

# ARITHMETIC

## Chapter 6

MCD





# ARITHMETIC

## índice

---

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >

Una regla muy poco considerada para el cálculo del MCD es

## REGLA DE STURM

Calcule el MCD de 2520; 3060; 2790 y 4545.

### Resolución

2520	3060	2790	4545	
↓	-2520	-2520	-2520	
2520	540	270	2025	← Residuo
-2430	-540	↓	-1890	
90	0	270	135	← Residuo
↓		-270	-90	
90		0	45	
-90			↓	
0			45	= MCD

# MOTIVATING STRATEGY

# Métodos para determinar el : MCD

## Por descomposición simultánea

**Ejm** El MCD de 56; 140 y 168 es

$$\begin{array}{r|l} 56 - 140 - 168 & 2 \\ 28 - 70 - 84 & 2 \\ 14 - 35 - 42 & 7 \\ 2 - 5 - 6 & \end{array}$$

$$\text{MCD}(56, 140, 168) = 2^2 \times 7 = 28$$

## Por descomposición canónica

$$A = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \dots (\text{DC})$$

$$B = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCD}(A, B) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

# PROPIEDADES

Dados  $A$  y  $B \in \mathbb{Z}^+$  se cumple que

\* Si  $A = \overset{\circ}{B}$  (múltiplo de  $B$ )

$$\text{MCD}(A, B) = B$$

\* Si  $A$  y  $B$  son PESI

$$\text{MCD}(A, B) = 1$$

\* Si  $\text{MCD}(A, B) = d$ ,

$$A = d\alpha, B = d\beta$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son PESI

\*  $\text{MCD}(A, B) = p$

$\text{MCD}(B, C) = q$

$$\text{MCD}(A, B, C) = \text{MCD}(p, q)$$

## Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



# HELICO PRACTICE



Calcule la suma de las cifras del MCD de M y N si

$$M = 2^2 \times 3^3 \times 5^3$$

$$N = 3^2 \times 2^5 \times 7^2$$

**RECORDEMOS**

Por descomposición canónica

$$A = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \dots (\text{DC})$$

$$B = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCD}(A, B) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

Aplicamos método descomposición canónica

$$M = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \dots (\text{DC})$$

$$N = 3^2 \times 2^5 \times 7^2 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCD}(M, N) = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{MCD}(M, N) = 36$$

$$\therefore 3 + 6 =$$

**Respuesta**

**9**



Si se sabe que:  
 $\text{MCD}(4k^2, 16k^2) = 64$ ,  
calcule  $(k + 2)^2$ .

**RECORDEMOS**

*Por propiedad:*

Si  $A = \overset{\circ}{B}$  (múltiplo de B)  
 $\text{MCD}(A, B) = B$

$$\text{MCD}(4k^2, 16k^2) = 64$$

$$4k^2 = 64$$

$$k^2 = 16$$

$$k = 4$$

$$\therefore (4 + 2)^2 = \text{Respuesta}$$

$$\therefore 36$$





Si el  $\text{MCD}(A, B)=16$  y el  $\text{MCD}(B, C)=32$ , halle el  $\text{MCD}(A, B, C)$ .

**RECORDEMOS**


$$\text{MCD}(A, B) = p$$

$$\text{MCD}(B, C) = q$$

$$\text{MCD}(A, B, C) = \text{MCD}(p, q)$$

$$\text{MCD}(A, B) = 16$$

$$\text{MCD}(B, C) = 32$$

 
$$\text{MCD}(A, B, C) = \text{MCD}(16, 32)$$

$$\therefore \text{MCD}(A, B, C) = 16$$

**Respuesta** **$\therefore 16$**



Patty a comprado tres cuerdas de 40 m, 72 m y 96 m para elaborar sus manualidades y debe cortarlas en partes iguales más pequeñas sin que sobre cuerda. ¿Cual es la menor cantidad de partes que logra obtener Patty?

### RECORDEMOS

Por descomposición simultánea

El MCD de 56; 140 y 168 es

Ejm	56	-	140	-	168		2
	28	-	70	-	84		2
	14	-	35	-	42		7
	2	-	5	-	6		

$$\text{MCD}(56, 140, 168) = 2^2 \times 7 = 28$$

$$\text{MCD}(A; B) = 2 \times 2 \times 2$$

$$\text{MCD}(A; B) = 8$$

Máxima longitud de cada parte

$$\begin{aligned} &\diamond 5 + 9 + 12 \\ &= 26 \text{ partes} \end{aligned}$$

40	-	72	-	96		2
20	-	36	-	48		2
10	-	18	-	24		2
5	-	9	-	12		

cantidad de partes

Respuesta

**∴ 26 partes**



Al preguntar Alejandro a Sergio por su edad, este le contesta: “Tengo tantos años como la mayor cantidad entre la cual se puede dividir 72 y 96 de manera exacta”.

¿ Que edad tendrá Sergio dentro de 7 años?

**RECORDEMOS**

La mayor cantidad entre la cual se puede dividir 72 y 96 de manera exacta es igual al **MCD de 72 y 96**

**Resolución**

72 - 96	6
12 - 16	2
6 - 8	2
3 - 4	

**PESI**

$$\text{MCD}(A; B) = 6 \times 2 \times 2$$

$$\text{MCD}(A; B) = 24$$

Sergio tiene 24 años

**Respuesta**  $\therefore$  Sergio tendrá  $24 + 7 = 31$  años

## Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



# HELICO WORKSHOP

## Problema 06



Calcule la suma de las cifras del MCD de P y Q si

$$P = 2^2 \times 3^3 \times 5^3$$

$$Q = 3^4 \times 2^5 \times 7^2$$



## Problema 07



Si se sabe que  $\text{MCD}(5k^2, 25k^2) = 125$ , calcule  $(k + 2)^2$ .



## Problema 08



Si el  $\text{MCD}(A, B) = 18$  y el  $\text{MCD}(B, C) = 36$ , halle el  $\text{MCD}(A, B, C)$ .



### Problema 09



Àlex tiene un negocio de materiales para la elaboración de maquetas por lo cual debe cortar dos listones de madera en trozos de igual longitud y lo más largo posible sin que sobre material. Si los listones miden 140 cm y 98 cm. ¿Cuántos trozos obtendrá?

### Problema 10



Carlos tiene un negocio de materiales para la elaboración de maquetas por lo cual debe cortar dos listones de madera en trozos de igual longitud y lo más largo posible sin que sobre material. Si los listones miden 180 cm y 132 cm, ¿cuántos trozos obtendrá?

