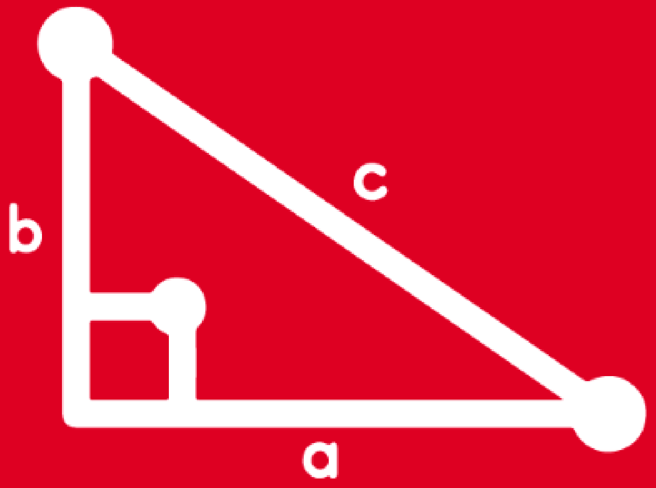
TRIGONOMETRY

VOLUME IV

5th

SECONDARY

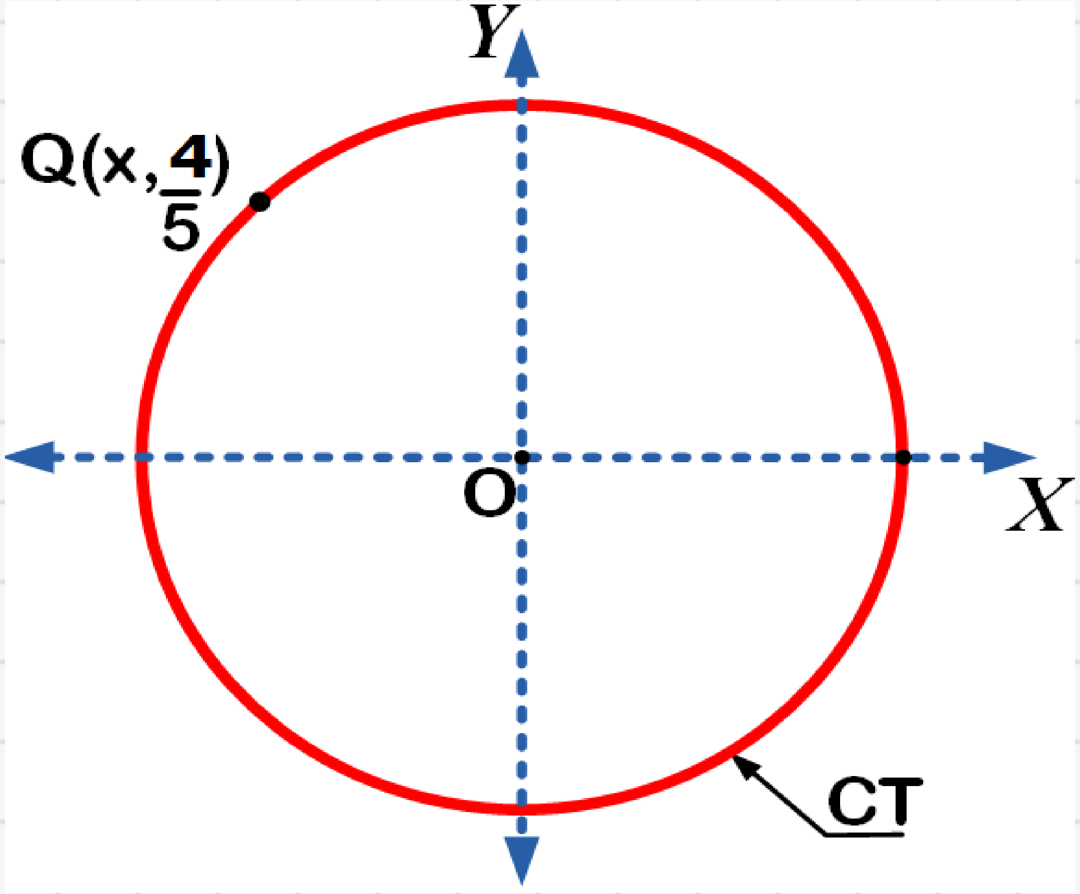


FEEDBACK

SACO OLIVEROS

1 Del gráfico, calcule el valor de

$$E = 5x + 4$$



RESOLUCIÓN

$x^2 + y^2 = 1$

Como $Q\left(x; \frac{4}{5}\right) \in CT$:

$$x^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \qquad x^2 = \frac{9}{25}$$

$$x^2 + \frac{16}{25} = 1 \qquad x = \pm\frac{3}{5}$$

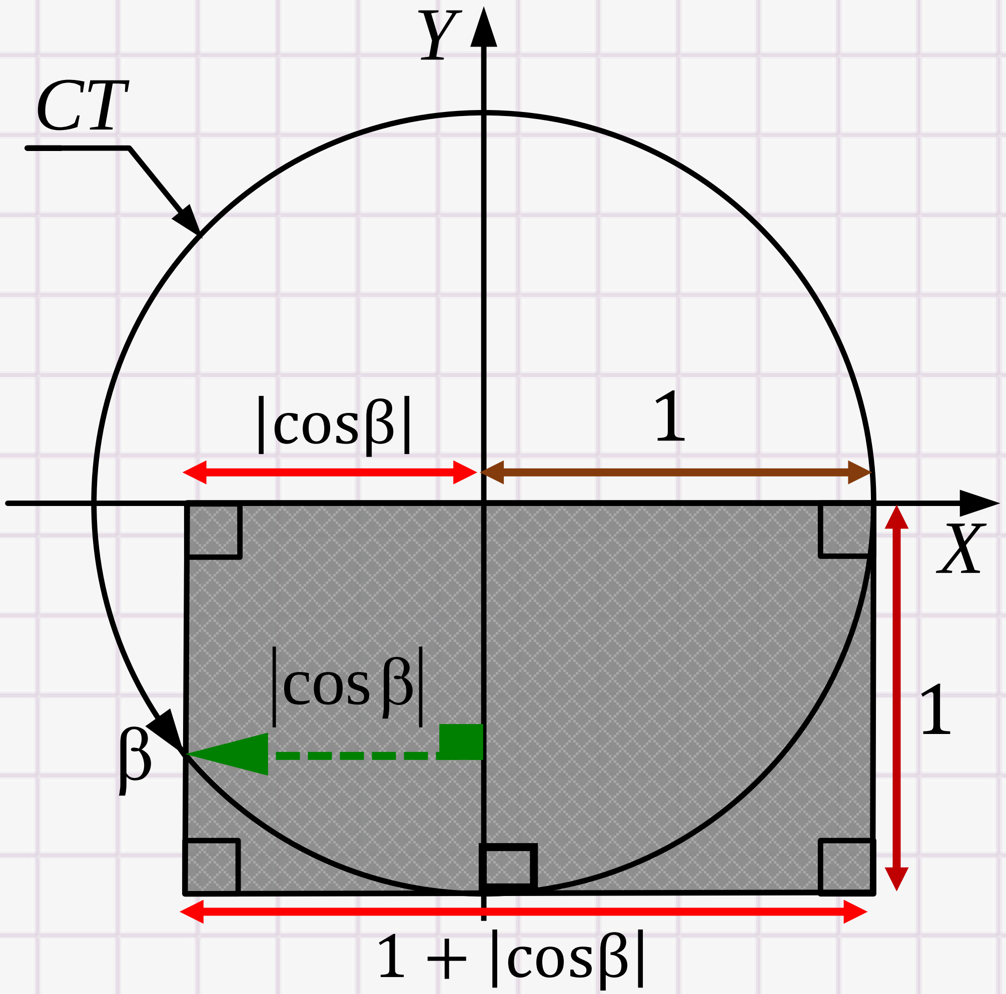
Como **Q ∈ IIC** $\boxed{x = -\frac{3}{5}}$

Calculamos $E = 5x + 4$

$$E = \cancel{5}\left(-\frac{3}{\cancel{5}}\right) + 4$$

$\boxed{\therefore \mathbf{E = 1}}$

2 **De la circunferencia trigonométrica mostrada, determine el perímetro de la región sombreada.**



RESOLUCIÓN

Si a es $(-)$ ➡ $|\boldsymbol{a}| = -\boldsymbol{a}$

Si a es $(+)$ ➡ $|\boldsymbol{a}| = \boldsymbol{a}$

Como $\beta \in \mathrm{IIIC}$ ➡ $\mathbf{cos\beta} : (-)$

Calculamos $2p = 2\big((1 + \overbrace{|\cos\beta|}^{-\mathbf{cos\beta}}) + 1\big)$

$$2p = 2(2 + (-\mathbf{cos\beta}))$$

$$\boxed{\therefore\ \mathbf{2p = 2(2 - cos\beta)u}}$$

3 **Reduzca**

$$\mathbf{E = sen^3x \cdot cscx - tan^3x \cdot cotx}$$

RESOLUCIÓN

$$\rightarrow \mathrm{E} = \underline{\sec^3 x} \cdot \cos x - \underline{\tan^3 x} \cdot \cot x$$

