



ALGEBRA

Chapter 14

3th
SECONDARY

Radicación



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

¿Puedes ordenar de menor a mayor las siguientes expresiones?

$$\sqrt{5} ; \sqrt[3]{3} ; \sqrt[6]{2}$$

$$\sqrt[6]{2} ; \sqrt[6]{9} ; \sqrt[6]{125}$$





RADICACIÓN

Es la operación matemática en la cual, dada una variable real " x " y un número natural " n ", existe un tercer número " r " llamado raíz, siempre que:

$${}^n\sqrt{x} = r \iff r^n = x$$

n : índice

$(n \in \mathbb{N} ; n \geq 2)$



PROPIEDADES

$$1) \quad {}^n\sqrt{a \cdot b} = {}^n\sqrt{a} \cdot {}^n\sqrt{b}$$

$$2) \quad {}^n\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{{}^n\sqrt{a}}{{}^n\sqrt{b}}$$

$$3) \quad {}^m\sqrt{{}^n\sqrt{a}} = {}^{m \cdot n}\sqrt{a}$$

¡Recuerda!

$$2n\sqrt{(+)} = (+)$$

$$2n\sqrt{(-)} = \nexists \text{ en } \mathbb{R}$$

$$2n+1\sqrt{(+)} = (+)$$

$$2n+1\sqrt{(-)} = (-)$$



Extraer un factor de un radical

* *Ejemplo:* $\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} \rightarrow \sqrt{180} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{5}$

$$\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

* *Ejemplo:* $\sqrt[5]{a^{10}b^{15}c^2} = \sqrt[5]{a^{10}} \cdot \sqrt[5]{b^{15}} \sqrt[5]{c^2}$

$$\sqrt[5]{a^{10}b^{15}c^2} = a^2 \sqrt[5]{c^2}$$



CLASIFICACIÓN DE LOS RADICALES

➤ Radicales Heterogéneos:

Ejm.: $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[5]{7}$; $\sqrt{5}$

➤ Radicales Homogéneos:

Ejm.: $\sqrt[5]{9}$; $\sqrt[5]{8}$; $\sqrt[5]{7}$

➤ Radicales Semejantes:

Ejm.: $5\sqrt[3]{2}$; $6\sqrt[3]{2}$; $2\sqrt[3]{2}$

HOMOGENIZACIÓN DE RADICALES

$$\sqrt[4]{2} \quad ; \quad \sqrt{5} \quad ; \quad \sqrt[6]{3}$$

$$\text{mcm}(4; 2; 6) = 12$$

$$4.3 \sqrt{2^{1.3}} ; 2.6 \sqrt{5^{1.6}} ; 6.2 \sqrt{3^{1.2}}$$

$$\sqrt[12]{8} \quad ; \quad \sqrt[12]{15625} \quad ; \quad \sqrt[12]{9}$$



TRANSFORMACIÓN DE RADICALES DOBLES A RADICALES SIMPLES

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - C}{2}}$$

$$C = \sqrt{A^2 - B}$$

Ejemplo.: Transforme a radicales simples $\sqrt{3 + \sqrt{5}}$

Resolución:

$$C = \sqrt{3^2 - 5} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{3 + \sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3 + 2}{2}} + \sqrt{\frac{3 - 2}{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$



Método práctico

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{(x + y) \pm 2\sqrt{x \cdot y}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y} \quad (x > y)$$

Ejemplo.: Transforme a radicales simples $\sqrt{5 + \sqrt{24}}$

Resolución:

$$\sqrt{5 + \sqrt{24}} = \sqrt{5 + \sqrt{4 \cdot 6}} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ 3+2 & 3 \times 2 \end{array}$

$$\sqrt{5 + \sqrt{24}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$



RACIONALIZACIÓN

Caso I:

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a^m}}$$

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{N}{\sqrt[n]{a^m}} \times \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}$$

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{N \sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

Ejemplo.:

Racionalizar $\frac{12}{\sqrt[3]{2}}$

Resolución:

$$\frac{12}{\sqrt[3]{2}} = \frac{12}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{4}}{2}$$

$$\frac{12}{\sqrt[3]{2}} = 6 \sqrt[3]{4}$$



Caso II:

$$\frac{N}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$$

$$\frac{N}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{N}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}$$

$$\frac{N}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{N(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})}{a - b}$$

Ejemplo.:

Racionalizar $\frac{7}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

Resolución:

$$\begin{aligned} \frac{7}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} &= \frac{7}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{7(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{5 - 2} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{7(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{3}$$



HELICO PRACTICE



HELICO | PRACTICE

1. Halle el valor de:

$$K = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{128}}{\sqrt{50} - \sqrt{18}}$$

RESOLUCIÓN

$$K = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{128}}{\sqrt{50} - \sqrt{18}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{\sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{64 \cdot 2}}{\sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2}}$$

Aplicamos el teorema

$$\sqrt[n]{A \cdot B} = \sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[n]{B}$$

$$\Rightarrow K = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{64} \sqrt{2}}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{9} \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2}}{5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}$$

luego

$$K = \frac{-2\cancel{\sqrt{2}}}{2\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$K = -1$$



Calcule:

Problema 2

$$M = \frac{5\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{2}}{4\sqrt{8} - \sqrt{2}}$$



