



TRIGONOMETRY

Chapter 20

5th
SECONDARY

FUNCIONES
TRIGONOMÉTRICAS I



 **SACO OLIVEROS**

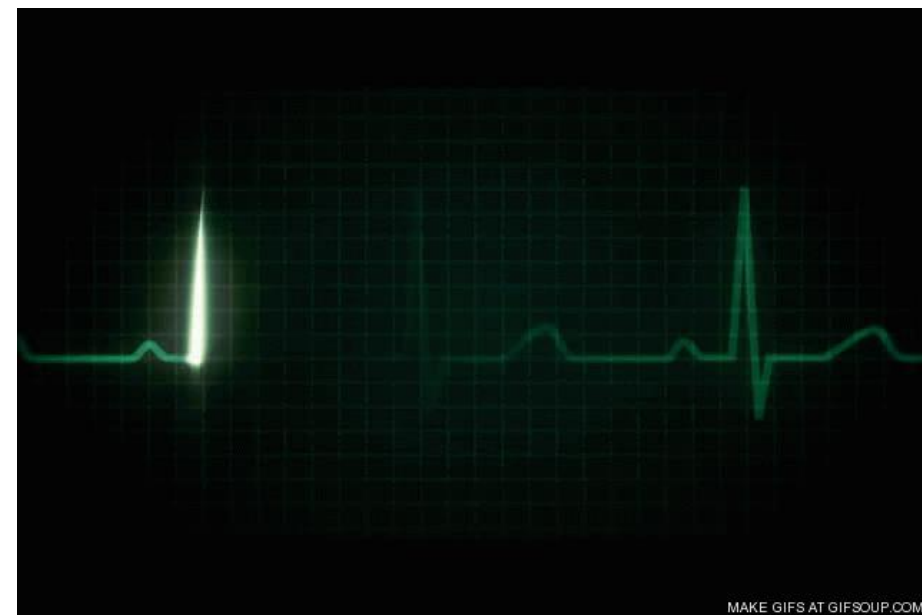
LA TRIGONOMETRÍA DEL CORAZÓN

El **electrocardiograma** (ECG) es la representación gráfica de la actividad eléctrica del corazón en función del tiempo, para ello se colocan en diversas partes del cuerpo los **electrodos** para obtener la información.

El aparato que genera el ECG, usa a las funciones trigonométricas seno y coseno modificando **las amplitudes** y **los periodos**.

Se recomienda a personas mayores de 40 años realizarse un examen ECG anualmente.

¿tu profesor ya tiene su ECG? 😁

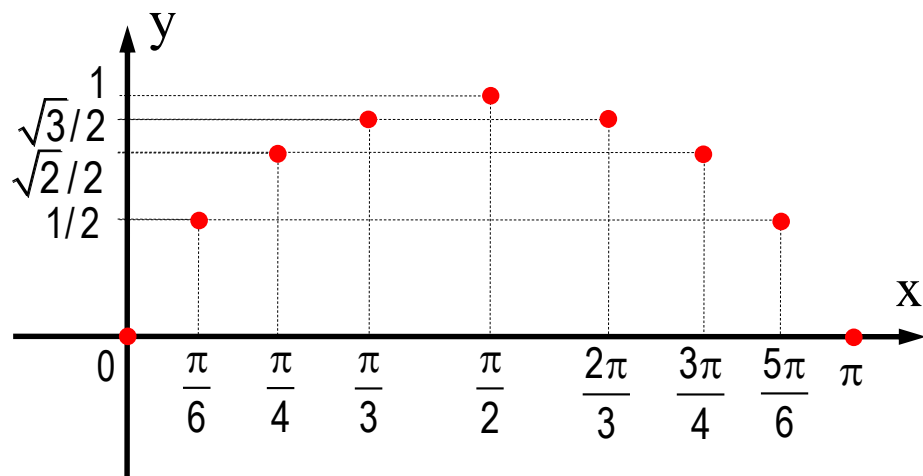


FUNCION SENO:

