



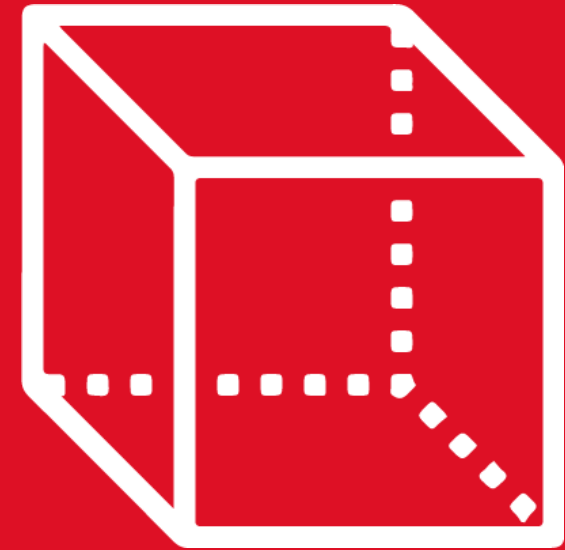
# GEOMETRY

## Capítulo 5

5th

SECONDARY

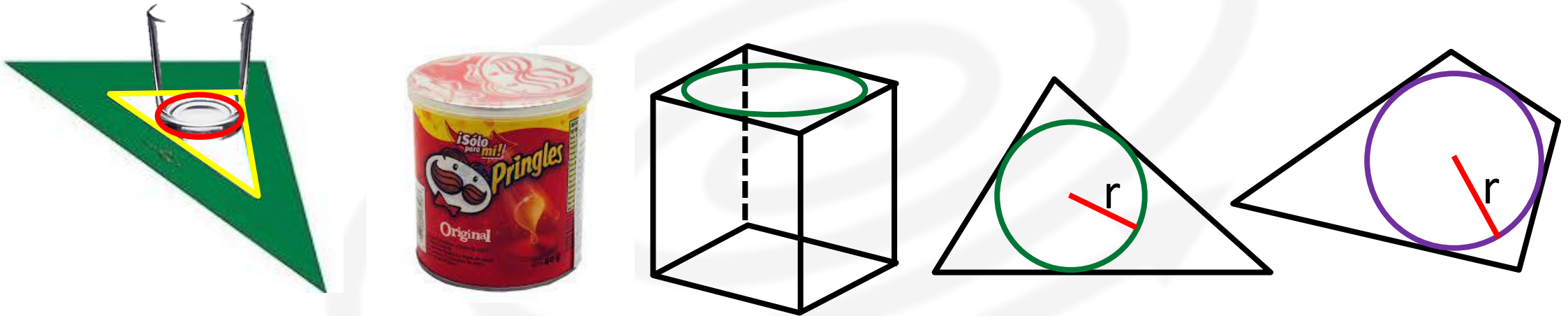
## LÍNEAS ASOCIADAS A LA CIRCUNFERENCIA



 **SACO OLIVEROS**

Si observamos la base circular del vaso que encaja en la plantilla, esto nos da la idea de una circunferencia inscrita en un triángulo rectángulo.

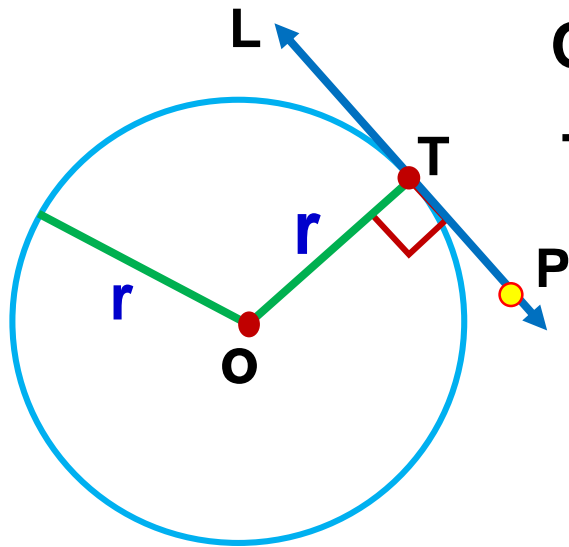
El envase cilíndrico si lo introducimos en una caja, en su parte superior aparece una circunferencia inscrita en el cuadrado.



En este capítulo estudiaremos a la circunferencia inscrita en un triángulo y también la circunferencia inscrita en un cuadrilátero.

Al triángulo y al cuadrilátero se les denomina circunscrito a la circunferencia y al radio se le llama inradio de longitud  $r$ .

