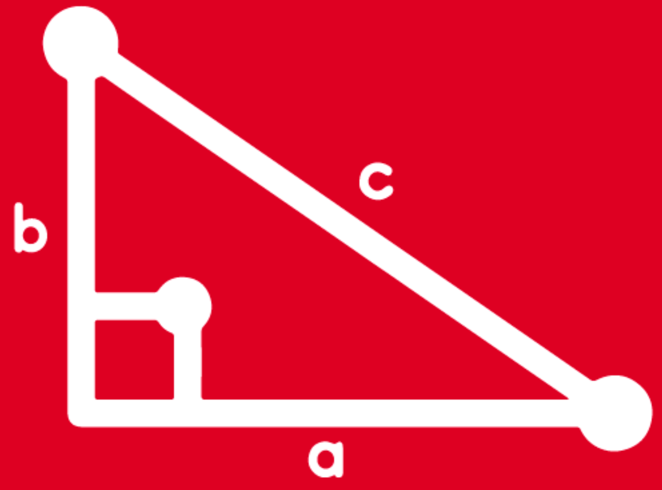
TRIGONOMETRY

Chapter 06



3rd
SECONDARY

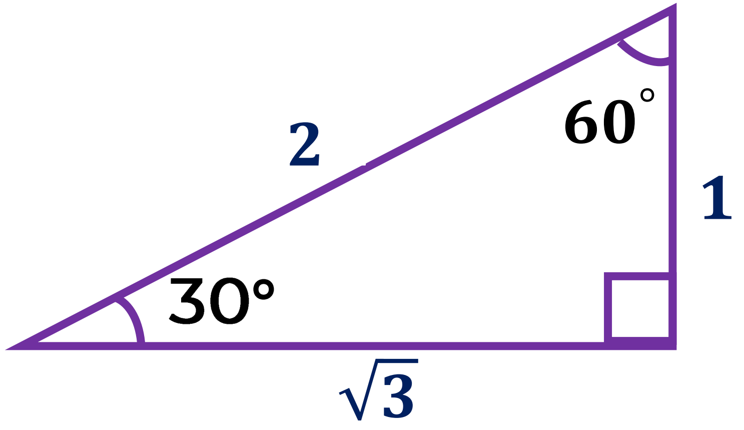
Razones trigonométricas de ángulos notables I

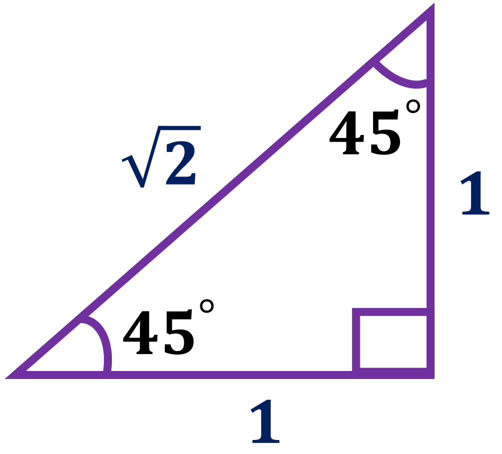
SACO OLIVEROS

“No es lo que sabes,
es lo que haces con
lo que sabes”

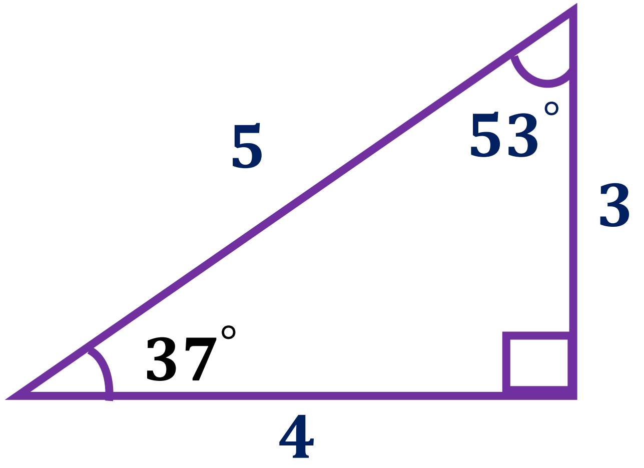
TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

