



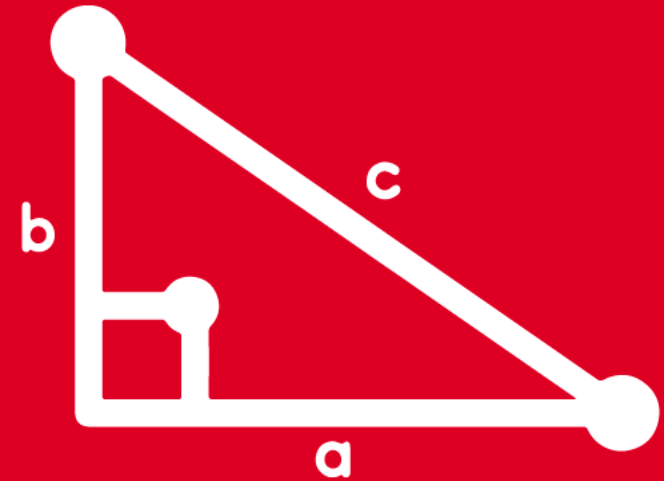
TRIGONOMETRY

Chapter 7

Verano 2022

SAN MARCOS

**Identidades trigonométricas
del Ángulo Doble**



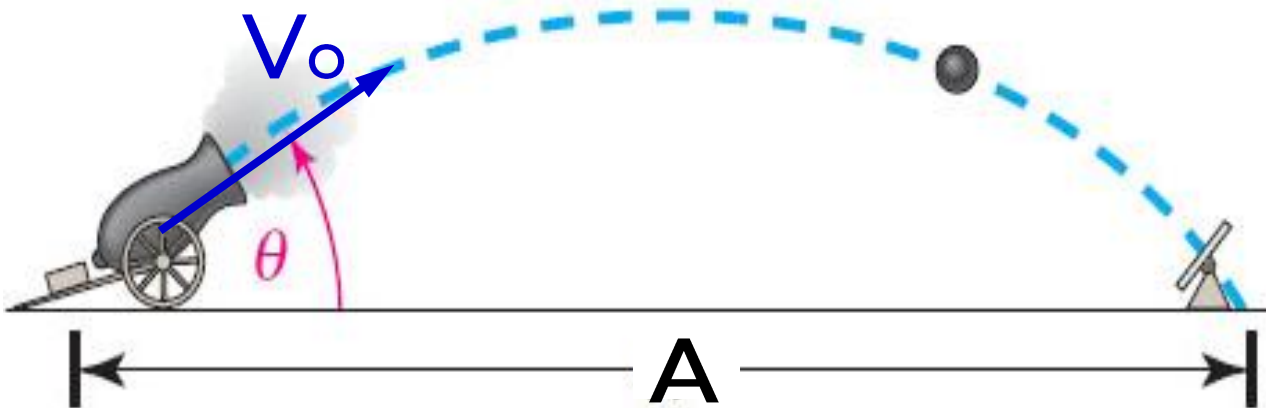
SACO OLIVEROS



Un objeto se dispara hacia arriba con un ángulo “ θ ” respecto de la horizontal, con una velocidad inicial de “ V_o ” metros por segundo.

Ignorando la resistencia del aire, el alcance “ A ” en metros, está dado por :

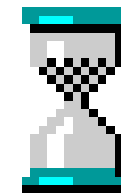
$$= \frac{V_o^2 \sin(2\theta)}{g}$$



Pregunta:

Calcule el ángulo “ θ ”, de disparo para una velocidad inicial de $V_o = 25$ metros por segundo y un alcance de $A = 50$ metros.

