# **ALGEBRA**

# VERANO 2021

TEMA 8:

**LOGARITMOS** 





# LOGARITMOS

## **DEFINICIÓN**

Sea N > 0, a > 0 y  $a \ne 1$ : Donde:

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

 $\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$  n : es el número o argumento n : es la base

x: es el logaritmo

Ejemplo Halle el Logaritmo de 81 en base 3

$$\log_3 81 = x \Leftrightarrow 3^x = 3^4 = 81 \Leftrightarrow x = 4$$

$$\log_3 81 = 4$$



$$\log_3 81 = 4$$

### II) IDENTIDAD FUNDAMENTAL

#### Por definición

$$\log_a N = x \Leftrightarrow \alpha^x = N$$

$$\alpha \qquad \beta$$

 $\Rightarrow$  reemplazando "α" en "β":

$$a^{\log_a N} = N$$

$$N > 0$$
,  $a > 0$   $y$   $a \neq 1$ 

### **Ejemplos**

$$* \gamma^{\log_2 4} = 4$$

$$* 10^{\log_{10}9} = 9$$

#### **NOTA**

Si no hay base, se sobreentiende que es la base 10.

## III) PROPIEDADES

1) 
$$\log_a 1 = 0$$

$$\Rightarrow \log_{10} \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

$$\log_a a = 1$$

$$\rightarrow \log_7 7 = 1$$

3) 
$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\Rightarrow \log_{12} 4 + \log_{12} 3 = \log_{12} 12 = 1$$

$$4) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\Rightarrow \log_3 90 - \log_3 10 = \log_3 9 = 2$$

$$\log_a N^p = p \log_a N$$

$$\Rightarrow \log_5 5^4 = 4 \log_5 5 = 4(1)=4$$

6) 
$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

$$\Rightarrow log_{3^4} 3^9 = \frac{9}{4} log_3 3 = \frac{9}{4}$$
 
$$\Rightarrow 9^{log_3^2} 4^2 = 9^{log_9 16} = 16$$

$$\log_a N = \frac{1}{\log_N a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\log_{125} 5} = \log_5 125 = 3$$

8) 
$$log_a b = log_{(a^n)}(b^n)$$

$$\Rightarrow$$
 9<sup>log<sub>3</sub><sup>2</sup> 4<sup>2</sup> = 9<sup>log<sub>9</sub> 16</sup> = 16</sup>

# HELICO PRACTICE



#### ¿Cuál es el valor numérico de la expresión? RESOLUCIÓN

$$\frac{\log_2 64}{\log_5 25} + \frac{\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{8}\right)}{\log_{1} 000} - \log_{3} 9 \cdot \log_{\sqrt{2}} 4$$

B) 
$$-1$$

$$\frac{6}{2} + \frac{3}{3} - (2)(4) = -4$$

$$\log_2 64 = x_1$$

$$\log_5 25 = x_2$$

$$\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}=x_3$$

$$\log 1000 = x_4$$

$$\log_2 64 = x_1$$
  $\log_5 25 = x_2$   $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x_3$   $\log 1000 = x_4$   $\log_3 9 = x_5$   $\log_{\sqrt{2}} 4 = x_6$ 

$$2^{x_1}=64$$

$$(\frac{1}{2})^{x_3} = \frac{1}{\Omega}$$

$$10^{x_4} = 1000$$

$$3^{x_5} = 9$$

$$\sqrt{2}^{n_0}=4$$

$$2^{x_1}=2^6$$

$$x_2 = 2$$

$$x_4 =$$

$$3^{x_5}=3$$

$$z_5 = Z$$

2. Si  $x = \log_1 3\sqrt[3]{81}$ , halle el valor de x.

A) 
$$-\frac{7}{3}$$
C)  $\frac{3}{7}$ 

B) 
$$\frac{7}{3}$$

C) 
$$\frac{3}{7}$$

D) 
$$\frac{4}{3}$$

#### **RESOLUCIÓN**

$$\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt[3]{81} = x$$

$$(\frac{1}{3})^{(x)} = (3\sqrt[3]{81})$$

$$3^{-x} = (3^1)(3^{\frac{4}{3}})$$

$$3^{-x}=3^{\frac{7}{3}}$$

$$-x=\frac{7}{3}$$

$$x=-\frac{7}{3}$$

$$\log_2 4 + \log_2 4^2 + ... + \log_2 4^n = \log_2 4^6$$

halle el valor de n.

