GEOMETRÍA

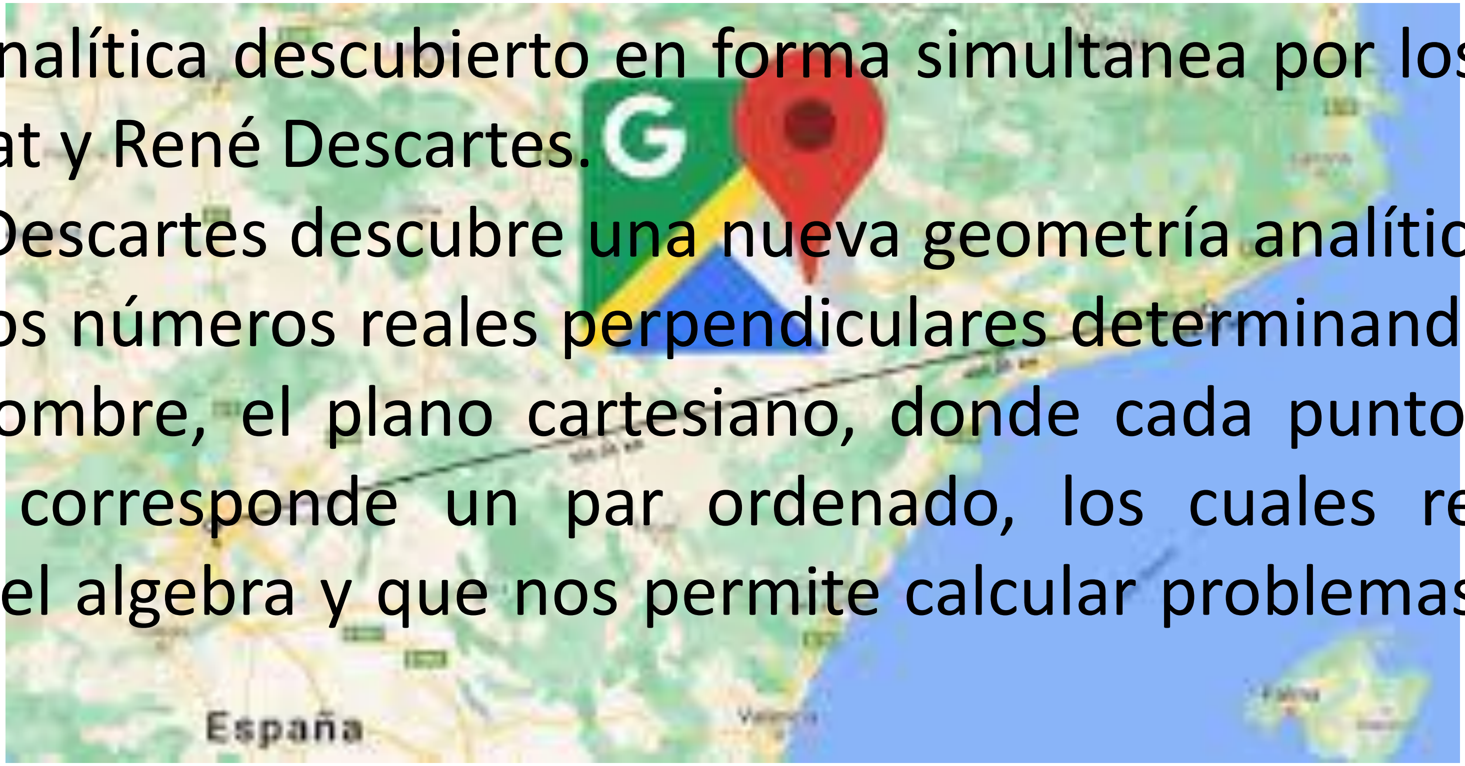
Capítulo 20

5th

SECONDARY

PLANO CARTESIANO

SACO OLIVEROS

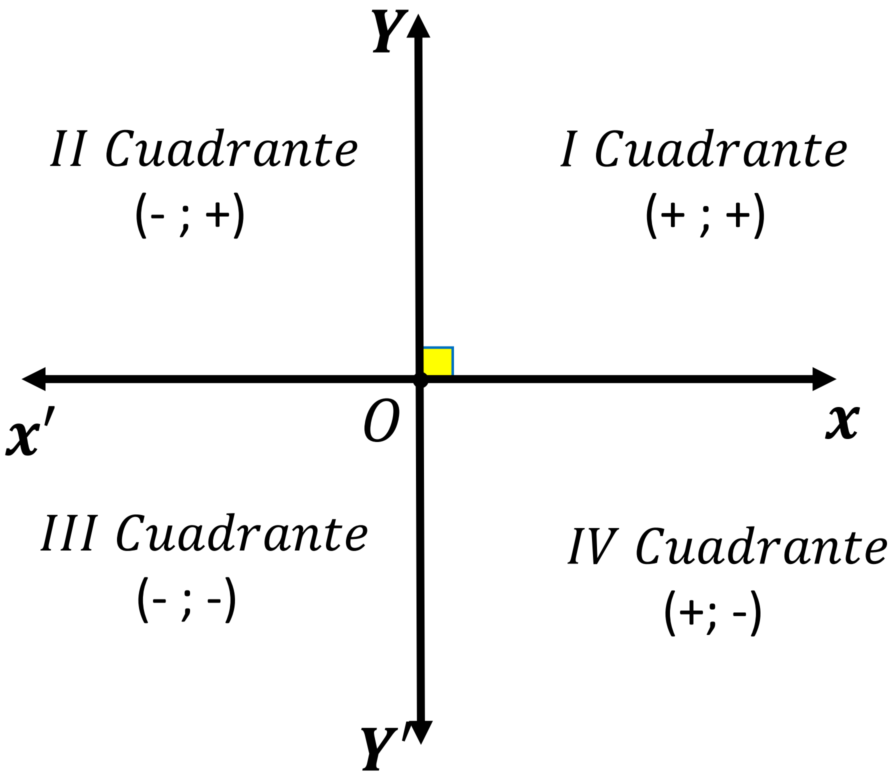


La geometría analítica descubierto en forma simultanea por los franceses Pierre de Fermat y René Descartes.
En 1637 René Descartes descubre una nueva geometría analítica trazando dos rectas de los números reales perpendiculares determinando un plano que lleva su nombre, el plano cartesiano, donde cada punto del plano geométrico le corresponde un par ordenado, los cuales relaciona la geometría con el algebra y que nos permite calcular problemas de mayor dificultad.

Por ejemplo la distancia entre dos puntos del plano cartesiano, se calcula con la formula: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, lo que hoy en día se puede programar y crear aplicaciones que nos permiten calcular distancias entre dos puntos del Google Maps , haciendo clip en los dos puntos de la zona geográfica nos muestra en tiempo real la distancia entre dichos puntos.

PLANO CARTESIANO

Denominado también sistema de coordenadas cartesianas , este sistema consiste en un plano determinado por dos rectas de los números reales perpendiculares cuya intersección se denomina origen de coordenadas, a cada punto del plano cartesiano le corresponde un único par ordenado.

