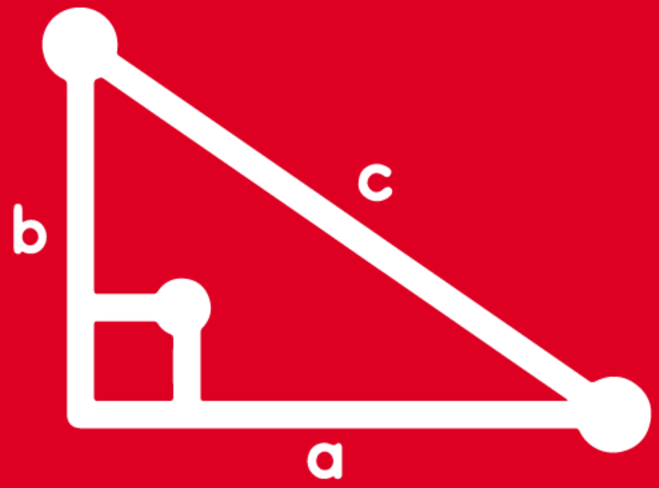
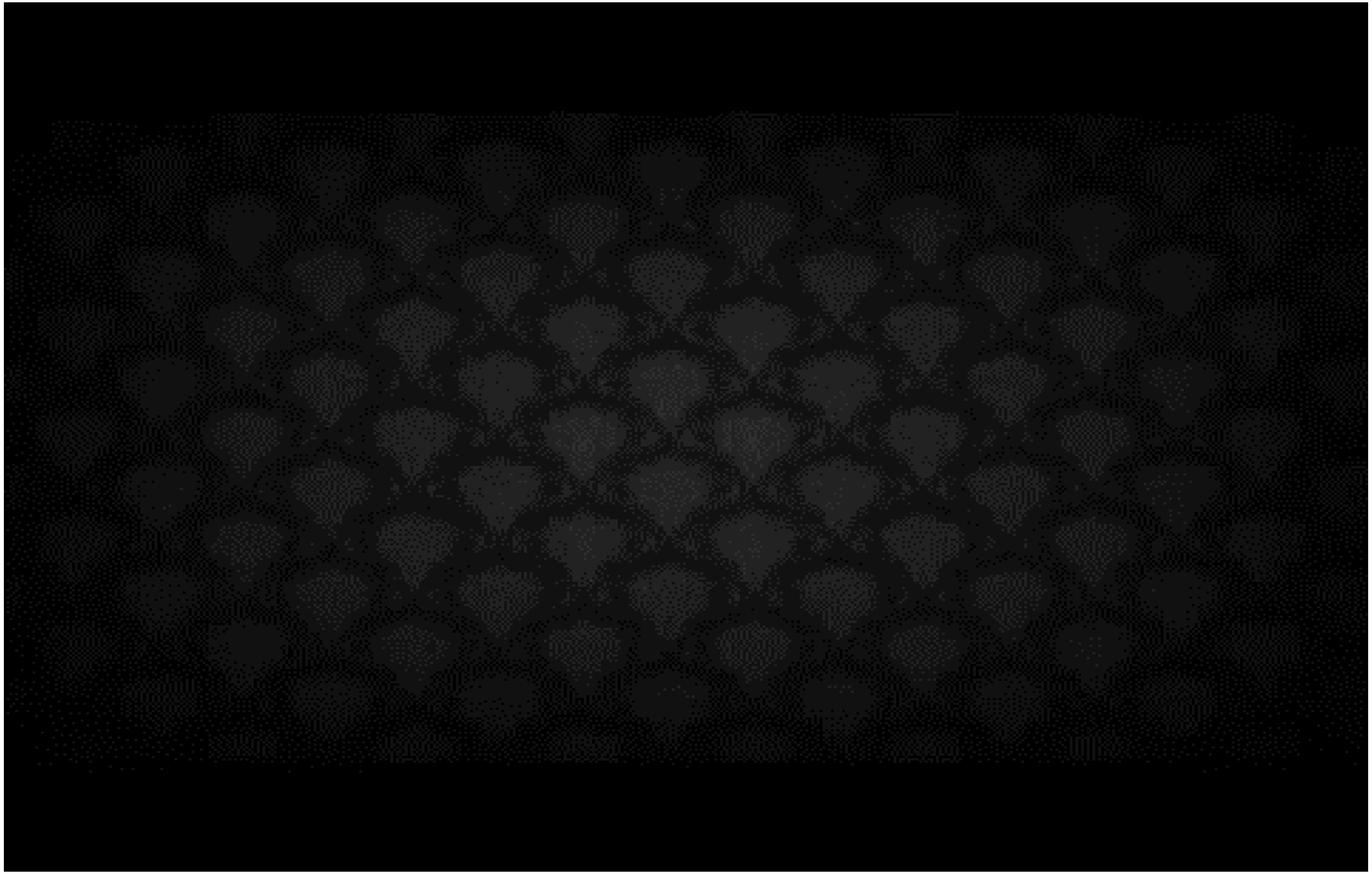
TRIGONOMETRY



