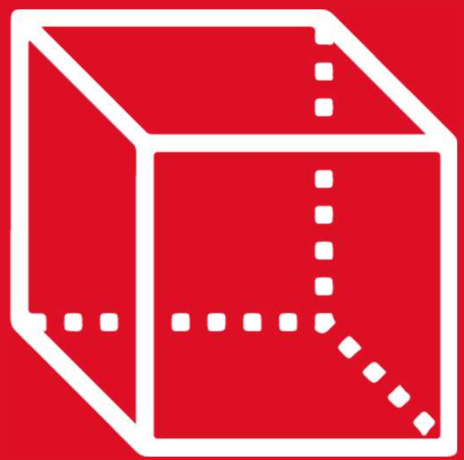
GEOMETRÍA

Capítulo 2



5° SAN MARCOS

Líneas notables asociadas al triángulo

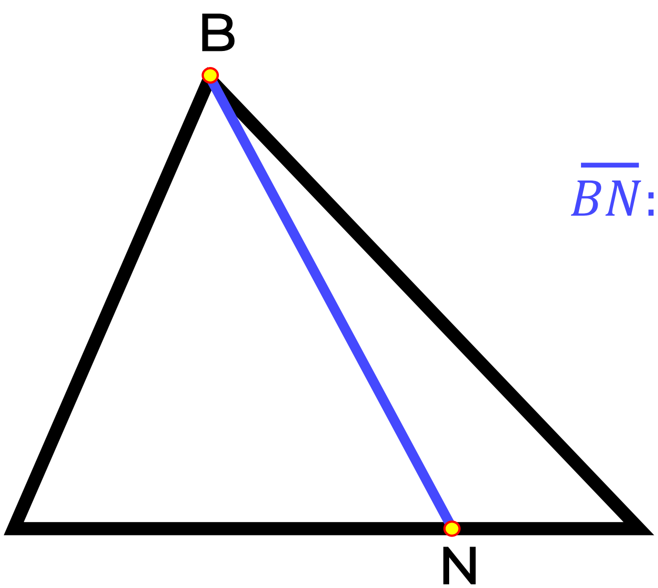
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

CEVIANA

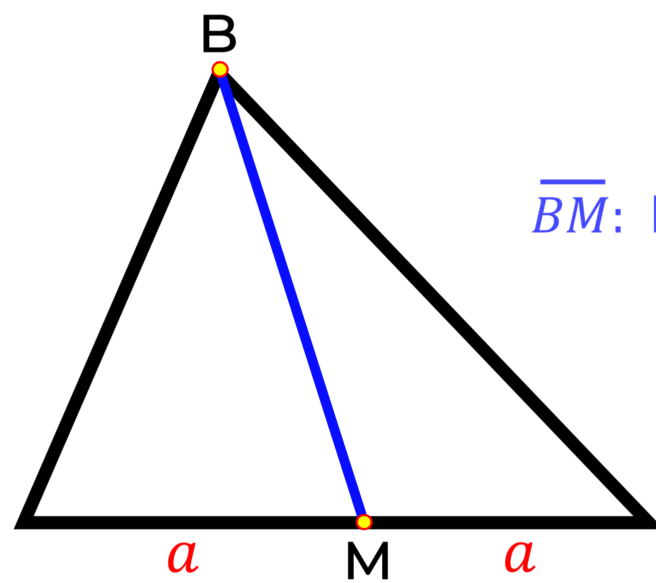
Es el segmento cuyos extremos son un vértice y un punto cualquiera de lado opuesto a dicho vértice.



$\overline{BN}$: Ceviana

MEDIANA

Es el segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el punto medio del lado opuesto.

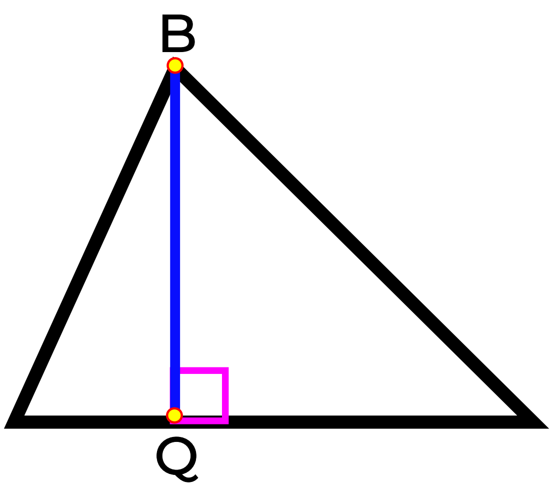


$\overline{BM}$: Mediana

ALTURA

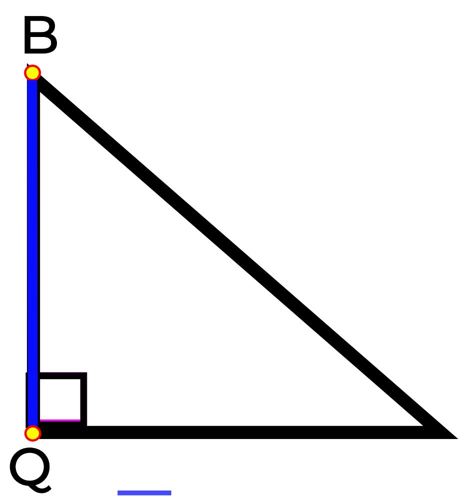
Es el segmento perpendicular a la recta que contiene a uno de los lados y que tiene por extremos un punto de esta recta y el vértice opuesto a dicho lado.

