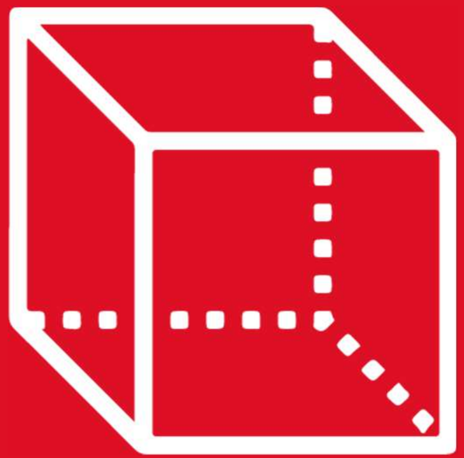
GEOMETRÍA

Capítulo 3



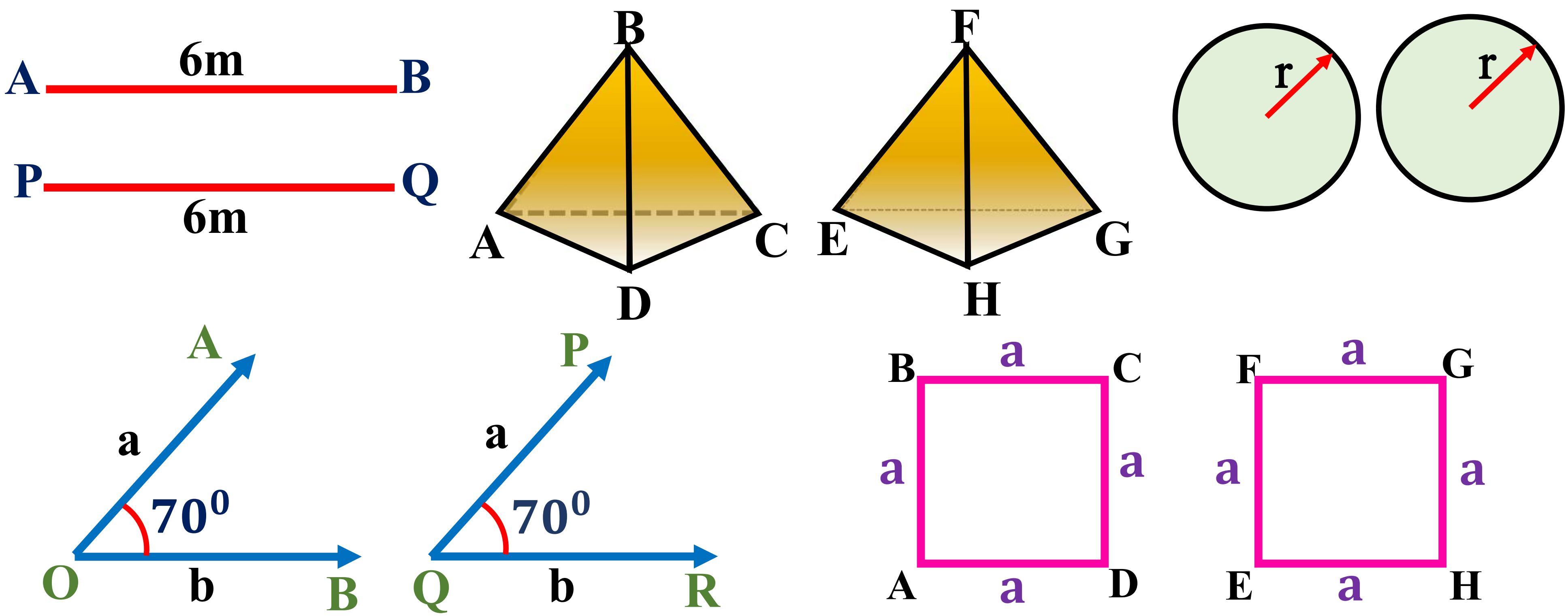
5th

SAN MARCOS

TRIÁNGULOS CONGRUENTES

SACO OLIVEROS

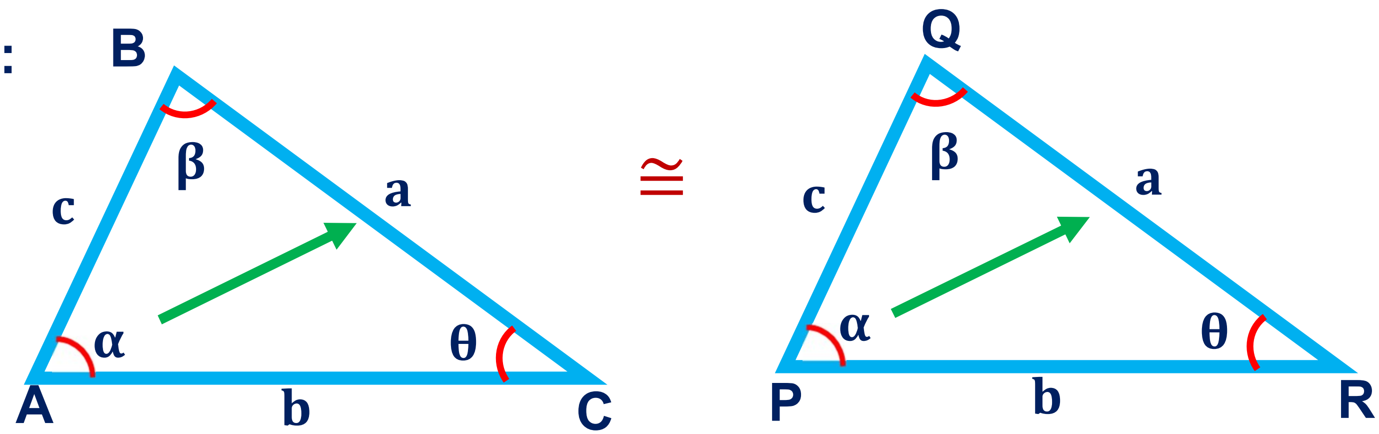
Geométricamente se ha tomado como sinónimo de igualdad y de equivalencia; pero hoy estas nociones son distintas y se reserva la palabra congruente para la posibilidad de superposición de figuras en virtud del axioma de libre movilidad.



CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN: Son dos o más triángulos que tienen igual forma e igual tamaño, es decir, tienen sus lados y ángulos, respectivamente, congruentes. En triángulos congruentes, se cumple a lados congruentes se oponen ángulos congruentes y viceversa.

