



# GEOMETRÍA

## Capítulo 4

**4th**  
SECONDARY

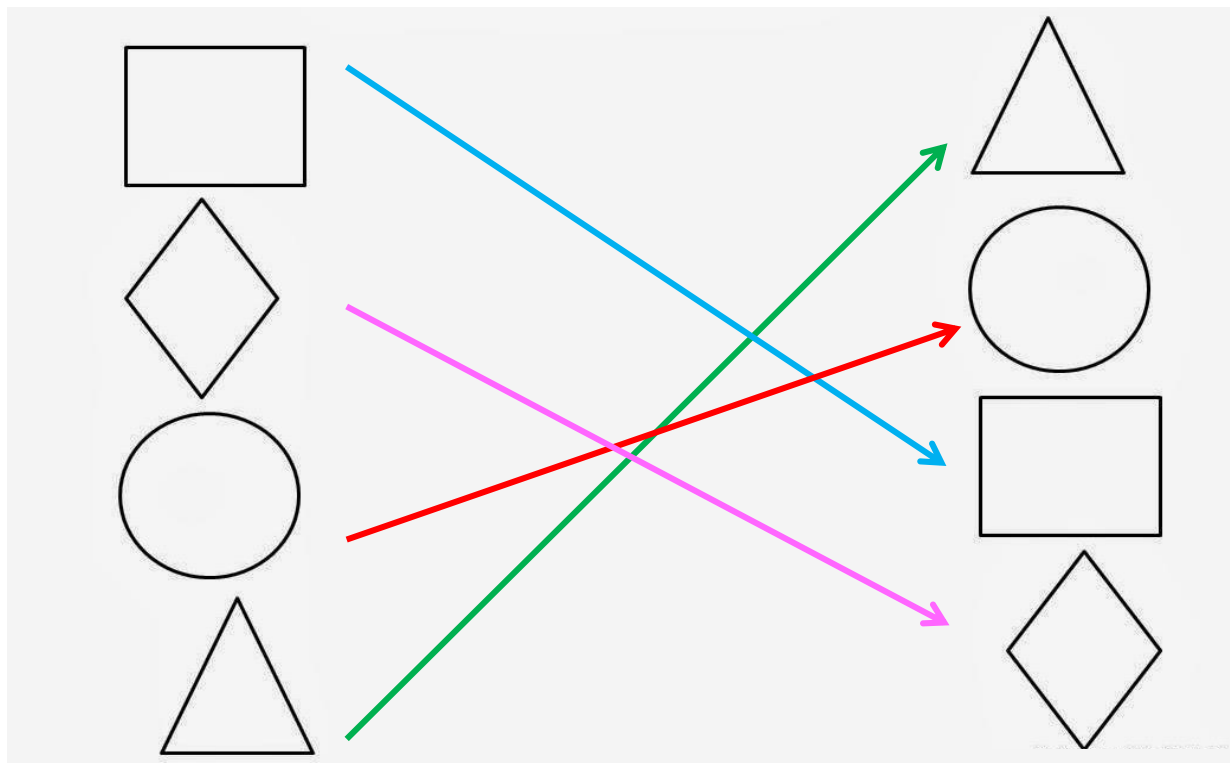
**APLICACIONES DE LA  
CONGRUENCIA**

---



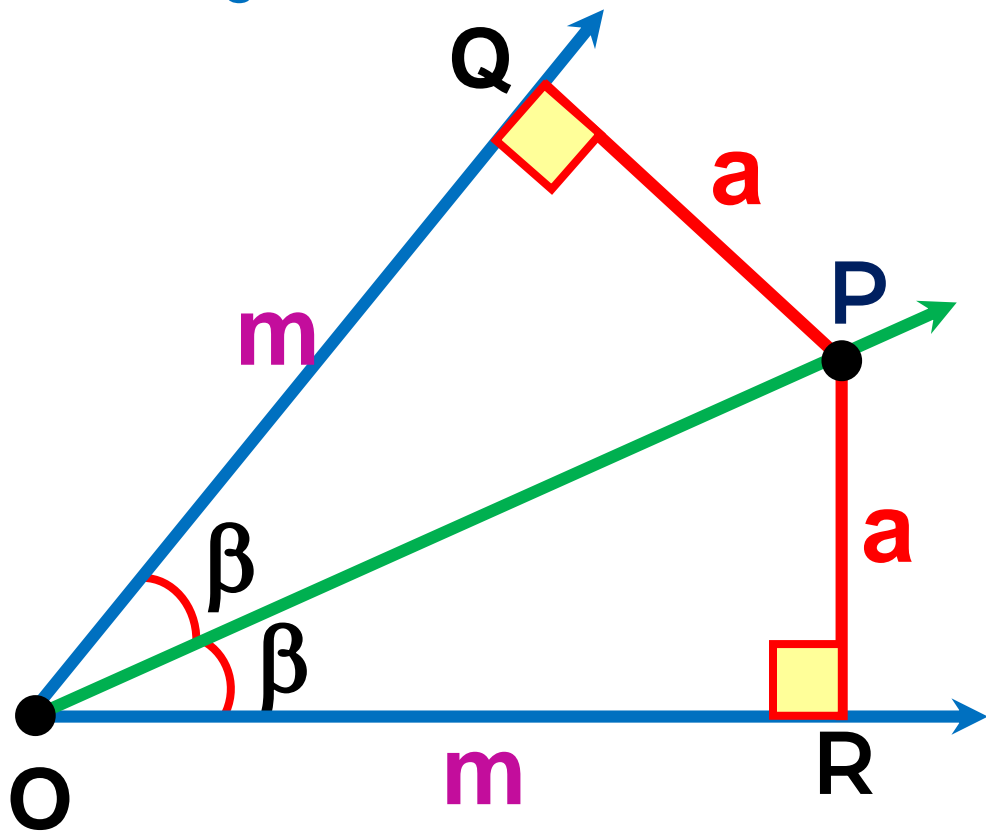
 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING | STRATEGY



# 1 TEOREMA DE LA BISECTRIZ

Del gráfico:



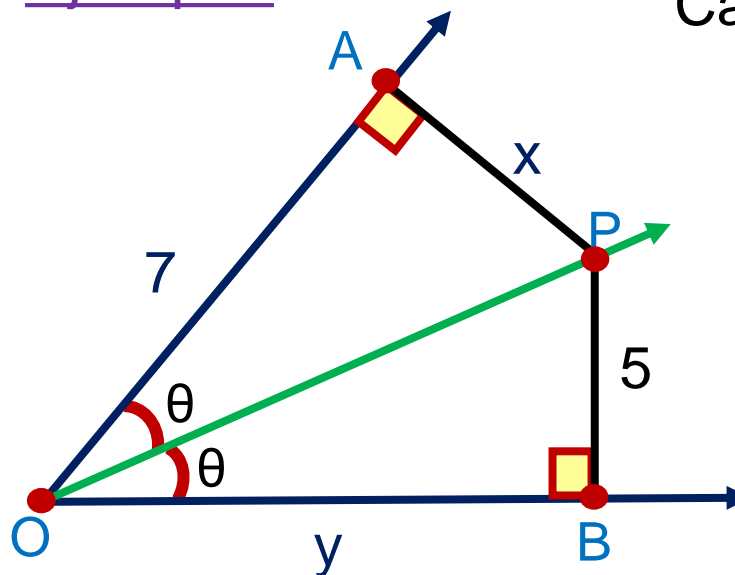
Se cumple:

$$PQ = QR$$

También:

$$OQ = OR$$

Ejemplo:



Calcular  $x + y$

Por teorema:

$$x = 5$$

$$y = 7$$

$$x = 12$$

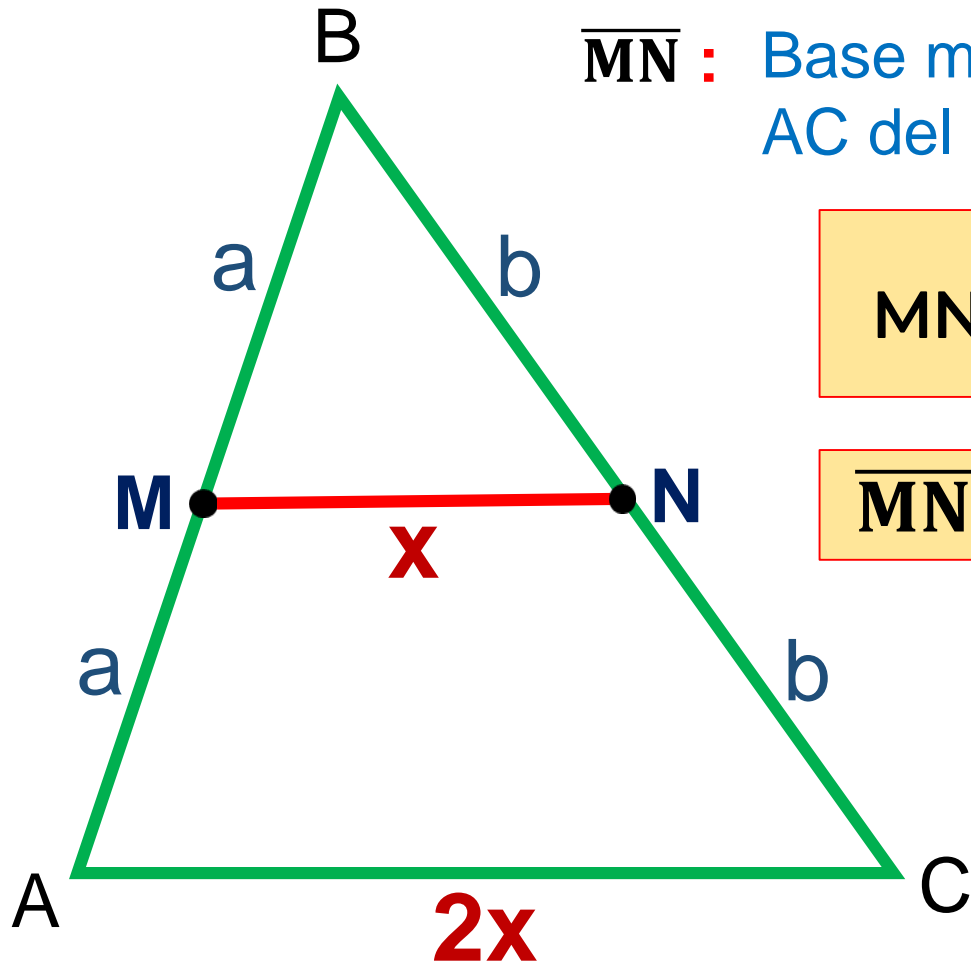
2

## TEOREMA DE LA BASE MEDIA

$\overline{MN}$  : Base media relativa a AC del  $\triangle ABC$ .

$$MN = \frac{AC}{2}$$

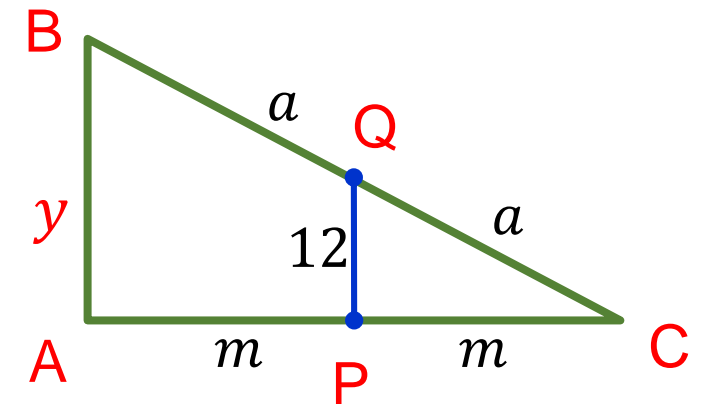
$$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$$



Nota:

Todo triángulo tiene tres bases medias, uno relativo a cada lado.

Ejemplo: Del gráfico, calcule y.



