



ALGEBRA

Chapter 19

3rd
SECONDARY

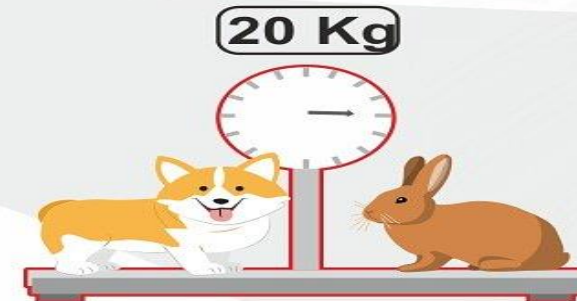
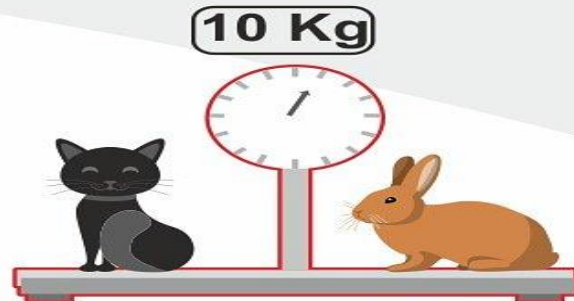
Sistema de Ecuaciones



 **SACO OLIVEROS**



¿Cuánto pesan juntos el gato, el conejo y el perro?





¿QUÉ ES UN SISTEMA DE ECUACIONES?

Es aquel conjunto de ecuaciones para dos o más variables que se verifican para los mismos valores de sus incógnitas.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 13 \\ 7x - 2y = 3 \end{cases}$$

se verifican para:

