



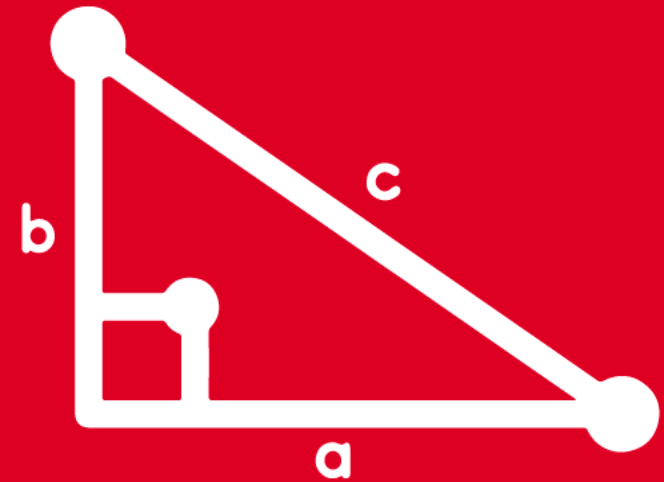
TRIGONOMETRY

Chapter 7

Verano 2021

SAN MARCOS

**Identidades trigonométricas
del Ángulo Doble**



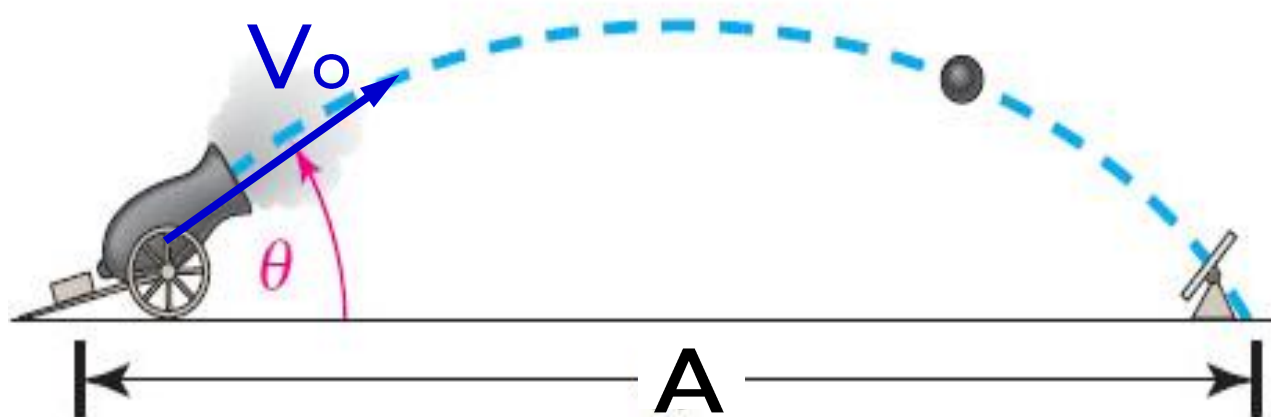
SACO OLIVEROS



Un objeto se dispara hacia arriba con un ángulo “ θ ” respecto de la horizontal, con una velocidad inicial de “ V_o ” metros por segundo.

Ignorando la resistencia del aire, el alcance “ A ” en metros, está dado por :

$$= \frac{V_o^2 \sin(2\theta)}{g}$$



Pregunta:

Calcule el ángulo “ θ ”, de disparo para una velocidad inicial de $V_o = 25$ metros por segundo y un alcance de $A = 50$ metros.

Resolución:



Rpta: $\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{gA}{V_o^2} \right)$



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO DOBLE

Para el seno

$$=$$

Para el coseno

$$= -$$

$$= -$$

$$= -$$

Ejemplos:

- $=$
- $\alpha = \alpha - \alpha$
- $= -$

Identidades de degradación

$$= +$$

$$= -$$





Para la tangente

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

Ejemplo

Si $\tan x = 3$; calcule: $\tan 2x$

Resolución

Dato: $\tan x = 3$

Piden

$$\tan 2x = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \quad \therefore \quad = \frac{\quad}{\quad}$$

