

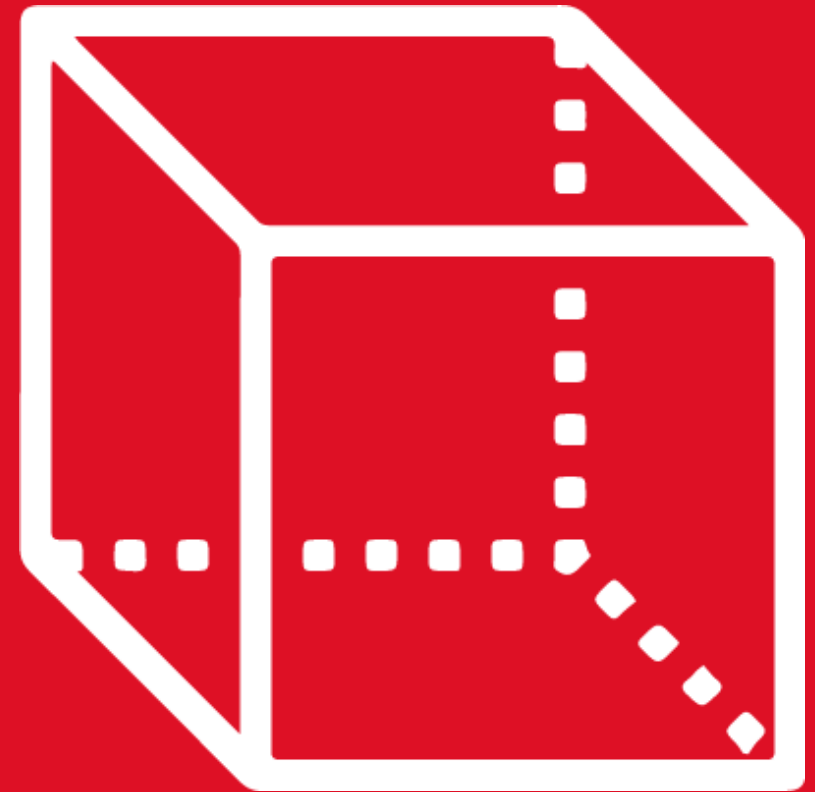


GEOMETRÍA

Capítulo 18

3th
SECONDARY

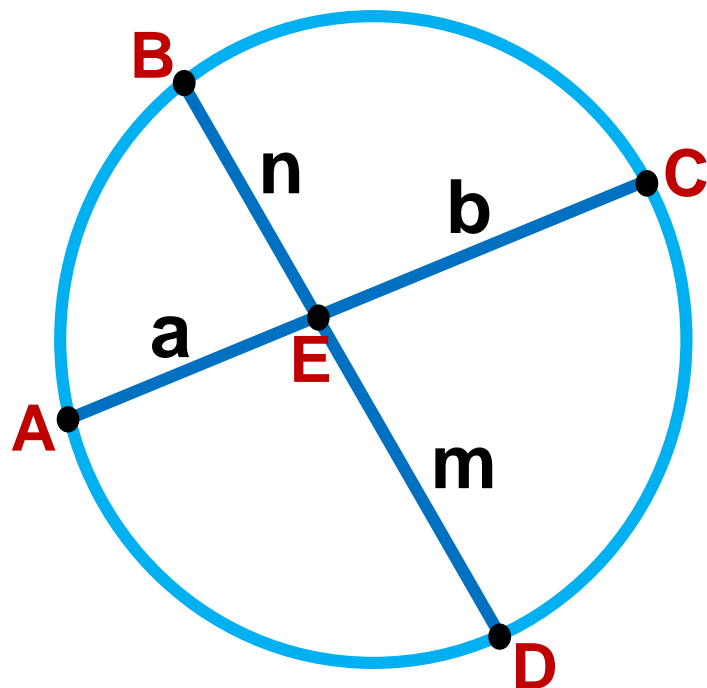
Relaciones métricas en
la circunferencia.



 **SACO OLIVEROS**

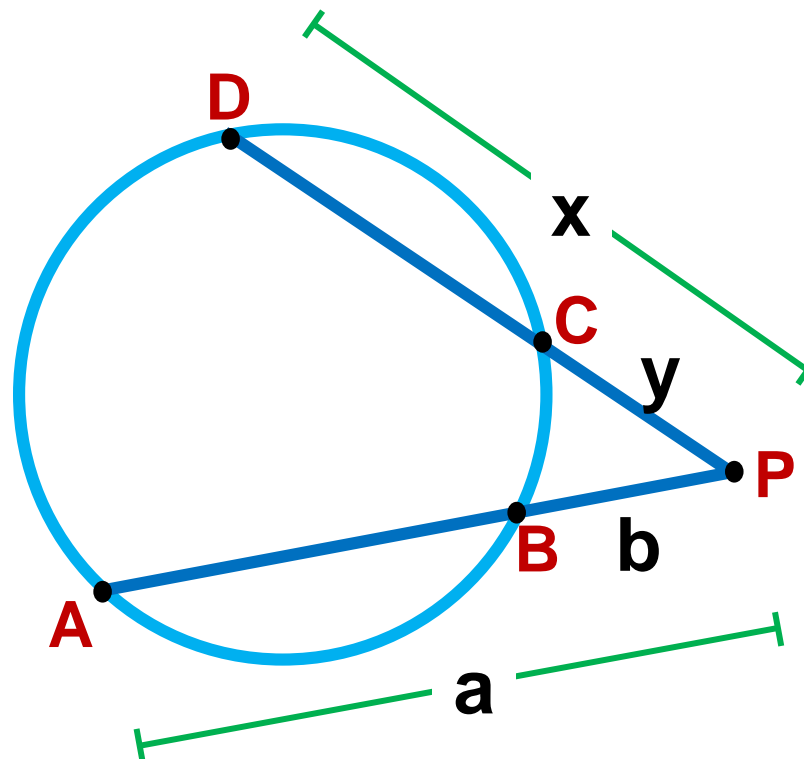
Relaciones Métricas en la circunferencia

