# ALGEBRA

## Chapter 10

## 2th

## Session II

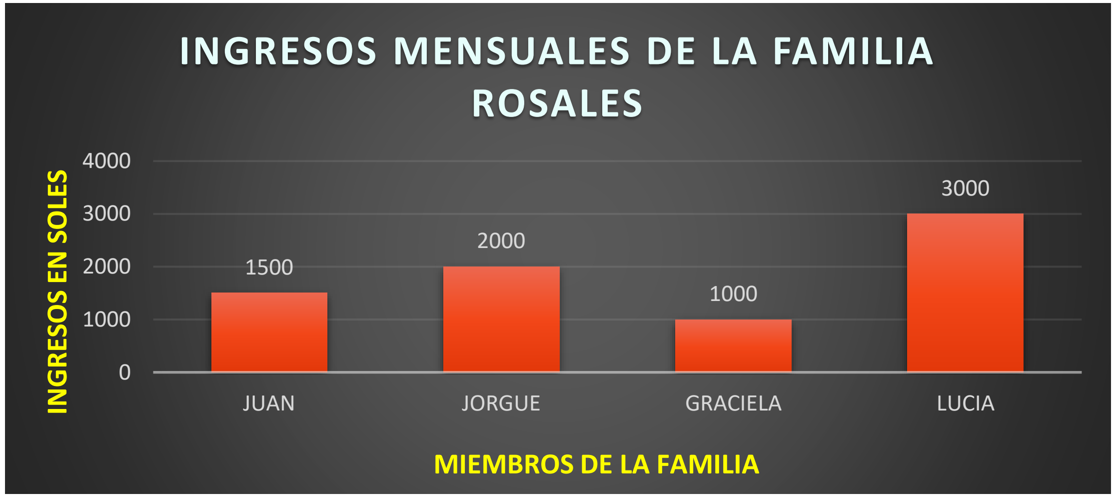

## DIVISION DE POLINOMIOS

SACO OLIVEROS

# HELICO MOTIVATING

SACO OLIVEROS

En una familia, los hermanos Rosales desean calcular la cantidad de dinero que pueden recolectar durante un año, pero a Juan Rosales se le ocurre la idea de expresarlo en un polinomio, ¿ Podrás expresar en un polinomio la cantidad anual que perciben los hermanos Rosales con ayuda del siguiente gráfico de barras?




HERMANOS ROSALES

**Expresamos en un polinomio *R(x)***

$$R_{(x)} = 1500x + 2000x + 1000x + 3000x$$

Donde la variable "X" sería la cantidad de meses a calcular.

Entonces anualmente (*12 meses*) sería:

$$R_{(12)} = 1500(12) + 2000(12) + 1000(12) + 3000(12)$$

$$R_{(12)} = \boxed{90{,}000\ soles\ anuales}$$

# HELICO THEORY

## CHAPTHER 10

SACO OLIVEROS

# DIVISIÓN DE POLINOMIOS

*Operación que consiste en obtener dos polinomios llamados cociente y residuo, conociendo los polinomios dividendo y divisor.*

## ALGORITMO DE LA DIVISIÓN:

$$\boxed{D(x) = d(x).q(x) + R(x)}$$

*Donde:*

- $D(x)$ ⟶ *polinomio dividendo*
- $d(x)$ ⟶ *polinomio divisor*
- $q(x)$ ⟶ *polinomio cociente*
- $R(x)$ ⟶ *Polinomio residuo*

# PROPIEDADES DE LOS GRADOS:

I. $Grado[d(x)] \leq Grado[D(x)]$

II. $Grado[q(x)] = Grado[D(x)] - Grado[d(x)]$

III. $Grado_{máx}[R(x)] = Grado[d(x)] - 1$

**Ejemplo:**

Al dividir: $\dfrac{4x^5 + 3x^2 + 2}{x^2 + 3x - 1}$

1. ¿Cuál es el grado del cociente? $Grado[q(x)] = 5 - 2 = 3$

2. ¿Cuál es el máximo grado que puede tener el residuo?

$$Grado_{máx}[R(x)] = 2 - 1 \boxed{= 1}$$

# MÉTODO DE HORNER:

*Método didáctico para la división de polinomios en el cual se utilizan solo los coeficientes. Este método se aplica cuando el grado del polinomio divisor es mayor o igual a 2. Para la aplicación de este método, los polinomios $D(x)$ y $d(x)$ deben estar completos y ordenados de forma descendente.*

## Esquema:

Coef. principal del d(x)
(mismo signo)

Coeficientes del dividendo D(x)

Coeficientes del d(x)
(signos cambiados)

Coef. del q(x)

