

MATERIAL SUPLEMENTAR PARA ACOMPANHAR
FUNDAMENTOS DE

FÍSICA

HALLIDAY & RESNICK | 9ª Edição

JEARL WALKER

ELETROMAGNETISMO

VOLUME 3



LTC

MATERIAL SUPLEMENTAR PARA ACOMPANHAR

FUNDAMENTOS DE FÍSICA

Eletromagnetismo

9ª Edição

HALLIDAY & RESNICK

JEARL WALKER
Cleveland State University

VOLUME 3

Tradução e Revisão Técnica

Ronaldo Sérgio de Biasi, Ph.D.
Professor Titular do Instituto Militar de Engenharia – IME



Este Material Suplementar contém as Soluções dos Problemas – Volume 3 que podem ser usadas como apoio para o livro *Fundamentos de Física, Volume 3 – Eletromagnetismo*, Nona Edição, 2012. Este material é de uso exclusivo de professores que adquiriram o livro.

**Material Suplementar Soluções dos Problemas – Volume 3 traduzido do material original:
HALLIDAY & RESNICK: FUNDAMENTALS OF PHYSICS, VOLUME TWO, NINTH EDITION**

Copyright © 2011, 2008, 2005, 2003 John Wiley & Sons, Inc.

All Rights Reserved. This translation published under license.

Obra publicada pela LTC Editora:

FUNDAMENTOS DE FÍSICA, VOLUME 3 – ELETROMAGNETISMO, NONA EDIÇÃO

Direitos exclusivos para a língua portuguesa

Copyright © 2012 by

LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda.

Uma editora integrante do GEN | Grupo Editorial Nacional

Projeto de Capa: M77 Design

Imagem de Capa: ©Eric Heller/Photo Researchers, Inc. Used with permission of John Wiley & Sons, Inc.

Reproduzida com permissão da John Wiley & Sons, Inc.

Editoração Eletrônica do material suplementar: *Performa*

SUMÁRIO

Capítulo 21 **1**

Capítulo 22 **23**

Capítulo 23 **51**

Capítulo 24 **75**

Capítulo 25 **105**

Capítulo 26 **127**

Capítulo 27 **142**

Capítulo 28 **172**

Capítulo 29 **194**

Capítulo 30 **225**

Capítulo 31 **254**

Capítulo 32 **285**

Capítulo 21

1. O módulo da força que uma das cargas exerce sobre a outra é dado por

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(Q-q)}{r^2}$$

em que r é a distância entre as cargas. Queremos determinar o valor de q que minimiza a função $f(q) = q(Q - q)$. Derivando a função em relação a q e igualando o resultado a zero, obtemos $Q - 2q = 0$, o que nos dá $q = Q/2$. Assim, $q/Q = 0,500$.

2. O fato de que as esferas são iguais permite concluir que, ao serem colocadas em contato, ficam com cargas iguais. Assim, quando uma esfera com uma carga q entra em contato com uma esfera descarregada, as duas esferas passam a ter (quase instantaneamente) uma carga $q/2$. Começamos com as esferas 1 e 2, que possuem uma carga q cada uma e experimentam uma força repulsiva de módulo $F = kq^2/r^2$. Quando a esfera neutra 3 é colocada em contato com a esfera 1, a carga da esfera 1 diminui para $q/2$. Em seguida, a esfera 3 (que agora possui uma carga $q/2$) é colocada em contato com a esfera 2 e a carga total das duas esferas, $q/2 + q$, é dividida igualmente entre elas. Assim, a carga final da esfera 2 é $3q/4$ e a força de repulsão entre as esferas 1 e 2 se torna

$$F' = k \frac{(q/2)(3q/4)}{r^2} = \frac{3}{8} k \frac{q^2}{r^2} = \frac{3}{8} F \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3}{8} = 0,375.$$

3. Explicitando a distância r na Eq. 21-1, $F = k|q_1||q_2|/r^2$, obtemos:

$$r = \sqrt{\frac{k|q_1||q_2|}{F}} = \sqrt{\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(26,0 \times 10^{-6} \text{ C})(47,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{5,70 \text{ N}}} = 1,39 \text{ m}.$$

4. A corrente elétrica é discutida na Seção 21-4. Chamando de i a corrente, a carga transferida é dada por

$$q = it = (2,5 \times 10^4 \text{ A})(20 \times 10^{-6} \text{ s}) = 0,50 \text{ C}.$$

5. De acordo com a Eq. 21-1, o módulo da força de atração entre as partículas é

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(3,00 \times 10^{-6} \text{ C})(1,50 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0,120 \text{ m})^2} = 2,81 \text{ N}.$$

6. (a) Chamando de a o módulo da aceleração, a segunda e a terceira leis de Newton nos dão

$$m_2 a_2 = m_1 a_1 \Rightarrow m_2 = \frac{(6,3 \times 10^{-7} \text{ kg})(7,0 \text{ m/s}^2)}{9,0 \text{ m/s}^2} = 4,9 \times 10^{-7} \text{ kg}.$$

(b) O módulo da (única) força que age sobre a partícula 1 é

$$F = m_1 a_1 = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{|q|^2}{(0,0032 \text{ m})^2}.$$

Substituindo os valores conhecidos de m_1 e a_1 , obtemos $|q| = 7,1 \times 10^{-11} \text{ C}$.

7. Considerando positivo o sentido para a direita, a força resultante que age sobre q_3 é

$$F_3 = F_{13} + F_{23} = k \frac{q_1 q_3}{(L_{12} + L_{23})^2} + k \frac{q_2 q_3}{L_{23}^2}.$$

Note que cada termo apresenta o sinal correto (positivo se a força aponta para a direita, negativo se a força aponta para a esquerda), quaisquer que sejam os sinais das cargas. Assim, por exemplo, o primeiro termo (a força que q_1 exerce sobre q_3) é negativo se as cargas tiverem sinais opostos, o que indica que a força será atrativa, e positivo se as cargas tiverem o mesmo sinal, o que significa que a força será repulsiva. Igualando a zero a força resultante, fazendo $L_{23} = L_{12}$ e cancelando k , q_3 e L_{12} , obtemos

$$\frac{q_1}{4,00} + q_2 = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -4,00.$$

8. No experimento 1, a esfera C entra em contato com a esfera A , e a carga total das duas esferas ($4Q$) é dividida igualmente entre elas. Isso significa que a esfera A e a esfera C ficam com uma carga $2Q$ cada uma. Em seguida, a esfera C entra em contato com a esfera B e a carga total das duas esferas ($2Q - 6Q$) é dividida igualmente entre elas, o que significa que a esfera B fica com uma carga igual a $-2Q$. No final do experimento 1, a força de atração eletrostática entre as esferas A e B é, portanto,

$$F_1 = k \frac{(2Q)(-2Q)}{d^2} = -k \frac{4Q^2}{d^2}$$

No experimento 2, a esfera C entra primeiro em contato com a esfera B , o que deixa as duas esferas com uma carga de $-3Q$ cada uma. Em seguida, a esfera C entra em contato com a esfera A , o que deixa a esfera A com uma carga igual a $Q/2$. Assim, a força de atração eletrostática entre as esferas A e B é

$$F_2 = k \frac{(Q/2)(-3Q)}{d^2} = -k \frac{3Q^2}{2d^2}$$

A razão entre as duas forças é, portanto,

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{3/2}{4} = 0,375.$$

9. Vamos supor que a distância entre as esferas é suficiente para que possam ser consideradas cargas pontuais e chamar de q_1 e q_2 as cargas originais. Escolhemos o sistema de coordenadas de tal forma que a força que age sobre a esfera 2 é positiva quando a esfera é repelida pela esfera 1. Nesse caso, de acordo com a Eq. 21-1, a força a que a esfera 2 está submetida é

$$F_a = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = -k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

na qual r é a distância entre as esferas. O sinal negativo indica que as esferas se atraem. Como as esferas são iguais, adquirem a mesma carga ao serem ligadas por um fio; isso significa que a carga de cada esfera é $(q_1 + q_2)/2$. A força agora é de repulsão e é dada por

$$F_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left(\frac{q_1+q_2}{2}\right)\left(\frac{q_1+q_2}{2}\right)}{r^2} = k \frac{(q_1 + q_2)^2}{4r^2}.$$

De acordo com a primeira das equações mostradas,

$$q_1 q_2 = -\frac{r^2 F_a}{k} = -\frac{(0,500 \text{ m})^2 (0,108 \text{ N})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = -3,00 \times 10^{-12} \text{ C}^2.$$

