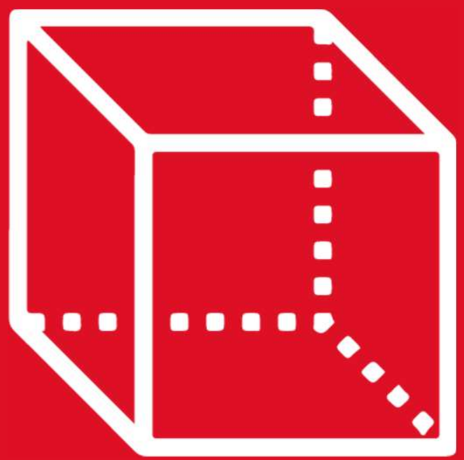
GEOMETRÍA

Capítulo 4

5th

SAN MARCOS

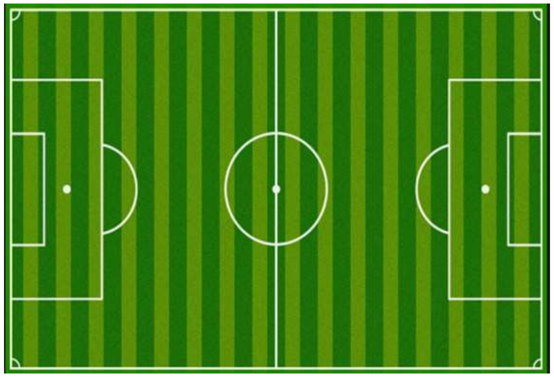
CUADRILÁTEROS



SACO OLIVEROS

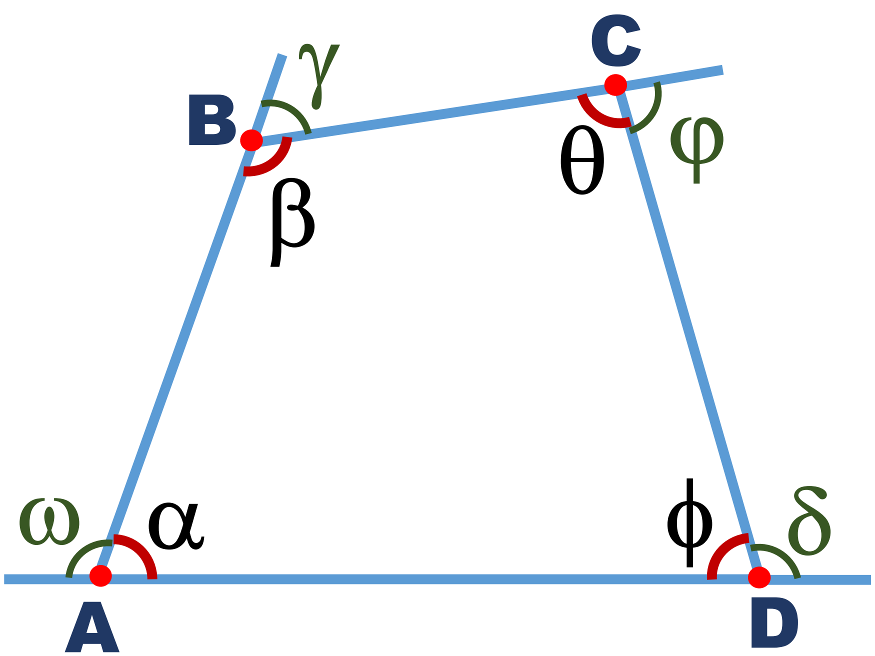
MOTIVATING | STRATEGY

Veamos algunas aplicaciones de los cuadriláteros



CUADRILÁTEROS

Definición: **Es aquella figura que resulta de la reunión de 4 segmentos de recta unidos en sus extremos de tal forma que cualquier par de ellas no es colineal.**



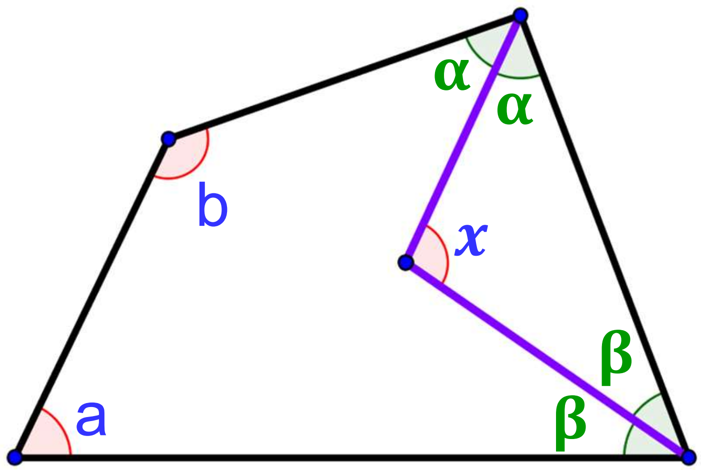
- **VÉRTICES: A ; B ; C y D**
- **LADOS: $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$**

TEOREMAS

$$\boxed{\alpha + \beta + \theta + \phi = 360°}$$

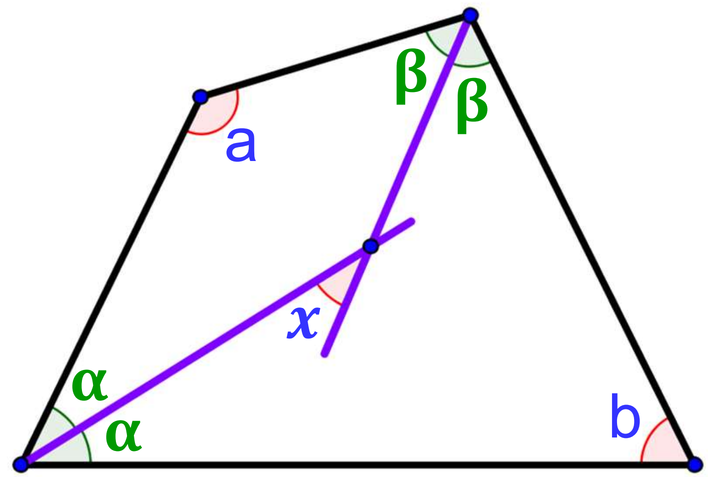
$$\boxed{\omega + \gamma + \varphi + \gamma = 360°}$$

