

Chapter 2

MCD y MCM





ARITHMETIC

índice

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

Herramienta Digital



Si quisiera llenar todo este contenido en botellas del mismo volúmen y utilizar la menor cantidad de botellas. ¿Qué tendría que hacer?



Los 4 automóviles han salido del punto de partida al mismo tiempo y se demoran en dar la vuelta: 10, 15, 20 y 30 min. ¿Luego de qué tiempo coincidirán ?

MOTIVATING STRATEGY

Material Digital



Resumen



HELICO THEORY

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD) es el

MÉTODOS

Descomposición simultánea

Ejemplo: $MCD(20;12) = ?$

$$\begin{array}{r|l} 20 - 12 & 2 \\ 10 - 6 & 2 \\ 5 - 3 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 20 - 12 \\ 10 - 6 \\ 5 - 3 \end{array}} \right\} MCD(20;12) = 4$$

mayor de los divisores que tienen en común, un conjunto de números \mathbb{Z}^+

PROPIEDADES

Descomposición canónica

Ejemplo:

$$\begin{array}{l} A: 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \\ B: 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 \end{array}$$

$$MCD(A;B) = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

Divisiones sucesivas

Cocientes sucesivos	1	1	2
20	12	8	4
Residuos sucesivos	8	4	0

$MCD(20;12) = 4$

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM) es el

menor de los múltiplos que tienen en común, un conjunto de números \mathbb{Z}^+

MÉTODOS

Descomposición simultánea

Ejemplo: $MCM(20;12) = ?$

$$\begin{array}{r|l} 20 - 12 & 2 \\ 10 - 6 & 2 \\ 5 - 3 & 3 \\ 5 - 1 & 5 \\ 1 - 1 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 20 - 12 \\ 10 - 6 \\ 5 - 3 \\ 5 - 1 \\ 1 - 1 \end{array}} \right\} MCD(20;12) = 60$$

Descomposición canónica

Ejemplo:

$$\begin{array}{l} A: 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \\ B: 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 \end{array}$$

$$MCD(A;B) = 2^3 \times 3^3 \times 5^3 \times 7$$

PROPIEDADES

* Si $A = \hat{B}$ (múltiplo de B)

$$MCD(A; B) = A$$

* Si A y B son PESI

$$MCD(A, B) = A \times B$$

* Si $MCD(A, B) = m$

$$A \cdot \alpha = m; B \cdot \beta = m$$

Donde α y β son PESI

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE



Se tienen 3 barriles de aceite de 126, 90 y 144 litros. Se desea repartir exactamente dichas cantidades en envases de máxima capacidad. ¿Cuántos envases se utilizarán?



RECORDEMOS

Descomposición simultánea

Ejemplo: $\text{MCD}(20;12) = ?$

$$\begin{array}{r|l} 20 - 12 & 2 \\ 10 - 6 & 2 \\ 5 - 3 & 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 20 - 12 \\ 10 - 6 \\ 5 - 3 \end{array}} \right\} \text{MCD}(20;12) = 2$$

Resolución

Descomposición simultánea

$$\begin{array}{r|l} 126 - 90 - 144 & 2 \\ 63 - 45 - 72 & 3 \\ 21 - 15 - 24 & 3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 126 - 90 - 144 \\ 63 - 45 - 72 \\ 21 - 15 - 24 \end{array}} \right\} 18$$

$$\text{MCD}(126;90;144) = 18$$

∴ La cantidad de envases es
 $7 + 5 + 8 = 20$

Respuesta

20



Al descomponer canónicamente
A, B, C

se obtuvo:

$$A: 2^2 \times 3^3 \times 5^2$$

$$B: 2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$$

$$C: 2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 13^2$$

Si $\text{MCD}(A, B, C) = 2^{a+1} \times 3^b \times 5^{c/2}$,

calcule $a + b + c$.

RECORDEMOS

Al hallar el MCD por descomposición canónica se toman los factores comunes con el menor exponente

Descomposición canónica

$$A: 2^2 \times 3^3 \times 5^2$$

$$B: 2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$$

$$C: 2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 13^2$$

$$\text{MCD}(A, B, C) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

Por dato:

$$\text{MCD}(A, B, C) = 2^{a+1} \times 3^b \times 5^{c/2}$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

Respuesta

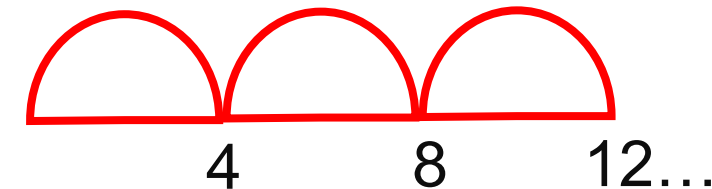
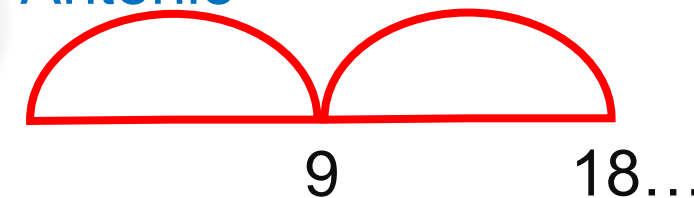
7



Luis y Antonio visitan periódicamente la casa de sus padres cada 4 y 9 días, respectivamente. Si la última vez que coincidieron en casa de sus padres celebraron el Año Nuevo, ¿en qué fecha se encontrarán la próxima vez?

