ALGEBRA

3th

SECONDARY

RETROALIMENTACIÓ

N TOMO II

SACO OLIVEROS

Problema 1

Determine la suma de coeficientes y el término independiente de:

$P(x) = (x-1)^4 - (x+1)^6 + 5x - 3$

Recordemos:

Suma de coeficientes:

$$\sum Coef[P(x)] = P(1)$$

Término independiente:

$$TI[P(x)] = P(0)$$

Resolución: $P(x) = (x-1)^4 - (x+1)^6 + 5x - 3$

Suma de coeficientes:

$$P(1) = (1-1)^4 - (1+1)^6 + 5(1) - 3$$

$$P(1) = 0 - (2)^6 + 5 - 3$$

$$P(1) = -64 + 2$$

$$P(1) = -62$$

$$\therefore \sum Coef[P(x)] = -62$$

Término independiente:

$$P(0) = (0-1)^4 - (0+1)^6 + 5(0) - 3$$

$$P(0) = (-1)^4 - (1)^6 - 3$$

$$P(0) = 1 - 1 - 3$$

$$P(0) = -3$$

$$\therefore TI[P(x)] = -3$$

Problema 2

Si

$P(x-3)=x^{243}-81x^{239}+12x+7$

calcule $P(0)+P(-3)$

Resolución: $P(x-3)=x^{243}-81x^{239}+12x+7$

➤ **Calculando $P(0)$:** $x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

$$P(3-3)=3^{243}-81.3^{239}+12.3+7$$

$$P(0)=3^{243}-3^{4}.3^{239}+36+7$$

$$P(0)=\cancel{3^{243}}-\cancel{3^{243}}+36+7$$

$$\boxed{P(0)=43}$$

➤ **Calculando $P(-3)$:** $x-3=-3 \Rightarrow \boxed{x=0}$

$$P(0-3)=0^{243}-81.0^{239}+12.0+7$$

$$P(-3)=0-0+0+7$$

$$\boxed{P(-3)=7}$$

$$\boxed{\therefore\ P(0)+P(-3)=50}$$

Problema 3

Sabiendo que

$$P(x) = 5x + 7$$

$$\boxed{P[Q(x)] = 10x - 8}$$

halle el valor de $Q(2)$

Resolución:

Sea: $x = Q(x)$

$$P(x) = 5x + 7$$

$$\underbrace{P[Q(x)]} = 5Q(x) + 7$$

$$10x - 8 = 5Q(x) + 7$$

$$10x - 15 = 5Q(x)$$

Dividiendo $\div 5$

$$\boxed{Q(x) = 2x - 3}$$

Calculando $Q(2)$:

$$Q(2) = 2(2) - 3$$

$$\boxed{\therefore Q(2) = 1}$$

Problema 4

Dado el polinomio

$$Q(x,y) = 5mx^{m-3}y^{n+1} + 5nx^{m-4}y^{n+3} - 7x^{m}y^{n-4}$$

de grado absoluto igual a 15 **.**
Calcule la suma de sus coeficientes.

$$Q(x;y) = \underbrace{5mx^{m-3}y^{n+1}}_{m+n-2} \underbrace{+ 5nx^{m-4}y^{n+3}}_{m+n-1} \underbrace{- 7x^{m}y^{n-4}}_{m+n-4}$$

Por dato: $GA = 15$

Además: $GA = m+n-1$

$$m+n-1 = 15$$

$$\boxed{m+n = 16}$$

Calculando la suma de coeficientes:

$$\sum Coef = 5m + 5n - 7$$

$$\sum Coef = 5(m+n) - 7$$

$$\sum Coef = 5(16) - 7$$

$$\boxed{\therefore \sum Coef = 73}$$

Problema 5

Halle el valor de m si la expresión

$$F = \sqrt[3]{x^{2m}.\sqrt{x^{m}.\sqrt[4]{x^{3m}}}}$$

es de grado absoluto 46.

Recordemos:

RADICALES SUCESIVOS:

$$\sqrt[m]{x^{a}.\sqrt[n]{x^{b}.\sqrt[p]{x^{c}}}} = \sqrt[mnp]{x^{(an+b)p+c}}$$

Resolución:

$$F = \sqrt[3]{x^{2m}.\sqrt[2]{x^{m}.\sqrt[4]{x^{3m}}}}$$

Reduciendo F:

$$F = \sqrt[3.2.4]{x^{23m}}$$

$$F = \sqrt[24]{x^{23m}}$$

$$\boxed{F = x^{\frac{23m}{24}}}$$

Obteniendo GA(F):

$$GA(F) = \frac{23m}{24}$$

Pero por dato:

$$GA(F) = 46$$

Igualando:

$$\frac{23m}{24} = 46$$

$$\boxed{\therefore m = 48}$$

Problema 6

Si el grado absoluto del polinomio es $9m - 15$

$$Q(x) = (x^7 - x^2)^3 + (x^5 + x)^4 + (x^3 - x^2)^6$$

halle el valor de $\sqrt{m}$.

