ALGEBRA

Chapter 3

2nd
SECONDARY

Sesion I

ECUACIONES EXPONENCIALES

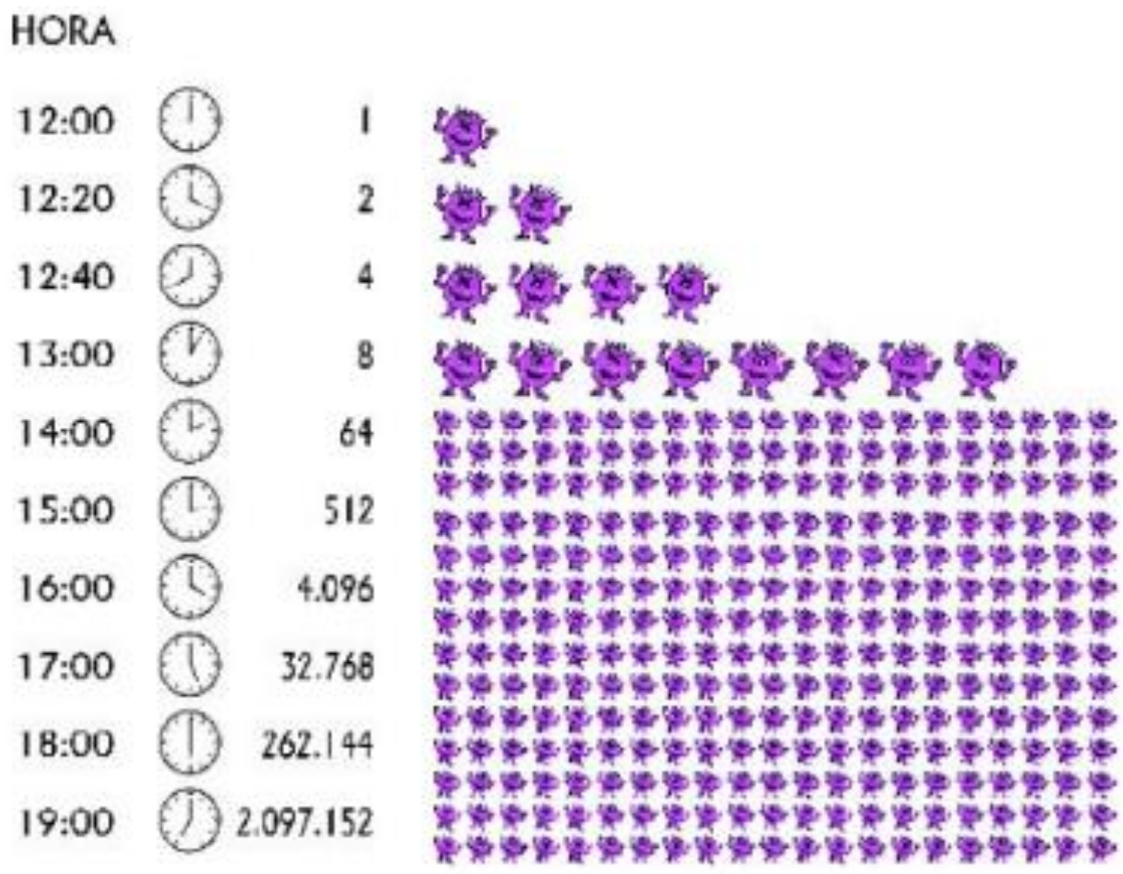
SACO OLIVEROS

CRECIMIENTO BACTERIANO

La cantidad de bacterias (N) aumenta rápidamente se multiplican en dos cada 20 minutos (x)

$$N = 2^x$$

Un solo microbio puede formar en pocas horas una colonia microbiana de millones de miembros



ECUACIÓN EXPONENCIAL

1.- DEFINICIÓN

Son aquellas ecuaciones cuya incógnita aparece en el exponente o la incógnita aparece en el exponente y a la vez en la base.

Ejemplos

- ✓ $3^x = 81$
- ✓ $2^{x+3} = 32$
- ✓ $7^{x-2} = 1$
- ✓ $x^{x^{x+1}} = 256$

2.- ECUACIÓN DE BASES IGUALES

$$\boxed{a^x = a^y \Longrightarrow x = y}$$

$\forall\ a > 0 \ \wedge\ a \neq 1$

Ejemplo

Calcule el valor de x:

$$\cancel{2}^{x-5} = \cancel{2}^{3}$$

$$x - 5 = 3$$

$$x = 8$$

3.- ECUACIÓN CON TÉRMINOS EXPONENCIALES DE BASE CONSTANTE

Ejemplo

Calcule el valor de x:

$$3^{x} + 3^{x+2} = 90$$

$$3^{x} + 3^{x} \cdot 3^{2} = 90$$

$$3^{x}(1 + 3^{2}) = 90$$

$$3^{x} = 9$$

$$\Rightarrow x = 2$$

4.- ECUACIÓN CON TÉRMINOS EXPONENCIALES DE BASE NO CONSTANTE (SIMETRÍA)

$$\boxed{x^{x+n} = a^{a+n} \Longrightarrow x = a}$$

Ejemplo

$$x^{x+1} = 8$$

$$x^{x+1} = 2^3$$

$$x^{x+1} = 2^{2+1} \quad \Longrightarrow \quad x = 2$$

PROPIEDAD

$$\boxed{x^{x^{x^{\cdots^{x^n}}}} = \mathrm{n} \Longrightarrow x = \sqrt[n]{n}}$$

