# GEOMETRY

## Chapter 1

# VERANO

SAN MARCOS 2021

## TRIÁNGULOS

SACO OLIVEROS

# TRÍANGULOS

**Definición**

Triángulo es la figura geométrica formada al unir con segmentos de recta tres puntos no colineales.

**Elementos**

Vértices: A, B y C

Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$

**OBSERVACIÓN**

$\Delta ABC$ se lee: triángulo ABC.

El perímetro del triángulo indica la suma de longitudes de los lados y se simboliza generalmente con $2p$. Así

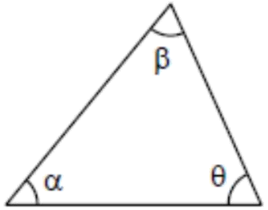
$$\boxed{2p = AB + BC + AC}$$

El semiperímetro

$$\boxed{p = \frac{AB + BC + AC}{2}}$$

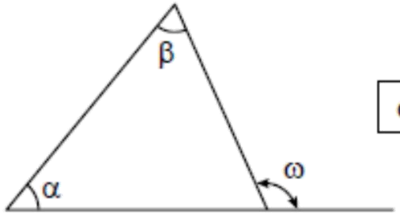
**Teoremas básicos**

1. Las medidas de los tres ángulos interiores suman 180°.



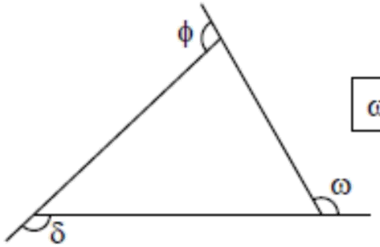

$$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180°}$$

2. Cada ángulo exterior mide igual que la suma de dos interiores no adyacentes a él.




$$\boxed{\omega = \alpha + \beta}$$

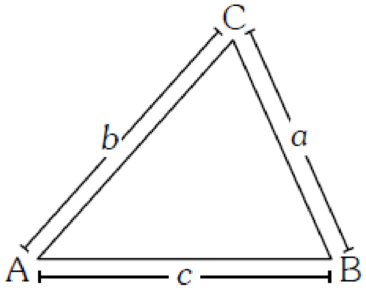
3. Las medidas de los tres ángulos exteriores, uno por cada vértice, suman 360°.




$$\boxed{\omega + \phi + \delta = 360°}$$

**Teorema de existencia**

Cualquier lado es mayor que la diferencia de los otros dos y menor que la suma de ellos.

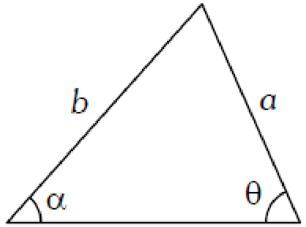



Si $a < b < c$, entonces

$$\boxed{c - a < b < c + a}$$

**Teorema de correspondencia**

En un triángulo: A mayor ángulo se opone mayor lado, y viceversa.