Teorema de las Cuerdas



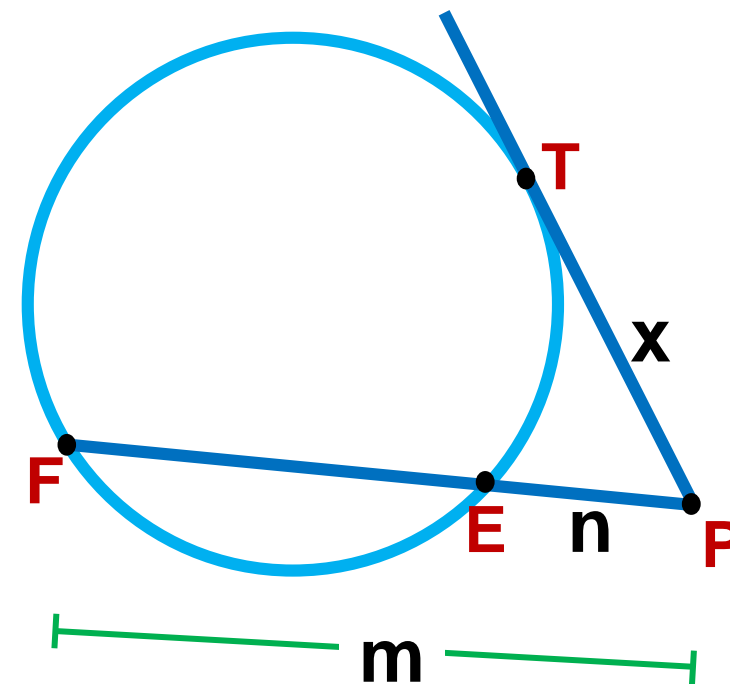
$$a \cdot b = m \cdot n$$

Teorema de las Secantes



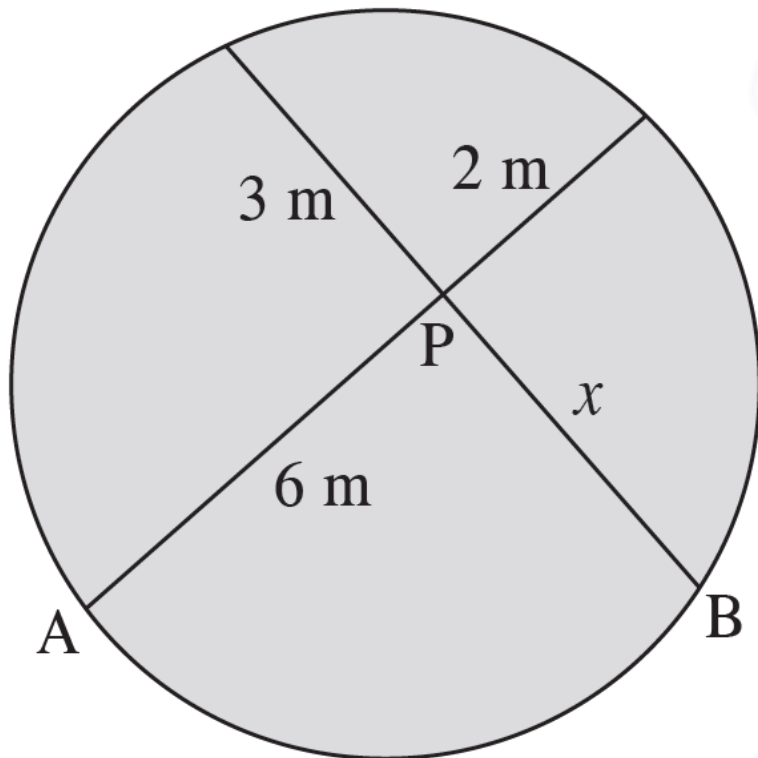
$$x \cdot y = a \cdot b$$

Teorema de la Tangente



$$x^2 = m \cdot n$$

1. Dos amigos están jugando en un parque de forma circular, como indica el gráfico, en un momento se ubican en los puntos A y B, y acuerdan encontrarse en el punto P. Si el amigo ubicado en el punto A ya recorrió 6 m, ¿cuántos metros debe recorrer el otro amigo ubicado en el punto B para llegar al punto P?