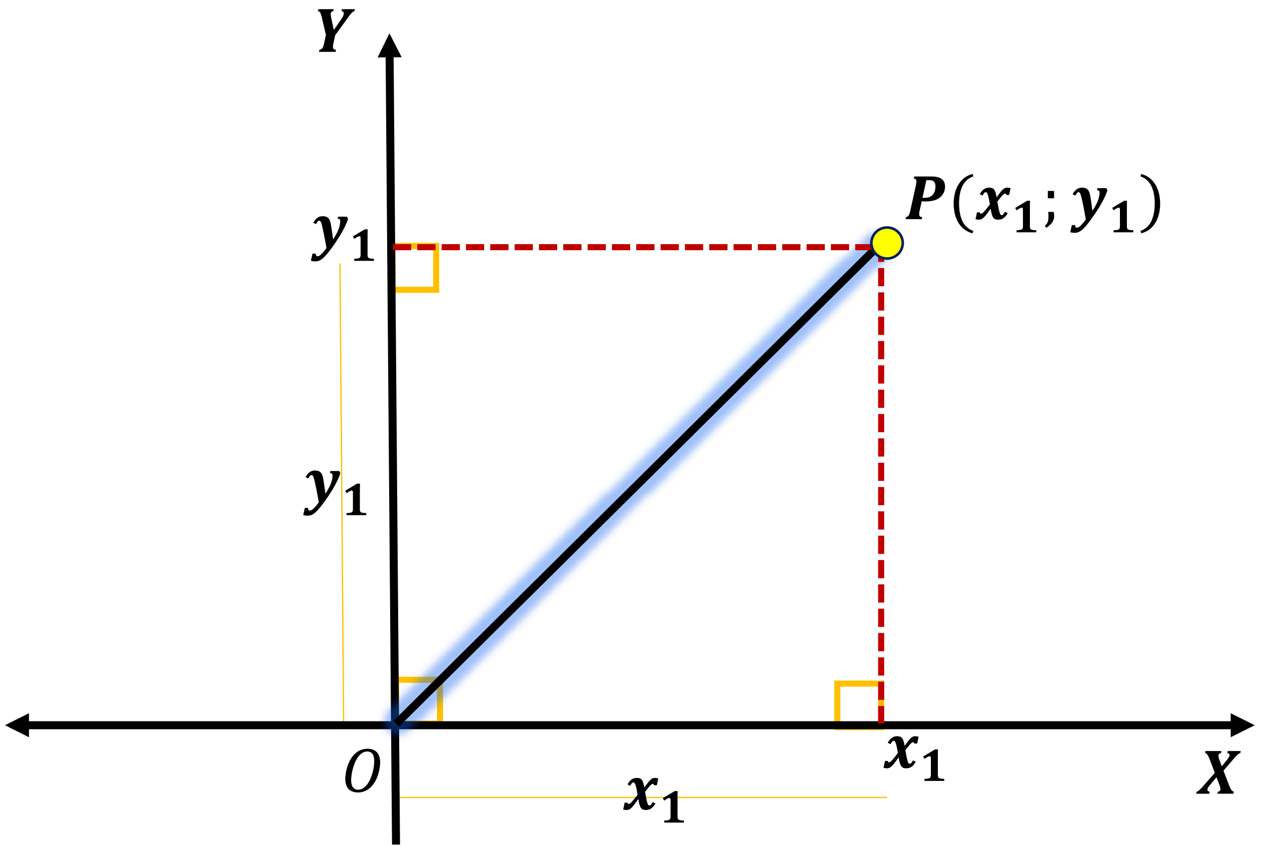


$\overleftrightarrow{x'x}$: *Eje de las abscisas*

$\overleftrightarrow{y'y}$: *Eje de las ordenadas*

O : *Origen de coordenadas.*

Ubicación de un punto en el Plano Cartesiano



$(x_1;y_1)$: *Par ordenado.*

x_1 : *abscisa.*

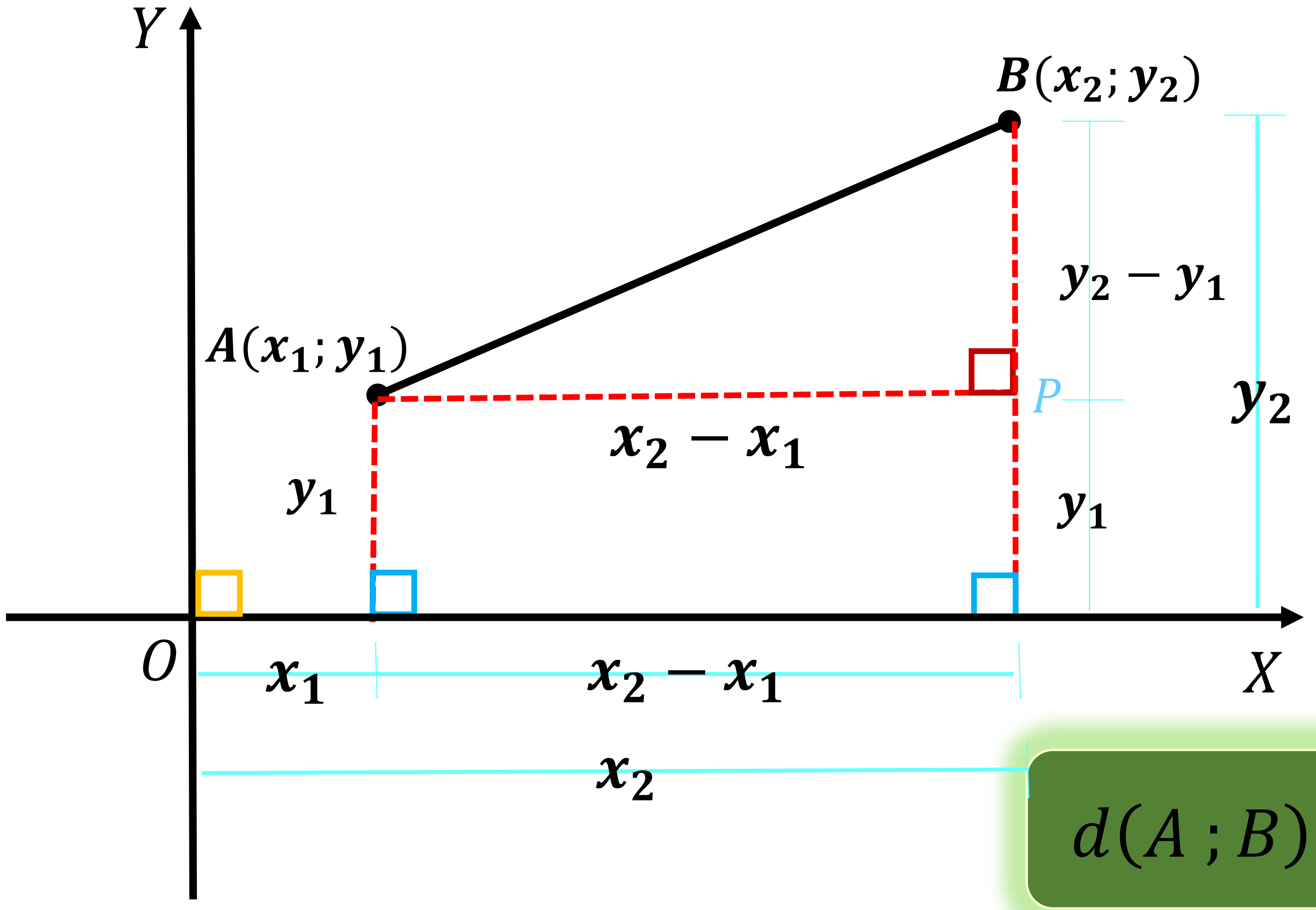
y_1 : *ordenada.*

$\overline{OP}$: *Radio.*

$$OP = \sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2}$$

Distancia entre dos puntos

Sean $A(x_1; y_1)$ y $B(x_2; y_2)$ dos puntos cualesquiera del plano cartesiano.

