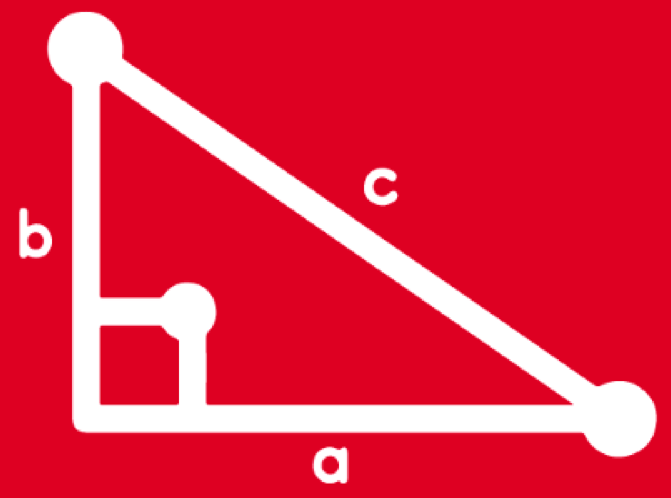
# TRIGONOMETRY

## Chapter 10

**5th**
**SECONDARY**

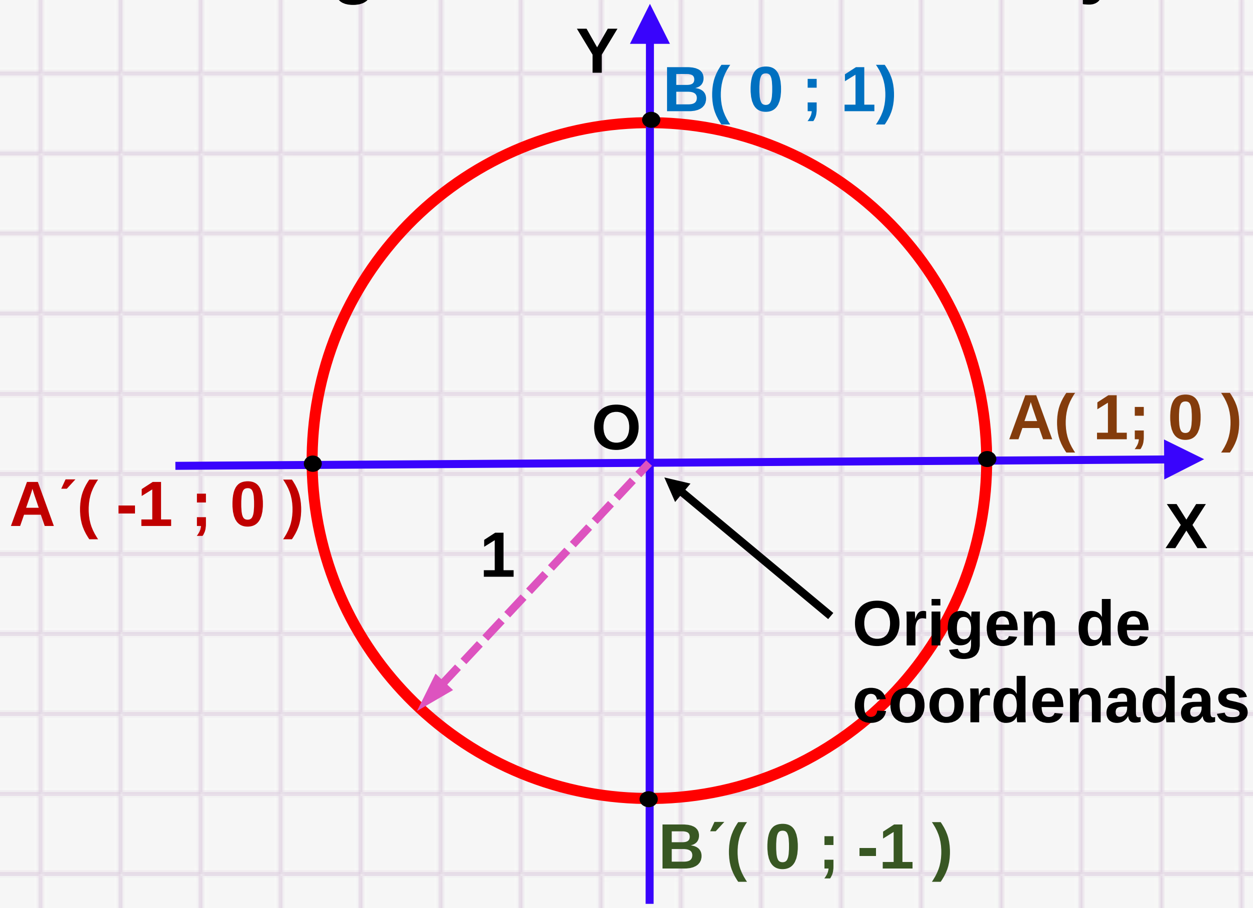



**CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA**

SACO OLIVEROS

# CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

**Es aquella circunferencia inscrita en el plano cartesiano con centro en el origen de coordenadas y radio igual a la unidad del sistema.**

