

TRIGONOMETRY

Chapter 6



Razones Trigonométricas de
Ángulos Compuestos



TRIGONOMETRY

Índice

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

APORTES DE LOS ÁRABES A LA MATEMÁTICA

“Los árabes adoptaron y desarrollaron la trigonometría hindú”.

- ***Al-Battani (astrónomo) siglo IX*** fue el primero que aplicó el álgebra a la trigonometría.
- ***En el siglo X*** hicieron su aparición la **secante** y la **cosecante**.
- ***Las funciones seno y coseno*** fueron incorporadas de los hindúes.
- ***Las funciones tangente y cotangente*** sí son de origen árabe.



MOTIVATING STRATEGY

Material Digital



Resumen



HELICO THEORY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPUESTOS

1. Identidades para la suma de dos ángulos:

$$\operatorname{sen}(x + y) = \operatorname{sen}x \cdot \operatorname{cos}y + \operatorname{cos}x \cdot \operatorname{sen}y$$

$$\operatorname{cos}(x + y) = \operatorname{cos}x \cdot \operatorname{cos}y - \operatorname{sen}x \cdot \operatorname{sen}y$$

$$\operatorname{tan}(x + y) = \frac{\operatorname{tan}x + \operatorname{tan}y}{1 - \operatorname{tan}x \cdot \operatorname{tan}y}$$

2. Identidades para la diferencia de dos ángulos:

$$\operatorname{sen}(x - y) = \operatorname{sen}x \cdot \operatorname{cos}y - \operatorname{cos}x \cdot \operatorname{sen}y$$

$$\operatorname{cos}(x - y) = \operatorname{cos}x \cdot \operatorname{cos}y + \operatorname{sen}x \cdot \operatorname{sen}y$$

$$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$



Identidades trigonométricas auxiliares de los ángulos compuestos

$$\operatorname{sen}(x+y) \cdot \operatorname{sen}(x-y) = \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 y$$

$$\cos(x+y) \cdot \cos(x-y) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 y$$

$$\tan x + \tan y + \tan(x+y) \cdot \tan x \cdot \tan y = \tan(x+y)$$

$$\tan x - \tan y - \tan(x-y) \cdot \tan x \cdot \tan y = \tan(x-y)$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE



1. Calcule el valor de $\text{sen}16^\circ$:

$$\begin{aligned}\text{sen}16^\circ &= \text{sen}(53^\circ - 37^\circ) \\ &= \text{sen}53^\circ \cdot \cos37^\circ - \cos53^\circ \cdot \text{sen}37^\circ \\ &= \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \\ &= \frac{16}{25} - \frac{9}{25}\end{aligned}$$

$$\text{sen}16^\circ = \frac{7}{25}$$

2. Reducir:



$$k = \text{sen}50^\circ \cdot \text{cos}20^\circ - \text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}50^\circ$$

$$k = \text{sen}50^\circ \cdot \text{cos}20^\circ - \text{cos}50^\circ \cdot \text{sen}20^\circ$$

$$\text{sen}(50^\circ - 20^\circ)$$

$$k = \text{sen}30^\circ$$

$$k = \frac{1}{2}$$



3. Si α y β son ángulos agudos; calcule:

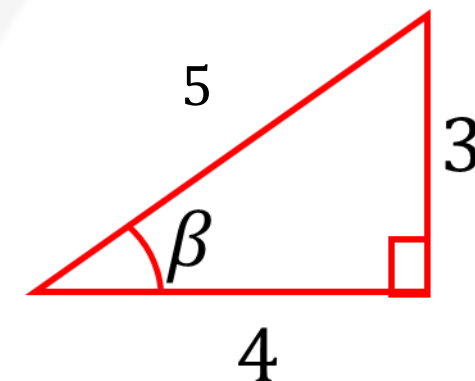
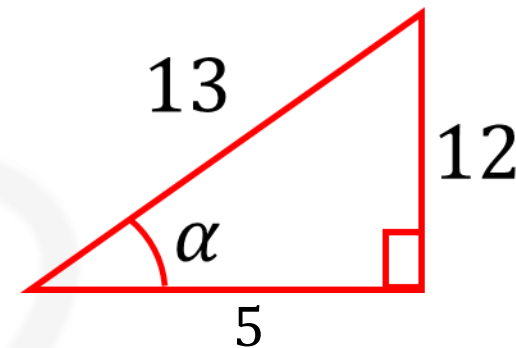
$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta), \text{ si } \operatorname{sen} \alpha = \frac{12}{13} \text{ y } \tan \beta = \frac{3}{4}$$

