GEOMETRÍA

Tomo 8

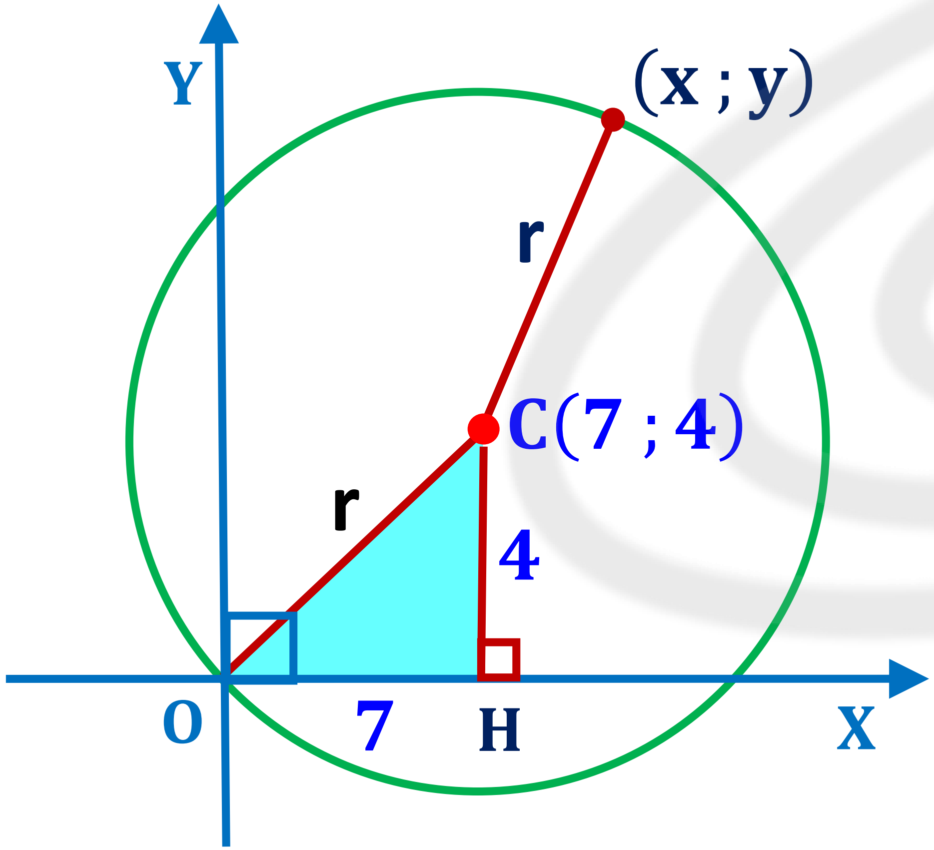
5th
SECONDARY

RETROALIMENTACIÓN

SACO OLIVEROS

1. Halle la ecuación ordinaria de una circunferencia, cuyo centro es el punto C(7 ; 4) y pasa por el origen de coordenadas.

