# ARITHMETIC

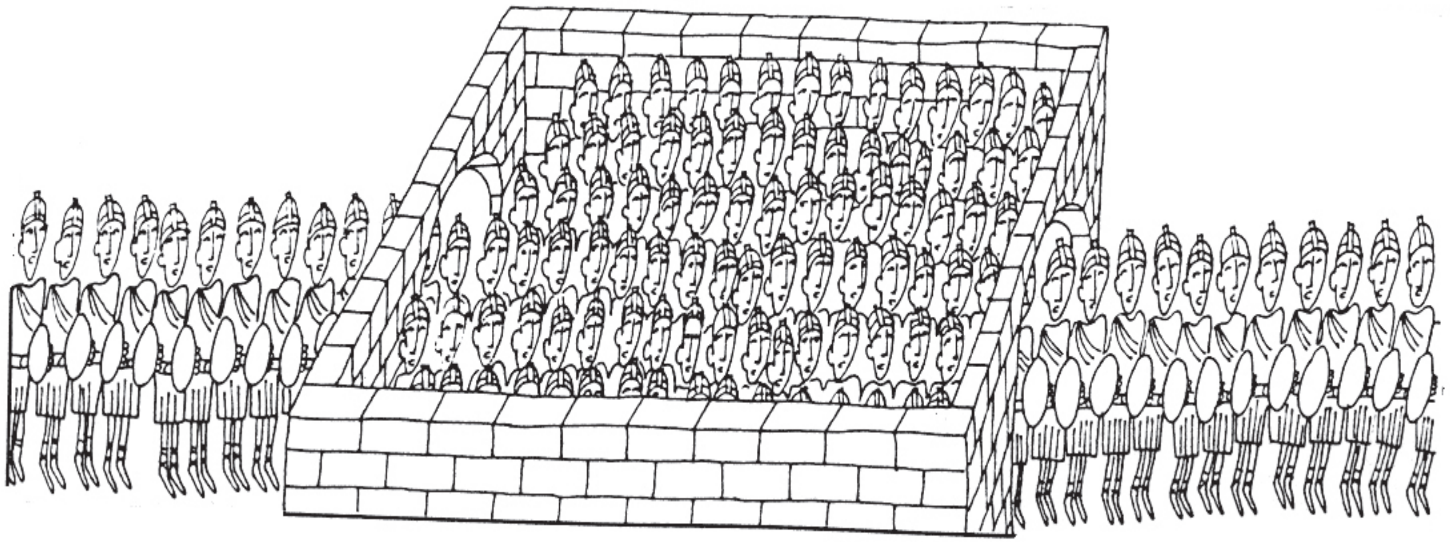
## Chapter 22

# 5th of Secondary

## MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN Y VARIACIÓN

SACO OLIVEROS

**En Grecia fueron famosos los métodos usados por Jerjes para contar a sus soldados: los hacía pasar a un recinto donde cabían 10000 soldados muy apretados. También se sabe que en el año 310 a. C., un censo efectuado bajo el reinado de Demetrio dio una población de 120000 personas libres y 400000 esclavos.**



# DATOS SIN AGRUPAR

Ejem

**Datos:**

$7; 5; 9; 7; 12; 7; 9; 8; 5; 10$

## Media ($\overline{x}$)

Es el promedio aritmético

$$\frac{2(5)+3(7)+8+2(9)+10+12}{10} \Rightarrow \overline{x} = 7,9$$

## Mediana ($Me$)

Es el dato central, ordenando los datos

$$5; 5; 7;\ 7; 7; 8; 9; 9; 10;\ 12 \Rightarrow Me = \frac{7+8}{2} = 7,5$$

## Moda ($Mo$)

Es el dato con mayor frecuencia

$$\Rightarrow Mo = 7$$

### *Observación*

- ✓ $2; 5; 9; 7; 12; 6.$ *(amodal )*
- ✓ $2; 5; 9; 2; 7; 5; 3.$ *(bimodal)*

# DATOS AGRUPADOS (DISTRIBUIDOS)

Ejem

| $I_i$ | $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ | $x_i f_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $[5; 9\rangle$ | 7 | 8 | 8 | 56 |
| $[9; 13\rangle$ | 11 | 15 | 23 | 165 |
| $[13; 17\rangle$ | 15 | 12 | 35 | 180 |
| $[17; 21\rangle$ | 19 | 5 | 40 | 95 |
| $[21; 25\rangle$ | 23 | 10 | 50 | 230 |
| $n =$ | | 50 | | 694 |

