GEOMETRÍA

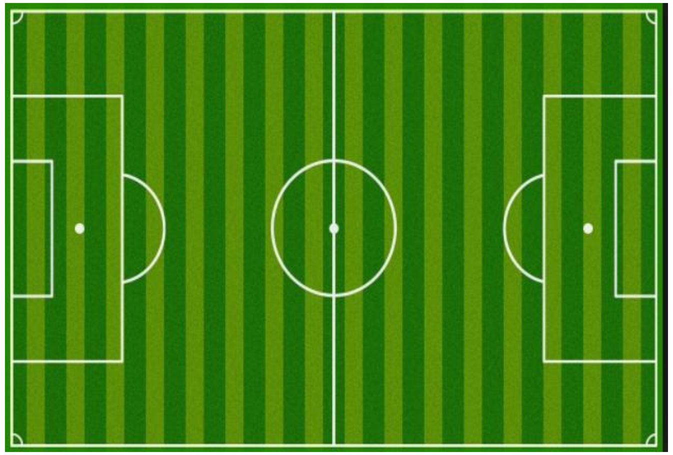
Capítulo 3

5th
SECONDARY

CUADRILÁTEROS

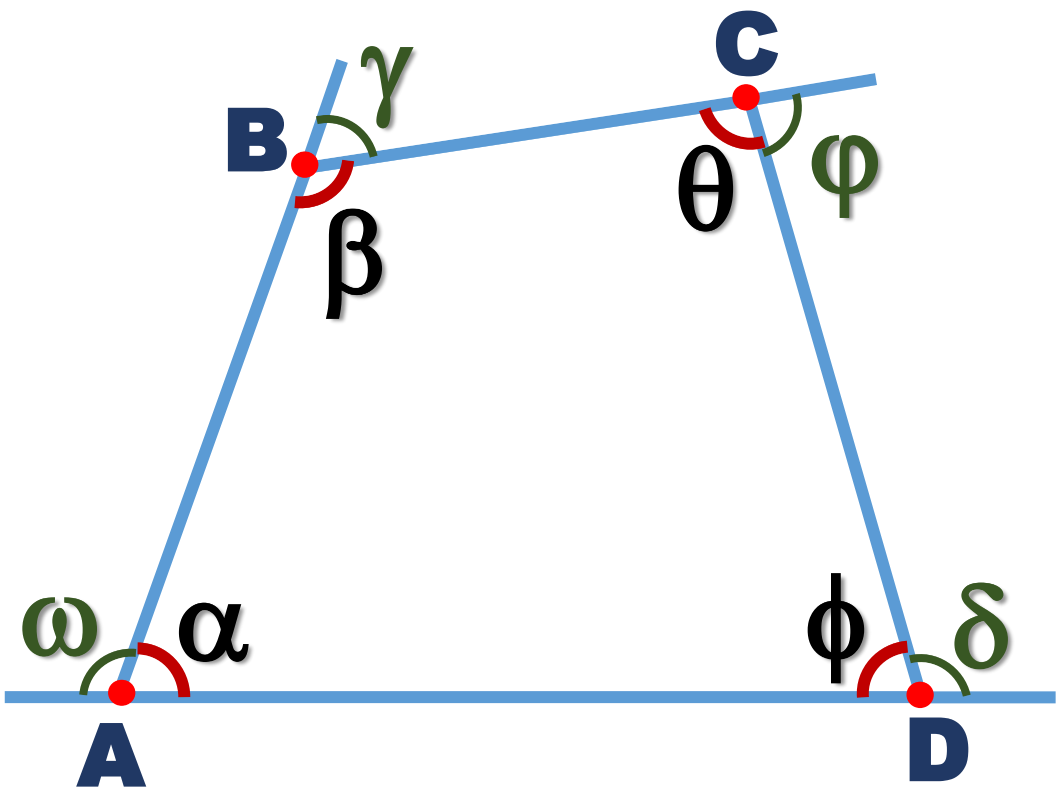
SACO OLIVEROS

Veamos algunas aplicaciones de los cuadriláteros



CUADRILÁTEROS

Definición: Es aquella figura que resulta de la reunión de 4 segmentos de recta unidos en sus extremos de tal forma que cualquier par de ellas no es colineal.



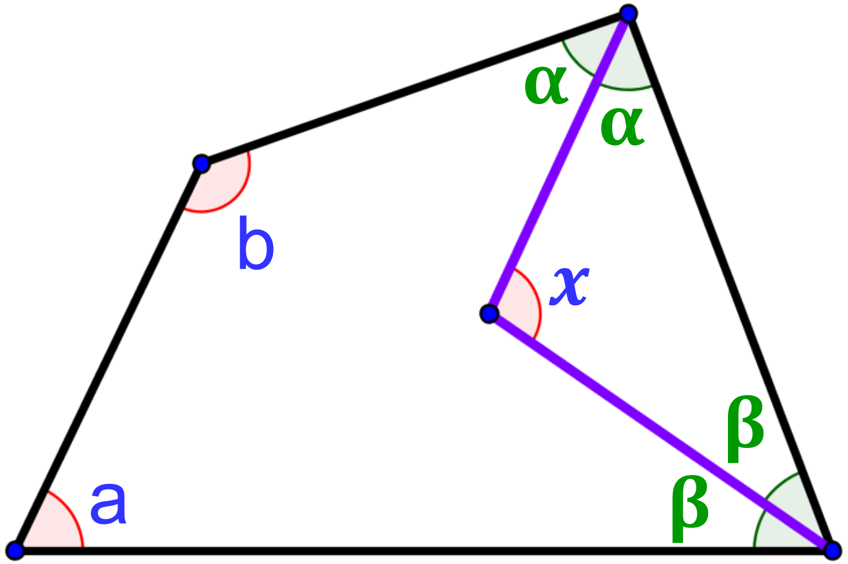
- **VÉRTICES**: A ; B ; C y D
- **LADOS**: $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$

TEOREMAS

$$\boxed{\alpha + \beta + \theta + \phi = 360°}$$

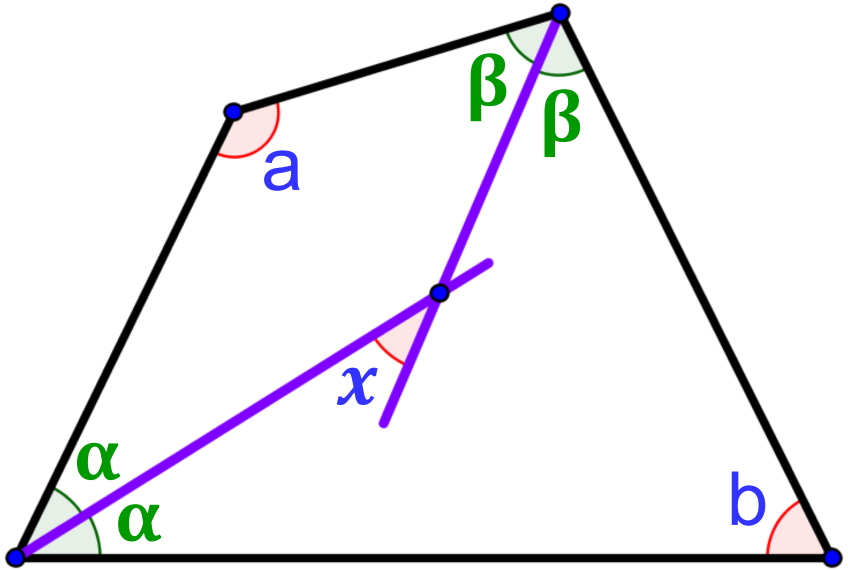
$$\boxed{\omega + \gamma + \varphi + \gamma = 360°}$$

