



ALGEBRA

Chapter 15

4th
SECONDARY

Matrices y
determinantes



 **SACO OLIVEROS**

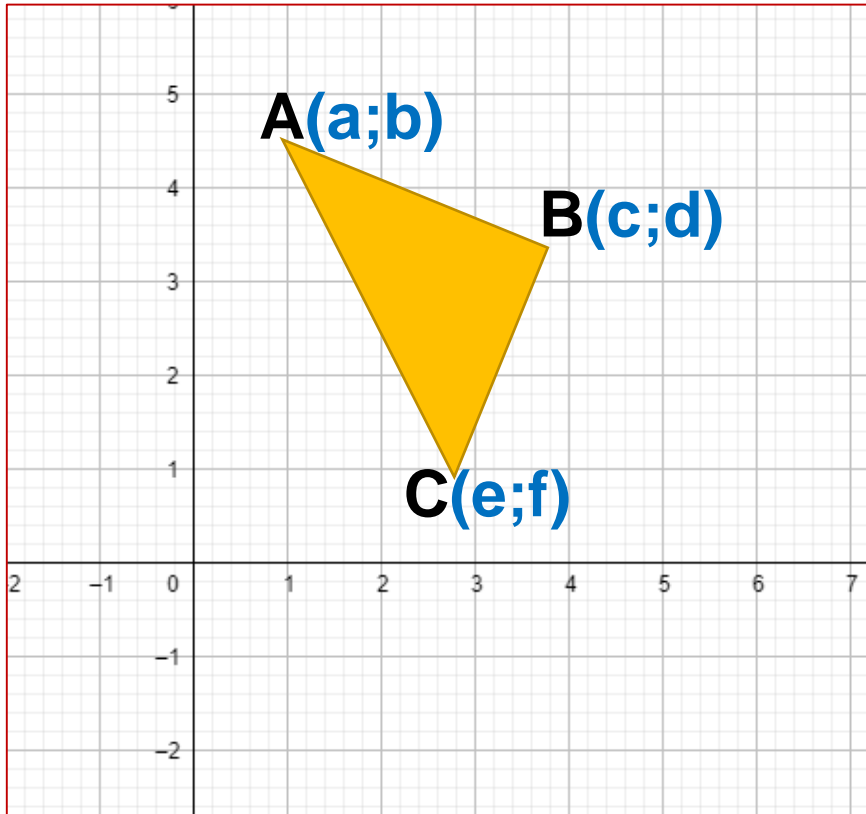
HELICO

MOTIVATING



¿Sabías que...?

El área de un triángulo se puede calcular a partir de sus vértices
Para tal fin se utiliza los **determinantes**.



De la imagen, el área sombreada se calcularía así:

$$\text{área} = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}}_{\text{determinante}}$$

HELICO THEORY

CHAPTER 15



MATRICES Y DETERMINANTES

I) MATRICE

S

Es un arreglo rectangular de elementos distribuidos en filas y columnas

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

n filas

m columnas

$n \times m \rightarrow$ El orden de la matriz A

Ejemplo:

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

El orden de la matriz B es 3×2

EJEMPLOS



$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$$

filas \swarrow
columnas \searrow

3×2

$$\begin{array}{ll} a_{11} = 6 & a_{12} = 0 \\ a_{21} = 3 & a_{22} = 2 \\ a_{31} = 9 & a_{32} = 1 \end{array}$$

La matriz A es de orden: 3×2

$$B = (-9 \quad 1 \quad 3)$$

filas \swarrow
columnas \searrow

1×3


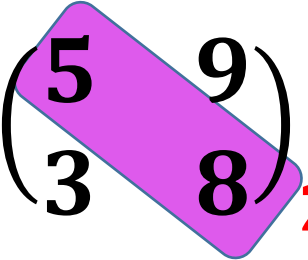
$$a_{11} = -9 \quad a_{12} = 1 \quad a_{13} = 3$$

La matriz B es de orden: 1×3


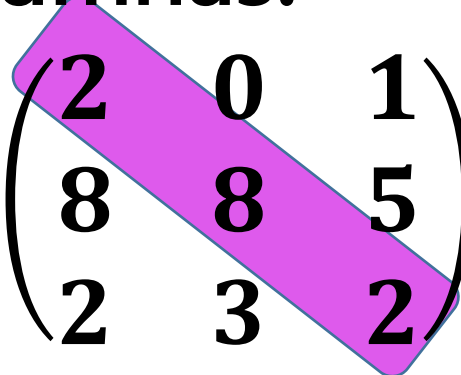


II) MATRICES CUADRADAS

Son aquellas matrices que tienen el mismo número de filas y columnas.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} 2 \times 2$$


DIAGONAL PRINCIPAL

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 8 & 8 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} 3 \times 3$$


DIAGONAL PRINCIPAL

III) TRAZA DE UNA MATRIZ CUADRADA

ES LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA **DIAGONAL PRINCIPAL**

$$\text{TRAZ}(A) = 13$$

$$\text{TRAZ}(B) = 12$$

IV) ^{HEL}IGUALDAD DE MATRICES

PODEMOS IGUALAR MATRICES DEL MISMO ORDEN

EJEMPLO

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 9 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$B = \begin{pmatrix} a + 2 & 3b \\ c - 1 & 4d \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