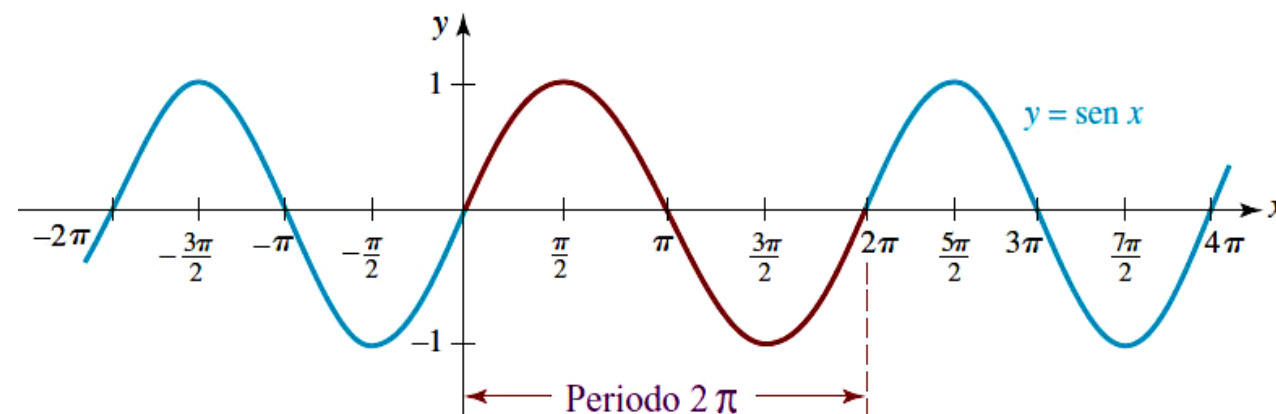
$$F = \{(x; y) / y = \text{sen} x ; x \in \mathbb{R}\}$$

Tabulando algunos valores para x e y :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y = senx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0



Tabulando mas valores y uniendo con una curva dichos puntos , tenemos :



Dominio : $\text{Dom } F = \mathbb{R} ; x \in \mathbb{R}$

Rango : $\text{Ran } F = [-1; 1] \Rightarrow -1 \leq \text{sen} x \leq 1$

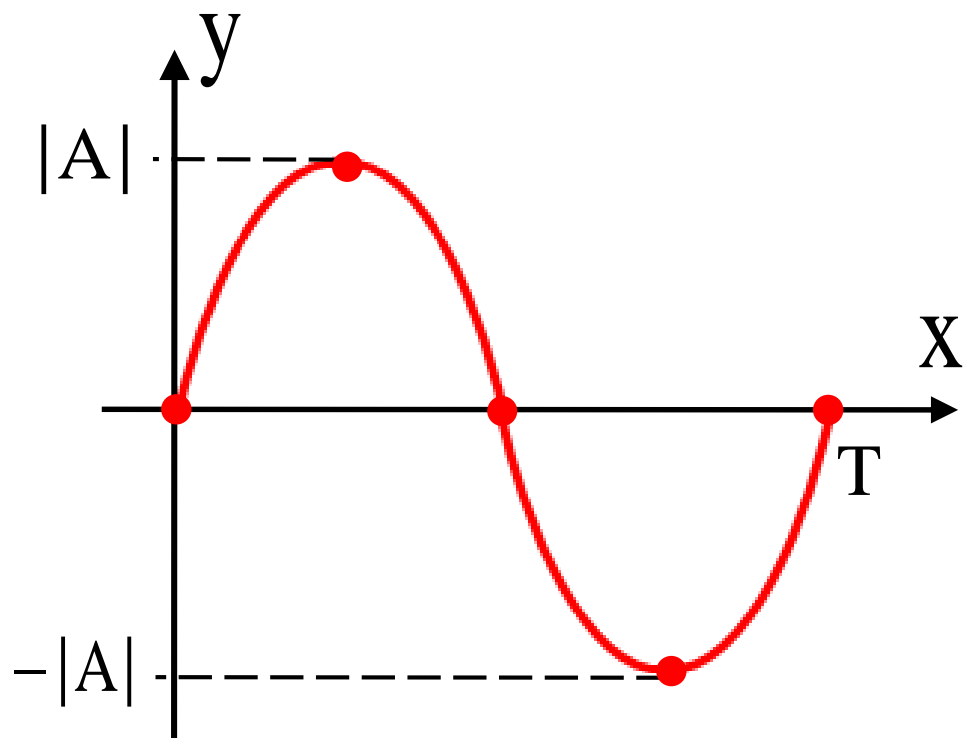
Periodo : $T = 2\pi$

Es una función impar : $\text{sen}(-x) = -\text{sen} x$

OBSERVACIÓN:

Sea la función : $y = A.\text{sen}Bx$

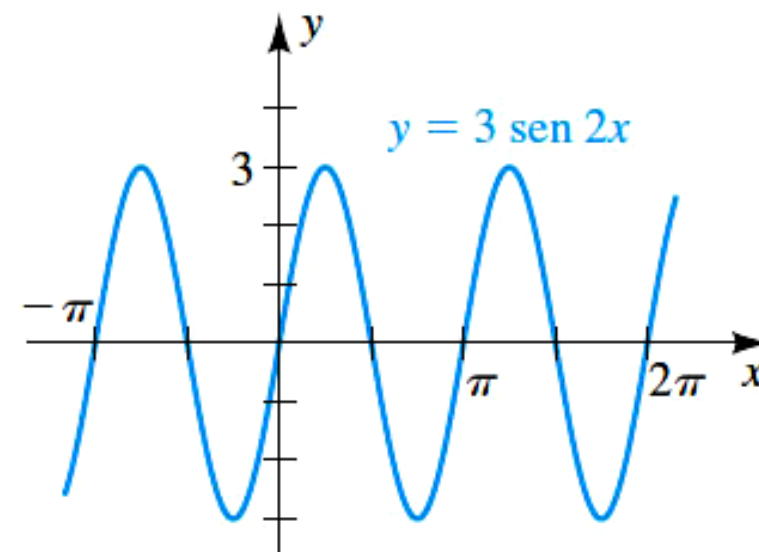
⇒ Amplitud : $|A|$; Período : $T = \frac{2\pi}{|B|}$



Ejemplos:

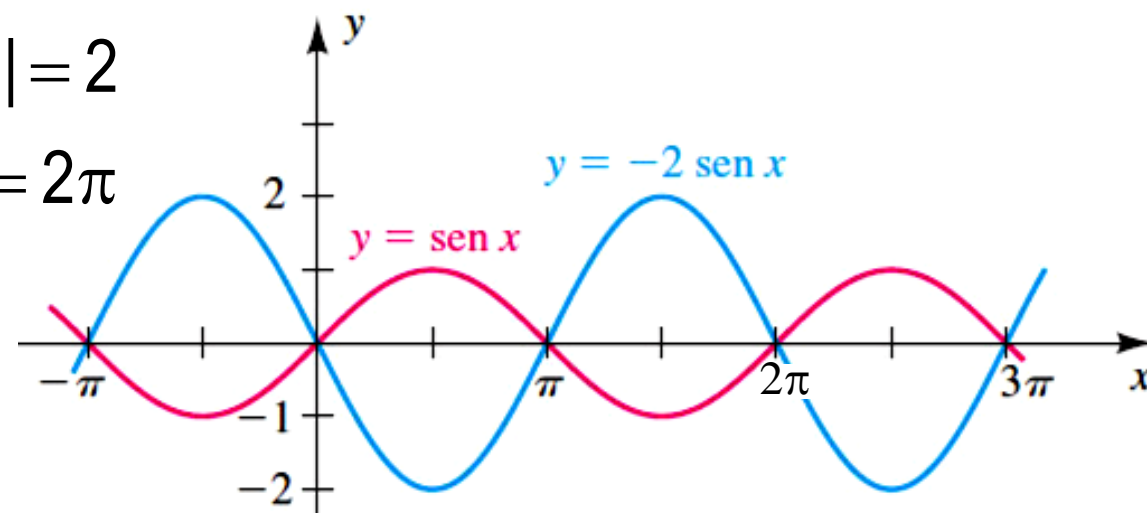
• $y = 3\text{sen}2x$

$$\begin{cases} |A| = 3 \\ T = \pi \end{cases}$$



• $y = -2\text{sen}x$

$$\begin{cases} |A| = 2 \\ T = 2\pi \end{cases}$$





1. Halle el rango de la función: $f(x) = 2\text{sen}x - 3$

RESOLUCIÓN

Se sabe que: $-1 \leq \text{sen}x \leq 1$

Ahora le damos la forma de la función f :

