



# GEOMETRÍA

## Capítulo 1

**5th**  
SECONDARY

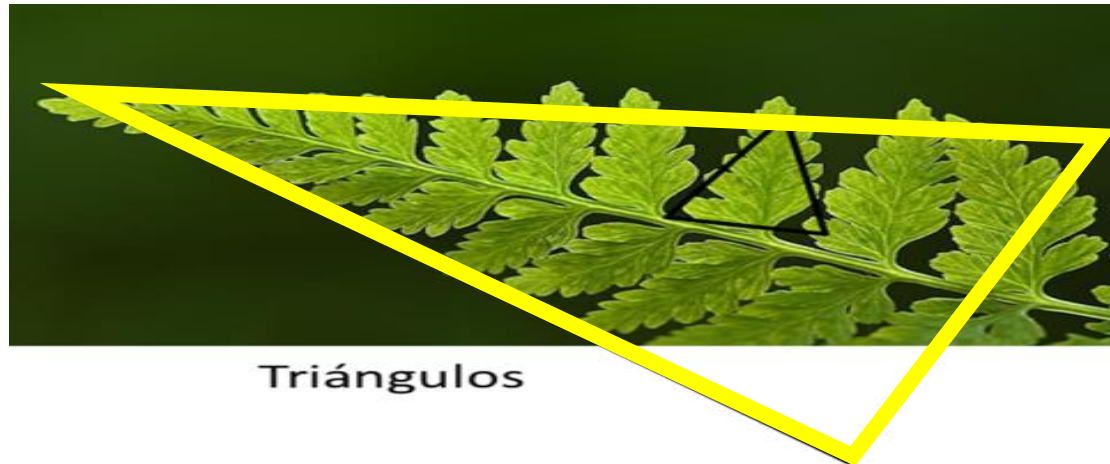
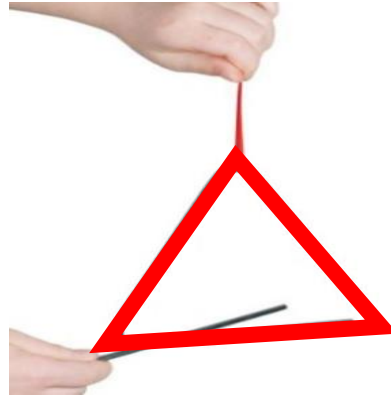
**TRIÁNGULO**

---



 **SACO OLIVEROS**

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales, que nos permite comprender las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente., aplicando los axiomas, postulados, lemas, teoremas y corolarios, estudiados en los capítulos anteriores, en nuestra vida cotidiana podemos encontrar muchos objetos de forma de triángulo como podemos observar en los siguientes gráficos.

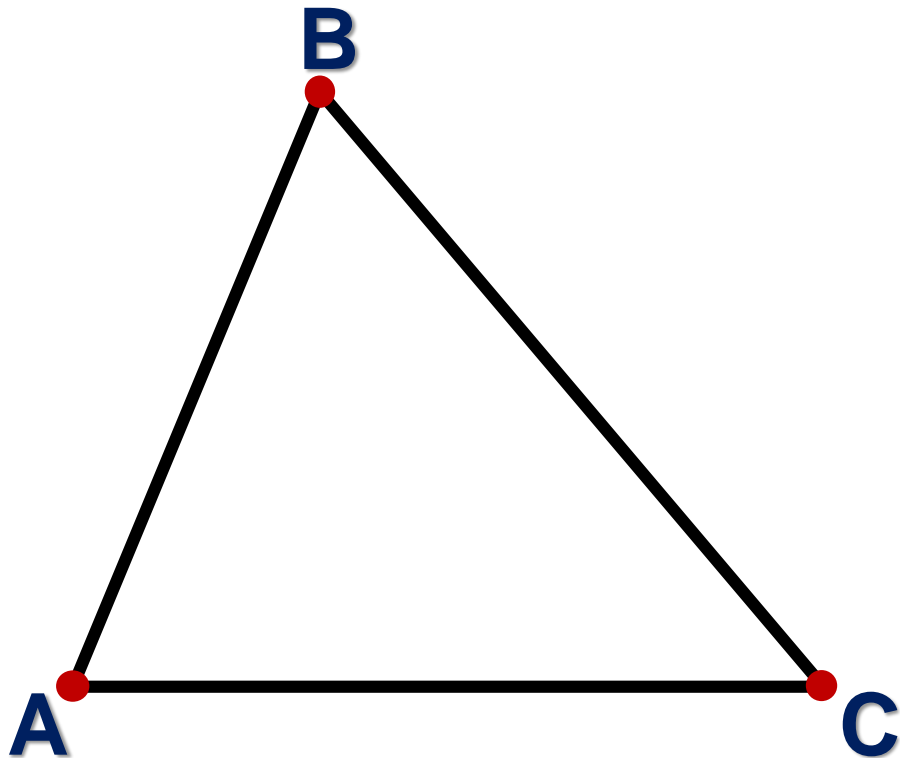


Triángulos

# TRIÁNGULO



Dado los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  no colineales, se denomina triángulo a la reunión de los segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$ .



