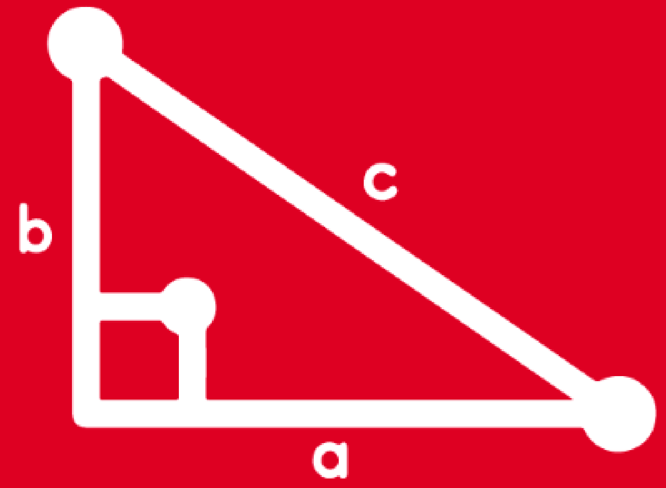
TRIGONOMETRY

Chapter 24

4th
SECONDARY



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

SACO OLIVEROS

CHANQUILLO : OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA COSTA PERUANA

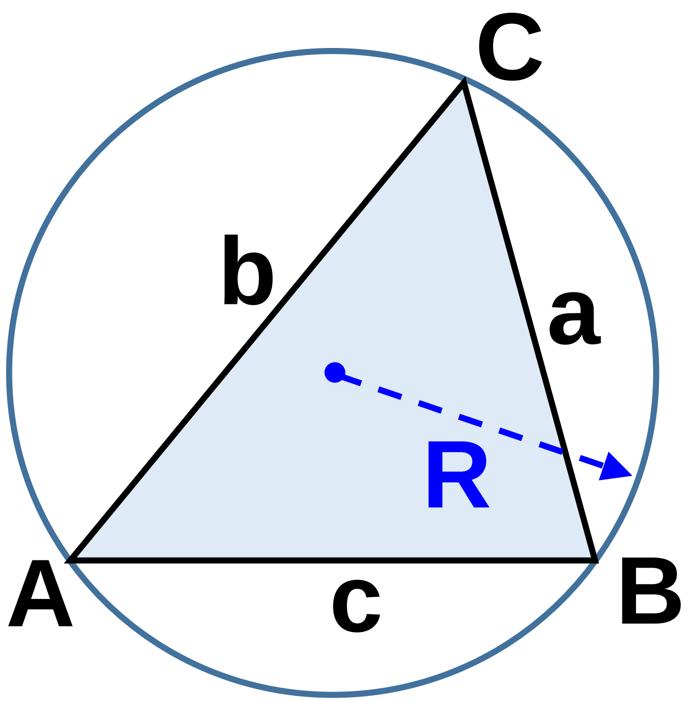
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

1) LEY DE SENOS :

En todo triángulo, las medidas de sus lados son proporcionales a los senos de sus ángulos opuestos.

$$\frac{a}{\operatorname{sen}A} = \frac{b}{\operatorname{sen}B} = \frac{c}{\operatorname{sen}C} = 2R$$

R es el circunradio del Δ ABC



También :

