



GEOMETRÍA

Capítulo 13

2th
SECONDARY

CIRCUNFERENCIA I



 **SACO OLIVEROS**

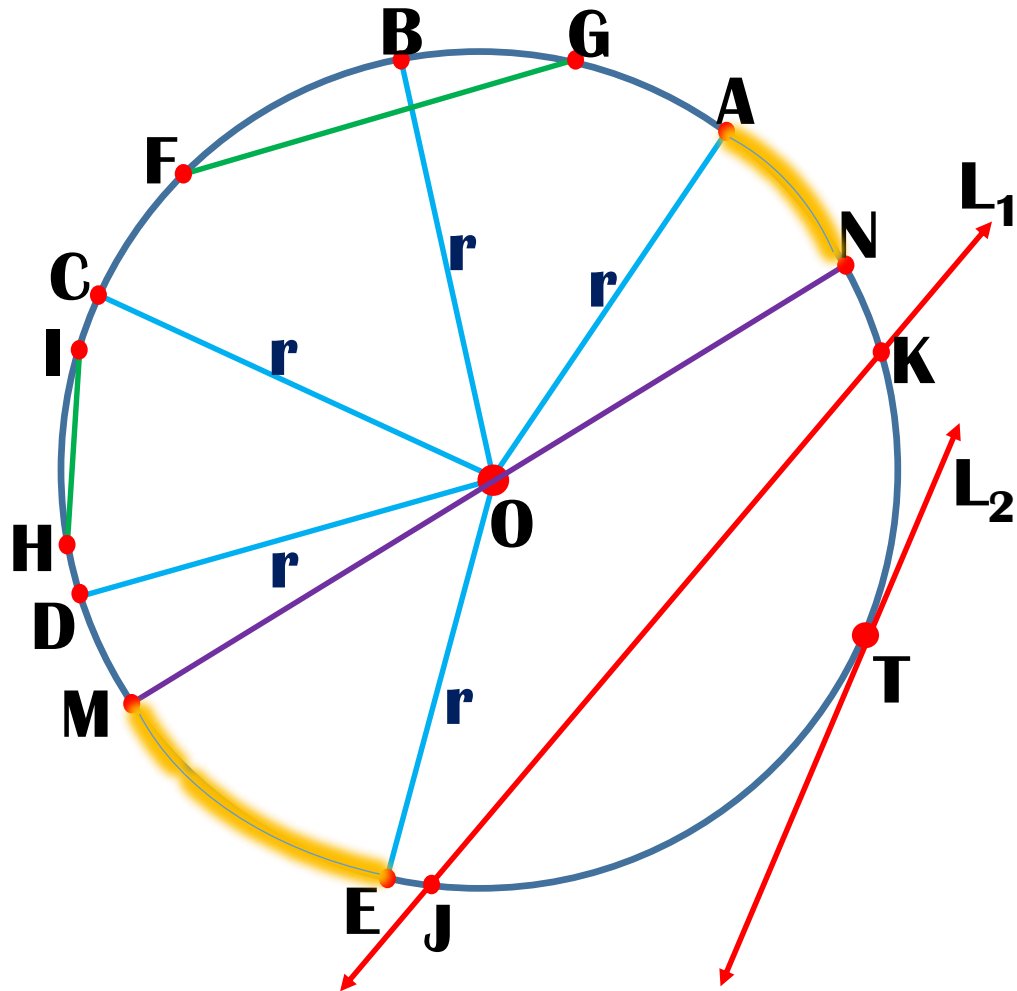
MOTIVATING | STRATEGY

Al observar el borde de la Luna o el Sol, el hombre tuvo las primeras nociones de circunferencia , al cortar una naranja o un limón el contorno de la sección plana tiene forma de circunferencia y que equidista del centro, esto llevó a conocer las primeras propiedades de ella.



CIRCUNFERENCIA

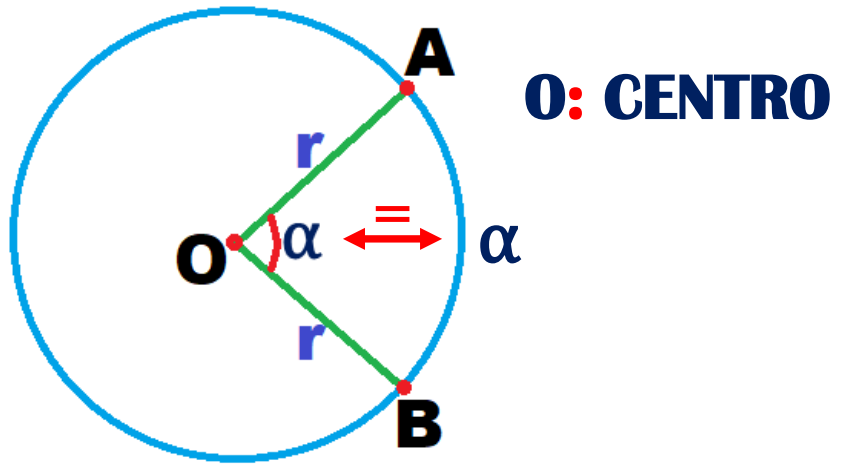
Es aquella línea curva cerrada, que está formada por el conjunto de puntos coplanares que equidistan de un punto fijo denominado centro.



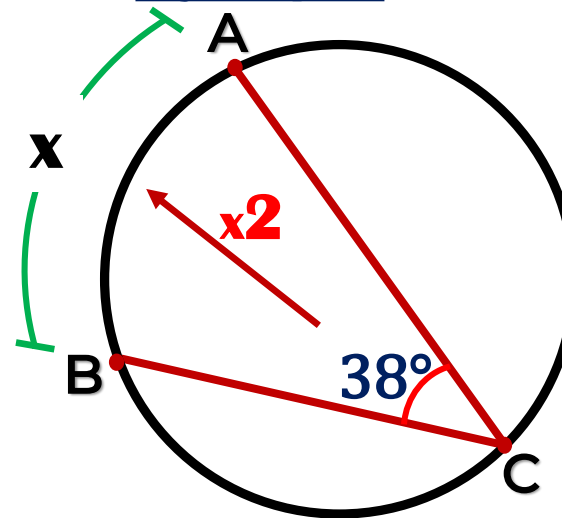
- CENTRO: O
- RADIO: \overline{OA} ; \overline{OB} ; \overline{OC}
- CUERDA: \overline{FG} ; \overline{HI}
- DIÁMETRO: \overline{MN}
- ARCO: \widehat{AN} ; \widehat{ME}
- RECTA SECANTE: $\overleftrightarrow{L_1}$
- RECTA TANGENTE: $\overleftrightarrow{L_2}$
- PUNTO DE TANGENCIA: T

ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

ÁNGULO CENTRAL:



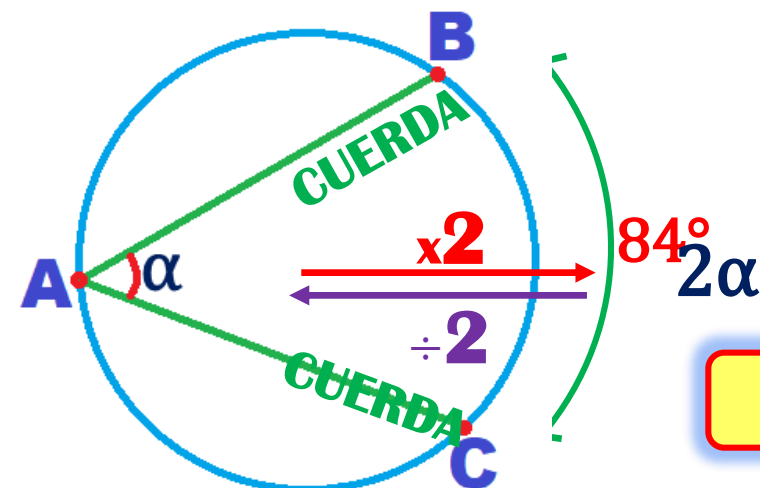
Ejemplo: Calcule el valor de x



$$x = 2(38^\circ)$$

$$x = 76^\circ$$

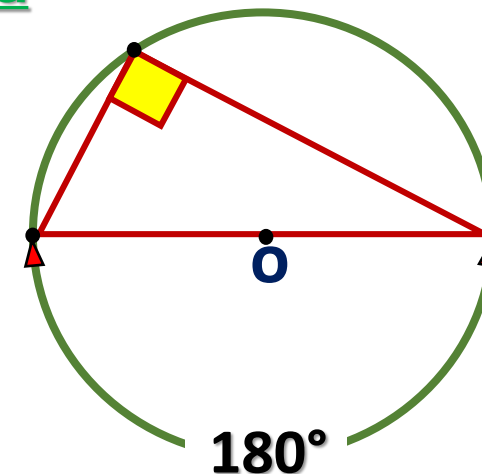
Ejemplo: Calcule la $m\angle AOB$



ÁNGULO INSCRITO:

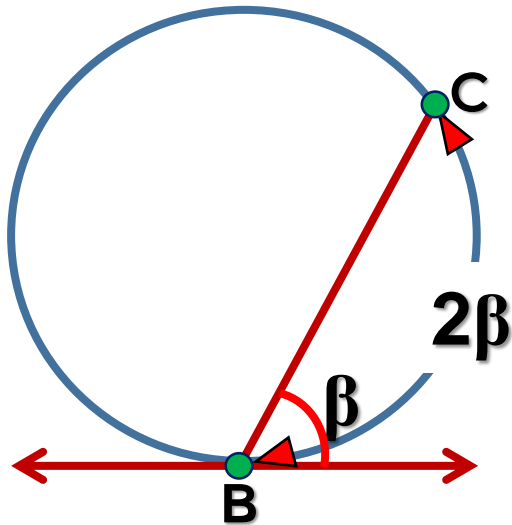
$$m\angle AOB = 84^\circ$$

Teorema

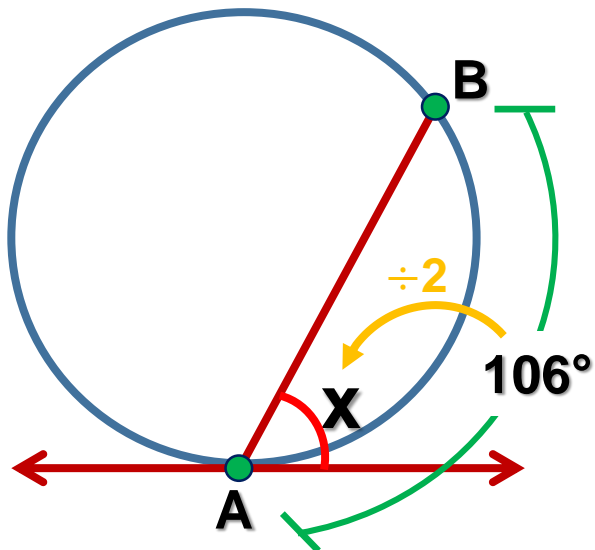


ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

ÁNGULO SEMINSCRITO



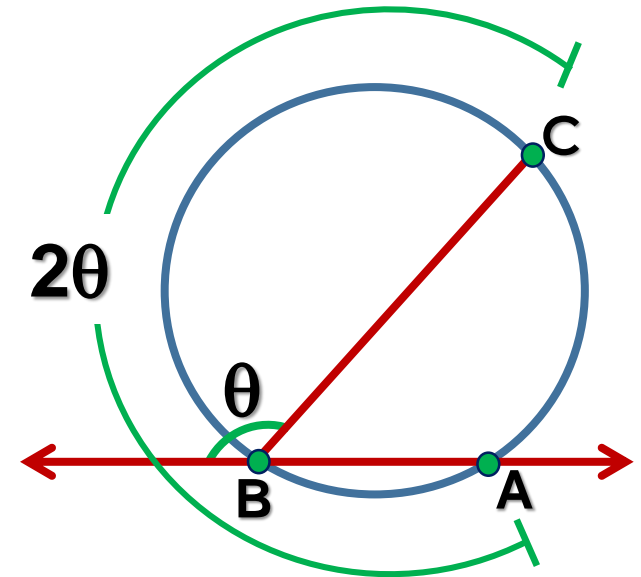
Ejemplo: Calcule el valor de x.



