

TRIGONOMETRY

Chapter 22

4th
SECONDARY

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS I



MOTIVATING STRATEGY

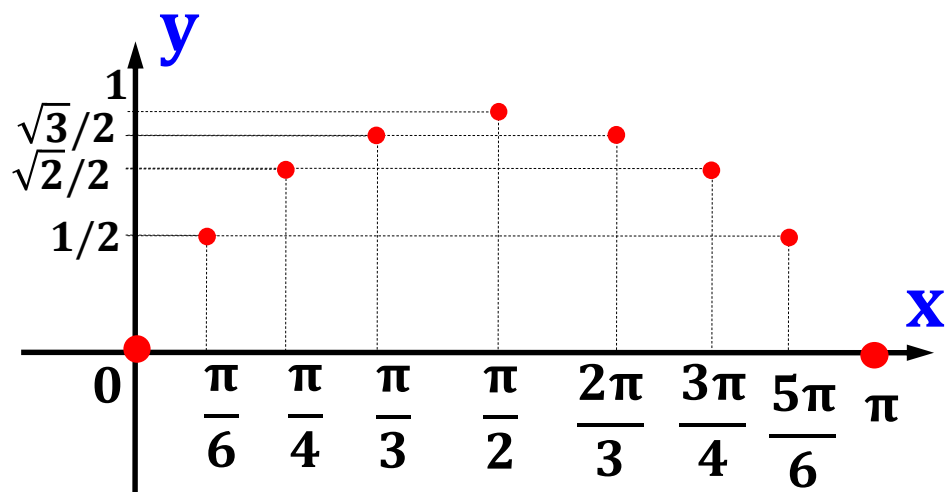


FUNCION SENO :

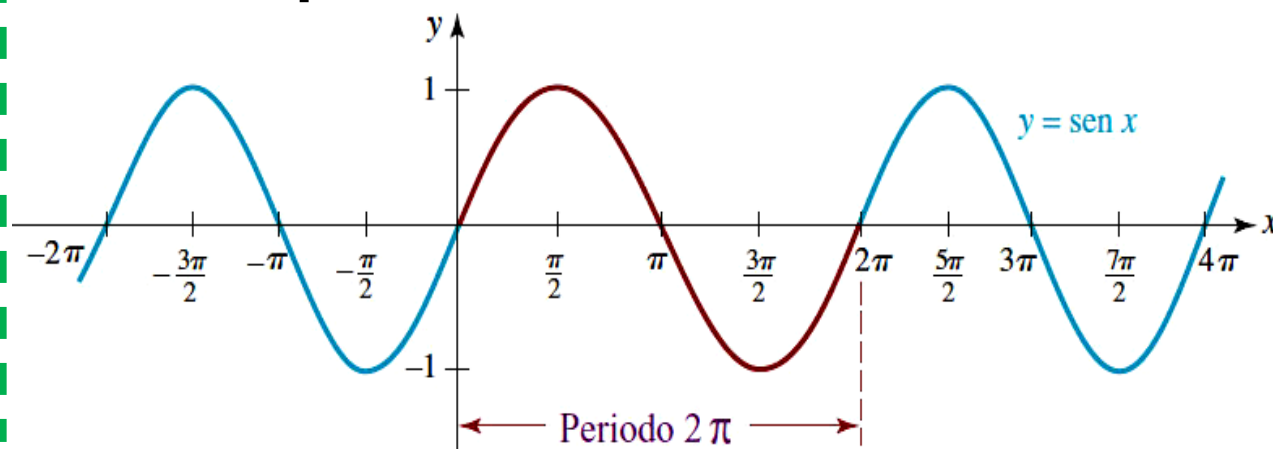
$$F = \{ (x; y) / y = \text{sen} x ; x \in \mathbb{R} \}$$

Tabulando para algunos valores de x :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y = senx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0



Tabulando para más valores y uniendo dichos puntos obtenemos la curva :



