



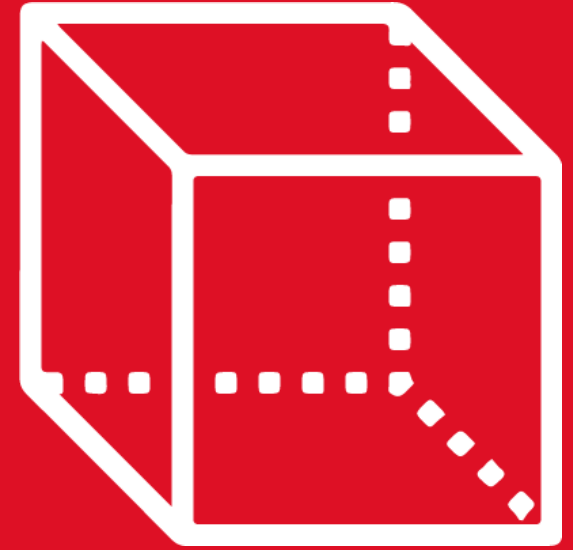
# GEOMETRÍA

## Capítulo 15

3rd

SECONDARY

### SEGMENTOS PROPORCIONALES



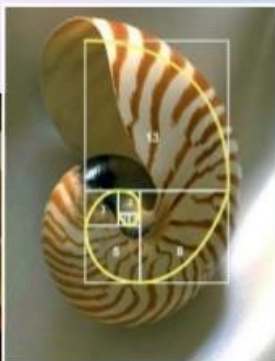
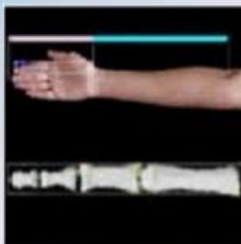
 **SACO OLIVEROS**



## 1. PROPORCIÓN ÁUREA

También llamada **sección áurea**, se halla presente en la naturaleza, el arte y la arquitectura.

Los griegos la conocieron en **el estudio del cuerpo humano** y la utilizaron, en la escultura y la arquitectura y la definieron como una característica fundamental en su estética.



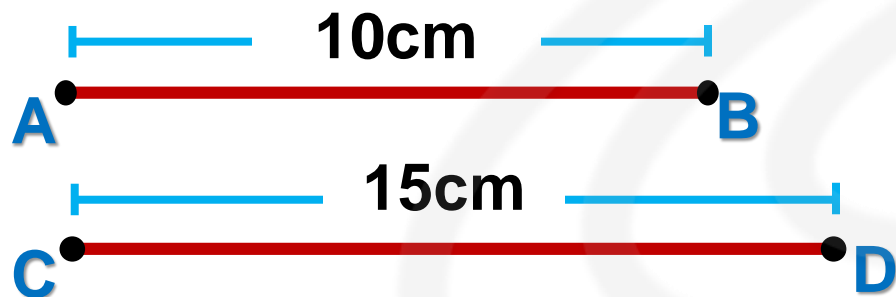
GEOMETRÍA, ESCALA Y PROPORCIÓN EN EL TIEMPO





## RAZÓN GEOMÉTRICA DE DOS SEGMENTOS .-

Es el cociente que se obtiene al dividir las longitudes de dos segmentos que tienen la misma unidad de medida.

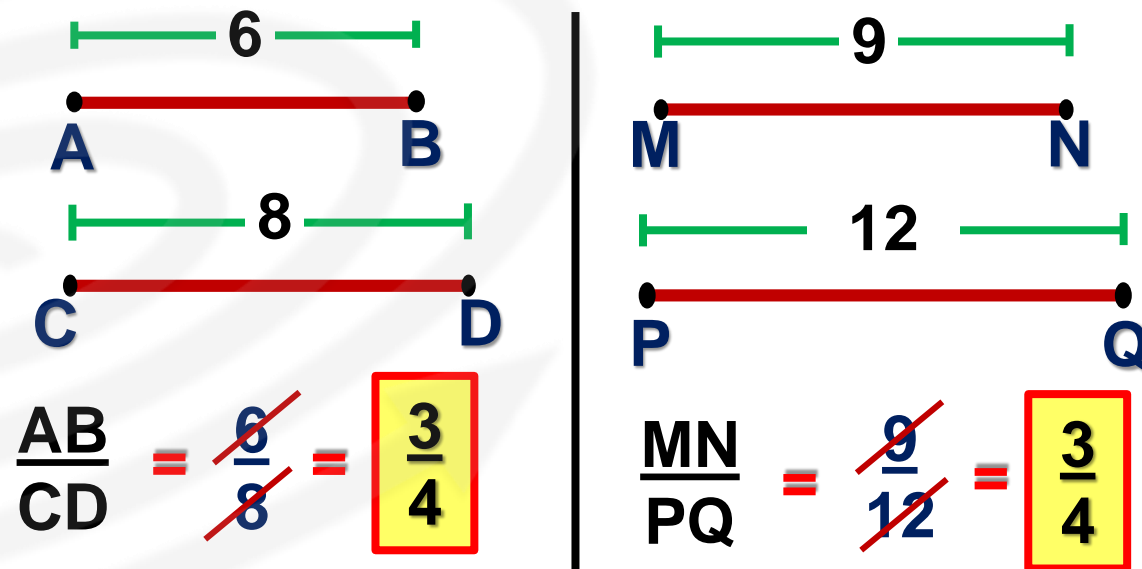


$$\frac{AB}{CD} = \frac{10\text{cm}}{15\text{cm}} \rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$  : razón geométrica de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$

## SEGMENTOS PROPORCIONALES

Es la igualdad de dos o más razones geométricas de segmentos.