Identidades Auxiliares

$$+ \quad =$$

$$- \quad =$$

Ejemplos:

$$\bullet \quad + \quad =$$

$$\bullet \quad - \quad =$$





1. Si $\text{sen } \alpha = \frac{1}{3}$, calcule $\text{sen } 2\alpha$

A) $\frac{\sqrt{}}{}$

B) $\frac{\sqrt{}}{}$

C) $\frac{\sqrt{}}{}$

~~D) $\frac{\sqrt{}}{}$~~



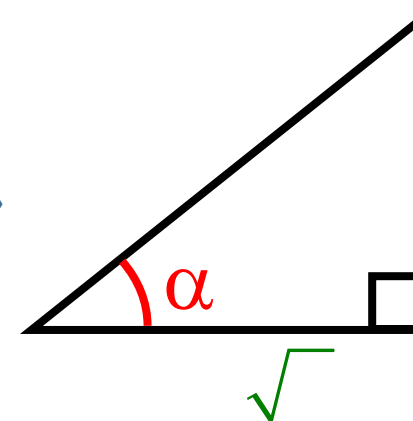
Recordar la

=

RESOLUCIÓN

Dato:

$$\alpha = \frac{\sqrt{}}{}$$



Piden:

$$\alpha = \frac{\sqrt{}}{}$$



$$\alpha = \frac{\sqrt{}}{x - x}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\sqrt{}}{}$$





2. Reduzca:

$$= \frac{\alpha}{\alpha} + \frac{-\alpha}{\alpha}$$

A) 2

~~B) $\frac{3}{2}$~~

C) $\frac{5}{2}$

D) 3



Recordar las

$$=$$

$$= - 2$$

RESOLUCIÓN

Piden:

$$= \frac{\alpha}{\alpha} + \frac{-\alpha}{\alpha}$$

$$\rightarrow = \frac{\cancel{\alpha}}{\cancel{\alpha}} + \frac{\cancel{-\alpha}}{\cancel{\alpha}}$$

$$\rightarrow = - +$$

$$\therefore = -$$





3. Si $\frac{\text{sen}x}{2} = \frac{\text{cos}x}{3}$; calcule $\tan 2x$.

A) $\frac{5}{12}$

~~B) $\frac{12}{5}$~~

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{4}{3}$



Recordar la

$$= \frac{\quad}{\quad^2}$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\quad = \quad$

→ $\boxed{\quad} = \quad \rightarrow \quad = \quad \dots (*)$

Piden: $\quad = \frac{\quad}{\quad^2}$

Usando (*):

$$= \frac{\left(\frac{\quad}{\quad} \right)}{- \left(\frac{\quad}{\quad} \right)^2} = \frac{\quad}{\quad} \left. \vphantom{\frac{\quad}{\quad}} \right\}$$

$\therefore \quad = \quad$





4. Si $\cos \alpha = \frac{3}{5}$; calcule $\cos 2\alpha$.

~~A) $-\frac{7}{25}$~~

B) $\frac{24}{25}$

C) $\frac{7}{25}$

D) $-\frac{24}{25}$



Recordar la

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\alpha = \text{---}$

Piden: $\alpha = \text{---}$

→ $\alpha = \left(\text{---} \right) \text{---}$

→ $\alpha = x \text{---} \text{---}$

∴ $\alpha = \text{---}$





5. Reduzca:

$$= + - -$$

A) $\sin 2x$

~~B) $2\sin 2x$~~

C) $4\sin 2x$

D) $8\sin 2x$



Identidad de

$$+^2 - -^2 = \dots (*)$$

$$=$$

RESOLUCIÓN

Piden:

$$= + - -$$

Usando (*), para: $a = \sin x$ y $b = \cos x$

$$\Rightarrow =$$

Dando forma:

$$\Rightarrow = x$$

$$\therefore =$$





6. Siendo $\tan x = \frac{1}{2}$; efectúe

$$W = \tan 2x \cdot \cot x$$

A) 1

B) 2

C) $\frac{4}{3}$

D) $\frac{8}{3}$

Recordar las



$$= \frac{\quad}{\quad 2}$$

$$\cdot \quad =$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\quad = \quad \dots (*)$

Piden: $\quad =$

$$\Rightarrow \quad = \frac{\quad}{\quad 2} \quad \Rightarrow \quad = \frac{\quad}{\quad 2}$$