Si:

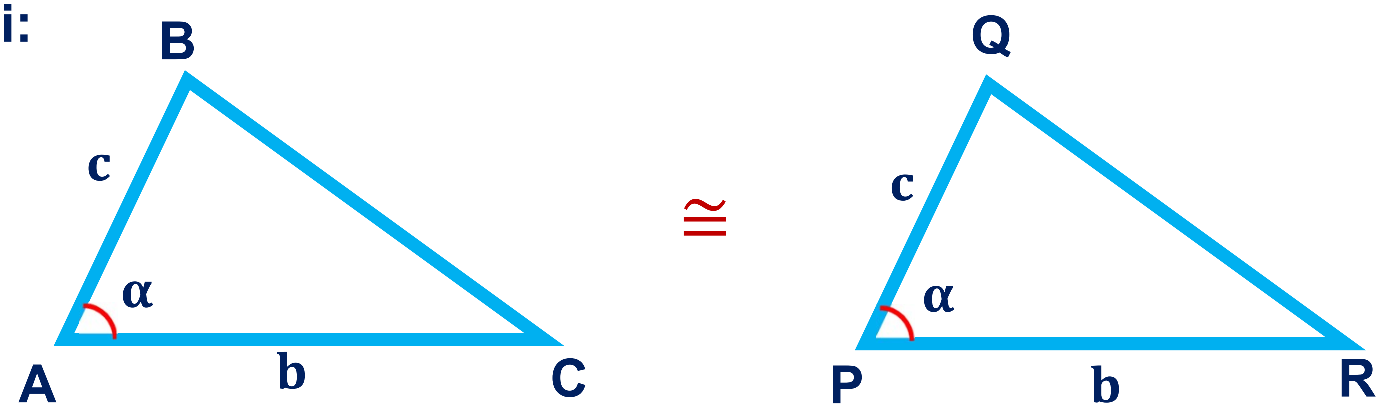


$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

TEOREMA DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

1 **Lado - ángulo - lado (L - A - L)** **Dos triángulos son congruentes si tienen un ángulo interno de igual medida y los lados que determinan a dichos ángulos son de igual longitud, respectivamente.**

Si:

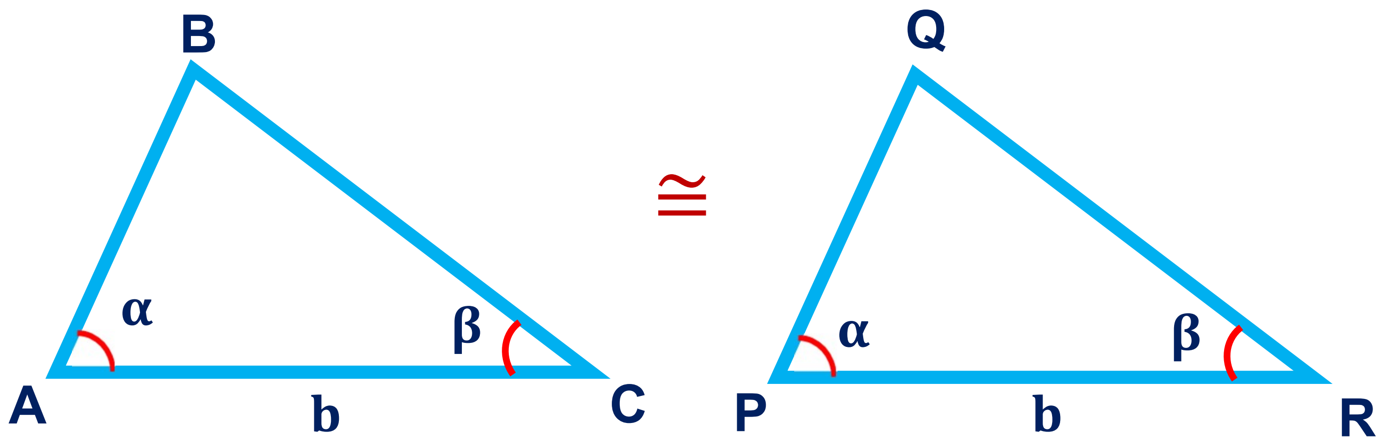


$$\Rightarrow \quad \triangle ABC \cong \triangle PQR$$

TEOREMA DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

2 **Ángulo – lado - ángulo (A – L - A)** **Si dos triángulos tienen ordenadamente congruentes un lado y los ángulos adyacentes a este lado, entonces los triángulos son congruentes.**

Si:

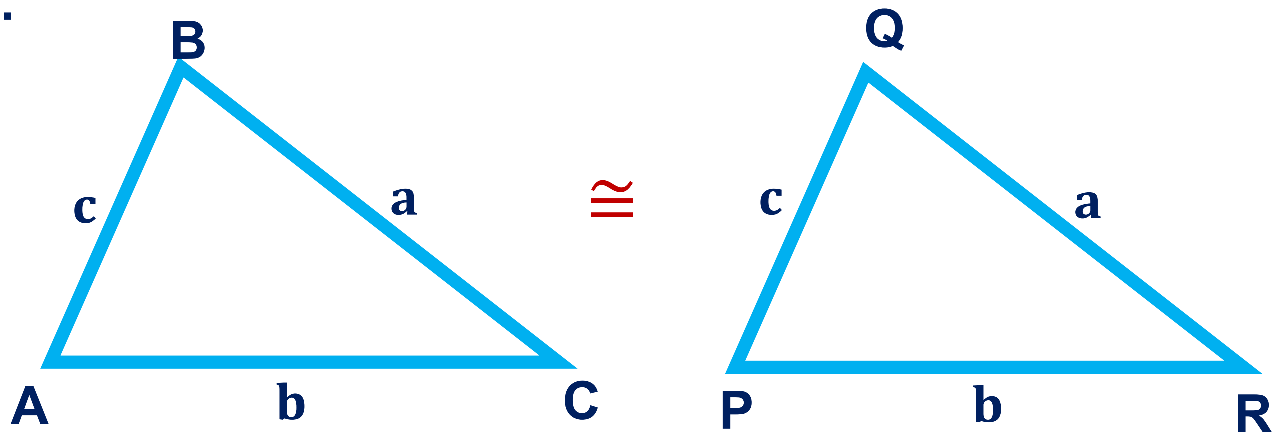


$$\Rightarrow \boxed{\triangle ABC \cong \triangle PQR}$$

TEOREMA DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

3 **Lado – lado - lado (L – L - L)** Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados de igual longitud, respectivamente.

