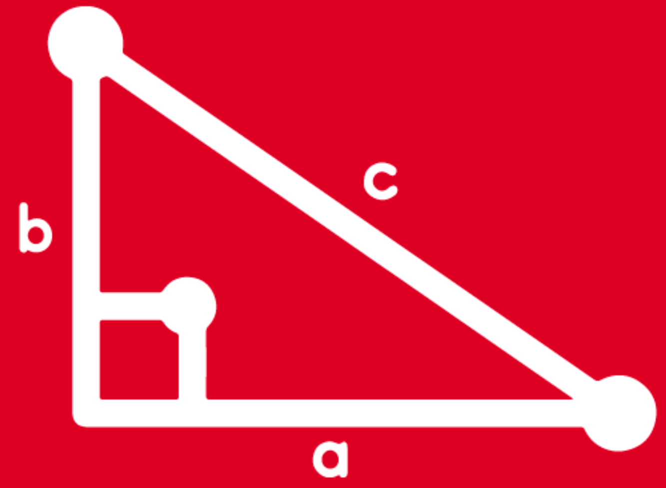
TRIGONOMETRY

Chapter 0

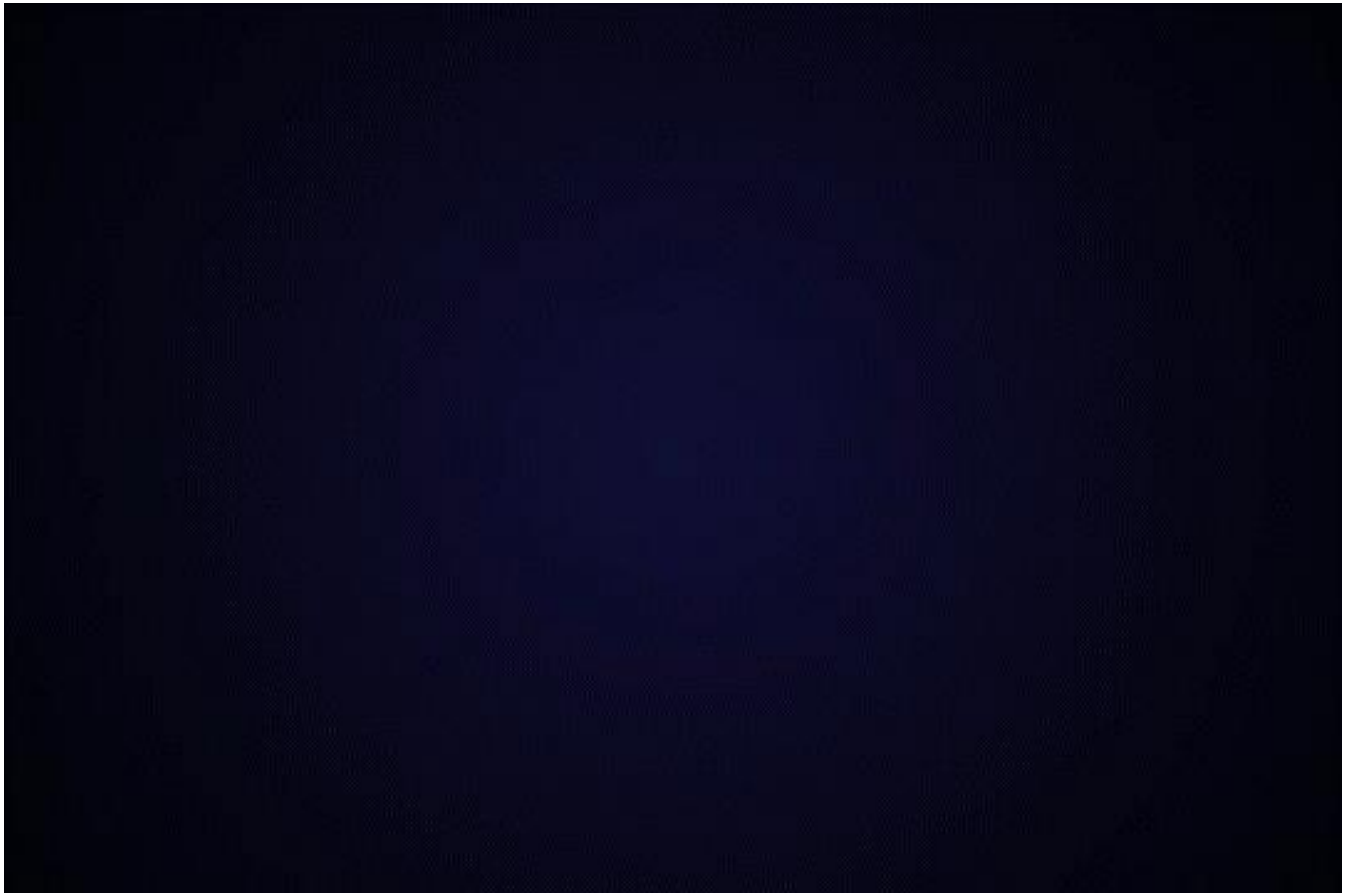


Verano 2021

SAN MARCOS

Introductorio

SACO OLIVEROS



INTRODUCTORIO – ÁNGULOS VERTICALES

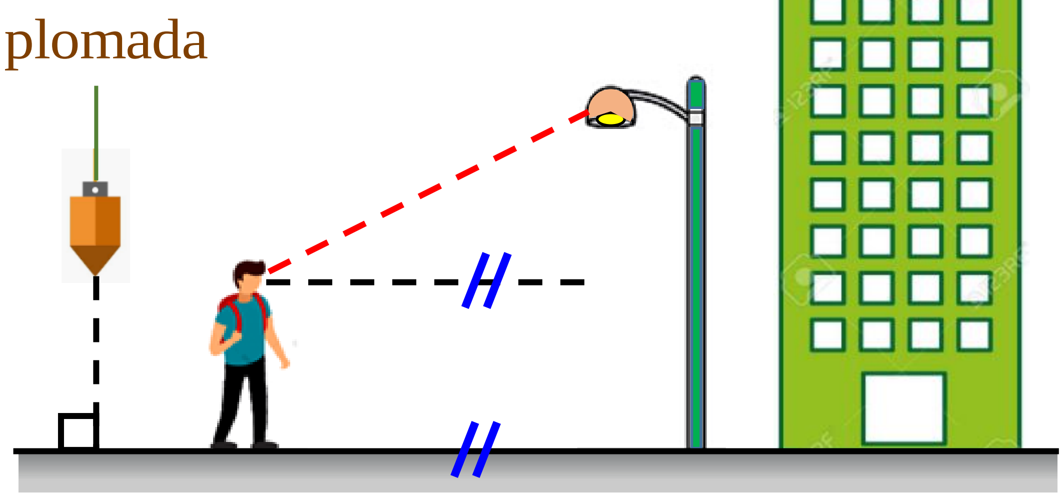
En nuestra vida diaria observamos objetos e indicamos sus posiciones utilizando referencias que nos permiten una mayor precisión al momento de ubicarnos; así es necesario conocer algunos términos que vamos a utilizar tales como :

Línea Vertical: Línea que coincide con la dirección que marca la plomada.

Plano Vertical: Es aquel plano que contiene a toda recta vertical.