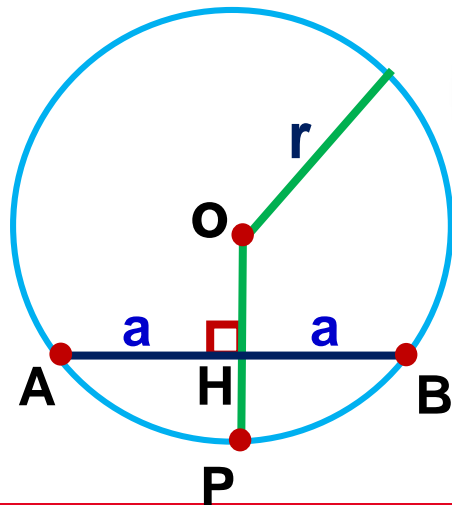
# Líneas asociadas a la circunferencia



O : Centro

T : Punto de tangencia

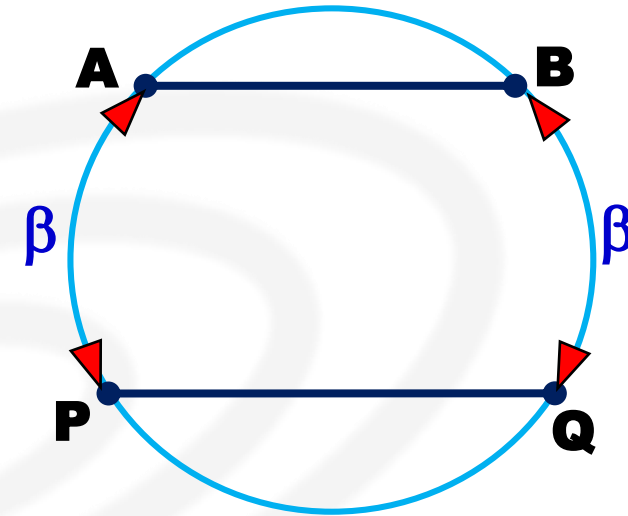
$$m \angle OTP = 90^\circ$$



O : Centro

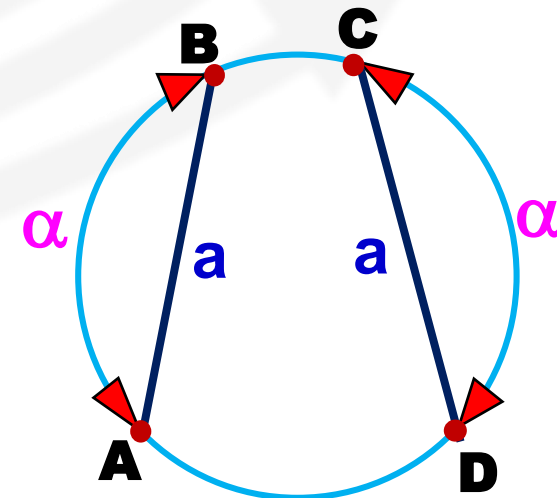
Si:  $\overline{OP} \perp \overline{AB}$