Resolución



- **Piden:** La ecuación ordinaria de la circunferencia

- **Teorema de Pitágoras.** $(7)^2 + (4)^2 = r^2$

$$\sqrt{65} = r$$

- **Calculando la ecuación ordinaria**

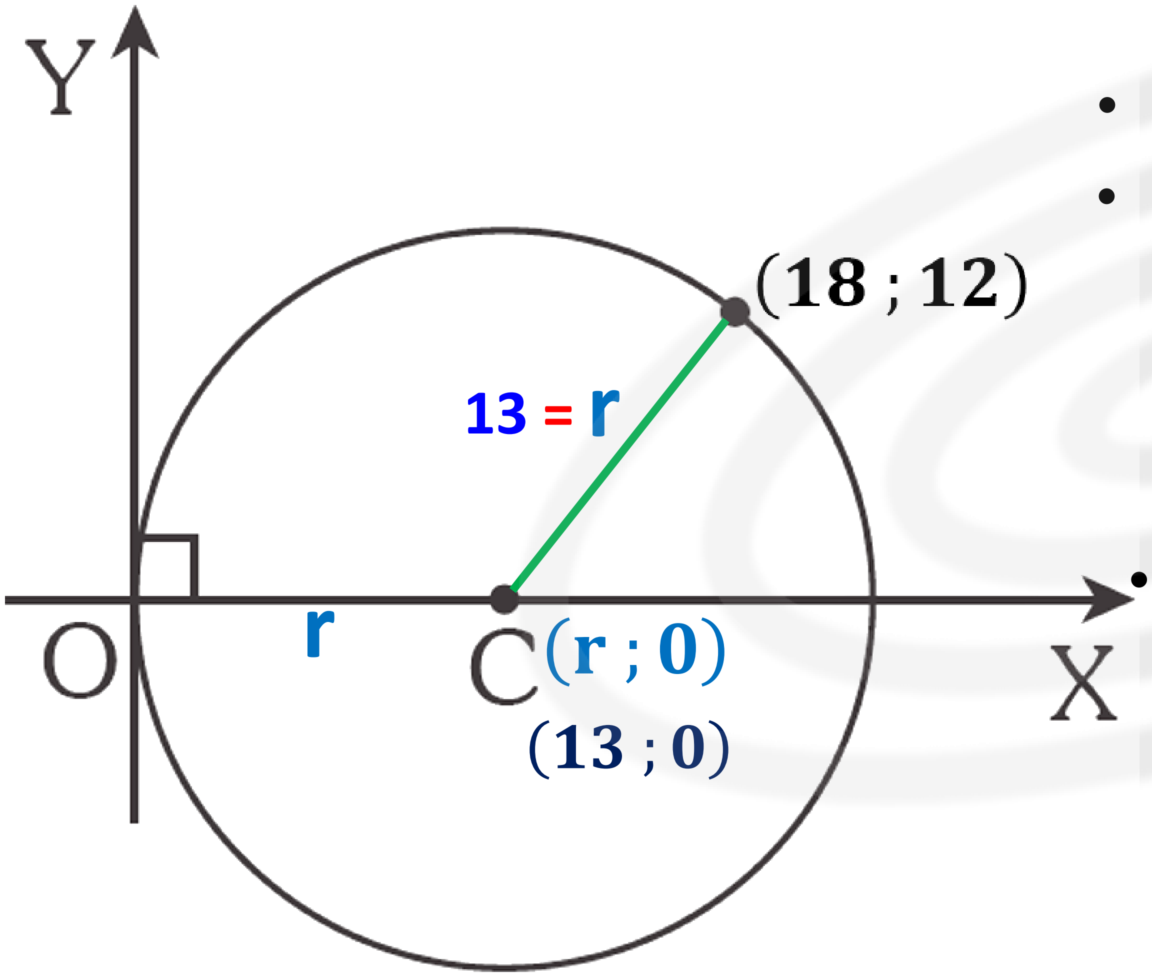
$$\boxed{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

$$(x-7)^2 + (y-4)^2 = \left(\sqrt{65}\right)^2$$

$$\boxed{(x-7)^2 + (y-4)^2 = 65}$$

2. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia, si C es su centro.

Resolución



- **Piden:** La ecuación ordinaria de la circunferencia
- **Se observa:** $h = r$ y $k = 0$
- **Por distancia entre 2 puntos.**

$$(18 - r)^2 + (12 - 0)^2 = r^2$$
$$324 - 36r + \cancel{r^2} + 144 = \cancel{r^2}$$
$$468 = 36r$$
$$13 = r$$

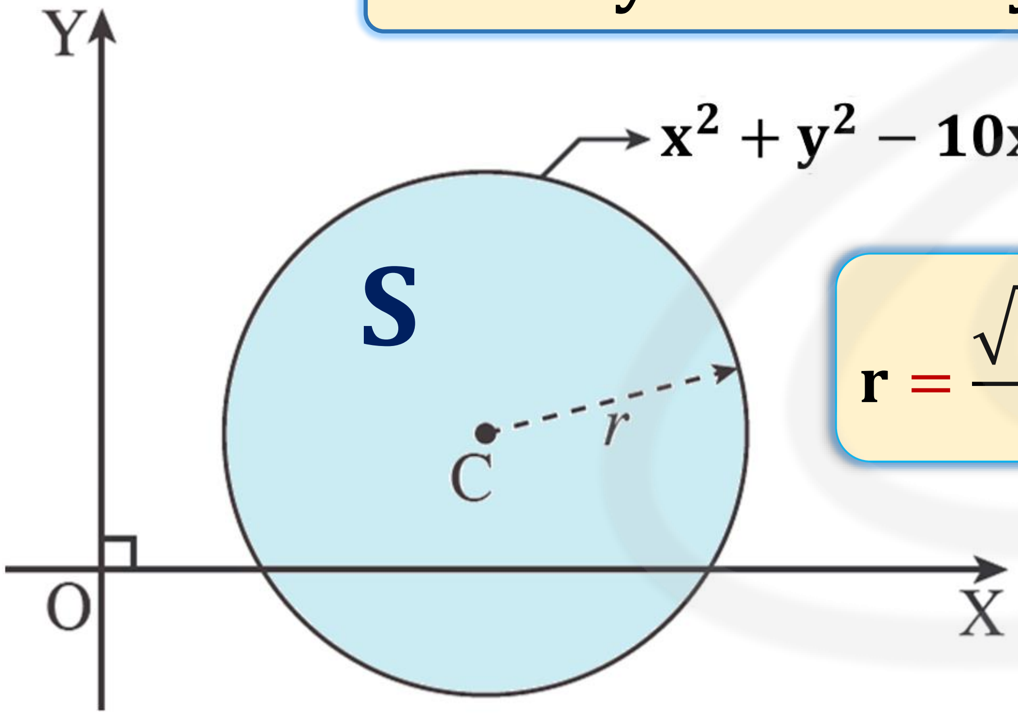
- **Calculando la ecuación ordinaria**

$$\boxed{(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2}$$
$$(x - 13)^2 + (y - 0)^2 = (13)^2$$
$$\boxed{(x - 13)^2 + y^2 = 169}$$

