GEOMETRÍA

Capítulo 24

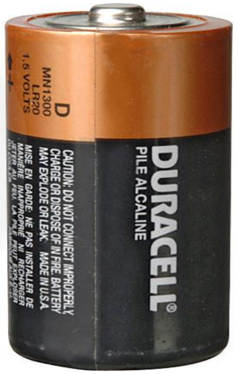
2th

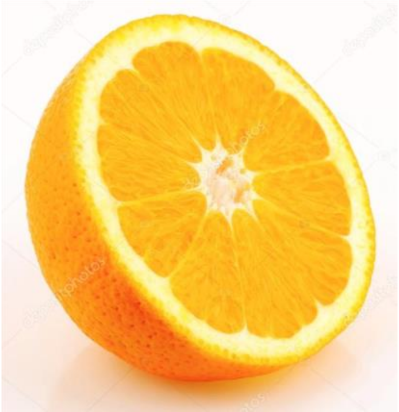
SECONDARY

CILINDRO Y ESFERA

SACO OLIVEROS

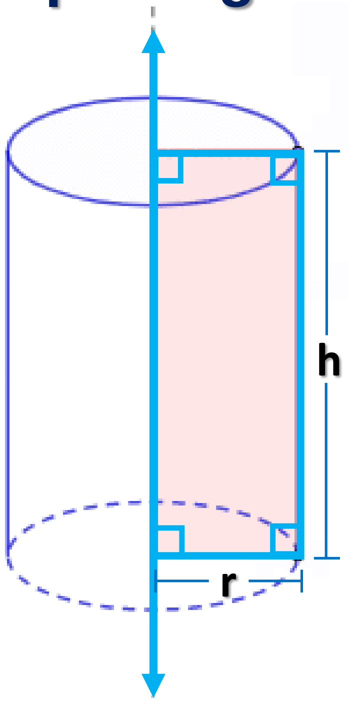
La esfera es el sólido que tiene infinitos ejes de simetría nos sirve para diseñar objetos como una billa de acero, un balón de fútbol, un globo terráqueo, se usa en rodamientos, etc.

