MATHEMATICAL REASONING

Chapter III

5th
PRE

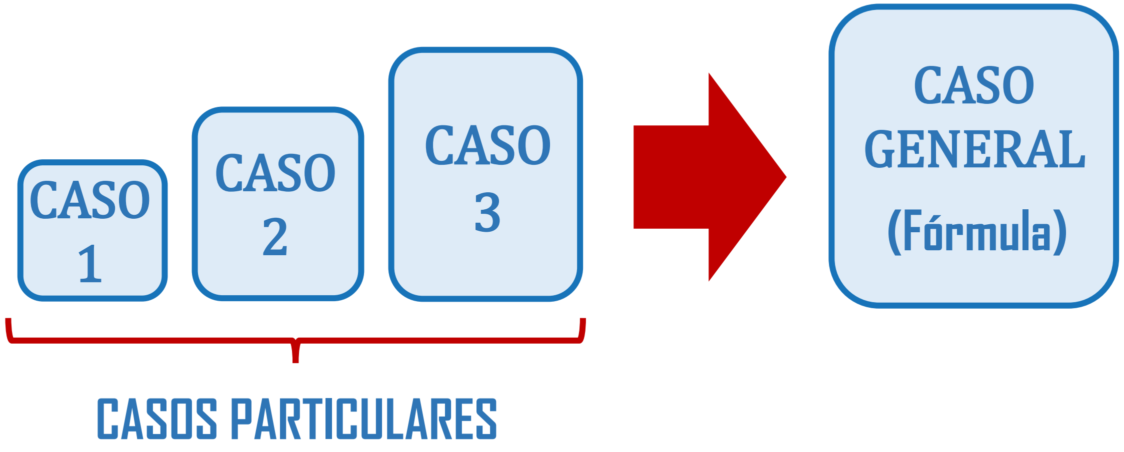
ALGORITMIA

SENSORIAL

SACO OLIVEROS

RAZONAMIENTO INDUCTIVO

Se refiere al tipo de razonamiento que inicia de situaciones particulares (de menor a mayor complejidad) y se obtiene una conclusión, una veracidad el de tipo probable.



Ejemplo 1

Calcula el resultado de la siguiente expresión

$$M = \sqrt{98 \times 99 \times 100 \times 101 + 1}$$

Resolución

CASO 1: $M_1 = \sqrt{1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1} = 5 \quad = 1 \times 4 + 1$

CASO 2: $M_2 = \sqrt{2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1} = 11 = 2 \times 5 + 1$

CASO 3: $M_3 = \sqrt{3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1} = 19 = 3 \times 6 + 1$

$$\therefore\ M = \sqrt{98 \times 99 \times 100 \times 101 + 1} = 98 \times 101 + 1 = 9899$$

Ejemplo 2

Determine la suma de todos los números hasta la fila 20 en el siguiente arreglo numérico.

$$
\begin{array}{lc}
F_1 \longrightarrow & 2 \\
F_2 \longrightarrow & 6 \quad 6 \\
F_3 \longrightarrow & 10 \quad 4 \quad 10 \\
F_4 \longrightarrow & 14 \quad 4 \quad 4 \quad 14 \\
F_5 \longrightarrow & 18 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 18 \\
\vdots & / \qquad\qquad\qquad\qquad \backslash
\end{array}
$$

Resolución Piden la suma de todos los números hasta la fila 20.

CASO 1:

$F_1 \rightarrow$ 2
$F_2 \rightarrow$ 6 6

$S_{\text{hasta fila } 2} = 14 = 12 + 2 = 6(\mathbf{1} \times \mathbf{2}) + 2$

CASO 2:

$F_1 \rightarrow$ 2
$F_2 \rightarrow$ 6 6
$F_3 \rightarrow$ 10 4 10

$S_{\text{hasta fila } 3} = 38 = 36 + 2 = 6(\mathbf{2} \times \mathbf{3}) + 2$

CASO 3:

$F_1 \rightarrow$ 2
$F_2 \rightarrow$ 6 6
$F_3 \rightarrow$ 10 4 10
$F_4 \rightarrow$ 14 4 4 14

$S_{\text{hasta fila } 4} = 74 = 72 + 2 = 6(\mathbf{3} \times \mathbf{4}) + 2$

$\therefore S_{\text{hasta fila } 20} = 6(\mathbf{19} \times \mathbf{20}) + 2 = 2282$

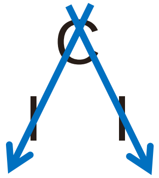
CONTEO DE PALABRAS

¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra CIELO en el siguiente arreglo, si se debe unir letras vecinas?

