



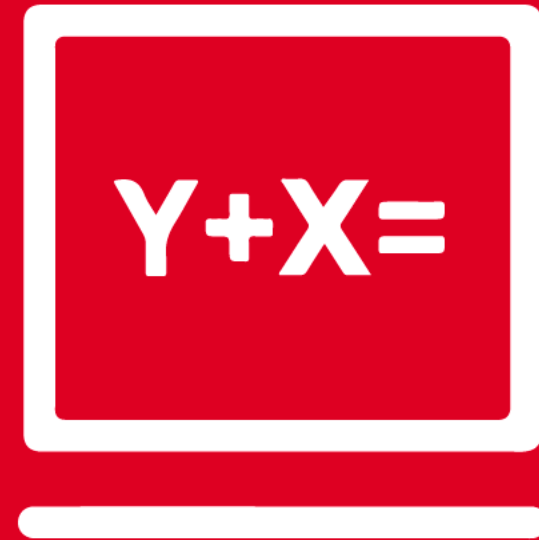
ARITHMETIC

Chapter 7

Summer

San Marcos 2021

Criterios de Divisibilidad



 **SACO OLIVEROS**



HISTORIA DE LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Desde hace mucho tiempo, el hombre se ha visto ante la necesidad de tener que repartir cantidades de cosas entre personas, dándole a cada una el mismo número de unidades.

A través de la práctica el hombre descubrió que este problema a veces sí tenía solución y a veces no. Esto causo la búsqueda de cierta forma de resolver estos problemas dando inicio a la divisibilidad.

“La divisibilidad de los números es conocida desde tiempos remotos. Así, los hindúes ya conocían la divisibilidad por tres, siete y nueve y los egipcios conocían los números pares e impares. El matemático griego Euclides demostró los teoremas básicos de la divisibilidad de números enteros. Ya posteriormente, el matemático francés Pascal (1623-1662) propuso las reglas para conocer la divisibilidad de cualquier número”.



CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Son ciertas reglas prácticas que aplicadas a las cifras de un numeral permitirán determinar su divisibilidad respecto a cierto módulo.

Criterios de divisibilidad entre potencias de 2

Criterio por 2:

$$\overline{abcde} = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \overset{\circ}{2}$$

Criterio por 4:

$$\overline{abcde} = \overset{\circ}{4} \rightarrow \overline{de} = \overset{\circ}{4}$$

Criterio por 8:

$$\overline{abcde} = \overset{\circ}{8} \rightarrow \overline{cde} = \overset{\circ}{8}$$

Obs.

$$\overline{\overset{\circ}{4}\overset{\circ}{2}1} = \overset{\circ}{8} \rightarrow 4c + 2d + e = \overset{\circ}{8}$$

Criterios de divisibilidad entre potencias de 5

Criterio por 5:

$$\overline{abcde} = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \overset{\circ}{5}$$

Criterio por 25:

$$\overline{abcde} = \overset{\circ}{25} \rightarrow \overline{de} = \overset{\circ}{25}$$

Criterio por 125:

$$\overline{abcde} = \overset{\circ}{125} \rightarrow \overline{cde} = \overset{\circ}{125}$$

Criterios de divisibilidad entre 3 o 9

Criterio por 3:

$$\overline{abcd} = \overset{\circ}{3} \rightarrow a + b + c + d = \overset{\circ}{3}$$

Criterio por 9:

$$\overline{abcd} = \overset{\circ}{9} \rightarrow a + b + c + d = \overset{\circ}{9}$$

Criterios de divisibilidad entre 7

$$\overline{1\bar{2}\bar{3}\bar{1}231} = \overset{\circ}{7}$$

$$\rightarrow a - 2b - 3c - d + 2e + 3f + g = \overset{\circ}{7}$$

Criterios de divisibilidad entre 11

$$\overline{-+--+} = \overset{\circ}{11} \rightarrow -a + b - c + d = \overset{\circ}{11}$$

Criterios de divisibilidad entre 13

$$\overline{143\bar{1}\bar{4}\bar{3}1} = \overset{\circ}{13}$$

$$\rightarrow a + 4b + 3c - d - 4e - 3f + g = \overset{\circ}{13}$$

Criterios de divisibilidad entre 33 o 99

Criterio por 33:

$$\overline{abcde\overline{fg}} = \overset{\circ}{33} \rightarrow a + \overline{bc} + \overline{de} + \overline{fg} = \overset{\circ}{33}$$