- TRIÁNGULO ACUTÁNGULO



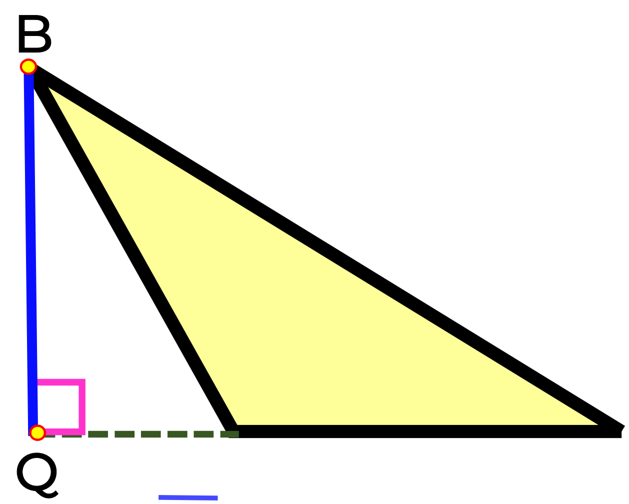
$\overline{BQ}$: Altura

- TRIÁNGULO RECTÁNGULO



$\overline{BQ}$: Altura

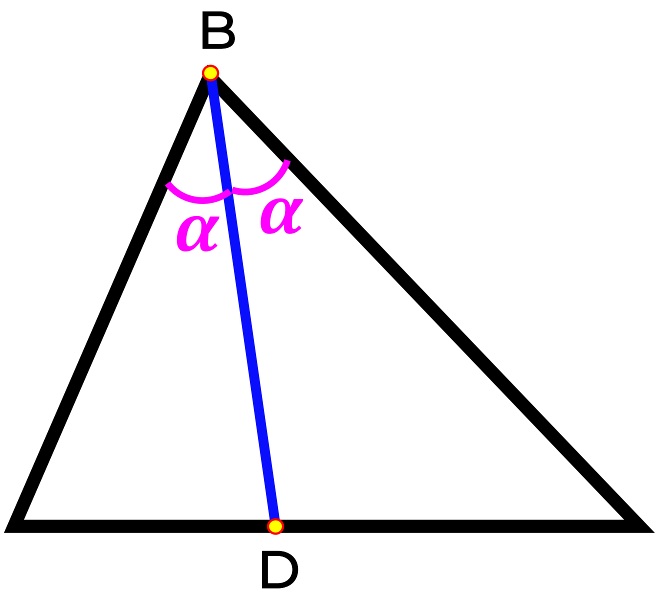
- TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO



$\overline{BQ}$: Altura

BISECTRIZ INTERIOR

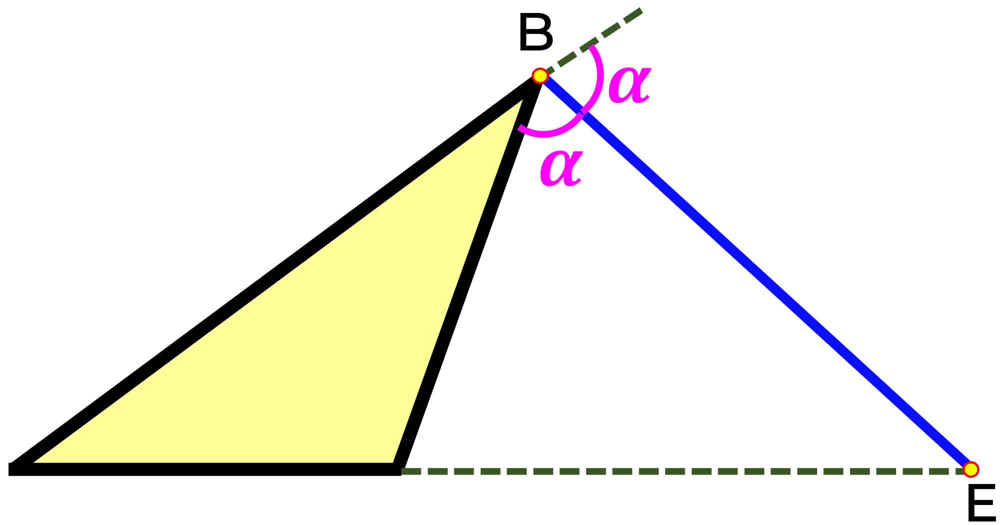
Es el segmento de una bisectriz de un ángulo de un triángulo, cuyos extremos son el vértice del ángulo y un punto del lado opuesto.



$\overline{BD}$: Bisectriz interior

BISECTRIZ EXTERIOR

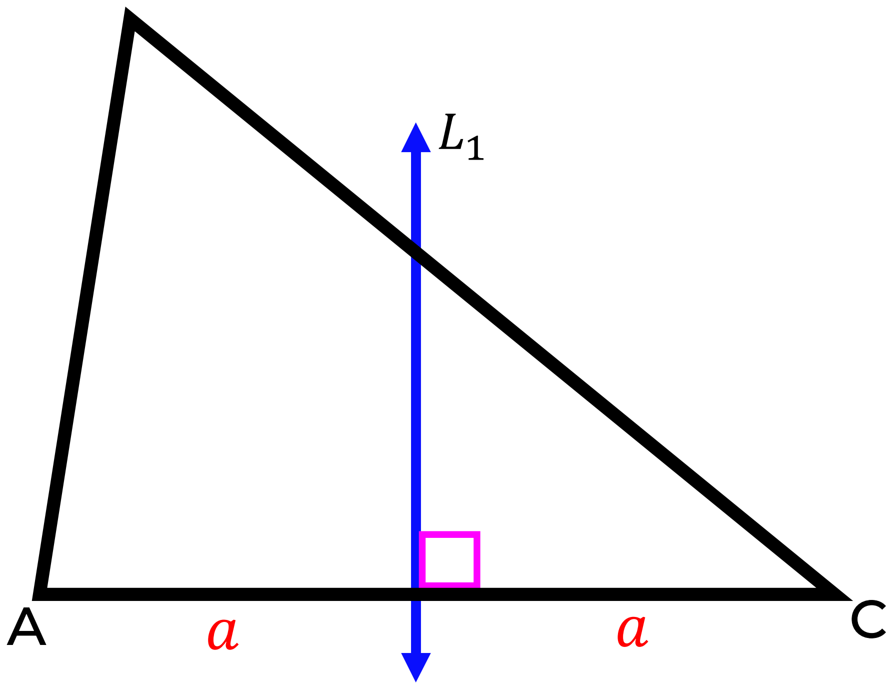
Es el segmento de una bisectriz de un ángulo externo de un triángulo cuyos extremos son el vértice del ángulo y un punto de la recta que contiene al lado opuesto, solo si no es equilátero y no es isósceles.



