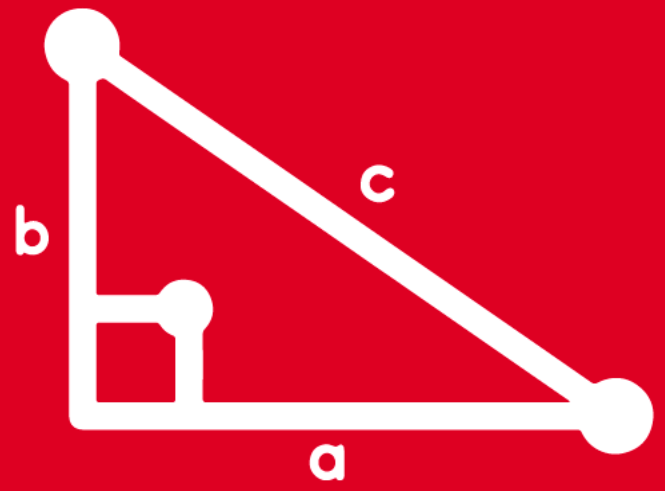
TRIGONOMETRY

Chapter 6

Verano 2021

SAN MARCOS



Identidades trigonométricas del Ángulo Compuesto

SACO OLIVEROS

¿ A qué es igual sen 83° ?

¿ A qué es igual cos 105° ?

¿ A qué es igual tan 8° ?

Los ángulos 83° , 105° y 8° no son notables ... ! pero 30° , 37° , 45° , 53° y 60° si son notables !

Luego:

$$\operatorname{sen} 83° = \operatorname{sen}(53° + 30°)$$

$$\cos 105° = \cos(60° + 45°)$$

$$\tan 8° = \tan(45° - 37°)$$

En este capítulo desarrollaremos las identidades del ángulo compuesto para calcular dichos valores

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO COMPUESTO

Para la suma de dos ángulos

$$\square + \square = \square + \square$$

$$\square + \square = \square - \square$$

$$\square + \square = \frac{\square + \square}{\square - \square}$$

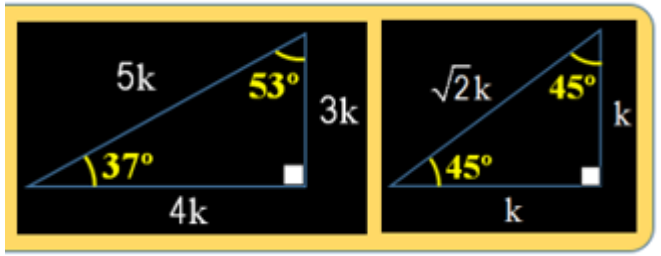
EJEMPLO: Calcule $\cos 82°$

Resolución:

$$= \quad +$$

$$= \quad -$$

Recordar:



$\Rightarrow$ $= - \times \sqrt{\quad} - - \times \sqrt{\quad}$

$\therefore$ $= \frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$

Para la resta de dos ángulos

$$\_ \quad = \qquad \_$$

$$\_ \quad = \qquad +$$

$$\_ \quad = \frac{\_}{+}$$

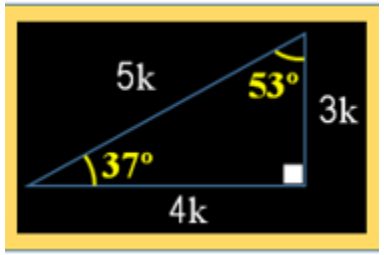
EJEMPLO: Calcule $\tan 16°$

Resolución:

$$= \qquad \_$$

$$= \frac{\_}{+ \qquad .}$$

Recordar:



$$\Rightarrow \quad = \frac{\_ \_ \_ \quad \_}{+ \_ \times \_ \quad \_} = \frac{\_}{\_}$$

$$\therefore \quad = \_$$

1. Calcule sen 75°

A) $\frac{\sqrt{\ } - \sqrt{\ }}{\ }$

B) $\frac{\sqrt{\ } + \sqrt{\ }}{\ }$

C) $\frac{\sqrt{\ } + \sqrt{\ }}{\ }$

D) $\frac{\sqrt{\ } + \sqrt{\ }}{\ }$

Recordar la identidad:

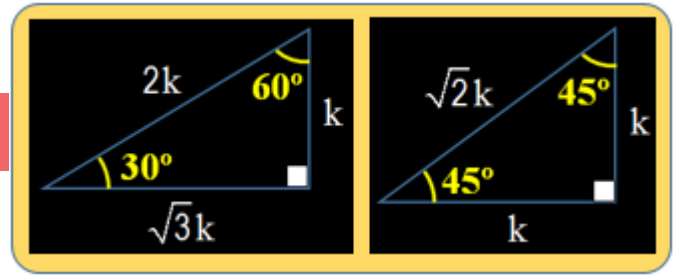
$\quad + \quad = \quad + \quad$

RESOLUCIÓN

Piden: $\quad = \quad +$

$\Rightarrow \quad = \quad +$

Recordar:



