



ALGEBRA

Chapter 10

2th

Session II

DIVISION DE POLINOMIOS

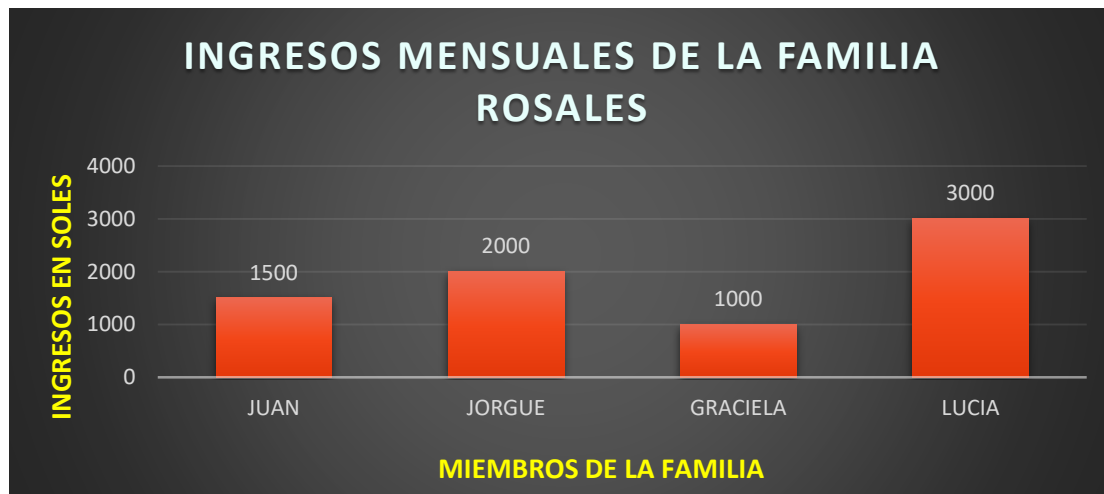


 **SACO OLIVEROS**

HELICO MOTIVATING



En una familia, los hermanos Rosales desean calcular la cantidad de dinero que pueden recolectar durante un año, pero a Juan Rosales se le ocurre la idea de expresarlo en un polinomio, ¿Podrás expresar en un polinomio la cantidad anual que perciben los hermanos Rosales con ayuda del siguiente gráfico de barras?



Expresamos en un polinomio $R(x)$

Donde la variable "X" sería la cantidad de meses a calcular.

$$R(x) = 1500x + 2000x + 1000x + 3000x$$

Entonces anualmente (**12 meses**) sería:

$$R_{(12)} = 1500(12) + 2000(12) + 1000(12) + 3000(12)$$

$$R_{(12)} = 90,000 \text{ soles anuales}$$

HELICO THEORY

CHAPTER 10

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

*Operación que consiste en obtener dos polinomios llamados **cociente y residuo**, conociendo los polinomios **dividendo y divisor**.*

ALGORITMO DE LA DIVISIÓN:

$$D(x) = d(x) \cdot q(x) + R(x)$$

Donde:

$D(x)$	\longrightarrow	<i>polinomio dividendo</i>
$d(x)$	\longrightarrow	<i>polinomio divisor</i>
$q(x)$	\longrightarrow	<i>polinomio cociente</i>
$R(x)$	\longrightarrow	<i>Polinomio residuo</i>



PROPIEDADES DE LOS GRADOS:

$$I. \text{Grado}[d(x)] \leq \text{Grado}[D(x)]$$

$$II. \text{Grado}[q(x)] = \text{Grado}[D(x)] - \text{Grado}[d(x)]$$

$$III. \text{Grado}_{\text{máx}}[R(x)] = \text{Grado}[d(x)] - 1$$

Ejemplo:

Al dividir:

$$\frac{4x^5 + 3x^2 + 2}{x^2 + 3x - 1}$$

1. ¿Cuál es el grado del cociente? $\text{Grado}[q(x)] = 5 - 2 = 3$

2. ¿Cuál es el máximo grado que puede tener el residuo?