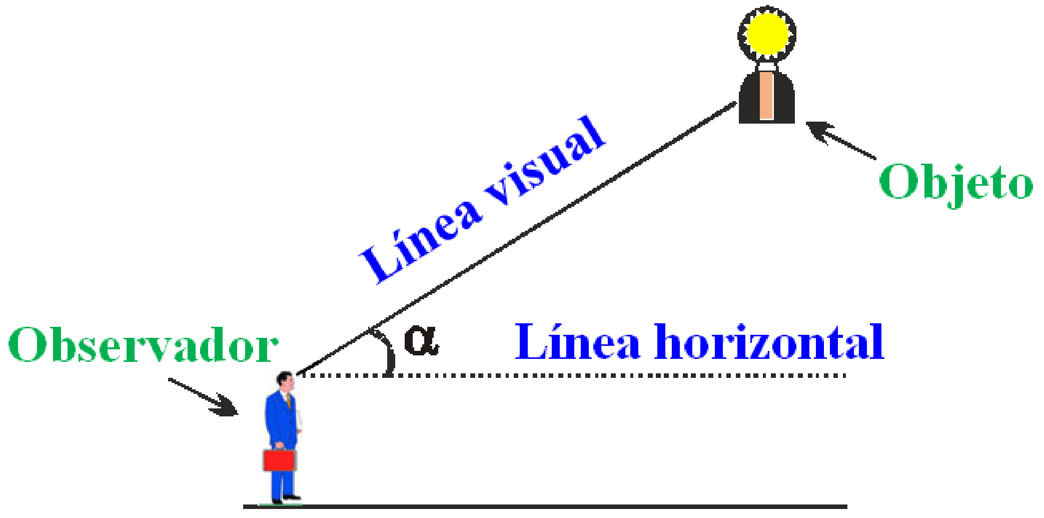
Línea Visual: Es aquella línea imaginaria que une el ojo del observador y el objeto.

Línea Horizontal: Línea contenida en el plano horizontal, la cual es paralela a la tierra.



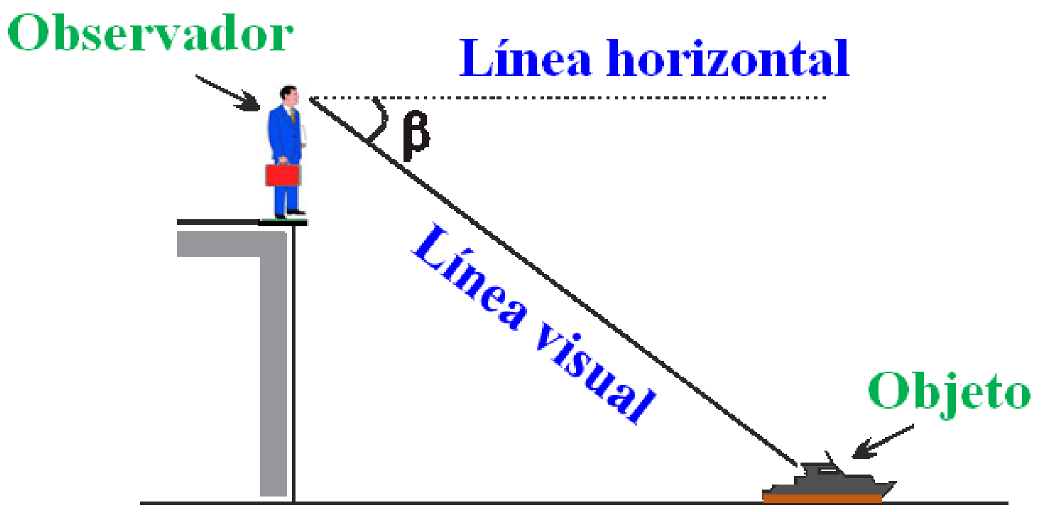
Los ángulos verticales se ubican en el plano vertical, que en la práctica son aquellos ángulos formados por la **Línea horizontal** y la **Línea visual**. Así tenemos :

1. Ángulo de Elevación:
Es aquel ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto observado se encuentra por encima de la línea horizontal.