- **Teorema**



$$x = \frac{a + b}{2}$$

- **Teorema**

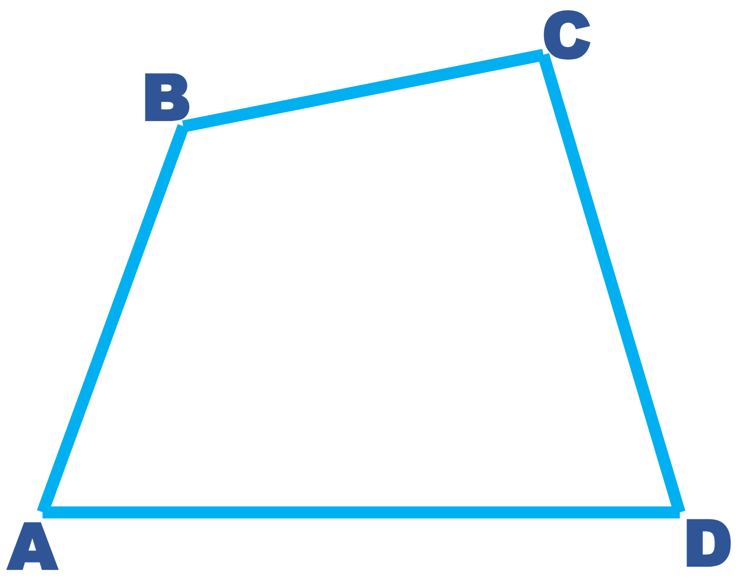


$$x = \frac{a - b}{2}$$

Clasificación de los cuadriláteros convexos

1. TRAPEZOIDE

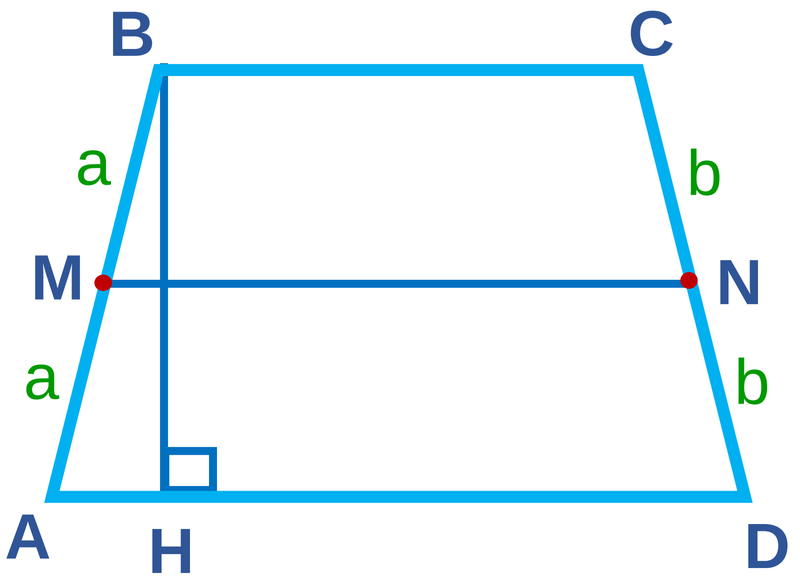
Es aquel cuadrilátero convexo que no tiene lados opuestos paralelos.



$\overline{AB} \nparallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \nparallel \overline{AD}$

2. TRAPECIO

Es aquel cuadrilátero convexo que solo tiene un par de lados opuestos paralelos, llamados bases.



$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

$\overline{BC}$ y $\overline{AD}$: bases

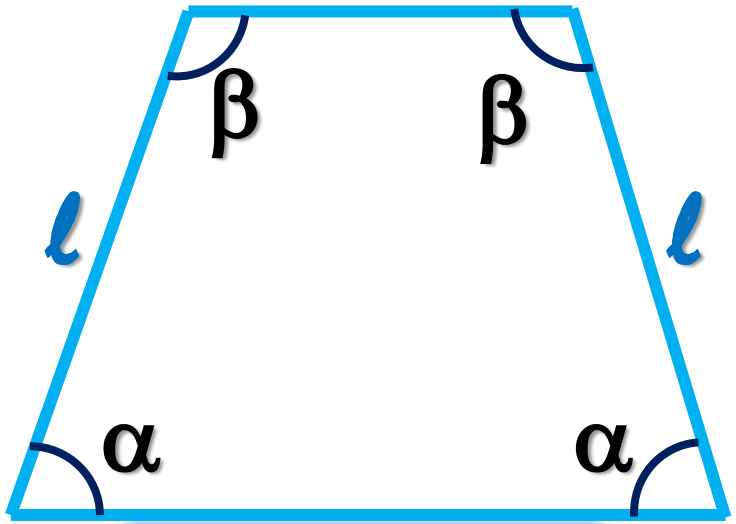
- $\overline{BH}$: altura
- $\overline{MN}$: base media

2.1.-Clasificación de trapecios

Los trapecios se clasifican de acuerdo a la longitud de sus lados no paralelos o laterales

TRAPECIO ISÓSCELES

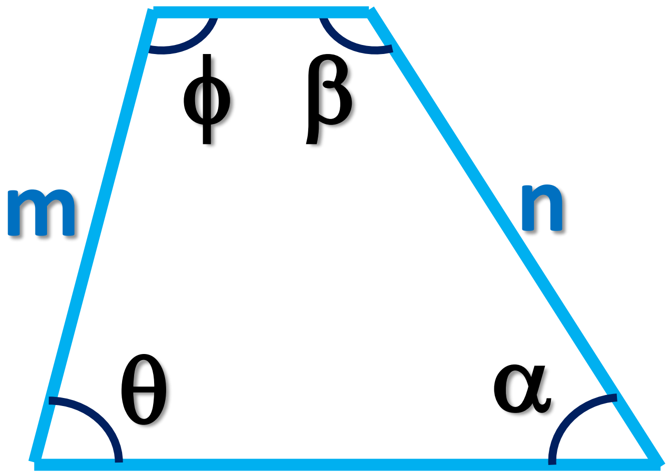
Es aquel trapecio cuyos lados laterales son de igual longitud.



$$\alpha + \beta = 180°$$

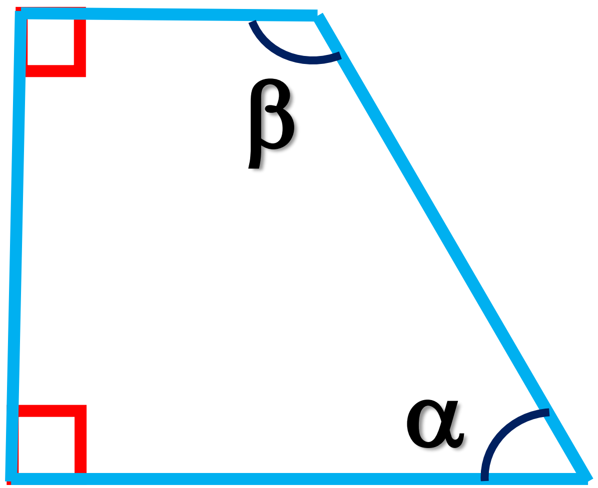
TRAPECIO ESCALENO

Es aquel trapecio cuyos lados laterales tienen diferente longitud.



