MATHEMATICAL REASONING

Chapter 16

4th
SECONDARY

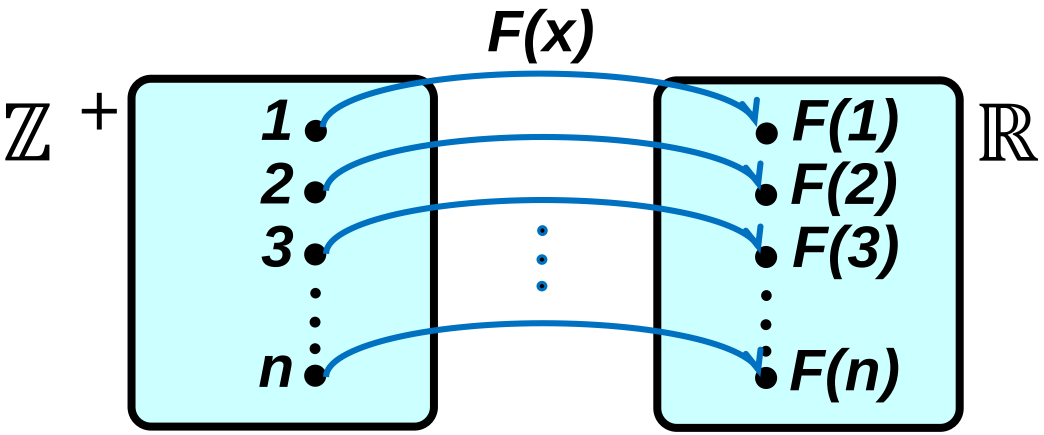
SUCESIONES

SACO OLIVEROS

SUCESIÓN NUMÉRICA

DEFINICIÓN

Es una función cuyo dominio es el conjunto de los números enteros positivos y cuyo rango es un conjunto arbitrario:



De donde:

1°	2°	3°	4° ...	n°
t_1;	t_2;	t_3;	t_4; ...;	t_n

Ejemplos:

- 3 ; 6 ; 9 ; 12 ;15 ; ....
- 2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; …….…....
- 5 ; 6 ; 8 ; 11 ; 15 ; ....

SUCESIÓN NUMÉRICA

SUCESIONES NUMÉRICAS NOTABLES

❑ SUCESIÓN LINEAL

Llamada también Sucesión Polinomial de 1er Orden o progresión aritmética (P.A.). Se caracteriza por tener razón (r) constante y se calcula como la diferencia de 2 términos consecutivos.

Analicemos

La siguiente sucesión:

	1°	2°	3°	4°	...	n°
2;	5;	8;	11;	14;	...	t_n

$+3$ $+3$ $+3$ $+3$ → **razón aritmética**

Se observa que el término anterior al primero (t_0) es igual a: $t_0 = 5 - 3 = 2$

SUCESIÓN NUMÉRICA

Además:

$t_1 = 3(1) + 2 = 5$

$t_2 = 3(2) + 2 = 8$

$t_3 = 3(3) + 2 = 11$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \rightarrow t_0$

$t_n = 3\,\mathrm{n} + 2$

$\rightarrow$ **razón**

EN GENERAL

$$t_n = rn + t_0$$

Ejemplo

Calcula el término enésimo en:

	1°	2°	3°	4°	5°	...
−1	4;	9;	14;	19;	24;	...

