ARITHMETIC

Chapter 2

4th
SECONDARY

TEORIA DE
CONJUNTOS I

SACO OLIVEROS

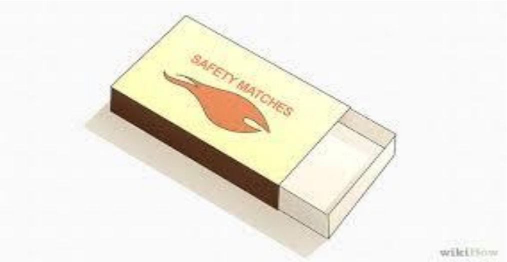
MOTIVATING STRATEGY

¿ SERA LO MISMO ?

Un cerillo

Una caja con un solo cerillo

Si retiro el cerillo



CONJUNTO

Ejemplo :

$A = \{x \,/\, x \text{ es una vocal}\}$

$B = \{\text{fresa, pera, manzana,...}\}$

RELACIÓN DE PERTENENCIA

Ejemplo : En el conjunto $Q = \{a; e; i; o; u\}$, se observa

✓ $a \in Q$ ✓ $5 \notin Q$

CARDINAL DE UN CONJUNTO

Ejemplo :

$A = \{x \,/\, x \text{ es una vocal}\}$

$n(A) = |A| = \#(A) = 5$

DETERMINACION DE UN CONJUNTO

A ***Por comprensión***

$M = \{x + 1 \,/\, x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 3 \leq x < 7\}$

B ***Por extensión***

$M = \{4; 5; 6; 7\}$

CLASES DE CONJUNTOS

A Conjunto finito

M = {los días de la semana}

$\Rightarrow$ $n(M) = 7$

B Conjunto infinito

R = {los números pares}

$\Rightarrow$ $n(R) = \ldots ?$

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

A Inclusión

Simbólicamente :

$A \subset B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$

B Conjuntos Iguales

Simbólicamente :

$A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

Ejemplo :

Si los conjuntos A y B son iguales

$A = \{y + 3; 13\}$ $B = \{x - 5; 17\}$

C Conjuntos comparables

Simbólicamente :

$A \text{ comp } B \leftrightarrow A \subset B \vee B \subset A$

D Conjuntos disjuntos

Ejemplo:

$P = \{x / x$ es un felino$\}$

$Q = \{x / x$ es un ave$\}$

CONJUNTOS NOTABLES

A CONJUNTO UNIVERSAL (U)

Ejemplo :

M = {Los felinos}

N = {Los aves}

U = {Conjunto de los animales}

B CONJUNTO NULO O VACÍO (∅)

Notación: ∅, { }

C CONJUNTO UNITARIO

Ejemplo:

✓ A = {m }

✓ B = {13; 13; 13}

D CONJUNTO POTENCIA (P(A))

Si A = $\{1;\ 2;\ 3\}$

El conjunto potencia de A es:

$$P(A) = \{\{1\};\ \{2\};\ \{3\};\ \{1;\ 2\};\ \{1;\ 3\};\ \{2;\ 3\};\ \{1;\ 2;\ 3\};\ \emptyset\}$$

De donde :

$$\boxed{n[\mathrm{P(A)}] = 2^{n(A)}}$$

Como: $n(A) = 3$

$$n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8$$

Los subconjuntos propios de A serían : $\mathbf{2^3 - 1 = 7}$

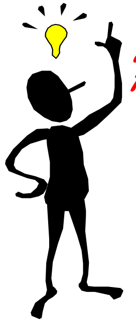
HELICO PRACTICE

1

Indique verdadero (V) o falso (F) respecto al conjunto
$A = \{2; 3; \{4\}\}$

Resolución:

- $2 \in A$ (V)
- $3 \notin A$ (F)
- $\{4\} \in A$ (V)
- $\emptyset \subset A$ (V)
- $\{2; 3\} \subset A$ (V)
- $\{2\} \subset A$ (V)
- $\{4\} \subset A$ (F)
- $\{3; \{4\}\} \subset A$ (V)



Recordemos

La relación de pertenencia ($\in$) es de elemento a conjunto, mientras que la de inclusión ($\subset$) es de subconjunto a conjunto

HELICO PRACTICE

2

¿Cuántos subconjuntos propios tiene el conjunto formado por las letras de la palabra AJEDREZ?

