

V
LEVEL

TRIGONOMETRY

Chapter 3



**Razones Trigonométricas
de un Ángulo en Posición
Normal**



TRIGONOMETRY

Índice

01. Motivating Strategy >

02. Helico Theory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >



LA MOSCA DE DESCARTES



Play



MOTIVATING STRATEGY

Material Digital



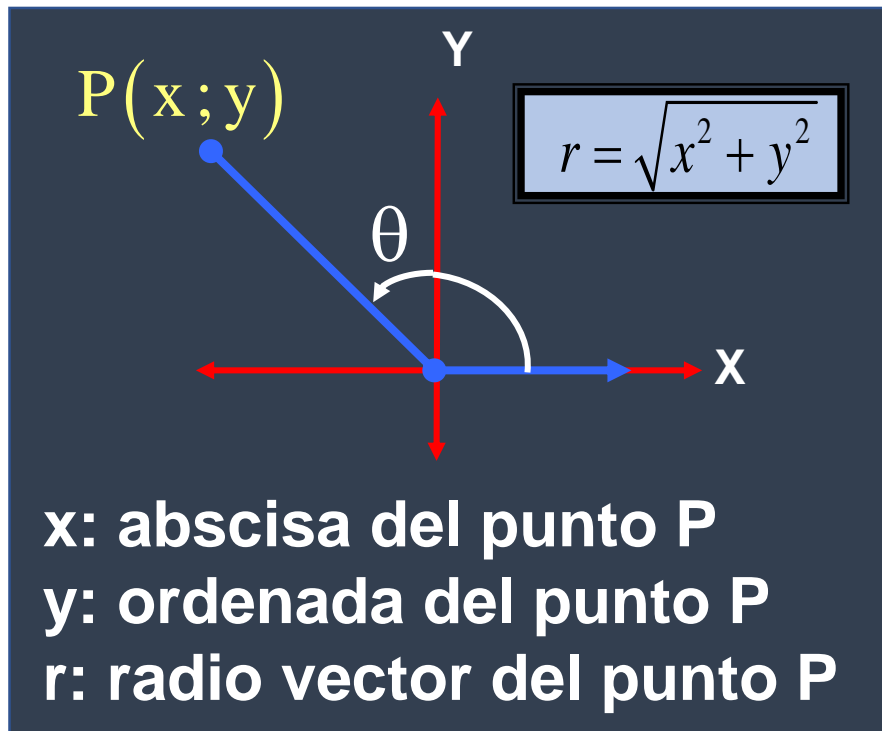
Resumen



HELICO
THEORY

R.T. DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL

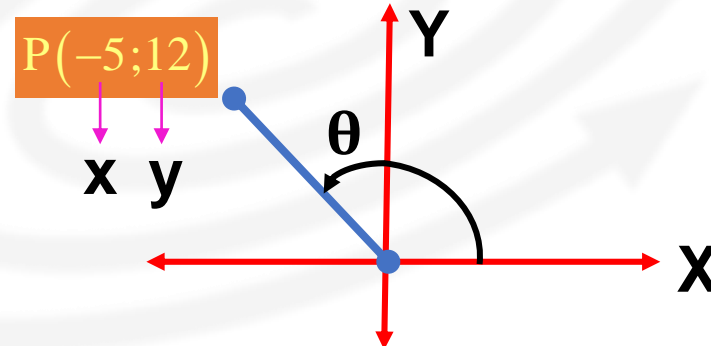
Definición: RT es el cociente entre la abscisa, la ordenada o el radio vector de un punto que pertenece al lado final de un ángulo en posición normal.



