# ARITMÈTICA

Chapter 16

Session 1

1st grade
of secondary

2023

# Clasificación de los números enteros positivos II

SACO OLIVEROS

# Números perfectos

Hay números como el 12 que resultan ser inferiores a la suma de sus factores o divisores.

Así, los divisores o factores de 12 (excepto el mismo 12) son 1; 2; 3; 4; 6 y la suma de dichos factores es 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16. A los números como 12 se les llama deficientes; pero si esta suma de sus factores es menor que el mismo número, entonces números como estos se llaman excesivos; por ejemplo, el número 14, que tiene como factores o divisores a 1; 2 y 7 (excepto el mismo 14), cuya suma es 1 + 2 + 7 = 10.

Pero hay otros números llamados perfectos cuya más curiosa característica es que son iguales a la suma de sus factores o divisores. 6 y 28 son ejemplos de estos números.

# Teorema fundamental de la aritmética (*teorema de Gauss* )

**Ejm** Descomponer canónicamente 1800

| | |
|---|---|
| 1800 | 100 $= 2^2 \times 5^2$ |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$

**factores primos :** **2;3 y 5**

**En general :**

**Todo número entero mayor que la unidad, se puede descomponer como**

$$N = a^{\alpha} .\ b^{\beta} .\ c^{\theta} \ldots (DC)$$

**Donde :**

**a,b, c factores primos**

$\alpha, \beta, \theta$ , *exponentes* $\epsilon\ \mathbb{Z}^+$

# ESTUDIO DE LOS DIVISORES ENTEROS POSITIVOS:

**Ejemplo: DETERMINE Y CLASIFIQUE LOS DIVISORES DE 45**

**Divisores de 45 :** $\underbrace{\overbrace{1 \quad ; \underbrace{3; \quad 5;}_{\text{Divisores Primos}}}^{\text{Divisores Simples}} \quad \overbrace{9 \quad ; \; 15 \quad ;}^{\text{Divisores Compuestos}}}_{\text{Divisores Propios}} \; 45$

$$CD_{total} = CD_{compuestos} + CD_{simples}$$

$$CD_{simples} = CD_{primos} + 1$$

## CANTIDAD DE DIVISORES

**Ejm** $600 = 2^3 \times 3^1 \times 5^2$

- ✓ $CD_{primos} = 3$
- ✓ $CD_{simples} = 4$
- ✓ $CD_{total} = (3+1)(1+1)(2+1)$

$= 4 \times 2 \times 3$

$= 24$

$$CD_{COMP.} = CD_{TOTAL} - CD_{SIMPLES}$$

- ✓ $CD_{compuestos} = 24 - 4 = 20$

### En conclusión:

*Descomponemos canónicamente.*

$N = a^{\alpha} . b^{\beta} . c^{\theta} \ldots (DC)$

La cantidad de divisores estará dada por

$$CD_N = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1) \ldots (n+1)$$

1

Para el número 120, halle
a. cantidad de divisores primos.
b. cantidad de divisores simples.
c. cantidad de divisores compuestos.

$120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \ldots (DC)$

**Resolución**

| | |
|---|---|
| 120 | 2 |
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$$CD_{120} = (3+1)(1+1)(1+1) = 16$$

$$CD_{compuestos} = CD_{total} - CD_{simples}$$

a. 2;3 y 5 ⇨ $CD_{primos} = 3$

b. 2;3;5 y 1 ⇨ $CD_{simples} = 4$

c. $CD_{compuestos} = CD_N - CD_s =$

⇨ $CD_{compuestos} = 16 - 4 = 12$

Rpta: 12

2

## ¿Cuántos divisores tiene el número $27 \times 25$?

***Resolución***

$$* \quad \underset{\overbrace{3^3}}{27} \times \underset{\overbrace{5^2}}{25}$$

$$27 \times 25 = 3^3 \times 5^2$$

$$* \quad CD = (3+1)(2+1)$$

$$CD = 4 \times 3$$

$$= 12$$

| Rpta: | 12 |
|---|---|

3

**Si $N = 20 \times 8$, ¿cuántos divisores compuestos tiene $N$?**

## *Resolución*

$$N = \underbrace{20}_{2^2 \times 5} \times \underbrace{8}_{2^3}$$

$$N = 2^5 \times 5^1 \ldots (DC)$$

$*$ $CD_{simples} = 3$

$*$ $CD_N = (5+1)(1+1)$

$CD_N = 6 \times 2 = 12$

$$\boxed{CD_{compuestos} = CD_{total} - CD_{simples}}$$

$CD_{compuestos} = 12 - 3 =$

| Rpta: | 9 |
|---|---|

4

Si A = 600, halle la cantidad de divisores pares de A.

$$A=2^3\times 3^1\times 5^2\ldots(DC)$$

**Resolución**

| | |
|---|---|
| 600 | 2 |
| 300 | 2 |
| 150 | 2 |
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

Cantidad de divisores pares de A

$$A=\ 2\left(2^2\times 3^1\times 5^2\right)$$

$$\boxed{\left(2^2\times 3^1\times 5^2\right)}$$

* $CD_{\text{pares}}=(2+1)(1+1)(2+1)$

$CD_{\text{pares}}=\ 3\ \times\ 2\ \times\ 3$

$=\ 18$

| Rpta: | 18 |
|---|---|

5

## ¿Cuántos divisores múltiplos de 3 tiene el número 150?

**Resolución**

| | |
|---|---|
| 150 | 2 |
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$150 = 2^1 \times 3^1 \times 5^2 \ldots (DC)$

**Cantidad de divisores múltiplos de 3**

$150 = 3\,(2^1 \times 5^2)$

$$\boxed{(2^1 \times 5^2)}$$

* $CD_{\overset{\circ}{3}} = (1+1)(2+1)$

$CD_{\overset{\circ}{3}} = 6$

Rpta: 6

6

Lucía no recuerda las dos últimas cifras de su contraseña de inicio de sesión de su cuenta de tik tok pero sabe que es el menor número que tiene dos factores primos consecutivos con exponentes consecutivos cuyo producto es 6. Ayuda a Lucia a determinar cuál es dicho número.

## Resolución

$$A = 2^2 \times 3^3 \ldots (DC) = 104$$

$$A = 2^3 \times 3^2 \ldots (DC) = 72$$

| Rpta: | 72 |
|---|---|

7

Edison debe repartir cierta cantidad de balones junto a André quien le comenta que por coincidencia la cantidad de balones a repartir es igual a la cantidad de divisores que tiene el número 500, a lo que Edison replica que en realidad es igual a la cantidad de divisores compuestos. ¿Cuál es la verdadera cantidad de balones si está entre dichas cantidades y además es un número primo?

**Resolución**

| | |
|---|---|
| 500 | 2 |
| 250 | 2 |
| 125 | 5 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

**André**

$500 = 2^2 \times 5^3 \ldots (DC)$

$CD_{simples} = 3$

* $CD_{500} = (2+1)(3+1)$

* $CD_{500} = 3 \times 4 = 12$

**Edison**

$$\boxed{CD_{compuestos} = CD_{total} - CD_{simples}}$$

$CD_{compuestos} = 12 - 3 = 9$

$9 < \underbrace{\text{cantidad de balones}}_{11} < 12$

Rpta: 11