

Chapter 1

Divisibilidad





ARITHMETIC

índice

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

Herramienta Digital



$$M=1864^{1864} \quad P=6580^{6580}$$

Halle el residuo de $(M \times P)$
entre 9

¿Que tan complicado puede
ser calcular el residuo?

MOTIVATING STRATEGY

Material Digital



Resumen



HELICO THEORY

TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

En general: $A \overline{) B}$
0 k

Donde:

$$A = B \times k$$

$$A \in \mathbb{Z}; B \in \mathbb{Z}^+; k \in \mathbb{Z}$$

↑
MÓDULO

Notación:

$$A = \overset{\circ}{B} = \overset{\circ}{\overline{B}} = Bk$$

"A es múltiplo de B"

"A es divisible entre B"

"B es divisor de A"

"B es factor de A"



Divisibilidad por 2^n

$$* \overline{abcde} = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \overset{\circ}{2}$$

$$e = \{0; 2; 4; 6; 8\}$$

$$* \overline{abcde} = \overset{\circ}{4} \rightarrow \overset{\times 2 \times 1}{\overline{de}} = \overset{\circ}{4}$$

$$2d + e = \overset{\circ}{4}$$

$$* \overline{abcde} = \overset{\circ}{8} \rightarrow \overset{\times 4 \times 2 \times 1}{\overline{cde}} = \overset{\circ}{8}$$

$$4c + 2d + e = \overset{\circ}{8}$$

Divisibilidad por 5^n

$$* \overline{abcde} = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \overset{\circ}{5}$$

$$e = \{0; 5\}$$

$$* \overline{abcde} = \overset{\circ}{25} \rightarrow \overline{de} = \overset{\circ}{25}$$

$$\overline{de} = \{00; 25; 50; 75\}$$

$$* \overline{abcde} = \overset{\circ}{125} \rightarrow \overline{cde} = \overset{\circ}{125}$$

$$\overline{cde} = \{000; 125; 250; \dots; 875\}$$

Divisibilidad por 3 y 9

Sea $N = \overline{abcde}$

$$N = \overset{\circ}{3} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{3}$$

$$N = \overset{\circ}{9} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{9}$$

Divisibilidad por 11

$$\overset{-}{a} + \overset{+}{b} - \overset{-}{c} + \overset{+}{d} - \overset{-}{e} + \overset{+}{f} = \overset{\circ}{11}$$

$$-a + b - c + d - e + f = \overset{\circ}{11}$$

Divisibilidad por 7

$$\overset{-}{2a} + \overset{+}{3b} - \overset{-}{c} + \overset{+}{2d} + \overset{-}{3e} + \overset{+}{f} = \overset{\circ}{7}$$

$$-2a - 3b - c + 2d + 3e + f = \overset{\circ}{7}$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE



En la siguiente sucesión 1; 2; 3; 4,..., 149; 150, ¿cuántos múltiplos de 7 existen?

RECORDEMOS

En general:

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 0 & k \end{array}$$

Donde:

$$A = B \times k$$

$$A \in \mathbb{Z}; B \in \mathbb{Z}^+; k \in \mathbb{Z}$$

Resolución

Como es una sucesión de números consecutivos que empiezan en 1, bastará con dividir 150 entre 7.

$$\frac{150}{7} \approx 21,4$$

∴ Hay 21 múltiplos de 7

Respuesta

21



Halle el valor de $(p + q)^2$ si
 $\overline{q3p} = \overset{\circ}{4}$; $\overline{2q} = \overset{\circ}{5}$; $\overline{6p} = \overset{\circ}{11}$.

RECORDEMOS

Criterio por 5:

$$* \overline{abcde} = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \overset{\circ}{5}$$

$$e = \{0; 5\}$$

$$* \overline{2q} = \overset{\circ}{5} \quad \overline{q3p} = \overset{\circ}{4}$$

$$q = \cancel{8}; 5.$$

$$* \overline{6p} = \overset{\circ}{11}$$

$$p = 6$$

$$(6 + 5)^2 = 11^2$$

∴ El valor de $(p + q)^2$ es 121

Respuesta

121



Pilar ha recolectado $\overline{2x58}$ envases de botella y desea agruparlos en 9 partes iguales. Halle el valor de x .

