



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 7 - 12

4th
SECONDARY

ADVISORY



 **SACO OLIVEROS**



PROBLEMAS SOBRE EDADES



PROBLEMA 1

Si al cuádruple de la edad que tendré dentro de 8 años, le restamos el doble de la edad que tenía hace 5 años, resultaría 19 años más el triple de mi edad. ¿Qué edad tendré dentro de 15 años?

Resolución:

Piden determinar mi edad dentro de 15 años.

	5 años		8 años	
	PASADO	PRESENTE	FUTURO	
YO	$x - 5$	x	$x + 8$	

$$4(x + 8) - 2(x - 5) = 19 + 3x$$

$$4x + 32 - 2x + 10 = 19 + 3x$$

$$2x + 42 = 19 + 3x$$

$$\rightarrow x = 23$$

∴ Dentro de 15 años tendré: 38 años

PROBLEMA 2

Cuando tú tengas lo que yo tengo, tendrás lo que él tenía, cuando tú tenías la tercera parte de lo que tienes y yo tenía la tercera parte de lo que él tiene, que es 5 años más de lo que tendré, cuando tengas lo que ya te dije y él tenga lo que tú y yo tenemos.

¿Cuánto suma la edad que yo tenía y la que él tendrá?

Resolución:



Pide la suma de lo que tenía y lo que él tendrá:

	PASADO	PRESENTE	FUTURO
YO	x	$(2x)$	$3x - 5$
TÚ	$\{ 5 \}$	$3\{ 5 \}$	$(2x)$
ÉL	$(2x)$	$3x$	$4x - 5$

$$5 + 3x = 2x + 15$$

$$\rightarrow x = 10$$

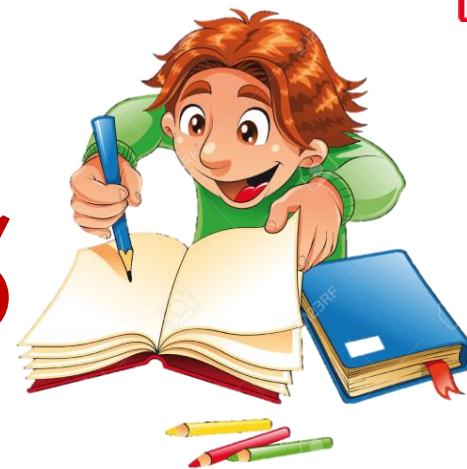
Yo Tenía: $x = 10$ años

Él Tendrá: $4x - 5 = 35$ años

\therefore Suman: 45 años



PROBLEMAS SOBRE CRONOMETRÍA





PROBLEMA 3

Raulito quería iniciar una conversación con Mónica y le pregunta. ¿Qué hora es? Ella sutilmente responde: “Son más de las 4 p.m. sin ser las 6 p.m. y hace 10 minutos los minutos que habían transcurrido desde las 4 p.m. eran iguales a $\frac{1}{8}$ del tiempo que faltarían transcurrir hasta las 6 p.m. dentro de 20 minutos ¿Qué hora indicó Mónica?

Resolución:



$$x + 10 + 20 + 8x = 120$$

$$9x + 30 = 120$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

$$\text{La hora será: } 4pm + 10 + 10 = 4:20pm$$

$$\therefore \underline{\underline{4:20 p.m.}}$$

PROBLEMA 4

“Son más de las 5, pero aún no son las 7. ¿Qué hora será cuando a partir de este momento transcurran tantos minutos como el triple del tiempo que transcurrió desde las 5 hasta hace 40 minutos, si sabemos que el tiempo que falta para las 7 dentro de 20 minutos es la quinta parte que transcurrió desde las 5 hasta hace 10 minutos?”

