ALGEBRA

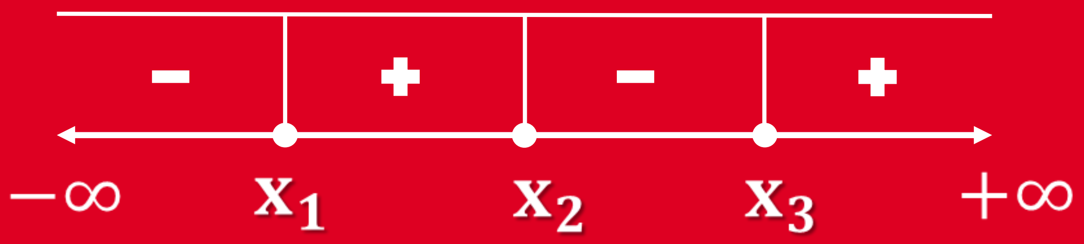
5th

of Secondary

CHAPTER 14

Tema: Inecuaciones racionales y de grado superior

$$P(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \gtrless 0$$



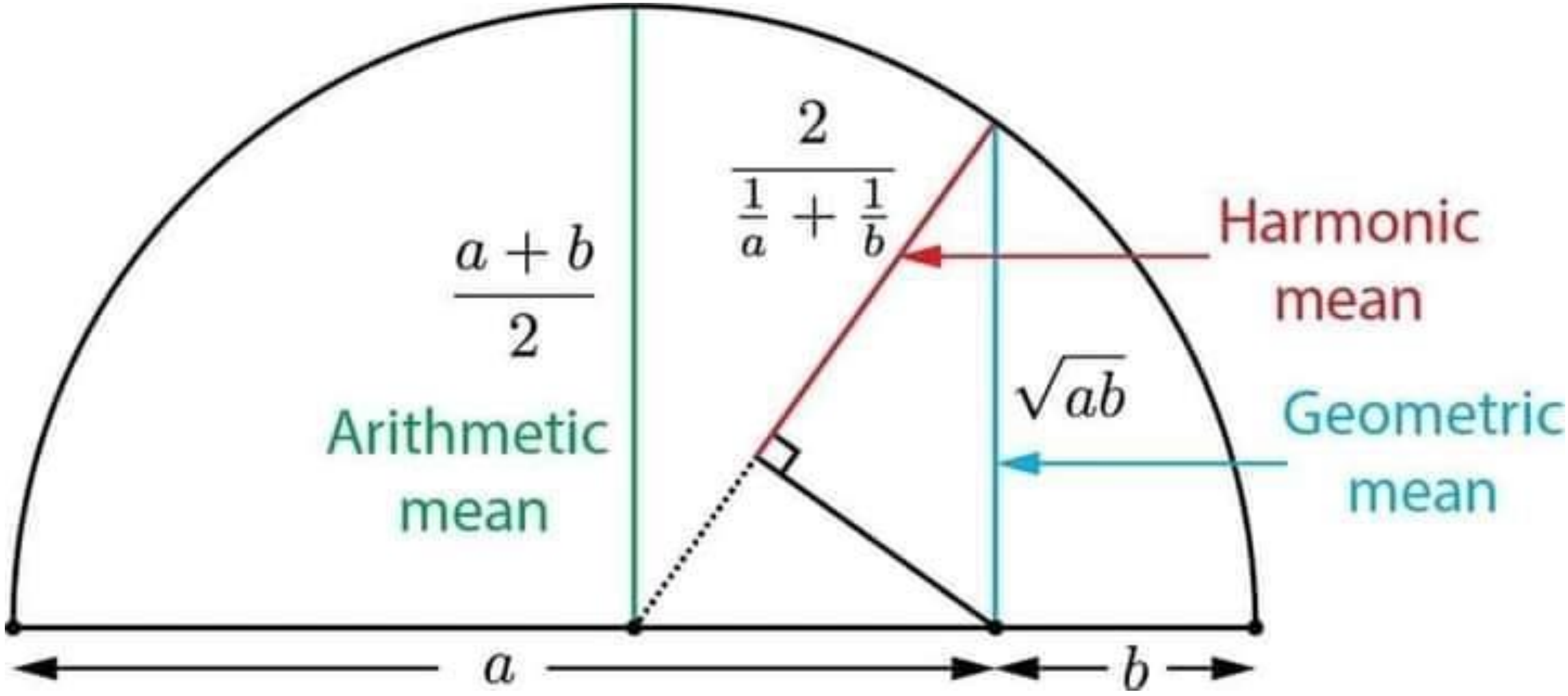
SACO OLIVEROS

MOTIVATING

STRATEGY

SACO OLIVEROS

La Desigualdad de las Medias



HELICO

THEORY

4) INECUACIONES CUADRÁTICAS

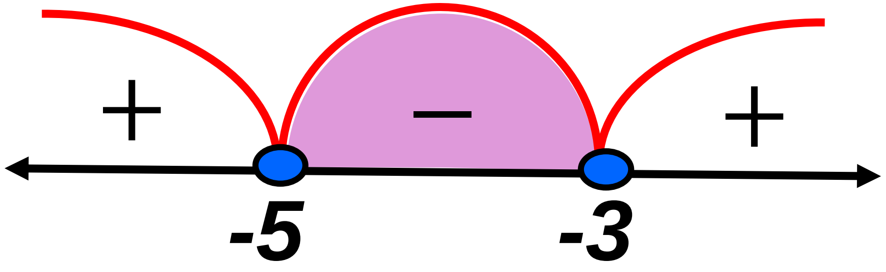
Ejemplos explicativos

a) Resuelva:

$$x^2+8x+15 \leq 0$$

$\Rightarrow$ $(x+3)(x+5) \leq 0$

Puntos críticos: $\begin{cases} x+3=0 \\ x+5=0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x=-3$, $\Rightarrow$ $x=-5$



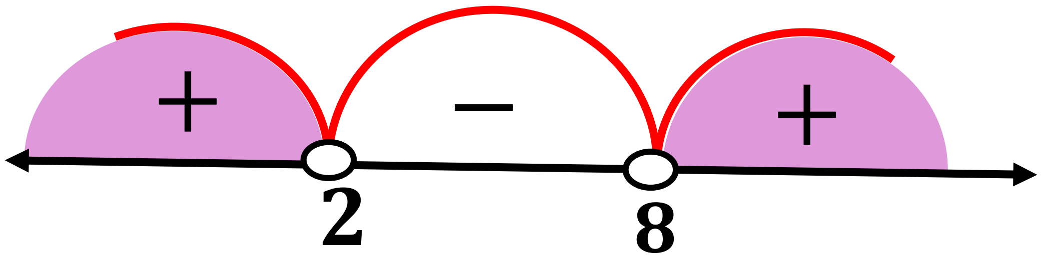
CS= $[-5;-3]$

b) Resuelva:

$$x^2-10x+16 > 0$$

$\Rightarrow$ $(x-2)(x-8) > 0$

Puntos críticos: $\begin{cases} x-2=0 \\ x-8=0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x=2$, $\Rightarrow$ $x=8$



CS= $<-\infty;2> \cup <8;+\infty>$

5) INECUACIONES FRACCIONARIAS

Ejemplo explicativo

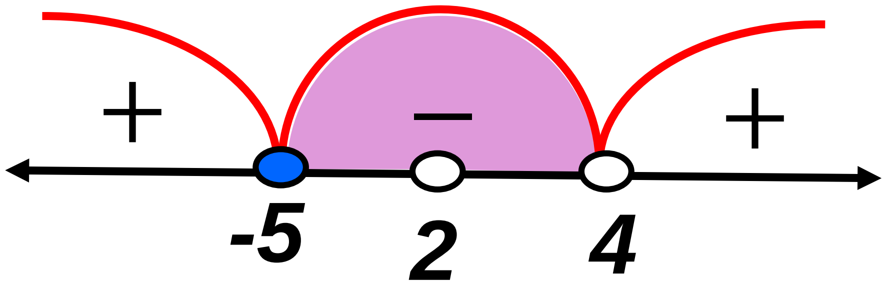
a) Resuelva:

$$\frac{x^2+3x-10}{x^2-6x+8} \leq 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(x+5)\cancel{(x-2)}}{(x-4)\cancel{(x-2)}} \leq 0 \qquad \frac{x+5}{x-4} \leq 0$$

Podemos observar que: $\boxed{x \neq 2}$

Puntos críticos:
$$\begin{cases} x+5=0 & \Rightarrow x=-5 \\ x-4=0 & \Rightarrow x=4 \end{cases}$$



$$CS = [-5; 4> - \{2\}$$

TEOREMAS FUNDAMENTALES

Se tienen los siguientes:

Puede ser cualquier desigualdad

1) **Si** $(x-a)^{2k+1}(x-b)^{2k+1} \geq 0$

$\Rightarrow$ $\boxed{(x-a)(x-b) \geq 0}$

2) **Si** $\sqrt[2k+1]{(x-a)} \cdot \sqrt[2k+1]{(x+b)} > 0$

$\Rightarrow$ $\boxed{(x-a)(x+b) > 0}$

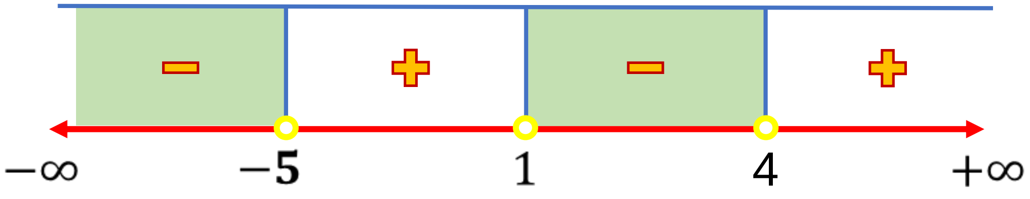
EJEMPLOS APLICATIVOS

1) Resuelva:

$$\sqrt[3]{x+5}\,.\,\sqrt[7]{x-1}\,.\,\sqrt[15]{x-4} < 0$$

Por teorema:

$$\Rightarrow\ (x+5)(x-1)(x-4) < 0$$



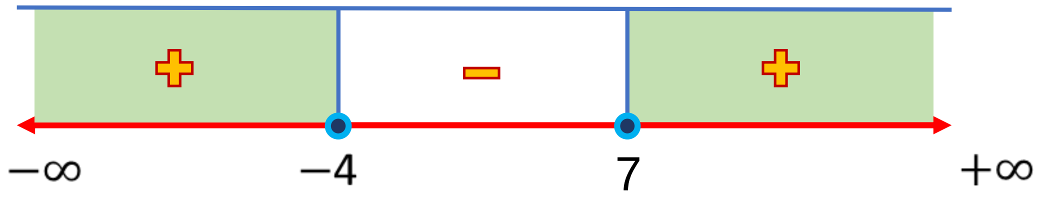
$$\therefore\ C.S = \langle -\infty; -5 \rangle \cup \langle 1; 4 \rangle$$

2) Resuelva:

$$(x+4)^{17}.(x-7)^{23} \geq 0$$

Por teorema:

$$\Rightarrow\ (x+4)(x-7) \geq 0$$



$$\therefore\ C.S = \langle -\infty; -4] \cup [7; +\infty \rangle$$

HELICO

PRACTICE

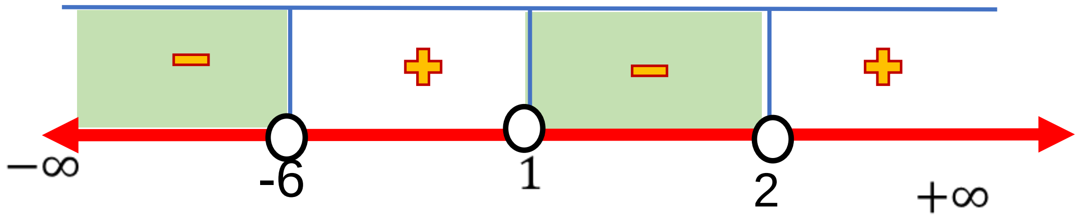
SACO OLIVEROS

1. **Resolver** $(x-2)(x+6)(x-1)<0$

Resolución :

Puntos críticos:

$$x-2=0 \rightarrow x=2$$
$$x+6=0 \rightarrow x=-6$$
$$x-1=0 \rightarrow x=1$$



C.S=$\langle -\infty, -6\rangle \cup \langle 1, 2\rangle$

2. **Resolver** $x^3 \geq 25x$

Resolución :

