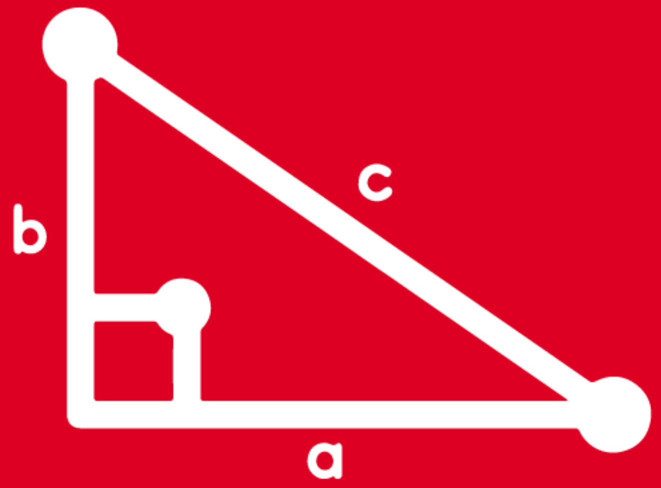
TRIGONOMETRY

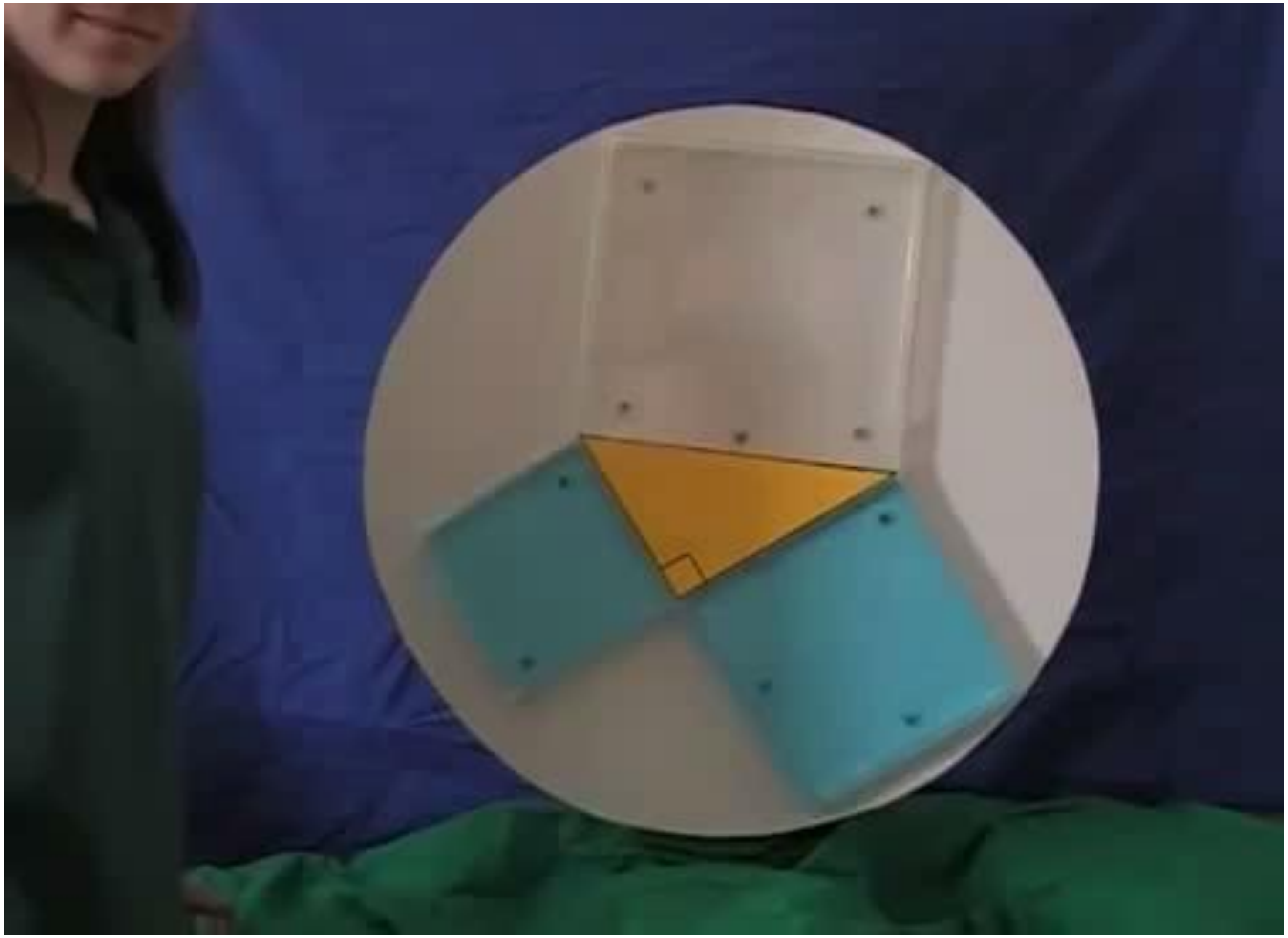


Chapter 1

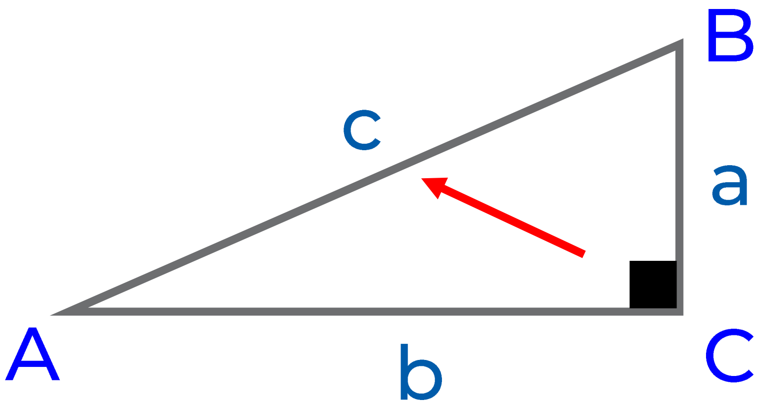
Razones trigonométricas de un ángulo agudo I

