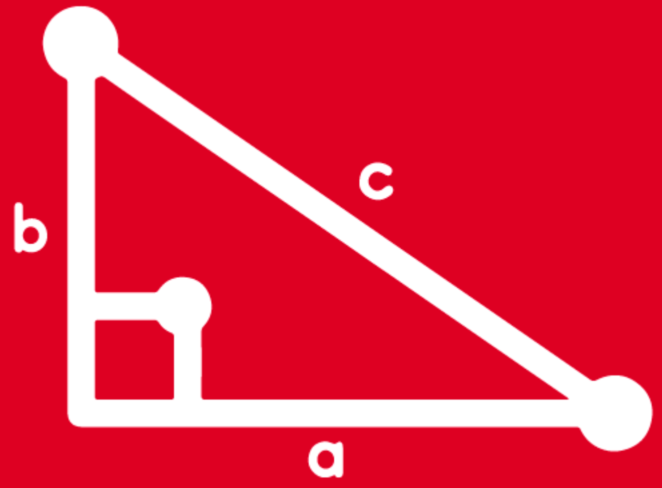
TRIGONOMETRY

CHapter 10

4th

SECONDARY



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL II

SACO OLIVEROS

CANADARM 2

El Canadarm 2 , es un brazo manipulador robótico de la Estación Espacial Internacional.
Este manipulador es operado controlando los ángulos de sus articulaciones.
Para obtener la posición final del astronauta en el extremo del brazo , se requiere un uso repetido de las razones trigonométricas de esos ángulos que se forman por los varios movimientos que se realizan.

SIGNOS DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Regla práctica :

IIC

sen, csc (+)

IC

Todas las RT son (+)

IIIC

tan, cot (+)

IVC

cos, sec (+)

Observación :

Si $0° < \alpha < 90°$ ➡ $\alpha \in$ IC

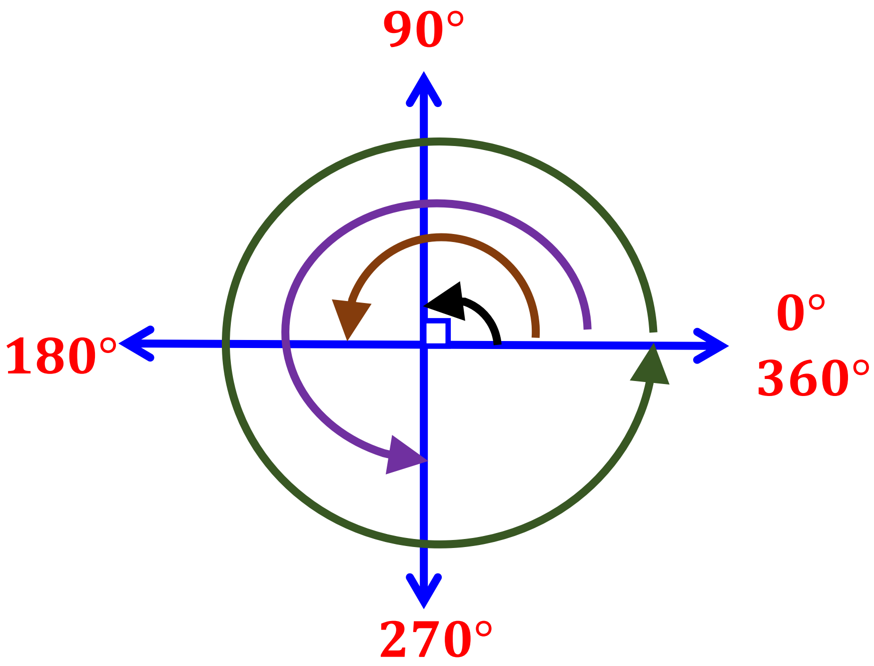
Si $90° < \alpha < 180°$ ➡ $\alpha \in$ IIC

Si $180° < \alpha < 270°$ ➡ $\alpha \in$ IIIC

Si $270° < \alpha < 360°$ ➡ $\alpha \in$ IVC

ÁNGULOS CUADRANTALES

Son ángulos en posición normal cuyo lado final coincide con los semiejes del plano cartesiano.