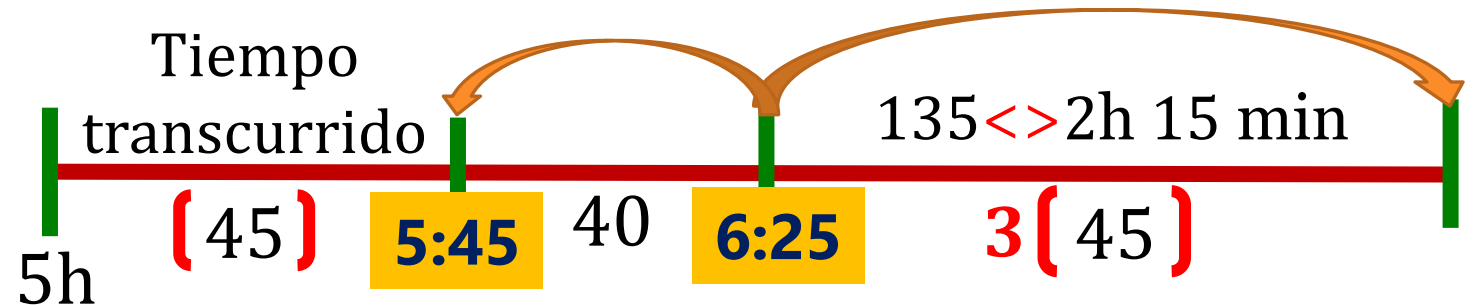
Resolución:

$$6x = 90$$

$$x = 15$$

Hora:

$$5h + 75 + 10 = \mathbf{6:25 h}$$

La hora sería:

$$6:25h + 2:15h = \mathbf{8:40h} \quad \therefore \quad \underline{\underline{\mathbf{8:40 h.}}}$$



OPERACIONES MATEMÁTICAS



PROBLEMA 5

Sabiendo que

$$\boxed{x + 5} = x - 3$$

$$\boxed{x - 1} = x - 5$$

Determine

$$M = \underbrace{\dots \boxed{x - 1} \dots}_{100 \text{ operadores}}$$

Resolución:

De los datos:

$$\boxed{x - 1} = x - 5$$

-4

$$\boxed{x + 5} = x - 3$$

-4

$$\boxed{x + 1} = x - 3$$

-4

Entonces, en la expresión pedida:

$$M = \dots \boxed{x - 1} \dots = (x - 1) \underbrace{- 4 - 4 - 4 - \dots - 4}_{100 \text{ veces}}$$

$$\therefore M = \underline{\underline{x - 401}}$$

PROBLEMA 6

Si: $x^{\boxed{x}} = x + 2$

Calcular:

$$\left(\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} \right)^3$$

Resolución:

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{3}^{\boxed{3}} = \textcircled{5} & \textcircled{5}^{\boxed{5}} = \textcircled{7} & 7^{\boxed{7}} = 9 \end{array}$$

ahora: $\textcircled{7}^{\boxed{7}} = 9$

$$\left(\textcircled{5}^{\boxed{5}} \right)^{\boxed{7}} = 9$$

$$\left(\left(\textcircled{3}^{\boxed{3}} \right)^{\boxed{5}} \right)^{\boxed{7}} = 3^2$$

$$\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} = 2$$

NOS PIDEN:

$$2^3 = 8$$

$$\therefore \underline{\underline{8}}$$

**OTRA FORMA:**

Si: $x^{\boxed{x}} = x + 2$

Calcular:

$$\left(\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} \right)^3$$

Resolución:

$$x^{\boxed{x}} = x + 2$$

A ambos términos le aplicamos logaritmo de base x

$$\log_x x^{\boxed{x}} = \log_x (x + 2)$$

$$\boxed{x} = \log_x (x + 2)$$

HALLAMOS: $\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7}$

$$\log_3 \cancel{5} \times \log_5 \cancel{7} \times \log_7 9$$

$$\log_3 9 = 2$$

NOS PIDEN: $2^3 \therefore \underline{\underline{8}}$



LEYES DE COMPOSICIÓN



PROBLEMA 7

Se define en \mathbb{Z}

Si: $p \heartsuit q = p + q - 9$

Determine:

$$13^{-1} \heartsuit 7^{-1}$$

Recordemos:

$$a \heartsuit a^{-1} = a^{-1} \heartsuit a = e$$

De la operación: $e = +9$

Resolución:

$$p \heartsuit q = p + q - 9$$

$$\underbrace{a \heartsuit a^{-1}}_e = a + a^{-1} - 9$$

$$e = a + a^{-1} - 9$$

$$9 = a + a^{-1} - 9$$

$$18 - a = a^{-1}$$

$$5 = 13^{-1}$$

$$11 = 7^{-1}$$

Piden:

$$13^{-1} \heartsuit 5^{-1}$$

$$5 \heartsuit 11 = 5 + 11 - 9 \therefore \underline{\underline{7}}$$



PROBLEMA 8

Víctor Raúl profesor de RM con muchos años de experiencia propone el siguiente problema:

$$\text{Si: } m \otimes n = \frac{mn}{6}$$

Calcule el valor de **P**

$$\mathbf{P} = 9^{-1} \otimes 7^{-1}$$

Definida en \mathbb{R}

Resolución:

Elemento neutro:

$$m \otimes n = \frac{mn}{6}$$

$$\underbrace{a \otimes e}_e = \frac{ae}{6}$$

$$\cancel{a} = \frac{\cancel{a}e}{6}$$

$$6 = e$$

$$m \otimes n = \frac{mn}{6}$$

$$\underbrace{a \otimes a^{-1}}_e = \frac{a \cdot a^{-1}}{6}$$

$$6 = \frac{a \cdot a^{-1}}{6}$$

$$\frac{36}{a} = a^{-1}$$

$$\mathbf{P} = 9^{-1} \otimes 7^{-1}$$

$$\mathbf{P} = 4 \otimes \frac{36}{7} = \frac{\frac{144}{7}}{6} = \frac{24}{7} \quad \therefore \underline{\underline{\frac{24}{7}}}$$



FRACCIONES





PROBLEMA 9

Una piscina está llena hasta sus $\frac{5}{8}$ partes. Si se sacara 4440 litros, quedaría llena hasta su novena parte. ¿Cuántos litros faltan para llenarla?

RESOLUCIÓN

Piden los litros para llenar la piscina.

TOTAL: $72X$

LLENA: $\frac{5}{8} (72X) = 45X$

FALTA: $\text{TOTAL} - \text{LLENO} = 27X$

$$\begin{aligned} 45x - 4440 &= 8x \\ 37x &= 4440 \\ x &= 120 \end{aligned}$$

FALTA: $27x$
 $27(120)$

$\therefore \underline{\underline{3240}}$

PROBLEMA 10

Raulito deja caer una pelota desde una altura h , si después de cada rebote se eleva a una altura igual a los $\frac{2}{3}$ de la altura de donde cayó, y además después del tercer rebote se eleva 1440 cm. ¿Desde qué altura se dejó caer la pelota?

Dar la respuesta en decímetros

RESOLUCIÓN

Piden la altura inicial: **ALTURA INICIAL:** h

$$1^\circ \text{ REBOTE} \quad \frac{2}{3}(h)$$

$$2^\circ \text{ REBOTE} \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}(h)$$

$$3^\circ \text{ REBOTE} \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}(h) = 1440$$

$$\frac{8}{27}(h) = 1440$$

$$h = 4860 \text{ cm}$$

$$\text{En decímetros: } \therefore h = \underline{\underline{486 \text{ dm}}}$$



REDUCCIÓN A LA UNIDAD



PROBLEMA 11

Dos caños, A y B, pueden llenar un tanque en 12 horas; B y C lo pueden llenar en 10 horas; A y C, en 15 horas. Si se abren los tres caños al mismo tiempo estando el tanque lleno en su octava parte, ¿en cuánto tiempo completaría el llenado del tanque?

Resolución:

Piden el tiempo del llenado de los 7/8 del tanque.

En 1h llenan:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{1}{15}$$

+

$$2 \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} \right) = \frac{15}{60}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow t_{\text{llenado}} = 8h$$

$$\therefore t_{\text{llenado de los } 7/8} = \frac{7}{8}(8) = \underline{\underline{7h}}$$

PROBLEMA 12

El obrero A puede hacer un trabajo en 20 días, B puede hacerlo en 12 días, y C en 15 días. El primer día A solo inicia el trabajo; el noveno día se le une B; luego en el duodécimo día se les une C y trabajan los tres hasta terminar la obra. ¿Cuántos días demora obra?

Resolución:

Piden el N° de días que demora la obra.

En 1 día

$$A \rightarrow 3k$$

$$B \rightarrow 5k$$

$$C \rightarrow 4k$$

Obra total
60k

$$8(3k) + 3(8k) + x(12k) = 60k$$

$$24k + 24k + 12kx = 60k$$

$$12kx = 12k$$

$$x = 1$$

$$\text{Total de días: } 8 + 3 + 1 = 12 \quad \therefore \underline{\underline{12 \text{ días}}}$$