Conociendo x , y , r , entonces las RT se definen:

| sen | cos | tan | cot | sec | csc |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{y}{r}$ | $\frac{x}{r}$ | $\frac{y}{x}$ | $\frac{x}{y}$ | $\frac{r}{x}$ | $\frac{r}{y}$ |

Ejemplo: Del gráfico calcule $M = \sec\theta + \tan\theta$



En el gráfico tenemos :

$$\begin{aligned} x &= -5 \\ y &= 12 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} r &= \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} \\ r &= \sqrt{169} \\ r &= 13 \end{aligned}$$

Calculamos M:

$$M = \sec\theta + \tan\theta$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \quad \quad \downarrow \\ &\frac{r}{x} \quad \quad \frac{y}{x} \end{aligned}$$

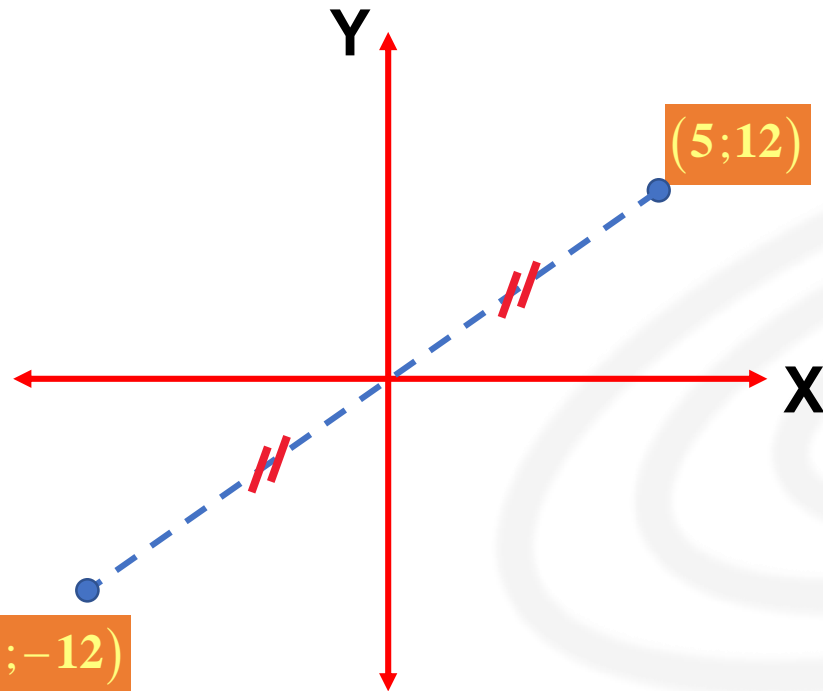
$$M = \frac{13}{-5} + \frac{12}{-5}$$

$$M = \frac{25}{-5}$$

$$M = -5$$

PUNTOS RELATIVOS

* Puntos opuestos por el origen :

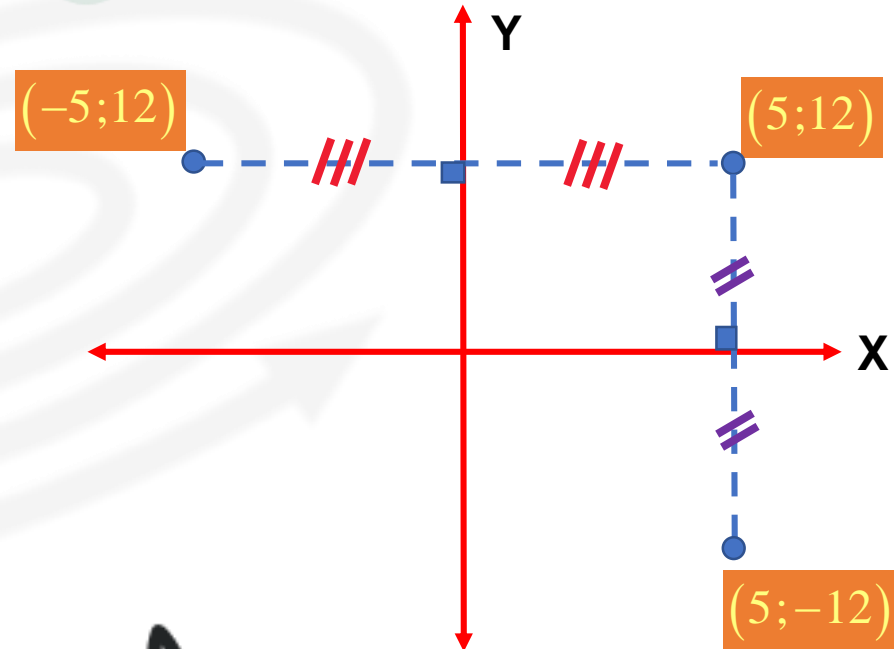


Cambian los signos de ambas coordenadas .

