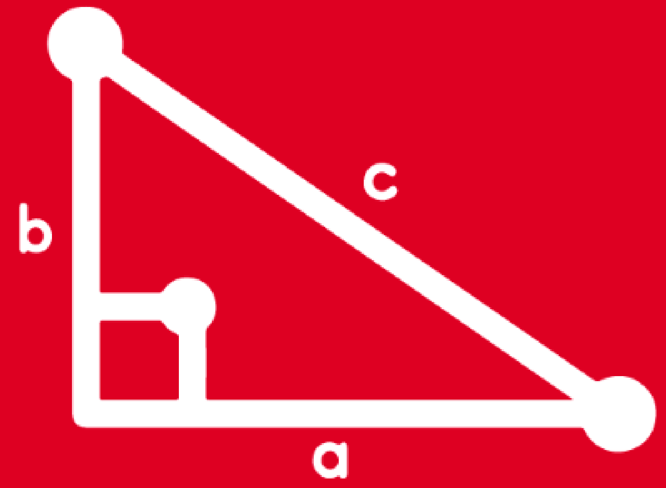
TRIGONOMETRY

Chapter 13

3rd
SECONDARY



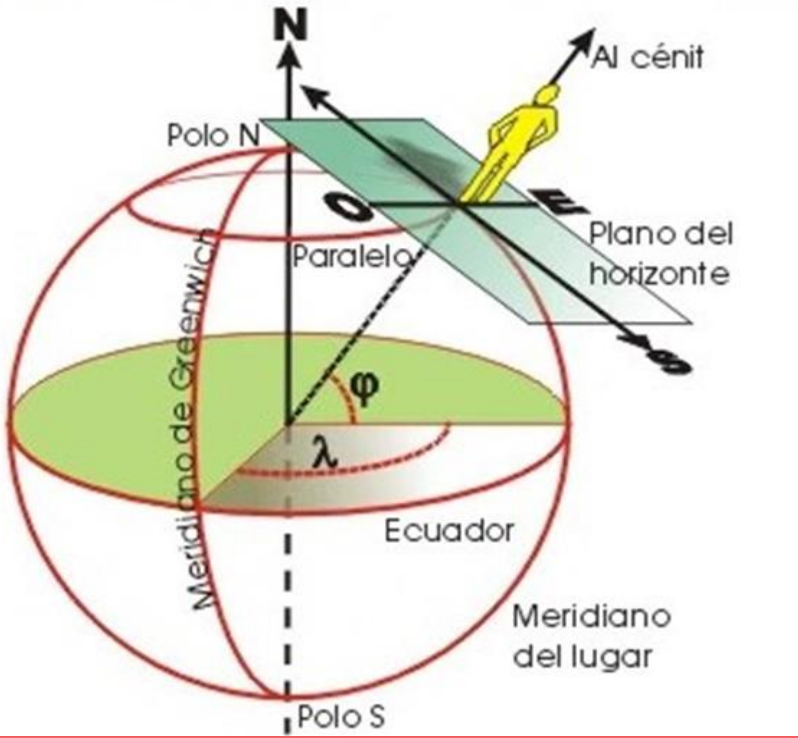
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL I

SACO OLIVEROS

COORDENADAS GEOGRÁFICAS

Determinan la posición del observador sobre la superficie terrestre. Aunque sabemos que la Tierra está achatada por los polos vamos a suponer, en primera aproximación, que es una esfera perfecta. Un punto cualquiera de la esfera terrestre queda determinado por dos coordenadas geográficas: la longitud y la latitud.

Cualquier plano paralelo al del ecuador, comprendido entre los polos norte, N, y sur, S, corta a la esfera en una circunferencia denominada paralelo. Las infinitas esferas que pasan por los polos N y S son los meridianos terrestres.