**Media ($\bar{x}$)**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{694}{50}$$

$$\bar{x} = 13,88$$

Ejem

| $I_i$ | $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ | $x_i f_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $[5;9\rangle$ | 7 | 8 | 8 | 56 |
| $[9;13\rangle$ | 11 | 15 | 23 | 165 |
| $[13;17\rangle$ | 15 | 12 | 35 | 180 |
| $[17;21\rangle$ | 19 | 5 | 40 | 95 |
| $[21;25\rangle$ | 23 | 10 | 50 | 230 |
| $n =$ | | 50 | | 694 |

Mo

Me

## Mediana $(Me)$

$$\mathrm{Me} = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right] a_i$$

$$\mathrm{Me} = 13 + \left[\frac{25-23}{12}\right] 4$$

$$\therefore\ \mathrm{Me} = 13,\widehat{6}$$

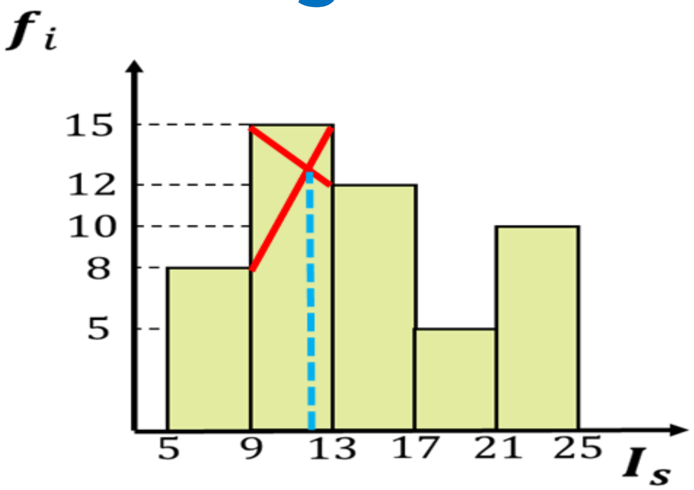
## Moda $(Mo)$

$$\mathrm{Mo} = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_1 - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})}\right] a_i$$

$$\mathrm{Mo} = 9 + \left[\frac{15-8}{(15-8)+(15-12)}\right] 4 \qquad \therefore\ \mathrm{Mo} = 11,8$$

# Aplicando proporcionalidad

## Histograma




## Moda ($Mo$)

$$\frac{\mathrm{Mo}-9}{15-8}=\frac{13-Mo}{15-12}$$

$$3\mathrm{Mo}-27=91-7\mathrm{Mo}$$

$$10\mathrm{Mo}=118$$

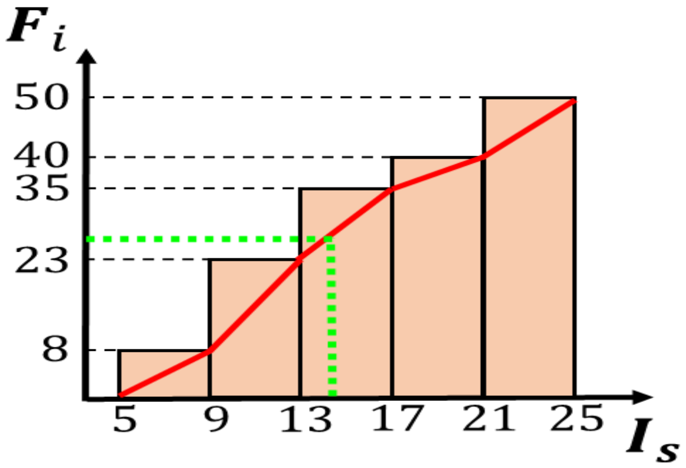
$$\mathrm{Mo}=11{,}8$$

| $I_i$ | $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ | $x_if_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $[5;9\rangle$ | 7 | 8 | 8 | 56 |
| $[9;13\rangle$ | 11 | 15 | 23 | 165 |
| $[13;17\rangle$ | 15 | 12 | 35 | 180 |
| $[17;21\rangle$ | 19 | 5 | 40 | 95 |
| $[21;25\rangle$ | 23 | 10 | 50 | 230 |
| $n=$ | | 50 | | 694 |

$Mo$ ← $[9;13\rangle$

$Me$ ← $[13;17\rangle$

## Diagrama escalonado




## Mediana ($Me$)

$$\frac{\mathrm{Me}-13}{25-23}=\frac{4}{12}$$

$$3\mathrm{Me}-39=2$$

$$3\mathrm{Me}=41$$

$$\mathrm{Me}=13,\widehat{6}$$

# Medidas de dispersión

Miden que tan dispersos se encuentran los datos alrededor del centro.
Los más conocidos son el rango, varianza, desviación estándar y coeficiente de variación.