Se observa que  $\overline{PQ}$  es base media

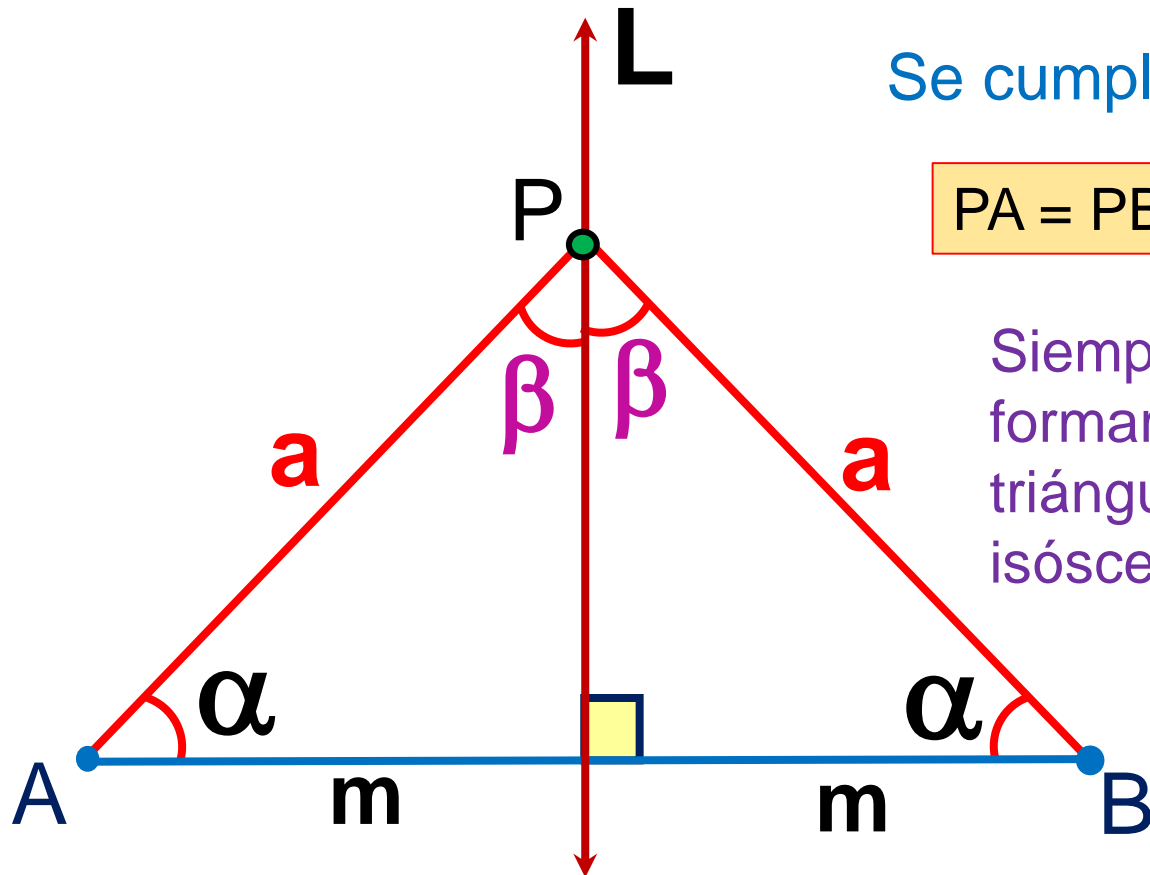
$$12 = \frac{y}{2}$$

$$y = 24$$

### 3 TEOREMA DE LA MEDIATRIZ

Del gráfico:

$\vec{L}$  : Mediatriz del  $\overline{AB}$



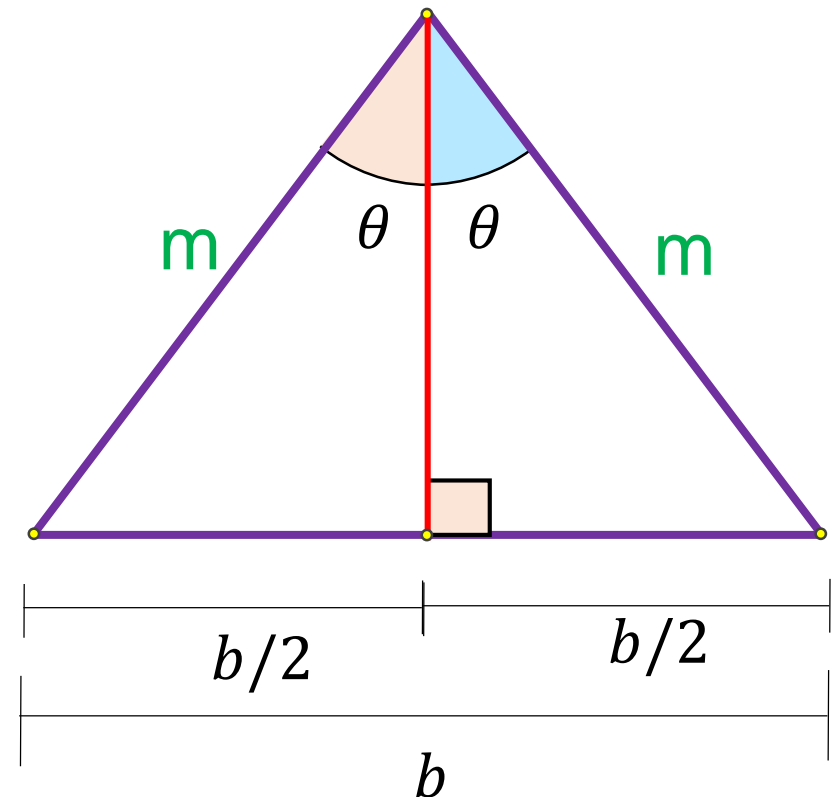
Se cumple:

$$PA = PB$$

Siempre se  
formará un  
triángulo  
isósceles.

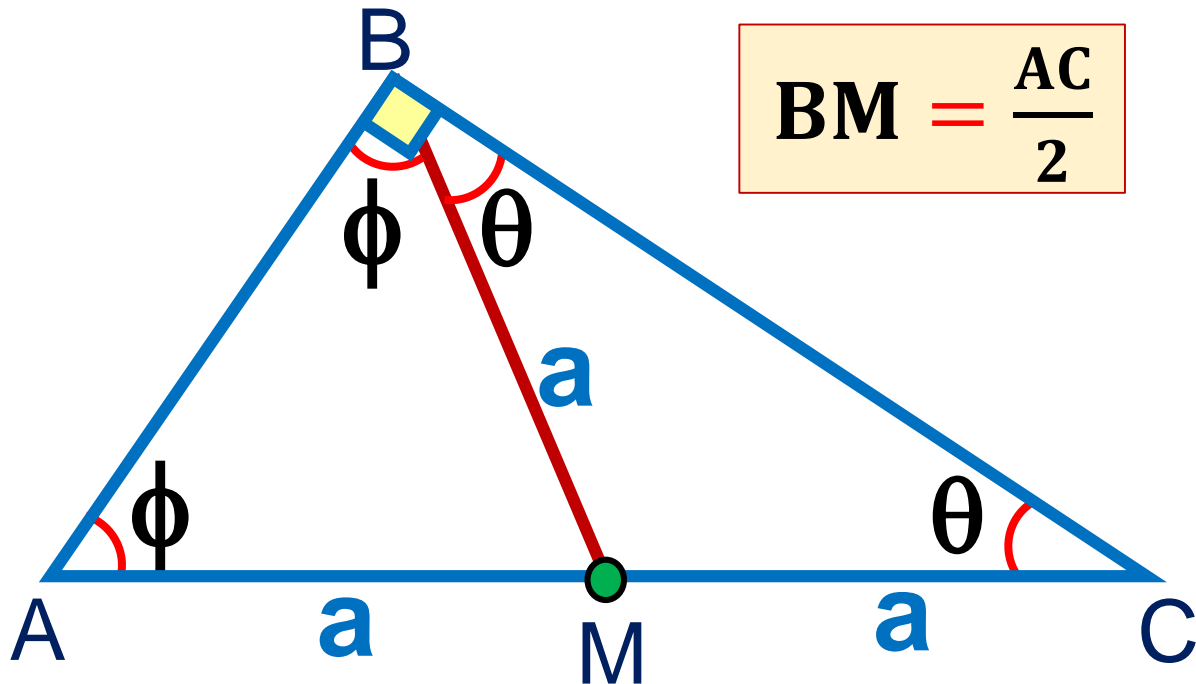
Nota:

Al tener un triángulo isósceles, trazar la **altura** hacia la base para obtener una **mediana** y **bisectriz**.



## 4 TEOREMA DE LA MEDIANA RELATIVA A LA HIPOTENUSA

$\overline{BM}$  : Mediana relativa a la hipotenusa.



