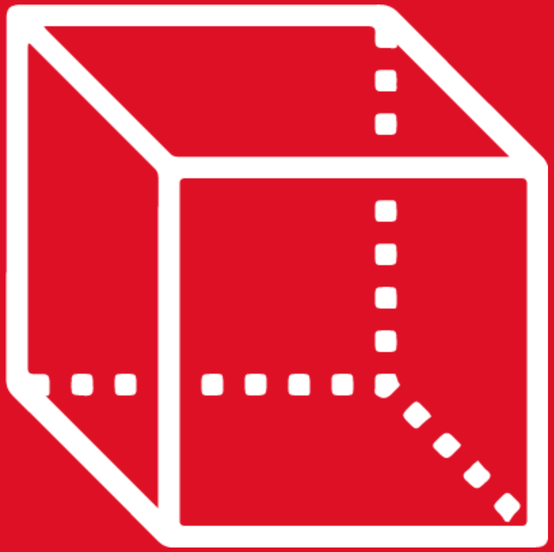
GEOMETRY

Capítulo 5

5th

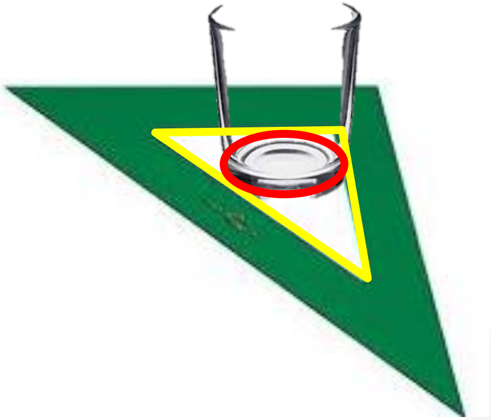
SECONDARY

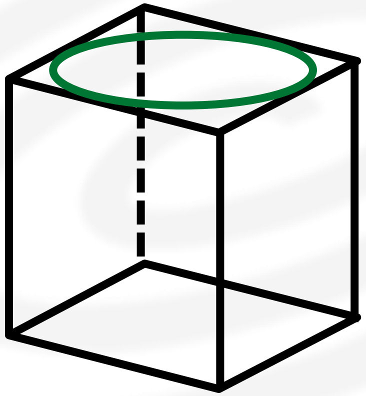
LÍNEAS ASOCIADAS A LA CIRCUNFERENCIA

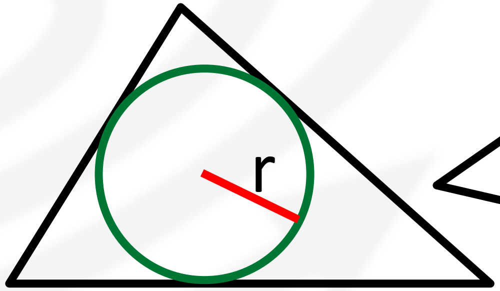


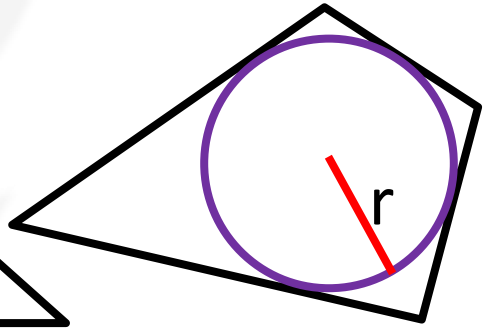
Si observamos la base circular del vaso que encaja en la plantilla, esto nos da la idea de una circunferencia inscrita en un triángulo rectángulo.

El envase cilíndrico si lo introducimos en una caja, en su parte superior aparece una circunferencia inscrita en el cuadrado.





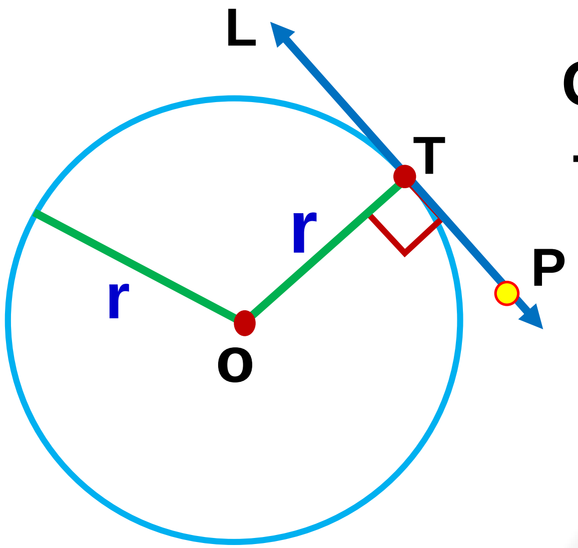




En este capítulo estudiaremos a la circunferencia inscrita en un triángulo y también la circunferencia inscrita en un cuadrilátero.

Al triángulo y al cuadrilátero se les denomina circunscrito a la circunferencia y al radio se le llama inradio de longitud r.