$$-1 \leq \text{sen}x \leq 1 \quad \dots \times 2$$

$$-2 \leq 2\text{sen}x \leq 2 \quad \dots - 3$$

$$-5 \leq \underbrace{2\text{sen}x - 3}_{f(x)} \leq -1$$

$$\therefore \text{Ran}f = [-5; -1]$$



2. Halle el rango de la función: $g(x) = 4\text{sen}x \cdot \cos x - 1$

RESOLUCIÓN

Por identidad de ángulo doble

$$g(x) = 2(2\text{sen}x \cos x) - 1$$

$$g(x) = 2\text{sen}2x - 1$$

Ahora le damos la forma de la función

$$-1 \leq \text{sen}2x \leq 1 \quad \dots \times 2$$

$$-2 \leq 2\text{sen}2x \leq 2 \quad \dots - 1$$

$$-3 \leq \underbrace{2\text{sen}x - 1}_{g(x)} \leq 1$$

$$\therefore \text{Rang} = [-3; 1]$$



3. Calcule T_1 y T_2 periodos de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ respectivamente, donde:

$$f(x) = 2\text{sen}(4x) \quad y \quad g(x) = 3\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$$

RESOLUCIÓN

➤ Para $f(x)$.

$$T_1 = \frac{2\pi}{|B|} \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

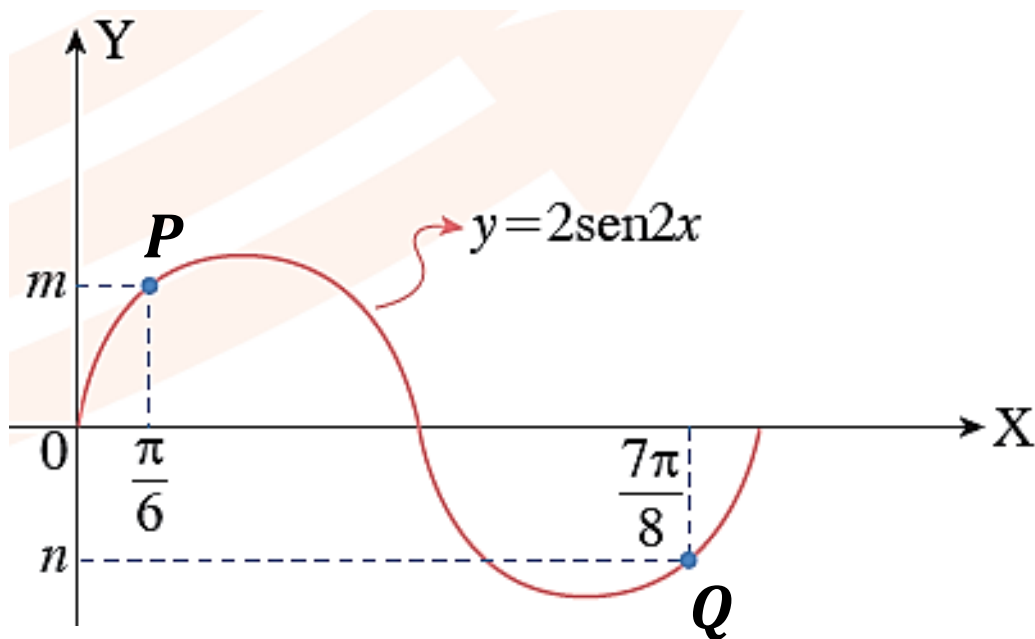
➤ Para $g(x)$.