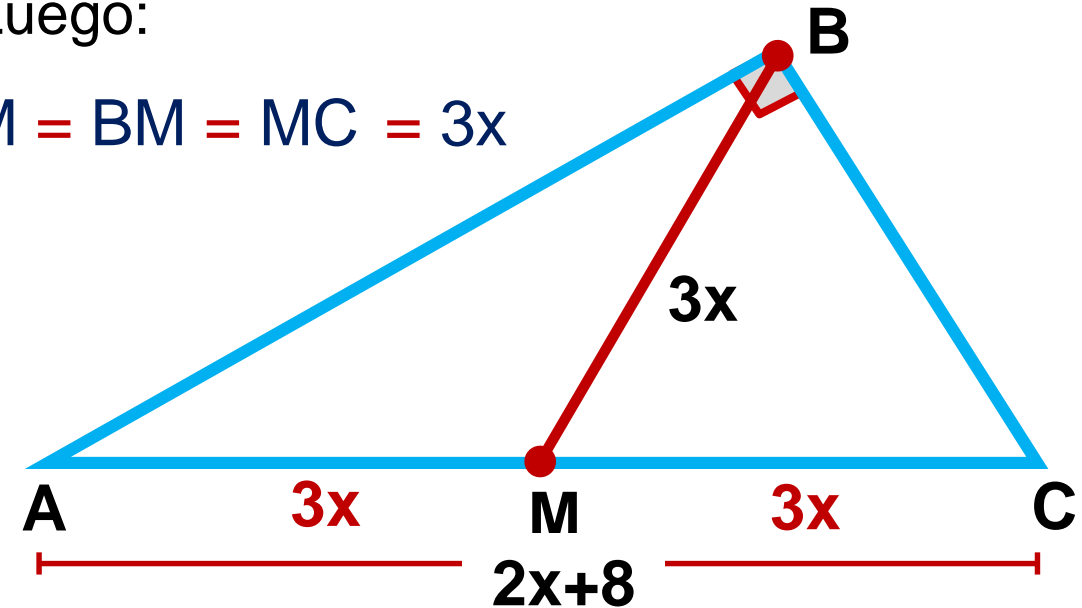
$$BM = \frac{AC}{2}$$

### Ejemplo:

Si  $\overline{BM}$  es mediana, halle el valor de  $x$ .

- Luego:

$$AM = BM = MC = 3x$$



- Entonces:

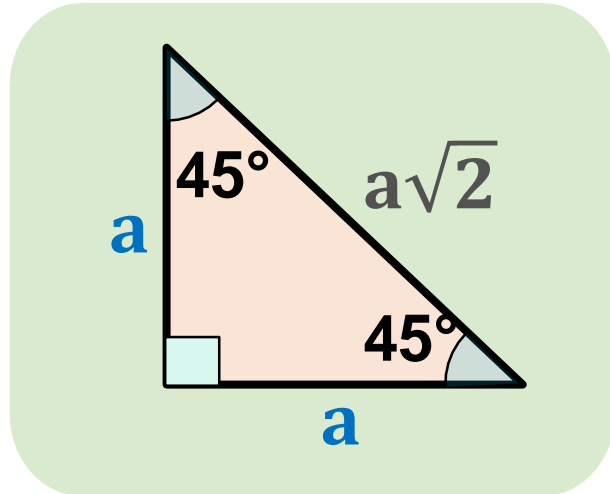
$$3x + 3x = 2x + 8$$

$$4x = 8$$

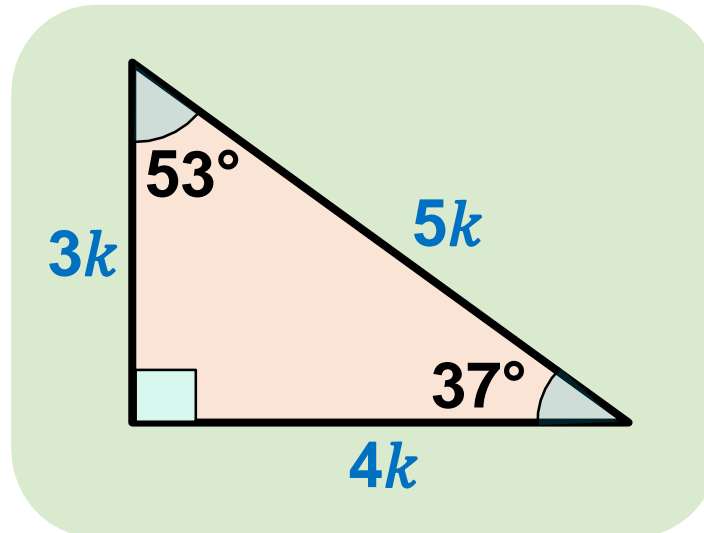
$$x = 2$$

## TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES

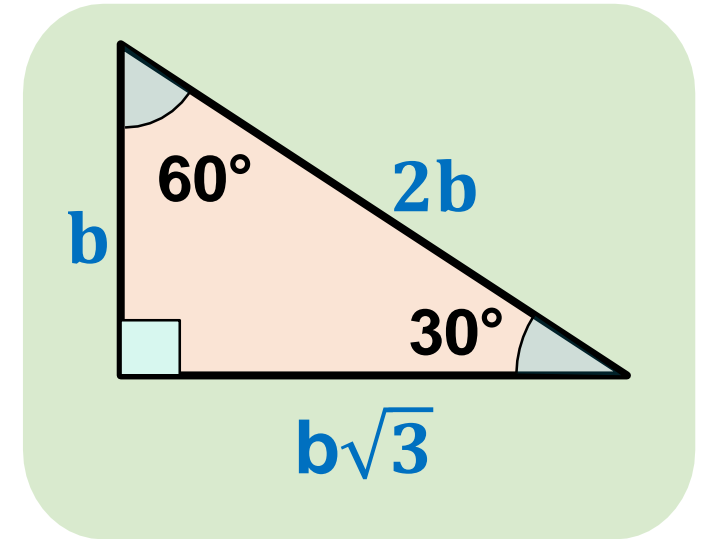
Notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$



