



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 8

4th
SECONDARY

CRONOMETRÍA



 **SACO OLIVEROS**

HELICO MOTIVATING

RELOJES MATEMÁTICOS



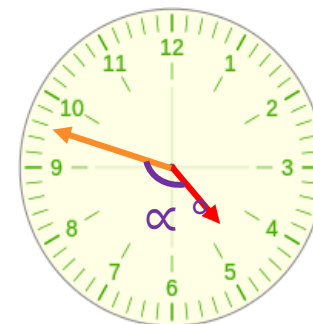
ÁNGULO ENTRE LAS MANECILLAS DE UN RELOJ (HORARIO Y MINUTERO)

Cuando un reloj marca la “h” horas y “m” minutos o abreviadamente “h : m” el ángulo formado por las manecillas del reloj (el horario y el minuterero) se obtiene directamente con la siguiente fórmula:

CASO I

CUANDO EL MINUTERO ADELANTA AL HORARIO

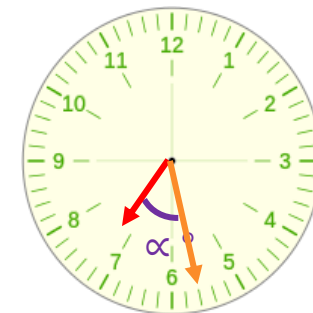
$$\alpha^{\circ} = + \frac{11}{2} M - 30 H$$



CASO II

CUANDO EL HORARIO ADELANTA AL MINUTERO

$$\alpha^{\circ} = - \frac{11}{2} M + 30 H$$

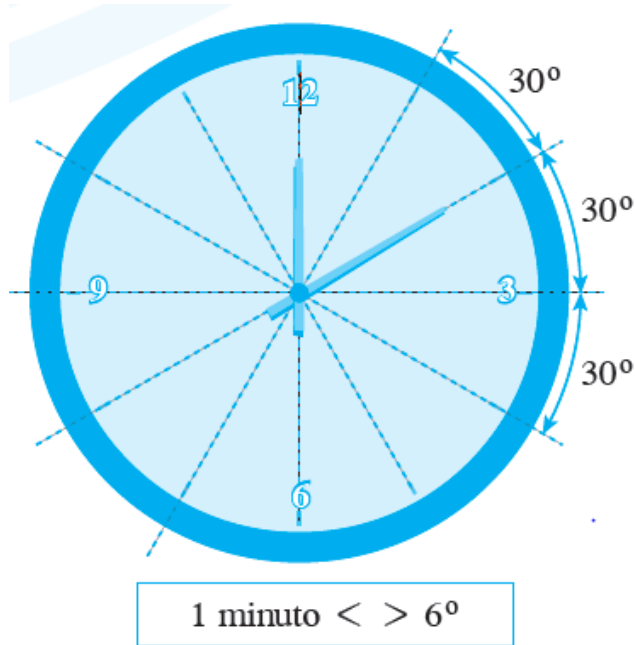


Donde α° es la medida **POSITIVA** del ángulo formado por las manecillas del reloj, Además este **ángulo formado** no debe cortar la **marca de las 12**

RELACIÓN ENTRE EL HORARIO Y EL MINUTERO

El reloj posee 12 divisiones horarias, por lo tanto, cada división horaria equivale a un arco de 30° . De esto se establece una equivalencia notable. Al pasar 5 minutos, el minuterio barre un ángulo de 30° , luego podemos decir que 5 minutos equivalen a 30° .

RELACIÓN ANGULAR



EN 1 HORA

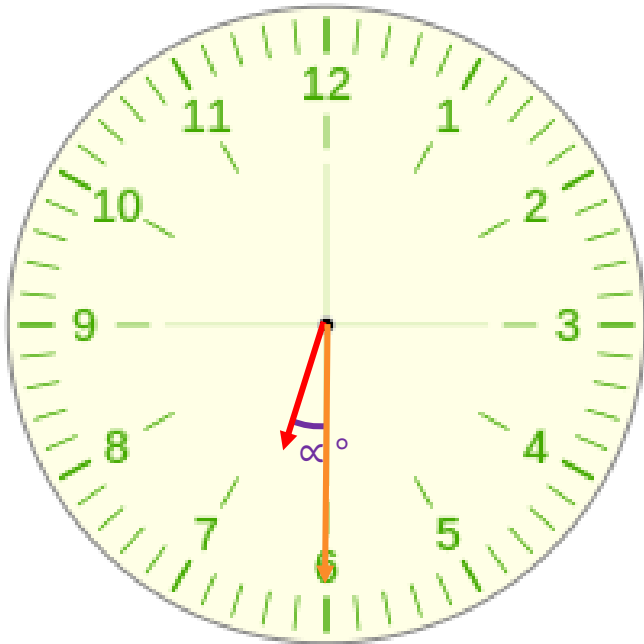
Ángulo Barrido por el HORARIO	Ángulo Barrido por el MINUTERO	TIEMPO
30°	360°	60 min
x°	$12x^\circ$	2x min

RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA



PROBLEMA 1

El profesor Carlos pregunta por la hora a su alumno Miguel y este le responde son las 6:30 p.m. , y el profesor le responde con esta pregunta: ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj de manecillas a las 6:30 p.m. Miguel?

**Resolución:**

Dada la hora: **6:30** Se tiene : $H = 6$ $M = 30$

Como el horario adelanta al minuterio , utilizaremos los signos **-,+**

Recordemos:

$$\alpha = -\frac{11}{2}M + 30H$$

Reemplazando:

$$\alpha = -\frac{11}{2}(30) + 30(6)$$

$$\alpha = -165 + 180$$

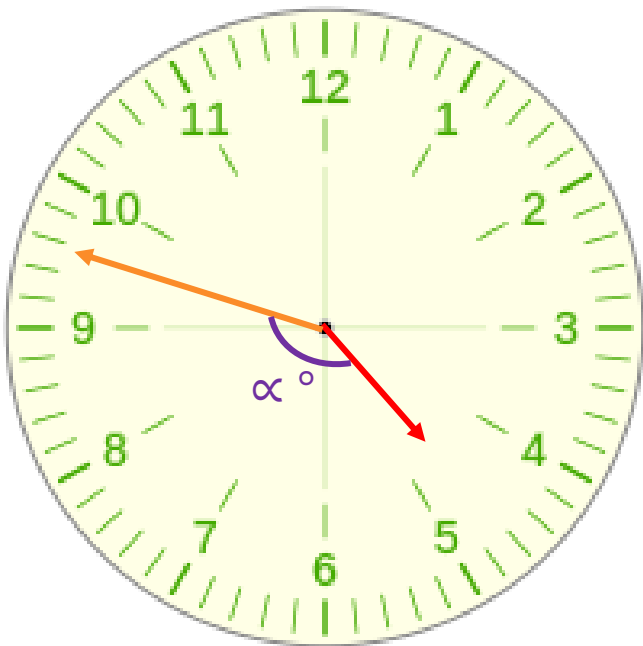
$$\alpha = 15^\circ$$

Rpta.

15°

PROBLEMA 2

Paolo está dando su práctica calificada y tiene dificultad con este problema: ¿Qué ángulo forman las manecillas de un reloj a las 4:48 p.m.? Si Paolo se equivoca al momento de resolver el problema y se paso por 10° más. ¿Cuál fue respuesta que dio Paolo?

**Resolución:**

Dada la hora: **4:48** Se tiene que: $H = 4$ $M = 48$

Como el minuterio adelanta al horario , utilizaremos los signos **+, -**

Recordemos:

$$\alpha = + \frac{11}{2} M - 30 H$$

Reemplazando:

$$\alpha = + \frac{11}{2} (48) - 30 (4)$$

$$\alpha = + 264 - 120$$

$$\alpha = 144^\circ$$

Respuesta de Paolo: 154°

Rpta. 154°

PROBLEMA 3

Los alumnos de cuarto año del colegio Saco Oliveros están de viaje de promoción con el profesor Geovani en la ciudad de Huancayo, Al estar paseando por la plaza principal, observan el reloj de la catedral que indicaba las 8:24 a.m. El profesor Geovani aprovecha esta situación y les pregunta a sus alumnos: ¿Qué ángulo forman el horario y el minuterero a las 8:24 h?

