ALGEBRA Chapters 1, 2, 3



Asesoría





PROBLEMA 1

Al evaluar Q(3) sabiendo que :

$$P(x) = 4x - 5$$

$$P(Q(x))=8x+3$$

el resultado indica el número de cuadernos que Martín necesita parainiciar sus clases.

¿Cuántos cuadernos necesitará?

Resolución:



Por dato, sabemos que:

$$P(x) = 4x - 5$$

Cambio de variable x por Q(x), es decir :

$$P(Q(x)) = 4Q(x) - 5$$

$$8x + 3 = 4Q(x) - 5$$

$$\frac{8x + 8}{4} = Q(x) \rightarrow Q(x) = 2x + 2$$

evaluando Q(3) en
$$Q(x) = 2x + 2$$

 $Q(3) = 2(3) + 2$

$$Q(3) = 8$$

∴ Necesitara 8 cuadernos

PROBLEMA 2

$$()=6^{m-3}+3^{m-n}+4^{2n-p}+p+q-1$$

Resolución: Del polinomio, tenemos:

$$M(x) = 6x^{m-3} + 3x^{m-n} + 4x^{2n-p} + x^{p+q-1}$$

$$m-3 = 0 \rightarrow m = 3$$

$$m-n = 1 \rightarrow n = 2$$

$$2n-p = 2 \rightarrow p = 2$$

$$p+q-1 = 3 \rightarrow q = 2$$

Calcular mnpq =(3)(2)(2)(2)

 \therefore mnpq = 24 Rpto

Los grados de sus términos deben estar ordenados desde cero hasta el mayor de ellos de forma consecutiva.



Problema 3 Del siguiente polinomio idéntico:

 $8x + 27 \equiv a(x + 4) + b(2x + 3)$; determine el valor de a + b.

Resolución

Para:
$$x = -4$$

$$8(-4) + 27 = a(-4+4) + b(2(-4) + 3)$$

$$-5 = b(-5)$$

$$1 = b$$
Para: $x = -3$

$$8(-3) + 27 = a(-3+4) + 1(2(-3) + 3)$$

$$3 = a(1) - 3$$

$$6 = a$$

$$\therefore a + b = 7$$

Rpta: 7

PROBLEMA 4

Si
$$a+b+c=10$$

 $a^2+b^2+c^2=55$

Obtenga el valor de

$$E = (a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

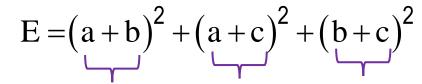


Desarrollo del Binomio al Cuadrado

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Trinomio al cuadrado

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$$



Desarrollando:

$$E = a^{2} + 2ab + b^{2} + a^{2} + 2ac + c^{2} + b^{2} + 2bc + c^{2}$$

$$E = a^{2} + b^{2} + c^{2} + 2(ab + ac + bc) + a^{2} + b^{2} + c^{2}$$

$$E = (a+b+c)^2 + a^2 + b^2 + c^2$$

Reemplazando:

$$E = (10)^2 + 55$$

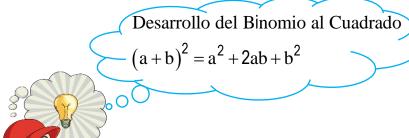
Rpta.

PROBLEMA 5

Si
$$p = \sqrt{3} + 1$$

 $q = \sqrt{3} - 1$
Efectúe $R = p^4 + q^4$

Resolución:



Por el dato
$$p = \sqrt{3} + 1$$
 y $q = \sqrt{3} - 1$
 $p + q = \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1$

$$\rightarrow p + q = 2\sqrt{3}$$

•
$$(p+q)^2 = (2\sqrt{3})^2$$

$$p^2 + 2pq + q^2 = 12$$

$$p^2 + q^2 = 8$$

•
$$(p^2 + q^2)^2 = (8)^2$$

$$p^4 + 2(p^2q^2) + q^4 = 64$$

$$p^4 + q^4 = 56$$
 Rpta.

