

ALGEBRA Chapter 22



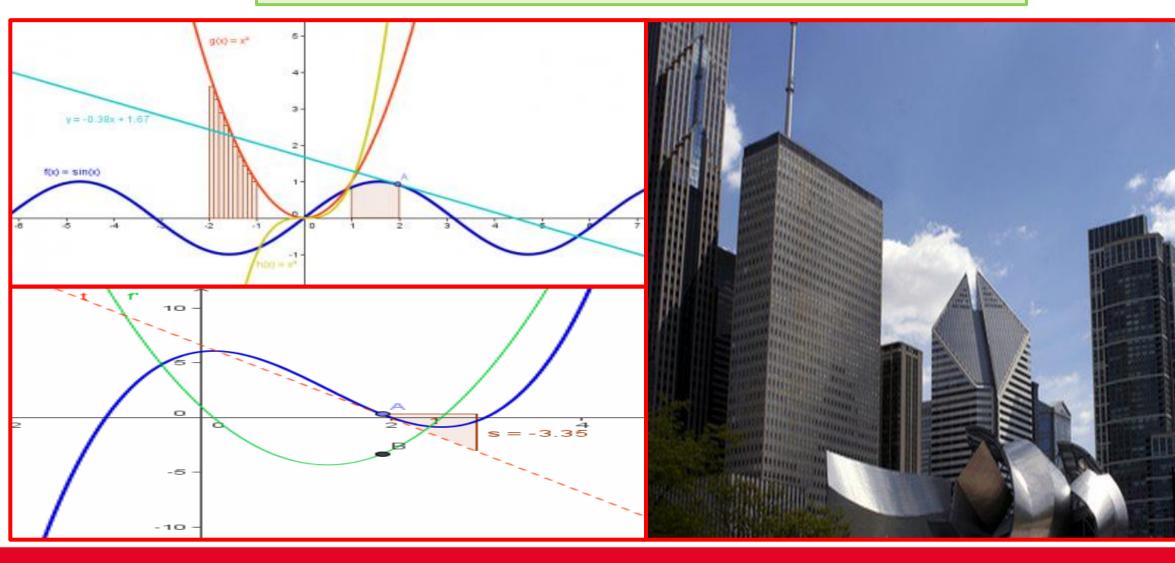
f(x)

Relaciones y funciones





RELACIONES Y FUNCIONES





¿QUÉ ES UN PAR ORDENADO?

Se llama par ordenado a un conjunto formado por dos elementos a y b con un orden determinado. Se simboliza de la siguiente forma: (a; b).

Donde: $a \longrightarrow primera componente$

b --- segunda componente

Pares ordenados

iguales: Si: $(a;b) = (c;d) \implies a = c \land b = d$



PRODUCTO CARTESIANO



Dados dos conjuntos A y B no vacíos, se define el producto cartesiano como:

$$A \times B = \{(a; b) / a \in A \land b \in B\}$$

Ejemplo: Sean $A = \{1; 3\}$ $y B = \{5; 6; 7\}$

Recuerda: 1.
$$A \times B \neq B \times A$$

2.
$$n(A \times B) = n(A).n(B)$$

$$3. \quad A^2 = A \times A$$

Dados dos conjuntos A y B no vacíos, se define Relación como el conjunto de pares ordenados que cumple:

$$R = \{(x; y) \in A \times B / P(x, y)\}$$

Ejemplo: Sean
$$A = \{1; 3\}$$
 $y B = \{5; 6; 7\}$

$$A \times B = \{(1;5), (1;6), (1;7), (3;5), (3;6), (3;7)\}$$

$$R = \{(1; 6), (3; 5), (3; 7)\}$$

Recuerda:

 N° de relaciones = $2^{n(A \times B)}$

DOMINIO Y RANGO:

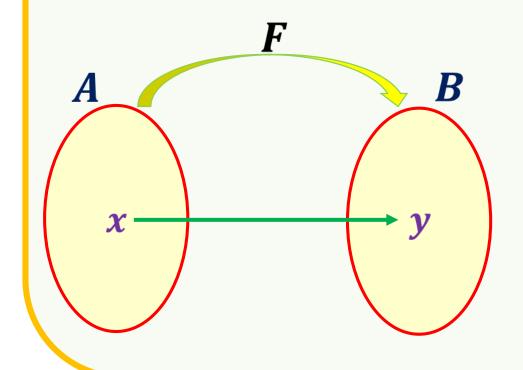
- Dominio: Conjunto de las primeras componentes de cada par ordenado (ABSCISAS).
- Rango: Conjunto de las segundas componentes de cada par ordenado (ORDENADAS).