- **Teorema**



$$x = \frac{a+b}{2}$$

- **Teorema**

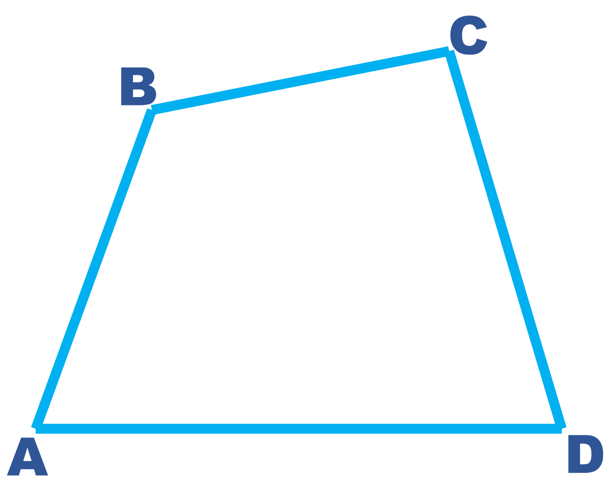


$$x = \frac{a-b}{2}$$

Clasificación de los cuadriláteros convexos

1. TRAPEZOIDE

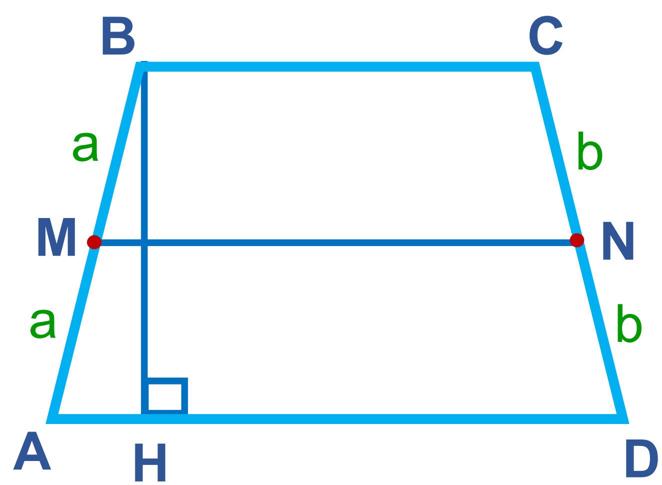
Es aquel cuadrilátero convexo que no tiene lados opuestos paralelos.



$\overline{AB} \nparallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \nparallel \overline{AD}$

2. TRAPECIO

Es aquel cuadrilátero convexo que solo tiene un par de lados opuestos paralelos, llamados bases.



$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

$\overline{BC}$ y $\overline{AD}$: bases

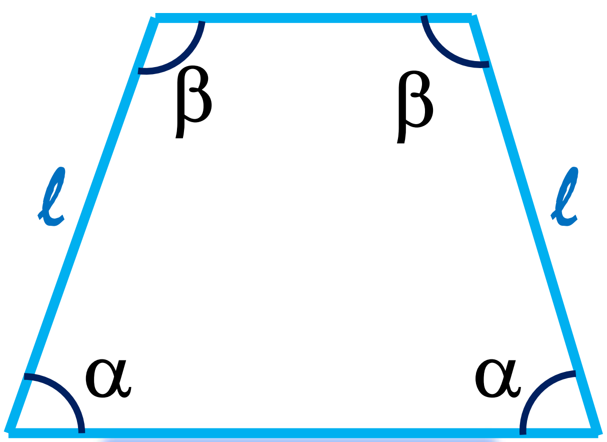
- $\overline{BH}$: altura
- $\overline{MN}$: base media

2.1.-Clasificación de trapecios

Los trapecios se clasifican de acuerdo a la longitud de sus lados no paralelos o laterales

TRAPECIO ISÓSCELES

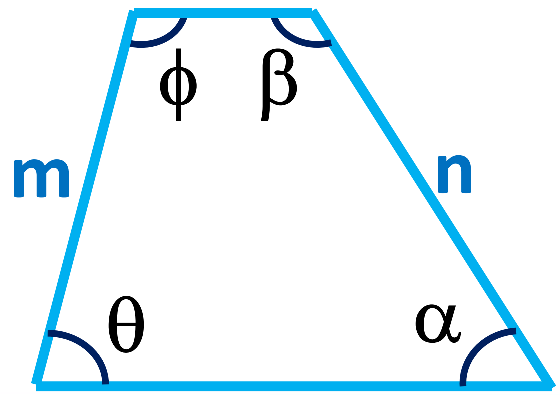
Es aquel trapecio cuyos lados laterales son de igual longitud.



$\alpha + \beta = 180°$

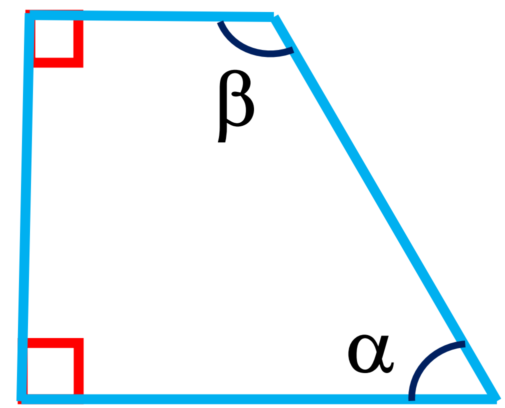
TRAPECIO ESCALENO

Es aquel trapecio cuyos lados laterales tienen diferente longitud.



