



TRIGONOMETRY

Chapter 11

4th
SECONDARY

Reducción al primer
Cuadrante I



 **SACO OLIVEROS**

Sistema de Radar :

El radar es un sistema electrónico que permite detectar objetos y determinar la distancia y su velocidad , ello lo realiza proyectando ondas de radio que son reflejadas por el objeto y recibidas de nuevo por la antena.

La antena de radar gira (360°) en un mismo sentido a velocidad constante mostrando la señal en la pantalla.



**Transmisor /
Receptor**

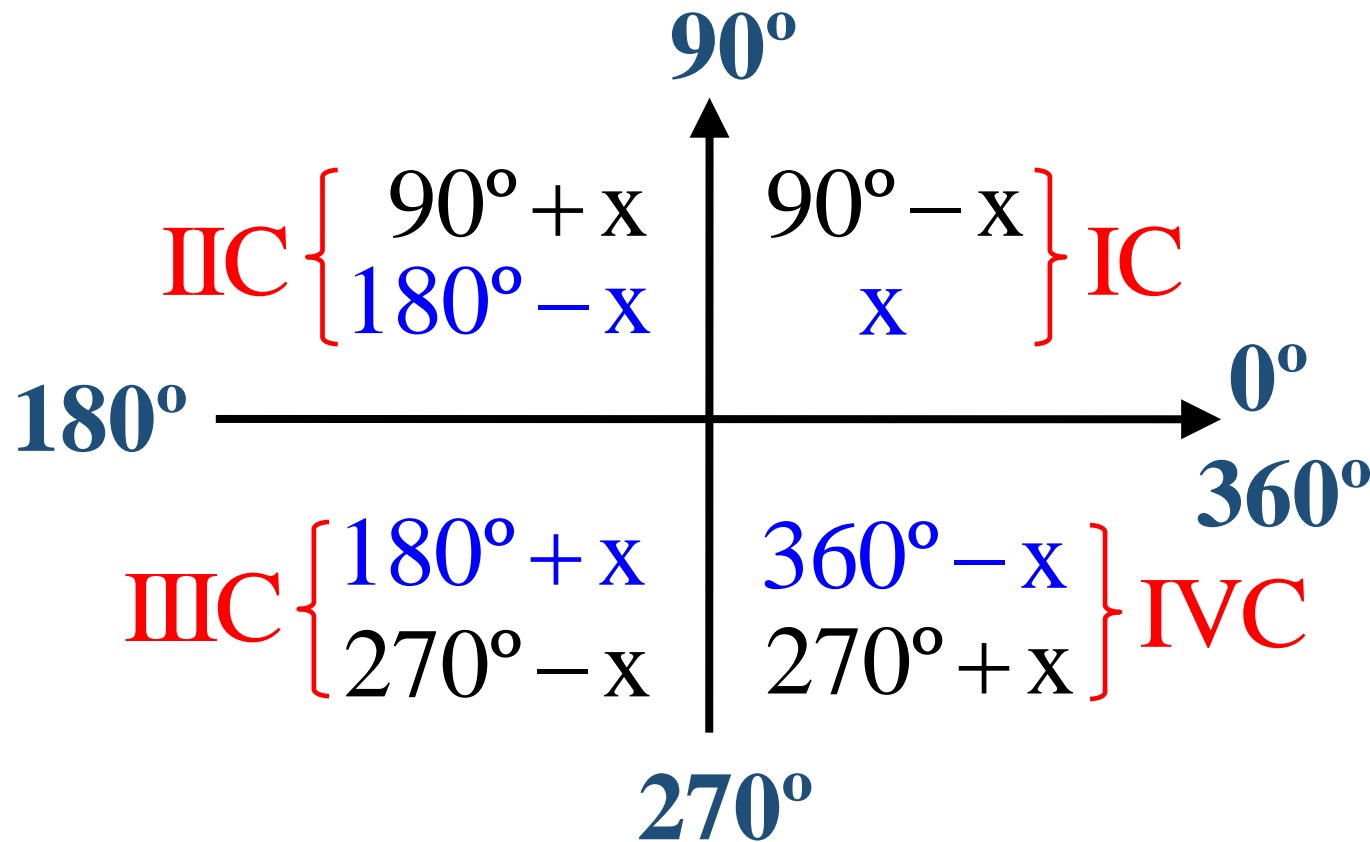


**Pantalla
de radar**



REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

1º CASO : Para ángulos positivos menores a una vuelta

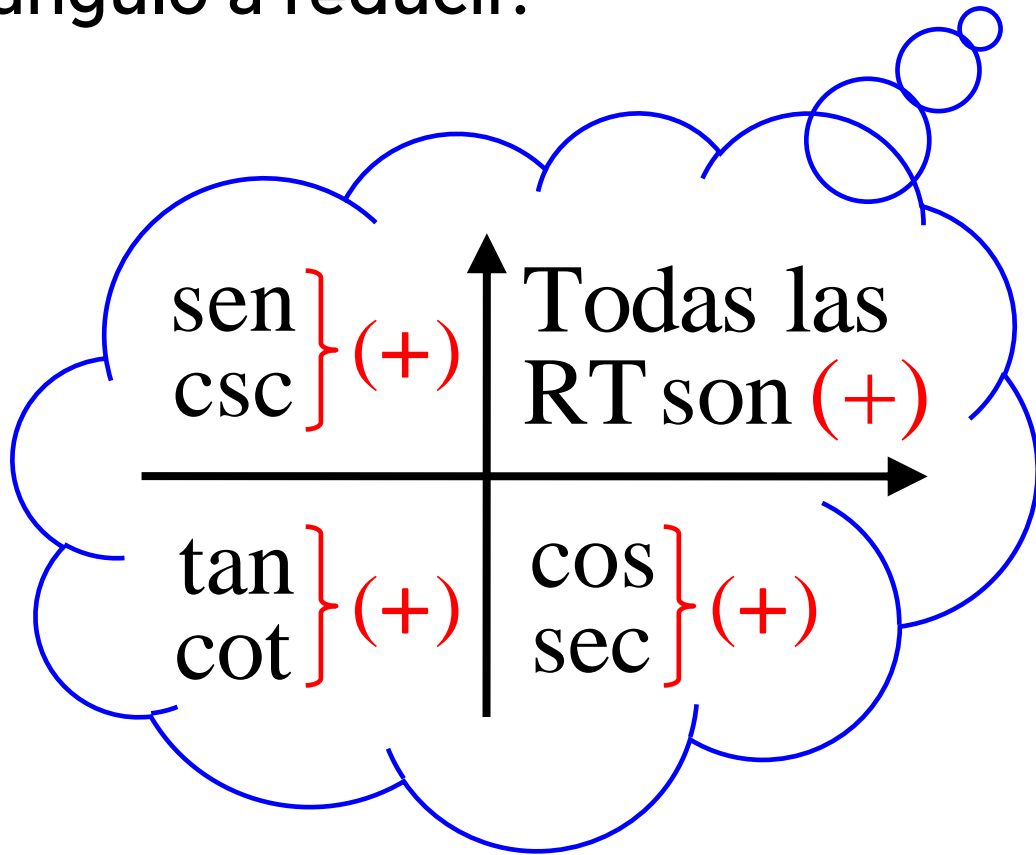


$$RT\left(\begin{matrix} 180^\circ \pm x \\ 360^\circ - x \end{matrix}\right) = (\pm) RT(x)$$

$$RT\left(\begin{matrix} 90^\circ \pm x \\ 270^\circ \pm x \end{matrix}\right) = (\pm) CoRT(x)$$

sen	\Leftrightarrow	cos
tan	\Leftrightarrow	cot
sec	\Leftrightarrow	csc

Donde el signo (\pm) del segundo miembro depende de la RT y el cuadrante al cual pertenece el ángulo a reducir.