$$\theta + \phi = 180°$$

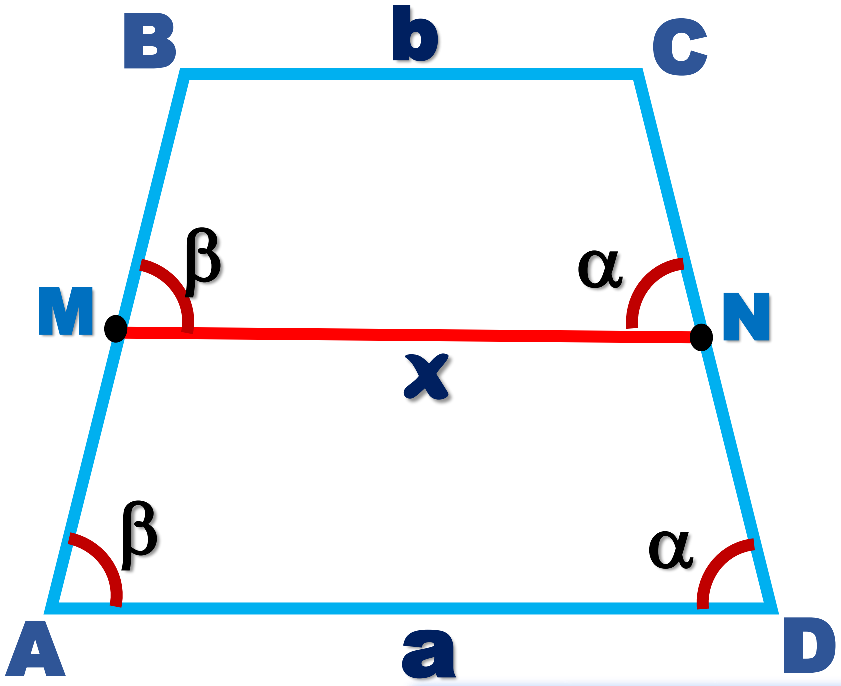
$$\alpha + \beta = 180°$$

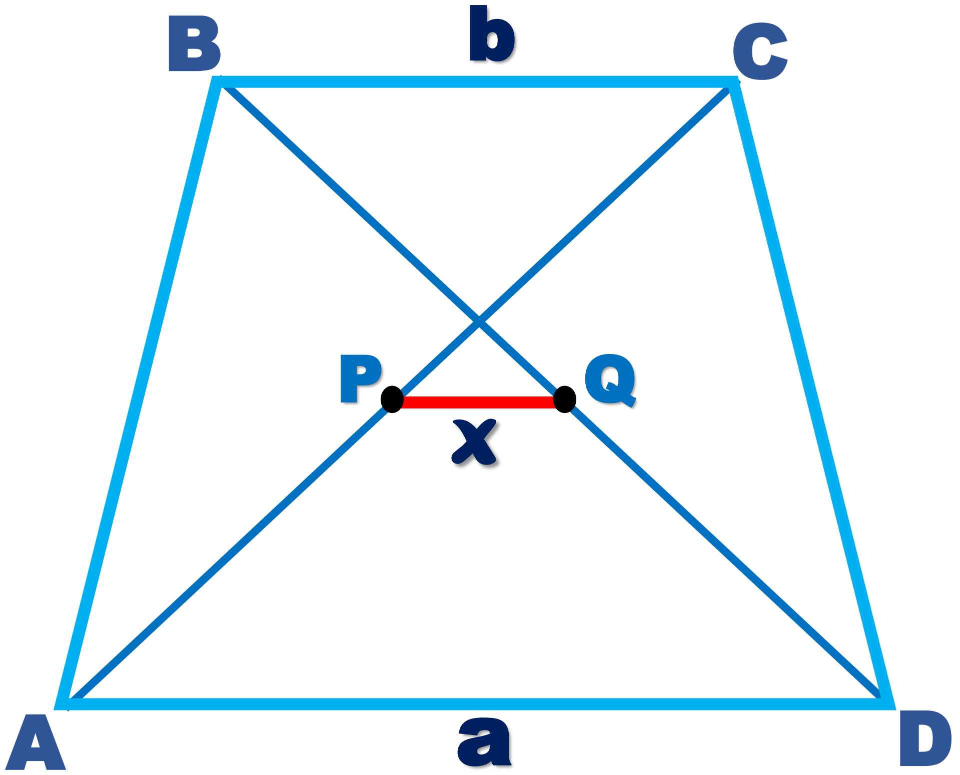


$$\alpha + \beta = 180°$$

2.2.- Teoremas

ABCD : Trapecio





$\overline{MN}$: Base media

$\overline{AD} // \overline{BC} // \overline{MN}$

AM = BM

CN = DN

$$x = \frac{a+b}{2}$$

AP = PC

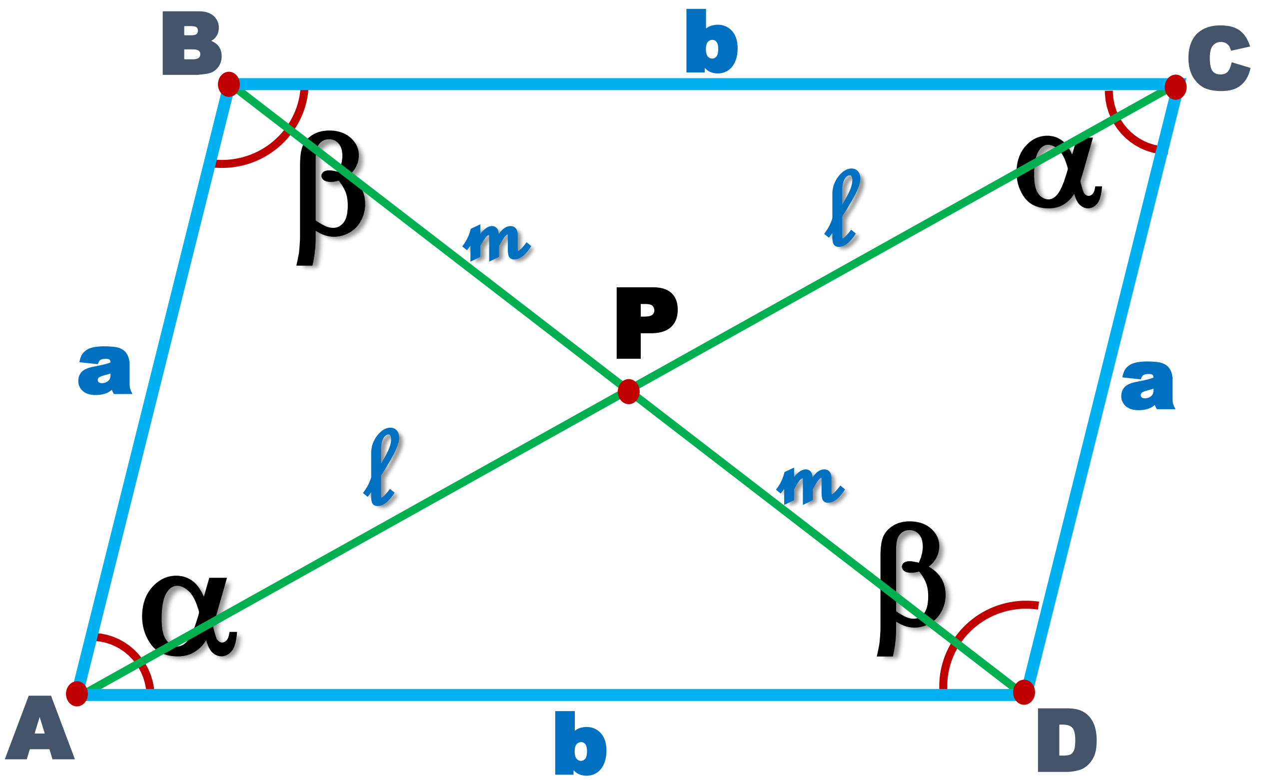
BQ = DQ

$\overline{AD} // \overline{BC} // \overline{PQ}$

$$x = \frac{a-b}{2}$$

3. PARALELOGRAMO

Es aquel cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos y congruentes.



