

ALGEBRA

4th

RETROALIMENTACIÓN

TOMO 1



 **SACO OLIVEROS**

HELICO RETRO

CAPÍTULO 01

HELICO | RETROALIMENTACIÓN

1. Se tiene el polinomio completo y ordenado.

$$M(x) = 20x^5 - 7x^{a-4} + 3x^{a+b-4} + 3x^{c+b} + x + 5$$

Halle el valor de " $a + b + c$ ".

RESOLUCIÓN

Como el polinomio es completo y ordenado

$$M(x) = \underbrace{20x^5}_{5^\circ} - \underbrace{7x^{a-4}}_{4^\circ} + \underbrace{3x^{a+b-4}}_{3^\circ} + \underbrace{3x^{c+b}}_{2^\circ} + \underbrace{x}_{1^\circ} + \underbrace{5}_{0^\circ}$$

$$\Rightarrow a - 4 = 4$$

$$a = 8$$

$$\Rightarrow \underbrace{a + b - 4}_{8} = 3$$

$$b = -1$$

$$\Rightarrow \underbrace{c + b}_{-1} = 2$$

$$c = 3$$

Nos piden: $a + b + c$

$$a + b + c = 10$$

HELICO | RETROALIMENTACIÓN

2. Si:

$$P(x - 3) = 5x - 7 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$P(F(x)) = 10x - 7 \quad \dots\dots\dots (2)$$

Calcule $F(2)$.

RESOLUCIÓN

En (1)

$$P(x - 3) = 5x - 7 = 5(x - 3) + 8$$

$$\Rightarrow P(F(x)) = 5F(x) + 8$$

Igualamos con (2)

$$5F(x) + 8 = 10x - 7$$

Despejamos $F(x)$

$$F(x) = 2x - 3$$

Nos piden: $F(2)$

$$F(2) = 2(2) - 3$$

$$F(2) = 1$$

HELICO | RETROALIMENTACIÓN

3. Se tiene los polinomios idénticos.

$$8x + 27 \equiv a(x + 4) + b(2x + 3)$$

Determine el valor de " $a + b$ ".

RESOLUCIÓN

- Si se obtiene el mismo valor numérico para cualquier valor asignado a sus variables.

Para: $x = -4$

$$\Rightarrow 8(-4) + 27 = a(\underbrace{-4 + 4}_0) + b(2(-4) + 3)$$

$$-5 = b(-5)$$

$$b = 1$$

Luego

$$8x + 27 \equiv a(x + 4) + 1(2x + 3)$$

Para: $x = 0$

$$8(0) + 27 = a((0) + 4) + 1(2(0) + 3)$$

$$27 = 4a + 3$$

$$a = 6$$

Nos piden: $a + b$

$$7$$

HELICO RETRO

CAPÍTULO 02

HELICO | RETROALIMENTACIÓN

4. Si: $x - x^{-1} = 2$

Calcule: $x^4 + x^{-4}$

RESOLUCIÓN

Entonces elevamos al cuadrado el dato

$$\underbrace{(x - x^{-1})^2}_{1} = (2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - \underbrace{2x \cdot x^{-1}}_1 + x^{-2} = 4$$

Luego $x^2 + x^{-2} = 6$

elevamos al cuadrado

$$(x^2 + x^{-2})^2 = (6)^2$$

$$\Rightarrow x^4 + \underbrace{2x^2 \cdot x^{-2}}_1 + x^{-4} = 36$$

$$x^4 + x^{-4} = 34$$

RECORDEMOS

$$(m - n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$$

$$(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$$

5. Reducir la siguiente expresión

$$\frac{(3x - 2y)^3 + (5z - 3x)^3 + (2y - 5z)^3}{(5z - 3x)(3x - 2y)(2y - 5z)}$$

RESOLUCIÓN

Realizamos un cambio de variable

$$3x - 2y = a \quad (+)$$

$$5z - 3x = b$$

$$2y - 5z = c$$

$$0 = a + b + c$$

Reemplazando

$$\frac{(a)^3 + (b)^3 + (c)^3}{(b)(a)(c)}$$



$$\frac{\cancel{3abc}}{\cancel{(b)(a)(c)}}$$

3

RECORDEMOS

$$\text{Si: } a + b + c = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

6. Halle el valor de P en:

$$P = (x + 5)(x - 2)(x + 6)(x - 1) + 2$$

$$\text{Si: } x^2 + 4x - 13 = 0$$

RESOLUCIÓN

Del dato

$$x^2 + 4x = 13$$

Ahora ordenamos convenientemente los factores en P

$$P = \underbrace{(x + 5)(x - 1)}_{x^2 + 4x - 5} \underbrace{(x + 6)(x - 2)}_{x^2 + 4x - 12} + 2$$