De acordo com a segunda equação,

$$q_1 + q_2 = 2r\sqrt{\frac{F_b}{k}} = 2(0,500\text{ m})\sqrt{\frac{0,0360\text{ N}}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}} = 2,00 \times 10^{-6} \text{ C},$$

na qual escolhemos o sinal positivo para a raiz quadrada (o que equivale a supor que $q_1 + q_2 \geq 0$). Explicitando q_2 na equação do produto das cargas, obtemos

$$q_2 = \frac{-3,00 \times 10^{-12} \text{ C}^2}{q_1}.$$

Substituindo q_2 pelo seu valor na equação da soma das cargas, obtemos

$$q_1 - \frac{3,00 \times 10^{-12} \text{ C}^2}{q_1} = 2,00 \times 10^{-6} \text{ C}.$$

Multiplicando por q_1 e reagrupando os termos, obtemos a equação do segundo grau

$$q_1^2 - (2,00 \times 10^{-6} \text{ C})q_1 - 3,00 \times 10^{-12} \text{ C}^2 = 0$$

cujas soluções são

$$q_1 = \frac{2,00 \times 10^{-6} \text{ C} \pm \sqrt{(-2,00 \times 10^{-6} \text{ C})^2 - 4(-3,00 \times 10^{-12} \text{ C}^2)}}{2}.$$

(a) Escolhendo o sinal positivo da raiz quadrada, obtemos $q_1 = 3,00 \times 10^{-6} \text{ C}$, o que nos dá $q_2 = (-3,00 \times 10^{-12})/q_1 = -1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$. Escolhendo o sinal negativo da raiz quadrada, obtemos $q_1 = -1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$. Nos dois casos, a resposta é $-1,00 \times 10^{-6} \text{ C} = -1,00 \mu\text{C}$.

(b) Como vimos no item (a), escolhendo o sinal positivo da raiz quadrada, obtemos $q_1 = 3,00 \times 10^{-6} \text{ C}$. Escolhendo o sinal negativo, $q_1 = -1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$, o que nos dá $q_2 = (-3,00 \times 10^{-12})/q_1 = 3,00 \times 10^{-6} \text{ C}$. Nos dois casos, a resposta é $3,00 \times 10^{-6} \text{ C} = 3,00 \mu\text{C}$.

O que aconteceria se tivéssemos suposto que a carga total das partículas era inicialmente negativa? Como as forças permaneceriam as mesmas se os sinais das duas cargas fossem invertidos e a carga total mudaria de sinal, a resposta do item (a) seria $-3,00 \times 10^{-6} \text{ C}$ e a do item (b) seria $1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$.

10. Para facilitar o raciocínio, vamos supor que $Q > 0$ e $q < 0$, embora o resultado final não dependa do sinal das cargas.

(a) Por simetria, os valores absolutos das componentes x e y das forças experimentadas pelas partículas 1 e 4 são todos iguais:

$$|F_1| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{(Q)(Q)}{(\sqrt{2}a)^2} \cos 45^\circ + \frac{(|q|)(Q)}{a^2} \right] = \frac{Q|q|}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(-\frac{Q/|q|}{2\sqrt{2}} + 1 \right).$$

Fazendo $|F_1| = 0$, obtemos $Q/|q| = 2\sqrt{2}$, o que nos dá $Q/q = -2\sqrt{2} = -2,83$.

(b) Por simetria, os valores absolutos das componentes x e y das forças experimentadas pelas partículas 2 e 3 são todos iguais:

$$|F_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{|q|^2}{(\sqrt{2}a)^2} \sin 45^\circ - \frac{(|q|)(Q)}{a^2} \right] = \frac{|q|^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{Q}{|q|} \right).$$

Fazendo $|F_2| = 0$, obtemos $Q/|q| = -1/2\sqrt{2} = -0,35$. Como este valor é diferente do obtido no item (a), não existe um valor de q para o qual a força eletrostática a que todas as partículas estão submetidas seja nula.

11. Como a força experimentada pela partícula 3 é

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_{34} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{|q_3||q_1|}{a^2} \hat{j} + \frac{|q_3||q_2|}{(\sqrt{2}a)^2} (\cos 45^\circ \hat{i} + \sin 45^\circ \hat{j}) + \frac{|q_3||q_4|}{a^2} \hat{i} \right),$$

(a) a componente x da força a que a partícula 3 está submetida é

$$F_{3x} = \frac{|q_3|}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(\frac{|q_2|}{2\sqrt{2}} + |q_4| \right) = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{2(1,0 \times 10^{-7} \text{ C})^2}{(0,050 \text{ m})^2} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + 2 \right) \\ = 0,17 \text{ N}$$

(b) e a componente y é

$$F_{3y} = \frac{|q_3|}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(-|q_1| + \frac{|q_2|}{2\sqrt{2}} \right) = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{2(1,0 \times 10^{-7} \text{ C})^2}{(0,050 \text{ m})^2} \left(-1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \\ = -0,046 \text{ N}.$$

12. (a) Para que a aceleração inicial da partícula 3 seja na direção do eixo x , é preciso que a força resultante tenha a direção do eixo x , o que, por sua vez, significa que a soma das componentes y das forças envolvidas seja zero. O ângulo que a força exercida pela partícula 1 sobre a partícula 3 faz com o eixo x é $\tan^{-1}(2/2) = 45^\circ$ e o ângulo que a força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 3 faz com o eixo x é $\tan^{-1}(2/3) = 33,7^\circ$. Assim, para que a soma das componentes y seja nula, devemos ter

$$k \frac{q_1 q_3}{(0,02\sqrt{2} \text{ m})^2} \sin 45^\circ = k \frac{|Q| q_3}{(\sqrt{(0,030 \text{ m})^2 + (0,020 \text{ m})^2})^2} \sin 33,7^\circ,$$

o que nos dá $|Q| = 83 \mu\text{C}$. Como as componentes y das forças exercidas pelas cargas 1 e 2 sobre a carga 3 devem ter sentidos opostos, concluímos que as cargas das partículas q_1 e q_2 devem ter sinais opostos e, portanto, $Q = -83 \mu\text{C}$.

(b) Nesse caso, são as componentes x das forças envolvidas que devem se cancelar. Para que a soma das componentes x seja nula, devemos ter

$$k \frac{q_1 q_3}{(0,02\sqrt{2} \text{ m})^2} \cos 45^\circ = k \frac{|Q| q_3}{(\sqrt{(0,030 \text{ m})^2 + (0,020 \text{ m})^2})^2} \cos 33,7^\circ,$$

o que nos dá $|Q| = 55,2 \mu\text{C} \approx 55 \mu\text{C}$. Como as componentes x das forças exercidas pelas cargas 1 e 2 sobre a carga 3 devem ter sentidos opostos, concluímos que as cargas q_1 e q_2 devem ter o mesmo sinal e, portanto, $Q = 55 \mu\text{C}$.

13. (a) É óbvio que não existe posição de equilíbrio para a partícula 3 fora do eixo x . Também não existe posição de equilíbrio para a partícula 3 no eixo x na região entre as partículas fixas, já que, nessa região, as duas partículas, por terem cargas opostas, exercem necessariamente forças de mesmo sentido sobre a partícula 3. Além disso, não existe posição de equilíbrio no eixo x à direita da partícula 2, porque, nessa região, como $|q_1| < |q_2|$, o módulo da força exercida por q_2 é sempre maior que a força exercida por q_1 . Assim, o ponto de equilíbrio só pode estar na parte do eixo x à esquerda da partícula 1, na qual o módulo da força resultante a que está submetida a partícula 3 é dado por

$$F_{\text{res}} = \left| k \frac{|q_1 q_3|}{L_0^2} - k \frac{|q_2 q_3|}{(L + L_0)^2} \right|$$

em que L_0 é a distância (em valor absoluto) entre a partícula 3 e a partícula 1. Igualando a zero a equação apresentada, temos, depois de cancelar k e q_3 :

$$\frac{|q_1|}{L_0^2} - \frac{|q_2|}{(L + L_0)^2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{L + L_0}{L_0} \right)^2 = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \left| \frac{-3,0 \mu\text{C}}{+1,0 \mu\text{C}} \right| = 3,0,$$

o que nos dá (depois de extrair a raiz quadrada)

$$\frac{L + L_0}{L_0} = \sqrt{3} \Rightarrow L_0 = \frac{L}{\sqrt{3} - 1} = \frac{10 \text{ cm}}{\sqrt{3} - 1} \approx 14 \text{ cm}$$

para a distância entre a partícula 3 e a partícula 1. Isso significa que a coordenada x da partícula 3 deve ser $x = -14 \text{ cm}$.

(b) Como foi dito no item anterior, $y = 0$.

14. (a) Vamos chamar de Q a carga da partícula 3. Igualando os módulos das forças que agem sobre a partícula 3, dadas pela Eq. 21-1, temos:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|Q}{(-a - a/2)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|Q}{(a - a/2)^2},$$

o que nos dá $|q_1| = 9,0 |q_2|$. Como a partícula 3 está situada entre q_1 e q_2 , concluímos que q_1 e q_2 têm o mesmo sinal e, portanto, $q_1/q_2 = 9,0$.

