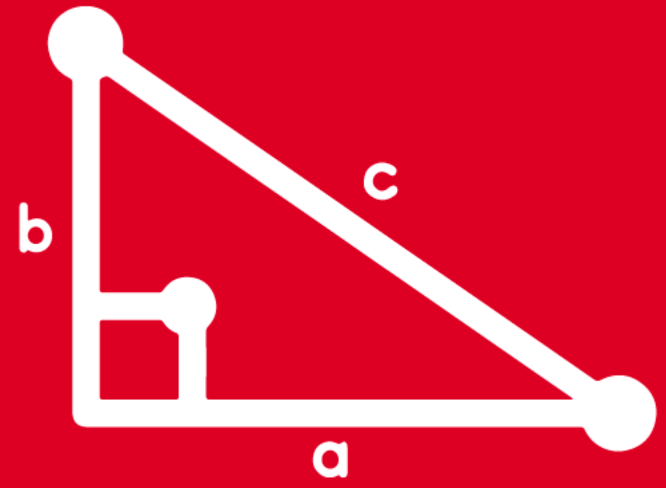
TRIGONOMETRY

Chapter 04



4th
SECONDARY

Razones trigonométricas de un ángulo agudo

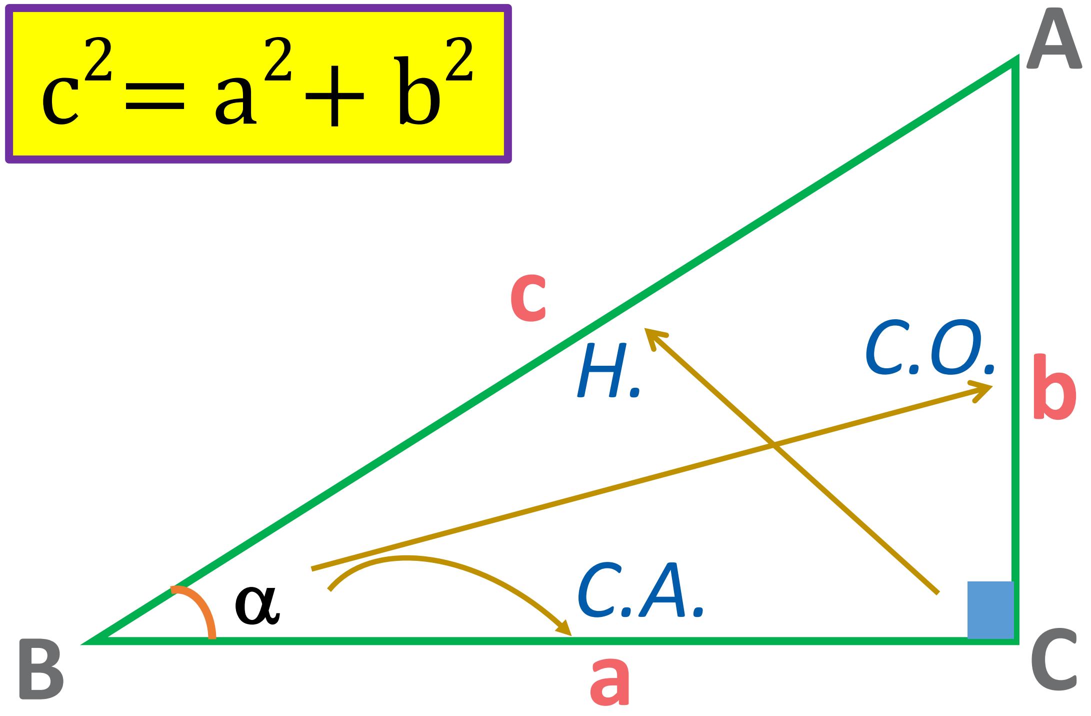
SACO OLIVEROS

INTRODUCCIÓN A LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Razones Trigonométricas

Es el cociente entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$



$\text{sen}\alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\ \alpha}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{\text{C.O.}}{\text{H.}}$

