



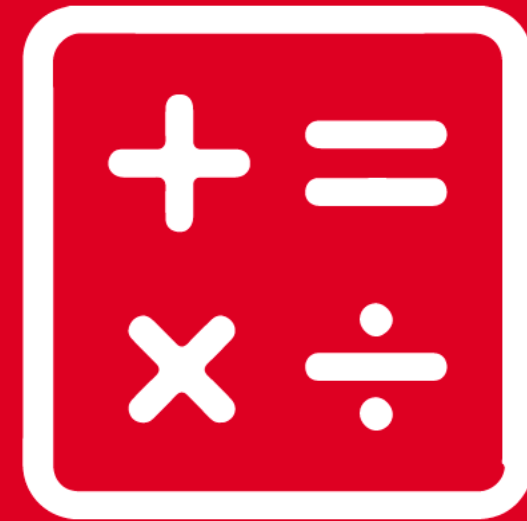
MATHEMATICAL REASONING

Chapter 2

VERA

**SAN
NO
MARCOS**

JUEGOS LOGICOS II



 **SACO OLIVEROS**

¡HAZLO TÚ!

Complete el siguiente cuadrado mágico multiplicativo con números naturales. ¿Cuál es el valor de y que satisface dicha distribución? .

36		y
1		
	9	

HELICO | MOTIVATION



Resolución:

36	a	y
1	$4y$	
	9	

Por definición:

$$\cancel{a} \times b \times 9 = 36 \times \cancel{a} \times y$$

$$9b = 36y \rightarrow b = 4y$$

$$\text{Luego: } 4y \times y = 36 \times 1$$

$$\therefore \underline{\underline{y = 3}}$$

CUADRADO MÁGICO

ADITIVO



Un **cuadrado mágico aditivo** es una disposición de números naturales en una cuadrícula cuadrada, en filas y columnas completas, de manera que la suma de los números que componen cada fila, cada columna o cada diagonal es la misma constante. Dicha suma es llamada **CONSTANTE MÁGICA**

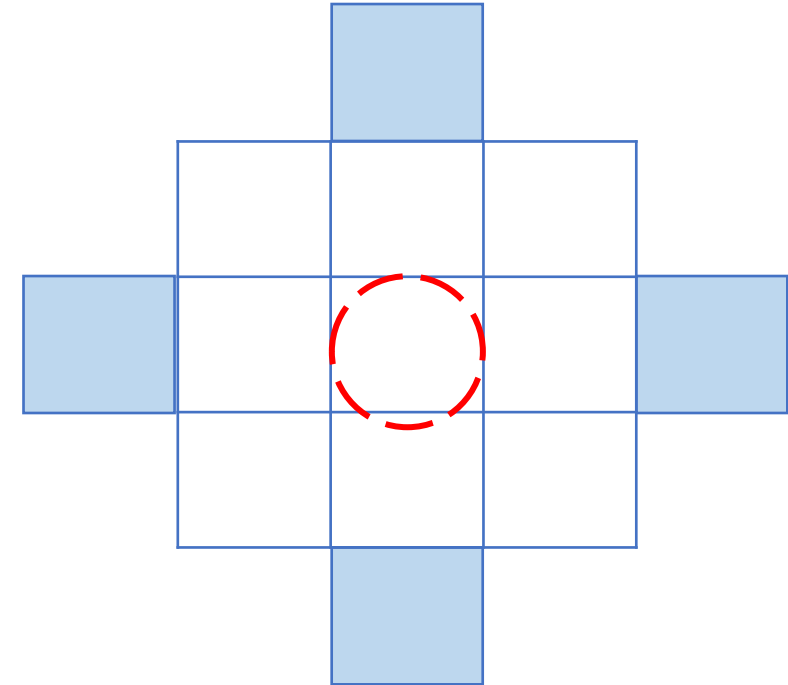
A) DE 3 POR 3

TIPO 1

Si te brindan todos los números que se van a ubicar. Usualmente estos son consecutivos.

Ubicar los números del 1 al 9 sin repetir para obtener un cuadrado mágico.

