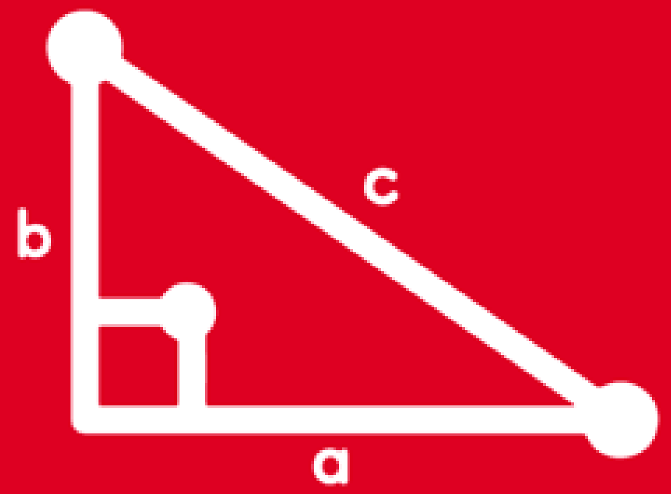
TRIGONOMETRY

Chapter 08



5th
SECONDARY

Reducción al primer cuadrante I

SACO OLIVEROS

Sistema de Radar :

El radar es un sistema electrónico que permite detectar objetos y determinar la distancia y su velocidad, ello lo realiza proyectando ondas de radio que son reflejadas por el objeto y recibidas de nuevo por la antena.

La antena de radar gira (360°) en un mismo sentido a velocidad constante mostrando la señal en la pantalla.