## 1. VARIANZA MUESTRAL($S^2$)

### A. Para datos no clasificados

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}$$

### B. Para datos clasificados

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 f_i}{n}$$

## 2.DESVIACIÓN ESTÁNDAR(s)

$$s = \sqrt{s^2}$$

## 3. COEFICIENTE DE VARIACIÓN (CV)

$$CV = \frac{s}{\overline{x}}$$

$$CV \times 100\%$$

**1.** En el curso de Aritmética cuyas notas finales fueron 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11 y 12, el profesor manifiesta que un alumno aprobará si su nota es mayor que la media aritmética o mayor que la mediana. ¿Cuántos alumnos no aprobarán?

**Resolución**

$$4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10;\ 11;\ 12$$

**Media:**

$$\bar{x} = \frac{4+12}{2} = 8$$

**Mediana:**

$$\mathrm{Me} = 8$$

$\therefore$ ***Cantidad de alumnos que no aprobaron***

| RPTA: | 5 |
|---|---|

**2.** En el siguiente cuadro, calcule la suma de la mediana y la moda:

| Edad($x_i$) | $f_i$ |
|---|---|
| 14 | 2 |
| 15 | 8 |
| 16 | 12 |
| 17 | 30 |
| 18 | 28 |
| 19 | 10 |
| | n = 90 |

$x_1 \ldots x_{22}$

$x_{23} \ldots x_{52}$

**Resolución**

$$M_e = \frac{x_{45} + x_{46}}{2}$$

$$M_e = \frac{17+17}{2} = 17$$

$$M_o = 17$$

$$17 + 17 = 34$$

RPTA: 34

**3.** **En cierta fábrica se hizo un estudio sobre la edad de los trabajadores, con el fin de establecer un plan de seguro grupal y se obtuvo los siguientes datos:**

| $I_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|
| $[20;30\rangle$ | 2 | 2 |
| $[30;40\rangle$ | 4 | 6 |
| Me $[40;50\rangle$ | 5 | 11 |
| $[50;60\rangle$ | 6 | 17 |
| $[60;70\rangle$ | 3 | 20 |

$\text{Total} = 20$

**Resolución**

**Calcule la mediana.**

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_1}\right] a_i$$

$$\mathbf{Me} = 40 + \left[\frac{10-6}{5}\right] 10$$

$\therefore$ ***Mediana:***

**Rpta:** **48**

## 4. Del problema anterior, calcule la Moda y la Media

| $I_i$ | $x_i$ | $f_i$ | $x_i . f_i$ |
|---|---|---|---|
| $[20;30\rangle$ | 25 | 2 | 50 |
| $[30;40\rangle$ | 35 | 4 | 140 |
| $[40;50\rangle$ | 45 | 5 | 225 |
| $[50;60\rangle$ | 55 | 6 | 330 |
| $[60;70\rangle$ | 65 | 3 | 195 |
| | | 20 | 940 |

**Resolución**

**Calculo la media**

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n}$$

$$\overline{x} = \frac{940}{20}$$

$$\overline{x} = 47$$

**Moda $(Mo)$**

$$Mo = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_1 - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})}\right] a_i$$

$$Mo = 50 + \left[\frac{6 - 5}{(6 - 5) + (6 - 3)}\right] 10$$

$$Mo = 52,5$$

**5.** **Considerando la tabla de frecuencia calcule**

**a.** $f_2 - f_3 + H_2$.

**b. la mediana.**

| $Edad$ | $f_i$ | $F_i$ | $h_i$ | $H_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $[0;30\rangle$ | 20 | 20 | 0,1 | 0,1 |
| $[30;60\rangle$ | 66 | 86 | 0,33 | 0,43 |
| $[60;90\rangle$ | 60 | 146 | 0,3 | 0,73 |
| $[90;120\rangle$ | 24 | 170 | 0,12 | 0,85 |
| $[120;150\rangle$ | 30 | 200 | 0,15 | 1 |

