

# TRIGONOMETRY

## Chapter 10

**1st**  
SECONDARY

### PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO I



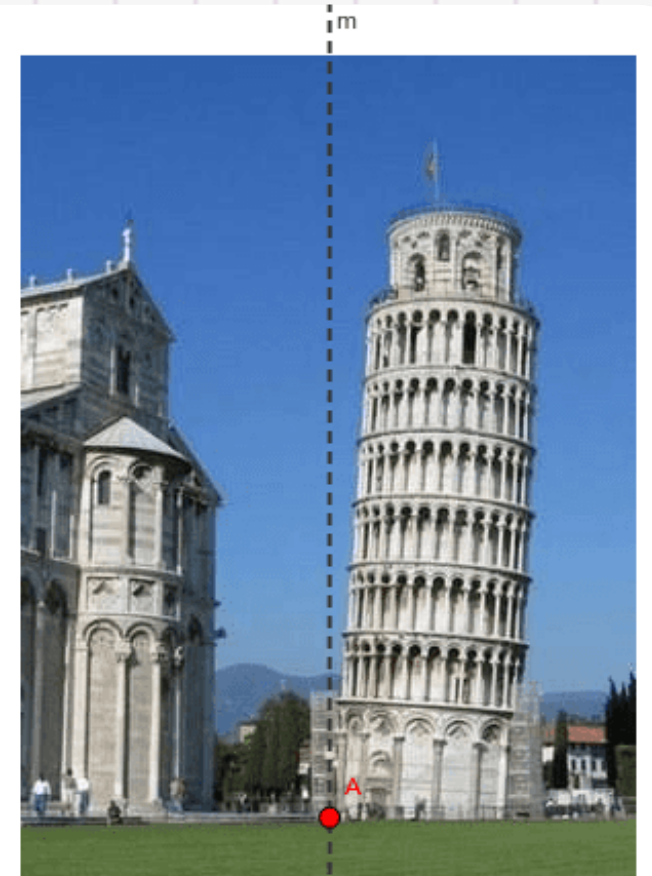
# HELICO MOTIVACIÓN

## LA TRIGONOMETRÍA EN LA VIDA DIARIA

La trigonometría ha aportado mucho en nuestra sociedad.

Por ejemplo en la construcción de casas o edificaciones, aporta en la obtención de diferentes medidas con que se realizarán las columnas , paredes, techos , balcones , ventanas , etc.

La trigonometría es de mucha utilidad en topografía e ingeniería civil, por el cálculo preciso de distancias, ángulos de inclinación, etc.



# I) RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS DE UN ÁNGULO AGUDO ( RTR )

Para un mismo ángulo agudo  $\alpha$  se cumple :

$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = \frac{\cancel{\text{CO}}}{\cancel{\text{H}}} \cdot \frac{\cancel{\text{H}}}{\cancel{\text{CO}}} = 1$$

$$\text{cos}\alpha \cdot \text{sec}\alpha = \frac{\cancel{\text{CA}}}{\cancel{\text{H}}} \cdot \frac{\cancel{\text{H}}}{\cancel{\text{CA}}} = 1$$

$$\text{tan}\alpha \cdot \text{cot}\alpha = \frac{\cancel{\text{CO}}}{\cancel{\text{CA}}} \cdot \frac{\cancel{\text{CA}}}{\cancel{\text{CO}}} = 1$$

## Definición de RTR

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$$

$$\text{cos}\alpha \cdot \text{sec}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha \cdot \text{cot}\alpha = 1$$

ángulos agudos iguales

Ejemplo :

$$E = \frac{7 \text{ sen}25^\circ \text{ csc}25^\circ - 3 \text{ tan}41^\circ \text{ cot}41^\circ}{2 \text{ cos}64^\circ \text{ sec}64^\circ} = \frac{7(1) - 3(1)}{2(1)} = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

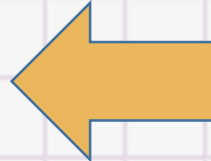
# HELICO PRACTICE 1

Determine el ángulo y/o la razón trigonométrica que falta.

I )  $\text{sen}20^\circ \cdot \text{csc} \boxed{20^\circ} = 1$

II )  $\cos \boxed{12^\circ} \cdot \sec 12^\circ = 1$

III )  $\boxed{\tan 27^\circ} \cdot \cot 27^\circ = 1$



🌀 Resolución

Recordar :

Definición de RTR

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\text{sen} \alpha \cdot \text{csc} \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

ángulos agudos iguales

# HELICO PRACTICE 2

Calcule las razones trigonométricas recíprocas, según correspondan en :

② Resolución

$$\text{I) } \sec\beta = \frac{3}{2} \Rightarrow \cos\beta = \frac{2}{3}$$

$$\text{II) } \tan\theta = \frac{5}{4} \Rightarrow \cot\theta = \frac{4}{5}$$

$$\text{III) } \csc\alpha = 2 \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{2}$$

Recordar RTR :



$$\sec\beta = \frac{H}{CA} \Rightarrow \cos\beta = \frac{CA}{H}$$

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA} \Rightarrow \cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

$$\csc\alpha = \frac{H}{CO} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{CO}{H}$$

# HELICO PRACTICE 3

Halle el valor numérico de M si

$$M = \operatorname{sen}\phi + \operatorname{cos}\alpha + \tan\theta ;$$

$$\text{además : } \operatorname{csc}\phi = 7; \operatorname{sec}\alpha = \frac{7}{2} \text{ y}$$

$$\cot\theta = \frac{7}{4}$$

Recordar RTR :

$$\operatorname{csc}\phi = \frac{H}{CO} \Rightarrow \operatorname{sen}\phi = \frac{CO}{H}$$

$$\operatorname{sec}\alpha = \frac{H}{CA} \Rightarrow \operatorname{cos}\alpha = \frac{CA}{H}$$

