

ALGEBRA RETROALIMENTACIÓN





TOMO 3



SOLVED PROBLEMS

Problema 1

Si
$$a + b = 7$$
 y $a^2 + b^2 = 25$, calcule $a - b$.

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$$



⊚1

Reemplazando en:

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$$

$$(7)^2 + (a-b)^2 = 2(25)$$

$$49 + (a - b)^2 = 50$$

$$(a-b)^2=1$$

$$\therefore a-b=\pm 1$$

Problema 2

Si
$$a-b=2$$
 y $ab=4$ calcule a^4+b^4 .

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$



Elevando al cuadrado:

$$(a - b)^{2} = (2)^{2}$$

$$a^{2} + b^{2} - 2ab = 4$$

$$a^{2} + b^{2} - 2(4) = 4$$

$$a^{2} + b^{2} - 8 = 4$$

$$a^{2} + b^{2} = 12$$

Nuevamente elevando al cuadrado:

$$(a^{2} + b^{2})^{2} = (12)^{2}$$

$$a^{4} + b^{4} + 2a^{2}b^{2} = 144$$

$$a^{4} + b^{4} + 2(ab)^{2} = 144$$

$$a^{4} + b^{4} + 2(4)^{2} = 144$$

$$a^{4} + b^{4} + 32 = 144$$

$$a^{4} + b^{4} + 32 = 144$$

$$a^{4} + b^{4} + 32 = 112$$

El valor reducido de

$$Q = \sqrt{(1)(5)(13)(97) + 256}$$

representa la edad del abuelo de José. ¿Cuántos años tiene el abuelo de José?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$





$$Q = \sqrt{(1)(5)(13)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{(3-2)(3+2)(13)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{(3^2 - 2^2)(3^2 + 2^2)(97) + 256}$$

$$Q = \sqrt{(3^4 - 2^4)(3^4 + 2^4) + 256}$$

$$Q = \sqrt{3^8 - 2^8 + 2^8}$$

$$Q = \sqrt{3^8} = 3^4 \qquad \qquad Q = 81$$

El abuelo de José tiene 81 años.

$$P = (x-2)(x+7)(x+1)(x+4)$$

representa la edad del profesor Tomy hace 5 años. ¿Cuál es la edad actual del profesor Tomy?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$





$$P = (x-2)(x+7)(x+1)(x+4)$$

$$P = (x^2 + 5x - 14)(x^2 + 5x + 4)$$

$$P = (16 - 14)(16 + 4)$$

$$P = (2)(20)$$

$$P=40$$

El profesor Tomy tiene 45 años.

Si
$$m+n+p=0$$
 , simplifique

$$R=\frac{4m^3+4n^3+4p^3}{6mnp}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

$$Si: a+b+c=0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$



$$m + n + p = 0 \implies m^3 + n^3 + p^3 = 3mnp$$

$$R = \frac{4m^3 + 4n^3 + 4p^3}{6mnp} = \frac{4(m^3 + n^3 + p^3)}{6mnp}$$

$$R = \frac{4(3mnp)}{6mnp}$$

$$R=2$$

Efectúe

$$A = (x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$





$$A = (x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$$

$$A = (x+2)(x^2-2x+2^2)(x-2)(x^2+2x+2^2)$$

$$A = (x^3 + 2^3)(x^3 - 2^3)$$

$$A = (x^3 + 8)(x^3 - 8)$$

$$A = (x^3)^2 - 8^2$$

$$\therefore A = x^6 - 64$$

◎1

Halle el valor de $\sqrt{m+n+p}$ si la división

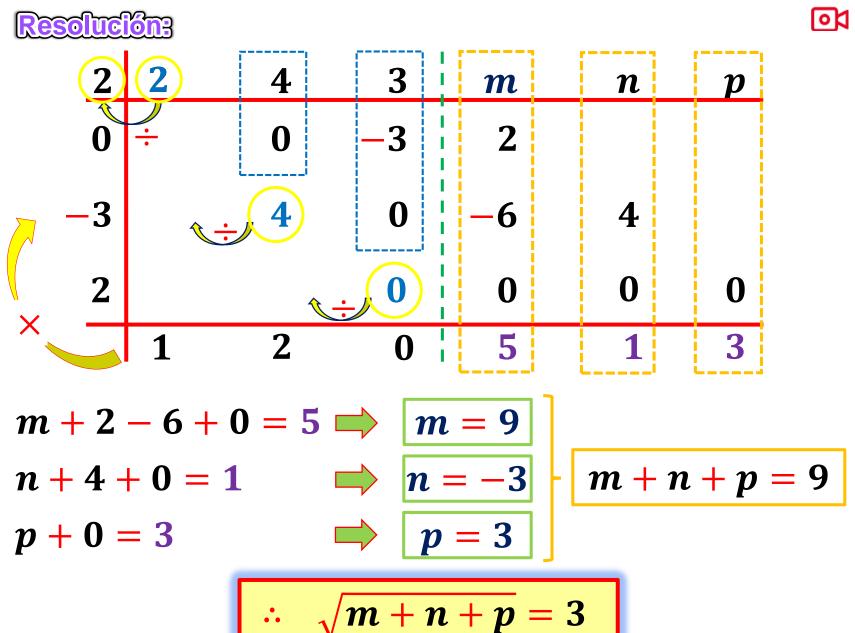
$$\frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + 3x - 2}$$

deja como residuo $5x^2 + x + 3$

Recuerda:

Se completa y se ordena el dividendo y el divisor:

$$\frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + 0x^2 + 3x - 2}$$



$$\therefore \sqrt{m+n+p}=3$$

SOLVED | PROBLEMS

Problema 8

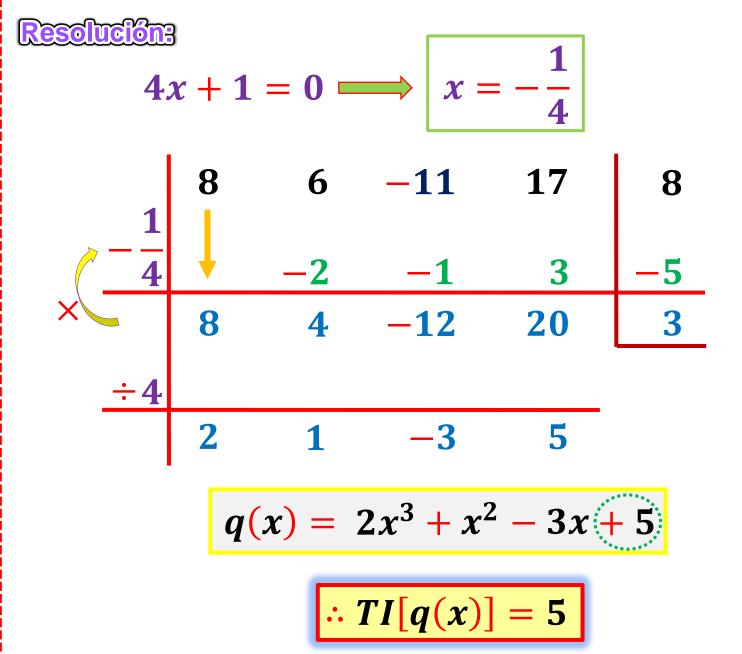
Obtenga el término independiente del cociente de la siguiente división:

$$\frac{8x^4 + 8 + 17x + 6x^3 - 11x^2}{4x + 1}$$

Recuerda:

Se ordena en forma decreciente el dividendo:

$$\frac{8x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 17x + 8}{4x + 1}$$



01

Problema 9

Calcule la suma de coeficientes del cociente de

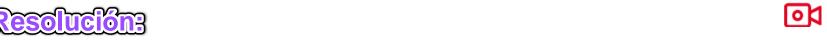
$$\frac{2x^{120} + x^{119} + 3x - 4}{x - 1}$$

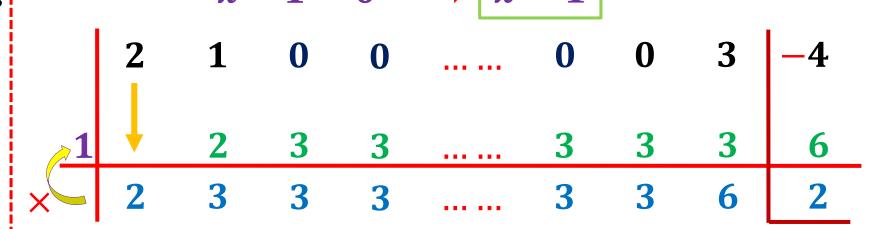
Recuerda:

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo:

$$\frac{2x^{120} + x^{119} + 0x^{118} + \dots + 0x^2 + 3x - 4}{x - 1}$$







$$GA[q(x)] = GA[D(x)] - GA[d(x)]$$
 $GA[q(x)] = 119$

$$120 1 N^{\circ} t \acute{e}rms. [q(x)] = 120$$

$$\sum Coef[q(x)] = 2 + 3 + 3 + \dots + 3 + 3 + 6$$
118 veces

$$\therefore \sum Coef[q(x)] = 362$$

El valor de A + B en la siguiente división exacta

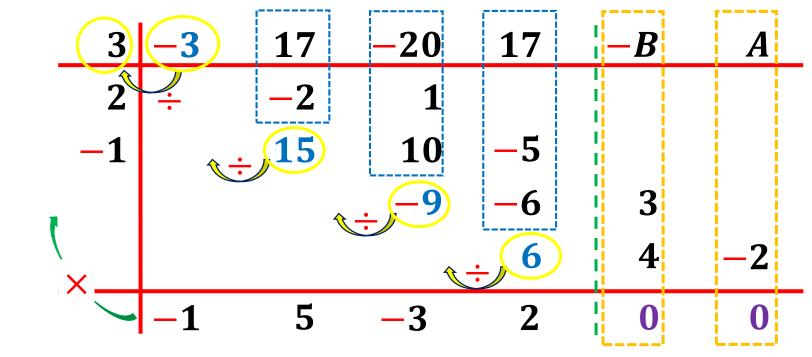
$$\frac{Ax^5 - Bx^4 + 17x^3 - 20x^2 + 17x - 3}{x^2 - 2x + 3}$$

representa la cantidad de alumnos del 3° C que participarán en un torneo de Ajedrez. ¿Cuántos son los alumnos de dicha sección que participarán en el torneo?





Aplicamos el método de Horner invertido:



$$-B + 3 + 4 = 0$$
 $A - 2 = 0$ $A = 2$

$$\frac{2}{2}$$



.. 9 alumnos del 3° C participarán en el torneo.