

TRIGONOMETRY

VOLUME I

5th
SECONDARY

FEEDBACK



HELICO MOTIVATING



LAS GRANDES
IDEAS
SON DE QUIEN
SE ESFUERZA POR
ATRAPARLAS

1

Si un ángulo agudo de medida β cumple que $\cos\beta = 0,75$. Efectúe

$$F = \sqrt{7}\operatorname{sen}\beta + \frac{1}{4}$$

RESOLUCIÓN

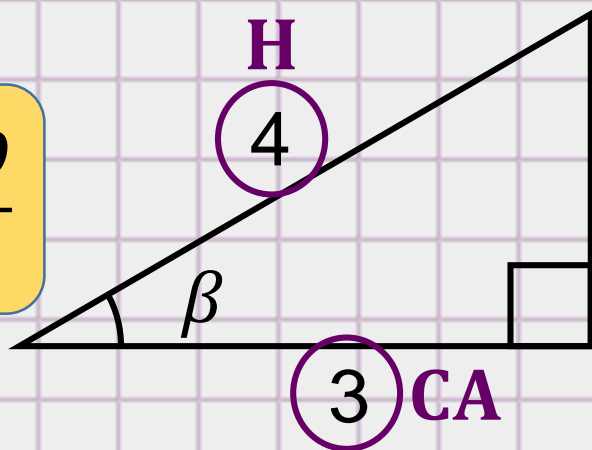
Por condición:

$$\cos\beta = 0,75 = \frac{75}{100} \rightarrow \cos\beta = \frac{3}{4} = \frac{\text{CA}}{\text{H}}$$



NOTA

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\text{CO}}{\text{H}}$$



CO

$\sqrt{7}$

¡Por teorema de Pitágoras!

Efectuamos $F = \sqrt{7}\operatorname{sen}\beta + \frac{1}{4}$

$$F = \sqrt{7} \left(\frac{\sqrt{7}}{4} \right) + \frac{1}{4}$$

$$F = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

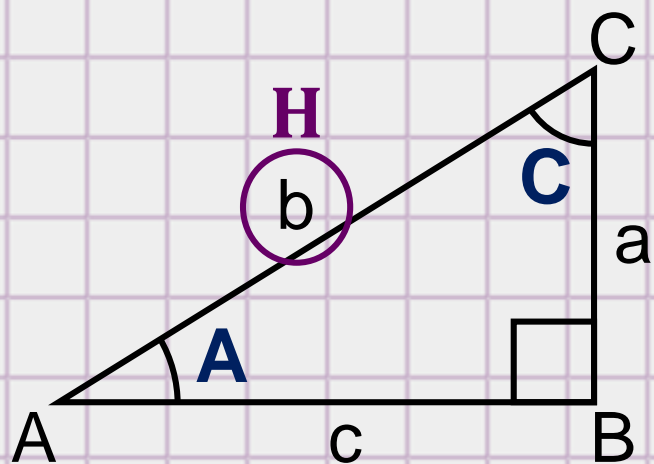
$$\therefore \mathbf{F = 2}$$

2

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se cumple que $17\operatorname{sen}A + 12\operatorname{cos}C = 20$. A partir de ello, calcule $20\tan C$.

RESOLUCIÓN

Graficamos el triángulo:

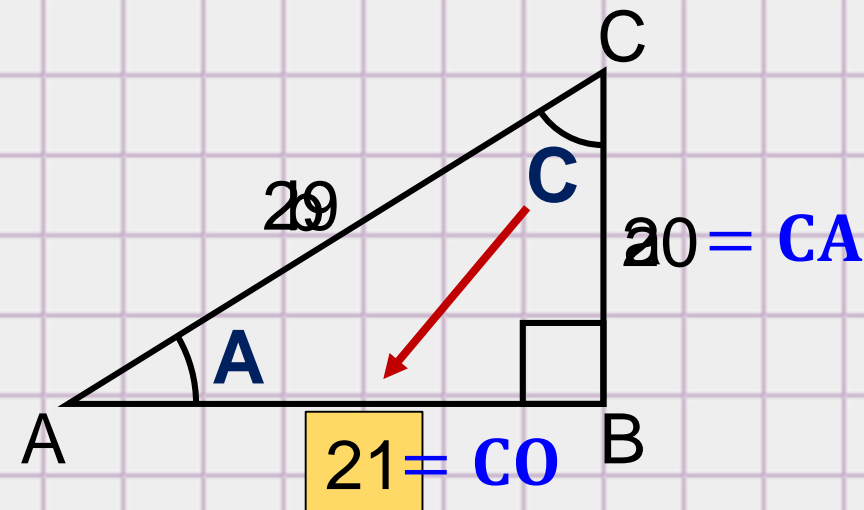


\angle	CO	CA
$\angle A$	a	c
$\angle C$	c	a

Reemplazamos en la condición:

$$17 \cdot \frac{a}{b} + 12 \cdot \frac{a}{b} = 20$$

Tenemos $29 \cdot \frac{a}{b} = 20 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{20}{29}$



Calculamos $20\tan C = 20 \cdot \frac{21}{20} = 21$

$\therefore 20\tan C = 21$

3

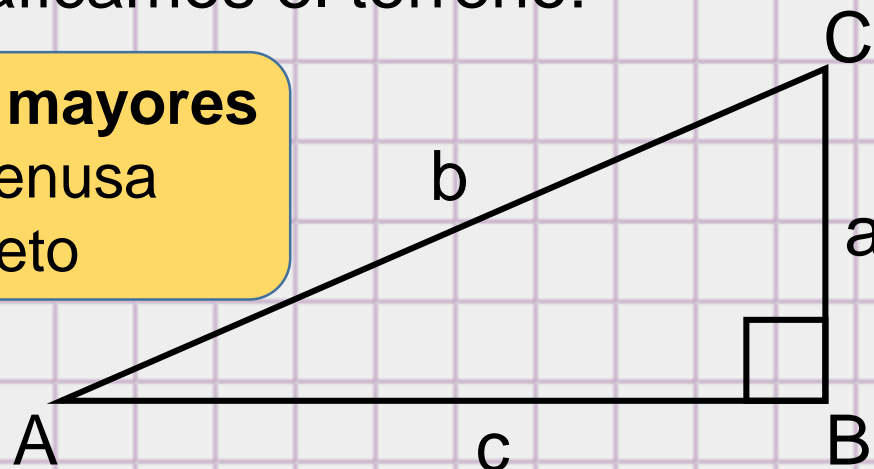
Félix tiene un terreno el cual tiene forma de un triángulo rectángulo en el que los **lados mayores están en la relación como 113 es a 112**. Calcule la suma de la cosecante y la cotangente del menor ángulo agudo de dicho triángulo.

RESOLUCIÓN

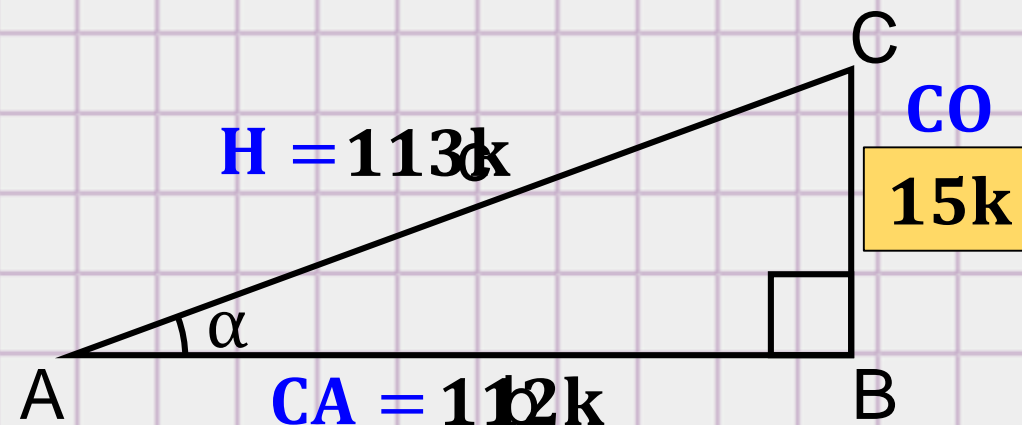
Graficamos el terreno:

Lados mayores

- Hipotenusa
- 1 Cateto



Por condición: $\frac{b}{c} = \frac{113k}{112k}$



Calculamos: $csc\alpha + cot\alpha = \frac{H}{CO} + \frac{CA}{CO} = \frac{113k}{15k} + \frac{112k}{15k}$

$$csc\alpha + cot\alpha = \frac{225k}{15k} = 15$$

$\therefore csc\alpha + cot\alpha = 15$

4

El profesor Gian Carlo plantea un reto a sus estudiantes el cual consiste en encontrar el valor de $K = \cot^2 30^\circ \cdot \csc^2 45^\circ + \sec 60^\circ - 4 \tan 37^\circ$. Si la estudiante Rosita le da la respuesta correcta, ¿cuál es el resultado que obtuvo Rosita?



¡Recordemos!

RT α	sen	cos	tan	cot	sec	csc
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$

RESOLUCIÓN

Reemplazamos en

$$K = \cot^2 30^\circ \cdot \csc^2 45^\circ + \sec 60^\circ - 4 \tan 37^\circ$$

$$K = \sqrt{3}^2 \cdot \sqrt{2}^2 + 2 - 4 \times \frac{3}{4}$$

$$K = 6 + 2 - 3$$

$$K = 5$$

∴ **Rosita obtuvo 5**

5 Siendo α y β las medidas de dos ángulos agudos, calcule β si

$$\operatorname{sen}(7\alpha - 15^\circ) = \cos(5\alpha + 21^\circ)$$

$$\tan(2\beta - \alpha) \cdot \cot(3\alpha + 2^\circ) = 1$$

RESOLUCIÓN

- $\operatorname{sen}(7\alpha - 15^\circ) = \cos(5\alpha + 21^\circ)$

Por RT de ángulos complementarios:

$$\rightarrow 7\alpha - 15^\circ + 5\alpha + 21^\circ = 90^\circ$$

$$12\alpha + 6^\circ = 90^\circ$$

$$12\alpha = 84^\circ$$

$$\boxed{\alpha = 7^\circ}$$

- $\tan(2\beta - \alpha) \cdot \cot(3\alpha + 2^\circ) = 1$

Por RT recíprocas: $2\beta - \alpha = 3\alpha + 2^\circ$

$$2\beta = 4\alpha + 2^\circ$$

$$2\beta = 4(7^\circ) + 2^\circ$$

$$2\beta = 30^\circ$$

$$\therefore \boxed{\beta = 15^\circ}$$

6

Las edades de Álvaro y Ricky son a y b años respectivamente, si dichos valores se pueden calcular al resolver las siguientes expresiones:

$$\tan(3a - 10)^\circ \cdot \cot 44^\circ = 1 \text{ y } \sec(5b)^\circ = \csc 5^\circ$$

- ¿Cuál es la edad de Álvaro y Ricky ?
- ¿Cuál es la diferencia de ambas edades?

RESOLUCIÓN

- $\tan(3a - 10)^\circ \cdot \cot 44^\circ = 1$

Por RT recíprocas:

$$\rightarrow (3a - 10)^\circ = 44^\circ$$

$$3a - 10 = 44$$

$$3a = 54$$

Álvaro

$$a = 18$$

- $\sec(5b)^\circ = \csc 5^\circ$

Por RT de ángulos complementarios:

$$\rightarrow (5b)^\circ + 5^\circ = 90^\circ$$

$$(5b)^\circ = 85^\circ$$

$$b = 17$$

Ricky

Respondemos:

a) Álvaro = **18 años**

Ricky = **17 años**

b) $18 - 17 =$ **1 año**

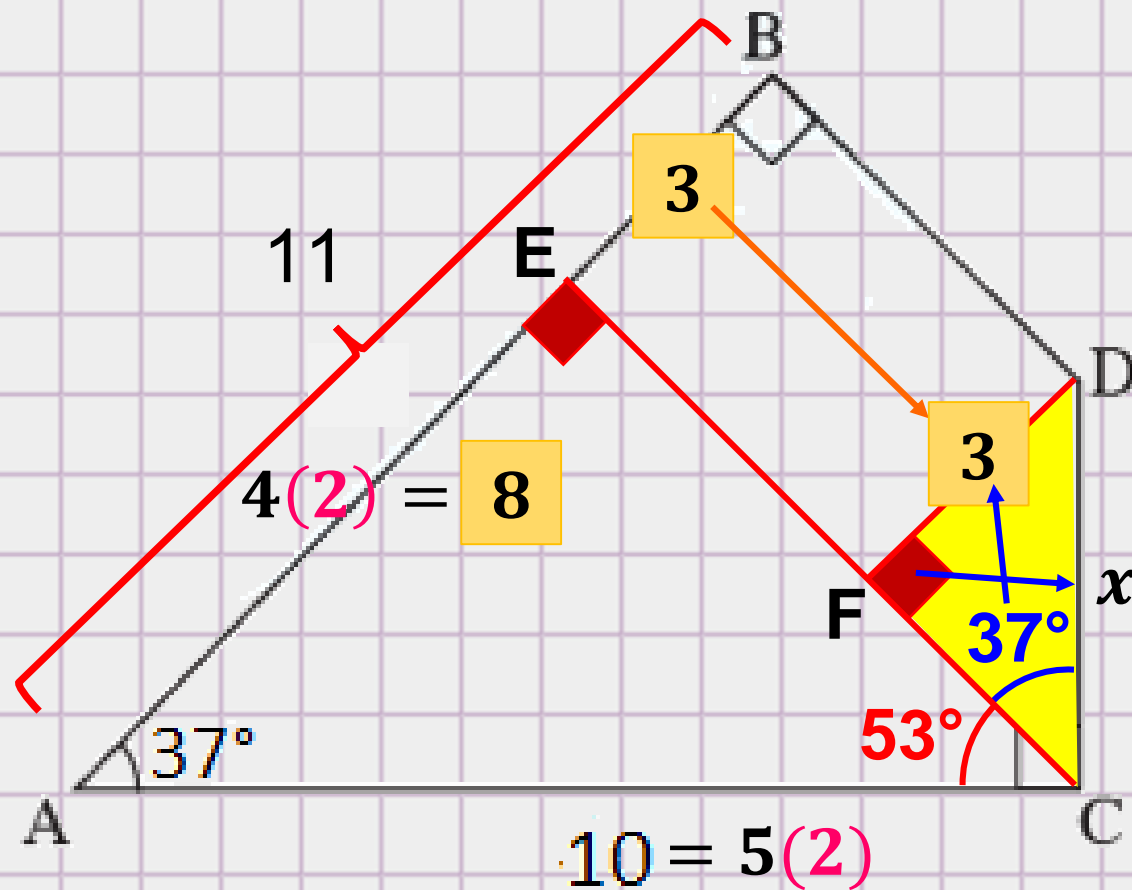
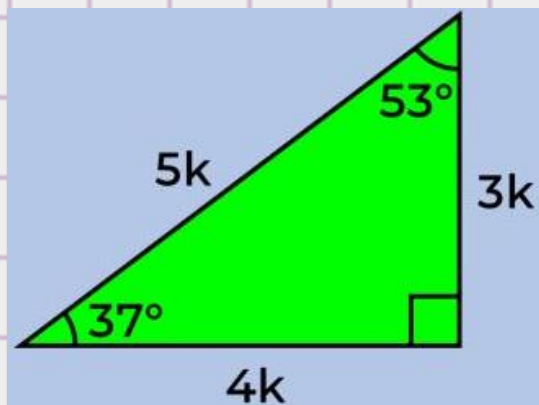
la