**Resolución:**

Dada la hora: **8:24** Se tiene : $H = 8$ $M = 24$

Como el horario adelanta al minuterero, utilizaremos los signos $-, +$

Recordemos:

$$\alpha = -\frac{11}{2}M + 30H$$

Reemplazando:

$$\alpha = -\frac{11}{2}(24) + 30(8)$$

$$\alpha = -132 + 240$$

$$\alpha = 108^\circ$$

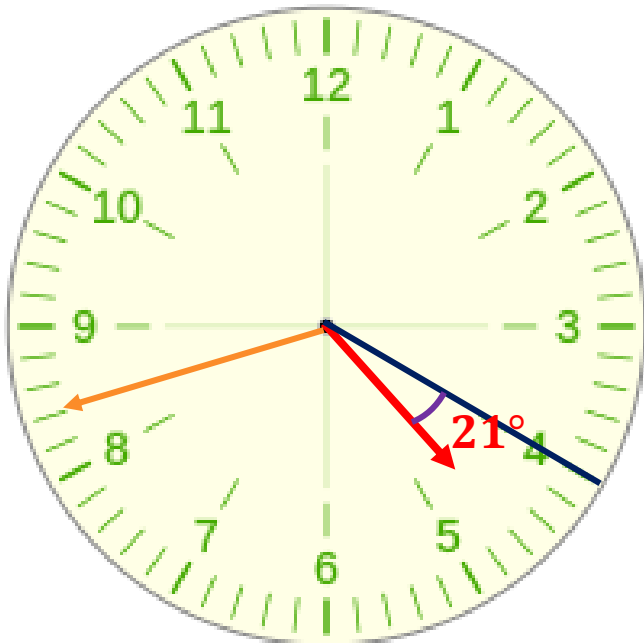
Rpta. 108°

PROBLEMA 4

Silvia sale apresurada de su casa al ver la hora en su reloj de manecillas confunde el minuterero por el horario y viceversa y dice: “son las 4:42 h”. ¿Podría usted decir qué hora es realmente?

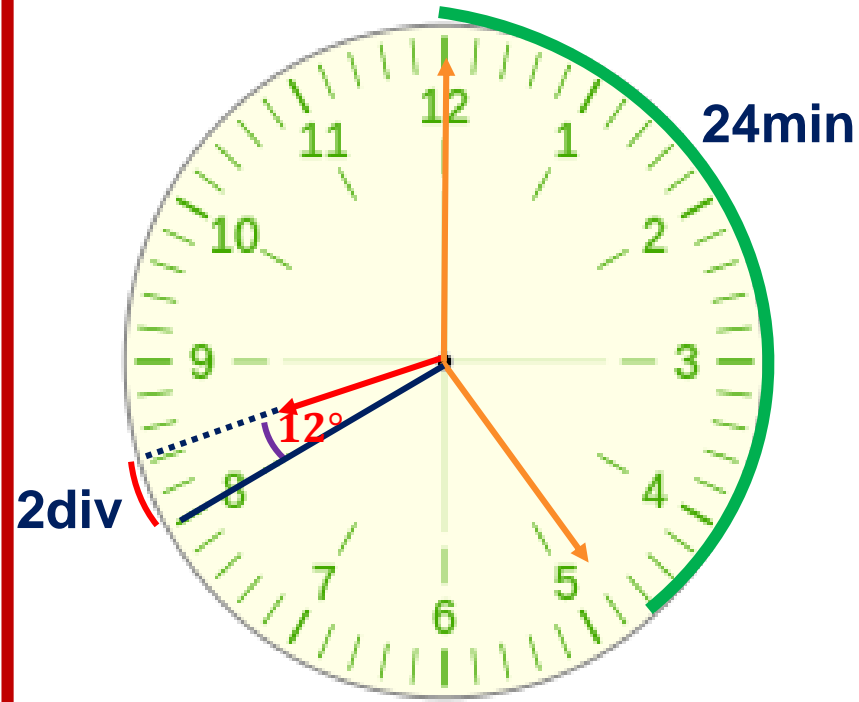
Resolución:

Lo que Nelia observa erróneamente:



4:42

Ubicando las manecillas correctamente



Hora: 8:24

RECORDEMOS

HORARIO	TIEMPO
x°	$2x \text{ min}$
21°	42 min
12°	24 min

$$1 \text{ div} = 6^\circ$$

$$2 \text{ div} = 12^\circ$$

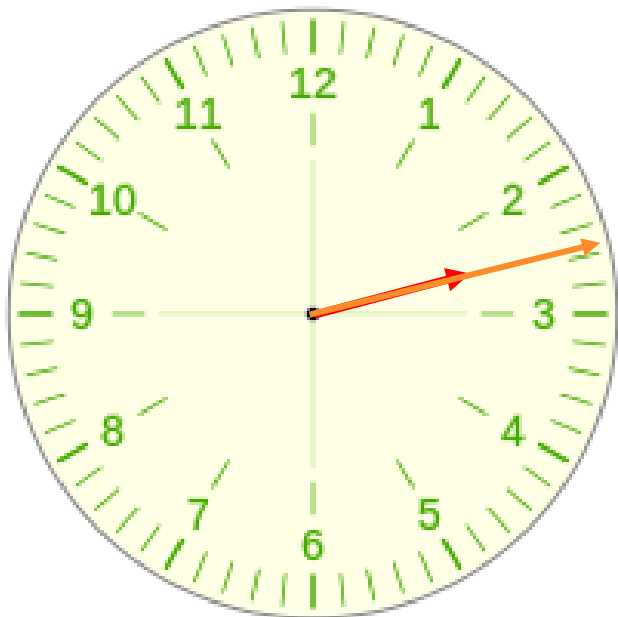
Rpta. 8:24

PROBLEMA 5

El profesor de Razonamiento Matemático propone el siguiente problema en la pizarra ¿A qué hora entre las 2 y las 3 el horario y el minuterero se superponen?. Si Saco Oliverito fue el único que respondió. ¿Cuál fue su respuesta?

Resolución:

Entre las 2 y 3 el horario y minuterero se superponen



La hora

2: ?

$$\alpha = 0^\circ$$

Hallando los minutos:

Cuando el horario y el minuterero se superponen, entonces se puede tomar los signos aleatoriamente.

Reemplazando:

$$0 = -\frac{11}{2}(M) + 30(2)$$

$$\frac{11}{2}(M) = 60$$

$$(M) = \frac{120}{11}$$

$$(M) = 10\frac{10}{11}$$

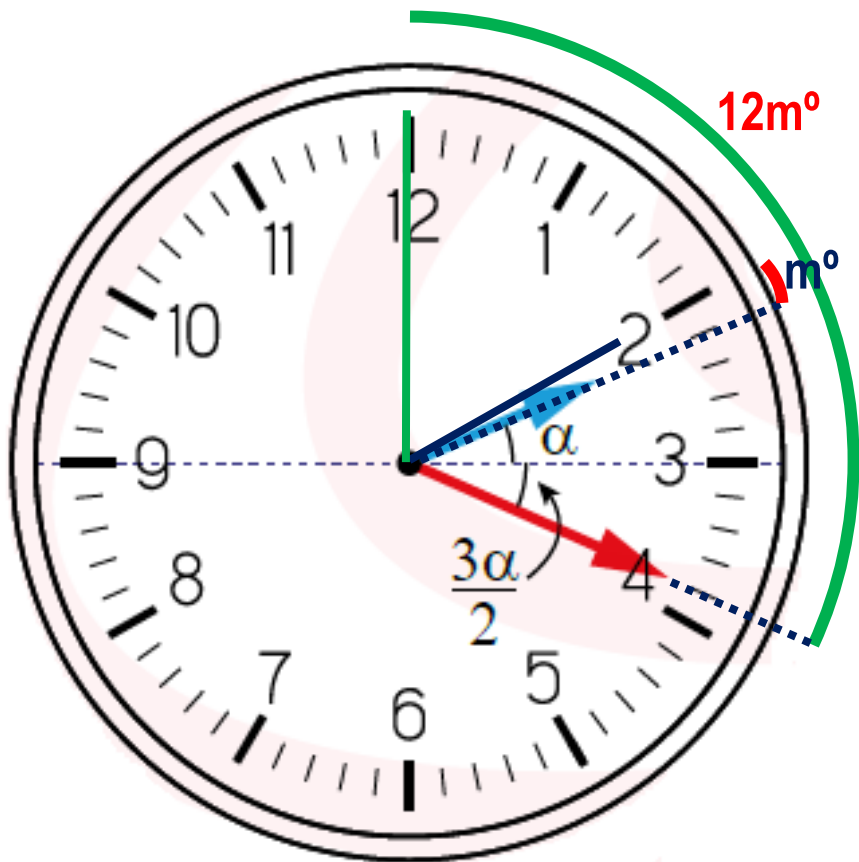
$$\begin{array}{r|l} 120 & 11 \\ \hline 10 & 10 \end{array}$$

Rpta.

$$2: 10\frac{10}{11}$$

PROBLEMA 6

¿Qué hora es según el gráfico?