$\boxed{90°n} \boxed{\frac{\pi . n}{2} \text{ rad}}$, $n \in z$

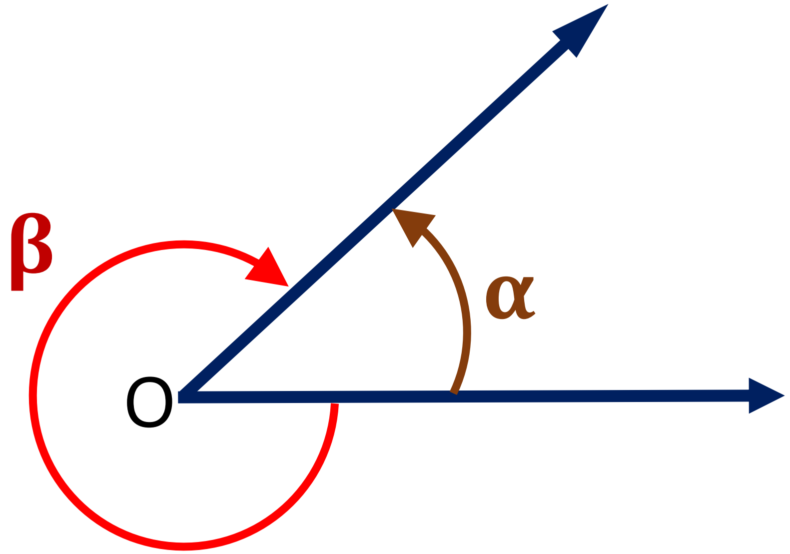
R.T	0° ; 360°	90°	180°	270°
SEN	O	1	0	-1
COS	1	O	-1	0
TAN	0	N.D	0	N.D
COT	N.D	0	N.D	0
SEC	1	N.D	-1	N.D
CSC	N.D	1	N.D	-1

N.D : No determinado

Método : “ OIONIN IONONI ”

ÁNGULOS COTERMINALES

Son aquellos ángulos trigonométricos que al ser superpuestos presentan los mismos elementos (vértice, lado inicial y lado final).



α y β son ángulos coterminales

Propiedades :

- $\alpha - \beta = 360° k , \ \forall k \in \mathbb{Z} - \{ 0 \}$

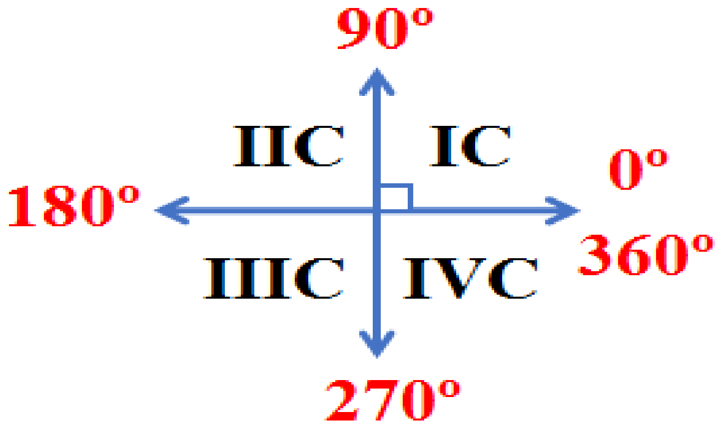
- $RT(\alpha) = RT(\beta)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{sen}\alpha = \text{sen}\beta \\ \cos\alpha = \cos\beta \\ \tan\alpha = \tan\beta \\ \cot\alpha = \cot\beta \\ \sec\alpha = \sec\beta \\ \csc\alpha = \csc\beta \end{array} \right\}$