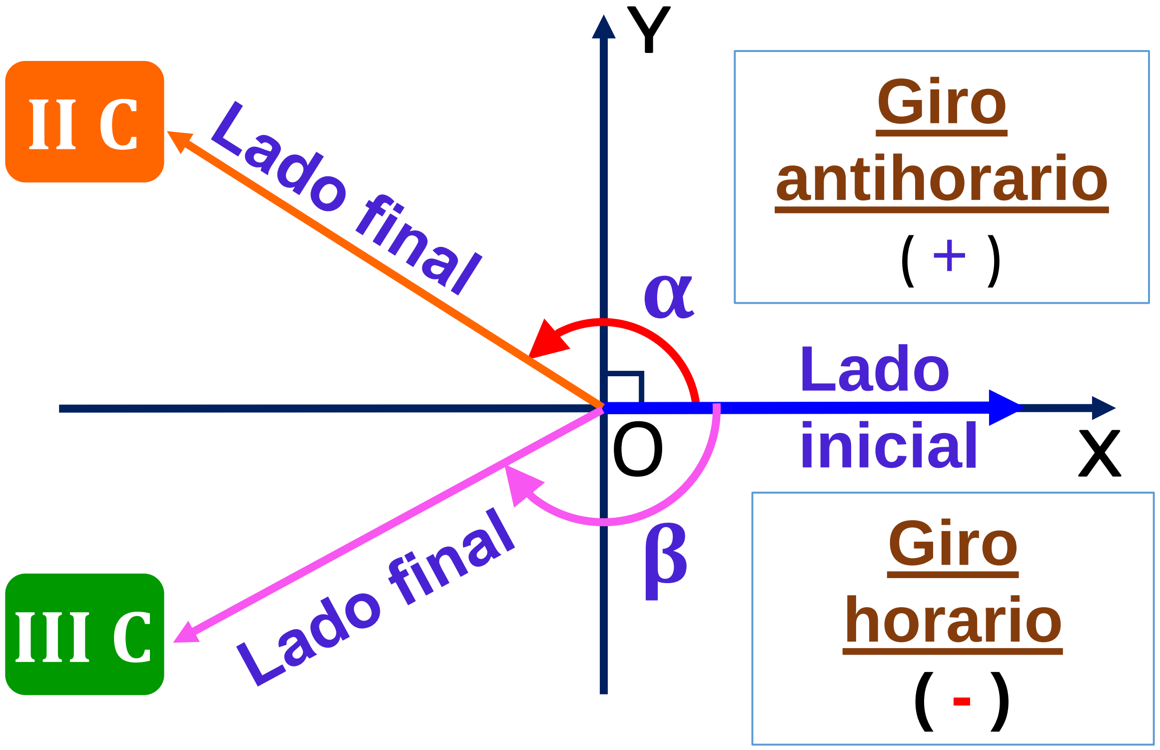
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

DEFINICIÓN :

Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, donde :

- **Vértice** : Origen de coordenadas.
- **Lado inicial :** Semieje X positivo.
- **Lado final :** Se ubica en cualquier cuadrante o semieje del plano.

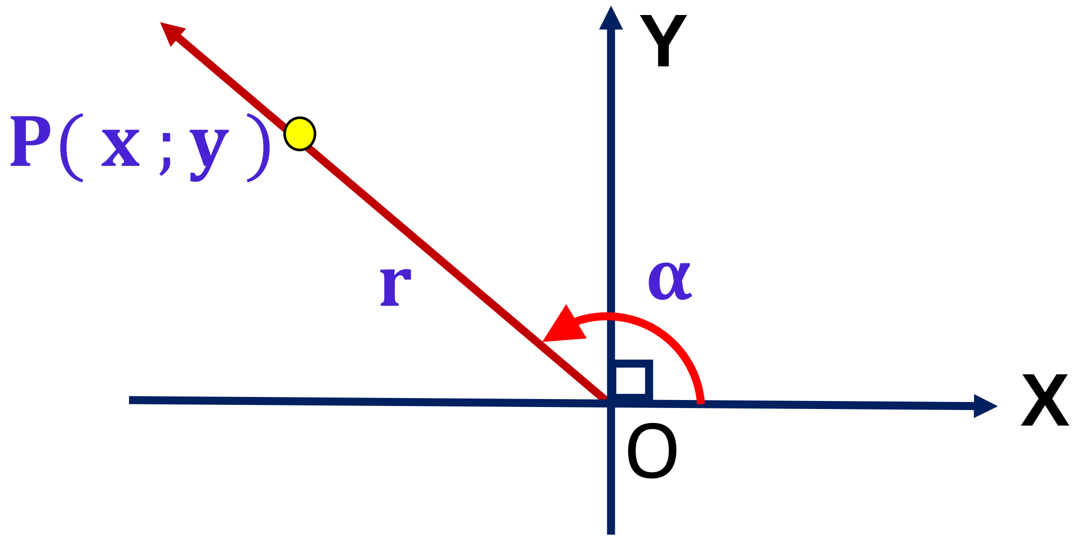
Representación gráfica :



