

# ALGEBRA

## Chapter 2



**FACTORIZACIÓN EN Z**  
(Método de las Aspapas)



# ALGEBRA

## Índice

---

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

## Historia de la Factorización



MOTIVATING  
STRATEGY

## Material Digital



### Resumen



- **Aspa Simple**
- **Aspa Doble**
- **Aspa Doble Especial**

# HELICO THEORY

# FACTORIZACIÓN EN Z

## MÉTODO DE LAS ASPAS

### Aspa Simple

$$P(x, y) = Ax^{2m} + Bx^m y^n + Cy^{2n}$$

Ejemplo

$$P(x, y) = x^2 + 13xy + 36y^2$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow x \quad \quad \quad +9y = 9xy + \\ \rightarrow x \quad \quad \quad +4y = 4xy \end{array}$$

$$13xy$$

Entonces:

$$P(x, y) = (x + 9y)(x + 4y)$$

- ✓ Verificamos que los factores encontrados son irreducibles en Z
- ✓ Luego si estos factores irreducibles poseen al menos una variable definida por el polinomio, entonces serán factores primos.

Por lo tanto:  $(x + 9y) \wedge (x + 4y)$

Son factores primos

### Aspa Doble

$$P(x, y) = Ax^{2m} + Bx^m y^n + Cy^{2n} + Dx^m + Ey^n + F$$

Ejemplo  $P(x, y) = x^2 + 13xy + 36y^2 + 3x + 17y + 2$

$$\begin{array}{l} \rightarrow x \quad \quad \quad +9y \quad \quad \quad +2 \\ \rightarrow x \quad \quad \quad +4y \quad \quad \quad +1 \end{array}$$

$$9xy + 4xy = 13xy \quad 9y + 8y = 17y \quad 2x + 1x = 3x$$

Entonces:  $P(x, y) = (x + 9y + 2)(x + 4y + 1)$

Por lo tanto:  $(x + 9y + 2) \wedge (x + 4y + 1)$  Son factores primos

### Aspa Doble Especial

$$P(x) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$$

Ejemplo  $P(x) = x^4 + 13x^3 + 45x^2 + 20x + 2$

$$\begin{array}{l} \rightarrow x^2 \quad \quad \quad +6x \quad \quad \quad +2 = 2x^2 + \\ \rightarrow x^2 \quad \quad \quad +7x \quad \quad \quad +1 = 1x^2 \end{array}$$

$$7x^3 + 6x^3 = 13x^3 \quad 6x + 14x = 20x$$

Entonces:  $P(x) = (x^2 + 6x + 2)(x^2 + 7x + 1)$

Por lo tanto:  $(x^2 + 6x + 2) \wedge (x^2 + 7x + 1)$

Son factores primos

- ✓ Verificamos que los factores encontrados son irreducibles en Z
- ✓ Luego si estos factores irreducibles poseen al menos una variable definida por el polinomio, entonces serán factores primos.

Encontremos cuanto nos falta para el termino central:  
 $45x^2 - 3x^2 = +42x^2$   
 Este término se descompone de la siguiente forma

- ✓ Verificamos que los factores encontrados son irreducibles en Z

## Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



# HELICO PRACTICE



Factorice:

$$F(x) = 25x^4 - 109x^2 + 36$$

Por la forma del polinomio usaremos el método del aspa simple

$$F(x) = 25x^4 - 109x^2 + 36$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow 25x^2 \quad \rightarrow -9 = -9x^2 + \\ \rightarrow x^2 \quad \rightarrow -4 = -100x^2 \end{array}$$

$$\boxed{-109x^2}$$

Entonces:

$$P(x, y) = (25x^2 - 9)(x^2 - 4)$$

✓ Verificamos que los factores encontrados no son irreducibles en  $\mathbb{Z}$

→ En ambos factores podemos reducir por el método de identidades (diferencia de cuadrados)

$$P(x, y) = (5x + 3)(5x - 3)(x + 2)(x - 2)$$

## Resolución

✓ Luego si estos factores irreducibles poseen al menos una variable definida por el polinomio, entonces serán factores primos.

