

TRIGONOMETRY

Chapter 5



**Identidades Trigonométricas
Fundamentales**



TRIGONOMETRY

índice

01. Motivating Strategy >

03. Helico Practice >

02. Helico Theory >

04. Helico Workshop >



LOS GEMELOS IDÉNTICOS



Play

**MOTIVATING
STRATEGY**

Material Digital

Resumen



HELICO THEORY

¿ QUÉ ES UNA IDENTIDAD TRIGONOMÉTRICA ?

Son igualdades en donde intervienen las razones trigonométricas, las cuales se verifican para todo valor admisible de la variable angular; es decir donde las razones trigonométricas estén definidas.

La identidad pitagórica $\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$ se cumple para todo valor que tome el ángulo θ .

*Si $\theta = 60^\circ$, entonces:

$$\text{sen}^2 60^\circ + \text{cos}^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

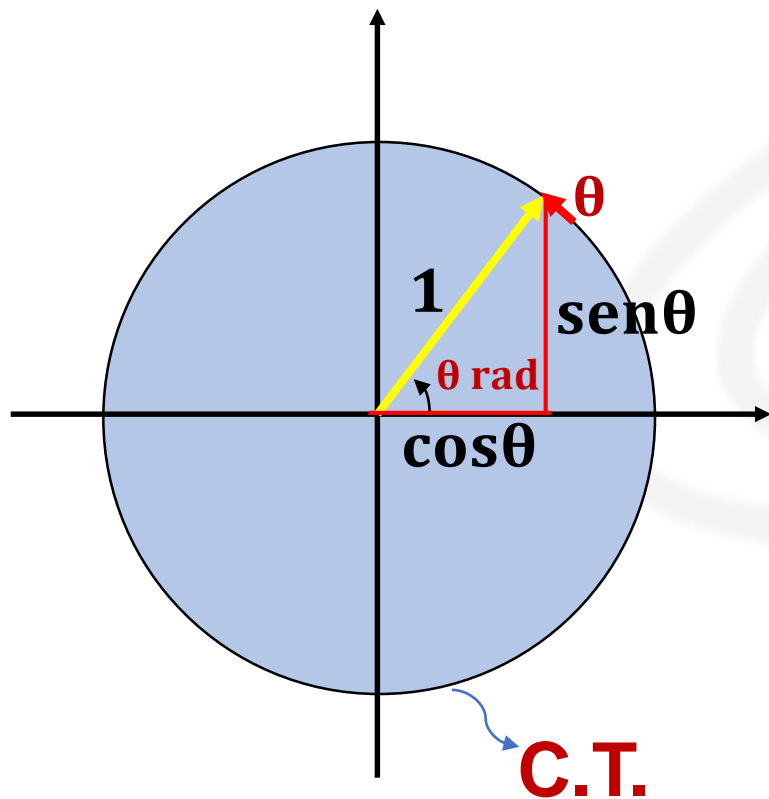
*Si $\theta = 45^\circ$, entonces:

$$\text{sen}^2 45^\circ + \text{cos}^2 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{2+2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Se observa que sea cual sea el valor que toma θ , siempre el resultado es 1.

EXPLICACIÓN :

De la circunferencia trigonométrica se tiene:



En la C.T. se demuestra que :

$$\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$$

$$\text{sec}^2\theta - \text{tan}^2\theta = 1$$

$$\text{csc}^2\theta - \text{cot}^2\theta = 1$$

Estas son llamadas
Identidades Pitagóricas

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

A) Identidades Recíprocas :

$$\text{sen}x \cdot \text{csc}x = 1$$

$$\text{cos}x \cdot \text{sec}x = 1$$

$$\text{tan}x \cdot \text{cot}x = 1$$

B) Identidades Por División :

$$\text{tan}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$$

$$\text{cot}x = \frac{\text{cos}x}{\text{sen}x}$$

C) Identidades Pitagóricas :

$$\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 1$$

$$\text{sec}^2x - \text{tan}^2x = 1$$

$$\text{csc}^2x - \text{cot}^2x = 1$$





Resolución de Problemas

Problema 01 >

Problema 02 >

Problema 03 >

Problema 04 >

Problema 05 >

HELICO PRACTICE

Problema 01 >

Resolución

1. Reduzca



$$A = \text{sen}x \cdot \text{cos}x \cdot \text{cot}x \cdot \text{csc}x \cdot \text{sec}x$$

Resolución

$$A = \overbrace{\text{sen}x \cdot \text{cos}x}^1 \cdot \overbrace{\text{cot}x \cdot \text{csc}x}^1 \cdot \text{sec}x$$

$$A = (1)(1)\text{cot}x$$

$$A = \text{cot}x$$

Identidades Recíprocas :