C
I I
E E E
L L L L
O O O O O

CONTEO DE PALABRAS

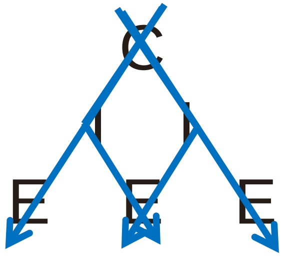
Se quiere leer $\underbrace{\text{CIELO}}_{\text{5 letras}}$



2 letras

$\overbrace{\text{CI}}$ $\xrightarrow{-1}$

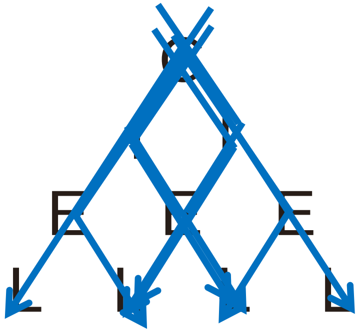
$2 = 2^1$



3 letras

$\overbrace{\text{CIE}}$ $\xrightarrow{-1}$

$4 = 2^2$



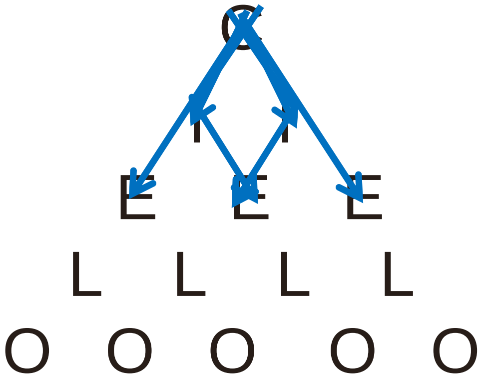
4 letras

$\overbrace{\text{CIEL}}$ $\xrightarrow{-1}$

$8 = 2^3$

Nº de maneras diferentes $= 2^{5-1} = 16$

OTRA FORMA:



1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 + 4 + 6 + 4 + 1

$= 16$

CRITERIO DEL TRIÁNGULO DE PASCAL

1

En el siguiente arreglo:

1

2 3 4

3 4 5 6 7

4 5 6 7 8 9 10

¿Qué número termina la fila que comienza con el número 77?

A) 235. B) 223. C) 230. D) 229.

Resolución

+3 $= 3(1) - 2$

+3 $= 3(2) - 2$

+3 $= 3(3) - 2$

$= 3(4) - 2$

$\vdots$

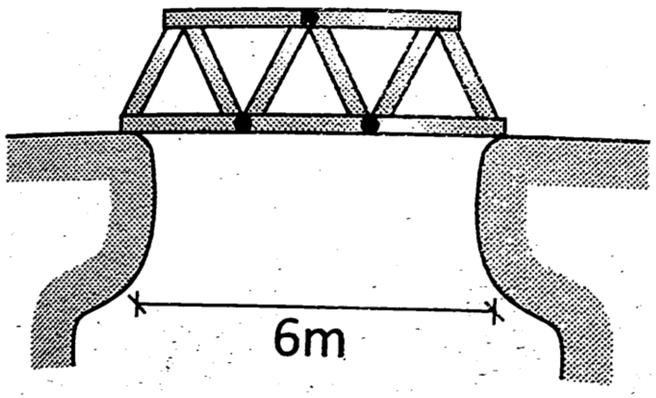
77 …………………… $x = 3(77) - 2$

$x = 229$

RESPUESTA: 229

2

Se observa en la figura un puente de perfil donde se pueden contar 11 barras soldadas de 2 metros cada una.

