MATHEMATICAL REASONING

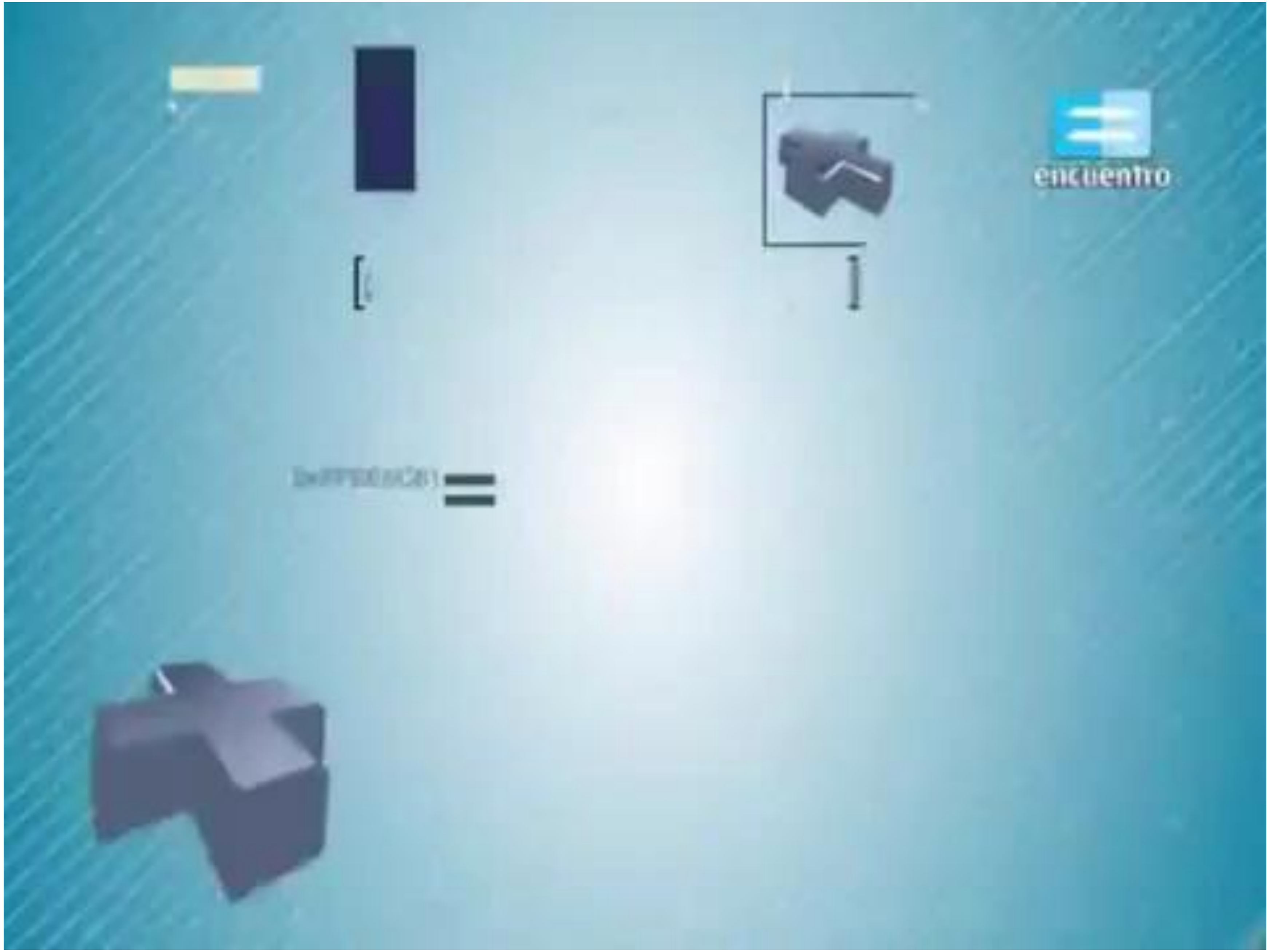
Chapter 8

VERANO SAN MARCOS

ANÁLISIS COMBINATORIO

SACO OLIVEROS

HELICO | MOTIVATION



TÉCNICAS DE CONTEO

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

PRINCIPIO DE ADICIÓN

Si un evento A ocurre de m maneras diferentes y otro evento B ocurre de n maneras diferentes, la ocurrencia del evento A o B, pero no de ambos, estará dado por:

$$\text{N° de ocurrencias del evento (A o B)} = m + n$$

Ejemplo 1

Aldo viajará de Lima a Huancayo y tiene para elegir: la empresa A, que cuenta con 4 buses que realizan la ruta; la empresa B, que cuenta con 3 buses para la ruta y la empresa C, que dispone de 5 buses. Si Aldo quiere hacer el viaje en un solo bus, ¿de cuántas maneras diferentes podrá realizarlo?

