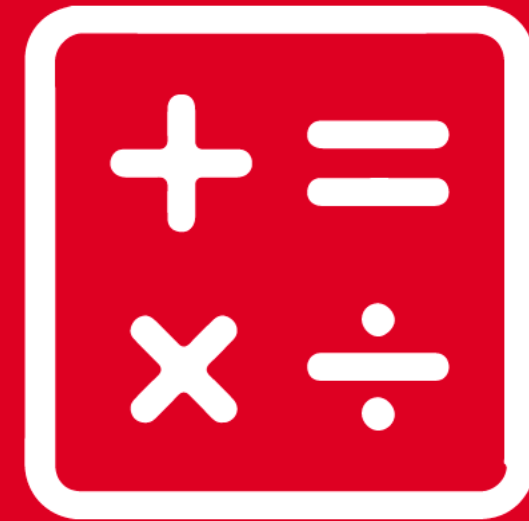




MATHEMATICAL REASONING

Chapter 1

SAN MARCOS



JUEGOS LÓGICOS 1

 **SACO OLIVEROS**



Juan le pregunta a su sobrina Luisa: ¿Cuál es la fecha de tu cumpleaños? Contestó Luisa: ¡Anteayer tenía 19 años, y el año próximo cumpliré 22! A Juan le gustó tanto la respuesta que regaló un diamante a su sobrina. Sabes cuándo es el cumpleaños de Luisa?

Resolución:

ANTEAYER	AYER	HOY	ESTE AÑO	PROXIMO AÑO
19 años	20 años	20 años	Cumplirá 21 años	Cumplirá 22 años
30 de dic (AÑO PASADO)	31 de dic (AÑO PASADO) CUMPLEAÑOS	01 de enero (DE ESTE AÑO)	31 de dic	31 de dic

Respuesta: 31 de dic



RECUERDA QUE:

“La lógica es la ciencia del correcto razonamiento, es la ciencia del cálculo de las operaciones mentales orientadas a la búsqueda de una verdad, llamada teoría de la deducción o teoría de la inferencia”

“El juego es un entretenimiento”

∴ Los juegos lógicos son los correctos razonamientos que se obtienen a través del entretenimiento .

**Objetivo:**

Desarrollar la creatividad y el ingenio relacionando la capacidad recreativa con la realidad matemática con la finalidad de potenciar la habilidad analítica.



Debemos tener en cuenta que no existe un juego si no infinidad de ellos y cada uno tiene sus reglas, sus normas y leyes que lo rigen; las cuales debemos respetar.

“En el presente capítulo nos permitirá trabajar con algunos de ellos para generar herramientas y desarrollar otros juegos previniendo sus conclusiones y conjeturas”.(Llegar con éxito al final).

Algunos de estos juegos tienen que ver con cerillos, números romanos, distribuciones numéricas, cuadrados mágicos, naipes, dados, dominós, relaciones temporales, relaciones de parentesco, calendarios, pesadas, traslados, monedas, certezas, verdades y mentiras, trasvases, orden de información, etc.



PESADAS:

Este tipo de situación lo que se busca es obtener el peso de un objeto realizando la menor cantidad de pesadas, no necesariamente se emplean toda las pesas.

Encontrar entre varios objetos el de peso distinto.

Se sugiere que cualquiera que sea la cantidad, el grupo se divida siempre en tres grupos.

Observación:

Si se tienen n esferas de apariencia y peso igual, a excepción de una de ellas, y se cuenta con una balanza de 2 platillos, el número de pesadas necesarias para determinar la esfera de peso distinto está dado por la siguiente relación.

$$3^{k-1} < n \leq 3^k ; k \in \mathbb{Z}^+$$

Dónde: k = mínimo número de pesadas



EJEMPLO:

Tenemos una balanza de 2 platillos y 25 esferas de igual apariencia, entre las cuales hay una que pesa diferente de las demás (no sabemos si pesa más o menos que las demás). ¿Cuántas pesadas se debe realizar, como mínimo, para encontrar la esfera que pesa diferente?

Resolución:

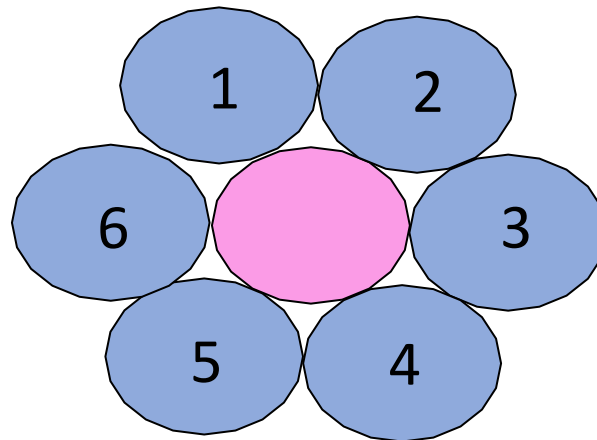
Aplicando la propiedad: $3^2 < 25 \leq 3^{\textcircled{3}}$

∴ El mínimo número de pesadas es 3.



MONEDAS:

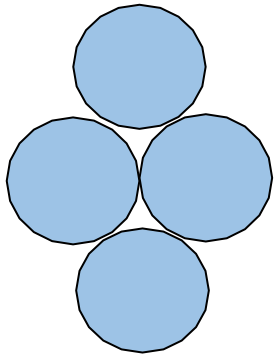
En este tipo de problema se pide determinar la mayor cantidad de monedas de igual valor que se pueden colocar tangencialmente alrededor de monedas del mismo valor. Debe considerar que alrededor de una moneda como máximo se ubican tangencialmente 6 monedas del mismo tamaño (mismo valor).





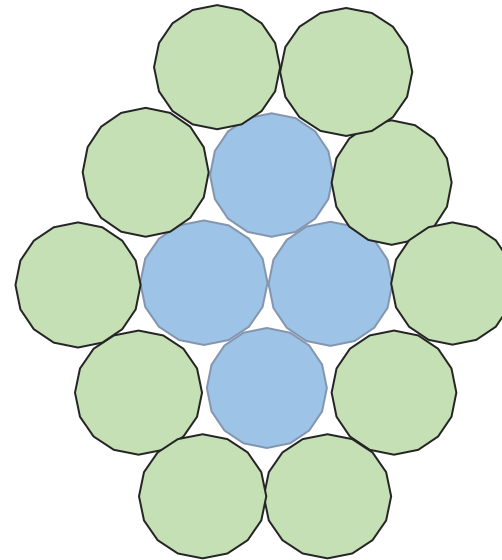
EJEMPLO:

¿Cuántas monedas como máximo del mismo valor se pueden colocar tangencialmente alrededor de las 4 monedas?



