

$$(H)^2 = 29 \Rightarrow H = \sqrt{29}$$

Calculamos $P = \sqrt{29}\,\text{sen}\alpha + 3$

$$M = \cancel{\sqrt{29}}\left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{29}}}\right) + 3$$

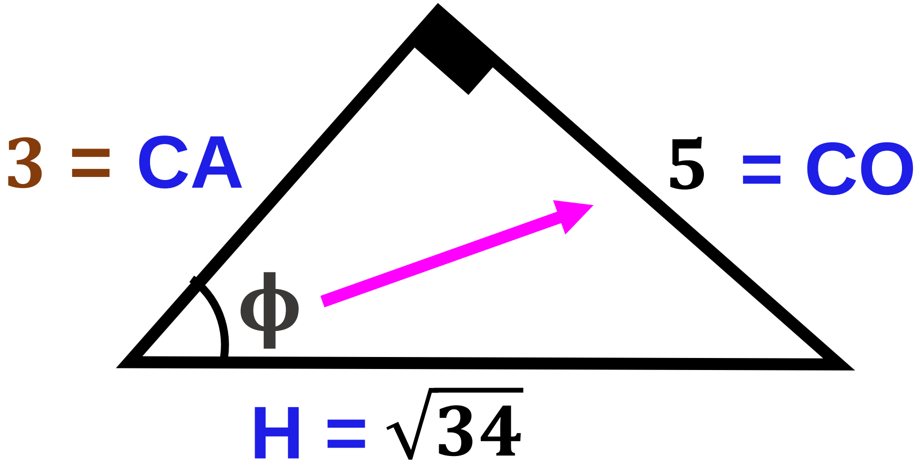
$$M = 2 + 3$$

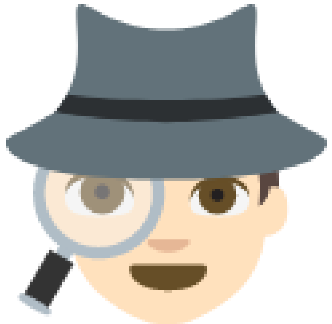
$$\therefore M = 5$$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico, efectúe :

$$Q = \sqrt{34}\,\sec\phi + \tan\phi$$





Recordar :

$$\sec\phi = \frac{H}{CA} \qquad \tan\phi = \frac{CO}{CA}$$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(CA)^2 + (5)^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2$$

$$(CA)^2 + 25 = 34$$

$$(CA)^2 = 9 \Rightarrow CA = 3$$

Calculamos Q :