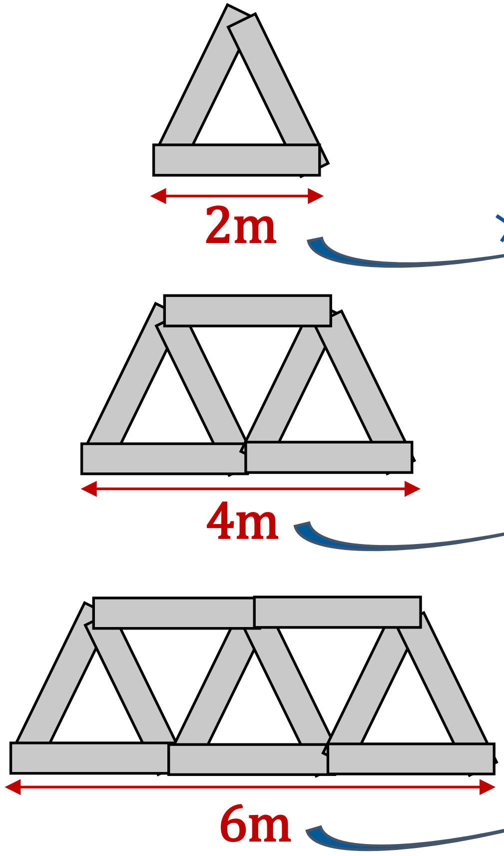


¿Cuántas barras se necesitarán para construir el perfil de un puente de 60 m de longitud?

A) 10　　B) 20　　C) 60　　D) 119

2

Resolución Piden el total de barras en un puente de 60m.



$$3 = 4 - 1$$

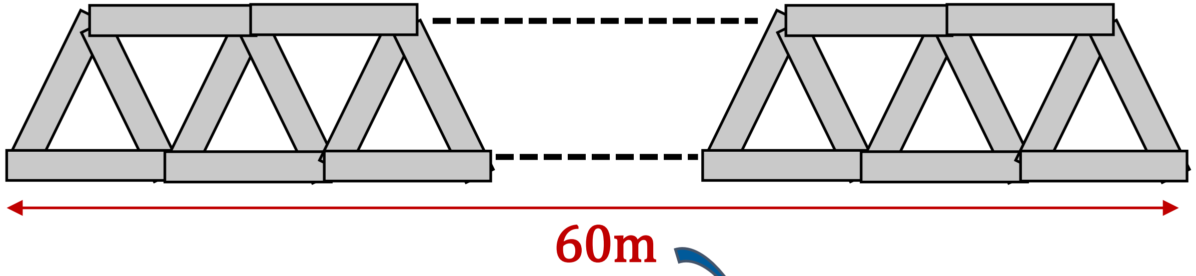
$\times 2$

$$7 = 8 - 1$$

$\times 2$

$$11 = 12 - 1$$

$\times 2$



$\times 2$

N° de barras = $120 - 1$

RESPUESTA: 119

3

Calcule la suma de cifras del resultado de A.

$$A = (\underbrace{333...33}_{21\ \text{cifras}})^2 + (\underbrace{999...99}_{21\ \text{cifras}})^2$$

A) 180 B) 189 C) 171 D) 216

3

Resolución

$$A = (\underbrace{333\ldots333}_{21\ cifras})^2 + (\underbrace{999\ldots999}_{21\ cifras})^2 \rightarrow S_{cifras} = ?$$

CASO 1: $A_1 = (\underbrace{3}_{1\ cif})^2 + (\underbrace{9}_{1\ cif})^2 = 90 \rightarrow S_{cifras} = 9 = 9(1)$

CASO 2: $A_2 = (\underbrace{33}_{2\ cif})^2 + (\underbrace{99}_{2\ cif})^2 = 10890 \rightarrow S_{cifras} = 18 = 9(2)$

CASO 3: $A_3 = (\underbrace{333}_{3\ cif})^2 + (\underbrace{999}_{3\ cif})^2 = 1108890 \rightarrow S_{cifras} = 27 = 9(3)$

$$A = (\underbrace{333\ldots333}_{21\ cifras})^2 + (\underbrace{999\ldots999}_{21\ cifras})^2 \rightarrow S_{cifras} = 9(21) = 189$$

RESPUESTA: 189

4

¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra TULA siguiendo letras vecinas cada vez?

