



ARITHMETIC

Chapter 14

5th
SECONDARY

SUCESIONES

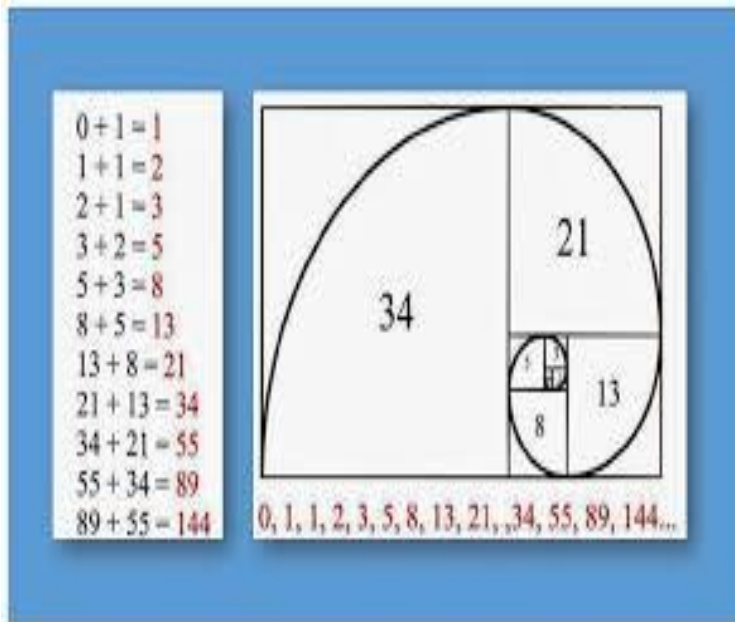


 **SACO OLIVEROS**



1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144;...

¿Cómo se le llama a esta conocida sucesión?...
¿recuerdas?





SUCESIÓN LINEAL O DE PRIMER ORDEN

PROGRESIÓN ARITMÉTICA(PA)

Donde: $t_1; t_2; t_3; t_4, \dots, t_n$

$$t_2 = t_1 + r$$

$$t_3 = t_1 + 2r$$

$$t_4 = t_1 + 3r$$

$$\vdots$$

**Fórmula
recurrente**

$$t_n = t_1 + (n - 1)r$$

(polinomio lineal)

Además

t_1 : primer término

t_n : término n-ésimo o último

n : número de términos

r : razón de PA

$$n = \boxed{\frac{t_n - t_1}{r} + 1} = \boxed{\frac{t_n - t_0}{r}}$$

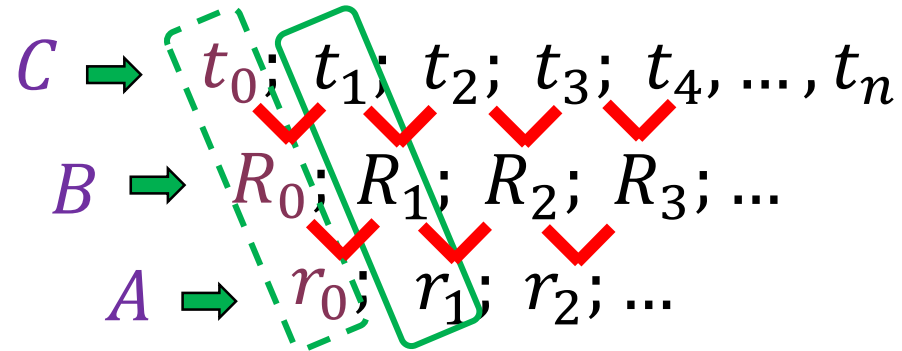
(t_0 = termino anterior al primero)

SUCESIÓN ARITMÉTICA DE ORDEN SUPERIOR

SUCESIÓN CUADRÁTICA

Donde: $a, b, y c \rightarrow \text{constantes}$ y $n \in \mathbb{N}$

Regla práctica



$$t_n = \left(\frac{A}{2}\right)n^2 + \left(B - \frac{A}{2}\right)n + C$$



1.

¿Cuántas cifras se han empleado para escribir 46; 48; 50;...; 382?

Recordemos:

cantidad de términos

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

RESOLUCIÓN

separando los números por su cantidad de cifras

de 2 cifras

$$\underbrace{46; 48; 50; \dots; 98}$$

$$\frac{98 - 44}{2} = 27$$

de 3 cifras

$$\underbrace{100; 102; \dots; 382}$$

$$\frac{382 - 98}{2} = 142$$

Total de cifras : $27 \cdot 2 + 142 \cdot 3$

$$\therefore 54 + 426 = 480 \text{ cifras}$$

480 cifras



2. ¿Cuántas cifras se empleado al escribir los números desde el 48 al 1210?

cantidad de términos

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

de 4 cifras

1000; 1001; ...; 1210

$$1210 - 999 = 211$$

RESOLUCIÓN

separando los números por su cantidad de cifras

de 2 cifras

$$\begin{array}{c} 48; 49; 50; \dots; 99 \\ \hline 99 - 47 = 52 \end{array}$$

de 3 cifras

$$\begin{array}{c} 100; 101; \dots; 999 \\ \hline 999 - 99 = 900 \end{array}$$

$$\text{Total de cifras: } 52 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 211 \cdot 4$$

$$\therefore 104 + 2700 + 844$$

3648 cifras



3. Halle el trigésimo término de la siguiente sucesión:

7; 10; 15; 22;...

