# GEOMETRÍA

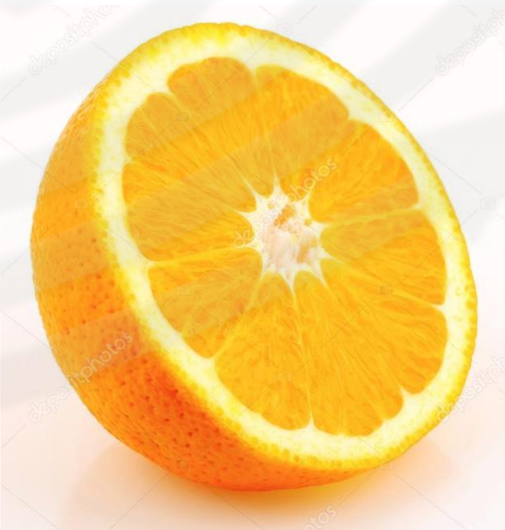
## Chapter 20

# 4th
SECONDARY

## ESFERA – TEOREMA DE PAPPUS - GULDIN

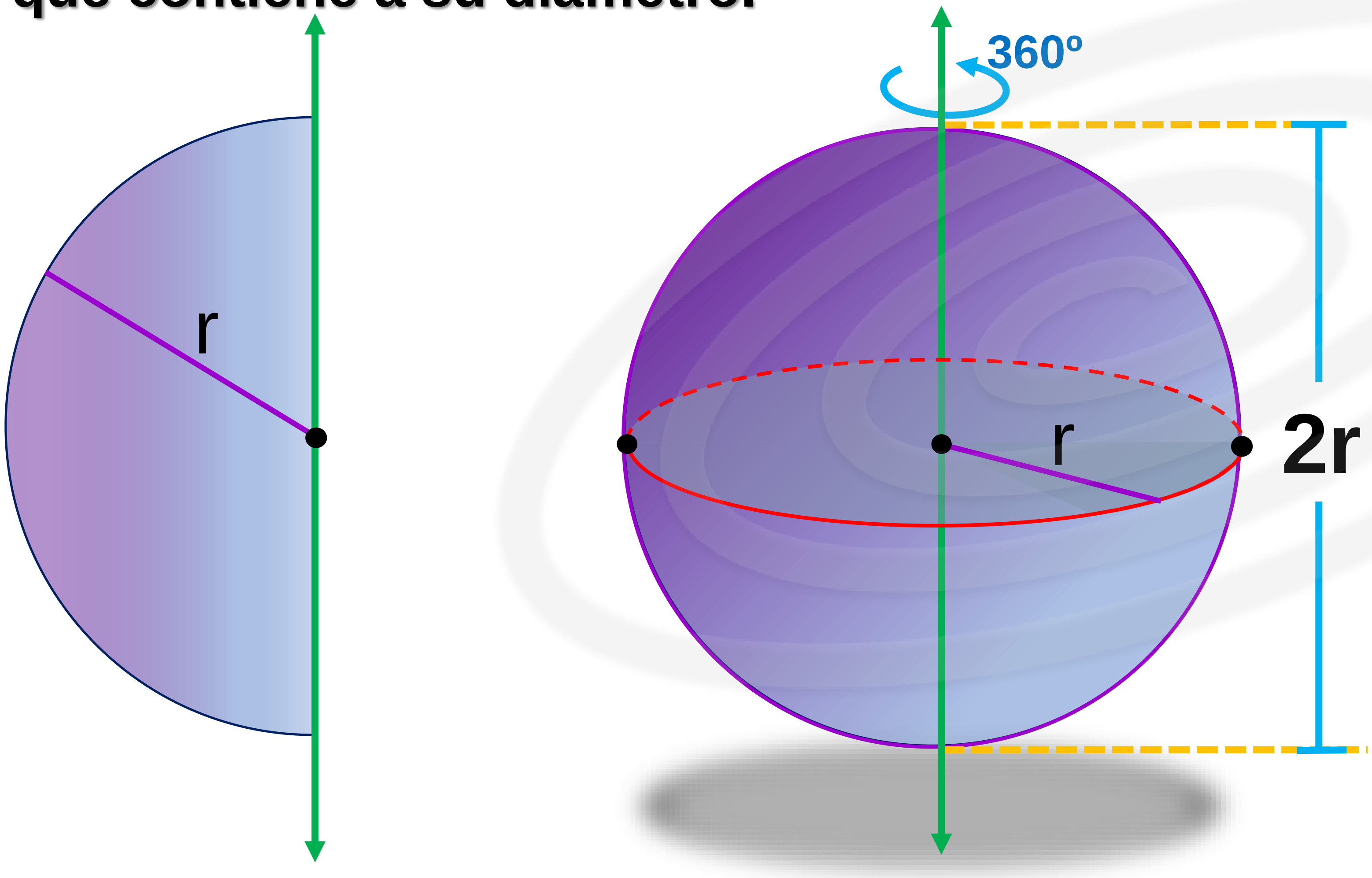
SACO OLIVEROS

**La esfera es el sólido que tiene infinitos ejes de simetría nos sirve para diseñar objetos como una billa de acero, un balón de fútbol, un globo terráqueo, se usa en rodamientos, etc. La naturaleza nos brinda frutas de forma esférica, una naranja, el limón, la lima, una cereza, etc.**