Ejemplos: Reducir al IC

- $\bullet \text{ sen}(\underbrace{180^\circ - x}_{\text{IIC}}) = + \text{ sen}(x)$
- $\bullet \text{ tan}(\underbrace{270^\circ + x}_{\text{IVC}}) = - \text{ cot}(x)$
- $\bullet \text{ cos}(240^\circ) = \text{ cos}(\underbrace{180^\circ + 60^\circ}_{\text{III C}})$
 $\text{ cos}(240^\circ) = - \text{ cos}(60^\circ)$
 $\text{ cos}(240^\circ) = -1/2$



2° CASO: Para ángulos negativos

$$\text{sen}(-x) = -\text{sen}(x)$$

$$\text{cos}(-x) = \text{cos}(x)$$

$$\text{tan}(-x) = -\text{tan}(x)$$

$$\text{csc}(-x) = -\text{csc}(x)$$

$$\text{sec}(-x) = \text{sec}(x)$$

$$\text{cot}(-x) = -\text{cot}(x)$$

Ejemplos: Reducir al IC

- $\text{sen}(-30^\circ) = -\text{sen}(30^\circ) = -\frac{1}{2}$

- $\text{cos}(-45^\circ) = \text{cos}(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$





1. Efectúe: $P = (\text{sen}240^\circ + \tan150^\circ) \cos330^\circ$

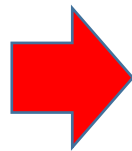
RESOLUCIÓN:

$$P = [\underbrace{\text{sen}(180^\circ + 60^\circ)}_{\text{IIC}} + \underbrace{\tan(180^\circ - 30^\circ)}_{\text{IIC}}] \underbrace{\cos(360^\circ - 30^\circ)}_{\text{IVC}}$$

$$P = [(-\text{sen}60^\circ) + (-\tan30^\circ)] (\cos30^\circ)$$

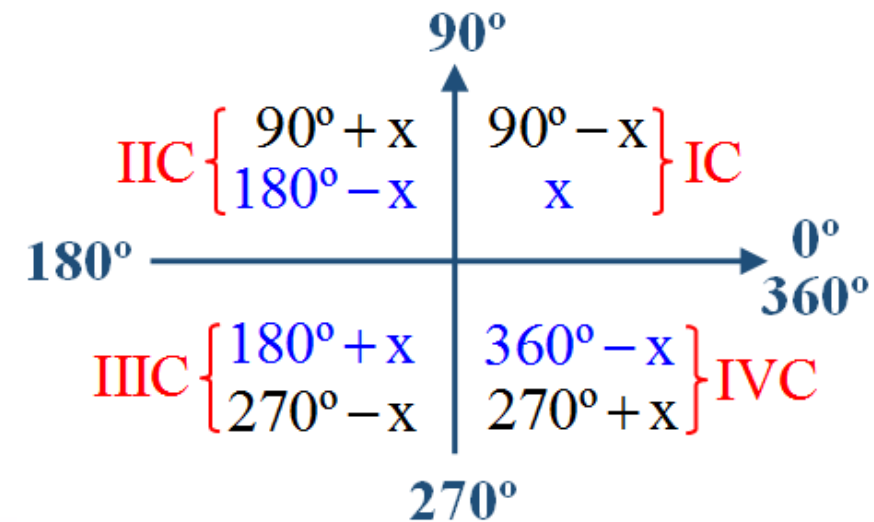
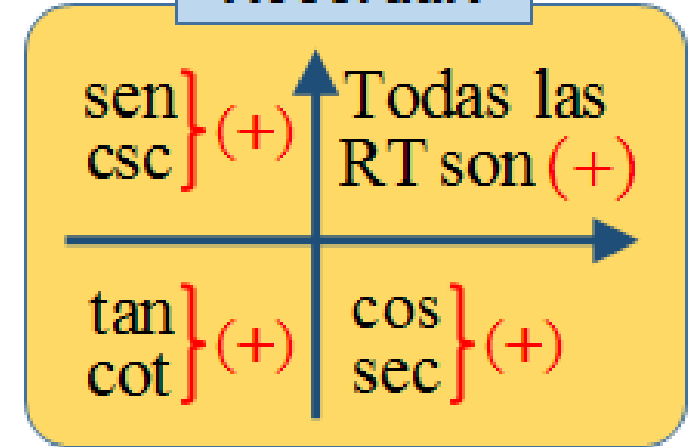
$$P = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{-\sqrt{3}}{3} \right) \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{-5\sqrt{3}}{6} \right) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P = -\frac{5 \times 3}{6 \times 2}$$



$$\therefore P = -\frac{5}{4}$$

Recordar:





2. Reduzca: $Q = \frac{4\tan 130^\circ + \cot 40^\circ}{\tan 310^\circ}$

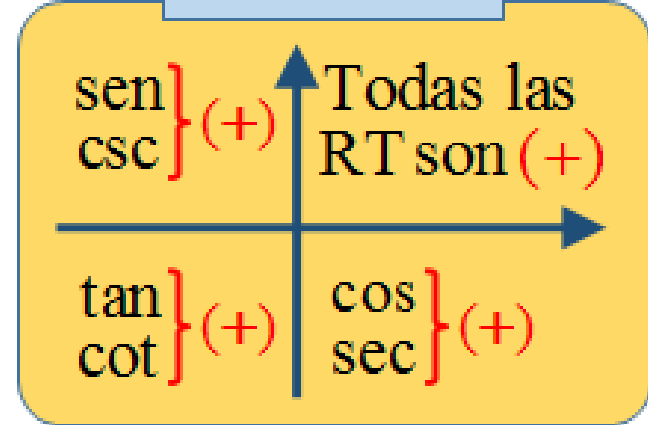
RESOLUCIÓN:

$$Q = \frac{\overbrace{4\tan(180^\circ - 50^\circ)}^{IIC} + \overbrace{\cot(90^\circ - 50^\circ)}^{IC}}{\underbrace{\tan(360^\circ - 50^\circ)}^{IVC}}$$

$$Q = \frac{(-4\tan 50^\circ) + (\tan 50^\circ)}{-\tan 50^\circ}$$

$$Q = \frac{\cancel{-3\tan 50^\circ}}{\cancel{-\tan 50^\circ}} \Rightarrow \therefore Q = 3$$

Recordar:



$$RT\left(\frac{180^\circ}{360^\circ} \pm \alpha\right) = \pm RT(\alpha)$$

$$RT\left(\frac{90^\circ}{270^\circ} \pm \alpha\right) = \pm CO - RT(\alpha)$$



3. Simplifique: $T = \sqrt{3}\tan(-60^\circ) + 5\cos(-37^\circ)$

RESOLUCIÓN:

$$T = \sqrt{3}\tan(-60^\circ) + 5\cos(-37^\circ)$$

$$T = \sqrt{3}(-\tan 60^\circ) + 5(\cos 37^\circ)$$

$$T = \sqrt{3}(-\sqrt{3}) + 5\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$T = -3 + 4$$

$$\therefore T = 1$$

$\text{sen}(-x) = -\text{sen}x$	$\text{csc}(-x) = -\text{csc}x$
$\cos(-x) = \cos x$	$\sec(-x) = \sec x$
$\tan(-x) = -\tan x$	$\cot(-x) = -\cot x$





4. Reduzca: $M = \frac{\text{sen}(270^\circ + x)}{\cos(180^\circ + x)} - \frac{2\tan(360^\circ - x)}{\cot(90^\circ + x)}$

RESOLUCIÓN:

$$M = \frac{\overbrace{\text{sen}(270^\circ + x)}^{\text{IVC}}}{\underbrace{\cos(180^\circ + x)}^{\text{IIIC}}} - \frac{2\overbrace{\tan(360^\circ - x)}^{\text{IVC}}}{\underbrace{\cot(90^\circ + x)}^{\text{IIC}}}$$

$$M = \frac{\cancel{-\cos x}}{\cancel{-\cos x}} - \frac{2(\cancel{-\tan x})}{\cancel{-\tan x}}$$

$$M = 1 - (2)$$

$$\therefore M = -1$$

Recordar:

sen } (+)	Todas las RT son (+)
csc } (+)	
tan } (+)	
cot } (+)	cos } (+)
	sec } (+)

$$RT(180^\circ \pm \alpha) = \pm RT(\alpha)$$

$$RT(90^\circ \pm \alpha) = \pm CO - RT(\alpha)$$



5. Si $\alpha + \beta = 270^\circ$, reduzca: $H = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\beta} + \tan\alpha \cdot \tan\beta$

RESOLUCIÓN:

Del dato:

$$\alpha + \beta = 270^\circ \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta = 270^\circ - \alpha}$$

