GEOMETRÍA

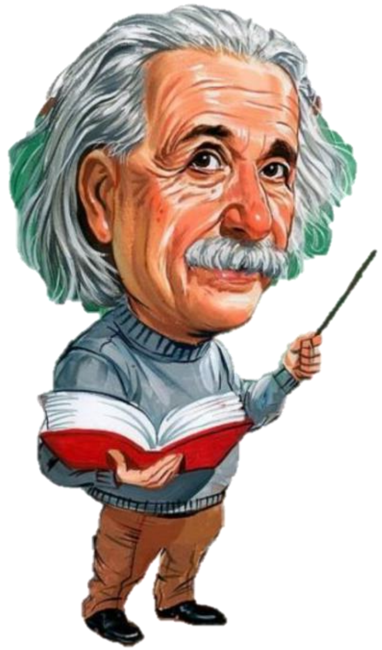
Capítulo 1

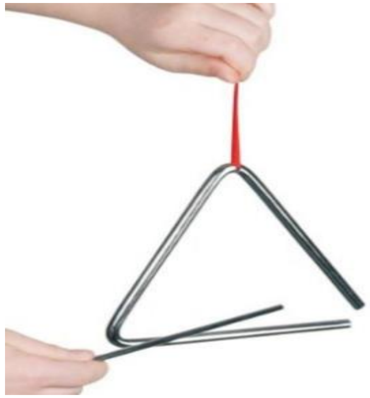
4th
SECONDARY

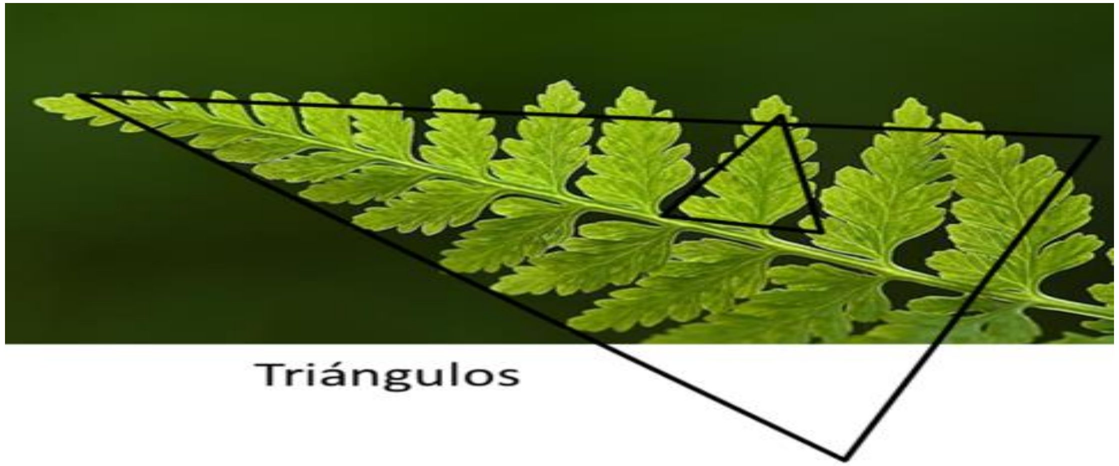
TRIÀNGULOS

SACO OLIVEROS

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales y, por lo tanto, el conocimiento de sus teoremas, clases, etc., es básico para comprender mejor a las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente. Esta figura tiene en la actualidad diferentes usos y aplicaciones como podemos observar.

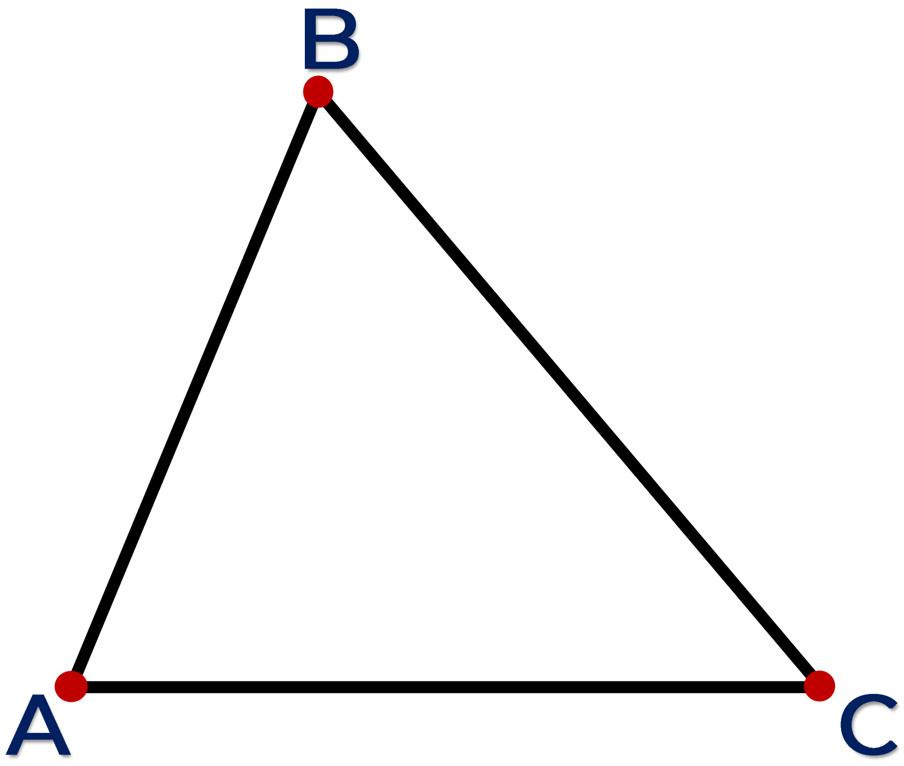






TRIÁNGULOS

Si A, B y C son tres puntos no colineales, entonces la reunión de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$ se denomina triángulo.