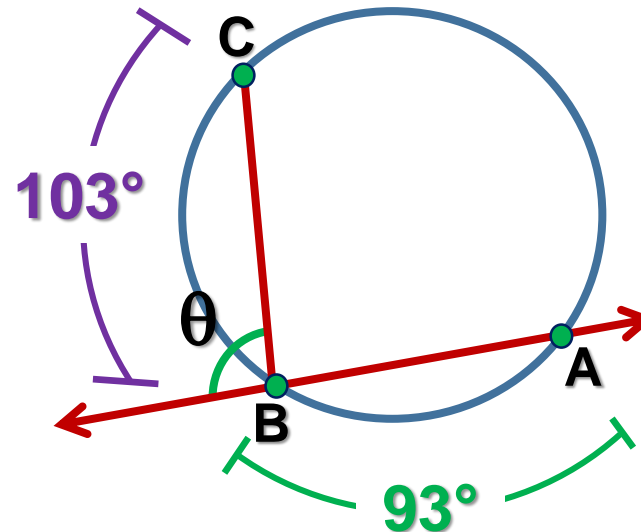
$$x = \frac{106^\circ}{2}$$

$$x = 53^\circ$$

ÁNGULO EXINSCRITO



Ejemplo: Calcule el valor de θ.



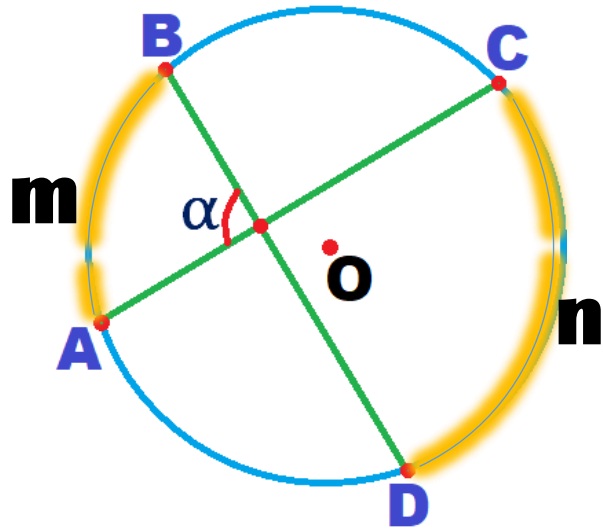
$$\theta = \frac{103^\circ + 93^\circ}{2}$$

$$\theta = \frac{196^\circ}{2}$$

$$\theta = 98^\circ$$

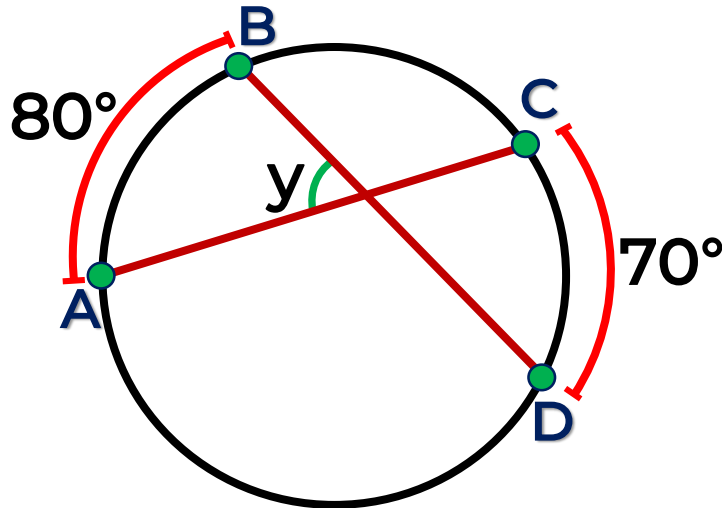
ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

ÁNGULO INTERIOR:



$$\alpha = \frac{m + n}{2}$$

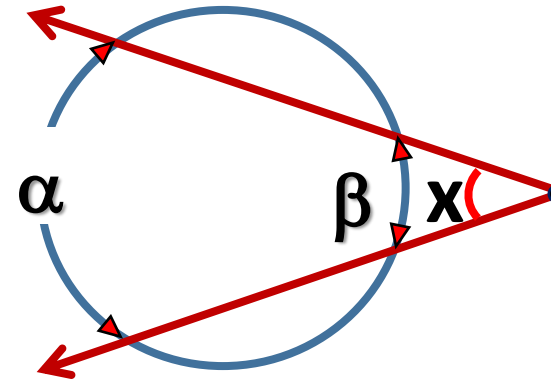
Ejemplo: Calcule el valor de y.



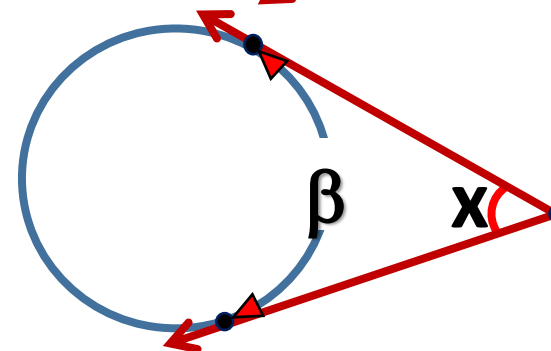
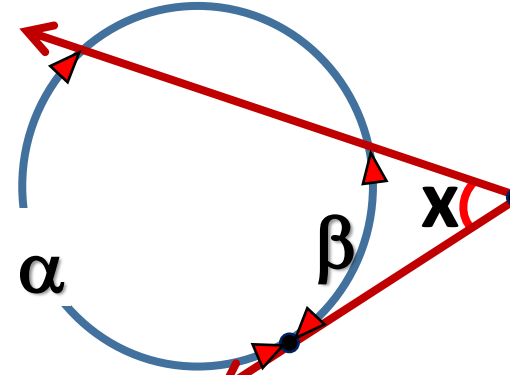
$$y = \frac{80^\circ + 70^\circ}{2}$$

