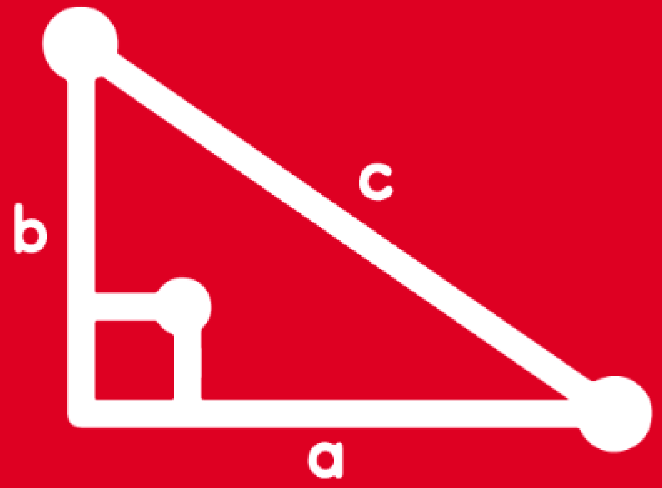
TRIGONOMETRY

Chapter 24

1st
SECONDARY



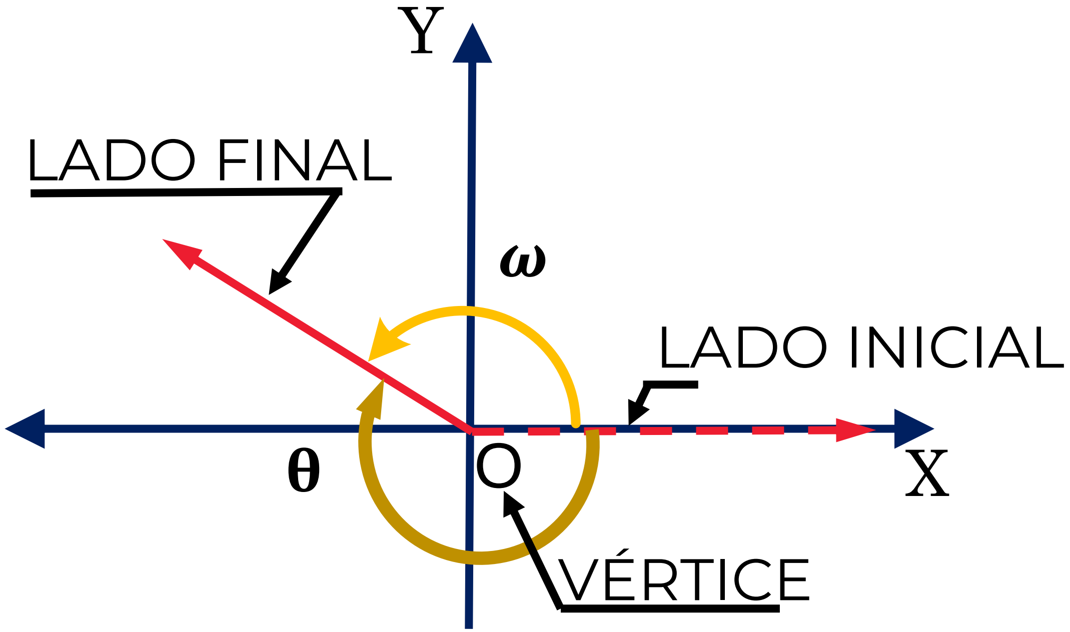
Ángulos coterminales

SACO OLIVEROS

HELICO-MOTIVACIÓN

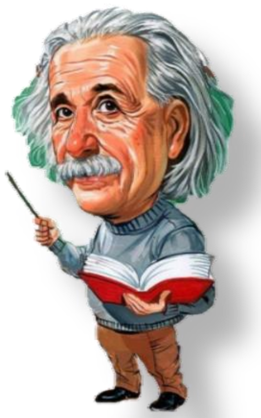
ÁNGULOS COTERMINALES

Son aquellos ángulos trigonométricos que tienen el mismo lado inicial, vértice y lado final (terminal). Solo se diferencian en su medida.