Ejemplo: Sea la relación $R = \{(1; 4), (8; 7), (3; 4), (5; 2), (8; 9)\}$

$$Dom(R) = \{1, 3, 5, 8\}$$

$$Ran(R) = \{2, 4, 7, 9\}$$

Sean dos conjuntos A y B no vacíos, una función F es aquella correspondencia $F: A \to B$ que asigna a cada elemento $x \in A$, a lo más, un elemento $y \in B$.



Se tiene lo siguiente:

$$y = F(x)$$
 $F = (x; F(x))$

$$F = (x; F(x))$$

$$Si \exists (a; b) \land (a; c) \in F$$

$$y \in B$$
 es función $\implies b = c$



Si g es función

Problema 1

$$g = \{(4; 2), (3; 15), (8; -1), (4; 2)\}$$

calcule la suma de elementos del dominio con la de suma elementos del rango.

$$g = \{(\underline{4}; \underline{2}), (\underline{3}; \underline{15}), (\underline{8}; \underline{-1}), (\underline{4}; \underline{2})\}$$

$$Dom(g) = \{4; 3; 8\} \longrightarrow Suma = 15$$

$$Ran(g) = \{2; 15; -1\} \implies \begin{bmatrix} Suma = 16 \end{bmatrix}$$

$$\therefore Suma(Dom) + Suma(Ran) = 31$$



$$h = \{(4; 11), (5; 14), (4; m-1), (5; n-6)\}$$

es función.

Resolución:

$$h = \{(4; 11), (5; 14), (4; m-1), (5; n-6)\}$$

h es función:

$$(4; 11) = (4; m-1)$$

$$\rightarrow$$
 11 = $m-1$

$$m = 12$$

$$(5; 14) = (5; n-6)$$

$$\rightarrow$$
 14 = $n - 6$

$$n = 20$$

$$\therefore m+n=32$$



Cuál debe ser la suma de los elementos del dominio para que la relación

Problema 3

$$R = \{(a+3;5a-1),(a+3;14),(a-1;2a)\}$$

sea una función.

Resolución:

$$R = \{(\underline{a+3}; \underline{5a-1}), (\underline{a+3}; \underline{14}), (a-1; 2a)\}$$

$$R \ es \ función \implies 5a-1=14$$

$$a = 3$$

$$\Rightarrow$$
 $R = \{(6; 14), (2; 6)\}$

$$Dom(R) = \{6; 2\}$$

$$: Suma(Dom) = 8$$



Si H = {(3; 6), (4; 8), (5; 10), (6; 12)} es función, hallar el valor de

Problema 4

$$T = \frac{H(4) + H(5)}{H(6) - H(5)}$$

Resolución:

$$H = \{(3; 6), (4; 8), (5; 10), (6; 12)\}$$

$$T = \frac{H(4) + H(5)}{H(6) - H(5)} = \frac{8 + 10}{12 - 10} = \frac{18}{2}$$

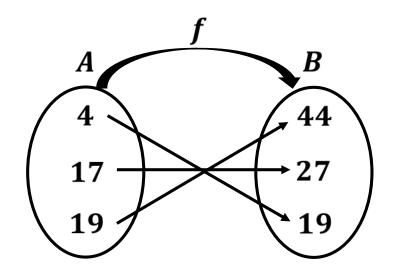
T=9

◎1

Problema 5

Viviana desea hacer el pago por uso de internet del mes de diciembre, si al calcular f(17) + f(f(4)) + f(4) nos da el monto a pagar. ¿Cuánto fue el dinero total invertido en el pago de dicho servicio?.

Observación: Dada la función f: A → B



Resolución:

$$f(17) + f(f(4)) + f(4)$$

$$= 27 + f(19) + 19$$

Rpta: El pago del internet fue de S/90



Problema 6

Dayana desea hacer un desayuno familiar por tal motivo va a la panadería a comprar 54 + T panes, si se sabe que a partir de f(x) = 7x2 + 2x - 6 podemos encontrar el valor de T = f(2) + f(-1) - f(3). ¿Cuántos panes compró Dayana para el desayuno?

Resolución:

$$f(x) = 7x^2 + 2x - 6$$

Efectuando: T = f(2) + f(-1) - f(3)

Cálculo de f(2):

$$f(2) = 7(2)^2 + 2(2) - 6$$
 \Rightarrow $f(2) = 26$

 \triangleright Cálculo de f(-1):

$$f(-1) = 7(-1)^2 + 2(-1) - 6$$
 $f(-1) = -1$

Cálculo de f(3):

$$f(3) = 7(3)^2 + 2(3) - 6$$
 \Rightarrow $f(3) = 63$

Rpta: compró 16 panes

Problema 7

Indique cuál de las siguientes gráficas no representa una función.