Dominio : $\text{Dom}(F) = \mathbb{R} ; x \in \mathbb{R}$

Rango : $\text{Ran}(F) = [-1 ; 1] \Rightarrow -1 \leq \text{sen} x \leq 1$

Periodo : $T = 2\pi$

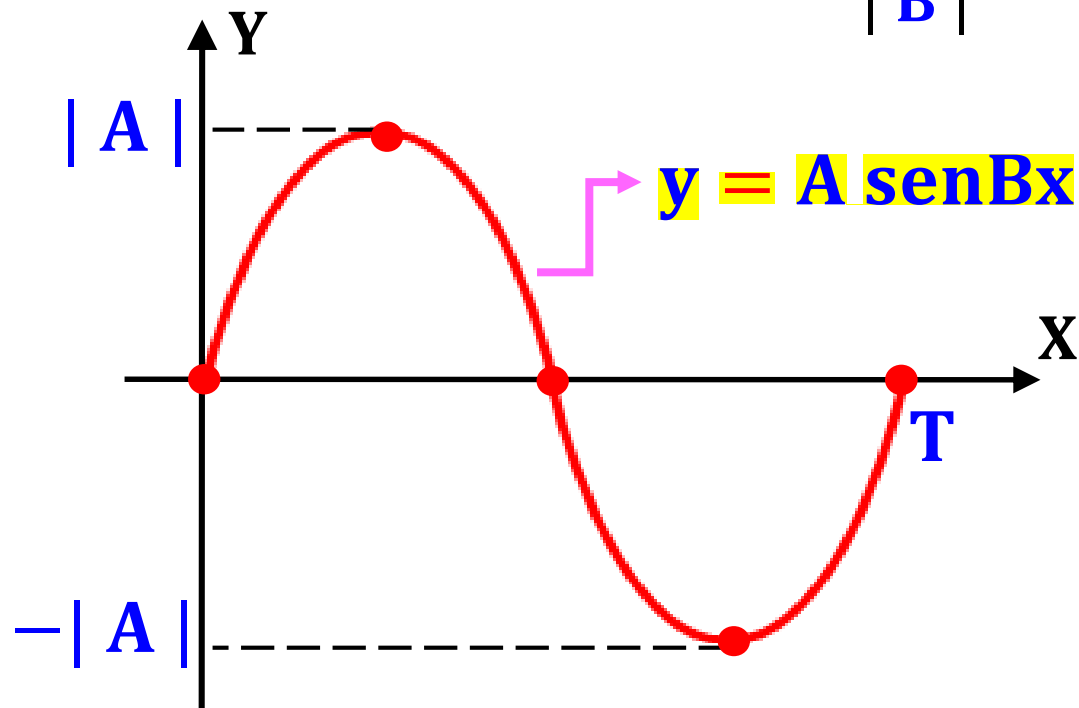
Es función impar : $\text{sen}(-x) = -\text{sen} x$

OBSERVACIÓN :

Sea la función : $y = A \operatorname{sen} Bx$

➡ Amplitud : $|A|$

Período : $T = \frac{2\pi}{|B|}$



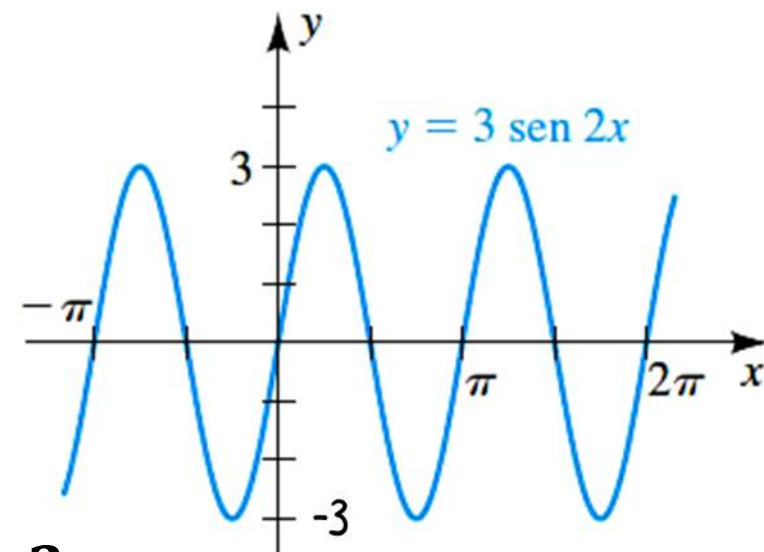
Ejemplos :

