ARITHMETIC

Chapter 4

5°

San Marcos 2022

Magnitudes Proporcionales

SACO OLIVEROS

Es indudable que cada uno de nosotros necesita un mínimo de conocimientos matemáticos para desenvolverse en nuestra vida cotidiana y profesional. Con relación a la proporcionalidad, la simple elección al comprar productos de acuerdo a la relación peso/precio como así también las informaciones gráficas y numéricas, que exigen de una interpretación crítica, son algunas de las acciones que requieren de la utilización de nociones y procedimientos vinculados con la misma. Sin embargo, no sólo se trata de presentar una diversidad de problemas de estos ámbitos para que los alumnos apliquen conocimientos aprendidos. Los problemas se reformulan y cambian día a día, y abordarlos requiere de conocimientos versátiles. Esto mismo es requerido por la movilidad laboral que caracteriza nuestra sociedad actual. Como señala Charnay (1996), la "matemática útil no se limita a aquella que es directamente utilizada" sino que se extiende a la que permite disponer de herramientas para actualizar los conocimientos disponibles

¿QUE ES UNA MAGNITUD?

Es algo cuantificable, es decir, medible ponderable. Las magnitudes pueden ser directamente apreciables por nuestros sentidos, como los tamaños y pesos de las cosas, o más indirectas (aceleraciones, energías).

Medir implica realizar un experimento de cuantificación, normalmente con un instrumento especial (reloj, balanza, termómetro).

1

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Se ha pagado S/.16 por 8kg de arroz. Determine

a. El costo de 24 kg.

b. El peso por el cual se pagó s/.80.

		$\times 3$	$\times 5$		
Costo(S/.)	…	16	48	80	…
Peso(Kg)	…	8	24	40	…
		$\times 3$	$\times 5$		

Observando el comportamiento de los valores afirmamos que la Magnitud costo es directamente proporcional a la magnitud peso.

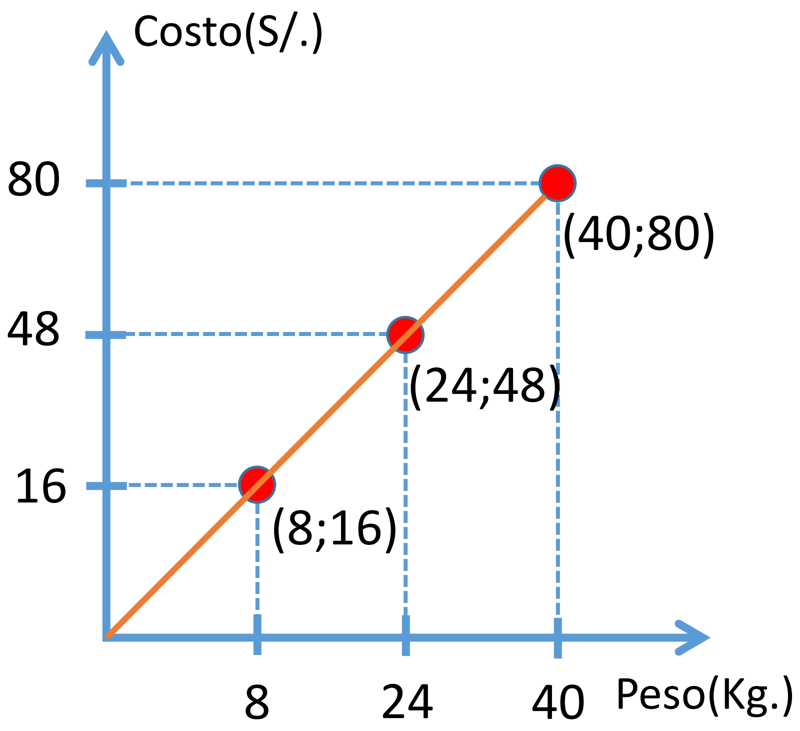
Además se tiene que: $\frac{16}{8} = \frac{48}{24} = \frac{80}{40} = 2$ ⇨ $\frac{\text{Valor costo}}{\text{Valor peso}} = \frac{y}{x} = k$

En General:

Si las magnitudes A y B son directamente proporcionales , se cumple que:

$$\frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = \text{Cte.}$$

Con los valores respectivos podemos elaborar una gráfica, como



Donde:

$$y = kx$$
$$f(x) = kx$$

En notación funcional

Textualmente decimos que:

El costo está en función del peso

2 MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Un automóvil con una velocidad de 20m/s tarda 30s en recorrer cierta distancia

a. ¿Qué tiempo tardaría si la velocidad de 60m/s?

b. ¿Qué velocidad debería emplearse para emplear solo 25s?

			x3	$\times \frac{6}{5}$	
Velocidad(m/s)	15	20	60	24	...
Tiempo (s)	40	30	10	25	...
			÷3	$\div \frac{6}{5}$	

Observando el comportamiento de los valores afirmamos que la magnitud velocidad y la magnitud tiempo son inversamente proporcionales.

