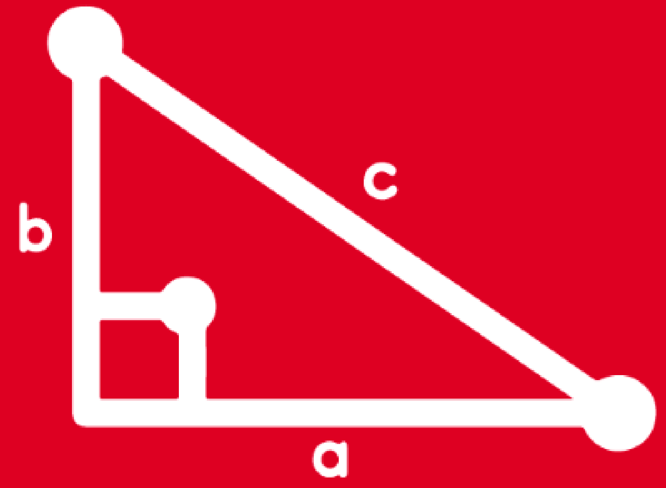
TRIGONOMETRY

Chapter 13



3rd
SECONDARY

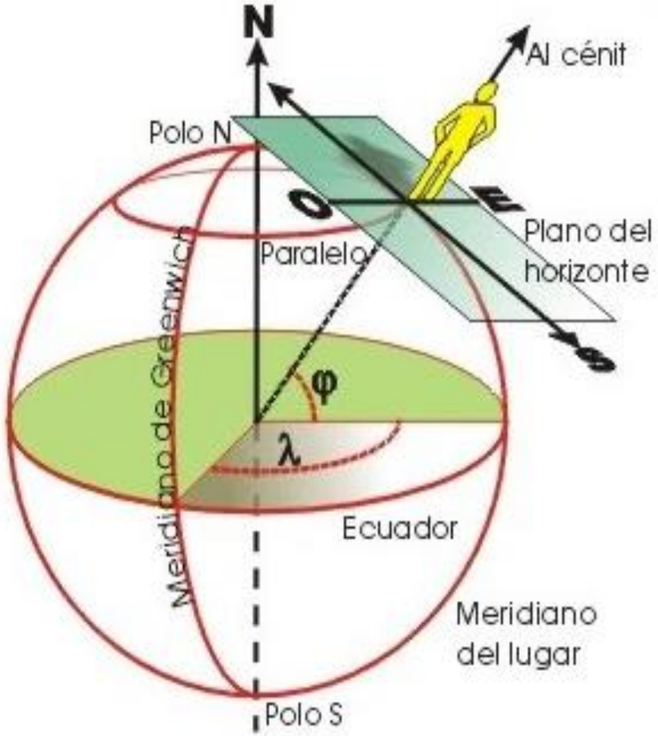
Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal I

SACO OLIVEROS

COORDENADAS GEOGRÁFICAS

Determinan la posición del observador sobre la superficie terrestre. Aunque sabemos que la Tierra está achatada por los polos vamos a suponer, en primera aproximación, que es una esfera perfecta. Un punto cualquiera de la esfera terrestre queda determinado por dos coordenadas geográficas: la longitud y la latitud.

Cualquier plano paralelo al del ecuador, comprendido entre los polos norte, N, y sur, S, corta a la esfera en una circunferencia denominada paralelo. Las infinitas esferas que pasan por los polos N y S son los meridianos terrestres.