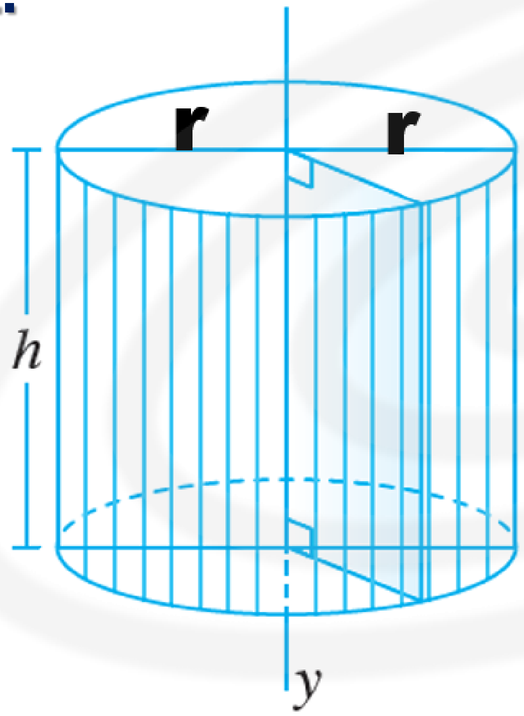


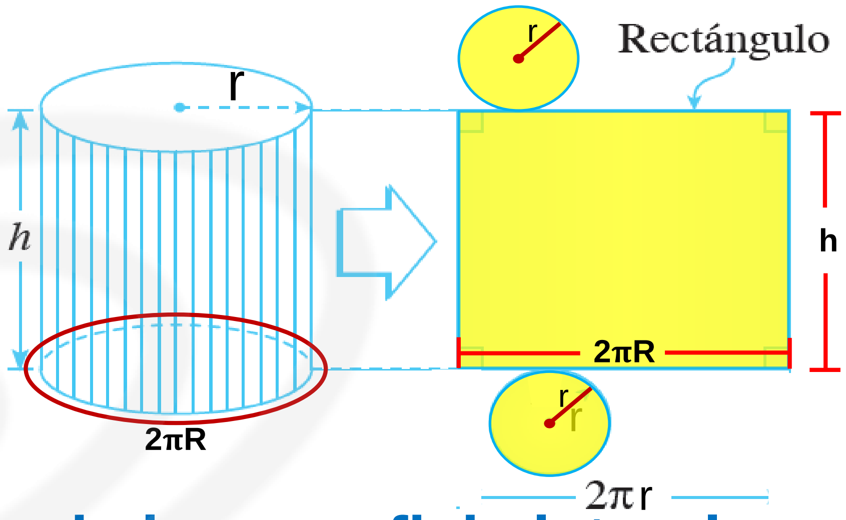


CILINDRO CIRCULAR RECTO O DE REVOLUCIÓN

Se genera al girar una región rectangular una vuelta alrededor de un eje que contiene a un lado. Las bases son círculos y la altura mide igual que la generatriz.







h : longitud de su altura
r : longitud del radio de la base

1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2\pi rh$$

2. Área de la superficie total.

