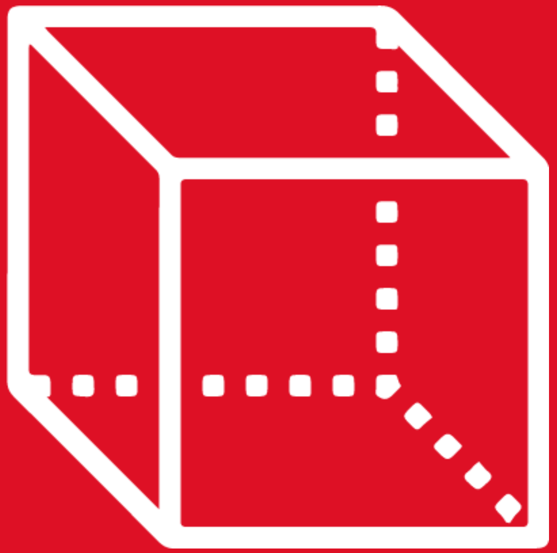
GEOMETRÍA

Capítulo 1

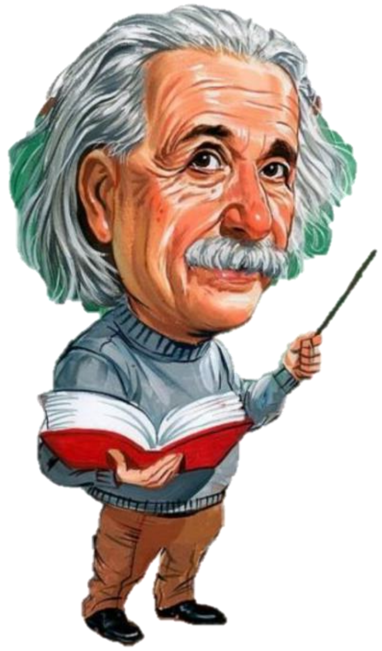


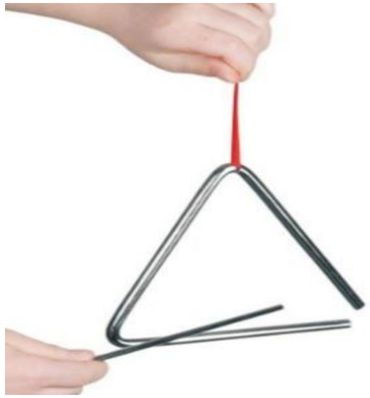
5th
SECONDARY

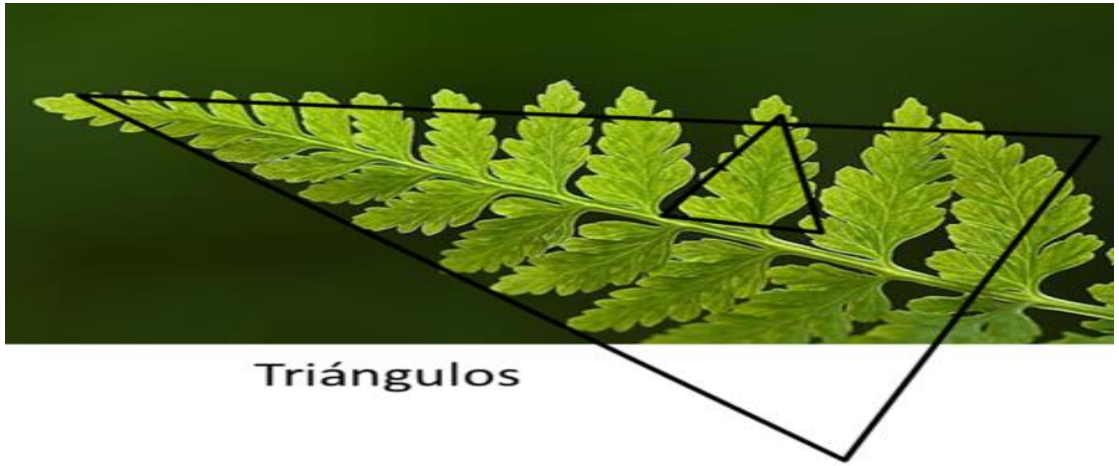
TRIÀNGULOS

SACO OLIVEROS

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales y, por lo tanto, el conocimiento de sus teoremas, clases, etc., es básico para comprender mejor a las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente. Esta figura tiene en la actualidad diferentes usos y aplicaciones como podemos observar.

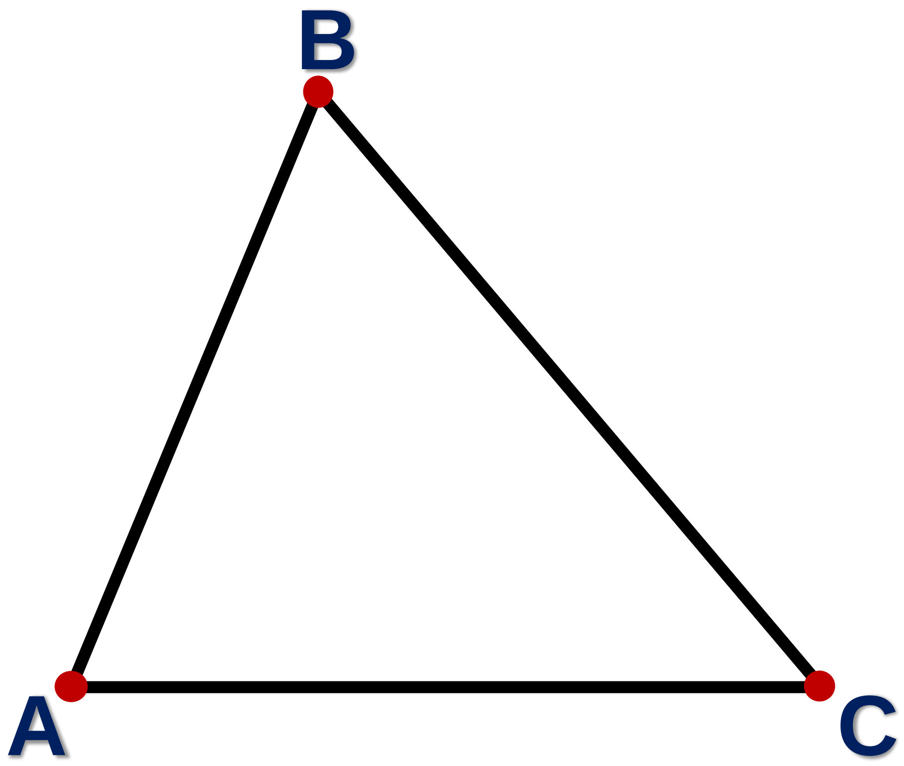






TRIÁNGULOS

Si A, B y C son tres puntos no colineales, entonces la reunión de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$ se denomina triángulo.



