ALGEBRA

Chapter 22

5th
SECONDARY

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES Y NO LINEALES

SACO OLIVEROS

Si compro 2 pantalones y 3 camisas me cuestan S/160, pero si compro un pantalón y una camisa me cuesta S/70.
¿Cuánto es el costo del pantalón?

Rpta.: S/.50

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

I) FORMA GENERAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde:

x, y: Son las variables a calcular

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$: Son constantes

II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

Ejemplo:

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + y = 19 & \ldots (I) \\ 3x - y = 5 & \ldots (II) \end{cases}$$

Resolución:

Sumando (I) y (II)

$\Rightarrow$ $8x = 24$

$\Rightarrow$ $x = 3$

Reemplazando "x" en (I)

$\Rightarrow$ $5(3) + 2y = 19$

$\Rightarrow$ $y = 2$

$CS = \{(3; 2)\}$

B) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Ejemplo: Resuelva el sistema

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \quad \dots (I) \\ 2x + 3y = 7 \dots (II) \end{cases}$$

Resolución:

De (I) despejamos "x"

$$\Rightarrow \quad x = 5 - 2y \quad \dots (\alpha)$$

Reemplazamos "x" en (II) :

$$2(5 - 2y) + 3y = 7$$

$$\Rightarrow \quad 10 - 4y + 3y = 7$$

$$\Rightarrow \quad 3 - y = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = 3}$$

Reemplazamos "y" en (α) :

$$\Rightarrow \quad x = 5 - 2(3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = -1}$$

CS= {(-1; 3)}

III) CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

Sea el siguiente sistema :

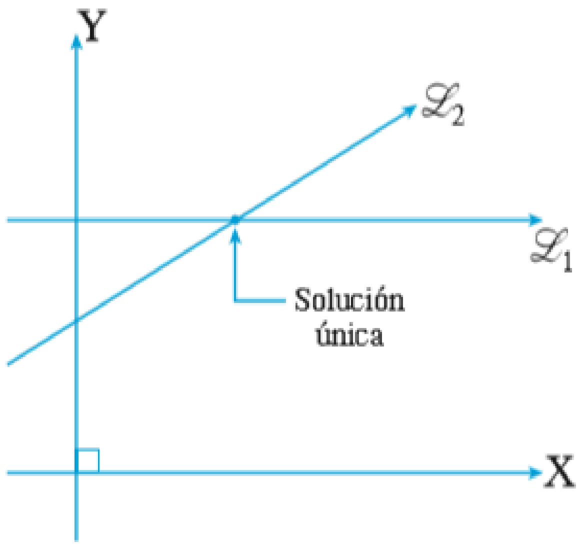
$$L_1:\ a_1x + b_1y = c_1$$
$$L_2:\ a_2x + b_2y = c_2$$

L_1 , L_2: son ecuaciones de las rectas

Éste sistema será:

1) COMPATIBLE DETERMINADA (Solución única)

Si cumple: $\boxed{\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}}$



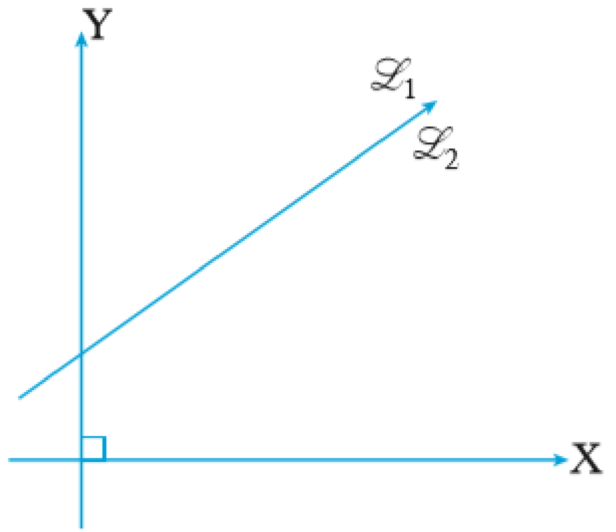
NOTA: *Se dice en este caso que las rectas L_1 , L_2 se intersectan en un solo punto.*

2) COMPATIBLE INDETERMINADA (Infinitas soluciones)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 están superpuestas, debido a esto hay infinitos cortes.

