



ALGEBRA

Chapter 22

5th
SECONDARY

**SISTEMA DE ECUACIONES
LINEALES Y NO LINEALES**



 **SACO OLIVEROS**



Si compro 2 pantalones y 3 camisas me cuestan S/160, pero si compro un pantalón y una camisa me cuesta S/70.

¿Cuánto es el costo del pantalón?

Rpta.: S/.50



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

I) FORMA GENERAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde:

x, y : Son las variables a calcular

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$: Son constantes



II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

Ejemplo:

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + y = 19 & \dots (I) \\ 3x - y = 5 & \dots (II) \end{cases}$$

Resolución:

Sumando (I) y (II)

$$\Rightarrow 8x = 24$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Reemplazando "x" en (I)

$$\Rightarrow 5(3) + 2y = 19$$

$$\Rightarrow y = 2$$

$$CS = \{(3; 2)\}$$



B) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Ejemplo: Resuelva el sistema

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \dots (I) \\ 2x + 3y = 7 \dots (II) \end{cases}$$

Resolución:

De (I) despejamos "x"

$$\Rightarrow x = 5 - 2y \dots (\alpha)$$

Reemplazamos "x" en (II) :

$$2(5 - 2y) + 3y = 7$$

$$\Rightarrow 10 - 4y + 3y = 7$$

$$\Rightarrow 3 - y = 0 \Rightarrow \boxed{y = 3}$$

Reemplazamos "y" en (α) :

$$\Rightarrow x = 5 - 2(3) \Rightarrow \boxed{x = -1}$$

$$CS = \{(-1; 3)\}$$

III) CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

Sea el siguiente sistema :

$$L_1: a_1x + b_1y = c_1$$

$$L_2: a_2x + b_2y = c_2$$

L_1, L_2 : son
ecuaciones de las
rectas

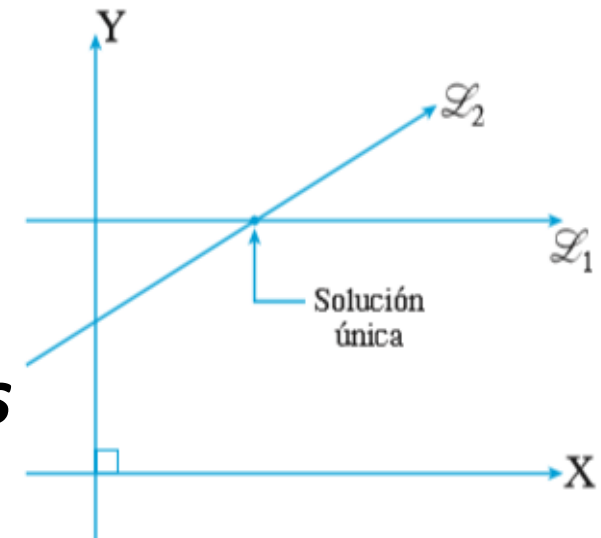
Éste sistema será:

1) COMPATIBLE DETERMINADA (Solución única)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

NOTA: Se dice en este caso que las rectas
 L_1, L_2 se **intersectan en un solo punto**.



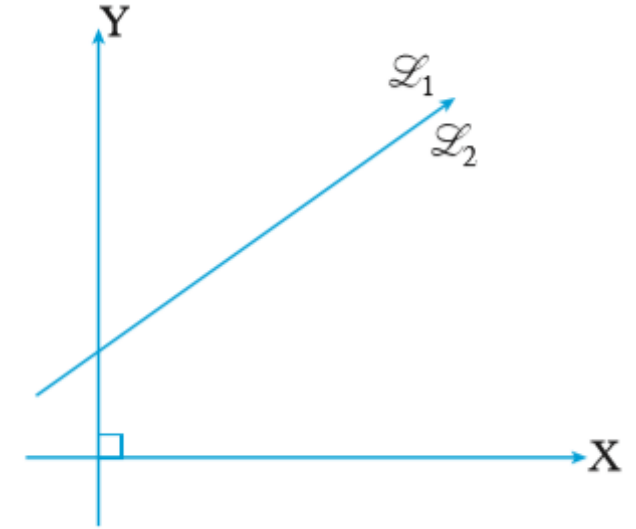


2) COMPATIBLE INDETERMINADA (Infinitas soluciones)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 están **superpuestas**, debido a esto hay infinitos cortes.