CLAVE (C)



Factorice:

$$F(x) = 8x^2 - 22x + 15$$

e indique la suma de factores primos.

Por la forma del polinomio usaremos el método del aspa simple

$$\begin{array}{rcl}
 F(x) & = & 8x^2 - 22x + 15 \\
 \rightarrow 4x & & \rightarrow -5 = -10x + \\
 \rightarrow 2x & & \rightarrow -3 = -12x \\
 & & \hline
 & & -22x
 \end{array}$$

Entonces:

$$P(x, y) = (4x - 5)(2x - 3)$$

- ✓ Verificamos que los factores encontrados son irreducibles en  $\mathbb{Z}$
- ✓ Luego si estos factores irreducibles poseen al menos una variable definida por el polinomio, entonces serán factores primos.

## Resolución

Por lo tanto:  $(4x - 5) \wedge (2x - 3)$

Son factores primos

Nos piden la suma de factores primos

$$(4x - 5) + (2x - 3) = 6x - 8$$

CLAVE (E)





Luego de Factorizar:

$$L(x) = 20x^4 + 31x^2 - 9$$

indique el factor primo con mayor Suma de coeficientes.



Por la forma del polinomio usaremos el método del aspa simple

$$\begin{array}{rcl}
 L(x) & = & 20x^4 + 31x^2 - 9 \\
 \rightarrow 5x^2 & & \rightarrow +9 = +36x^2 + \\
 \rightarrow 4x^2 & & \rightarrow -1 = -5x^2 \\
 & & +31x^2
 \end{array}$$

Entonces:

$$P(x, y) = (5x^2 + 9)(4x^2 - 1)$$

✓ Verificamos que uno los factores encontrados no es irreducible en  $\mathbb{Z}$

→ El factor subrayado se puede reducir por el método de identidades (diferencia de cuadrados)

$$P(x, y) = (5x^2 + 9)(2x + 1)(2x - 1)$$

## Resolución

✓ Luego si estos factores irreducibles poseen al menos una variable definida por el polinomio, entonces serán factores primos.

Por lo tanto:

$$(5x^2 + 9) \wedge (2x + 1) \wedge (2x - 1)$$

Son factores primos

Nos piden el factor primo de mayor suma de coeficientes

$$(5x^2 + 9)$$

CLAVE **A**



El producto de las edades de 3 hermanos es  $M(x)$ ; siendo estas edades representadas por los factores primos en  $\mathbb{Z}$  de  $M(x)$ .

$$M(x) = 10x^4 - 13x^3 + 8x^2 - 8x + 3$$

Determine la edad de uno de los hermanos.

Por la forma del polinomio usaremos el método del aspa doble especial

$$M(x) = 10x^4 - 13x^3 + 8x^2 - 8x + 3$$

$$\begin{array}{rcl} \rightarrow 5x^2 & \xrightarrow{+1x} & +3 = 6x^2 + \\ \rightarrow 2x^2 & \xrightarrow{-3x} & +1 = 5x^2 \\ 2x^3 - 15x^3 = -13x^3 & -9x + 1x = -8x & 11x^2 \end{array}$$

$$M(x) = (5x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 1)$$

$$\begin{array}{rcl} \rightarrow 2x & \xrightarrow{-1} & -1 = -1x + \\ \rightarrow x & \xrightarrow{-1} & -1 = -2x \\ & & -3x \end{array}$$

Por lo tanto:

$$(5x^2 + x + 3) \wedge (2x - 1) \wedge (x - 1)$$

Son factores primos

Estos factores primos nos representan las edades de los tres hermanos (en años)

Encontremos cuanto nos falta para el termino central:

$$8x^2 - 11x^2 = -3x^2$$

Este término se descompone de la siguiente forma

✓ Verificamos que uno de los factores encontrados no es irreducible en  $\mathbb{Z}$

$$(2x^2 - 3x + 1)$$

Este factor lo reduciremos por el método del aspa simple

Nos piden la edad de uno de los hermanos

$$(5x^2 + x + 3) \text{ años}$$

CLAVE (C)



