



ARITHMETIC

Chapter 2

3rd
SECONDARY

Teoría de Conjuntos II



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY



Un cerillo



Será lo mismo

¿?



Una caja con un solo cerillo



Si retiro el cerillo





1



RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

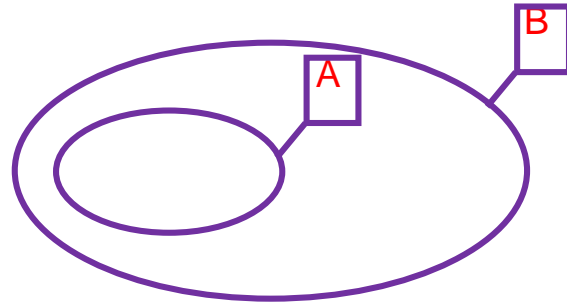
A

Inclusión o Subconjunto

Simbólicamente

$$A \subset B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$$

Gráficamente



“A esta incluida en B”

“A es subconjunto de B”

“A esta contenida en B”

B

Conjuntos Iguales

Simbólicamente

$$A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Ejemplo

Si los conjuntos A y B son iguales
 $A = \{y + 3; 13\}$ $B = \{x - 5; 17\}$ calcule $x + y$

$$\bullet \quad x - 5 = 13$$

$$x = 18$$

$$\bullet \quad y + 3 = 17$$

$$y = 14$$

$$x + y = 32$$



Conjuntos Comparables

Simbólicamente

$$A \text{ comp. } B \Leftrightarrow A \subset B \vee B \subset A$$

Ejemplo

Dados los conjuntos

$$A = \{3; 4\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$C = \{1; 4; 5\}$$

$$D = \{1; 3; 4\}$$

Resolución

$$A \subset B$$



$$C \subset B$$



$$A \subset D$$



$$D \subset B$$

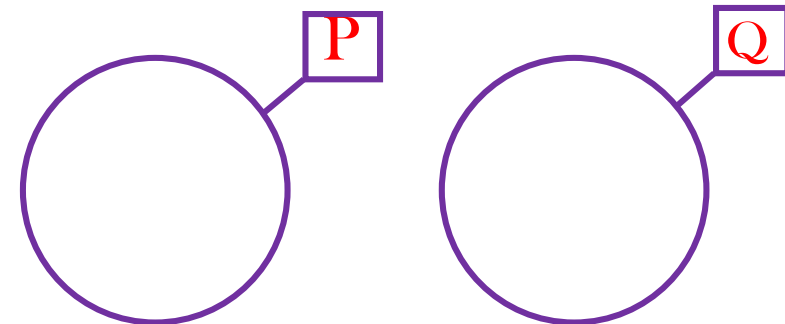


Conjuntos Disjuntos

$$P = \{x / x \text{ es un felino}\}$$

$$Q = \{x / x \text{ es un ave}\}$$

Gráficamente





HELICO THEORY

2



CLASES DE CONJUNTOS

A

Conjunto Finito

B

Conjunto Infinito

$M = \{\text{los días de la semana}\}$



$$n(M) = 7$$

$R = \{\text{los números pares}\}$



$$n(R) = \dots ?$$



3 CONJUNTOS NOTABLES

A

CONJUNTO UNIVERSAL (U)

Ejemplo $M = \{Los\ felinos\}$
 $N = \{Los\ aves\}$

Un posible conjunto universal que contiene a los anteriores es:

$U = \{Conjunto\ de\ los\ animales\}$

B

CONJUNTO VACÍO

Notación: $\emptyset, \{\}$

Ejemplo: $A = \{x / x\ es\ el\ actual\ inca\ del\ Perú\}$

C

CONJUNTO UNITARIO

Ejemplo: $\checkmark A = \{m\}$ $\checkmark C = \{13; 13; 13\}$
 $\checkmark B = \{\emptyset\}$ $\checkmark D = \{x / x\ satélite\ natural\ de\ la\ tierra\}$



CONJUNTO POTENCIA ($P(A)$)

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$



$n(A)$: cardinal o número de elementos de A
 $n[P(A)]$: número de subconjuntos o cardinal del conjunto potencia de A

Ejemplo Si $A = \{1; 2; 3\}$ $n(A) = 3$

$$n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8 \text{ subconjuntos}$$

Los cuales son

$$P(A) = \{\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; \{1; 2; 3\}; \emptyset\}$$

Los **subconjuntos propios** de A son

$$\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; \emptyset,$$

es decir, todos los elementos de $P(A)$ excepto A.

