



# ALGEBRA

**5th** of  
SECONDARY

Asesoría Bimestral



 **SACO OLIVEROS**

## PROBLEMA 1

Resuelva:  $2 \leq \frac{x+7}{x+3} \leq 5$



### Resolución

$$\frac{x+7}{x+3} = 1 + \frac{4}{x+3}$$

reemplazando

$$2 \leq 1 + \frac{4}{x+3} \leq 5$$

Restando 1 en la desigualdad

$$2 - 1 \leq 1 - 1 + \frac{4}{x+3} \leq 5 - 1$$

$$1 \leq \frac{4}{x+3} \leq 4$$

Invirtiendo la desigualdad cambia

$$1 \geq \frac{x+3}{4} \geq \frac{1}{4} \quad \boxed{x(4)}$$

$$4 \geq x + 3 \geq 1$$

$$4 - 3 \geq x + 3 - 3 \geq 1 - 3$$

$$1 \geq x \geq -2$$

$$-2 \leq x \leq 1$$

$$\therefore \text{CS} = [-2; 1]$$

## PROBLEMA 2

Sean  $x_1, x_2$  y  $x_3$  las raíces de la ecuación:

$$x^3 - 3x + 5 = 0 \quad \text{Efectúe: } K = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 7x_1x_2x_3$$

### Resolución

$$\overset{+}{x^3} + \overset{-}{0x^2} + \overset{+}{-3x} + \overset{-}{5} = 0$$

Por Cardano Viete :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad ; \quad x_1x_2x_3 = -5$$

Por propiedad :

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3x_1x_2x_3$$

Reemplazando en k :

$$K = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 7x_1x_2x_3$$

$$K = 3x_1x_2x_3 - 7x_1x_2x_3$$

$$K = -4x_1x_2x_3$$

$$K = -4(-5)$$

$$\therefore K = 20$$

### PROBLEMA 3

La edad de Rosa es  $2T$  años; donde  $T$  es la suma de 

los valores enteros de resolver :  $\frac{x^2-3x-10}{x^2-12x+35} < 0$  ¿Qué edad tendrá Rosa dentro de 5 años?

### Resolución

Factorizando por aspa simple

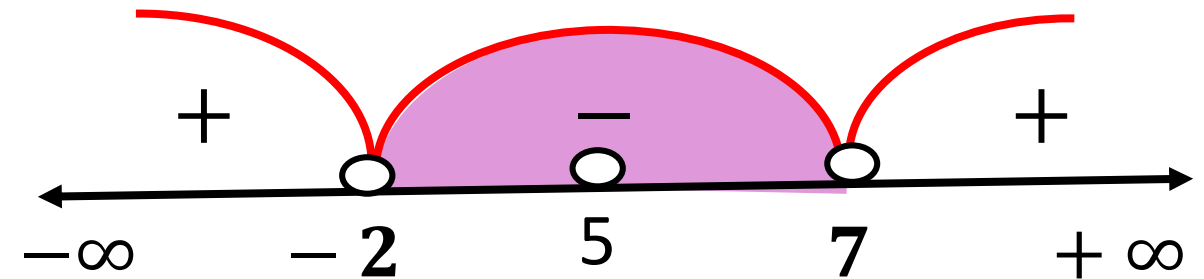
$$\frac{(x-5)(x+2)}{(x-5)(x-7)} < 0$$

*equivale a*

$$x - 5 \neq 0 \wedge$$

$$x \neq 5$$

$$\frac{\overset{-2}{(x+2)}}{\underset{7}{(x-7)}} < 0$$



Valores enteros :  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 6\}$

$$\text{Suma} = T = 15$$

$$\text{Edad} = 2T = 30 \text{ años}$$

DENTRO DE 5 AÑOS

$\therefore$  35 Años



$$(x - 2)^{11} (x + 5)^{13} (x - 7)^{21} > 0$$

### Resolución

Como los exponentes son impares, por propiedad:

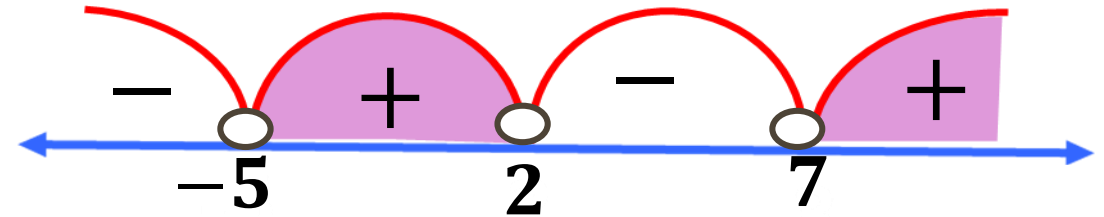
$$(x - 2)(x + 5)(x - 7) > 0$$



Puntos críticos

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x + 5 = 0 \\ x - 7 = 0 \end{array} \right.$$

$$x = 2, x = -5, x = 7$$



$$\therefore \text{CS} = < -5 ; 2 > \cup < 7 ; +\infty >$$

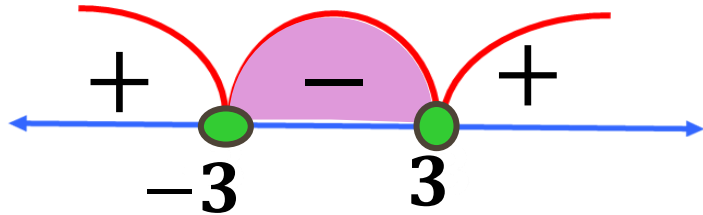
**PROBLEMA 5****Halle el conjunto solución de la inecuación:**

$$\sqrt{9 - x^2} > 2$$

**Resolución**

\* Restringiendo:  $9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 9 \leq 0$

$$(x + 3)(x - 3) \leq 0$$

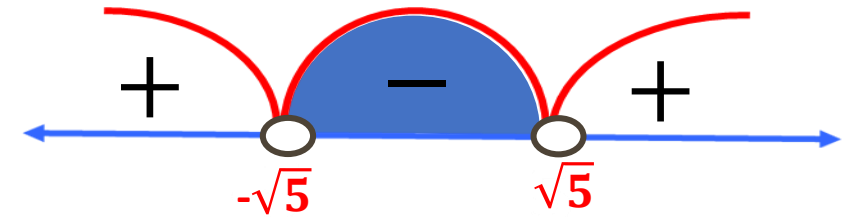


\*\*Elevando al cuadrado:

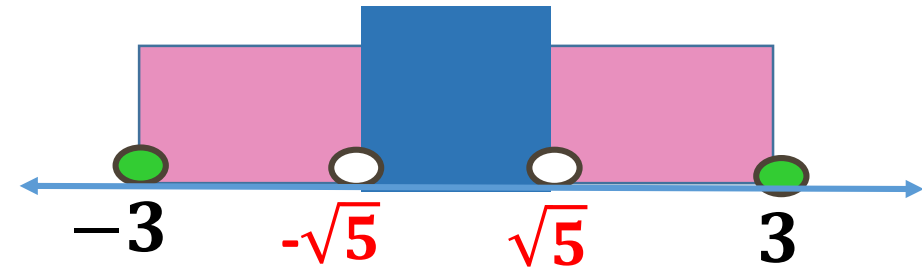
$$\sqrt{9 - x^2} > 2$$

$$\Rightarrow 9 - x^2 > 4 \Rightarrow x^2 - 5 < 0$$

$$(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) < 0$$



**Intersección de gráficas:**



$$\therefore \text{CS} = < -\sqrt{5}; \sqrt{5} >$$

## PROBLEMA 6

Si a y b son soluciones de:

$$\begin{vmatrix} x & 5 \\ x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3x & 20-x \\ x & x \end{vmatrix}$$

con  $a < b$ . Halle:  $2b-a-1$



### Resolución

$$\begin{vmatrix} x & 5 \\ x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3x & 20-x \\ x & x \end{vmatrix}$$