Recordemos:

$$t_n = An^2 + Bn + C$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{lcl}
 C = 6 & \leftarrow & 6; \quad 7; 10; 15; 22, \dots \\
 B = 1 - 1 = 0 & \leftarrow & 1; \quad 3; 5; 7; \dots \\
 A = \frac{2}{2} = 1 & \leftarrow & 2; \quad 2 \quad 2 \dots
 \end{array}$$

$A=1$ $B=0$ $C=6$

Reemplazamos

$$t_{30} = 1 \cdot (30)^2 + 0 \cdot (30) + 6$$

$$\therefore t_{30} = 906$$

906



4. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

$\overline{a8b}; \overline{a93}; \overline{b04}; \overline{ba5}; \dots; \overline{aaa7}$

recordemos:

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

RESOLUCIÓN

Del dato

P.A: $\overline{a8b}; \overline{a93}; \overline{b04}; \overline{ba5}; \dots; \overline{aaa7}$

$+11 \quad +11 \quad +11$

$\Rightarrow r = 11$

Donde:

$$b = 2 \text{ y } a = 1$$

reemplazamos:

$182; 193; 204; \dots; 1117$

$$n = \frac{1117 - 171}{11} = \frac{946}{11}$$

$$\therefore n = 86$$

86

5. La suma del noveno con el décimo cuarto término de una progresión aritmética es 69 y la relación del sexto al décimo séptimo término es 6/17. El término de lugar 40 es

Recordar

$$t_n = t_1 + (n - 1).r$$

RESOLUCIÓN



2.º dato

$$\left. \begin{array}{l} t_6 = t_1 + 5.r \\ t_{17} = t_1 + 16.r \end{array} \right\} \div \frac{t_1 + 5.r}{t_1 + 16.r} = \frac{6}{17}$$

$$\Rightarrow 17.t_1 + 85.r = 6.t_1 + 96.r$$

$$\cancel{11.t_1} = \cancel{11.r} \Rightarrow t_1 = r$$

1.º dato

sumando:

$$\left. \begin{array}{l} t_9 = t_1 + 8.r = 9.r \\ t_{14} = t_1 + 13.r = 14.r \end{array} \right\} 9.r + 14.r = 69$$

$$\Rightarrow r = 3 = t_1$$

$$t_{40} = t_1 + 39.r$$

$$t_{40} = 3 + 39.(3)$$

$$\therefore t_{40} = 120$$

120



6. Al gran teatro de la UNI asistieron T personas a un concierto de piano. Hallar el valor de T si es equivalente a la suma de términos de la siguiente
Progresión aritmética.

$$12_{(n)}; 20_{(n)}; 22_{(n)}; \dots; 122_{(n)}$$

recordemos:

$$n^{\circ} = \frac{t_n - t_0}{r}$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos la P.A:

$$12_{(n)}; 20_{(n)}; 22_{(n)}; \dots; 122_{(n)}$$

r r

Descomponiendo en forma polinómica

$$n + 2; 2 \cdot n; 2 \cdot n + 2; \dots; n^2 + 2n + 2$$

restando miembro a miembro

$$r = n - 2 = 2 \quad \Rightarrow \quad r = 2 \quad \text{y} \quad n = 4$$

reemplazamos:

$$6; 8; 10; \dots; 26$$

$$n^{\circ} = \frac{26 - 4}{2} \quad \therefore \quad n^{\circ} = 11$$

176



7.

Moby Dick es una novela del escritor Herman Melville publicada en 1851. Narra la travesía del barco ballenero Pequod y sus tripulantes en la obsesiva persecución de un gran cachalote blanco. Si dicha novela consta de 698 páginas, ¿Cuántas cifras se han usado en la numeración de las páginas impares?

recordemos:

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

páginas impares

Nº de una cifra

Nº de dos cifras

Nº de tres cifras

1; 3; 5; ...; 9;

5

11; 13; 15 ...; 99;

$$\frac{99 - 9}{2} = 45$$

101; 103; 105; ...; 697

$$\frac{697 - 99}{2} = 299$$

$$\text{cantidad cifras} = 5(1) + 45(2) + 299(3)$$

$$= 5 + 90 + 897$$

$$\therefore \text{Cantidad de cifras} = 992$$

992