3. Calcule el área del círculo limitado por la circunferencia mostrada.

Resolución

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$



$x^2 + y^2 - 10x - 4y + 20 = 0$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

- Piden: S $\qquad S = \pi . r^2$ ... (1)
- Reemplazando al teorema :

$$r = \frac{\sqrt{(-10)^2 + (-4)^2 - 4(20)}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{100 + 16 - 80}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2}$$

$r = 3$ ... (2)

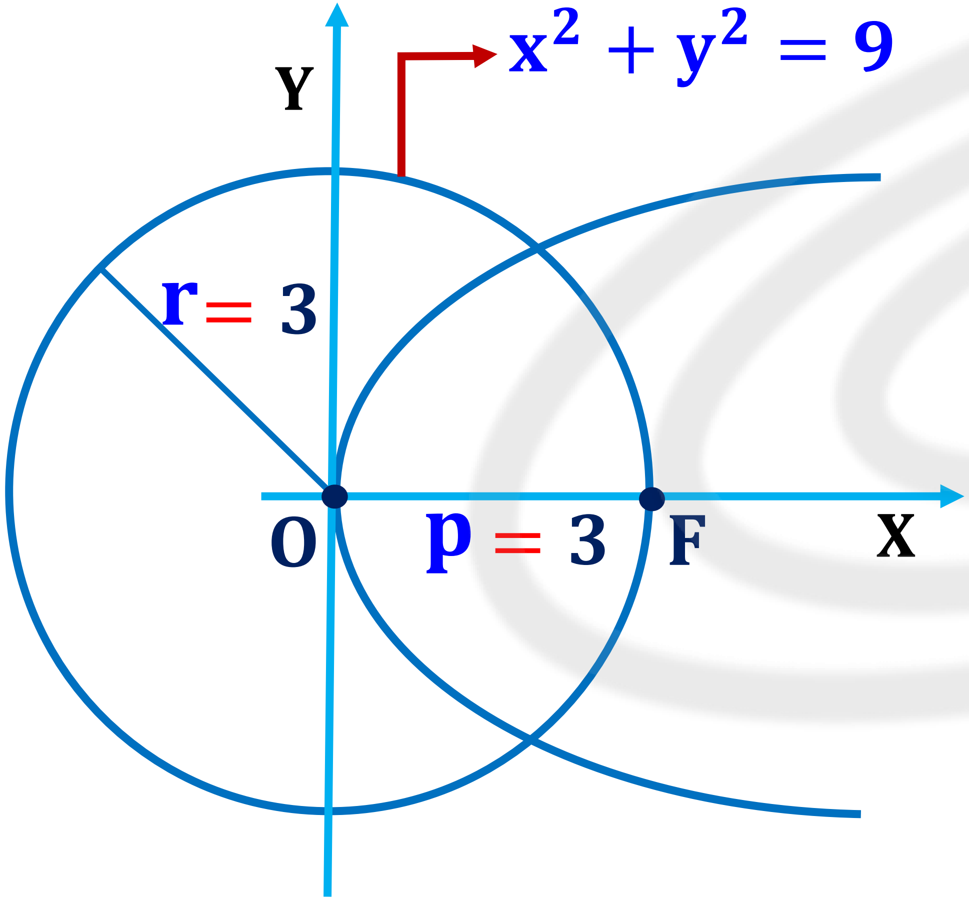
- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \pi . 3^2$$

$$S = 9\pi\ u^2$$

4. En la figura, la ecuación de la circunferencia de centro O es $x^2 + y^2 = 9$, F es el foco de la parábola y O su vértice. Halle la ecuación de la parábola.