Resolución:

El objetivo es rodear tangencialmente a las 4 monedas, con monedas del mismo valor, aplicando la propiedad de que alrededor de una moneda hay 6 monedas del mismo valor.



RESPUESTA: 10 monedas

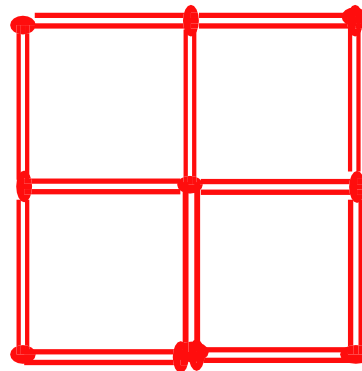


CERILLOS

En este tipo de problemas se solicita mover, retirar o agregar la menor cantidad de cerillos para obtener un gráfico o una operación según indica el problema.

Ejemplo:

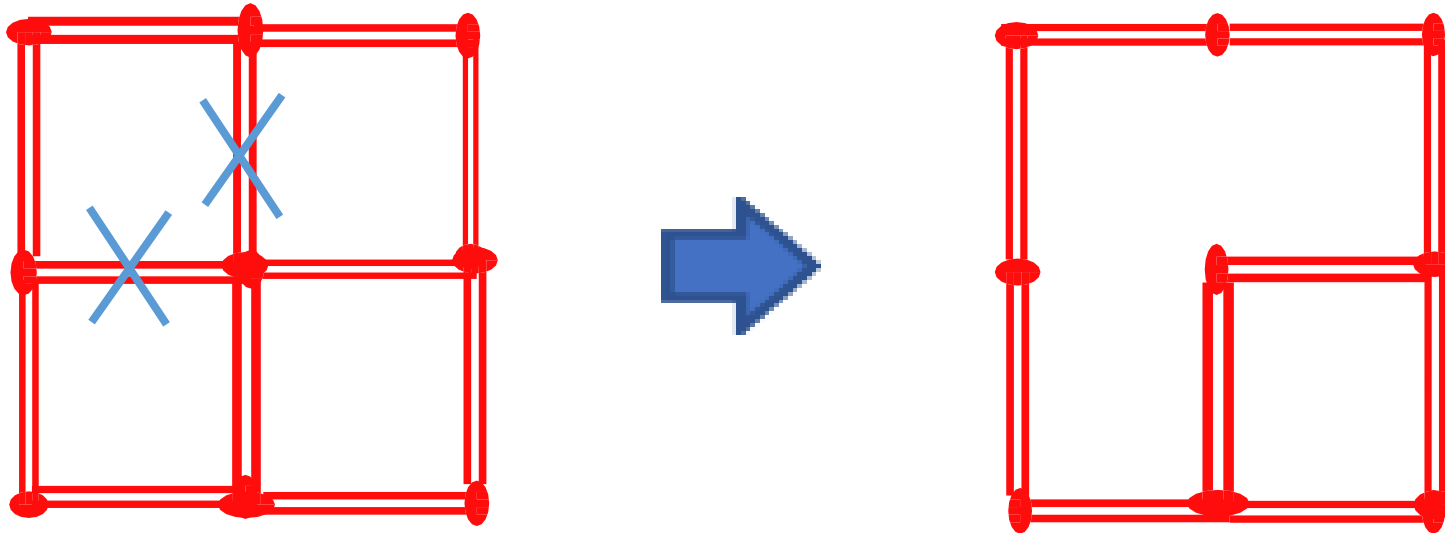
Se tienen doce cerillas dispuestas en cuatro cuadrados pequeños como indica el gráfico, ¿cuántos cerillos se debe retirar, como mínimo, para obtener 2 cuadrados?





Resolución:

Analizando el gráfico formado por cerillos, para obtener los dos cuadrados se deben retirar los siguientes cerillos:



•• como mínimo se retiraron 2 cerillos

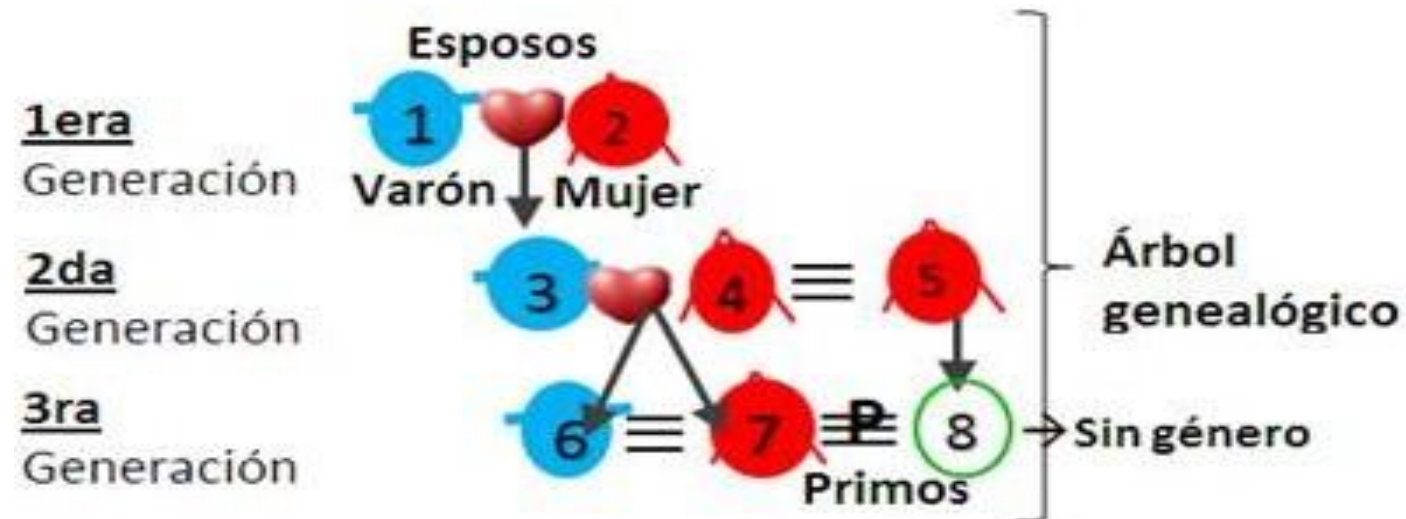


PARENTESCOS:

En este caso la situación que se nos presenta consiste en el enunciado que de forma normal resulta compleja y mediante una técnica se puede lograr comprender, así mismo también hay situaciones donde indican una lista de parentesco cuyo objetivo es encontrar la menor cantidad de miembros de la familia.

