MATHEMATICAL REASONING

Chapter 19

2nd

SECONDARY

SERIES II

SACO OLIVEROS

El profesor preguntó a Gaussito por el valor de la siguiente serie:

$$B = 1+2+3+4+\ldots\ldots.+100$$

Si él lo resolvió mentalmente. ¿Cuánto fue su respuesta?

Resolución

$$\begin{array}{l} B = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots.+100 \\ B = 100 + 99 + 98 + 97 + \ldots\ldots. + 1 \end{array} \; +$$

2B =101+101+101+……..+101

2B =101x100

B =101x50

$$\boxed{B = 5050}$$

PRINCIPALES SERIES NOTABLES

❑ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n \longrightarrow \boxed{S = \frac{n(n+1)}{2}}$$

❑ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n \longrightarrow \boxed{S = n(n+1)}$$

❑ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS IMPARES

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n-1) \longrightarrow \boxed{S = n^2}$$

PRINCIPALES SERIES NOTABLES

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CUADRADOS

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + n^2 \longrightarrow \boxed{S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CÚBICOS

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \cdots + n^3 \longrightarrow \boxed{S = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}$$

SERIE GEOMÉTRICA FINITA

Es la adición de los términos de una sucesión geométrica. Ahora, la serie geométrica puede ser finita o infinita según sea la naturaleza de la sucesión asociada a ella.

Serie geométrica finita

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n$$

$\times q$ $\times q$ $\times q$

$$S = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Donde :

a_1 : primer término

n: número de términos

q: razón

SERIE GEOMÉTRICA INFINITA

$$a_1 \underbrace{+}_{\times q} a_2 \underbrace{+}_{\times q} a_3 \underbrace{+}_{\times q} a_4 + \ldots \infty$$

xq xq xq

$$S_L = \frac{a_1}{1-q}$$

Donde :

a_1 : primer término

q: razón

Ejemplo:

$$S = 81 + 27 + 9 + 3 + \ldots \infty$$

$\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$

$$S = \frac{81}{1-\frac{1}{3}} \qquad S = \frac{81}{\frac{2}{3}} \qquad \boxed{S = \frac{243}{2}}$$

HELICO PRACTICE

1 Halle el valor de la serie:

$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 80$

Resolución: $S = 2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + \underbrace{80}_{2n}$

RECORDEMOS:

Suma de los primeros números pares

$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n$ $\boxed{S = n(n+1)}$

$2n = 80$

$S = 40(40+1)$

$S = 1640$

Rpta. **1640**

2

El alumno Ricardito decide ahorrar todas sus propinas empezando así con S/8 la primera semana, a partir de la siguiente semana él depositará la misma cantidad que depositó la semana anterior. Como se observa en el siguiente cuadro:

Semana de ahorro	1	2	3	4
Dinero ahorrado (en soles)	8	16	32	64

¿Cuánto dinero ahorró Ricardito en 20 semanas?

2

Resolución:

RECORDEMOS:

$$S = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\overbrace{8 + 16 + 32 + 64 + \cdots}^{20 \text{ términos}}$$

$\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$

$$\frac{8(2^{20} - 1)}{2 - 1}$$

Rpta.

$$8(2^{20} - 1)$$

3 Halle el valor de la serie:

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + 81$

Resolución:

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + \underbrace{81}_{2n-1}$

$2n - 1 = 81$

$2n = 82$

$n = 41$

RECORDEMOS:

De los primeros números impares

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n-1)$ $\boxed{S = n^2}$

$S = n^2$

$S = (41)^2$

$S = 1681$

Rpta. **1681**

4

Calcule el valor de la serie

$$A = \underbrace{3 + 9 + 27 + 81 + \ldots}_{20 \text{ términos}}$$

Resolución:

RECORDEMOS:

$$\boxed{S = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$$

$$A = \overbrace{3 + 9 + 27 + 81 + \cdots}^{20 \text{ términos}}$$

$\times 3$ $\times 3$ $\times 3$

$$A = \frac{3(3^{20} - 1)}{3 - 1} = \frac{3(3^{20} - 1)}{2}$$

Rpta.

$$\frac{3(3^{20} - 1)}{2}$$

5

Halle el valor de E.

$$E = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \ldots \infty =$$

Resolución:

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \ldots \infty$$

$\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$

RECORDEMOS:

$$\boxed{S_L = \frac{a_1}{1-q}}$$

$$S = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

Rpta. $\frac{3}{2}$

6

Calcule la suma de los elementos de F_{20}

$$\begin{array}{l} F_1 \longrightarrow 1 \\ F_2 \longrightarrow 1 \quad 2 \\ F_3 \longrightarrow 1 \quad 2 \quad 3 \\ F_4 \longrightarrow 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \quad\vdots \end{array}$$

RECORDEMOS:

De los primeros números naturales

$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n$

$$\boxed{S = \frac{n(n+1)}{2}}$$

Resolución:

$F_1 \longrightarrow 1$

$F_2 \longrightarrow 1 + 2$

$F_3 \longrightarrow 1 + 2 + 3$

$F_4 \longrightarrow 1 + 2 + 3 + 4$

$\vdots$

$F_{20} \longrightarrow 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 20$

$$S = \left(\frac{20(21)}{2}\right) = 210$$

Rpta. 210

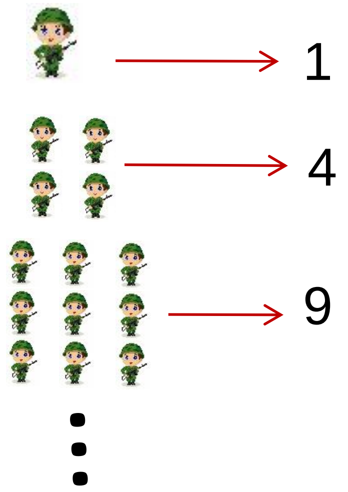
7

Un instructor del ejercito formó a su batallón de la siguiente manera: el sargento al frente; atrás un cuadrado de 2 filas por 2 columnas ; más atrás otro cuadrado de 3 filas por 3 columnas , y así sucesivamente continúo formando cuadrados hasta completar 20 grupos , incluyendo al sargento. ¿ Cuántos soldados conformaban el batallón ?

RECORDEMOS:

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Resolución:



$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + 20^2$

$$S = \frac{\overset{10}{\cancel{20}}\,(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\underset{\cancel{2}}{\cancel{6}}} = 70\,(41) = 2870$$

Rpta.

2870