Resolución



- Piden: La ecuación de la parábola

$$y^2 = 4px$$

- Por la ecuación canónica de la circunferencia

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad \Rightarrow \quad r = 3$$

- Del gráfico: $p = 3$
- Remplazando en la ecuación:

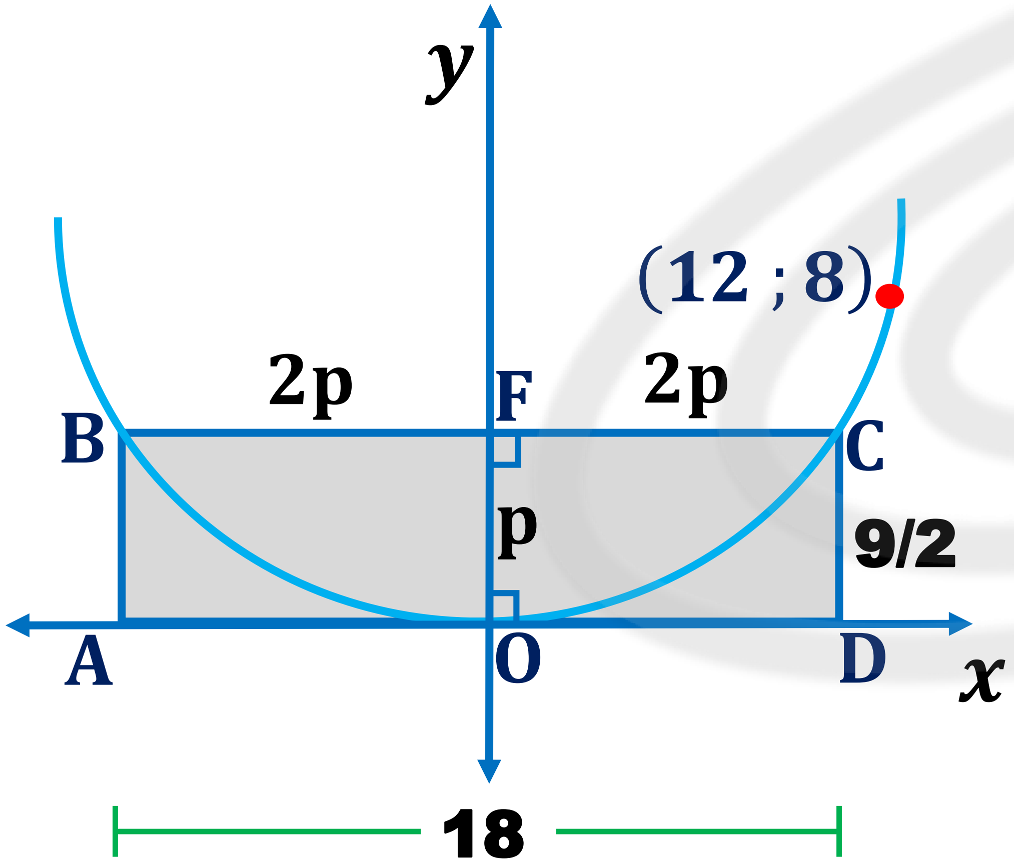
$$y^2 = 4(3)x$$

$$\boxed{y^2 = 12x}$$

5. Calcule el área de la región rectangular ABCD, si F es foco de la parábola.

Resolución

$\overline{BC}$: Lado recto.



- Piden: S_{ABCD}

$$x^2 = 4py$$

- Remplazando el par ordenado (12 ; 8) en la ecuación:

$$(12)^2 = 4p(8)$$

$$144 = 32p \Rightarrow \boxed{p = 9/2}$$

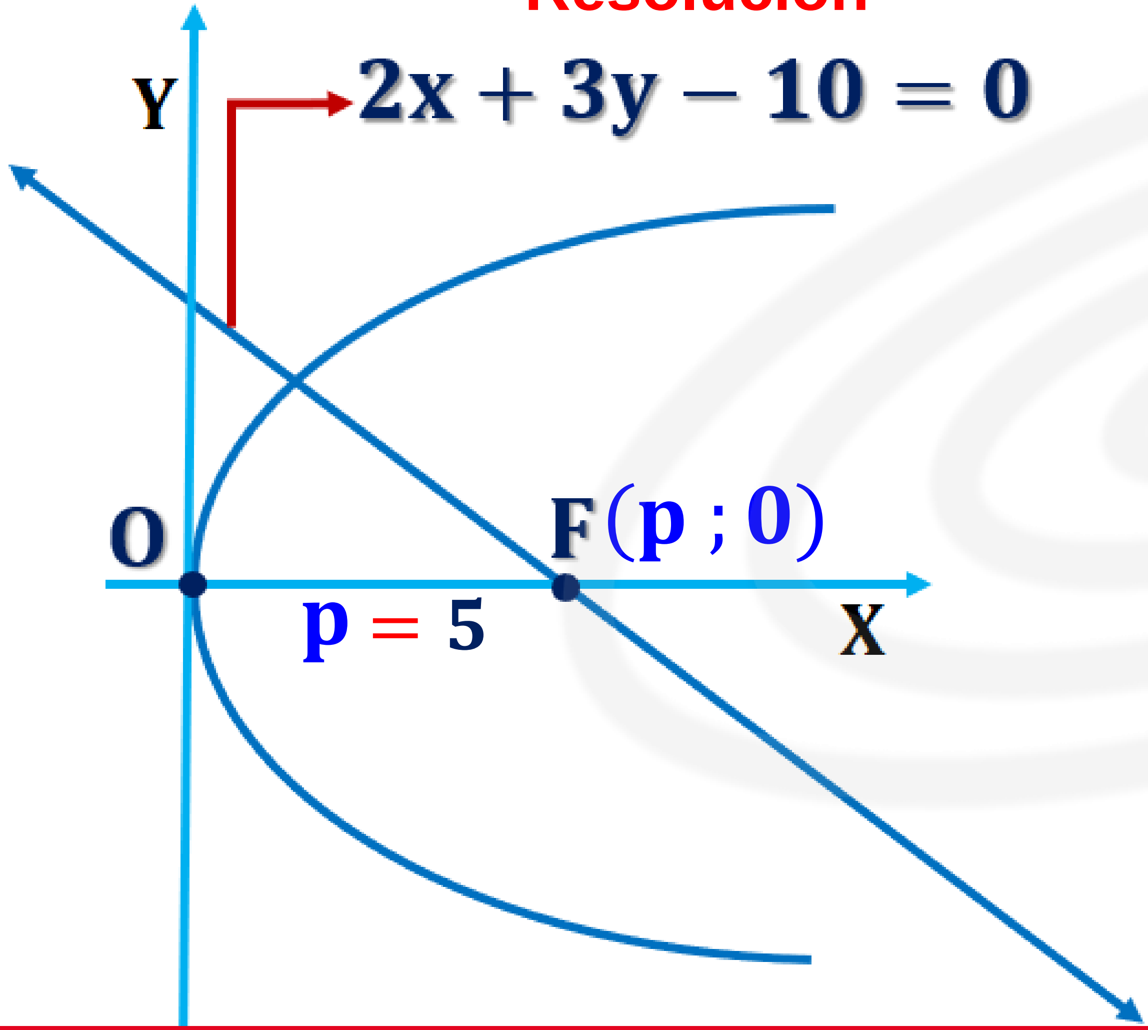
- Calculando el área:

$$S_{ABCD} = (\overset{9}{\cancel{18}})\left(\frac{9}{\cancel{2}}\right)$$

$$\boxed{S_{ABCD} = 81\ u^2}$$

6. En la figura, F es el foco de la parábola y O su vértice. Halle la ecuación de la parábola.

Resolución



- Piden: La ecuación de la parábola

$$y^2 = 4px$$

- Reemplazando el par ordenado a la ecuación de la recta:

$$2p + 3(0) = 10$$

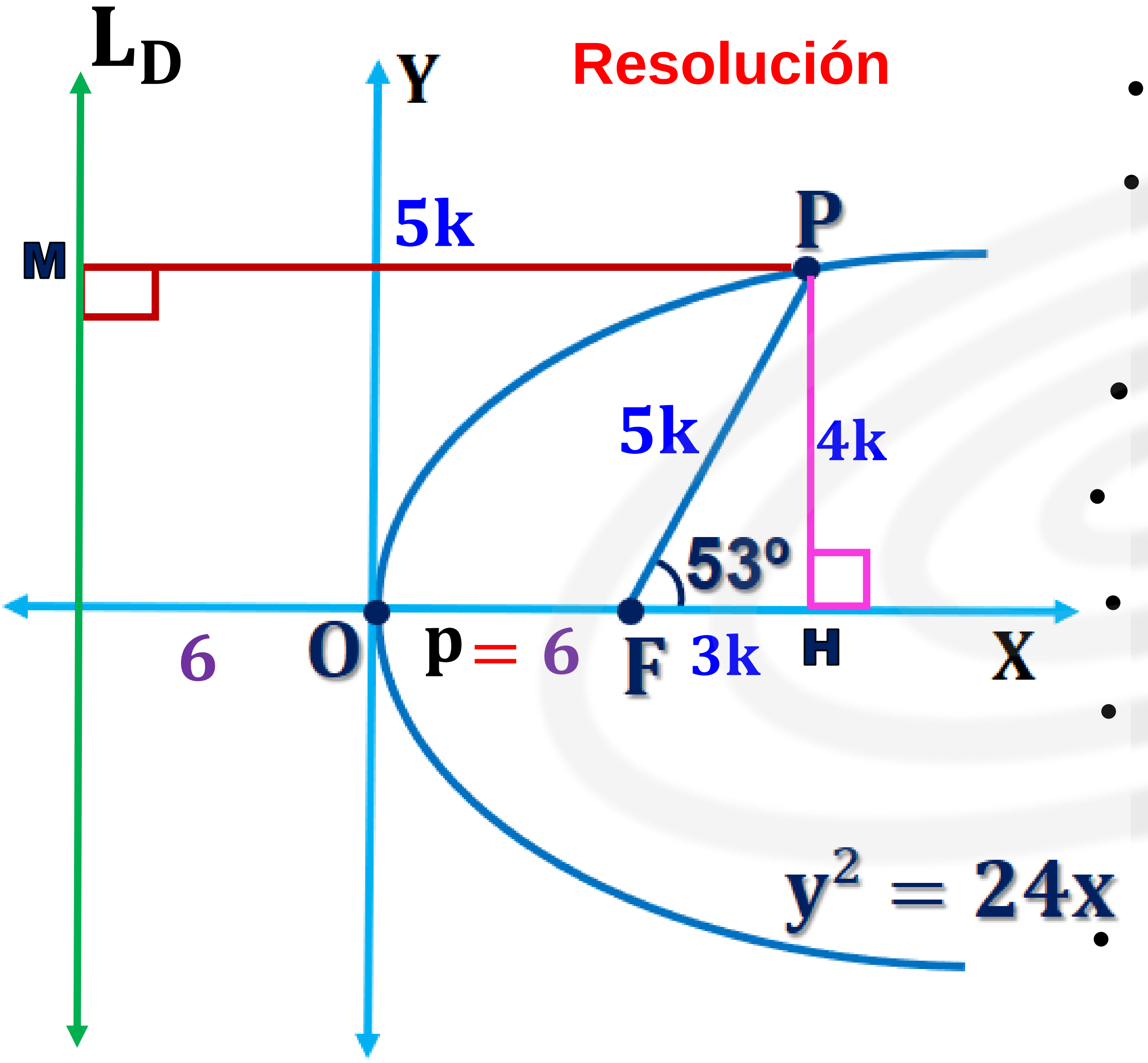
$$2p = 10 \qquad \boxed{p = 5}$$

- Remplazando en la ecuación:

$$y^2 = 4(5)x$$

$$\boxed{y^2 = 20x}$$

7. En la figura, F es el foco de la parábola y O su vértice. Halle el valor de PF.



Resolución

- Piden: PF
- La ecuación de la parábola:

$y^2 = 4px \Rightarrow 24\cancel{x} = 4p\cancel{x}$ $\boxed{p = 6}$

- Se traza $\overline{PH} \perp \overleftrightarrow{X}$.
- ◺ PHF : Notable de 37° y 53°
- Trazando la directriz L_D :
- Del gráfico: $5k = 6 + 6 + 3k$

$2k = 12$

$k = 6$

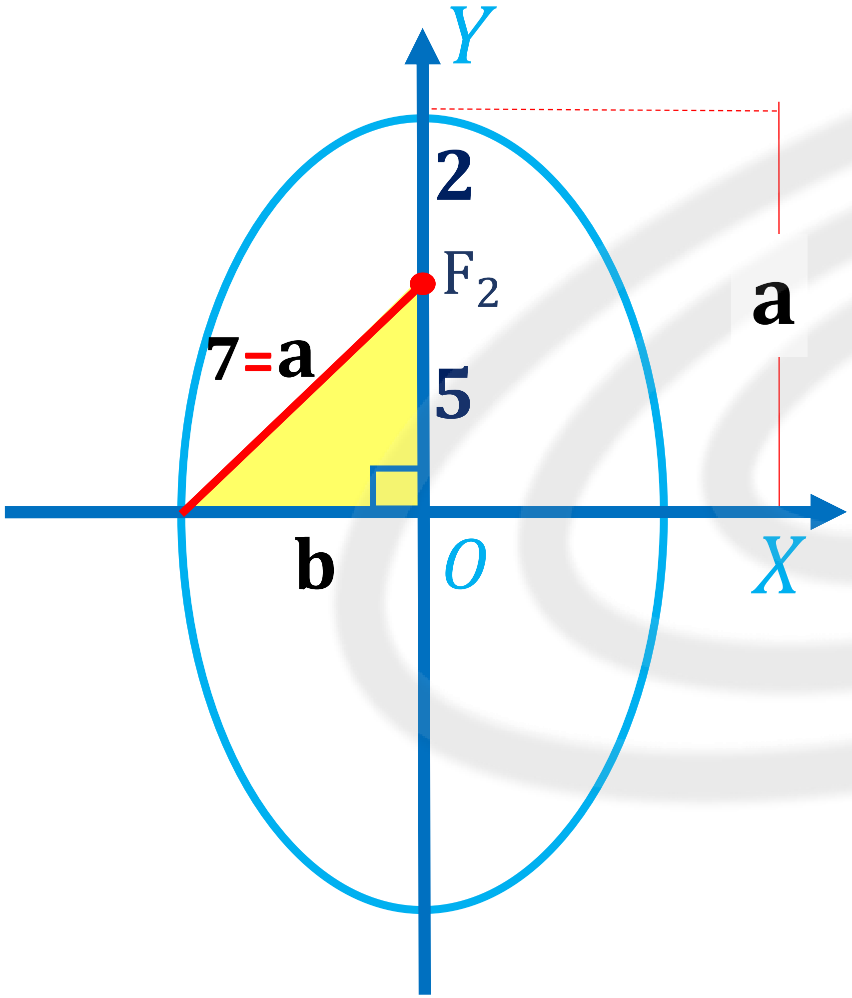
- Reemplazando:

$PF = 5(6)$

$\boxed{PF = 30}$

8. Halle la ecuación de la elipse de foco F_2.

Resolución



- Piden: La ecuación de la elipse.

$$\boxed{\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1} \qquad a=7$$

- Por teorema de Pitágoras.