$$a = 2R\operatorname{sen}A$$

$$b = 2R\operatorname{sen}B$$

$$c = 2R\operatorname{sen}C$$

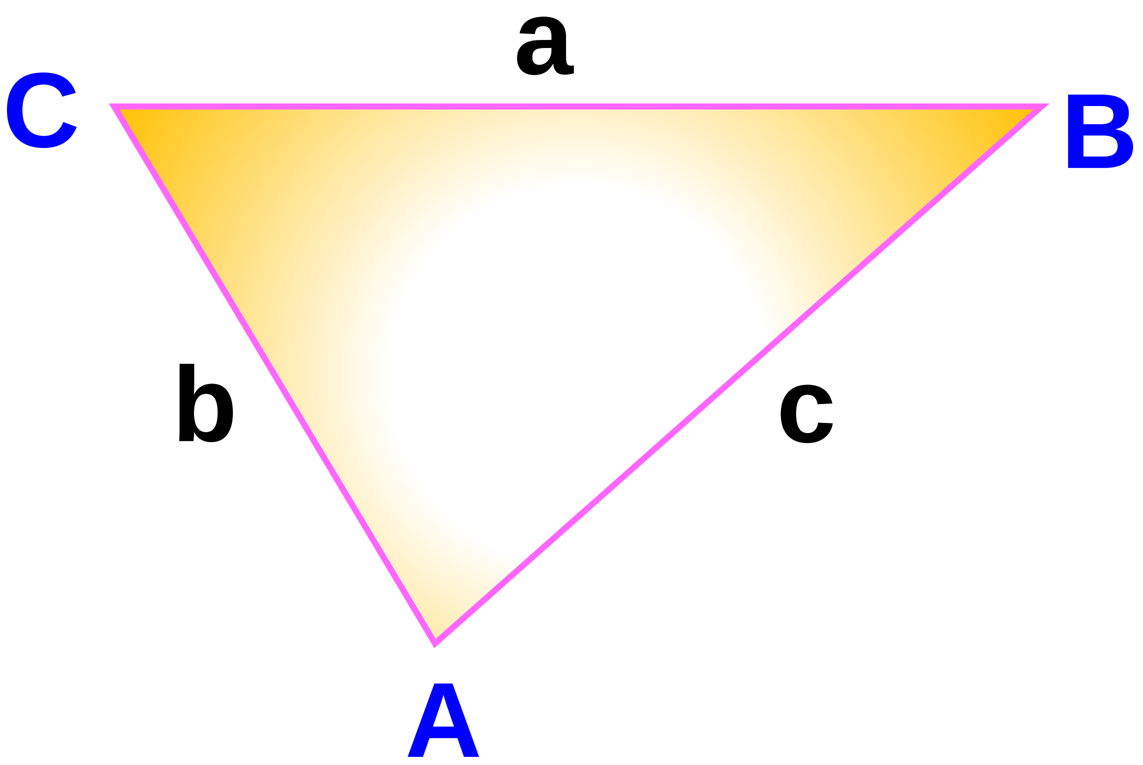
2) LEY DE COSENOS :

En todo triángulo, un lado al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble del producto de dichos lados por el coseno del ángulo que éstos forman.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,.\cos A$$

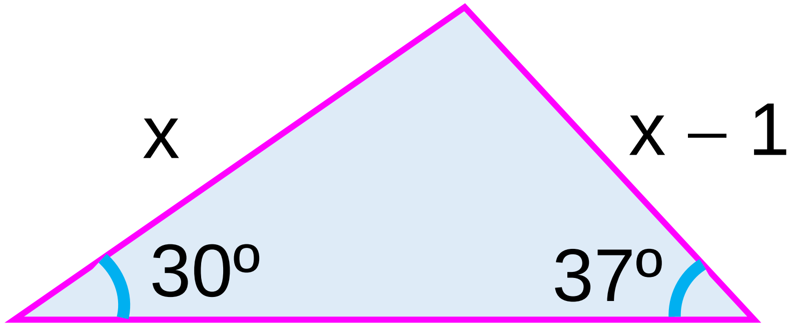
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\,.\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,.\cos C$$

