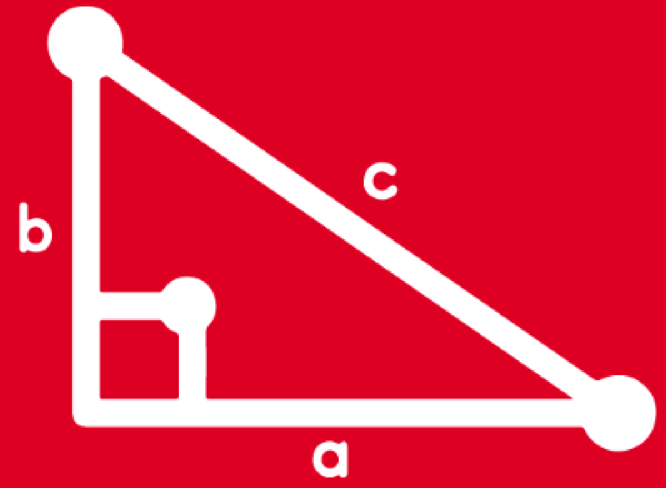
TRIGONOMETRY

Chapter 15



2nd
SECONDARY

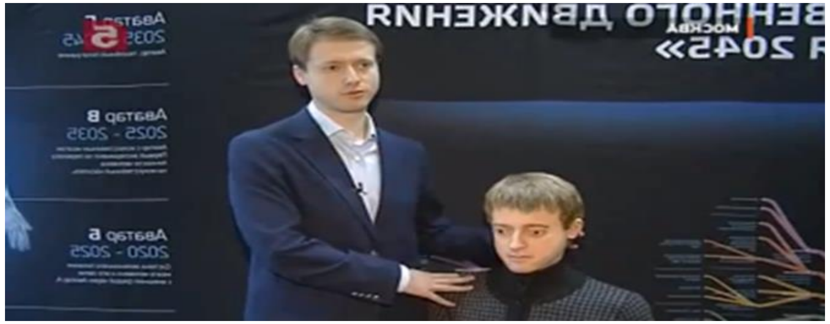
Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal I

SACO OLIVEROS

HELICOMOTIVACIÓN

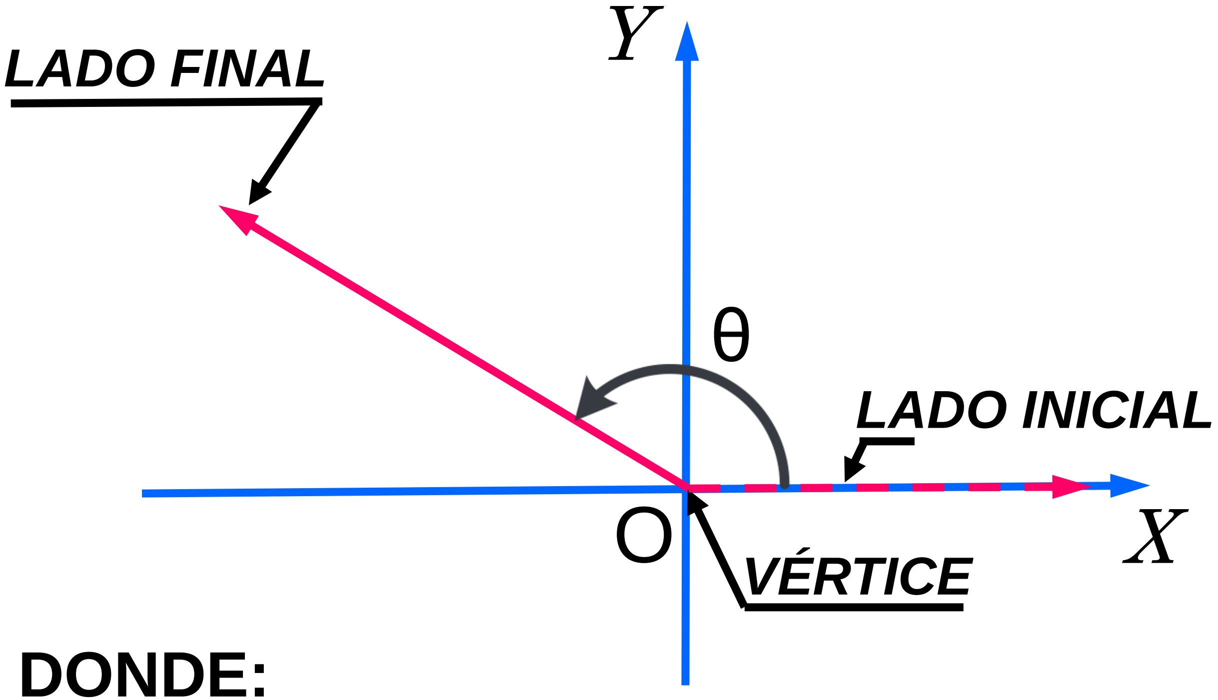
El multimillonario ruso Dimitry Itskov aseguró públicamente su intención de dedicar sus recursos a lograr la INMORTALIDAD, y además conseguirlo para el año 2045, para tal propósito a reclutado a 30 científicos que ya han empezado a estudiar cómo lograr la meta. Para 2025 se espera poder extirpar un cerebro humano y mantenerlo vivo, conectándolo directamente al avatar robótico que, para ese entonces, ya se habrá mejorado.