PROBLEMAS PARA APLICAR RAZONAMIENTO REGRESIVO.

Para resolver este tipo de problemas leemos de forma regresiva identificando los parentescos y utilizaremos un árbol genealógico y algunos símbolos que facilitara establecer la relación que hay entre los parientes. Así tenemos:



EJEMPLO:

María es madre de Doris, Carlos es padre de Néstor, Néstor es nieto de Arturo, Daniel es hijo de Néstor. Si María y Néstor son esposos que solo tienen una hija y un hijo, ¿cuál es la relación de parentesco entre Doris y Arturo?

- A) Bisnieta - bisabuelo
- B) Nieta - abuelo
- C) Hija - padre
- D) Sobrina - tío

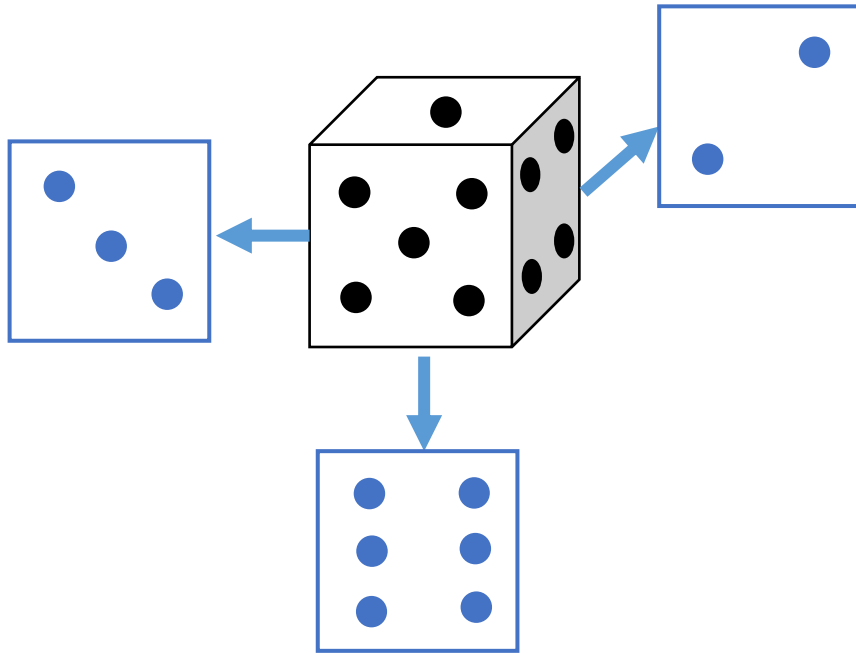
Resolución:

De los datos:



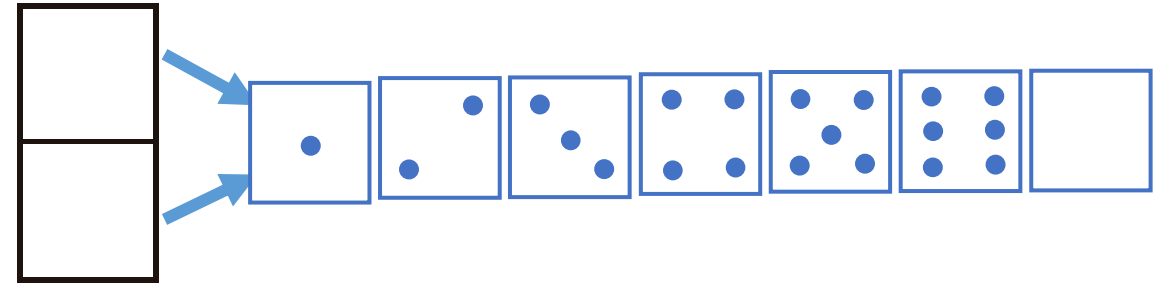


DADOS



SUMA TOTAL = 21

DOMINÓ



OBSERVACIÓN:

Se debe considerar la secuencia en las fichas de dominós de acuerdo a:

1° 2° 3° 4° 5° 6° 7° 8° 9° 10° 11° 12° 13° 14° 15° 16° 17° ...
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, ...

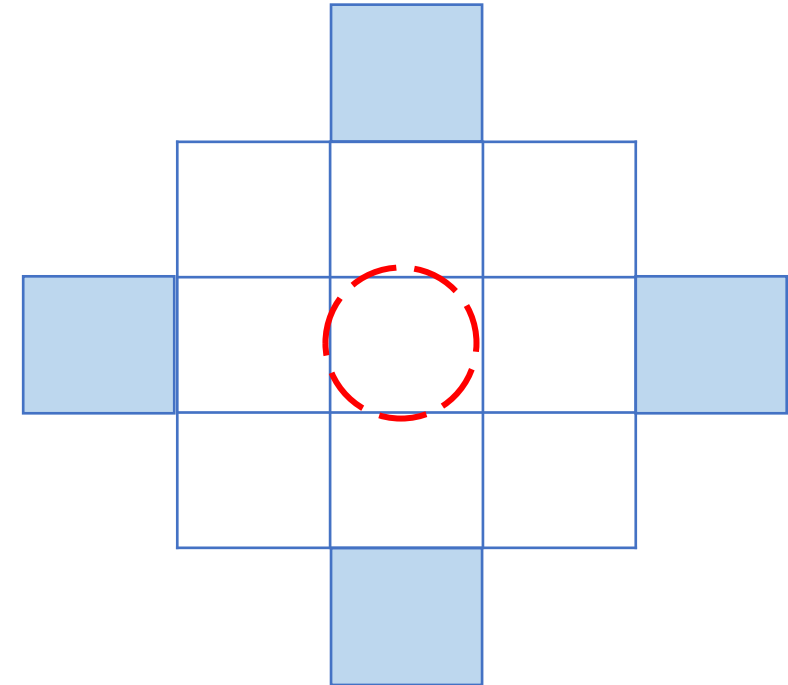
CUADRADO MÁGICO ADITIVO



Un **cuadrado mágico aditivo** es una disposición de números naturales en una cuadrícula cuadrada, en filas y columnas completas, de manera que la suma de los números que componen cada fila, cada columna o cada diagonal es la misma constante. Dicha suma es llamada **CONSTANTE MÁGICA**

Ubicar los números del 1 al 9 sin repetir para obtener un cuadrado mágico.

