GEOMETRÍA

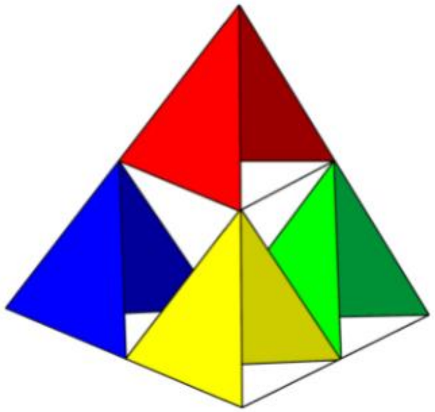
Capítulo 23

3th
SECONDARY

PIRAMIDE Y CONO

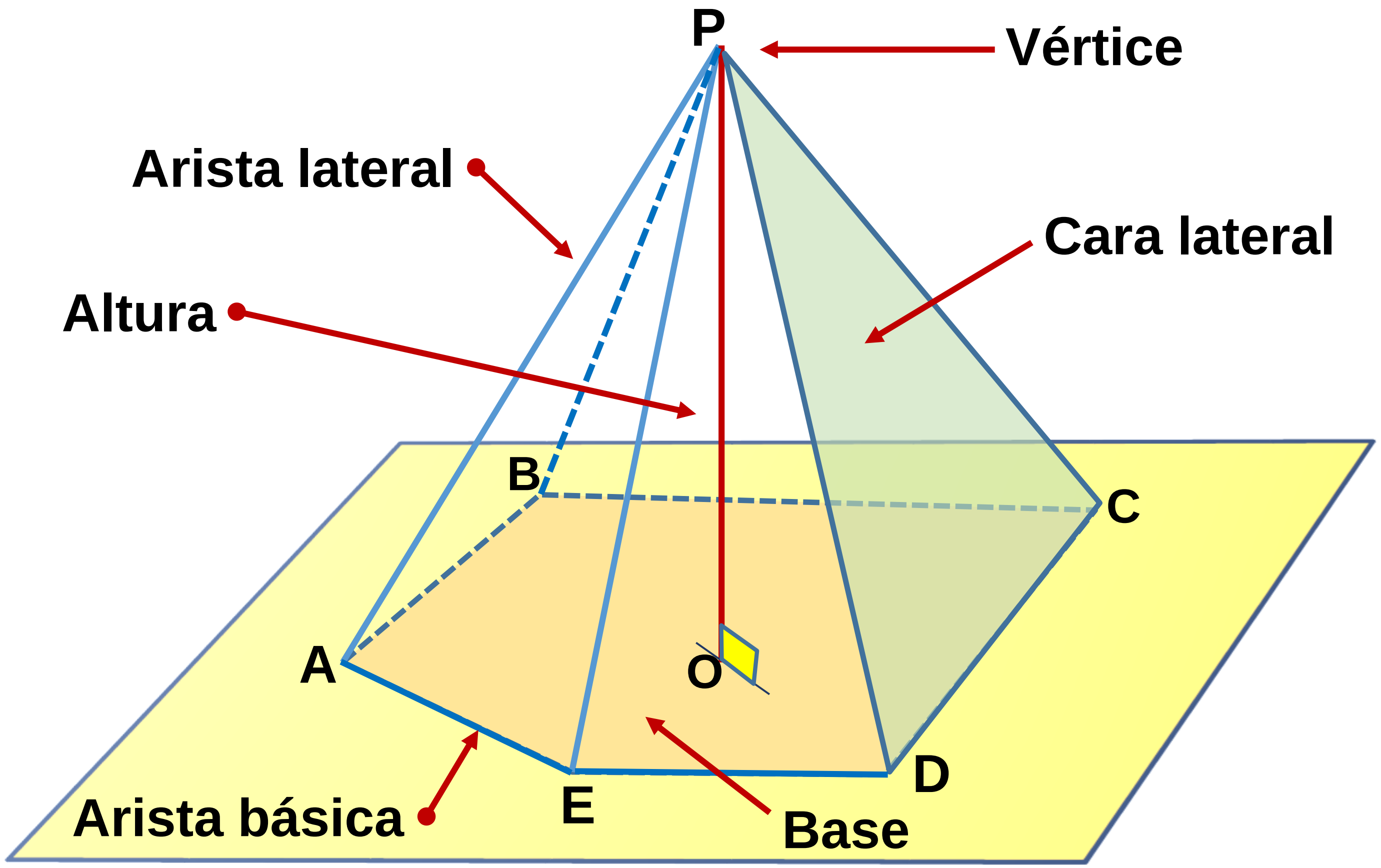
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY



PIRÁMIDE

Es aquel poliedro en el cual una de sus caras es una región poligonal cualquiera denominado base, y sus otras caras son regiones triangulares denominadas caras laterales, todas ellas tienen un vértice en común al cual se le denomina vértice o cúspide de la pirámide.

