MATHEMATICAL REASONING

Chapter 18

4th
SECONDARY

SERIES II

SACO OLIVEROS

HELICO THEORY

SERIE GEOMÉTRICA Es la adición indicada de los términos de una Sucesión Geométrica. Esta serie puede ser Finita o Infinita.

SERIE GEOMÉTRICA FINTA

EN GENERAL

$$\boxed{S = \frac{t_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}}$$

Donde, t_1 : Primer sumando

q : Razón geométrica

n : Cantidad de sumandos

Por Ejemplo

$$\overbrace{3 \underset{\times 2}{+} 6 \underset{\times 2}{+} 12 \underset{\times 2}{+} 24 + \cdots}^{40 \text{ sumandos}}$$

$$S = \frac{3(2^{40} - 1)}{2 - 1}$$

$$\therefore \quad S = 3(2^{40} - 1)$$

HELICO THEORY

serie geométrica

❑ SERIE GEOMÉTRICA DECRECIENTE INFINITA

EN GENERAL

$$S_{límite} = \frac{t_1}{1 - q}$$

Donde, q : Razón geométrica

$$0 < |q| < 1$$

Por Ejemplo

$$S_{\infty} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \cdots$$

$$\text{x}\ \frac{1}{5} \qquad \text{x}\ \frac{1}{5} \qquad \text{x}\ \frac{1}{5}$$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{4}$$

SERIE NUMÉRICA II

SERIE DE PRODUCTOS

PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

PRODUCTOS TERNARIOS

$$S_n = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \cdots + n \times (n+1) \times (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

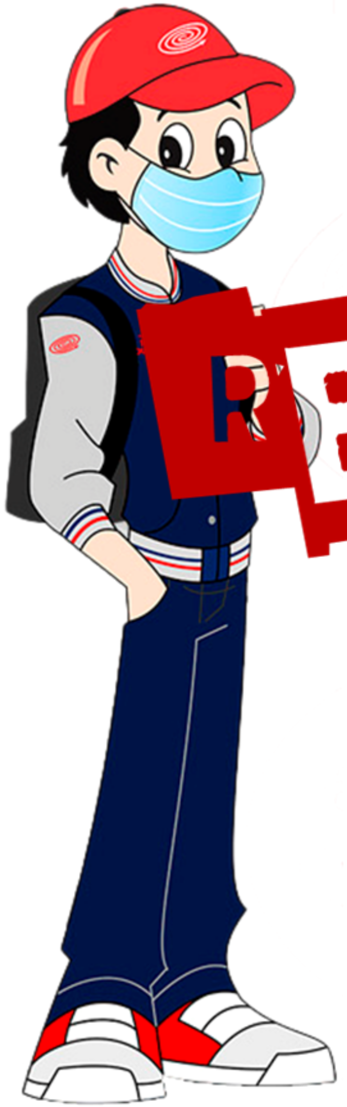
SERIE NUMÉRICA II

SERIE DE INVERSAS DE PRODUCTOS

INVERSA DE PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{n\times(n+1)} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n+1}}$$

$$S = \frac{1}{\underbrace{a_1.a_2}_{r}} + \frac{1}{\underbrace{a_2.a_3}_{r}} + \frac{1}{\underbrace{a_3.a_4}_{r}} + \ldots + \frac{1}{\underbrace{a_n.a_{(n+1)}}_{r}} = \frac{1}{r}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{(n+1)}}\right)$$



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Daniel está practicando para su examen de Razonamiento Matemático y encuentra este problema propuesto en su libro. Halle el valor de P.

$$P = \overbrace{3 + 6 + 12 + 24 + 48 + \cdots}^{50\ sumandos}$$

Si Daniel demoró unos minutos en resolver el problema exitosamente, podría decir usted, ¿Cuál fue la respuesta que dio Daniel?