Ya para el 2035 el proyecto pretende haber encontrado una manera de descargar el contenido de una mente humana en un cerebro artificial por el que la persona pasaría a ser completamente inmortal como máquina. El último paso es, literalmente, desprenderse del cuerpo físico y convertirse en energía (un holograma).



1 ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Son aquellos ángulos trigonométricos cuyo vértice está en el origen de coordenadas y su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas, y su lado final puede ubicarse en cualquier cuadrante o semieje del plano cartesiano.



DONDE:

θ: medida del ángulo en posición normal

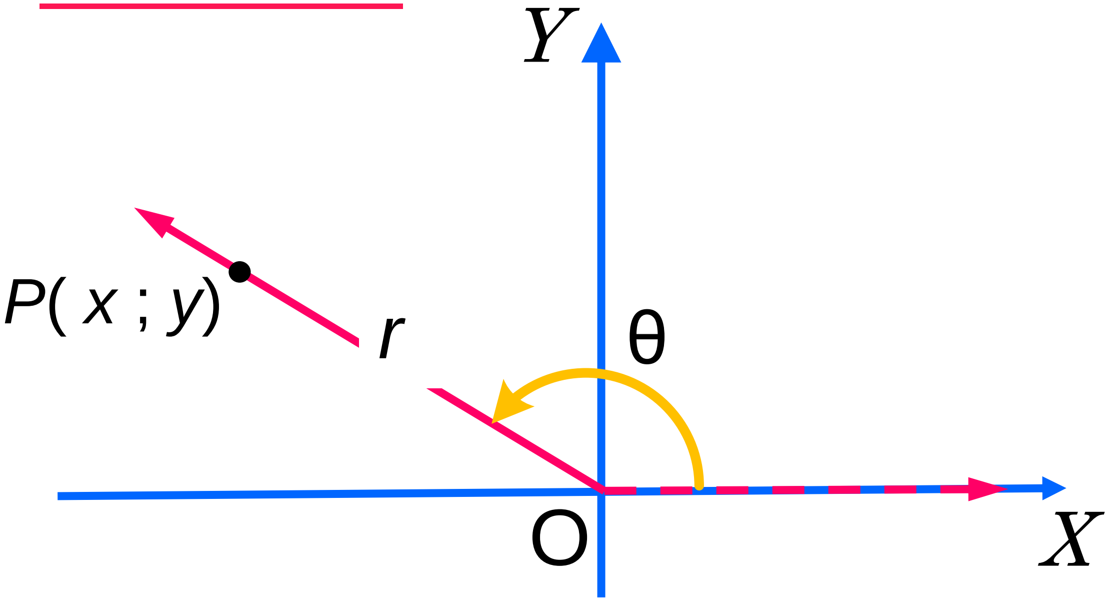
NOTA

Tenemos ángulos positivos y negativos. según el sentido de giro

OBSERVACIÓN

La posición del lado final del ángulo en posición normal determina el cuadrante al que pertenece.