(b) Nesse caso, temos:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|Q}{(-a - 3a/2)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|Q}{(a - 3a/2)^2},$$

o que nos dá $|q_1| = 25 |q_2|$. Como a partícula 3 está situada à direita das duas partículas, concluímos que q_1 e q_2 têm sinais opostos e, portanto, $q_1/q_2 = -25$.

15. (a) Como a distância entre a partícula 1 e a partícula 2 é

$$\begin{aligned} r_{12} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-0,020 \text{ m} - 0,035 \text{ m})^2 + (0,015 \text{ m} - 0,005 \text{ m})^2} \\ &= 0,056 \text{ m}, \end{aligned}$$

o módulo da força que a partícula 1 exerce sobre a partícula 2 é

$$F_{21} = k \frac{|q_2 q_1|}{r_{12}^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(3,0 \times 10^{-6} \text{ C})(4,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0,056 \text{ m})^2} = 35 \text{ N}.$$

(b) O vetor \vec{F}_{21} aponta na direção da partícula 1 e faz com o semieixo x positivo um ângulo

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1,5 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm}}{-2,0 \text{ cm} - 3,5 \text{ cm}} \right) = -10,3^\circ \approx -10^\circ.$$

(c) Suponha que as coordenadas da terceira partícula sejam (x_3, y_3) e que a partícula esteja a uma distância r da partícula 2. Sabemos que, para que as forças exercidas pelas partículas 1 e 3 sobre a partícula 2 sejam iguais, as três partículas devem estar sobre a mesma reta. Além disso, as partículas 1 e 3 devem estar em lados opostos em relação à partícula 2, já que possuem cargas de mesmo sinal e, portanto, se estivessem do mesmo lado em relação à partícula 2, exerceriam forças com o mesmo sentido (de atração). Assim, em termos do ângulo calculado no item (a), temos $x_3 = x_2 - r \cos \theta$ e $y_3 = y_2 - r \sin \theta$ (o que significa que $y_3 > y_2$, já que θ é negativo). O módulo da força que a partícula 3 exerce sobre a partícula 2 é $F_{23} = k |q_2 q_3|/r^2$ e deve ser

igual ao módulo da força exercida pela partícula 1 sobre a partícula 2, que é $F_{21} = k |q_2 q_1| / r^2$. Assim,

$$k \frac{|q_2 q_3|}{r^2} = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow r = r_{12} \sqrt{\frac{q_3}{q_1}} = 0,0645 \text{ m} = 6,45 \text{ cm},$$

o que nos dá $x_3 = x_2 - r \cos \theta = -2,0 \text{ cm} - (6,45 \text{ cm}) \cos(-10^\circ) = -8,4 \text{ cm}$

(d) e $y_3 = y_2 - r \sin \theta = 1,5 \text{ cm} - (6,45 \text{ cm}) \sin(-10^\circ) = 2,7 \text{ cm}$.

16. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 21-26b, quando a partícula 3 está muito próxima da partícula 1 (e, portanto, a força exercida pela partícula 1 sobre a partícula 3 é muito maior que a força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 3), existe uma força no sentido positivo do eixo x . Como a partícula 1 está na origem e a partícula 3 está à direita da partícula 1, esta força é uma força de repulsão. Assim, como a carga da partícula 3 é positiva, concluímos que a carga da partícula 1 também é positiva.

(b) Como o gráfico da Fig. 21-26b cruza o eixo x e sabemos que a partícula 3 está entre a partícula 1 e a partícula 2, concluímos que, ao se aproximar da partícula 2, a partícula 3 é repelida, o que significa que a carga da partícula 2 também é positiva. O ponto em que a curva se anula é o ponto $x = 0,020 \text{ m}$, no qual a partícula 3 se encontra a uma distância $d_1 = 0,020 \text{ m}$ da partícula 1 e a uma distância $d_2 = 0,060 \text{ m}$ da partícula 2. Assim, de acordo com a Eq. 21-1,

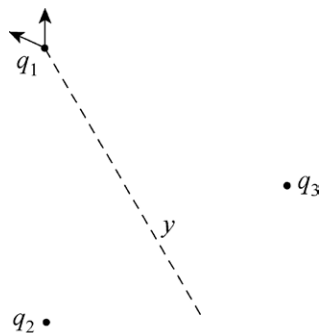
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{d_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{d_2^2} \Rightarrow q_2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 q_1 = \left(\frac{0,060 \text{ m}}{0,020 \text{ m}}\right)^2 q_1 = 9,0 q_1,$$

o que nos dá $q_2/q_1 = +9,0$.

17. (a) De acordo com a Eq. 21-1,

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{d^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(20,0 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{(1,50 \text{ m})^2} = 1,60 \text{ N}.$$

(b) O diagrama a seguir mostra as forças envolvidas e o eixo y escolhido (linha tracejada).



O eixo y foi escolhido como a mediatriz do segmento de reta que liga as cargas q_2 e q_3 para fazer uso da simetria do problema (um triângulo equilátero de lado d , cargas de mesmo valor $q_1 = q_2 = q_3 = q$). Vemos que a força resultante coincide com o eixo y , e o módulo da força é

$$|F| = 2 \left(k \frac{q^2}{d^2} \right) \cos 30^\circ = 2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(20,0 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{(1,50 \text{ m})^2} \cos 30^\circ = 2,77 \text{ N}.$$

18. Como todas as forças envolvidas são proporcionais às cargas das partículas, vemos que a diferença entre as duas situações é que $F_1 \propto q_B + q_C$ na situação em que as cargas B e C estão no

mesmo lado em relação à carga A e $F_2 \propto -q_B + q_C$ na situação em que as cargas estão em lados opostos. Assim, temos:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{q_B + q_C}{-q_B + q_C} \Rightarrow \frac{-2,014 \times 10^{-23} \text{ N}}{-2,877 \times 10^{-24} \text{ N}} = 7 = \frac{1 + q_C/q_B}{-1 + q_C/q_B},$$

o que nos dá, após algumas manipulações algébricas, $q_C/q_B = 1,333$.

19. (a) Se a partícula 3 permanece imóvel, a resultante das forças a que está submetida é zero. Como as partículas 1 e 2 têm cargas de mesmo sinal, para que isso aconteça, a partícula 3 deve estar entre as outras duas cargas. Além disso, deve estar no eixo x . Suponha que a partícula 3 está a uma distância x da partícula 1 e a uma distância $L - x$ da partícula 2. Nesse caso, a força resultante a que a partícula 3 está submetida é

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{qq_3}{x^2} - \frac{4qq_3}{(L-x)^2} \right]$$

Fazendo $F_3 = 0$ e explicitando x , obtemos $x = L/3 = 3,00 \text{ cm}$.

(b) Como foi dito no item (a), $y = 0$.

(c) A força a que a partícula 1 está submetida é

$$F_1 = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_3}{x^2} + \frac{4,00q^2}{L^2} \right),$$

em que os sinais foram escolhidos de tal forma que uma força negativa faz a partícula 1 se mover para a esquerda. Fazendo $F_1 = 0$, explicitando q_3 e usando o resultado do item (a), $x = L/3$, obtemos:

$$q_3 = -\frac{4qx^2}{L^2} = -\frac{4}{9}q \Rightarrow \frac{q_3}{q} = -\frac{4}{9} = -0,444.$$

Note que a resultante das forças a que a partícula 2 está submetida também é zero:

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4q^2}{L^2} + \frac{4qq_0}{(L-x)^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{4q^2}{L^2} + \frac{4(-4/9)q^2}{(4/9)L^2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4q^2}{L^2} - \frac{4q^2}{L^2} \right) = 0.$$

20. Note que as distâncias entre as partículas B e A e entre as partículas C e A são as mesmas para todas as posições da partícula B . Vamos nos concentrar nos pontos extremos ($\theta = 0^\circ$ e $\theta = 180^\circ$) das curvas da Fig. 21-29c, pois representam situações em que as forças que as partículas B e C exercem sobre a partícula A são paralelas ou antiparalelas (ou seja, situações em que a força resultante é máxima ou mínima, respectivamente). Note, também, que, como a força dada pela lei de Coulomb é inversamente proporcional a r^2 , se as cargas fossem iguais, a força exercida pela partícula C seria quatro vezes menor que a força exercida pela partícula B , já que a distância entre a partícula C e a partícula A é duas vezes maior que a distância entre a partícula B e a partícula A . Como as cargas não são iguais, existe, além do fator de $1/4$ já mencionado, um fator ξ igual, em módulo, à razão entre a carga da partícula C e a carga da partícula B . Assim, a força eletrostática exercida pela partícula C , de acordo com a lei de Coulomb, Eq. 21-1, é igual a $\xi/4$ vezes a força exercida pela partícula B .