Utilizando el método de Bachet



1 2 3 4 5 6 7 8 9

Constante mágica = 15



CUADRADO MÁGICO

ADITIVO

A) DE 3 POR 3

TIPO 2

Si te brindan solo algunos de los números que se van a ubicar. Podemos completar los demás números razonando o utilizando las distintas propiedades.

a	Tc	b

	y	
x		
		z

PROPIEDADES

Suma constante = $Tc \times 3$

$$a + b = 2 \times Tc$$

$$Tc_{Cuadrado} = Tc_{Sucesión} \\ \text{Mágico}$$

$$x + y = 2(z)$$



CUADRADO MÁGICO

ADITIVO

A) DE 4 POR 4

TIPO 1

Ubicar los 16 primeros números enteros positivos sin repetir, de modo que se forme un cuadrado mágico.

Paso 1
Ubicamos ordenadamente

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Paso 2
Intercambiamos convenientemente

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

→ 34

↓ 34

Constante mágica: $\frac{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 16}{4} \rightarrow \frac{136}{4} = 34$

CUADRADO MÁGICO

MULTIPLICATIVO



Un cuadrado mágico multiplicativo es una disposición de números naturales en una cuadrícula cuadrada, en filas y columnas completas, de manera que EL PRODUCTO de los números que componen cada fila, cada columna o cada diagonal es la misma constante. Dicho producto es llamada CONSTANTE MÁGICA

PROPIEDADES:

a	m	b
p	Tc	n
c	q	d

Termino central: **Tc**

Constante mágica: **(Tc)³**

$$a = \sqrt{q \cdot n} \rightarrow a^2 = q \cdot n$$

$$b = \sqrt{p \cdot q} \rightarrow b^2 = p \cdot q$$

$$c = \sqrt{m \cdot n} \rightarrow c^2 = m \cdot n$$

$$d = \sqrt{p \cdot m} \rightarrow d^2 = p \cdot m$$

$$(Tc)^2 = a \times d$$

$$(Tc)^2 = p \times n$$

$$(Tc)^2 = b \times c$$

$$(Tc)^2 = m \times q$$

PROBLEMA 1

En el tablero mostrado hay que distribuir los dígitos del 1 al 9, de manera que la suma de los cuatro dígitos alrededor de cada uno de los puntos señalados sea 20. Si ya se han colocado los dígitos 3 y 5, ¿de cuántas maneras se puede completar el tablero?

A 3x3 grid with red lines. Blue dots are located at the intersections of the first and second columns with the first and second rows. A red number '5' is at the intersection of the first column and second row. A red number '3' is at the intersection of the second column and second row.

- a) 1 b) 2
c) 3 d) 4

HELICO | PRACTICE

Resolución:

Sean los números: 1, 2, 3, (4), 5, 6, 7, (8), 9

Primera forma

A 3x3 grid with numbers 1 through 9. The numbers 3, 5, and 8 are red. A green path of four dots connects the middle-left, top-middle, middle-right, and bottom-right cells. A green bracket on the right indicates the sum of these four numbers is 20.

1	6	7
9	4	3
2	5	8

20

Segunda forma

9	2	7
1	8	3
6	5	4

 2 maneras



PROBLEMA 2

Resuelva este minisudoku con los dígitos 1,2,3 y 4, y dé como respuesta la suma de todos los posibles valores de x e y.

x			
			2
	3		
	y	1	

- a) 11 b) 12
c) 13 d) 15

Resolución:

3,4			
x	2		1
	1		2
1	3	2	4
2	y	1	3
	4		

Posibles valores de x: 2, 3, 4

2			
x	4		1
3	1		2
1	3	2	4
4	y	1	3
	2		

Posibles valores de y: 2, 4

∴ Suma de valores de x e y: 15



PROBLEMA 3

En la figura que se muestra, complete los recuadros en blanco con números enteros, de tal modo que la suma en cualquier fila, columna o diagonal sea la misma. Indique el mayor de los números con que se complete el cuadro.

