

TRIGONOMETRY

Chapter 5



Identidades Trigonométricas
Fundamentales



TRIGONOMETRY

Índice

01. MotivatingStrategy >

02. HelicoTheory >

03. HelicoPractice >

04. HelicoWorkshop >



LOS GEMELOS IDÉNTICOS



Play

MOTIVATING
STRATEGY

Material Digital



Resumen



HELICO THEORY

¿Qué es una identidad trigonométrica?

Son igualdades en donde intervienen las razones trigonométricas, las cuales se verifican para todo valor admisible de la variable angular. Es decir donde las razones trigonométricas estén definidas.

La identidad pitagórica $\operatorname{sen}^2 \theta + \operatorname{cos}^2 \theta = 1$ se cumple para todo valor que tome el ángulo θ .

*Si $\theta = 60^\circ$ entonces;

$$\operatorname{sen}^2 60^\circ + \operatorname{cos}^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

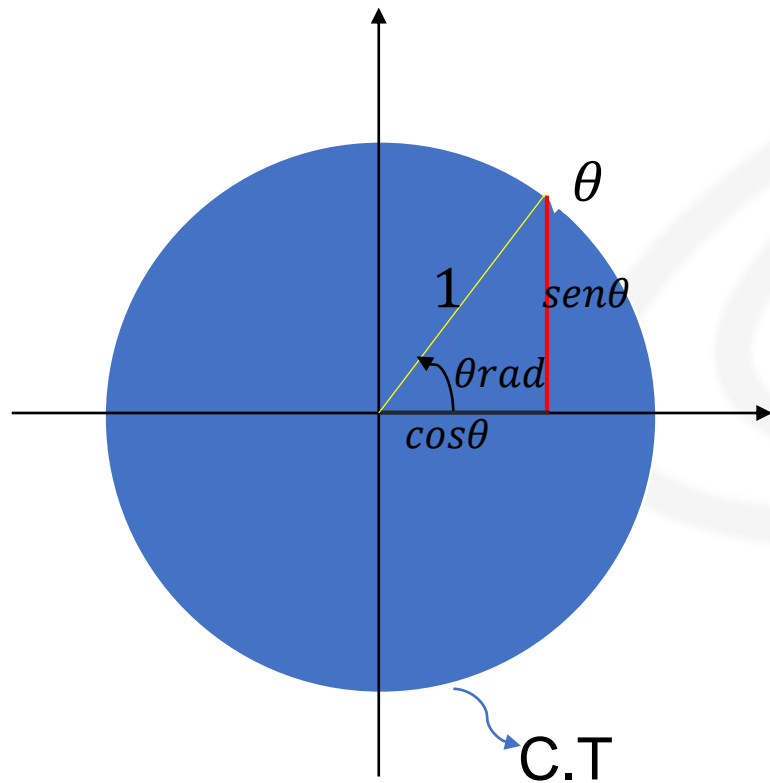
*Si $\theta = 45^\circ$ entonces;

$$\operatorname{sen}^2 45^\circ + \operatorname{cos}^2 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{2+2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Se observa que sea cual sea el valor que toma θ siempre el resultado es 1.

DEMOSTRACIÓN:

De la circunferencia trigonométrica se tiene:



De la c.t se demuestra que:

$$\mathbf{\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1} \quad \text{.....(1)}$$

Si dividimos (1) entre $\text{cos}^2\theta$

$$\mathbf{1 + \text{tan}^2\theta = \text{sec}^2\theta} \quad \text{.....(2)}$$

Si dividimos (1) entre $\text{sen}^2\theta$

$$\mathbf{1 + \text{cot}^2\theta = \text{csc}^2\theta} \quad \text{.....(3)}$$

Estas son llamadas las identidades pitagóricas

Identidades Fundamentales

Recíprocas :

$$\text{Sen}x \cdot \text{Csc}x = 1$$

$$\text{Cos}x \cdot \text{Sec}x = 1$$

$$\text{Tan}x \cdot \text{Cot}x = 1$$

Por Cociente :

$$\text{Tan}x = \frac{\text{Sen}x}{\text{Cos}x}$$

$$\text{Cot}x = \frac{\text{Cos}x}{\text{Sen}x}$$

Pitagóricas :

