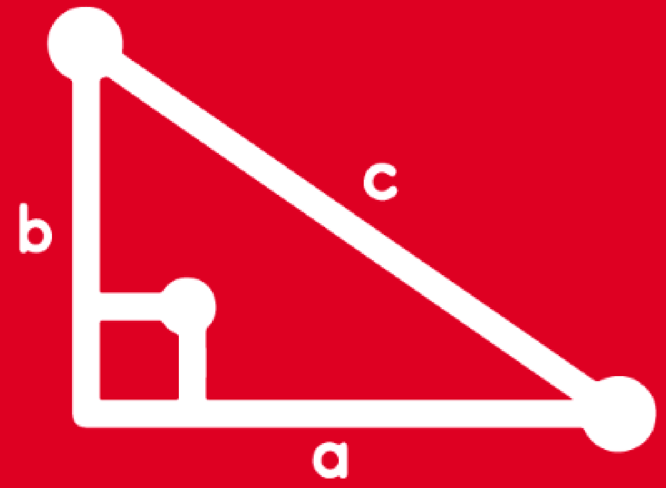
TRIGONOMETRY

Chapter 04

4th

SECONDARY



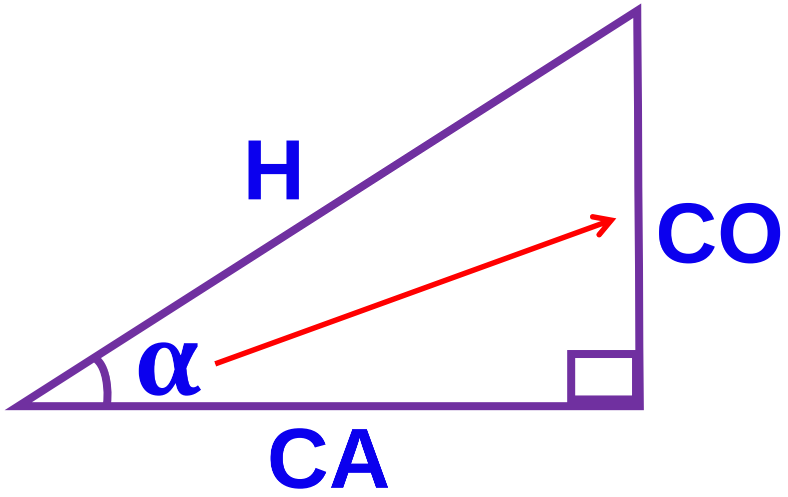
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

SACO OLIVEROS

INTRODUCCIÓN A LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

¿ QUÉ SE ENTIENDE POR RAZÓN TRIGONOMÉTRICA DE UN ÁNGULO AGUDO ?

Es el COCIENTE entre las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo, con respecto a uno de sus ángulos interiores agudos .



α : Ángulo interior agudo de referencia

H : Longitud de la hipotenusa

CO : Longitud del cateto opuesto a α

CA : Longitud del cateto adyacente a α

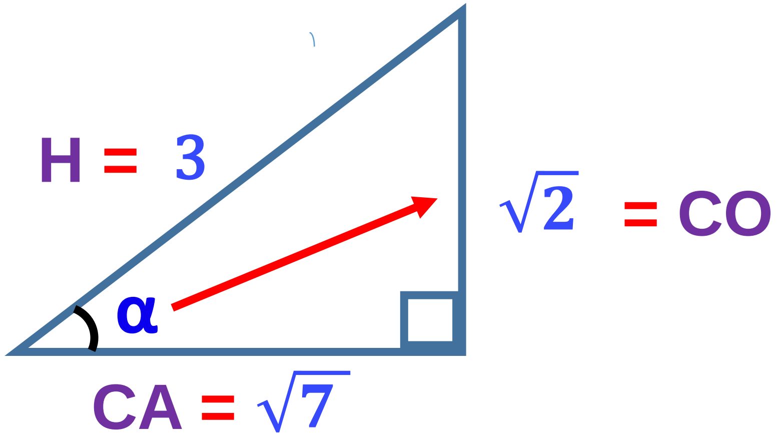
Teorema de Pitágoras : $H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO α