$$AH = HB = a$$



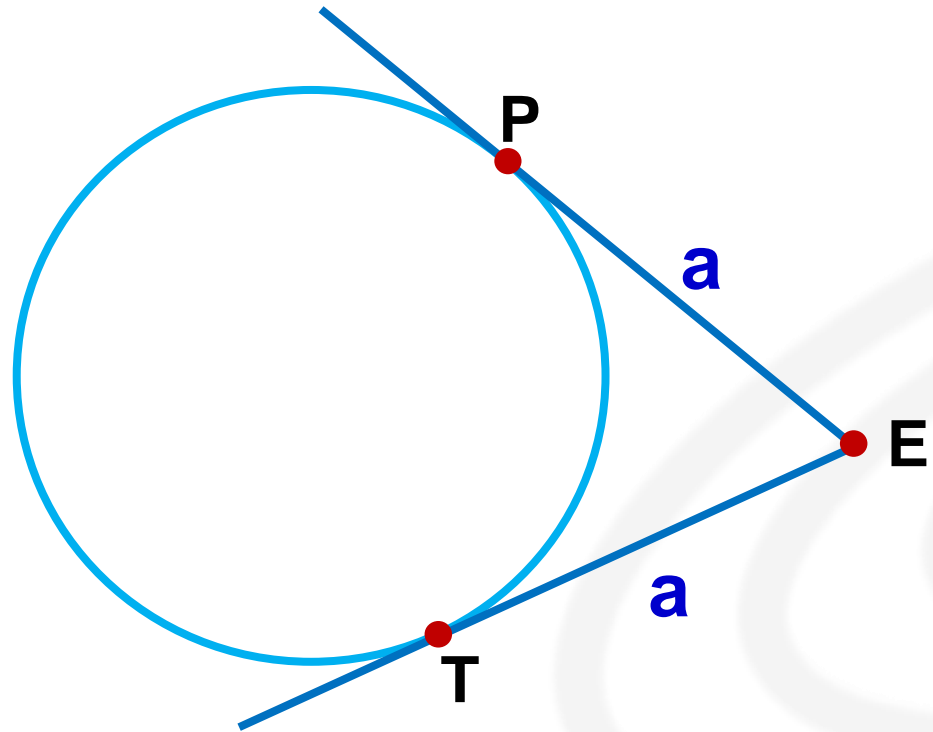
Si:  $\overline{AB} // \overline{PQ}$

$$m \widehat{AP} = m \widehat{BQ}$$



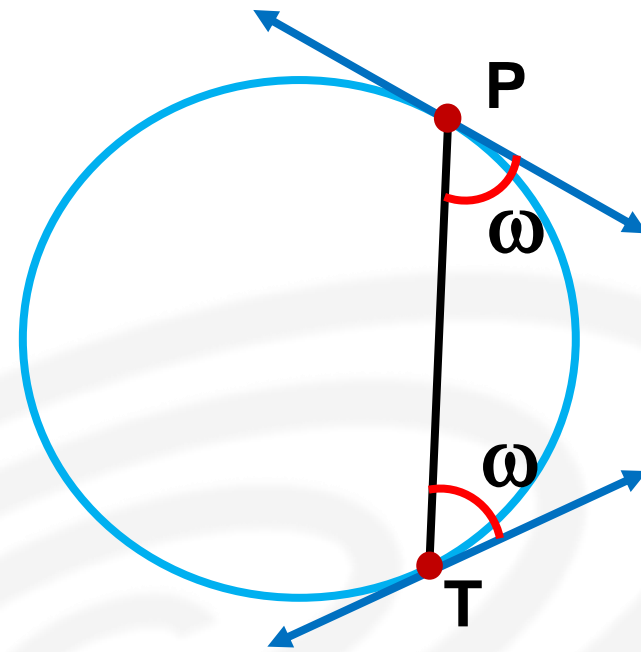
Si:  $AB = CD$

$$m \widehat{AB} = m \widehat{CD}$$

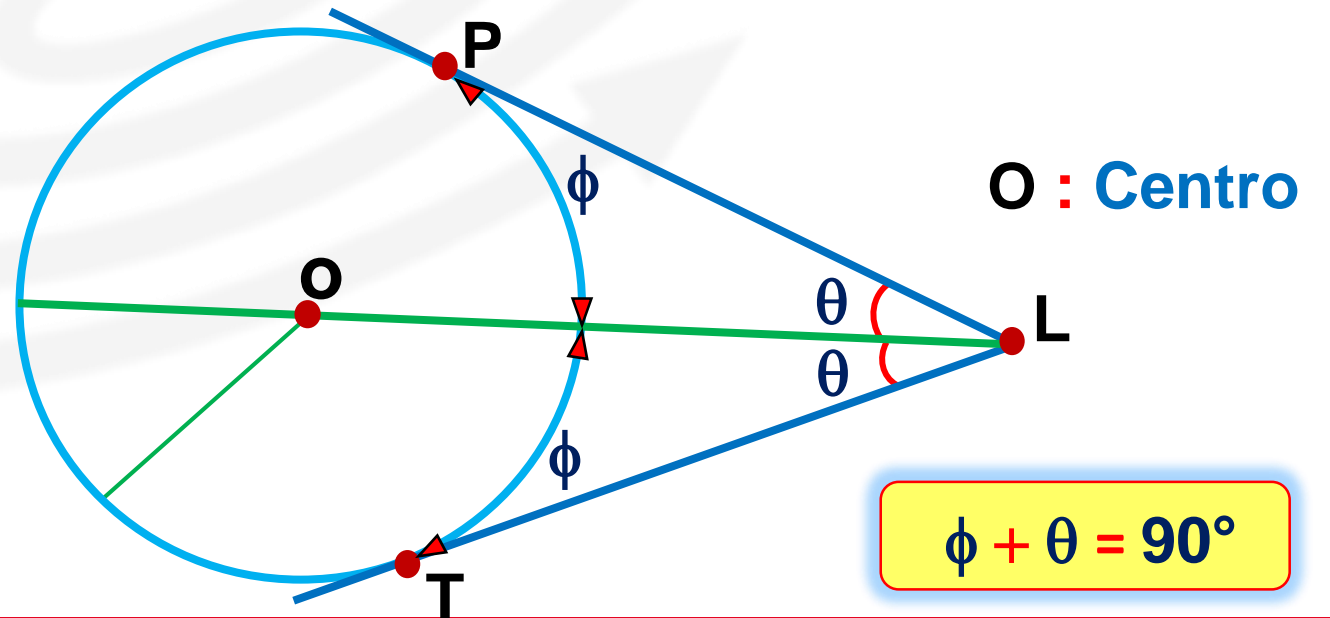


P y T: Puntos de tangencias

$$PE = TE = a$$



P y T: Punto de tangencia

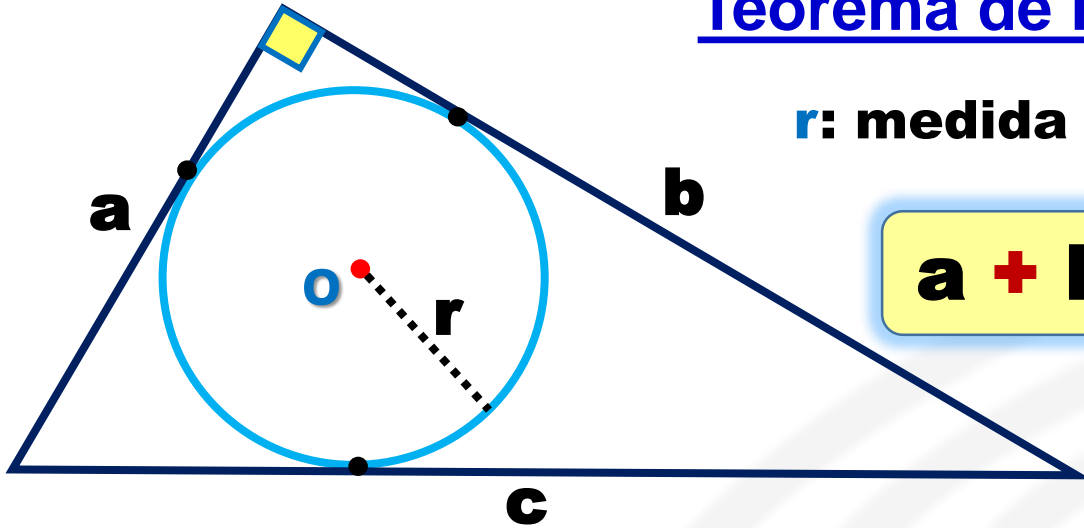


O : Centro

$$\phi + \theta = 90^\circ$$

## Teorema de Poncelet

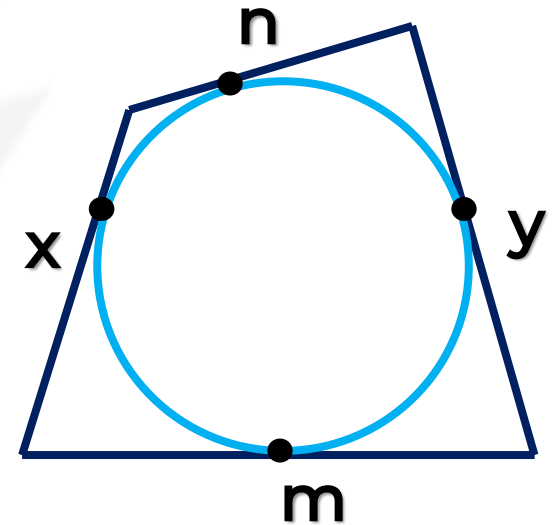
$r$ : medida del inradio



$$a + b = c + 2r$$

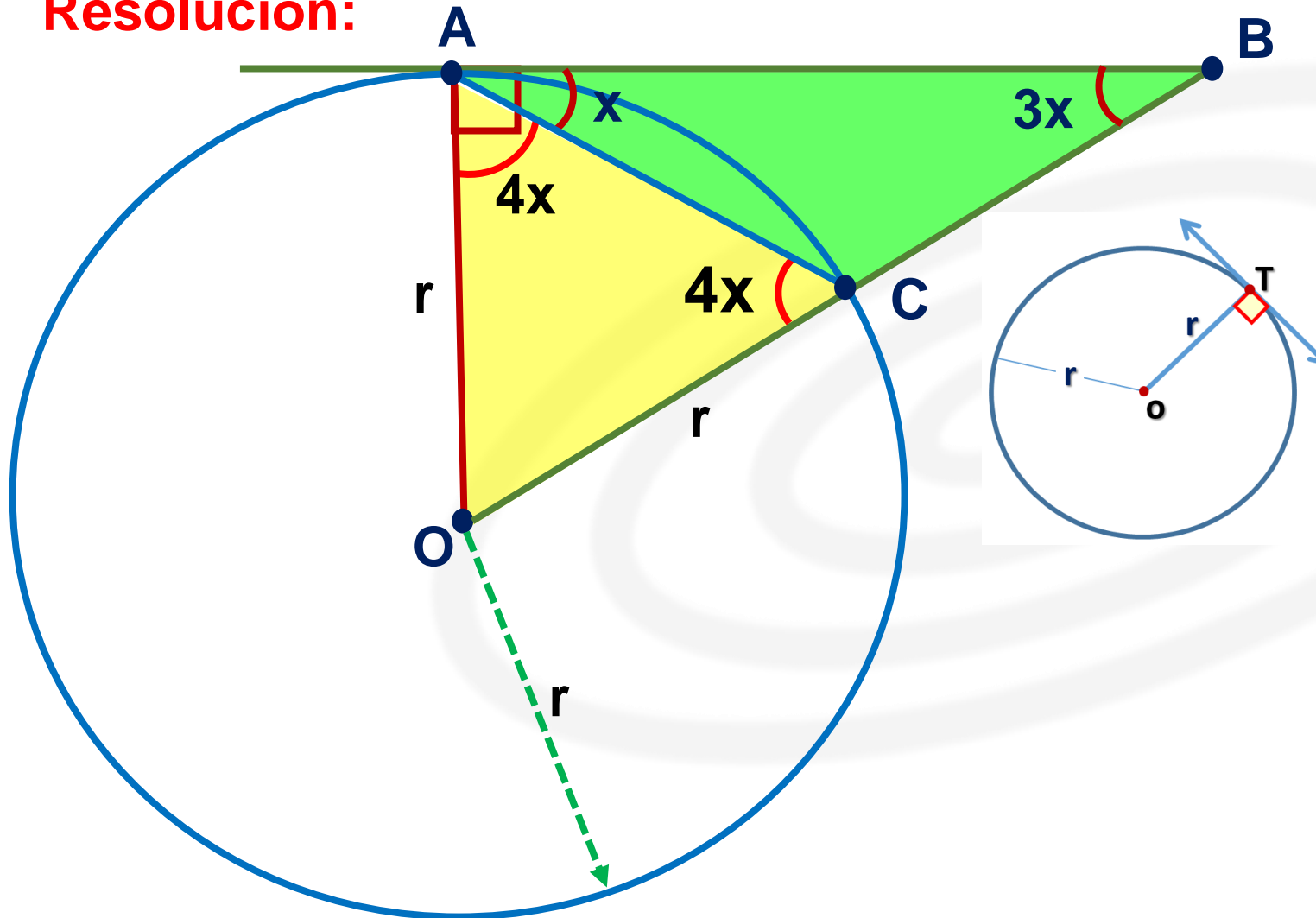
## Teorema de Pitot

$$x + y = m + n$$



1. Halle el valor de  $x$ , si  $O$  es centro y  $A$  es punto de tangencia.

Resolución:



- Piden:  $x$
- $\triangle ABC$ :
- Se traza  $\overline{OA}$ .
- $\triangle AOC$ : Isósceles
- En el vértice A:

$$4x + x = 90^\circ$$

$$5x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

2. En un  $\triangle ABC$ , donde  $AB = 6\text{m}$ ,  $BC = 7\text{m}$  y  $AC = 9\text{m}$ , la circunferencia inscrita es tangente a  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  en los puntos P, Q y R, respectivamente. Halle AR.

**Resolución:**

- Piden:  $AR = x$
- Completamos los segmentos tangentes :

