

TRIGONOMETRY

Chapter 05

2nd
SECONDARY

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO II



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

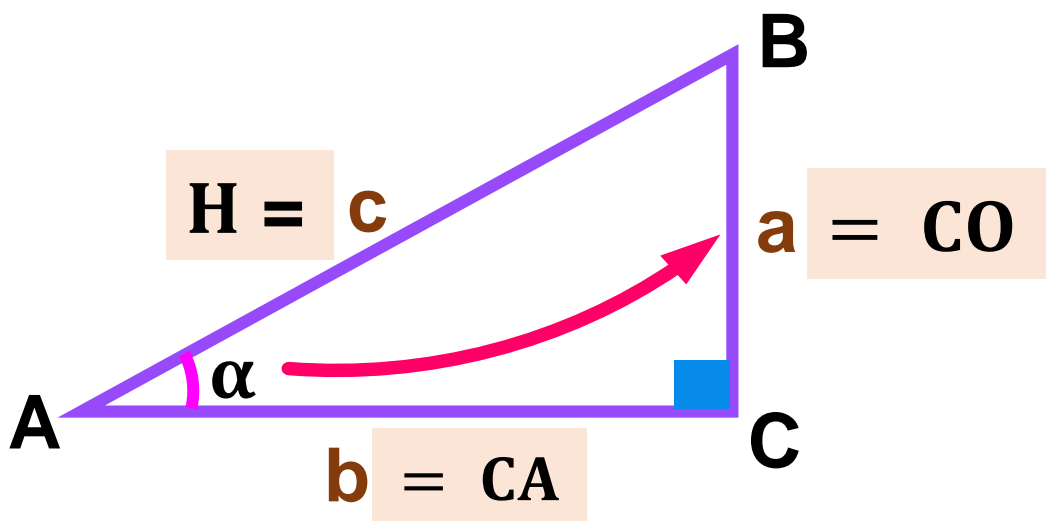
Prof. Abel Esteban Ortega Luna

<http://matematicaabelortega.blogspot.com/>

TEOREMA DE PITÁGORAS

El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos .

Con respecto al $\angle \alpha$:



TEOREMA DE PITÁGORAS

$$(H)^2 = (CO)^2 + (CA)^2$$

\Rightarrow

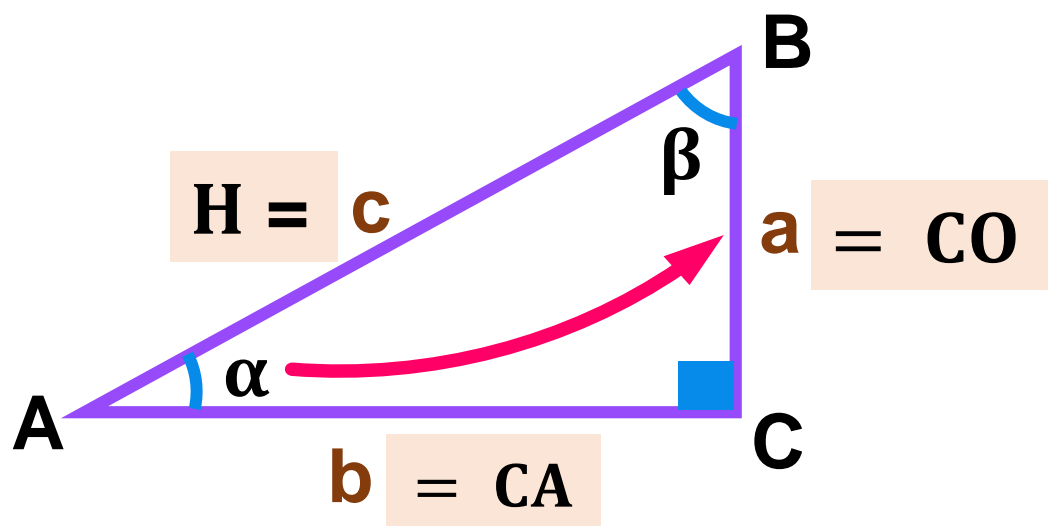
$$c^2 = a^2 + b^2$$



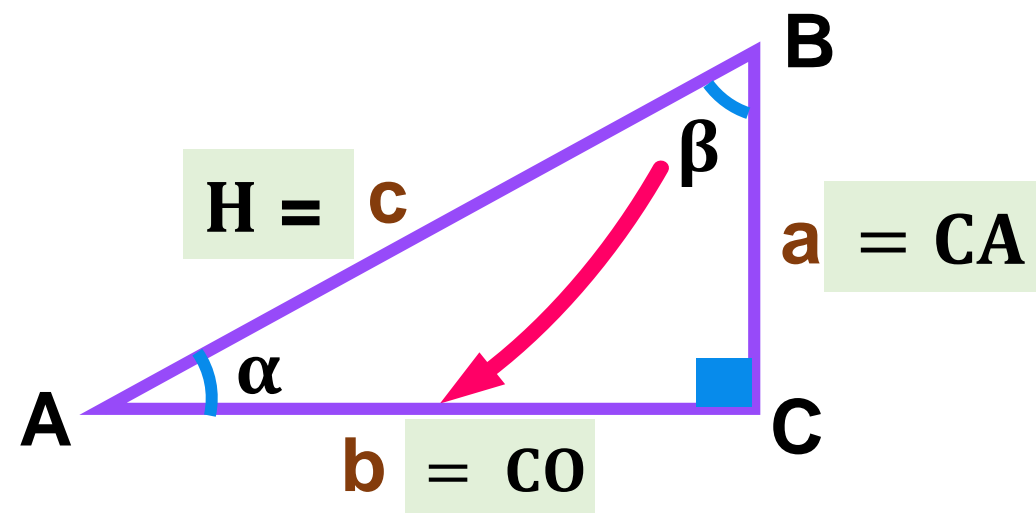
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO II

I) Para el estudio de las R.T es necesario establecer correctamente la posición relativa de los catetos .

Con respecto al $\angle \alpha$:

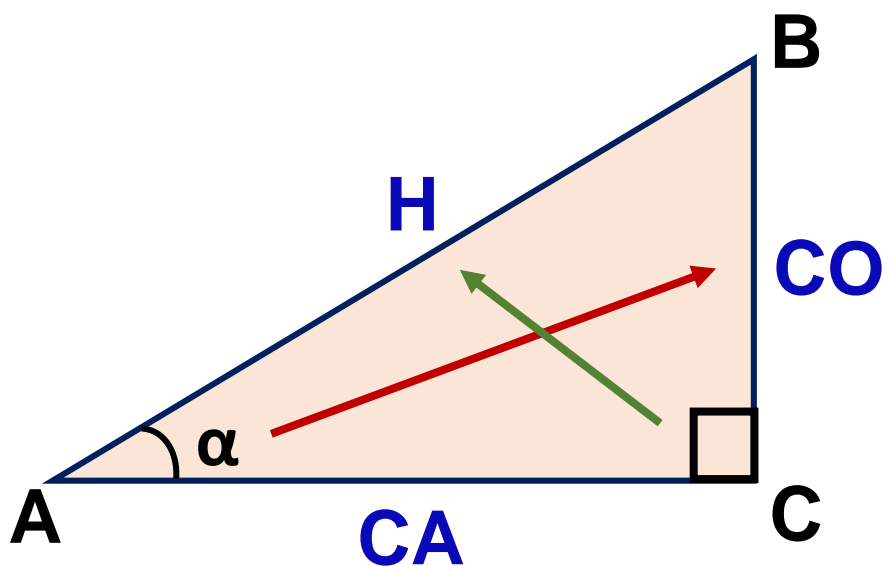


Con respecto al $\angle \beta$:



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO II

II) Razones trigonométricas son los cocientes entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, respecto de uno de sus ángulos interiores agudos.



