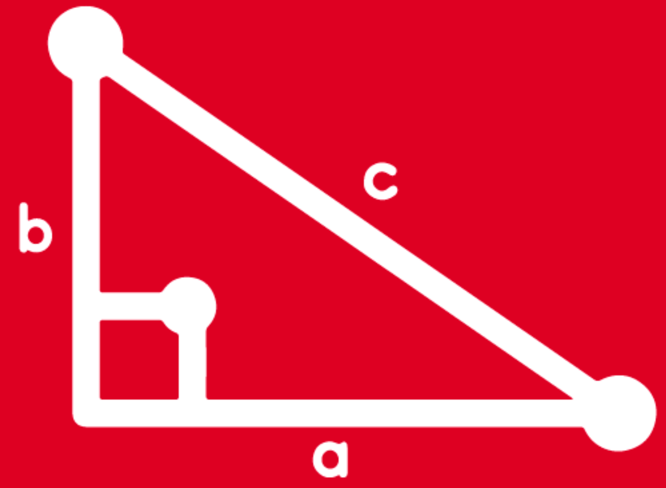
TRIGONOMETRY

Chapter 09

3rd

SECONDARY



Resolución de triángulos rectángulos

SACO OLIVEROS

¿ EXISTEN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS EN LA VIDA COTIDIANA ?

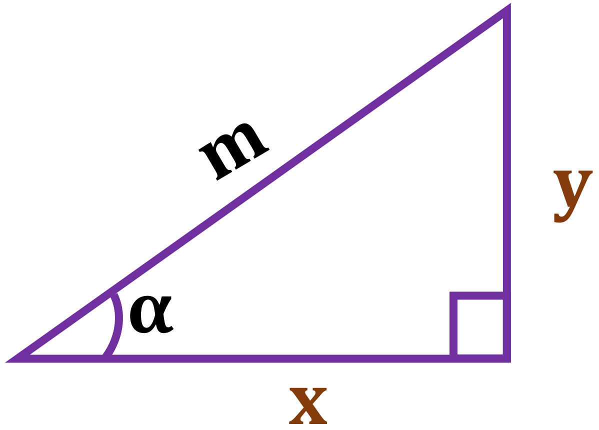
¿QUÉ SIGNIFICA RESOLVER UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO ?

Significa que si en un triángulo rectángulo nos dan como datos la medida de un ángulo agudo y la longitud de un lado, podemos expresar las longitudes de los otros dos lados en términos de dichos datos.

Es decir: $$\frac{\text{longitud desconocida}}{\text{longitud conocida}} = RT\ (\measuredangle\ \text{dato})$$

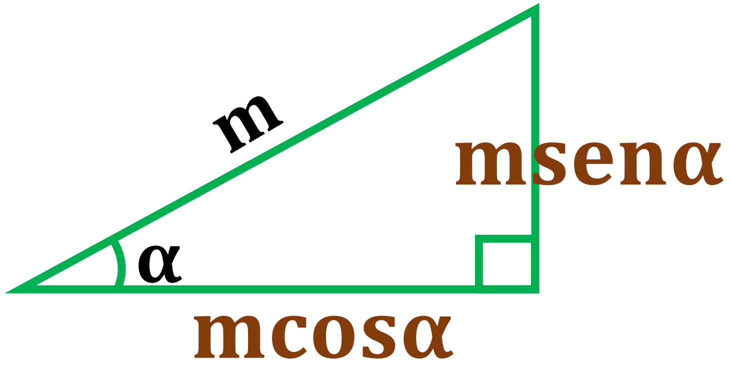
$$\text{longitud desconocida} = (\ \text{longitud conocida}\ ).\ RT\ (\measuredangle\ \text{dato})$$

CASO I : Conociendo un ángulo agudo y la hipotenusa.

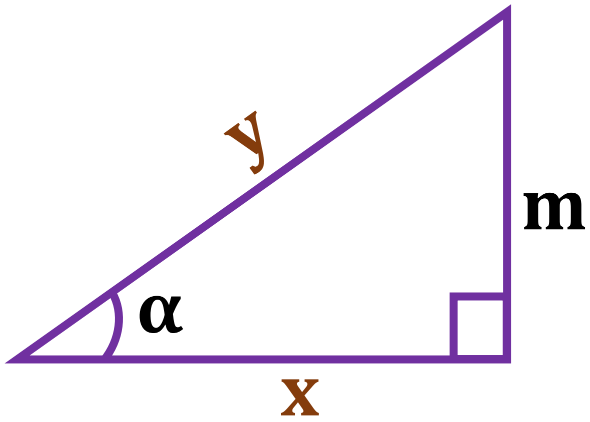


$$\frac{y}{m} = \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow y = m\operatorname{sen}\alpha$$