5TO SAN MARCOS

ASOCIACIÓN EDUCATIVA
SACO OLIVEROS



TRIÁNGULO RECTÁNGULO



c es la hipotenusa

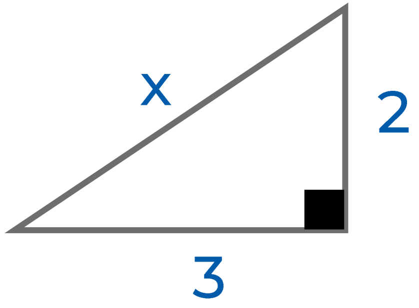
a y b son catetos

TEOREMA DE PITÁGORAS

$$\boxed{\quad = \quad + \quad}$$

EJEMPLOS:

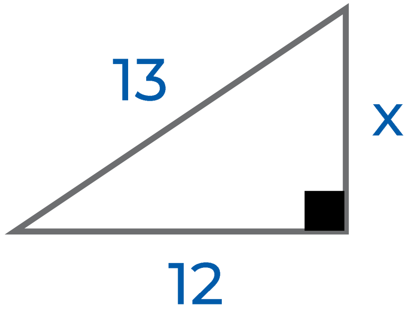
En cada figura mostrada , calcule x



$$= \quad +$$

$$=$$

$$\therefore \quad = \sqrt{\quad}$$

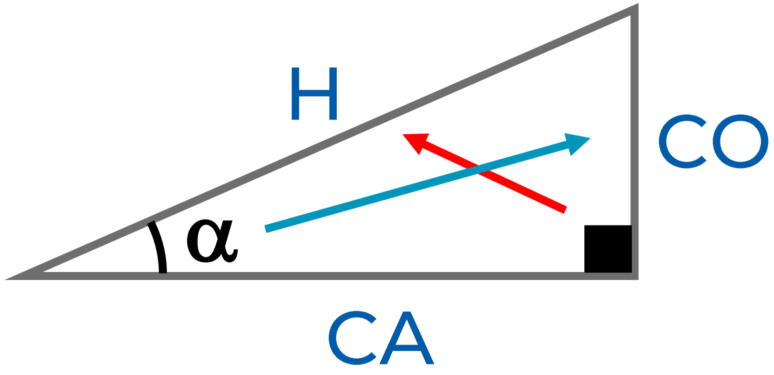


$$= \quad +$$

$$=$$

$$\therefore \quad =$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO



H : Hipotenusa

CO : Cateto opuesto al ángulo α

CA : Cateto adyacente al ángulo α

DEFINICIONES

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$

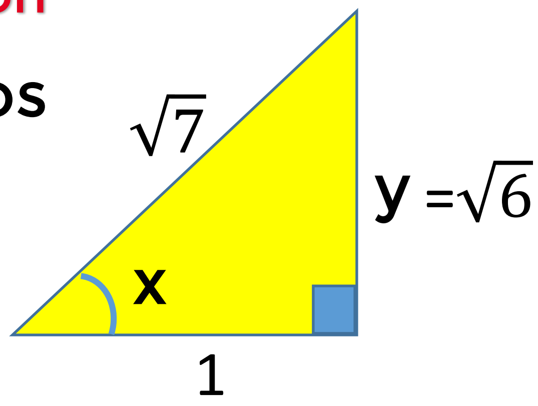
HELICO-PRACTICE 1

Si : $\sec x=\sqrt{7}$, además x es agudo
Calcule

$$E = \tan^2 x + \sqrt{42}\,\text{sen}\,x$$

Resolución

Graficamos



Teorema de Pitágoras:

$H^2 = CA^2 + CO^2$

$$\sec x = \frac{\sqrt{7}}{1} = \frac{H}{CA}$$

$$\sqrt{7}^2 = 1^2 + y^2$$

$$7 = 1 + y^2$$

$$6 = y^2$$

$$y = \sqrt{6}$$

Calculamos:

$$E = \tan^2 x + \sqrt{42}\,\text{sen}\,x$$

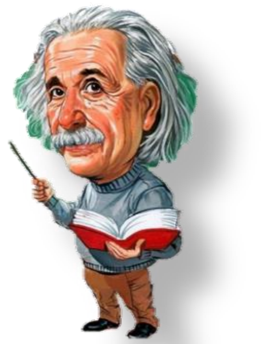
$$E = \left(\frac{\sqrt{6}}{1}\right)^2 + \sqrt{42}.\left(\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\right)$$

$$E = 6 + \sqrt{6}\sqrt{7}\left(\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\right)$$

$$E = 6 + 6$$

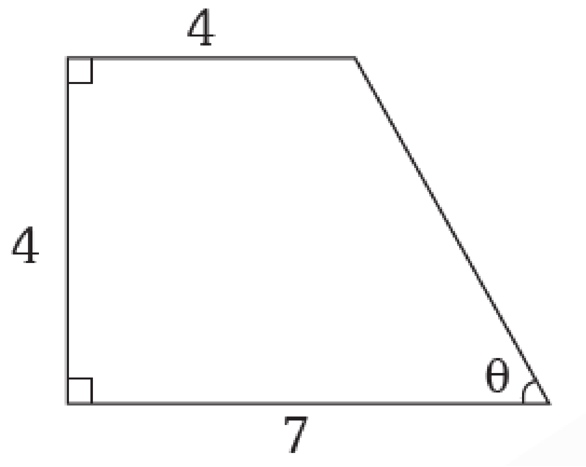
$$\boxed{E = 12}$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 2