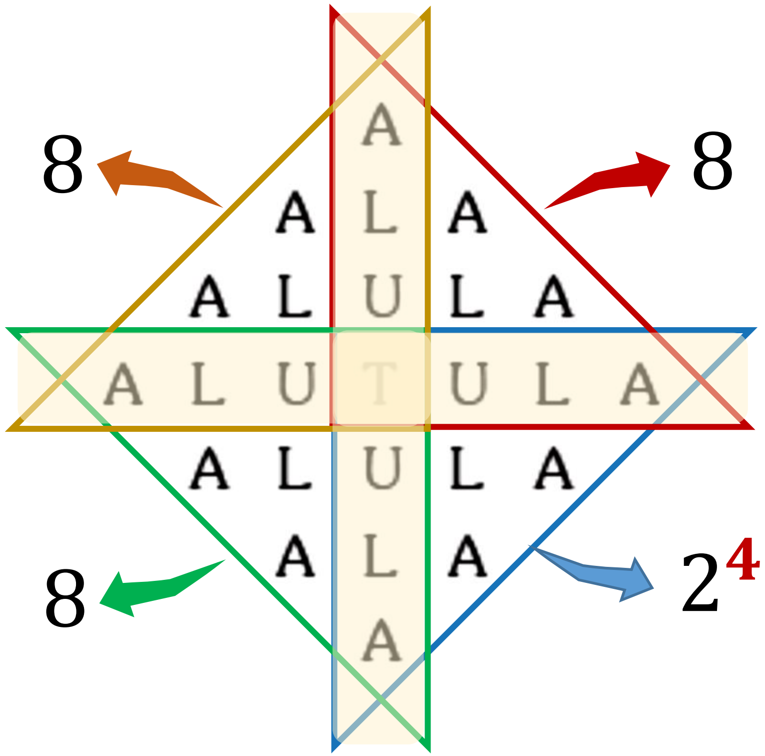
```
      A
    A L A
  A L U L A
A L U T U L A
  A L U L A
    A L A
      A
```

A) 42 B) 28 C) 32 D) 36

4

Resolución

Piden N° de maneras diferentes de leer $\underbrace{\text{TULA}}_{\text{4 Letras}}$.



$2^{4-1} = 8$

N° de maneras diferentes $= 4(8) - \overset{\text{Repetidas}}{4}$

N° de maneras diferentes = 28

RESPUESTA: 28

5

¿De cuántas formas diferentes se puede leer la palabra CARROS uniendo letras vecinas?

C

A A

R R R

O O O O

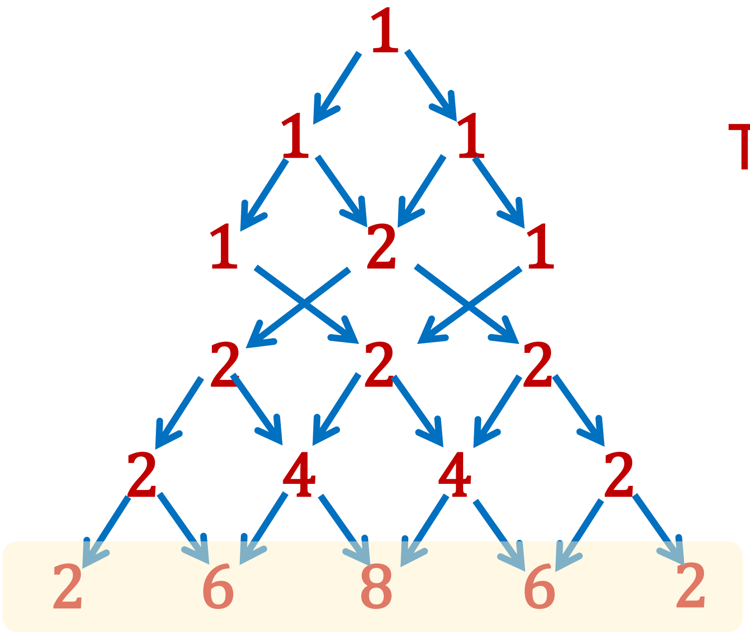
S S S S S

A) 16 B) 24 C) 36 D) 48

5

Resolución Piden N° de formas diferentes de leer CARROS.