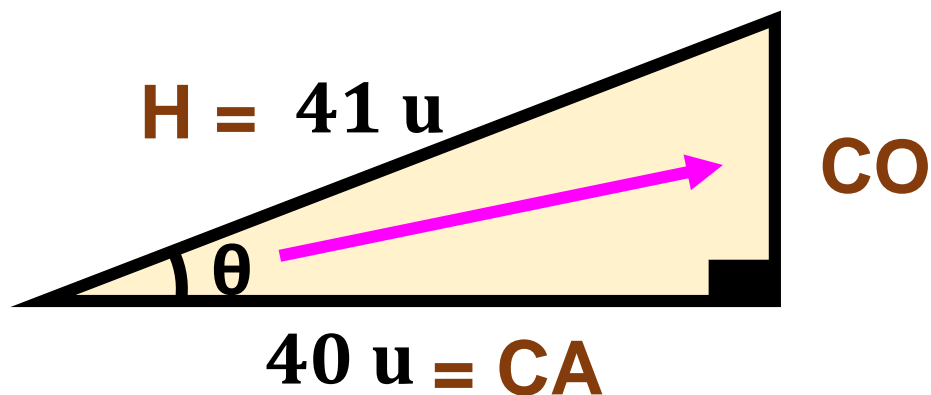
$$\text{cota} \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente al } \angle \alpha}{\text{Cateto opuesto al } \angle \alpha} = \frac{\text{CA}}{\text{CO}}$$

$$\text{seca} \alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente al } \angle \alpha} = \frac{\text{H}}{\text{CA}}$$

$$\text{csc} \alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto al } \angle \alpha} = \frac{\text{H}}{\text{CO}}$$

HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, efectúe $E = \sec\theta - 1$

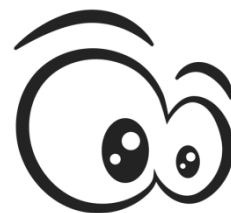


Recordar :

$$\sec\theta = \frac{H}{CA}$$



RESOLUCIÓN

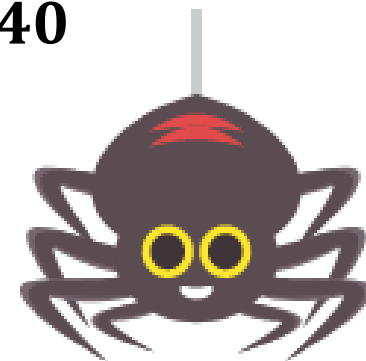


Ojo : No es necesario calcular la medida del cateto opuesto (**CO**).

Efectuamos E :