Calcule $K = \text{sen}\theta + \cos\theta$

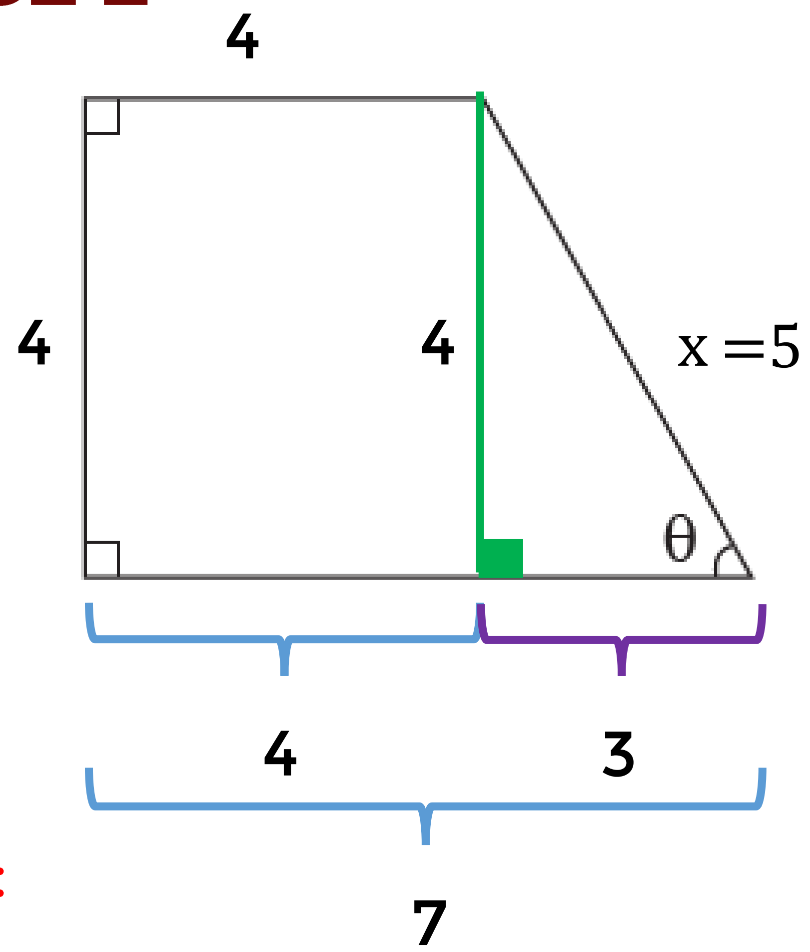


Resolución

$$x = \sqrt{4^2 + 3^2} \rightarrow x = 5$$

Recordar:

$$\text{sen} = \frac{CO}{H} \qquad \cos = \frac{CA}{H}$$

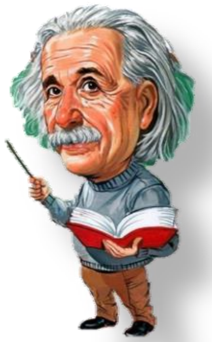


Calculamos:

$K = \text{sen}\theta + \cos\theta$

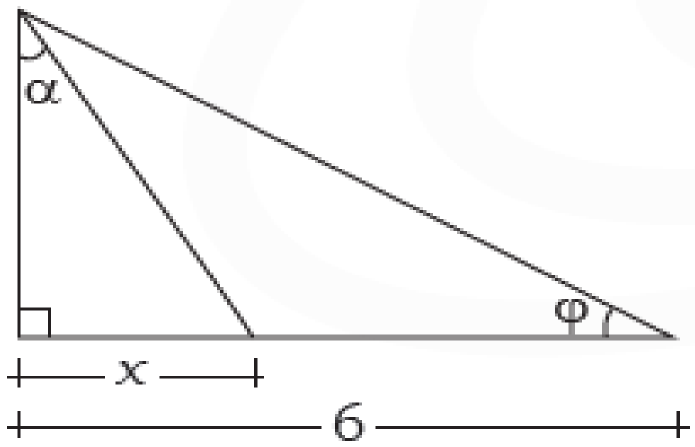
$$K = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \rightarrow \boxed{K = \frac{7}{5} = 1{,}4}$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 3

