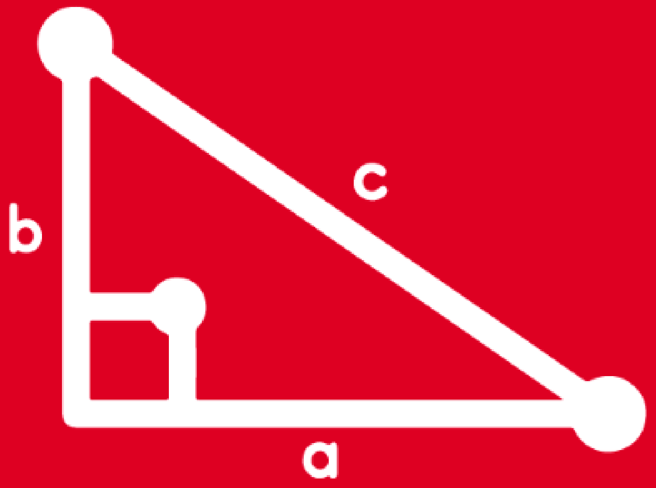
TRIGONOMETRY

Chapter 20

2nd
SECONDARY



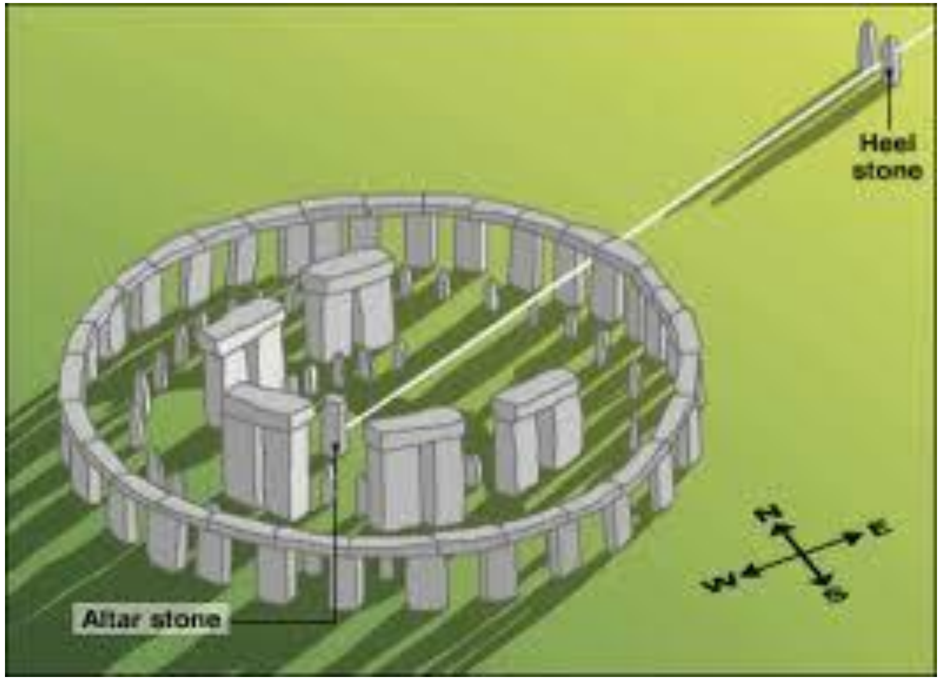
REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE I

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

¿ Cómo se medía el tiempo en la antigüedad?

El más famoso cuadrante monumental es el de Stonehenge, al sur de Inglaterra, que data de 1900 a. de n. e. Se cree que este gigantesco círculo de piedras, que constaba de cuatro estructuras principales, cumplía con un propósito sagrado de culto al sol.



REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE I

Reducir al primer cuadrante consiste en cambiar las razones trigonométricas de ángulos que no son agudos, en términos de un ángulo que sí lo sea

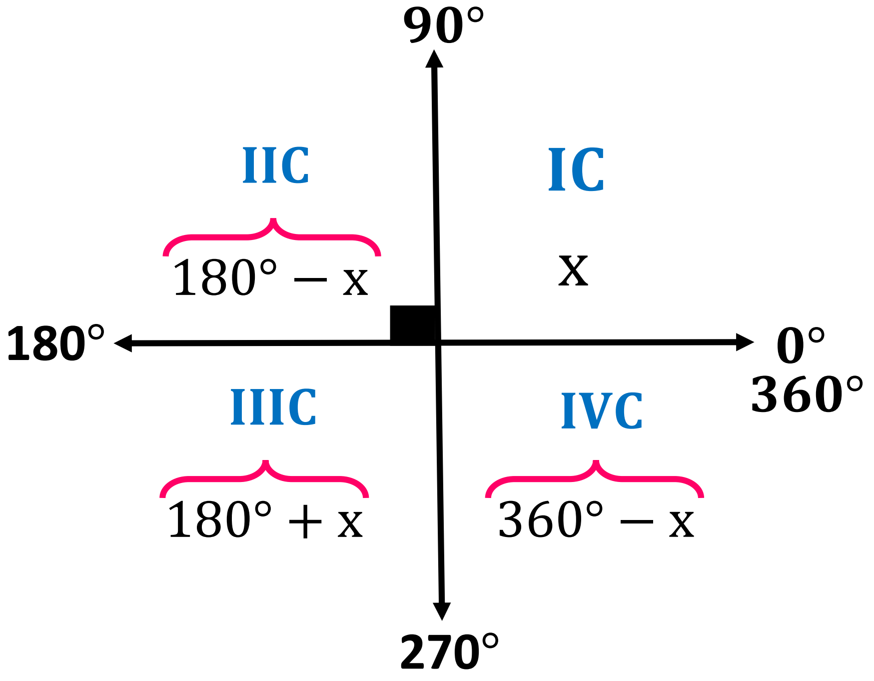
Para ángulos positivos menores a una vuelta

1° caso

$$\left.\begin{array}{l} RT(180° + x) \\ RT(180° - x) \\ RT(360° - x) \end{array}\right\} \pm RT(x)$$

El signo (+) o (–) de la razón trigonométrica depende del cuadrante al cual pertenece el ángulo a reducir.

Acontinuación veamos el siguiente gráfico:



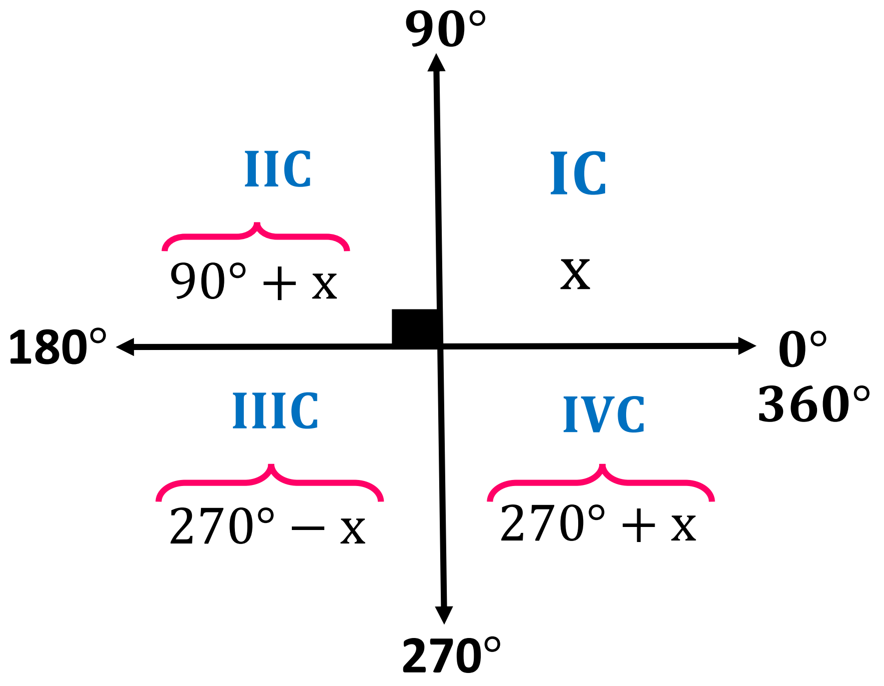
2° caso

$$\left.\begin{array}{l} RT(90° + x) \\ RT(270° - x) \\ RT(270° + x) \end{array}\right\} \pm CO - RT(x)$$