C
A A
R R R
O O O O
S S S S S



CRITERIO DEL TRIÁNGULO DE PASCAL

N° de maneras diferentes = $2(2+6)+8=24$

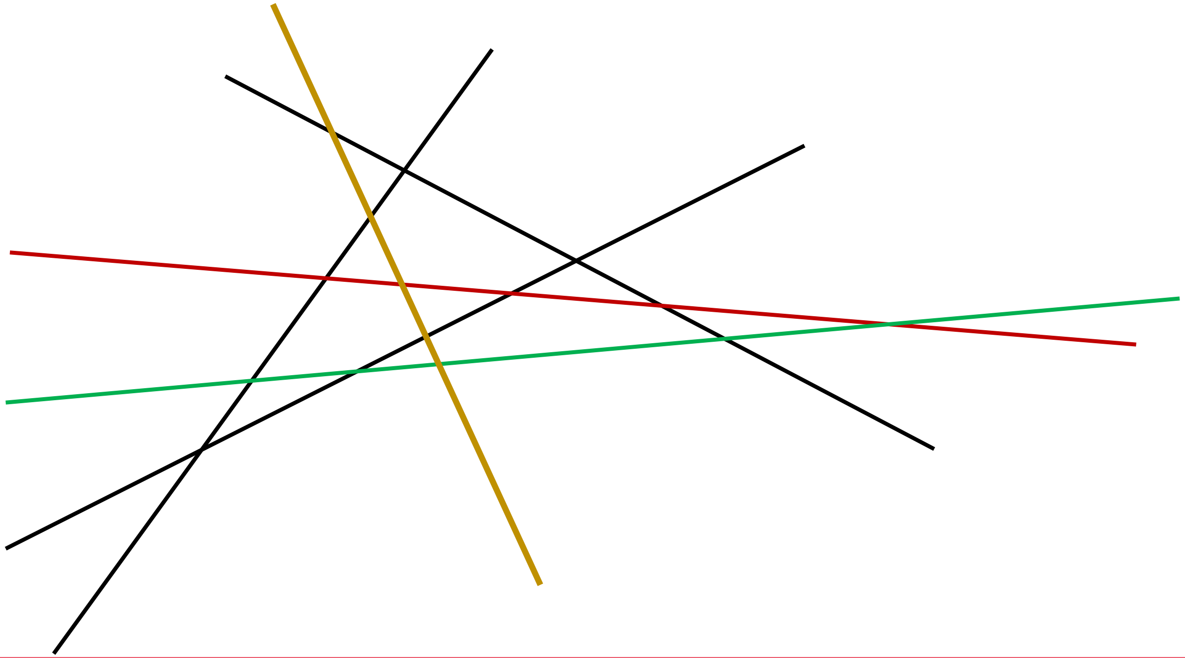
RESPUESTA: 24

6

Con tres rectas en el plano, el número máximo de triángulos que se puede formar es uno. Determine el máximo número de triángulos que se puede determinar con 10 rectas coplanares.

A) 35 B) 55 C) 45 D) 120

Piden N° máximo de triángulos con 10 rectas.



Resolución

N° de Rectas	N° de Triángulos	
3	1	
4	4	+3
5	10	+6
6	20	+10
7	35	+15
8	56	+21
9	84	+28
10	120	+36

RESPUESTA: 120

7

Analice la siguiente secuencia hasta que la suma de los números superior derecha e inferior izquierda sea 145. ¿Cuántos casilleros por lado tendrá esta última figura?

1

;

1	3
2	4

;

1	4	7
2	5	8
3	6	9

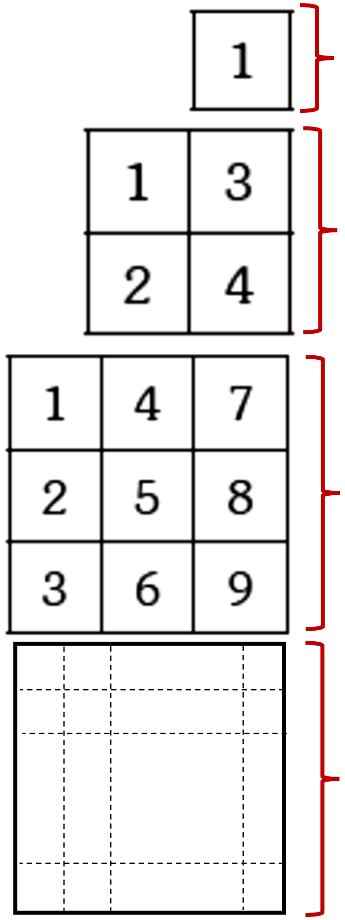
;...

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13

Resolución

Dato:

La suma de los números superior derecha e inferior izquierda sea 145.