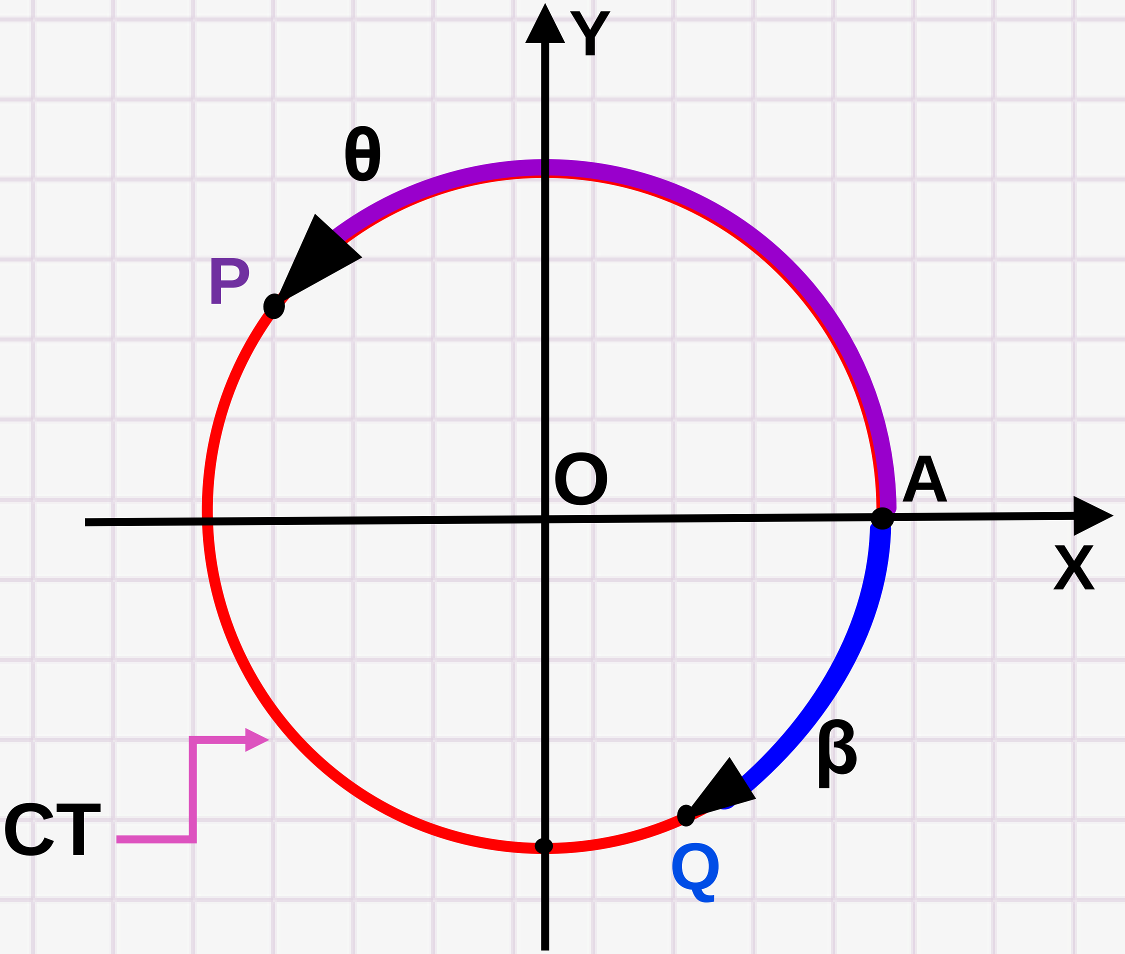



## ELEMENTOS DE LA CT :

- A( 1 ; 0 ) : origen de arcos.
- B( 0 ; 1 ) : origen de complementos.
- A´( -1 ; 0 ) : origen de suplementos.
- B´( 0 ; -1 ) : sin nombre especial.

**Ecuación de la CT :** $\boxed{x^2 + y^2 = 1}$

# UBICACIÓN DE ARCOS EN LA CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

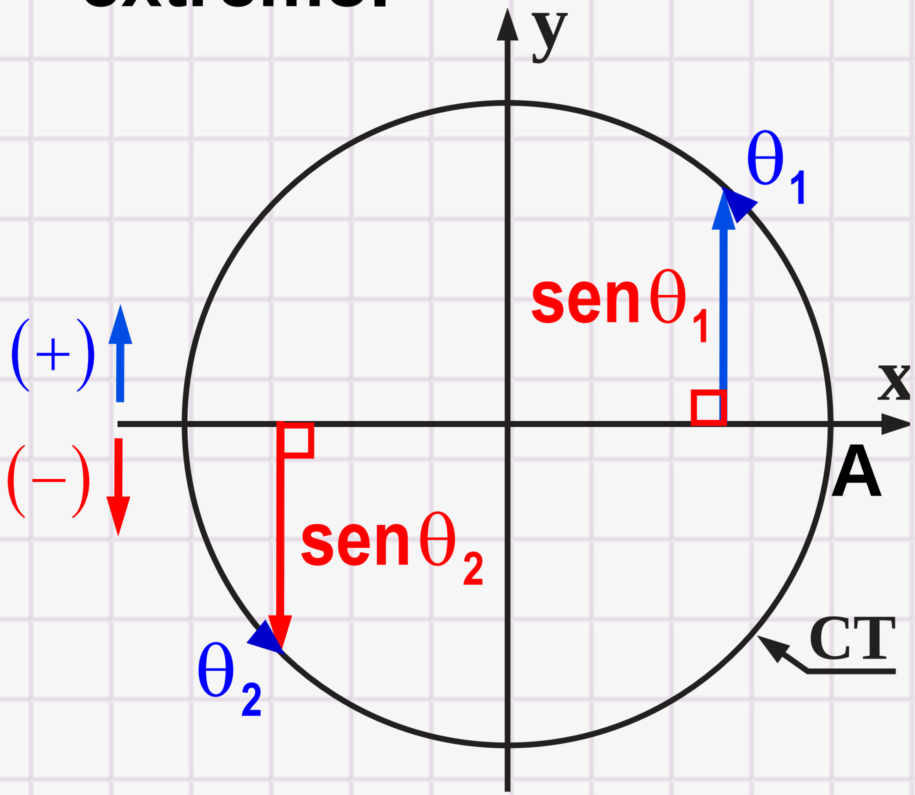



Donde :