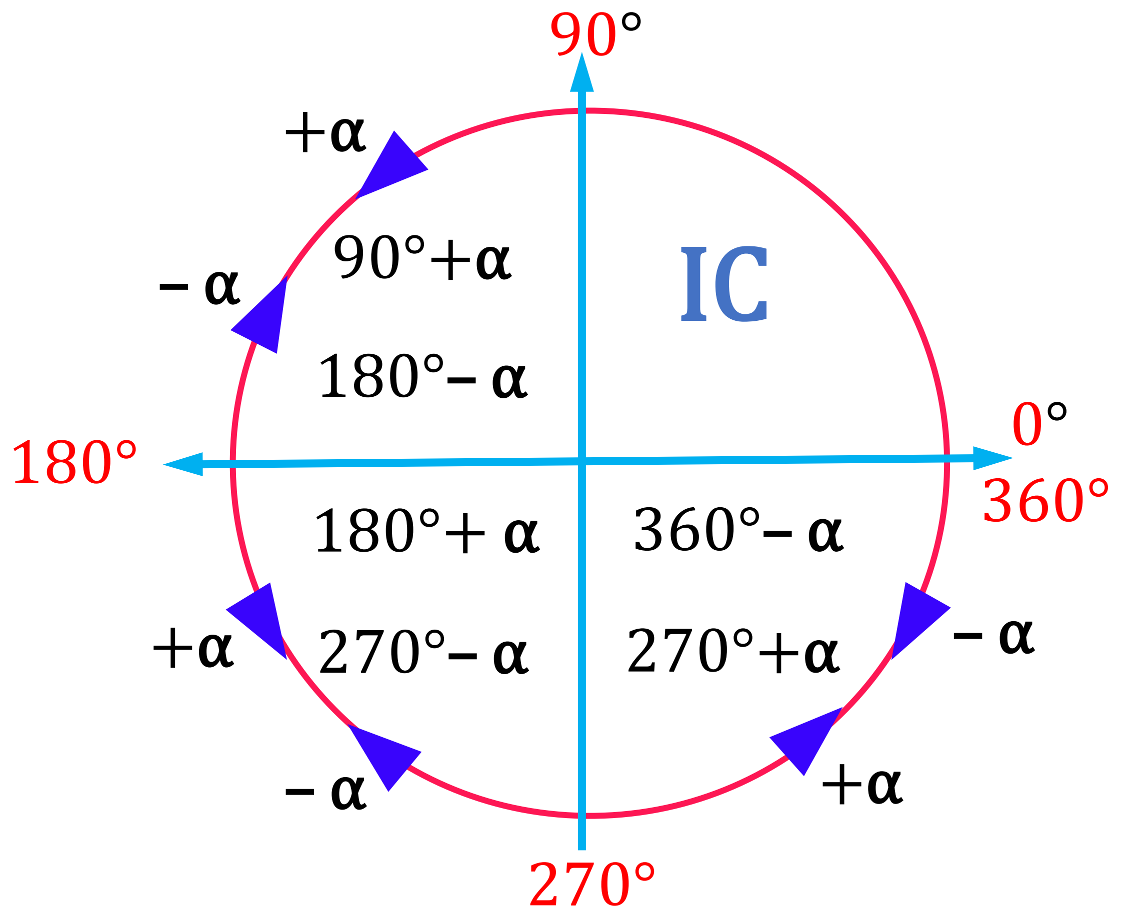
Transmisor / Receptor

Pantalla de radar

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

1º CASO : Para ángulos positivos menores a una vuelta

Considerando al ángulo α como agudo, ubicamos a los otros ángulos en sus respectivos cuadrantes, así:

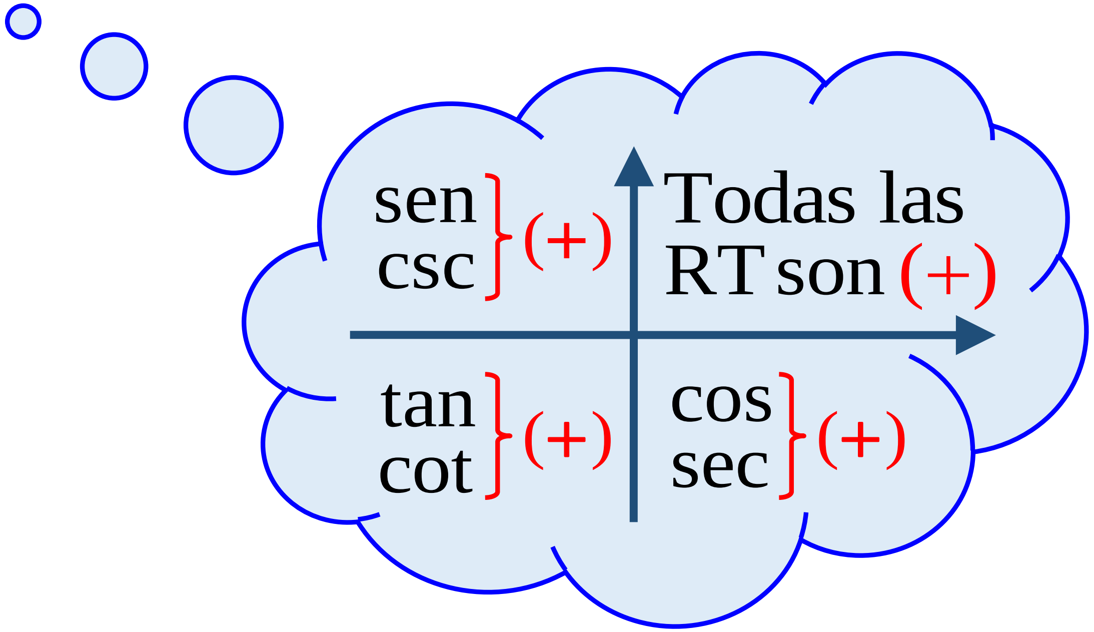


$$RT\left[\begin{matrix} 180° \pm \alpha \\ 360° - \alpha \end{matrix}\right] = \pm RT(\alpha)$$

ESTO SE DA Si USAMOS ÁNGULOS CUADRANTALES DEL EJE X:

$$RT\left[\begin{matrix} 90° + \alpha \\ 270° \pm \alpha \end{matrix}\right] = \pm CO\text{-}RT(\alpha)$$

ESTO SE DA SI USAMOS ÁNGULOS CUADRANTALES DEL EJE Y:



DONDE:

El signo será (±) según el cuadrante al que pertenece el ángulo a reducir y de la R.T. que lo afecta inicialmente.

