ALGEBRA

Chapter 5

4th
SECONDARY

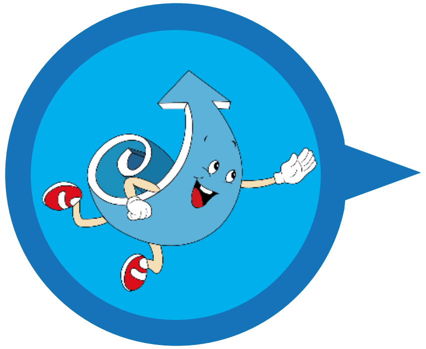
Remainder Theorem

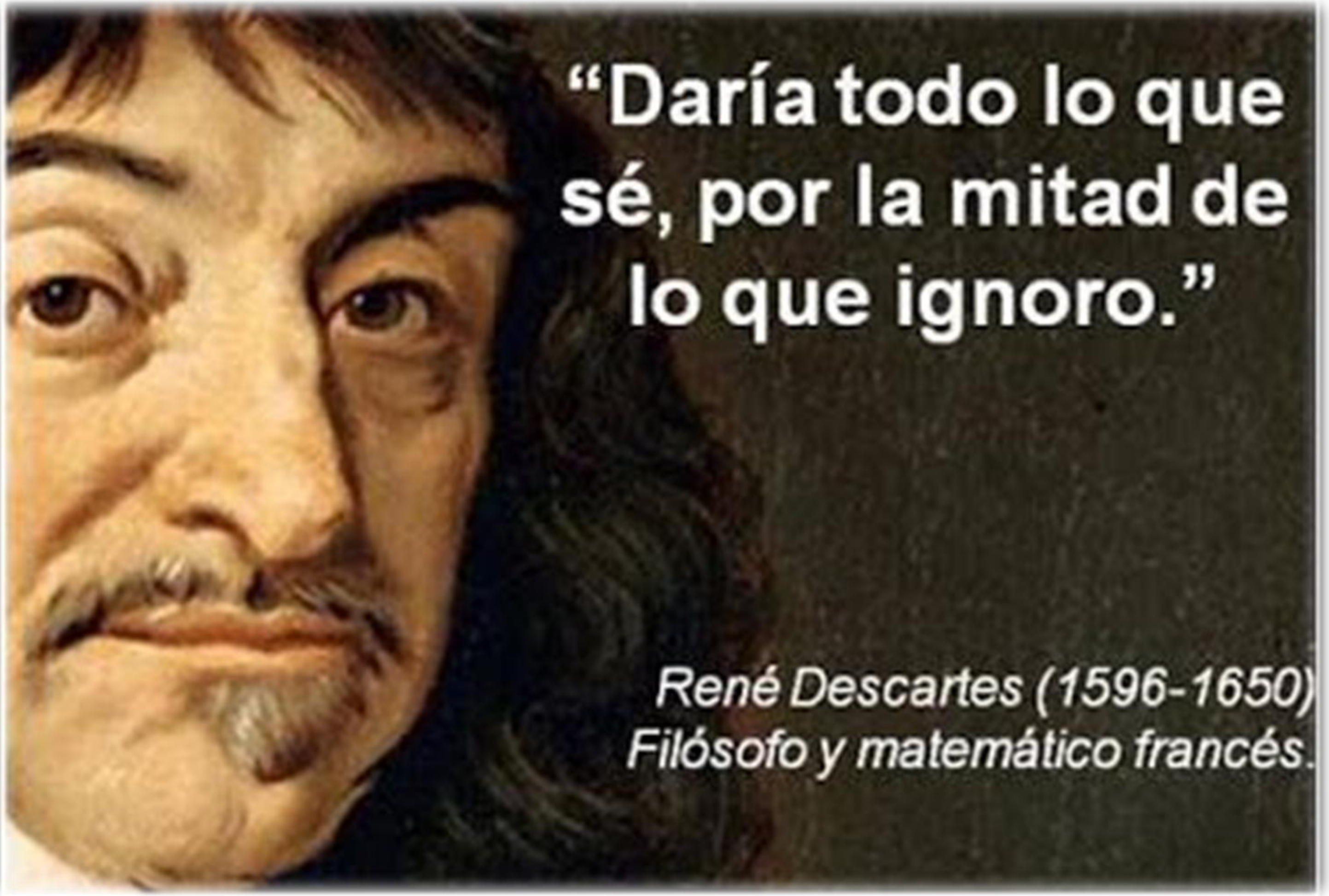
SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS




"Daría todo lo que sé, por la mitad de lo que ignoro."
René Descartes (1596-1650)
Filósofo y matemático francés.

HELICO THEORY

CHAPTHER 05

SACO OLIVEROS

¿QUÉ ES EL TEOREMA DEL RESTO?

Es el proceso de calcular el residuo de manera directa sin necesidad de efectuar la división.

1 Teorema del resto.

El residuo de dividir $\frac{P(x)}{ax+b}$, se calcula al evaluar dicho polinomio P(x), cuando su variable "x" asume el valor de $\frac{-b}{a}$.

