



# ARITHMETIC

## Chapter 16

**2th**  
SECONDARY

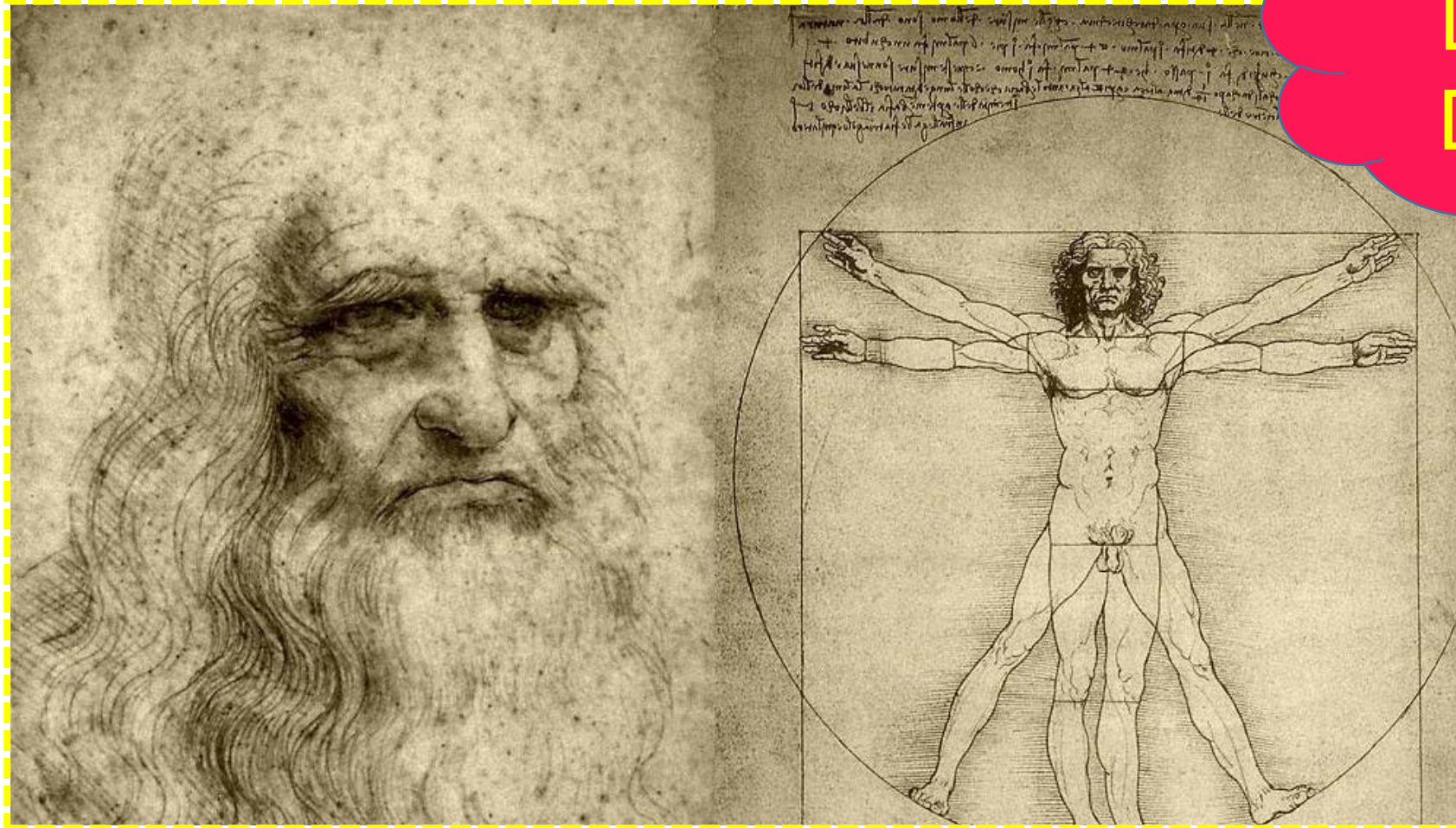
**PROPORCIONES**



 **SACO OLIVEROS**

# MOTIVATING | STRATEGY

¿Quién fue  
Leonardo  
Da Vinci?