*Puntos simétricos :

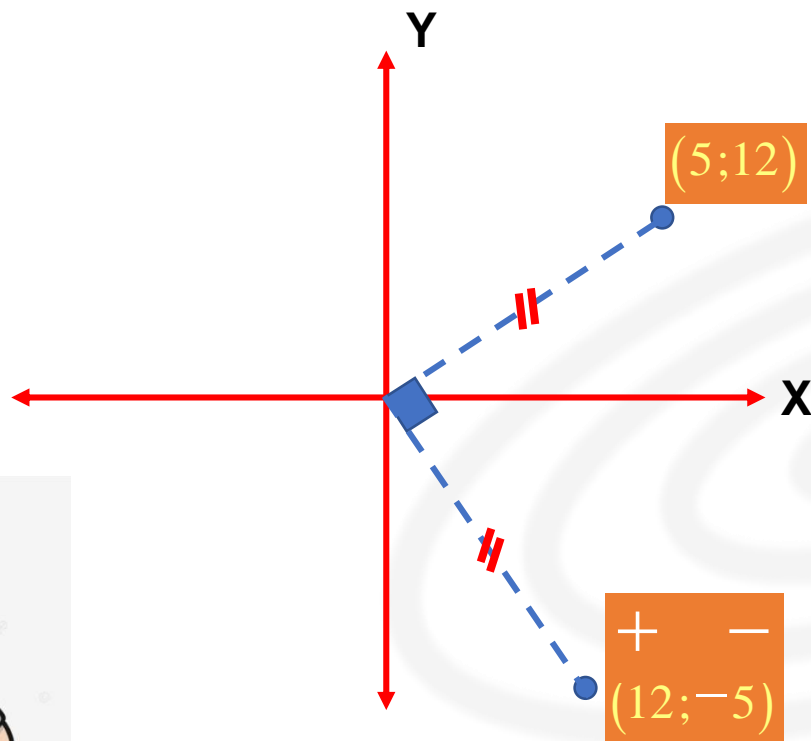


En simetría horizontal cambia el signo de la abscisa .



En simetría vertical cambia el signo de la ordenada .

* Puntos ortogonales



Recordar :

| | |
|-----------------|----------------|
| IIC $(-;+)$ | IC $(+;+)$ |
| IIIC $(-;-)$ | IVC $(+;-)$ |

Cambian de orden las coordenadas y se adecúan sus signos según sea el nuevo cuadrante .



