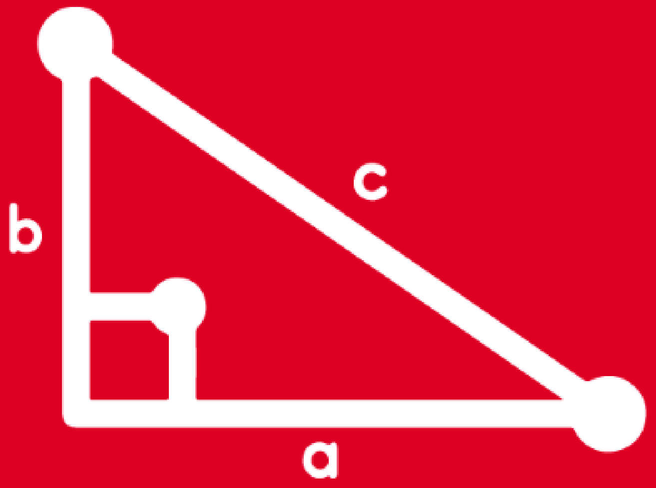
TRIGONOMETRY

Chapter 05



3rd

SECONDARY

RAZONES TRIG0NOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

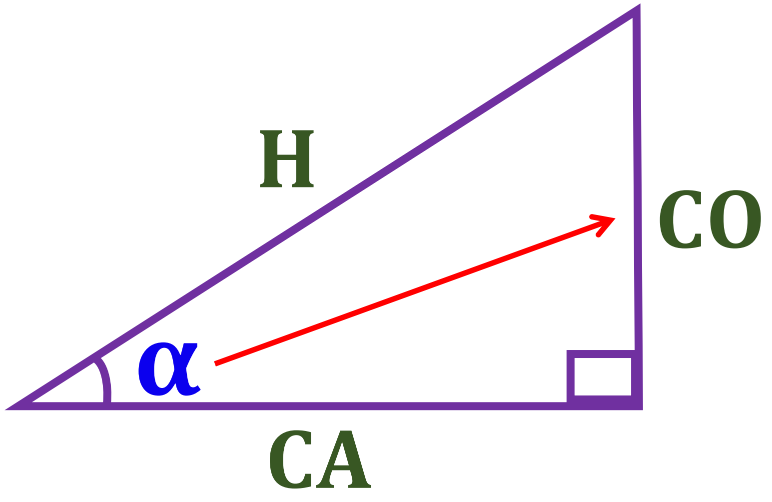
SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVACIÓN

¿ EN LA ANTIGÜEDAD , CÓMO SE MIDIÓ EL RADIO DE LA TIERRA ?

¿ QUÉ SE ENTIENDE POR RAZÓN TRIGONOMÉTRICA DE UN ÁNGULO AGUDO ?

Es el COCIENTE entre las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo, con respecto a uno de sus ángulos interiores agudos .



α : Ángulo interior agudo de referencia

H : Longitud de la hipotenusa

CO : Longitud del cateto opuesto a α

- CA : Longitud del cateto adyacente a α

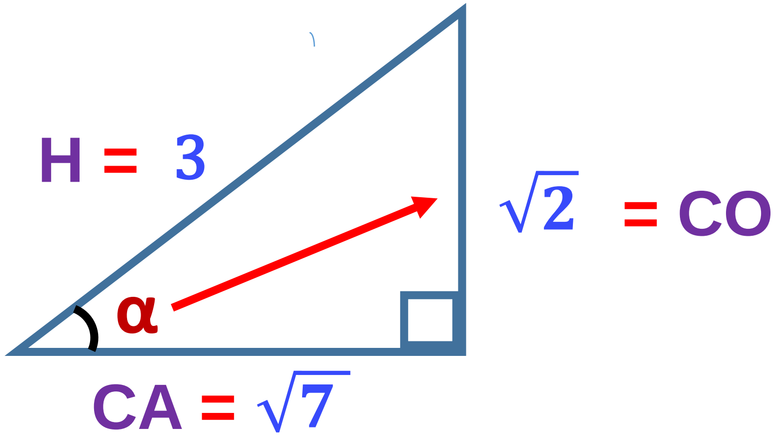
Teorema de Pitágoras : $H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO α