$\overline{BE}$: Bisectriz exterior

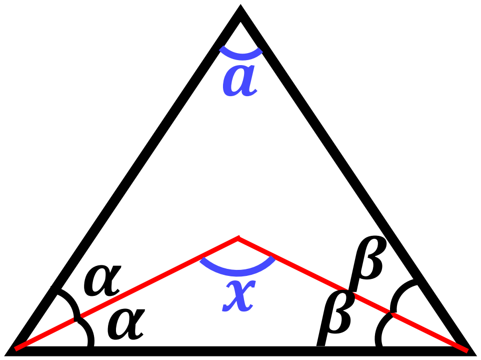
MEDIATRIZ

Es la recta perpendicular a un lado del triángulo en su punto medio y coplanar con el triángulo.

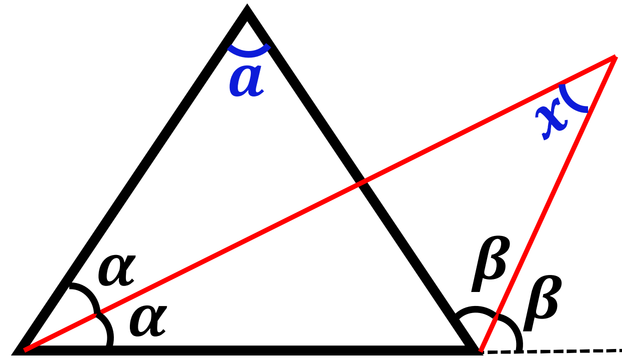


$\overleftrightarrow{L_1}$: Mediatriz de $\overline{AC}$

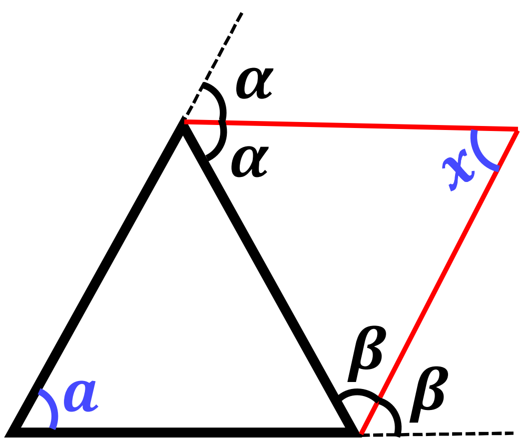
TEOREMAS



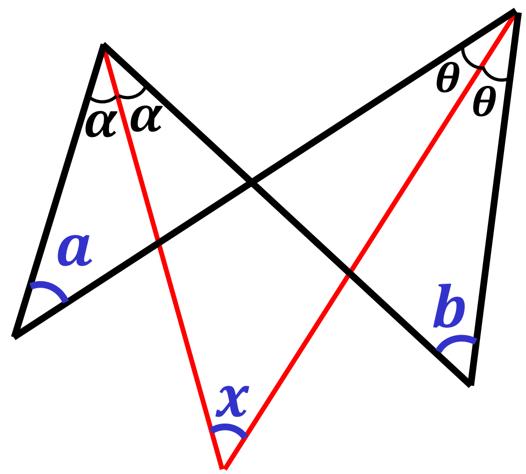
$$x = 90° + \frac{a}{2}$$



$$x = \frac{a}{2}$$

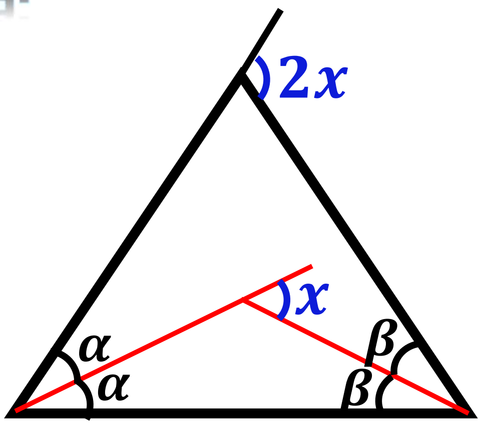


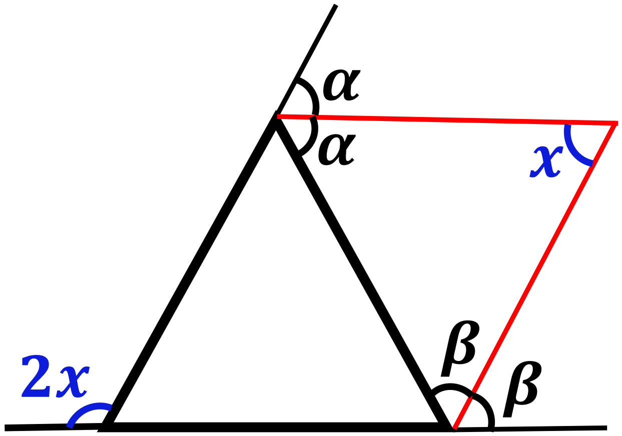
$$x = 90° - \frac{a}{2}$$



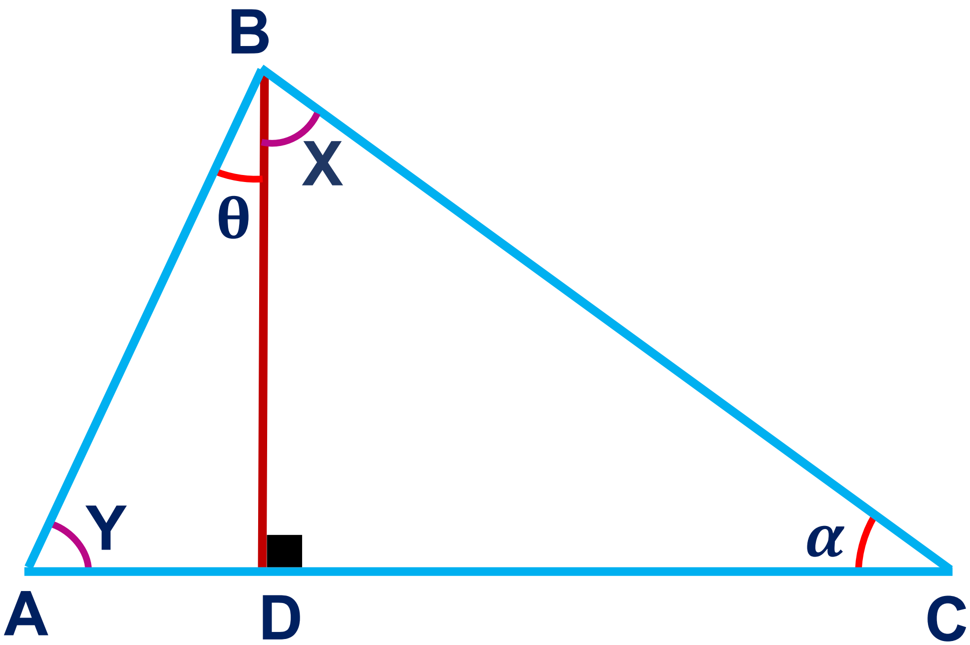
$$x = \frac{a + b}{2}$$

Nota:





1. En un triángulo acutángulo ABC, se traza la altura $\overline{BD}$, tal que: m∡ABD – m∡BCD = 20º. Halle m∡DBC – m∡BAD.



Resolución

Dato: $\theta - \alpha = 20°$

Piden m ∡ DBC – m ∡ BAD = x - y

En ΔBDC :

$x + \alpha = 90°$ …(I)

En ΔBDA :

$y + \theta = 90°$ …(II)

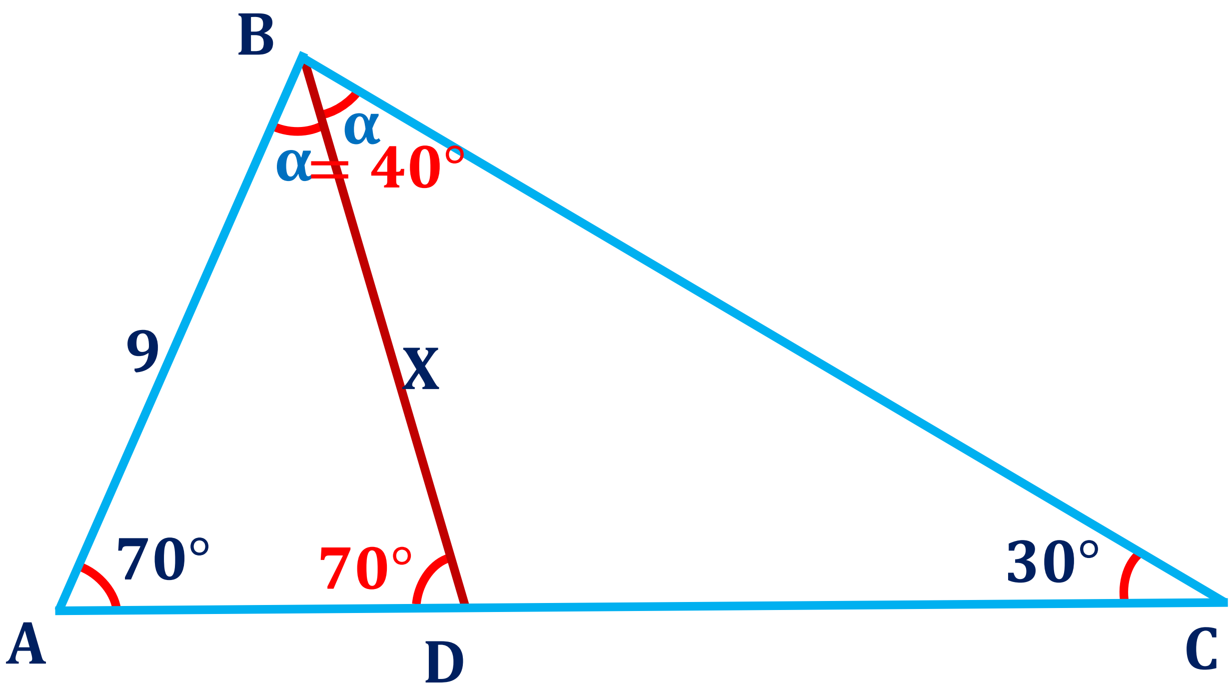
(I) =(II)

$x + \alpha = y + \theta$

$\rightarrow x - y = \underbrace{\theta - \alpha}_{20°}$

$$\boxed{x - y = 20°}$$

2. En un triángulo ABC, AB = 9, m∡BAC = 70º y m∡BCA = 30º. Luego se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$. Halle BD.



Resolución

Piden BD = x

En ΔABC

70° + α + α + 30° = 180°

→ α = 40°

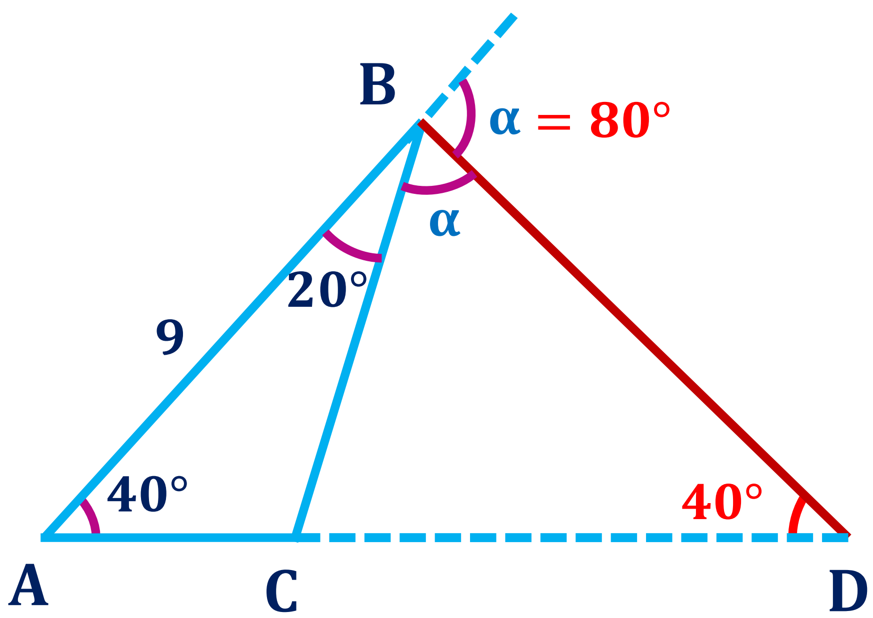
En ΔBDC:

m∡BDA = 70°

→ EL Δ ABD isósceles

$\boxed{x = 9}$

3. En un triángulo ABC, AB = 9, m∡BAC = 40° y m∡ABC = 20°. Luego se traza la bisectriz exterior $\overline{BD}$, (D en la prolongación de $\overline{AC}$). Halle BD.



Resolución

Piden: BD

En B : 2α + 20° = 180°

→ α = 80°

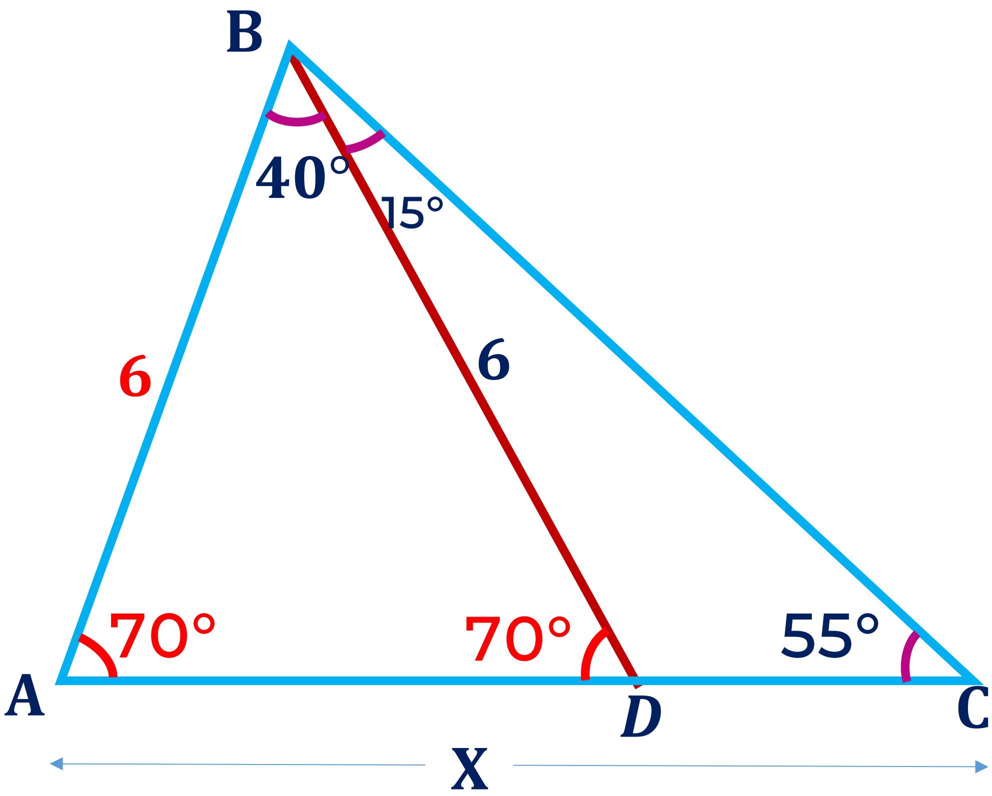
En el ΔABD :

→ m∡BDA = 40°

En el ΔABD es isósceles

$\boxed{BD = 9}$

4. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, tal que BD = 6, m∡ABD = 40º, m∡DBC = 15º y m∡BCD = 55º. Halle AC.



Resolución

Piden AC = X

En el ΔBDC:

→ m∡BDA = 70°

En el Δ ABD :

m∡BDA + 40° + 70° = 180°

→ m∡BDA = 70°

En ΔABD es isósceles

→ AB = 6

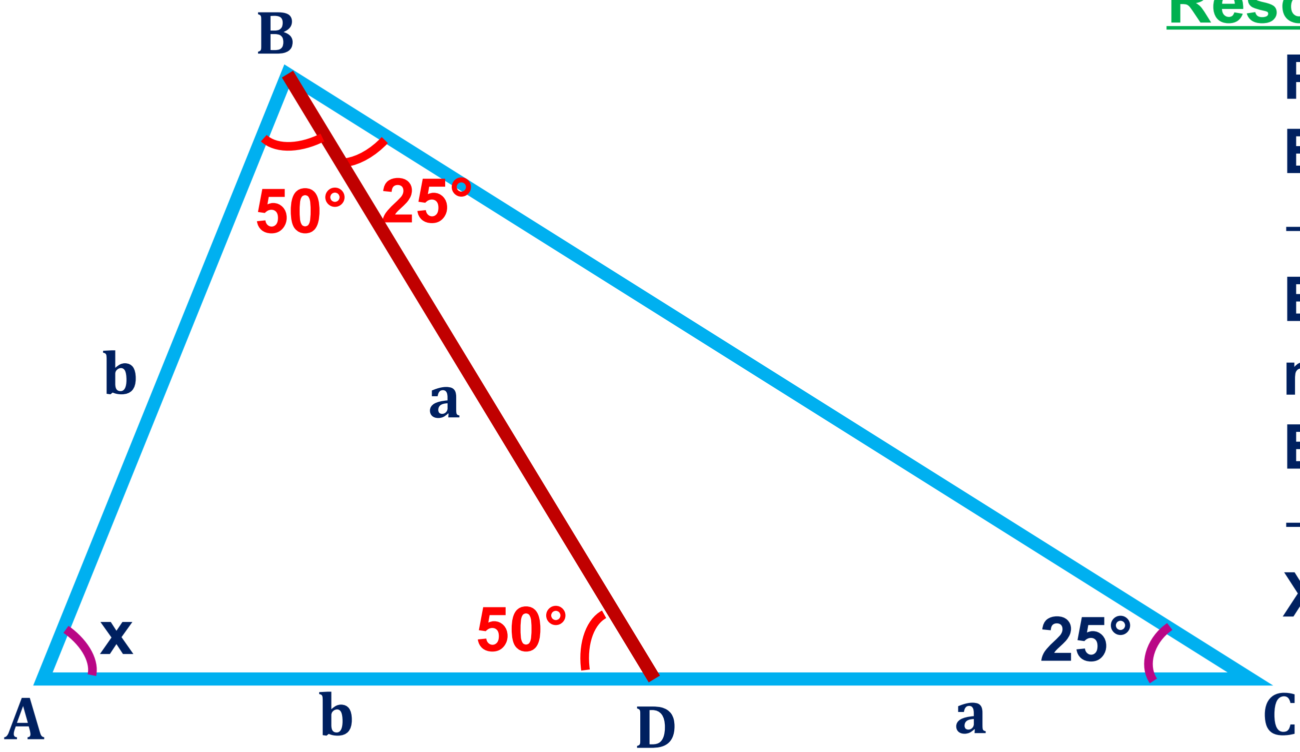
En el ΔABC;