Resolución:

$$M = \frac{5\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{2}}{4\sqrt{8} - \sqrt{2}}$$

$$M = \frac{5\sqrt{16}\sqrt{2} - \sqrt{25}\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4\sqrt{4}\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$M = \frac{5 \cdot 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4 \cdot 2\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$M = \frac{20\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{8\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$M = \frac{16\sqrt{2}}{7\sqrt{2}}$$

$$\therefore M = \frac{16}{7}$$



Reduzca

Problema 3

$$P = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$$



Resolución:

$$P = \sqrt{\underset{\substack{\downarrow \quad \downarrow \\ 3+2}}{5} + 2\underset{\substack{\downarrow \quad \downarrow \\ 3 \times 2}}{\sqrt{6}}} - \sqrt{\underset{\substack{\downarrow \quad \downarrow \\ 5+2}}{7} + 2\underset{\substack{\downarrow \quad \downarrow \\ 5 \times 2}}{\sqrt{10}}} + \sqrt{\underset{\substack{\downarrow \quad \downarrow \\ 5+3}}{8} - 2\underset{\substack{\downarrow \quad \downarrow \\ 5 \times 3}}{\sqrt{15}}}$$

$$P = \sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$P = \cancel{\sqrt{3}} + \cancel{\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{5}} - \cancel{\sqrt{2}} + \cancel{\sqrt{5}} - \cancel{\sqrt{3}}$$

$$\therefore P = 0$$



Calcule el valor de E en:

Problema 4

$$E = \left(\sqrt{9 - 2\sqrt{20}} + \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} + \sqrt{3} \right) \cdot \sqrt{5}$$

Resolución:

$$E = \left(\sqrt{9 - 2\sqrt{20}} + \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} + \sqrt{3} \right) \cdot \sqrt{5}$$

$\swarrow \searrow$
 $\swarrow \searrow$
 $\swarrow \searrow$
 $\swarrow \searrow$

$5+4$
 5×4
 $4+3$
 4×3

$$E = (\sqrt{5} - \cancel{\sqrt{4}} + \cancel{\sqrt{4}} - \cancel{\sqrt{3}} + \cancel{\sqrt{3}}) \cdot \sqrt{5}$$

$$E = (\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$$

$E = 5$



5. Efectúe:

$$E = \frac{5}{\sqrt[7]{125}}$$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{5}{\sqrt[7]{125}} = \frac{5}{\sqrt[7]{125}} + \frac{\sqrt[7]{125}^{7-1}}{\sqrt[7]{125}^{7-1}}$$

$$\frac{A}{\sqrt[n]{B^m}} = \frac{A \cdot \sqrt[n]{B^{n-m}}}{B}$$

$$\Rightarrow E = \frac{5 \sqrt[7]{125^{7-1}}}{\sqrt[7]{125} \cdot \sqrt[7]{125}^6}$$

$$\Rightarrow E = \frac{5 \sqrt[7]{125^6}}{\sqrt[7]{125}^7}$$

$$E = \frac{5 \sqrt[7]{125^6}}{125}$$

$$E = \frac{\sqrt[7]{125^6}}{25}$$



$$E = \frac{\sqrt[7]{125^6}}{25}$$



Problema 6

Marcelo le pregunta a su profesor de geografía cuantos países no tiene la forma rectangular en su bandera nacional a lo cual su profesor le responde al obtener el denominador después de racionalizar y reducir la expresión

$$F = \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{7}{\sqrt{7}}$$

se obtiene la cantidad de países con dichas características, ¿Cuántos países no tienen la forma tradicional (rectangular) en su bandera nacional?

Resolución:

$$F = \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} - \frac{7}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{N}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{N(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$$

$$F = \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{7-2} + \frac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2} - \frac{7\sqrt{7}}{7}$$

$$\Rightarrow M = \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5} + \frac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4} - \frac{7\sqrt{7}}{7}$$

$$\Rightarrow M = (\cancel{\sqrt{7}} - \cancel{\sqrt{2}}) + (\sqrt{6} + \cancel{\sqrt{2}}) - \cancel{\sqrt{7}}$$



$$M = \sqrt{6}$$

∴ El denominador es 1

Problema 7

Carlos le pregunta a su madre cuantos feriados va a tener el 2022 en el primer semestre, a lo cual su madre le responde que para saber ello tienes que calcular el resultado de $Q^2 - 1$, además se sabe que $Q = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{2}{3+\sqrt{7}} - \sqrt{3}$, ¿Cuántos días feriados habrá en el primer semestre del 2022?

Resolución:

$$Q = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{2}{3+\sqrt{7}} - \sqrt{3}$$

$$Q = \frac{4}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})} \times \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})} + \frac{2}{(3+\sqrt{7})} \times \frac{(3-\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})} - \sqrt{3}$$

$$Q = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} + \frac{2(3-\sqrt{7})}{9-7} - \sqrt{3}$$

$$Q = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4} + \frac{2(3-\sqrt{7})}{2} - \sqrt{3}$$

$$Q = \sqrt{7} + \sqrt{3} + 3 - \sqrt{7} - \sqrt{3}$$

$$\therefore Q = 3$$

Del dato $Q^2 - 1$:

$$3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$$

Rpta: 8 días feriados

