



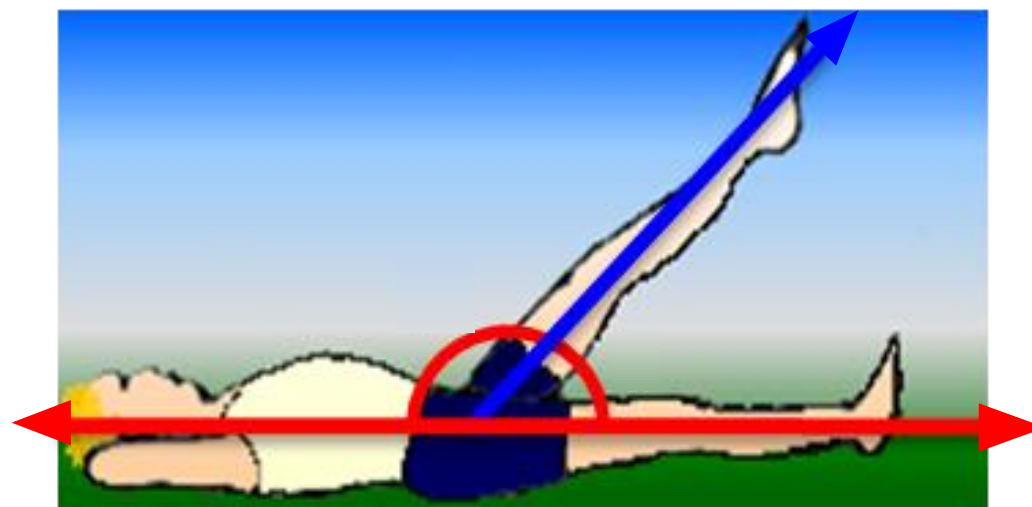
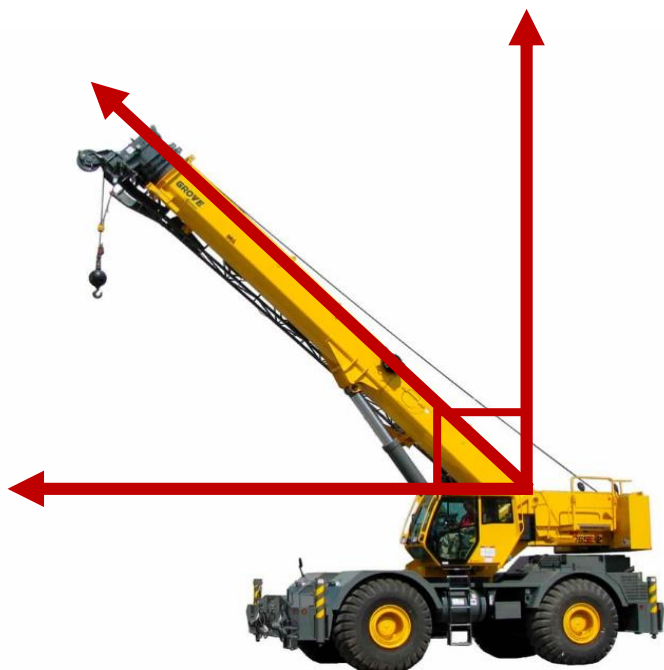
GEOMETRÍA

Capítulo 3

2st
SECONDARY

Ángulos complementarios y suplementarios

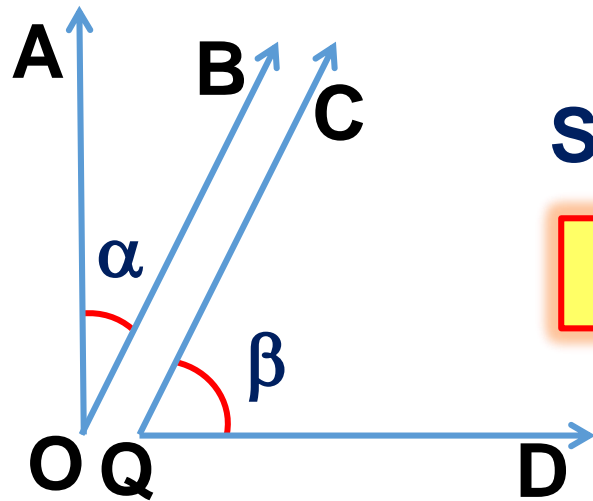




ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios, si la suma de sus medidas es igual a 90° .



