MATHEMATICAL REASONING

Chapter 18

3rd
SECONDARY

CONTEO DE FIGURAS

SACO OLIVEROS

¿QUÉ OBSERVAS TÚ?

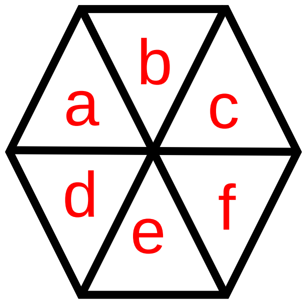
MÉTODOS DE CONTEO

CONTEO DIRECTO

POR SIMPLE INSPECCIÓN

Consiste en asignar números y/o letras a todas las figuras simples, luego se procede al conteo creciente y ordenado de figuras: De 1 letra o número, de 2 letras o números, de 3 letras o números, y así sucesivamente.

Ejemplo1: Calcule el total de cuadriláteros



▭s de 2 letras: ab, bc, ad, de, ef, cf → 6

▭s de 3 letras: dab, abc, bcf, ade, def, efc → 6

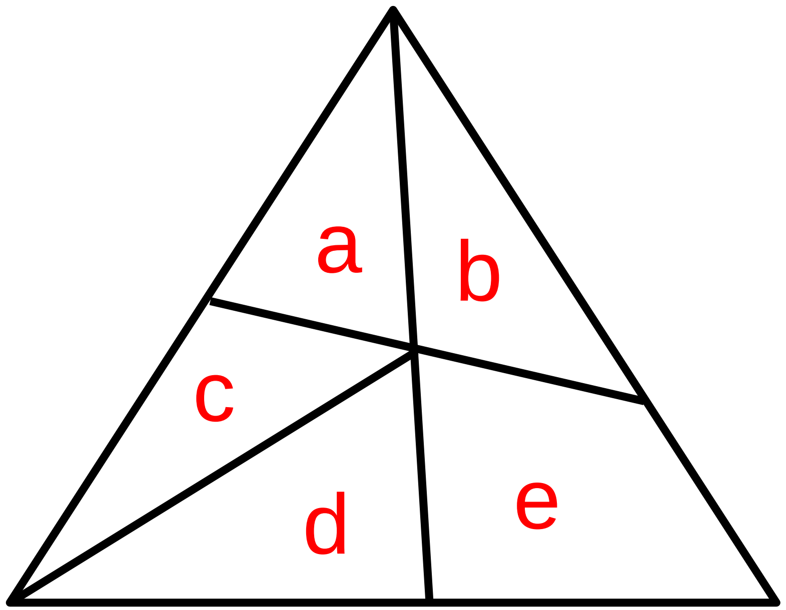
∴ N° de cuadriláteros 12

Respuesta: 12

MÉTODOS DE CONTEO

Ejemplo 2:

Calcula el total de triángulos



Resolución:

△s de 1 letra: a,b,c,d, → 4

△s de 2 letras: ab,ac,be → 3

△s de 3 letras: acd → 1

△s de 5 letras: abcde → 1

∴ N° de triángulos: 9

Respuesta: 9

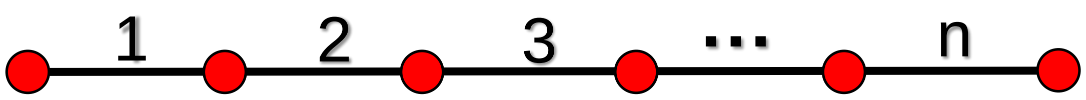
MÉTODOS DE CONTEO

❑ CONTEO POR INDUCCIÓN

POR FÓRMULA

Aplica para figuras recurrentes ya sea en líneas y/o vértices.

Segmentos:

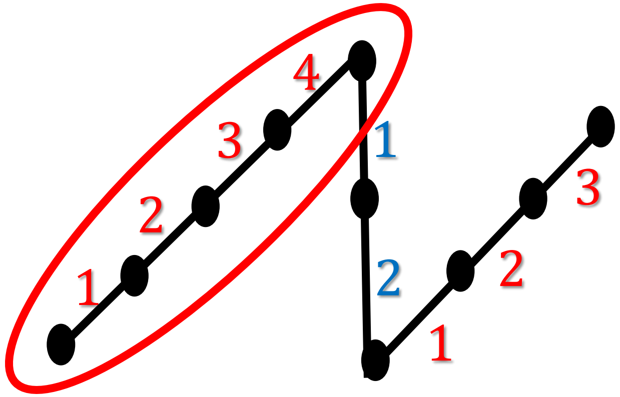


Número de segmentos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

n = número de segmentos simples

Calcule el total de segmentos:



Total segmentos:

$$\frac{4(5)}{2} + \frac{2(3)}{2} + \frac{3(4)}{2}$$

∴ N° de segmentos: $10 + 3 + 6 = 19$

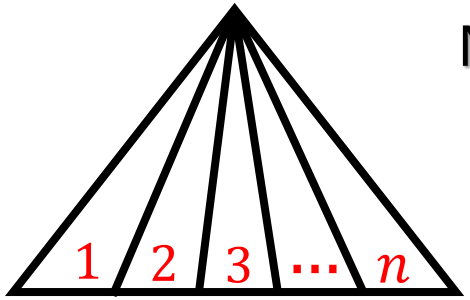
Respuesta: 19

MÉTODOS DE CONTEO

❑ CONTEO POR INDUCCIÓN

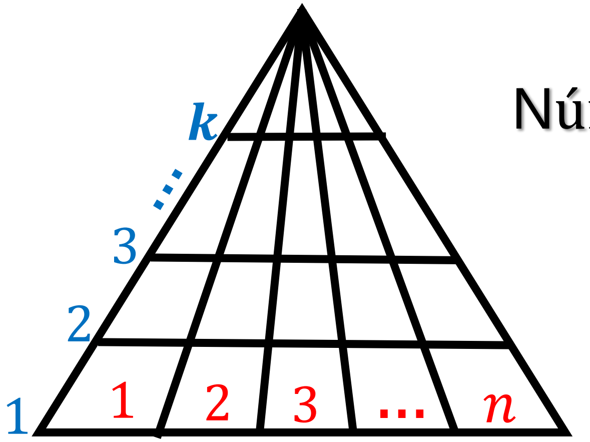
POR FÓRMULA

Triángulos:



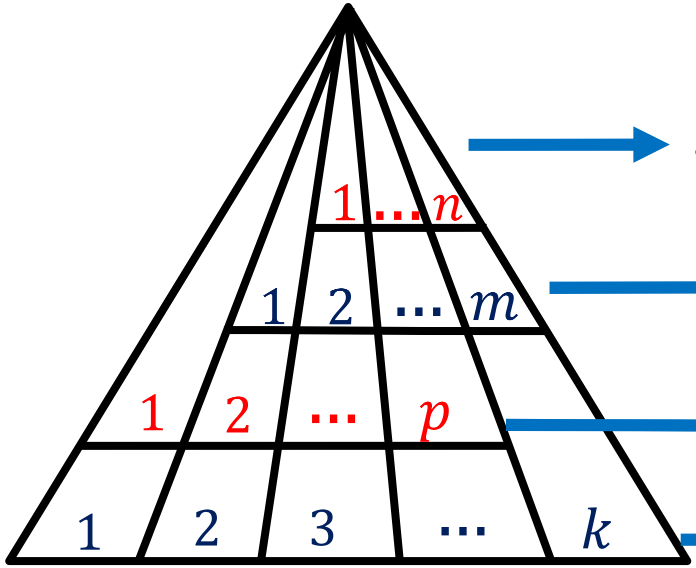
Número de triángulos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$



Número de triángulos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2} \times k}$$



$$\frac{n(n+1)}{2} = A$$

$$\frac{m(m+1)}{2} = B$$

$$\frac{p(p+1)}{2} = C$$

$$\frac{k(k+1)}{2} = D$$

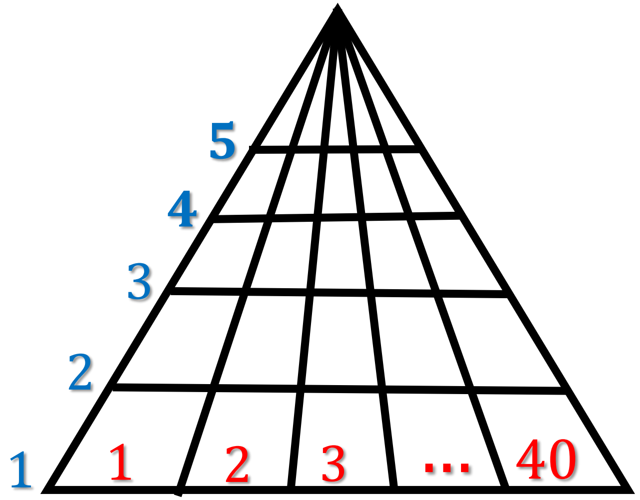
Total de triángulos:

$$\boxed{TOTAL = A+B+C+D}$$

MÉTODOS DE CONTEO

Ejemplo 1:

Calcule el total de triángulos

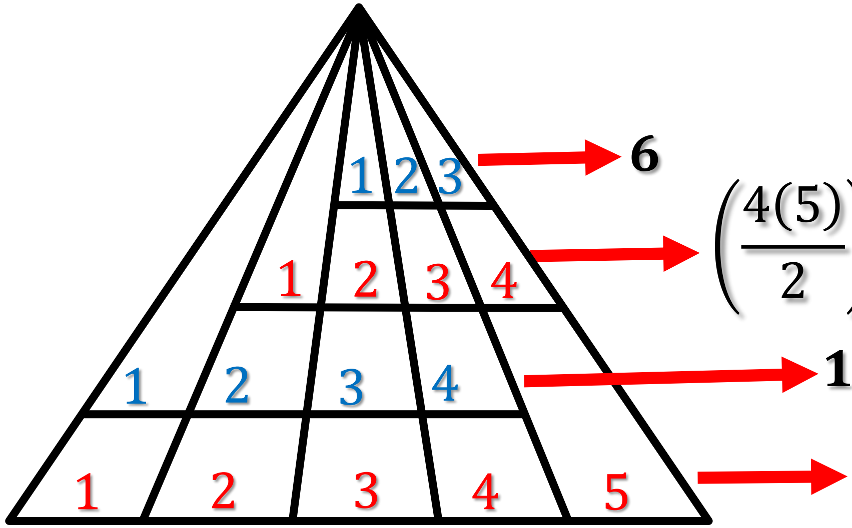


$$\frac{40(41)}{2} \times 5$$

$$Total\ triángulos: (820)5 = 4100$$

Ejemplo 2:

Calcule el total de triángulos



$$\left(\frac{4(5)}{2}\right) = 10$$

$$\left(\frac{5(6)}{2}\right) = 15$$

$$Total\ triángulos:$$

6+10+10+15 = 41

MÉTODOS DE CONTEO

CONTEO POR INDUCCIÓN

POR FÓRMULA

Cuadriláteros:

1	2	3	4	...	n

N° de cuadriláteros: $\boxed{\dfrac{n(n+1)}{2}}$

Ejemplo 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Total cuadriláteros:

$$\frac{9(10)}{2} = 45$$

$$\therefore \underline{\underline{45}}$$

Cuadriláteros:

1	2	3	...	n
2				
⋮				
m				

Total cuadriláteros:

verticales: $\dfrac{m(m+1)}{2}$ x horizontales: $\dfrac{n(n+1)}{2}$

MÉTODOS DE CONTEO

Ejemplo 1:

Calcule el total de cuadriláteros

1	2	3	4
2			
3			
4			
5			

Total cuadriláteros:

verticales: horizontales:

$$\frac{5(6)}{2} \times \frac{4(5)}{2}$$

$$15 \times 10 = 150$$

$\therefore$ $\underline{\underline{150}}$

Cuadrados:

1	2	3	4	..…	a
2					
$\vdots$					
b					

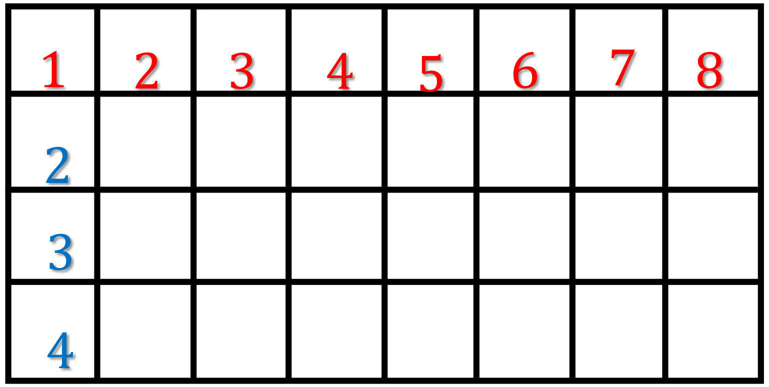
Total cuadrados:

$$(a \times b) + (a-1)(b-1) + (a-2)(b-2) + \ldots + \underbrace{(\quad)(\quad)}$$

Hasta que aparezca la unidad en uno de ellos.