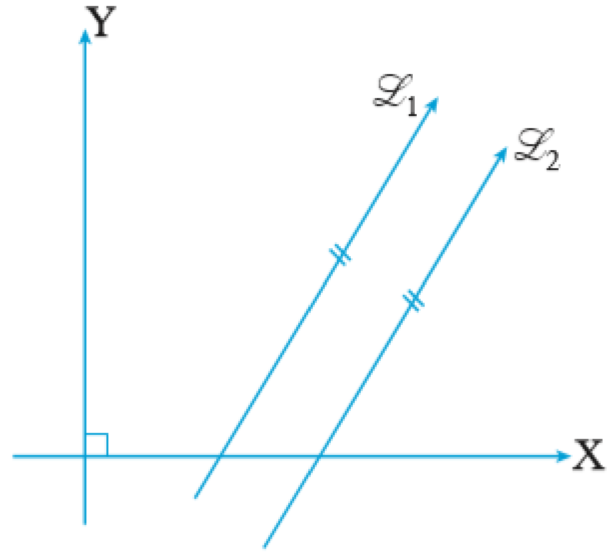


3) INCOMPATIBLE (No existe solución)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 son paralelas, por lo tanto no hay solución.



SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

EJEMPLO: Resuelva

$$\begin{cases} x + 2y + \sqrt{2xy} = 20 \\ x^2 + 4y^2 + 2xy = 160 \end{cases}$$

Calcule: $\dfrac{\sqrt{2xy}}{x+2y}$

Resolución:

Sea: x+2y=a $\quad \sqrt{2xy} = b$

$$\begin{cases} a + b = 20 \\ a^2 - b^2 = 160 \end{cases}$$

(a + b)(a-b)= 160

a − b = 8

a + b = 20

a = 14 $\quad$ b = 6

$$\boxed{\dfrac{\sqrt{2xy}}{x+2y} = \dfrac{3}{7}}$$

Problema 1

Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} 6x - 5y = -9 \quad \ldots\ldots \quad (I) \\ 4x + 3y = 13 \quad \ldots\ldots \quad (II) \end{cases}$$

Resolución:

Eliminando "y":

x3(I): $18x - \cancel{15y} = -27$

x5(II): $20x + \cancel{15y} = 65$ $(+)$

$$38x = 38$$

$$\boxed{x = 1}$$

Reemplazando en "II":

$$4(1) + 3y = 13$$

$$3y = 9 \quad \boxed{y = 3}$$

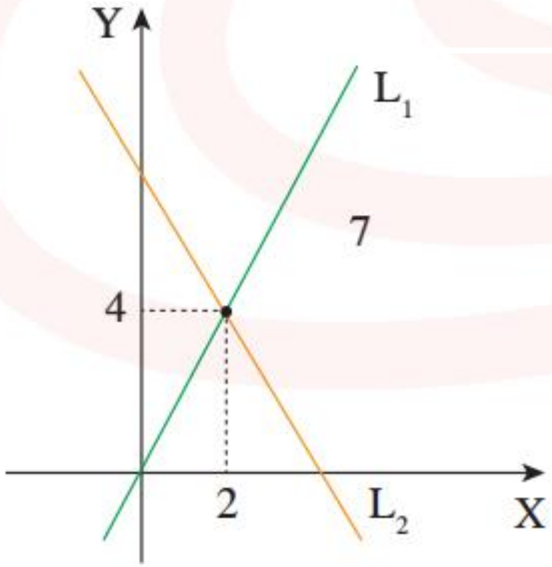
CS={ (1 ; 3)}

Problema 2

Si el sistema

$$\begin{cases} 5x + ay = 2 \ \ldots (L_1) \\ 4x + 3y = b \ \ldots (L_2) \end{cases}$$

Representa geométricamente mediante la gráfica:



Indique el valor de $G = \frac{b}{a}$

Resolución:

Del gráfico: ***X = 2 ; y = 4***

Reemplazando en el sistema:

$$\begin{cases} 5(2) + a(4) = 2 \ldots\ldots \quad (L1) \\ 4(2) + 3(4) = b \quad \ldots\ldots \quad (L2) \end{cases}$$

De (L1):

$$10 + 4a = 2$$

$$4a = -8$$

$$a = -2$$

De (L2):

$$8 + 12 = b$$

$$20 = b$$

Piden: $G = \frac{20}{-2} = -10$

$$\boxed{G = -10}$$

Problema 3

Halle el valor de x e y :

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x-1} + \dfrac{4}{y-3} = 7 \quad \text{.... (I)} \\ \dfrac{4}{x-1} - \dfrac{5}{y-3} = -3 \quad \text{... (II)} \end{cases}$$

