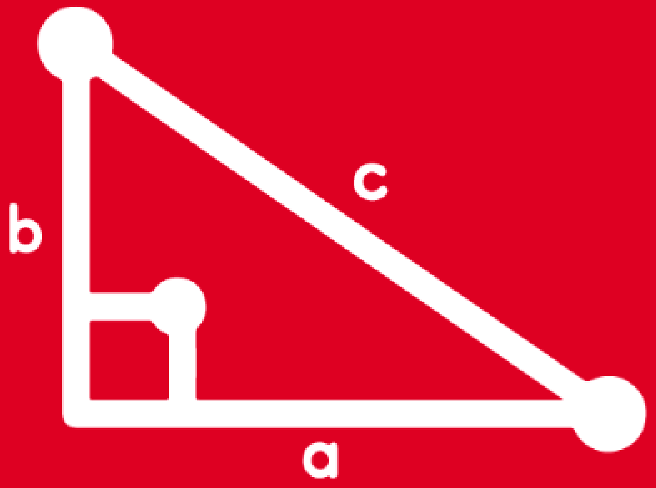
TRIGONOMETRY

Chapter 06



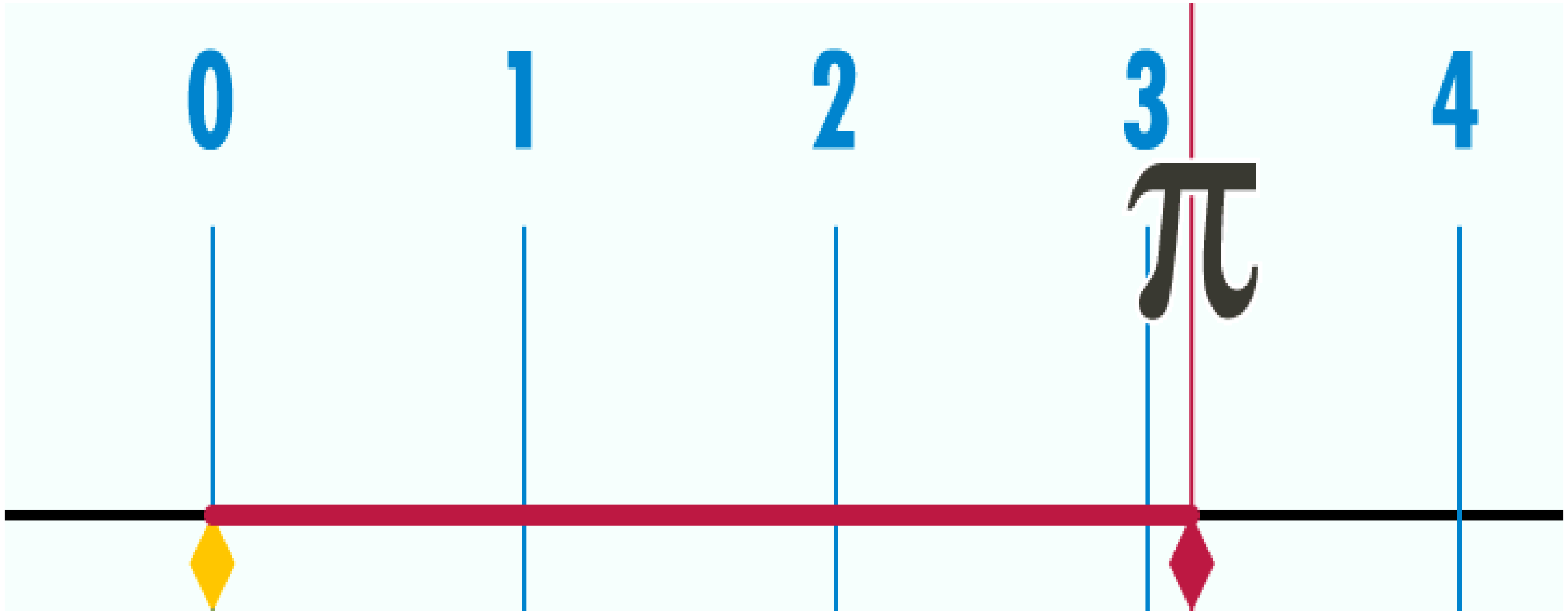
5th
SECONDARY

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL I

SACO OLIVEROS

CURIOSIDADES EN LA MATEMÁTICA

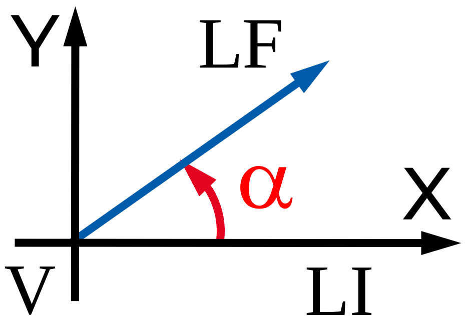
El numero $\pi(pi) = 3.14159\ldots.$



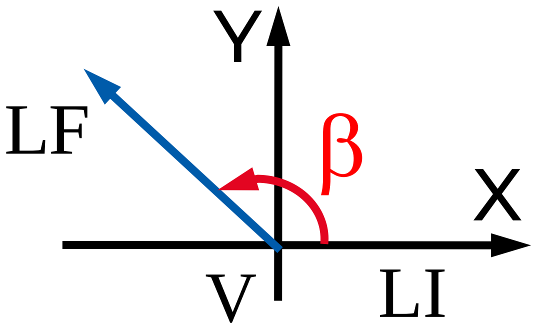
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Es aquel ángulo trigonométrico cuyo vértice (V) está en el origen de coordenadas cartesianas , su lado inicial (LI) coincide con el semieje positivo de las abscisas, y su lado final (LF) nos indica el cuadrante o semieje al cual pertenece el ángulo.

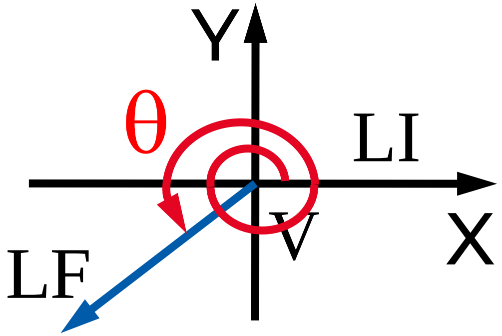
Ejemplos :