Hora: **2: 2m**

Resolución:

Tomamos como referencia las 2:00 p.m. para analizar el avance del horario y el minuterero.

Del gráfico:

$$m + \alpha = 30$$

$$\alpha = 30 - m \dots (I)$$

$$90 + \frac{3\alpha}{2} = 12m \dots (II)$$

Reemplazando I en II

$$90 + \frac{3(30 - m)}{2} = 12m$$

$$180 + 90 - 3m = 24m$$

$$270 = 27m$$

Por lo tanto:

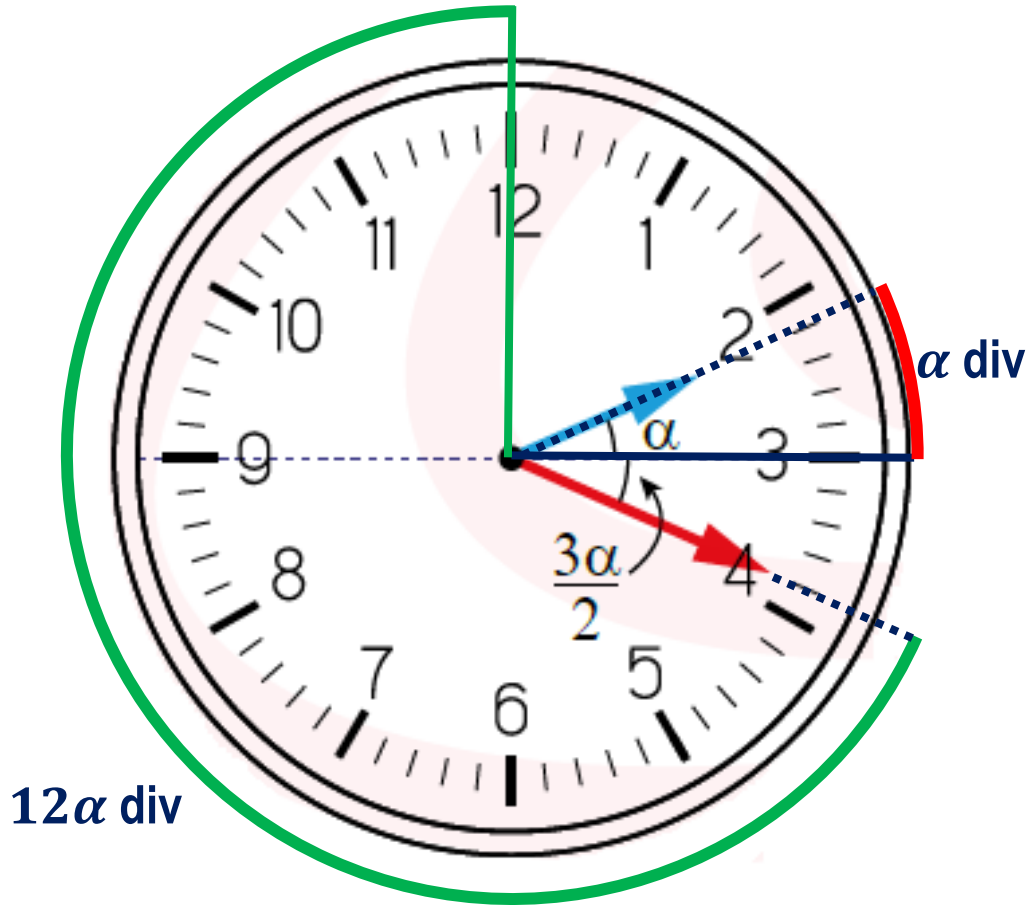
$$m = 10$$

Hora: **2: 20**

Rpta. **2: 20**

OTRA FORMA

¿Qué hora es según el gráfico?