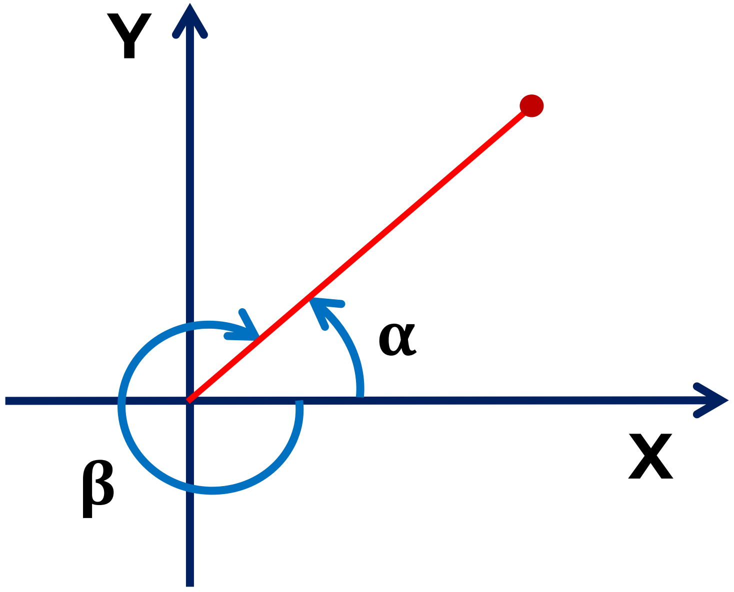
De la figura: θ y ω son las medidas de dos ángulos coterminales.

¡Muy bien!



ÁNGULOS COTERMINALES

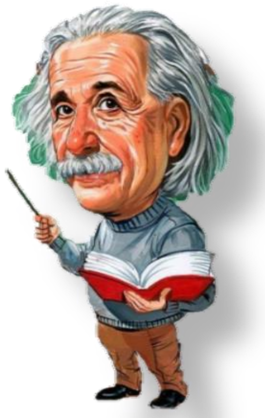
Siendo α y β las medidas de dos ángulos coterminales, se verifica lo siguiente:



- $\alpha - \beta \qquad n \quad ; n \in Z$
- $R.T.(\alpha) = R.T.(\beta)$
- **Es decir:**

$$\left\{\begin{aligned} sen\alpha &= sen\beta \\ cos\alpha &= cos\beta \\ tan\alpha &= tan\beta \\ cot\alpha &= cot\beta \\ sec\alpha &= sec\beta \\ csc\alpha &= csc\beta \end{aligned}\right.$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 1

Indique cuáles de los siguientes ángulos son coterminales.

I. 200° y 160°
II. 540° y –120°
III. 400° y –320°

Recuerda:

α β

α β $\in$

$\mathbb{Z}$

Resolución:

I) 200° - 160° = 40° (no es múltiplo de 360°)

II) 540° - (-120°) =660° (no es múltiplo de 360°)

III) 400° - (-320°) = 720°(si es múltiplo de 360°)

Rpta: 400° y -320° ángulos coterminales

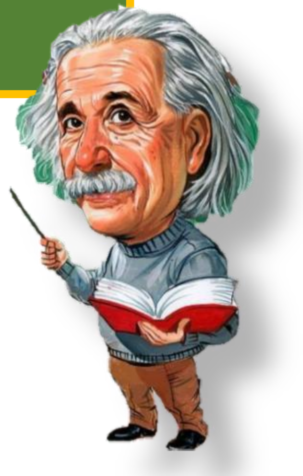
HELICO-PRACTICE 2

Calcule un ángulo coterminal del ángulo -250°

Recuerda:

α y β son ángulos coterminales, entonces:

$$\alpha - \beta = 360°\,n;\ n \in \mathbb{Z}$$



Resolución:

$$\alpha - (-250°) = 360°(n)$$

Si n = 1

$$\alpha + 250° = 360°\ (1)$$

$$\alpha + 250° = 360°$$

$$\boxed{\alpha = 110°}$$

110° es un ángulo coterminal de -250°

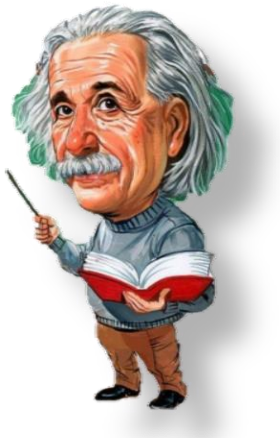
HELICO-PRACTICE 3

Renato compró un terreno en forma de rectángulo, tal como se muestra en la figura.

$h = (3\sqrt{3}\ \tan\alpha)$ **m**

$b = (20\ \cos\alpha)$ **m**

Si α y 60° son ángulos coterminales, ¿cuál es el área de dicho terreno?



Resolución:

Por propiedad de ángulos coterminales
RT(α)= RT (β)

Entonces:

cosα = cos60° = 1/2

tanα = tan60° = $\sqrt{3}$

Reemplazar:

b=20cosα $\quad 3\sqrt{3}\ \ \alpha$

b=20(1/2) $\quad 3\sqrt{3}\ \sqrt{3}$

b=10m $\quad 9$

=(10 m)(9 m)

$\boxed{S = 90\ m^2}$

HELICO-PRACTICE 4

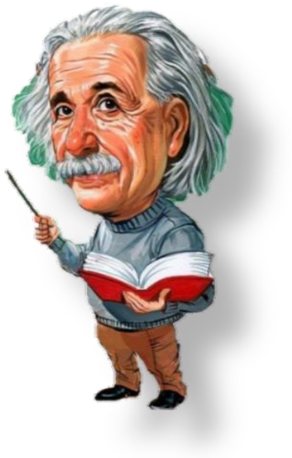
Siendo θ y 30° ángulos coterminales, efectúe

$$E = \csc^2\theta + \tan^2\theta$$

Resolución:

$\csc\theta = \csc 30° = 2$

$\tan\theta = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$



Reemplazar en E:

$$E = \csc^2\theta + \tan^2\theta$$

$$E = 2^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

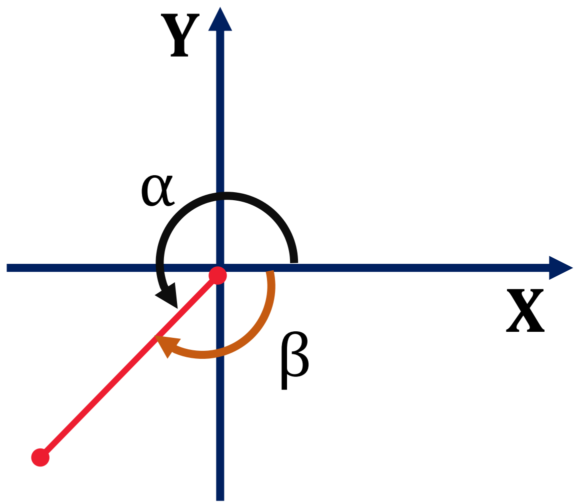
$$E = 4 + \frac{3}{9} \Rightarrow E = 4 + \frac{1}{3}$$

$$E = \frac{12+1}{3}$$

$$\boxed{E = \frac{13}{3}}$$

HELICO-PRACTICE 5

Del gráfico



$$M = \frac{5\csc\beta}{\csc\alpha} - \frac{2\tan\alpha}{\tan\beta}$$

Resolución:

$$M = \frac{5\csc\beta}{\csc\alpha} - \frac{2\tan\alpha}{\tan\beta}$$

Recuerda:

$$\csc\alpha = \csc\beta$$

$$\tan\alpha = \tan\beta$$

Reemplazamos

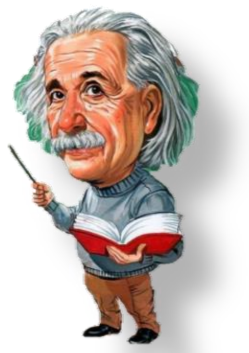
$$M = \frac{5\cancel{\csc\beta}}{\cancel{\csc\beta}} - \frac{2\cancel{\tan\alpha}}{\cancel{\tan\alpha}}$$

$$M = 5(1) - 2(1)$$

$$M = 5 - 2$$

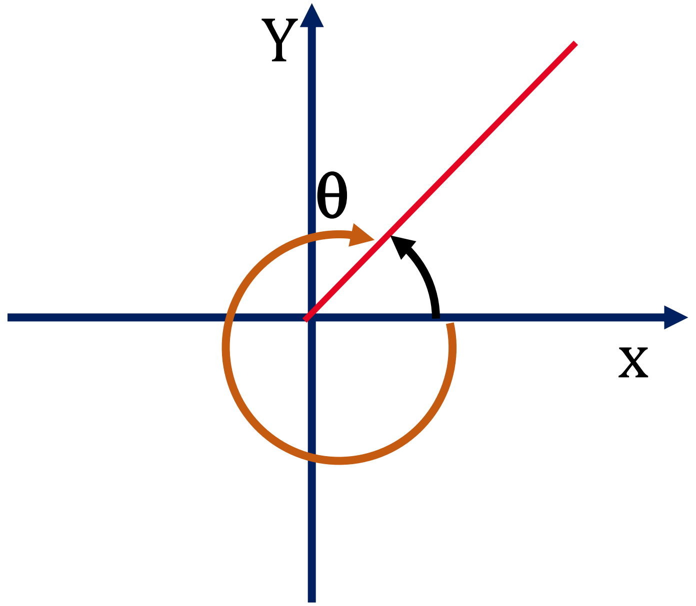
$$M = 3$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 6

Del gráfico



Efectúe

$$P = \sqrt{2}\csc\theta + 3\tan\theta$$

Resolución:

$$P = \sqrt{2}\csc\theta + 3\tan\theta$$

Recuerda:

$$\csc\theta = \csc 45°$$

$$\tan\theta = \tan 45°$$

Reemplazamos:

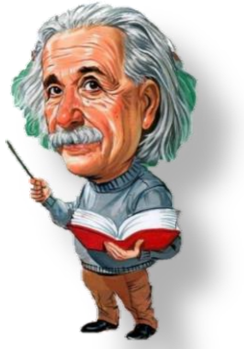
$$P = \sqrt{2}\csc 45° + 3\tan 45°$$

$$P = \sqrt{2}\,(\sqrt{2}) + 3\,(1)$$

$$P = 2 + 3$$

$$P = 5$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 7

El profesor de matemáticas plantea el siguiente acertijo a sus estudiantes para determinar al delegado si se sabe lo siguiente:

$$\alpha + \beta = 810°$$
$$\alpha - \beta = 360°(n)$$
$$Donde\ n\ es\ el\ primer\ número\ primo,$$
$$siendo\ \alpha\ y\ \beta\ \text{ángulos.}$$
$$Determine: M = tan\alpha + tan\beta$$

Resolución:

Recuerda:

$$n\ es\ el\ primer\ número\ primo$$

$$n = 2, 3, 5, 7\ \ldots$$

$$Entonces\ \ n = 2$$

Reemplazamos

$$\alpha + \beta = 810°$$
$$\alpha - \beta = 360°(2)$$

$$\alpha + \beta = 810° \quad +$$
$$\alpha - \beta = 720°$$

$$2\alpha = 1530°$$
$$\alpha = 765° \qquad \beta = 45°$$

$$Determine:$$
$$M = tan765° + tan45°$$
$$M = tan45° + tan45°$$
$$M = 2tan45°$$
$$M = 2(1)$$
$$M = 2$$