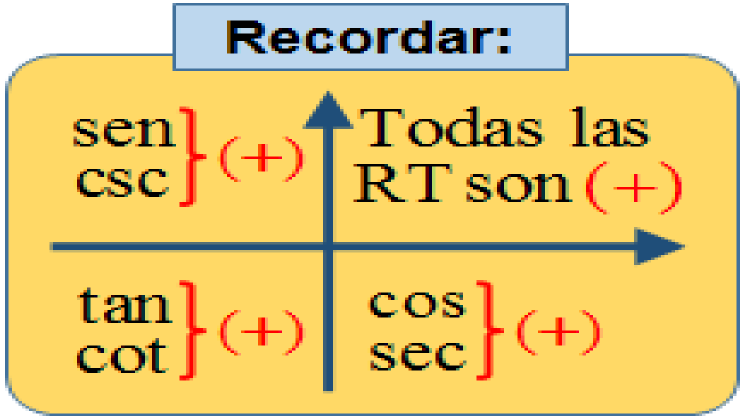
PROBLEMA 1

Determine el signo de las expresiones :

$$N = (\tan 142° + \text{sen} 232°)\cos^2 121°$$

$$M = (\sec 342° - \csc 220°)\cot 190°$$





Resolución

- $N = (\tan \underbrace{142°}_{\text{IIC}} + \text{sen} \underbrace{232°}_{\text{IIIC}})\cos^2 \underbrace{121°}_{\text{IIC}}$

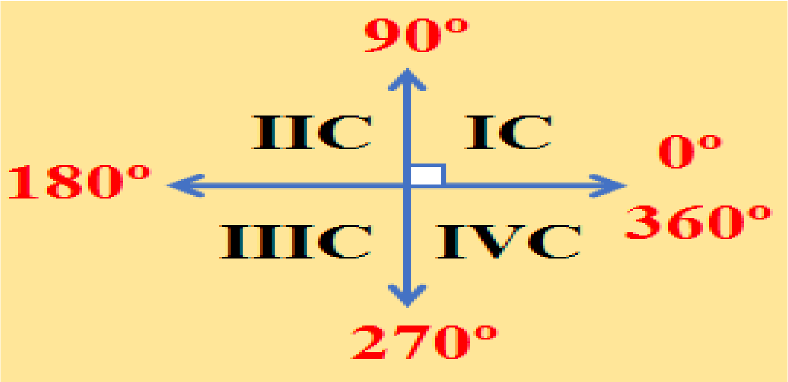
$$N = \{(-) + (-)\}(-)^2 = (-)(+) \Rightarrow \boxed{N = (-)}$$

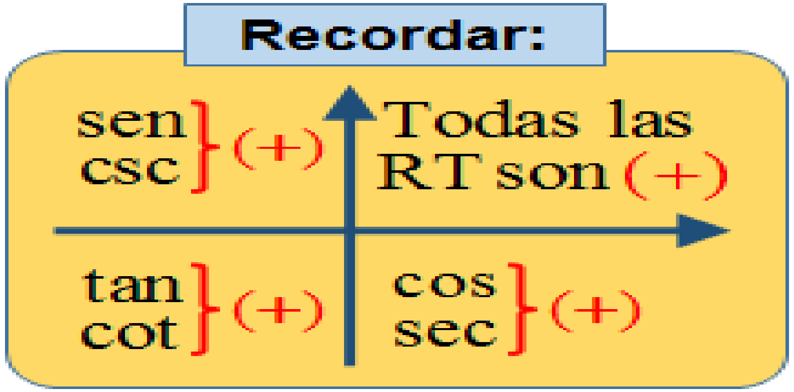
- $M = (\sec \underbrace{342°}_{\text{IVC}} - \csc \underbrace{220°}_{\text{IIIC}})\cot \underbrace{190°}_{\text{IIIC}}$

$$M = [(+) - (-)](+) = [(+) + (+)](+) \Rightarrow \boxed{M = (+)}$$

PROBLEMA 2

Halle el cuadrante al que pertenece el ángulo α, para que cumpla las siguientes condiciones : $\text{sen}132°.\tan\alpha < 0$ y $\cos225°.\cos\alpha > 0$