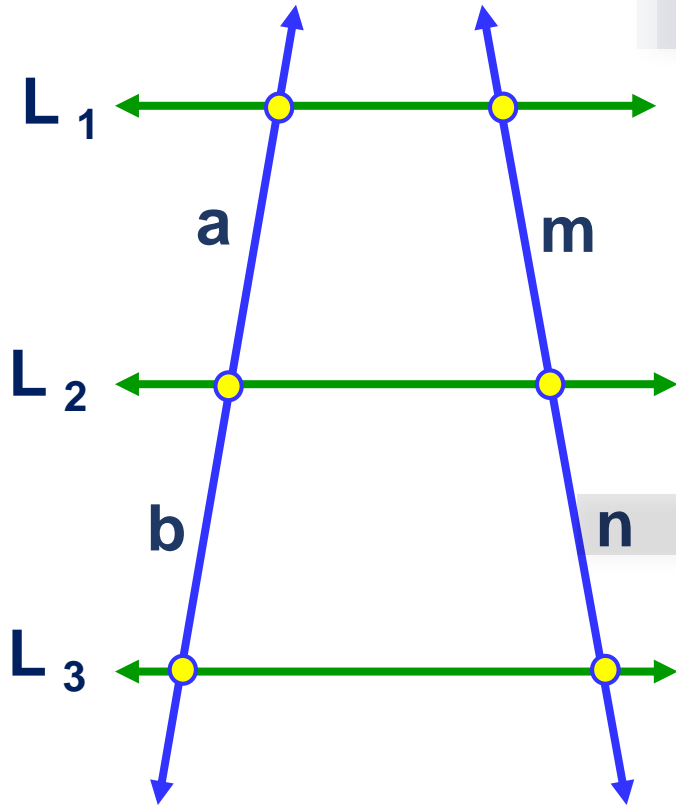


$$\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}$$

→ Son proporcionales



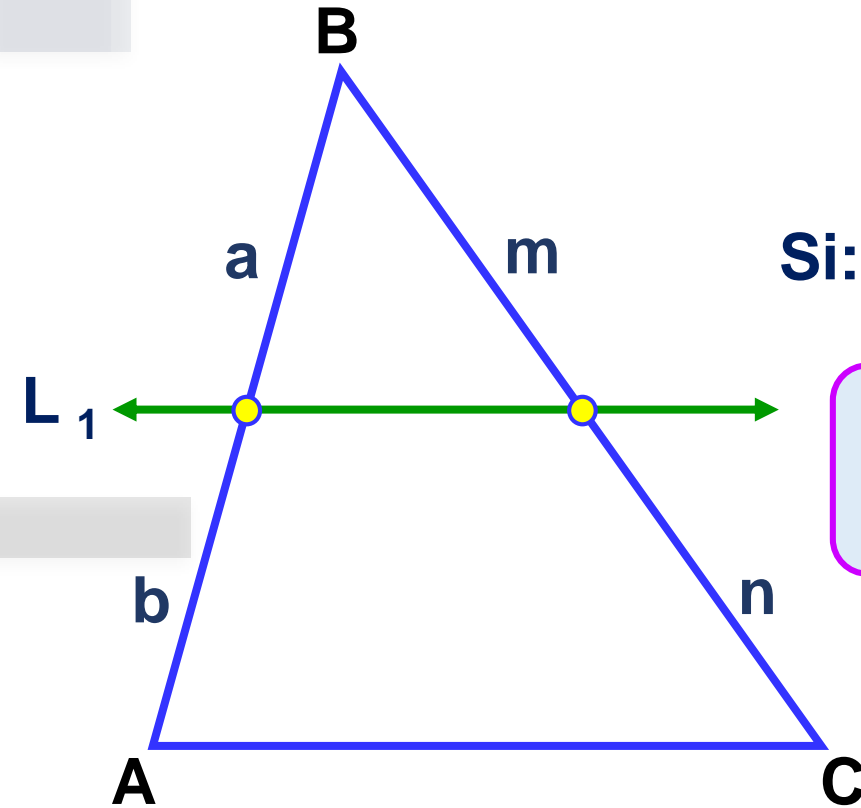
## Teorema de Tales



Si:  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

## Teorema de Tales

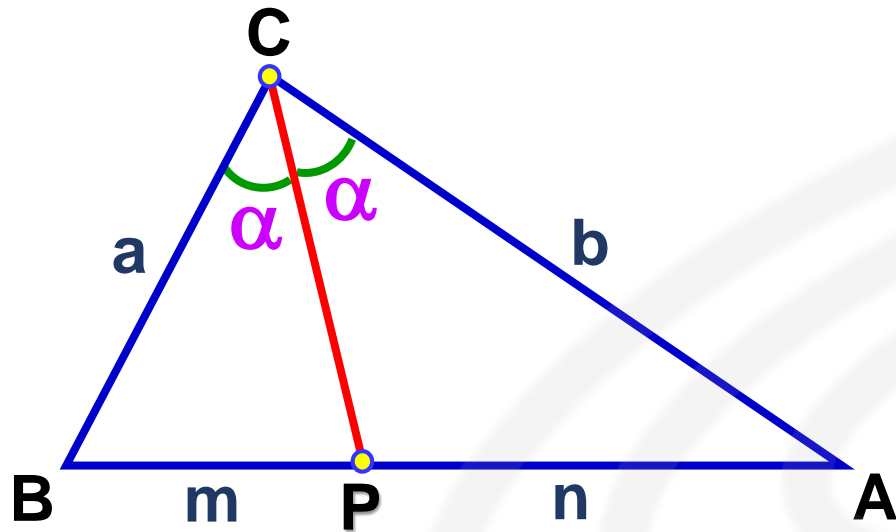