2 DEFINICIÓN DE LAS R.T PARA UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



NOTA: $\boxed{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$; $r > 0$

DONDE:

x: abscisa del punto P

y: ordenada del punto P

r: radio vector del punto P

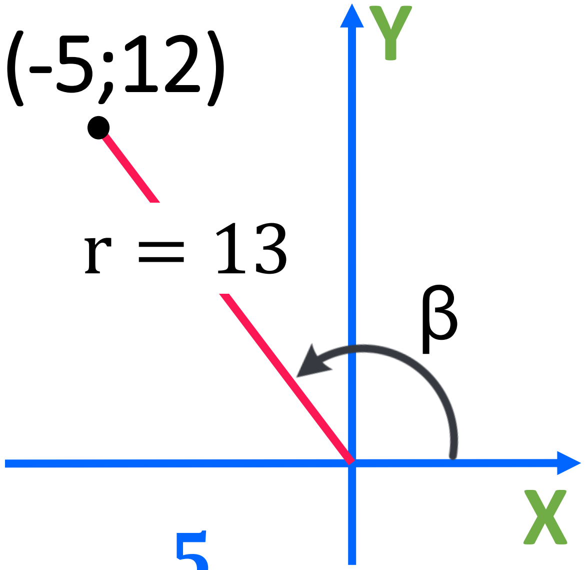
SE DEFINE:

$$\text{Sen}\theta = \frac{\text{ordenada del punto P}}{\text{radio vector del punto P}} = \frac{y}{r}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{\text{abscisa del punto P}}{\text{radio vector del punto P}} = \frac{x}{r}$$

$$\text{Tan}\theta = \frac{\text{ordenada del punto P}}{\text{abscisa del punto P}} = \frac{y}{x}$$