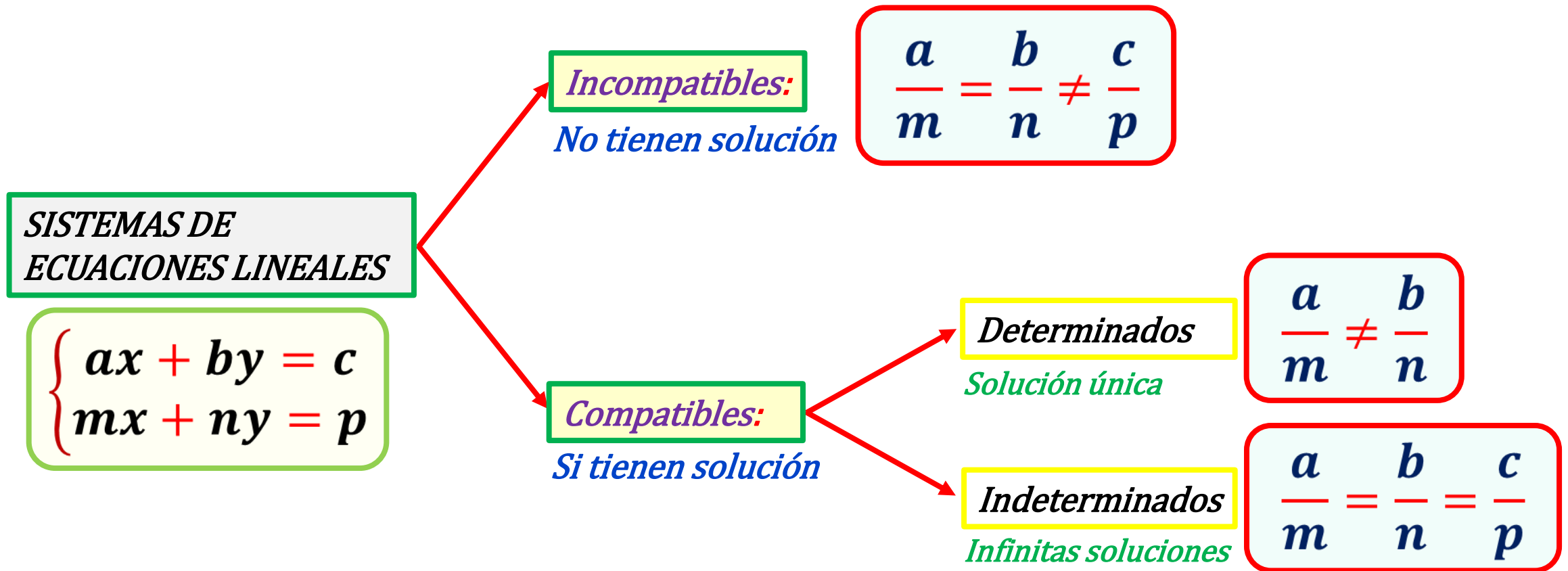
$$x = 1 \wedge y = 2$$

$$\Rightarrow cs = \{(1; 2)\}$$



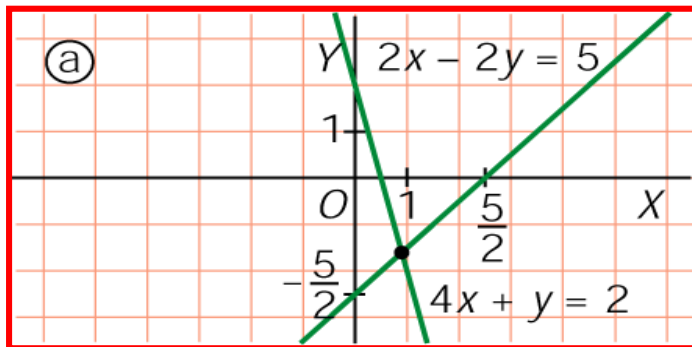


CLASIFICACIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES SEGÚN EL NÚMERO DE SOLUCIONES

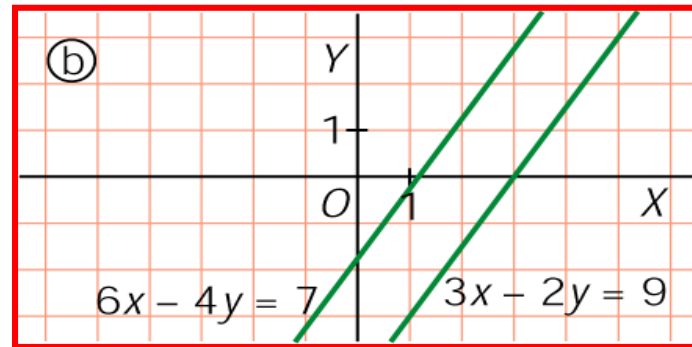




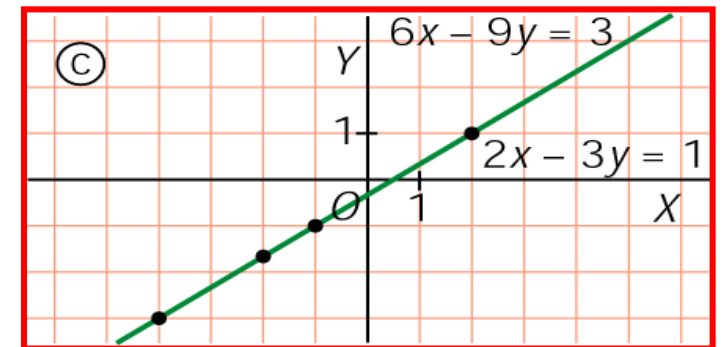
INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE UN SISTEMA DE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS



Las dos rectas sólo tienen un punto en común. El sistema es **compatible determinado**.



Las dos rectas no tienen puntos en común. El sistema es **incompatible**.



Las dos rectas tienen infinitos puntos en común. El sistema es **compatible indeterminado**.

**PROBLEMA 1** Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 12 & \text{(I)} \\ 2x - y = 8 & \text{(II)} \end{cases}$$

Resolución

Sumamos para eliminar "y":

$$\begin{array}{r} 2x + \cancel{y} = 12 \\ 2x - \cancel{y} = 8 \\ \hline 4x = 20 \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow (+) \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{x = 5}$$

Reemplazando en "II":

$$2(5) - y = 8$$

$$10 - y = 8 \quad \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

$$\Rightarrow \text{CS} = \boxed{\{(5; 2)\}}$$

**PROBLEMA 2** Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 & \text{(I)} \\ 4x - y = 5 & \text{(II)} \end{cases}$$

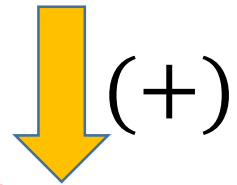
Resolución

$$\times 1 \text{ I: } 5x + \cancel{3y} = 19$$

$$\times 3 \text{ II: } \underline{12x - \cancel{3y} = 15}$$

$$17x = 34$$

$$\Rightarrow x = 2$$



Reemplazando en "II":

$$4(2) - y = 5$$

$$8 - y = 5$$



$$y = 3$$



$$\text{CS} = \{(2; 3)\}$$



PROBLEMA 3 Determine el valor de x.y

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} = y \\ \frac{y-1}{2} = x - 7 \end{cases}$$

