

# MATHEMATICAL REASONING

## Chapter 10

**4th**  
SECONDARY

Leyes de Composición



 **SACO OLIVEROS**

HELICO MOTIVATION

# RELOJES MATEMÁTICOS



# ¿QUÉ ES UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA?

Es una operación matemática definida en un determinado conjunto. También se le puede llamar operación binaria, y puede tener una presentación algebraica o una presentación tabular.

$$a * b = a + b - 12$$

**Fila de entrada**

**Columna de entrada**

*	1	2	3	4
1	4	6	8	10
2	8	10	12	14
3	12	14	16	18
4	16	18	20	22

**Cuerpo o matriz de resultados**

# PROPIEDADES

## PROPIEDAD CLAUSURATIVA O CERRADA

Se refiere a que todos los elementos, tanto los de partida como los resultados, sean elementos de un mismo conjunto dado.

Ejemplo:

Sea:  $A = \{1; 2; 3; 4\}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

### OBSERVACIÓN

Se observa que todos los elementos de la tabla pertenecen al conjunto A

# PROPIEDADES

## PROPIEDAD CONMUTATIVA:

Una operación  
será conmutativa  
si se cumple que:

$$a * b = b * a$$

En una tabla:

*	1	3	5	7
1	1	3	5	7
3	3	5	7	1
5	5	7	1	3
7	7	1	3	5

### OBSERVACIÓN

Después de verificar  
que la fila y columna  
de entrada estén en  
el mismo orden; si se  
da la distribución  
simétrica respecto a  
la diagonal principal  
es conmutativa.

Por lo tanto, es:  
**CONMUTATIVA**

# PROPIEDADES

## PROPIEDAD DEL ELEMENTO NEUTRO (e)

$$a * e = e * a = a$$

En una operación algebraica:

$$a * b = a + b - 12$$

$$a * e = a + e - 12$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 12$$

$$12 = e$$

En una operación tabular:

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$

# PROPIEDADES

## PROPIEDAD DEL ELEMENTO INVERSO( $a^{-1}$ )

Se define en  $\mathbb{Z}$ :

$$a \Delta a^{-1} = a^{-1} \Delta a = e$$

Halle el valor de  $5^{-1}$  en:

$$m \Delta n = m + n - 10$$

$$e = 10$$

$$a \Delta a^{-1} = a + a^{-1} - 10$$

$$e = a + a^{-1} - 10$$

$$10 = a + a^{-1} - 10$$

$$20 - a = a^{-1}$$

$$20 - 5 = 5^{-1}$$

$$15 = 5^{-1}$$

En una operación tabular:

Halle el valor de  $4^{-1}$

$\Delta$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$

$$4^{-1} = 2$$



# RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA





## PROBLEMA 1

En una práctica de matemáticas del curso de razonamiento matemático se planteó el siguiente problema:

$$m \Delta n = 2m + n$$

Podría usted calcular el valor de:

$$E = 10 \Delta (-6)$$

**Resolución:**

$$m \Delta n = 2m + n$$

$$10 \Delta -6 = 2(10) + (-6)$$

$$10 \Delta -6 = 20 + (-6)$$

$$10 \Delta -6 = 20 - 6$$

$$10 \Delta -6 = 14$$

$$\therefore \underline{\underline{14}}$$

## PROBLEMA 2

Raquel participa en el Concurso Nacional de Matemática, representando al colegio Saco Oliveros donde le proponen el siguiente problema:

$$\text{Si: } a \boxed{\times} b = \frac{3ab}{5}$$

Calcular el valor de:

$$E = 10000 \boxed{\times} e$$

**Resolución:**

Recordemos:

$$a * e = e * a = a$$

$$a \boxed{\times} e = \frac{3ae}{5}$$

$$\cancel{a} = \frac{\cancel{3ae}}{5}$$

$$\frac{5}{3} = e$$

$$E = 10000 \boxed{\times} e$$

$$E = 10000 \boxed{\times} \frac{5}{3}$$

$$E = \frac{3(1000) \frac{5}{3}}{5}$$

$$\therefore E = \underline{\underline{1000}}$$

### PROBLEMA 3

Álvaro está estudiando su libro de matemática, para su examen bimestral y tiene dificultad con el siguiente problema:

Si:  $A * B = A + B - 5$

se define en  $\mathbb{Z}$ ; responda verdadero (V) o falso (F).

Si Álvaro respondió todas correctamente. Podría decir, ¿cuál fue su respuesta?

