ALGEBRA

ASESORÍA ACADÉMICA

3th
SECONDARY

2° BIMESTRE

SACO OLIVEROS

Problema 1

Si $a+b=7$ y $ab=15$

calcule a^3+b^3.

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a+b)^3 \equiv a^3+b^3+3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3-b^3-3ab(a-b)$$

Resolución:

Reemplazando en:

$$\underbrace{(a+b)}^3 = a^3+b^3+3\underbrace{ab}\underbrace{(a+b)}$$

$$(7)^3 = a^3+b^3+3(15)(7)$$

$$343 = a^3+b^3+315$$

$$\boxed{\therefore \quad a^3+b^3=28}$$

Problema 2

Si $x + y = -2z$, *simplifique*

$$R = \frac{x^3 + y^3 + 8z^3}{2xyz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$

$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 \equiv -2(ab + bc + ac)}$$

$$\boxed{a^3 + b^3 + c^3 \equiv 3abc}$$

Resolución:

Por dato:

$$x + y = -2z \longrightarrow x + y + 2z = 0$$

Si: $x + y + 2z = 0$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + (2z)^3 = 3(x)(y)(2z)$$

$$\boxed{x^3 + y^3 + 8z^3 = 6xyz}$$

Reemplazando en:

$$R = \frac{x^3 + y^3 + 8z^3}{2xyz} \qquad R = \frac{6\cancel{xyz}}{2\cancel{xyz}}$$

$$\boxed{\therefore \quad R = 3}$$

Problema 3

En la siguiente división exacta

$$\frac{5x^3 + 2x^5 - 7x^2 + ax - 4x^4 - b}{2x^2 + 1 - 2x}$$

calcule b^a.

Recuerda:

Se debe ordenar el dividendo y el divisor en forma descendente:

$$\frac{2x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 7x^2 + ax - b}{2x^2 - 2x + 1}$$

Resolución:

2	2	-4	5	-7	a	$-b$
2	$\div$	2	-1			
-1		-2	-2	1		
			2	2	-1	
				-4	-4	2
$\times$	1	-1	1	-2	0	0

$$a - 1 - 4 = 0 \qquad\qquad -b + 2 = 0$$

$$\boxed{a = 5} \qquad\qquad \boxed{b = 2}$$

$$\boxed{\therefore \quad b^a = 32}$$

Problema 4

Obtenga el valor de A si el residuo de la división es 12.

$$\frac{3x^4 + x^3 + 7x^2 + A}{3x - 2}$$

Recuerda:

Se debe completar el dividendo:

$$\frac{3x^4 + x^3 + 7x^2 + 0x + A}{3x - 2}$$

Resolución:

$$3x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}}$$

	3	1	7	0	A
$\frac{2}{3}$		2	2	6	4
$\times$	3	3	9	6	12
$\div 3$					
	1	1	3	2	

Residuo

$$\boxed{q(x) = x^3 + x^2 + 3x + 2}$$

$$\Rightarrow A + 4 = 12$$

$$\boxed{\therefore \quad A = 8}$$

Problema 5

Determine el resto en

$$\frac{(x+y-3)^2+(x+y-2)^3+(x+y)^6}{x+y+1}$$

Resolución:

$$I.\quad x+y+1=0 \Longrightarrow x+y=-1$$

$$II.\ D(x)=(\underbrace{x+y}-3)^2+(\underbrace{x+y}-2)^3+(\underbrace{x+y})^6$$

$$R(x)=(-1-3)^2+(-1-2)^3+(-1)^6$$

$$R(x)=(-4)^2+(-3)^3+1$$

$$R(x)=16-27+1$$

$$\boxed{\therefore\quad R(x)=-10}$$

Problema 6

El valor del resto de la siguiente división

$$\frac{(x-8)(x-1)(x+2)(x-5)-4}{(x-3)^2}$$

representa la edad del bisabuelo de Jorgito. ¿Cuántos años tiene el bisabuelo de Jorgito?

