



ALGEBRA

INTRODUCTOR
IO

PROF. ARTURO CÓRDOVA
C.



Queridos Estudiantes:

Álgebra es un curso importante de las Matemáticas, pues abarca una infinidad de escenarios no solo dentro de las matemáticas, sino también aplicadas en la ingeniería, en la arquitectura, en las finanzas, en la logística, en la física, en la química, etc.

El dominio del Álgebra es tal que en los colegios solo se enseña el Álgebra Elemental, que es la base de cursos de Álgebra Superior que se llevan en la universidad, tales como el Álgebra Lineal, la Matemática Discreta, el Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Cálculo Numérico, Investigación Operativa, entre otros.

Y en lo que respecta al nivel Pre-Universitario, los demás cursos de Matemática muchas veces suelen recurrir al Álgebra para ayudar a entender los temas con mayor facilidad, incluso varios ejercicios de los otros cursos de matemática pueden ser resueltos aplicando conocimientos de Álgebra o con ayuda de ella.

Por ejemplo, en Ingeniería, las FUNCIONES ALGEBRAICAS ayudan a representar la geometría de puentes, arcos, túneles, edificios, etc.



INTRODUCTORIO

1. Si α es la raíz de la ecuación

$$\frac{2-x}{3} + \frac{3-x}{4} + \frac{4-x}{5} + \frac{5-x}{6} + \frac{3}{4} = 0$$

Halle el valor de $2\alpha - 1$.

RESOLUCIÓN

$$MCM = 60$$

$$20(2-x) + 15(3-x) + 12(4-x) + 10(5-x) + 45(3) = 0$$

$$40 - 20x + 45 - 15x + 48 - 12x + 50 - 10x + 135 = 0$$
$$228 - 57x = 0$$

$$57x = 228 \rightarrow x = 4$$

$$CS = \{4\} = \{\alpha\}$$

$$\alpha = 4$$

piden:

$$2\alpha - 1 = 7$$

2. Siendo $\{\theta\}$ el conjunto solución de la ecuación

$$(x+1)^2 + (x+3)^2 = (x+2)^2 + (x+6)^2$$

Calcule $E = \theta - 0,25$

RESOLUCIÓN

Elevando al cuadrado

$$\cancel{x^2} + 2x + 1 + \cancel{x^2} + 6x + 9 = \cancel{x^2} + 4x + 4 + \cancel{x^2} + 12x + 36$$

$$8x + 10 = 16x + 40$$

$$10 - 40 = 16x - 8x$$

$$-30 = 8x \rightarrow 8x = -30$$

$$x = -\frac{15}{4}$$

$$CS = \left\{ -\frac{15}{4} \right\} = \{\theta\}$$

Piden:

$$E = -\frac{15}{4} - \frac{1}{4} = -\frac{16}{4}$$

$$E = -4$$

3. Resuelva en x la ecuación

$$\frac{b}{a} \left(1 - \frac{b}{x} \right) + \frac{a}{b} \left(1 - \frac{a}{x} \right) = 1; \quad ab > 0$$

RESOLUCIÓN

$$\frac{b}{a} - \frac{b^2}{ax} + \frac{a}{b} - \frac{a^2}{bx} = 1$$

$$MCM = abx$$

$$bx \cdot b - b \cdot b^2 + ax \cdot a - a \cdot a^2 = abx$$

$$\underline{b^2x} - b^3 + \underline{a^2x} - a^3 = \underline{abx}$$

$$b^2x - abx + a^2x = a^3 + b^3$$

$$x \cdot (b^2 - ab + a^2) = a^3 + b^3$$

$$x \cdot (\cancel{a^2 - ab + b^2}) = (a + b) \cdot (\cancel{a^2 - ab + b^2})$$

$$x = a + b$$

$$CS = \{a + b\}$$

4. Resuelva en x la ecuación de primer grado

$$(2k+6)x^2 + (k^2+k+1)x = 2k-1$$

0

RESOLUCIÓN

Como es primer grado

$$2k + 6 = 0$$

$$k = -3$$

$$\cancel{(0)}x^2 + (9 - 3 + 1)x = -6 - 1$$

$$7x = -7$$

$$x = -1$$

$$CS = \{-1\}$$

5. Si t es la raíz de la ecuación

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 2$$

Calcule el valor de $5t + 8$.

RESOLUCIÓN

restringiendo:

$$x + 1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$$

$$4x + 4 \neq 0 \rightarrow x \neq -4$$

$$MCM = (x + 1) \cdot (x + 4)$$

$$x \cdot (x + 4) + x \cdot (x + 1) = 2 \cdot (x + 1) \cdot (x + 4)$$

$$x^2 + 4x + x^2 + x = 2(x^2 + 5x + 4)$$

$$2x^2 + 5x = 2x^2 + 10x + 8$$

$$-8 = 10x - 5x$$

$$5x = -8$$

$$\text{Como: } x = t \rightarrow 5t = -8$$

$$5t + 8 = 0$$

6. Resuelva la ecuación

$$\frac{x+99}{96} + \frac{x+101}{98} + \frac{x+103}{100} = 3$$

indicando el simétrico de la raíz.