(a) De acordo com a curva 1 da Fig. 21-29c, a força máxima é $2F_0$ e corresponde a $\theta = 180^\circ$ (situação na qual B está no eixo x , à esquerda de A). Nesse caso,

$$2F_0 = (1 - \xi/4)F_0 \Rightarrow \xi = -4.$$

(b) De acordo com a curva 2 da Fig. 21-29c, a força máxima é $1,25F_0$ e corresponde a $\theta = 0^\circ$ (situação na qual B está no eixo x , à direita de A). Nesse caso,

$$1,25F_0 = (1 + \xi/4)F_0 \Rightarrow \xi = +1.$$

21. A carga dq contida em uma casca fina de largura dr é $dq = \rho dV = \rho A dr$, na qual $A = 4\pi r^2$. Como $\rho = b/r$, temos:

$$q = \int dq = 4\pi b \int_{r_1}^{r_2} r dr = 2\pi b(r_2^2 - r_1^2).$$

Para $b = 3,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$, $r_2 = 0,06 \text{ m}$ e $r_1 = 0,04 \text{ m}$, obtemos $q = 0,038 \mu\text{C} = 3,8 \times 10^{-8} \text{ C}$.

22. (a) A soma das componentes x das forças que as partículas 3 e 4 exercem sobre a partícula 1 é

$$2 \frac{|q_1 q_3|}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos(30^\circ) = \frac{3\sqrt{3} |q_1 q_3|}{16\pi\epsilon_0 d^2}.$$

Para que a força que age sobre a partícula 1 seja nula, o valor calculado deve ser igual, em valor absoluto, à força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 1:

$$\frac{3\sqrt{3} |q_1 q_3|}{16\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 (D+d)^2} \Rightarrow D = d \left(2\sqrt{\frac{5}{3\sqrt{3}}} - 1 \right) = 0,9245d.$$

Para $d = 2,00 \text{ cm}$, obtemos $D = 1,92 \text{ cm}$.

(b) Quando as partículas 3 e 4 são aproximadas do eixo x , o ângulo θ diminui e a soma das componentes x das forças que essas partículas exercem sobre a partícula 1 aumenta. Para compensar este fato, a força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 1 deve ser maior, o que exige que a distância D seja menor.

23. Seja F o módulo da força exercida pela partícula 1 e pela partícula 2 sobre a partícula 2 sobre a partícula 3, seja $e = +1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e seja θ o ângulo entre uma das forças acima e o eixo x . Nesse caso,

$$F_{\text{res}} = 2F \cos \theta = \frac{2(2e)(4e)}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + d^2)} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{4e^2 x}{\pi\epsilon_0 (x^2 + d^2)^{3/2}}.$$

(a) Para determinar os valores de x para os quais a força é máxima ou mínima, derivamos a expressão apresentada em relação a x e igualamos o resultado a zero. É aconselhável desenhar um gráfico, tanto para compreender melhor o comportamento da função como para verificar se o valor calculado é um máximo ou um mínimo. Agindo dessa forma, constatamos que o valor obtido igualando a derivada a zero corresponde a um máximo [(veja o item (b))] e que o mínimo da função corresponde ao limite inferior do intervalo, ou seja, ao ponto $x = 0$.

(b) Derivando a função do enunciado e igualando o resultado a zero, obtemos:

$$\frac{dF_{\text{res}}}{dx} = \frac{4e^2}{\pi\epsilon_0} \frac{(x^2 + d^2)^{3/2} - x(3/2)(x^2 + d^2)^{1/2}(2x)}{(x^2 + d^2)^3} = 0,$$

o que nos dá, depois de algumas manipulações algébricas, $x = d/\sqrt{2} \approx 12 \text{ cm}$.

(c) O valor da força resultante no ponto $x = 0$ é $F_{\text{res}} = 0$.

(d) O valor da força resultante no ponto $x = 12 \text{ cm}$ é $F_{\text{res}} = 4,9 \times 10^{-26} \text{ N}$.

24. (a) De acordo com a Eq. 21-1,

$$F = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,00 \times 10^{-16} \text{ C})^2}{(1,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 8,99 \times 10^{-19} \text{ N}.$$

(b) Se n é o número de elétrons em excesso (com uma carga $-e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ cada um), temos:

$$n = -\frac{q}{e} = -\frac{-1,00 \times 10^{-16} \text{ C}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 625.$$

25. De acordo com a Eq. 21-11, temos:

$$n = \frac{|q|}{e} = \frac{1,0 \times 10^{-7} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 6,3 \times 10^{11}.$$

26. De acordo com as Eqs. 21-1 e 21-5, o módulo da força é

$$F = k \frac{e^2}{r^2} = \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(2,82 \times 10^{-10} \text{ m})^2} = 2,89 \times 10^{-9} \text{ N}.$$

27. (a) De acordo com a Eq. 21-1, o módulo da força eletrostática entre os íons é

$$F = \frac{(q)(q)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k \frac{q^2}{r^2}$$

na qual q é a carga de um dos íons e r é a distância entre os íons. Explicitando a carga, obtemos:

$$q = r \sqrt{\frac{F}{k}} = (5,0 \times 10^{-10} \text{ m}) \sqrt{\frac{3,7 \times 10^{-9} \text{ N}}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}} = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

(b) Seja n o número de elétrons que estão faltando em cada íon. Nesse caso,

$$n = \frac{q}{e} = \frac{3,2 \times 10^{-19} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 2.$$

28. Como 1 ampère equivale a 1 coulomb por segundo ($1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$) e 1 minuto equivale a 60 segundos, o valor absoluto da carga que atravessa o peito é

$$|q| = (0,300 \text{ C/s})(120 \text{ s}) = 36,0 \text{ C}.$$

O número de elétrons correspondente é

$$n = \frac{|q|}{e} = \frac{36,0 \text{ C}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 2,25 \times 10^{20}.$$

29. (a) Na configuração inicial, de alta simetria, a força F_y a que a partícula central (partícula 5) está submetida aponta no sentido negativo do eixo y e tem módulo $3F$, na qual F é a força exercida por uma das partículas sobre a outra a uma distância $d = 10 \text{ cm}$, já que as forças exercidas pelas partículas 1 e 3 se cancelam e a força exercida “para baixo” pela partícula 4 é 4 vezes maior que a força exercida “para cima” pela partícula 2. Esta força não muda quando a partícula 1 é deslocada, fazendo com que passe a existir também uma força F_x paralela ao eixo x . Como a força a que partícula estava submetida inicialmente era paralela ao eixo y , o fato de sofrer uma rotação de 30° significa que, quando a partícula 1 se encontra na nova posição,

$$\frac{F_x}{F_y} = \tan(30^\circ) \Rightarrow \frac{F_x}{3F} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

o que nos dá $F_x = F\sqrt{3}$. Como a partícula 3 exerce uma força “para a esquerda” de módulo F sobre a partícula 5 e a partícula 1 exerce uma força “para a direita” de módulo F' , temos:

$$F' - F = F\sqrt{3} \Rightarrow F' = (\sqrt{3} + 1)F.$$

Como a força eletrostática varia inversamente com a distância, temos:

$$r^2 = \frac{d^2}{\sqrt{3} + 1} \Rightarrow r = \frac{d}{\sqrt{\sqrt{3} + 1}} = \frac{10 \text{ cm}}{\sqrt{\sqrt{3} + 1}} = \frac{10 \text{ cm}}{1,65} = 6,05 \text{ cm}$$

na qual r é a distância entre a partícula 1 e a partícula 5. Assim, a nova coordenada da partícula 1 deve ser $x = -6,05 \text{ cm}$.

(b) Para que a força resultante volte à direção original, é preciso que as componentes x das forças exercidas pelas partículas 1 e 3 se cancelem, o que pode ser conseguido aproximando a partícula 3 da partícula 5 até que esteja à mesma distância que a partícula 1. Assim, a nova coordenada da partícula 3 deve ser $x = 6,05 \text{ cm}$.

30. (a) Seja x a distância entre a partícula 1 e a partícula 3. Nesse caso, a distância entre a partícula 2 e a partícula 3 é $L - x$. Como as duas partículas exercem forças para a esquerda sobre a partícula 3, o módulo da força total a que a partícula 3 está submetida é

$$F_{\text{tot}} = |\vec{F}_{13}| + |\vec{F}_{23}| = \frac{|q_1 q_3|}{4\pi\epsilon_0 x^2} + \frac{|q_2 q_3|}{4\pi\epsilon_0 (L - x)^2} = \frac{e^2}{\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{x^2} + \frac{27}{(L - x)^2} \right].$$

Derivando a função apresentada e igualando o resultado a zero, obtemos

$$\frac{dF_{\text{tot}}}{dx} = \frac{e^2}{\pi\epsilon_0} \left[-\frac{2}{x^3} + \frac{54(L - x)}{(L - x)^4} \right] = 0,$$

o que, depois de algumas manipulações algébricas, nos dá $x = L/4$. Assim, $x = 2,00 \text{ cm}$.

(b) Fazendo $x = L/4$ na expressão de F_{tot} e substituindo e , π e ϵ_0 por valores numéricos, obtemos $F_{\text{tot}} = 9,21 \times 10^{-24} \text{ N}$.