$\theta + \phi = 180°$

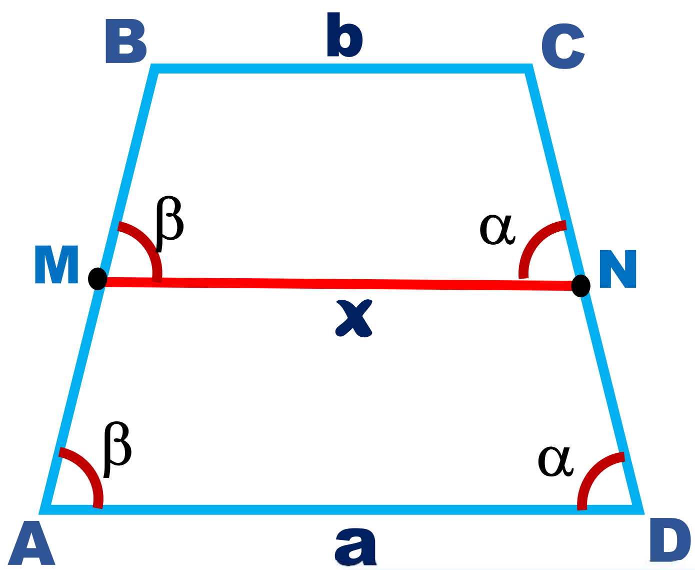
$\alpha + \beta = 180°$



$\alpha + \beta = 180°$

2.2.- Teoremas

ABCD : Trapecio



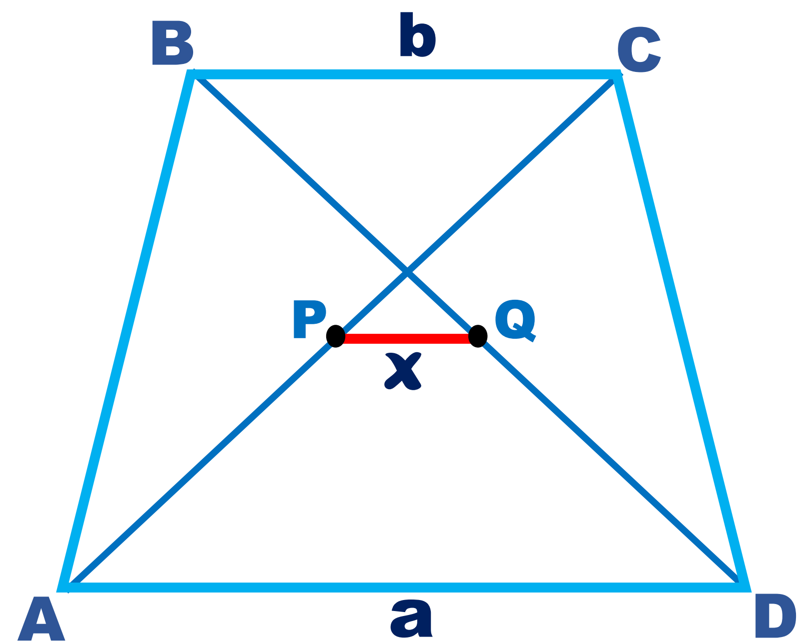
$\overline{MN}$: Base media

$\overline{AD} \mathbin{//} \overline{BC} \mathbin{//} \overline{MN}$

AM = BM

CN = DN

$$x = \frac{a+b}{2}$$



AP = PC

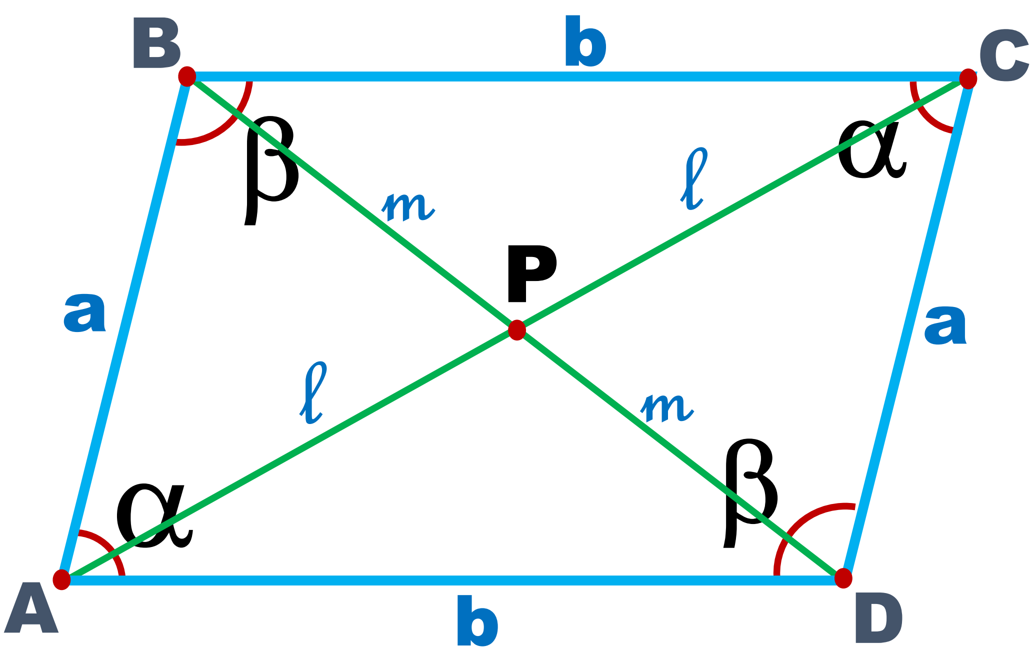
BQ = DQ

$\overline{AD} \mathbin{//} \overline{BC} \mathbin{//} \overline{PQ}$

$$x = \frac{a-b}{2}$$

3. PARALELOGRAMO

Es aquel cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos y congruentes.



▱ ABCD: PARALELOGRAMO

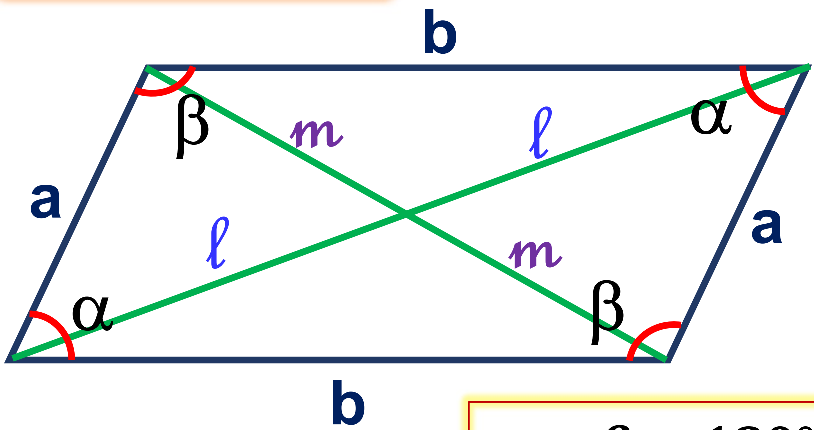
- $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \wedge \overline{BC} \parallel \overline{AD}$
- $AB = CD \wedge BC = AD$