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$

MÉTODO NEMOTÉCNICO : " COCA COCA HELADA HELADA "

EJEMPLO : Calcula las razones trigonométricas (RT) de α



senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{7}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{\sqrt{7}}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$

HELICO PRACTICE 1

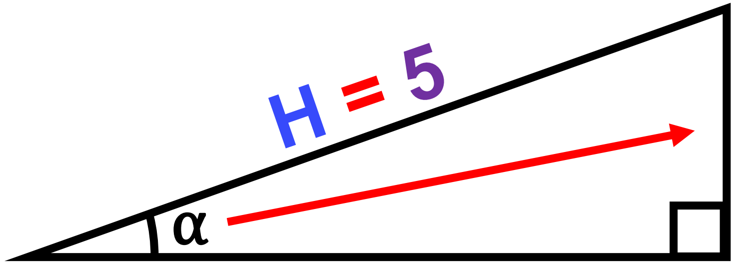
Si $\text{sen}\alpha = \dfrac{3}{5}$ y α es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, efectúe : $M = 1 + \cot^2\alpha$

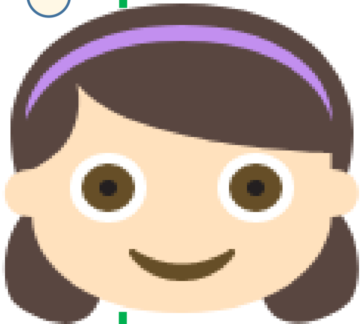
RESOLUCIÓN

Dato : $\text{sen}\alpha = \dfrac{3}{5} = \dfrac{CO}{H}$

$\text{sen}\alpha = \dfrac{CO}{H}$

$\cot\alpha = \dfrac{CA}{CO}$





Teorema de Pitágoras :

$H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

$5^2 = (CA)^2 + (3)^2$

$25 = (CA)^2 + 9$

$16 = (CA)^2 \Rightarrow CA = 4$

Luego : $M = 1 + \left(\dfrac{4}{3}\right)^2$

$M = \dfrac{9}{9} + \dfrac{16}{9}$

$\therefore M = \dfrac{25}{9}$

HELICO PRACTICE 2

Siendo $\tan\alpha = 2{,}4$ y α es un ángulo agudo, efectúe :

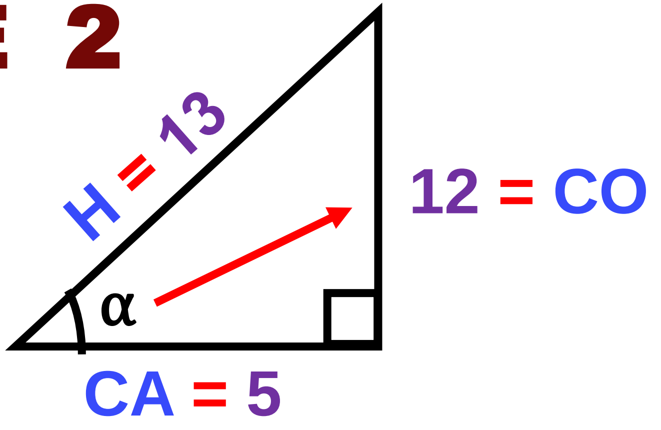
$P = \csc\alpha + \cot\alpha$

RESOLUCIÓN

$\tan\alpha = \dfrac{CO}{CA}$ $\qquad \csc\alpha = \dfrac{H}{CO}$ $\qquad \cot\alpha = \dfrac{CA}{CO}$

Dato :

$$\tan\alpha = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} = \frac{CO}{CA}$$