$$A_{ST} = A_{SL} + 2(\pi r^2)$$

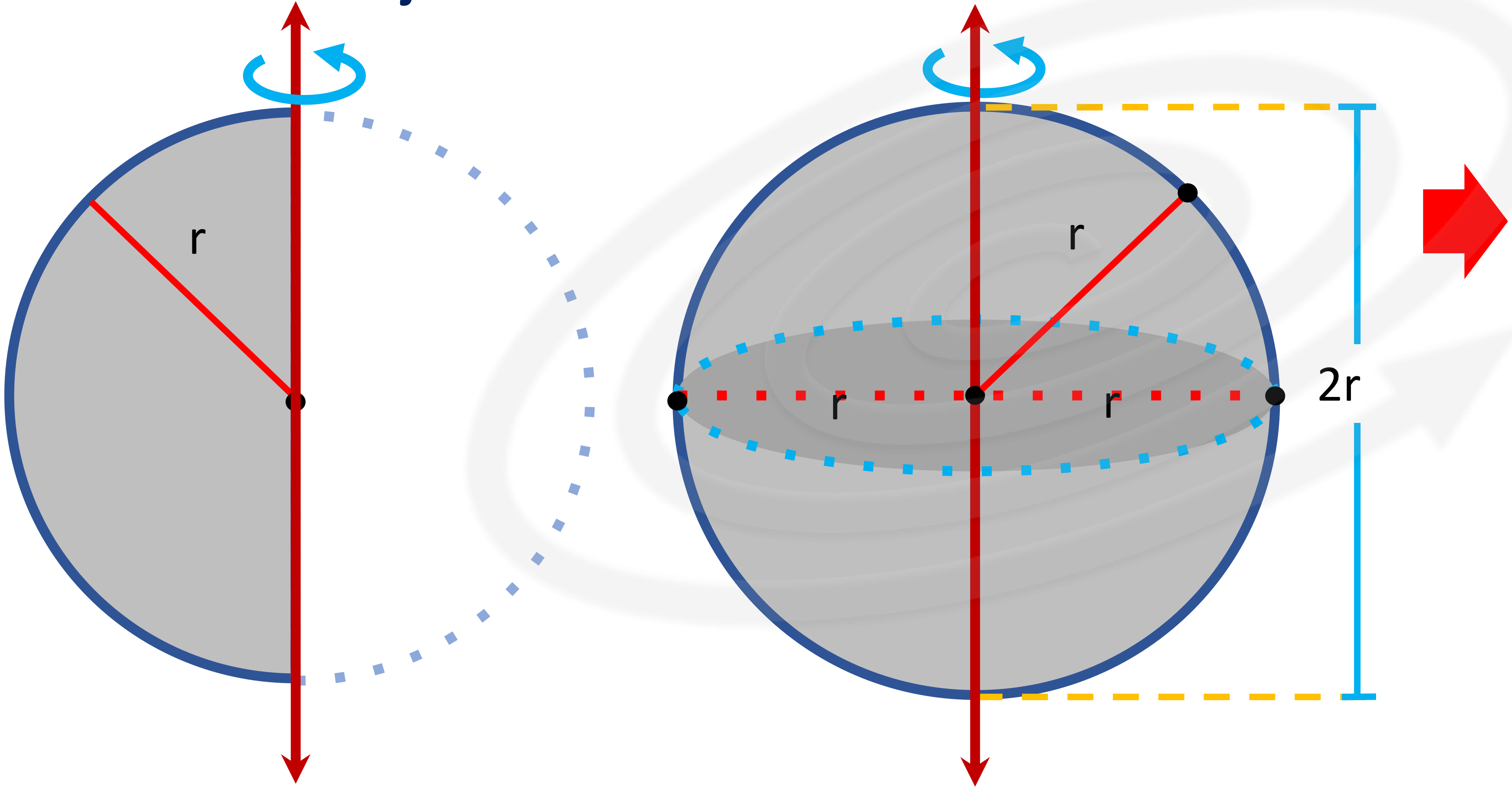
$$A_{ST} = 2\pi r(h + r)$$

3. Volumen.

$$V = \pi r^2 . h$$

ESFERA

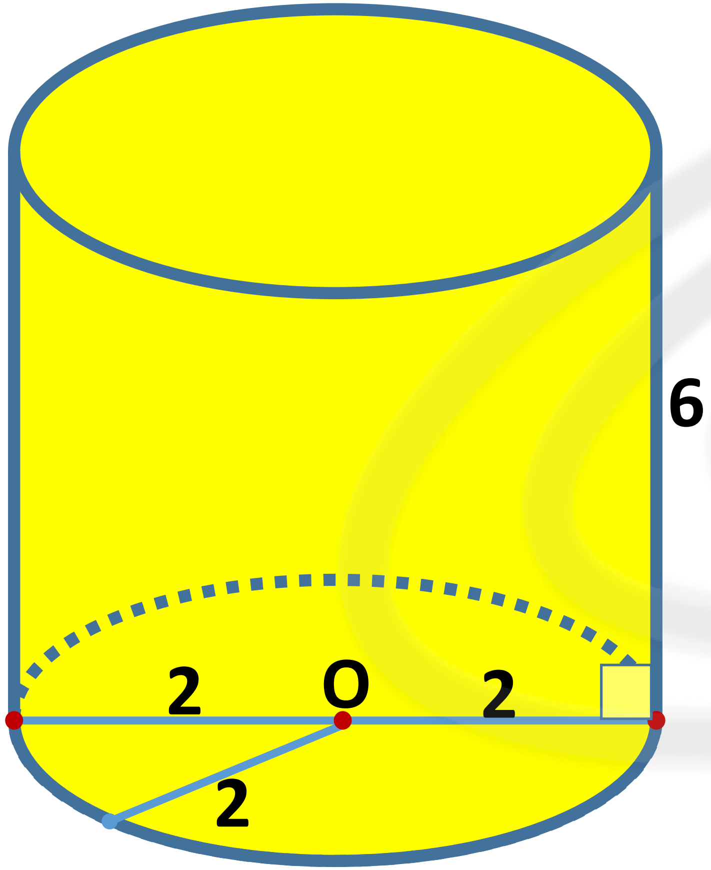
Es el sólido generado por un semicírculo cuando gira 360° alrededor de su diámetro tomado como eje.