α : Ángulo de elevación

2. Ángulo de Depresión:
Es aquel ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto observado se encuentra por debajo de la línea horizontal.



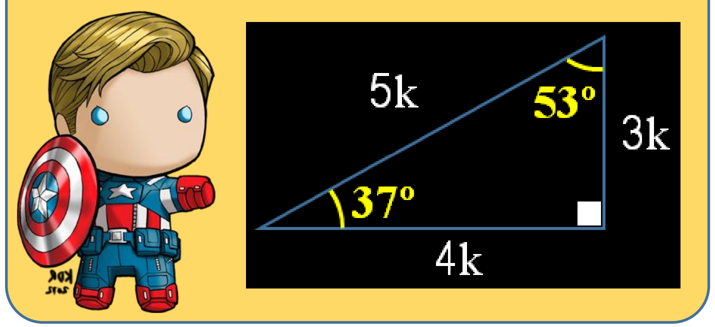
β : Ángulo de depresión

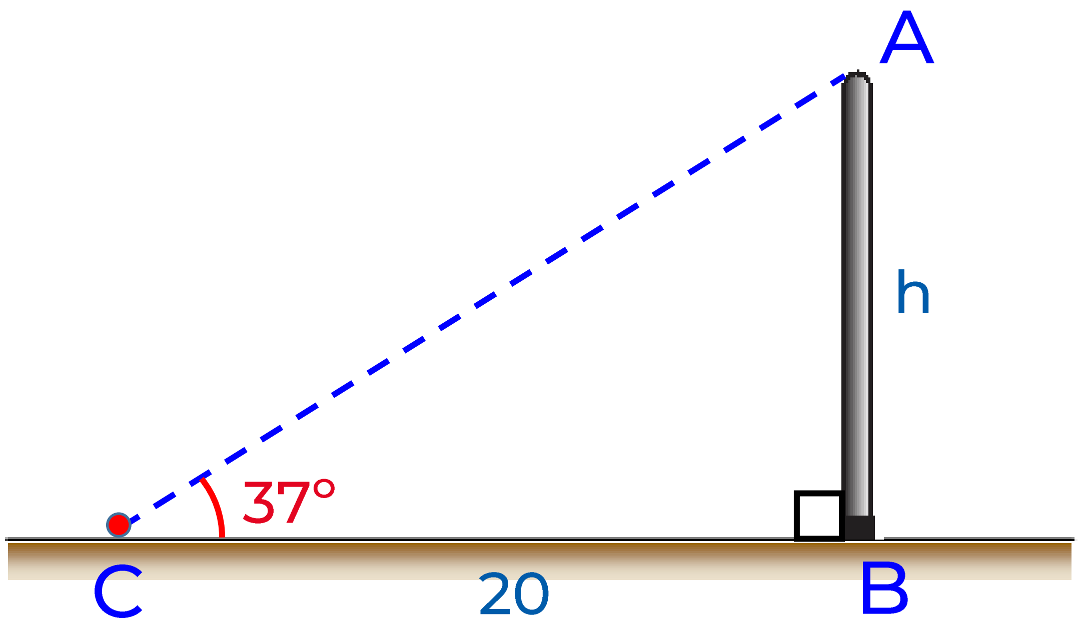
1. A 20 m del pie de un poste, la elevación angular para lo alto del mismo es de 37°.
¿Cuál es la altura del poste?

A) 15 m   B) 12 m
C) 20 m   D) 24 m

RESOLUCIÓN

Recordar:





* ◣ ABC (37° ; 53°):

$4k = 20 \Rightarrow k = 5$

Piden: $h = 3k = 3(5) \Rightarrow h = 15$

$\therefore$ Altura del poste = 15 m

2. Se tiene un edificio de 6 pisos cada uno de 2 m de altura. Desde la parte superior del edificio se observa un objeto en el suelo con un ángulo de depresión α de modo que $\tan\alpha = 3/2$. ¿Con qué ángulo de depresión se observaría el mismo objeto desde el quinto piso del edificio?

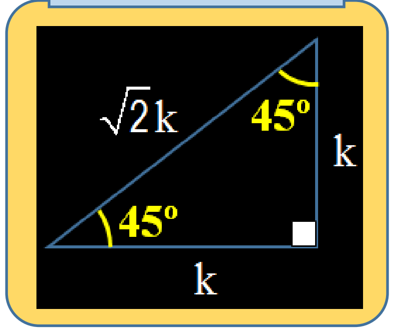
A) 37°
B) 45°
C) 53°
D) 74°

RESOLUCIÓN

Recordar:

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

Recordar:



Dato: $\tan\alpha = 3/2$

* ◣ABD :