MÉTODOS DE CONTEO

Ejemplo 2: Calcule el total cuadrados

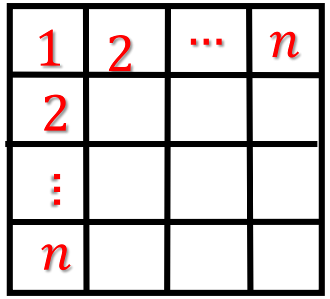


Total de cuadrados:

$$\left.\begin{array}{l} 8 \times 4 = 32 \\ 7 \times 3 = 21 \\ 6 \times 2 = 12 \\ 5 \times 1 = 5 \end{array}\right\} 70$$

$$\therefore \underline{\underline{70}}$$

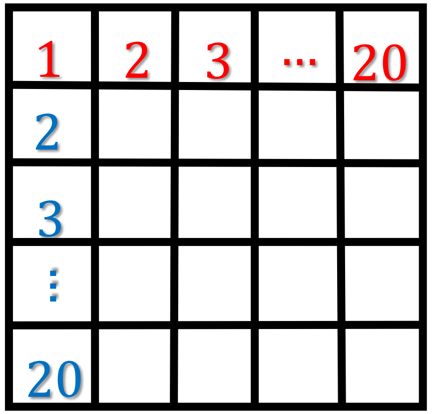
Cuadrados: (caso especial)



Total de cuadrados

$$\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

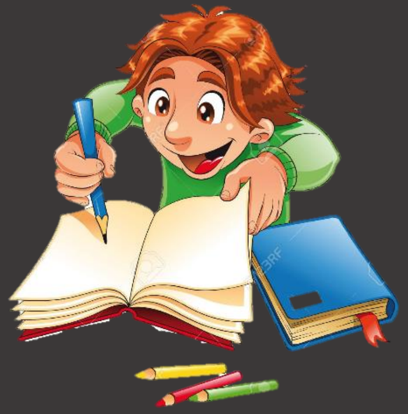
Ejemplo 2: Calcule el total cuadrados



Total de cuadrados

$$\frac{20(21)(41)}{6} = 2870$$

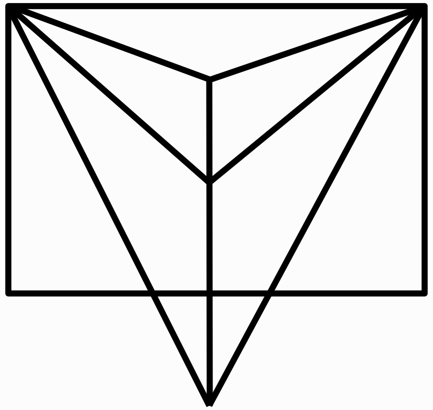
$$\therefore \underline{\underline{2870}}$$



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

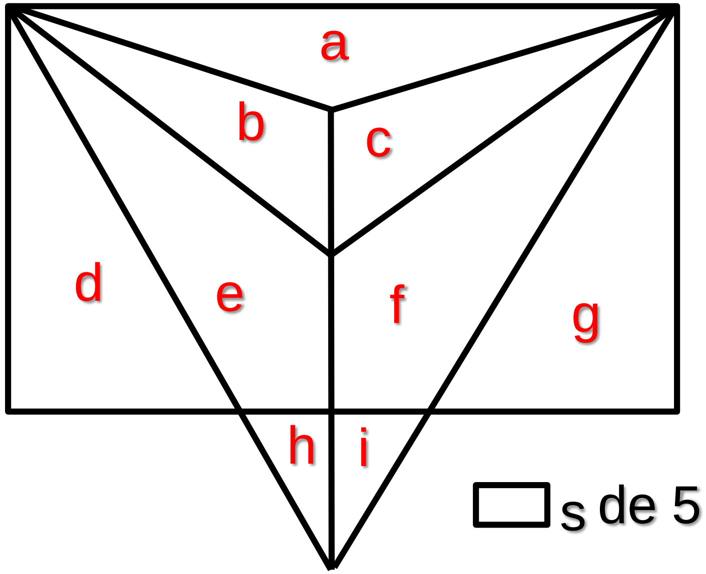
PROBLEMA 1.