Criterio por 99:

$$\overline{abcde\overline{fg}} = \overset{\circ}{99} \rightarrow a + \overline{bc} + \overline{de} + \overline{fg} = \overset{\circ}{99}$$



1. Al dividir $\overline{a2853a}$ entre 13 se obtuvo como resto 2. Halle el valor de a.

A) 1

B) 2

~~C) 4~~

D) 3

E) 7

Resolución:

$$\overline{43\bar{1}4\bar{3}1} \quad \overset{0}{a2853a} = \overset{0}{13} + 2$$

$$\rightarrow \overset{0}{13} + 4a + 6 - 8 - 20 - 9 + a = \overset{0}{13} + 2$$

$$5a - 31 = \overset{0}{13} + 2$$

$$5a - 33 = \overset{0}{13}$$

$$5a - \cancel{26} - 7 = \overset{0}{13}$$

$$5a - 7 = \overset{0}{13}$$

$$\textcircled{4}$$

∴

$$a = 4$$



2. Halle el valor de a en $\overline{a577n} = \overset{\circ}{7}2$.

- A) 1 B) 2 C) 3
~~D) 4~~ E) 6

Resolución:

$$\overline{a577n} = \overset{\circ}{7}2 \begin{matrix} \nearrow \overset{\circ}{8} \\ \searrow \overset{\circ}{9} \end{matrix}$$

$$\star \overset{\circ}{8}: \quad \overset{421}{77n} = \overset{\circ}{8} \rightarrow 28 + 14 + n = \overset{\circ}{8} \quad \textcircled{6}$$

$$\star \overset{\circ}{9}: \quad a + \cancel{5} + \cancel{7} + \cancel{7} + \cancel{6} = \overset{\circ}{9}$$

$$a + 7 = \overset{\circ}{9} \quad \textcircled{2}$$

\therefore

$$a = 4$$



3. Calcule el mayor valor de mn si $\overline{7m46n}$ es divisible por 56.

- A) 4 B) 6 ~~C) 36~~
D) 49 E) 56

Resolución:

$$\overline{7m46n} = 56 \begin{matrix} \nearrow 7 \\ \searrow 8 \end{matrix}$$

$$\star 8: \frac{421}{46n} = 8 \rightarrow 16 + 12 + n = 8 \quad \textcircled{4}$$

$$\star 7: \frac{31231}{7m464} = 7 \rightarrow -m + 8 + 18 + 4 = 7 \quad \begin{matrix} \textcircled{2} \\ \textcircled{9} \end{matrix}$$

$$\rightarrow mn = \begin{matrix} \nearrow 2.4=8 \\ \searrow 9.4=36 \end{matrix}$$

\therefore

Mayor $mn = 36$



4. Calcule ab si $\overline{a713b}$ es divisible por 88.

A) 20

B) 24

C) 25

~~D) 18~~

E) 16

Resolución:

$$\overline{a713b} = \overset{\circ}{8}\overset{\circ}{8} \begin{matrix} \nearrow \overset{\circ}{8} \\ \searrow \overset{\circ}{1}\overset{\circ}{1} \end{matrix}$$

$$\star \overset{\circ}{8}: \quad \overset{421}{\overline{13b}} = \overset{\circ}{8} \rightarrow 4+6+b = \overset{\circ}{8}$$

$$\star \overset{\circ}{1}\overset{\circ}{1}: \quad \overset{+-+--+}{\overline{a7136}} = \overset{\circ}{1}\overset{\circ}{1} \rightarrow a-7+1-3+6 = \overset{\circ}{1}\overset{\circ}{1}$$

$$a-3 = \overset{\circ}{1}\overset{\circ}{1}$$

 \therefore

$$ab = 18$$



5. Sabiendo que $\overline{abc} = \overset{0}{8}$, $\overline{bca} = \overset{0}{5}$ y $\overline{ab} = \overset{0}{17}$, Calcule $a+b+c$.

A) 6

B) 7

~~C) 8~~

D) 9

E) 10

Resolución:

$$\star \overline{bca} = \overset{0}{5} \rightarrow a = 5$$

$$\star \overline{ab} = \overset{0}{17} \rightarrow \overset{\textcircled{1}}{5}b = \overset{0}{17}$$

$$\star \overline{abc} = \overset{0}{8} \rightarrow \overset{421}{51}c = \overset{0}{8} \rightarrow 20 + 2 + \overset{\textcircled{2}}{c} = \overset{0}{8}$$

 \therefore

$$a+b+c = 8$$



6. Sabiendo que $a \neq b$ y además $\overline{7a5b63} = \overline{99}$, ¿cuántos pares de números cumplen con la igualdad?

