

TRIGONOMETRY

Chapter 21

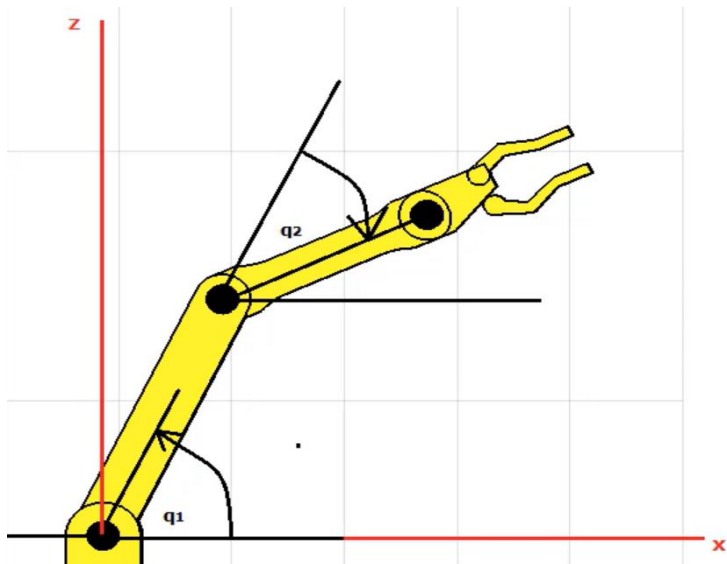
1st
SECONDARY

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL III



BRAZO ROBÓTICO

Para poder programar el movimiento de un brazo robótico, se necesita usar conceptos matemáticos ; por ejemplo : sistemas de posición y referencia para trabajar en el plano cartesiano, usar ángulos en posición normal para el movimiento de las articulaciones, razones trigonométricas para calcular distancias que alcanzará el brazo, sistema radial, etc.

A screenshot of a MATLAB editor window titled "Editor - C:\Users\ENVY\Favorites\Music\Desktop\...". The window shows a script named "Modelo.m" with the following code:

```
7  
8  
9 % 1. Condiciones iniciales del manipulador  
10 - l1=0.5;  
11 - l2=0.65;  
12 - h=0.25;  
13  
14 - q1(1) = 90*(pi/180);  
15 - q2(1) = 30*(pi/180);  
16  
17 - xr(1)=l1*cos(q1(1))+l2*cos(q1(1)+q2(1));  
18 - zr(1)=h+l1*sin(q1(1))+l2*sin(q1(1)+q2(1));  
19
```

Programación del brazo robótico .

ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

DEFINICIÓN :

Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, posee :

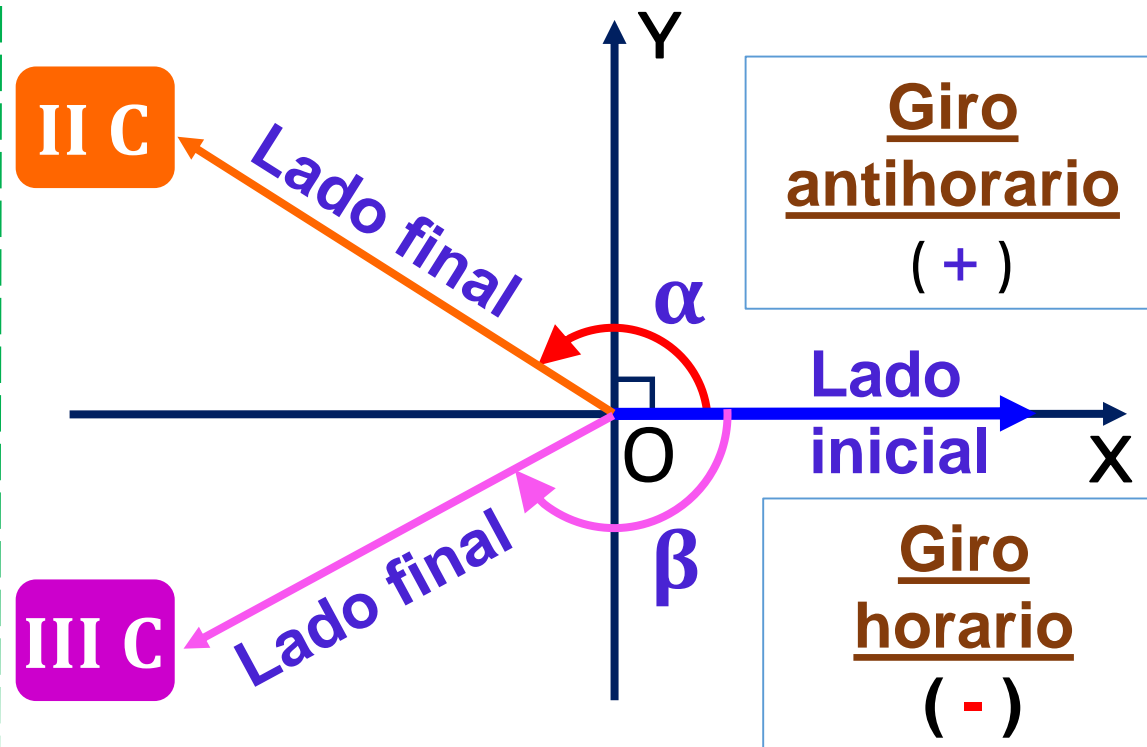
- **Vértice** : Origen de coordenadas.
- **Lado inicial** : Semieje X positivo.
- **Lado final** : Se ubica en cualquier cuadrante o semieje del plano.