RESOLUCIÓN

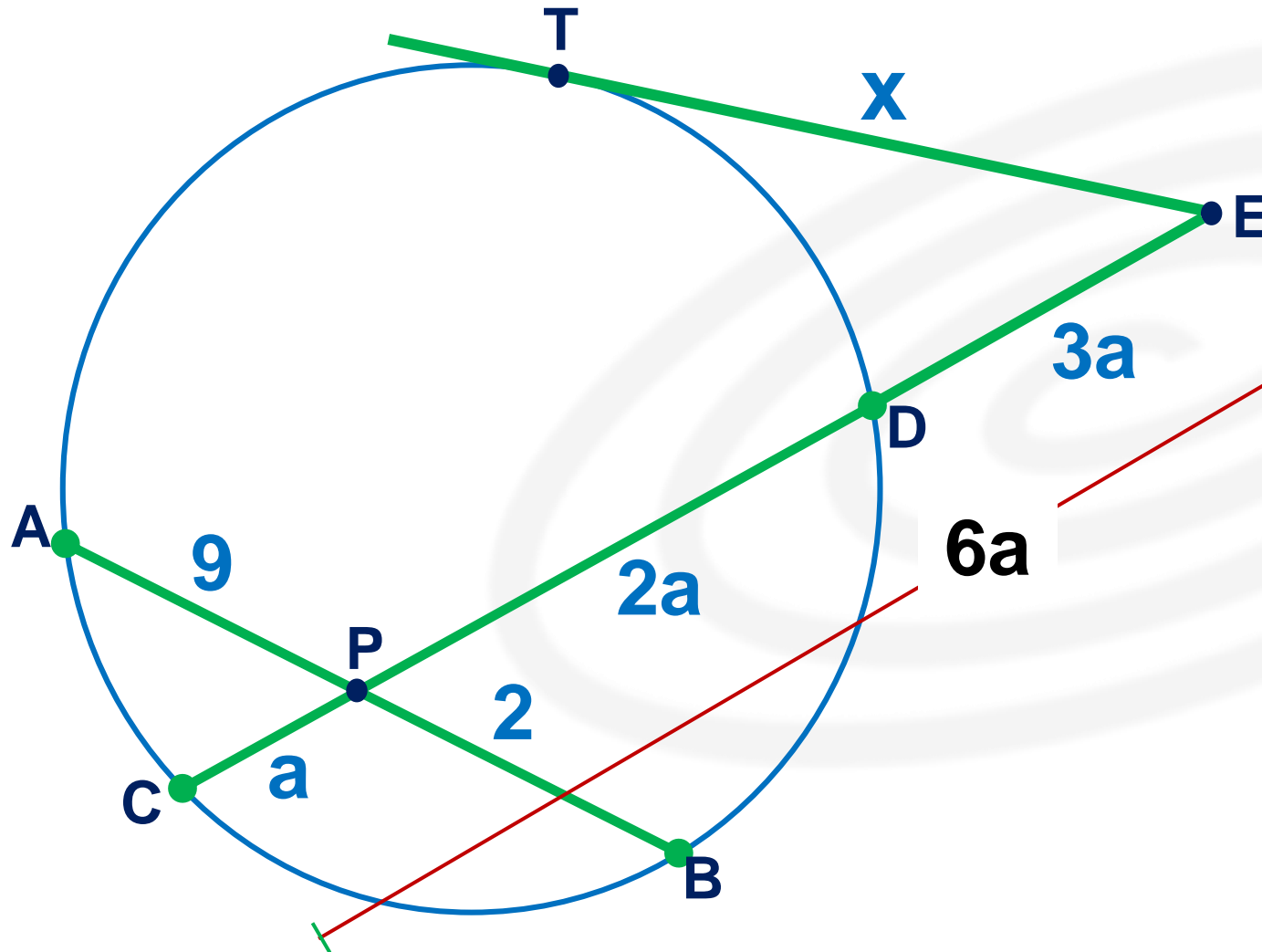
- Piden: x
- Aplicando el teorema de Cuerdas.

$$(3)(x) = (6)(2)$$

$$3x = 12$$

$$x = 4 \text{ m}$$

2. En la figura, T es punto de tangencia. Calcule x.



Resolución

- Piden: x
- Por teorema de la tangente.

$$x^2 = (3a)(6a)$$

$$x^2 = 18a^2 \quad \dots (I)$$

- Por teorema de cuerdas.

$$(a)(2a) = (9)(2)$$

$$a^2 = 9 \quad \dots (II)$$

- Reemplazando II en I.