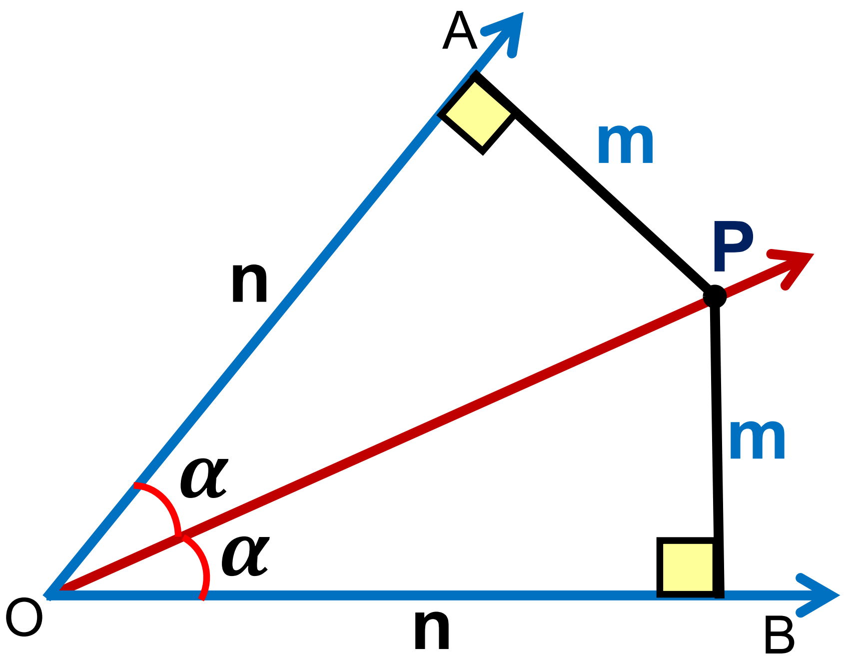
Si:



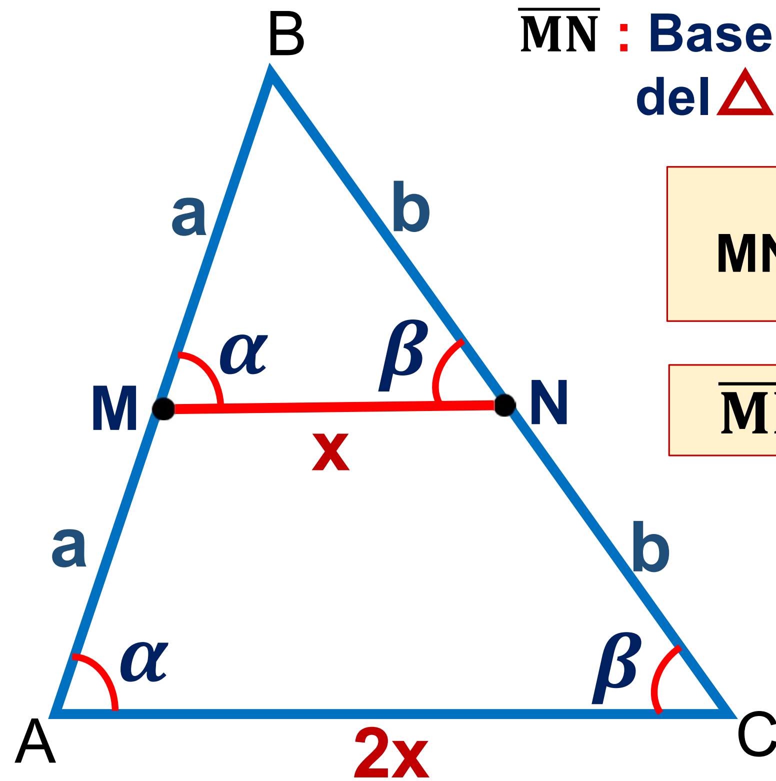
$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

Aplicaciones de la congruencia

1 TEOREMA DE LA BISECTRIZ



2 TEOREMA DE LA BASE MEDIA



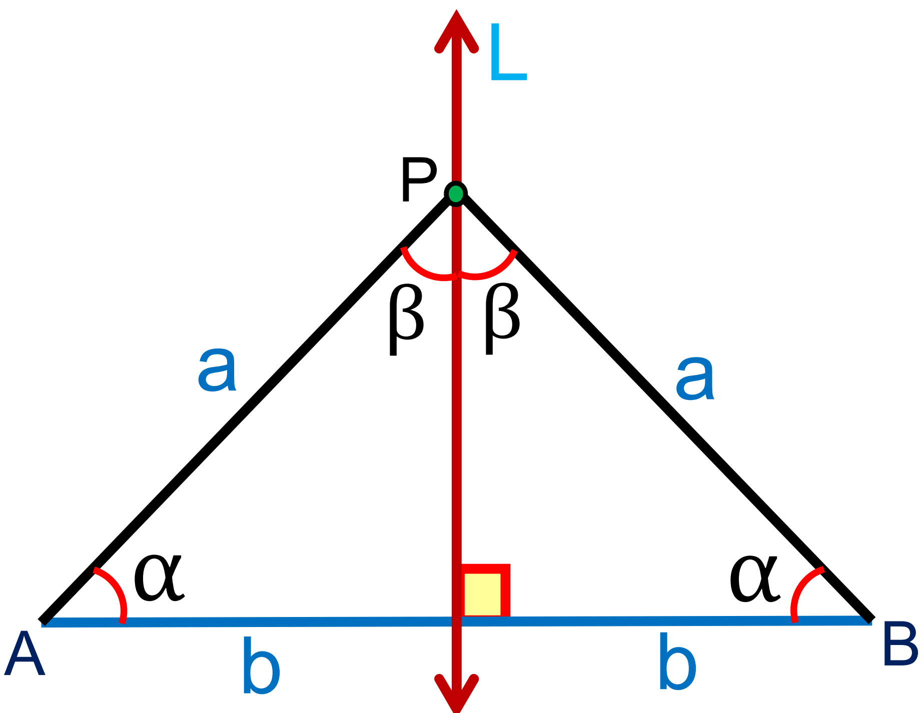
$\overline{MN}$: Base media del △ABC.