Utilizando el método de Bachet



Constante mágica = 15

A) DE 3 POR 3

TIPO 1

Si te brindan todos los números que se van a ubicar. Usualmente estos son consecutivos.



CUADRADO MÁGICO ADITIVO

A) DE 3 POR 3

TIPO 2

Si te brindan solo algunos de los números que se van a ubicar. Podemos completar los demás números razonando o utilizando las distintas propiedades.

a	Tc	b

	y	
x		
		z



PROPIEDADES

Suma constante = $Tc \times 3$

$$a + b = 2 \times Tc$$

$$Tc_{Cuadrado} = Tc_{Sucesión} \\ \text{Mágico}$$

$$x + y = 2(z)$$



CUADRADO MÁGICO ADITIVO

A) DE 4 POR 4

TIPO 1

Ubicar los 16 primeros números enteros positivos sin repetir, de modo que se forme un cuadrado mágico.

Paso 1
Ubicamos ordenadamente

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Paso 2
Intercambiamos convenientemente

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

→ 34

↓
34

Constante mágica: $\frac{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 16}{4}$



$$\frac{136}{4} = 34$$



Un cuadrado mágico multiplicativo es una disposición de números naturales en una cuadrícula cuadrada, en filas y columnas completas, de manera que EL PRODUCTO de los números que componen cada fila, cada columna o cada diagonal es el mismo. Dicho producto es llamada CONSTANTE MÁGICA

PROPIEDADES:

a	m	b
p	Tc	n
c	q	d

Termino central: **Tc**

Constante mágica: **(Tc)³**

$$a = \sqrt{q \cdot n} \rightarrow a^2 = q \cdot n$$

$$b = \sqrt{p \cdot q} \rightarrow b^2 = p \cdot q$$

$$c = \sqrt{m \cdot n} \rightarrow c^2 = m \cdot n$$

$$d = \sqrt{p \cdot m} \rightarrow d^2 = p \cdot m$$

$$(Tc)^2 = a \times d$$

$$(Tc)^2 = p \times n$$

$$(Tc)^2 = b \times c$$

$$(Tc)^2 = m \times q$$



EJEMPLO:

Complete el siguiente cuadrado mágico multiplicativo con números naturales. ¿Cuál es el valor de y que satisface dicha distribución?

36		y
1		
	9	

Resolución

∴

36	a	y
1	$4y$	
n	9	

Por definición:

$$\cancel{a} \times b \times 9 = 36 \times \cancel{a} \times y$$

$$9b = 36y \rightarrow b = 4y$$

Luego:

$$4y \times y \times \cancel{n} = 36 \times 1 \times \cancel{n}$$

$$\therefore y = 3$$



OTRA FORMA DE RESOLVER:

Cuando adquirimos experiencia en el desarrollo de problemas podemos simplificar los procesos utilizando un método directo

36		y
1		
	9	

Por propiedad:

$$y = \sqrt{1 \times 9}$$

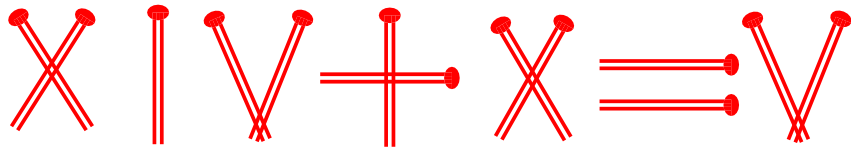
$$y = 3$$

Respuesta: $y = 3$

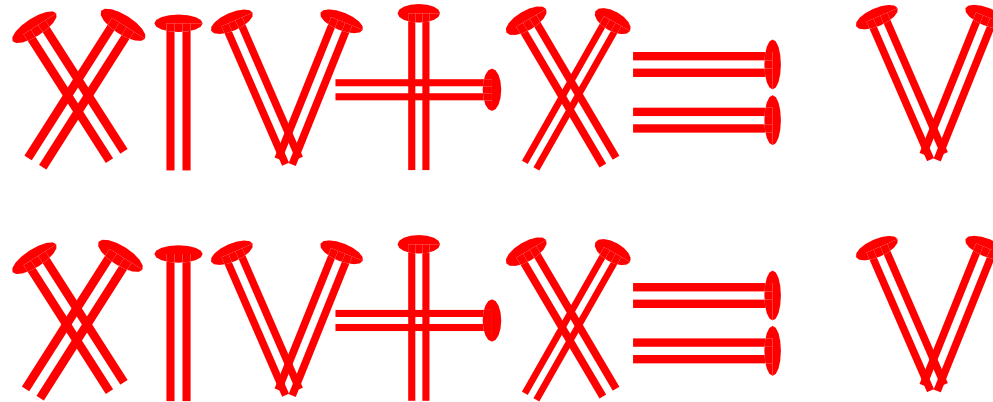
RESOLUCIÓN DE LA PRACTICA

PROBLEMA 1

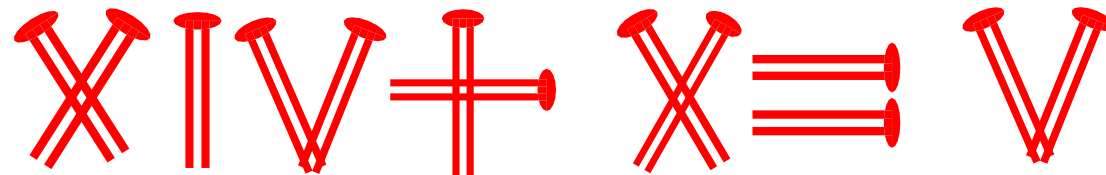
¿Cuántos cerillos se deben mover como mínimo para que la siguiente operación sea correcta?



- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

RESOLUCIÓN:

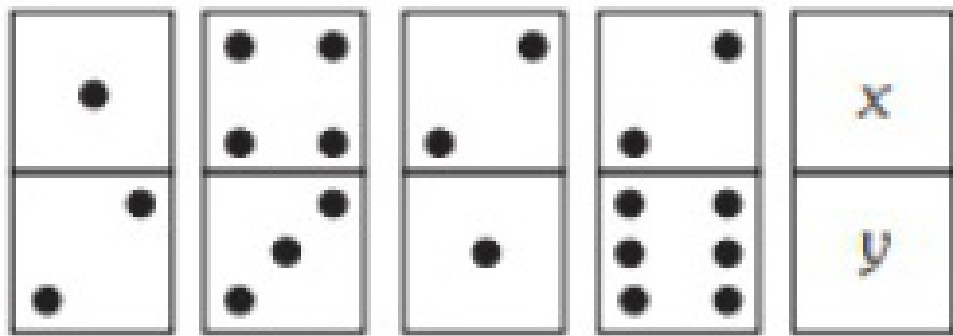
1 cerillo

OTRA FORMA:

1 cerillo

PROBLEMA 2

En la figura se muestra una secuencia de fichas de dominós. Determine el valor de $x - y$.



OBSERVACIÓN:

Se debe considerar la secuencia en las fichas de dominós de acuerdo a:

1° 2° 3° 4° 5° 6° 7° 8° 9° 10° 11° 12° 13° 14° 15° 16° 17° ...
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, ...

$$\begin{array}{ccccccc} & & 5,6 & & 4,5 & & 3,4 \\ 1, & 4, & 0, & 3, & 6, & 2, & x \\ \underset{2,3}{1}, & & \underset{1,2}{0}, & & \underset{0,1}{6}, & & \end{array}$$

$\Rightarrow x = 5$

$$\begin{array}{ccccccc} 1, & 2, & 4, & 1, & 2, & 4, & y \\ \underset{x2}{1}, & \underset{x2}{2}, & \underset{x2}{4}, & \underset{x2}{1}, & \underset{x2}{2}, & \underset{x2}{4}, & \end{array}$$

$\Rightarrow y = 1$

Por lo tanto, el resultado de $x - y$ es:

$$5 - 1 = 4$$



PROBLEMA 3

Supongamos que hoy día es miércoles. ¿Qué día de la semana será el ayer del pasado mañana del mañana de ayer de hoy?

- A) Domingo
- B) Martes
- C) Miércoles
- B) Lunes
- D) Jueves

Resolución:

Hoy es miércoles = 0

Luego:

$$? = -1 + 2 + 1 - 1$$

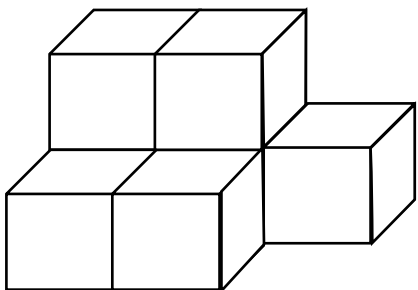
$$? = +1$$

➡ Será mañana

RESPUESTA: Jueves

PROBLEMA 4

En la figura, el sólido está formando por siete cubos iguales pegados entre sí. Se sumerge completamente en un recipiente con pintura. Luego de secar y despegar los siete cubos, ¿Cuántas caras pintadas hay más que las no pintadas?



- A) 13 B) 16
C) 14 D) 10

Resolución:

"Cada cubo tiene 6 caras"

Total de caras: $7 \times 6 = 42$

Si se pegan los cubos como en la figura entonces el total de caras visibles es:

$$4 + 4 + 4 + 4 + 5 + 2 + 3 = 26$$



Las caras no visibles son: 16

CARAS PINTADAS

CARAS NO PINTADAS

26

-

16

=

10

RESPUESTA: 10

PROBLEMA 5

La siguiente tabla muestra los goles a favor y los goles en contra de los equipos que participaron en un triangular, aunque por descuido algunas estadísticas no fueron colocadas. ¿Cuál fue el resultado del partido Universitario - Alianza si este último perdió por 3 goles de diferencia

Equipos	GF	GC
Universitario	11	6
Alianza		10
Cristal	7	11

Resolución:

Nos piden el resultado del partido U vs AL .
De la tabla:

	Goles a favor	Goles en contra
Universitario	11	6
Alianza	9	10
Cristal	7	11

Suma total de goles a favor es igual al total de goles en contra

Resultado:

U vs AL
6 - 3

TOTAL

Respuesta: 6 - 3

PROBLEMA 6

Hay que tostar en una parrilla tres rebanadas de pan. En la parrilla caben dos rebanadas a la vez, pero solo se pueden tostar por un lado. Se tarda 30 segundos en tostar una cara de una pieza de pan, 5 segundos en colocar una rebanada, o en sacarla, y 3 segundos en darle la vuelta. ¿Cuál es el mínimo de tiempo que se necesita para tostar las tres rebanadas?

- A) 118 s. B) 108 s.
- C) 123 s. D) 113 s.

Resolución:

Son tres rebanadas de pan (A, B, C) y solo hay dos lugares en la parrilla; Además hay que recordar que:

- * El tostado tarda 30 segundos
- * Para colocar la rebanada de la parrilla 5 segundos
- * Para sacar la rebanada de la parrilla 5 segundos
- * Para darle vuelta en la parrilla 3 segundos

Entonces el tiempo mínimo para tostar las rebanadas es:

Parrilla 1	Tiempo
	Colocamos en 5 seg.
A ₁	Esperamos 30 seg.
	Volteamos en 3 seg.
A ₂	Esperamos 30 seg.
	Sacamos en 5 seg.
	Colocamos en 5 seg.
B ₂	Esperamos 30 seg.

108seg.