$$\alpha + \beta = 180°$$

- $AP = PC \wedge BP = PD$

Clasificación de paralelogramos

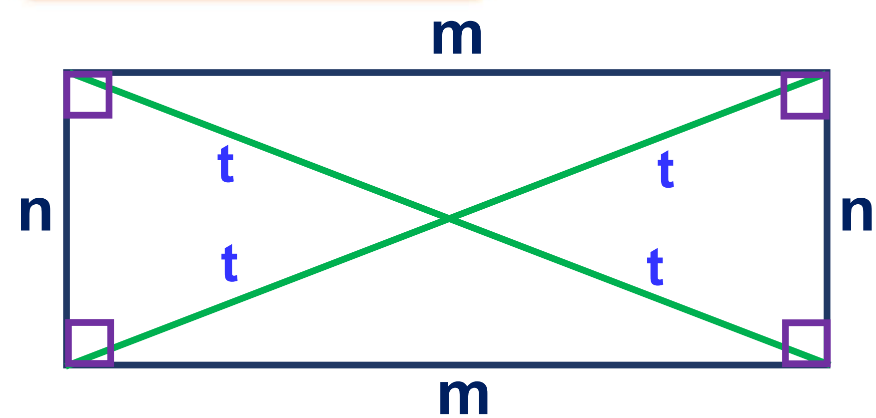
ROMBOIDE



$$\alpha + \beta = 180°$$

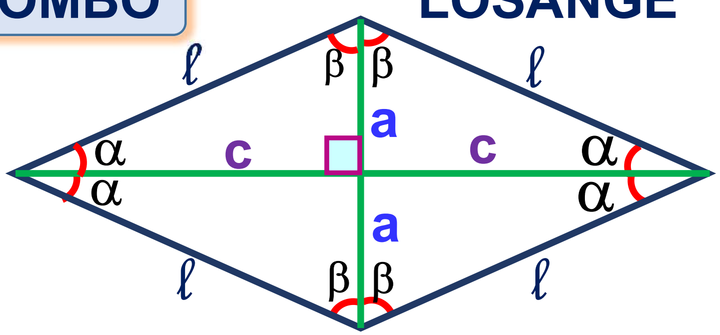
RECTÁNGULO

CUADRILONGO

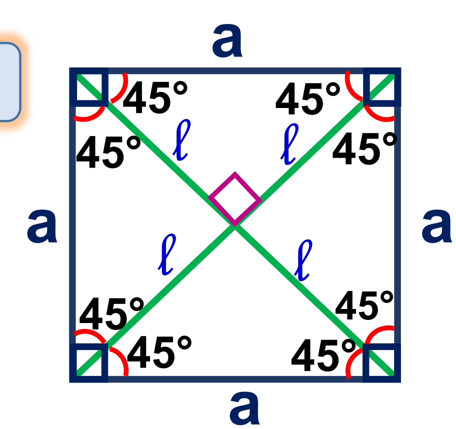


ROMBO

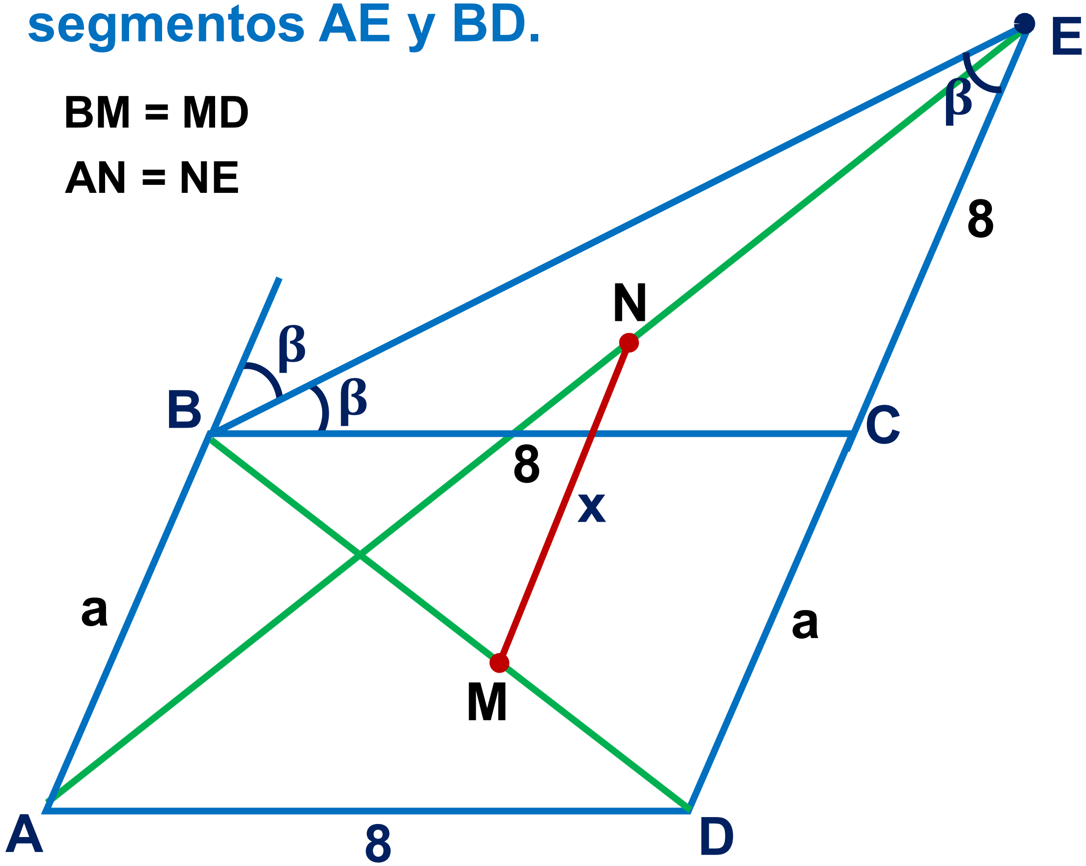
LOSANGE



CUADRADO



1. En un romboide ABCD, AD = 8 m, se traza la bisectriz exterior $\overline{BE}$, E en la prolongación del lado $\overline{DC}$. Calcule la distancia entre los puntos medios de los segmentos AE y BD.



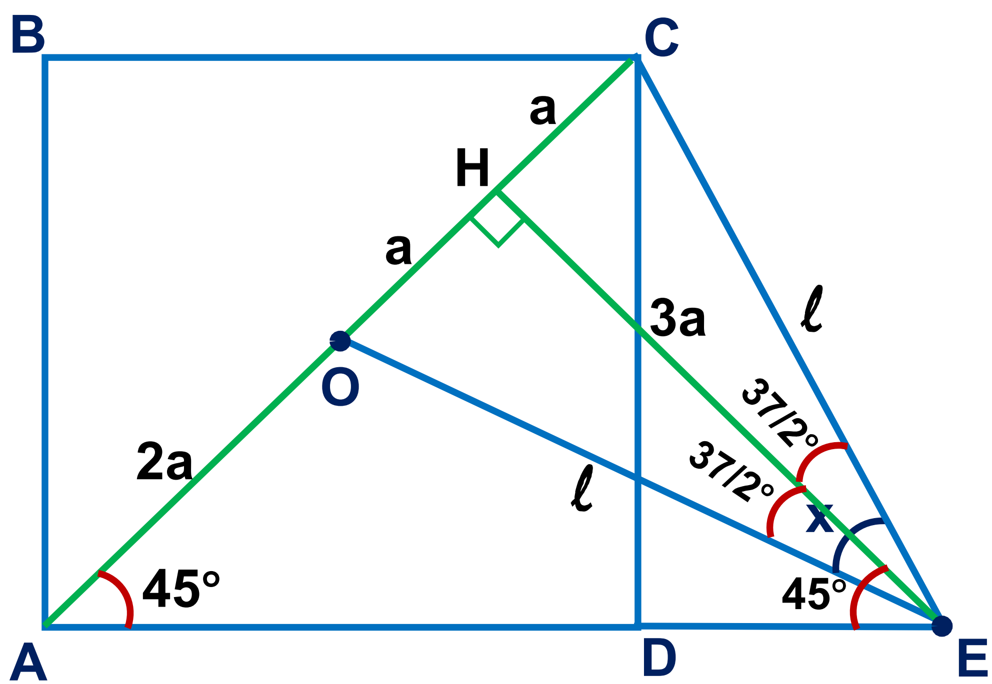
Resolución

- Piden: x
- ABCD: Romboide
  BC = AD = 8 ∧ AB = CD = a
- Aplicando el teorema de ángulos alternos internos:
- ΔBCE: Isósceles
  BC = CE = 8
- ABED: Trapecio

$$x = \frac{(a + 8) - a}{2} = \frac{8}{2}$$

$$\boxed{x = 4 \text{ m}}$$

2. En un cuadrado ABCD de centro O, se prolonga el lado $\overline{AD}$ hasta un punto E, de modo que CE = OE. Calcule m∡OEC.



Resolución

- Piden: x
- Trazamos la altura $\overline{EH}$ en el triángulo isósceles OEC.

