

ALGEBRA

Chapter 2

2th

Session II

LEYES DE EXPONENTES PARA LA RADICACIÓN



HELICO MOTIVATING



Reto Matemático

¿Puedes descifrar el nombre encriptado? Del primer número que obtengas, debes escribir la letra inicial . Del segundo, escribir la segunda letra y así sucesivamente.

$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt[3]{125} + \sqrt{0}$	$\sqrt{144} - \sqrt{16}$
DOS	SIETE	CINCO	OCHO

RPTA: DINO

HELICO THEORY

RADICACIÓN EN R

1. DEFINICIÓN:

$$\sqrt[n]{a} = r \Leftrightarrow r^n = a$$

Donde: n = Índice

a = Radicando

r = Raíz

$n \in \mathbb{Z}; n \geq 2$ *Cuando n es par, a debe ser positivo.*

Ejemplos: $\checkmark \sqrt[3]{64} = 4 \Leftrightarrow 4^3 = 64$

$\checkmark \sqrt[3]{-27} = -3 \Leftrightarrow (-3)^3 = -27$

2.EXPONENTE FRACCIONARIO: Si las raíces existen en \mathbb{R}

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^m ; m, n \in \mathbb{Z}^+ ; n \neq 0$$

Ejemplo:

$$\checkmark 16^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{16} \right)^3 = (2)^3 = 8$$

3. PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

a) Raíz de una multiplicación

$$\boxed{{}^n\sqrt{xy} = {}^n\sqrt{x} \cdot {}^n\sqrt{y}} \quad \checkmark \quad {}^3\sqrt{27 \times 125} = {}^3\sqrt{27} \cdot {}^3\sqrt{125} = 3 \cdot 5 = 15$$

b) Raíz de una división

$$\boxed{{}^n\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{{}^n\sqrt{x}}{{}^n\sqrt{y}}}, y \neq 0; n \neq 0 \quad \checkmark \quad \sqrt{\frac{x^4}{y^6}} = \frac{\sqrt{x^4}}{\sqrt{y^6}} = \frac{x^{\frac{4}{2}}}{y^{\frac{6}{2}}} = \frac{x^2}{y^3}$$

c) Raíz de Raíz

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m \times n \times p]{x}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \sqrt[3]{\sqrt[2]{\sqrt[5]{\sqrt[2]{x^{30}}}}} &= \sqrt[3 \times 2 \times 5 \times 2]{x^{30}} = \sqrt[60]{x^{30}} \\ &= x^{\frac{30}{60}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \end{aligned}$$

d) Propiedades auxiliares

$$\sqrt[m]{x^a} \times \sqrt[n]{x^b} \times \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m \times n \times p]{x^{(a \times n + b)p + c}}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[5]{a^7} = 3 \times 5 \sqrt{a^{2 \times 5 + 7}} = {}^{15}\sqrt{a^{17}}$$

$$\sqrt[m]{x^a} \div \sqrt[n]{x^b} \div \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m \times n \times p]{x^{(a \times n - b)p - c}}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[3]{a^2} \div \sqrt[5]{a^7} = 3 \times 5 \sqrt{a^{2 \times 5 - 7}} = {}^{15}\sqrt{a^3} = \sqrt[5]{a}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 2

Session II

1. Reduzca $E = (-8)^{\frac{4}{3}} + (-27)^{\frac{1}{3}} - (27)^{\frac{1}{3}}$

RESOLUCIÓN

Recordemos:

Si la raíz existe en R.

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^m; m, n \in \mathbb{Z}^+; n \neq 0$$

$$E = (-8)^{\frac{4}{3}} + (-27)^{\frac{1}{3}} - (27)^{\frac{1}{3}}$$

$$E = \left(\sqrt[3]{-8} \right)^4 + \left(\sqrt[3]{-27} \right)^1 - \left(\sqrt[3]{27} \right)^1$$

$$E = (-2)^4 + (-3)^1 - (3)^1$$

$$E = 16 - 3 - 3$$

Rpta.