2º CASO : Para ángulos negativos

$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x)$	$\cos(-x) = \cos(x)$	$\tan(-x) = -\tan(x)$
$\csc(-x) = -\csc(x)$	$\sec(-x) = \sec(x)$	$\cot(-x) = -\cot(x)$

Ejemplos: Reducir al IC

- $\operatorname{sen}(-30^\circ) = -\operatorname{sen}(30^\circ) = -\dfrac{1}{2}$
- $\cos(-45^\circ) = \cos(45^\circ) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

1. Reduzca la expresión

$$\mathbf{F = \frac{sen(180° - x) + cos(360° - x)}{sen(270° + x) + cos(90° + x)}}$$

RESOLUCIÓN

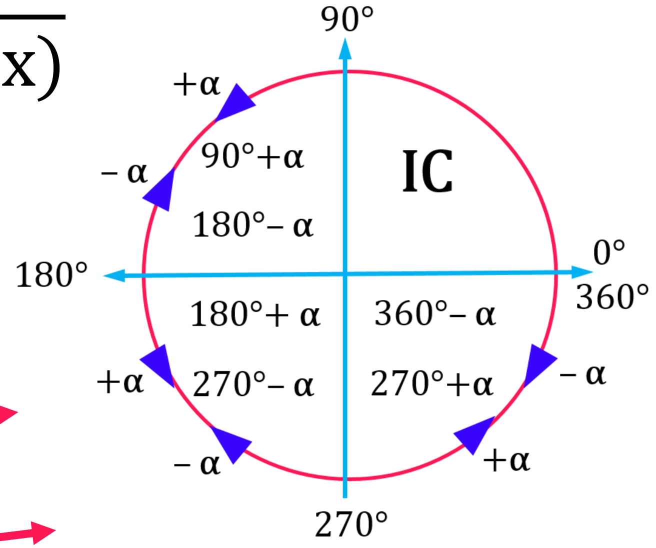
$$F = \frac{sen\overbrace{(180° - x)}^{\text{IIC}} + cos\overbrace{(360° - x)}^{\text{IVC}}}{sen\underbrace{(270° + x)}_{\text{IVC}} + cos\underbrace{(90° + x)}_{\text{IIC}}}$$

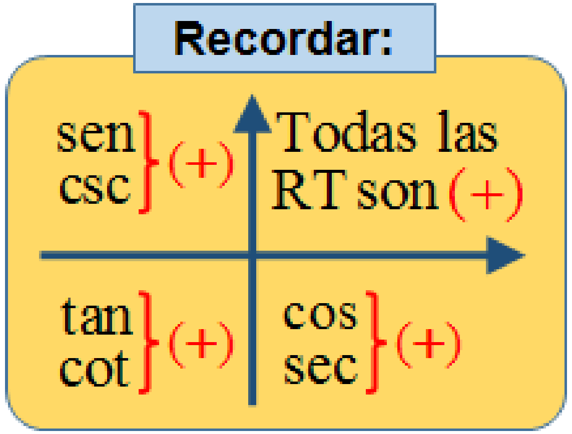
$$F = \frac{senx + cosx}{(-cosx) + (-senx)}$$

$$F = \frac{senx + cos\,x}{-cosx - senx}$$

$$F = \frac{\cancel{senx + cosx}}{-\cancel{(cosx + senx)}}$$

$$\therefore \boxed{\mathbf{F = -1}}$$





2. La temperatura T (en °C) en la ciudad de Lima, durante el mes de noviembre a una determinada hora t, se calcula por:

$$T(t) = 20 - 4\cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)$$

Donde $t = 0$ corresponde a la medianoche. Calcule la temperatura a las 4 de la tarde.