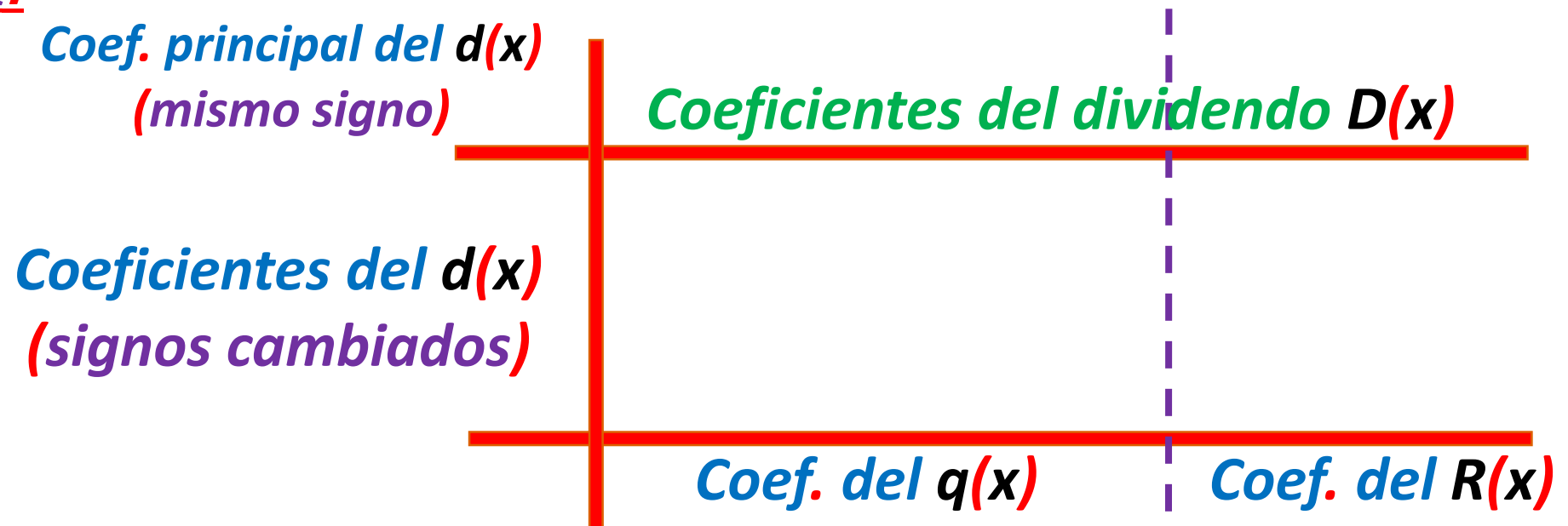
$$\text{Grado}_{\text{máx}}[R(x)] = 2 - 1 = 1$$

MÉTODO DE HORNER:



Método didáctico para la división de polinomios en el cual se utilizan solo los coeficientes. Este método se aplica cuando el grado del polinomio divisor es mayor o igual a 2. Para la aplicación de este método, los polinomios $D(x)$ y $d(x)$ deben estar completos y ordenados de forma descendente.

Esquema:





APLICACIÓN: Halle el cociente y residuo al dividir

$$6x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2 \leftarrow \text{Completo y ordenado}$$

$$3x^2 - x + 2 \leftarrow \text{Completo y ordenado}$$

RESOLUCIÓN

Handwritten polynomial long division diagram showing the steps:

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 6x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2} \\
 \underline{6x^4 + 3x^3 - 6x^2} \\
 -2x^3 + x^3 - 3x^2 + x + 2 \\
 \underline{-2x^3 + x^3 - 6x^2} \\
 3x^2 + x + 2 \\
 \underline{3x^2 - x + 2} \\
 4x + 0 \\
 \underline{4x - 2} \\
 2
 \end{array}$$

The quotient is $q(x) = 2x^2 + x - 2$ and the remainder is $R(x) = -3x + 6$.

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

HELICO PRACTICE

CHAPTER 10



RESOLUCIÓN

Completamos el dividendo

3. Sumar $\Sigma coef. = 3 + 1 - 2 + 2$

Rpta: $\Sigma coef. = 4$



2. Determine el término independiente del cociente de:

$$\frac{2x^4 + x^3 - 5 - 7x^2 + x}{x^2 + x - 2}$$

RESOLUCIÓN

Diagram illustrating the polynomial long division process. The dividend is $2x^4 + x^3 - 7x^2 + x - 5$ and the divisor is $x^2 + x - 2$. The quotient is $q(x) = 2x^2 - 1x - 2$ and the remainder is $R(x) = x - 9$.

$$q(x) = 2x^2 - 1x - 2 \wedge R(x) = x - 9$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + x^3 - 7x^2 + x - 5 \\ x^2 + x - 2 \end{array}$$

Ordenando el dividendo

El término independiente del cociente sería:

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sumar

$$T.I (q(x)) = 2x^2 - x - 2$$

Rpta: **-2**





4. En la división exacta: Calcule $m + n + p$

$$\frac{4x^5 + 5x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + x^2 + x + 3}$$

RESOLUCIÓN

$q(x) = 2x^2 - x + 2 \wedge R(x) = 0$

$4x^5 + 0x^4 + 5x^3 + mx^2 + nx + p$
 Completamos el dividendo

Entonces: $4x^5 + 0x^4 + 5x^3 + mx^2 + nx + p$
 $2x^3 + x^2 + x + 3$

1. Dividir
 $* m - 6 + 1 - 2 = 0$
 $m - 7 = 0 \rightarrow m = 7$

2. Multiplicar
 $* n + 3 - 2 = 0$
 $3n + 1 = 0 \rightarrow n = -1$

3. Sumar
 $* p - 6 = 0 \rightarrow p = 6$

Rpta: $m + n + p = 12$



5. Indique el valor de $k + m$ sabiendo que representa el número de hermanos de la estudiante Flor, donde:

$$\frac{x^4 - x^3 - 2x^2 - kx + m}{x^2 - 2x - 3}$$

Tiene como residuo $10x + 15$. ¿Cuántos hermanos tiene Flor?

