ALGEBRA

Chapters 1, 2, 3

4th
SECONDARY

Asesoría

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Al evaluar $Q(3)$ *sabiendo que :*

$P(x)=4x-5$

$P(Q(x))=8x+3$

el resultado indica el número de cuadernos que Martín necesita para iniciar sus clases.

¿Cuántos cuadernos necesitará?

Resolución :

Por dato, sabemos que :

$$P(x)=4x-5$$

Cambio de variable x por $Q(x)$, es decir :

$$P(Q(x))=4Q(x)-5$$

$$8x+3=4Q(x)-5$$

$$\frac{8x+8}{4}=Q(x) \rightarrow \boxed{Q(x)=2x+2}$$

evaluando $Q(3)$ en $Q(x)=2x+2$

$$Q(3)=2(3)+2$$

$$\boxed{Q(3)=8}$$

$\therefore$ Necesitara 8 cuadernos

PROBLEMA 2

$$(\quad) = 6 \ {}^{m-3} + 3 \ {}^{m-n} + 4 \ {}^{2n-p} + \ {}^{p+q-1}$$

Resolución : Del polinomio, tenemos:

$$M(x) = 6x^{m-3} + 3x^{m-n} + 4x^{2n-p} + x^{p+q-1}$$

$$m - 3 = 0 \rightarrow m = 3$$

$$m - n = 1 \rightarrow n = 2$$

$$2n - p = 2 \rightarrow p = 2$$

$$p + q - 1 = 3 \rightarrow q = 2$$

$$\text{Calcular } mnpq = (3)(2)(2)(2)$$

$$\boxed{\therefore\ mnpq = 24}$$ ***Rpta***

Los grados de sus términos deben estar ordenados desde cero hasta el mayor de ellos de forma consecutiva.

Problema 3 Del siguiente polinomio idéntico:

$8x + 27 \equiv a(x+4) + b(2x+3)$; determine el valor de $a+b$.

Resolución

Para: $x = -4$

$$8(-4) + 27 = a(\overset{0}{\cancel{-4+4}}) + b(2(-4)+3)$$

$$-5 = b(-5)$$

$$\boxed{1 = b}$$

Para: $x = -3$

$$8(-3) + 27 = a(-3+4) + 1(2(-3)+3)$$

$$3 = a(1) - 3$$

$$\boxed{6 = a}$$

$\therefore a + b = 7$

Rpta: 7

PROBLEMA 4

Si $a+b+c=10$

$a^2+b^2+c^2=55$

Obtenga el valor de

$$E=(a+b)^2+(a+c)^2+(b+c)^2$$

Resolución :

Desarrollo del Binomio al Cuadrado

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Trinomio al cuadrado

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$

$$E=(a+b)^2+(a+c)^2+(b+c)^2$$

Desarrollando:

$$E=a^2+2ab+b^2+a^2+2ac+c^2+b^2+2bc+c^2$$

$$E=\underbrace{a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)}+a^2+b^2+c^2$$

$$E=\underbrace{(a+b+c)^2}+a^2+b^2+c^2$$

Reemplazando:

$$E=(10)^2+55$$

$$\boxed{\therefore E=155}$$ ***Rpta.***

PROBLEMA 5

Si $p = \sqrt{3} + 1$

$q = \sqrt{3} - 1$

Efectúe $R = p^4 + q^4$

Resolución :

Desarrollo del Binomio al Cuadrado

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Por el dato $p = \sqrt{3} + 1$ y $q = \sqrt{3} - 1$

$$p + q = \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1$$

$$\boxed{\rightarrow p + q = 2\sqrt{3}}$$

- $(p+q)^2 = (2\sqrt{3})^2$

$$p^2 + 2pq + q^2 = 12$$

$pq = (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = 2$

$$\boxed{p^2 + q^2 = 8}$$

- $(p^2+q^2)^2 = (8)^2$

$$p^4 + 2(p^2q^2) + q^4 = 64$$

$pq = 2 \rightarrow (pq)^2 = 2^2 = 4$

$$\boxed{\therefore p^4 + q^4 = 56}$$ ***Rpta.***

PROBLEMA 6

Simplifique

$$M=(x-4)(x-7)(x+3)(x+6)-(x^2-x-27)^2$$

Resolución :