RESOLUCIÓN

Piden la temperatura a las 4pm, es decir a las 16 horas

ya que el tiempo empieza a partir de la media noche que representa las 0 horas

$$T(16) = 20 - 4\cos\left(\frac{\pi.16}{12}\right) \Rightarrow T(16) = 20 - 4\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \Rightarrow T(16) = 20 - 4\cos(240°)$$

$$T(16) = 20 - 4\cos(\underbrace{180° + 60°}_{\text{IIIC}}) \Rightarrow T(16) = 20 + 4\cos(60°) \Rightarrow T(16) = 20 + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 22$$

$\therefore$ **La temperatura a las 4 de la tarde es de 22°C**

3. A Lucía se le entregó S/. x como incentivo por sus buenas calificaciones. Resolviendo la siguiente ecuación podrá averiguar con cuánto se le premió.

$$\mathbf{5\sec(-60°) + x\tan(-45°) = 25sen(-53°)}$$

RESOLUCIÓN

Resolviendo la ecuación:

$$5\underbrace{\sec(60°)}_{2} + x\,(-\underbrace{\tan 45°}_{1}) = 25\,(-\underbrace{sen 53°}_{4/5})$$

sen(– α) = –sen α
sec(– α) = sec α
tan(– α) = –tan α

$$10 - x = -20 \quad \Rightarrow \quad x = 30$$

∴ **Lucía recibió S/. 30 de incentivo**

4. Si se sabe que el producto del seno del complemento de un ángulo agudo con el coseno del suplemento del mismo ángulo es $-\frac{9}{25}$, calcule la tangente al cuadrado de dicho ángulo.

RESOLUCIÓN

Del dato:

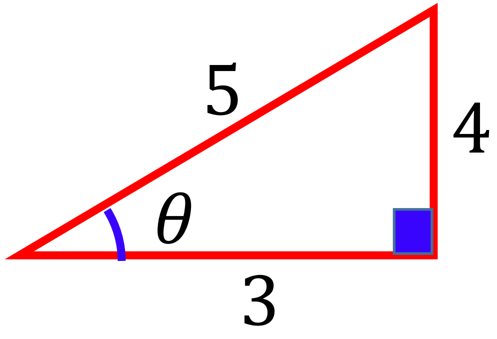
$$sen(90°-\theta)\cos(180°-\theta) = -\frac{9}{25}$$

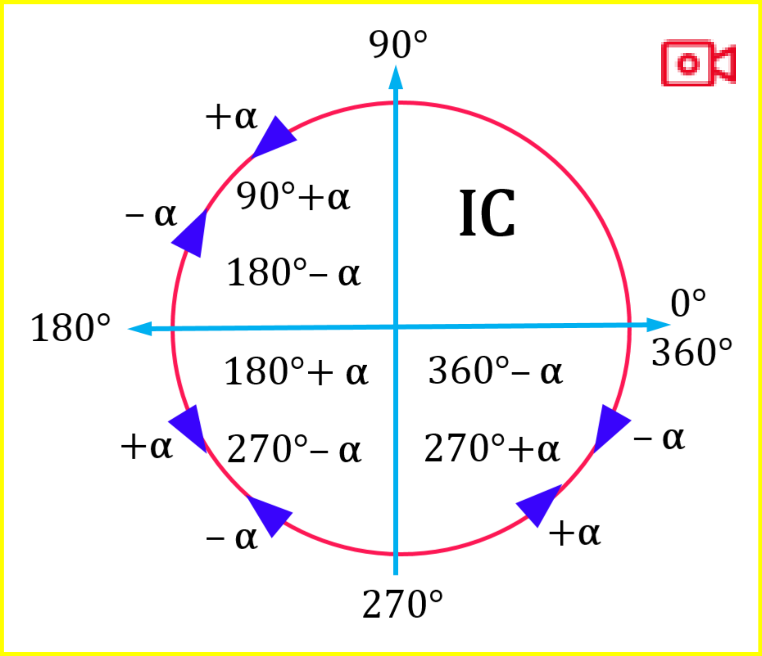
$$\underbrace{\overbrace{sen(90°-\theta)}^{IC}}_{\cos\theta}\ \underbrace{\overbrace{\cos(180°-\theta)}^{IIC}}_{-\cos\theta} = -\frac{9}{25}$$

$$\cancel{-}\cos^2\theta = \cancel{-}\frac{9}{25}$$

$$\cos^2\theta = \frac{9}{25}$$

$$\rightarrow \cos\theta = \frac{3}{5}$$





Piden: $\tan^2\theta$

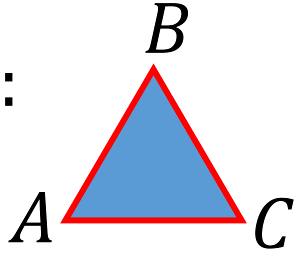
$$\tan^2\theta = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$\therefore\ \boxed{\tan^2\theta = \frac{16}{9}}$$

