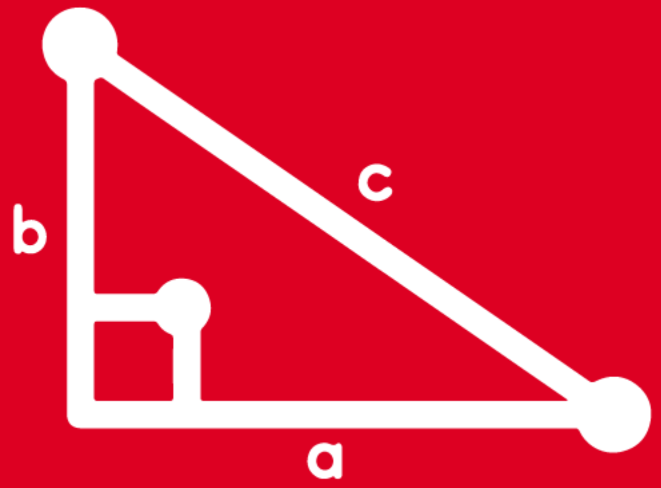
TRIGONOMETRY



Chapter 3

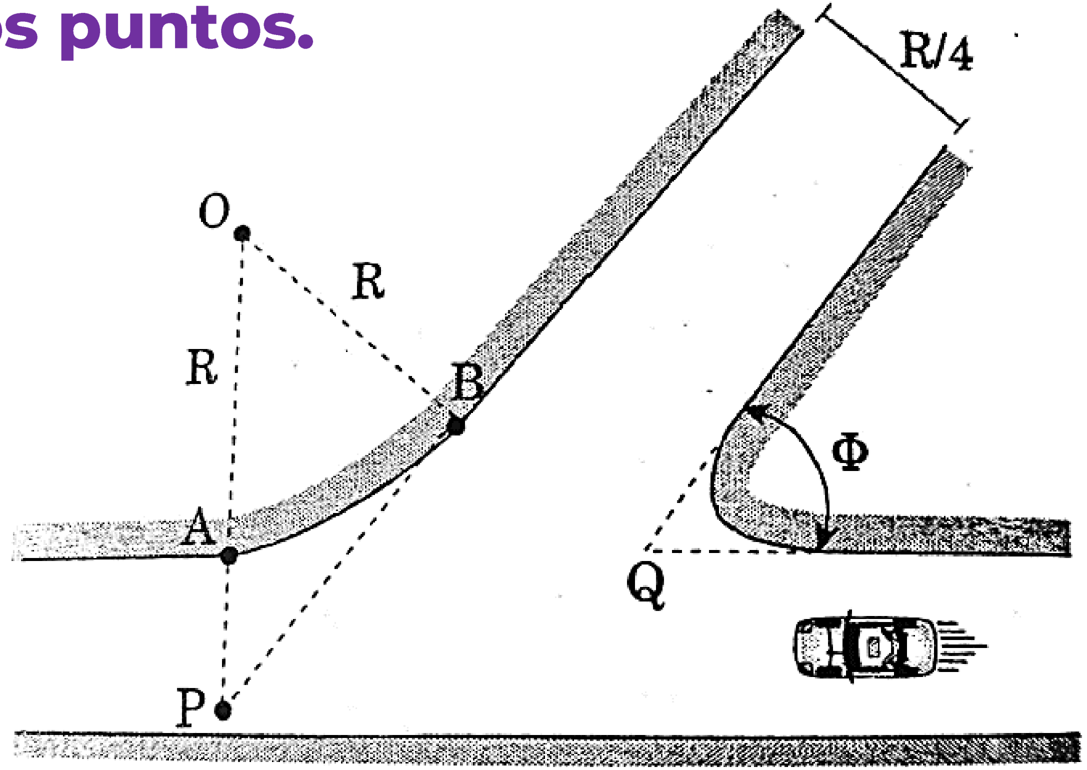
Resolución de triángulos rectángulos

5TO SAN MARCOS

ASOCIACIÓN EDUCATIVA
SACO OLIVEROS

COLOCANDO SEMÁFOROS :

Se está diseñando la curva para una calle en una intersección de dos carreteras; que se encuentran formando un ángulo Φ, como se ve en la figura , el trazo entre los puntos A y B se construirá mediante una circunferencia que sea tangente a los ejes rectos de la calle en esos dos puntos.



¿Crees tú poder calcular la distancia entre los puntos P y Q en términos de R y Φ, sabiendo que estos puntos son para la colocación de semáforos?

Resolución de Triángulos Rectángulos:

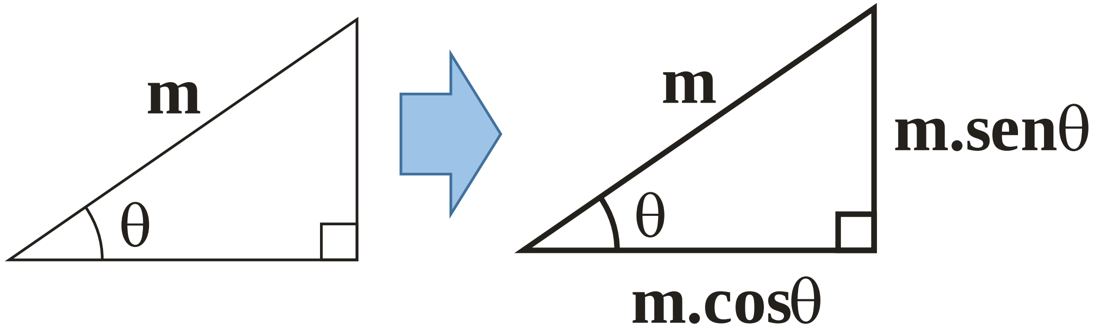
Resolver un triángulo significa hallar la longitud de sus lados y ángulos . Para los casos siguientes , necesitamos como datos un lado y un ángulo agudo.

Regla práctica:

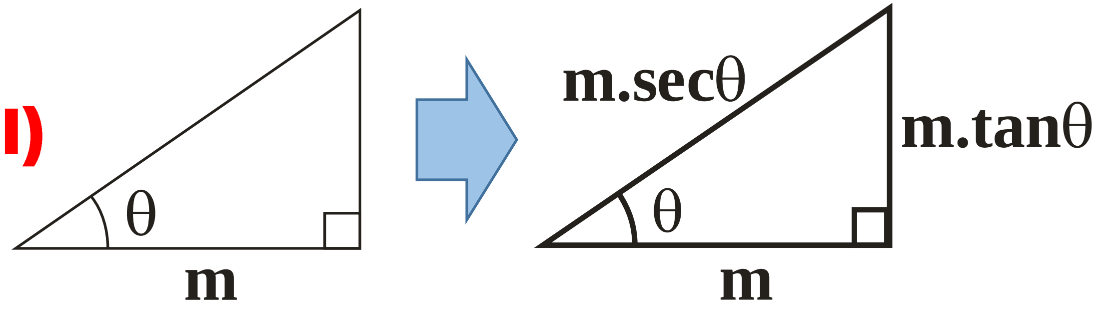
$$\frac{[\text{lado incognita}]}{[\text{lado dato}]} = RT\left(\begin{matrix}\square \\ \text{dato}\end{matrix}\right)$$

Casos :

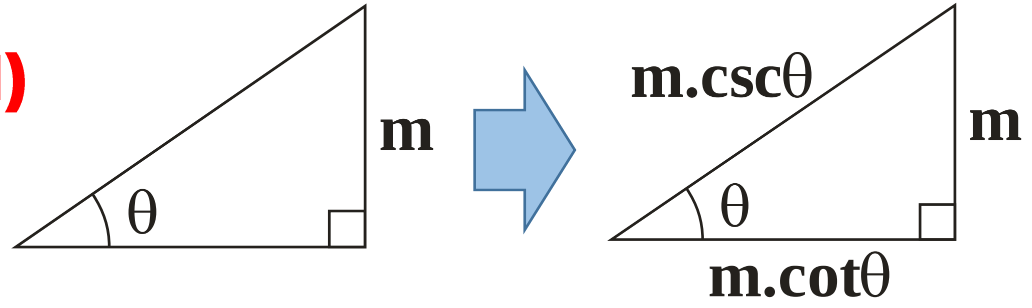
I)



II)

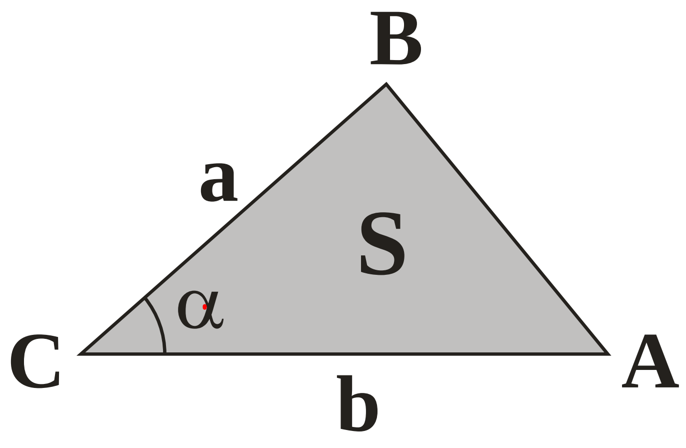


III)



Área de una Región Triangular:

Siendo S el área de la región triangular ABC.