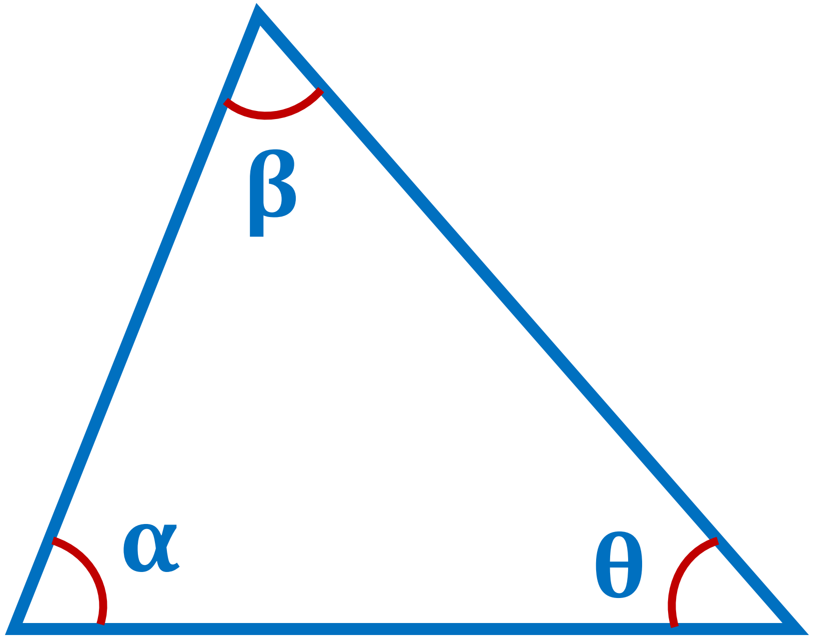
NOTACIÓN: ΔABC

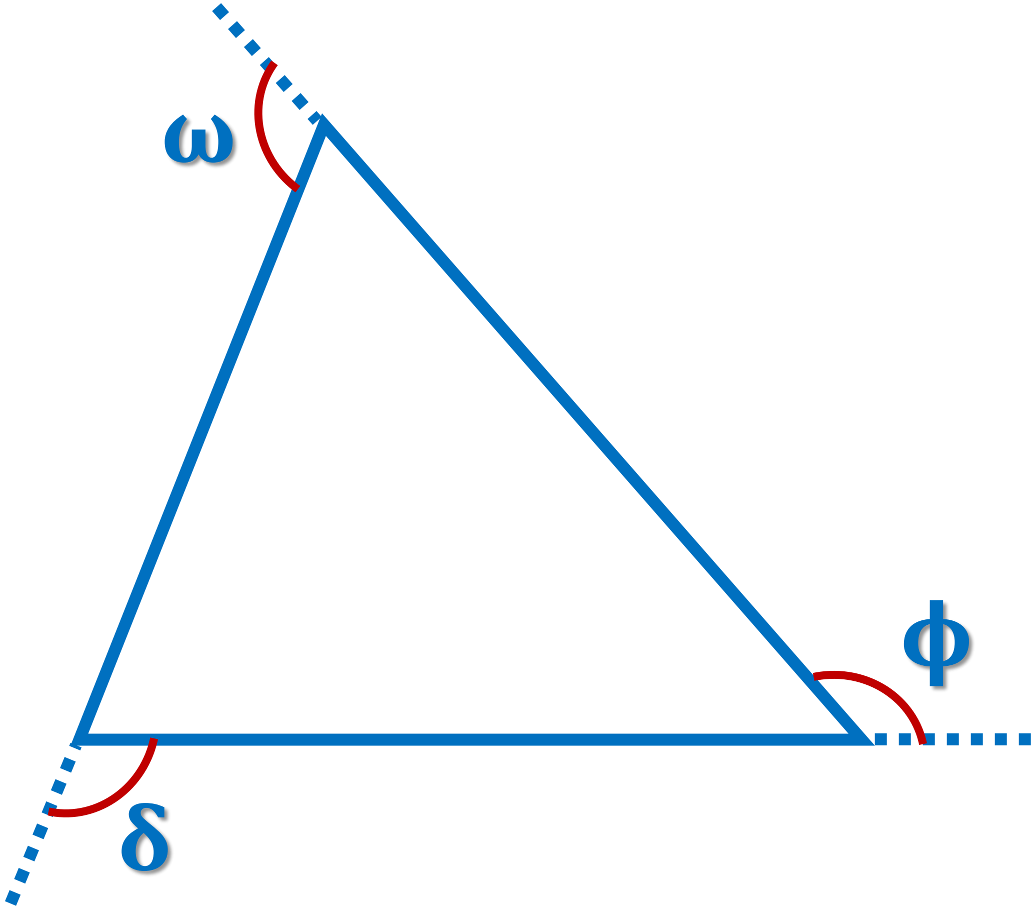
Se lee: triángulo ABC

ELEMENTOS

- VÈRTICES: A; B y C
- LADOS: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$

ÁNGULOS EN UN TRIÁNGULO

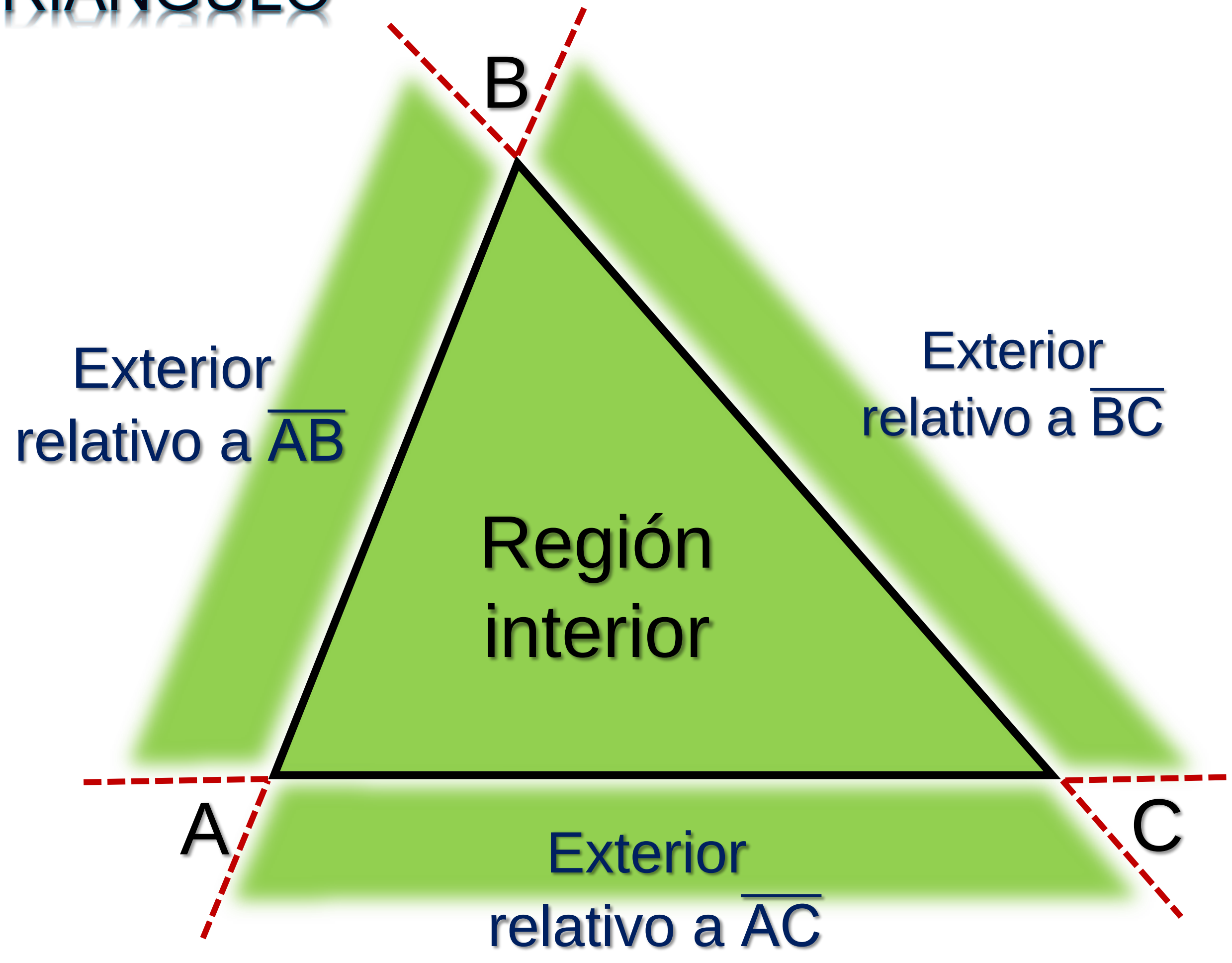




Medida de los ángulos:

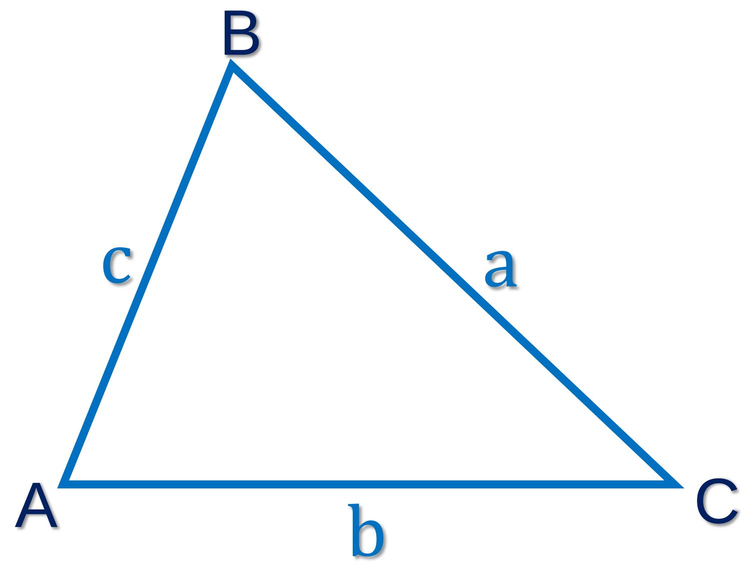
- INTERNOS : α, β y θ
- EXTERNOS : δ, ω y ϕ

INTERIOR Y EXTERIOR DE UNA TRIÁNGULO



PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

Es la suma de las longitudes de los lados del triángulo y se denota por 2p.



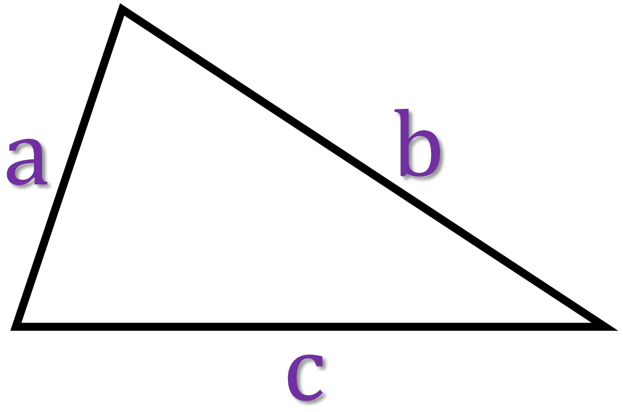
$$\boxed{2p_{(\Delta ABC)} = a + b + c}$$

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

I. SEGÚN LA LONGITUD DE SUS LADOS

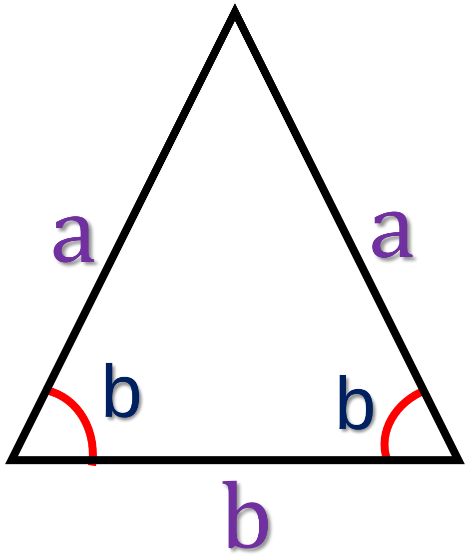
a) TRIÁNGULO ESCALENO

Los tres lados no son congruentes



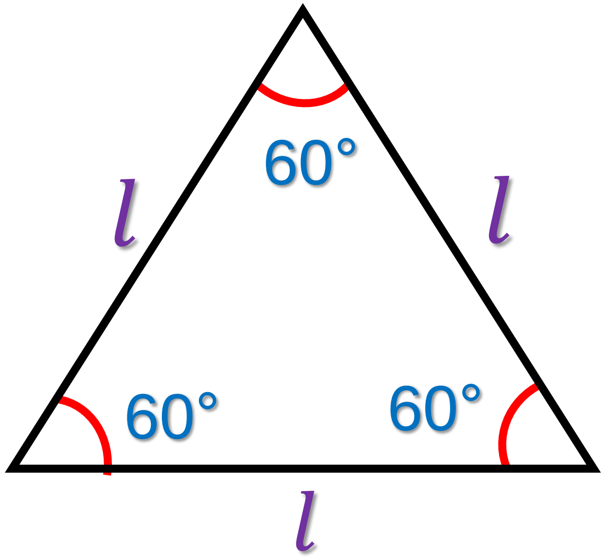
b) TRIÁNGULO ISÓSCELES

Tiene solo dos lados congruentes.



c) TRIÁNGULO EQUILÁTERO

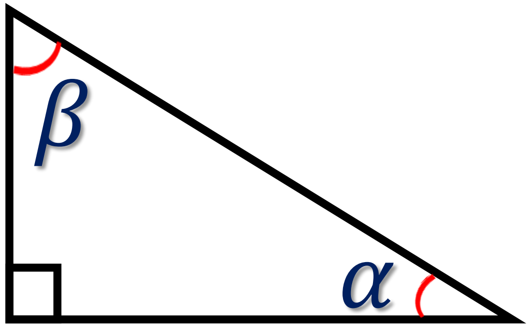
Tiene los tres lados congruentes.



II. SEGÚN LAS MEDIDAS DE SUS ÁNGULOS.

a) TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Tiene un ángulo interno que mide 90°.



