

TRIGONOMETRY

Chapter 6

Identidades trigonométricas de
ángulos compuestos





TRIGONOMETRY

Índice

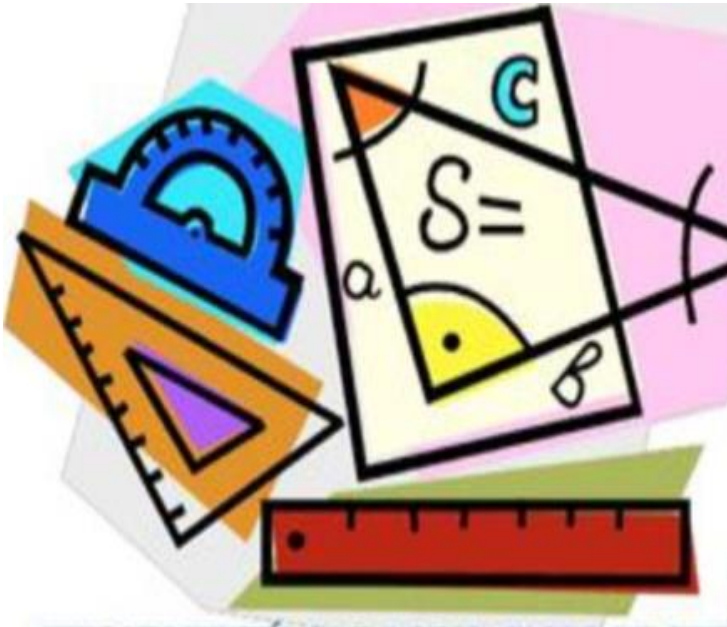
01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

Video: ¿El todo es igual a la suma de sus partes?



MOTIVATING STRATEGY

¿El todo es igual a la suma de sus partes?



Material Digital



Resumen



HELICO THEORY

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS DE ÁNGULOS COMPUESTOS

Para la suma de dos ángulos:

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

Para la diferencia de dos ángulos:

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE



Simplifique:

$$A = \frac{\text{sen}(\alpha - \beta) - \text{sen}(\alpha + \beta)}{\cos\beta \cdot \cos\alpha}$$

RECORDEMOS

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \text{sen}\beta$$

$$\frac{\text{sen}\beta}{\cos\beta} = \tan\beta$$

$$A = \frac{\text{sen}(\alpha - \beta) - \text{sen}(\alpha + \beta)}{\cos\beta \cdot \cos\alpha}$$

$$A = \frac{\cancel{\text{sen}\alpha \cdot \cos\beta} - \cos\alpha \cdot \text{sen}\beta - (\cancel{\text{sen}\alpha \cdot \cos\beta} + \cos\alpha \cdot \text{sen}\beta)}{\cos\beta \cdot \cos\alpha}$$

$$A = \frac{-2 \cdot \cancel{\cos\alpha} \cdot \text{sen}\beta}{\cos\beta \cdot \cancel{\cos\alpha}}$$

$$A = -2 \cdot \frac{\text{sen}\beta}{\cos\beta}$$

Respuesta

$$\therefore A = -2\tan\beta$$



Calcule: $\cos 82^\circ$

RECORDEMOS

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta$$

$$\cos 82^\circ = \underbrace{\cos(45^\circ + 37^\circ)}$$

$$\cos 82^\circ = \cos 45^\circ \cdot \cos 37^\circ - \operatorname{sen} 45^\circ \cdot \operatorname{sen} 37^\circ$$

$$\cos 82^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5}$$

$$\cos 82^\circ = \frac{4\sqrt{2}}{10} - \frac{3\sqrt{2}}{10}$$

Respuesta

$$\therefore \cos 82^\circ = \frac{\sqrt{2}}{10}$$



Reduzca:

$$B = \cos 27^\circ \cdot \cos 18^\circ - \operatorname{sen} 27^\circ \cdot \operatorname{sen} 18^\circ$$

RECORDEMOS

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta = \cos(\alpha + \beta)$$

$$B = \cos 27^\circ \cdot \cos 18^\circ - \operatorname{sen} 27^\circ \cdot \operatorname{sen} 18^\circ$$

$$\cos(27^\circ + 18^\circ)$$

$$B = \cos 45^\circ$$

Respuesta

$$\therefore B = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Se necesita cercar un área de forma cuadrangular de lado P. Determine el perímetro de dicho espacio.

$$P = 14 \cdot \tan 8^\circ$$



$$\tan 8^\circ = \tan(45^\circ - 37^\circ)$$

$$\tan 8^\circ = \frac{\tan 45^\circ - \tan 37^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 37^\circ}$$

$$\tan 8^\circ = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)}{1 + (1) \left(\frac{3}{4}\right)}$$

$$\tan 8^\circ = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}}$$

$$\tan 8^\circ = \frac{1}{7}$$

RECORDEMOS

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

Calculamos el lado del terreno:

$$14 \cdot \tan 8^\circ = 14 \left(\frac{1}{7} \right) = 2 \text{ u}$$



Calculamos el perímetro del terreno:

Respuesta

$$\therefore 2P = 8u$$

Problema 05

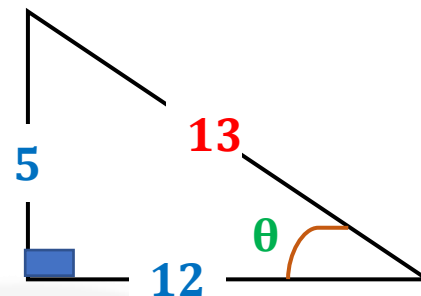


Si $\text{sen}\theta = \frac{5}{13}$; calcule $P = \cos(\theta - 37^\circ)$

Luis desea averiguar la edad de su padre, siendo este el valor de $65P$. Determine la edad del papa de Luis.

Del dato:

$$\text{sen}\theta = \frac{5}{13} = \frac{\text{CO}}{\text{H}}$$



$$\rightarrow \cos\theta = \frac{12}{13}$$

$$\cos(\theta - 37^\circ) = \cos\theta \cdot \cos 37^\circ + \text{sen}\theta \cdot \text{sen} 37^\circ$$

$$\cos(\theta - 37^\circ) = \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5}$$

$$\cos(\theta - 37^\circ) = \frac{48}{65} + \frac{15}{65}$$

$$\cos(\theta - 37^\circ) = \frac{63}{65}$$

$$\text{La edad del papá de Luis} = 65P = 65 \left(\frac{63}{65} \right)$$

Respuesta

63 años

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



Calcule: **sen83°**



Problema 07



Calcule: **cos16°**



Problema 08



Simplifique:

$$A = \frac{6 \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta}{\cos(\alpha - \beta) + (\cos(\alpha + \beta))}$$



Problema 09



Se sabe que Jesús ahorra diariamente 12P soles para comprar su videojuego favorito GTA. Si el juego tiene un valor de 120 soles, calcule el número de días que necesita ahorrar Jesús para poder comprar el GTA.

$$P = (\cos 17^\circ \cdot \cos 28^\circ - \sin 17^\circ \cdot \sin 28^\circ)^2$$

Problema 10



Hace 10 años, Diego, el hijo del profesor de trigonometría, tenía $14 \tan \beta$ años de edad. Determine que edad tiene en la actualidad.

