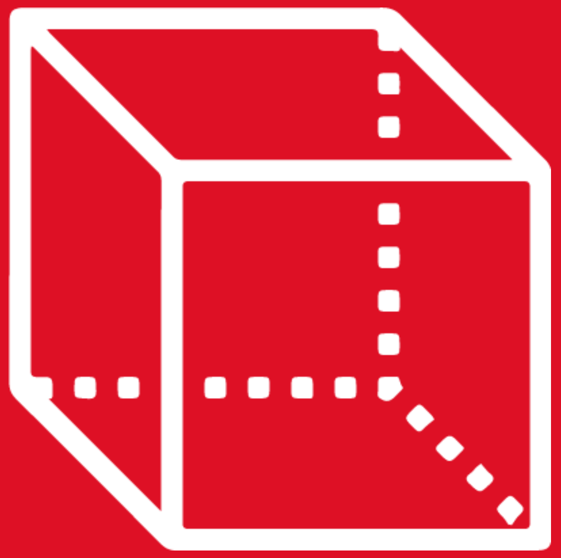
GEOMETRÍA

Capítulo 22

Ses I

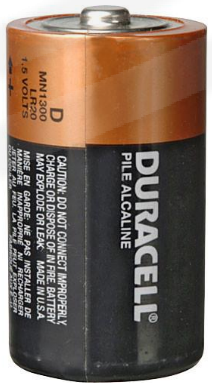


3th

SECONDARY

PRISMA Y CILINDRO

Muchos objetos que conocemos tienen forma de prismas y cilindros, de allí la importancia de conocer sus propiedades que presentan así como las fórmulas para calcular las áreas de las superficies lateral y total como la del volumen, con lo cual podremos encontrar luego sus aplicaciones prácticas en la vida diaria.



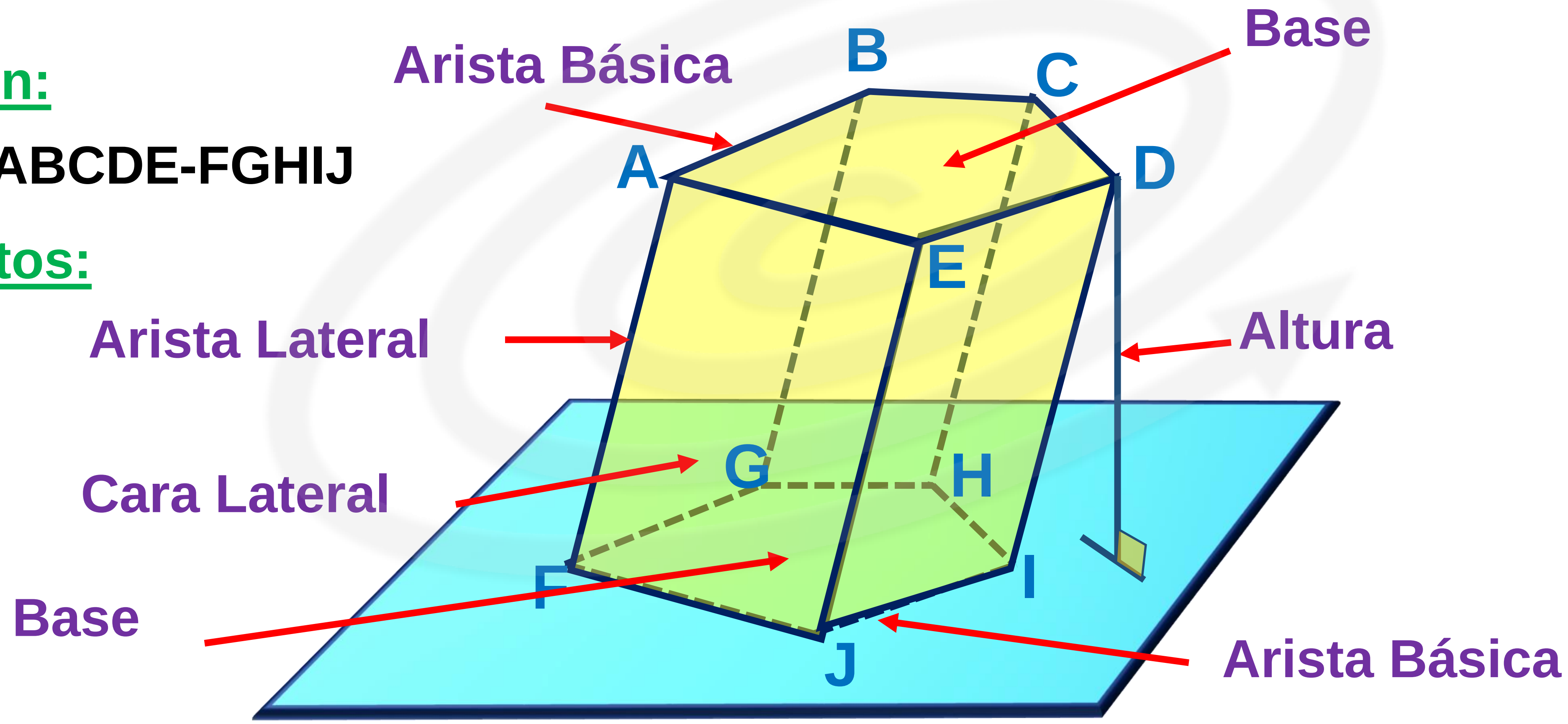
PRISMA

Un prisma es un poliedro en el cual, dos de sus caras son regiones poligonales congruentes y paralelas denominadas bases y el resto de caras son regiones paralelográmicas denominadas caras laterales.