$$\text{Sen}^2x + \text{Cos}^2x = 1$$

$$1 + \text{Tan}^2x = \text{Sec}^2x$$

$$1 + \text{Cot}^2x = \text{Csc}^2x$$

Resolución de Problemas



Problema 01



Problema 02



Problema 03



Problema 04



Problema 05



HELICO PRACTICE



1. Reduzca

$$A = \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x \cdot \operatorname{cot} x \cdot \operatorname{csc} x \cdot \operatorname{sec} x$$

$$A = \overbrace{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x}^1 \cdot \operatorname{cot} x \cdot \underbrace{\operatorname{csc} x \cdot \operatorname{sec} x}_1$$

$$A = \operatorname{cot} x$$

2. Reduzca

$$A = \cancel{\text{sen}x} \cdot \frac{\cos x}{\cancel{\text{sen}x}} + \cancel{\cos x} \cdot \frac{\cancel{\text{sen}x}}{\cancel{\cos x}} - \text{sen}x$$

$$A = \cos x + \cancel{\text{sen}x} - \cancel{\text{sen}x}$$

$$A = \cos x$$



3. Simplifique

$$A = (1 + \cot^2 x)(1 - \cos^2 x)$$

$$A = \underbrace{(1 + \cot^2 x)}_{\text{csc}^2 x} \underbrace{(1 - \cos^2 x)}_{\text{sen}^2 x}$$
$$\underbrace{\text{csc}^2 x \text{ sen}^2 x}_1$$

$$A = 1$$



4. Reduzca

$$A = \cot x + \frac{\csc x}{\sec x}$$

$$A = \cot x + \frac{\frac{1}{\sin x}}{\frac{1}{\cos x}} = \cot x + \frac{1}{\frac{1}{\cos x}} \cdot \frac{\sin x}{\sin x}$$

$$A = \cot x + \underbrace{\frac{\cos x}{\sin x}}_{\cot x}$$

$$A = 2\cot x$$



5. Reduzca

$$A = \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^3 x}{\operatorname{cos} x - \operatorname{cos}^3 x}$$

$$A = \frac{\operatorname{sen} x \overbrace{(1 - \operatorname{sen}^2 x)}^{\operatorname{cos}^2 x}}{\operatorname{cos} x \underbrace{(1 - \operatorname{cos}^2 x)}_{\operatorname{sen}^2 x}}$$



$$A = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x}$$

$$A = \cot x$$

Problemas Propuestos



Problema 06



Problema 07



Problema 08



Problema 09



Problema 10



HELICO WORKSHOP

Problema 06



Simplifique

$$A = \csc x \cdot \tan x \cdot \sec x \cdot \cos x$$

A) $\sec x$ B) $\tan x$ C) $\cos x$

D) $\cot x$ E) 1

Problema 07



Simplifique

$$A = \sec x \cdot \sec x + \csc x \cdot \cos x - \tan x$$

A) $\sec x$ B) $\tan x$ C) $\cos x$

D) $\cot x$ E) 0

Problema 08



Reduzca

$$A = \cos x \cdot \tan x + \sec x \cdot \cot x - \cos x$$

A) $\sec x$ B) $\cos x$ C) $\tan x$

D) $\cot x$ E) $\sec x$

Problema 09



Félix quiere estudiar una segunda carrera en la Universidad de Lima y averiguando tendrá que pagar una mensualidad de “ $100(B+15)$ ” soles. Calcular la cantidad de soles que pagara Félix, si :

$$B = \tan x - \frac{\sec x}{\csc x}$$

- A) 1700 soles B) 1500 soles
C) 1800 soles D) 1600 soles

Problema 10



Santiago esta haciendo su presupuesto mensual para los gastos de su alimentación y pasajes hacia su trabajo. Él concluye que necesitara por día “ $10B\cos^2(x)$ ”. Calcule el presupuesto mensual si el mes tiene 30 días, además:

$$B = \frac{1}{1+\operatorname{sen} x} + \frac{1}{1-\operatorname{sen} x}$$

- A) 600 soles B) 20 soles
C) 300 soles D) 40 soles