19		
	17	
11		

- a) 51 b) 29
c) 27 d) 25

Resolución:

19	9	23	↗ 51
21	17	13	→ 51
11	25	15	→ 51
	↓ 51	↓ 51	↘ 51

Mayor número: 25

Por propiedad:

$$a + 19 = 2(17)$$

$$a = 15$$

$$\therefore \underline{\underline{25}}$$



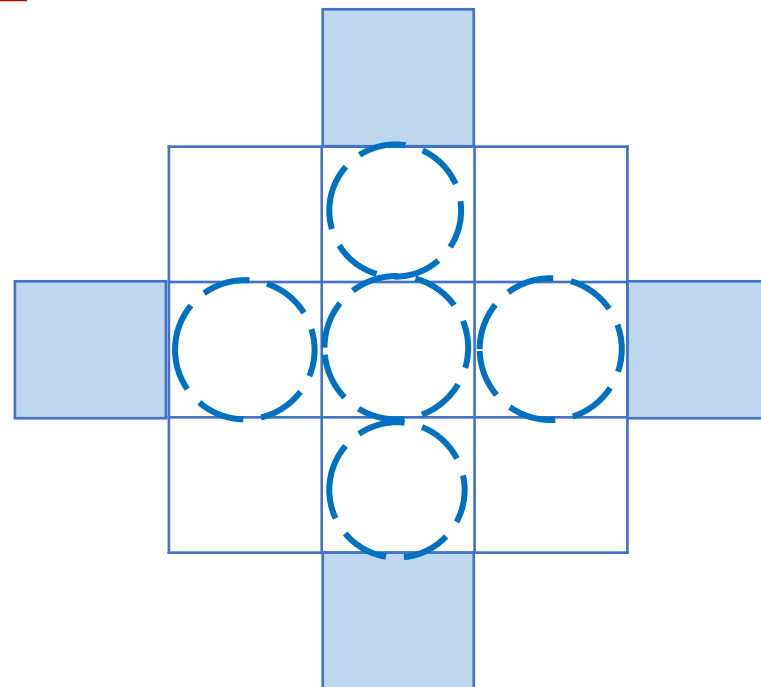
PROBLEMA 4

Complete el cuadrado mágico de orden tres, mostrado en la figura, con los 9 primeros números impares naturales; luego, halle el valor de la suma $A+B+C+D+E$.

	A	
B	C	D
	E	

- a) 51 b) 29
c) 27 d) 25

Resolución:



1 3 5 7 9 11 13 15 17

Piden: $A + B + C + D + E$.

$$13 + 17 + 9 + 1 + 5.$$

$$\begin{array}{r} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hline 45 \end{array}$$



PROBLEMA 5

La figura muestra un cuadrado mágico multiplicativo, el cual se caracteriza porque al multiplicar los tres números de cada línea (horizontal, vertical y diagonal) se obtiene el mismo resultado. Halle la suma de las cifras del número que debe ir en el centro del cuadrado

		5
		9
	1	

- a) 6 b) 9
c) 2 d) 3

Resolución:

		5
	Tc	9
45	1	

Piden: $1 + 5 = 6$

Tc → Término central

$$1 \times a = 5 \times 9$$

$$a = 45$$

Por propiedad:

$$(Tc)^2 = 5 \times 45$$

$$(Tc)^2 = 225$$

$$Tc = 15$$

$$\therefore \underline{\underline{6}}$$



PROBLEMA 6

El cuadrado mágico de la figura es de orden cuatro y se ha completado con los 16 primeros números pares naturales. Complete dicho cuadrado y luego, halle el valor de la suma $A+B+C+D$.

26			2
	A	B	
	D	C	
32			8

- a) 60 b) 54
c) 68 d) 62

Resolución:

26			2
	A	B	
	D	C	
32			8

Piden: $\underbrace{A + C}_{34} + \underbrace{B + D}_{34}$

Por propiedad:

$$A + C = B + D$$

$$26 + 8 = 32 + 2$$

$$34 = 34$$

$$\therefore \underline{\underline{68}}$$



PROBLEMA 7

Alexis y Bryan juegan alternadamente a retirar monedas de las doce mostradas. Cada uno en su turno debe retirar una, dos o tres monedas, de modo que pierde el jugador que retira la última moneda. Si Bryan inicia, ¿cuántas monedas debe retirar en su primera jugada para asegurar su triunfo?