Si $A=B$, entonces:

$$a+2=10 \rightarrow a=8$$

$$3b=9 \rightarrow b=3$$

$$c-1=3 \rightarrow c=4$$

$$4d=8 \rightarrow d=2$$

V) OPERACIONES CON MATRICES

*SUMAS Y RESTAS DE MATRICES

DEBEN SER MATRICES DEL MISMO ORDEN

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad A + B = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ 15 & 5 \end{pmatrix}$$

*PRODUCTOS DE MATRICES

Sea $A = (a_{ij})_{m \times n}$ y $B = (b_{ij})_{n \times p} \rightarrow AB = (c_{ij})_{m \times p}$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Efectuando:

$$(2)(4) + (3)(3) = 17$$

$$(2)(2) + (3)(-1) = 1$$

$$(1)(4) + (-1)(3) = 1$$

$$(1)(2) + (-1)(-1) = 3$$

VI) DETERMINANTES

Es el valor numérico de una matriz cuadrada. Representa a todos los productos que se pueden formar entre todos sus elementos

Para orden 2x2

Sea:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = 5 - 42 = -37$$

Para orden 3x3

$$\text{Sea: } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (12 + 4 + 4) - (2 + 12 + 8)$$
$$|A| = -2$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 15

PROBLEMA 1

Calcule el orden de las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 2 & 8 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Resolución

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 2 & 8 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{2 \text{ filas}} \\ \xrightarrow{2 \times 3} \\ \downarrow \\ \text{3 columnas} \end{matrix}$$

➡ es de orden **2x3**

$$B = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{4 \text{ filas}} \\ \xrightarrow{4 \times 1} \\ \downarrow \\ \text{1 columna} \end{matrix}$$

➡ es de orden **4x1**

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{2 \text{ filas}} \\ \xrightarrow{2 \times 2} \\ \downarrow \\ \text{2 columnas} \end{matrix}$$

➡ es de orden **2x2**

PROBLEMA 2

Sean las matrices cuadradas:

$$A = \begin{pmatrix} x + 3y & 7 \\ 2z - 1 & x - y \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 20 & 7 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Si $A = B$. Evalúe: $x + y + z$.Resolución

$$A = B$$

$$\begin{pmatrix} x + 3y & 7 \\ 2z - 1 & x - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 7 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x + 3y &= 20 \\ x - y &= 4 \end{aligned} \quad (-)$$

$$4y = 16$$

$$y = 4$$

$$x = 8$$

además:

$$2z - 1 = 5$$

$$z = 3$$

$$\text{luego: } x + y + z = 15$$

PROBLEMA 3 Se tienen las matrices: $P = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ $Q = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

Donde: $3P + 5Q = A$, determine la traza de la matriz A.

Resolución

$$A = 3P + 5Q$$

$$\rightarrow A = 3 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow A = \begin{pmatrix} 9 & 12 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & 10 \\ 25 & 35 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow A = \begin{pmatrix} -6 & 22 \\ 28 & 29 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Traz}(A) = -6 + 29 = 23$$

PROBLEMA 4 Sabiendo que: $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$
 Calcule la Traza(AB).

Resolución

$$\rightarrow AB = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow AB = \begin{pmatrix} 1 & 17 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \text{Traz}(AB) = 1 + 4 = 5$$

Efectuando:

$$(5)(2) + (3)(-3) = 1$$

$$(5)(4) + (3)(-1) = 17$$

$$(2)(2) + (4)(-3) = -8$$

$$(2)(4) + (4)(-1) = 4$$

PROBLEMA 5 Efectúe: $T = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$

Resolución

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$T = (5)(6) - (7)(3) + (3)(2) - (5)(-1) + (8)(-2)$$

$$T = \underline{30} - \underline{21} + \underline{6} + \underline{5} - \underline{16} - \underline{4}$$

$$T = 41 - 41$$



$$T = 0$$

PROBLEMA 6

El profesor García va al gimnasio k veces al mes para aumentar su masa muscular, en vista de malos resultados su entrenador personal le

recomienda ir $(2-2k)$ veces al mes, donde k es el resultado de: $k = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

¿ Cuántas veces fue al gimnasio al tercer mes de la recomendación?

Resolución

$k = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

$C_1 \quad C_2 \quad C_3$

$$K = (3 + 8 + 20) - (6 + 4 + 20)$$

$$K = (31) - (36)$$

$$k = -5$$

Luego

→ $(2 - 2(-5)) = 12 \text{ al mes}$

3 meses = 36 veces

PROBLEMA 7 Halle el valor de $P = \frac{a+c}{8b}$, si $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 0$, si 16p representa el costo de 3kg. De tomate. ¿Cuál es el costo de 12 kg. De tomate?

Resolución

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ a & b & c \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

$$(14b + 15c + 24a) - (20b + 12c + 21a) = 0$$

$$-6b + 3c + 3a = 0$$

$$3a + 3c = 6b$$

$$a + c = 2b$$

el valor de $P = \frac{a+c}{8b}$

reemplazando; $p = \frac{2b}{8b} = \frac{1}{4}$

El costo de 12kg. es s/16.00