Coef. del R(x)

# APLICACIÓN:

## Halle el cociente y residuo al dividir

$$\frac{6x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2}{3x^2 - x + 2}$$

Completo y ordenado

Completo y ordenado

**RESOLUCIÓN**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 1 | −3 | 1 | 2 |
| 1 | | 2 | −4 | | |
| −2 | | 3 | 1 | −2 | |
| | | | −6 | −2 | 4 |
| | 2 | 1 | −2 | −3 | 6 |

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

$q(x) = 2x^2 + x - 2$

$R(x) = -3x + 6$

# HELICO PRACTICE

## CHAPTHER 10

SACO OLIVEROS

**1.** Calcule la suma de coeficientes del cociente al dividir

$$\frac{6x^5 + 5x^4 - 9x^3 + 8x + 3}{2x^2 + x - 2}$$

**RESOLUCIÓN**

| | | 2 | −4 | 4 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 6 | 5 | −9 | 0 | 8 | 3 |
| −1 | | −3 | 6 | | | |
| +2 | | | −1 | 2 | | |
| | | | | 2 | −4 | |
| | | | | | −2 | 4 |
| | 3 | 1 | −2 | 2 | 2 | 7 |

$$q(x) = 3x^3 + 1x^2 - 2x + 2 \quad \wedge \quad R(x) = 2x + 7$$

$$\frac{6x^5 + 5x^4 - 9x^3 + 0x^2 + 8x + 3}{2x^2 + x - 2}$$

Completamos el dividendo

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sumar

***Entonces:***

$$\Sigma coef. = 3 + 1 - 2 + 2$$

$$Rpta: \boxed{\Sigma coef. = 4}$$

**2.** Determine el término independiente del cociente de:

$$\frac{2x^4 + x^3 - 5 - 7x^2 + x}{x^2 + x - 2}$$

**RESOLUCIÓN**

| | | $-1$ | $-2$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $1$ | $2$ | $1$ | $-7$ | $1$ | $-5$ |
| $-1$ | | $-2$ | $4$ | | |
| | | | $1$ | $-2$ | |
| $+2$ | | | | $2$ | $-4$ |
| | $2$ | $-1$ | $-2$ | $1$ | $-9$ |

$\mathrm{q}(x) = 2x^2 - 1x - 2 \quad \wedge \quad R(x) = x - 9$

$$\frac{2x^4 + x^3 - 7x^2 + x - 5}{x^2 + x - 2}$$

*Ordenando el dividendo*

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

***El término independiente del cociente sería:***

$\mathbf{T.I\,(q(x)) = 2x^2 - x - 2}$

***Rpta:*** $-2$

**3.** Determine el término lineal del residuo de:

$$\frac{2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 15x^5 - 2}{5x^2 - 2 - x}$$

**RESOLUCIÓN**

| | 5 | 0 | 5 | | |
|---|---|---|---|---|---|

| 5 | 15 | 2 | −7 | 3 | 0 | −2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| +1 | | 3 | 6 | | | |
| +2 | | | 1 | 2 | | |
| | | | | 0 | 0 | |
| | | | | | 1 | 2 |
| | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$q(x) = 3x^3 + 1x^2 + 1 \quad \wedge \quad R(x) = x$

$15x^5 + \ldots 0x - 2$

*Completamos y ordenamos el dividendo y el divisor*

*Un término lineal es aquel que su parte variable tiene como exponente 1.*

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

***El residuo será:*** $R(x) = x$

***Rpta:*** ***El término lineal es "x"***

**4.** En la división exacta: Calcule m + n + p

$$\frac{4x^5 + 5x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + x^2 + x + 3}$$

**RESOLUCIÓN**

$$\frac{4x^5 + 0x^4 + 5x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + x^2 + x + 3}$$

Completamos el dividendo

$-2 \quad 4$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 0 | 5 | $m$ | $n$ | $p$ |
| −1 | | −2 | −2 | −6 | | |
| −1 | | | 1 | 1 | 3 | |
| −3 | | | | −2 | −2 | −6 |
| | 2 | −1 | 2 | 0 | 0 | 0 |

$q(x) = 2x^2 - x + 2 \quad \wedge \quad R(x) = 0$

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sumar

**Entonces:**

$* \; m - 6 + 1 - 2 = 0$

$m - 7 = 0 \quad \rightarrow m = 7$

$* \; n + 3 - 2 = 0$

$n + 1 = 0 \quad \rightarrow n = -1$

$* \; p - 6 = 0 \quad \rightarrow p = 6$

**Rpta:** $m + n + p = 12$

**5.** Indique el valor de k + m sabiendo que representa el número de hermanos de la estudiante Flor, donde:

$$\frac{x^4 - x^3 - 2x^2 - kx + m}{x^2 - 2x - 3}$$

Tiene como residuo 10x+15. ¿Cuántos hermanos tiene Flor?

