GEOMETRÍA

Chapter 8

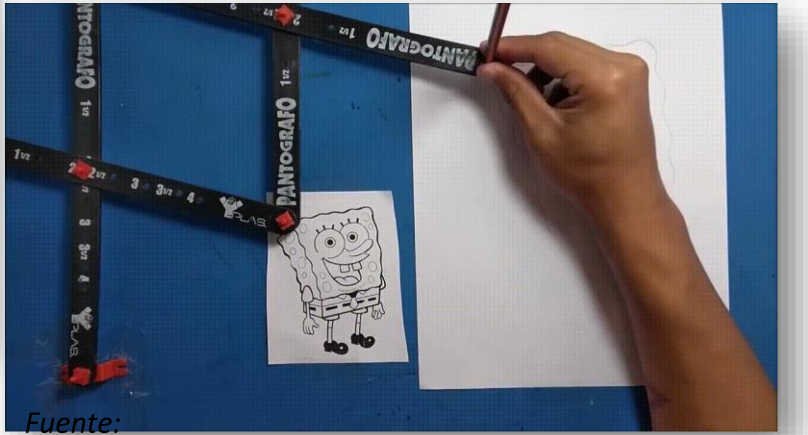
4th

SECONDARY

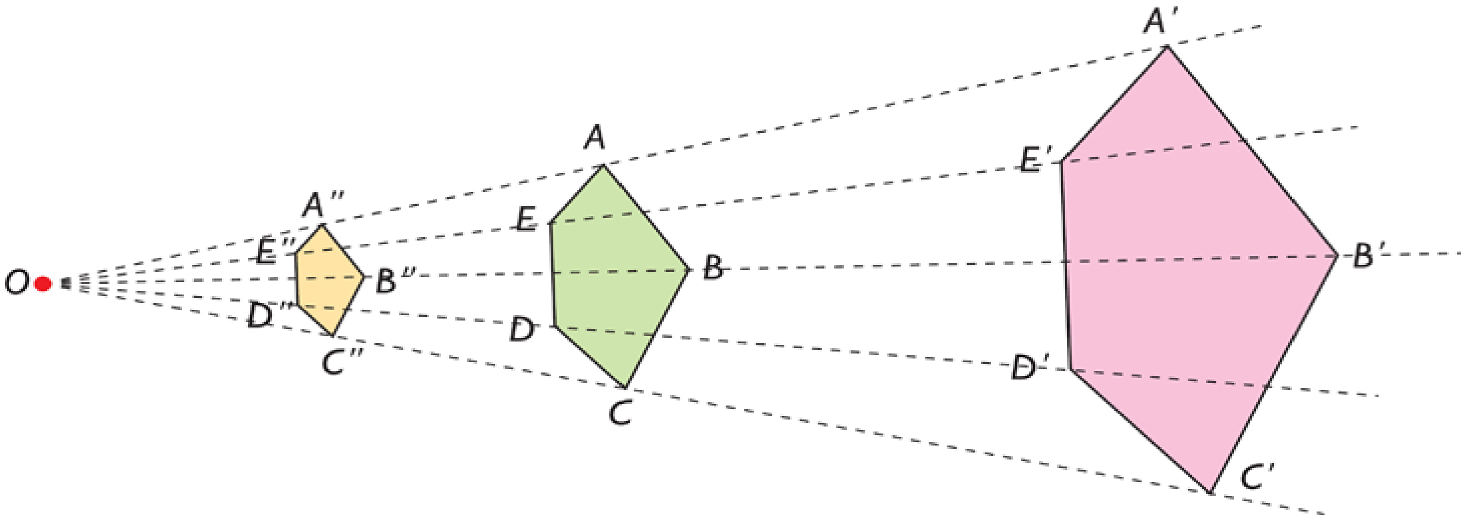
TRIÁNGULOS SEMEJANTES

El dibujo a escala, una suerte de motivación para la introducción a la semejanza

Al observar objetos que tienen la misma forma y el mismo tamaño se les suele llamar semejantes. Una manera sistemática de generar “cascadas” de objetos semejantes a uno dado, es el dibujo en perspectiva. Esta técnica fue desarrollada en el Renacentismo por el gran maestro León de Alberti (1404-1472) en Florencia, Italia, quien describió su método en su tratado titulado Tratado sobre la pintura. Aquí haremos notar que para dibujar en perspectiva es fundamental la idea del punto de fuga, lo que se ilustra en las figuras precedentes.