Se cumple : $\boxed{S = \frac{a.b}{2}\text{sen}\alpha}$

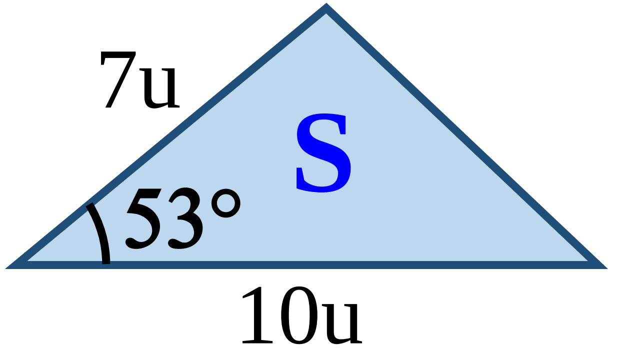
Ejemplo:

Calcule el área de la región triangular de lados 10u y 7u, además el ángulo entre ellos mide 53°.

Resolución:

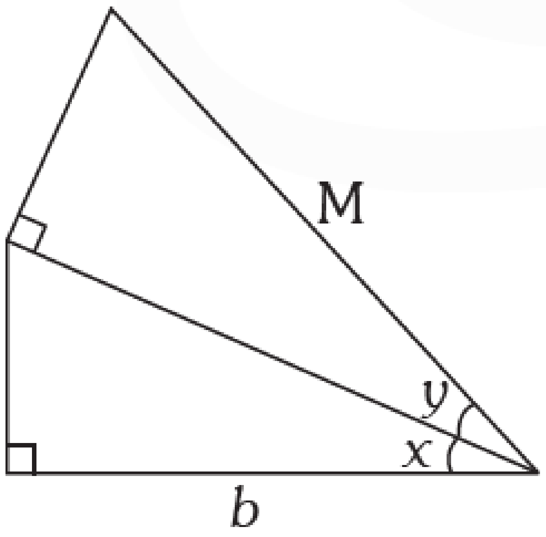
$$S = \frac{7_x 10}{2}\text{sen}53^\circ$$

$$S = \frac{7_x \cancel{10}}{\cancel{2}}\left(\frac{4}{\cancel{5}}\right)$$



$$\therefore \boxed{S = 28u^2}$$

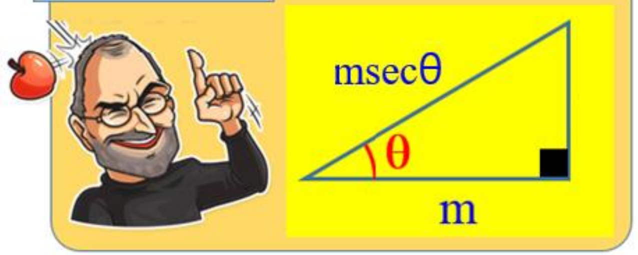
1. Calcule M en función de b, x **e** y



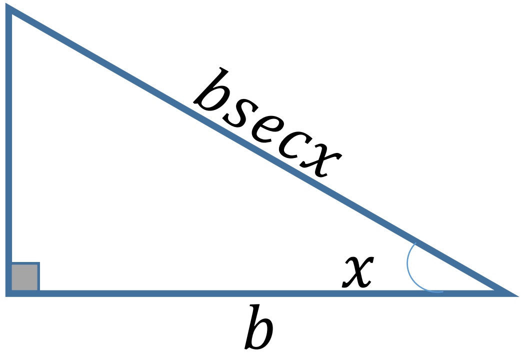
A) $b\cos x.\cos y$ **B)** $b\cos x.\sec y$

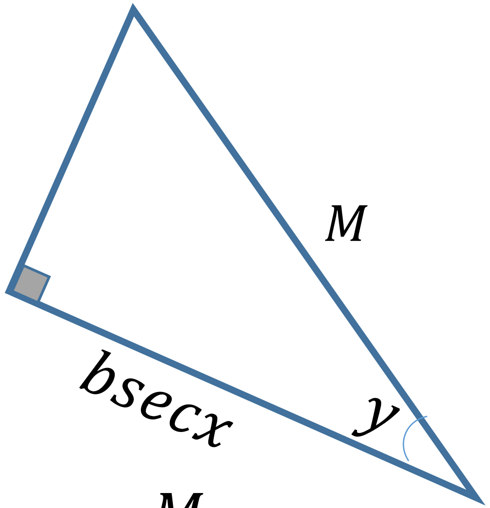
C) $b\,\text{sen}x.\sec y$ ~~**D)**~~ $b\sec x.\sec y$

Recordar:



RESOLUCIÓN:





$$\frac{M}{b\sec x} = \sec y$$

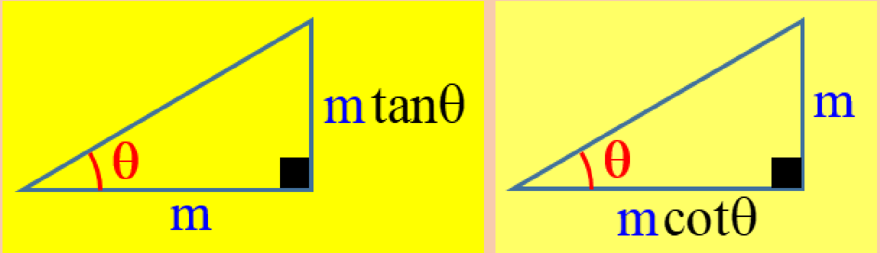
$\therefore$ $M = b.\sec x.\sec y$

2. **En un triángulo rectángulo la altura relativa a la hipotenusa es h y uno de los ángulos agudos es θ, expresar la hipotenusa en términos de h y θ.**

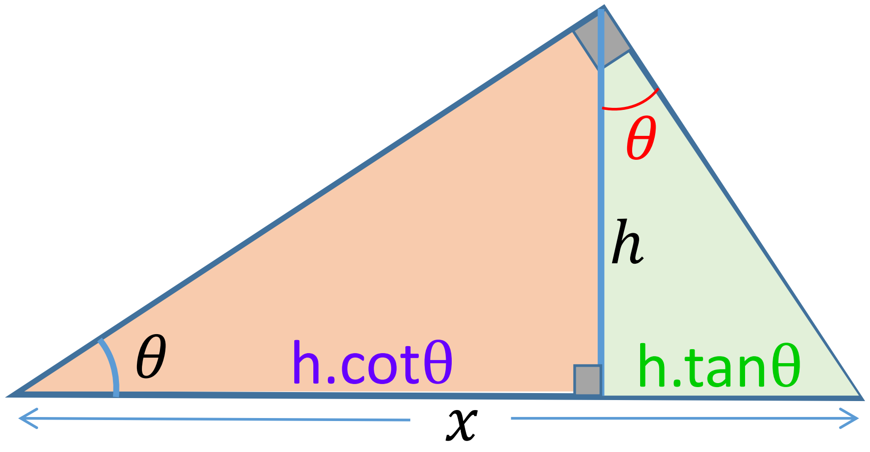
A) h(senθ + cosθ) **B) h(secθ + cscθ)**

~~C)~~ h(tanθ + cotθ) **D) h(senθ.cosθ)**

Recordar:



RESOLUCIÓN:



$x = h\cot\theta + h\tan\theta$

$\therefore\ \boxed{x = h(\tan\theta + \cot\theta)}$

3. **En un triángulo rectángulo de hipotenusa 2*k* el ángulo formado por la altura y mediana relativa a la hipotenusa es θ, la altura viene dada por**

