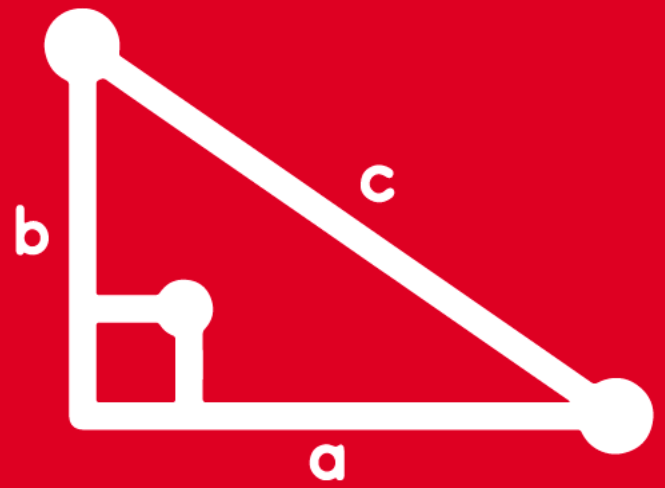
TRIGONOMETRY

Chapter 11



1st
SECONDARY

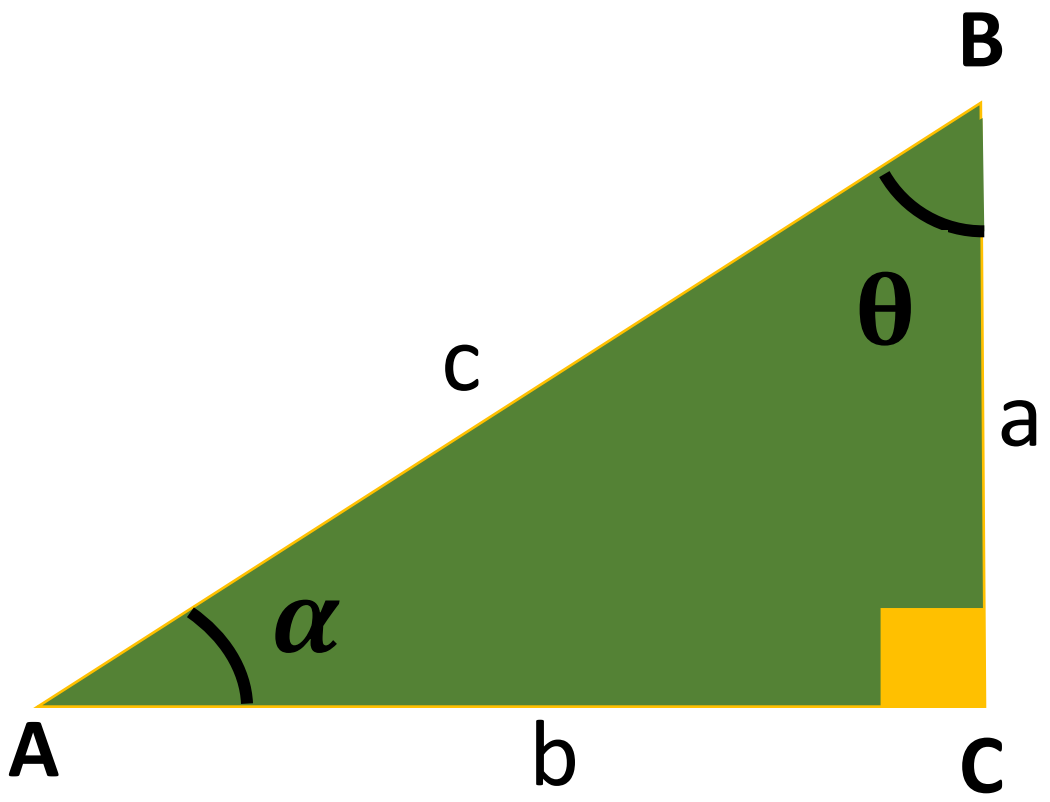
Propiedades de las Razones Trigonométricas II

SACO OLIVEROS

HELICOMOTIVACIÓN

PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO II

Razones Trigonométricas Complementarias



Si $\alpha + \theta = 90°$ entonces

$$\mathbf{sen\alpha = cos\theta = \frac{a}{c}}$$

$$\mathbf{tan\alpha = cot\theta = \frac{a}{b}}$$

$$\mathbf{sec\alpha = csc\theta = \frac{c}{b}}$$

HELICOPRÁCTICA

1 Calcule $M = \frac{a+b}{c}$; si

sen 2a = cos 50°
tan b = cot 30°
sec 42° = csc 6c

Recordar

Si $\theta + \beta = 90°$

$sen\theta = cos\beta$

$tan\theta = cot\beta$

$sec\theta = csc\beta$

Resolución:

sen2a = cos50°

$2a+50° = 90°$

$2a = 40°$

$a = 20°$

tanb = cot30°

$b+30° = 90°$

$b = 60°$

sec42° = csc6c

$42°+6c = 90°$

$6c = 48°$

$c = 8°$

Reemplazamos:

$$M = \frac{a+b}{c} = \frac{20° + 60°}{8°}$$

$$M = \frac{80°}{8°}$$

$\therefore$ M = 10

HELICOPRÁCTICA

2 Sabiendo que sen $3x$ = cos 60°, halle el valor de x.

Recordar

Si: $\theta + \beta = 90°$

$\text{sen}\theta = \cos\beta$

$\tan\theta = \cot\beta$

$\sec\theta = \csc\beta$

Resolución:

$\text{sen}3x = \cos 60°$

$3x + 60° = 90°$

$3x = 30°$

$\therefore x = 10°$

HELICOPRÁCTICA

3 Halle la medida del ángulo θ si sen 3θ = cos 2θ

Recordar

Si θ + β = 90°

$\text{sen}\theta = \cos\beta$

$\tan\theta = \cot\beta$

$\sec\theta = \csc\beta$

Resolución:

$\text{sen}3\theta = \cos2\theta$

$3\theta + 2\theta = 90°$

$5\theta = 90°$

$\therefore \theta = 18°$

HELICOPRÁCTICA

4 Reduzca la expresión

$$M = \frac{5\tan 10^\circ}{\cot 80^\circ} + \frac{3\operatorname{sen} 16^\circ}{\cos 74^\circ} - \frac{\sec 20^\circ}{\csc 70^\circ}$$

Recordar

Si $\theta + \beta = 90^\circ$

$\operatorname{sen}\theta = \cos\beta$ $\quad \operatorname{sen}16^\circ = \cos 74^\circ$

$\tan\theta = \cot\beta$ $\quad \tan 10^\circ = \cot 80^\circ$

$\sec\theta = \csc\beta$ $\quad \sec 20^\circ = \csc 70^\circ$

Resolución:

$$M = \frac{5\tan 10^\circ}{\cot 80^\circ} + \frac{3\operatorname{sen} 16^\circ}{\cos 74^\circ} - \frac{\sec 20^\circ}{\csc 70^\circ}$$

$$M = \frac{5\cot 80^\circ}{\cot 80^\circ} + \frac{3\cos 74^\circ}{\cos 74^\circ} - \frac{\csc 70^\circ}{\csc 70^\circ}$$

$M = 5 + 3 - 1$

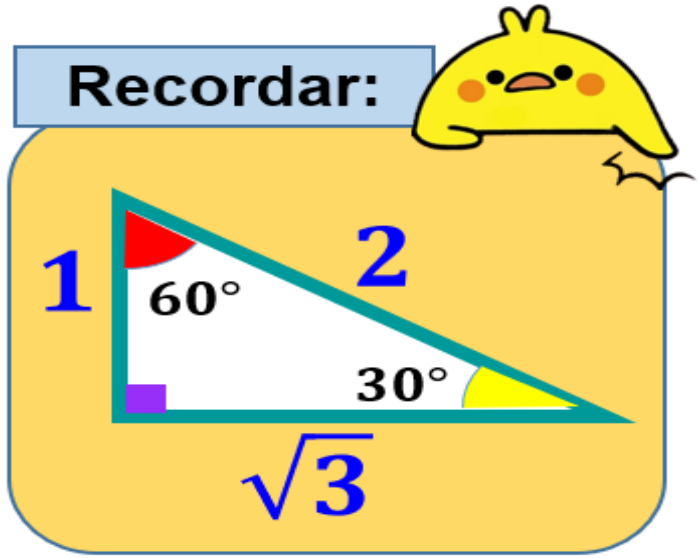
$\therefore M = 7$

HELICOPRÁCTICA

5 Halle el valor de csc 2n, si tan(25° – 2m) = cot(2n + 2m + 35°)

Recuerda que:

Si $\theta + \beta = 90°$ $\Rightarrow$ $\tan\theta = \cot\beta$



Resolución:

$25° - \cancel{2m} + 2n + \cancel{2m} + 35° = 90°$

$60° + 2n = 90°$

$2n = 30°$

$n = 15°$

Calculamos: $\csc 2n = \csc 2(15°)$ **$= \csc 30°$**

$\therefore \csc 2n = 2$

HELICOPRÁCTICA

6 Para determinar quien se sentará en la primera carpeta los estudiantes Hugo y María lanzan un dado cada uno y el que obtenga el mayor número podrá optar por la primera carpeta. Si los resultados fueron x e y respectivamente, indique quien podrá ubicarse en la primera carpeta si además se cumplen las siguientes condiciones: $\sec(x^2)° = \csc 54° \ldots (*)$; $\cos(y^2)° = \operatorname{sen} 74° \ldots (**)$

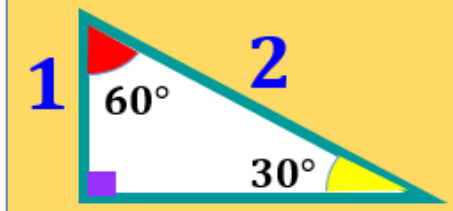
Recuerda que:

Si $\theta + \beta = 90°$

$\operatorname{sen}\theta = \cos\beta$

$\sec\theta = \csc\beta$

Recordar:



Resolución:

De $(*)$:

$(x^2)° + 54° = 90°$

$x^2 = 90 - 54$

$x^2 = 36$

$\mathbf{x = 6}$

De $(**)$:

$(y^2)° + 74° = 90°$

$y^2 = 90 - 74$

$y^2 = 16$

$\mathbf{y = 4}$

Entonces: Hugo se ubicará en la primera carpeta

∴ Hugo

HELICOPRÁCTICA

7 Mis primas Ana y Bertha, tienen a y b años, respectivamente. Averigüe quien de ellas nació primero:

tan(2a + 30)° = cot(a + 15)° y sen(5b – 7)° = cos(b – 5)°

Resolución:

Recuerda que:
si θ + β = 90°

$\text{sen}\theta = \cos\beta$
$\tan\theta = \cot\beta$

$(2a + 30)° + (a + 15)° = 90°$

$3a + 45 = 90$

$3a = 45$

$a = 15$

Edad de Ana = 15

$(5b - 7)° + (b – 5)° = 90°$

$6b – 12 = 90$

$6b = 102$

$b = 17$

Edad de Bertha = 17

∴ Bertha nació primero