RECORDEMOS

Criterio por 9:

$$\overline{abcd} = \overset{\circ}{9}$$

Se cumple:

$$a + b + c + d = \overset{\circ}{9}$$

Resolución

$$\overline{2x58} = \overset{\circ}{9}$$

Criterio por 9:

$$2 + x + 5 + 8 = \overset{\circ}{9}$$

$$15 + x = \overset{\circ}{9}$$

$$x = 3$$

Respuesta

$$\therefore x = 3$$



Fabián, luego de una reunión, decide salir a comprar para cenar para él y sus 27 colaboradores. De regreso a la oficina observa que el voucher está medio borroso y solo puede observar S/4*6. Teniendo en cuenta que el precio de cada plato de la cena es el mismo y además pago con su tarjeta. ¿Cuál fue el precio unitario de la cena?.

RECORDEMOS

$$\overline{abcd} = 28 \begin{matrix} \circ & 4 \\ & \swarrow \searrow \\ & 7 \end{matrix}$$

Criterios:

$$* \overline{abcde} = 4 \rightarrow \begin{matrix} \circ & 4 \\ \times 2 \times 1 & \overline{de} = 4 \\ 2d + e = 4 \end{matrix}$$

$$* \overline{abcdef} = 7 \begin{matrix} - & + \\ \times 2 \times 3 \times 1 \times 2 \times 3 \times 1 \end{matrix}$$

$$\overline{4 \times 6} \rightarrow \frac{476}{28} = 17$$

Resolución

$$\overline{4 \times 6} = 4 \begin{matrix} \circ & 4 \\ \times 2 \times 1 & \overline{x6} = 4 \end{matrix}$$

$$2x + 6 = 4$$

$$x = 1; 3; 5; 7 \text{ y } 9$$

$$\begin{matrix} + \\ \times 2 \times 3 \times 1 \\ \overline{4 \times 6} = 7 \end{matrix}$$

$$8 + 3x + 6 = 7$$

$$14 + 3x = 7$$

$$3x = 7$$

$$x = 0; 7$$

∴ El precio unitario es S/17

Respuesta

S/17



Para realizar un trabajo en clase, el profesor Fabián Ruiz decide el día lunes realizar grupos conformados por 6 alumnos, el martes los grupos son de 9 alumnos y el día miércoles los agrupa de 5. Si en los 3 días de clases al formar los grupos siempre sobraron 2 alumnos, calcule la menor cantidad de alumnos que llevan el curso.

RECORDEMOS



Si un número es múltiplo de varios módulos será múltiplo del (MCM) de dichos números

Ejm

$$A = 12$$

$$A = 15$$

$$A = 6$$

$$A = \text{MCM}(12, 15, 6)$$

$$A = 60$$

Resolución

$$\text{Alumnos} \left\{ \begin{array}{l} = 6 + 2 \\ = 9 + 2 \\ = 5 + 2 \end{array} \right.$$

$$\text{MCM}(6; 9; 5) = 90$$

$$\begin{aligned} \text{Alumnos} &= 90 + 2 \\ &= 90(1) + 2 \\ &= 92 \end{aligned}$$

∴ La menor cantidad de alumnos es 92

Respuesta

92

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



En la siguiente sucesión

1; 2; 3; 4;...; 179; 180

¿cuántos números múltiplos de 8 existen?

Problema 07



Halle el valor de $(x + y)^2$ si
 $\frac{x}{5y} = \frac{2}{7}$; $\frac{y}{8x} = \frac{7}{5}$; $\frac{x}{4y} = \frac{5}{7}$.

Problema 08



Casimiro recolectó del establo 4a65 litros de leche y los ha dividido y almacenado en 9 cilindros de igual capacidad. Halle el valor de a.

Problema 09



En la última VACUNATÓN para un mejor control se agrupan de 28 en 28 al total personas y no sobra ni un asistente. Al final del día registran la cantidad de asistentes, pero tienen una duda con respecto a la última cifra 523*. Calcule la cantidad de grupos que formaron ese día

Problema 10



En la panadería Delicias deciden envasar sus bizcochos de la producción del día en empaques de 3 diferentes cantidades; si los envasan de 8 unidades sobran 3; si los envasan de 12 unidades sobran 3 y si los envasan de 15 unidades también sobrarían 3. Si se tiene en cuenta que la producción de ese día no excedió los 280 bizcochos, Calcule la mayor cantidad posible de bizcochos que elaboraron ese día.

