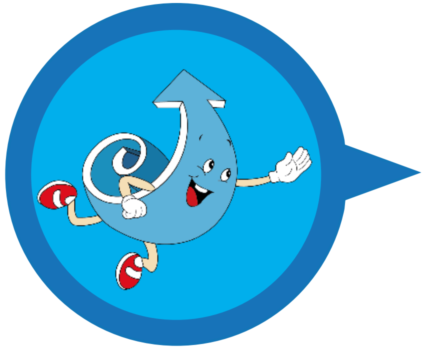
ALGEBRA

Chapter 05

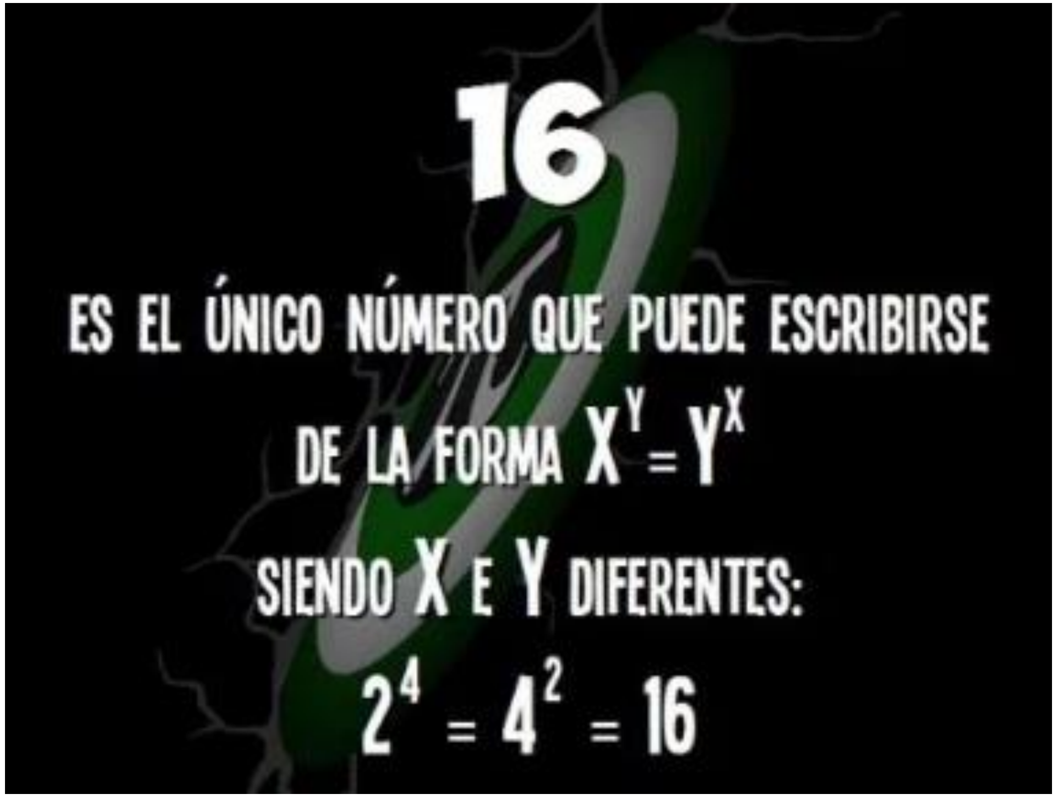
3rd
SECONDARY

Grado de un polinomio

SACO OLIVEROS



Sabías que ……


16
ES EL ÚNICO NÚMERO QUE PUEDE ESCRIBIRSE
DE LA FORMA $X^Y = Y^X$
SIENDO X E Y DIFERENTES:
$2^4 = 4^2 = 16$

GRADO DE UN POLINOMIO

Es la característica de una expresión algebraica racional entera (polinomio) el cual viene dado por los exponentes que afectan a sus variables.

I PARA UN MONOMIO:

$$M(x;y;z)=3x^{2}y^{5}z^{4}$$

1. Grado Relativo (GR):

Es el exponente de la variable indicada.

$GR(x)=2$

$GR(y)=5$

$GR(z)=4$

2. Grado Absoluto (GA):

Es la suma de exponentes de las variables indicadas.