$$\frac{x}{m} = \cos\alpha \Rightarrow x = m\cos\alpha$$

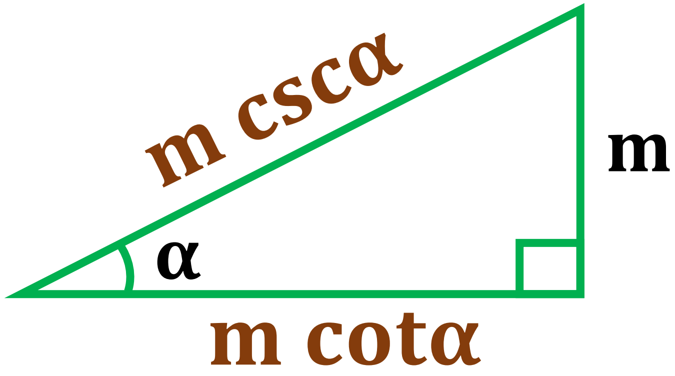


CASO II : Conociendo un ángulo agudo y su cateto opuesto.

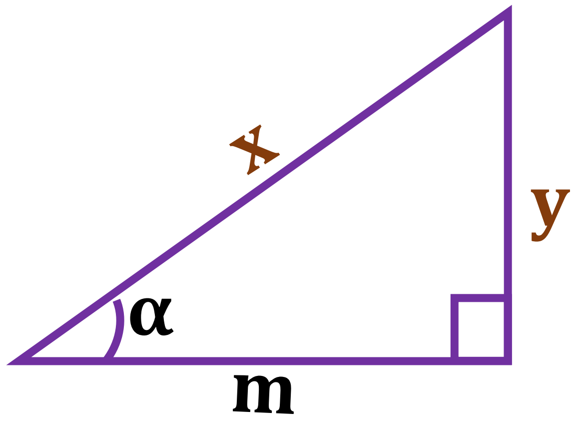


$$\frac{y}{m} = \csc\alpha \Rightarrow y = m\csc\alpha$$

$$\frac{x}{m} = \cot\alpha \Rightarrow x = m\cot\alpha$$

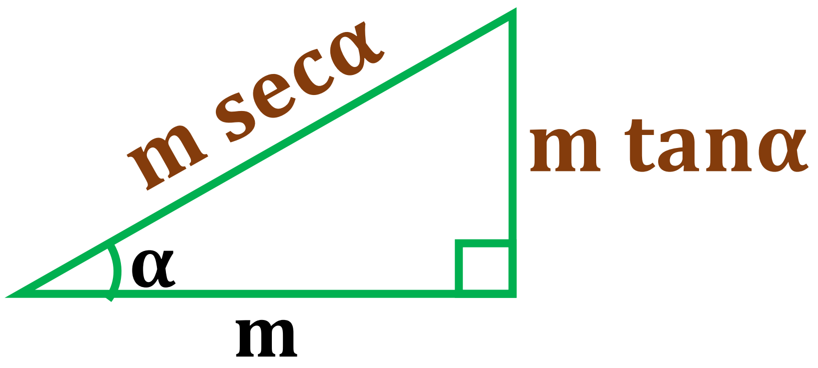


CASO III : Conociendo un ángulo agudo y su cateto adyacente.