Analizamos el gráfico:

Analizamos el gráfico:



NOTA



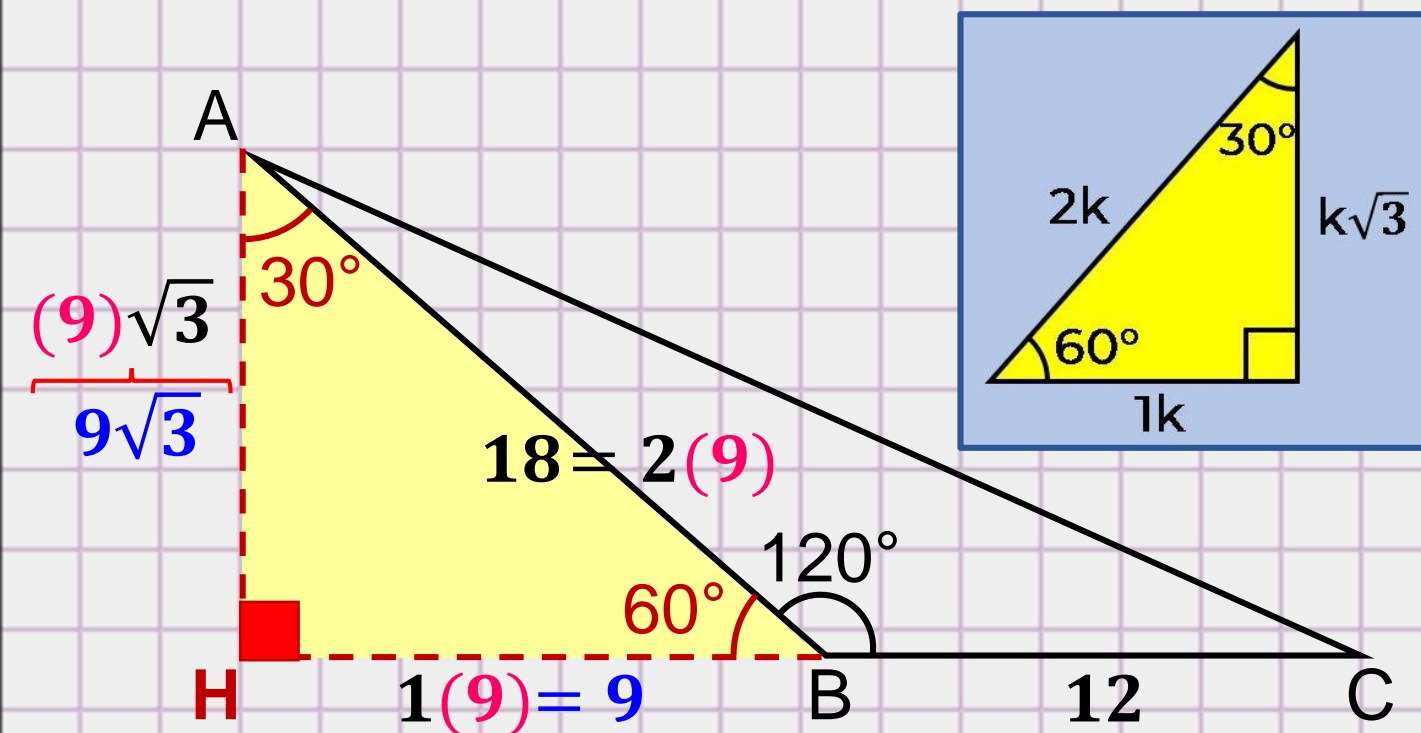
$CD = 5$

8

En un triángulo ABC, se cumple que $AB = 18u$, $BC = 12u$ y $m\angle ABC = 120^\circ$. Calcule $3\sqrt{3}\cot C$.

