ARITHMETIC

Chapter 11

4th
SECONDARY

Estudio de los Enteros Positivos

SACO OLIVEROS

¿Cuál es el primer número de la historia?

El primer número representado en la historia es el:

Hace aproximadamente 40 mil años se han registrado muchos huesos con 29 marcas, que se considera la presentación del 29 aunque todavía no había la idea abstracta de números

¿Porqué?, una de las ideas más aceptadas es el ciclo lunar de aproximadamente 29 días, veamos como se vería un ciclo lunar.

Tecnología | Innovación | Ciencia | Matemática | Artes | Social

CLASIFICACIÓN DE LOS ENTEROS POSITIVOS

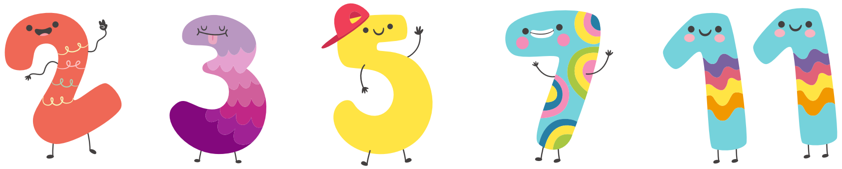
DE ACUERDO A LA CANTIDAD DE DIVISORES

NÚMEROS SIMPLES

- *la unidad*

- *número primo o primo absoluto*

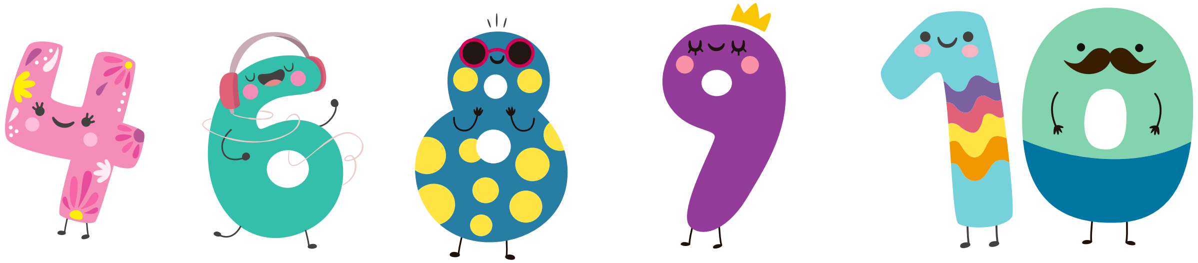
Son aquellos números que admiten exactamente dos divisores a la unidad y a el mismo.



NÚMEROS COMPUESTOS

Son aquellos números que admiten más de dos divisores.

- Como por ejemplo



EJEMPLO Analizaremos los divisores de 12

$DIV_{12} = \{ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 12 \}$ → "Divisores de doce"

$DIV_{PRIMOS} = \{ 2;\ 3 \}$ → "Divisores primos"

$DIV_{COMPUESTOS} = \{ 4;\ 6;\ 12 \}$ → "Divisores compuestos"

$DIV_{PROPIOS} = \{ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6 \}$ → "Divisores propios"

NÚMEROS PRIMOS RELATIVOS, COPRIMOS O PRIMOS ENTRE SI (PESI)

El único divisor común que comparten todos ellos es la unidad.

EJEMPLO

28 — 1; 2; 4; 7; 14; 28

45 — 1; 3; 5; 9; 15; 45

34 — 1; 2; 17; 34

28, 45 y 34 son PESI

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Teorema de Gauss

"Todo numero entero mayor que uno se puede descomponer como el producto de sus factores primos(**diferentes**) elevados a exponentes enteros positivos de forma única"

EJEMPLO

$$120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \longrightarrow \text{D. C.}$$

GENERAL

$$N = a^\alpha \times b^\beta \times c^\theta \longrightarrow \text{D. C.}$$

Donde:

$a; b; c$: Factores primos

$\alpha; \beta; \theta \in \mathbb{Z}^+$

MÉTODO PARA DETERMINAR UN NÚMERO PRIMO

- Se calcula la $\sqrt{}$ (aprox.) del número y se toma la parte entera de dicha raíz.
- Se indican todos los números primos menores o iguales a la parte entera.
- Se determina si el número es o no divisible por cada número primo considerado en el paso anterior.

"El número será primo sino resulta ser divisible por ninguno de los primos evaluados"

EJEMPLO

Comprobar si el número 157 es primo.