$$y = 75^\circ$$

ÁNGULO EXTERIOR

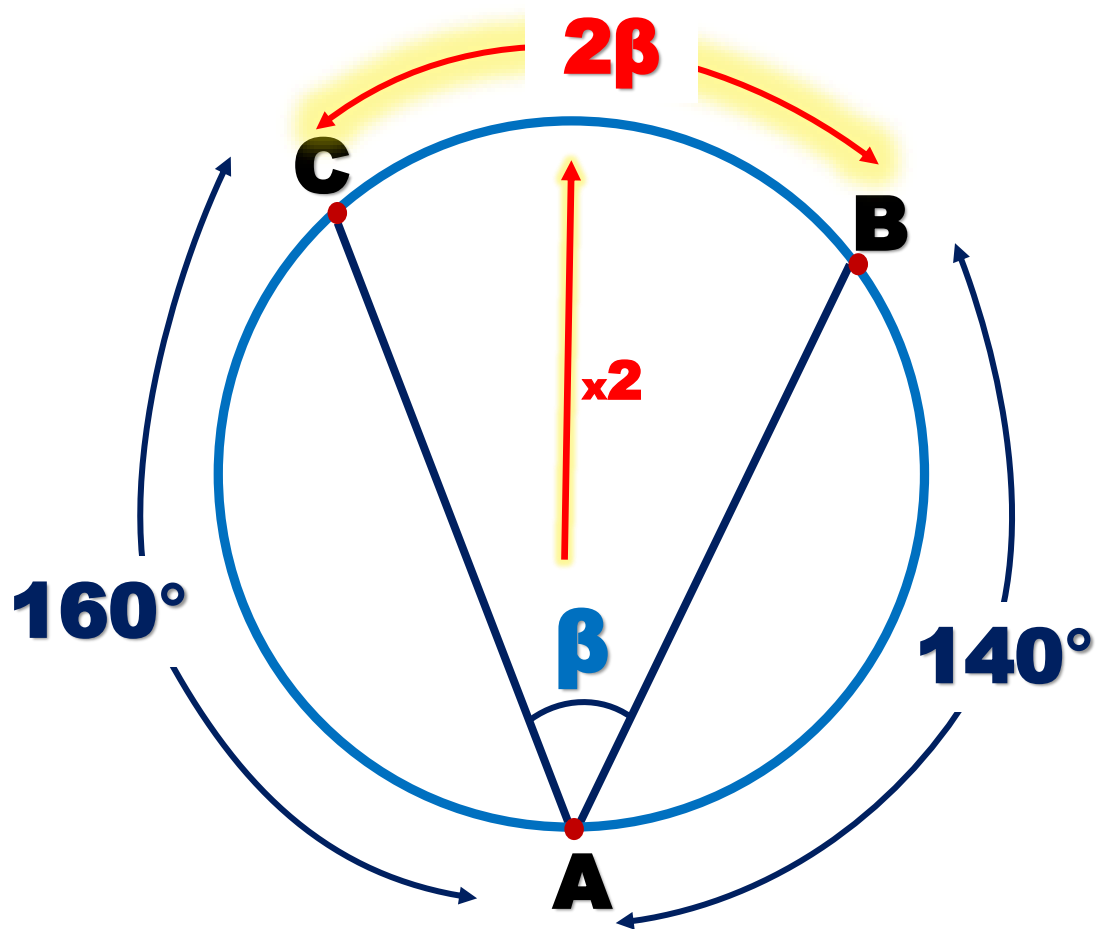


$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$



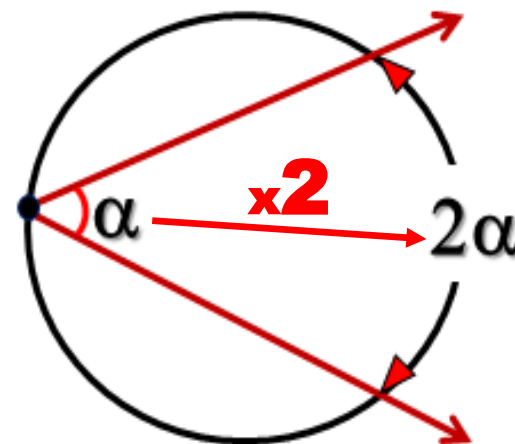
$$x + \beta = 180^\circ$$

1. En la figura, halle el valor de β .



Resolución

Ángulo inscrito



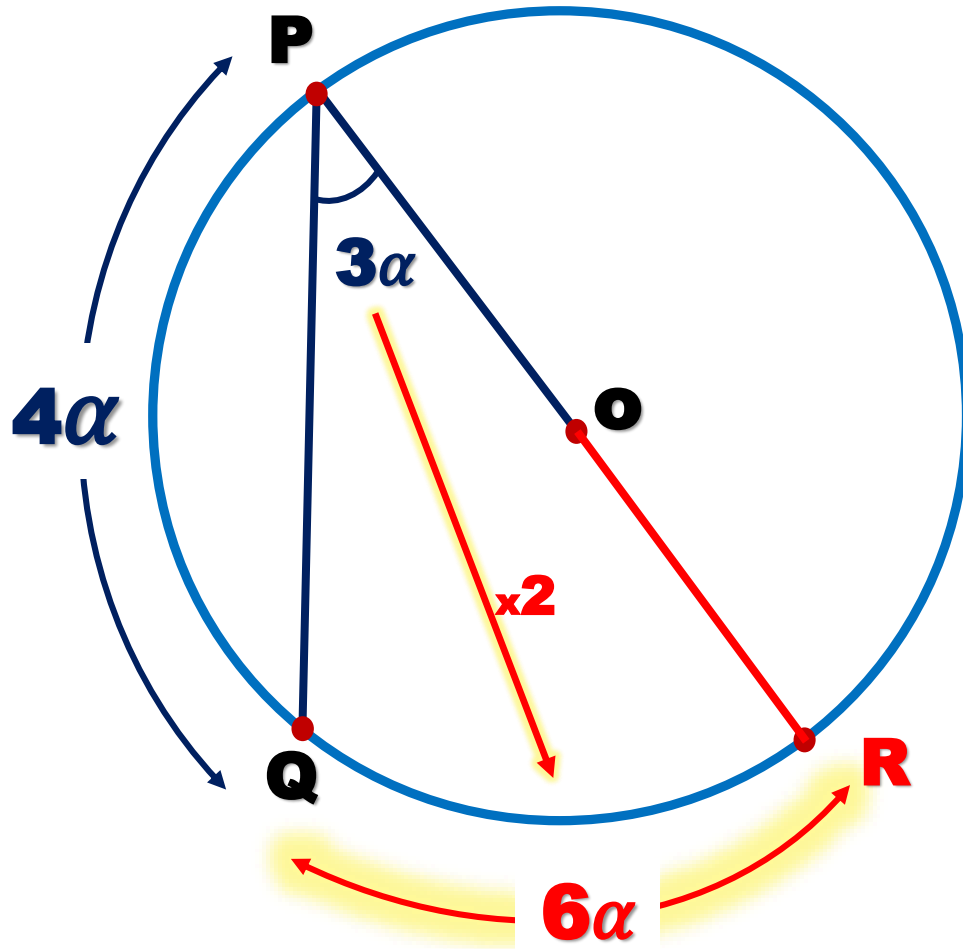
$$2\beta + 160^\circ + 140^\circ = 360^\circ$$

