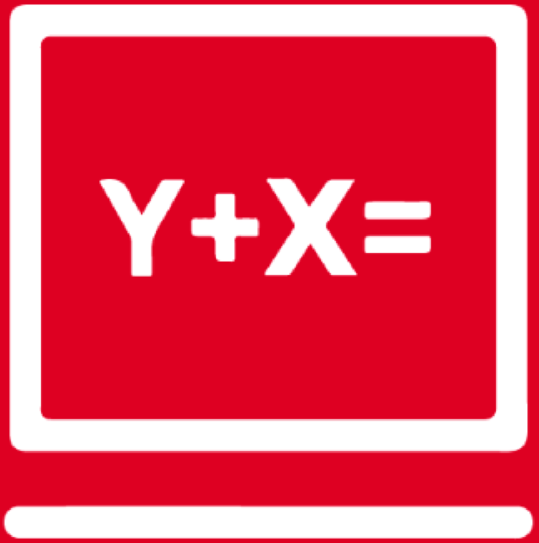
ARITHMETIC

2023

Chapter 3



5th
SECONDARY

Magnitudes proporcionales I

SACO OLIVEROS

Es indudable que cada uno de nosotros necesita un mínimo de conocimientos matemáticos para desenvolverse en nuestra vida cotidiana y profesional. Con relación a la proporcionalidad, la simple elección al comprar productos de acuerdo a la relación peso/precio como así también las informaciones gráficas y numéricas, que exigen de una interpretación crítica, son algunas de las acciones que requieren de la utilización de nociones y procedimientos vinculados con la misma. Sin embargo, no sólo se trata de presentar una diversidad de problemas de estos ámbitos para que los alumnos apliquen conocimientos aprendidos. Los problemas se reformulan y cambian día a día, y abordarlos requiere de conocimientos versátiles. Esto mismo es requerido por la movilidad laboral que caracteriza nuestra sociedad actual. Como señala Charnay (1996), la "matemática útil no se limita a aquella que es directamente utilizada" sino que se extiende a la que permite disponer de herramientas para actualizar los conocimientos disponibles

MARCO TEÓRICO

¿QUÉ ES UNA MAGNITUD?

Es algo cuantificable, es decir, medible ponderable. Las magnitudes pueden ser directamente apreciables por nuestros sentidos, como los tamaños y pesos de las cosas, o más indirectas (aceleraciones, energías). Medir implica realizar un experimento de cuantificación, normalmente con un instrumento especial (reloj, balanza, termómetro).

MARCO TEÓRICO

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Se dice que dos magnitudes son proporcionales si ellas se relacionan de tal modo que, multiplicando la medida (o valor) de una de ellas por un número, la medida (o valor) correspondiente de la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

MARCO TEÓRICO

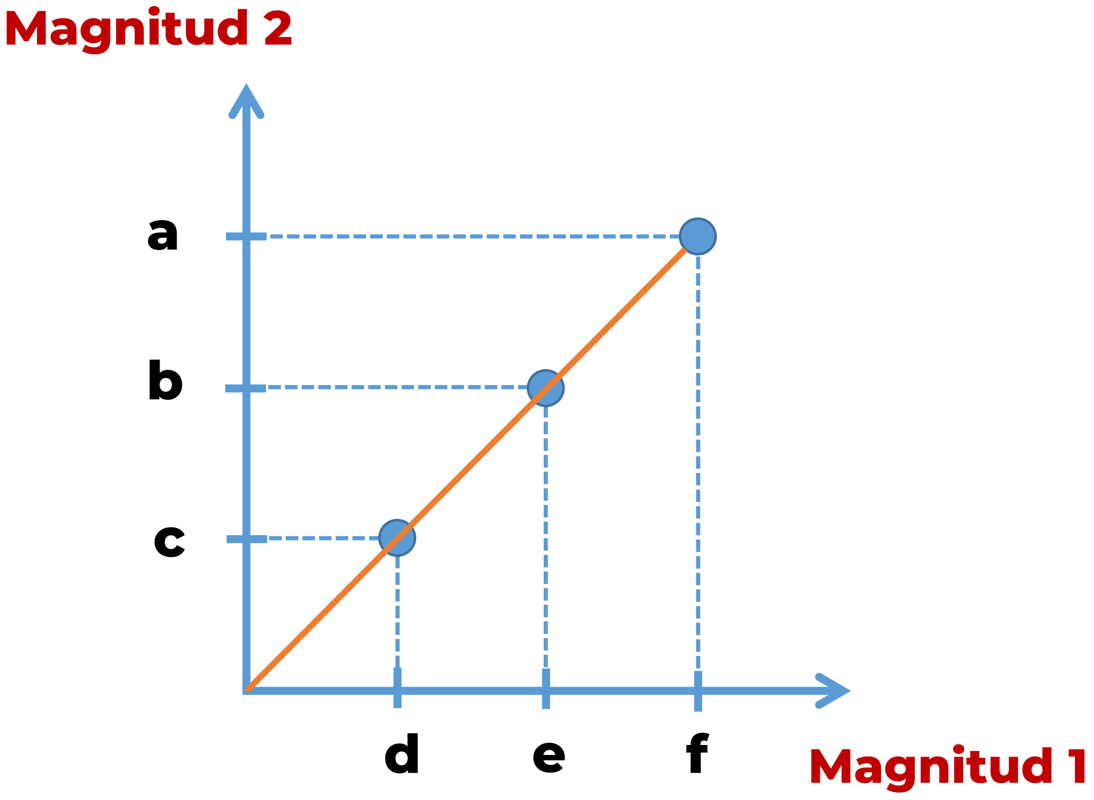
1 MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES (D.P.)