$\boxed{\alpha + \beta = 90°}$

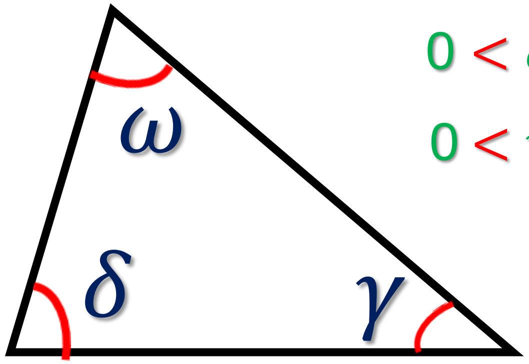
b) TRIÁNGULO ACUTÁNGULO

Los ángulos internos son agudos

$0 < \omega < 90°$

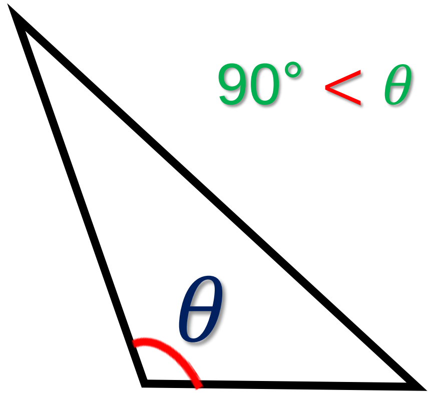
$0 < \delta < 90°$

$0 < \gamma < 90°$



c) TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO

Un ángulo interno es obtuso

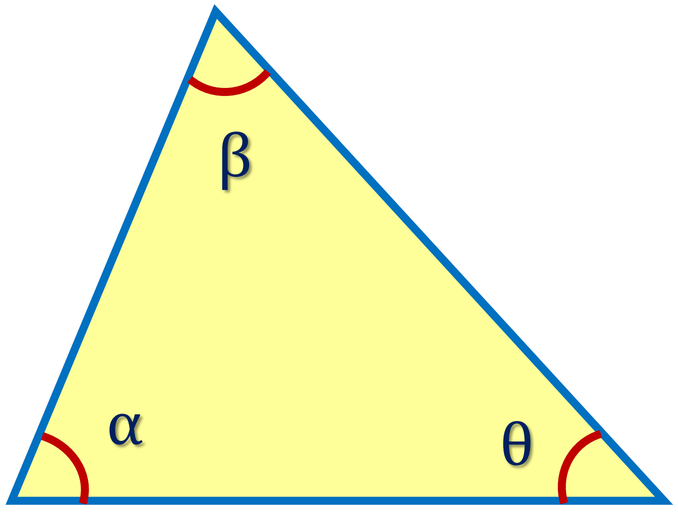


$90° < \theta < 180°$

Δ Oblicuángulo

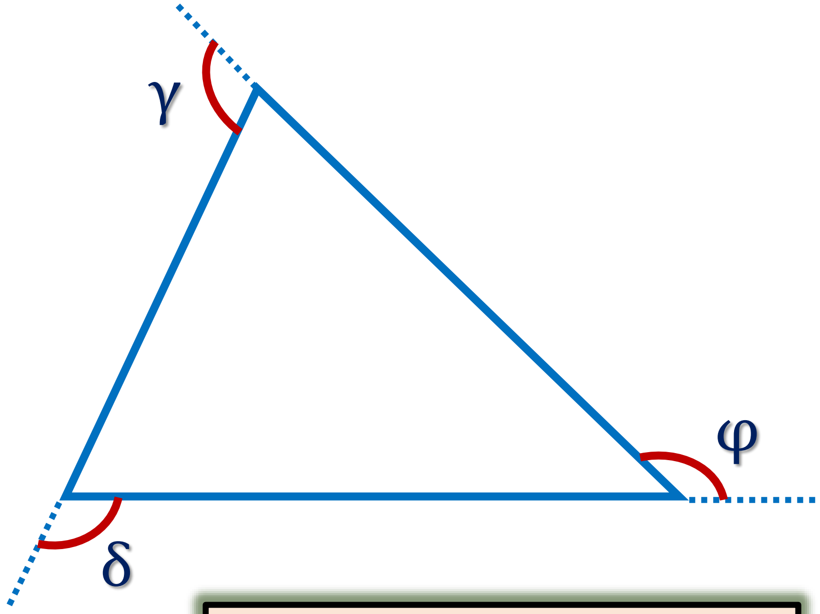
TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°.



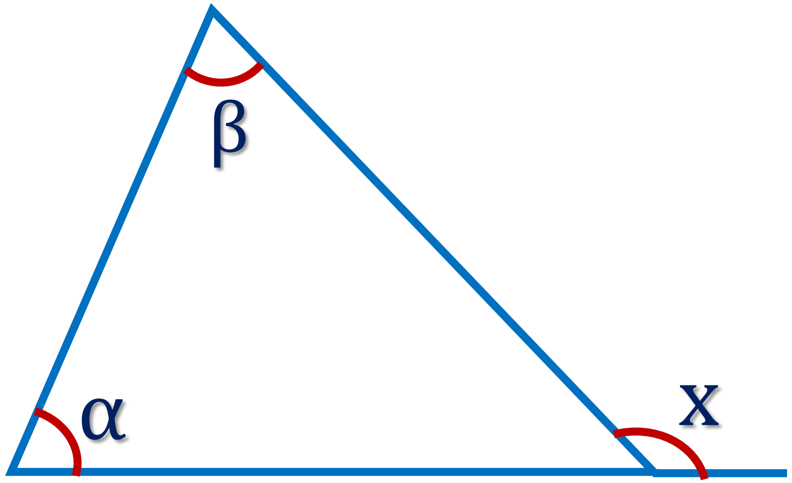
$$\alpha + \beta + \theta = 180°$$

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos considerados uno por vértice es 360º.



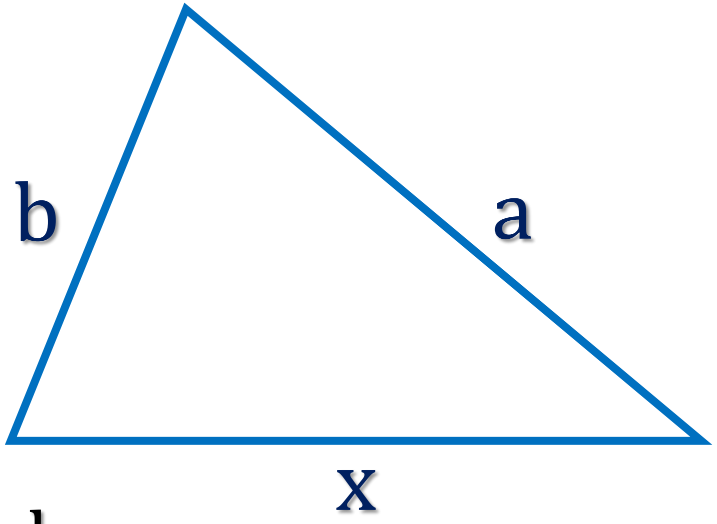
$$\gamma + \delta + \varphi = 360°$$

La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos no adyacentes al ángulo externo.



$$x = \alpha + \beta$$

En todo triángulo, la longitud de un lado es menor que la suma de las longitudes y mayor que la diferencia de los otros dos lados.