Teorema de Pitágoras :

$$H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$$

$$H^2 = (5)^2 + (12)^2 = 25 + 144$$

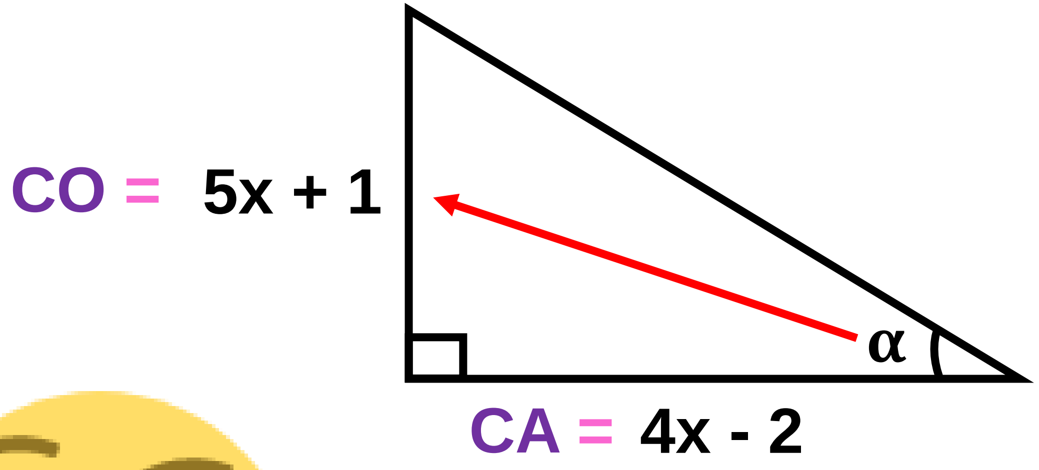
$$H = \sqrt{169} \Rightarrow H = 13$$

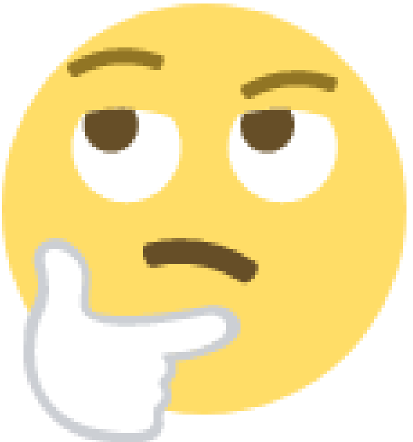
Luego : $P = \dfrac{13}{12} + \dfrac{5}{12} = \dfrac{18}{12}$

$$\therefore \; P = \frac{3}{2}$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, calcule el valor de x, si $\tan\alpha = \frac{8}{5}$.