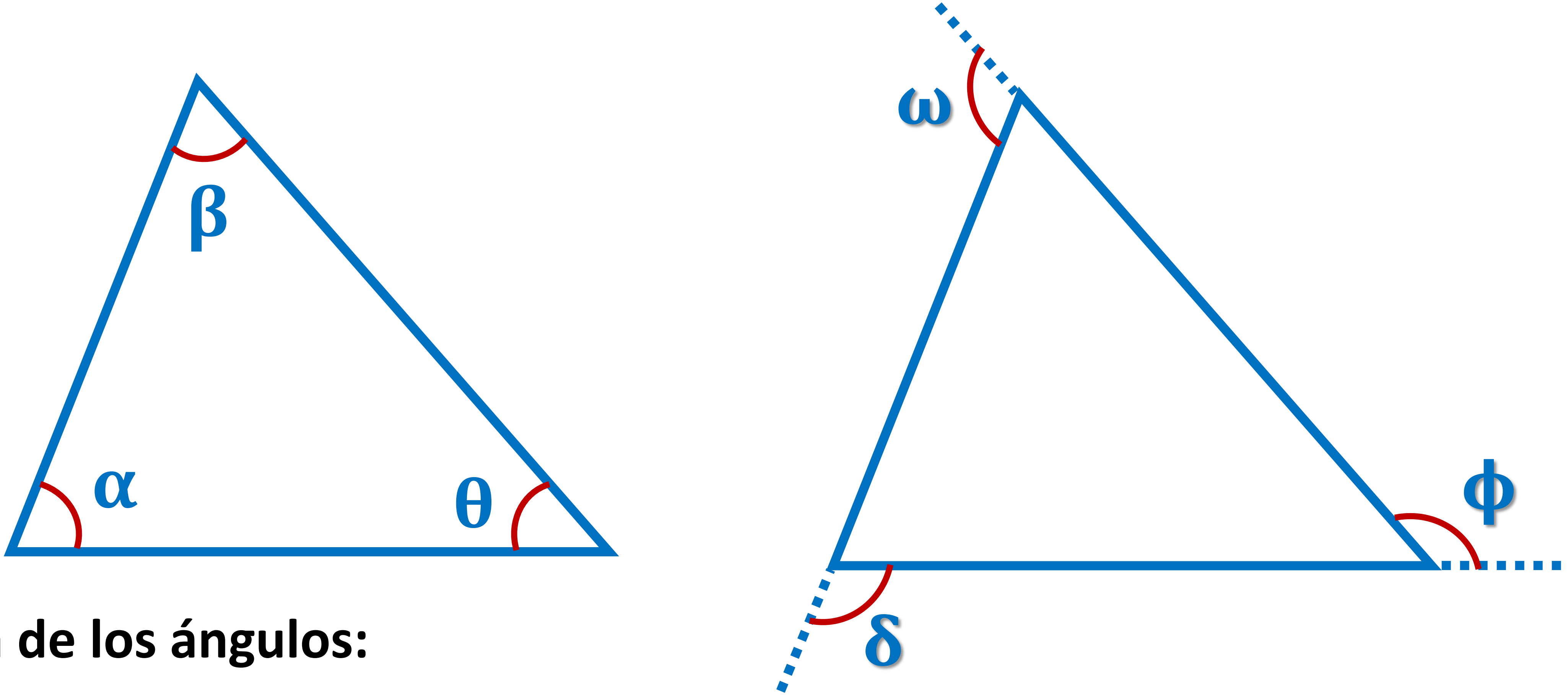
NOTACIÓN: ΔABC

Se lee: triángulo ABC

ELEMENTOS

- **VÈRTICES:** A; B y C
- **LADOS:** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$

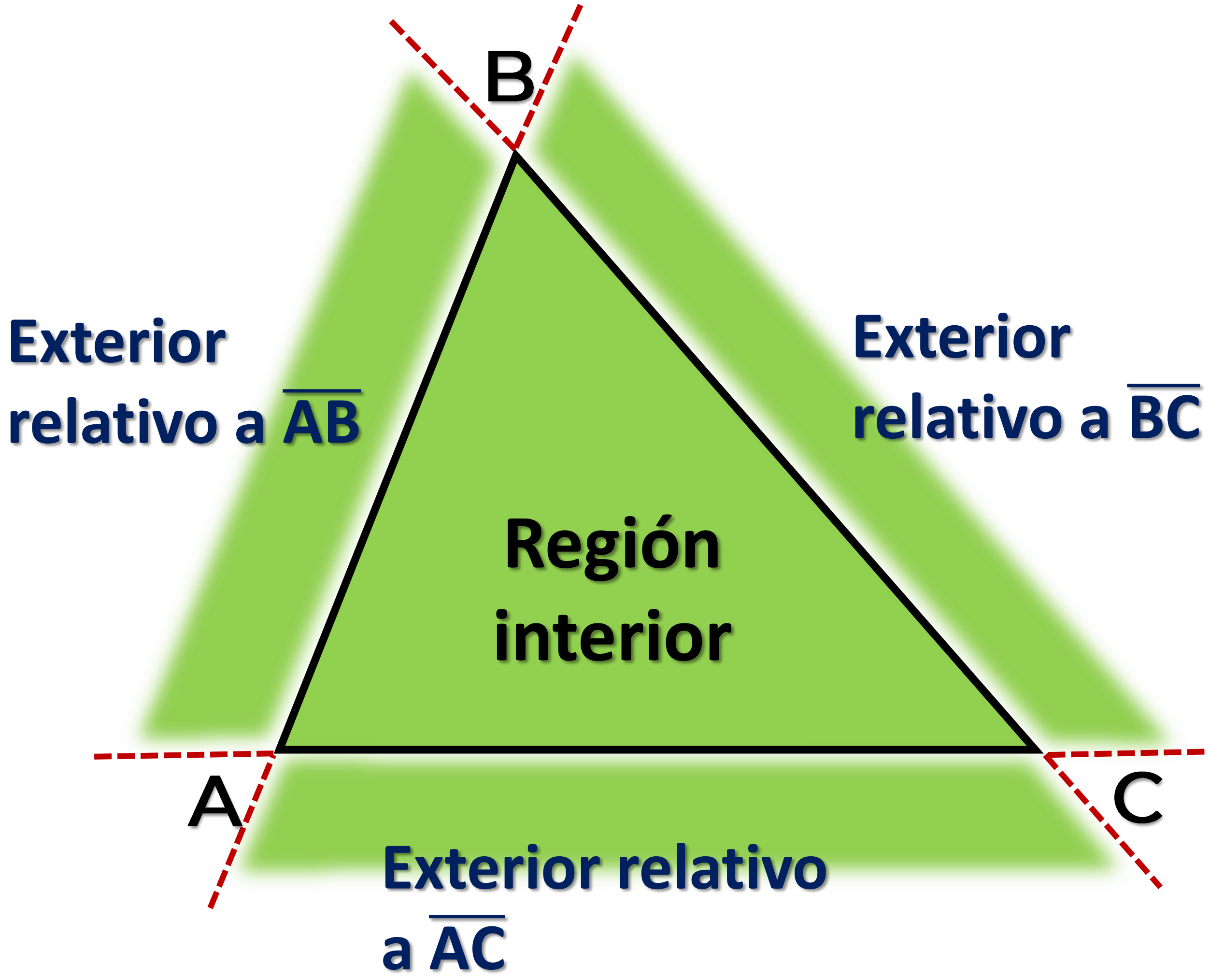
ÁNGULOS EN UN TRIÁNGULO



Medida de los ángulos:

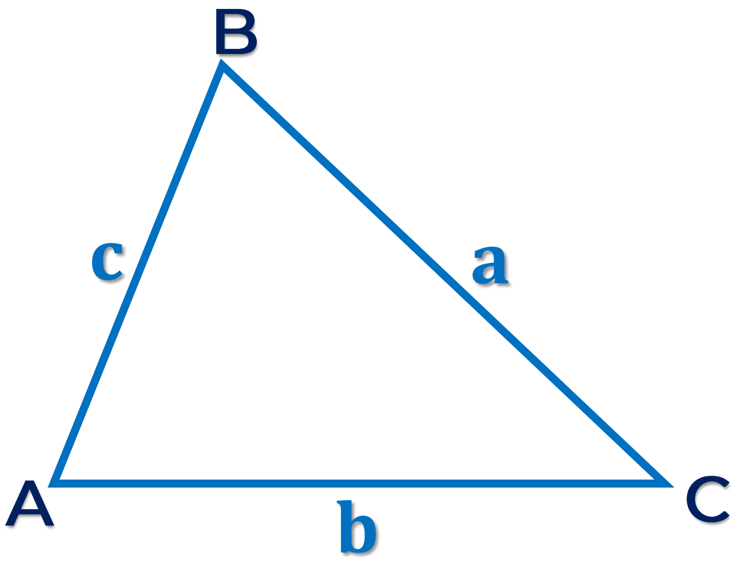
- INTERNOS : α, β y θ
- EXTERNOS : δ, ω y ϕ

INTERIOR Y EXTERIOR DE UNA TRIÁNGULO



PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

Es la suma de las longitudes de los lados del triángulo y se denota por 2p.