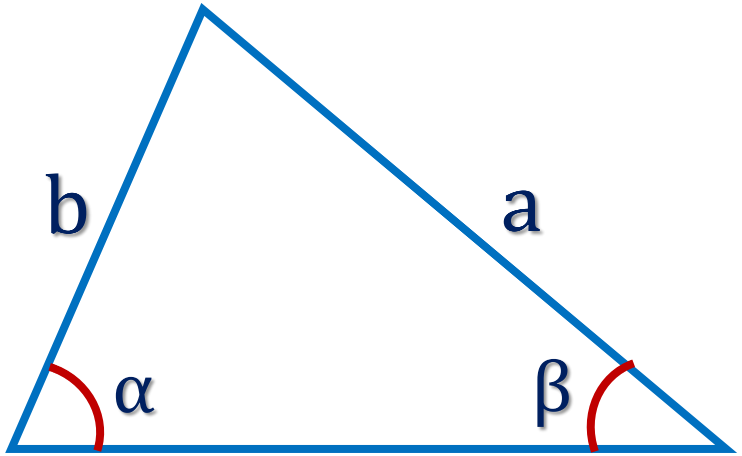


Si: $a > b$

Entonces:

$$a - b < x < a + b$$

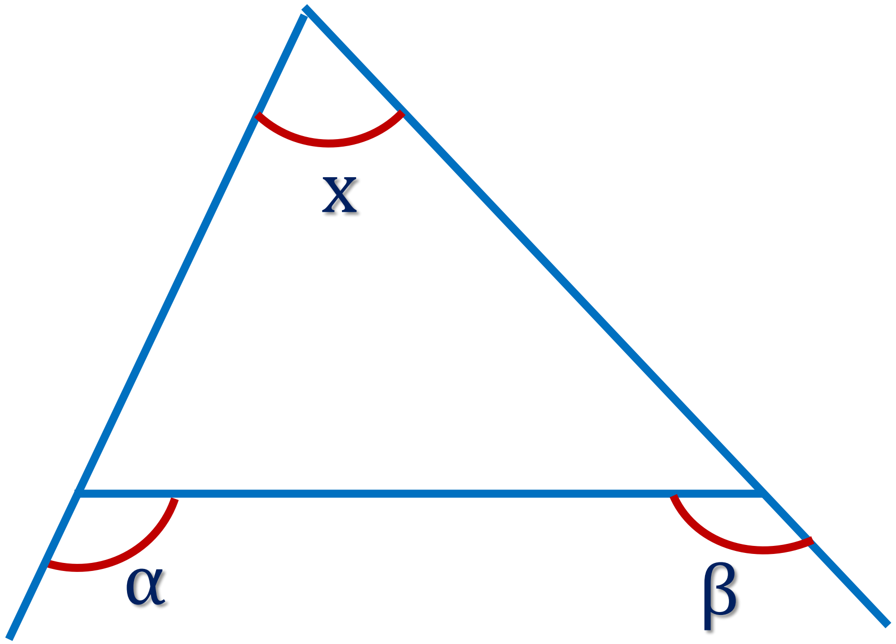
En todo triángulo, al lado de mayor longitud se opone el ángulo interno de mayor medida y viceversa.