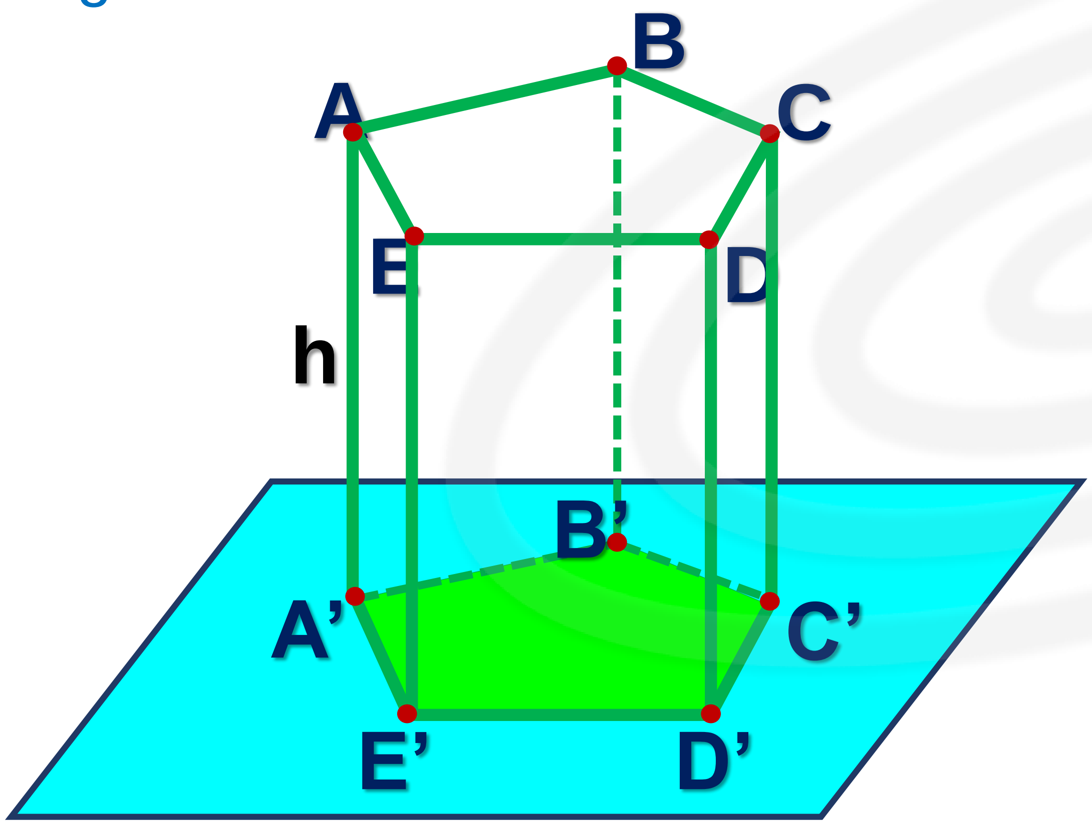
Notación:

Prisma ABCDE-FGHIJ

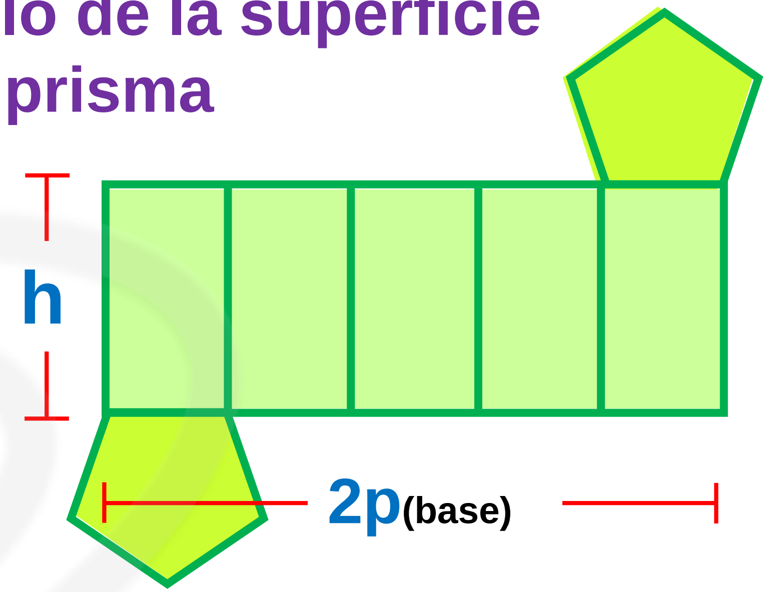
Elementos:



Prisma recto.- Es el prisma cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases y sus caras laterales son regiones rectangulares.



Desarrollo de la superficie total del prisma



1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2p_{(base)}.h$$

2. Área de la superficie total.

$$A_{ST} = A_{SL} + 2A_{(base)}$$

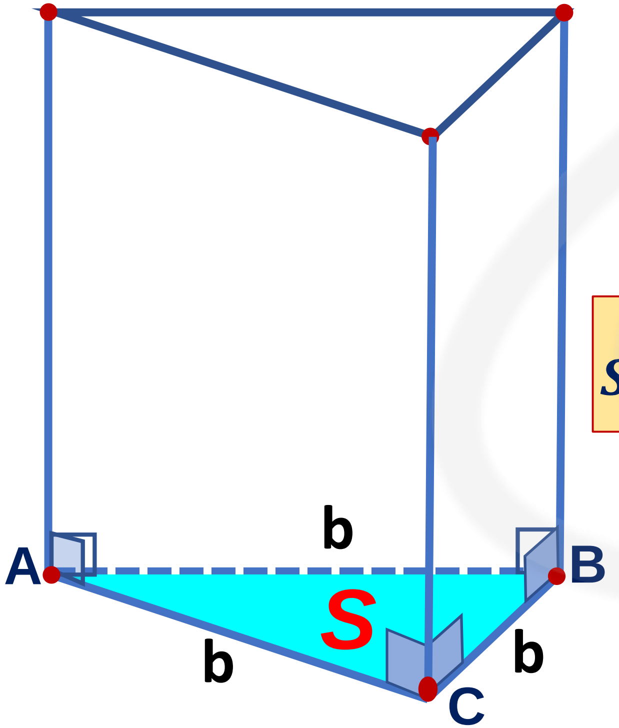
3. Volumen.

$$V = A_{(base)}.h$$

PRISMA REGULAR:

Es un prisma recto cuyas bases son regiones poligonales regulares.