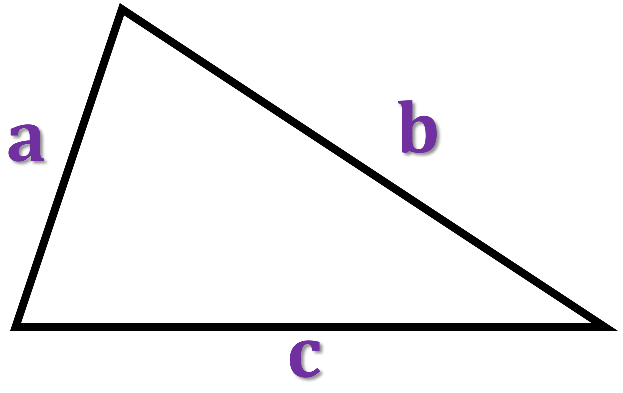
$$\boxed{2p_{(\Delta ABC)} = a + b + c}$$

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

I. SEGÚN LA LONGITUD DE SUS LADOS

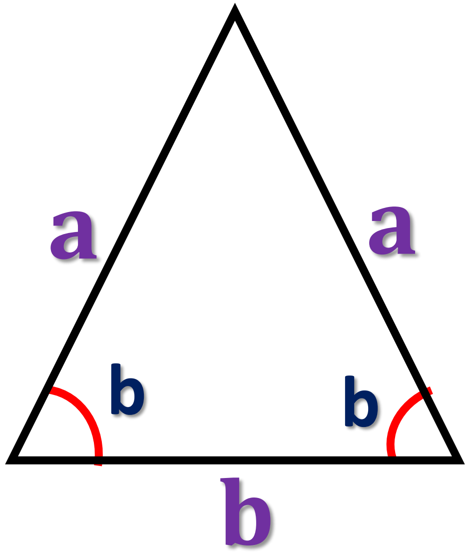
a) TRIÁNGULO ESCALENO

Los tres lados no son congruentes



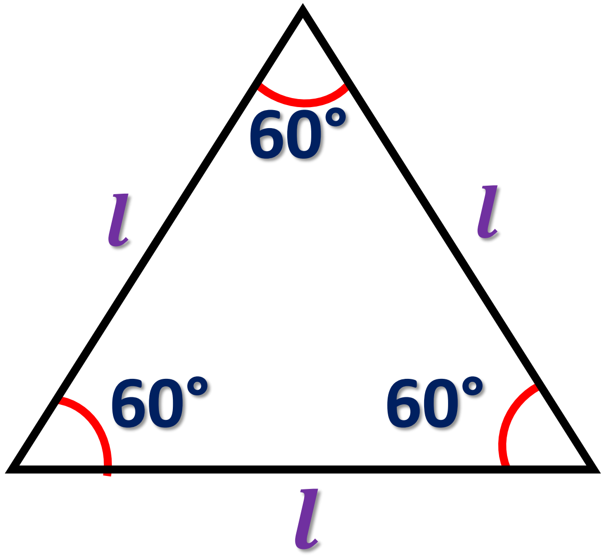
b) TRIÁNGULO ISÓSCELES

Tiene solo dos lados congruentes.



c) TRIÁNGULO EQUILÁTERO

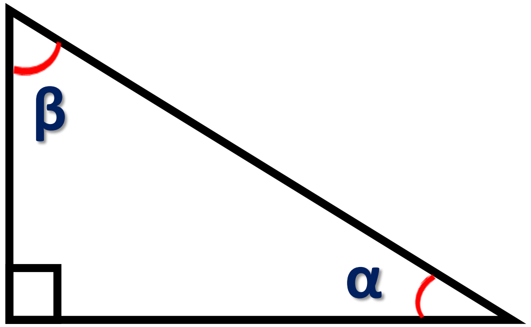
Tiene los tres lados congruentes.



II. 2.SEGÚN LAS MEDIDAS DE SUS ÁNGULOS.

a) TRIÁNGULO RECTÁNGULO

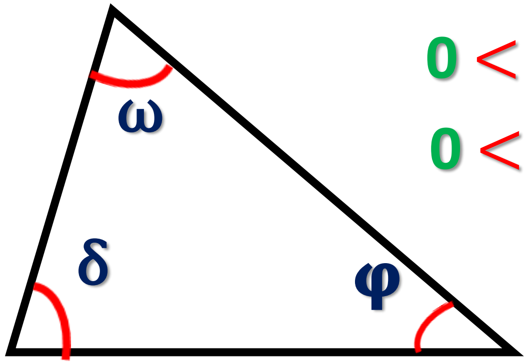
Tiene un ángulo interno que mide 90°.