Fuente: youtube.com/watch?v=GZ6M0FAf_GU

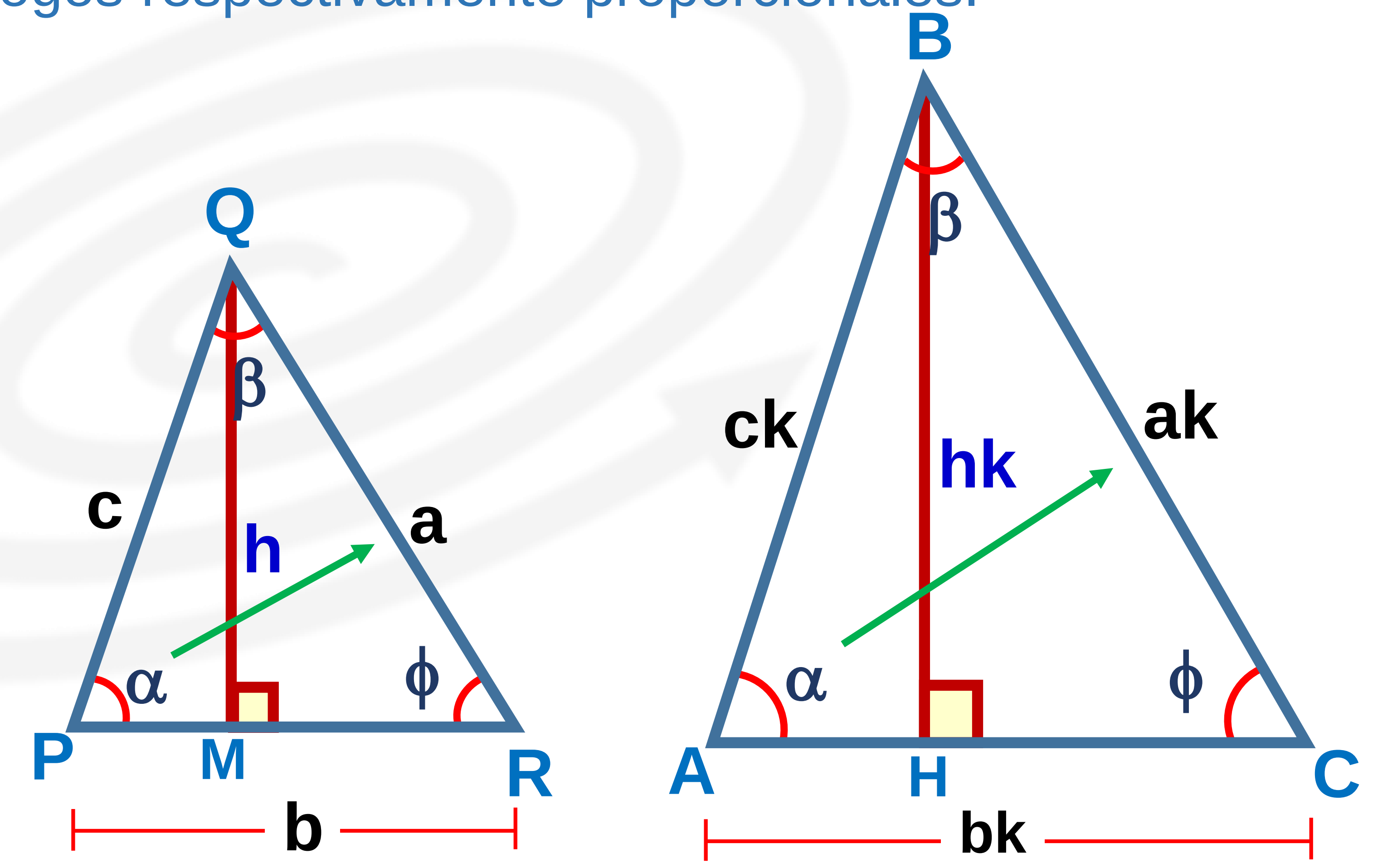


TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Dos triángulos son semejantes si tienen tres pares de ángulos congruentes y las longitudes de sus lados homólogos respectivamente proporcionales.

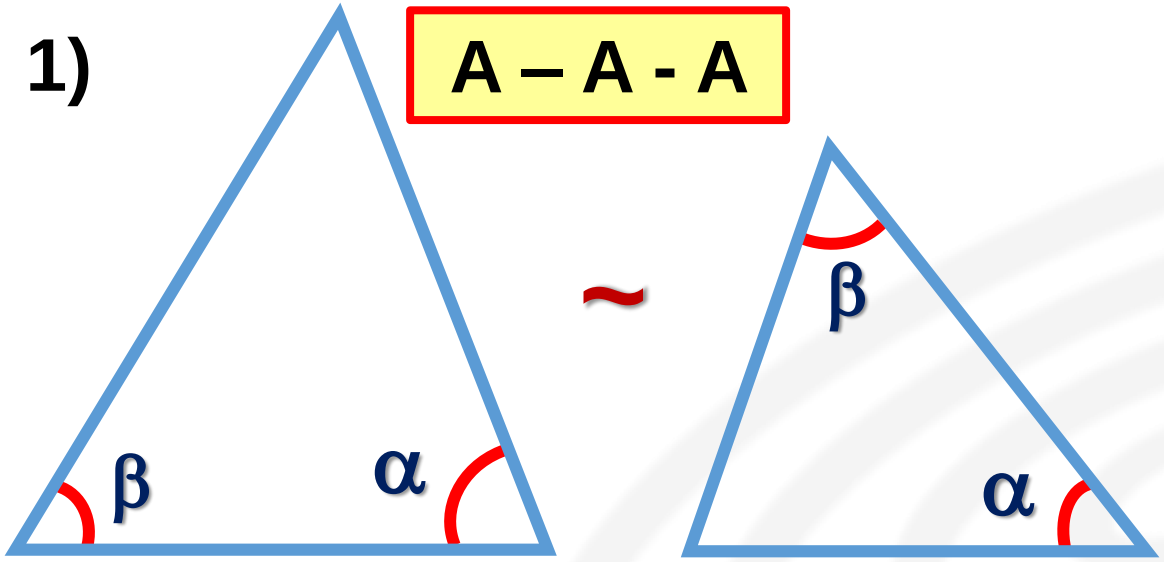
- **Si:** $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\frac{BC}{QR}=\frac{AC}{PR}=\frac{AB}{PQ}=\frac{BH}{QM}=k$$