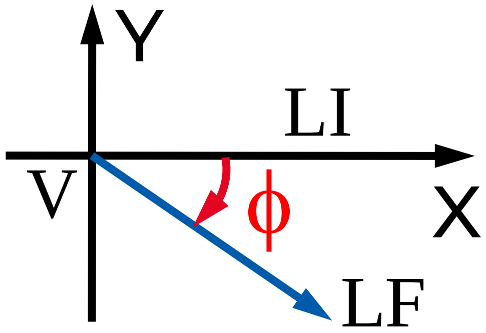
$\alpha \in IC$



$\beta \in IIC$

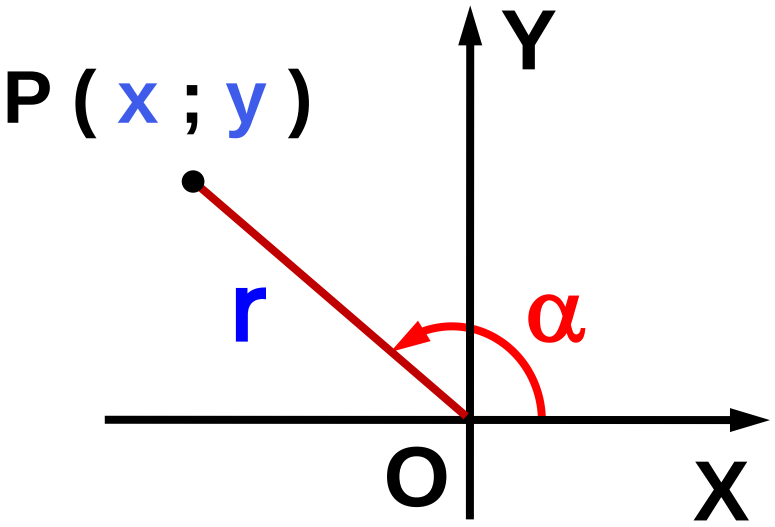


$\theta \in IIIC$



$\phi \in IVC$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad ; r > 0$$

y : Ordenada del punto P

x : Abscisa del punto P

r : Radio vector

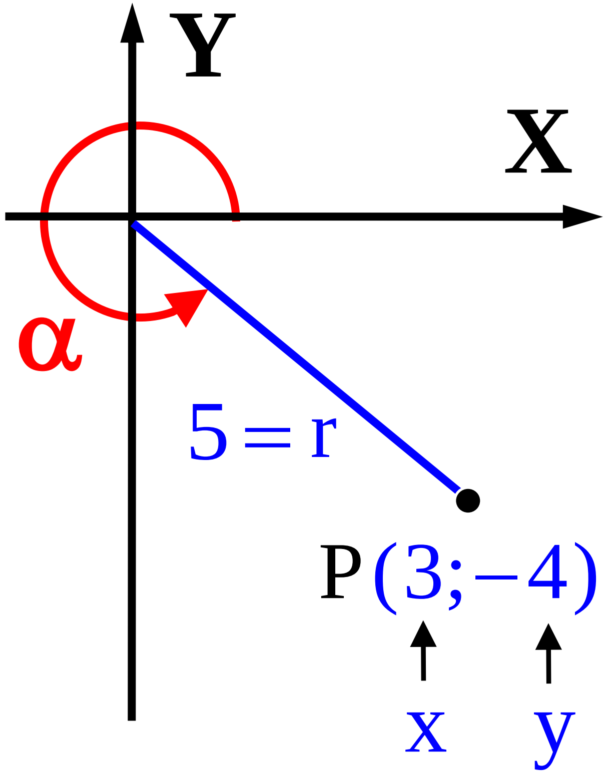
Definiciones :

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{r}{y}$

HELICO - PRACTICE 1

El lado terminal de un ángulo α en posición estándar pasa por el punto P(3 ; -4) .- Calcule E = secα – tanα .

RESOLUCIÓN



$$\boxed{r=\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$r=\sqrt{(3)^2+(-4)^2} \Rightarrow r=5$$