$\cos\alpha = \dfrac{\text{cateto adyacente al } \measuredangle\ \alpha}{} = \dfrac{\text{C.A.}}{}$

$\tan\alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\ \alpha}{} = \dfrac{\text{C.O.}}{}$

$\cot\alpha = \dfrac{\text{cateto adyacente al } \measuredangle\ \alpha}{} = \dfrac{\text{C.A.}}{}$

$\sec\alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\ \alpha}{} \quad \dfrac{\text{C.O.}}{}$

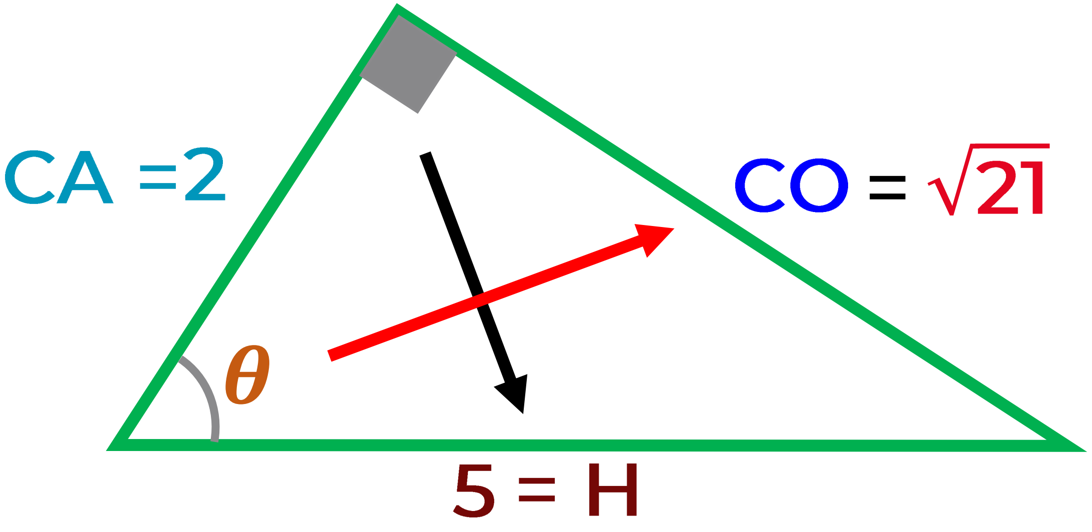
$= \text{hipotenusa} = \text{H.}$

$\csc\alpha = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\ \alpha} = \dfrac{\text{H.}}{\text{C.O.}}$

PROBLEMA 1

Del gráfico, efectué:

$$E = \sqrt{21}\,(\csc\theta + \cot\theta)$$



Resolución:

Teorema de Pitágoras:

$$(CO)^2 + (2)^2 = (5)^2$$

$$(CO)^2 + 4 = 25$$

$$(CO)^2 = 21 \Rightarrow \boxed{CO = \sqrt{21}}$$

Calculamos:

$$E = \sqrt{21}\,(\csc\theta + \cot\theta)$$

$$E = \cancel{\sqrt{21}}\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{21}}} + \frac{2}{\cancel{\sqrt{21}}}\right)$$

$$\boxed{E = 7}$$

PROBLEMA 2

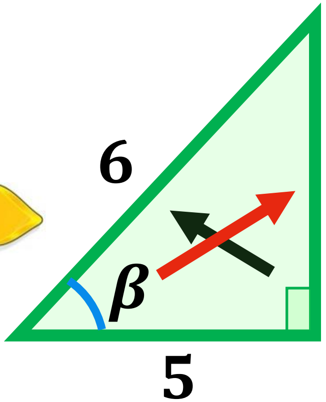
Si $\sec\beta = 1{,}2$; donde "β" un ángulo agudo, efectúe:

$$L = \sqrt{11}(\cot\beta + \csc\beta)$$

RESOLUCIÓN:

Del dato:

$$\sec\beta = \frac{6}{5} = \frac{H}{CA}$$



Recordar:

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO} \qquad \sec\theta = \frac{H}{CA} \qquad \csc\theta = \frac{H}{CO}$$

Teorema de Pitágoras:

$$(CO)^2 + (5)^2 = (6)^2$$

$$(CO)^2 + 25 = 36$$

$$(CO)^2 = 11 \Rightarrow CO = \sqrt{11}$$

Calculamos:

$$L = \sqrt{11}(\cot\beta + \csc\beta)$$

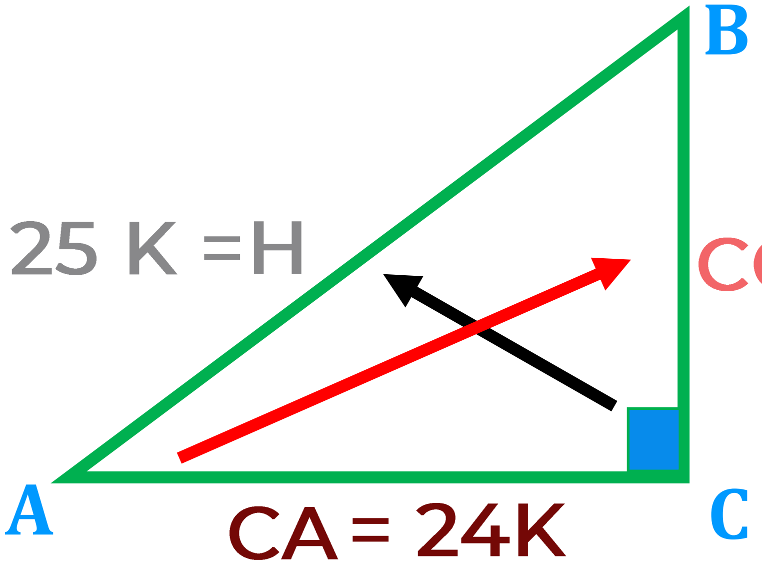
$$L = \cancel{\sqrt{11}}\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{11}}} + \frac{6}{\cancel{\sqrt{11}}}\right)$$

$$L = 5 + 6$$

$$\boxed{\therefore L = 11}$$

PROBLEMA 3

En un triángulo rectángulo ABC ($m\measuredangle C = 90°$), se sabe que senA = $\frac{7}{25}$ y la longitud de la hipotenusa es 75m. Calcule el perímetro del triángulo ABC.



Resolución

Del dato: $\text{sen}\,A = \frac{7K}{25K} = \frac{CO}{H}$

Teorema de Pitágoras:

$(CA)^2 + (7K)^2 = (25K)^2$

$(CA)^2 + 49K^2 = 625K^2$

$(CA)^2 = 576K^2 \Rightarrow CA = 24K$

Además: $25K = 75m \Rightarrow K = 3m$

Calculamos: $2p = 25K + 7K + 24K$

$\Rightarrow 2p = 56K = 56(3m)$

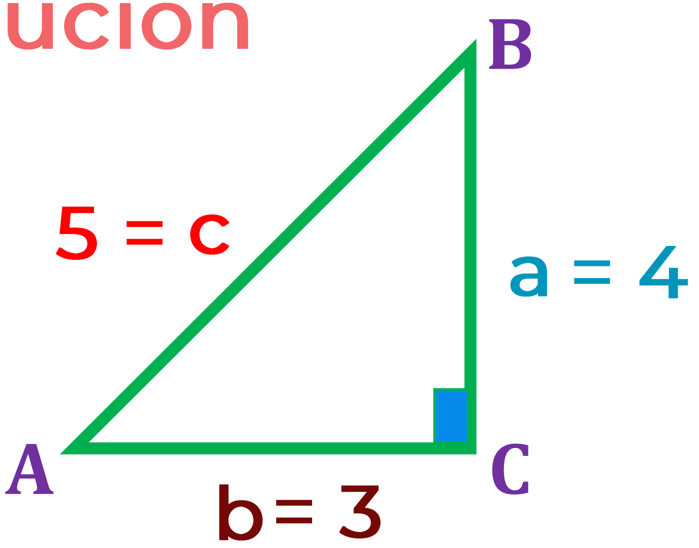
$\therefore 2p = 168\ m$

PROBLEMA 4

En un triángulo rectángulo ABC ($m\measuredangle C = 90°$), se sabe que $tanB.cotA = \frac{9}{16}$. Efectué:

$$Q = cscA + tanB$$

Resolución:



Del dato: $tanB \cdot cotA = \frac{9}{16}$

$\frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$

Teorema de Pitágoras:

$(3)^2 + (4)^2 = c^2$

$9 + 16 = c^2$

$25 = c^2 \Rightarrow c = 5$

Calculamos:

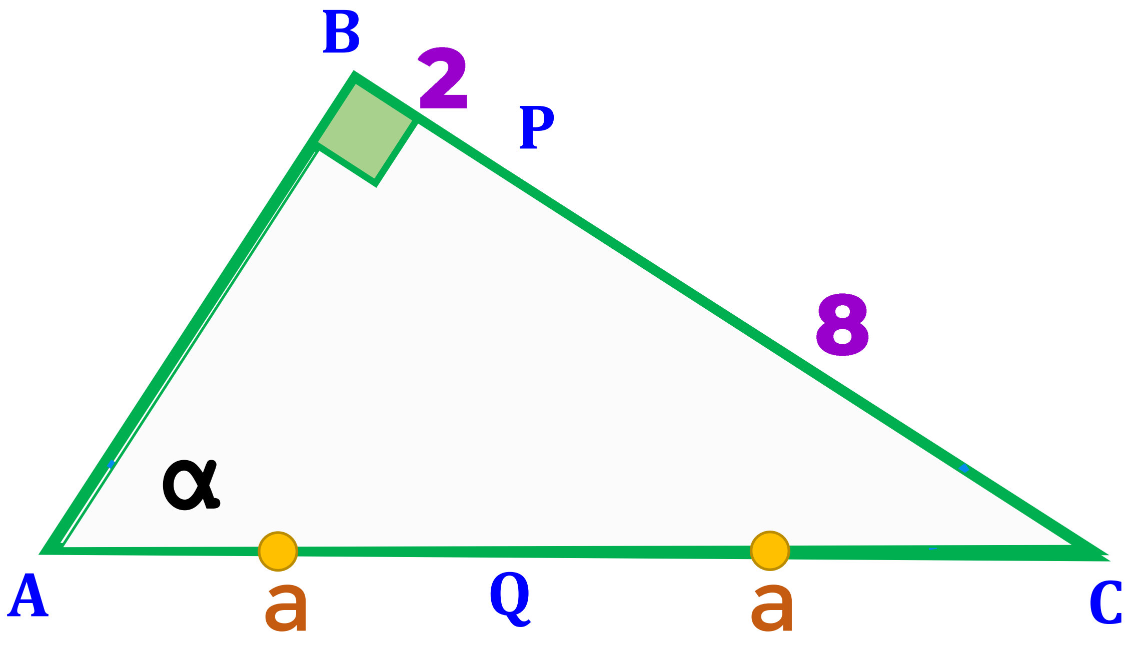
$Q = cscA + tanB$

$Q = \left(\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)$

$\boxed{\therefore Q = 2}$

PROBLEMA 5

Del gráfico, calcule sen α si AQ = QC



RESOLUCIÓN:

Sea $\mathbf{AQ = QC = a}$

En el ΔABC: $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{10}{2a} = \dfrac{5}{a} \quad \cdots (1)$

En el ΔPQC: $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{a}{8} \quad \cdots (2)$