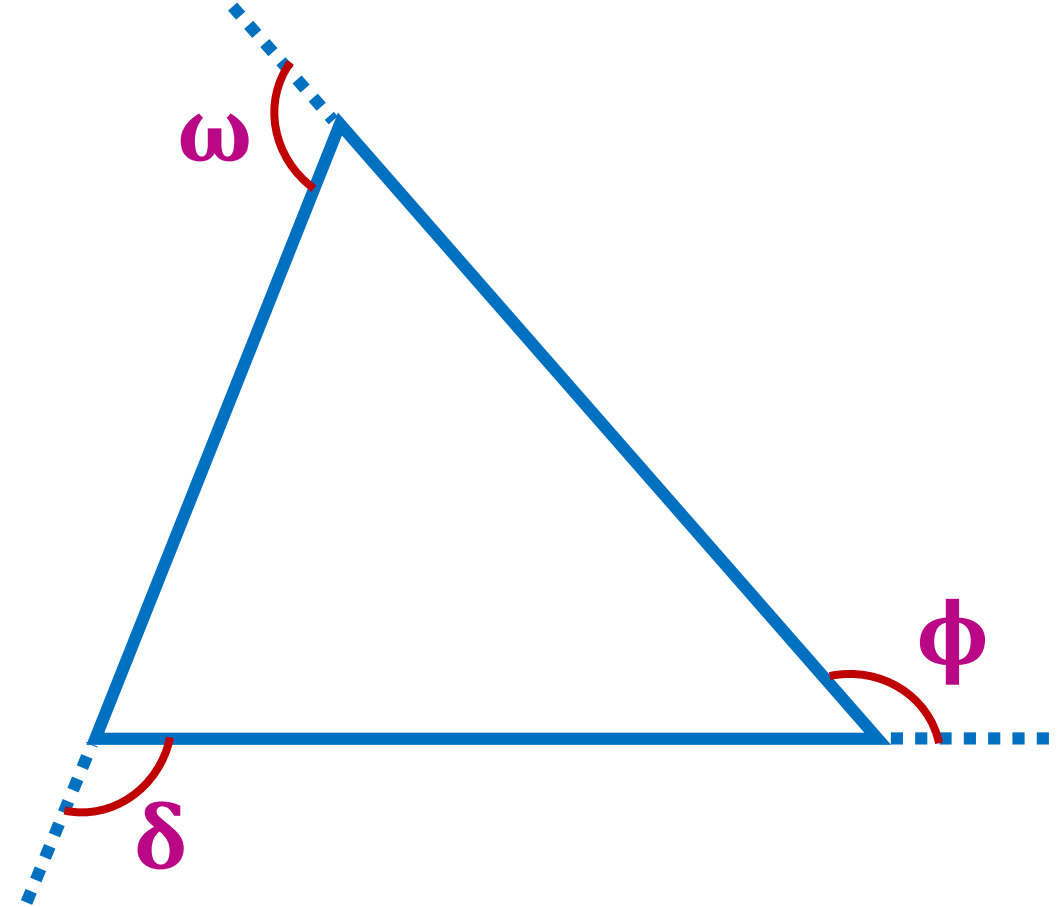
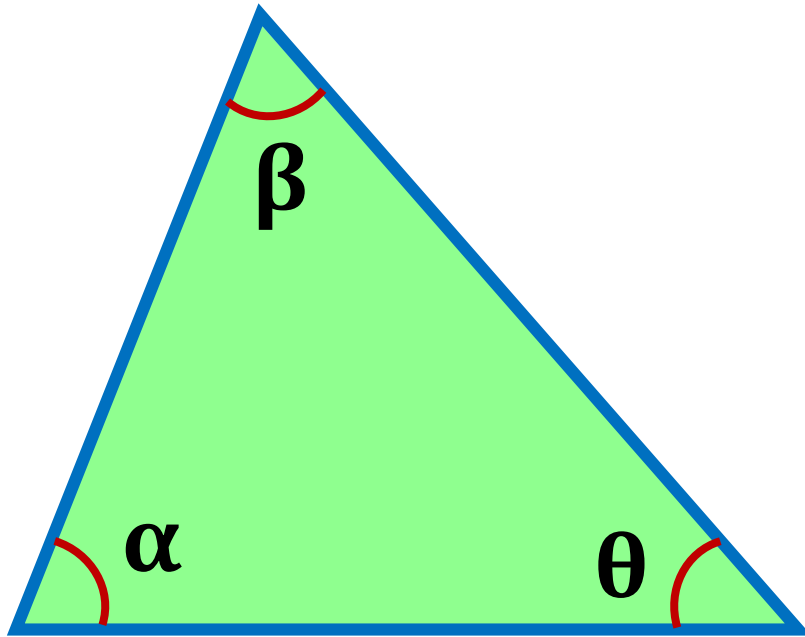
## NOTACIÓN:

$\triangle ABC$ : Se lee triángulo ABC

## ELEMENTOS

- VÉRTICES:  $A$ ,  $B$  y  $C$
- LADOS:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{CA}$

# ÁNGULOS EN UN TRIÁNGULO

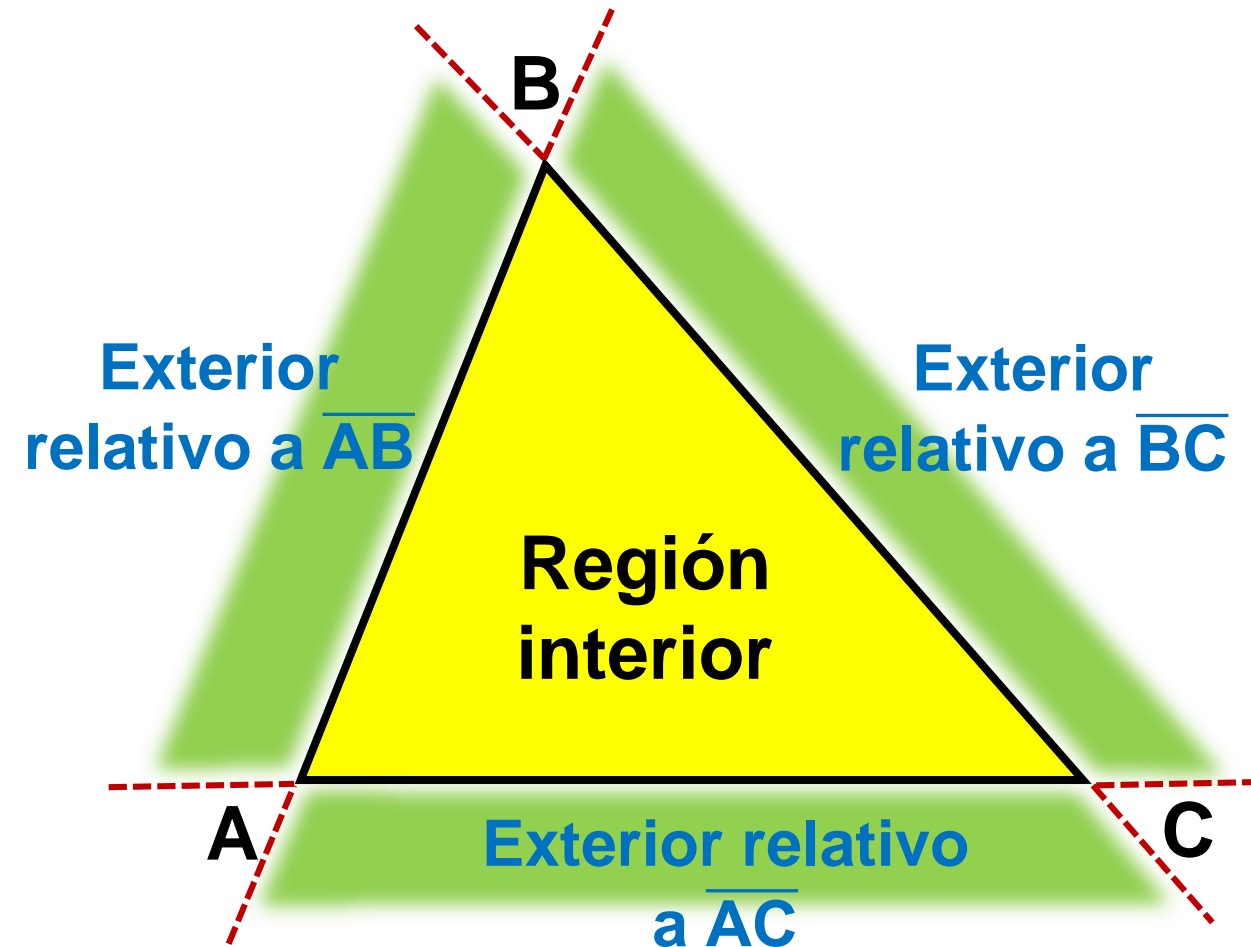


Medida de los ángulos:

- **INTERNOS** :  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$
- **EXTERNOS** :  $\delta$ ,  $\omega$  y  $\phi$

