



# ARITHMETIC

Chapter 6

4th of Secondary

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN



 **SACO OLIVEROS**



# MOTIVATING STRATEGY

Resuelva la siguiente operación

$$1+1+2+4+3+9+4+16+\dots+10+100$$



En cuanto  
tiempo puedes  
resolverlo.



1

## ADICIÓN

$$S = a + b$$

$$\begin{array}{r}
 241_{(7)}^+ \\
 345_{(7)} \\
 516_{(7)} \\
 \hline
 1435_{(7)}
 \end{array}$$

lleva

Diagram showing the addition of three numbers in base 7. The numbers are 241 (with a superscript +), 345, and 516, all in base 7. The sum is 1435 in base 7. A red arrow labeled 'lleva' (carry) points from the rightmost column to the left. Green arrows indicate carries from the first and second columns to the third column.

En otras bases

Orden 1

$$(1+5+6)=12=\textcircled{1} \times 7+5$$

Orden 2

$$(1+4+4+1)=10=\textcircled{1} \times 7+3$$

Orden 3

$$(1+2+3+5)=11=\textcircled{1} \times 7+4$$



## Formulas notables ( $\mathbb{Z}^+$ )

**A**

### Suma de primeros números enteros positivos

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + \underline{n}$$

Último término

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejm

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 45$$

$n = 45$

$$S = \frac{45(46)}{2} = 1035$$



## **B** Suma de primeros números pares

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + (2n)$$

Último término

$$S = n(n+1)$$

Ejm

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 64$$

$$2n = 64$$

$$n = 32$$

$$S = 32(33) = 1056$$

## **C** Suma de primeros números impares

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$$

Último término

$$S = n^2$$

Ejm

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 59$$

$$(2n-1) = 59$$

$$n = 30$$

$$S = 30^2 = 900$$



**D**

## Suma de primeros números al cuadrado

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \underbrace{n^2}_{\text{Último término}}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Último término

Ejm

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 22^2$$

$$n^2 = 22^2$$

$$n = 22$$

$$S = \frac{22(23)(45)}{6} = 3795$$

**E**

## Suma de primeros números al cubo

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \underbrace{n^3}_{\text{Último término}}$$

$$S = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

Último término

Ejm

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3$$

$$n^3 = 15^3$$

$$n = 15$$

$$S = \left[ \frac{15(16)}{2} \right]^2 = 14400$$



## 2

# SUSTRACCIÓN

Es la operación inversa a la adición, dados dos números enteros llamados minuendo (M) y sustraendo (S), nos permite encontrar un tercer número llamado diferencia (D).

En otras bases

Ejm

$$65 - 38 = 27$$

$$M - S = D$$

$$\begin{array}{r} \overset{+8}{\curvearrowright} \overset{+8}{\curvearrowright} \\ 562_{(8)} - \\ \hline 376_{(8)} \\ \hline 164_{(8)} \end{array}$$

Orden 1  $(8 + 2) - 6 = 4$

Orden 2  $(8 + 5) - 7 = 6$

Orden 3  $4 - 3 = 1$



# Propiedades

1

## Suma de los términos

Ejm 1

- En la siguiente sustracción

$$65 - 28 = 37$$

- Si sumamos los términos

$$65 + 28 + 37 = 130 = 2(65)$$

- En general:

$$M + S + D = 2M$$

2

## Resta notable

Ejm 2

En base 10

$$\begin{array}{r} 762 - \\ 267 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$4 + 5 = 9 = 10 - 1 \quad \wedge \quad 1 + 5 = 6 = 7 - 1$$

- En general:

$$\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$$

$$x + z = y = n - 1$$

$$a - c = x + 1$$

En base 7

$$\begin{array}{r} 634_{(7)} - \\ 436_{(7)} \\ \hline 165_{(7)} \end{array}$$






# Complemento aritmético (CA)

Ejm 1

$$CA(74) = 100 - 74 = 26$$

Luego:

$$CA(N)_{(n)} = 100 \dots 0_{(n)} - N_{(n)}$$

  
 "K" ceros

K = cantidad de cifras de N

## FORMA PRÁCTICA

$$CA(\overset{9}{4}\overset{9}{5}\overset{10}{8}) = 542$$

$$CA(\overset{6}{2}\overset{6}{6}\overset{7}{3}_{(7)}) = 404$$



La suma de los tres términos de una sustracción es 1784. Si el sustraendo es el CA del minuendo, halle el valor de la diferencia.