Si las magnitudes A y B son directamente proporcionales , se cumple que:

$$\frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = \text{Cte.}$$

MARCO TEÓRICO

La gráfica de las magnitudes D.P son algunos puntos de una recta, que pasa por el origen de coordenadas.



Se cumple:

$$\frac{a}{f} = \frac{b}{e} = \frac{c}{d} = k$$

MARCO TEÓRICO

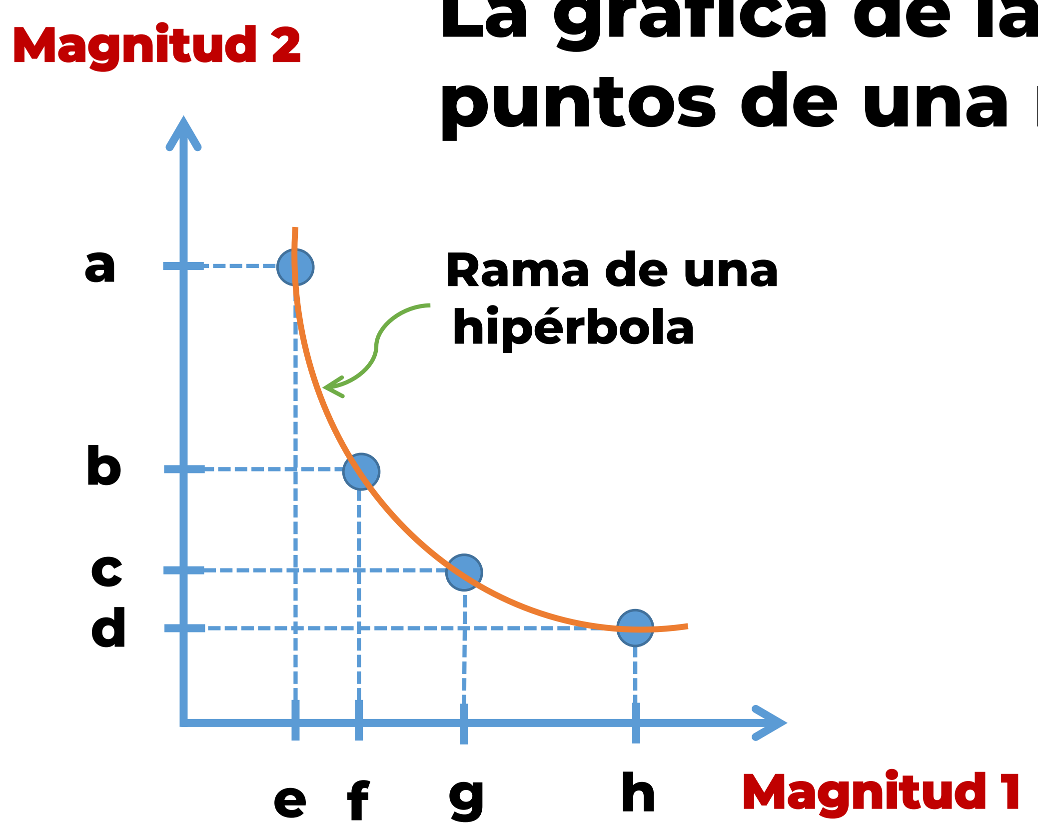
2 MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES (I.P.)

