

TRIGONOMETRY

VOLUME III

4th

SECONDARY

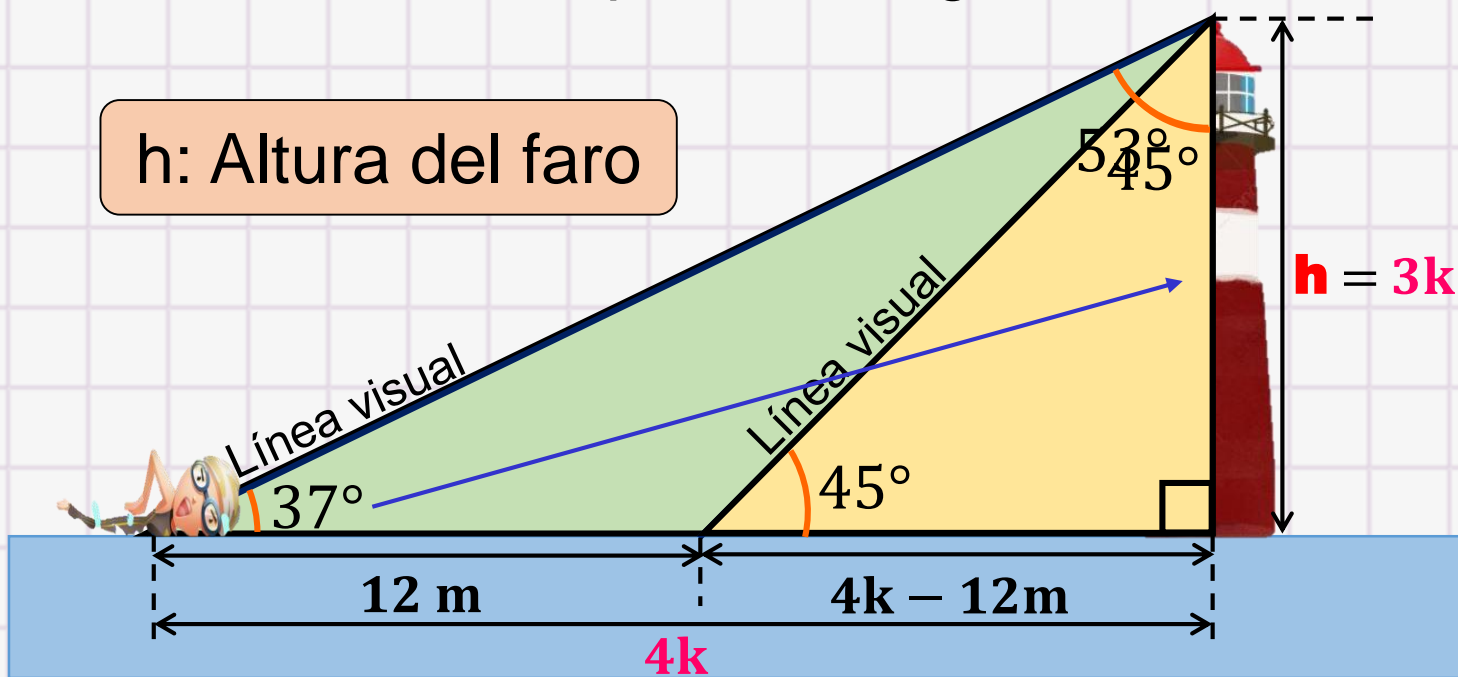
FEEDBACK



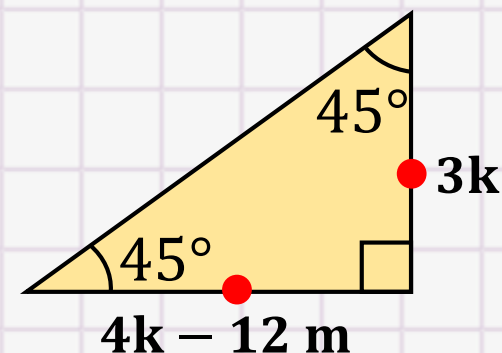
1. Un nadador se dirige hacia una faro y lo observa con un ángulo de elevación de 37° . Al avanzar 12 metros, el nuevo ángulo de elevación es de 45° . Calcule la altura del faro.

Resolución

Con los datos del problema, graficamos:



Analizamos el $\triangle 45^\circ - 45^\circ$:



$$\rightarrow 4k - 12m = 3k$$

$$k = 12m$$

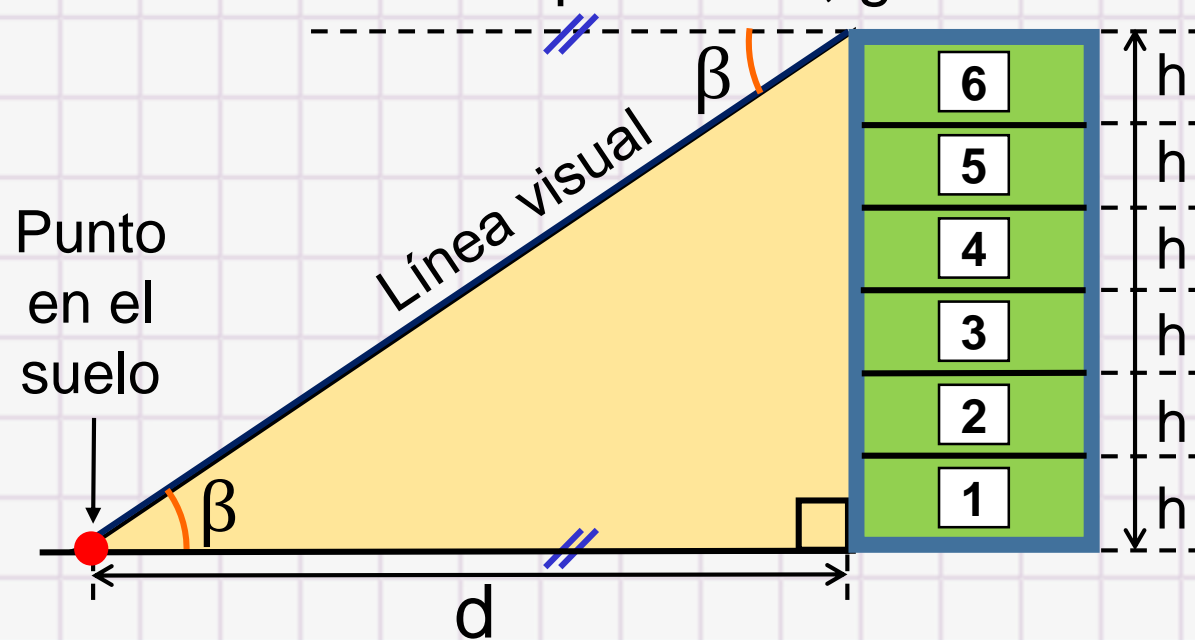
Calculamos "h":

$$h = 3(12m) \rightarrow \boxed{h = 36m}$$

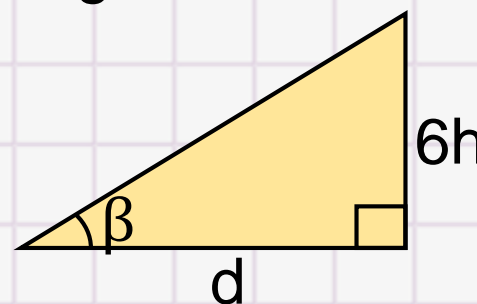
- 2.** Desde la parte superior de un edificio de 6 pisos de igual altura, el ángulo de depresión para un punto en el suelo es β y desde la parte más alta del tercer piso se observa el mismo punto con un ángulo de depresión de α . A partir de esta información, determine $\tan\alpha \cdot \cot\beta$.

Resolución

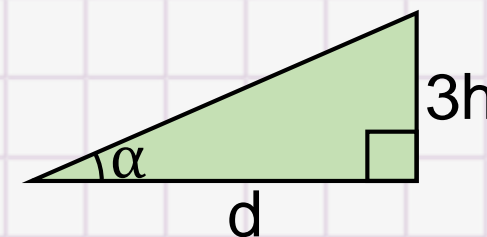
Con los datos del problema, graficamos:



Del gráfico, se observa:



$$\cot\beta = \frac{d}{6h}$$



$$\tan\alpha = \frac{3h}{d}$$

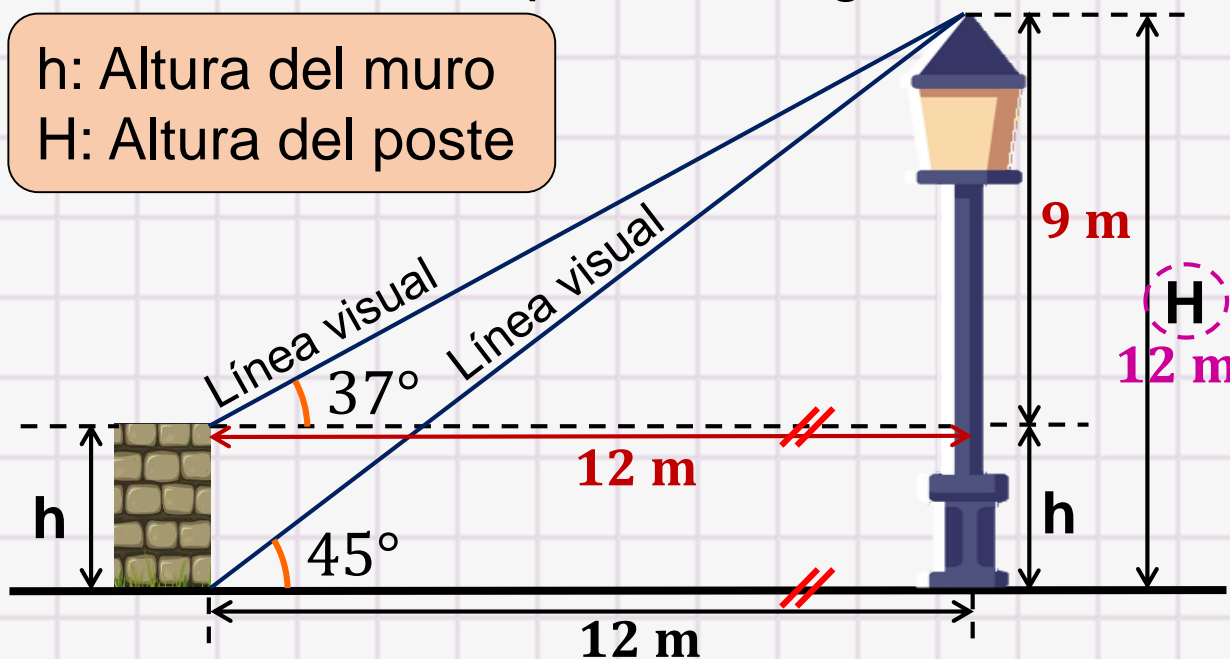
Calculamos:

$$\tan\alpha \cdot \cot\beta = \frac{d}{6h} \cdot \frac{3h}{d} \rightarrow \tan\alpha \cdot \cot\beta = \frac{1}{2}$$