• $y = 3 \operatorname{sen} 2x$

\uparrow \uparrow
 A B

$$|A| = |3| = 3$$

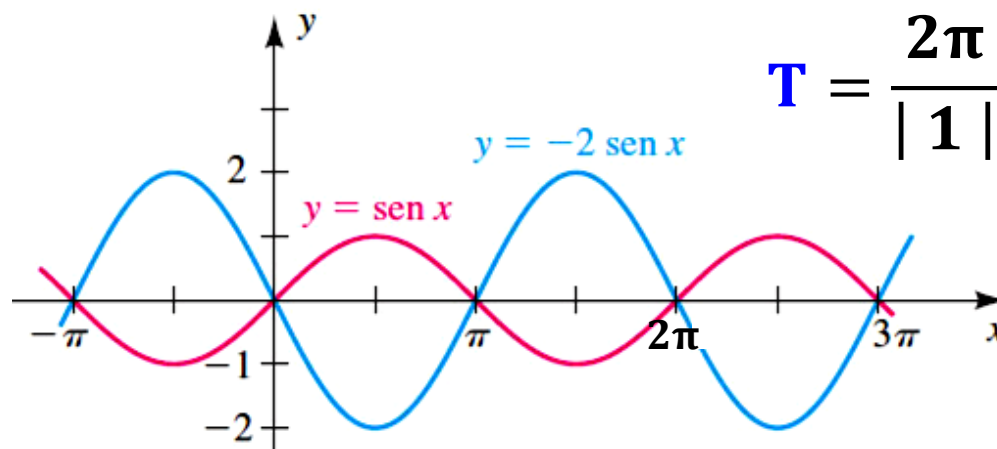
$$T = \frac{2\pi}{|B|} = \frac{2\pi}{|2|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$



• $y = -2 \operatorname{sen} x$

$$|A| = |-2| = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$$



HELICO PRACTICE 1

Halle el rango de la función $f(x) = 5 \operatorname{sen} x - 3$

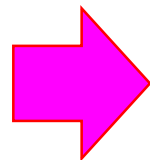
RESOLUCIÓN

Recordar : $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$

Luego : $(-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1)(5)$

$$-5 - 3 \leq \underbrace{5 \operatorname{sen} x - 3}_{f(x)} \leq 5 - 3$$

$$-8 \leq f(x) \leq 2$$



$$\operatorname{Ran}(f) = [-8 ; 2]$$

HELICO PRACTICE 2

Halle el rango de la función $g(x) = \frac{2 \operatorname{sen} 3x - 1}{3}$

RESOLUCIÓN

Recordar : $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \operatorname{sen} 3x \leq 1$

Luego : $(-1 \leq \operatorname{sen} 3x \leq 1)(2)$

$$-2 - 1 \leq 2 \operatorname{sen} 3x - 1 \leq 2 - 1$$

$$(-3 \leq 2 \operatorname{sen} 3x - 1 \leq 1) \div 3$$

$$-1 \leq \frac{2 \operatorname{sen} 3x - 1}{3} \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow -1 \leq g(x) \leq \frac{1}{3}$$

$$\therefore \operatorname{Ran}(g) = \left[-1; \frac{1}{3} \right]$$

HELICO PRACTICE 3

Halle el rango de la función $f(x) = 6 \operatorname{sen} x \cdot \cos x + 2$

RESOLUCIÓN

$$f(x) = 6 \operatorname{sen} x \cdot \cos x + 2$$

$$f(x) = 3 \cdot \underbrace{2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x}_{\operatorname{sen} 2x} + 2$$

$$f(x) = 3 \cdot \operatorname{sen} 2x + 2$$

➡ $f(x) = 3 \operatorname{sen} 2x + 2$

Recordar : $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \operatorname{sen} 2x \leq 1$