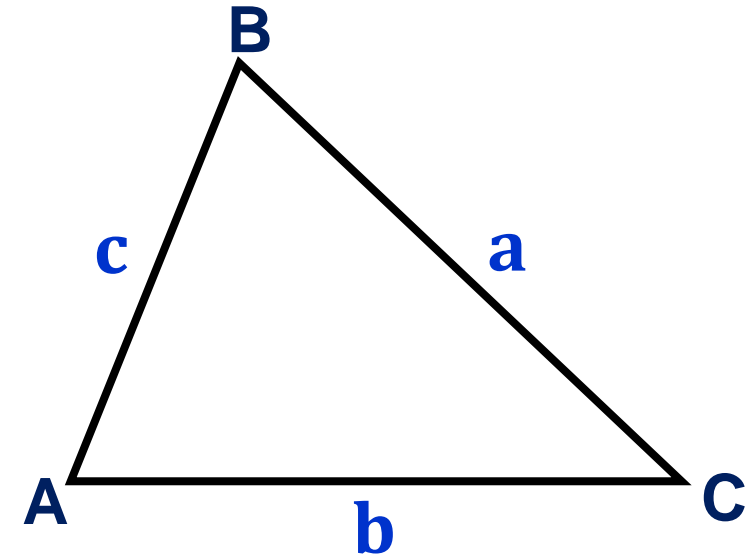


## INTERIOR Y EXTERIOR DE UN TRIÁNGULO



## PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

Es la suma de las longitudes de los lados del triángulo y se denota por  $2p$ .



