



ARITHMETIC

Tomo III

2022

3th

SECONDARY

RETROALIMENTACIÓN

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

SOLVED PROBLEMS

1. En una proporción aritmética continua, los términos extremos son 24 y 16. Halle la media diferencial.

RESOLUCIÓN:

Proporción aritmética continua:

$$A - B = B - C$$

Siendo "**B**" la media diferencial

Dato: Términos extremos 24 y 16

$$24 - B = B - 16$$

$$B = \frac{24 + 16}{2}$$

$$\text{B}=20$$

Rpta: 20

SOLVED PROBLEMS

2. Calcule la suma de la tercera diferencial de 35 y 23 con la cuarta proporcional de 60; 15 y 52.

RESOLUCIÓN:

X : Tercera diferencial

$$35 - 23 = 23 - X$$

$$\rightarrow X = 11$$

Y : Cuarta proporcional

$$\frac{60}{15} = \frac{52}{Y}$$

$$\rightarrow Y = 13$$

$$\text{Nos piden: } X + Y = 11 + 13 = 24$$

Rpta: 24

SOLVED PROBLEMS

3. La cantidad de problemas resueltos por Ana y Flora en el concurso de matemática están en proporción de 3 a 7, respectivamente. Si Ana realizó 20 problemas menos que Flora, ¿Cuántos problemas resolvió Ana?

RESOLUCIÓN:

Se sabe : Prob. Ana: $A = 3K$

Prob. Flora: $F = 7K$

Dato: La diferencia de prob. es 20

$$\Rightarrow F - A = 20$$

$$7K - 3K = 20$$

$$K = 5$$

$$A = 3(5) = 15$$

Rpta: 15

SOLVED PROBLEMS

4. En una serie de 3 razones geométricas equivalentes continuas, el primer antecedente es al ultimo consecuente como 27 es a 1. Si la suma de los antecedentes es 78. Hallar el primer consecuente.

RESOLUCIÓN:

Sea la serie de 3 razones geométricas continuas:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = K$$

Por propiedad:

$$\frac{a \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{c}}{\cancel{b} \cdot \cancel{c} \cdot d} = K^3 = \frac{a}{d}$$

Del dato:

$$\frac{a}{d} = \frac{27}{1} = K^3$$
$$3 = K$$

Reemplazando:

$$\frac{27n}{9n} = \frac{9n}{3n} = \frac{3n}{1n} = 3$$

Del dato:

$$\underbrace{27n + 9n + 3n}_{39n} = 78$$
$$39n = 78$$
$$n = 2$$

Piden $9n = 9(2)$

:

Rpta: 18

SOLVED PROBLEMS

5. Los antecedentes de varias razones geométricas equivalentes son: 2; 3; 4 y 5, el producto del primer antecedente y de los 3 últimos consecuentes es 41160. Calcule la suma de los consecuentes.

RESOLUCIÓN:

Sea la serie de razones:

$$\frac{2}{a} = \frac{3}{b} = \frac{4}{c} = \frac{5}{d} = K$$

Del dato:

$$2 \cdot b \cdot c \cdot d = 41160$$

$$\Rightarrow b \cdot c \cdot d = 20580$$

Por propiedad:

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{b \cdot c \cdot d} = K^3 = \frac{60}{20580}$$

$$K^3 = \frac{1}{343} \Rightarrow K = \frac{1}{7}$$

Por propiedad:

$$\frac{2 + 3 + 4 + 5}{a + b + c + d} = \frac{1}{7}$$

Piden:

$$a + b + c + d = 14(7)$$

Rpta: 98

SOLVED PROBLEMS

6. De la serie: $\frac{\sqrt[3]{27 + a^3}}{39} = \frac{\sqrt[3]{125 + b^3}}{65} = \frac{\sqrt[3]{343 + c^3}}{91}$ Calcular “b”
si $c - a = 20$

RESOLUCIÓN:

Reduciendo y elevando al cubo:

$$\left(\frac{\sqrt[3]{27 + a^3}}{\cancel{39} 3} \right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{125 + b^3}}{\cancel{65} 5} \right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{343 + c^3}}{\cancel{91} 7} \right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{27 + a^3}{27} = \frac{125 + b^3}{125} = \frac{343 + c^3}{343}$$