Chapter 04

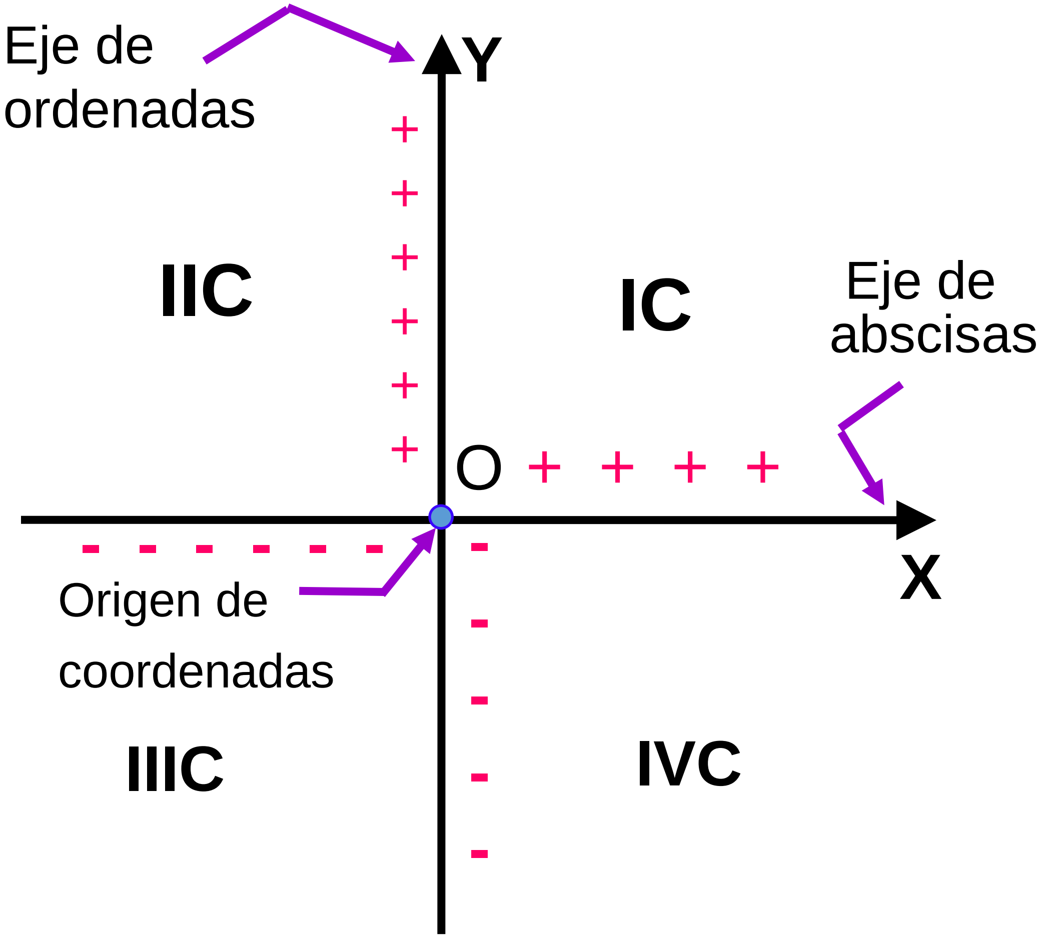
Introducción a la geometría analítica

5TO SAN MARCOS

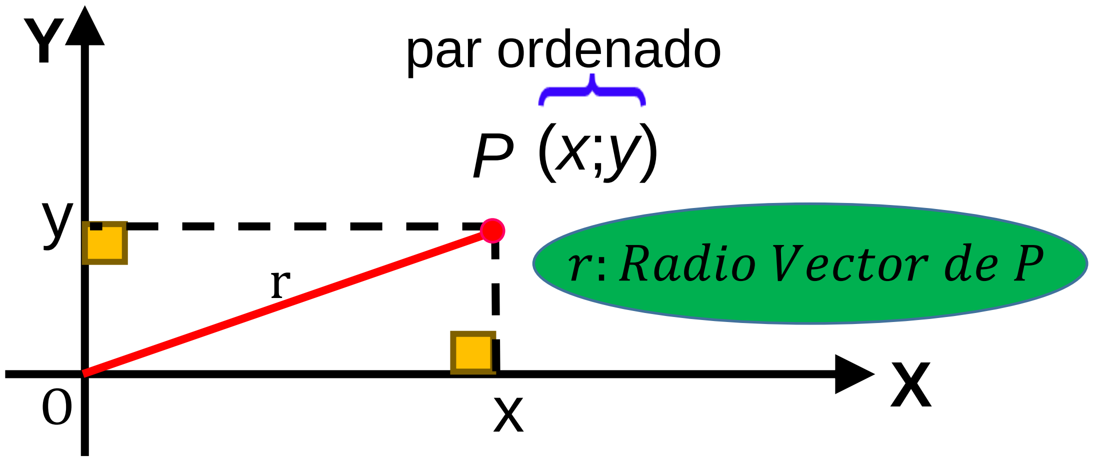


GEOMETRÍA ANALÍTICA

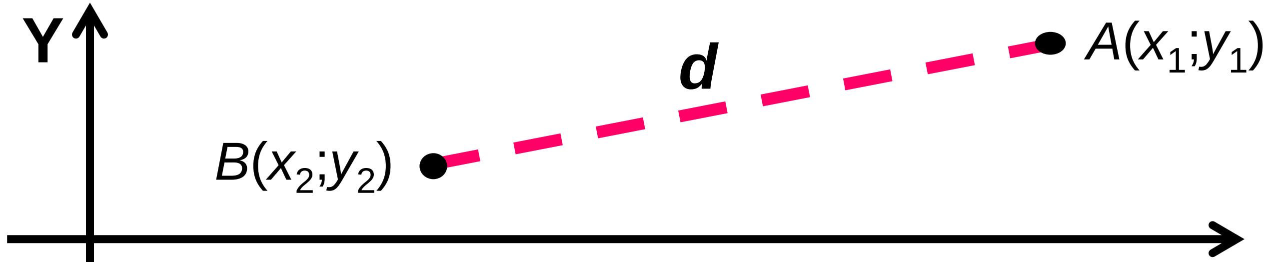
PLANO CARTESIANO



COORDENADAS DE UN PUNTO

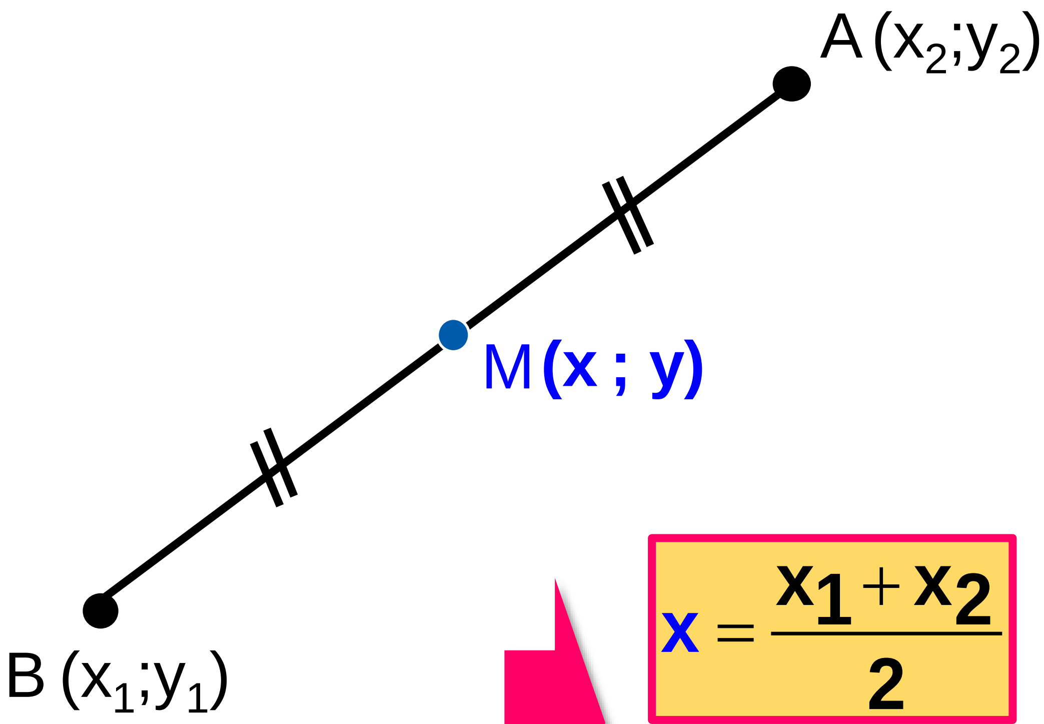


DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS



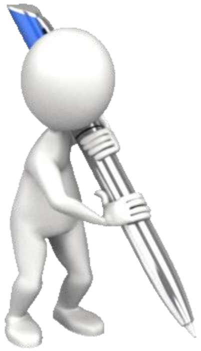
$$\mathbf{d} = \sqrt{(\mathbf{x_1} - \mathbf{x_2})^2 + (\mathbf{y_1} - \mathbf{y_2})^2}$$

COORDENADAS DEL PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

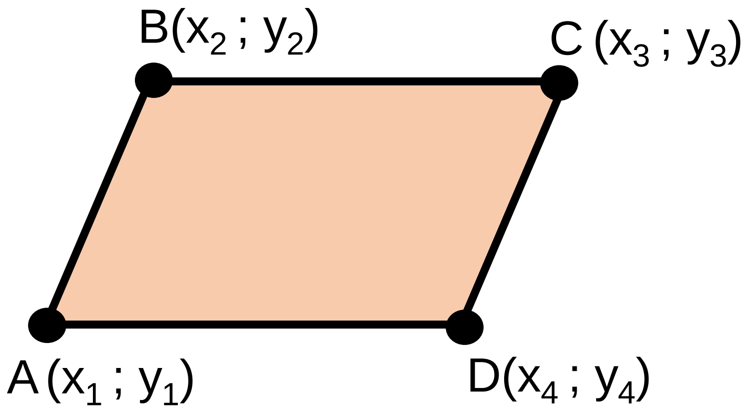


$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



Si ABCD ES UN PARALELOGRAMO:



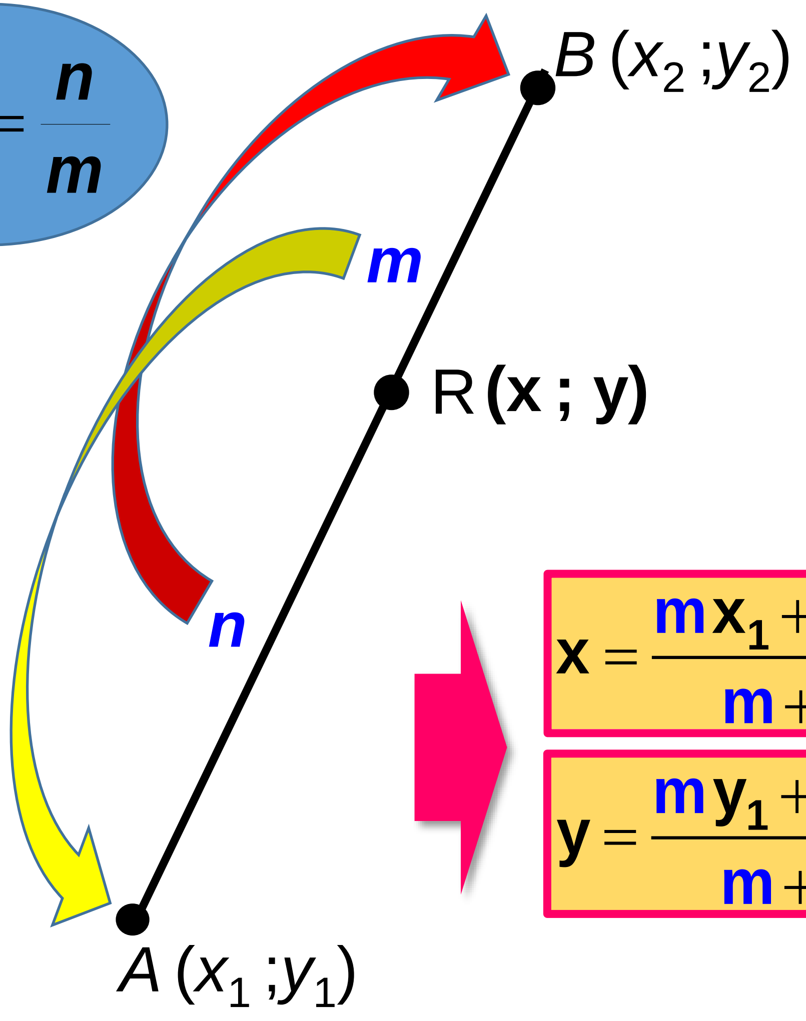
SE CUMPLE:

$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$

$$y_1 + y_3 = y_2 + y_4$$

DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA

$$\frac{AR}{RB} = \frac{n}{m}$$

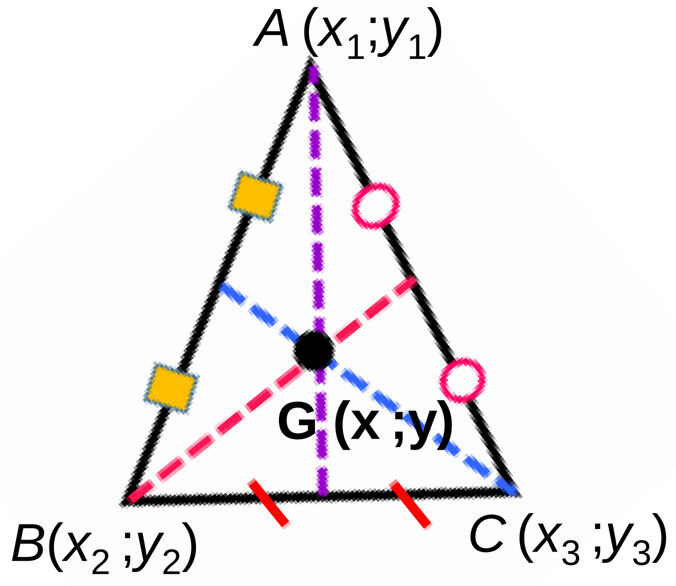


$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m+n}$$

APLICACIÓN:

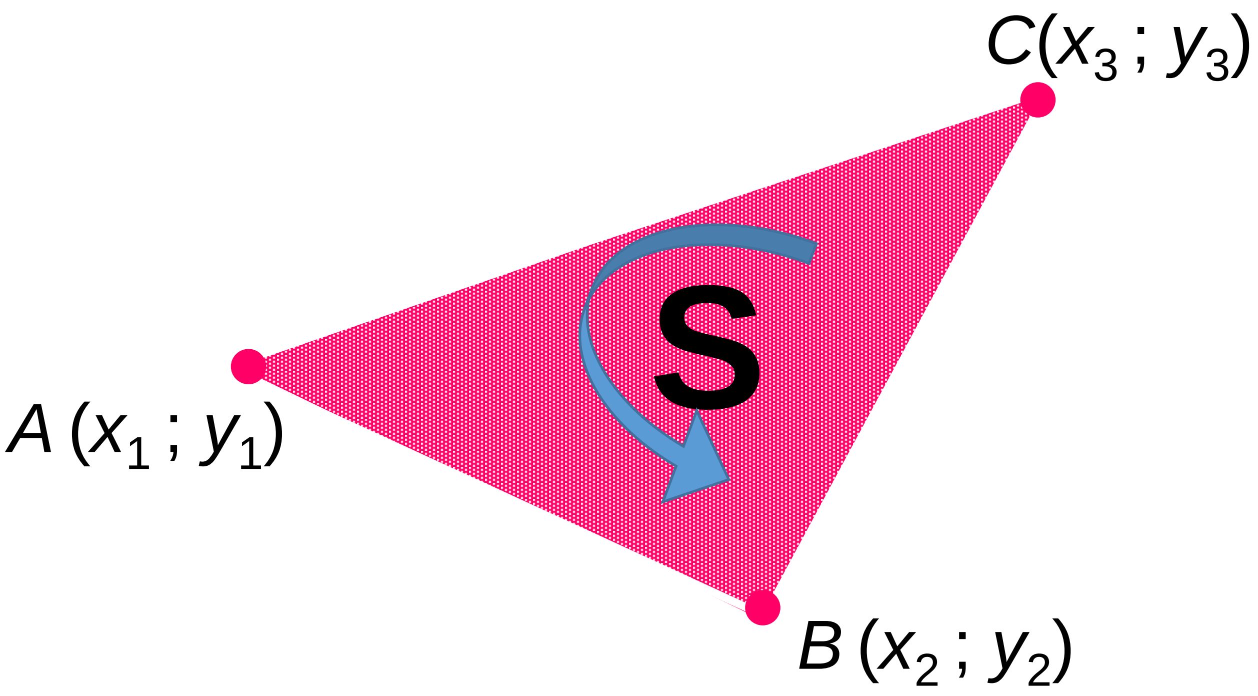
Sea G (x ; y) el baricentro del ▲ ABC



Se cumplen:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \qquad y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR



Ordenamos las coordenadas del ▲ *ABC*

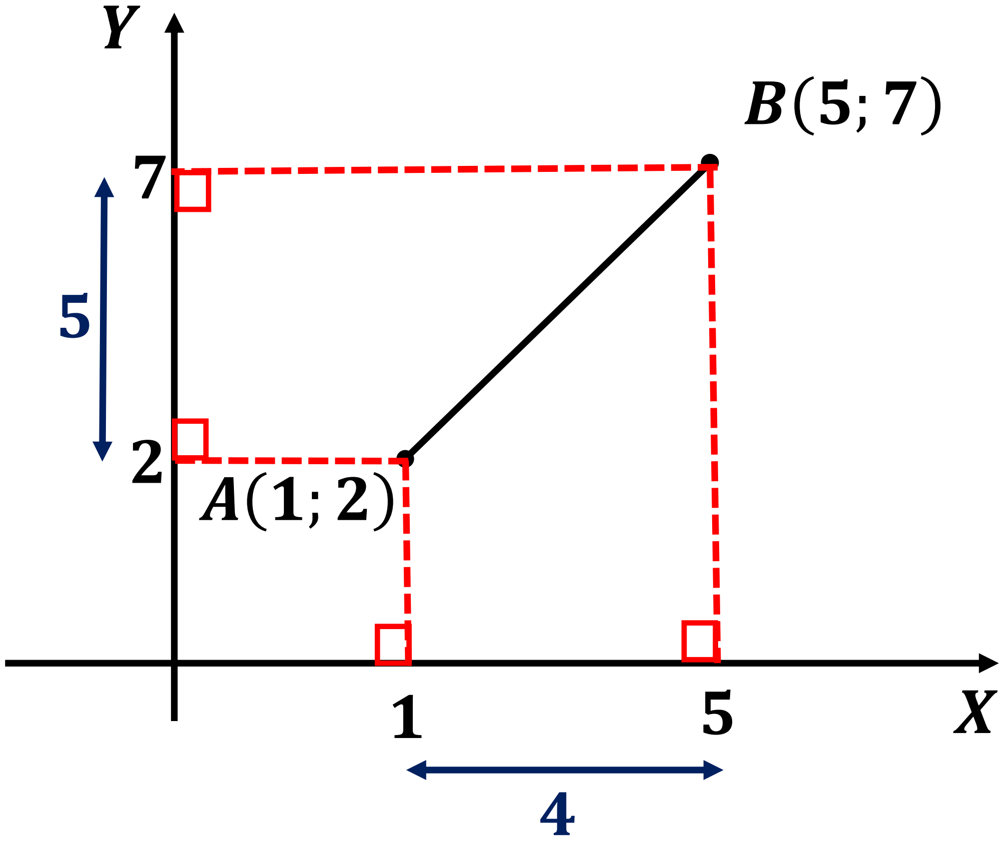
$$
\begin{array}{r|cc|l}
 & x_1 & y_1 & \\
x_2 \times y_1 & x_2 & y_2 & x_1 \times y_2 \\
x_3 \times y_2 & x_3 & y_3 & x_2 \times y_3 \\
x_1 \times y_3 & x_1 & y_1 & x_3 \times y_1 \\
\hline
\sum = \mathbf{I} & & & \sum = \mathbf{D}
\end{array}
$$

$$\boxed{\mathbf{S} = \frac{\mathbf{D} - \mathbf{I}}{2}}$$

1. Dado el segmento $\overline{AB}$, donde A(1;2) y B(5;7). Dé la suma de las proyecciones sobre los ejes coordenados.

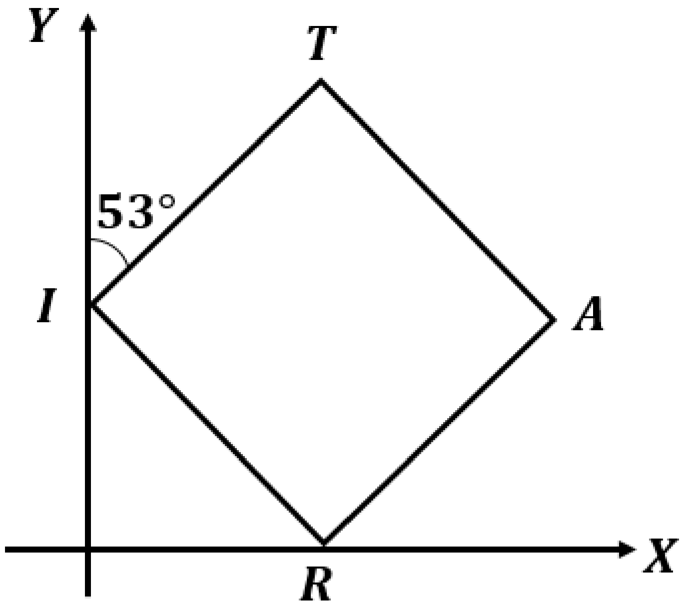
A) 7 B) 8 ~~C)~~ 9 D) 10

RESOLUCIÓN



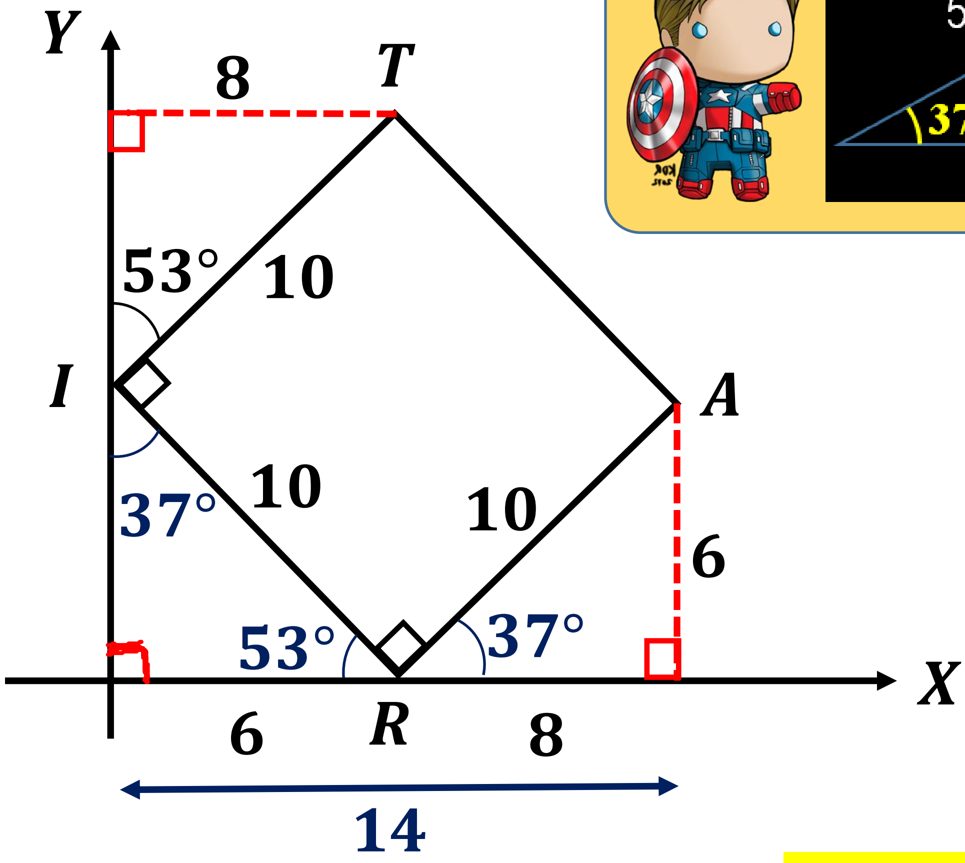
Nos piden: $4 + 5 = 9$

2. Del grafico, calcule las coordenadas de A, si la abscisa de T es 8 y $RITA$ es un cuadrado.

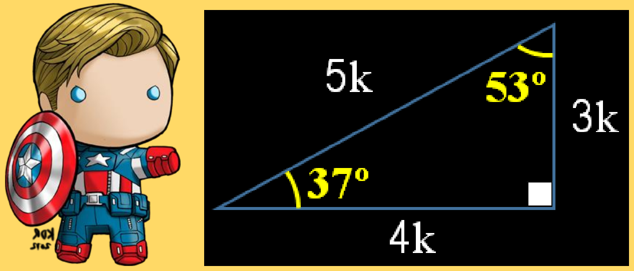


A) (5;6)
B) (10;8)
C) (12;6)
D) (14;6)