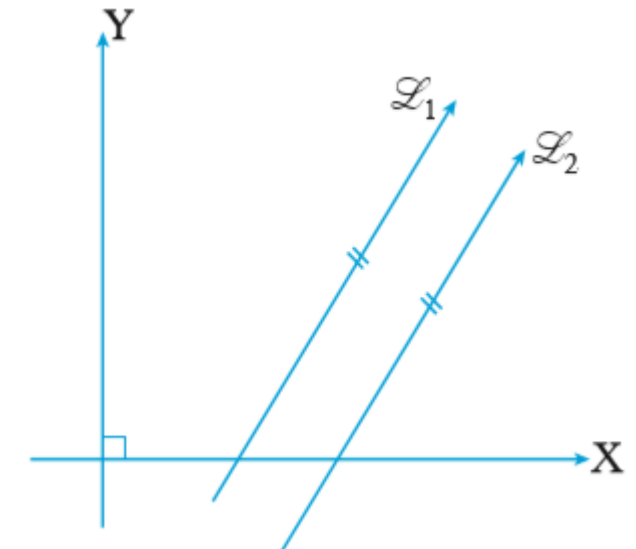


3) INCOMPATIBLE (No existe solución)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 son **paralelas**, por lo tanto no hay solución.





SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

EJEMPLO: Resuelva

$$\begin{cases} x + 2y + \sqrt{2xy} = 20 \\ x^2 + 4y^2 + 2xy = 160 \end{cases}$$

Calcule: $\frac{\sqrt{2xy}}{x+2y}$

Resolución:

Sea: $x+2y=a$ $\sqrt{2xy}=b$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b = 20 \\ a^2 - b^2 = 160 \end{cases}$$

$$\rightarrow (a + b)(a - b) = 160$$

$$\rightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b = 20 \end{cases}$$

$$\rightarrow a = 14 \quad b = 6$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{2xy}}{x+2y} = \frac{3}{7}$$



Problema 1

Resuelva el sistema:

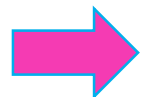
$$\begin{cases} 6x - 5y = -9 & \dots (I) \\ 4x + 3y = 13 & \dots (II) \end{cases}$$

Resolución:

Eliminando "y":

$$\begin{array}{rcl} \times 3(I): & 18x - \cancel{15y} & = -27 \\ \times 5(II): & 20x + \cancel{15y} & = 65 \end{array} \quad \downarrow (+)$$

$$38x = 38$$

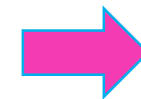


$$x = 1$$

Reemplazando en "II":

$$4(1) + 3y = 13$$

$$3y = 9$$



$$y = 3$$

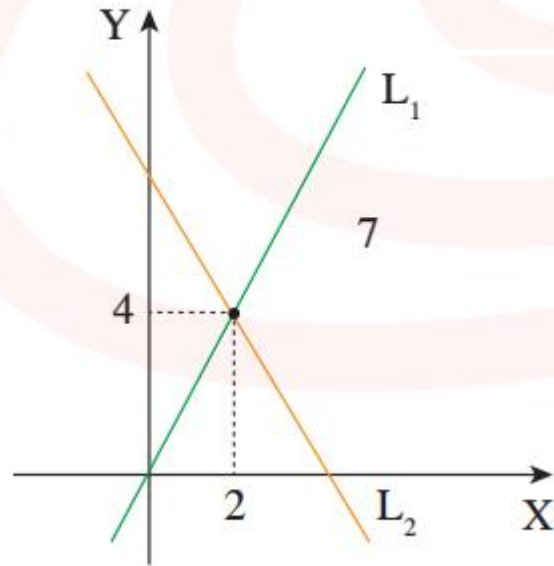
$$CS = \{ (1 ; 3) \}$$

Problema 2

Si el sistema

$$\begin{cases} 5x + ay = 2 \dots (L_1) \\ 4x + 3y = b \dots (L_2) \end{cases}$$

Representa geométicamente mediante la gráfica:



Indique el valor de $G = \frac{b}{a}$

Resolución:

Del gráfico: $X = 2 ; y = 4$

Reemplazando en el sistema:

$$\begin{cases} 5(2) + a(4) = 2 \dots (L1) \\ 4(2) + 3(4) = b \dots (L2) \end{cases}$$