TRIÁNGULOS NOTABLES





TRIÁNGULO APROXIMADO (PITAGÓRICO)



α \ RT	sen	cos	tan	cot	sec	csc
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$

Luego aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas del ángulo agudo.

$$\boxed{\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}}$$

$$\csc 60° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

1) Efectúe E = cos60°. cot37°. sen30°

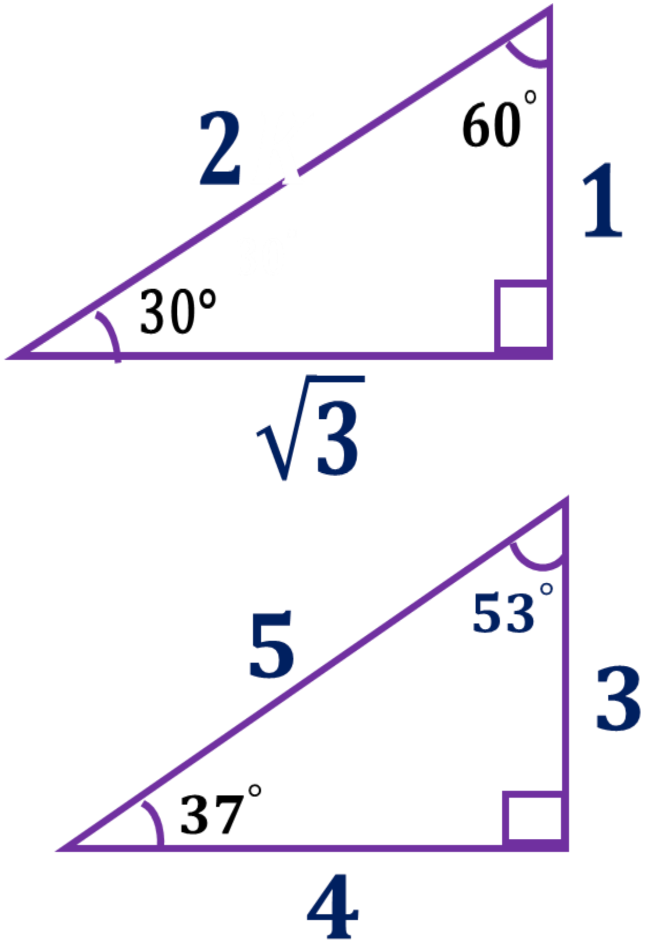
RESOLUCIÓN

$$E = \left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{4}{3}\right).\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$E = \frac{4}{12}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{1}{3}}$$

$sen\alpha$	$cos\alpha$	$tan\alpha$	$cot\alpha$	$sec\alpha$	$csc\alpha$
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$



2) Efectúe $A = \sqrt{3\tan^2 60°.\,8\,\mathrm{sen}30°}$

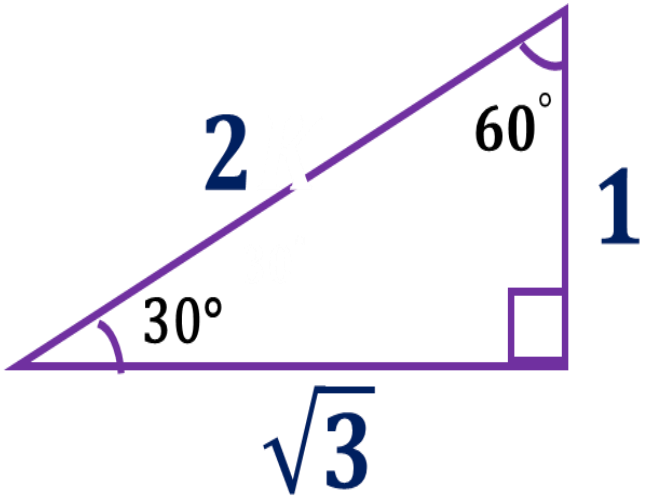
RESOLUCIÓN

$$A = \sqrt{3\left(\cancel{\sqrt{3}}\right)^{\cancel{2}}\cancel{.}8\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)}$$

