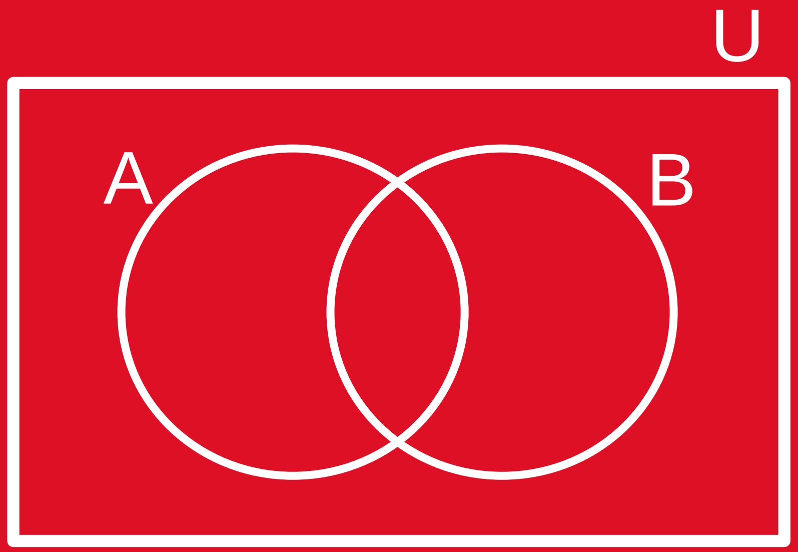
ARITHMETIC

Tomo I



5th

SECONDARY

PROMEDIOS

SACO OLIVEROS

PROMEDIOS O MEDIAS

Dado un conjunto de datos, se llama **promedio o media** a una cantidad representativa de dicho conjunto de datos.
Dicho valor se encuentra comprendido entre el mínimo y el máximo dato del conjunto.

En general para n datos:

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \ldots \leq a_n$$

Se tiene:

$$a_1 \leq \quad \text{Media} \quad \leq \quad a_n$$

1 MEDIA ARITMÉTICA (MA)

También llamada media o simplemente promedio, es el cociente de la suma de las cantidades entre el número de ellas.

$$M.A_{(a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ ,\ a_n)} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

Ejemplo:

$$MA_{(15,18,27)} = \frac{15 + 18 + 27}{3} = 20$$

2 MEDIA GEOMÉTRICA (MG)

El promedio geométrico de un conjunto de *n* cantidades, es la raíz enésima del producto de ellas

$$MG_{(a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ ,\ a_n)} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}$$

Ejemplo:

$$MG_{(12,18,27)} = \sqrt[3]{12.18.27} = 18$$

3 MEDIA ARMÓNICA (MH)

La media armónica de un conjunto de *n* es el cociente del número de cantidades entre la suma de las inversas de las mismas

$$MH_{(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)} = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n}}$$

Ejemplo:

$$MH_{(6,8,12)} = \frac{3}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}} = 8$$

4 LA MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA

La media aritmética ponderada es apropiada cuando en un conjunto de datos $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ cada uno de ellos tiene una importancia relativa (o peso) $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$. Se obtiene multiplicando cada uno de los datos por su ponderación (peso) para luego sumarlos, y finalmente dividir esta suma entre la suma de los pesos

MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA $= \dfrac{a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \ldots + a_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$

Ejemplo: Un profesor proporciona la siguiente información a uno de sus alumnos para que calcule la media aritmética de sus notas. ¿Cuál fue esa nota promedio?

	Nota	Peso
Cuaderno	18	1
Oral	17	1
Práctica	10	2
Examen	12	3

$$= \frac{18(1) + 17(1) + 10(2) + 12(3)}{1 + 1 + 2 + 3} = 13$$

Observación:

Para dos cantidades no nulas *a* y *b* con *a* > *b*, se tiene:

$$MA_{(a,b)} = \frac{a + b}{2}$$

$$MG_{(a,b)} = \sqrt{a \times b}$$

$$MH_{(a,b)} = \frac{2ab}{a + b}$$

PROPIEDADES

1

$$MH \leq MG \leq MA$$

OBSERVACIÓN:

$$MH = MG = MA$$

(Si los datos son iguales)

2

Para dos cantidades

$$MA \times MH = MG^2$$

El promedio de catorce números es 45; el promedio de otros dieciséis números es 60. Calcule el promedio de los 30 números.

Resolución:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{14}}{14} = 45 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{14} = 630$$

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{16}}{16} = 60 \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{16} = 960$$

Piden: $$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{14} + b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{16}}{30}$$

$$= \frac{630+960}{30} = \frac{1590}{30} = 53$$

Rpta: 53

El promedio de las edades de 6 personas es 52 años, si ninguna de ellas es menor de 48 años, ¿Cuál es la máxima edad que puede tener cualquiera de ellas?

Dato: $(a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5 ; a_6) \geq 48$

Resolución:

Para que una ellas tenga edad máxima las restantes deben tener la mínima edad posible

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{6} = 52$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 312$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 312$$

$$48 + 48 + 48 + 48 + 48 + a_6 = 312$$

$$240 + a_6 = 312$$

$$a_6 = 72$$

Rpta: 72

La MG de 3 números pares diferentes es 14; calcule el promedio aritmético de dichos números.