▱ABCD: PARALELOGRAMO

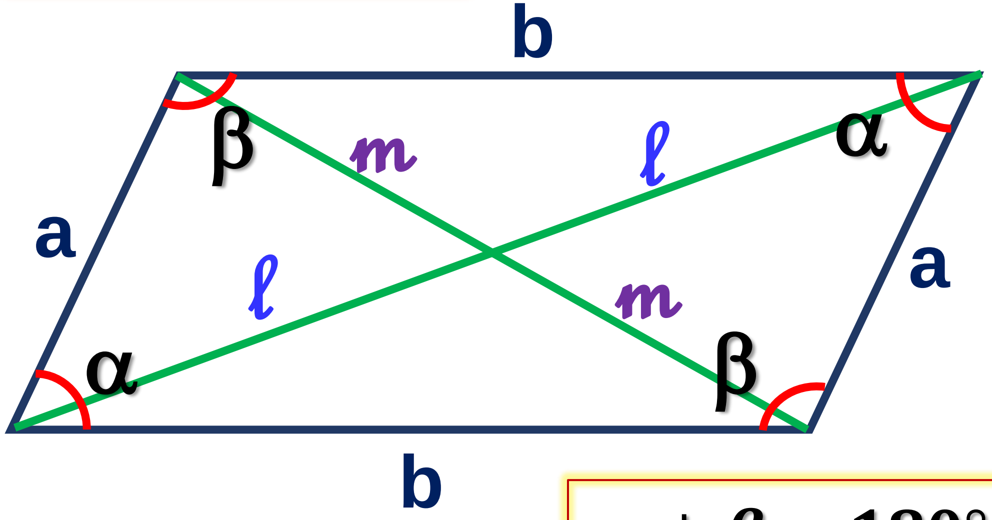
- $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \wedge \overline{BC} \parallel \overline{AD}$
- $AB = CD \wedge BC = AD$

