



# ARITHMETIC

## Chapter 5

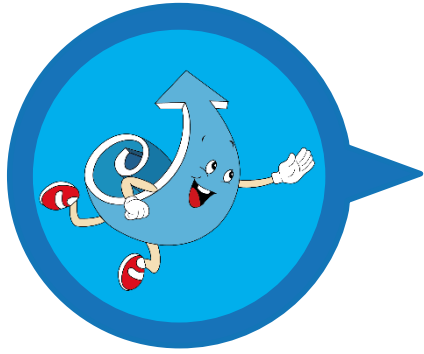
**5th**  
SECONDARY

REPARTO  
PROPORCIONAL



 **SACO OLIVEROS**

# MOTIVATING STRATEGY



Un beduino dejó en herencia 17 camellos a repartir entre sus hijos del modo siguiente:

la mitad para el mayor

un tercio parte para el segundo

un noveno para el tercero

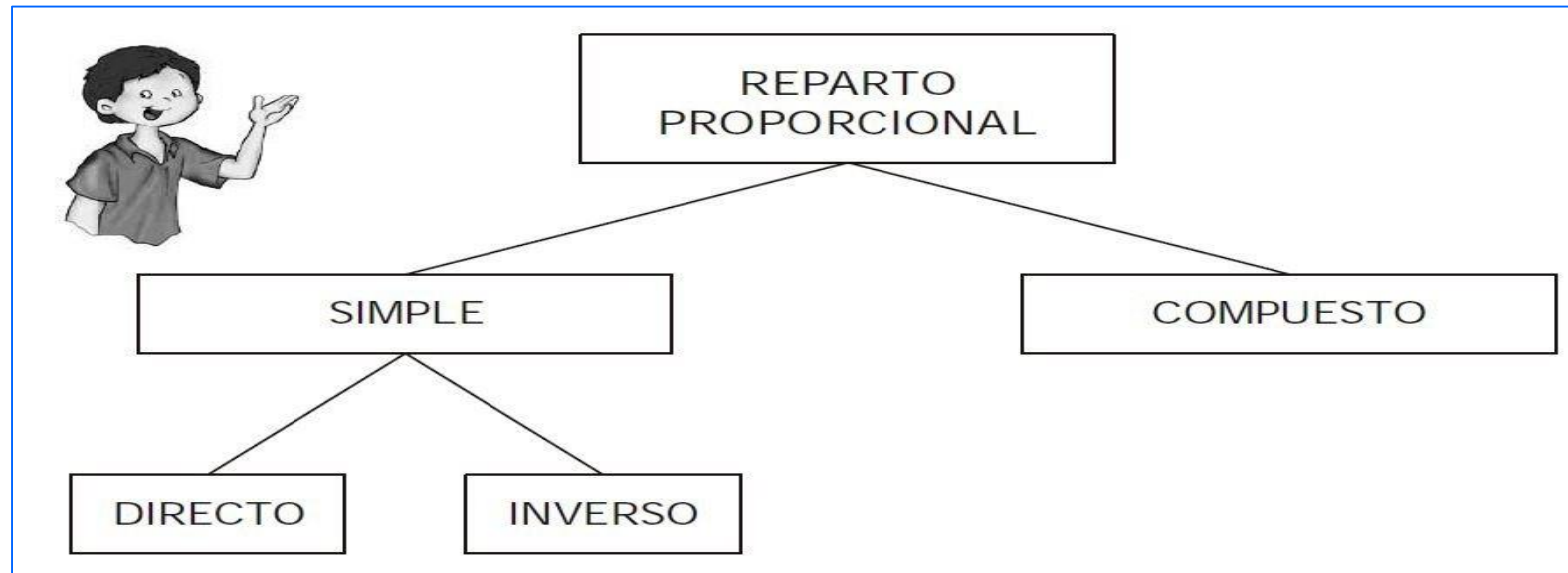
¿cómo lo hubieras repartido tú?

La respuesta en



# REPARTO PROPORCIONAL

Es un procedimiento aritmético que consiste en repartir cierta cantidad, teniendo en cuenta la proporcionalidad (directa o inversa), con respecto a los valores correspondientes a ciertas magnitudes



# CLASES DE REPARTO

## 1 REPARTO SIMPLE DIRECTO:

### Problema 1

Carlitos repartirá 143 caramelos a sus sobrinos Jimmy, Jhon y Fidel, según sus edades 8; 12 y 24 años respectivamente. ¿Cuánto recibirá cada sobrino?

