



# GEOMETRÍA

Capítulo 13  
SESIÓN I

3th  
SECONDARY

CIRCUNFERENCIA I



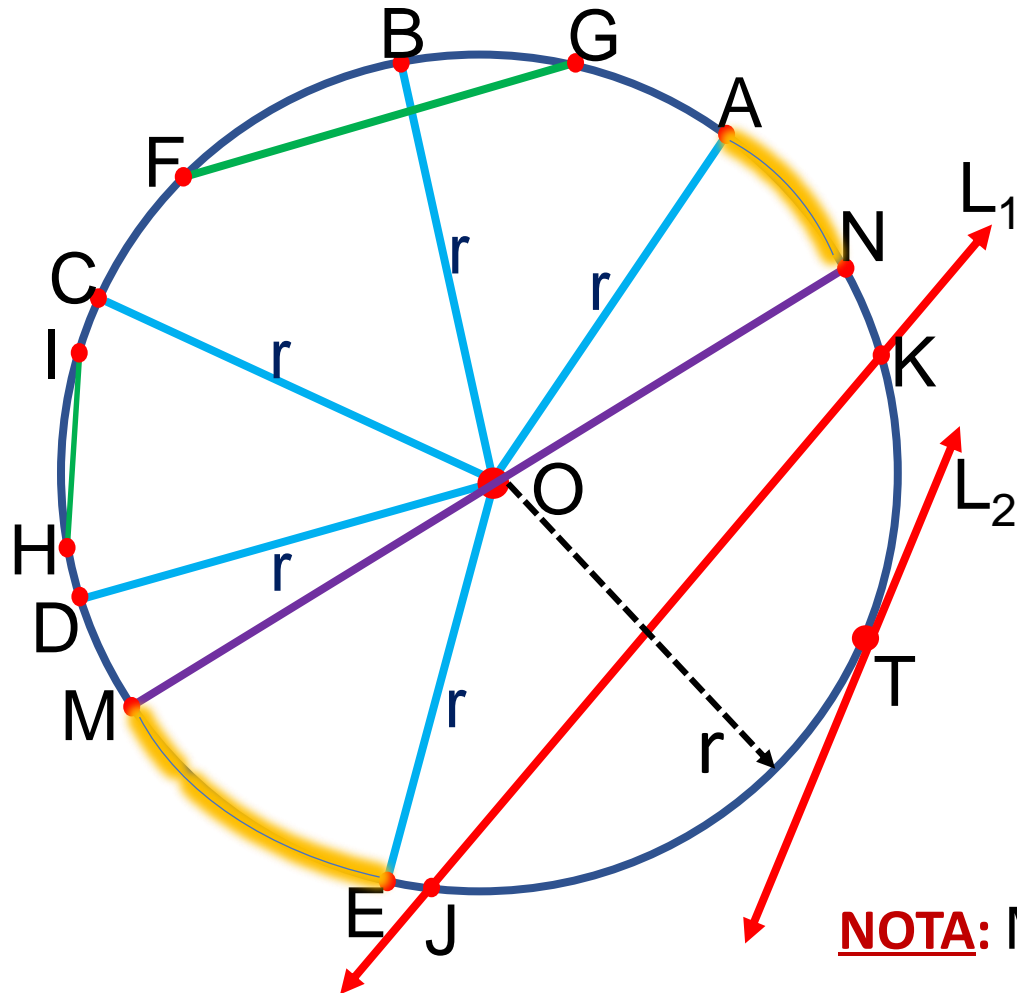
 **SACO OLIVEROS**

Al observar el borde de la Luna o el Sol, el hombre tuvo las primeras nociones de circunferencia , al cortar una naranja o un limón el contorno de la sección plana tiene forma de circunferencia y que equidista del centro, esto llevo a conocer las primeras propiedades de ella.



# CIRCUNFERENCIA

Es aquella línea curva cerrada, que está formada por el conjunto de puntos coplanares que equidistan de un punto fijo, coplanar a los puntos anteriores, denominado centro.

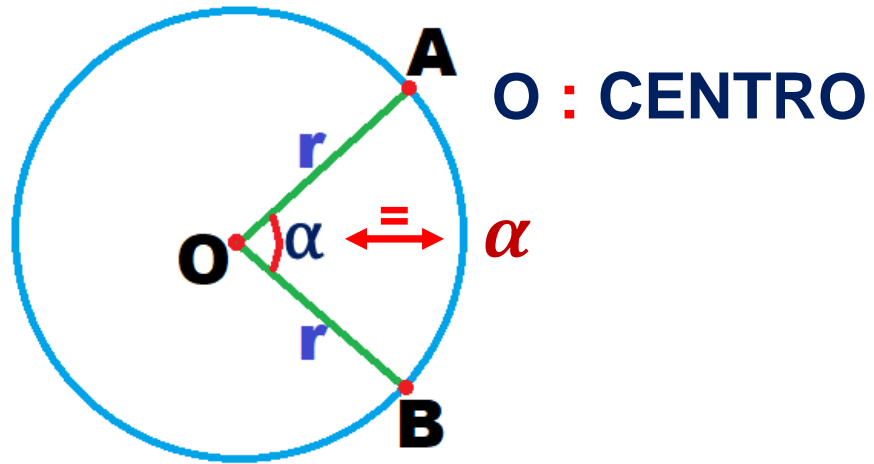


- CENTRO:  $O$
- RADIO:  $\overline{OA}$  ;  $\overline{OB}$  ;  $\overline{OC}$
- CUERDA:  $\overline{FG}$  ;  $\overline{HI}$
- DIÁMETRO:  $\overline{MN}$  ( $MN = 2r$ )
- ARCO:  $\widehat{AN}$  ;  $\widehat{ME}$
- RECTA SECANTE:  $\overleftrightarrow{L_1}$
- RECTA TANGENTE:  $\overleftrightarrow{L_2}$
- PUNTO DE TANGENCIA:  $T$

