



ALGEBRA

Chapter 21

3th
SECONDARY

**INECUACIONES DE
SEGUNDO GRADO**

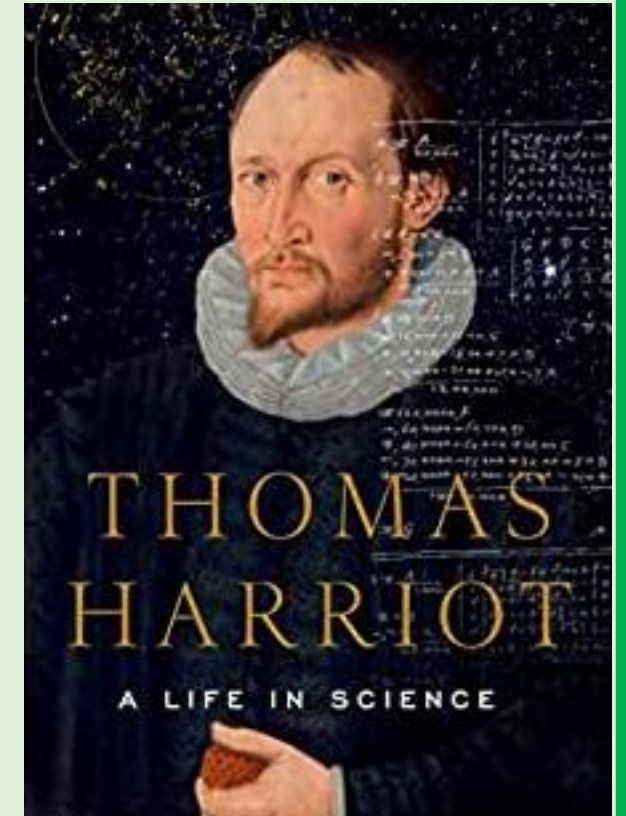


 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY

Fue un matemático inglés nacido en la ciudad de Oxford en el año 1560 y falleció el 2 de junio de 1621 en Londres. Fue el creador de notaciones y símbolos que se utilizan en álgebra tales como: $>$ (*mayor que*) y $<$ (*menor que*). Además observó los satélites de Júpiter y las manchas solares.

La vida de Thomas Harriot sobresale notablemente en diferentes campos. Viaja a las Américas y realiza un trabajo etnográfico; en la astronomía observa la luna y dibuja mapas de sus descubrimientos; además se convierte en un matemático prolífico y se le atribuye la teoría de la refracción.





INECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Una inecuación de segundo grado con una incógnita (*ecuación cuadrática*), es aquella desigualdad condicional que reducida a su más simple expresión tiene la forma:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

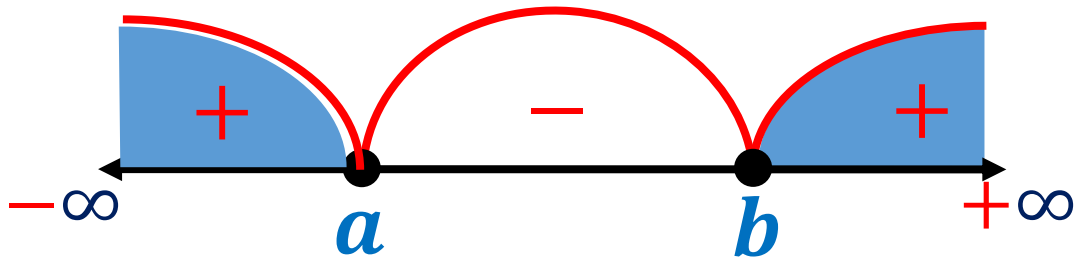
, $a \neq 0$

Para su resolución utilizaremos el criterio de los **PUNTOS CRÍTICOS**.

RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA

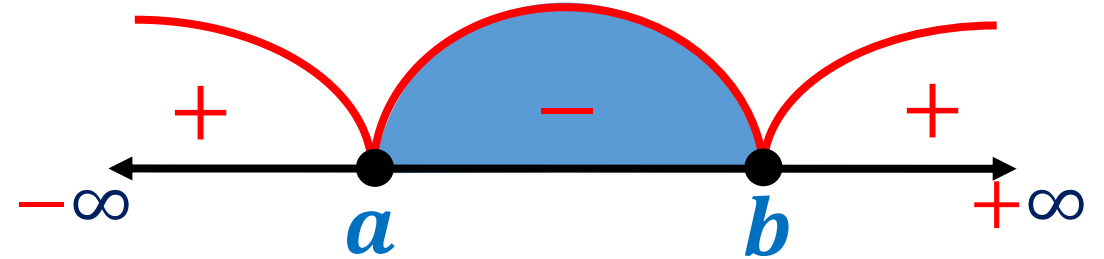
La solución de la inecuación de segundo grado depende del sentido de la desigualdad.

$$(x - a)(x - b) \geq 0$$



$$x \in \langle -\infty; a] \cup [b; +\infty \rangle$$

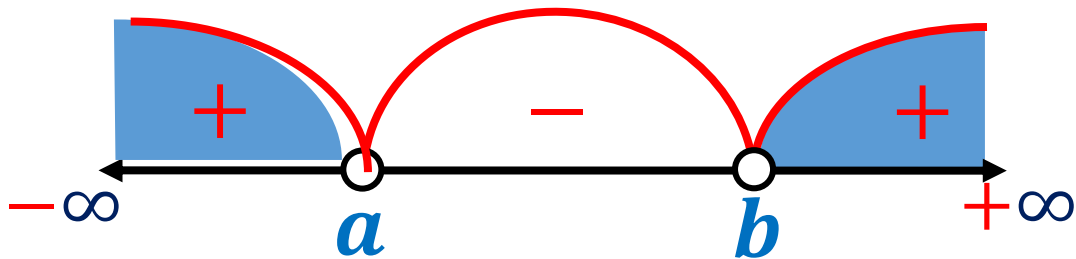
$$(x - a)(x - b) \leq 0$$



$$x \in [a; b]$$

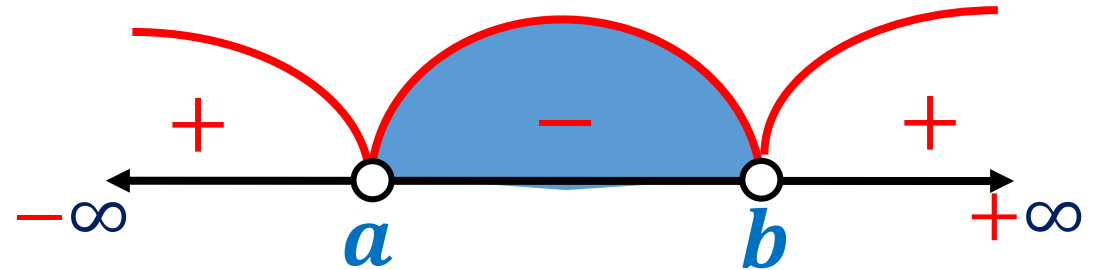


$$(x - a)(x - b) > 0$$



$$x \in \langle -\infty; a \rangle \cup \langle b; +\infty \rangle$$

$$(x - a)(x - b) < 0$$



$$x \in \langle a; b \rangle$$



REGLA PRÁCTICA:

<i>Puntos críticos abiertos</i>	<i>Puntos críticos cerrados</i>	
$<$	\leq	$-$
$>$	\geq	$+$

PROPIEDAD:

Para que $ax^2 + bx + c > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

se debe cumplir:

$$a > 0 \quad \wedge \quad \Delta = b^2 - 4ac < 0$$



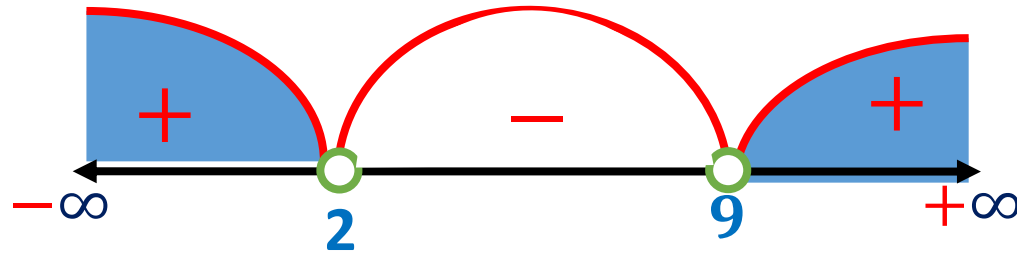
Problema 1

Obtenga el conjunto solución de:

$$x^2 - 11x + 18 > 0$$

Resolución:

$$\begin{array}{rcccl}
 x^2 & - & 11x & + & 18 > 0 \\
 x & & \swarrow & \searrow & \\
 x & & -9 & 9x & \\
 & & -2 & 2x & \\
 (x-9) & & (x-2) & > 0 &
 \end{array}$$



∴

$$x \in \langle 2; 9 \rangle$$

Problema 2

Resuelva

$$3x^2 + 10x + 1 \leq 3x + 7$$

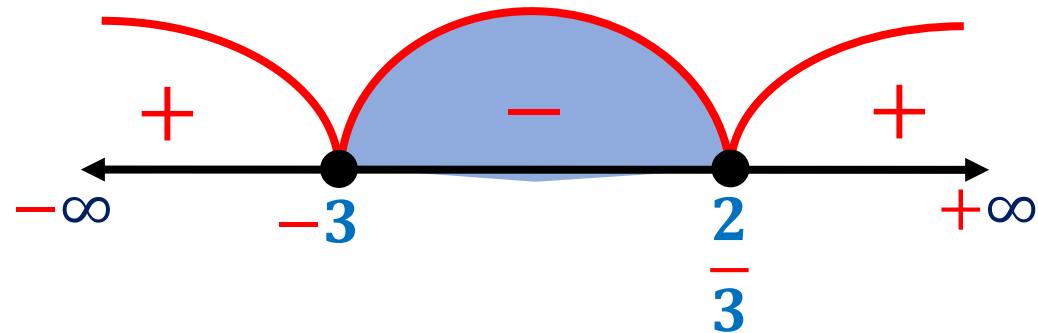
Resolución:

$$3x^2 + 10x + 1 \leq 3x + 7$$

$$3x^2 + 7x - 6 \leq 0$$

$$\begin{array}{ccc} 3x & & -2 \\ & \nearrow & \searrow \\ & x & +3 \end{array} \quad \begin{array}{l} -2x \\ +9x \end{array}$$

$$(3x - 2)(x + 3) \leq 0$$



$$\therefore x \in [-3; 2/3]$$

Problema 3

Halle el conjunto solución de

$$(x + 6)(2x + 3) > (x + 6)(x + 2)$$

Resolución:

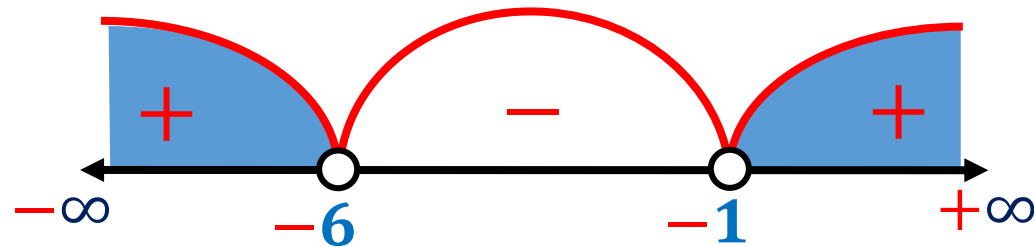
$$(x + 6)(2x + 3) > (x + 6)(x + 2)$$

$$2x^2 + 3x + 12x + 18 > x^2 + 8x + 12$$

$$x^2 + 7x + 6 > 0$$

$$\begin{array}{c} x \\ x \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} +6 \\ +1 \end{array}$$

$$(x + 6)(x + 1) > 0$$



$$\therefore x \in \langle -\infty; -6 \rangle \cup \langle -1; +\infty \rangle$$