$$\mathrm{E} = \mathbf{sec^2x} \cdot \underbrace{\mathbf{secx} \cdot cosx}_{1} - \mathbf{tan^2x} \cdot \underbrace{\mathbf{tanx} \cdot cotx}_{1}$$

$$\mathrm{E} = \sec^2 x - \tan^2 x$$ I. pitagórica

$$\boxed{\therefore \mathbf{E = 1}}$$

4 Si se cumple que $\mathbf{sen}x - \mathbf{cos}x = a$ y $\mathbf{sen}x \cdot \mathbf{cos}x = b$. Determine una relación, independiente de x, entre a y b.

RESOLUCIÓN

Dato: $senx - cosx = a \ldots (\quad)^2$

$$(senx - cosx)^2 = a^2$$

$$sen^2x - 2\boxed{senx \cdot cosx} + cos^2x = a^2$$

$$1 - 2b = a^2$$

Binomio al cuadrado

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\therefore 1 - 2b = a^2$$

5 Si x es la medida de un ángulo del segundo cuadrante, reduzca

$$E = \frac{\cos x}{\sec x} + \operatorname{sen} x \cdot \sqrt{\frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{1 + \cot^2 x}}$$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{\cos x}{\sec x} + \operatorname{sen} x \sqrt{\frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{1 + \cot^2 x}}$$

$$E = \frac{\frac{\cos x}{1}}{\frac{1}{\cos x}} + \operatorname{sen} x \sqrt{\frac{1}{\csc^2 x}}$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x \cdot \cancel{\sqrt{\frac{1}{\csc^{\cancel{2}} x}}}$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x \cdot \left|\frac{1}{\csc x}\right|$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x \cdot |\operatorname{sen} x|$$

Como $x \in$ IIC

$\operatorname{sen} x$: $(+)$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x(\operatorname{sen} x)$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x$$

$$\boxed{\therefore E = 1}$$

6 **Simplifique**

$$\mathbf{M} = \frac{\boxed{\mathbf{sen^6}x + \mathbf{cos^6}x} + \mathbf{8}}{\boxed{\mathbf{sen^4}x + \mathbf{cos^4}x} + \mathbf{5}} + \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$$

RESOLUCIÓN

Por identidades auxiliares:

$$\mathrm{M} = \frac{\mathbf{1 - 3sen^2}x \cdot \mathbf{cos^2}x + 8}{\mathbf{1 - 2sen^2}x \cdot \mathbf{cos^2}\, x + 5} + \frac{7}{2}$$

$$\mathrm{M} = \frac{\overset{3(3)}{9} - 3\mathrm{sen}^2x \cdot \cos^2x}{\underset{2(3)}{6} - 2\mathrm{sen}^2x \cdot \cos^2 x} + \frac{7}{2}$$

Factorizamos “3” y “2”:

$$\mathrm{M} = \frac{3\cancel{(3 - \mathrm{sen}^2x \cdot \cos^2x)}}{2\cancel{(3 - 2\mathrm{sen}^2x \cdot \cos^2 x)}} + \frac{7}{2}$$

$$\mathrm{M} = \frac{3}{2} + \frac{7}{2}$$

$$\mathrm{M} = \frac{10}{2}$$

$$\boxed{\therefore \mathbf{M = 5}}$$

7 Si se cumple que $\tan\theta + \cot\theta = 5$, calcule el valor de

$$P = \sqrt[3]{\sec^2\theta + \csc^2\theta + 2}$$

RESOLUCIÓN

Recuerda

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$$\sec^2 x + \csc^2 x = \sec^2 x \cdot \csc^2 x$$

Dato: $\underbrace{\tan\theta + \cot\theta}_{\sec\theta \cdot \csc\theta} = 5$

$$\sec\theta \cdot \csc\theta = 5 \ (*)$$

Calculamos $P = \sqrt[3]{\boxed{\sec^2\theta + \csc^2\theta} + 2}$

$$P = \sqrt[3]{\sec^2\theta \cdot \csc^2\theta + 2}$$

$$P = \sqrt[3]{\underbrace{(\sec\theta \cdot \csc\theta)^2}_{5^2} + 2} = \sqrt[3]{27}$$

$$\boxed{\therefore P = 3}$$

8 Si se cumple que $\sec^2 x + \csc^2 x = 4$, efectúe

$$F = \operatorname{sen}^4 x(1 + \operatorname{sen}^2 x) + \cos^4 x(1 + \cos^2 x)$$