$\alpha + \beta = 90°$

b) TRIÁNGULO ACUTÁNGULO

Los ángulos internos son agudos



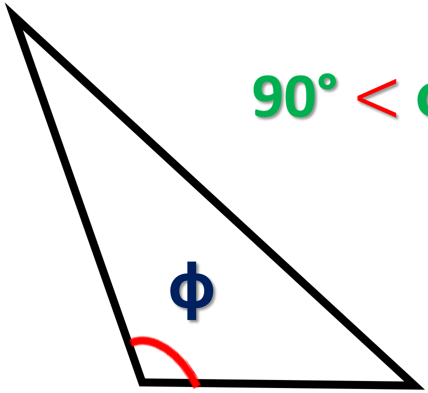
$0 < \omega < 90°$

$0 < \delta < 90°$

$0 < \varphi < 90°$

c) TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO

Un ángulo interno es obtuso

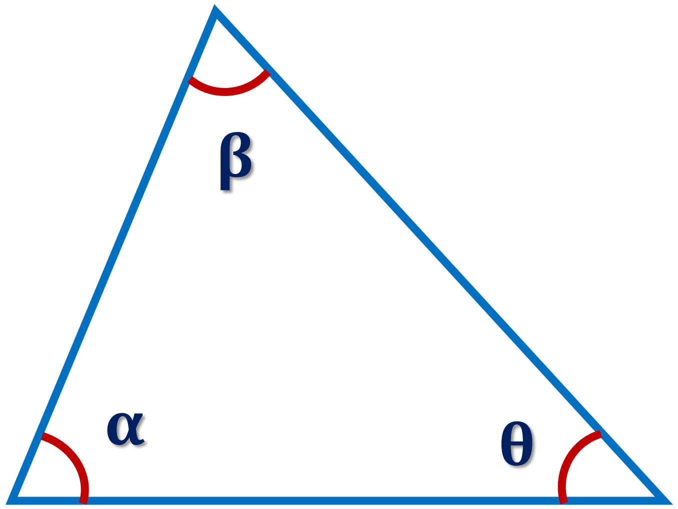


$90° < \phi < 180°$

Δ Oblicuángulo

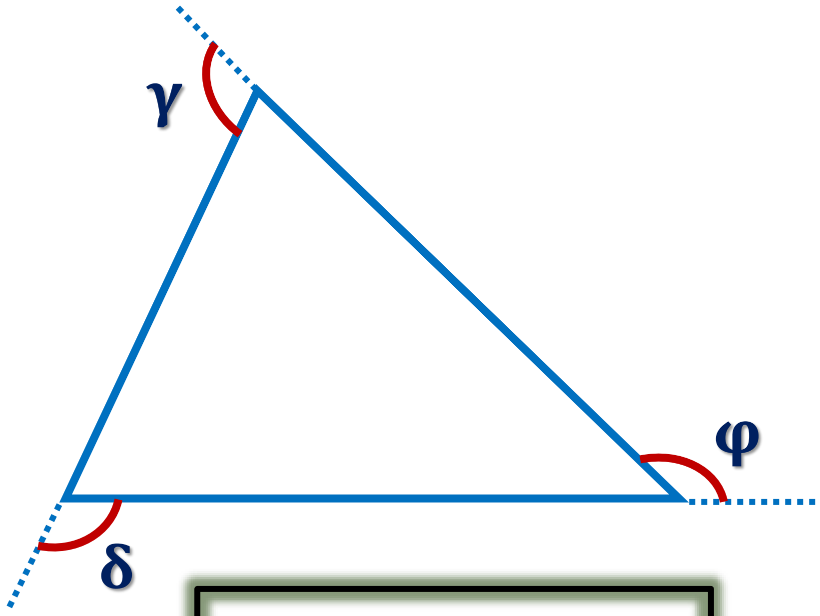
TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°.



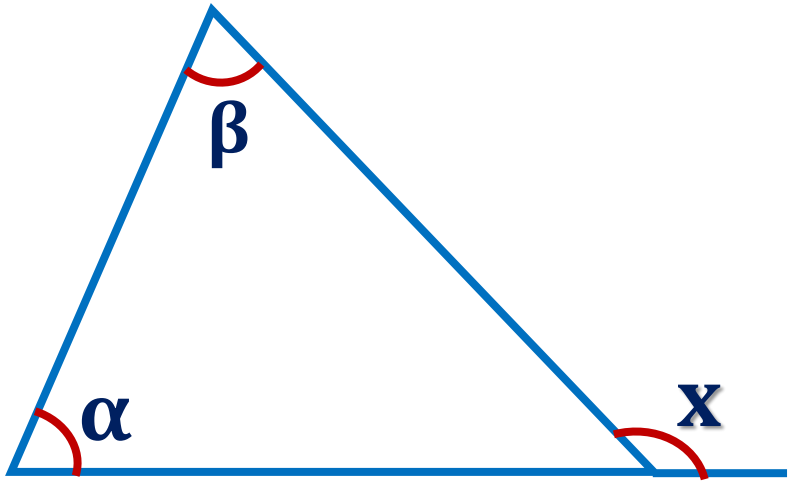
$$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180°}$$

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos considerados uno por vértice es 360º.



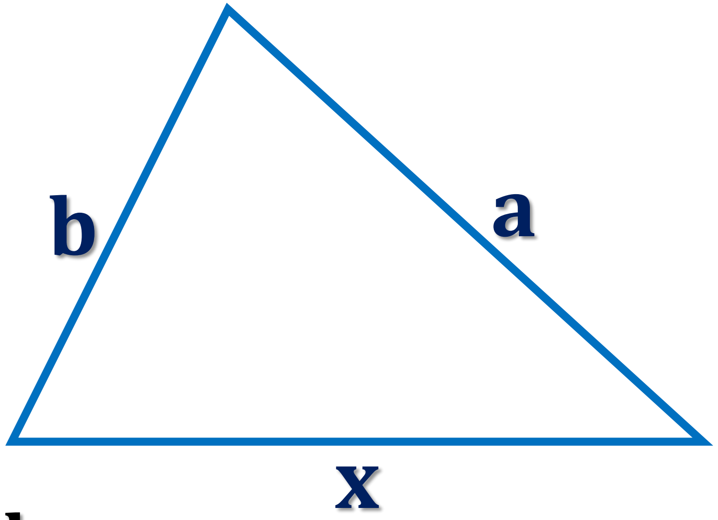
$$\boxed{\gamma + \delta + \varphi = 360°}$$

La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos no adyacentes al ángulo externo.



$$\boxed{x = \alpha + \beta}$$

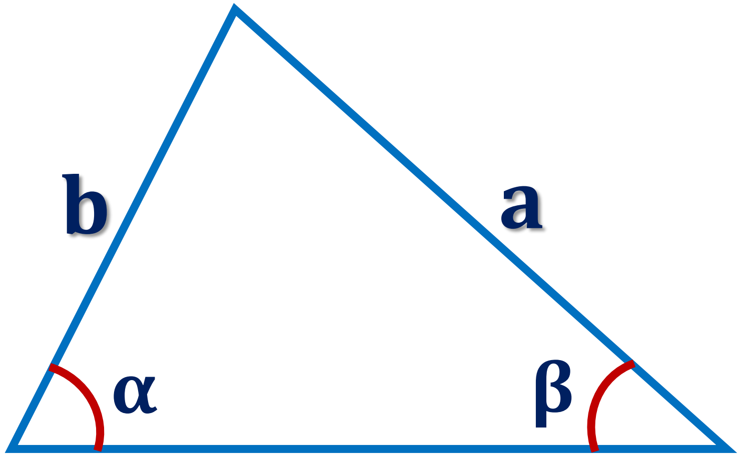
En todo triángulo, la longitud de un lado es menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados.



Si: $a > b$

Entonces: $\boxed{a - b < x < a + b}$

En todo triángulo, al lado de mayor longitud se opone el ángulo interno de mayor medida y viceversa.

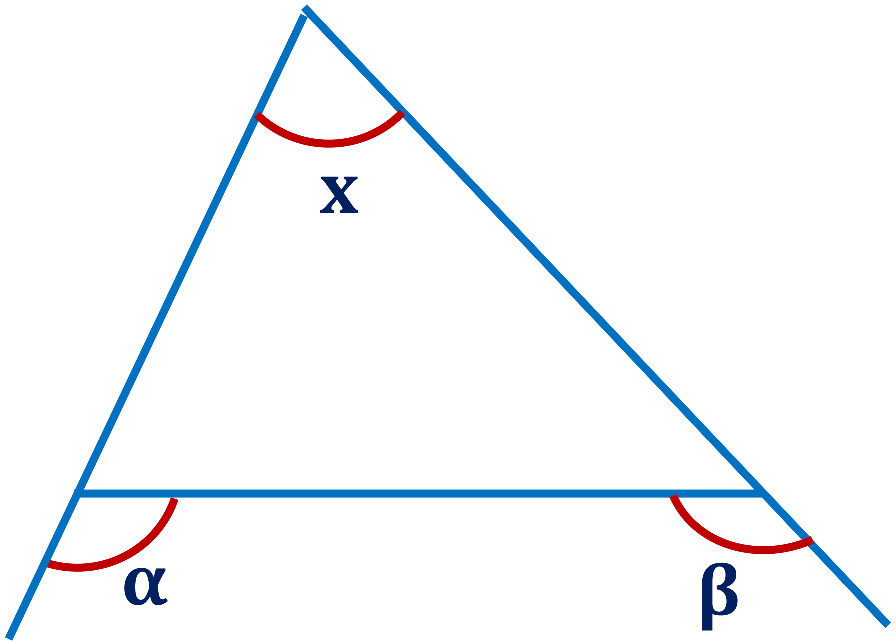


Si: $a > b$

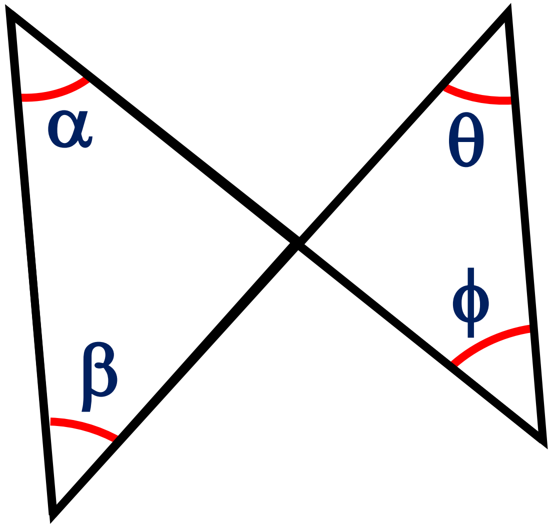
Entonces:

$$\boxed{\alpha > \beta}$$

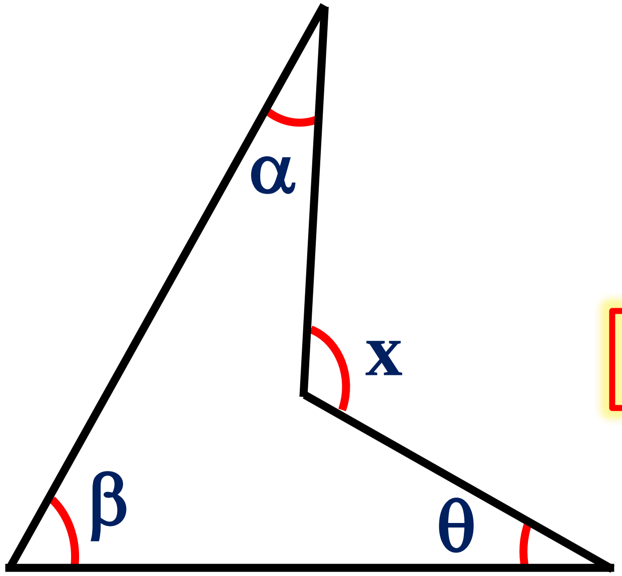
TEOREMAS ADICIONALES



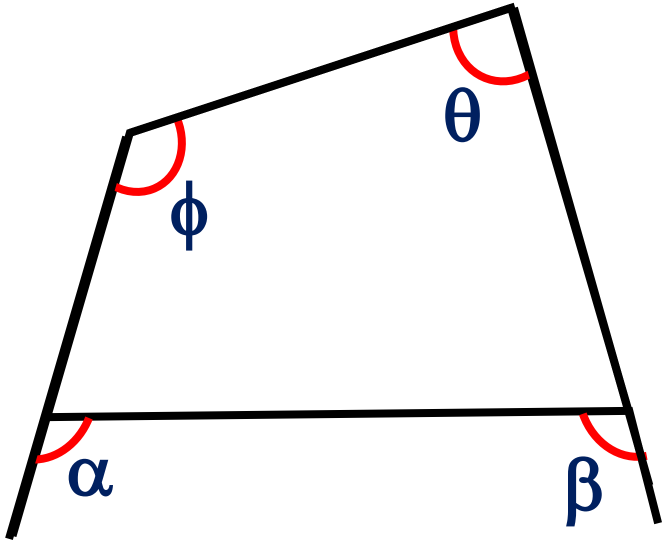
$$\boxed{\alpha + \beta = x + 180°}$$



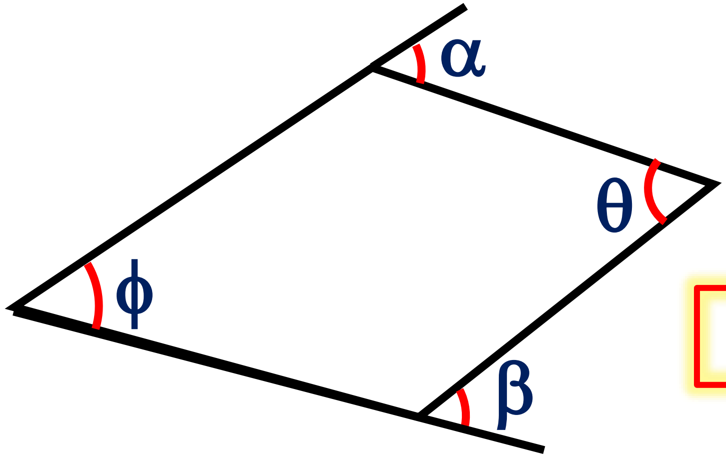
$$\alpha + \beta = \theta + \phi$$



$$x = \alpha + \beta + \theta$$

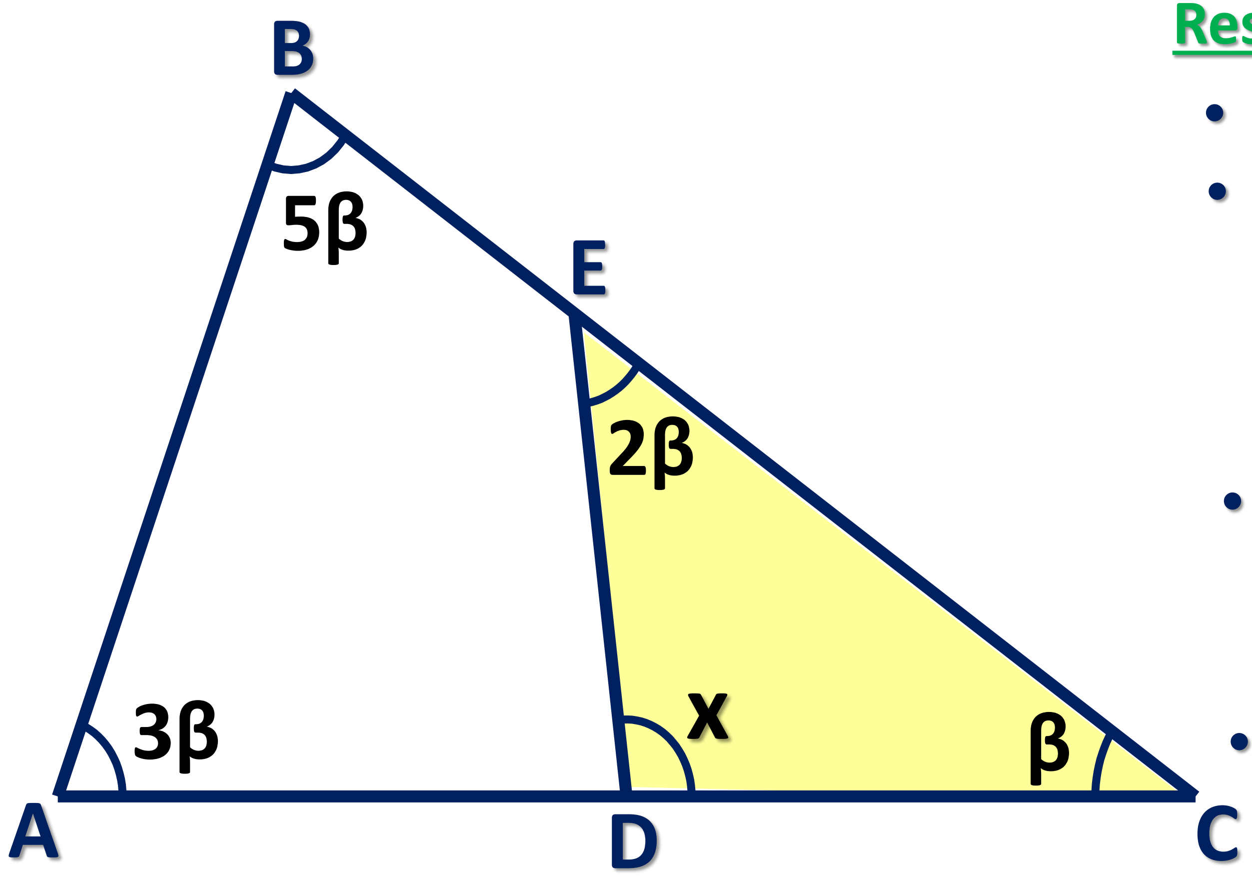


$$\phi + \theta = \alpha + \beta$$



$$\phi + \theta = \alpha + \beta$$

1. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- ΔABC:

$$3\beta + 5\beta + \beta = 180°$$
$$9\beta = 180°$$
$$\beta = 20° \quad \ldots (1)$$

- ΔDEC:

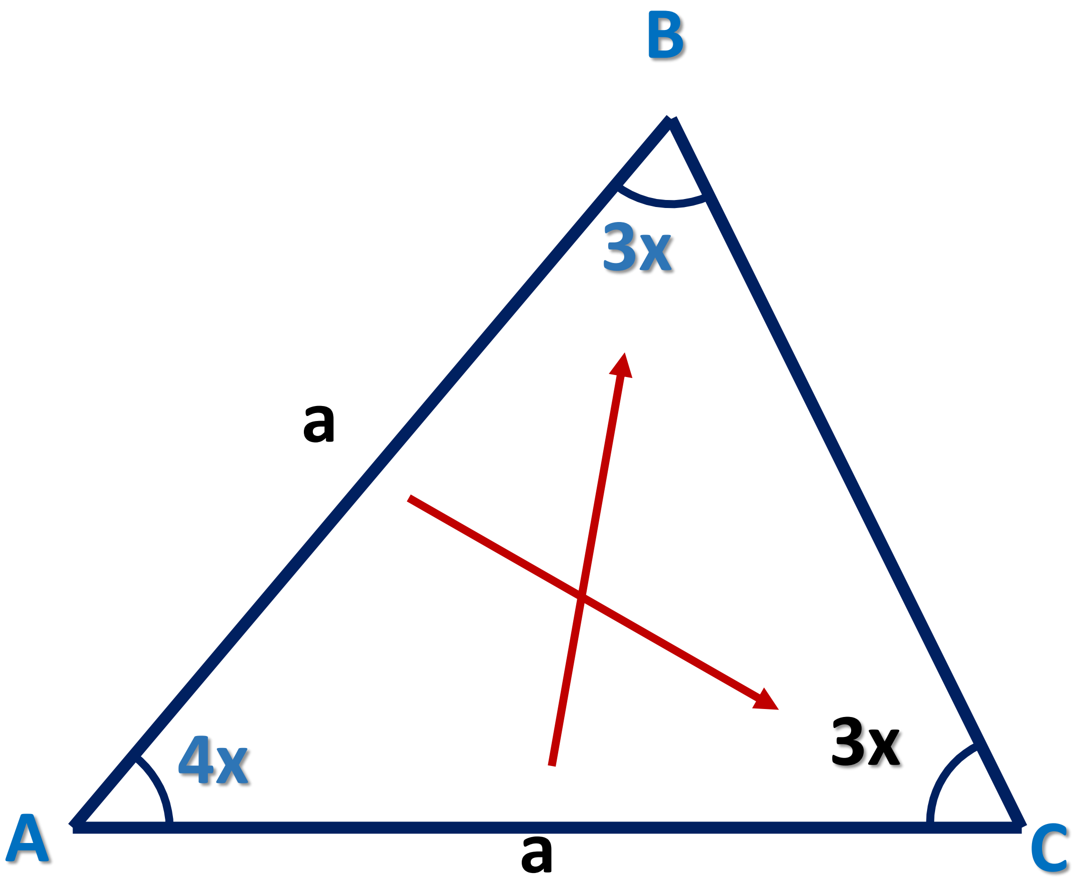
$$x + 2\beta + \beta = 180°$$
$$x + 3\beta = 180° \quad \ldots (2)$$

- Reemplazando 1 en 2:

$$x + 3(20°) = 180°$$

$$\boxed{x = 120°}$$

2. Halle el valor de x, si AB = AC



Resolución

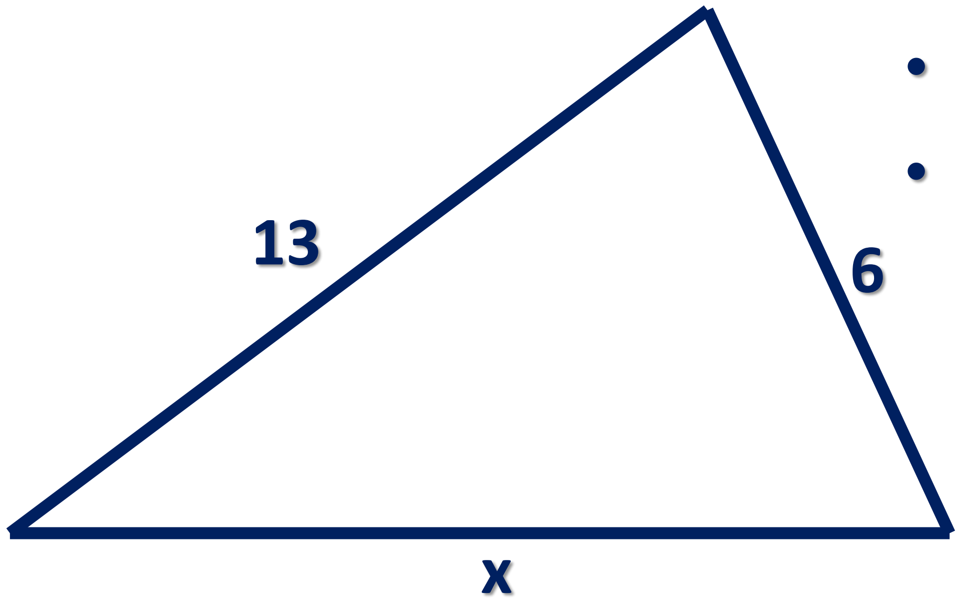
- Piden: x
- ΔABC: Isósceles

$$4x + 3x + 3x = 180^{\circ}$$

$$10x = 180^{\circ}$$

$$\boxed{x = 18^{\circ}}$$

3. Las longitudes de los lados de un triángulo son 6 y 13. Calcule la diferencia entre el máximo y el mínimo valor entero que puede tomar la longitud del tercer lado.



Resolución

- Piden: $x_{máx} - x_{min}$
- Aplicando el teorema de la existencia.