$\Rightarrow \quad = - x \frac{\sqrt{\ }}{\ } + \frac{\sqrt{\ }}{\ } x \frac{\sqrt{\ }}{\ }$

$\Rightarrow \quad = \frac{\sqrt{\ }}{\ } + \frac{\sqrt{\ }}{\ }$

$\therefore \quad = \frac{\sqrt{\ } + \sqrt{\ }}{\ }$

2. Reduzca:

$$= \frac{+ \quad - \qquad -}{}$$

A) tanx

B) 2tanx

C) 2coty

D) 2tany

RESOLUCIÓN

Piden:

$$= \frac{+ \quad - \qquad -}{}$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{+ \qquad -(\qquad -\qquad)}{}$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{}{} \quad \Rightarrow \quad = \frac{}{} \quad \Rightarrow \quad =$$

Recordar las

$$+ \quad = \qquad +$$

$$- \quad = \qquad -$$

$$\theta = \frac{\theta}{\theta}$$

$$\therefore \ G = 2\tan y$$

3. Reduzca:

$$= \frac{\alpha+\theta \;\; - \;\; \alpha \;\; \theta}{\alpha \;\; \theta}$$

A) $\tan\alpha$

B) $-\cot\alpha$

C) $-\tan\alpha$

D) $\tan\theta$

RESOLUCIÓN

Piden: $= \dfrac{\alpha+\theta \;\; - \;\; \alpha \;\; \theta}{\alpha \;\; \theta}$

$$\Rightarrow \quad = \frac{\alpha \;\; \theta - \;\; \alpha \;\; \theta - \;\; \alpha \;\; \theta}{\alpha \;\; \theta}$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{- \;\; \alpha \;\; \theta}{\alpha \;\; \theta} \quad \Rightarrow \quad = -\frac{\alpha}{\alpha} \quad \Rightarrow \quad = - \;\; \alpha$$

$\therefore H = -\tan\alpha$

Recordar las

$+ \quad = \quad -$

$= \dfrac{\quad}{\quad}$

4. Si $\tan\alpha = 3$ y $\tan\beta = 5$; calcule: $\tan(\alpha+\beta)$

A) $\frac{3}{5}$

B) $-\frac{2}{5}$

C) $-\frac{3}{7}$

D) $-\frac{4}{7}$

Recordar la identidad:

$$+ \quad = \frac{+}{-}$$

RESOLUCIÓN

Datos: $\alpha = \quad \wedge \quad \beta =$

Piden: $\alpha+\beta = \quad \alpha+\beta \quad \alpha. \quad \beta$

$\Rightarrow \quad \alpha+\beta = \frac{+}{- \quad x}$

$\Rightarrow \quad \alpha+\beta = \frac{\quad}{-}$

$\therefore \quad \alpha+\beta = --$

5. Reduzca:

$$= \frac{+ \quad + \qquad\qquad - }{+ \quad + \qquad\qquad - }$$

A) $\sqrt{\ }$ B) $-$ C) D) $\sqrt{\ }$

RESOLUCIÓN

Piden: $= \dfrac{+ \quad + \qquad\qquad - }{+ \quad + \qquad\qquad - }$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{+ \qquad\qquad + \qquad\qquad - }{- \qquad\qquad + \qquad\qquad + }$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ $\Rightarrow \quad = \dfrac{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ $\Rightarrow \quad =$

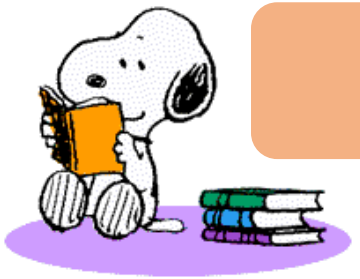
Recordar las

$$\alpha+\beta = \alpha \quad \beta+ \quad \alpha \quad \beta$$

$$\alpha-\beta = \alpha \quad \beta- \quad \alpha \quad \beta$$

$$\alpha+\beta = \alpha \quad \beta- \quad \alpha \quad \beta$$

$$\alpha-\beta = \alpha \quad \beta+ \quad \alpha \quad \beta$$



$$\theta = \frac{\theta}{\theta}$$

$$\therefore F = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

6. Si $\tan(x-y)=4$ y $\tan x=3$; calcule: $\tan y$

A) $-\frac{1}{13}$

B) $-\frac{1}{14}$

C) $-\frac{1}{15}$

D) $-\frac{3}{13}$

Recordar la

$$\frac{-}{+}=\frac{-}{+} \quad \ldots (*)$$

RESOLUCIÓN

Datos: $\begin{cases} \frac{-}{+}=\ldots(\alpha) \\ =\ldots(\beta) \end{cases}$

Usar (*) en (α): $\frac{-}{+}=$

Reemplazar (β): $\frac{-}{+}=$

➡ $\frac{-}{+}=(+)$

➡ $\frac{-}{+}=+$

➡ $\frac{-}{+}=$

$$\therefore \tan y=-\frac{1}{13}$$

7. Simplifique:

= − + + − +

A) B) − C) − D)