Calculamos E :

secα	tanα
$\frac{r}{x}$	$\frac{y}{x}$

$$E=\sec\alpha-\tan\alpha$$

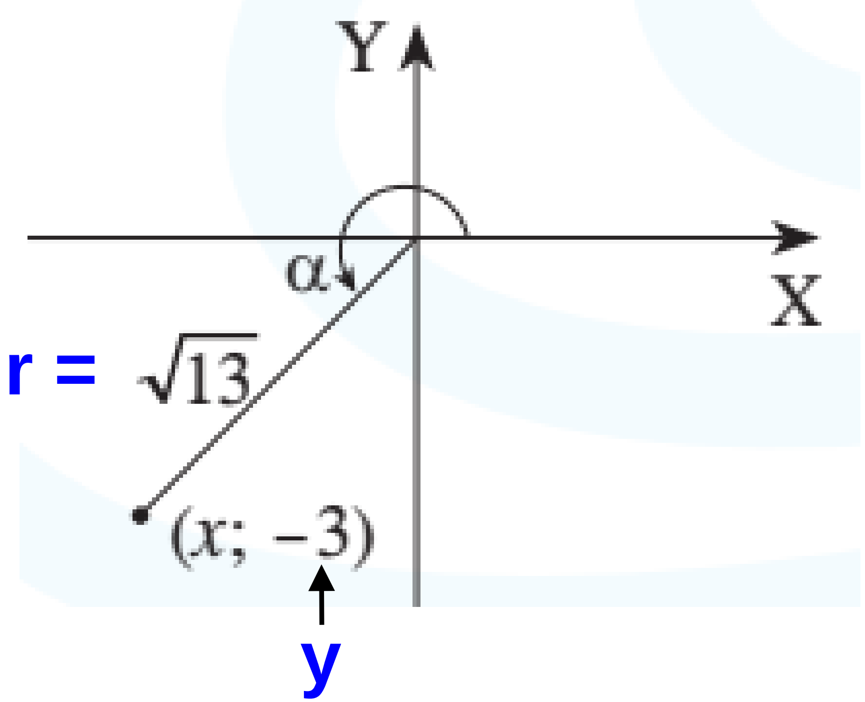
$$E=\frac{5}{3}-\frac{-4}{3}=\frac{9}{3}$$

$\therefore$ **E = 3**

HELICO - PRACTICE 2

Del gráfico mostrado, calcule :

$P = \sqrt{13}\ \text{sen}\alpha - 6\ \tan\alpha$



RESOLUCIÓN

Recordar : $x^2 + y^2 = r^2$

$x^2 + (-3)^2 = \sqrt{13}^2$

$x^2 + 9 = 13$

$x^2 = 4$

$x = -2$

Calculamos P:

senα	tanα
$\frac{y}{r}$	$\frac{y}{x}$

$P = \sqrt{13}\ \text{sen}\alpha - 6\ \tan\alpha$

$P = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{-3}{\cancel{\sqrt{13}}}\right) - 6\left(\frac{-3}{-2}\right)$