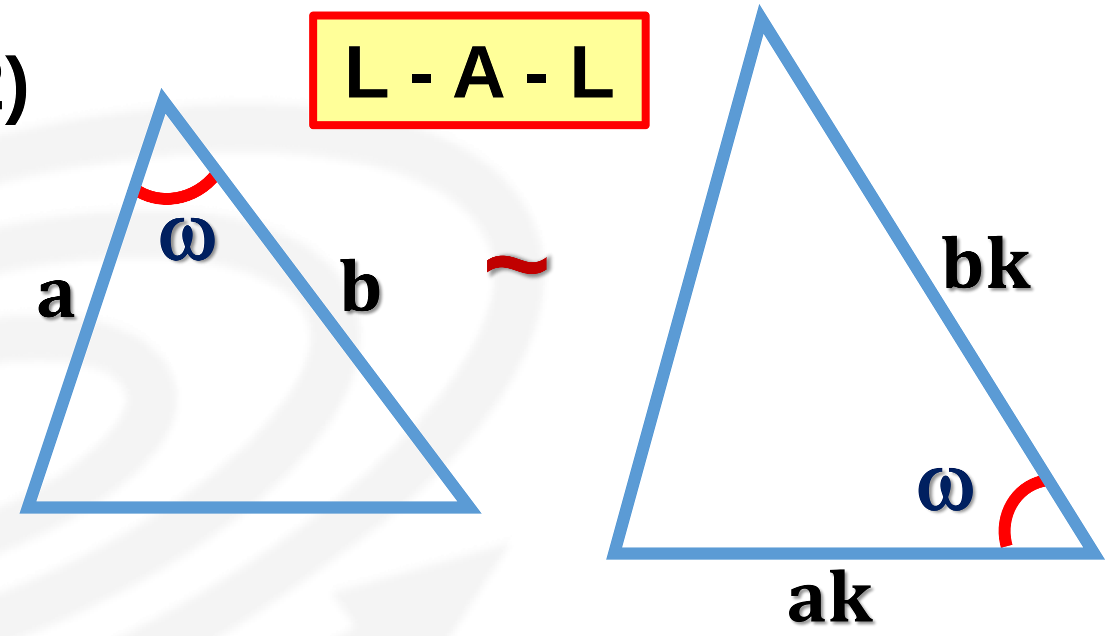


TEOREMAS FUNDAMENTALES DE SEMEJANZA

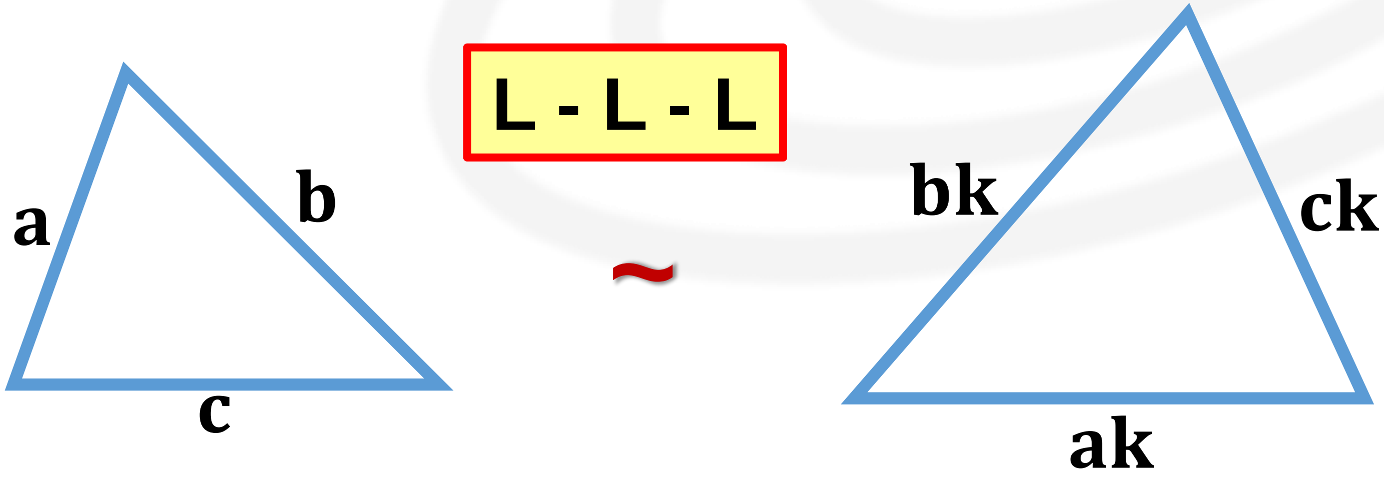
1) **A – A - A**



2) **L - A - L**



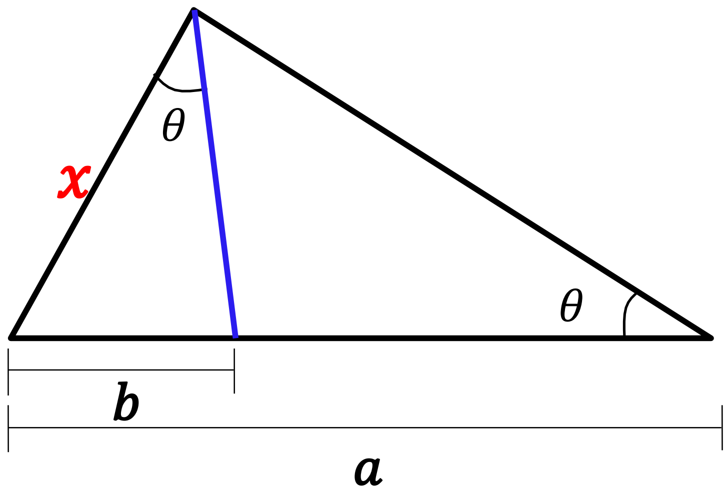
3) **L - L - L**



Si afirmamos que dos triángulos son semejantes, se aprovecha la proporcionalidad entre lados homólogos.

TEOREMAS

1. Del gráfico:

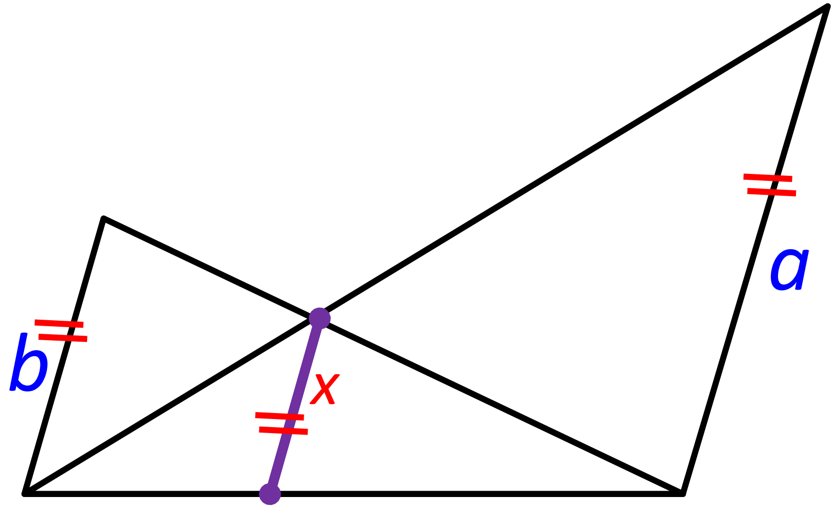


Se cumple:

$$x^2 = a \,.\, b$$

$(Teo.\ antiparalela)$

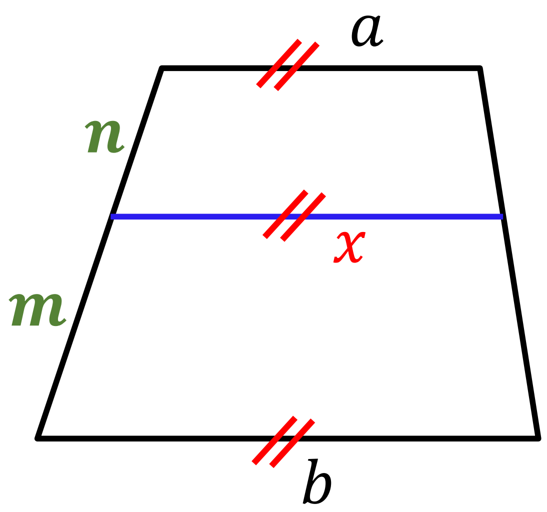
2. Del gráfico:



Se cumple:

$$x = \frac{a\,.b}{a+b}$$

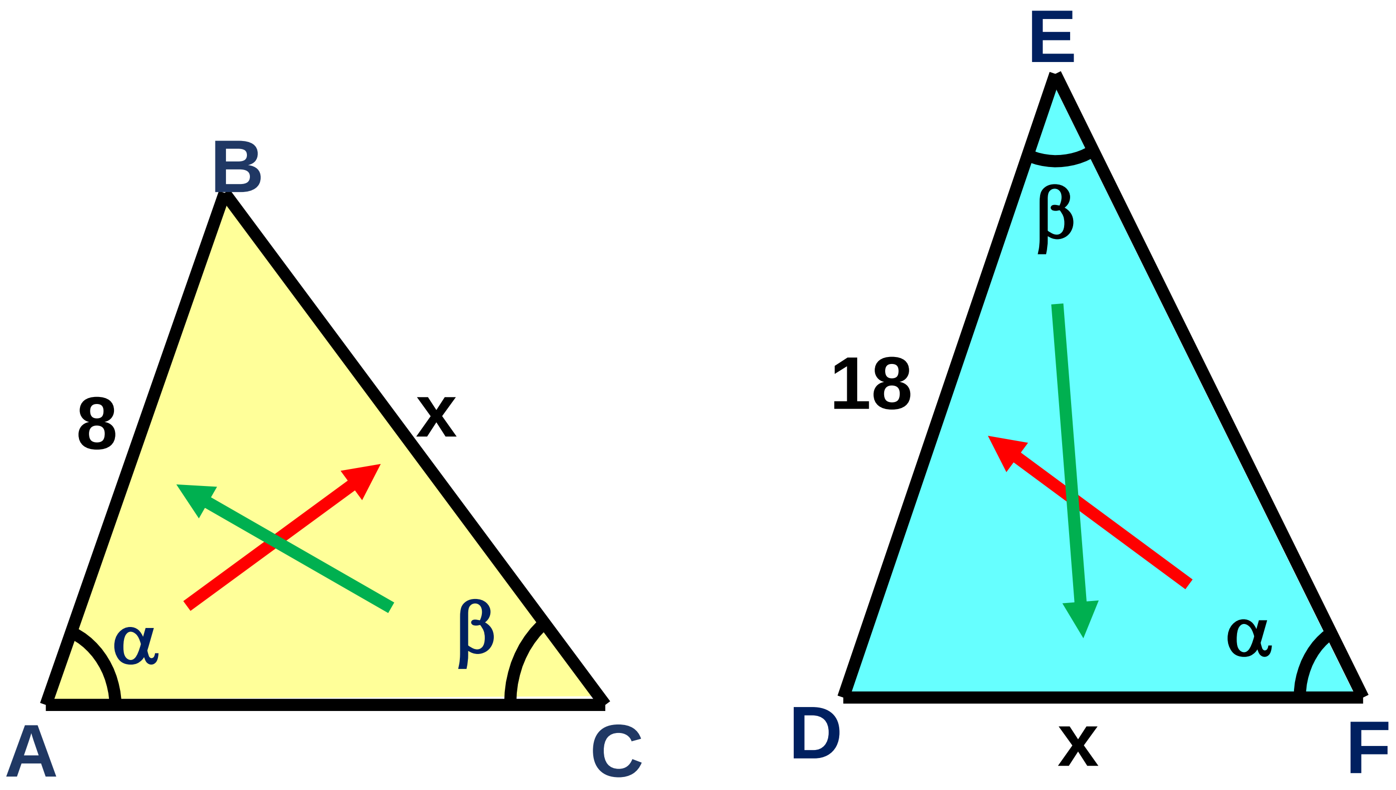
3. Del gráfico:



Se cumple:

$$x = \frac{a\,.m+b.n}{m+n}$$

1. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- **Piden: x**
- **Δ ABC ~ Δ FDE (A-A-A)**