OBSERVACIÓN :

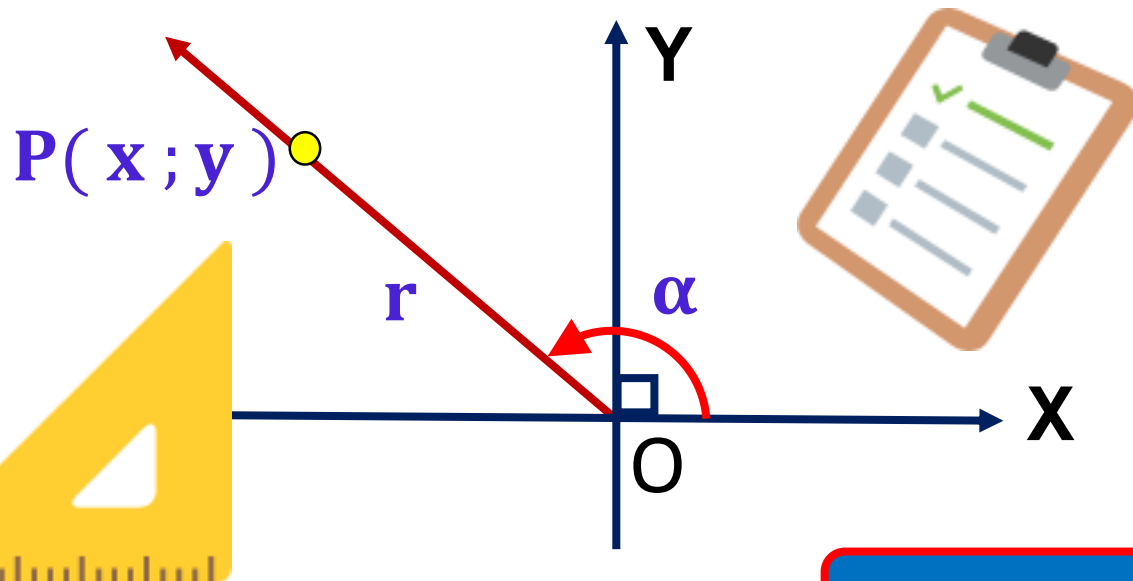


La posición del lado final de un ángulo en posición normal, determina el cuadrante o semieje al cual pertenece dicho ángulo .