Resolución:

(N.º de caramelos) D.P (Edad)

	DP	DP	PARTES
Jimmy:	<del>8</del> → 2		2k
Jhon:	<del>12</del> → 3		3k
Fidel:	<del>24</del> → 6		6k

Luego:

$$2k + 3k + 6k = 143$$

$$11k = 143$$

$$k = 13$$

∴ Las partes son:

$$\text{Jimmy: } 2k = 2(13) = 26$$

$$\text{Jhon: } 3k = 3(13) = 39$$

$$\text{Fidel: } 6k = 6(13) = 78$$



## 2 REPARTO SIMPLE INVERSO:

### Problema 2

El dueño de una fábrica repartirá una gratificación de \$850 a sus tres trabajadores según el número de faltas que son 10; 20 y 50 días.  
¿Cuánto recibirá cada trabajador?

Resolución:

(Gratificación) I.P (N.º de faltas)

Recuerda:

A IP B  $\rightarrow$  A DP  $(\frac{1}{B})$

Multiplicamos x 10 para trabajar con cantidades enteras.

Donde:  
 $10 = \text{MCM}_{(1;2;5)}$

IP	IP	DP	DP
<del>10</del> $\rightarrow$ 1		1	10k
<del>20</del> $\rightarrow$ 2		$\frac{1}{2}$	5k
<del>50</del> $\rightarrow$ 5		$\frac{1}{5}$	2k

$$\begin{aligned}
 10k + 5k + 2k &= 850 \\
 17k &= 850 \\
 k &= 50
 \end{aligned}$$

$\therefore$  Las partes son:

$$10K = 10(50) = \$500$$

$$5K = 5(50) = \$250$$

$$2K = 2(50) = \$100$$



# 3 REPARTO COMPUESTO

## Problema 2

Un hacendado al morir deja de herencia a sus tres sirvientes un terreno de 7200 m<sup>2</sup> estipulando que el reparto será IP a sus sueldos: S/.300; S/.200 y S/.500 y a la vez DP al número de años de servicio: 6; 8 y 15 años, respectivamente. ¿Qué área corresponde a cada sirviente?

Resolución:

$$\begin{array}{c} \text{(Área) IP (Sueldos)} \\ \text{(Área) DP (Años de Servicio)} \end{array} \rightarrow \frac{\text{(Área) (Sueldos)}}{\text{(Años de Servicio)}} = \text{Cte.} \dots \propto$$

Área	A	B	C
Sueldo	S/.300	S/.200	S/.500
N° de años de servicio	6	8	15

Reemplazando en  $\propto$

$$\frac{A \cdot \cancel{300}}{\cancel{6}} = \frac{B \cdot \cancel{200}}{\cancel{8}} = \frac{C \cdot \cancel{500}}{\cancel{15}}$$

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{4} = \frac{C}{3} = K$$

$$K = \frac{A + B + C}{2 + 4 + 3} = \frac{7200}{9}$$

$$K = 800$$

∴ Las partes son:

$$A = 2k = 2(800) = 1600 \text{ m}^2$$

$$B = 4k = 4(800) = 3200 \text{ m}^2$$

$$C = 3k = 3(800) = 2400 \text{ m}^2$$

Por dato:  $A + B + C = 7200$



# REGLA DE COMPAÑÍA

## Problema 4

Tres amigos se asociaron y formaron una empresa. El primero aportó \$6000 durante 6 meses; el segundo \$3000 durante 8 meses y el tercero \$9000 durante 12 meses. Si la utilidad es \$7000. ¿Cuánto ganó cada socio?

Resolución:

(Ganancia) DP (Capital)

(Ganancia) DP (Tiempo)



$$\frac{(\text{Ganancia})}{(\text{Capital}) (\text{Tiempo})} = \text{Cte.} \quad \dots \propto$$

Ganancia      a      b      c      Haciendo el reparto y reemplazando en  $\propto$

Capital      6000      3000      9000

Tiempo      6      8      12

$$\frac{a}{\cancel{6000} \times 6} = \frac{b}{\cancel{3000} \times 8} = \frac{c}{\cancel{9000} \times 12}$$

$\therefore$  Las partes son:

Del dato tenemos:

$$a + b + c = 7000$$

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{9} = K$$

$$K = \frac{a + b + c}{3 + 2 + 9} = \frac{7000}{14} \Rightarrow k = 500$$

$$a = 3k = 3 (500) = \$1500$$

$$b = 2k = 2 (500) = \$1000$$

$$c = 9k = 9 (500) = \$4500$$



1 Calcule la suma de cifras de la mayor parte que se obtiene al repartir 4212 directamente proporcional a  $7^{283}$ ;  $7^{284}$  y  $7^{286}$ .