A) 4

B) 2

C) 3

D) 5

### <u>RESOLUCIÓN</u>

$$\log_2[(4)(4^2)(4^3)...(4^n)] =$$

$$\log_2(4^{1+2+3+\cdots+n}) =$$

$$\log_2 4^{\frac{n(n+1)}{2}} = \log_2 4^6$$

$$\frac{n(n+1)}{2}=6$$

$$n = 3$$

4. Si  $log_3 5 = x$ , halle el valor de  $log_{45} 243$  es  $RESOLUCI \acute{O}N$ 

A) 
$$\frac{6}{x-4}$$

B) 
$$\frac{4}{x+3}$$

C) 
$$\frac{5}{x+2}$$

D) 
$$\frac{1}{v+5}$$

$$\log_{45} 3^5 =$$

$$5(\log_{45} 3) =$$

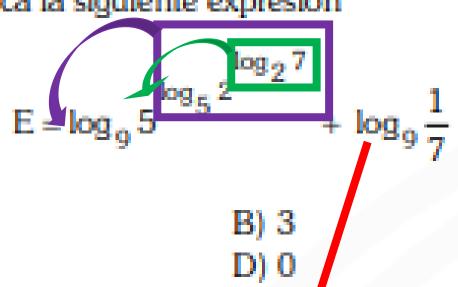
$$5\left(\frac{1}{\log_3 45}\right) =$$

$$5\left(\frac{1}{\log_3(5.9)}\right) =$$

$$\frac{5}{\log_3 5 + \log_3 9} =$$

$$\frac{5}{x+2}$$

Reduzca la siguiente expresión



**RESOLUCIÓN** 

$$(\log_2 7)(\log_5 2)$$

$$E = 0$$

$$(\log_2 7)(\log_5 2)(\log_9 5)$$
 $E = \log_9 7 + \log_9 \frac{1}{7}$ 

$$E = \log_9\left[ (7)(\frac{1}{7}) \right] = \log_9 1$$

A) 9

C) 1

Si

$$x = \log_2(\log_4 \log_8 64)$$

**RESOLUCIÓN** 

 $= \log_2 (x_2)$ 

$$x = \log_2(\log_4 \log_8 64) = \log_2 (\log_4 (x_1)) = \log_2 (\log_4 2)$$

halle el valor de  $3^{1+x}+3^{1-x}$ .

A) 6

C) 10

 $\log_4 2 = x_2$ 

$$\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = x$$

$$2^x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$x = -1$$

$$x = -1$$

$$8^{x_1} = 8^2$$

 $\log_8 64 = x_1$ 

 $8^{x_1} = 64$ 

$$x_1 = 2$$

$$4^{x_2} = 2$$
 $2^{2x_2} = 2^1$ 

$$x_2=\frac{1}{2}$$

$$3^{1+(-1)} + 3^{1-(-1)} = 10$$

#### Resuelva

#### **RESOLUCIÓN**

$$2^{\log_8(x+1)} = 3$$

$$2^{\log_{\sqrt[3]{8}}\sqrt[3]{x+1}} = 2^{\log_2\sqrt[3]{x+1}} =$$

- A) {15]
- C) {26}

- B) {9}
- D) {21}

$$\sqrt[3]{x+1}=3$$

$$x + 1 = 27$$

**{26**}

#### El valor de x

#### **RESOLUCIÓN**

 $3\log_2 x + 2\log_4 x + 4\log_8 x = 32$  Cambio de Variable:

r = 43m

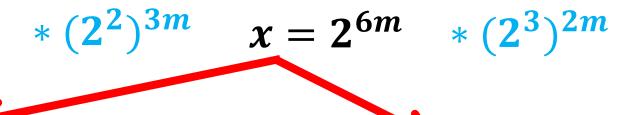
es

A) 32.

C) 64.

B) 16.

D) 8.



 $x = 8^{2m}$ 

#### La ecuación:

$$3\log_2(2^{6m}) + 2\log_4(4^{3m}) + 4\log_3(2^{2m}) = 32$$

$$18m + 6m + 8m$$

$$32m = 32 \qquad \Rightarrow \qquad m = 1 \Rightarrow \quad x = 2^6$$

$$x = 64$$

 Halle el producto de las soluciones de la ecuación

$$\log x = \sqrt{\log x^7 - 12}$$

#### Al Cuadrado:

$$(\log x)^2 = 7\log x - 12$$

$$(\log x)^2 - 7\log x + 12 = 0$$

Ecuación Cuadrática Logarítmica,

cuyas dos raíces, serían:

$$\log x_1$$
;  $\log x_2$ 

"SUMA DE RAÍCES"

$$\log x_1 + \log x_2 = 7$$

$$\log_{10}(x_1x_2) = 7$$

$$x_1x_2=10^7$$



Halle las raíces de la siguiente ecuación: RESOLUCIÓN

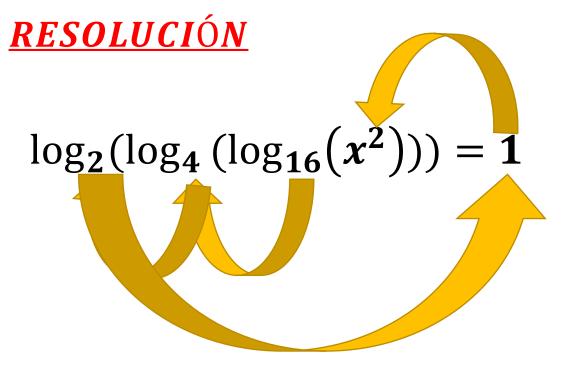
$$\log_2(\log_4(\log_{16}(x^2))) = 1$$

A) 
$$x_1 = 16^4$$
,  $x_2 = 16^4$ 

B) 
$$x_1 = 16^8$$
,  $x_2 = -16^8$ 

C) 
$$x_1 = 16^{16}$$
,  $x_2 = -16^{16}$ 

D) 
$$x_1 = 4^{16}$$
,  $x_2 = -4^{16}$ 



$$x^2 = 16^{16} = 16^{4^2} = 16^{4^{2^1}}$$

$$x = \pm 16^{8}$$

$$x_1 = 16^8; x_2 = -16^8$$