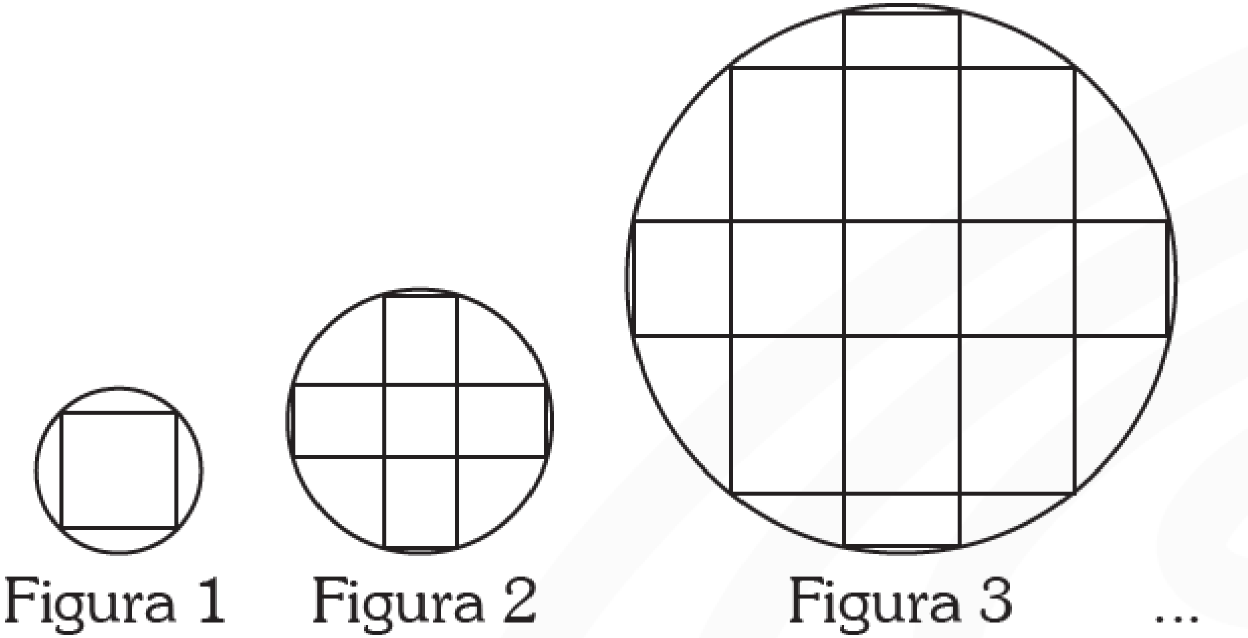


	Superior Derecha	Inferior Izquierda	SUMA
1	1	1	$2 = 1^2 + 1$
2	3	2	$5 = 2^2 + 1$
3	7	3	$10 = 3^2 + 1$
12			$145 = 12^2 + 1$

RESPUESTA: 12

8

¿Cuántos cuadriláteros de una región simple se pueden contar en total en la figura 30?



A) 1741 B) 1701 C) 900 D) 1800

8

Resolución Piden el total de cuadriláteros simples en la figura 30.