Halle x, si tanα = 0,5 y cotφ = 3

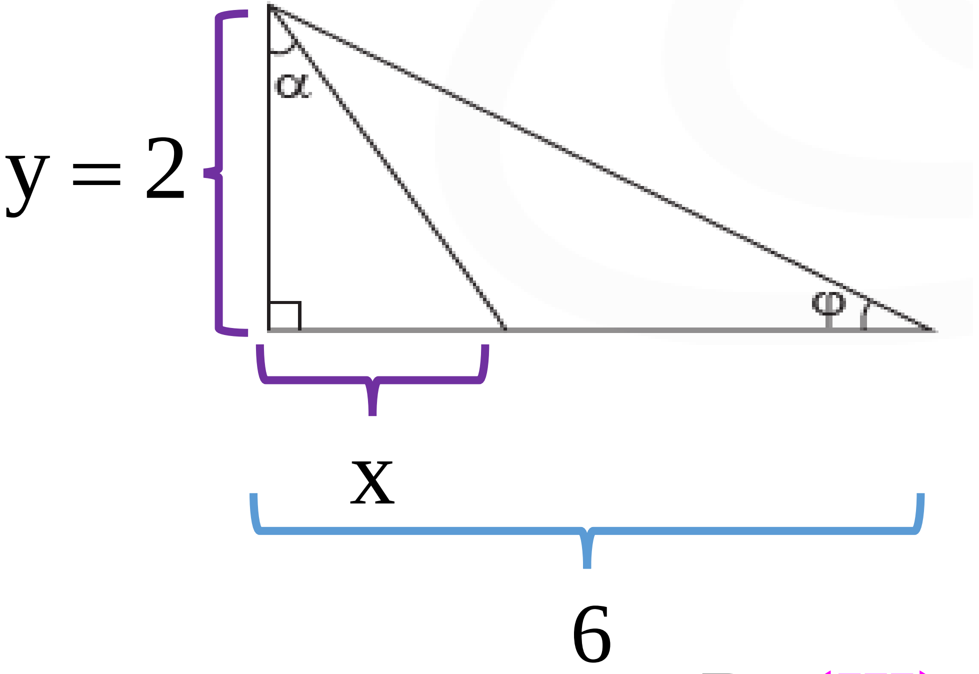


Resolución

Del dato: $\cot\varphi = 3 \ldots (\mathrm{I})$

De la figura: $\cot\varphi = \dfrac{6}{y} \ldots (\mathrm{II})$

$\text{De } (\mathrm{I}) \text{ y } (\mathrm{II}): 3 = \dfrac{6}{y} \Rightarrow y = 2$



También sabemos:

$\tan\alpha = \dfrac{1}{2} \ldots (\mathrm{III})$

De la figura:

$\tan\alpha = \dfrac{x}{2} \ldots (\mathrm{IV})$

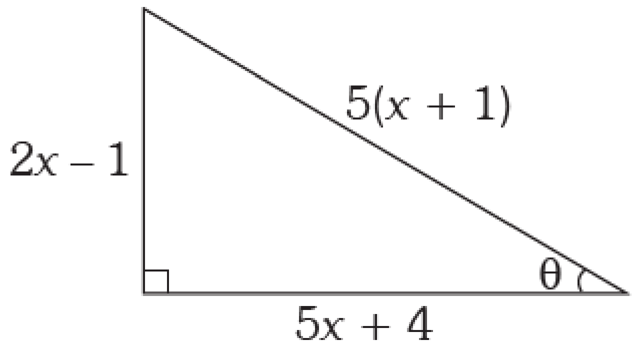
$\text{De } (\mathrm{III}) \text{ y } (\mathrm{IV}):$

$\dfrac{1}{\cancel{2}} = \dfrac{x}{\cancel{2}}$

$\boxed{x = 1}$

HELICO-PRACTICE 4

Halle senθ



Recordar:

$$\text{sen}\theta = \frac{CO}{H}$$

Resolución

Teorema de Pitágoras:

$+$

Calculamos:

θ

Reemplazamos x = 4

θ

$\boxed{\theta}$

HELICO-PRACTICE 5

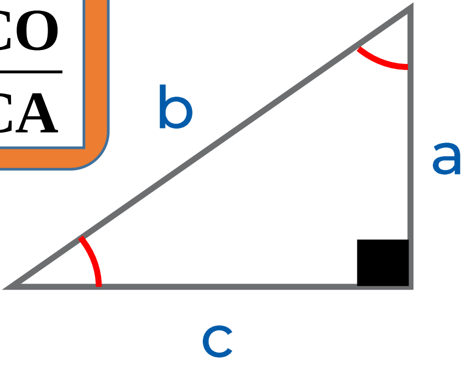
En un triangulo ABC recto en B se cumple que $senA.senC = \frac{1}{8}$, calcule $K = tanA + tanC$

Resolución

Graficamos:

Recordar:

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA}$$



Teorema de Pitágoras:

$b^2 = a^2 + c^2$ ...(I)

Del dato:

...(II)

Calculamos:

...(III)

Reemplazamos (II) en (III):

HELICO-PRACTICE 6

Calcule el seno de un ángulo agudo en un triangulo rectángulo, tal que el triple de su cosecante sea igual al cuádruple de su secante

Resolución

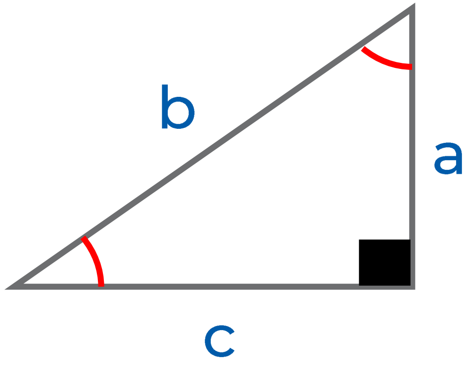
Teorema de Pitágoras:

$$b^2 = a^2 + c^2$$

Recordar:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{CO}{H}$$

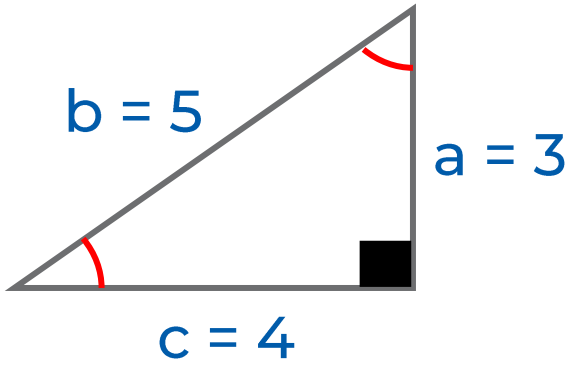
Graficamos:



Del dato:

$\Rightarrow$

En el gráfico:



$\Rightarrow$

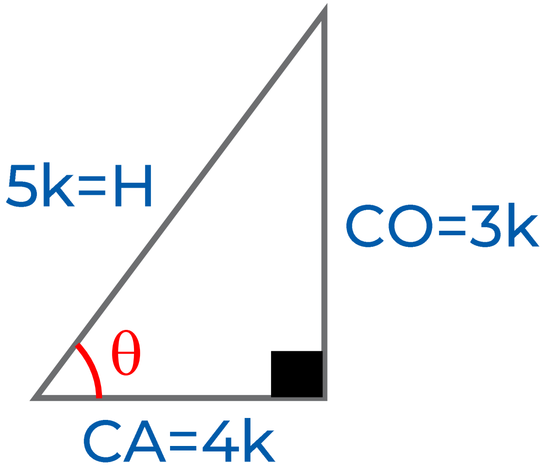
HELICO-PRACTICE 7

La secante de uno de los ángulos agudos de un triangulo rectángulo es 1,25; si el lado mayor mide 20m. Halle el semiperimetro.

Resolución

θ

Graficamos:



Recordar:

$$\sec\theta = \frac{H}{CA}$$

Sabemos

$5k=20 \Rightarrow k=4$

Calculamos el perímetro (2p) :

$2p = 3k+4k+5k$

$2p = 12k$

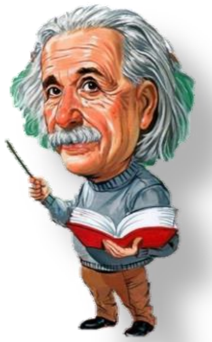
Reemplazamos k = 4

$2p = 12(4)$

$2p = 48m.$

$\boxed{p = 24m.}$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 8

Desde un punto ubicado a una distancia de 20m de una torre, se divisa su parte mas alta con un ángulo de elevación α.
Calcule la altura de la torre si

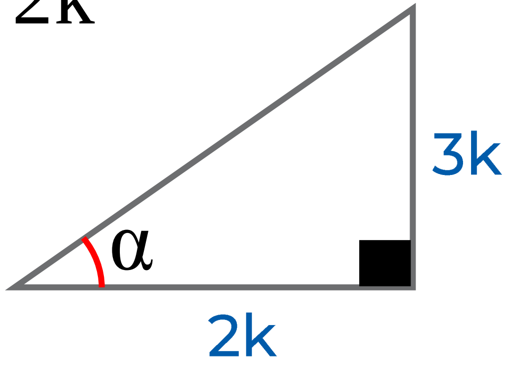
tanα $-$.

Recordar:

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

Resolución

$$\tan\alpha = \frac{3k}{2k}$$

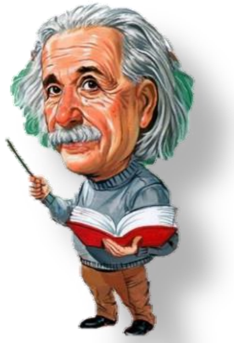


Del dato:

2k = 20m $\Rightarrow$ k = 10m

Calculamos:

3k=30m ¡Muy bien!



Altura de la torre = 30m

HELICO-PRACTICE 9

Desde la parte superior de un Edificio de 6 pisos iguales el ángulo de depresión para un punto en el suelo es β y desde la parte mas alta del cuarto piso el ángulo de depresión es α . Determine tanα.cotβ

Resolución

Recordar:

$\tan = \frac{CO}{CA}$ $\cot = \frac{CA}{CO}$

* ◣ABC:

$$\tan\alpha = \frac{4p}{m} \ldots (1)$$

* ◣ABD:

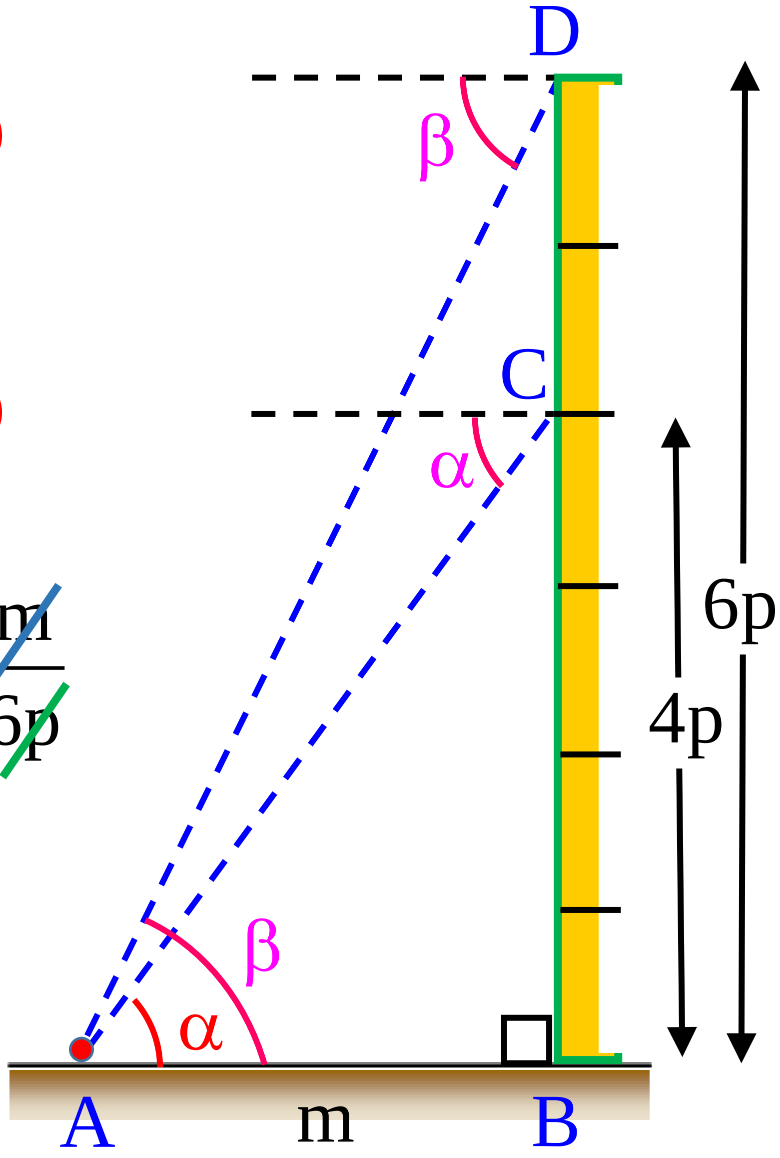
$$\cot\beta = \frac{m}{6p} \ldots (2)$$

(1) x (2):

$$\tan\alpha.\cot\beta = \frac{4\cancel{p}}{\cancel{m}} \times \frac{\cancel{m}}{6\cancel{p}}$$

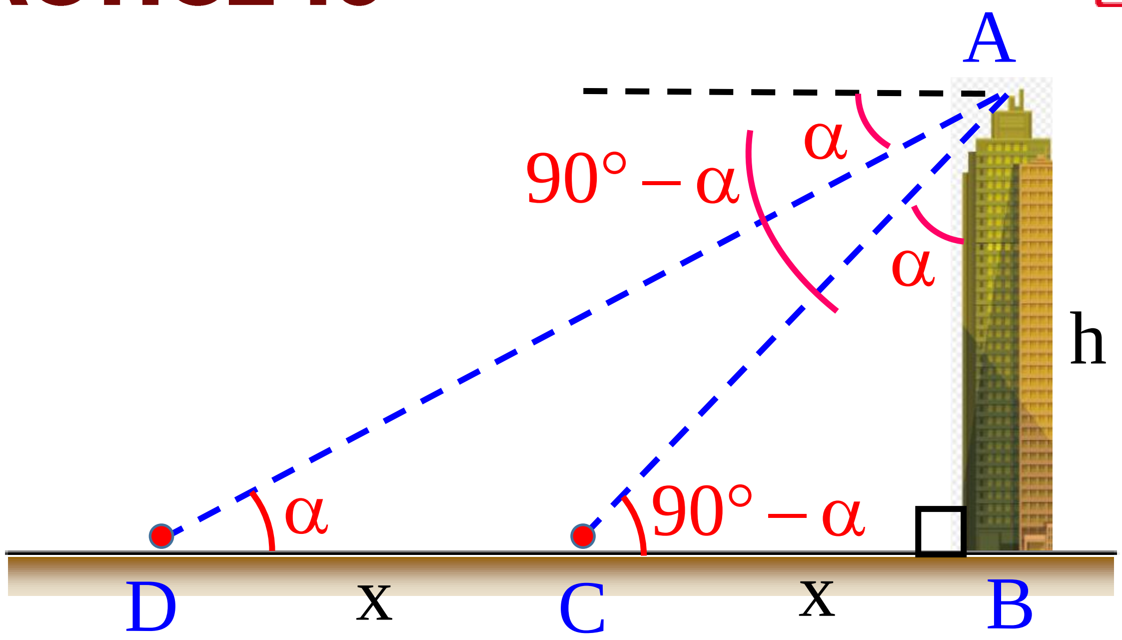
$$\tan\alpha.\cot\beta = \frac{4}{6}$$

$$\therefore \boxed{\tan\alpha.\cot\beta = \frac{2}{3}}$$



HELICO-PRACTICE 10

Desde lo alto de un edificio se ve un punto en tierra con un ángulo de depresión α y a otro punto ubicado a la mitad entre el primer punto y el edificio, con un ángulo de depresión 90°- α. Calcular cotα