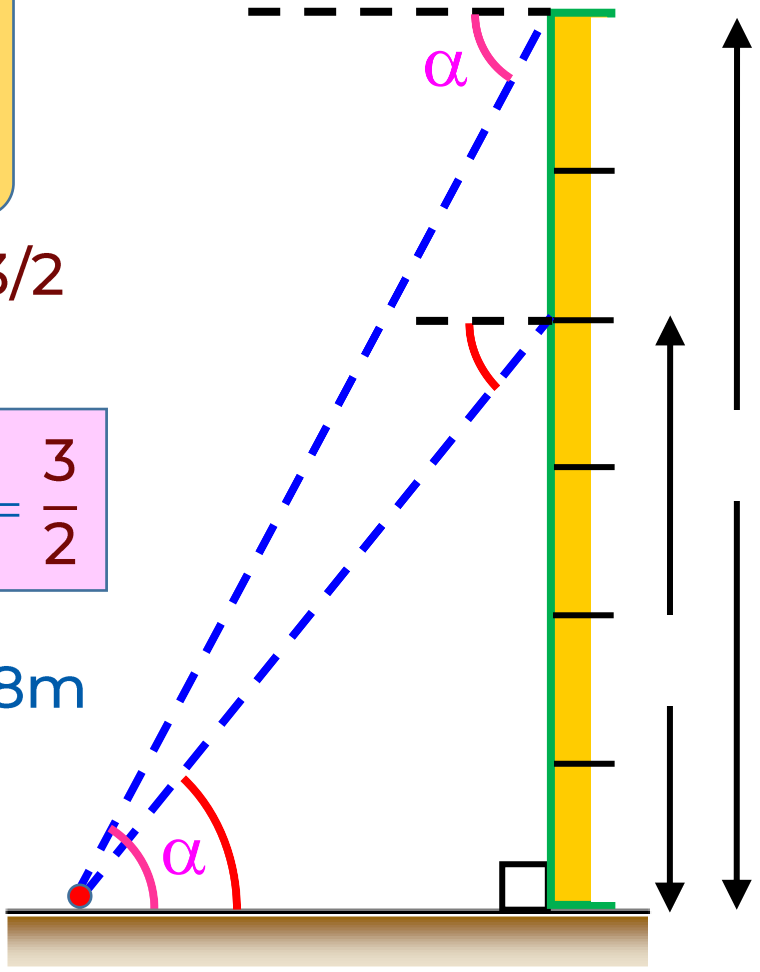
$$\tan\alpha = \frac{12m}{AB} = \frac{3}{2}$$

$AB = 8m$

* ◣ ABC :

$AB = BC$

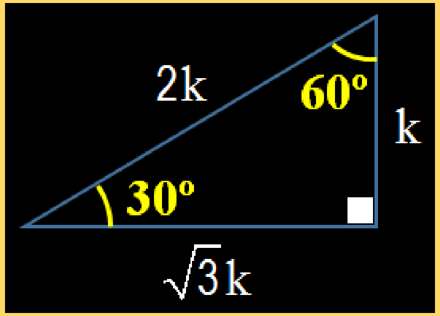
$$\boxed{\therefore\ x = 45°}$$



3. Una persona de 2 m de estatura observa la base de un poste de luz con un ángulo de depresión de 30° y la parte superior con un ángulo de elevación de 60°. Calcule la medida del poste.

A) 4 m B) 6 m
C) $4\sqrt{3}$ m D) 8 m

Recordar:



RESOLUCIÓN

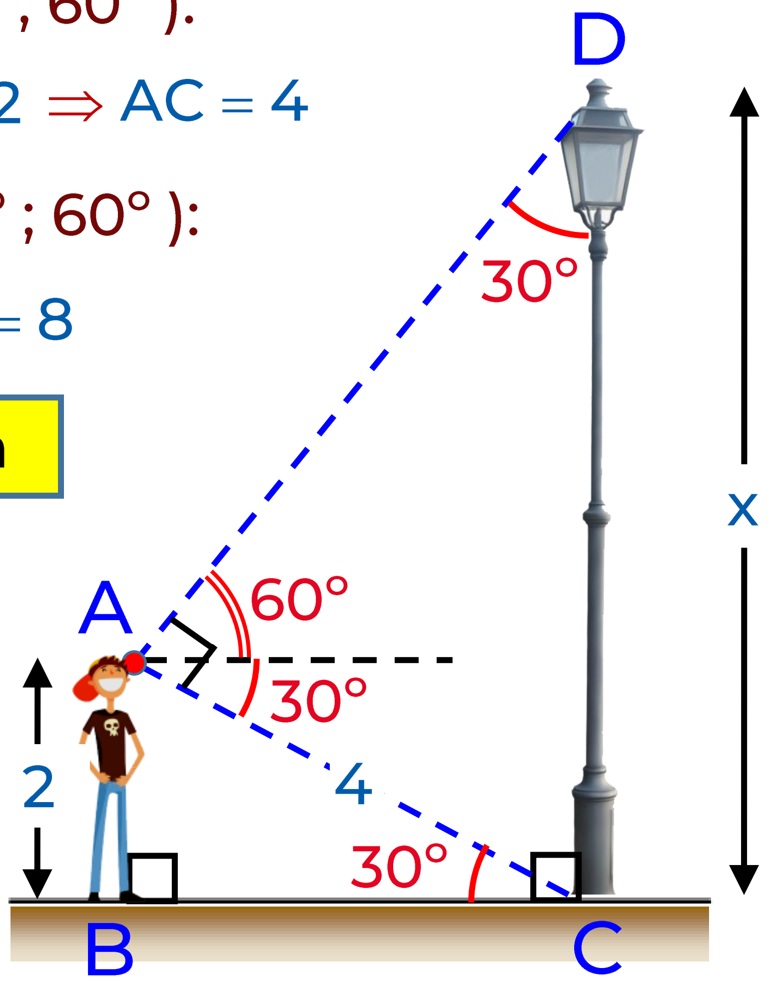
* ◣ ABC (30° ; 60°):

Dato: $AB = 2 \Rightarrow AC = 4$

* ◣ CAD (30° ; 60°):

$AC = 4 \Rightarrow x = 8$

$\therefore$ CD = 8 m



4. Desde un punto del suelo se observan la parte central y la parte superior de un edificio con ángulos de elevación α y $90° - \alpha$. Calcule cotα.

