



TRIGONOMETRY

Chapter 10

2nd
SECONDARY

**Propiedades de las razones
trigonométricas de un ángulo
agudo II**

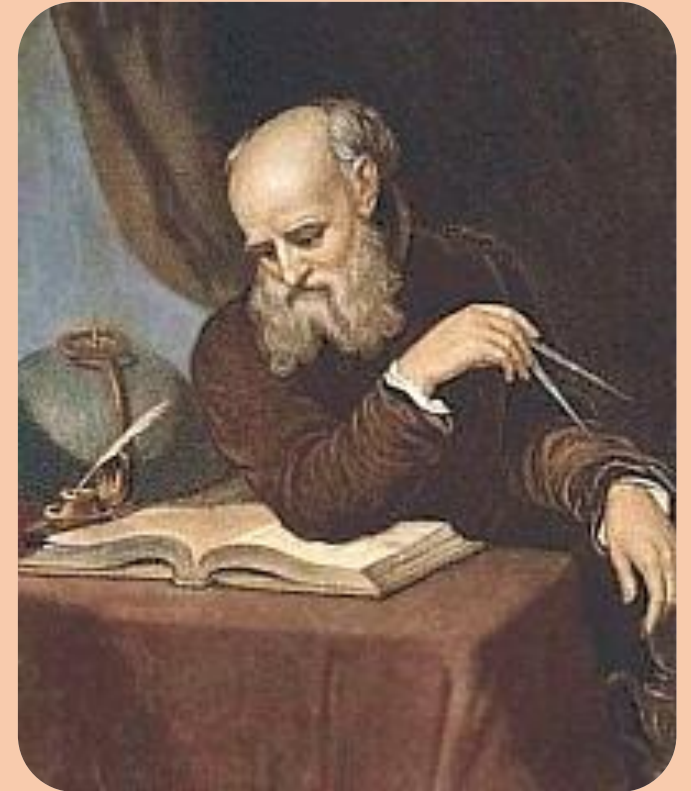


 **SACO OLIVEROS**

Los egipcios fijaron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Además se utilizaba la trigonometría para el estudio de la astronomía.

Luego de Egipto y Babilonia, el estudio de la trigonometría se asentó en Grecia, donde podemos nombrar al matemático y astrónomo Griego Hiparco de Nicea, quien fue uno de los principales y más importantes desarrolladores de la Trigonometría.

En la actualidad una de las tantas aplicaciones y bondades que nos da esta ciencia es el poder medir la distancia a la que se encuentran las estrellas, anímate a investigar estas aplicaciones y ¡compártenos tu experiencia la próxima clase!



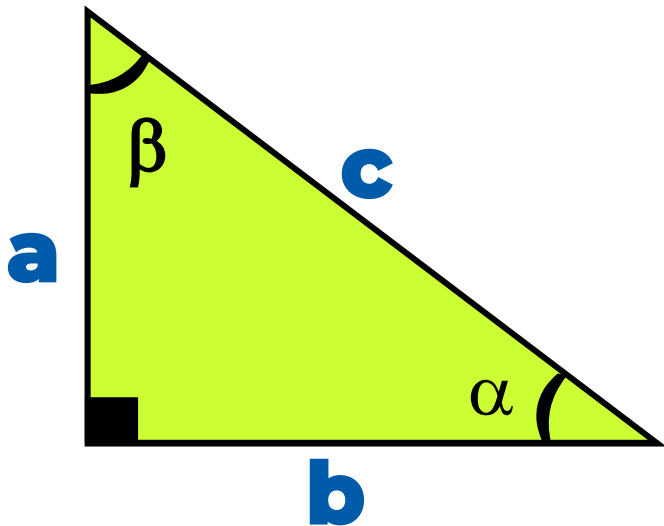
Hiparco de Nicea



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

Recordando:

Sea α y β la medida de dos ángulos agudos y complementarios ($\alpha + \beta = 90^\circ$).



$$\text{sen}(\alpha) = \frac{a}{c}$$

y

$$\cos(\beta) = \frac{a}{c}$$



$$\text{sen}(\alpha) = \cos(\beta)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