RESOLUCIÓN

$$F = \operatorname{sen}^4 x(1 + \operatorname{sen}^2 x) + \cos^4 x(1 + \cos^2 x)$$

$$F = \operatorname{sen}^4 x + \operatorname{sen}^6 x + \cos^4 x + \cos^6 x$$

$$F = \underline{\operatorname{sen}^4 x + \cos^4 x} + \underline{\operatorname{sen}^6 x + \cos^6 x}$$

$$F = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x\cos^2 x + 1 - 3\operatorname{sen}^2 x\cos^2 x$$

$$F = 2 - 5\operatorname{sen}^2 x\cos^2 x \ \ldots (*)$$

Del dato: $\sec^2 x + \csc^2 x = 4$ ➡ $\sec^2 x \cdot \csc^2 x = 4$

$$\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)\left(\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}\right) = 4$$

➡ $sen^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} \ldots (**)$

Reemplazamos $(**)$ en $(*)$:

$$F = 2 - 5\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$F = 2 - \frac{5}{4}$$

$$\boxed{\therefore F = \frac{3}{4}}$$

9 El gasto diario de Jesús en pasajes es de $S/(A\cot x)$ ¿Cuál será el gasto total a la semana? Para ello resuelva lo siguiente:

$$\mathbf{A} = \left(\frac{\cos x}{1+\operatorname{sen} x} + \frac{\cos x}{1-\operatorname{sen} x}\right)\operatorname{sen} x$$

RESOLUCIÓN

En: $A = \left(\boxed{\frac{\cos x}{1+\operatorname{sen} x}} + \boxed{\frac{\cos x}{1-\operatorname{sen} x}}\right)\operatorname{sen} x$

$$A = \left(\frac{1-\operatorname{sen} x}{\cos x} + \frac{1+\operatorname{sen} x}{\cos x}\right)\operatorname{sen} x$$

$$A = \left(\frac{1-\cancel{\operatorname{sen} x}+1+\cancel{\operatorname{sen} x}}{\cos x}\right)\operatorname{sen} x$$

$$A = \frac{2\operatorname{sen} x}{\cos x} \to \mathbf{A = 2\tan x}$$

Recuerda

$$\frac{\cos x}{1+\operatorname{sen} x} = \frac{1-\operatorname{sen} x}{\cos x} \qquad \frac{\cos x}{1-\operatorname{sen} x} = \frac{1+\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

Gasto diario (D):

$$D = S/(2\underbrace{\tan x \cdot \cot x}_{1}) = S/2$$

Gasto total (T):

$$T = 7 \times S/2 \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = S/14}}$$

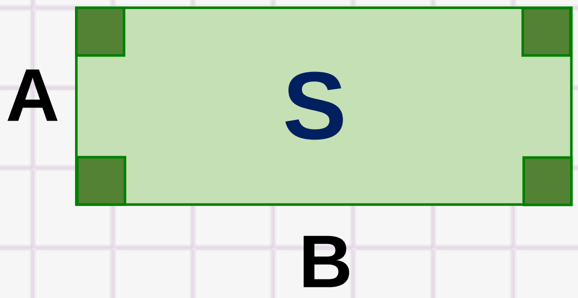
10 Carlos tiene un jardín en forma de rectángulo. Si las longitudes de sus lados, en metros, son A y B, determine el área de dicho jardín. Resuelva lo siguiente para obtener los valores de A y B si $\alpha \in \mathbb{R}$ y $\beta \in \mathbb{R}$

$$\cos\alpha = \frac{3a-7}{5} \text{ y } \operatorname{sen}\beta = \frac{4-2b}{7}$$

donde

A = máximo valor que toma a.

B = máximo valor que toma b.



RESOLUCIÓN

Si $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$-1 \leq \cos\alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{3a-7}{5} \leq 1$$

$$-5 \leq 3a-7 \leq 5$$

$$2 \leq 3a \leq 12$$

$$\frac{2}{3} \leq a \leq 4$$

$a_{\text{máximo}}$

Si $\beta \in \mathbb{R}$:

$$-1 \leq \operatorname{sen}\beta \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{4-2b}{7} \leq 1$$

$$-7 \leq 4-2b \leq 7$$

$$-11 \leq -2b \leq 3$$

$$\frac{11}{2} \geq b \geq -\frac{3}{2}$$

$b_{\text{máximo}}$

$$\rightarrow S = A \cdot B = 4 \cdot \frac{11}{2} = 22$$

$$\boxed{\therefore S = 22m^2}$$

SACO
OLIVEROS