**RESOLUCIÓN**

|  | 1 | 3 |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 ÷ | 1 | $-1$ | $-2$ | $-k$ | $m$ |
| $+2$ |  | 2 | 3 |  |  |
| $+3$ |  |  | 2 | 3 |  |
|  |  |  |  | 6 | 9 |
| × | 1 | 1 | 3 | $-k+9$ | $m+9$ |

$\text{q}(x) = x^2 + x + 3 \quad \wedge \quad R(x) = (-k+9)x + (m+9)$

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sumar

***Por dato*:**

$R(x) = 10x + 15$

$(-k+9)x + (m+9) \equiv 10x + 15$

$* \ (-k+9) = 10 \quad \to k = -1$

$* \ (m+9) = 15 \quad \to m = 6$

***Rpta*:** ***Flor tiene 5 hermanos***

6. Luego de dividir $$\frac{3x^5+x^3+10x^2+nx+5}{3x^3+3x^2-2x+1}$$

su residuo es $x^2+6x+3$. Halle el valor de $n$. Luego se sabe que el resultado multiplicado por 300 es la distancia en metros que Juana tendrá que caminar desde su casa hasta el supermercado. Si luego de haber recorrido una distancia equivalente a $(160n+30)$ metros se encuentra con su mejor amiga quien le dice que los mejores precios del día están a 100 metros del supermercado, así que Juana decide realizar sus compras allí. ¿Cuántos metros tendrá que recorrer Juana para llegar al lugar y realizar sus compras?

6. **RESOLUCIÓN**

Piden el valor de $n$, al dividir $\dfrac{3x^5+x^3+10x^2+nx+5}{3x^3+3x^2-2x+1}$

Sabiendo que el residuo es $\underline{x^2+6x+3}$.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 0 | 1 | 10 | $n$ | 5 |
| $-3$ | | $-3$ | 2 | $-1$ | | |
| $+2$ | | | 3 | $-2$ | 1 | |
| $-1$ | | | | $-6$ | 4 | $-2$ |
| | 1 | $-1$ | 2 | 1 | $(n+5)$ | 3 |

$\div$   $-3$   $6$   X

$\mathbf{q(x)=x^2-x+2}$ $\wedge$ $\boldsymbol{R(x)=x^2+(n+5)x+3}$

$\dfrac{3x^5+0x^4+x^3+10x^2+nx+5}{3x^3+3x^2-2x+1}$

*Completamos el dividendo*

$\boldsymbol{x^2+(m+5)x+3\equiv x^2+6x+3}$

$\boldsymbol{*\ m+5=6}$ $\boldsymbol{\rightarrow\ n=1}$

Recorrido total: 300

Recorrió: 190

Falta recorrer: 110 + 100

***Rpta*: 210**

**7.** En el siguiente cuadro de Horner, calcule la suma de los números a escribir en los casilleros en blanco

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 2 | $-6$ | $\square$ | 0 |
| 2 | | $\square$ | $\square$ | | |
| | | | 4 | 2 | |
| $\square$ | | | | 0 | 0 |
| | $\square$ | 2 | 0 | 1 | 0 |

Si dicha suma representa el número de monedas que recibió Alfredo como cambio por la compra de un artefacto electrodoméstico, de los cuales 5 monedas eran de valor de 2 soles y el resto de 1 sol, y además se sabe que Alfredo pagó con un billete de 200 soles, ¿cuánto costó el artefacto que compró?

## 7. RESOLUCIÓN

Piden la suma de los números a escribir en los casilleros en blanco

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 2 | −6 | $\square$ | 0 |
| 2 | | $\square$ | $\square$ | | |
| | | | 4 | 2 | |
| $\square$ | | | | 0 | 0 |
| | $\square$ | 2 | 0 | 1 | 0 |

÷ 6 0

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 2 | −6 | $\boxed{-1}$ | 0 |
| 2 | | $\boxed{4}$ | $\boxed{2}$ | | |
| $\boxed{1}$ | | | 4 | 2 | |
| | | | | 0 | 0 |
| x | $\boxed{2}$ | 2 | 0 | 1 | 0 |

$q(x) = 2x^2 + 2x \quad \wedge \quad R(x) = x$

***Sumamos las casillas en blanco***

$\Sigma$ *casillas* = + + + +

$= 8$

Vuelto 8 monedas: $5.2 + 3.1 = 13$ soles

Costo del artefacto: $200 - 13 = 187$ soles