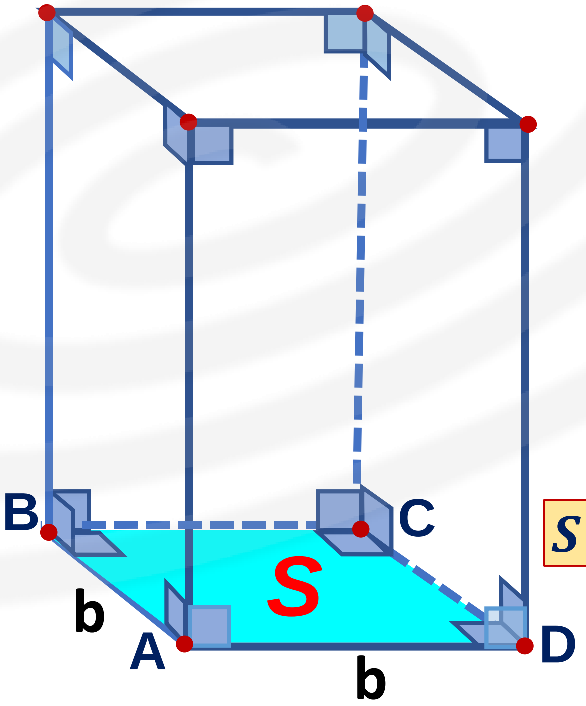
PRISMA TRIANGULAR REGULAR



$$S = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$$

ABC: triángulo equilátero

PRISMA CUADRANGULAR REGULAR

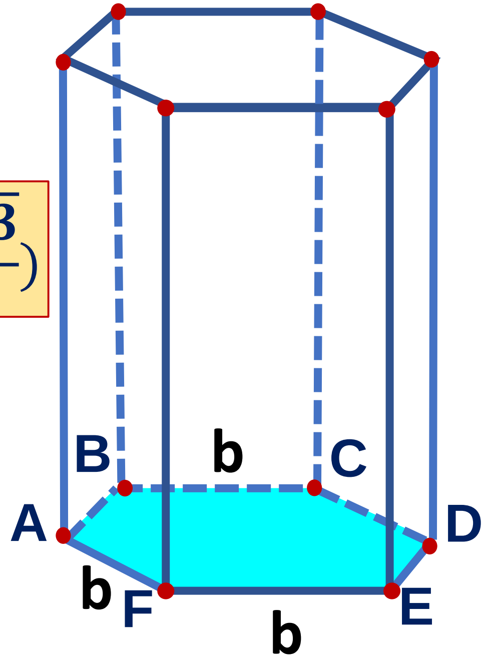


$$S = b^2$$

ABCD: cuadrado

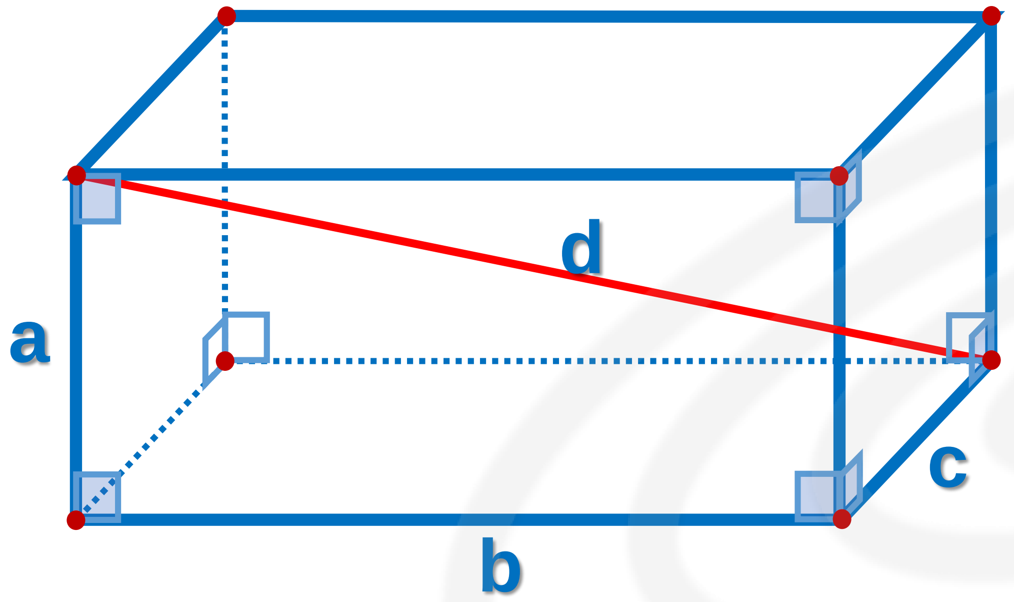
PRISMA HEXAGONAL REGULAR

$$S = 6\left(\frac{b^2\sqrt{3}}{4}\right)$$



ABCDEF: hexágono regular

PARALELEPÍPEDO RECTANGULAR, ORTOEDRO O RECTOEDRO

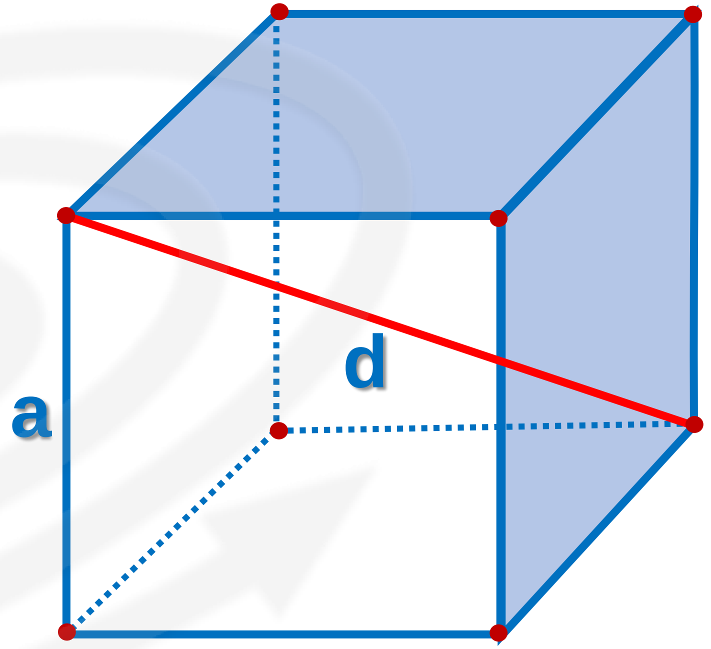


$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$V = a.b.c$

