

ALGEBRA

Volume 1 - 2

4th
SECONDARY

Academic Advising



 **SACO OLIVEROS**

1.

Si: $P(x) = 8x - 9$

$$P(F(x)) = 16x + 15$$

Calcular: $F(3)$

Recordar

Valor Numérico

$$P(x) = 3x - 10$$

$$x = F(x)$$

$$\Rightarrow P(F(x)) = 3(F(x)) - 10$$

Resolución:

$$P(x) = 8x - 9$$

Valor Numérico

$$x = F(x)$$

$$\Rightarrow \underline{P(F(x))} = 8(F(x)) - 9$$

$$16x + 15 = 8F(x) - 9$$

$$\Rightarrow 16x + 24 = 8F(x)$$

$$2x + 3 = F(x)$$

Nos piden: $F(3)$

$$2(3) + 3 = F(3)$$

$$F(3) = 9$$

2. Si: $m + m^{-1} = 3$

Calcular el valor de:

$$m^3 + m^{-3}$$

Recordar

Identidad de Cauchy

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Resolución:

$$m + m^{-1} = 3$$

Elevamos al cubo

$$(m + m^{-1})^3 = (3)^3$$

Aplicando Cauchy

$$(m)^3 + (m^{-1})^3 + 3 \underbrace{(m)}_1 \underbrace{(m^{-1})}_1 \underbrace{(m + m^{-1})}_3 = 27$$

$$\Rightarrow m^3 + m^{-3} + 9 = 27$$

$$\therefore m^3 + m^{-3} = 18$$

3. Si : $x^2 + 5x = 1$,
Calcular

$$M = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 5x(x + 5)$$

Recordar

Identidad de Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

Resolución:

Acomodando factores

$$M = (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) - 5x(x + 5)$$

Aplicando Steven

$$M = \underbrace{(x^2 + 5x)}_1 + 4) \underbrace{(x^2 + 5x)}_1 + 6) - 5 \underbrace{(x^2 + 5x)}_1$$

$$M = (1 + 4)(1 + 6) - 5(1)$$

$$\Rightarrow M = (5)(7) - 5$$

$$\therefore M = 30$$

4. Si la división

$$\frac{12x^4 + 11x^3 + 19x^2 + Ax + B}{4x^2 - 3x + 2}$$

es exacta, Calcule A+B

Recordar

- 1° Dividir
- 2° Multiplicar
- 3° Sumar

Resolución:

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 5x + 7 \\
 4x^2 - 3x + 2 \overline{) 12x^4 + 11x^3 + 19x^2 + Ax + B} \\
 \underline{12x^4 - 9x^3 + 6x^2} \\
 20x^3 + 13x^2 + Ax + B \\
 \underline{20x^3 - 15x^2 + 10x} \\
 28x^2 + 3x + B \\
 \underline{28x^2 - 21x + 14} \\
 0
 \end{array}$$

$$A + (-10) + 21 = 0$$

$$A = -11$$

$$B + (-14) = 0$$

$$B = 14$$

$$\therefore A + B = 3$$

5. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^{40} - (5x)^{20} - x^{13} + 125x^{10} + 9}{x - 5}$$

Recordar

Teorema del Resto

$$d(x) = 0$$

Resolución:

Por el Teorema del Resto

$$x - 5 = 0$$



$$x = 5$$

$$(5)^{40} - (5 \cdot 5)^{20} - (5)^{13} + 125(5)^{10} + 9$$

$$(5)^{40} - (5^2)^{20} - (5)^{13} + 5^3(5)^{10} + 9$$

$$\cancel{(5)}^{40} - \cancel{(5)}^{40} - \cancel{(5)}^{13} + \cancel{(5)}^{13} + 9$$

$$r(x) = 9$$

6. El número de alumnos de ajedrez en el colegio Saco Oliveros es la cantidad de Factores primos del polinomio

$$P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Indique cuántos son los alumnos de ajedrez

Recordar

$$\underbrace{(A^m + B^n)(A^{2m} - A^m B^n + B^{2n})}_{(A^{3m} + B^{3n})}$$

Resolución:

Agrupando

$$P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Factor común en cada grupo

$$P(x, y) = x(x^3 + y^3) + y(x^3 + y^3)$$

Factor polinomio común

$$P(x, y) = \underbrace{(x^3 + y^3)}_{\text{Suma de cubos}}(x + y)$$

Suma de cubos

$$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)$$

$$\Rightarrow P(x, y) = (x + y)^2(x^2 - xy + y^2)$$

\therefore 2 alumnos de ajedrez

7. Si: $a + b + c = 0$

Calcular el valor de:

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$$

Recordar

Condicionales

Si: $x + y + z = 0$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

Resolución:

Aplicando fracción equivalente

$$\frac{a^2}{bc} \cdot \frac{a}{a} + \frac{b^2}{ac} \cdot \frac{b}{b} + \frac{c^2}{ab} \cdot \frac{c}{c}$$