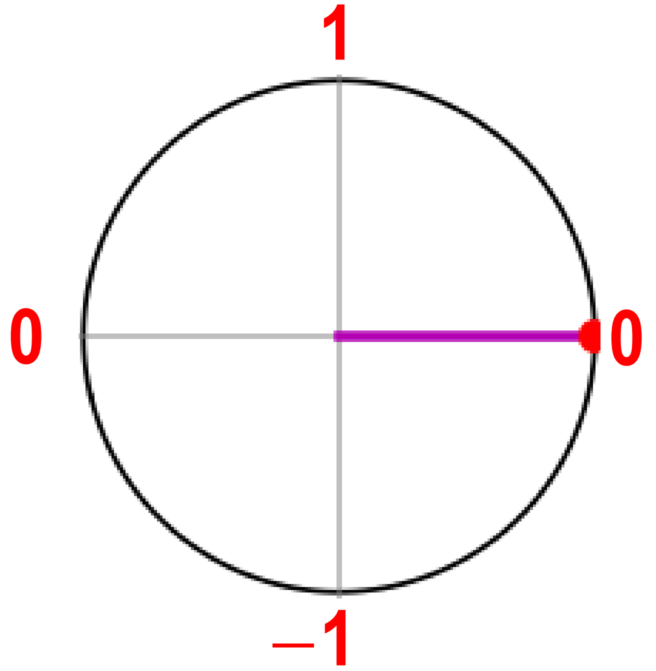
- P : extremo del arco θ en posición normal ( θ ∈ IIC )
- Q : extremo del arco β en posición normal ( β ∈ IVC ).

# REPRESENTACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA CT

**1) El seno de un arco es la ordenada de su punto extremo.**



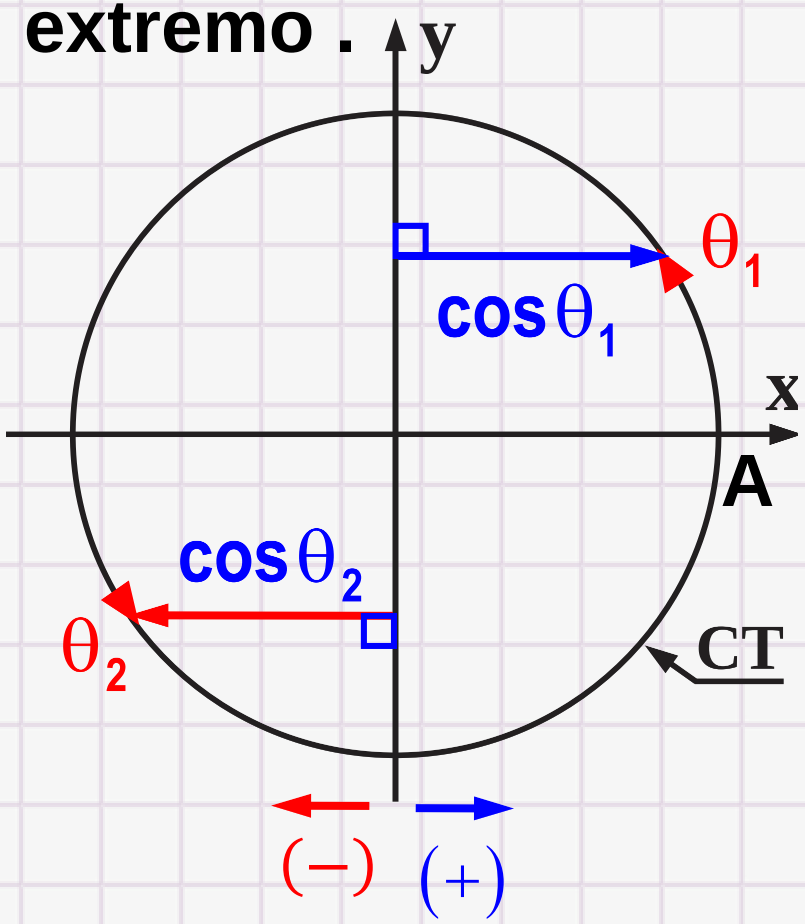

**Se muestra la variación del seno en cada cuadrante.**



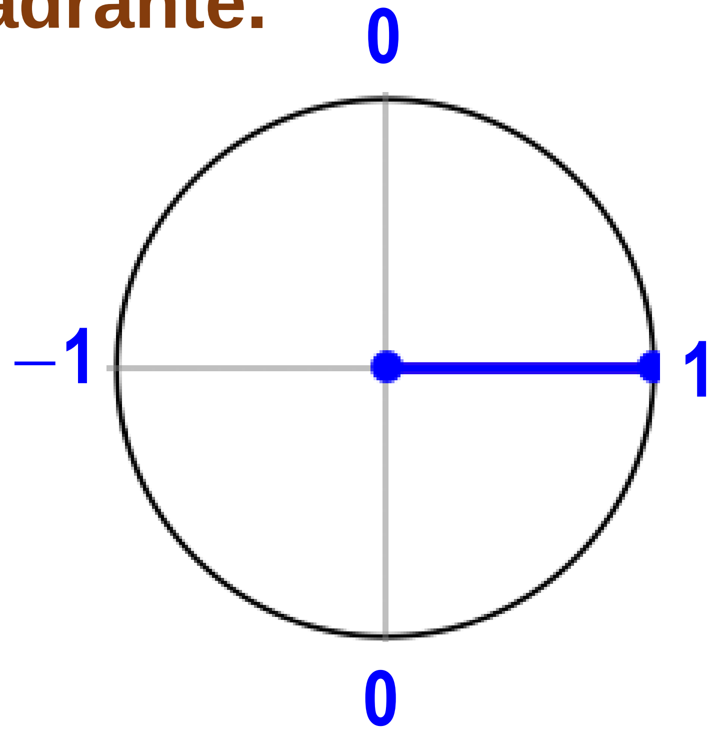

**En general :** $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \leq sen\theta \leq 1}$

# REPRESENTACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA CT

**2)** El **coseno** de un arco es la abscisa de su punto extremo .



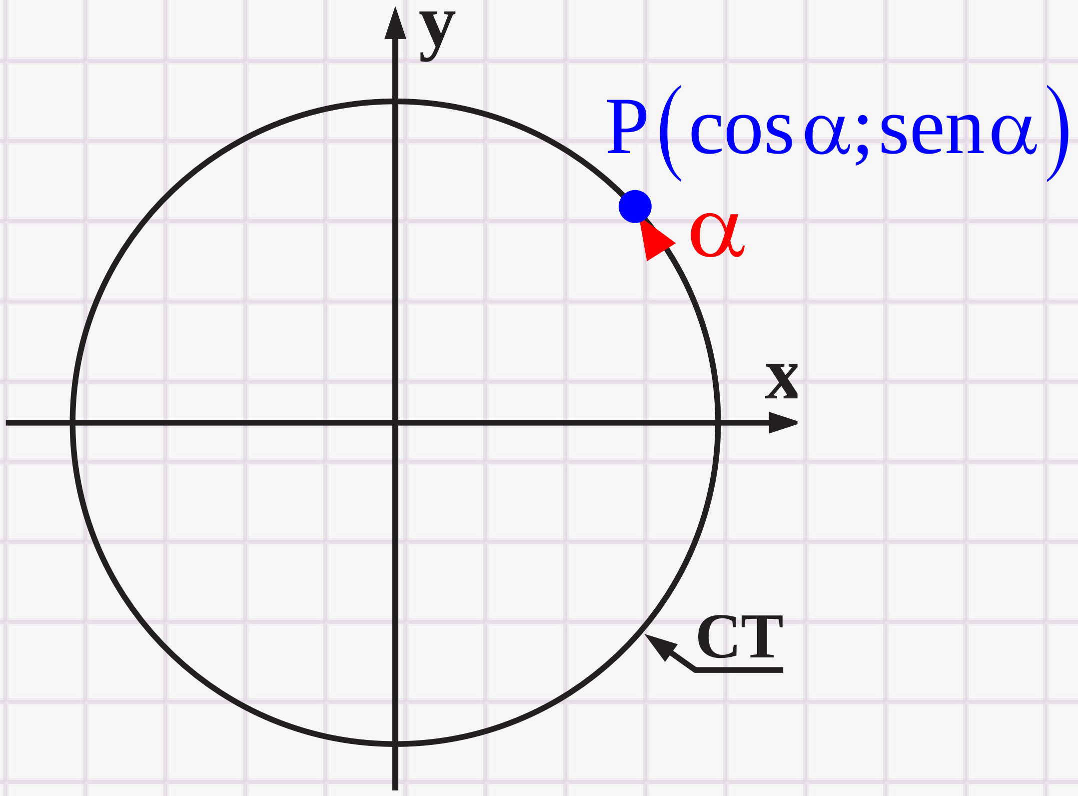

Se muestra la variación del coseno en cada cuadrante.




En general : $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \leq \cos\theta \leq 1}$

## OBSERVACIÓN :

En la CT, las coordenadas del punto P extremo del arco α son :




**Ejemplo 1 :** Las coordenadas del punto extremo del arco $\frac{\pi}{4}$ , son :

- $P\left(\cos\frac{\pi}{4};\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow P\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

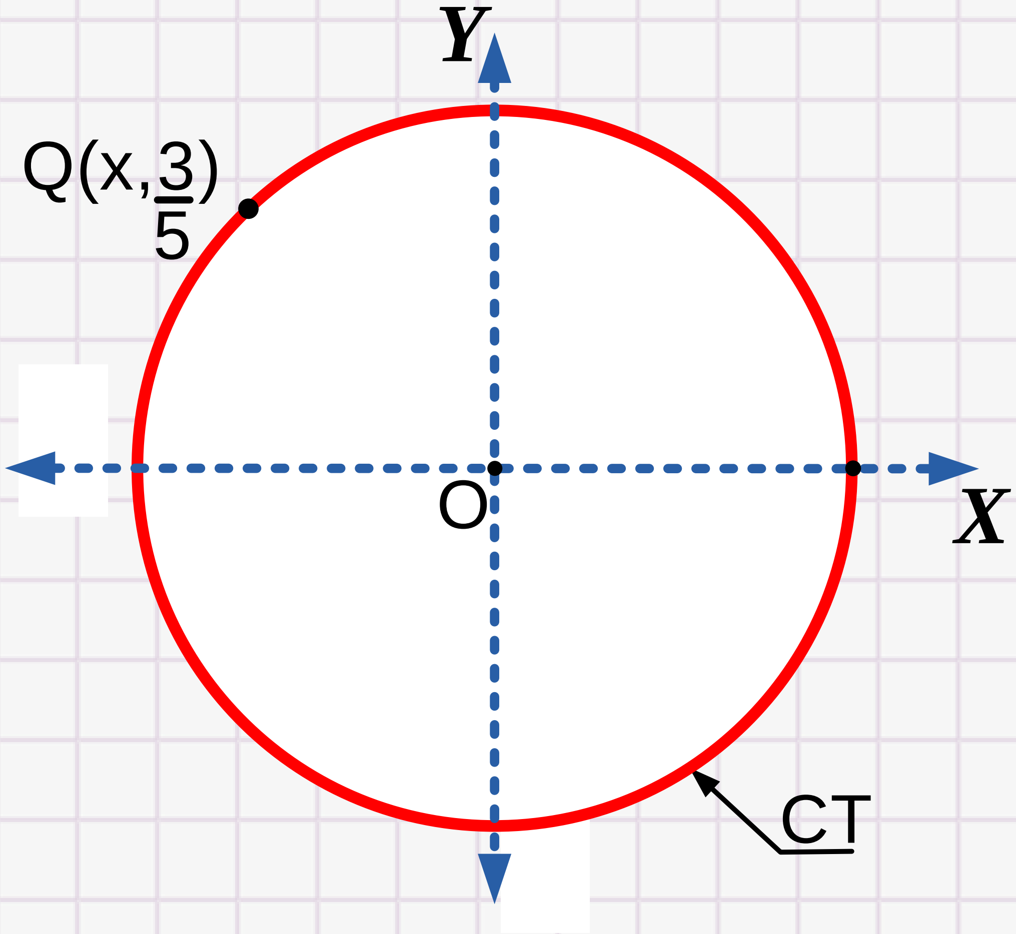
**Ejemplo 2 :** Las coordenadas del punto extremo del arco $\frac{2\pi}{3}$ , son :

- $Q\left(\cos\frac{2\pi}{3};\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow Q\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

# HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, calcule el valor de

M = 5x + 2 .