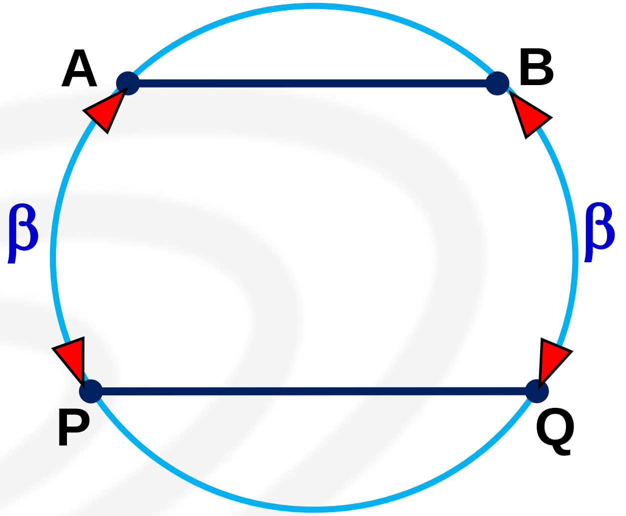
LÍNEAS ASOCIADAS A LA CIRCUNFERENCIA



O : Centro

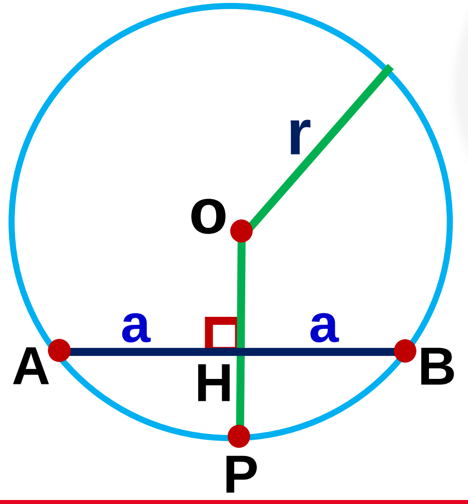
T : Punto de tangencia

$\boxed{m\ \measuredangle OTP = 90°}$



Si: $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$

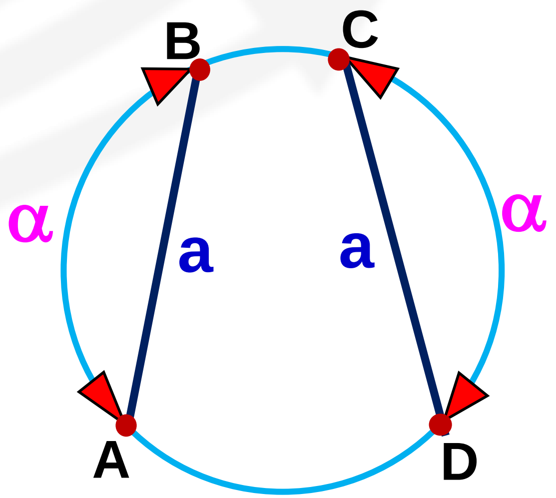
$\boxed{m\widehat{AP} = m\widehat{BQ}}$



O: Centro

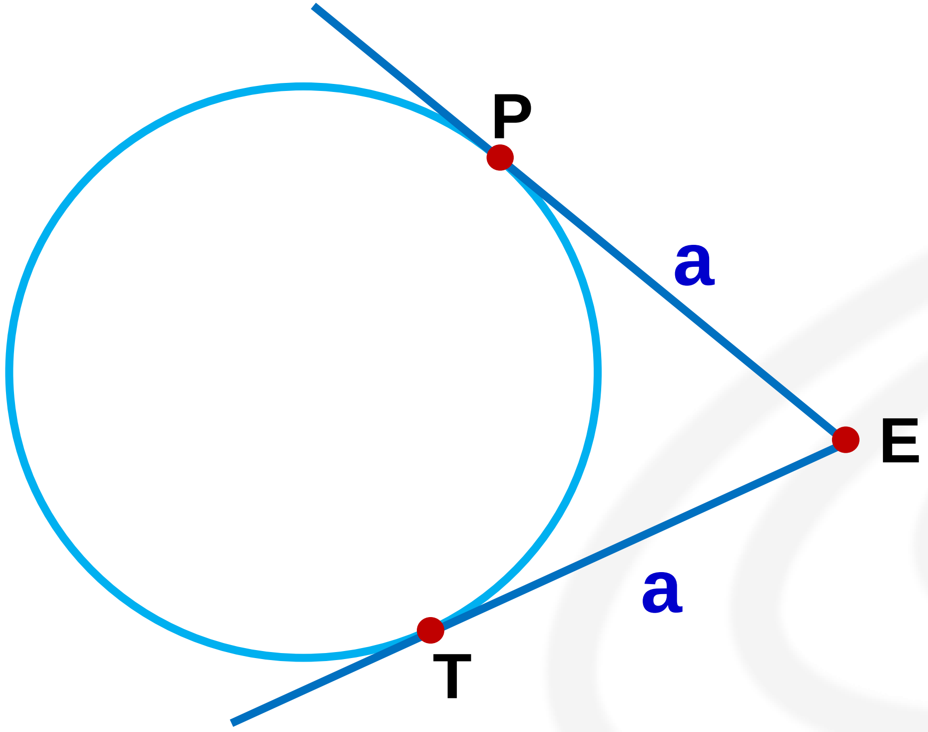
