



ALGEBRA

Chapter 3

3th
SECONDARY

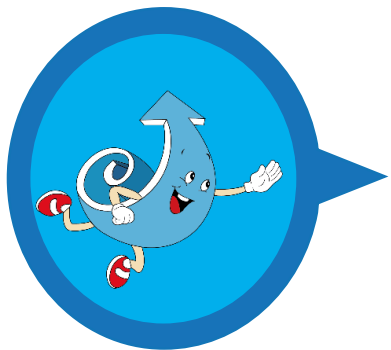
Ecuación Exponencial



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

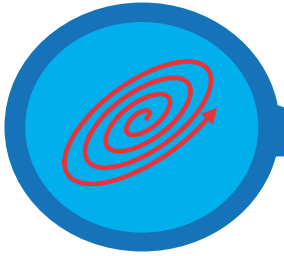


¿Será lo mismo $\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ **con** $\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)}$ **?**





ECUACIÓN EXPONENCIAL



Es una igualdad en la cual, por lo menos uno de los miembros contiene a la incógnita en el exponente.

Ejemplos:

$$27^x = 3$$

$$5^{x+3} = 25^5$$

$$6^x = 216$$

$$2^{x+2} + 2^{x+3} = 64$$

CRITERIOS DE SOLUCIÓN:



1 CRITERIO DE BASES IGUALES:

$$a^m = a^n \Rightarrow m = n$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

2 CRITERIO DE BASES DIFERENTES:

$$\text{Si } A \neq B \wedge A^m = B^n \\ \Rightarrow m = 0 \wedge n = 0$$

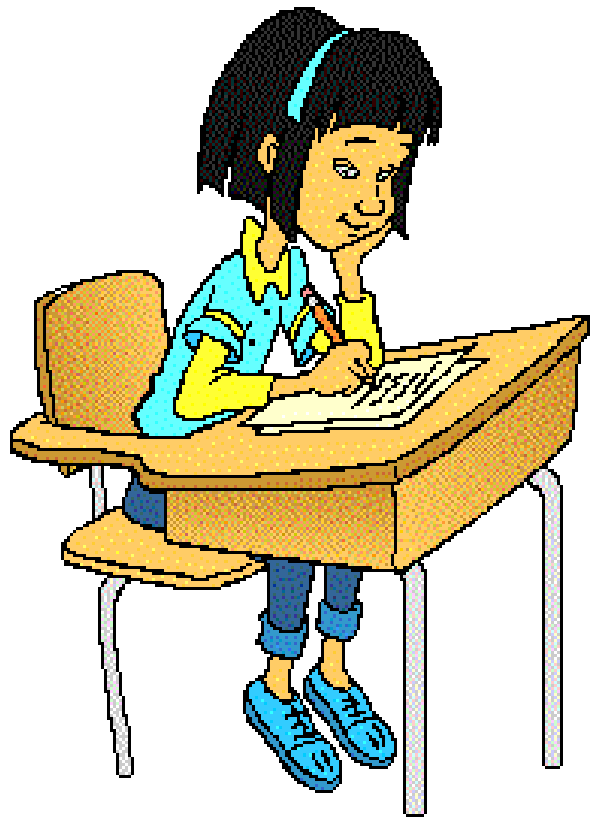
3 CRITERIO EXPLÍCITO POR REFLEXIÓN:

$$A^A = B^B \Rightarrow A = B$$

$$A, B \neq 0; 1$$

4 CRITERIO EXPLÍCITO POR SIMETRÍA:

$$A^{A^{A+m}} = B^{B^{B+n}} \Rightarrow \begin{matrix} A = B \\ m = n \end{matrix}$$



HELICO PRACTICE



Problema 1

Dé el valor de x en

$$9^{25^{2x-2}} = 9^{5^{x+5}}$$

$$\cancel{9}^{25^{2x-2}} = \cancel{9}^{5^{x+5}}$$

$$25^{2x-2} = 5^{x+5} \longrightarrow (5^2)^{2x-2} = 5^{x+5}$$

$$\cancel{5}^{4x-4} = \cancel{5}^{x+5} \longrightarrow 4x - 4 = x + 5$$

$$4x - x = 5 + 4$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$\therefore x = 3$$