$$E = \sec\theta - 1 = \frac{41}{40} - \frac{40}{40}$$

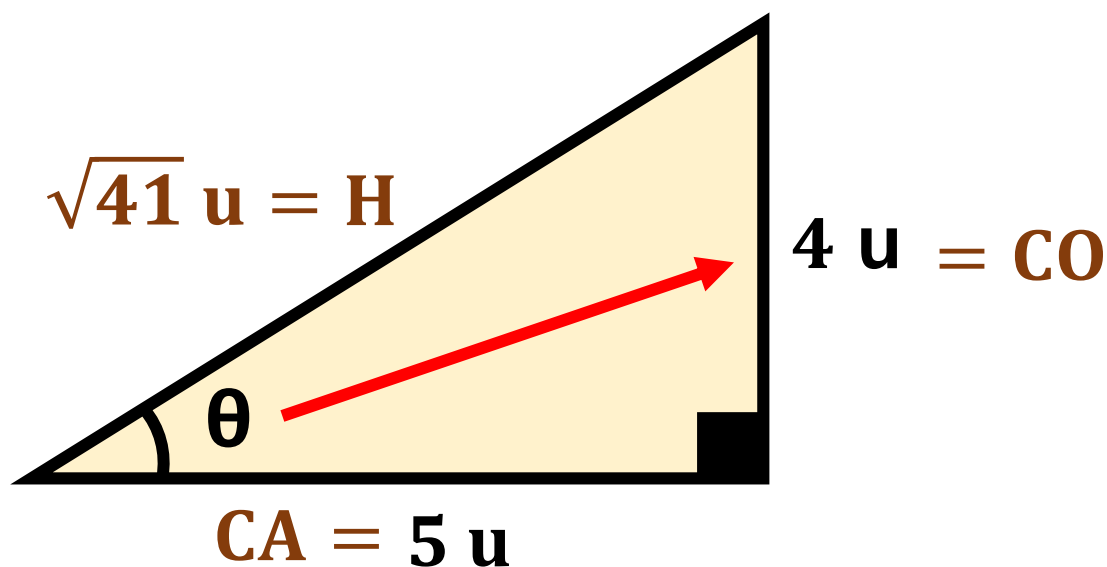
$$\therefore E = \frac{1}{40}$$



HELICO PRACTICE 2

De la figura, efectúe

$$L = \csc^2 \theta + \cot^2 \theta$$



Recordar :

$$\csc \theta = \frac{H}{CO}$$

$$\cot \theta = \frac{CA}{CO}$$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(H)^2 = (CO)^2 + (CA)^2$$

$$(H)^2 = (4)^2 + (5)^2 = 16 + 25$$

$$(H)^2 = 41 \quad \rightarrow \quad H = \sqrt{41}$$

Efectuamos L : $L = \csc^2 \theta + \cot^2 \theta$

$$L = \left(\frac{\sqrt{41}}{4} \right)^2 + \left(\frac{5}{4} \right)^2 = \frac{41}{16} + \frac{25}{16}$$

$$L = \frac{66}{16}$$

$$\therefore L = \frac{33}{8}$$

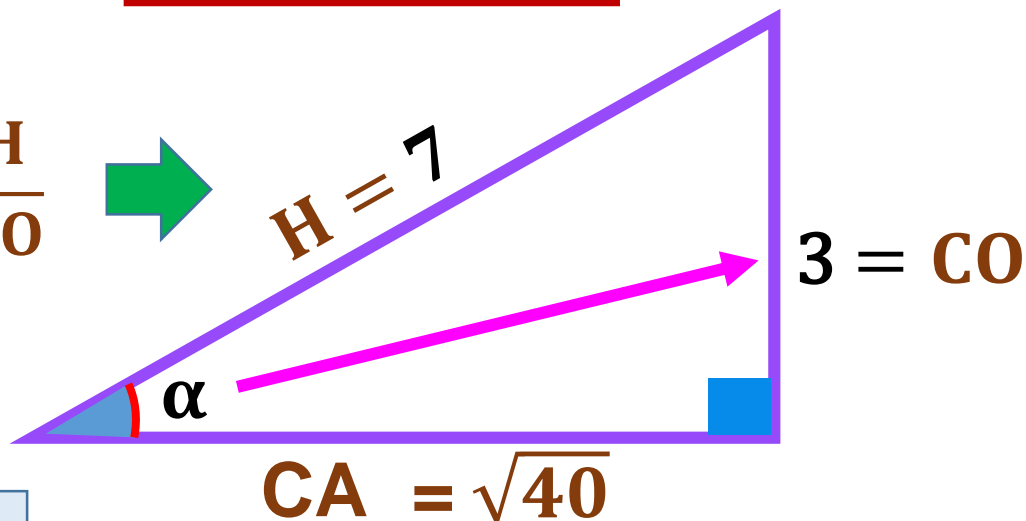
HELICO PRACTICE 3

Si $3 \csc \alpha - 7 = 0$, siendo α un ángulo agudo ; efectúe $T = \cot^2 \alpha - 1$