Rosa está postulando a la Universidad Nacional Federico Villarreal y tiene dificultad con este problema:
Halle el número total de cuadriláteros en:



Resolución:

Del enunciado



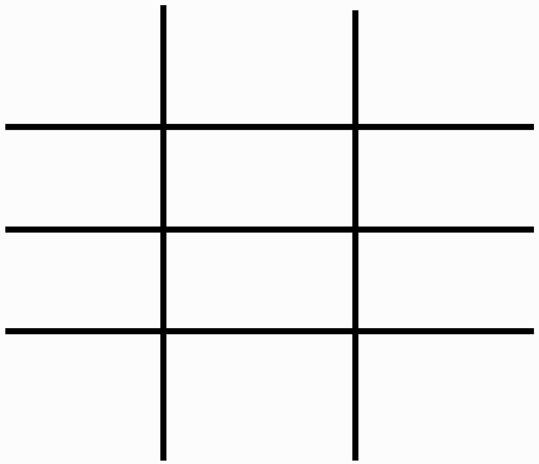
		Total
□s de 1:	e,f	2
□s de 2:	ab,ac,bc be,cf,de,fg	7
□s de 3:	bde,cfg	2
□s de 4:	efhi, abeh,acfi	3
□s de 5:	abcef,abceh,abcfi	3
□s de 6:	abcdef, abcefg,bcefhi	3
□s de 7:	abcdefg	1

∴ El número total de cuadriláteros: 21

Respuesta: 21

PROBLEMA 2.

Halle el número total de segmentos en la siguiente figura.



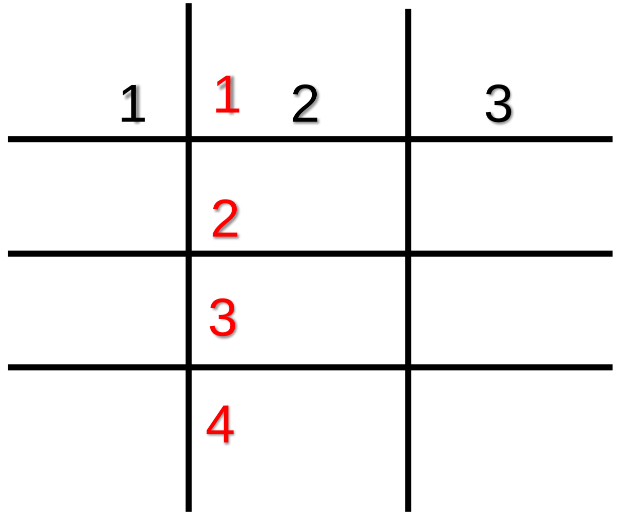
Recordemos:

Número de segmentos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

Resolución:

Del enunciado



Total de segmentos:

Horizontales: Verticales:

$$3\left(\frac{3(4)}{2}\right) + 2\left(\frac{4(5)}{2}\right)$$

$$3(6) + 2(10)$$

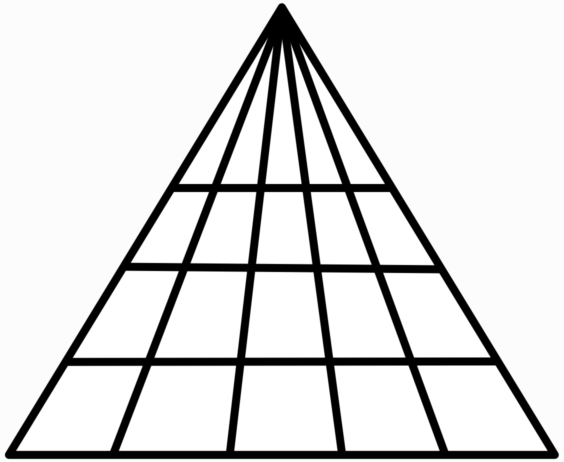
$$18 + 20$$

$\therefore$ El número total de segmentos: 38

Respuesta: 38

PROBLEMA 3.

¿Cuántos triángulos hay en total?.