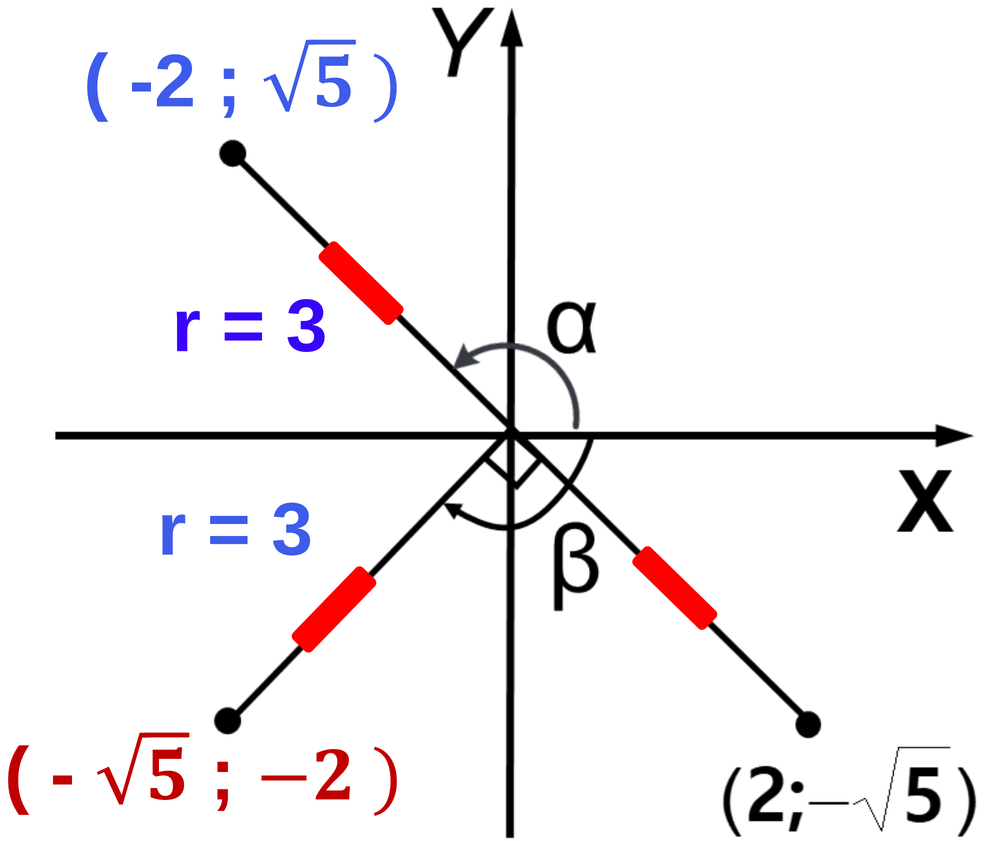
$P = -3 - 9$

$\therefore\ P = -12$

HELICO - PRACTICE 3

Del gráfico, calcule :

$E = \sec\alpha + \tan^2\beta$



RESOLUCIÓN

Recordar : $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = \sqrt{(-2)^2 + \sqrt{5}^2}$

$r = 3$

Calculamos E :

