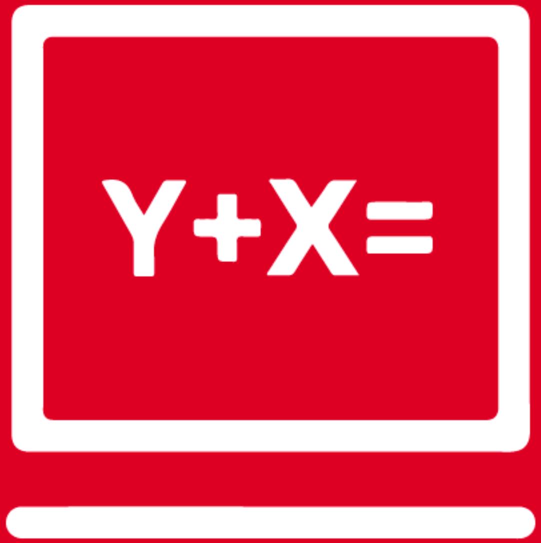
ARITHMETIC

Chapter 0



Summer
San Marcos 2021

Introductory

SACO OLIVEROS

La aritmética

La aritmética es la rama de la matemática cuyo objeto de estudio son los números y las operaciones elementales hechas con ellos: adición, sustracción, multiplicación y división. Al igual que en otras áreas de la Matemática, como el Álgebra o la Geometría, el sentido de la «Aritmética» ha ido evolucionando con el amplio y diversificado desarrollo de las ciencias.

Originalmente, la Aritmética se desarrolló de manera formal en la Antigua Grecia, con el refinamiento del rigor matemático y las demostraciones, y su extensión a las distintas disciplinas de las «Ciencias Naturales». En la actualidad, puede referirse a la Aritmética Elemental, enfocada a la enseñanza de la Matemática Básica; también al conjunto que reúne el Cálculo Aritmético y las Operaciones Matemáticas, específicamente, las cuatro Operaciones Básicas aplicadas, ya sea a números (números naturales, números enteros, números fraccionarios, números decimales, etc.) como a entidades matemáticas más abstractas (matrices, operadores, etc.); también a la así llamada alta aritmética, mejor conocida como Teoría de Números.

1. Si $6 + 12 + 20 + 30 + \ldots + 342 = \overline{abcd}$

Calcule a + b + c + d.

A) 10 B) 13

C) 15 ~~D)~~ 19

★ Se sabe que:

$$1.2+2.3+3.4+\ldots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Resolución:

$$\underbrace{1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \ldots + 18.19}\ - 1.2 = \overline{abcd}$$

$$\frac{\cancel{18}^{6}.19.20}{\cancel{3}_{1}} - 2 = \overline{abcd}$$

$$\rightarrow \quad 2280 - 2 = \overline{abcd}$$

$$2278 = \overline{abcd}$$

$$\therefore \quad \boxed{a + b + c + d = 19}$$

2. El segundo y quinto término de una progresión aritmética son 200 y 290 respectivamente. Halle el cuadragésimo octavo término.

A) 1 020 B) 1 410

C) 1 140 ~~D)~~ 1 580

★ Se sabe que:

$$\boxed{t_n - t_m = (n-m)r}$$

Resolución:

→ $t_5 - t_2 = (5-2)r$

$290 - 200 = (3)r$

$r = 30$

Luego:

$t_n = t_m + (n-m)r$

→ $t_{48} = t_2 + (48-2)(30)$

$t_{48} = 200 + (46)(30)$

$\therefore \boxed{t_{48} = 1580}$

3. En la siguiente serie, ¿cuántas cifras se escribieron?

$$1; 2; 3; 4; 5; \ldots; 2104$$

A) 6624 B) 7735

C) 5512 ~~D)~~ 7309

★ Se sabe que:

$$CC_{1\to N} = (N+1)k - \underbrace{111\ldots1}_{\text{"k" unos}}$$

Resolución:

$$1; 2; 3; 4; 5; \ldots; 2104$$

Se observa:

$$N = 2104; \quad k = 4$$

$\rightarrow$ $CC = (2104+1)4 - 1111$

$CC = (2105)4 - 1111$

$CC = 8420 - 1111$

$\therefore$ $\boxed{CC = 7309}$

4. El MCD del numerador y denominador de una fracción equivalente a 100/220 es 30. ¿Cuál es está fracción?

A) 180/234 B) 520/330
~~C)~~ 150/330 D) 150/117

Resolución:

$$f <> \frac{\cancel{100}^{\,5}}{\cancel{220}_{\,11}} \rightarrow f = \frac{5k}{11k}$$

Dato: $MCD(5k; 11k) = 30$

$\rightarrow k.MCD(5; 11) = 30$

$\rightarrow k = 30$

$$\rightarrow f = \frac{5.30}{11.30}$$

$$\therefore \boxed{f = \frac{150}{330}}$$

5. Gasto los 3/7 de lo que tengo y luego los 3/10 de lo que me queda. ¿Cuánto tenía inicialmente, si al final me quedó $ 80 000?