A) 1/2 B) $\sqrt{2}/2$

C) 1 D) $\sqrt{2}$

RESOLUCIÓN

Recordar:

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

* ◣ABC :

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} \quad \dots (1)$$

* ◣ABD :

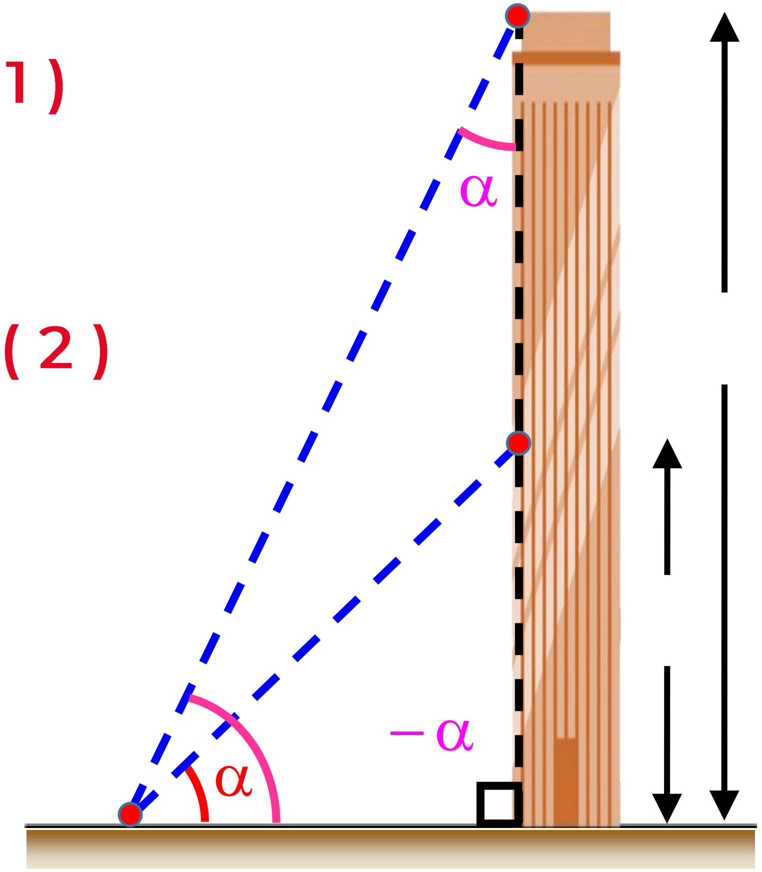
$$\cot\alpha = \frac{2a}{b} \quad \dots (2)$$

(1) x (2):

$$^{2}\alpha = \frac{}{} \times \frac{}{}$$

$$^{2}\alpha =$$

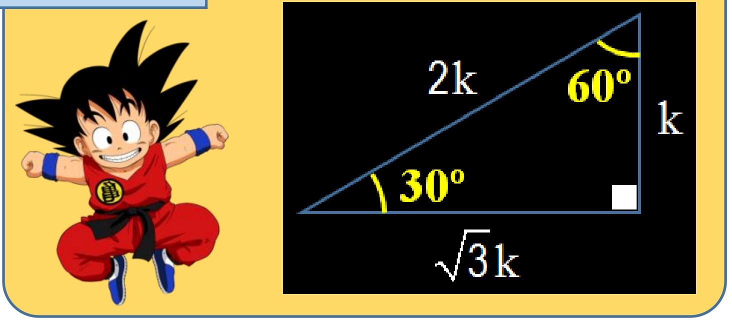
$$\therefore \cot\alpha = \sqrt{2}$$



5. Desde la base y la parte superior de una torre se observa la parte superior de un edificio con ángulos de elevación de 60° y 30° respectivamente, si la torre mide 24 m, entonces la altura del edificio es

A) 36 m B) $24\sqrt{3}$ m
C) 48 m D) 72 m

Recordar:



RESOLUCIÓN

* ◣ EDC (30° ; 60°):

Sea: CD = k

⇒ $= \sqrt{}$

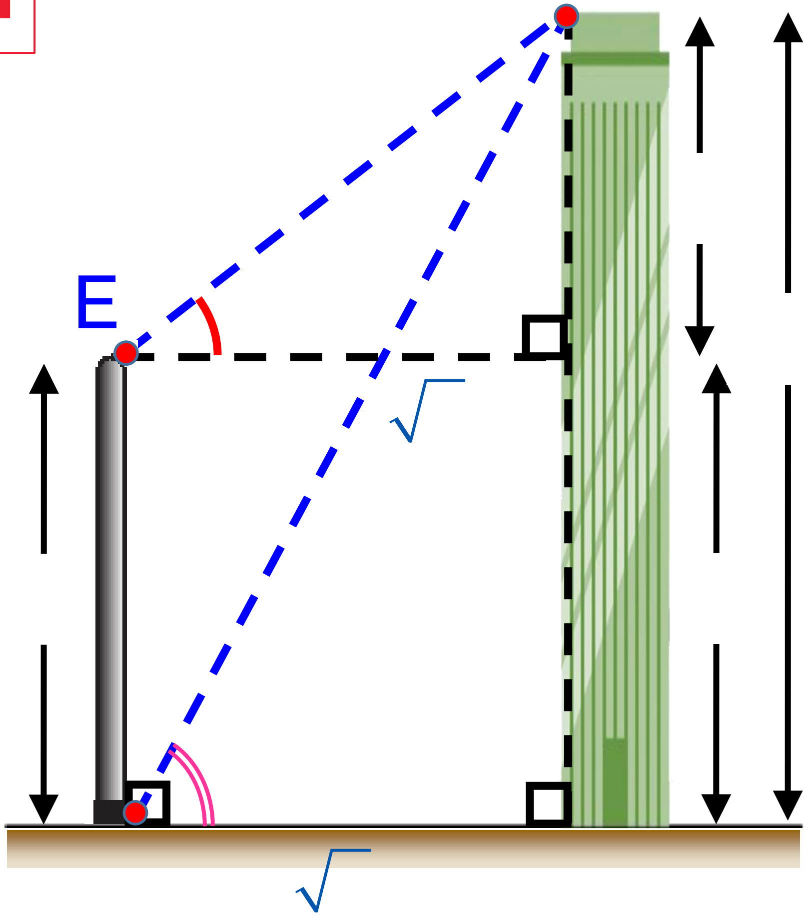
* ◣ ABD (30° ; 60°):