RESOLUCIÓN

Dato: = $\underbrace{-}_{\alpha}$ $\underbrace{+}_{\beta}$ + $\underbrace{-}_{\alpha}$ $\underbrace{+}_{\beta}$

Así, tenemos: = α β + α β = $\alpha+\beta$

Luego: = (− + +)

⇒ =

$\therefore W = 1$

Recuerda

=

8. Halle el valor de la expresión:

$$= \quad - \quad +$$

A)

B) $\sqrt{}$

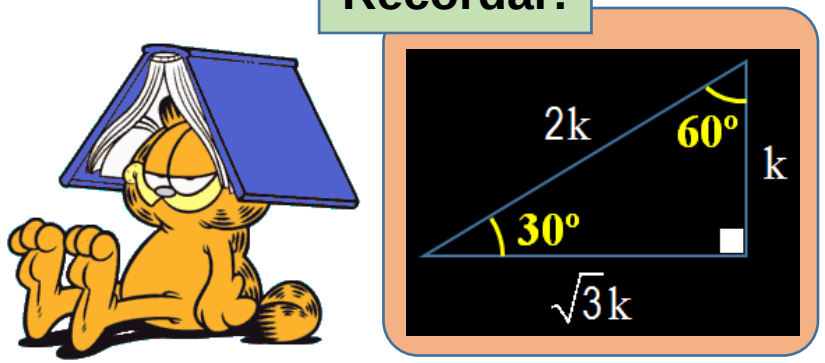
C)

D)

Recordar la identidad:

$$- \quad = \quad -$$

Recordar:



RESOLUCIÓN

Piden: $= \quad - \quad +$

Desarrollando:

$$= \left(\quad - \quad \right) +$$

$$\Rightarrow = \left(\quad x\sqrt{} - \quad x - \right) +$$

$$\Rightarrow = \sqrt{} \quad - \quad +$$

$$\therefore \quad = \sqrt{}$$

9. Halle el valor de m, si:

$$\tan 14° = m\,(\tan 52° - \tan 38°)$$

A) 1 B) 2

C) $\frac{1}{2}$ D) 3

Recordar la

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{-}{+} \quad \text{...(*)}$$

Propiedad:

$$\alpha + \beta = \quad \Rightarrow \quad \alpha = \quad \beta$$

$$=$$

RESOLUCIÓN

Dato: $\quad = \quad -$

$\quad - \quad = \quad -$

Usando (*):

$\quad = \quad -$

$+$

$\quad =$

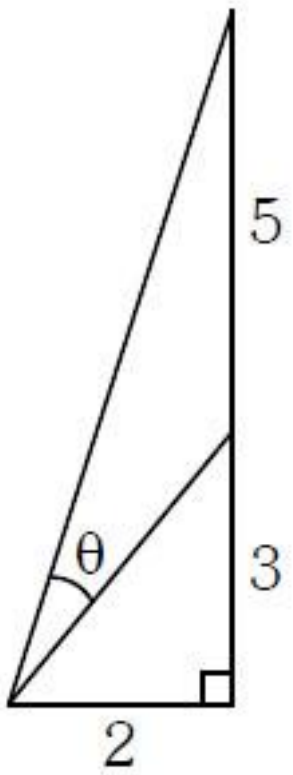
$+$

$\quad =$

$+$

$\therefore m = \frac{1}{2}$

10. Del gráfico mostrado, calcule $\tan\theta$



A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{4}{11}$ C) $\frac{5}{15}$ D) $\frac{5}{14}$

RESOLUCIÓN

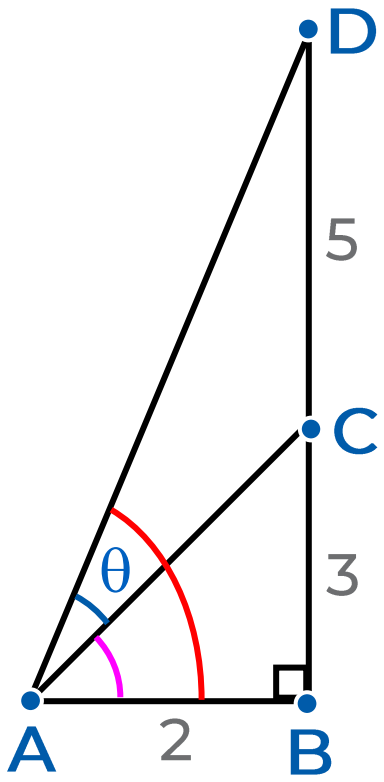
$\blacktriangle ABD$: $= - =$

$\blacktriangle ABC$: $= -$

Piden: $\theta =$ $-$

$\Rightarrow \theta = \dfrac{-}{+ \quad .}$

$\Rightarrow \theta = \dfrac{- - \quad -}{+ \quad x - \quad -} = -$



$\therefore \tan\theta = \frac{5}{14}$