$$2p_{(ABC)} = a + b + c$$

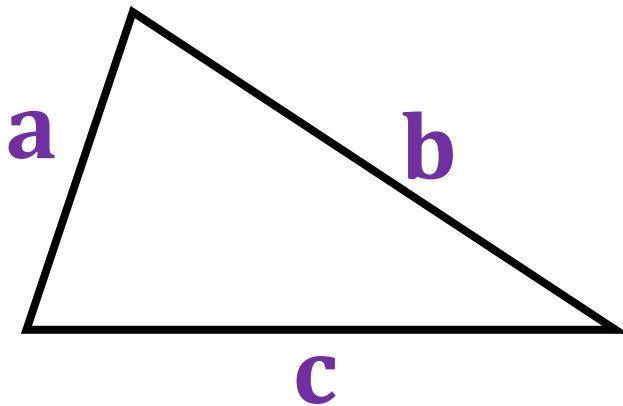


# CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

## I. SEGÚN LA LONGITUD DE SUS LADOS

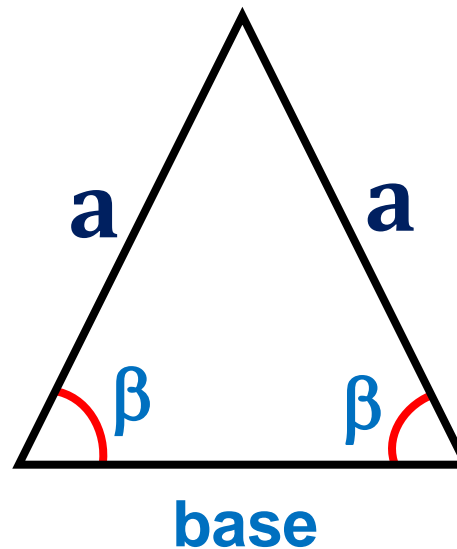
### TRIÁNGULO ESCALENO

Tienen los tres lados de diferente longitud



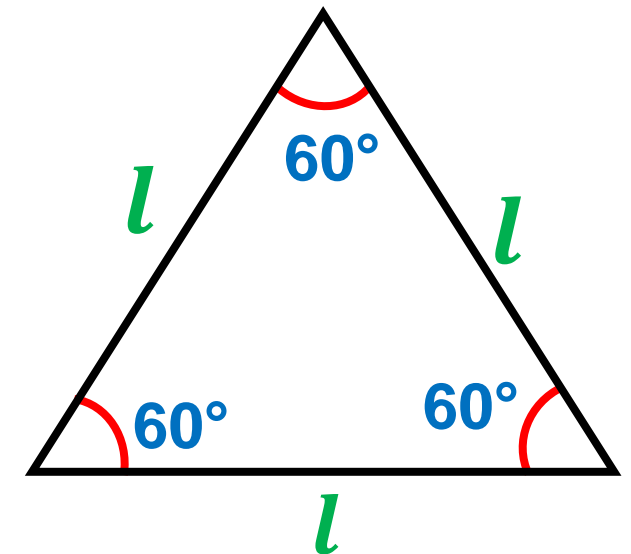
### TRIÁNGULO ISÓSCELES

Tienen dos lados de igual longitud



### TRIÁNGULO EQUILÁTERO

Tienen sus tres lados de igual longitud

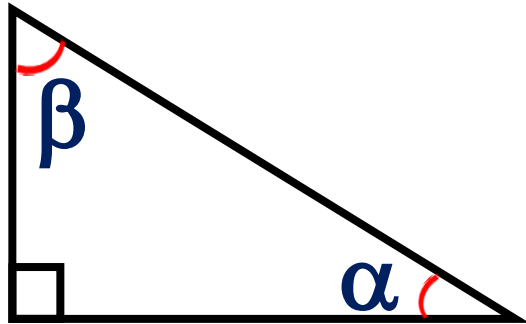




## II. SEGÚN LAS MEDIDAS DE SUS ÁNGULOS

### TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Tiene un ángulo interno que mide  $90^\circ$

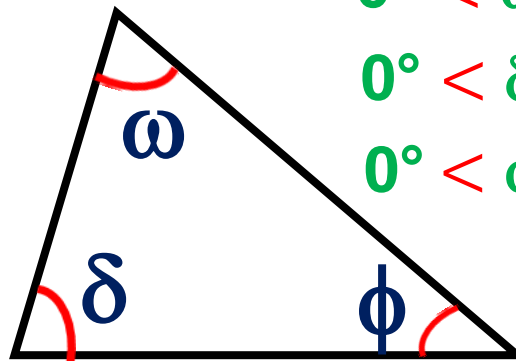


$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

### TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULO

#### TRIÁNG. ACUTÁNGULO

Los ángulos internos son agudos



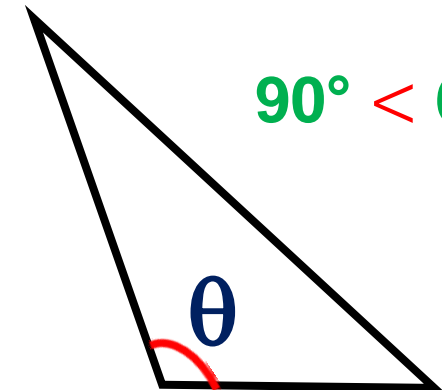
$$0^\circ < \omega < 90^\circ$$

$$0^\circ < \delta < 90^\circ$$

$$0^\circ < \phi < 90^\circ$$

#### TRIÁNG. OBTUSÁNGULO

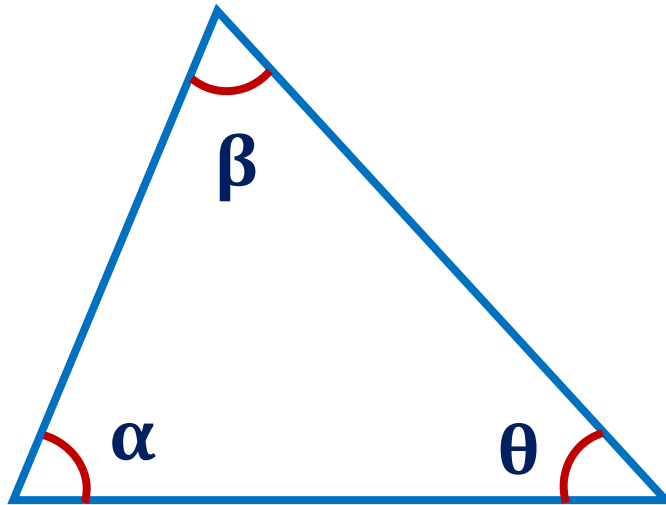
Un ángulo interno es obtuso



$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$

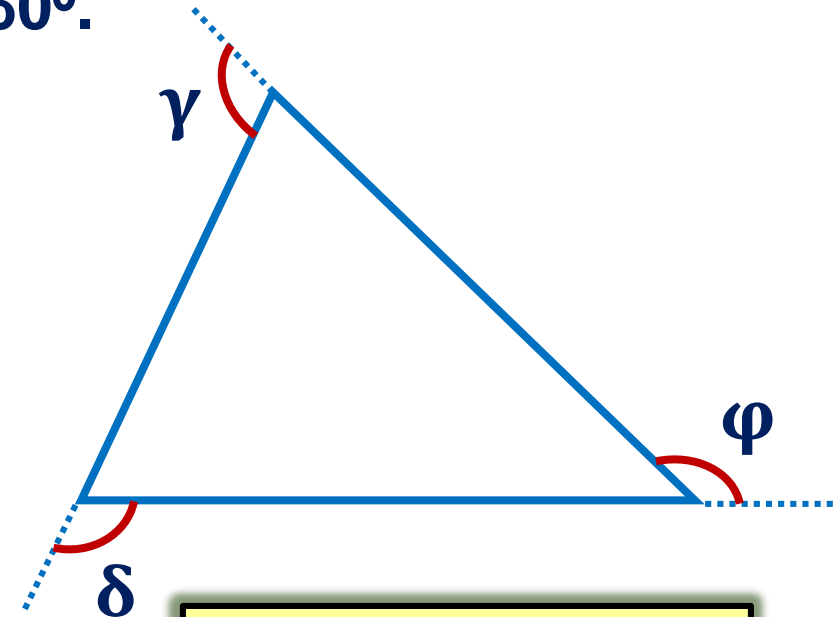
## TEOREMAS FUNDAMENTALES EN EL TRIÁNGULO

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es igual a  $180^\circ$ .



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos externos considerados uno por vértice es igual a  $360^\circ$ .

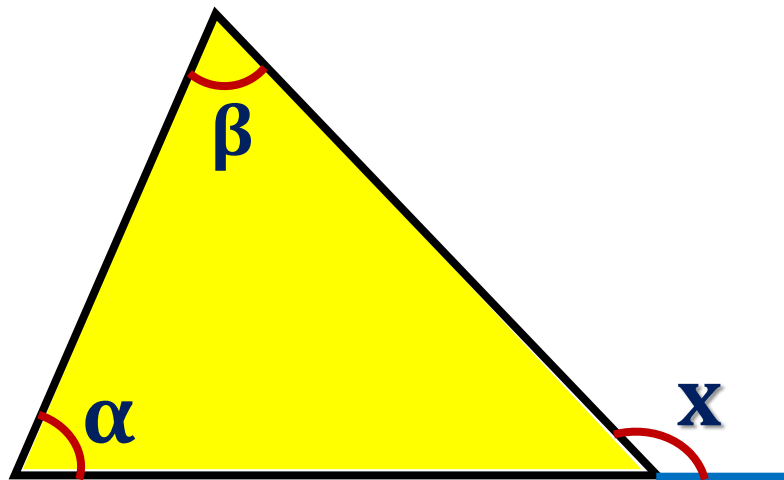


$$\gamma + \delta + \varphi = 360^\circ$$



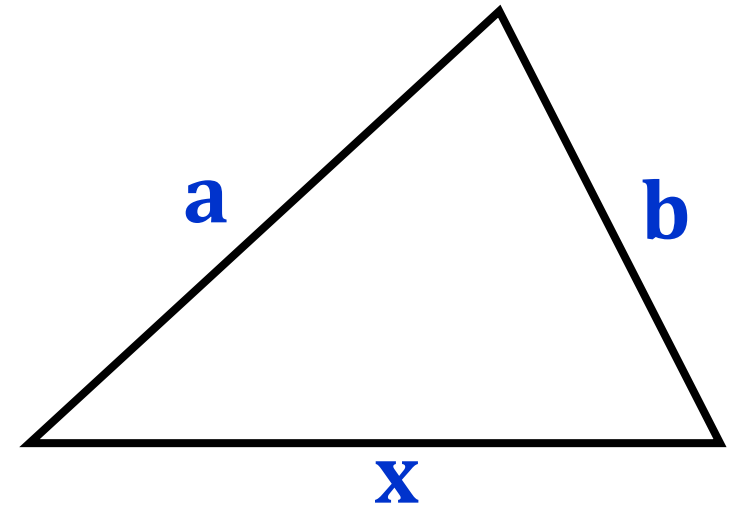


La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos no adyacentes al ángulo externo.



$$x = \alpha + \beta$$

En todo triángulo, la longitud de un lado es menor que la suma y mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos lados.

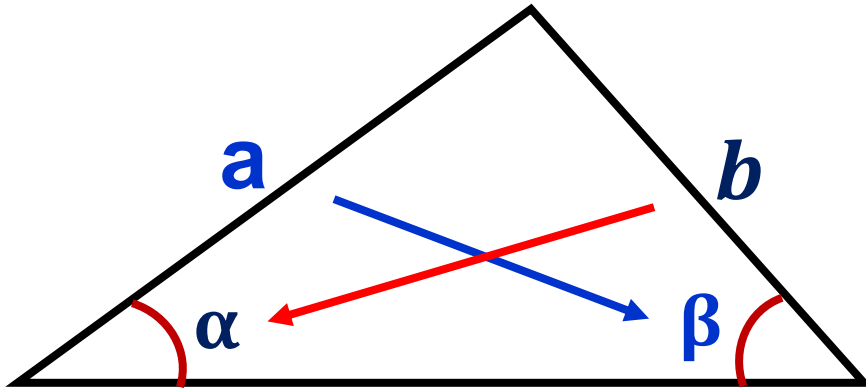


Si:  $a > b$

Entonces:

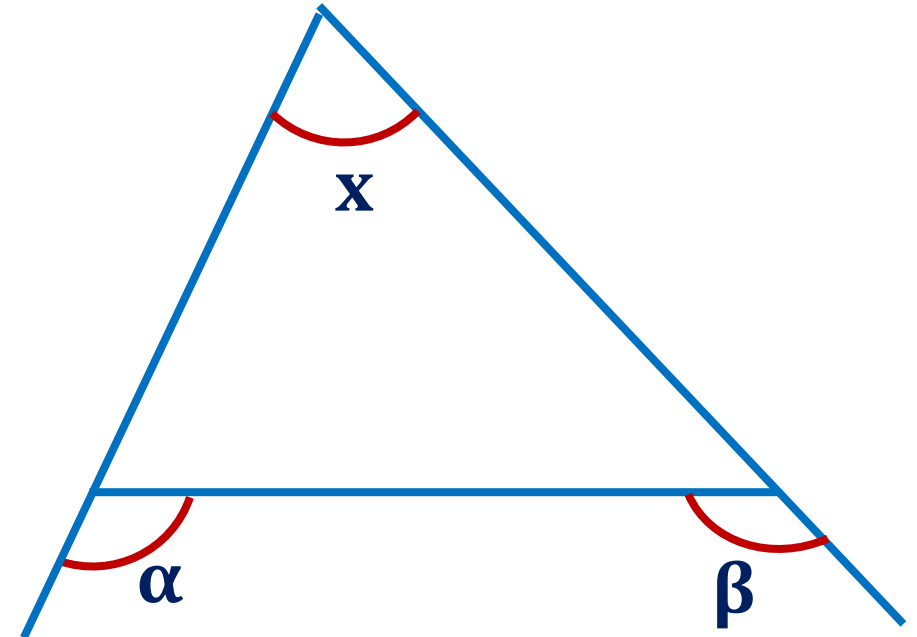
$$a - b < x < a + b$$

Dado dos lados de un triángulo, al mayor lado se opone el mayor ángulo y viceversa.

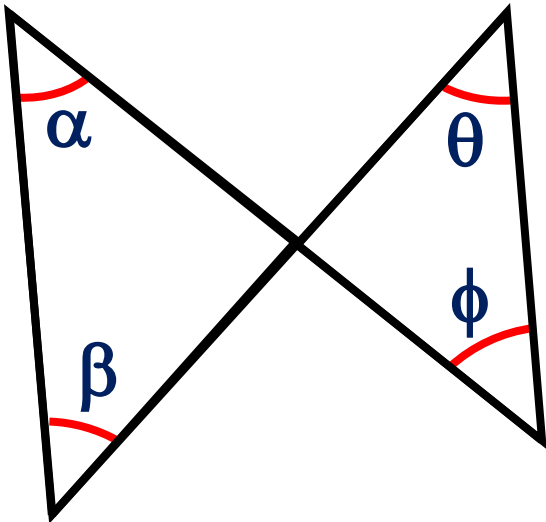


$$\text{Si } a > b \iff \boxed{\beta > \alpha}$$

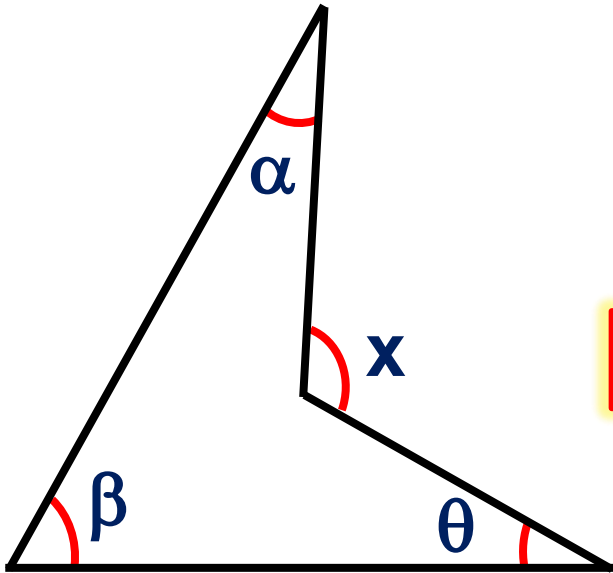
## TEOREMAS ADICIONALES



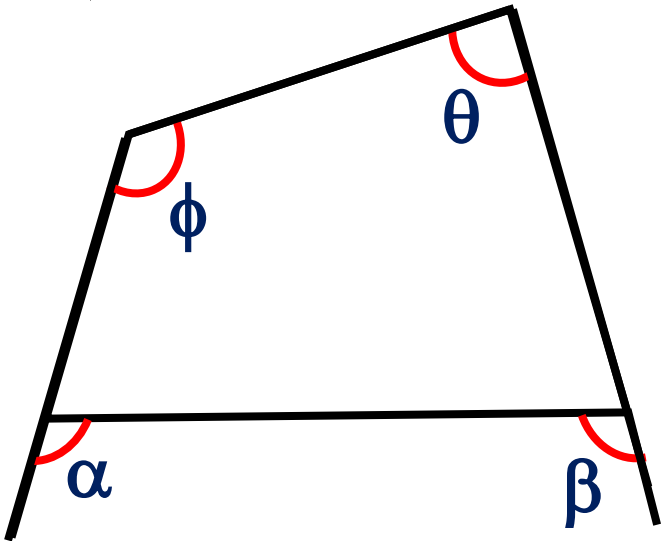
$$\boxed{\alpha + \beta = 180^\circ + x}$$