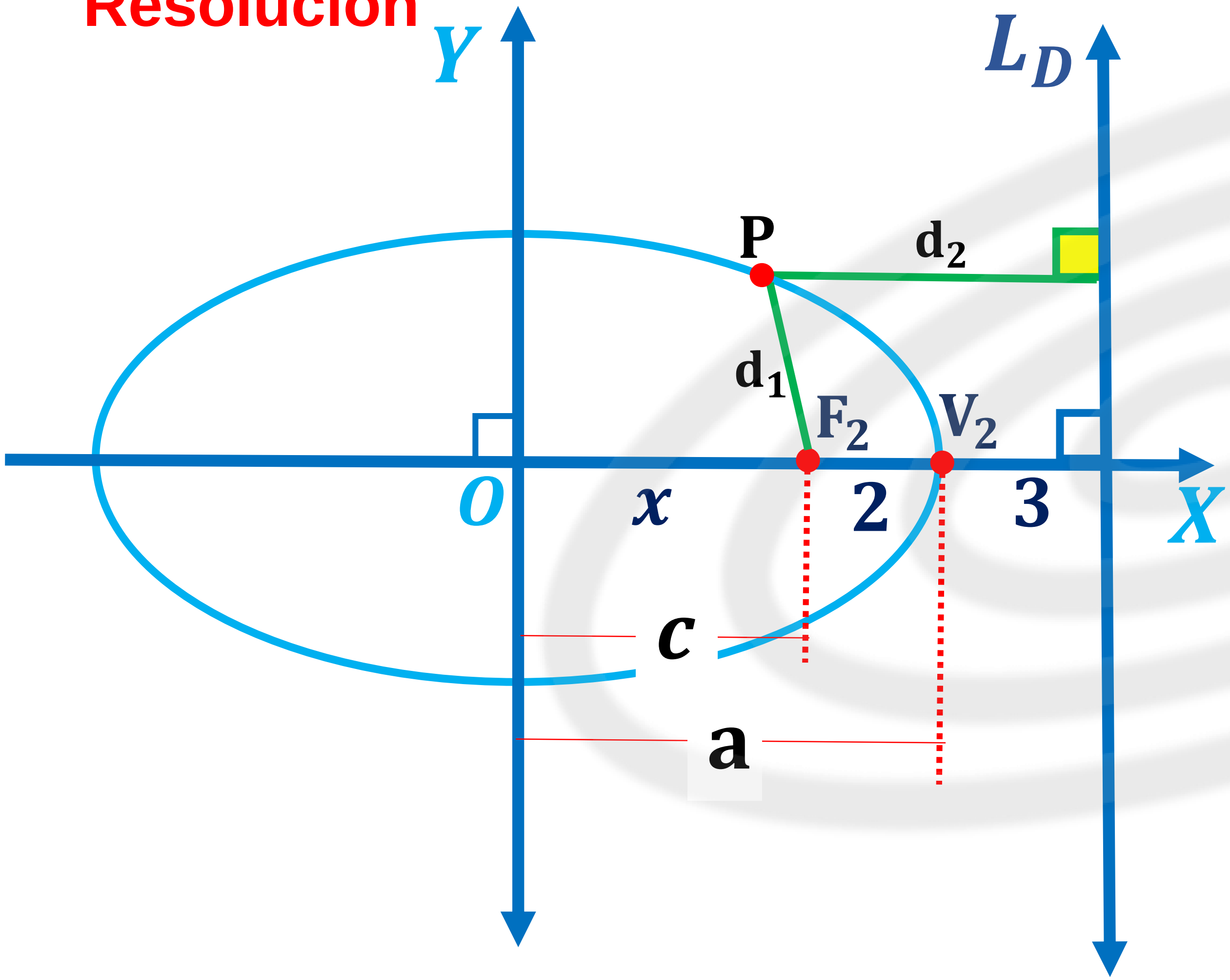
$$5^2+b^2=7^2 \qquad b^2=24$$

- Remplazando.

$$\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{7^2}=1 \qquad \boxed{\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{49}=1}$$

9. Halle el valor de x, si en la elipse: F_2 es foco y L_D es directriz.

Resolución



- Piden: x.
- Por excentricidad:

$$\boxed{e = \frac{c}{a}} \qquad \boxed{e = \frac{d_1}{d_2}}$$

- Remplazando.

$$e = \frac{x}{x+2} \quad \Big| \quad e = \frac{2}{3}$$

- Igualando.

