



# MATHEMATICAL REASONING

**Chapter 16, 17 & 18**

**3rd**  
OF SECONDARY

**FEED BACK**



 **SACO OLIVEROS**

# SERIES I

$$1+2+3+\dots+n=?$$



## PROBLEMA 1

$$11 + 18 + 25 + 32 + \dots + 214$$

Recordemos:

$$S.A. = \left( \frac{t_1 + t_n}{2} \right) n$$

## Resolución:

$$\begin{array}{ccccccc} & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & n^\circ \\ \textcircled{4} & 11 & + 18 & + 25 & + 32 & + \dots & + 214 \\ & \text{+7} & \text{+7} & \text{+7} & \text{+7} & & \end{array}$$

$$t_n = 7n + 4$$

$$214 = 7n + 4$$

$$210 = 7n$$

$$30 = n$$

$$S = \left( \frac{11 + 214}{2} \right) \overset{15}{\cancel{30}}$$

$$S = (225)15$$

$$S = 3375$$

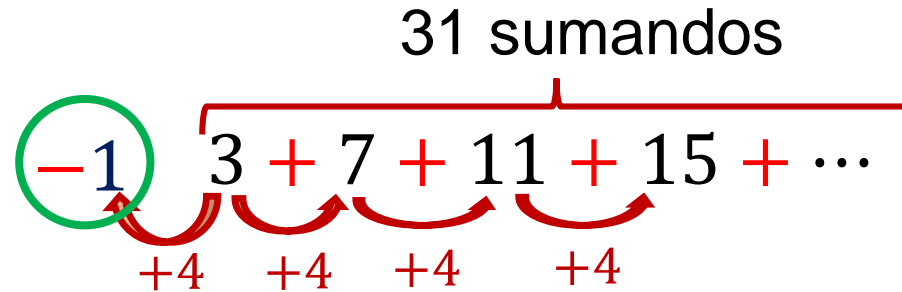
$$\therefore \underline{\underline{3375}}$$



## PROBLEMA 2

Sabrina comió chocolates durante todo el mes de diciembre; así el primer día comió 3 chocolates, el segundo día 7 chocolates, el tercer día 11 chocolates, el cuarto día 15 chocolates y así sucesivamente. ¿Cuántos chocolates comió Sabrina en el mes de diciembre?

## Resolución:



$$t_n = 4n - 1$$

$$t_{31} = 4(31) - 1$$

$$t_{31} = 123$$

$$S = \left( \frac{3 + 123}{2} \right) 31$$

$$S = (63)31$$

$$S = 1953$$

$$\therefore \underline{\underline{1953}}$$



## PROBLEMA 3

Calcule:

$$S = \underbrace{3^3 - 1 + 4^3 - 3 + 5^3 - 5 + 6^3 - 7 + \dots}_{20 \text{ términos}}$$

Resolución:

$$S = \underbrace{(3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 12^3)}_{10 \text{ términos}} - \underbrace{(1 + 3 + 5 + 7 + \dots)}_{10 \text{ términos}}$$

Recordemos:

$$S = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

$$S = \left( \frac{12(13)}{2} \right)^2 - \left( \frac{2(3)}{2} \right)^2 - (10)^2$$