1 Complete los casilleros en blanco.



$$\text{sen}\beta = \boxed{\frac{12}{13}}$$

$$\cos\beta = \boxed{\frac{-5}{13}} = -\frac{5}{13}$$

$$\tan\beta = \boxed{\frac{12}{-5}} = -\frac{12}{5}$$

RESOLUCIÓN

- Calculamos el radio vector

$$\boxed{r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}}$$

$$r = \sqrt{(-5)^2 + 12^2}$$

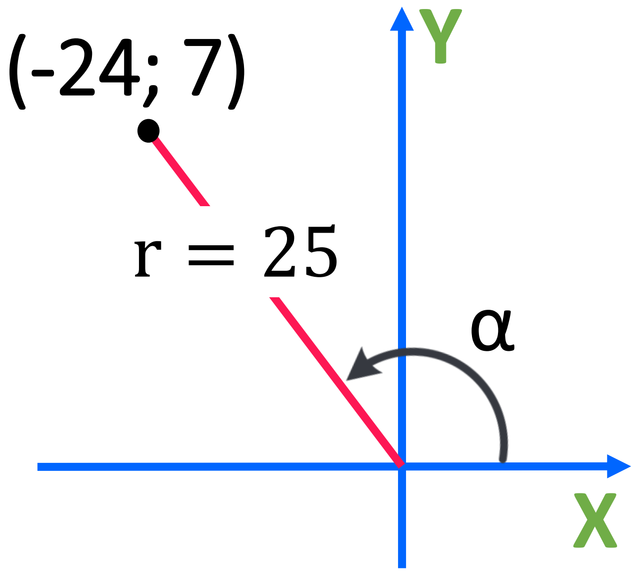
$$r = \sqrt{125 + 144}$$

$$r = \sqrt{169}$$

$$r = 13$$

2 Del gráfico, efectúe :

$E = \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha$



RESOLUCIÓN

- Calculamos el radio vector

$$r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

$$r = \sqrt{(-24)^2 + 7^2}$$

$$r = \sqrt{576 + 49}$$

$$r = \sqrt{625} \quad \Rightarrow \quad r = 25$$

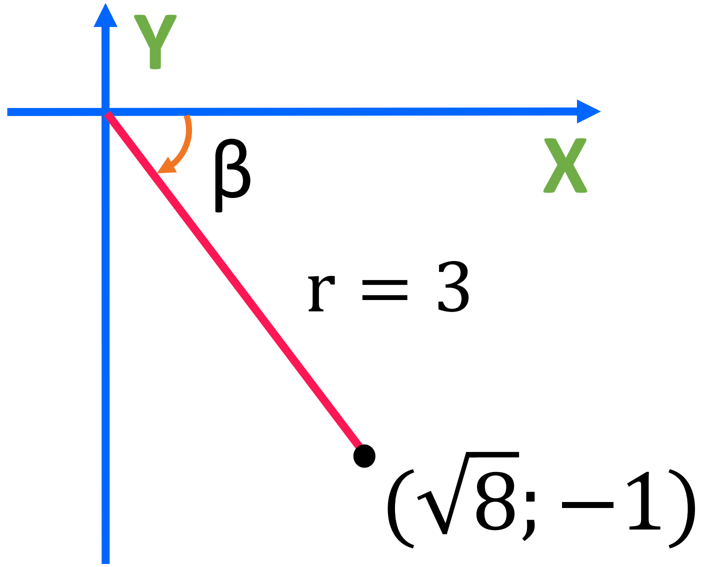
$x = -24$	$y = 7$	$r = 25$

Evaluamos: $E = \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{7}{25} + \frac{-24}{25}$$

$$\therefore E = -\frac{17}{25}$$

3 Del gráfico, efectúe
$M = \tan\beta \cdot \cos\beta$



RESOLUCIÓN

- Calculando el radio vector

$$r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

$$r = \sqrt{(\sqrt{8})^2 + (-1)^2}$$

$$r = \sqrt{8 + 1}$$

$$r = \sqrt{9} \quad \Rightarrow r = 3$$

$x = \sqrt{8}$	$y = -1$	$r = 3$

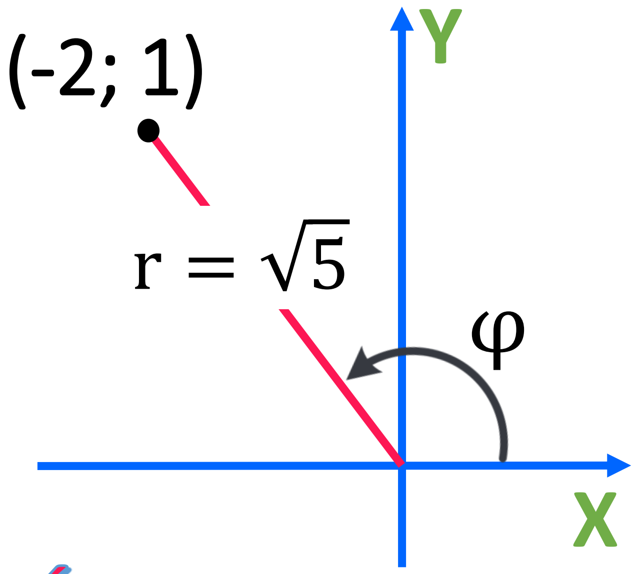
Evaluamos: $M = \tan\beta \cdot \cos\beta$