$$2\beta + 300^\circ = 360^\circ$$

$$2\beta = 60^\circ$$

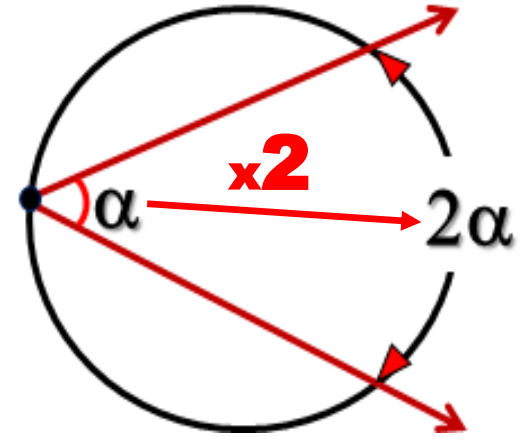
$$\beta = 30^\circ$$

2. Si O es centro de la circunferencia, halle el valor de α .



Resolución

Ángulo inscrito



\overline{PR} : es diámetro

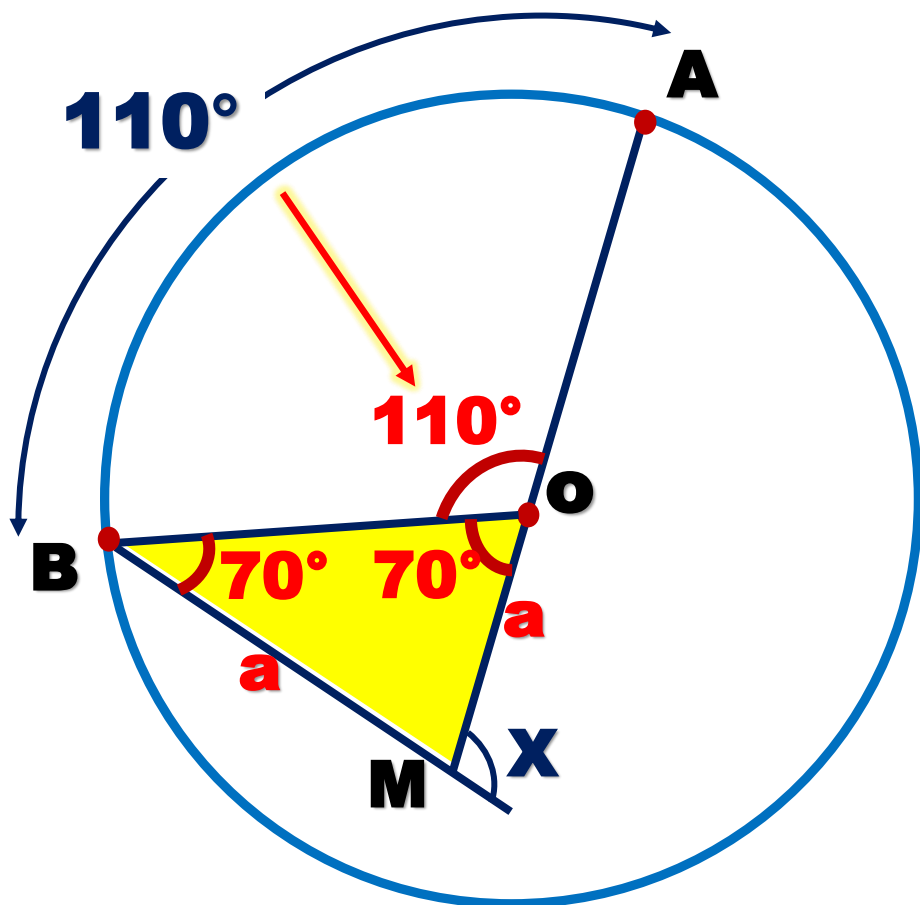


$$4\alpha + 6\alpha = 180^\circ$$

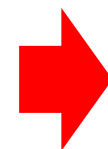
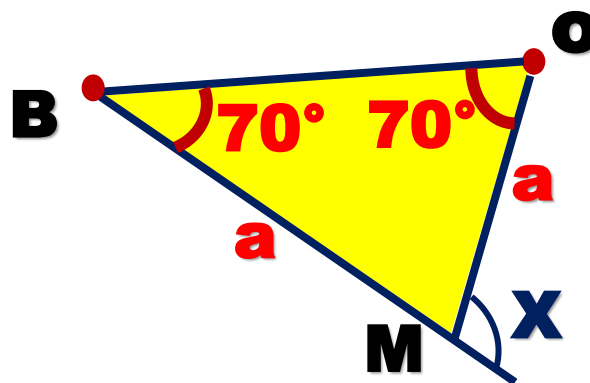
$$10\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 18^\circ$$