RESOLUCIÓN



Recordar:



$\therefore A(14;6)$

3. Los extremos de un segmento son los puntos $A(-3;2)$ y $B(7;6)$. Determine la longitud del segmento.

A) $\sqrt{}$ ~~B)~~ $\sqrt{}$ C) $\sqrt{}$ D) $\sqrt{}$

RESOLUCIÓN

Recordar $\boxed{\mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$

Entonces: $$\mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = \sqrt{[(-3)-(7)]^2 + [(2)-(6)]^2}$$

$$\mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = \sqrt{[-10]^2 + [-4]^2}$$

$$\mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = \sqrt{100 + 16}$$

$$\mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = \sqrt{116} = \sqrt{4\mathrm{x}29}$$

$$\therefore \mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = 2\sqrt{29}\ \mathrm{u}$$

4. La ordenada del punto A es 8 y su distancia al punto $B(5;-2)$ es $2\sqrt{41}$. Halle la abscisa del punto A.

~~A)~~ – 3 o 13 B) – 3 o 11 C) – 2 o 13 D) – 2 o 11

RESOLUCIÓN Recordar $\boxed{\mathrm{d}\,(\mathrm{A};\mathrm{B}) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$

Como La ordenada del punto A es 8 y piden la abscisa $\Rightarrow$ $A(x;8)$

Entonces: $2\sqrt{41} = \sqrt{[(x)-(5)]^2 + [(8)-(-2)]^2}$

$$164 = [(x)-(5)]^2 + [10]^2$$

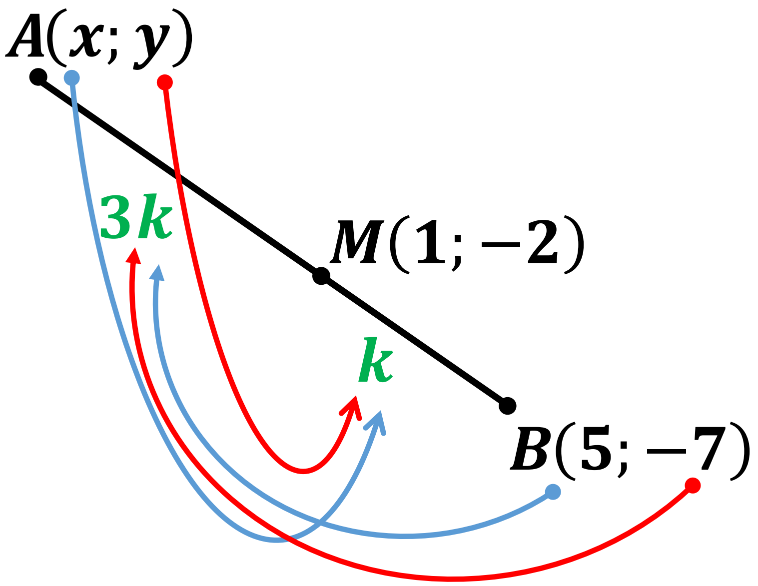
$$64 = [(x)-(5)]^2$$

$$\pm 8 = x - 5 \Rightarrow \therefore \begin{array}{l} x = 13 \\ x = -3 \end{array}$$

5. Dado 3 puntos colineales A, M y B tal que $B(5;-7)$ y $M(1;-2)$, determine las coordenadas del punto A, talque $AM = 3MB$

A) (11;13) ~~B)~~ (–11;13) C) (11;–13) D) (13;11)

RESOLUCIÓN



$$1 = \frac{x.k + 5.(3k)}{3k + k}$$

$$1 = \frac{x.\cancel{k} + 15\cancel{k}}{4\cancel{k}}$$

$$4 = x + 15$$

$$x = -11$$

$$-2 = \frac{y.k + (-7).(3k)}{3k + k}$$

$$-2 = \frac{y.\cancel{k} - 21\cancel{k}}{4\cancel{k}}$$

$$-8 = y - 21$$

$$y = 13$$

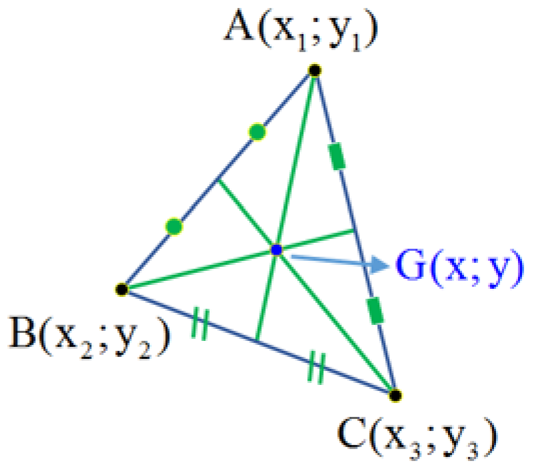
$$\therefore A(-11;13)$$

6. Las coordenadas de los vértices de un triangulo son A(a+2 ; 4−b), B(9 ; b+3), C(7−a ; 11). Determine las coordenadas del baricentro.

A) (3;3) B) (a;b) C) (a+3;b+3) ~~D)~~ (6;6)

RESOLUCIÓN

Coordenadas del Baricentro de un △



$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

$$x = \frac{(\cancel{a} + 2) + (9) + (7 - \cancel{a})}{3} \Rightarrow x = 6$$

$$y = \frac{(4 - \cancel{b}) + (\cancel{b} + 3) + (11)}{3} \Rightarrow y = 6$$

$$\therefore G(6;6)$$

7. Un triangulo ABC de vértices $A(-5;1)$, $B(1;6)$ y $C(7;-4)$. Determine la distancia del baricentro al vértice A.

A) 1u B) 2u C) 3u ~~D~~) 6u

RESOLUCIÓN

Coordenadas del baricentro del ΔABC:

$$x = \frac{(-5)+(1)+(7)}{3} \Rightarrow x = 1$$

$$y = \frac{(1)+(6)+(-4)}{3} \Rightarrow y = 1$$

$$\boldsymbol{G(1;1)}$$

Distancia del punto A al baricentro(G):

$$\boldsymbol{d\,(A;G) = \sqrt{[(-5)-(1)]^2 + [(1)-(1)]^2}} \Rightarrow \boxed{\therefore\ \boldsymbol{d\,(A;G) = 6u}}$$