$$AR = PA = x$$

$$RC = QC = 9 - x$$

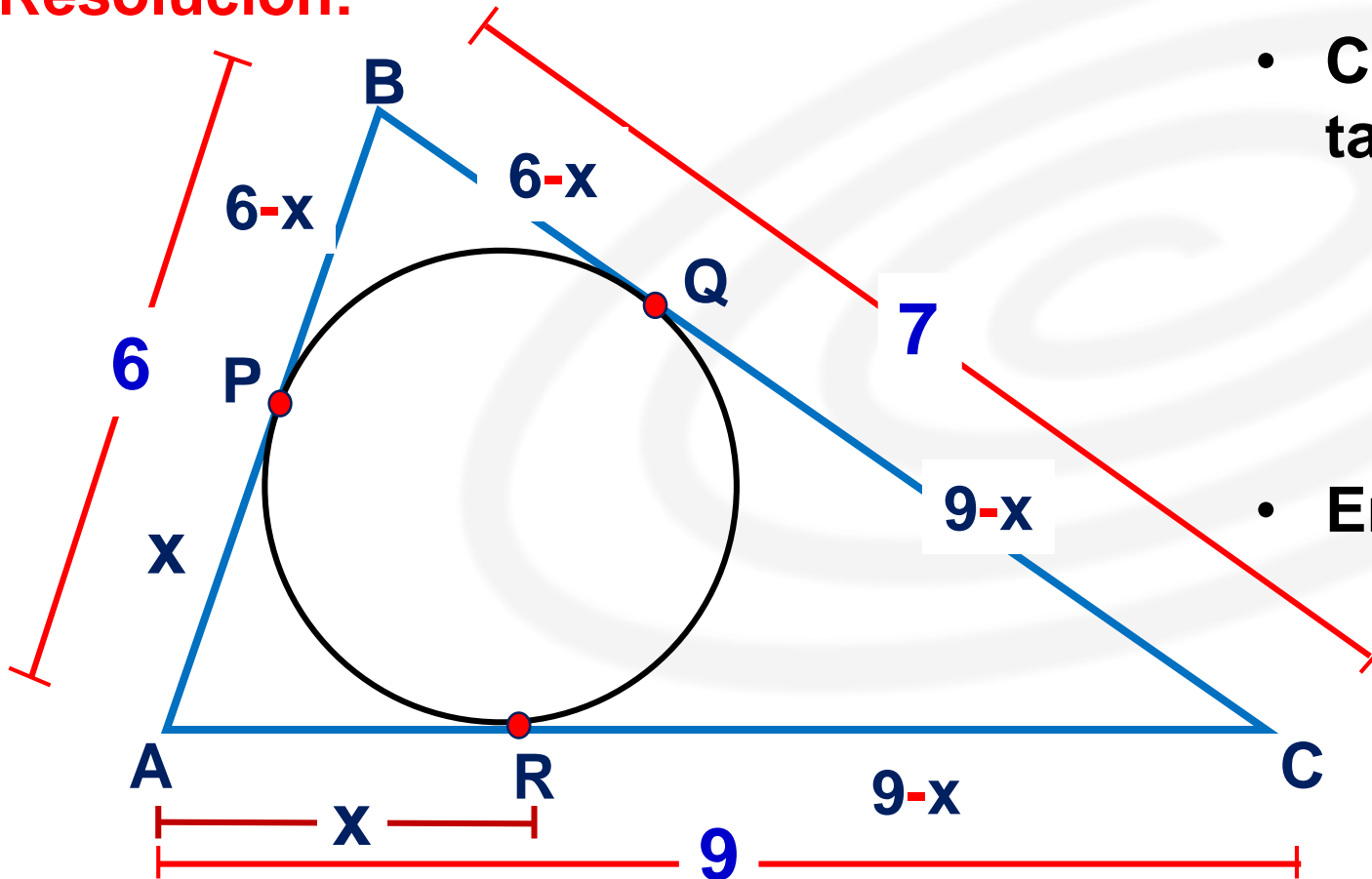
$$PB = BQ = 6 - x$$

- En  $\overline{BC}$ :

$$6 - x + 9 - x = 7$$

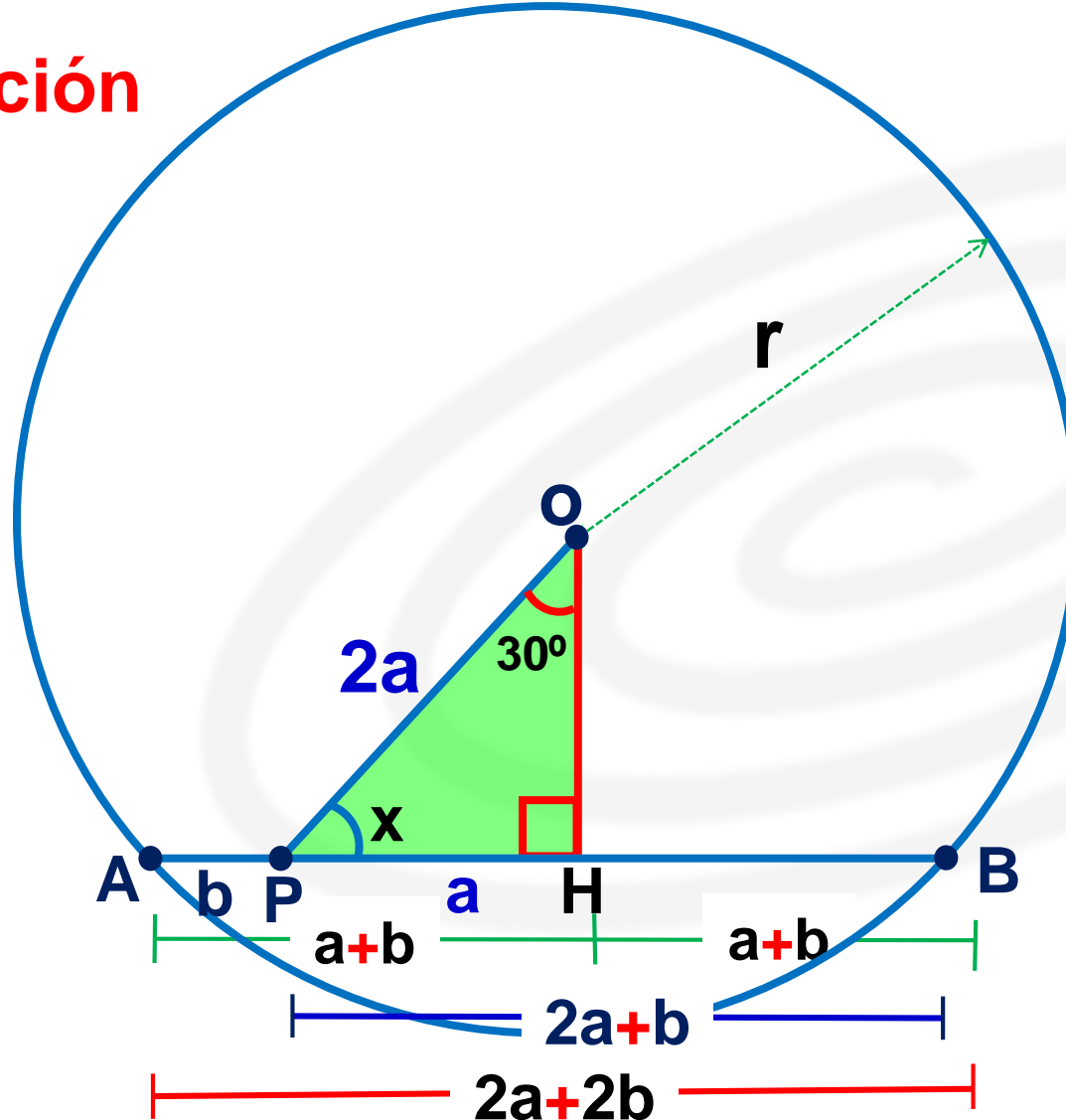
$$8 = 2x$$

$$x = 4\text{m}$$

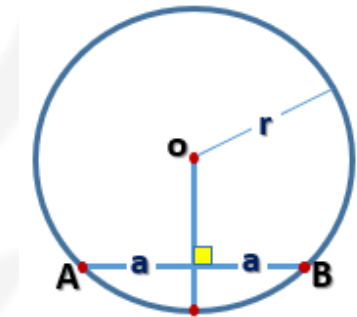


3. Halle el valor de  $x$ , si  $O$  es centro.

## Resolución



- Piden:  $x$
- Se traza la altura  $\overline{OH}$ .