Resolución:

x5(I): $\dfrac{30}{x-1} + \cancel{\dfrac{20}{y-3}} = 35$

x4(II): $\dfrac{16}{x-1} - \cancel{\dfrac{20}{y-3}} = -12$

(+)

$$\frac{\cancel{46}}{x-1} = \cancel{23}$$

$$\boxed{x = 3}$$

En " I ":

$$\frac{6}{2} + \frac{4}{y-3} = 7$$

$$\frac{4}{y-3} = 4$$

$$\boxed{y = 4}$$

x=3 ; y=4

Problema 4

Halle el valor de mn, si el sistema:

$$\text{Si}: \begin{cases} (m-5)x + (n-2)y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$$

presenta infinitas soluciones.

Resolución: Se cumple

$$\frac{m-5}{4} = \frac{n-2}{3} = \frac{10}{5}$$

$$m = 13$$
$$n = 8$$

$$Piden: 13.8 = 104$$

$$\boxed{104}$$

Problema 5

Al resolver :

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 3 & \ldots(\alpha) \\ 25x - 9y = 81 & \ldots(\beta) \end{cases}$$

Halle x+y

Resolución:

$$\underbrace{25x - 9y}= (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y})\underbrace{(5\sqrt{x} - 3\sqrt{y})}$$

$$81 = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y})\ (3)$$

$$27 = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y}) \qquad \ldots(\theta)$$

$De\ (\ \alpha\ )\ y\ (\theta)$:

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} \cancel{- 3\sqrt{y}} = 3 \\ 5\sqrt{x} \cancel{+ 3\sqrt{y}} = 27 \end{cases} \quad (+)$$

$$10\sqrt{x} = 30$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$

En "α":

$$15 - 3\sqrt{y} = 3$$

$$\sqrt{y} = 4$$

$$y = 16$$

$$\boxed{x + y = 25}$$

Problema 6

Si $S/\overline{(n+5)00}$ representa el costo de una camisa, donde n se obtiene del sistema en x e y

$$\begin{cases}(n^2+4)x+4y = 4\\ 5x+y = n-3\end{cases}$$

siendo el sistema inconsistente. Calcule el costo de la camisa, luego de recibir un descuento del 30%.

Resolución:

Se cumple

$$\underbrace{\frac{n^2+4}{5} = \frac{4}{1}}\neq\frac{4}{n-3}$$

$$n^2+4=20$$

$$n^2=16$$

$$n=4 \quad o \quad -4$$

$Reemplazando:\ n=4$

$$\frac{20}{5}=\frac{4}{1}\neq\frac{4}{1}$$

(No cumple)

$Reemplazando:\ n=-4$

$$\frac{20}{5}=\frac{4}{1}\neq\frac{4}{-7}$$

(Si cumple)

$Costo\ de\ la\ camisa: S/100$ → $\boxed{S/70}$

Problema 7

En una heladería, el costo de 4 helados de barquillo, 7 helados de vasito y un granizado es de S/35,50 y el costo de 5 helados de barquillo, 9 helados de vasito y un granizado es de S/40,50. En dicha heladería, ¿Cuál es el costo, al comprar un helado de barquillo, un helado de vasito y un granizado ?

Resolución:

$\boldsymbol{Sean}$:

x: $\boldsymbol{Costo\ de\ 1\ helado\ de\ barquillo}$

y: $\boldsymbol{Costo\ de\ 1\ helado\ de\ vasito}$

z: $\boldsymbol{Costo\ de\ 1\ granizado}$

$\boldsymbol{Del\ enunciado}$:

$$4x + 7y \cancel{+ 1z} = 35.50$$
$$5x + 9y \cancel{+ 1z} = 40.50 \quad (-)$$

$$x + 2y = 5 \ \ldots\ (\mathrm{I})$$

$\boldsymbol{Del\ enunciado}$:

$$\text{x5}: \ 4x + 7y + 1z = 35.50$$
$$\text{x4}: \ 5x + 9y + 1z = 40.50$$

$$\cancel{20x} + 35y + 5z = 177.5$$
$$\cancel{20x} + 36y + 4z = 162 \quad (-)$$

$$-y + z = 15.5 \ \ldots\ (\mathrm{II})$$

- $\boldsymbol{I\ y\ II}$:

$$x + 2y = 5$$
$$-y + z = 15.5 \quad (+)$$

$$x + y + z = 20.5$$

$\boxed{S/20.5}$