



# ARITHMETIC

## Chapter 12

### 5th of Secondary

ADICION Y SUSTRACCION  
EN LOS NUMEROS NATURALES



 **SACO OLIVEROS**



# MARCO TEORICO

Resuelva la siguiente operación

$$1 + 1 + 4 + 8 + 9 + 27 + 16 + 64 + \dots + 100 + 1000$$



En cuanto tiempo  
puedes resolverlo.

cuadrados consecutivos

$$\frac{10(11)(21)}{6} = 385$$

cubos consecutivos

$$\left(\frac{10(11)}{2}\right)^2 = 3025$$

$$385 + 3025 = 3410$$



1

# ADICIÓN

$$s = a + b$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{2} \overset{1}{4} 1_{(7)} + \\
 3 4 5_{(7)} \\
 5 1 6_{(7)} \\
 \hline
 1 4 3 \ 5_{(7)}
 \end{array}$$

← lleva

## En otras bases

Orden 1  $(1 + 5 + 6) = 12 = \textcircled{1} \times 7 + 5$

Orden 2  $(1 + 4 + 4 + 1) = 10 = \textcircled{1} \times 7 + 3$

Orden 3  $(1 + 2 + 3 + 5) = 11 = \textcircled{1} \times 7 + 4$



# Formula General de la suma de términos de una progresión Aritmética

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

*n*: numero de términos

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$

$$S = \left( \frac{a_n + a_1}{2} \right) n$$

Ejm

$$S = 19 + 25 + 31 + \dots + 193$$

$$n = \frac{193 - 19}{6} + 1 = 45$$

$$S = \left( \frac{193 + 19}{2} \right) 45 = 3180$$



## Formula notables ( $\mathbb{Z}^+$ )

**A**

### Suma de primeros números enteros positivos

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + \underline{n}$$

Último término

$$S = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Ejm

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 45$$

$$n = 45$$

$$S = \frac{45(46)}{2} = 1035$$



## **B** Suma de los primeros números pares

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + \underbrace{(2n)}$$

$$S = n(n + 1)$$

Último término

**Ejm**

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 64$$

$$2n = 64$$

$$n = 32$$

$$S = 32(33) = 1056$$

## **C** Suma de los primeros números impares

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + \underbrace{(2n - 1)}$$

$$S = n^2$$

Último término

**Ejm**

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 59$$

$$(2n - 1) = 59$$

$$n = 30$$

$$S = 30^2 = 900$$



## D Suma de los primeros números al cuadrado

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \underbrace{n^2}_{\text{Último término}}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

**Ejm**  $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 22^2$

$$n^2 = 22^2$$

$$n = 22$$

$$S = \frac{22(23)(45)}{6} = 3795$$

## E Suma de los primeros números al cubo

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \underbrace{n^3}_{\text{Último término}}$$

$$S = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

**Ejm**  $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 12^3$

$$n^3 = 12^3$$

$$n = 12$$

$$S = \left[ \frac{12(13)}{2} \right]^2 = 6084$$



## 2

# SUSTRACCIÓN

Es la operación inversa a la adición, dados dos números enteros llamados minuendo (**M**) y sustraendo (**S**), nos permite encontrar un tercer número llamado diferencia (**D**).

## En otras bases

Ejm

$$65 - 38 = 27$$

$$M - S = D$$

$$\begin{array}{r} \textcolor{red}{+8} \textcolor{red}{+8} \\ \textcolor{green}{\curvearrowright} \textcolor{green}{\curvearrowright} \\ 562_{(8)} - \\ 376_{(8)} \\ \hline 164_{(8)} \end{array}$$

Orden 1  $(8 + 2) - 6 = 4$

Orden 2  $(8 + 5) - 7 = 6$

Orden 3  $4 - 3 = 1$





# Propiedades

1

## Suma de los términos

Ejm 1

➤ En la siguiente sustracción

$$83 - 49 = 34$$

➤ Si sumamos los términos

$$83 + 49 + 34 = 166 = 2(83)$$

➤ En general:

$$M + S + D = 2M$$

2

## Resta notable

Ejm 2

En base 10

$$\begin{array}{r} 762 \\ - 267 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$4 + 5 = 9 = 10 - 1 \quad \wedge \quad 1 + 5 = 6 = 7 - 1$$

➤ En general:

$$\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$$

$$x + z = y = n - 1$$

$$a - c = x + 1$$

En base 7

$$\begin{array}{r} 634_{(7)} \\ - 436_{(7)} \\ \hline 165_{(7)} \end{array}$$




# Complemento aritmético (CA)

Ejm 1

$$CA(51) = 100 - 51 = 49$$

Luego:

$$CA(N)_{(n)} = 100 \dots 0_{(n)} - N_{(n)}$$

  
 "K" ceros

$K$  = cantidad de cifras de  $N$

## METODO PRÁCTICO

$$CA(2\ 3\ 4\ 7) = 7\ 6\ 5\ 3$$

9   9   9   10

$$CA(3\ 4\ 5\ 7\ 1_{(8)}) = 4\ 3\ 2\ 0\ 7$$

7   7   7   7   8



La suma de los tres términos de una sustracción es 1486. Si el sustraendo es el CA del minuendo, determine la suma de las cifras de la diferencia.