Resolución de Problemas

Problema 01 >

Problema 02 >

Problema 03 >

Problema 04 >

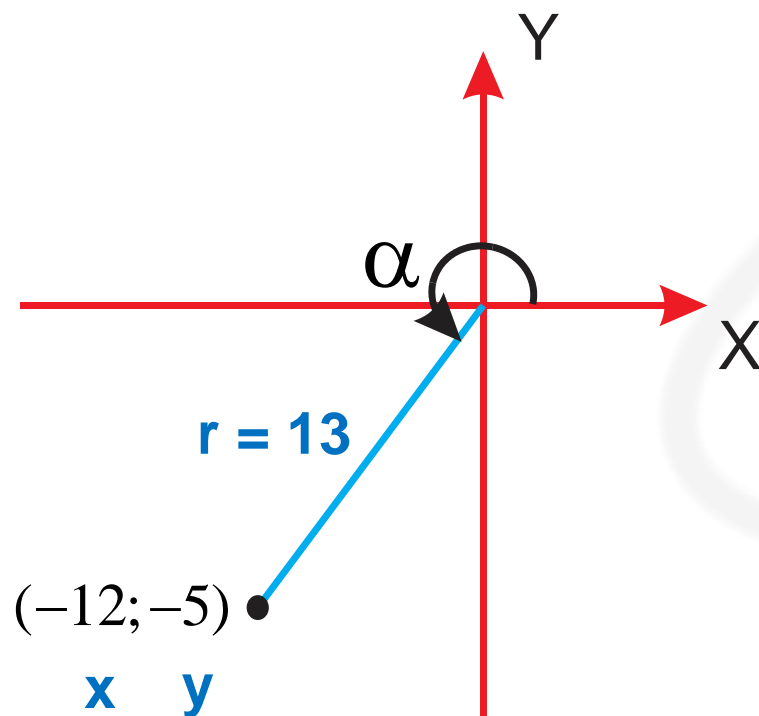
Problema 05 >

HELICO PRACTICE

Problema 01 >

Resolución

1. Del gráfico, calcule:
 $K = 13 (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha)$



Recordar :

Resolución

| sen | cos | tan | cot | sec | csc |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{y}{r}$ | $\frac{x}{r}$ | $\frac{y}{x}$ | $\frac{x}{y}$ | $\frac{r}{x}$ | $\frac{r}{y}$ |

Datos :

$$x = -12$$

$$y = -5$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}$$

$$r = \sqrt{169}$$

$$r = 13$$

Calculamos K:

$$K = 13 (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha)$$

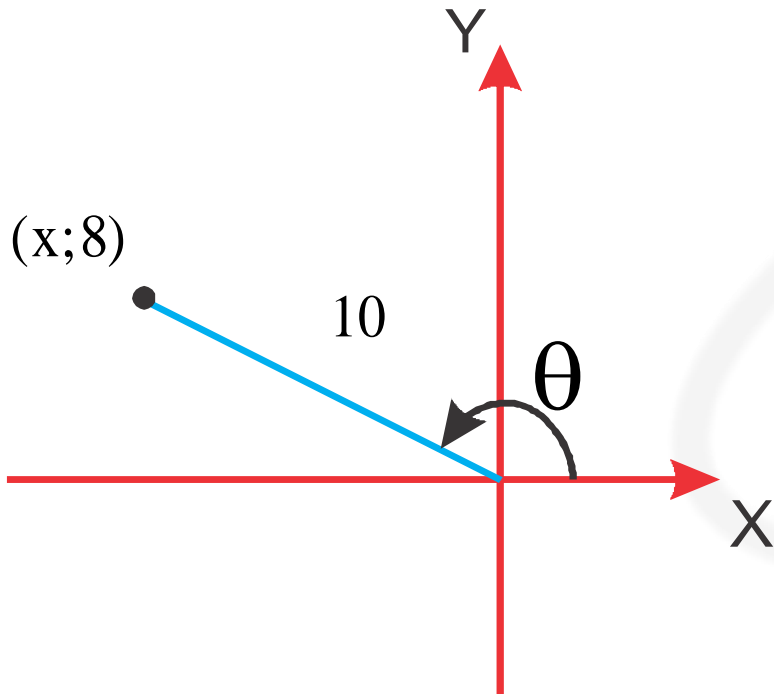
$$K = 13 \left(\frac{-5}{13} + \frac{-12}{13} \right)$$

$$K = 13 \left(\frac{-17}{13} \right)$$

$$K = -17$$

Problema 02 >

2. Del gráfico, calcule
 $K = 8 \cot \theta$



Resolución

Resolución

Recordar :

| sen | cos | tan | cot | sec | csc |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{y}{r}$ | $\frac{x}{r}$ | $\frac{y}{x}$ | $\frac{x}{y}$ | $\frac{r}{x}$ | $\frac{r}{y}$ |

Datos :

$$y = 8 \quad r = 10$$



$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + 8^2 = 10^2$$

$$x^2 + 64 = 100$$

$$x = -\sqrt{36}$$

$$x = -6$$

Calculamos K :