Si:  $L_1 \parallel \overline{AC}$

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

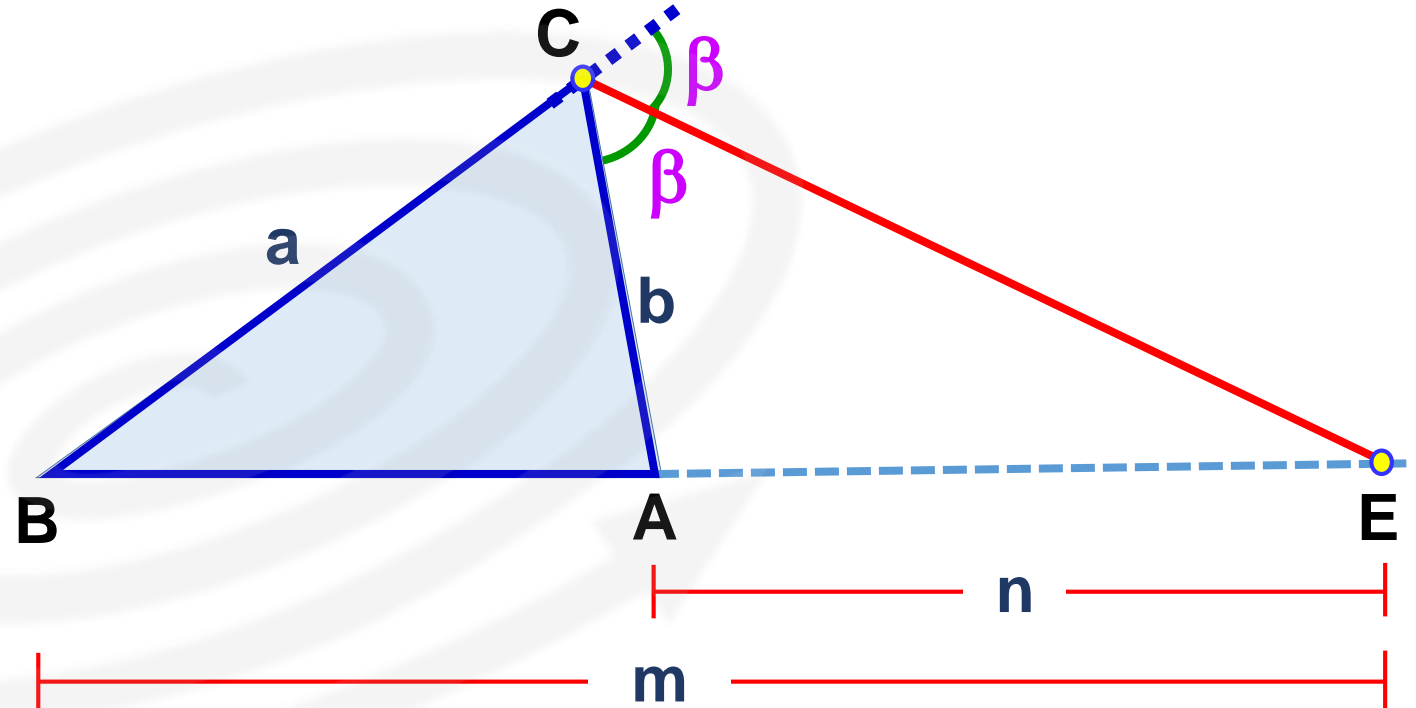


## Teorema de la bisectriz Interior



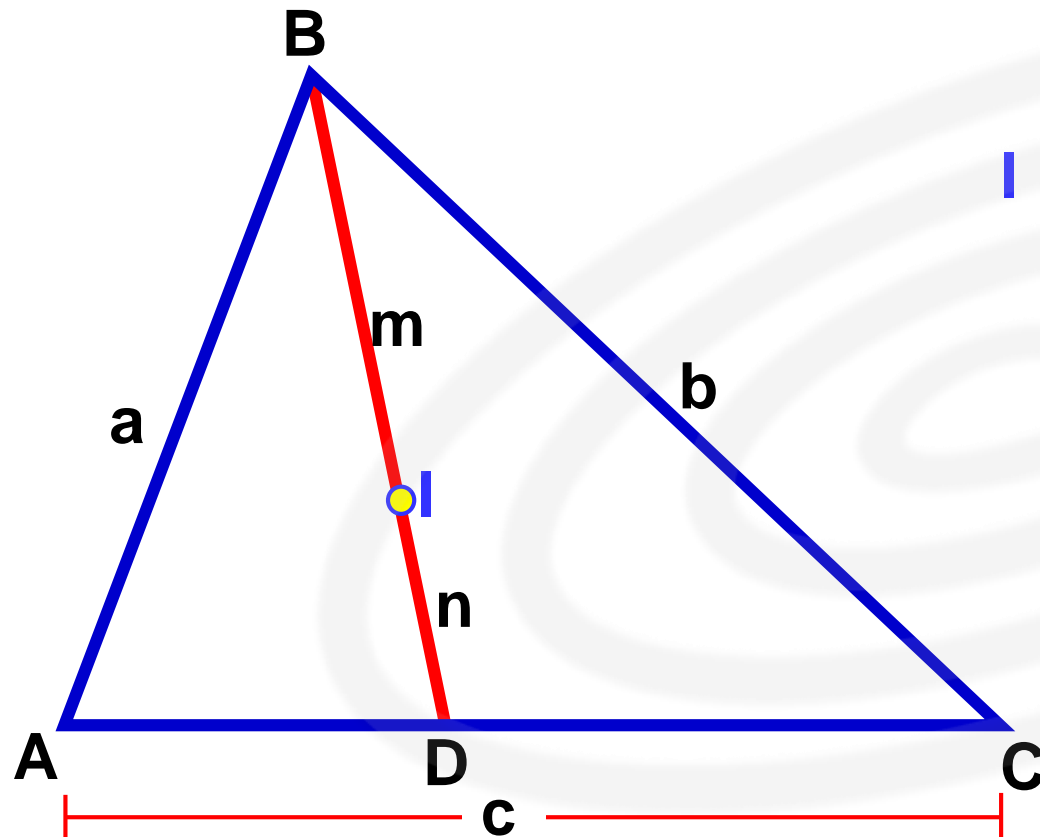
$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