OBSERVACIÓN :

La posición del lado final de un ángulo en posición normal, determina el cuadrante o semieje al cual pertenece dicho ángulo .

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL I



α : ángulo en posición normal .

x : abscisa del punto P .

y : ordenada del punto P .

r : radio vector del punto P.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

DEFINICIONES :

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{r}{y}$

OBSERVACIONES :

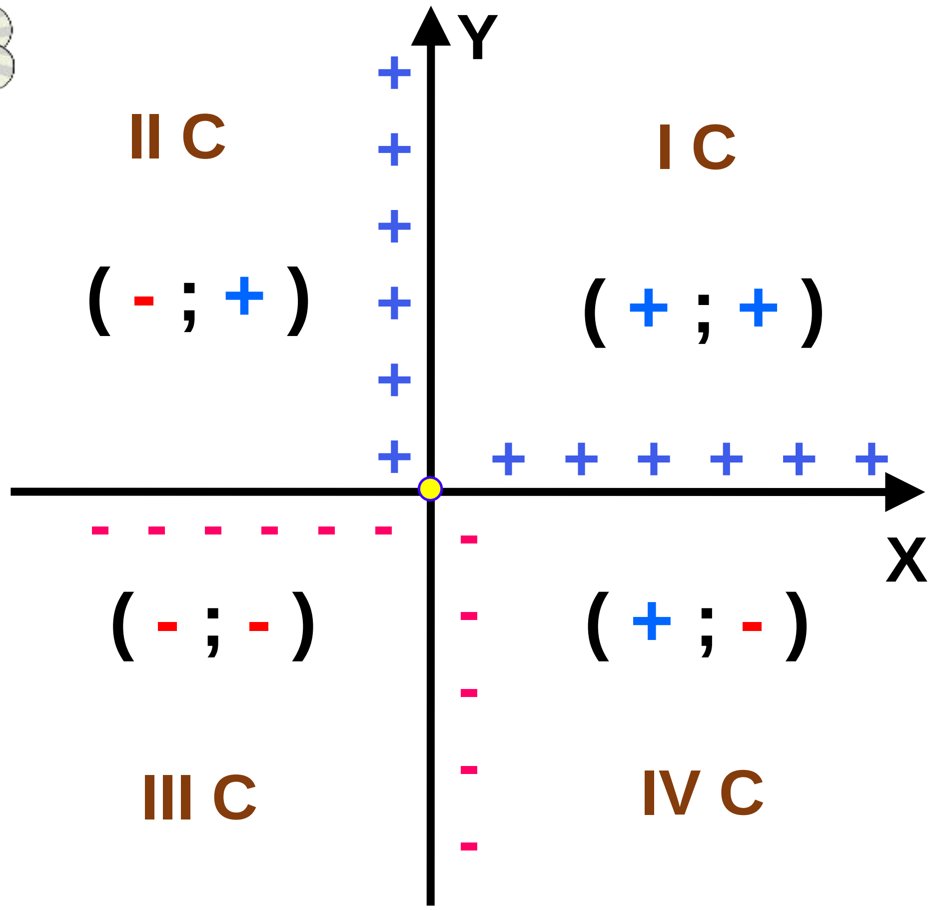
Si $0° < \alpha < 90°$ ➡ $\alpha \in IC$