Representación gráfica :



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL II



α : ángulo en posición normal .

x : abscisa del punto P .

y : ordenada del punto P .

r : radio vector del punto P.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

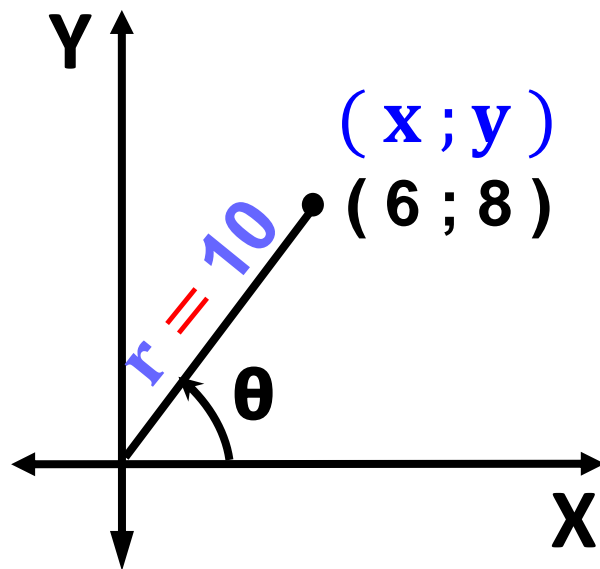
DEFINICIONES :

$\text{sen}\alpha$	$\text{cos}\alpha$	$\text{tan}\alpha$	$\text{cota}\alpha$	$\text{seca}\alpha$	$\text{csc}\alpha$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{r}{y}$

HELICO PRACTICE 1

Según la figura, complete la tabla de razones trigonométricas :

$10\text{sen}\theta$	8
$6\text{sec}\theta$	10
$4\text{cot}\theta$	3



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\text{sen}\theta$
$\frac{y}{r}$

$\text{sec}\theta$
$\frac{r}{x}$

$\text{cot}\theta$
$\frac{x}{y}$



RESOLUCIÓN

Según gráfico : **$x = 6$** ; **$y = 8$**

Luego : $r = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = \sqrt{36 + 64}$
 $r = \sqrt{100} \Rightarrow \mathbf{r = 10}$

$$10 \text{ sen}\theta = 10 \left(\frac{8}{10} \right) = \mathbf{8}$$

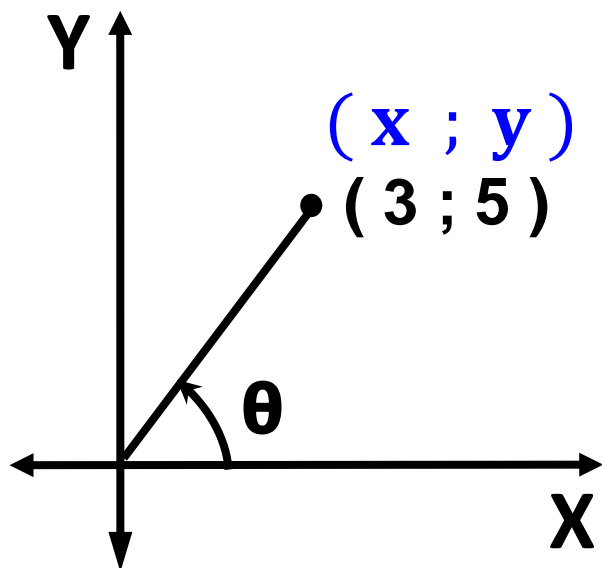
$$6 \text{ sec}\theta = 6 \left(\frac{10}{6} \right) = \mathbf{10}$$

$$4 \text{ cot}\theta = 4 \left(\frac{6}{8} \right) = \mathbf{3}$$

HELICO PRACTICE 2

RESOLUCIÓN

Del gráfico, efectúe
 $E = 15 \tan \theta + 1$.



Según gráfico : $x = 3$; $y = 5$



RECORDAR :

$\tan \theta$
$\frac{y}{x}$

Efectuamos E :