- 1° paso $\sqrt{157} = 12,52...$
- 2° paso $\{2;3;5;7;11\} \leq 12$
- 3° paso
  - $157 = \overset{\circ}{2} + 1$
  - $157 = \overset{\circ}{3} + 1$
  - $157 = \overset{\circ}{5} + 2$
  - $157 = \overset{\circ}{7} + 3$
  - $157 = \overset{\circ}{11} + 3$

157 es primo

ESTUDIO DE LOS DIVISORES DE UN ENTERO POSITIVO

CANTIDAD DE DIVISORES

EJEMPLO

$$600 = 2^3 \times 3^1 \times 5^2 \longrightarrow \text{D.C}$$

divisores en cada columna

2^0	3^0	5^0
2^1	3^1	5^1
2^2		5^2
2^3		

$$4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$CD_{600} = (3+1)(1+1)(2+1) = 24$$

EN GENERAL

- Descomponemos canónicamente al número.

$$N = a^{\alpha} \times b^{\beta} \times c^{\theta} \longrightarrow \text{D.C}$$

Donde:

$a; b; c$: Factores primos

$\alpha; \beta; \theta \in \mathbb{Z}^+$

- La cantidad de divisores estará dada por

$$CD_N = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1)$$

HELICO | PRACTICE

1

Entre $42_{(7)}$ y $1012_{(4)}$, ¿cuántos números primos absolutos hay?

Resolución:

Como

$42_{(7)} = 30$

y $1012_{(4)}$=70

Entonces, los primos están

$30 < P < 70$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Piden el número de primos

P: 31 37 41 43 47 53 59 61 67

Entonces hay 9 PRIMOS

RPTA: 9

Si $a, b, c \ y \ d$ son primos y además, 3a+2b=16 y 5c+4d=38, calcule abcd.

Resolución:

Por Dato

$$3a+2b=16$$

2 5

"a" debe ser par

$$5c+4d=38$$

2 7

"c" debe ser par

Entonces: 2x5x2x7 = 140

RPTA: 140

Halle la cantidad de divisores de N.

$$N=\underbrace{a^{b}.(a+1)^{a}.\overline{a(6-b)}}_{\text{Descomposición canónica}}$$

Resolución:

Es una descomposición canónica

$$N=a^{b}\times(a+1)^{a}\times\overline{a(6-b)}$$

Son primos entonces: $a=2$

"Los únicos primos consecutivos son 2 y 3"

Veamos $\overline{a(6-b)}=\overline{2(6-b)}$ primo

23 ó 29 → $3=b$

Cantidad de divisores

$$N=2^{3}\times3^{2}\times23^{1}$$

→ $CD_{N}=(3+1)(2+1)(1+1)$

$$CD_{N}=24$$

RPTA: 24

Entre los números: 180, 95, 756 y 900. ¿Cuál es el tiene tantos divisores como 360?

Resolución:

Descomponer

$$360 = 36 \times 10$$

$$360 = 6^2 \times 2 \times 5$$

$$360 = 3^2 \times 2^3 \times 5^1$$

$$CD_{360} = (2+1)(3+1)(1+1)$$

$$CD_{360} = 24$$

Evaluando tenemos que:

$$756 = 4 \times 27 \times 7$$

$$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7^1$$

$$CD_{756} = (2+1)(3+1)(1+1)$$

$$CD_{756} = 24$$

Entonces el numero 756 cumple.

RPTA: 756

Calcule la cantidad de divisores impares que tiene 2800.

Resolución:

Al descomponer 2800:

$$2800 = 28 \times 100$$

$$2800 = 4 \times 7 \times 4 \times 25$$

$$2800 = 2^{4} \times 5^{2} \times 7^{1}$$

Cantidad de divisores impares de 2800 es:

$$2800 = \cancel{2^{4}} \times \underbrace{(5^{2} \times 7^{1})}$$

$$CD_{Impares} = (2+1)(1+1)$$

$$CD_{Impares} = (3)(2) = 6$$

RPTA: 6

Aariana tiene cierta cantidad de caramelos y su hermano Artthur le comenta que por coincidencia la cantidad de caramelos que tiene es igual a la cantidad de divisores que tiene el numero 2500, a lo que ella replica que en realidad es igual a la cantidad de divisores compuestos. ¿Cuál es la cantidad de caramelos, si la madre de ambos les dice que están equivocados que esta cantidad es múltiplos de 7 y se encuentra entre las dos cantidades indicadas?

Resolución:

Al descomponer 2500 tenemos:

$$2500 = 2^2 \times 5^4$$

Su cantidad divisores es:

$$CD_{2500} = (2+1)(4+1) = 15$$

Recordar $CD_N = CD_{SIMPLES} + CD_{COMPUESTOS}$

$$15 = 3 + CD_{COMPUESTOS}$$

$$CD_{COMPUESTOS} = 12$$

Como la cantidad de caramelos es múltiplo de 7:

Además $12 < \boxed{14} < 15$

RPTA: 14

Verónica, catedrática de la Universidad Federico Villareal, tiene dos hijos Luis y Manuel de $\overline{3c}$ y $\overline{4b}$ años respectivamente. Si ambas edades son dos números primos absolutos; determine la suma máxima de las edades que pueden tener los dos hijos de Verónica.

Resolución:

Son primos

Edad de Luis $\overline{3c}$ → 31; $\boxed{37}$

Edad de Manuel $\overline{4b}$ → 41; 43; $\boxed{47}$

La suma máxima será:

$$37+47 = 84$$

RPTA: 84