31. Como cada próton possui uma carga $q = +e$, a corrente em uma superfície esférica de área $4\pi R^2 = 4\pi (6,37 \times 10^6 \text{ m})^2 = 5,1 \times 10^{14} \text{ m}^2$ seria

$$i = (5,1 \times 10^{14} \text{ m}^2) \left(1500 \frac{\text{prótons}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right) (1,6 \times 10^{-19} \text{ C/próton}) = 0,122 \text{ A} = 122 \text{ mA}.$$

32. Como a curva da Fig. 21-33 passa pelo ponto $F_{2,\text{tot}} = 0$, a carga da partícula 1 é positiva: $q_1 = +8,00e$. O fato de que $F_{2,\text{tot}} = 0$ quando a partícula 3 está no ponto $x = 0,40 \text{ m}$ significa que a distância entre as partículas 1 e 2 é $r = 0,40 \text{ m}$. Como o valor assintótico de $F_{2,\text{tot}}$ corresponde à situação em que a única força a que a partícula 2 está submetida é a força exercida pela partícula 1, temos:

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = F_{\text{assint}} \Rightarrow q_2 = 2,086 \times 10^{-18} \text{ C} = +13e.$$

33. Como a massa específica da água é $1,0 \text{ g/cm}^3$, um volume de 250 cm^3 corresponde a uma massa de 250 g , que, por sua vez, corresponde a $250/18 = 14 \text{ mols}$, já que a massa molar da água é 18 . Como uma molécula de H_2O possui 10 prótons, temos:

$$Q = 14 N_A q = 14 N_A (10e) = 14(6,02 \times 10^{23})(10)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 1,3 \times 10^7 \text{ C}.$$

34. Por simetria, a componente y da força total a que o elétron 2 está submetido é nula, qualquer que seja o ângulo θ . A componente x da força total exercida pelos elétrons 3 e 4 é dada por

$$F_{x\,3,4} = 2 \frac{qe}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta = \frac{2qe \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 (R/\cos\theta)^2} = \frac{2qe \cos^3\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Assim, para que a força total a que está submetido o elétron 2 seja nula, é preciso que a força exercida pelo elétron 1 seja igual à componente x da força exercida pelos elétrons 3 e 4, ou seja, $F_1 = F_{x\,3,4}$, o que nos dá

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{2qe \cos^3\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \Rightarrow \cos^3\theta = \frac{e}{2q}.$$

Os “valores fisicamente possíveis de q ” mencionados no enunciado são múltiplos inteiros da carga elementar e . Fazendo $q = ne$, temos:

$$\cos^3\theta = \frac{1}{2n}$$

Assim, os valores possíveis de θ são dados por

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2n}\right)^{1/3}$$

na qual n é um número inteiro.

(a) O menor valor de θ é

$$\theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} = 37,5^\circ = 0,654 \text{ rad.}$$

(b) O segundo menor valor de θ é

$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3} = 50,95^\circ = 0,889 \text{ rad.}$$

(c) O terceiro menor valor de θ é

$$\theta_3 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{6}\right)^{1/3} = 56,6^\circ = 0,988 \text{ rad.}$$

35. (a) Os íons de cério situados nos vértices do cubo exercem forças sobre o íon de cloro situado no centro do cubo. As forças são atrativas e as direções coincidem com as diagonais do cubo. Para cada íon de cério existe outro situado na mesma diagonal. Como esses pares de íons estão à mesma distância do íon de cloro e exercem forças de sentidos opostos, todas as forças se cancelam e a força resultante a que os íons de cloro estão submetidos é zero.

(b) Em vez de remover um íon de cério, vamos supor que existe uma carga adicional $-e$ na posição de um dos íons de cério, o que equivale, do ponto de vista elétrico, a remover o íon. Como a resultante das forças que os oito íons de cério exercem sobre o íon de cloro é zero, só é necessário considerar a força exercida pela carga adicional.

O comprimento da diagonal de um cubo é $i = (5,1 \times 10^{14} \text{ m}^2) \left(1500 \frac{\text{prótons}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}\right) (1,6 \times 10^{-19} \text{ C/próton}) = 0,122 \text{ A} = 122 \text{ mA}$. em que a é o comprimento da aresta do cubo. Assim, a distância entre o centro do cubo e uma aresta é $d = a\sqrt{3}/2$ e a força exercida pela carga adicional é

$$F = k \frac{e^2}{d^2} = \frac{ke^2}{(3/4)a^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(3/4)(0,40 \times 10^{-9} \text{ m})^2} = 1,9 \times 10^{-9} \text{ N}.$$

Como a carga adicional e o íon de cloro são negativos, a força é repulsiva. Isso significa que o íon de cloro se afasta do vértice que não contém um íon de cério.

36. (a) Como o próton é positivo e o nêutron é neutro, a partícula emitida deve ser um pósitron (uma partícula positiva) para que a carga elétrica seja conservada.

(b) Nesse caso, como o estado inicial tem carga zero, a soma das cargas das partículas produzidas deve ser zero. Como uma das partículas produzidas é um próton, cuja carga é positiva, a outra partícula deve ser um elétron.

37. Para conhecer o número atômico (número de prótons) dos elementos envolvidos nas reações, consulte o Apêndice F.

(a) Como o ${}^1\text{H}$ tem 1 próton e 0 nêutron e o ${}^9\text{Be}$ tem 4 prótons e $9 - 4 = 5$ nêutrons, os núclídeos originais têm 5 prótons e 5 nêutrons. Como um nêutron é liberado, o elemento X possui 4 prótons e 5 nêutrons. De acordo com o Apêndice F, esse elemento é o boro. Assim, a resposta é ${}^9\text{B}$.

(b) Como o ${}^{12}\text{C}$ tem 6 prótons e $12 - 6 = 6$ nêutrons e o ${}^1\text{H}$ tem 1 próton e 0 nêutron, o elemento X possui 7 prótons e 6 nêutrons. De acordo com o Apêndice F, esse elemento é o nitrogênio. Assim, a resposta é ${}^{13}\text{N}$.

(c) Como o ${}^{15}\text{N}$ tem 7 prótons e $15 - 7 = 8$ nêutrons, o ${}^1\text{H}$ tem 1 próton e 0 nêutron e o ${}^4\text{He}$ tem 2 prótons e $4 - 2 = 2$ nêutrons, o elemento X possui $7 + 1 - 2 = 6$ prótons e $8 + 0 - 2 = 6$ nêutrons. De acordo com o Apêndice F, esse elemento é o carbono. Assim, a resposta é ${}^{12}\text{C}$.

38. Após o primeiro contato, a esfera W e a esfera A possuem uma carga $q_A/2$, na qual q_A é a carga inicial da esfera A. Após o segundo contato, a esfera W possui uma carga

$$\frac{1}{2} \left(\frac{q_A}{2} - 32e \right).$$

Após o terceiro contato, a esfera W possui uma carga

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{q_A}{2} - 32e \right) + 48e \right]$$

Igualando esta última expressão a $+18e$, obtemos, depois de algumas manipulações algébricas, a resposta pedida: $q_A = +16e$.

39. De acordo com Eq. 21-1, o módulo da força que a partícula 1 exerce sobre a partícula 2 é $F_{21} = kq_1q_2/r^2$, na qual $r = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ e $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Como a partícula 1 e a partícula 2 têm cargas positivas, a partícula 2 é repelida pela partícula 1 e, portanto, a força \vec{F}_{21} aponta para baixo e para a direita. Na notação dos vetores unitários, $\vec{F}_{21} = F_{21}\hat{r}$, sendo

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{(d_2\hat{i} - d_1\hat{j})}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}.$$

A componente x de \vec{F}_{21} é $F_{21,x} = F_{21}d_2/\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$. Combinando essas expressões, obtemos

$$\begin{aligned} F_{21,x} &= k \frac{q_1q_2d_2}{r^3} = k \frac{q_1q_2d_2}{(d_1^2 + d_2^2)^{3/2}} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4 \cdot 1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(6 \cdot 1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(6,00 \times 10^{-3} \text{ m})}{[(2,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2 + (6,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2]^{3/2}} \\ &= 1,31 \times 10^{-22} \text{ N}. \end{aligned}$$

40. Como as partículas 1 e 2 estão do mesmo lado da partícula 3, para que as forças exercidas pelas duas partículas se cancelem, é preciso que uma das forças seja atrativa e a outra seja repulsiva. Isso, por sua vez, significa que as cargas das partículas 1 e 2 devem ter sinais opostos. Além disso, naturalmente, as duas forças devem ter módulos iguais, ou seja,

$$k \frac{|q_1| |q_3|}{(L_{12} + L_{23})^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{(L_{23})^2}$$

Para $L_{23} = 2,00L_{12}$, a expressão apresentada nos dá $q_1/q_2 = -2,25$.