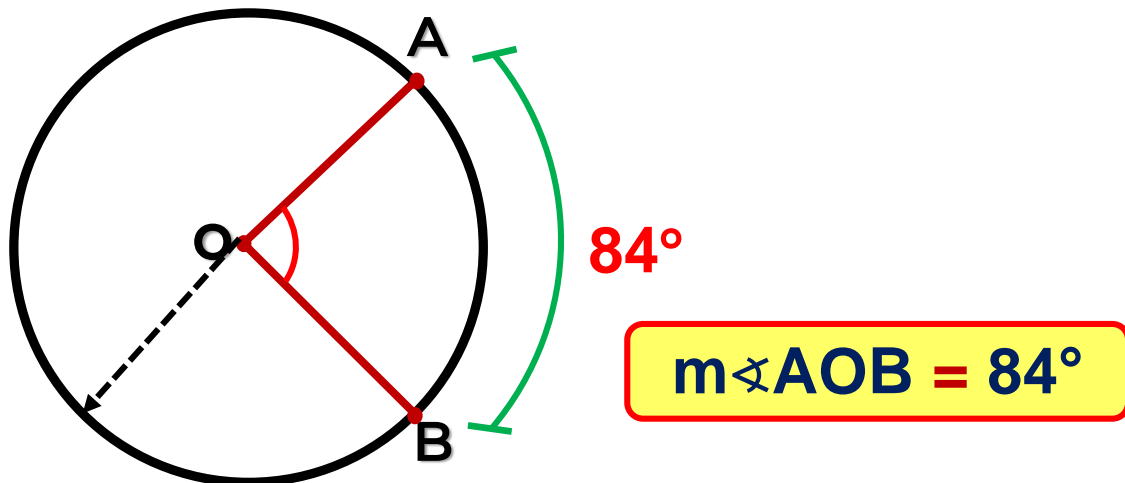
NOTA: Medida angular de la circunferencia:  $m\odot=360^\circ$

# ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

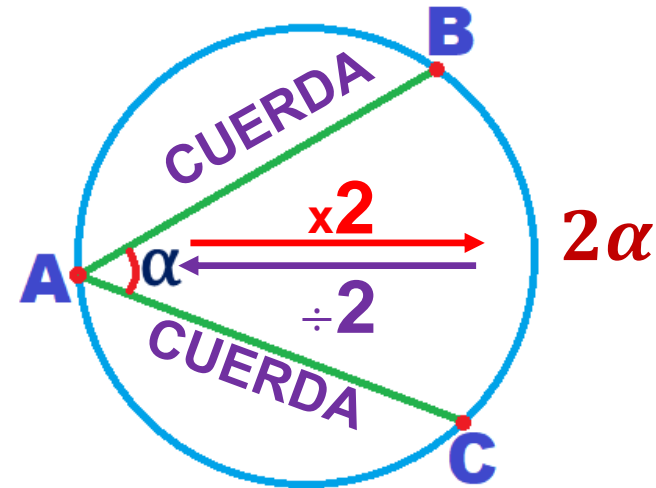
## ÁNGULO CENTRAL:



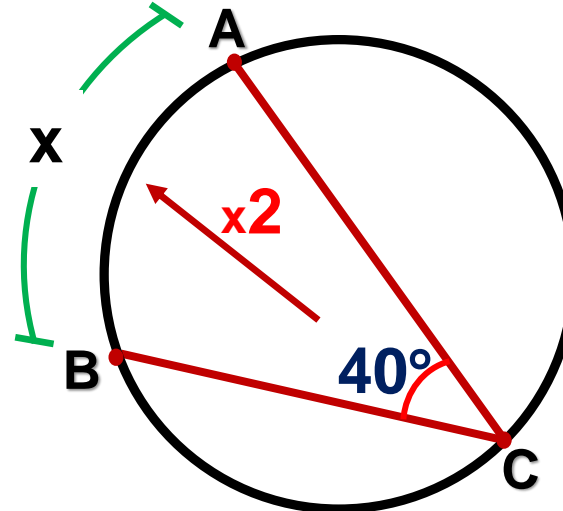
Ejemplo: Calcule la  $m\angle AOB$



## ÁNGULO INSCRITO:



Ejemplo: Calcule el valor de  $x$



$$x = 2(40^\circ)$$

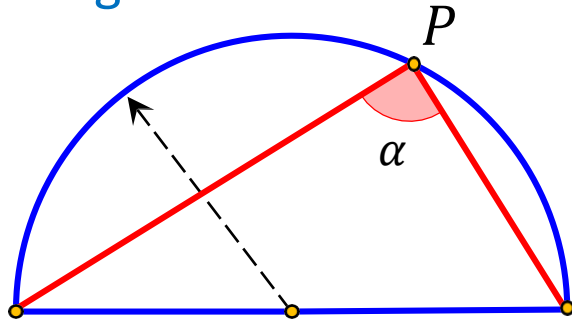
$$x = 80^\circ$$



## Teoremas

### Semicircunferencia

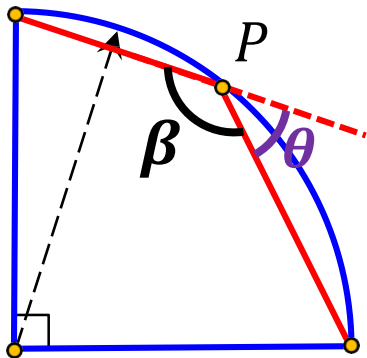
Del gráfico:



P: Punto de la  
semicircunferencia

$$\alpha = 90^\circ$$

### Cuadrante



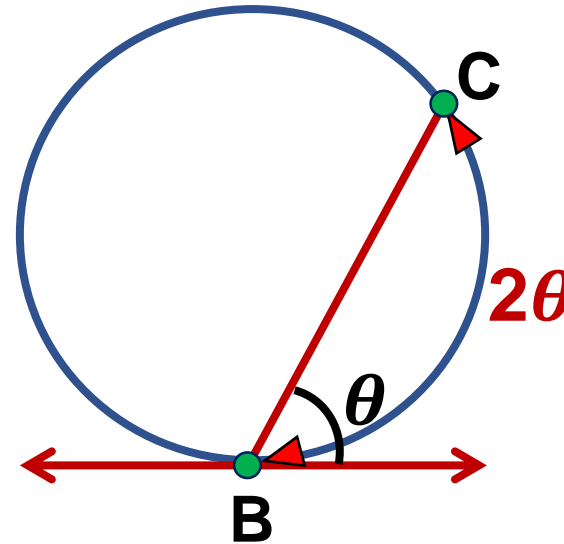
P: punto del  
cuadrante

Se cumple:

$$\beta = 135^\circ$$

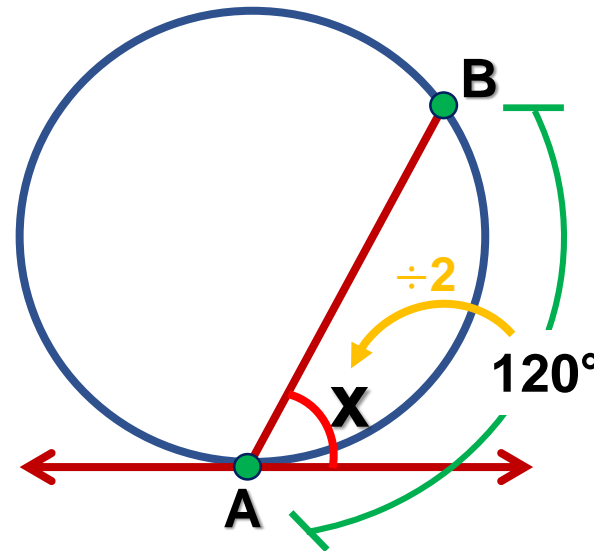
$$\theta = 45^\circ$$

## ÁNGULO SEMINSCRITO



B: punto de  
tangencia

Ejemplo: Calcule el valor de x.

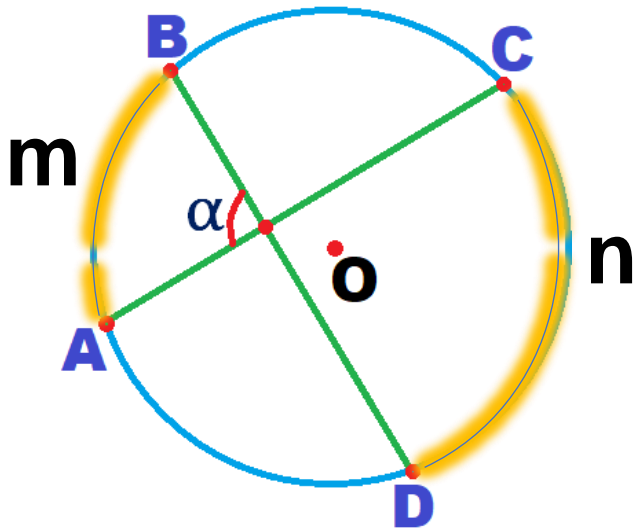


$$x = \frac{120^\circ}{2}$$

$$x = 60^\circ$$

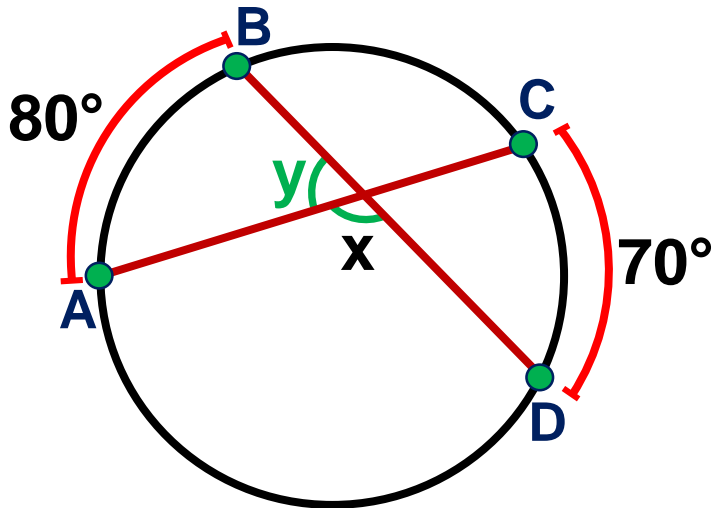
# ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

## ÁNGULO INTERIOR:



$$\alpha = \frac{m + n}{2}$$

Ejemplo: Calcule el valor de x.

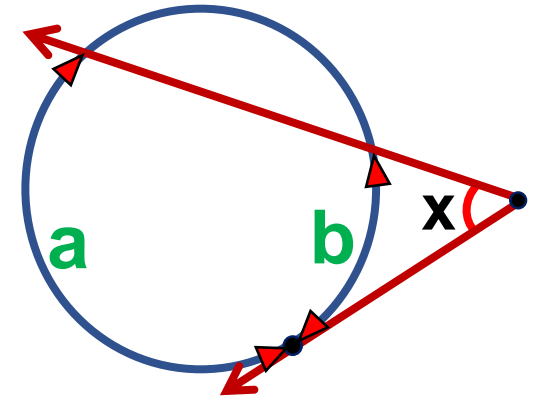
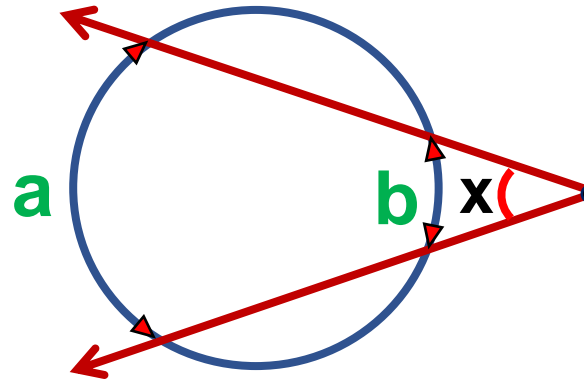