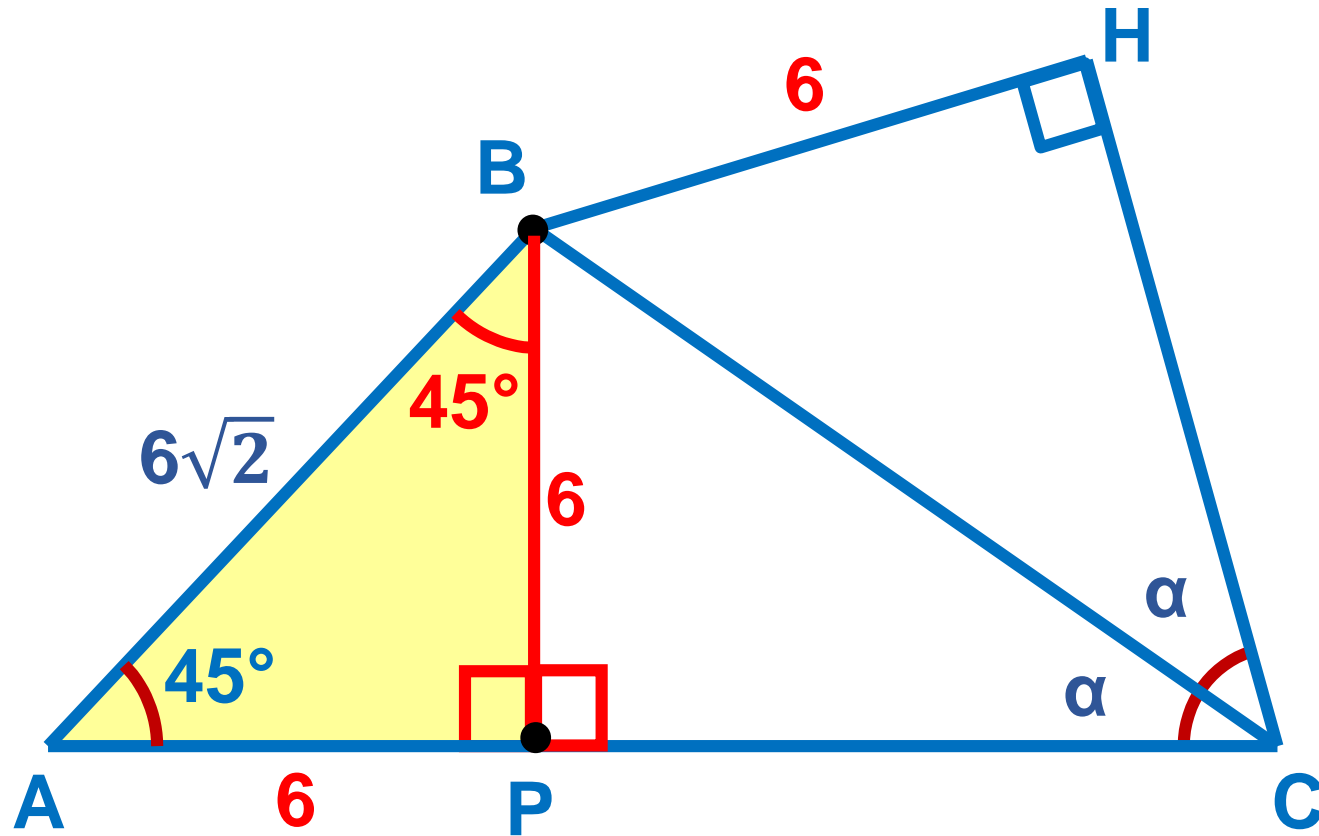
Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$



Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$

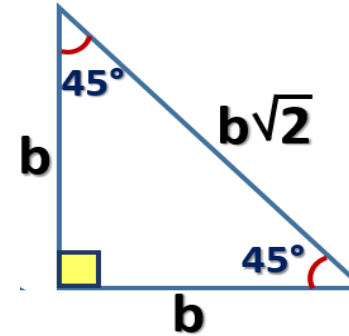


1. En el gráfico, halle BH.



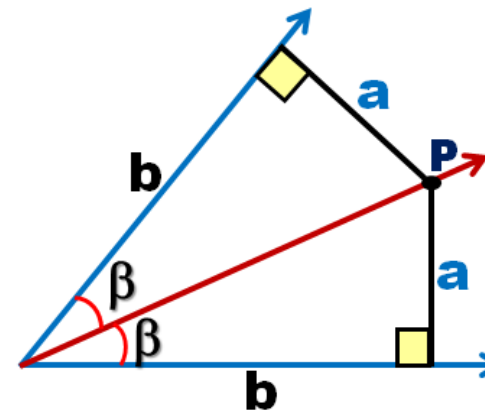
## Resolución

- Piden: BH
- Se traza la altura  $\overline{BP}$



$$BP = PA = 6$$

- Por teorema de la bisectriz



$$BH = BP = 6$$

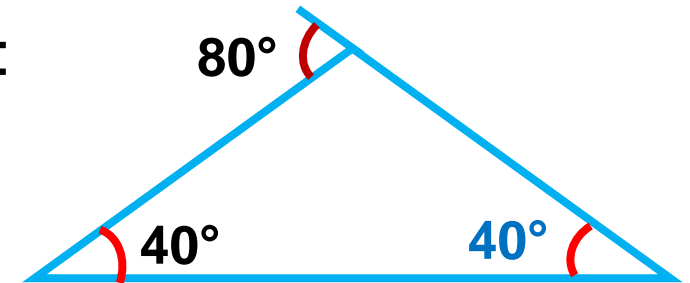
$$BH = 6$$



2. En un triángulo  $ABC$ , donde la  $m\angle BCA = 40^\circ$ , la mediatriz de  $\overline{AC}$  intersecta a  $\overline{BC}$  en  $P$ , tal que  $AB = PC$ . Halle la  $m\angle ABP$ .

