



ALGEBRA

CHAPTER 13

5th OF
SECONDARY



**DESIGUALDADES E
INECUACIONES RACIONALES**

 **SACO OLIVEROS**



El costo de una lavadora LG de 11Kg de capacidad cuesta $8T$ soles ,donde T está dado por el producto de los valores enteros de resolver la siguiente inecuación:

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

¿Cuál es el costo de dicha lavadora?

RPTA: S/960

HELICO --- THEORY



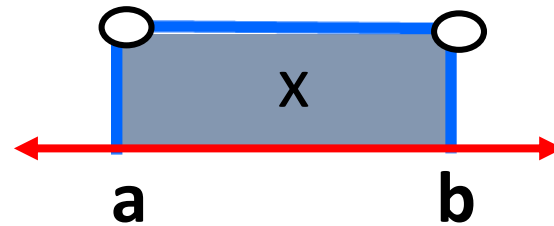
DESIGUALDADES E INECUACIONES RACIONALES

1) INTERVALOS

Pueden ser: **Acotados** y **No Acotados**

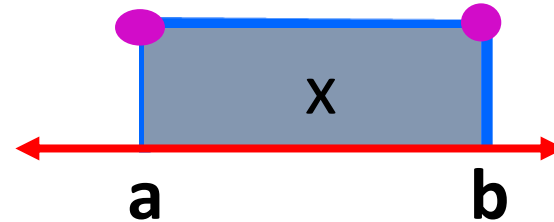
INTERVALO ACOTADO :

Intervalo Abierto



$$]a;b[= \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$

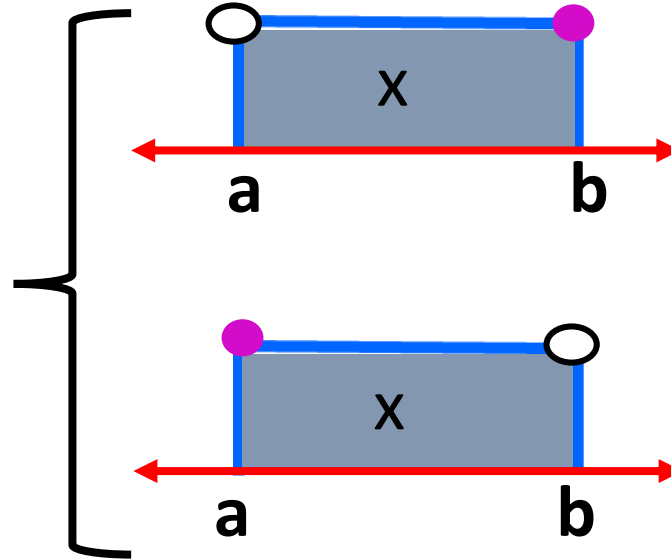
Intervalo Cerrado



$$[a;b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$$



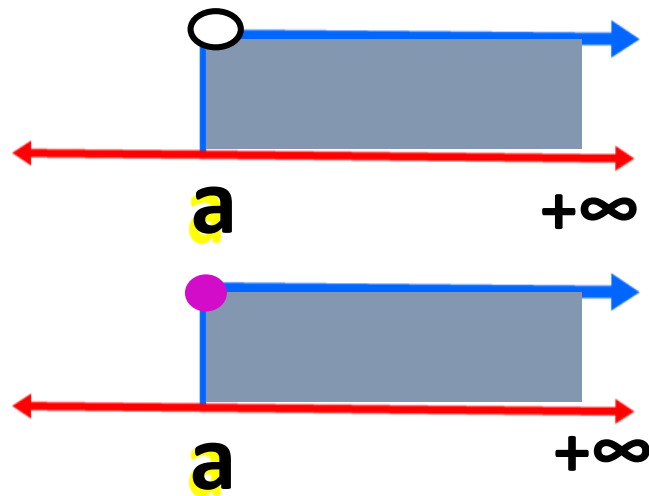
Intervalos Semiabiertos



$$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$

$$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$$

INTERVALOS NO ACOTADO :



$$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$

$$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$



$$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$$



$$(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$$

2) PROPIEDADES DE DESIGUALDADES

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, m > 0$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow am > bm$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow \frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, m < 0$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow am < bm$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow \frac{a}{m} < \frac{b}{m}$$