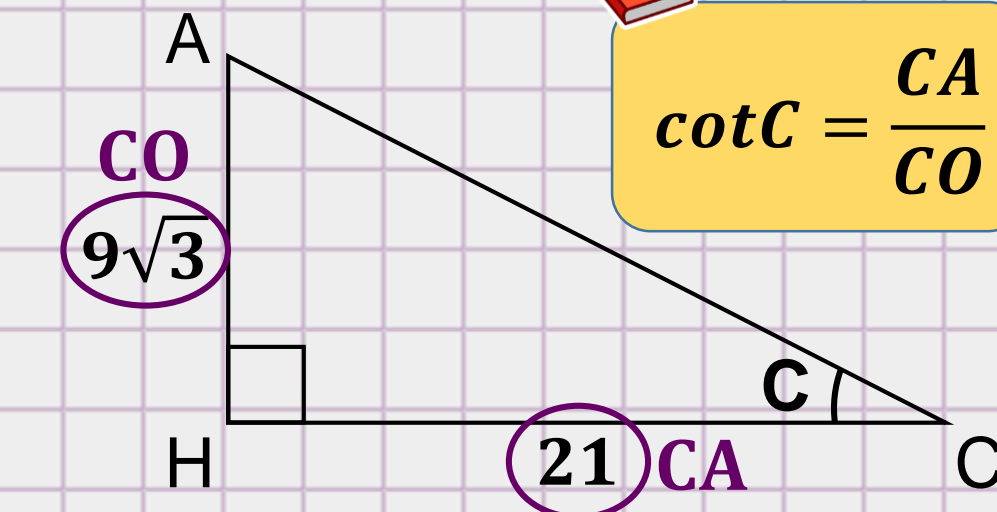
RESOLUCIÓN

Graficamos acorde al enunciado:



NOTA

$$\cot C = \frac{CA}{CO}$$



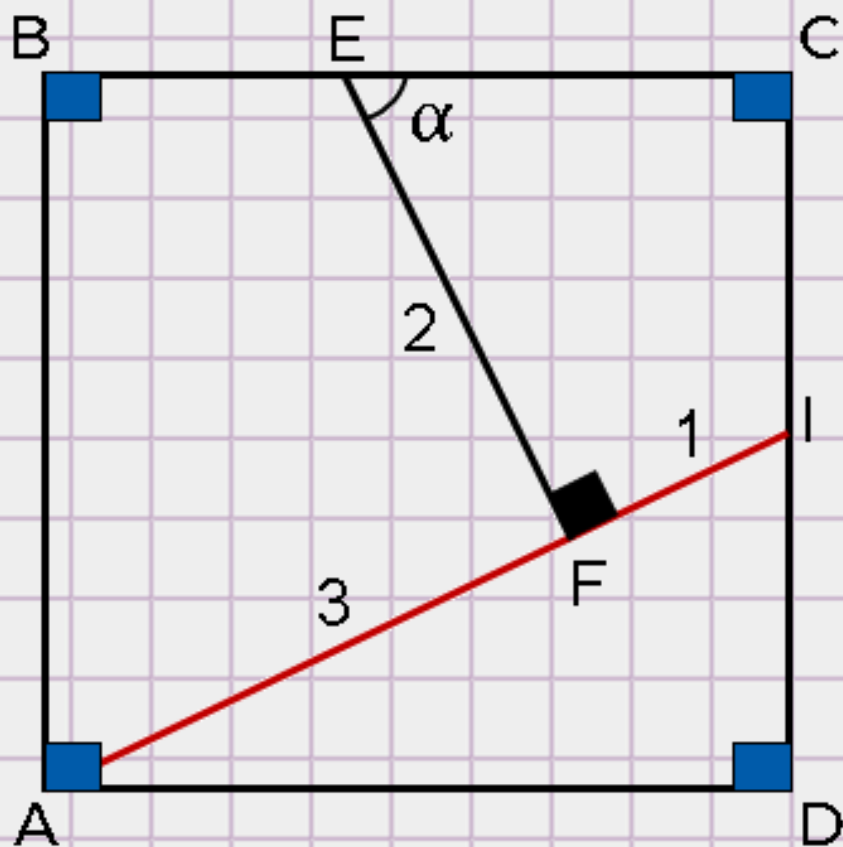
Calculamos

$$3\sqrt{3}\cot C = \frac{1}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{21}{9\sqrt{3}} = 7$$