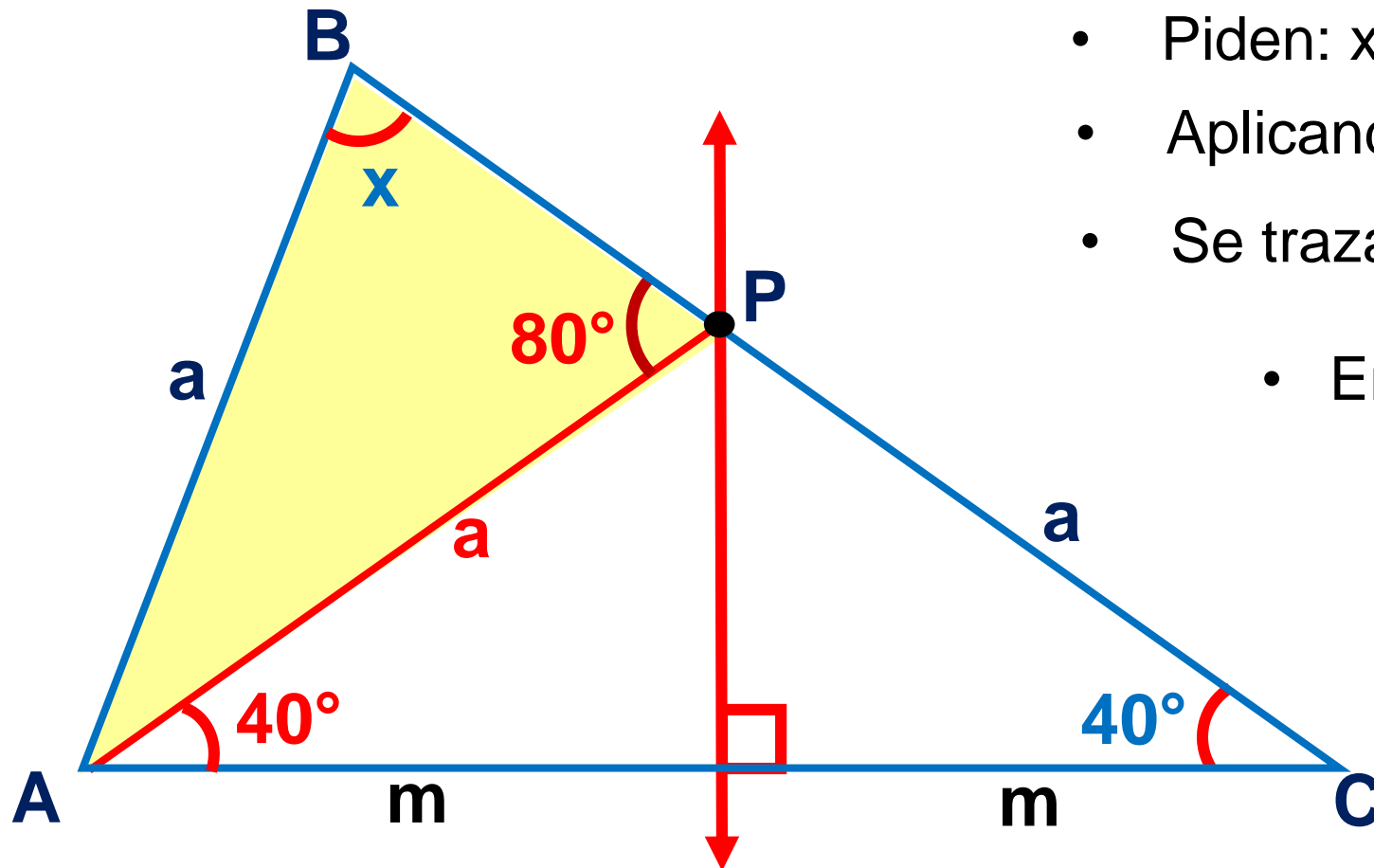
### Resolución

- Piden:  $x$
- Aplicando el T. de la mediatriz.
- Se traza  $\overline{PA}$ :  $BP = PA = a$
- En  $\triangle APC$ :



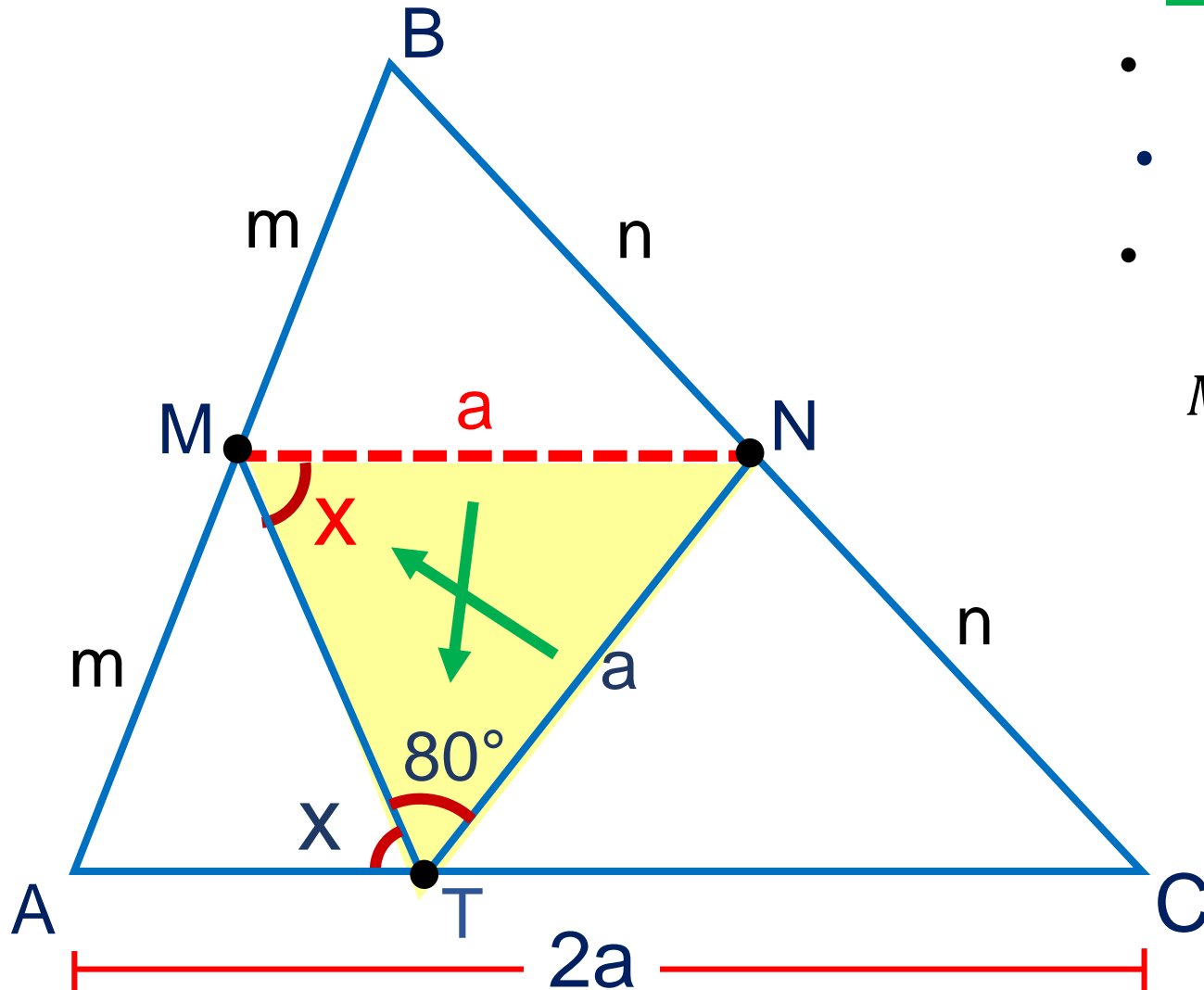
- $\triangle PAB$ : Isósceles

$$x = 80^\circ$$





3. En el gráfico, halle el valor de  $x$ .



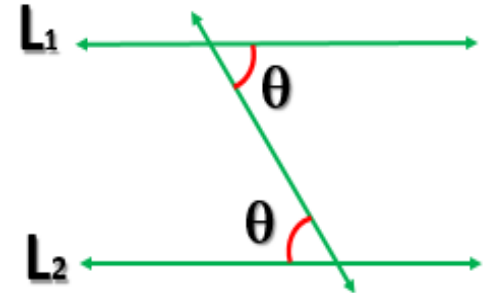
## Resolución

- Piden:  $x$
- Trazamos  $\overline{MN}$
- $\overline{MN}$ : Base media del  $\triangle ABC$ .