RECORDEMOS

Si A y B son PESI
El $MCM(A; B) = A \times B$

Resolución**Luis****Antonio**

$$MCM(4;9) = 4 \times 9 = 36$$

4 y 9 son **PESI**

Enero Febrero

$$\rightarrow 1 + 36 = 31 + X$$

$$X = 6$$

∴ Se volverán a encontrar el 6 de febrero

Respuesta **6 de febrero**



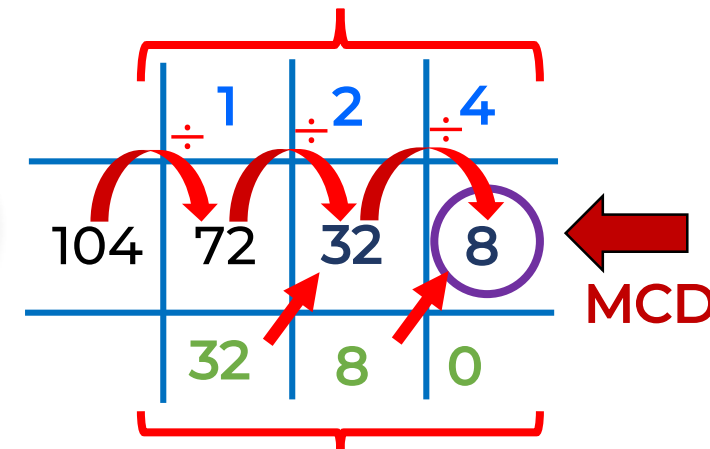
Raúl y Jorge, 2 de los mejores vendedores que tiene la empresa Movilplus dedicada a la venta de celulares, contabilizan sus ventas del mes las cuales son 104 y 72 respectivamente. Si al calcular el MCD de dichos números mediante el algoritmo de Euclides, la suma de los cocientes sucesivos indica la cantidad de vendedores que hay en la empresa. Dé como respuesta dicha suma de cocientes sucesivos.

RECORDEMOS

El algoritmo de Euclides es el método de las divisiones sucesivas

Resolución

Cocientes sucesivos



Residuos sucesivos

∴ La suma de cocientes sucesivos es

$$1 + 2 + 4 = 7$$

Respuesta

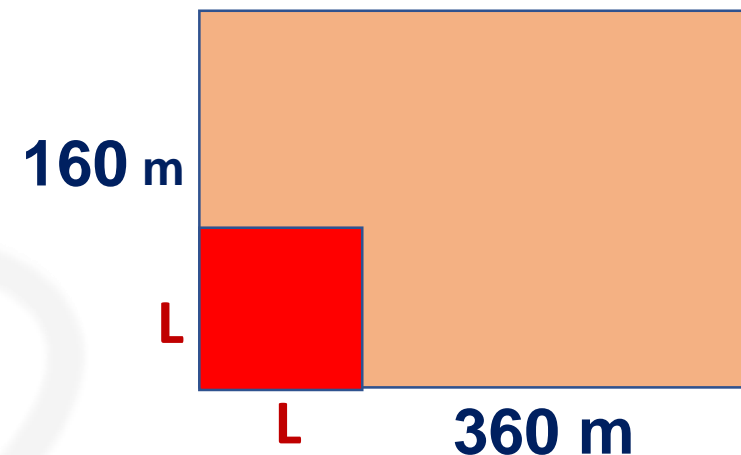
7



La constructora Vivebien ha comprado un terreno en forma rectangular de 360 m de largo y 160 m de ancho como parte de un proyecto urbanístico con la finalidad de construir casas de áreas cuadradas iguales del mayor tamaño posible. ¿Cuál es la longitud del lado de cada cuadrado?

RECORDEMOS

Al hallar el MCD se obtiene el mayor de los divisores comunes.



$$L = \text{MCD}(360 \text{ m}; 160 \text{ m}) = 40 \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 360 - 160 \\ 36 - 16 \\ 18 - 8 \\ 9 - 4 \end{array} \left| \begin{array}{l} 10 \\ 2 \\ 2 \end{array} \right. \left. \vphantom{\begin{array}{r} 360 \\ 36 \\ 18 \\ 9 \end{array}} \right\} 40 \text{ m}$$

Respuesta

40 m

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



Se tiene 3 toneles de vino de 100, 80 y 120 litros, se desea repartir exactamente dichas cantidades en envases de máxima capacidad. ¿Cuántos envases necesito?

Problema 07



Al descomponer canónicamente A, B, C se obtuvo:

$$A: 2^3 \times 3^3 \times 5^4 \times 7^2$$

$$B: 2^5 \times 3^3 \times 5^2$$

$$C: 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \times 11$$

$$\text{Si } \text{MCD}(A, B, C) = 2^{a+1} \times 3^b \times 5^{2c},$$


calcule $a + b + c$.

Problema 08




Elías y Mariela visitan periódicamente la casa de sus abuelos cada 5 y 7 días, respectivamente. Si la última vez que coincidieron en casa de sus abuelos celebraron Navidad, ¿en qué fecha se encontrarán la próxima vez?

Problema 09



El último día del mes, los esposos Alexander y Laura conversan sobre las horas extras acumuladas en el mes, que son 52 y 44 horas respectivamente, y al calcular el MCD de dichas cantidades mediante el algoritmo de Euclides, los cocientes sucesivos obtenidos coinciden con las edades de sus 3 menores hijos. ¿Qué edad tiene el hijo mayor?

Problema 10



Producto de una herencia, los hermanos Trujillo Martínez han comprado un terreno en forma rectangular de 300 m de largo y 180 m de ancho con la finalidad de dividirlo entre ellos y construir sus respectivas casas, las cuales tienen la particularidad de tener áreas cuadradas iguales del mayor tamaño posible. ¿Cuántos hermanos conforman dicha familia?