TÉCNICAS DE CONTEO

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

Resolución

De los datos, Aldo elegirá solo bus:

EMPRESA A O EMPRESA B O EMPRESA C

$$4 \quad + \quad 3 \quad + \quad 5$$

$$\therefore N° \; de \; maneras \; diferentes = \underline{\underline{12}}$$

❑ PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Si un evento A ocurre de m maneras diferentes y otro evento B ocurre de n maneras diferentes, la ocurrencia del evento A y B, en forma simultánea o consecutiva está dado por:

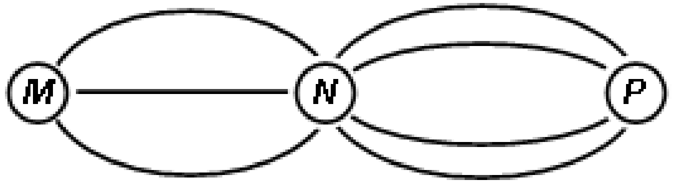
$$\boxed{\text{N° de ocurrencias del evento (A y B)} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}}$$

TÉCNICAS DE CONTEO

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

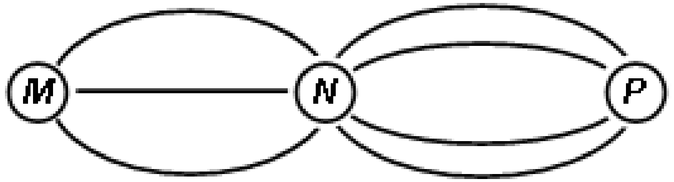
Ejemplo 2

El gráfico muestra un circuito de caminos entre tres ciudades distintas: M, N y P. Si una persona quiere ir de la ciudad M a la ciudad P, ¿de cuántas maneras distintas podrá hacerlo?



Resolución

Del gráfico se observa que:



DE M a N Y DE N a P

$$3 \quad \times \quad 4$$

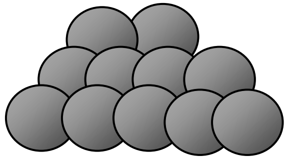
$\therefore N° \; de \; maneras \; diferentes = 12$

TÉCNICAS DE CONTEO

TÉCNICAS DE CONTEO

Si se tiene n elementos diferentes, con ellos se puede realizar lo siguiente:

n elementos diferentes



PERMUTACIONES
(Interesa el orden en que se tomen los elementos)

COMBINACIONES
(No interesa el orden en que se tomen los elementos)

TÉCNICAS DE CONTEO

PERMUTACIONES

Son los diferentes arreglos u ordenamientos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una permutación interesa el orden o ubicación de los elementos. Se pueden presentar los siguientes casos:

PERMUTACIÓN LINEAL

- **Permutación lineal de todos los elementos**

El número de maneras diferentes de permutar (ordenar) n elementos diferentes se calcula de la siguiente manera:

$$\boxed{P_n = n!}$$

TÉCNICAS DE CONTEO

PERMUTACIONES

PERMUTACIÓN LINEAL

- **Permutación lineal de algunos elementos**

El número de permutaciones diferentes de n elementos ordenados en grupos de k en k se calcula del siguiente modo:

$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ejemplo 3

¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar cuatro de un total de seis niños en una banca de cuatro asientos?

Rpta. 360

TÉCNICAS DE CONTEO

PERMUTACIONES

❑ PERMUTACIÓN CIRCULAR

El número de permutaciones circulares diferentes de n elementos distintos se calcula así:

$$P_{C_n} = (n-1)!$$

❑ PERMUTACIÓN CON ELEMENTOS REPETIDOS

El número de permutaciones de n elementos donde r_1 son iguales, r_2 también iguales, r_3 también iguales,..., y r_k también iguales, se calcula de la siguiente manera:

$$P^{n}_{r_1;r_2;r_3;\ldots;r_4} = \frac{n!}{r_1! \times r_2! \times r_3! \times \cdots \times r_k!}$$

TÉCNICAS DE CONTEO

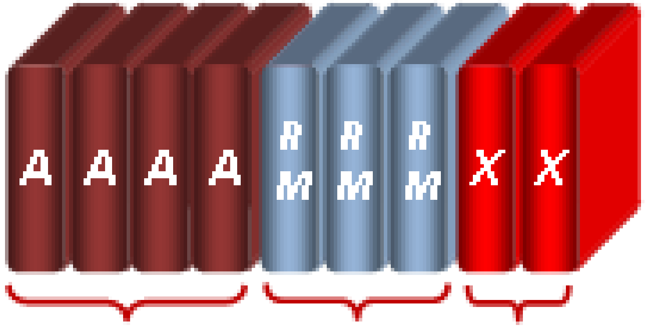
PERMUTACIONES

Ejemplo 4

Se tiene en una caja 3 libros de RM iguales, 2 libros de Algebra, también iguales y 4 libros de Aritmética, también iguales. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán ubicar todos los libros en un estante?