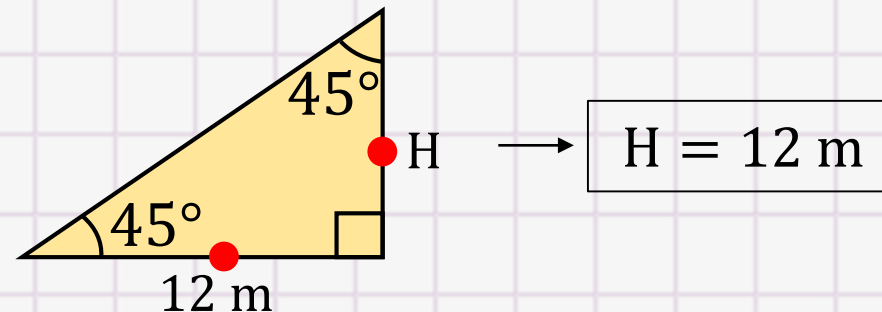
- 3.** Desde lo alto y bajo de un muro se observa lo alto de un poste con ángulos de elevación de 37° y 45° , respectivamente. Si la distancia entre el muro y el poste es de 12 metros. Calcule la suma de las alturas del muro y el poste.

Resolución

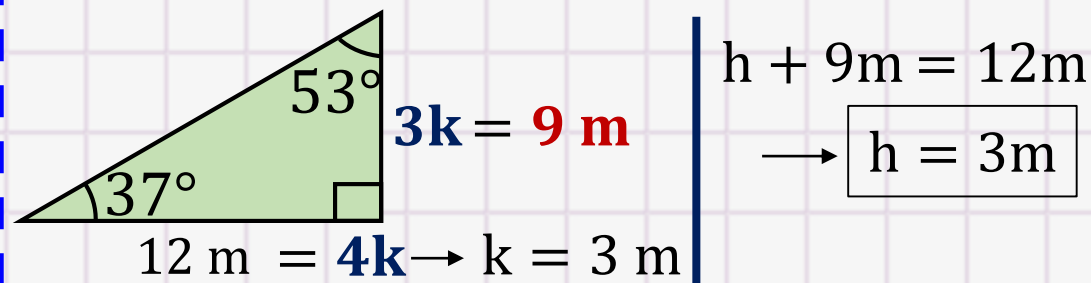
Con los datos del problema, graficamos:



Analizamos el $\triangle 45^\circ - 45^\circ$:

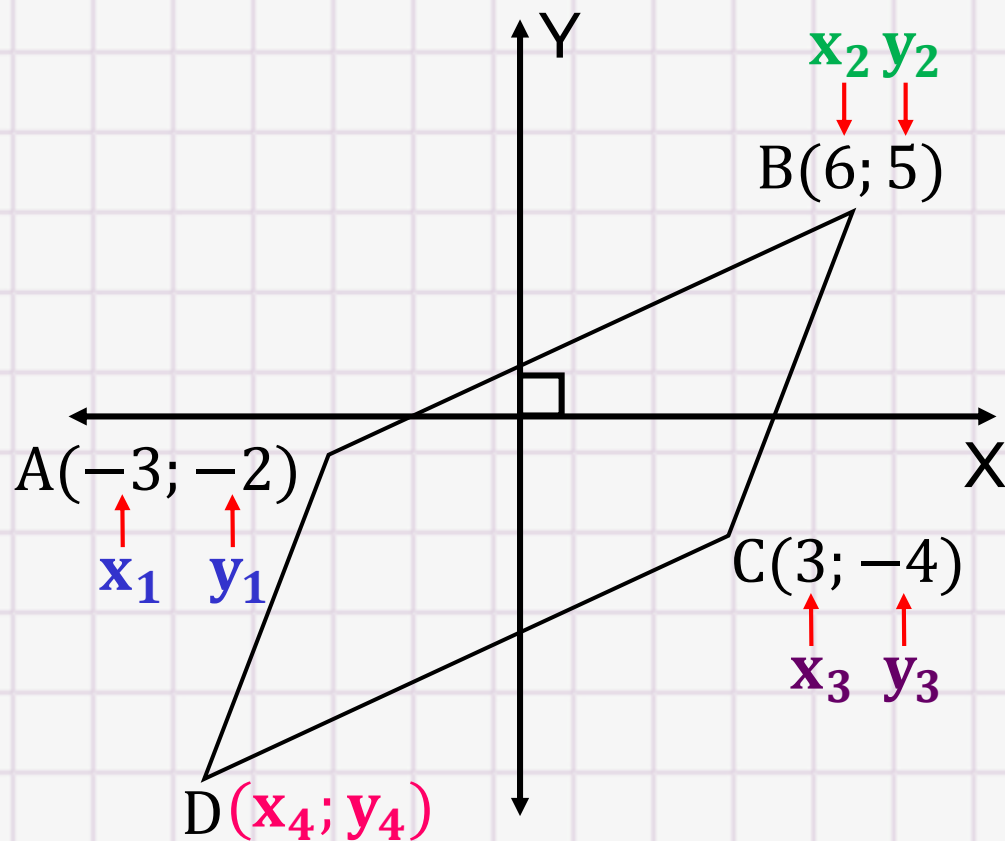


Analizamos el $\triangle 37^\circ - 53^\circ$:



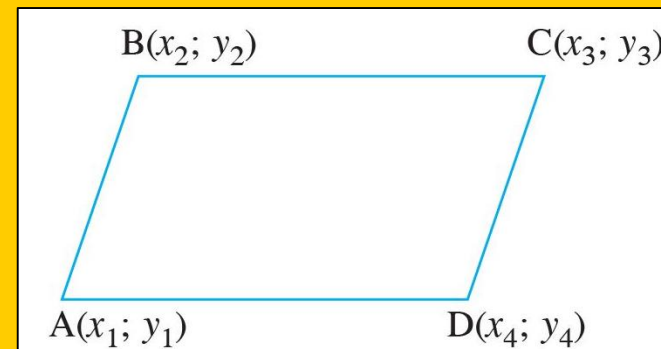
$\therefore H + h = 15 \text{ m}$

- 4.** La figura muestra un paralelogramo ABCD. Determine las coordenadas del vértice D.



Recordamos

Sea ABCD un paralelogramo:



$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$

$$y_1 + y_3 = y_2 + y_4$$

RESOLUCIÓN

Por propiedad:

$$-3 + 3 = 6 + x_4$$

$$0 = 6 + x_4$$

$$\rightarrow x_4 = -6$$

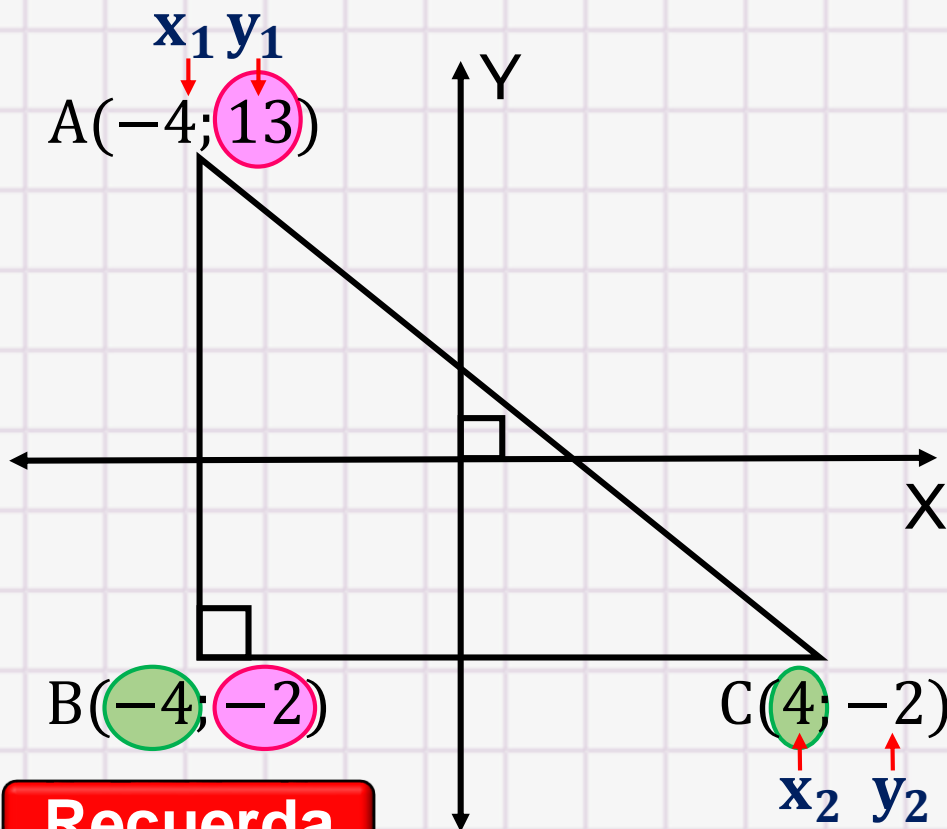
$$-2 + (-4) = 5 + y_4$$

$$-6 = 5 + y_4$$

$$\rightarrow y_4 = -11$$

$$\therefore \mathbf{D(-6; -11)}$$

5. A partir del gráfico, calcule el perímetro del triángulo ABC.



Recuerda

Distancia entre dos puntos (d):