Luego:

Luego:

Luego:

Luego:

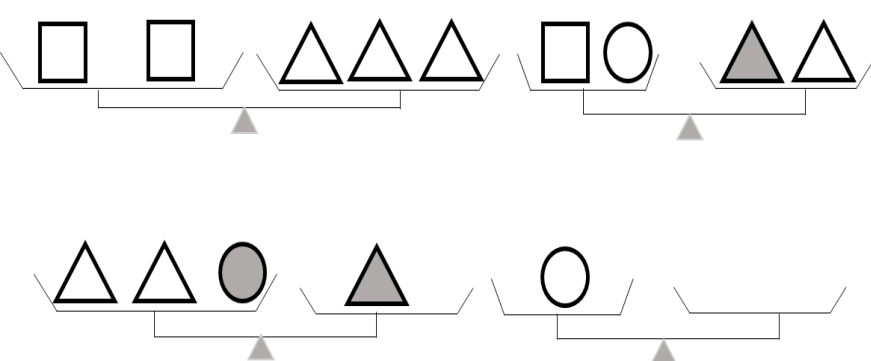
Luego:

Parrilla 2	Tiempo
	Colocamos en 5 seg.
B ₁	Esperamos 30 seg.
	Sacamos en 5 seg.
	Colocamos en 5 seg.
C ₁	Esperamos 30 seg.
	Volteamos en 3 seg.
C ₂	Esperamos 30 seg.

Respuesta: 113seg.

PROBLEMA 7

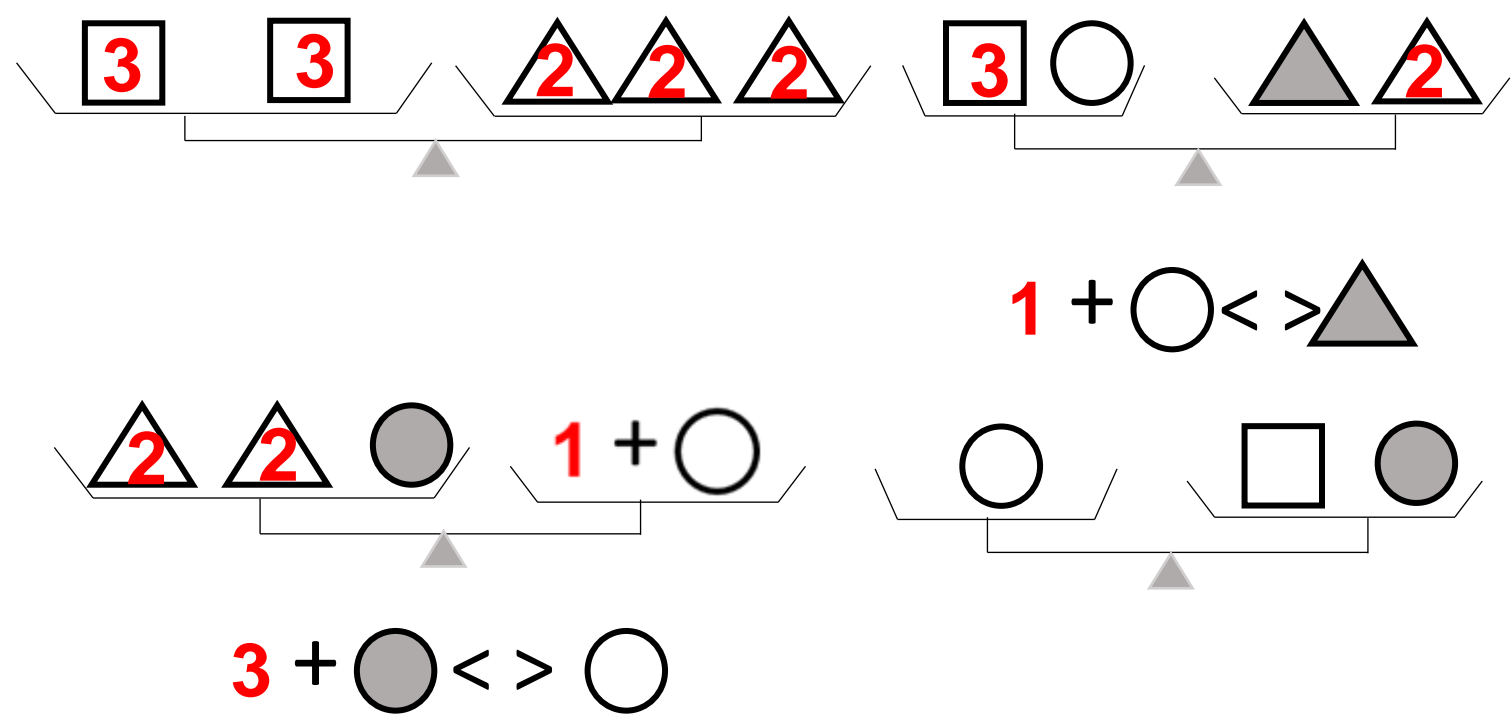
Si las siguientes balanzas están en equilibrio y los objetos diferentes tienen pesos diferentes:



La balanza se equilibra con:

- A) ●● B) □△
- C) △● D) □●

Resolución:



RESPUESTA: □ ●

PROBLEMA 8

En las casillas de la figura escriba números enteros tal que la suma de los números escritos en cada fila, columna y diagonal sea la misma. Halle la suma de los números que se deben escribir en las casillas sombreadas.

10		12
30		

Resolución:

Completamos el cuadrado utilizando una de las propiedades:

$$\frac{a + b}{2} = c$$

10	62	12
30	28	26
44	-6	32

Por lo tanto, el resultado de 44 + 62 es:

RESPUESTA: 102

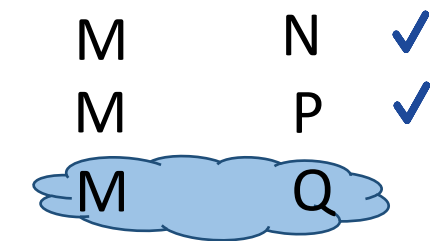
PROBLEMA 9

Los equipos M, N, P y Q juegan entre ellos un torneo cuadrangular con partidos de local y visitante. Si se sabe que: M ya jugó todos sus partidos de visita; N ya jugó todos sus partidos de local; P y N empataron sus partidos entre ellos; y, en este torneo, Q perdió con M cuando jugó de visitante, ¿Cuántos partidos de fútbol faltan jugarse hasta el momento?

