



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 10, 11 & 12

4th
OF SECONDARY

FEED BACK



 **SACO OLIVEROS**

LEYES DE COMPOSICIÓN



HELICO | PRACTICE

1

La siguiente operación matemática está definida en el campo de los números enteros (\mathbb{Z}).

$$a \Delta b = a + b - 7$$

Coloque verdad (V) o falsedad (F) según sea:

 Resolución:

a. La operación Δ es conmutativa. (V)

b. La operación es asociativa. (V)

c. El elemento neutro es 7. (V)

$$a \Delta b = a + b - 7$$

$$\underline{a \Delta e} = a + e - 7$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 7$$

$$7 = e$$

d. $5^{-1} = 8$ (F)

$$\underline{5 \Delta 5^{-1}} = 5 + 5^{-1} - 7$$

$$= 5^{-1} - 2$$

$$9 = 5^{-1}$$

$\therefore \underline{\underline{V, V, V, F}}$

2

Se define en \mathbb{Z}

Si: $p \heartsuit q = p + q - 8$

Determine:

$$3^{-1} \heartsuit 11^{-1}$$

Recordemos:

$$a \heartsuit a^{-1} = a^{-1} \heartsuit a = e$$

De la operación: $e = +8$

Resolución:

$$p \heartsuit q = p + q - 8$$

$$\underbrace{a \heartsuit a^{-1}}_e = a + a^{-1} - 8$$

$$e = a + a^{-1} - 8$$

$$8 = a + a^{-1} - 8$$

$$16 - a = a^{-1}$$

$$13 = 3^{-1}$$

$$5 = 11^{-1}$$

Piden:

$$3^{-1} \heartsuit 11^{-1}$$

$$13 \heartsuit 5 = 13 + 5 - 8$$

$$\therefore \underline{\underline{10}}$$

HELICO | PRACTICE

3

Angélica discutía con su amiga Camila sobre la resolución más corta para este problema:

Si:

$$m \otimes n = \frac{mn}{2}$$

Calcule el valor de P

$$P = 3^{-1} \otimes 8^{-1}$$

Definida en \mathbb{R}

Resolución:

Elemento neutro:

$$m \otimes n = \frac{mn}{2}$$

$$\underbrace{a \otimes e}_e = \frac{ae}{2}$$

$$\cancel{a} = \frac{\cancel{ae}}{2}$$

$$2 = e$$

$$P = 3^{-1} \otimes 8^{-1}$$

$$P = \frac{4}{3} \otimes \frac{1}{2} = \frac{\frac{4}{6}}{2} = \frac{4}{12}$$

$$m \otimes n = \frac{mn}{2}$$

$$\underbrace{a \otimes a^{-1}}_e = \frac{a \cdot a^{-1}}{2}$$

$$2 = \frac{a \cdot a^{-1}}{2}$$

$$\frac{4}{a} = a^{-1}$$

$$\therefore \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$



FRACCIONES



HELICO | PRACTICE

4

Cada año una moto pierde una fracción de su valor: el primer año, $\frac{1}{3}$ de su valor; el segundo año, un cuarto de su nuevo valor y el tercer año, $\frac{1}{5}$ de su nuevo valor. Si después de esos tres años, la moto se vende en 1200 dólares. ¿Cuál era su valor original?

 Resolución:

Piden el valor original de la moto (M).

$$\begin{array}{rcccl} \text{PIERDE} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \text{QUEDA} & \frac{2}{3} & \times \frac{3}{4} & \times \frac{4}{5} (M) & = \frac{2}{5} (M) \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Después de 3 años: } \frac{2}{5} (M) &= 1200 \\ 2M &= 6000 \end{aligned}$$

$$\therefore M = \underline{\underline{3000}}$$

5

De un vaso lleno con agua, bebo la sexta parte y luego la cuarta parte del resto.
¿Qué fracción de lo que queda debo volver a beber para que aún sobren los $\frac{3}{8}$ del total?