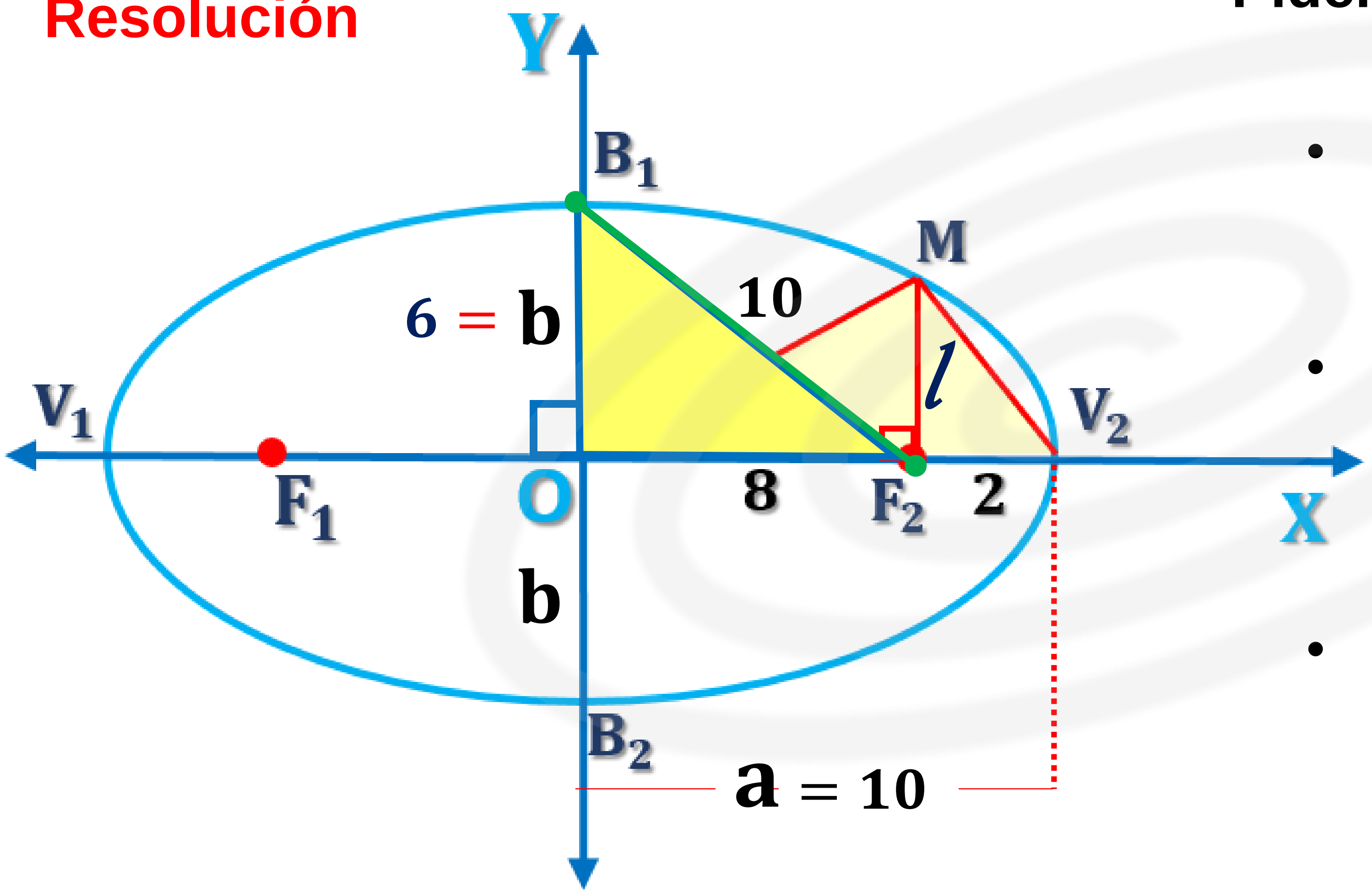
$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 2x + 4$$

$$\boxed{x = 4}$$

10. Calcule el área de la región sombreada, si F_1 y F_2 son focos de la elipse.

Resolución



- **Piden: S.**

$$S = \frac{1}{2}(10)(l) \quad \text{... (1)}$$

- **Por teorema de Pitágoras:**

$$b^2 + 8^2 = 10^2$$

$$b = 6$$

- **Por teorema:**

$$l = \frac{b^2}{a} = \frac{6^2}{10}$$

$$l = 3,6 \quad \text{... (2)}$$

- **Reemplazando 2 en 1.**

$$S = \frac{1}{2}(10)(3,6)$$

$$\boxed{S = 18\ u^2}$$