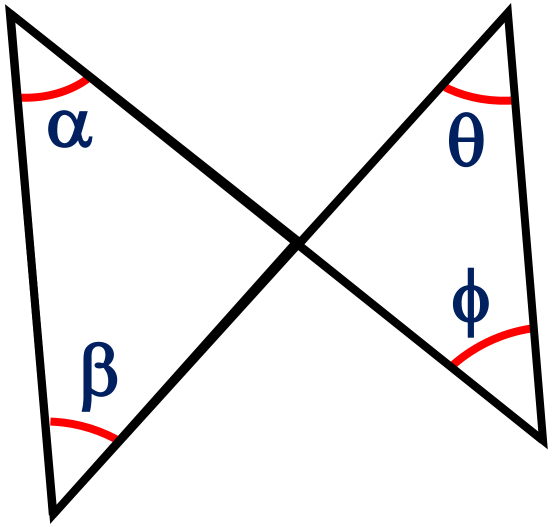
Si: $a > b$

Entonces: $\boxed{\alpha > \beta}$

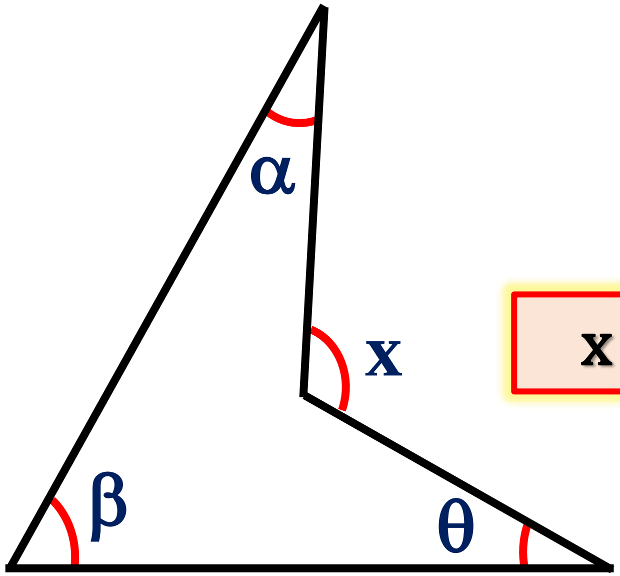
TEOREMAS ADICIONALES



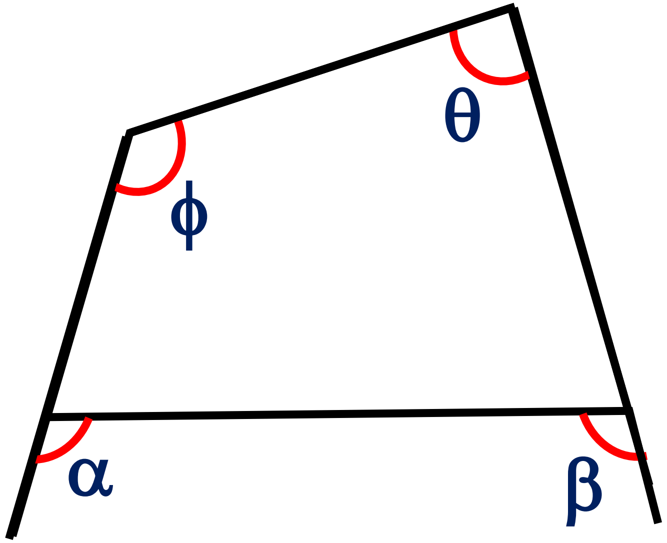
$$\boxed{\alpha + \beta = x + 180°}$$



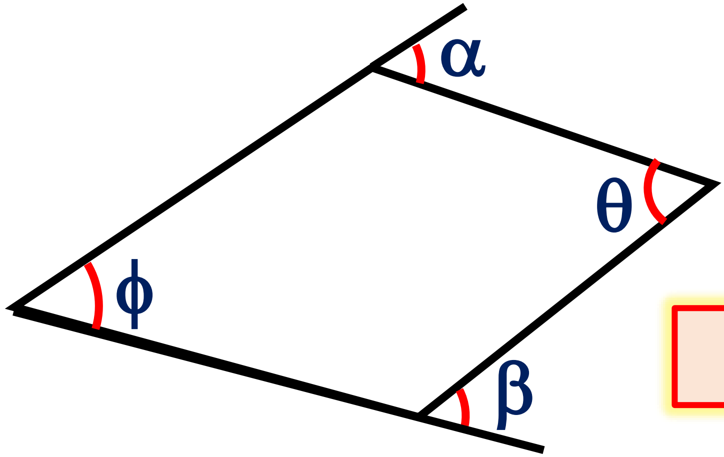
$\alpha + \beta = \theta + \phi$



$x = \alpha + \beta + \theta$

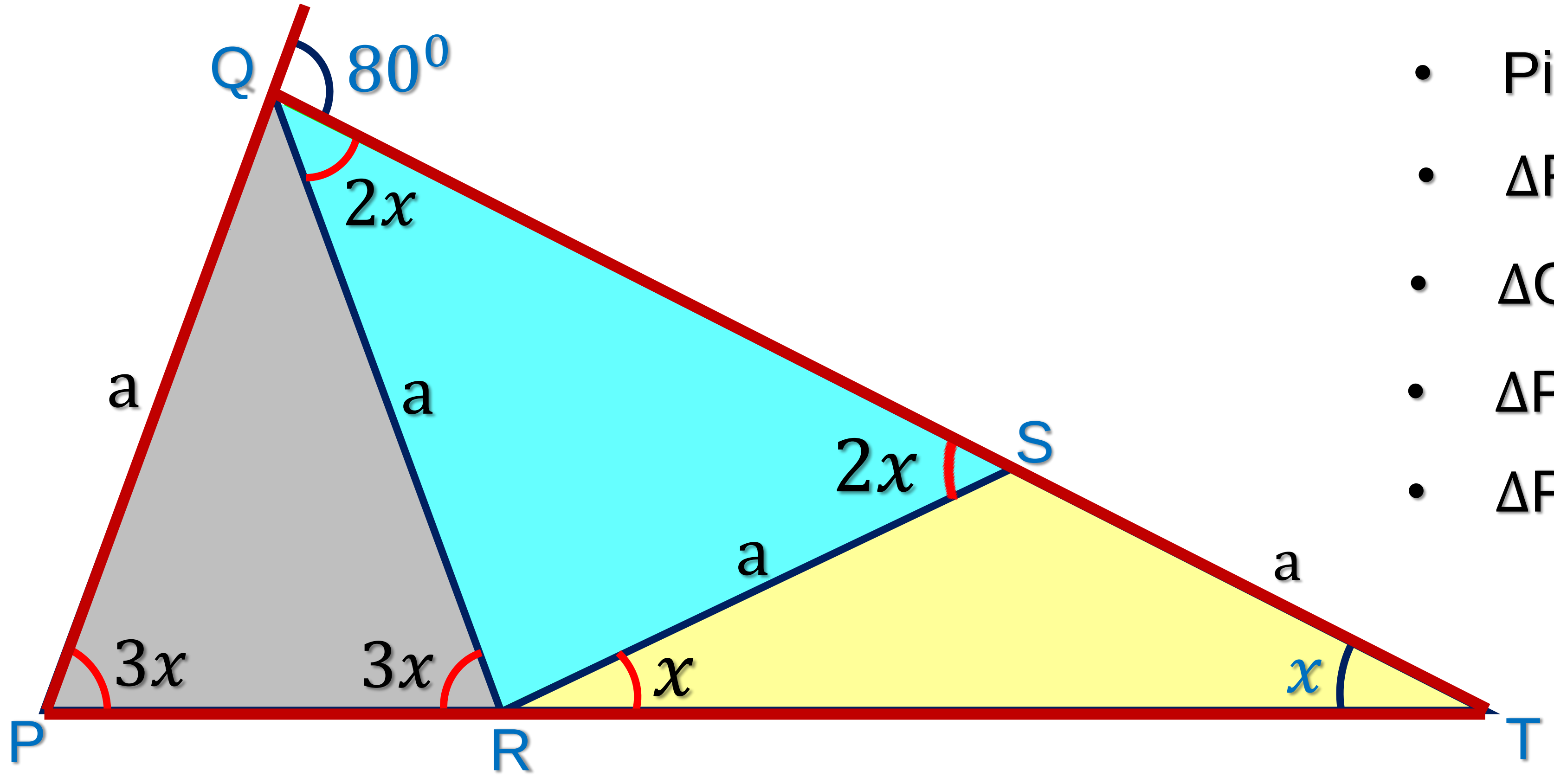


$\phi + \theta = \alpha + \beta$



$\phi + \theta = \alpha + \beta$

1. En la figura, halle el valor de *x*. Si PQ = QR = RS = ST.



Resolución

- Piden: x
- ΔRST : Isósceles
- ΔQRS : Isósceles
- ΔPQR : Isósceles
- ΔPQT :