Efectuando

$$\frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc}$$

Luego

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

$$\rightarrow \frac{\cancel{3abc}}{\cancel{abc}}$$

$$\therefore 3$$

8. Que valor debe tomar “ $m + 2n$ ”, en la

siguiente división exacta

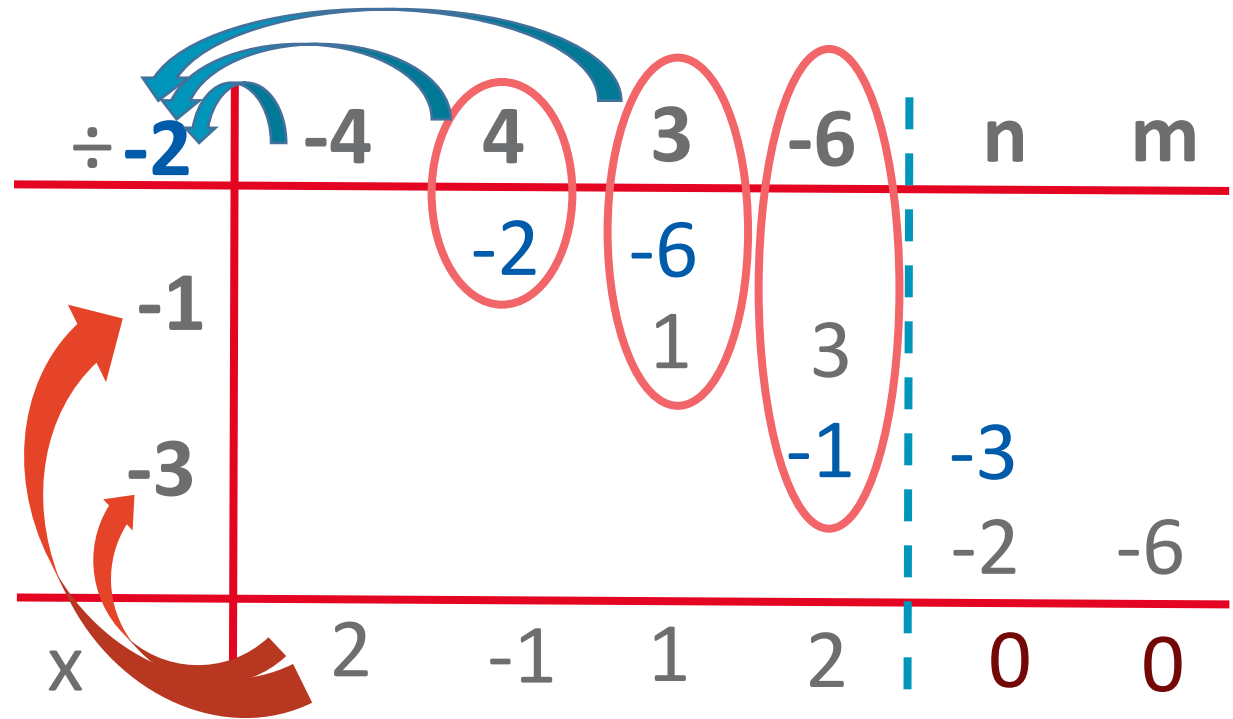
$$\frac{mx^5 + nx^4 + 3x^2 - 6x^3 + 4x - 4}{3x^2 + x - 2}$$

Recordar

Si la División es exacta
cumple Horner invertido

Resolución:

Aplicando Horner Invertido



$$n - 3 - 2 = 0 \Rightarrow n = 5$$

$$m - 6 = 0 \Rightarrow m = 6$$

$$\therefore m + 2n = 16$$

9. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

Recordar

Teorema del Resto

$$d(x) = 0$$

Resolución:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

$$x^3 - 3 = 0$$



$$x^3 = 3$$

Dando forma al Dividendo

$$x^3 \cdot x^2 + 2x^3 \cdot x + 3x^3 + x^2 + 1$$

Reemplazando

$$R(x) = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3 \cdot 3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = 3x^2 + 6x + 9 + x^2 + 1$$

$$R(x) = 4x^2 + 6x + 10$$

10. Factorice:

$$P(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1$$

Recordar

Identidad de Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

Resolución:

Ordenando factores

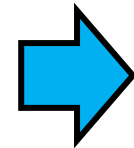
$$P(x) = (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) + 1$$

Aplicando Steven

$$P(x) = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 1$$

Cambio de variable

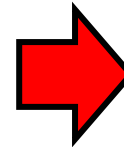
$$x^2 + 5x = m$$



$$P(x) = (m + 4)(m + 6) + 1$$

Aplicando Steven

$$P(x) = (m^2 + 10m + 24) + 1$$



$$P(x) = (m + 5)^2$$

Reemplazando

La variable original

$$P(x) = (x^2 + 5x + 5)^2$$

$$(x^2 + 5x + 5)^2$$

Problema 11

En la división algebraica, el término independiente del cociente es 7. Calcule el grado del dividendo

$$\frac{x^{n-1} - (4-n)x + n + 1}{x - 1}$$

Problema 12

Que valor debe tomar “m.n” en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $3x + 4$:

$$\frac{x^4 + mx + n}{x^2 + x + 1}$$

Problema 13

Calcule $m+n$ si la división deja por residuo

$$3x + 4$$

$$\frac{mx^5 + nx^4 - 6x^3 + 4x^2 + 10x - 8}{3x^2 + x - 4}$$