Si: $\overline{OP} \perp \overline{AB}$

$\boxed{AH = HB = a}$



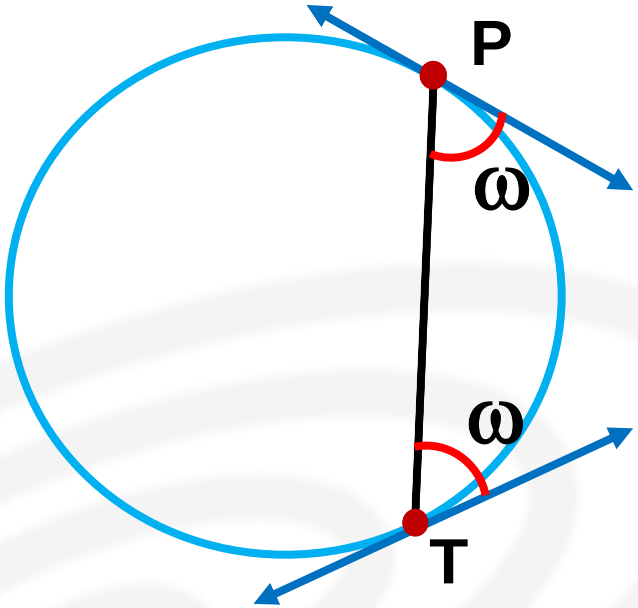
Si: AB = CD

$\boxed{m\widehat{AB} = m\widehat{CD}}$

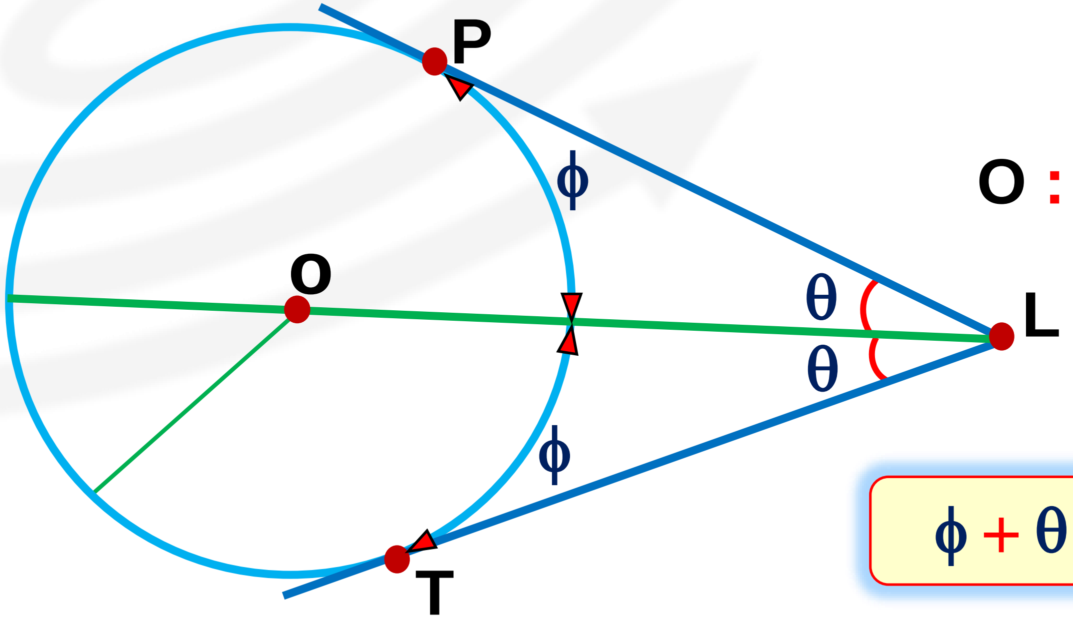


P y T: Puntos de tangencias

$PE = TE = a$

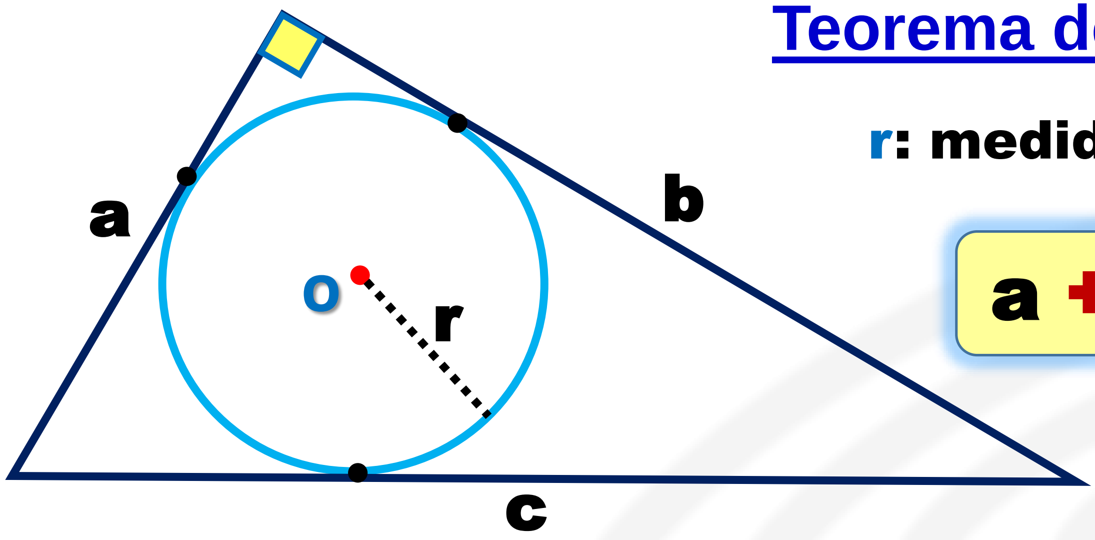


P y T: Punto de tangencia



O : Centro

$\phi + \theta = 90°$



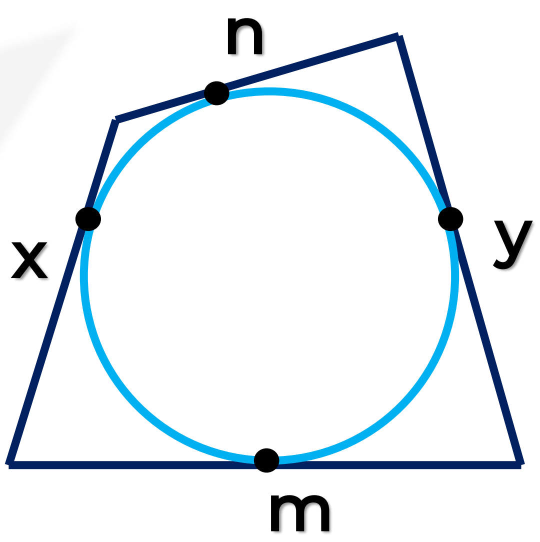