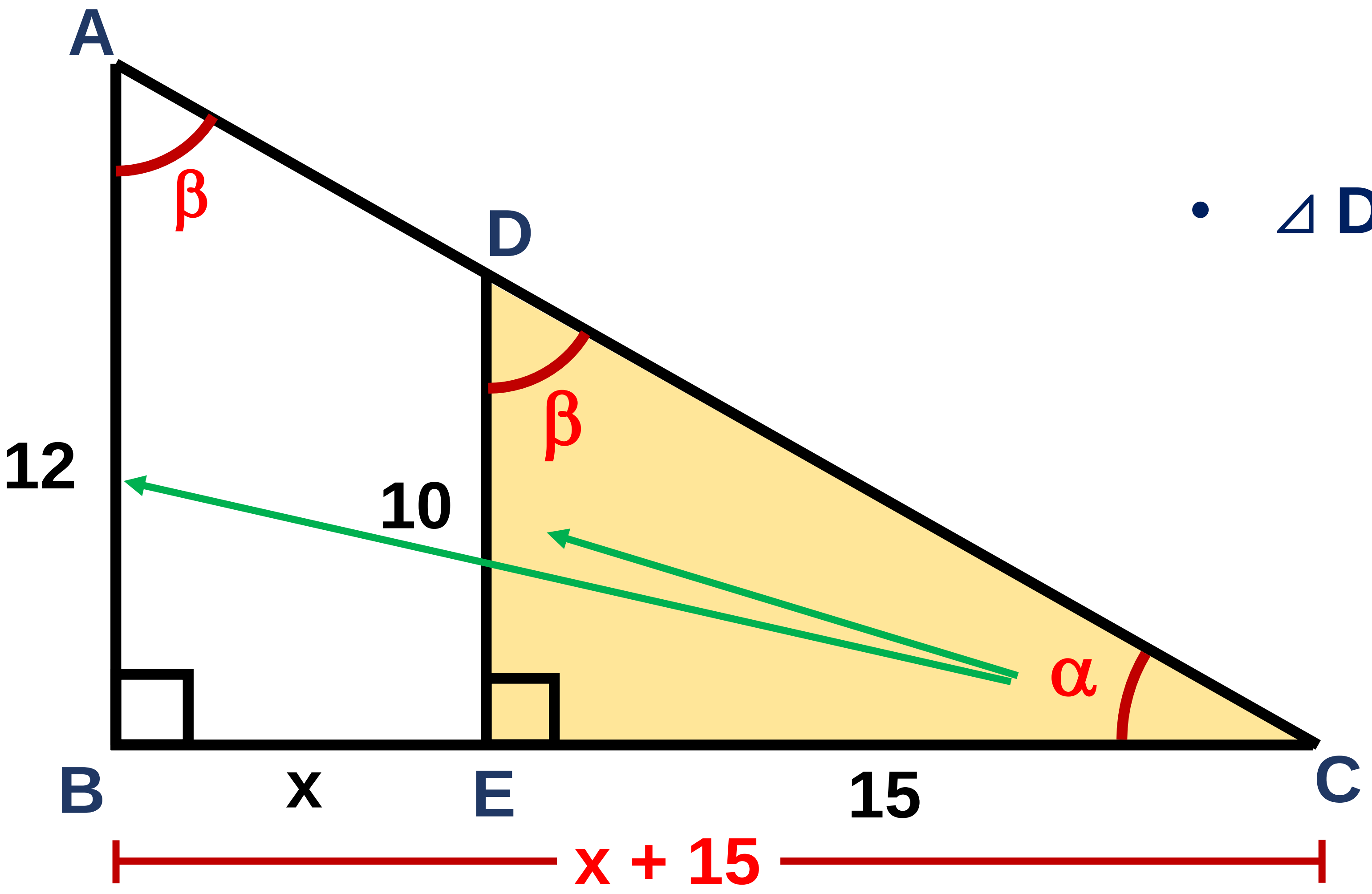
$$\frac{x}{18} = \frac{8}{x}$$

$$x^2 = (8)(18)$$

$$x^2 = 144$$

$$\boxed{x = 12}$$

2. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$
- ⊿ DEC ~ ⊿ ABC (A-A-A)

$$\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{6}{\cancel{12}}} = \frac{15}{x+15}$$

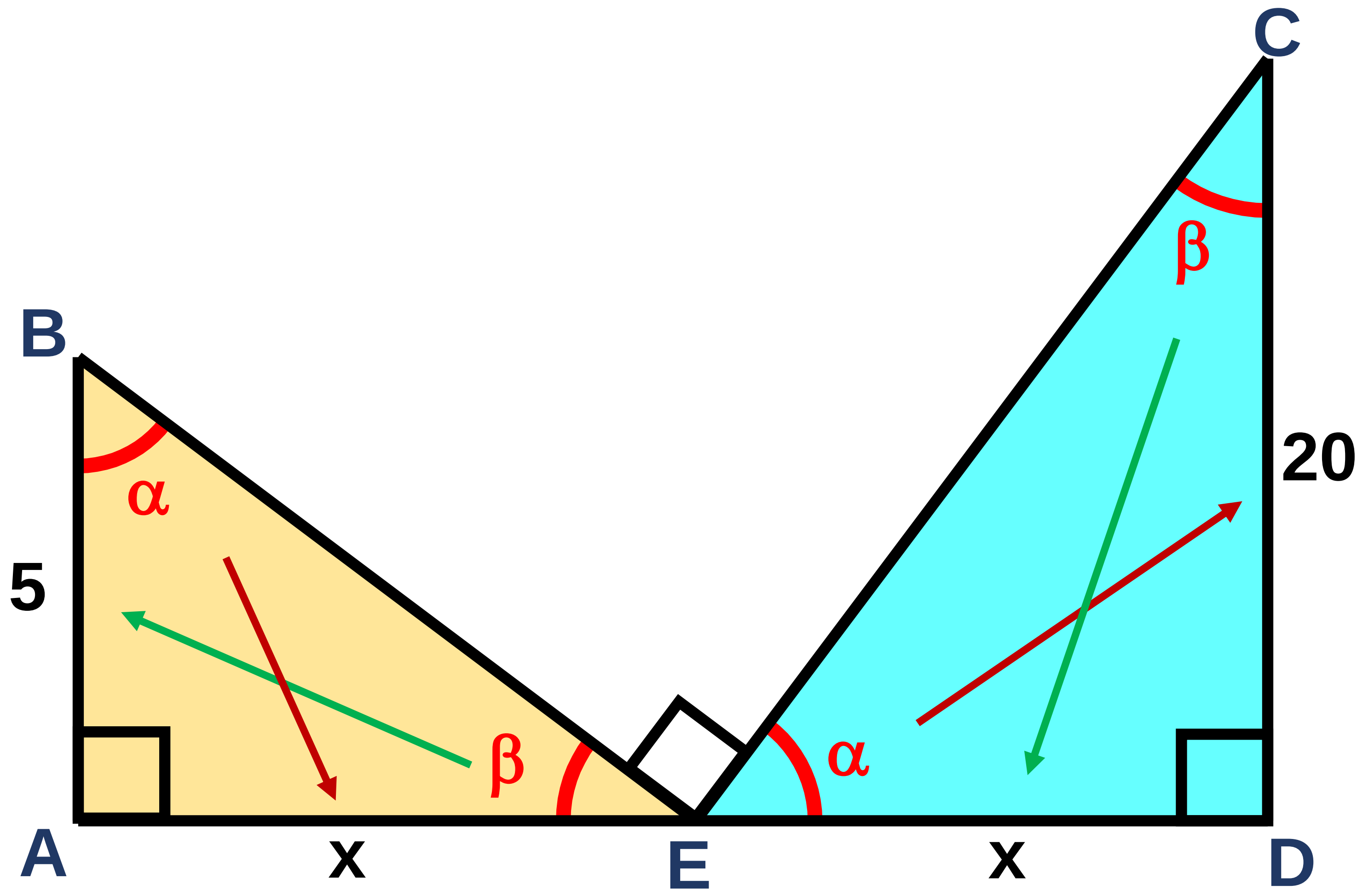
$$5x + 75 = (15)(6)$$

$$75 + 5x = 90$$

$$5x = 15$$

$$\boxed{x = 3}$$

3. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- $\alpha + \beta = 90°$
- Δ BAE ~ Δ EDC (A-A-A)