$$\Rightarrow P = (x^2 + 4x - 5)(x^2 + 4x - 12) + 2$$

Reemplazando el dato en P

$$P = (13 - 5)(13 - 12) + 2$$

$$P = 10$$

RECORDEMOS A STEVEN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

HELICO RETRO

CAPÍTULO 03

7. Si: $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = \frac{4}{x+2y+z}$

Calcule: $\frac{3x^2 + 2z^2}{5xz} + \frac{x}{z}$

RESOLUCIÓN

Damos forma al dato

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = \frac{4}{x+y+y+z}$$

Realizamos un cambio de variable

$$x + y = a$$

$$y + z = b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b}$$

Operando

$$(a+b)^2 = 4ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$(a-b)^2 = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\Rightarrow x + y = y + z \quad \boxed{x = z}$$

Nos piden

$$\frac{3x^2 + 2z^2}{5xz} + \frac{x}{z} = \frac{3x^2 + 2x^2}{5x \cdot x} + \frac{x}{x} = \frac{5x^2}{5x^2} + \frac{x}{x} = 1 + 1 = 2$$

HELICO | RETROALIMENTACIÓN

8. Si: $x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$

Calcule: $\frac{x(x^2 + 3b)}{a}$

RESOLUCIÓN

Elevamos al cubo el dato

$$(x)^3 = \left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}} \right)^3$$

$$x^3 = \left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} \right)^3 + \left(\sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}} \right)^3 + 3 \left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} \right) \left(\sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}} \right) \left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}} \right)$$

$$x^3 = a + \sqrt{a^2 + b^3} + a - \sqrt{a^2 + b^3} + 3 \sqrt[3]{a^2 - (\sqrt{a^2 + b^3})^2} (x)$$

$$x^3 = 2a - 3bx \quad \Rightarrow \quad x^3 + 3bx = 2a \quad \Rightarrow \quad x(x^2 + 3b) = 2a$$

$$\frac{x(x^2 + 3b)}{a} = 2$$

Recordemos la Identidad de Cauchy

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Recordemos Diferencia de Cuadrados

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

9. Determine el valor de M

$$M = (x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) + 1$$

$$\text{Si: } x = \sqrt[6]{20}$$

RESOLUCIÓN

Ordenamos convenientemente los factores en M

$$M = \underbrace{(x + 1)(x^2 - x + 1)}_{(x^3 + 1^3)} \underbrace{(x - 1)(x^2 + x + 1)}_{(x^3 - 1^3)} + 1$$

$$M = (x^3 + 1^3)(x^3 - 1^3) + 1$$

$$M = \underbrace{(x^3 + 1)(x^3 - 1)}_{(x^6 - 1)} + 1$$

$$M = (x^6 - 1) + 1$$



$$M = x^6$$

$$M = \sqrt[6]{20^6}$$

$$M = 20$$

Recordemos la Suma de Cubos

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Recordemos la Diferencia de Cubos

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Recordemos la diferencia de cuadrados

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

HELICO RETRO

PREGUNTA
PISA

10. Los alumnos del curso Física necesitan conocer el valor numérico de la Fuerza y la Velocidad (MRU) si la formula de la Fuerza es:

$$F = m \cdot a \quad m = (\sqrt{19} + 1) \quad a = (\sqrt{19} - 1)$$

Donde: F es Fuerza, m es la masa del cuerpo, a es la aceleración

Además la formula para el calculo de la velocidad es

$$v = \frac{e}{t} \quad e = (x - 2y)^3 + (2y - 3z)^3 + (3z - x)^3$$

$$t = (2y - 3z)(3z - x)(x - 2y)$$

Donde: v es velocidad, e es el espacio, t es el tiempo

Si las unidades de las magnitudes son correctas, encontrar la suma numérica de F y v

RESOLUCIÓN

Encontremos el valor de la Fuerza (F)

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = (\sqrt{19} + 1)(\sqrt{19} - 1)$$

$$F = (\sqrt{19})^2 - 1 \Rightarrow F = 18$$

Encontremos el valor de la velocidad (v)

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow v = \frac{\overbrace{(x - 2y)^3}^a + \overbrace{(2y - 3z)^3}^b + \overbrace{(3z - x)^3}^c}{\underbrace{(2y - 3z)}_b \underbrace{(3z - x)}_c \underbrace{(x - 2y)}_a}$$

$$\Rightarrow v = \frac{(a)^3 + (b)^3 + (c)^3}{(b)(c)(a)}$$

$$v = \frac{3abc}{(b)(c)(a)}$$

RECORDEMOS

$$\text{Si: } a + b + c = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$v = 3$$