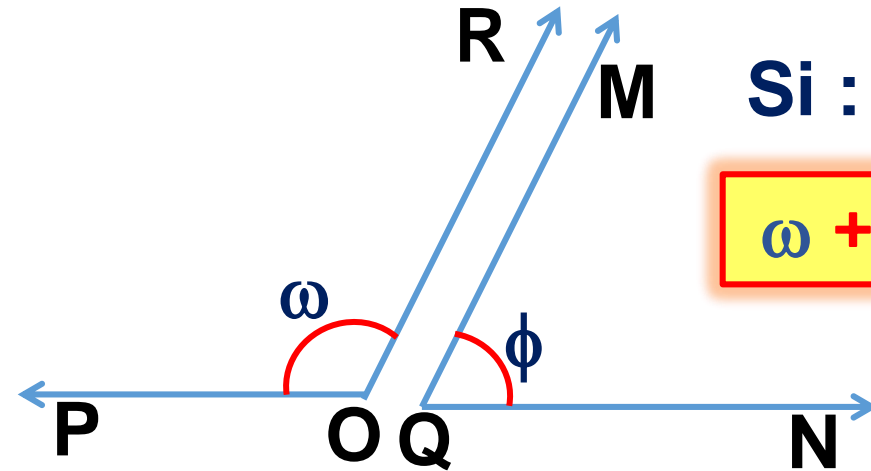
Si:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

➔ Los ángulos AOB y CQD son complementarios

Ángulos Suplementarios

Dos ángulos son suplementarios, si la suma de sus medidas es igual a 180° .



Si :

$$\omega + \phi = 180^\circ$$

➔ Los ángulos POR y MQN son suplementarios

Complemento de un ángulo

Es lo que le falta a la medida de un ángulo para llegar a sumar 90° .

$$C_\alpha = 90^\circ - \alpha$$

C_α : Se lee complemento de α

Ejemplos:

$$✓ C_{54^\circ} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

$$✓ C_{80^\circ} = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$$

Suplemento de un ángulo

Es lo que le falta a la medida de un ángulo para llegar a sumar 180° .

$$S_\beta = 180^\circ - \beta$$

S_α : Se lee suplemento de α

Ejemplos:

$$✓ S_{145^\circ} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

$$✓ S_{50^\circ} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

Observaciones

Complemento del complemento de α .

Se representa por: CC_{α}

$$CC_{\alpha} = 90^{\circ} - (90^{\circ} - \alpha)$$

$$CC_{\alpha} = \alpha$$

Ejemplos:

$$\checkmark CC_{60^{\circ}} = 60^{\circ}$$

$$\checkmark CC_{28^{\circ}} = 28^{\circ}$$

Teorema.- Siempre que se representen dos letra iguales y estén juntas, se simplifica y queda la medida del ángulo.

Suplemento del suplemento de α .

Se representa por: SS_{α}

$$SS_{\alpha} = 180^{\circ} - (180^{\circ} - \alpha)$$

$$SS_{\alpha} = \alpha$$

Ejemplos:

$$\checkmark SS_{150^{\circ}} = 150^{\circ}$$

$$\checkmark SS_{73^{\circ}} = 73^{\circ}$$



1. Si el complemento de $2x$ es igual a 60° , halle el valor de x .

Resolución

- Piden: x
- Recordemos:

$$C_\alpha = 90^\circ - \alpha$$

$$C_{2x} = 60^\circ$$

$$90^\circ - 2x = 60^\circ$$

$$90^\circ - 60^\circ = 2x$$

$$30^\circ = 2x$$

$$x = 15^\circ$$



2. Si el suplemento de 2α es igual a 7α , halle el valor de α .

Resolución

- Piden: α
- Recordemos:

$$S_{\alpha} = 180^{\circ} - \alpha$$

$$S_{2\alpha} = 7\alpha$$

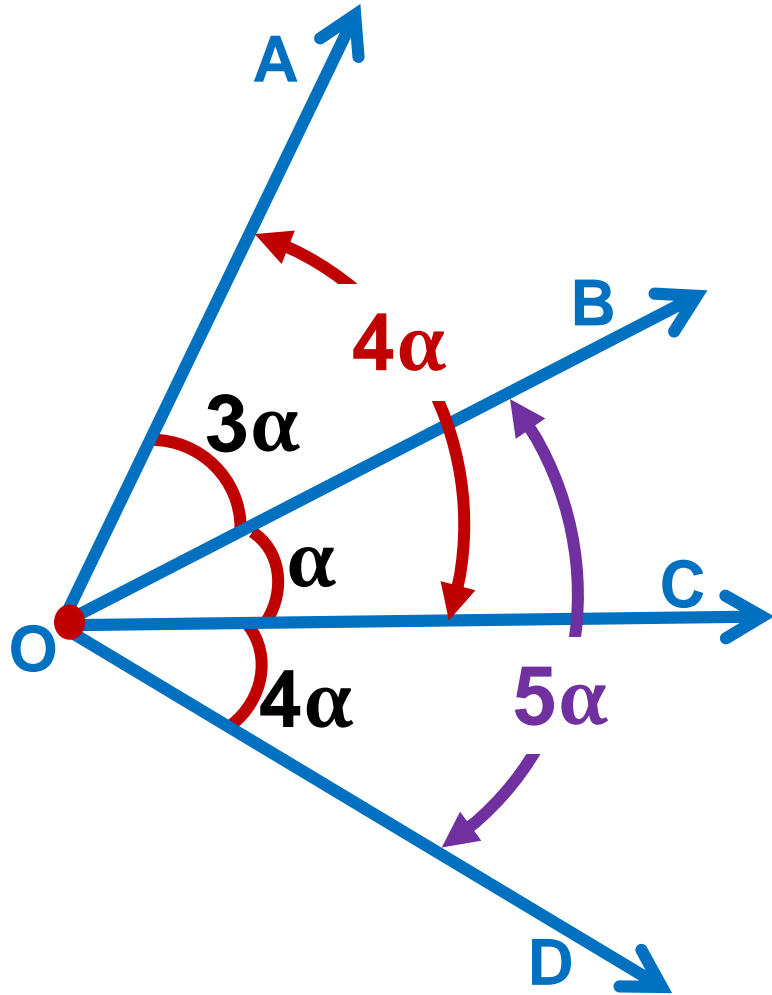
$$180^{\circ} - 2\alpha = 7\alpha$$

$$180^{\circ} = 7\alpha + 2\alpha$$

$$180^{\circ} = 9\alpha$$

$$\alpha = 20^{\circ}$$

3. Si los ángulos AOC y BOD son complementarios, halle $m\angle BOC$.



Resolución

Ángulos complementarios

Son aquellos ángulos cuyas medidas suman 90° .

• Entonces:

$$\underbrace{m\angle AOC}_{4\alpha} + \underbrace{m\angle BOD}_{5\alpha} = 90^\circ$$

$$4\alpha + 5\alpha = 90^\circ$$

$$9\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 10^\circ$$

• Piden: $m\angle BOC$

$$m\angle BOC = 10^\circ$$

4. Si los ángulos AOD y BOC son suplementarios, calcule el suplemento del complemento de x.

Resolución

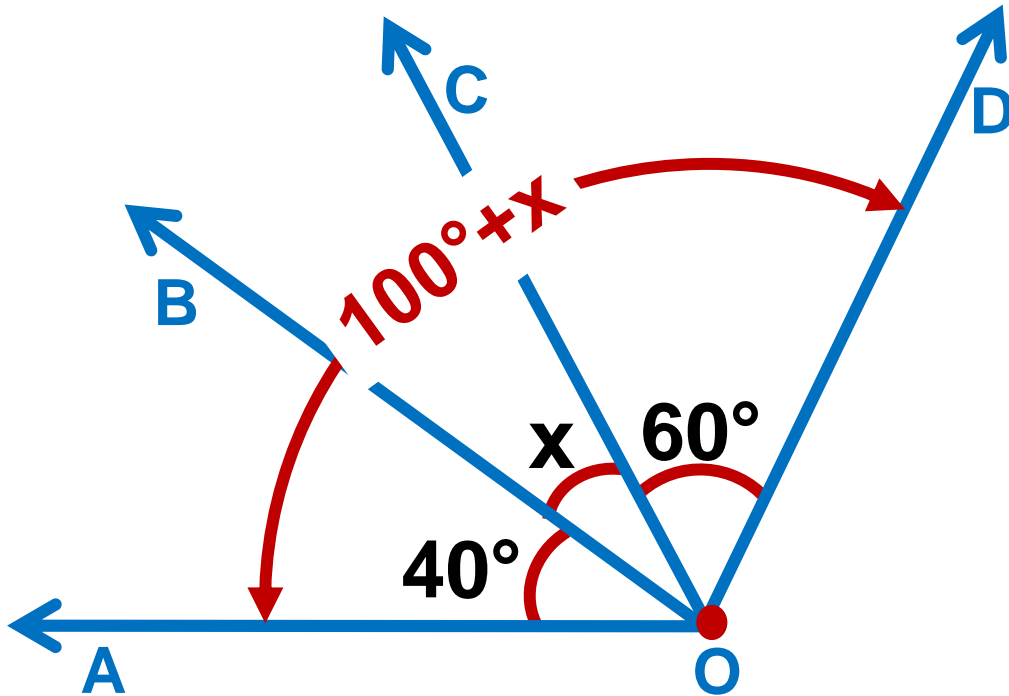
- Entonces:

$$\begin{aligned} \underbrace{m\angle AOD} + \underbrace{m\angle BOC} &= 180^\circ \\ 100^\circ + x + x &= 180^\circ \\ 2x &= 80^\circ \\ x &= 40^\circ \end{aligned}$$

- Piden: SC_x

$$\begin{aligned} SC_x &= SC_{40^\circ} \\ &= S_{(90^\circ - 40^\circ)} \\ &= S_{50^\circ} \\ &= 180^\circ - 50^\circ \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

$$SC_x = 130^\circ$$



Ángulos Suplementarios

Son aquellos ángulos cuyas medidas suman 180° .



5. El suplemento del doble de un ángulo es igual al cuádruple del complemento del triple de dicho ángulo. Calcular la medida del ángulo.

Resolución

- Medida del ángulo: α
- Piden: α

$$S_{\alpha} = 180^{\circ} - \alpha$$

$$C_{\beta} = 90^{\circ} - \beta$$

$$\underbrace{S_{2\alpha}} = \underbrace{4C_{3\alpha}}$$

$$180^{\circ} - 2\alpha = 4(90^{\circ} - 3\alpha)$$

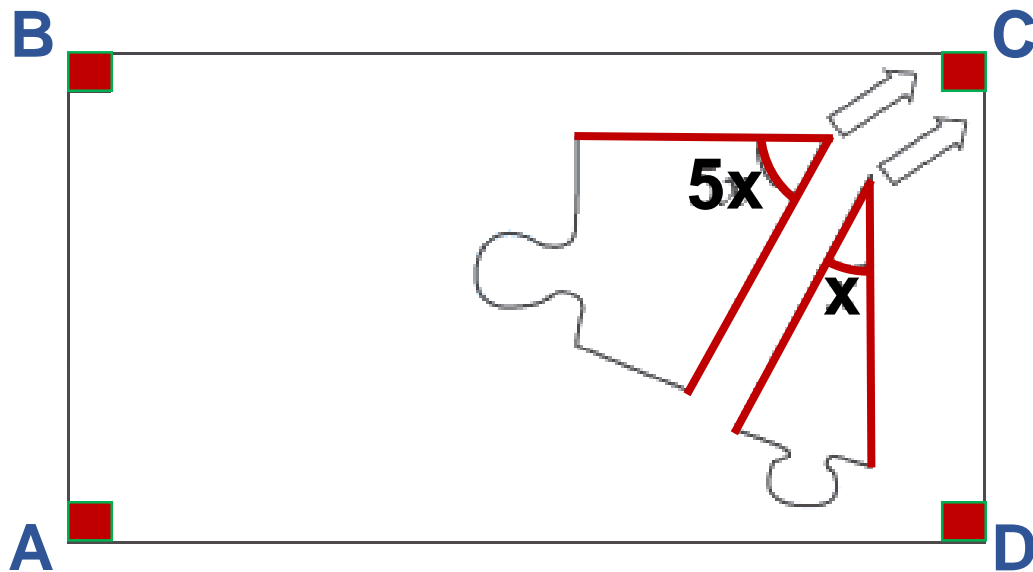
$$180^{\circ} - 2\alpha = 360^{\circ} - 12\alpha$$