RESOLUCIÓN

Dato :

$$\csc \alpha = \frac{7}{3} = \frac{H}{CO}$$



Recordar :

$$\csc \alpha = \frac{H}{CO}$$

$$\cot \alpha = \frac{CA}{CO}$$

Teorema de Pitágoras :

$$(CO)^2 + (CA)^2 = (H)^2$$

$$(3)^2 + (CA)^2 = (7)^2$$

$$9 + (CA)^2 = 49$$

$$(CA)^2 = 40 \Rightarrow CA = \sqrt{40}$$

Efectuamos T :

$$T = \cot^2 \alpha - 1 = \left(\frac{\sqrt{40}}{3} \right)^2 - 1$$

$$T = \frac{40}{9} - \frac{9}{9}$$

$$\therefore T = \frac{31}{9}$$

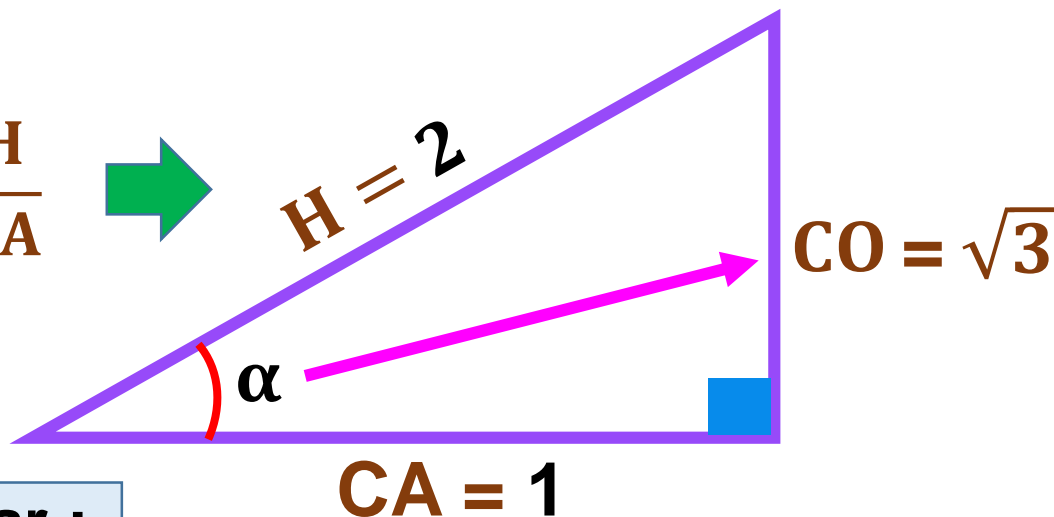
HELICO PRACTICE 4

Si $\sec\alpha = 2$, siendo α un ángulo agudo ;
efectúe $M = \csc\alpha \cdot \cot\alpha$

RESOLUCIÓN

Dato :

$$\sec\alpha = \frac{2}{1} = \frac{H}{CA}$$



Recordar :

$$\sec\alpha = \frac{H}{CA}$$

$$\csc\alpha = \frac{H}{CO}$$

$$\cot\alpha = \frac{CA}{CO}$$

Teorema de Pitágoras :

$$(CO)^2 + (CA)^2 = (H)^2$$

$$(CO)^2 + (1)^2 = (2)^2$$

$$(CO)^2 + 1 = 4$$

$$(CO)^2 = 3 \Rightarrow CO = \sqrt{3}$$

Efectuamos M :

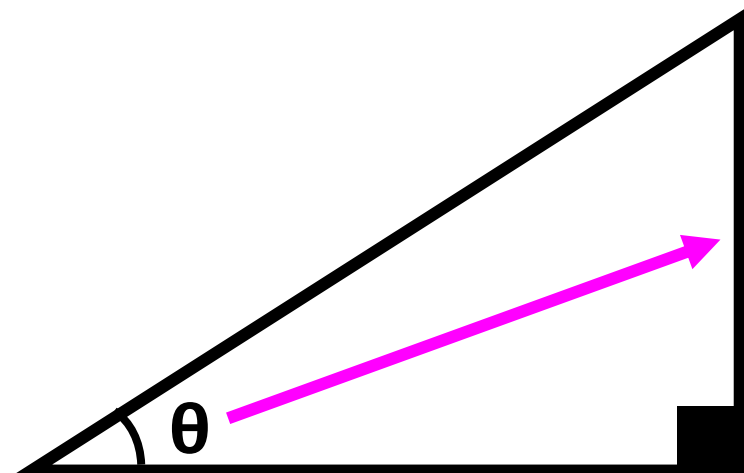
$$M = \csc\alpha \cdot \cot\alpha$$

$$M = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\therefore M = \frac{2}{3}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, halle el valor de x ,
si $\cot\theta = \frac{5}{3}$.