Igualando (2) y (1)

$$\frac{a}{8} = \frac{5}{a} \Rightarrow a^2 = 40 \Rightarrow a = \sqrt{40}$$

$$\Rightarrow \mathbf{a = 2\sqrt{10}}$$

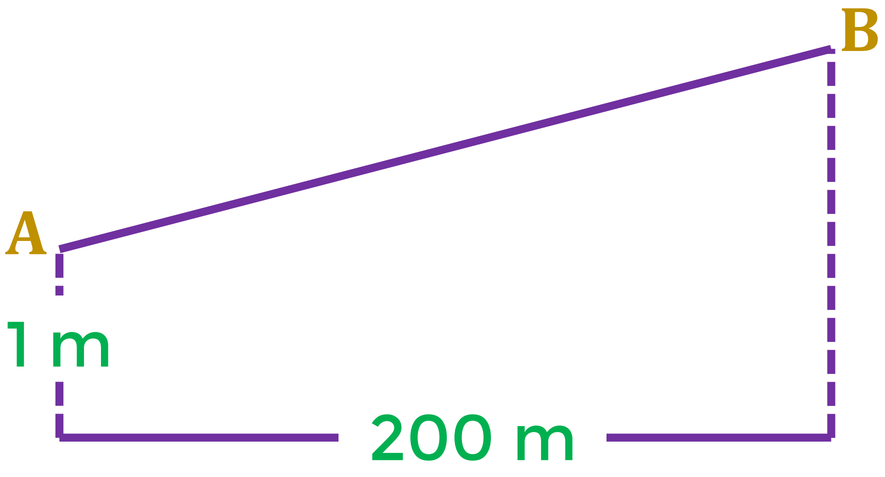
Reemplazando en (2)

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2\sqrt{10}}{8}$$

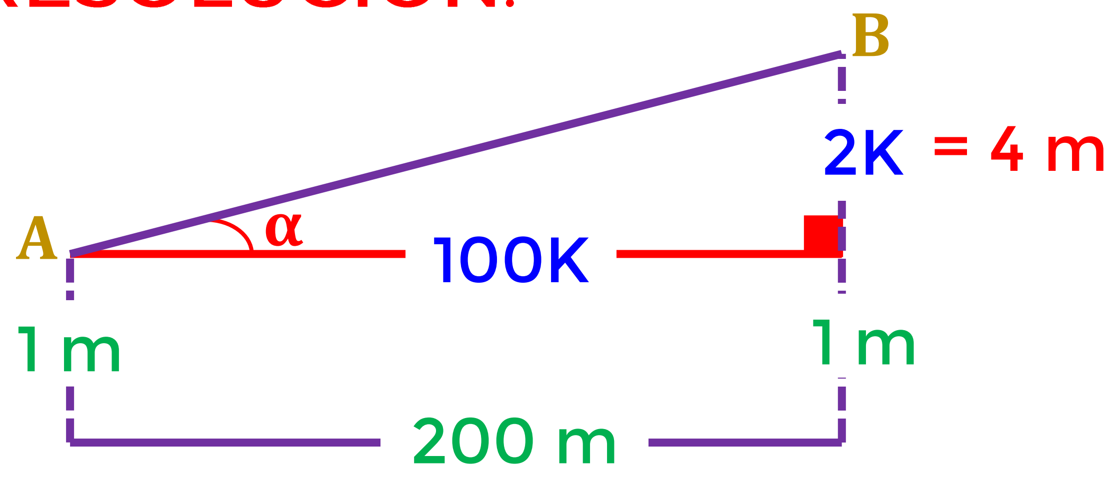
$$\boxed{\therefore \operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}}$$

PROBLEMA 6

En la figura se muestra el perfil de la instalación de tubería de desagüe. Si el buzón A esta ubicado a 1 m. de la superficie, calcule la altura a la que se encuentra el buzón B sabiendo que la pendiente de la tubería AB es de 2%.