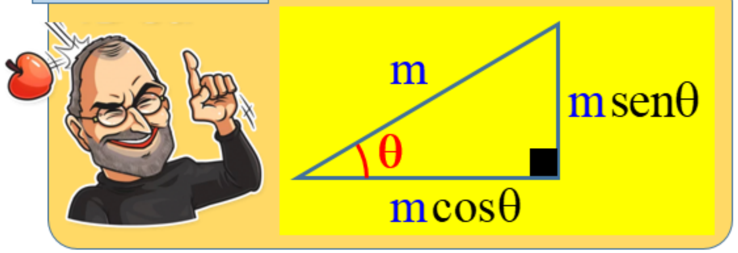
A) $k \tan\theta$

B) $k \cos\theta$

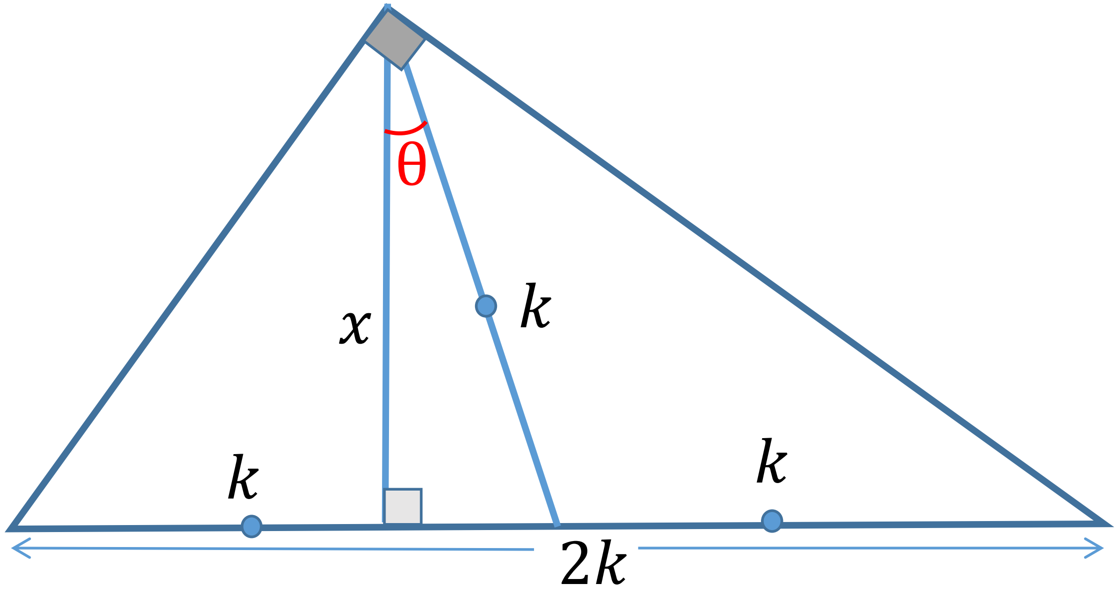
C) $k \,\text{sen}\,\theta$

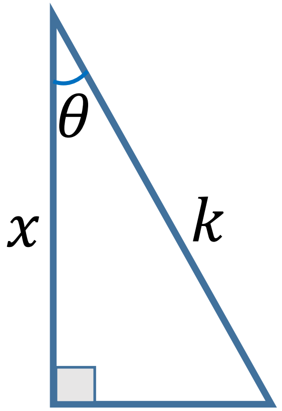
D) $k \cot\theta$

Recordar:



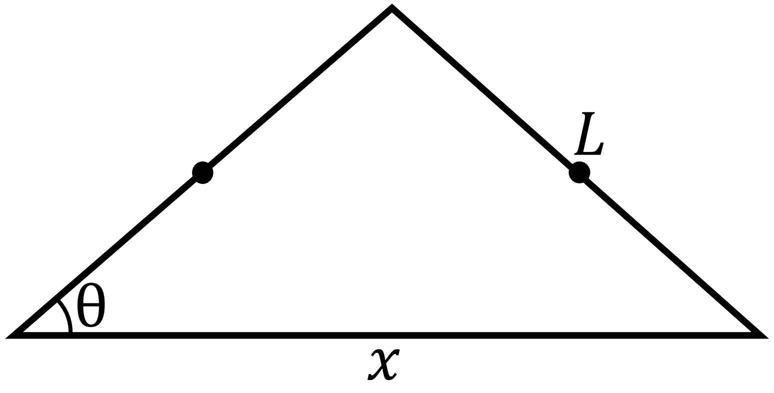
RESOLUCIÓN:





$$\frac{x}{k} = \cos\theta \quad \therefore \quad \boxed{x = k\cos\theta}$$

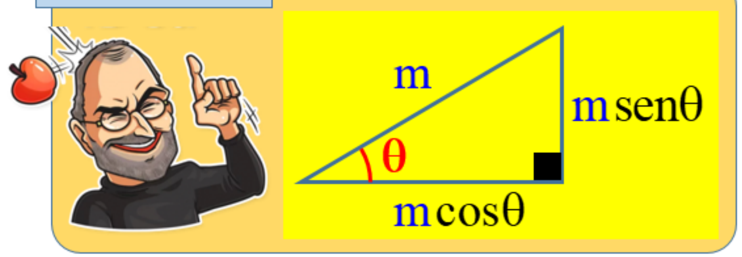
4. **Calcule x en función de L y θ en la figura mostrada a continuación**



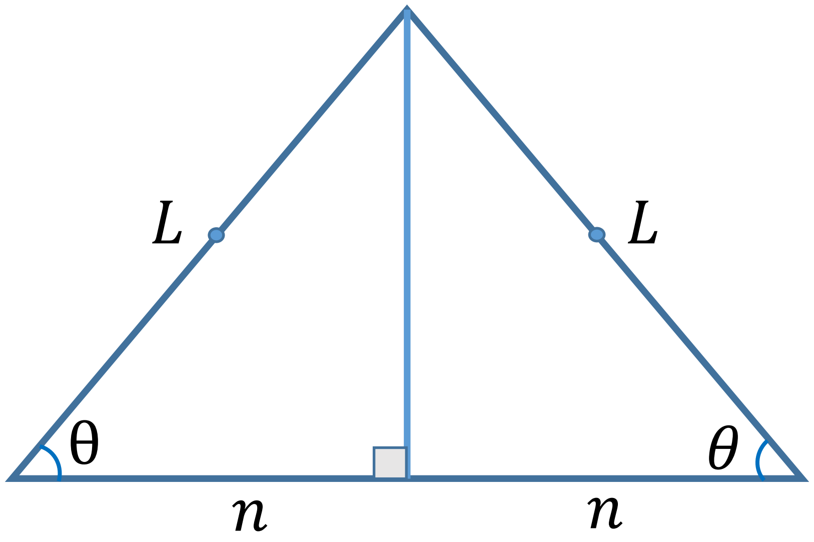
A) $2L.\text{sen}\theta$ **B)** $L.\text{sen}\theta$

C) $L.\cos\theta$ **D)** $2L.\cos\theta$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

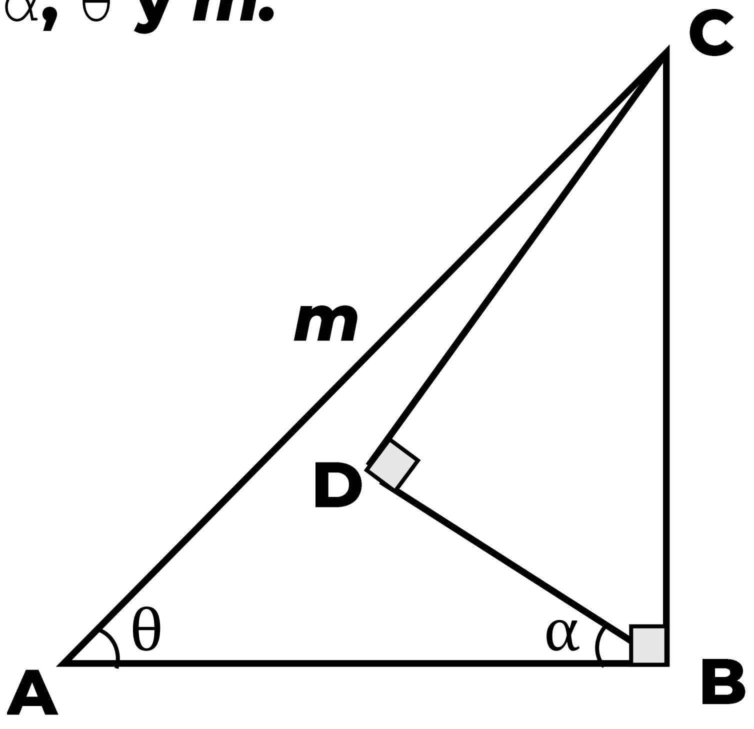


- se observa en el grafico: $x = 2n$

$$\frac{n}{L} = \cos\theta \Rightarrow \boxed{n = L.\cos\theta}$$

$$\therefore\ x = 2L.\cos\theta$$

5. Del gráfico, halle BD, en términos de α, θ y *m*.



~~A)~~ ***m*** **senα.senθ**

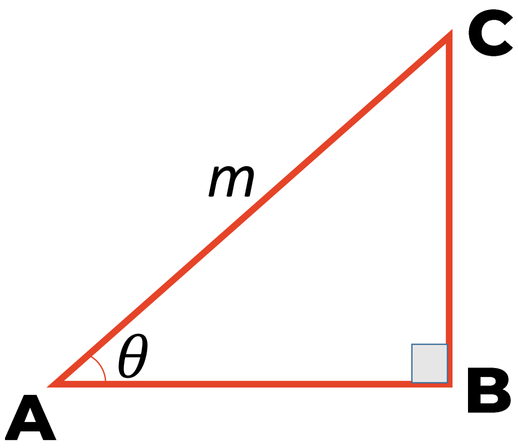
B) ***m*** **senα.cosθ**

C) ***m*** **senα.cscθ**

D) ***m*** **cosα.cosθ**

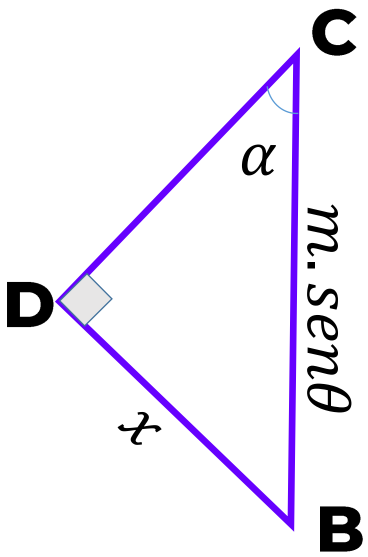
RESOLUCIÓN:

Observamos en el triángulo ABC



$$\frac{BC}{m} = \textbf{sen}\theta$$

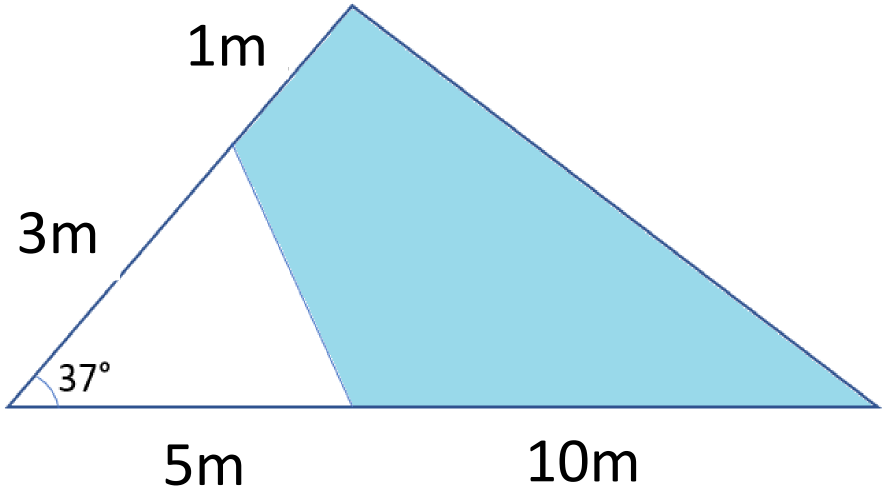
$$BC = m.\textbf{sen}\theta$$



$$\frac{x}{(m.sen\theta)} = \textbf{sen}\alpha$$

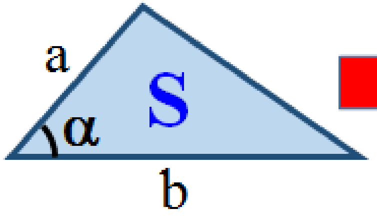
$$\therefore\ \boxed{x = m\ \textbf{sen}\alpha.\textbf{sen}\theta}$$

6. Calcule el área de la región sombreada.



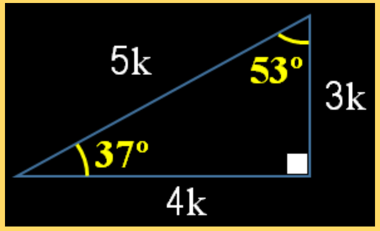
A) 4 m^2 **B)** 6 m^2
~~C)~~ 27/2 m^2 **D)** 10 m^2

Área región triangular



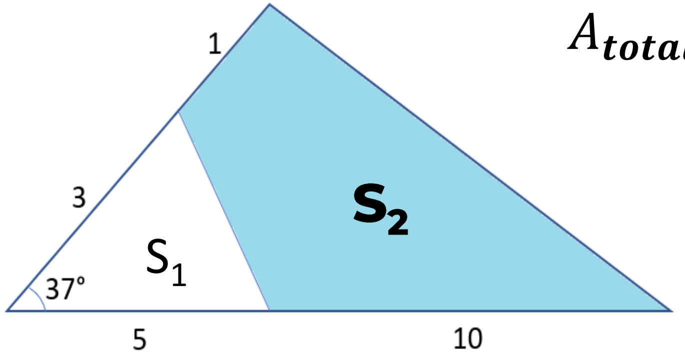
$$S = \frac{a.b}{2}\operatorname{sen}\alpha$$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

Del gráfico se observa:



$$A_{total} = S_1 + S_2 \; ......(\star)$$

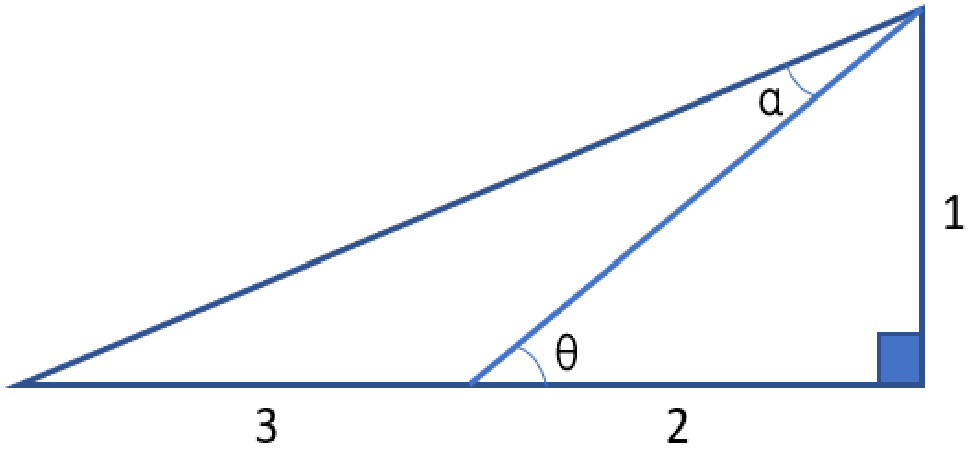
$$A_{total} = \frac{4.15}{2}.\operatorname{sen}37° \qquad S_1 = \frac{3.5}{2}.\operatorname{sen}37°$$

$$A_{total} = 18 \qquad S_1 = \frac{9}{2}$$

Despejando: $S_2 = A_{total} - S_1 \; ....(\star)$

$$= 18 - \frac{9}{2} \qquad \therefore \; \boxed{S_2 = \frac{27}{2}\ m^2}$$

7. Halle tanα.



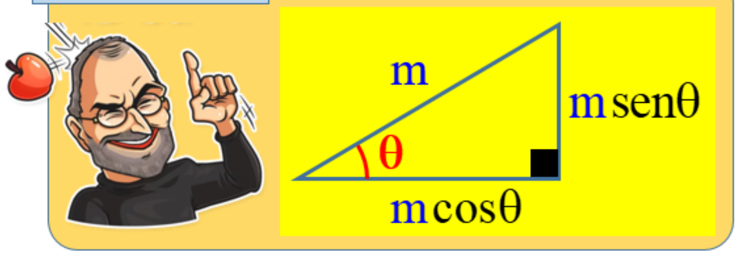
A) $3\sqrt{5}/5$

B) 1/8

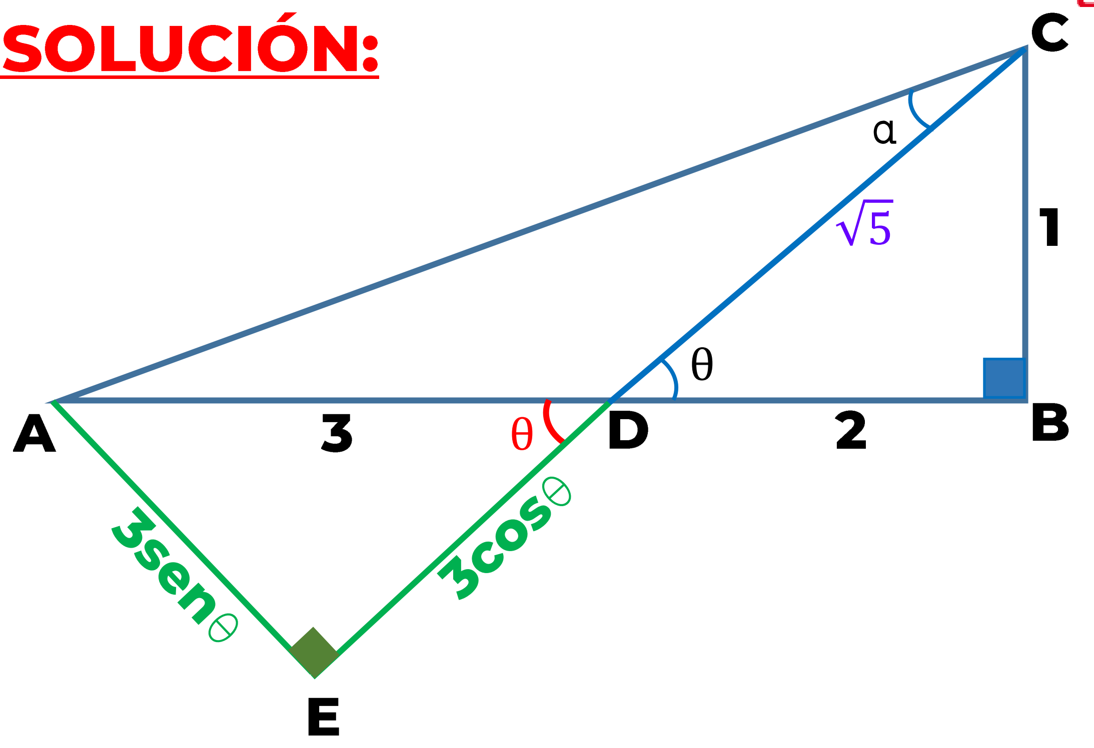
~~C~~) 3/11

D) 8

Recordar:



RESOLUCIÓN:



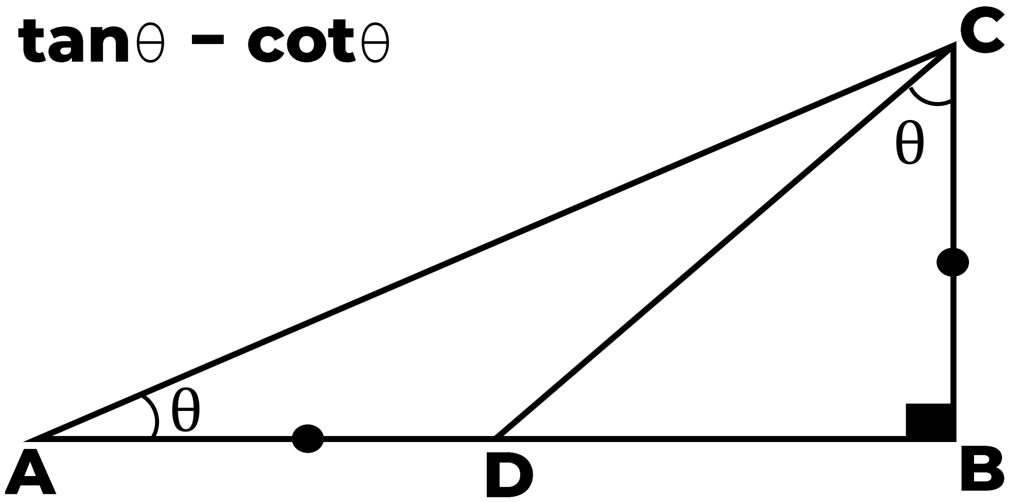
✦ **Del ◣AEC:**

$$\tan\alpha = \frac{3sen\theta}{3\cos\theta + \sqrt{5}} = \frac{3\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)}{3\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) + \sqrt{5}} = \frac{\frac{3}{\cancel{\sqrt{5}}}}{\frac{11}{\cancel{\sqrt{5}}}}$$

$$\therefore \quad \boxed{\tan\alpha = \frac{3}{11}}$$

8. Del gráfico, calcule

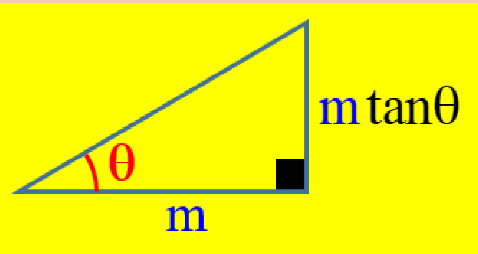
$\tan\theta - \cot\theta$

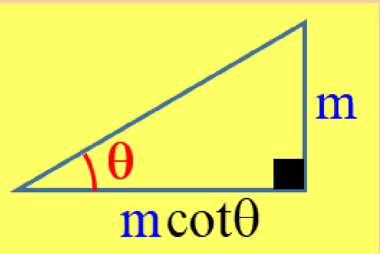


A) 2 B) 1/2

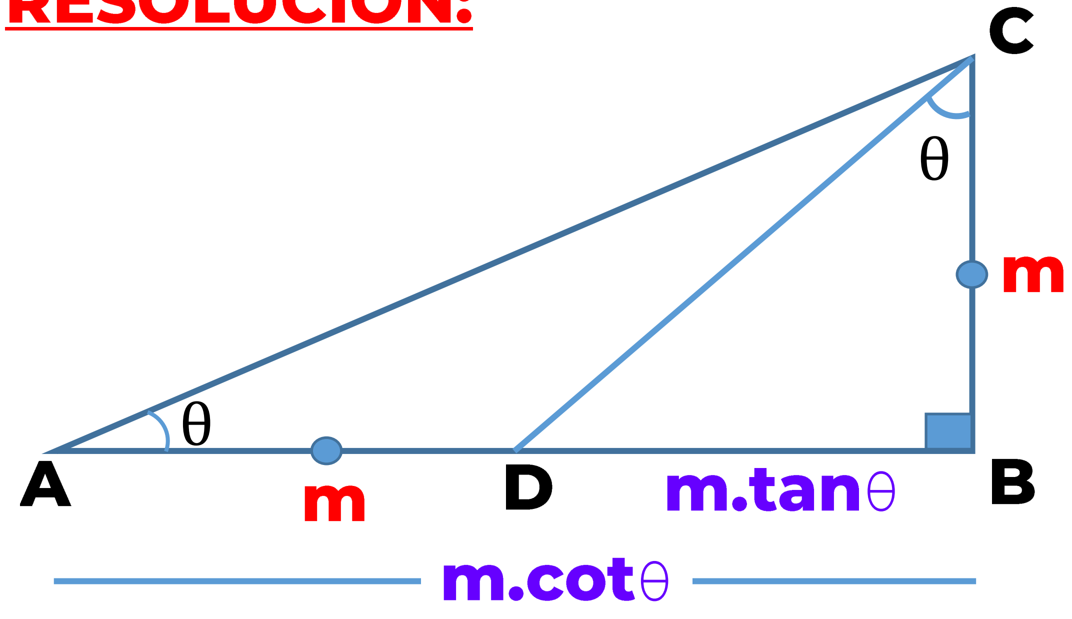
C) 18 ~~D)~~ – 1

Recordar:





RESOLUCIÓN:



- $\triangle$ **CBD**: $BD = m.\tan\theta$
- $\triangle$ **ABC**: $AB = m.\cot\theta$

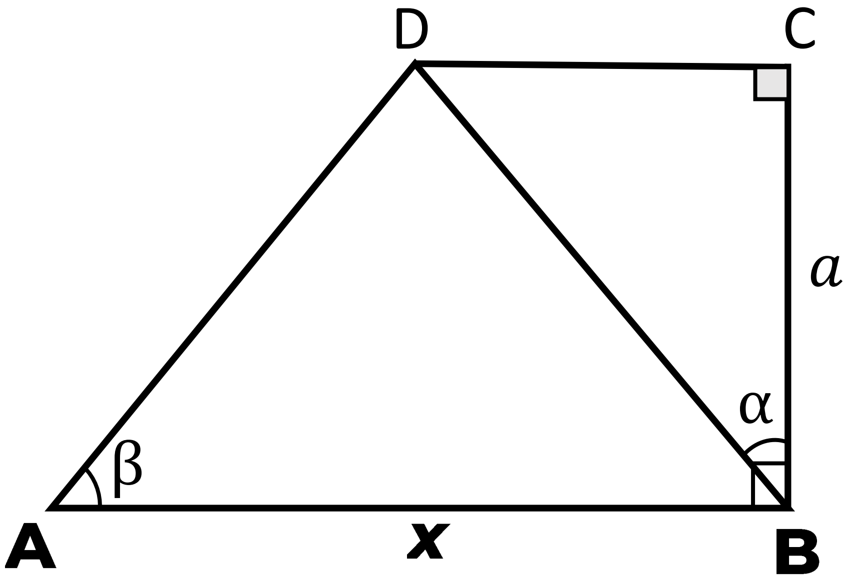
$\Rightarrow m + m.\tan\theta = m.\cot\theta$