$$y = \frac{80^\circ + 70^\circ}{2}$$

$$y = 75^\circ$$

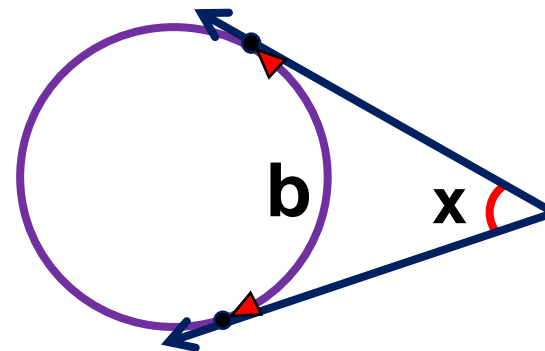
$$x = 105^\circ$$

## ÁNGULO EXTERIOR



$$x = \frac{a - b}{2}$$

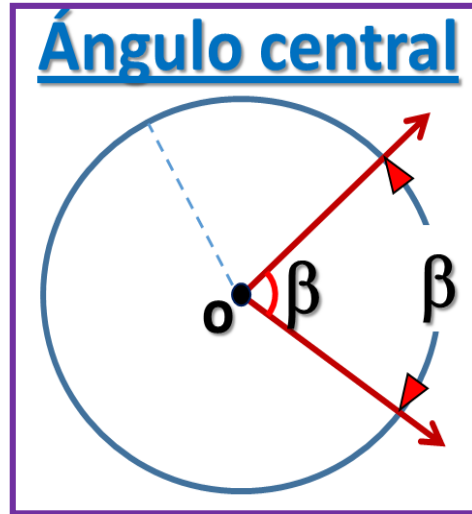
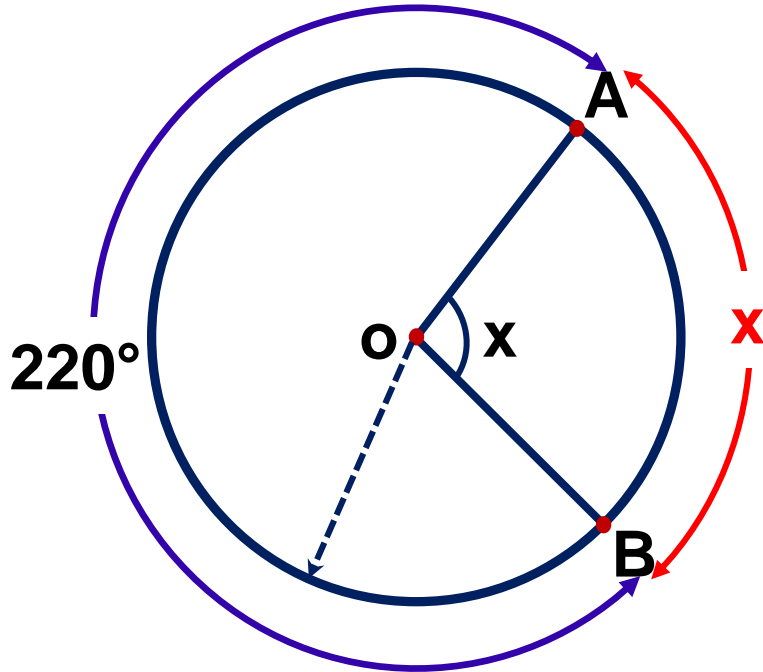
## TEOREMA:



$$x + b = 180^\circ$$

1. En una circunferencia de centro  $O$  se trazan los radios  $\overline{OA}$  y  $\overline{OB}$ . Si el arco mayor  $AB$  mide  $220^\circ$ . Calcule la  $m\angle AOB$ .

### Resolución



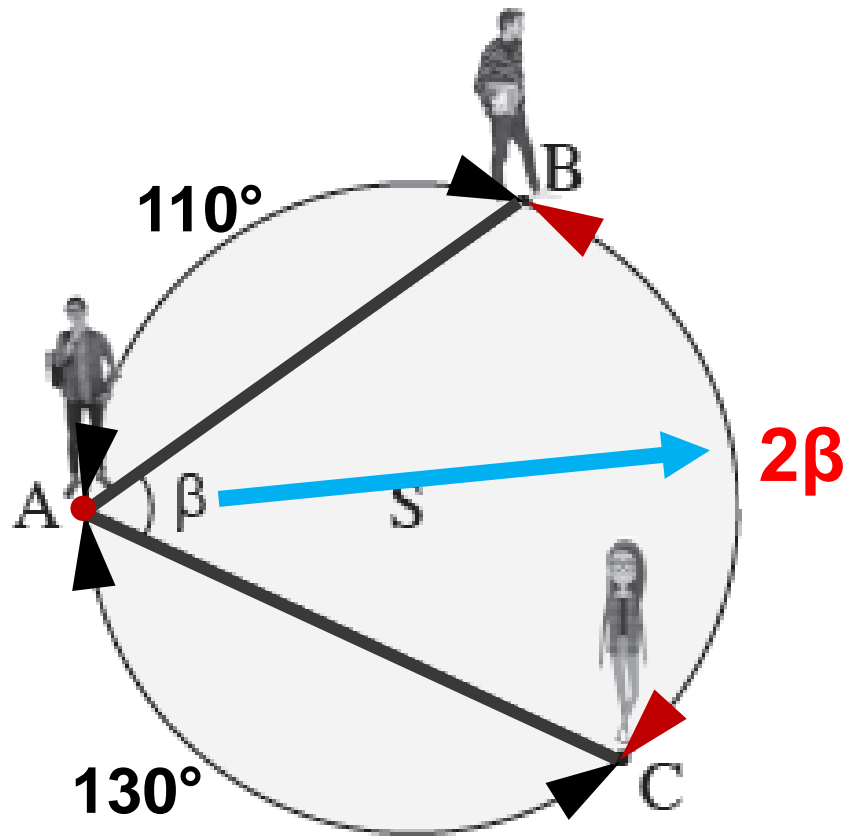
Sabemos:

$$220^\circ + x = 360^\circ$$

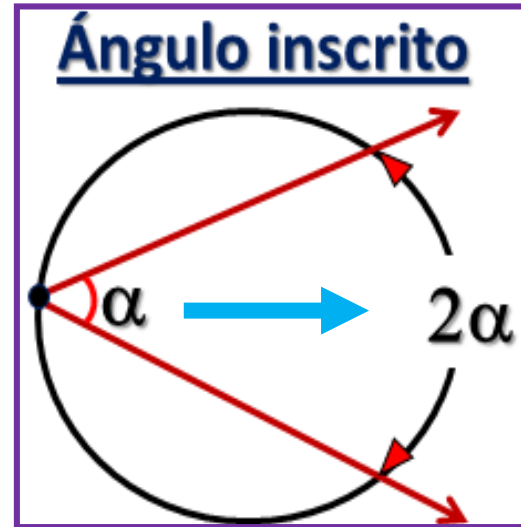
$$x = 140^\circ$$



2. En un colegio, la maestra le pide a sus alumnos que en el simulacro de sismos se paren sobre la línea amarilla que está determinada por una circunferencia. Al tocar el timbre, Abel, Beto y Carmen se ubican como indicó la maestra y como se muestra en la figura. Determine el valor de  $\beta$ , si  $m\widehat{AB} = 110^\circ$  y  $m\widehat{AC} = 130^\circ$ .