$= \sqrt{}$

⇒ =

Así: k = 12

Piden: BD = 3(12)



∴ BD = 36 m

6. Una persona ubicada a 36 m del pie de una torre observa su parte más alta con un ángulo de elevación cuya tangente es 7/12. Qué distancia en la misma dirección debe alejarse con respecto del punto anterior para que la tangente del nuevo ángulo de elevación sea 1/4.

A) 12 m B) 21 m
C) 36 m D) 48 m

RESOLUCIÓN

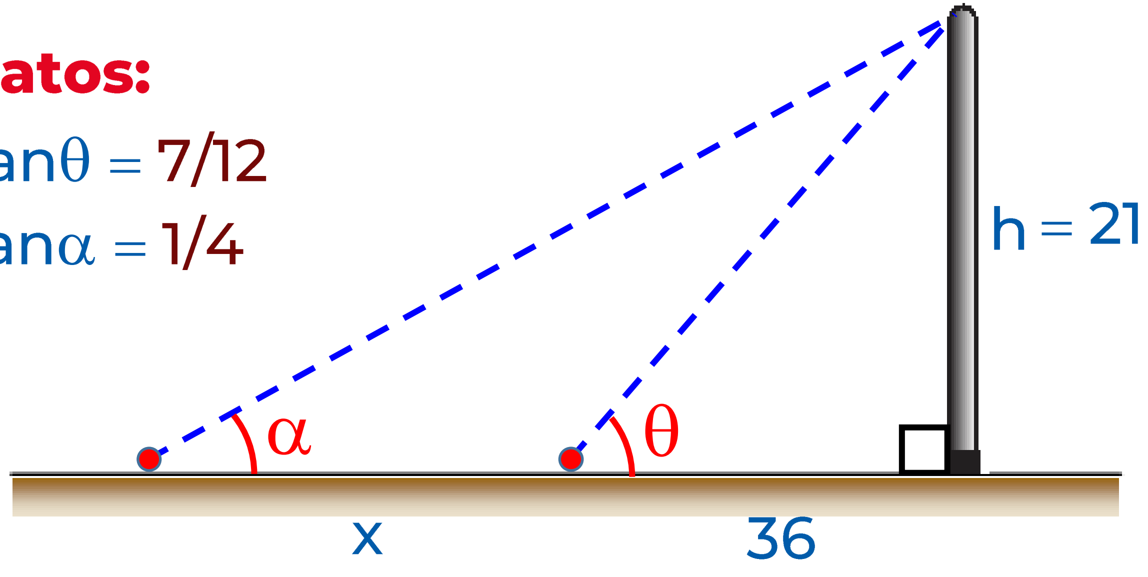
Recordar:

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

Datos:

$\tan\theta = 7/12$

$\tan\alpha = 1/4$



* ◣ ABC : $\tan\theta = \frac{h}{36} = \frac{7}{12}$ $h = 21$

* ◣ ABD : $\tan\alpha = \frac{21}{x+36} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 84 = x + 36$

$\therefore\ x = 48\text{ m}$

7. Desde el quinto piso de un edificio de nueve pisos de igual altura se observa en el suelo un objeto con un ángulo de depresión θ, y desde la parte superior del edificio se observa el mismo objeto con una depresión angular que es el complemento de θ. Calcule $\cot\theta$.

A) 1/2 B) 2/3 C) 3/4 D) 3/2

RESOLUCIÓN

Recordar:

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

* ◣ABC :

$$\cot\theta = \frac{m}{4p} \quad \dots (1)$$

* ◣ABD :