Luego : $(-1 \leq \operatorname{sen} 2x \leq 1)(3)$

$$-3 + 2 \leq \underbrace{3 \operatorname{sen} 2x + 2}_{f(x)} \leq 3 + 2$$

$$-1 \leq f(x) \leq 5$$

$$\therefore \operatorname{Ran}(f) = [-1; 5]$$

HELICO PRACTICE 4

Calcule $T_1 + T_2$, siendo T_1 y T_2 los periodos de las funciones $f(x)$ y $g(x)$, respectivamente ; donde $f(x) = 3 \operatorname{sen} 5x$; $g(x) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right)$

RESOLUCIÓN

$$f(x) = 3 \operatorname{sen}(5x)$$

B_1

$$T_1 = \frac{2\pi}{|B_1|} = \frac{2\pi}{|5|} = \frac{2\pi}{5}$$

$$g(x) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{3}x\right)$$

B_2

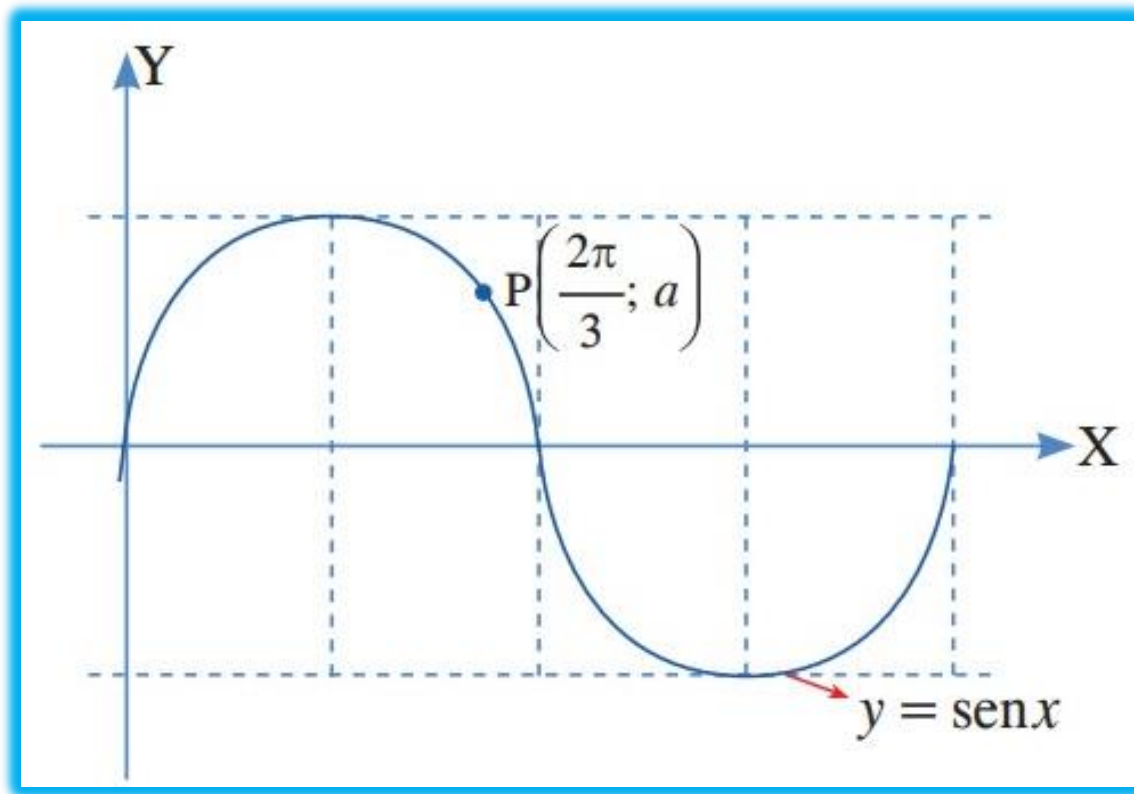
$$T_2 = \frac{2\pi}{|B_2|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

Luego : $T_1 + T_2 = \frac{2\pi}{5} + 6\pi$

$$\therefore T_1 + T_2 = \frac{32\pi}{5}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, halle el valor de a .