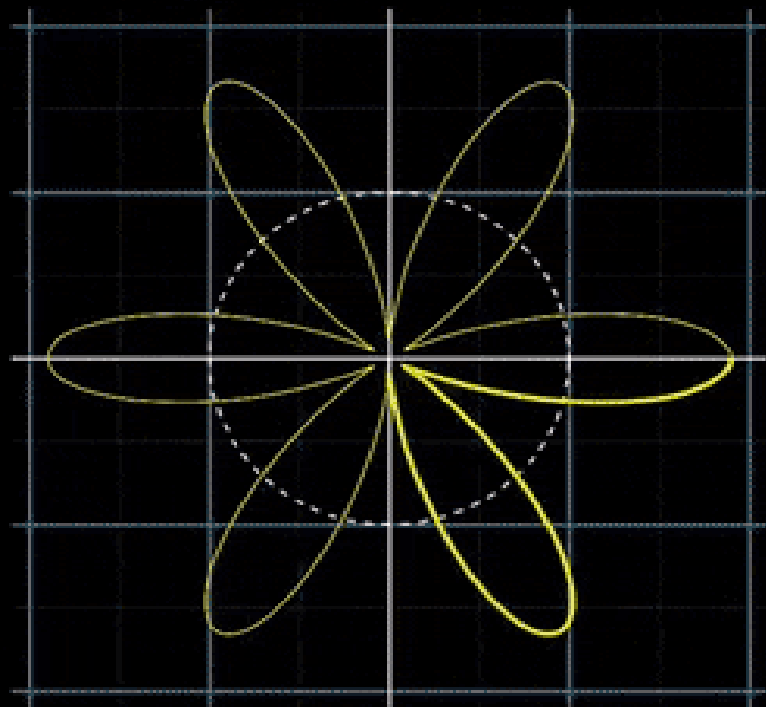
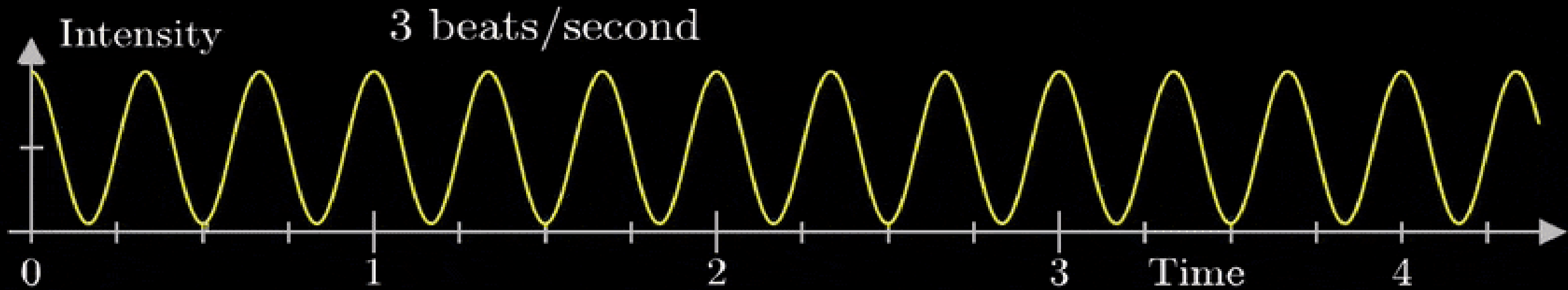
Recordemos:

$$S = n^2$$

$$S = 6084 - 9 - 100$$

$$S = 5975$$

$$\therefore \underline{\underline{5975}}$$



# SERIES II



## PROBLEMA 4

Calcule:

$$S = \underbrace{2 + 6 + 18 + 54 + \dots}_{80 \text{ términos}}$$

Recordemos:

$$S = \frac{t_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Resolución:

$$S = \overbrace{2 + 6 + 18 + 54 + \dots}^{80 \text{ términos}}$$

$\xrightarrow{\times 3}$      $\xrightarrow{\times 3}$      $\xrightarrow{\times 3}$

$$S = \frac{2(3^{80} - 1)}{3 - 1}$$

$$S = \frac{2(3^{80} - 1)}{2}$$

$$\therefore \underline{\underline{(3^{80} - 1)}}$$



## PROBLEMA 5

Calcule el valor de la serie

$$S = \frac{32}{81} + \frac{8}{27} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{3}{32} + \dots \infty$$

Hallando la razón geométrica:

$$q = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{6}} \longrightarrow q = \frac{6}{8} \longrightarrow q = \frac{3}{4}$$

Recordemos:

$$S_{\infty} = \frac{t_1}{1 - q}$$

## Resolución:

$$S = \frac{32}{81} + \frac{8}{27} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{3}{32} + \dots \infty$$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{32}{81}}{1 - \frac{3}{4}} \longrightarrow S_{\infty} = \frac{\frac{32}{81}}{\frac{1}{4}}$$

$$S_{\infty} = \frac{128}{81}$$

$$\therefore \underline{\underline{\frac{128}{81}}}$$





## PROBLEMA 6

Calcule:  $S = 2 + 6 + 12 + \dots + 650$

### Resolución:

Descomponiendo los números convenientemente.