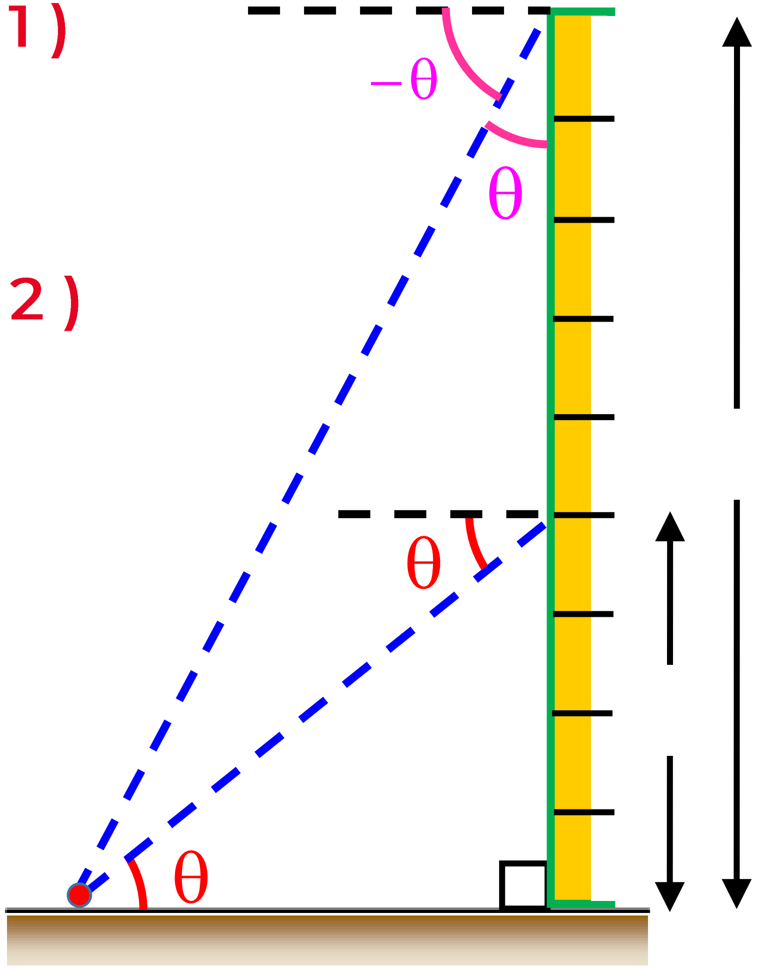
$$\cot\theta = \frac{9p}{m} \quad \dots (2)$$

(1) x (2):

$$^{2}\theta = \frac{\cancel{\ }}{\cancel{\ }} \times \frac{\cancel{\ }}{\cancel{\ }}$$

$$^{2}\theta = -$$

$\therefore \cot\theta = 3/2$



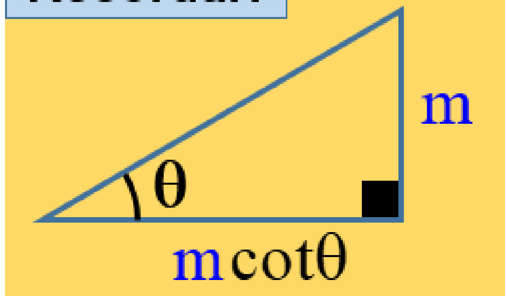
8. Una persona de 2 m de altura observa la parte superior de un poste con un ángulo de elevación θ, si la persona se acerca 45 m hacia el poste el nuevo ángulo de elevación es φ, si $\cot\theta - \cot\varphi = 3$; calcule la altura del poste.

A) 13 m B) 15 m

C) 17 m D) 19 m

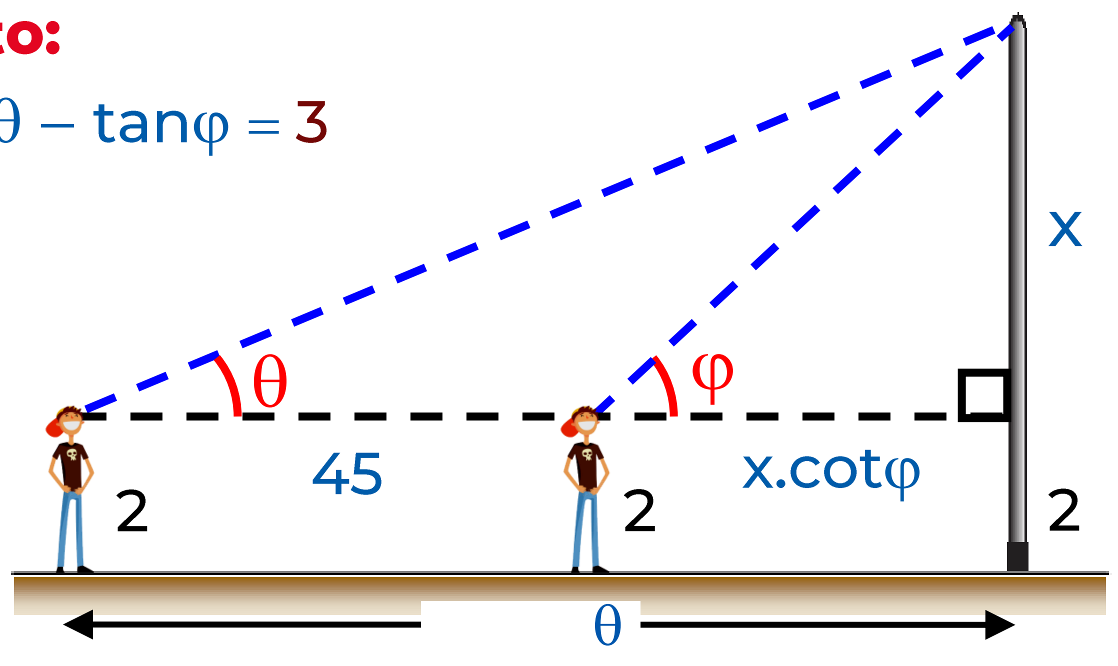
RESOLUCIÓN

Recordar:



Dato:

$\cot\theta - \tan\varphi = 3$



* $\blacktriangle ABC : BC = x.\cot\varphi$

* $\blacktriangle ABD : BD = x.\cot\theta$

Se cumple: $\theta = \quad \varphi +$

$\Rightarrow \underbrace{\theta - \quad \varphi}_{3} = \quad \Rightarrow \quad =$