Resolución

Multiplicamos y ordenamos

$$\begin{array}{ll} x + 1 = 3y & (I) \\ y - 1 = 2x - 14 & (II) \end{array} \quad \begin{array}{l} x - 3y = -1 \\ -2x + y = -13 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \times 2 \text{ I:} & \cancel{2x} - 6y = -2 & \\ \times 1 \text{ II:} & \cancel{-2x} + y = -13 & \\ \hline & -5y = -15 & \\ & \Rightarrow y = 3 & \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow (+) \end{array}$$

Reemplazando en "II":

$$\begin{array}{l} -2x + y = -13 \\ -2x + (3) = -13 \\ -2x + 3 = -13 \\ -2x = -16 \Rightarrow x = 8 \\ \Rightarrow \therefore x + y = 3 + 8 \end{array}$$

RPTA: 11



PROBLEMA 4 Halle el valor de $x + y$; luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 16 & \text{(I)} \\ 5x + 3y = -5 & \text{(II)} \end{cases}$$

Resolución

$$\begin{array}{rcl} \text{x 3 I:} & 9x - 6y = 48 & \\ \text{x 2 II:} & 10x + 6y = -10 & \\ \hline & 19x = 38 & \\ & \Rightarrow x = 2 & \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow (+) \end{array}$$

Reemplazando en "I":

$$\begin{array}{l} 3(2) - 2y = 16 \\ 6 - 2y = 16 \end{array} \quad \Rightarrow \quad y = -5$$

$$\Rightarrow \therefore x + y = 2 - 5$$

RPTA: -3



Problema 5

Si el sistema

$$\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 15x + 5y = 7 \end{cases}$$

es incompatible; halle el valor de a .

Recordemos:

Sea: $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$

El sistema es incompatible



$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}$$

Resolución:

$$\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 15x + 5y = 7 \end{cases}$$

El sistema es incompatible

$$\Rightarrow \frac{a}{15} = \frac{3}{5} \neq \frac{5}{7}$$

$$\boxed{a = 9}$$

El valor de a es 9



Problema 6

Emiko se encuentra en una entrevista de trabajo. Si su CV se detalla que la cantidad de idiomas que conoce es igual a la sumatoria de las cifras de $a+b$, además se sabe que el sistema

$$\begin{cases} (a-3)x + (b+5)y = 8 \\ 4x + 3y = 4 \end{cases}$$

Es compatible indeterminado, ¿cuántos idiomas menciona Emiko en su CV?

Recordemos:

Sea: $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$

El sistema es compatible indeterminado



$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

Resolución:

$$\begin{cases} (a-3)x + (b+5)y = 8 \\ 4x + 3y = 4 \end{cases}$$

El sistema es compatible indeterminado

$$\Rightarrow \frac{a-3}{4} = \frac{b+5}{3} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\begin{cases} \frac{a-3}{4} = 2 \Rightarrow a = 11 \\ \frac{b+5}{3} = 2 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$\therefore a + b = 12$$

Conoce 12 idiomas

Problema 7

Pamela desea hacer unas tartaletas de manzana para poder venderlas, si la cantidad en kilos de manzanas es el producto de los valores de las incógnitas del sistema

$$\begin{cases} \frac{10}{x-2} + \frac{3}{y-5} = 3 & \dots (1) \\ \frac{4}{x-2} - \frac{9}{y-5} = -\frac{11}{5} & \dots (2) \end{cases}$$

Además se sabe que por cada 2 kilos de manzana se obtenían 5 tartaletas. ¿Cuántas logró recaudar si cada tartaleta tenía un costo de 2 soles?

Resolución:



$$\begin{aligned} & \left(\frac{10}{x-2} + \frac{3}{y-5} = 3 \right) \times 3 \quad \rightarrow \quad \frac{30}{x-2} + \frac{9}{y-5} = 9 \\ & \left(\frac{4}{x-2} - \frac{9}{y-5} = -\frac{11}{5} \right) \times 1 \quad \rightarrow \quad \frac{4}{x-2} - \frac{9}{y-5} = -\frac{11}{5} \end{aligned}$$

$$\frac{34}{x-2} = \frac{34}{5}$$

$$x = 7$$

$$y = 8$$

$\rightarrow 7 \times 8 = 56$ kilos de manzana

2 kilos de manzana son 5 tartaletas

56 kilos de manzana son 140 tartaletas

Recaudo 280 soles