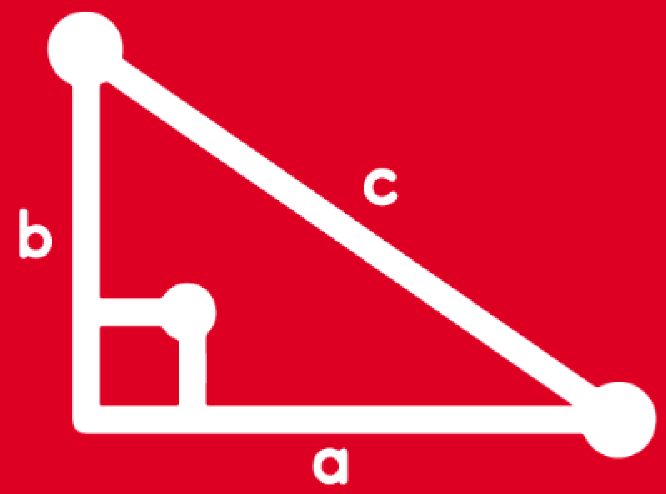
TRIGONOMETRY

Chapter 19



1st

SECONDARY

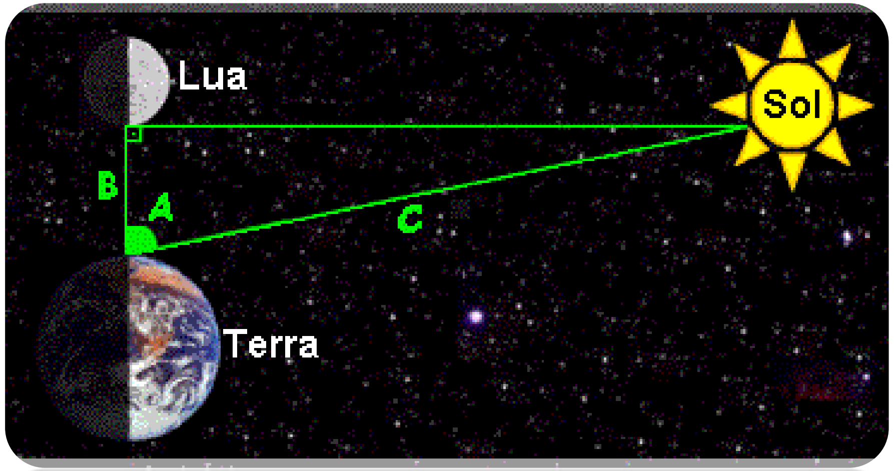
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL I

SACO OLIVEROS

HELICO-MOTIVACIÓN

Aplicaciones de la trigonometría

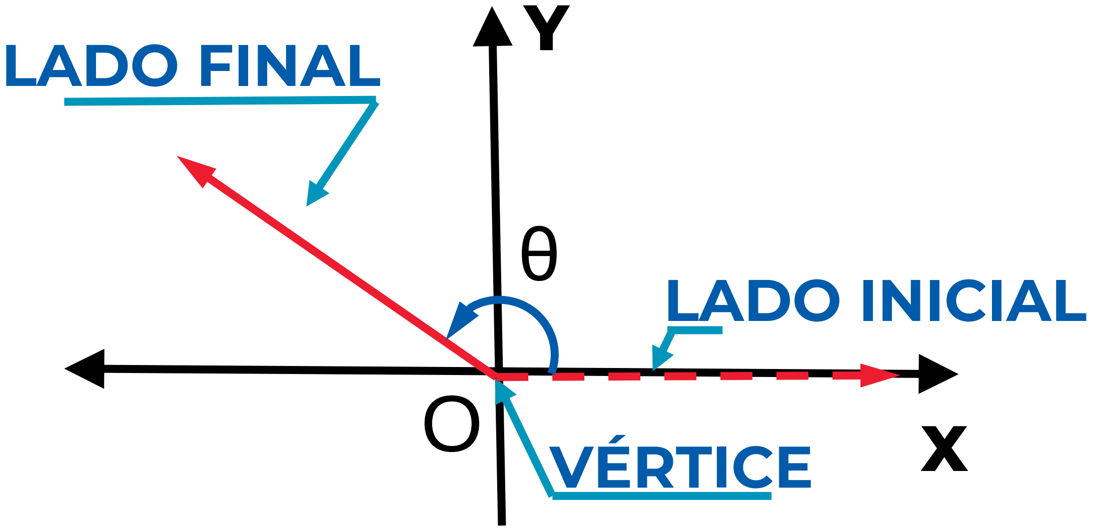
La trigonometría se usa en la astronomía para calcular la distancia del planeta Tierra al Sol, a la Luna, el radio de la Tierra y también para medir la distancia entre los planetas.



