



ALGEBRA

Chapter 6

5th
SECONDARY

FACTORIZACIÓN



 **SACO OLIVEROS**



El número de viajes que realiza María al extranjero durante el año coincide con el número de factores primos al factorizar:

$$x^4 - 8x^2 - 9$$

¿Cuántos viajes realiza durante el año?

Rpta. 3 viajes



FACTORIZACIÓN

I) DEFINICIÓN

Es la transformación que sufre un polinomio en productos de dos o más factores primos.

Ejemplo

$$P_{(x)} = x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

factorización

Factores primos:

$$x + 2$$

$$x - 2$$



II) Criterios para Factorizar

1) Por Factor Común

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = x^4 y^2 + 2x^2 y^2$$

Factor común $x^2 \cdot y^2$

$$P_{(x;y)} = x^2 \cdot y^2 \cdot (x^2 + 2).$$

Factores primos:

x

y

$x^2 + 2$



2) Por agrupación de términos

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = \underbrace{x^2 + xy} + \underbrace{zx + zy}$$
$$x(x + y) + z(x + y)$$

Factor común: $(x + y)$

$$P_{(x;y)} = (x + y) (x + z)$$

Factores primos:

$$x + y$$

$$x + z$$



3) Por Productos Notables

Binomio al cuadrado:

$$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$$

Diferencia de cuadrados:

$$x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$$

Suma de cubos:

$$x^3 + y^3 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)$$

Diferencia de cubos:

$$x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$$



4) Por Aspa Simple

FACTORICE:

$$25x^4 - 109x^2 + 36$$

$$\begin{array}{cc} 25x^2 & -9 \\ x^2 & -4 \end{array}$$

$$(25x^2 - 9)(x^2 - 4)$$

$$(5x + 3)(5x - 3)(x + 2)(x - 2)$$



4) Por Aspa Doble Especial

FACTORICE:

$$x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 6x + 4$$

$$\begin{array}{c}
 x^2 \quad \quad \quad 4 \\
 \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\
 x^2 \quad \quad \quad 1
 \end{array}$$

$$7x^2 - 5x^2 = 2x^2$$

$$(x^2 + 2x + 4)(x^2 + x + 1)$$



4) Por divisores binomios

FACTORICE: $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

Divisores de 6: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$

$x = -1$	1	6	11	6
	-1	-5	-6	
	1	5	6	0

$(x^2 + 5x + 6)(x + 1)$
 $(x + 3)(x + 2)(x + 1)$



PROBLEMA 1

Factorice: $4m^4n - 8m^3n^2 + 3m^2n^3 - 6mn^4$

Luego, Indique el número de factores primos

Resolución

$$\boxed{4m^4n - 8m^3n^2} + \boxed{3m^2n^3 - 6mn^4}$$

$$4m^3n(m - 2n) + 3mn^3(m - 2n)$$

$$(m - 2n) (4m^3n + 3mn^2)$$

$$(m - 2n) mn(4m^2 + 3n)$$

hay 4 factores primos

PROBLEMA 2

Determine el número de factores primos

$$x^8 - 256y^8$$

Recordar !

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Resolución



$$x^8 - 256y^8 = (x^4 + 16y^4) \underline{(x^4 - 16y^4)}$$

$$x^4 - 16y^4 = (x^2 + 4y^2) \underline{(x^2 - 4y^2)}$$

$$x^2 - 4y^2 = (x + 2y)(x - 2y)$$

$$\rightarrow x^8 - 256y^8 = (x^4 + 16y^4)(x^2 + 4y^2)(x + 2y)(x - 2y)$$

Nº de factores primos: 4

∴ 4



PROBLEMA 3

Determine la suma de factores primos:

$$T = 9x^2 + 4y^2 - 25z^2 + 12xy$$

Resolución

$$T = 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 25z^2$$

$$T = (3x + 2y)^2 - (5z)^2$$

$$T = (3x + 2y + 5z)(3x + 2y - 5z)$$

La suma de factores primos es: $6x + 4y$

PROBLEMA 4

Indique la duma de factores primos

$$a^4 + 2a^2b^2 + 9b^4$$

Recordar !