$$S = 2 + 6 + 12 + 20 + \dots + 650$$

$$S = \overbrace{1 \times 2} + \overbrace{2 \times 3} + \overbrace{3 \times 4} + \overbrace{4 \times 5} + \dots + \overbrace{25 \times 26} \rightarrow n = 25$$

### Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

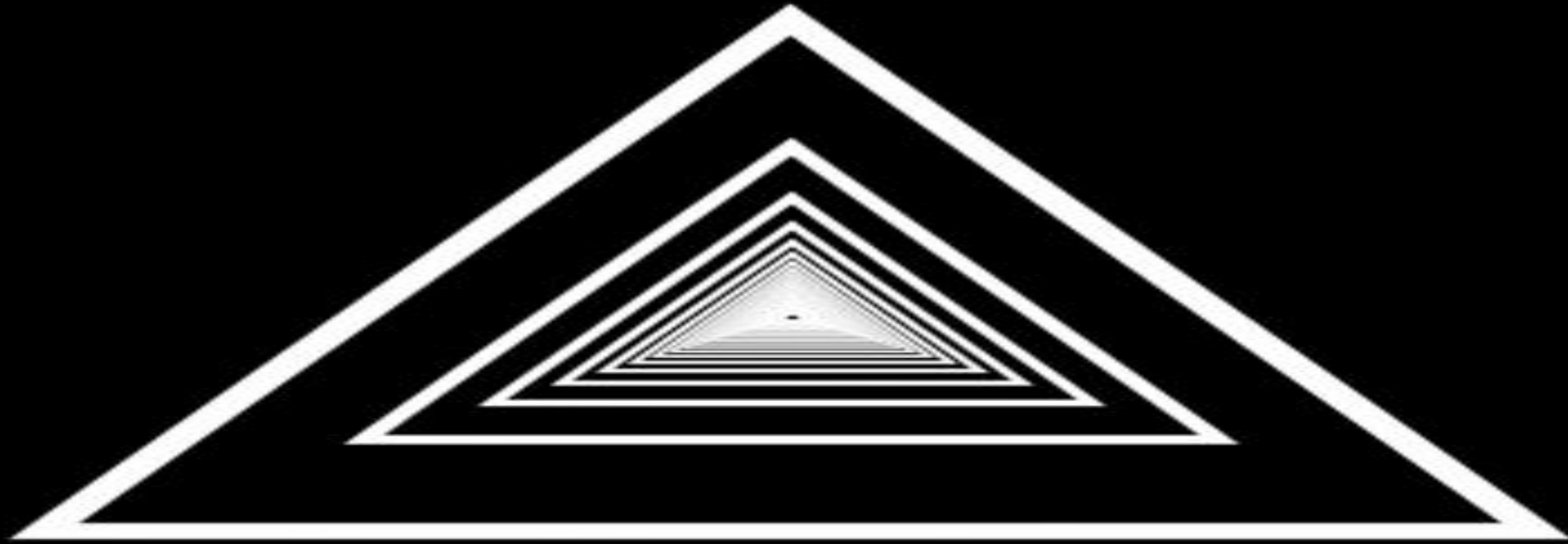
Remplazando:

$$S = \frac{25(26)\cancel{27}^9}{\cancel{3}} \rightarrow S = 650(9)$$

$$S = 5850$$

$$\therefore \underline{\underline{5850}}$$

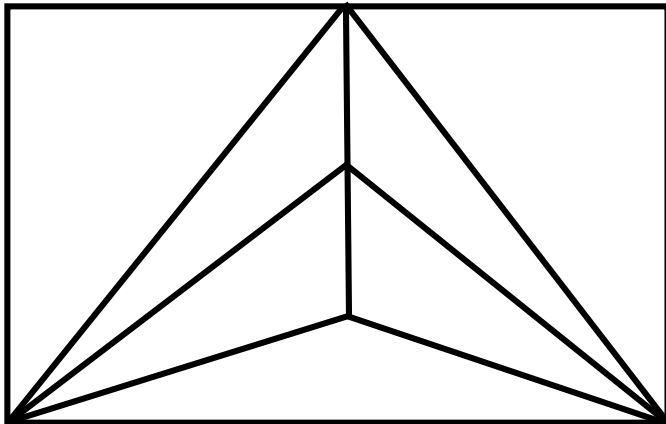
# CONTEO DE FIGURAS



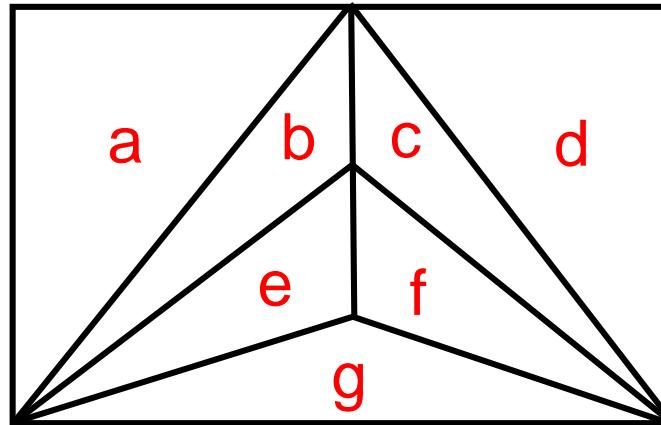


## PROBLEMA 7

Halle el número total de cuadriláteros en la siguiente figura:



## Resolución:



Piden:

$\square_s$  de 2: **ab, bc, cd**  
**ef, eg, fg**  $\longrightarrow$  6

$\square_s$  de 3: **abe, cdf**  
**beg, cfg**  $\longrightarrow$  4

$\square_s$  de 4: **bcef**  
**befg, cefg**  $\longrightarrow$  3

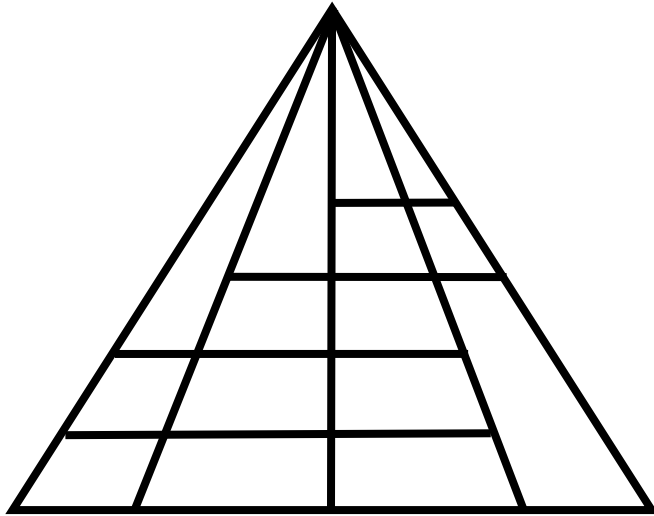
$\square_s$  de 6: **abcefg, bcdefg**  $\longrightarrow$  2

$\square_s$  de 7: **abcdefg**  $\longrightarrow$  1

$\therefore$  TOTAL 16

## PROBLEMA 8

¿Cuántos triángulos hay en total?



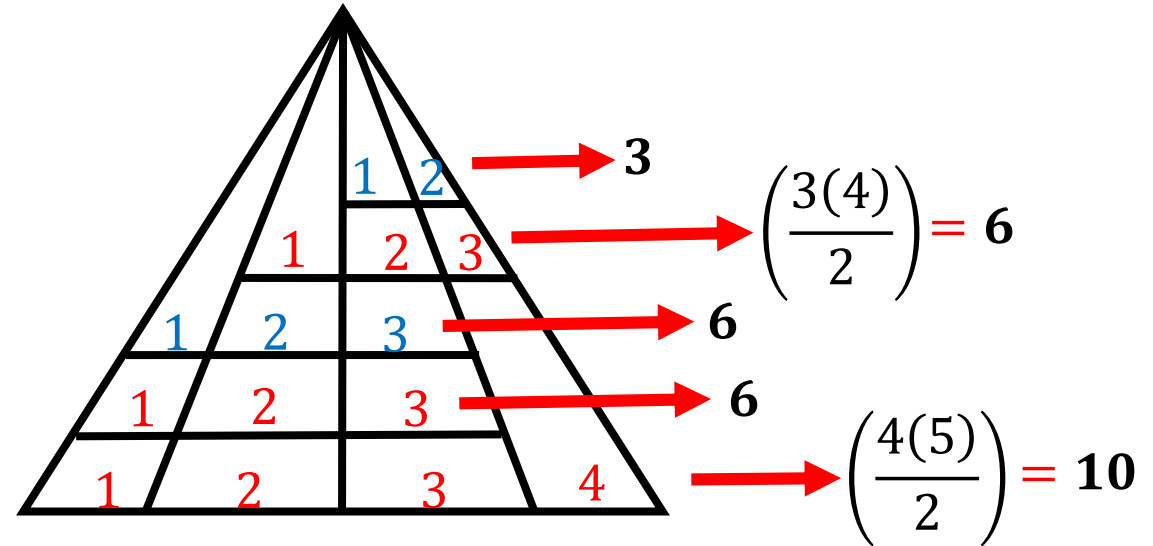
Recordemos:

Número de triángulos:

$$\left( \frac{n(n+1)}{2} \right)$$

$n$  = número de espacios

## Resolución:



Total triángulos:

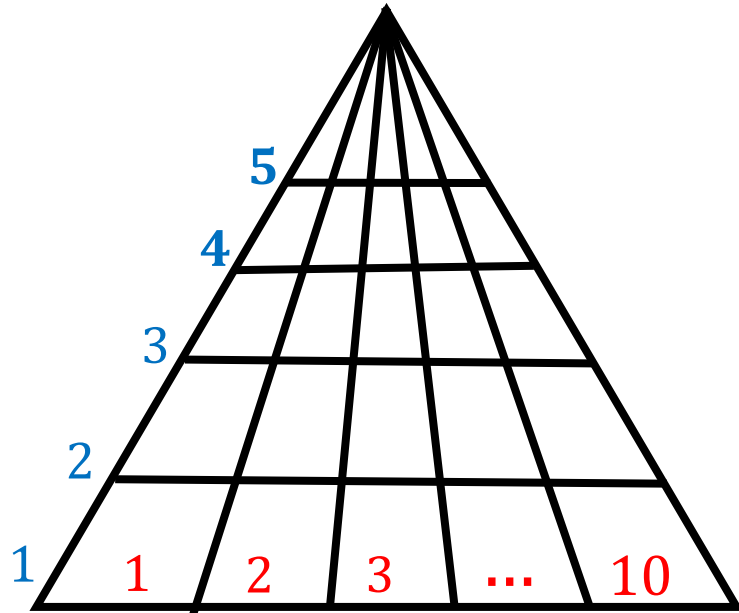
$$3+6+6+6+10=31$$

∴ Total : 31

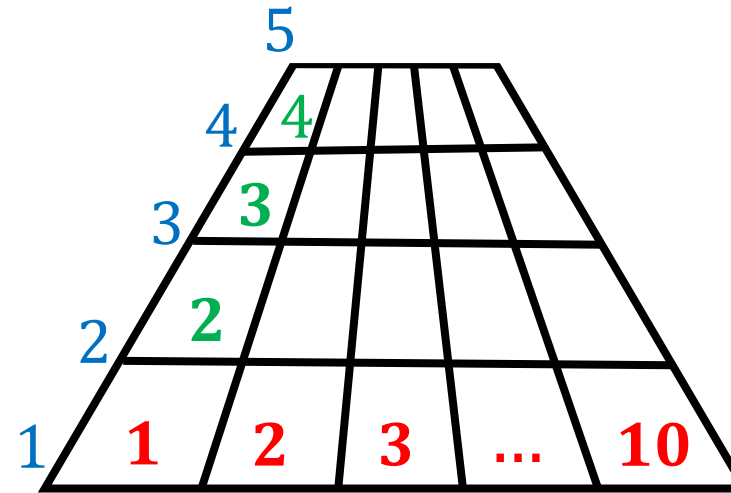


## PROBLEMA 9

Calcule la diferencia entre el número de cuadriláteros y triángulos.