Resolución

- $\underbrace{\overbrace{\text{sen}132°}^{\text{IIC}}}_{(+)} . \underbrace{\tan\alpha}_{(-)} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\alpha \in \text{IIC}} \\ \alpha \in \text{IVC} \end{cases}$

- $\underbrace{\overbrace{\cos225°}^{\text{IIIC}}}_{(-)} . \underbrace{\cos\alpha}_{(-)} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\alpha \in \text{IIC}} \\ \alpha \in \text{IIIC} \end{cases}$

$\therefore\ \alpha \in \text{IIC}$

PROBLEMA 3

Si $\cos 4\alpha = -1$ y $\text{sen}\,6\theta = 1$, donde 4α y 6θ son ángulos cuadrantales (positivos) menores a una vuelta, efectúe :

$$P = 2\tan\alpha + \tan^2 4\theta$$

Resolución

R.T	0° ; 360°	90°	180°	270°
SEN	0	1	0	-1
COS	1	0	-1	0

Datos :

$\cos 4\alpha = -1$

$4\alpha = 180°$

$\boxed{\alpha = 45°}$

$\text{sen}\,6\theta = 1$

$6\theta = 90°$

$\boxed{\theta = 15°}$

Luego : $P = 2\tan\alpha + \tan^2 4\theta$

$P = 2\tan 45° + \tan^2 4(15°)$

$P = 2\tan 45° + \tan^2 60°$

$P = 2(1) + (\sqrt{3})^2$

$P = 2 + 3$

$\therefore P = 5$

PROBLEMA 4

Si α y 60° son ángulos coterminales, efectúe :

$$P = \tan^2\alpha + \sec\alpha - 2\cos\alpha$$

Resolución

Como α y $60°$ son ángulos coterminales, entonces :

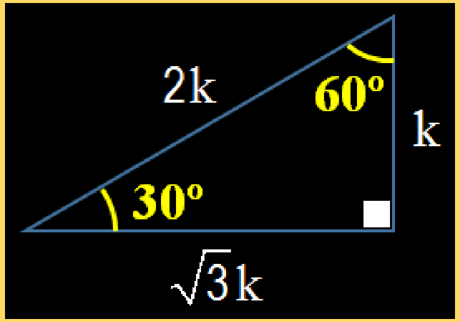
$$\mathrm{RT}(\alpha) = \mathrm{RT}(60°)$$

$$P = \tan^2 60° + \sec 60° - 2\cos 60°$$

$$P = \sqrt{3}^2 + 2 - \cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)$$

$$P = 3 + 2 - 1$$

Recordar :



$$\therefore\ P = 4$$

PROBLEMA 5

Siendo α y β ángulos coterminales y $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$, $\alpha \in IIC$; calcule $\tan\beta$.

Resolución

$\boxed{\text{Como } \alpha \in \text{IIC}: \ x < 0 \ ; \ y > 0}$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{-1}{3} \Rightarrow \begin{matrix} x = -1 \\ r = 3 \end{matrix}$$

Luego : $\boxed{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$

$$\Rightarrow 3 = \sqrt{(-1)^2 + y^2}$$

$$9 = 1 + y^2 \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$$

Como α y β son ángulos coterminales , entonces :

$$RT(\alpha) = RT(\beta)$$

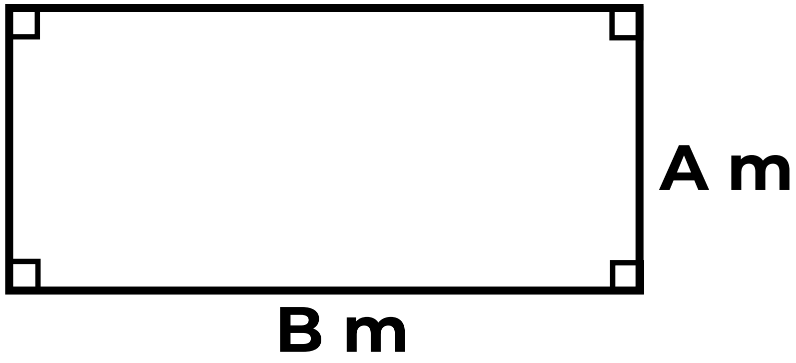
Luego :