Trinomio cuadrado perfecto (T.C.P)

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Resolución

$$a^4 + 2a^2b^2 + 9b^4$$

$$a^4 + \underline{2a^2b^2 + 4a^2b^2} + 9b^4 - 4a^2b^2$$

$$\underbrace{a^4 + 6a^2b^2 + 9b^4}_{(a^2 + 3b^2)^2} - 4a^2b^2$$

Aplicando el T.C.P

$$\underbrace{(a^2 + 3b^2)^2 - 4a^2b^2}_{(a^2 + 3b^2 + 2ab)(a^2 + 3b^2 - 2ab)}$$

Aplicando Dif. De cuadrados

$$(a^2 + 3b^2 + 2ab)(a^2 + 3b^2 - 2ab)$$

Piden: Σ de factores primos: $2a^2 + 6b^2$

$$\therefore 2a^2 + 6b^2$$



PROBLEMA 5

Factorice: $(ab - 3x)^2 - (bx - 3a)^2$

E indique la mayor suma de coeficientes de un factor primo

Resolución

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\begin{aligned}
 & (\boxed{ab} - 3x + \boxed{bx} - 3a)(ab - 3x - (bx - 3a)) \\
 & (\textcolor{red}{b}(a + x) - \textcolor{red}{3}(a + x))(\boxed{ab} - 3x \boxed{-bx} + 3a) \\
 & (a + x)(\textcolor{red}{b} - \textcolor{red}{3})(\textcolor{violet}{b}(a - x) + \textcolor{violet}{3}(a - x)) \\
 & (a + x)(\textcolor{red}{b} - \textcolor{red}{3})(a - x)(\textcolor{violet}{b} + \textcolor{violet}{3})
 \end{aligned}$$

La mayor suma de coeficiente de un factor primo es: 4

PROBLEMA 6

La edad de Marcelo hace 10 años es el resultado del siguiente problema:

“AL factorizar:

$(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) + 1$ calcule la suma de coeficientes de un factor primo”. ¿Qué edad tiene Marcelo?

Recordar !

Identidad de Steven:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Trinomio cuadrado perfecto:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Resolución



$$\underline{(x + 2)} \underline{(x + 3)} \underline{(x + 4)} \underline{(x + 5)} + 1$$

$$\underline{(x^2 + 7x + 10)} \underline{(x^2 + 7x + 12)} + 1$$

$$x^2 + 7x = a$$

$$(a + 10)(a + 12) + 1$$

$$\underline{a^2 + 22a + 120} + 1$$

$$a^2 + 22a + 121$$

Aplicando el T.C.P

$$(a + 11)^2$$

Factor primo: $a + 11$

\sum *de coef. del factor primo:* 12

→ Marcelo, actualmente tiene: $12 + 10 = 22$ años

∴ 22 años

PROBLEMA 7

Al factorizar

$P(x) = x^6 - 2x^4 - 16x^2 + 32$ en $\mathbb{R}(x)$. El número de factores primos de $P(x)$ representa la propia diaria (en soles) que otorga Rubén a su nieto Julio Cesar, calcule cuánto recauda semanalmente Julio Cesar si el día domingo es el único día que no recibe propina.

Recordar !

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$x^4 - 16 = (x^2 + 4)(x^2 - 4)$$

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

Resolución



Agrupando términos de:

$$\begin{aligned} P(x) &= \underbrace{x^6 - 2x^4}_{x^4(x^2 - 2)} - \underbrace{16x^2 + 32}_{-16(x^2 + 2)} \\ &= \underline{x^4(x^2 - 2)} - \underline{16(x^2 + 2)} \\ &= (x^2 - 2)\underline{(x^4 - 16)} \\ &= (x^2 - 2)(x^2 + 4)\underline{(x^2 - 4)} \\ &= \underline{(x^2 - 2)(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)} \end{aligned}$$

Nº de factores primos: 4

Julio Cesar recauda de propina: $4 \times 6 = S/24$

$$\therefore S/.24$$