Resolución

$$M = \underbrace{3 \xrightarrow{\times 2} 6 \xrightarrow{\times 2} 12 + 24 + 48 + \cdots}_{50\ sumandos}$$

$$M = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + \cdots$$

$\times 2$ $\times 2$

RECUERDA

$$S = t_1\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$$

$$M = 3\left(\frac{2^{50} - 1}{2 - 1}\right)$$

$$M = 3(2^{50} - 1)$$

$$\therefore\ 3(2^{50} - 1)$$

PROBLEMA 2

Halle el valor de M:

$$M = \overbrace{1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^{2016}}^{\text{2017 sumandos}}$$

×2 ×2 ×2 ×2

Resolución

$q = 2 \quad n = 2017$

Serie Geométrica Finita

RECUERDA

$$S = t_1\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$$

$$M = \frac{1(2^{2017} - 1)}{2 - 1}$$

$\therefore \quad 2^{2017} - 1$

PROBLEMA 3

Un tren salió de su paradero inicial con 2 pasajeros, en el paradero siguiente subieron 6 pasajeros ,en el tercer paradero subieron 12 y así sucesivamente hasta que en su último paradero subieron 420 pasajeros. ¿En cuántas estaciones se detuvo a recoger pasajeros y cuántos pasajeros en total subieron al tren?

Resolución

N.º paraderos	1°	2°	3°	.....	n°
N.º pasajeros	2	6	12	.....	420

N = 1x2 + 2x3 + 3x4 +....+ 20x21

RECUERDA

$$S_n = 1\times 2 + 2\times 3 + 3\times 4 + \cdots + n\times(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$N = \frac{20\times 21\times 22}{3}$$

$$N = 3080$$

$$\therefore\ \underline{20\ paraderos, 3080}$$

PROBLEMA 4

Luis está ayudando a su hermano Juan en su tarea semanal. Juan le pregunta a Luis por este problema: Halle el valor de T.

$$T = \underbrace{6 + 24 + 60 + 120 + \ldots}_{20\ sumandos}$$

Si Luis al resolver el problema se equivoca por 5 unidades más, podría decir usted, ¿cuál es la respuesta que halló Luis?

Resolución

RECUERDA

$$S_n = 1\times2\times3 + 2\times3\times4 + \cdots + n\times(n+1)\times(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$T = 6 + 24 + 60 + 120 + \ldots$$

$$T = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \ldots$$

$$T = \frac{\mathbf{20(21)(22)(23)}}{\mathbf{4}} = 53130$$

$\therefore$ *Luis:* 53135

PROBLEMA 5

Para un examen de admisión a la Universidad Mayor de San Marcos, uno de los ingenieros propuso el siguiente problema de suma límite descendente:

Halle el valor de M: $M = 8 + 4 + 2 + 1 + \cdots + \infty$

Podría usted decir, ¿cuál es el valor de M?

Resolución

$$M = \underbrace{8 + 4}_{\times\frac{1}{2}} \underbrace{+\, 2}_{\times\frac{1}{2}} \underbrace{+\, 1}_{\times\frac{1}{2}} + \cdots + \infty$$

RECUERDA

$$S_{límite} = \frac{t_1}{1-q}$$

$$t_1 = 8 \qquad q = \frac{1}{2}$$

$$M = \frac{8}{1-\frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}}$$

$\therefore$ 16

PROBLEMA 6

Halle el valor de N. $N = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{930}$

RECUERDA

$$S_n = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{n\times(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Resolución

$$N = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{930}$$

$$N = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \ldots + \frac{1}{30\times 31} = \frac{30}{31}$$

$\therefore$ **30/31**

PROBLEMA 7

$$S = \frac{1}{a_1.a_2} + \frac{1}{a_2.a_3} + \frac{1}{a_3.a_4} + \ldots + \frac{1}{a_n.a_{(n+1)}} = \frac{1}{r}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{(n+1)}}\right)$$

r r r r

Halle el valor de T.

$$T = \frac{1}{1\times 4} + \frac{1}{4\times 7} + \frac{1}{7\times 10} + \cdots + \frac{1}{58\times 61}$$

Resolución

$$\mathbf{T} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{61}\right)$$

$$\mathbf{T} = \frac{1}{3}\left(\frac{60}{61}\right) \qquad T = \frac{20}{61}$$

$\therefore$ 20/61