1

## PROPORCIÓN:

Es la comparación entre 2 razones. Hay 2 clases.

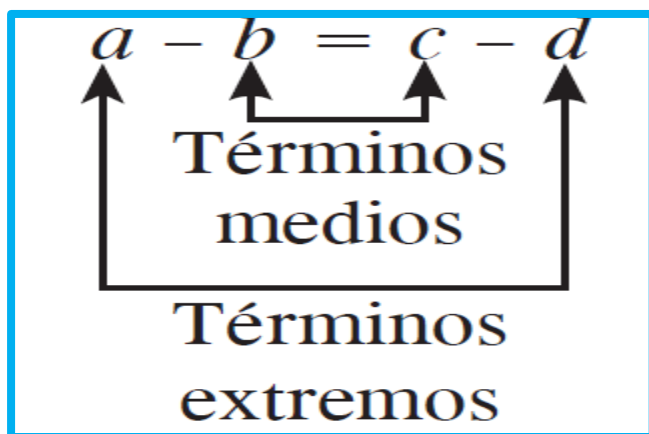
A

## PROPORCIÓN ARITMÉTICA:

Es la igualdad de dos razones aritméticas (llamada también equidiferencia). Por ejemplo:  $10 - 6 = 4$  y  $7 - 3 = 4$

Luego se tiene:  $10 - 6 = 7 - 3$  (Proporción aritmética)

En general con las cantidades  $a, b, c$  y  $d$  formamos una proporción aritmética



En consecuencia

$$\underbrace{a + d}_{\text{Suma de extremos}} = \underbrace{b + c}_{\text{Suma de medios}}$$



B

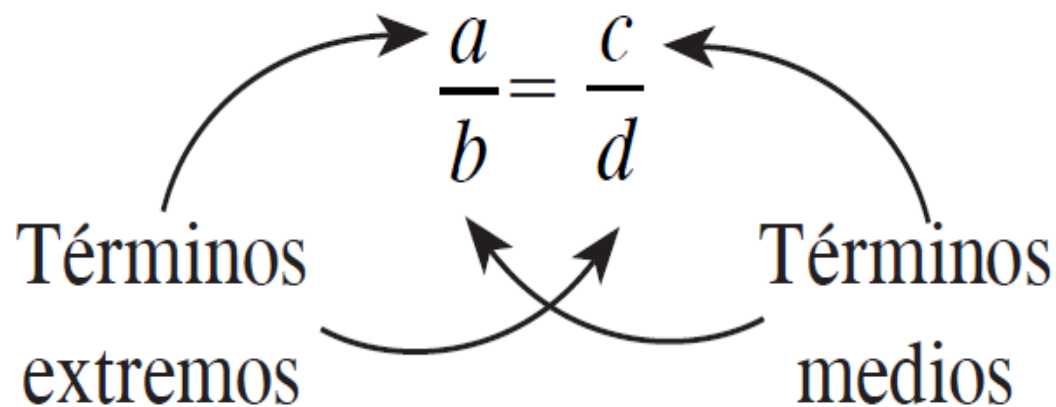
## PROPORCIÓN GEOMÉTRICA:

Es la igualdad de dos razones geométricas (**También llamada equicociente.**)

Por ejemplo:  $\frac{42}{20} = 2,1$  y  $\frac{21}{10} = 2,1$

Luego se tiene:  $\frac{42}{20} = \frac{21}{10}$  (**Proporción geométrica**)

**En general con las cantidades a, b, c y d formamos una proporción geométrica**



En consecuencia

$$\underbrace{a \times d}_{\text{Producto de extremos}} = \underbrace{b \times c}_{\text{Producto de medios}}$$

## TIPOS DE PROPORCIONES

<div>Clase</div> <div>Tipo</div>	Proporción aritmética	Proporción geométrica
<b>DISCRETA</b> Términos medios diferentes	$a - b = c - d$ $b \text{ y } c \text{ diferentes}$ $d: \text{cuarta diferencial}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $b \text{ y } c \text{ diferentes}$ $d: \text{cuarta proporcional}$
<b>CONTINUA</b> Términos medios iguales	$a - b = b - c$ $b: \text{media diferencial}$ $c: \text{tercera diferencial}$	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ $b: \text{media proporcional}$ $c: \text{tercera proporcional}$

## HELICO | PRACTICE

**1.** Escribe cada enunciado como una proporción:

- La cuarta proporcional de: 6; 8 y 9 es 12.
- La tercera diferencial de 20 y 13 es 6.
- La media proporcional de 2 y 8 es 4.
- La cuarta diferencial de 25, 18 y 15 es 8.