### Resolución



Sabemos:

$$110^\circ + 2\beta + 130^\circ = 360^\circ$$

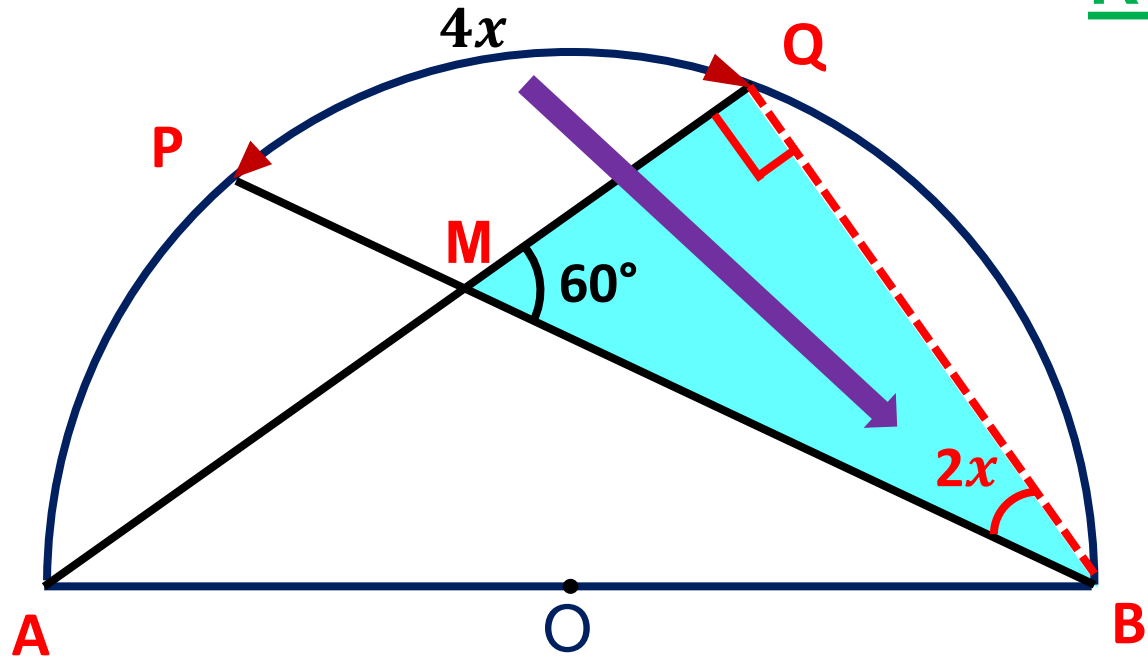
$$2\beta + 240^\circ = 360^\circ$$

$$2\beta = 120^\circ$$

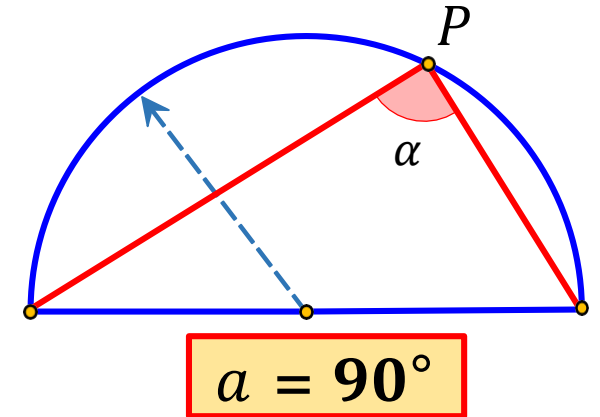
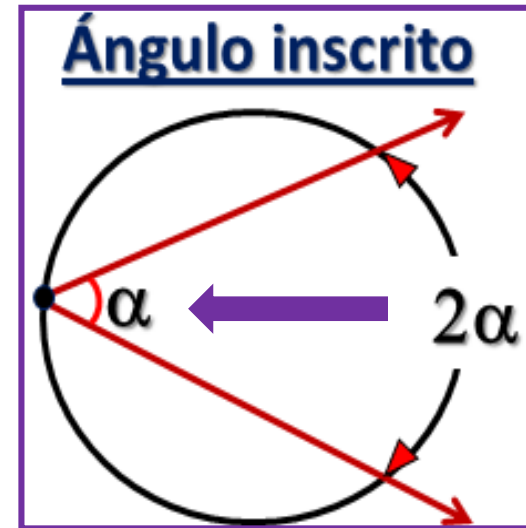
$$\beta = 60^\circ$$