G.A= $2+5+4=11$

II PARA UN POLINOMIO DE 2 O MÁS TÉRMINOS:

1. Grado Relativo (GR):

Es el mayor exponente de la variable indicada.

$$P(x;y) = 3m^4x^8y^5 - 7x^5y^9 + 4x^{12}y^4z^6$$

$$GR(x) = 12$$

$$GR(y) = 9$$

2. Grado Absoluto (GA):

Es la mayor suma de exponentes de las variables indicadas, obtenida en uno de sus términos.

$$P(x;y) = \underbrace{3m^4x^8y^5}_{13} \underbrace{-7x^5y^9}_{14} \underbrace{+4x^{12}y^4z^6}_{16}$$

$$GA = 16$$

III PROPIEDADES DE LOS GRADOS EN OPERACIONES ALGEBRAICAS:

1. Adición y Sustracción:

Dado dos polinomios P y Q, donde:

Grado(P) = m (mayor)

m > n

Grado(Q) = n (menor)

Grado(P + Q) = m

Grado(P - Q) = m

Ejm.:

Dado dos polinomios:

$P(x) = 2x^4 - 5x^{12} + 3 \rightarrow GA = 12$

$Q(x) = 4x^9 + 9x^4 - 8 \rightarrow GA = 9$

Grado(P + Q) = 12

Grado(P - Q) = 12

2. Multiplicación y División:

Dado dos polinomios P y Q, donde:.

Grado(P) = m

Grado(Q) = n

Grado(P . Q) = m + n

Grado(P÷Q) = m − n , Donde: m ≥ n

Ejm.:

Dado dos polinomios:

$P(x) = 2x^4 - 5x^{19} + 3 \rightarrow GA = 19$

$Q(x) = 4x^{12} + 9x^4 - 8 \rightarrow GA = 12$

Grado(P.Q) = $19 + 12 = 31$

Grado(P÷Q) = $19 - 12 = 7$

3. Potenciación y Radicación:

Dado el polinomio P y n un número natural.

Grado(P) = m

Grado(P^n) = m . n

Grado($\sqrt[n]{P}$) = m ÷ n , Donde: n ≥ 2

Ejm.:

Dado el polinomio:

$$P(x) = 2x^4 - 5x^{24} + 3 \rightarrow GA = 24$$

Grado(P^3) = $24 \cdot 3 = 72$

Grado($\sqrt[4]{P}$) = $24 \div 4 = 6$

Problema 1

Se tiene el monomio:

$$M(x,y) = 7x^{2a-4}y^{b-3}z^{4+b}$$

de $GR(x) = 4$ y $GR(y) = 2$.

Calcule $a + b$.

Resolución:

$$M(x,y) = 7x^{2a-4}y^{b-3}z^{4+b}$$

- *Evaluamos el exponente de x:*

Por dato: $GR(x) = 4$

Además: $GR(x) = 2a - 4$

$2a - 4 = 4$

$\boxed{a = 4}$

- *Evaluamos el exponente de y:*

Por dato: $GR(y) = 2$

Además: $GR(y) = b - 3$

$b - 3 = 2$

$\boxed{b = 5}$

Respuesta $\therefore\ a + b = 9$

Problema 2

Sea $GR(x) = 10$ y $GR(y) = 8$,

además

$$M(x,y) = (a+b)x^{a+2}y^{b-2}$$

Indique su coeficiente.

Resolución:

$$M(x,y) = (a+b)x^{a+2}y^{b-2}$$

- *Evaluamos el exponente de x*:

$$\left.\begin{array}{l} \textit{Por dato}: \quad GR(x) = 10 \\ \textit{Además}: \quad GR(x) = a+2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} a+2=10 \\ \boxed{a=8} \end{array}$$

- *Evaluamos el exponente de y*:

$$\left.\begin{array}{l} \textit{Por dato}: \quad GR(y) = 8 \\ \textit{Además}: \quad GR(y) = b-2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} b-2=8 \\ \boxed{b=10} \end{array}$$

Calculando el coeficiente:

$$Coef[M(x,y)] = a+b \Rightarrow \boxed{Respuesta = 18}$$

Problema 3

Si $GR(x) = 12$ y $GR(y) = 9$, además

$$P(x,y) = 4x^{a+6}y^{b+2} + 2x^{a+7}y^{b+5} + 3x^{a+4}y^{b+1}$$

determine el grado absoluto.