Los egipcios establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos, y lo utilizaron en la astronomía.

ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Son aquellos ángulos trigonométricos cuyo vértice está en el origen de coordenadas y su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas, y su lado final puede ubicarse en cualquier cuadrante o semieje del plano cartesiano.



DONDE:

θ: medida del ángulo en posición normal.

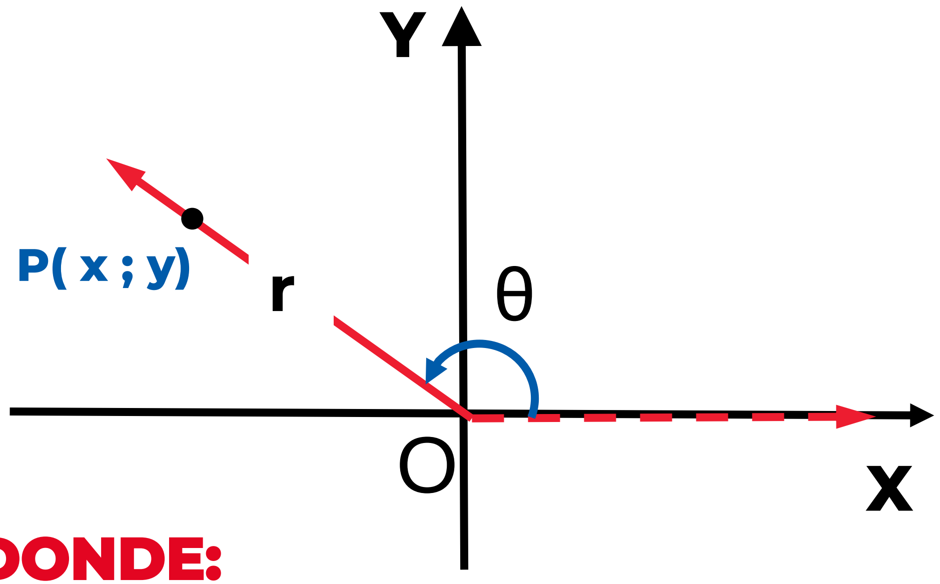
NOTA

Los ángulos pueden ser positivos o negativos según el sentido de giro que presenten.

RECUERDA:

La posición del lado final del ángulo en posición normal determina el cuadrante al que pertenece.

DEFINICIÓN DE LAS R.T PARA UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



DONDE:

x: abscisa del punto P

y: ordenada del punto P

r: radio vector del punto P

NOTA: $\mathbf{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$; **r** > 0

SE DEFINE:

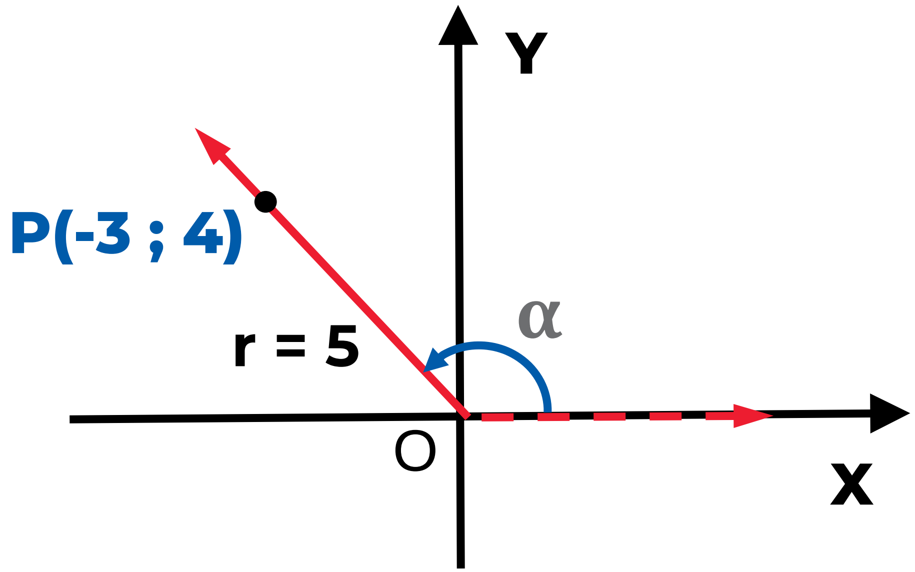
$$\mathbf{sen\theta} = \frac{\text{ordenada del punto P}}{\text{radio vector}} = \frac{y}{r}$$

$$\mathbf{cos\theta} = \frac{\text{abscisa del punto P}}{\text{radio vector}} = \frac{x}{r}$$

$$\mathbf{tan\theta} = \frac{\text{ordenada del punto P}}{\text{abscisa del punto P}} = \frac{y}{x}$$

