

ALGEBRA

Volume 2

4th
SECONDARY

Retroalimentación



 **SACO OLIVEROS**

1. Calcule el término independiente del cociente :

$$\frac{12x^4 + x^3 - 24 - 12x}{4x^2 - x - 5}$$

Resolución

	4	12	1	0	-12	-24
			3	15		
			4	1	5	
				16	4	20
		3	1	4	-3	-4
			$q(x)$		$R(x)$	

Diagram illustrating the long division process. The dividend is $12x^4 + x^3 - 24 - 12x$ and the divisor is $4x^2 - x - 5$. The quotient is $q(x) = 3x^2 + x + 4$ and the remainder is $R(x) = -3x - 4$. The diagram shows the steps of dividing the leading term of the dividend by the leading term of the divisor, multiplying the divisor by the quotient term, and subtracting the result from the dividend to get the next term.



$$q(x) = 3x^2 + x + 4$$

$$R(x) = -3x - 4$$

Nos piden

$$T.I(Q(x)) = 4$$

2. En la división algebraica, el término independiente del cociente es -10 . Calcule el grado del dividendo:

$$\frac{x^{n-1} - (n+2)x + n+1}{x-1}$$

Resolución

$$\mathbf{x} - \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

Diagram illustrating the addition of two numbers in a 2D coordinate system. The horizontal axis is labeled x and the vertical axis is labeled $x = 1$. A yellow oval highlights the first column of digits (1, 1) with a green '+' sign above it. The top row represents the first number: 1, 0, 0...0, $-n-2$, $n+1$. The bottom row represents the second number: 1, 1, 1...1, $-n-1$, 0. A vertical dashed blue line separates the two numbers.

$$-n - 1 = -10$$

$$n = 9$$

Nos piden

$$\mathbf{GA}(D(x)) = 8$$

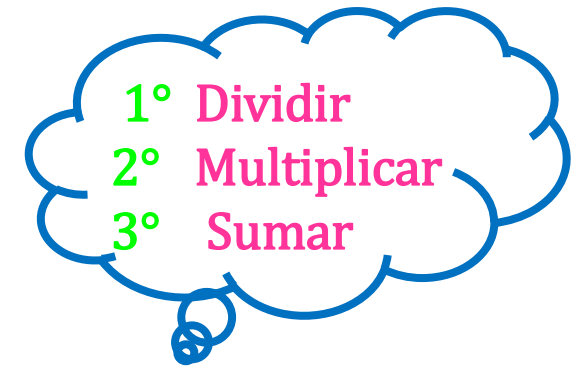
3. Si la división

$$\frac{a^2x^4 + 5ax^3 - 14x^2 + a^3x - 9}{ax^2 - 2x - 3}$$

es exacta, Calcule: $a + 9a^{-1} + 1$

Resolución

	:	+		
a	a^2	$5a$	-14	a^3
		$2a$	$3a$	-9
2		<u>$7a$</u>	<u>14</u>	
3	X		$3a$	
	X			
	a	7	3	0



$$a^3 + 21 + 6 = 0$$

$$a = -3$$

Nos piden

$$-3 + (-3) + 1$$

$$-5$$

4. Obtenga el residuo de:

$$\frac{(x-5)(x+2)(x+1)(x-4) + 1}{x^2 - 3x - 12}$$

Resolución

$$\frac{(x^2 - 3x - 10)(x^2 - 3x - 4) + 1}{x^2 - 3x - 12}$$

$$x^2 - 3x - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 3x = 12$$

$$(12 - 10)(12 - 4) + 1$$

$$(2)(8) + 1$$

$$16 + 1$$

Nos piden

$$R(x) = 17$$

5. Obtenga el residuo de:

$$\frac{(x+1)^{2011} + x^{2011} - 3x + 1}{x^2 + x}$$

Resolución

Por el Algoritmo de la División

$$D(x) = d(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$\Rightarrow (x+1)^{2011} + x^{2011} - 3x + 1 = \overbrace{(x^2 + x)}^{2^\circ} q(x) + \overbrace{r(x)}^{1^\circ}$$