Si las magnitudes A y B son inversamente proporcionales , se cumple que:

$$\begin{pmatrix} Valor \\ de\ A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Valor \\ de B \end{pmatrix} = \textbf{Cte.}$$

MARCO TEÓRICO

La gráfica de las magnitudes I.P son algunos puntos de una rama de una hipérbola.



Se cumple:

$$\boxed{a \times e = b \times f = c \times g = d \times h = k}$$

PARA MÁS DE DOS MAGNITUDES

Ejemplos :

- Si : A DP B

  A IP C

$$\frac{A \times C}{B} = K$$

- Si : P IP Q

  P DP R

  P DP S

$$\frac{P \times Q}{R \times S} = K$$

- Si : A DP B

  A IP C

  A IP D

  A DP E

$$\frac{A \times C \times D}{B \times E} = K$$

MARCO TEÓRICO

Propiedades:

- **Si A es D.P a B $\rightarrow$ B es D.P a A**

  Si A es I.P a B $\rightarrow$ B es I.P a A

- **Si A es D.P a B $\rightarrow$ A^n es D.P a B^n , $n \in \mathbb{Q}$**

  Si A es I.P a B $\rightarrow$ A^n es I.P a B^n , $n \in \mathbb{Q}$

- **Si A es I.P a B $\rightarrow$ A es D.P a $\frac{1}{B}$**

- $$\left.\begin{array}{l}\text{A D.P B (C constante)}\\ \text{A D.P C (B constante)}\end{array}\right\}\quad \text{A D.P B x C}$$

1. Se conoce que la magnitud A es DP a B^2 e IP a $\sqrt{C}$. Si cuando A = 8; B=4 entonces C = 25.Halle el valor de A,cuando B = 12 y C = 36.

RESOLUTION

A	8	A
B	4	12
C	25	36

A DP B^2
A IP $\sqrt{C}$

$$\frac{A \times \sqrt{C}}{B^2} = K$$

Reemplazando :

$$\frac{8 \times \sqrt{25}}{4^2} = \frac{A \times \sqrt{36}}{12^2}$$

$$\frac{\cancel{8} \times 5}{\cancel{16}\ \cancel{2}} = \frac{A \times \cancel{6}}{\cancel{144}\ \cancel{72}\ 12}$$

A = 60

RPTA : 60

2. Según la ley de Boyle, la presión es IP al volumen que contiene determinada cantidad de gas. ¿A qué presión está sometido un gas, si al aumentar esta presión en 2 atmósferas, el volumen varía en 1/5?

RESOLUTION

P	**P + 2**
V	**V - 1/5 V = 4/5 V**

P I.P. V ➡ P x V = K

Reemplazando :

$$P \times \cancel{V} = (P + 2) \times \left(\frac{4}{5}\cancel{V}\right)$$

$$5P = 4(P + 2)$$

$$5P = 4P + 8$$

$$\boxed{P = 8}$$

RPTA : 8 atm.

3. La velocidad del sonido en el aire es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta. Si la velocidad del sonido a 16°C es 340 m/s.¿Cuál será la velocidad a 127°C?

RESOLUTION

V (m/s)	340	V
T (°c)	16°	127°

V D.P. $\sqrt{T\ (abs.)}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{V}{\sqrt{C^\circ + 273^\circ}} = K$

$$\frac{340}{\sqrt{16^\circ + 273^\circ}} = \frac{V}{\sqrt{127^\circ + 273^\circ}}$$

$$\frac{340}{\sqrt{289^\circ}} = \frac{V}{\sqrt{400^\circ}}$$

$$\frac{\overset{20}{\cancel{340}}}{\cancel{17}} = \frac{V}{20}$$

$\boxed{V = 400}$

RPTA : 400 m/s

4.