- 1.** Dados los conjuntos iguales:
 $A = \{3a + 1; 5b - 3\}$ y
 $B = \{22; 12\}$,
calcule $a - b$.

RESOLUCIÓN

Por ser conjuntos iguales:

$$3a + 1 = 22$$

$$3a = 21$$

$$a = 7$$

$$5b - 3 = 12$$

$$5b = 15$$

$$b = 3$$

$$\therefore a - b = 7 - 3 = 4$$



2. El conjunto P tiene 3 subconjuntos propios y el conjunto Q tiene 1024 subconjuntos. Calcule la diferencia positiva de sus cardinales.

RESOLUCIÓN

Conjunto P :

$$2^{n(P)} - 1 = 3$$

$$2^{n(P)} = 2^2$$

$$n(P) = 2$$

Conjunto Q :

$$2^{n(Q)} = 1024$$

$$2^{n(Q)} = 2^{10}$$

$$n(Q) = 10$$

$$\therefore n(Q) - n(P) = 10 - 2 = 8$$



3. ¿Cuántos sub conjuntos tiene el conjunto B?

$$B = \left\{ \frac{x}{2} \in \mathbb{Z} \mid x \in \mathbb{Z}; 3 < x < 15 \right\}$$

RESOLUCIÓN

Dado que "x" pertenece al conjunto de los \mathbb{Z} , los valores que toma son:

$$x : 4; 5; 6; \dots; 14$$

Los valores de x múltiplos de 2 son: 4; 6; 8; ...; 14. Donde :

$$B = \{ 2; 3; 4; 5; 6; 7 \} \rightarrow n(B) = 6$$

Se sabe :

$$\text{Nro de Subconjuntos de } B = 2^{n(B)}$$

$$\text{Nro de Subconjuntos de } B = 2^6$$

∴ Tiene 64 subconjuntos



4.

Sabiendo que el conjunto $A = \{3x+4; x^2-y-1; 19\}$ es un conjunto unitario, calcule: $x^2 - y^2$.

RESOLUCIÓN

Por ser
conjunto
Unitario:

$$3x+4 = 19$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

$$x^2-y-1 = 19$$

$$x^2-y = 20$$

$$5^2-y = 20$$

$$y = 5$$

$$\therefore 5^2 - 5^2 = 25 - 25 = 0$$



5. Determine el valor de verdad (v) o falsedad (f) de las proposiciones respecto al conjunto:

$$P = \{0; 7; \{3; 7\}; \{3\}; \emptyset\}$$

- I. $0 \subset P$ ()
- II. $\{0; 7; \{3; 7\}\} \subset P$ ()
- III. $\emptyset \not\subset P$ ()
- IV. $3 \in P$ ()
- V. $P \subset P$ ()

RESOLUCIÓN

La relación de inclusión se da de conjunto a conjunto.

- I. f
- II. v
- III. f
- IV. f
- V. v

\therefore fvffv



6. Camilo debe asistir a su fiesta de graduación con su familia; ¿de cuántas formas distintas podrá asistir a su graduación, si cuenta con 7 familiares y él no piensa asistir solo?

RESOLUCIÓN

Camilo y sus 7 familiares, hacen un total de 8 personas.

$$\text{Nro de formas} = 2^8 - 1 - 8 = 247$$

ϕ = no asisten a la fiesta

Asiste sólo uno a la fiesta

∴ Camilo puede asistir de 247 formas diferentes a su fiesta.



- 7.** Rosita le dice a Juan; si tengo dos conjuntos, donde uno está incluido en el otro, además la diferencia de los cardinales de sus conjuntos potencias es 112. ¿Dime, cuántos elementos posee el conjunto que incluye al otro?

RESOLUCIÓN

Sean los conjuntos A y B

Donde : $A \subset B$

Dato : $2^{n(B)} - 2^{n(A)} = 112$

$$\begin{array}{ccc} 2^7 & - & 2^4 = 112 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 128 & & 16 \end{array}$$

$$n(B) = 7 \quad n(A) = 4$$

$$\therefore n(B) = 7$$