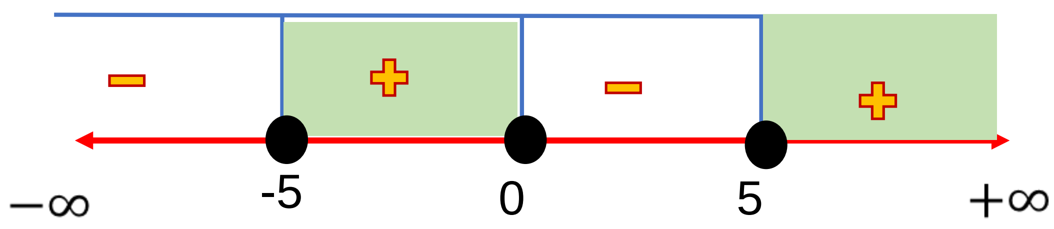
$$x^3 - 25x \geq 0$$

$$(x)(\, x^2 - 25) \geq 0$$

$$(x)(x+5)(x-5) \geq 0$$

Puntos críticos:

$$x = 0$$
$$x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$$
$$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$



C.S=[-5,0]∪ [5, ∞ >

3. **Resolver** $\dfrac{(x-3)(x+5)}{(x+2)(x-1)} \geq 0$

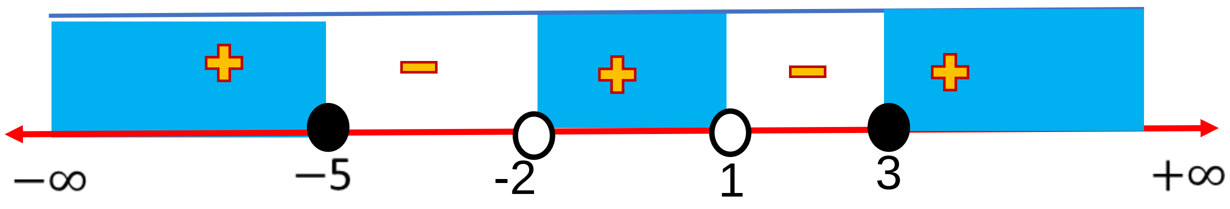
Resolución :

- **Restringiendo:** $x \neq -2 \text{ y } 1$

Puntos críticos:

$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$
$$x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$$
$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$
$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

Graficando:



$C.S = \langle -\infty. -5] \cup \langle -2, 1 \rangle \cup [3, \infty \rangle$

4. Dar el intervalo de solución de:

$$(x-3)^7(x+5)^3(x-4)^5>0$$

Resolución :

Por teorema:

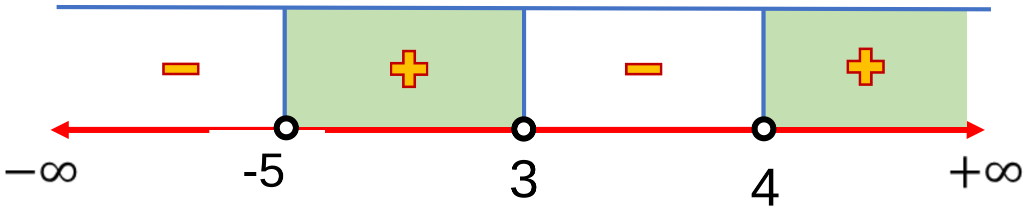
$$(x-3)\quad(x+5)\quad(x-4)\quad>0$$

Puntos críticos:

$$x=-5$$

$$x=3$$

$$x=4$$



C.S=< -5,3 >∪< 4, ∞ >

5. **Resolver**

$$\left(x^2-16\right)^2\left(x^2+x+1\right)(x-2)\leq 0$$

Resolución :

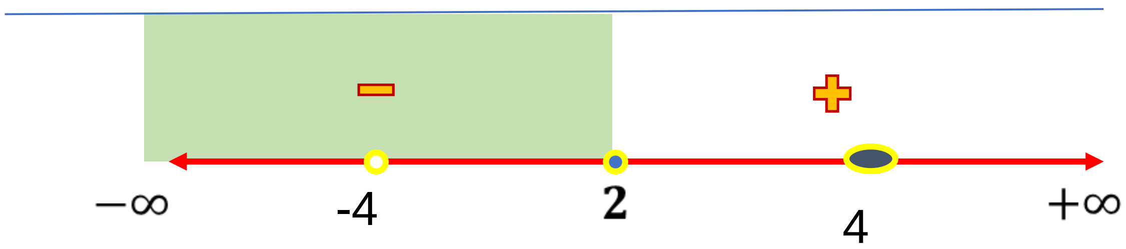
Discriminante negativo:

$$\left(x^2+x+1\right)>0$$

$$x^2-16=0 \quad x=\pm 4$$

$$(x-2)\leq 0$$

$$x\leq 2$$



C.S $=\langle -\infty, 2] \cup \{4\}$

6. La edad de Marcelo es 3(a+b+c)años donde a,b,c se obtienen al resolver la inecuación $\frac{x^2+x-6}{x^2-9x+14} \leq 0$ cuyo conjunto solución es [a,b> - {c} ¿Qué edad tendrá Marcelo dentro de 6 años?

