

# ALGEBRA **Chapter 16**





Sistema de Ecuaciones Lineales



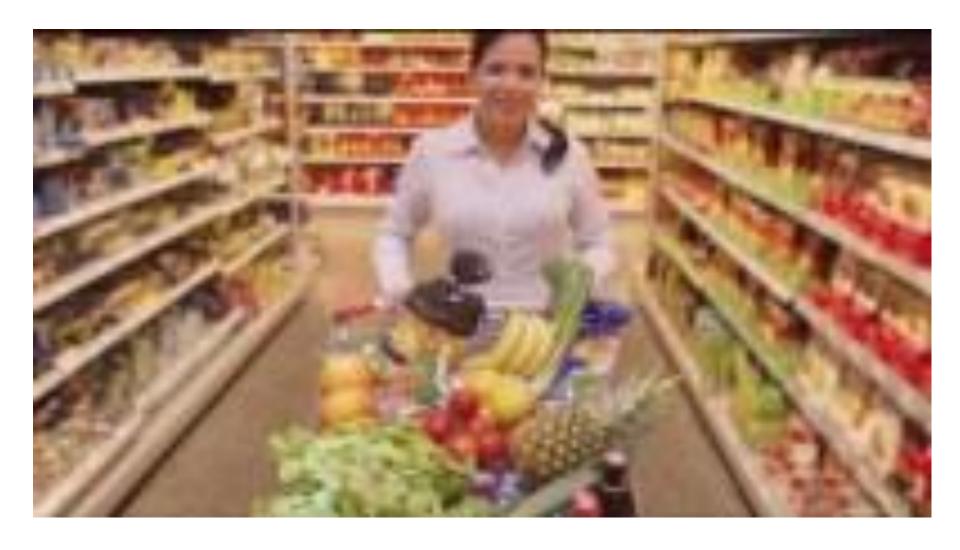


# HELICO MOTIVATING





# **MOTIVATING STRATEGY**



# **HELICO THEORY**

**CHAPTHER 16** 



### SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES



## I) FORMA GENERAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

#### Donde:

x, y: Son las variables a calcular

 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ : Son constantes



# **II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA**

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

#### **Ejemplo:**

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + y = 19 & ... (1) \\ 3x - y = 5 & ... (11) \end{cases}$$

#### Resolución

Sumando (I) y (II)

$$\Rightarrow$$
  $8x = 24$ 

Reemplazando "x" en (I)

$$5(3) + y = 19$$

$$y = 4 CS = {(3; 4)}$$

$$y = 4$$

$$CS = \{(3; 4)\}$$



B) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Resuelva el sistema **Ejemplo:** 

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & ... & (1) \\ 2x + 3y = 7 & ... & (II) \end{cases}$$

#### Resolución

De (I) despejamos "x"

$$x = 5 - 2y \qquad \dots (\Delta)$$

Reemplazamos "x" en (II):

$$2(5-2y) + 3y = 7$$

$$10 - 4y + 3y = 7$$

$$3 - y = 0$$

$$3-y=0$$

Reemplazamos "y" en  $(\Delta)$ :

$$x = 5 - 2(3)$$

$$x = -1$$



# **CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES**

#### Sea el siguiente sistema :

$$L_1$$
:  $a_1x + b_1y = c_1$ 

 $L_1$  ,  $L_2$ : son rectas

$$L_2$$
:  $a_2x + b_2y = c_2$ 

Éste sistema será:

#### 1) COMPATIBLE DETERMINADA (Solución única)

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$



Se dice en este caso que las rectas  $L_1$  ,  $L_2$  se intersectan en un sólo punto.



### 2) **COMPATIBLE INDETERMINADA** (Infinitas soluciones)

#### Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas  $L_1$ ,  $L_2$  están superpuestas, debido a esto hay infinitos cortes.

### 3) <u>INCOMPATIBLE</u> (No existe solución)

#### Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas  $L_1$ ,  $L_2$  son paralelas, por lo tanto no hay solución.

# HELICO PRACTICE

**CHAPTHER 16** 





# PROBLEMA 1 Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} 8x - 7y = 46 & (\alpha) \\ 9x - 5y = 69 & (\beta) \end{cases}$$
 Cacule: xy

#### **Resolución**

#### Eliminando "x":

(x9)
$$\alpha$$
:  $72x - 63y = 414$  (x8) $\beta$ :  $72x - 40y = 552$  (-)