Operando:

$$H = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos(\underbrace{270^\circ - \alpha}_{\text{IIC}})} + \tan\alpha \cdot \tan(\underbrace{270^\circ - \alpha}_{\text{IIC}})$$

$$H = \frac{\cancel{\text{sen}\alpha}^{\text{IIC}}}{\cancel{-\text{sen}\alpha}^{\text{IIC}}} + \tan\alpha \cdot (\underbrace{\text{cota}}_1)$$

$$\therefore H = 0$$

Recordar:

sen } (+)	Todas las RT son (+)
csc } (+)	
tan } (+)	cos } (+)
cot } (+)	
	sec } (+)

$$RT(180^\circ \pm \alpha) = \pm RT(\alpha)$$

$$RT(90^\circ \pm \alpha) = \pm CO - RT(\alpha)$$



6. Iván quiere pasar un álbum de fotos de 350 MB a su memoria USB, pero no hay suficiente espacio disponible. Si bien no quiere eliminar ninguna de las fotos, no le importará eliminar un álbum de música. El tamaño de los álbumes de música que Iván tiene almacenados en su usb es el siguiente:

Álbum	Álbum 1	Álbum 2	Álbum 3
Tamaño	A	B	C

(A, B y C en MB), donde:

$$A = 100\sec^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) \quad ; \quad B = 140\sen^2\left(\frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{y} \quad C = 135\sec^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

¿Qué álbum deberá ser eliminado para obtener el espacio que necesita?

**RESOLUCIÓN:**

$$\begin{aligned}
 A &= 100 \sec^2 \left(\frac{4\pi}{3} \right) = 100 \sec^2 240^\circ = 100 \sec^2 \overbrace{(180^\circ + 60^\circ)}^{\text{IIC}} \\
 &= 100.(-\sec 60^\circ)^2 = 100.(-2)^2 = \boxed{400}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= 140 \sen^2 \left(\frac{5\pi}{6} \right) = 140 \sen^2 150^\circ = 140 \sen^2 \overbrace{(180^\circ - 30^\circ)}^{\text{IIC}} \\
 &= 140(\sen^2 30^\circ) = 140. \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \cancel{140. \left(\frac{1}{4} \right)} = 35
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= 135 \sec^2 \left(\frac{3\pi}{4} \right) = 135 \sec^2 135^\circ = 135 \sec^2 \overbrace{(180^\circ - 45^\circ)}^{\text{IIC}} \\
 &= 135(-\sec 45^\circ)^2 = 135.(-\sqrt{2})^2 = \mathbf{270}
 \end{aligned}$$

Usamos el
equivalente :

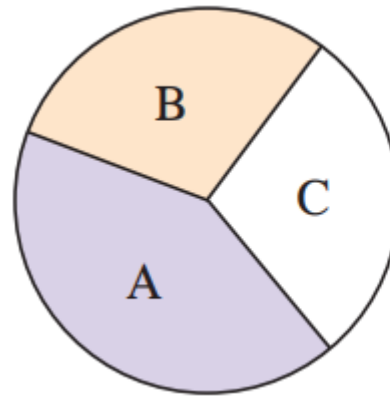
$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Recordar:

sen } (+)	Todas las RT son (+)
csc } (+)	
tan } (+)	cos } (+)
cot } (+)	sec } (+)



7. Cielo tiene una memoria USB en la que almacena música y fotos. La memoria USB tiene una capacidad de 1 GB (1000MB). El siguiente grafico muestra la distribución actual del disco de su memoria USB :



A: música

B: fotos

C: espacio disponible

A, B y C en MB

donde:

$$A = 200 \csc\left(\frac{5\pi}{6}\right);$$

$$B = 100 - 150 \tan\left(\frac{7\pi}{4}\right)$$

¿Cuál es el tamaño del espacio disponible en MB que ?



RESOLUCIÓN:

$$\begin{aligned}
 A &= 200 \csc\left(\frac{5\pi}{6}\right) && \overset{IIC}{=} 200 \csc 150^\circ = 200 \csc(180^\circ - 30^\circ) \\
 &&& = 200 \cdot (+\csc 30^\circ) = 200 \cdot (2) && = 400MB
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= 100 - 150 \tan\left(\frac{7\pi}{4}\right) = 100 - 150 \tan 315^\circ = 100 - 150 \tan(360^\circ - 45^\circ) && \overset{IVC}{=} \\
 &&& = 100 - 150(-\tan 45^\circ) = 100 + 150(1) && = 250MB
 \end{aligned}$$

El espacio disponible : $1000MB - (A + B) = 1000MB - (400+250)MB = 350MB$

El espacio disponible $C = 350MB$