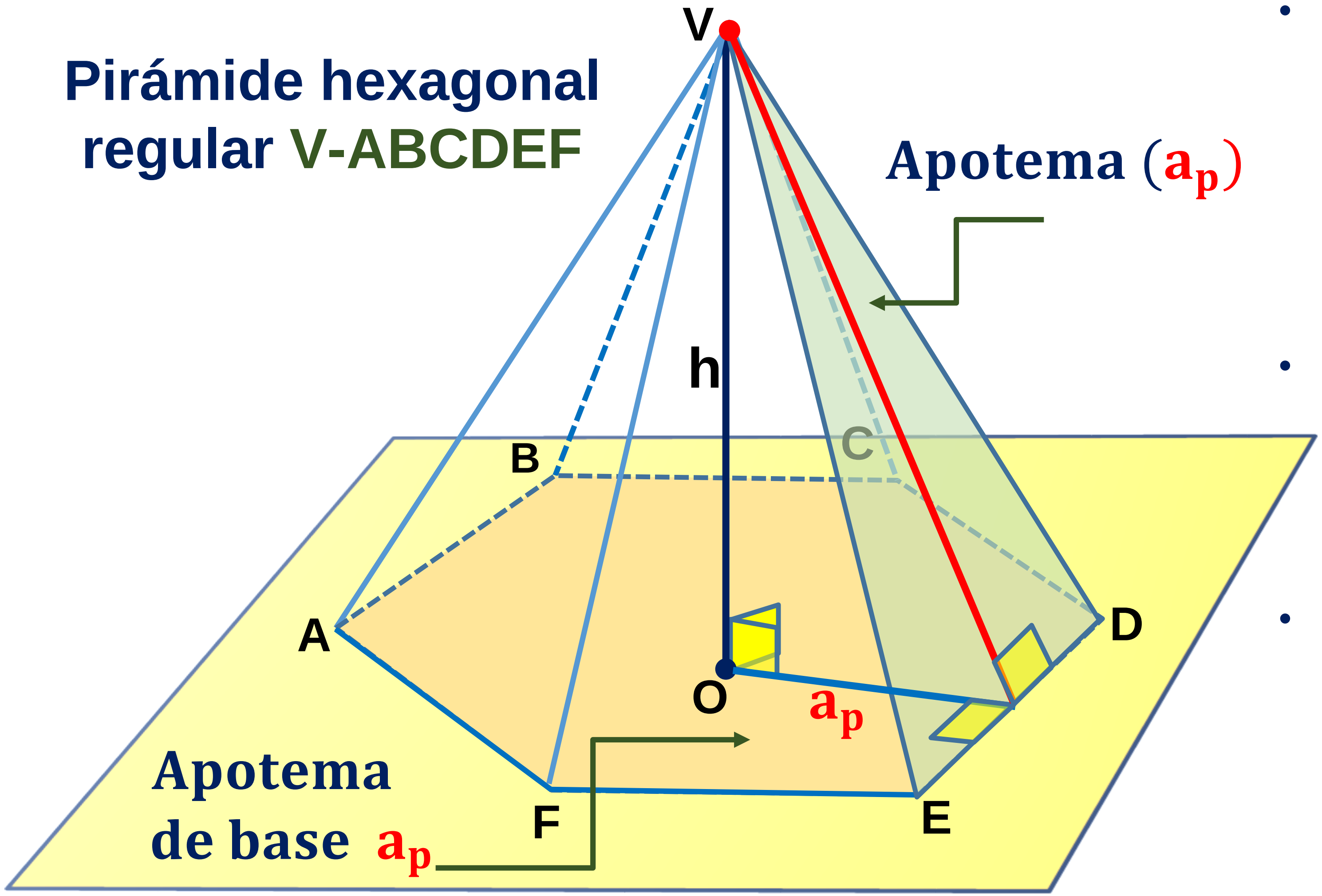


- En la figura se muestra una pirámide pentagonal

P - ABCDE

Pirámide Regular

Es una pirámide que tiene por base , una región poligonal regular y el pie de su altura es el centro de la base.



- **Área de la superficie lateral (S_L)**

$$\boxed{S_L = p_{(base)} \cdot a_P}$$

$p_{(base)}$: semiperímetro de la base

- **Área de la superficie Total (S_T)**

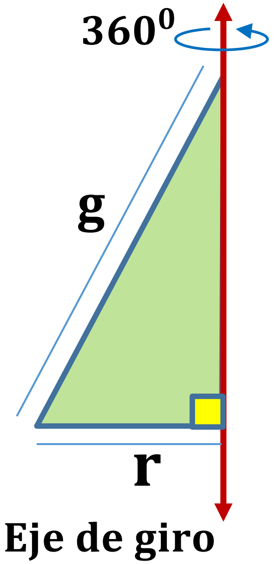
$$\boxed{S_T = S_L + S_{Base}}$$

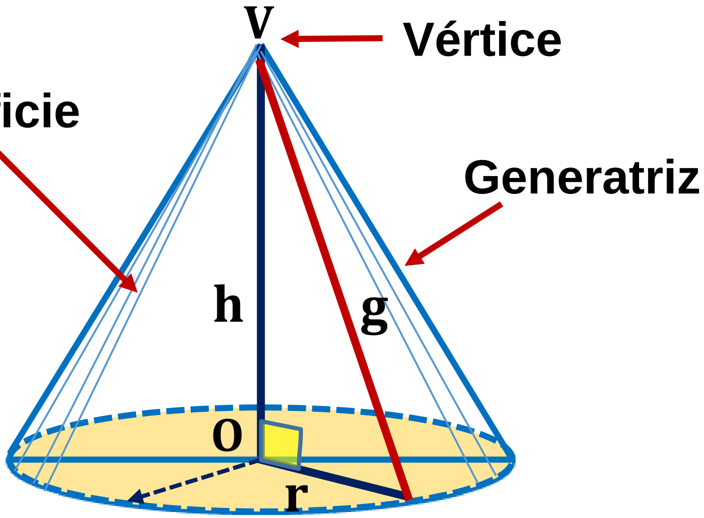
- **Volumen (V)**

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \cdot S_{Base} \cdot h}$$

Cono circular recto o de revolución

Es el cono cuya base es un círculo y el pie de la altura es el centro de dicha base.