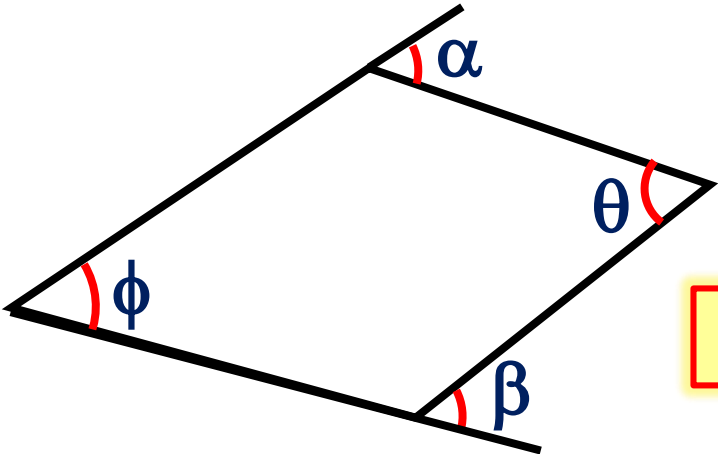
$\alpha + \beta = \theta + \phi$



$x = \alpha + \beta + \theta$



$\phi + \theta = \alpha + \beta$



$\phi + \theta = \alpha + \beta$



1. En la figura, halle el valor de  $x$ . Si  $PQ = QR = RS = ST$ .

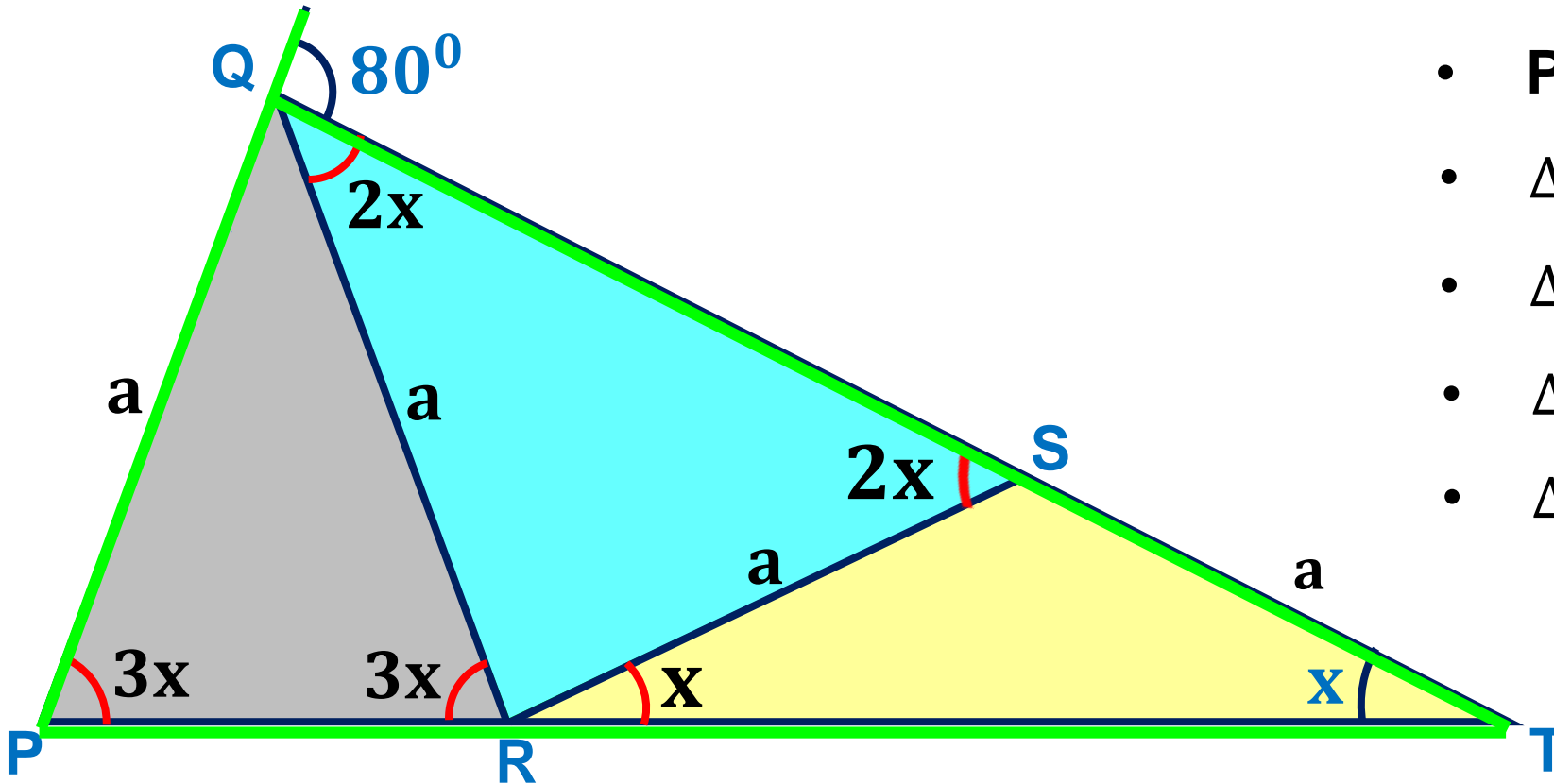
### Resolución

- Piden :  $x$
- $\triangle RST$  : **Isósceles**
- $\triangle QRS$  : **Isósceles**
- $\triangle PQR$  : **Isósceles**
- $\triangle PQT$  :

$$3x + x = 80^\circ$$

$$4x = 80^\circ$$

$$x = 20^\circ$$





2. En la figura, halle el valor entero que puede tomar  $x$ .

### Resolución

- Piden: El valor entero de  $x$
- Por teorema de la existencia

$$4x - x < 15 < 4x + x$$

$$3x < 15 < 5x$$

$$3x < 15$$

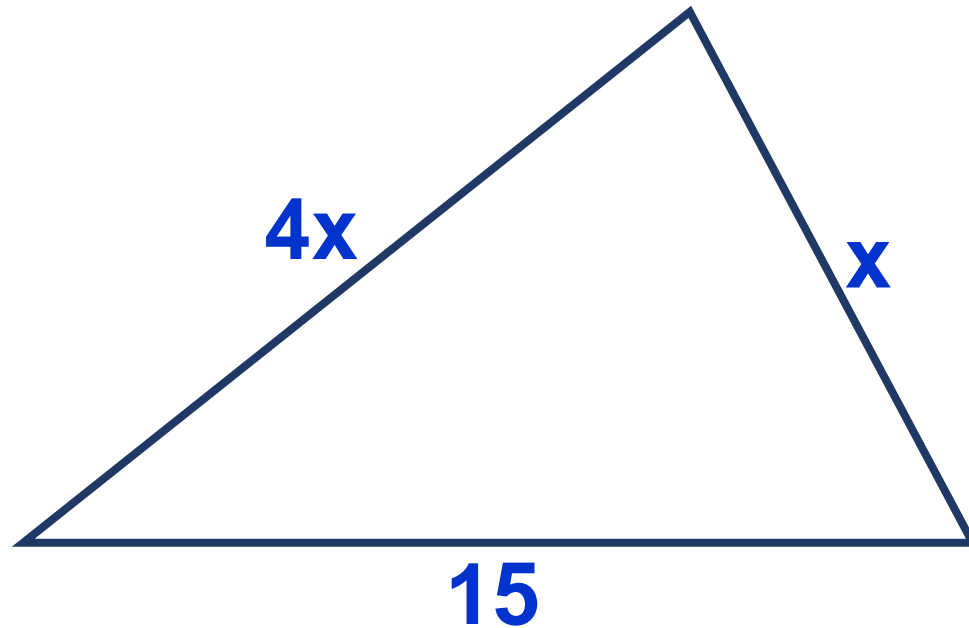
$$x < 5$$

$$15 < 5x$$

$$3 < x$$

$$3 < x < 5$$

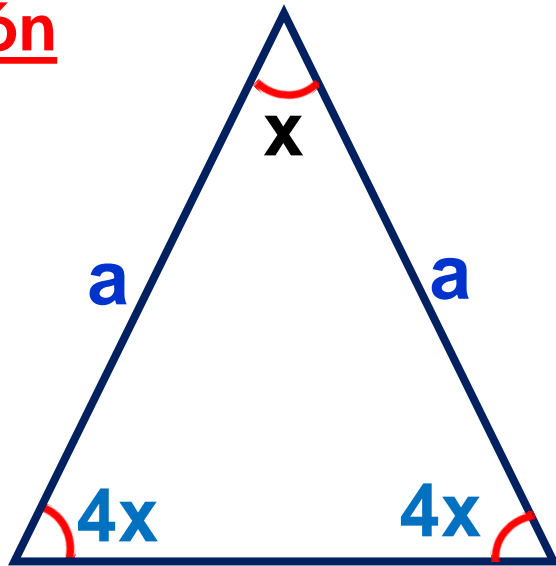
$$x_{(\text{entero})} = 4$$





3. Dos ángulos internos de un triángulo isósceles miden  $x$  y  $4x$ .  
¿Cuál es un posible valor de  $x$ ?

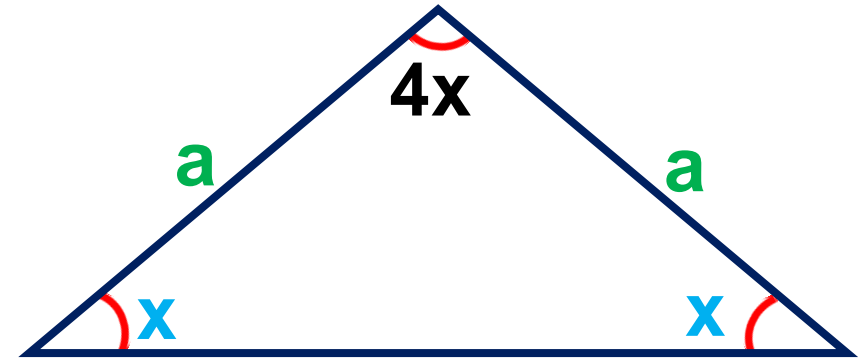
Resolución



$$4x + 4x + x = 180^\circ$$

$$9x = 180^\circ$$

$$x = 20^\circ$$



$$x + x + 4x = 180^\circ$$

$$6x = 180^\circ$$

$$x = 30^\circ$$



4. En un triángulo ABC, en  $\overline{AC}$  se ubica el punto D y en  $\overline{AD}$  se ubica el punto E. Si  $m\angle EBD = 30^\circ$ ,  $AB = AD$  y  $BC = EC$ , halle  $m\angle ABC$ .