Razón		CO–Razón
sen	→	cos
sec	→	csc
tan	→	cot

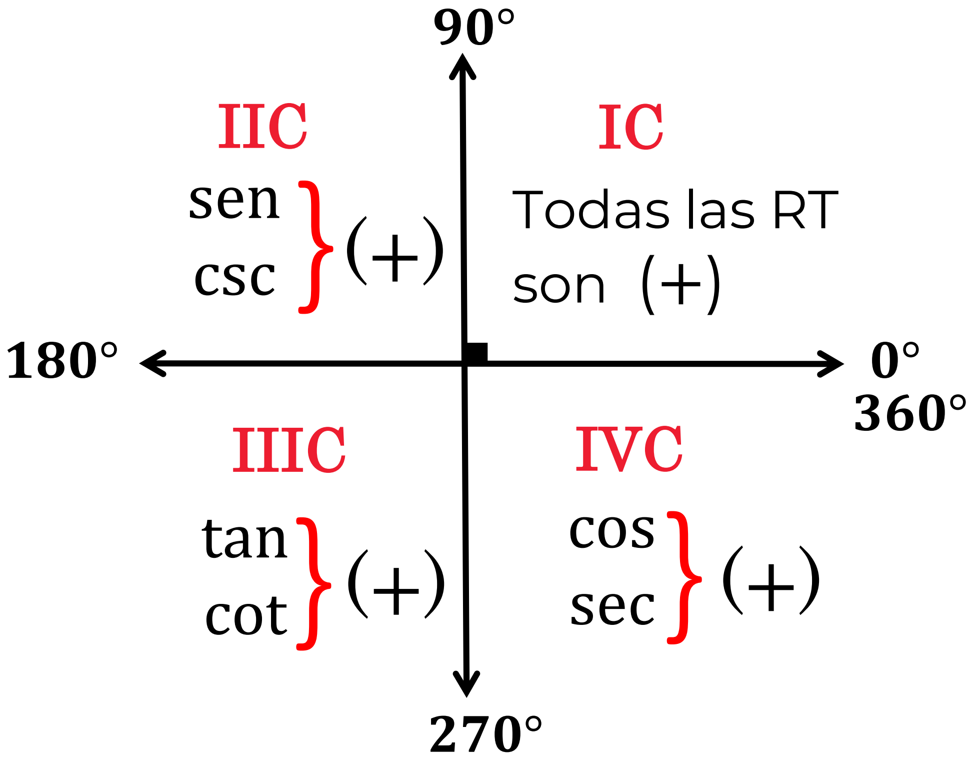
El signo (+) o (–) de la razón trigonométrica depende del cuadrante al cual pertenece el ángulo a reducir.

Acontinuación veamos el siguiente gráfico:



Nota:

Recordar el esquema de los signos para determinar el signo (+) o (-) de la razón trigonométrica.



Ejemplos:

Reducir las siguientes razones al primer cuadrante.