$$\alpha + \beta = 180°$$

- $AP = PC \wedge BP = PD$

Clasificación de paralelogramos

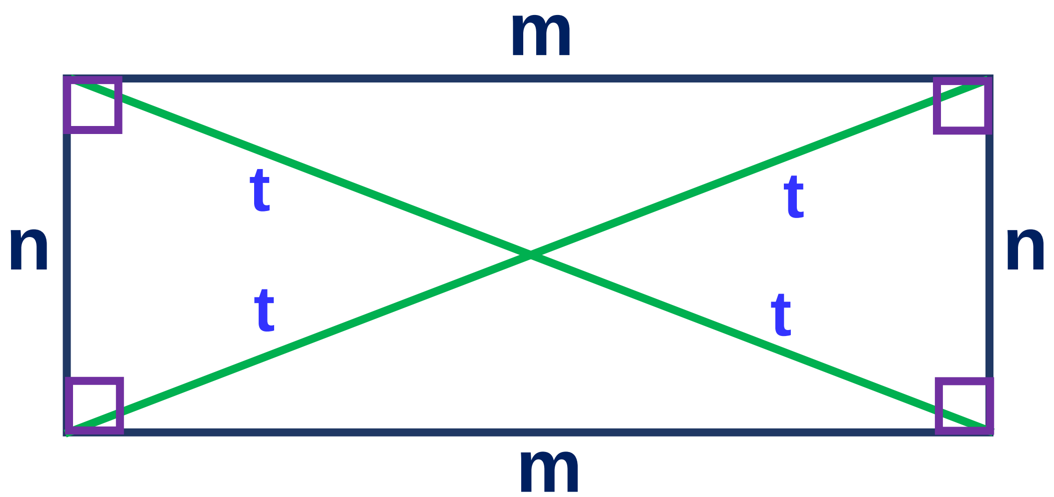
ROMBOIDE



$$\alpha + \beta = 180°$$

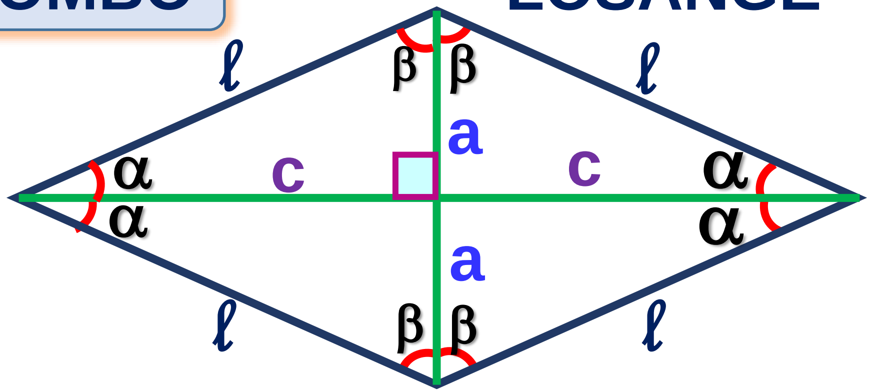
RECTÁNGULO

CUADRILONGO

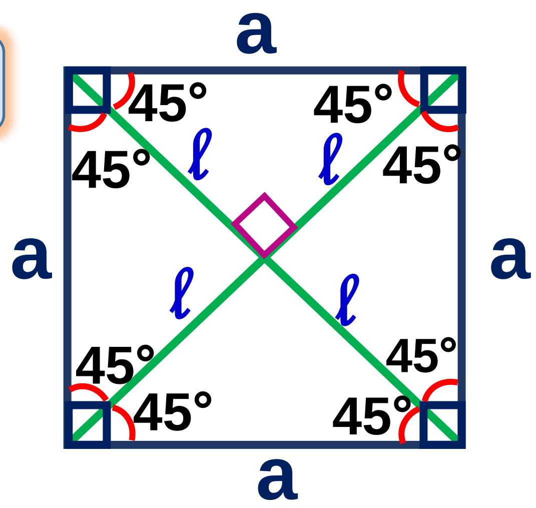


ROMBO

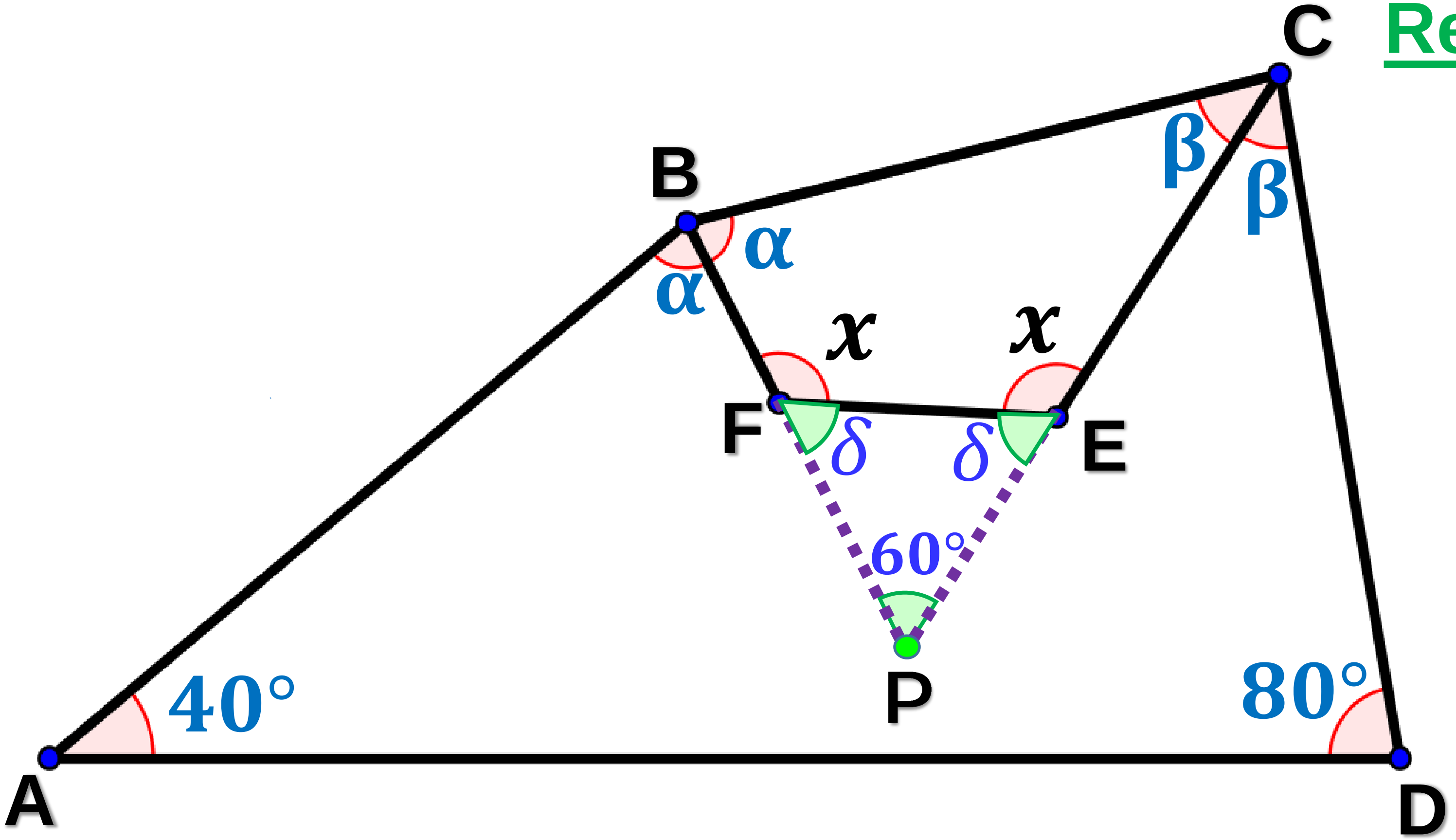
LOSANGE



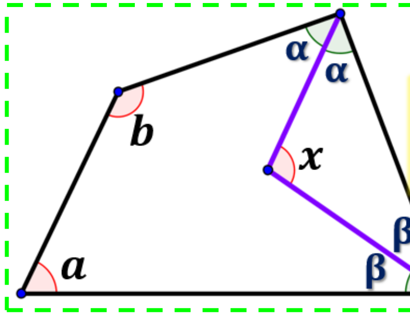
CUADRADO



1. En la figura mostrada, halle el valor de x.



Resolución



$$x = \frac{a+b}{2}$$

Piden: x

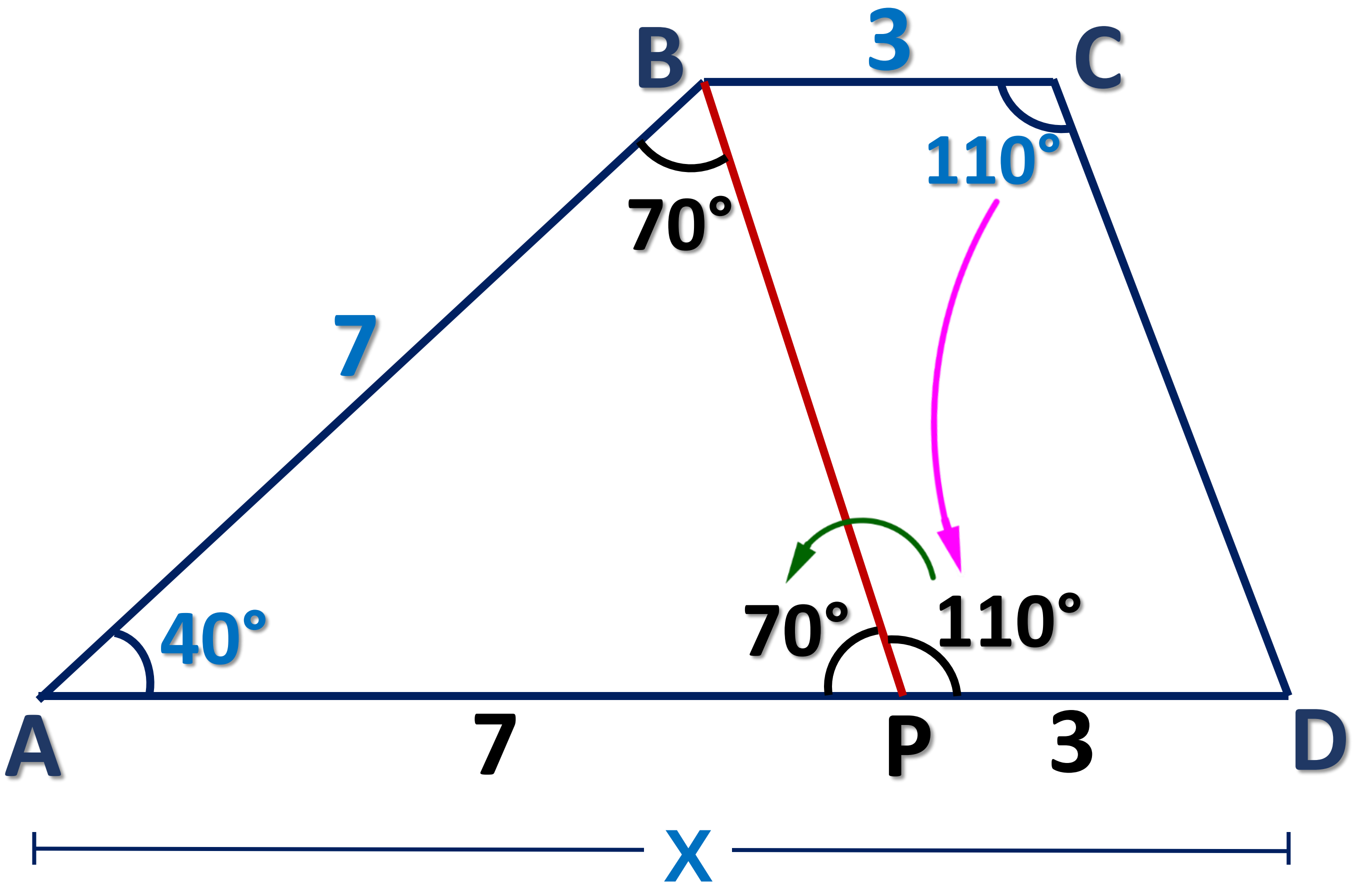
$$m\measuredangle P = \frac{40° + 80°}{2} = 60°$$

