



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 17

4th
SECONDARY

SERIES I



 **SACO OLIVEROS**



SERIE NUMÉRICA

DEFINICIÓN

Es la adición indicada de los términos de una sucesión. Es decir, sea la sucesión:

$$\begin{matrix} 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & n^\circ \\ t_1; & t_2; & t_3; & t_4; & \dots; & t_n \end{matrix}$$

Entonces:

$$\underbrace{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n}_{\text{SERIE}} = \underbrace{S}_{\text{VALOR DE LA SERIE}}$$

PRINCIPALES TIPOS DE SERIES

□ SERIE ARITMÉTICA

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n$$

$\underbrace{\quad\quad}_r \quad \underbrace{\quad\quad}_r \quad \underbrace{\quad\quad}_r$

$$S = \frac{(t_1 + t_n) \times n}{2}$$

Donde:

t_1 : Primer sumando
 t_n : Último sumando
 n : Cantidad de sumandos



SERIE NUMÉRICA

Ejemplo1

Calcule el valor de la serie:

$$S = \overset{1^\circ}{5} + \overset{2^\circ}{8} + \overset{3^\circ}{11} + \dots + \overset{9^\circ}{29} + \overset{10}{32}$$

De la serie, reconocemos:

$$t_1 = 5 \quad t_n = 32 \quad n = 10$$

$$\rightarrow S = \frac{(5 + 32) \times 10}{2} = \underline{185}$$

□ SERIES NOTABLES

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo2

Sume:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 39 = \frac{39(40)}{2} = \underline{780}$$



SERIE NUMÉRICA

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

$\div 2$

Ejemplo3

Sume:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 32 = 16(17) = \underline{272}$$

$\div 2$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS IMPARES

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$+1, \div 2$

Ejemplo4

Sume:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 99 = 50^2 = \underline{2500}$$

$+1, \div 2$



SERIE NUMÉRICA

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CUADRADOS

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ejemplo4

Sume:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 30^2 = \frac{30(31)(61)}{6}$$

$$= \underline{9455} \times$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CÚBICOS

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

Ejemplo5

Sume:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3 = \left(\frac{20(21)}{2} \right)^2$$

$$= \underline{44100} \times$$



RESOLUCIÓN DE

LA PRÁCTICA

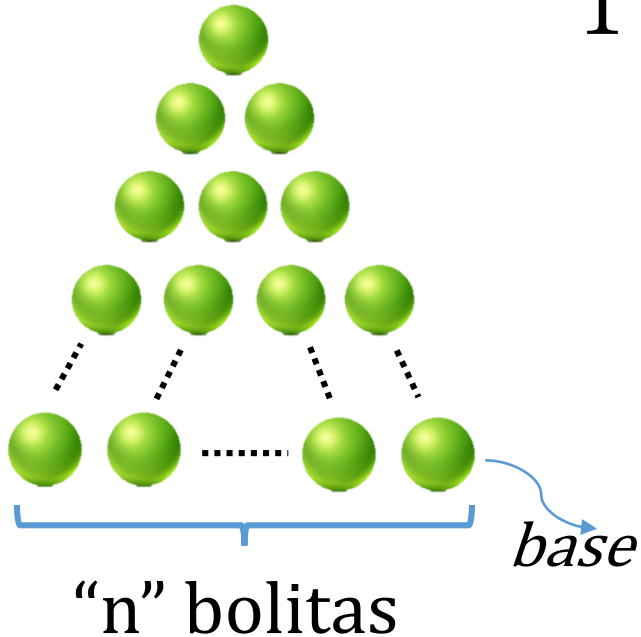




PROBLEMA 1

Se ordenan 153 bolas en forma conveniente logrando formar un triángulo equilátero. ¿Cuántas bolas deben ubicarse en la base?