5. En un triángulo ABC, reduzca: $M = \dfrac{\tan(B+C)}{\cot\left(\dfrac{3A+B+C}{2}\right)}$

RESOLUCIÓN

Del dato:



$$A + B + C = 180°$$

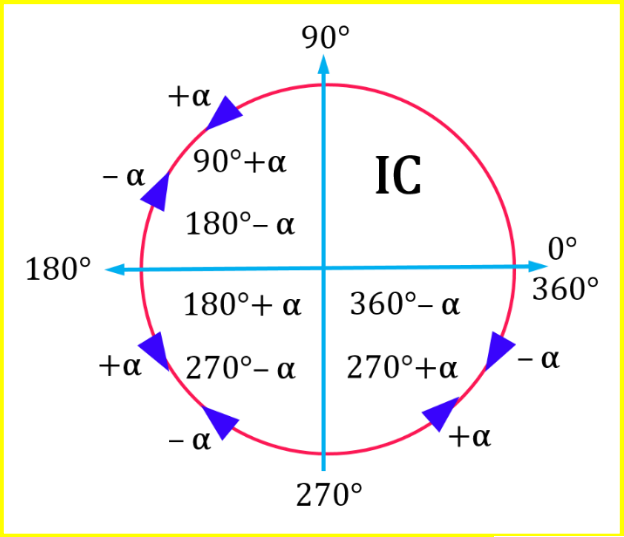
Calculamos:

$$M = \frac{\tan(B+C)}{\cot\left(\dfrac{3A+B+C}{2}\right)}$$

$$M = \frac{\tan(A+B+C-A)}{\cot\left(\dfrac{A+B+C+2A}{2}\right)}$$

$$M = \frac{\tan(180°-A)}{\cot\left(\dfrac{\cancel{180}°+\cancel{2}A}{\cancel{2}}\right)}$$

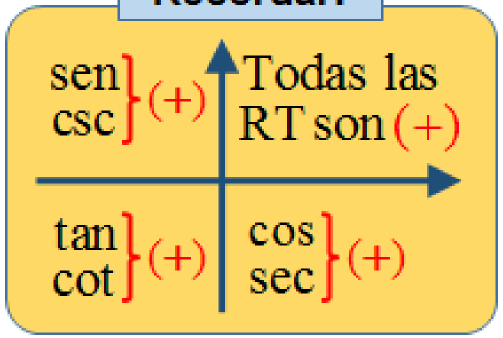
$$M = \frac{\overbrace{\tan(180°-A)}^{IIC}}{\cot\left(\underbrace{90°+A}_{IIC}\right)}$$