De (L1):

$$10 + 4a = 2$$

$$4a = -8$$

$$a = -2$$

De (L2):

$$8 + 12 = b$$

$$20 = b$$

Piden: $G = \frac{20}{-2} = -10$

$G = -10$



Problema 3

Halle el valor de x e y:

$$\begin{cases} \frac{6}{x-1} + \frac{4}{y-3} = 7 & \dots (I) \\ \frac{4}{x-1} - \frac{5}{y-3} = -3 & \dots (II) \end{cases}$$

Resolución:

$$\times 5(I): \frac{30}{x-1} + \cancel{\frac{20}{y-3}} = 35$$

$$\times 4(II): \frac{16}{x-1} - \cancel{\frac{20}{y-3}} = -12$$

$$\begin{array}{r} \hline \rightarrow \frac{46}{x-1} = 23 \rightarrow \boxed{x = 3} \end{array}$$

En "I":

$$\frac{6}{2} + \frac{4}{y-3} = 7$$

$$\rightarrow \frac{4}{y-3} = 4$$

$$\rightarrow \boxed{y = 4}$$

$$\boxed{x=3 ; y=4}$$

**Problema 4**

Halle el valor de mn , si el sistema:

$$\text{Si : } \begin{cases} (m - 5)x + (n - 2)y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$$

presenta infinitas soluciones.

Resolución: Se cumple

$$\frac{m - 5}{4} = \frac{n - 2}{3} = \frac{10}{5}$$

$$m = 13$$

$$n = 8$$

$$\text{Piden: } 13 \cdot 8 = 104$$

104

**Problema 5**

Al resolver :

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 3 & \dots(\alpha) \\ 25x - 9y = 81 & \dots(\beta) \end{cases} \quad \text{Halle } x+y$$

Resolución:

$$25x - 9y = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y})(5\sqrt{x} - 3\sqrt{y})$$

$$81 = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y}) (3)$$

$$27 = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y}) \dots (\theta)$$

De (α) y (θ) :

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 3 \\ 5\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 27 \end{cases} \quad (+)$$

$$10\sqrt{x} = 30$$

$$\sqrt{x} = 3$$

En " α ":

$$\Rightarrow x = 9$$

$$15 - 3\sqrt{y} = 3$$

$$\sqrt{y} = 4$$

$$\Rightarrow y = 16$$

$$x + y = 25$$

Problema 6

Si $S/(n+5)00$ representa el costo de una camisa, donde n se obtiene del sistema en x e y

$$\begin{cases} (n^2+4)x+4y = 4 \\ 5x+y = n-3 \end{cases}$$

siendo el sistema inconsistente. Calcule el costo de la camisa, luego de recibir un descuento del 30%.

Resolución:

Se cumple

$$\underbrace{\frac{n^2 + 4}{5} = \frac{4}{1}}_{\text{No cumple}} \neq \frac{4}{n-3}$$

$$\rightarrow n^2 + 4 = 20$$

$$n^2 = 16$$

$$n = 4 \text{ o } -4$$

Reemplazando: $n = 4$

$$\frac{20}{5} = \frac{4}{1} \neq \frac{4}{1}$$

(No cumple)

Reemplazando: $n = -4$

$$\frac{20}{5} = \frac{4}{1} \neq \frac{4}{-7}$$

(Si cumple)

Costo de la camisa: $S/100 \rightarrow S/70$

Problema 7

En una heladería, el costo de 4 helados de barquillo, 7 helados de vasito y un granizado es de S/35,50 y el costo de 5 helados de barquillo, 9 helados de vasito y un granizado es de S/40,50. En dicha heladería, el costo, en soles, al comprar un helado de barquillo, un helado de vasito y un granizado es

Resolución:

Sean:

x : Costo de 1 helado de barquillo

y : Costo de 1 helado de vasito

z : Costo de 1 granizado

Del enunciado:

$$\begin{array}{rcl} 4x + 7y + 1z & = & 35.50 \\ 5x + 9y + 1z & = & 40.50 \\ \hline x + 2y & = & 5 \dots (I) \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ (-) \end{array}$$

Del enunciado:

$$x5: 4x + 7y + 1z = 35.50$$

$$x4: 5x + 9y + 1z = 40.50$$

$$\begin{array}{rcl} \rightarrow \cancel{20x} + 35y + 5z & = & 177.5 \\ \cancel{20x} + 36y + 4z & = & 162 \\ \hline & & -y + z = 15.5 \dots (II) \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ (-) \end{array}$$

• I y II:

$$\begin{array}{rcl} x + 2y & = & 5 \\ -y + z & = & 15.5 \\ \hline x + y + z & = & 20.5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ (+) \end{array}$$

S/20.5