

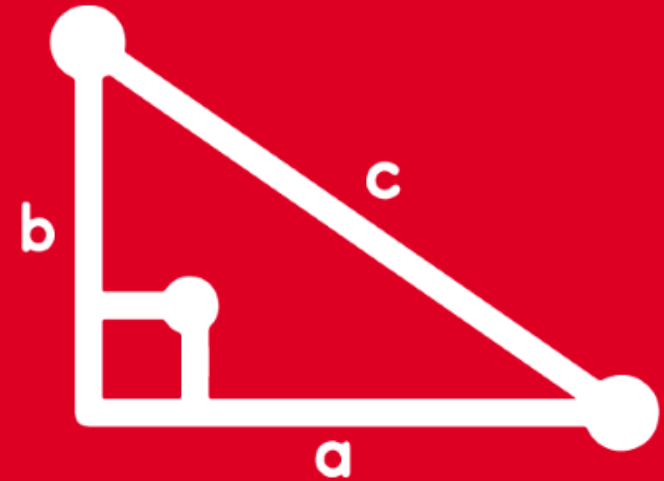
# TRIGONOMETRY

## Chapter 06

**4th**

SECONDARY

## PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS



# ¿CUÁL ES EL RECÍPROCO DE UN NÚMERO?



# PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS ( RTR )

Si  $\alpha$  es ángulo agudo se cumple que :

$$\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{csc}\alpha = 1$$

$$\operatorname{cos}\alpha \cdot \operatorname{sec}\alpha = 1$$

$$\operatorname{tan}\alpha \cdot \operatorname{cot}\alpha = 1$$

Ejemplos :

- $\operatorname{sen}40^\circ \cdot \operatorname{cos}40^\circ = 1$
- $\operatorname{cot}74^\circ \cdot \operatorname{tan}74^\circ = 1$

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , se cumple :

$$\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{cos}\beta$$

$$\operatorname{tan}\alpha = \operatorname{cot}\beta$$

$$\operatorname{sec}\alpha = \operatorname{csc}\beta$$

Ejemplos :

- $\operatorname{sen}65^\circ = \operatorname{cos}25^\circ$
- $\operatorname{sec}36^\circ = \operatorname{csc}54^\circ$

# HELICO PRACTICE 1

Halle el valor de  $\theta$  si

$$\text{sen}(4\theta - 18^\circ) \cdot \text{csc}(2\theta + 10^\circ) = 1$$

**Recordamos :**

Propiedad de las RTR :


$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$$

$$\text{cos}\alpha \cdot \text{sec}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha \cdot \text{cot}\alpha = 1$$

Ángulos agudos iguales

**RESOLUCIÓN**

$$\text{sen}(4\theta - 18^\circ) \cdot \text{csc}(2\theta + 10^\circ) = 1$$

Luego :

$$4\theta - 18^\circ = 2\theta + 10^\circ$$

$$2\theta = 28^\circ$$

$$\therefore \theta = 14^\circ$$

# HELICO PRACTICE 2

Halle el valor de  $\alpha$  si

$$\sec(\alpha + 10^\circ) = \csc(2\alpha + 20^\circ)$$

**Recordamos :**

Propiedad de las RT de Ángulos

Agudos Complementarios :

Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , entonces :

$$\operatorname{sen}\alpha = \cos\beta$$

$$\tan\alpha = \cot\beta$$

$$\sec\alpha = \csc\beta$$



**Co – Razones Trigonométricas  
( CO – RT )**

## RESOLUCIÓN

$$\sec(\alpha + 10^\circ) = \csc(2\alpha + 20^\circ)$$

**Luego :**

$$\alpha + 10^\circ + 2\alpha + 20^\circ = 90^\circ$$

$$3\alpha = 60^\circ$$

$$\therefore \alpha = 20^\circ$$

# HELICO PRACTICE 3

Si  $\text{sen}3x = \text{cos}7x$ , efectúe

$$E = \tan 5x + \cos 6x \cdot \csc 4x$$

**Recordamos :**

Propiedad de las RT de Ángulos

Agudos Complementarios :

Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , entonces :

$$\text{sen}\alpha = \cos\beta$$

$$\tan\alpha = \cot\beta$$

$$\sec\alpha = \csc\beta$$



**Co – Razones Trigonométricas**  
( Co – RT )

## RESOLUCIÓN

$$\text{sen}3x = \text{cos}7x$$

**Luego :**  $3x + 7x = 90^\circ$

$$10x = 90^\circ \Rightarrow x = 9^\circ$$

**Efectuamos E :**

$$E = \tan 5(9^\circ) + \cos 6(9^\circ) \cdot \csc 4(9^\circ)$$

$$E = \tan 45^\circ + \cos 54^\circ \cdot \csc 36^\circ$$

**Por Co – RT :**  $E = 1 + \csc 36^\circ \cdot \text{sen}36^\circ$

**Por RTR :**  $E = 1 + 1$

$$\therefore E = 2$$

# HELICO PRACTICE 4

$$\text{Efectúe } P = (5 \operatorname{sen} 20^\circ + 3 \operatorname{cos} 70^\circ)(4 \operatorname{csc} 20^\circ - 2 \operatorname{sec} 70^\circ)$$