## RESOLUCIÓN

$Q\left(x\,;\frac{3}{5}\right) \in CT\ ;\ Q \in \text{IIC}:$

$x^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$

$x^2 + \frac{9}{25} = \frac{25}{25}$

$x^2 = \frac{16}{25}$

$x = -\frac{4}{5}$

**Luego calculamos M :**

$M = 5\left(-\frac{4}{5}\right) + 2$

$M = -4 + 2$

$\boxed{\therefore\ M = -2}$

# HELICO PRACTICE 2

Escriba verdadero ( V ) o falso ( F ) según corresponda.

a) sen80º > sen130º ( V )

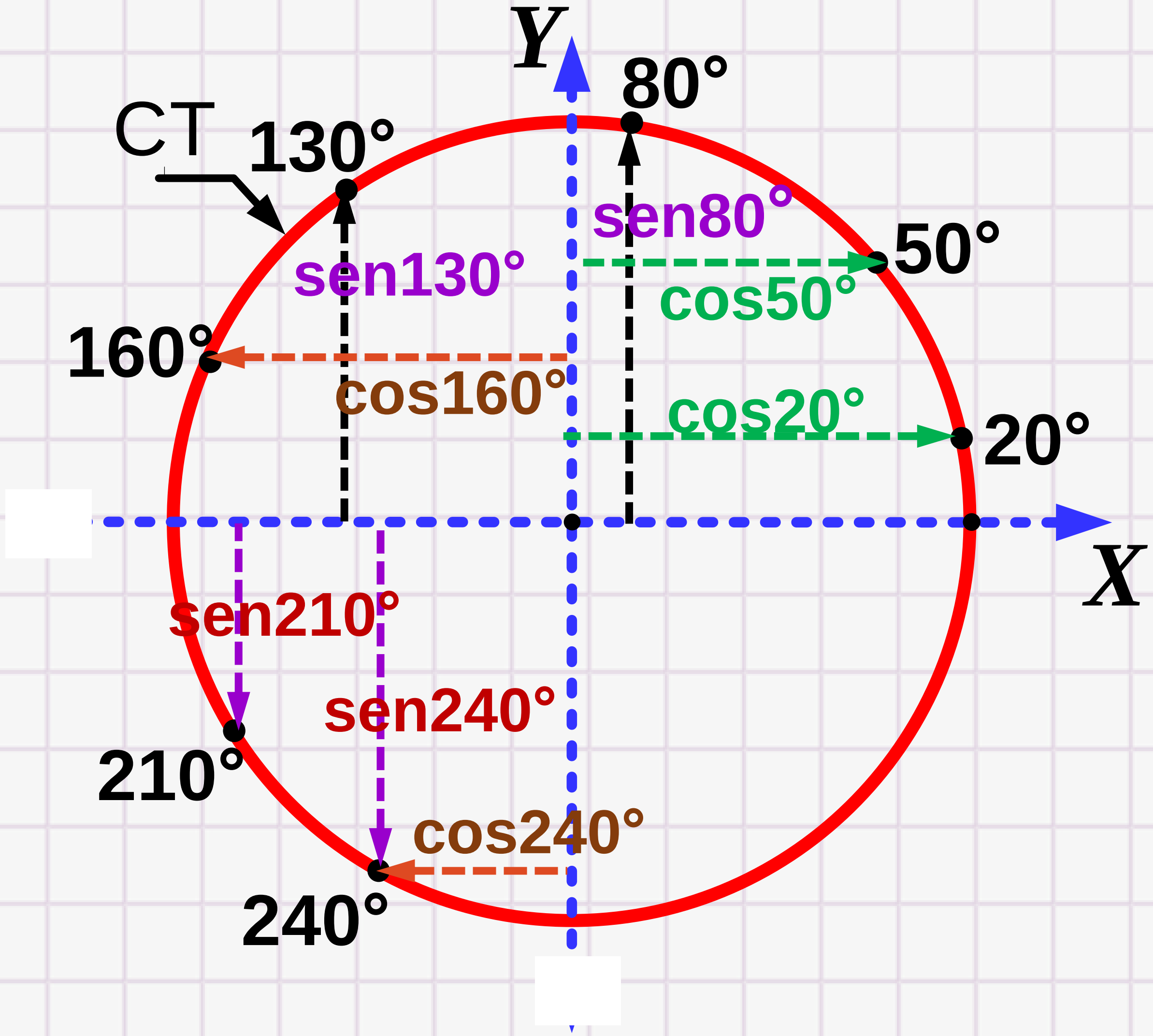
b) sen210º > sen240º ( V )

c) cos50º > cos20º ( F )

d) cos160º > cos240º ( F )

RESOLUCIÓN

largo( + ) > corto( + ) > corto( - ) > largo( - )



# HELICO PRACTICE 3

Siendo $\pi < \alpha < \beta < \frac{3\pi}{2}$ ; escriba verdadero ( V ) o falso ( F ) según corresponda.

