



ALGEBRA

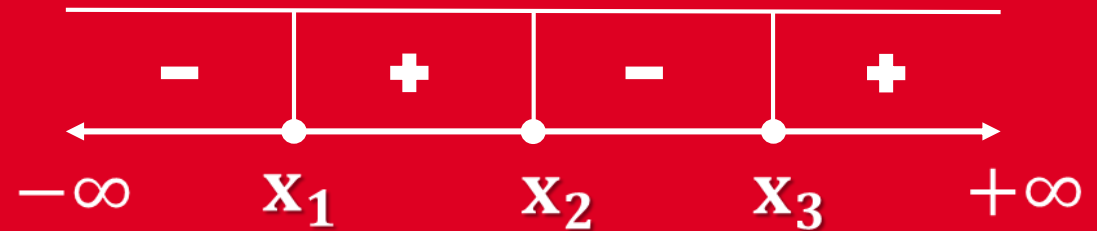
5th

of Secondary

CHAPTER 14

Tema: Inecuaciones
racionales y de grado superior

$$P(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \geq 0$$



MOTIVATING --- STRATEGY



“Los países ricos lo son porque dedican dinero al desarrollo científico - tecnológico, y los países pobres lo siguen siendo porque no lo hacen. La ciencia no es cara, cara es la ignorancia.”

Bernardo Houssay

HELICO --- THEORY

4) INECUACIONES CUADRÁTICAS

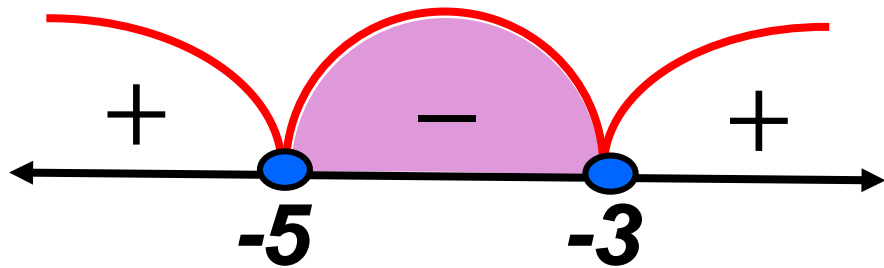
Ejemplos explicativos

a) Resuelva:

$$x^2 + 8x + 15 \leq 0$$

➡ $(x + 3)(x + 5) \leq 0$

Puntos críticos: $\begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \\ x + 5 = 0 \rightarrow x = -5 \end{cases}$



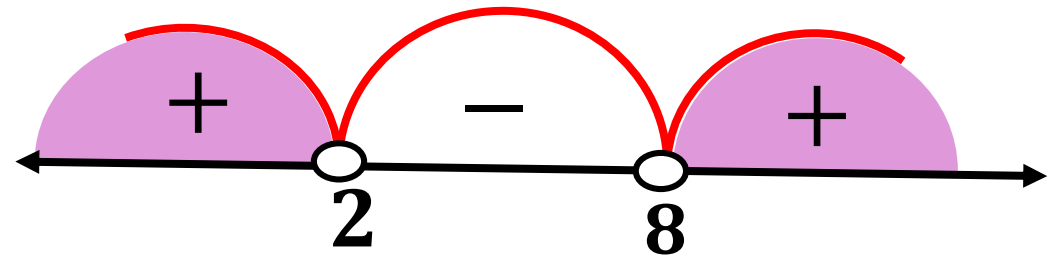
$$CS = [-5; -3]$$

b) Resuelva:

$$x^2 - 10x + 16 > 0$$

➡ $(x - 2)(x - 8) > 0$

Puntos críticos: $\begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x - 8 = 0 \rightarrow x = 8 \end{cases}$



$$CS = < -\infty; 2 > \cup < 8; +\infty >$$

5) INECUACIONES FRACCIONARIAS

Ejemplo explicativo

a) Resuelva:

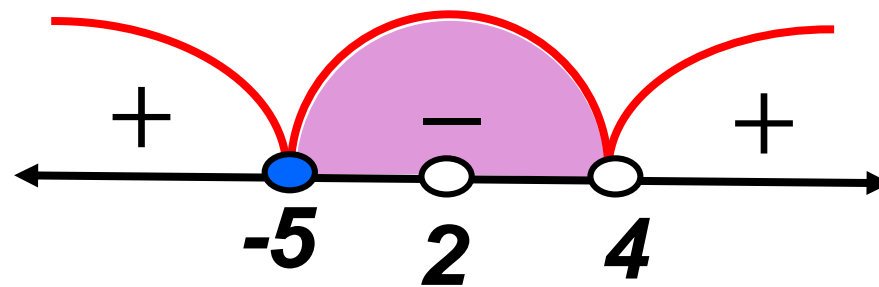
$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 6x + 8} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)(\cancel{x-2})}{(x-4)(\cancel{x-2})} \leq 0 \quad \frac{x+5}{x-4} \leq 0$$

Podemos observar que:

$$x \neq 2$$

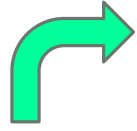
$$\Rightarrow \text{Puntos críticos: } \begin{cases} x+5=0 & \rightarrow x=-5 \\ x-4=0 & \rightarrow x=4 \end{cases}$$



$$CS = [-5; 4 > -\{2\}]$$

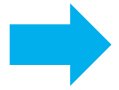
TEOREMAS FUNDAMENTALES

Se tienen los siguientes:



Puede ser cualquier desigualdad

1) Si $(x - a)^{2k+1}(x - b)^{2k+1} \geq 0$



$$(x - a)(x - b) \geq 0$$

2) Si $^{2k+1}\sqrt{(x - a)} \cdot ^{2k+1}\sqrt{(x + b)} > 0$



$$(x - a)(x + b) > 0$$

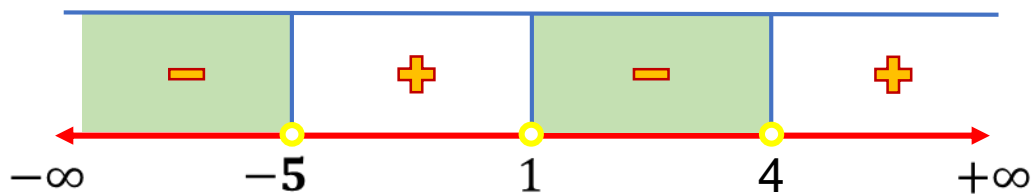
EJEMPLOS APLICATIVOS

1) Resuelva:

$$\sqrt[3]{x+5} \cdot \sqrt[7]{x-1} \cdot \sqrt[15]{x-4} < 0$$

Por teorema:

➡ $(x+5)(x-1)(x-4) < 0$



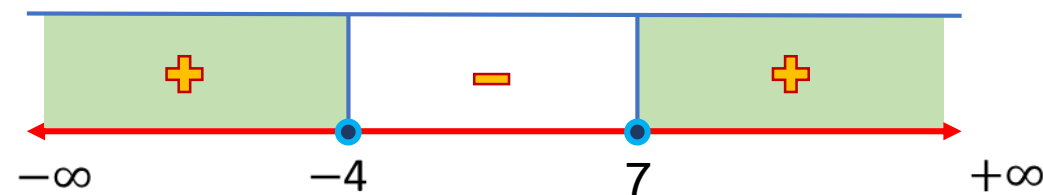
$$\therefore \text{C. S} = < -\infty; -5 > \cup < 1; 4 >$$

2) Resuelva:

$$(x+4)^{17} \cdot (x-7)^{23} \geq 0$$

Por teorema:

➡ $(x+4)(x-7) \geq 0$



$$\therefore \text{C. S} = < -\infty; -4] \cup [7; +\infty >$$

HELICO --- PRACTICE

1. Resolver $(x - 2)(x + 6)(x - 1) < 0$

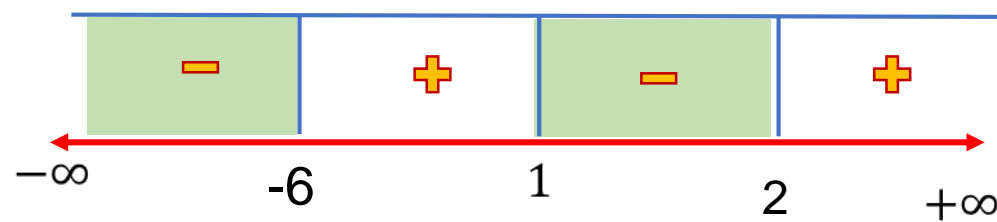
Resolución :

Puntos críticos:

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$x + 6 = 0 \rightarrow x = -6$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$



$$\text{C.S.} = \langle -\infty, -6 \rangle \cup \langle 1, 2 \rangle$$

2. Resolver $x^3 \geq 25x$

Resolución :

$$x^3 - 25x \geq 0$$

$$(x)(x^2 - 25) \geq 0$$

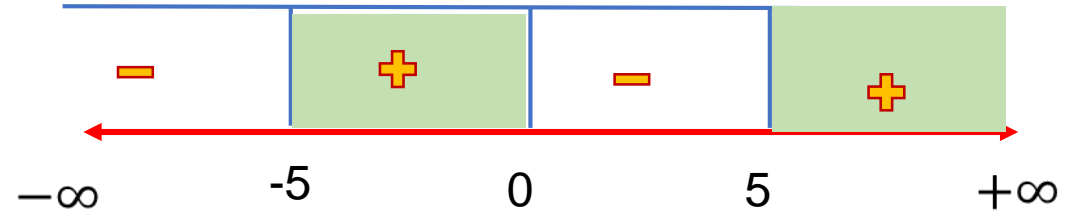
$$(x)(x + 5)(x - 5) \geq 0$$

Puntos críticos:

$$x = 0$$

$$x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$$

$$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$



$$C.S = [-5, 0] \cup [5, \infty >$$

3. Resolver $\frac{(x-3)(x+5)}{(x+2)(x-1)} \geq 0$

Resolución :

❑ Restringiendo: $x \neq -2$ y 1

Puntos críticos:

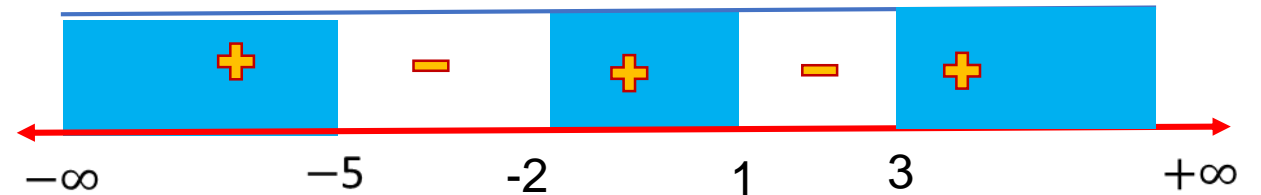
$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$$

$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

Graficando:



$$C.S = < -\infty, -5] \cup < -2, 1 > \cup [3, \infty >$$

4. Dar el intervalo de solución de:

$$(x - 3)^7(x + 5)^3(x - 4)^5 > 0$$

Resolución :

Por teorema:

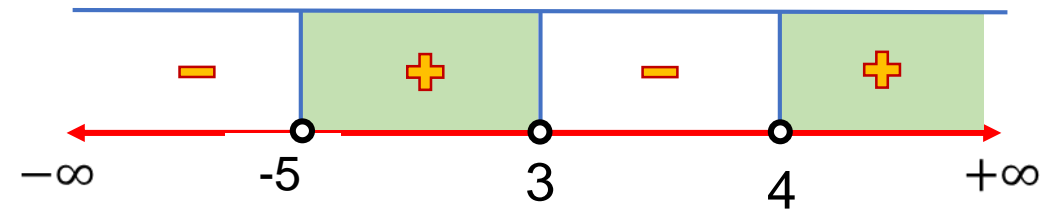
➡ $(x - 3) (x + 5) (x - 4) > 0$

Puntos críticos:

➡ $x = -5$

➡ $x = 3$

➡ $x = 4$



C.S= $< -5, 3 > \cup < 4, \infty >$

5. Resolver

$$(x^2 - 16)^2 (x^2 + x + 1)(x - 2) \leq 0$$

Resolución :