$$A = \sqrt{3.\,3.\,4}$$

$$\boxed{\therefore\ A = \sqrt{36} = 6}$$

$sen\alpha$	$cos\alpha$	$tan\alpha$	$cot\alpha$	$sec\alpha$	$csc\alpha$
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$



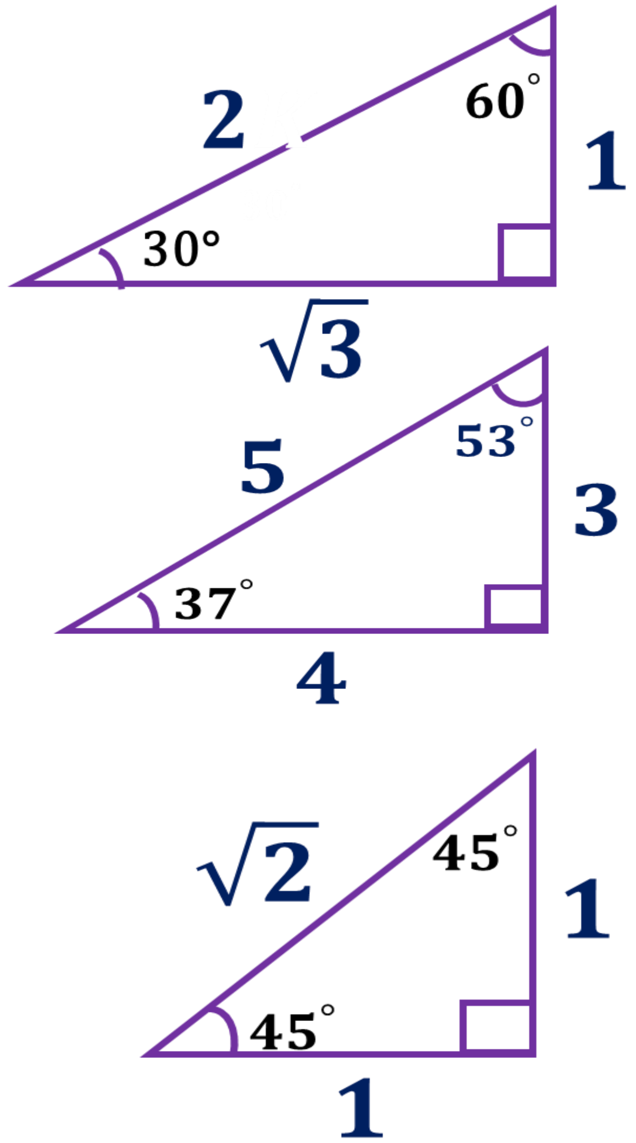
3) Efectúe $T = \dfrac{\sqrt{8}\,\sec 45° + \tan^4 60°}{\operatorname{sen}37°.\ \sec 53°}$

RESOLUCIÓN

$$T = \frac{\sqrt{8}(\sqrt{2}) + (\sqrt{3})^4}{\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}}\right)\left(\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}}\right)} = \frac{\sqrt{16} + 3^2}{1}$$

$$\boxed{\therefore\ T = 13}$$

$sen\alpha$	$cos\alpha$	$tan\alpha$	$cot\alpha$	$sec\alpha$	$csc\alpha$
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$