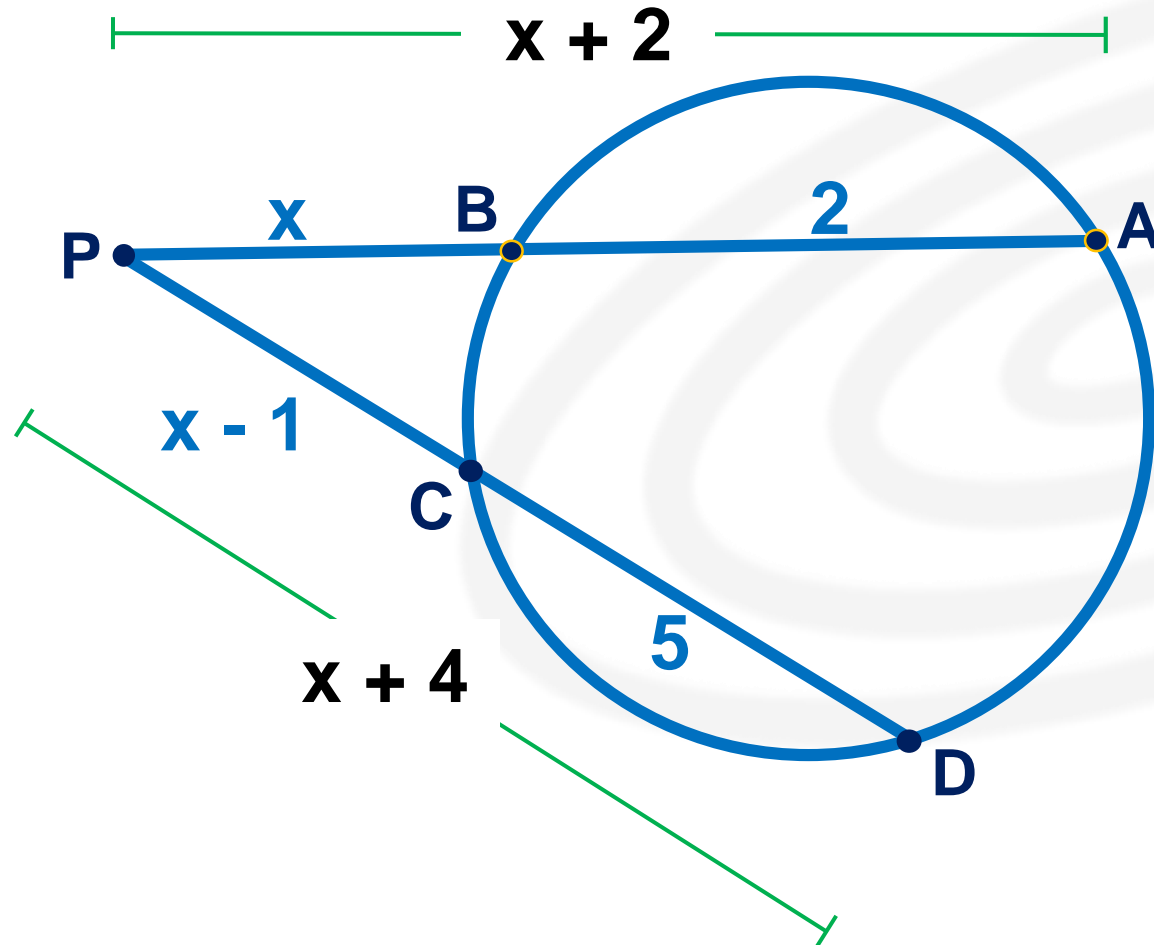
$$x^2 = (18)(9)$$

$$x^2 = (2)(9)(9)$$

$$x^2 = m.n$$

$$x = 9\sqrt{2}$$

3. Desde un punto P, exterior a una circunferencia, se trazan las secantes PBA y PCD, tal que $PB - PC = 1$, $AB = 2$ y $CD = 5$. Calcule PB.



RESOLUCIÓN

- Por dato:
 $PB = x$
 $PC = x - 1$
- Piden: x
- Por teorema de las secantes.

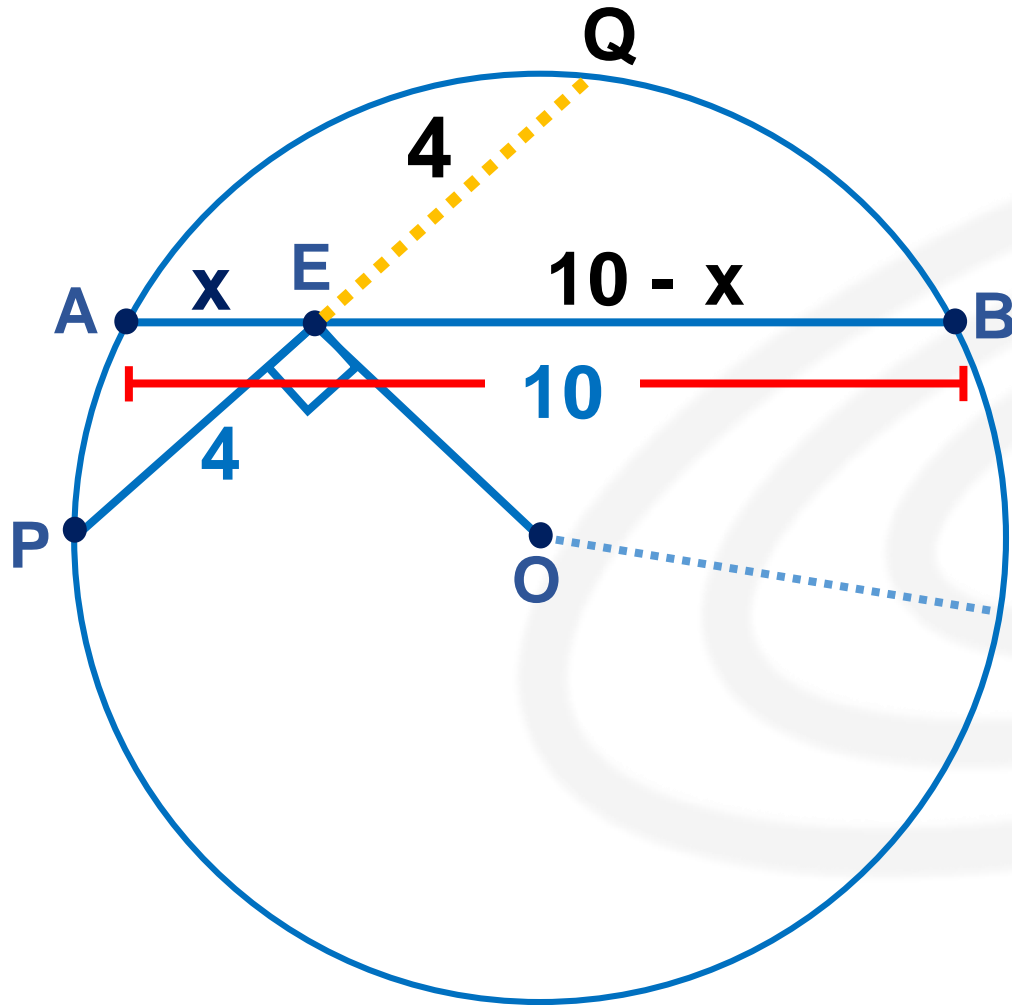
$$(x + 2)(x) = (x + 4)(x - 1)$$

$$\cancel{x^2} + 2x = \cancel{x^2} + 3x - 4$$

$$4 = x$$

$$PB = 4 \text{ u}$$

4. En la circunferencia de centro O, $AB = 10$ m, halle el menor valor que puede tomar x .



RESOLUCIÓN

- Piden: $x_{\text{mín}}$
- Se prolonga \overline{PE} hasta Q.
- Por teorema.