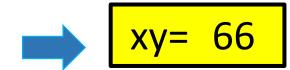
$$y = 6$$

23y = 138

# Reemplazando en "a":

$$8x - 7(6) = 46$$

$$8x = 88 \qquad \longrightarrow \boxed{x = 11}$$



# PROBLEMA 2 Al resolver:

$$\int_{\frac{x-1}{x-1}}^{3} + \frac{4}{y-3} = 23 \quad (\alpha)$$

$$\int_{\frac{4}{x-1}}^{3} - \frac{5}{y-3} = 10 \quad (\beta)$$

### Resolución

**x5a:** 
$$\frac{15}{x-1} + \frac{20}{y-3} = 115$$

**x4β:** 
$$\frac{16}{x-1} - \frac{20}{y-3} = 40$$

$$\frac{31}{x-1} = 155^{5}$$

$$\frac{1}{5} = x - 1 \implies \frac{6}{5} = x$$

$$En''\alpha'': \frac{3}{\frac{1}{5}} + \frac{4}{y-3} = 23$$

$$\frac{4}{y-3} = 23 - 15$$

$$\frac{4}{y-3} = 8^2 \longrightarrow \frac{1}{2} = y - 3$$

$$\frac{7}{2} = y$$

$$\therefore 5x + 2y = 13$$



### PROBLEMA 3

Siendo: 
$$\begin{cases} x + y = 8 & ...(\alpha) \\ y + z = 3 & ...(\beta) \\ x + z = 9 & ...(\theta) \end{cases}$$

Calcule: 
$$(x - y)^{z+1}$$

$$x + z = 9 \dots (\theta)$$

#### **Resolución**

**Sumando** 
$$(\alpha) + (\beta) + (\theta)$$
:

$$x + y + z = 10$$

$$z = 2$$

*En* (β): 
$$y = 1$$

$$En(\theta)$$
:  $x = 7$ 

$$(7-1)^{2+1} = 216$$

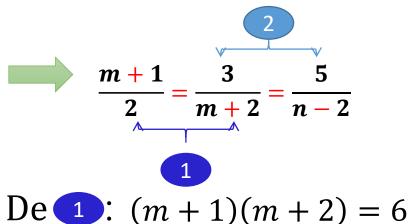
#### PROBLEMA 4 Si el sistema:

$$(m + 1)x + 3y = 5$$
  
 $2x + (m + 2)y = n - 2$ 

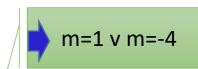
Es compatible indeterminado. Calcule "m+n", si m>0

**Resolución:** Se debe cumplir

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$



De 1. 
$$(m+1)(m+2) = 6$$
  
 $m^2 + 3m + 2 = 6$   
 $m^2 + 3m - 4 = 0$   
 $(m-1)(m+4) = 0$   $m=1 \text{ v m} = -4$ 



De 2: 
$$\frac{3}{3} = \frac{5}{n-2}$$

$$1 = \frac{5}{n-2}$$

$$piden \ m + n$$
:  $1 + 7 = 8$ 

Rpta: 8

# **PROBLEMA 5** Si el sistema:



$$\begin{cases} 3x + (k-1)y = 12 \\ (k+6)x + 6y = k \end{cases}$$

# Es incompatible. Halle el valor de k

Resolución: Se debe cumplir

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\frac{3}{k+6} = \frac{k-1}{6} \neq \frac{12}{k}$$

$$18 = (k+6)(k-1)$$

$$18 = k^2 + 5k - 6$$

$$k^2 + 5k - 24 = 0$$

$$(k+8)(k-3) = 0$$

reemplazando

$$k = -8$$

$$-\frac{3}{2} \neq \frac{12}{-8}$$

$$-\frac{3}{2} \neq \frac{-3}{2} \dots \dots$$





$$k = 3$$



k = -8 v k = 3

RPTA: 3

PROBLEMA 6 Pedro hace una compra de x millares de camisas al precio de 5y soles por cada millar de camisas; donde x e y se obtienen de resolver el sistema:  $\begin{bmatrix}
25x - 4y = 589 \\
5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31
\end{bmatrix}$ 

¿ Cuánto gastó Pedro en dicha compra?

#### **Resolución**

De (1): 
$$(5\sqrt{x})^2 - (2\sqrt{y})^2 = 589$$
  
 $(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$ 

$$31(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$$
$$(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 19 \dots (3)$$

$$5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31 \dots(2)$$

$$(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 19 \dots(3)$$

reemplazando en (2) 
$$5(5) + 2\sqrt{y} = 31$$
  
 $2\sqrt{y} = 6$ 

$$\Rightarrow y = 9$$

piden cuánto gasto **x. 5y** 

$$(25)(45) = 1125$$

Rpta 1 125 soles

PROBLEMA 7 Un paciente necesita 65u proteínas y 45u de carbohidratos, y ha encontrado en el mercado dos tipos de alimentos: el tipo A que contiene 3u de proteínas y 2u de carbohidratos, y el tipo B que contiene 4u de proteínas y 3u de carbohidratos. Si el paciente compra ambos tipos de alimentos, ¿cuántos alimentos del tipo B compró?

#### Resolución:

Analizando los datos de los alimentos

	Tipo A	Tipo B
Proteínas	3 u	4 u
Carbohidratos	2 u	3 u

Cantidad de alimentos tipo A = x

Cantidad de alimentos tipo B = y

Llevándolo a un sistema de ecuaciones

$$3x + 4y = 65 \longrightarrow \times 2$$

$$2x + 3y = 45 \longrightarrow \times 3$$
Luego
$$6x + 8y = 130$$

$$6x + 9y = 135$$

$$-y = -5$$

$$y = 5$$

$$\therefore Core$$

Compró 5 alimentos del tipo B