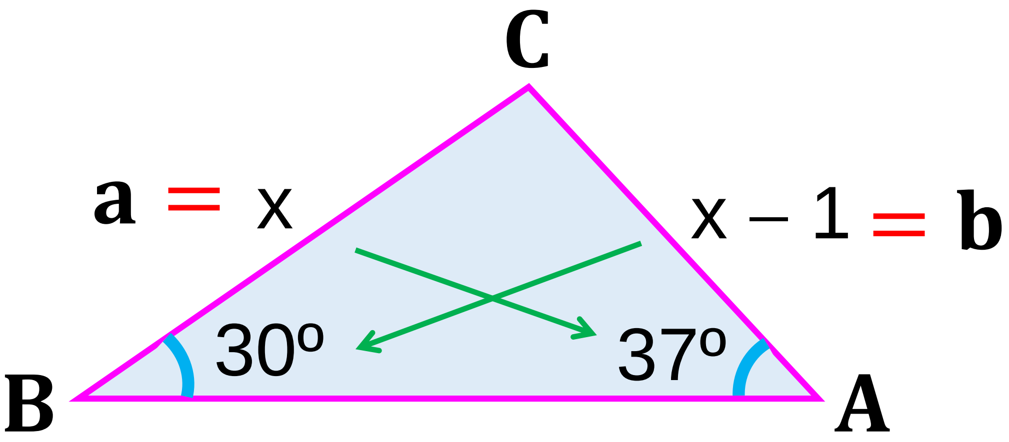


HELICO PRACTICE 1

De la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN



Ley de senos : $\dfrac{a}{\text{sen}A} = \dfrac{b}{\text{sen}B}$

$$\Rightarrow \frac{x}{\text{sen}37^0} = \frac{x-1}{\text{sen}30^0}$$

$$x \cdot \frac{1}{2} = (x-1) \cdot \frac{3}{5}$$

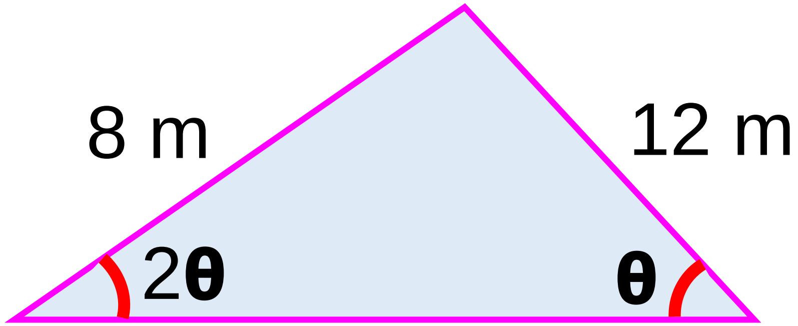
$$5x = 6(x-1)$$

$$5x = 6x - 6$$

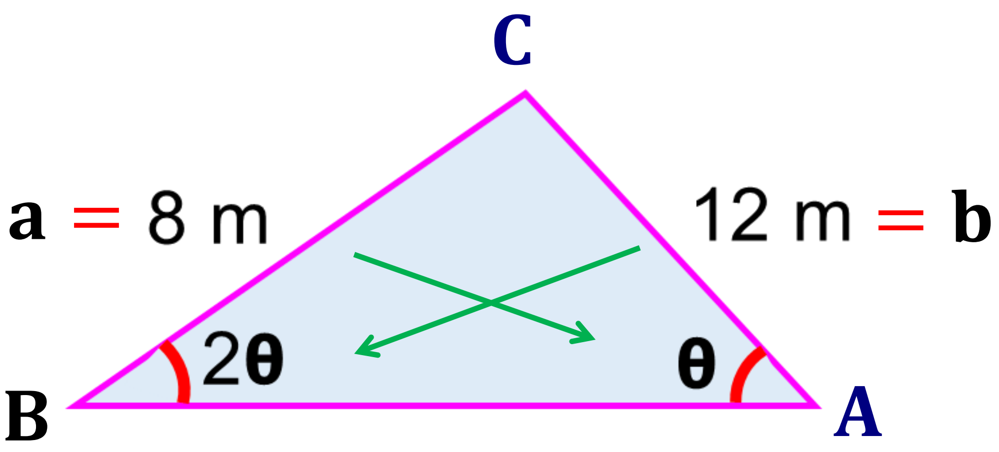
$$\boxed{\therefore\ x = 6}$$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico, calcule $\cos\theta$.



RESOLUCIÓN



Ley de senos : $\dfrac{a}{\text{sen}A} = \dfrac{b}{\text{sen}B}$

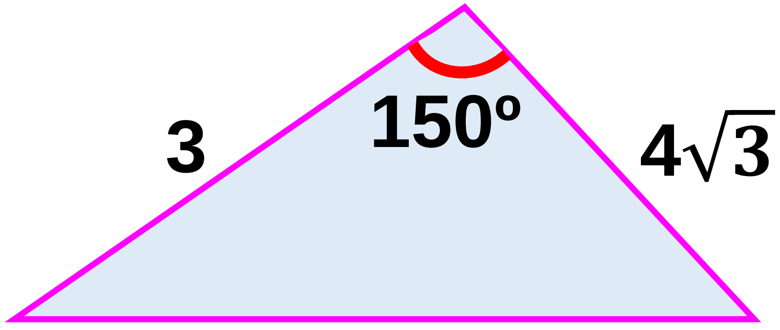
$$\Rightarrow \frac{8\,\cancel{m}}{\text{sen}\theta} = \frac{12\,\cancel{m}}{\text{sen}2\theta}$$

$$\frac{2}{\cancel{\text{sen}\theta}} = \frac{3}{2\,\cancel{\text{sen}\theta}\,.\cos\theta}$$