$$Q = \sqrt{34}\,\sec\phi + \tan\phi$$

$$Q = \sqrt{34}\left(\frac{\sqrt{34}}{3}\right) + \frac{5}{3}$$

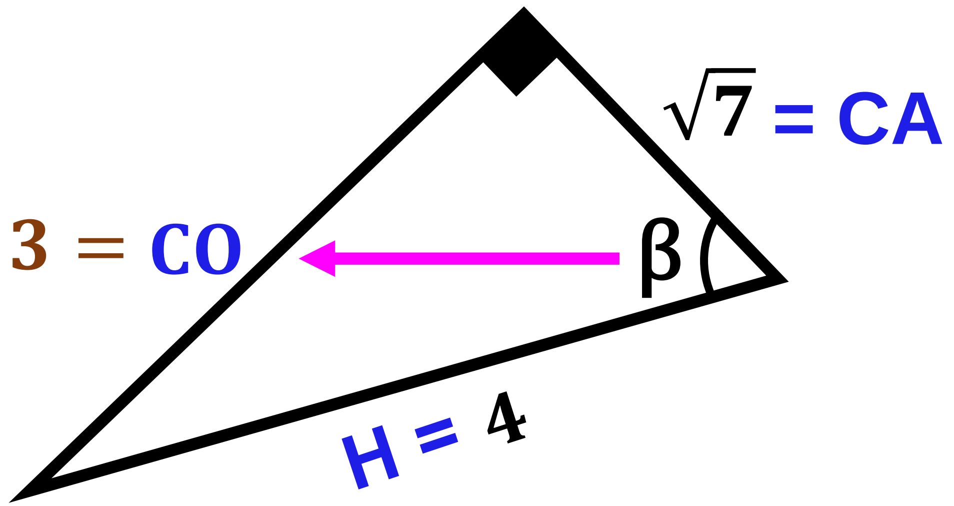
$$Q = \frac{34}{3} + \frac{5}{3}$$

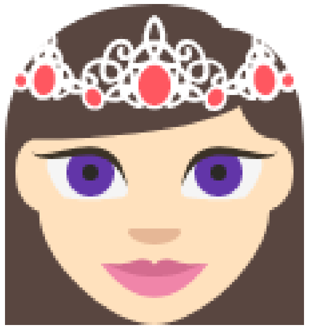
$$\boxed{\therefore Q = 13}$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, efectúe :

$$T = \csc^2\beta + \cot^2\beta$$





Recordar :

$$\csc\alpha = \frac{H}{CO} \qquad \cot\alpha = \frac{CA}{CO}$$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(CO)^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2 = (4)^2$$

$$(CO)^2 + 7 = 16$$

$$(CO)^2 = 9 \Rightarrow CO = 3$$

Calculamos T :

$$T = \csc^2\beta + \cot^2\beta$$

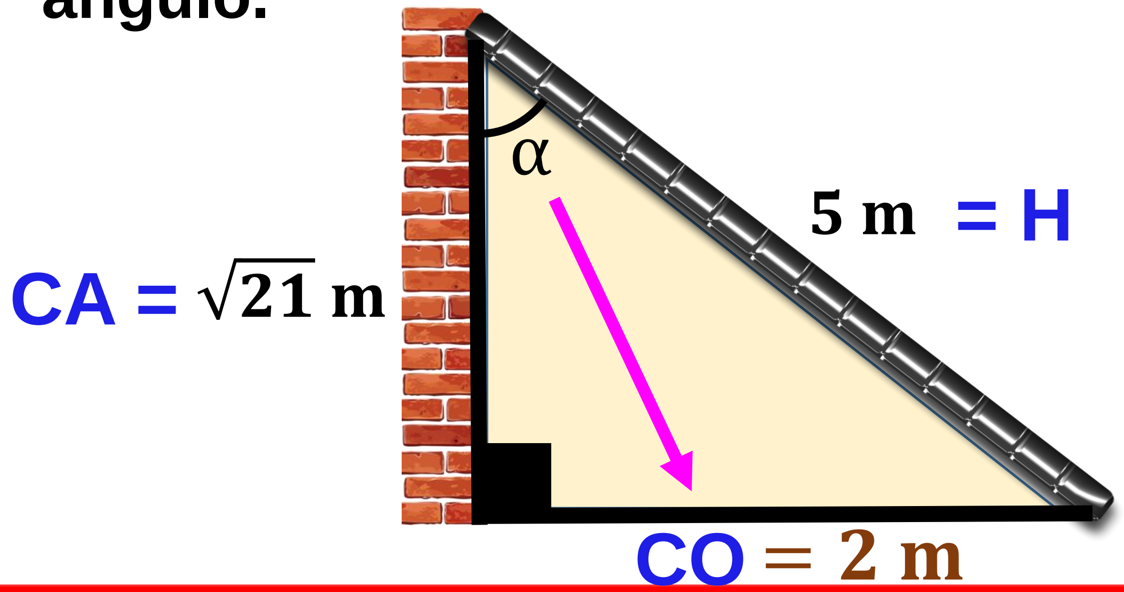
$$T = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2$$

$$T = \frac{16}{9} + \frac{7}{9}$$

$$\boxed{\therefore\ T = \frac{23}{9}}$$

HELICO PRACTICE 4

Una barra metálica descansa sobre una pared (observe el gráfico), formándose un ángulo α entre la barra metálica y la pared. - Sabiendo que la longitud de la barra metálica es de 5 m y la altura de la pared mide $\sqrt{21}$ m ; calcule el producto de la cotangente y la secante de dicho ángulo.



RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(CO)^2 + \left(\sqrt{21}\right)^2 = (5)^2$$

$$(CO)^2 + 21 = 25$$

$$(CO)^2 = 4 \Rightarrow CO = 2$$

Calculamos Q :

$$Q = \cot\alpha \cdot \sec\alpha$$

$$\cot\alpha = \frac{CA}{CO}$$

$$\sec\alpha = \frac{H}{CA}$$

$$Q = \left(\frac{\cancel{\sqrt{21}}}{2}\right)\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{21}}}\right)$$

$$\therefore Q = \frac{5}{2}$$

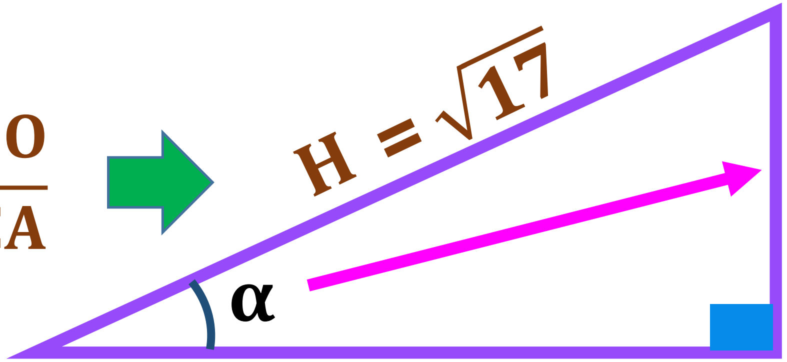
HELICO PRACTICE 5

Si $\tan\alpha = \frac{1}{4}$, siendo α un ángulo agudo, efectúe $P = \sqrt{17}\cos\alpha$.

RESOLUCIÓN

Dato :

$$\tan\alpha = \frac{1}{4} = \frac{CO}{CA}$$



Recordar :

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA} \qquad \cos\alpha = \frac{CA}{H}$$

Teorema de Pitágoras :

$$(H)^2 = (4)^2 + (1)^2$$

$$(H)^2 = 16 + 1$$

$$(H)^2 = 17 \Rightarrow H = \sqrt{17}$$

Calculamos $P = \sqrt{17}\cos\alpha$:

$$P = \cancel{\sqrt{17}}\left(\frac{4}{\cancel{\sqrt{17}}}\right)$$

$$\therefore\ P = 4$$

HELICO PRACTICE 6

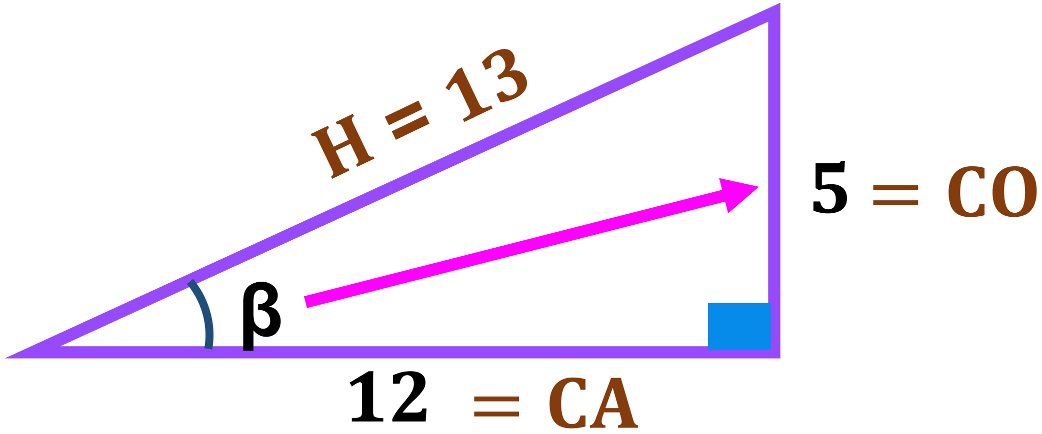
El profesor Gerald plantea el siguiente ejercicio para determinar al delegado del aula : Encuentre el triángulo rectángulo en el que uno de sus catetos es el menor número par de dos cifras significativas y el otro cateto es el primer número impar mayor que tres; luego determine Q = senβ · cscβ ; si se sabe que β es el menor ángulo interior de dicho triángulo rectángulo.