$\Rightarrow 1 + \tan\theta = \cot\theta$

$\Rightarrow \tan\theta - \cot\theta = -1$

$\therefore$ $\boxed{P = -1}$

9. Determine *x*.



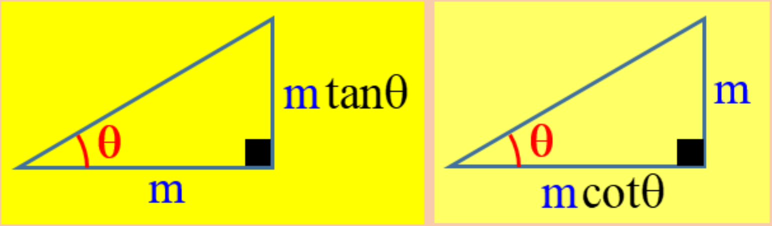
A) $a(\text{sen}\alpha - \tan\beta)$

B) $a(\cot\beta - \cos\alpha)$

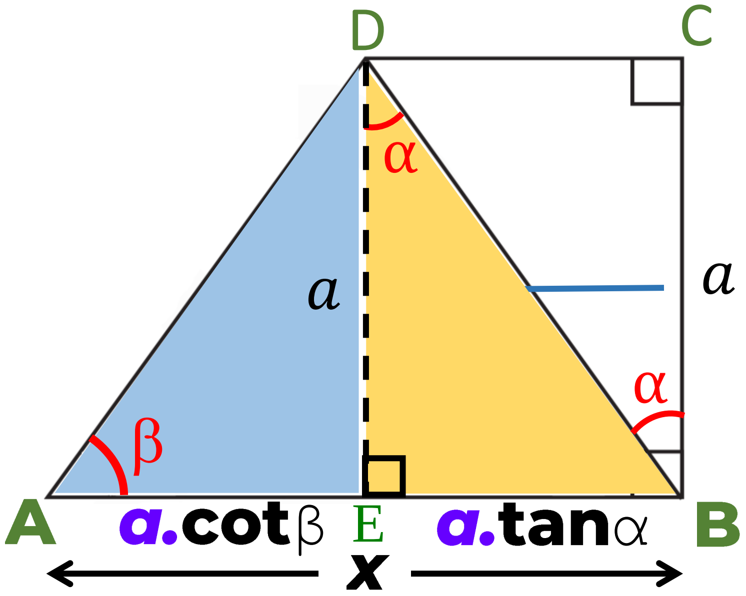
C) $a(\sec\alpha + \text{sen}\beta)$

D) $a(\tan\alpha + \cot\beta)$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

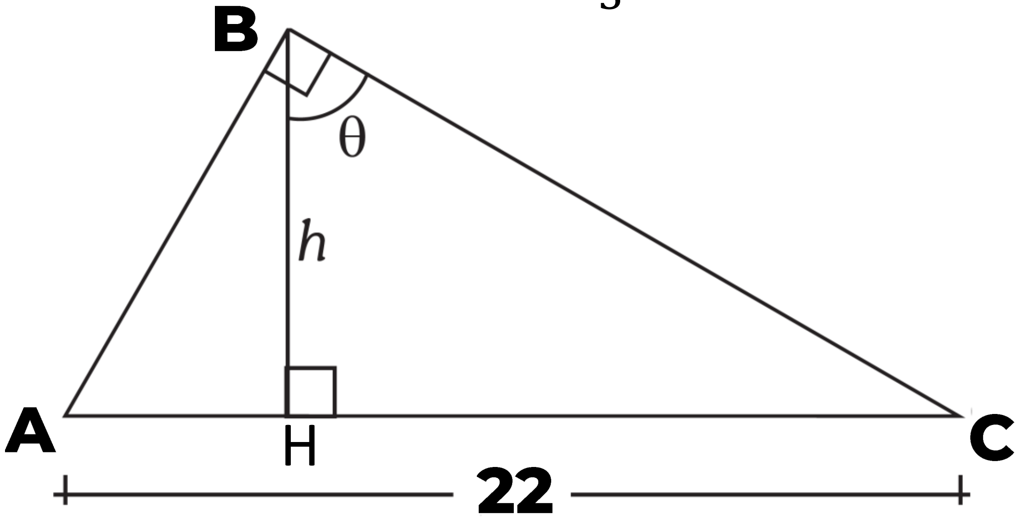


- **Del gráfico:** $x = a.\cot\beta + a.\tan\alpha$

$\therefore$ $\boxed{x = a(\tan\alpha + \cot\beta)}$

10. Determine *h* de la figura,

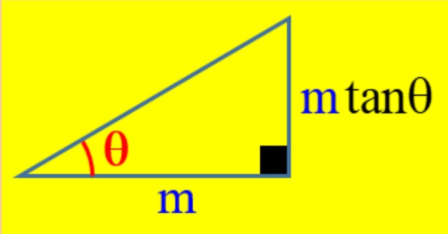
si tanθ + cotθ = $\frac{11}{3}$

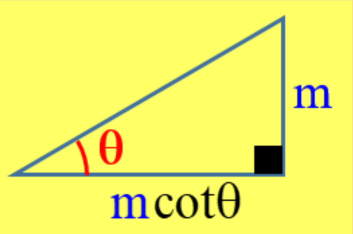


A) 64 **B) 32**

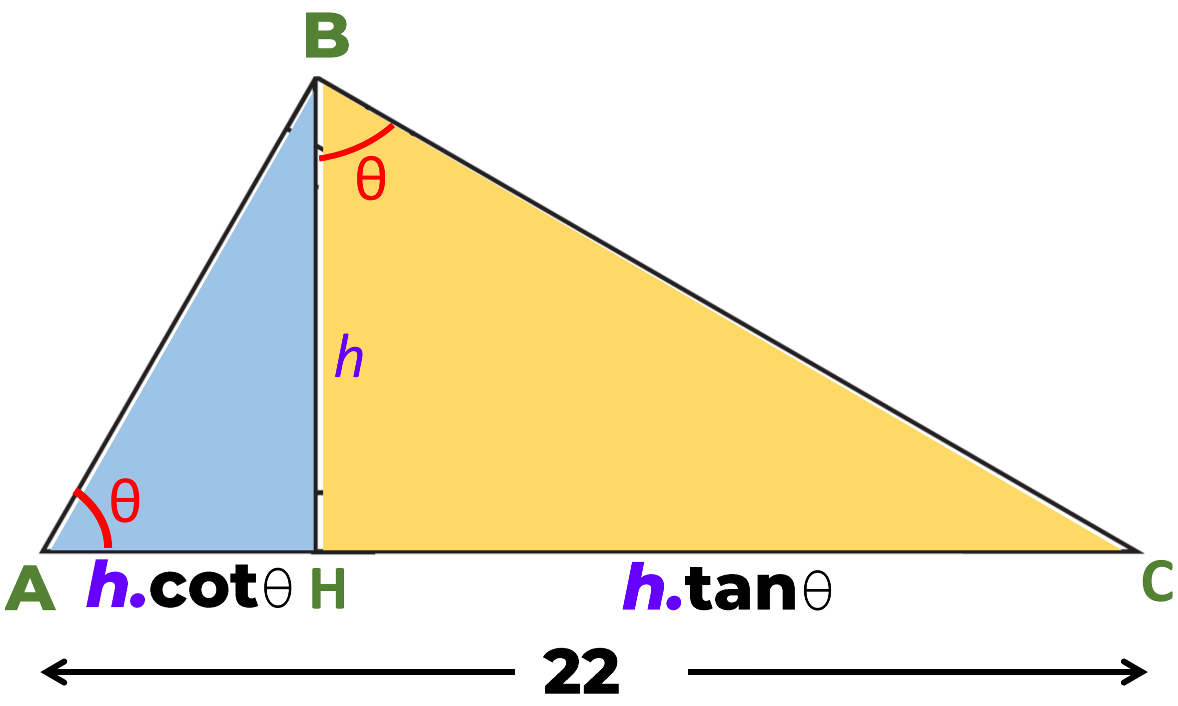
C) 16 **~~D)~~ 6**

Recordar:





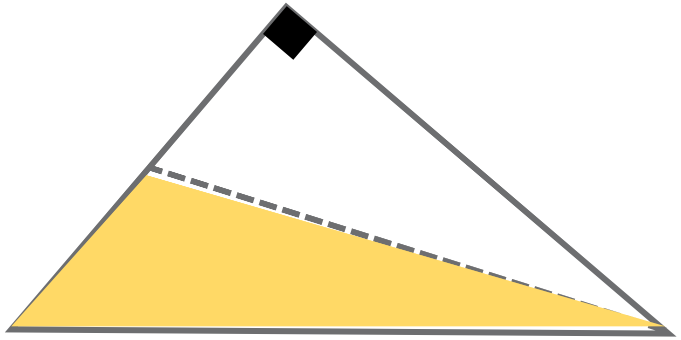
RESOLUCIÓN:



- **Del gráfico:** ***h*.cotθ + *h*.tanθ = 22**

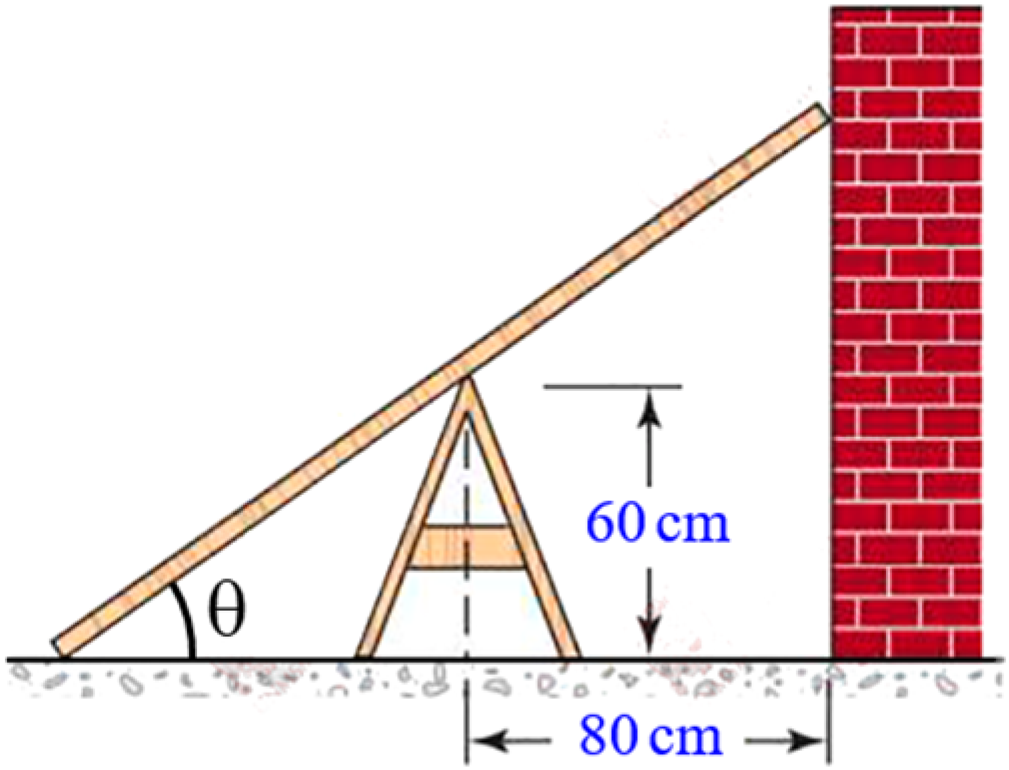
h*(tanθ + cotθ) = 22** ➡ ***h $\left(\frac{11}{3}\right) = 22$

∴ $\boxed{h = 6}$

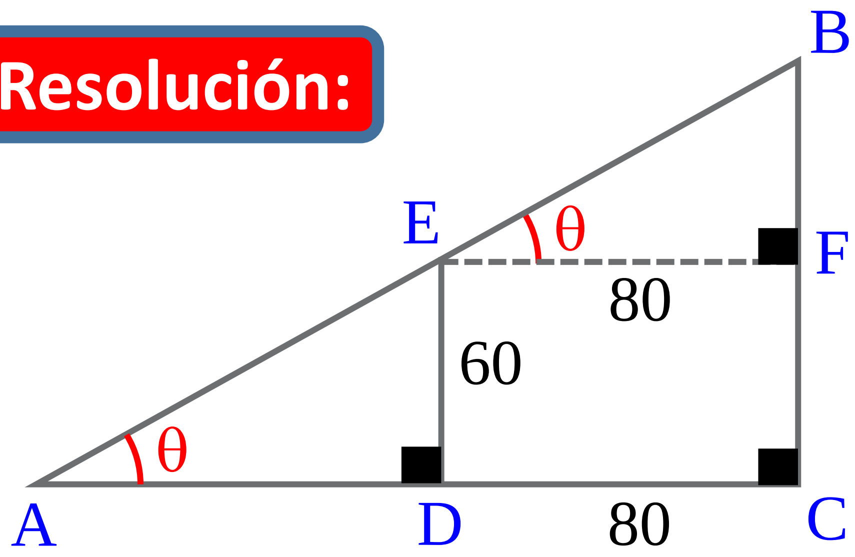


PREGUNTAS ADICIONALES

1. En la carpintería del señor José, se ubica una tabla sostenida por un caballete para que uno de los extremos descanse en el piso y el otro se apoye en la pared. Exprese la longitud de la tabla en términos de θ.



Resolución:



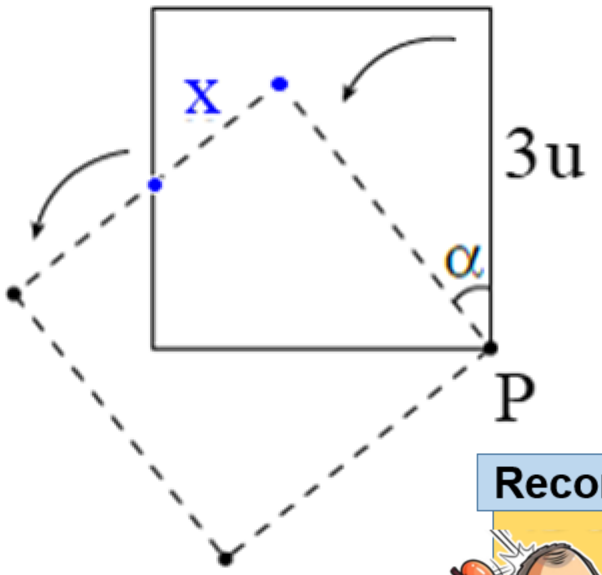
- ◣BFE: $\dfrac{BE}{80} = \sec\theta \Rightarrow \boxed{BE = 80\sec\theta}$
- ◣EDA: $\dfrac{EA}{60} = \csc\theta \Rightarrow \boxed{EA = 60\csc\theta}$

Calculamos: $AB = BE + EA$

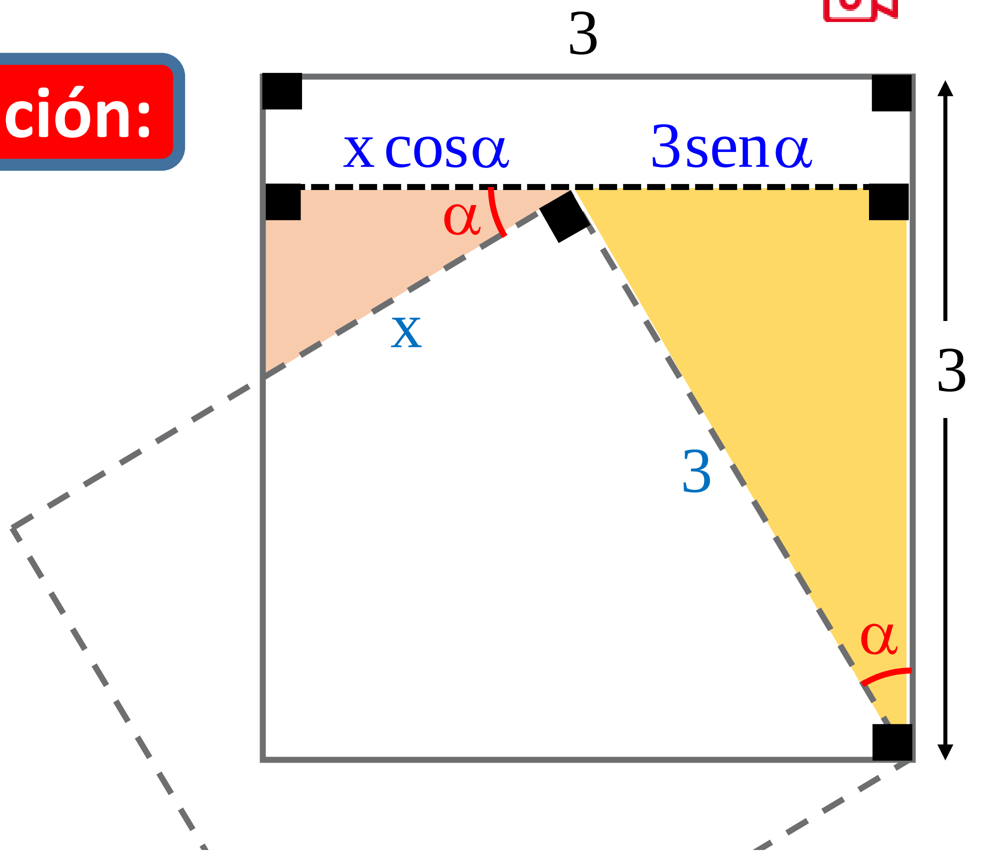
$$\Rightarrow AB = 80\sec\theta + 60\csc\theta$$

$$\therefore \boxed{AB = (80\sec\theta + 60\csc\theta)\,m}$$

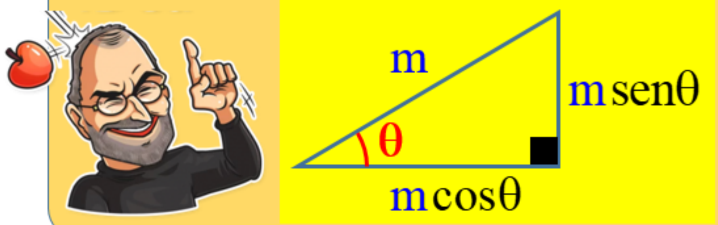
2. La figura muestra **la vista superior** de la tapa de un depósito que tiene forma cuadrada y se abre girando un ángulo α en sentido antihorario alrededor del vértice P. Si la longitud de su lado es $3\,u$; calcule x.