41. (a) Para que as forças gravitacional e elétrica se neutralizem mutuamente, devem ter módulo, ou seja,

$$k \frac{q^2}{r^2} = G \frac{mM}{r^2}$$

na qual k é a constante eletrostática, q é a carga de um dos astros, r é a distância entre o centro da Terra e o centro da Lua, G é a constante gravitacional, m é a massa da Lua e M é a massa da Terra. Explicitando q , obtemos:

$$q = \sqrt{\frac{GmM}{k}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(7,36 \times 10^{22} \text{ kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}}$$

$$= 5,7 \times 10^{13} \text{ C}.$$

(b) A distância r não aparece nos cálculos porque tanto a força elétrica como a força gravitacional são proporcionais a $1/r^2$ e, portanto, as distâncias se cancelam.

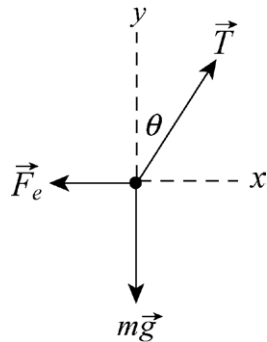
(c) Como a carga de um íon de hidrogênio é $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, seriam necessários

$$n = \frac{q}{e} = \frac{5,7 \times 10^{13} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 3,6 \times 10^{32} \text{ íons}.$$

Como a massa de um íon de hidrogênio é $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, a massa necessária seria

$$m = nm_p = (3,6 \times 10^{32})(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}) = 6,0 \times 10^5 \text{ kg}.$$

42. (a) A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre da esfera da esquerda. A força da gravidade $m\vec{g}$ aponta para baixo, a força eletrostática da outra esfera aponta para a esquerda e a tensão do fio aponta na direção do fio, que faz um ângulo θ com a vertical. Como a esfera está em equilíbrio, a aceleração é zero. A componente y da segunda lei de Newton nos dá $T \cos\theta - mg = 0$ e a componente x nos dá $T \sin\theta - F_e = 0$. De acordo com a primeira equação, $T = mg/\cos\theta$. Substituindo esse resultado na segunda equação, obtemos $mg \tan\theta - F_e = 0$.



Aplicando relações trigonométricas ao triângulo da Fig. 21-38 formado pelo ponto de suspensão e as duas esferas, obtemos:

$$\tan\theta = \frac{x/2}{\sqrt{L^2 - (x/2)^2}}.$$

Se L é muito maior que x (o que acontece se θ for muito pequeno), podemos desprezar o termo $x/2$ do denominador e fazer $\tan\theta \approx x/2L$. De acordo com a Eq. 21-1, o módulo da força eletrostática que uma das esferas exerce sobre outra é

$$F_e = k \frac{q^2}{x^2}.$$

Substituindo essas duas expressões na equação $mg \tan\theta = F_e$, obtemos

$$\frac{mgx}{2L} \approx k \frac{q^2}{x^2} \Rightarrow x \approx \left(\frac{2kq^2L}{mg} \right)^{1/3}.$$

(b) Explicitando q na expressão apresentada e substituindo os valores dados, obtemos:

$$|q| = \sqrt{\frac{mgx^3}{2kL}} = \sqrt{\frac{(0,010 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,050 \text{ m})^3}{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,20 \text{ m})}} = 2,4 \times 10^{-8} \text{ C}.$$

43. (a) Se uma das esferas é descarregada, deixa de existir repulsão eletrostática entre as esferas, e o ângulo θ diminui até que as esferas se tocam.

(b) Quando as esferas se tocam, metade da carga da esfera que não foi descarregada é transferida para a outra esfera, o que faz com que cada esfera fique com uma carga $q/2$. Assim, de acordo com a equação obtida no item (a) do Problema 42, a nova distância de equilíbrio é

$$x' = \left[\frac{2k(q/2)^2 L}{mg} \right]^{1/3} = \left(\frac{1}{4} \right)^{1/3} x = \left(\frac{1}{4} \right)^{1/3} (5,0 \text{ cm}) = 3,1 \text{ cm},$$

em que $x = 5,0 \text{ cm}$ é a distância dada no item (b) do Problema 42.

44. Fazendo $kq^2/r^2 = m_p g$, obtemos

$$r = q \sqrt{\frac{k}{m_p g}} = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) \sqrt{\frac{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}{(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}} = 0,119 \text{ m} = 11,9 \text{ cm}.$$

45. Como cada molécula contém dois prótons de carga $q = +e$, temos:

$$Q = N_A q = (6,02 \times 10^{23})(2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 1,9 \times 10^5 \text{ C} = 0,19 \text{ MC}.$$

46. (a) O módulo da força eletrostática a que a partícula 1 está submetida é a soma algébrica das forças exercidas pelas outras três partículas:

$$\begin{aligned} F_1 = F_{12} - F_{13} - F_{14} &= \frac{2e|-e|}{4\pi\epsilon_0 d^2} - \frac{(2e)(e)}{4\pi\epsilon_0 (2d)^2} - \frac{(2e)(4e)}{4\pi\epsilon_0 (3d)^2} = \frac{11}{18} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \\ &= \frac{11}{18} \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(2,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 3,52 \times 10^{-25} \text{ N}, \end{aligned}$$

o que nos dá $\vec{F}_1 = (3,52 \times 10^{-25} \text{ N})\hat{i}$.

(b) Analogamente, o módulo da força eletrostática a que a partícula 2 está submetida é

$$F_2 = F_{23} + F_{24} - F_{21} = \frac{4e|-e|}{4\pi\epsilon_0 (2d)^2} + \frac{e|-e|}{4\pi\epsilon_0 d^2} - \frac{2e|-e|}{4\pi\epsilon_0 d^2} = 0.$$

47. Vamos chamar a carga de $+6 \mu\text{C}$ de q_1 , a carga de $-4 \mu\text{C}$ de q_2 , a carga desconhecida de q_3 e as distâncias entre essas cargas e a origem de r_1 , r_2 e r_3 , respectivamente. Para que a força eletrostática total que age sobre uma carga colocada na origem seja nula, devemos ter

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$

Vamos supor, sem perda de generalidade, que a carga da partícula colocada na origem é positiva. Nesse caso, a força exercida pela carga q_1 aponta para a esquerda, a força exercida pela carga q_2 aponta para a direita e a carga exercida pela carga q_3 aponta para a esquerda se for positiva e para a direita se for negativa. De acordo com a Eq. 21-1, temos:

$$-k \frac{q_1 q}{r_1^2} + k \frac{q_2 q}{r_2^2} \pm k \frac{q_3 q}{r_3^2} = 0.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$-\frac{6}{8^2} + \frac{4}{16^2} \pm \frac{|q_3|}{24^2} = 0.$$

Reduzindo a um denominador comum, obtemos

$$-\frac{54}{576} + \frac{9}{576} \pm \frac{|q_3|}{576} = 0.$$

Para que essa equação seja satisfeita, é preciso que o sinal do terceiro termo do lado direito seja positivo (ou seja, que a força \vec{F}_3 aponte para a direita) e que $|q_3| = 45 \mu\text{C}$. Assim, $q_3 = -45 \mu\text{C}$.

48. (a) De acordo com a Eq. 21-4,

$$|\vec{F}_{AC}| = \frac{|q_A q_C|}{4\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(-2,00 \times 10^{-9} \text{ C})(8,00 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0,200 \text{ m})^2} = 3,60 \times 10^{-6} \text{ N}.$$

(b) Depois de serem colocadas em contato, as esferas A e B ficam com uma carga de $[-2,00 \text{ nC} - 4,00 \text{ nC}]/2 = -3,00 \text{ nC}$. Quando a esfera B é aterrada, a carga diminui para zero. Quando a esfera B faz contato com C , as duas esferas ficam com uma carga de $-(8,00 \text{ nC})/2 = -4,00 \text{ nC}$. Assim, as cargas finais são $Q_A = -3,00 \text{ nC}$, $Q_B = -4,00 \text{ nC}$ e $Q_C = -4,00 \text{ nC}$ e, portanto, de acordo com a Eq. 21-4,

$$|\vec{F}_{AC}| = \frac{|q_A q_C|}{4\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(-3,00 \times 10^{-9} \text{ C})(-4,00 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0,200 \text{ m})^2} = 2,70 \times 10^{-6} \text{ N}.$$

(c) De acordo com a Eq. 21-4,

$$|\vec{F}_{BC}| = \frac{|q_B q_C|}{4\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(-4,00 \times 10^{-9} \text{ C})(-4,00 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0,200 \text{ m})^2} = 3,60 \times 10^{-6} \text{ N}.$$

49. De acordo com a Eq. 21-4,

$$F = \frac{|q|^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{k(e/3)^2}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{9(2,6 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 3,8 \text{ N}.$$