+5 +5 +5 +5

$$\mathrm{t_n} = 5\mathrm{n} + (-1)$$

$$\mathrm{t_n} = 5\mathrm{n} - 1$$

SUCESIÓN NUMÉRICA

SUCESIONES NUMÉRICAS NOTABLES

❑ SUCESIÓN CUADRÁTICA

Llamada también Sucesión Polinomial de 2do Orden. Su término enésimo tiene la forma de un polinomio de 2do. grado.

$$t_n = An^2 + Bn + C$$

Es decir:

1° 2° 3° 4° 5° ...

$$C = t_0;\ t_1;\ t_2;\ t_3;\ t_4;\ t_5;\ \ldots$$

$$A + B = +m \quad +a \quad +b \quad +c \quad +d$$

$$2A = +r \quad +r \quad +r \quad +r$$

$$A = \frac{r}{2}\ ;\quad B = m - A\ ;\quad C = t_0$$

SUCESIÓN NUMÉRICA

SUCESIONES NUMÉRICAS NOTABLES

- SUCESIÓN CUADRÁTICA

Ejemplo

Calcula el término de lugar 20 en:

1°	2°	3°	4°	5°	...
5;	11;	19;	29;	41;	...

Resolución

	1°	2°	3°	4°	5°	...
$C=1$;	5;	11;	19;	29;	41;	...
$A+B=+4$	$+6$	$+8$	$+10$	$+12$		
$2A=+2$	$+2$	$+2$	$+2$			

$$A=\frac{2}{2}=1\ ;\ B=4-A=3\ ;\ C=1$$

$$t_n=n^2+3n+1$$

$$t_n=20^2+3(20)+1$$

$$t_{20}=461$$

SUCESIÓN NUMÉRICA

SUCESIONES NUMÉRICAS NOTABLES

- ### SUCESIÓN GEOMÉTRICA (P.G.)

Es una sucesión de números tal que cualquier término posterior al primero se obtiene multiplicando el término anterior por un número no nulo llamado razón de la progresión.

1° 2° 3° 4° 5° ...

$$t_1; \xrightarrow{\times q} t_2; \xrightarrow{\times q} t_3; \xrightarrow{\times q} t_4; \xrightarrow{\times q} t_5; \ldots$$

$$t_1\ ;\ t_1 \times q;\ t_1 \times q^2;\ t_1 \times q^3;\ t_1 \times q^4; \ldots$$

$$\boxed{t_n = t_1 q^{n-1}}$$

donde...

q: *razón*; t_1: *primer término*

PROBLEMA 1

Juan desea renovar su celular ya que la compañía telefónica a la que pertenece le ofrece promoción de pagarla en 18 cuotas sin intereses de la siguiente forma: la primera cuota pagará 50 soles y a partir de la segunda cuota el pago irá aumentando en 10 soles. ¿Cuál será el pago que hará Juan al pagar la última cuota de su celular?

Resolución

Nos piden calcular la última cuota del celular.

	1°	2°	3°	...	18°
40	50;	60;	70;	……	
	+10	+10	+10		

$$t_{18} = 10(18) + 40$$

$$\therefore \quad 220$$

PROBLEMA 2

Roxana está resolviendo su helicotarea semanal, y tiene dificultad con este problema:
Determine la ley de formación de:

$$3\ ;\ 8\ ;\ 15\ ;\ 24\ ;\ 35\ ;\ \ldots$$

Si después de algunos minutos pudo resolver el problema, podría decir usted, ¿cuál fue su respuesta?

Resolución

Nos piden calcular la ley de formación.

1° 2° 3° 4° 5° ...

$$C = 0;\ 3;\ 8;\ 15;\ 24;\ 35;\ \ldots$$

$$A + B = +3\quad +5\quad +7\quad +9\quad +11$$

$$2A = +2\quad +2\quad +2\quad +2$$

$$A = 1 \qquad B = 2 \qquad C = 0$$

$$\boxed{t_n = An^2 + Bn + C}$$

$$t_n = 1n^2 + 2n + 0$$

$$\therefore\ n^2 + 2n$$

PROBLEMA 3

Halle el número de términos en la sucesión:

4; 7; 12; 19; 28; ... ; 903

$$t_n = An^2 + Bn + C$$

Resolución

Nos piden calcular el número de términos.