Resolución:



Rpta: $\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{gA}{V_o^2} \right)$



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO DOBLE

Para el seno

$$=$$

Para el coseno

$$= -$$

$$= -$$

$$= -$$

Ejemplos:

- $=$
- $\alpha = \alpha - \alpha$
- $= -$

Identidades de degradación

$$= +$$

$$= -$$





Para la tangente

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

Ejemplo

Si $\tan x = 3$; calcule: $\tan 2x$

Resolución

Dato: $\tan x = 3$

Piden

$$\tan 2x = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \therefore \quad = \quad$$

Identidades Auxiliares

$$+ \quad =$$

$$- \quad =$$

Ejemplos:

$$\bullet \quad + \quad =$$

$$\bullet \quad - \quad =$$





1. Si $\text{sen} \alpha = \frac{1}{3}$, calcule $\text{sen} 2\alpha$

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

~~D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$~~



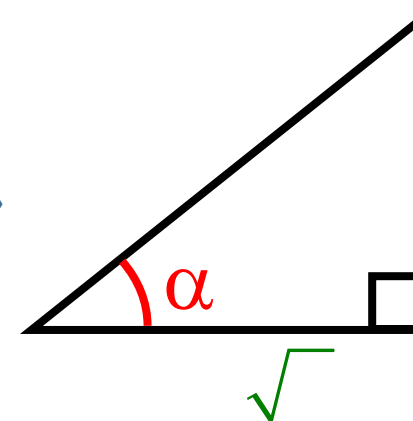
Recordar la

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

RESOLUCIÓN

Dato:

$\alpha = \text{---} = \text{---}$



Piden:

$\alpha = \text{---} \alpha \alpha$



$\alpha = \frac{x - x\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$





2. Reduzca:

$$= \frac{\alpha}{\alpha} + \frac{-\alpha}{\alpha}$$

A) 2

~~B) $\frac{3}{2}$~~

C) $\frac{5}{2}$

D) 3



Recordar las

$$=$$

$$= - 2$$

RESOLUCIÓN

Piden:

$$= \frac{\alpha}{\alpha} + \frac{-\alpha}{\alpha}$$

$$\rightarrow = \frac{\cancel{\alpha}}{\cancel{\alpha}} + \frac{\cancel{-\alpha}}{\cancel{\alpha}}$$

$$\rightarrow = - +$$

$$\therefore = -$$





3. Si $\frac{\text{sen}x}{2} = \frac{\text{cos}x}{3}$; calcule $\tan 2x$.

A) $\frac{5}{12}$

~~B) $\frac{12}{5}$~~

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{4}{3}$



Recordar la

$$\frac{\sin 2x}{1} = \frac{\sin x \cos x}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\cos 2x}{1} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{1}{2}}$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\frac{\sin x}{2} = \frac{\cos x}{3}$

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan x = \frac{2}{3} \quad (*)$$

Piden: $\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$

Usando (*):

$$= \frac{\left(\frac{2}{3} \right)}{1 - \left(\frac{2}{3} \right)^2} = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \tan 2x = \frac{6}{5}$$





4. Si $\cos \alpha = \frac{3}{5}$; calcule $\cos 2\alpha$.

~~A) $-\frac{7}{25}$~~

B) $\frac{24}{25}$

C) $\frac{7}{25}$

D) $-\frac{24}{25}$



Recordar la

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\alpha = \text{---}$

Piden: $\alpha = \text{---}$

→ $\alpha = \left(\text{---} \right) \text{---}$

→ $\alpha = x \text{---} \text{---}$

∴ $\alpha = \text{---}$





5. Reduzca:

$$= + - -$$

A) $\sin 2x$

~~B) $2\sin 2x$~~

C) $4\sin 2x$

D) $8\sin 2x$



Identidad de

$$+^2 - -^2 = \dots (*)$$

$$=$$

RESOLUCIÓN

Piden:

$$= + - -$$

Usando $(*)$, para: $a = \sin x$ y $b = \cos x$

$$\Rightarrow =$$

Dando forma:

$$\Rightarrow = x$$

$$\therefore =$$





6. Siendo $\tan x = \frac{1}{2}$; efectúe

$$W = \tan 2x \cdot \cot x$$

A) 1

B) 2

C) $\frac{4}{3}$

D) $\frac{8}{3}$



Recordar las

$$= \frac{\quad}{\quad 2}$$

$$\cdot \quad =$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\quad = \quad \dots (*)$

Piden: $\quad =$

$$\Rightarrow \quad = \frac{\quad}{\quad 2} \quad \Rightarrow \quad = \frac{\quad}{\quad 2}$$