Problema 4

Determine el conjunto solución de la inecuación

$$(3x - 2)^2 \geq (2x - 3)^2$$

Resolución:

$$(3x - 2)^2 \leq (2x - 3)^2$$

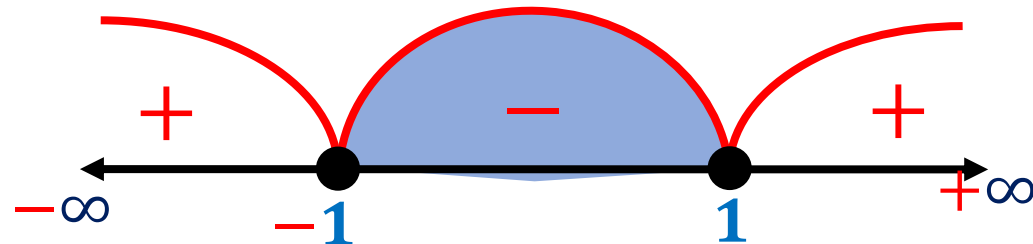
$$9x^2 - 12x + 4 \leq 4x^2 - 12x + 9$$

$$5x^2 - 5 \leq 0$$

$$5(x^2 - 1) \leq 0$$

$$x^2 - 1 \leq 0$$

$$(x + 1)(x - 1) \leq 0$$



$$\therefore x \in [-1; 1]$$



Problema 7

Obtenga el mínimo valor entero de b si se cumple que

$$x^2 - 4x + 2b > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

RECUERDA:

Para que $ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
se debe cumplir:

$$\wedge \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

Resolución:

$$1x^2 - 4x + 2b > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

positivo

Calculando el discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac < 0$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(2b) < 0$$

$$16 - 8b < 0$$

$$16 < 8b$$

$$2 < b \Rightarrow b > 2 \quad b_{\min} = 3$$

Problema 6

Resuelva

$$x^2 \leq 10x$$

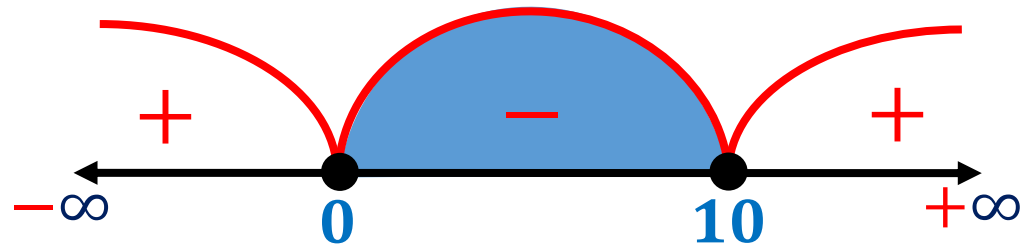
sabiendo que la suma de los valores enteros de x representa la edad del profesor Victor. Si dentro de 25 años se jubilará el profesor, ¿a los cuántos años se jubilará?

Resolución:

$$x^2 \leq 10x$$

$$x^2 - 10x \leq 0$$

$$x(x - 10) \leq 0$$



$$x \in [0; 10]$$

Edad del profesor Victor:

$$0 + 1 + 2 + \dots + 8 + 9 + 10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55 \text{ años}$$

∴ El profesor Victor se jubilará a los 80 años.

Problema 7

Mateo desea comprar un automóvil, por tal motivo pide un préstamo al banco de crédito, si se sabe que el menor valor entero de m que verifica a:

$$2x^2 - 12x - 7 > -m, \forall x \in \mathbb{R}$$

Representa la cantidad de meses de pago, además la cuota mensual a pagar es de s/ 2000 ¿Cuál fue el precio del automóvil?

RECUERDA:

Para que $ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ se debe cumplir:

$$\wedge \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

Resolución:

$$2x^2 - 12x - 7 > -m, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$2x^2 - 12x + (m - 7) > 0$$

positivo

Calculando el discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac < 0$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(2)(m - 7) < 0$$

$$144 - 8m + 56 < 0$$

$$200 < 8m$$

$$25 < m \quad \Rightarrow \quad m > 25$$

$$\therefore 26 \times 2000 = 52000 \text{ soles}$$