## RESOLUCIÓN

**Recordamos :**

Propiedad de las RT de Ángulos

Agudos Complementarios :

Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , entonces :

$$\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{cos} \beta$$

$$\operatorname{tan} \alpha = \operatorname{cot} \beta$$

$$\operatorname{sec} \alpha = \operatorname{csc} \beta$$



**Co – Razones Trigonométricas**  
( Co – RT )

**Por Co – RT :**  $\operatorname{sen} 20^\circ = \operatorname{cos} 70^\circ$   
 $\operatorname{csc} 20^\circ = \operatorname{sec} 70^\circ$

**Reemplazamos en P, todo con  $20^\circ$  :**

$$P = (5 \operatorname{sen} 20^\circ + 3 \operatorname{sen} 20^\circ)(4 \operatorname{csc} 20^\circ - 2 \operatorname{csc} 20^\circ)$$

$$P = (8 \operatorname{sen} 20^\circ)(2 \operatorname{csc} 20^\circ)$$

$$P = 16 \underbrace{\operatorname{sen} 20^\circ \cdot \operatorname{csc} 20^\circ}_{(1)}$$

**Por RTR :**  $P = 16$

$$\therefore P = 16$$

# HELICO PRACTICE 5

Si  $\text{sen}\alpha \cdot \sec 2\alpha = 1$ , efectúe  $A = \cos 2\alpha + \sqrt{3} \cos \alpha$

## RESOLUCIÓN

**Recordamos :**

Propiedad de las RTR :

$$\text{sen}\alpha \cdot \csc\alpha = 1$$

$$\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$



Ángulos agudos iguales

$$\text{sen}\alpha \cdot \sec 2\alpha = 1 \quad \dots (\text{no son RTR})$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{1}{\sec 2\alpha}$$

Por RTR :  $\text{sen}\alpha = \cos 2\alpha$

Por Co - RT :  $\alpha + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

Reemplazamos  $\alpha$  en A :

$$A = \cos 2(30^\circ) + \sqrt{3} \cos 30^\circ$$

$$A = \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \sqrt{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\therefore A = 2$$



# HELICO PRACTICE 6

Las edades de Mitsuo y Nicole están dadas por las siguientes relaciones :  
 Mitsuo tiene  $x$  años, Nicole tiene  $y$  años .  
 Donde :  $\tan 2x^\circ \cdot \tan 3x^\circ = 1$  ;  
 $\sin( x + 5 )^\circ = \cos( y + 10 )^\circ$   
 Indique la edad de cada una de ellas .

## RESOLUCIÓN

Dato :  $\tan 2x^\circ \cdot \tan 3x^\circ = 1$

Por CO - RT :  $\cot ( 90 - 2x )^\circ \cdot \tan 3x^\circ = 1$

Por RTR :  $( 90 - 2x )^\circ = 3x^\circ$

$$90 = 5x$$

$$\Rightarrow x = 18$$

Dato :

$$\sin( x + 5 )^\circ = \cos( y + 10 )^\circ$$

$$\sin 23^\circ = \cos( y + 10 )^\circ$$

Por CO - RT :

$$23^\circ + ( y + 10 )^\circ = 90^\circ$$

$$y + 33 = 90$$

$$\Rightarrow y = 57$$

$\therefore$  Mitsuo tiene 18 años y  
 Nicole tiene 57 años .

# HELICO PRACTICE 7

Lucía desea comprar un departamento, para lo cual accederá a un préstamo hipotecario.- Ella tiene dos opciones y cada uno de los bancos cobra cierta tasa de interés, tal como se muestra :

Banco BCP  $\rightarrow x\%$

Banco Scotiabank  $\rightarrow y\%$

Donde :

$$\triangleright \cos(30 - x)^\circ \cdot \sec(2x)^\circ = 1$$

$$\triangleright \tan(2x)^\circ = \cot(5y)^\circ$$

Indique en cuál de los bancos le conviene solicitar el préstamo.

## RESOLUCIÓN

**Dato :**  $\cos(30 - x)^\circ \cdot \sec(2x)^\circ = 1$

**Por RTR :**  $(30 - x)^\circ = (2x)^\circ$

$$\Rightarrow 30 = 3x \Rightarrow 10 = x$$

\* Tasa de interés BCP = 10%

**Dato :**  $\tan(2x)^\circ = \cot(5y)^\circ$

**Por Co - RT :**  $(2x)^\circ + (5y)^\circ = 90^\circ$

$$20 + 5y = 90 \Rightarrow y = 14$$

\* Tasa de interés Scotiabank = 14%

A Lucía le conviene solicitar el préstamo en el Banco BCP .



**SACO**  
**OLIVEROS**