ΔFPE : *equilátero*

$$\delta = 60°$$

$$\boxed{x = 120°}$$

2. En un trapecio ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), AB=7, BC=3,m<BAD=40° y m<BCD=110°. Halle AD.

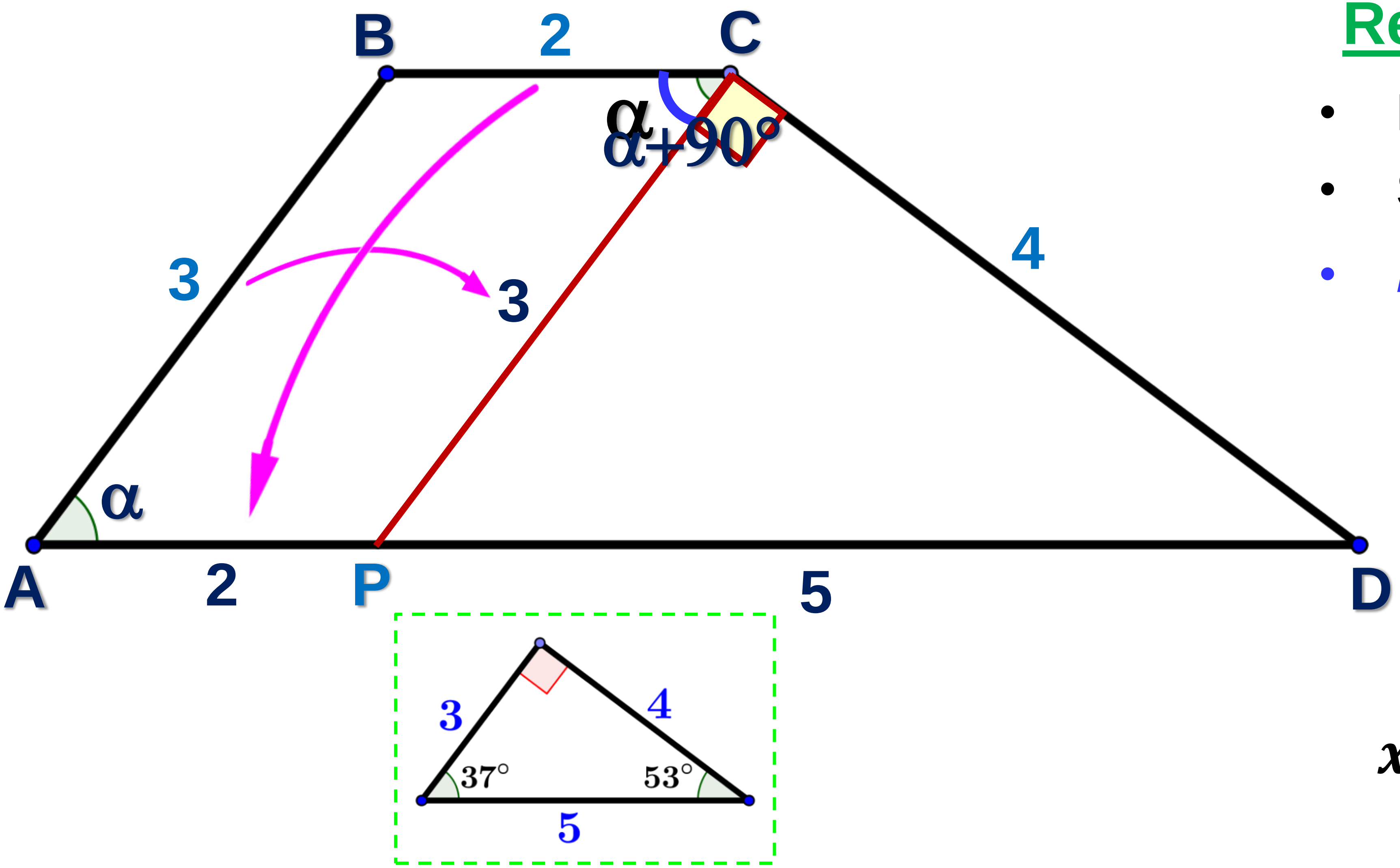


Resolución

- Piden: AD = x
- Se traza $\overline{BP} \parallel \overline{CD}$
- ▱BCDP paralelogramo
- PD = BC = 3
- Δ ABP : Isósceles
- AP = AB = 7
- x = 7 + 3

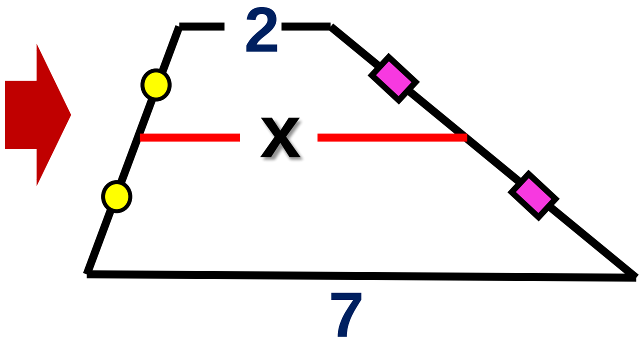
$$x = 10$$

3. En el trapecio ABCD, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$. Halle la medida de la base media.



Resolución

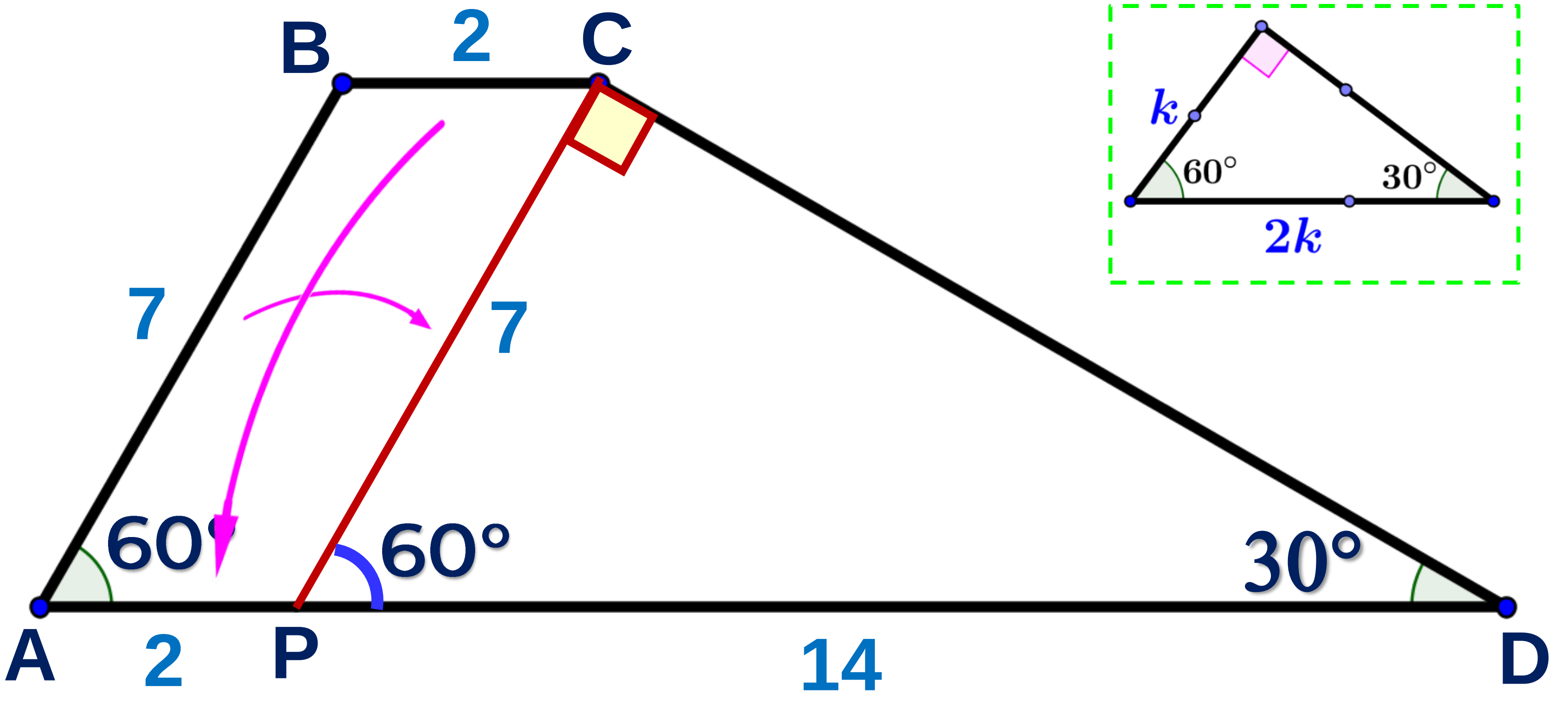
- Piden: base media
- Se traza $\overline{CP} \parallel \overline{BA}$
- ▱ BCDP: paralelogramo