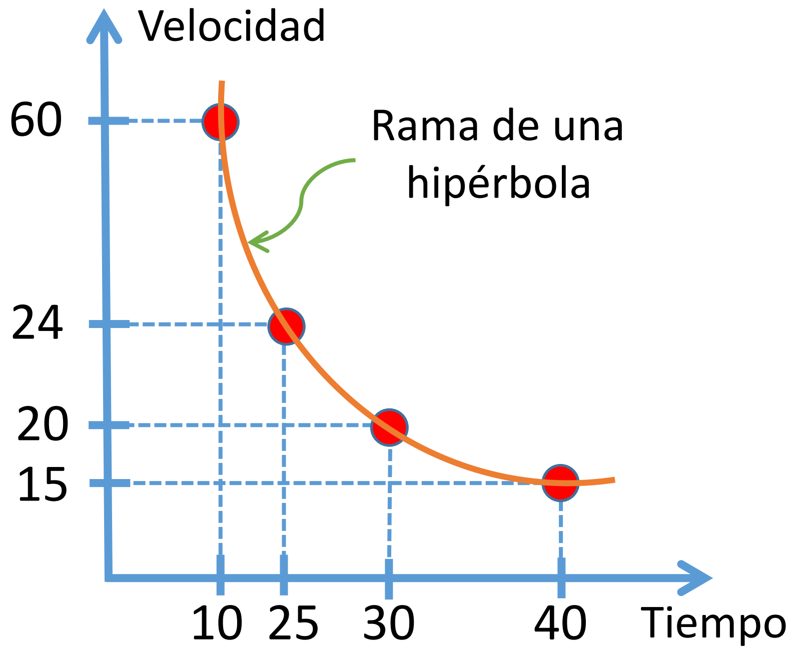
Además se tiene que:

$$20\,(30) = 60\,(10) = 24\,(25) = 600 = \begin{pmatrix} Valor \\ Velocidad \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Valor \\ Tiempo \end{pmatrix} = yx = k \quad \text{cte}$$

En General:

Si las magnitudes A y B son inversamente proporcionales , se cumple que:

$$\begin{pmatrix} Valor \\ de\ A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Valor \\ de B \end{pmatrix} = \text{Cte.}$$



Luego:

$$y = \frac{k}{x}$$

$$\downarrow$$

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

En notación funcional

Textualmente diremos que: *La velocidad está en función del tiempo*

3

Propiedades:

- Si A es DP a B → B es DP a A
- Si A es IP a B → B es IP a A
- Si A es DP a B → A^n es DP a B^n , $n \in Q$
- Si A es IP a B → A^n es IP a B^n , $n \in Q$
- Si A es IP a B → A es DP a $\frac{1}{B}$
- $\left.\begin{array}{l}\text{A DP B (C constante)}\\ \text{A DP C (C constante)}\end{array}\right\}$ A DP B x C

1. La viscosidad de cierto aceite, que fluye en una maquinaria, es inversamente proporcional a la temperatura para valores menores o iguales que 50 °C: pero, es directamente proporcional para temperaturas mayores o iguales a 50 °C. Si la viscosidad es igual a 80 centipoises cuando la temperatura es igual a 25 °C, determine el valor de la viscosidad, en centipoises, cuando la temperatura sea 75 °C.

A) 12 B) 64 C) 60 D) 48

Resolución:

Viscosidad: V

Temperatura: T

V IP T $\rightarrow$ $(T \leq 50°C)$

$V \times T = k_1$

V DP T $\rightarrow$ $(T \geq 50°C)$

$\frac{V}{T} = k_2$

V = 80; T = 25

$80 \times 25 = k_1$

$k_1 = 2000$

Obs.: si T = 50 °C

$V \times 50 = k_1$

$V = \frac{k_1}{50}$

$\frac{V}{50} = k_2$

$V = 50 \times k_2$

$\frac{k_1}{50} = 50 \times k_2$

$\frac{2000}{50} = 50 \times k_2$

$4\cancel{0} = 5\cancel{0} \times k_2$

$k_2 = \frac{4}{5}$

Luego: V = ?; T = 75

$\frac{V}{75} = k_2$

$\frac{V}{\underset{15}{\cancel{75}}} = \frac{4}{\underset{1}{\cancel{5}}}$

$V = 60$

$\therefore$ $\boxed{C)\ 60}$

2. El gerente de una tienda por departamentos decide que la comisión que reciben sus trabajadores sea proporcional al número de clientes que logren asociar a la tarjeta de crédito e inversamente proporcional al número de días que falten a su trabajo. Si César, quien faltó 4 días, logró captar 6 nuevos clientes y obtuvo una comisión de S/1200, ¿cuál será la comisión que recibe Luis, si asoció 8 clientes a la tarjeta de crédito y faltó 5 días al trabajo?