Resolución

* ◣ABC:

$$\cot\alpha = \frac{h}{x} \;\dots\; (1)$$

* ◣ABD:

$$\cot\alpha = \frac{2x}{h} \;\dots\; (2)$$

(1) x (2):

$$\cot\alpha.\cot\alpha = \frac{\cancel{h}}{\cancel{x}} \times \frac{2\cancel{x}}{\cancel{h}}$$

$$\cot^2\alpha = 2$$

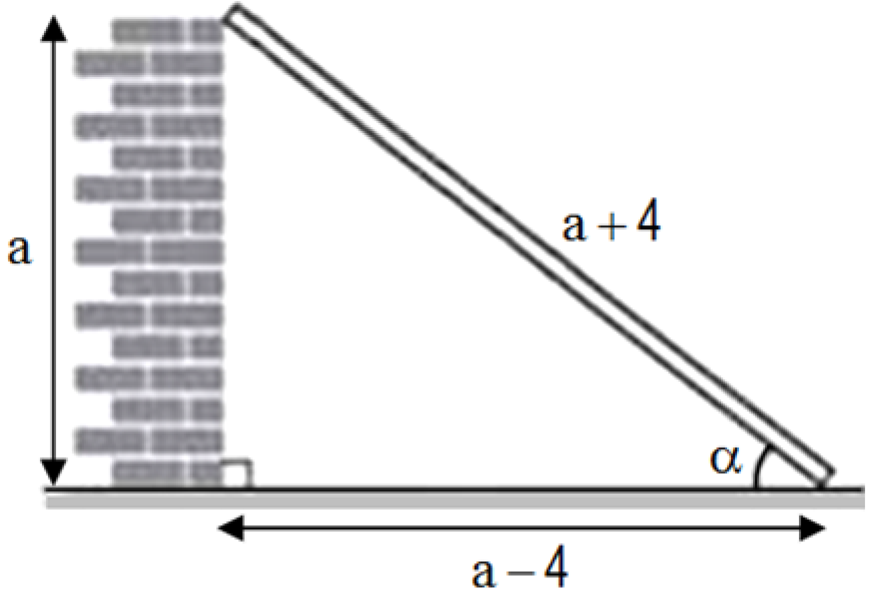
$$\boxed{\cot\alpha = \sqrt{2}}$$

Recordar:

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

PREGUNTAS ADICIONALES

1. Una barra metálica descansa sobre una pared lisa, tal como se muestra en la figura. Considerando que las longitudes mostradas están en metros; calcule $\cos\alpha.\tan\alpha$



Resolución:

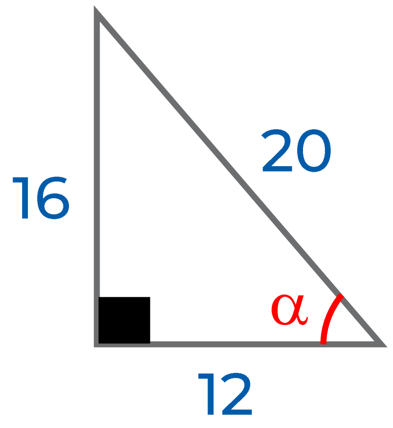
Teorema de Pitágoras:

$$(a+4)^2=(a-4)^2+(a)^2$$

$$\cancel{a^2}+8a+\cancel{16}=\cancel{a^2}-8a+\cancel{16}+a^2$$

$$\Rightarrow 16a=a^2 \quad \Rightarrow \boxed{16=a}$$

En el gráfico:



$$\cos\alpha.\tan\alpha=\frac{12}{20}.\frac{16}{12}$$

$$\cos\alpha.\tan\alpha=\frac{4}{5}$$

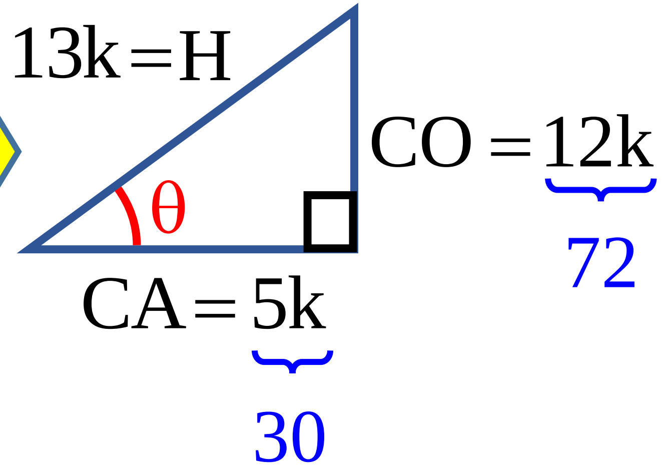
$$\therefore \boxed{\cos\alpha.\tan\alpha=0{,}8}$$

2. José adquiere como herencia un terreno de forma de triángulo rectángulo; se sabe que el perímetro de dicho triángulo es $180\,\text{m}$ y la tangente de uno de sus ángulos agudos es $2,4$. Calcule el área de dicho terreno.

Resolución:

DATO 1: $\tan\theta = 2,4 = \dfrac{24}{10}$

$$\tan\theta = \frac{12}{5} = \frac{CO}{CA}$$



Teorema de Pitágoras:

$$(H)^2 = (5k)^2 + (12k)^2$$

$$(H)^2 = 169k^2 \Rightarrow \boxed{H = 13k}$$

DATO 2: Perímetro ◣=180

$$\Rightarrow 30k = 180 \Rightarrow \boxed{k = 6}$$

Calculamos el área del terreno:

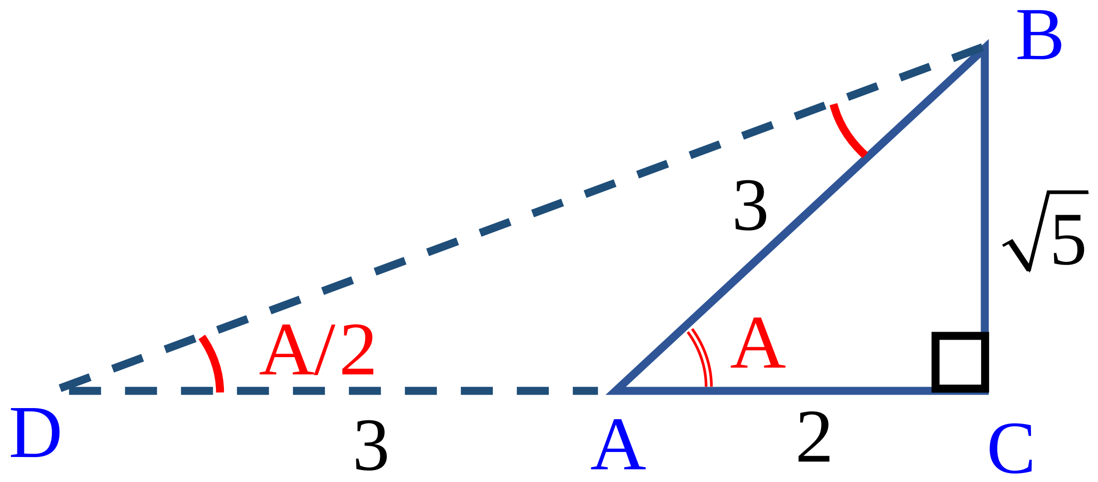
$$S = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{30 \times 72}{2}$$

$$\therefore \boxed{S = 1080\,\text{m}^2}$$

3. En un triángulo rectángulo ABC (Recto en C), se cumple que: $AC = 2u$ y $AB = 3u$

Calcule: $2\tan(A)\cot\left(\frac{A}{2}\right)$

Resolución:



◣ACB: **Teorema de Pitágoras**

$$(BC)^2 + (2)^2 = (3)^2$$

$$(BC)^2 = 5 \Rightarrow \boxed{BC = \sqrt{5}}$$

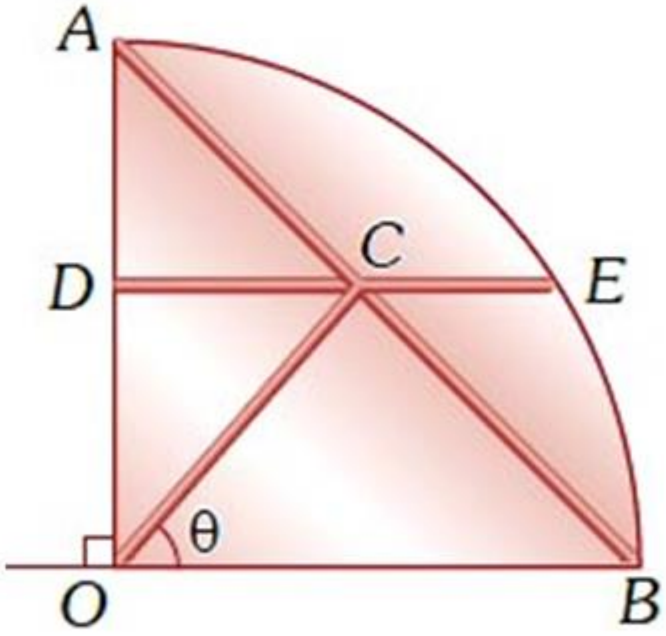
Usamos los ◣ ACB y ◣DCB para calcular:

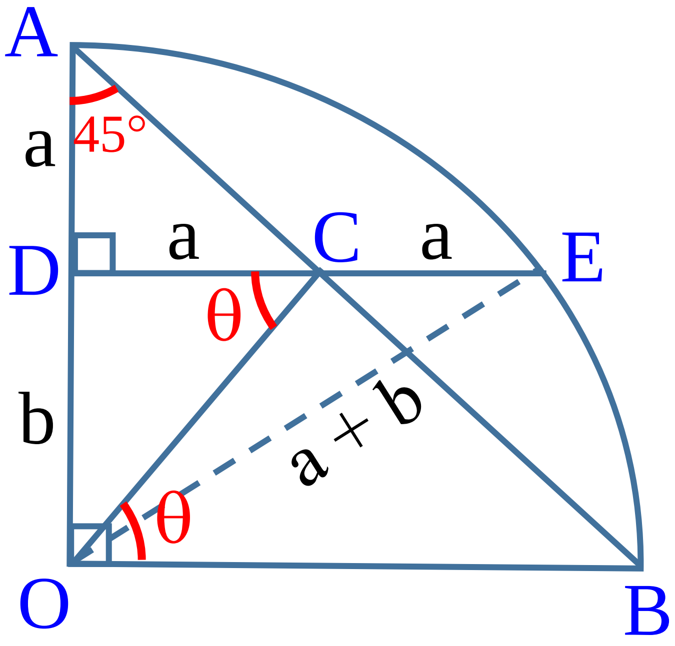
$$E = 2\tan(A)\cot\left(\frac{A}{2}\right)$$

$$E = \cancel{2} \times \left(\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{2}}\right) \times \left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{5}}}\right)$$

$$\therefore \boxed{E = 5}$$

4. La figura muestra una estructura metálica, donde $\overset{\frown}{AB}$ es un arco de circunferencia con centro en el punto O. Si $AD = DC = CE$ y $\overline{DE} // \overline{OB}$, calcule $\tan\theta$.





Resolución:

Dato:

$AD = DC = CE = a$

Además: $DO = b$

$\Rightarrow OE = a + b$

◣ODE: **Teorema de Pitágoras**

$$(a+b)^2 = (2a)^2 + (b)^2$$

$$a^2 + 2ab + \cancel{b^2} = 4a^2 + \cancel{b^2}$$

$$2ab = 3a^2 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

◣ODC:

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \boxed{\tan\theta = 1{,}5}$$