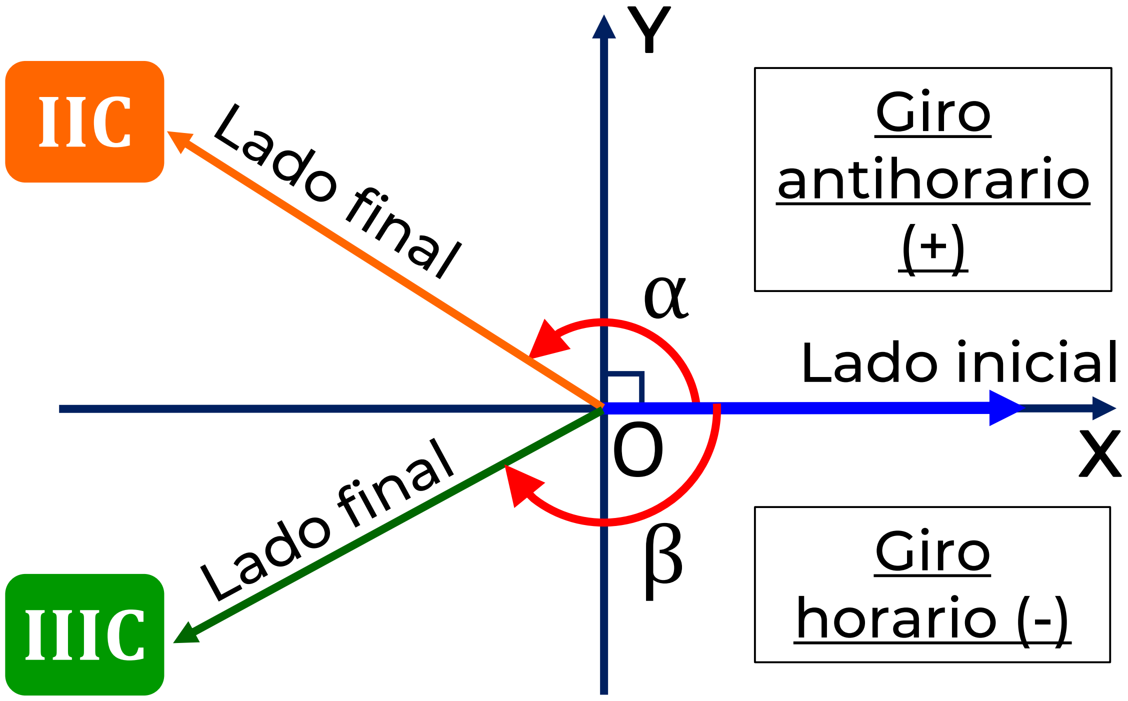
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Definición

Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, en donde su:

- **Vértice:** Origen de coordenadas.
- **Lado inicial:** Semieje X positivo.
- **Lado final:** Se ubica en cualquier cuadrante o semieje del plano.

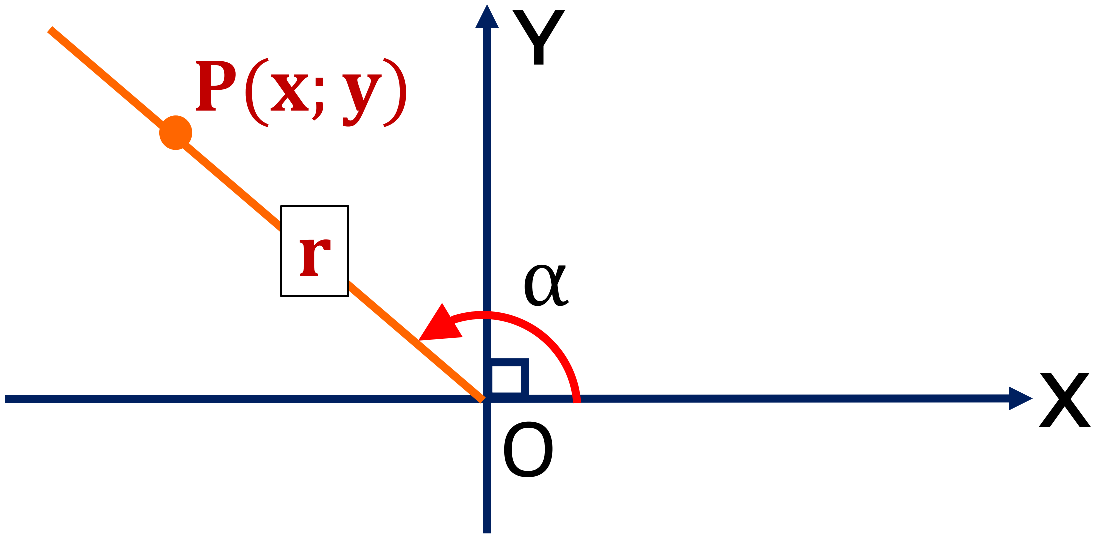
Representación gráfica



OBSERVACIÓN

La **posición del lado final** de un ángulo en posición normal **determina su cuadrante.**

