MATHEMATICAL REASONING

Chapter 4

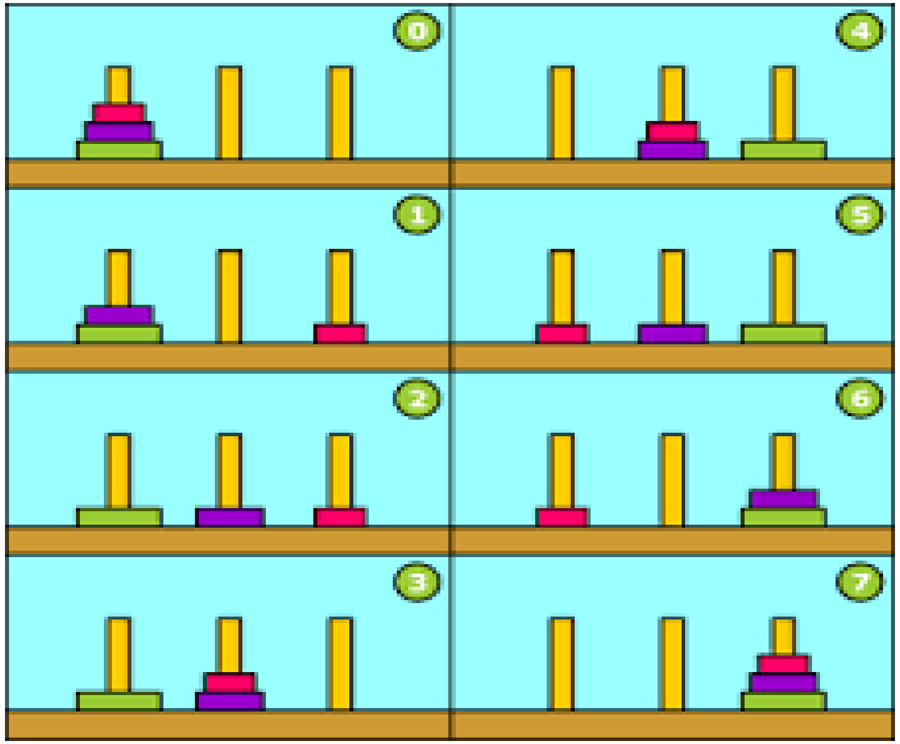
5th
SECONDARY

RAZONAMIENTO INDUCTIVO

SACO OLIVEROS

Torres de Hanoi

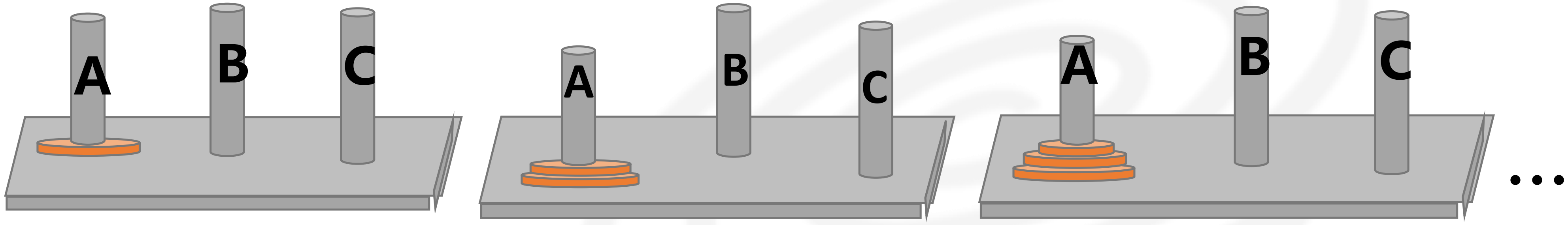
Las **Torres de Hanói** es un rompecabezas o juego matemático inventado en 1883 por el matemático francés Édouard Lucas. Este juego de mesa individual consiste en un número de discos perforados de radio creciente que se apilan insertándose en uno de los tres postes fijados a un tablero.



Las torres de Hanói se juega pasando todos los discos de la varilla ocupada a una de las otras varillas vacantes. Para lograr este objetivo, es necesario seguir tres simples reglas:

1. Solo se puede mover un disco cada vez.
2. Un disco de mayor tamaño no puede descansar sobre uno más pequeño que él mismo.
3. Solo puedes desplazar el disco que se encuentre arriba de cada varilla.

