ALGEBRA

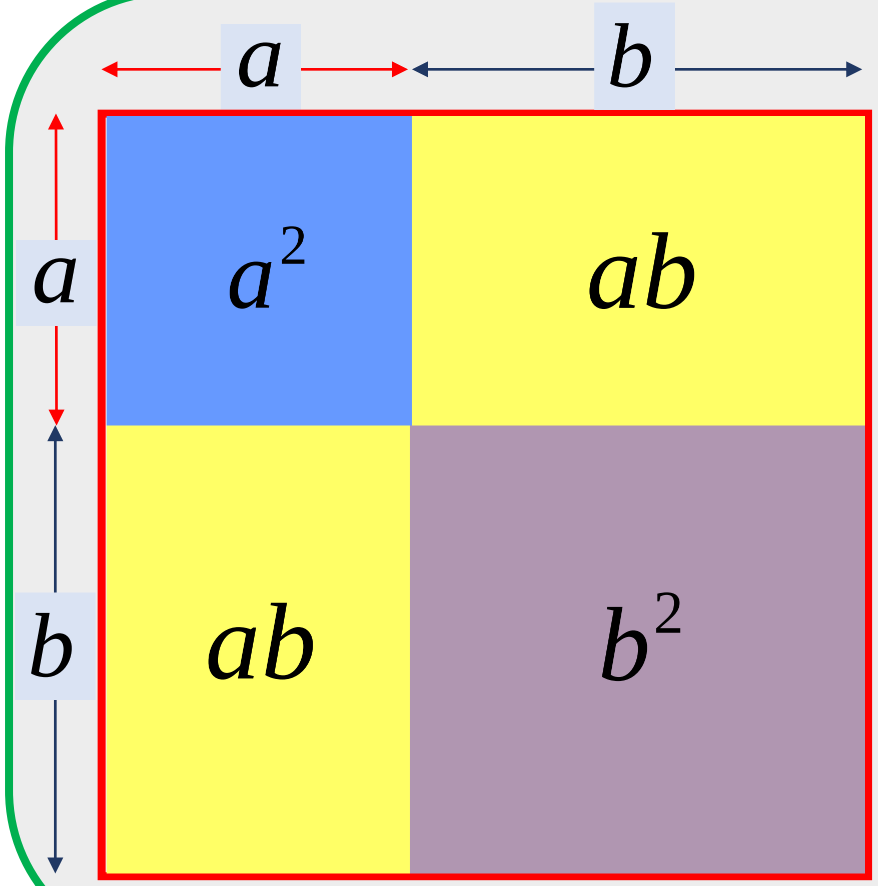
Capitulo 7

3th
SECONDARY

Productos Notables I

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY



$$\boxed{(a+b)^2} = \boxed{a^2} + \boxed{ab} + \boxed{ab} + \boxed{b^2}$$

$$\boxed{(a+b)^2} = \boxed{a^2} + 2\boxed{ab} + \boxed{b^2}$$

HELICO THEORY

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.

I DESARROLLO DEL BINOMIO AL CUADRADO: (Trinomio cuadrado perfecto)

$$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$(x+2)^2 = \underbrace{(x)^2}_{} + \underbrace{2(x)(2)}_{} + \underbrace{(2)^2}_{}$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

Ejemplo:

$$(x-3)^2 = \underbrace{(x)^2}_{} - \underbrace{2(x)(3)}_{} + \underbrace{(3)^2}_{}$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

II IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a+b)^2+(a-b)^2 \equiv 2(a^2+b^2)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2 \equiv 4ab$$

Ejemplo:

$$(\underline{x}+\underline{3})^2+(\underline{x}-\underline{3})^2 = 2(x^2+3^2)$$

$$(x+3)^2+(x-3)^2 = 2(x^2+9)$$

Ejemplo:

$$(\underline{x}+\underline{3})^2-(\underline{x}-\underline{3})^2 = 4(x)(3)$$

$$(x+3)^2-(x-3)^2 = 12x$$

III DESARROLLO DEL BINOMIO AL CUBO:

$$(a+b)^3 \equiv a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x+2)^3 = \underbrace{(x)^3} + \underbrace{3(x)^2(2)} + \underbrace{3(x)(2)^2} + \underbrace{(2)^3}$$

$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Ejemplo:

$$(x-3)^3 = \underbrace{(x)^3} - \underbrace{3(x)^2(3)} + \underbrace{3(x)(3)^2} - \underbrace{(3)^3}$$

$$(x-3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

IV

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a+b)^3 \equiv a^3+b^3+3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3-b^3-3ab(a-b)$$

Ejemplo:

$$(x+2)^3=\underbrace{(x)^3}+\underbrace{(2)^3}+\underbrace{3(x)(2)}\underbrace{(x+2)}$$

$$(x+2)^3 = x^3 + 8 + 6x(x+2)$$

Ejemplo:

$$(x-3)^3=\underbrace{(x)^3}-\underbrace{(3)^3}-\underbrace{3(x)(3)}\underbrace{(x-3)}$$

$$(x-3)^3= x^3 - 27 - 9x(x-3)$$

V DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a+b)(a-b) \equiv a^2 - b^2$$

Ejemplos:

1. Reduzca:

$$P = \underbrace{(x+3)(x-3)} - \underbrace{(x+5)(x-5)}$$

$$P = (x^2 - 3^2) - (x^2 - 5^2)$$

$$P = \cancel{x^2} - 9 - \cancel{x^2} + 25$$

$$\boxed{P = 16}$$

2. Efectúe:

$$R = \underbrace{(\sqrt{11}+\sqrt{5})(\sqrt{11}-\sqrt{5})} - \underbrace{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}$$

$$R = \left(\sqrt{11}^2 - \sqrt{5}^2\right) - \left(\sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2\right)$$

$$R = 11 - 5 - 7 + 3$$

$$\boxed{R = 2}$$

HELICO PRACTICE

Problema 1

Resolución:

HELICO PRACTICE

Reduzca

F = (2x + 3)² - 4x (x + 3)

$$F = (\ 2x + 3)^2 - 4x\,(x + 3)$$

$$F = (2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2 - 4x^2 - 12x$$

$$F = \cancel{4x^2} + \cancel{12x} + 9 - \cancel{4x^2} - \cancel{12x}$$

$$\boxed{9}$$

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO
(Binomio al cuadrado):

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab}$$

$$\boxed{\therefore \quad F: 9}$$

Respuesta: 09

Si $a + b = 5 \quad \ldots(1)$

$ab = 3 \quad \ldots(2)$

Calcule $a^2 + b^2$.

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

Resolución:

Elevando (1) al cuadrado:

$$(a + b)^2 = (5)^2$$

$$a^2 + b^2 + 2\underbrace{ab} = 25$$

$$a^2 + b^2 + 2(3) = 25$$

$$a^2 + b^2 + 6 = 25$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = 19}$$

Respuesta: 19

Problema 3

HELICO PRACTICE

Sabiendo que $x + x^{-1} = 6$, calcule $x^2 + x^{-2}$.

Resolución:

Elevando al cuadrado:

$$\left(x + x^{-1}\right)^2 = (6)^2$$

$$(x)^2 + \left(x^{-1}\right)^2 + 2\underbrace{(x)\left(x^{-1}\right)}$$ $= 36$

$$x^2 + x^{-2} + 2(1) = 36$$

$$x^2 + x^{-2} + 2 = 36$$

$$\boxed{\therefore \quad x^2 + x^{-2} = 34}$$

Respuesta: 34

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab}$$

Problema 4

Obtenga el resultado de

$$F=\frac{(5x+3y)^2-(5x-3y)^2}{(2x+4y)^2-(2x-4y)^2}$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$$

Resolución:

HELICO PRACTICE

$$F=\frac{(5x+3y)^2-(5x-3y)^2}{(2x+4y)^2-(2x-4y)^2}$$

$$F=\frac{\cancel{4}(5\cancel{x})(3\cancel{y})}{\cancel{4}(2\cancel{x})(4\cancel{y})}$$

$$F=\frac{(5)(3)}{(2)(4)}$$

$$\boxed{\therefore \quad F=\frac{15}{8}}$$

Respuesta: $\frac{15}{8}$

Problema 6

$$M = \frac{(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2+(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$$

Resolución:

$$M = \frac{(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2+(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$$

$$M = \frac{\cancel{2}((\sqrt{13})^2+(\sqrt{7})^2)}{\cancel{2}((\sqrt{3})^2+(\sqrt{2})^2)}$$

$$M = \frac{(\cancel{\sqrt{\ }}13)^{\cancel{2}}+(\cancel{\sqrt{\ }}7)^{\cancel{2}}}{(\cancel{\sqrt{\ }}3)^{\cancel{2}}+(\cancel{\sqrt{\ }}2)^{\cancel{2}}}$$

$$M = \frac{13+7}{3+2} = \frac{20}{5}$$

$$M = 4$$

$$\boxed{M = 4}$$

ASUMO MI RETO

El valor reducido de

$$M=(a+1)(a-1)-(a+4)(a-4)$$

Representa la edad de catalina y aumentado en 2 numéricamente es la nota de su examen de álgebra. ¿Cuál es su nota?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$$

Resolución:

$$M=\underbrace{(a+1)(a-1)}-\underbrace{(a+4)(a-4)}$$

$$M=(a^2-1)-(a^2-16)$$

$$M=\cancel{a^2}-1-\cancel{a^2}+16$$

$$M=-1+16$$

$$\boxed{\therefore\quad M=15}$$

Respuesta: 15

Problema 7

Marco desea ir con su familia a un almuerzo – show función de brisas del Titicaca para lo cual decide comprar una manera online las entradas las cuales tienen un precio de 4 ($a^3 + b^3$) soles para adultos y 2($a^3 + b^3$) soles para niños, donde:

a+b=3 (I)

a.b=2 (II)

¿ *Cuál es el* **Monto total que pago si fue con su esposa y sus dos hijos ?.**

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a+b)^3 = \left(a^3 + b^3 + 3ab(a+b)\right)$$

Resolución:

$$(a+b) = 3$$

Ambos términos elevamos al cubo

$$(a+b)^3 = (3)^3$$

Utilizamos la identidad de Cauchy

$$a^3 + b^3 + 3\underbrace{ab}\underbrace{(a+b)} = 27$$

$$a^3 + b^3 + 3(2)(3) = 27$$

$$a^3 + b^3 + 18 = 27$$

$$\boxed{a^3 + b^3 = 9}$$

Adultos :

$4(a^3 + b^3) = 4.9$ = 36

Niños:

$2(a^3 + b^3) = 2.9$ = 18

∴ Compro:

2 entradas de adultos = 2 x 36 = 72

2 entradas de niños = 2 x 18 = 36

$$\boxed{\therefore \quad P = Pagó\ s/108 \text{ soles}}$$

GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!