$E = \sec\alpha + \tan^2\beta$

$\sec\alpha$	$\tan\beta$
$\frac{r}{x}$	$\frac{y}{x}$

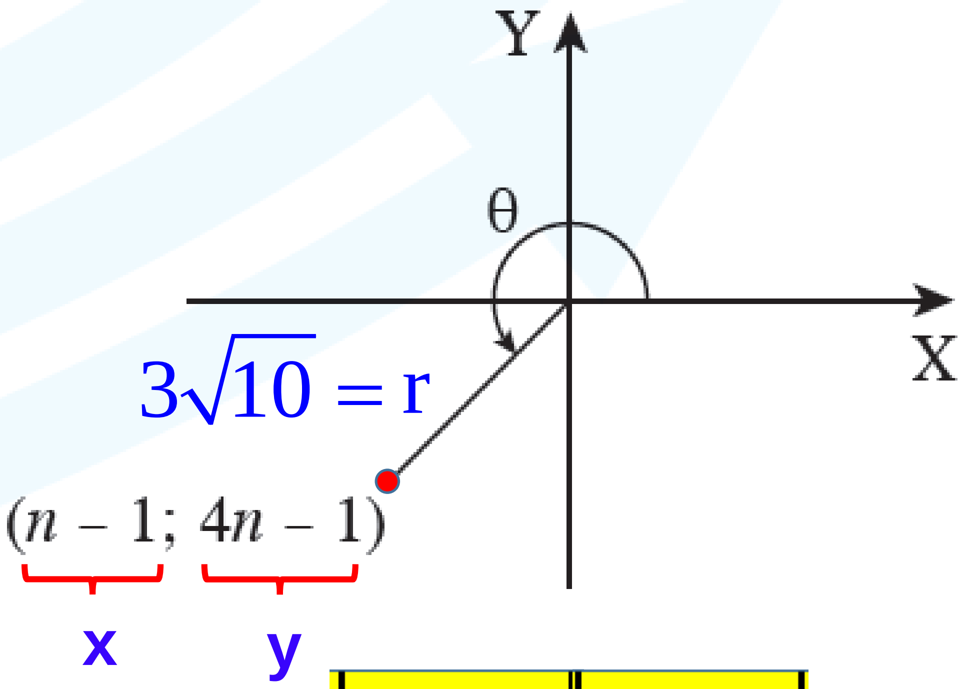
$E = \frac{3}{-2} + \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)^2$

$E = -\frac{3}{2} + \frac{4}{5} = \frac{-15+8}{10}$

$\therefore\ E = -\frac{7}{10}$

HELICO - PRACTICE 4

Del gráfico, si $\tan\theta = 3$; efectúe : $M = \sqrt{10}\cos\theta - n$



Recordar :	$\tan\theta$	$\cos\theta$
	$\frac{y}{x}$	$\frac{x}{r}$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

RESOLUCIÓN

Dato : $\tan\theta = 3$

$\frac{4n-1}{n-1} = 3$

$3n - 3 = 4n - 1$

$n = -2$

$x = -2 - 1 = -3$

$y = 4(-2) - 1 = -9$

$r = \sqrt{(-3)^2 + (-9)^2}$

$r = 3\sqrt{10}$

Calculamos M :

$M = \sqrt{10}\cos\theta - n$

$M = \cancel{\sqrt{10}}\left(\frac{-3}{3\cancel{\sqrt{10}}}\right) - (-2) = -1 + 2$

$\therefore\ M = 1$

HELICO - PRACTICE 5

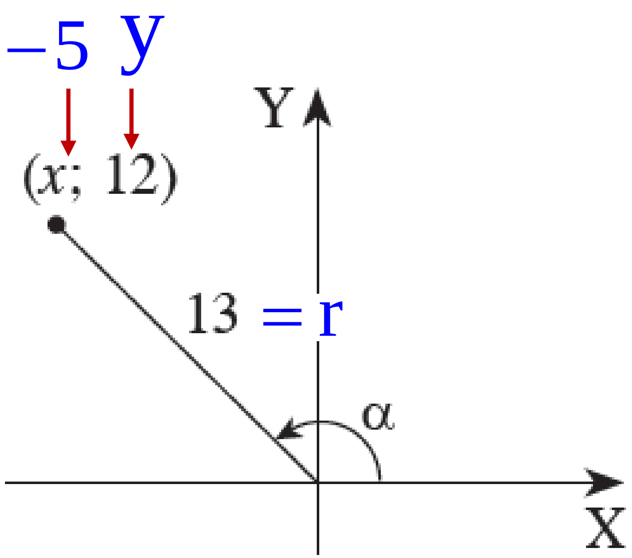
Lucas ha rendido sus exámenes de Trigonometría, Geometría y Álgebra obteniendo las notas A, B y C, respectivamente.- Si los valores de A, B y C se obtienen resolviendo los siguientes ejercicios… ¿En cuál de los cursos obtuvo la mejor calificación?