## Resolución:



Total triángulos:

$$\left( \frac{10(11)}{2} \right) 5$$

$$(55)5 = 275$$

Total cuadriláteros:

verticales: horizontales:

$$\frac{10(11)}{2} \times \frac{4(5)}{2}$$

$$55 \times 10 = 550$$

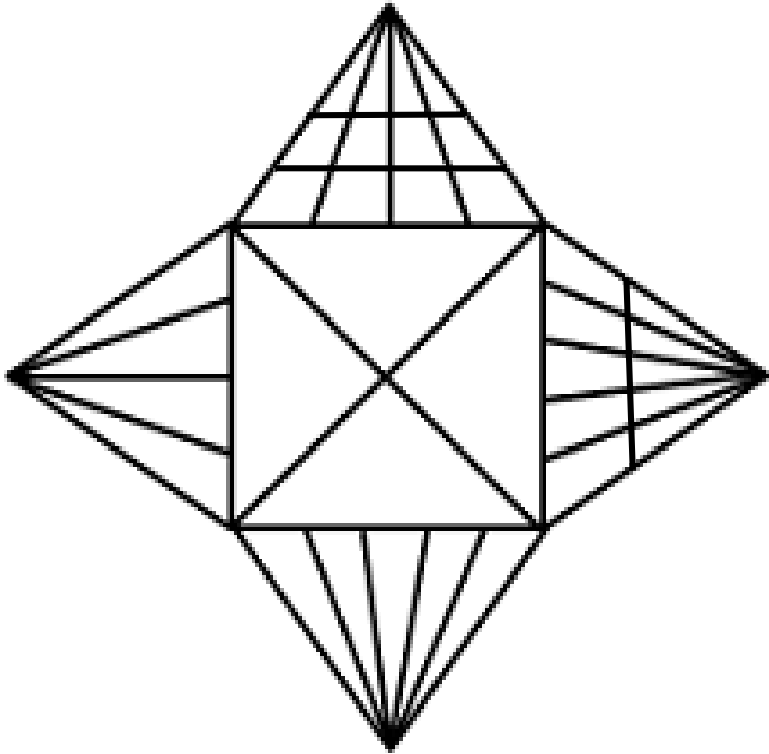
$$\text{Piden: } 550 - 275 = 275$$

$$\therefore \underline{\underline{275}}$$

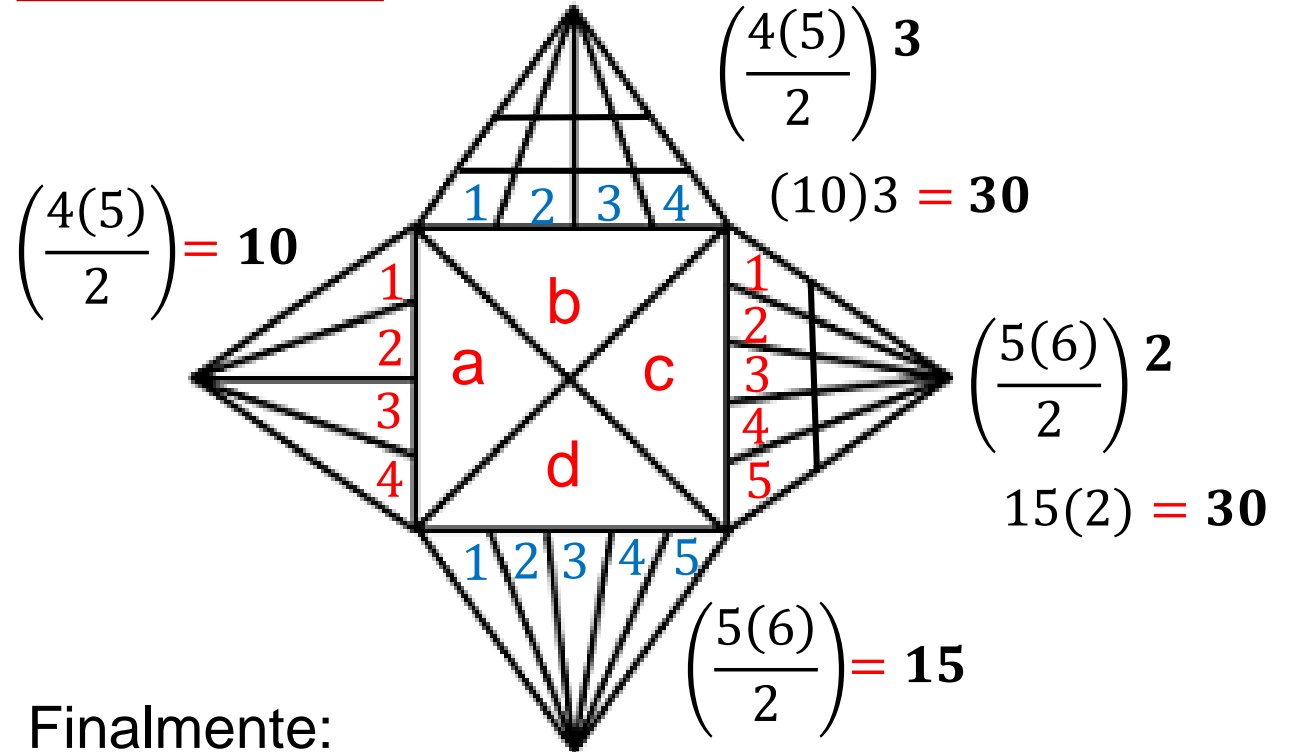


## PROBLEMA 10

¿Cuántos triángulos hay en total?



## Resolución:



Finalmente:

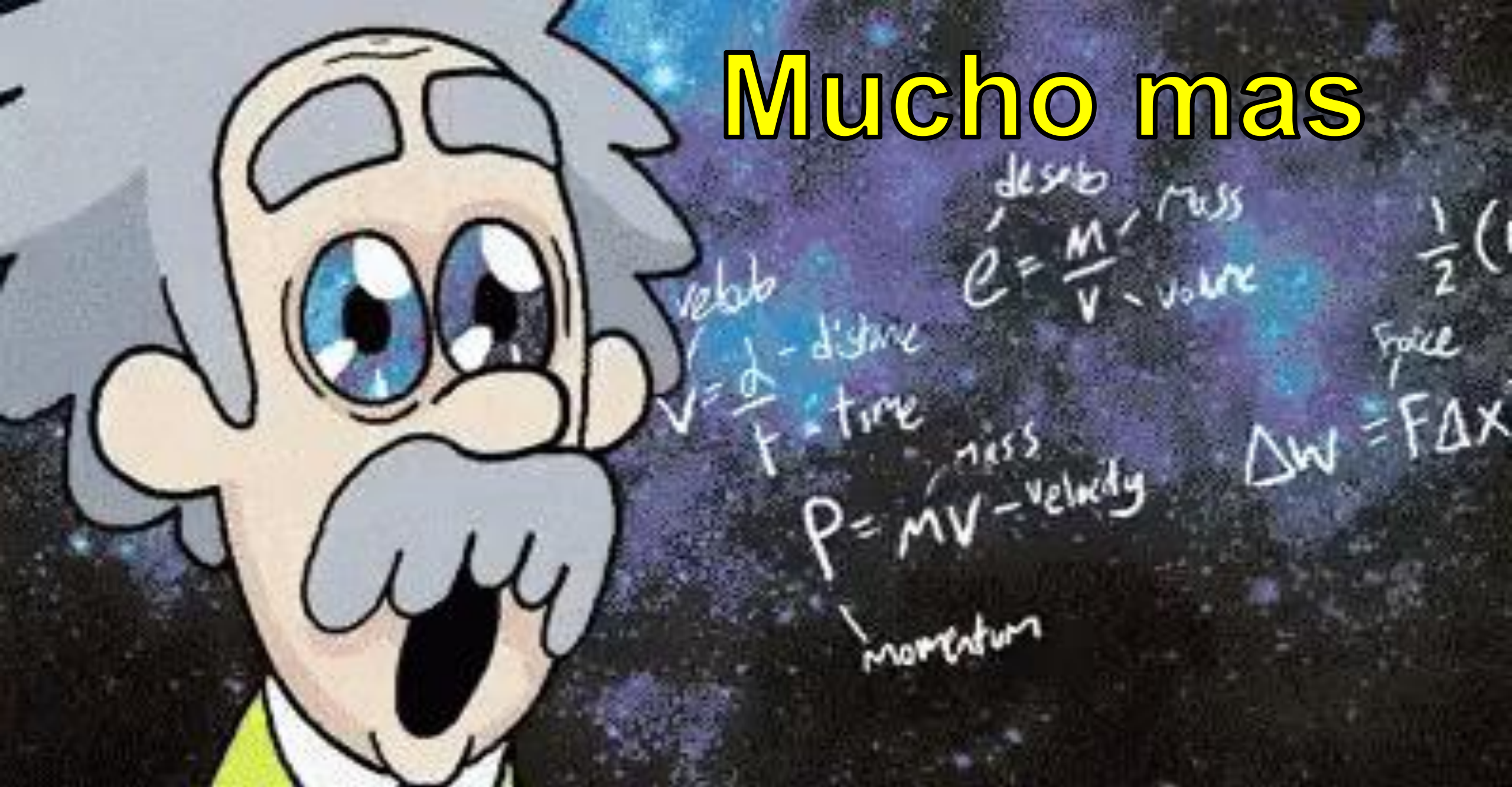
$$a, b, c, d \longrightarrow 4$$

$$ab, bc, cd, ad \longrightarrow 4$$

$$\therefore \text{Total triángulos: } +30 + 15 + 10 + 8 = \underline{\underline{93}}$$



# Mucho mas





## PROBLEMA 11

Halle el valor de la siguiente serie:

$$S = \underbrace{4 + 14 + 36 + 76 + 140 + \dots}_{20 \text{ términos}}$$

### Resolución:

Dándole forma convenientemente:

$$4 \longrightarrow 1^3 + 3$$

$$14 \longrightarrow 2^3 + 6$$

$$36 \longrightarrow 3^3 + 9$$

$$76 \longrightarrow 4^3 + 12$$

$$140 \longrightarrow 5^3 + 15$$

$$tn = n^3 + 3n$$

$$S_n = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2 + 3 \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{20} = \left( \frac{\overset{10}{\cancel{20}}(21)}{\cancel{2}} \right)^2 + 3 \frac{20(21)}{2}$$

$$S_{20} = (210)^2 + 3(210)$$

$$S_{20} = 44100 + 630$$

$$S_{20} = 44730$$

$$\therefore \underline{\underline{44730}}$$





## PROBLEMA 12

Calcule la suma total del siguiente arreglo:

$$\begin{array}{r}
 \swarrow 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 40 \\
 4 + 6 + 8 + \dots + 40 \\
 6 + 8 + \dots + 40 \\
 \vdots \\
 38 + 40 \\
 40
 \end{array}$$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

## Resolución:

Piden la suma total del arreglo.

$$S = 1(2) + 2(4) + 3(6) + 4(8) + \dots + 20(40)$$

$$S = 1(1 \cdot 2) + 2(2 \cdot 2) + 3(3 \cdot 2) + 4(4 \cdot 2) \dots + 20(20 \cdot 2)$$