$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$

RESOLUCIÓN

Dato : $\tan\alpha = \frac{8}{5}$

Luego : $\frac{5x+1}{4x-2} = \frac{8}{5}$

$5(5x+1) = 8(4x-2)$

$25x + 5 = 32x - 16$

$21 = 7x$

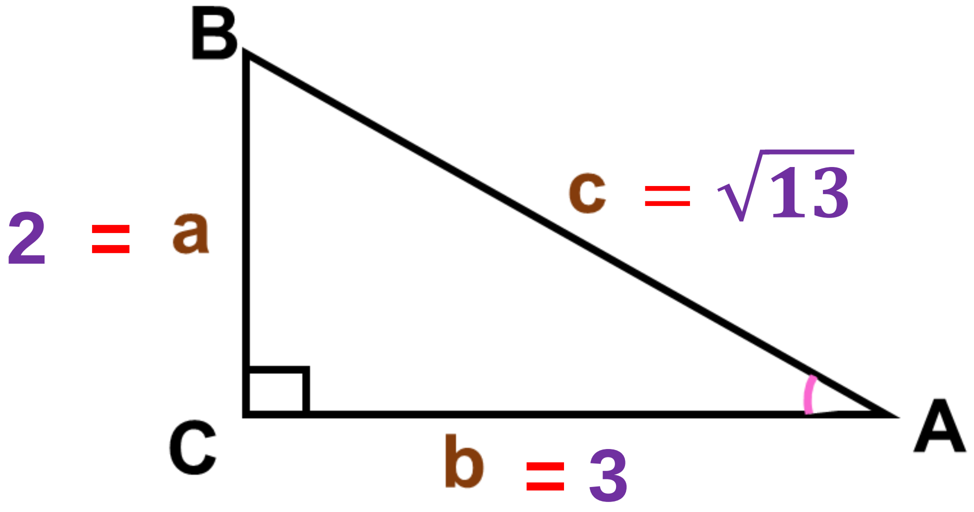
$\therefore \quad x = 3$

HELICO PRACTICE 4

En un triángulo rectángulo ABC, recto en C; sabiendo que $\tan A = \frac{2}{3}$, calcule $E = \operatorname{sen}B \cdot \operatorname{sen}A$

RESOLUCIÓN

Graficamos el ◺ACB :



Recordamos que :

$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$ $\quad$ $\operatorname{sen}\alpha = \frac{CO}{H}$

Dato : $\tan A = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}$

Teorema de Pitágoras :

$c^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 \Rightarrow c = \sqrt{13}$

Luego : $E = \operatorname{sen}B \cdot \operatorname{sen}A$

$$E = \left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$$

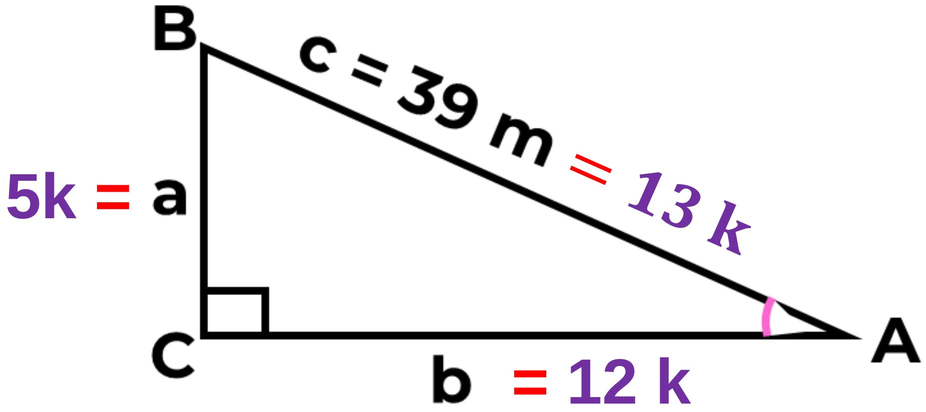
$$\therefore\ E = \frac{6}{13}$$

HELICO PRACTICE 5

En un triángulo rectángulo ABC (m ∢ C = 90°), se sabe que $\tan A = \frac{5}{12}$ y la longitud de la hipotenusa es 39 m . Calcule el perímetro del triángulo ABC .

RESOLUCIÓN

Graficamos el ◺ACB :



Dato : $\tan A = \frac{5k}{12k} = \frac{a}{b}$

$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$

Teorema de Pitágoras :

