

ALGEBRA

Chapter 13

2th
Session II

LEYES DE EXPONENTES
PARA LA POTENCIACIÓN



 **SACO OLIVEROS**

HELICO MOTIVATING



¿ESTAS LISTO PARA UN RETO?

¿Puedes hallar el cociente notable de la siguiente división en 15 segundos?

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} =$$

15

Rpta: $x + y$

“NUNCA he encontrado una persona tan ignorante que no se pueda aprender algo de ella”

Galileo Galilei

HELICO THEORY

CHAPTER 13

COCIENTE NOTABLE

FORMA GENERAL:

Sea la división

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

genera un cociente notable (CN) cuando se cumple:

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

donde n es el número de términos del CN.

I. Si la división es exacta [$R(x, y) \equiv 0$] se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y)$$

II. Si la división es inexacta [$R(x, y) \neq 0$] se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y) + \frac{R(x, y)}{x^p \pm y^q}$$

Consideramos CN a los originados por divisiones exactas.

CASO I:

$$\frac{x^a - y^b}{x^p - y^q} ; (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

Ejemplos:

$$\frac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

$$n = \frac{5}{1} \Rightarrow n = 5 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{16} - y^{24}}{x^2 - y^3} = x^{14} + x^{12}y^3 + x^{10}y^6 + x^8y^9 + x^6y^{12} + x^4y^{15} + x^2y^{18} + y^{21}$$

$$n = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} \Rightarrow n = 8 \text{ términos}$$

CASO II:

$$\frac{x^a - y^b}{x^p + y^q} ; (\forall n \text{ par}, n \geq 2)$$

Ejemplos:

$$\frac{x^{32} - y^{40}}{x^4 + y^5} = x^{28} - x^{24}y^5 + x^{20}y^{10} - x^{16}y^{15} + x^{12}y^{20} - x^8y^{25} + x^4y^{30} - y^{35}$$

$$n = \frac{32}{4} = \frac{40}{5} \Rightarrow n = 8 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{36} - y^{12}}{x^6 + y^2} = x^{30} - x^{24}y^2 + x^{18}y^4 - x^{12}y^6 + x^6y^8 - y^{10}$$

$$n = \frac{36}{6} = \frac{12}{2} \Rightarrow n = 6 \text{ términos}$$

CASO III:

$$\frac{x^a + y^b}{x^p + y^q} ; (\forall n \text{ impar})$$

Ejemplos:

$$\frac{x^{21} + y^{42}}{x^3 + y^6} = x^{18} - x^{15}y^6 + x^{12}y^{12} - x^9y^{18} + x^6y^{24} - x^3y^{30} + y^{36}$$

$$n = \frac{21}{3} = \frac{42}{6} \Rightarrow n = 7 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{45} + 1}{x^5 + 1} = x^{40} - x^{35} + x^{30} - x^{25} + x^{20} - x^{15} + x^{10} - x^5 + 1$$

$$n = \frac{45}{5} \Rightarrow n = 9 \text{ términos}$$

TÉRMINO DE LUGAR k :

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} \quad ; \quad \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; \quad (\forall n \geq 2 \quad ; \quad n \in \mathbb{N})$$

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

TÉRMINO CENTRAL:

I. Cuando el valor de n es impar:

$$T_c = T_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \Rightarrow k = \left(\frac{n+1}{2}\right) \Rightarrow T_c = \pm (x^p \cdot y^q)^{\frac{n-1}{2}}$$

II. Cuando el valor de n es par:

$$\text{Lugar}(T_{c_1}) = \left(\frac{n}{2}\right) \Rightarrow k = \left(\frac{n}{2}\right) \in \mathbb{N}$$

$$\text{Lugar}(T_{c_2}) = \left(\frac{n+2}{2}\right) \Rightarrow k = \left(\frac{n+2}{2}\right) \in \mathbb{N}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 13

PROBLEMA 1

HELICO | PRACTICE

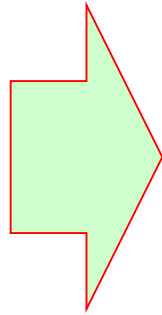
Calcule el valor de b en

$$\frac{x^b + y^{15}}{x^2 + y^3}$$

Si genera un cociente notable.

Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:



$$\frac{b}{2} = \frac{15}{3} = n (\# \text{ términos del C.N})$$

$$\frac{b}{2} = 5$$

$$\rightarrow b = 10$$

Rpta:

$$b = 10$$

PROBLEMA 2

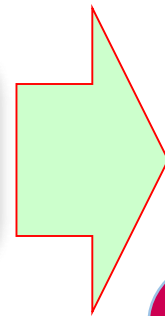
HELICO | PRACTICE

Obtenga el valor de a en el siguiente cociente notable

$$\frac{x^{a-3} - y^{a+1}}{x^3 - y^4}$$

Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:



$$\frac{a-3}{3} = \frac{a+1}{4} = n (\# \text{ términos del C.N})$$
$$4(a-3) = 3(a+1)$$
$$4a - 12 = 3a + 3$$
$$4a - 3a = 3 + 12$$
$$\therefore a = 15$$

Rpta: $a = 15$

PROBLEMA 3

HELICO | PRACTICE

Determine el **término central** en el cociente notable de:

$$\frac{x^{13} - y^{13}}{x^1 - y^1}$$

Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$\text{Lugar}(T_c) = \frac{n + 1}{2}$$

$$\text{Lugar}(T_c) = \frac{13 + 1}{2} = 7 \rightarrow k = 7$$

$$n(\# \text{ términos del C.N}) = \frac{13}{1} = 13$$

Entonces el **Término General** (T_k)

$$t_k = (\text{signo}) (x^1)^{n-k} (y^1)^{k-1}$$

Estamos en el 1^{er} caso de C.N
El signo siempre es +, así k

$$t_7 = (x^1)^6 (y^1)^6 \quad \text{Ppta: } T_c = x^6 y^6$$

PROBLEMA 4

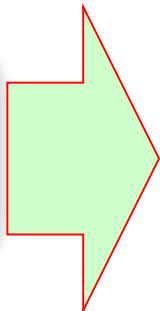
HELICO | PRACTICE

Indique el número de términos del cociente notable.

$$\frac{x^{n-4} - y^{n+3}}{x^5 - y^6}$$

Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:


$$\frac{n-4}{5} = \frac{n+3}{6} = n (\# \text{ términos del C.N})$$

$$6(n-4) = 5(n+3)$$

$$6n - 24 = 5n + 15$$

$$6n - 5n = 15 + 24$$

$$\rightarrow n = 39$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = (\# \text{ términos})$$

$$\frac{+3}{6} = n$$

Rpta: $(\# \text{ términos})n = 7$

PROBLEMA 5

Calcule el **grado absoluto del término central** del siguiente cociente notable.

$$\frac{x^{n+7} - y^{n-4}}{x^3 - y^2}$$

Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$\text{Lugar}(T_c) = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{Lugar}(T_c) = \frac{11+1}{2} = 6$$

$\rightarrow k = 6$

$$\frac{n+7}{3} = \frac{n-4}{2} = 11 = (\# \text{ términos del C.N})$$

Entonces el Término General (T_k)

$$T_k = (\text{signo}) (x^3)^{n-k} (y^2)^{k-1}$$

Estamos en el 1er caso de C.N

El signo siempre es +, así k

$\rightarrow n = 26$ sea PAR o IMPAR

$t_6 = x^{15} y^{10}$

Rpta: **GA = 25**

PROBLEMA 6

Indique el grado del término central del cociente notable y él te indicará lo que gastó diariamente, en soles, María en el colegio Saco Oliveros.

$$\frac{x^{27} - y^{36}}{x^3 - y^4}$$

¿Cuánto gastó diariamente?

Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$\text{Lugar}(T_c) = \frac{n + 1}{2}$$

$$\text{Lugar}(T_c) = \frac{9 + 1}{2} = 5 \rightarrow k = 5$$

$$\frac{27}{3} = \frac{36}{4} = 9 \text{ (# términos del C.N)}$$

Entonces el Término General (T_k)

$$t_k = (\text{signo})(x^3)^{n-k}(y^4)^{k-1}$$

Estamos en el caso de C.N

El signo siempre es +, así k

$$t_5 = x^{12}y^{16}$$

Rpta: Gastó s/28

PROBLEMA 7

HELICO | PRACTICE

Reduzca $T = \frac{x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$ el grado de T indica el número de pastillas que Josefina debe de tomar al día como parte de su tratamiento médico. Si Josefina empezó a tomarlo desde hace una semana atrás, y el tratamiento dura por 30 días, ¿Cuántas pastillas le falta tomar para terminar su tratamiento?

Resolución:

$$T = \frac{x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 + x + 1} = \frac{x^{8-1} + x^{8-2} \cdot 1 + x^{8-3} \cdot 1^2 + x^{8-4} \cdot 1^3 + \dots + 1}{x^{4-1} + x^{4-2} \cdot 1 + x^{4-3} \cdot 1^2 + x^{4-4} \cdot 1^3}$$

$$T = \frac{\frac{x^8 - 1}{x - 1}}{\frac{x^4 - 1}{x - 1}} = \frac{(x^8 - 1)(x - 1)}{(x^4 - 1)(x - 1)} = \frac{(x^4)^2 - 1}{x^4 - 1} = \frac{(x^4 + 1)(x^4 - 1)}{x^4 - 1} = x^4 + 1$$

Diferencia de cuadrados
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
 $x^4 = a, 1 = b$
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
 $x^4 - 1 = (x^4 - 1)(1 + 1)$

Total días de tratamiento = 30
Días de tratamiento realizados = 7
Faltan = 23 días

Rpta:

23x4 pastillas = **92 pastillas**