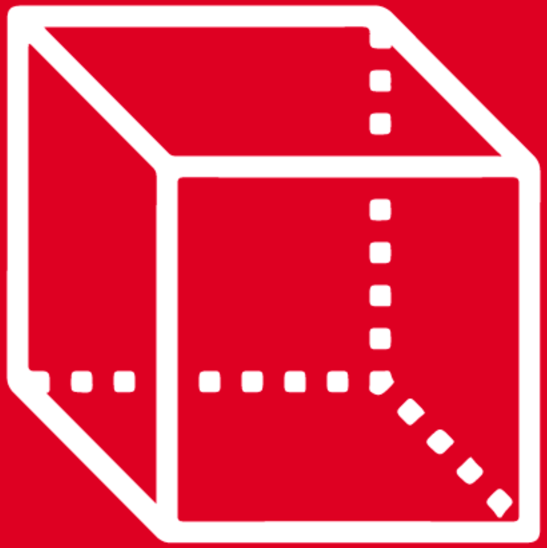
GEOMETRY

Chapter 7

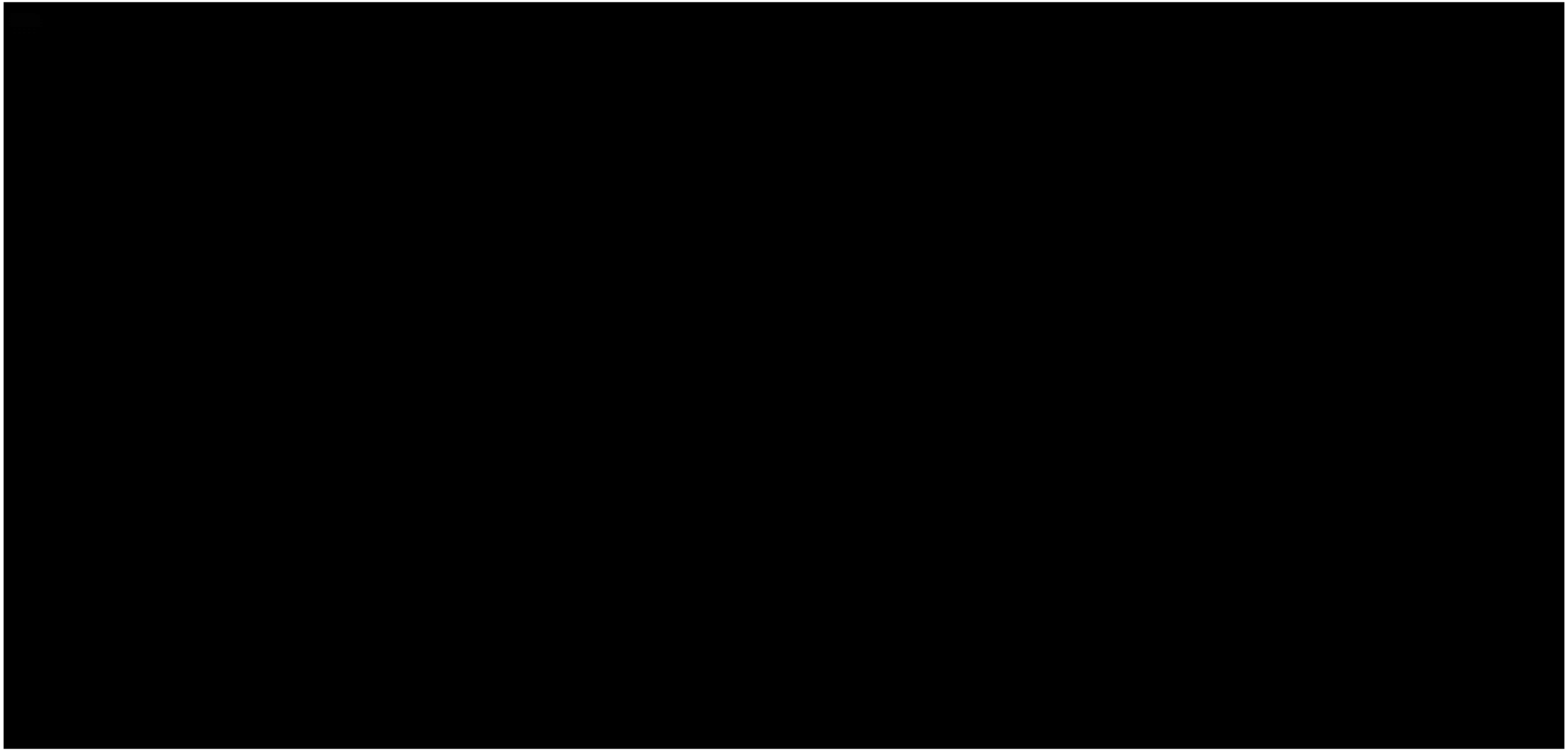
VERANO SAN MARCOS

ÁREA DE REGIONES PLANAS



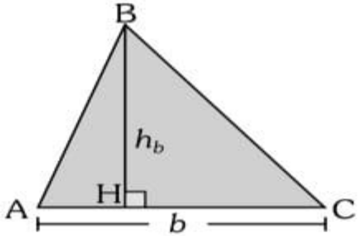
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY



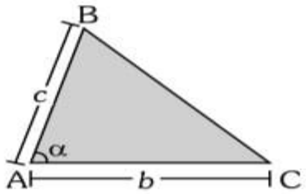
ÁREAS EN REGIONES TRIANGULARES

Fórmula fundamental



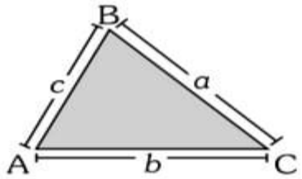
$$S_{ABC} = \frac{bh_b}{2}$$

Fórmula trigonométrica



$$S_{ABC} = \frac{bc}{2}\operatorname{sen}\alpha$$

Fórmula de Herón

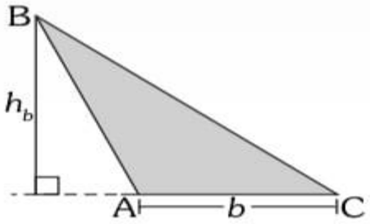


$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Donde p es el semiperímetro.