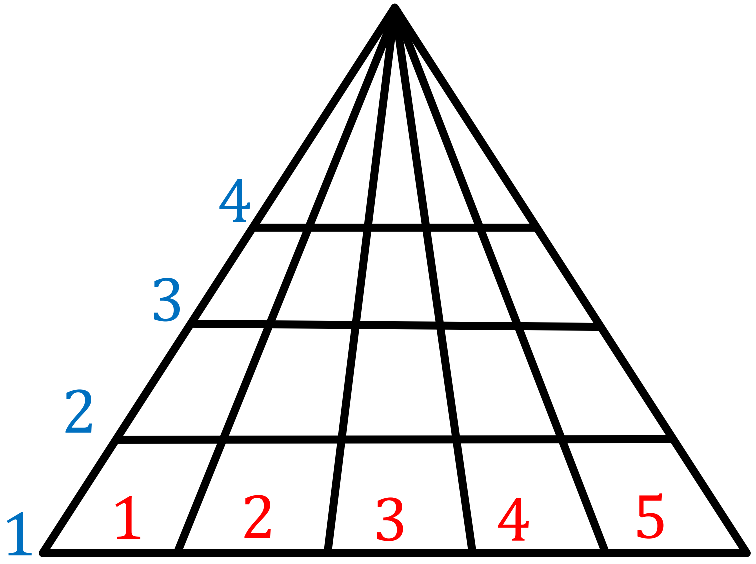
Recordemos:

Número de triángulos:

$$\boxed{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)(pisos)}$$

Resolución:

Del enunciado:



Total triángulos:

$$\left(\frac{5(6)}{2}\right)4$$

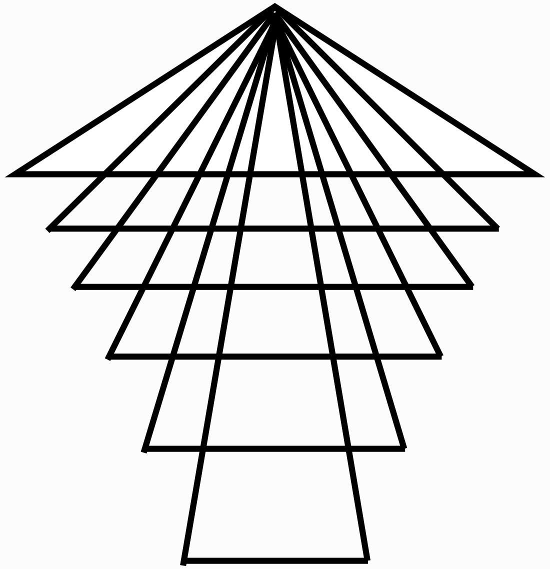
$$(15)4 = 60$$

∴ El número total de triángulos: 60

Respuesta: 60

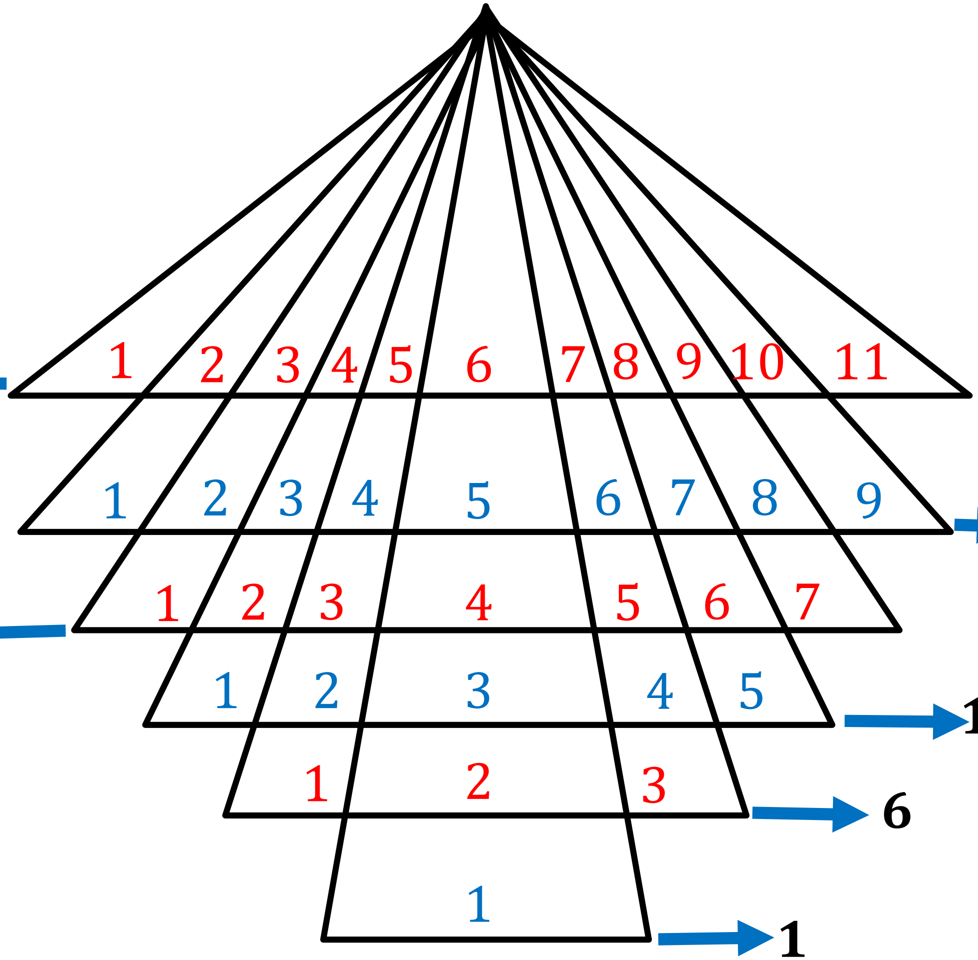
PROBLEMA 4.