RESOLUCIÓN

Sea : $f(x) = y = \sin x$

Se cumple que : $P\left(\frac{2\pi}{3}; a\right) \in f$

Luego : $a = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$a = \sin 120^\circ = \sin(\underbrace{180^\circ - 60^\circ})$

II C

$a = + \sin 60^\circ$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

HELICO PRACTICE 6

Las ganancias de una empresa del rubro metal – mecánica, están definidas por : $f(x) = a \operatorname{sen} x + b$; donde a y b son respectivamente los costos fijos y variables .- Además el rango de la función pertenece al intervalo $[-2 ; 4]$.- Calcule $E = 3a + b$

RESOLUCIÓN

Recordar : $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$

Luego : $(-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1)(a) ; a > 0$

$$-a + b \leq \underbrace{a \operatorname{sen} x + b}_{f(x)} \leq a + b$$

$$-2 \leq f(x) \leq 4$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Luego : } & -a + b = -2 & \\ & a + b = 4 & \downarrow (+) \\ \hline & 2b = 2 & \Rightarrow b = 1 \end{array}$$

$$a + b = 4 \Rightarrow a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

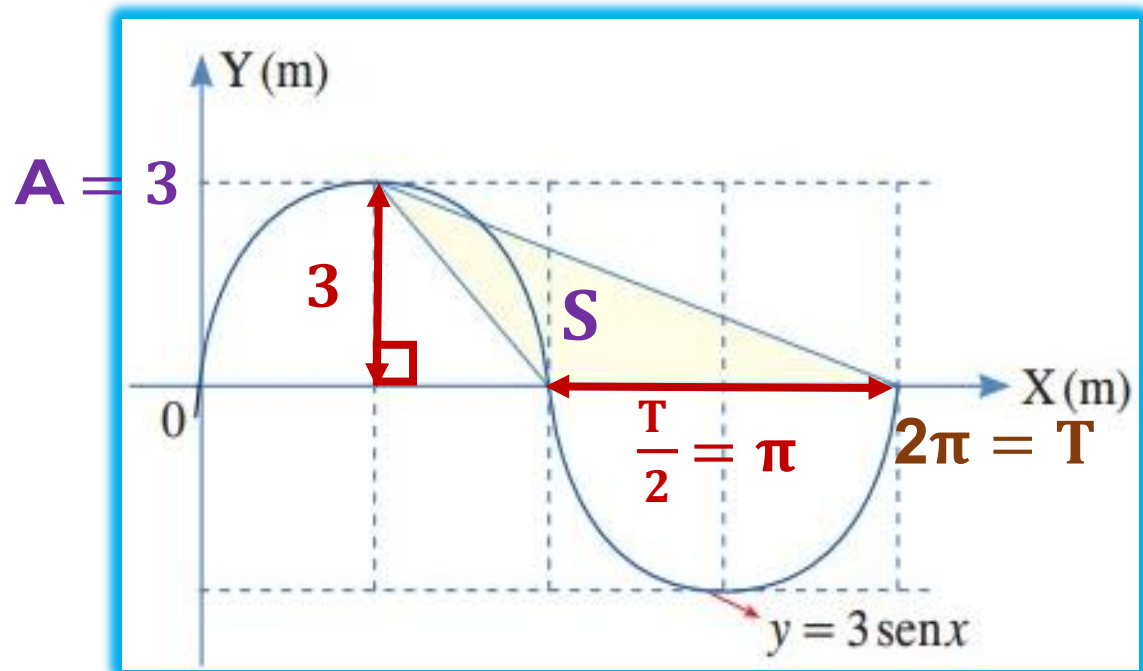
Calculamos $E = 3a + b$

$$E = 3(3) + 1$$

$$\therefore E = 10$$

HELICO PRACTICE 7

El movimiento de las olas de una playa está representado tal como se muestra en el gráfico, donde se observan el punto más alto y el punto más bajo en ellas .- Determine el área sombreada en el gráfico .



RESOLUCIÓN

$$f(x) = y = 3 \text{ sen}(1x)$$

$$\Rightarrow A = 3 ; B = 1$$

Calculamos el periodo T :

$$T = \frac{2\pi}{|B|} = \frac{2\pi}{|1|} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow T = 2\pi$$

$$\frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

Calculamos el área sombreada S :

$$S = \frac{(\pi)(3)}{2}$$

$$\therefore S = \frac{3\pi}{2} \text{ m}^2$$



SACO
OLIVEROS