## Teorema de la Bisectriz Exterior



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

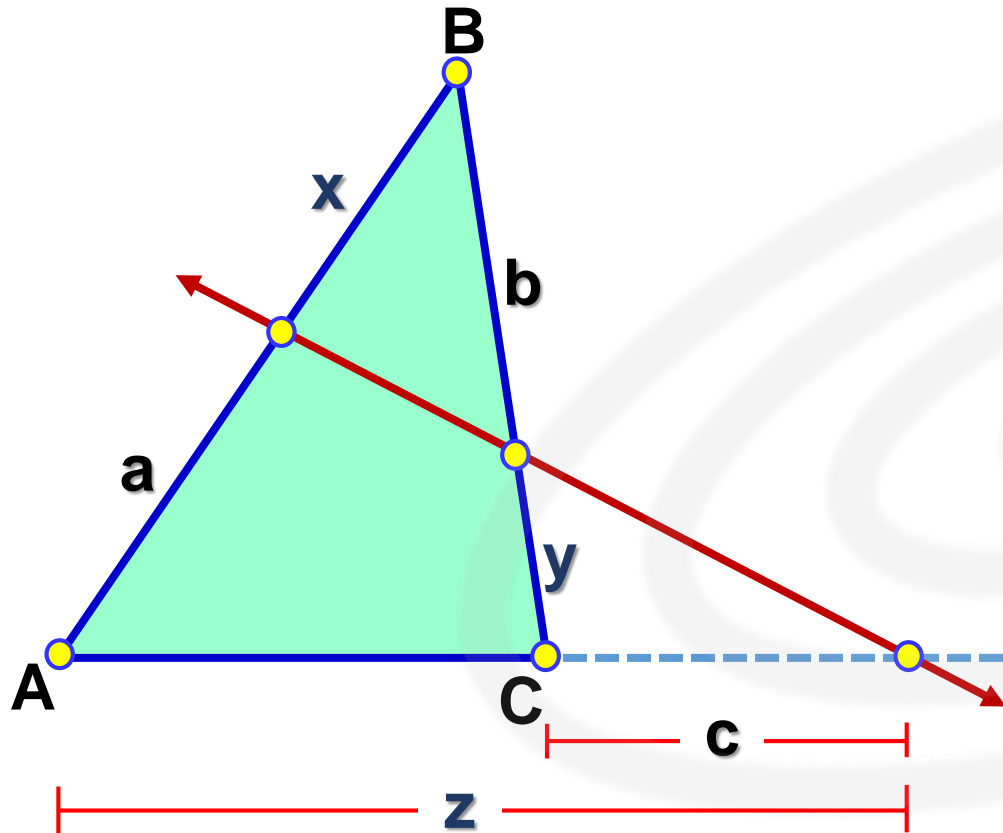
## Teorema del incentro



$I$  : Incentro del  $\triangle ABC$

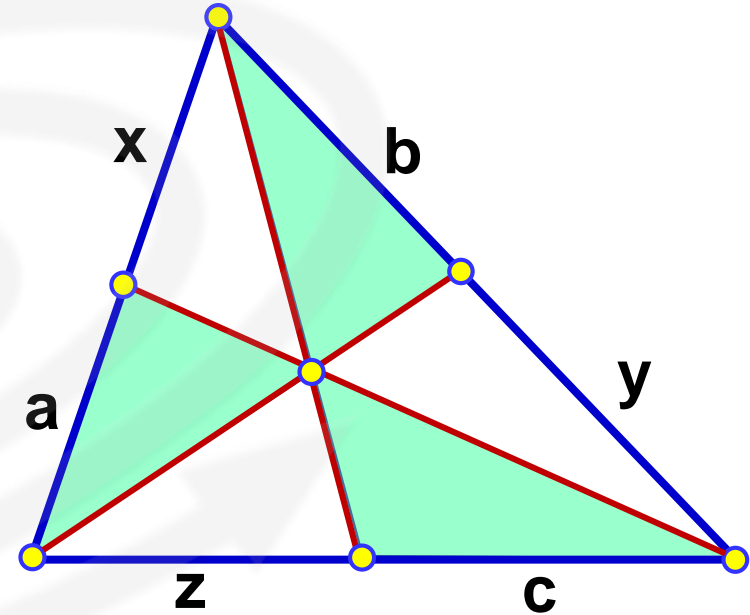
$$\frac{m}{n} = \frac{a + b}{c}$$

## Teorema de Menelao



$$a \cdot b \cdot c = x \cdot y \cdot z$$

## Teorema de Ceva

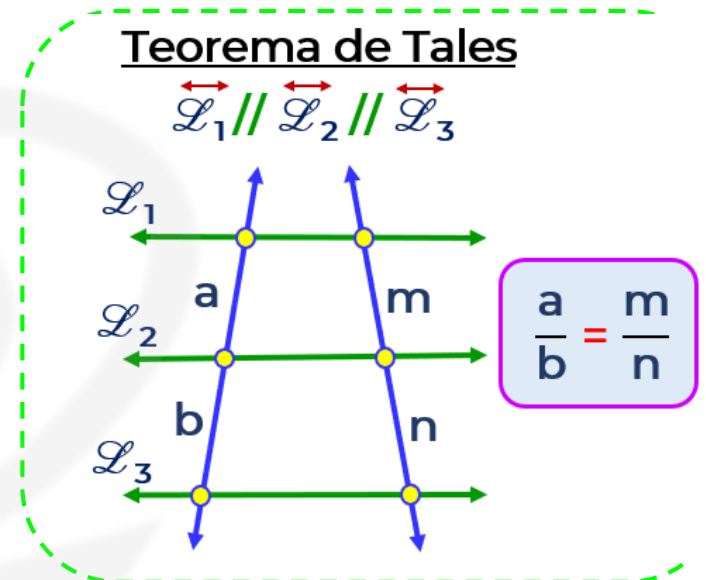
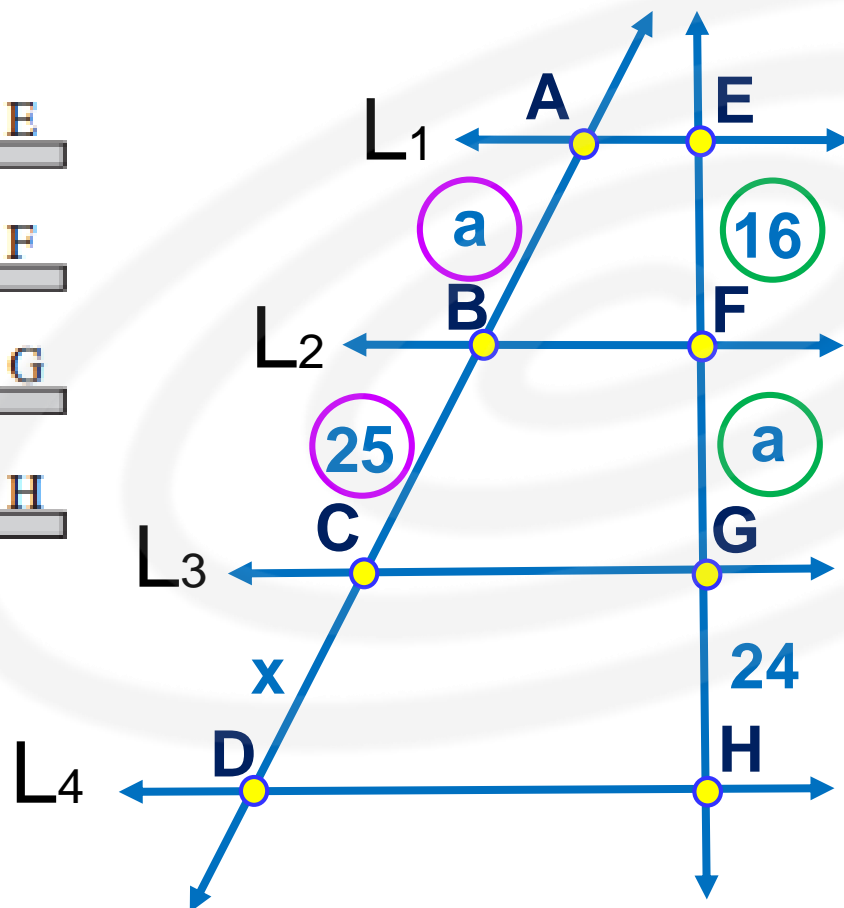
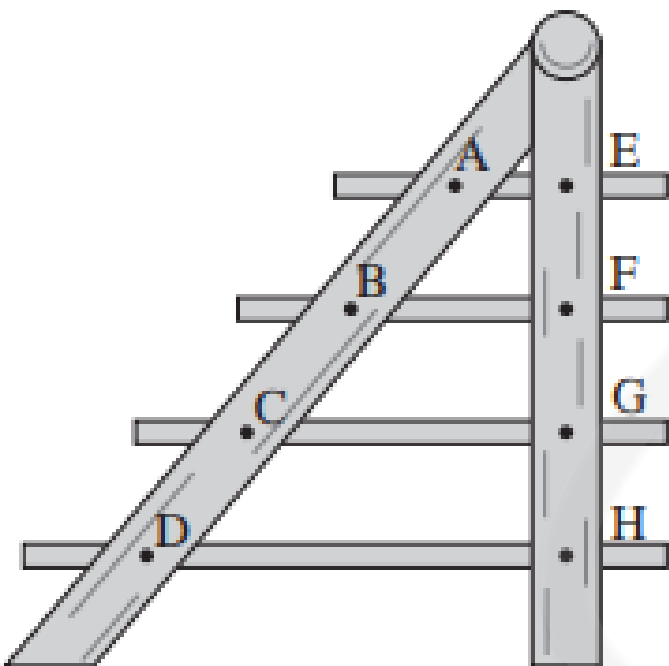


$$a \cdot b \cdot c = x \cdot y \cdot z$$



1. Se tiene una escalera con peldaños paralelos tal que  $AB = FG$ ,  $BC = 25$  cm,  $EF = 16$  cm y  $GH = 24$  cm. Determine la longitud de la grada  $CD$ .