Equivalencia de Steven

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$M=(x-4)(x-7)(x+3)(x+6)-(x^2-x-27)^2$$

$$M=(x-4)(x-7)(x+3)(x+6)-(x^2-x-27)^2$$

$$M=(x^2-x-12)(x^2-x-42)-(x^2-x-27)^2$$

$$x^2-x=m$$

Reemplazando

$$M=(m-12)(m-42)-(m-27)^2$$

$$M=m^2-54m+504-(m^2-54m+729)$$

$$M=\cancel{m^2}-\cancel{54m}+504-\cancel{m^2}+\cancel{54m}-729$$

$$\boxed{\therefore M=-225}$$ ***Rpta***

PROBLEMA 7

Si $a = \sqrt{7} - \sqrt{3}$

$b = \sqrt{3} - 5$

$c = 5 - \sqrt{7}$

Reduzca $M = \dfrac{\left(a^3 + b^3 + c^3\right)\left(a^2 + b^2 + c^2\right)}{6abc(ab + bc + ac)}$

Resolución :

$$\left.\begin{aligned} a &= \sqrt{7} - \sqrt{3} \\ b &= \sqrt{3} - 5 \\ c &= 5 - \sqrt{7} \end{aligned}\right] \text{ Sumando } (+)$$

$$a + b + c = 0$$

Si $a + b + c = 0$

$\rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$

$$M = \frac{\left(a^3 + b^3 + c^3\right)\left(a^2 + b^2 + c^2\right)}{6abc(ab + bc + ac)}$$

$$M = \frac{(3\cancel{abc}).-2\cancel{(ab + bc + ac)}}{6\cancel{abc}\cancel{(ab + bc + ac)}}$$

$$M = \frac{-6}{6}$$

$\boxed{\therefore M = -1}$ ***Rpta***

PROBLEMA 8

Si $m+n+p=6$

$(m+n)(n+p)(m+p)=42$

Efectúe $H=m^3+n^3+p^3$

Resolución :

Recordar

$$(m+n+p)^3=m^3+n^3+p^3+3(m+n)(n+p)(m+p)$$

Por dato, sabemos que :

$$m+n+p=6$$

Elevando al cubo

$$(m+n+p)^3=(6)^3$$

$$m^3+n^3+p^3+3\underbrace{(m+n)(n+p)(m+p)}=216$$

Reemplazamos

$$m^3+n^3+p^3+3(42)=216$$

$$m^3+n^3+p^3=216-126$$

$$\boxed{\therefore\ m^3+n^3+p^3=90}$$ ***Rpta***

PROBLEMA 9

Si
$$a = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$
$$b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$
$$c = \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

Determine el valor de $\mathrm{N} = \dfrac{a^2}{bc} + \dfrac{b^2}{ac} + \dfrac{c^2}{ab}$

Resolución :

Sumando *a*, *b* y *c*

$$a + b + c = 0$$

Homogeneizando en N

$$\mathrm{N} = \frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc}$$

$$\mathrm{N} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

Recordar las Identidades Condicionales

Si $a + b + c = 0$

Se cumple que: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$\mathrm{N} = \frac{3\cancel{(abc)}}{\cancel{abc}}$$

$$\mathrm{N} = 3$$

Rpta: $\boxed{3}$

PROBLEMA 10

Calcular

$$T = \frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{2}+1\right)^2 + \left(\sqrt{2}-1\right)^2}$$

Recordar las Identidades de Legendre

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$$
$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

Resolución :

Aplicando la Identidad de Legendre en T

$$T = \frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{2}+1\right)^2 + \left(\sqrt{2}-1\right)^2}$$

$$T = \frac{\cancel{2}(\cancel{\sqrt{5}^2} + \cancel{\sqrt{3}^2})}{\cancel{2}(\cancel{\sqrt{2}^2} + 1^2)}$$

$$T = \frac{8}{3}$$

Rpta: $\boxed{\frac{8}{3}}$

GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!

El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información
Albert Einstein