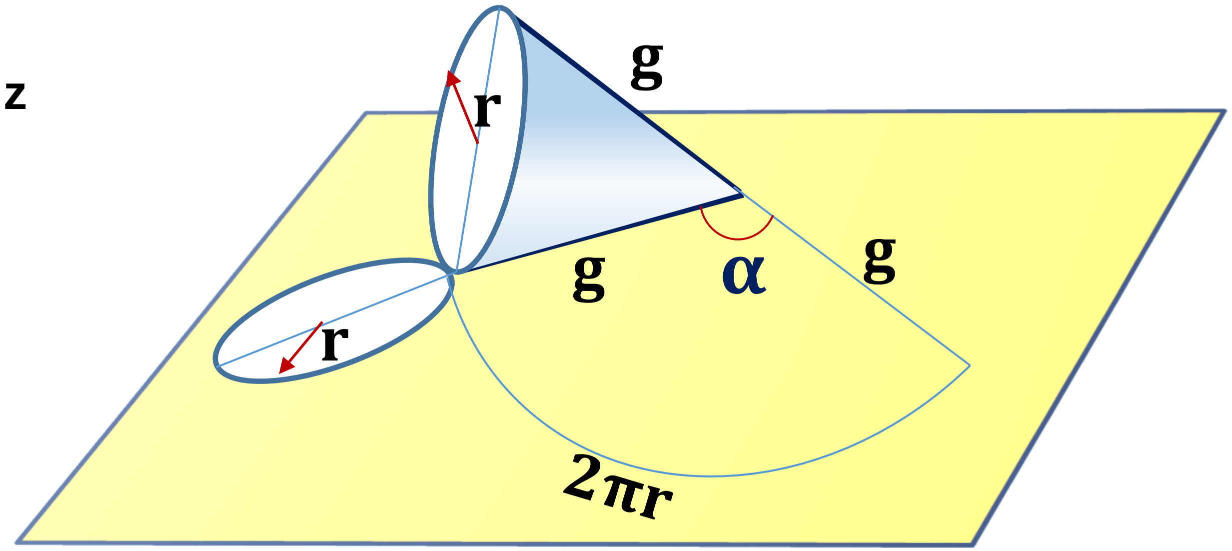
$$S_L = \pi r g$$

$$S_T = \pi r(g + r)$$

$$V = \frac{\pi r^2 . h}{3}$$

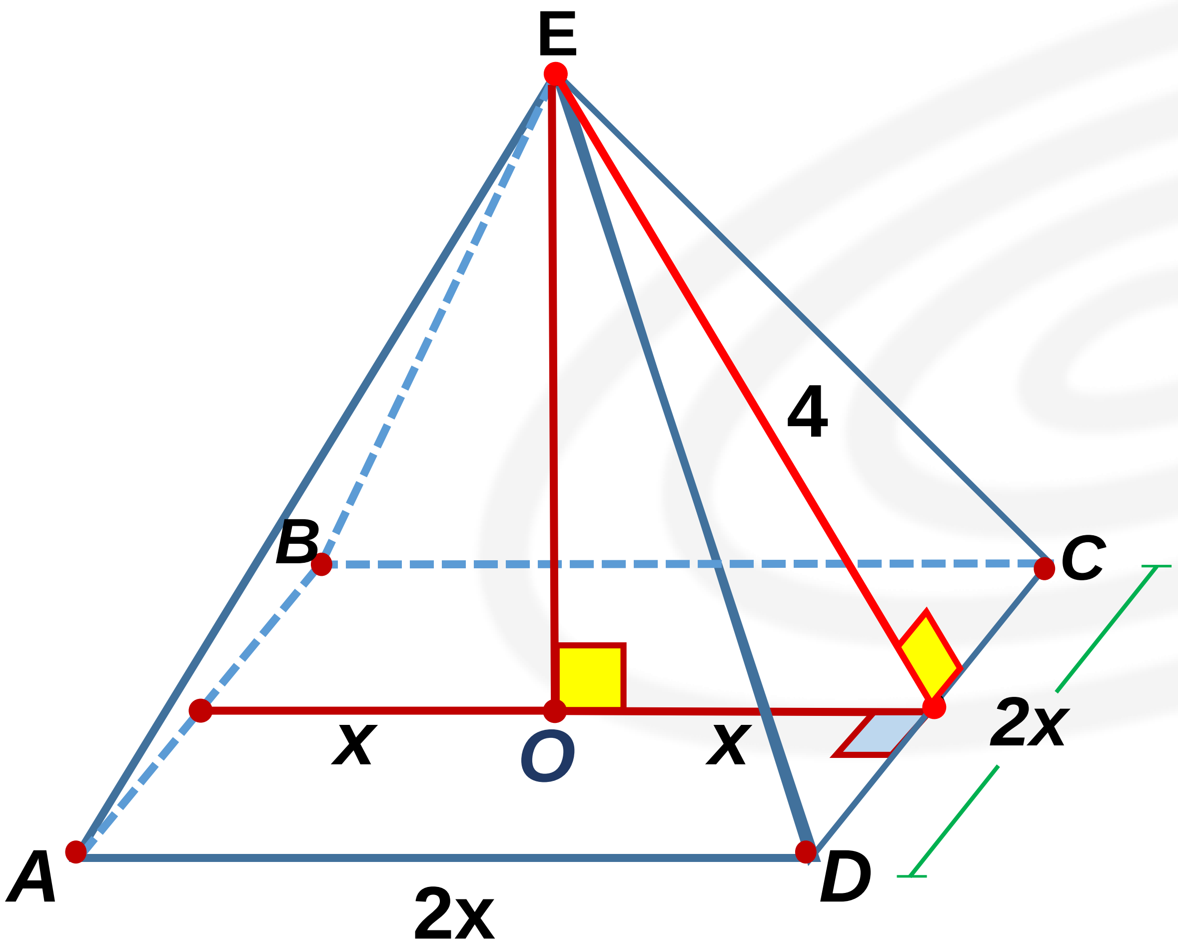
Desarrollo de la superficie lateral

Es un sector circular cuyo radio es la generatriz y el centro es el vértice del cono.



$$\frac{r}{g} = \frac{\alpha}{360°}$$

1. La longitud de la apotema de una pirámide regular cuadrangular es de 4 m y el área de la superficie