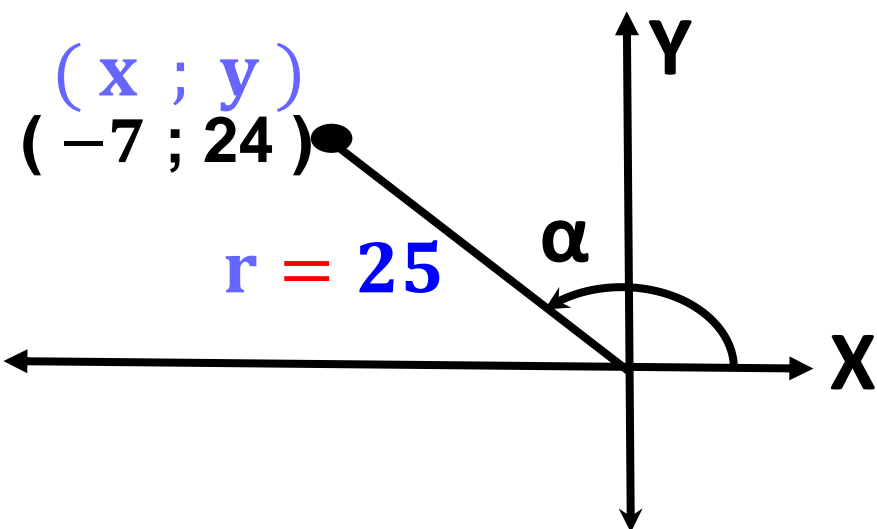
$$E = 15 \tan \theta + 1 = 15 \left(\frac{5}{3} \right) + 1 = 25 + 1$$

$$\therefore E = 26$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, efectúe

$$L = \sec\alpha + \tan\alpha$$



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$\sec\alpha$	$\tan\alpha$
$\frac{r}{x}$	$\frac{y}{x}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -7$; $y = 24$

Luego :

$$r = \sqrt{(-7)^2 + (24)^2} = \sqrt{49 + 576}$$

$$r = \sqrt{625} \Rightarrow r = 25$$

Efectuamos $L = \sec\alpha + \tan\alpha$:

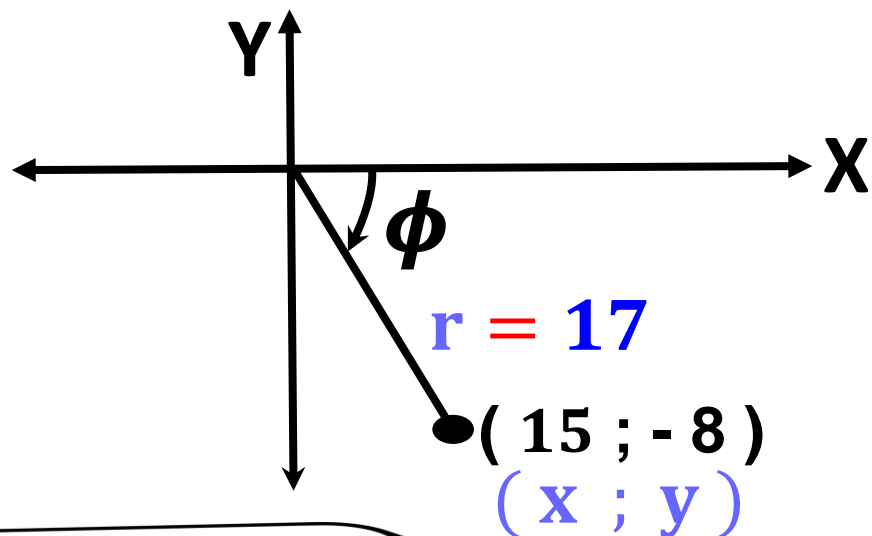
$$L = \frac{25}{-7} + \frac{24}{-7} = \frac{49}{-7}$$

$$\therefore L = -7$$

HELICO PRACTICE 4

Del gráfico, efectúe lo siguiente :

$$K = 17 (\operatorname{sen} \phi + \operatorname{cos} \phi)$$



RECORDAR :



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\operatorname{sen} \phi$	$\operatorname{cos} \phi$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = 15$; $y = -8$

Luego :

$$r = \sqrt{(15)^2 + (-8)^2} = \sqrt{225 + 64}$$

$$r = \sqrt{289} \Rightarrow r = 17$$

Efectuamos K :

$$K = 17 \left(\frac{-8}{17} + \frac{15}{17} \right) = 17 \left(\frac{7}{17} \right)$$

$$\therefore K = 7$$

HELICO PRACTICE 5

Si el punto $Q(-3; -1)$ pertenece al lado final de un ángulo β en posición normal; efectúe $E = \sqrt{10} \sec\beta \cdot \cot\beta$