$$\Rightarrow M = \left(\frac{-1}{\cancel{\sqrt{8}}}\right)\left(\frac{\cancel{\sqrt{8}}}{3}\right)$$

$$\therefore E = -\frac{1}{3}$$

4 Del gráfico, efectúe:

$N = \cos^2\varphi - \operatorname{sen}^2\varphi$



RESOLUCIÓN

- Calculando el radio vector

$$\boxed{r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}}$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + 1^2}$$

$$r = \sqrt{4+1}$$

$$r = \sqrt{5}$$

$x = -2$	$y = 1$	$r = \sqrt{5}$

Evaluamos: $N = \cos^2\varphi - \operatorname{sen}^2\varphi$

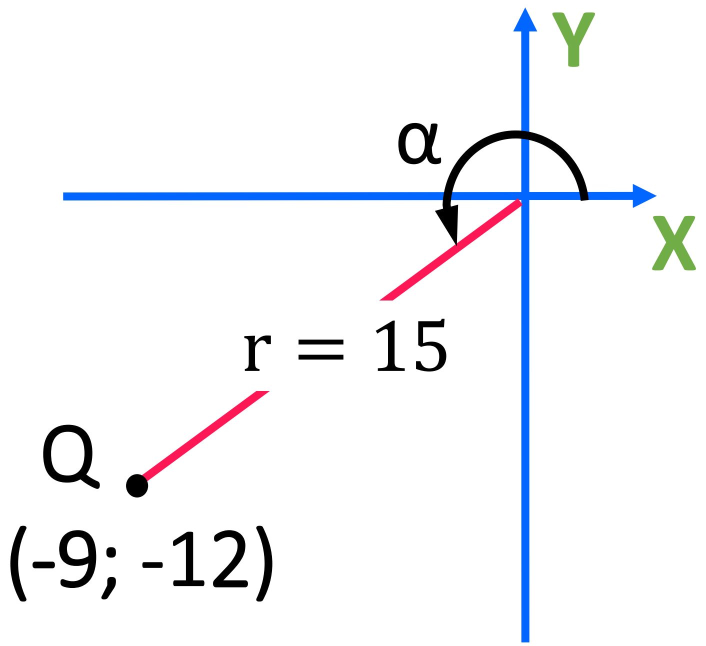
$$N = \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$N = \left(\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\boxed{\therefore N = \frac{3}{5}}$$

5 Si el punto Q(–9; –12) pertenece el lado final del ángulo α en posición normal. Calcule B = 30senα – 27tanα

RESOLUCIÓN



- Calculamos el radio vector

$$\boxed{r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}}$$

$$r = \sqrt{(-9)^2 + (-12)^2}$$

$$r = \sqrt{81 + 144}$$

$$r = \sqrt{225}$$

$$r = 15$$

$x = -9$	$y = -12$	$r = 15$

Evaluamos:

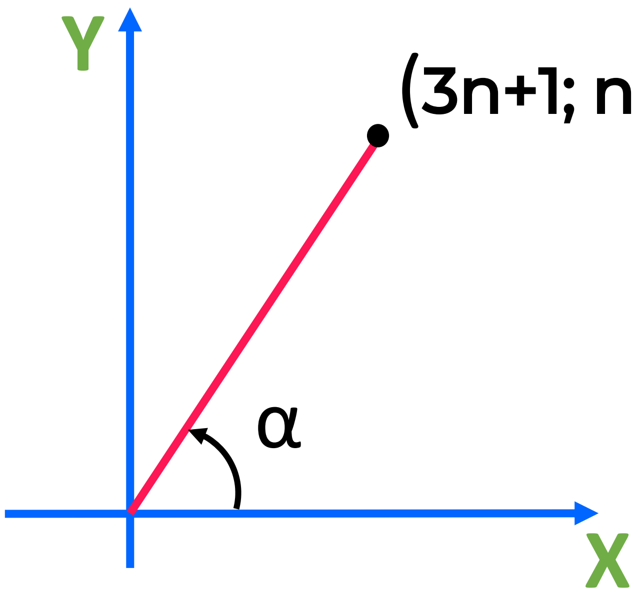
$$B = 30\operatorname{sen}\alpha - 27\tan\alpha$$