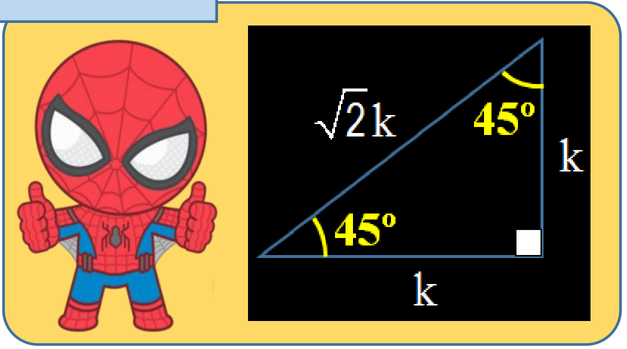
$\therefore$ Altura del poste $= 17\,m$

9. Un mono observa la parte superior de un árbol con un ángulo de elevación θ. Si el mono camina 12 m hacia el árbol el nuevo ángulo de elevación es de 45° y acercándose 4 m más el ángulo de elevación es el complemento de θ. Calcule la altura del árbol.

A) 4 m B) 6 m

C) 8 m D) 9 m

Recordar:



RESOLUCIÓN

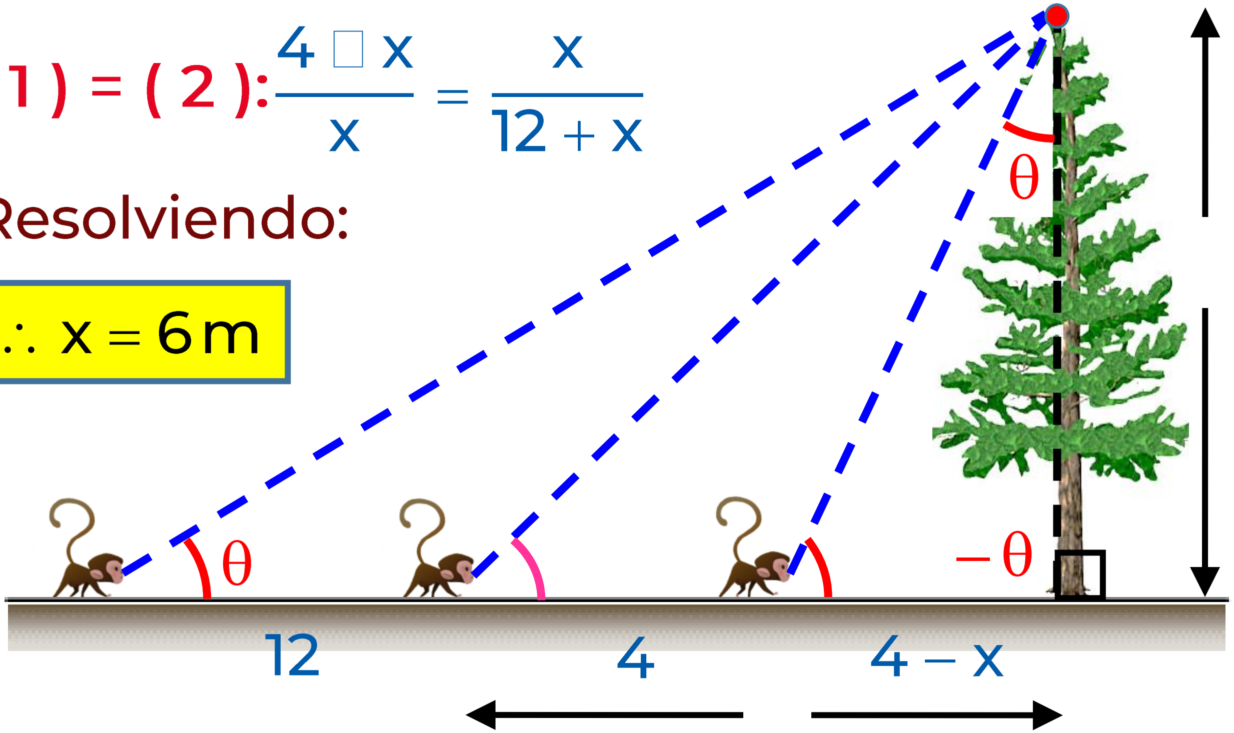
* ◣ABC : $\tan\theta = \dfrac{4 \square x}{x}$ ... (1)

* ◣ABE : $\tan\theta = \dfrac{x}{12 + x}$ ... (2)

(1) = (2): $\dfrac{4 \square x}{x} = \dfrac{x}{12 + x}$

Resolviendo:

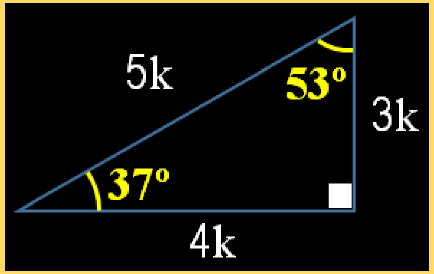
$\therefore\ x = 6\,m$



10. Una antena de radio está sobre la azotea de un edificio. Desde un punto a 12 m de distancia de la base del edificio, los ángulos de elevación de la punta de la antena y de la parte superior del edificio son 53° y 37° respectivamente, calcule la altura de la antena.

A) 6 m
B) 7 m
C) 8 m
D) 9 m

Recordar:



RESOLUCIÓN

* ◣ ABC (37° ; 53°):

$4k = 12 \Rightarrow k = 3$

Así: $BC = 3k$

$\boxed{BC = 9}$

* ◣ ABD (37° ; 53°):

$3k = 12 \Rightarrow k = 4$

Así: $BD = 4k$

$\boxed{BD = 16}$

$\boxed{\therefore\ x = 7\,m}$