Ejemplo:

Calcule el resto en:

$$\frac{5x^4-3x^2+9x^3-10x-15}{x-1}$$

Resolución

$$x-1=0$$
$$x=1$$

$$R(x)=5.1^4-3.1^2+9.1^3-10.1-15$$

$$R(x)=-14$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 05

SACO OLIVEROS

1. Halle el residuo de

$$\frac{x^5-7x^3+3x^4-5x^2+9x-11}{x+3}$$

Resolución

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3$$

Reemplazando en el Dividendo

$$R(x)=(-3)^5-7(-3)^3+3(-3)^4-5(-3)^2+9(-3)-11$$

$$R(x)=-243-7(-27)+3(81)-5(9)-27-11$$

$$R(x)=-\cancel{243}+189+\cancel{243}-45-27-11$$

$$189-83=106$$

$$\boxed{R(x)=106}$$

2. Obtenga el resto de

$$\frac{x^{40}-(2x)^{20}-x^{13}+8x^{10}+9}{x-2}$$

Resolución

$$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$$

Reemplazando en el Dividendo

$$R(x)=(2)^{40}-(2.2)^{20}-(2)^{13}+8(2)^{10}+9$$

$$R(x)=(2)^{40}-\left(2^{2}\right)^{20}-(2)^{13}+2^{3}(2)^{10}+9$$

$$R(x)=\cancel{(2)^{40}}-\cancel{(2)^{40}}-\cancel{(2)^{13}}+\cancel{(2)^{13}}+9$$

$$\boxed{R(x)=9}$$

3. Indique el residuo de

$$\frac{(x+3)(x+4)(x+2)(x+5)+1}{x^2+7x+8}$$

Resolución

$$\frac{(x^2+7x+12)(x^2+7x+10)+1}{x^2+7x+8}$$

$$x^2+7x+8=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+7x=-8$$

$$R(x)=(-8+12)(-8+10)+1$$

$$R(x)=(4)(2)+1$$

$$R(x)=8+1$$

$$\boxed{R(x)=9}$$

4. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^5+2x^4+3x^3+x^2+1}{x^3-3}$$

Resolución

$$x^3-3=0 \quad \Rightarrow \quad x^3=3$$

$$\frac{x^3.x^2+2x^3.x+3x^3+x^2+1}{x^3-3}$$

$$R(x)= 3.x^2+2.3.x+3.3+x^2+1$$

$$R(x)= 4x^2+6x+10$$

$$\boxed{R(x)=4x^2+6x+10}$$

5. Halle el resto de

$$\frac{x^{100}+2}{x^2+x+1}$$

Resolución

Por Restos Especiales

Multiplicamos $(x-1)$

$$\frac{(x^{100}+2)(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)} = \frac{x^{101}-x^{100}+2x-2}{x^3-1}$$

Por Teorema del Resto

I. $x^3-1=0 \rightarrow \boxed{x^3=1}$

II. $\mathrm{D}(x) = (x^3)^{33}x^2 - (x^3)^{33}x + 2x - 2$

Reemplazando el valor de x^3

$$R = (1)^{33}x^2 - (1)^{33}x + 2x - 2$$

$$R = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$$

Al final se divide por $(x-1)$

$$R = \frac{x^2+x-2}{(x-1)} = \frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}}$$

$$\therefore R = x + 2$$

Rpta $\boxed{x+2}$

6. Si al dividir

$$\frac{(x^2+x)^2+x^2+2x+1}{x^2+x-2}$$

Se obtiene un residuo $R(x)$. Si el valor de $R(3)$ representa el precio de 3 pares de medias. ¿Cuánto costará media docena de medias?

Resolución

Por teorema del Resto

I. $x^2+x-2=0 \quad \rightarrow \boxed{x^2+x=2}$

II. $\mathrm{R}(x)=\left(x^2+x\right)^2+(x^2+x)+x+1$

$\mathrm{R}(x)=(2)^2+(2)+x+1$

$\mathrm{R}(x)=4+2+x+1$

$\mathrm{R}(x)=x+7$

Evaluando para $\mathrm{R}(3)$

$\mathrm{R}(3)=3+7$

$\mathrm{R}(3)=10$

Analizando el dato

→ 3 pares cuesta 10 soles

→ 6 pares costará 20 soles

Rpta: Media docena de medias costará 20 soles

7. En la siguiente división.

$$\frac{(2k-1)x^{21}+8kx^{18}+(k+5)x^{5}+7x^{2}+3k}{x+1}$$

el valor de *k* representa el número de hermanos de Lucero . Si la división tiene residuo 27. ¿Cuántos hermanos tiene Lucero?

Resolución

Por teorema del Resto

I. $x+1=0 \quad \rightarrow \quad \boxed{x=-1}$

Reemplazando el valor de *x*

$$R=(2k-1)(-1)^{21}+8k(-1)^{18}+(k+5)(-1)^{5}+7(-1)^{2}+3k$$

$$R=-(2k-1)+8k-(k+5)+7+3k$$

$$R=\cancel{-2k}\underline{+1}+8k\cancel{-k}\underline{-5}\underline{+7}\cancel{+3k}$$

$$R=8k+3$$

Del dato

$$\text{Residuo}=27$$

$$\rightarrow \quad 8k+3=27$$

$$k=3$$

Rpta Lucero tiene 3 hermanos