50. (a) Como a barra está em equilíbrio, a força resultante a que a barra está submetida é zero e o torque resultante em relação a qualquer ponto da barra também é zero. Vamos escrever uma expressão para o torque resultante em relação ao apoio, igualar a expressão a zero e calcular o valor de x . A carga Q da esquerda exerce uma força para cima de módulo kqQ/h^2 a uma distância $L/2$ do apoio. Vamos tomar este torque como negativo. O peso exerce uma força para baixo de módulo W a uma distância $x - L/2$ do apoio. Este torque também é negativo. A carga

Q da direita exerce uma força para cima de módulo $2kqQ/h^2$ a uma distância $L/2$ do apoio. Este torque é positivo. A equação de equilíbrio para rotações é

$$-k \frac{qQ}{h^2} \frac{L}{2} - W \left(x - \frac{L}{2} \right) + k \frac{2qQ}{h^2} \frac{L}{2} = 0.$$

Explicitando x , obtemos:

$$x = \frac{L}{2} \left(1 + \frac{kqQ}{Wh^2} \right).$$

(b) Se F_N é o módulo da força para cima exercida pelo apoio, a segunda lei de Newton (com aceleração zero) nos dá

$$W - k \frac{qQ}{h^2} - k \frac{2qQ}{h^2} - F_N = 0.$$

Fazendo $F_N = 0$ e explicitando h , obtemos:

$$h = \left(\frac{3kqQ}{W} \right)^{0,5}$$

51. Vamos chamar de L o comprimento da barra e de A a área da seção reta da barra. A carga dq em uma pequena fatia da barra, de largura dx , é $\rho A dx$, na qual ρ é a densidade volumétrica de carga. O número de elétrons em excesso que existem na barra é $n = |q|/e$, em que e é a carga elementar, dada pela Eq. 21-12.

(a) Para $\rho = -4,00 \times 10^{-6} \text{ C/m}^3$, temos:

$$n = \frac{|q|}{e} = \frac{|\rho|A}{e} \int_0^L dx = \frac{|\rho|AL}{e} = 2,00 \times 10^{10}.$$

(b) Para $\rho = bx^2$ (na qual $b = -2,00 \times 10^{-6} \text{ C/m}^5$), temos:

$$n = \frac{|b|A}{e} \int_0^L x^2 dx = \frac{|b|AL^3}{3e} = 1,33 \times 10^{10}.$$

52. Para que a força de atração eletrostática mantenha a partícula em movimento circular uniforme a uma distância r , devemos ter a seguinte relação:

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = -\frac{mv^2}{r}.$$

Explicitando Q e substituindo os valores conhecidos, temos:

$$Q = -\frac{4\pi\epsilon_0 r m v^2}{q} = -\frac{(0,200 \text{ m})(8,00 \times 10^{-4} \text{ kg})(50,0 \text{ m/s})^2}{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,00 \times 10^{-6} \text{ C})} = -1,11 \times 10^{-5} \text{ C} = 11,1 \text{ } \mu\text{C}.$$

53. (a) De acordo com a Eq. 21-1, temos:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,00 \text{ C})^2}{(1,00 \text{ m})^2} = 8,99 \times 10^9 \text{ N}.$$

(b) Para $r = 1000 \text{ m}$, temos:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,00 \text{ C})^2}{(1,00 \times 10^3 \text{ m})^2} = 8,99 \times 10^3 \text{ N} = 8,99 \text{ kN}.$$

54. Seja q_1 a carga de uma das partes e seja q_2 a carga da outra parte; nesse caso, $q_1 + q_2 = Q = 6,0 \mu\text{C}$. A força de repulsão entre as partes é dada pela Eq. 21-1:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q_1 (Q - q_1)}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Derivando essa expressão em relação a q_1 e igualando o resultado a zero, obtemos:

$$\frac{dF}{dq_1} = \frac{Q - 2q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 0,$$

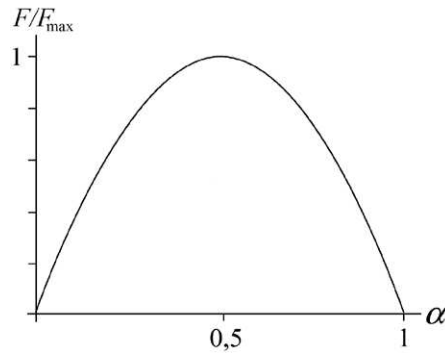
o que nos dá $q_1 = Q/2$ como o valor da carga q_1 que maximiza a força de repulsão. Isso significa que $q_2 = Q - q_1 = Q/2$. Assim, temos:

$$F = \frac{(Q/2)(Q/2)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4} \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(6,0 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{(3,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \approx 9,0 \times 10^3 \text{ N} \\ = 9,0 \text{ kN}.$$

55. As cargas das duas esferas são $q = \alpha Q$ (em que α é um número maior que 0 e menor que 1) e $Q - q = (1 - \alpha)Q$. De acordo com a Eq. 21-1, temos:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\alpha Q)[(1 - \alpha)Q]}{d^2} = \frac{Q^2 \alpha(1 - \alpha)}{4\pi\epsilon_0 d^2}.$$

O gráfico a seguir mostra a força normalizada F/F_{\max} em função de α , em que $F_{\max} = Q^2/16\pi\epsilon_0 d^2$.



(a) É evidente que o valor da força eletrostática é máximo para $\alpha = 0,5$.

(b) Fazendo $F = F_{\max}/2$, obtemos:

$$\frac{Q^2 \alpha(1 - \alpha)}{4\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{Q^2}{32\pi\epsilon_0 d^2}$$

que nos dá, depois de algumas manipulações algébricas, a equação do segundo grau

$$\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{8} = 0$$

cujas raízes são

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

(c) O menor valor de α é $\alpha = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \approx 0,15$.

(d) O maior valor de α é $\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \approx 0,85$.

56. (a) De acordo com a Eq. 21-11, temos:

$$n = \frac{|q|}{e} = \frac{2,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 1,25 \times 10^{13} \text{ elétrons.}$$

(b) Como o dono do gato está com excesso de elétrons e a torneira está em contato com a Terra (que é um reservatório de cargas de grande capacidade), elétrons são transferidos do dono do gato para a torneira.

(c) Como cargas de mesmo sinal se repelem, os elétrons da torneira são repelidos para longe da mão do dono do gato e, portanto, a parte da torneira mais próxima da mão fica positivamente carregada.

(d) Como o gato está positivamente carregado, a transferência de elétrons seria da torneira para o gato.

(e) Se pensarmos no focinho do gato como uma esfera condutora, o lado da esfera mais próximo do pelo tem cargas com o mesmo sinal que as cargas do pelo, e o lado mais afastado do pelo tem cargas com o sinal oposto (que, por sua vez, têm o sinal oposto ao da mão da pessoa que acabou de afagar o gato). Assim, as cargas da mão e do focinho têm sinais opostos e podem se atrair com força suficiente para produzir uma centelha.

57. Se a diferença relativa entre as cargas do próton e do elétron, em valor absoluto, fosse

$$\frac{q_p - |q_e|}{e} = 0,0000010,$$

a diferença absoluta seria $q_p - |q_e| = 1,6 \times 10^{-25} \text{ C}$. Multiplicada por um fator de $29 \times 3 \times 10^{22}$, como sugere o enunciado, a diferença entre as cargas positivas e negativas em uma moeda de cobre seria

$$\Delta q = (29 \times 3 \times 10^{22})(1,6 \times 10^{-25} \text{ C}) = 0,14 \text{ C}.$$

De acordo com a Eq. 21-1, a força de repulsão entre duas moedas de cobre situadas a 1,0 m de distância seria

$$F = k \frac{(\Delta q)^2}{r^2} = 1,7 \times 10^8 \text{ N}.$$

58. (a) De acordo com a Eq. 21-1, a força a que a partícula 3 está submetida é

$$\begin{aligned} \vec{F}_{3 \text{ res}} &= -|\vec{F}_{31}|\hat{i} + |\vec{F}_{32}|\hat{i} = \left(-k \frac{q_3 |q_1|}{r_{31}^2} + k \frac{q_3 q_2}{r_{32}^2} \right) \hat{i} = k q_3 \left(-\frac{|q_1|}{r_{31}^2} + \frac{q_2}{r_{32}^2} \right) \hat{i} \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(20 \times 10^{-6} \text{ C}) \left(\frac{-80 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0,40 \text{ m})^2} + \frac{+40 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0,20 \text{ m})^2} \right) \hat{i} \\ &= (89,9 \text{ N})\hat{i}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 21-1, a força a que a partícula 3 está submetida é

$$\begin{aligned} \vec{F}_{3 \text{ res}} &= -|\vec{F}_{31}|\hat{i} + |\vec{F}_{32}|\hat{i} = \left(-k \frac{q_3 |q_1|}{r_{31}^2} + k \frac{q_3 q_2}{r_{32}^2} \right) \hat{i} = k q_3 \left(-\frac{|q_1|}{r_{31}^2} + \frac{q_2}{r_{32}^2} \right) \hat{i} \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(20 \times 10^{-6} \text{ C}) \left(\frac{-80 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0,80 \text{ m})^2} + \frac{+40 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0,60 \text{ m})^2} \right) \hat{i} \\ &= -(2,50 \text{ N})\hat{i}. \end{aligned}$$

(c) Entre as posições do item (a) e do item (b), deve haver uma posição na qual $\vec{F}_{3\text{ res}} = 0$. Fazendo $r_{31} = x$ e $r_{32} = x - 0,20$ m, igualando $|\vec{F}_{31}|$ a $|\vec{F}_{32}|$ e cancelando fatores comuns, obtemos

$$\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{q_2}{(x - 0,20 \text{ m})^2}.$$

Levando em conta o fato de que $|q_1| = 2q_2$, extraindo a raiz quadrada de ambos os membros e explicitando x , obtemos

$$x = \frac{0,2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 0,683 \text{ m} = 68,3 \text{ cm}.$$

(d) Para que a resultante da força que age sobre a partícula 3 seja nula, é preciso que as três partículas estejam sobre a mesma reta, que no caso é o eixo x ; assim, $y = 0$.