### Resolución

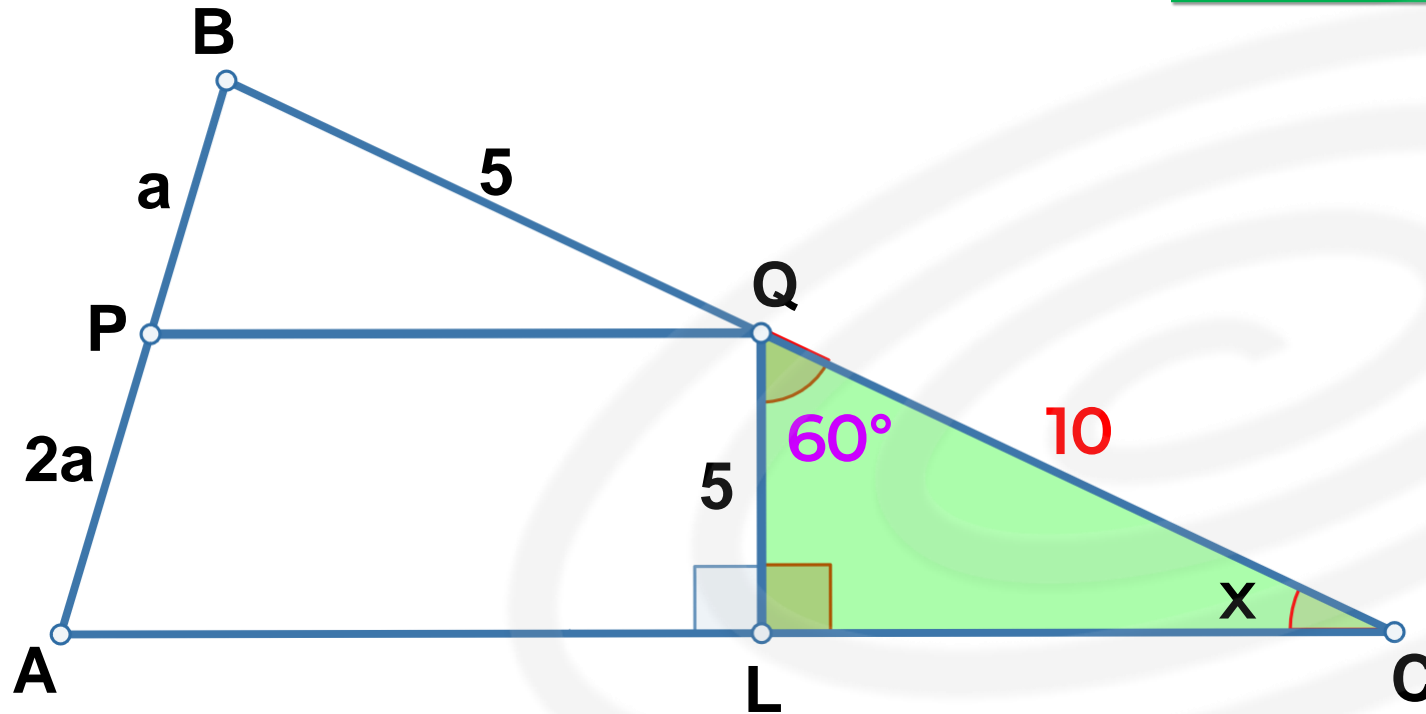


$$\begin{aligned} \frac{a}{25} &= \frac{16}{a} \\ a^2 &= 400 \\ a &= 20 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{25}{x} &= \frac{20}{24} \\ 20x &= 600 \\ x &= 30 \end{aligned}$$

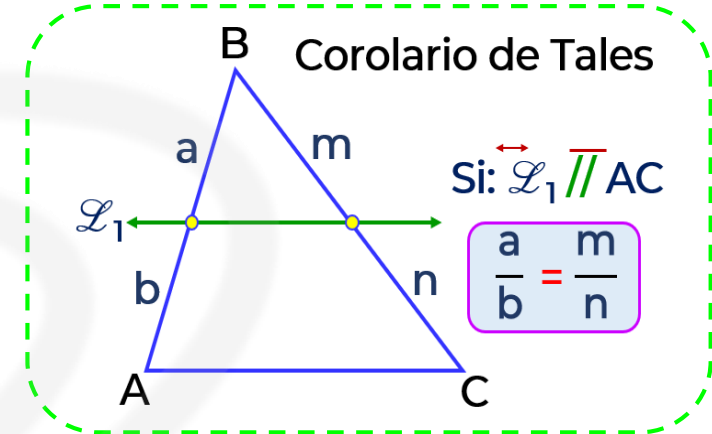




2. Del gráfico, halle el valor de  $x$ , si  $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ .



### Resolución



$$\frac{a}{2a} = \frac{5}{QC}$$

$$QC = 10$$

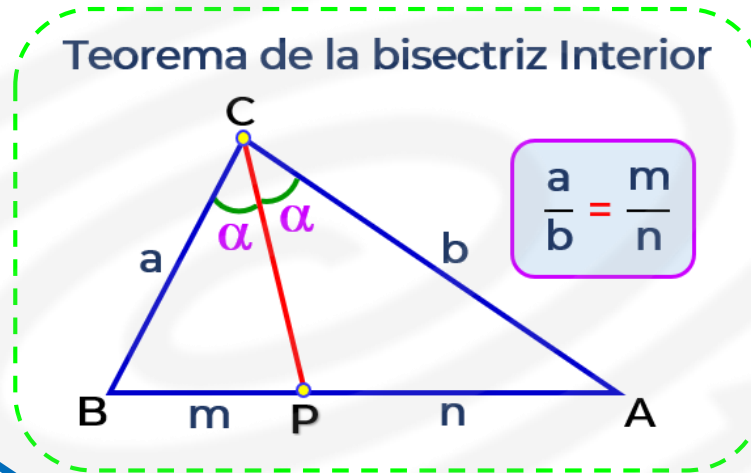
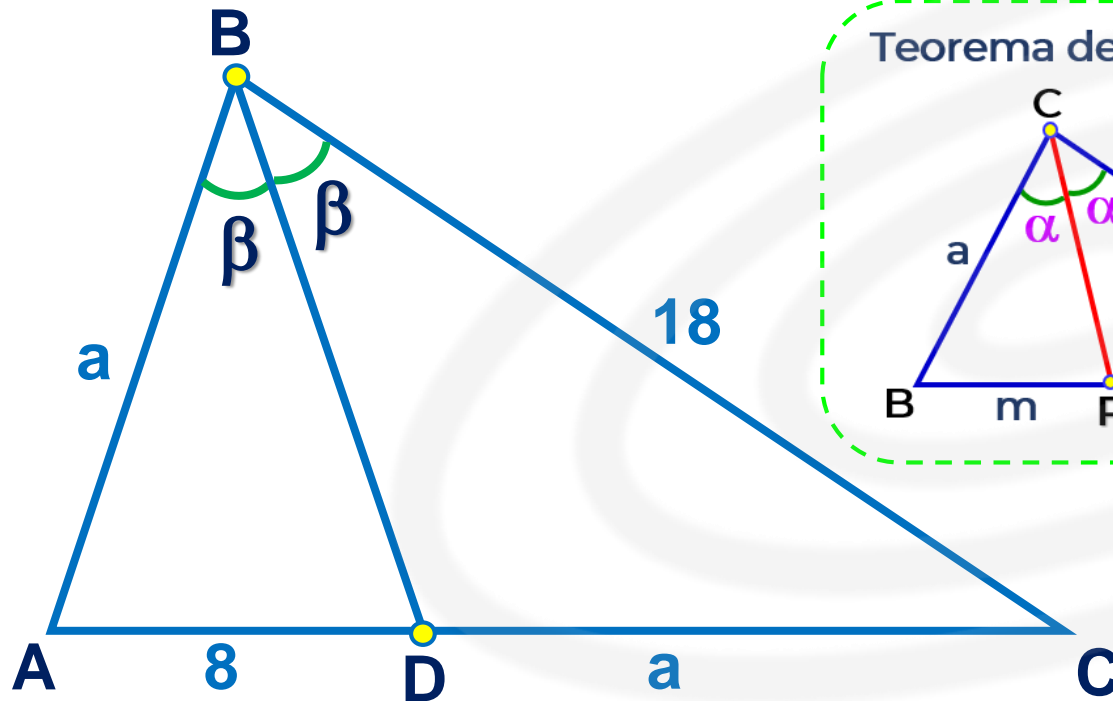
$\triangle QLC$  : Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$

$$x = 30^\circ$$



3. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior  $\overline{BD}$ . Calcule el perímetro del triángulo ABC, si  $AB = DC$ ,  $AD = 8$  m y  $BC = 18$  m.