y

$$\cot(\beta) = \frac{a}{b}$$



$$\tan(\alpha) = \cot(\beta)$$

$$\sec(\alpha) = \frac{c}{b}$$

y

$$\csc(\beta) = \frac{c}{b}$$

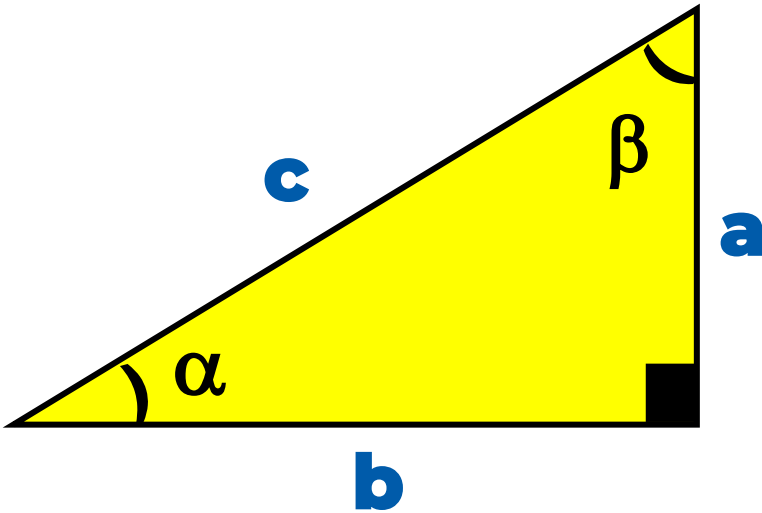


$$\sec(\alpha) = \csc(\beta)$$

En general: Si $\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow RT(\alpha) = CO RT(\beta)$



TENER EN CUENTA:



Sea

$$\text{sen}(\alpha) = \cos(\beta)$$

$$\tan(\alpha) = \cot(\beta)$$

$$\sec(\alpha) = \csc(\beta)$$

Se cumple:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

EJEMPLOS:

$$\text{sen}(80^\circ) = \cos(10^\circ)$$

$$\tan(75^\circ) = \cot(15^\circ)$$

$$\sec(18^\circ) = \csc(72^\circ)$$

Recordar:

Una manera práctica de recordar

Seno → Co-seno

Tangente → Co-tangente

Secante → Co-secante

Se le antecede la sílaba "Co"



1

Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a. $\text{sen } 43^\circ = \text{cos } 43^\circ$ (F)

b. $\text{tan } 67^\circ = \text{cot } 33^\circ$ (F)

c. $\text{sec } 81^\circ = \text{csc } 9^\circ$ (V)



Recordar:

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$
 $\rightarrow \text{RT}(\alpha) = \text{CO RT}(\beta)$

RESOLUCIÓN:



a. $\text{sen } \underbrace{43^\circ}_\alpha = \text{cos } \underbrace{43^\circ}_\beta$

$\rightarrow \alpha + \beta = 43^\circ + 43^\circ = 86^\circ \neq 90^\circ$

$\therefore \text{sen}(43^\circ) \neq \text{cos}(43^\circ)$

b. $\text{tan } 67^\circ = \text{cot } 33^\circ$

$\rightarrow \alpha + \beta = 67^\circ + 33^\circ = 100^\circ \neq 90^\circ$

$\therefore \text{tan}(67^\circ) \neq \text{cot}(33^\circ)$

c. $\text{sec } 81^\circ = \text{csc } 9^\circ$

$\rightarrow \alpha + \beta = 81^\circ + 9^\circ = 90^\circ$

$\therefore \text{sec}(81^\circ) = \text{csc}(9^\circ)$



2 Si $\alpha + \beta = 90^\circ$, Además

$$\sec\alpha = \frac{3}{2}, \quad \text{Efectúe:}$$

$$E = 4 \csc\beta - 1$$

Recordar:



$$\text{Si } \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\rightarrow RT(\alpha) = CO RT(\beta)$$

RESOLUCIÓN:

$$\sec\alpha = \csc\beta = \frac{3}{2}$$

Calculamos:

$$E = 4 \csc\beta - 1$$

$$E = 4 \left(\frac{3}{2} \right) - 1$$

$$E = 2(3) - 1$$

$$\therefore E = 5$$

3 Si $\tan\left(\frac{x}{3} + 30^\circ\right) = \cot(42^\circ)$,

Indique el valor de $\frac{x}{9}$

Recordar:



Si $\alpha + \beta = 90^\circ$
 $\rightarrow RT(\alpha) = CO RT(\beta)$

RESOLUCIÓN:

$$\tan\left(\frac{x}{3} + 30^\circ\right) = \cot(42^\circ)$$

$$\rightarrow \left(\frac{x}{3} + 30^\circ\right) + (42^\circ) = 90^\circ$$

$$\frac{x}{3} + 72^\circ = 90^\circ$$

$$\frac{x}{3} = 90^\circ - 72^\circ$$

$$\frac{x}{3} = 18^\circ$$

$$x = 3(18^\circ)$$

$$x = 54^\circ$$



Calculamos:

El valor de $\frac{x}{9}$

$$\frac{x}{9} = \frac{54^\circ}{9}$$

$$\therefore \frac{x}{9} = 6^\circ$$



4 Calcule $\text{sen}(3x)$

Si $\text{sec}(3x - 15^\circ) = \text{csc}(6x + 15^\circ)$



Recordar:

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$
 $\rightarrow RT(\alpha) = CO RT(\beta)$