La producción de una empresa A está dada por  $(7x+2y-5)$  artículos. Se desea encontrar en la empresa B su producción, además se sabe que es un factor primo en  $\mathbb{Z}$  de:

$$F(x, y) = 28x^2 - 69xy - 22y^2 + 36x + 71y - 40$$

y que ambas producciones no son iguales. ¿En que factor primo está dada la producción de B?

Por la forma del polinomio usaremos el método del aspa doble

$$F(x, y) = 28x^2 - 69xy - 22y^2 + 36x + 71y - 40$$

$$\begin{array}{ccc} \rightarrow 7x & \xrightarrow{\quad} +2y & \xrightarrow{\quad} -5 \\ \rightarrow 4x & \xrightarrow{\quad} -11y & \xrightarrow{\quad} +8 \end{array}$$

$$8xy - 77xy = -69xy \quad 55y + 16y = +71y \quad -20x + 56x = +36x$$

Entonces:  $F(x, y) = (7x + 2y - 5)(4x - 11y + 8)$

Por lo tanto:  $(7x + 2y - 5) \wedge (4x - 11y + 8)$

Son factores primos

Vemos que el segundo factor nos representa la producción de la empresa B, ya que el primer factor representa la Producción de la empresa A

$$(4x - 11y + 8) \text{ artículos}$$

CLAVE (C)

✓ Verificamos que los factores encontrados son irreducibles en  $\mathbb{Z}$

## Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



# HELICO WORKSHOP

## Problema 06



Factorice:



$$F(x) = x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 14x + 10$$

- A)  $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 5)$
- B)  $(x^2 - 2x - 2)(x^2 + 2x - 5)$
- C)  $(x^2 - 2x + 5)(x^2 - 2x + 2)$
- D)  $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 2x - 2)$
- E)  $(x^2 + x - 2)(x^2 - 3x + 5)$

## Problema 07



Factorice:



$$P(x, y) = 6x^2 + 19xy + 15y^2 - 17y - 11x + 4$$

- A)  $(3x + 5y + 4)(3x + 2y - 1)$
- B)  $(3x + 4y + 5)(x + 3y - 2)$
- C)  $(3x + 5y - 4)(2x + 3y - 1)$
- D)  $(2x + 3y - 4)(5x - 4y + 1)$
- E)  $(2x + 4y + 4)(2x - y + 3)$

## Problema 08



Luego de factorizar:



$$T(x) = 2x^4 + 3x^2 - x + 3$$

Dar como respuesta la suma de factores primos.

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| A) $4 + x + 3x^2$ | B) $4 - x + 3x^2$  |
| C) $2 + 3x + x^2$ | D) $1 - 3x + 3x^2$ |
| E) $1 - 2x + x^2$ |                    |

### Problema 09



El pequeño Legendre tiene curiosidad por saber cuántos juguetes le traerán el fin de semana, su padre le dijo: "Los juguetes que traeré es el mismo número de veces que se repite un factor primo en  $Z$ , de:

$$P(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - 13x - 6$$

¿Cuántos juguetes recibirá Legendre?

- A) 0                      B) 1                      C) 2  
D) 3                      E) 4

### Problema 10



Mauricio va al banco a solicitar un préstamo para mejorar su negocio, sin embargo el banco le exige traer la constancia de no adeudo de la entidad INFOCORP, al solicitar esta constancia Mauricio recibe esta información: "Señor Mauricio registramos que usted adeuda el valor en miles soles igual a la suma de términos independientes de los factores primos en  $Z$  de:

$$F(x) = x^4 - 13x^2 - 48$$

¿Determine cuánto adeuda el señor Mauricio?

- A) S/.3000    B) S/.4000    C) S/.5000  
D) S/.6000    E) S/.7000