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$

MÉTODO NEMOTÉCNICO : " COCA COCA HELADA HELADA "

EJEMPLO : Calcula las razones trigonométricas (RT) de α

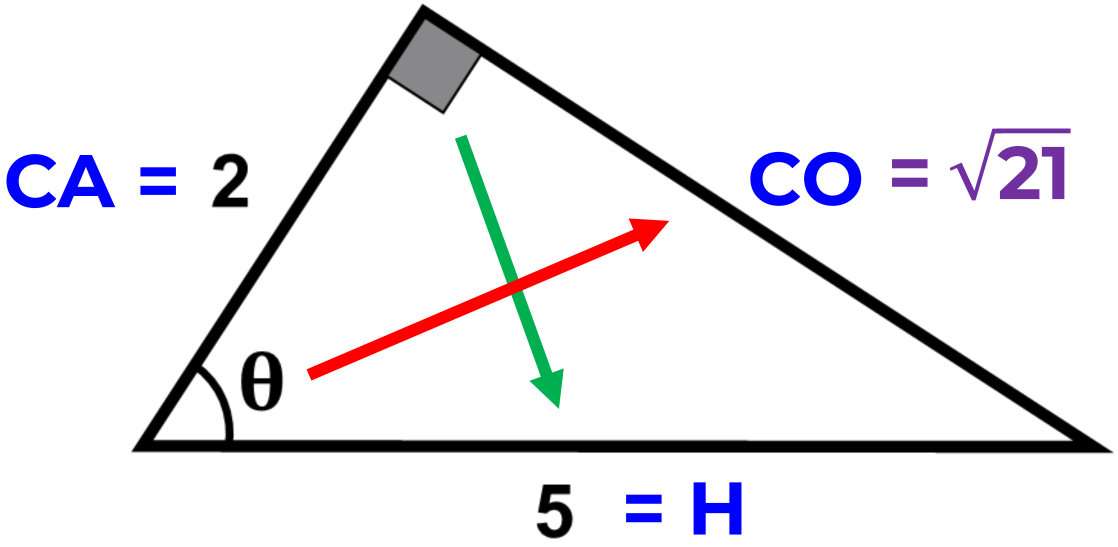


senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{7}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{\sqrt{7}}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$

HELICO PRACTICE 1

Del gráfico, efectúe :

$E = \sqrt{21}\,(\csc\theta + \cot\theta)$



$\text{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$

RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$(CO)^2 + 2^2 = 5^2$$

$$(CO)^2 + 4 = 25$$

$$\Rightarrow \boxed{CO = \sqrt{21}}$$

Calculamos E :

$$E = \cancel{\sqrt{21}}\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{21}}} + \frac{2}{\cancel{\sqrt{21}}}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ E = 7}$$

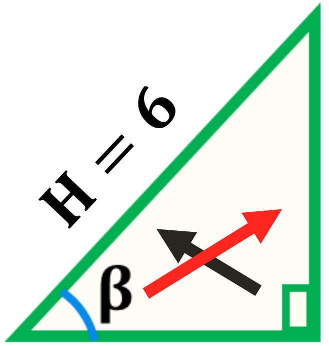
HELICO PRACTICE 2

Si $\sec\beta = 1{,}2$; donde β es un ángulo agudo, efectúe $L = \sqrt{11}(\cot\beta + \csc\beta)$.