Teorema de Poncelet

r: medida del inradio

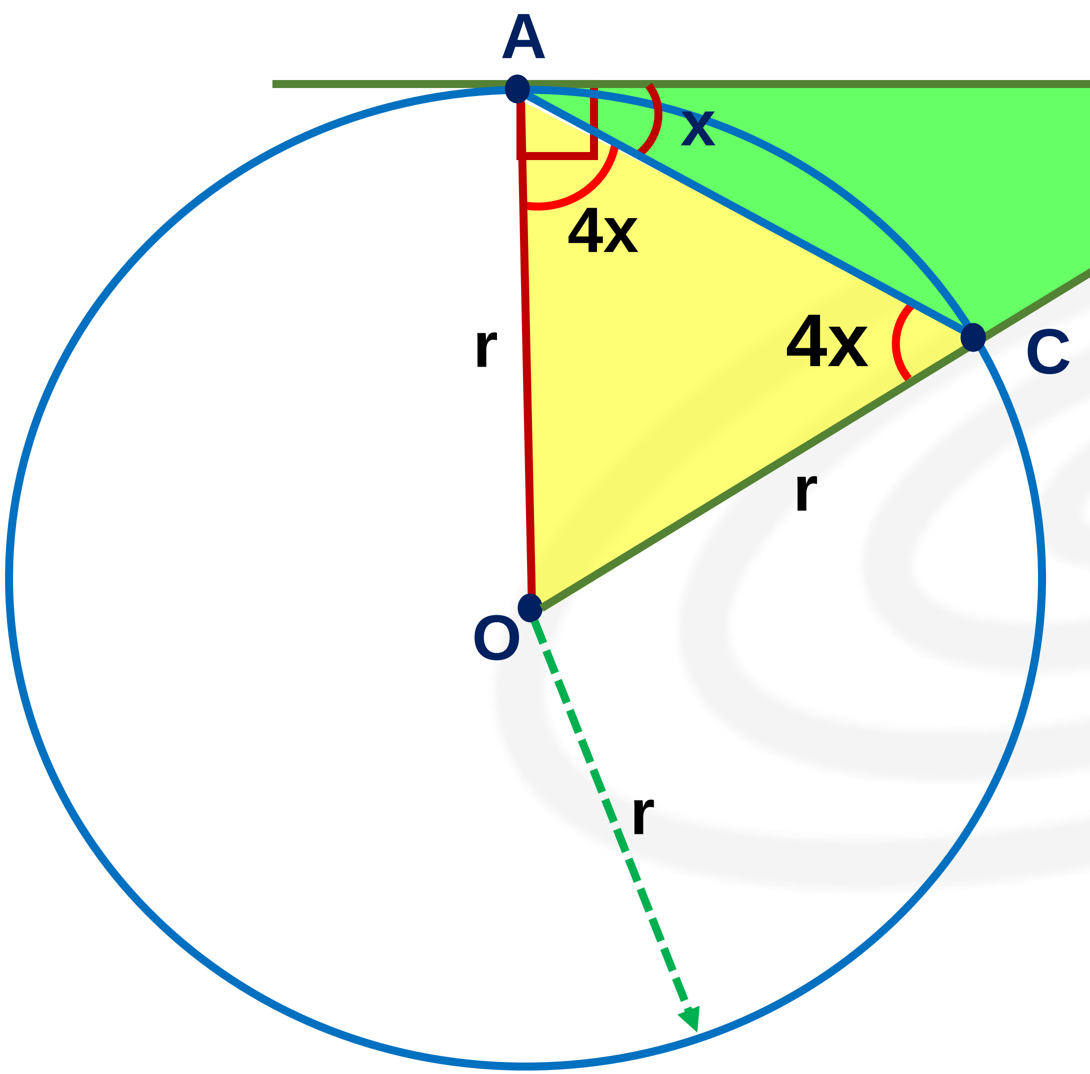
$$a + b = c + 2r$$

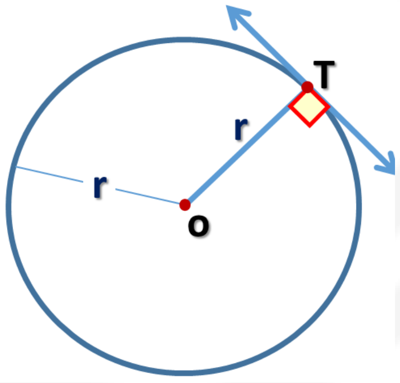
Teorema de Pitot

$$x + y = m + n$$



1. Calcule el valor de x, si O es centro y A es punto de tangencia.





Resolución:

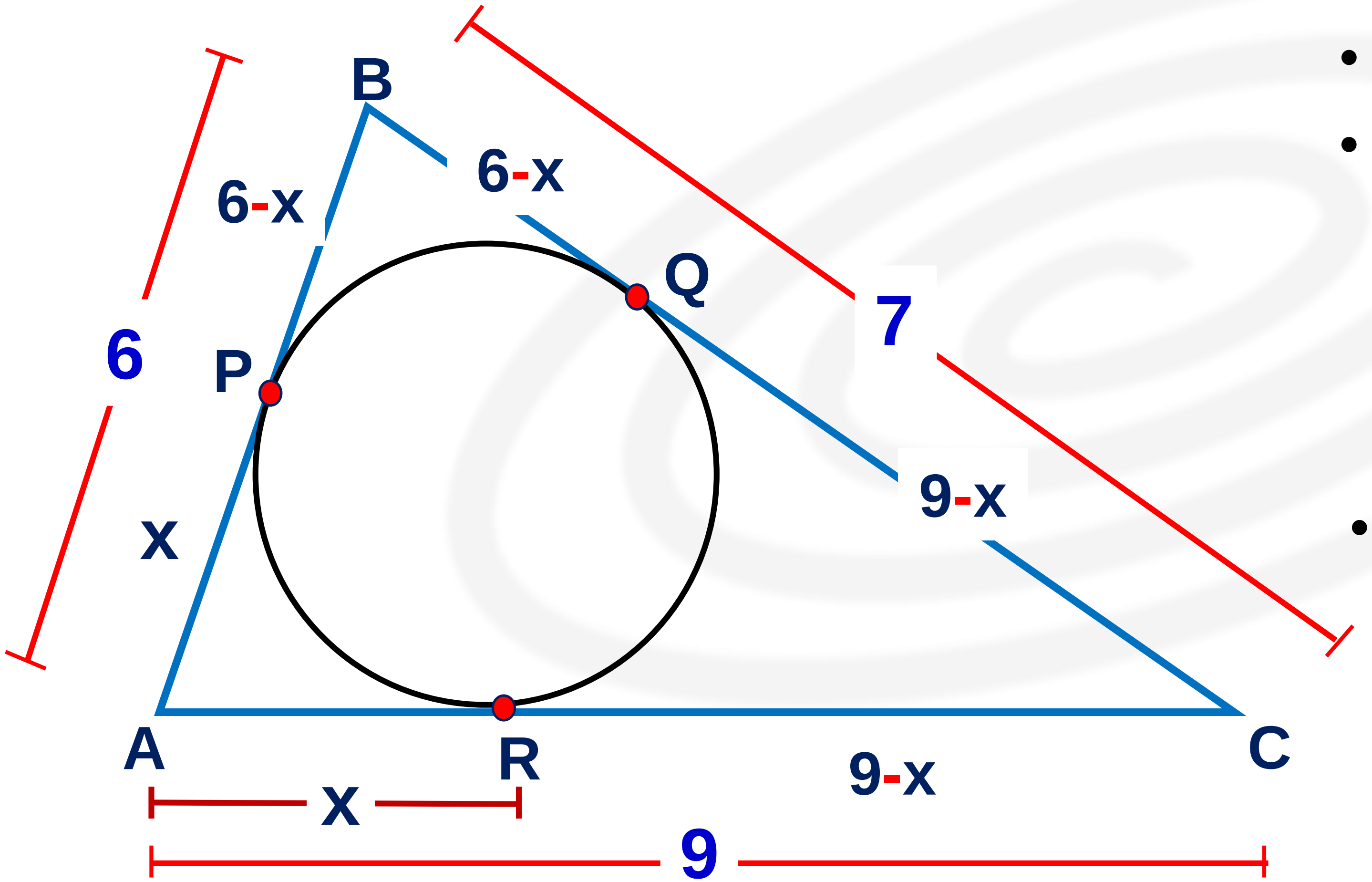
- Piden: x
- Δ ABC:
- Se traza $\overline{OA}$.
- ΔAOC: Isósceles
- En el vértice A:

$$4x + x = 90°$$

$$5x = 90°$$

$$\boxed{\therefore\ x = 18°}$$

2. En un ΔABC, donde AB = 6, BC = 7 y AC = 9, la circunferencia inscrita es tangente a $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ en los puntos P, Q y R, respectivamente. Calcule AR.



Resolución:

- **Piden:** AR = x
- **Por teorema:**

AR = PA = x

RC = QC = 9 – x

PB = BQ = 6 – x

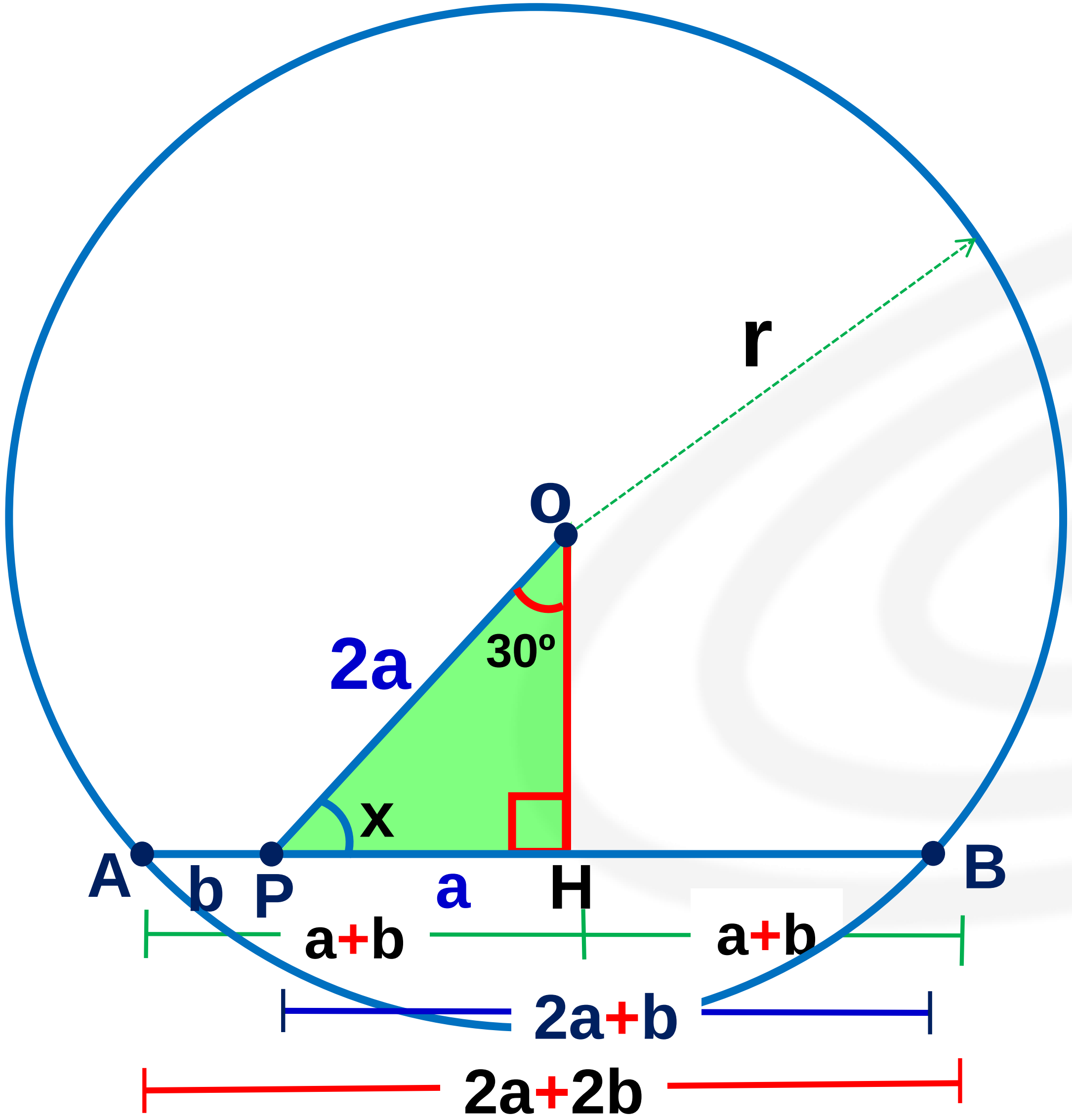
- **En $\overline{BC}$:**

$6 - x + 9 - x = 7$

