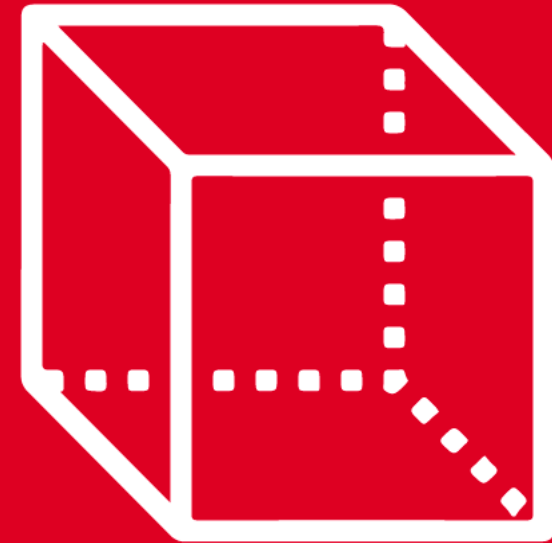




GEOMETRY

Chapter 3

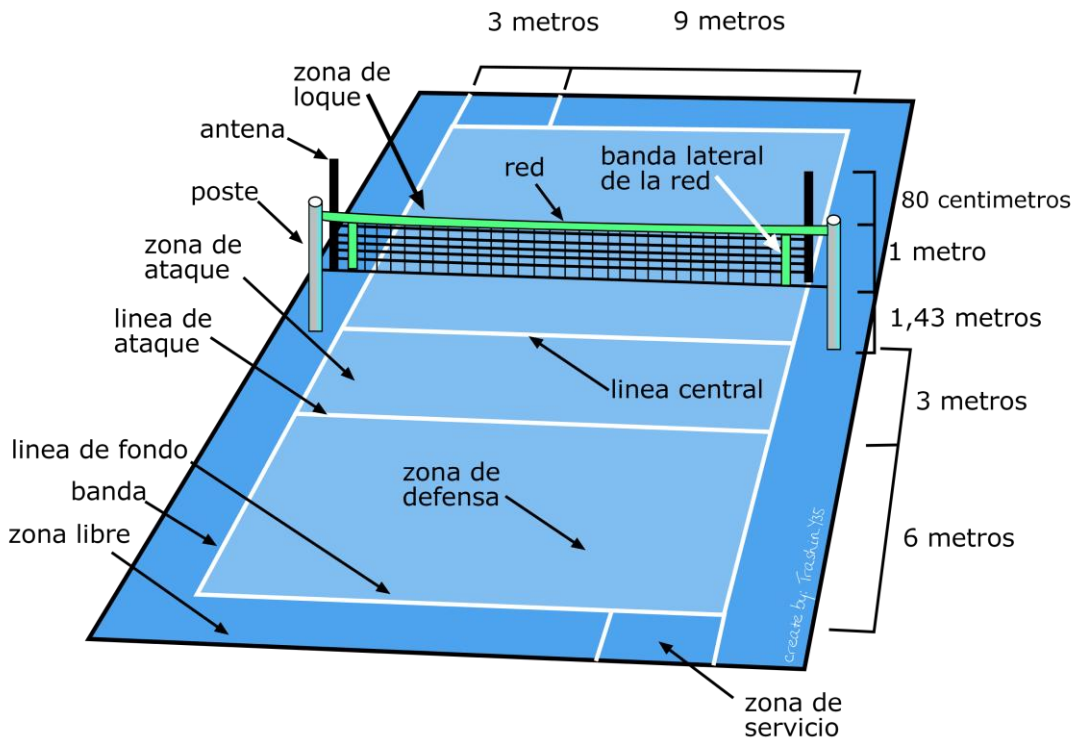
VERANO
SAN MARCOS 2021



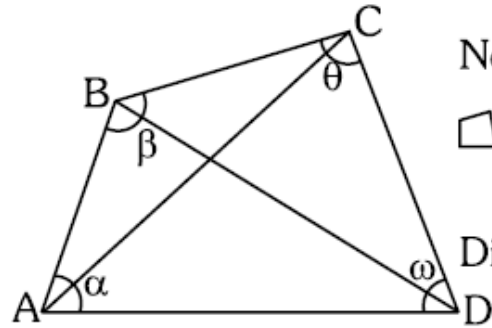
CUADRILÁTEROS

 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING | STRATEGY



Convexo

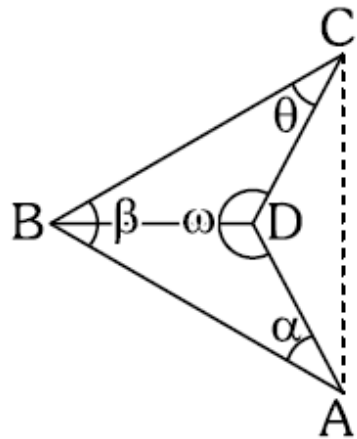


Notación:

 \square ABCD: cuadrilátero
ABCD
Diagonales: \overline{AC} y \overline{BD}

$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360^\circ$$

No convexo



Notación:

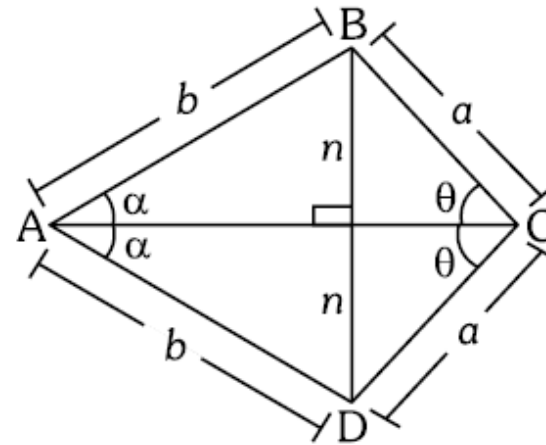
 \triangle ABCD: cuadrilátero
no convexo ABCD
Diagonales: \overline{AC} y \overline{BD}

$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360^\circ$$

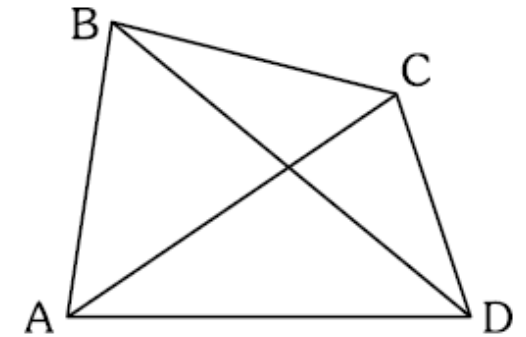
Clasificación de los cuadriláteros convexos

a. Trapezoide

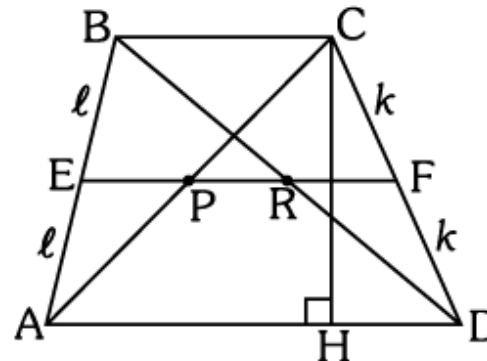
➤ Trapezoide simétrico (bisósceles)