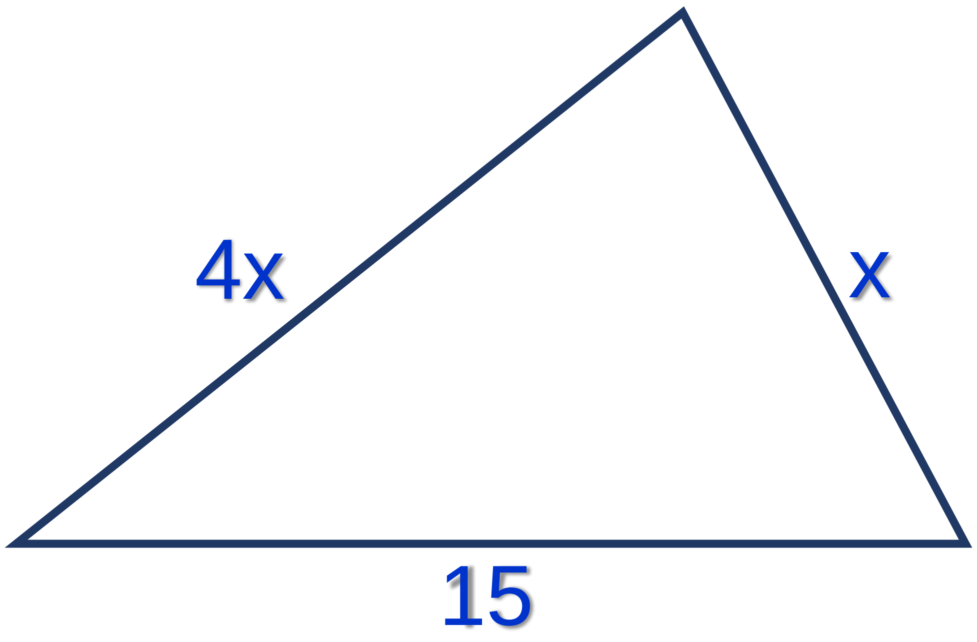
$$3x + x = 80°$$

$$4x = 80°$$

$$\boxed{x = 20°}$$

2. En la figura, halle el valor entero que puede tomar x, si $x \in Z^+$.

Resolución



- Piden: El valor entero de x
- Por teorema de la existencia

$$4x - x < 15 < 4x + x$$

$$\boxed{3x < 15} < 5x$$

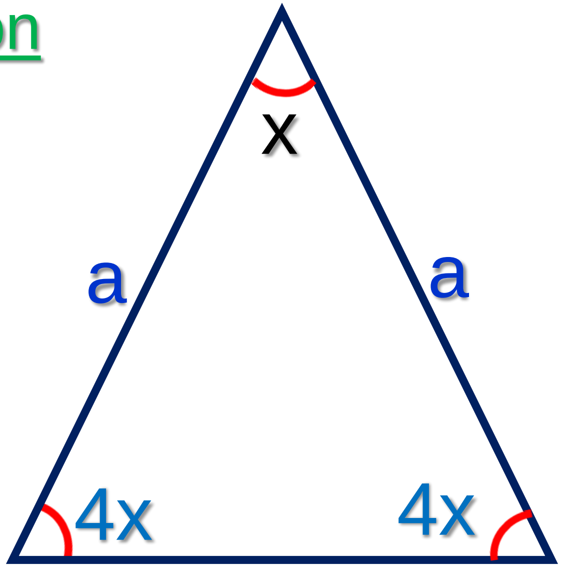
$3x < 15$	$15 < 5x$
$x < 5$	$3 < x$

$$3 < x < 5$$

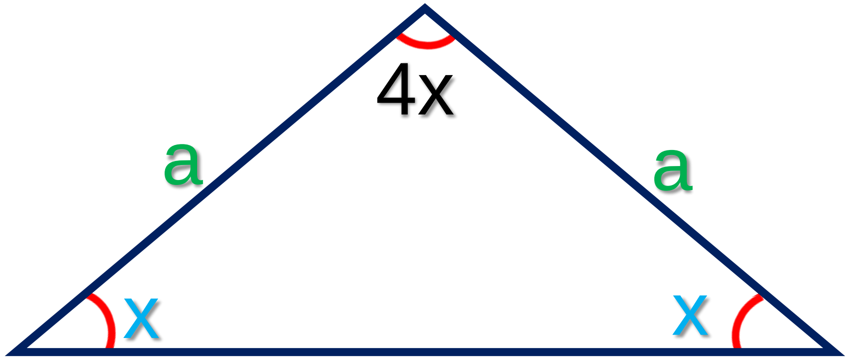
$$\boxed{x_{(entero)} = 4}$$

3. Dos ángulos internos de un triángulo isósceles miden x y 4x. ¿Cuál es un posible valor de x?

Resolución



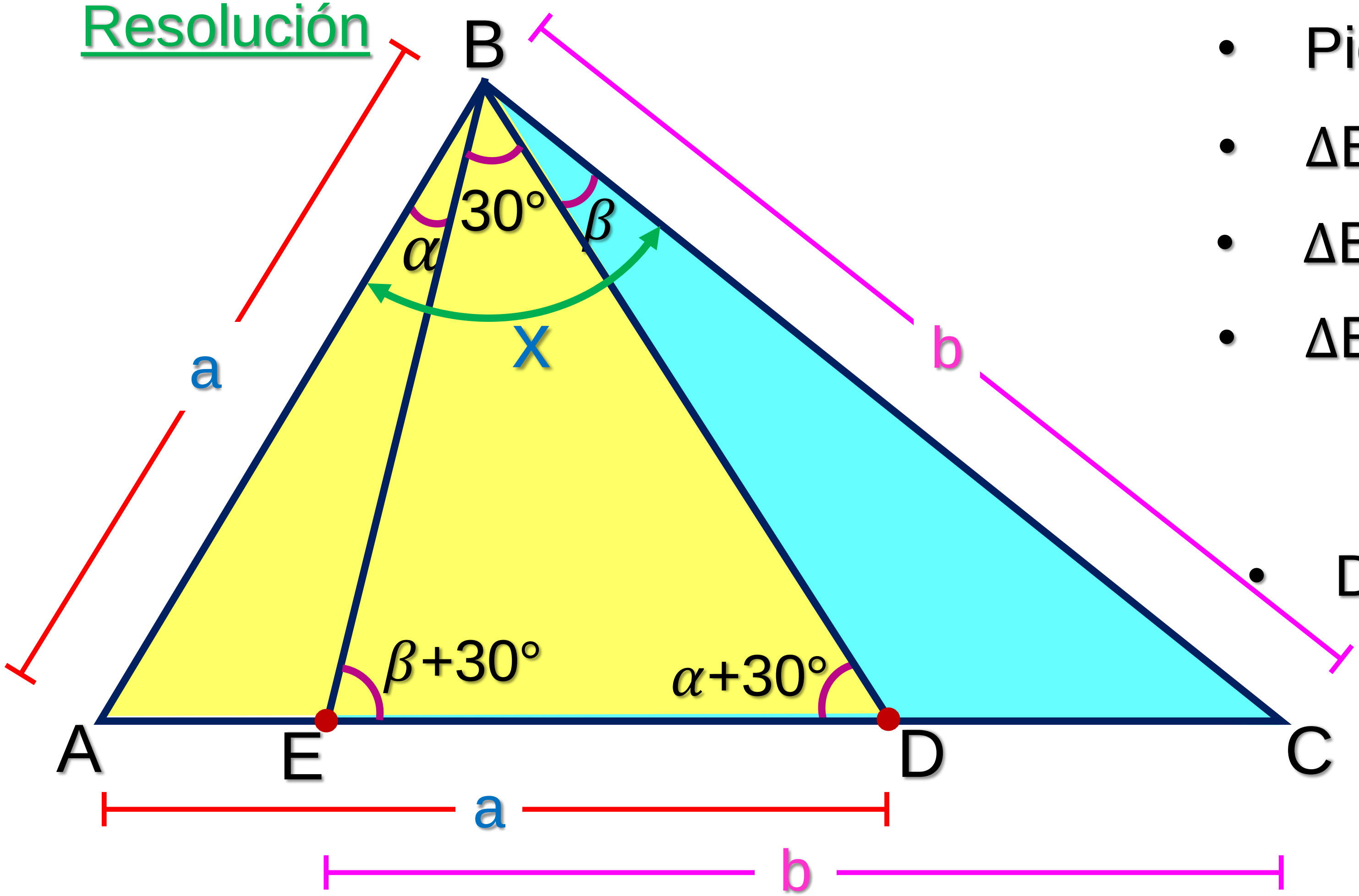
$$4x + 4x + x = 180°$$
$$9x = 180°$$
$$x = 20°$$



$$x + x + 4x = 180°$$
$$6x = 180°$$
$$x = 30°$$

4. En un triángulo ABC, en $\overline{AC}$ se ubica el punto D y en $\overline{AD}$ se ubica el punto E. Si m∡EBD = 30°, AB = AD y BC = EC, halle m∡ABC.

Resolución



- Piden: x
- ΔBAD: Isósceles
- ΔBCE: Isósceles
- ΔEBD:

$$\alpha + 30° + \beta + 30° + 30° = 180°$$

$$\alpha + \beta = 90°$$

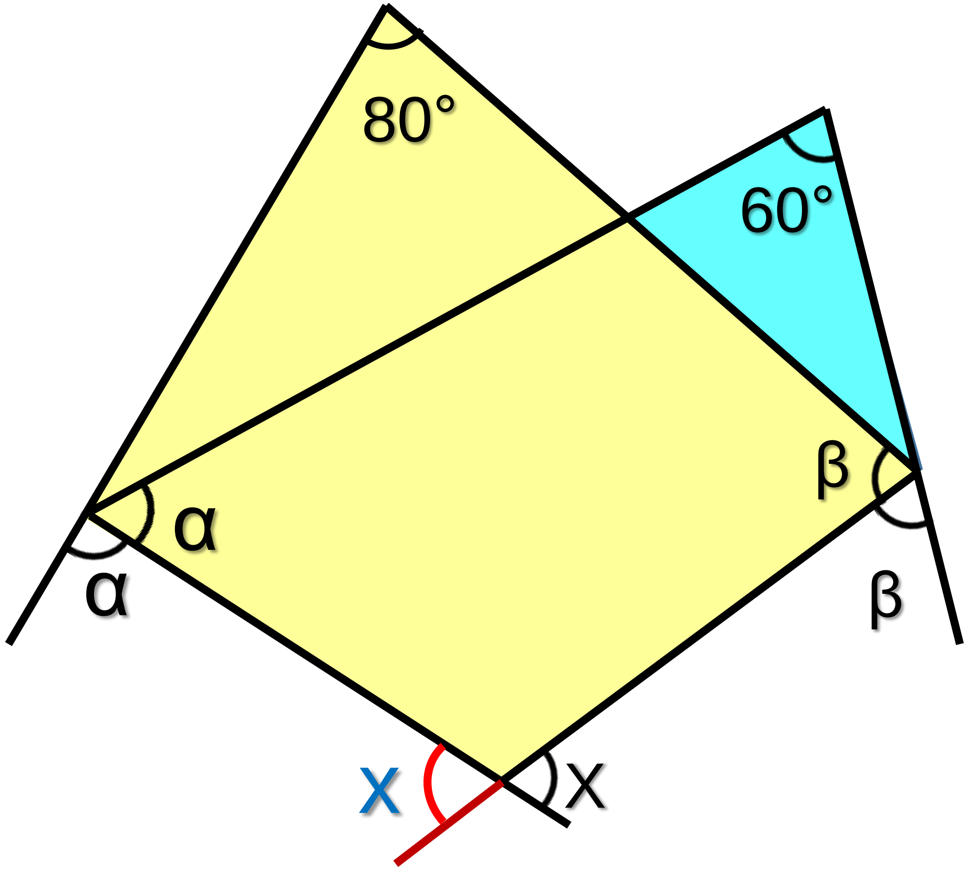
- Del gráfico:

$$x = \underbrace{\alpha + \beta}_{90°} + 30°$$

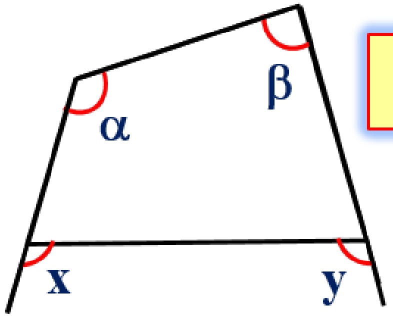
$$\boxed{x = 120°}$$

5. En la figura, halle el valor de *x*.

Resolución



- Piden: x
- Aplicando el teorema:



$$\boxed{x + y = \alpha + \beta}$$

$$x + \beta = \alpha + 60°$$

$$x + \alpha = \beta + 80°$$

$+$

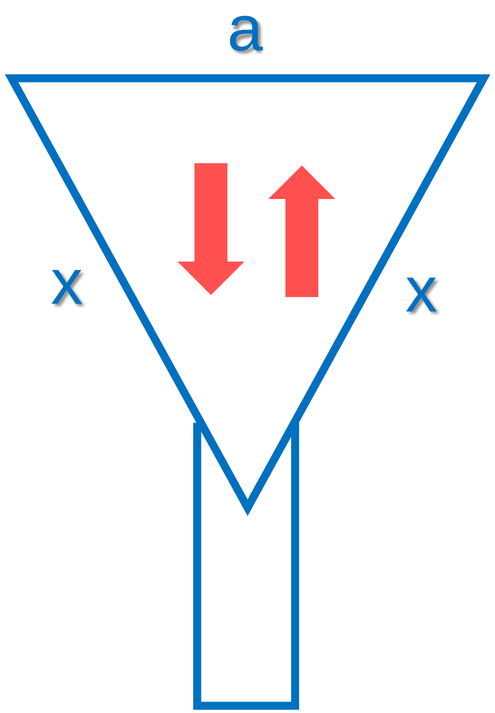
$$2x + \cancel{\alpha + \beta} = \cancel{\alpha + \beta} + 140°$$

$$2x = 140°$$

$$\boxed{x = 70°}$$

6. En la figura se muestra el diseño de una señal de tránsito, la cuál se construirá con una placa metálica de forma de región triangular isósceles de perímetro 160 cm. Calcule el mínimo valor entero que pueda tomar x

Resolución



- Piden: El mínimo valor de x.
- Dato: $x + x + a = 160$

$$\boxed{a =} 160 - 2x \quad \ldots. \ (1)$$

- Aplicando teorema: Desigualdad Triangular

$$x - x < a < x + x$$

$$0 < \boxed{a < 2x} \quad \ldots. \ (2)$$

- Reemplazando 2 en 1.

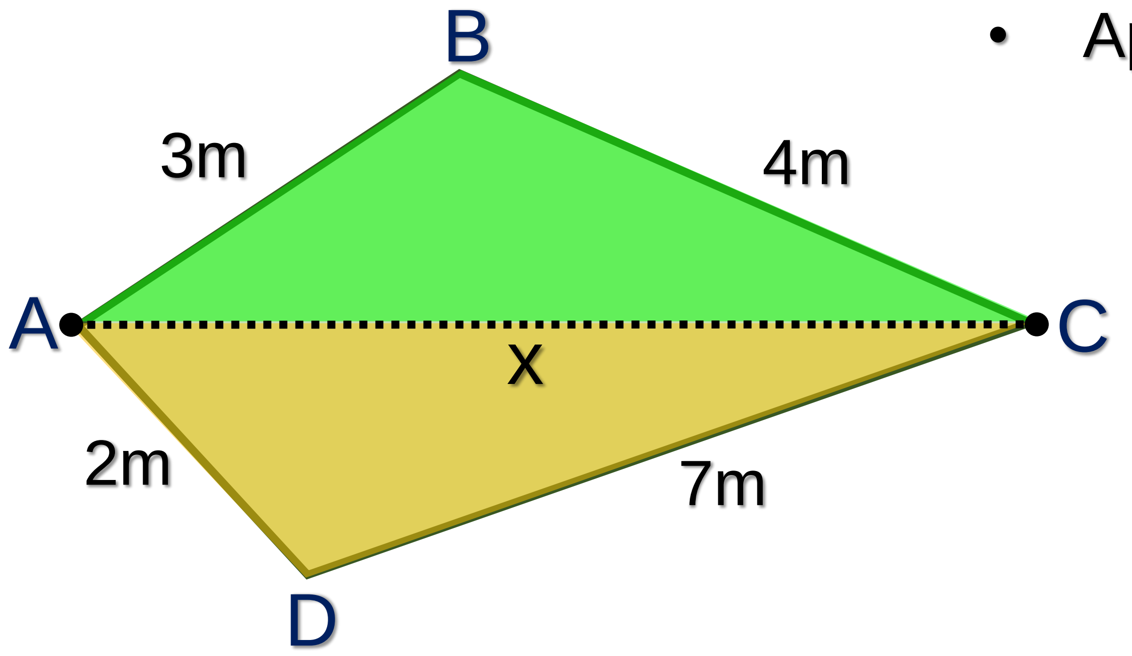
$$160 - 2x < 2x$$

$$160 < 4x$$

$$\boxed{x_{min} = 41 \text{ cm}}$$

7. En la figura se tiene un jardín cuyas dimensiones de su contorno se muestra en cada lado. Determine el número entero de metros de malla metálica que se necesita desde A hasta C para cercar el jardín en dos partes.

Resolución



- Piden: x
- Aplicando el teorema de la existencia.

ΔABC:

$$4 - 3 < x < 4 + 3$$
$$1 < x < 7$$
$$x = \{2; 3; 4; 5 \text{ y } 6\}$$

ΔACD:

$$7 - 2 < x < 7 + 2$$
$$5 < x < 9$$
$$x = \{6; 7 \text{ y } 8\}$$

$$\boxed{x = 6 \text{ m}}$$