### Resolución

- Piden:  $x$
- $\triangle BAD$ : **Isósceles**
- $\triangle BCE$ : **Isósceles**
- $\triangle EBD$ :

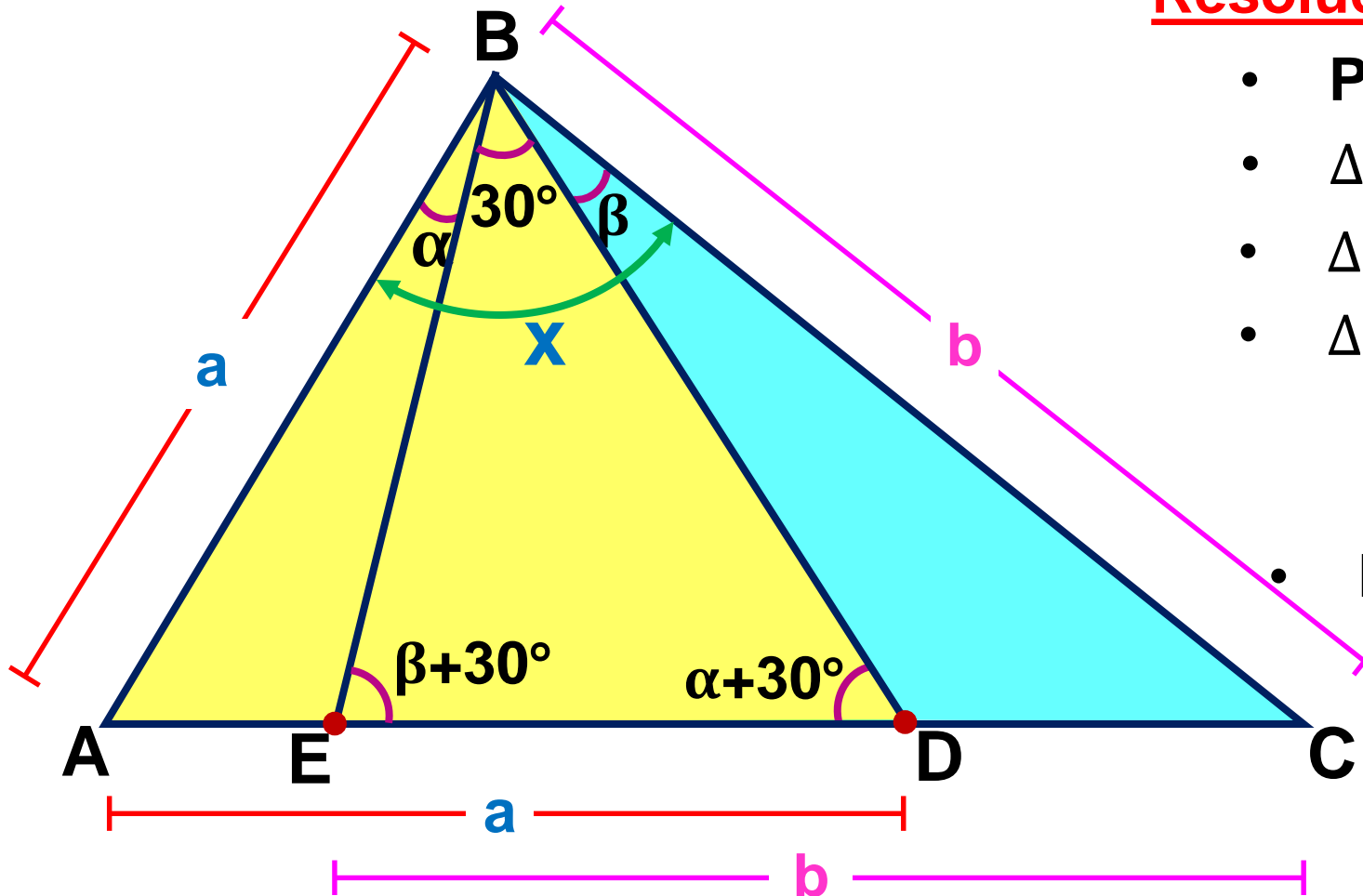
$$\alpha + 30^\circ + \beta + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

- Del gráfico:

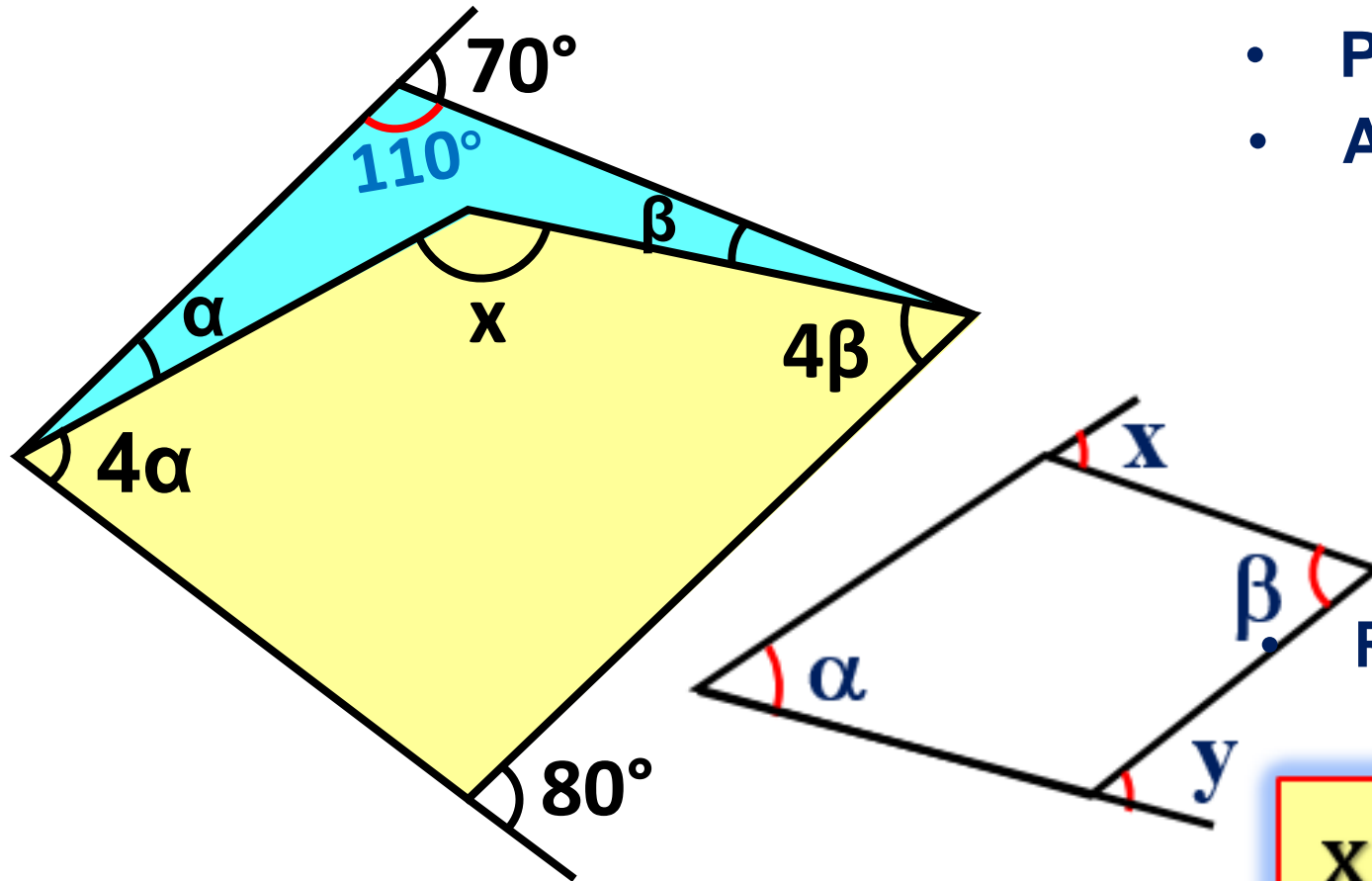
$$x = \underbrace{\alpha + \beta}_{90^\circ} + 30^\circ$$