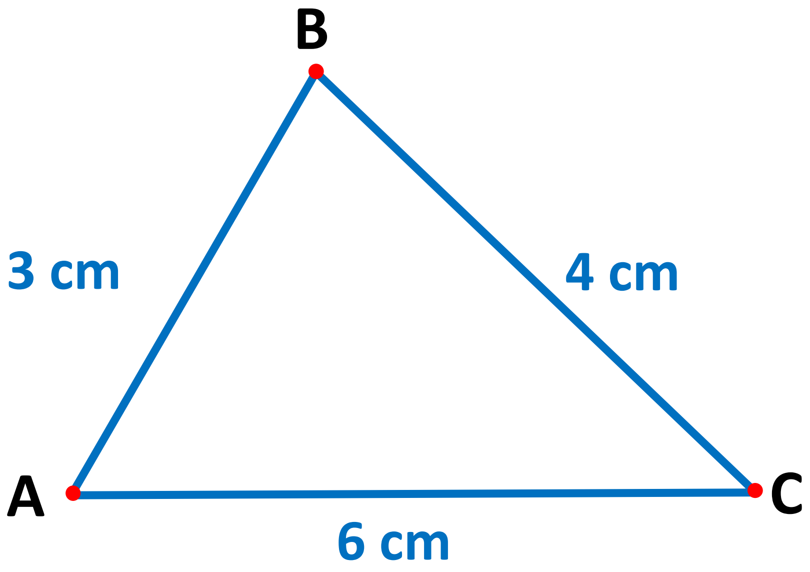


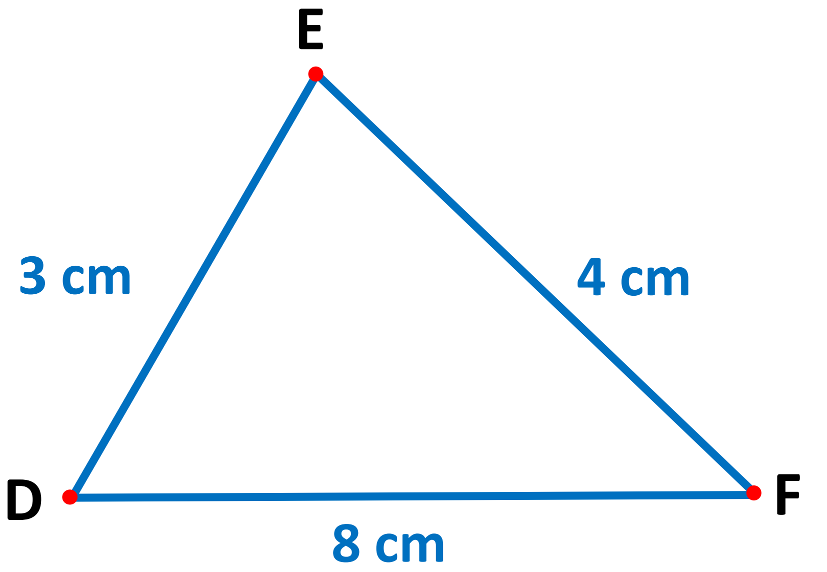

Si $\boxed{\theta > \alpha}$, entonces $\boxed{b > a}$

**1.** **Dos lados de un triángulo miden 3 cm y 4 cm. Halle la longitud del tercer lado si es igual al doble de uno de los otros dos.**

**Resolución:**

**Nos piden la longitud del tercer lado**




*** Por ley de existencia triangular**

$$4 - 3 < 6 < 4 + 3$$
$$1 < 6 < 7$$

$$4 - 3 < 8 < 4 + 3$$
$$1 < 8 < 7$$

**.: La longitud del tercer lado es de 6 cm**

**2.** En un triángulo ABC, en el lado AC se ubica el punto D, de modo que AB = BD = DC. Si m∡BCD = 35°, halle m∡ABD.

**Resolución:**

Nos piden m∡ABD

Entonces:

$\Delta$ BDC es isósceles

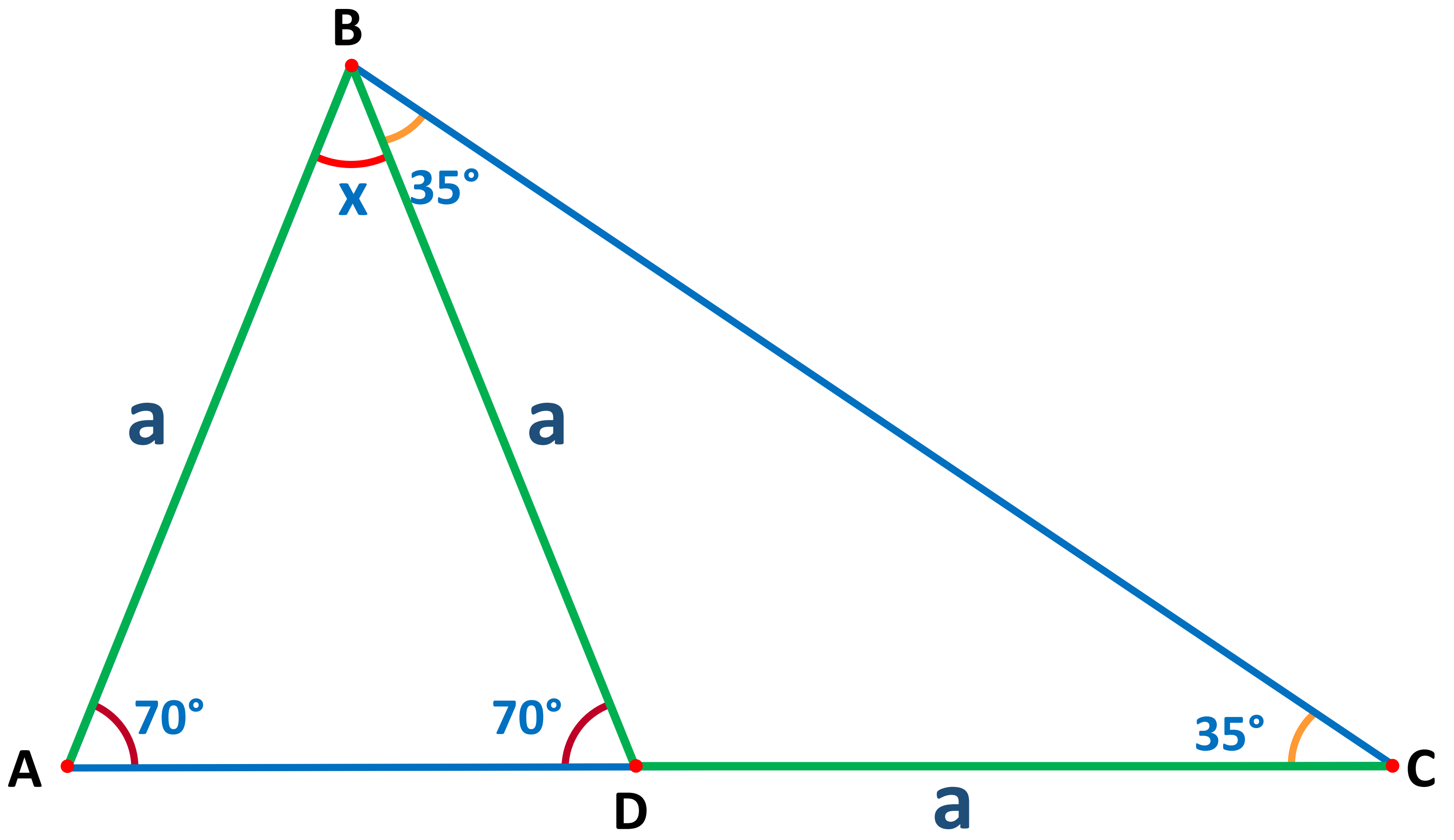
$\Delta$ ABD es isósceles

En $\Delta$ ABD:

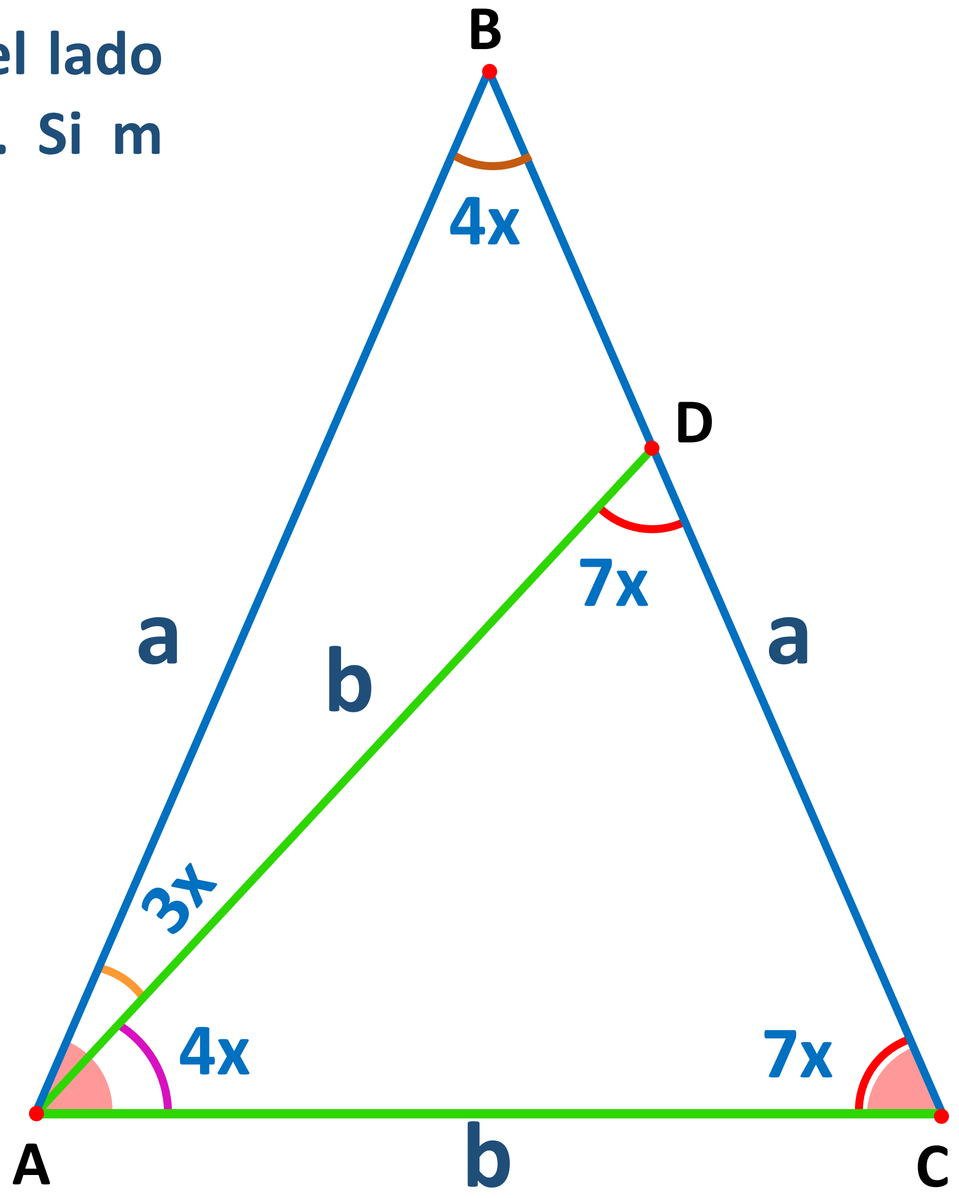
$70° + 70° + x = 180°$

$x = 40°$

$\therefore$ m∡ABD = 40°



3. En un triángulo isósceles ABC, donde AB = BC, en el lado BC se ubica el punto D, de modo que AD = AC. Si m ∡ BAD = 3x y m ∡ ABD = 4x, halle el valor de x.