$8 = 2x$

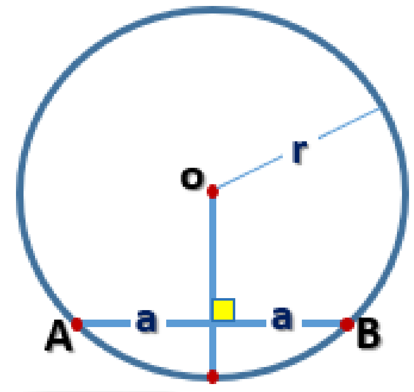
$\boxed{\therefore AR = 4}$

3. Calcule el valor de x, si O es centro.



Resolución

- Piden: x
- Se traza $\overline{OH} \perp \overline{AB}$

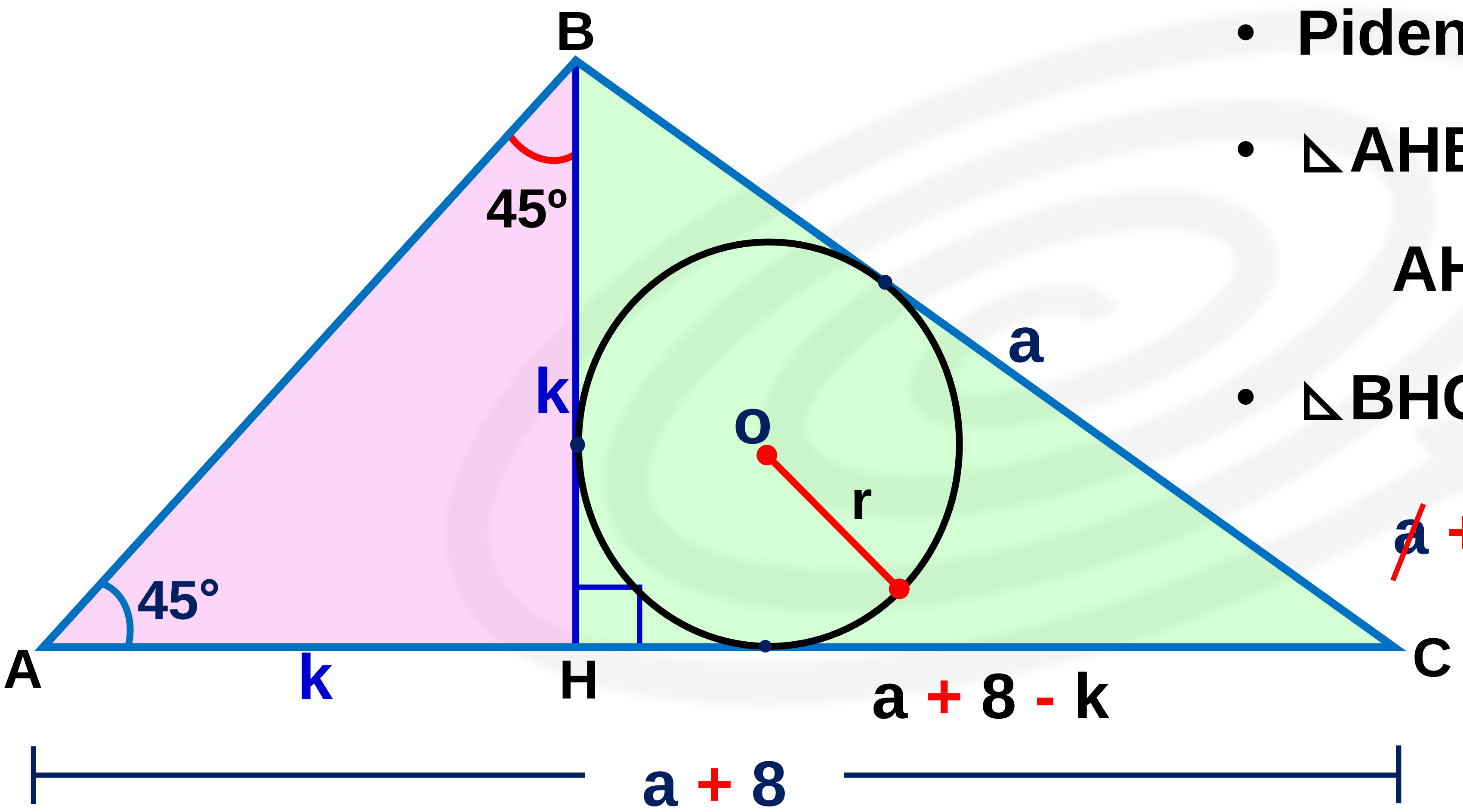


AH = HB = a + b

- ◺PHO: Notable de 30º y 60º.

$\therefore$ x = 60°

4. Calcule la longitud del radio de la circunferencia inscrita.



Resolución:

- **Piden:** r
- **◺AHB:** Notable de 45º y 45º.