➤ Trapezoide asimétrico



b. Trapecio

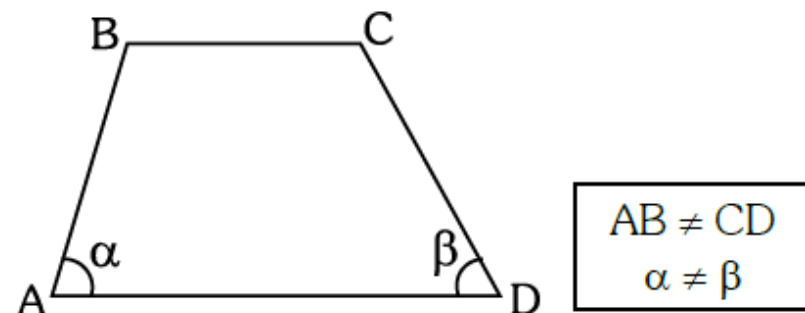


En el trapecio ABCD:

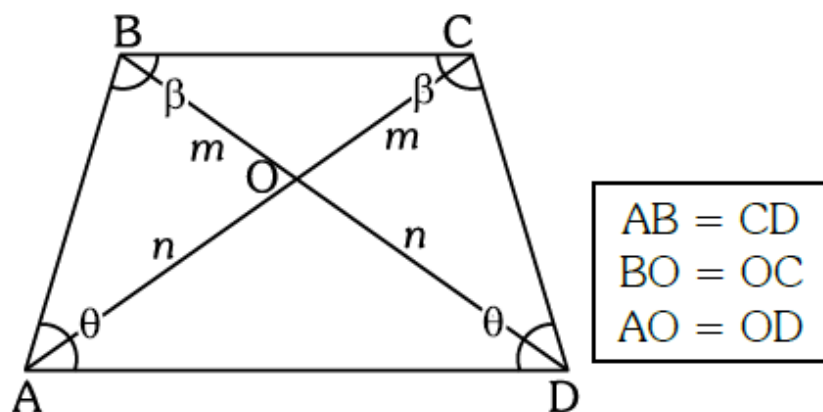
- Bases: \overline{BC} y \overline{AD}
- Lados no paralelos: \overline{AB} y \overline{CD}
- Base media: \overline{EF}
- Altura: \overline{CH}
- Segmento que une los puntos medios de las diagonales: \overline{PR}

Clasificación de trapecios

- Trapecio escaleno



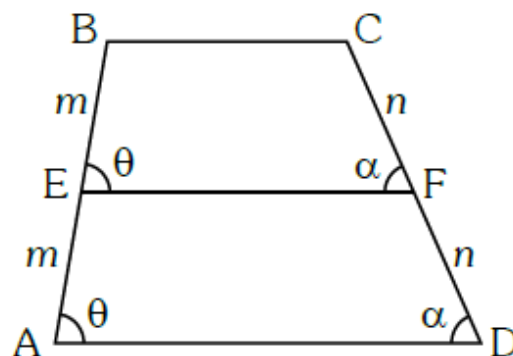
- Trapecio isósceles



- Trapecio rectángulo

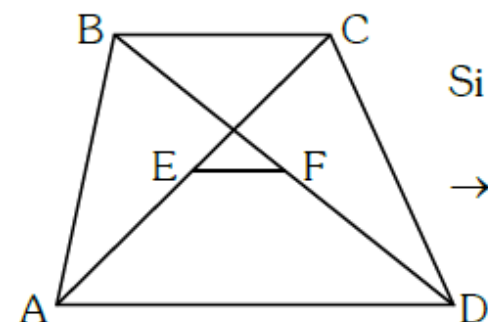
Es aquel trapecio que tiene un lado no paralelo perpendicular a las bases del trapecio.

Teoremas en el trapecio



Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{EF}$, $BE = EA$ y $CF = FD$