Resolución



$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = 153$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 153$$

$$n(n+1) = 306$$

$$n(n+1) = 17 \times 18$$

$$n = 17$$

$$\therefore \underline{17 \text{ bolitas}}$$



PROBLEMA 2

Calcule $N + R$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + N = 900$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + R = 1640$$

Resolución

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

-1, $\times 2$

$$+1, \div 2$$

$$-1, \times 2$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + N = 30^2$$

$$N = 30 \times 2 - 1 = 59$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + (2n) = n(n + 1)$$

$\times 2$

$$\div 2$$

$$\times 2$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + R = 40 \times 41$$

$$R = 40 \times 2 = 80$$

$$\rightarrow N + R = 59 + 80$$

$$\therefore \underline{139}$$



PROBLEMA 3

Aníbal se propone leer su libro de Microeconomía, para ello lee el primer día 3 páginas, el segundo día 7 páginas, el tercer día 11 páginas, el cuarto 15 páginas y así sucesivamente hasta un día en que terminó de leer su libro de microeconomía. Si el último día que estuvo leyendo su libro, el número de páginas que había leído fue igual a 5 veces el número de páginas que había leído el vigésimo día. ¿Cuántas paginas tiene el libro de microeconomía de Aníbal?

Resolución

Primero calculamos el t_{20}

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & & 20^\circ & & 99^\circ \\
 \times 4, -1 & \swarrow & & & & & & & \searrow +1, /4 \\
 3 & + & 7 & + & 11 & + & 15 & + \dots & + 79 & + \dots & + 395
 \end{array}$$

$\underbrace{\quad}_{+4} \quad \underbrace{\quad}_{+4} \quad \underbrace{\quad}_{+4}$

RECUERDA

$$S = \frac{(t_1 + t_n) \times n}{2}$$

$$S = \frac{(3 + 395)99}{2}$$

$$S = (199)99$$

$$S = 19701$$

$$\therefore \underline{19701}$$



PROBLEMA 4

El profesor Ronald evalúa a su alumno Geovani; haciéndole la siguiente pregunta: $S = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 119$

Como Geovani estaba nervioso al momento de dar su respuesta, olvidó escribir el cero de su respuesta final. Podría decir ¿cuál fue la respuesta que dio Geovani?

Resolución

Calculamos el número de sumandos.

$$\begin{array}{ccccccc} -1 & 2 & + & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \dots & + & 119 \\ \text{↖} & \text{↗} & \text{↗} & \text{↗} & \text{↗} & \text{↗} & \text{↗} & \text{↗} & & & & \\ +3 & +3 & +3 & +3 & & & & & & & & \end{array}$$

$$\rightarrow t_n = 3n - 1$$

$$3n - 1 = 119$$

$$n = 40$$

RECUERDA

$$S = \frac{(t_1 + t_n) \times n}{2}$$

$$S = \frac{(2 + 119) \cancel{40}^{20}}{\cancel{2}}$$

$$S = (121)20$$

$$S = 2420$$

$$\therefore \underline{242} \times$$



PROBLEMA 5

Raulito ubica sus fichas en filas: en la primera coloca 2 fichas, en la segunda 4, en la tercera 6 y así sucesivamente hasta que en una fila coloca 80 fichas. ¿Cuántas fichas colocó en total?

Resolución

Piden calcular el número total de fichas:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{Filas} \rightarrow & 1^\circ & & 2^\circ & & 3^\circ & & \dots & & 40^\circ \\
 \text{N}^\circ \text{ de fichas:} & 2 & + & 4 & + & 6 & + & 8 & + & \dots & + & 80 & = & 40 \times 4 \\
 & & & & & & & & & & & & & \therefore \underline{1640}
 \end{array}$$



PROBLEMA 6

Roberto compró un paquetón de figuritas del mundial para poder venderlas. El primer día vende solo una figurita, 4 el segundo, 9 el tercer día, 16 el cuarto día y así sucesivamente hasta que un día vendió 400 figuritas. Si al final de esta última venta solo le quedan 10 figuritas, ¿Cuántas figuritas compro en total Roberto?

Resolución

Piden calcular el total de figuritas.



1° día 2° día 3° día 4° día ... 20° día

a a
1; 4; 9; 16; ... 400

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20^2$

$$\frac{20(21)(41)}{6} = 2870$$

El total : $2870 + 10$

$$\therefore \underline{2880}$$



PROBLEMA 7

Alberto es un recolector de botellas de plástico, la primera hora recogió una botella, la segunda recogió 8, la tercera hora recogió 27 botellas, y así hasta que pasaron 11 horas. ¿Cuántas botellas recogió en total ese día?

Resolución

Piden calcular el total de botellas.

1ª hora 2ª hora 3ª hora 4ª hora 11ª hora

1; 8; *a*27; *a*64; ...

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 11^3 = \left(\frac{11(12)}{2} \right)^2$$

∴ 4356 botellas