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

RESOLUCIÓN

Piden: $2p_{\Delta ABC} = d_{AB} + d_{BC} + d_{AC} \dots (1)$

Los puntos A y B tienen igual abscisa:

$$d_{AB} = 13 - (-2) \rightarrow d_{AB} = 15$$

Los puntos B y C tienen igual ordenada:

$$d_{BC} = 4 - (-4) \rightarrow d_{BC} = 8$$

Calculamos la distancia entre A y C:

$$d_{AC} = \sqrt{(-4 - 4)^2 + (13 - (-2))^2}$$

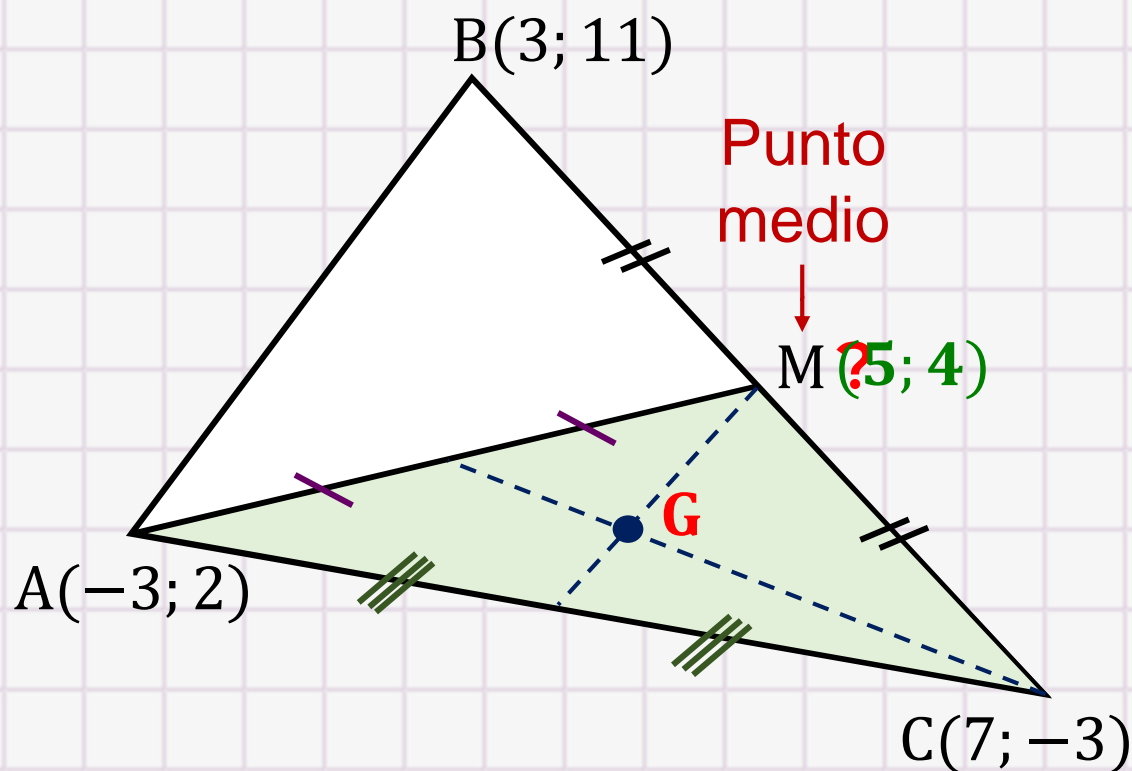
$$d_{AC} = \sqrt{(-8)^2 + (15)^2}$$

$$d_{AC} = \sqrt{289} \rightarrow d_{AC} = 17$$

Reemplazando en (1):

$$2p_{\Delta ABC} = 15 + 8 + 17 \rightarrow 2p_{\Delta ABC} = 40$$

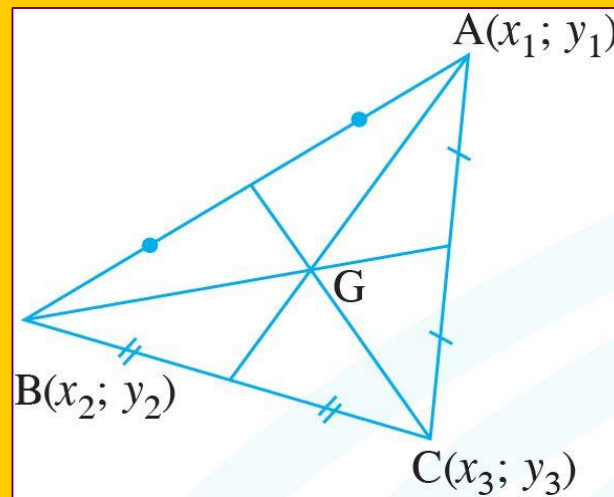
- 6.** A partir del gráfico, calcule las coordenadas del baricentro del triángulo ACM.



G : Baricentro del ΔACM

Recordamos

Sea G el baricentro del ΔABC :



$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y_G = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