Resolución:

$$P(x,y) = \overbrace{4x^{a+6}y^{b+2}}^{\boxed{a+b+8}} + \overbrace{2x^{a+7}y^{b+5}}^{\boxed{a+b+12}} + \overbrace{3x^{a+4}y^{b+1}}^{\boxed{a+b+5}}$$

- *Evaluamos los exponentes de x:*

Por dato: $GR(x) = 12$

Además: $GR(x) = a + 7$

$$a + 7 = 12$$
$$\boxed{a = 5}$$

- *Evaluamos los exponentes de y:*

Por dato: $GR(y) = 9$

Además: $GR(y) = b + 5$

$$b + 5 = 9$$
$$\boxed{b = 4}$$

Calculando el grado absoluto:

$$GA = \underbrace{a}_{5} + \underbrace{b}_{4} + 12$$

Respuesta= 21

Problema 4

Dado el polinomio $P(x,y) = 2mx^{m+1}y^{n+2} + 2nx^{m+3}y^{n+3} + 3x^{m-1}y^{n+3}$

De grado absoluto igual a 10. Calcule la suma de sus coeficientes.

Resolución:

$$P(x;y) = \underbrace{2mx^{m+1}y^{n+2}}_{\boxed{m+n+3}} + \underbrace{2nx^{m+3}y^{n+3}}_{\boxed{m+n+6}} + \underbrace{3x^{m-1}y^{n+3}}_{\boxed{m+n+2}}$$

Por dato: $GA = 10$

Además: $GA = m+n+6$

$$m+n+6 = 10$$

$$\boxed{m+n=4}$$

Calculando la suma de coeficientes:

$$\sum Coef = 2m + 2n + 3$$

$$\sum Coef = 2\underbrace{(m+n)} + 3$$

$$\sum Coef = 2(4) + 3$$

$$\boxed{\therefore \sum Coef = 11}$$

Problema 5

Si el polinomio

$$P(x) = (a-3)x^4 + (b-2)x^3 + ax^2 + bx + 7$$

es de segundo grado, la suma de sus coeficientes aumentada en 8 representa la mesada de Luis. ¿Cuál es la mesada de Luis?

Resolución:

$$P(x) = \overbrace{(a-3)}^{\boxed{0}}x^4 + \overbrace{(b-2)}^{\boxed{0}}x^3 + ax^2 + bx + 7$$

Por dato sabemos que: $GA[P(x)] = 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-3=0 \longrightarrow \boxed{a=3} \\ b-2=0 \longrightarrow \boxed{b=2} \end{cases}$$

$$P(x) = ax^2 + bx + 7$$

$$P(x) = \underline{3}x^2 + \underline{2}x + \underline{7}$$

$$\Rightarrow \sum Coef[P(x)] = 3+2+7 = 12$$

$\therefore$ *La mesada de Luis es*: $12 + 8 = 20$

Problema 6

Tito participa en una lotería cuyo premio esta representado por 12(mn), si al desarrollar el monomio $H(x;\ y) = 6(m-1)x^{n+3}y^{3m}$, sabiendo que el GA es 15 y el GRy es igual al coeficiente, se puede encontrar los valores de m y n, halle el valor (en soles) del premio que gano Tito al jugar la lotería.

Resolución:

$$H(x;\ y) = 6(m-1)x^{n+3}y^{3m}$$

[1] $n+3+3m=15$

$n+3m=12$

[2] $6(m-1)=3m$

$6m-6=3m$

$3m=6$

$m=2$

remplazando en [1] $\left\{ \begin{array}{l} n+3(2)= 12 \\ n=6 \end{array} \right.$

piden: 12(mn)

$12(2.6)= 144$

$\therefore$ ***Respuesta = 144***

Problema 7

Martin le pregunta a Teresa cuantas iglesias visito en su viaje a Ayacucho, a lo que ella le responde, que el grado absoluto del polinomio homogéneo $P(x;y) = 5x^{a+b}y^{b} + x^{a+6}y^{b+4}$, donde GRX es menor que GRY en dos unidades representa la cantidad de iglesias que visite en mi viaje , si en total hay 37 iglesias en Ayacucho, ¿Cuántas iglesias no visito Teresa en su viaje?

Resolución:

$$P(x;y) = 5x^{a+b}y^{b} + x^{a+6}y^{b+4}$$

[1] $a+b+b=a+6+b+4$

$a+2b=a+b+10$

$b=10$

[2] $a+10+2=b+4$

$a+12=b+4$

$a=14-12$

$a=2$

Iglesias que visitó $\left\{ \begin{array}{l} a+b+b=2+10+10 \\ a+b+b=22 \end{array} \right.$

piden: $37-22=15$

$\therefore$ **Respuesta: 15**