$$pq = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 2$$

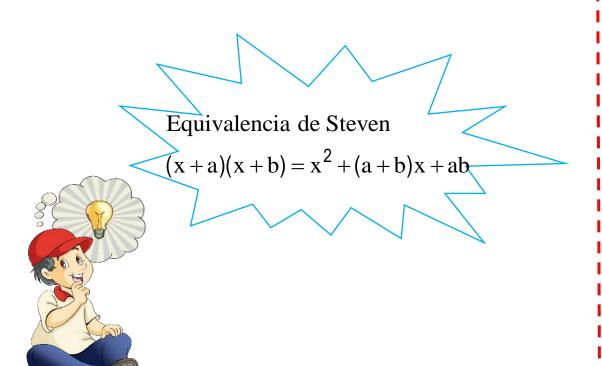
$$pq = 2 \rightarrow (pq)^2 = 2^2 = 4$$

PROBLEMA 6

Simplifique

$$M = (x-4)(x-7)(x+3)(x+6) - (x^2 - x - 27)^2$$

Resolución:



$$M = (x-4)(x-7)(x+3)(x+6) - (x^2 - x - 27)^2$$

$$M = (x-4)(x-7)(x+3)(x+6) - (x^2 - x - 27)^2$$

$$M = (x^2 - x - 12)(x^2 - x - 42) - (x^2 - x - 27)^2$$



Reemplazando

$$M = (m-12)(m-42) - (m-27)^{2}$$

$$M = m^2 - 54m + 504 - (m^2 - 54m + 729)$$

$$M = m^2 - 54m + 504 - m^2 + 54m - 729$$

$$\therefore$$
 M = -225 Rpta

PROBLEMA 7

Si
$$a = \sqrt{7} - \sqrt{3}$$

 $b = \sqrt{3} - 5$
 $c = 5 - \sqrt{7}$
Reduzca $M = \frac{\left(a^3 + b^3 + c^3\right)\left(a^2 + b^2 + c^2\right)}{6abc(ab + bc + ac)}$

Resolución:

$$a = \sqrt{7} - \sqrt{3}$$

$$b = \sqrt{3} - 5$$

$$c = 5 - \sqrt{7}$$

$$a + b + c = 0$$
Sumando
(+)



Si
$$a+b+c=0$$

 $\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
 $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab+bc+ac)$

$$M = \frac{\left(a^{3} + b^{3} + c^{3}\right)\left(a^{2} + b^{2} + c^{2}\right)}{6abc(ab + bc + ac)}$$

$$M = \frac{(3abe). - 2(ab + bc + ac)}{6abc(ab + bc + ac)}$$

$$M = \frac{-6}{6}$$

$$\therefore M = -1$$
 Rpta

PROBLEMA 8

Si
$$m+n+p=6$$

 $(m+n)(n+p)(m+p)=42$
Efectúe $H=m^3+n^3+p^3$

Resolución:

Recordar $(m+n+p)^3 = m^3 + n^3 + p^3 + 3(m+n)(n+p)(m+p)$



Por dato, sabemos que :

$$m + n + p = 6$$

Elevando al cubo

$$(m+n+p)^3 = (6)^3$$

$$m^3 + n^3 + p^3 + 3(m+n)(n+p)(m+p) = 216$$

Reemplazamos

$$m^3 + n^3 + p^3 + 3(42) = 216$$

$$m^3 + n^3 + p^3 = 216 - 126$$

$$\therefore m^3 + n^3 + p^3 = 90$$
 Rpta

Si
$$a = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

 $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $c = \sqrt{2} - \sqrt{5}$

Determine el valor de
$$N = \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$$

Resolución:

Sumando a, b y c

$$a+b+c=0$$

Homogeneizando en N

$$\mathbf{N} = \frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc}$$

$$\mathbf{N} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

Recordar las Identidades Condicionales

Si
$$a+b+c=0$$

Se cumple que: $a^3+b^3+c^3=3abc$
 $a^2+b^2+c^2=-2(ab+ac+bc)$

Aplicando Identidades Condicionales

$$N = \frac{3(abc)}{abc}$$

$$N = 3$$

Rpta: 3

PROBLEMA 10

Calcular

$$T = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)^2}$$

Resolución:

Aplicando la Identidad de Legendre en T

$$\mathbf{T} = \frac{\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{2} + \mathbf{1}\right)^2 + \left(\sqrt{2} - \mathbf{1}\right)^2}$$

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{Z}(\sqrt{5}^2 + \sqrt{3}^2)}{\mathbf{Z}(\sqrt{2}^2 + \mathbf{1}^2)}$$

$$T = \frac{8}{3}$$

Recordar las Identidades de Legendre

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

Rpta: $\frac{8}{3}$



GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!

El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información Albert Einstein