Desarrollando el determinante :

$$x^2 - 5x = 3x \cdot x - (20 - x)x$$

$$x^2 - 5x = 3x^2 - 20x + x^2$$

Reduciendo :

$$3x^2 - 15x = 0$$

$$3x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 5$$

Identificando :

$$\begin{matrix} a = 0 \\ b = 5 \end{matrix}$$

$$2b - a - 1 = 10 - 0 - 1$$

$\therefore$

9

## PROBLEMA 7

Calcule el conjunto solución de:

$$|2x + 3| = 5x - 4$$



### Resolución

restringiendo

$$5x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4/5$$

$$2x + 3 = 5x - 4 \vee 2x + 3 = -(5x - 4)$$

$$2x - 5x = -4 - 3 \vee 2x + 3 = -5x + 4$$

$$-3x = -7 \vee 7x = 4 - 3$$

$$x = 7/3 \vee x = 1/7 \text{ (no cumple)}$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{7/3\}$$

Recordar

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$



**PROBLEMA 8**

*Determine la menor solución entera*



$$|2x - 7| < 9$$

Recordar

**Resolución**

$$-9 < 2x - 7 < 9$$

$$\begin{array}{ccc} +7 & +7 & +7 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{-2}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{16}{2}$$

$$-1 < x < 8$$

$$|x| \leq a \iff a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)$$

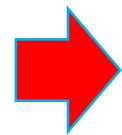
$$\therefore \text{CS} = \langle -1 ; 8 \rangle$$

Calcule el conjunto solución de:

$$|2x - 5| \geq 3$$



Resolución



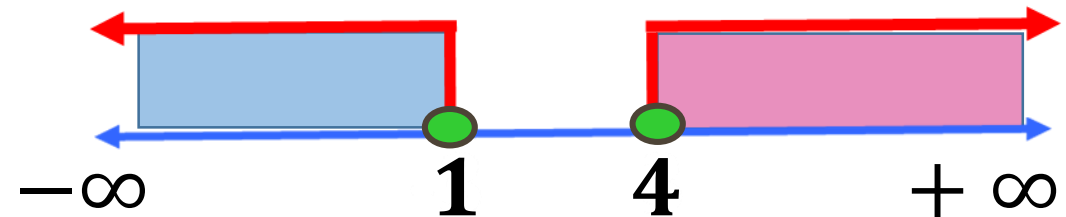
$$2x - 5 \geq 3 \quad \vee \quad 2x - 5 \leq -3$$

$$2x \geq 8 \quad \vee \quad 2x \leq 2$$

$$x \geq 4 \quad \vee \quad x \leq 1$$

Recordar

$$|x| \geq a \iff x \geq a \vee x \leq -a$$



$$\therefore \text{CS} = < -\infty ; 1 ] \cup [ 4 ; +\infty >$$

## PROBLEMA 10

Determine el complemento del conjunto solución de:

$$||x| + 2| \leq |x|^2$$



### Resolución

Por propiedad:

$$||x| + 2| = |x| + 2$$

$$\Rightarrow |x| + 2 \leq |x|^2$$

$$0 \leq |x|^2 - |x| - 2$$

$$|x|^2 - |x| - 2 \geq 0$$

Aplicando aspa simple

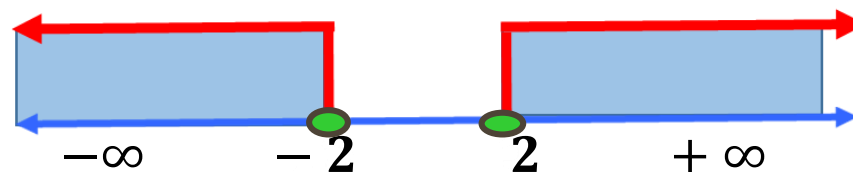
$$(|x| - 2)(|x| + 1) \geq 0$$

Hallando los puntos criticos

$$|x| - 2 = 0 \quad V \quad |x| + 1 = 0$$

$$|x| = 2 \quad V \quad |x| = -1( vacío)$$

$$x = 2 \quad v \quad x = -2$$



$$C.S = < -\infty ; -2 ] \cup [ 2 ; +\infty >$$

$\therefore$

Complemento del  
 $C.S = < -2 ; 2 >$