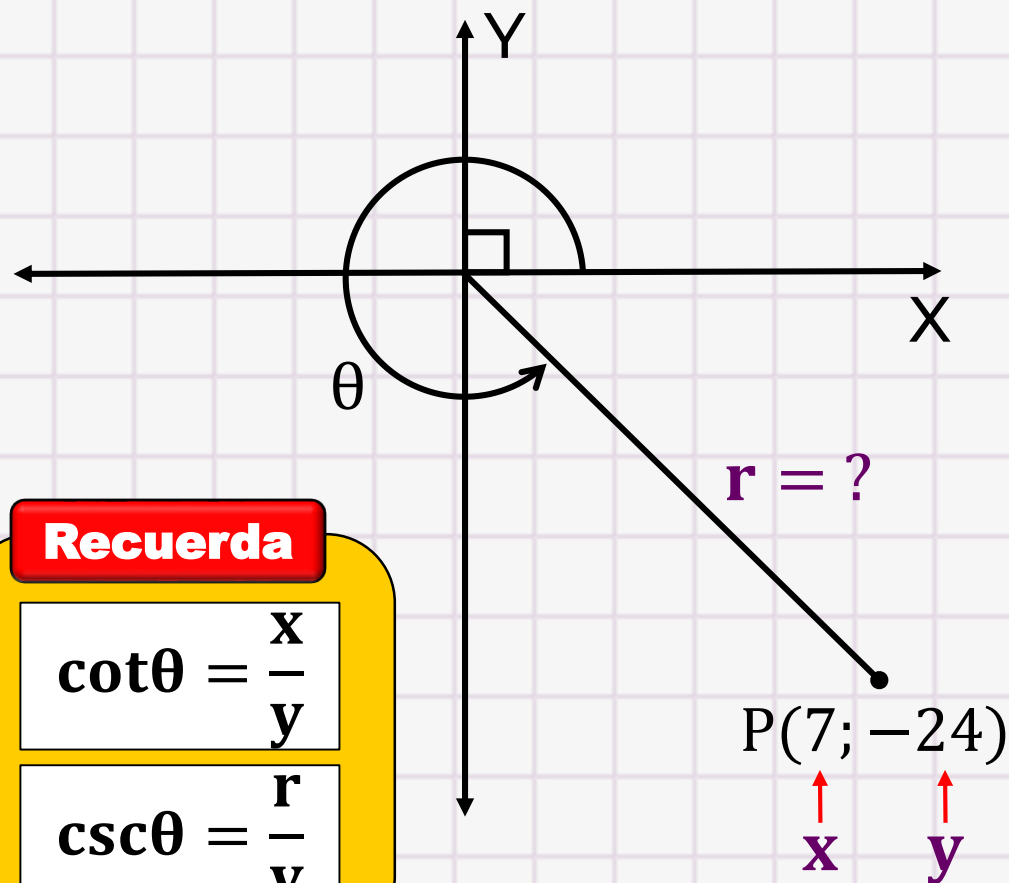
$$x_G = \frac{x_A + x_M + x_C}{3} = \frac{(-3) + 5 + 7}{3} \rightarrow x_G = 3$$

$$y_G = \frac{y_A + y_M + y_C}{3} = \frac{2 + 4 + (-3)}{3} \rightarrow y_G = 1$$

$$\therefore \mathbf{G(3; 1)}$$

7. A partir del gráfico, efectúe

$$Q = \cot\theta + \csc\theta$$



Recuerda

$$\cot\theta = \frac{x}{y}$$

$$\csc\theta = \frac{r}{y}$$

RESOLUCIÓN

Calculamos el radio vector:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow r = \sqrt{7^2 + (-24)^2}$$