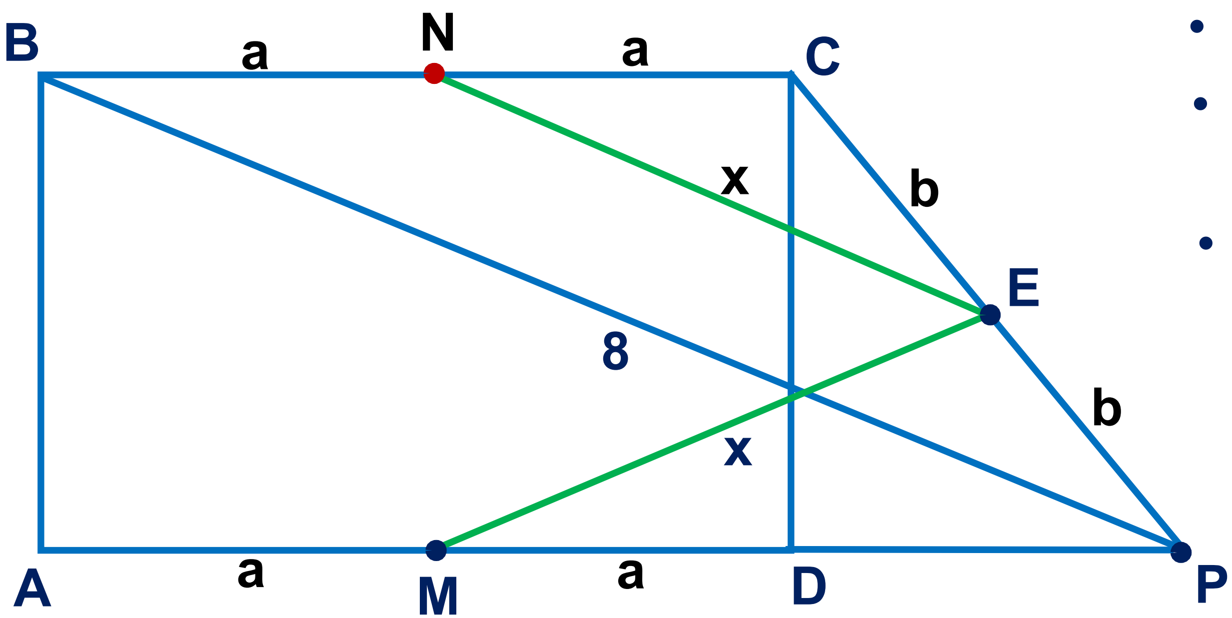
  OH = HC = a
- ΔAHE: Isósceles

  AH = HE = 3a
- ⊿OHE: Notable de 37º/2.

$$x = \frac{37°}{2} + \frac{37°}{2}$$

$$\boxed{x = 37°}$$

3. En un cuadrilongo ABCD, se ubica un punto P en la prolongación de $\overline{AD}$, de modo que BP = 8 m. Calcule la distancia entre los puntos medios de los segmentos AD y PC.



Resolución

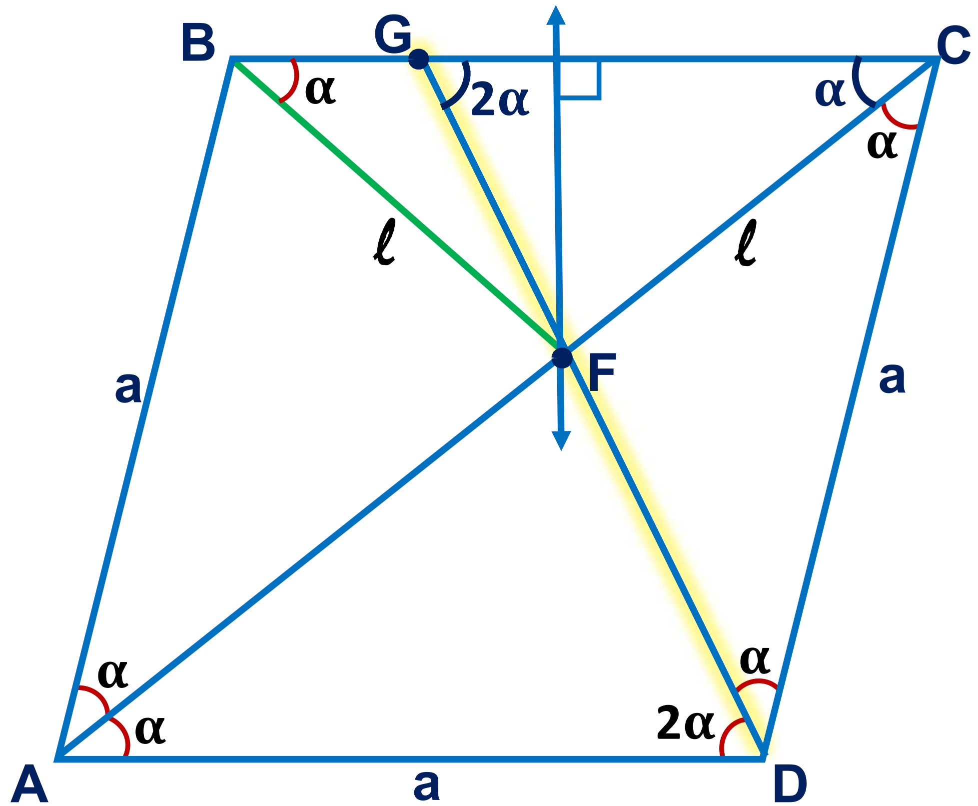
- Piden: x
- ABCD: Rectángulo

  ME = NE = x
- ΔBCP: Aplicando el teorema de la base media.

$$x = \frac{8}{2}$$

$$\boxed{x = 4\ m}$$

4. En un rombo ABCD, la mediatriz del lado $\overline{BC}$ interseca a la diagonal $\overline{AC}$ en el punto F, luego se prolonga $\overline{DF}$ de modo que interseca en el punto G a $\overline{BC}$, si m∡FGC = 2(m∡ACG). Calcule m∡ACG.



Resolución

- Piden: α
- Aplicando el teorema de la mediatriz.

  FB = FC

- Δ BCF $\cong$ Δ DCF (L-A-L)

