

ALGEBRA

Chapter 19

4th

VALOR ABSOLUTO



HELICO

MOTIVATING

SABIAS QUE

En matemáticas el valor absoluto de un número es su valor, pero sin tener en cuenta su signo, así sea positivo o negativo, es decir el valor absoluto de -5 y 5 es 5 ; El valor absoluto está relacionado con las nociones de magnitud, distancia y norma en diferentes contextos matemáticos desde cuaterniones, hasta anillos vectoriales.

Podemos aplicar el valor absoluto en muchas situaciones de la vida cotidiana, un ejemplo simple, son las distancias, si estas parado en un lugar y caminas cierta cantidad de metros, dices camine, "15 pasos" pero si retrocedes no vas a decir camine -15 pasos, pues independiente del sentido, la distancia sigue siendo absoluta...

Por ultimo, en este ejemplo, tambien utilizamos el valor absoluto, y es una situación que utilizamos cotidianamente:

El termómetro indica la temperatura en grados. Cuando la temperatura se encuentra por encima de 0 , se indica con números positivos. Y cuando la temperatura se encuentra por debajo de 0 , se indica con números negativos.

HELICO THEORY

CHAPTHE
R 19

VALOR ABSOLUTO

DEFINICIÓN

El valor absoluto denotado por $|x|$, es un número no negativo definido por:

$$|x| = \begin{cases} x; & \text{si } x > 0 \\ 0; & \text{si } x = 0 \\ -x; & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos:

$$\underbrace{|10|}_{>0} = 10$$

$$\underbrace{|-23|}_{<0} = -(-23) = 23$$

Teoremas

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

Ejemplo: Resuelve: $|x - 4| = \underbrace{3}_{\geq 0}$

$$\Rightarrow (x - 4 = 3 \vee x - 4 = -3)$$

$$(x = 7 \vee x = 1)$$

$$\text{C.S} = \{1; 7\}$$

$$|x| = |y| \iff (x = y \vee x = -y)$$

Ejemplo: Resuelve: $|3x - 4| = |x + 2|$

$$\Rightarrow (3x - 4 = x + 2 \vee 3x - 4 = -x - 2)$$

$$(x = 3 \vee x = \frac{1}{2})$$

$$\text{C.S} = \{\frac{1}{2}; 3\}$$

$$|x| \leq a \iff a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)$$

Ejemplo: Resuelve: $|x - 3| \leq 2$

$$\Rightarrow -2 \leq x - 3 \leq 2 \xrightarrow{\geq 0} 1 \leq x \leq 5$$

$$\text{C.S.} = [1; 5]$$

$$|x| \geq a \iff (x \leq -a \vee x \geq a)$$

Ejemplo: Resuelve: $|x - 1| \geq 4$

$$\Rightarrow x - 1 \leq -4 \vee x - 1 \geq 4$$

$$\Rightarrow x \leq -3 \vee x \geq 5$$

$$\text{C.S.} = < -\infty; -3] \cup [5; +\infty >$$

$$|x| \leq |y| \iff x^2 \leq y^2$$

Ejemplo: Resuelve: $|3x - 2| \leq |6 - x|$

$$\Rightarrow |3x - 2|^2 \leq |6 - x|^2$$

$$(3x - 2)^2 \leq (6 - x)^2$$

$$(3x - 2)^2 - (6 - x)^2 \leq 0$$

Diferencia de cuadrados

$$\Rightarrow (2x + 4)(4x - 8) \leq 0$$

$$8(x + 2)(x - 2) \leq 0$$

$$x \in [-2; 2]$$

$$\text{C.S.} = [-2; 2]$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHE
R 19