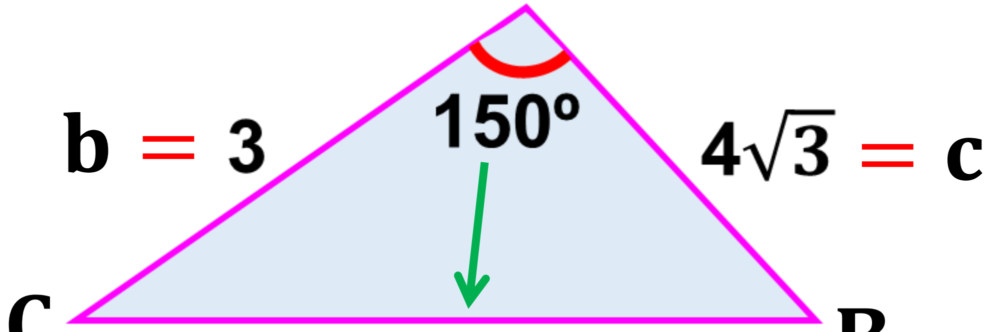
$$\boxed{\therefore \cos\theta = \frac{3}{4}}$$

HELICO PRACTICE 3

De la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN



Ley de Cosenos :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,.\cos A$$

$$x^2 = 3^2 + (4\sqrt{3})^2 - 2(3)(4\sqrt{3})\cos 150°$$

$$x^2 = 9 + 48 - 24\sqrt{3}\,(-\cos 30°)$$

$$x^2 = 57 - 24\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$x^2 = 57 + 36$$

$$\boxed{\therefore\ x = \sqrt{93}}$$

Recuerda que : $\cos 150° = -\cos 30°$

HELICO PRACTICE 4

En un triángulo ABC, reduzca :

$$G = \frac{\text{senA} - \text{senB}}{\text{senC}}$$; si $a - b = 4$ y $c = 2$.

RESOLUCIÓN

Según Ley de Senos :

$$\frac{a}{\text{senA}} = \frac{b}{\text{senB}} = \frac{c}{\text{senC}} = 2R$$

$\Longrightarrow$ $\text{senA} = \frac{a}{2R}$; $\text{senB} = \frac{b}{2R}$; $\text{senC} = \frac{c}{2R}$

Reemplazamos en G :

$$G = \frac{\frac{a}{2R} - \frac{b}{2R}}{\frac{c}{2R}}$$

$$G = \frac{\frac{a-b}{\cancel{2R}}}{\frac{c}{\cancel{2R}}}$$

$$G = \frac{a - b}{c}$$

Luego :

$$G = \frac{4}{2}$$

$$\boxed{\therefore\ G = 2}$$

HELICO PRACTICE 5

En un triángulo ABC de lados a, b y c, se cumple que :
$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}\,bc}$ **.- Halle la medida del ángulo A .**

RESOLUCIÓN

Según Ley de Cosenos : $\underbrace{a^2}_{\text{teoría}} = \underbrace{a^2}_{\text{dato}}$

Luego : $\cancel{b^2} + \cancel{c^2} - 2bc\,.\,\cos A = \cancel{b^2} + \cancel{c^2} + \sqrt{3}\,bc$