**Resolución:**

Nos piden el valor de x

En el ABC, por suma de ángulos internos

$$7x + 4x + 7x = 180°$$

$$\therefore\ x = 10°$$

**4.** En la figura, si $\alpha + \beta = 4x$, halle el valor de x.

**Resolución:**

Nos piden el valor de x

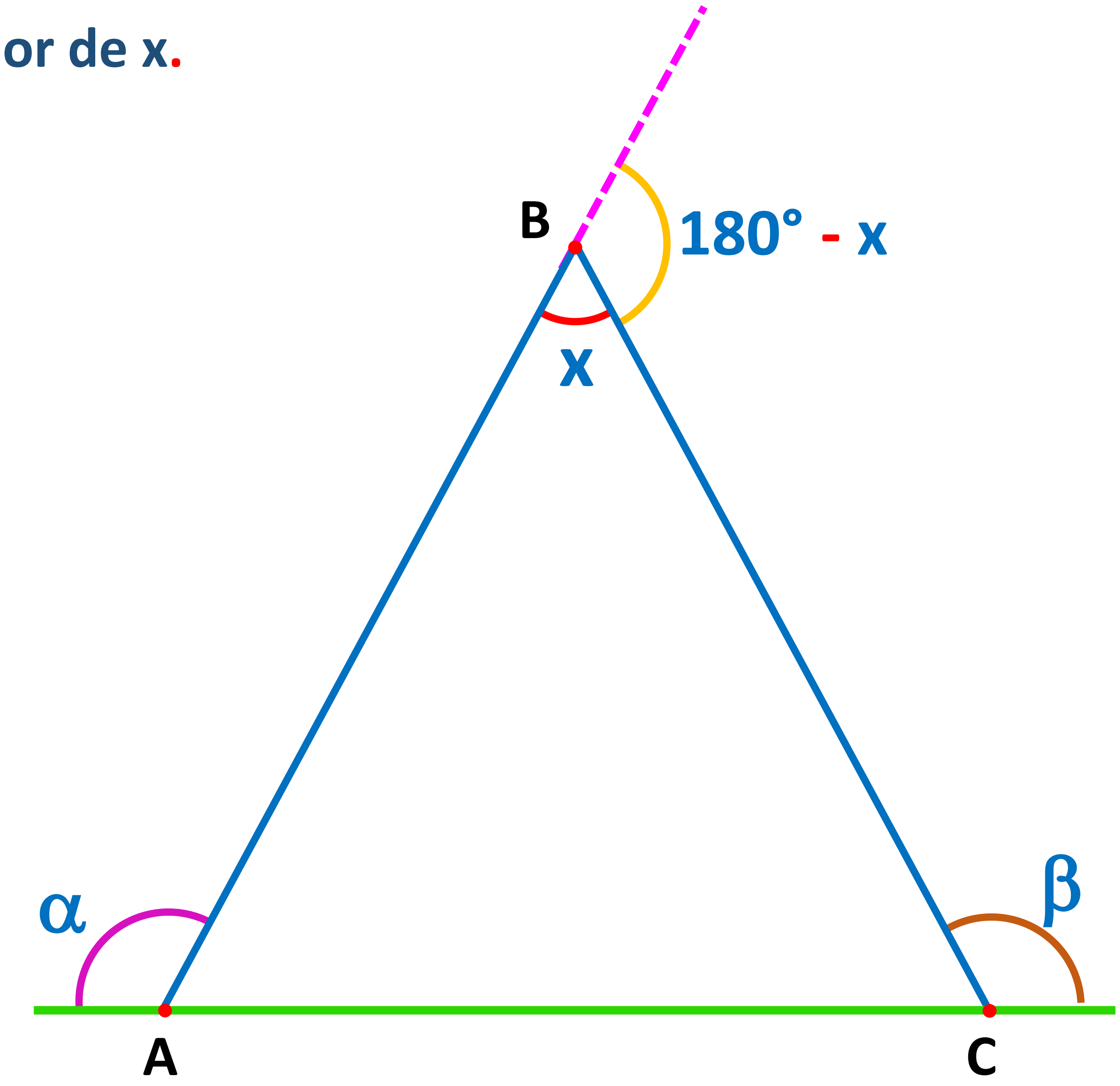
Del gráfico:

Por suma de ángulos externos

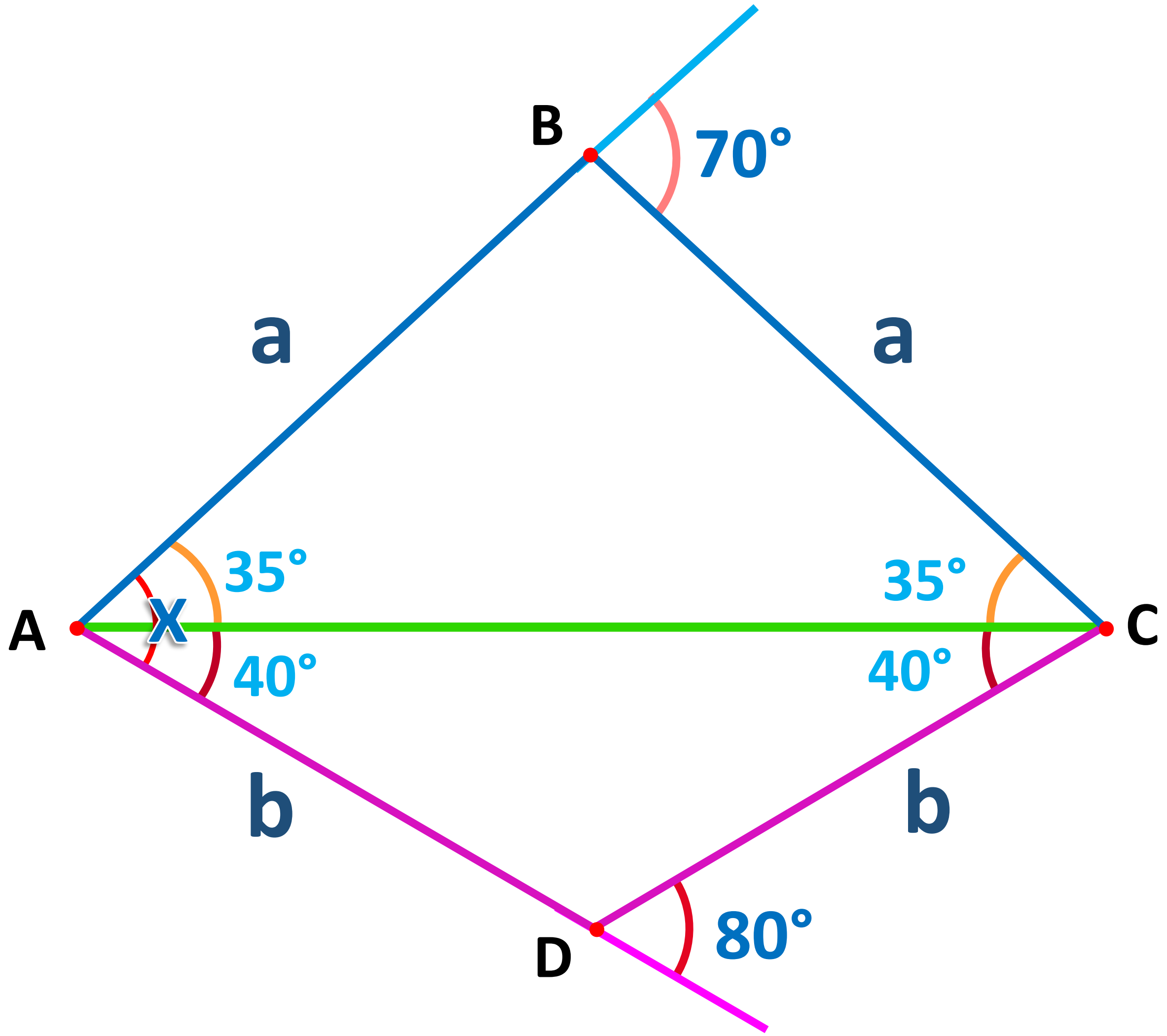
$$\underbrace{\alpha + \beta}_{4x} + 180° - x = 360°$$

$$4x + 180° - x = 360°$$

$$\therefore\ x = 60°$$



**5.** En la figura, AB = BC y AD = DC. Halle el valor de x.




**Resolución:**

Nos piden el valor de m∡BAD = x

Trazar la diagonal AC

Entonces:

∆ ABC es isósceles

∆ ADC es isósceles

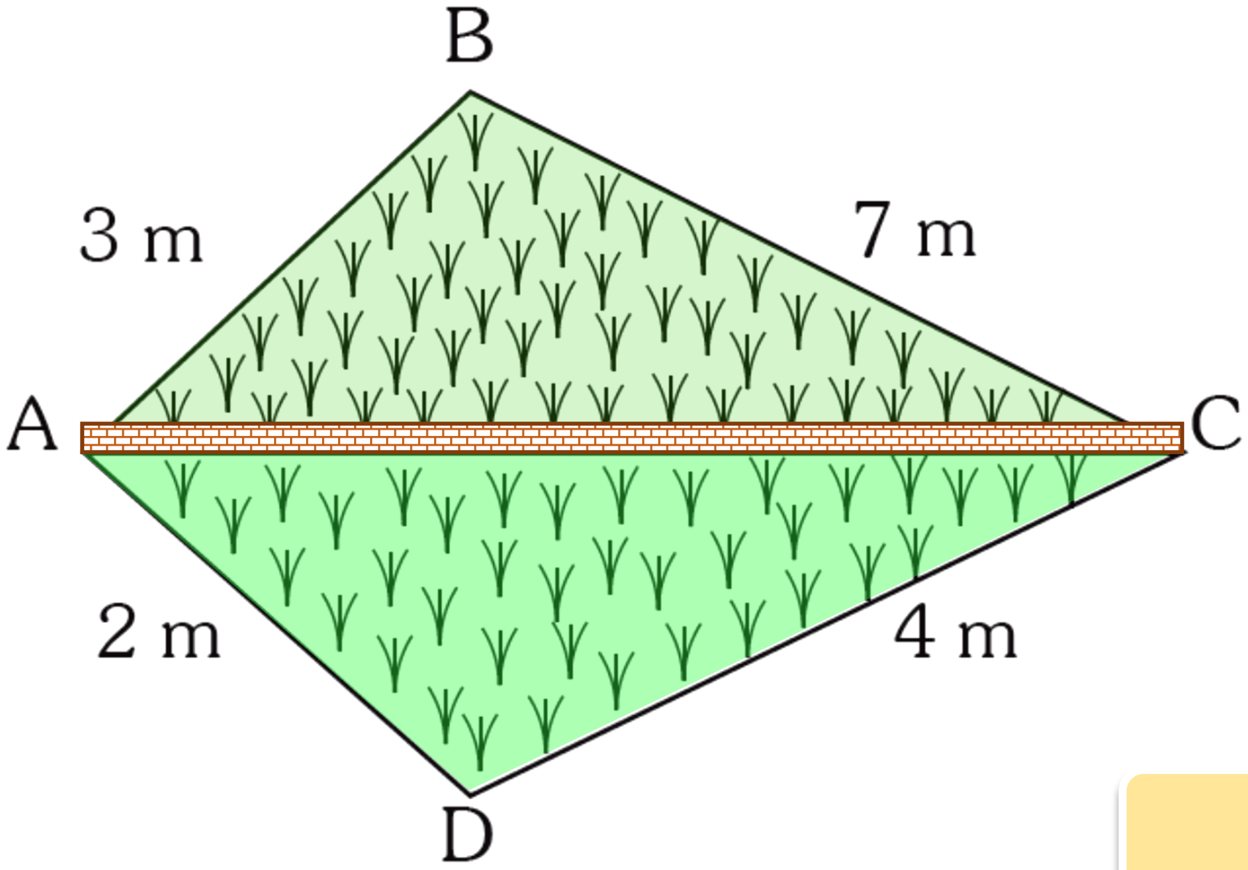
Del gráfico

m∡BAD = 35° + 40°

**.: x = 75°**

**6.** En la figura se muestra un jardín, cuyo contorno es el cuadrilátero ABCD. Halle el número entero de metros de una valla que se desea colocar desde A hasta C para dividir el jardín en dos partes.




**Resolución:**

Por ley de existencia triangular

$\Delta$ ABC: $7 - 3 < AC < 7 + 4$

$4 < AC < 11$

$AC = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

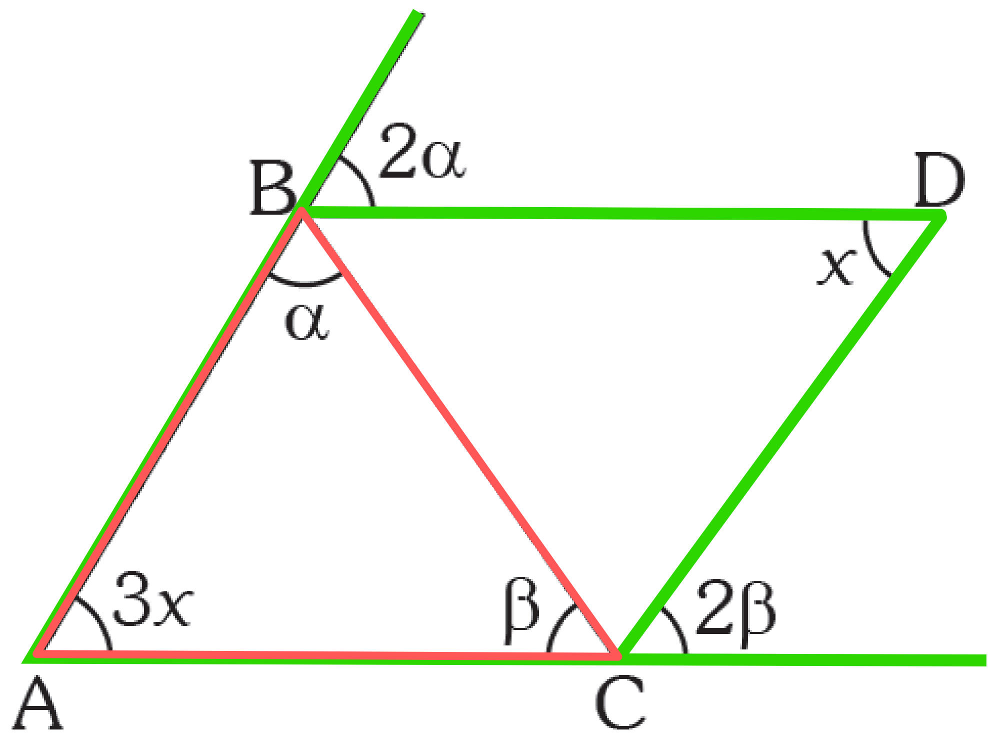
$\Delta$ ADC: $4 - 2 < AC < 4 + 2$

$2 < AC < 6$

$AC = \{3, 4, 5\}$

.: la longitud de la valla es de 5 m

**7. En la figura, halle el valor de x.**




## Resolución:

Piden el valor de x.

$\Delta$ ABC: Por suma de ángulos internos

$3x + \alpha + \beta = 180°$

$\alpha + \beta = 180° - 3x$ ...... ( 1 )