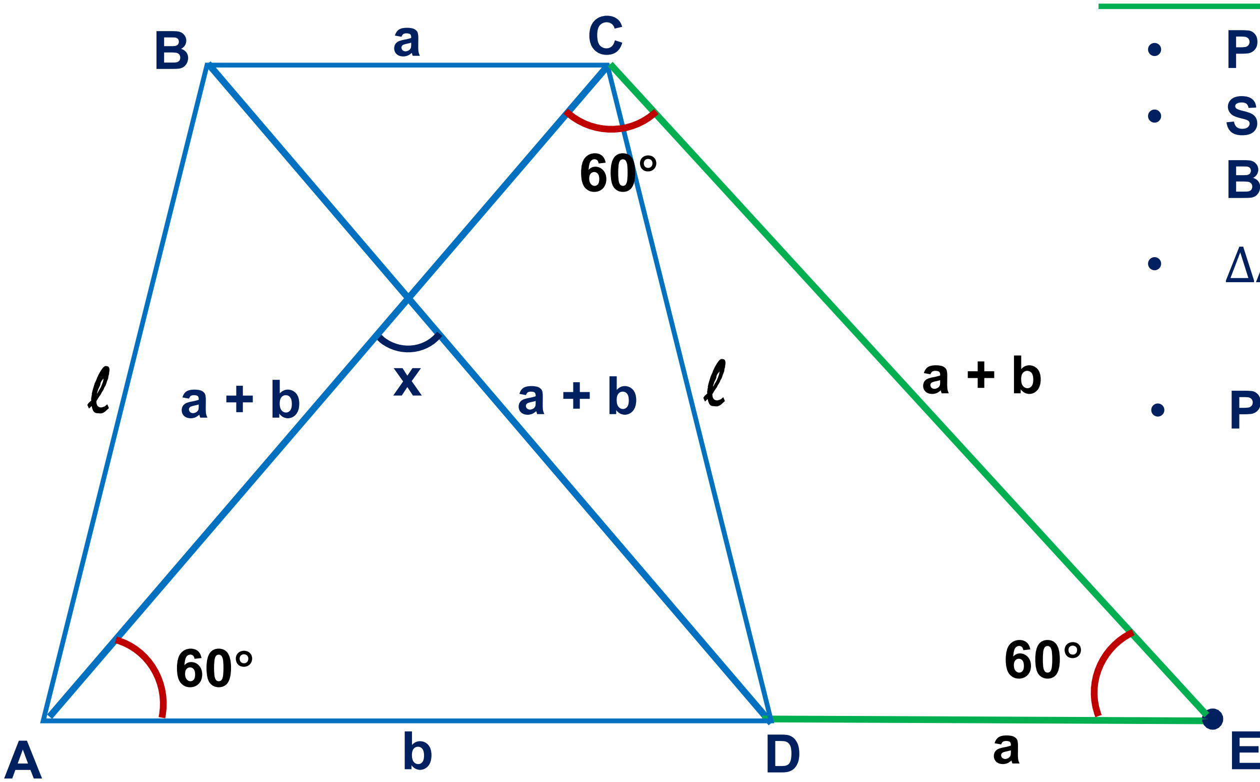
  m∡FDC = α

- Aplicando el teorema de ángulos alternos internos.
- ΔADC: $\alpha + \alpha + 3\alpha = 180°$

  $5\alpha = 180°$

  $\boxed{\alpha = 36°}$

5. En un trapecio isósceles, la longitud de una diagonal es igual a la suma de las longitudes de las bases. Calcule la medida del menor ángulo que forman las diagonales.



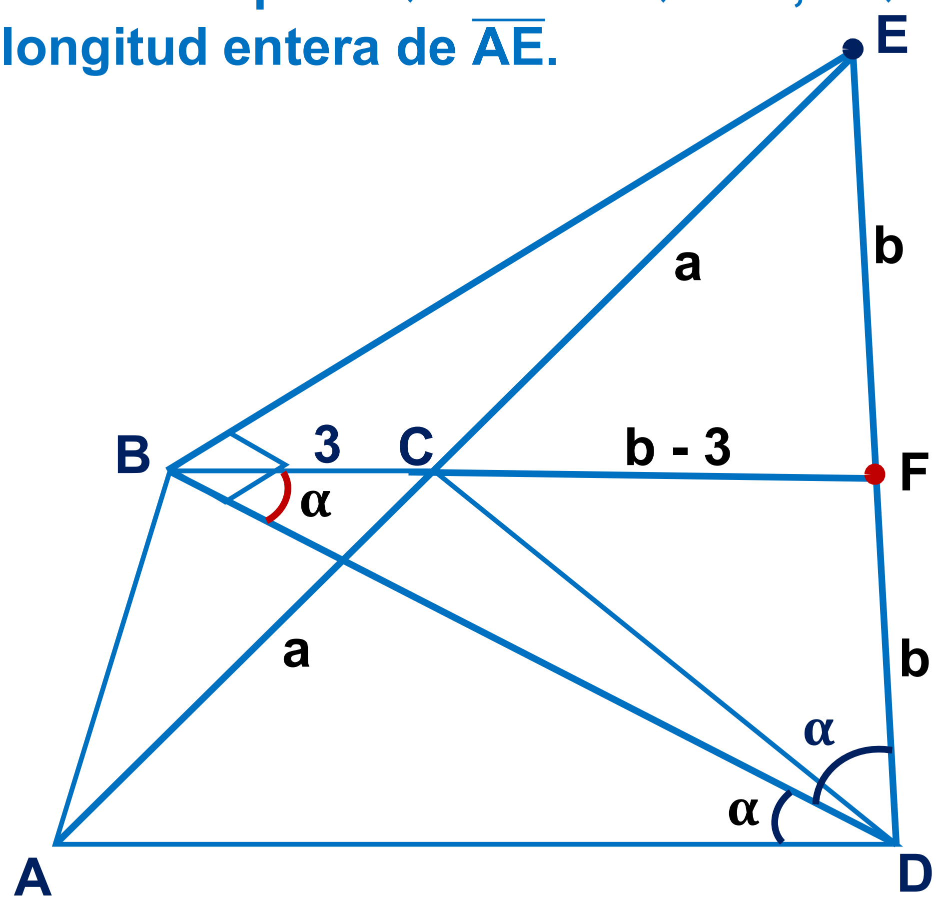
Resolución

- Piden: x
- Se construye el paralelogramo BCED: $BC = DE \wedge BD = CE$
- ΔACE: Equilátero

  $AC = CE = AE = a + b$
- Por ángulos entre paralelas:

$$x = 60°$$

6. En un trapecio ABCD de base menor $\overline{BC}$, se prolonga $\overline{AC}$ hasta un punto E, de modo que m∡BDE = m∡BDA, m∡DBE = 90°, si BC = 3 m. Calcule la menor longitud entera de $\overline{AE}$.



Resolución

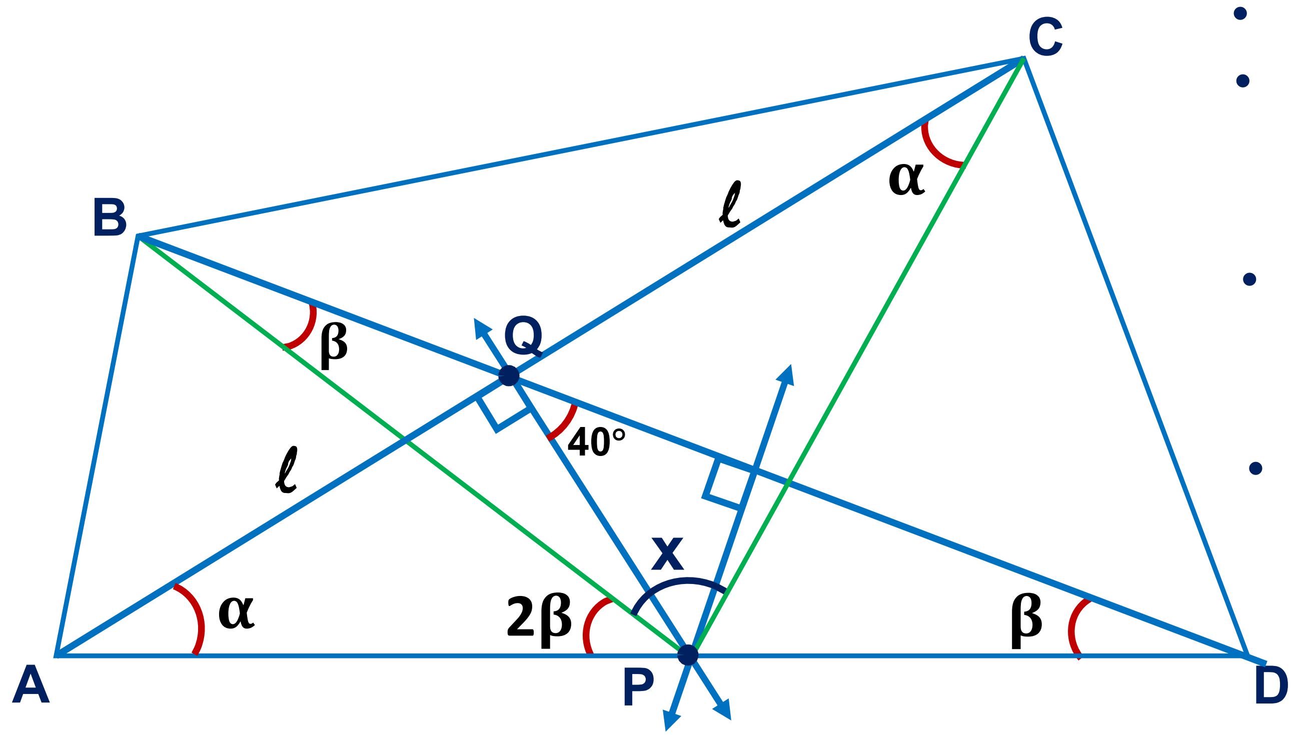
- Piden: $AE_{(menor)}$
- ⊿DBE:

  BF = EF = FD = b
- ΔCFE: Aplicando el teorema de la existencia.

$$a - (a - 3) < a$$
$$3 < a$$
$$6 < 2a$$

$$\boxed{AE_{(menor)} = 7 \text{ m}}$$

7. En un trapezoide ABCD, $\overline{BD}$ biseca en Q a $\overline{AC}$, las mediatrices de las diagonales se intersecan en un punto P que pertenece a $\overline{AD}$, si m∡PQD = 40°. Calcule m∡BPC.



Resolución

- Piden: x
- Aplicando el teorema de la mediatriz:

  PA = PC ∧ PB = PD
- ΔAQD:

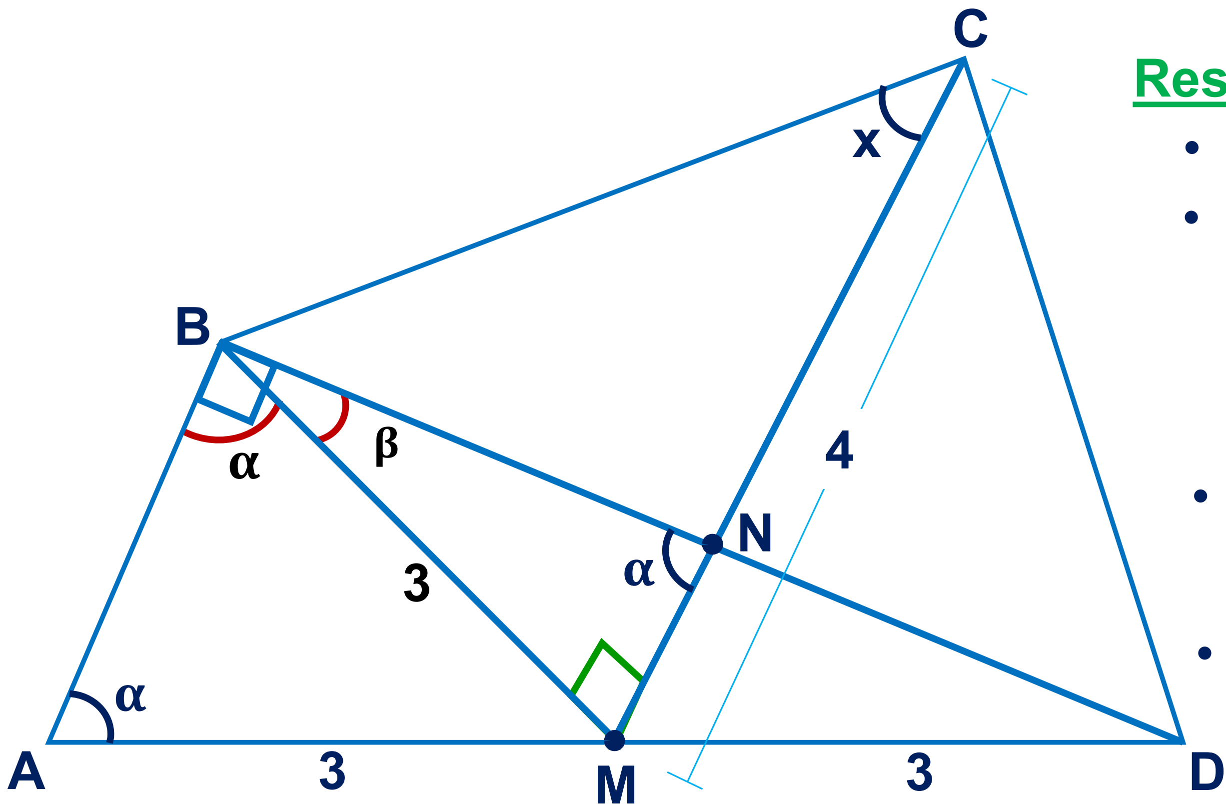
$$\alpha + 90° + 40° + \beta = 180°$$
$$\alpha + \beta = 50°$$

- ΔAQD:

$$2\alpha + 2\beta + x = 180°$$
$$100° + x = 180°$$

$$\boxed{x = 80°}$$

8. En un trapezoide ABCD, se ubica el punto medio M de $\overline{AD}$, m∡ABD = 90°, $\overline{CM} \cap \overline{BD}$ = {N}, m∡BNM = m∡BAD, SI CM = 4 m y AD = 6 m. Calcule m∡BCN.



Resolución

- Piden: x
- ⊿ABD: Aplicando el teorema de la mediana relativa a la hipotenusa.