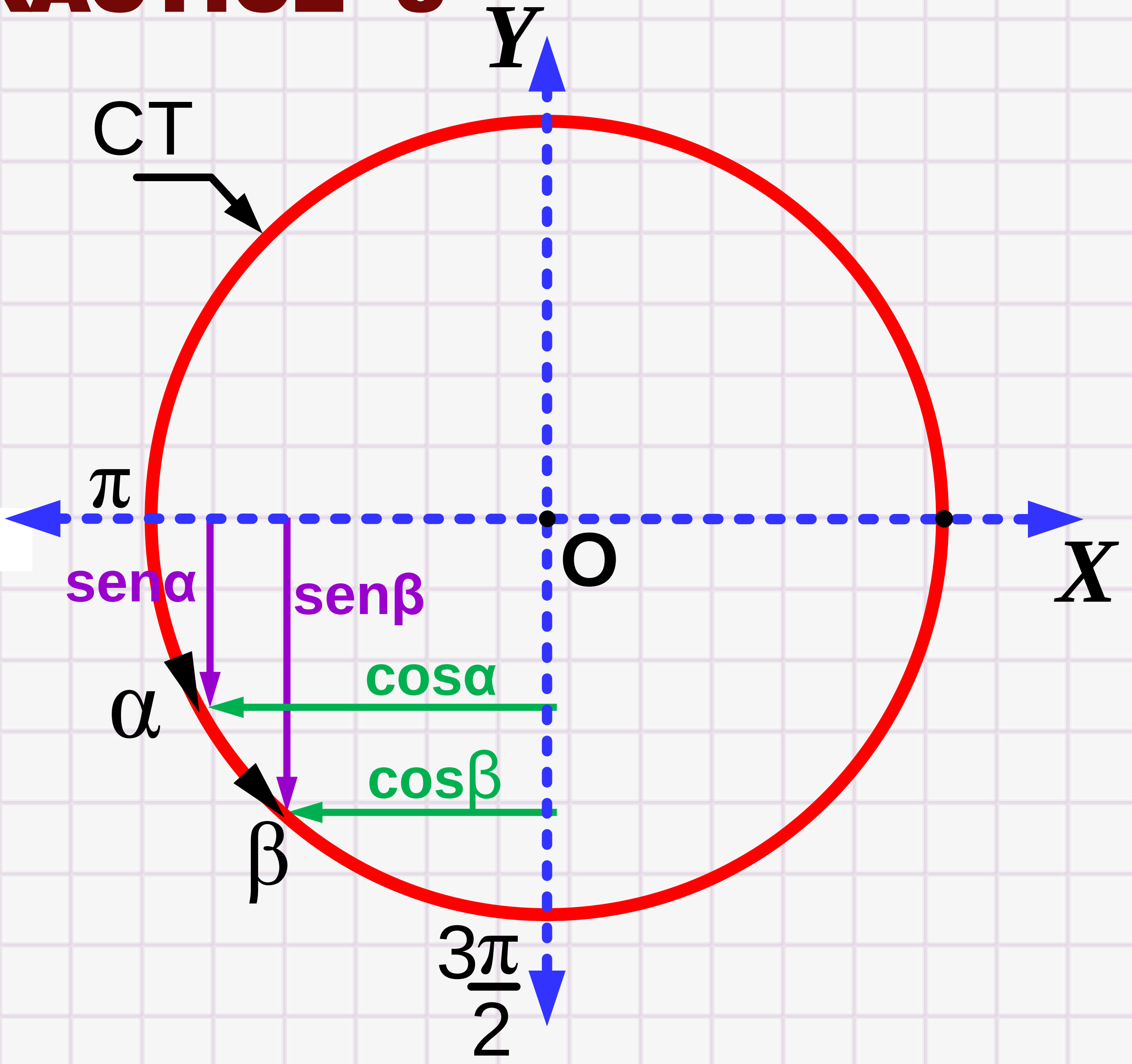
a) $\operatorname{sen}\alpha < \operatorname{sen}\beta$ ( F )

b) $\cos\alpha < \cos\beta$ ( V )

c) $\underbrace{|\operatorname{sen}\alpha|}_{+} < \underbrace{|\operatorname{sen}\beta|}_{+}$ ( V )

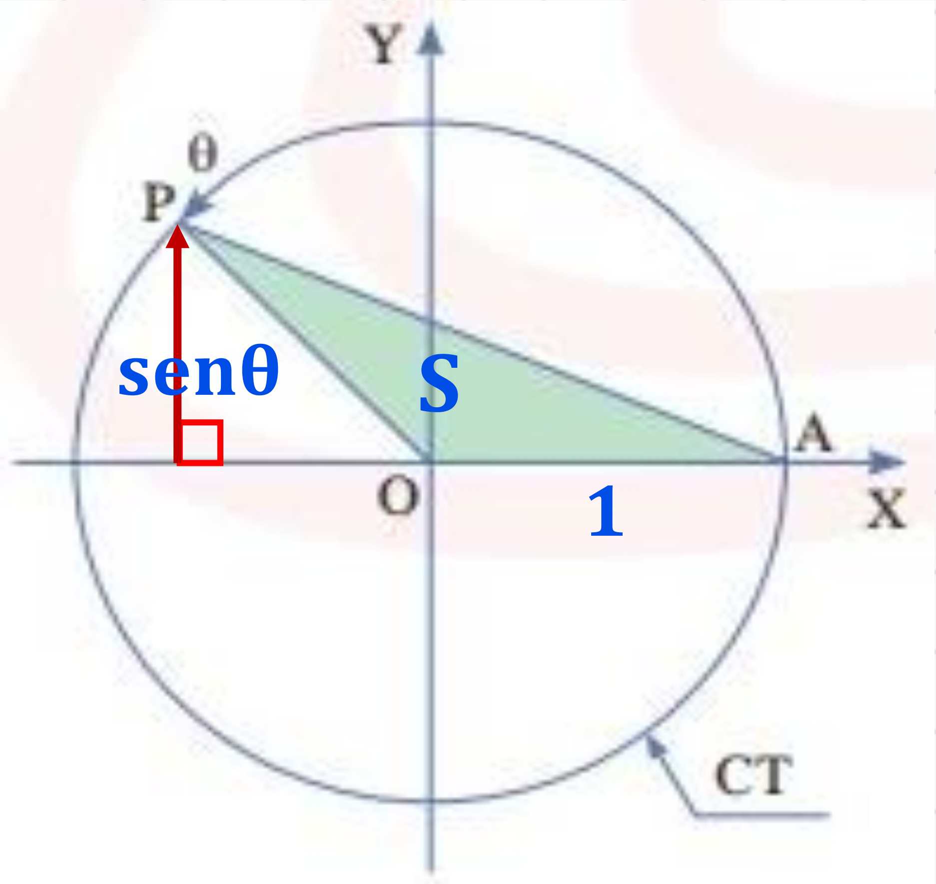
RESOLUCIÓN

largo( + ) > corto( + ) > corto( - ) > largo( - )