A = 13 senα + 5

B = 11 – 13 cosα

C = 5 – 24 cotα

senα	cosα	cotα
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{x}{y}$



RESOLUCIÓN

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + (12)^2 = (13)^2$$

$$x^2 + 144 = 169$$

$$x^2 = 25$$

$$x = -5$$

Luego :

- $A = 13\left(\frac{12}{13}\right) + 5 \Rightarrow A = 17$
- $B = 11 - 13\left(\frac{-5}{13}\right) \Rightarrow B = 16$
- $C = 5 - 24\left(\frac{-5}{12}\right) \Rightarrow C = 15$

$\therefore$ **Lucas obtuvo mejor calificación en Trigonometría**

HELICO - PRACTICE 6

Si el lado final de un ángulo α en posición normal pasa por el punto de intersección de las rectas

$L_1 : 3x + y + 8 = 0$

$L_2 : 5x - 2y - 5 = 0$

Efectúe $W = \sqrt{26}\,(\,sen\alpha + cos\alpha\,)$

RESOLUCIÓN

$$P(\,x\,;y\,) = L_1 \cap L_2 \Rightarrow \begin{cases} (\,3x + y + 8 = 0\,)(\,2\,) \\ 5x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

Luego:

$$\begin{array}{l} 6x + 2\cancel{y} + 16 = 0 \\ 5x - \cancel{2y} - 5 \;\; = \;\; 0 \quad + \\ \hline 11x \qquad + 11 \;\; = 0 \end{array}$$

$x = -1$

$\Downarrow$

$y = -5$

Recordar : $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow r = \sqrt{(\,-1\,)^2 + (\,-5\,)^2}$

$r = \sqrt{26}$

senα	cosα
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$

Calculamos W :

$W = \sqrt{26}\,(\,sen\alpha + cos\alpha\,)$

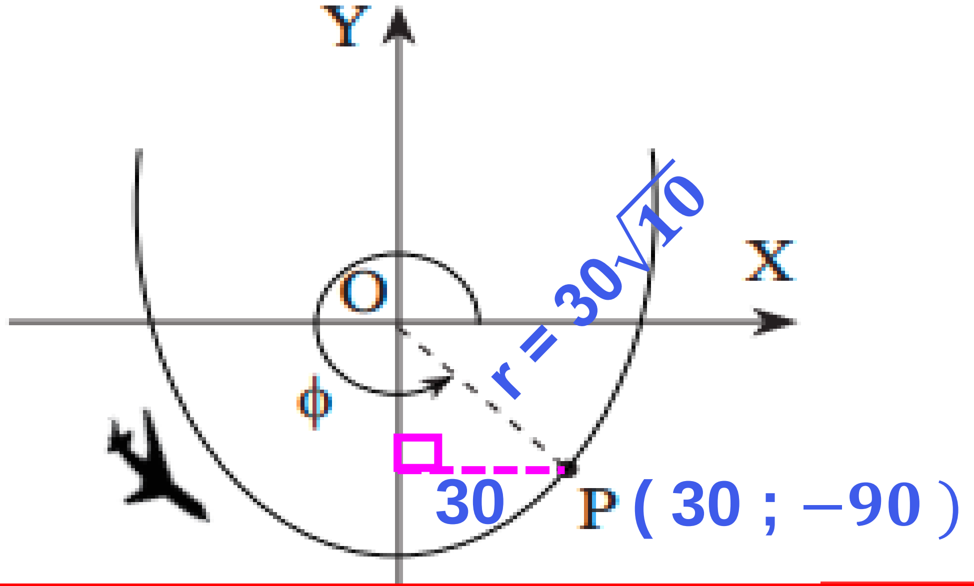
$W = \cancel{\sqrt{26}}\,(\,\frac{-5}{\cancel{\sqrt{26}}} + \frac{-1}{\cancel{\sqrt{26}}}\,)$

$W = -5 - 1$

$\therefore \; W = -6$

HELICO - PRACTICE 7

Desde la torre de control del aeropuerto (punto O) se conoce la trayectoria de un avión como y = $\frac{x^2}{30}$ - 120 .- Cuando el avión se encuentra en el punto P a 30 m del eje Y, calcule $E = \sqrt{10}$ secϕ . tanϕ .
Nota : Considere que 1 u en el plano cartesiano equivale a 1 m.



RESOLUCIÓN

En P : x = 30

$$y = \frac{x^2}{30} - 120 = \frac{30^2}{30} - 120 = -90$$

$$r = 30\sqrt{1^2 + (-3)^2} = 30\sqrt{10}$$

Luego calculamos E :

$$E = \sqrt{10}\left(\frac{\cancel{30}\sqrt{10}}{\cancel{30}}\right)\left(\frac{-9\cancel{0}}{3\cancel{0}}\right)$$

$$E = 10(-3)$$

$\boxed{\therefore\ E = -30}$

SACO
OLIVEROS