

TRIGONOMETRY

Chapter 20

1st
SECONDARY

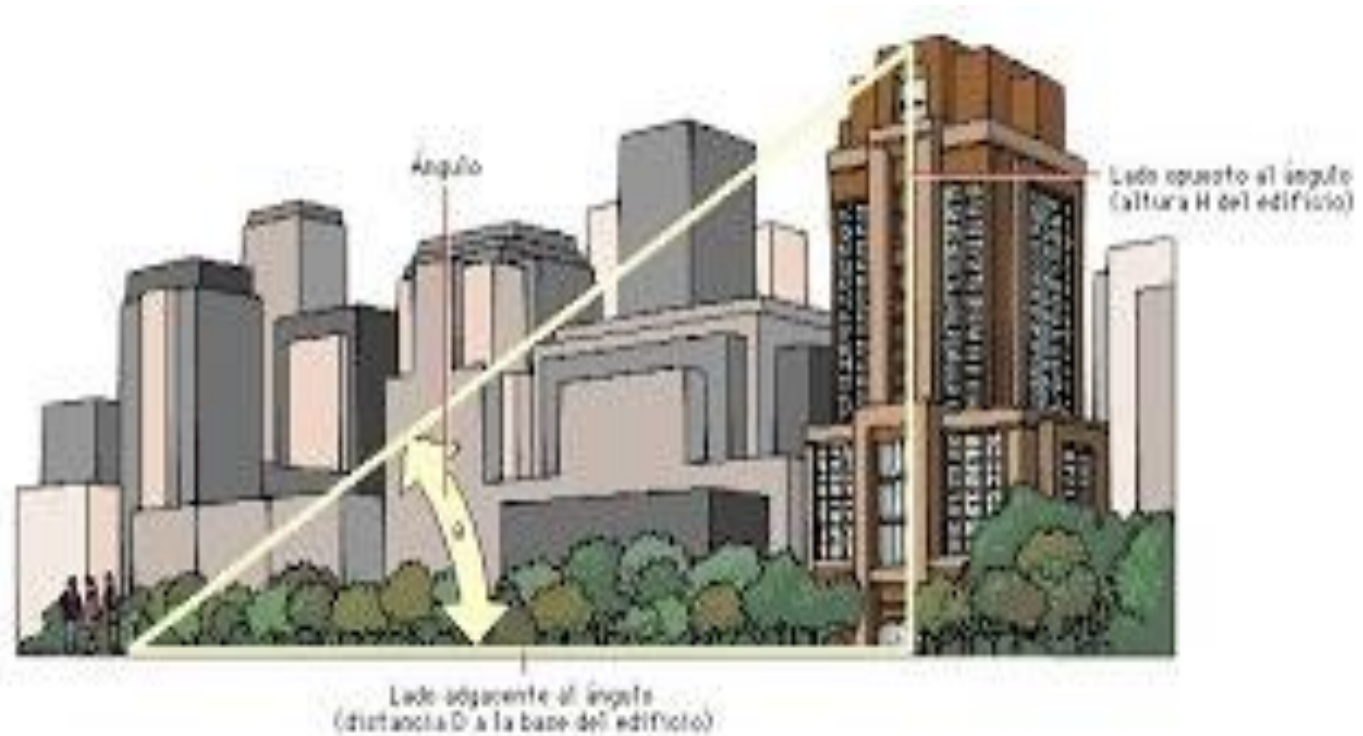
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL II



La Trigonometría ... ¿ Para qué sirve o para qué la usamos ?

La trigonometría nos sirve para calcular distancias sin la necesidad de recorrerlas.

La trigonometría en la vida real es muy utilizada ya que podemos medir alturas o distancias, realizar medición de ángulos, entre otras cosas.



ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

DEFINICIÓN :

Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, posee :