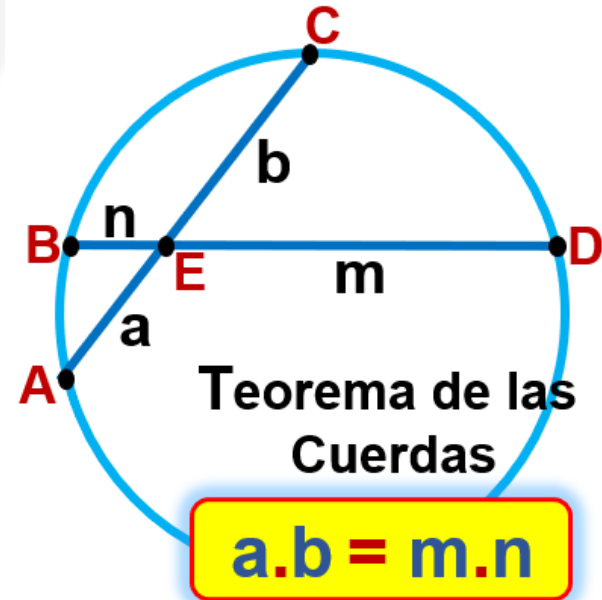
$$PE = EQ = 4$$

- Por teorema de cuerdas.

$$x(10 - x) = 4 \cdot 4$$

$$x(10 - x) = 16$$

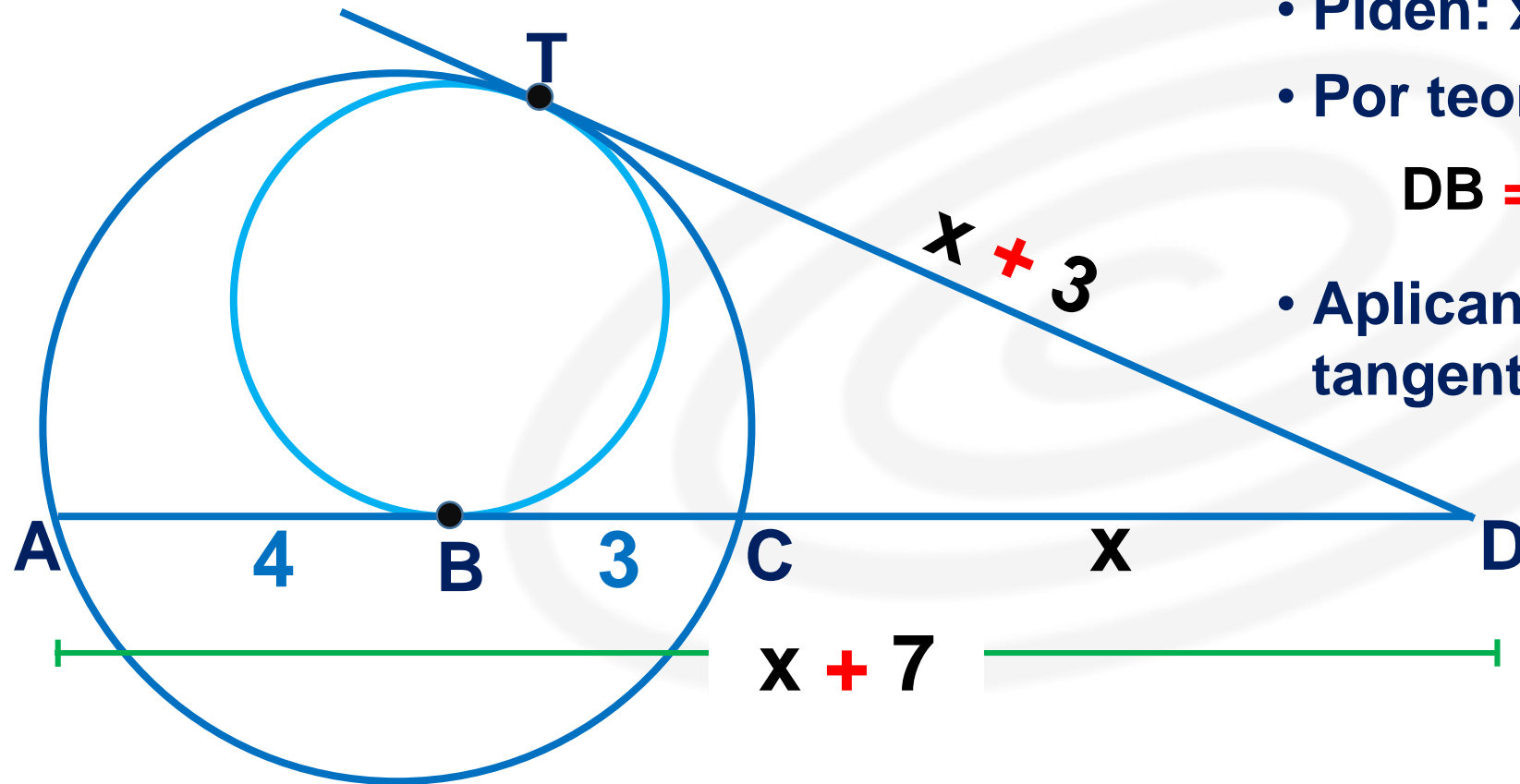
$$x = 2 \text{ y } 8$$



$$a \cdot b = m \cdot n$$

$$x_{\text{mín}} = 2m$$

5. En la figura, B y T son puntos de tangencia. Calcule CD.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Por teorema.

$$DB = DT$$

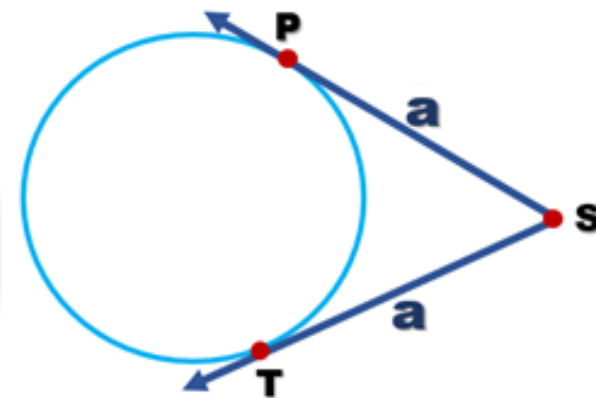
- Aplicando el teorema de la tangente: $(x + 3)^2 = (x)(x + 7)$