$$r = \sqrt{625}$$

$$r = 25$$

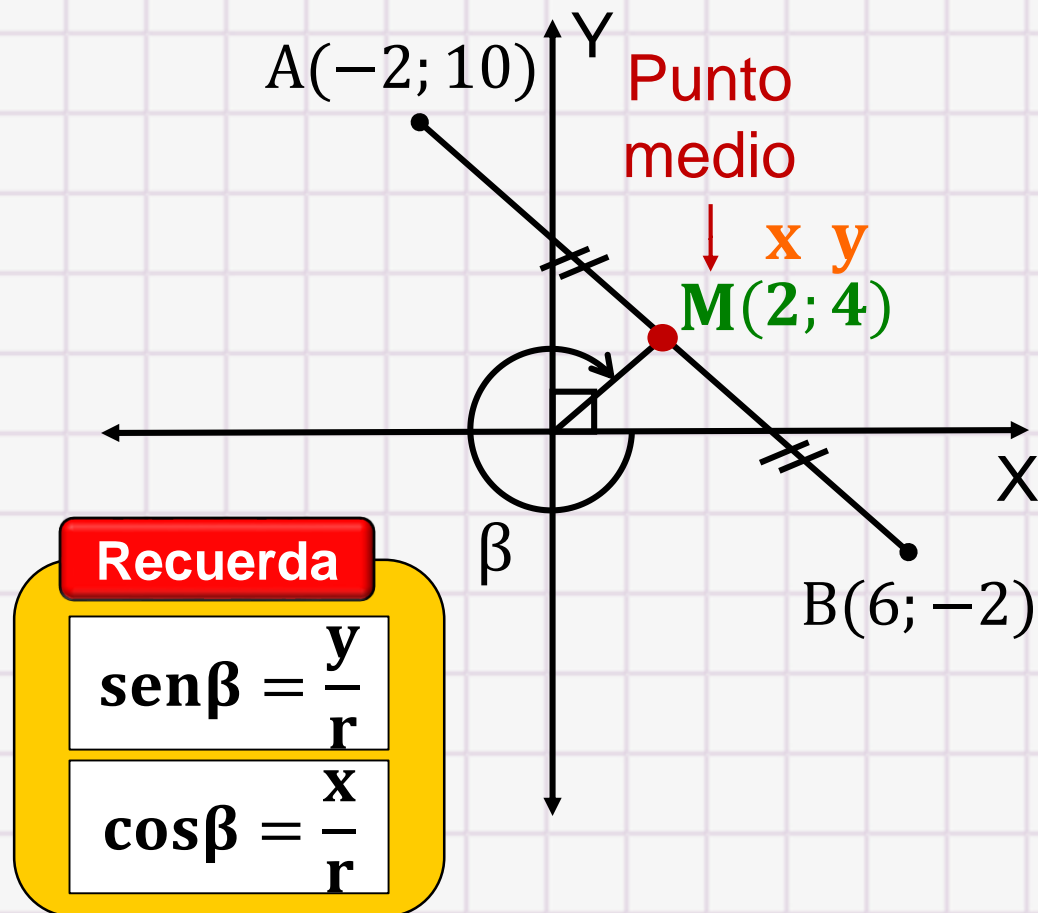
Efectuamos

$$Q = \frac{7}{-24} + \frac{25}{-24}$$

$$Q = \frac{32}{-24} \rightarrow Q = -\frac{4}{3}$$

8. A partir del gráfico, efectúe

$$F = \sqrt{20}(\text{sen}\beta + \cos\beta)$$



RESOLUCIÓN

Calculamos las coordenadas de M:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{(-2) + 6}{2} \rightarrow x_M = 2$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{10 + (-2)}{2} \rightarrow y_M = 4$$

Calculamos el radio vector

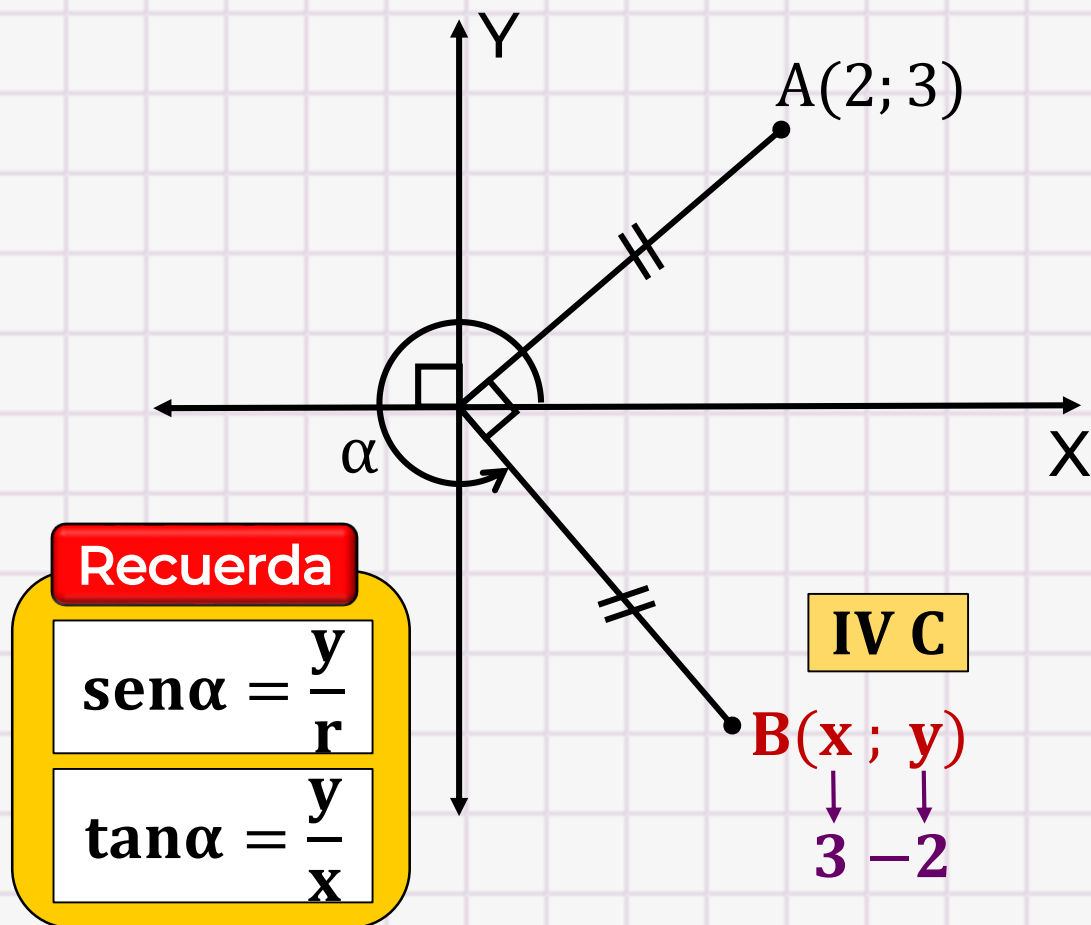
$$r = \sqrt{2^2 + 4^2} \rightarrow r = \sqrt{20}$$

Efectuamos:

$$F = \sqrt{20} \left(\frac{4}{\sqrt{20}} + \frac{2}{\sqrt{20}} \right) = \sqrt{20} \left(\frac{6}{\sqrt{20}} \right) \rightarrow F = 6$$

9. A partir del gráfico, efectúe

$$P = \sqrt{13}\operatorname{sen}\alpha - \tan\alpha$$



RESOLUCIÓN

Los puntos A y B son puntos ortogonales:

$$\rightarrow x_B = 3$$

$$y_B = -2$$

Radio vector:

$$r = \sqrt{3^2 + (-2)^2} \rightarrow r = \sqrt{13}$$

Efectuamos:

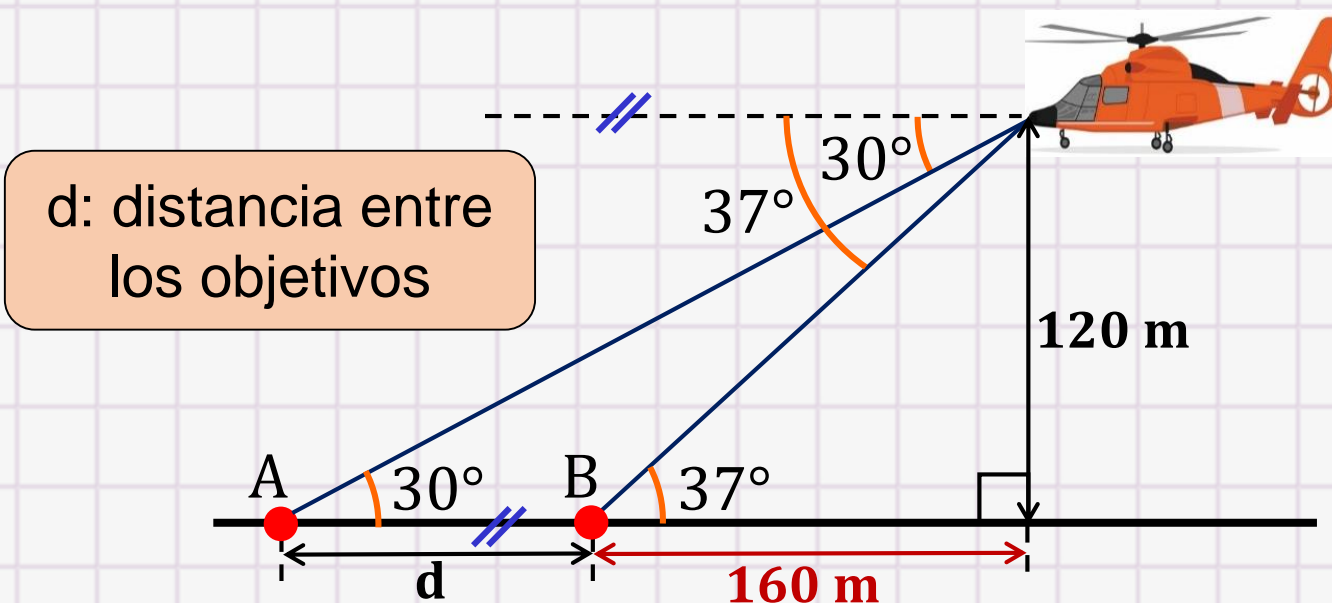
$$P = \sqrt{13} \left(\frac{-2}{\sqrt{13}} \right) - \left(\frac{-2}{3} \right)$$

$$P = -\frac{2}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{(-6) + 2}{3} \rightarrow P = -\frac{4}{3}$$

10. Desde un helicóptero se observan dos objetivos en el suelo con ángulos de depresión de 30° y 37° , respectivamente. Si en ese instante el helicóptero se encuentra a 120 metros sobre el nivel del mar, ¿cuál es la distancia entre los objetivos?

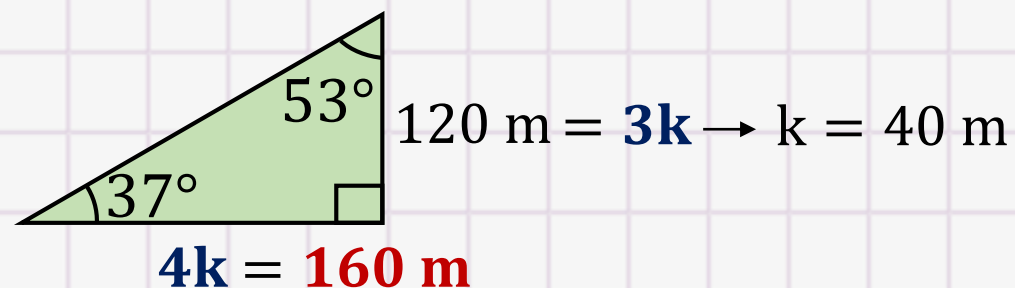
Resolución

Con los datos del problema, graficamos:

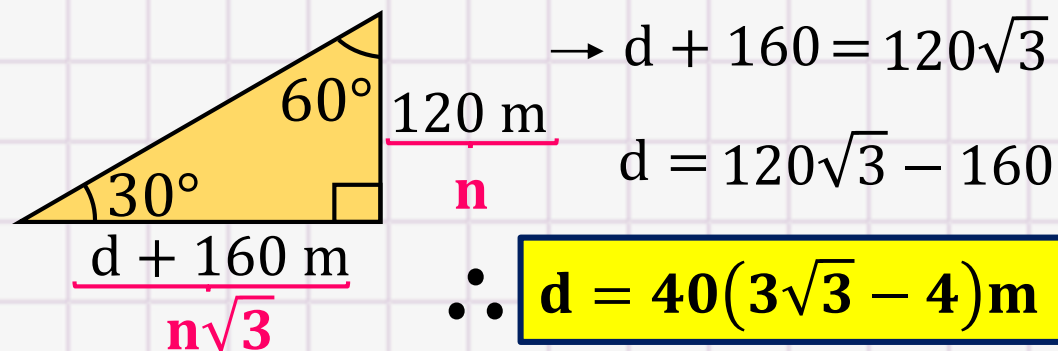


d: distancia entre los objetivos

Analizamos el $\triangle 37^\circ - 53^\circ$:



Analizamos el $\triangle 30^\circ - 60^\circ$:



$$\therefore d = 40(3\sqrt{3} - 4) \text{ m}$$



SACO
OLIVEROS