→m∡ABC= 55°

En ΔBAC es isósceles

$\boxed{x = 6}$

5. En un triángulo ABC se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, tal que: BD = DC , AB = AD y m∡BCD = 25º. Halle la m ∡ BAD.



Resolución

Piden m∡BAD = X

En el ΔBDC es isósceles

→ m∡DBC = 25°

En el ΔABD

m∡BDA = 50°

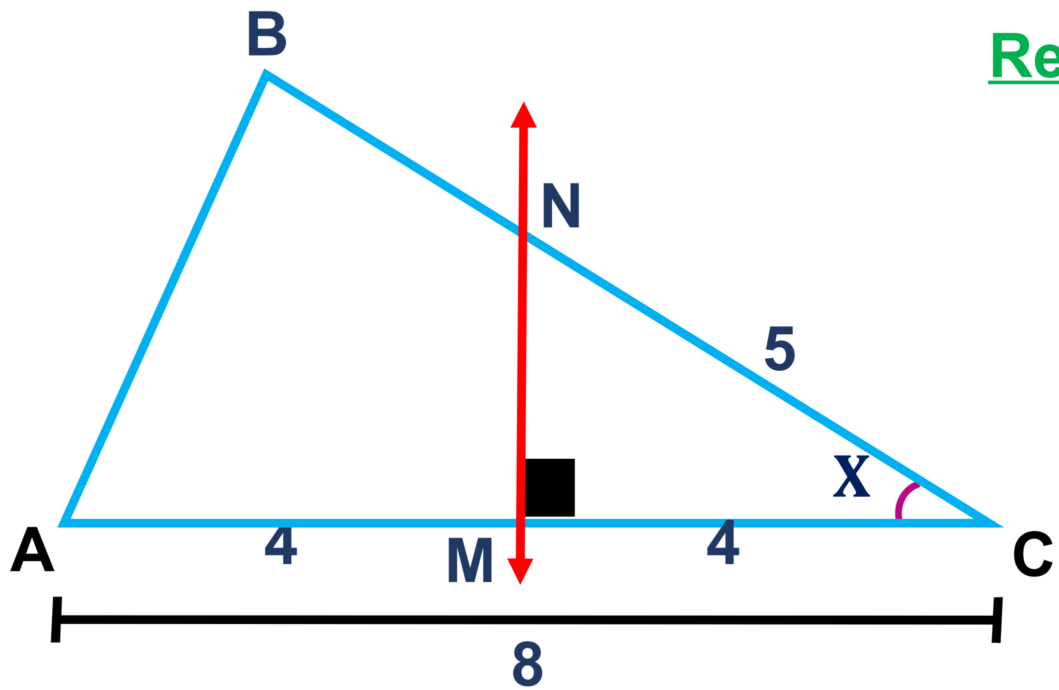
En el ⊿BAD es isósceles

→ m∡ABD = 50°

X + 50° + 50° = 180°

$\boxed{X = 80°}$

6. En la figura, halle el valor de x si $\overleftrightarrow{MN}$ es mediatriz de $\overline{AC}$, NC = 5 y AC = 8.



Resolución

Piden x

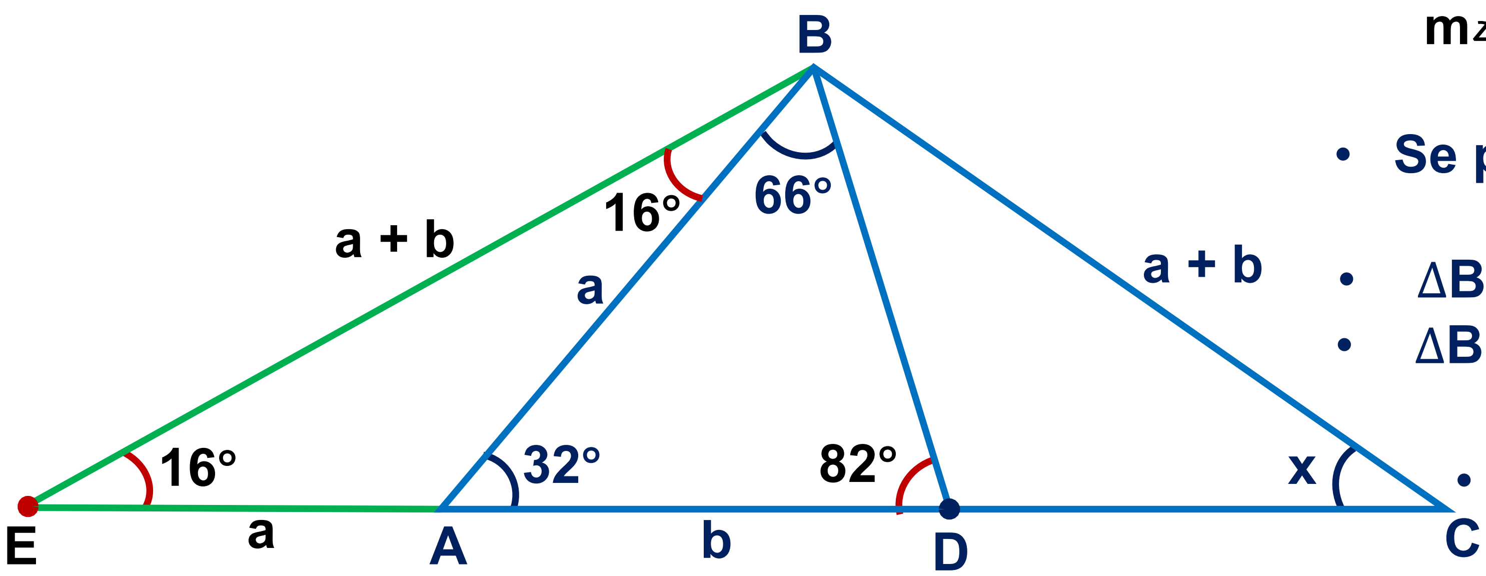
Dato: $\overleftrightarrow{MN}$ es mediatriz de $\overline{AC}$