$$AH = BH = k$$

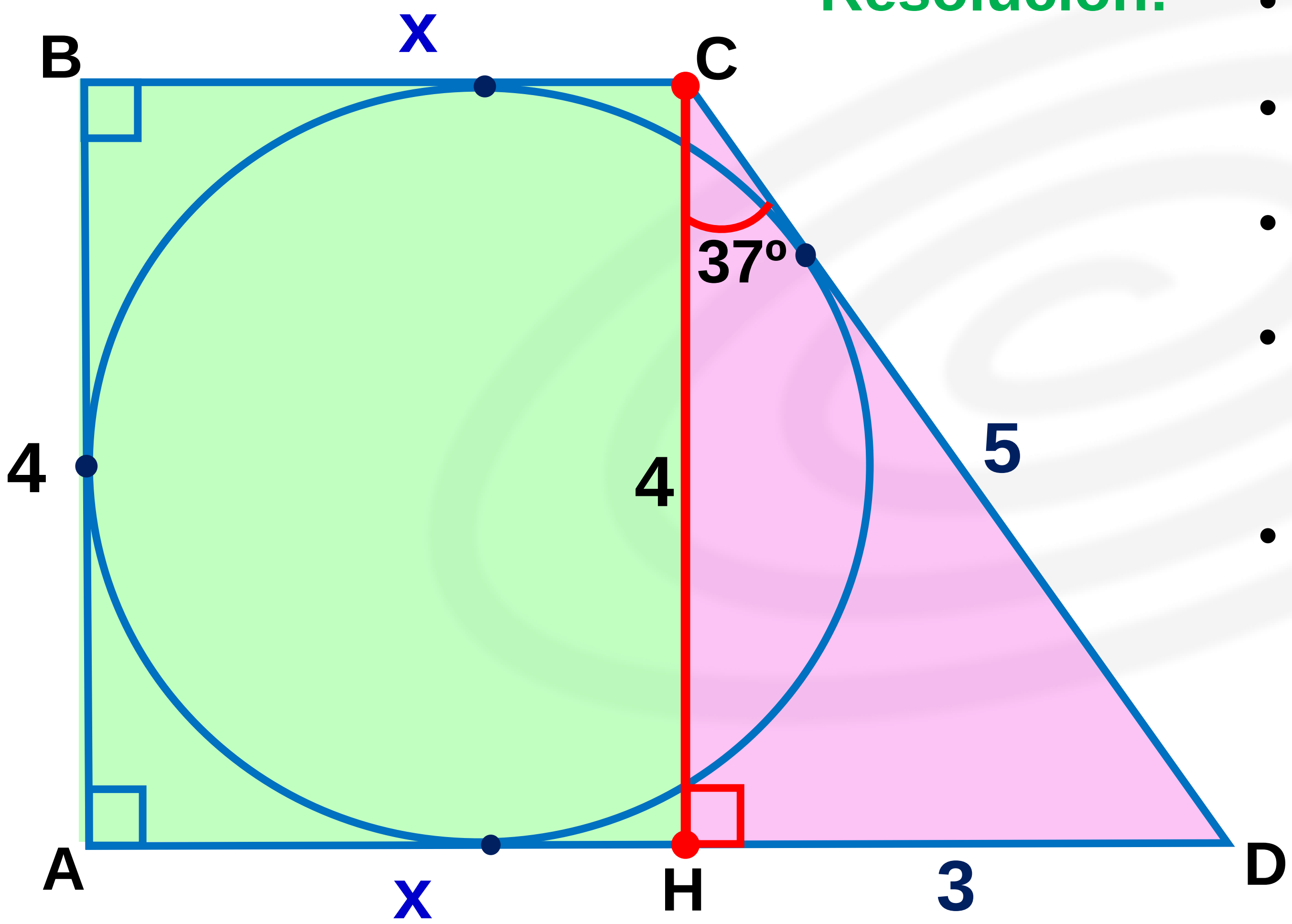
- **◺BHC:** Teorema de Poncelet.

$$\cancel{a} + 8 - \cancel{k} + \cancel{k} = \cancel{a} + 2r$$

$$8 = 2r$$

$$\boxed{\therefore r = 4}$$

5. Dado un trapecio rectángulo circunscrito a una circunferencia. Si las longitudes de los lados no paralelos son 4 y 5, calcule la longitud de su base menor.



Resolución:

- Piden: BC
- Se traza la altura $\overline{CH}$.
- ABCH: Es un rectángulo.
- ◺CHD: Notable de 37° y 53°

  DH = 3

- ABCD: Teorema de Pitot.

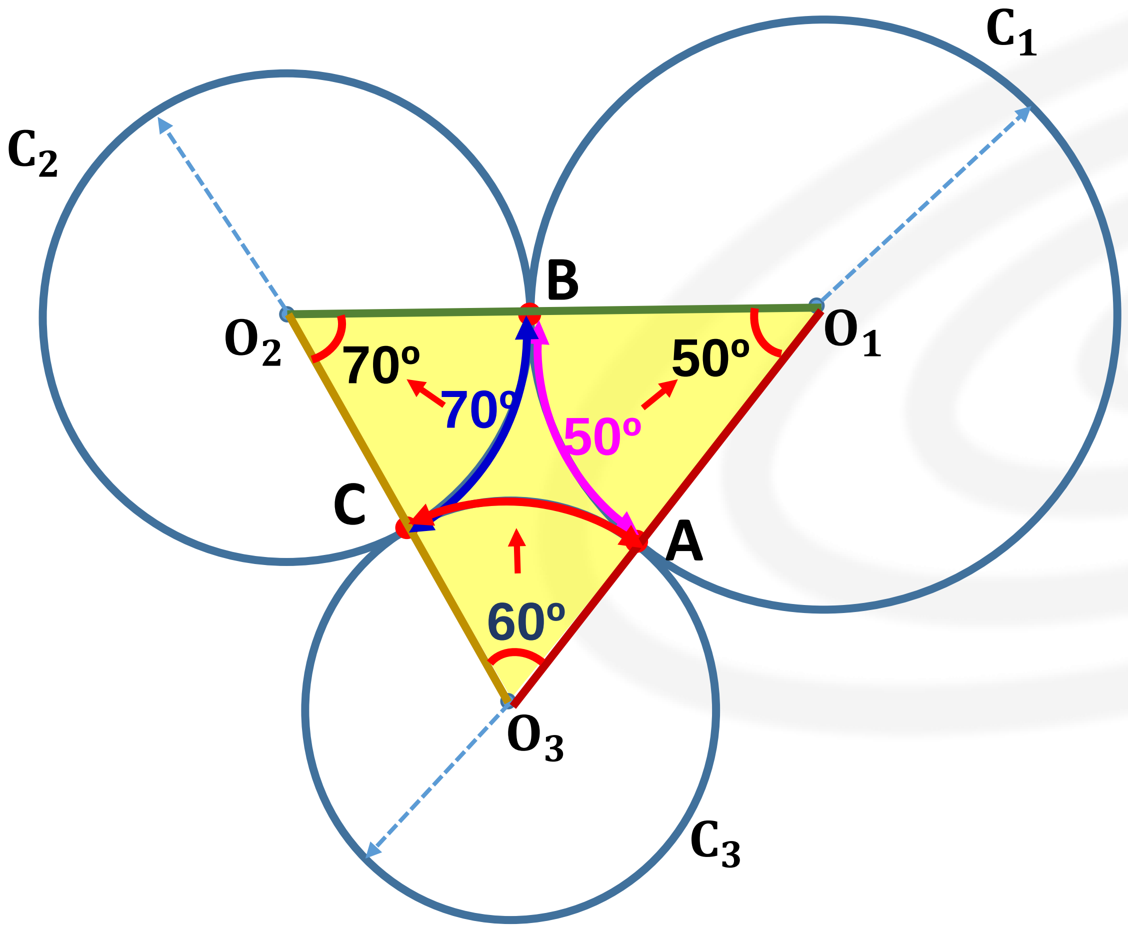
$$x + (x + 3) = 4 + 5$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$\therefore BC = 3$$