Resolución

De los datos:



4 iguales 3 iguales 2 iguales

$$\therefore P^{9}_{4;3;2} = \frac{9!}{4! \times 3! \times 2!} = 1260$$

TÉCNICAS DE CONTEO

COMBINACIONES

Son las diferentes selecciones o agrupamientos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una combinación no interesa el orden ni ubicación de sus elementos.

EN GENERAL

El número de combinaciones diferentes de n elementos agrupados de k en k se calcula de la siguiente manera:

$$\boxed{C_k^n = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

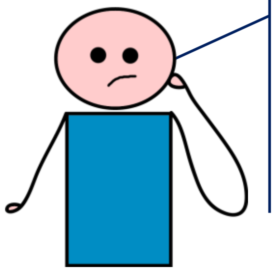
TÉCNICAS DE CONTEO

COMBINACIONES

Ejemplo 5

¿Cuántos partidos de fútbol se juegan en total en un campeonato en el que participan 20 equipos, jugando todos contra todos a una sola rueda?

Resolución



Para que se juegue un partido de fútbol se necesitan dos equipos, entonces, se tiene que elegir grupos conformados por 2 equipos

$$C_2^{20} = \frac{20!}{2! \times (20-2)!}$$

$$\therefore\ C_2^{20} = \underline{\underline{190}}$$

PROBLEMA 1

Un seleccionador de fútbol clasifica a sus jugadores de acuerdo a: su talla (alto o bajo), posición en el campo (arquero, defensa, mediocampista o delantero) y a su edad (mayores o menores). ¿Cuántas clasificaciones puede hacer el seleccionador?

RESOLUCIÓN

Piden la cantidad de clasificaciones que puede hacer el seleccionador.

TALLA	Y	POSICIÓN	Y	EDAD	
2	$\times$	4	$\times$	2	$= 16$

Por lo tanto, la cantidad de clasificaciones distintas es: **16**

PROBLEMA 2

Ronald y su novia acuden a un restaurante que ofrece un menú de 10 comidas diferentes. Si cada uno desea pedir una comida diferente a lo que pide el otro, ¿de cuántas maneras diferentes puede hacerse el pedido?

RESOLUCIÓN

Piden la cantidad de maneras en que ambos pueden hacer su pedido.

RONALD Y NOMA

$$10 \times 9 = 90$$

Por lo tanto, la cantidad de maneras distintas que pueden hacer su pedido es: **90**

PROBLEMA 3

Con todas las letras de la palabra PERUANO, ¿cuántas palabras diferentes se podrá formar, si todas deben empezar con la letra P, terminar en O y llevar consigo la sílaba RU?

RESOLUCIÓN

Piden la cantidad de palabras diferentes.

$$P\ \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{E,\ RU,\ A,\ N}\ O$$

$$P_4^4 = 4x3x2x1 = 24$$

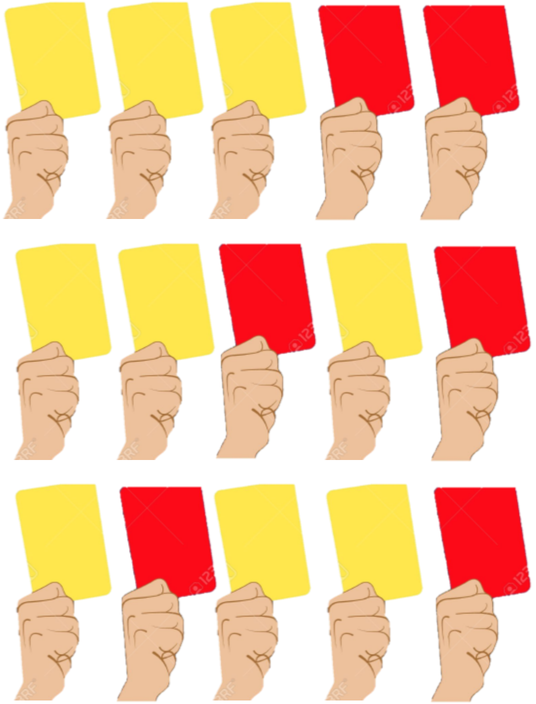
Por lo tanto, la cantidad de palabras diferentes que se puede formar es: **24**

PROBLEMA 4

Un árbitro ante el reclamo de 5 jugadores al cobrar un penal, muestra 3 tarjetas amarillas y 2 rojas. ¿De cuántas maneras podrá mostrar dicho castigo?