RESOLUCIÓN

Dato :

$$\sec\beta = \frac{6}{5} = \frac{H}{CA}$$



Recordar :

$$\sec\beta = \frac{H}{CA} \qquad \cot\beta = \frac{CA}{CO} \qquad \csc\beta = \frac{H}{CO}$$

Teorema de Pitágoras :

$$(CO)^2 + 5^2 = 6^2$$

$$(CO)^2 + 25 = 36$$

$$\Rightarrow CO = \sqrt{11}$$

Calculamos L :

$$L = \cancel{\sqrt{11}}\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{11}}} + \frac{6}{\cancel{\sqrt{11}}}\right)$$

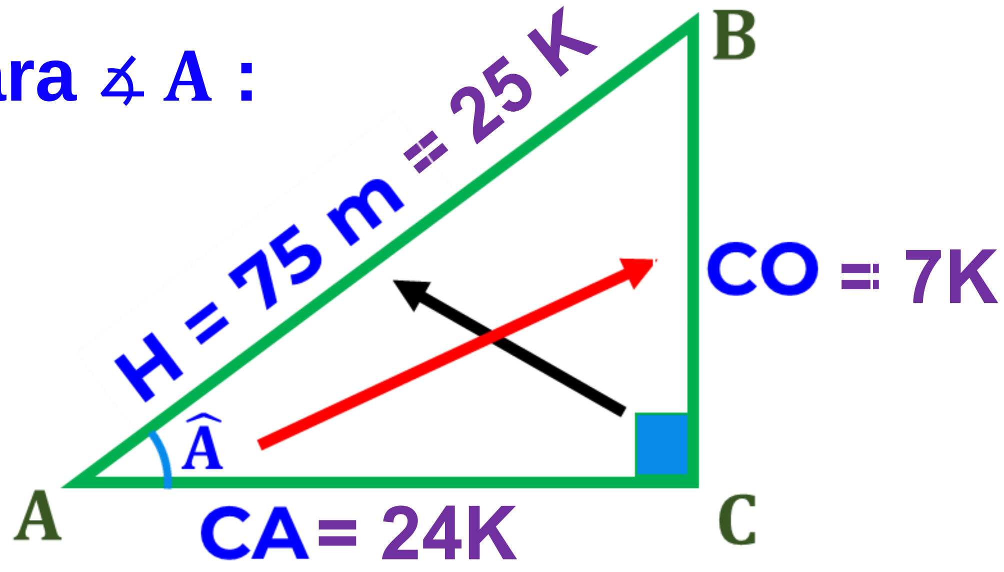
$$\boxed{\therefore\ L = 11}$$

HELICO PRACTICE 3

En un triángulo rectángulo ABC (m∡C = 90°), se sabe que senA = $\frac{7}{25}$ y la longitud de la hipotenusa mide 75 m .- Determine el perímetro del triángulo ABC .

RESOLUCIÓN

Para ∡ A :



Dato : $\text{sen}\,A = \frac{7K}{25K} = \frac{CO}{H}$

Teorema de Pitágoras :

$$(CA)^2 + (7K)^2 = (25\,k)^2$$

$$(CA)^2 + 49\,k^2 = 625\,k^2$$

$$(CA)^2 = 576\,k^2 \Rightarrow CA = 24K$$

Además : 25K = 75m ⇒ K = 3m

Calculamos perímetro:

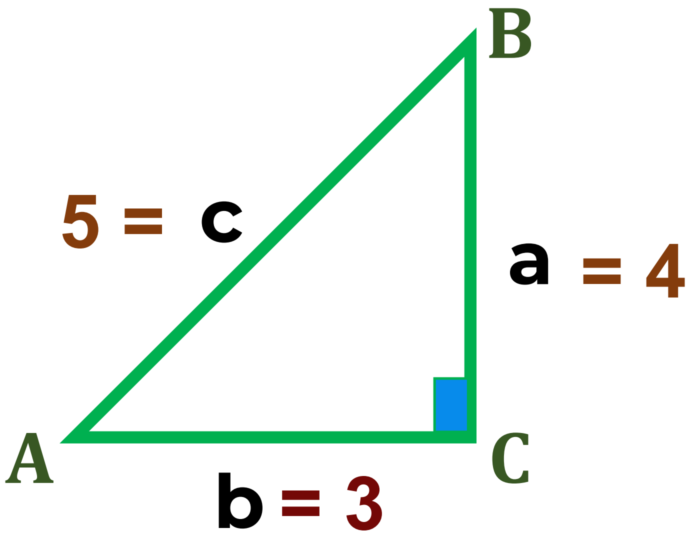
2p = 25K + 7K + 24K = 56K = 56(3m)