8. Los vértices de un cuadrado $ABCD$ son $A(2;3)$ y $C(5;7)$, halle el área del cuadrado.

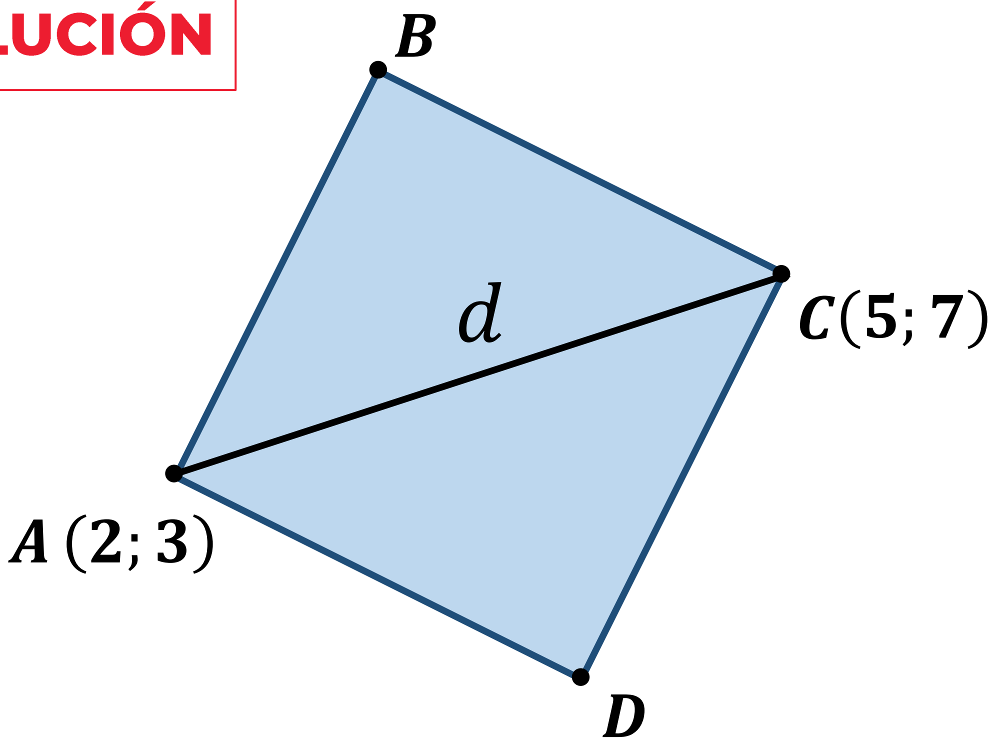
A) –

B) —

~~C)~~ —

D) —

RESOLUCIÓN



$$d = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2}$$

$$\Rightarrow d = 5$$

✓ **Recordar:**

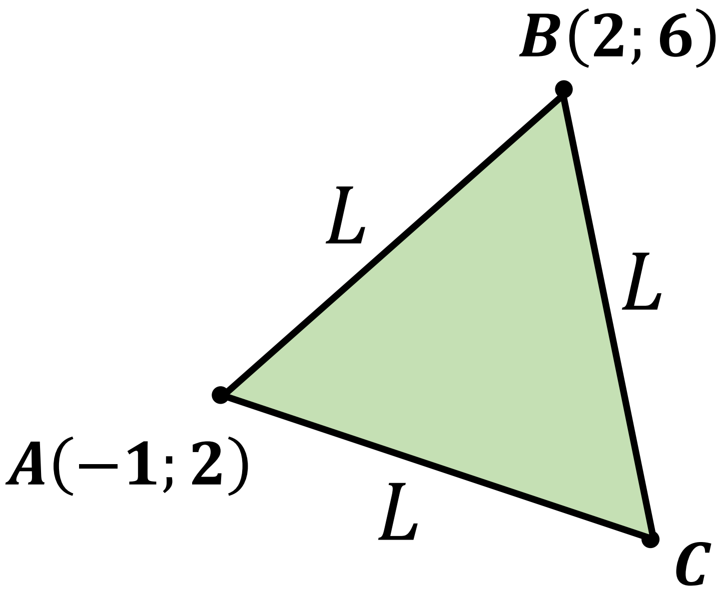
$$S_{\blacksquare} = \frac{d^2}{2}$$

$$\therefore S = \frac{25}{2}u^2$$

9. Se tiene un triangulo equilátero cuyos vértices son $A(-1:2)$ y $B(2;6)$. Determine el perímetro de dicho triangulo.

A) 20 u ~~B)~~ 15 u C) 10 u D) 1 u

RESOLUCIÓN



$$L = \sqrt{[2-(-1)]^2 + [6-2]^2}$$

$$\Rightarrow L = 5$$

Piden el perímetro:

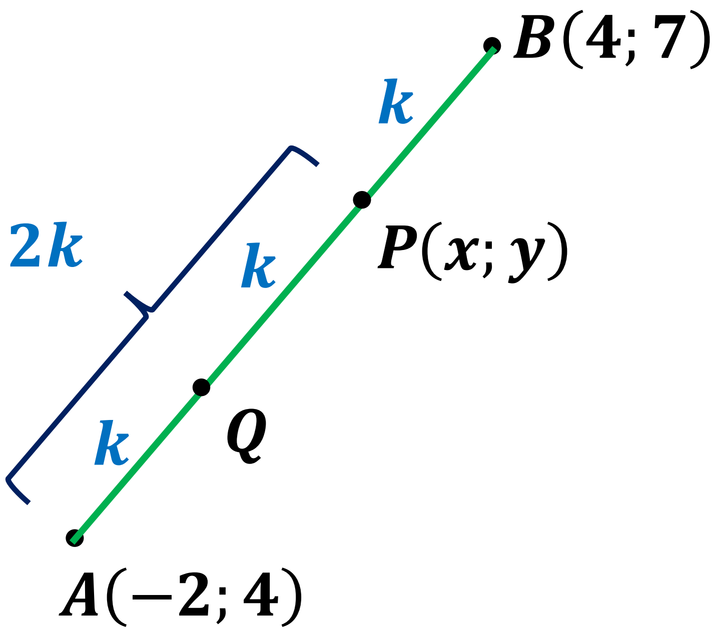
$$2p = 5 + 5 + 5$$

$$\therefore 2p = 15u$$

10. Encontrar las coordenadas de los puntos que trisecan al segmento $\overline{AB}$, si $A(-2;4)$, $B(4;7)$. De como respuesta el mas cercano a B.

A) (0;5) B) (0;–5) C) (2;6) D) (–2;5)

