ARITHMETIC Chapter 15



Y+X=

Divisibilidad I





Teorema: La suma de dos impares consecutivos es un múltiplo de 4.

¿Seguro que es verdad? Probemos algunos casos 1 + 3 = 4, 3 + 5 = 8, 5 + 7 = 12, 19 + 21 = 40, 157 + 159 = 316, ...

¿Cómo demostrarlo con dos impares consecutivos cualesquiera? Los números pares son múltiplos de dos; son de la forma 2n. Cada número impar es el siguiente de un número par: es de la forma 2n+1.

El siguiente del número impar 2n + 1 es el número par 2n + 2, cuyo siguiente es el número impar (2n+2) + 1 = 2n + 3.

La suma de dos impares consecutivos es:

(2n + 1) + (2n + 3) = 2n + 1 + 2n + 3 = 4n + 4Esta suma es un múltiplo de 4 puesto que 4n + 4 = 4(n + 1).



TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

En general:

Donde:

$$A = B \times k$$

$$A \in Z; B \in Z^{+}; k \in Z$$

$$M \circ dulo$$

Notación:

$$A = \mathring{B} = \mathring{B} = Bk$$

"A es múltiplo de B"

"A es divisible entre B"

"B es divisor de A"

"B es factor de A"



Para números no divisibles

Por defecto

$$A = Bk + r_d$$

$$A = B + r_d$$

Por exceso

$$A = B(k+1) - r_e$$

$$A = B - r_e$$

Donde:

$$A = \mathring{B} + r_d = \mathring{B} - r_e$$



$$39 = 5x7 + 4$$

$$39 = 5 + 4$$

$$39 = 5 \times 8 - 1$$

$$39 = \hat{5} - 1$$

Donde:

$$\mathring{5} + 4 = \mathring{5} - 1$$



Principios fundamentales

$$Arr$$
 $\stackrel{\circ}{n}^{k} = \stackrel{\circ}{n}, \forall k \in \mathbb{Z}^{+}$

$$\bullet$$
 $\mathring{n} - \mathring{n} = \mathring{n}$

♦ Si
$$23\mathring{a} = 5$$
 → $\mathring{a} = 5$, Observación: $23 \neq 5$ °

$$(n + r)^{k} = n + r^{k}$$

♦
$$(n - r)^k =$$

$$\begin{cases} n + r^k \leftrightarrow k : par \\ n - r^k \leftrightarrow k : impar \end{cases}$$

$$(\mathring{n} + a)(\mathring{n} + b)...(\mathring{n} + p) = \mathring{n} + a \times b \times ... \times p$$



- Si un numero es múltiplo de Si un numero es múltiplo de cierto módulo, será múltiplo de cualquiera de los divisores
- de dichos números

$$\begin{array}{c}
\circ \\
1 \\
\circ \\
5 \\
\end{array}$$
Si A = 35 \rightarrow A = $\begin{array}{c}
\circ \\
7 \\
\end{array}$

varios módulos será múltiplo del (m.c.m) de dichos números

Si:
$$B = 12$$
 $B = 15$
 $B = 6$
 $B = 6$
 $B = 60$





¿Cuántos múltiplos de 8 terminados en 6 existen entre 39 y 721?

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

Pero:

Donde:

valores (k) =
$$\frac{87 - 2}{5}$$
 = $\frac{85}{5}$

Piden:

$$\therefore$$
 # valores (k) = 17





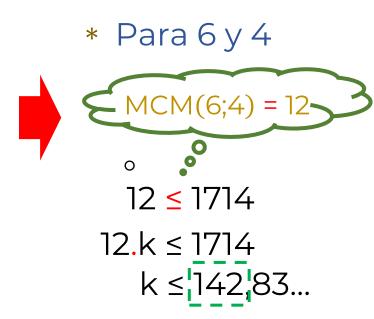
Del 1 al 1714, ¿Cuántos números son divisibles por 6 pero no por 4?