- A) 2 ~~B) 4~~ C) 5
D) 3 E) 6

Resolución:

$$\overline{7a5b63} = \overline{99}$$

$$\rightarrow \overline{7a} + \overline{5b} + 63 = \overline{99}$$

$$\rightarrow 70 + a + 50 + b + 63 = \overline{99}$$

$$\rightarrow 183 + \underbrace{a+b}_{15} = \overline{99}$$

15

$$\rightarrow a + b = 15$$

$$\begin{matrix} \textcircled{9} & \textcircled{6} & \checkmark \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \textcircled{8} & \textcircled{7} & \checkmark \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \textcircled{7} & \textcircled{8} & \checkmark \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \textcircled{6} & \textcircled{9} & \checkmark \end{matrix}$$

∴

4 pares



7. ¿Cuántos valores toma \overline{ab} si $\overline{ab2416} = \overline{33}^{\circ}$?

A) 2

~~B) 3~~

C) 4

D) 5

E) 6

Resolución:

$$\overline{ab2416} = \overline{33}^{\circ}$$

$$\rightarrow \overline{ab} + 24 + 16 = \overline{33}^{\circ}$$

$$\rightarrow \overline{ab} + \cancel{33} + 7 = \overline{33}^{\circ}$$

$$\rightarrow \overline{ab} + 7 = \overline{33}^{\circ}$$

$$\textcircled{26} \quad \checkmark$$

$$\textcircled{59} \quad \checkmark$$

$$\textcircled{92} \quad \checkmark$$

 \therefore

3 valores



8. Determine el valor de x para que el numeral $\overline{34x67}$ al dividirlo entre 11 deje 3 de residuo.

A) 2

~~B) 3~~

C) 5

D) 7

E) 8

Resolución:

$$\begin{array}{c} + - + - + \\ \hline 34x67 = \overset{\circ}{11} + 3 \end{array}$$

$$\rightarrow 3 - 4 + x - 6 + 7 = \overset{\circ}{11} + 3$$

$$x - 3 = \overset{\circ}{11}$$

(3)

 \therefore

$$x = 3$$



9. Halle un número capicúa de cinco cifras múltiplo de 65 sabiendo que su cifra de centenas excede en 1 a la de sus decenas. Dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 15

B) 16

~~C) 17~~

D) 18

E) 19

Resolución:

Sea el número: $\overline{abcba} = \overset{\circ}{6}\overset{\circ}{5}$

$$\rightarrow \overline{ab(b+1)ba} = \overset{\circ}{6}\overset{\circ}{5} \begin{matrix} \nearrow \overset{\circ}{5} \\ \searrow \overset{\circ}{13} \end{matrix}$$

$$\star \overline{ab(b+1)ba} = \overset{\circ}{5} \rightarrow a = 5$$

$$\star \overline{\overset{3}{5}\overset{1}{b}\overset{4}{(b+1)}\overset{3}{b}\overset{1}{5}} = \overset{\circ}{13}$$

$$\rightarrow 15 - b - 4b - 4 - 3b + 5 = \overset{\circ}{13}$$

$$16 - 8b = \overset{\circ}{13}$$

(2)

$$\rightarrow \overline{ab(b+1)ba} = 52325$$

\therefore

$$\boxed{\Sigma \text{ cifras} = 17}$$



10. Un número de tres cifras es divisible por 9; si se invierte el orden de sus cifras es múltiplo de 5 y el número formado por sus dos primeras cifras es múltiplo de 8. Calcule la suma de la cifra del primer orden con la de tercer orden.

- A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 ~~E) 9~~

Resolución:

Sea el número: $\overline{abc} = \overset{0}{9} \dots (1)$

$$\rightarrow \overline{cba} = \overset{0}{5} \rightarrow a=5 \rightarrow \overline{cb} = \overset{0}{8} \dots (2)$$

De (1): $a + \underbrace{b+c}_{\text{múltiplo de 4}} = \overset{0}{9} \rightarrow$ En (2): $\overline{cb} = \overset{0}{8}$

$$\begin{array}{c} \textcircled{5} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{13} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textcircled{40} \checkmark \\ \textcircled{22} \times \\ \textcircled{94} \times \\ \textcircled{76} \times \\ \textcircled{58} \times \end{array}$$

$$\rightarrow \overline{abc} = 504$$

\therefore

$$c+a = 9$$