ASOCIACIÓN EDUCATIVA
SACO OLIVEROS

TRIGONOMETRY

Chapter 3

IV
LEVEL

Razones trigonométricas de ángulos en posición normal

TRIGONOMETRY

índice

Video: René Descartes en 3 minutos

MOTIVATING STRATEGY

RENÉ DESCARTES EN 3 MINUTOS

Material Digital

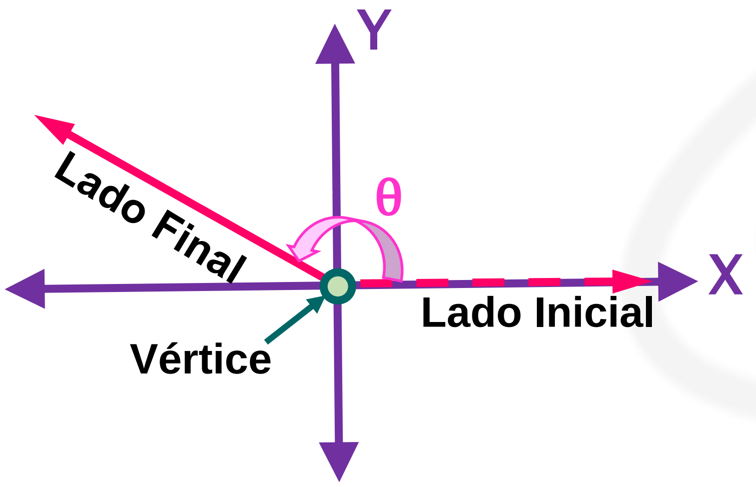
Resumen

HELICO THEORY

RAZONES TRIGOMÉTRICAS DE ANGULOS EN POSICION NORMAL

¿ Qué es un ángulo en posición normal ?

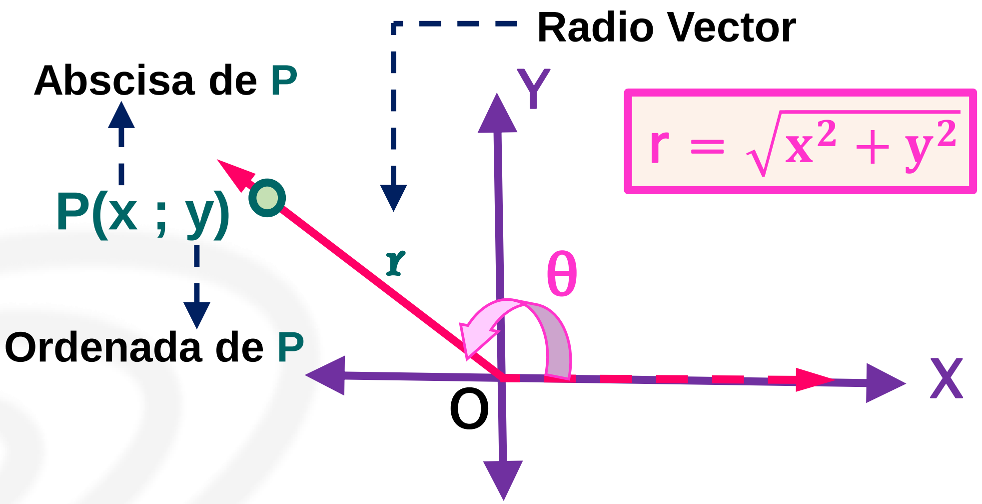
Es un ángulo trigonométrico cuyo vértice se ubica en el origen del plano cartesiano, su lado inicial coincide con el semieje X positivo y su lado final está en cualquier cuadrante o semieje.



θ : Medida del ángulo en posición

NOTA: El lado final de un ángulo en posición normal nos indica el cuadrante o semieje al cual pertenece.

DEFINICION DE LAS RAZONES TRIGOMÉTRICAS DE UN ANGULO EN POSICION NORMAL:



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

P es cualquier punto del lado final.