Por propiedad:

$$\frac{\cancel{27} + a^3 - \cancel{27}}{27} = \frac{\cancel{125} + b^3 - \cancel{125}}{125} = \frac{\cancel{343} + c^3 - \cancel{343}}{343}$$

Sacando raíz cúbica:

$$\sqrt[3]{\frac{a^3}{27}} = \sqrt[3]{\frac{b^3}{125}} = \sqrt[3]{\frac{c^3}{343}} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = K$$

Por propiedad:

$$\frac{c - a}{7 - 3} = K = \frac{20}{4} \Rightarrow K = 5$$

Piden:

$$b = 5K = 5(5)$$

Rpta: 25

SOLVED PROBLEMS

7. El promedio de A y 10 es 15. El promedio de C y 15 es 10 y el promedio de 10A; 35B y 15C es 185. Calcule el valor de A+B+C

RESOLUCIÓN:

Del dato:

$$\begin{aligned} \text{MA}(A;10)=15 &\Rightarrow \frac{A+10}{2} = 15 \\ A+10 &= 30 \\ A &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MA}(C;15)=10 &\Rightarrow \frac{C+15}{2} = 10 \\ C+15 &= 20 \\ C &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MA}(10A;35B;15C) &= 185 \\ \frac{10A+35B+15C}{3} &= 185 \\ 10(20)+35B+15(5) &= 555 \\ 200+35B+75 &= 555 \\ 35B+275 &= 555 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 35B &= 280 \\ B &= 8 \end{aligned}$$

Piden:

$$A+B+C = 20+8+5$$

Rpta: 33

SOLVED PROBLEMS

8. Diego trota por tres tramos diferentes de una carretera en un mismo tiempo cada tramo, siendo sus velocidades de 10km/h; 15m/h y 20km/h, respectivamente. ¿Cual es el velocidad promedio aplicada por Diego en todo su recorrido?

RESOLUCIÓN:

Recordemos:

$$V_p = \frac{\text{espacio total recorrido}}{\text{tiempo total recorrido}}$$

Diego utilizó el mismo tiempo:

$$V_p = \frac{e_1 + e_2 + e_3}{t + t + t}$$

Recordando: $e = v \cdot t$

$$V_p = \frac{10t + 15t + 20t}{t + t + t} \Rightarrow V_p = \frac{45t}{3t}$$

$$\text{Piden } V_p = \frac{45}{3}$$

:

Rpta: 15km/h

SOLVED PROBLEMS

9. Tres números enteros a , b y c tienen una media aritmética de 5 y una media geométrica de $\sqrt[3]{120}$. Además se sabe que el producto $b \cdot c = 30$. Calcule la media armónica de estos números.

RESOLUCIÓN:

$$MG(a;b;c) = \sqrt[3]{120} \Rightarrow \left[\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} \right]^3 = \left[\sqrt[3]{120} \right]^3$$

$$a \cdot \underline{b} \cdot c = 120$$

$$a \cdot \cancel{30}^1 = \cancel{120}^4$$

$$a = 4$$

$$MA(a;b;c) = 5 \Rightarrow \frac{a + b + c}{3} = 5$$

$$\underline{a} + b + c = 15$$

$$4 + b + c = 15$$

De ahí tenemos: $b + c = 11$ $\Rightarrow b = 6$
 $b \cdot c = 30$ $\Rightarrow c = 5$

$$MH(a;b;c) = \frac{3 \cdot a \cdot b \cdot c}{ab + ac + bc} = \frac{3(120)}{24 + 20 + 30}$$

$$\text{Piden } MH(a;b;c) = \frac{360}{74}$$

Rpta: 180 / 37


SOLVED PROBLEMS

10. Un ciclista se dirige de Lince a La Molina con una velocidad de 70m/s. Si en el viaje de regreso aplica una velocidad de 60m/s . Calcule la velocidad promedio

RESOLUCIÓN:

Recordemos: $V_p = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo recorrido}}$

El avión recorrió la misma distancia: $V_p = \frac{d + d}{t_1 + t_2}$

Recordando: $t = \frac{d}{v}$  $V_p = \frac{d + d}{\frac{d}{70} + \frac{d}{60}}$

$$V_p = \frac{2d}{\frac{6d + 7d}{420}} = \frac{2d}{d \left(\frac{6 + 7}{420} \right)} = \frac{2}{\frac{13}{420}}$$

Piden: $V_p = \frac{2(420)}{13}$

Rpta: 64,62m/s