



ÁLGEBRA

Chapter 8

2nd

SECONDARY

Session I

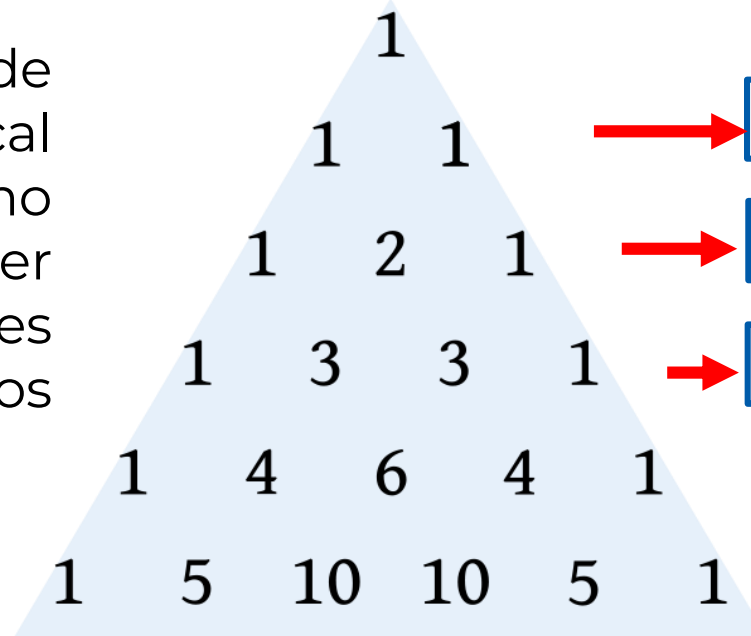
PRODUCTOS NOTABLES I





TRIÁNGULO DE PASCAL

El triángulo de Tartaglia o Pascal tiene como utilidad conocer los coeficientes de los desarrollos de $(a + b)^n$.



$$\rightarrow (a + b)^1 = 1a + 1b$$

$$\rightarrow (a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$\rightarrow (a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

¿Puedes deducir los coeficientes de $(a + b)^6$?

Rpta: 1 6 15 20 15 6 1



PRODUCTOS NOTABLES

I. DESARROLLO DEL BINOMIO AL CUADRADO:

$$(a + b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(a - b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

Ejemplos

$$\text{➤ } (2x + 3y)^2 = \underline{(2x)^2} + \underline{2(2x)(3y)} + \underline{(3y)^2}$$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$\text{➤ } (4m - 5n)^2 = \underline{(4m)^2} - \underline{2(4m)(5n)} + \underline{(5n)^2}$$

$$= 16m^2 - 40mn + 25n^2$$



II. IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 \equiv 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$$

Ejemplos

$$\begin{aligned} \text{➤ } (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 &= 2(\sqrt{5}^2 + \sqrt{3}^2) \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤ } (2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 &= 4(2x)(1) \\ &= 8x \end{aligned}$$



III. DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a + b)(a - b) \equiv a^2 - b^2$$

Ejemplos

$$\triangleright (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \cancel{\sqrt{3}^2} - \cancel{\sqrt{2}^2}$$

$$= 1$$

$$\triangleright (x^3 - 3)(x^3 + 3) = (x^3)^2 - (3)^2$$

$$= x^6 - 9$$



1. Efectúe

$$P = (a + 4)^2 + (a + 3)^2 - 2(a^2 + 7a)$$

RESOLUCIÓN

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$P = \underline{(a + 4)}^2 + \underline{(a + 3)}^2 - 2(a^2 + 7a)$$

$$P = (a)^2 + 2(a)(4) + (4)^2 + (a)^2 + 2(a)(3) + (3)^2 - 2a^2 - 14a$$

$$P = \cancel{a^2} + \cancel{8a} + \underline{16} + \cancel{a^2} + \cancel{6a} + \underline{9} - \cancel{2a^2} - \cancel{14a}$$

$$\therefore P = 25$$



2. Reduzca

$$Q = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2 - 2(4x^2 + 5)$$

RESOLUCIÓN

$$Q = \underline{(3x + 1)^2} - \underline{(x - 2)^2} - 2(4x^2 + 5)$$

$$Q = (3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2 - \left((x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2 \right) - 8x^2 - 10$$

$$Q = 9x^2 + 6x + 1 - (x^2 - 4x + 4) - 8x^2 - 10$$

$$Q = \cancel{9x^2} + \underline{6x} + \underline{1} - \cancel{x^2} + \underline{4x} - \underline{4} - \cancel{8x^2} - \underline{10}$$

$$\therefore Q = 10x - 13$$

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$



3. Si $a + b = 5$ y $ab = 1$

calcule $a^2 + b^2$

RESOLUCIÓN

Reemplazando en:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(5)^2 = a^2 + b^2 + 2(1)$$

$$25 = a^2 + b^2 + 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 23$$

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$



4. Si $a^2 + b^2 = 7$ y $ab = 21$

calcule $a + b$

RESOLUCIÓN

Reemplazando en:

$$(a + b)^2 = \underbrace{a^2 + b^2}_{7} + \underbrace{2ab}_{2(21)}$$

$$(a + b)^2 = 7 + 2(21)$$

$$(a + b)^2 = 7 + 42$$

$$(a + b)^2 = 49$$

$$\therefore a + b = \pm 7$$

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$



5. Indique el valor de

$$E = \frac{(7x + 3y)^2 - (7x - 3y)^2}{(4x + 2y)^2 - (4x - 2y)^2}$$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{(\underline{7x} + \underline{3y})^2 - (\underline{7x} - \underline{3y})^2}{(\underline{4x} + \underline{2y})^2 - (\underline{4x} - \underline{2y})^2}$$

$$E = \frac{4(7x)(3y)}{4(4x)(2y)}$$

$$E = \frac{(7)(3)}{(4)(2)}$$

$$\therefore E = \frac{21}{8}$$

RECORDAR:

IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$



6. El resultado de simplificar

$$E = \frac{(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1) + (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)}$$

representa la cantidad de

espacio libre en gigabytes en la memoria USB de Piero. Si la capacidad total de su memoria es

30 veces el espacio que le queda, ¿cuánto espacio es la que a utilizado en su memoria?

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1) + (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)}$$

$$E = \frac{(\sqrt{7}^2 - 1^2) + (\sqrt{3}^2 - 1^2)}{(\sqrt{5}^2 - 1^2)}$$

$$E = \frac{(7 - 1) + (3 - 1)}{(5 - 1)}$$

RECORDAR:

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$E = \frac{6 + 2}{4}$$

$$\therefore E = 2$$

Cantidad de Gigabytes libre = **2 Gb**

Capacidad total: **30 (2) = 60 Gb**

Espacio utilizado en la memoria: **60 - 2**

\therefore 58 gigabytes



- 7.** Al hallar el valor opuesto de $E = (x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)(x^4 + 81) - x^8$ esto representa cuánto le debe en soles Luz a Celso. Si Luz a devuelto hasta ahora el monto de 4561 soles, ¿cuánto le falta por devolver?

RESOLUCIÓN

$$E = (x + 3)(x - 3)(x^2 + 9)(x^4 + 81) - x^8$$

$$E = (x^2 - 9)(x^2 + 9)(x^4 + 81) - x^8$$

$$E = (x^4 - 81)(x^4 + 81) - x^8$$

$$E = \cancel{x^8} - 6561 - \cancel{x^8}$$

$$E = -6561$$

RECORDAR:

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Luz le debe a Celso: S/. 6 561

Luz le devolvió a Celso: S/. 4 561

∴ El valor del monto que le falta por devolver **S/. 2000**