~~A)~~ $ 200 000 B) $ 48 400
C) $ 48 800 D) $ 220 000

Resolución:

Tengo: N

	2°	1°
Gasto:	3/10	3/7 de N
Queda:	$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{7}N$

→ Quedó = 80000

→ $\frac{\cancel{7}^{1}}{10} \times \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{7}_{1}} N = \cancel{80000}^{20000}$

$\therefore \boxed{N = 200000}$

6. El mayor promedio de dos números enteros es 100, mientras que su menor promedio es 36. Halle la diferencia de dichos números.

A) 180 B) 120
C) 100 ~~D)~~ 160

★ Para “n” números no todos ≠s:

$$\boxed{MA > MG > MH}$$

Resolución:

Dato: MA = 100; MH = 36

★ Para 2 números a y b:

$$\boxed{MA \times MH = MG^2} \rightarrow 100 \times 36 = MG^2$$

★ También para 2 números a y b:

$$\boxed{(a-b)^2 = 4(MA^2 - MG^2)}$$

$$\rightarrow (a-b)^2 = 4(100^2 - 100 \times 36)$$

$$\rightarrow (a-b)^2 = 4(64 \times 100) \rightarrow \sqrt{}$$

$$\therefore \boxed{a-b = 160}$$

7. Un móvil recorre los lados de un cuadrado con velocidades de 30 m/s, 40 m/s, 60 m/s y 80 m/s. Calcule siete veces el promedio de las velocidades.

~~A)~~ 320 m/s B) 240 m/s
C) 120 m/s D) 180 m/s

★ Para espacios iguales y tiempos diferentes:

$$\boxed{V_{prom} = MH_{(velocidades)}}$$

Resolución:

$$V_{prom} = \frac{4}{\frac{1}{30}+\frac{1}{40}+\frac{1}{60}+\frac{1}{80}}$$

$$\rightarrow \quad V_{prom} = \frac{4}{\frac{8.1}{8.30}+\frac{6.1}{6.40}+\frac{4.1}{4.60}+\frac{3.1}{3.80}}$$

$$\rightarrow \quad V_{prom} = \frac{4.\cancel{240}^{80}}{\cancel{21}_{7}}$$

$$\therefore \quad \boxed{7V_{prom} = 320m/s}$$

8. Seis obreros trabajando 16 días de 10 horas diarias pueden asfaltar 1200 m^2 de una autopista. ¿Cuántos días emplearán 8 obreros de doble eficiencia trabajando 8 horas diarias para asfaltar 1600 m^2 de la misma autopista?

~~A) 10~~ B) 24
C) 26 D) 16

Resolución:

★ Se sabe que:

$$\frac{(\text{Obreros})(\text{Rendimiento})(\,h/d\,)(\#\text{días})}{(\text{Obra})(\text{Dicultad})} = k$$

$$\rightarrow \quad \frac{(\cancel{6})(\cancel{16})(10)}{\cancel{1200}} = \frac{x(\cancel{2.8})(\cancel{8})}{\cancel{1600}}$$

$$\therefore \quad \boxed{x = 10}$$

9. Dos amigos tiene 3 y 4 botellas de vino respectivamente, se encuentran con un tercero, con el comparten el vino por igual. Este último, al retirarse deja \$ 70 en agradecimiento. ¿Cómo debe hacerse la distribución?

A) \$ 10 y \$ 20 B) \$ 12 y \$ 18
~~C)~~ \$ 20 y \$ 50 D) \$ 14 y \$ 16

Resolución:

$$c/u = \frac{3+4}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\rightarrow 70 \begin{cases} 1°: 3 - \dfrac{7}{3} = \dfrac{2}{3} : 2 \rightarrow 2k \\ 2°: 4 - \dfrac{7}{3} = \dfrac{5}{3} : 5 \rightarrow 5k \end{cases}$$

$$7k = 70$$

$$\rightarrow k = 10$$

$$\therefore \boxed{1°: 20 \text{ y } 2°: 50}$$

10. ¿Cuántos cuadrados perfectos de 4 cifras existen?

A) 69
B) 67
~~C)~~ 68
D) 70

Resolución:

Sea el numeral: $\overline{abcd} = k^2$

→ $1000 \leq \overline{abcd} < 10000$

→ $\sqrt{\ }$: $1000 \leq k^2 < 10000$

→ $31,\ldots \leq k < 100$

→ $k = 32;\ 33;\ 34;\ \ldots;\ 99$

$\#\ \text{Valores} = \dfrac{99-32}{1} + 1 = 68$

∴ $\boxed{\text{Existen 68 números } k^2}$