Problema 2

Resuelva

$$2^{x+3} \cdot 8^{x+1} \cdot 16^{x-1} = 32^{x+1}$$

Resolución:



$$2^{x+3} \cdot 8^{x+1} \cdot 16^{x-1} = 32^{x+1}$$

$$2^{x+3} \cdot (2^3)^{x+1} \cdot (2^4)^{x-1} = (2^5)^{x+1}$$

$$2^{x+3} \cdot 2^{3x+3} \cdot 2^{4x-4} = 2^{5x+5}$$

$$2^{x+3+3x+3+4x-4} = 2^{5x+5}$$

$$\cancel{2}^{8x+2} = \cancel{2}^{5x+5}$$

$$8x + 2 = 5x + 5$$

$$3x = 3$$

$$\therefore x = 1$$

**Problema 3**

Determine el valor de x en:

$$3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 117$$

Resolución:

$$3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 117$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^1 + 3^x = 117$$

$$3^x(3^2 + 3^1 + 1) = 117$$

$$3^x(9 + 3 + 1) = 117$$

$$3^x(13) = 117$$

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$\therefore x = 2$$


Problema 4

Si

$$x^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{9}}$$

Calcular el valor de x

Resolución:

$$x^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{9} \times \frac{3}{3}}$$

$$x^x = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^{\frac{1}{9 \cdot 3}}$$

$$x^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{27}}$$

$$\therefore x = \frac{1}{27}$$

Problema 5

Halle el valor de x

$$x^{x^{16}} = \sqrt{2}$$

Resolución:

$$x^{x^{16}} = \sqrt{2}$$

$$(x^{x^{16}})^{16} = \sqrt{2}^{16}$$

$$(x^{16})^{(x^{16})} = 2^{\frac{16}{2}}$$

$$(x^{16})^{(x^{16})} = 2^8$$

$$(x^{16})^{(x^{16})} = 2^{2.4}$$

$$(x^{16})^{(x^{16})} = (2^2)^{(4)}$$

$$(x^{16})^{(x^{16})} = (4)^{(4)}$$

$$x^{16} = 4$$

$$\cancel{16}\sqrt{\cancel{x^{16}}} = \cancel{16}\sqrt[4]{4}$$

$$x = \cancel{16}\sqrt[2]{2}$$

$$\therefore x = \sqrt[8]{2}$$

Problema 6

Luego de resolver

$$2^{2x+22} = 4^{4x+1}$$

el valor de x representa la nota del examen mensual de Paolo en el curso de Álgebra. ¿Cuál es esa nota?

Resolución:

$$2^{2x+22} = 4^{4x+1}$$

$$2^{2x+22} = (2^2)^{4x+1}$$

$$\cancel{2}^{2x+22} = \cancel{2}^{2 \cdot 4x+1}$$

$$2^{x+22} = 2 \cdot 4^{x+1}$$

$$2^{x+22} = 2 \cdot (2^2)^{x+1}$$

$$2^{x+22} = 2^1 \cdot 2^{2x+2}$$

$$2^{x+22} = 2^{1+2x+2}$$

$$\cancel{2}^{x+22} = \cancel{2}^{2x+3}$$

$$x + 22 = 2x + 3$$

\therefore Su nota es 19

Problema 7

El padre de Manuel ha pensado en regalarle un obsequio a su hijo dependiendo de sus calificaciones obtenidas en el curso de álgebra al final del año escolar, por lo cual a cavilado varias opciones

Regalo	Nota
Laptop gamer	19 - 20
Play 5	17 - 18
Celular Galaxy	15 - 16
Monopolio	13 - 14

Si el exponente final de $27^{9^{x-5}} = 3^{27^{2-x}}$ reemplazado en la expresión $x^2 + x + 7$ representa la calificación final. ¿Cuál es el regalo obtenido por Manuel?

Resolución:



$$27^{9^{x-5}} = 3^{27^{2-x}}$$

$$(3^3)^{9^{x-5}} = 3^{27^{2-x}}$$

$$3^3 \cdot 9^{x-5} = 3^{27^{2-x}}$$

$$3 \cdot 9^{x-5} = 27^{2-x}$$

$$3 \cdot (3^2)^{x-5} = (3^3)^{2-x}$$

$$3^1 \cdot 3^{2x-10} = 3^{6-3x}$$

$$3^{1+2x-10} = 3^{6-3x}$$

$$\cancel{3}^{2x-9} = \cancel{3}^{6-3x}$$

$$2x - 9 = 6 - 3x$$

$$5x = 15$$

$$\therefore x = 3$$

$$\Rightarrow x^2 + x + 7 = 19$$

El regalo obtenido por Manuel fue una Laptop Gamer.