RESOLUCIÓN:



Del dato: $\textbf{Pendiente AB} = 2\%$

$$\tan\alpha = \frac{2K}{100K} = \frac{CO}{CA}$$

Del gráfico: $100K = 200\ m$

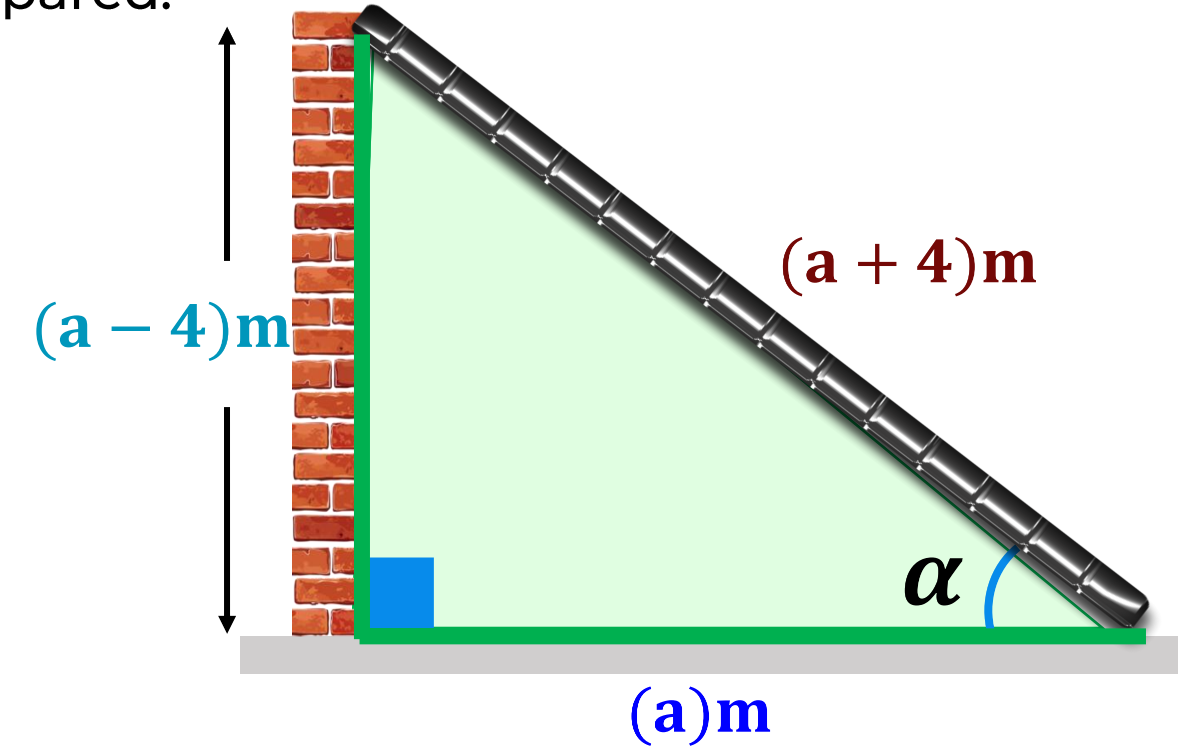
$$K = 2\ m$$

Calculamos: $H_B = 4\ m + 1m$

$$\boxed{\therefore\ H_B = 5\ m}$$

PROBLEMA 7

Chicho es un albañil muy dedicado en su trabajo y se le contrata para tarrajear una pared, tal como se muestra en la figura. Sabiendo que el valor de "a" es un número entero y positivo. Calcule la altura de dicha pared.



RESOLUCIÓN:

Teorema de Pitágoras:

$$(a)^2 + (a-4)^2 = (a+4)^2$$

$$(a)^2 + (\cancel{a^2} - 8a + \cancel{16}) = (\cancel{a^2} + 8a + \cancel{16})$$

$$(a)^{\cancel{2}} = 16\cancel{a}$$

$$\boxed{a = 16}$$

Calculamos la altura de la pared:

$$H = (a-4)\ m$$

$$H = (16-4)\ m$$

$$\boxed{\therefore H = 12\ m}$$