¿Cuántos movimientos como mínimo se deben realizar para cumplir pasar 6 discos?



PARA 1 DISCO	PARA 2 DISCOS	PARA 3 DISCOS	...	PARA 6 DISCOS
1	3	7	...	63
$2^1 - 1$	$2^2 - 1$	$2^3 - 1$	...	$2^6 - 1$

¿Qué es el razonamiento inductivo?

Es aquella forma del pensamiento que nos permite encontrar ciertos patrones al observar situaciones similares entre sí, y formular conjeturas (conclusiones) a partir de ellas.

INDUCCIÓN

CASOS PARTICULARES

CASOS GENERALES

RECOMENDACIONES PARA RESOLVER ESTE TIPO DE EJERCICIOS…

SE ANALIZAN COMO MÍNIMO 3 CASOS PARTICULARES.

SE BUSCA RELACIONAR EL RESULTADO CON EL NÚMERO DE CASO QUE SE ANALIZA PARA HALLAR EL CASO GENERAL.

SABIENDO EL CASO GENERAL , SE HALLA EL CASO PEDIDO.

HELICO PRACTICE

Calcule la suma de cifras del resultado de: $M = (\underbrace{333\ldots32}_{60\ cifras})(\underbrace{333\ldots31}_{60\ cifras})$

Resolución

suma de cifras

$$(\underbrace{32}_{2\ cifras})(\underbrace{31}_{2\ cifras}) = 992 \longrightarrow 20 = \mathbf{2} \times 9 + 2$$

$$(\underbrace{332}_{3\ cifras})(\underbrace{331}_{3\ cifras}) = 109892 \longrightarrow 29 = \mathbf{3} \times 9 + 2$$

$$(\underbrace{3332}_{4\ cifras})(\underbrace{3331}_{4\ cifras}) = 11098892 \longrightarrow 38 = \mathbf{4} \times 9 + 2$$

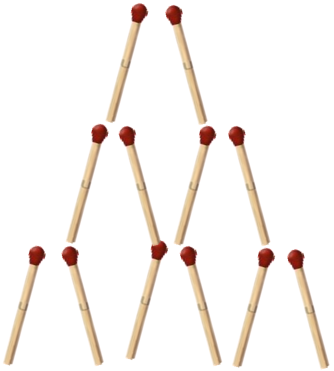
$$M = (\underbrace{333\ldots32}_{60\ cifras})(\underbrace{333\ldots31}_{60\ cifras})$$