Resolución:

Sea el conjunto A ,donde los elementos son todas las letras de la palabra ajedrez

A $= \{a; j; e; d; r; e; z\}$ =

A $= \{a; j; e; d; r; z\}$

$n(A) = 6$

- por lo tanto :

$$\text{Nº } subcon\ propios = 2^{n(A)} - 1$$

$$= 2^6 - 1$$

=63

Rpta:

Tiene **63** subconjuntos propios

HELICO PRACTICE

3

¿Cuántos subconjuntos propios tiene W?

W={x/x∈ N; 10< 4X-1 < 30}

Resolución :

W={x/x∈ N; 10 < 4X-1 < 30 }

10+1< 4X-1+1 < 30+1

11÷4< 4X÷4< 31÷4

2,75 < X < 7,75

$x = 3; 4; 5; 6; 7$

$n(W) = 5$

- por lo tanto :

$\text{Nº}\ subcon\ propios = 2^{n(W)} - 1$

$= 2^5 - 1$

=31

4

Dado el conjunto unitario
$A=\{(a^2+b^2); 2ab\}$
halle el valor de
$E=ab^{-1}+ba^{-1}+3ab^{-1}+5ba^{-1}$

Resolución:

Conjunto unitario: $(a^2+b^2) = 2ab \Rightarrow a = b$

$$E = ab^{-1} + ba^{-1} 3ab^{-1} + 5ba^{-1}$$

$$E = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 3\frac{a}{b} + 5\frac{b}{a}$$

$$E = 1+1+3+5 = 10$$

RPTA: **10**

HELICO PRACTICE

5

Dados los conjuntos

$A = \{x \,/\, x \in \mathbb{Z}; -2 \leq x < 4\}$

$B = \{y \,/\, y \in N; -3 < y \leq 2\}$

Efectúe $Q = [n(B)]^{n(A)}$

Resolución:

EL CONJUNTO A ESTA DADO POR COMPRENSION

$A = \{x \,/\, x \in Z ; -2 \leq x < 4\}$

- hallamos los valores que toma **x**

$x = -2; -1; 0; 1; 2; 3$

$A = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

$n(A) = 6$

DE LA MISMA FORMA PARA EL CONJUNTO B

$B = \{y \,/\, y \in N ; -3 < y \leq 2\}$

- Como **y** pertenece a los NATURALES

$B = \{1; 2\}$

$n(B) = 2$

- por lo tanto :

$[n(B)]^{n(A)} = 2^6 = 64$

Rpta: 64

6

María tiene tres amigos y siempre va al colegio acompañada, por lo menos con uno de sus amigos. ¿Cuántas alternativas de compañía tiene María para ir al colegio?

Resolución:

Las alternativas de compañía que tiene María es igual a la cantidad de sub conjuntos no vacíos que se puede formar con los 3 amigos:

- por lo tanto :

$$\text{Nº } subconjuntos\ no\ vacios = 2^{n(A)} - 1$$ (Restamos el subconjunto vacío)

$$= 2^3 - 1$$

Rpta: **7**

HELICO PRACTICE

7

Luisa, experimentada juguera del Mercado Central, todas las mañanas se dirige a su puesto para preparar los jugos a sus clientes que esperan con ansias sus servicios. Si Luisa dispone de 8 frutas distintas, ¿cuántos jugos surtidos diferentes se pueden preparar con estas frutas?

Resolución:

Sea F el conjunto formado por las frutas: fresa, pera, manzana, uva, Kiwi, durazno, tuna y naranja

F$= \{f; p; m; u; k; d; t; n\}$ ➡ $n(F) = 8$

Todo jugo surtido, tiene por lo menos 2 frutas en su preparación, por lo tanto :

Nº de jugos surtidos $= 2^{n(A)}$-1- 8

ϕ Solo una fruta

$= 2^{8}$-1-8 = 247

Rpta: 247 Jugos surtidos