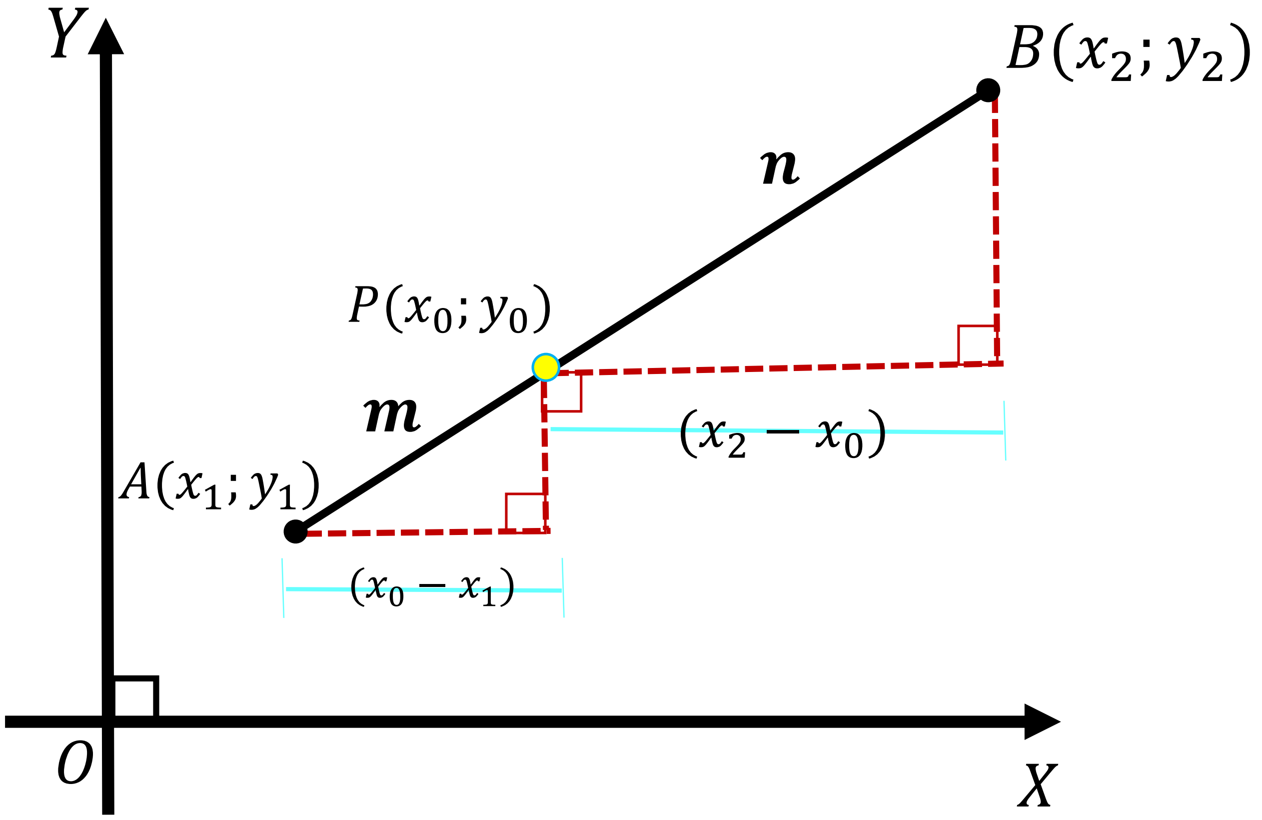


$\mathrm{d}(A; B)$: *Distancia entre los puntos A y B.*

$$d(A\,;B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Coordenadas de un punto que divide a un segmento en una razón dada

Sea P un punto que pertenece a $\overline{AB}$ de extremos $A(x_1; y_1)$ y $B(x_2; y_2)$, de modo que AP = m y PB = n, entonces se cumple:

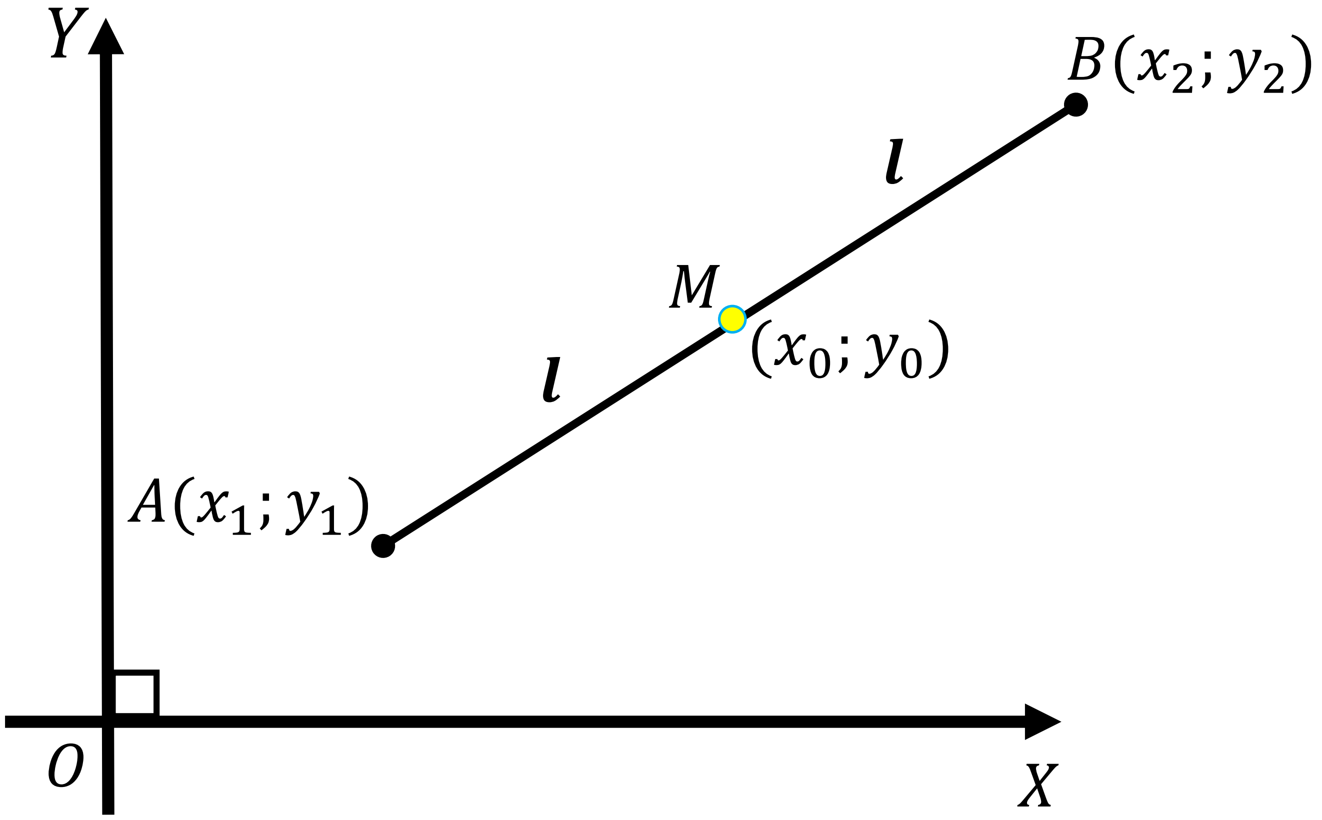


$$x_0 = \frac{x_1 n + x_2 m}{m + n}$$

$$y_0 = \frac{y_1 n + y_2 m}{m + n}$$

Coordenadas del punto medio de un segmento

Sean los puntos A($x_1; y_1$) , B($x_2; y_2$) y M es punto de $\overline{AB}$ entonces se cumple:

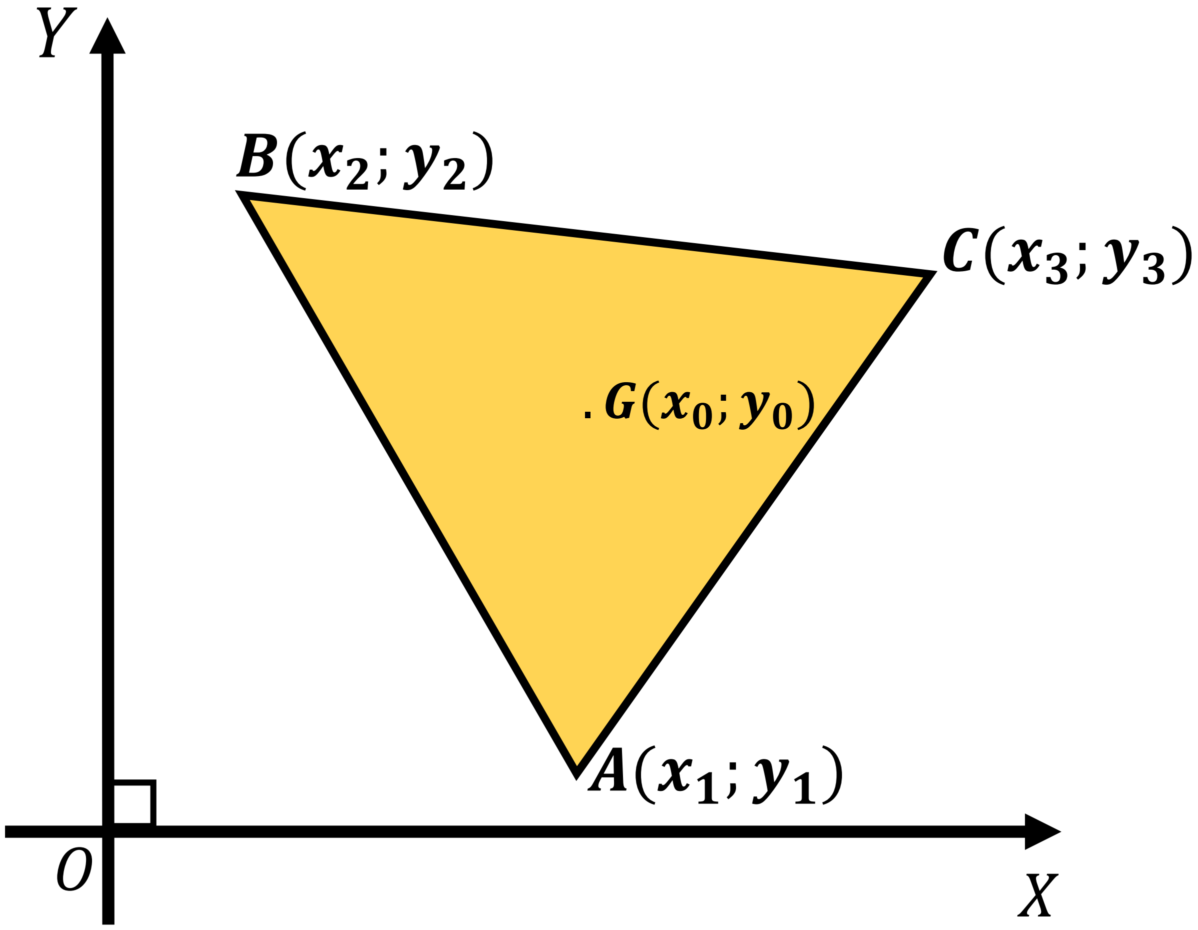


$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Coordenadas del baricentro de una región triangular

Sea G baricentro de la región triangular ABC . Se cumple:

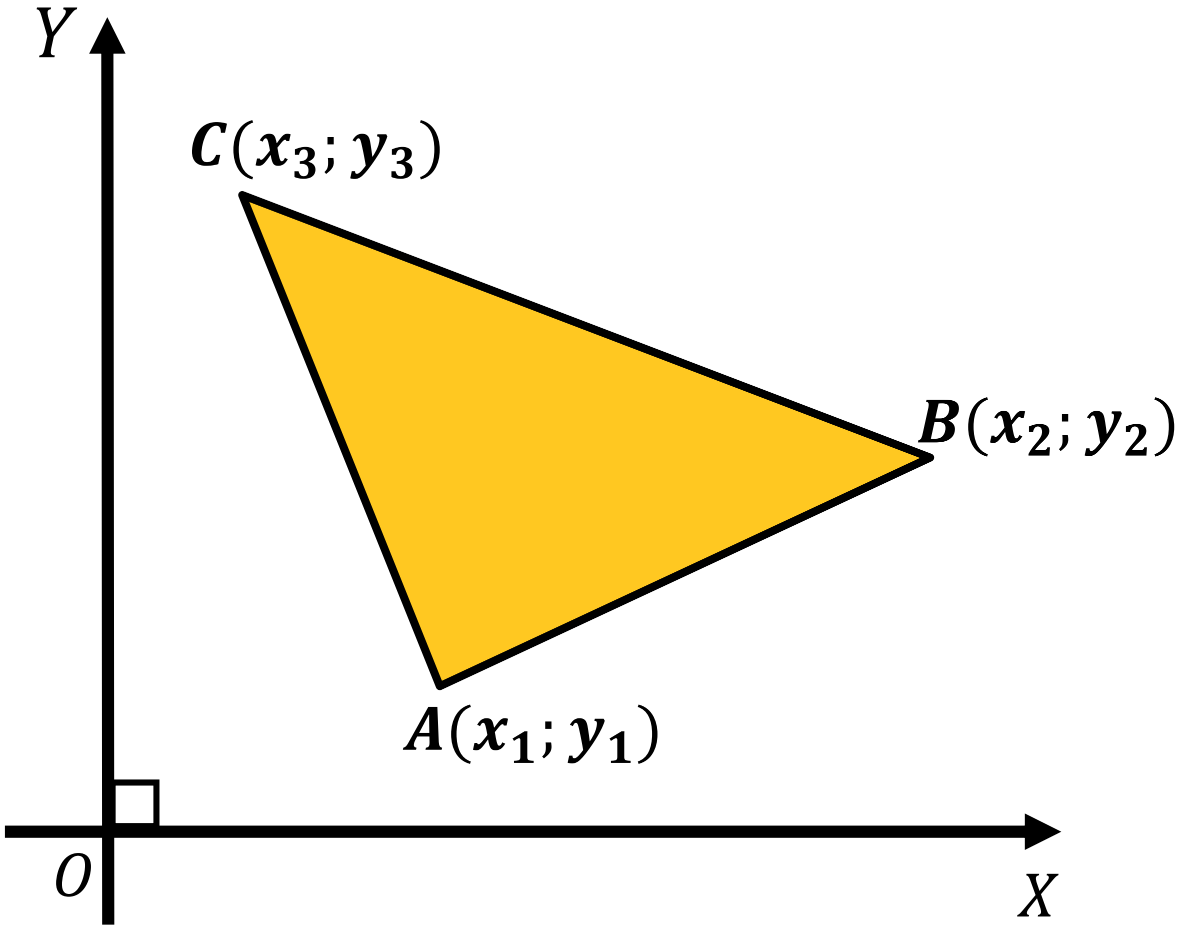


$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

Área de una región Poligonal

Sea S el área de la región correspondiente.

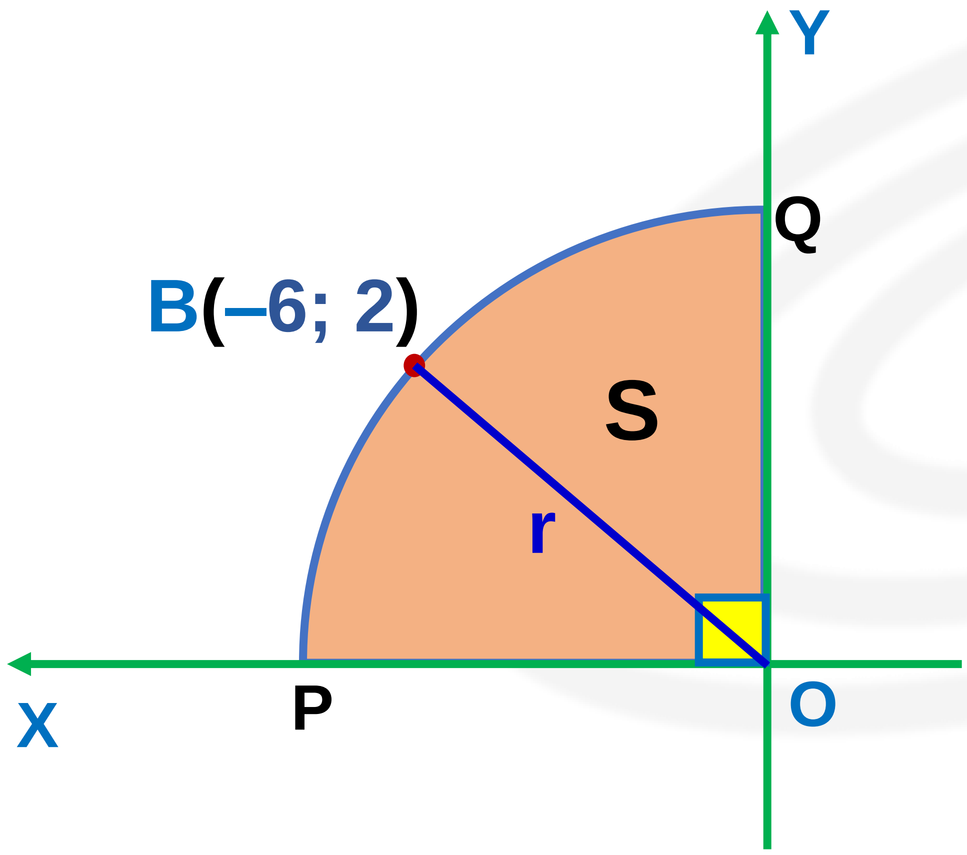


Método de Crámer

$$
\begin{array}{c|cc|c}
x_1 y_2 \; + & x_1 & y_1 & x_2 y_1 \; + \\
x_2 y_3 & x_2 & y_2 & x_3 y_2 \\
x_3 y_1 & x_3 & y_3 & x_1 y_3 \\
\hline
S_1 & x_1 & y_1 & S_2
\end{array}
$$

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{|S_2 - S_1|}{2}}$$

1. En la figura, calcule el área del cuarto de círculo.



Resolución

- Aplicando el teorema:

$$r = \sqrt{(-6)^2 + (2)^2}$$

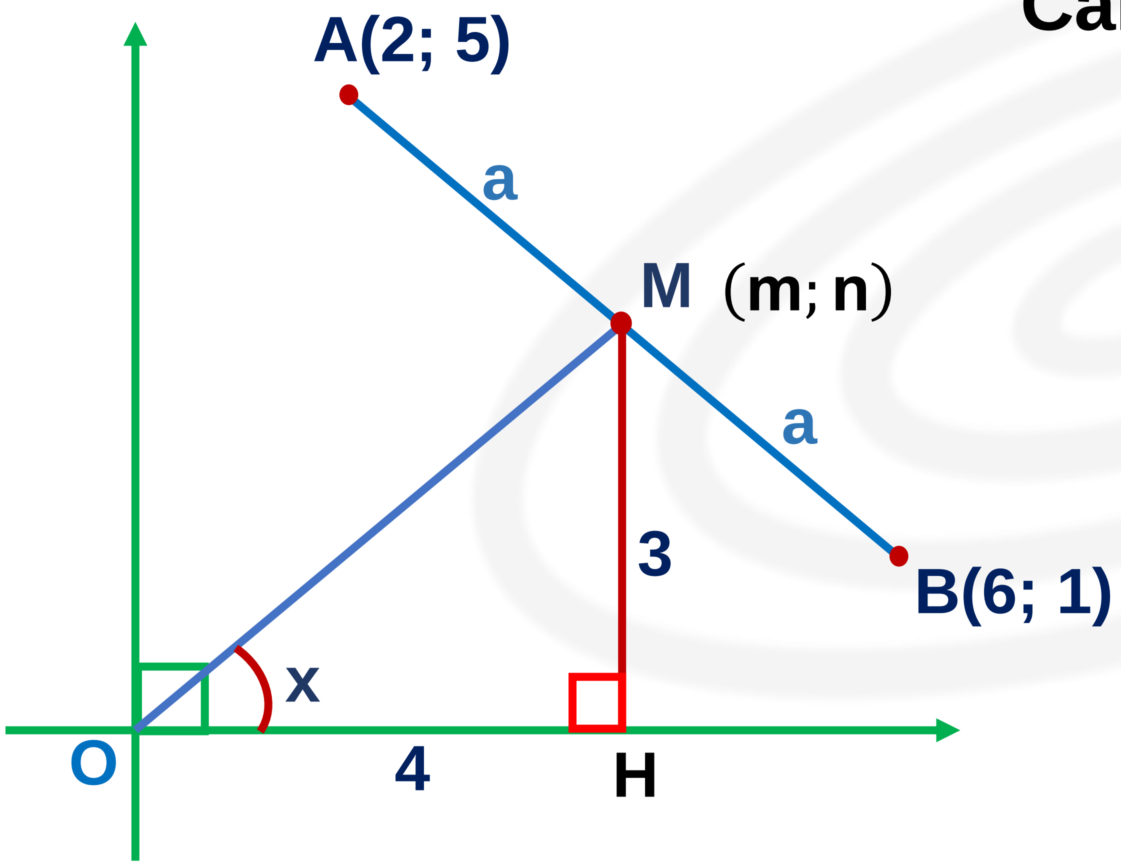
$$r = \sqrt{40}$$

- El área del cuadrante será

$$S = \frac{\pi\left(\sqrt{40}\right)^2}{4}$$

$$\boxed{S = 10\,\pi\,u^2}$$

2. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

Calculamos las coordenadas del punto medio M

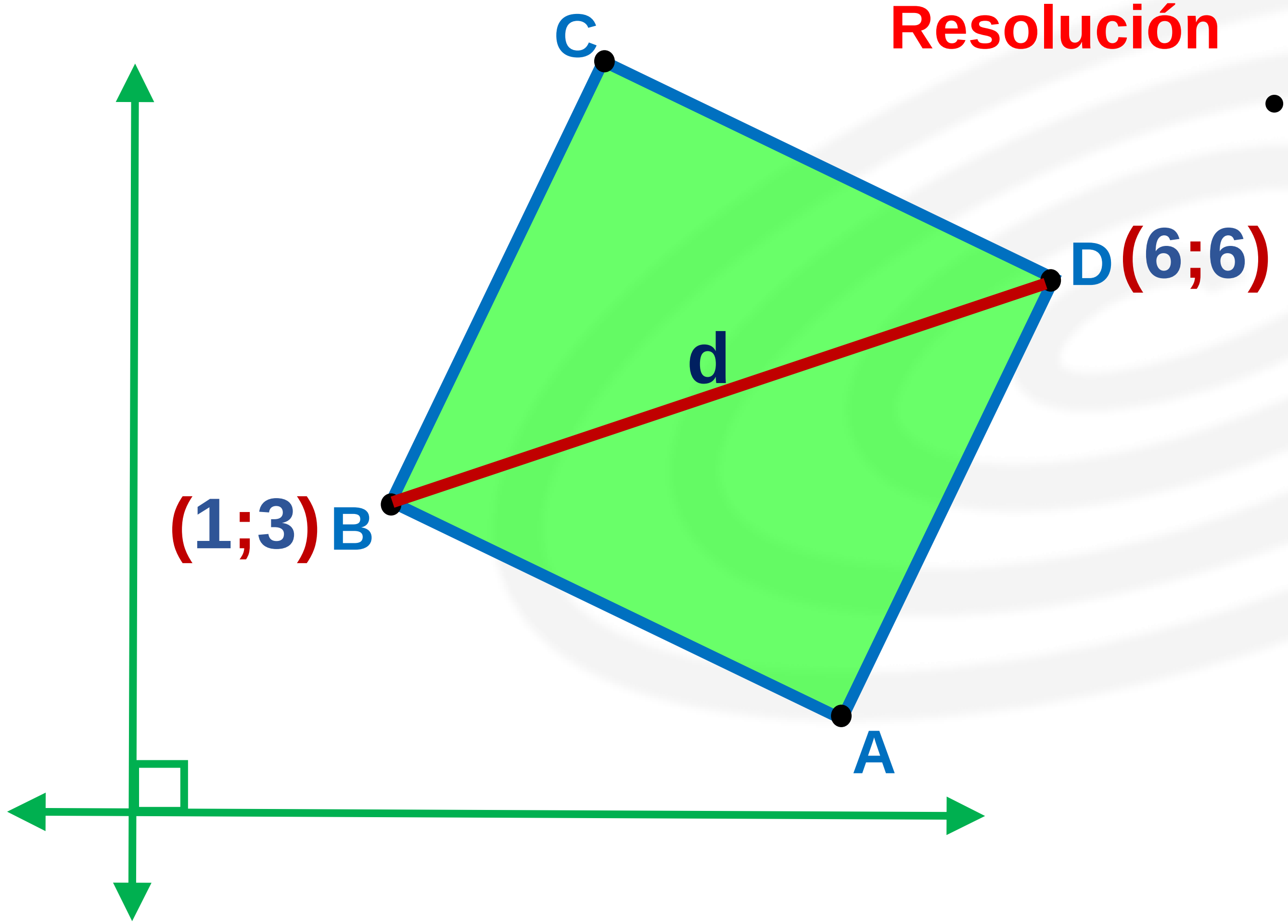
$$m = \frac{6+2}{2} = 4 \qquad n = \frac{1+5}{2} = 3$$

M=(4;3)