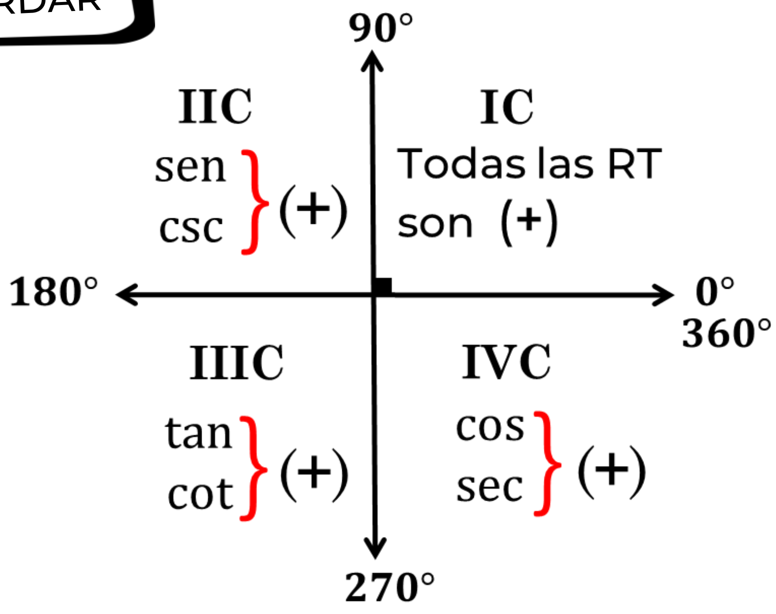
$$\text{sen}(\underbrace{180° + x}_{\text{IIIC}}) = -\,\text{sen}x$$

$$\tan(\underbrace{270° - x}_{\text{IIIC}}) = +\cot x$$

HELICOPRACTICE 1

Reduzca al primer cuadrante

a. sen(180°– x) =
b. tan(360°– x) =
c. cos(180°+ x) =



Resolución:

$$\boxed{\mathrm{RT}\left(\begin{matrix}180^\circ\\360^\circ\end{matrix} \pm \alpha\right) = \pm\,\mathrm{RT}(\alpha)}$$

a. $\text{sen}(\underbrace{180^\circ - x}_{\text{IIC}}) = +\,\text{sen}\,x$

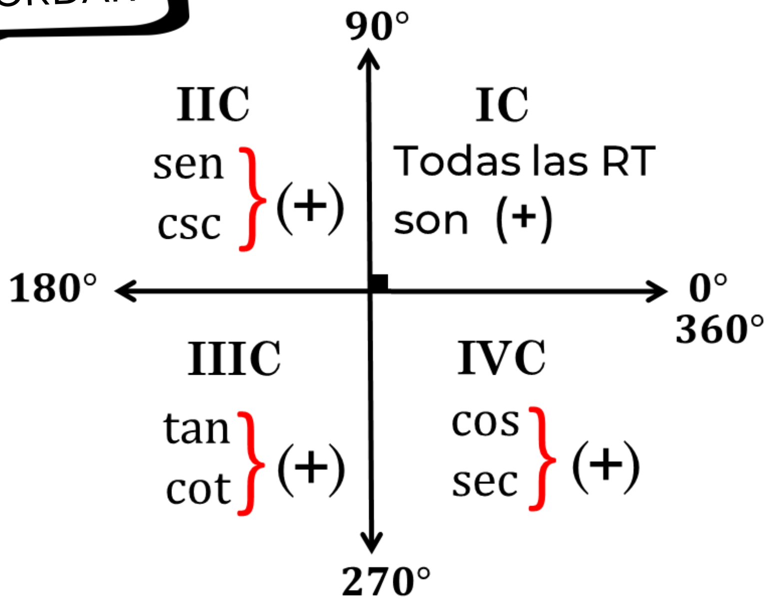
b. $\tan(\underbrace{360^\circ - x}_{\text{IVC}}) = -\tan x$

c. $\cos(\underbrace{180^\circ + x}_{\text{IIIC}}) = -\cos x$

HELICOPRACTICE 2

Reduzca al primer cuadrante

a. $\sec(90°+x) =$
b. $\tan(270°-x) =$
c. $\cos(270°+x) =$



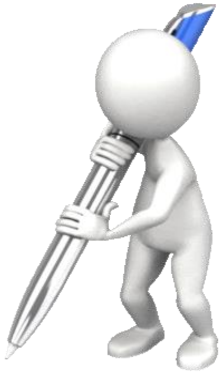
Resolución:

$$RT\left(\begin{matrix}90°\\270°\end{matrix}\pm\alpha\right)=\pm CO-RT(\alpha)$$