∴ 2p = 168 m

HELICO PRACTICE 4

En un triángulo rectángulo ABC (m∡C = 90°), se sabe que tanB . cotA = $\frac{9}{16}$.
Efectúe $Q = \csc A + \tan B$

RESOLUCIÓN



Dato : $\tan B \cdot \cot A = \frac{9}{16}$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$$

Teorema de Pitágoras :

$$c^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 \Rightarrow c = 5$$

Efectuamos : $Q = \csc A + \tan B$

$\tan\alpha$	$\cot\alpha$
$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$

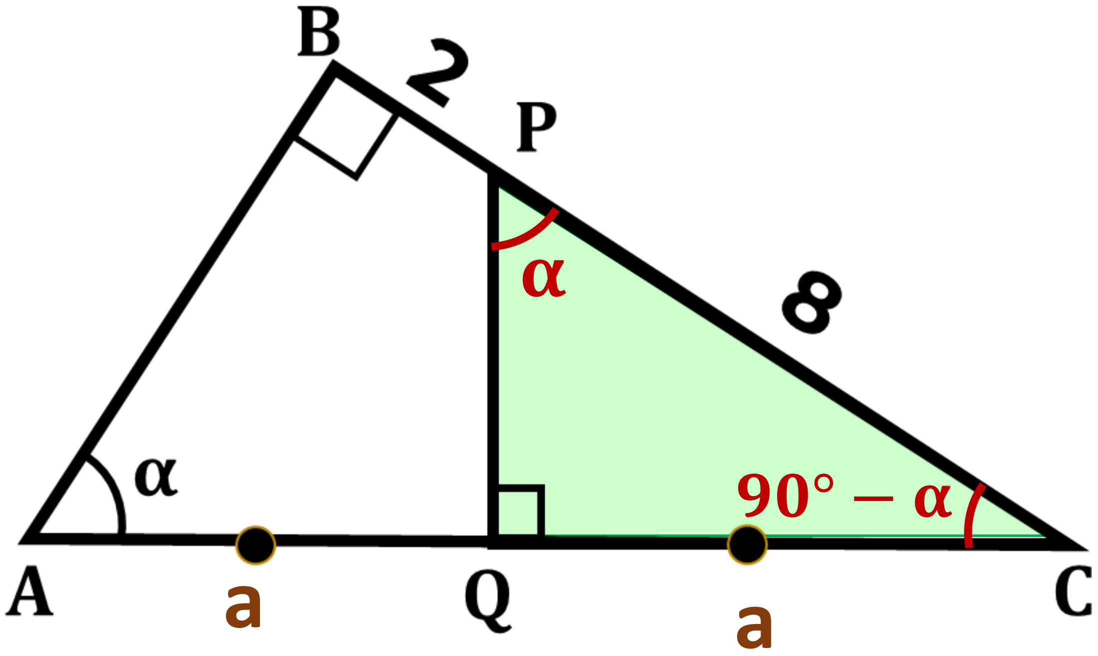
$$Q = \frac{5}{4} + \frac{3}{4}$$

$\csc\alpha$
$\frac{H}{CO}$

$$\boxed{\therefore\ Q = 2}$$

HELICO PRACTICE 5

Del gráfico, calcule senα si AQ = QC



RESOLUCIÓN

Sea : $AQ = QC = a$

En $\triangle$ **ABC :** $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{10}{2a} = \dfrac{5}{a}$