RESOLUCIÓN

Según datos : $x = -3$; $y = -1$

Luego calculamos r :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$$

$$r = \sqrt{9 + 1} \Rightarrow r = \sqrt{10}$$

Finalmente efectuamos E :

$$E = \sqrt{10} \left(\frac{r}{x} \right) \left(\frac{x}{y} \right)$$

$$E = \sqrt{10} \left(\frac{\sqrt{10}}{-3} \right) \left(\frac{-3}{-1} \right)$$

$$\therefore E = -10$$

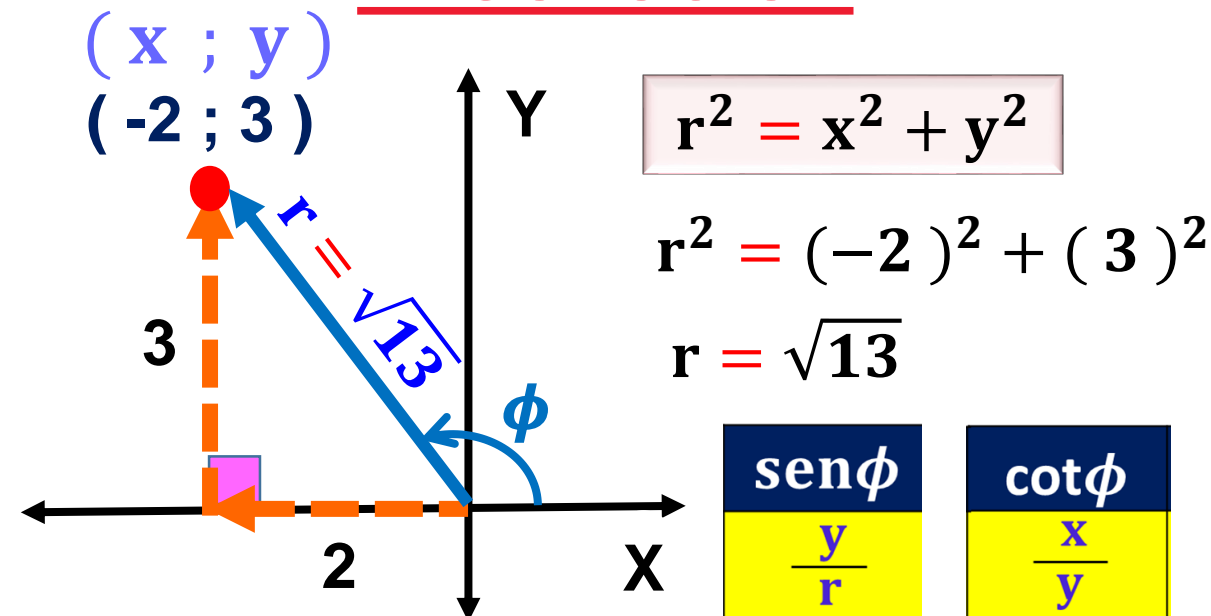
HELICO PRACTICE 6

En un juego interactivo organizado por el clan Uchiha, para el último acertijo se tienen las siguientes indicaciones:

- Dirigirse al centro del aula (origen de coordenadas).
- Desde el centro dirigirse 2 pasos a la izquierda y luego 3 pasos hacia arriba.

Si se sabe que ϕ es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por las coordenadas antes mencionadas; determine el valor de A si $A = \sqrt{13} \operatorname{sen} \phi + 6 \cot \phi$.

RESOLUCIÓN



Determinamos A :

$$A = \sqrt{13} \left(\frac{3}{\sqrt{13}} \right) + 6 \left(\frac{-2}{3} \right)$$

$$A = 3 + (-4)$$

$$\therefore A = -1$$

Tres estudiantes salen simultáneamente del colegio Saco Oliveros con dirección a sus respectivas casas.

Si Juan toma la siguiente ruta :
5 cuadras a la derecha y luego 2 cuadras hacia abajo .