a. $\underbrace{\sec(90°+x)}_{IIC} = -\csc x$

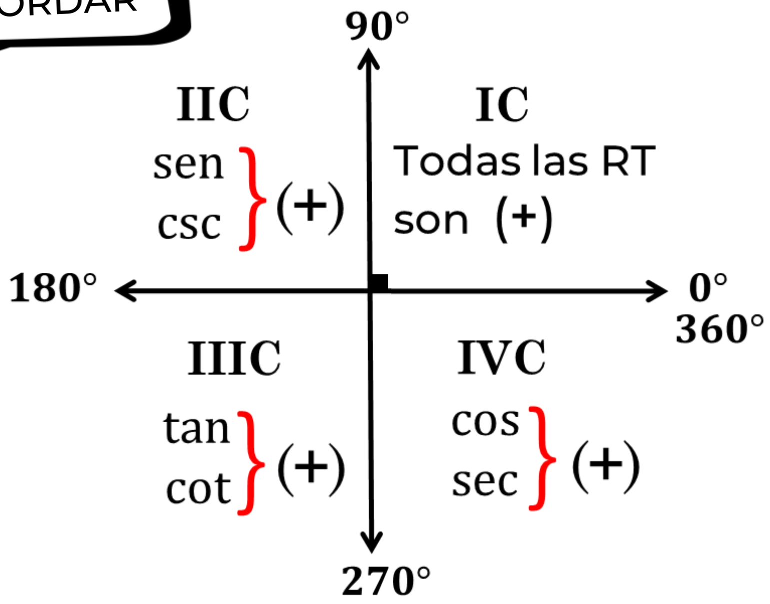
b. $\underbrace{\tan(270°-x)}_{IIIC} = +\cot x$

c. $\underbrace{\cos(270°+x)}_{IVC} = +\operatorname{sen} x$



HELICOPRACTICE 3

Reduzca $M = \dfrac{3\cot(180^\circ + x)}{\cot(360^\circ - x)}$



$$\boxed{RT\left(\begin{matrix}180^\circ\\360^\circ\end{matrix} \pm \alpha\right) = \pm RT(\alpha)}$$

Resolución:

Reducción al IC:

$$\cot(\underbrace{180^\circ + x}_{\text{IIIC}}) = +\cot x$$

$$\cot(\underbrace{360^\circ - x}_{\text{IVC}}) = -\cot x$$

Reemplazamos:

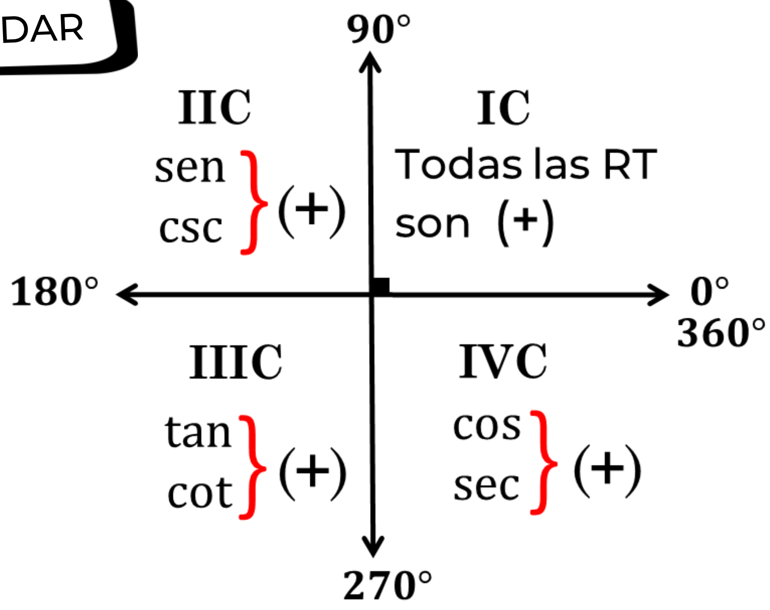
$$M = \frac{3\cancel{\cot x}}{-\cancel{\cot x}}$$

$$\boxed{\therefore M = -3}$$

HELICOPRACTICE 4

Reduzca

$$Q = 3\operatorname{sen}(270^\circ - \alpha) + \operatorname{sen}(90^\circ + \alpha)$$



$$\boxed{RT\left(\begin{matrix}90^\circ\\270^\circ\end{matrix} \pm \alpha\right) = \pm CO - RT(\alpha)}$$