Recordemos:

$$\left.\begin{array}{l} Grado(P) = m \\ Grado(Q) = n \end{array}\right\} \quad m > n$$

$$\boxed{Grado(P^k) = k.m}$$

$$\boxed{Grado(P + Q) = m}$$

Resolución:

$$Q(x) = \underbrace{(x^7 - x^2)^3}_{\boxed{GA = 7.3 = 21}} + \underbrace{(x^5 + x)^4}_{\boxed{GA = 5.4 = 20}} + \underbrace{(x^3 - x^2)^6}_{\boxed{GA = 3.6 = 18}}$$

Grado absoluto de $Q(x)$: $\boxed{GA[Q(x)] = 21}$

Por dato sabemos que: $\boxed{GA[Q(x)] = 9m - 15}$

Igualando: $9m - 15 = 21$

$$m = 4$$

$$\boxed{\therefore \sqrt{m} = 2}$$

Problema 7

Sabiendo que el polinomio es completo y ordenado

$$P(x) = 5x^3 - 2x^{3b-7} + x^{c+2} - 7x^{a-5}$$

Calcule

$$M = \sqrt{a+b-c}$$

Resolución:

$$P(x) = 5x^3 - 2x^{3b-7} + x^{c+2} - 7x^{a-5}$$

R(x) es completo y ordenado:

$$\begin{cases} 3b - 7 = 2 \Rightarrow \boxed{b = 3} \\ c + 2 = 1 \Rightarrow \boxed{c = -1} \\ a - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 5} \end{cases}$$

Nos piden:

$$M = \sqrt{a+b-c}$$

$$M = \sqrt{5+3-(-1)}$$

$$M = \sqrt{5+3+1}$$

$$M = \sqrt{9}$$

$$\boxed{\therefore M = 3}$$

Problema 8

Si $Q(x) \equiv 0$ **, donde**

$$Q(x) = ax^3 + bx^2 - c - 5x^2 + 2x^3 + 8$$

calcule el valor de $\frac{a-c}{b}$.

Resolución:

$$Q(x) = \underline{ax^3} + \underline{bx^2} - c - \underline{5x^2} + \underline{2x^3} + 8$$

Agrupando:

$$Q(x) = \underbrace{(a+2)}_{0}x^3 + \underbrace{(b-5)}_{0}x^2 + \underbrace{(8-c)}_{0}$$

Q(x) es idénticamente nulo: $\boxed{Q(x) \equiv 0}$

$$\begin{cases} a+2=0 & \Rightarrow \boxed{a=-2} \\ b-5=0 & \Rightarrow \boxed{b=5} \\ 8-c=0 & \Rightarrow \boxed{c=8} \end{cases}$$

Nos piden:

$$\frac{a-c}{b} = \frac{-2-8}{5} = \frac{-10}{5}$$

$$\boxed{\therefore \frac{a-c}{b} = -2}$$

Problema 9

Si se cumple que

$$\frac{5x+7}{(x-1)(x+5)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+5}$$

calcule $(A+B)^{B+1}$

Resolución:

$$\frac{5x+7}{(x-1)(x+5)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+5}$$

$$\frac{5x+7}{\cancel{(x-1)(x+5)}} \equiv \frac{A(x+5)+B(x-1)}{\cancel{(x-1)(x+5)}}$$

$$5x+7 \equiv \underline{Ax} + \underline{5A} + \underline{Bx} - \underline{B}$$

$$5x+7 \equiv (A+B)x + (5A-B)$$

$$\begin{cases} A + \cancel{B} = 5 \\ 5A - \cancel{B} = 7 \end{cases} \quad (+)$$

$$6A = 12$$

$$\boxed{A = 2} \wedge \boxed{B = 3}$$

Nos piden:

$$(A+B)^{B+1} = (2+3)^{3+1}$$

$$(A+B)^{B+1} = (5)^4$$

$$\boxed{\therefore\ (A+B)^{B+1} = 625}$$

Problema 10

Si el polinomio es homogéneo

$$M(x,y)=4x^{2a-b}y^{a+3b}-3x^{15}y^{11}+x^{5a-2b}y^{b}$$

el valor de $a.b$ representa la edad del profesor Ricardo hace 10 años. ¿Cuántos años tiene actualmente el profesor Ricardo?

Resolución:

$$M(x,y)=\overbrace{4x^{2a-b}y^{a+3b}}^{GA=3a+2b}-\overbrace{3x^{15}y^{11}}^{GA=26}+\overbrace{x^{5a-2b}y^{b}}^{GA=5a-b}$$

$M(x,y)$ es homogéneo:

$$\begin{cases}(3a+2b=26)\times 1 \rightarrow & 3a+\cancel{2b}=26\\(5a-b=26)\times 2 \rightarrow & 10a-\cancel{2b}=52\end{cases}\quad(+)$$

$$13a=78$$

$$\boxed{a=6}\wedge\boxed{b=4}$$

Edad del profesor Ricardo hace 10 años: $\Rightarrow$ $\boxed{a.b=24}$

$\therefore$ El profesor Ricardo tiene: $24+10=34$ años