### Resolución



$$\frac{a}{18} = \frac{8}{a}$$
$$a^2 = 144$$
$$a = 12$$



Piden: perímetro

$$2p_{\triangle} = 8 + 18 + 2a$$

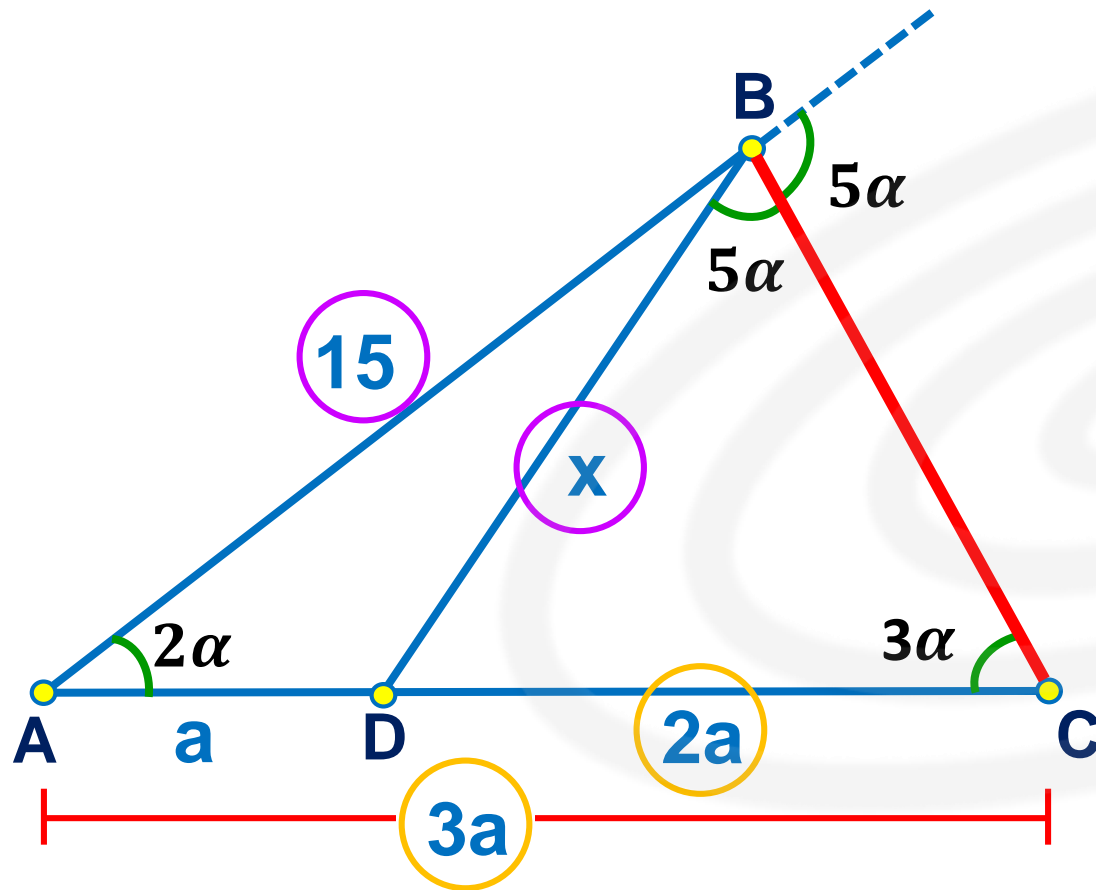
$$2p_{\triangle} = 8 + 18 + 2(12)$$

$$2p_{\triangle} = 50$$

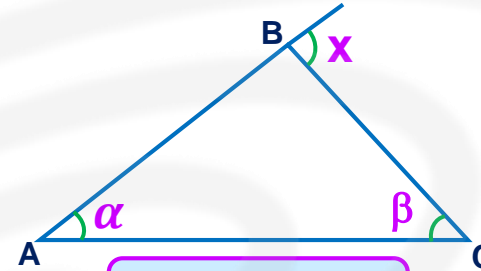


4. En la figura  $CD = 2(AD)$  y  $AB = 15$  cm . Halle BD.

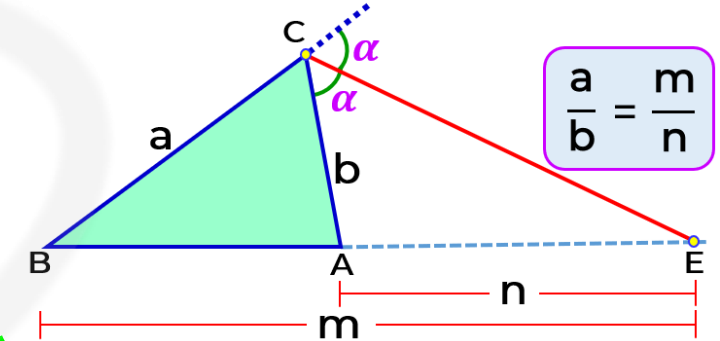
## Resolución



Angulo Exterior



Teorema de la Bisectriz Exterior



Prolongamos  $\overline{AB}$

$$\angle_{\text{ext. B}} = 2\alpha + 3\alpha$$

$$\angle_{\text{ext. B}} = 5\alpha$$