a) 1

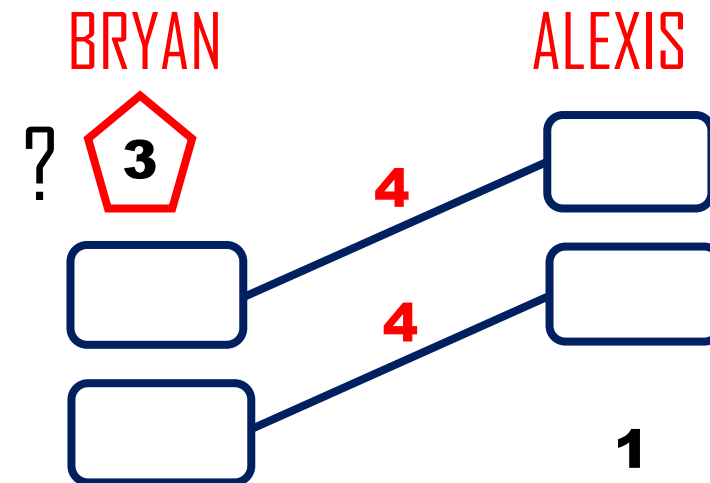
b) 2

c) 3

d) Cualquier cantidad

Resolución:

- ☐ Pierde quien retire la última moneda.
- ☐ Cada uno retira 1, 2 o 3 en su turno.



∴ Monedas que debe retirar 3



PROBLEMA 8

Gokú y Vegueta juegan a sacar fichas de una caja, con las siguientes reglas:

- Se puede sacar 1, 2 o 3 fichas en cada turno.

- Pierde el que saca la última ficha.

Si es el turno de jugar de Gokú y ninguno de los dos se equivoca, ¿qué afirmaciones son ciertas?

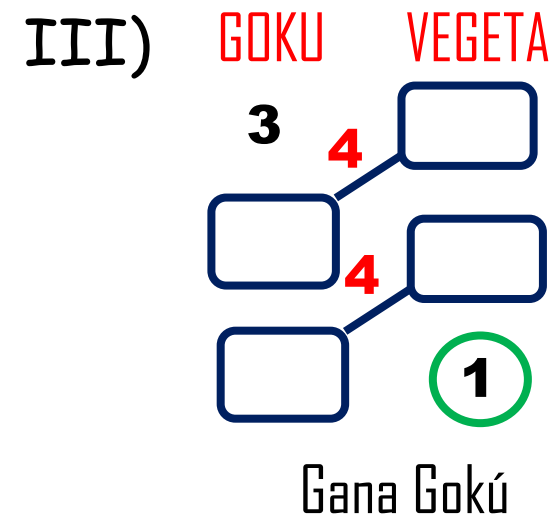
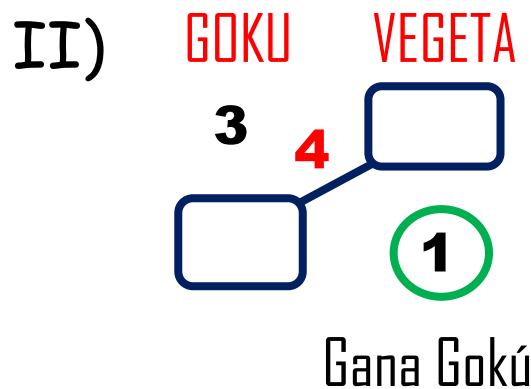
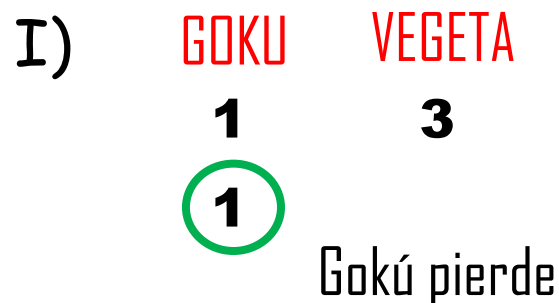
- I. Si sobran 5 fichas, gana Gokú. **(F)**
- II. Si sobran 8 fichas, gana Vegueta. **(F)**
- III. Si sobran 10 fichas, gana Gokú. **(V)**

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) I y II

Resolución:

- ☐ Pierde quien saca la última ficha.
- ☐ Cada uno retira 1, 2 o 3 en su turno.