Usando (*), tenemos:

$$= \frac{\quad}{\quad \left(\begin{smallmatrix} - \\ - \end{smallmatrix} \right)^2} = \left[\begin{smallmatrix} - \\ - \end{smallmatrix} \right]$$

$$\therefore \quad = \quad$$





7. Reduzca:

$$= \frac{-\theta}{\theta}$$

A) $\sin\theta$ B) $\cos\theta$
~~C) $\tan\theta$~~
D) $\cot\theta$ 

Recordar las

$$=$$

$$^2 = -$$

$$=$$

RESOLUCIÓN

Dato: $= \frac{-\theta}{\theta}$

$$\Rightarrow = \frac{\theta}{\theta}$$

Simplificando 2 y $\sin\theta$:

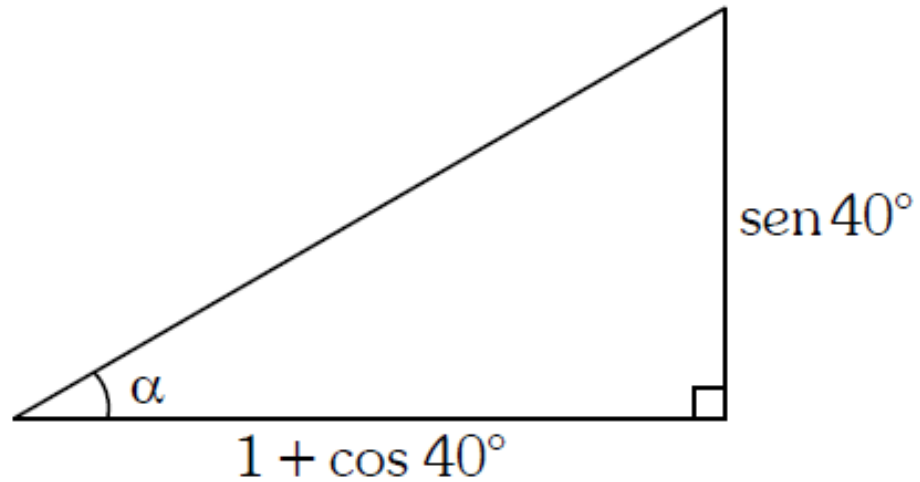
$$\Rightarrow = \frac{\theta}{\theta}$$

$$\therefore = \theta$$





8. Halle el valor de α :



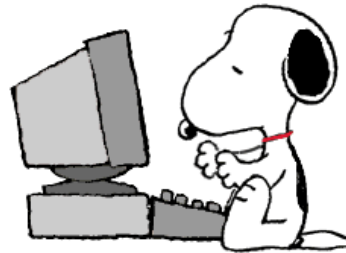
A) 10°

C) 30°

~~B) 20°~~

D) 40°

Recordar las



$=$

$2 = +$

$=$ _____

RESOLUCIÓN

Del gráfico: $\alpha = \frac{\quad}{\quad + \quad}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\quad}{2}$

Reduciendo: $\alpha = \frac{\quad}{\quad}$

$\Rightarrow \alpha =$

$\therefore \alpha = 20^\circ$





9. Si $\alpha - \alpha = \sqrt{\quad}$

Calcule: $\cos 4\alpha$

A) $\frac{2}{5}$

B) $-\frac{2}{5}$

~~C) $-\frac{3}{5}$~~

D) $\frac{3}{5}$



Recordar las

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\alpha - \alpha = \sqrt{\quad}$

$\Rightarrow \alpha = \sqrt{\quad} \dots (*)$

Piden: $\alpha = \quad \alpha -$

Usando (*): $\alpha = \left(\sqrt{\quad} \right) -$

$\Rightarrow \alpha = \quad -$

$\therefore \alpha = \quad -$





10. Si $\theta = \frac{\pi}{6}$, reduzca:

$$\sin(2\theta) - \cos(2\theta)$$

A) -1

B) 1

C) $\frac{1}{2}$

 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Recordar las


$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\theta = \frac{\pi}{6} = \dots (*)$

Piden: $\sin(2\theta) - \cos(2\theta)$

 $\sin(2\theta) - \cos(2\theta) = \left(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta \right)$

 $= \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$

 $= \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$

 $=$

Usando (*): $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$

 $\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

$$\therefore \sin(2\theta) - \cos(2\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$