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



x: abscisa del punto P

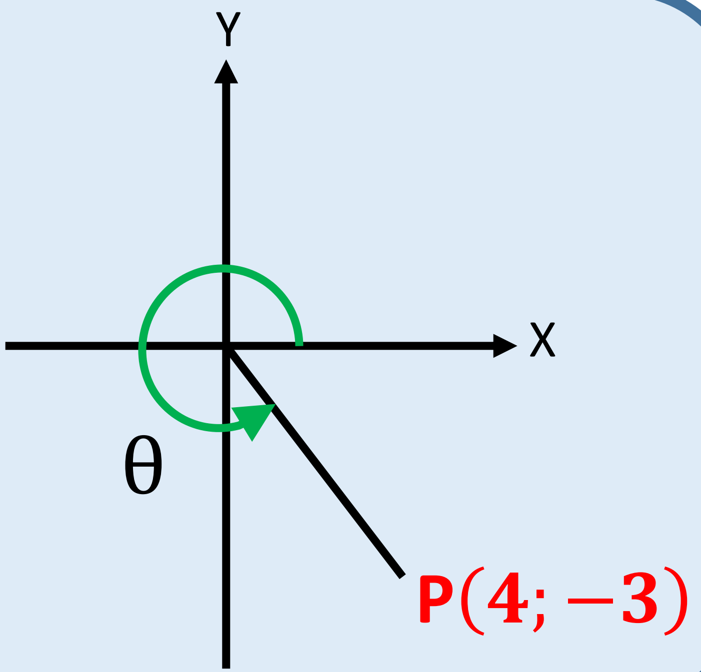
y: ordenada del punto P

r: radio vector

$$\mathbf{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{r}{y}$

1 Del gráfico, calcule senθ



Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Resolución:

Del punto P, tenemos:

$x = 4\,;\, y = -3$

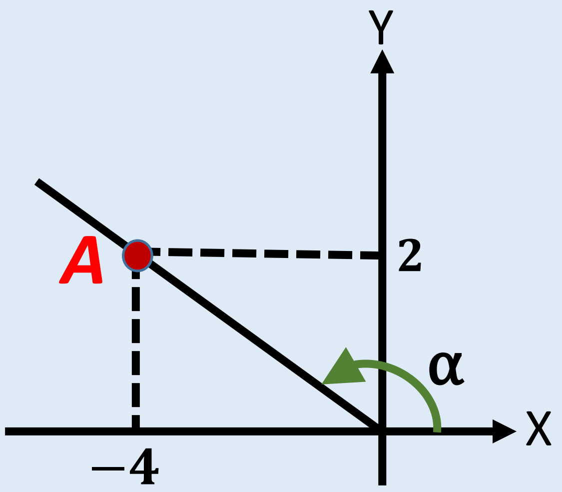
$$r = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2}$$

$$r = \sqrt{16 + 9} = 5$$

Calculamos:

$$\mathbf{sen\theta = \frac{y}{r} = -\frac{3}{5}}$$

2 Del gráfico, calcule $\sqrt{5}\cos\alpha$



Recordar:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}$$

Resolución:

Del punto A, tenemos:

$x = -4\ ;\ y = 2$

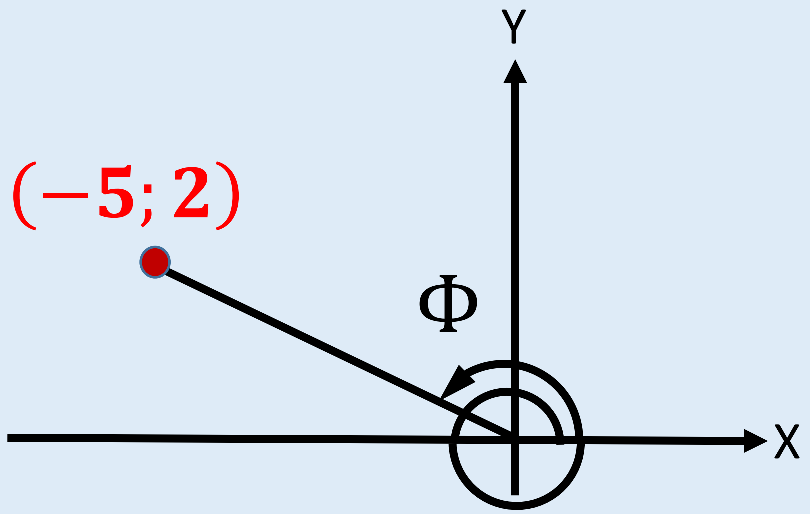
$r = \sqrt{(-4)^2 + (2)^2}$

$r = \sqrt{16+4} \quad \Rightarrow r = \sqrt{20}$

Calculamos:

$$\boxed{\sqrt{5}\cos\alpha = \sqrt{5}\left(-\frac{4}{\sqrt{20}}\right) = -\frac{4\cancel{\sqrt{5}}}{2\cancel{\sqrt{5}}} = -2}$$

3 Del gráfico, efectue $T = \text{sen}\Phi.\cos\Phi$



Resolución:

Del punto B, tenemos:

$x = -5\,;\, y = 2$

$\text{r} = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2}$

$\text{r} = \sqrt{25+4} \quad \Rightarrow \text{r} = \sqrt{29}$

Calculamos:

$$\text{sen}\Phi.\cos\Phi = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}\right)\left(-\frac{5}{\sqrt{29}}\right) = -\frac{10}{29}$$

Recordar:

$\textbf{sen}\alpha = \frac{y}{r} \qquad \textbf{cos}\alpha = \frac{x}{r}$

4 Si el punto M(6;-8) pertenece al lado final del ángulo en posición normal α; efectué K = secα + tanα

Recordar:

$\sec\alpha = \frac{r}{x}$ $\tan\alpha = \frac{y}{x}$

Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Resolución:

Del punto M, tenemos:

$x = 6\,;\, y = -8$

$r = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2}$

$r = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} \Rightarrow r = 10$

Calculamos:

$$\sec\alpha + \tan\alpha = \left(\frac{10}{6}\right) + \left(-\frac{8}{6}\right) = \frac{\cancel{2}}{\cancel{6}} = \frac{1}{3}$$

5

Si el punto P(2;-3) pertenece al lado final del ángulo en posición normal α, efectué E = $2\tan\alpha + \sqrt{13}\cos\alpha$

Recordar:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \qquad \tan\alpha = \frac{y}{x}$$

Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Resolución:

Del punto P, tenemos:

$x = 2\ ; y = -3$

$$r = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2}$$

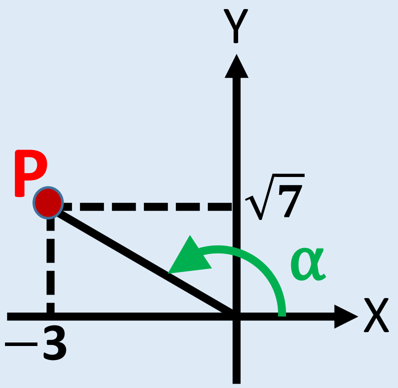
$$r = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

Calculamos: $2\tan\alpha + \sqrt{13}\cos\alpha = \cancel{2}\left(\frac{-3}{\cancel{2}}\right) + \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right)$