Resolución:

Reducción al IC:

$$\underbrace{\operatorname{sen}(270^\circ - \alpha)}_{\text{IIIC}} = -\cos\alpha$$

$$\underbrace{\operatorname{sen}(90^\circ + \alpha)}_{\text{IIC}} = +\cos\alpha$$

Reemplazamos:

$$Q = 3\operatorname{sen}(270^\circ - \alpha) + \operatorname{sen}(90^\circ + \alpha)$$

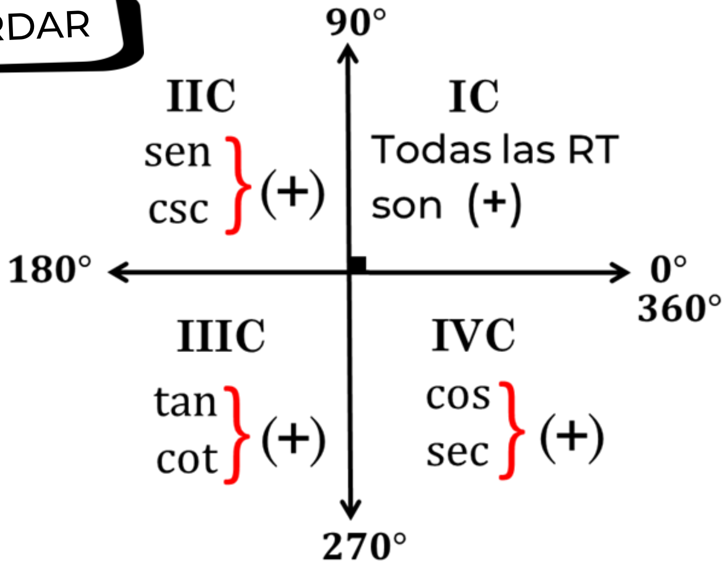
$$Q = 3(-\cos\alpha) + \cos\alpha$$

$$Q = -3\cos\alpha + \cos\alpha$$

$$\boxed{\therefore Q = -2\cos\alpha}$$

HELICOPRACTICE 5

Reduzca $L = \dfrac{4\mathrm{sen}(180^\circ - x) + \mathrm{sen}(360^\circ - x)}{\cos(90^\circ + x)}$



$$\boxed{RT\left(\begin{matrix}180^\circ\\360^\circ\end{matrix} \pm \alpha\right) = \pm RT(\alpha)}$$

$$\boxed{RT\left(\begin{matrix}90^\circ\\270^\circ\end{matrix} \pm \alpha\right) = \pm CO - RT(\alpha)}$$

Resolución:

Reducimos la expresión L:

$$L = \frac{4\mathrm{sen}\overbrace{(180^\circ - x)}^{\text{IIC}} + \mathrm{sen}\overbrace{(360^\circ - x)}^{\text{IVC}}}{\cos\underbrace{(90^\circ + x)}_{\text{IIC}}}$$

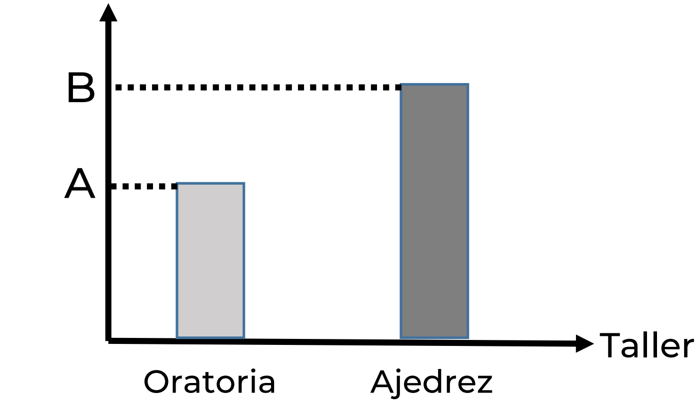
$$L = \frac{4(+\mathrm{sen}x) + (-\mathrm{sen}x)}{(-\mathrm{sen}x)}$$

$$L = \frac{4\mathrm{sen}x - \mathrm{sen}x}{-\mathrm{sen}x} \Rightarrow L = \frac{3\cancel{\mathrm{sen}x}}{-\cancel{\mathrm{sen}x}}$$

$$\boxed{\therefore L = -3}$$

HELICOPRACTICE 6

El siguiente diagrama muestra la información sobre la cantidad de alumnos matriculados en los talleres de ajedrez y oratoria.