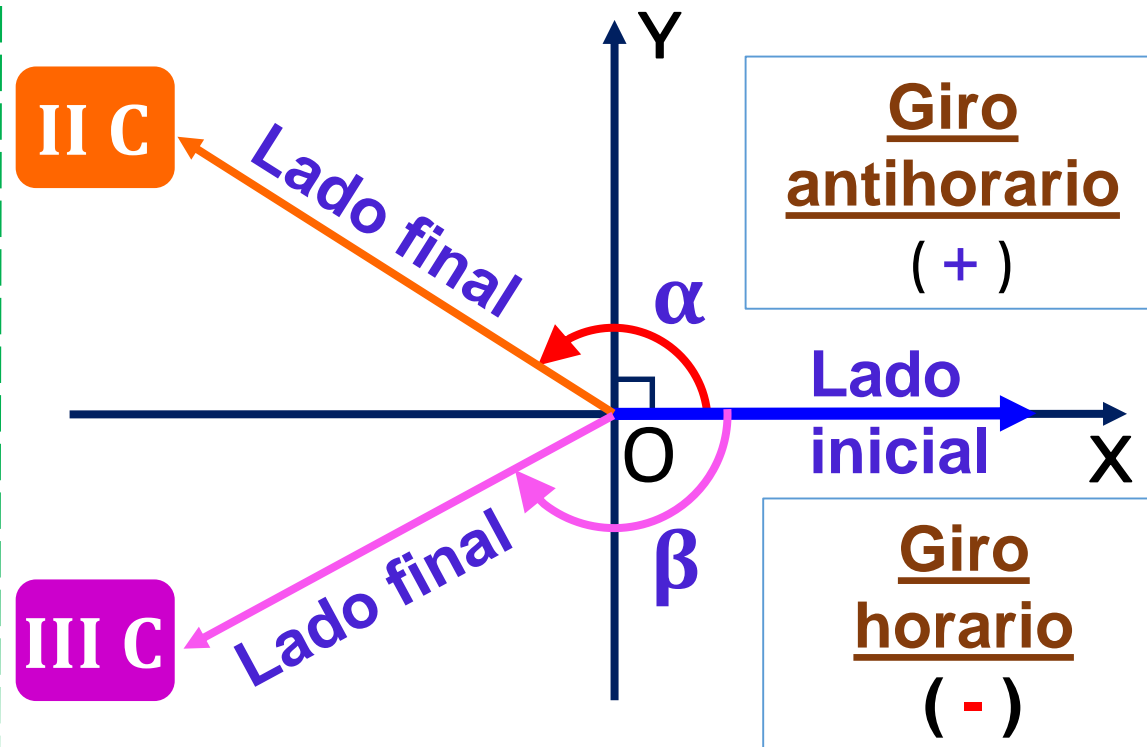
- **Vértice** : Origen de coordenadas.
- **Lado inicial** : Semieje X positivo.
- **Lado final** : Se ubica en cualquier cuadrante o semieje del plano.

OBSERVACIÓN :

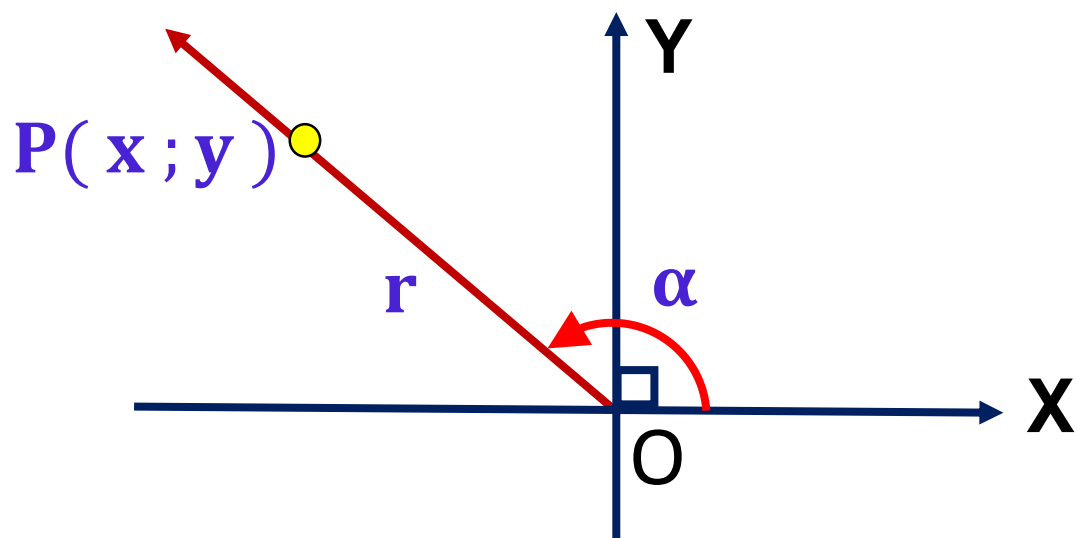


La posición del lado final de un ángulo en posición normal, determina el cuadrante o semieje al cual pertenece dicho ángulo .