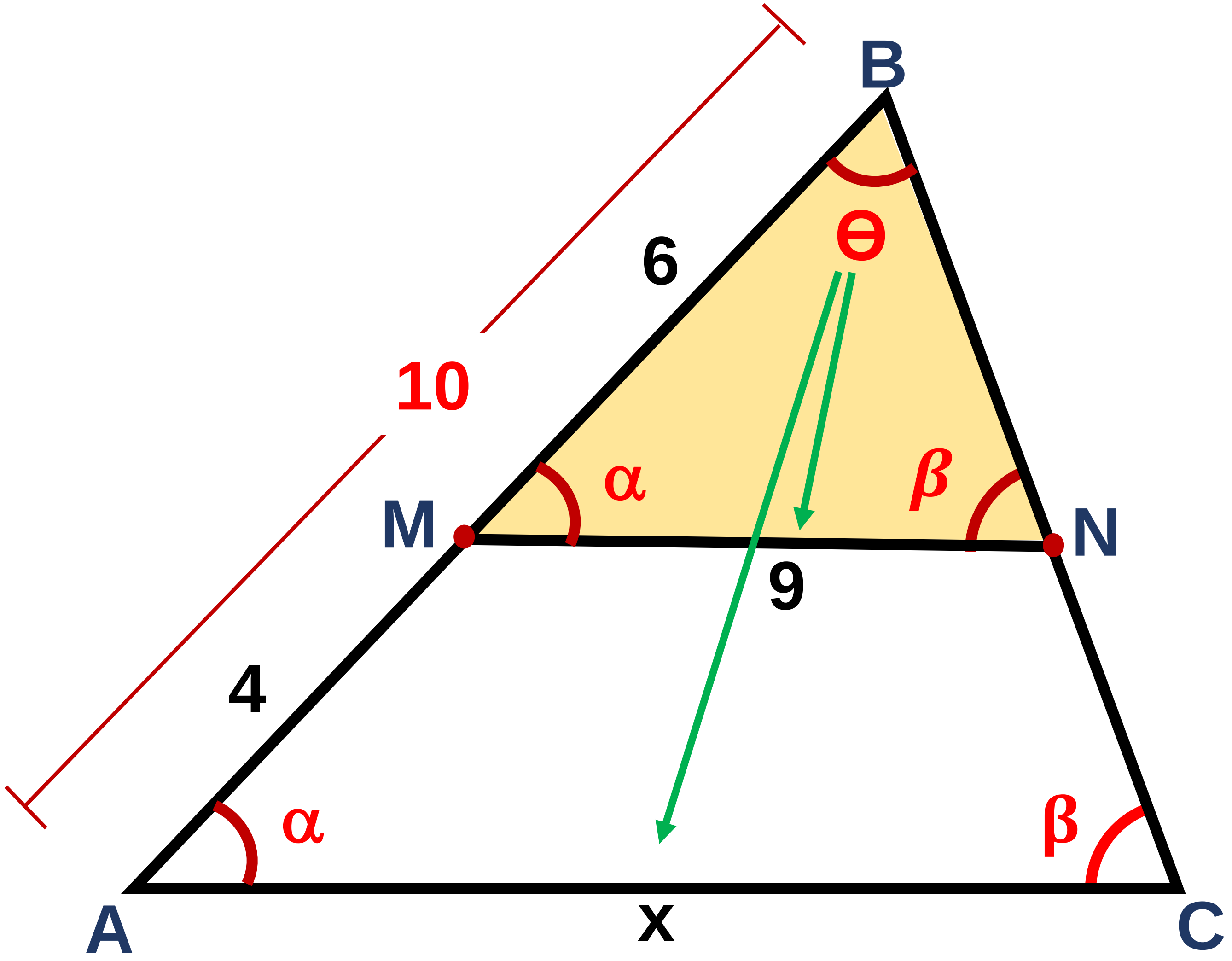
$$\frac{5}{x} = \frac{x}{20}$$

$$x^2 = (5)(20)$$

$$x^2 = 100$$

$$\boxed{x = 10}$$

4. En un triángulo ABC, en $\overline{AB}$ se ubica el punto M y en $\overline{BC}$ se ubica el punto N, tal que $\overline{MN}//\overline{AC}$. Si AM = 4, MB = 6 y MN = 9; calcule AC.