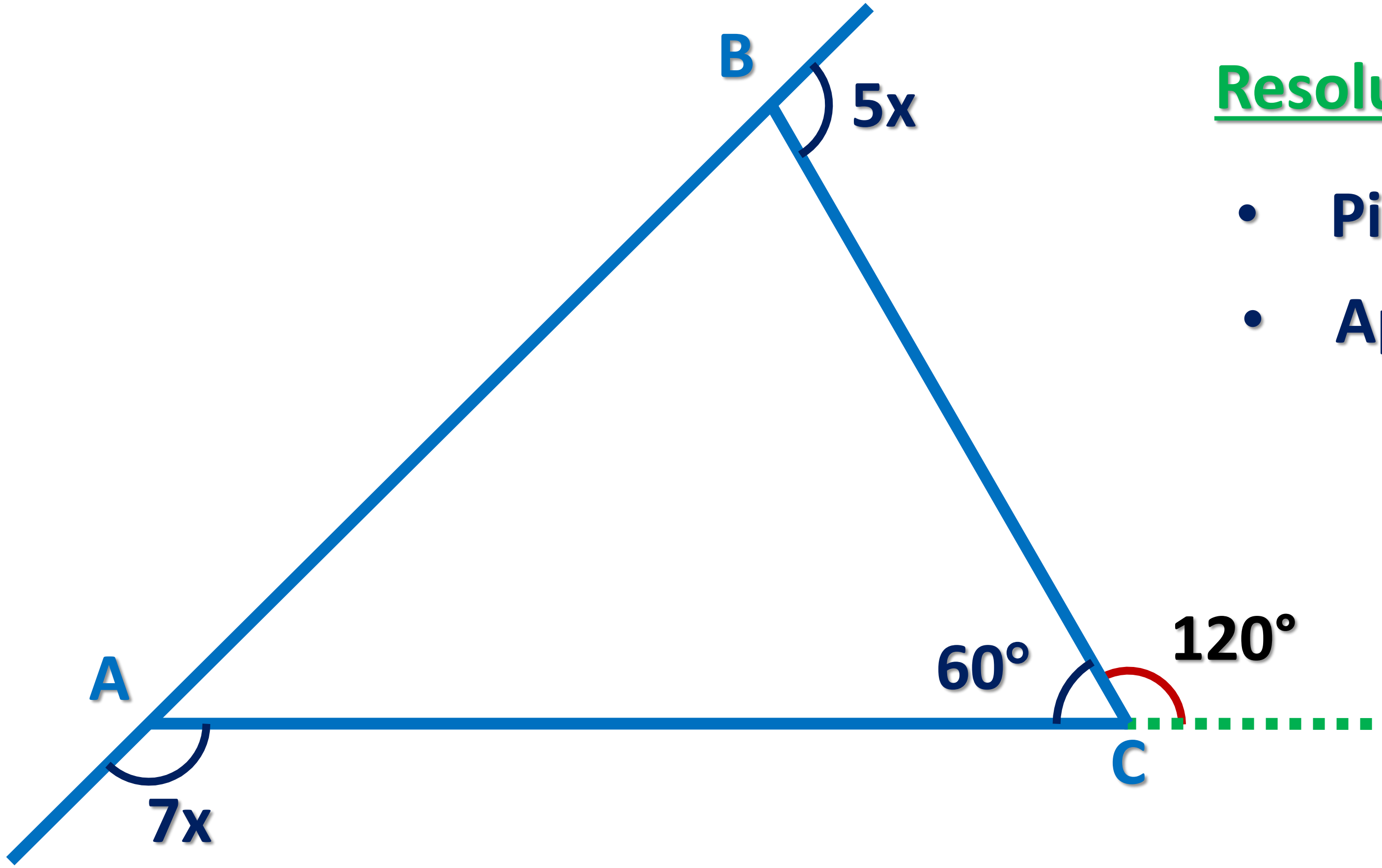
$$13 - 6 < x < 13 + 6$$

$$7 < x < 19$$

$$x = 8 ; 9 ; 10 ;\ldots 16 ; 17 ; 18$$

$$x_{máx} - x_{min} = 10$$

4. Halle el valor de x.



Resolución

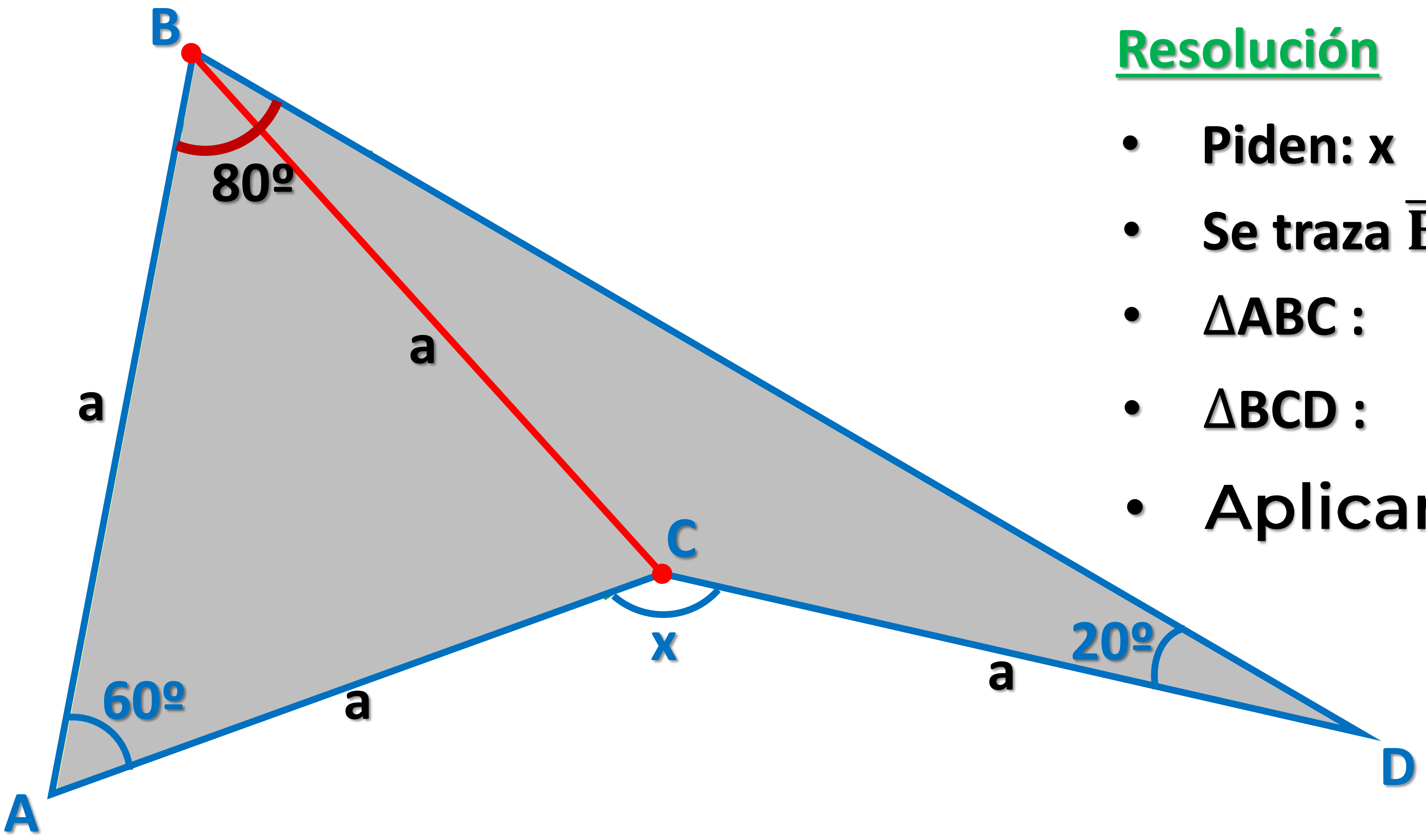
- Piden: x
- Aplicando el teorema:

$$7x + 5x + 120° = 360°$$

$$12x = 240°$$

$$\boxed{x = 20°}$$

5. En la figura, AB = AC = CD. Halle el valor de x.



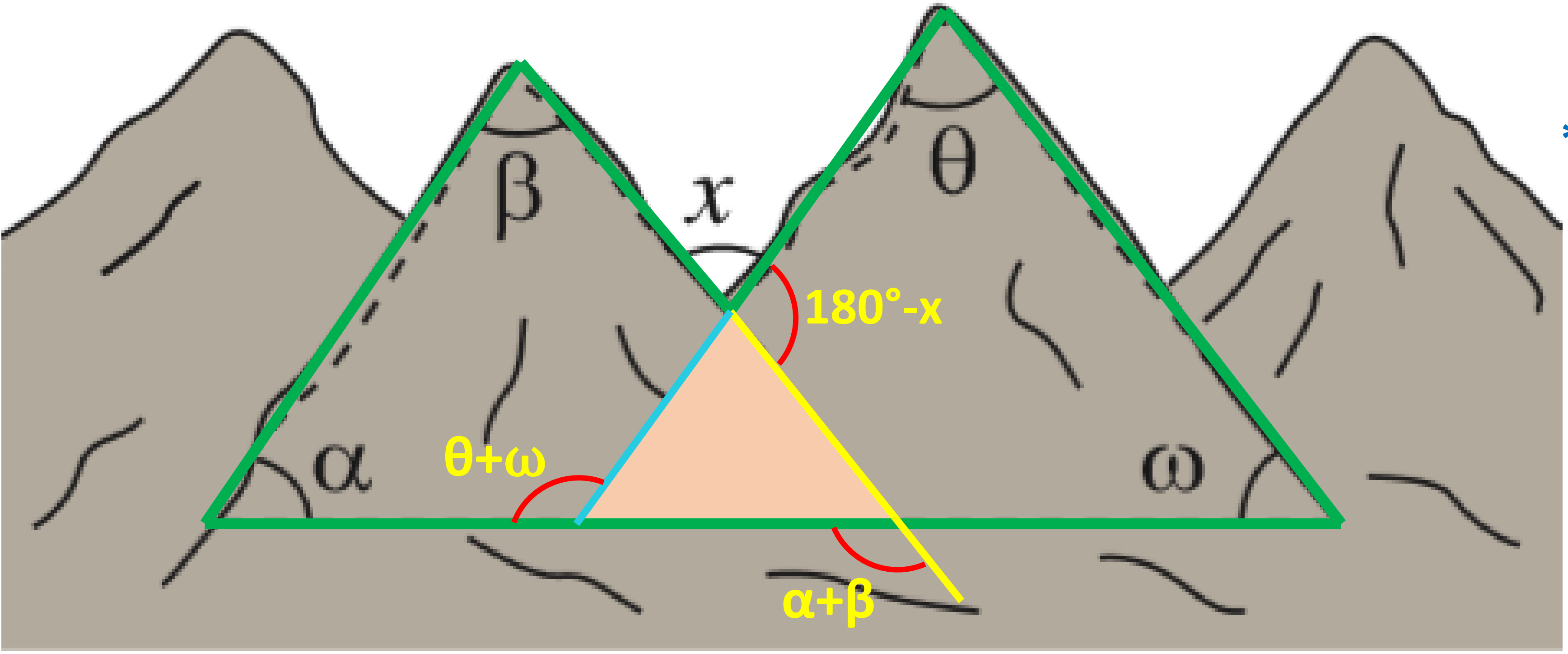
Resolución

- Piden: x
- Se traza $\overline{BC}$.
- ΔABC : Equilátero
- ΔBCD : Isósceles
- Aplicando el teorema:

X = 60º + 80º + 20º

$$\boxed{x = 160°}$$

6. Cuando Aldo viajo a provincia, observo el siguiente paisaje y recordó un ejercicio que no pudo resolver en el colegio. Ayúdelo a calcular el valor de x si $\alpha+\beta+\theta+\omega=250°$



Resolución

*Realizando los trazos adecuados

*Aplicando el teorema del ángulo exterior

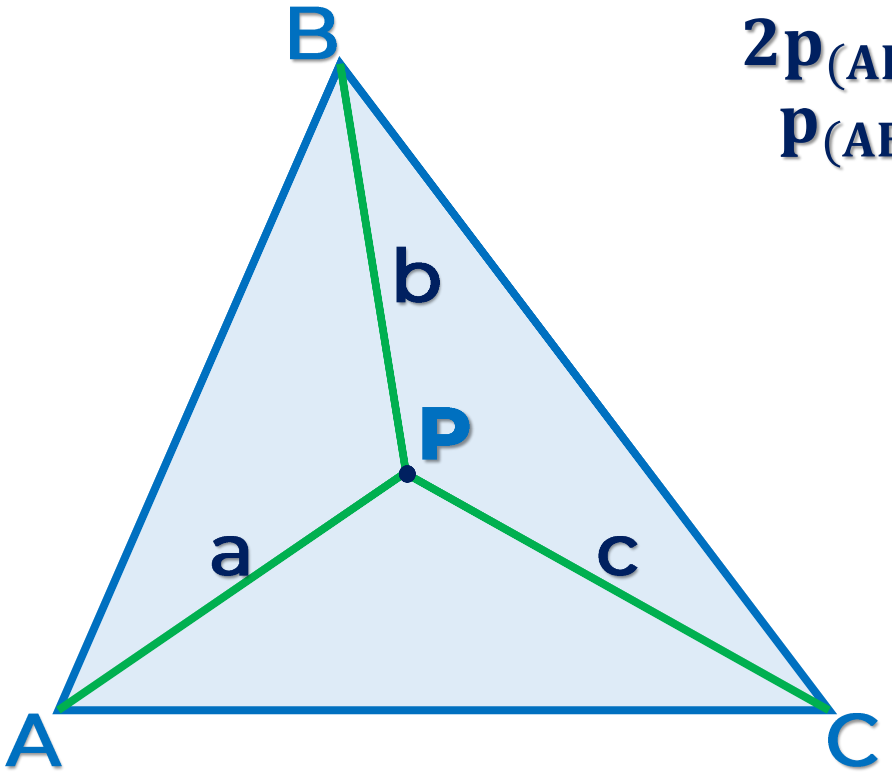
*En el triangulo sombreado, aplicamos , Teorema de la suma de medidas de ángulos externos

$$180°-x+\alpha+\beta+\theta+\omega=360°$$

$$250°-x=180°$$

$$\boxed{x=70°}$$

8. Se muestra el piso de una pileta en forma de región ΔABC. Del punto P se distribuye agua por tubos hacia los puntos A, B y C. Si el perímetro del piso es 16 m, determine el menor número entero de metros de tubo, que se deben comprar para hacer dichas conexiones.



$2p_{(ABC)} = 16$ m

$p_{(ABC)} = 8$ m

$(x = a + b + c)$

Resolución

- Piden: x_{menor}
- Aplicando el teorema:

$$p < x < 2p$$

$$8 < x < 16$$

$$x = 9\ ;\ 10\ ;\ldots\ 16\ ;\ 17\ ;\ 18$$

$$\boxed{x_{mìn} = 9\text{ m}}$$