$$\mathbb{V}_{(esfera)} = \frac{4}{3}\pi . r^3$$

$$\mathbb{A}_{(superficie\ esférica)} = 4\pi . r^2$$

1. Calcule el área de la superficie lateral de un cilindro circular recto de radio 2 m y altura 6 m.



Resolución

- Piden: A_{SL}

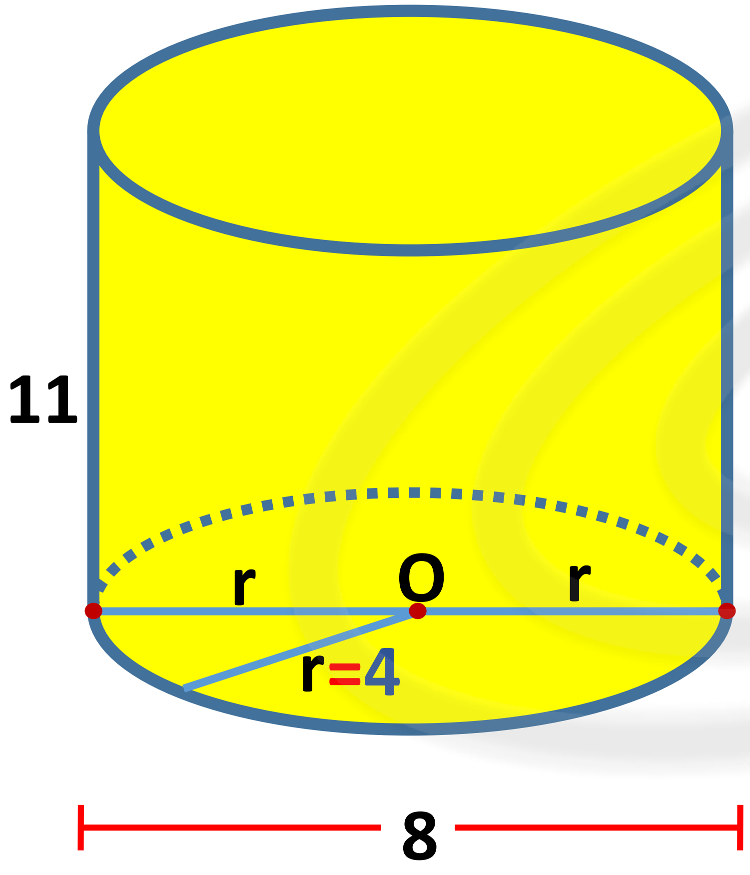
$$\boxed{A_{SL} = 2\pi rh}$$

- Aplicando el teorema:

$$A_{SL} = 2\pi(2)(6)$$

$$\boxed{A_{SL} = 24\pi \ m^2}$$

2. Calcule el área de la superficie total del siguiente cilindro circular recto.



Resolución

- Piden: A_{ST}

$$A_{ST} = 2\pi r(h + r)$$

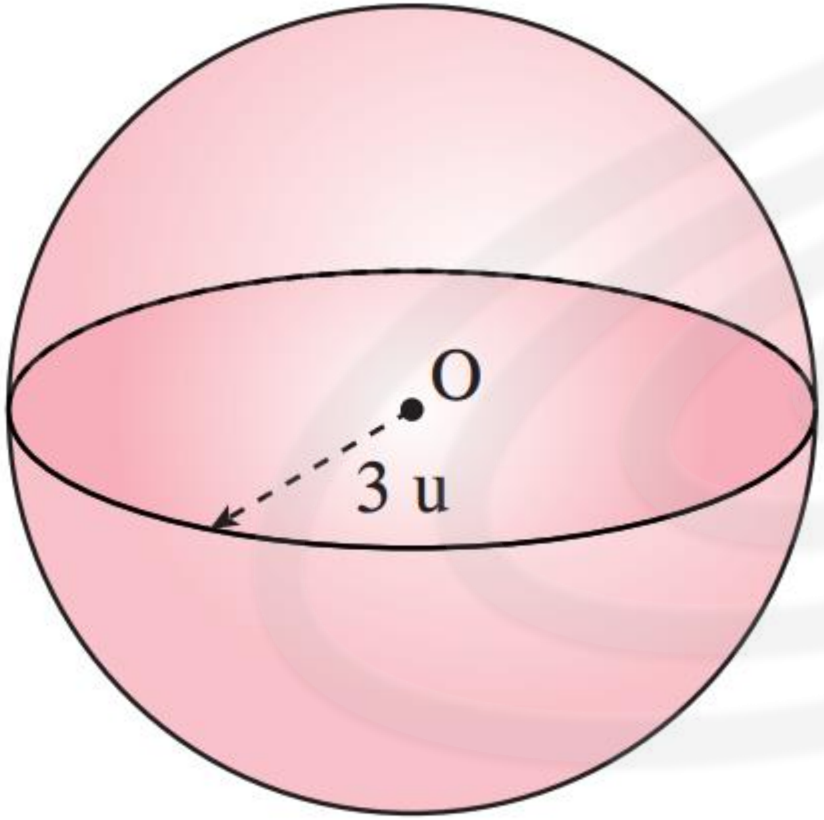
- Del gráfico:

$$2r = 8$$
$$r = 4$$

- Aplicando el teorema:

$$A_{ST} = 2\pi(4)(4 + 11)$$
$$A_{ST} = 2\pi(4)(15)$$
$$A_{ST} = 120\pi \text{ u}^2$$

