



ARITHMETIC

Chapter 16

5th
SECONDARY

Divisibilidad II



 **SACO OLIVEROS**



$$M = 2746^{2746}$$

$$P = 6472^{6472}$$

Halle el residuo de $(M \times P)$ entre 9

¿Que tan complicado puede ser calcular el residuo?



CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Es un conjunto de reglas, que aplicadas a las cifras de un numeral, permiten identificar si el número es múltiplo de cierto módulo o no, de ser el caso que no fuera múltiplo nos permite determinar el residuo de una manera directa y sencilla.

$$\text{Sea } N = \overline{abcde} = \overline{abcd} \times 10 + e = \overline{abcd} \times 2 \times 5 + e$$

Luego :

$$N = \overset{\circ}{2} + e \Rightarrow N = \overset{\circ}{2} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \{0; 2; 4; 6; 8\}$$

$$N = \overset{\circ}{5} + e \Rightarrow N = \overset{\circ}{5} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \{0; 5\}$$



Divisibilidad por 2^n



Divisibilidad por 5^n

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{2} \quad \rightarrow \quad e = \overset{\circ}{2} \\ e &= \{0; 2; 4; 6; 8\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{5} \quad \rightarrow \quad e = \overset{\circ}{5} \\ e &= \{0; 5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{4} \quad \rightarrow \quad \overset{x2 \ x1}{\overline{de}} = \overset{\circ}{4} \\ 2d + e &= \overset{\circ}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{25} \quad \rightarrow \quad \overline{de} = \overset{\circ}{25} \\ \overline{de} &= \{00; 25; 50; 75\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{8} \quad \rightarrow \quad \overset{x4 \ x2 \ x1}{\overline{cde}} = \overset{\circ}{8} \\ 4c + 2d + e &= \overset{\circ}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{125} \quad \rightarrow \quad \overline{cde} = \overset{\circ}{125} \\ \overline{cde} &= \{000; 125; 250; \dots; 875\} \end{aligned}$$



Divisibilidad por 3 y 9

Luego :

$$\text{Sea } N = \overline{abcdef}$$

$$N = \overset{\circ}{3} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{3}$$

$$N = \overset{\circ}{9} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{9}$$

Divisibilidad por 33 y 99

$$\overline{abcdef} = \overset{\circ}{33} \text{ o } \overset{\circ}{99} \Leftrightarrow$$

$$\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} = \overset{\circ}{33} \text{ o } \overset{\circ}{99}$$

Divisibilidad por 11

$$\begin{array}{c} \text{---} + \text{---} + \text{---} + \\ \hline abcdef = 11^{\circ} \\ -a + b - c + d - e + f = 11^{\circ} \end{array}$$

Divisibilidad por 7

$$\begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} + \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{x2 x3 x1 x2 x3 x1} \\ \hline abcdef = 7^{\circ} \\ -2a - 3b - c + 2d + 3e + f = 7^{\circ} \end{array}$$

Divisibilidad por 13

$$\begin{array}{c} \text{---} + \quad \text{---} \quad \text{---} + \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{x4 x3 x1 x4 x3 x1} \\ \hline abcdef = 13^{\circ} \\ 4a + 3b - c - 4d - 3e + f = 13^{\circ} \end{array}$$



1. Calcule la suma de todos los valores que puede tomar a si: $\overline{142a7} = \overset{\circ}{3}$.

RESOLUCIÓN

Criterio por 3

$$\overline{142a7} = \overset{\circ}{3}$$

$$1 + 4 + 2 + a + 7 = \overset{\circ}{3}$$

$$14 + a = \overset{\circ}{3}$$

$$\overset{\circ}{3} + 2 + a = \overset{\circ}{3}$$

$$\boxed{2 + a} = \overset{\circ}{3}$$

Donde:

$$\Rightarrow a = 1; 4; 7$$

NOS PIDEN

Suma de todos los valores:

$$\therefore 1 + 4 + 7 = 12$$

12



2. Si $\overline{49b82} = \overset{\circ}{13}$, Halle el valor de b.

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{ccccccc} & + & & - & & + & \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ & x3 & x1 & x4 & x3 & x1 & \end{array}$$

Criterio por 13 $\overline{49b82} = \overset{\circ}{13}$

$$12 - 9 - 4b - 24 + 2 = \overset{\circ}{13}$$

$$-19 - 4b = \overset{\circ}{13}$$

$$-6 - 4b = \overset{\circ}{13}$$

Factorizando:

$$-2 \times (3 + 2b) = \overset{\circ}{13}$$

NOS PIDEN

$$\therefore b = 5$$

5



3. Si: $\overline{m192n} = 5\overset{\circ}{6}$
 Calcule el valor de: $m + n$.

RESOLUCIÓN

$$\overline{m191n} = 5\overset{\circ}{6} \left. \begin{array}{l} \nearrow 8 \\ \searrow 7 \end{array} \right\}$$