Resolución

- **Piden: x**
- $\overline{MN} // \overline{AC}$
- **Δ MBN ~ Δ ABC (A-A-A)**

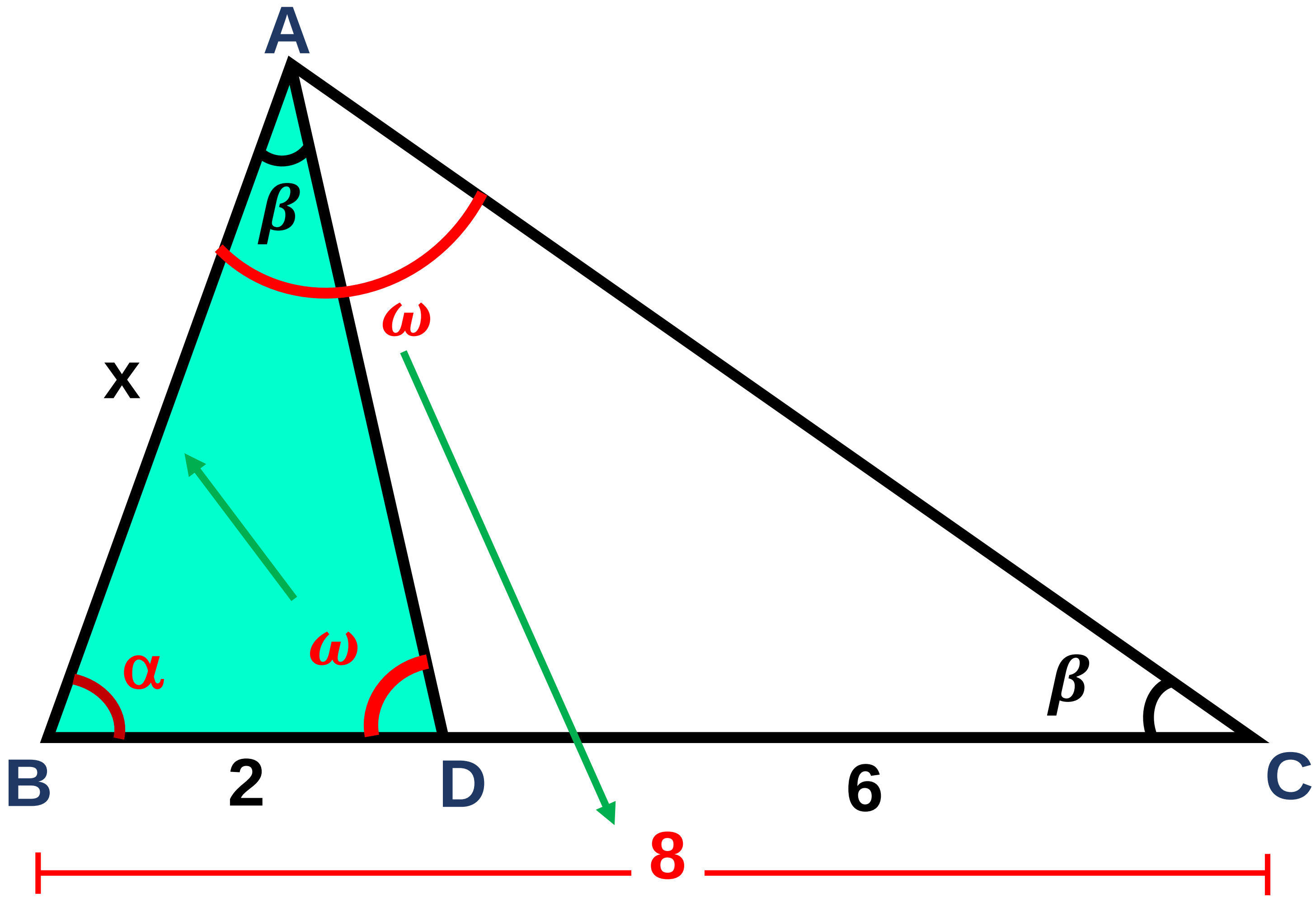
$$\frac{9}{x} = \frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{10}_{\,5}}$$

$$(9)(5) = 3x$$

$$45 = 3x$$

$$\boxed{x = 15}$$

5. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{AD}$, tal que m∡BAD = m∡DCA, BD = 2 y DC = 6. Calcule AB.