$$(4x + 3)u = CA$$

Recordar :

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

$$(3x)u = CO$$

Luego : $\frac{(4x + 3)u}{(3x)u} = \frac{5}{3}$

$$3(4x + 3) = 5(3x)$$

$$12x + 9 = 15x$$

$$9 = 3x$$

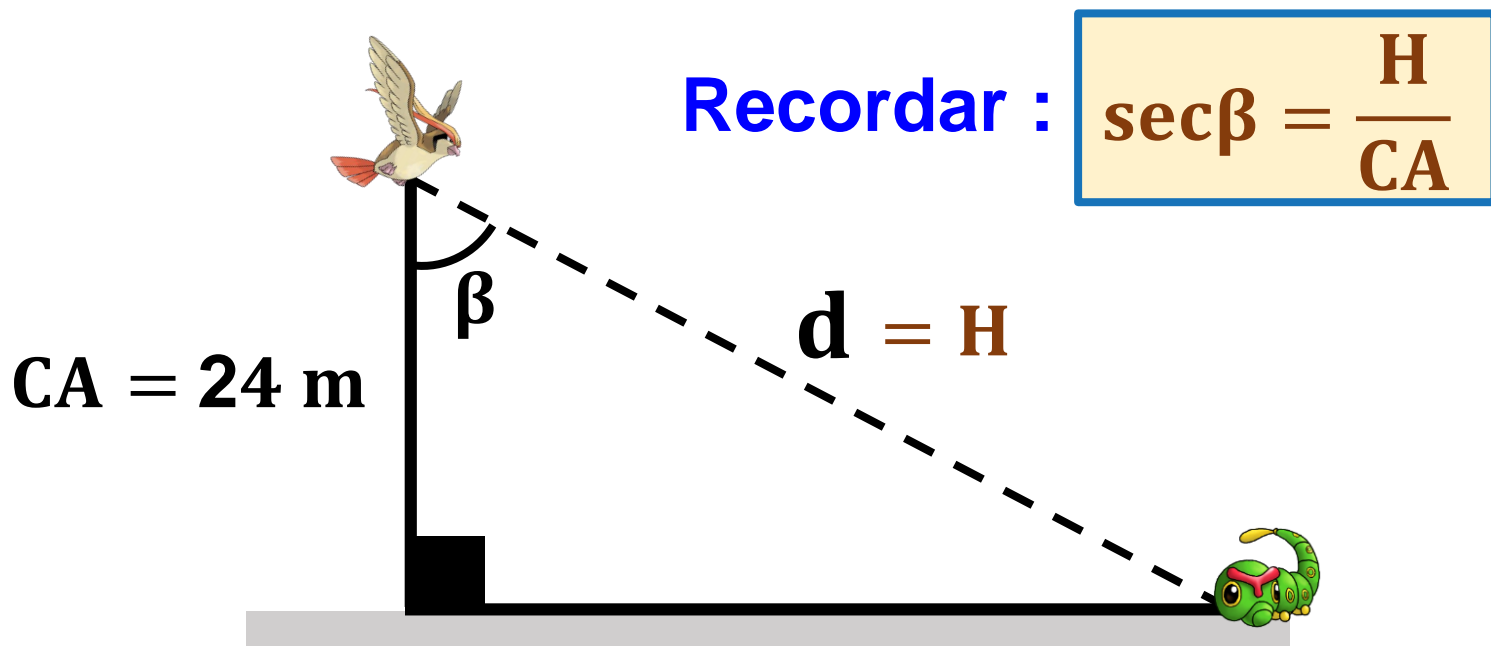
$$\therefore x = 3$$



HELICO PRACTICE 6

Un pájaro que se encuentra a 24 m de altura, observa un insecto y se dirige hacia él, tal como se muestra en la figura.