→ AM = MC= 4 y m$\measuredangle$NMC = 90°

En ΔMNC notable de 37°y 53°

$\boxed{x = 37°}$

7. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, de modo que m∡BAC = 32°, m∡ABD = 66°, si BC = AB + AD. Calcule m∡BCA.



Resolución

- Piden: x
- ΔABD:

  m∡ADB + 32° + 66° = 180°

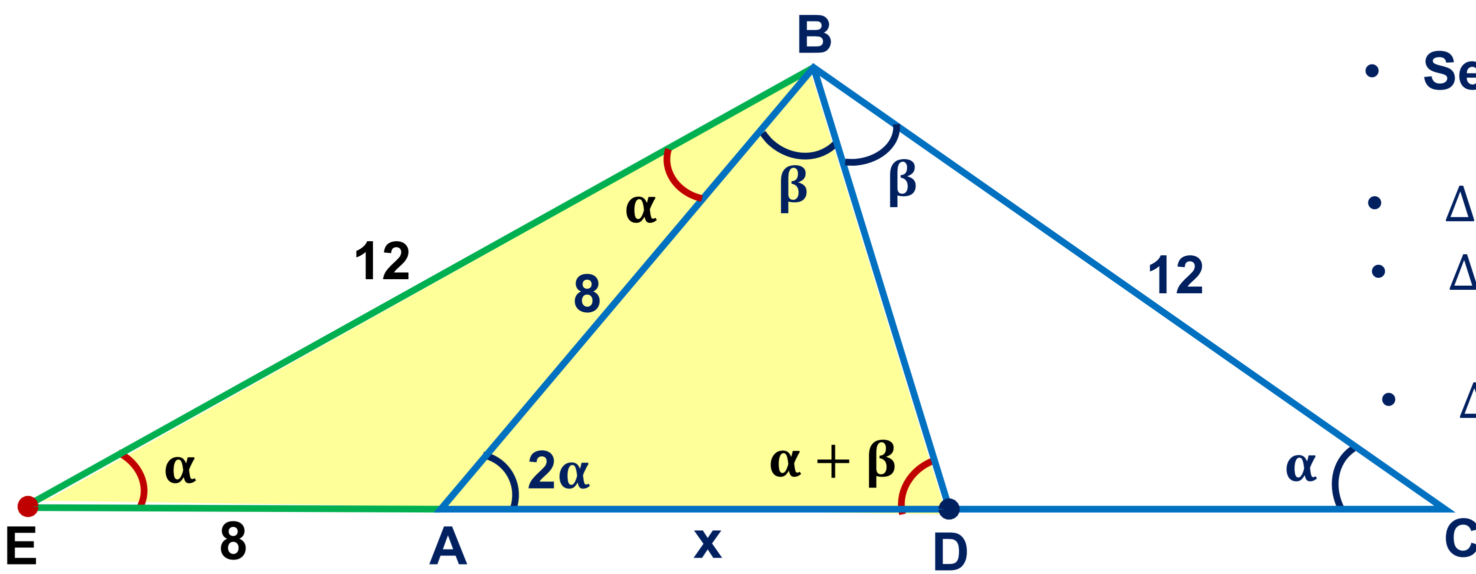
  m∡ADB = 82°
- Se prolonga $\overline{DA}$ hasta E.

  AB = AE = a
- ΔBAE: Isósceles
- ΔBED: Isósceles

  EB = ED = a + b
- ΔEBC: Isósceles

x = 16º

8. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$, de modo que AB = 8 m y BC = 12 m y m∡BAC = 2(m∡BCA). Calcule AD.



Resolución

- Piden: x
- ΔBDC:

  m∡ADB = α + β
- Se prolonga $\overline{DA}$ hasta E.