$$MN = \frac{AC}{2}$$

$$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$$

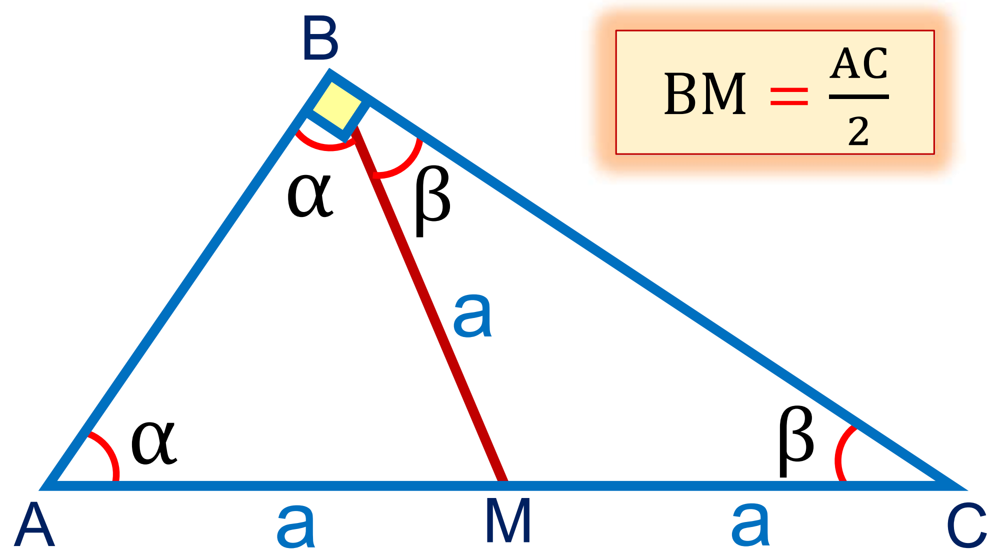
3 TEOREMA DE LA MEDIATRIZ

$\overleftrightarrow{L}$: Mediatriz del $\overline{AB}$



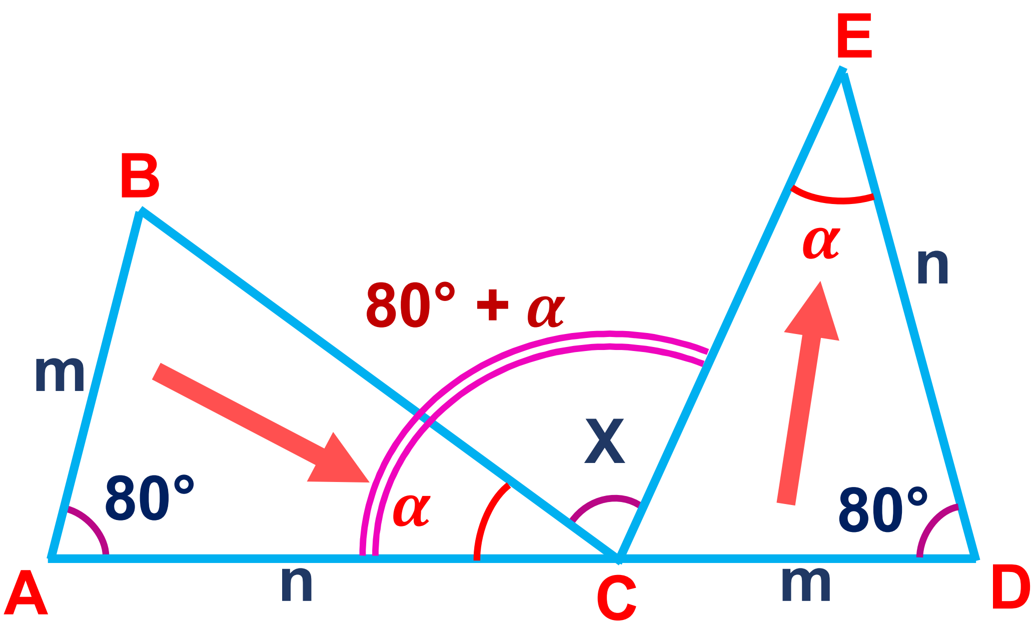
4 TEOREMA DE LA MEDIANA RELATIVA A LA HIPOTENUSA

$\overline{BM}$: Mediana relativa a la hipotenusa.



$$BM = \frac{AC}{2}$$

1. En la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

Piden: x

En el grafico:

$\Delta BAC \cong \Delta CDE$ (L-A-L)

$AB = CD$

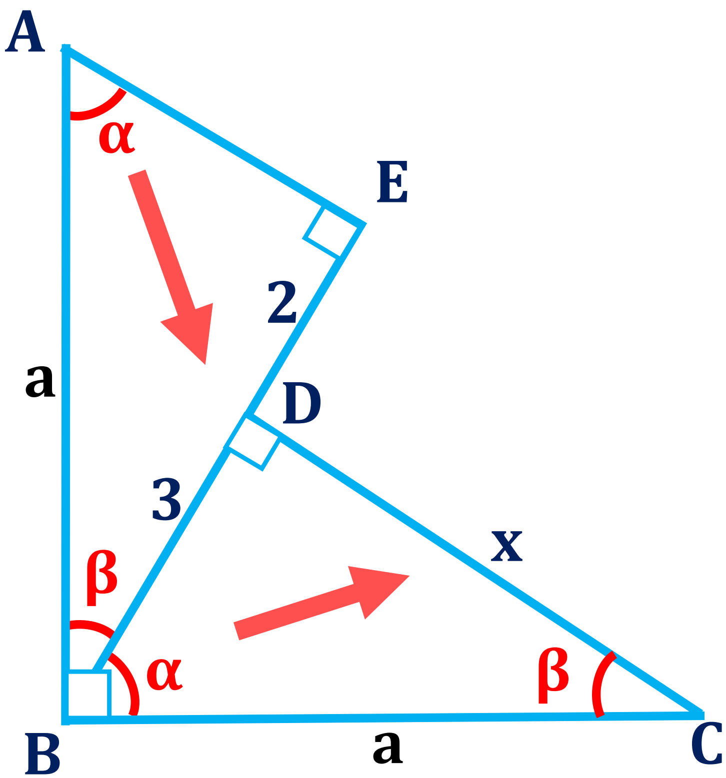
$\rightarrow m\measuredangle BAC = m\measuredangle CDE = \alpha$