Ejemplo

$$x^{x^{x^5}} = 5$$

$$\Longrightarrow \quad x = \sqrt[5]{5}$$

1. Halle el valor de x:

$$27^{2x-1} = 81^{x+4}$$

RESOLUCIÓN

$$(3^3)^{2x-1} = (3^4)^{x+4}$$

$$3^{6x-3} = 3^{4x+16}$$

$$6x - 3 = 4x + 16$$

$$2x = 19$$

Rpta $\boxed{x = \frac{19}{2}}$

2. Si:

$$2^{3^{2x-1}} = 2^{3^{3x-5}}$$

Halle el valor de x

RESOLUCIÓN

$$\cancel{2}^{3^{2x-1}} = \cancel{2}^{3^{3x-5}}$$

$$\cancel{3}^{2x-1} = \cancel{3}^{3x-5}$$

$$2x - 1 = 3x - 5$$

$$-1 + 5 = 3x - 2x$$

Rpta $\boxed{x = 4}$

3. Determine el valor de x:

$$2^{x+3} . 4^{x+5} = 16^{x+1}$$

RESOLUCIÓN

$$2^{x+3} . (2^2)^{x+5} = (2^4)^{x+1}$$

$$2^{x+3} . 2^{2x+10} = 2^{4x+4}$$

$$2^{3x+13} = 2^{4x+4}$$

$$3x + 13 = 4x + 4$$

Rpta $\boxed{x = 9}$

4. Halle el valor de x:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-8} = 1$$

RESOLUCIÓN

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-8} = \left(\frac{3}{2}\right)^{0}$$

$$2x - 8 = 0$$

Rpta $\boxed{x = 4}$

5. Determine el valor de x :

$$\frac{3^{x+3}.9^{x+4}}{3^{x+5}} = 3^{x+8}$$

RESOLUCIÓN

Transformando a bases iguales

$$\frac{3^{x+3}.(3^2)^{x+4}}{3^{x+5}} = 3^{x+8}$$

$$\frac{3^{x+3}.3^{2x+8}}{3^{x+5}} = 3^{x+8}$$

$$\frac{3^{3x+11}}{3^{x+5}} = 3^{x+8}$$

$$3^{3x+11} = 3^{x+8}.3^{x+5}$$

$$3^{3x+11} = 3^{2x+13}$$

Luego: $3x + 11 = 2x + 13$

$$\boxed{x = 2}$$

6. Luego de reducir T, la edad del hijo de Enrique es el doble.

Si: $x^x = 16^2$, $T = 3\sqrt{x} + 2$

¿Qué edad tiene el hijo de Enrique?

RESOLUCIÓN

Calculemos x, de la ecuación:

$$x^x = 16^2$$
$$x^x = (4^2)^2$$
$$x^x = 4^4$$
$$x = 4$$

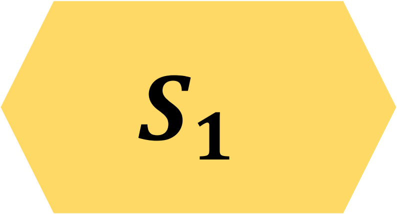
Reemplazando en T:

$$T = 3\sqrt{x} + 2 = 3\sqrt{4} + 2$$
$$= 3(2) + 2$$
$$= 8$$

Entonces la edad del hijo es:

$\boxed{16}$

7. Jorge y Rosario tienen áreas de chacras iguales y formas muy peculiares, producto de la herencia de su padre, tal como se muestra:



S_1: *área de la chacra de Jorge*

S_1: 2^x

S_2: *área de la chacra de Rosario*

S_2: 64

Donde la edad de Jorge es (x+2) años. ¿Podemos saber cuál es la edad de Jorge? Si es así, ¿cuál es esa edad?

RESOLUCIÓN

Como las áreas son iguales, se cumple:

$$2^x = 64$$

RESOLUCIÓN

$$2^x = 64$$

$$2^x = 2^6$$

$$x = 6$$

Edad de Jorge, según dato: x+2 años

A las preguntas:

¿Podemos saber la edad de Jorge? SI

¿Cuál es la edad?

$$\underset{6}{x} + 2 = 8$$

$$\boxed{8}$$