RESOLUCIÓN



$$x = \frac{(4).(2k) + (-2).(k)}{2k + k}$$

$$x = \frac{8k - 2k}{3k}$$

$$x = \frac{6\cancel{k}}{3\cancel{k}} \Rightarrow x = 2$$

$$y = \frac{(7).(2k) + (4).(k)}{2k + k}$$

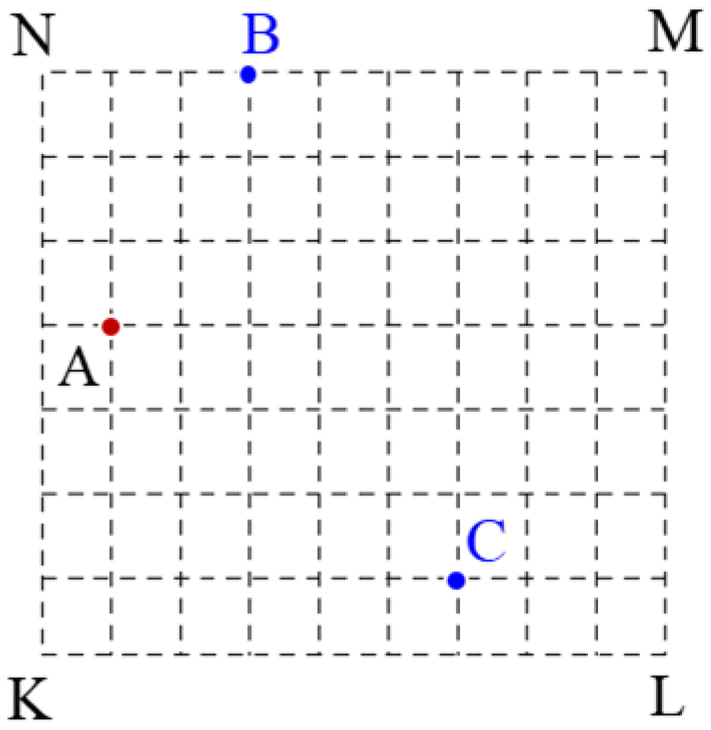
$$y = \frac{14k + 4k}{3k}$$

$$y = \frac{18\cancel{k}}{3\cancel{k}} \Rightarrow y = 6$$

$\therefore P(2;6)$

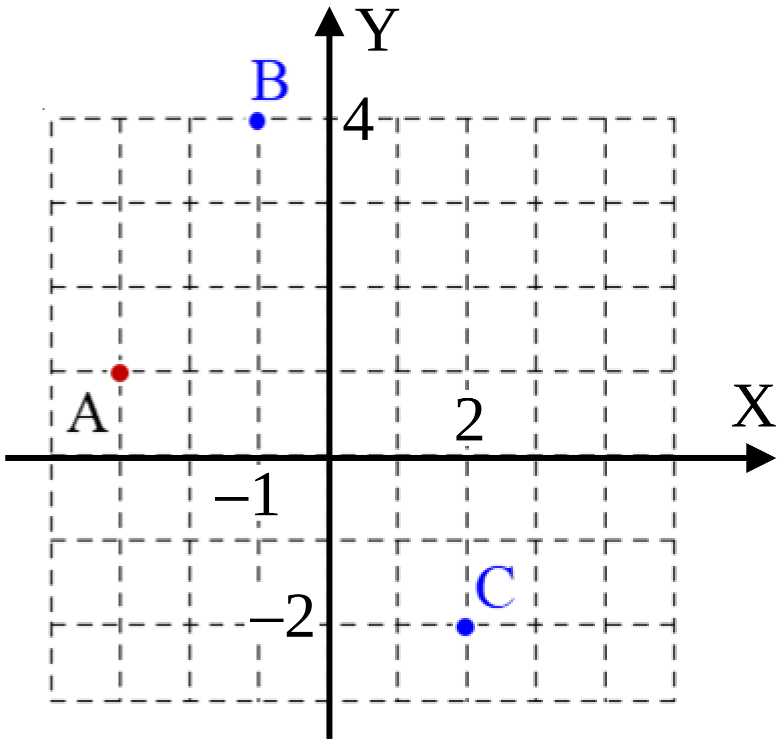
PREGUNTAS ADICIONALES

1. En un papel cuadriculado, como se observa en el gráfico, se dibujan los ejes coordenados, tal que el segmento $\overline{KL}$ es paralelo al eje X. Calcule la suma de coordenadas de los puntos B y C, si el punto A tiene como coordenadas $(-3;1)$.



Resolución:

Dato: $A(-3;1)$ $\begin{cases} \text{1 unidad arriba del Eje X} \\ \text{3 unidades izquierda del Eje Y} \end{cases}$



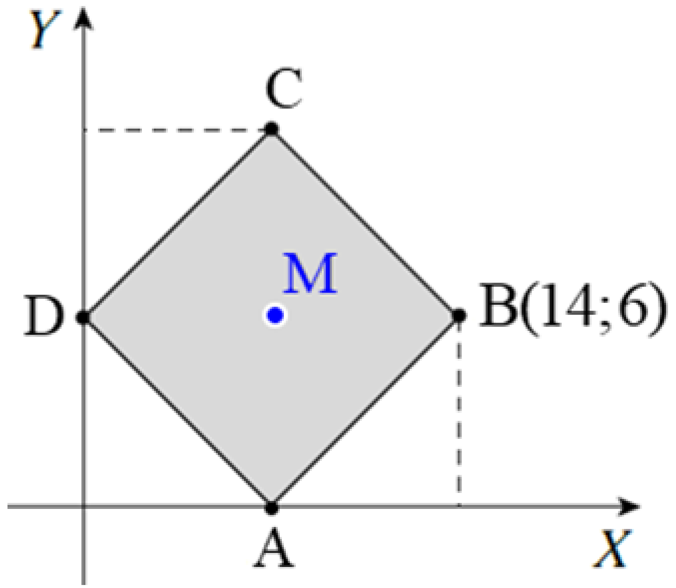
Así, tenemos:

$B(-1;4)$

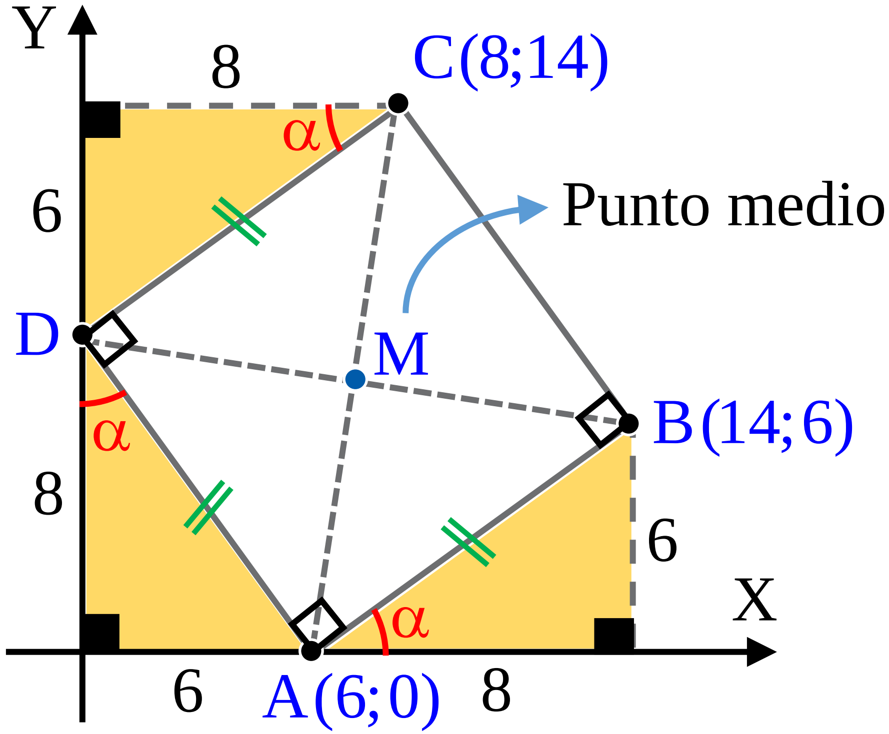
$C(-2;2)$

Suma de coordenadas de B y C: $\therefore$ $\boxed{\text{Rpta} = 3}$

2. El gráfico muestra un campo cuadrangular de gras natural, el cual debe ser reemplazado por gras sintético. Para esto, se necesitan las coordenadas exactas, razón por la cual es ubicado en el sistema de coordenadas cartesianas. Indique las coordenadas del punto C y del punto M (centro del campo).



Resolución:



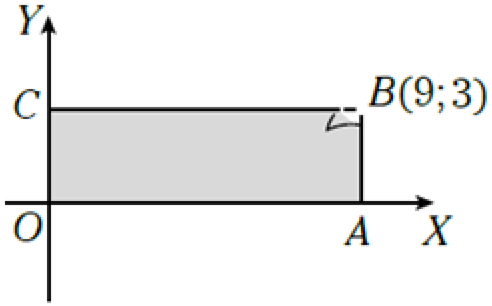
$\Rightarrow M(7;7)$

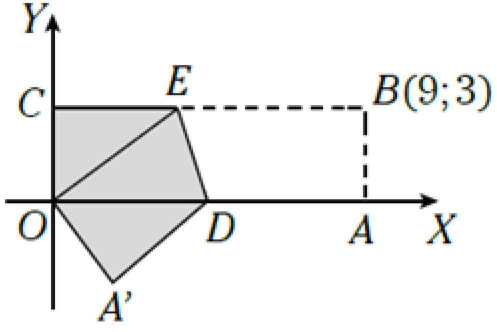
OBS: Los triángulos rectángulos sombreados son congruentes.

$\therefore$ Rpta: C(8;14) y M(7;7)

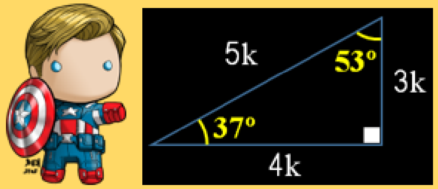
3. Se tiene un papel de forma rectangular ubicado en el plano cartesiano, tal como se observa en el gráfico. Luego se dobla el papel de modo que la esquina B coincida con el origen de coordenadas; el punto A, con el punto A', y el punto D tenga como coordenadas $(5;0)$.