El ΔMHO resulta ser notable

$$\boxed{x = 37°}$$

3. En el plano cartesiano se tiene una región cuadrada ABCD, tal que B(1; 3) y D(6; 6). Calcule su área.



Resolución

- Calculo de la distancia d

$$d = \sqrt{(6-1)^2 + (6-3)^2}$$

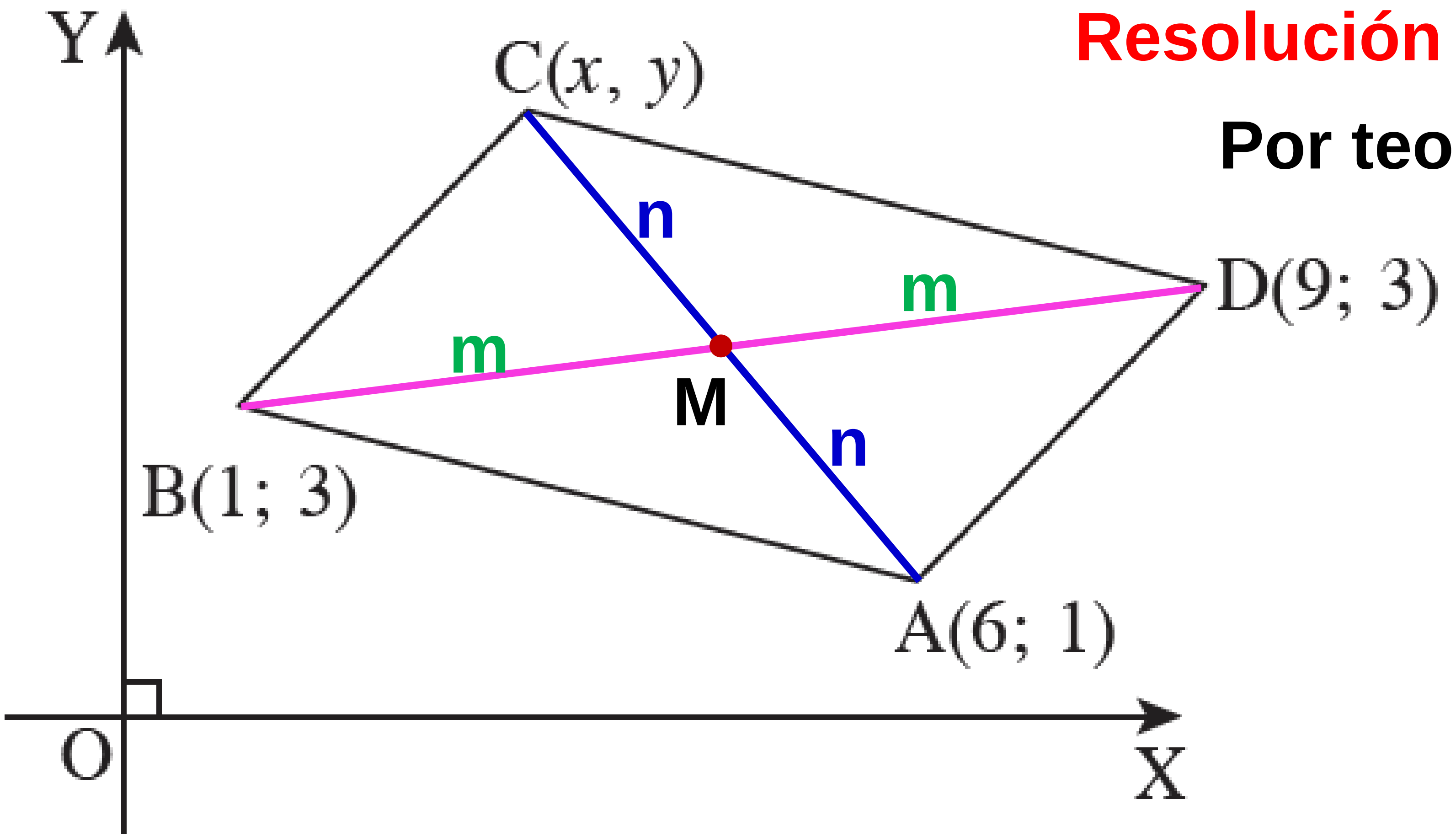
$$d = \sqrt{34}$$

- Aplicando el teorema.

$$S = \frac{\left(\sqrt{34}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{S = 17\ u^2}$$