En ΔCED

$x + \cancel{\alpha} = 80° + \cancel{\alpha}$

$\boxed{x = 80°}$

2. En la figura, AB = BC, BD = 3 y DE = 2. Halle DC.



RESOLUCIÓN

Piden: x

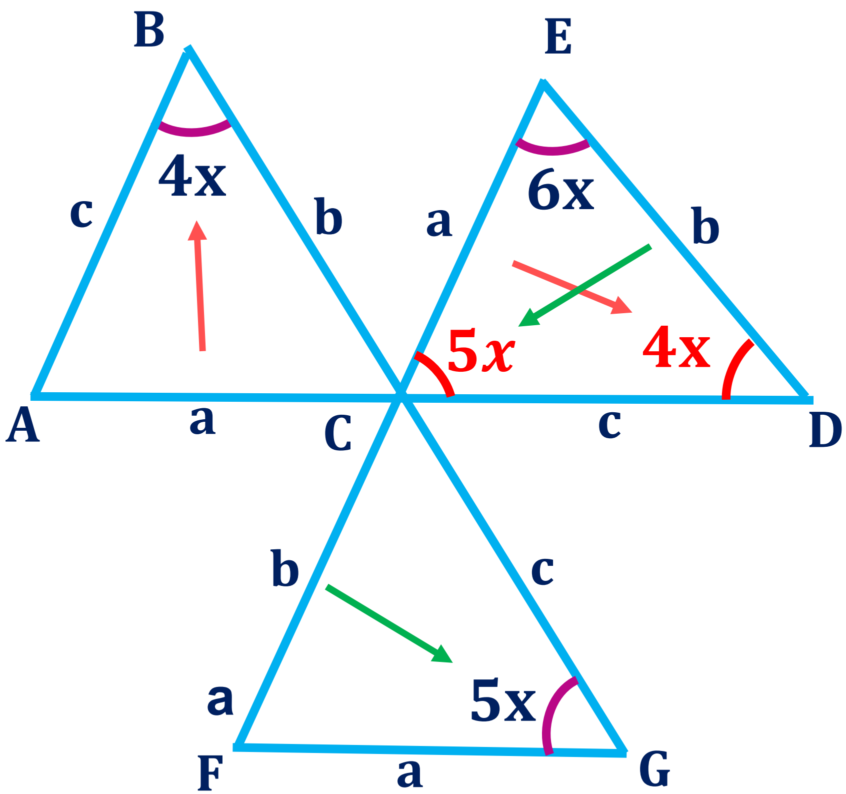
$\alpha + \beta = 90^\circ$

$\Delta AEB \cong \Delta BDC$

(A-L-A)

$\boxed{x = 5}$

3. En la figura, halle el valor de x.



RESOLUCIÓN

Piden: x

$\Delta ABC \cong \Delta CDE \cong \Delta GCF$

(L - L – L)

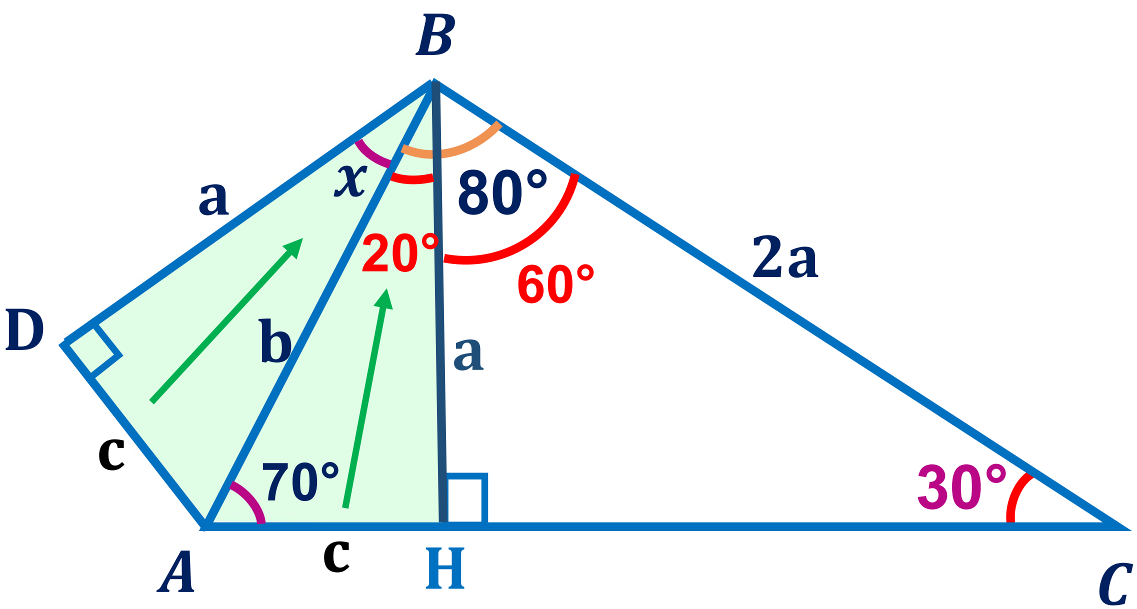
$5x + 6x + 4x = 180°$

$15x = 180°$

$\boxed{x = 12°}$

4. En un triángulo ABC, m∢ABC = 80° y m∢BAC = 70°. Luego en la región exterior relativa a $\overline{AB}$, se ubica el punto D, tal que: m∢ ADB = 90° y BC = 2(DB). Halle la m∢ABD.