RESOLUCIÓN

Piden la cantidad de maneras distintas en que podrá mostrar las 3 tarjetas amarillas y 2 tarjetas rojas.



$$PR^{5}_{3,2} = \frac{5!}{3!\,x2!}$$

$$= \frac{5x4}{2x1}$$

$$= 10$$

Por lo tanto, la cantidad de maneras en que podrá mostrar dicho castigo es: **10**

PROBLEMA 5

Lady este verano va a disfrutar de sus vacaciones a Ica y en su equipaje lleva las siguientes prendas de vestir: 5 vestidos, 8 faldas, 8 blusas (3 del mismo color y modelo) y 10 pares de calzados (2 del mismo color y modelo). ¿De cuántas maneras diferentes podrá combinar dichas prendas de vestir, de tal modo que al vestirse lo puede hacer de dos maneras?

I. Vestido y un par de zapatos.

II. Blusa, falda y un par de calzados.

De como respuesta la suma de los resultados.

RESOLUCIÓN

Piden la cantidad de distintas maneras en que pueda vestirse.

VESTIDOS Y PARES DE ZAPATOS

$$5 \times (10 - 2 + 1) = 45$$

FALDAS Y BLUSAS Y PARES DE ZAPATOS

$$8 \times (8 - 3 + 1) \times (10 - 2 + 1) = 432$$

Por lo tanto, la suma de ambos resultados es: **477**

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 6

¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar 9 personas alrededor de una mesa circular de 5 asientos, si 4 de ellas estarán en espera?.

RESOLUCIÓN

Piden de cuántas maneras distintas se pueden sentar.

PRIMERO: ESCOGEMOS LAS 5 PERSONAS QUE SE VAN A SENTAR

$$C_5^9 = \frac{9!}{5!\,x4!} = 126$$

Y $\times$

SEGUNDO: UBICAMOS LAS 5 PERSONAS EN LA MESA CIRCULAR

$$Pc(5) = 4! = 24$$

Por lo tanto, el número de maneras distintas en que se pueden sentar es: **3024**

PROBLEMA 7

Se tiene que elegir una comisión para organizar un evento en un aula de clases. El aula tiene 24 alumnos y la comisión debe tener 4 miembros. ¿De cuántas formas distintas se puede obtener dicha comisión?

RESOLUCIÓN

Piden de cuántas maneras distintas se puede obtener dicha comisión.

TOTAL	COMISIÓN
$24\, personas$	$4\, miembros$

$$C_4^{24} = \frac{24x23x22x21}{4x3x2x1} = 10626$$

Por lo tanto, el número de maneras distintas de formar dicha comisión es: **10626**

PROBLEMA 8

En una fiesta se tiene un grupo de 5 personas:
María, Sandra, Paola, Carlos y Roberto. ¿Cuántas parejas de baile (hombre - mujer) se pueden formar?

RESOLUCIÓN

Piden la cantidad de parejas de baile (hombre - mujer) que se puedan formar.

MUJERES 2

VARONES 3

SE DEBE ESCOGER UNA MUJER Y UN VARÓN

$$C_1^2 \times C_1^3$$

$$2 \times 3 = 6$$

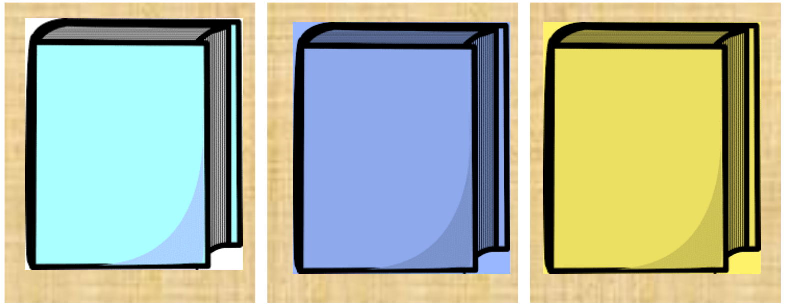
Por lo tanto, la cantidad de parejas de baile que se pueden formar es: **6**

PROBLEMA 9

Se tienen tres libros: uno de Aritmética, uno de Biología y otro de Cálculo, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar los tres libros en un estante?

RESOLUCIÓN

Piden la cantidad de maneras en que se pueden ordenar los libros en un instante



1° LIBRO   2° LIBRO   3° LIBRO

$$3 \quad \times \quad 2 \quad \times \quad 1 \quad = 6$$

Por lo tanto, la cantidad de maneras distintas en que se pueden ordenar los libros en el estante es: **6**

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 10

¿De cuántas formas pueden mezclarse los siete colores del arco iris tomándolos de tres en tres?

RESOLUCIÓN

Piden de cuántas maneras distintas se pueden mezclar 3 colores de los 7 que tiene el arcoíris.

TOTAL	ESCOGEMOS
$7\ colores$	$3\ colores$

$$C_3^7 = \frac{7x6x5}{3x2x1} = 35$$

Por lo tanto, el número de maneras en que se pueden mezclar 3 colores de 7 es: **35**