Criterio por 8

x4 x2 x1

$$\overline{91n} = 8\overset{\circ}$$

$$36 + 2 + n = 8\overset{\circ}$$

$$\Rightarrow n = 2$$

Criterio por 7

-3 -1 2 3 1

$$\overline{M1912} = 7\overset{\circ}$$

$$-3m - 1 + 18 + 3 + 2 = 7\overset{\circ}$$

$$22 - 3m = 7\overset{\circ}$$

$$\Rightarrow m = 5$$

NOS PIDEN

$$m + n$$

$$\therefore 5 + 2 = 7$$

7



4. Halle el valor de n si el número $76mn7mp = 16^{\circ}25$.

RESOLUCIÓN

$$\overline{76mn7mp} = 16^{\circ}25 \left\{ \begin{array}{l} \nearrow 125 \\ \searrow 13 \end{array} \right.$$

Criterio por 125

$$\begin{array}{l} \overline{7mp} = 125 \\ \overline{7mp} = 750 \end{array}$$

⇒ $\begin{array}{|c|} \hline m = 5 \\ \hline p = 0 \\ \hline \end{array}$

Criterio por 13

$$\begin{array}{c} \overset{+}{\curvearrowright} \quad \overset{-}{\curvearrowright} \quad \overset{+}{\curvearrowright} \\ \text{x1 x4 x3 x1 x4 x3 x1} \\ \hline 765n750 = 13 \\ 7 + 24 + \cancel{15} - n - 28 - \cancel{15} + 0 = 13 \end{array}$$

Donde:

$$3 - n = 13 \Rightarrow 3 - n = 0$$

NOS PIDEN $\therefore n = 3$

3



5. Calcule: $x^2 + y^2$
 si: $\overline{4xy7594} = 9\overset{\circ}{9}$

Dato:

$$\overline{4xy7594} = 9\overset{\circ}{9}$$

Criterio por 99

$$\Rightarrow 4 + \overline{xy} + 75 + 94 = 9\overset{\circ}{9}$$

RESOLUCIÓN

Donde:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4 + \\ \overline{xy} \\ 75 \\ 94 \\ \hline 198 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 5 \\ x = 2 \end{array}$$

NOS PIDEN $x^2 + y^2$
 $\therefore 2^2 + 5^2 = 29$

29



6. Cierta día, a María, trabajadora del Departamento de Publicaciones, se le preguntó sobre la edad de su hijo y ella respondió: “Mi hijo tiene a años, siendo a la cifra que al reemplazarla en el numeral $\underline{3a96}$ resulta un número divisible por 7”. ¿Qué edad tiene el hijo de María?

RESOLUCIÓN

Criterio por 7

$$\begin{array}{ccccccc} & - & & + & & & \\ & \curvearrowright & & \curvearrowleft & & & \\ & x1 & x2 & x3 & x1 & & \\ \hline 3 & a & 9 & 6 & = & \overset{\circ}{7} \end{array}$$

Donde:

$$-3 + 2a + 27 + 6 = \overset{\circ}{7}$$

$$30 + 2a = \overset{\circ}{7}$$

$$\rightarrow 2 + 2a = \overset{\circ}{7}$$

NOS PIDEN

$$\therefore a = 6$$

6

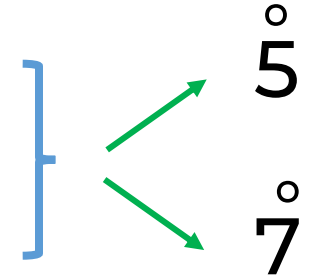


7.

Carlos se dirige a la casa de su amiga Rosita y al llegar a la calle no se acuerda el número de la casa pero si se acuerda que es de la forma $\overline{ab(b+1)(a+1)}$ y que es múltiplo de 35. Halle $a+b$.

RESOLUCIÓN

$$\overline{ab(b+1)(a+1)} = \overset{\circ}{3}5$$



Criterio por 5

$$(a+1) = 5 \rightarrow a = 4$$

Criterio por 7

$$\begin{array}{r} -1 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \\ \hline 4b(b+1)5 \end{array} = \overset{\circ}{7}$$

$$-4 + 2b + 3(b+1) + 5 = \overset{\circ}{7}$$

$$b = 2$$

NOS PIDEN $\therefore a + b = 6$

6