Si $90° < \alpha < 180°$ ➡ $\alpha \in IIC$

Si $180° < \alpha < 270°$ ➡ $\alpha \in IIIC$

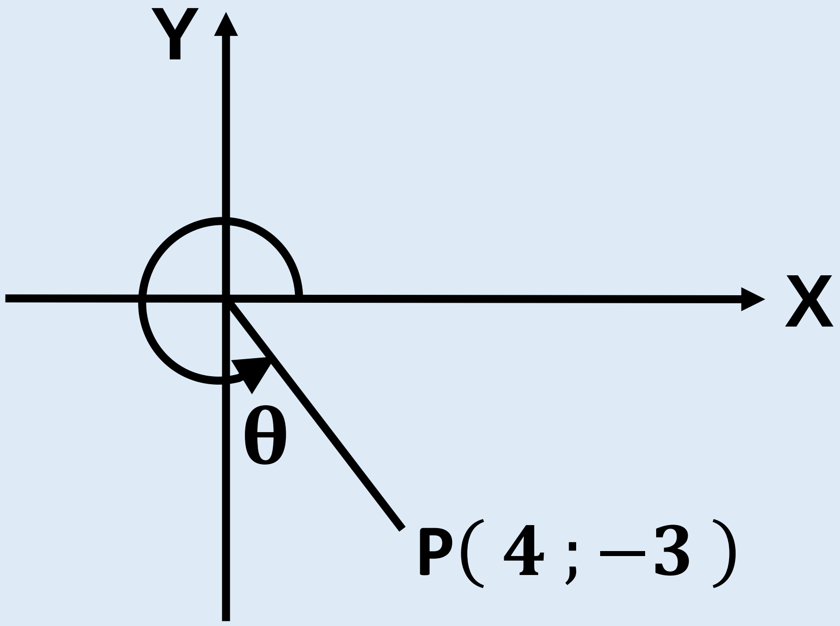
Si $270° < \alpha < 360°$ ➡ $\alpha \in IVC$

SIGNOS DE LAS COORDENADAS EN CADA CUADRANTE :



HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, calcule senθ



Recordar :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

RESOLUCIÓN

Para el punto P, tenemos :

$$x = 4 \;\; ; \;\; y = -3$$

$$r = \sqrt{(\,4\,)^2 + (\,-3\,)^2}$$

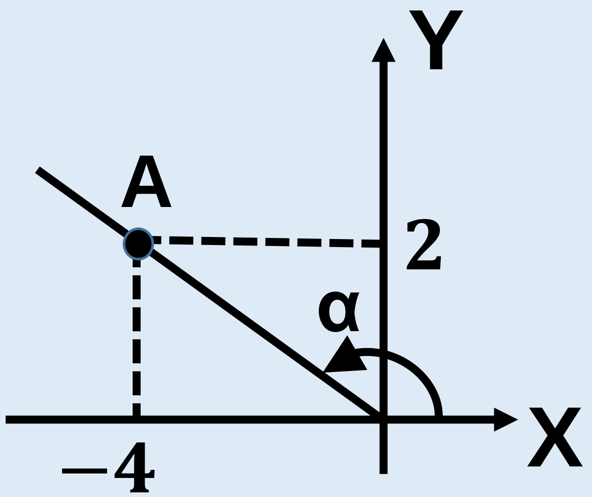
$$r = \sqrt{16 + 9} \implies r = 5$$

Calculamos senθ :

$$\text{sen}\theta = \frac{y}{r} = -\frac{3}{5}$$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico, calcule $\sqrt{5}\cos\alpha$



Recordar :

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}$$

RESOLUCIÓN

Para el punto A, tenemos :

$x = -4$; $y = 2$

$$r = \sqrt{(-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{16 + 4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{20}$$