Resolución :

$$\frac{(x+3)(x-2)}{(x-7)(x-2)} \leq 0$$

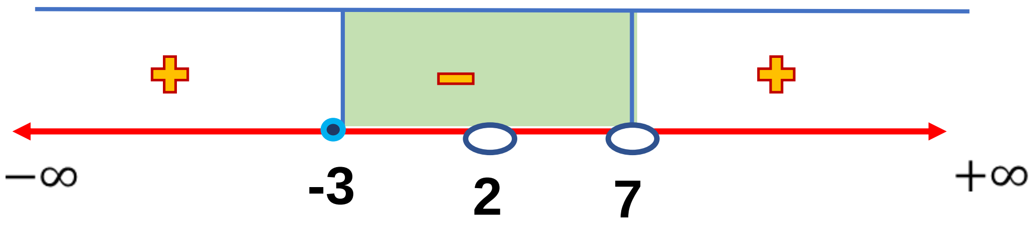
$$x \neq 2 \text{ y } 7$$

PUNTOS CRÍTICOS

$$x+3=0 \rightarrow x=-3$$

$$x-7=0 \rightarrow x=7$$

Graficando :



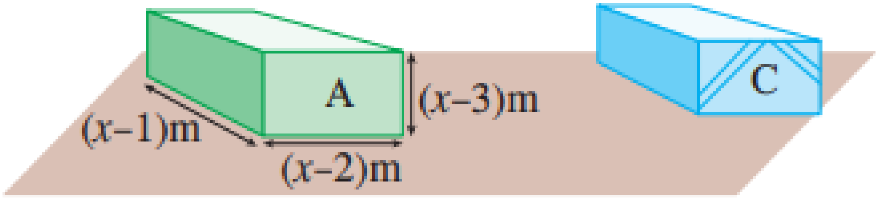
$c.s=[-3,7>-\{2\}$

a=-3 b=7 c=2

Edad =3(-3+7+2)=18 años

24 años

7. **Con el fin de exportar frutas ,una empresa utiliza dos tipos de contenederos A y C en forma de paralelepípedo rectangular,como se muestra en la figura.Las dimensiones del contenedor C miden 1 metro menos respectivamente que las dimensiones de A.Si el volumen de C no excede al volumen de A.¿Cual es el volumen mínimo entero del contenedor C?**



Resolución :

VA=$(x-1)(x-2)(x-3)$

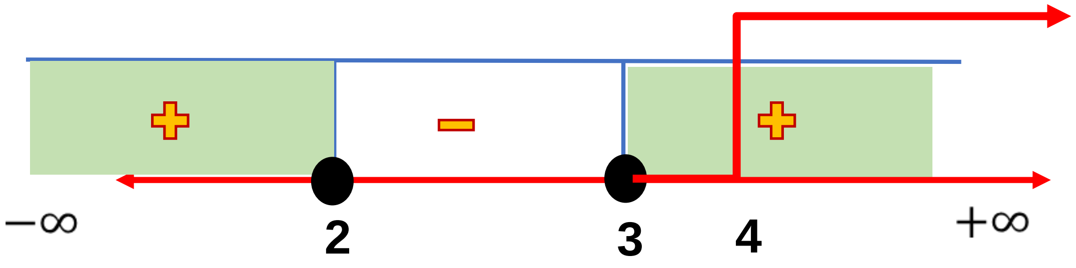
VC=$(x-2)(x-3)(x-4)$

$$x-4>0$$
$$x>4$$

$$(x-2)(x-3)(x-4)\leq(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$(x-2)(x-3)\ (-3)\leq 0$$

$$(x-2)(x-3)\geq 0$$



$$x>4$$

x=5

VC=1*2*3=6u^3