



ALGEBRA

Chapter 6

3th
SECONDARY

Polinomios especiales



 **SACO OLIVEROS**

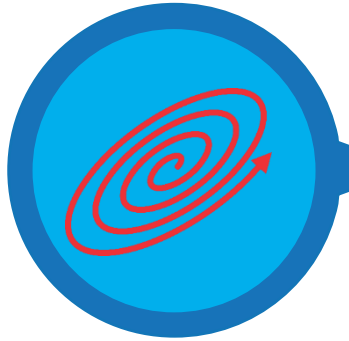
EN LA CORTE DE LOS CALIFAS



Estudiosos árabes en sus trabajo de investigación

Cuando se hizo este cuadro de la ciencia, Bagdad era el centro de la ciencia.

El interés en la astronomía hizo indispensable el estudio del álgebra y el desarrollo de esta hizo posible aumentar los conocimientos de la astronomía.



POLINOMIOS ESPECIALES

Son aquellos polinomios que tienen características especiales.



I POLINOMIO ORDENADO:

Con respecto a una variable, se caracteriza porque los exponentes de esa variable se encuentran ordenados en forma ascendente o descendente.

Ejm:

$$P(x) = 3x^{\textcircled{7}} - 5x^{\textcircled{4}} + 2x^{\textcircled{2}} + 4x^{\textcircled{1}}$$

- Polinomio ordenado en forma descendente.

Ejm:

$$Q(x; y) = 4x^{\textcircled{9}}y^{\textcircled{3}} - 5x^{\textcircled{6}}y^{\textcircled{5}} + 2x^{\textcircled{4}}y^{\textcircled{7}} + 3x^{\textcircled{1}}y^{\textcircled{8}}$$

- Respecto a x es ordenado en forma descendente.
- Respecto a y es ordenado en forma ascendente.



II

POLINOMIOCOMPLETO:

Con respecto a una variable, se caracteriza porque los exponentes de esa variable aparecen de manera consecutiva desde el mayor hasta el cero o viceversa.

Ejm:

$$Q(x) = 5x^{\textcircled{2}} - 3x^{\textcircled{4}} + 2x^{\textcircled{3}} + 8 - 3x^{\textcircled{1}}$$

x^0

- Es un Polinomio completo.

Ejm:

$$P(x) = 5x^{\textcircled{4}} - 9x^{\textcircled{3}} + 6x^{\textcircled{2}} - 8x^{\textcircled{1}} + 2x^{\textcircled{0}}$$

- Es un polinomio completo y ordenado en forma descendente.



III

POLINOMIOHOMOGÉNEO:

Es aquel polinomio de dos o más variables, de términos no semejantes con el mismo grado absoluto.

Ejm:

$$Q(x; y) = \underbrace{5x^7 y^5}_{12} + \underbrace{3x^6 y^6}_{12} - \underbrace{2x^{10} y^2}_{12}$$

$$\text{GA} = 12$$

Ejm:

$$P(x; y; z) = \underbrace{6x^3 y^4 z^7}_{14} - \underbrace{9x^6 y^4 z^4}_{14} + \underbrace{8x^2 y^3 z^9}_{14}$$

$$\text{GA} = 14$$




IV

POLINOMIOS

IDÉNTICOS:

Dos o más polinomios del mismo grado y en las mismas variables son idénticos, si los valores numéricos resultantes de dichos polinomios siempre son iguales, para cualquier valor asignado a sus variables.