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO} \Rightarrow \tan\theta = \frac{CO}{CA}$$



⌚ Resolución

$$\operatorname{csc}\phi = 7 \Rightarrow \operatorname{sen}\phi = \frac{1}{7}$$

$$\operatorname{sec}\alpha = \frac{7}{2} \Rightarrow \operatorname{cos}\alpha = \frac{2}{7}$$

$$\cot\theta = \frac{7}{4} \Rightarrow \tan\theta = \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7}$$

$$\therefore M = 1$$

Calcule  $A + B$ , si :

$$A = \sqrt{9 \tan \phi \cdot \cot \phi + 7 \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha}$$

$$B = \frac{5 \operatorname{sen} 10^\circ \cdot \operatorname{csc} 10^\circ + 9 \tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ}{2 \cos \phi \cdot \sec \phi}$$

### Definición de RTR

Recordar :

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



$$\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

ángulos agudos iguales



### Resolución

$$A = \sqrt{9 \tan \phi \cdot \cot \phi + 7 \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha}$$

$$A = \sqrt{9(1) + 7(1)} = \sqrt{9 + 7} = \sqrt{16} = 4$$

$$B = \frac{5 \operatorname{sen} 10^\circ \cdot \operatorname{csc} 10^\circ + 9 \tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ}{2 \cos \phi \cdot \sec \phi}$$

$$B = \frac{5(1) + 9(1)}{2(1)} = \frac{5 + 9}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Luego :  $A + B = 4 + 7$

$$\therefore A + B = 11$$

# HELICO PRACTICE 5

Calcule  $\frac{a+b}{c}$  si :

$$\text{sen}20^\circ \cdot \text{csc}a = 1$$

$$\tan b \cdot \cot 12^\circ = 1$$

$$\cos 8^\circ \cdot \sec c = 1$$

Recordar RTR :

$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$$

$$\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$

⌚ Resolución

$$\text{sen } 20^\circ \cdot \text{csc}a = 1 \quad \Rightarrow \quad a = 20^\circ$$

$$\tan b \cdot \cot 12^\circ = 1 \quad \Rightarrow \quad b = 12^\circ$$

$$\cos 8^\circ \cdot \sec c = 1 \quad \Rightarrow \quad c = 8^\circ$$

$$\text{Luego : } \frac{a+b}{c} = \frac{20^\circ + 12^\circ}{8^\circ} = \frac{32^\circ}{8^\circ}$$

$$\therefore \frac{a+b}{c} = 4$$



# HELICO PRACTICE 6

Albert y Jeremías son dos filósofos que han escrito  $m$  y  $n$  libros respectivamente, ellos llegan al acuerdo de regalar sus libros entre sus estudiantes.

Si quien regalará los libros es el filósofo con más publicaciones y además se cumplen las siguientes condiciones :

$$\operatorname{sen}(m + 20)^\circ \cdot \operatorname{csc}(2m + 10)^\circ + 3 = 4$$

$$5 \tan(n + 30)^\circ \cdot \cot(2n + 10)^\circ = 5$$

¿Quién será el responsable de regalar sus libros?

Recordar RTR :

$$\operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{csc}\theta = 1$$

$$\tan\theta \cdot \cot\theta = 1$$

## Resolución

**Dato 1:**

$$\operatorname{sen}(m + 20)^\circ \cdot \operatorname{csc}(2m + 10)^\circ + 3 = 4$$

$$\operatorname{sen}(m + 20)^\circ \cdot \operatorname{csc}(2m + 10)^\circ = 1$$

**Por RTR :**  $m + 20 = 2m + 10$   
 $\Rightarrow 10 = m$

**Dato 2 :**

$$5 \tan(n + 30)^\circ \cdot \cot(2n + 10)^\circ = 5$$

$$\tan(n + 30)^\circ \cdot \cot(2n + 10)^\circ = 1$$

**Por RTR :**  $n + 30 = 2n + 10$   
 $\Rightarrow 20 = n$

**Respuesta :** Jeremías será el responsable de regalar sus libros .

# HELICO PRACTICE 7

Adrián y Simón tienen respectivamente  $a$  y  $b$  años. - Averigüe quién de los dos es el mayor si se cumplen las siguientes condiciones :

$$\operatorname{sen}(a + 10)^\circ \cdot \operatorname{csc}(2a - 5)^\circ = 1 \quad \text{y} \quad \tan(3b - 6)^\circ \cdot \cot(2b + 8)^\circ = 1$$

## Resolución

Recordar RTR :

$$\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{csc}\alpha = 1$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$



$$\operatorname{sen}(a + 10)^\circ \cdot \operatorname{csc}(2a - 5)^\circ = 1$$

$$a + 10 = 2a - 5$$

$$10 + 5 = 2a - a$$

$$15 = a$$

Edad de Adrián = 15 años

$$\tan(3b - 6)^\circ \cdot \cot(2b + 8)^\circ = 1$$

$$3b - 6 = 2b + 8$$

$$3b - 2b = 8 + 6$$

$$b = 14$$

Edad de Simón = 14 años

∴ El mayor es Adrián

The logo features the text "SACO OLIVEROS" in a bold, white, sans-serif font. The text is centered within a square frame that is divided diagonally from the top-left to the bottom-right. The upper-left triangle of the square is a lighter shade of red, while the lower-right triangle is a darker shade of red. The entire logo is set against a solid red background.

**SACO**  
**OLIVEROS**