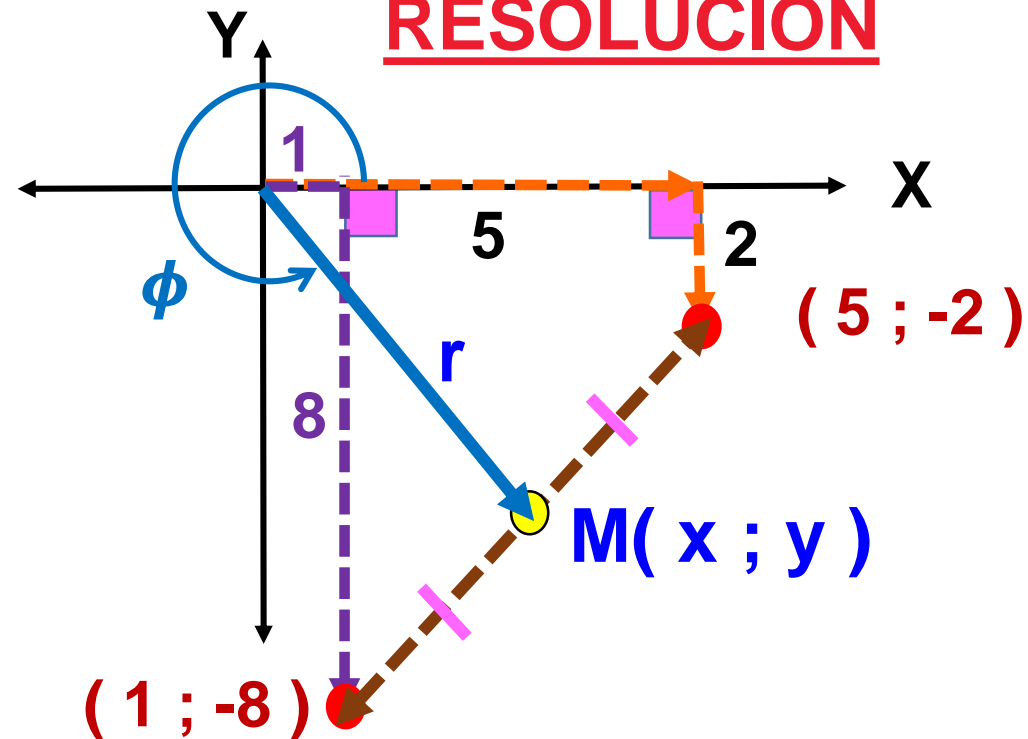
Mientras que Álvaro toma la siguiente ruta : primero 1 cuadra a la derecha y luego 8 cuadras hacia abajo .

Se sabe que la casa del tercer estudiante se encuentra en el punto medio entre las casas de Juan y Álvaro.

Si ϕ es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por la casa del tercer estudiante, determine :

$$E = \sqrt{34} (\operatorname{sen}\phi + \operatorname{cos}\phi).$$

RESOLUCIÓN



M es punto medio :

$$x = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

$$y = \frac{-8 - 2}{2} = -5$$

Calculamos r :

$$r = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2}$$

$$r = \sqrt{9 + 25}$$

$$r = \sqrt{34}$$

Tres estudiantes salen simultáneamente del colegio Saco Oliveros con dirección a sus respectivas casas.

Si Juan toma la siguiente ruta :
5 cuadras a la derecha y luego 2 cuadras hacia abajo .

Mientras que Álvaro toma la siguiente ruta : primero 1 cuadra a la derecha y luego 8 cuadras hacia abajo .

Se sabe que la casa del tercer estudiante se encuentra en el punto medio entre las casas de Juan y Álvaro.

Si ϕ es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por la casa del tercer estudiante, determine :

$$E = \sqrt{34} (\operatorname{sen}\phi + \operatorname{cos}\phi).$$

RESOLUCIÓN

Determinamos $E = \sqrt{34} (\operatorname{sen}\phi + \operatorname{cos}\phi) :$

$$E = \sqrt{34} \left(\frac{-5}{\sqrt{34}} + \frac{3}{\sqrt{34}} \right) = \cancel{\sqrt{34}} \left(\frac{-2}{\cancel{\sqrt{34}}} \right)$$

$$\therefore E = -2$$

RECORDAR :



$\operatorname{sen}\phi$	$\operatorname{cos}\phi$
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$



SACO
OLIVEROS