lateral es 48 m^2. Determine la longitud del apotema de la base.



Resolución

- Piden: x
- Por dato:

$$A_{SL} = P_{(Base)} \cdot A_P$$

$$A_{SL} = 48\ m^2$$

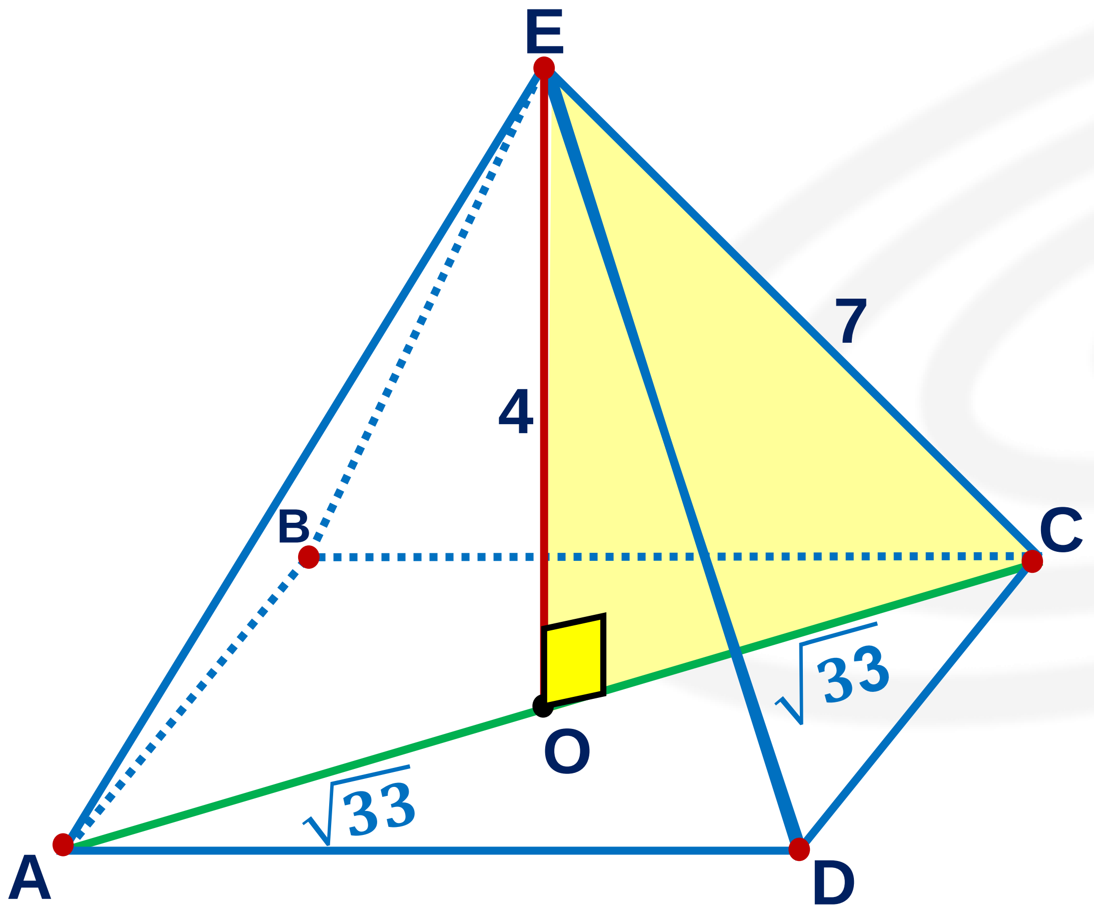
$$\frac{(2x + 2x + 2x + 2x)}{2}(4) = 48$$

$$(4x)(4) = 48$$

$$16x = 48$$

$$\boxed{x = 3\ m}$$

2. Determine el volumen de una pirámide regular cuadrangular, si la altura y la arista lateral miden 4 m y 7 m respectivamente.