6. En la figura se muestran tres monedas de diferentes tamaños sobre una mesa, cuyos bordes tienen forma de circunferencias tangentes dos a dos. Si $m\widehat{AB} = 50°$ y $m\widehat{BC} = 70°$; calcule la $m\widehat{AC}$.

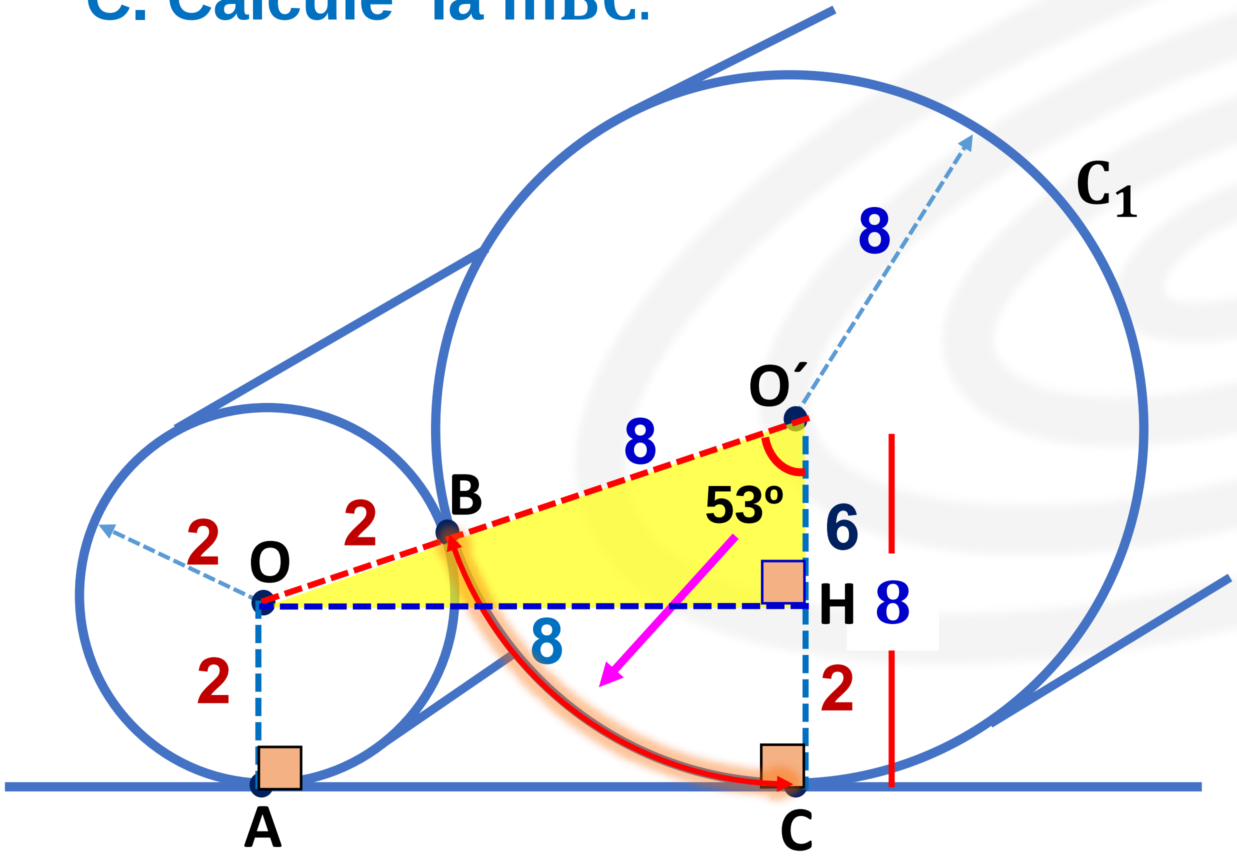


Resolución:

- Piden: $m\widehat{AC}$.
- Unimos los centros de las circunferencias
- En las circunferencias C_1 y C_2 por ángulo central.
- En el $\Delta O_1O_2O_3$, la suma de las medidas de los ángulos internos es 180°.
- En las circunferencias C_3 por ángulo central.

$\therefore m\widehat{AC} = 60°$

7. En la figura se muestra dos tubos de plástico de radios 2 cm y 8 cm, los cuales hacen contacto entre sí en el punto B y con el suelo en los puntos A y C. Calcule la m$\widehat{BC}$.



Resolución:

- Piden: m $\widehat{BC}$
- Se traza $\overline{OA}$ y $\overline{O'C}$
- Desde el centro "O" trazamos una perpendicular $\overline{O´C}$.
- En el $\triangle OHO'$ notable de $37º$ y $53º$
- En la circunferencia C_1 (ángulo central)

$$\therefore m\widehat{BC} = 53º$$