# HELICO PRACTICE 4

**De la circunferencia trigonométrica mostrada, determine el área de la región triangular sombreada AOP.**




## RESOLUCIÓN

Como $\theta \in IIC$ ⇨ $\operatorname{sen}\theta > 0$

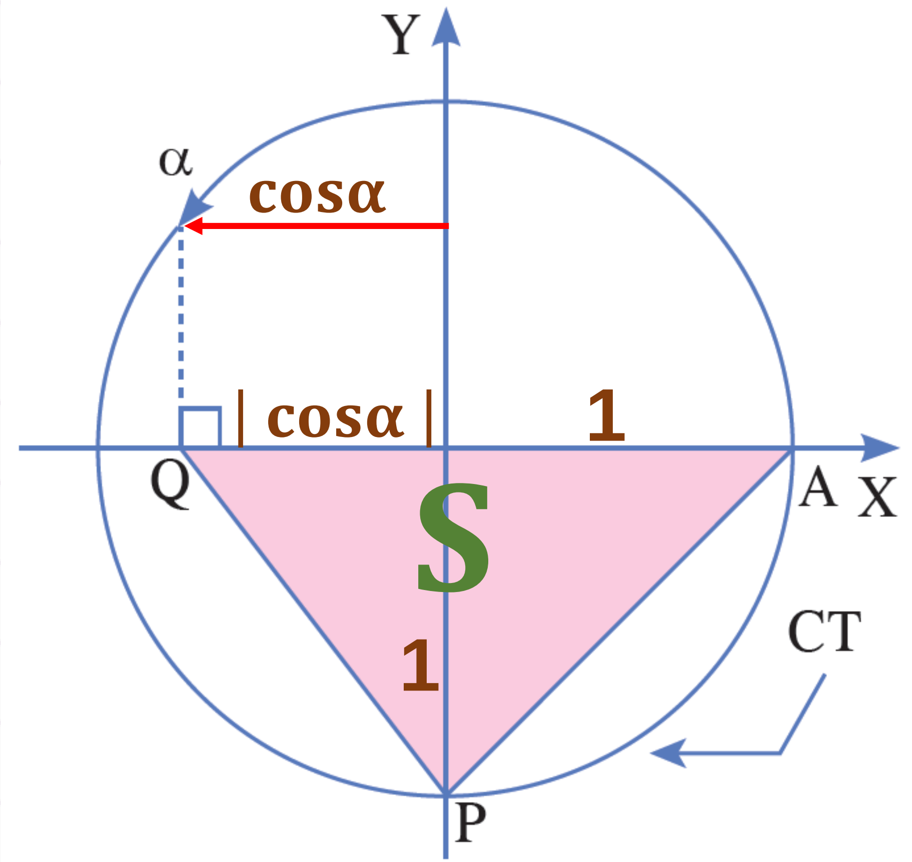
Calculamos el área S :

$$S = \frac{1\,|\operatorname{sen}\theta|}{2} = \frac{1\,(\operatorname{sen}\theta)}{2}$$

$$\boxed{\therefore\ S = \frac{\operatorname{sen}\theta}{2}\,u^2}$$

# HELICO PRACTICE 5

En un taller de metal mecánica se tiene una placa circular metálica con radio de 1 m y con centro ubicado en el origen de coordenadas .- Se le realizan cortes respectivos para extraer una placa triangular APQ , tal como muestra la figura .- ¿ Puedes calcular el área de la placa triangular ?