10

2. Hallar el valor de:

$$E = \left(\frac{1}{9}\right)^{2^{-1}} + \left(\frac{1}{81}\right)^{4^{-1}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{2^{-1}}$$

RESOLUCIÓN

$$E = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[4]{\frac{1}{81}} + \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$E = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

Recordemos

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}; b \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m; m, n \in \mathbb{Z}^+; n \neq 0$$

Rpta.: $\frac{7}{6}$

3. Luego de simplificar

$$T = \sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt{x^{33}}}} \cdot \sqrt[16]{x^5}; x \neq 0$$

se obtiene.

Recordemos

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m \times n \times p]{x}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[2]{x^{33}}}} \cdot \sqrt[16]{x^5} = \sqrt[4 \times 6 \times 2]{x^{33}} \cdot x^{\frac{5}{16}} = x^{\frac{33}{48}} \cdot x^{\frac{5}{16}}$$

$$\rightarrow x^{\frac{11}{16}} \cdot x^{\frac{5}{16}} = x^{\frac{16}{16}}$$

Rpta.: **x**

4. Calcule el valor de

$$T = 6^{8^{3^{-1}}} + 3^{81^{4^{-1}}}$$

RESOLUCIÓN

$$T = 6^{8^{3^{-1}}} + 3^{81^{4^{-1}}}$$

$$T = 6^{8^{\frac{1}{3}}} + 3^{81^{\frac{1}{4}}}$$

$$T = 6^{\sqrt[3]{8}} + 3^{\sqrt[4]{81}}$$

$$T = 6^2 + 3^3$$

Recordemos

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}; b \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m; m, n \in \mathbb{Z}^+; n \neq 0$$

Rpta.: **63**

5. Efectúe $S = \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{x^9}}; x \neq 0$

RESOLUCIÓN Recordemos

$$\sqrt[m]{x^a} \cdot \sqrt[n]{x^b} \cdot \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m \times n \times p]{x^{(a \times n + b)p + c}}$$

$$S = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[2]{x^5} \cdot \sqrt[2]{\sqrt[3]{x^9}} = \sqrt[3 \times 2]{x^{2 \times 2 + 5}} \cdot \sqrt[6]{x^9}$$

$$S = \sqrt[6]{x^9} \cdot \sqrt[6]{x^9} = \sqrt[6]{x^9 \cdot x^9} = \sqrt[6]{x^{18}} = x^{\frac{18}{6}}$$

Rpta.: x^3

6. Un padre de familia de Saco Oliveros le dice a su hijo: “Si tú resuelves

$$S = \sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{2^{28}}}}}}}$$

de premio recibirás en soles lo mismo que el resultado obtenido” ¿Cuánto recibirá de premio?

Recordemos

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m \times n \times p]{x}$$

RESOLUCIÓN

$$S = \sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{\sqrt[7]{\sqrt[2]{2^{28}}}}}}} = \sqrt[7 \times 2 \times 7 \times 2]{2^{28}} = \sqrt[14]{2^{28}} = 2^{\frac{28}{14}} = 2^2$$

Rpta. :

Recibirá 4 soles

7. Luego de reducir T, encontraras el costo del pasaje

$$T = \sqrt[3]{4 \sqrt[4]{8 \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{2}}}; x \neq 0 \quad \text{¿Cuánto es el pasaje?}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \sqrt[3]{2^2 \sqrt[4]{2^3 \sqrt{2} \cdot 1}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{2}}$$

$$T = \sqrt[3 \times 4 \times 2]{2^{(2 \times 4 + 3) \times 2 + 1}} \cdot \sqrt[24]{2} = \sqrt[24]{2^{23}} \cdot \sqrt[24]{2}$$

$$T = \sqrt[24]{2^{23} \cdot 2} = \sqrt[24]{2^{24}} = 2$$

Rpta.: **El Pasaje es 2 soles**