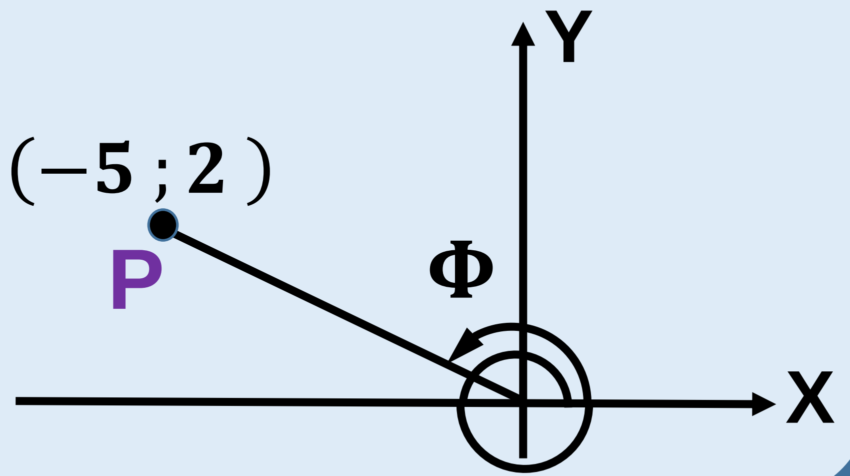
Luego :

$$\sqrt{5}\cos\alpha = \sqrt{5}\left(\frac{-4}{\sqrt{20}}\right) = -\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = -2$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, efectúe

$T = \text{sen}\Phi \cdot \cos\Phi$



Recordar :

$\text{sen}\Phi = \frac{y}{r}$ $\quad\quad$ $\cos\Phi = \frac{x}{r}$

RESOLUCIÓN

Para el punto P, tenemos:

$x = -5 \quad ; \quad y = 2$

$r = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2} = \sqrt{25 + 4}$

$\Rightarrow r = \sqrt{29}$

Calculamos T :

$T = \text{sen}\Phi.\cos\Phi = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}\right)\left(-\frac{5}{\sqrt{29}}\right) = -\frac{10}{29}$

HELICO PRACTICE 4

Si el punto M(6 ; -8) pertenece al lado final del ángulo α en posición normal ; efectué K = secα + tanα

Recordar :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Recordar :

$$\sec\alpha = \frac{r}{x} \qquad \tan\alpha = \frac{y}{x}$$

RESOLUCIÓN

Para el punto M, tenemos :

$$x = 6 \quad ; \quad y = -8$$

$$r = \sqrt{(\,6\,)^2 + (\,-8\,)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100}$$

$$\Rightarrow \quad r = 10$$

Calculamos K :

$$K = \sec\alpha + \tan\alpha = \left(\frac{10}{6}\right) + \left(-\frac{8}{6}\right) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

HELICO PRACTICE 5

Si el punto P(2 ; -3) pertenece al lado final del ángulo α en posición normal, efectué E = 2 tanα + $\sqrt{13}$ cosα

Recordar :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Recordar :

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \qquad \tan\alpha = \frac{y}{x}$$

RESOLUCIÓN

Para el punto P, tenemos :

$x = 2$; $y = -3$

$$r = \sqrt{(\,2\,)^2 + (-3\,)^2} = \sqrt{4+9} \Rightarrow r = \sqrt{13}$$

Calculamos E :

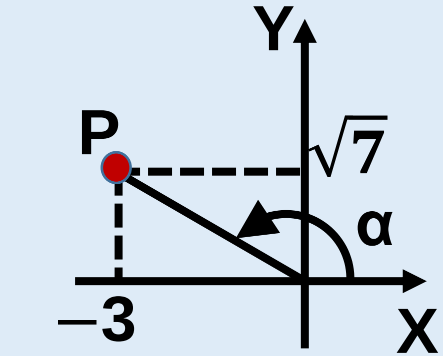
$$E = 2\tan\alpha + \sqrt{13}\cos\alpha = \cancel{2}\left(\frac{-3}{\cancel{2}}\right) + \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right)$$

$$E = -3 + 2$$

$$\therefore E = -1$$

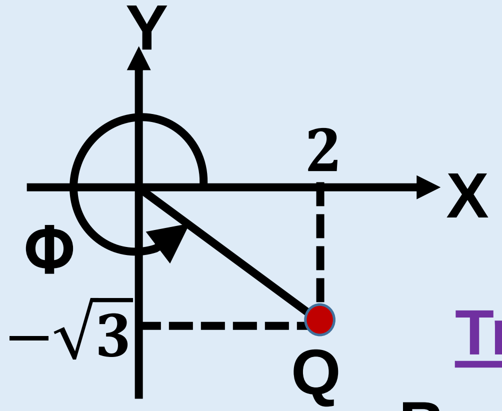
HELICO PRACTICE 6

Gilbert se presentó a su examen final de Geometría y Trigonometría; los puntajes A y B respectivamente, corresponden a las notas de cada materia. Averigüe en cual materia obtuvo más alto puntaje.