### Resolución:

Tener en cuenta:

$$\begin{aligned} 7^{283} &= 7^{283} \times 1 \\ 7^{284} &= 7^{283} \times 7^1 \\ 7^{286} &= 7^{283} \times 7^3 \end{aligned}$$

luego:

DP	DP	PARTES
<del><math>7^{283}</math></del>	1	1k
<del><math>7^{284}</math></del>	7	7k
<del><math>7^{286}</math></del>	$7^3$	343k

$$\text{Cantidad repartida} = 1k + 7k + 343k = 4212$$

$$351k = 4212$$

$$k = 12$$

$$\text{La mayor parte: } 343K = 343 (12) = 4116$$

$$\text{Nos piden suma de cifras: } 4 + 1 + 1 + 6 = 12$$

Rpta **12**





2

Se reparte  $N$  inversamente proporcional a 4; 10 y 15. Si la suma de las dos mayores partes resultó 399, calcule el producto de cifras de  $N$ .

### Resolución:

Recuerda:

$A \text{ IP } B \rightarrow A \text{ DP } \left(\frac{1}{B}\right)$

<i>IP</i>	<i>DP</i>	<i>DP</i>
4	$\frac{1}{4}$	15k
10	$\frac{1}{10}$	6k
15	$\frac{1}{15}$	4k

Multiplicamos x 60 para trabajar con cantidades enteras.

luego:

$$15k + 6k = 399$$

$$21k = 399$$

$$k = 19$$

Calculando  $N$ :

$$N = 15k + 6k + 4k$$

$$N = 25K = 25(19) = 475$$

PIDEN EL PRODUCTO DE CIFRAS DE  $N$ :

$$4 \cdot 7 \cdot 5 = 140$$

Rpta **140**



3

**Dos pastores llevan 7 y 5 panes, respectivamente, y se encuentran con un cazador hambriento y comparten con este los 12 panes en partes iguales. Si el cazador en retribución pagó S/.52, ¿cuánto le corresponde a cada pastor?**

Veamos cuanto panes compartio cada pastor y de esa manera saber cuanto dinero le corresponde respectivamente

Tiene - consume    *Dan c/u*    *Las partes D.P*

$$7 - 4 = 3 \text{ panes} \rightarrow$$

3k

$$5 - 4 = 1 \text{ panes} \rightarrow$$

k

$$\text{Pero: } 3k + 1k = 52$$

$$4k = 52$$

$$k = 13$$

Piden:

$$\text{Primer pastor: } 3k = 3(13) = 39$$

$$\text{segudo pastor: } 1k = 1(13) = 13$$

**Rpta S/.39 y S/.13**

**Resolución:**

**N° panes = 12**

Luego, repartimos 12 panes entre 3 personas

$$\text{Cada uno consume } \frac{12}{3} = 4 \text{ panes}$$



4 **Al repartir 3645 proporcionalmente a todos los números pares de dos cifras, ¿cuánto le corresponde a 38?**

**Resolución:**

Total a repartir: 3645

números pares de 2cifras : 10, 12, 14, 16, ..., 94, 96, 98  
}  
Cantidad

Luego:

DP: 10 12 14 16 ... 38 ... 94 96 98

PARTE: 10K 12K 14K 16K ...38K... 94K 96K 98K

**Donde:**

$$10K + 12K + 14K + 16K + \dots + 94K + 96K + 98K = 3645$$

$$\frac{(98 + 10)}{2} \times 45 \times K = 3645$$

$$54 \cdot 45 \cdot k = 3645$$

$$54k = 81$$

$$k = \frac{3}{2}$$

**Piden:**

$$38k = 38\left(\frac{3}{2}\right) = 57$$

**Rpta 57**



5 Juan Carlos inicia un negocio con \$3000 y cuatro meses después ingresa Miguel aportando el mismo capital. Por último, a los 7 meses de iniciado el negocio, se asocia Emilio aportando el mismo capital que sus socios. Si al cabo de un año se obtiene una ganancia neta de \$5000, ¿cuánto le corresponde a Emilio?