Roberto es el profesor de Razonamiento Matemático y propone el siguiente problema a sus alumnos:¿Cuántos triángulos hay en total?



Resolución:

Del enunciado:



$$66=\left(\frac{11(12)}{2}\right)$$

$$\left(\frac{9(10)}{2}\right)=45$$

$$28=\left(\frac{7(8)}{2}\right)$$

15

6

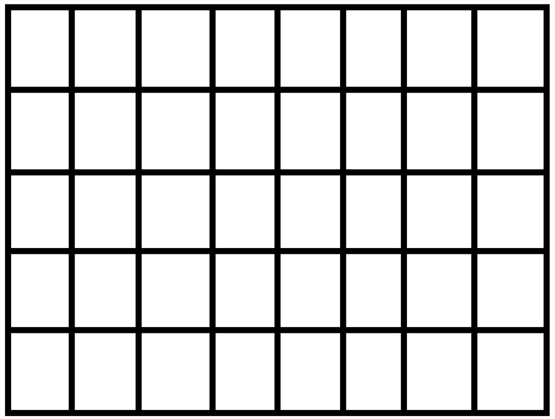
1

$\therefore$ El número total de triángulos: 66+45+28+15+6+1=161

Respuesta: 161

PROBLEMA 5.

Calcule la diferencia entre el número de cuadriláteros y cuadrados.



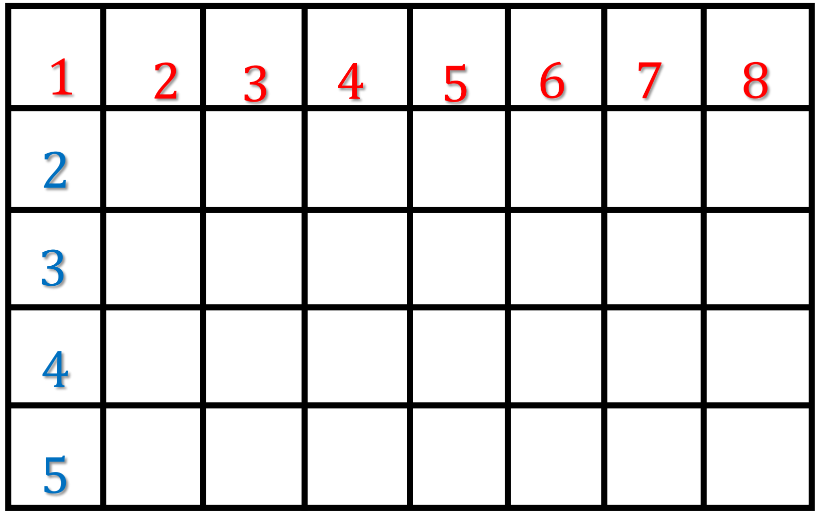
Recordemos:

Número de cuadriláteros:

$$\boxed{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)}$$

$n =$ número de espacios

Resolución:



Recordemos:

$(a)(b)$ +
$(a-1)(b-1)$
$(a-2)(b-2)$
$(a-3)(b-3)$
$\vdots \quad \vdots$

Hasta que aparezca la unidad en uno de ellos

Total, cuadriláteros:

Horizontales: Verticales:

$$\frac{8(9)}{2} \times \frac{5(6)}{2}$$

$$36 \times 15 = 540$$

Total, cuadrados:

$$\left.\begin{array}{l} 8 \times 5 = 40 \\ 7 \times 4 = 28 \\ 6 \times 3 = 18 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 4 \times 1 = 4 \end{array}\right\} 100$$