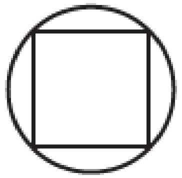


Figura 1

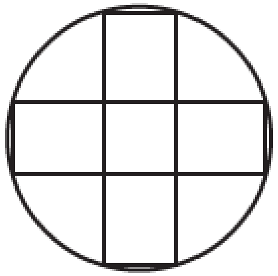


Figura 2

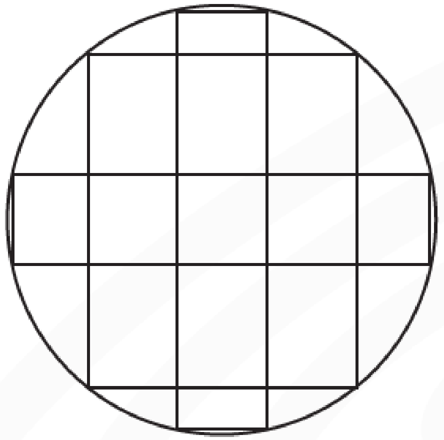


Figura 3 ... ---- **Figura 30**

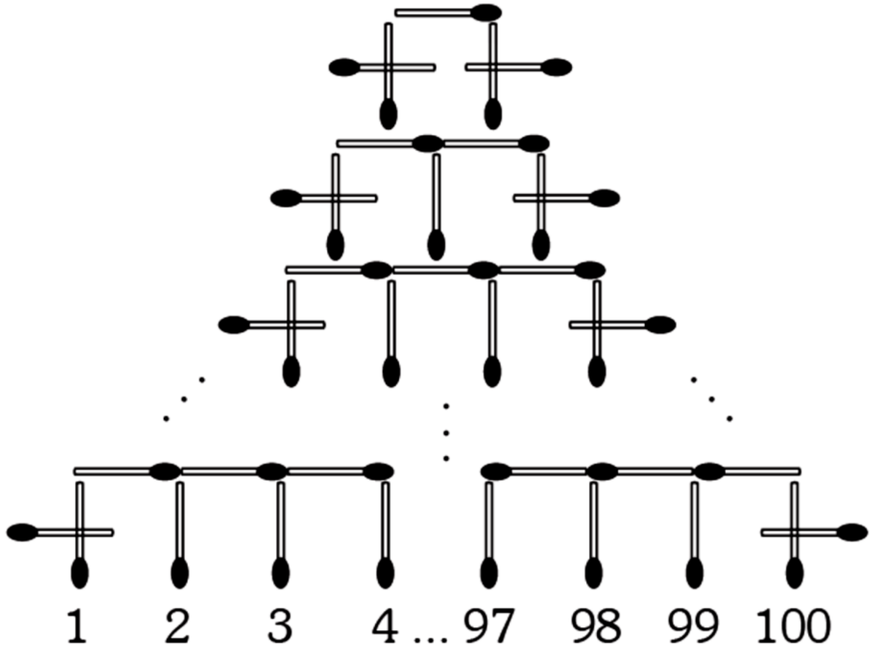
Nº DE CUADRILATEROS SIMPLES

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 30
Nº DE CUADRILATEROS SIMPLES	**1** $= 0^2 + 1^2$	**5** $= 1^2 + 2^2$	**13** $= 2^2 + 3^2$	$= 29^2 + 30^2$

RESPUESTA: 1741

9

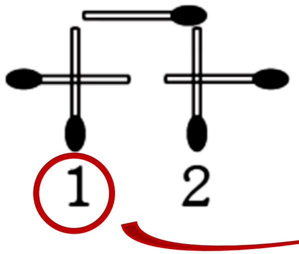
¿Cuántos cerillos conforman la siguiente figura?



A) 1010 B) 5000 C) 10027 D) 10197

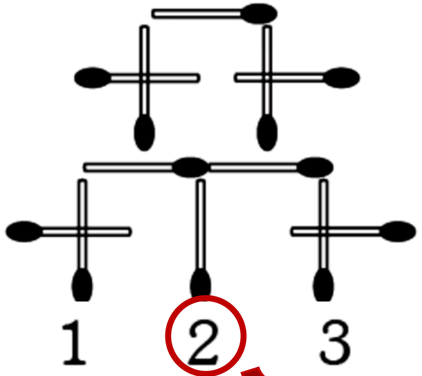
9

Resolución Piden la cantidad de cerillos.



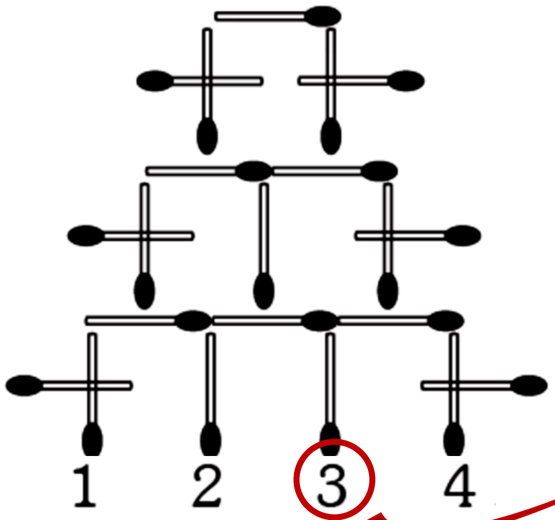
$5 = 1 \times 5$

+4



$12 = 2 \times 6$

+4



$21 = 3 \times 7$

+4

Luego:

1 2 3 4 ... 97 98 99 100

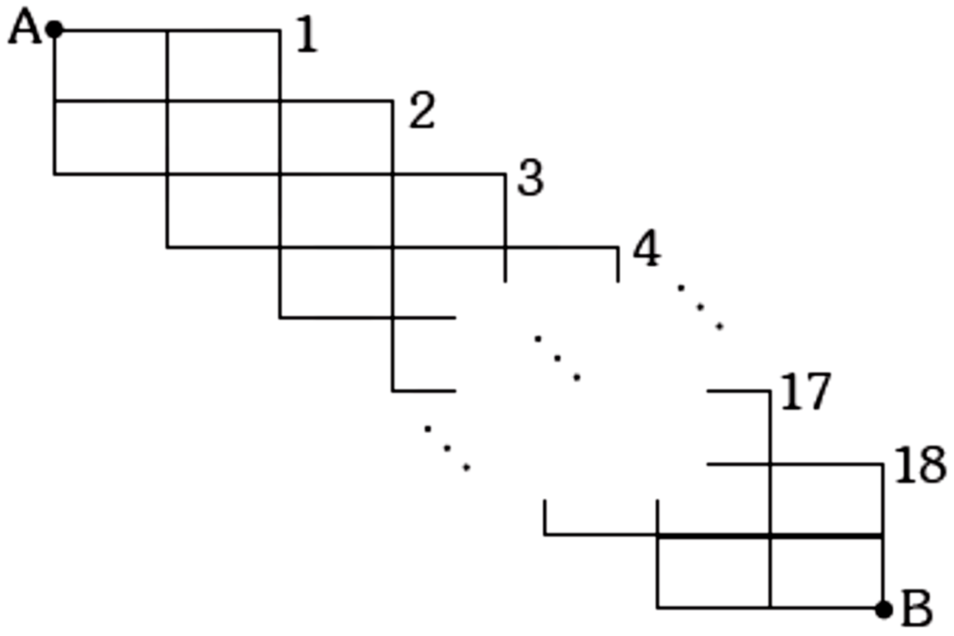
+4

Cantidad de cerillos $= 99 \times 103$

RESPUESTA: 10197

10

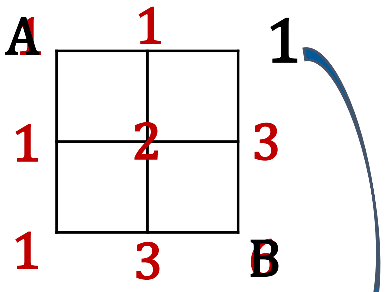
El número de rutas distintas que nos llevan desde A hacia B, sin retroceder ni pasar dos veces por el mismo camino, es un número de la forma $a \cdot b^{b}, (a > 1, b > 1)$, halle el valor de $(a+b)^2$.



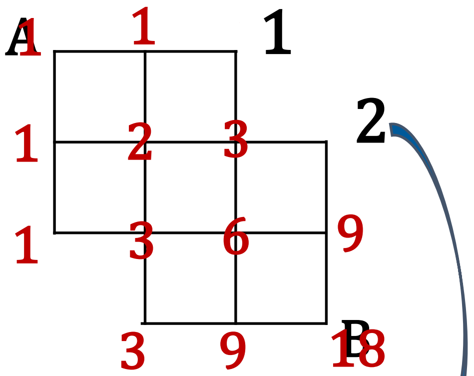
A) 196 B) 100 C) 121 D) 144

10

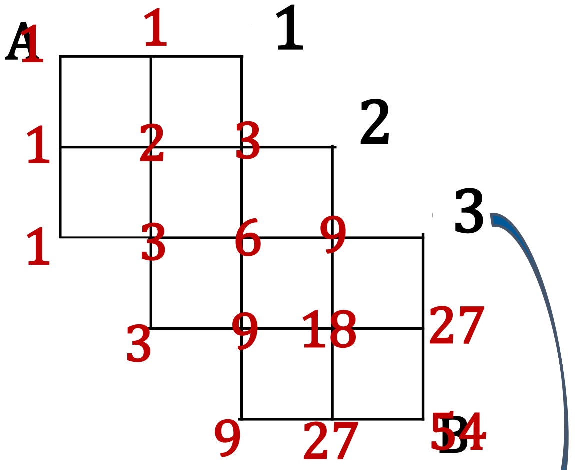
Resolución Dato: Número de rutas distintas es $a \cdot b^b, (a > 1, b > 1)$.



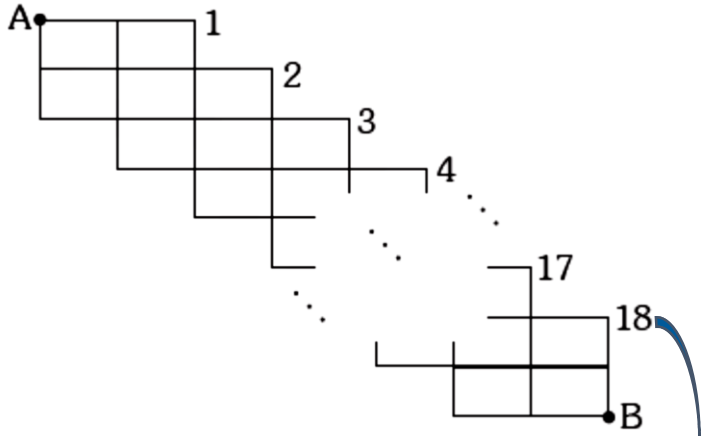
$$6 = 2(3^{1})$$



$$18 = 2(3^{2})$$



$$54 = 2(3^{3})$$



$$a \cdot b^b = 2(3^{18})$$

$$\rightarrow \quad a \cdot b^b = 2(3^2)^9 = 2(9)^9$$

$$\rightarrow \quad a = 2; \quad b = 9 \qquad \rightarrow \quad (a+b)^2 = 121$$

RESPUESTA: 121