Ejm: $P(x; y) = (x + y)^4 - (x - y)^4$
 $Q(x; y) = 8xy(x^2 + y^2)$

$P(1;1) = 16$
 $Q(1;1) = 16$  $P(1;1) = Q(1;1)$

$\therefore P(x; y) \equiv Q(x; y)$

CASO PARTICULAR

$\underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c} \equiv \underline{m}x^2 + \underline{n}x + \underline{p}$

 $\left\{ \begin{array}{l} a = m \\ b = n \\ c = p \end{array} \right.$



V

POLINOMIO IDÉNTICAMENTE

NULO:

Es aquel polinomio de grado no definido, cuyo valor numérico resultante siempre es igual a cero, para cualquier valor que asuman sus variables.

$$P(x; y) \equiv 0$$

CASO PARTICULAR

$$\underline{m}x^2 + \underline{n}x + \underline{p} \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = 0 \\ p = 0 \end{cases}$$

Ejm: si $P(x) = (\underline{a-2})x^3 + (\underline{b-1})x^5 + (\underline{2c-6})$ es idénticamente nulo, calcule: $a + b + c$

RESOLUCIÓN

$$\underline{a} - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$2c - 6 = 0 \Rightarrow c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 6$$



Problema N° 1

En el polinomio homogéneo

$$P(x, y, z) = 5x^{m+n} - 7x^n y^{2m-3} + 8x^m y^{2n} z^{n-10} + 11z^{3n-7}$$

calcule $(m - n)^m$.

Resolución:

$$P(x, y, z) = \overbrace{5x^{m+n}}^{m+n} - \overbrace{7x^n y^{2m-3}}^{n+2m-3} + \overbrace{8x^m y^{2n} z^{n-10}}^{m+3n-10} + \overbrace{11z^{3n-7}}^{3n-7}$$

$P(x, y, z)$ es homogéneo:

$$\Rightarrow \overbrace{m+n}^{m+n} = \overbrace{n+2m-3}^{n+2m-3} = \overbrace{m+3n-10}^{m+3n-10} = 3n-7$$

$$I. \cancel{m} + \cancel{n} = \cancel{n} + 2m - 3$$

$$m = 2m - 3$$

$$\boxed{m = 3}$$

$$II. \cancel{m} + n = \cancel{m} + 3n - 10$$

$$n = 3n - 10$$

$$\boxed{n = 5}$$

Nos piden: $(m - n)^m = (3 - 5)^3$

$$(m - n)^m = (-2)^3$$

$$\therefore (m - n)^m = -8$$

Problema N° 2

Calcule $a + b + c$ si el polinomio

$$P(x) = 15 + 3x + 5x^{a-3} + 4x^{b+1} + 7x^{c-2}$$

es completo y ordenado.

Resolución:

$$P(x) = 15x^0 + 3x^1 + 5x^{\overbrace{a-3}^2} + 4x^{\overbrace{b+1}^3} + 7x^{\overbrace{c-2}^4}$$

$R(x)$ es completo y ordenado:

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 3 = 2 & \rightarrow a = 5 \\ b + 1 = 3 & \rightarrow b = 2 \\ c - 2 = 4 & \rightarrow c = 6 \end{cases}$$

Nos piden:

$$a + b + c = 5 + 2 + 6$$

$$\therefore a + b + c = 13$$

Problema N° 3

Calcule $m + n$ si

$$m(2x - 1) + n(3x - 2) \equiv 16x - 1$$

Resolución:

$$m(2x - 1) + n(3x - 2) \equiv 16x - 1$$

$$\underline{2mx} - \underline{m} + \underline{3nx} - \underline{2n} \equiv 16x - 1$$

$$\underbrace{(2m + 3n)}_{\text{coef. de } x} x - \underbrace{(m + 2n)}_{\text{constante}} \equiv \underbrace{16x}_{\text{coef. de } x} - \underbrace{1}_{\text{constante}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 \times (2m + 3n = 16) \Rightarrow \cancel{2m} + 3n = 16 \\ -2 \times (m + 2n = 1) \Rightarrow \cancel{-2m} - 4n = -2 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}} \quad \quad \quad -n = 14$$

$$\boxed{n = -14} \wedge \boxed{m = 29}$$

$$\boxed{\therefore m + n = 15}$$



Problema N° 4

Sean idénticos los polinomios mostrados

$$Q(x) = (a - 4)x^2 + (2b - 1)x + 3c - 2$$

$$R(x) = (3a - 8)x^2 + (b + 1)x + 2c + 1$$

calcule $(a + b + c)^3$.