$-\cancel{2bc}\cos A = \sqrt{3}\,\cancel{bc}$

$\cos A = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} = -\cos 30°$

$A \in IIC$

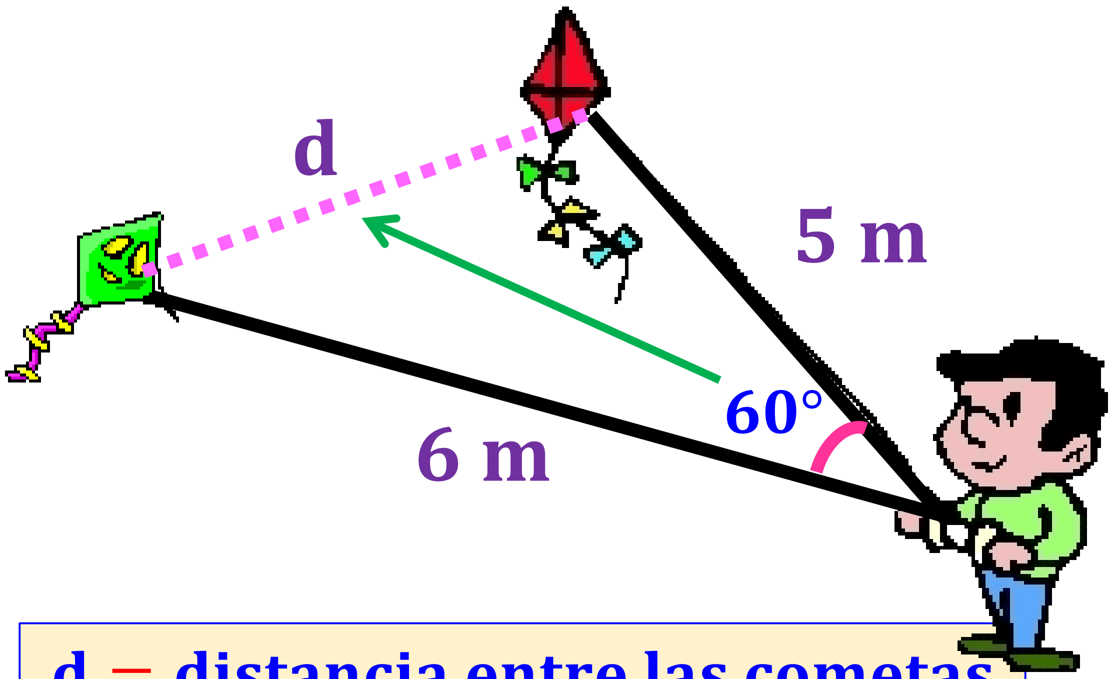
$\Rightarrow A = 180° - 30°$

$\boxed{\therefore A = 150°}$

HELICO PRACTICE 6

Un niño está haciendo volar dos cometas simultáneamente, una de ellas tiene 6 m de pabilo y la otra 5 m .- Si el ángulo que forman ambos pabilos es de 60°, determine la distancia entre ambas cometas.

RESOLUCIÓN



d = distancia entre las cometas

Ley de Cosenos :

$$d^2 = 5^2 + 6^2 - 2(5)(6)\cos 60°$$

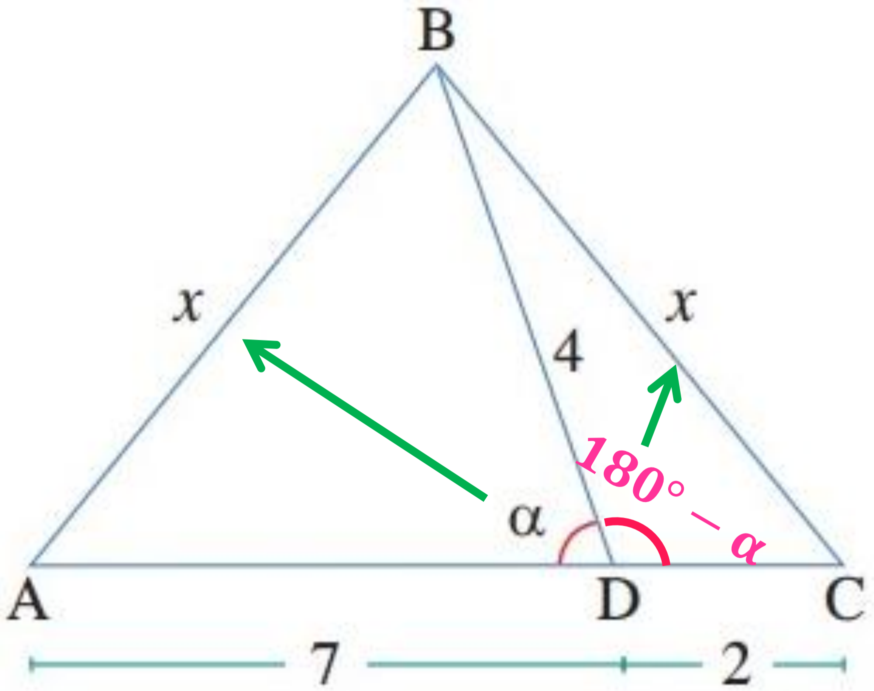
$$d^2 = 25 + 36 - 60\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$d^2 = 61 - 30$$

$$\therefore\ d = \sqrt{31}\ \text{m}$$

HELICO PRACTICE 7

Un ingeniero residente observa que la obra a ejecutar tiene las siguientes medidas en metros; sabiendo que la cuadrilla M debe trabajar en el lindero AB.- ¿Cuántos metros debe trabajar esta cuadrilla?