$$T_2 = \frac{2\pi}{|B|} \rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

$$\therefore T_1 + T_2 = \frac{9\pi}{2}$$



4. Del gráfico calcule $E = m.n$



RESOLUCIÓN

Sea : $f(x) = y = 2\text{sen}2x$

$$P\left(\frac{\pi}{6}; m\right) \in f$$

$$\Rightarrow m = 2\text{sen}\left(2\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow m = 2\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$m = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$m = \sqrt{3}$$

$$Q\left(\frac{7\pi}{8}; n\right) \in f$$

$$\Rightarrow n = 2\text{sen}\left(2\frac{7\pi}{8}\right)$$

$$\Rightarrow n = 2\text{sen}\left(\frac{7\pi}{4}\right)$$

$$n = 2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

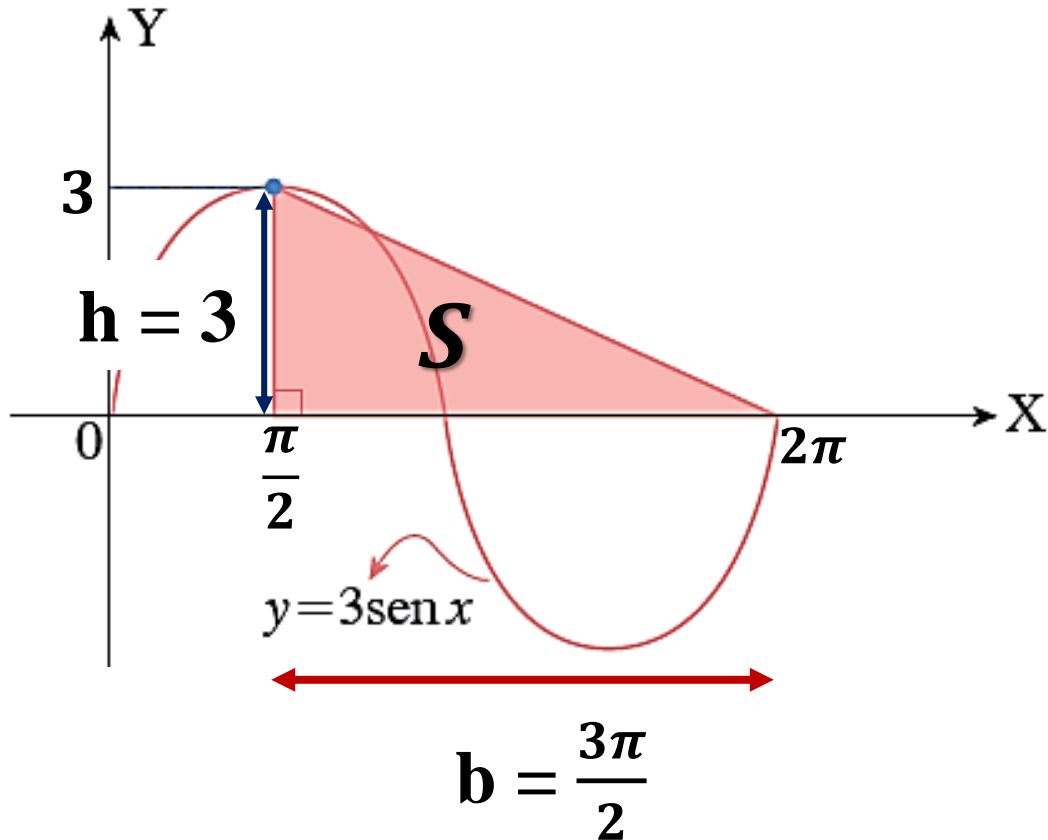
$$\Rightarrow n = -\sqrt{2}$$

Calculamos:

$$m.n = \sqrt{3}(-\sqrt{2})$$

$$\therefore m.n = -\sqrt{6}$$

5. Del gráfico, calcule el área de la región sombreada.



RESOLUCIÓN

Sea la función: $f(x) = y = 3\text{sen } x$

Amplitud: $A = 3$

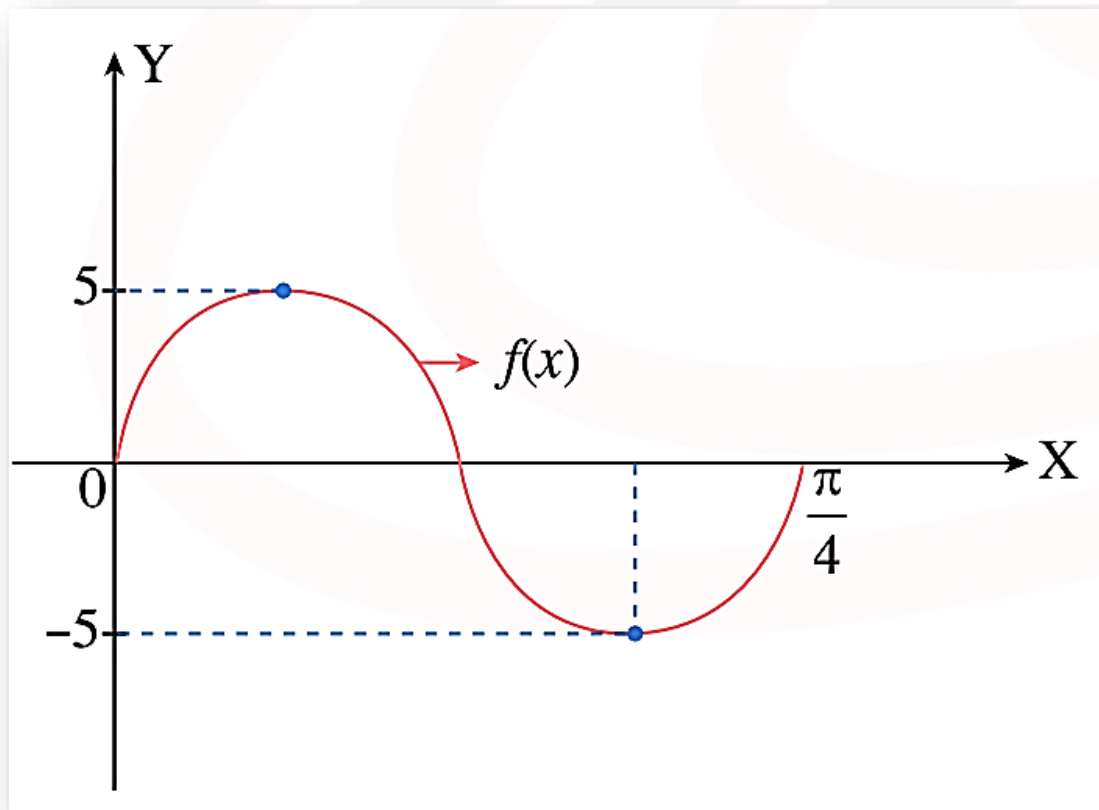
Calculando el área:

$$S = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cdot (3)}{2}$$

$$S = \frac{9\pi}{4} \text{ u}^2$$

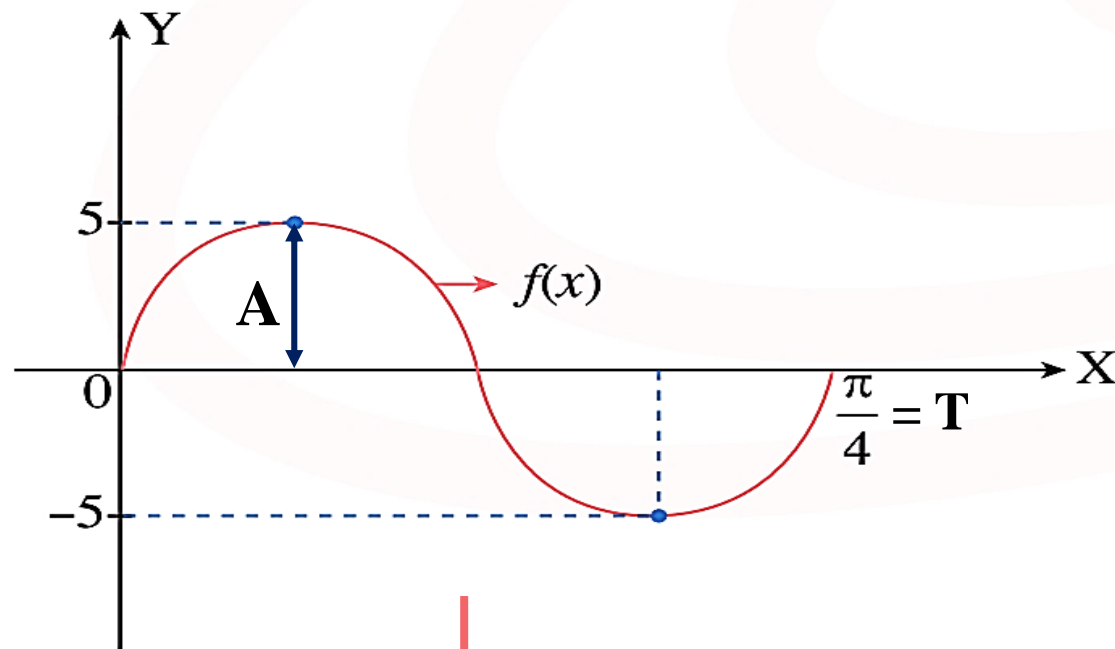


- 6.** La fecha de cumpleaños de Aracely es el $(2A + B - 1)$ de Julio. Los valores de A y B son parte de la regla de correspondencia de la función $f(x) = A \sin(Bx)$, mostrada en la figura.



¿Cuándo es el cumpleaños de Aracely?