## RESOLUCIÓN

Como $\theta \in$ IIC $\Rightarrow$ $\cos\alpha < 0$

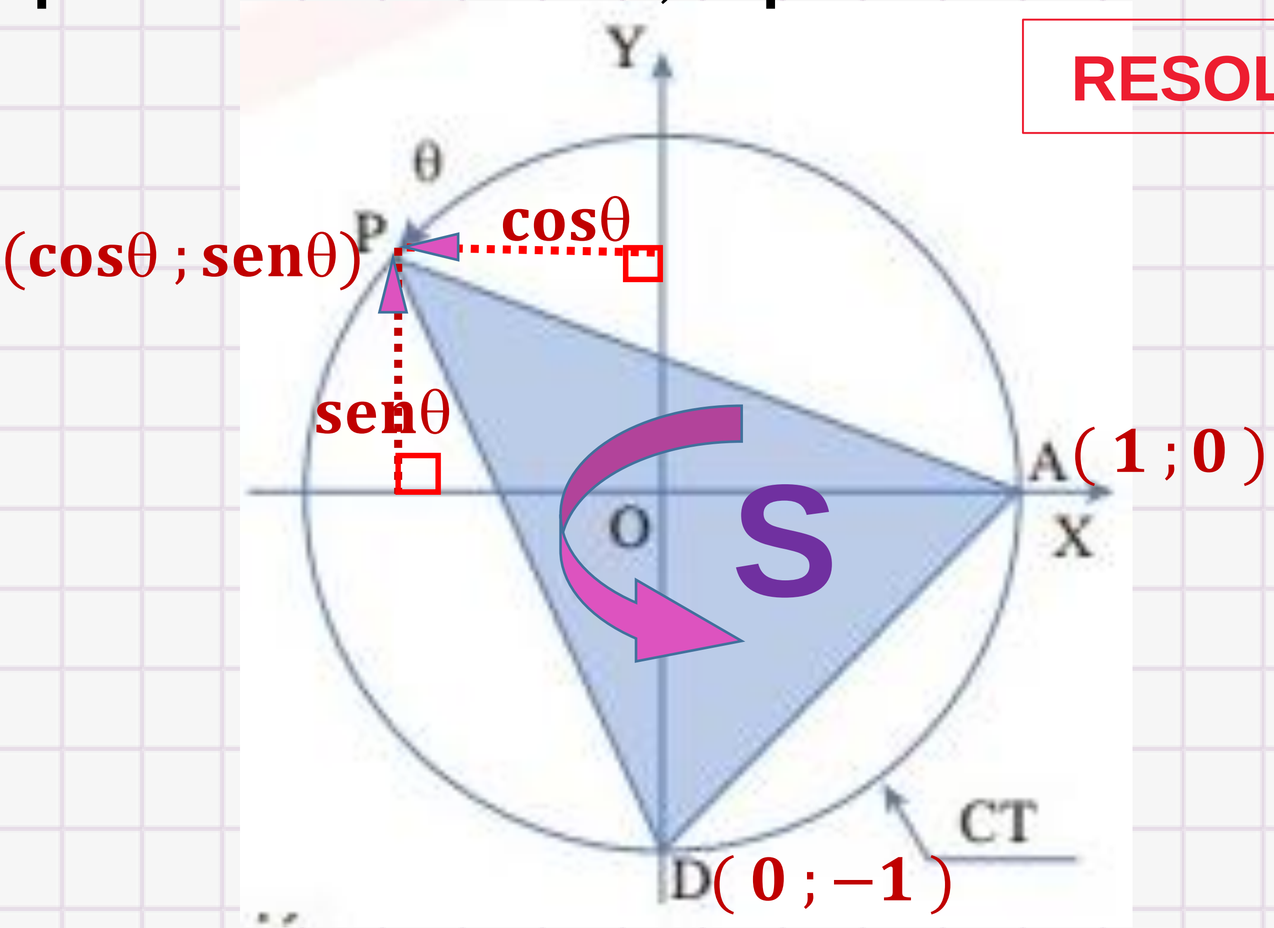
**Calculamos el área S :**

$$S = \frac{(1 + |\cos\alpha|)(1)}{2} = \frac{(1 + (-\cos\alpha))}{2}$$

$$\boxed{\therefore\ S = \frac{(1 - \cos\alpha)}{2} u^2}$$

# HELICO PRACTICE 6

La figura muestra un triángulo APD inscrito en una CT; dicho triángulo es generado por el movimiento de una partícula, la cual partió del punto A y llegó al punto P.- Si $m\widehat{AP} = \theta$ , exprese el área sombreada en función de $\theta$ .




RESOLUCIÓN

Calculamos el área S :

$$+\left\{\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \end{array}\right. \quad \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \cos\theta & \text{sen}\theta \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{array} \quad \left.\begin{array}{c} \text{sen}\theta \\ -\cos\theta \\ 0 \end{array}\right\}+$$

$$I = -1 \qquad \boxed{S = \frac{D - I}{2}} \qquad D = \text{sen}\theta - \cos\theta$$

$$S = \frac{(\,\text{sen}\theta - \cos\theta\,) - (\,-1\,)}{2}$$

$$\boxed{S = \frac{(\,1 + \text{sen}\theta - \cos\theta\,)}{2}u^2}$$

# HELICO PRACTICE 7

**Efraín tiene un jardín en forma de rectángulo donde las longitudes de sus lados son A m y B m. - Para obtener los valores de A y B, resuelva lo siguiente : $\cos\alpha = \frac{2a-4}{3}$ ; $\mathrm{sen}\beta = \frac{3-2b}{5}$ ; $\alpha \in \mathbb{R}$ y $\beta \in \mathbb{R}$**

**Donde : A = máximo valor que toma a ; B = máximo valor que toma b.**

**Determine el área de dicho jardín .**

## RESOLUCIÓN

$$\boxed{\alpha \in \mathbb{R} : \ -1 \leq \cos\alpha \leq 1}$$

$$-1 \leq \frac{2a-4}{3} \leq 1$$

( . 3 )

$$-3 \leq 2a - 4 \leq 3$$

( + 4 )

$$1 \leq 2a \leq 7$$

$$1 \leq 2a \leq 7$$

( ÷ 2 )

$$\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{7}{2}$$

$$A = a_{\text{máximo}}$$

$$A = \frac{7}{2}$$

# RESOLUCIÓN

$$\beta \in \mathbb{R}: \ -1 \leq \operatorname{sen}\beta \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{3-2b}{5} \leq 1$$

( . 5 )

$$-5 \leq 3-2b \leq 5$$

( - 3 )

$$-8 \leq -2b \leq 2$$

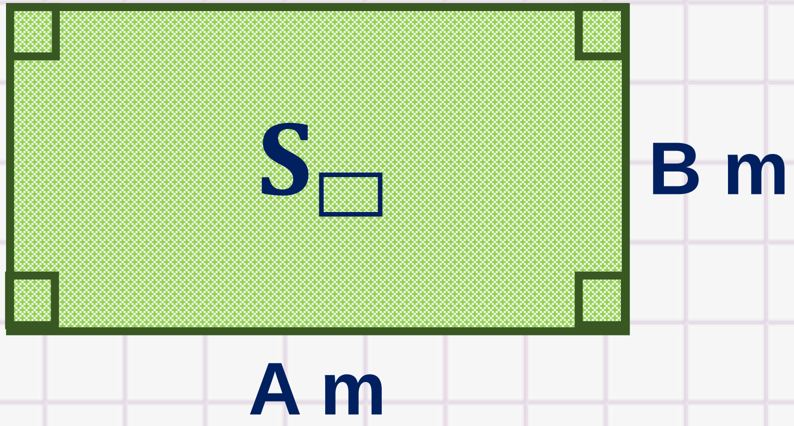
( . ( -1 ) )

$$-2 \leq 2b \leq 8$$

( ÷ 2 )

$$-1 \leq b \leq 4$$

$$B = b_{\text{máximo}} \Rightarrow B = 4$$




$$S_{\square} = (A\,m)(B\,m)$$

$$S_{\square} = \left(\frac{7}{2}\,m\right)(4\,m)$$

$$\therefore S_{\square} = 14\ m^2$$

SACO
OLIVEROS