# ESFERA

**Es el sólido generado por un semicírculo cuando gira 360º alrededor de la recta que contiene a su diámetro.**




**Área de la superficie esférica:**

$$S_E = 4\pi r^2$$

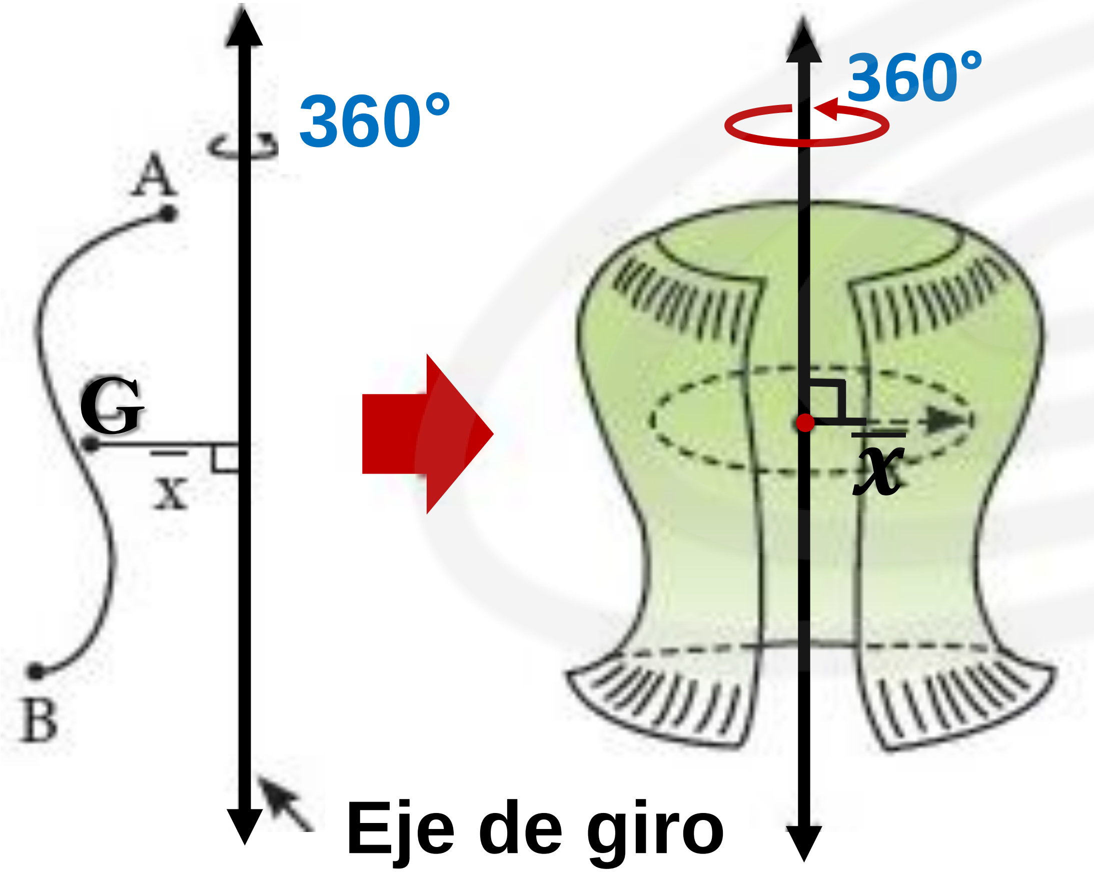
**Volumen de la esfera:**

$$V_E = \frac{4}{3}\pi r^3$$

# TEOREMA DE PAPPUS Y GULDIN

## Superficie de revolución

**Es el área de la superficie generada por una línea plana al girar 360° en torno a una recta coplanar y no secante a dicha línea.**