$$\tan\beta = \tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{2}}{-1}$$

$$\boxed{\therefore \ \tan\beta = -2\sqrt{2}}$$

PROBLEMA 6

Roberto desea invertir sus ahorros en la compra de un terreno en los Olivos. Si las dimensiones del terreno son las siguientes y el costo por m^2 es de $ 900, ¿ cuánto tendrá que invertir en su compra ?



$A = 5\,\text{sen}90° - 4\,\sec 180°$

$B = 7\cos 360° - 5\csc 270°$

Resolución

$A = 5(1) - 4(-1) = 5 + 4 = 9$

$B = 7(1) - 5(-1) = 7 + 5 = 12$

Calculamos el área del terreno:

$\text{Área} = (A\text{ m})(B\text{ m})$

$\text{Área} = (9\text{ m})(12\text{ m}) = 108\text{ m}^2$

Calculamos costo total del terreno:

Costo Total = (108) ($ 900)

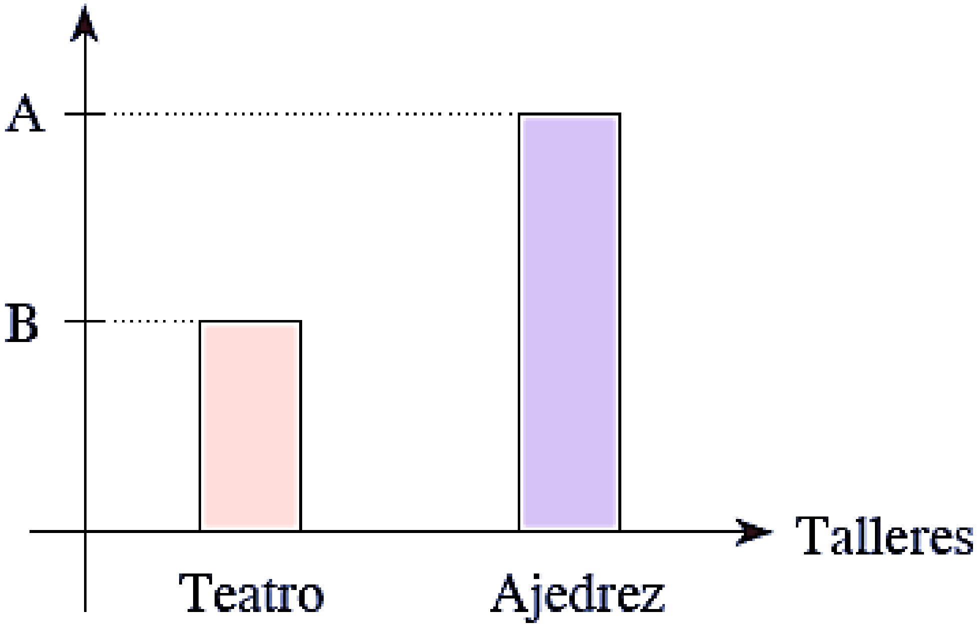
Costo Total = $ 97 200

PROBLEMA 7

En el gráfico se muestra la cantidad de alumnos matriculados en cada taller, donde :

$A = 120 \text{ sen}1110^0$; $B = 44 \tan 3645^0$

Halle la cantidad total de alumnos .



Resolución

$A = 120 \text{ sen}(\cancel{3(360^\circ)} + 30^\circ)$

$A = 120 \text{ sen}30^\circ$

$A = 120\left(\frac{1}{2}\right) = 60$

$B = 44 \tan(\cancel{10(360^\circ)} + 45^\circ)$

$B = 44 \tan 45^\circ$

$B = 44(1) = 44$

$\text{Total} = 60 + 44$

$\therefore \text{Total} = 104$ **alumnos**