$A = 2(ab + bc + ac)$

HEXAEDRO REGULAR O CUBO



$d = a\sqrt{3}$

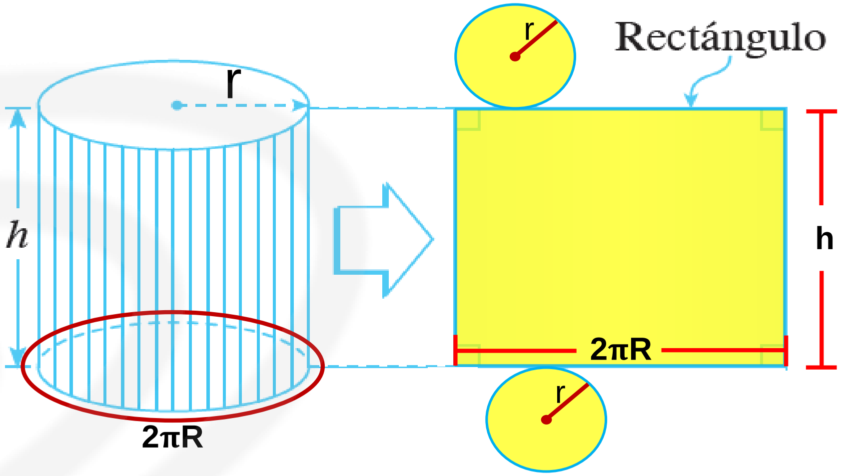
$V = a^3$

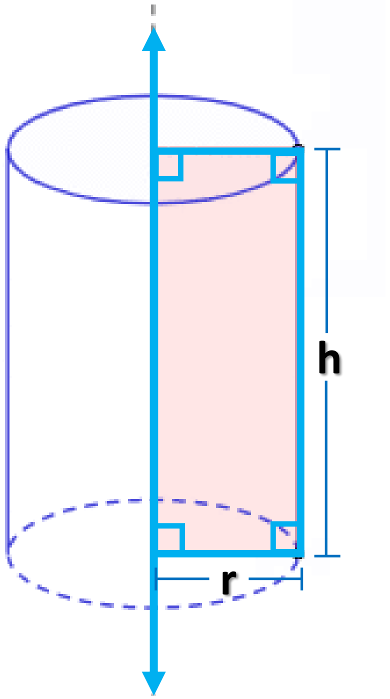
$A = 6a^2$

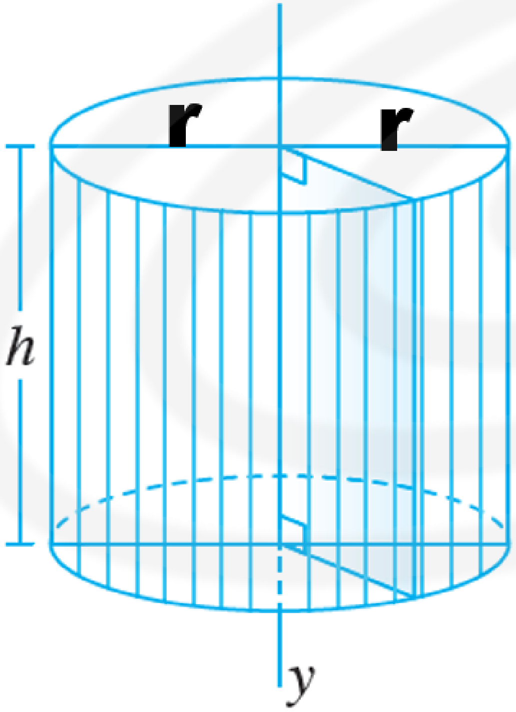
A: Área de la superficie Total.
V: Volumen del sólido.

CILINDRO CIRCULAR RECTO O DE REVOLUCIÓN

Se genera al girar una región rectangular una vuelta alrededor de un eje que contiene a un lado. Las bases son círculos y la altura mide igual que la generatriz.







1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2\pi Rh$$

2. Área de la superficie total.