## Área de la superficie generada

$$\boxed{A_{SG} = 2\pi\bar{x}L}$$

**L : longitud de la línea AB.**

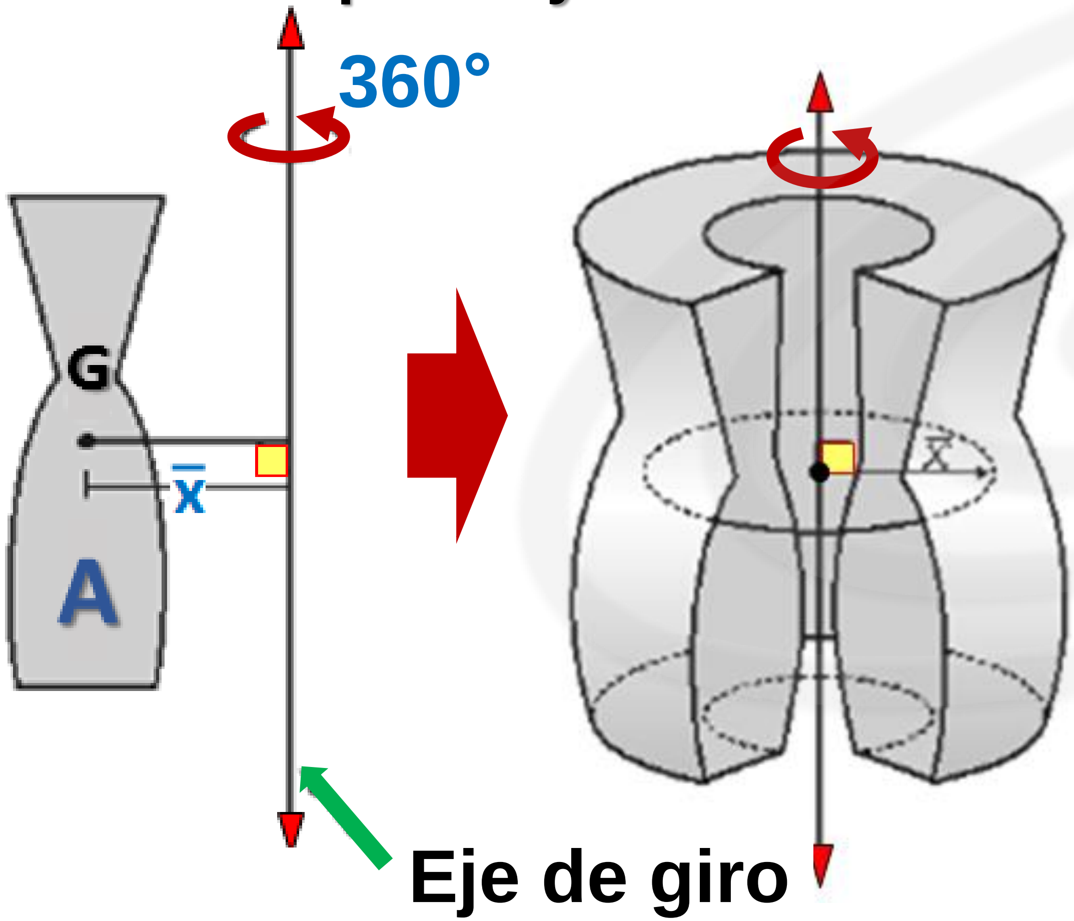
**G : centroide de la línea AB.**

**$\bar{x}$ : Longitud del radio de la circunferencia descrita por el centroide.**

# TEOREMA DE PAPPUS Y GULDIN

## Sólido de revolución

**Es el volumen del sólido generado por una región plana al girar 360° en torno a una recta coplanar y no secante a dicha región.**