$$\cancel{x^2} + 6x + 9 = \cancel{x^2} + 7x$$

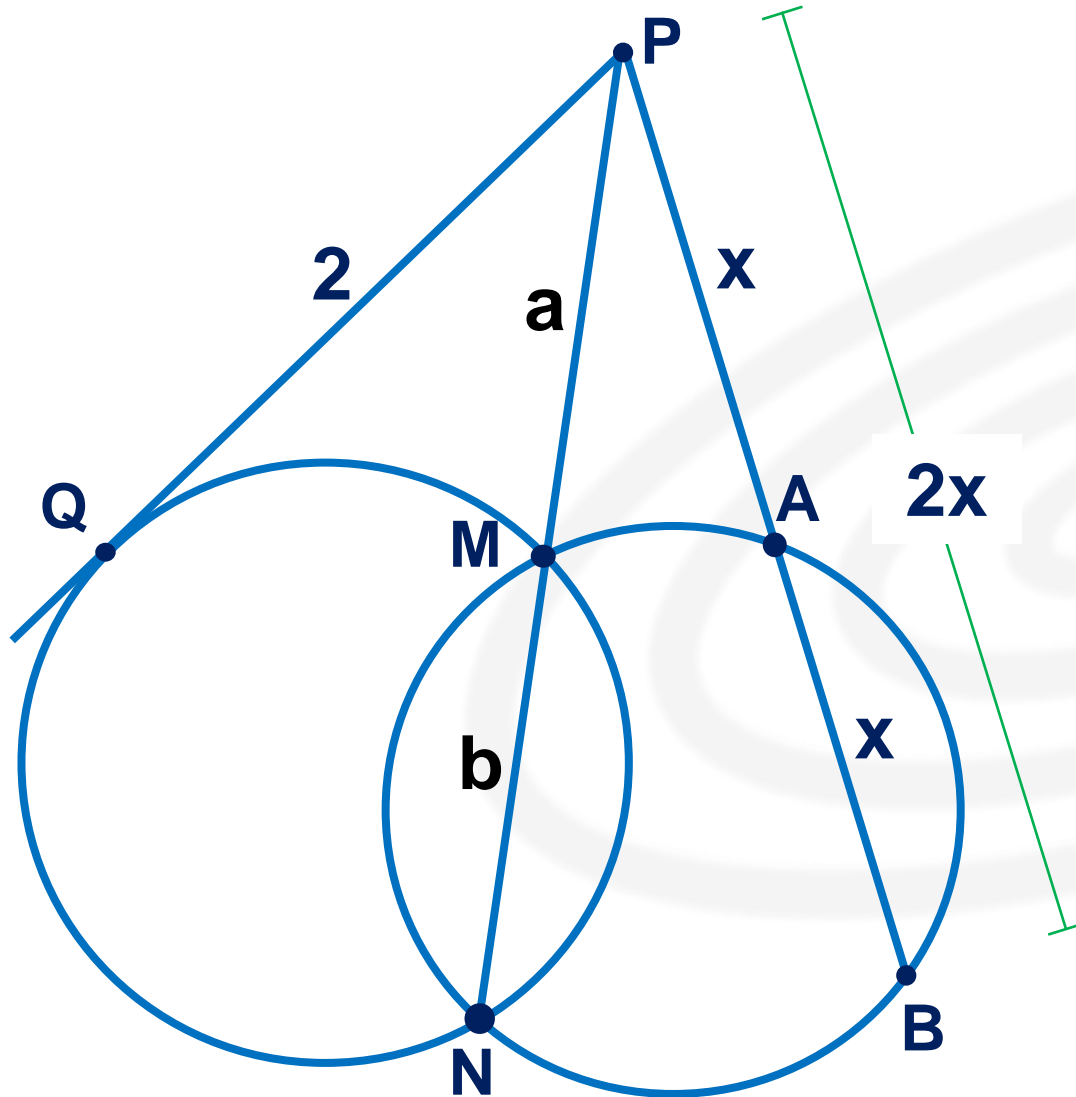
$$6x + 9 = 7x$$

$$9 = x$$

$$\boxed{CD = 9}$$



6. Del gráfico, calcule PA, si $PA = AB$ y $PQ = 2$. (Q es punto de tangencia)



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Aplicando el teorema de la tangente.

$$2^2 = a(a + b) \dots (1)$$
- Aplicando el teorema de las secantes.

$$a(a + b) = x \cdot 2x \dots (2)$$
- Reemplazando 1 y 2.