RESOLUCIÓN



Piden: x

△ABC: m∢ACB = 30°

Trazo la altura $\overline{BH}$

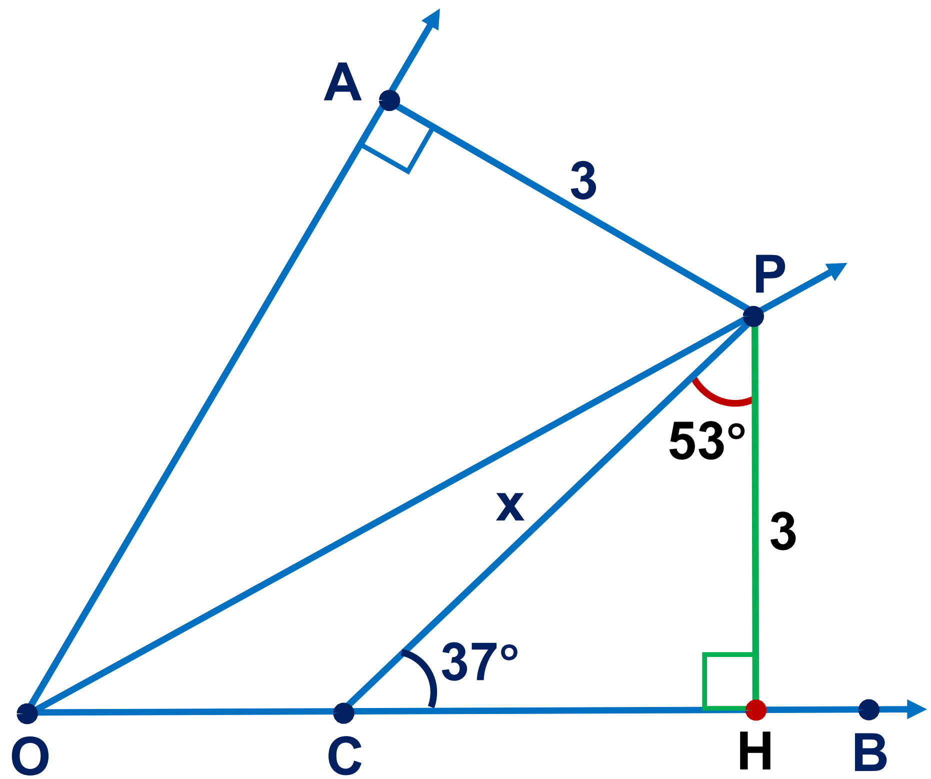
⊿ BHD: notable de 30° y 60°

⊿ BDA ≅ ⊿ BHA

(L–L-L)

x = 20°

5. En un ángulo AOB, se traza la bisectriz $\overline{OP}$, de modo que el ángulo OAP mide 90°, en $\overline{OB}$ se ubica un punto C, si el ángulo PCB mide 37° y PA = 3 m, calcule PC.



Resolución

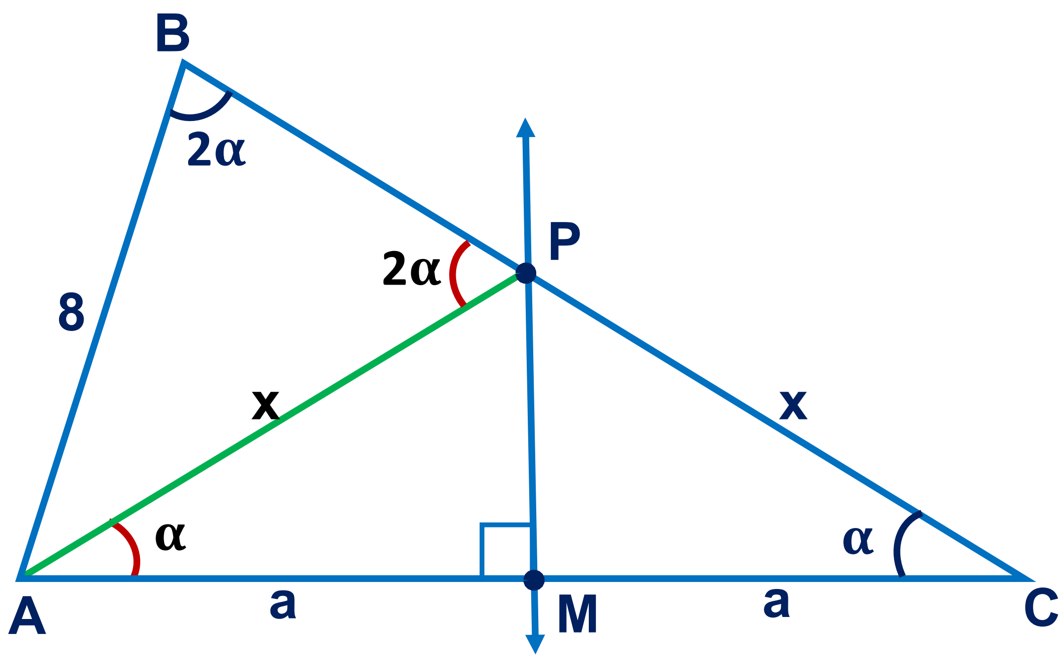
- Piden: x
- Se aplica el teorema de la bisectriz:

AP = PH = 3

- ⊿CHP: Notable de 37º y 53º

$\boxed{x = 5 \text{ m}}$

6. En un triángulo ABC, el ángulo ABC mide el doble de la medida del ángulo BCA, luego se traza la mediatriz del lado $\overline{AC}$, la que interseca al lado $\overline{BC}$ en P, si AB = 8 m, calcule PC.



Resolución

- Piden: x
- Se aplica el teorema de la mediatriz:
- Se traza $\overline{AP}$.