RESOLUCION

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & -1 & -2 & -k & m & \\ x^2 - 2x - 3 & 1 & 1 & 3 & -k+9 & m+9 & \\ \hline & & 2 & 3 & 3 & 6 & \\ & & & 2 & 6 & 9 & \end{array}$$

$$q(x) = x^2 + x + 3 \quad \wedge \quad R(x) = (-k + 9)x + (m + 9)$$

Por dato:

1. Dividir $R(x) = 10x + 15$

$$(-k + 9)x + (m + 9) \equiv 10x + 15$$

3. Sumar $* (-k + 9) = 10 \rightarrow k = -1$

$* (m + 9) = 15 \rightarrow m = 6$

Rpta: Flor tiene 5 hermanos



6. Luego de dividir
$$\frac{3x^5 + x^3 + 10x^2 + nx + 5}{3x^3 + 3x^2 - 2x + 1}$$

su residuo es $x^2 + 6x + 3$. Halle el valor de n . Luego se sabe que el resultado multiplicado por 300 es la distancia en metros que Juana tendrá que caminar desde su casa hasta el supermercado. Si luego de haber recorrido una distancia equivalente a $(160n + 30)$ metros se encuentra con su mejor amiga quien le dice que los mejores precios del día están a 100 metros del supermercado, así que Juana decide realizar sus compras allí. ¿Cuántos metros tendrá que recorrer Juana para llegar al lugar y realizar sus compras?



6. RESOLUCIÓN

Piden el valor de n , al dividir $\frac{3x^5 + x^3 + 10x^2 + nx + 5}{3x^3 + 3x^2 - 2x + 1}$
Sabiendo que el residuo es $\underline{x^2 + 6x + 3}$.

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 3x^5 + 0x^4 + x^3 + 10x^2 + nx + 5} \\
 \underline{-3x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 2x - 1} \\
 3x^4 + 3x^3 + 20x^2 + (n+2)x + 6 \\
 \underline{-3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 1} \\
 6x^2 + (n+2)x + 7 \\
 \underline{-6x^2 - 6x + 3} \\
 (n+8)x + 4
 \end{array}$$

$q(x) = x^2 - x + 2$ \wedge $R(x) = x^2 + (n+5)x + 3$

Completamos el dividendo

$$\frac{3x^5 + 0x^4 + x^3 + 10x^2 + nx + 5}{3x^3 + 3x^2 - 2x + 1}$$

$$x^2 + (m+5)x + 3 \equiv x^2 + \underline{6}x + 3$$

$$* m + 5 = 6 \rightarrow n = 1$$

Recorrido total: 300

Recorrió: 190

Falta recorrer: 110 + 100

Rpta: 210



7. En el siguiente cuadro de Horner, calcule la suma de los números a escribir en los casilleros en blanco

3	6	2	-6	<input type="text"/>	0
2		<input type="text"/>	<input type="text"/>		
			4	2	
<input type="text"/>				0	0
	<input type="text"/>	2	0	1	0

Si dicha suma representa el número de monedas que recibió Alfredo como cambio por la compra de un artefacto electrodoméstico, de los cuales 5 monedas eran de valor de 2 soles y el resto de 1 sol, y además se sabe que Alfredo pagó con un billete de 200 soles, ¿cuánto costó el artefacto que compró?



7. RESOLUCIÓN

Piden la suma de los números a escribir en los casilleros en blanco

Diagram illustrating the polynomial division process. The dividend is $3x^3 + 6x^2 + 2x - 6$ and the divisor is $x^2 + 2$. The quotient is $3x + 1$ and the remainder is x . The remainder is highlighted in a blue box.

$q(x) = 2x^2 + 2x \wedge R(x) = x$

3	6	2	-6	<input type="text"/>	0
2		<input type="text"/>	<input type="text"/>		
			4	2	
<input type="text"/>				0	0
	<input type="text"/>	2	0	1	0

Sumamos las casillas en blanco

$$\Sigma \text{ casillas} = \nearrow + \nearrow + + + = 8$$

Vuelto 8 monedas: $5.2 + 3.1 = 13$ soles
Costo del artefacto: $200 - 13 = 187$ soles