Resolución:



Recordar:

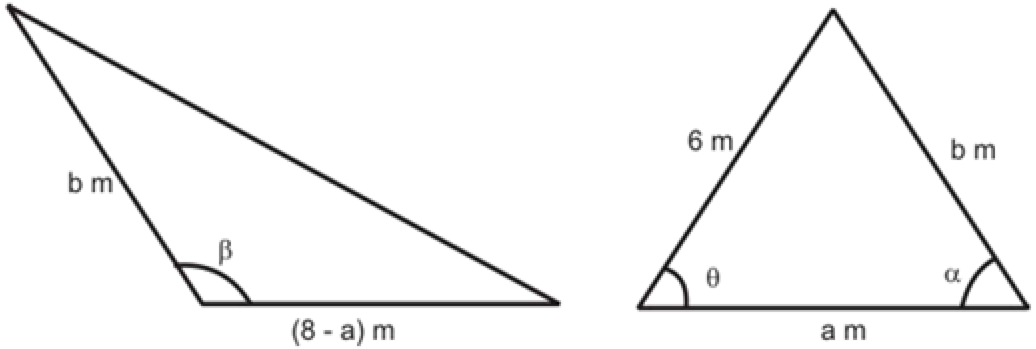


Del gráfico: $x\cos\alpha + 3\operatorname{sen}\alpha = 3$

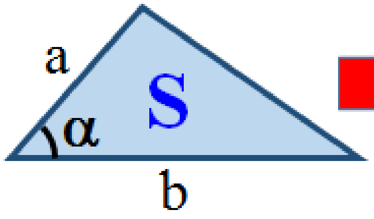
$\Rightarrow x\cos\alpha = 3(1-\operatorname{sen}\alpha)$

$$\therefore\ \boxed{x = \frac{3(1-\operatorname{sen}\alpha)}{\cos\alpha}\,u}$$

3. La figura representa 2 piezas triangulares de madera, que van a ser unidas para formar una sola pieza triangular. Si α y β son ángulos suplementarios y $\cot\theta = 2\sqrt{2}$; determine el área de esta nueva pieza triangular.



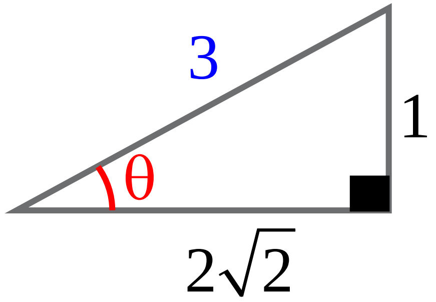
Área región triangular



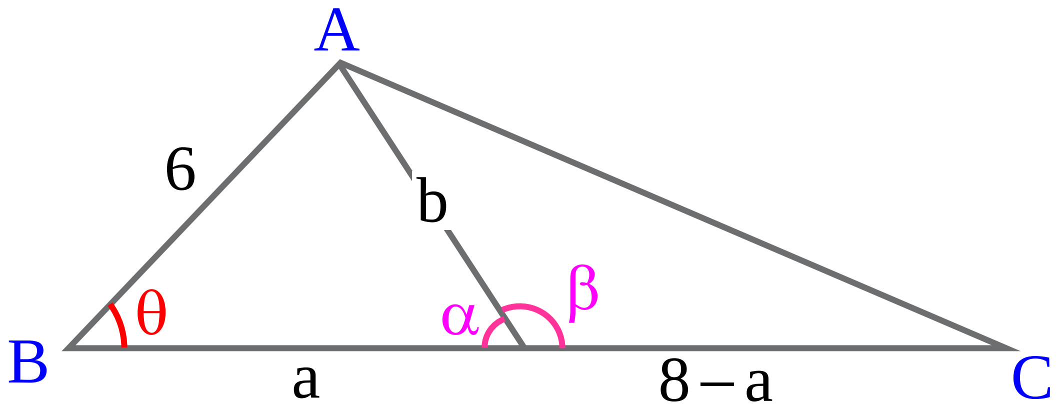
$$S = \frac{a.b}{2}\operatorname{sen}\alpha$$

Resolución:

Dato: $\cot\theta = \dfrac{2\sqrt{2}}{1}$



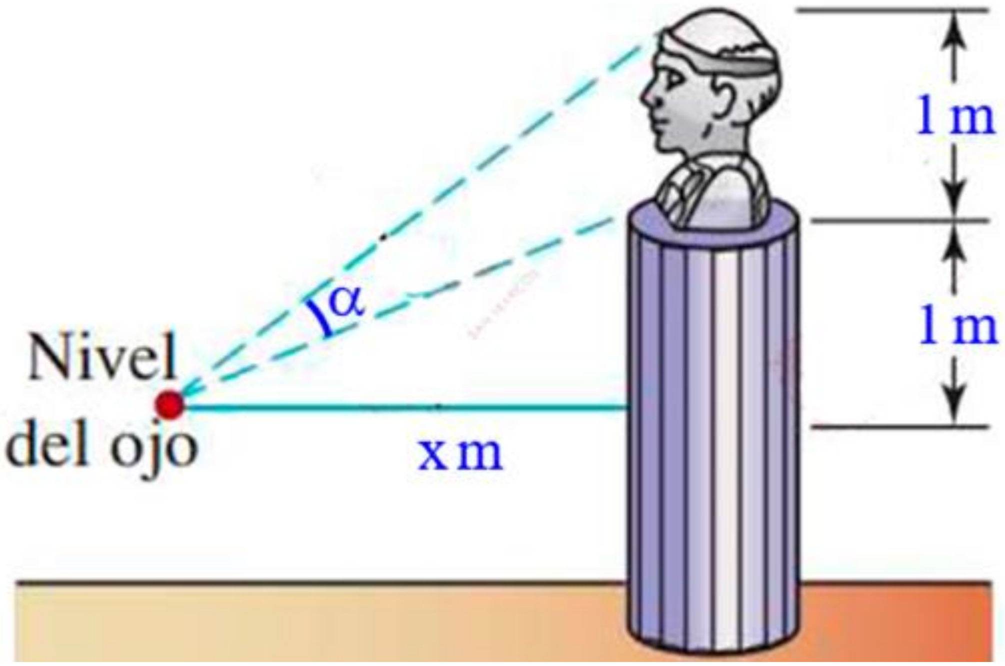
Unimos las piezas triangulares:



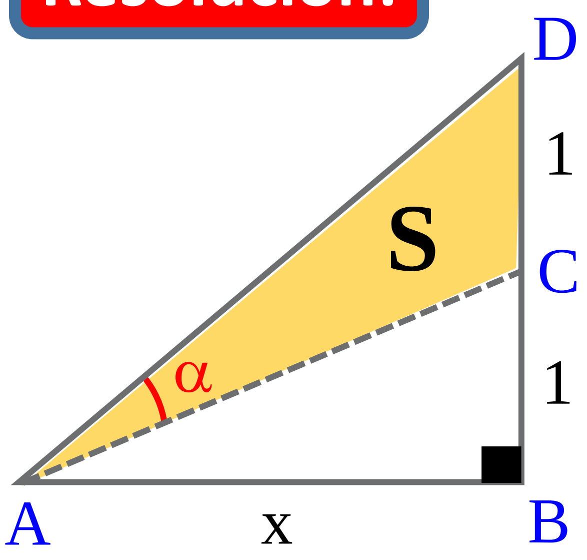
Luego: $\text{Área}\#\ ABC = \dfrac{(6)(8)}{2}\operatorname{sen}\theta$

$\Rightarrow \text{Área}\#\ ABC = \dfrac{(6)(8)}{2}\cdot\dfrac{1}{3}$ $\therefore$ $\text{Rpta} = 8\,m^2$

4. En un recorrido por el museo, Miguel se detiene a "x" metros de una estatua sobre un pedestal y observa a la estatua con un ángulo α, tal como muestra la figura. ¿Cuál es el equivalente de $\dfrac{\sqrt{(x^2+4)(x^2+1)}}{x}$?



Resolución:



Teorema de Pitágoras

◣ABC: $AC^2 = x^2 + 1^2$

$\Rightarrow AC = \sqrt{x^2+1}$

◣ABD: $AD^2 = x^2 + 2^2$

$\Rightarrow AD = \sqrt{x^2+4}$

Calculamos el área **S** del ΔCAD:

$$\frac{\sqrt{x^2+4}\sqrt{x^2+1}}{\cancel{2}}\operatorname{sen}\alpha = \frac{(1)(x)}{\cancel{2}}$$

$$\therefore \boxed{\frac{\sqrt{x^2+4}\sqrt{x^2+1}}{x} = \csc\alpha}$$