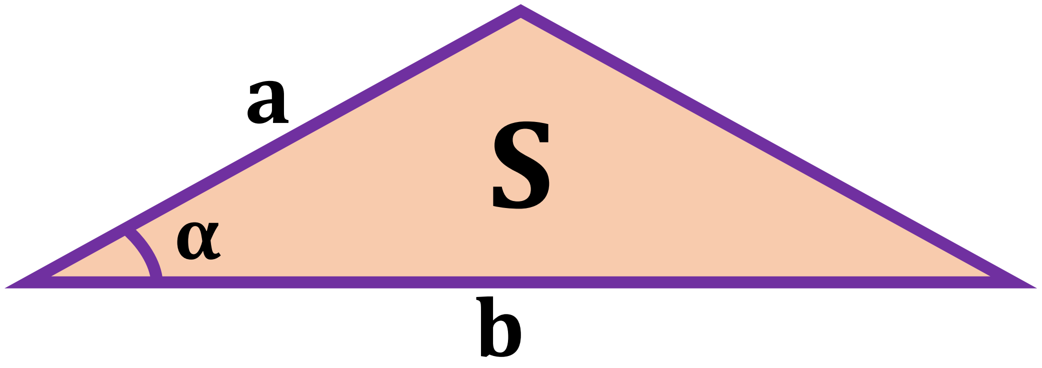


$$\frac{y}{m} = \tan\alpha \Rightarrow y = m.\tan\alpha$$

$$\frac{x}{m} = \sec\alpha \Rightarrow x = m.\sec\alpha$$



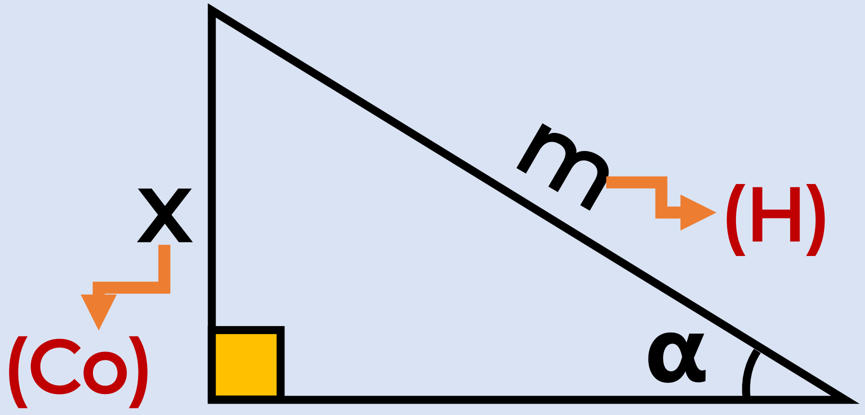
ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR



$$S = \frac{ab}{2}\,\text{sen}\alpha$$

S : Área de la región triangular

1. Del gráfico, calcule el valor de x en términos de α y m.



Recordar:

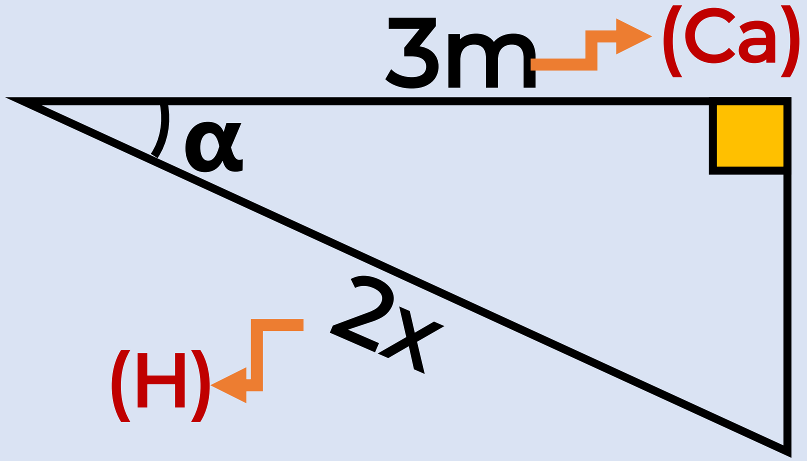
$$RT(\theta) = \frac{\text{LO QUE QUIERO}}{\text{LO QUE TENGO}} \qquad Sen(\theta) = \frac{CO}{H}$$

SOLUCIÓN:

$$\frac{x}{m} = \mathrm{sen}(\alpha)$$

$$\boxed{x = m.\,\mathrm{sen}(\alpha)}$$

2. Del gráfico, calcule el valor de x en términos de α y m.



Recordar:

$$RT(\theta) = \frac{\text{LO QUE QUIERO}}{\text{LO QUE TENGO}} \qquad \sec(\theta) = \frac{H}{CA}$$

