



ARITHMETIC

Chapter 6

4th of Secondary

ADICION Y SUSTRACCION



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

Resuelva la siguiente operación

$$1+1+2+4+3+9+4+16+\dots+10+100$$



En cuanto
tiempo puedes
resolverlo.



1

ADICIÓN

$$S = a + b$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{\curvearrowright} \overset{1}{\curvearrowright} \quad \leftarrow \text{lleva} \\
 241_{(7)} + \\
 345_{(7)} \\
 516_{(7)} \\
 \hline
 1435_{(7)}
 \end{array}$$

En otras bases

Orden 1

$$(1+5+6)=12=\textcircled{1} \times 7+5$$

Orden 2

$$(1+4+4+1)=10=\textcircled{1} \times 7+3$$

Orden 3

$$(1+2+3+5)=11=\textcircled{1} \times 7+4$$



Formulas notables (\mathbb{Z}^+)

A

Suma de primeros números enteros positivos

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + \underline{n}$$

Último término

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejm

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 45$$

$n = 45$

$$S = \frac{45(46)}{2} = 1035$$



B Suma de primeros números pares

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + (2n)$$

Último término

$$S = n(n+1)$$

Ejm

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 64$$

$$2n = 64$$

$$n = 32$$

$$S = 32(33) = 1056$$

C Suma de primeros números impares

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$$

Último término

$$S = n^2$$

Ejm

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 59$$

$$(2n-1) = 59$$

$$n = 30$$

$$S = 30^2 = 900$$



D

Suma de primeros números al cuadrado

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \underbrace{n^2}_{\text{Último término}}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ejm

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 22^2$$

$$n^2 = 22^2$$

$$n = 22$$

$$S = \frac{22(23)(45)}{6} = 3795$$

E

Suma de primeros números al cubo

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \underbrace{n^3}_{\text{Último término}}$$

$$S = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

Ejm

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3$$

$$n^3 = 15^3$$

$$n = 15$$

$$S = \left[\frac{15(16)}{2} \right]^2 = 14400$$



2

SUSTRACCIÓN

Es la operación inversa a la adición, dados dos números enteros llamados minuendo (M) y sustraendo (S), nos permite encontrar un tercer número llamado diferencia (D).

En otras bases

Ejm

$$65 - 38 = 27$$

$$M - S = D$$

$$\begin{array}{r} +8 \quad +8 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ 562_{(8)} - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 376_{(8)} \\ \hline 164_{(8)} \end{array}$$

Orden 1 $(8 + 2) - 6 = 4$

Orden 2 $(8 + 5) - 7 = 6$

Orden 3 $4 - 3 = 1$



Propiedades

1

Suma de los términos

Ejm 1

- En la siguiente sustracción

$$65 - 28 = 37$$

- Si sumamos los términos

$$65 + 28 + 37 = 130 = 2(65)$$

- En general:

$$M + S + D = 2M$$

2

Resta notable

Ejm 2

En base 10

$$\begin{array}{r} 762 - \\ 267 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$4 + 5 = 9 = 10 - 1 \quad \wedge \quad 1 + 5 = 6 = 7 - 1$$

- En general:

$$\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$$

$$x + z = y = n - 1$$

$$a - c = x + 1$$

En base 7

$$\begin{array}{r} 634_{(7)} - \\ 436_{(7)} \\ \hline 165_{(7)} \end{array}$$




Complemento aritmético (CA)

Ejm 1

$$CA(74) = 100 - 74 = 26$$

Luego:

$$CA(N)_{(n)} = 100 \dots 0_{(n)} - N_{(n)}$$


 "K" ceros

K = cantidad de cifras de N

FORMA PRÁCTICA

$$CA(\overset{9}{4}\overset{9}{5}\overset{10}{8}) = 542$$

$$CA(\overset{6}{2}\overset{6}{6}\overset{7}{3}_{(7)}) = 404$$



La suma de los tres términos de una sustracción es 1784. Si el sustraendo es el CA del minuendo, halle el valor de la diferencia.

Resolution:

$$\begin{aligned} M + S + D &= 1784 \\ 2M &= 1784 \\ M &= 892 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S &= CA(M) = CA(892) \\ S &= 108 \\ \therefore M - S &= D \\ 892 - 108 &= \end{aligned}$$

RPTA: **784**



2

Se cumple que

$$\overline{ab3b} + \overline{(a+1)b4b} + \dots + \overline{(a+1)b9b} = \overline{\dots bc69}.$$

Calcule $a+b+c$.