3. **Calcule el volumen de la siguiente esfera.**



Resolución

- **Piden:** $\mathbb{V}_{(esfera)}$

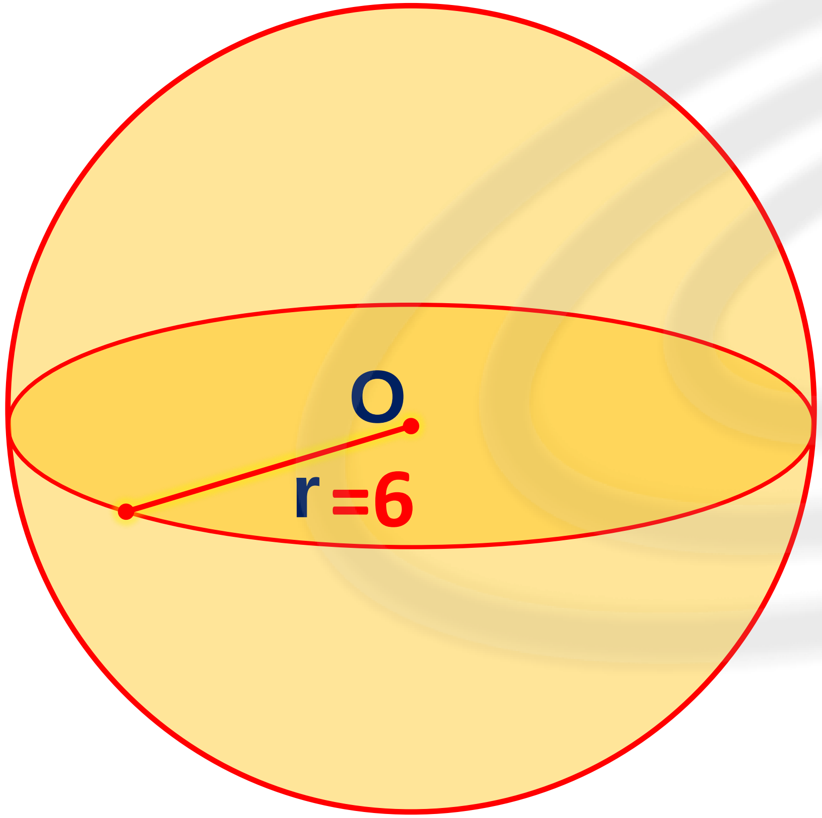
$$\boxed{\mathbb{V}_{(esfera)} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3}$$

$$\mathbb{V}_{(esfera)} = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3$$

$$\mathbb{V}_{(esfera)} = 36\pi$$

$$\boxed{\mathbb{V}_{(esfera)} = 36\pi\ u^3}$$

4. **Calcule el volumen de una esfera cuya área de su superficie es $144\pi\ cm^2$.**



Resolución

- **Piden: Volumen**
- **Dato:**

$$A_{SE} = 144\pi$$

$$4\cancel{\pi}r^2 = 144\cancel{\pi}$$

$$r^2 = 36$$

$$r = 6$$

- **Calculando el volumen:**

$$V_{ESF} = \frac{4}{3}\pi(6)^3$$

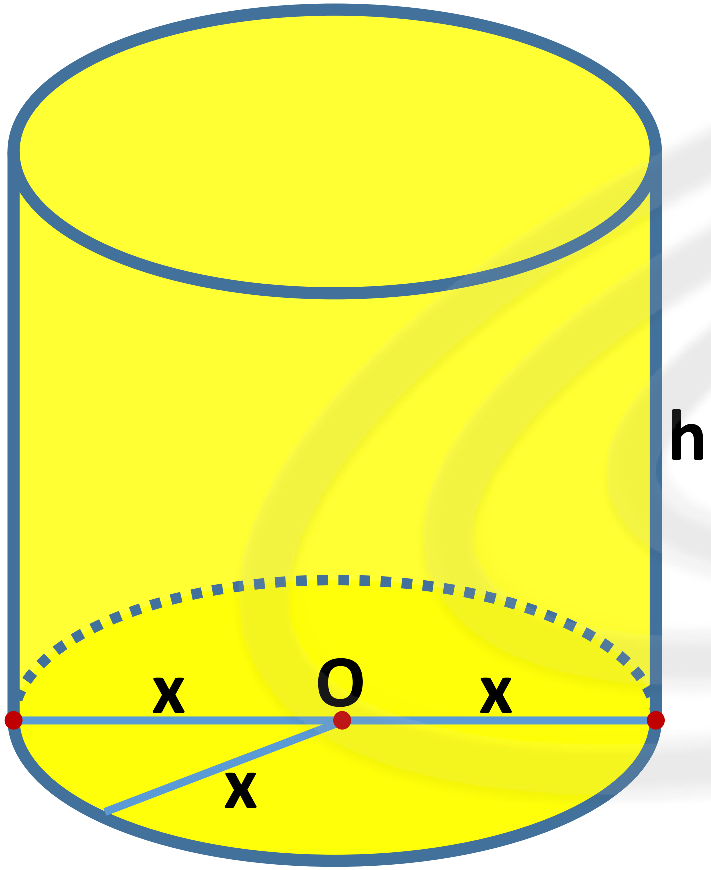
$$V_{ESF} = \frac{4}{\cancel{3}_{1}}\pi(\cancel{216}^{72})$$