$$\therefore 3\sqrt{3}\cot C = 7$$

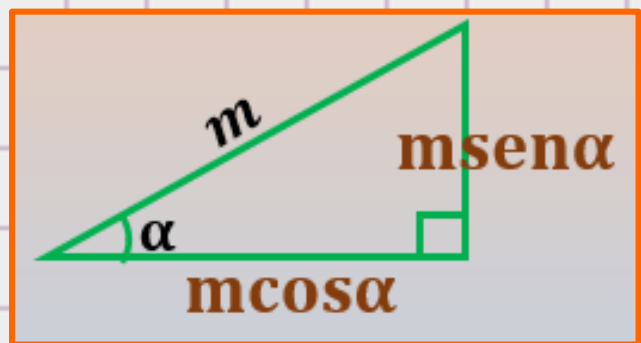
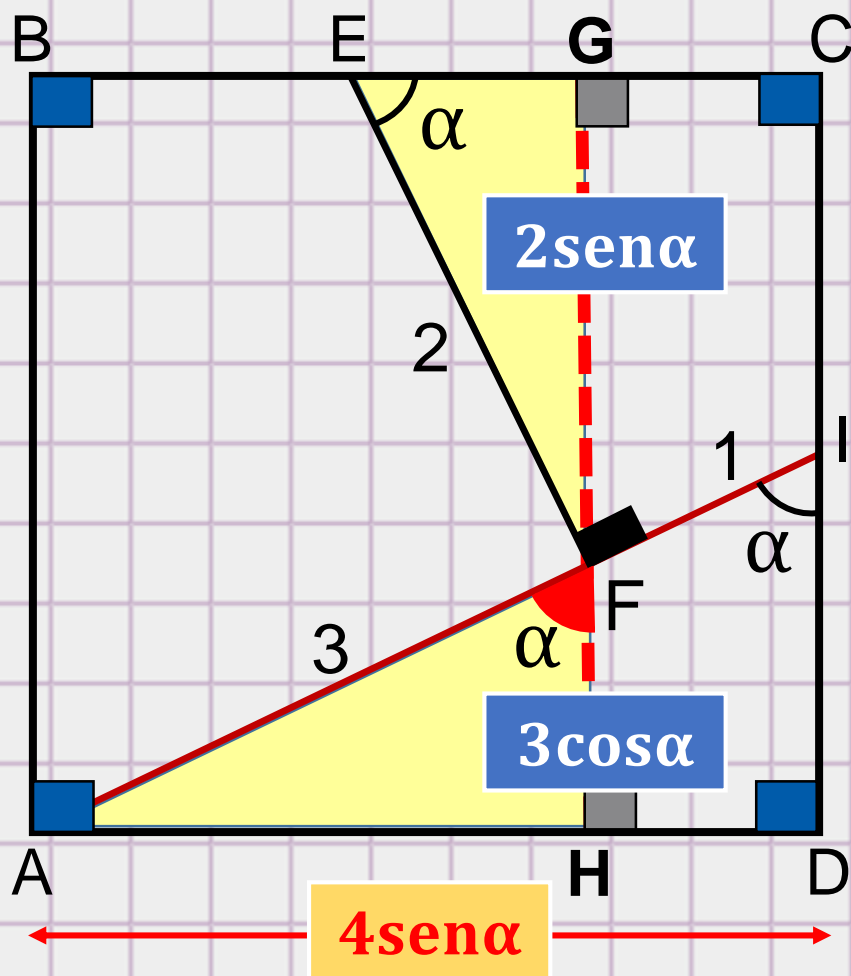
9

Si ABCD es un cuadrado, calcule $\tan \alpha$.