3. Halle el valor de  $x$ , si  $O$  es centro de la semicircunferencia mostrada.



## Resolución



En  $\triangle MQB$ :  $60^\circ + 2x = 90^\circ$

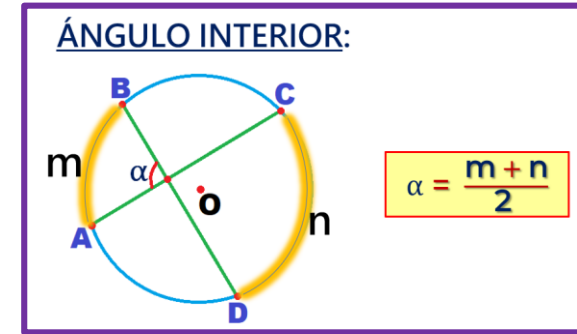
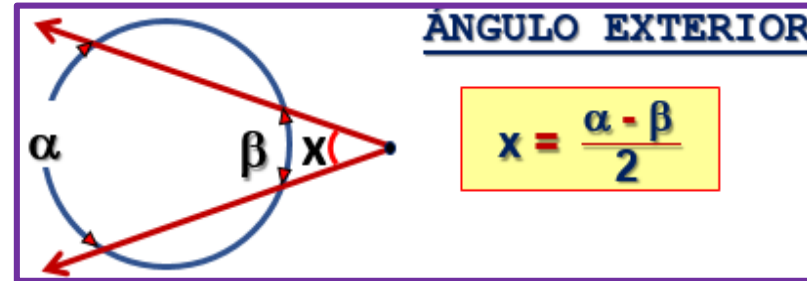
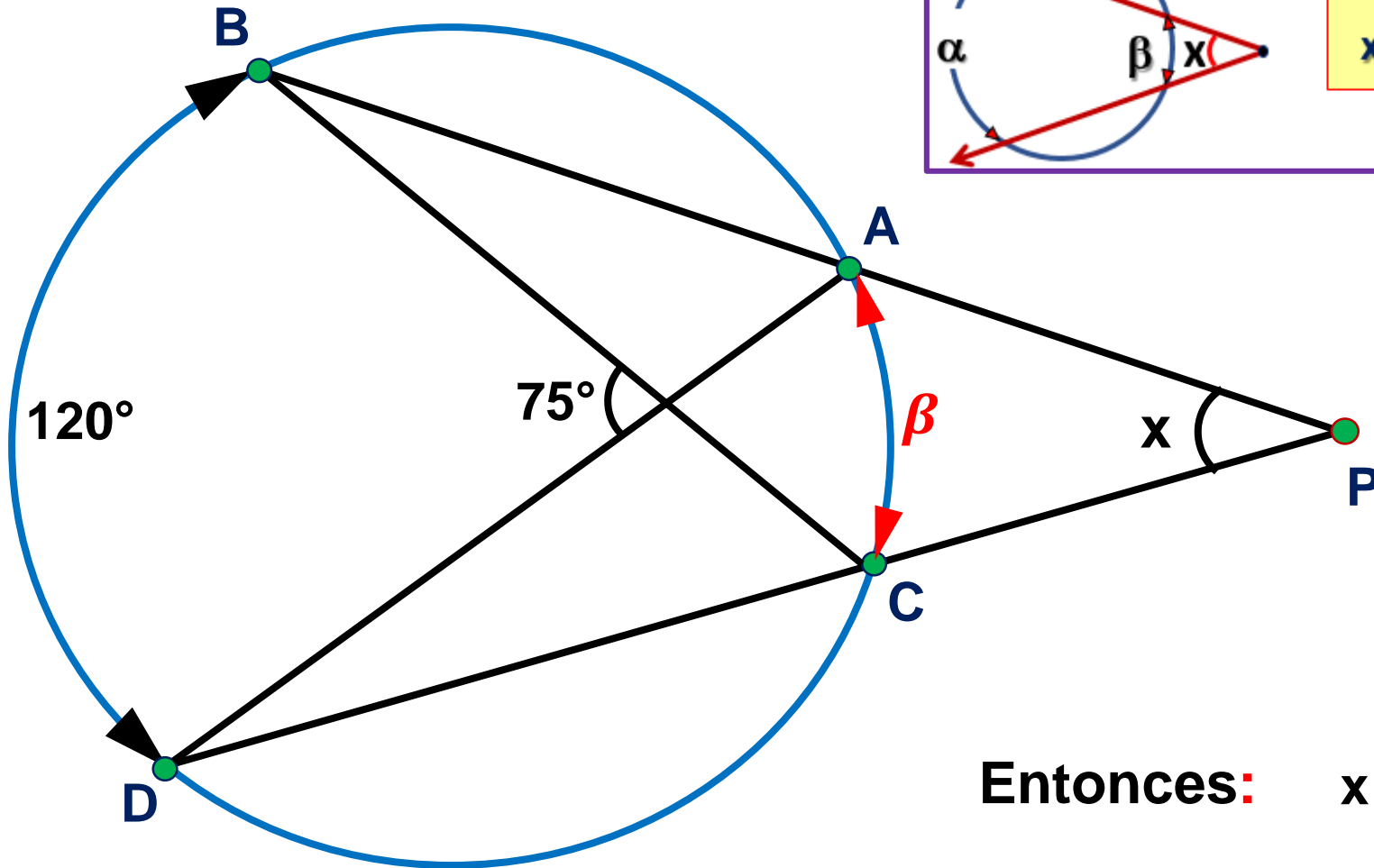
$2x = 30^\circ$

$x = 15^\circ$



4. En la figura, calcular el valor de  $x$ .

## Resolución



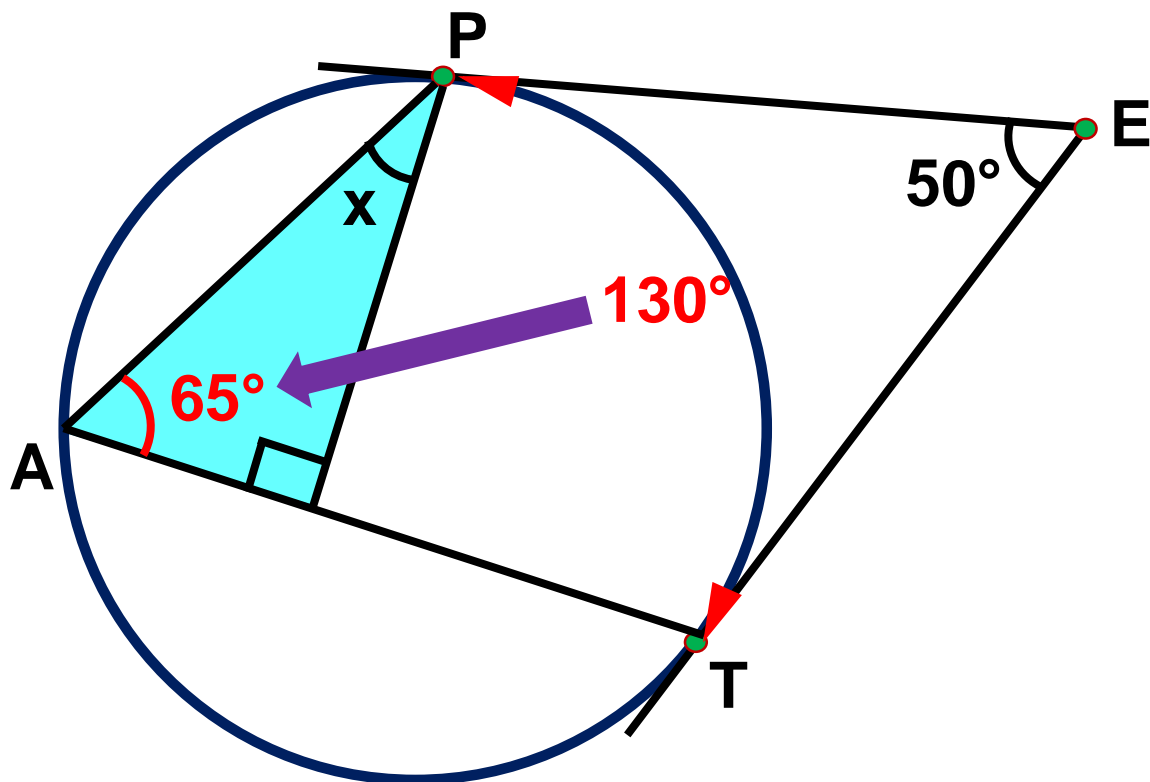
$$\begin{aligned} \checkmark x &= \frac{120^\circ - \beta}{2} \\ \checkmark 75^\circ &= \frac{120^\circ + \beta}{2} \\ \beta &= 30^\circ \end{aligned}$$