### Resolución:

De los datos tenemos:

$$C_J = \$3000$$

Desde el inicio  
 $t_J = 12$  meses

$$C_M = \$3000$$

Pasan 4 meses  
 $t_M = 8$  meses

$$C_E = \$3000$$

Pasan 7 meses  
 $t_E = 5$  meses

Sabemos:  $\frac{\text{Ganancia}}{\text{Capital} \cdot \text{Tiempo}} = \text{Cte. (K)} \dots \propto$

Reemplazando y simplificando en  $\propto$

$$\frac{G_J}{3000 \cdot 12} = \frac{G_M}{3000 \cdot 8} = \frac{G_E}{3000 \cdot 5}$$

$$\Rightarrow \frac{G_J}{12} = \frac{G_M}{8} = \frac{G_E}{5} = k$$

Pero:  $G_J + G_M + G_E = 5000$

Luego:  $12k + 8k + 5k = 5000$

$$25k = 5000$$

$$k = 200$$

**Piden:**

$$G_E = 5k = 5(200) = 1000$$

**Rpta** \$1000



6

Jaime y José forman una compañía aportando cada uno S/.500 y S/.300, respectivamente. Luego de 3 meses Jaime decide aumentar su capital en S/.300 y un mes más tarde José aumenta también su capital en S/.400. Si al cabo de 1 año se decide liquidar la empresa con S/.1550 de utilidad total, determine cuánto ganó Jaime

### Resolución:

De los datos tenemos:

$C_{Ja(1)} = \text{S}/500$	$C_{Jo(1)} = \text{S}/300$	$C_{Ja(2)} = \text{S}/800$	$C_{Jo(2)} = \text{S}/700$
Desde el inicio	Desde el inicio	Pasan 3 meses	pasa 4 meses
$t_{Ja(1)} = 3 \text{ meses}$	$t_{Jo(1)} = 4 \text{ meses}$	$t_{Ja(2)} = 9 \text{ meses}$	$t_{Jo(2)} = 8 \text{ meses}$

Sabemos:  $\frac{\text{Ganancia}}{\text{Capital.Tiempo}} = \text{Cte.}(K)$

Reemplazando y simplificando:

$$\frac{G_{Ja(1)}}{500 \cdot 3} = \frac{G_{Jo(1)}}{300 \cdot 4} = \frac{G_{Ja(2)}}{800 \cdot 9} = \frac{G_{Jo(2)}}{700 \cdot 8}$$

$$\Rightarrow \frac{G_{Ja(1)}}{15} = \frac{G_{Jo(1)}}{12} = \frac{G_{Ja(2)}}{72} = \frac{G_{Jo(2)}}{56} = k$$

**Pero:**  $G_{Ja(1)} + G_{Jo(1)} + G_{Ja(2)} + G_{Jo(2)} = 1550$

**Luego:**  $15k + 12k + 72k + 56k = 1550$   
 $155k = 1550$

$k = 10$

**Piden:**

$$\begin{aligned} G_{Ja(1)} + G_{Ja(2)} &= ? \\ 15k + 72k &= 87k \\ &= 87(10) \\ &= 870 \end{aligned}$$

**Rpta** **S/.870**



**7** El profesor de Aritmética le propone a su hijo que si resuelve el problema le dará de propina tantos soles como la suma de cifras del resultado:  
 Las edades de 7 hermanos son números consecutivos. Si se reparte una suma de dinero proporcionales a sus edades, el menor recibirá la mitad del mayor y el tercero S/80 000. ¿Cuánto recibe el quinto?  
 Si el hijo resolvió correctamente el problema. ¿Cuánto recibió de propina?

Luego:

DP:  $(n-3)$   $(n-2)$   $(n-1)$   $n$   $(n+1)$   $(n+2)$   $(n+3)$

PARTE:  $(n-3)K$   $(n-2)K$   $(n-1)K$   $nK$   $(n+1)K$   $(n+2)K$   $(n+3)K$

además:

(recibe el menor) =  $\frac{1}{2}$ (recibe el mayor)

$$(n-3)K = \frac{1}{2} (n+3)K$$

$$2n-6 = n+3$$

$$n = 9$$

(recibe el tercero) =  $(n+1)k = 80000$

$$(9 + 1)k = 80000$$

$$k = 8000$$

piden:

(recibe el quinto hermano) =  $(n-1)k$

$$= (9 - 1)(8000)$$

$$= 64000$$

**Resolución:** Sean las edades consecutivas de los 7 hermanos:

$(n-3); (n-2); (n-1); n; (n+1); (n+2); (n+3)$  años

Rpta

**S/.64000**