$$x = \frac{7+2}{2}$$

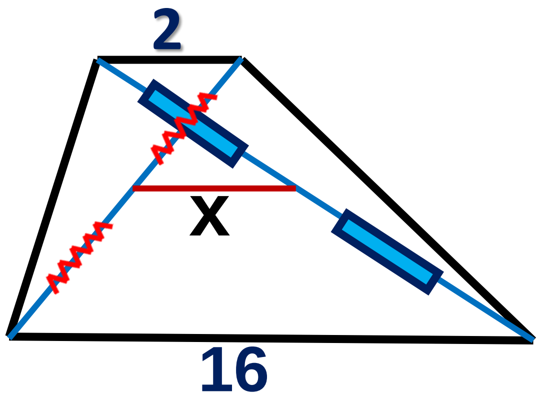
$$\boxed{x = 4,5}$$

4. En el trapecio ABCD, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$. Halle la longitud del segmento que une los puntos medios de sus diagonales.



Resolución

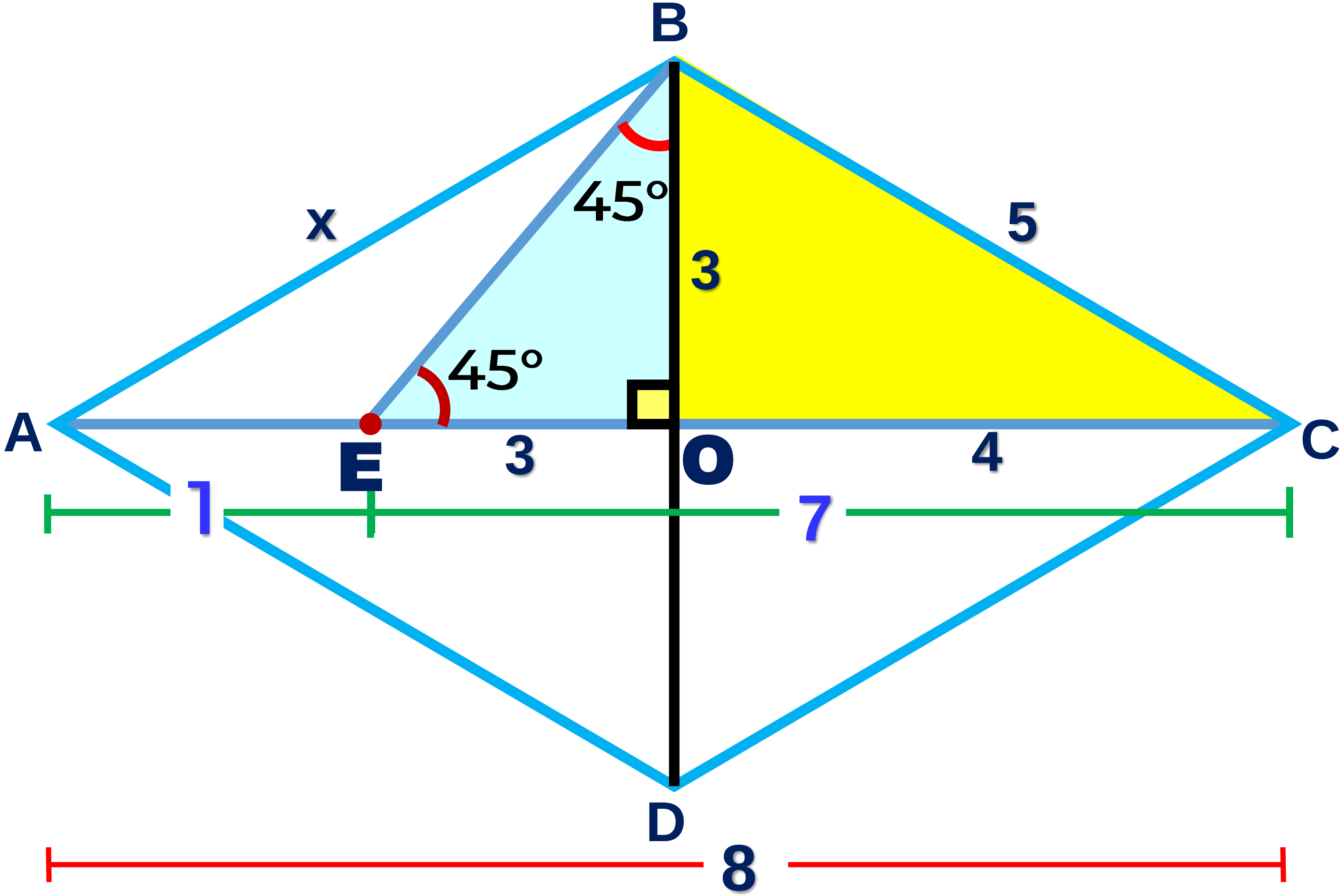
- Piden:
- Se traza $\overline{CP} \parallel \overline{BA}$
- ▱ABCP: paralelogramo