$$K = 8 \cot \theta$$

$$K = 8 \left(\frac{-6}{8} \right)$$

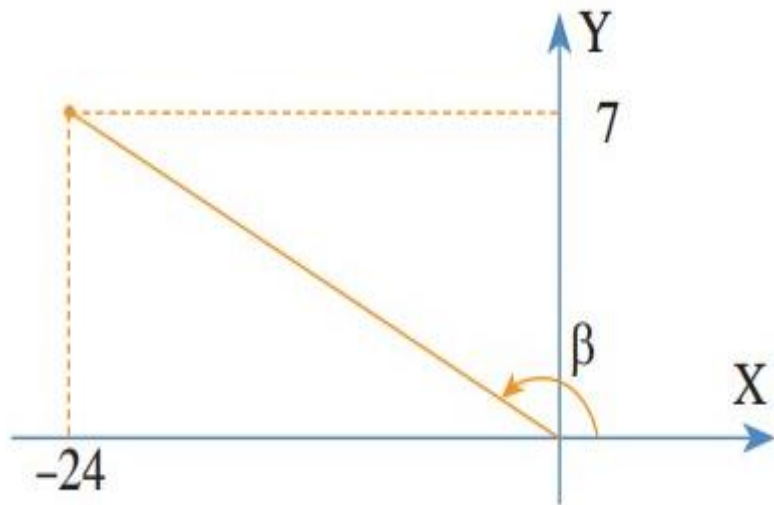
$$K = -6$$

Problema 03 >



3. Del gráfico, calcule:

$$Q = 25\text{sen}\beta + 24\text{tan}\beta$$



Resolución

Resolución

Recordar :

| sen | cos | tan | cot | sec | csc |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{y}{r}$ | $\frac{x}{r}$ | $\frac{y}{x}$ | $\frac{x}{y}$ | $\frac{r}{x}$ | $\frac{r}{y}$ |

Datos :

$$x = -24 \quad y = 7$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(-24)^2 + (7)^2}$$

$$r = \sqrt{576 + 49}$$

$$r = \sqrt{625}$$

$$r = 25$$

Calculamos Q :

$$Q = 25\text{sen}\beta + 24\text{tan}\beta$$

$$Q = 25\left(\frac{7}{25}\right) + 24\left(\frac{7}{-24}\right)$$

$$Q = 7 - 7$$

$$Q = 0$$

Problema 04 >



4.

Ingrid calcula que este mes pagará 10R soles por los servicios de agua, luz y cable.

Determine la cantidad que pagará este mes, siendo β un ángulo en posición normal, cuyo lado final pasa por el punto

$Q(3; -4)$, y se cumple :

$$R = 3 \sec \beta - 4 \csc \beta + 2$$

Resolución

Resolución

Recordar :

| sen | cos | tan | cot | sec | csc |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{y}{r}$ | $\frac{x}{r}$ | $\frac{y}{x}$ | $\frac{x}{y}$ | $\frac{r}{x}$ | $\frac{r}{y}$ |

Datos :

$$x = 3$$

$$y = -4$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2}$$

$$r = \sqrt{9 + 16}$$

$$r = \sqrt{25}$$

$$r = 5$$

Calculamos R :

$$R = 3 \sec \beta - 4 \csc \beta + 2$$

$$R = 3 \left(\frac{5}{3} \right) - 4 \left(\frac{5}{-4} \right) + 2$$

$$R = 5 + 5 + 2 = 12$$

$$\text{Luego: } 10R = 10(12)$$

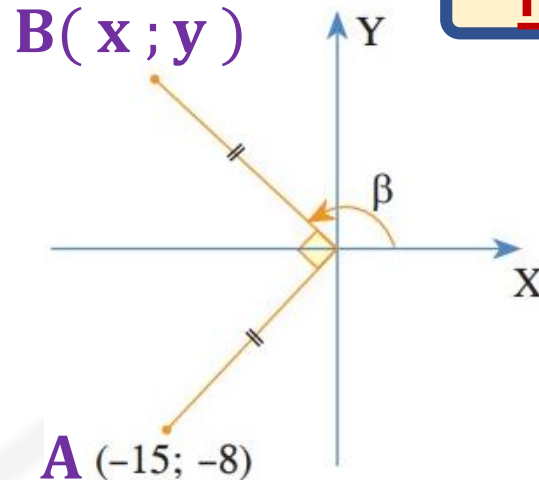
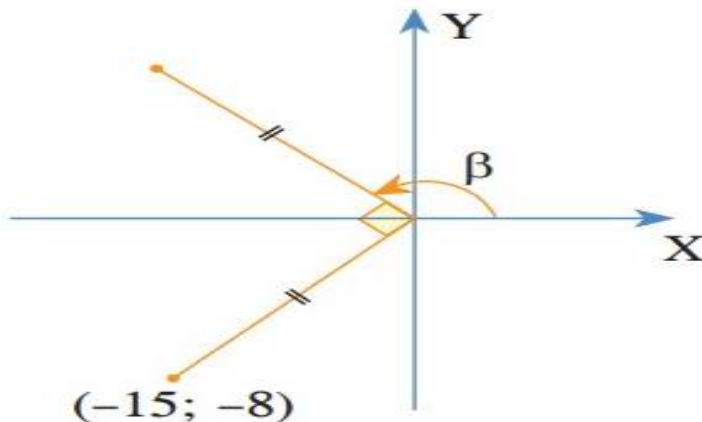
\therefore Pagará 120 soles