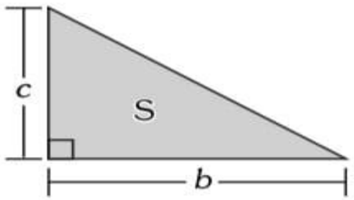
OBSERVACIÓN

a. Para una región triangular obtusángula



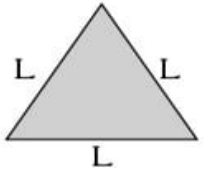
$$S_{ABC} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

b. Para una región triangular rectangular



$$S = \frac{b \cdot c}{2}$$

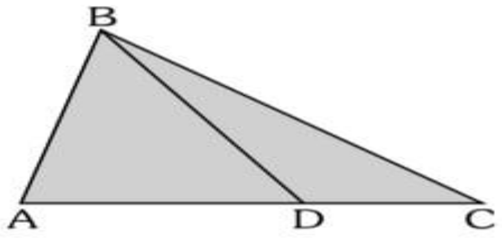
c. Para una región triangular equilátera



$$S_{ABC} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

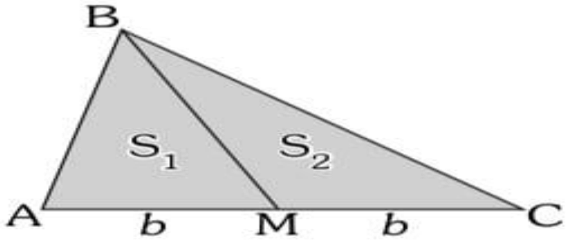
Relación entre las áreas de dos regiones triangulares

a. Si en el triángulo ABC se traza la ceviana $\overline{BD}$, entonces la relación entre las áreas de las regiones triangulares ABD y DBC será igual a la relación entre AD y DC.



$$\boxed{\frac{S_{ABD}}{S_{DBC}} = \frac{AD}{DC}}$$

b. Si en el triángulo ABC se traza la mediana $\overline{BM}$, entonces las regiones triangulares ABM y BMC serán equivalentes, es decir, tendrán áreas iguales.

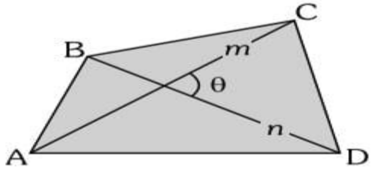


$$\boxed{S_1 = S_2}$$

ÁREAS EN REGIONES CUADRANGULARES

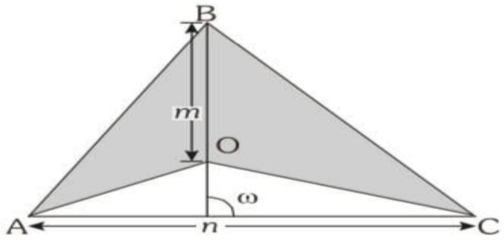
Región cuadrangular

Es una región plana, que está limitada por un cuadrilátero, esta región puede ser convexa o no convexa.



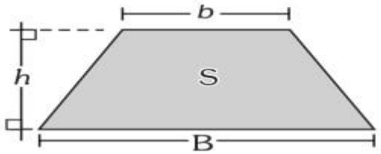
$$\boxed{S_{ABCD} = \frac{m \cdot n}{2}\,\text{sen}\theta}$$

m y n: longitudes de las diagonales



$$\boxed{S_{ABCD} = \frac{mn}{2}\,\text{sen}\omega}$$

Área de una región trapecial



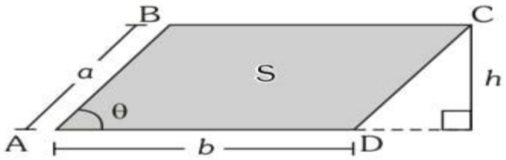
$$\boxed{S = \frac{(B+b)}{2}h}$$

$$\boxed{S = m \cdot h}$$

m: longitud de la mediana
h: longitud de la altura

Área de una región paralelográmica

Región romboidal

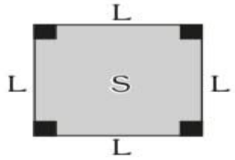


$$\boxed{S = b \cdot h}$$

$$\boxed{S = ab \cdot \text{sen}\theta}$$

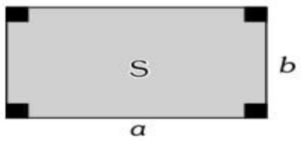
h: longitud de la altura

Región cuadrada



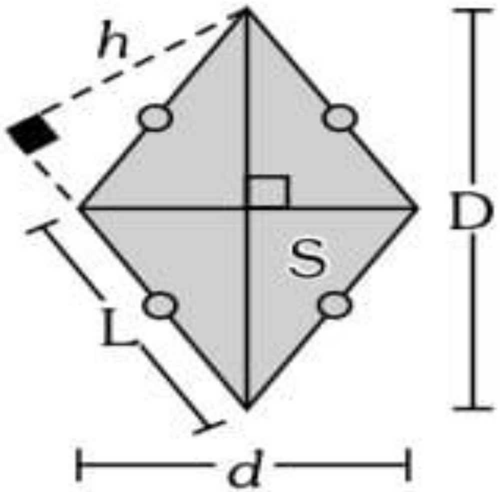
$$\boxed{S = L^2}$$

Región rectangular



$$\boxed{S = a \cdot b}$$

Región rombal



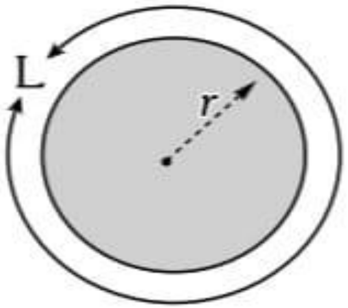
$$\boxed{S = \frac{D \cdot d}{2}}$$

$$\boxed{S = L \cdot h}$$

ÁREAS EN REGIONES CIRCULARES

1. Círculo

El círculo es una porción de plano limitado por una circunferencia.



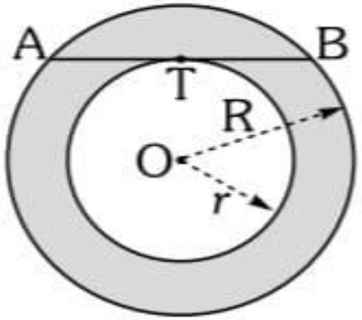
$\boxed{S_{\odot} = \pi r^2}$

L: longitud de la circunferencia

$\boxed{L_{\odot} = 2\pi r}$

2. Corona circular

Es aquella parte del circulo mayor, limitada por dos circunferencias concéntricas.