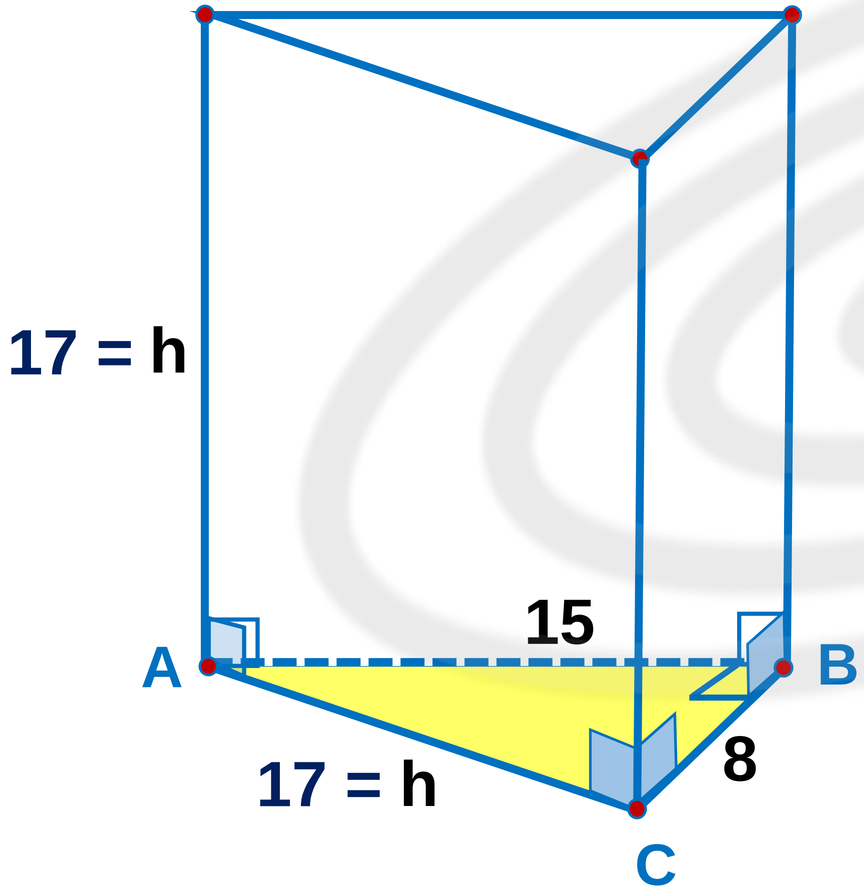
$$A_{ST} = A_{SL} + 2(\pi r^2)$$ $$A_{ST} = 2\pi R(h + R)$$

h : longitud de su altura

R : longitud del radio de la base

3. Volumen. $$V = \pi R^2 . h$$

1. Determine el área de la superficie lateral de un prisma recto triangular, cuya base está determinada por un triángulo rectángulo donde su cateto tienen una longitud de 8 cm y 15 cm, y la altura del prisma tiene la misma longitud de la hipotenusa de su base.



Resolución:

- Piden: A_{SL}

$$A_{SL} = (2p_{base})h$$

- ⊿ABC: T. de Pitágoras

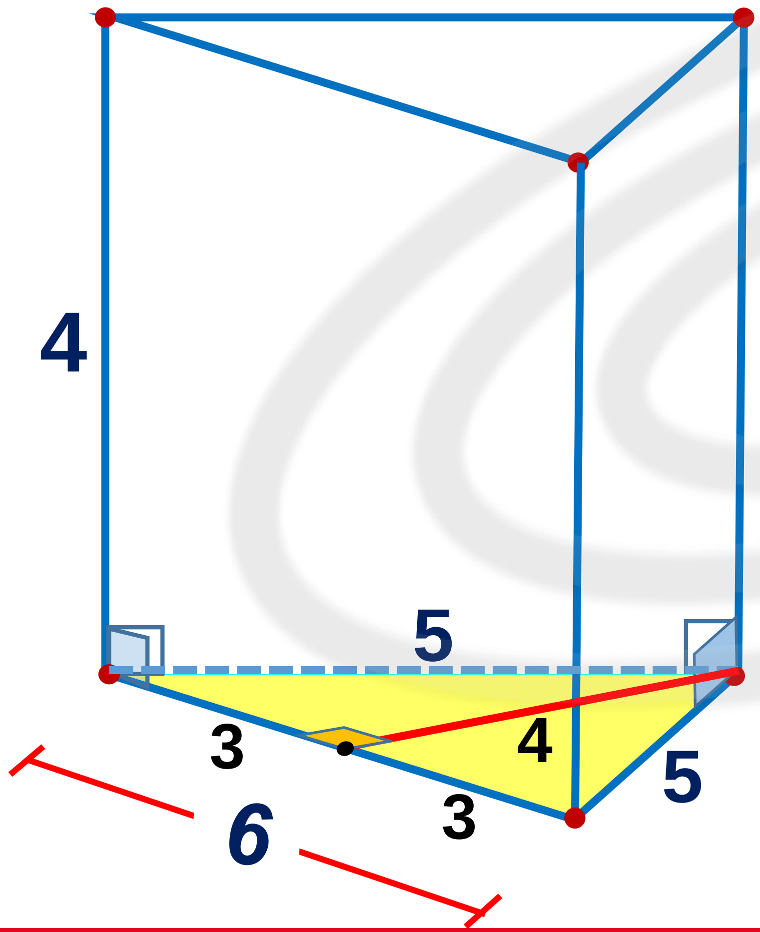
$$h^2 = 15^2 + 8^2$$
$$h = 17$$

- Aplicando el teorema:

$$A_{SL} = (8 + 15 + 17)(17)$$
$$A_{SL} = (40)(17)$$

$$\boxed{A_{SL} = 680\ \text{cm}^2}$$

2. Las longitudes de las aristas básicas de un prisma recto son de 5 m, 5 m y 6 m, la longitud de su altura es 4 m. Calcule el volumen del prisma.



Resolución

- Piden: $\mathbf{V}$

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}_{(\mathbf{base})} \cdot \mathbf{h}$$