**Resolution:**

$$\begin{aligned} M + S + D &= 1784 \\ 2M &= 1784 \\ M &= 892 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S &= CA(M) = CA(892) \\ S &= 108 \\ \therefore M - S &= D \\ 892 - 108 &= D \end{aligned}$$

RPTA: **784**



2

## Se cumple que

$$\overline{ab3b} + \overline{(a+1)b4b} + \dots + \overline{(a+1)b9b} = \overline{\dots bc69}.$$

# Calcule $a+b+c$ .

## **Resolution:**

$$\begin{array}{r} \overline{a \ b3b} \\ \overline{(a+1)b4b} \\ \vdots \\ \overline{(a+1)b9b} \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} + \\ \\ \\ \end{array} \right\} 7 \text{ SUMANDOS}$$

**U:  $7b \equiv \dots 9 \Rightarrow b \equiv 7$**

**D:  $3+4+5+\dots+9 + 4 = 46$**

**C:**  $\underbrace{7 \times 7 + 4}_{53} = \dots c \Rightarrow c = 3$

**UM:  $7a + 21 + 5 = \dots 7 \Rightarrow a = 3$**

## RPTA:

13

3

Halle N máximo si se cumple que  $1+2+3+4+\dots+N = \overline{mpmp}$

Recordemos

$$\begin{aligned}\overline{mpmp} &= \overline{mp} \times 10^2 + \overline{mp} \\ &= 101\overline{mp}\end{aligned}$$

Resolution:

$$\begin{aligned}\frac{1+2+3+\dots+N}{2} &= \overline{mpmp} \\ \frac{N(N+1)}{2} &= 101\overline{mp} \\ N(N+1) &= 2 \times 101 \times \overline{mp} \\ &= 2 \times \overline{mp} \times 101 \\ \underline{N(N+1)} &= \underline{101} \times 102 \\ \Rightarrow N = 101 \quad \wedge \quad \overline{mp} &= 51\end{aligned}$$

RPTA: **101**



Si

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 2pn$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 1049$$

Efectúe  $Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$

**Resolution:**

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 297$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 1049$$

---


$$2 \overline{abc} = 1346$$

$$\overline{abc} = 673$$

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{cba} \\ \hline \overline{2pn} \end{array}$$

**Piden:**

$$Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$$

$$Q = \frac{376}{9 - 7} = 188$$

RPTA: **188**

$p = 9$

$n = 7$





Si el CA  $(\overline{a2b7}) = \overline{4c8d}$ , halle el valor del CA de  $a + b + c + d$ .

**Resolution:**

$$\text{CA}(\overline{a2b7}) = \overline{4c8d}$$

$$\begin{aligned} 9 - a &= 4 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 - 2 &= c \\ 7 &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 - b &= 8 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 - 7 &= d \\ 3 &= d \end{aligned}$$

**Piden:**  
**CA(16) =**

RPTA:

**84**



6

El mes pasado, Cecilia recibió un salario de S/  $\overline{abc}$  y los gastos que realizó en dicho mes fueron de S/  $\overline{bcb}$  por lo que en dicho mes ahorró S/  $\overline{b(b+c)2}$ . Si este mes recibe el mismo salario y piensa gastar S/ 76 más que el mes anterior, ¿cuál es el ahorro que tendrá este mes?

### Resolution:

$$\text{Dato: } \begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{bcb} \\ \hline \overline{b(b+c)2} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} c & - & b & = & 2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ 5 & & 3 & & \end{array}$$

Observa que  $b + c$  es como máximo 9

**Ahorra: s/. 382**

piensa gastar S/ 76 más que el mes anterior

**el ahorro  
que tendrá = 382 - 76  
este mes**

RPTA: **306**

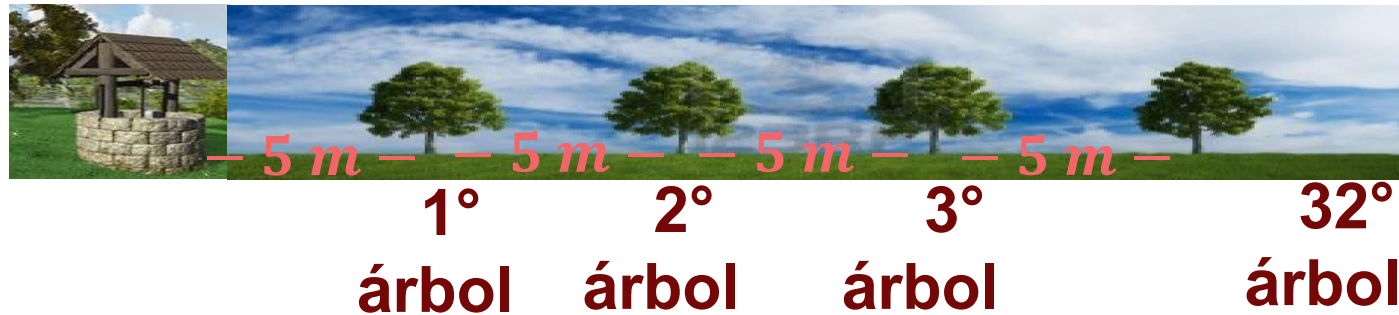


7

El guardián de un pozo ha plantado a partir del pozo cada 5 m y en una misma dirección un total de 32 árboles, y solo puede sacar agua del pozo para el riego de un solo árbol. ¿Cuánto tiene que recorrer diariamente para regar los 32 árboles?

**Resolution:**

**Gráficamente**



$$S = 10 + 20 + 30 + \dots + 320$$

$$S = 10 ( 1 + 2 + 3 + \dots + 32 )$$

$$S = 10 \left[ \frac{(32)(33)}{2} \right]$$

RPTA: **5280 m**