$$B = \overset{2}{\cancel{30}}\left(\frac{-12}{\cancel{15}}\right) - \overset{3}{\cancel{27}}\left(\frac{-12}{\cancel{-9}}\right)$$

$$B = -24 - 36$$

$$\therefore \boxed{B = -60}$$

6 Del gráfico, si $\tan\alpha = \frac{1}{2}$
Calcular el valor de n.



RESOLUCIÓN

- **Del gráfico:**

$$\tan\alpha = \frac{n+1}{3n+1} \quad ....(\mathrm{I})$$

- **Del dato:**

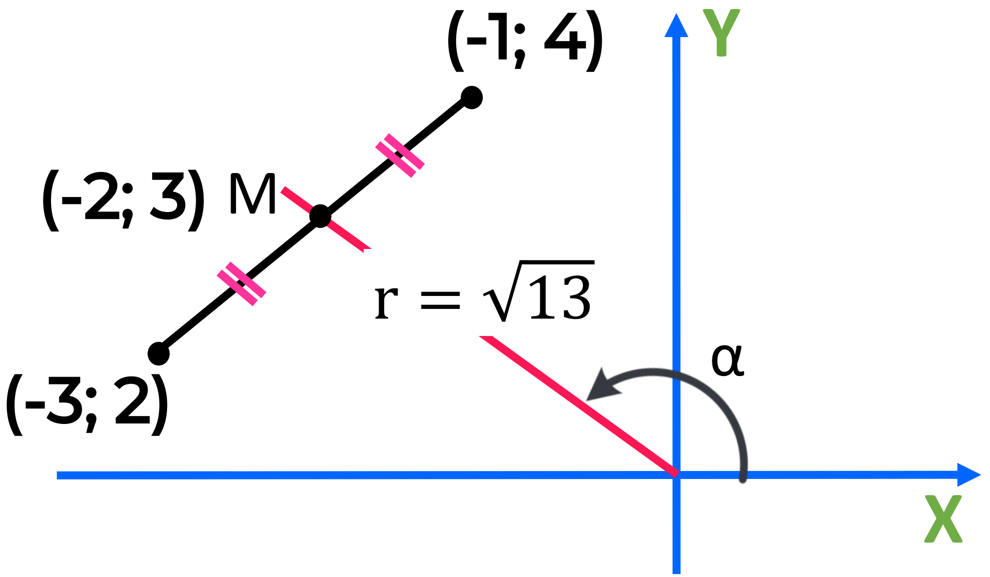
$$\tan\alpha = \frac{1}{2} \quad ....(\mathrm{II})$$

De (I) y (II):

$$\frac{n+1}{3n+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2n+2 = 3n+1$$

$$\therefore \boxed{n=1}$$

7 Para saber cuál fue la nota de André en su examen de trigonometría, deberás resolver lo siguiente:
A = $\sqrt{13}$(senα + cosα).



Sabiendo que le falta A puntos para llegar a la nota 20, ¿cuál fue la nota de André?

RESOLUCIÓN

- Calculamos las coordenadas del punto M

$$M\begin{cases} x = \dfrac{-3-1}{2} = -2 \\ y = \dfrac{4+2}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M = (-2;3)$$

- Calculamos el radio vector de M :

$$\boxed{r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}} \quad r = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

x= – 2	y = 3	r = $\sqrt{13}$

- Evaluamos: A = $\sqrt{13}$ (senα + cosα)

$$A = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{3}{\cancel{\sqrt{13}}} + \left(\frac{-2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right)\right) \quad A = 1$$

∴ André tuvo 19 de nota