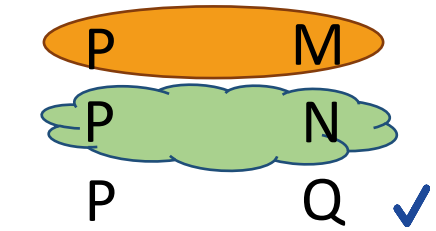
- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

Resolución:

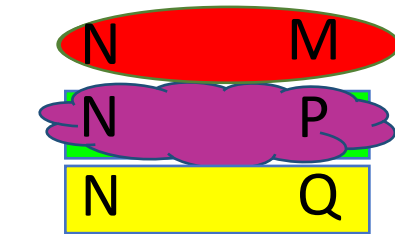
Local visitante



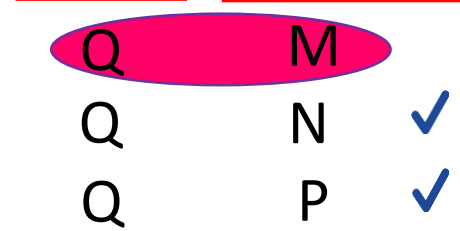
Local visitante



Local visitante



Local visitante



∴ Ya se jugaron 7 encuentros y faltan jugarse 5



PROBLEMA 10

Un mes después de su cumpleaños Peko observa un calendario de bolsillo y se percató de que si suma la fecha del último miércoles del mes anterior con la fecha del primer sábado del próximo mes, obtendría 38, ¿En qué mes cumple años Peko?

- A) Enero B) Febrero
C) Julio D) Agosto



El calendario de bolsillo solo incluye los meses de un año

Resolución:

Recordemos que cada 7 días se repite el día de la semana

Además de miércoles a sábado hay 3 días de diferencia

Por simple deducción:

El último miércoles del mes pasado fue 31 y el primer sábado del próximo mes será 7 " $(31+7)=38$ "

MES ANTERIOR

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

JULIO

MES ACTUAL

L	M	M	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

AGOSTO

PRÓXIMO MES

L	M	M	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15

SETIEMBRE

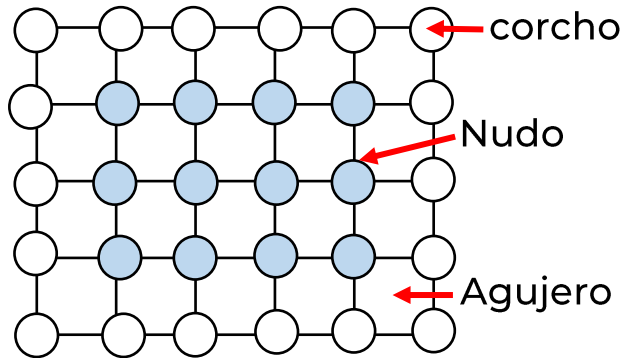
RESPUESTA: En Julio



PROBLEMA

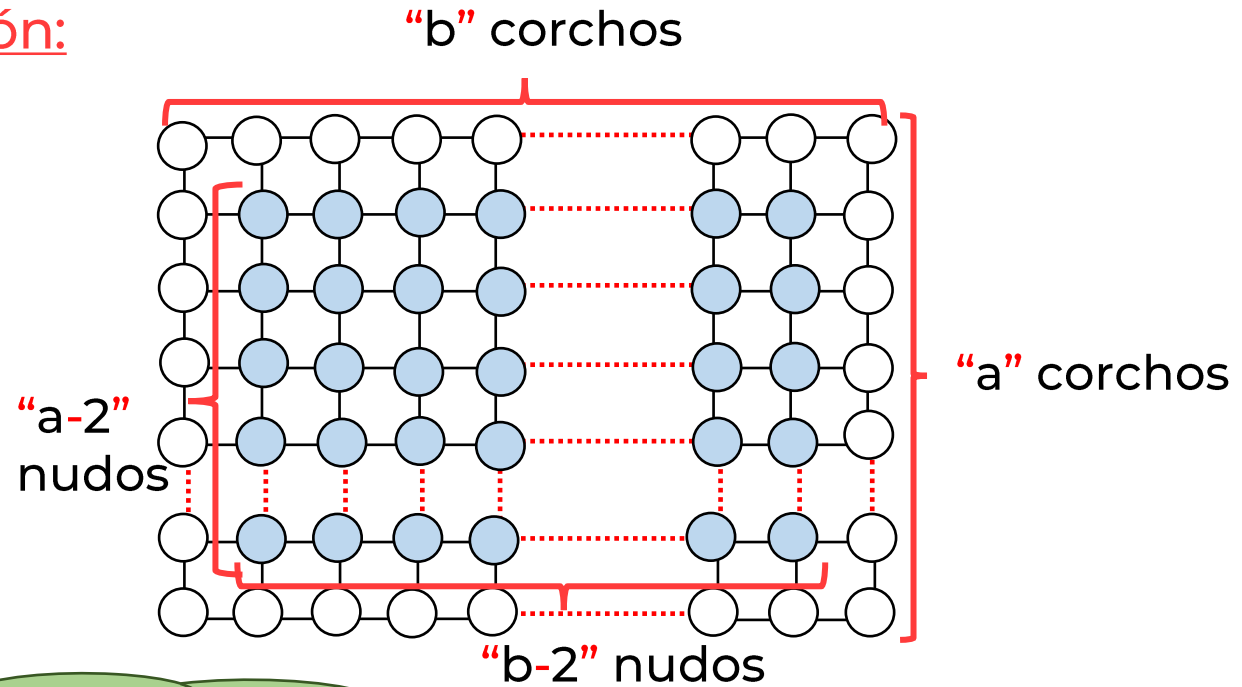
EXTRA

Un pescador fabrica una red rectangular, similar a la de la figura. Hace 32 nudos (los puntos interiores) y coloca 28 corchos en el perímetro. ¿Cuántos agujeros tiene su red?