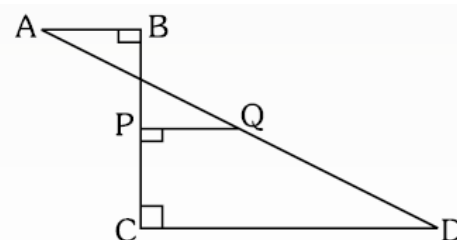
$$\rightarrow EF = \frac{BC + AD}{2}$$



Si $AE = EC$ y $BF = FD$

$$\rightarrow EF = \frac{AD - BC}{2}$$

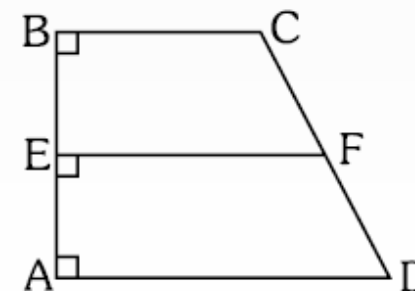
OBSERVACIÓN



En la figura se cumple que

$$AQ = QD \text{ y } \overline{PQ} \perp \overline{BC}$$

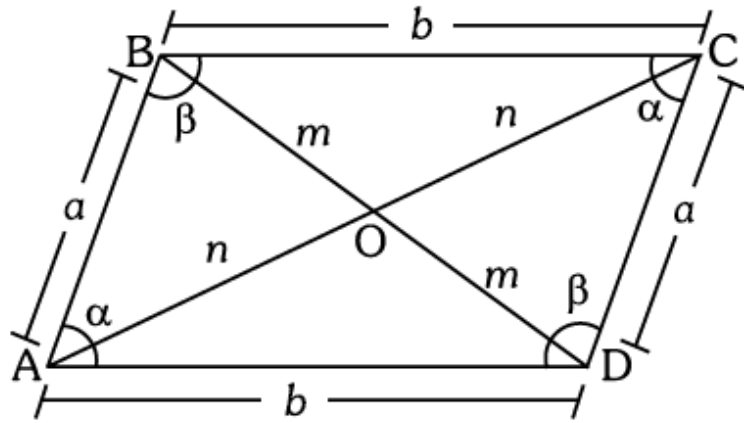
$$\rightarrow PQ = \frac{CD - AB}{2}$$



Si $CF = FD$

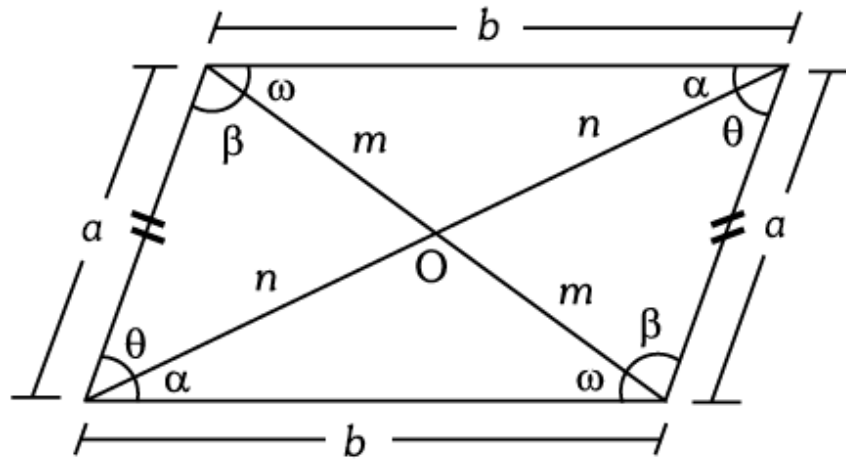
$$\rightarrow EF = \frac{BC + AD}{2}$$

c. Paralelogramo

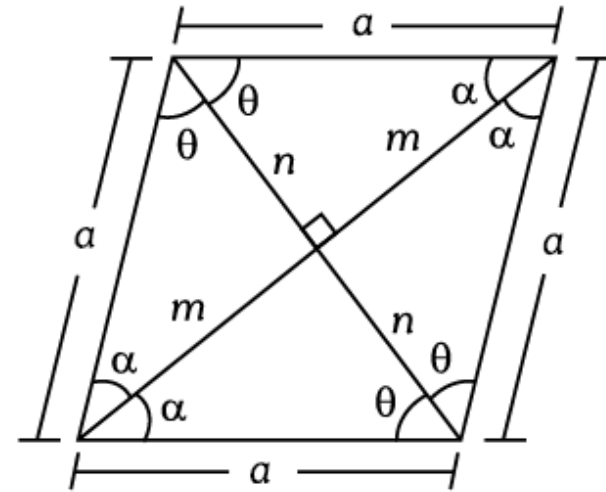


Clasificación de paralelogramos

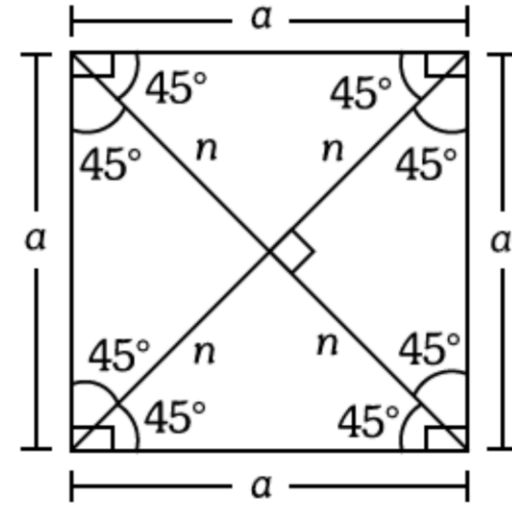
– Romboide



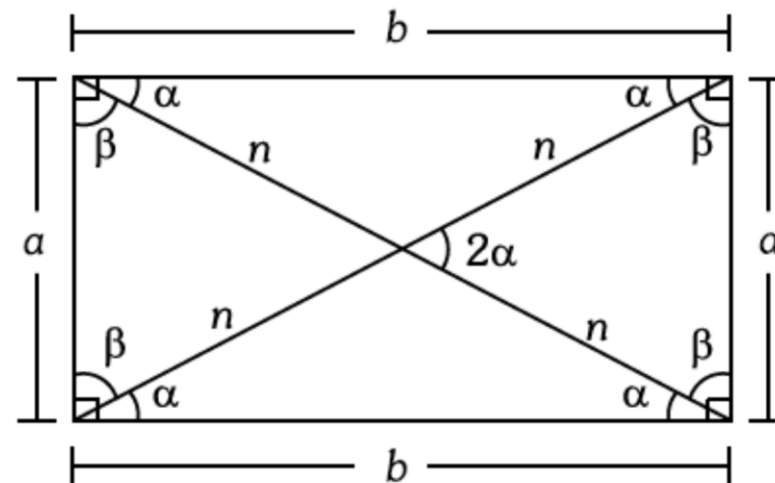
– Rombo



– Cuadrado

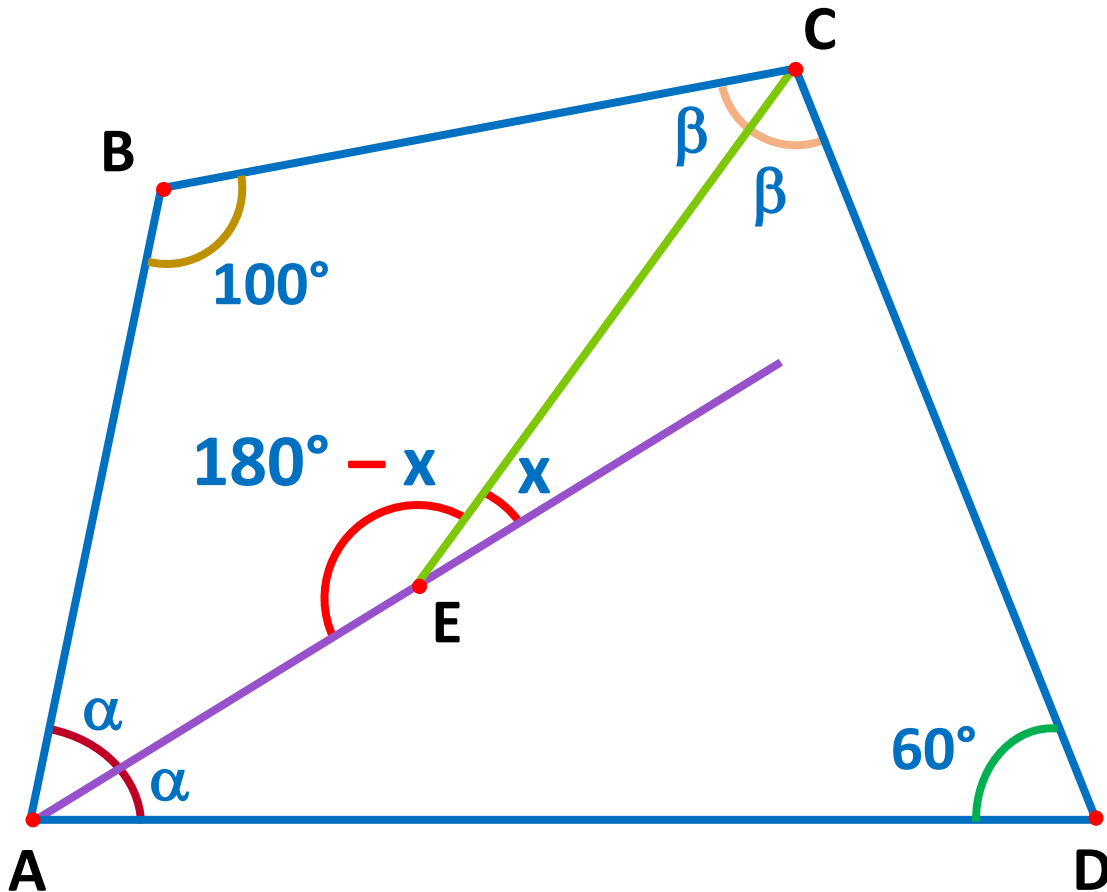


– Rectángulo





1. Dos ángulos internos opuestos de un cuadrilátero miden 100° y 60° . Halle la medida del menor ángulo determinado por las bisectrices interiores de los otros dos ángulos opuestos..