Resolución:

Dato: a y b y c son pares diferentes

$$\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} = 14$$

$$a \cdot b \cdot c = 14^3$$

$$a \cdot b \cdot c = 14 \cdot 14 \cdot 14$$

$$a \cdot b \cdot c = \underbrace{2}\,.\,\underbrace{7 \cdot 2}\,.\,\underbrace{7 \cdot 2 \cdot 7}$$

$$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 14 \cdot 98$$

Piden:

$$MA_{(a,\, b,\, c)} = \frac{2 + 14 + 98}{3} = 38$$

Rpta: 38

El producto de dos números por su MA, por MG y por su MH es 1024. Halle la MG de dichos números.

Resolución:

Sean los números a y b

Dato: $\underbrace{a \cdot b}_{MG^2} \cdot \underbrace{MA \cdot MH}_{MG^2} \cdot MG = 1024$

RECORDAR:

$MA \cdot MH = MG^2$

$MG^2 \cdot MG^2 \cdot MG = 1024$

$MG^5 = 1024$

$MG = 4$

Rpta: 4

Un auto recorre los lados de una ciudad de forma cuadrada, con velocidades de 60 km/h, 80 km/h, 120 km/h y 40 km/h. Determine la velocidad promedio del recorrido.

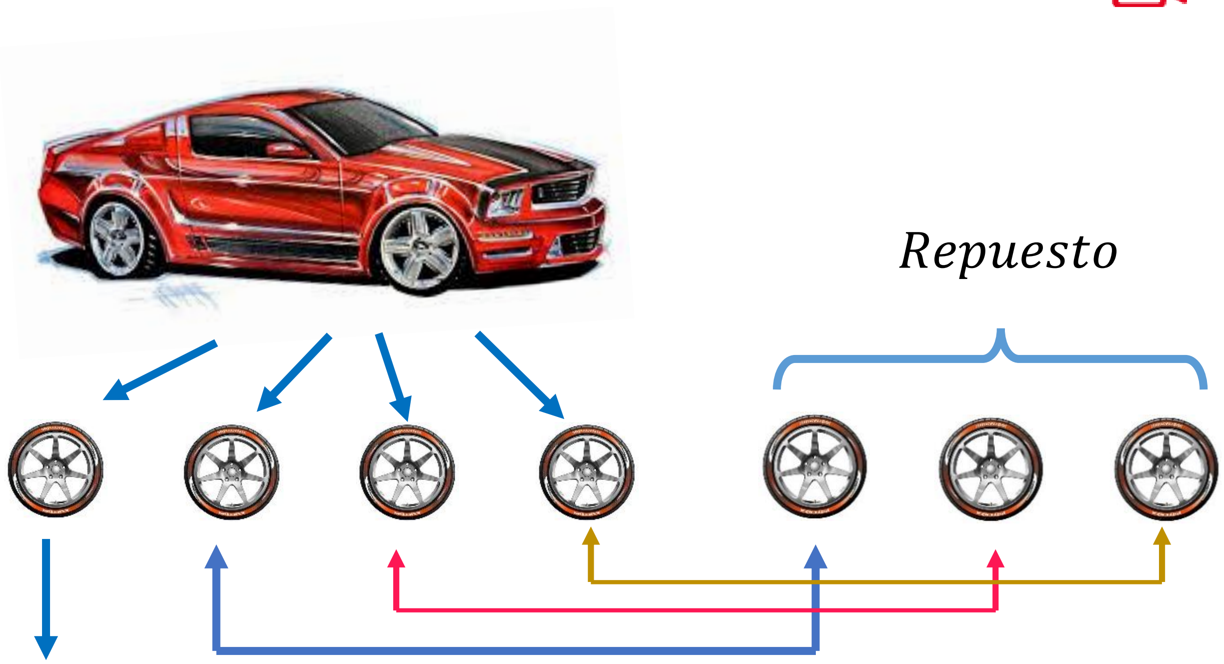
Resolución:

Usaremos el promedio armónico para promediar sus eficiencias.

$$\frac{4}{\frac{1}{60}+\frac{1}{80}+\frac{1}{120}+\frac{1}{40}} = \frac{4}{\frac{15}{240}} = \frac{4}{\frac{1}{16}} = 64$$

Rpta: 64 km/h

Carlos compró un auto y le regalan 3 llantas (de repuesto) de la misma calidad, si después de viajar desde Lima al Ecuador (2100 km) no tiene llantas para cambiar ¿Qué distancia promedio recorrió cada llanta?



Resolución:

$$\frac{2100 + 2100 + 2100 + 2100}{7} = 1200$$

Rpta: 1200 km

Manuel, profesor de Aritmética, propone a su hijo darle tanta propina (en soles) como el resultado del siguiente problema (si es que lo resuelve correctamente): “Si la MH de dos números es igual a la mitad del número mayor y la MA excede a la MH en ocho unidades, calcule la diferencia de los números”. Si el joven resolvió el problema ¿Cuánto recibió de propina?

Resolución:

Sean los números "a" y "b" *Donde* a>b

Datos: $\underbrace{MH\ (a;b)}_{} = \frac{a}{2}$

$$\frac{\cancel{2}ab}{a+b} = \frac{\cancel{a}}{2}$$

$$4b = a+b$$

$$3b = a \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3k}{1k}$$

$$\underbrace{MA\ (a;b)}_{} - \underbrace{MH(a:b)}_{} = 8$$

$$\frac{a+b}{2} - \frac{a}{2} = 8$$

$$\frac{3k+k}{2} - \frac{3k}{2} = 8$$

$$\frac{4k-3k}{2} = 8$$

$$k = 16$$

Piden: $a-b = 3k-k = 2k = \mathbf{2(16)} = 32$

Rpta: 32