$$AH = HB = a + b$$

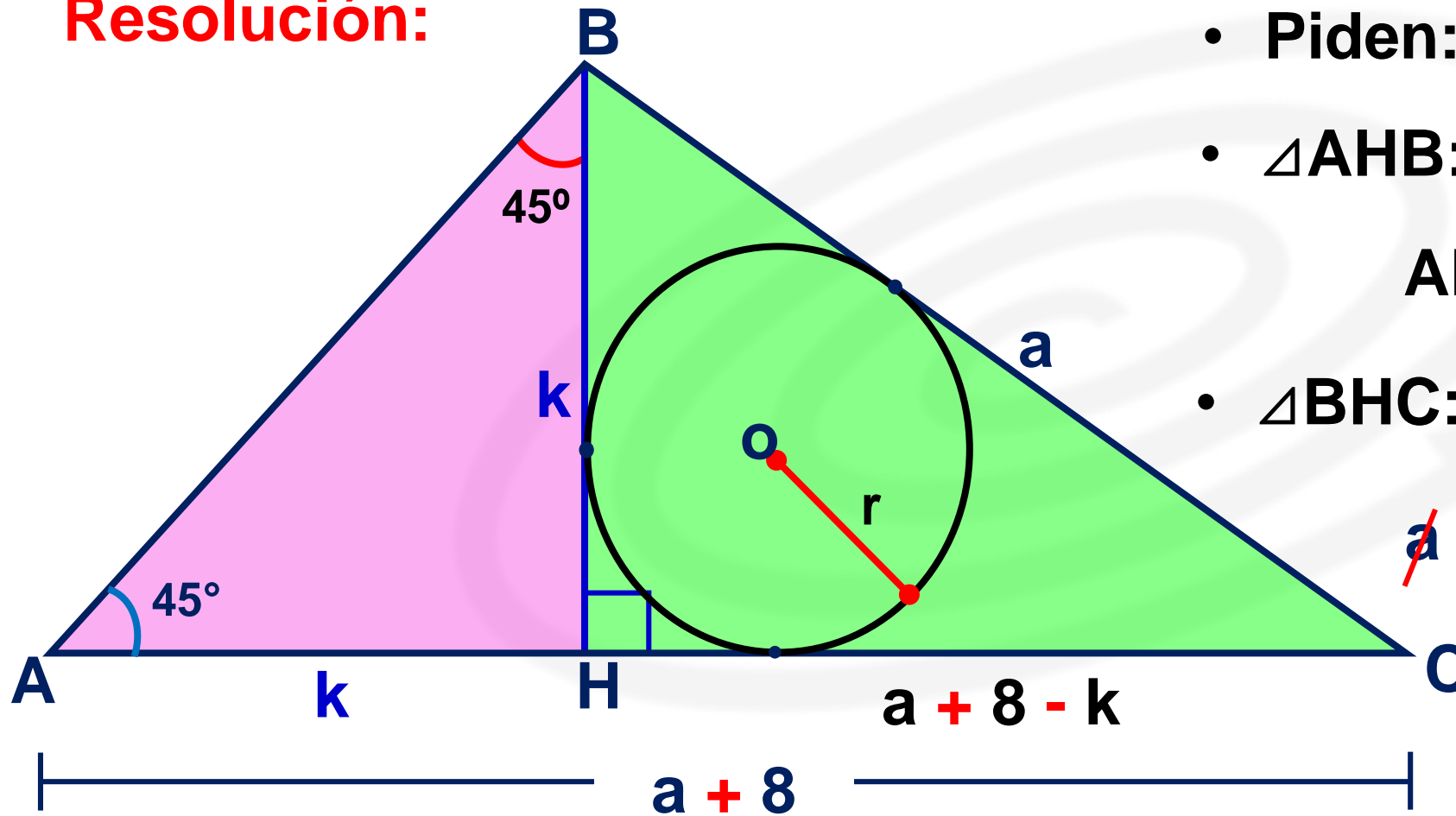
- $\triangle PHO$ : Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ .

$$x = 60^\circ$$



## 4. Halle la longitud del radio de la circunferencia inscrita.

**Resolución:**



- Piden: La longitud de  $r$
- $\triangle AHB$ : Notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$ .  
 $AH = BH = k$
- $\triangle BHC$ : Teorema de Poncelet.

$$\cancel{a} + 8 - \cancel{k} + \cancel{k} = \cancel{a} + 2r$$

$$8 = 2r$$

$$r = 4$$

5. Se tiene un trapecio rectángulo circunscrito a una circunferencia. Si las longitudes de los lados no paralelos son 4m y 5m, halle la longitud de su base menor.

**Resolución:**

- Piden:  $x$
- Se traza la altura  $\overline{CH}$ .
- ABCH: Es un rectángulo.
- $\triangle CHD$ : Notable.