Recordar :

$$\text{sen}x \cdot \text{csc}x = 1$$

$$\text{cos}x \cdot \text{sec}x = 1$$

$$\text{tan}x \cdot \text{cot}x = 1$$

Problema 02 >

2. Reduzca :

$$A = \text{sen}x \cdot \cot x + \cos x \cdot \tan x - \text{sen}x$$

Resolución

$$A = \text{sen}x \cdot \cot x + \cos x \cdot \tan x - \text{sen}x$$

$$A = \cancel{\text{sen}x} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{\text{sen}x}} + \cos x \cdot \frac{\cancel{\text{sen}x}}{\cancel{\cos x}} - \text{sen}x$$

$$A = \cos x + \text{sen}x - \text{sen}x$$

$$A = \cos x$$

Resolución

Recordar :
Identidades
por División :

$$\tan x = \frac{\text{sen}x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\text{sen}x}$$

Problema 03 >

Resolución



3. Simplifique :

$$A = (1 + \cot^2 x)(1 - \cos^2 x)$$

Resolución

$$A = (1 + \cot^2 x)(1 - \cos^2 x)$$

$$A = (\csc^2 x)(\sin^2 x)$$

$$A = (\sin x \cdot \csc x)^2$$

$$A = (1)^2 \rightarrow A = 1$$

Recordar :

Identidades Pitagóricas :

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sec^2 x - \tan^2 x = 1$$

$$\csc^2 x - \cot^2 x = 1$$

Identidades Recíprocas :

$$\sin x \cdot \csc x = 1$$

$$\cos x \cdot \sec x = 1$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

Problema 04 >

4.

Giomar ha ido a devolver una prenda que su hermano Julio compró para él, pero que no le quedaba; luego Julio le preguntó cuánto de pasaje gastó, a lo que éste le respondió :

“ $2B \tan x$ ” soles.

Determine la cantidad que Giomar gastó en su pasaje si :

$$B = \cot x + \frac{\csc x}{\sec x}$$



Resolución

$$B = \cot x + \frac{\csc x}{\sec x}$$

$$B = \cot x + \frac{\frac{1}{\sin x}}{\frac{1}{\cos x}}$$

$$B = \cot x + \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$B = \cot x + \cot x$$

$$B = 2 \cot x$$

$$2B \tan x = 2 \cdot 2 \cot x \cdot \tan x$$

$$2B \tan x = 4 (1)$$

$$2B \tan x = 4$$

\therefore Giomar gastó 4 soles en su pasaje.

Problema 05 >

5.

Pablo llevó su moto a arreglar y luego que el mecánico la revisó, le preguntó cuánto era el costo... a lo que el mecánico le respondió : “ $800A \tan x$ ” soles.

Determine el costo del arreglo, si :

$$A = \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^3 x}{\operatorname{cos} x - \operatorname{cos}^3 x}$$



Resolución

$$A = \frac{\operatorname{sen} x (1 - \operatorname{sen}^2 x)}{\operatorname{cos} x (1 - \operatorname{cos}^2 x)} = \frac{\operatorname{sen} x (\operatorname{cos}^2 x)}{\operatorname{cos} x (\operatorname{sen}^2 x)}$$

$$A = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x} \quad \rightarrow \quad A = \cot x$$

$$800A \tan x = 800 \cdot \cot x \cdot \tan x$$

$$800A \tan x = 800 (1) = 800$$

∴ El arreglo costó 800 soles.



Problemas Propuestos

Problema 06 ➤

Problema 07 ➤

Problema 08 ➤

Problema 09 ➤

Problema 10 ➤

HELICO WORKSHOP

Problema 06 >



Simplifique

$$A = \csc x \cdot \tan x \cdot \sec x \cdot \cos x$$

- A) $\sec x$
- B) $\tan x$
- C) $\cos x$
- D) $\cot x$
- E) 1

Problema 07 >



Simplifique

$$A = \sec x \cdot \sec x + \csc x \cdot \cos x - \tan x$$

- A) $\cos x$
- B) $\sec x$
- C) $\tan x$
- D) $\cot x$
- E) 0

Problema 08 >



Reduzca

$$A = \cos x \cdot \tan x + \sec x \cdot \cot x - \cos x$$

- A) $\sec x$
- B) $\cos x$
- C) $\tan x$
- D) $\cot x$
- E) $\sec x$

Problema 09 >

Félix quiere estudiar una segunda carrera en la Universidad de Lima y averiguó que tendrá que pagar una mensualidad de “ $100(B + 15)$ ” soles. Calcular la cantidad de soles que pagará Félix, si :

$$B = \tan x - \frac{\sec x}{\csc x}$$

- A) 1700 soles
- B) 1500 soles
- C) 1800 soles
- D) 1600 soles
- E) 2500 soles

Problema 10 >

Santiago está haciendo su presupuesto mensual para los gastos de su alimentación y pasajes hacia su trabajo.- Él concluye que por día necesitará “ $10B \cos^2 x$ ” soles. Calcule el presupuesto mensual si el mes tiene 30 días, además:

$$B = \frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x}$$

- A) 600 soles
- B) 20 soles
- C) 300 soles
- D) 40 soles
- E) 250 soles