Resolución

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{(base)}.h$$

- Piden: V
- Se traza $\overline{AC}$
- $\triangle$EOC: Teorema de Pitágoras

$$7^2 = (OC)^2 + 4^2$$

$$\sqrt{33} = OC$$

$$\boxed{AC = 2\sqrt{33}}$$

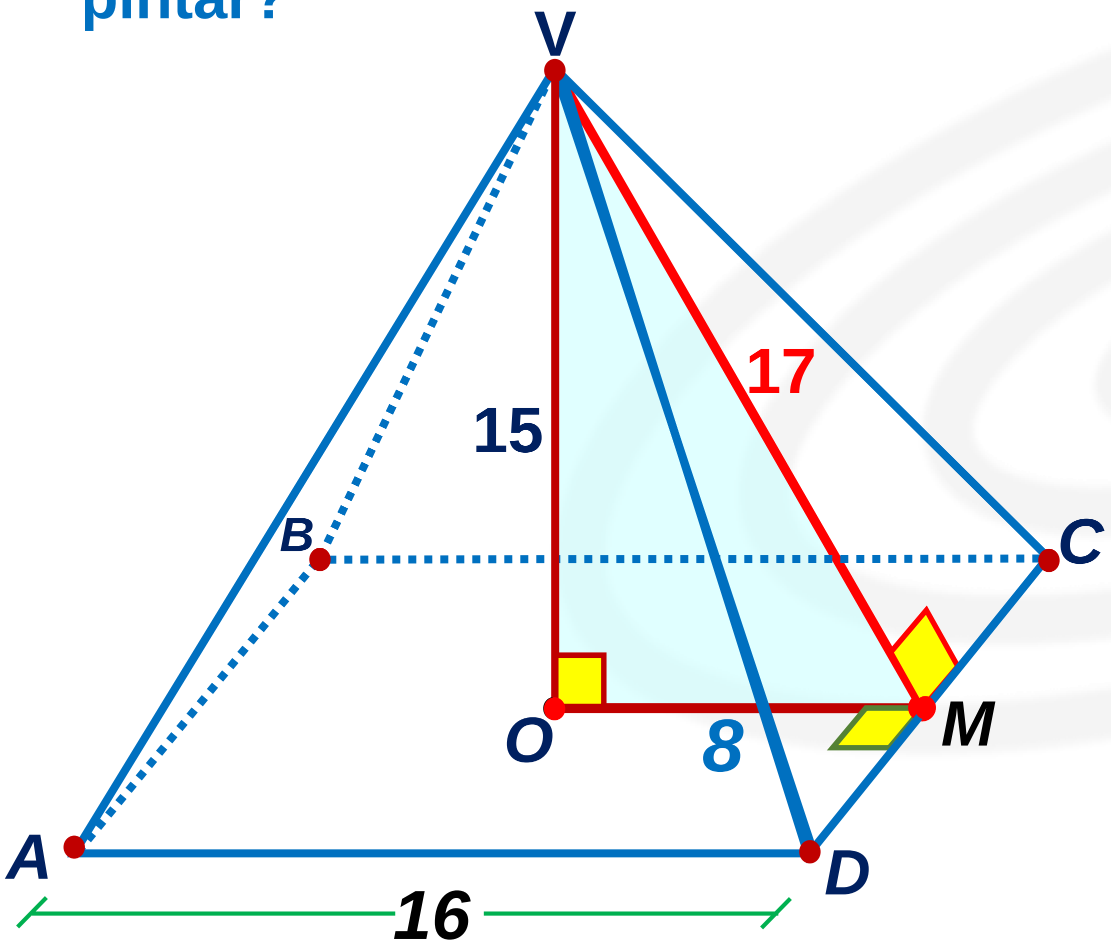
- Aplicando el teorema:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(2\sqrt{33}\right)^2}{2}(4)$$

$$V = \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \cdot \frac{(4.\cancel{33}^{11})}{\cancel{2}_{1}}(\cancel{4}^{2})$$

$$\boxed{V = 88\ m^3}$$

3. Un carpintero elabora de una pirámide cuadrangular regular y desea pintar toda su superficie. ¿Cuál es el área que debe pintar?