$$x = 120^\circ$$





5. En la figura, halle el valor de x.



### Resolución

- Piden:  $x$
- Aplicando el teorema:

$$x = \alpha + \beta + 110^\circ \quad \dots(1)$$

$$\swarrow 5\alpha + 5\beta = 70^\circ + 80^\circ$$

$$\cancel{5\alpha} + \cancel{5\beta} = \cancel{150^\circ}$$

$$\alpha + \beta = 30^\circ \quad \dots(2)$$

$$\alpha + \beta + \theta$$

Reemplazando 2 en 1.

$$x = 30^\circ + 110^\circ$$

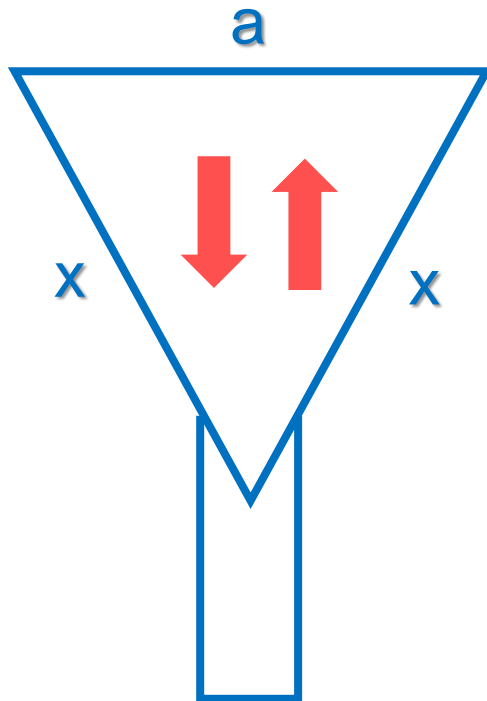
$$x + y = x = 140^\circ$$





6. En la figura se muestra el diseño de una señal de tránsito, la cuál se construirá con una placa metálica de forma de región triangular isósceles de perímetro 160 cm. Calcule el mínimo valor entero que pueda tomar  $x$

### Resolución



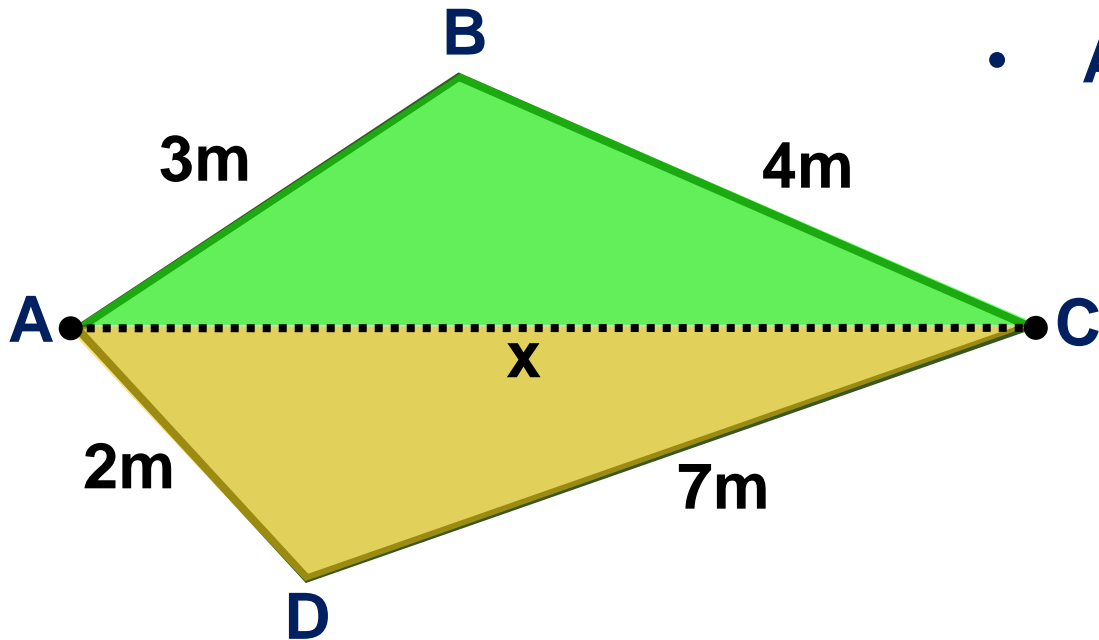
- Piden: El mínimo valor de  $x$ .
- Dato:  $x + x + a = 160$   
 $a = 160 - 2x \quad \dots (1)$
- Aplicando teorema: Desigualdad Triangular  
 $x + x > a$   
 $2x > a \quad \dots (2)$
- Reemplazando 1 en 2.  
 $2x > 160 - 2x$   
 $4x > 160$   
 $x > 40$

$$x_{\min} = 41 \text{ cm}$$

7. En la figura se tiene un jardín cuyas dimensiones de su contorno se muestra en cada lado. Determine el número entero de metros de malla metálica que se necesita desde A hasta C para cercar el jardín en dos partes.

### Resolución

- Piden:  $x$  entero
- Aplicando el teorema de la existencia.



$\triangle ABC$ :

$$4 - 3 < x < 4 + 3$$

$$1 < x < 7$$

$\triangle ACD$ :

$$7 - 2 < x < 7 + 2$$

$$5 < x < 9$$

$$5 < x < 7$$

$$x = 6 \text{ m}$$