HELICO | PRACTICE

1. Resuelva

$$|3x - 5| = 7$$

RESOLUCIÓN

$$|3x - 5| = \underbrace{7}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow (3x - 5 = 7 \vee 3x - 5 = -7)$$

$$(x = 4 \vee x = -\frac{2}{3})$$

$$\text{C.S} = \{-\frac{2}{3}; 4\}$$

RECORDAR

$$|x| = a \iff a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

HELICO | PRACTICE

2. Indique la suma de valores de "x" en:

$$|3x - 2| = |x - 6|$$

RESOLUCIÓN

$$\Rightarrow (3x - 2 = x - 6 \vee 3x - 2 = -x + 6)$$

$$(2x = -4 \vee 4x = 8)$$

$$(x = -2 \vee x = 2)$$

Nos piden

suma de valores de $x = 0$

RECORDAR

$$|x| = |y| \iff (x = y \vee x = -y)$$

HELICO | PRACTICE

3. Indique la suma de valores de x en:

$$||x - 3| - 5| = 7$$

RESOLUCIÓN

$$||x - 3| - 5| = \underbrace{7}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow (|x - 3| - 5 = 7 \vee |x - 3| - 5 = -7)$$

$$(|x - 3| = 12 \vee \underbrace{|x - 3| = -2}_{\text{ABSURDO}})$$

$$|x - 3| = \underbrace{12}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow (x - 3 = 12 \vee x - 3 = -12)$$

$$(x = 15 \vee x = -9)$$

$$\text{suma de valores de } x = 6$$

RECORDAR

$$|x| = a$$



$$a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$

HELICO | PRACTICE

4. Si $x \in < -2; 1 >$ halle el valor de:

$$P = \frac{|x - 4| + |x + 10|}{7}$$

RESOLUCIÓN

Analizamos $|x - 4|$

$$\Rightarrow -2 < x < 1$$

$$\text{Restamos 4} \quad -6 < \underbrace{x - 4} < -3$$

Es negativo

Analizamos $|x + 10|$

$$\Rightarrow -2 < x < 1$$

$$\text{Sumamos 10} \quad 8 < \underbrace{x + 10} < 11$$

Es positivo

Aplicamos lo analizado en P

$$P = \frac{(-x + 4) + (x + 10)}{7}$$

$$P = \frac{14}{7}$$

$$P = 2$$

HELICO | PRACTICE

5. Indique el mayor valor entero que satisface la inecuación

$$|2x - 3| < |x + 6|$$

RESOLUCIÓN

Elevamos al cuadrado

$$\Rightarrow |2x - 3|^2 < |x + 6|^2$$

$$(2x - 3)^2 < (x + 6)^2$$

$$(2x - 3)^2 - (x + 6)^2 < 0$$

Diferencia de cuadrados

$$\Rightarrow (3x + 3)(x - 9) < 0$$

$$3(x + 1)(x - 9) < 0$$

$$x \in < -1; 9 >$$

$$C.S = < -1; 9 >$$

El mayor valor entero es 8

RECORDAR

$$|x| \leq |y|$$



$$x^2 \leq y^2$$

HELICO | PRACTICE

6. El tiempo de servicio que tiene Edgar en su trabajo es $(2p+1)$ años, donde el valor de p es la suma de valores enteros del conjunto solución al resolver la inecuación:

$$|2x - 3| < 9$$

Determine el tiempo de servicio de Edgar

RESOLUCIÓN

$$|2x - 3| < \underbrace{9}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow -9 < 2x - 3 < 9 \Rightarrow -3 < x < 6$$

$$C.S = < -3; 6 >$$

$$p = (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$p = 12$$

Nos piden

El tiempo de servicio de Edgar es $(2p + 1)$ años

El tiempo de servicio de Edgar es 25 años

RECORDAR

$$|x| \leq a$$



$$a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)$$

HELICO | PRACTICE

7. Se ha determinado que los ingresos mensuales, en soles de la Orquesta Teófilo Star ésta dado por la siguiente ecuación.

$$I = |300p - 1500|$$

Donde p es la cantidad de presentaciones mensuales.

Determine el número máximo de presentaciones para un ingreso de S/1200.

RESOLUCIÓN

DEL
DATO

$$\Rightarrow I = |300p - 1500| = \underline{1200}$$
$$\geq 0$$

$$\Rightarrow (300P - 1500 = 1200) \vee (300P - 1500 = -1200)$$

$$\longleftrightarrow (300P = 2700) \vee (300P = 300)$$

$$\longleftrightarrow (P = 9) \vee (P = 1)$$

Nos
piden

El número máximo de presentaciones es 9

$$\therefore p = 9$$

Teoremas

$$|x| = a$$



$$a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$$