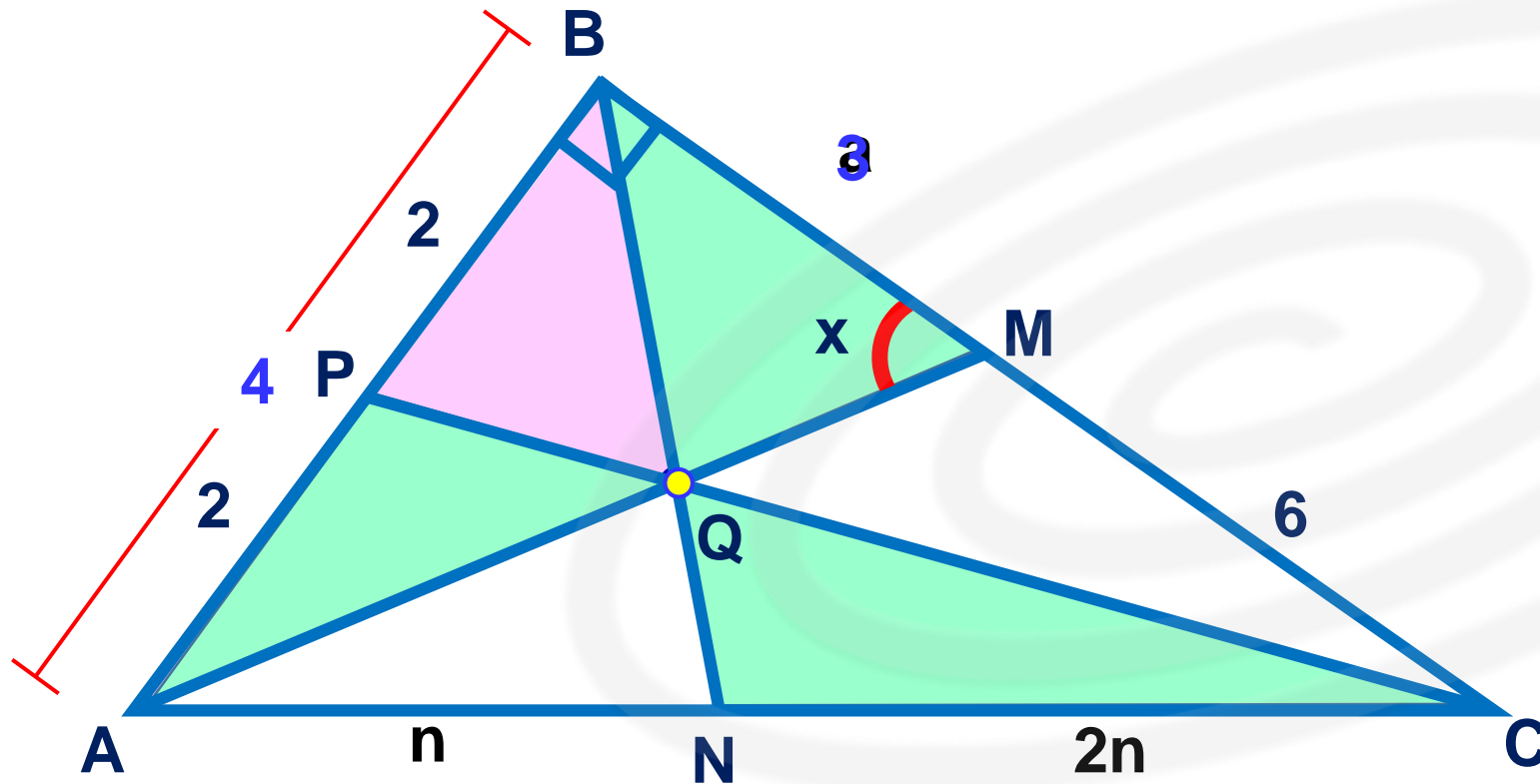
$$\frac{15}{x} = \frac{3a}{2a}$$

$$3x = 30$$

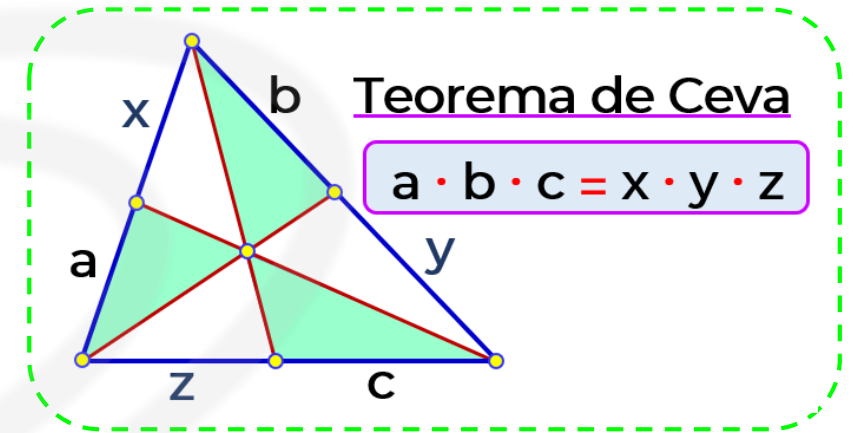
$$x = 10 \text{ cm}$$



5. En la figura, halle el valor de  $x$ .



## Resolución



$$\Rightarrow (2)(a)(2n) = (2)(6)(n)$$

$$a = 3$$


$\triangle ABM$  : Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$

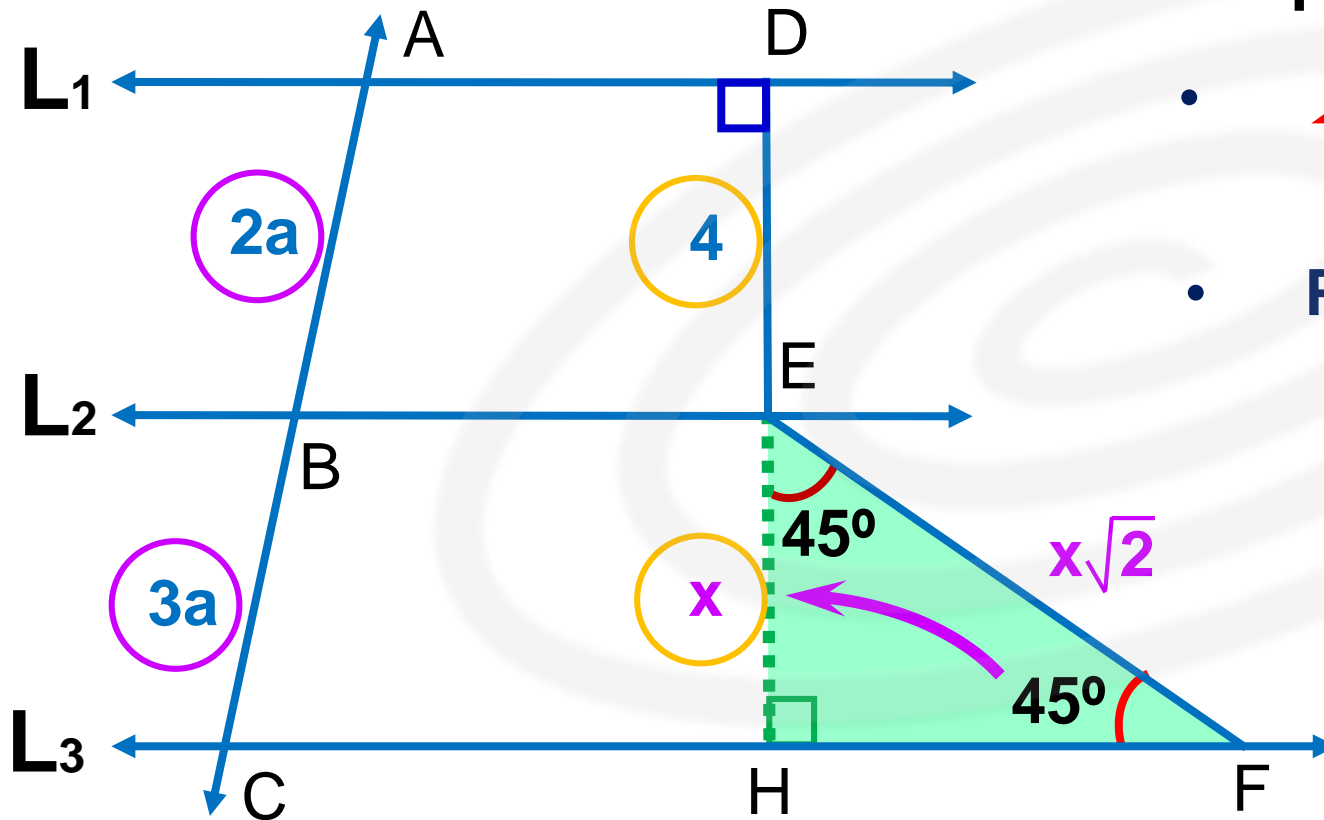
$$x = 53^\circ$$



6. Se muestra las rectas paralelas y coplanares  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ . Si  $3(AB) = 2(BC)$ ,  $DE = 4$  m y  $EF = x\sqrt{2}$ ; determine valor de  $x$ .