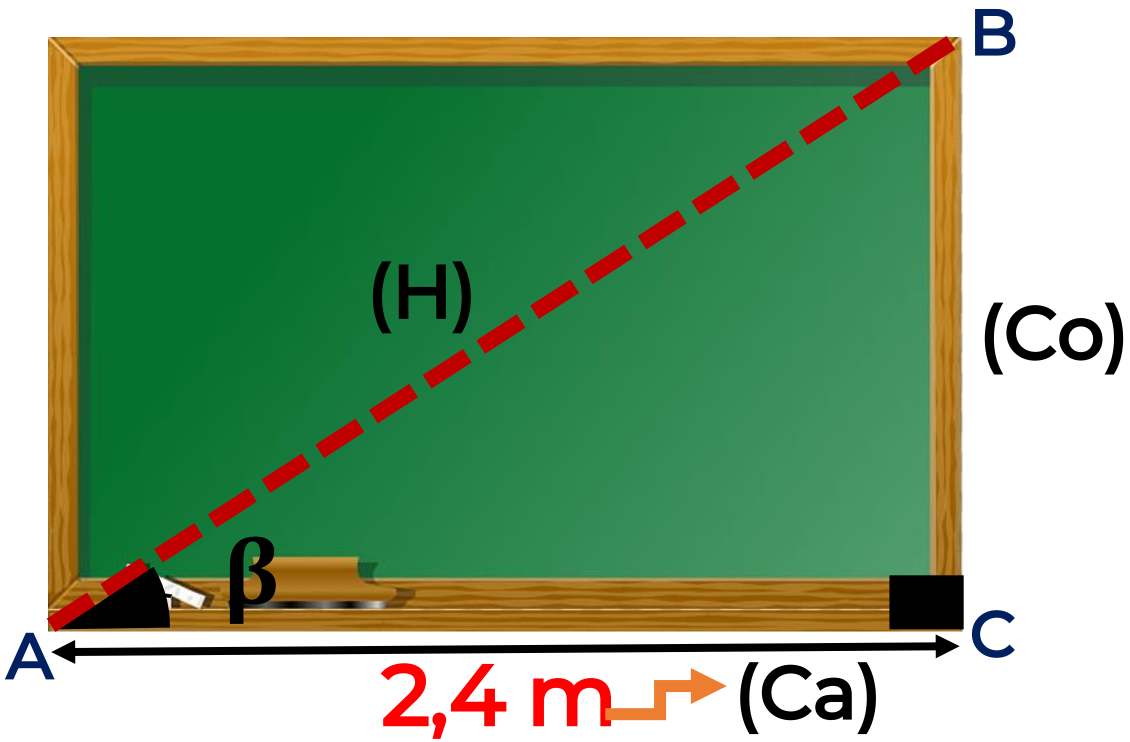
RESOLUCIÓN:

$$\frac{2x}{3m} = \sec(\alpha)$$

$$2x = 3m.\sec(\alpha)$$

$$\boxed{x = \frac{3m.\sec(\alpha)}{2}}$$

3. El profesor de trigonometría trazó una diagonal en la pizarra, tal como se muestra en la figura.
¿Cuál es el perímetro del triángulo sombreado?



Recordar:

$$RT(\theta) = \frac{\text{LO QUE QUIERO}}{\text{LO QUE TENGO}} \qquad \sec(\theta) = \frac{H}{CA} \qquad \tan(\theta) = \frac{CO}{CA}$$

RESOLUCIÓN:

$$\frac{AB}{2,4} = \sec\beta \Rightarrow AB = 2,4.\sec\beta$$

$$\frac{BC}{2,4} = \tan\beta \Rightarrow BC = 2,4.\tan\beta$$

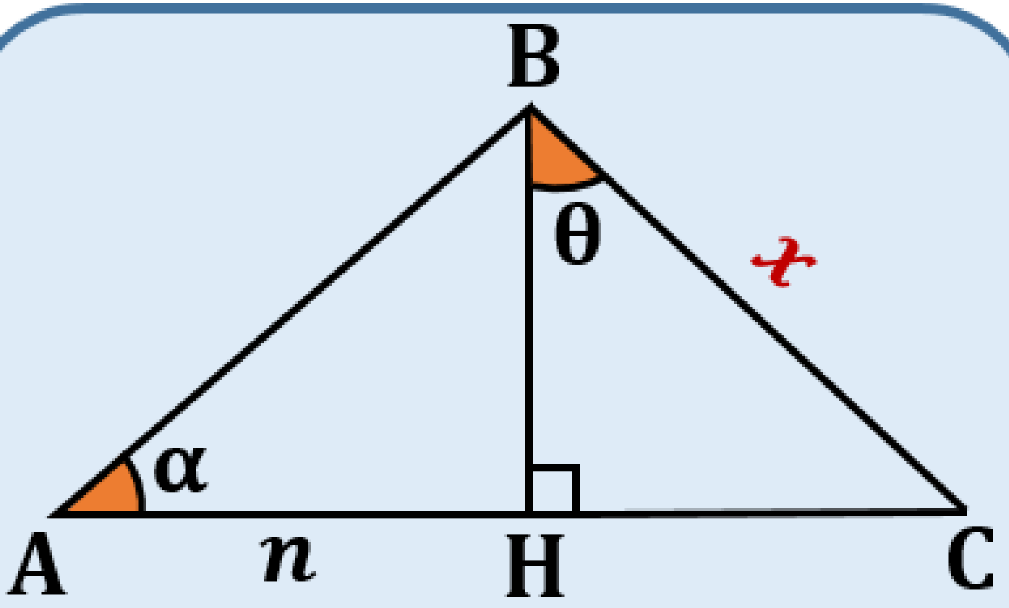
Finalmente , evaluamos:

$2p = AB + BC + CA$

$2p = 2,4.\text{Sec}\beta + 2,4.\text{Tan}\beta + 2,4$

$$\boxed{2p = 2,4(\sec\beta + \tan\beta + 1)\text{m}}$$

4. Del gráfico, calcule el valor de x en términos de n, α y θ .



Recordar:

$$RT(\theta) = \frac{\text{LO QUE QUIERO}}{\text{LO QUE TENGO}}$$

RESOLUCIÓN:

Se observa en el triángulo ABH :

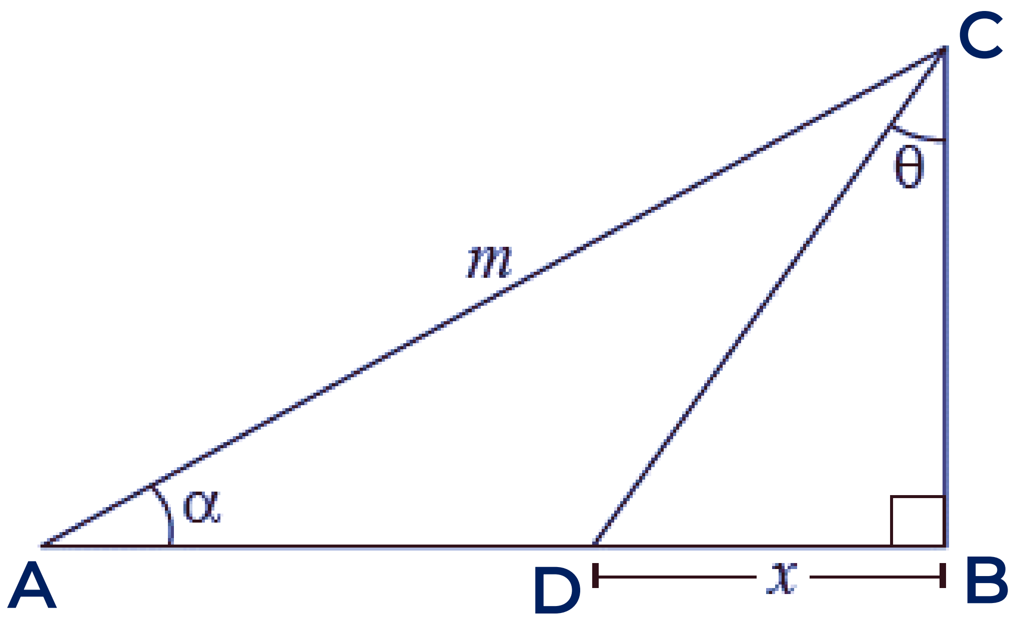
$$\frac{BH}{n} = \tan\alpha \Rightarrow BH = n.\tan\alpha$$

Se observa en el triángulo BHC :

$$\frac{x}{BH} = \sec\theta \Rightarrow \frac{x}{n.\tan\alpha} = \sec\theta$$

$$\boxed{\therefore x = n.\tan\alpha.\sec\theta}$$

5. Del gráfico, calcule el valor de x en términos de m, α y θ.



Recordar:

$$RT(\theta) = \frac{\text{LO QUE QUIERO}}{\text{LO QUE TENGO}}$$

RESOLUCIÓN:

- En el ⊿ ABC

$$\frac{BC}{m} = \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow BC = m.\operatorname{sen}\alpha$$