AM = BM = MD = 3

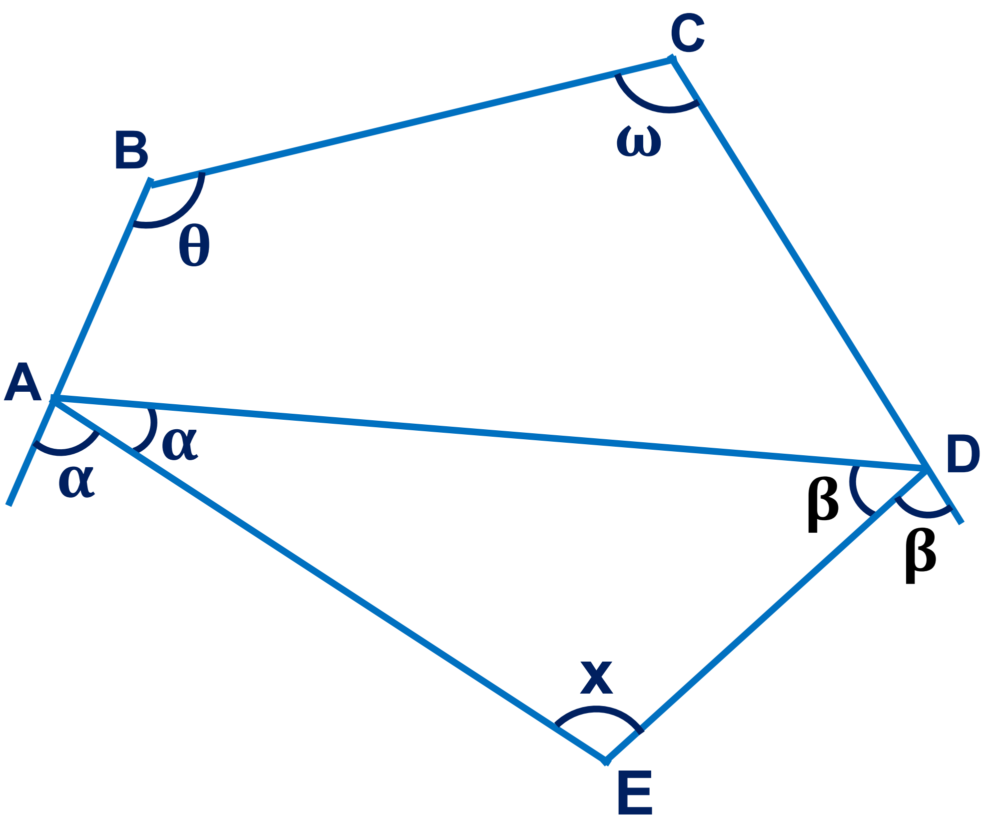
- Si: $\alpha + \beta = 90°$

$\Rightarrow$ m∡BMN = 90º

- ⊿ABD: Notable de 37º y 53º

$\boxed{x = 37°}$

9. En un trapezoide, la suma de las medidas de dos ángulos internos consecutivos es 220°. Calcule la medida del menor ángulo que forman las bisectrices de los ángulos externos de los otros dos vértices.

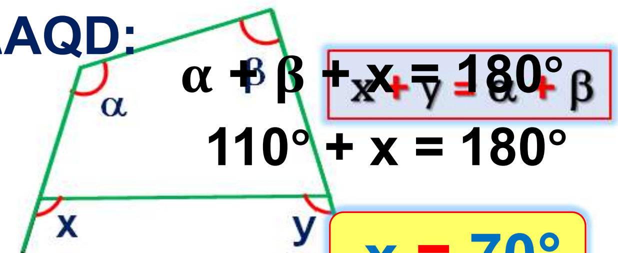


Resolución

- Piden: x
- ABCD: Aplicando el teorema.

$$2\alpha + 2\beta = \theta + \omega$$
$$2\alpha + 2\beta = 220°$$
$$\alpha + \beta = 110°$$

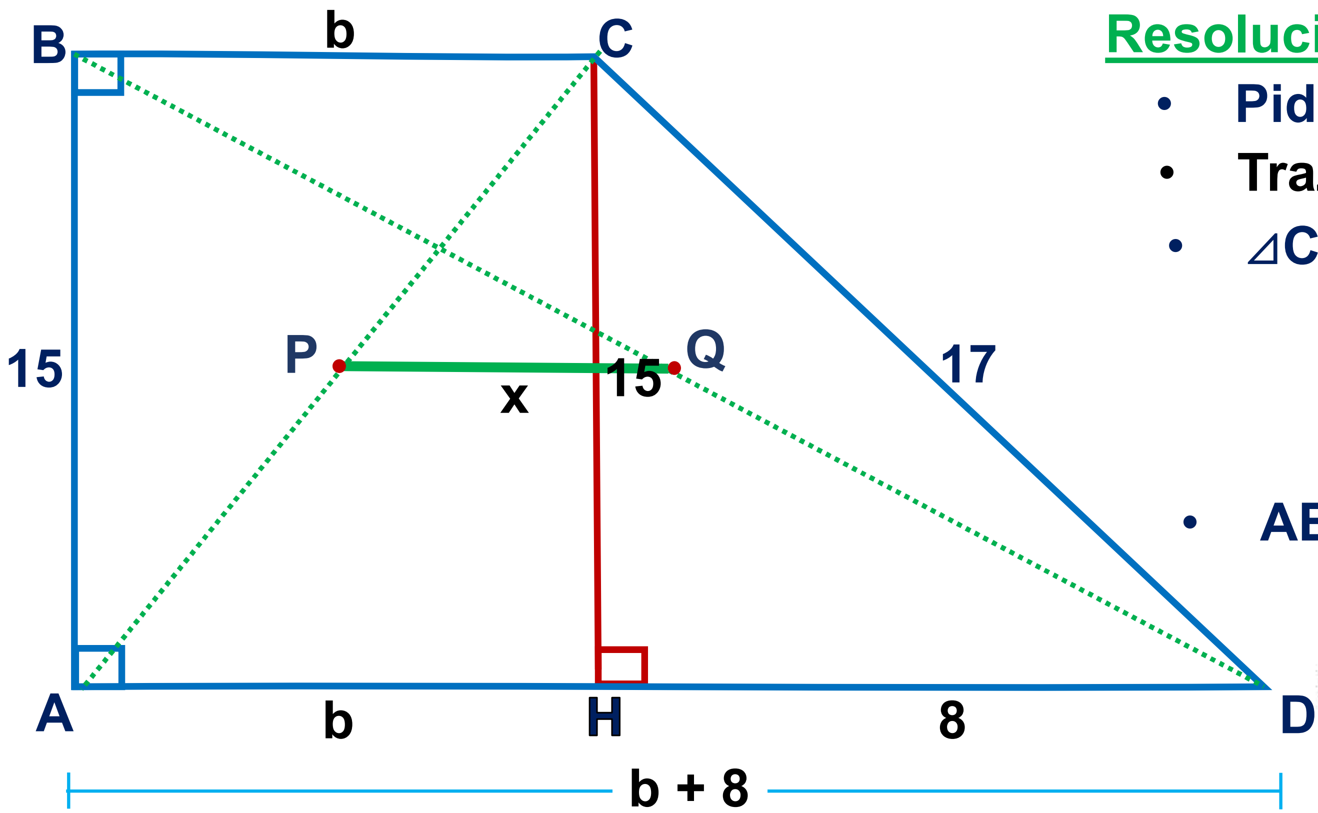
- ΔAQD:



$$\alpha + \beta + x = 180°$$
$$110° + x = 180°$$

$$\boxed{x = 70°}$$

10. En un trapecio rectángulo las longitudes de los lados no paralelos son de 15 m y 17 m. Calcule la distancia entre los puntos medios de las diagonales.



Resolución

- Piden: x
- Trazamos la altura $\overline{CH}$.
- $\triangle$CHD: Aplicando el teorema de Pitágoras.

$$17^2 = 15^2 + (DH)^2$$

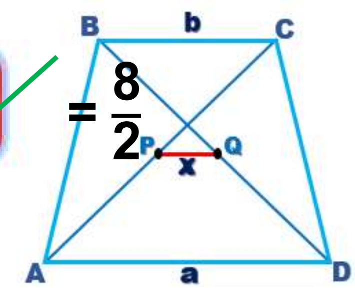
$$DH = 8$$

- ABCD: Trapecio

AP = PC
BQ = QD

$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{PQ}$

$$\boxed{x = \frac{a-b}{2}} = \frac{8}{2}$$



$$\boxed{x = 4\ m}$$