∴ La diferencia pedida: 540-100= 440

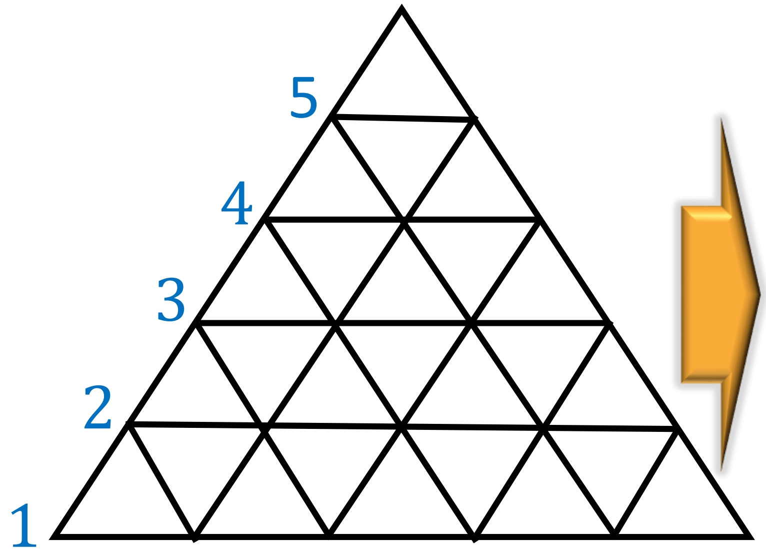
Respuesta: 440

PROBLEMA 6.

En el mundo moderno hemos visto construcciones innovadoras e imponentes que llaman poderosamente la atención, ya que sus diseños son únicos y originales, lo que refleja el profesionalismo de los arquitectos, ingenieros y diseñadores. Estos profesionales han tenido como punto de apoyo un sin fín de herramientas y recursos importantes y uno de ellos es la geometría, la cual permite poner en práctica tanto la invención como la proyección, para dar como resultado obras fabulosas e inimaginables en el gráfico mostrado el edificio tiene la forma de un tetraedro. Determine el total de triángulos simples que se cuentan.

Resolución:

Calculamos el número de triángulos en una cara del tetraedro



Número de triángulos

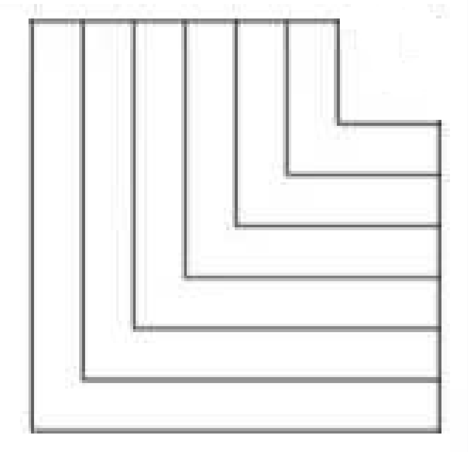
$$5^2 = 25$$

$\therefore$ Número total de triángulos: 4(25)= 100

Respuesta: 100

PROBLEMA 7.

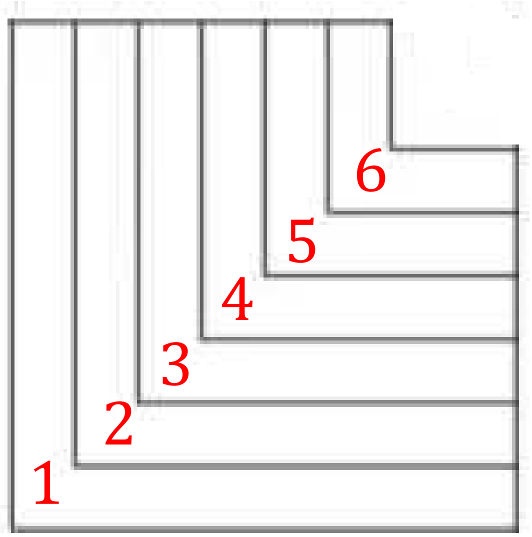
David está en la playa y dibuja en la arena una figura y se propone contar el número de hexágonos que hay en total. Si el dibujo que hizo en la arena es el siguiente:



…podría usted decir, ¿cuántos hexágonos contó Daniel?

Resolución:

En el gráfico



$$\text{Total, hexágonos}$$

$$\frac{6(7)}{2} = 21$$

∴ Número total de hexágonos: 21

Respuesta: 21