3. En la figura, O es centro y $BM = MO$. Halle el valor de x .



Resolución

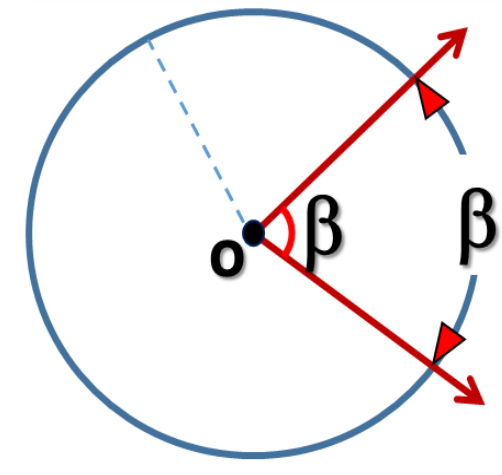


$\triangle BMO$: Isósceles

$$x = 70^\circ + 70^\circ$$

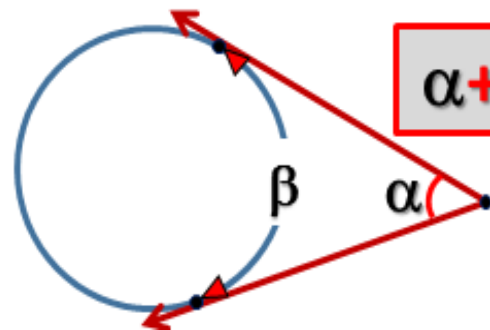
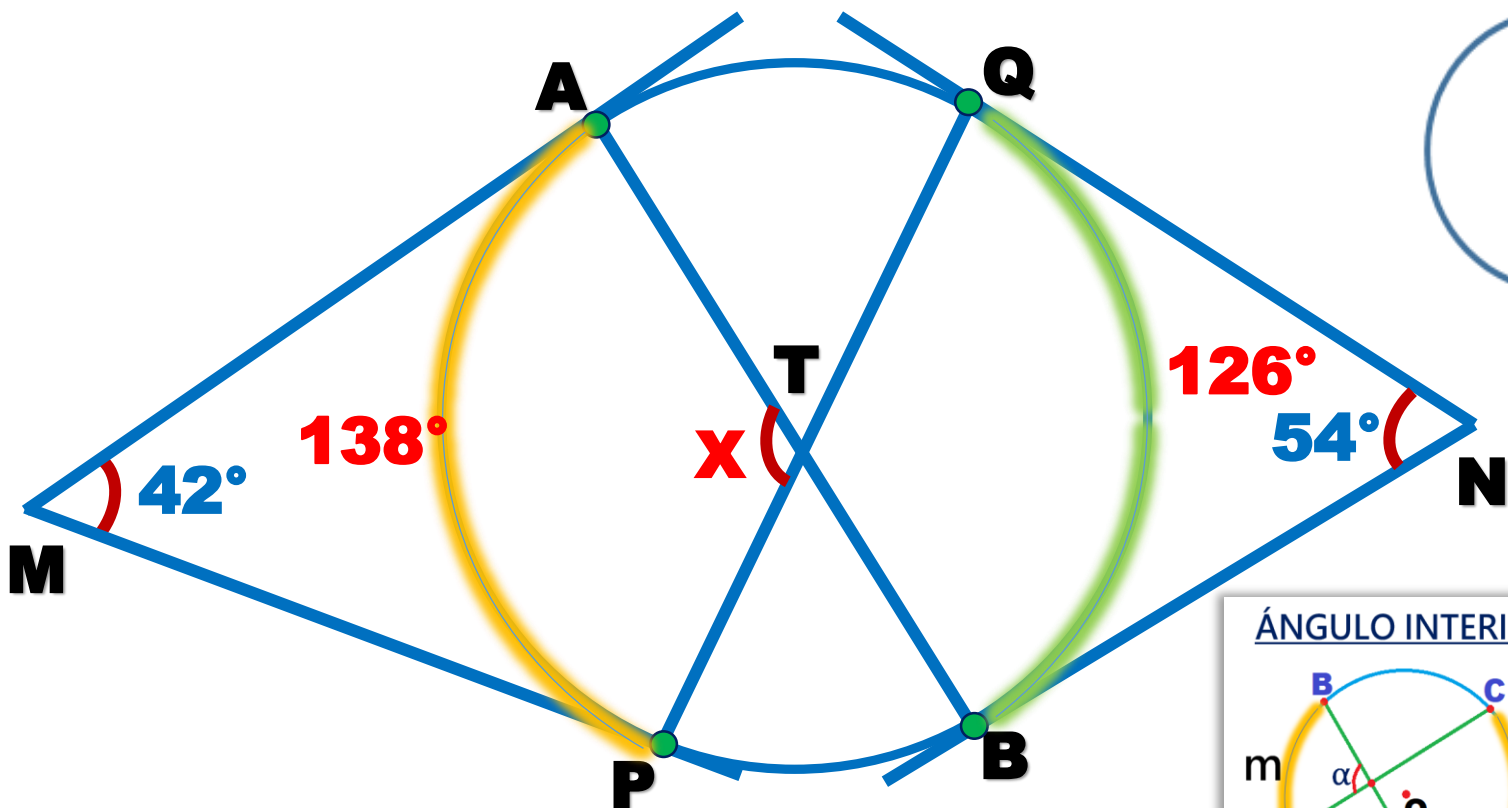
$$x = 140^\circ$$

Ángulo central



4. A, P, B y Q son puntos de tangencia; $m \angle AMP = 42^\circ$ y $m \angle BNQ = 54^\circ$. Calcule la $m \angle ATP$.

Resolución



$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$m\widehat{AP} = 138^\circ$$

