



ALGEBRA

3th
SECONDARY



ASESORIA ACADÉMICA
TOMO 3

 **SACO OLIVEROS**



Problema 1

Obtenga el resultado de

$$P = \frac{(9a + 8b)^2 - (9a - 8b)^2}{(4a + 3b)^2 - (4a - 3b)^2}$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

Resolución:

$$P = \frac{(\underline{9a} + \underline{8b})^2 - (\underline{9a} - \underline{8b})^2}{(\underline{4a} + \underline{3b})^2 - (\underline{4a} - \underline{3b})^2}$$

$$P = \frac{\cancel{4}(\cancel{9}a)(\cancel{8}b)}{\cancel{4}(\cancel{4}a)(\cancel{3}b)}$$

$$P = \frac{\overset{3}{(\cancel{9})}(\cancel{8})^{\overset{2}{}}}{\underset{1}{(\cancel{4})}(\cancel{3})_{\underset{1}{}}}$$

$$\therefore P = 6$$

Respuesta: 6



Problema 2

Si $a - b = 5$ y $ab = 10$
calcule $a^3 - b^3$.

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

Resolución:

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$(5)^3 = a^3 - b^3 - (10)(5)$$

$$125 = a^3 - b^3 - 150$$

$$\therefore a^3 - b^3 = 275$$

Respuesta: 275



Problema 3

Obtenga el resultado de

$$P = (x + 2^2)(x - 2^2)(x^2 + 2^4)(x^4 + 2^8) - x^8$$

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Resolución:

$$P = \underline{(x + 2^2)(x - 2^2)}(x^2 + 2^4)(x^4 + 2^8) - x^8$$

$$P = \underline{(x^2 - 2^4)}(x^2 + 2^4)(x^4 + 2^8) - x^8$$

$$P = \underline{(x^4 - 2^8)}(x^4 + 2^8) - x^8$$

$$P = \cancel{x^8} - 2^{16} - \cancel{x^8}$$

$$\therefore P = -2^{16}$$

Respuesta: -2^{16}

Problema 4

Simplifique

$$Q = (x - 7)(x + 1) - (x + 3)(x - 6) + 3(2x - 5) - 3x$$

Recordemos:**IDENTIDAD DE STEVEN:**

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Resolución:

$$Q = \underline{(x - 7)(x + 1)} - \underline{(x + 3)(x - 6)} + 3(2x - 5) - 3x$$

$$Q = (x^2 - 6x - 7) - (x^2 - 3x - 18) + 6x - 15 - 3x$$

$$Q = \cancel{x^2} - \cancel{6x} - 7 - \cancel{x^2} + \cancel{3x} + 18 + \cancel{6x} - 15 - \cancel{3x}$$

$$\therefore Q = -4$$

Respuesta: - 4

Problema 5

Si $x + y + z = 0$, determine

$$Q = \frac{-12x^2 - 12y^2 - 12z^2}{8xy + 8yz + 8xz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Resolución:



$$x + y + z = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = -2(xy + yz + xz)$$

$$Q = \frac{-12x^2 - 12y^2 - 12z^2}{8xy + 8yz + 8xz} = \frac{-12(x^2 + y^2 + z^2)}{8(xy + yz + xz)}$$

$$Q = \frac{-12[-2(xy + yz + xz)]}{8(xy + yz + xz)} = \frac{24}{8}$$

$$\therefore Q = 3$$

Respuesta: 3

Problema 6

Reduzca

$$R = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} - \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9}$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Resolución:



$$T = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} - \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9}$$

$$T = \frac{x^3 - 3^3}{x^2 + 3x + 3^2} - \frac{x^3 + 3^3}{x^2 - 3x + 3^2}$$

$$T = \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 3^2)}{x^2 + 3x + 3^2} - \frac{(x + 3)(x^2 - 3x + 3^2)}{x^2 - 3x + 3^2}$$

$$T = (x - 3) - (x + 3)$$

$$T = \cancel{x} - 3 - \cancel{x} - 3$$

$$\therefore T = -6$$

Respuesta: -6



Problema 7

Calcule la suma de coeficientes del cociente de

$$\frac{8x^5 + 14x^4 + 5x^3 + 16x^2 + 3x - 2}{4x^2 + x + 3}$$

Resolución:

Handwritten polynomial long division showing the quotient $q(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 2$ and remainder $R(x) = 4x - 8$. The process involves dividing the leading term $8x^5$ by $4x^2$ to get $2x^3$, then multiplying and subtracting to get $12x^3$, and so on. The final remainder is $4x - 8$.

$$q(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 2$$

$$R(x) = 4x - 8$$

$$\sum \text{Coef}[q(x)] = 2 + 3 - 1 + 2$$

$$\therefore \sum \text{Coef}[q(x)] = 6$$

Respuesta: 6

Problema 8

Calcule $m + n$ en la siguiente división exacta

$$\begin{array}{r} 5x^5 + 7x^4 + 3x^2 + mx + n \\ \hline 5x^2 - 2 + 2x \end{array}$$

Recuerda:

Se completa y se ordena el dividendo y el divisor.

$$\begin{array}{r} 5x^5 + 7x^4 + 0x^3 + 3x^2 + mx + n \\ \hline 5x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

Resolución:

	5	7	0	3	m	n
Dividend	5	7	0	3	m	n
Divisor	-2	2	-2	2	0	-2
Quotient	1	1	0	1	0	0
Remainder	0	0	0	0	0	0

$$m + 0 - 2 = 0$$

$$m = 2$$

$$n + 2 = 0$$

$$n = -2$$

$$\therefore m + n = 0$$

Respuesta: 0



Problema 9

Obtenga el valor de m si el residuo es -20 .

$$\frac{3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 4x - m}{x + 1}$$

Resolución:

$$x + 1 = 0 \longrightarrow x = -1$$

	3	-2	5	4	$-m$
\times	-1				
	3	-5	10	-6	-20

Residuo

$$q(x) = 3x^3 - 5x^2 + 10x - 6$$

$$\longrightarrow -m + 6 = -20$$

$$\therefore m = 26$$

Respuesta: 26

Problema 10

El valor de $P \cdot Q$ en la siguiente división exacta

$$\frac{Px^5 + Qx^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 4}{3x^2 - x + 2}$$

representa la cantidad total de estudiantes de tercer año de secundaria en una sede del colegio Saco Oliveros. Si en dicha sede hay 2 secciones de tercer año, ¿cuántos estudiantes hay en cada sección si están repartidos equitativamente?

Resolución:

Aplicamos el método de Horner invertido:

2	4	2	-2	1	Q	P
1		2	-6	-6		
-3	4	2	-6	-3	9	
		-6	-3	-8	-4	12
					0	0
	2	2	-3	-4		

$$Q + 9 - 4 = 0$$

$$Q = -5$$

$$P + 12 = 0$$

$$P = -12$$

$$P \cdot Q = 60$$

∴ En cada sección hay 30 estudiantes

Respuesta: 30