HELICO-PRACTICA 1

1. Del gráfico, complete los espacios en blanco:



Recuerda:

$$\text{sen}\alpha = \frac{y}{r}\ ;\ \cos\alpha = \frac{x}{r}\ ;\ \tan\alpha = \frac{y}{x}$$

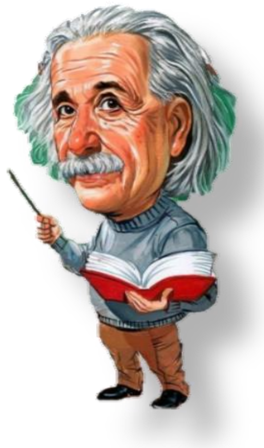
Resolución:

$x = -3$	$y = 4$	$r = 5$

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{4}{5}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

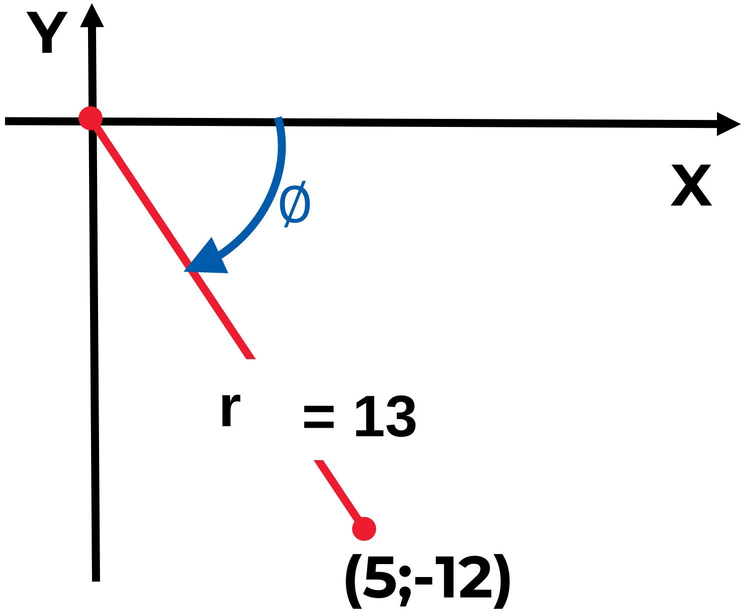


¡Muy bien!

HELICO-PRACTICE 2

2. Dado el gráfico, calcule

E = 13sen∅



Recuerda:

$$\text{sen}\varnothing = \frac{y}{r}$$

Resolución:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2}$$

$$r = \sqrt{25 + 144}$$

$$r = \sqrt{169}$$

$$r = 13$$

$x = 5$	$y = -12$	$r = 13$

Reemplazamos en E:

E = 13senΦ

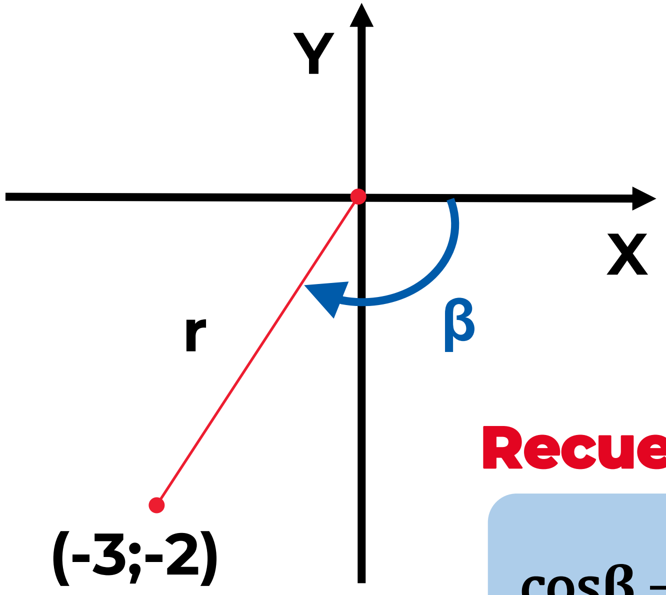
$$E = 13\left(\frac{-12}{13}\right)$$

∴ E = - 12

HELICO-PRACTICE 3

Del gráfico, calcule

K = $\cos^2\beta$



Recuerda:

$$\cos\beta = \frac{x}{r}$$

Resolución:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2}$$

$$r = \sqrt{9 + 4}$$

$$r = \sqrt{13}$$

$x = -3$	$y = -2$	$r = \sqrt{13}$

Reemplazamos en K:

K = $\cos^2\beta$

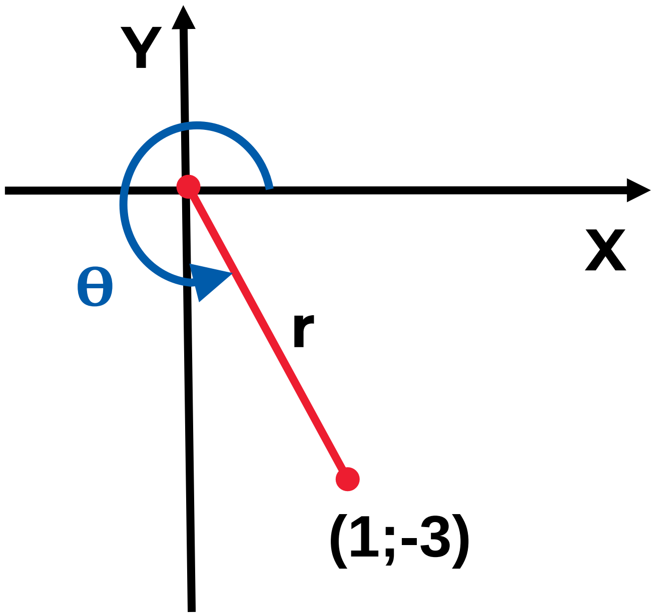
K = $\left(\frac{-3}{\sqrt{13}}\right)^2$

$\therefore$ K = $\frac{9}{13}$

HELICO-PRACTICE 4

Del gráfico, efectúe

$$M = \cos\theta \operatorname{sen}\theta$$



Recuerda:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r}, \quad \cos\theta = \frac{x}{r}$$

Resolución:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 9}$$

$$r = \sqrt{10}$$

$x = 1$	$y = -3$	$r = \sqrt{10}$

Reemplazamos en M:

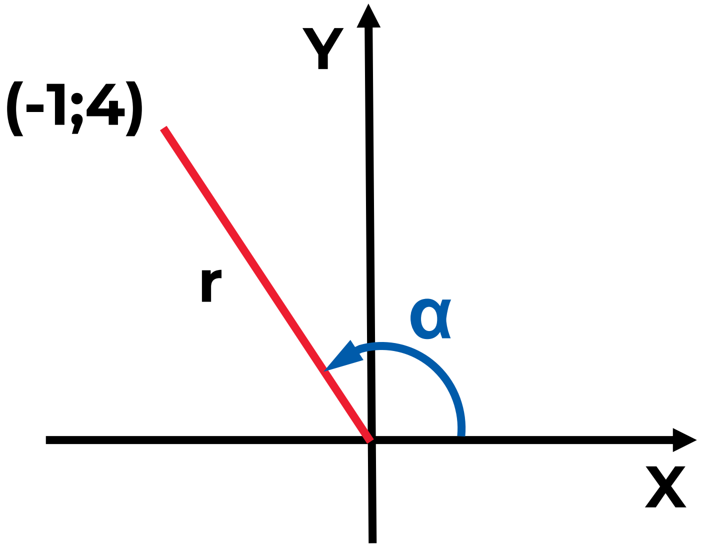
$$M = \cos\theta \operatorname{sen}\theta$$

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{-3}{\sqrt{10}}\right)$$

$$\therefore M = -\frac{3}{10}$$

HELICO-PRACTICE 5

Del gráfico, efectúe
$R = \sqrt{17}(\text{sen}\alpha + \cos\alpha)$



Recuerda:

$$\text{sen}\alpha = \frac{y}{r},\ \cos\alpha = \frac{x}{r}$$

Resolución:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (4)^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 16}$$

$$r = \sqrt{17}$$

$x = -1$	$y = 4$	$r = \sqrt{17}$

Reemplazamos en R:

$$R = \sqrt{17}(\text{sen}\alpha + \cos\alpha)$$

$$R = \sqrt{17}\left(\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right) + \left(\frac{-1}{\sqrt{17}}\right)\right)$$

$$R = \cancel{\sqrt{17}}\left(\frac{3}{\cancel{\sqrt{17}}}\right)$$

$$\therefore R = 3$$

HELICO-PRACTICE 6

En una búsqueda del tesoro organizada por el profesor de Álgebra, para el último acertijo se tienen las siguientes indicaciones:

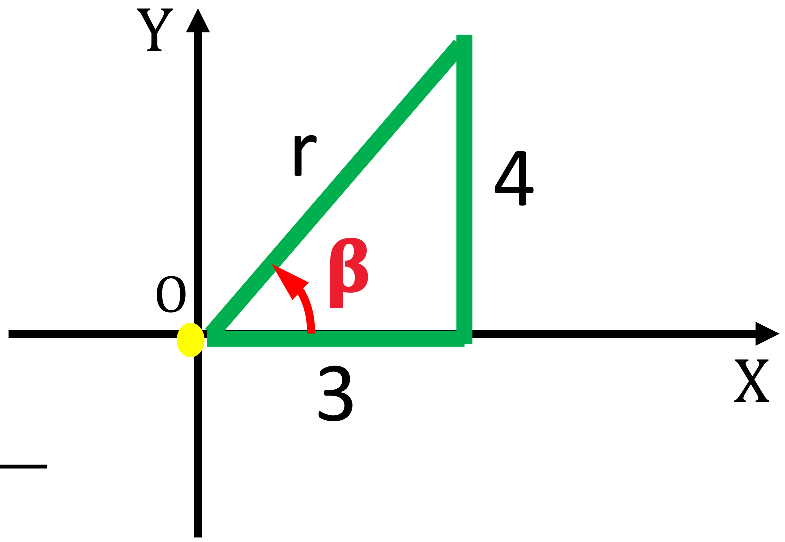
a. Dirigirse al centro del patio deportivo (origen de coordenadas)

b. Desde el centro dirigirse 3 metros a la derecha y luego 4 metros hacia arriba.

Si se sabe que β es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por la coordenada antes mencionada. Determine:

$$\boxed{E = \cos^2\beta - \text{sen}^2\beta.}$$

Resolución:



Calculamos r:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$r = \sqrt{9 + 16}$$

$$r = 5$$

$x = 3$	$y = 4$	$r = 5$

Reemplazamos en E:

$$E = \cos^2\beta - sen^2\beta$$

$$E = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$\therefore E = \frac{25}{25} = 1$$

HELICO-PRACTICE 7

Los profesores de trigonometría con la finalidad de realizar un evento de confraternidad, organizan un campeonato relámpago, la indicación para llegar al campo deportivo, es la siguiente:

a. Tomar el tren y bajarse en la estación Atocongo (origen de coordenadas).

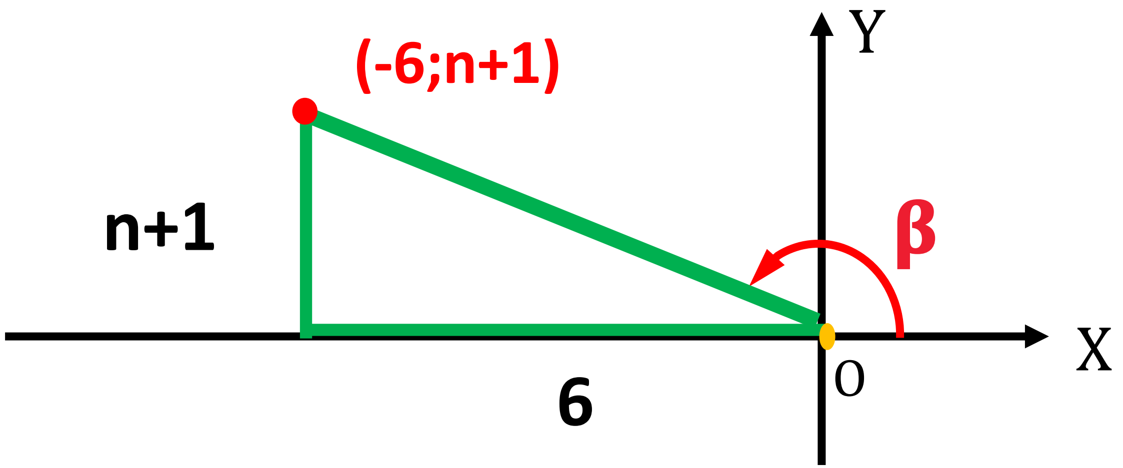
b. De la estación Atocongo, dirigirse 6 cuadras a la izquierda y luego $n + 1$ cuadras hacia arriba.

Si se sabe que β es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por la coordenada, antes indicada, además:

$$\tan\beta = -\frac{1}{3}$$

Determine el valor de n.

Resolución:



DATO

tan**β**= -1/3

GRÀFICO

tan**β**=n+1/-6

$$\frac{-1}{3} = \frac{n+1}{-6}$$

6 = 3n + 3

3 = 3n

∴ n = 1