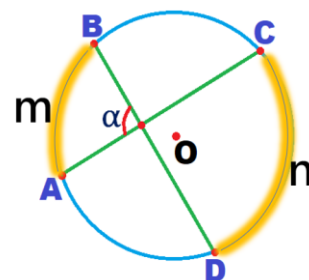
$$m\widehat{QB} = 126^\circ$$

$$x = \frac{138^\circ + 126^\circ}{2}$$

$$x = \frac{264^\circ}{2}$$

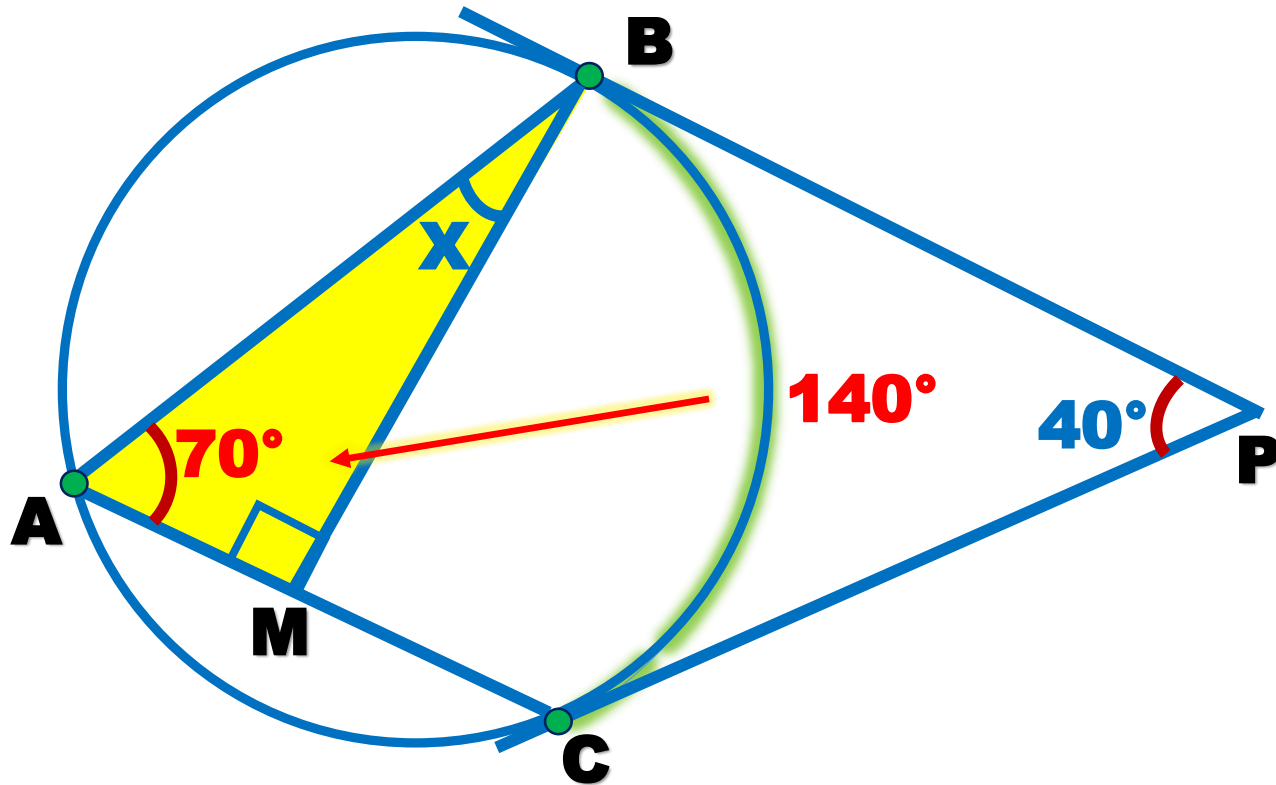
$$x = 132^\circ$$

ÁNGULO INTERIOR:

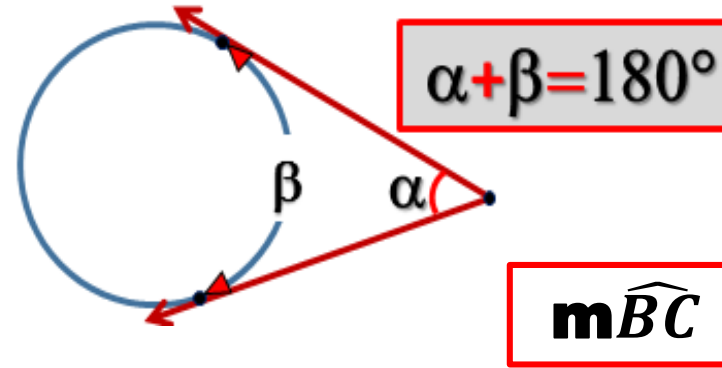


$$\alpha = \frac{m+n}{2}$$

5. Si B y C son puntos de tangencia, halle el valor de x.



Resolución

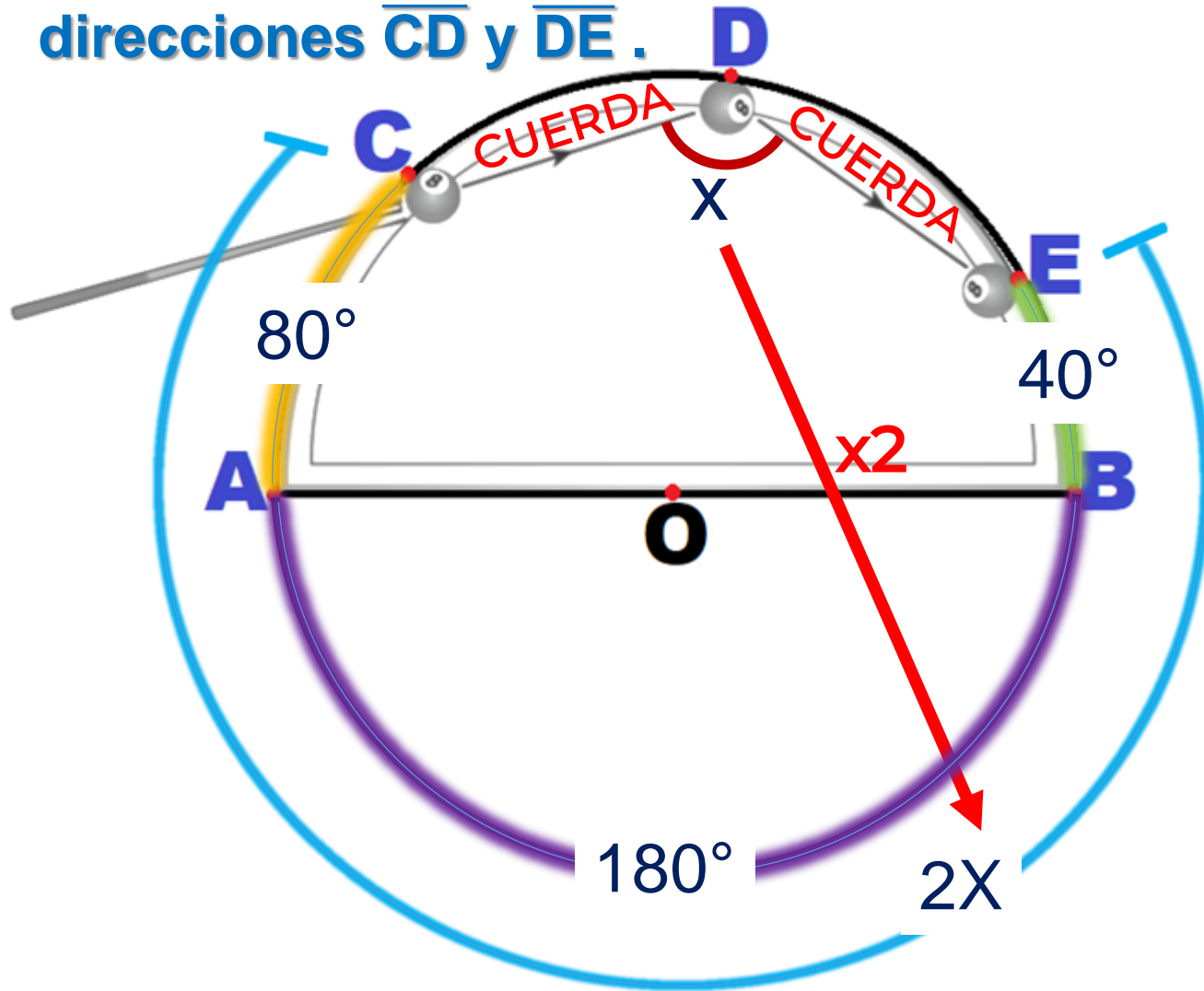


➔ $\triangle AMB$: Rectángulo

$$x + 70^\circ = 90^\circ$$

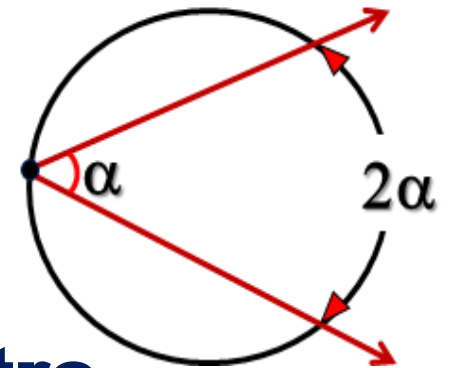
$$x = 20^\circ$$

6. Se construye una mesa de billar semicircular de diámetro \overline{AB} , se choca una billa ubicada en el punto C que luego llega al punto D y finalmente al punto E. Si $m\widehat{AC} = 80^\circ$ y $m\widehat{EB} = 40^\circ$, halle la medida del ángulo que forman las direcciones \overline{CD} y \overline{DE} .