### Resolución:

a. El elemento neutro es  $-5$ . ( F )

$$A * B = A + B - 5$$

$$\underbrace{A * e}_{\text{blue brace}} = A + e - 5$$

$$\cancel{A} = \cancel{A} + e - 5$$

$$5 = e$$

b. La operación es conmutativa. ( V )

c. La operación es asociativa. ( V )

$$\therefore \underline{\underline{F, V, V}}$$

## PROBLEMA 4

Ximena participa en un concurso de becas para poder ingresar al colegio Saco Oliveros, si la última pregunta que le falta resolver es la siguiente:

Se define en  $\mathbb{Z}$

$$m \Delta n = m + n - 8$$

Hallar el valor de:

$$3^{-1} \text{ y } 4^{-1}$$

Si ella respondió correctamente.  
¿Qué respuesta dió?

**Resolución:**

Recordemos:  $a \Delta a^{-1} = a^{-1} \Delta a = e$

De la operación:  $e = 8$

$$m \Delta n = m + n - 8$$

$$\underbrace{a \Delta a^{-1}} = a + a^{-1} - 8$$

$$e = a + a^{-1} - 8$$

$$8 = a + a^{-1} - 8$$

$$16 - a = a^{-1}$$

$$13 = 3^{-1} \quad ; \quad 12 = 4^{-1}$$

$$\therefore \underline{\underline{13; 12}}$$

## PROBLEMA 5

Se define en  $\mathbb{Z}$

$$\text{Si: } p \heartsuit q = p + q - 6$$

Determine:

$$2^{-1} \heartsuit 5^{-1}$$

Recordemos:

$$a \heartsuit a^{-1} = a^{-1} \heartsuit a = e$$

$$\text{De la operación: } e = 6$$

Resolución:

$$p \heartsuit q = p + q - 6$$

$$\underbrace{a \heartsuit a^{-1}} = a + a^{-1} - 6$$

$$e = a + a^{-1} - 6$$

$$6 = a + a^{-1} - 6$$

$$12 - a = a^{-1}$$

$$10 = 2^{-1}$$

$$7 = 5^{-1}$$

Piden:

$$2^{-1} \heartsuit 5^{-1} \Rightarrow 10 \heartsuit 7 = 10 + 7 - 6$$

$$\therefore \underline{\underline{11}}$$

## PROBLEMA 6

Angélica discutía con su amiga Camila sobre la resolución más corta para este problema:

Si:  $m \otimes n = \frac{mn}{3}$

, definida en  $\mathbb{R}$

Calcule el valor de P

$$P = 4^{-1} \otimes 6^{-1}$$

## Resolución:

Elemento neutro:

$$m \otimes n = \frac{mn}{3}$$

$$\underbrace{a \otimes e} = \frac{ae}{3}$$

$$\cancel{a} = \frac{\cancel{a}e}{3}$$

$$3 = e$$

$$m \otimes n = \frac{mn}{3}$$

$$\underbrace{a \otimes a^{-1}}_e = \frac{a \cdot a^{-1}}{3}$$

$$3 = \frac{a \cdot a^{-1}}{3}$$

$$9 = a \cdot a^{-1}$$

$$P = 4^{-1} \otimes 6^{-1}$$

$$P = \frac{9}{4} \otimes \frac{3}{2}$$

$$P = \frac{\frac{27}{8}}{3} = \frac{27}{24}$$

$$\therefore P = \frac{9}{8}$$

**PROBLEMA 7**

En el examen de admisión para la Universidad Nacional Mayor de San Marcos se propuso el siguiente problema:

Si:  $m \Delta n = \frac{2mn}{3}$

, definida en  $\mathbb{R}$

Calcule el valor de:

$$P = 27^{-1} \Delta \left[ \frac{1}{16} \right]^{-1}$$

**Resolución:**

Elemento neutro:

$$m \Delta n = \frac{2mn}{3}$$

$$\underbrace{a \Delta e}_{e} = \frac{2ae}{3}$$

$$\cancel{a} = \frac{\cancel{2}ae}{3}$$

$$\frac{3}{2} = e$$

$$m \Delta n = \frac{2mn}{3}$$

$$\underbrace{a \Delta a^{-1}}_e = \frac{2a \cdot a^{-1}}{3}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2a \cdot a^{-1}}{3}$$

$$\frac{9}{4} = a \cdot a^{-1}$$

$$27^{-1} = \frac{1}{12}$$

$$\left[ \frac{1}{16} \right]^{-1} = 16$$

$$P = 27^{-1} \Delta \left[ \frac{1}{16} \right]^{-1}$$

$$P = \frac{1}{12} \Delta 16$$

$$P = \frac{2(3)}{3}$$

$$\therefore \underline{\underline{2}}$$