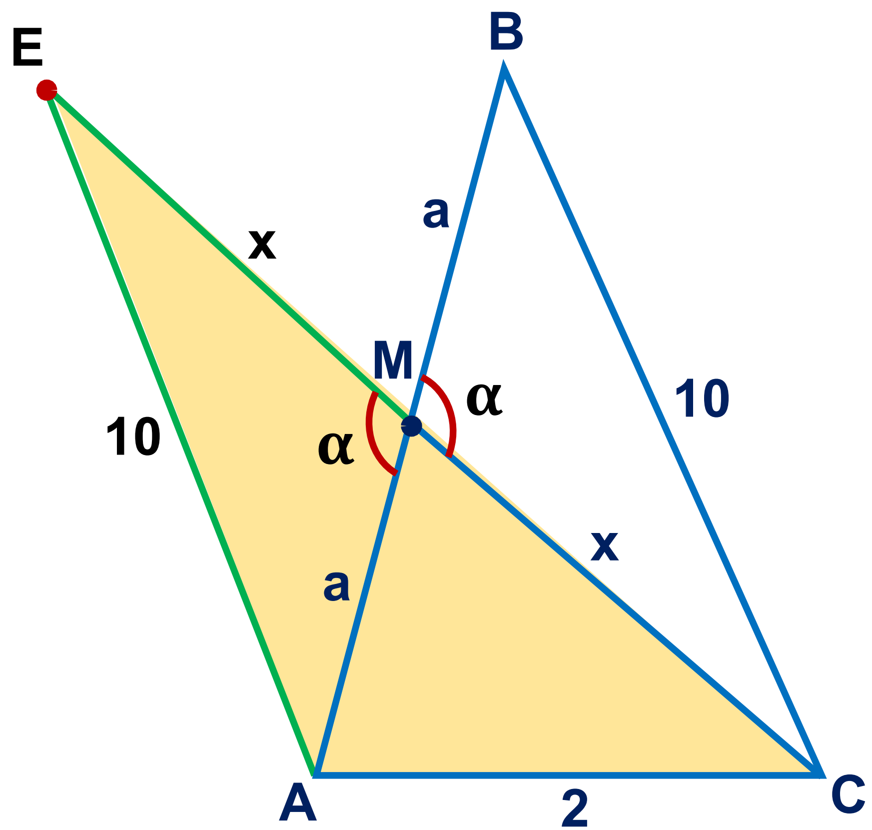
AP = PC = x

- ΔBAP: Isósceles

AB = AP = 8

$\boxed{x = 8\text{ m}}$

7. En un triángulo ABC, AC = 2 m y BC = 10 se traza la mediana $\overline{CM}$, calcule el valor entero de CM.



Resolución

- Piden: x
- Se prolonga $\overline{CM}$ hasta E.

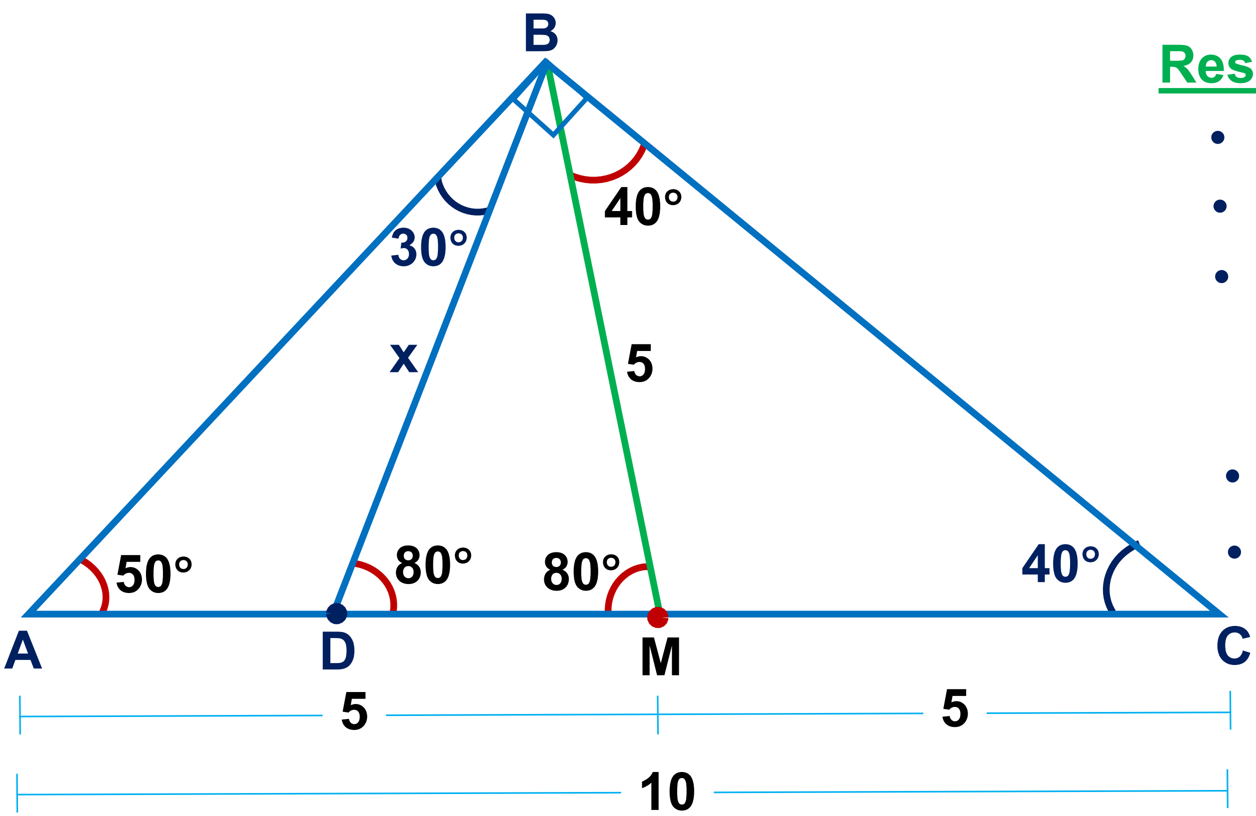
  CM = ME = x
- Δ BMC $\cong$ Δ AMC

  (L-A-L)
- ΔEAC: Aplicamos el teorema de la existencia.

$$10 - 2 < 2x < 10 + 2$$
$$8 < 2x < 12$$
$$4 < x < 6$$

$$\boxed{x = 5\ m}$$

8. En un triángulo ABC recto en B. se traza la ceviana $\overline{BD}$, de modo que m∡ABD = 30º y m∡BCA = 40º, si AC = 10 m. Calcule BD.