$c^2 = a^2 + b^2 = (5k)^2 + (12k)^2$

$c^2 = 25k^2 + 144k^2 = 169k^2$

$\Rightarrow c = 13k$

Dato : $13k = 39$ m $\Rightarrow K = 3$ m

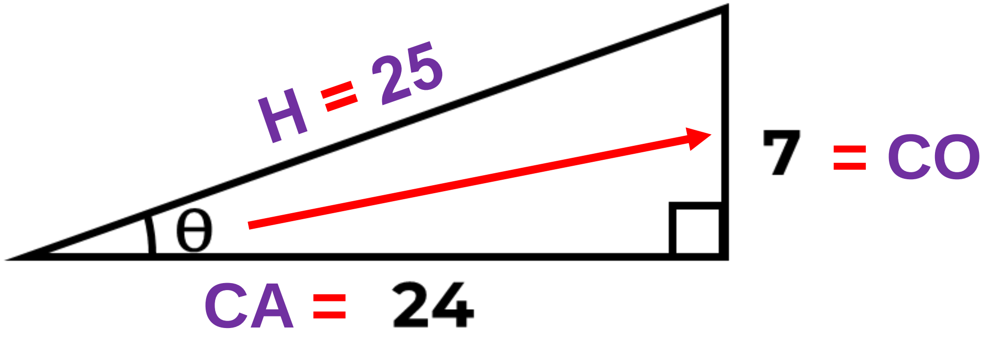
Luego : $2p = 5k + 12k + 13k$

$2p = 30k = 30(3\text{ m})$

$\therefore 2p = 90$ m

HELICO PRACTICE 6

Irene le prometió a José que por ser el mes de aniversario de su matrimonio, le prepararía una pizza de forma triangular como representa la figura.- Si para preparar la pizza, Irene invirtió :
M = 25 (senϴ + cosϴ) soles .
Calcule cuánto gastó Irene para engreír a su esposo .



$\text{sen}\theta = \frac{CO}{H}$ $\cos\theta = \frac{CA}{H}$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

$H^2 = (24)^2 + (7)^2$

$H^2 = 576 + 49$

$H = \sqrt{625}$ → $H = 25$

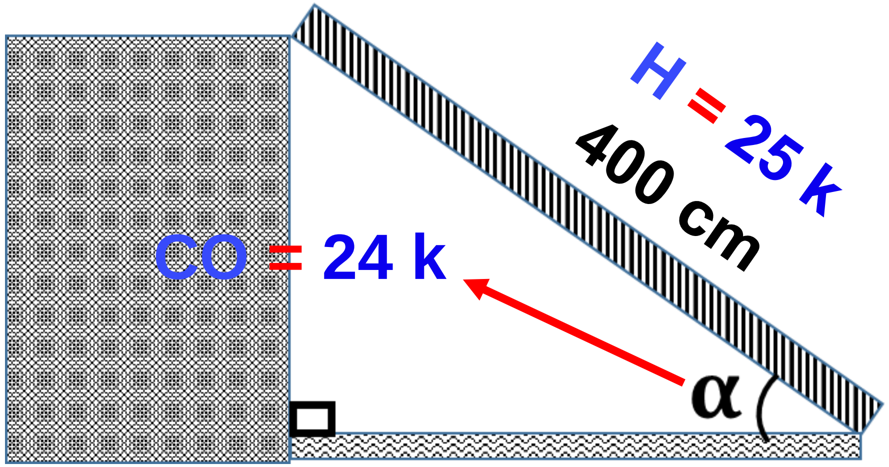
Gastó : $M = \cancel{25}\left(\frac{7}{\cancel{25}} + \frac{24}{\cancel{25}} \right)$ soles

$M = 31$ soles

∴ Irene gastó 31 soles .

HELICO PRACTICE 7

Una escalera de 400 cm de longitud descansa sobre una pared lisa, tal como muestra la figura .- Halle la distancia del pie de la escalera a la base de la pared .- Considere cotα = $\frac{7}{24}$.



RESOLUCIÓN

Dato : $\cot\alpha = \frac{7k}{24k} = \frac{CA}{CO}$ $\qquad \cot\alpha = \frac{CA}{CO}$

Teorema de Pitágoras :

$$H^2 = CA^2 + CO^2 = (7k)^2 + (24k)^2$$

$$H^2 = 49k^2 + 576k^2 = 625k^2$$

$$\Rightarrow H = 25k$$

Dato : 25 k = 400 cm $\Rightarrow$ K = 16 cm

Luego : CA = 7 k = 7 (16 cm)

∴ CA = 112 cm

SACO
OLIVEROS