Resolución

$$A_{ST} = A_{SL} + A_{(base)}$$

- Piden: A_{ST}
- Se traza $\overline{OM} \perp \overline{CD}$.
- Se traza $\overline{VM}$
- $\triangle$VOM : Teorema de Pitágoras

$$(VM)^2 = 15^2 + 8^2$$

$$VM = 17$$

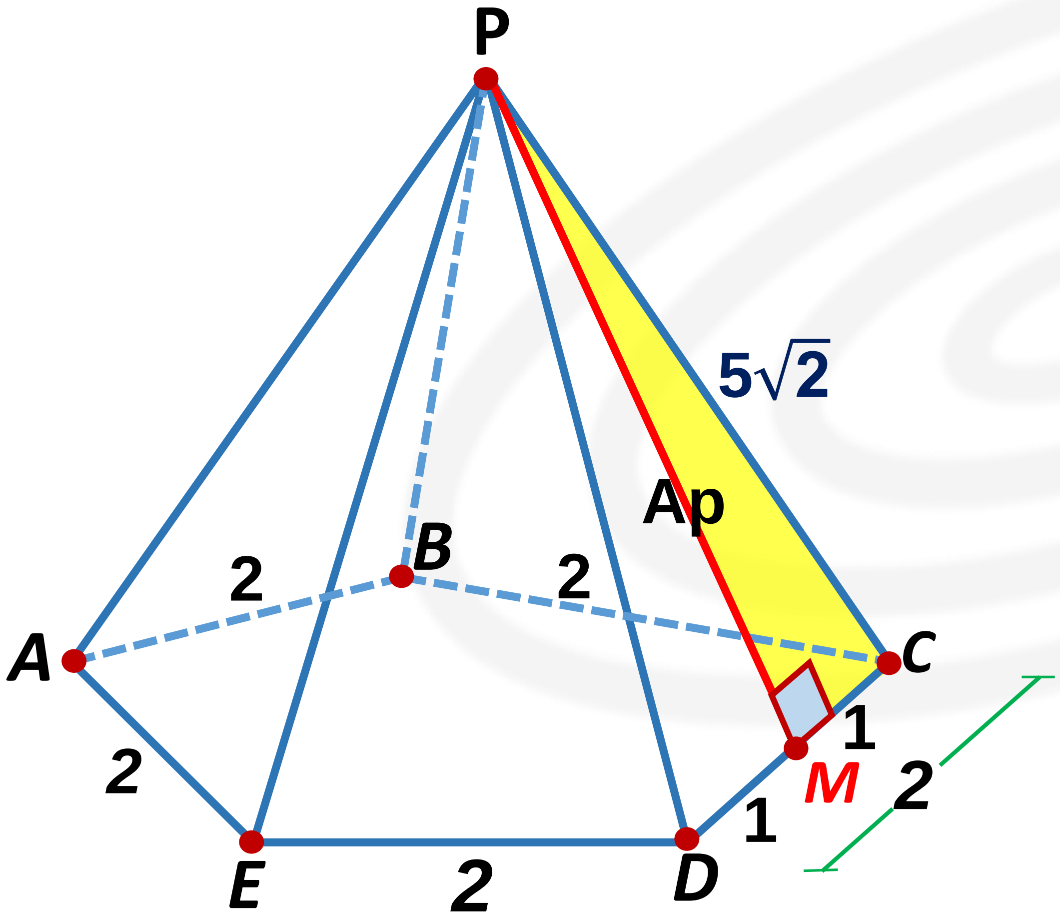
- Aplicando el teorema:

$$A_{ST} = \frac{(16+16+16+16)}{2}(17) + (16^2)$$

$$A_{ST} = 544 + 256$$

$$\boxed{A_{ST} = 800\ m^2}$$

4. Si el perímetro de la base es de 10 m. Determine el área de la superficie lateral de la pirámide regular mostrada.



Resolución

- Piden: A_{SL}

$$\boxed{A_{SL} = P_{(Base)} \cdot A_P}$$

- $\triangle$PMC : Teorema de Pitágoras

$$(5\sqrt{2})^2 = 1^2 + (Ap)^2$$

$$49 = (Ap)^2$$

$$7 = Ap$$

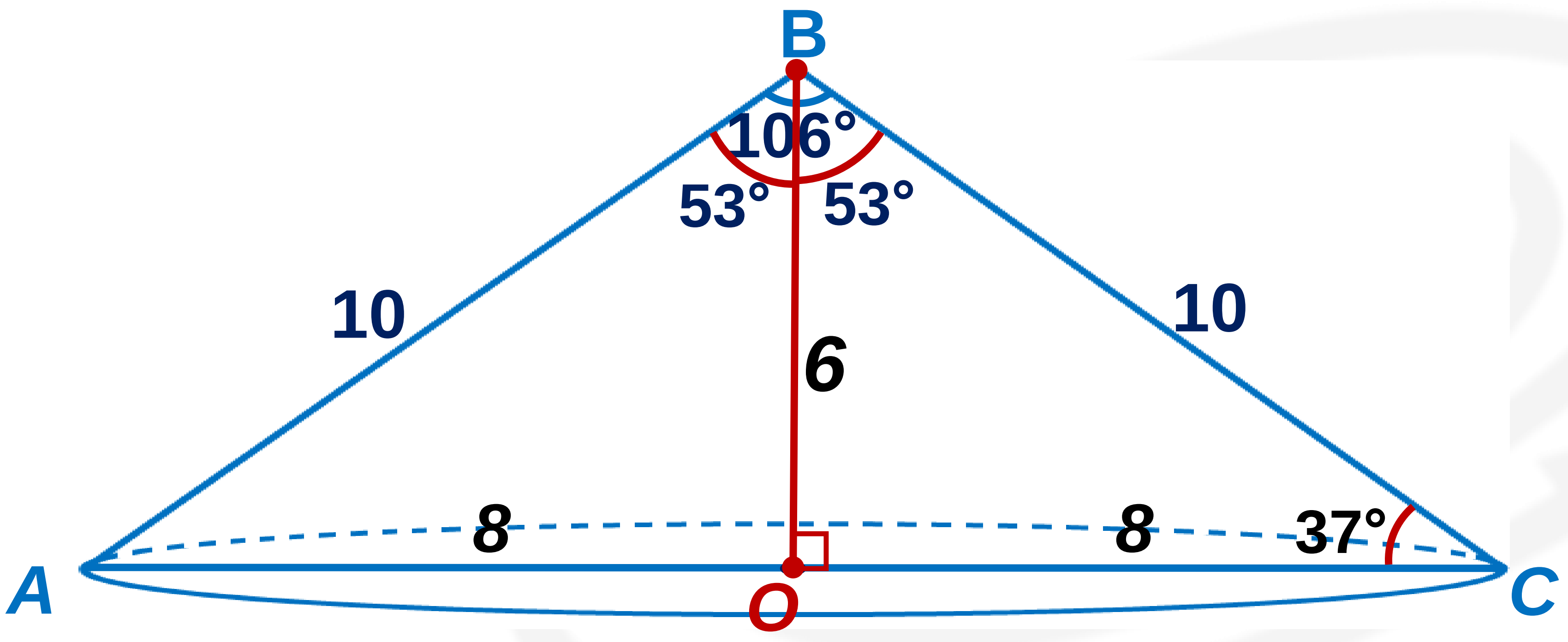
- Aplicando al teorema:

$$A_{SL} = \frac{(2 + 2 + 2 + 2 + 2)}{2}(7)$$

$$A_{SL} = (5)(7)$$

$$\boxed{A_{SL} = 35\ m^2}$$

5. En el cono circular recto mostrado, calcule el volumen.



Resolución

- Piden: V

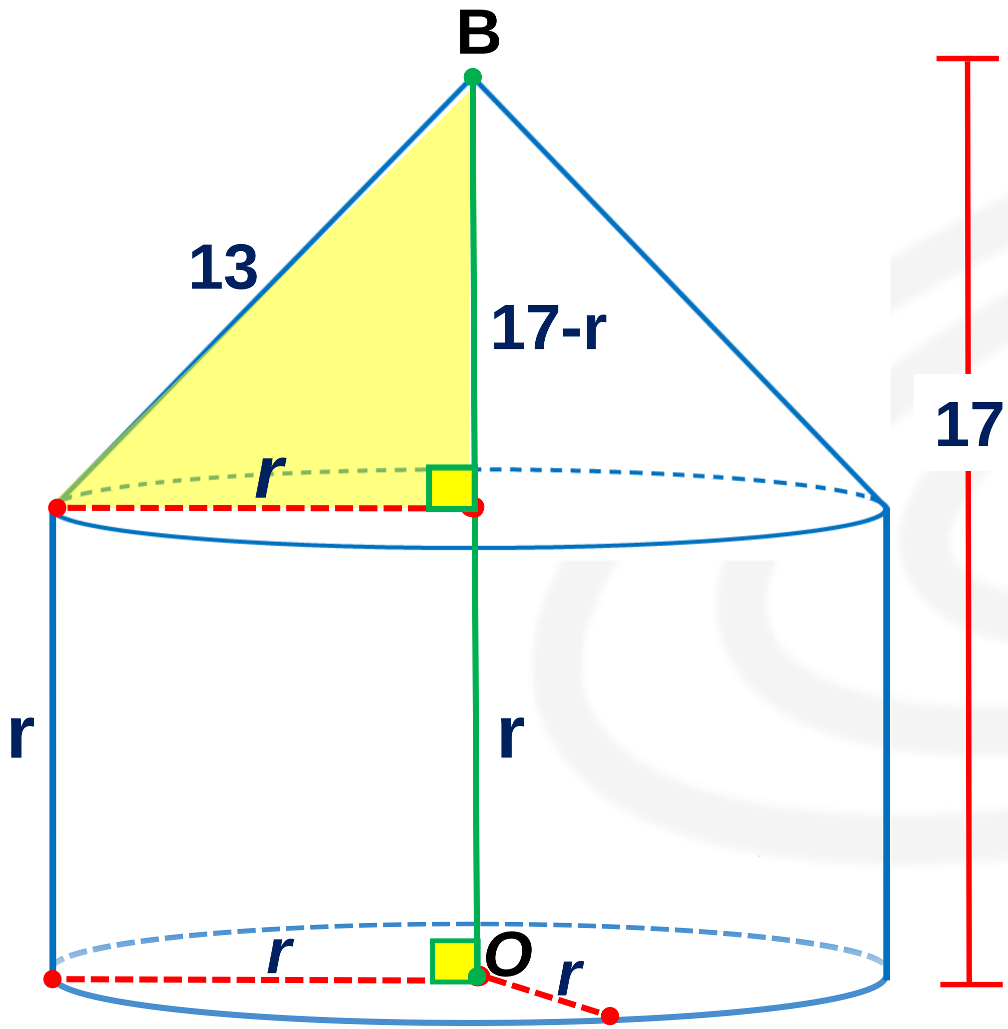
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h$$