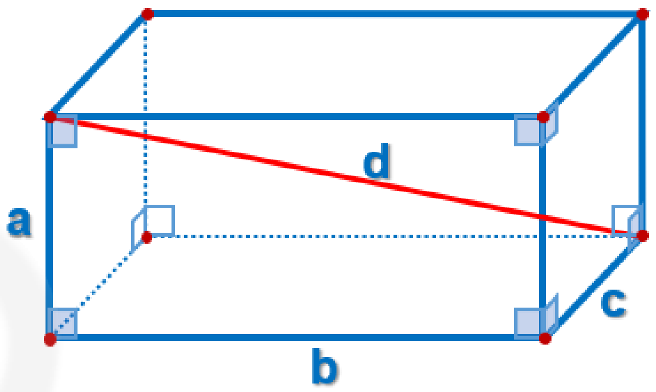
- Aplicando el teorema:

$$\mathbf{V} = \left(\frac{6.4}{2}\right)(4)$$

$$\mathbf{V} = (12)(4)$$

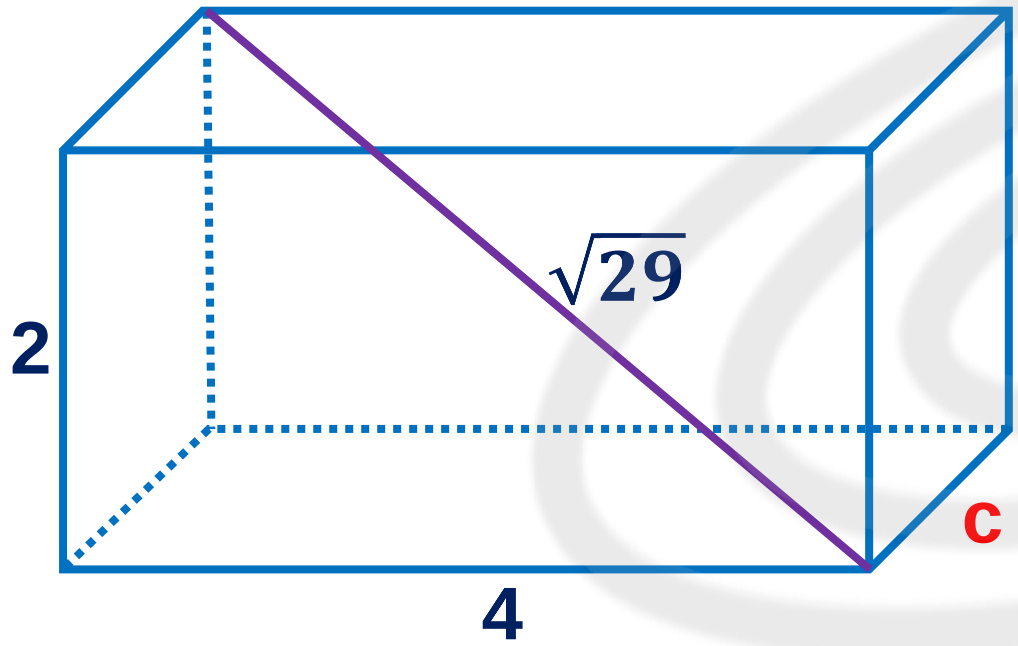
$$\boxed{\mathbf{V} = 48\ \mathbf{m}^3}$$

3. Determine el área total del rectoedro mostrado.



$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$A = 2(ab + bc + ac)$



Resolución:

- **Piden:** A_T
- **Aplicando el teorema:**

$$(\sqrt{29})^2 = 2^2 + 4^2 + c^2$$

$$29 = 20 + c^2$$

$$\boxed{C = 3}$$

- **Reemplazando:**

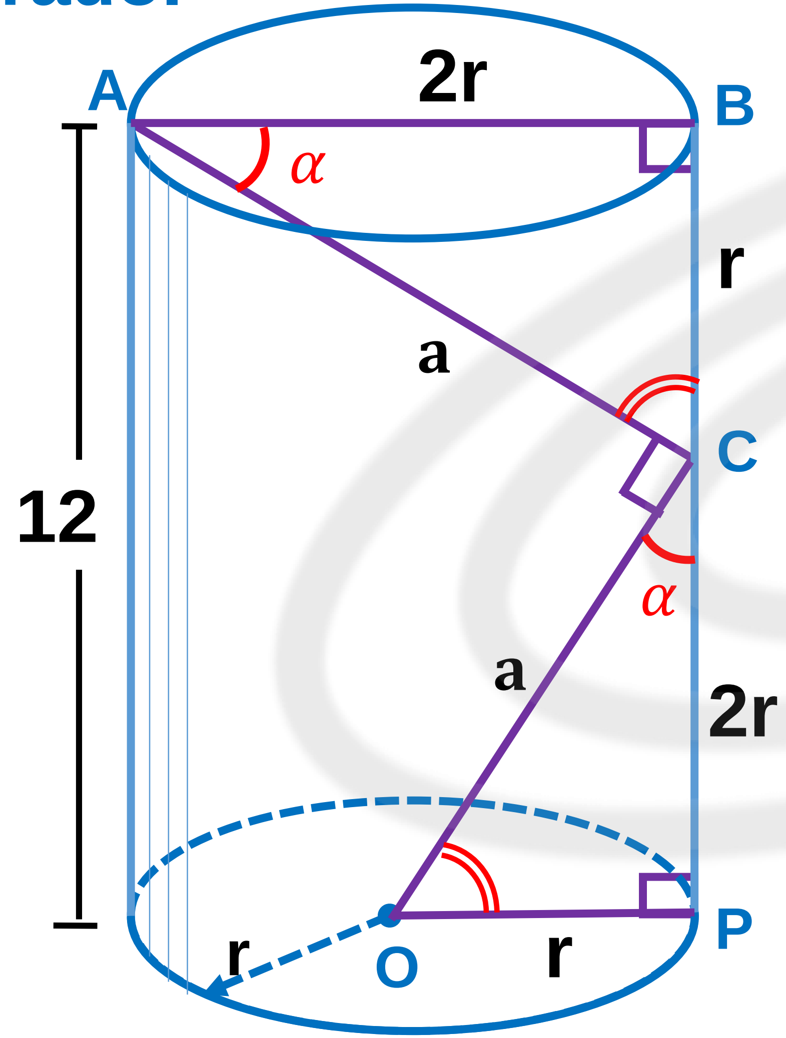
$$A_T = 2(2.4 + 4.3 + 2.3)$$

$$A_T = 2(8 + 12 + 6)$$

$$A_T = 2(26)$$

$$\boxed{A_T = 52\ u^2}$$

4. Determine el área de la superficie total del cilindro circular recto mostrado.



Resolución

- Piden: A_{ST}

$$A_{ST} = 2\pi.r(r + g)$$

- $\Delta ABC \cong \Delta CPO$ (ALA)