Resolución:

Nos piden el valor de x

En el $\triangle ABC$:

$$2\alpha + 2\beta + 100^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 200^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 100^\circ \dots (1)$$

En el $\triangle EBCD$:

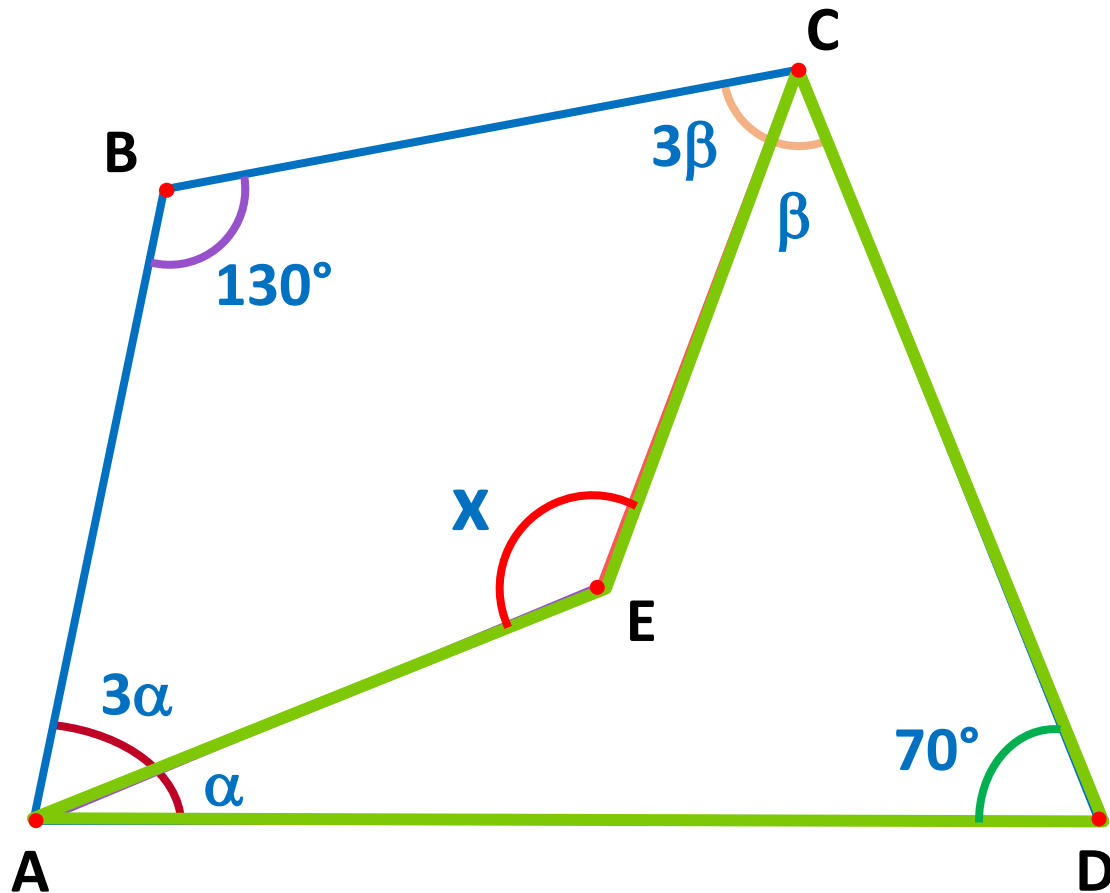
$$\alpha + \beta + 100^\circ + 180^\circ - x = 360^\circ$$

$$100^\circ + 100^\circ + 180^\circ - x = 360^\circ$$

$$\therefore x = 20^\circ$$



2. En la figura, halle el valor de x .



Resolución:

Nos piden el valor de x

En el ABCD:

$$4\alpha + 4\beta + 130^\circ + 70^\circ = 360^\circ$$

$$4\alpha + 4\beta = 160^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 40^\circ \quad \dots (1)$$

En el EBCD:

$$\alpha + \beta + 70^\circ = x$$

$$40^\circ + 70^\circ = x$$

$$\therefore x = 110^\circ$$



3. Se tiene un trapezoide simétrico ABCD, en donde $m \angle BAD = 74^\circ$, $m \angle BCD = 60^\circ$ y $BC = 6$. Calcule el perímetro de la región ABCD.

Resolución:

Piden el perímetro del trapezoide simétrico ABCD: $2p$

En $\diamond ABCD$

$\triangle BOC$, notable de 30° y 60°

$$\Rightarrow BO = OD = 3$$

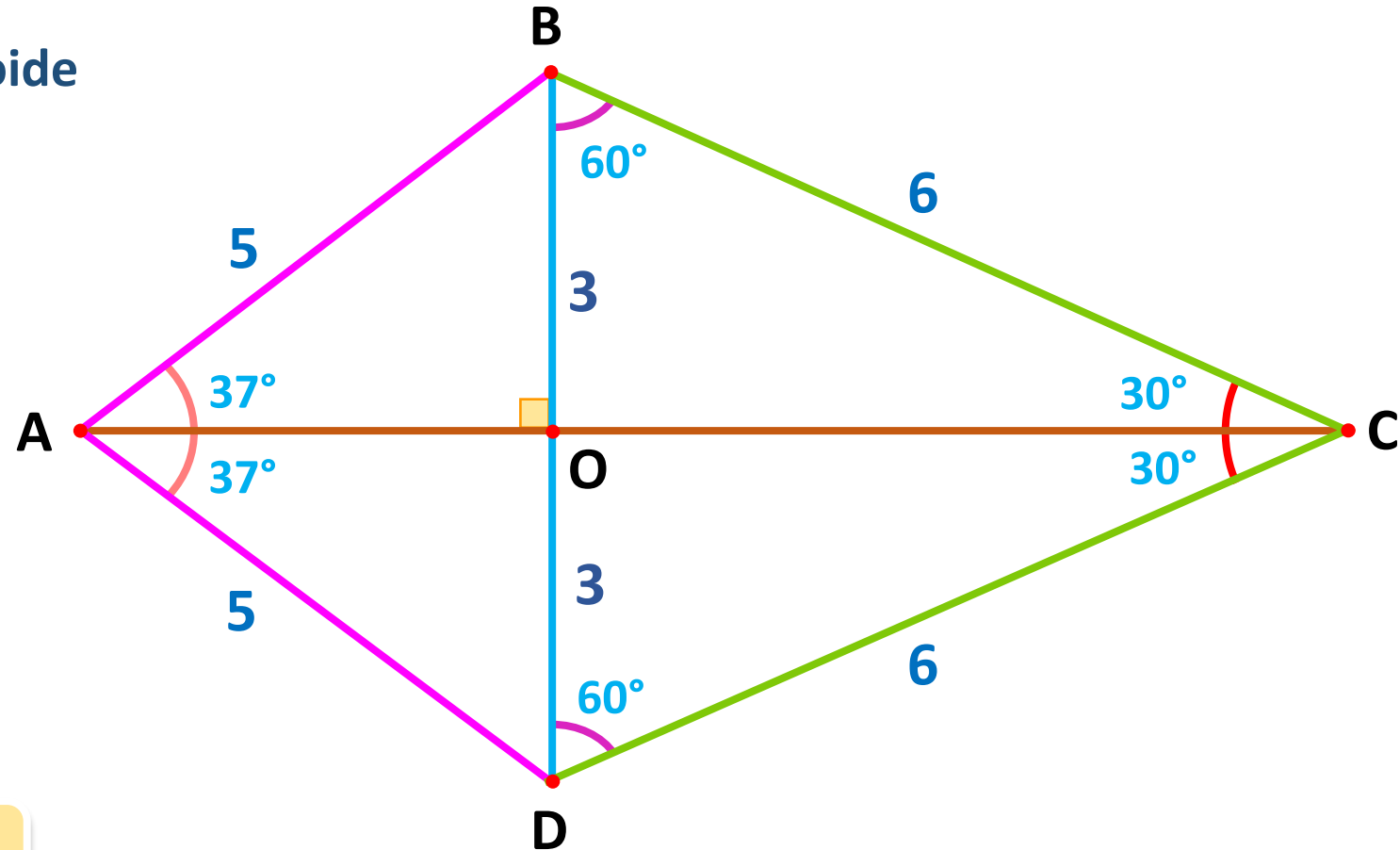
$\triangle BOA$, notable de 37° y 53°

$$\Rightarrow AB = AD = 5$$

Luego:

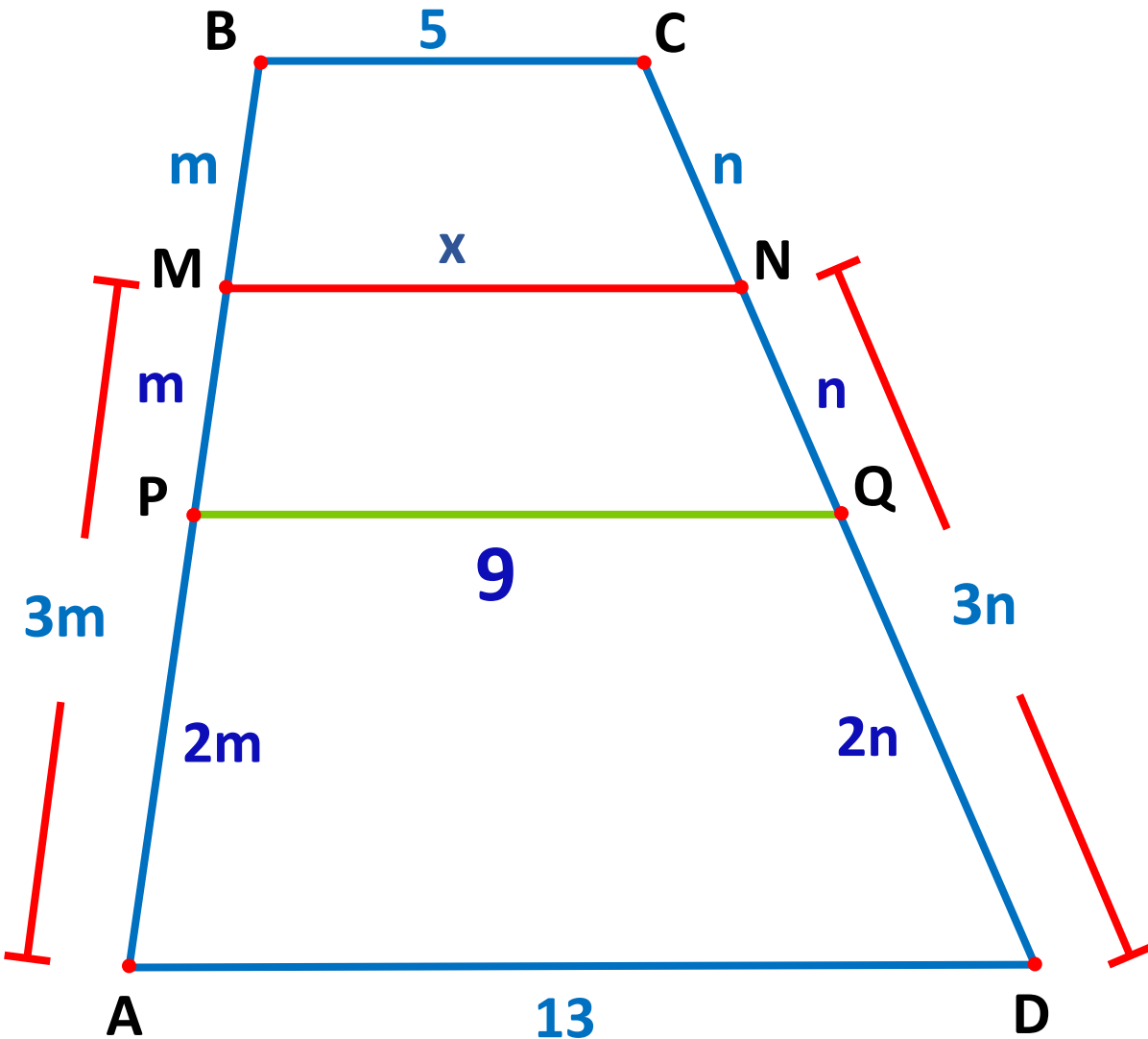
$$2p_{\diamond ABCD} = 5 + 5 + 6 + 6$$

$$\therefore 2p_{\diamond ABCD} = 22 \text{ u}$$





4. En la figura, halle MN si $BC \parallel AD$.



Resolución:

Piden el valor de MN

* En el trapecio ABCD

$$PQ = \frac{5 + 13}{2} = 9$$

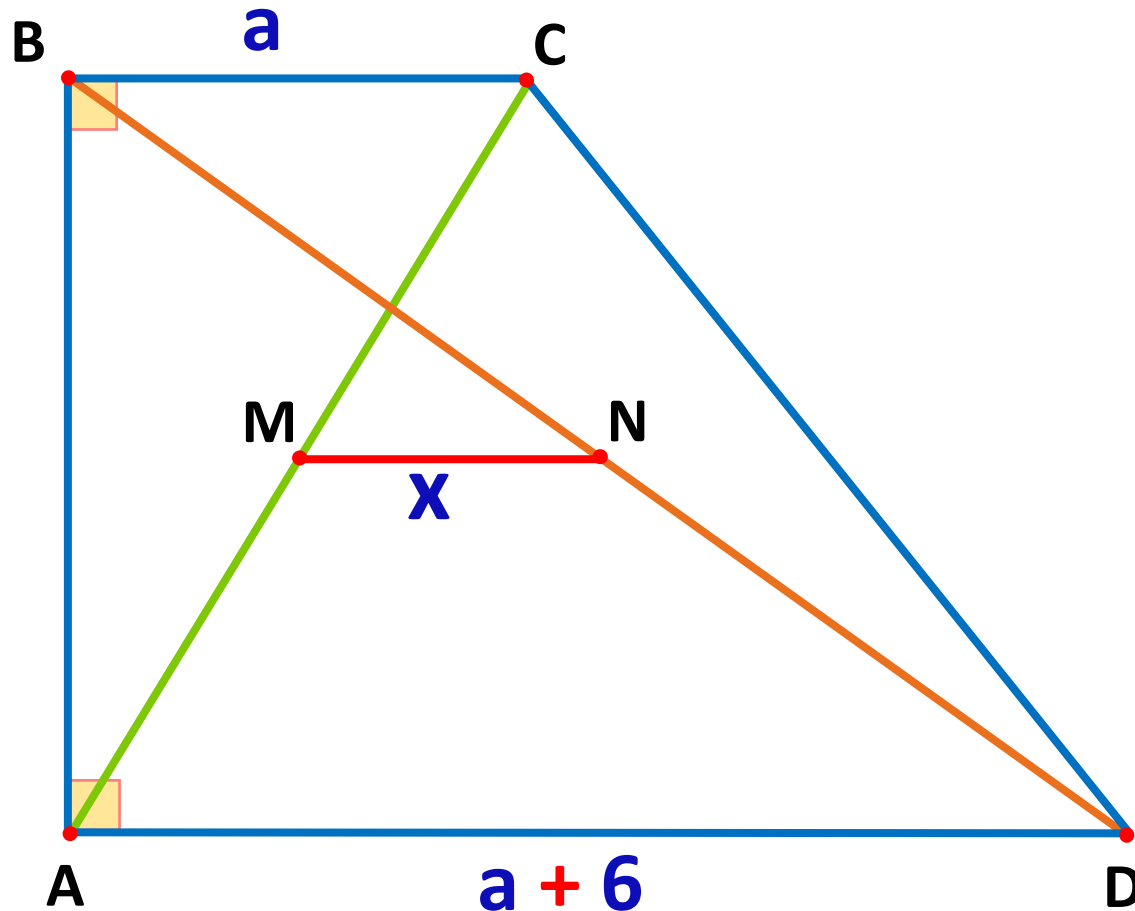
* En el trapecio PBCQ

$$MN = \frac{5 + 9}{2}$$

$$\therefore MN = 7$$



5. En un trapezio rectángulo de altura 8 u, uno de sus ángulos internos mide 53° . Halle la longitud del segmento que une los puntos medios de sus diagonales.



Resolución:

* Se traza $CQ \perp AD$

$$CQ = 8$$

* Luego:

$$QD = 6$$

Piden: $MN = x$

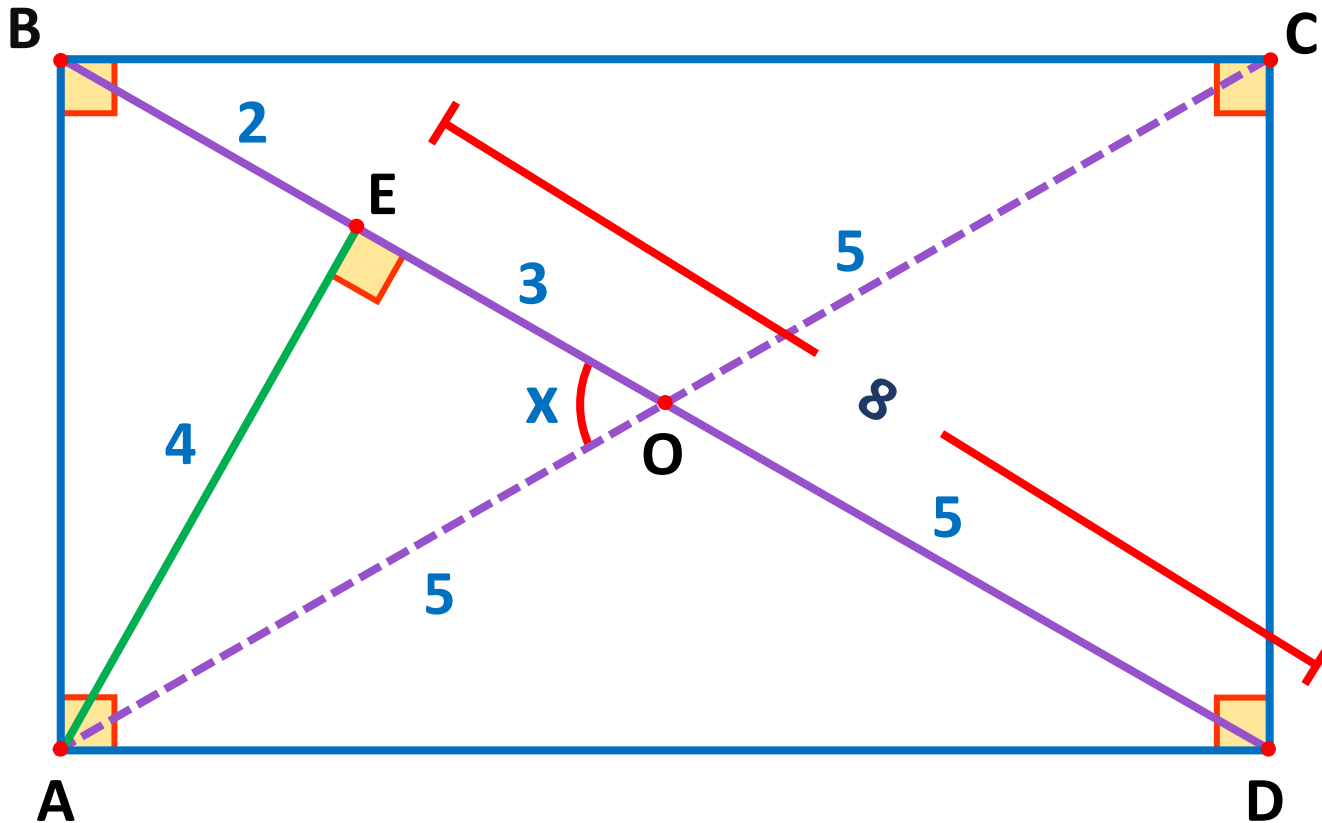
Entonces:

$$MN = \frac{a + 6 - a}{2} = \frac{6}{2}$$

$$\therefore x = 3 \text{ u}$$



6. En la figura, halle la medida del menor ángulo determinado por las diagonales AC y BD si $BE = 2$ y $\overline{ED} = 8$.



Resolución:

Piden el valor de x

- * O es punto medio de las diagonales

$$\Rightarrow OE = 3, \quad OA = 5$$

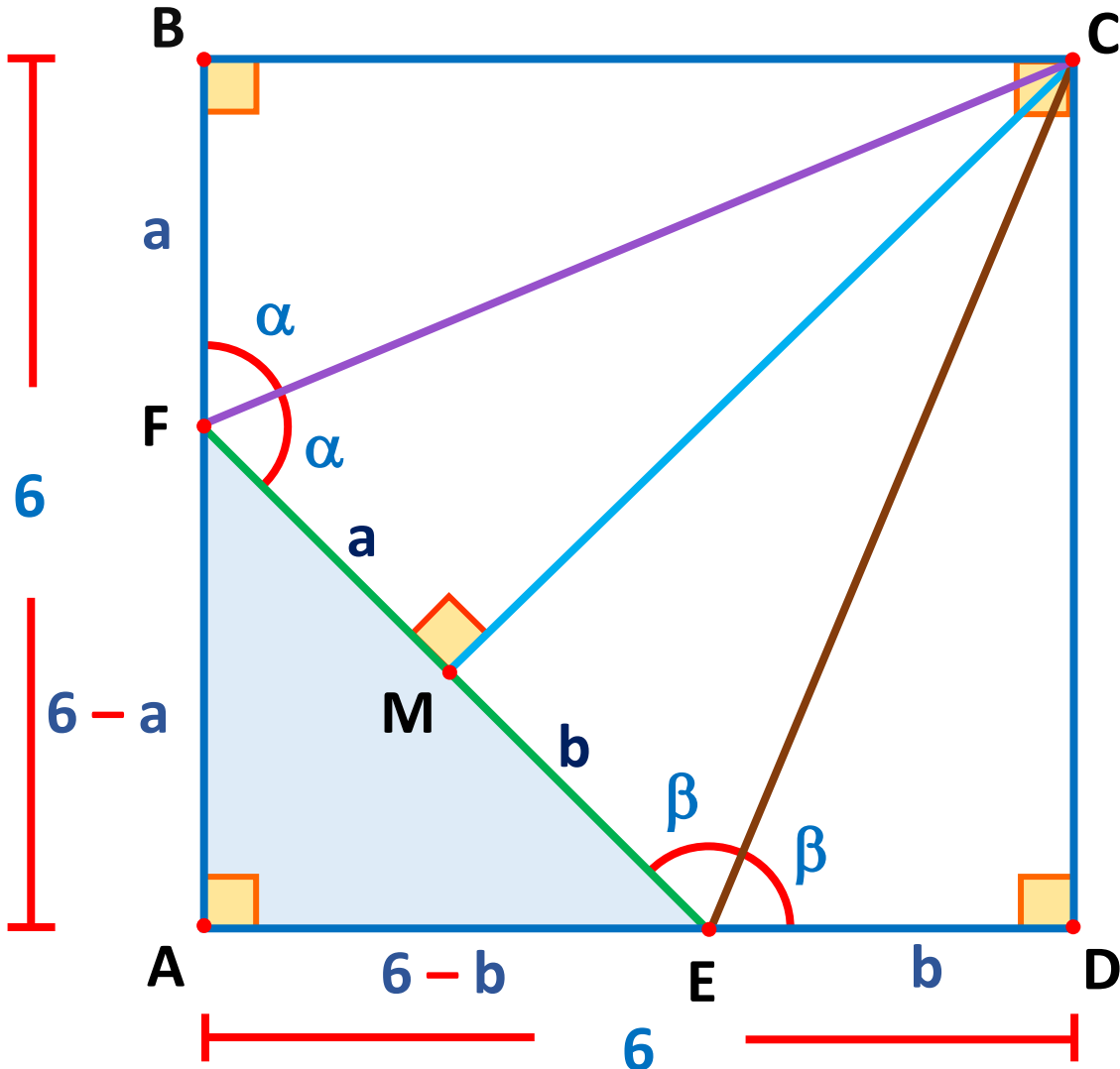
Luego:

$\triangle AEO$: notable de 37° y 53°

$$\therefore x = 53^\circ$$



7. En la figura, ABCD es un cuadrado de lado 6 u. Calcule el perímetro de la región triangular AFE.



Resolución:

Piden el valor del $2p_{\triangle FAE}$

Por teorema de la bisectriz de un ángulo

$$\Rightarrow BF = FM = a$$

$$\Rightarrow ED = ME = b$$

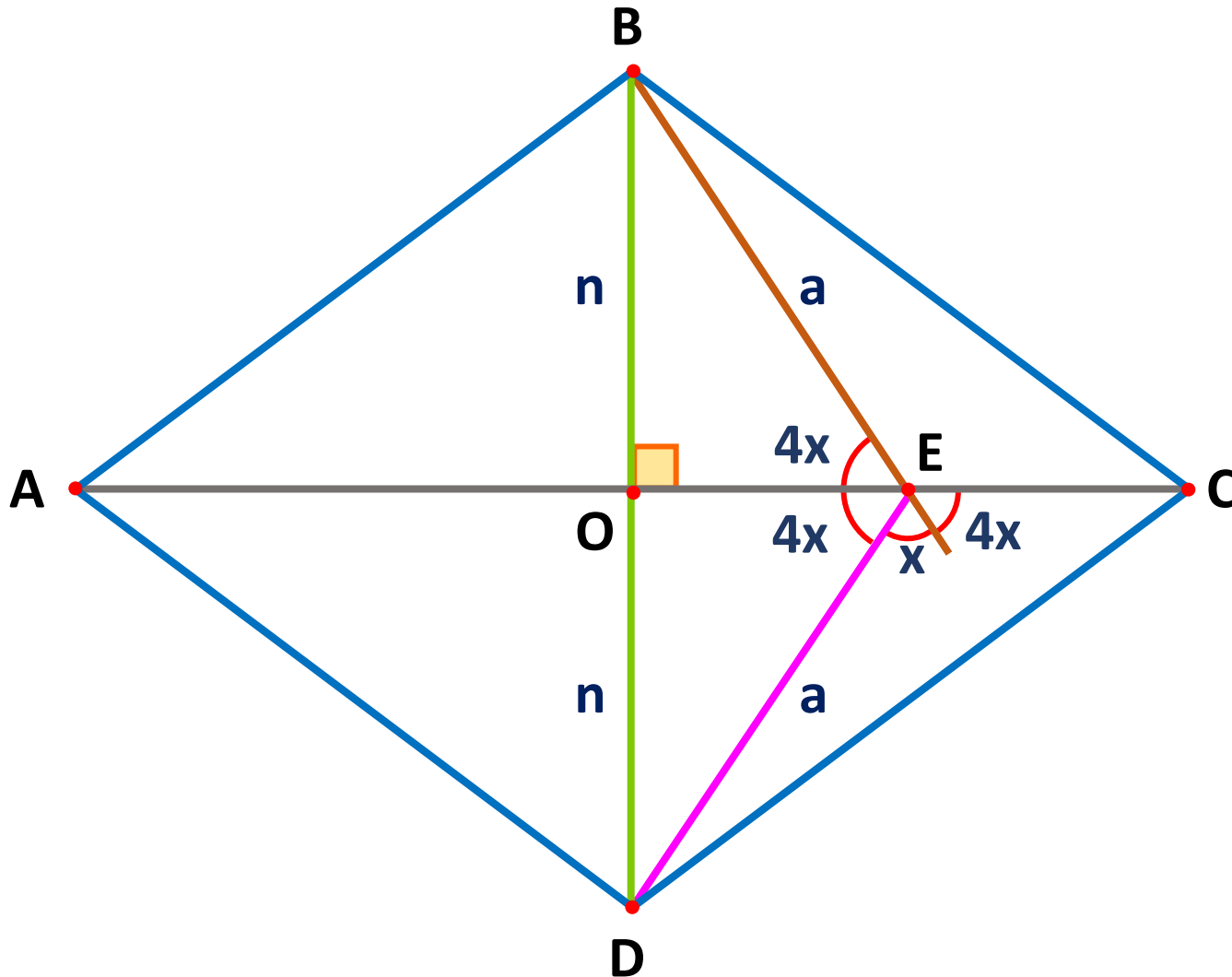
Luego: En la región $\triangle FAE$

$$2p_{\triangle FAE} = 6 - a + 6 - b + a + b$$

$$\therefore 2p_{\triangle FAE} = 12 \text{ u}$$



8. Halle el valor de x , si ABCD es un rombo.



Resolución:

Piden el valor de x

Se traza la diagonal BD

Luego: $\triangle BED$ es isósceles

$\Rightarrow OD = OB$

$\Rightarrow m \angle BED = m \angle OED = 4x$

Entonces:

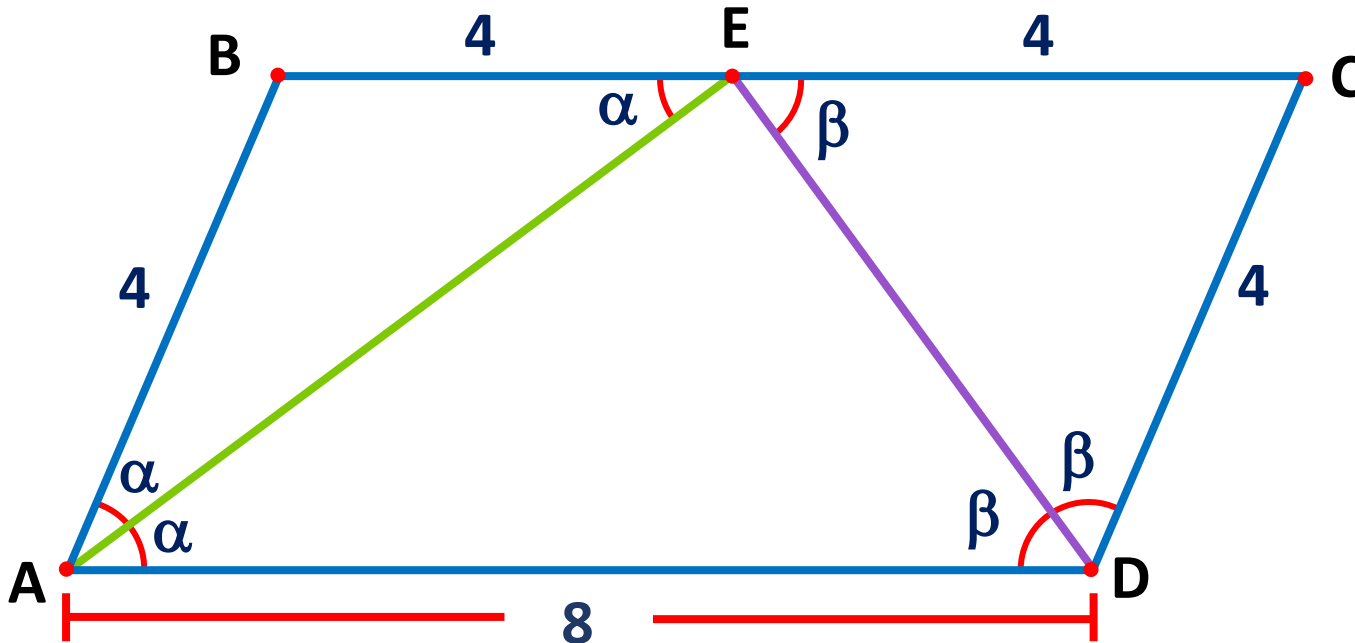
$$4x + x + 4x = 180^\circ$$

$$9x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 20^\circ$$



9. En un romboide ABCD, las bisectrices interiores de los ángulos A y D, se intersectan en un punto E de BC. Si $EC = 4$, calcule el perímetro de la región ABCD.



Resolución:

Piden el perímetro del romboide ABCD : $ABCD = 2p_{Y\ ABCD}$

- * Del gráfico: $BC \parallel AD$
- * Por ángulos alternos internos
Donde:

$\triangle ABE$ es isósceles

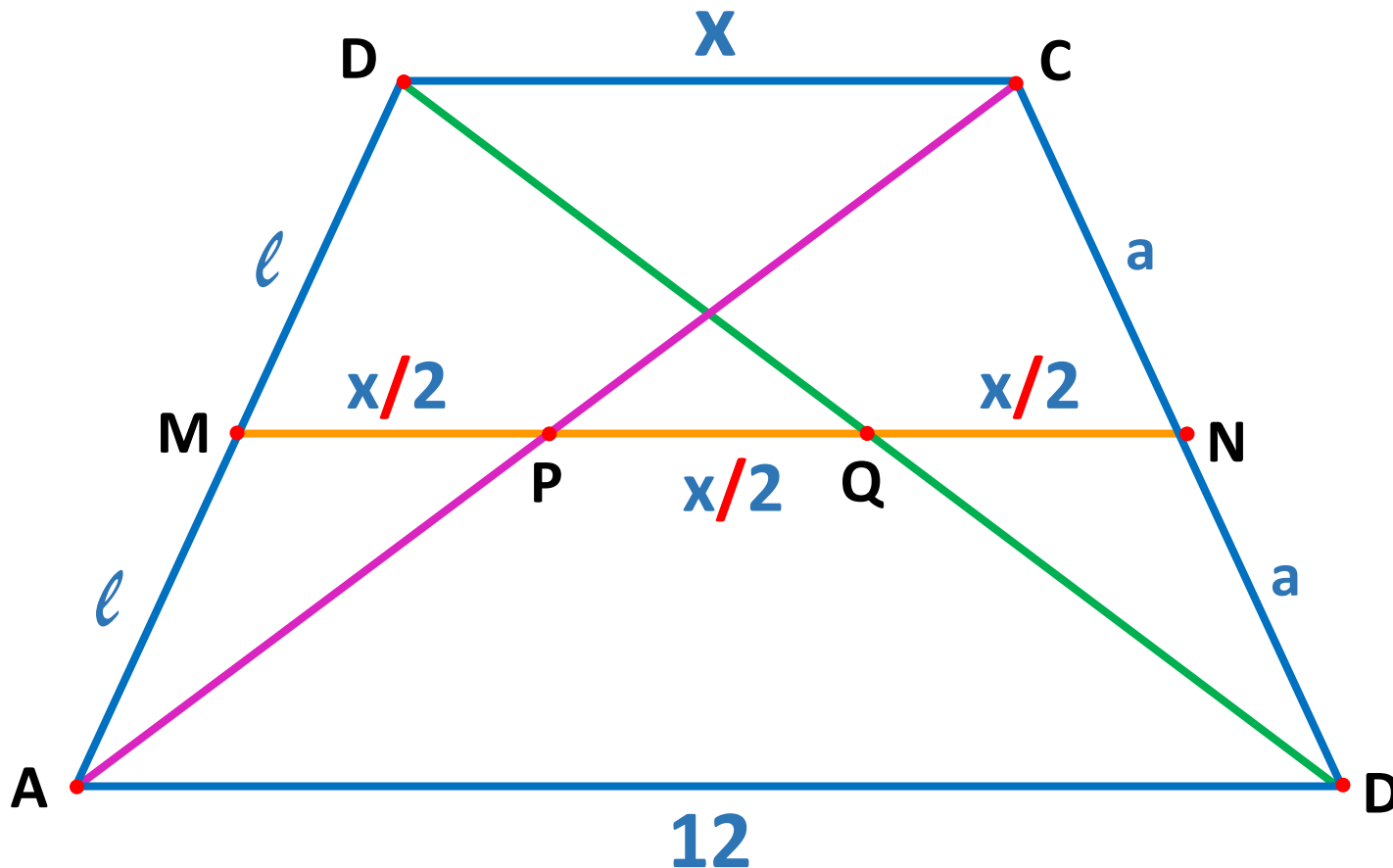
$\triangle ECD$ es isósceles

$$2p_{Y\ ABCD} = 4 + 8 + 4 + 8$$

$$\therefore 2p_{Y\ ABCD} = 24\ u$$



10. Halle la longitud de la base menor de un trapecio si la longitud de la base mayor es 12 cm y, además, se sabe que sus diagonales trisecan a su base media.



Resolución:

Piden el valor de la base menor

Se traza las diagonales BD y AC

Entonces:

$$\Rightarrow MP = PQ = QN = \frac{x}{2}$$

Luego por teorema de la base media

$$\frac{3x}{2} = \frac{1}{2}(x + 12)$$

$$\therefore x = 6 \text{ cm}$$