1° 2° 3° 4° 5° ... n°

$C = 3;$ 4; 7; 12; 19; 28; ...;903

$A + B = +1$ $+3$ $+5$ $+7$ $+9$

$2A = +2$ $+2$ $+2$ $+2$

$A = 1$ $B = 0$ $C = 3$

$$t_n = 1n^2 + 0n + 3 = 903$$

$$n^2 + 3 = 903$$

$$n = 30$$

$\therefore$ 30 términos

PROBLEMA 3 (Otro modelo de desarrollo)

Halle el número de términos en la sucesión:

4; 7; 12; 19; 28; ... ;903

Resolución

Determinando el número de términos intuitivamente.

1° 2° 3° 4° 5° n°

$$(1)^2+3 \quad (2)^2+3 \quad (3)^2+3 \quad (4)^2+3 \quad (5)^2+3 \cdots \quad (30)^2+3$$

4 ; 7 ; 12 ; 19 ; 28 ; . . . ; 903

$\therefore$ $\mathbf{30\ términos}$

PROBLEMA 4

En un examen mensual se propone a los alumnos de 4° año el siguiente problema:
Determine el término n-ésimo en:

S: 2; 6; 18; 54; ...

Resolución

Piden calcular el término enésimo de la sucesión geométrica.

1°	2°	3°	4°	5°	...
2;	6;	18;	54;	162;	...

$\times 3$ $\times 3$ $\times 3$ $\times 3$

$$\boxed{t_n = t_1\, q^{n-1}}$$

$$t_n = 2 \times 3^{n-1}$$

$\therefore\ 2 \times 3^{n-1}$

PROBLEMA 5

Un comerciante inicia sus actividades vendiendo el primer día una caja de chocolates, el segundo día 3 cajas, el tercero 6 cajas, el cuarto 10 cajas y el quinto 15 cajas, y así sucesivamente. ¿Cuántas cajas vendió el día 20?

Resolución

1°día 2°día 3°día 4°día 5°día ... n°día

$$C = 0;\quad 1;\quad 3;\quad 6;\quad 10;\quad 15;\quad \ldots\quad t_n$$

$$A + B = +1\quad +2\quad +3\quad +4\quad +5$$

$$2A = +1\quad +1\quad +1\quad +1$$

$$A = \frac{1}{2}\qquad B = \frac{1}{2}\qquad C = 0$$

$$t_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$t_n = An^2 + Bn + C$$

$$t_{20} = \frac{1}{2}(20)^2 + \frac{1}{2}(20)$$

$\therefore$ **210 cajas**

PROBLEMA 6

Un niño vende boletos de cierta lotería. El primer día vendió 2 boletos, el segundo día 5 boletos, el tercer día 4 boletos más que el segundo día, el cuarto día el doble de lo que vendió el tercer día menos 4 boletos; y así sucesivamente. ¿En qué día vendió 230 boletos?

Resolución

Nos piden calcular el número de términos.

		1°	2°	3°	4°	...	n°
$C =$	0;	2;	5;	9;	14;	... ;	230
$A + B =$	+2	+3	+4	+5			
$2A =$	+1	+1	+1				

$$A = 1/2 \quad B = 3/2 \quad C = 0$$

$$230 = \frac{n^2}{2} + \frac{3n}{2} \Rightarrow n^2 + 3n = 460$$

$$n = 20$$

$\therefore$ En el día 20

PROBLEMA 7

Halle el término de lugar 30 en la siguiente sucesión numérica:

2 ; 6 ; 12 ; 20 ; 30 ; ...

Resolución

Piden calcular el término 30 de la sucesión cuadrática.

$$\begin{array}{lllllllll} & & 1° & 2° & 3° & 4° & ... & n° \\ C = & 0; & 2; & 6; & 12; & 20; & ... & t_n \\ A + B = & & +2 & +4 & +6 & +8 & & \\ 2A = & & & +2 & +2 & +2 & & \end{array}$$

$$A = 1 \quad B = 1 \quad C = 0$$

$$t_n = n^2 + n$$

$$t_{30} = 30^2 + 30$$

$$\therefore \ 930$$