ALGEBRA

Chapter 6

5th
SECONDARY

FACTORIZACIÓN

SACO OLIVEROS

UTILIDAD DE FACTORIZAR UN POLINOMIO

La factorización es una herramienta matemática que nos ayuda a resolver muchos problemas, especialmente resolver ecuaciones polinomiales, en un principio ayudo a resolver ecuaciones de segundo grado.
En el siglo XVI en el renacimiento italiano se desarrollaron métodos para la solución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado

Gerolamo Cardano

FACTORIZACIÓN

I) DEFINICIÓN

Es la transformación de un polinomio en una multiplicación indicada de factores primos

Ejemplo

$$P_{(x)} = x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$\boxed{factorización}$

Factores primos:

$x+2$

$x-2$

II) Factor primo:

Es un polinomio de grado no nulo,que solo es divisible por si mismo y por la unidad

II) Criterios para Factorizar

1) Por Factor Común

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = x^4y^2 + 2x^2y^2$$

Factor común $x^2.y^2$

$$P_{(x;y)} = x^2.y^2.(x^2+2).$$

Factores primos:

x

y

x^2+2

2)Por agrupación de términos

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = \underbrace{x^2 + xy} + \underbrace{zx + zy}$$

$$x(x+y) + z(x+y)$$

Factor común: $(x+y)$

$$P_{(x;y)} = (x+y)\,(\mathrm{x}+z)$$

Factores primos:

$x + y$

$x + z$

3) IDENTIDADES

Trinomio cuadrado perfecto:

$$\boxed{a^2 \pm 2ab + b^2 \equiv (a \pm b)^2}$$

Ejemplo *Factorice:*

$$P_{(x)} = x^2 + 16x + 64$$

$\sqrt{\ }$ x $\sqrt{\ }$ 8

$2.x.8$

$$P_{(x)} = (x + 8)^2$$

Diferencia de cuadrados:

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)}$$

Ejemplo *Factorice:*

$$P_{(x;y)} = 25x^2 - 36y^2$$

$\sqrt{\ }$ $5x$ $\sqrt{\ }$ $6y$

$$P_{(x;y)} = (5x + 6y)(5x - 6y)$$

Suma de cubos:

$$a^3 + b^3 \equiv (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

Ejemplo *Factorice:*

$$P_{(x)} = x^3 + 27$$

$\sqrt[3]{}$ $\sqrt[3]{}$

x 3

$$P_{(x)} = (x+3)(x^2 - 3x+9)$$

Diferencia de cubos

$$a^3 - b^3 \equiv (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Ejemplo *Factorice:*

$$P_{(x)} = x^3 - 64$$

$\sqrt[3]{}$ $\sqrt[3]{}$

x 4

$$P_{(x)} = (x-4)(x^2 + 4x+16)$$

HELICO PRACTICE

SACO OLIVEROS

1) Factorice: $4m^4n - 8m^3n^2 + 3m^2n^3 - 6mn^4$

Luego, Indique el número de factores primos

Resolución

agrupando términos

$$\underbrace{4m^4n - 8m^3n^2}_{4m^3n(m-2n)} + \underbrace{3m^2n^3 - 6mn^4}_{+3mn^3(m-2n)}$$

$$(m-2n)(4m^3n + 3mn^3)$$

$$(m-2n)\,m\,n\,(4m^2 + 3n^2)$$

Factores Primos: $m - 2n\ ;\ m\ ;\ n;\quad 4m^2 + 3n^2$

Rpta: 4 factores primos

SACO OLIVEROS

2) Determine el número de factores primos

$$P(x;y) = x^8 - 256y^8$$

Resolución

Recordar ! **DIFERENCIA DE CUADRADOS**

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$P(x;y) = x^8 - 256y^8$$

$$P(x;y) = (x^4 + 16y^4)\underline{(x^4 - 16y^4)}$$

$$P(x;y) = (x^4 + 16y^4)\,(x^2 + 4y^2)\underline{(x^2 - 4y^2)}$$

$$P(x;y) = (x^4 + 16y^4)(x^2 + 4y^2)\,(x + 2y)(x - 2y)$$

$$Rpta: 4\ factores\ primos$$

SACO OLIVEROS

3) Determine la suma de factores primos:

$$T(x) = 9x^2 + 4y^2 - 25z^2 + 12xy$$

Resolución

$$T(x) = \underbrace{9x^2 + 12xy + 4y^2}_{TCP} - 25z^2$$

$$T(x) = (3x + 2y)^2 - (5z)^2$$

$$T(x) = (3x + 2y + 5z)(3x + 2y - 5z)$$

$$Suma\ de\ F.P = 3x + 2y + \cancel{5z} + 3x + 2y - \cancel{5z}$$

Rpta: $6x + 4y$

4) Indique la suma de factores primos

$$a^4 + 2a^2b^2 + 9b^4$$

Recordar !

Trinomio cuadrado perfecto (T.C.P)

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Resolución

$$a^4 + 2a^2b^2 + 9b^4$$

$$a^4 + \underline{2a^2b^2 + 4a^2b^2} + 9b^4 - 4a^2b^2$$

$$\underbrace{a^4 + 6a^2b^2 + 9b^4} - 4a^2b^2$$

Aplicando el T.C.P

$$\underbrace{(a^2 + 3b^2)^2 - 4a^2b^2}$$

Aplicando Dif. De cuadrados

$$(a^2 + 3b^2 + 2ab)(a^2 + 3b^2 - 2ab)$$

$: \sum de\ factores\ primos:$

$$\boxed{\therefore\ 2a^2 + 6b^2}$$

5) Factorice: P(a;b;x)=$(ab-3x)^2-(bx-3a)^2$
Indique la mayor suma de coeficientes de un factor primo

Resolución

$$P(a;b;x)=(\boxed{ab}-3x+\boxed{bx}-3a)(\boxed{ab}-3x-\boxed{(bx}-3a))$$

$$P(a;b;x)=(b\,(a+x)-3\,(a+x))(b\,(a-x)+3\,(a-x))$$

$$P(a;b;x)=\ (a+x)\,(b-3)\,(a-x)(b+3)$$

$\sum$coef: $2\,;\quad -2\,;\quad 0;\quad 4$

Rpta: *La mayor suma de coeficiente de un factor primo es: 4*

Resolución

6) La edad de Marcelo hace 10 años es el resultado del siguiente problema: “AL factorizar: $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)+1$ calcule la suma de coeficientes de un factor primo”. ¿Qué edad tiene Marcelo?

$$(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)+1$$

$$(x^2+7x+10)(x^2+7x+12)\ +1$$

$$\boxed{hacemos:\quad x^2+7x=a}$$

$$(a+10)(a+12)+1$$

$$a^2+22a+120\ +1$$

$$\underbrace{a^2+22a+121}$$ Aplicando el T.C.P

$$(a+11)^2$$

$$(x^2+7x+11)^2$$

Recordar !

Identidad de Steven:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

Trinomio cuadrado perfecto:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

Factor primo: $x^2+7x+11$ $\rightarrow \sum coef = 19$:

→ Marcelo, actualmente tiene: 19+10= 29 años

7)

Al factorizar $P(x)=x^6-2x^4-16x^2+32$ en $\mathbb{R}(x)$. El número de factores primos de $P(x)$ representa la propia diaria (en soles) que otorga Rubén a su nieto Julio Cesar, calcule cuánto recauda semanalmente Julio Cesar si el día domingo es el único día que no recibe propina.

Recordar !

Diferencia de cuadrados

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

Resolución

Agrupando términos de:

$$P(x)=\underbrace{x^6-2x^4}-\underbrace{16x^2+32}$$

$$P(x)=x^4(x^2-2)-16(x^2-2)$$

$$P(x)=(x^2-2)(x^4-16)$$

$$P(x)=(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})(x^2+4)(x^2-4)$$

$$P(x)=(\mathrm{x}+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})(x^2+4)(x+2)(x-2)$$

N° de factores primos: 5

Julio Cesar recauda de propina: $5\times 6=S/30$

$$\boxed{\therefore\quad S/30}$$