$$\mathbb{V}_{(esfera)} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\mathbb{A}_{(superficie\ esférica)} = 4\pi . r^2$$

$$\mathbb{V}_{(esfera)} = 288\pi\ cm^3$$

5. El volumen de un cilindro circular recto, es numéricamente igual al doble del área de su superficie lateral. Halle la longitud del radio.



Resolución

- Piden: x
- Por dato:

$$V = \pi r^2.h$$

$$A_{SL} = 2\pi rh$$

$$V = 2(A_{SL})$$

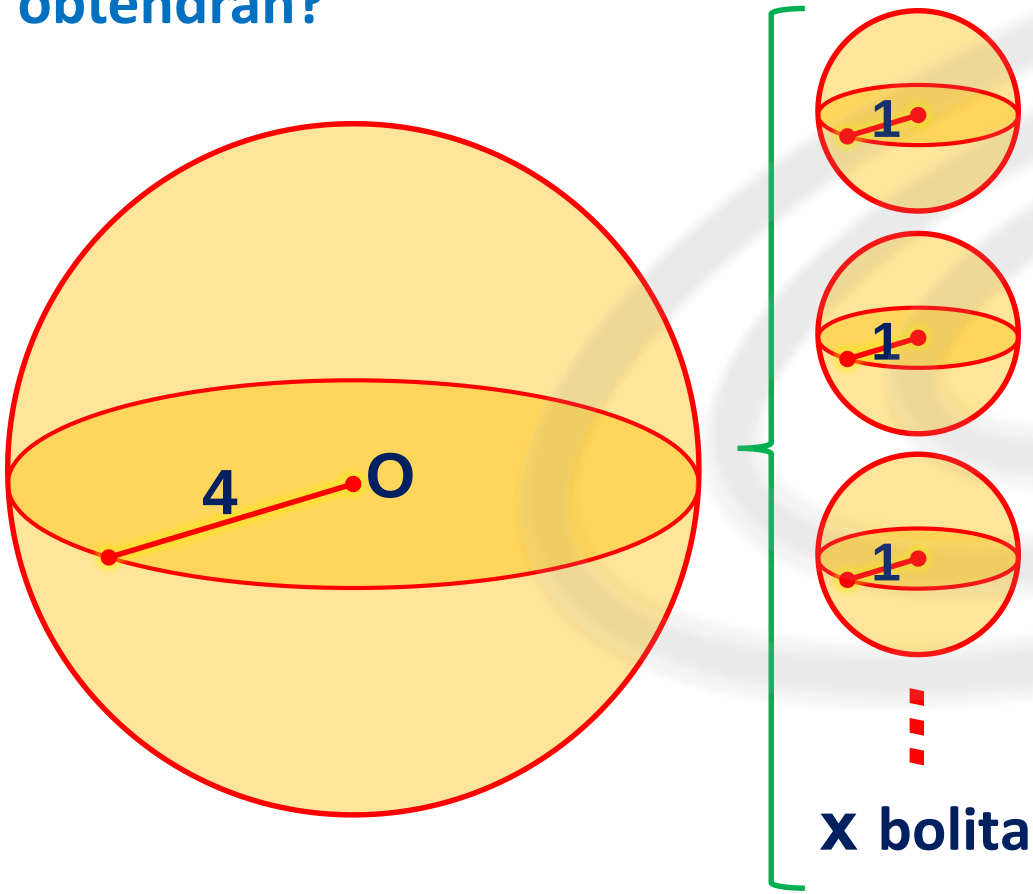
$$\cancel{\pi}.x^2.\cancel{h} = 2(2\cancel{\pi}.x.\cancel{h})$$

$$x^2 = 4x$$

$$\cancel{x}.x = 4\cancel{x}$$

$$\boxed{x = 4}$$

6. Se funde una bola de plomo de 4 cm de radio para obtener luego bolitas del mismo material, con radio de 1 cm cada una. ¿Cuántas bolitas, como máximo, se obtendrán?