RESOLUCIÓN



➡ $A = 5$ y

$$T = \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{|B|}$$

➡ $B = 8$

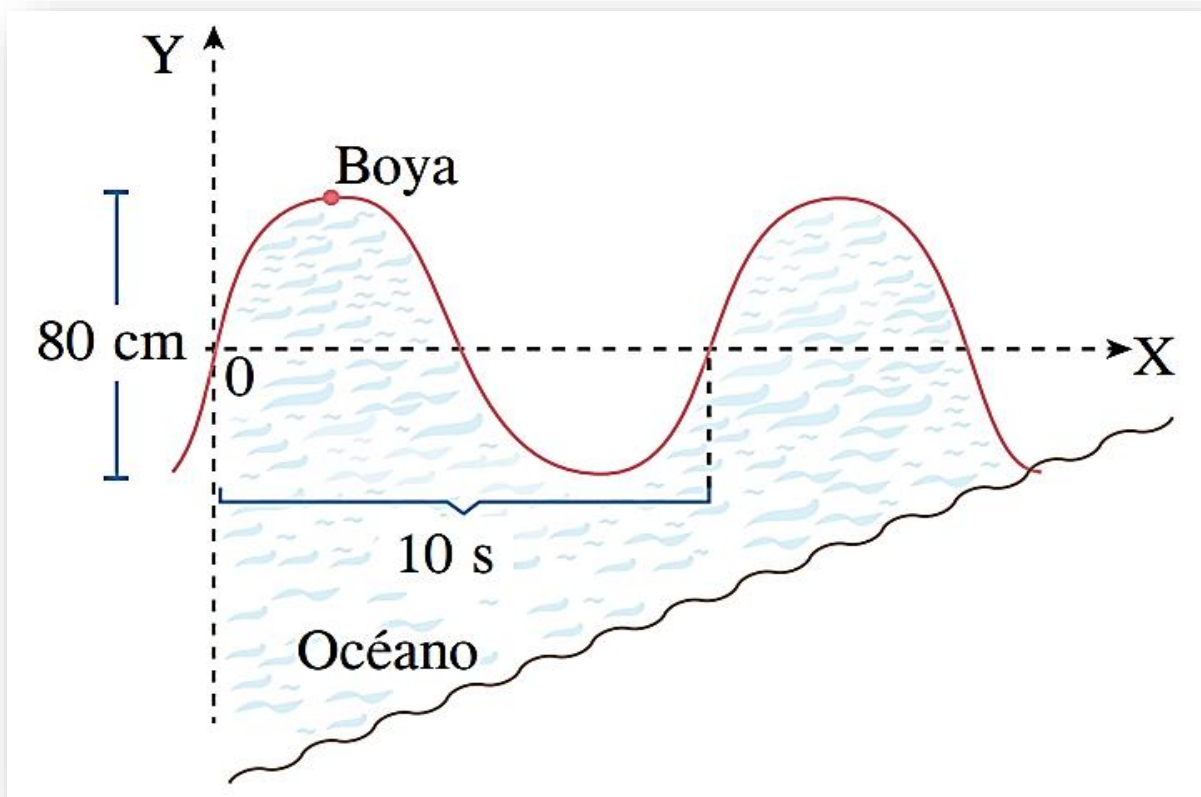
Luego: $2A + B - 1$

$$= 2(5) + 8 - 1$$

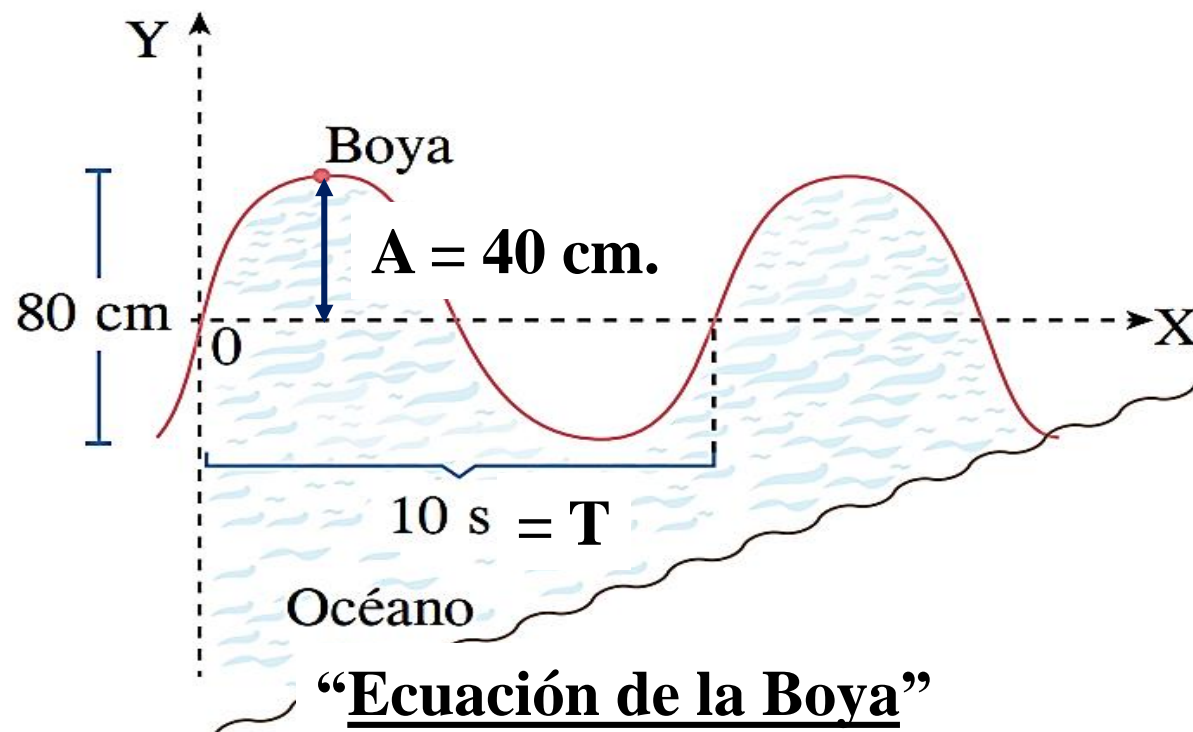
$$= 17$$

∴ **RPTA: 17 de julio**

- 7.** Una boya en el océano oscila de arriba hacia abajo mientras las olas pasan, tal como se muestra en la figura. Si la boya se mueve un total de 80 cm desde el punto más alto cada 10 s, halle la ecuación de la boya que está en movimiento.



RESOLUCIÓN



$$\text{Periodo } T = 10 = \frac{2\pi}{|B|}$$

$$\rightarrow B = \frac{\pi}{5}$$

$$F(x) = A \sin(Bx)$$

$$\therefore F(x) = 40 \sin\left(\frac{\pi}{5}x\right)$$