Resolution:

$$\begin{array}{r} a \quad b3b \\ \hline (a+1)b4b \\ \vdots \\ (a+1)b9b \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} + \\ 7 \text{ SUMANDOS} \end{array}$$

U: $7b \equiv \dots 9 \Rightarrow b \equiv 7$

D: $3+4+5+\dots+9 + 4 = 46$

C: $\underbrace{7 \times 7 + 4}_{53} = \dots c \Rightarrow c = 3$

UM: $7a + 21 + 5 = \dots 7 \Rightarrow a = 3$

RPTA:

13

3

Halle N máximo si se cumple que $1+2+3+4+\dots+N = \overline{mpmp}$

Recordemos

$$\begin{aligned}\overline{mpmp} &= \overline{mp} \times 10^2 + \overline{mp} \\ &= 101\overline{mp}\end{aligned}$$

Resolution:

$$\begin{aligned}\frac{1+2+3+\dots+N}{2} &= \overline{mpmp} \\ \frac{N(N+1)}{2} &= 101\overline{mp} \\ N(N+1) &= 2 \times 101 \times \overline{mp} \\ &= 2 \times \overline{mp} \times 101 \\ \underline{N(N+1)} &= \underline{101} \times 102 \\ \Rightarrow N = 101 \quad \wedge \quad \overline{mp} &= 51\end{aligned}$$

RPTA: **101**



Si

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 2pn$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 1049$$

Efectúe $Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$

Resolution:

$$\begin{array}{rclcl} \overline{abc} & - & \overline{cba} & = & 297 \\ \overline{abc} & + & \overline{cba} & = & 1049 \\ \hline & & 2 \overline{abc} & = & 1346 \\ & & \overline{abc} & = & 673 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{cba} \\ \hline \overline{2pn} \end{array}$$

Piden:

$$Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$$

$$Q = \frac{376}{9 - 7} = 188$$

RPTA: **188**



Si el CA $(\overline{a2b7}) = \overline{4c8d}$, halle el valor del CA de $a + b + c + d$.

Resolution:

$$\text{CA}(\overline{a2b7}) = \overline{4c8d}$$

Piden:

CA(16) =

$$\begin{array}{llll} 9 - a = 4 & 9 - 2 = c & 9 - b = 8 & 10 - 7 = d \\ a = 5 & 7 = c & b = 1 & 3 = d \end{array}$$

RPTA:

84



6

El mes pasado, Cecilia recibió un salario de S/ \overline{abc} y los gastos que realizó en dicho mes fueron de S/ \overline{bcb} por lo que en dicho mes ahorró S/ $\overline{b(b+c)2}$. Si este mes recibe el mismo salario y piensa gastar S/ 76 más que el mes anterior, ¿cuál es el ahorro que tendrá este mes?

Resolution:

$$\begin{array}{r} \text{Dato: } \overline{abc} - \\ \quad \overline{bcb} \\ \hline \overline{b(b+c)2} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} c & - & b & = & 2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ 5 & & 3 & & \end{array}$$

Observa que $b + c$ es como máximo 9

Ahorra: s/. 382

piensa gastar S/ 76 más que el mes anterior

**el ahorro
que tendrá = 382 - 76
este mes**

RPTA: **306**

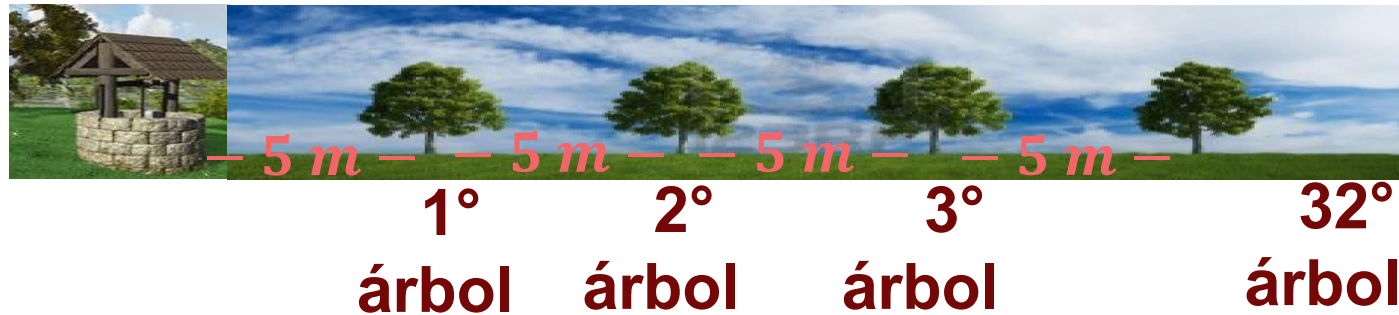


7

El guardián de un pozo ha plantado a partir del pozo cada 5 m y en una misma dirección un total de 32 árboles, y solo puede sacar agua del pozo para el riego de un solo árbol. ¿Cuánto tiene que recorrer diariamente para regar los 32 árboles?

Resolution:

Gráficamente



$$S = 10 + 20 + 30 + \dots + 320$$

$$S = 10 (1 + 2 + 3 + \dots + 32)$$

$$S = 10 \left[\frac{(32)(33)}{2} \right]$$

RPTA: **5280 m**