A) S/1820 B) S/1080 C) S/1280 D) S/1440

Resolución:

Comisión: C
N° clientes: n
N° días: d

C DP n
C IP d

$$k = \frac{C \times d}{n}$$

$$\frac{\overset{40}{\cancel{\overset{200}{\cancel{1200}}}} \times 4}{\underset{1}{\cancel{6}}} = \frac{C \times \overset{3}{\cancel{5}}}{8}$$

$$40 \times 4 \times 8 = C$$

$$1280 = C$$

$$C = S/1280$$

∴ $\boxed{\text{C) S/1280}}$

3. En cierto proceso se descubrió que, la producción es directamente proporcional al número de máquinas e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la antigüedad de ellas. Inicialmente, habían 15 máquinas con 9 años de antigüedad y en la actualidad se cuenta con 3 máquinas más, con 4 años de uso cada una. Halle la razón entre la producción anterior y la actual.

A) 10/3 B) 7/8
C) 10/13 D) 3/4

Resolución:

Producción: P
N° de máquinas: n
Antigüedad: A

P DP n
P IP $\sqrt{A}$

$$k = \frac{P \times \sqrt{A}}{n}$$

$$\frac{P_1 \times \sqrt{9}}{\cancel{15}_{5}} = \frac{P_2 \times \sqrt{4}}{\cancel{3}_{1}}$$

$$\frac{P_1 \times 3}{5} = P_2 \times 2$$

$$3P_1 = 10P_2$$

Luego: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{10}{3}$ $\left.\right\}$ $P_1 = 10k$, $P_2 = 3k$

Piden: $E = \frac{P_1}{P_2 + P_2}$

$$E = \frac{10k}{10k + 3k}$$

$$E = \frac{10\cancel{k}}{13\cancel{k}} \rightarrow E = \frac{10}{13}$$

$\therefore$ $\boxed{\text{C) } 10/13}$

4. **Si A varía en forma D.P con B y C ; C varía directamente proporcional con F^3. Cuando B = 5 y F = 2, entonces A = 160.**
Halle A cuando B = 8 y F = 5

~~A)~~ 4000 B) 3800
C) 3500 D) 3200

Resolución:

Del dato tenemos:

$$\left.\begin{matrix} A\ D.P\ B \\ A\ D.P\ C \\ C\ D.P\ F^3 \end{matrix}\right\} \quad \begin{matrix} A\ D.P\ B \\ A\ D.P\ F^3 \end{matrix} \Rightarrow \frac{A}{B\ x\ F^3} = k$$

reemplazando:

$$\frac{160}{5 . 2^3} = \frac{A}{8 . 5^3}$$

$$\Rightarrow \frac{160}{\cancel{40}} = \frac{A}{\cancel{1000}\,25}$$

piden:

$\therefore$ A = 4000

RPTA: **A) 4000**

5. Se sabe que la fuerza de atracción entre dos cuerpos varia en forma directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Si la distancia entre dos cuerpos aumenta en un 25 %, ¿qué ocurre con la fuerza de atracción entre ellos?

A) Disminuye en 36 % B) Disminuye en 64 %
C) Aumenta en 36 % D) Disminuye en 40 %

Resolución:

Fuerza Atrac.: F
Masa: M
Distancia: D

F DP $M_1 \times M_2$

F IP D^2

$$k = \frac{F \times D^2}{M_1 \times M_2}$$

+ 25% D

$$\frac{F \times (D)^2}{\cancel{M_1 \times M_2}} = \frac{x \times (125\%\ D)^2}{\cancel{M_1 \times M_2}}$$

$$F \times (D)^2 = x\left(\frac{\overset{5}{\cancel{125}}}{\underset{4}{\cancel{100}}}D\right)^2$$

$$F \times \cancel{D^2} = x \times \frac{25}{16}\cancel{D^2} \rightarrow F = x \times \frac{25}{16}$$

$$x = \frac{16}{25}F \rightarrow x = \frac{16 \times 4}{25 \times 4}F$$

$$x = \frac{64}{100}F \rightarrow x = 64\%\ F$$

Luego: F disminuye en 36 %

$\therefore$ $\boxed{\text{A) Disminuye en 36 \%}}$

6. Halle: *x* + y, si:

A	144	16	9	y
B	2	6	x	24

A) 8 B) 7

C) 10 ~~D)~~ 9

Resolución:

Del dato tenemos:

$\div 9$ $\div 16$ $\div 144$

A	144	16	9	y
B	2	6	x	24

$x\,3$ $x\,4$ $x\,12$

donde:

$x = 8$ ⇒ $y = 1$

piden:

$\therefore\ x + y = 9$

RPTA: D) 9

7. **Se sabe que un cuerpo que cae libremente recorre una distancia proporcional al cuadrado del tiempo. Una piedra recorre 9,8 m en un segundo cuatro décimos. Determine la profundidad de un pozo, si se sabe que al soltar la piedra ésta llega al fondo en dos segundos.**

A) 10 m B) 14 m

~~C)~~ 20 m D) 22 m

Resolución:

Del dato tenemos: distancia **D.P** tiempo^2

$$\Rightarrow \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}^2} = k$$

además:

$$t = 1\tfrac{4}{10} = \frac{14}{10} \Rightarrow \boxed{t = 1{,}4}$$

reemplazando:

$$\frac{9{,}8}{(1{,}4)^2} = \frac{D}{2^2} \Rightarrow \frac{9{,}8}{1{,}96} = \frac{D}{4} \Rightarrow \frac{\overset{5}{\cancel{980}}}{\cancel{196}} = \frac{D}{4}$$

piden:

$$\therefore D = 20$$

RPTA: **C) 20 m**

8. **La duración de un viaje por ferrocarril es directamente proporcional a la distancia e inversamente proporcional a la velocidad. A su vez la velocidad es I.P al número de vagones del tren. Si un tren de 20 vagones recorre 30 km en $^1/_2$ hora, ¿cuántos kilómetros puede recorrer un tren de 10 vagones en 10 minutos?**

A) 10 km B) 15 km

C) 18 km ~~D)~~ 20 km

Resolución:

Del dato tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} T \text{ D.P } D \\ T \text{ I.P } V \\ V \text{ I.P } n \end{array}\right\} \begin{array}{l} T \text{ D.P } D \\ T \text{ D.P } n \end{array} \Rightarrow \frac{T}{D \times n} = k$$

reemplazando:

$$\Rightarrow \frac{\cancel{30}}{\cancel{30} \cdot 20} = \frac{\cancel{10}}{D \cdot \cancel{10}}$$

piden:

$\therefore$ $D = 20$

RPTA: **D) 20 km**

9. Para 4 magnitudes A, B, C y D se conoce: A D.P a B; $\sqrt{B}$ I.P a C; C^3 D.P a $\frac{1}{D}$. Entonces:

A) A^2 D.P D^3
~~B~~) A^3 D.P D^2
C) A D.P D^2
D) A D.P D

Resolución:

Del dato tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} A\ D.P\ B \Rightarrow A\ D.P\ B \\ \sqrt{B}\ I.P\ C \Rightarrow B\ I.P\ C^2 \end{array}\right\} A\ I.P\ C^2 \ \ldots\ (I)$$

$$C^3\ D.P\ \frac{1}{D} \Rightarrow C^3\ I.P\ D \ \ldots\ (II)$$

Donde:

en... (I) $(A)^3\ I.P\ (C^2)^3 \Rightarrow A^3\ I.P\ C^6$

en... (II) $(C^3)^2\ I.P\ (D)^2 \Rightarrow C^6\ I.P\ D^2$

cumple:

$\therefore\ A^3\ D.P\ D^2$

RPTA: $A^3\ D.P\ D^2$

10.

El precio del pasaje en avión es D.P al costo de la gasolina y a la raíz cuadrada de la distancia e I.P a la capacidad del avión y al cuadrado del número de escalas aumentado en 1. El precio de un pasaje en un avión de 60 pasajeros, en un viaje de 900 km, sin escalas cuando la gasolina costaba 0,8 dólares por galón era 240 dólares. ¿Cuál será el precio de un pasaje en un avión de 90 pasajeros en un viaje de 3600 km con 3 escalas, cuando la gasolina cueste 1,2 dólares por galón?

A) \$30 B) \$25 C) \$36 D) \$48

Resolución:

Del dato tenemos:

$P \text{ D.P } Cost_g$

$P \text{ D.P } \sqrt{dist}$

$P \text{ I.P } cap$

$P \text{ I.P } (esc^2+1)$

$$\frac{P \times cap \times (esc^2+1)}{Cost_g \times \sqrt{dist}} = k$$

reemp: $$\frac{240.60.(0^2+1)}{(0{,}8).\sqrt{900}} = \frac{P.90.(3^2+1)}{(1{,}2).\sqrt{3600}}$$

donde: $$\frac{\cancel{240}.60}{8.\cancel{30}} = \frac{P.\cancel{90}^{15}.\cancel{10}}{12.\cancel{60}} \Rightarrow \cancel{60}^{4} = \frac{P.\cancel{15}}{12}$$

piden: $\therefore\ P = 48$

RPTA: D) \$ 48