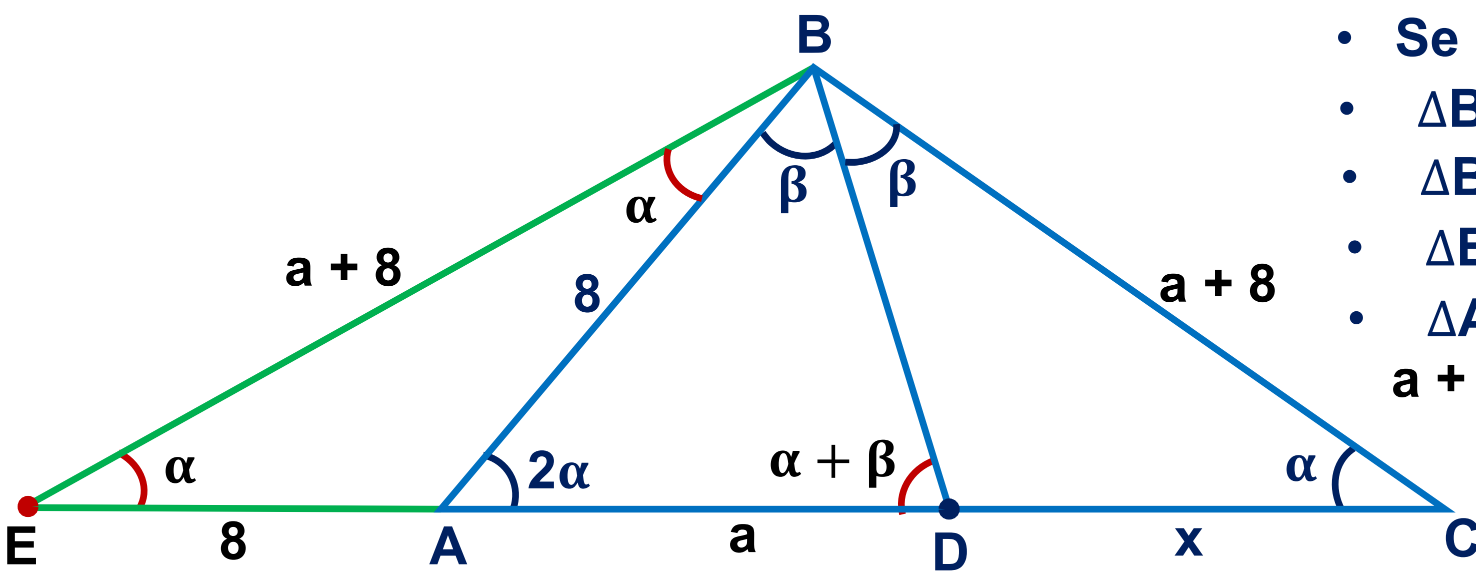
  AB = AE = 8
- ΔBAE: Isósceles
- ΔEBC: Isósceles

  EB = BC = 12
- ΔBED: Isósceles

  x + 8 = 12

x = 4 m

9. En un triángulo ABC, m∡BAC = 2(m∡BCA) se traza la bisectriz $\overline{BD}$, si AB = 8 m. Calcule el máximo valor entero $\overline{CD}$.



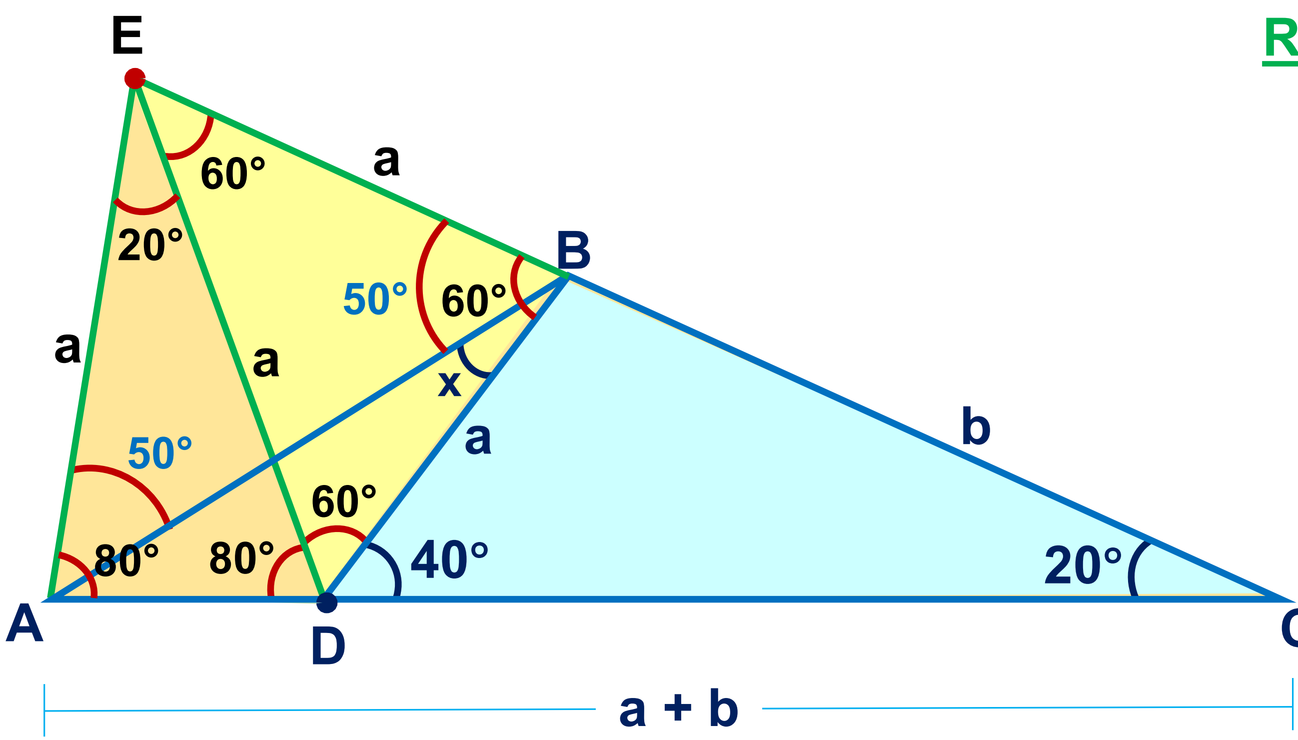
Resolución

- Piden: $x_{máx}$
- ΔBCD:
  m∡ADB = α + β
- Se prolonga $\overline{DA}$ hasta E.
- ΔBAE: Isósceles
- ΔBED: Isósceles
- ΔEBC: Isósceles
- ΔABC: T. de la existencia

$$a + 8 - 8 < x + a < a + 8 + 8$$
$$a < x + a < a + 16$$
$$x < 16$$

$$\boxed{x_{máx} = 15\text{ m}}$$

10. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, de modo que m∡BCA = 20°, m∡BDC = 40° y AC = BD + BC. Calcule m∡ABD.



Resolución

- Piden: x
- Se prolonga $\overline{CB}$ hasta E.

BE = BD = a

- ΔBDE: Equilátero
- ΔACE: Isósceles
- ΔAED: Isósceles
- ΔAEB: Isósceles

x + 50° = 60°

$\boxed{x = 10°}$