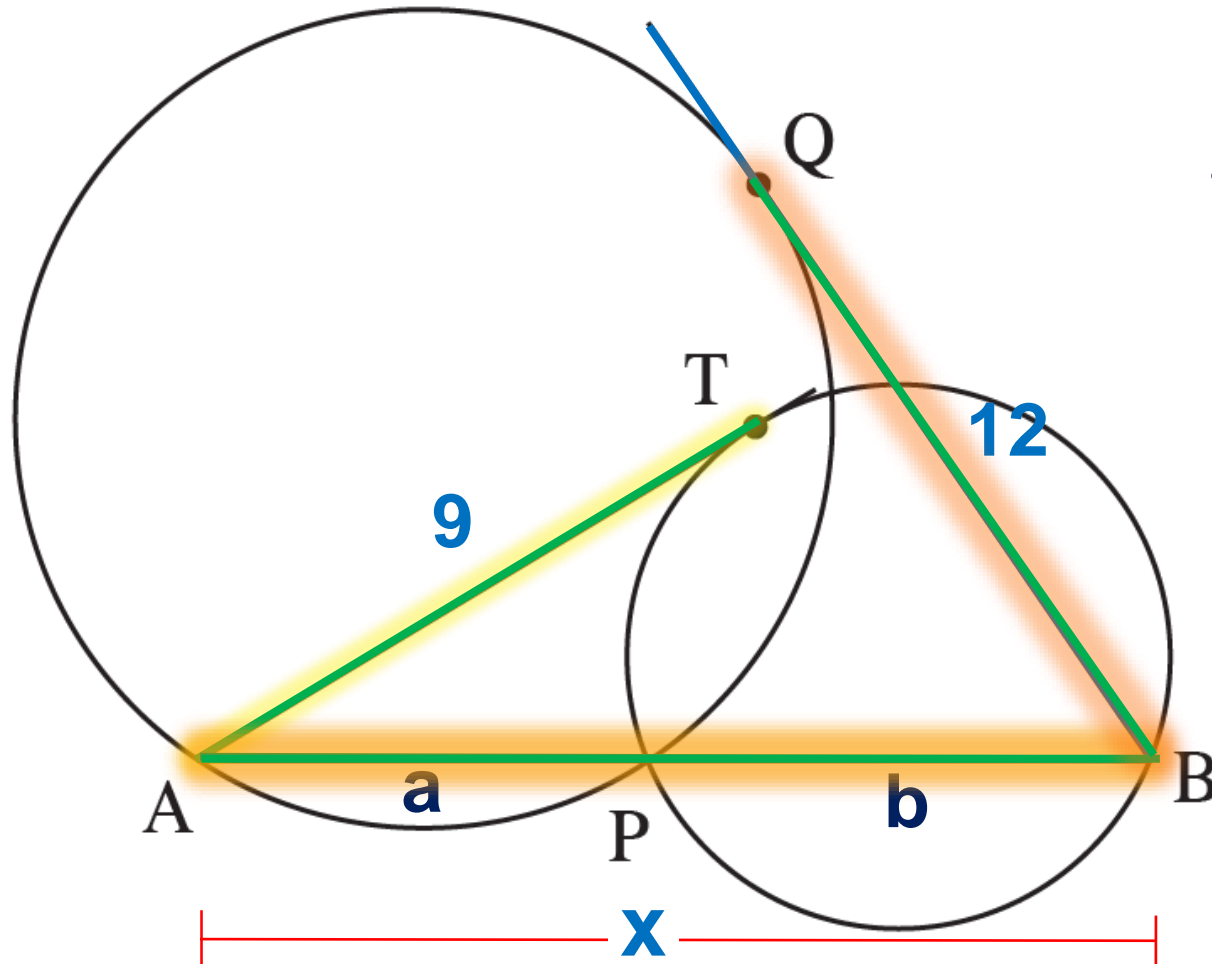
$$2^2 = x \cdot 2x$$

$$2 = x^2$$

$$\sqrt{2} = x$$

$$\boxed{PA = \sqrt{2} u}$$

7. Un ingeniero, para fijar 2 ruedas de acero de forma circunferencial, suelda a estas, 3 varillas \overline{AB} , \overline{AT} y \overline{BQ} como observamos en la figura. Si T y Q son puntos de tangencia, $AT = 9$ u y $BQ = 12$ u; Calcule AB.



RESOLUCIÓN

- Piden: x
- Aplicando el teorema de la tangente.

$$9^2 = a \cdot x \quad \dots (1)$$

$$12^2 = b \cdot x \quad \dots (2)$$

- Sumando 1 y 2.

$$9^2 + 12^2 = a \cdot x + b \cdot x$$

$$225 = x(a + b)$$

$$225 = x^2$$

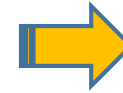
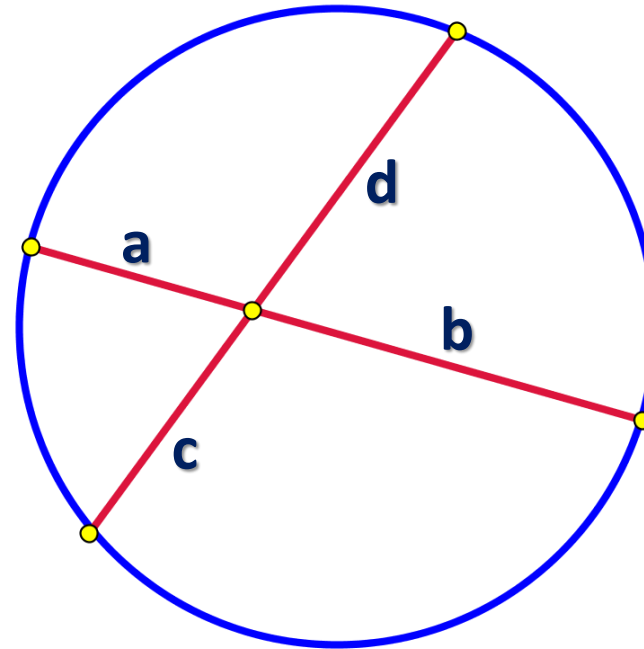
$$15 = x$$