Resolución

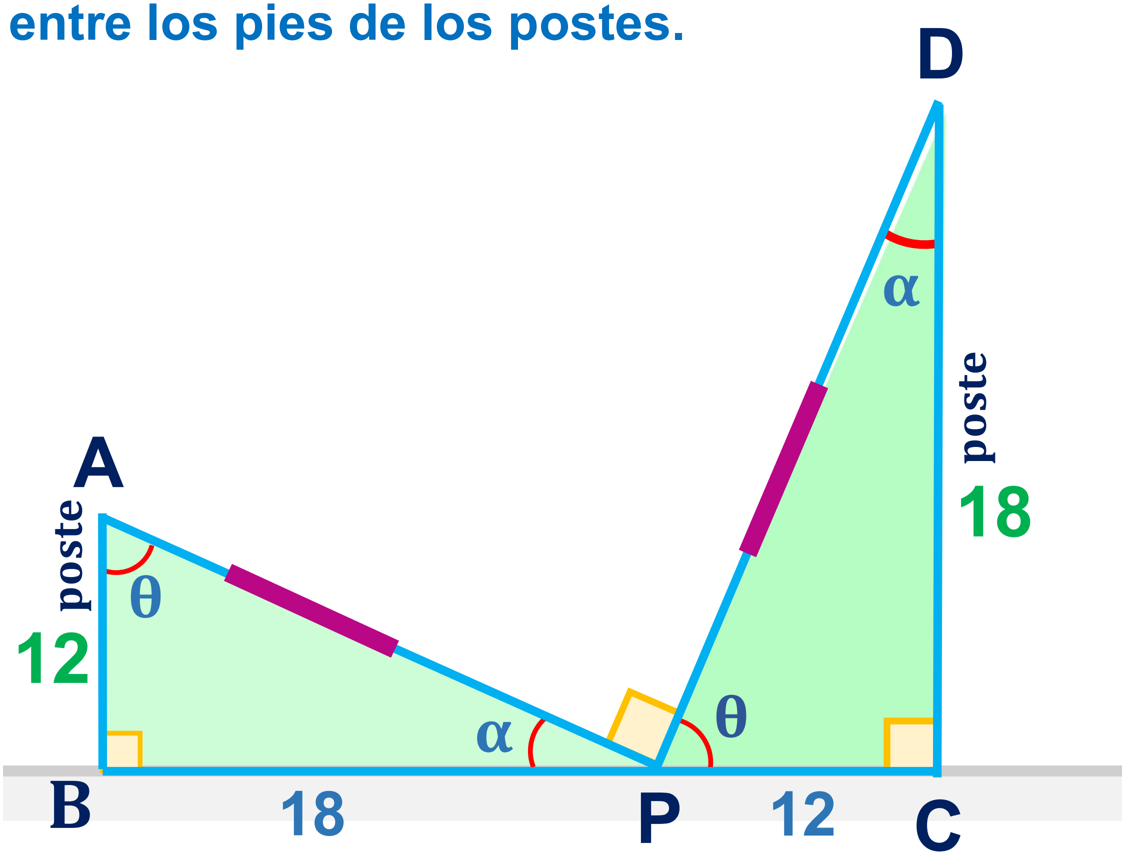
- Piden: x
- Se traza la mediana $\overline{BM}$.
- Se aplica el T. de la mediana relativa a la hipotenusa:

  AM = MC = BM = 5
- ΔBMC: Isósceles
- ΔDBM: Isósceles

  BD = BM = 5

x = 5 m

9. Dos postes, uno de 12 pies de altura y otro de 18 pies, están sostenidos por los cables $\overline{PA}$ y $\overline{PD}$ de igual medida como vemos en la figura. Halle la distancia entre los pies de los postes.



RESOLUCIÓN

Piden: BC

Del grafico: $\alpha + \theta = 90°$

Entonces:

$\triangle ABP \cong \triangle PCD$

(A – L – A)

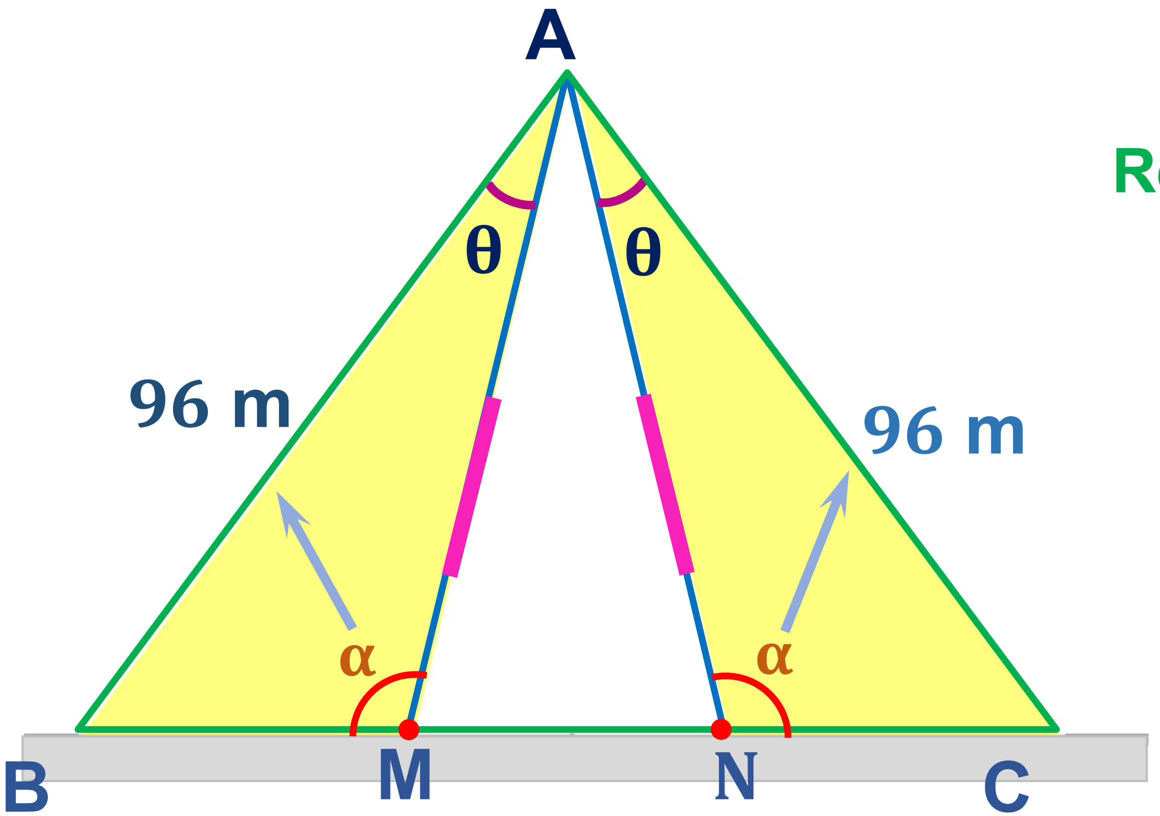
AB = PC = 12

DC = BO = 18

BC = 18 + 12

$\boxed{\therefore BC = 30 \text{ pies}}$

10. En la figura, José se encuentra en el punto A, a igual distancia de los puntos M y N que están ubicadas en una avenida representada por L; si AB = 96 m. Halle AC.



Resolución

Piden: AC

El ΔMAN es isósceles

ΔBMA $\cong$ ΔCNA

(A – L – A)

AC = 96 m