Determine las coordenadas del punto A'.

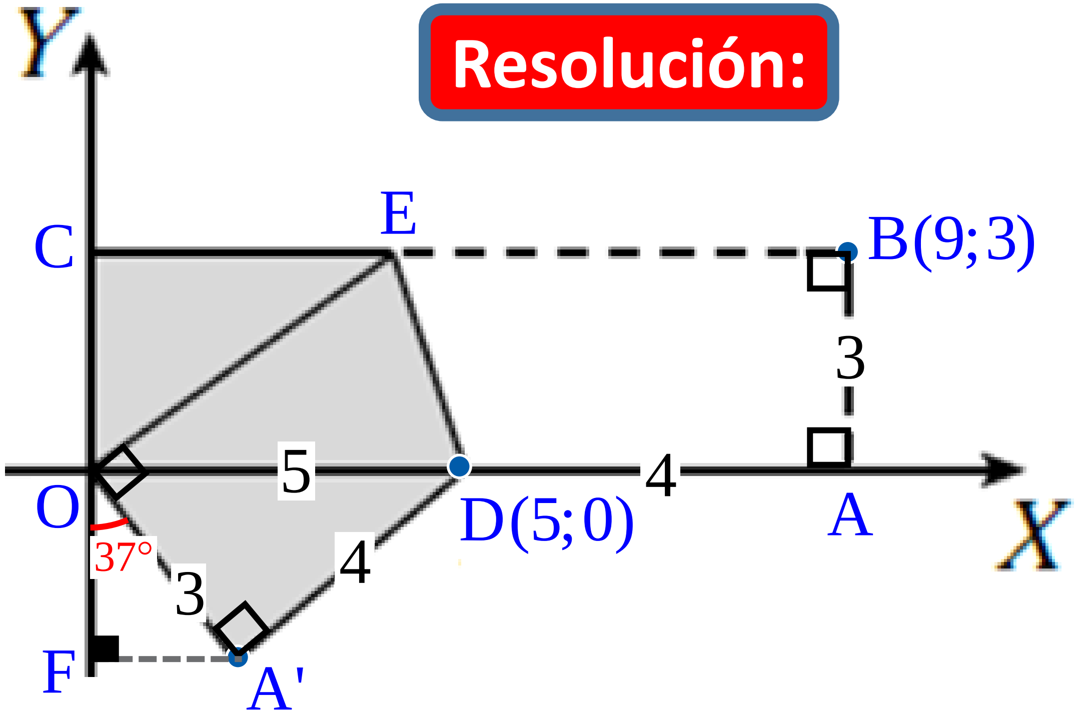




Recordar:



Resolución:



◣OFA'(37° y 53°): $5k = 3 \Rightarrow k = \dfrac{3}{5}$

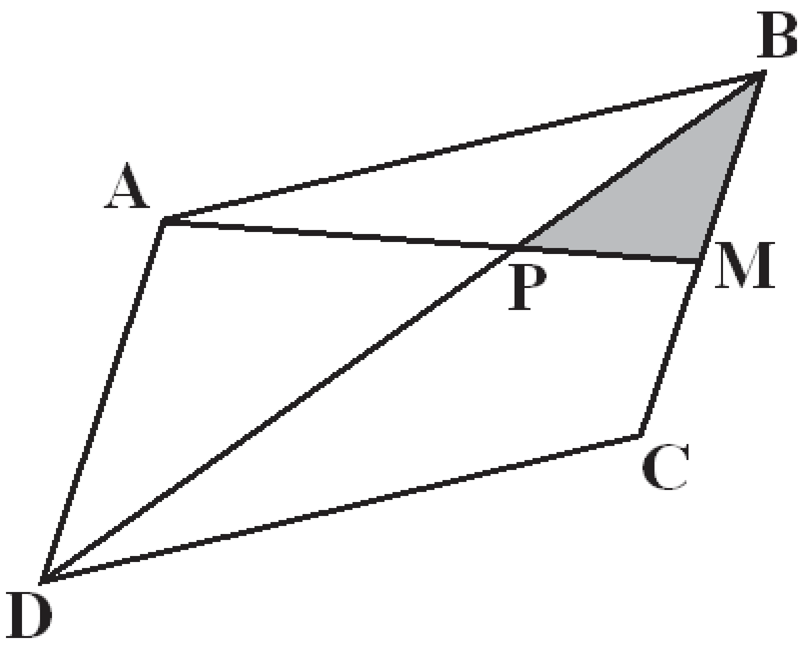
Luego: $FA' = 3\left(\dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{9}{5}$

y $OF = 4\left(\dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{12}{5}$

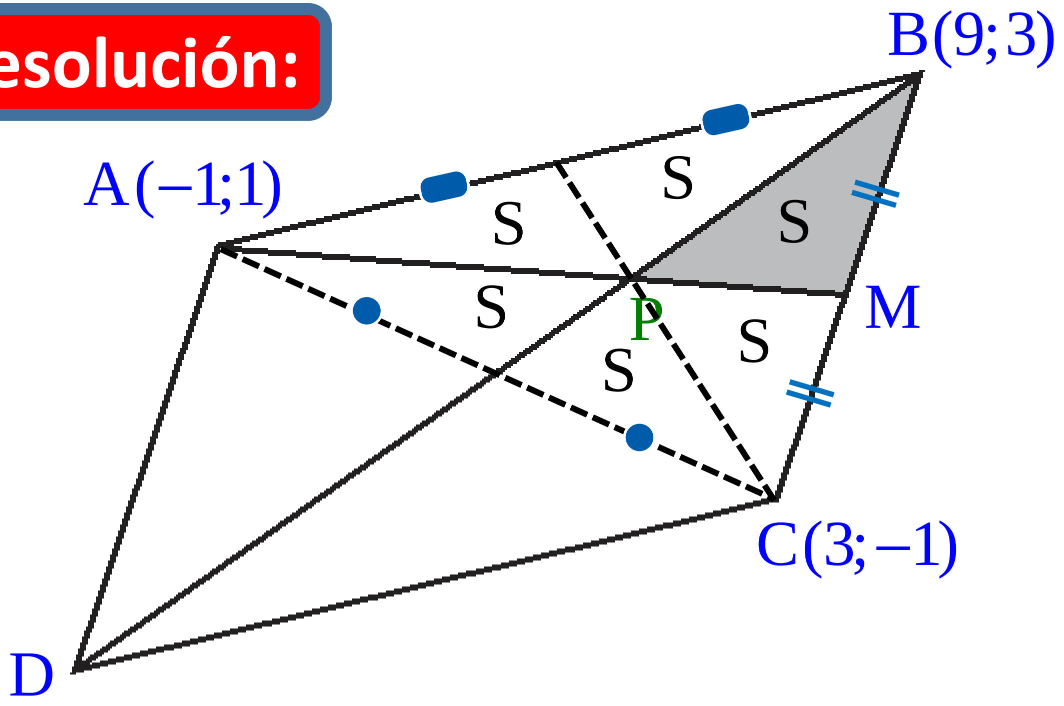
$\therefore\ \boxed{A'\left(\dfrac{9}{5};-\dfrac{12}{5}\right)}$

4. En la figura $ABCD$ es un paralelogramo y M es el punto medio de $\overline{BC}$. Calcule el área de la región triangular sombreada BPM.

DATOS: $A(-1;1)$ $B(9;3)$ y $C(3;-1)$



Resolución:



Calculamos área del ΔACB:

	-1	1	
3	3	-1	1
-9	9	3	9
-3	-1	1	9
-9			19

$$6S = \frac{19-(-9)}{2}$$

$$\therefore \boxed{S = \frac{7}{3}u^2}$$