Geometría

$A = 16\,\text{sen}^2\alpha + 12$



Trigonometría

$B = 4\sec^2\Phi + 13$

RESOLUCIÓN

Para el punto P : $x = -3$; $y = \sqrt{7}$

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{7})^2} \Rightarrow r = 4$$

$$A = 16\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 + 12 = 16\left(\frac{7}{16}\right) + 12 = 19$$

Para el punto Q : $x = 2$; $y = -\sqrt{3}$

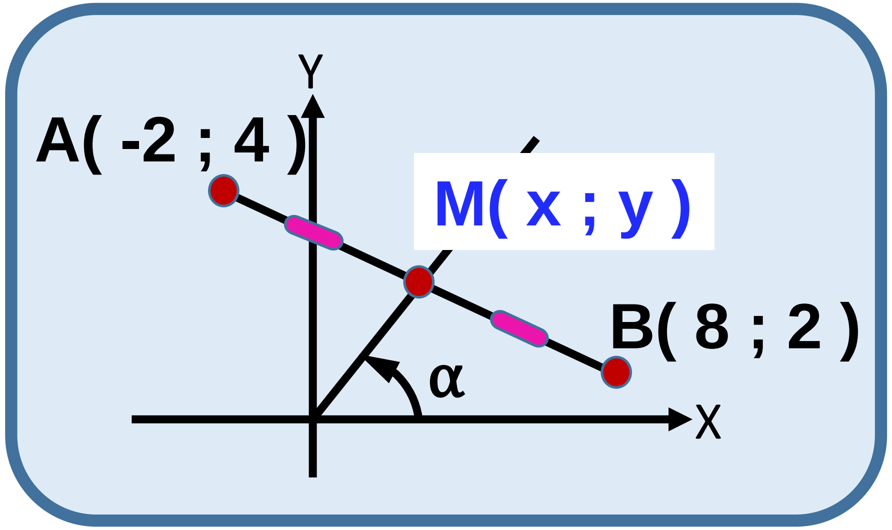
$$r = \sqrt{(2)^2 + (-\sqrt{3})^2} \Rightarrow r = \sqrt{7}$$

$$B = 4\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 + 13 = 4\left(\frac{7}{4}\right) + 13 = \boxed{20}$$

Por lo tanto obtuvo mayor nota en Trigonometría .

HELICO PRACTICE 7

Milagros ha rendido sus exámenes de Lenguaje, Literatura y Razonamiento Verbal, obteniendo notas P , Q y R respectivamente . - Si para obtener dichos valores se tiene que resolver el siguiente ejercicio .- ¿ En cuál de los cursos obtuvo mayor calificación?... Datos : P = $8\sqrt{2}$ senα + 10 ; Q = $9\sqrt{2}$ cosα + 10 ; R = 10 tanα + 10



RESOLUCIÓN

❖ **Calculamos coordenadas de M :**

$$M(x\,;y) = \left(\frac{-2+8}{2};\frac{4+2}{2}\right) = M(3\,;3)$$

$$r = \sqrt{(3)^2+(3)^2} \Rightarrow \boxed{r = 3\sqrt{2}}$$

Calculamos notas :

$$P = 8\sqrt{2}\left(\frac{3}{3\sqrt{2}}\right) + 10 = 18$$

$$Q = 9\sqrt{2}\left(\frac{3}{3\sqrt{2}}\right) + 10 = 19$$

$$R = 10\left(\frac{3}{3}\right) + 10 = 20$$

Recordar :

$$\text{sen}\alpha = \frac{y}{r} \qquad \cos\alpha = \frac{x}{r} \qquad \tan\alpha = \frac{y}{x}$$

Milagros obtuvo mayor nota en razonamiento verbal.

SACO OLIVEROS