4. En la figura, determine las coordenadas del vértice C del romboide ABCD.



Resolución

Por teorema del paralelogramo

- $x + 6 = 1 + 9$

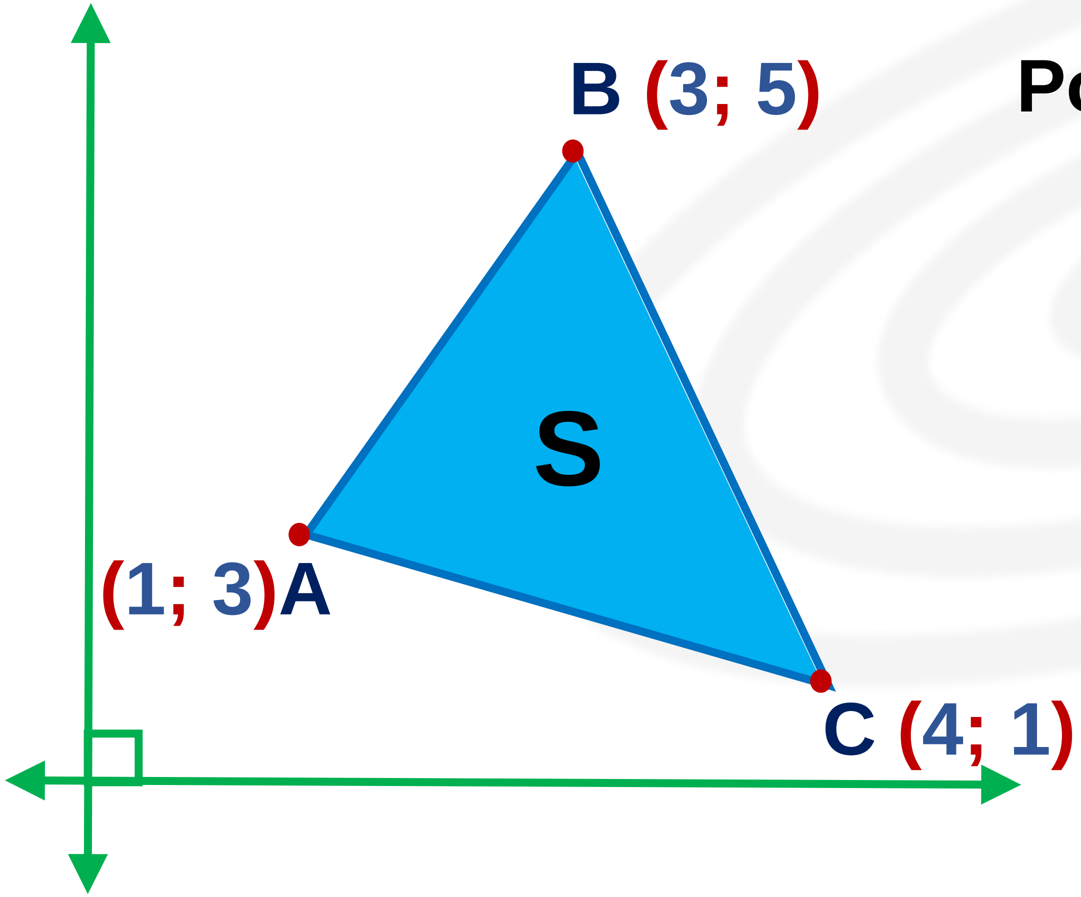
  $x = 4$
- $y + 1 = 3 + 3$

  $y = 5$

$$\boxed{C(\,4\,;5\,)}$$

5. Calcule el área de una región triangular ABC, si A (1; 3), B(3; 5) y C (4; 1).

Resolución



Por teorema

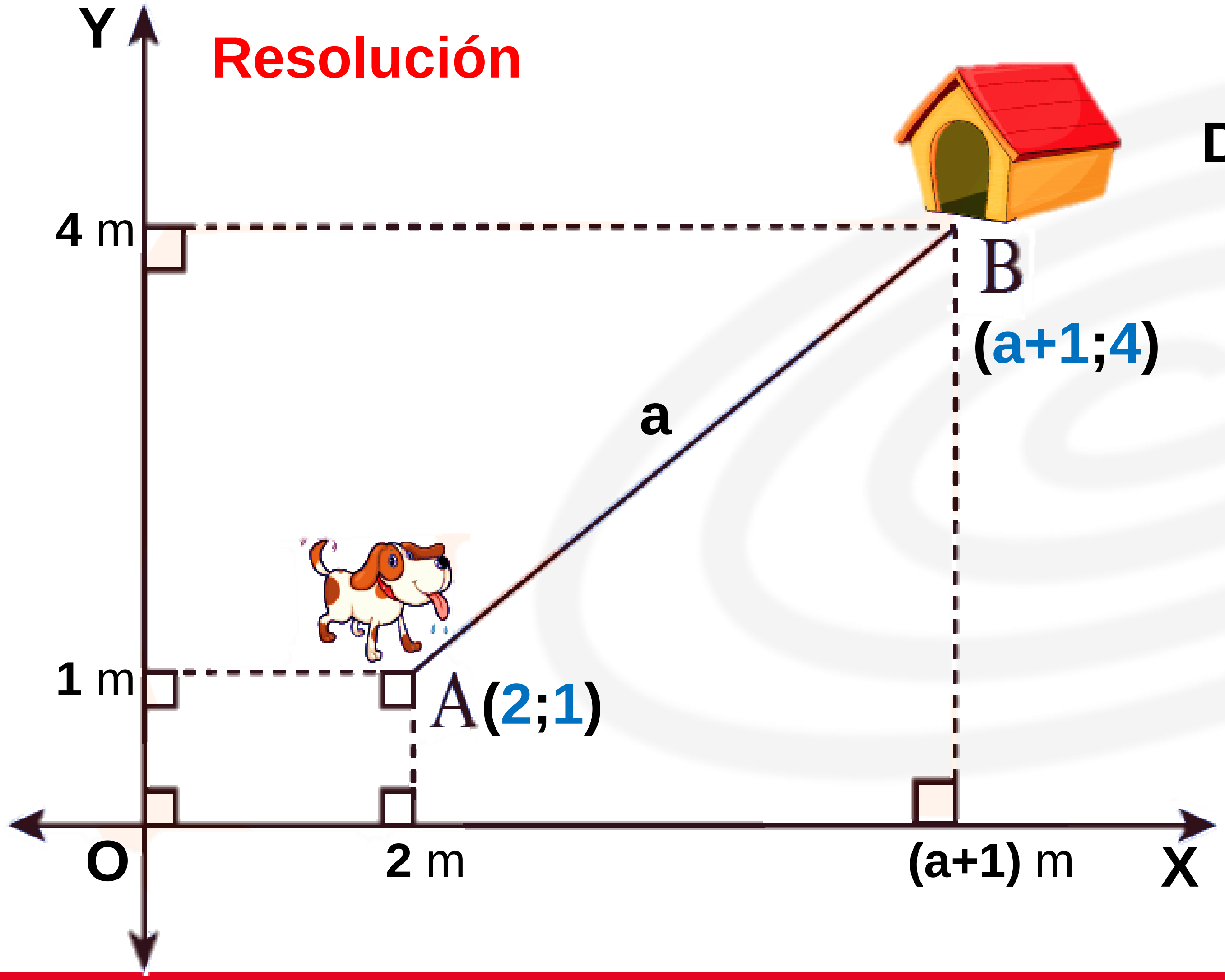
$$\begin{array}{c|cc|c} 5 & 1 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 & 20 \\ \underline{12} & 4 & 1 & \underline{1} \\ 20 & 1 & 3 & 30 \end{array}$$

$$S = \frac{|30 - 20|}{2}$$

$$\boxed{S = 5\ u^2}$$

6. En el gráfico mostrado, en el punto A se encuentra un perro y en el punto B está su casa. Determine a cuántos metros se encuentra el perro de su casa.

Resolución



Determinamos las coordenadas de A y B

La distancia a será:

$$a = \sqrt{[(a+1)-2]^2 + (4-1)^2}$$

Resolvemos la ecuación

$$a^2 = (a-1)^2 + 9$$

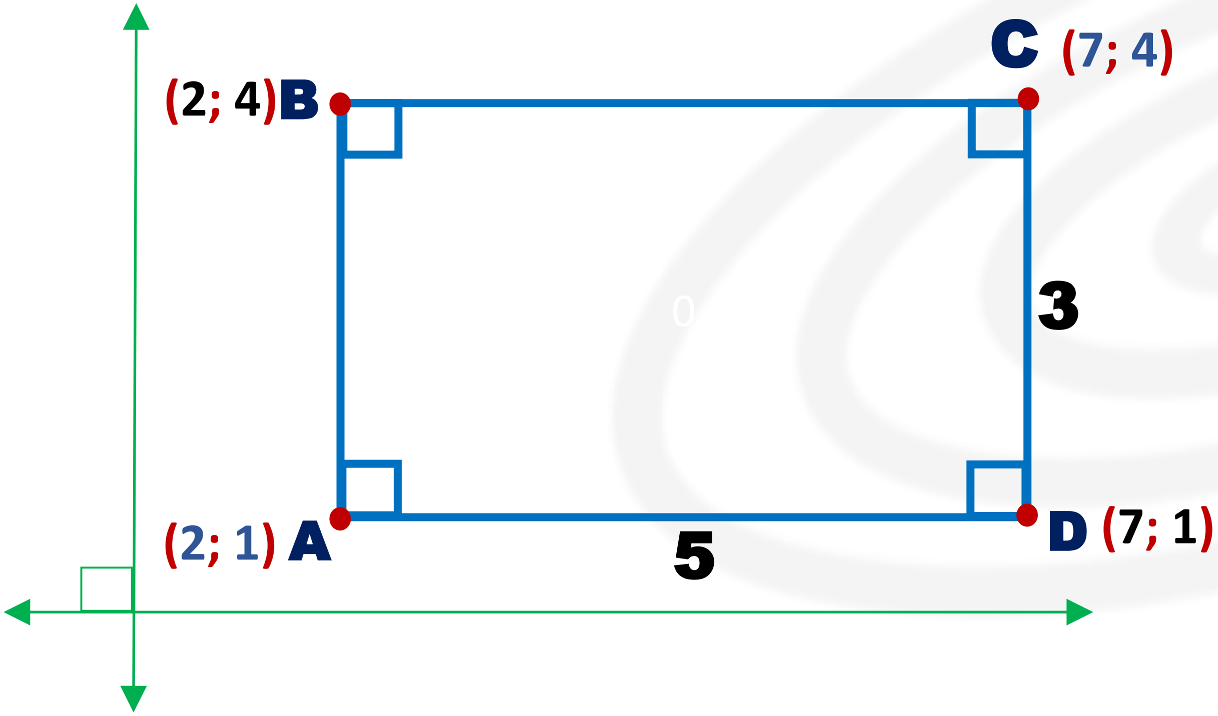
$$\cancel{a^2} = \cancel{a^2} - 2a + 1 + 9$$

$$2a = 10$$

$$\boxed{a = 5\ \text{m}}$$

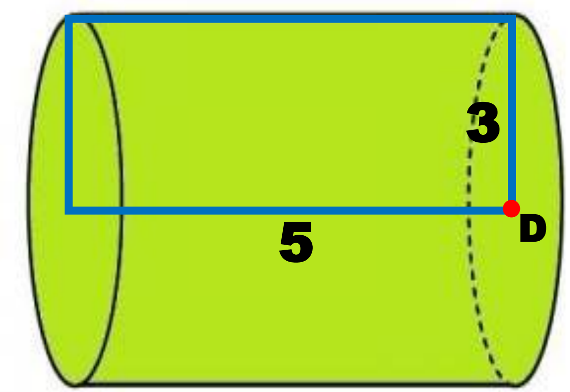
7. Los puntos A(2; 1) y C(7; 4) son dos vértices opuestos de una región rectangular ABCD, cuyos lados son paralelos a los ejes X e Y. Calcule el volumen del sólido de revolución que genera dicha región, al girar alrededor de su mayor lado.

Resolución



- Distancia entre dos puntos

➢ $AD = 7 - 2 = 5$ ➢ $CD = 4 - 1 = 3$



$V_{(SG)} = \pi . r^2 . h$

$V_{(SG)} = \pi . 3^2 . 5$

$\boxed{V_{(SG)} = 45\pi\ u^3}$