RESOLUCIÓN:

$$\text{sec}(\underbrace{3x - 15^\circ}_{\alpha}) = \text{csc}(\underbrace{6x + 15^\circ}_{\beta})$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$(3x - \cancel{15^\circ}) + (6x + \cancel{15^\circ}) = 90^\circ$$

$$\cancel{9x} = \cancel{90^\circ}$$

$$x = 10^\circ$$

$$\therefore \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$



5

Reduzca:

$$E = \frac{9\operatorname{sen}8^\circ - 3\cos82^\circ}{4\cos82^\circ - 2\operatorname{sen}8^\circ}$$

$$82^\circ + 8^\circ = 90^\circ$$

Recordar:

$$\text{Si } \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\rightarrow \operatorname{RT}(\alpha) = \operatorname{CO} \operatorname{RT}(\beta)$$



RESOLUCIÓN:

$$E = \frac{9\operatorname{sen}8^\circ - \overbrace{3\cos82^\circ}^{\operatorname{sen}8^\circ}}{\underbrace{4\cos82^\circ}_{\operatorname{sen}8^\circ} - 2\operatorname{sen}8^\circ}$$

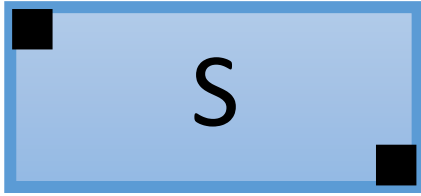
$$E = \frac{9\operatorname{sen}8^\circ - 3\operatorname{sen}8^\circ}{4\operatorname{sen}8^\circ - 2\operatorname{sen}8^\circ}$$

$$E = \frac{\cancel{6\operatorname{sen}8^\circ}}{\cancel{2\operatorname{sen}8^\circ}}$$

$$\therefore E = 3$$

6

Andrés desea vender su terreno a \$1000 cada m^2 . Sabiendo que las dimensiones de dicho terreno son las siguientes.



Ancho: A metros

Largo: B metros

$$A = 6 \left(\frac{\sin 73^\circ}{\cos 17^\circ} \right) + 2 \left(\frac{\tan 35^\circ}{\cot 55^\circ} \right)$$

Observamos:
 $73^\circ + 17^\circ = 90^\circ$
 $35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$

$$B = 7 \left(\frac{\sec 80^\circ}{\csc 10^\circ} \right) + 3 \left(\frac{\cot 18^\circ}{\tan 72^\circ} \right)$$

Observamos:
 $80^\circ + 10^\circ = 90^\circ$
 $18^\circ + 72^\circ = 90^\circ$

¿Cuál será el valor del terreno?

RESOLUCIÓN:



$$A = 6 \left(\frac{\sin 73^\circ}{\cos 17^\circ} \right) + 2 \left(\frac{\tan 35^\circ}{\cot 55^\circ} \right)$$

$$A = 6 \left(\frac{\cancel{\cos 17^\circ}^1}{\cancel{\cos 17^\circ}} \right) + 2 \left(\frac{\cancel{\cot 55^\circ}^1}{\cancel{\cot 55^\circ}} \right)$$

$$A = 6(1) + 2(1) \rightarrow A = 8m$$

$$B = 7 \left(\frac{\sec 80^\circ}{\csc 10^\circ} \right) + 3 \left(\frac{\cot 18^\circ}{\tan 72^\circ} \right)$$

$$B = 7 \left(\frac{\cancel{\csc 10^\circ}^1}{\cancel{\csc 10^\circ}} \right) + 3 \left(\frac{\cancel{\tan 72^\circ}^1}{\cancel{\tan 72^\circ}} \right)$$

$$B = 7(1) + 3(1) \rightarrow B = 10m$$

$$S = (8)(10) = 80m^2$$

\therefore El valor del terreno es

$$(80)(1000) = \$ 80000$$

7

Dos hermanas, Milagros e Inés, tienen x e y años, respectivamente. Si dichas edades se obtienen al resolver las siguientes igualdades:

$$\operatorname{sen}(3x)^\circ - \operatorname{cos}(x + 10)^\circ = 0$$

$$\tan(4x)^\circ - \cot(y)^\circ = 0$$

Determine la suma de edades de ambas hermanas

Recordar:

$$\text{Si } \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\rightarrow RT(\alpha) = CO RT(\beta)$$



RESOLUCIÓN:



$$\underbrace{\operatorname{sen}(3x)^\circ}_\alpha = \underbrace{\operatorname{cos}(x + 10)^\circ}_\beta$$

$$(3x)^\circ + (x + 10)^\circ = 90^\circ$$

$$4x + 10 = 90$$

$$4x = 80$$

$$x = 20$$

$$\underbrace{\tan(4x)^\circ}_\alpha = \underbrace{\cot(y)^\circ}_\beta$$

$$(4x)^\circ + (y)^\circ = 90^\circ$$

$$\text{pero: } x = 20$$

$$80 + y = 90$$

$$y = 10$$

Calculamos: $x + y$

$$\therefore x + y = 30 \text{ años}$$