Definiciones:	
$\text{sen}\theta = \dfrac{y}{r}$	$\csc\theta = \dfrac{r}{y}$
$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$	$\sec\theta = \dfrac{r}{x}$
$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$	$\cot\theta = \dfrac{x}{y}$

Resolución de Problemas

Problema 01

Problema 02

Problema 03

Problema 04

Problema 05

HELICO PRACTICE

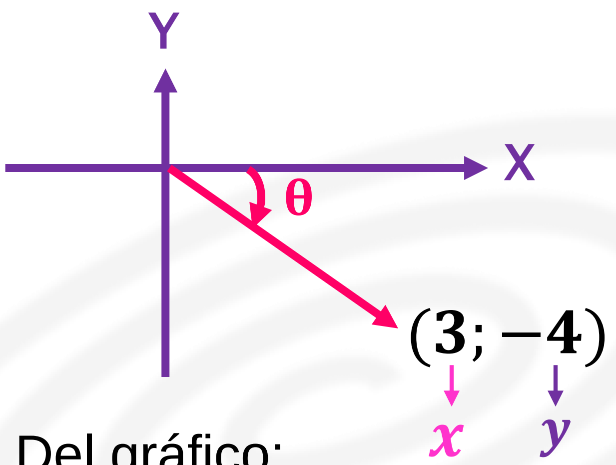
Problema 01

Resolución

El lado final de un ángulo θ en posición normal pasa por el punto (3 ; -4). Calcule:

$$R = \text{sen}\theta - \cos\theta$$

Graficamos:



RECORDEMOS

$$\text{sen}\alpha = \frac{y}{r} \qquad \cos\alpha = \frac{x}{r}$$

Del gráfico:

$$\boxed{x = 3} \quad \boxed{y = -4}$$

Calculamos el radio vector:

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r^2 = 3^2 + (-4)^2$$

$$r^2 = 25$$

$$\boxed{r = 5}$$

Reemplazamos:

$$R = \text{sen}\theta - \cos\theta$$

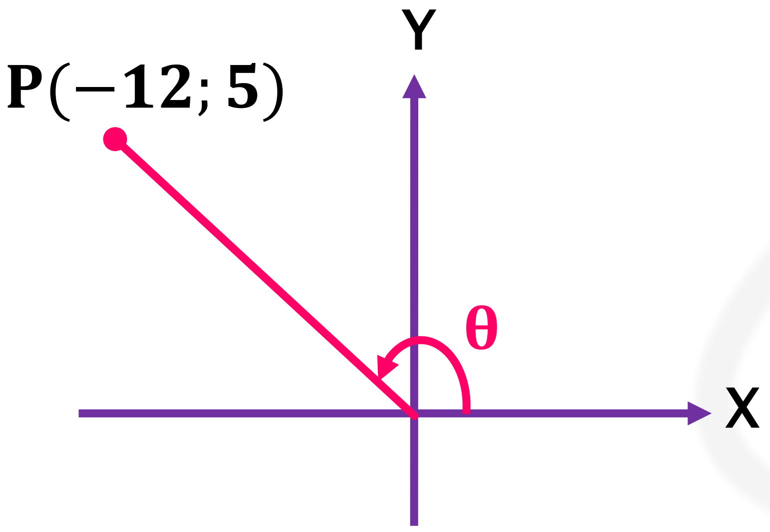
$$R = \frac{-4}{5} - \frac{3}{5}$$

Respuesta .: $R = -\frac{7}{5}$

Problema 02

De la figura calcule:

$$M = \sec\theta + \tan\theta$$



Resolución

Del gráfico:

$\boxed{x = -12}$ $\boxed{y = 5}$

Calculamos el radio vector:

$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$r^2 = (-12)^2 + (5)^2$$
$$r^2 = 169$$
$$\boxed{r = 13}$$

RECORDEMOS

$\sec\alpha = \dfrac{r}{x}$ $\tan\alpha = \dfrac{y}{x}$

Reemplazamos:

$$M = \sec\theta + \tan\theta$$

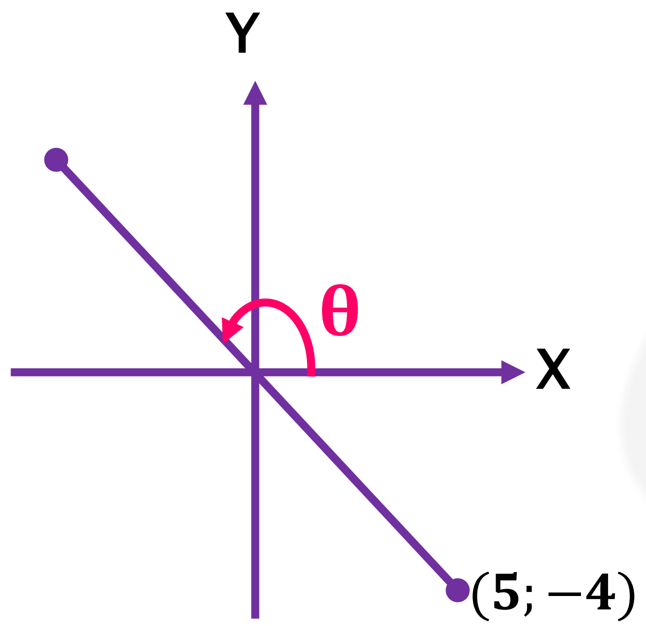
$$M = \frac{13}{-12} + \frac{5}{-12} = \frac{\overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{2}{\cancel{-12}}}$$

Respuesta $\therefore M = -\dfrac{3}{2}$

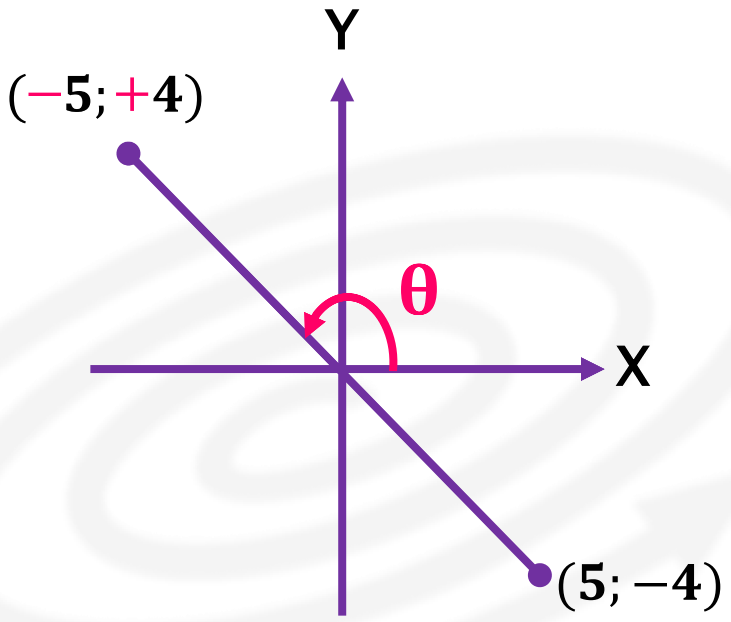
Problema 03

Resolución

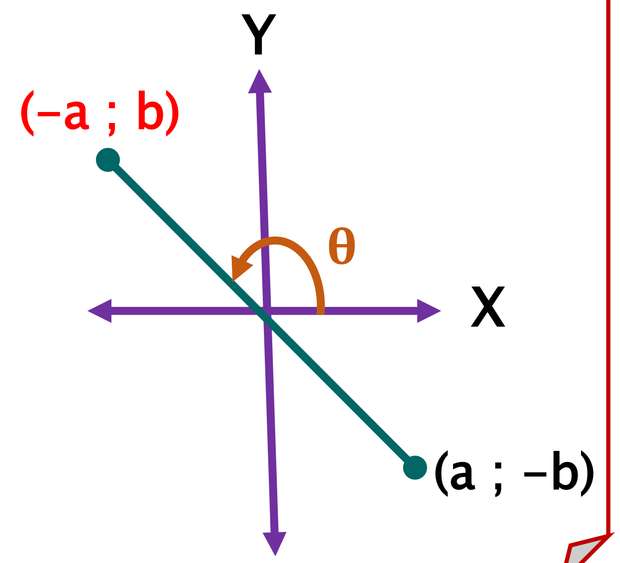
De la figura, calcule: $\cot\theta$



Del gráfico:



RECORDEMOS



$\boxed{x = -5}$ $\boxed{y = 4}$

Reemplazando:

$$\cot\theta = \frac{x}{y}$$

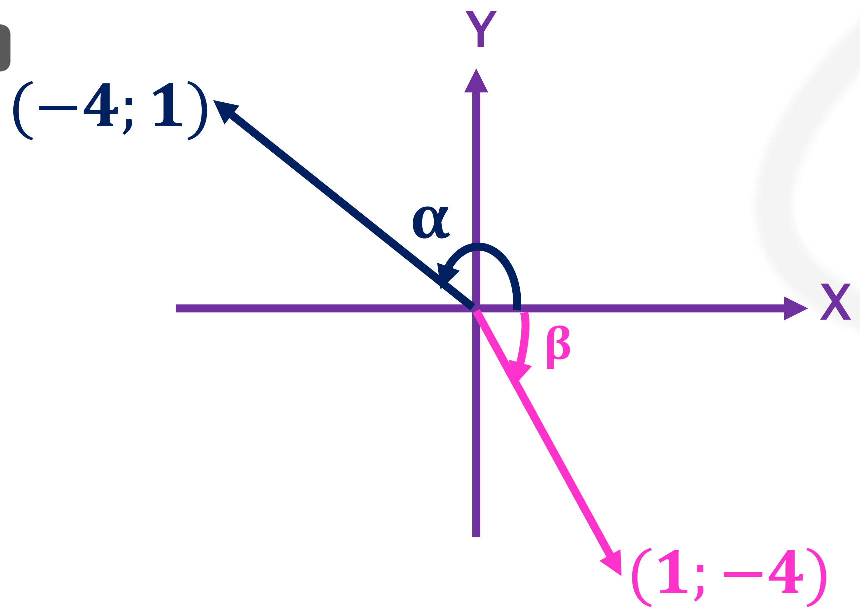
Respuesta

$$\therefore \cot\theta = -\frac{5}{4}$$

Problema 04

De la figura se sabe que la edad del profesor de trigonometría está dada por el valor de 3M. Determine la edad del profesor, si:

$$M = \sqrt{17}(\csc\alpha + \operatorname{sen}\beta)$$



Resolución

Para α:

$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$r^2 = (-4)^2 + 1^2$$
$$r^2 = 17$$
$$r = \sqrt{17}$$

$x = -4$	$y = 1$	$r = \sqrt{17}$

Reemplazando:

$$M = \sqrt{17}.(\csc\alpha + \operatorname{sen}\beta)$$
$$M = \sqrt{17}.\left(\frac{\sqrt{17}}{1} + \frac{-4}{\sqrt{17}}\right)$$
$$M = 17 - 4$$
$$\boxed{M = 13}$$

Para β:

$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$r^2 = 1^2 + (-4)^2$$
$$r^2 = 17$$
$$r = \sqrt{17}$$

$x = 1$	$y = -4$	$r = \sqrt{17}$

Calculando la edad del profesor de trigonometría:

$$E = 3M$$
$$E = 3(13)$$

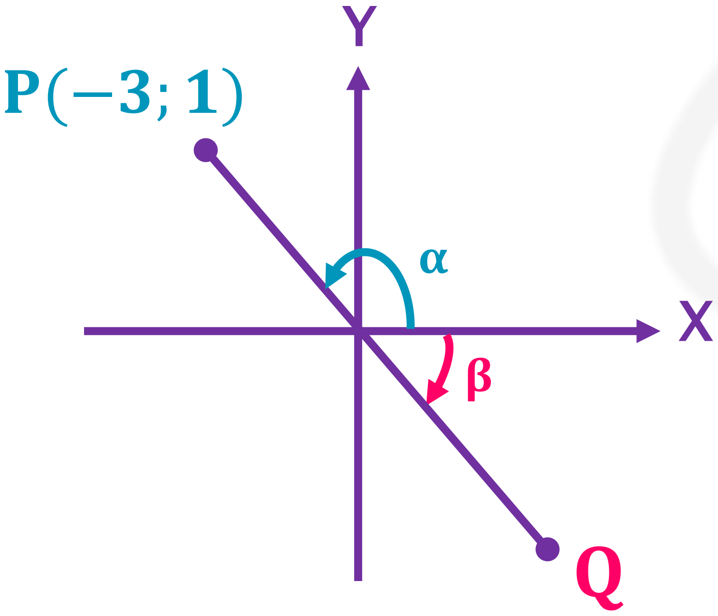
Respuesta .: E = 39 años

Problema 05

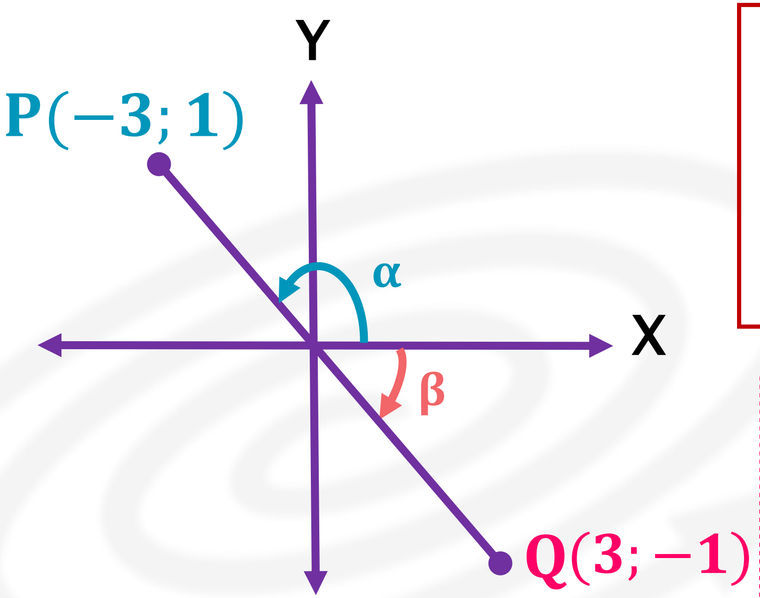
Resolución

De la figura, se sabe que Juan gasta en pasajes 6K soles diarios. Determine cuanto gasta Juan en pasajes a la semana; si:

$$\mathbf{K = \tan\alpha - \cot\beta}$$



Del gráfico:



Reemplazando:

$$K = \tan\alpha - \cot\beta$$

$$K = \frac{1}{-3} - \frac{3}{-1}$$

$$K = -\frac{1}{3} + 3$$

RECORDEMOS

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} \qquad \cot\beta = \frac{x}{y}$$

$$\boxed{K = \frac{8}{3}}$$

Calculamos el pasaje diario:

$$\text{Pasaje diario} = 6k = \cancel{6}^{\,2}\left(\frac{8}{\cancel{3}_{\,1}}\right)$$

$$\text{Pasaje diario} = 16$$

Calculamos el pasaje semanal:

$$\text{Pasaje semanal} = 7(16)$$

Respuesta $\therefore S/112$

Problemas Propuestos

- Problema 06
- Problema 07
- Problema 08
- Problema 09
- Problema 10

HELICO WORKSHOP

Problema 06

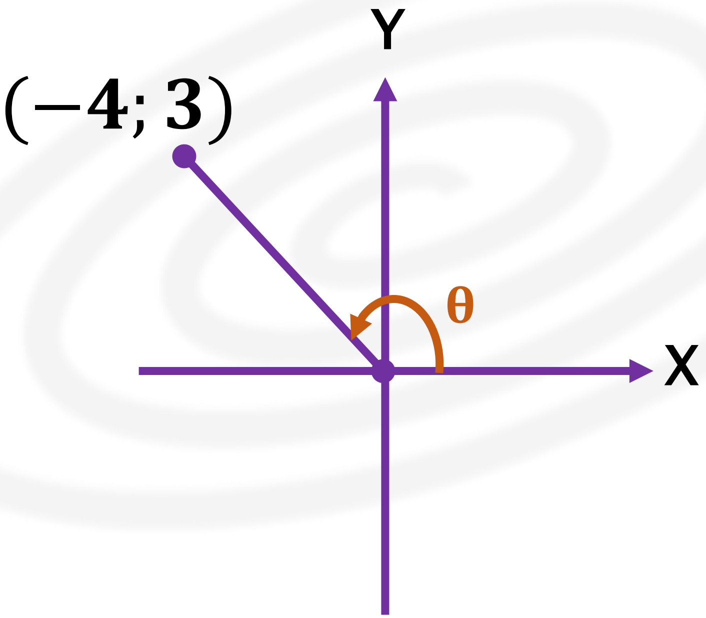
El lado final de un ángulo θ en posición normal pasa por (4;-3). Calcule el valor de :

$$E = \cos\theta - \operatorname{sen}\theta$$

Problema 07

De la figura, calcule:

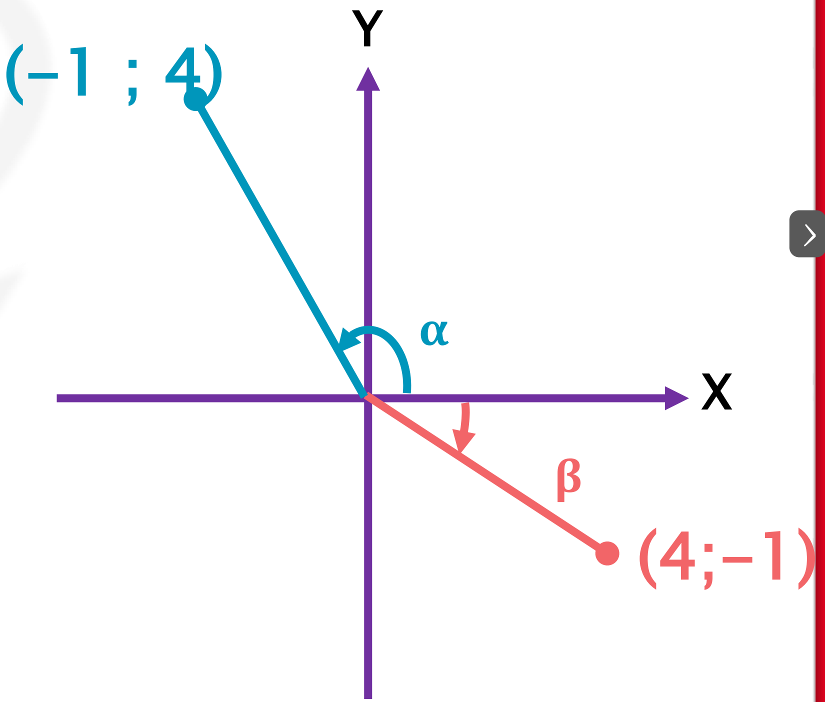
$$M = \sec\theta + \tan\theta$$



Problema 08

De la figura, efectúe:

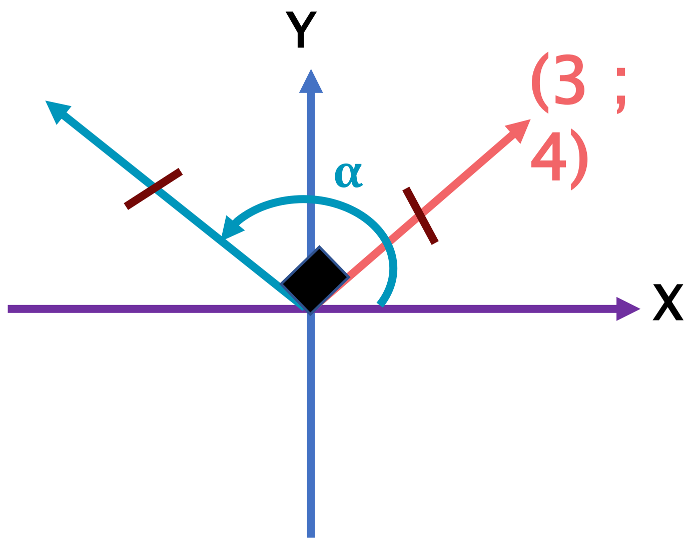
$$M = \sqrt{17}(\csc\alpha + \operatorname{sen}\beta)$$



Problema 09

Pedro dio su examen final de trigonometría siendo su nota el valor de 10W. Calcule la nota de Pedro.

$$W = sen\alpha - cos\alpha$$



Problema 10

El punto (-4;-3) pertenece al lado final de un ángulo **β** en posición normal. Catherine desea calcular el área el área del terreno de su casa, cuyo valor es igual a $4L^2$. Determine el área del terreno de la casa de Catherine, si:

$$L = cot\beta - csc\beta$$