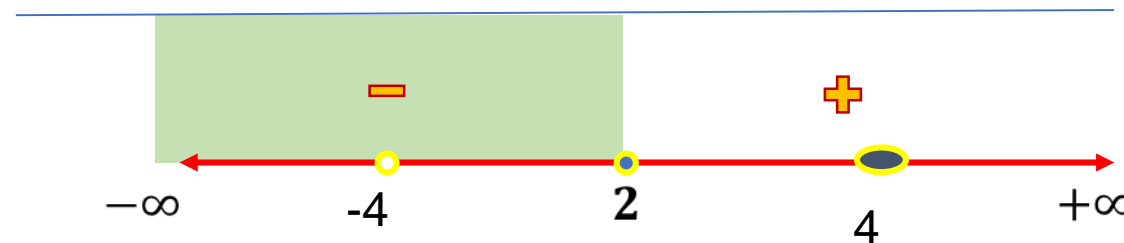
Discriminante negativo:

$$\Rightarrow (x^2 + x + 1) > 0$$

$$x^2 - 16 = 0 \quad x = \pm 4$$

$$(x - 2) \leq 0$$

$$x \leq 2$$



$$\text{C.S} = < -\infty, 2] \cup \{4\}$$

6. La edad de Marcelo es $3(a+b+c)$ años donde a, b, c se obtienen al resolver la inecuación $\frac{x^2+x-6}{x^2-9x+14} \leq 0$ cuyo conjunto solución es $[a, b> - \{c\}$ ¿Qué edad tendrá Marcelo dentro de 6 años?

Resolución :

$$\frac{(x+3)(x-2)}{(x-7)(x-2)} \leq 0$$

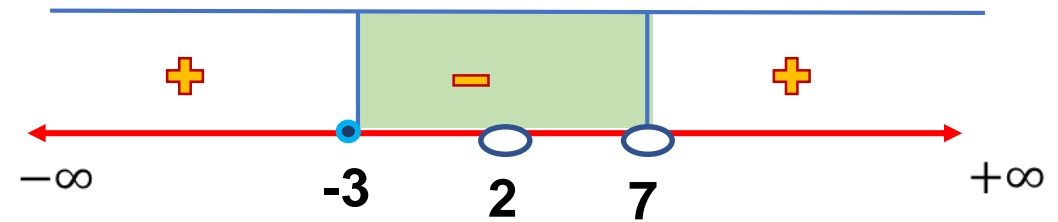
$$x \neq 2 \text{ y } 7$$

PUNTOS
CRÍTICOS

$$x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$$

$$x - 7 = 0 \rightarrow x = 7$$

Graficando :



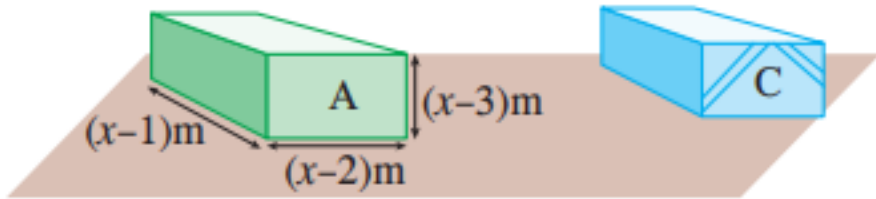
$$C.S = [-3, 7> - \{2\}$$

$$a = -3 \quad b = 7 \quad c = 2$$

$$\text{Edad} = 3(-3+7+2) = 18 \text{ años}$$

24 años

7. Con el fin de exportar frutas ,una empresa utiliza dos tipos de contenederos A y C en forma de paralelepípedo rectangular,como se muestra en la figura.Las dimensiones del contenedor C miden 1 metro menos respectivamente que las dimensiones de A.Si el volumen de C no excede al volumen de A.¿Cual es el volumen mínimo entero del contenedor C?



Resolución :

$$VA=(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$VC=(x-2)(x-3)(x-4)$$

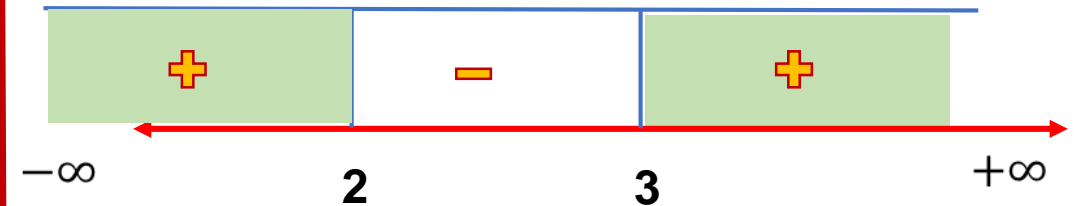
$$x-4 > 0$$

$$x > 4$$

$$(x-2)(x-3)(x-4) \leq (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$(x-2)(x-3)(-3) \leq 0$$

$$(x-2)(x-3) \geq 0$$



$$x > 4$$

$$x=5$$

$$VC=1*2*3=6u^3$$