RESOLUCIÓN

Analizamos el gráfico:



$$\triangle FGE: FG = 2\sin \alpha$$

$$\triangle AHF: HF = 3\cos \alpha$$

$$\triangle ADI: AD = 4\sin \alpha$$

Vemos que $AD = GH$

$$4\sin \alpha = 2\sin \alpha + 3\cos \alpha$$

$$2\sin \alpha = 3\cos \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{2} \rightarrow \tan \alpha = 1,5$$

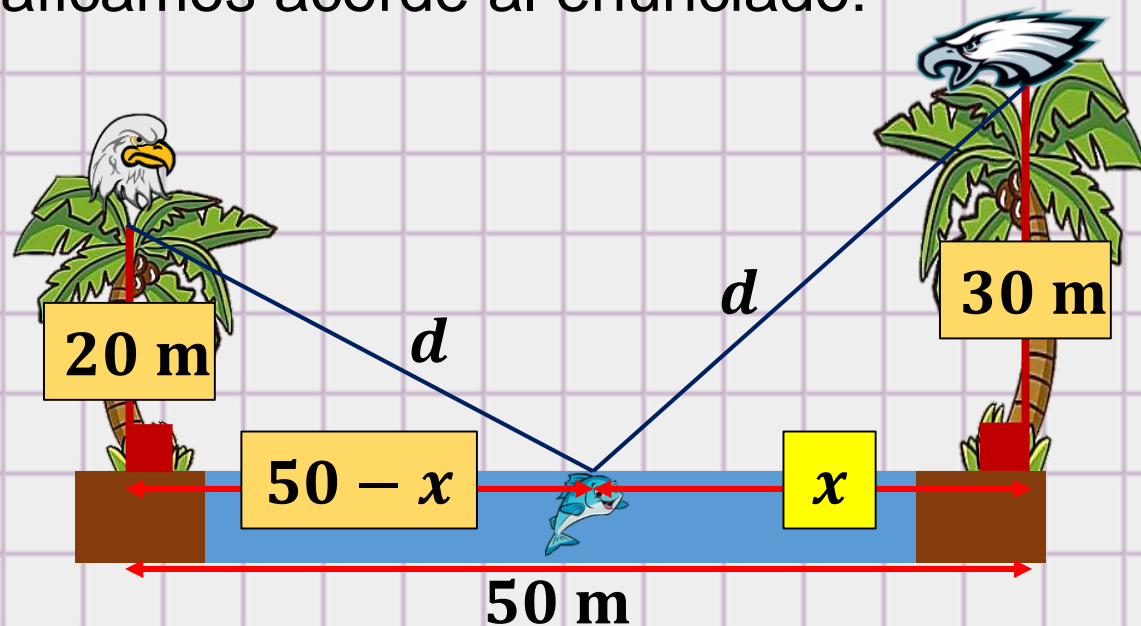
$$\therefore \tan \alpha = 1,5$$

10

En las orillas de un río crecen dos palmeras cuyas alturas son de 20 m y de 30 m y están distanciadas 50 m . En las copas de cada una hay un águila quienes divisan un pez en la superficie del agua para tratar de cazarlo. Las aves se lanzan a la vez y **llegan al pez al mismo tiempo. Considerando que volaron en línea recta y a rapidez constante, ¿a qué distancia de la base de la palmera de mayor altura apareció el pez?**

RESOLUCIÓN

Graficamos acorde al enunciado:



Por teorema de Pitágoras en cada triángulo rectángulo:

$$d^2 = 20^2 + (50 - x)^2 \quad \text{y} \quad d^2 = x^2 + 30^2$$

Igualamos d^2 : $20^2 + (50 - x)^2 = x^2 + 30^2$

$$400 + 2500 - 100x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 900$$

$$2000 = 100x$$

$$\rightarrow 20 = x$$

∴ **El pez apareció a los 20 m .**



SACO
OLIVEROS