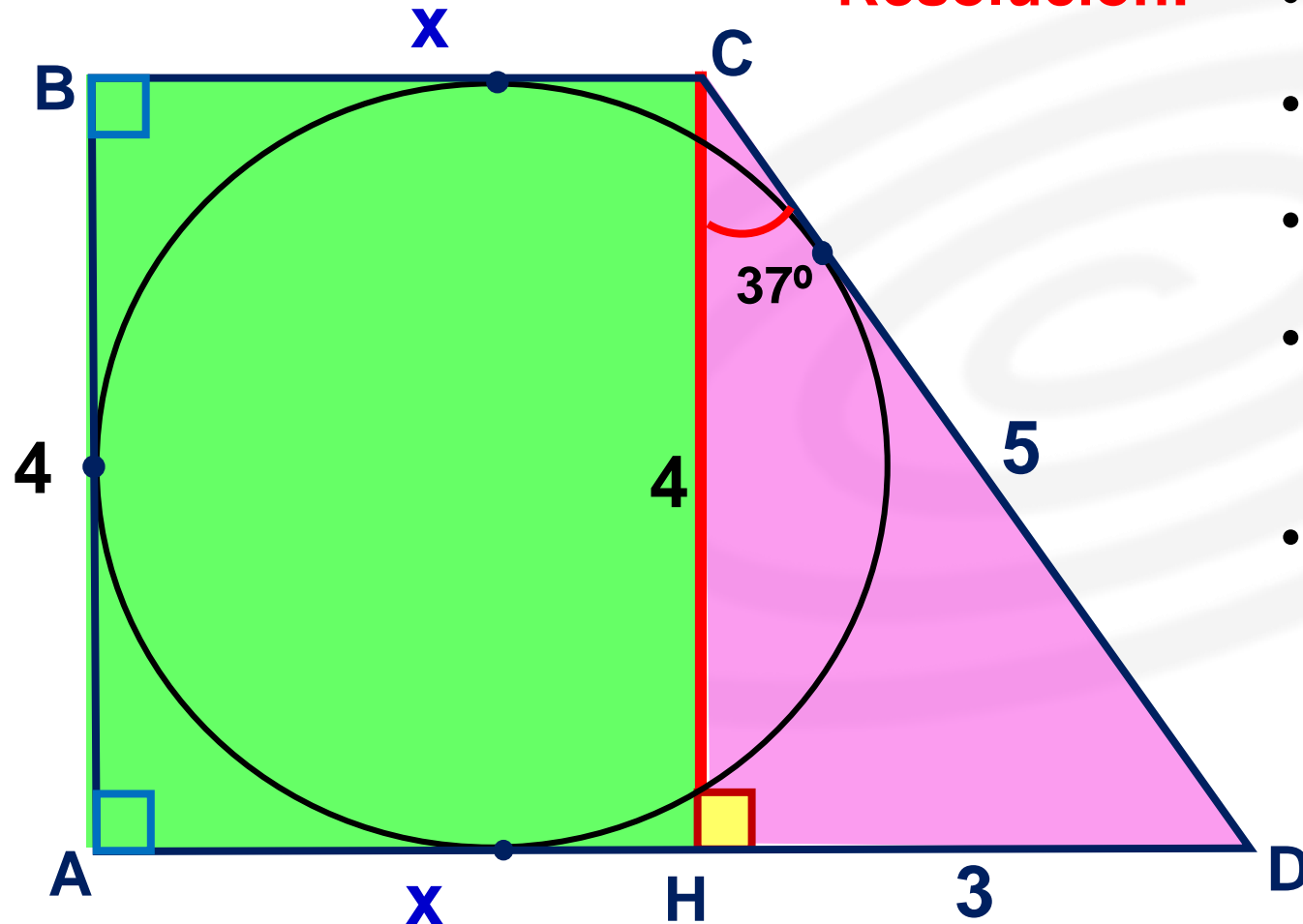
$$DH = 3$$

- ABCD: Teorema de Pitot.