Resolución:

$$Q(x) = (a - 4)x^2 + (2b - 1)x + 3c - 2$$

$$R(x) = (3a - 8)x^2 + (b + 1)x + 2c + 1$$

$Q(x) \equiv R(x)$:

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 4 = 3a - 8 \rightarrow a = 2 \\ 2b - 1 = b + 1 \rightarrow b = 2 \\ 3c - 2 = 2c + 1 \rightarrow c = 3 \end{cases}$$

Nos piden: $(a + b + c)^3 = (2 + 2 + 3)^3$

$$(a + b + c)^3 = 7^3$$

$$\therefore (a + b + c)^3 = 343$$



Problema N° 5

Sea el polinomio idénticamente nulo

$$P(x) = mx^3 - 7x^3 + 4x^2 + 2nx^2 - 5px + 15x + 8 + q$$

calcule el valor de $m + n + p + q$.

Resolución:

$$P(x) = \underline{mx^3} - \underline{7x^3} + \underline{4x^2} + \underline{2nx^2} - \underline{5px} + \underline{15x} + \underline{8} + \underline{q}$$

Factorizando:

$$P(x) = \underbrace{(m - 7)}_{\boxed{0}}x^3 + \underbrace{(4 + 2n)}_{\boxed{0}}x^2 + \underbrace{(15 - 5p)}_{\boxed{0}}x + \underbrace{(8 + q)}_{\boxed{0}}$$

$P(x)$ es idénticamente nulo: $P(x) \equiv 0$



$$\left\{ \begin{array}{ll} m - 7 = 0 & \rightarrow m = 7 \\ 4 + 2n = 0 & \rightarrow n = -2 \\ 15 - 5p = 0 & \rightarrow p = 3 \\ 8 + q = 0 & \rightarrow q = -8 \end{array} \right.$$

$$\therefore m + n + p + q = 0$$



Problema N° 6

Si el mercurio al calentarse aumenta su grados de un termómetro en un 8%, ¿qué grado indicará $(a + b)^2$ en el termómetro después de calentarse, siendo a y b valores obtenidos del polinomio


$$M(x) = (a + b)x^{a+b} - 6x^5 + 7x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 3x + 5$$

Completo y ordenado en forma decreciente?

Resolución:

$$M(x) = \underline{(6 + a)}x^{a+b} - \underline{6x^5} + \underline{7x^4} + \underline{5x^3} + \underline{4x^2} - \underline{3x} + \underline{5}$$

Completo y Ordenado en forma decreciente:

$$M(x) = (6 + a)x^{a+b} - 6x^5 + 7x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 3x + 5$$


$$a + b = 6$$



Reemplazamos  $(a + b)^2$

$$(6)^2$$

$$M = 36$$

$$\therefore M = 36$$

Problema N° 7

Ashley va al supermercado a hacer las compras del mes, al regresar a su casa revisa el Boucher dándose con la sorpresa que gastó más de la cuenta, si al determinar $C(a)$ en el polinomio cuadrático

$C(x) = (a - 5)x^2 + ax + 2a$ el cual es Mónico, representa la cantidad (en soles) que le queda a Ashley, ¿Cuánto gastó en el supermercado si fue con 260 soles?

Resolución:



$$C(x) = (a - 5)x^2 + ax + 2a$$

$C(x)$ es Mónico

Coeficiente Principal = 1

$$a - 5 = 1 \rightarrow a = 6$$

$$a - 1 = 2 \rightarrow a = 3$$

Nos piden:

$$\sqrt{a + b + c} = \sqrt{3 + 4 + 2}$$

$$\sqrt{a + b + c} = \sqrt{9}$$

$$\therefore \sqrt{a + b + c} = 3$$