$$= \mathbf{60} \times 9 + 2$$

$$= \mathbf{540} + 2$$

Rpta.: 542

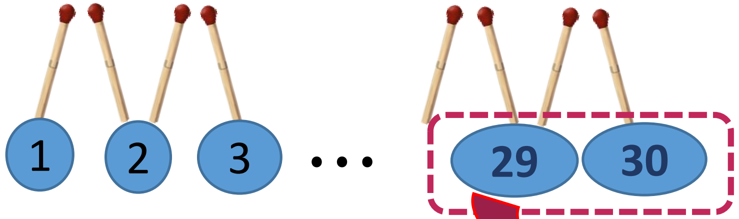
Halle el número total de palitos



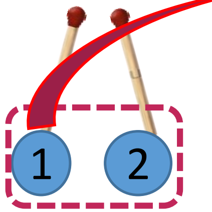
Números rectangulares

2, 6, 12, 20, 30, …

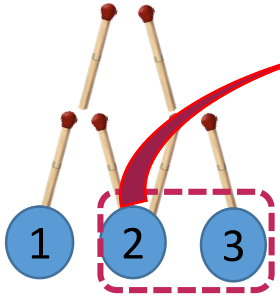
$$t_n = n(n+1)$$



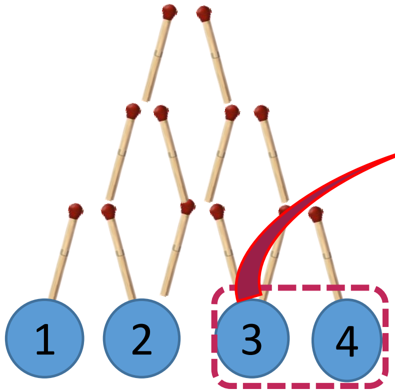
Resolución



$$2 = 1 \times 2$$



$$6 = 2 \times 3$$



$$12 = 3 \times 4$$

$$= 29 \times 30$$

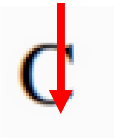
$$Rpta.: 870$$

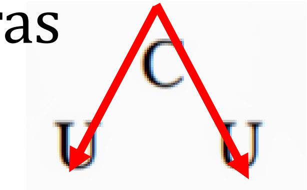
Halle el total de palabras CUADERNO.

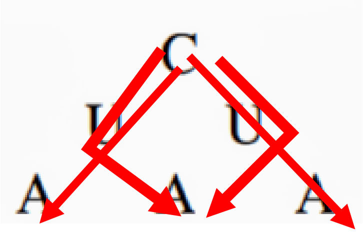
C
U U
A A A
D D D D
E E E E E
R R R R R R
N N N N N N N
O O O O O O O O

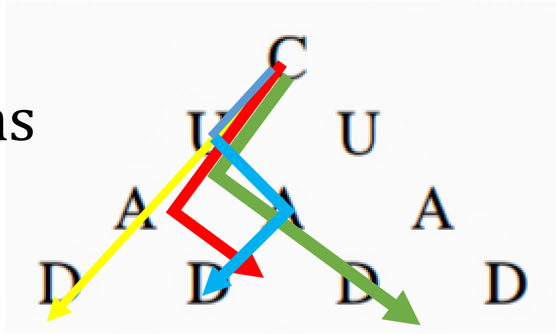
Resolución

Analizamos casos particulares

- 1 letra  $1 = 2^0$

- 2 letras  $2 = 2^1$

- 3 letras  $4 = 2^2$

- 4 letras  $8 = 2^3$

Se concluye: $\boxed{Total\ de\ palabras = 2^{n°\ de\ letras\ -1}}$

$$\text{Total de palabras} = 2^{8-1} = 2^7$$

Rpta.: 128

¿Cuántas palabras ALUMNO se pueden leer en el arreglo, uniendo siempre letras vecinas?

A
L L L
U U U U U
M M M M M M M
N N N N N N N N N
O O O O O O O O O O O

Resolución

Analizamos casos particulares

- 1 letra A $\quad 1 = 3^0$
- 2 letras A / L L L $\quad 3 = 3^1$
- 3 letras A / L L L / U U U U U $\quad 9 = 3^2$

Se concluye:

$$\boxed{Total\ de\ palabras = 3^{n°\ de\ letras\ -1}}$$

$$\text{Total de palabras} = 3^{6-1}$$

$$\text{Total de palabras} = 3^{5}$$

$$\boldsymbol{Rpta.: 243}$$

5 HELICO PRACTICE

Calcule la suma de los elementos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 20 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & \cdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & 6 & \cdots & \vdots \\ 4 & 5 & 6 & 7 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boxed{20} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \end{pmatrix}$$

Resolución

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \boxed{2} & 3 \end{pmatrix}$$ CUYA SUMA ES: $8 = 2^3$

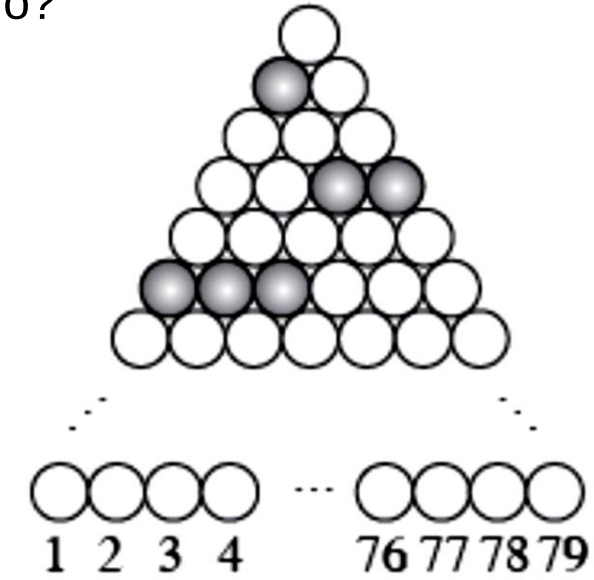
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ \boxed{3} & 4 & 5 \end{pmatrix} \longrightarrow 27 = 3^3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ \boxed{4} & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \longrightarrow 64 = 4^3$$