HELICO | PRACTICE

Resolución:

Piden la fracción que debo volver a beber.

BEBE

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{6}$$

QUEDA

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} (24) = 15$$

Me debe sobrar: $\frac{3}{8} (24) = 9$

Debe volver a beber: $6 \rightarrow \frac{6}{15}$

$$\therefore f = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

TOTAL DE AGUA



HELICO | PRACTICE

6

Un cajón contiene $\frac{2}{25}$ de huevos rotos del total. Si $\frac{1}{10}$ de la diferencia entre el total y los huevos rotos es 161, halle el número total de huevos.

 Resolución:

Piden determinar el total de huevos: x

HUEVOS ROTOS: $\frac{2}{25}x$

Luego

$$\frac{1}{10} \left(\frac{23}{25}x \right) = 161$$

$$\rightarrow x = 1750$$

$$\therefore \text{Total huevos} = \underline{\underline{1750}}$$

7

Los $\frac{2}{3}$ de los profesores de un colegio son mujeres y 12 de los varones son solteros mientras que $\frac{3}{5}$ de los profesores hombres son casados. El número total de profesores en este colegio es:

HELICO | PRACTICE

Resolución:

Piden determinar el número total de profesores: x

	SOLTEROS	CASADOS	
VARONES	12	$\frac{3}{5} \left(\frac{1}{3} (x) \right)$	$\frac{1}{3} (x)$
MUJERES			$\frac{2}{3} (x)$

$$\frac{2}{5} \left(\frac{1}{3} (x) \right) = 12 \quad \rightarrow \quad x = 90$$

\therefore *Total profesores = 90*



REDUCCIÓN A LA UNIDAD



8

A y B pueden hacer una obra en 20 días. A lo haría solo, en 30 días. Si A trabaja solo durante 10 días. ¿Cuántos días empleará B para terminar la obra?

HELICO | PRACTICE

 Resolución:

	OBRATOTAL	EN1 DÍA
A	30 días	$\frac{1}{30}$
B	x días	$\frac{1}{x}$
A + B	20 días	$\frac{1}{20}$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \right) 60x$$

$$2x + 60 = 3x$$

$$60 = x$$

Ahora:

"A" trabajó sólo 10 días
avanzó: $\frac{1}{3}$ Obra

→ B debe realizar $\frac{2}{3}(60)$

∴ 40 días

HELICO | PRACTICE

9

Dos caños, A y B, pueden llenar un tanque en 12 horas; B y C lo pueden llenar en 10 horas; A y C, en 15 horas. Si se abren los tres caños al mismo tiempo estando el tanque lleno en su cuarta parte, ¿en cuánto tiempo completaría el llenado del tanque?

 Resolución:

Piden el tiempo del llenado de los $\frac{3}{4}$ del tanque.

En 1h llenan:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{1}{15}$$



$$2\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}\right) = \frac{15}{60}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow t_{\text{llenado}} = 8h$$

$$\therefore t_{\text{llenado de los } 3/4} = \frac{3}{4}(8) = \underline{\underline{6h}}$$

10

El obrero A puede hacer un trabajo en 10 días, B puede hacerlo en 12 días, y C en 15 días. El primer día A solo inicia el trabajo; el tercer día se le une B; luego en el sexto día se les une C y trabajan los tres hasta terminar la obra. ¿Cuántos días demora obra?

HELICO | PRACTICE

 Resolución:

Piden el N° de días que demora la obra.

En 1 día

A → **6k**

B → **5k**

C → **4k**

Obra total
60k

$$2(6k) + 3(11k) + x(15k) = 60k$$

$$12k + 33k + 15kx = 60k$$

$$15kx = 15k$$

$$x = 1$$

$$\text{Total de días: } 2 + 3 + 1 = 6 \quad \therefore \underline{\underline{6 \text{ días}}}$$