## Resolución

$$h_i = \frac{f_i}{n}$$

$$\frac{30}{n} = 0{,}15 \qquad n = 200$$

$$f_1 = 20 \qquad f_3 = 60$$

**a.** $f_2 - f_3 + H_2 = 6{,}43$

## b. Mediana $(Me)$

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right] a_i$$

$$Me = 60 + \left[\frac{100 - 86}{60}\right] 30$$

$$\therefore \; Me = 67$$

**Rpta:** **6,43 y 67**

**7.** Con las edades de los profesores del colegio Saco Oliveros de Naranjal se construye el siguiente cuadro de distribución simétrica y con un ancho de clase común

| Edad | $f_i$ | $F_i$ | $h_i$ |
|---|---|---|---|
| $[20;28\rangle$ | 12 | 12 | |
| $[28;36\rangle$ | 9 | 21 | 0,15 |
| $[36;44\rangle$ | 18 | 39 | |
| $[44;52\rangle$ | 9 | 48 | |
| $[52;60\rangle$ | 12 | 60 | |

calcule la moda.

**Resolución**

$$\frac{f_2}{60} = 0,15 \quad f_2 = 9$$

**Distribución simétrica**

$$f_5 = 12 \qquad f_4 = 9$$

**Moda ($Mo$)**

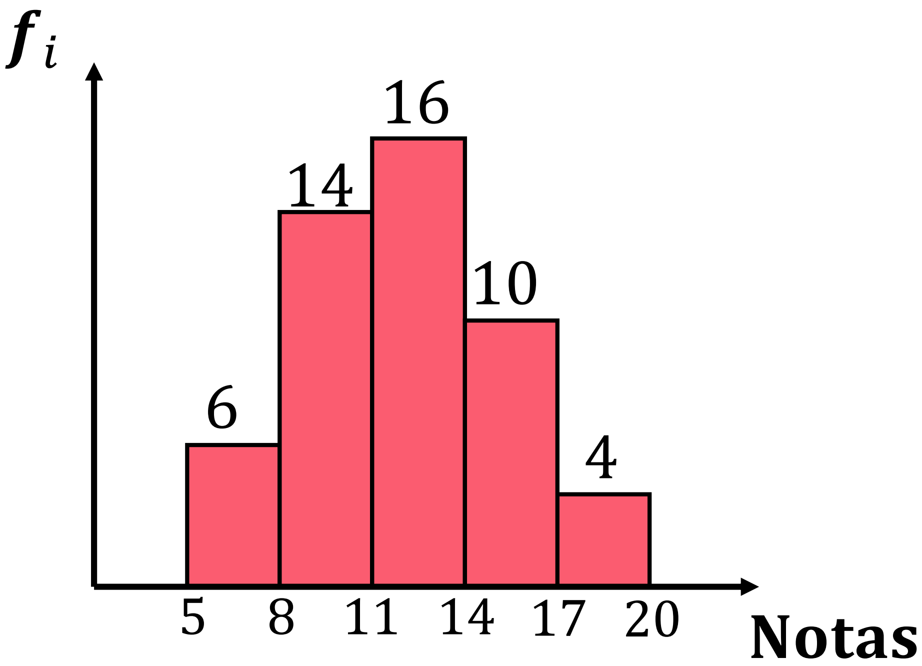
$$Mo = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_1 - f_{i-1}) + (f_1 - f_{i+1})}\right] a_i$$

$$\text{Mo} = 36 + \left[\frac{18-9}{(18-9)+(18-9)}\right] 8$$

$$\text{Mo} = 40$$

**Rpta:** 40

**7.** Las notas de un examen de aptitud académica están distribuidas en el siguiente histograma de frecuencias:




¿Cuál es la nota promedio?

**Resolución**

$$x_i = \frac{L_i + Ls}{2}$$

$x_1$=6,5; $x_2$=9,5; $x_3$=13,5; $x_4$=15,5 y $x_5$= 18,5

$$\overline{X} = \frac{6x6,5 + 14x9,5 + 16x13,5 + 10x15,5 + 4x18,5}{6 + 14 + 16 + 10 + 4}$$

$$\overline{X} = 12,34$$

| RPTA: | 12,34 |
|---|---|