Problema 05 >

5.

El alumno Luyo tiene la costumbre de ir al cine y gastar 100K en cada visita. Si en la semana ha ido 3 veces. ¿Cuánto ha gastado en total?- Considere la siguiente gráfica

$$K = \csc\beta + \cot\beta$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow r &= \sqrt{(-8)^2 + (15)^2} \\ r &= \sqrt{64 + 225} \\ r &= \sqrt{289} \\ r &= 17 \end{aligned}$$

Calculamos K :

$$K = \csc\beta + \cot\beta$$

Resolución

Se observa que A y B son puntos ortogonales

Si $A(-15; -8) \rightarrow B(-8; 15)$

Luego: $x = -8$; $y = 15$

$$K = \left(\frac{17}{15}\right) + \left(\frac{-8}{15}\right) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{Gasto total} &= 3 (100K) \\ &= 300 \left(\frac{3}{5}\right) \end{aligned}$$

\therefore Luyo gastó 180 soles



Problemas Propuestos

Problema 06 ➤

Problema 07 ➤

Problema 08 ➤

Problema 09 ➤

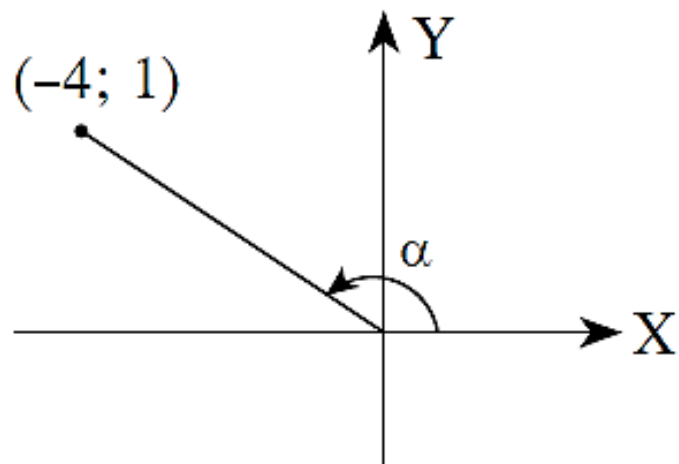
Problema 10 ➤

HELICO WORKSHOP

Problema 06 >

Del gráfico, calcule:

$$K = \sqrt{17}(\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)$$

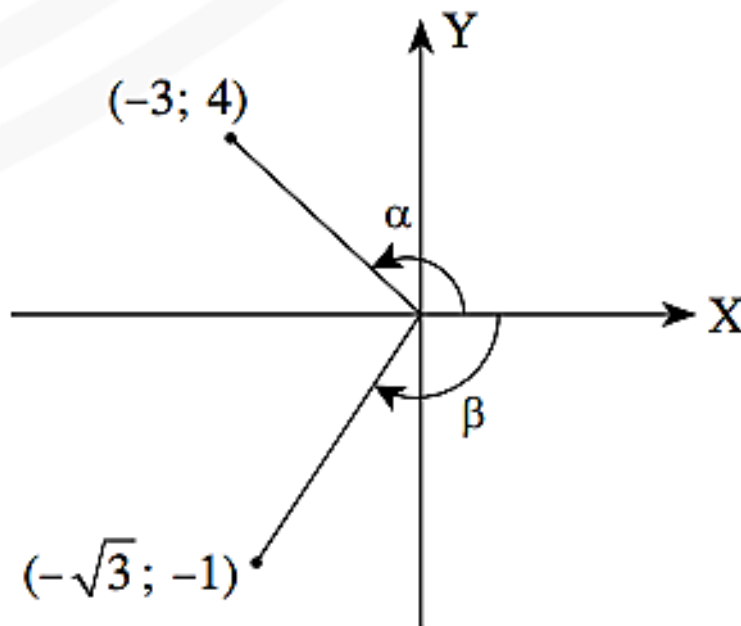


- A) -2 B) -3 C) -5
D) 3 E) -1

Problema 07 >

Del gráfico, calcule:

$$K = 5\operatorname{sen} \alpha - \sqrt{3}\cot \beta$$

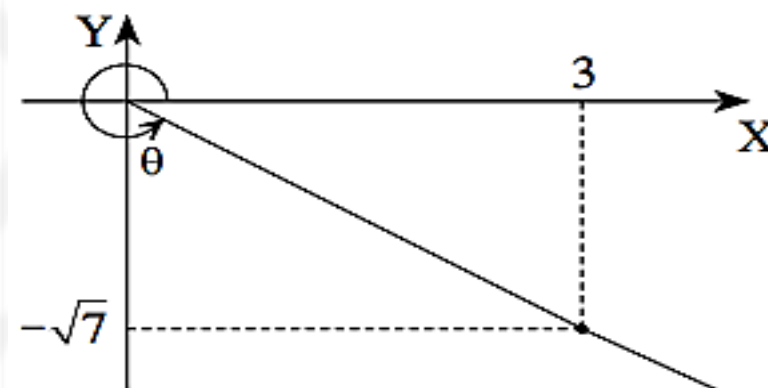


- A) 2 B) 6 C) -6
D) -2 E) 1

Problema 08 >

Del gráfico, calcule:

$$M = \sec \theta - \sqrt{7}\tan \theta$$



- A) -11/3 B) 1/3 C) 11/3
D) 7/3 E) 1

Problema 09 >



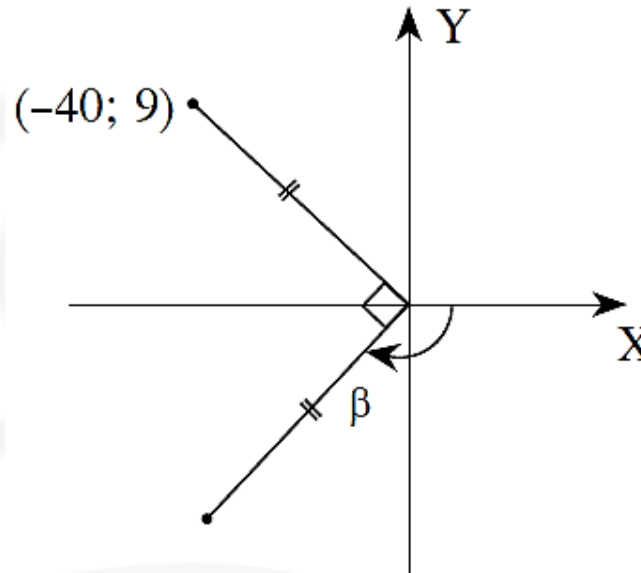
Pablo le dice a su enamorada que saldrá "T" horas con sus amigo. Calcule cuantas horas saldrá Pablo con sus amigos si $T = \sqrt{5}\operatorname{sen}\alpha - 4\cot\alpha$; siendo α un ángulo en posición normal, cuyo lado final pasa por el punto $Q(-1;2)$.

- A) 4 B) 3 C) 0
D) 2 E) 1

Problema 10 >



Jesús quiere saber cuánto peso aguanta la mesa que acaba de comprar para su taller. Si este peso es $10M$ kg, determine este valor; siendo: $M = \tan\beta - \sec\beta$



- A) 90 kg B) 80 kg C) 60 kg
D) 170 kg E) 20 kg