$$MN = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2}$$

$$MN = a$$

Ángulos alternos internos



- $\triangle MNT$ : Isósceles

$$x = 80^\circ$$

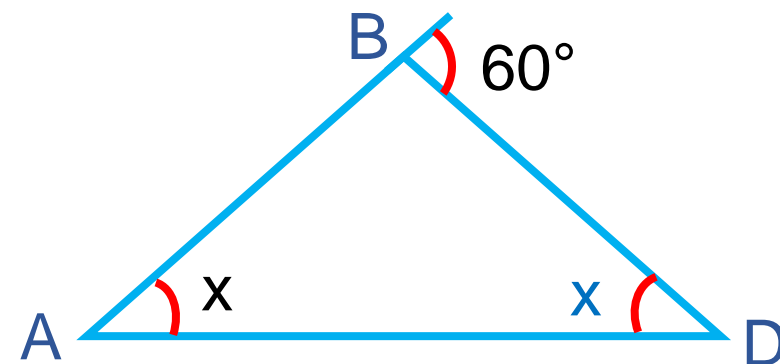
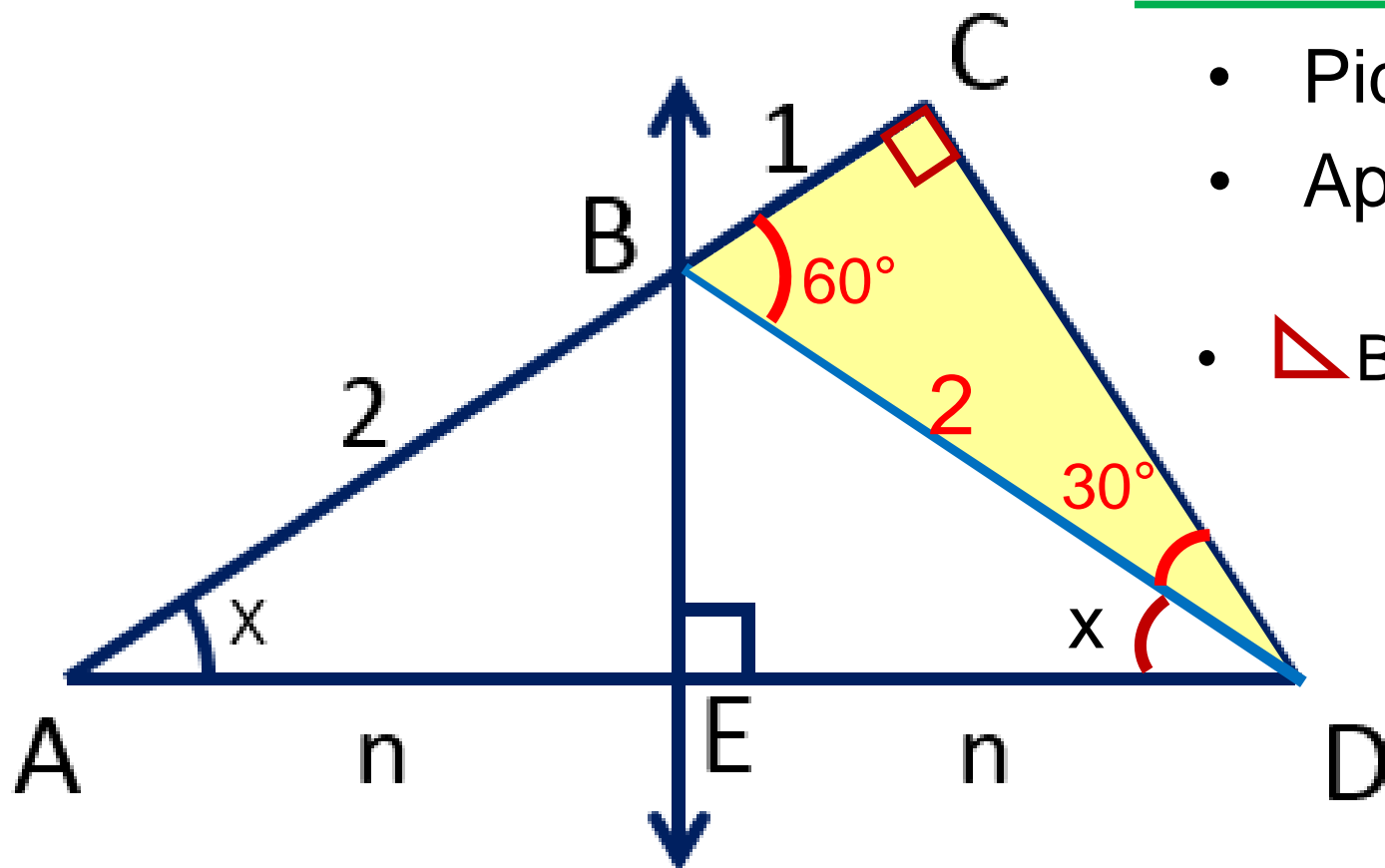




5. En el gráfico,  $AB = 2$  y  $BC = 1$ . Halle el valor de  $x$ .

### Resolución

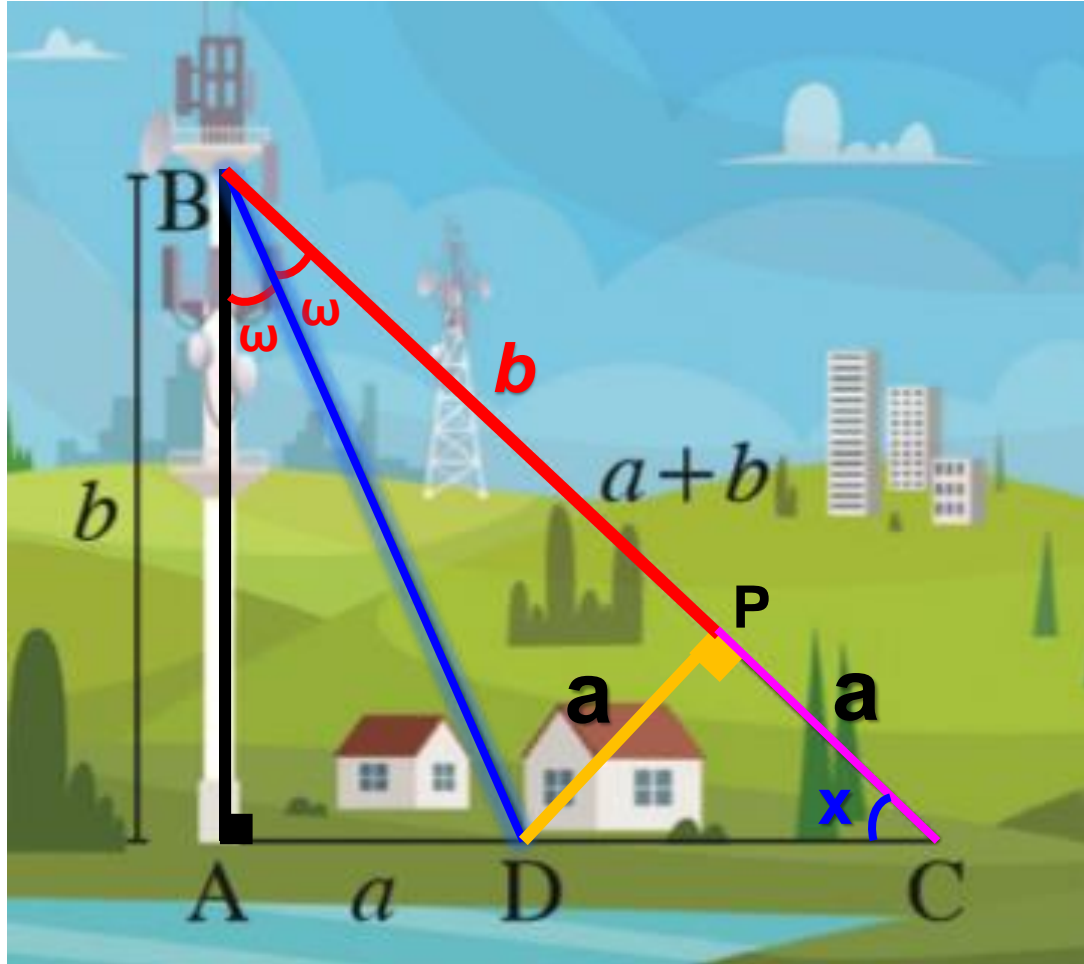
- Piden:  $x$
- Aplicando el T. de la mediatriz.  
 $BA = BD = 2$
- $\triangle BCD$ : Notable  $30^\circ$  y  $60^\circ$