El sueldo de un empleado es directamente proporcional a su eficiencia, la cual se mide en puntos, y a sus años de servicio e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de su edad. Un empleado de 25 años, con 4 años de servicio tiene 80 puntos de eficiencia.11 años más tarde tiene 60 puntos de eficiencia y su sueldo era $ 2150 más. ¿Cuál era su sueldo a los 25 años?

RESOLUTION

Sueldo	S	S+2150
Eficiencia	80	60
Años de servicio	4	15
Edad	25	36

S DP Efic.

S DP Años

S IP $\sqrt{\text{Edad}}$

$$\frac{S \times \sqrt{E}}{Ef \times A} = K$$

Reemplazando :

$$\frac{S \times \sqrt{25}}{80 \times 4} = \frac{(S+2150) \times \sqrt{36}}{60 \times 15}$$

$$\frac{S \times 5}{320} = \frac{(S+2150) \times 6}{900}$$

$\boxed{S = 1600}$

RPTA : S/ 1600

5.

La velocidad de un automóvil es DP a la potencia del motor e IP al cuadrado del número de personas que viajan en él. Si un automóvil que tiene una potencia de 20 hp y lleva 2 personas desarrolla una velocidad de 60 km/h, ¿qué potencia tendrá otro automóvil similar que lleva 4 personas a una velocidad de 45 km/h?

RESOLUTION

Velocidad DP Potencia

Velocidad IP $(\text{Personas})^2$

$$\Rightarrow \frac{\text{Veloc. x } (\text{Personas})^2}{\text{Potencia}} = K$$

Velocidad	60	45
Potencia	20	P
Personas	2	4

$$\frac{60 \times 2^2}{20} = \frac{45 \times 4^2}{P}$$

$$\frac{60 \times 4}{20} = \frac{45 \times 16}{P}$$

$\boxed{P = 60}$

RPTA : 60 hp

6.

El precio de un televisor varía de acuerdo al DP al cuadrado de su tamaño e IP a la raíz cuadrada de la energía que consume. Cuando su tamaño es de 14 pulgadas y consume E de energía, su precio es de $ 360. ¿Cuánto costará un televisor, cuyo tamaño es 21 pulgadas y consume $E/4$ de energía?

RESOLUTION

Precio DP $(\text{Tamaño})^2$

Precio IP $\sqrt{\text{Energía}}$

$$\frac{\text{Precio} \times \sqrt{\text{Energía}}}{(\text{Tamaño})^2} = K$$

Precio	360	P
Tamaño	14	21
Energía	4E	~~E~~/4

$$\frac{360 \times \sqrt{4E}}{14^2} = \frac{P \times \sqrt{E}}{21^2}$$

$$\frac{360 \times 2\cancel{\sqrt{E}}}{14 \times 14} = \frac{P \times \cancel{\sqrt{E}}}{21 \times 21}$$

$\boxed{P = 1620}$

RPTA : S/ 1620

7. El precio de un auto es directamente proporcional a su potencia e inversamente proporcional a su consumo de combustible y a la raíz cuadrada de su antigüedad. En dos autos, se sabe que el primer auto tiene doble potencia que el segundo, consume por kilómetro los 5/3 de los consume el segundo y la antigüedad del primero es los 4/9 de la del segundo. Si se sabe que los dos autos juntos cuestan $ 16 800, ¿cuánto cuesta el segundo?

RESOLUTION

P DP Pot.

P IP Cons.

P IP $\sqrt{\text{Antig.}}$

$$\Rightarrow \frac{P \times C \times \sqrt{A}}{\text{Pot.}} = k$$

Precio	P_1	P_2
Potencia	2 Po	Po
Consumo	5/3 C	C
Antiguedad	4/9 A	A

$$\frac{P_1 \cdot \cancel{5}\cancel{C} \cdot \cancel{\sqrt{4}}}{\cancel{2}\cancel{Po}} = \frac{P_2 \cdot \cancel{3}\cancel{C} \cdot \sqrt{9}}{\cancel{Po}}$$

$$5P_1 = 9P_2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{9\,k}{5\,k}$$

$P_1 = 9k$

$P_2 = 5k$

Dato:

$P_1 + P_2 = 16800$

$14K = 16800$

$K = 1200$

Nos piden :

$P_2 = 5k$

$\boxed{P_2 = 6000}$

RPTA : **S/ 6000**