### Resolución

- Prolongamos  $\overline{DE}$  hasta  $H$
-   $\triangle EFH$  : Notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$   
 $\Rightarrow EH = x$
- Por el teorema de Tales:



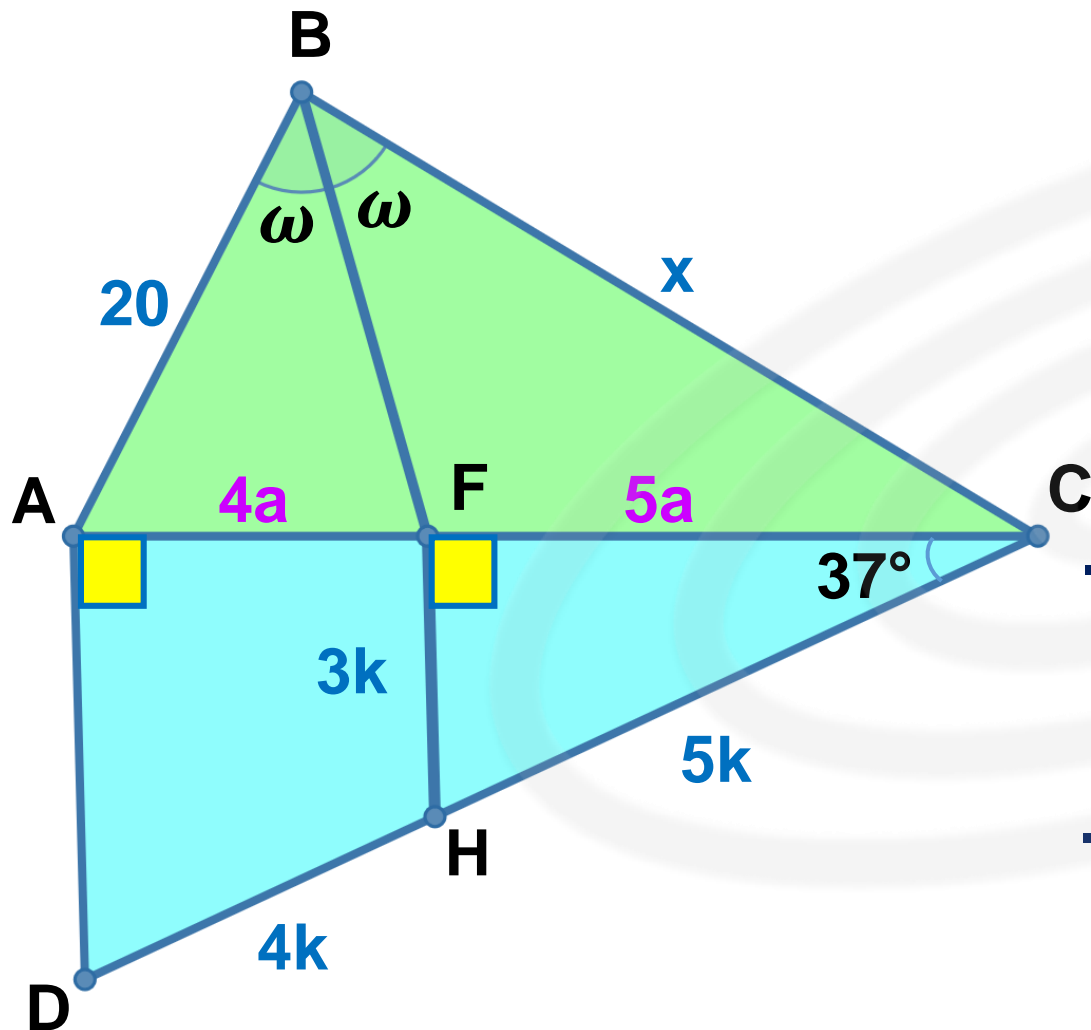
$$\Rightarrow \frac{2a}{3a} = \frac{4}{x}$$

$$2x = 12$$

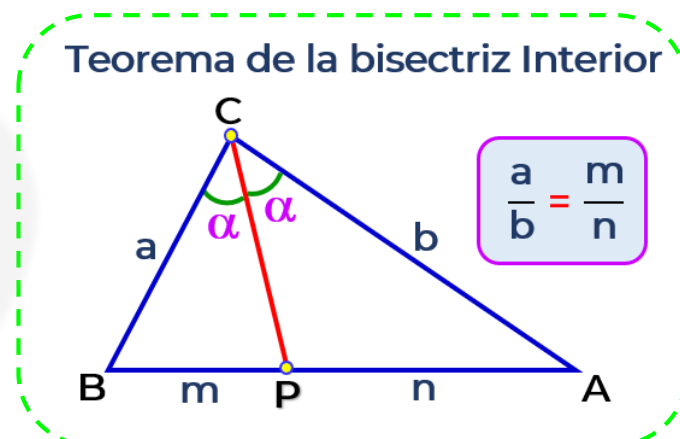
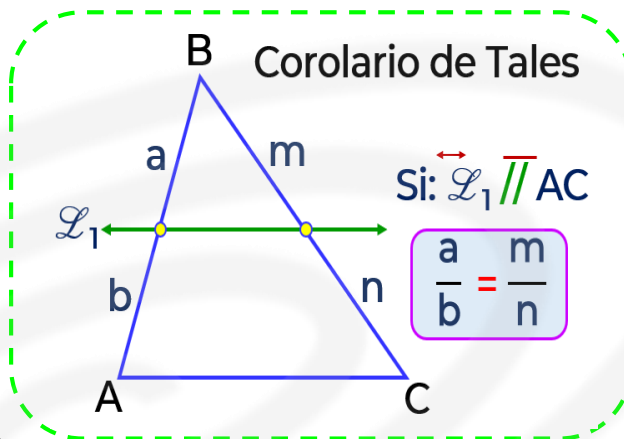
$$x = 6 \text{ m}$$



7. En la figura, halle el valor de x.



## Resolución



•  $\triangle FCH$  : Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$

$\Rightarrow HC = 5K$

•  $\triangle ACD$  : Corolario de Tales

$\Rightarrow AF = 4a \quad FC = 5a$

$$\Rightarrow \frac{20}{x} = \frac{4a}{5a}$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$