Resolution:

**Propiedad:**

$$M + S + D = 2M$$

$$\begin{aligned} M + S + D &= 1486 \\ 2M &= 1486 \\ M &= 743 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= CA(M) = CA(\overset{9}{7} \overset{9}{4} \overset{10}{3}) \\ S &= 257 \end{aligned}$$

**Pero:**

$$M - S = D$$

$$743 - 257 = D = 486$$

$$\therefore 4 + 8 + 6 = 18$$

RPTA:

**18**



Si:  $\overline{1n1} + \overline{2n2} + \overline{3n3} + \dots + \overline{9n9} = \overline{ab4c}$ , Calcule:  $a + b + c$ .

### Resolution:

#### Del dato tenemos:

1° orden:  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$

2° orden:  $\underbrace{n + n + n + \dots + n}_{9 \text{ sumandos}} + 4 = \dots 4$

3° orden:  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = \overline{ab}$

Piden:  $a + b + c$

$\therefore 4 + 5 + 5 = 14$

→  $\boxed{c = 5}$

→  $9.n + 4 = \dots 4$   
 $9.n = \dots 0 \quad n = 0$

→  $\overline{ab} = 45$   
 donde:  $\boxed{a = 4} \quad \boxed{b = 5}$

RPTA: **14**



3

Si:  $\overline{abc} + \overline{cba} = 1392$ , además

$\overline{abc} - \overline{nm(2m)} = \overline{cba}$  Calcule  $a + b^2 + c^3$ .

**Resolution:**

**Propiedad:**

$$\begin{array}{r} \overline{a\ b\ c} - \\ \overline{c\ b\ a} \\ \hline \overline{mn(2m)} \end{array}$$

**Donde:**

$$n = 9$$

$$m + 2m = 9$$

$$\rightarrow m = 3$$

**Piden:**  $a + b^2 + c^3$

$$\therefore 8 + 9^2 + 4^3 = 153$$

**Del dato tenemos:**

$$\overline{abc} + \cancel{\overline{cba}} = 1392 \quad +$$

$$\overline{abc} - \cancel{\overline{cba}} = 396$$

$$2. \overline{abc} = 1788$$

$$\overline{abc} = 894$$

$$a = 8$$

$$b = 9$$

$$c = 4$$

**RPTA:**

**153**



Si el CA del numeral  $\overline{a7b(b+2)} = \overline{(d-1)bcd}$  ; Determine  $a+b+c+d$ .

### Resolution:

$$\begin{array}{cc} 999 & 10 \\ \text{C.A}(\overline{a7b(b+2)}) & = \overline{(d-1)bcd} \end{array}$$

Donde:

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 9 & - & 7 & = & b & 9 & - & b & = & c & 10 & - & (b+2) & = & d & 9 & - & a & = & (d-1) \\ b & = & 2 & & & c & = & 7 & & & d & = & 6 & & & a & = & 4 \end{array}$$

Piden:  $a + b + c + d$

$$\therefore 4 + 2 + 7 + 6 = 19$$

RPTA:

**19**



5

Martín y Lupe, hermanos y estudiantes de la academia Saco Oliveros juntaron sus propinas para comprarse una laptop; sobrándoles S/.1200. Si Martín quisiera comprarla solo, le faltaría S/.900 y si Lupe quisiera comprarla sola le faltaría una cantidad igual a la que tiene. ¿Cuánto cuesta la laptop?

**Resolution:****Del dato tenemos:**

sea **Pr** precio de la computadora

$$M + 900 = \text{Pr}$$

$$\Rightarrow M = \text{Pr} - 900$$

**además:**

$$L + L = \text{Pr}$$

$$\Rightarrow L = \frac{\text{Pr}}{2}$$

**Dato:**  $M + L = \text{Pr} + 1200$

**reemplazando:**

$$(\cancel{\text{Pr}} - 900) + \frac{\text{Pr}}{2} = \cancel{\text{Pr}} + 1200$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Pr}}{2} = 2100$$

$$\therefore \text{Pr} = 4200$$

RPTA:

**S/.4200**



6

Si:  $\overline{APRA} + \overline{PPC} = \overline{CAOS}$ , además  $P - A = 2$ , 0: cero,  
Calcule:  $C + A + R + P + A$ .

### Resolution:

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ \overline{APRA} \\ + \\ \overline{PPC} \\ \hline \overline{CAOS} \end{array}$$

Donde:

orden 1  $A + C = \overline{1S}$

orden 2  $1 + R + P = 10 \dots(I)$

orden 3  $1 + P + P = \overline{1A} = 10 + A$



dato

$$2 \cdot P - A = 9$$

$$P - A = 2$$

restando

$$P = 7 \quad A = 5$$

de...(I)  $R = 2$

orden 4  $1 + A = C$



$$C = 6$$

Piden:  $C + A + R + P + A$

$$\therefore 6 + 5 + 2 + 7 + 5 = 25$$

RPTA:

**25**





7

En una conferencia de economía, se tiene que el número de varones es  $\overline{aba}_{(n)}$  y la cantidad de mujeres  $\overline{xx}_{(n)}$ . Si el complemento del número de varones es igual al número de mujeres, y  $a.b = 56$ ; halle el valor de  $a+b+x+n$ .

### Resolution:

$$CA(\overline{aba}_{(n)}) = \overline{xx}_{(n)}$$

$$n-1-a=0$$

$$n-a=1$$

$$\boxed{n=a+1}$$

$$n-a=x$$

$$x=1$$

$$a+1=2+b$$

$$a=1+b$$

$$n-1-b=x$$

$$n-1-b=1$$

$$\boxed{n=2+b}$$

$$\text{Dato: } a.b = 56$$

$$a=8; b=7$$

$$n=9$$

$$\text{Piden: } a+b+x+n$$

$$8+7+1+9$$

$$25$$

RPTA:

25