- Se traza la altura $\overline{BO}$.
- $\triangle$BOC : not. de 37° y 53°
- Aplicando el teorema:

$$V = \frac{1}{\cancel{3}} . \pi.(8)^2.\cancel{6}$$

$$\boxed{V = 128\pi\ u^3}$$

6. José desea pintar toda la superficie lateral de un almacén, que se forma al unir un cono circular recto y un cilindro circular recto. Calcule el área lateral de dicha figura



Resolución

- Piden: $A_{SUP\ LAT}$

$$A_{SUP\ LAT} = A_{SL(CONO)} + A_{SL(CILINDRO)}$$

$$A_{SUP\ LAT} = \pi rg + 2\pi rh$$

- Se traza la altura $\overline{BO}$.
- Aplicando el teorema de Pitágoras

$$13^2 = r^2 + (17-r)^2$$

$$r = 5$$

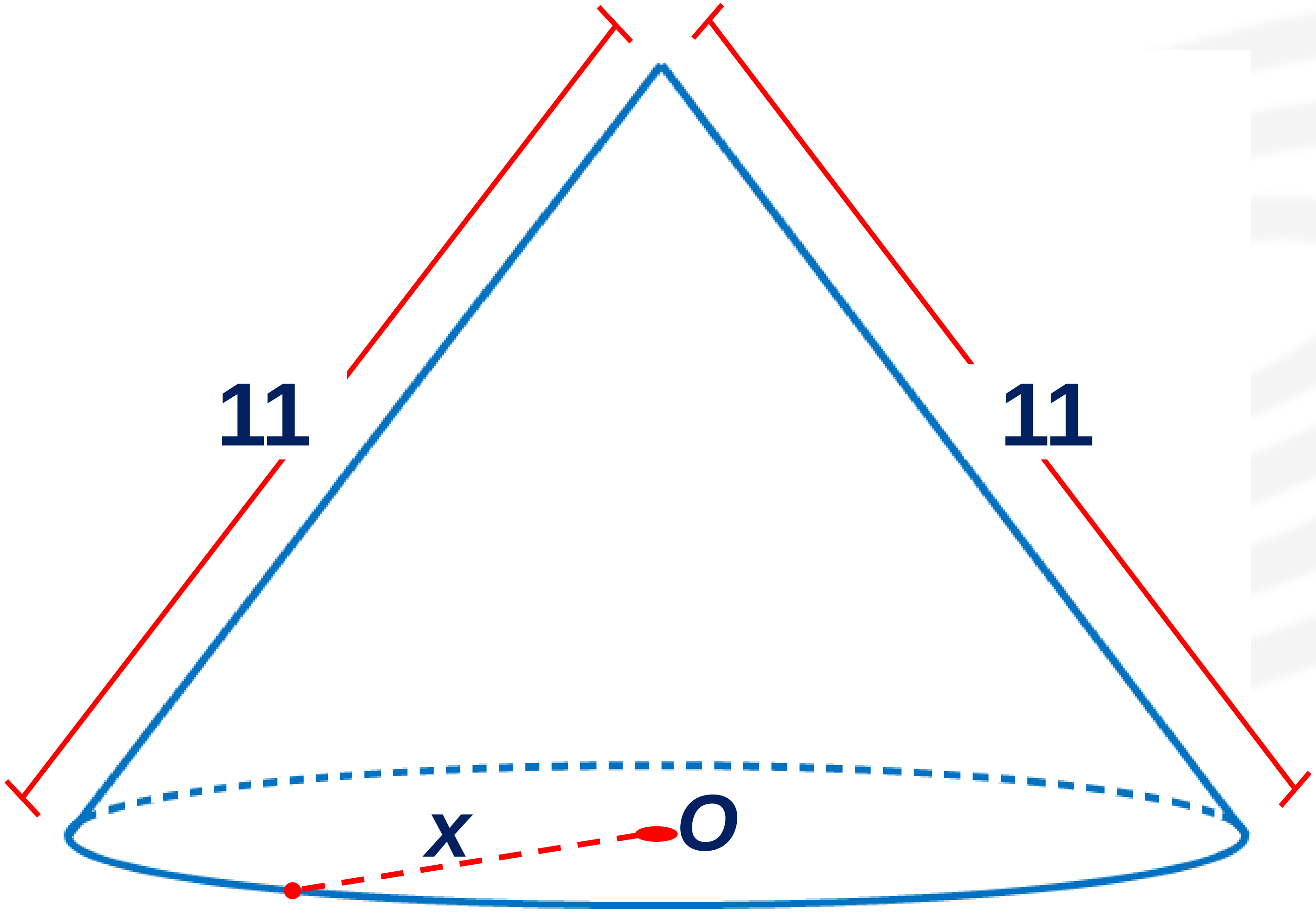
- Reemplazando al teorema:

$$A_{SUP\ LAT} = \pi.5.13 + 2\pi.5.5$$

$$A_{SUP\ LAT} = 65\pi + 50\pi$$

$$\boxed{A_{SUP\ LAT} = 115\pi\ u^2}$$

7. El área de la superficie total de una vela que está determinada por un cono circular recto es $60\pi\ u^2$. Halle el valor de x. (O:centro)



Resolución

- Piden: x

$$A_{ST} = \pi r(g + r)$$

- Por dato:

$$A_{ST} = 60\pi\ u^2$$

$$\pi x(11 + x) = 60\pi$$

$$x(11 + x) = 60$$

$$\boxed{x = 4}$$