Resolución

Ángulo inscrito



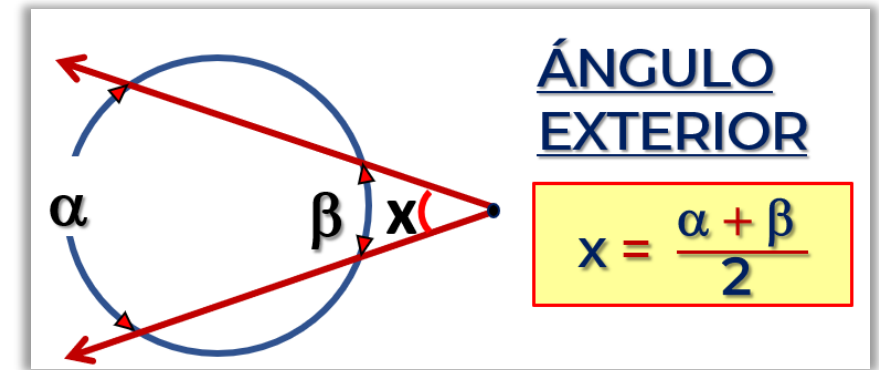
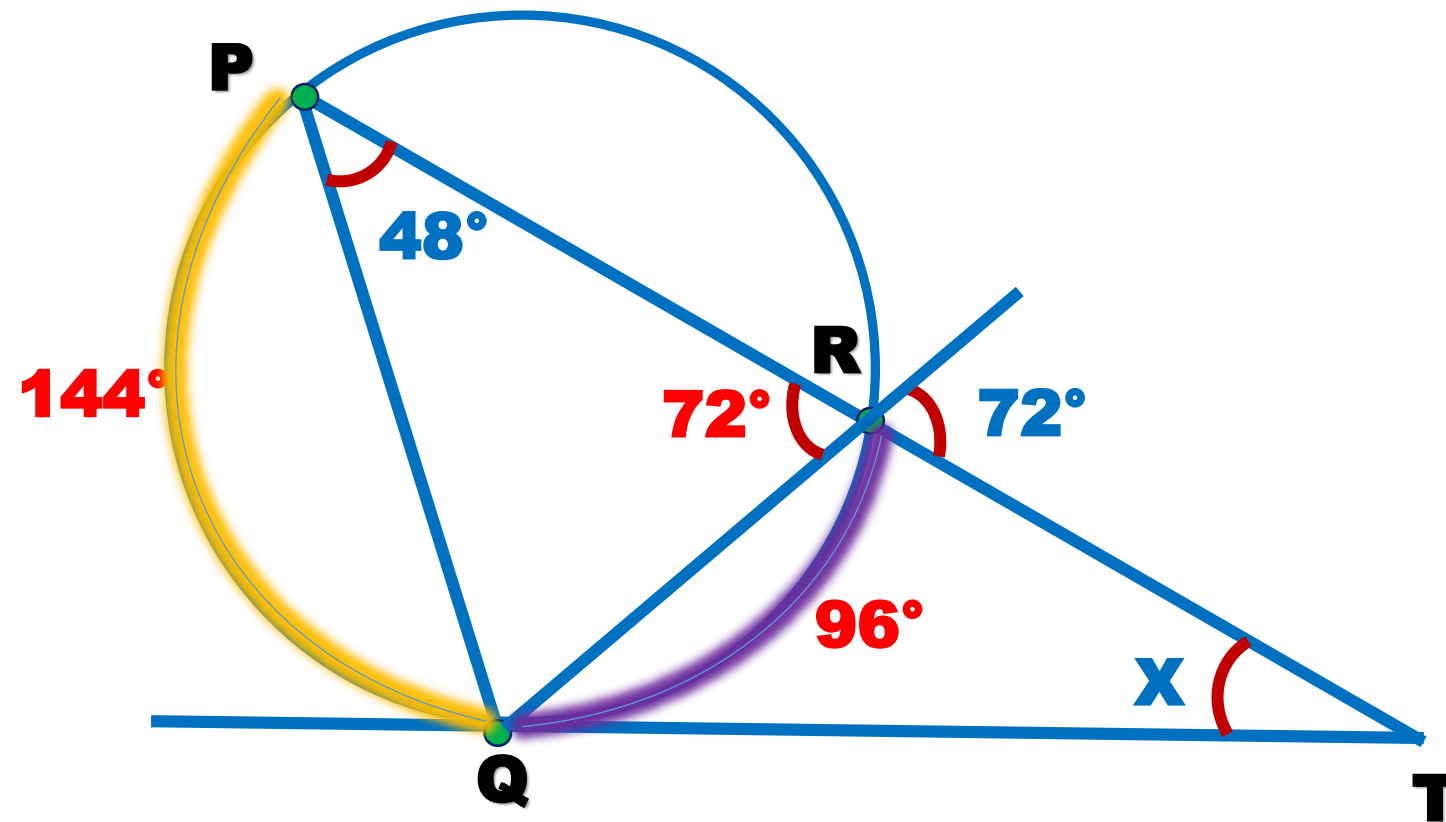
\overline{AB} : es diámetro

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x &= 180^\circ + 80^\circ + 40^\circ \\ 2x &= 300^\circ \end{aligned}$$

$$x = 150^\circ$$

7. Se muestra la estructura de la bicicleta estática de Haydée. Las barras deben ser soldadas de tal manera que Q sea punto de tangencia. Halle el valor de x.

Resolución



$$\Rightarrow x = \frac{144^\circ - 96^\circ}{2}$$

$$x = \frac{48^\circ}{2}$$

$$x = 24^\circ$$