$$\boxed{AB = 15 \text{ m}}$$

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

TEOREMA DE LAS CUERDAS

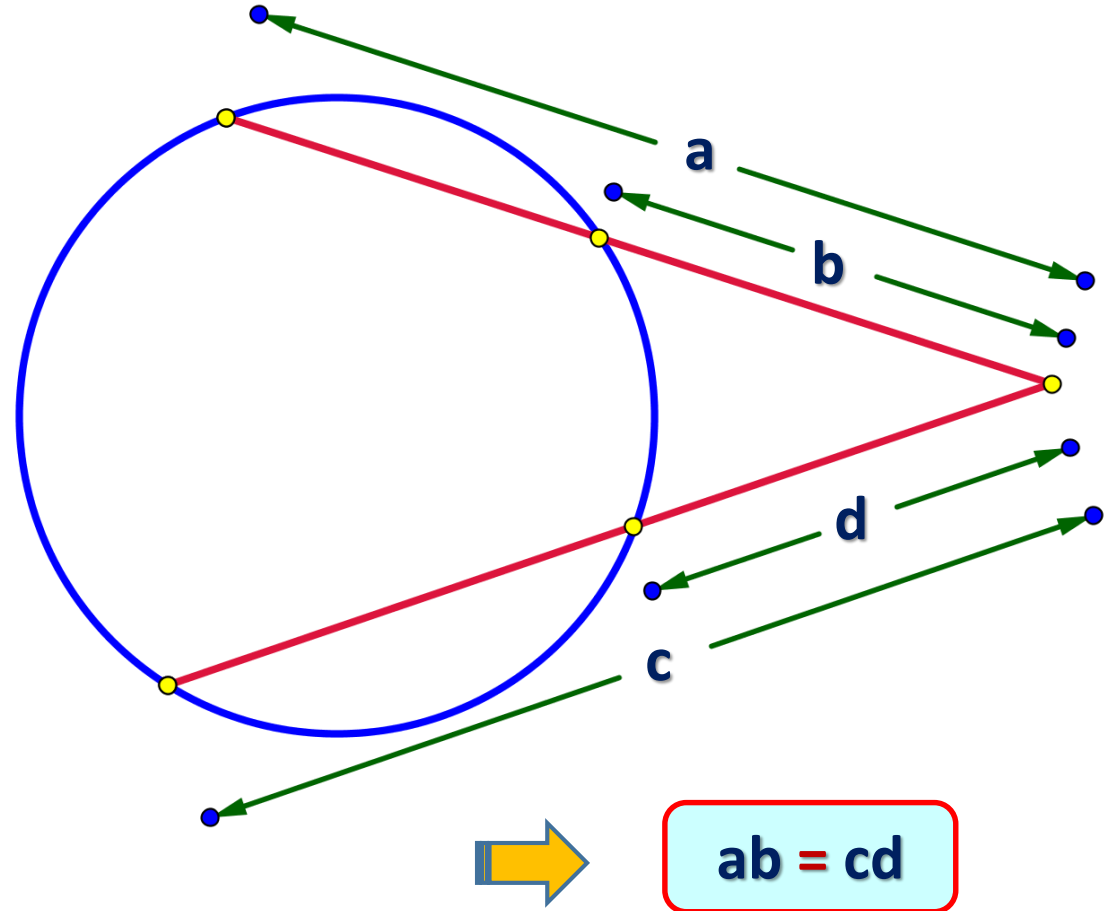
Si en una circunferencia se trazan dos cuerdas secantes, entonces los productos de las longitudes de los segmentos determinados en cada cuerda son iguales.



$$ab = cd$$

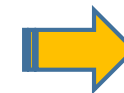
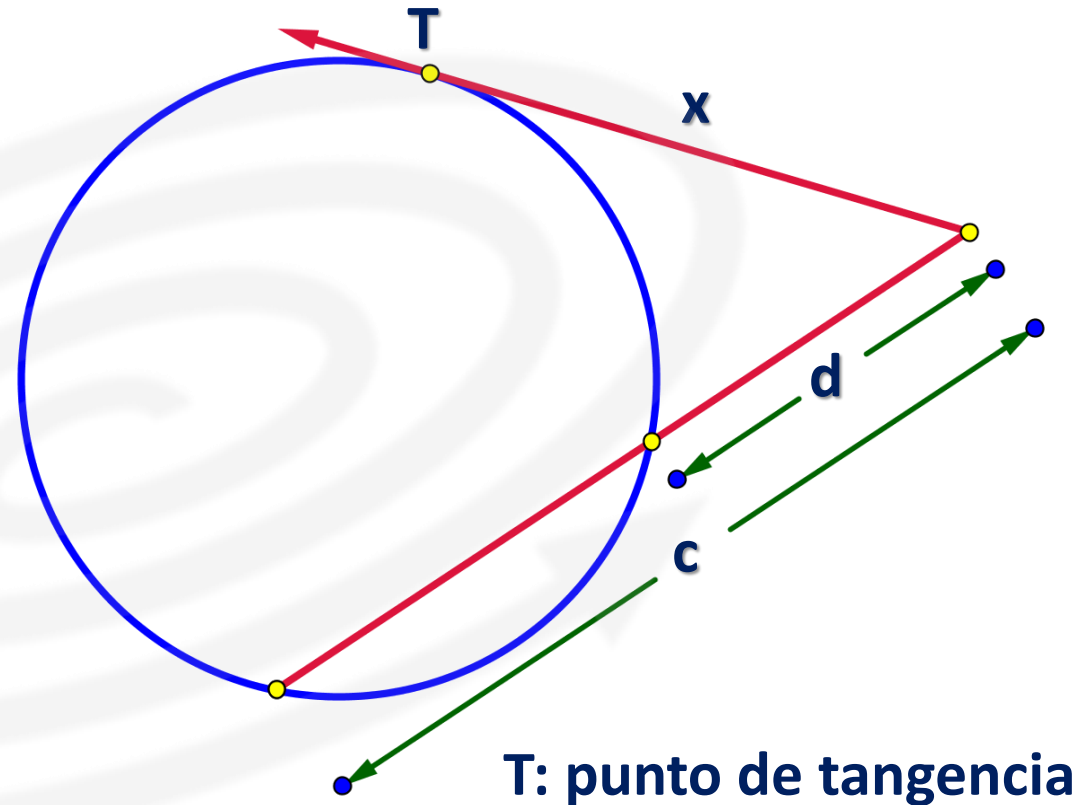
TEOREMA DE LAS SECANTES

Si por un punto exterior a una circunferencia se trazan dos rectas secantes, entonces los productos de las longitudes de los segmentos secantes determinados y los segmentos externos correspondientes son iguales.



TEOREMA DE LA TANGENTE

Si por un punto exterior a una circunferencia se traza una recta tangente y una recta secante, entonces el segmento tangente determinado es media proporcional entre el segmento secante y su segmento externo correspondiente.



$$x^2 = cd$$