



# ARITHMETIC

## Chapter 10

**4th**  
SECONDARY

DIVISIBILIDAD II



 **SACO OLIVEROS**



$$M=2746^{2746}$$

$$P=6472^{6472}$$

Halle el residuo de  $(M \times P)$  entre 9

¿Que tan complicado puede ser calcular el residuo?



## CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Es un conjunto de reglas, que aplicadas a las cifras de un numeral, permiten identificar si el número es múltiplo de cierto módulo o no, de ser el caso que no fuera múltiplo nos permite determinar el residuo de una manera directa y sencilla.

$$\text{Sea } N = \overline{abcde} = \overline{abcd} \times 10 + e = \overline{abcd} \times 2 \times 5 + e$$

Luego:

$$\begin{aligned}
 N &= 2^{\circ} + e \quad \Rightarrow \quad N = 2^{\circ} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \{0; 2; 4; 6; 8\} \\
 N &= 5^{\circ} + e \quad \Rightarrow \quad N = 5^{\circ} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \{0; 5\}
 \end{aligned}$$



## Divisibilidad por $2^n$

$$* \quad \overline{abcde} = 2^0 \quad \rightarrow \quad e = \overset{\circ}{2}$$

$$e = \{0; 2; 4; 6; 8\}$$

$$* \quad \overline{abcde} = 4^0 \quad \rightarrow \quad \overline{de} = \overset{\circ}{4}$$

$$* \quad \overline{abcde} = 8^0 \quad \rightarrow \quad \overset{x^4 x^2 x^1}{\overline{cde}} = \overset{\circ}{8}$$

$$4c + 2d + e = \overset{\circ}{8}$$

## Divisibilidad por $5^n$

$$* \quad \overline{abcde} = 5^0 \quad \rightarrow \quad e = \overset{\circ}{5}$$

$$e = \{0; 5\}$$

$$* \quad \overline{abcde} = 25^0 \quad \rightarrow \quad \overline{de} = \overset{\circ}{25}$$

$$\overline{de} = \{00; 25; 50; 75\}$$

$$* \quad \overline{abcde} = 125^0 \quad \rightarrow \quad \overline{cde} = \overset{\circ}{125}$$

$$\overline{cde} = \{000; 125; 250; \dots; 875\}$$



## Divisibilidad por 3 y 9

$$\text{Sea } N = \overline{abcde} = a \times 10^4 + b \times 10^3 + c \times 10^2 + d \times 10 + e$$

$$\begin{array}{cccc} \overset{\circ}{3} + 1 & \overset{\circ}{3} + 1 & \overset{\circ}{3} + 1 & \overset{\circ}{3} + 1 \\ (3+1)^4 & (3+1)^3 & (3+1)^2 & (3+1)^1 \\ \overset{\circ}{9} + 1 & \overset{\circ}{9} + 1 & \overset{\circ}{9} + 1 & \overset{\circ}{9} + 1 \\ (9+1)^4 & (9+1)^3 & (9+1)^2 & (9+1)^1 \end{array}$$

Luego :

$$N = \overset{\circ}{3} + a + b + c + d + e$$



$$N = \overset{\circ}{3} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{3}$$

$$N = \overset{\circ}{9} + a + b + c + d + e$$



$$N = \overset{\circ}{9} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{9}$$

## Divisibilidad por 33 y 99

$$\overline{abcdef} = 3\overset{\circ}{3} \text{ o } 9\overset{\circ}{9}$$



$$\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} = 3\overset{\circ}{3} \text{ o } 9\overset{\circ}{9}$$



## Divisibilidad por 11

$$\begin{array}{c} \text{---} + \text{---} + \text{---} + \\ \text{abcdef} = 11 \end{array}^{\circ}$$

$$-a + b - c + d - e + f = 11^{\circ}$$

## Divisibilidad por 7

$$\begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{x2x3x1x2x3x1} \\ \text{abcdef} = 7 \end{array}^{\circ}$$

$$-2a - 3b - c + 2d + 3e + f = 7^{\circ}$$

## Divisibilidad por 13

$$\begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{x4x3x1x4x3x1} \\ \text{abcdef} = 13 \end{array}^{\circ}$$

$$4a + 3b - c - 4d - 3e + f = 13^{\circ}$$



1. Calcule  $n + a + p$ , si se cumple que

$$\begin{aligned}\overline{4n27} &= \overset{\circ}{9} \\ \overline{a1a5} &= \overset{\circ}{11} \\ \overline{343pp} &= \overset{\circ}{8}\end{aligned}$$

RESOLUCIÓN

★ Criterio por 8

$$\begin{aligned}\overline{3pp} &= \overset{\circ}{8} \\ \text{x4} \quad \text{x2} \quad \text{x1} \\ 12 + 2p + p &= \overset{\circ}{8} \\ 3p + 12 &= \overset{\circ}{8} \\ \downarrow \\ 4\end{aligned}$$

★ Criterio por 11

$$\begin{aligned}\overline{a1a5} &= \overset{\circ}{11} \\ \text{---+---+} \\ -a + 1 - a + 5 &= \overset{\circ}{11} \\ 6 - 2a &= \overset{\circ}{11} \\ \downarrow \\ 3\end{aligned}$$