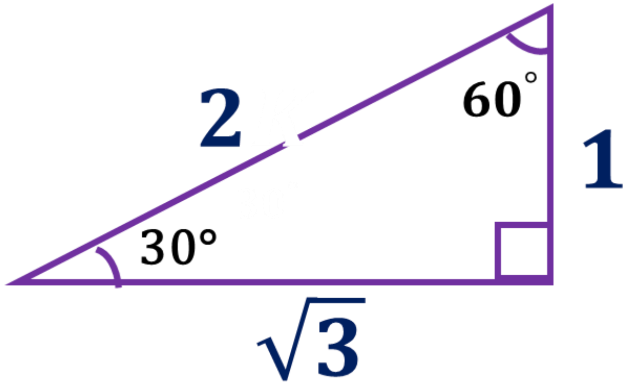
4) Efectúe $Q = \dfrac{32^{\text{sen}37°} + 16^{\cos 60°}}{\sqrt{6}^{\,2\tan 45°}}$

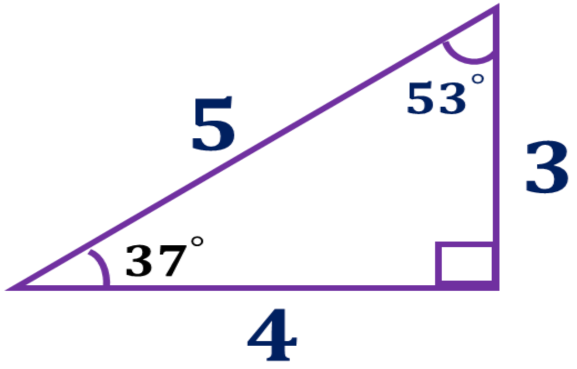
RESOLUCIÓN

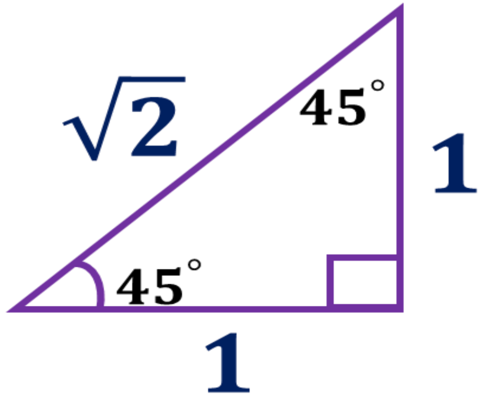
$$Q = \frac{(32)^{\frac{3}{5}} + (16)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{6}^{\,2(1)}} = \frac{(2^5)^{\frac{3}{5}} + (2^4)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{6}^{\,2}}$$

$$\boxed{\therefore\ Q = \frac{8+4}{6} = 2}$$

$\text{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$







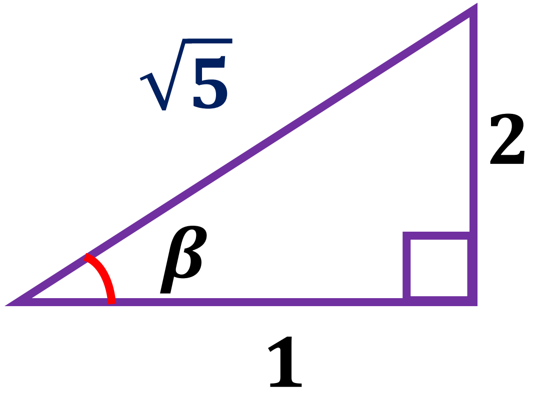
5) Si cotβ = sen30°, siendo β un ángulo agudo; efectúe

$$M = \sqrt{5}\,(\,sen\beta + cos\beta\,)$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$cot\beta = \frac{1}{2} = \frac{CA}{CO}$$



Calculamos:

$$\boldsymbol{M} = \sqrt{5}(\boldsymbol{sen\beta} + \cos\boldsymbol{\beta})$$

$$\boldsymbol{M} = \cancel{\sqrt{5}}\left(\frac{\mathbf{2}}{\cancel{\sqrt{5}}} + \frac{\mathbf{1}}{\cancel{\sqrt{5}}}\right)$$

$$\boxed{\therefore \boldsymbol{M} = \mathbf{3}}$$

6) Mauro tiene 2 terrenos en el distrito de Miraflores y San Borja. Si los terrenos tienen las dimensiones mostradas. ¿ Cuál de ellos tiene mayor área?