**Resolución:**

Por divisiones, tomando como referencia el avance del horario y el minuterio hasta las 3:00 (horas)

OBSERVACIÓN

La relación de divisiones del horario y minuterio es de 1 a 12

$$\frac{3\alpha}{2} + 12\alpha = 45\text{min}$$

$$\frac{\cancel{3}27\alpha}{2} = \cancel{45}5\text{min}$$

$$\frac{3\alpha}{2} = 5\text{min}$$

Por lo tanto:

$$15\text{min} + 5\text{min} = 20\text{min}$$

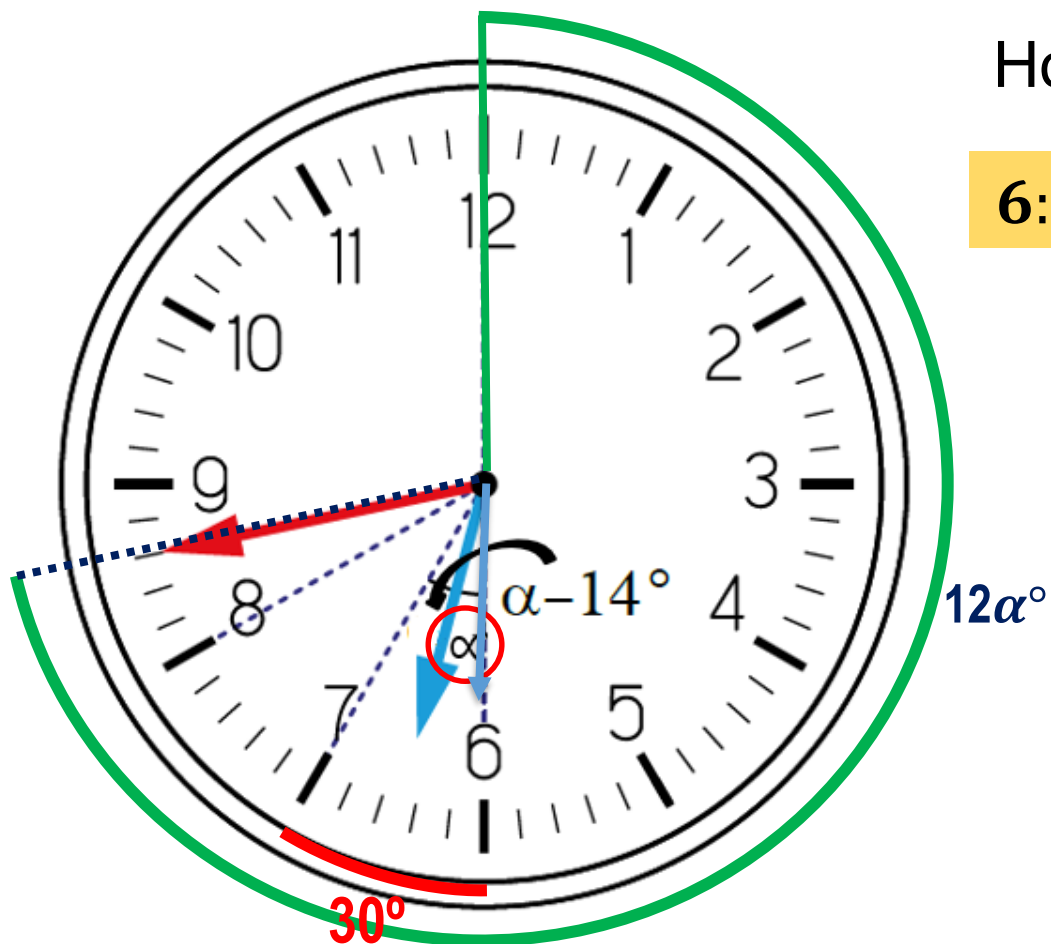
Hora: **2:20**

Rpta.

2:20

PROBLEMA 7

¿Qué hora es según el gráfico?



Hora:

6: 2α

Resolución:

UTILIZEMOS LA RELACIÓN ANGULAR

HORARIO	MINUTERO	TIEMPO
α°	$12\alpha^\circ$	$2\alpha min$

Tomamos como referencia las 6:00(horas) , para analizar el recorrido del horario y el minuter:

Del gráfico:

$$\alpha - 14 + \alpha = 30$$

$$2\alpha = 44$$

$$\alpha = 22$$

Por lo tanto:

Hora: **6: 44**

Rpta.

6: 44