$$x + (x + 3) = 4 + 5$$

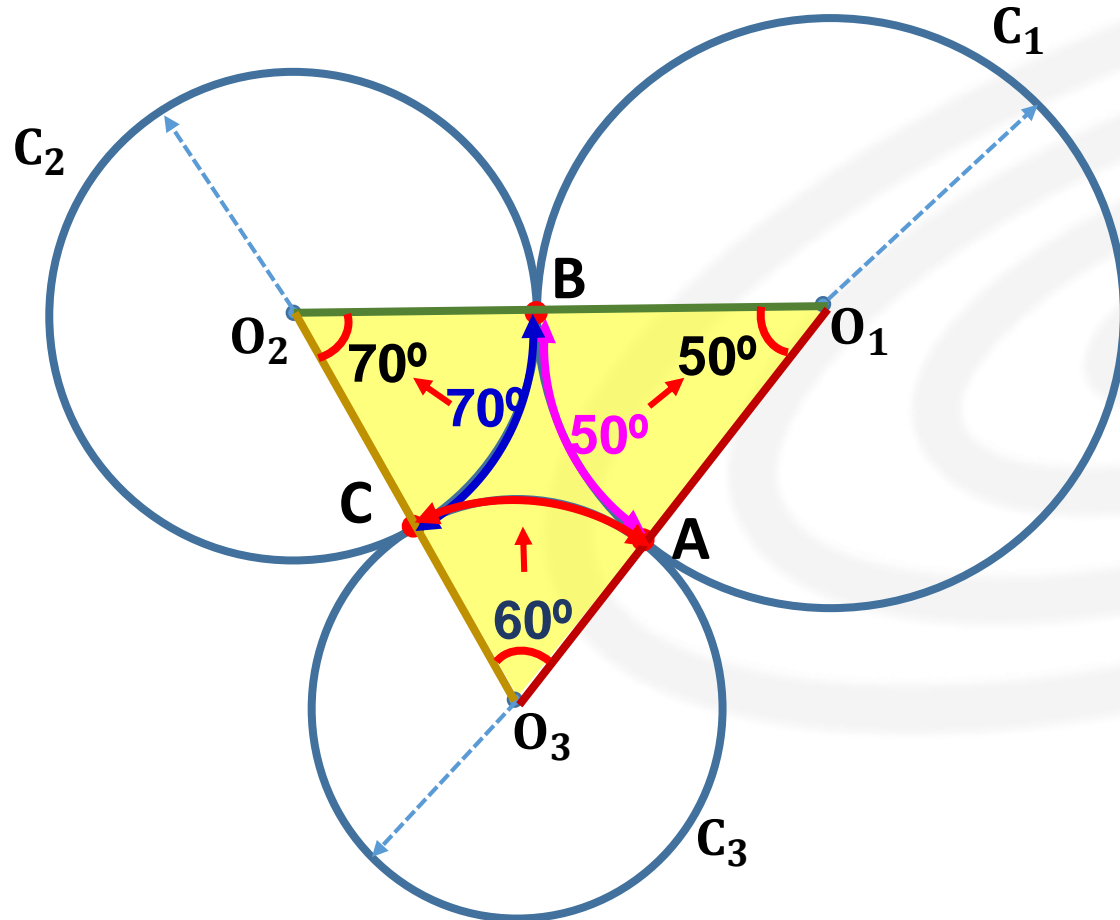
$$2x = 6$$

$$x = 3m$$



6. En la figura se muestra tres discos circulares tangentes dos a dos.  $m\widehat{AB} = 50^\circ$  y  $m\widehat{BC} = 70^\circ$ ; halle la  $m\widehat{AC}$ .

**Resolución:**

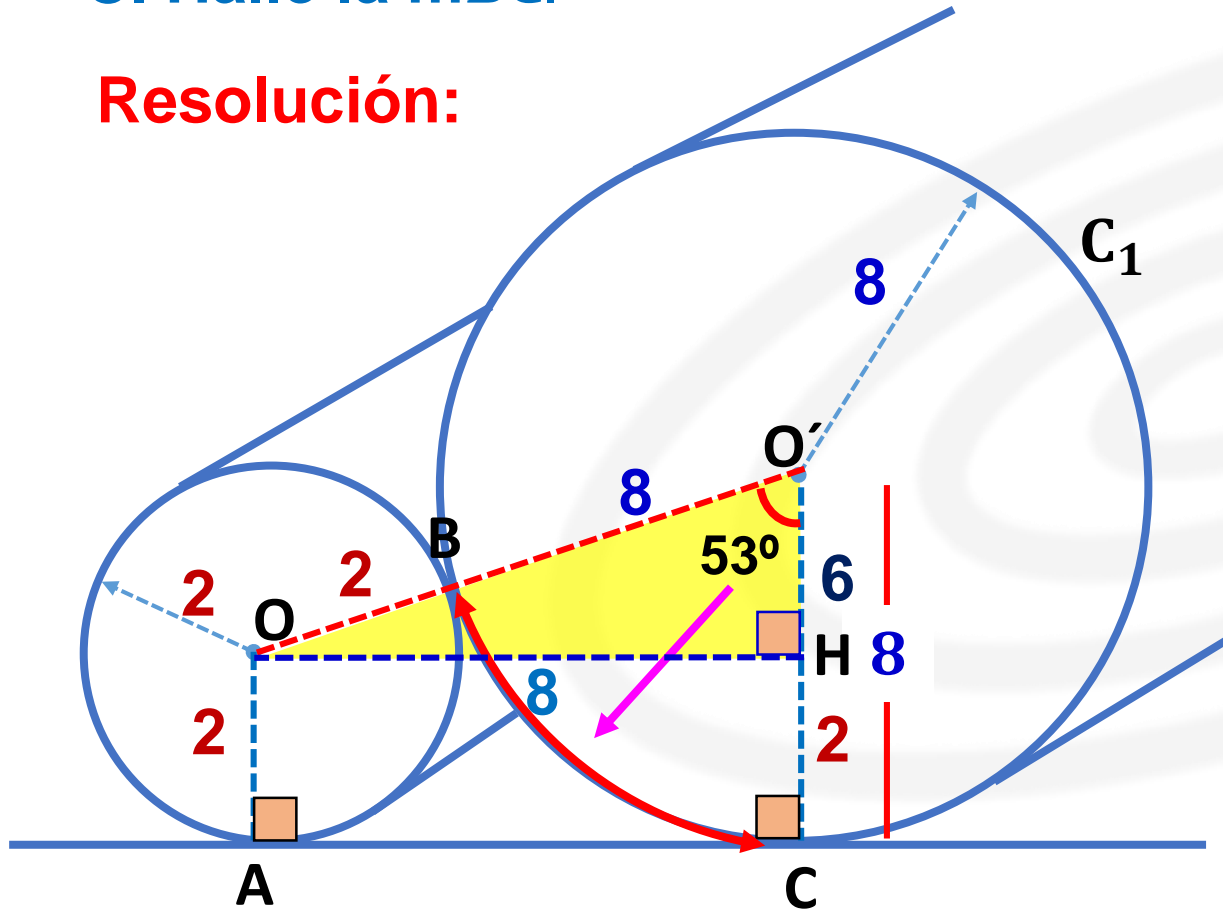


- Piden:  $m\widehat{AC}$ .
- Unimos los centros de las circunferencias
- En las circunferencias  $C_1$  y  $C_2$  por ángulo central.
- En el  $\triangle O_1O_2O_3$ , la suma de las medidas de los ángulos internos es  $180^\circ$ .
- En las circunferencias  $C_3$  por ángulo central.

$$m\widehat{AC} = 60^\circ$$

7. En la figura se muestra dos tubos de plástico de radios 2 cm y 8 cm, los cuales hacen contacto entre sí en el punto B y con el suelo en los puntos A y C. Halle la  $m\widehat{BC}$ .

**Resolución:**



- Piden:  $m\widehat{BC}$
- Se traza  $\overline{OA}$  Y  $\overline{O'C}$
- Desde el centro “O” trazamos una perpendicular  $\overline{O'H}$ .
- En el  $\triangle OHO'$  notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$
- En la circunferencia  $C_1$  (ángulo central)

$$m\widehat{BC} = 53^\circ$$