Resolución

- Piden: número de bolitas = x
- Luego:

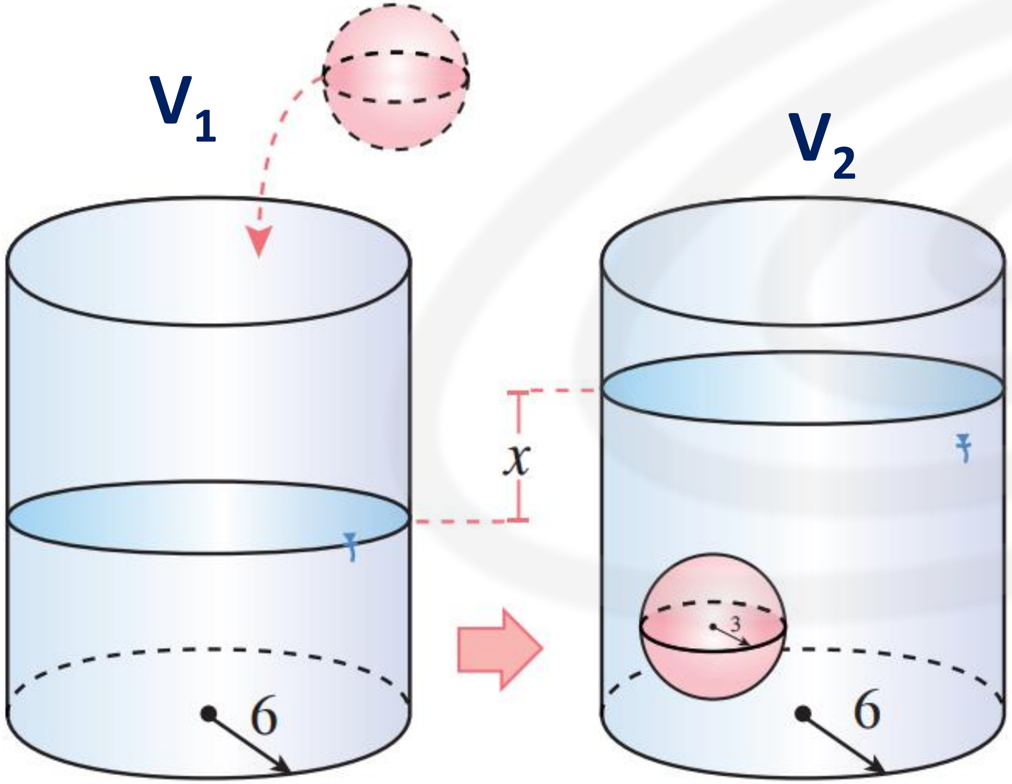
$$\left(\begin{array}{c}\text{número}\\ \text{de}\\ \text{bolitas}\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}\text{volumen}\\ \text{de la}\\ \text{esfera}\\ \text{menor}\end{array}\right)=\left(\begin{array}{c}\text{volumen}\\ \text{de la}\\ \text{esfera}\\ \text{mayor}\end{array}\right)$$

$$(x)\left(\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}.1^3\right)=\left(\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}.4^3\right)$$

$$x = 64$$

Se pueden obtener 64 bolitas de radio 1 cm

7. Se tiene un recipiente en forma de cilindro circular recto de radio 6 u que contiene agua. Si se introduce una esfera sólida de radio 3 u, ¿cuánto sube el nivel del agua?



Resolución

- Piden: x
- Por dato:

$$V_1 = V_2$$

$$\cancel{\pi}(6)^2(x) = \frac{4}{\underset{1}{\cancel{3}}} \cdot \cancel{\pi}\overset{9}{\cancel{(3)^3}}$$

$$36x = 36$$

$$x = 1$$

$\boxed{\text{El nivel del agua sube 1 u}}$