Determine la distancia “d” entre el insecto y dicha ave .- Considere $\sec\beta = \frac{13}{12}$



RESOLUCIÓN

$$\sec\beta = \sec\beta$$

(gráfico) (dato)

Luego :

$$\frac{d}{24 \text{ m}} = \frac{13}{12}$$

$$d(1) = 13(2 \text{ m})$$

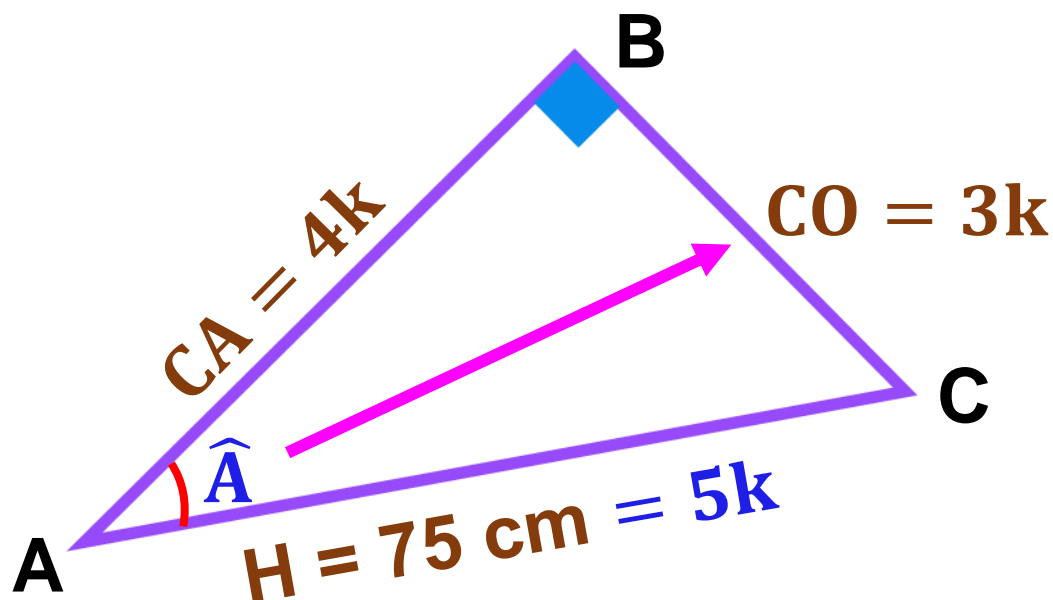
$$\therefore d = 26 \text{ m}$$



HELICO PRACTICE 7

Un constructor metálico ha diseñado una plancha en forma triangular como se muestra en la figura.

Si la hipotenusa mide 75 cm y $\cot A = \frac{4}{3}$.
Determine en centímetros el perímetro de la plancha diseñada.



RESOLUCIÓN

Dato :

$$\cot A = \frac{4k}{3k} = \frac{CA}{CO}$$

Luego :

$$5k = 75 \text{ cm}$$

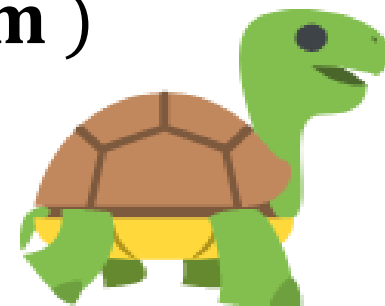
$$k = 15 \text{ cm}$$

Determinamos el perímetro :

$$2p = 4k + 3k + 5k$$

$$2p = 12k = 12(15 \text{ cm})$$

$$\therefore 2p = 180 \text{ cm}$$





SACO
OLIVEROS