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{CO}{H}$$

$$\csc\beta = \frac{H}{CO}$$



Teorema de Pitágoras :

$$(H)^2 = (5)^2 + (12)^2$$

$$(H)^2 = 25 + 144$$

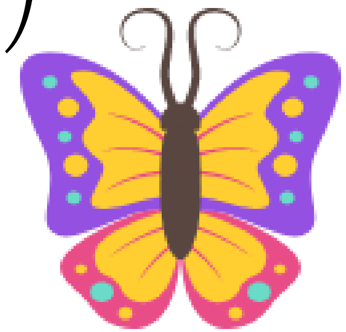
$$(H)^2 = 169 \Rightarrow H = 13$$

Calculamos Q :

$$Q = \operatorname{sen}\beta \cdot \csc\beta$$

$$Q = \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{13}{5}\right)$$

$$\therefore Q = 1$$



HELICO PRACTICE 7

Tres matemáticos están dibujando triángulos, pero solo uno de ellos tiene una regla, motivo por el cual, Raúl (dueño de la regla), decidió partirla en tres pedazos para repartirlos entre ellos; pero lo hizo de un modo en el que cada uno obtuvo un lado diferente de un mismo triángulo rectángulo.

Si sus amigos tienen 9 cm y 12 cm de la regla, calcule Q = senϕ + cscϕ ; si se sabe que ϕ no es ni el mayor ni el menor ángulo interior de dicho triángulo.

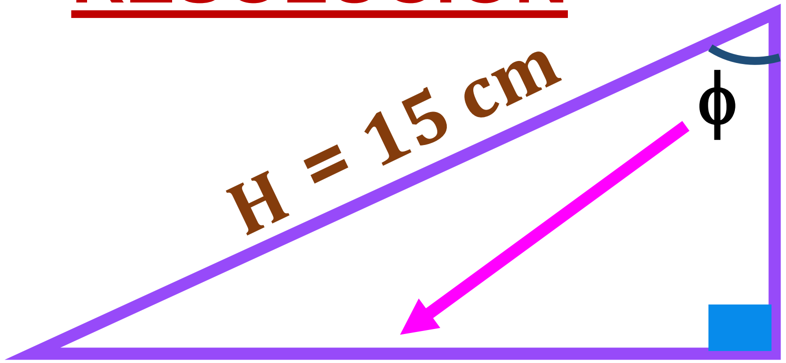
Nota : Raúl tiene el pedazo de regla de mayor tamaño.

RESOLUCIÓN

Recordar :

$$\text{sen}\phi = \frac{CO}{H}$$

$$\csc\phi = \frac{H}{CO}$$



Teorema de Pitágoras :

$$(H)^2 = (9)^2 + (12)^2$$

$$(H)^2 = 81 + 144$$

$$(H)^2 = 225 \Rightarrow H = 15$$

Calculamos Q :

$$Q = \text{sen}\phi + \csc\phi$$

$$Q = \frac{12}{15} + \frac{15}{12}$$

$$Q = \frac{4}{5} + \frac{5}{4}$$

$$\therefore Q = \frac{41}{20}$$

SACO OLIVEROS