Analizando cada afirmación:



∴ Solo III



PROBLEMA 9

Complete el siguiente tablero con números enteros, de tal forma que la suma de los números escritos en tres casillas consecutivas (en la misma fila o en la misma columna) sea siempre 20. Halle el valor x.

				6	
		4			
5					
				x	

- a) 1 b) 5 c) 4 d) 9

Resolución:

					6	
			4		14	
5					6	
15					14	
5	15	5	x	6		

$$5 + x + 6 = 20$$

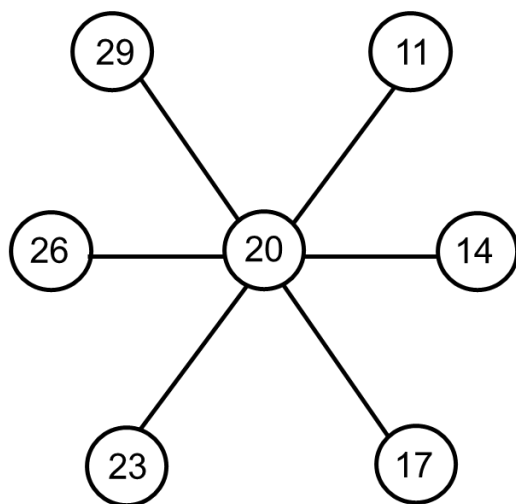
$$x = 9$$

$$\therefore \underline{\underline{9}}$$



PROBLEMA 10

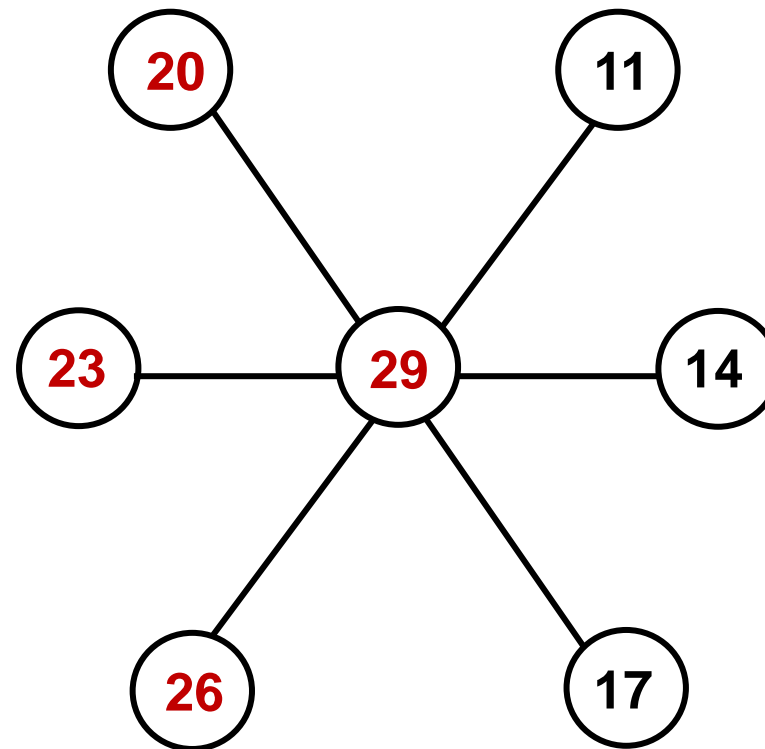
¿Cuál es la menor cantidad de números que debemos cambiar de posición en el gráfico para que las sumas de los números ubicados en los círculos unidos por una línea recta sean iguales y, además, las máximas posibles?



- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Resolución:

Ordenado los números: 11, 14, 17, 20, 23, 26, **29** ^{máximo}



∴ Números que se debe mover como mínimo

4