Donde:

$$A = \frac{8\text{sen}(180^\circ - x)}{\text{senx}} \quad y \quad B = \frac{15\tan(360^\circ - x)}{-\tan x}$$

¿Cuál es la cantidad de alumnos matriculados en cada taller?

Resolución:

Calculamos la cantidad de alumnos:

$$A = \frac{8\text{sen}\overbrace{(180^\circ - x)}^{\text{IIC}}}{\text{senx}}$$

$$A = \frac{8(+\cancel{\text{senx}})}{\cancel{\text{senx}}}$$

$$\boxed{\therefore A = 8}$$

$$B = \frac{15\tan\overbrace{(360^\circ - x)}^{\text{IVC}}}{-\tan x}$$

$$B = \frac{15(\cancel{-\tan x})}{\cancel{-\tan x}}$$

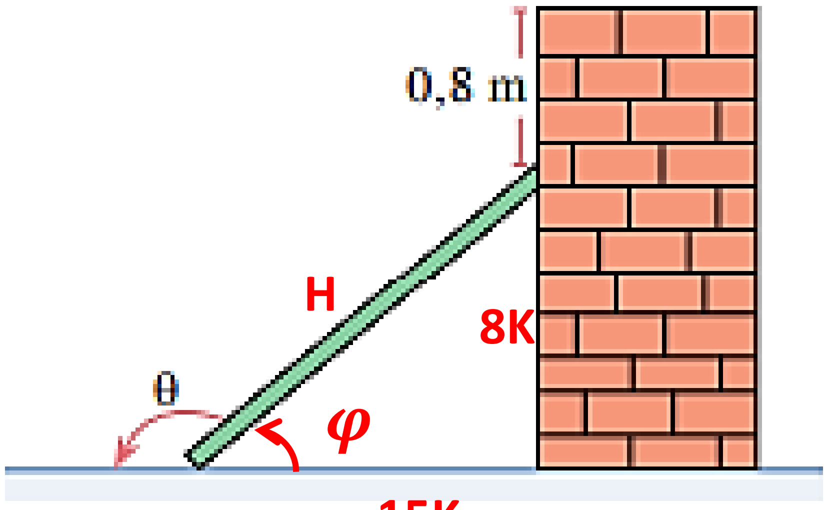
$$\boxed{\therefore B = 15}$$

$$\therefore \text{Oratoria} = 8 \text{ alumnos}$$
$$\text{Ajedrez} = 15 \text{ alumnos.}$$

HELICOPRACTICE 7

En la figura, se muestra una barra metálica apoyada sobre un muro. Si la longitud de la barra es de 3,4m y $tan\theta = -\frac{8}{15}$, determine la altura del muro en metros.

Resolución



$$\varphi + \theta = 180°$$

$$\varphi = 180° - \theta$$

$$\tan(\varphi) = \tan(\underbrace{180° - \theta}_{IIC})$$

$$\tan(\varphi) = -\tan(\theta)$$

Dato:

$$\tan(\varphi) = -\left(-\frac{8}{15}\right)$$

$$\tan(\varphi) = \left(\frac{8}{15}\right) = \frac{CO}{CA} = \frac{8K}{15K}$$

Teorema de Pitágoras:

$$H^2 = (8k)^2 + (15k)^2$$

$$H = 17k$$

$$3{,}4 = 17k \rightarrow K = 0{,}2$$

La altura del muro (E)

E = 0,8m + 8(0,2)m

E = 0,8m + 1,6m

∴ E = 2,4m