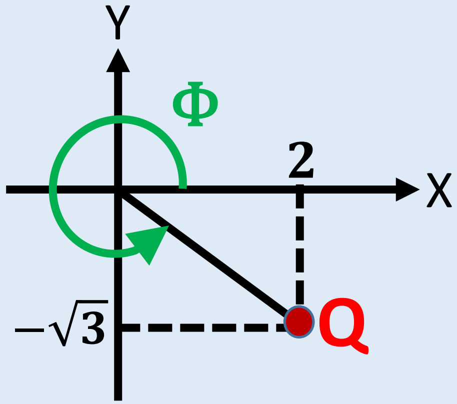
$$2\tan\alpha + \sqrt{13}\cos\alpha = -3 + 2$$

$$\boxed{2\tan\alpha + \sqrt{13}\cos\alpha = -1}$$

6 Gilbert se presentó a su examen final de Geometría y Trigonometría. Los puntajes A y B respectivamente, corresponden a las notas de cada materia. Averigüe en que materia obtuvo más alto puntaje.



A = $16sen^2\alpha + 12$



Trigonometría

B = $4sec^2\Phi + 13$

Resolución:

Del punto P, tenemos: $x = -3\ ;\ y = \sqrt{7}$

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{7})^2} = 4$$

$$A = 16\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 + 12 = 16\left(\frac{7}{16}\right) + 12 = 19$$

Del punto Q, tenemos: $x = 2\ ;\ y = -\sqrt{3}$

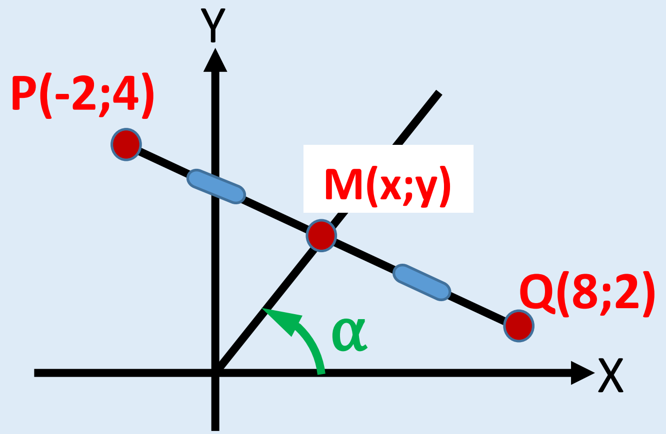
$$r = \sqrt{(2)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$$

$$B = 4\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 + 13 = 4\left(\frac{7}{4}\right) + 13 = \boxed{20}$$

7

Milagros ha rendido sus exámenes de Lenguaje, Literatura y Razonamiento Verbal, obteniendo la notas de A , B y R respectivamente . Si para obtener dichos valores se tiene que resolver el siguiente ejercicio, ¿ en cuál de los cursos obtuvo mayor calificación?

Datos : $A = 8\sqrt{2}\operatorname{sen}\alpha + 10$ $B = 9\sqrt{2}\cos\alpha + 10$ $R = 10\tan\alpha + 10$



Recordar:

$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{r}$ $\cos\alpha = \frac{x}{r}$ $\tan\alpha = \frac{y}{x}$

Resolución:

❖ Aplicaremos la fórmula del punto medio

$(x;y) = \left(\frac{-2+8}{2} ; \frac{4+2}{2}\right) = (3;3)$

Del punto M, tenemos:

$x = 3 \,;\, y = 3 \quad r = 3\sqrt{2}$

Calculamos:

$A = 8\sqrt{2}\operatorname{sen}\alpha + 10$

$A = 8\cancel{\sqrt{2}}\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cancel{\sqrt{2}}}\right) + 10$

$A = 18$

$B = 9\sqrt{2}\cos\alpha + 10$

$B = 9\cancel{\sqrt{2}}\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cancel{\sqrt{2}}}\right) + 10$

$B = 19$

$R = 10\tan\alpha + 10$

$R = 10\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}\right) + 10$

$R = 20$

POR LO TANTO OBTUVO MAYOR NOTA EN RAZONAMIENTO VERVAL