RESOLUCIÓN

$$\frac{x+99}{96} - 1 + \frac{x+101}{98} - 1 + \frac{x+103}{100} - 1 = 0$$

$$\frac{x+99-96}{96} + \frac{x+101-98}{98} + \frac{x+103-100}{100} = 0$$

$$\frac{x+3}{96} + \frac{x+3}{98} + \frac{x+3}{100} = 0$$

$$(x+3) \cdot \left(\frac{1}{96} + \frac{1}{98} + \frac{1}{100} \right) = 0$$

$$x+3 = 0 \rightarrow x = -3$$

La raíz de la ecuación es -3

el simétrico es: **3**

7. Si el conjunto solución de la ecuación

$$\frac{\sqrt{x+8} + \sqrt{x-13}}{\sqrt{x+8} - \sqrt{x-13}} = \frac{7}{3}$$

es $\left\{\frac{2m-1}{3}\right\}$, calcule m .

RESOLUCIÓN

Hacemos los cambios:

$$\sqrt{x+8} = a \quad \wedge \quad \sqrt{x-13} = b$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{7}{3}$$

$$7a - 7b = 3a + 3b$$

$$4a = 10b$$

$$2a = 5b$$

$$2. \sqrt{x+8} = 5. \sqrt{x-13}$$

Elevando al cuadrado:

$$4. (x+8) = 25. (x-13)$$

$$4x + 32 = 25x - 325$$

$$32 + 325 = 25x - 4x$$

$$357 = 21x \rightarrow x = \frac{357}{21} = 17$$

por dato:

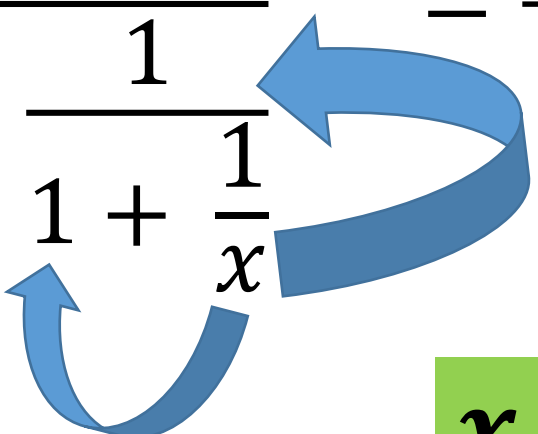
$$\frac{2m-1}{3} = 17 \rightarrow m = 26$$

8. Si r es la raíz de la ecuación

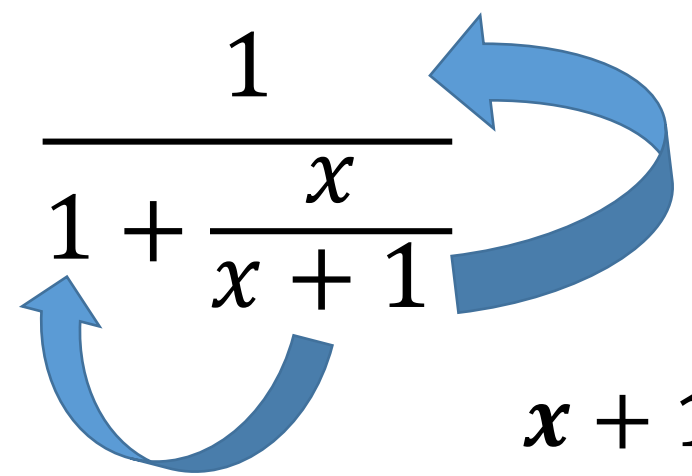
$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{2} + \frac{6}{x}$$

Señale el valor de $\sqrt{1-46r}$.

RESOLUCIÓN

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{x + 12}{2x}$$


$$x = r$$

$$\frac{1}{1 + \frac{x}{x + 1}} = \frac{x + 12}{2x}$$


$$\frac{x + 1}{2x + 1} = \frac{x + 12}{2x}$$

$$(2x + 1) \cdot (x + 12) = 2x \cdot (x + 1)$$

$$\cancel{2x^2} + 24x + x + 12 = \cancel{2x^2} + 2x$$

$$23x = -12 \rightarrow 46x = -24$$

$$46r = -24$$

piden:

$$\sqrt{1 - (-24)} = \sqrt{25} = 5$$

9. La raíz de la ecuación

$$\frac{5}{x+2} - \frac{10}{x^2-4} = \frac{1}{2-x} \quad \text{es:}$$

RESOLUCIÓN

$$\frac{5}{x+2} - \frac{10}{(x+2)(x-2)} = -\frac{1}{x-2}$$

restringiendo:

$$x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2$$

$$x - 2 \neq 0 \rightarrow x \neq 2$$

$$MCM = (x+2) \cdot (x-2)$$

$$5(x-2) - 10 = -(x+2)$$

$$5x - 10 - 10 = -x - 2$$

$$5x - 20 = -x - 2$$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

La raíz es 3

10. Si α es la raíz de la ecuación

$$\sqrt{x^2 - 3x + 1} - 2 = x$$

Calcule el valor de $\sqrt{1 - 7\alpha}$.

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{x^2 - 3x + 1} = x + 2$$

elevando al cuadrado:

~~$$x^2 - 3x + 1 = x^2 + 4x + 4$$~~

$$-3x + 1 = 4x + 4$$

$$1 - 4 = 4x + 3x$$

$$-3 = 7x$$

Como $x = \alpha \rightarrow 7\alpha = -3$

entonces:

$$\sqrt{1 - (-3)} = \sqrt{4} = \mathbf{2}$$