Representación gráfica :



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL II



α : ángulo en posición normal .

x : abscisa del punto P .

y : ordenada del punto P .

r : radio vector del punto P.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

DEFINICIONES :

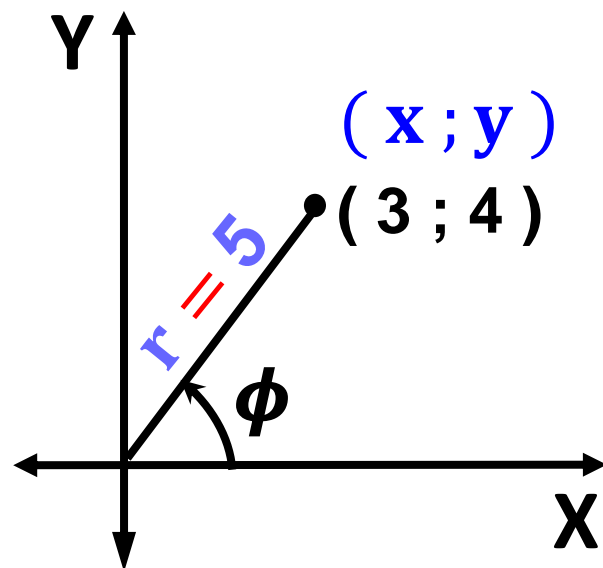
$\cot \alpha$	$\sec \alpha$	$\csc \alpha$
$\frac{x}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{r}{y}$



HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, complete el siguiente cuadro.

$\cot\phi$	$\frac{3}{4}$
$\sec\phi$	$\frac{5}{3}$
$\csc\phi$	$\frac{5}{4}$



RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = 3$; $y = 4$

Luego :

$$r = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16}$$

$$r = \sqrt{25} \Rightarrow r = 5$$

RECORDAR :

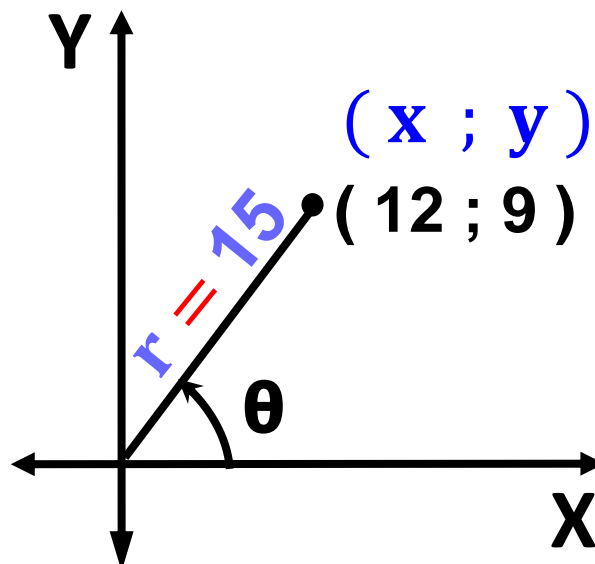
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$\cot\phi$	$\sec\phi$	$\csc\phi$
$\frac{x}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{r}{y}$

HELICO PRACTICE 2

Del gráfico, calcule $\sec^2 \theta$.



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\sec \theta$$

$$\frac{r}{x}$$



RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = 12$; $y = 9$

Luego :

$$r = \sqrt{(12)^2 + (9)^2} = \sqrt{144 + 81}$$

$$r = \sqrt{225} \Rightarrow r = 15$$

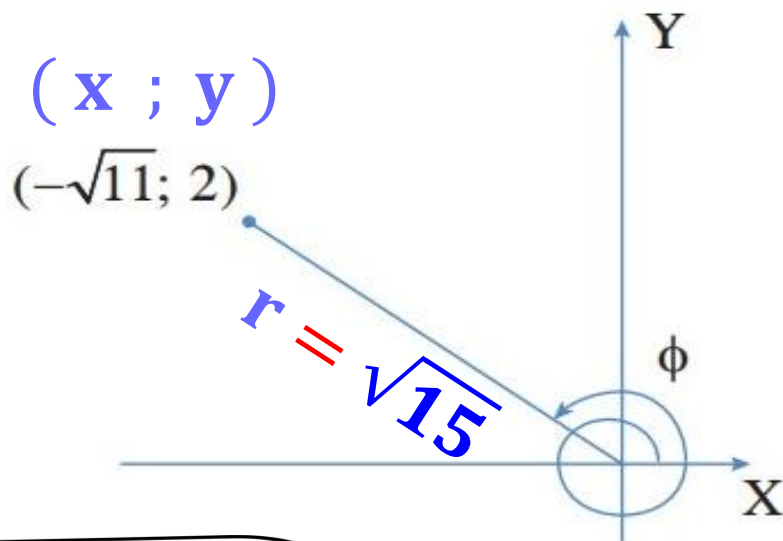
$$\sec^2 \theta = \left(\frac{15}{12} \right)^2 = \left(\frac{5}{4} \right)^2$$

$$\therefore \sec^2 \theta = \frac{25}{16}$$

HELICO PRACTICE 3

Del gráfico, efectúe

$$E = \sqrt{15} \csc \phi$$



RECORDAR :