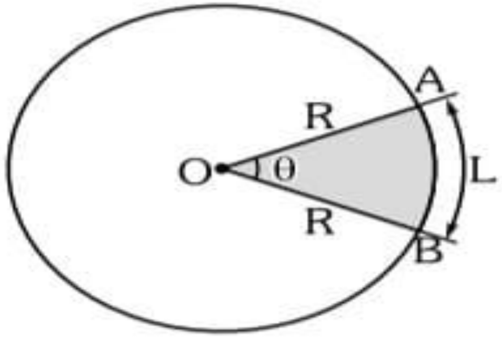
$$\boxed{S_{corona} = \pi(R^2 - r^2)}$$

$$\boxed{S_{corona} = \frac{\pi(AB)^2}{4}}$$

T: punto de tangencia

3. Sector circular

Es aquella porción de círculo limitada por un ángulo central y su arco correspondiente.

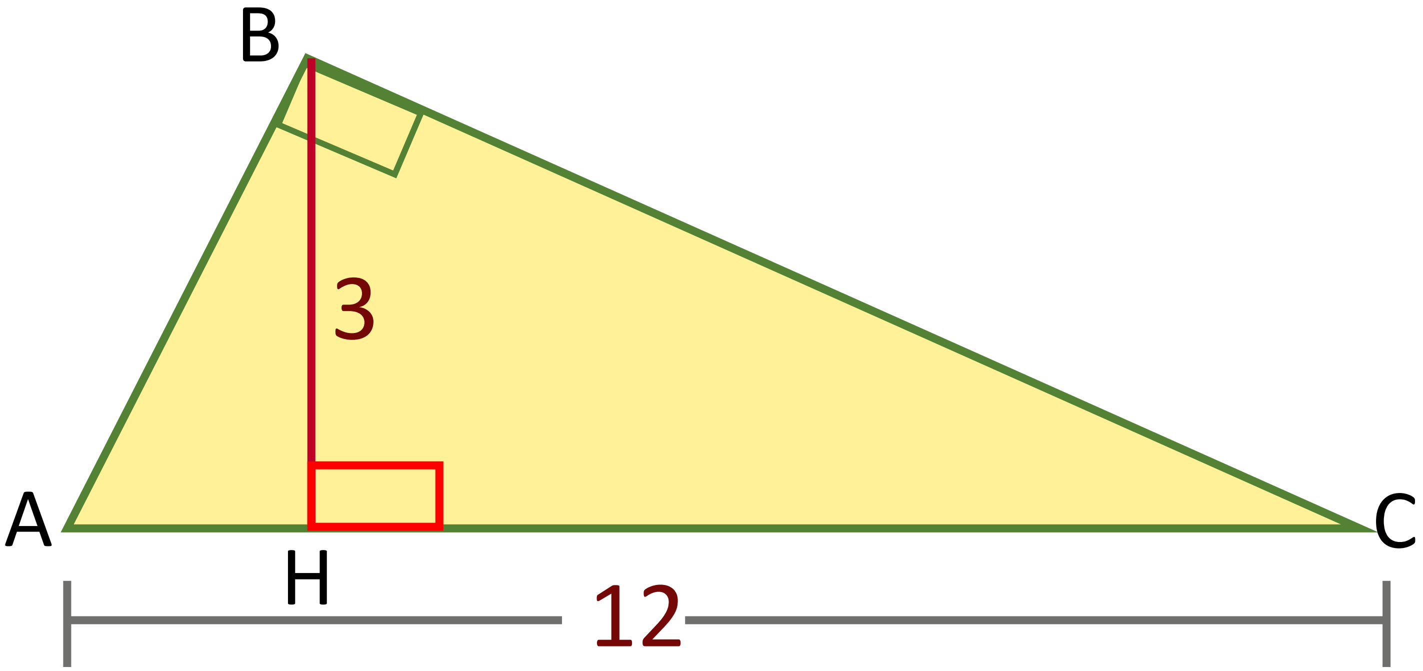


$$S_{AOB\triangleleft} = \frac{\pi R^2 \theta}{360°}$$

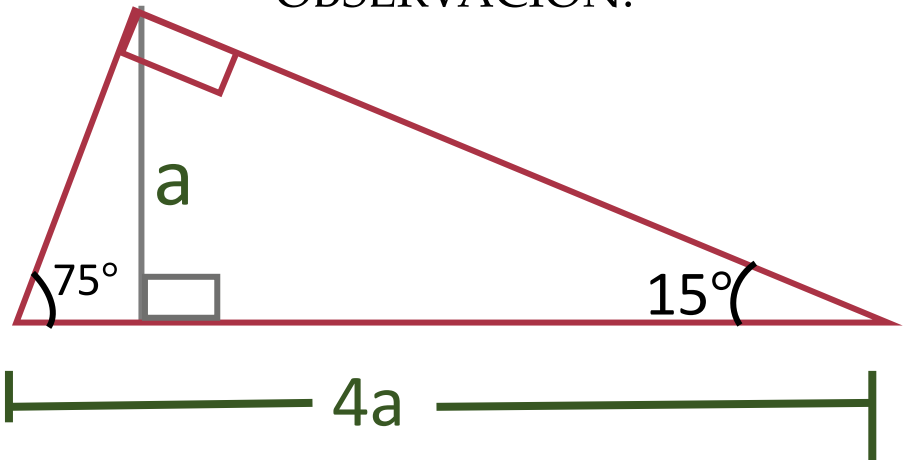
$$S_{AOB\triangleleft} = \frac{LR}{2}$$

- R: radio del sector circular AOB
- θ: medida del ángulo central (θ < 360°)

1) Calcule el área de la región triangular ABC ,mostrada .Si AC = 12



OBSERVACIÓN:



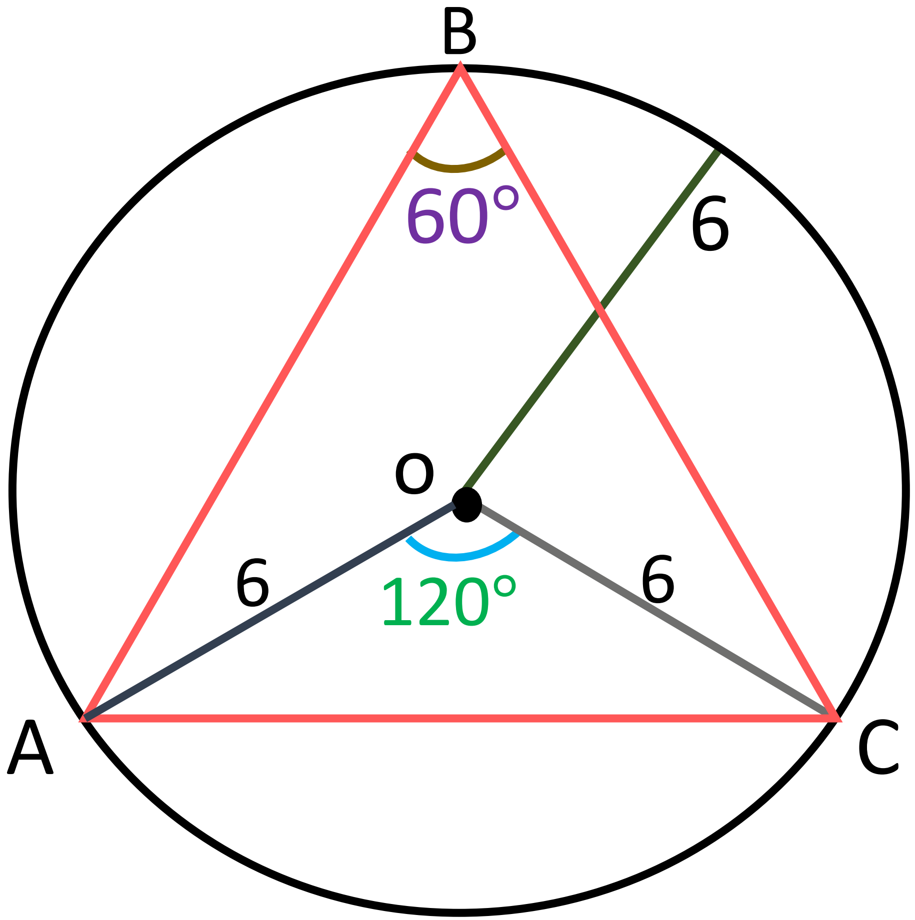
RESOLUCIÓN

PIDEN : S ABC

Como : AC = 12 → $BH = \frac{12}{4} \rightarrow BH = 3$

LUEGO: S ABC = $\frac{12X3}{2}$ → SABC = 18 U^2

2) Calcule el área de una región triangular equilátera inscrita en una circunfenrencia de radio 6

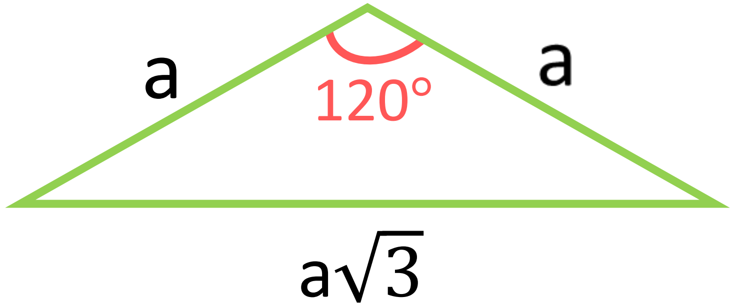


RESOLUCIÓN

PIDEN : S ABC

m∢ ABC = 60° → $m\widehat{AC}$ = 120°($\acute{A}NGULO\ INSCRITO$)

Observación:

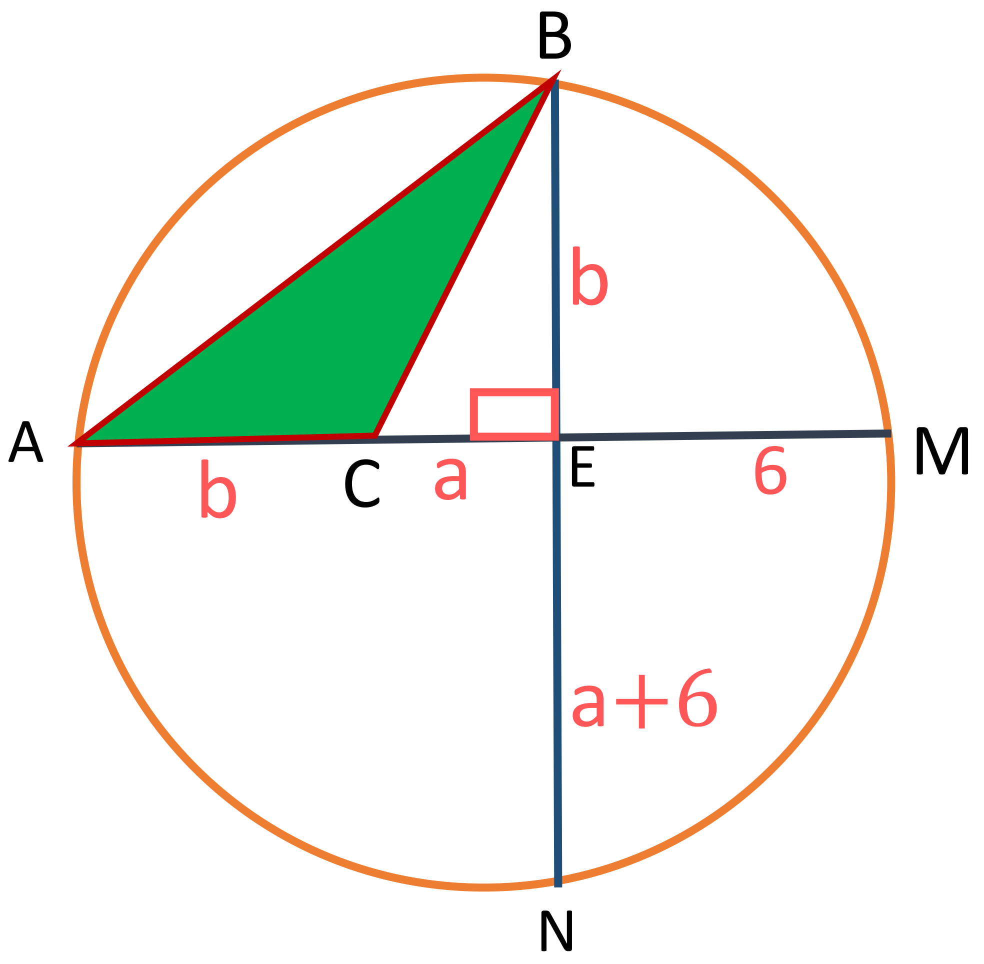


LUEGO: AC = $6\sqrt{3}$

S ABC=$\frac{1}{4}(6\sqrt{3})^2\ \sqrt{3}$

SABC = $27\sqrt{3}\ U^2$

3) En la figura : Calcule el área de la región sombreada



RESOLUCIÓN

Piden el área de la región sombreada :S somb

Por teorema de las cuerdas:

$$(a+b)6 = b(a+6)$$

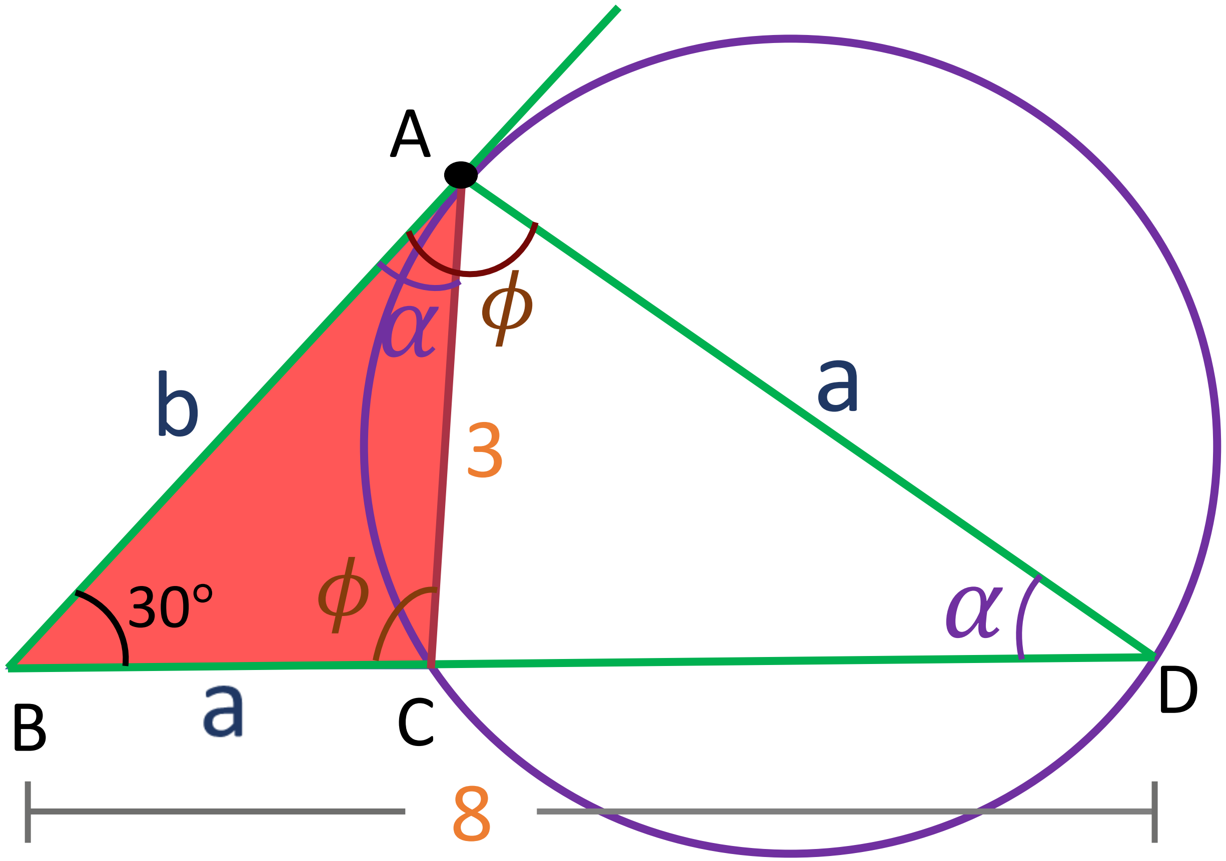
$$6a+6\cancel{b} = ab + 6\cancel{b}$$

$$6=b$$

Luego: $Ssomb= \frac{bxb}{2} = \frac{6x6}{2}$

$$Ssomb= 18\ U^2$$

4) En la figura : A es punto de tangencia ,AC= 3 ,BD=8 Y BC=AD , Calcule el área de la región triangular ABC



RESOLUCIÓN

Piden : S ABC

Δ ABC $\sim \Delta ABD$

$\frac{b}{8} = \frac{3}{a} \rightarrow axb = 24$

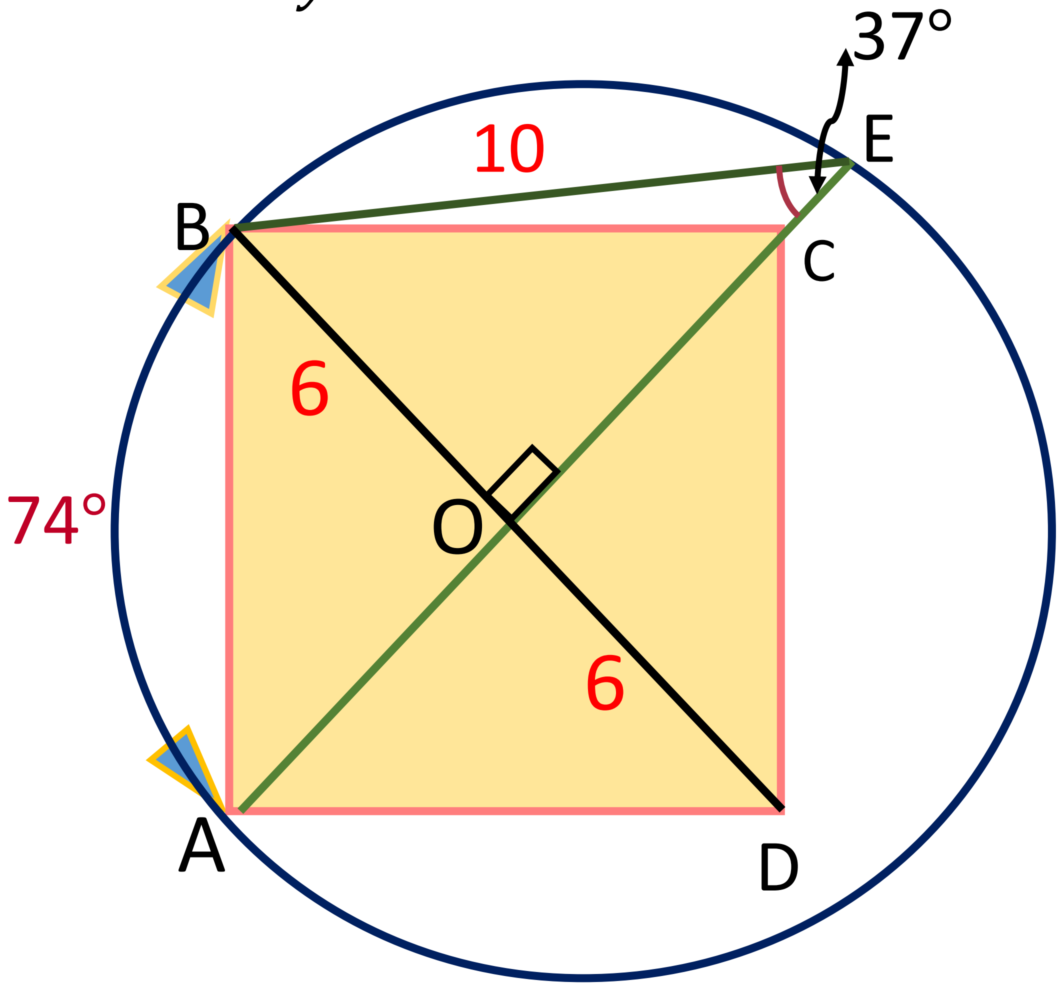
AHORA:

S ABC $= \frac{ab}{2}$ $sen\ 30°$

S ABC = $\frac{24}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{24}{4}$

S ABC =6 U^2

5) Calcule el área de la región cuadrada ABCD , Si : m$\widehat{AB}$ =74° $y\ BE = 10\ u$



RESOLUCIÓN

Piden : S_{ABCD}

Se traza la diagonal $\overline{BD}$

BOE : Notable de 37° – 53°

Como : BE=10 → $B0 = 6$

Además: BO=OD=6

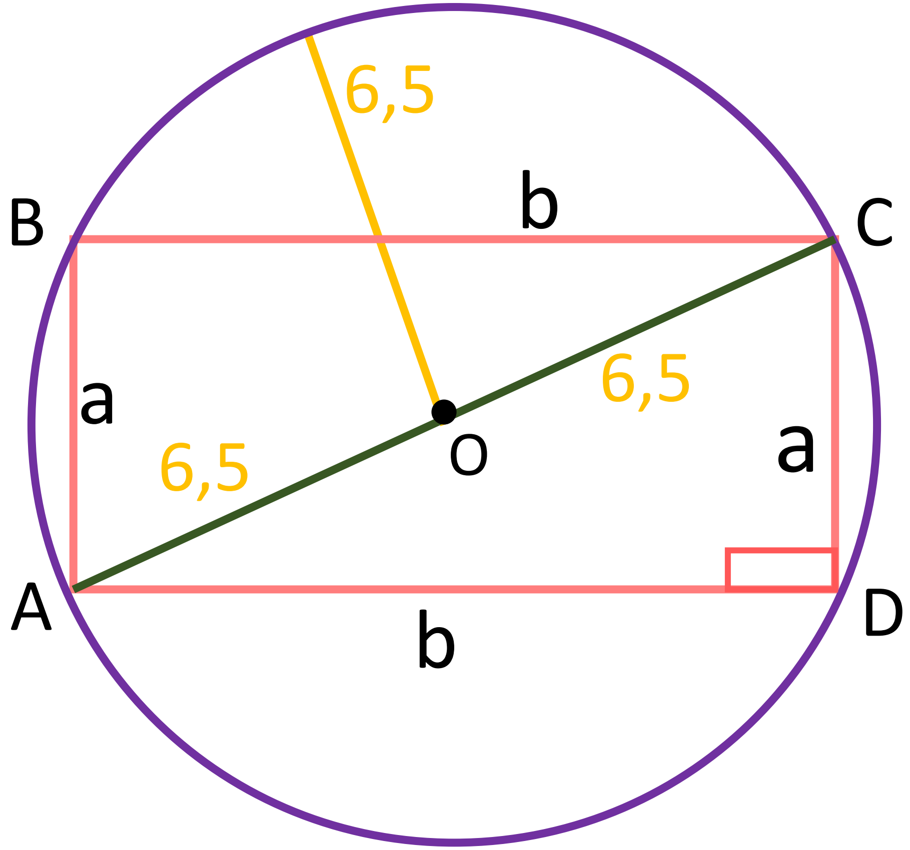
BD=12

AHORA:

$$S_{ABCD} = \frac{12^2}{2} = \frac{144}{2}$$

$$S_{ABCD} = 72\ U^2$$

6) Calcule el área de una región rectángular de perímetro 34u inscrita en una circunferencia de radio 6,5



RESOLUCIÓN

Piden :S ABCD

DATO: $2a+2b = 34$

$a+b = 17$

Teorema de Pitágoras en ◺CDA:

$(13)^2 = a^2 + b^2$

$169 = a^2 + b^2$

Ahora:

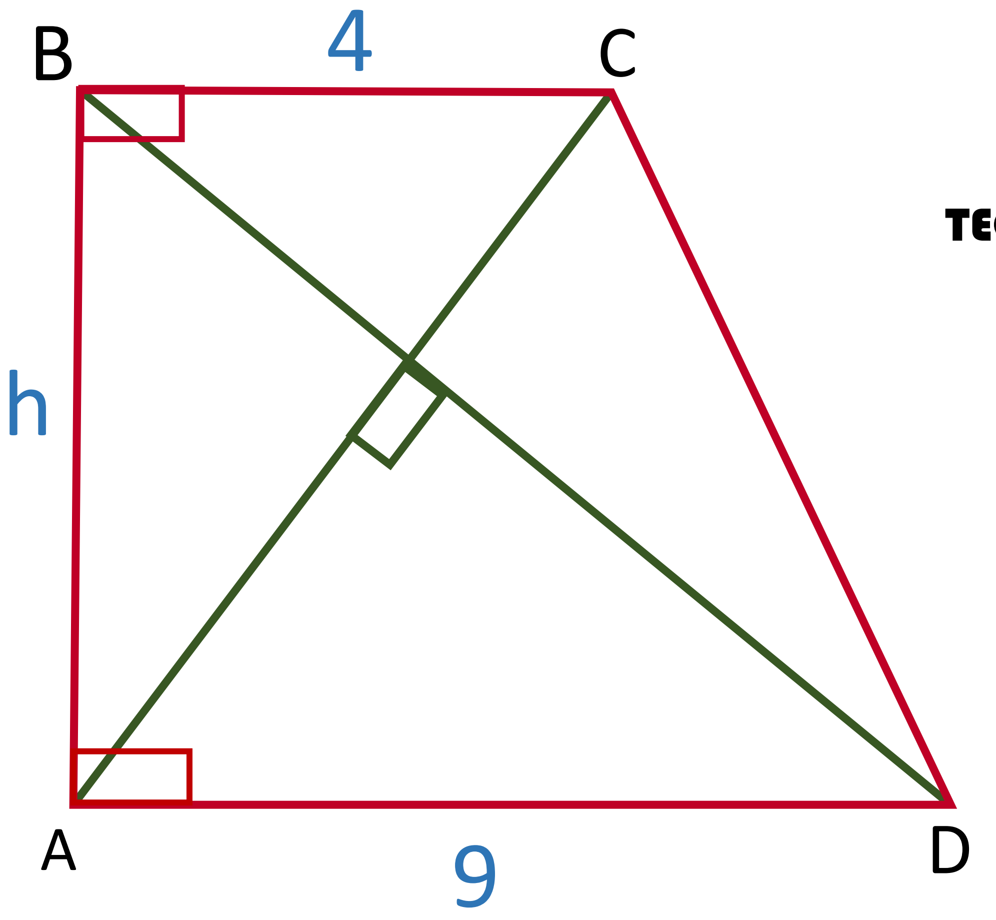
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$(17)^2 = 169 + 2ab \rightarrow 289 - 169 = 2ab$

$60 = ab$

S ABCD $= ab \rightarrow SABCD = 60U^2$

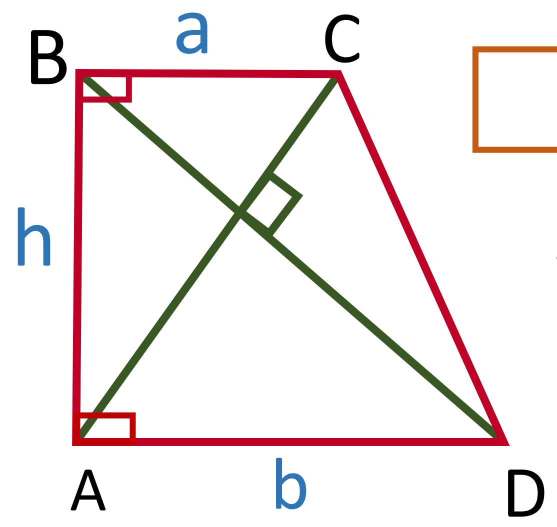
7) Las bases de una región trapecial miden 4 cm y 9cm . Calcule su área si sus diagonales son perpendiculares



RESOLUCIÓN

Piden : S_{ABCD}

TEOREMA:



$$\boxed{h^2 = ab}$$

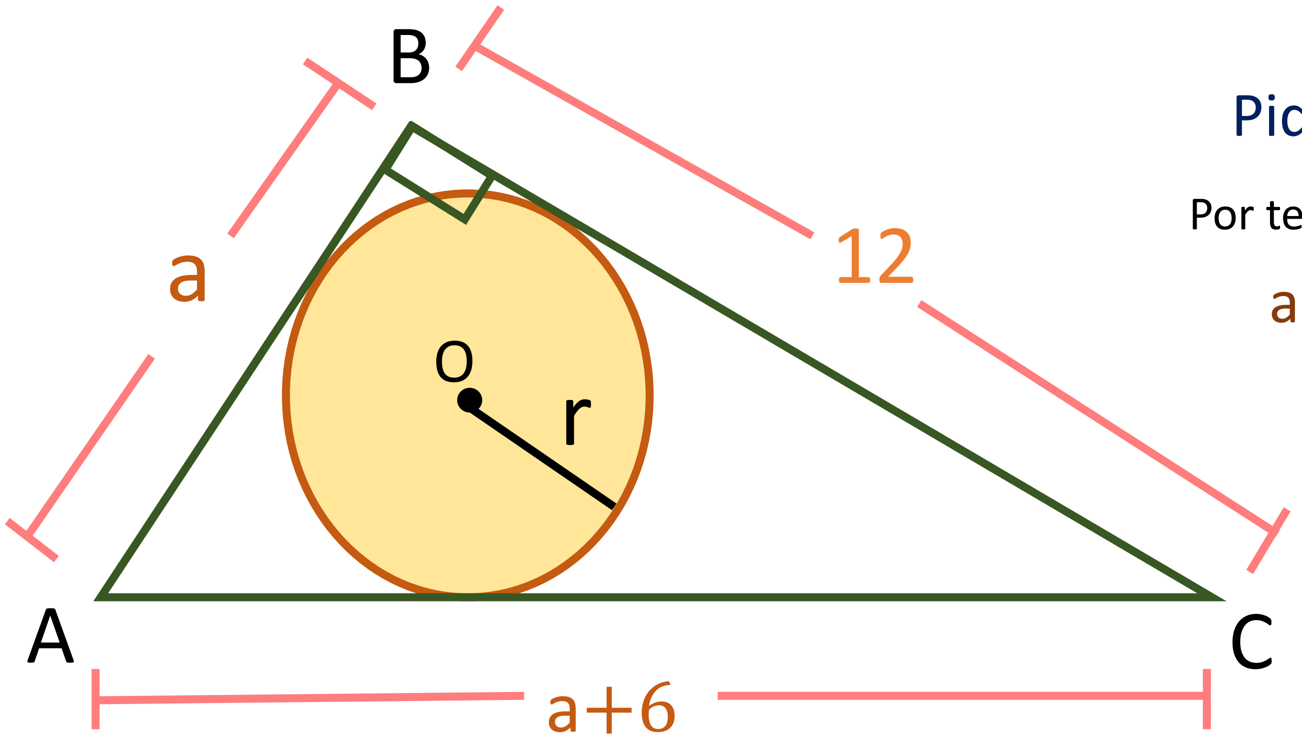
$$h^2 = 4x9$$

$$h=6$$

AHORA: $S\ ABCD = \left(\frac{4+9}{2}\right)6$

$$S_{ABCD} = 39$$

8) Calcule el área del círculo inscrito mostrado



RESOLUCIÓN

Piden el área del círculo

Por teorema de Poncelet en ◺ABC:

$a+12 = a + 6 + 2r$

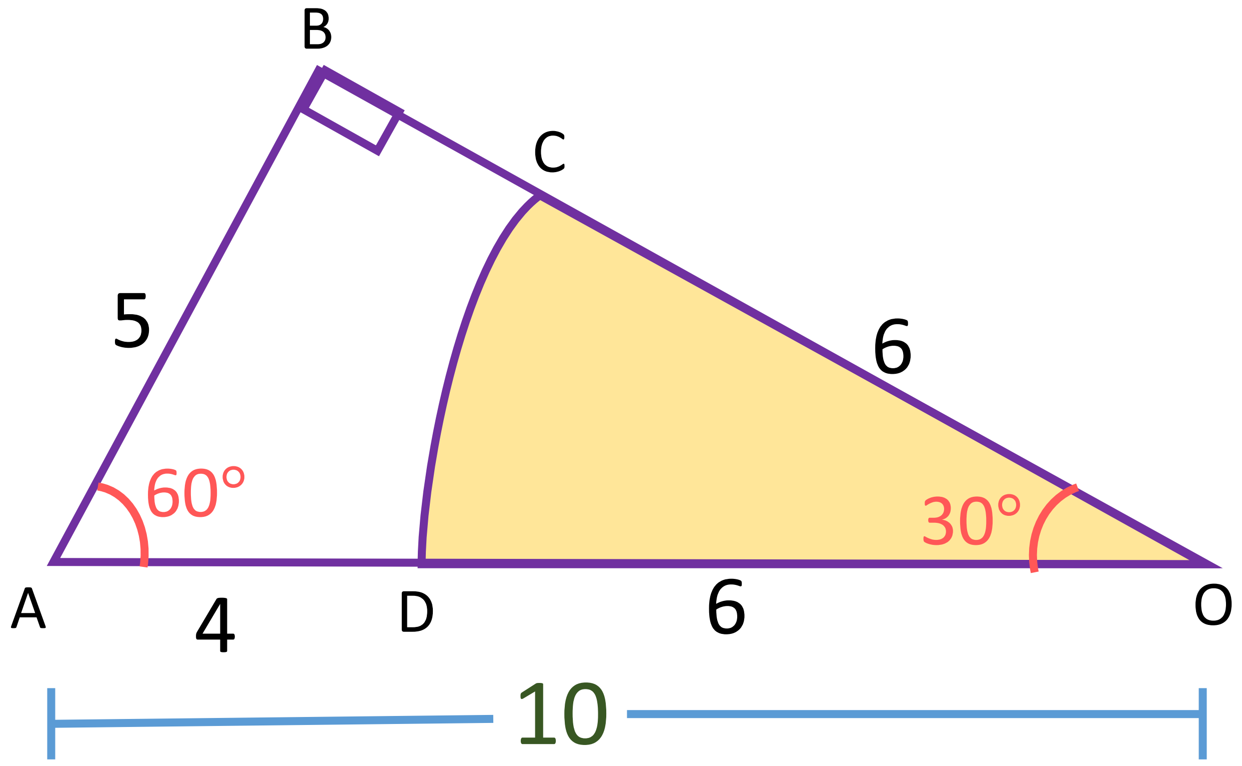
3=r

Luego:

$S_{\odot} = \pi(3)^2$

$S_{\odot} = 9\pi$

9) Calcule el área del sector circular COD mostrado ,si:
AB=5 y AD= 4



RESOLUCIÓN

Piden el área del sector circular COD

ABC es un triángulo rectángulo notable de 30° Y 60°

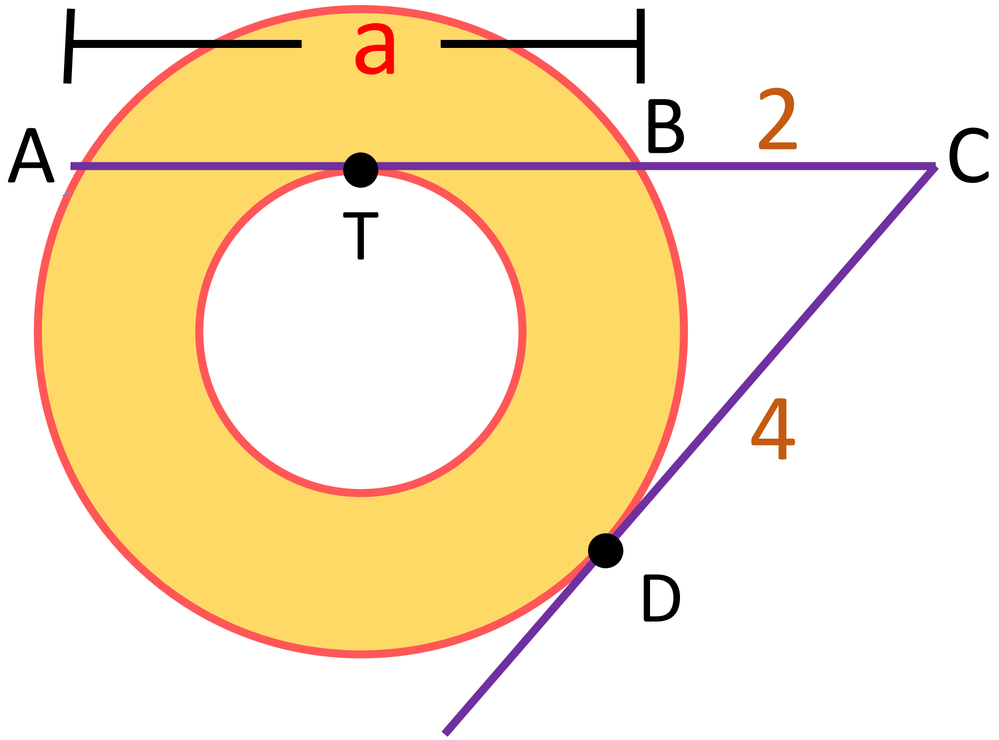
COMO : AB= 5 → AC= 10

TAMBIÉN : DO = 6

AHORA: $S = \frac{30°}{360}\pi(6)^2$

$$S = 3\pi$$

10) Si : T y D son puntos de tangencia , BC=2 , CD = 4 .Calcule el área de la corona circular



RESOLUCIÓN

Por teorema de la tangente y secante

$4^2 = (a+2)2 \quad \rightarrow 6 = a$

AHORA : $S\odot = \frac{1}{4}\pi(6)^2$

$S\odot = 9\pi$