En $\triangle$ **PQC :** $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{a}{8}$

Luego : $\dfrac{a}{8} = \dfrac{5}{a} \Rightarrow a^2 = 40$

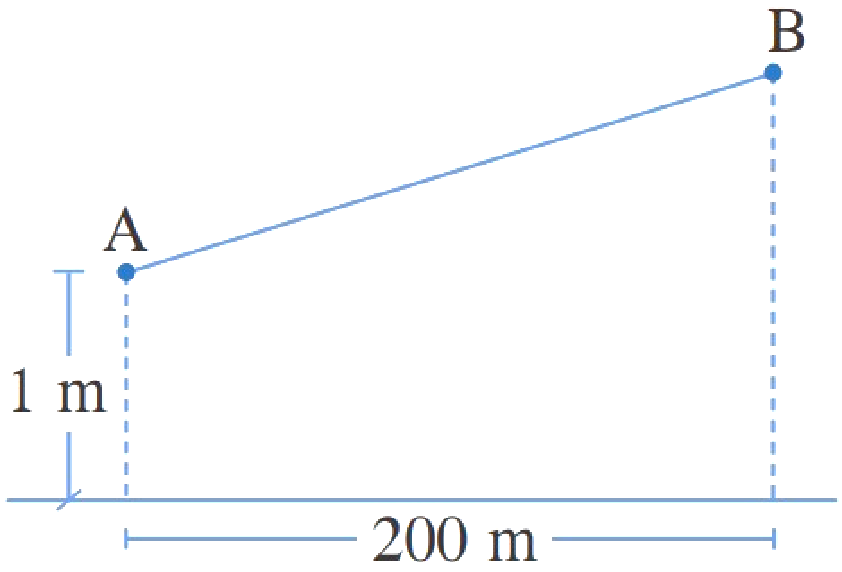
$a = 2\sqrt{10}$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2\sqrt{10}}{8}$$

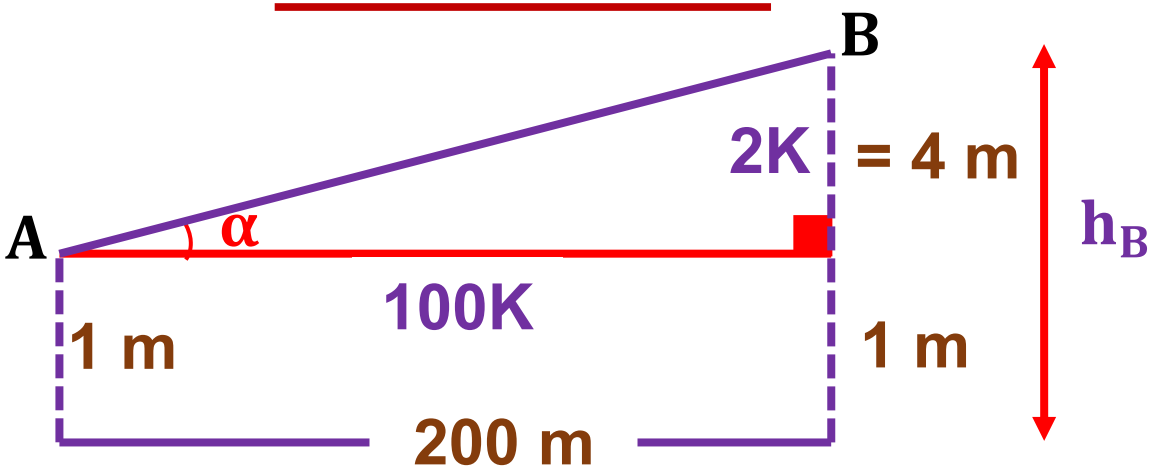
$$\boxed{\therefore\ \operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}}$$

HELICO PRACTICE 6

En la figura se muestra el perfil de la instalación de una tubería de desagüe. - Si el buzón A está ubicado a 1 m de la superficie, determine la altura a la que se encuentra el buzón B sabiendo que la pendiente de la tubería AB es de 2% .