Si **a** y **b** tienen el mismo signo, además:

$$a < x < b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}$$



3) INECUACIÓN DE PRIMER GRADO

Son inecuaciones que se reducen a la forma:

$$ax + b > 0 \quad ; a \neq 0$$

$$ax + b < 0 \quad ; a \neq 0$$

a) Resuelva:

$$(x + 4)^2 \leq (x+2)(x+5)$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + 8x + 16 \leq \cancel{x^2} + 7x + 10$$

$$\Rightarrow 8x + 16 \leq 7x + 10$$

$$\Rightarrow x \leq -6$$



$$CS = < -\infty; 6]$$



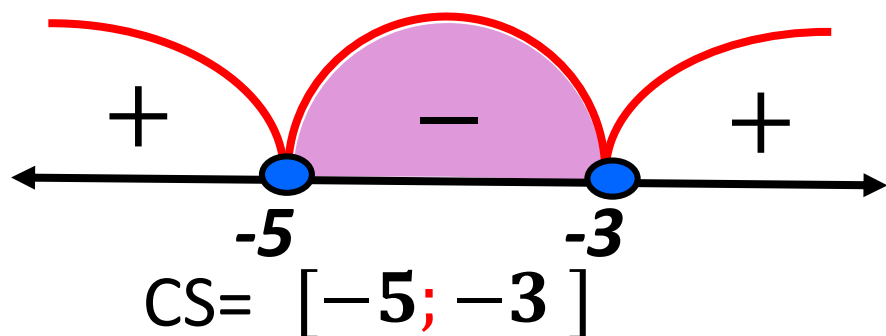
4) INECUACIONES CUADRÁTICAS

a) Resuelva:

$$x^2 + 8x + 15 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x + 5) \leq 0$$

Puntos críticos: $\begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$

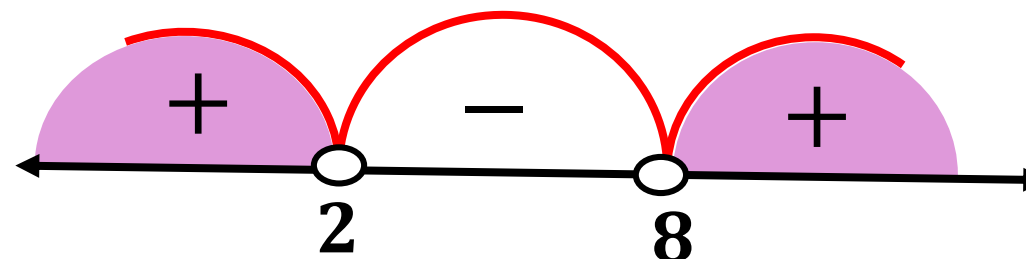


b) Resuelva:

$$x^2 - 10x + 16 > 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 8) > 0$$

Puntos críticos: $\begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-8=0 \Rightarrow x=8 \end{cases}$



$$\text{CS} = < -\infty; 2 > \cup < 8; +\infty >$$



5) INECUACIONES FRACCIONARIAS

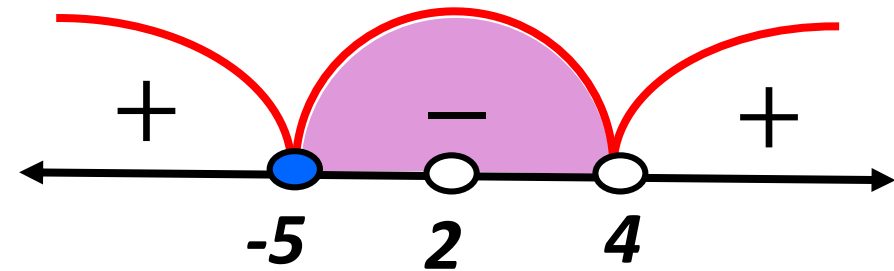
a) Resuelva:

$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 6x + 8} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)(\cancel{x-2})}{(x-4)(\cancel{x-2})} \leq 0$$

Podemos observar que: $x \neq 2$

\Rightarrow Puntos críticos:
 $\begin{cases} x+5=0 & \Rightarrow x=-5 \\ x-4=0 & \Rightarrow x=4 \end{cases}$



$$CS = [-5; 4 > -\{2\}]$$

HELICO --- PRACTICE



PROBLEMA 1 Si $x \in [-1; 3)$. Halle el intervalo de $(5 - 4x)$

Resolución

Por propiedades (del dato)

$$-1 \leq x < 3$$

Multiplicamos por -4

$$-12 < -4x \leq 4$$

Aumentamos 5

$$-7 < 5 - 4x \leq 9$$

$$(5 - 4x) \in \langle -7; 9]$$

$$\therefore (5 - 4x) \in \langle -7; 9]$$



PROBLEMA 2 Resolver $3(x + 1) + 4(x - 3) < 5(x + 7)$.

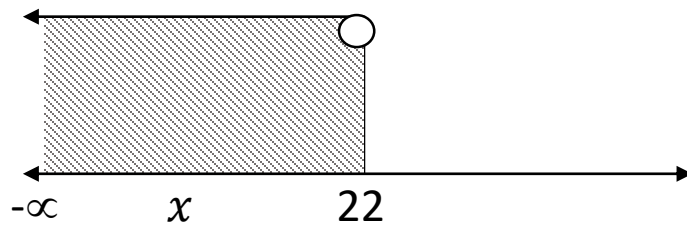
Resolución

$$3x + 3 + 4x - 12 < 5x + 35$$

$$7x - 9 < 5x + 35$$

$$2x < 44$$

$$x < 22$$



$$x \in \langle -\infty; 22 \rangle$$

$$\therefore x \in \langle -\infty; 22 \rangle$$



PROBLEMA 3 Determine el menor valor entero que verifica la inecuación:

$$\frac{x+2}{2} + \frac{2x-3}{4} > \frac{2x-1}{3} + \frac{19}{12}$$

Resolución

$$m.c.m (2-4-3-12) = 12$$

$$\Rightarrow 6(x+2) + 3(2x-3) > 4(2x-1) + 19$$

$$\Rightarrow 6x + 12 + 6x - 9 > 8x - 4 + 19$$

$$\Rightarrow 12x + 3 > 8x + 15$$

$$\Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow x > 3$$

$$\Rightarrow x > 3$$

abierto

4; 5; 6; 7 ...

\therefore El menor valor entero es el 4

PROBLEMA 4

Resuelva:

$$6x^2 + 5x - 4 > 0$$

Resolución

$$6x^2 + 5x - 4 > 0$$

$$(3x + 4)(2x - 1) > 0$$

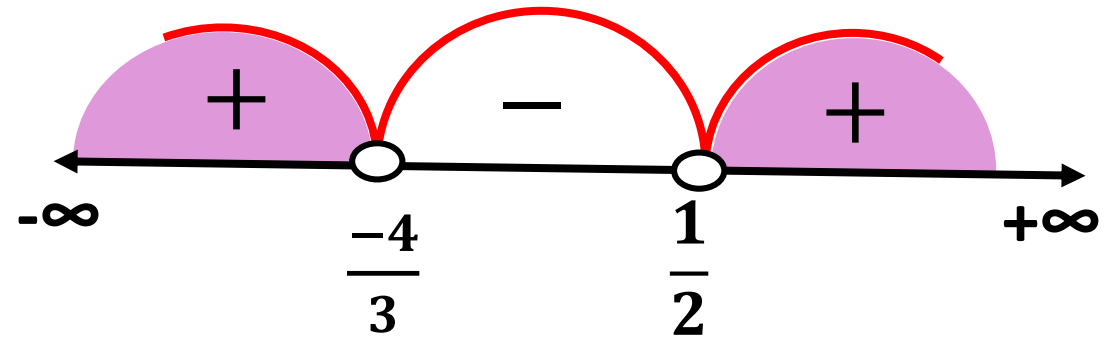


$$(3x + 4)(2x - 1) > 0$$

Puntos críticos :