$$\begin{aligned}x + x &= 60^\circ \\2x &= 60^\circ\end{aligned}$$

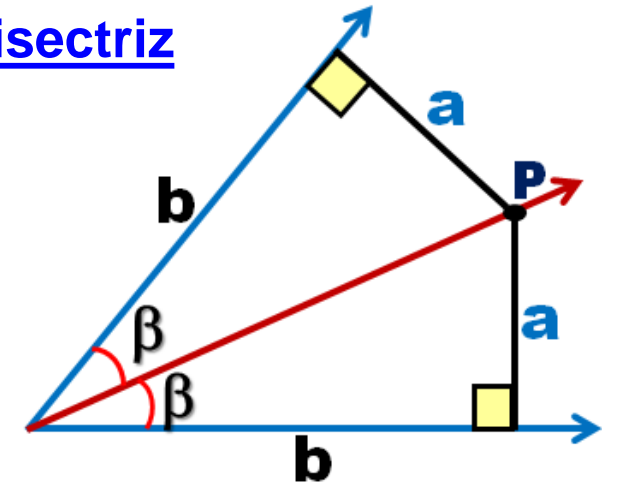
$$x = 30^\circ$$

6. En la figura se observa una antena 5G que está sujeta a dos cables, si  $\overline{BD}$  es bisectriz del ángulo ABC. Calcule la medida del ángulo BCD.



## Resolución

### Teorema de la bisectriz



Trazamos la altura  $\overline{DP}$ :

$$DA = DP = a$$

$$BA = BP = b$$

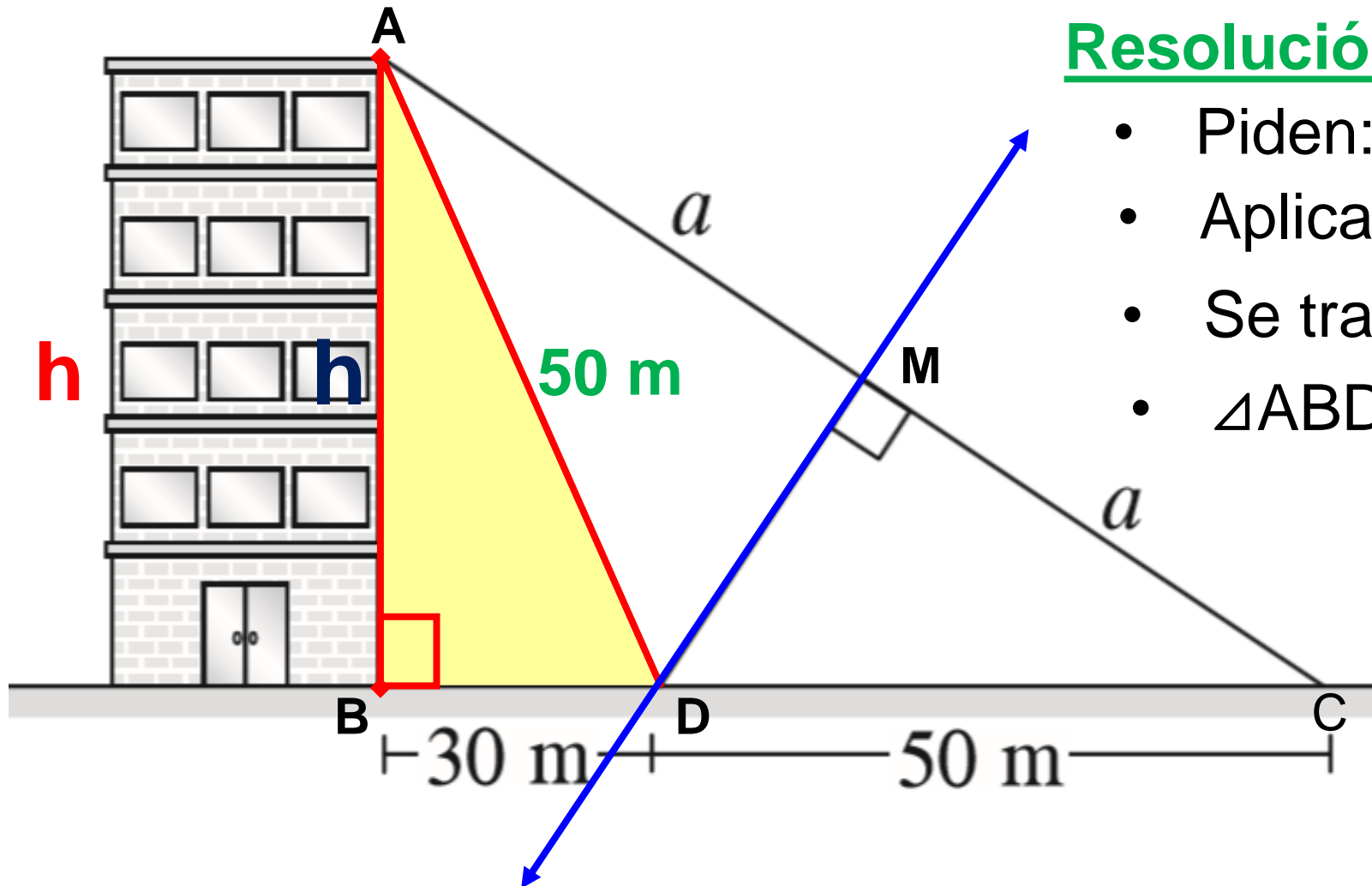
$$PC = a$$

En el gráfico:  $DP = PC$   
 $\triangle DPC$ : Notable  $45^\circ - 45^\circ$

$$x = 45^\circ$$



7. En la figura halle la altura del edificio.



### Resolución

- Piden:  $h$
- Aplicando el T. de la mediatriz.
- Se traza  $\overline{DA}$   $DC = DA = 50$
- $\triangle ABD$ : T. de Pitágoras

$$50^2 = 30^2 + h^2$$

$$h = 40\text{ m}$$