Resolución

- **Piden: x**
- **Δ DBA ~ Δ ABC (A-A-A)**

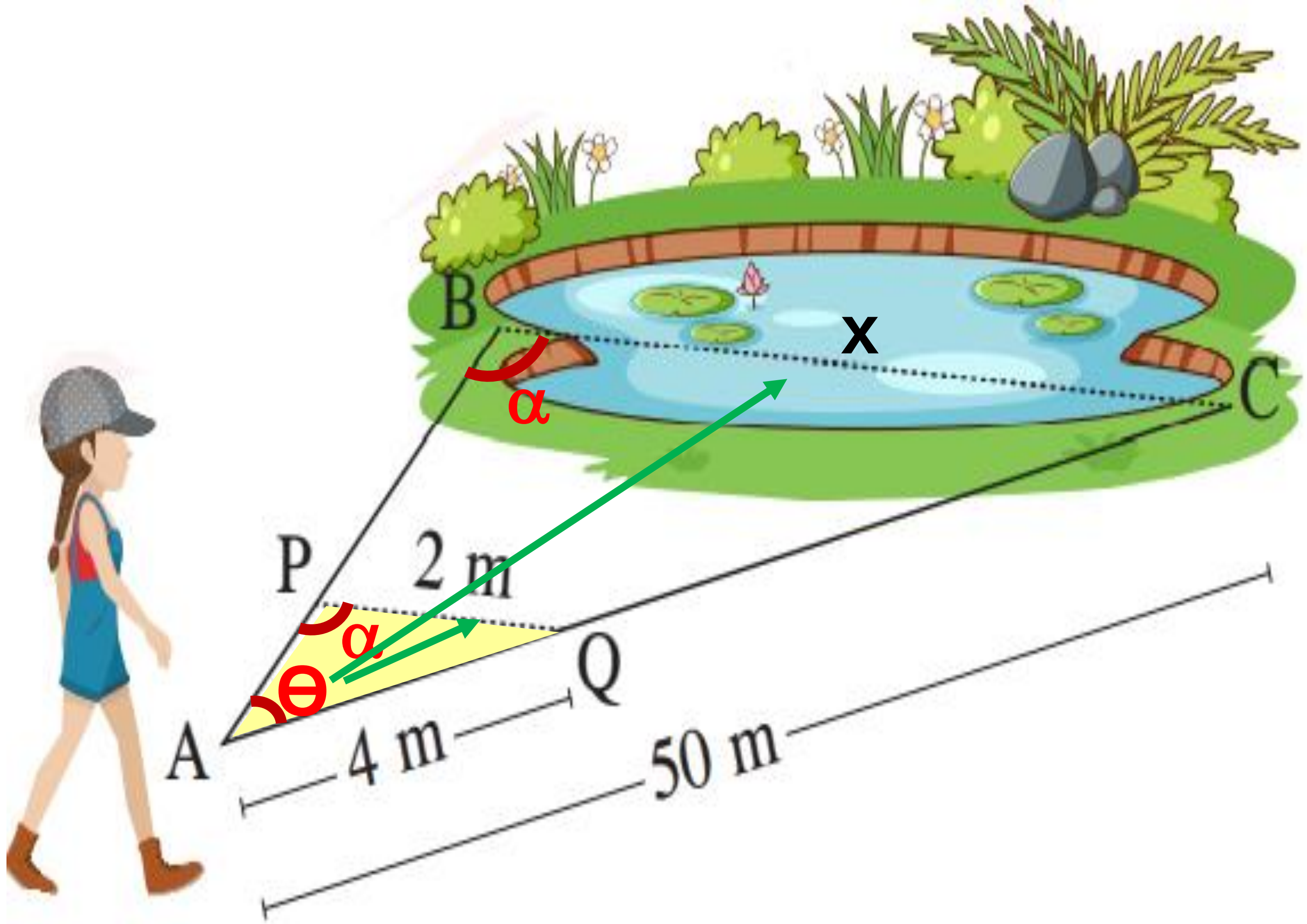
$$\frac{x}{8} = \frac{2}{x}$$

$$x^2 = (2)(8)$$

$$x^2 = 16$$

$$\boxed{x = 4}$$

6. En una excursión que organizó el colegio, María pone en practica las clases de geometría y quiere medir el ancho del lago según una determinada perspectiva; si $\overline{PQ}//\overline{BC}$, calcule BC.



Resolución

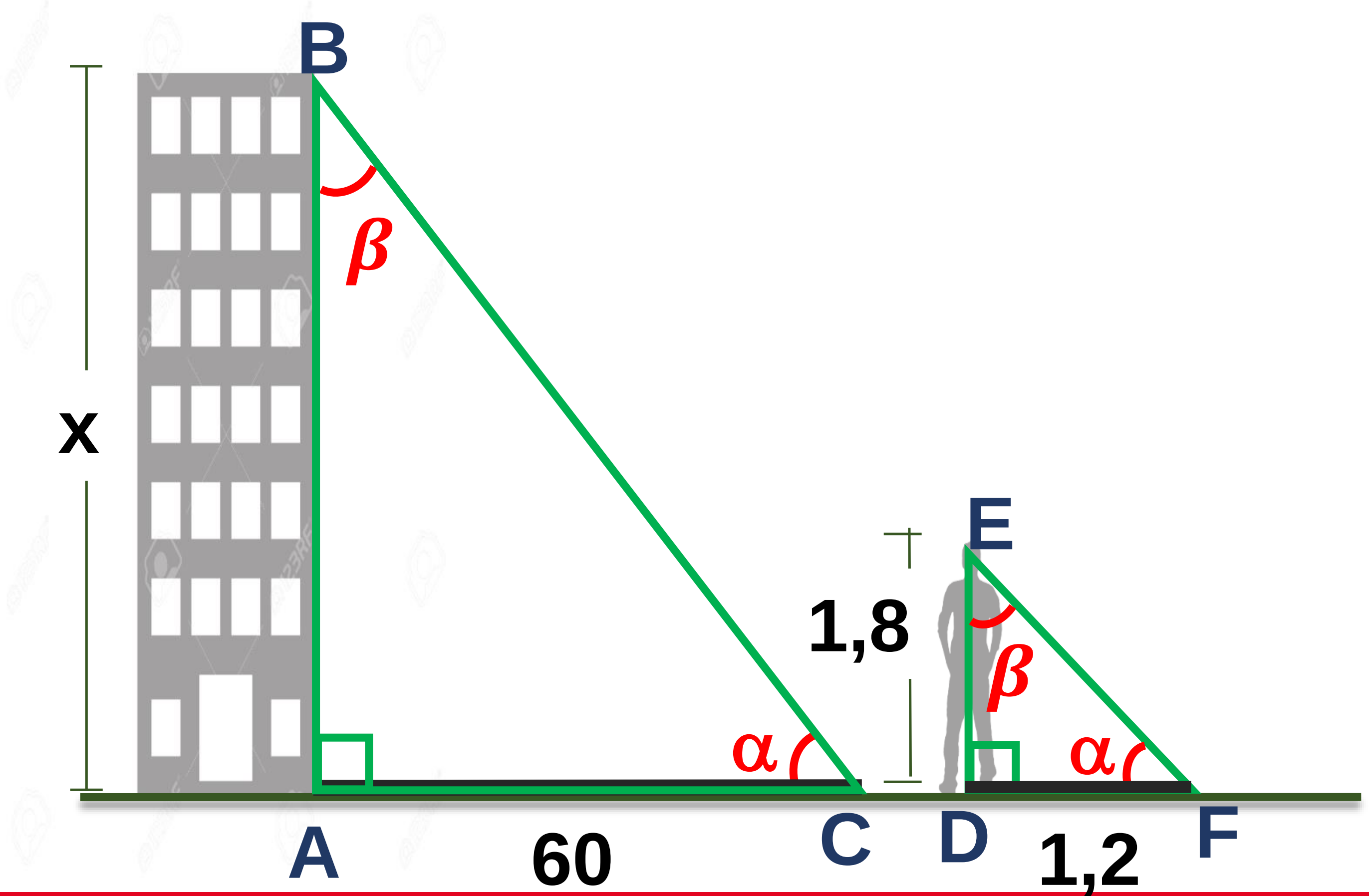
- Piden: x
- $\overline{PQ}//\overline{BC}$
- Δ APQ ~ Δ ABC (A-A-A)

$$\frac{\cancel{2}^{\,1}}{x} = \frac{\cancel{4}^{\,2}}{50}$$

$$2x = (1)(50)$$

$$\boxed{x = 25}$$

7. En un día de verano se observa que una persona de estatura 1,8 m, proyecta una sombra de 1,2 m. Halle la altura de un edificio si se sabe que en ese mismo instante la sombra que proyecta es de 60 m.



Resolución

- Piden: x
- ⊿ BAC ~ ⊿ EDF

$$\frac{x}{60} = \frac{\cancel{1},8\ 3}{\cancel{1},2\ 2}$$

$$2x = (3)(60)$$

$$2x = 180$$

$$\boxed{x = 90\ \text{m}}$$