$$x = \frac{16 - 2}{2}$$

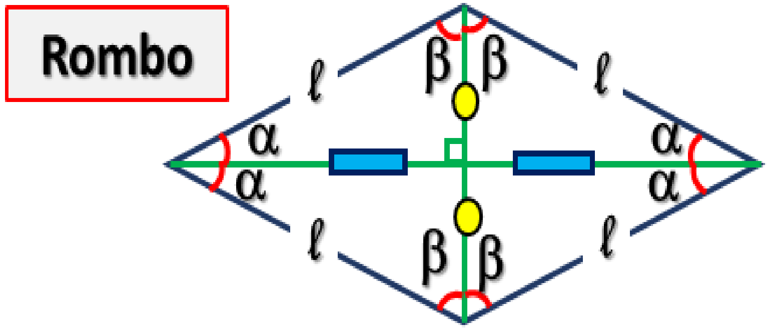
$$\boxed{x = 7}$$

5. En un rombo ABCD, en $\overline{AC}$ se ubica el punto E, tal que m∡BEC = 45°, AE = 1 y EC = 7. Halle AB.



Resolución

- Piden: AB=x

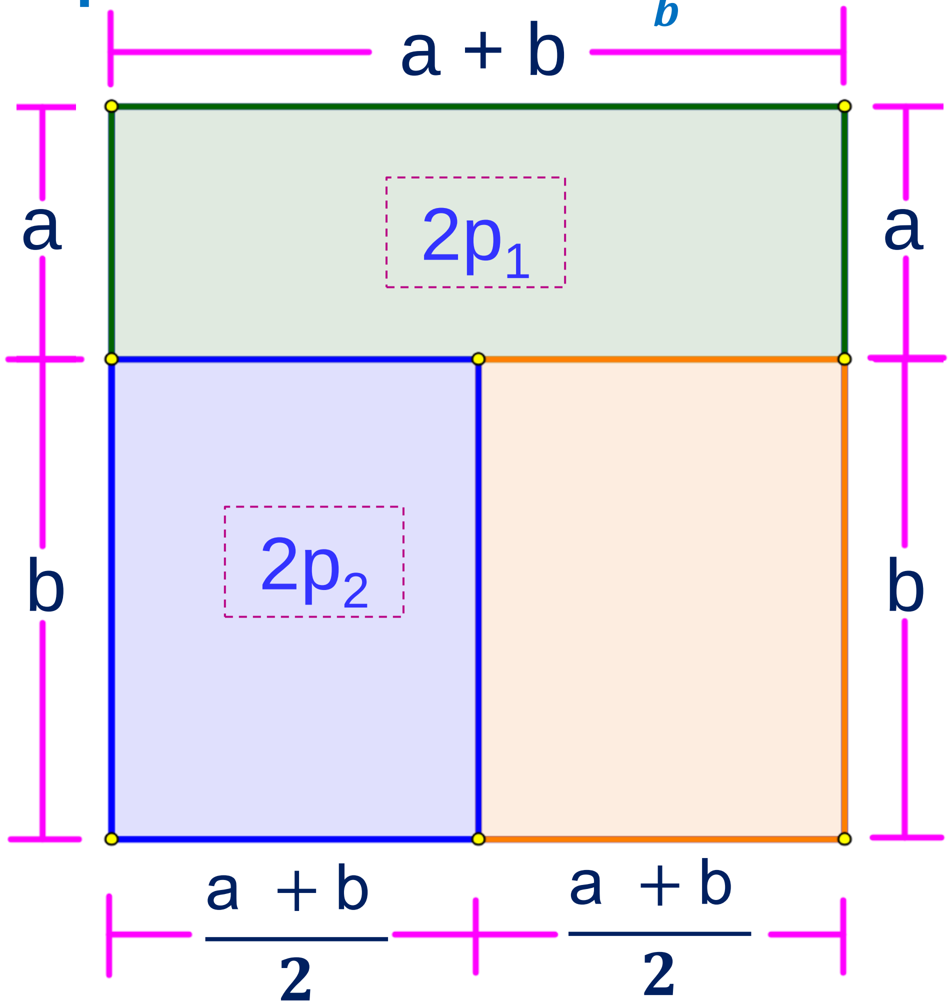


◺BOC: Notable de 37°y 53°

➡ BC=5

$$\boxed{x = 5}$$

6. En la figura se muestra una mayólica cuyo contorno tiene forma de un cuadrado, el cual se ha dividido en tres regiones rectangulares de igual perímetro. Calcule $\frac{a}{b}$.



Resolución

- Piden: $\frac{a}{b}$
- Como los perímetros son iguales:

$$2p_1 = 2p_2$$

$$\Rightarrow 2(a+a+b) = 2\left(b+\frac{a+b}{2}\right)$$

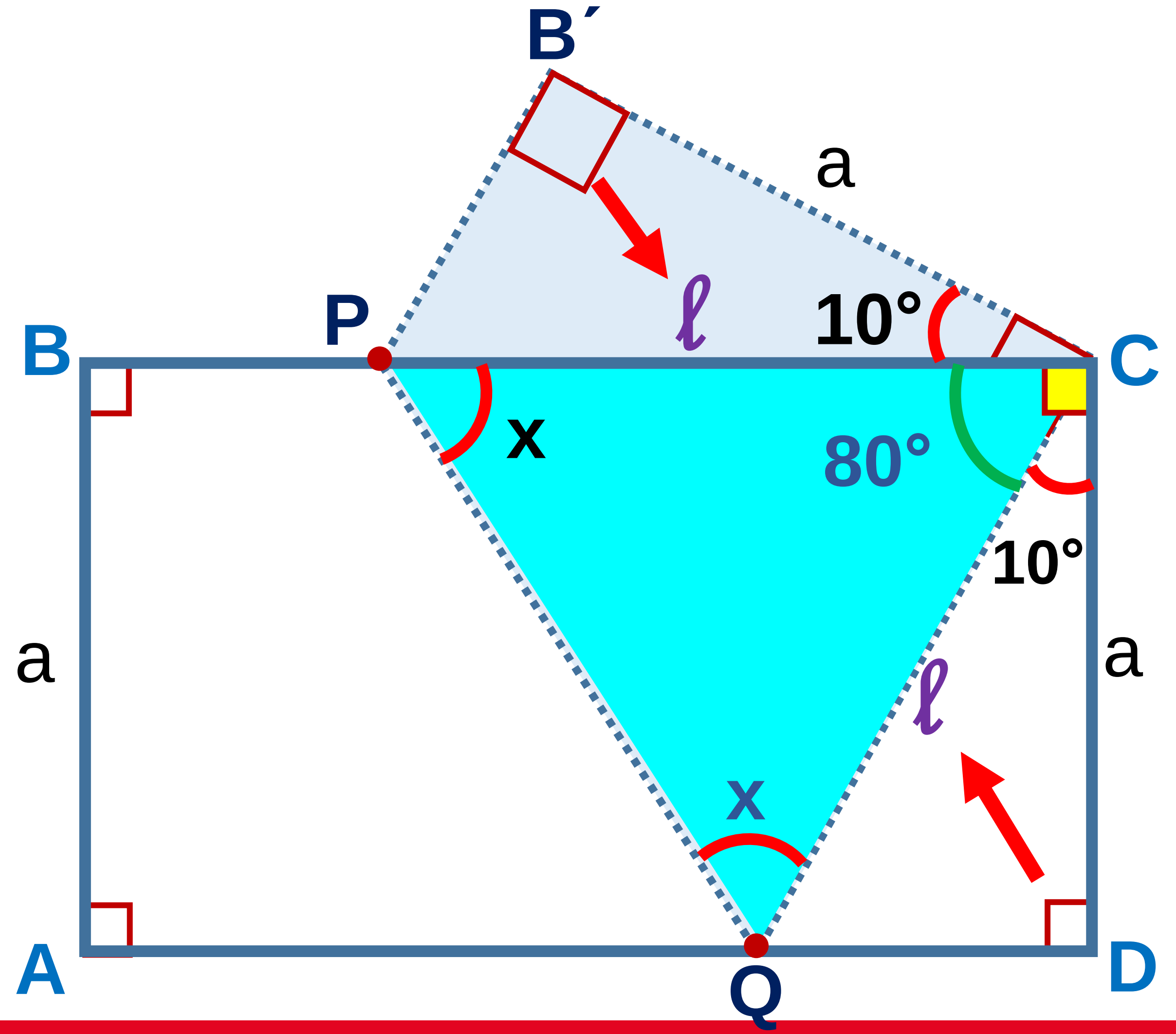
$$2a + \cancel{b} = \cancel{b} + \frac{a+b}{2}$$

$$4a = a + b$$

$$3a = b$$

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{1}{3}}$$

7. Se tiene una hoja en forma de región rectangular ABCD. Luego se unen los extremos A y C tal que la línea del doblez interseca a BC en P y a AD en Q. Si m<PCQ = 80°, halle m<PQC.



Resolución

- Piden: m<PQC=x

$\triangle$ CDQ $\cong$ $\triangle$ PCB´

(A-L-A)

QC = PC = ℓ

$\triangle$ PQC: Isósceles

$80° + x + x = 180°$

$2x = 100°$

$$\boxed{x = 50°}$$