MIRAFLORES 1 — $9\cot 37°$ — $5\tan^2 60°$

SAN BORJA 2 — $30\text{sen}30°$ — $7\sec^2 45°$

RESOLUCIÓN

Calculamos las áreas de los terreno

$$A1 = (5\tan^2 60°) \times (9\cot 37°)$$

$$= (5.\sqrt{3}^2) \times (9.\frac{4}{3}) = (15) \times (12)$$

$$A1 = 180\ m^2$$

$$A2 = (7\sec^2 45°) \times (30\text{sen}30°)$$

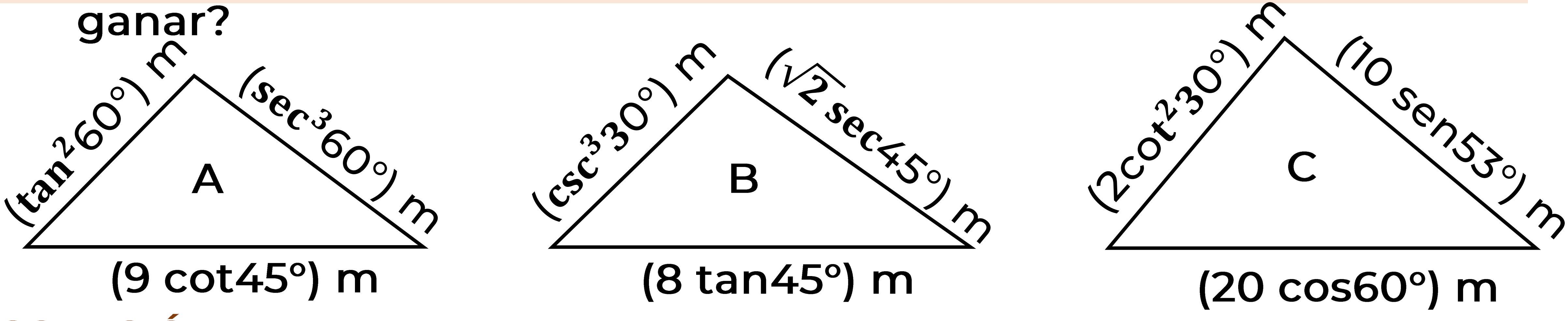
$$= (7.\sqrt{2}^2) \times (30.\frac{1}{2}) = (14) \times (15)$$

$$A2 = 210\ m^2$$

Finalmente:

∴ ***El terreno de San Borja tiene mayor área***

7) A Víctor, el jardinero de mi escuela, le han propuesto cercar tres terrenos en forma de triángulos; para lo cual le pagarán s/.10 por cada metro del perímetro triangular que ha trabajado. ¿Cuál de las opciones le conviene más y cuánto es lo máximo que podría ganar?



RESOLUCIÓN

Perímetro de A: $tan^2 60° + sec^3 60° + 9cot45° = \sqrt{3}^2 + 2^3 + 9(1) = 20$ ➡ S/200

Perímetro de B: $csc^3 30° + \sqrt{2}sec45° + 8tan45° = 2^3 + \sqrt{2}(\sqrt{2}) + 8(1) = 18$ ➡ S/180

Perímetro de C: $2cot^3 30° + 10sen53° + 20cos60° = 2\sqrt{3}^2 + 10.\frac{4}{5} + 20.\frac{1}{2} = 24$ ➡ $\boxed{\text{S/240}}$