Resolución:

$I.\quad (x-3)^2 = 0$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$II.\quad D(x) = (x-8)(x-1)(x+2)(x-5) - 4$

$R(x) = (3-8)(3-1)(3+2)(3-5) - 4$

$R(x) = (-5)(2)(5)(-2) - 4$

$R(x) = 100 - 4 \Rightarrow \boxed{R(x) = 96}$

∴ *El bisabuelo de Jorgito tiene 96 años.*

Problema 7

Obtenga el noveno término del cociente notable generado por

$$\frac{x^{120}+y^{90}}{x^{8}+y^{6}}$$

Recordemos:

Sea la división: $\dfrac{x^{a}\pm y^{b}}{x^{p}\pm y^{q}}$

Término de lugar k:

$$T_{k}=\pm(x^{p})^{n-k}(y^{q})^{k-1}$$

donde n es el número de términos del CN: $n=\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}$

Resolución:

$$\frac{x^{120}+y^{90}}{x^{8}+y^{6}}$$

Cálculo de T_9:

$$T_{k}=\pm(x^{p})^{n-k}(y^{q})^{k-1}$$

$$\begin{cases} n=\dfrac{90}{6}=15 \\ k=9 \end{cases}$$

$$T_{9}=+(x^{8})^{15-9}(y^{6})^{9-1}$$

$$T_{9}=(x^{8})^{6}(y^{6})^{8}$$

$$\boxed{\therefore \quad T_{9}=x^{48}y^{48}}$$

Problema 8

Obtenga el término central del desarrollo del cociente notable

$$\frac{x^{42}-y^{63}}{x^2-y^3}$$

Recordemos:

Sea la división: $\dfrac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término central (T_C):

$$\boxed{T_C = \pm(x^p.y^q)^{\frac{n-1}{2}}}$$

donde: $n = \dfrac{a}{p} = \dfrac{b}{q}$

Resolución:

$$\frac{x^{42}-y^{63}}{x^2-y^3}$$

Cálculo de T_C:

$$\boxed{T_C = \pm(x^p.y^q)^{\frac{n-1}{2}}} \qquad n = \frac{63}{3} = 21$$

$$T_C = +(x^2.y^3)^{\frac{21-1}{2}}$$

$$T_C = (x^2.y^3)^{10}$$

$$\therefore \quad \boxed{T_C = x^{20}y^{30}}$$

Problema 9

Al factorizar

$$27x^3 - 64$$

indique el factor primo cuadrático.

Resolución:

$$27x^3 - 64$$

$\sqrt[3]{27x^3} \downarrow 3x$ $\quad$ $\sqrt[3]{64} \downarrow 4$

$$27x^3 - 64 = (3x - 4)\left((3x)^2 + (3x)(4) + 4^2\right)$$

$$\boxed{27x^3 - 64 = (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16)}$$

Factores primos: $(3x - 4)$ *y* $(9x^2 + 12x + 16)$

$$\boxed{\therefore \text{ Factor primo cuadrático: } 9x^2 + 12x + 16}$$

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUBOS:

$$\boxed{a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)}$$

Problema 10

Luego de factorizar

$$(ax+4b)^2-(4x+ab)^2$$

determine la suma de sus factores primos.

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$$

Resolución:

$$(ax+4b)^2-(4x+ab)^2$$

$$[(ax+4b)+(4x+ab)][(ax+4b)-(4x+ab)]$$

$$[ax+4b+4x+ab][ax+4b-4x-ab]$$

$$[x(a+4)+b(4+a)][x(a-4)+b(4-a)]$$

$$[x(a+4)+b(a+4)][x(a-4)-b(a-4)]$$

$$\boxed{(a+4)(x+b)(a-4)(x-b)}$$

Suma de factores primos:

$$a+\cancel{4}+x+\cancel{b}+a-\cancel{4}+x-\cancel{b}=2a+2x$$

$$\boxed{=2(a+x)}$$