Por teorema en ▱ABCD

$3x + x = 2\alpha + 2\beta$

$4x = 2(\alpha + \beta)$

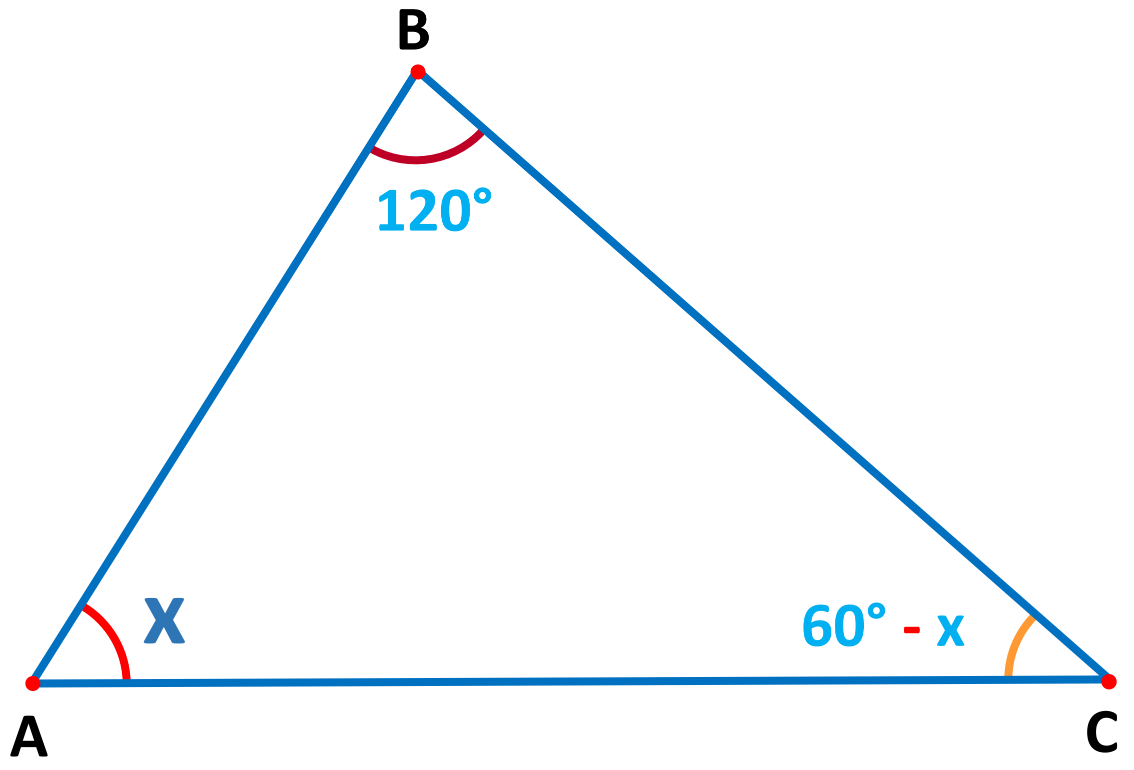
$2x = \alpha + \beta$ ...... ( 2 )

Igualando ( 1 ) y ( 2 )

$180° - 3x = 2x$

$\therefore x = 36°$

**8.** En un triángulo ABC, AB < BC y m ∡ ABC = 120°. Halle el menor valor entero de la m ∡ BAC.




**Resolución:**

Piden el menor valor entero de la m ∡ BAC.

Del dato:

$$AB < BC$$

$$60° - x < x$$

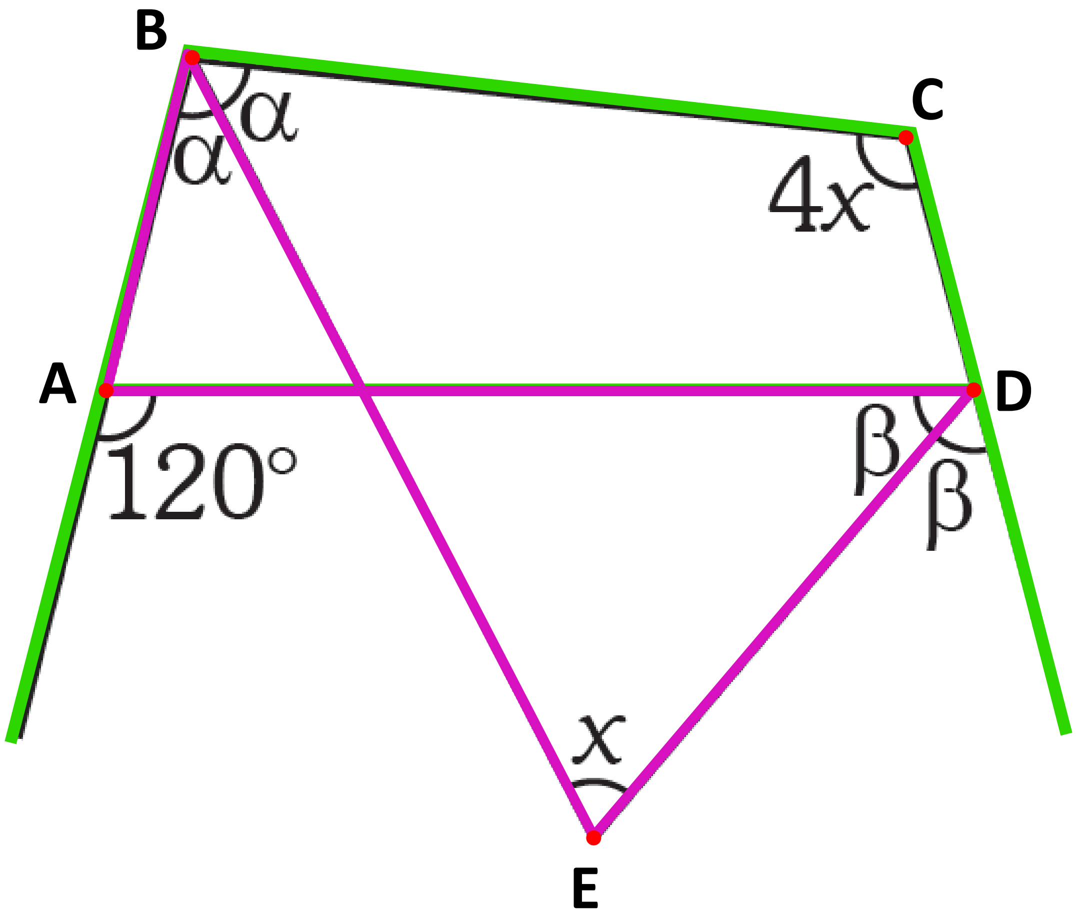
$$60° < 2x$$

$$30° < x$$

$x = \{ 31°, 32°, 33°, \ldots$

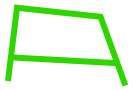
$\therefore x = 31°$

**9.** En la figura, halle el valor de x.




**Resolución:**

Piden el valor de x.

En ABCD, por el teorema : 

$$4x + 2\alpha = 180° + 2\beta$$

$$2x - 60° = \beta - \alpha \quad \dots\dots\dots\dots\dots\; (1)$$

Por teorema en ABCD

$$x + \beta = 60° + \alpha$$

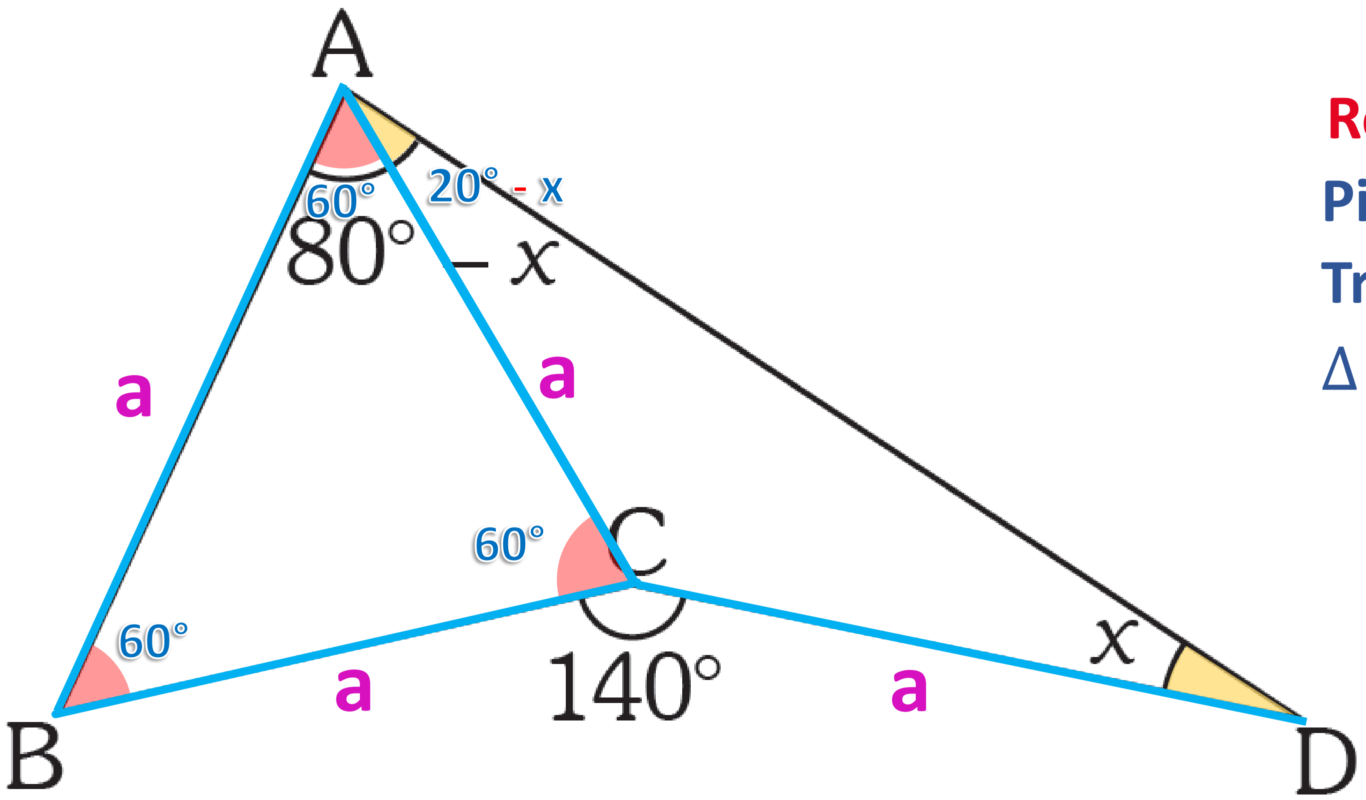
$$\alpha + \beta = 60° - x \quad \dots\dots\dots\; (2)$$

Igualando ( 1 ) y ( 2 )

$$2x - 60° = 60° - x$$

$$\therefore\; x = 40°$$

**10.** En la figura, AB = BC = CD, halle el valor de x.




**Resolución:**

Piden el valor de x.

Trazar AC

Δ ACD es isósceles

$$20° - x = x$$

$$\therefore\ x = 10°$$