Usando (*), tenemos:

$$= \frac{\quad}{\quad \left(\begin{smallmatrix} - \\ - \end{smallmatrix} \right)^2} = \left. \begin{array}{l} \quad \\ \quad \end{array} \right\}$$

$$\therefore \quad = \quad$$





7. Reduzca:

$$= \frac{-\theta}{\theta}$$

A) $\sin\theta$ B) $\cos\theta$
~~C) $\tan\theta$~~
D) $\cot\theta$ 

Recordar las

$$=$$

$$^2 = -$$

$$=$$

RESOLUCIÓN

Dato: $= \frac{-\theta}{\theta}$

$\Rightarrow = \frac{\theta}{\theta}$

Simplificando 2 y $\sin\theta$:

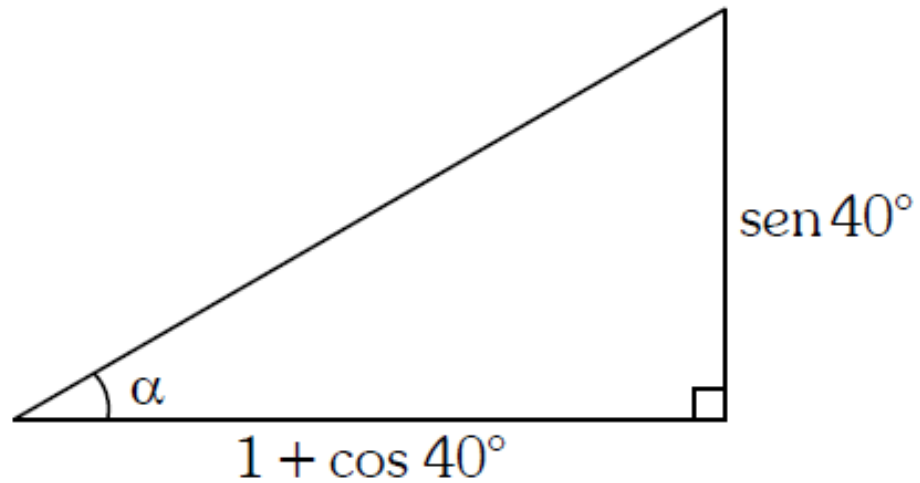
$\Rightarrow = \frac{\theta}{\theta}$

$$\therefore = \theta$$





8. Halle el valor de α :



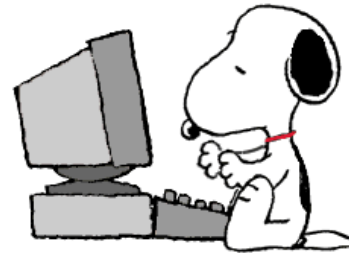
A) 10°

C) 30°

~~B) 20°~~

D) 40°

Recordar las



$=$

$2 = +$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

RESOLUCIÓN

Del gráfico: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$
+

$\rightarrow \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$
2

Reduciendo: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\rightarrow \alpha =$

$\therefore \alpha = 20^\circ$





9. Si $\alpha - \alpha = \sqrt{\quad}$

Calcule: $\cos 4\alpha$

A) $\frac{2}{5}$

B) $-\frac{2}{5}$

~~C) $-\frac{3}{5}$~~

D) $\frac{3}{5}$



Recordar las

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\alpha - \alpha = \sqrt{\quad}$

$\Rightarrow \alpha = \sqrt{\quad} \dots (*)$

Piden: $\alpha = \quad \alpha -$

Usando (*): $\alpha = \left(\sqrt{\quad} \right) -$

$\Rightarrow \alpha = \quad -$

$\therefore \alpha = \quad -$






10. Si $\theta = \frac{\pi}{6}$, reduzca:

$$\cos(2\theta) - \sin(2\theta)$$

A) -1

B) 1

C) $\frac{1}{2}$

 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Recordar las

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$$


$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\theta = \frac{\pi}{6} = \dots (*)$

Piden: $\cos(2\theta) - \sin(2\theta)$

 $\cos(2\theta) - \sin(2\theta)$

 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

Usando (*): $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

$$\therefore \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$