$$3r = 12$$

$$r = 4$$

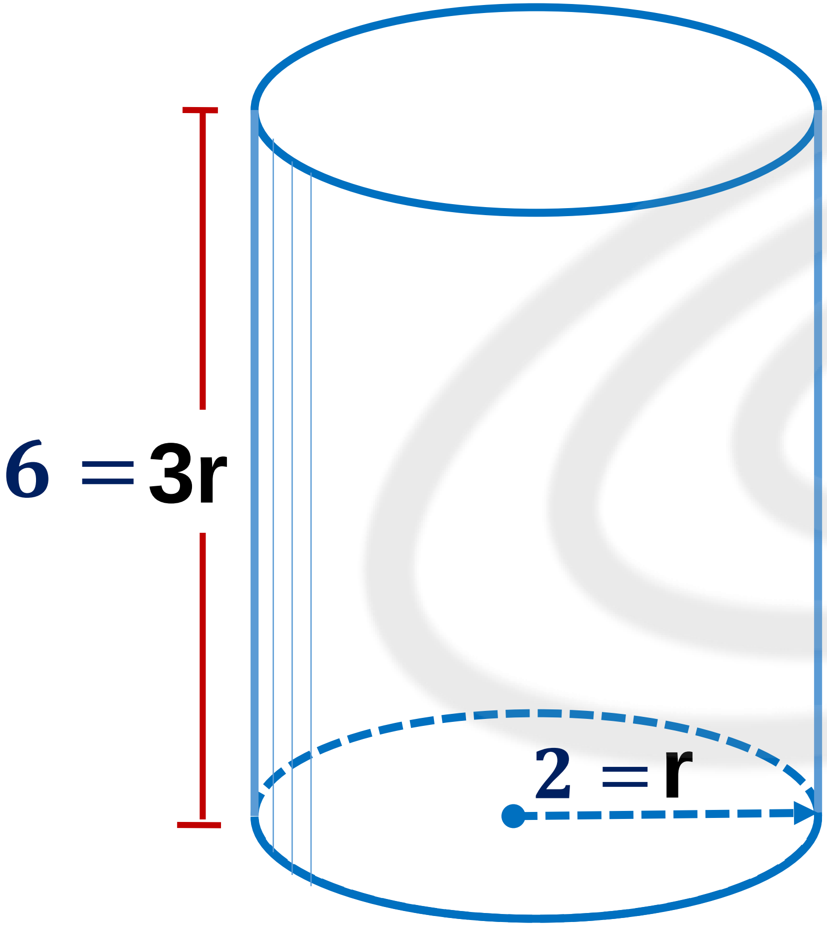
- Aplicando el teorema:

$$A_{ST} = 2\pi(4)(4 + 12)$$

$$A_{ST} = 8\pi(16)$$

$$\boxed{A_{ST} = 128\pi\ u^2}$$

5. Determine el volumen del cilindro circular recto, cuya superficie lateral mide 24π m².



Resolución:

- Piden: V

$$V = \pi . r^2 . h$$

- Por dato:

$$A_{SL} = 24\pi$$

$$\cancel{2}\cancel{\pi} . r(\cancel{3}r) = \cancel{24}\cancel{\pi}$$

$$r^2 = 4$$

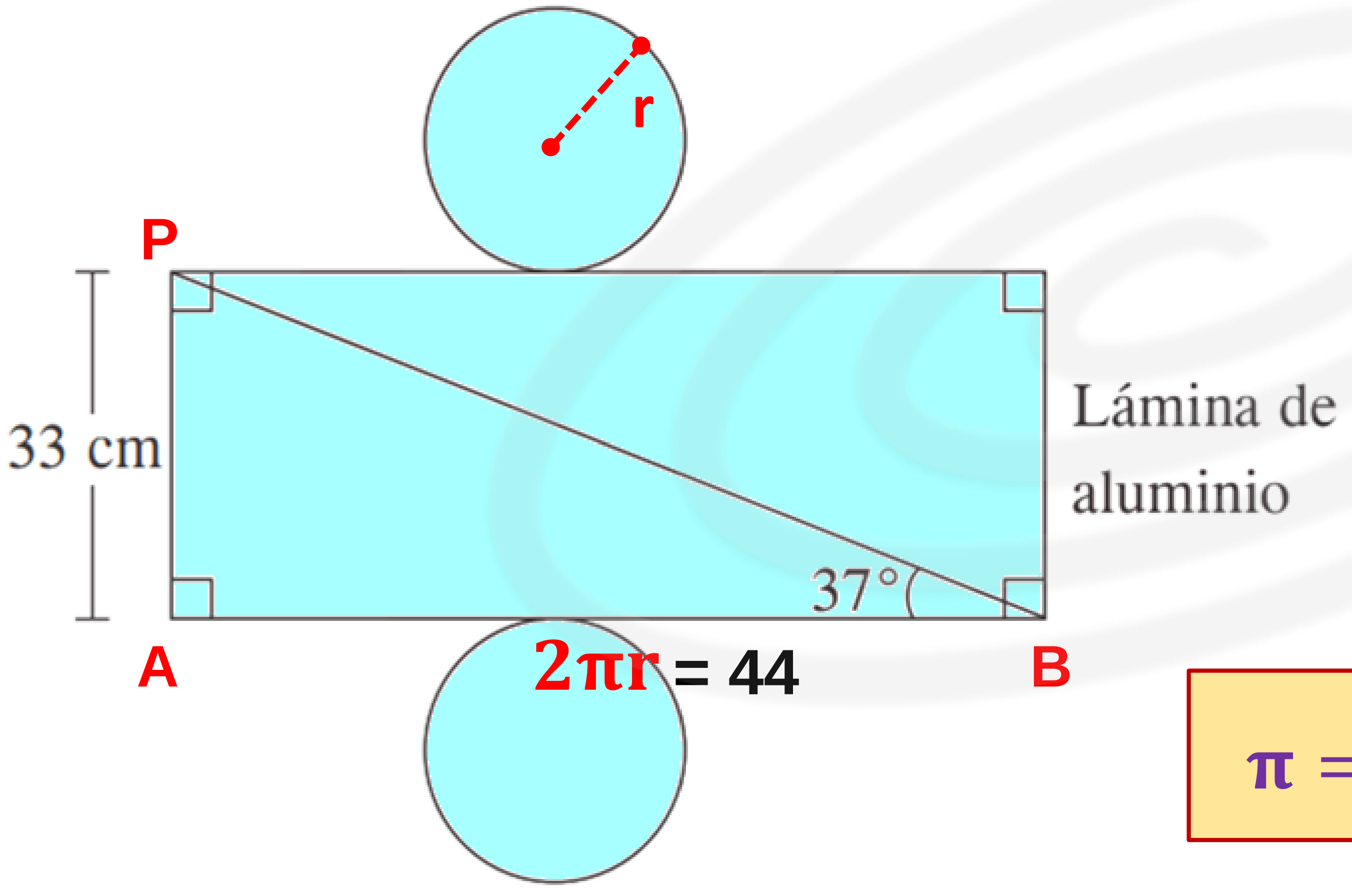
$$r = 2$$

- Aplicando el teorema:

$$V = \pi . 2^2 . 6$$

$$\boxed{V = 24\pi \text{ m}^3}$$

6. Se fabrica un cilindro circular recto, con la lamina de aluminio mostrado en la figura. Determine la longitud del radio del cilindro aproximadamente.



Resolución

- Piden: r
- En la figura:

$$AB = 2\pi r$$

- $\triangle$PAB: notable de 37° y 53°

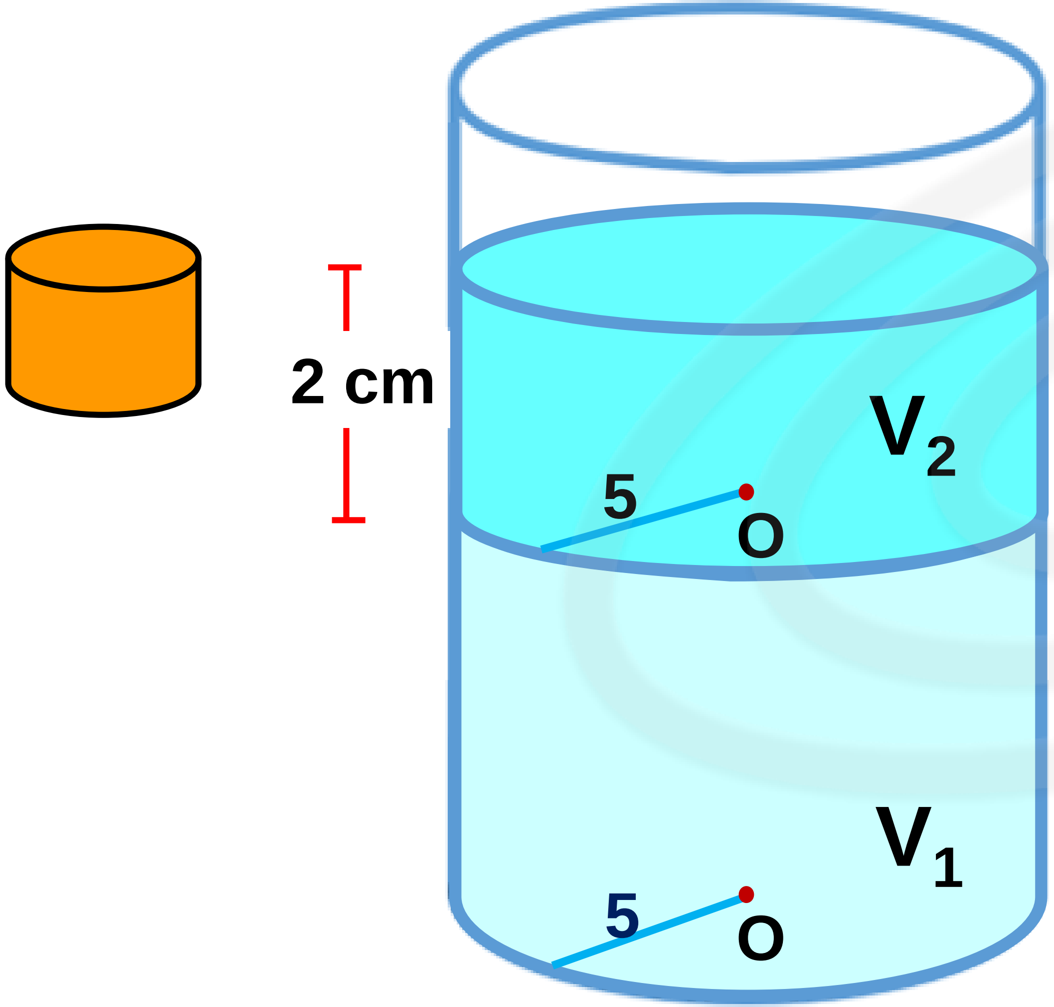
$$2\pi r = 44$$

$$\cancel{2}\left(\frac{\cancel{22}}{7}\right)(r) = \cancel{44}$$

$$\boxed{\pi = \frac{22}{7}}$$

$$\boxed{r = 7}$$

7. Se tiene un recipiente cilíndrico, circular y recto, cuya longitud de su radio es 5 cm y contiene agua, luego se introduce un sólido de metal y el nivel de agua sube 2 cm. Calcule el volumen aproximado de dicho sólido.



Resolución

- Piden: V_1
- En la figura:

$$V_1 = V_2$$

$$V_1 = \pi.(5)^2(2)$$

$$\boxed{V_1 = 50\pi \text{ cm}^3}$$