Sabemos:

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta + \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} &= \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13} \\ &= \frac{48}{65} + \frac{15}{65} \end{aligned}$$

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \frac{63}{65}$$





4. Simplifique:

$$M = \frac{\text{sen}(\alpha - \theta) + \text{sen}\theta \cdot \cos\alpha}{\text{sen}\alpha \cdot \cos\theta}$$

$$M = \frac{\text{sen}\alpha \cdot \cos\theta - \cancel{\cos\alpha \cdot \text{sen}\theta} + \cancel{\text{sen}\theta \cdot \cos\alpha}}{\text{sen}\alpha \cdot \cos\theta}$$

$$M = \frac{\cancel{\text{sen}\alpha \cdot \cos\theta}}{\cancel{\text{sen}\alpha \cdot \cos\theta}}$$

$$M = 1$$



5. Simplifique:



$$M = \frac{\text{sen}3x\cos2x + \text{sen}2x\cos3x}{\text{sen}4x\cos x + \text{sen}x\cos4x}$$

$\text{sen}(3x + 2x)$

$$M = \frac{\text{sen}3x\cos2x + \cos3x\text{sen}2x}{\text{sen}4x\cos x + \cos4x\text{sen}x}$$



$$M = \frac{\cancel{\text{sen}5x}}{\cancel{\text{sen}5x}}$$

$\text{sen}(4x + x)$

$$M = 1$$

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



Calcule el valor de $\sin 75^\circ$.

- A) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
 C) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{1}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{1}}{2}$
 E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

1.

Problema 07



Reduzca.

$$K = \sin 20^\circ \cdot \cos 17^\circ + \sin 17^\circ \cdot \cos 20^\circ$$

2. Reduzca

$$K = \sin 20^\circ \cdot \cos 17^\circ + \sin 17^\circ \cdot \cos 20^\circ$$

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

3. Si $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ y $\sec \beta = \frac{5}{3}$, calcule $\cos(\alpha - \beta)$

- A) $\frac{7}{25}$ B) $\frac{24}{25}$ C) 1
 D) $\frac{12}{13}$ E) $\frac{3}{5}$

Problema 08



Si $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ y $\sec \beta = \frac{5}{3}$, calcule $\cos(\alpha - \beta)$

- A) $\frac{7}{25}$ B) $\frac{24}{25}$ C) 1
 D) $\frac{12}{13}$ E) $\frac{3}{5}$

Problema 09



Guillermo estaba discutiendo con su compañero Pablo, pues dice que los “1000E” soles que reciben es poco y que deberían recibir el doble. Calcular la cantidad de soles que deberían recibir según Guillermo, si :

$$E = \frac{\sin(\alpha + \theta) - \sin \alpha \cdot \cos \theta}{\sin \theta \cdot \sin \alpha}$$

- A) 1000 soles B) 2000 soles
C) 3000 soles D) 1200 soles

Problema 10



Maxi hablaba con su compañero Javier y le reclama porque le debe una pollada de “15Pcot(10x)” soles. Calcule cuanto tiene que pagar Javier a Maxi, si:

$$P = \frac{\sin 7x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 7x}{\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x}$$

- A) 10 soles B) 20 soles
C) 15 soles D) 30 soles