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

* Para 6

6 ≤ 1714 6.k ≤ 1714 k ≤ 285,66...



Piden:

múltiplos de 6 pero no de 4

∴ 285 - 142 = 143

RPTA: 143





Al dividir N entre 8 deja residuo 3. Determine el residuo que se obtiene al dividir

$$E = (N^3).(6N) + 2N$$
 entre 8.

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$N = 8 + 3$$

Reemplazando en E

$$E = (\mathring{8} + 3)^3 \cdot 6(\mathring{8} + 3) + 2(\mathring{8} + 3)$$

$$E = (\mathring{8} + 27)(\mathring{8} + 18) + (\mathring{8} + 6)$$

$$E = (\mathring{8} + 3)(\mathring{8} + 2) + (\mathring{8} + 6)$$

$$E = (\mathring{8} + 6) + (\mathring{8} + 6)$$

$$E = 8 + 6 + 8 + 6$$

$$E = 8 + 12 = 8 + 4$$



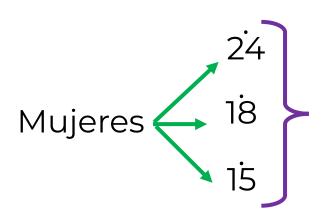


En el colegio Saco Oliveros de Lince hay 450 alumnos, de las mujeres se sabe que $\frac{7}{24}$ usan falda, $\frac{5}{18}$ son mayores de edad y $\frac{4}{15}$ practican ajedrez. ¿Cuántos hombres hay?

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

Total: 450



Mujeres = mcm(24;18;15)

Mujeres = 360

Mujeres = 360.k < 450

Mujeres = 360

Pero:

Varones + Mujeres = 450

360 + Varones = 450

∴ Varones = 90

RPTA:

90





Halle el residuo que se obtiene al dividir 1850¹²⁵ entre 7.

RESOLUCIÓN

Operando:
$$1850^{125} = (\mathring{7} + 2)^{125}$$

= $\mathring{7} + 2^{125}$
= $\mathring{7} + (2^3)^{4^{1}}$. 2^2
= $\mathring{7} + (\mathring{7} + 1)^{4^{1}}$. 2^2
= $\mathring{7} + (\mathring{7} + 1)$. 4
= $\mathring{7} + \mathring{7} + 4$

Donde:

$$1850^{125} = \overset{\circ}{7} + \overset{\checkmark}{4}$$

Piden:

RPTA:





En la fiesta de aniversario del Rotary Club asistieron 120 personas entre damas, caballeros y niños; el número de caballeros que no bailaban en un momento dado era igual a la tercera parte del número de damas; el número de niños era igual a la quinta parte del número de damas y la cuarta parte del número de damas fue con minifalda. ¿Cuántas damas no bailaban en dicho momento?

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos: Total personas = 120

Damas =
$$MCM(3;5;4)$$
Damas = 60
Damas = $60.k$

Damas < 120 Damas = 60

Pero los niños: $\frac{1}{5}.60 = 12$

* Caballeros $\frac{1}{3}.60 = 20$ que no bailan:

Luego:

- * Caballeros que bailan =48-20 = 28
- * Damas que bailan = 28

Piden:

Damas que no bailan 60 - 28





En una fiesta asistieron un número de personas que es mayor que 200 pero menor que 350. En cierto momento se observó que los $\frac{2}{11}$ de los asistentes son varones que están bebiendo y los $\frac{5}{13}$ de los asistentes son mujeres que están bailando o bebiendo. ¿Cuántas mujeres están bailando o bebiendo?

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos: # asistentes: X

$$X = MCM(11;13)$$
 $X = 143$
 $X = 143.k$

Donde:

si:
$$k = 2 \implies X = 286$$

Luego:

* Varones que beben: $\frac{2}{11}.286 = 52$

Piden:

* Mujeres que bailan o beben:

$$\frac{5}{13}.286 = 110$$