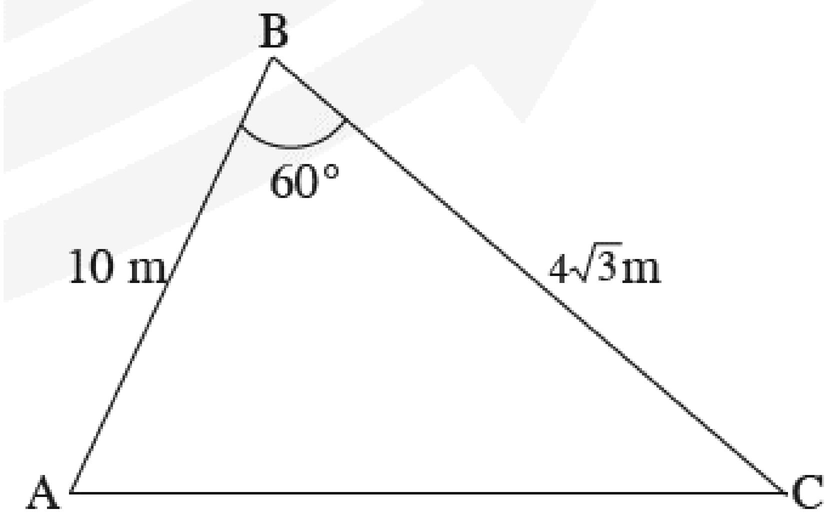
- En el ⊿ CBD

$$\frac{x}{BC} = \tan\theta \Rightarrow x = BC.\tan\theta$$

- Reemplazamos BC

$$\boxed{\therefore\ x = m.\operatorname{sen}\alpha.\tan\theta}$$

6. Javier adquiere un terreno en el distrito de Comas con dimensiones tal como se muestra en la figura, para su construcción desea saber el área y cuanto aproximadamente tiene que invertir en dicha construcción. Calcule el área.



RESOLUCIÓN:

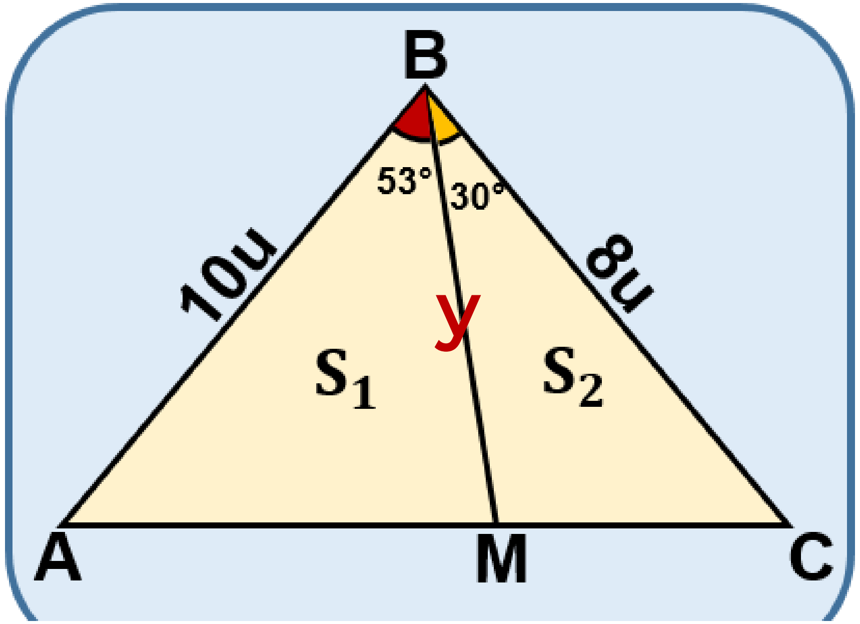
- Utilizando la fórmula del área de la región triangular.

$$S = \frac{(10)(4\sqrt{3})}{2} . \text{sen}60°$$

$$S = \frac{(10)(4\sqrt{3})}{2} . \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{S = 30\text{m}^2}$$

7. **Un padre de familia reparte como herencia un terreno a sus dos únicos hijos, el terreno tiene las dimensiones del gráfico y al hermano mayor le tocó el área S_1 y al hermano menor le tocó el área S_2. Se pide calcular la razón de lo que le tocó al mayor con respecto al menor.**



RESOLUCIÓN:

De la figura, colocamos BM = y :

$$S_1 = \frac{10.y}{2}.\ \text{sen}53° \Rightarrow 5y\,\frac{4}{5} = 4y$$

$$S_2 = \frac{y.8}{2}.\ \text{sen}30° \Rightarrow 4y\,\frac{1}{2} = 2y$$

Finalmente, evaluando:

$$\boxed{\frac{S_1}{S_2} = \frac{4y}{2y} = 2}$$