### Resolución:

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

$$\begin{array}{rcl} 20 & - & \\ 13 & & \end{array} = \begin{array}{rcl} 13 & - & \\ & & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 25 & - & \\ 18 & & \end{array} = \begin{array}{rcl} 15 & - & \\ & & 8 \end{array}$$

- 2.** Las edades de cuatro hermanos forman una proporción aritmética. Si los mayores tienen 28; 24 y 17, ¿qué edad tendrá el menor de ellos?

**Resolución:**

Recordar:  $a - b = c - d$  **Proporción aritmética discreta**  
(términos medios diferentes)

Considerando:  $28 - 24 = 17 - d$

$$4 = 17 - d$$

$$d = 13$$

**$\therefore$  El menor tendrá 13 años**

3. Si M: Cuarta proporcional de 30; 12 y 25.  
 N: Tercera proporcional de 9 y 6.  
 Calcule M+N

Resolución:

Recordar:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Cuarta proporcional

$$\frac{30}{12} = \frac{25}{M} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{25}{M}$$

$$10 = M$$

Recordar:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Tercera proporcional

$$\frac{9}{6} = \frac{6}{N} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{6}{N}$$

$$4 = N$$

$$M + N = 14$$



4. Si P: Media diferencial de 60 y 26.  
Q: Media proporcional de 8 y 18.  
Calcule  $P - Q$ .

**Resolución:**

Recordar:

**Media diferencial**

$$a - b = b - c$$

$$60 - P = P - 26$$

$$86 = 2P$$

$$43 = P$$

Recordar:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

**Media proporcional**

$$\frac{8}{Q} = \frac{Q}{18}$$

$$144 = Q^2$$

$$12 = Q$$

$$P - Q = 31$$

- 5.** Una proporción geométrica continua de razón igual a 3 tiene como término medio a 12. Calcule la suma de los cuatro términos.

**Resolución:**

Recordar:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

Proporción geométrica continua  
(términos medios iguales)

Considerando:

$$\frac{a}{12} = \frac{12}{c} = 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{12} = 3 \quad \frac{12}{c} = 3$$

$$a = 36 \quad c = 4$$

$$a + b + b + c = 36 + 12 + 12 + 4$$

**$\therefore$  la suma de los cuatro términos es 64**

- 6.** Si:  $T = A + M + O$  ( $O \neq \text{cero}$ )  
 A: Media proporcional de 2 y 8  
 M: Tercia proporcional de A y O  
 O: Media diferencial de A y 12, hallar T

### Resolución:

Hallamos **A**:

$$\frac{2}{A} = \frac{A}{8}$$

$$A = 4$$

Hallamos **O**:

$$A - O = O - 12$$

$$4 - O = O - 12$$

$$16 = 2O$$

$$O = 8$$

Hallamos **M**:

$$\frac{4}{8} = \frac{8}{M}$$

$$M = 16$$

Piden T:

$$T = 4 + 8 + 16$$

$$T = 28$$

- 7.** Los 3 números ganadores de un sorteo forman una proporción geométrica continua de razón  $\frac{1}{3}$ . Si el producto de los cuatro términos de la proporción es 1296, calcule el mayor número ganador.

**Resolución:**

Recordar:

**Proporción geométrica continua**  
(términos medios iguales)

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \left( \begin{array}{l} \text{Producto de} \\ \text{extremos: } a \cdot c \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{Producto de} \\ \text{medios: } b \cdot b \end{array} \right)$$

Sean los números:  $a; b$  y  $c$

Entonces:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{lcl} a \cdot b \cdot b \cdot c & = & 1296 \\ \underbrace{b \cdot b}_{b^2} & = & 1296 \\ b & = & 6 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{lcl} \frac{6}{c} & = & \frac{1}{3} \\ c & = & 18 \end{array} \right.$$

**$\therefore$  el mayor número ganador es 18**