Entonces:

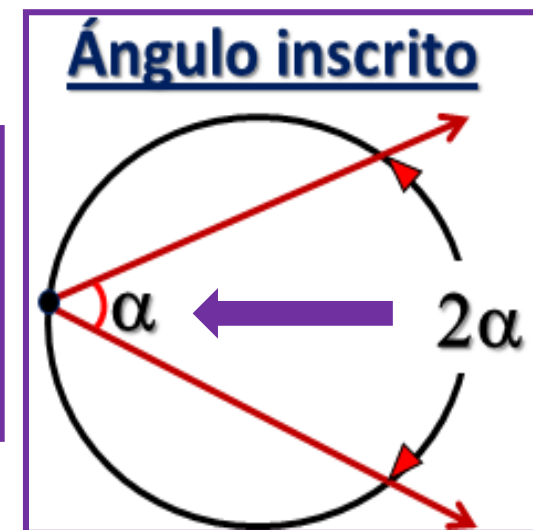
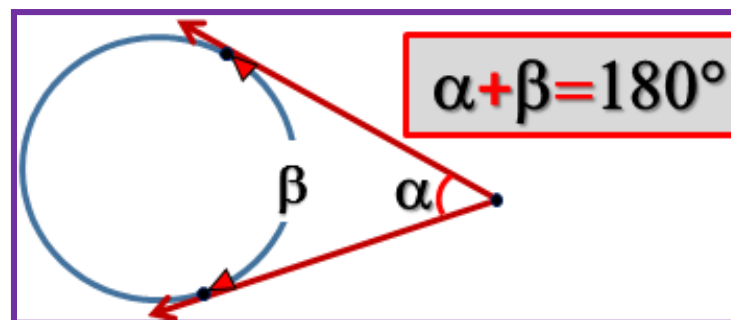
$$x = \frac{120^\circ - 30^\circ}{2}$$

$$x = 45^\circ$$

5. Si P y T son puntos de tangencia, halle el valor de x.



### Resolución



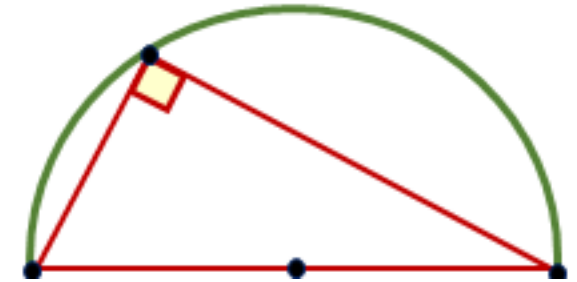
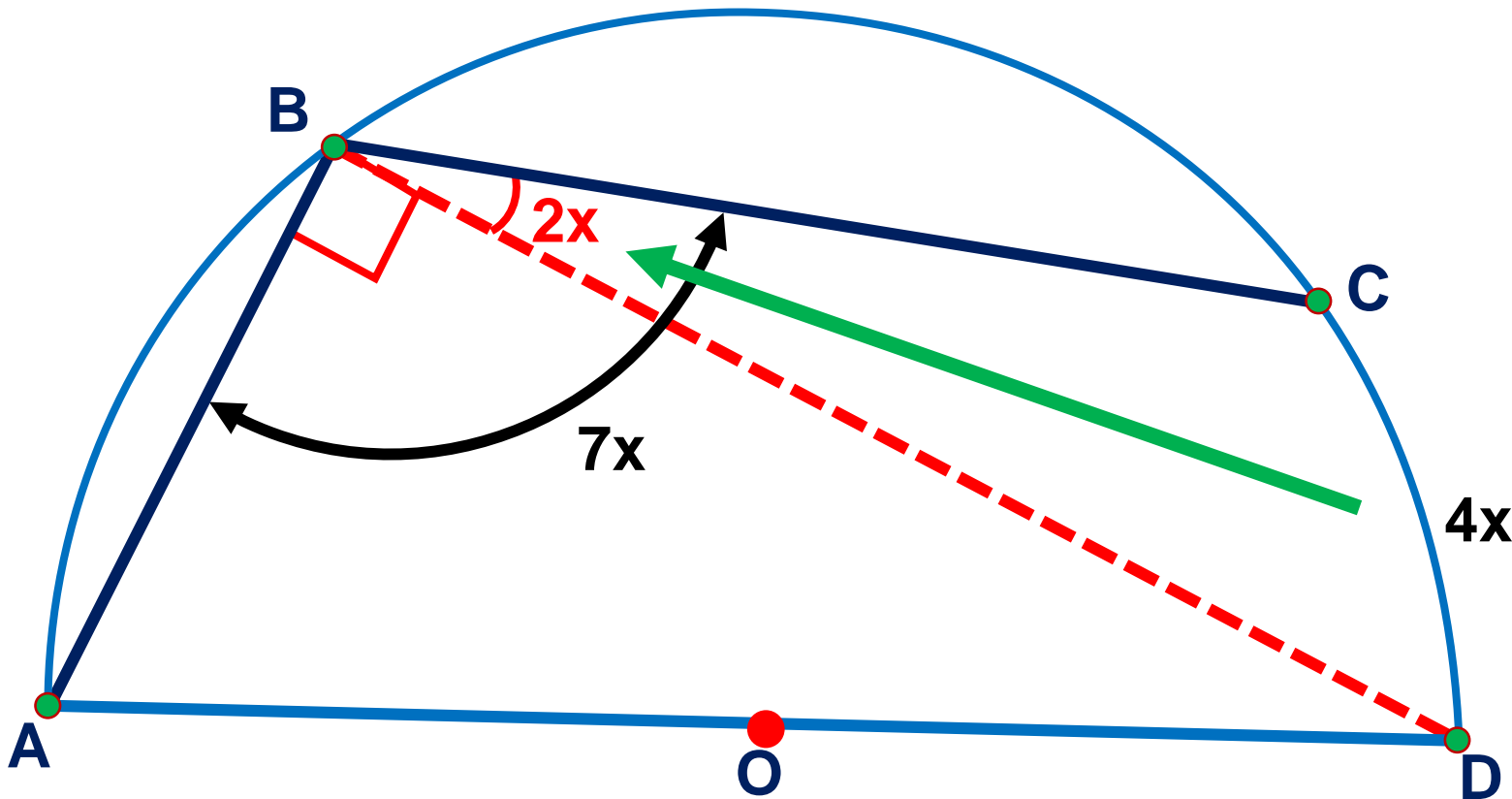
$$\Rightarrow 65^\circ + x = 90^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