- A) 45 B) 52
C) 42 D) 36

Resolución: Observación:



Total de agujeros: $(b-1)(a-1)$

$$\text{Nº de corchos: } 2b + 2(a-2) = 28$$

$$a+b = 16$$

$$\text{Nº de nudos: } (a-2)(b-2) = 32$$

$$4 \times 8 = 32$$

$$a = 6$$

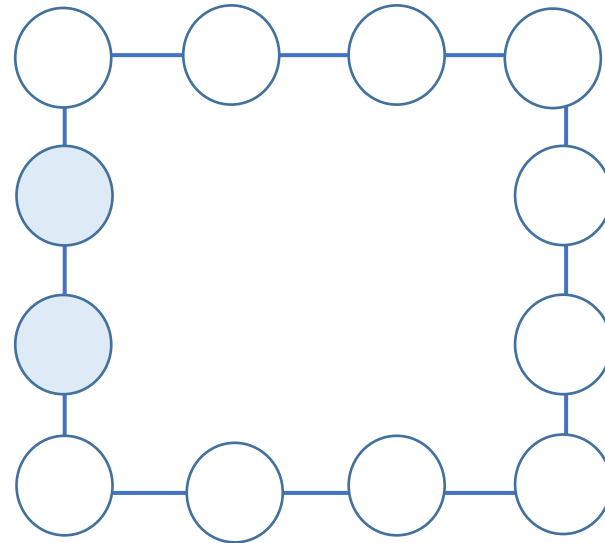
$$b = 10$$

$$\therefore \text{Total de agujeros: } 9 \times 5 = 45$$



PROBLEMA EXTRA

En los discos que se muestran en la figura se debe escribir los números enteros consecutivos desde 1 hasta 12, uno en cada disco y sin repetición, tal que la suma de los cuatro números escritos en cada lado del cuadrado sea la misma y la mayor posible. ¿Cuál es la mínima suma de los números que se pueden escribir en los discos sombreados?



A) 2

B) 4

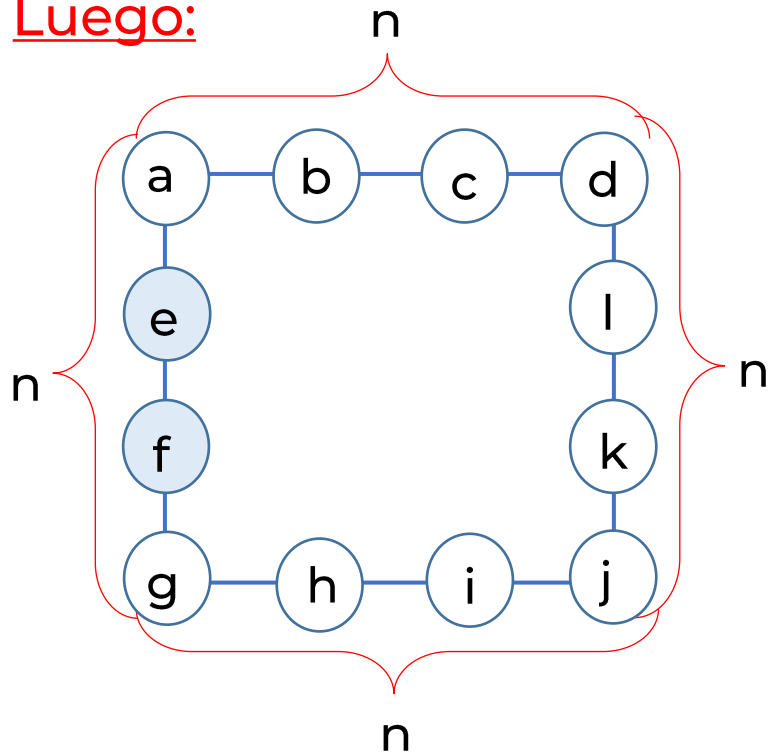
C) 7

D) 3

Resolución:

1, 2, 3, 4, ..., 12 \Rightarrow SUMA TOTAL = $\frac{12 \times 13}{2} = 78$

Luego:



$$4n - (a + d + g + j) = 78$$

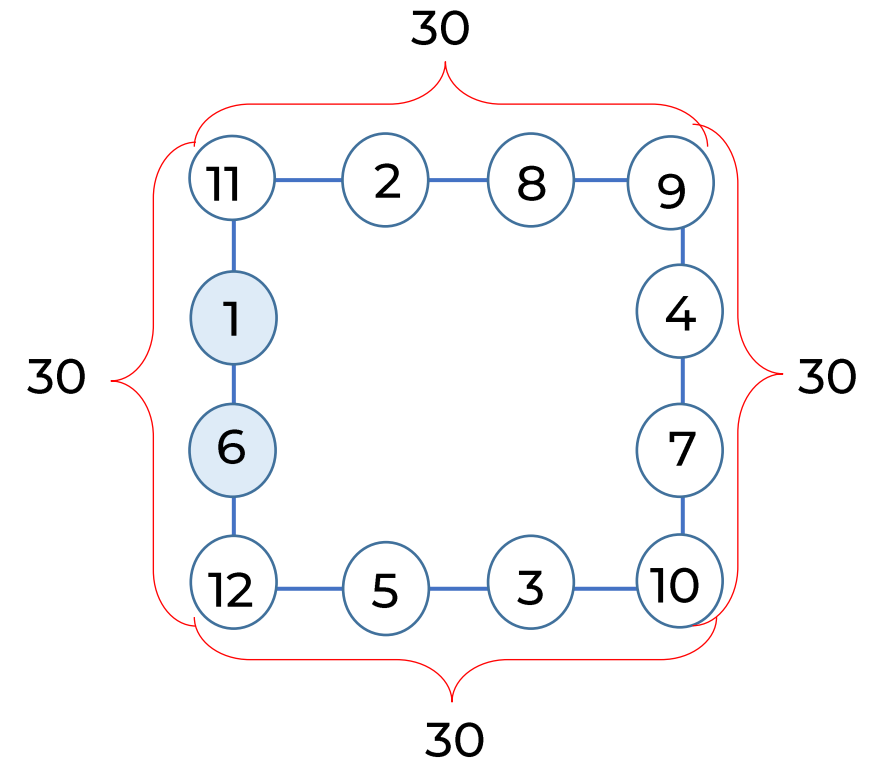
MÁXIMO

$$4n - (9 + 10 + 11 + 12) = 78$$

$$4n = 120$$

$$n = 30$$

Luego:



SUMA TOTAL:

$$1 + 6 = 7$$



PROBLEMA

EXTRA

Complete el siguiente “cuadrado mágico multiplicativo” con números enteros y positivos, ¿Cuál es el mayor número usado en el arreglo?

		4
1		
		3

- A) 9
- B) 72
- C) 228
- D) 144

Resolución:

Primer paso

	9	4
1		
	16	3



Segundo paso

	9	4
1	12	
	16	3

Tercer paso

	9	4
1	12	144
	16	3



Cuarto paso

48	9	4
1	12	144
36	16	3

El mayor valor es: 144