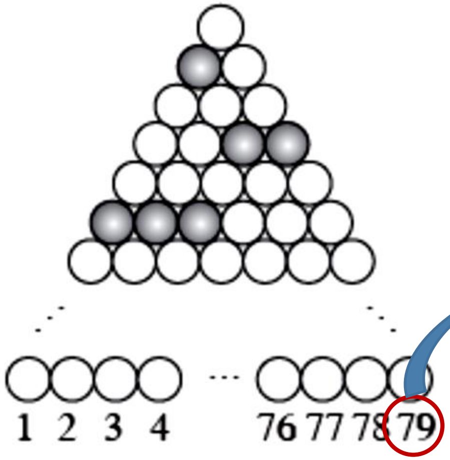
$$\mathbf{20^3}$$

$$\boldsymbol{Rpta.: 8000}$$

Estando reunidos un grupo de amigos en la casa de Ana, formaron una estructura triangular utilizando fichas blancas y fichas negras y colocándolas de manera especial (ver figura inferior) hasta el momento en que se acabaron las fichas blancas. ¿Cuál fue el número total de fichas blancas utilizadas en la formación del arreglo?



Resolución: Primero hallamos el total de discos



$$\frac{79(80)}{2} = 3160$$

DISCOS OSCUROS

Notamos que los discos oscuros están ubicados en las filas pares, si hay 79 filas en total entonces hay 39 filas pares.

$$1+2+3+4+5+6+\ldots+39 \Rightarrow \frac{39(40)}{2} = 780$$

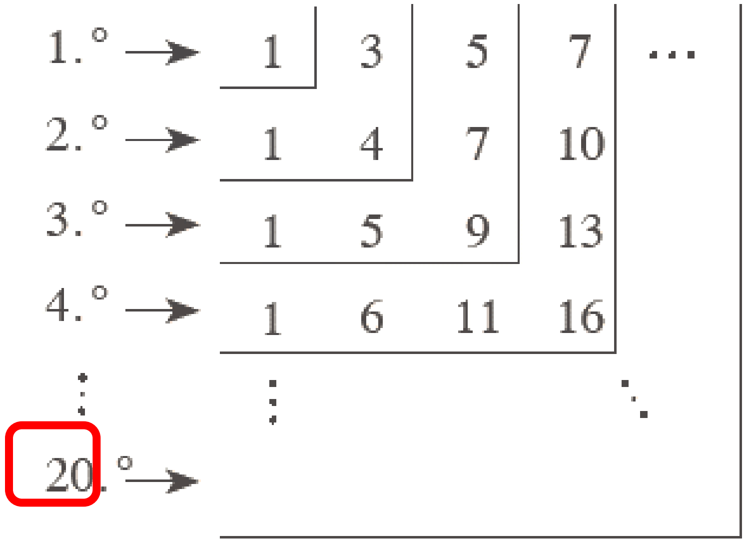
DISCOS BLANCOS = 3160 – 780

DISCOS BLANCOS = 2380

Rpta. 2380

7 HELICO PRACTICE

Las líneas o barras de la figura inferior representan parte de las zonas de distribución de viviendas, por pasajes, de una ciudad futurista, y los números, la numeración de las casas de cada pasaje (las puertas de las casas están dirigidas siempre a la zona central de la urbanización). Halla la suma de los números de las casas del vigésimo pasaje.



Resolución

1.° → 1 — CUYA SUMA ES: $1 = 1^3$

2.° → 1, 4, 3 → $8 = 2^3$

3.° → 1, 5, 9, 7, 5 → $27 = 3^3$

4.° → 1, 6, 11, 16, 13, 10, 7 → $64 = 4^3$

$$\boldsymbol{RESPUESTA: 20^3 = 8000}$$