### Volumen del sólido generado

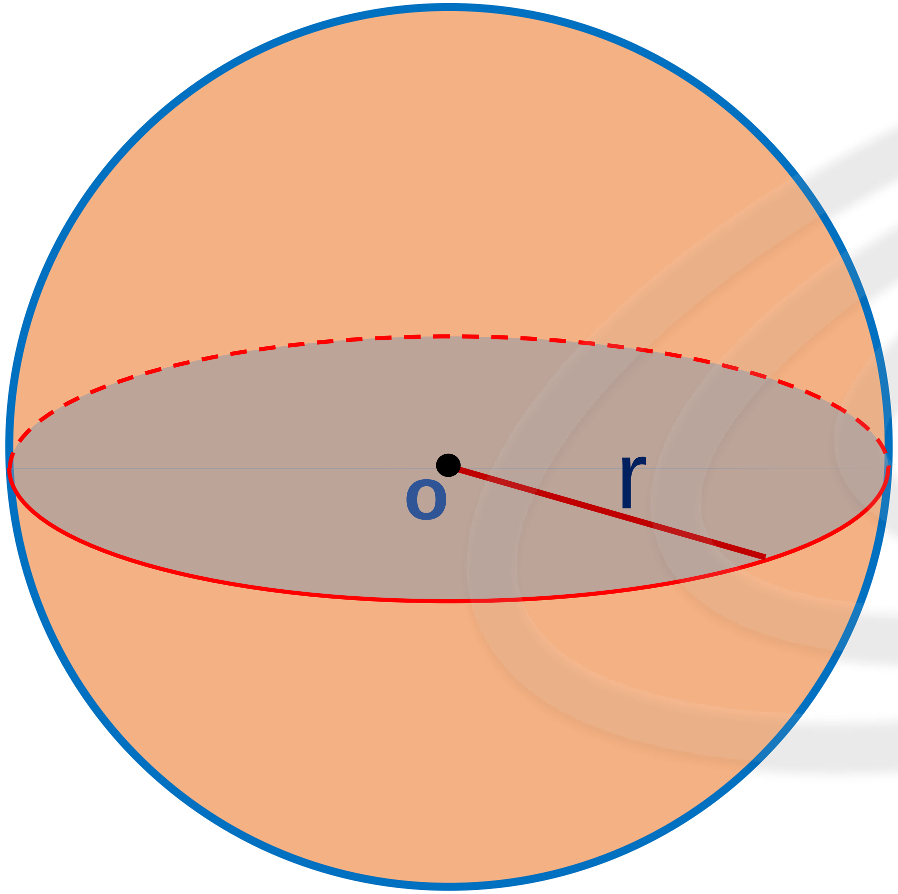
$$V_{SG} = 2\pi\overline{x}A$$

A : área de la región generadora.

G : centroide de la región generadora.

$\overline{x}$ : Longitud radio de la circunferencia descrita por el centroide.

1. Calcule el volumen de una esfera, si el área de su superficie es $24\pi\ u^2$.




## Resolución

- Piden: V

$$V = \frac{4}{3}\pi . r^3 \qquad \ldots (1)$$

- Por dato:

$$S_E = 24\pi$$

$$4\cancel{\pi} r^2 = 24\cancel{\pi}$$

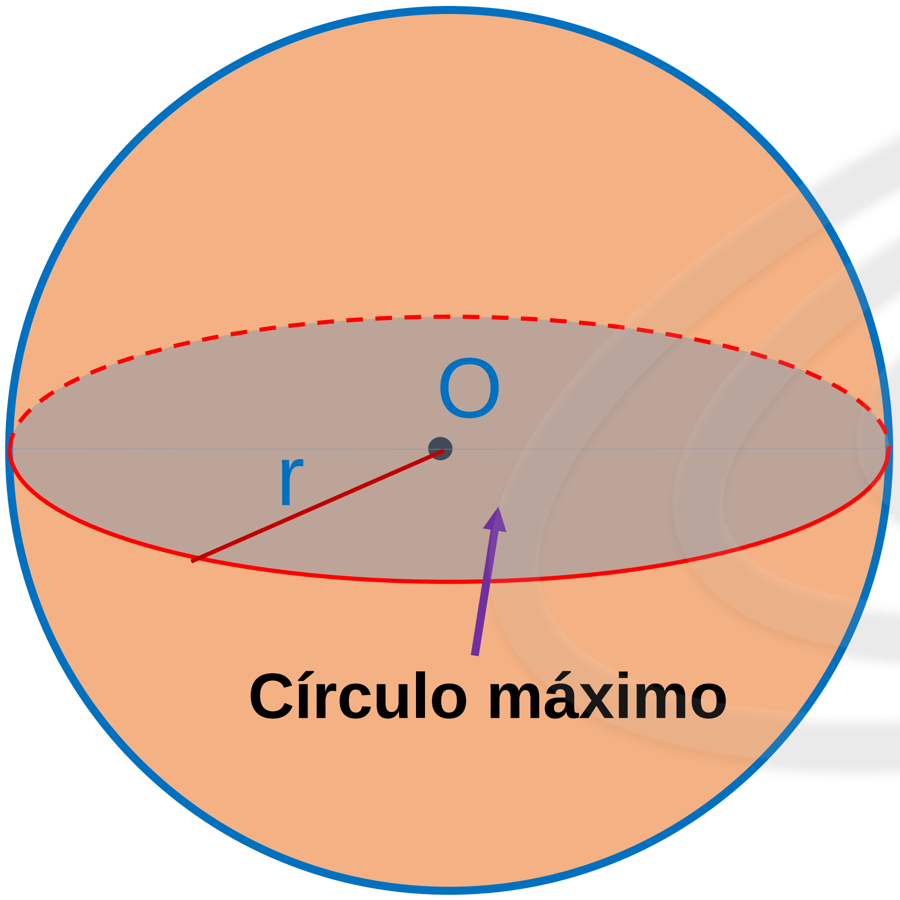
$$r = \sqrt{6} \qquad \ldots (2)$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$V = \frac{4}{3}\pi(\sqrt{6})^3 = \frac{4}{\cancel{3}}\pi . \cancel{6}\sqrt{6}$$

$$\boxed{V = 8\sqrt{6}\pi\ u^3}$$

2. Calcule el volumen de una esfera, si el área de su círculo máximo es $24\pi\ u^2$.




## Resolución

- Piden: V

$$V = \frac{4}{3}\pi . r^3 \quad \text{... (1)}$$

- Por dato:

$$S_{cir} = 24\pi$$

$$\cancel{\pi}\, r^2 = 24\,\cancel{\pi}$$

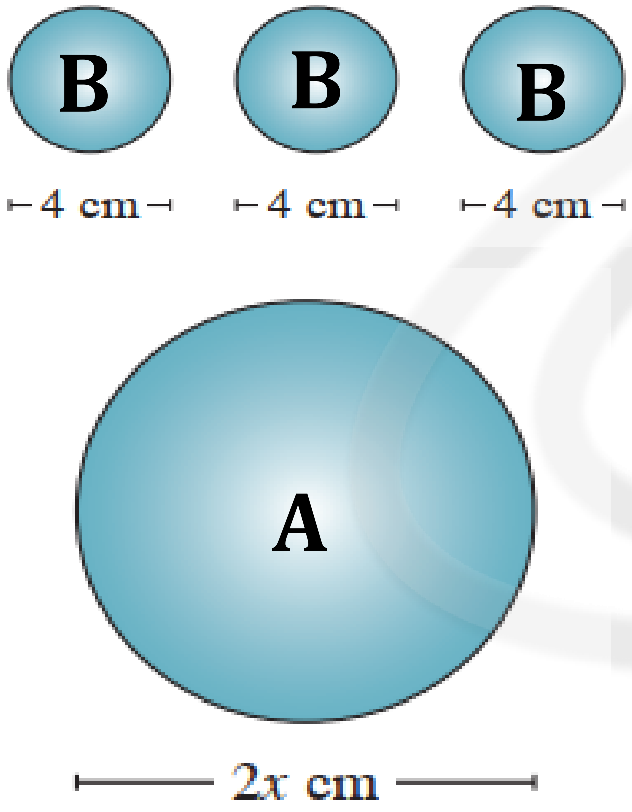
$$r = 2\sqrt{6} \quad \text{... (2)}$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$V = \frac{4}{3}\pi(2\sqrt{6})^3 = \frac{4}{\cancel{3}}\pi(8.\cancel{6}\sqrt{6})$$

$$\boxed{V = 64\sqrt{6}\pi\ u^3}$$

3. Se funde las tres esferas metálicas para fabricar una esfera mayor de diámetro 2x cm. Calcule el valor del radio de la esfera mayor.




## Resolución

- Piden: x
- Por dato:

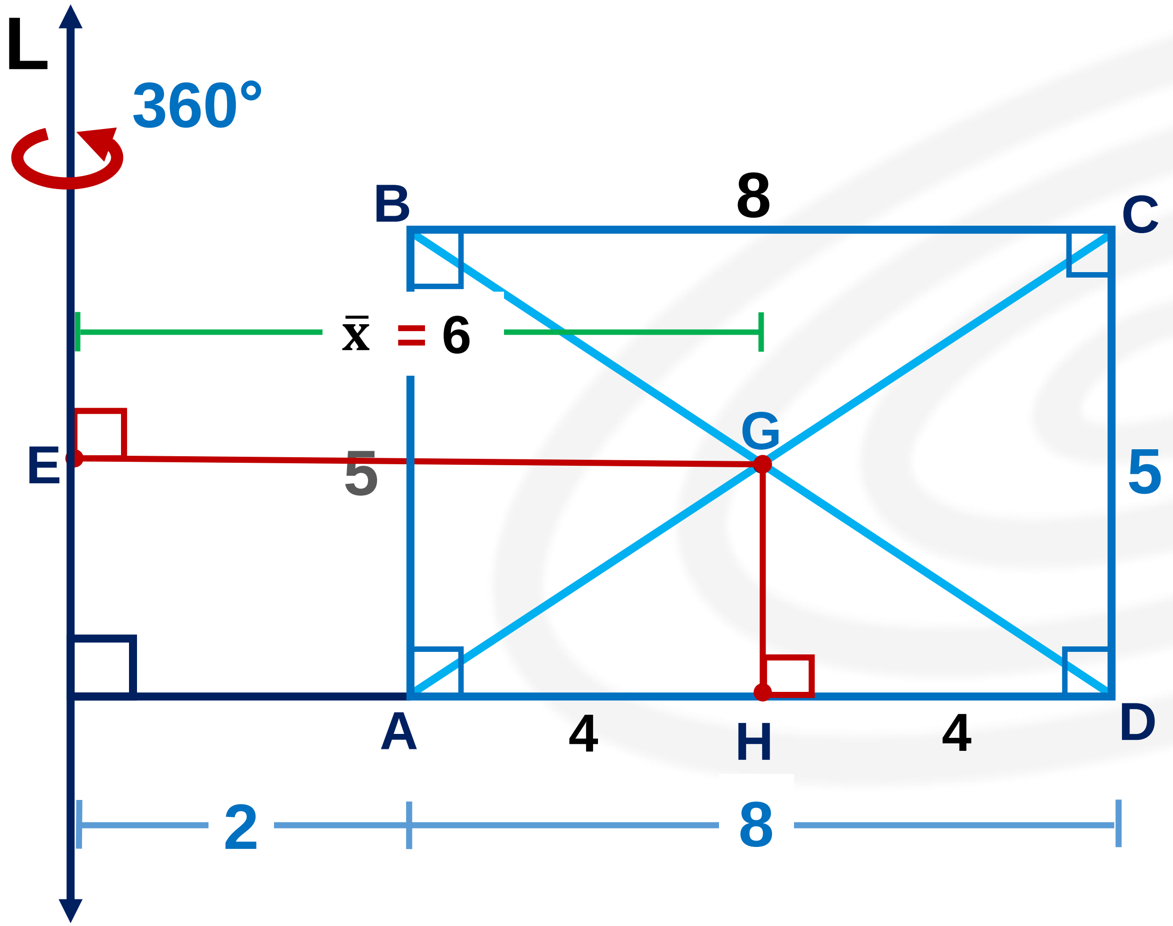
$$V_A = 3(V_B)$$

$$\cancel{\frac{4}{3}}\pi(x)^3 = 3(\cancel{\frac{4}{3}}\pi.2^3)$$

$$x^3 = 3(2^3)$$

$$\boxed{x = 2\sqrt[3]{3}}$$

# 4. Calcule el área de la superficie generada, por el rectángulo al girar 360° alrededor de la recta L.




## Resolución

- Piden: $A_{SG}$

$$A_{SG} = 2\pi . \bar{x} . L$$

- Del gráfico:

$$L = 8 + 5 + 8 + 5$$

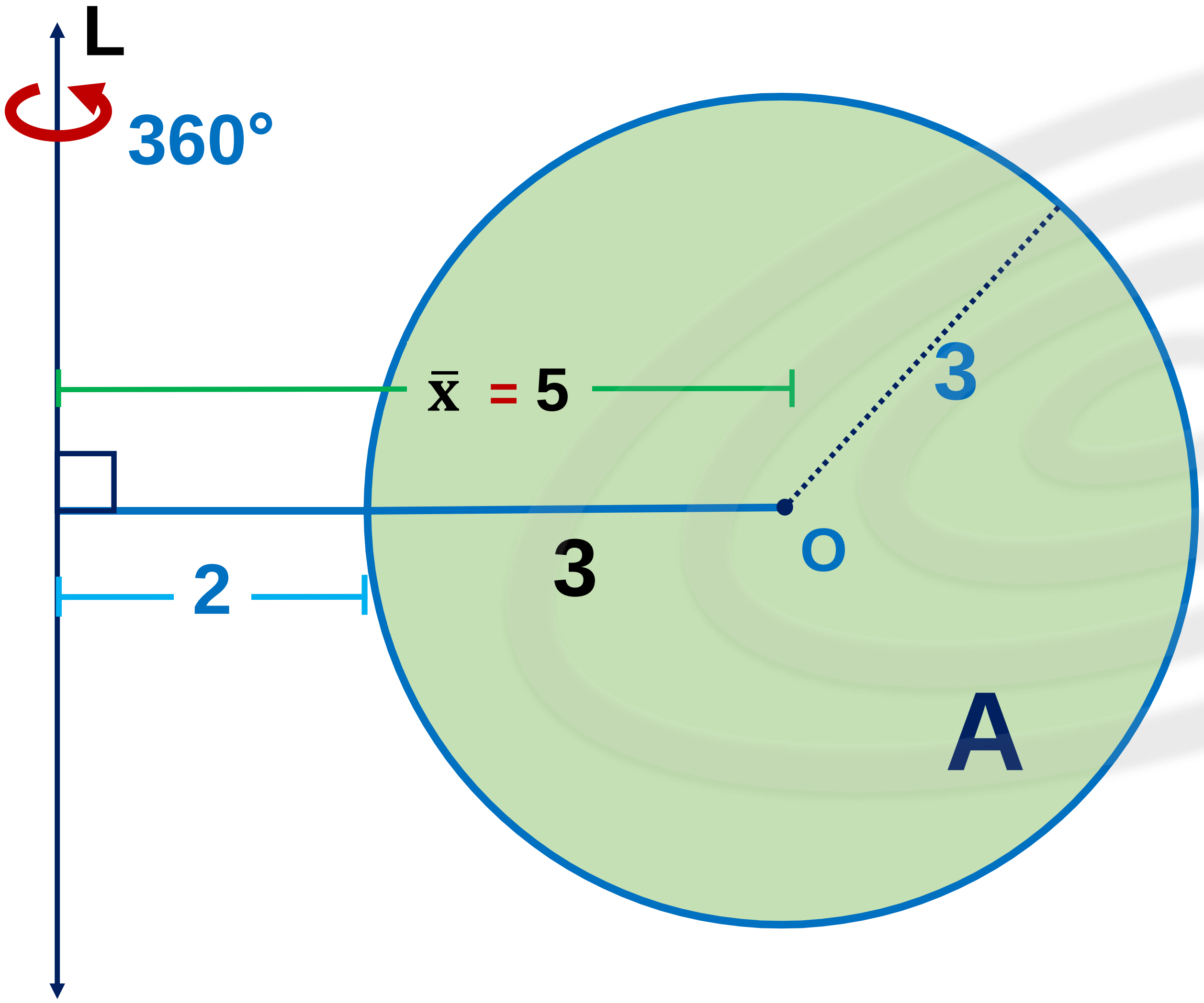
$$L = 26$$

- Se traza $\overline{GE} \perp \overleftrightarrow{L}$
- Se traza $\overline{GH} \perp \overline{AD}$ AH = HD = 4
- Reemplazando al teorema.

$$A_{SG} = 2\pi . 6 . 26$$

$$\boxed{A_{SG} = 312\pi \ u^2}$$

5. Calcule el volumen de sólido generado por el círculo al girar 360° alrededor de la recta L.




**Resolución**

- Piden: $V_{SG}$

$$V_{SG} = 2\pi . \bar{x} . A$$

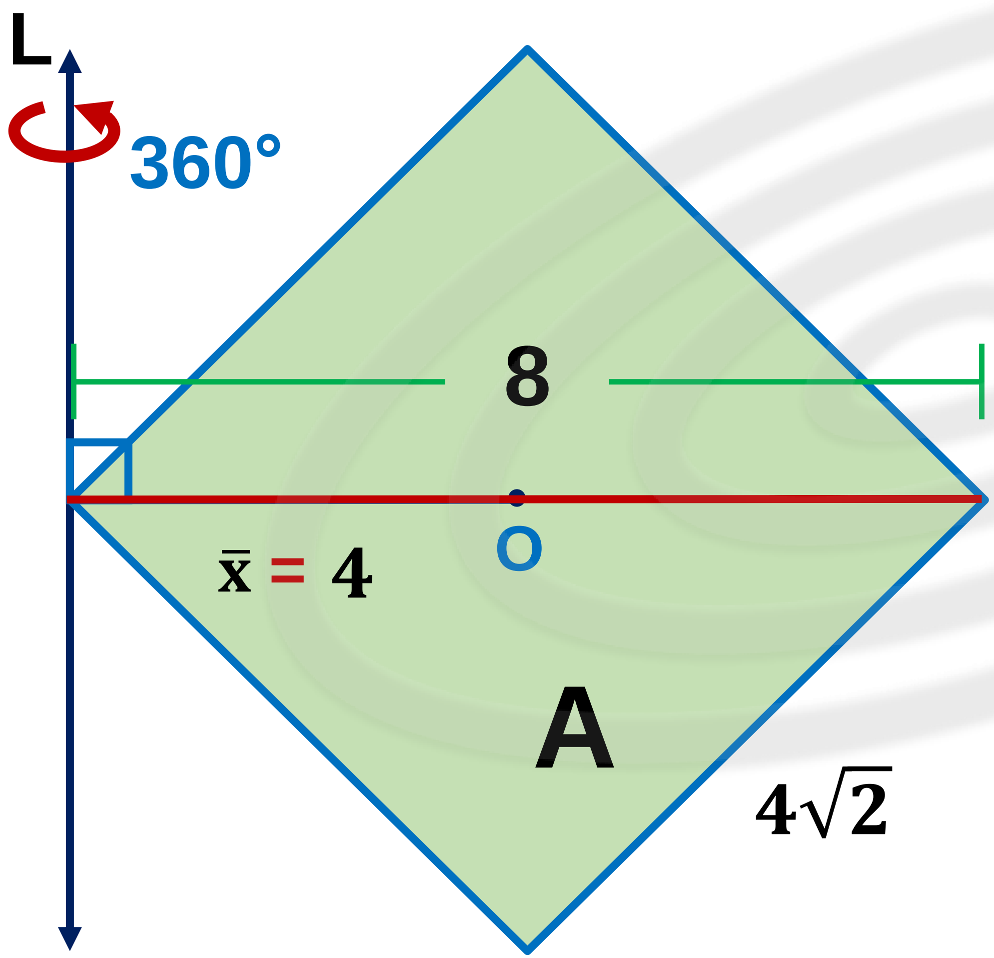
- Reemplazando:

$$V_{SG} = 2\pi(5)(\pi . 3^2)$$

$$V_{SG} = 2\pi . (5)(9\pi)$$

$$\boxed{V_{SG} = 90\pi^2 \ u^3}$$

6. Calcule el volumen de sólido generado por la región cuadrada de centro O, al girar 360° alrededor de la recta L.




## Resolución

- Piden: $V_{SG}$

$$V_{SG} = 2\pi .\ \bar{x}.A$$

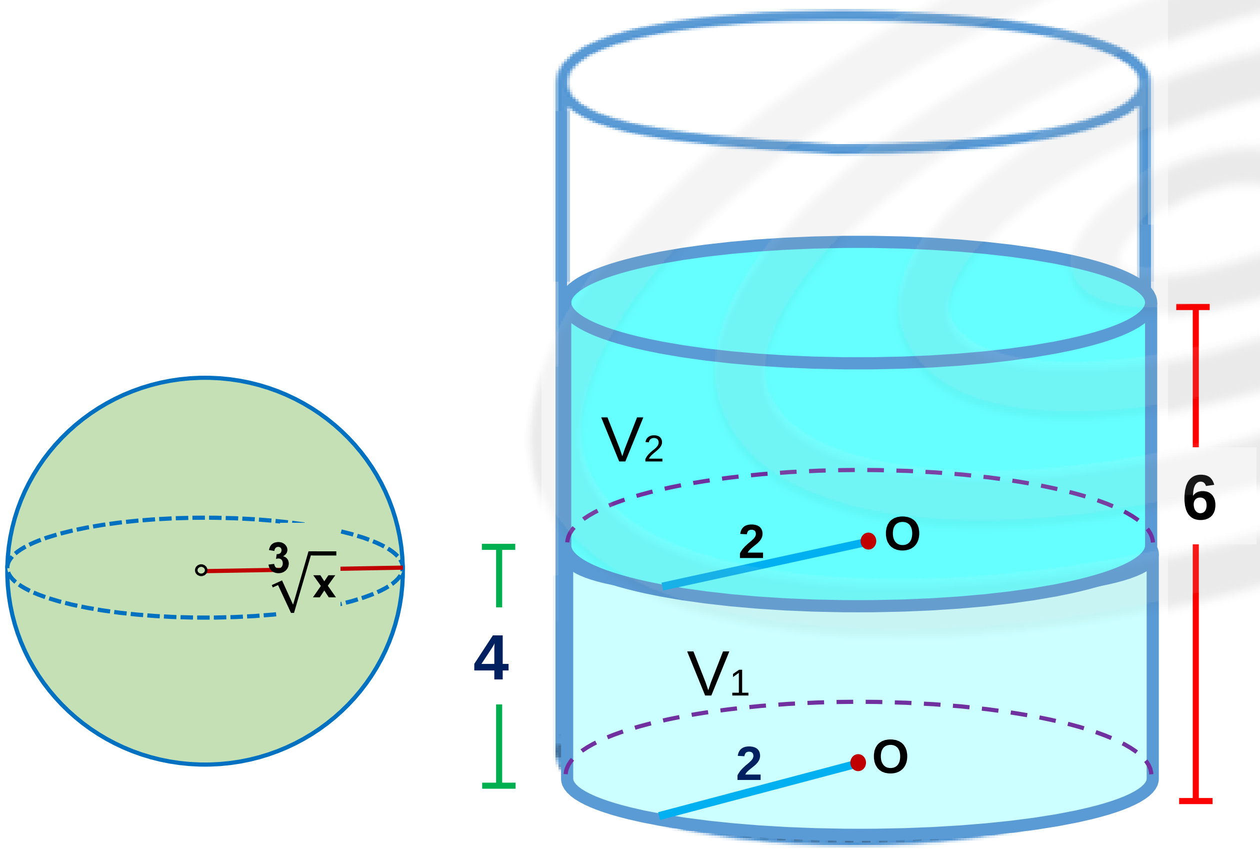
- Reemplazando:

$$V_{SG} = 2\pi\ (4)\left(\frac{8^2}{2}\right)$$

$$V_{SG} = 2\pi.(4)(32)$$

$$\boxed{V_{SG} = 256\pi\ u^3}$$

7. Se tiene un recipiente en forma de cilindro circular recto de 2 cm de radio el cual contiene agua hasta una altura de 4 cm. Luego se introduce una esfera metálica de radio $\sqrt[3]{x}$ cm con lo cual la nueva altura del agua es 6 cm. Halle el valor de x.




## Resolución

- Piden: x
- Del gráfico:

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\cancel{\pi}.\left(\sqrt[\cancel{3}]{x}\right)^{\cancel{3}} = \cancel{\pi}.\cancel{(2)^2}(2)$$

$$x = 2.3$$

$$\boxed{x = 6 \text{ cm}}$$