★ Criterio por 9

$$\begin{aligned}\overline{4n27} &= \overset{\circ}{9} \\ 4 + n + 2 + 7 &= \overset{\circ}{9} \\ b + 13 &= \overset{\circ}{9} \\ \downarrow \\ 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Piden : } n + a + p \\ 5 + 3 + 4 \\ = \boxed{12}\end{aligned}$$



2. Si  $\overline{30ab60} = \overset{\circ}{99}$ , Calcule ba

RESOLUCIÓN

★ Criterio por 99

$$\overline{30ab60} = \overset{\circ}{99}$$

$$\begin{array}{r} 60 + \\ 09 \\ 30 \\ \hline 99 \end{array} \rightarrow \overset{\circ}{99}$$

Piden :  $a.b = 0x9$

= 0





3. Si  $\overline{24a37b}$  es divisible por 72, calcule  $a \cdot b$ .

### Criterio por 8

$$\begin{array}{r} x4 \quad x2 \quad x1 \\ \hline 37b = 8 \end{array}$$

$$12 + 14 + b = 8$$

$$26 + b = 8$$

$$b = 6$$

### RESOLUCIÓN

$$\overline{24a37b} = 72 = \begin{array}{c} 8 \\ 9 \end{array}$$

### Criterio por 9

$$2 + 4 + a + 3 + 7 + 6 = 9$$

$$22 + a = 9$$

$$a = 5$$

$$\therefore a \times b =$$

$$30$$



4. Calcule  $m + n + p$  si el número  $\overline{4m13np} = 1125$ .

RESOLUCIÓN

$$\overline{4m13np} = 11\overset{\circ}{2}5 \begin{cases} \nearrow 1\overset{\circ}{2}5 \\ \searrow \overset{\circ}{9} \end{cases}$$

★ Criterio por 125

$$\overline{3np} = 1\overset{\circ}{2}5$$

↓ ↓  
75

★ Criterio por 9

$$\overline{4m13np} = \overset{\circ}{9}$$

$$4 + m + 1 + 3 + 7 + 5 = \overset{\circ}{9}$$

$$20 + m = \overset{\circ}{9}$$

↓  
7

Piden :

$$m + n + p$$

$$7 + 7 + 5$$

$$= \boxed{19}$$



5. Si  $2x6387 = \overset{\circ}{9} + 4$ . Halle el residuo de dividir  $\overline{xxx \dots x}$  de 66601 cifras entre 7.

RESOLUCIÓN

### Criterio por 9

$$2 + x + 6 + 3 + 8 + 7 = \overset{\circ}{9} + 3$$

$$26 + x = \overset{\circ}{9} + 3$$

$$23 + x = \overset{\circ}{9}$$

$$x = 4$$

### Criterio por 7

$$\overline{4444 \dots 4444444444} = \overset{\circ}{7} + r$$

Cada grupo de 6 cifras la suma de los productos es 0

Cantidad de cifras múltiplo de 6 (suma igual a 0)

$$\overset{\circ}{7} + 4 = \overset{\circ}{7} + r$$

$$\therefore r = \boxed{4}$$



**6.** Artthur llega de visita a la casa de su comadre, sus ahijados Aaron, Alhely y Aariano lo saludan efusivamente, al momento de retirarse de la casa les entrega s/.  $\overline{23a}$  como propina, para que sea repartido equitativamente tras lo cual cada uno recibió la máxima cantidad de S/  $\overline{bc}$  . Calcule  $a + b + c$ .

## RESOLUCIÓN

$$\text{Sea } \overline{23a} = \dot{3}$$

$$2 + 3 + a = \dot{3}$$

$$5 + a = \dot{3}$$



1

4

7



cada uno recibió S/  $\overline{bc}$

$$\frac{237}{3} = 79$$

$$b = 7 \text{ y } c = 9$$

Calcule

$$a + b + c = \boxed{23}$$



8. Álex, fue atropellado por un auto que se dió a la fuga; fue conducido hospital y un testigo aseguró que el número de la placa del auto que lo embistió era de cuatro cifras, otro testigo afirmó que dichas cifras sumadas dan 26. La policía concluyó en sus indagaciones que las tres últimas cifras de lo placa cumplen las siguientes condiciones:

- Forman un número divisible por 9
- La decena con la centena forman un número múltiplo de 5
- La centena con la decena forman un número múltiplo de 8

Determine el número de la placa.



**RESOLUCIÓN** Sea el numeral :  $\overline{abcd}$

$$\star \overline{bcd} = \overset{\circ}{9}$$

$$\begin{array}{c} b + c + d = \overset{\circ}{9} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 5 \quad 6 \end{array}$$

$$11 + d = \overset{\circ}{9}$$

$$d = 7$$

$$\star \overline{cb} = \overset{\circ}{5}$$

$$b = 5$$

$$\star \overline{bc} = \overset{\circ}{8}$$

$$c = 6$$

Del dato:  $a + b + c + d = 26$

$$a + 5 + 6 + 7 = 26$$

$$a = 8$$

**Piden :**  $\overline{abcd} = \boxed{8567}$