$$(x+1)^{2011} + x^{2011} - 3x + 1 = (x^2 + x)q(x) + ax + b$$

Evaluamos para $x = 0$



$$2 = b$$

Evaluamos para $x = -1$



$$5 = -1a + 2$$



$$-3 = a$$

Nos piden

$$R(x) = -3x + 2$$

6. Que valor debe tomar p, q en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $3x + 4$:

$$\frac{x^4 + px^2 + q}{x^2 + x + 1}$$

Resolución

Por el Teorema del Resto

$$x^2 + x + 1 = 0 \quad \text{Obs: } x^2 = -x - 1$$

Aplicando un artificio

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0(x - 1)$$

$$x^3 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^3 = 1$$

Damos forma en el Dividendo

$$x \cdot x^3 + px^2 + q$$

Reemplazando

$$x \cdot 1 + p \boxed{x^2} + q$$

$$x + p(-x - 1) + q$$

$$(1 - p) \cdot x + (q - p) \equiv 3x + 4$$

$$p = -2$$

$$q = 2$$

Nos piden

$$p \cdot q = -4$$

7. Factorice:

$$P(x) = \underline{(x+4)} \underline{(x+5)} \underline{(x-1)} \underline{(x-2)} + 9$$

Resolución

Aplicando Steven

$$P(x) = (\underline{x^2 + 3x - 4})(\underline{x^2 + 3x - 10}) + 9$$

Cambio de Variable

$$x^2 + 3x = m$$

$$\Rightarrow P(x) = (m - 4)(m - 10) + 9$$

Aplicando Steven

$$P(x) = (m^2 - 14m + 40) + 9$$

$$P(x) = \underline{m^2 - 14m + 49}$$

T.C.P

$$\Rightarrow P(x) = (m - 7)^2$$

Variable original

$$P(x) = (x^2 + 3x - 7)^2$$

$$(x^2 + 3x - 7)^2$$

8. El número de alumnos zurdos en el aula virtual Saco Oliveros es la cantidad de factores primos del polinomio $P(x, y) = x^7y^{10} + 4x^6y^{11} + 4x^5y^{12}$. ¿Cuántos alumnos zurdos hay?

Resolución

Aplicando factor común

$$P(x, y) = x^5y^{10} \underbrace{(x^2 + 4xy + 4y^2)}_{\text{T.C.P}}$$

$$\Rightarrow P(x, y) = x^5y^{10} (x + 2y)^2$$

Nº de factores primos = 3

Nos piden

Nº de zurdos = 3

9. Luego de factorizar

$$P(x) = \underline{x^9} - \underline{x^6} - \underline{x^3} + \underline{1}$$

Dar a conocer el factor primo lineal que mas se repite.

Resolución

Agrupando

$$P(x) = (\underline{x^9 - x^6}) - (x^3 - 1)$$

$$P(x) = x^6 \overset{\text{F.C.}}{(\underline{x^3 - 1})} - (\underline{x^3 - 1})$$

Factor Polinomio común

$$P(x) = (\underline{x^3 - 1})(\underline{x^6 - 1})$$

Diferencia de Cubos

$$P(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - 1)(\underline{x^4 + x^2 + 1})$$

Observación

$$\underline{x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2} = \underline{(x^2 + 1)^2 - x^2}$$

T.C.P Dif. De cuadrados

$$\Rightarrow (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

Reemplazando en $P(x)$

$$P(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)(\underline{x^2 - 1})(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$P(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)^2 (x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$P(x) = (x - 1)^2 (x^2 + x + 1)^2 (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x - 1$$

10. Un punto en el plano cartesiano viene dado por el par ordenado (a;b); tal que “a” representa el número de factores de primos y “b” el número de factores primos cúbicos en: $P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$
 Encontrar la distancia desde el origen de coordenadas hasta el punto en (a:b) ubicado en el plano cartesiano.

Resolución

Agrupando

$$P(x, y) = (x^4 + xy^3) + (x^3y + y^4)$$

Factor común en cada paréntesis

$$P(x, y) = x(x^3 + y^3) + y(x^3 + y^3)$$

Factor polinomio común

$$P(x, y) = (x^3 + y^3)(x + y)$$

Suma de Cubos

$$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)$$

$$P(x, y) = (x + y)^2(x^2 - xy + y^2)$$

Entonces

$$(a; b) = (2; 0) \Rightarrow a = 2 \quad b = 0$$

Por lo tanto la distancia es

2 u