$$12\alpha = 360^{\circ} - 180^{\circ}$$

$$10\alpha = 180^{\circ}$$

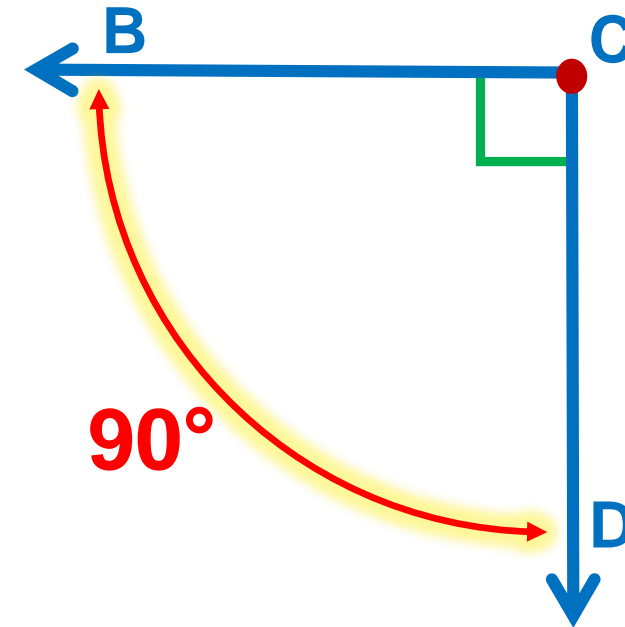
$$\alpha = 18^{\circ}$$

6. José, al armar una de las 4 esquinas de su rompecabezas, necesita encajar 2 fichas; además, el ángulo de una de las fichas es el quíntuplo de la medida del otro. ¿Cuánto mide el mayor de dichos ángulos?



Resolución:

- En el $\angle BCD$:



- Del gráfico:

$$x + 5x = 90^\circ$$

$$6x = 90^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

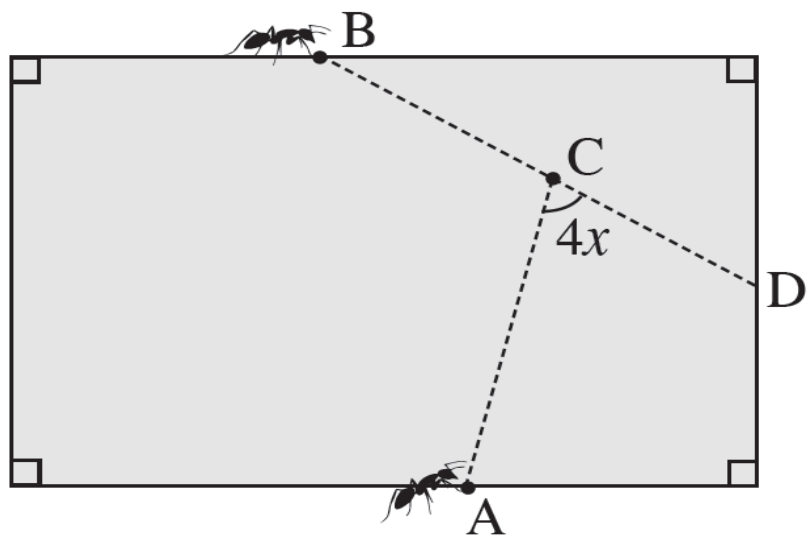
- Piden:

$$5x = 5(15^\circ)$$

$$5x = 75^\circ$$



7. Dos hormigas se ubican en los puntos A y B; dichas hormigas se dirigirán a los puntos C y D, respectivamente, siguiendo trayectorias rectilíneas. Si el ángulo ACB es obtuso, halle el máximo valor entero que puede tomar x.



Resolución:

- Dato: $\angle ACB$ es obtuso.
- Piden: $x_{\text{máx}}$

$$S_{\alpha} = 180^{\circ} - \alpha$$

$$90^{\circ} < 180^{\circ} - 4x < 180^{\circ}$$
$$90^{\circ} < 180^{\circ} - 4x$$
$$4x < 180^{\circ} - 90^{\circ}$$
$$4x < 90^{\circ}$$
$$x < 22,5^{\circ}$$

$$x = 1^{\circ}, 2^{\circ}, \dots, 21^{\circ}, \text{22}^{\circ}$$
$$90^{\circ} < \omega < 180^{\circ}$$
$$x_{\text{máx}} = 22^{\circ}$$