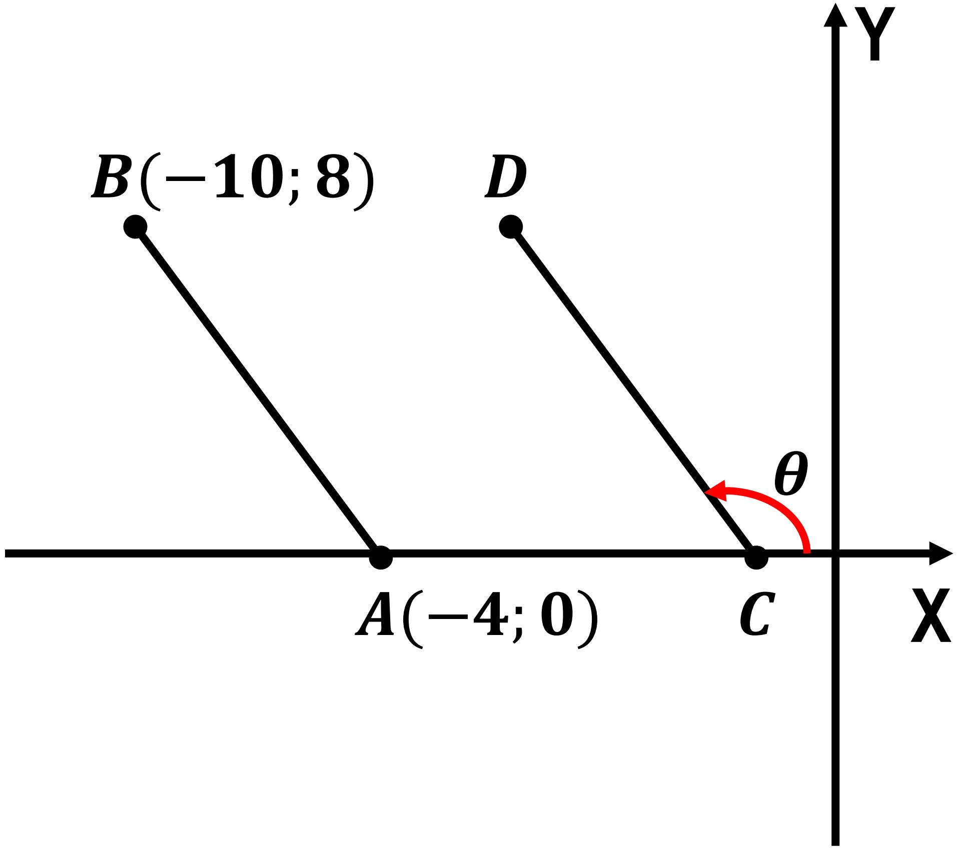
$$M = \frac{\cancel{-\tan A}}{\cancel{-\tan A}}$$

$$\therefore \boxed{M = 1}$$

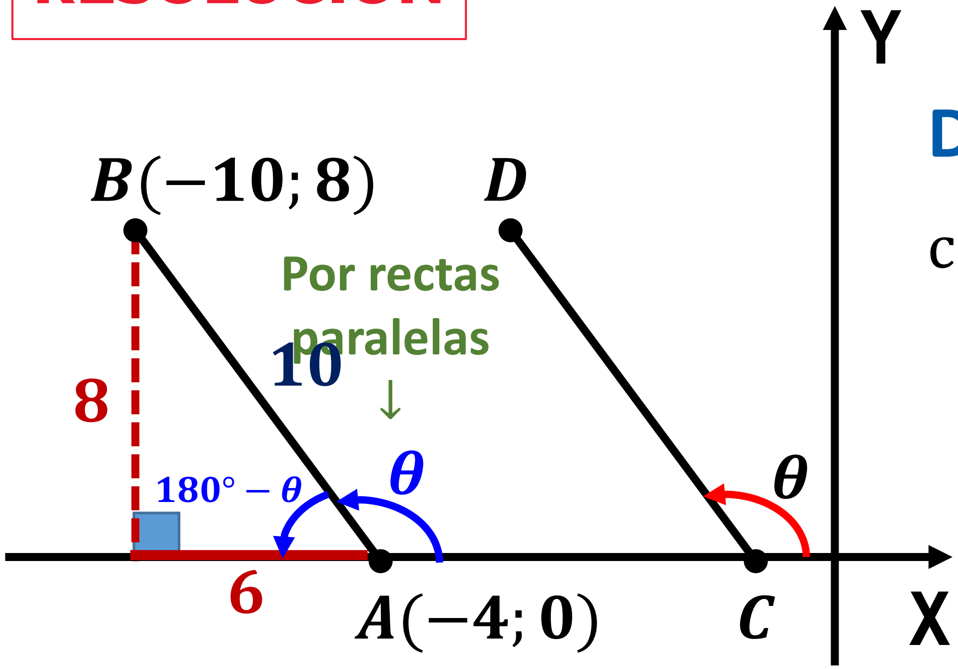
Recordar:



6. El GPS muestra a dos carreteras paralelas $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$. Considerando que $1u$ del plano equivale a $1km$; el valor de $5cos\theta$ es