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\csc \phi$

$$\frac{r}{y}$$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = -\sqrt{11}$; $y = 2$

Luego :

$$r = \sqrt{(-\sqrt{11})^2 + (2)^2} = \sqrt{11 + 4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{15}$$

Efectuamos E :

$$E = \sqrt{15} \left(\frac{\sqrt{15}}{2} \right)$$

$$\therefore E = \frac{15}{2}$$

HELICO PRACTICE 4

Si el punto $P(-2 ; 3)$ pertenece al lado final de un ángulo ϕ en posición normal; efectúe $K = \sec\phi \cdot \csc\phi$

RESOLUCIÓN

Según datos : $x = -2$; $y = 3$

Luego calculamos r :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2}$$

$$r = \sqrt{4 + 9} \Rightarrow r = \sqrt{13}$$

Finalmente efectuamos K :

$$K = \left(\frac{r}{x}\right) \left(\frac{r}{y}\right)$$

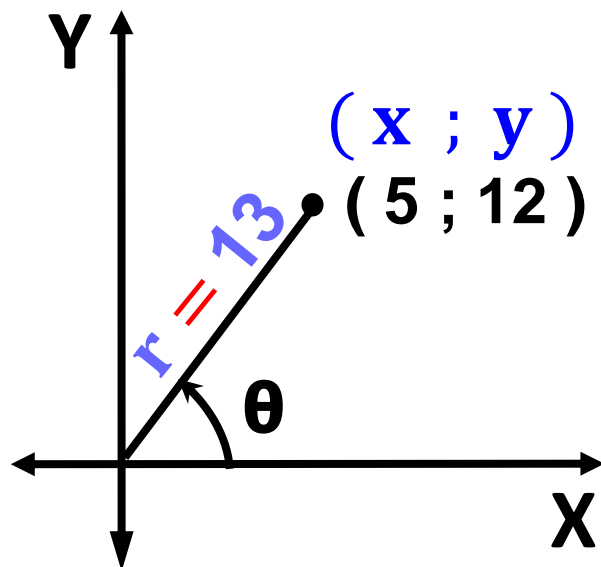
$$K = \left(\frac{\sqrt{13}}{-2}\right) \left(\frac{\sqrt{13}}{3}\right)$$

$$\therefore K = -\frac{13}{6}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, efectúe

$$H = \csc\theta + \cot\theta .$$



RECORDAR :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$\csc\theta$$

$$\frac{r}{y}$$

$$\cot\theta$$

$$\frac{x}{y}$$

RESOLUCIÓN

Según gráfico : $x = 5$; $y = 12$

Luego :

$$r = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144}$$

$$r = \sqrt{169} \Rightarrow r = 13$$

Efectuamos $H = \csc\theta + \cot\theta$:

$$H = \frac{13}{12} + \frac{5}{12} = \frac{18}{12}$$

$$\therefore H = \frac{3}{2}$$

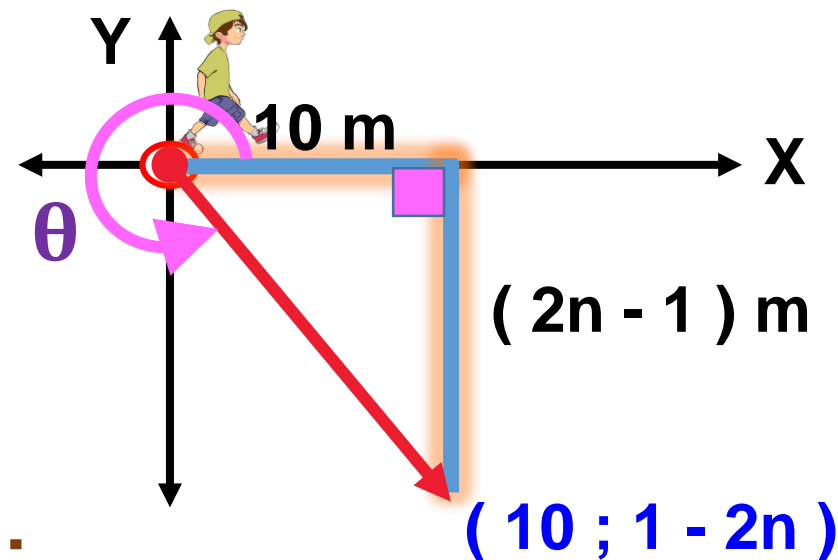
HELICO PRACTICE 6

RESOLUCIÓN

En un juego interactivo organizado por el profesor de trigonometría, para el último acertijo se tienen las siguientes indicaciones:

- Dirigirse al centro del patio deportivo (origen de coordenadas).
- Desde el centro dirigirse 10 m a la derecha y luego $(2n - 1)$ m hacia abajo.

Si se sabe que θ es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por las coordenadas antes indicadas, y además $\cot\theta = -\frac{2}{5}$; determine el valor de n .



Luego :

$$\cot\theta \quad (\text{gráfico}) = \cot\theta \quad (\text{dato})$$

$$\frac{10}{1 - 2n} = \frac{2}{-5}$$

$$-50 = 2 - 4n$$

$$4n = 52$$

$$\therefore n = 13$$

HELICO PRACTICE 7

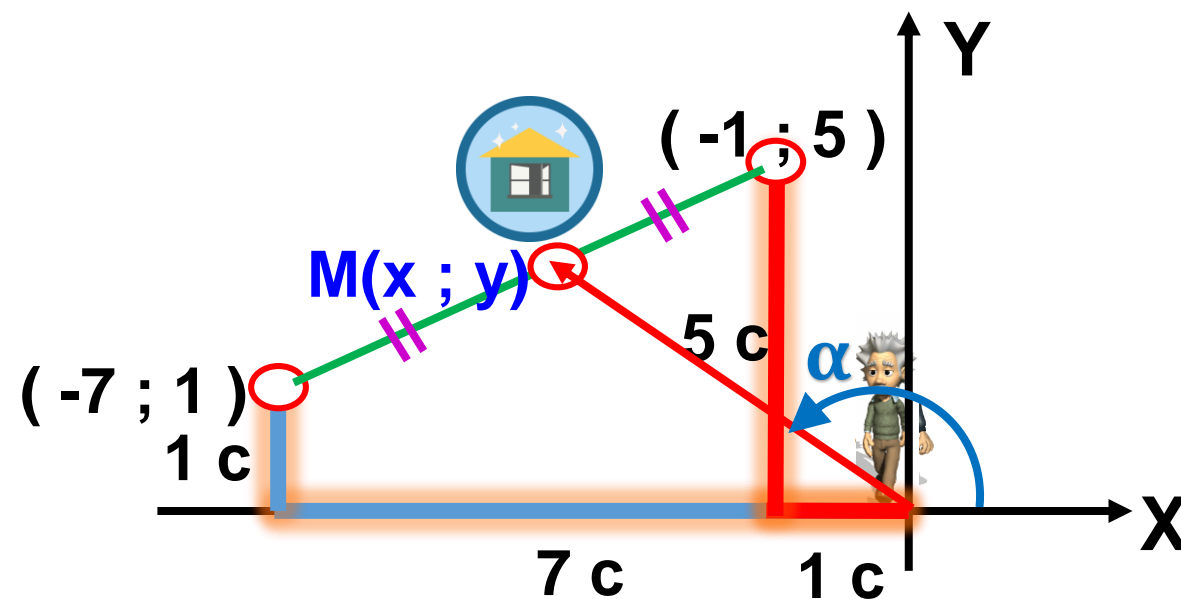
RESOLUCIÓN

En un juego interactivo organizado por el profesor de trigonometría; para el último acertijo se tienen las siguientes indicaciones:

- Dirigirse al centro del patio deportivo (origen de coordenadas).
- Desde el centro dirigirse 10 m a la derecha y luego $(2n - 1)$ m hacia abajo.

Si se sabe que θ es el ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por las coordenadas antes indicadas.

Si $\cot\theta = -\frac{2}{5}$, determine el valor de n .



M es punto medio : Calculamos $\cot\alpha$:

$$x = \frac{-7 - 1}{2} = -4$$

$$y = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

$$\cot\alpha = \frac{x}{y}$$

$$\therefore \cot\alpha = \frac{-4}{3}$$



SACO
OLIVEROS