RESOLUCIÓN

Aplicamos Ley de Cosenos:

Δ ABD : $x^2 = 7^2 + 4^2 - 2\,.\,7\,.\,4\,.\cos\alpha$

$$x^2 = 49 + 16 - 56\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{65 - x^2}{56}$$

Δ BCD :

$$x^2 = 4^2 + 2^2 - 2\,.\,4\,.\,2\,.\cos(180° - \alpha)$$

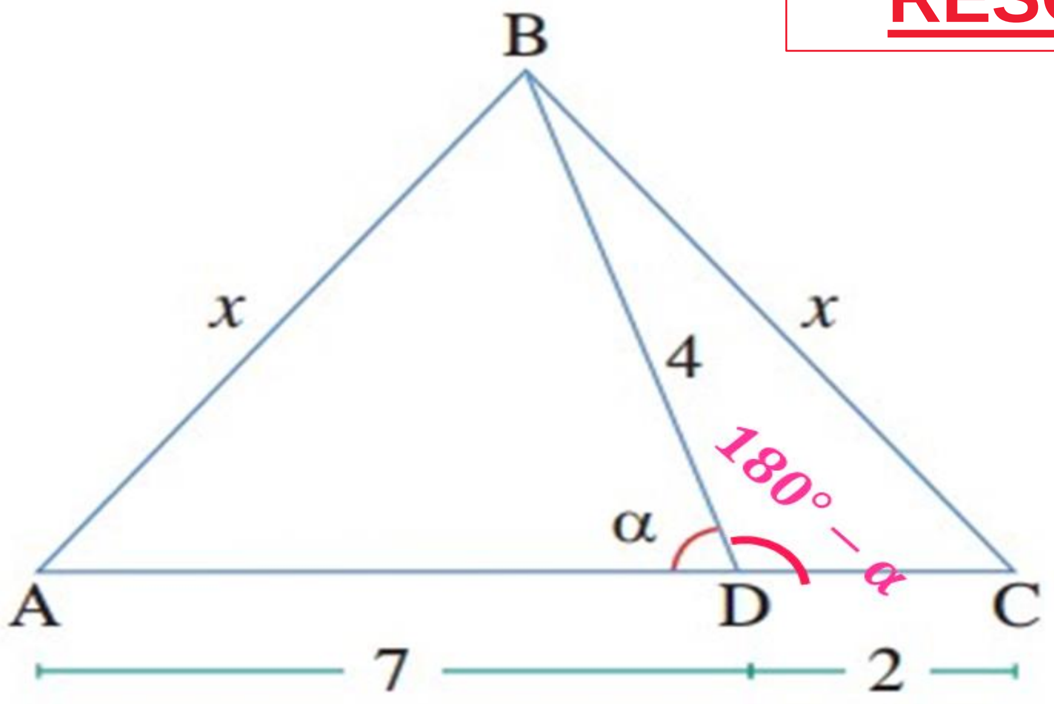
$$x^2 = 16 + 4 - 16(-\cos\alpha)$$

$$x^2 = 20 + 16\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{x^2 - 20}{16}$$

HELICO PRACTICE 7

RESOLUCIÓN



Luego : $\cos\alpha = \cos\alpha$

$$\frac{65 - x^2}{\cancel{56}_{7}} = \frac{x^2 - 20}{\cancel{16}_{2}}$$

$$\frac{65 - x^2}{7} = \frac{x^2 - 20}{2}$$

$$130 - 2x^2 = 7x^2 - 140$$

$$270 = 9x^2$$

$$30 = x^2$$

$$\sqrt{30} = x$$

Respuesta : La cuadrilla M debe trabajar $\sqrt{30}$ m en el lindero AB.

SACO
OLIVEROS