$$S = 1^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 2 + \dots + 20^2 \cdot 2$$

$$S = 2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20^2)$$

$$S = 2 \left( \frac{\overset{10}{\cancel{20}} \overset{7}{\cancel{21}} (41)}{\cancel{6}_2} \right)$$

$$S = 2(2870)$$

$$\therefore S = \underline{\underline{5740}}$$



## PROBLEMA 13

Si a los términos de la serie:  $S = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots$

Se le agrega 1; 2; 3; 4; ... respectivamente, de tal manera que la suma de la nueva serie sea igual a 1830. ¿Cuántos términos tiene la serie original?

### Resolución:

De los datos:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & n^\circ \\
 S & = & 2 & + & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \dots \\
 S & = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & \dots
 \end{array}
 \quad \downarrow +$$


---


$$S = 3 + 7 + 11 + 15 + \dots$$
  

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & n^\circ \\
 S & = & 3 & + & 7 & + & 11 & + & 15 & + & \dots & + (4n - 1)
 \end{array}$$

$\underbrace{\quad\quad}_{+4} \quad \underbrace{\quad\quad}_{+4} \quad \underbrace{\quad\quad}_{+4}$

$$\left( \frac{3 + 4n - 1}{2} \right) n = 1830$$

$$\left( \frac{4n + 2}{2} \right) n = 1830$$

$$(2n + 1)n = 1830$$

$$2n^2 + n = 1830$$

$$n = \underline{\underline{30}}$$