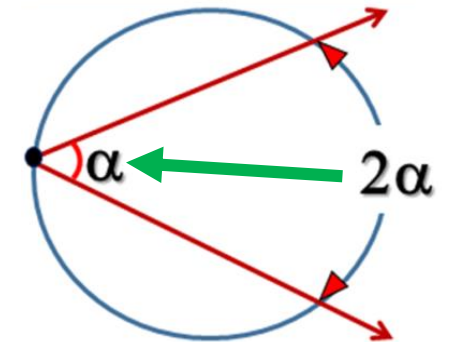
6. Halle el valor de  $x$ , si  $O$  es centro de la semicircunferencia mostrada.

### Resolución

Por teorema



Ángulo inscrito

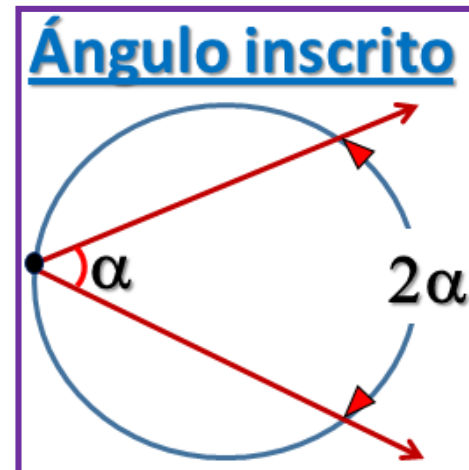
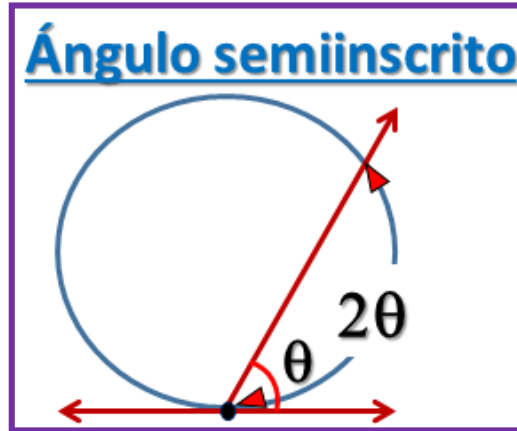
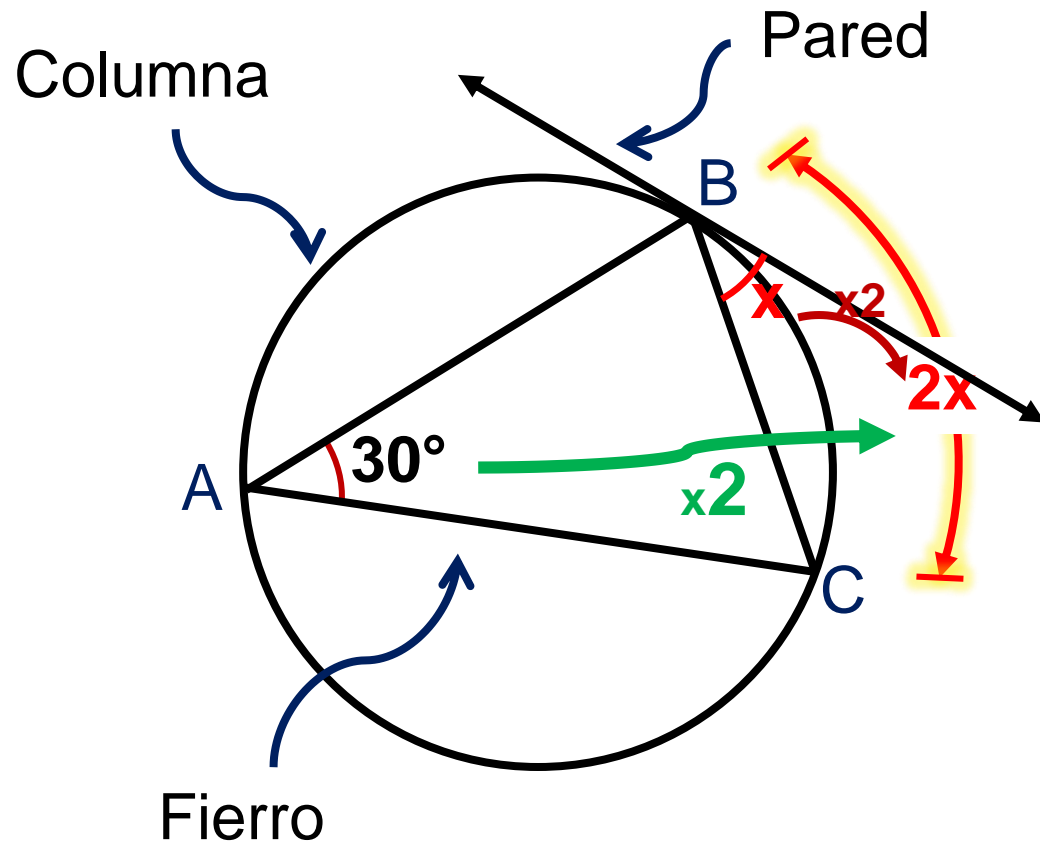


$$\rightarrow 7x = 90^\circ + 2x$$

$$5x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

7. Se muestra la vista de planta de una columna junto a una pared. Si se refuerza con los fierros  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  y la  $m\angle BAC = 30^\circ$ , ¿Cuál es la medida del ángulo que forma  $\overline{BC}$  con la pared?



Resolución

$$m\widehat{BC} = 2x$$

$$\Rightarrow 2(30^\circ) = 2x$$

$$x = 30^\circ$$