RESOLUCIÓN



Del grafico:

$$\underbrace{\cos(180° - \theta)}_{IIC} = \frac{6}{10}$$

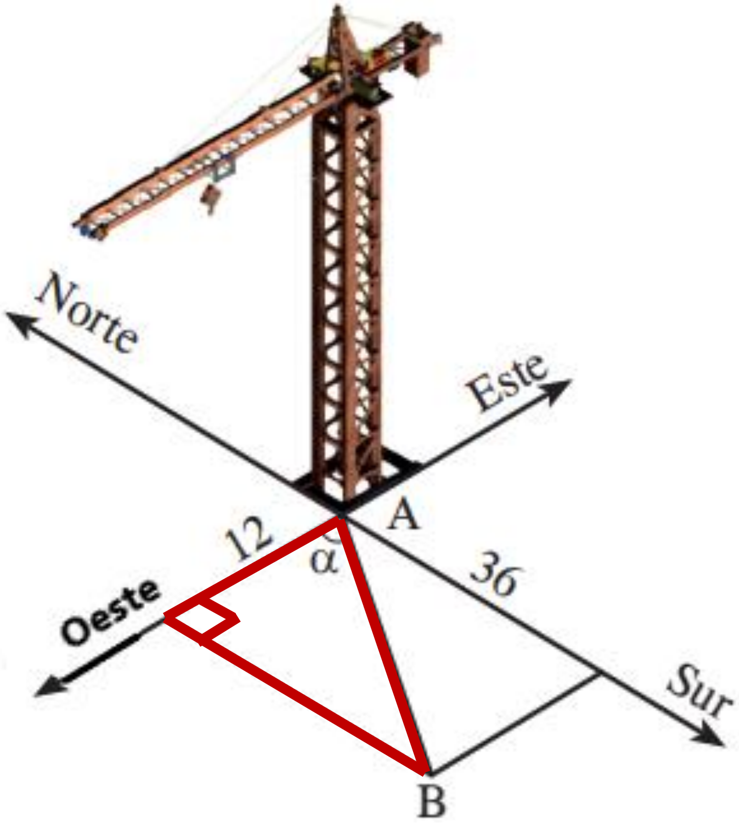
$$-cos\theta = \frac{3}{5}$$

$$cos\theta = -\frac{3}{5}$$

$$\therefore \boxed{5\cos\theta = -3}$$

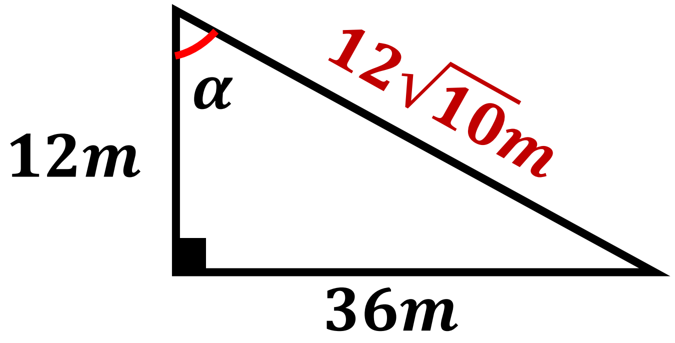
7. Una grúa torre que tiene su brazo extendido en la dirección Oeste gira un ángulo agudo α, para ubicar un material en el punto B que se encuentra a 36 m al Sur y a 12 m al Oeste del punto A. Calcule el tiempo requerido para mover dicho material, si éste se expresa por

$$T = \left[5\tan(180° + \alpha) - \frac{2\sec(180° - \alpha)}{\sqrt{10}}\right] \text{seg}$$



RESOLUCIÓN

Del grafico:



$$T = \left[5\underbrace{\tan(180° + \alpha)}_{IIIC} - \frac{2\overbrace{\sec(180° - \alpha)}^{IIC}}{\sqrt{10}}\right]$$

$$T = \left[5\,(+\tan\alpha) - \frac{2(-\sec\alpha)}{\sqrt{10}}\right] = \left[5\tan\alpha + \frac{2\sec\alpha}{\sqrt{10}}\right]$$

$$T = \left[5\left(\frac{36}{12}\right) + \frac{2\left(\frac{12\sqrt{10}}{12}\right)}{\sqrt{10}}\right] = \boxed{17\text{seg}}$$