RESOLUCIÓN



Dato : $\text{Pendiente AB} = 2\%$

$$\tan\alpha = \frac{2K}{100K} = \frac{CO}{CA}$$

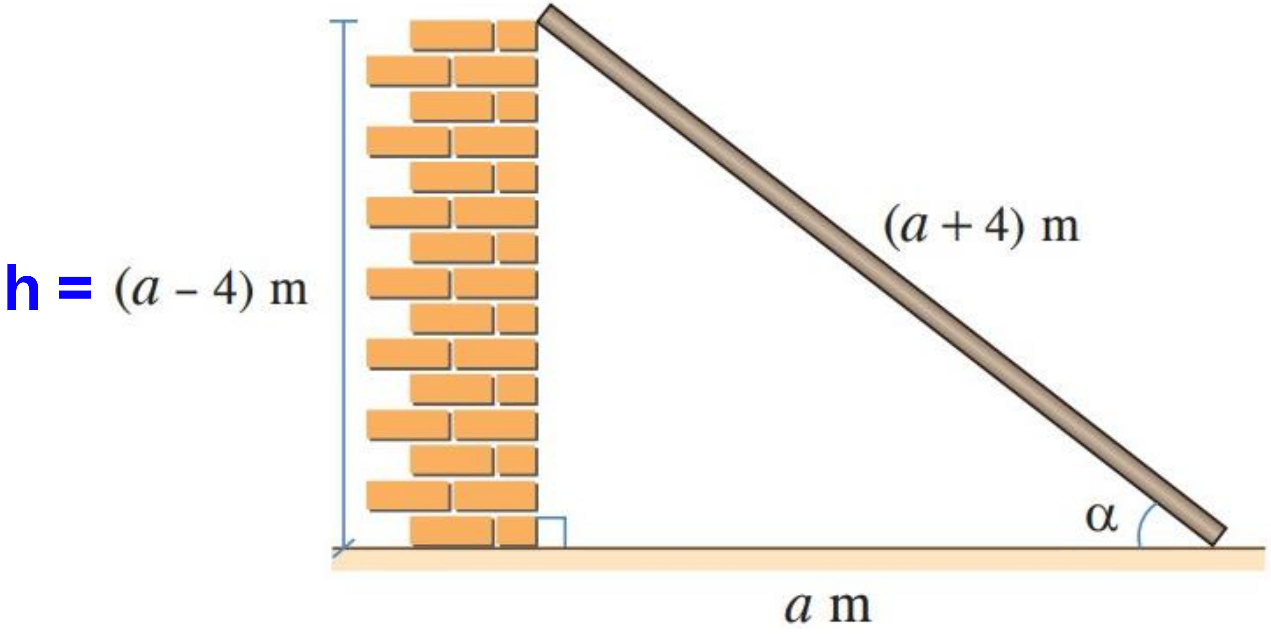
Del gráfico : 100K = 200 m ⇒ K = 2 m

Calculamos h_B : $h_B = 4\text{ m} + 1\text{ m}$

$$\boxed{\therefore\ h_B = 5\text{ m}}$$

HELICO PRACTICE 7

CHicho es un albañil muy dedicado en su trabajo y se le contrata para tarrajear una pared, tal como se muestra en la figura.- Sabiendo que el valor de a es un número entero positivo, determine la altura de dicha pared.



RESOLUCIÓN

Teorema de Pitágoras :

$$a^2 + (a - 4)^2 = (a + 4)^2$$

$$a^2 = (a + 4)^2 - (a - 4)^2$$

$$a^2 = 4(a)(4) \Rightarrow a = 16$$

Calculamos la altura de la pared :

$$h = (a - 4)\text{ m} = (16 - 4)\text{ m}$$

$$\therefore h = 12\text{ m}$$

SACO
OLIVEROS