$$\begin{cases} 3x + 4 = 0 \\ 2x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$x = -\frac{4}{3} ; x = \frac{1}{2}$$



$$\therefore \text{CS} = < -\infty; -\frac{4}{3} > \cup < \frac{1}{2}; +\infty >$$



PROBLEMA 5

Resolver e indique el mayor valor entero de x que verifique la inecuación:
 $2(x + 6)(x - 3) \leq x(x + 6)$

Recordar:

Identidad de Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Diferencia de cuadrados

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Resolución

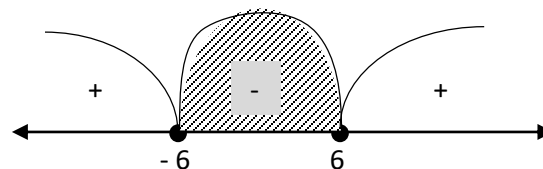
$$2(x^2 + 3x - 18) \leq x^2 + 6x$$

$$2x^2 + \cancel{6x} - 36 \leq x^2 + \cancel{6x}$$

$$x^2 - 36 \leq 0$$

$$(x + 6)(x - 6) \leq 0$$

Puntos críticos : $\begin{cases} x + 6 = 0 \rightarrow x = -6 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$



$$CS = [-6; 6]$$

→ El mayor valor entero de x es 6

∴ 6



PROBLEMA 6 Si m representa la edad de Piero en la actualidad, donde m es el menor valor que satisface: $7 + 12x - 2x^2 < m; \forall x \in \text{Reales}$
¿Qué edad tendrá Piero dentro de 7 años?

Recordar:

Teorema del trinomio positivo

Si: $ax^2 + bx + c > 0 ; \forall x \in \mathbb{R}$

Se cumple que:

$$a > 0 \quad \wedge \quad \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

Resolución

$$7 + 12x - 2x^2 < m$$

Multiplicamos por -1

$$-7 - 12x + 2x^2 > -m$$

$$2x^2 - 12x + m - 7 > 0$$

Donde:
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -12 \\ c = m - 7 \end{cases}$$

Aplicando el teorema del trinomio positivo

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$(-12)^2 - 4(2)(m - 7) < 0$$

$$144 - 8m + 56 < 0$$

$$200 < 8m$$

$$25 < m$$

$$m > 25$$

→ La edad actual de Piero es: 26 años
Dentro de 7 años tendrá: 33 años

∴ 33 años



PROBLEMA 7 Un empresario de Gamarra fabrica polos que tienen un precio de venta de S/55 y un costo unitario de S/35. Mensualmente, por el alquiler del local de venta paga S/1000, por el pago al personal el gasto asciende a S/6000 y otros gastos son de S/5000. Determine el mínimo número de polos que el empresario debe fabricar y vender, mensualmente, para que obtenga ganancia.

Resolución

$$P_v = 55 \text{ soles}$$

$$P_c = 35 \text{ soles}$$

$$P_v = P_c + \text{ganancia}$$

$$55 = 35 + \text{ganancia}$$

$$\text{Ganancia} = 20$$

$$\text{Alquiler local: S/ 1000}$$

$$\text{Pago personal: S/ 6000}$$

$$\text{Otros gastos: S/ 5000}$$

$$\# \text{ polos: } x$$

$$20x > 12\,000$$

$$x > 600$$

$$x_{\min} = 601$$

El mínimo de polos que la empresa debe fabricar y vender es: 601

∴ 601