59. Como a massa de um elétron é $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, o número de elétrons em um conjunto com uma massa $M = 75,0$ kg é

$$n = \frac{M}{m} = \frac{75,0 \text{ kg}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 8,23 \times 10^{31} \text{ elétrons}.$$

A carga total desse conjunto de elétrons é

$$q = -ne = -Z(8,23 \times 10^{31})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) = -1,32 \times 10^{13} \text{ C}.$$

60. Note que, em consequência do fato de que a força eletrostática é inversamente proporcional a r^2 , uma partícula de carga Q situada a uma distância d da origem exerce sobre uma carga q_0 situada na origem uma força de mesma intensidade que uma partícula de carga $4Q$ situada a uma distância $2d$ de q_0 . Assim, a carga $q_6 = +8e$ situada a uma distância $2d$ abaixo da origem pode ser substituída por uma carga $+2e$ situada a uma distância d abaixo da origem. Somando esta carga à carga $q_5 = +2e$, obtemos uma carga $+4e$ situada a uma distância d abaixo da origem, que cancela a força exercida pela carga $q_2 = +4e$ situada a uma distância d acima da origem.

Analogamente, a carga $q_4 = +4e$, situada a uma distância $2d$ à direita da origem, pode ser substituída por uma carga $+e$ situada a uma distância d à direita da origem. Somando esta carga à carga $q_3 = +e$, obtemos uma carga $+2e$ situada a uma distância d à direita da origem, que cancela a força exercida pela carga $q_1 = +2e$ situada à esquerda da origem. Assim, a força resultante que age sobre a partícula 7 é zero.

61. (a) De acordo com a Eq. 21-1, a força a que a partícula 3 está submetida é dada por $\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$, em que

$$|\vec{F}_{31}| = k \frac{Q_3 Q_1}{r_{31}^2} \quad \text{e} \quad |\vec{F}_{32}| = k \frac{Q_3 |Q_2|}{r_{32}^2}.$$

O teorema de Pitágoras nos dá $r_{31} = r_{32} = \sqrt{(0,003 \text{ m})^2 + (0,004 \text{ m})^2} = 0,005 \text{ m}$. Na notação módulo-ângulo (que é a mais conveniente quando se usa uma calculadora científica no modo polar), a soma vetorial indicada se torna

$$\vec{F}_3 = (0,518 \angle -37^\circ) + (0,518 \angle 37^\circ) = (0,829 \angle 0^\circ)$$

e a força resultante é

$$\vec{F}_3 = (0,829 \text{ N})\hat{i}.$$

(b) Trocar o sinal de Q_2 equivale a inverter o sentido da força que a partícula 2 exerce sobre a partícula 3. Assim, temos:

$$\vec{F}_3 = (0,518 \angle -37^\circ) + (0,518 \angle -143^\circ) = (0,621 \angle -90^\circ)$$

e a força resultante é

$$\vec{F}_3 = -(0,621 \text{ N})\hat{j}$$

62. A força eletrostática total a que está submetida a partícula 4 é dada por

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3,$$

na qual \vec{F}_1 , \vec{F}_2 e \vec{F}_3 são as forças exercidas pelas outras três partículas sobre a partícula 4. De acordo com a Eq. 21-1, temos, na notação módulo-ângulo (que é a mais conveniente quando se utiliza uma calculadora científica no modo polar):

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{res}} &= (4,60 \times 10^{-24} \angle 180^\circ) + (2,30 \times 10^{-24} \angle -90^\circ) + (1,02 \times 10^{-24} \angle -145^\circ) \\ &= (6,16 \times 10^{-24} \angle -152^\circ).\end{aligned}$$

(a) De acordo com esse resultado, o módulo da força é $6,16 \times 10^{-24} \text{ N}$.

(b) De acordo com o resultado do item anterior, a força faz um ângulo de -152° com o eixo x , ou seja, um ângulo de 208° no sentido anti-horário.

63. De acordo com a Eq. 21-1, chamando a primeira carga de q_1 , a segunda carga de q_2 e a carga da partícula que foi liberada de q , o módulo da força a que está submetida a partícula no momento em que é liberada é

$$k \frac{q_1 q}{0,28^2} + k \frac{|q_2| q}{0,44^2} = 0,22 \text{ N}.$$

De acordo com a segunda lei de Newton,

$$m = \frac{F}{a} = \frac{0,22 \text{ N}}{100 \times 10^3 \text{ m/s}^2} = 2,2 \times 10^{-6} \text{ kg}.$$

64. De acordo com a Eq. 21-1,

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

na qual F é a força de repulsão, q_1 e q_2 são as cargas das esferas e r é a distância entre as esferas. Fazendo $q_2 = Q - q_1$, na qual Q é a carga total, e explicitando q_1 , obtemos a equação do segundo grau

$$q_1^2 - Qq_1 + \frac{Fr^2}{k}$$

cujas soluções são

$$q_1 = \frac{Q - \sqrt{Q^2 - 4Fr^2/k}}{2} \quad \text{e} \quad q_2 = \frac{Q + \sqrt{Q^2 - 4Fr^2/k}}{2}.$$

Assim, a carga da esfera com a menor carga é

$$\begin{aligned}q_1 &= \frac{Q - \sqrt{Q^2 - 4Fr^2/k}}{2} \\ &= \frac{5,0 \times 10^{-5} \text{ C} - \sqrt{(5,0 \times 10^{-5} \text{ C})^2 - 4(1,0 \text{ N})(2,0 \text{ m})^2 / (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)}}{2} \\ &= 1,16 \times 10^{-5} \text{ C} \approx 1,2 \times 10^{-5} \text{ C}.\end{aligned}$$

65. Quando a esfera C faz contato com a esfera A , a carga total, $Q + Q/2$, é dividida igualmente entre as duas esferas. Assim, a carga da esfera A passa a ser $3Q/4$ e, de acordo com a Eq. 12-1, a força de atração entre as esferas A e B é

$$F = k \frac{(3Q/4)(Q/4)}{d^2} = 4,68 \times 10^{-19} \text{ N}.$$

66. Chamando de F_e o módulo da força eletrostática e de F_g o módulo da força gravitacional, temos, de acordo com as Eqs. 13-10 e 21-1:

$$F_e = F_g \Rightarrow k \frac{e^2}{y^2} = m_e g \Rightarrow y = \left(\frac{ke^2}{m_e g} \right)^{-1} = \left[\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)} \right] \\ = \pm 5,1 \text{ m}.$$

Supondo que o sentido positivo do eixo y é para cima, escolhemos o sinal negativo para a raiz, já que o segundo elétron deve estar abaixo do primeiro para que a força de repulsão eletrostática tenha o sentido contrário ao da força da gravidade. Assim, a resposta é $y = -5,1 \text{ m}$.

67. A força resultante que age sobre a partícula 3 é a soma vetorial das forças exercidas pelas partículas 1 e 2: $\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$. Para que $\vec{F}_3 = 0$, é preciso que a partícula 3 esteja no eixo x e seja atraída por uma das outras partículas e repelida pela outra. Como as partículas 1 e 2 têm cargas opostas, isso significa que a partícula 3 não pode estar entre as partículas 1 e 2, mas deve estar à esquerda da partícula 1 ou à direita da partícula 2. Como a carga da partícula 1 é maior, em valor absoluto, que a carga da partícula 2, concluímos que a partícula 3 deve estar à direita da partícula 2. Chamando de x a distância entre a partícula 3 e a partícula 2, temos:

$$F_3 = k \left[\frac{q_1 q_3}{(x+L)^2} + \frac{q_2 q_3}{x^2} \right] = k q_3 q \left[\frac{-5}{(x+L)^2} + \frac{2}{x^2} \right] = 0.$$

(a) Explicitando x nessa equação, obtemos:

$$x = \frac{L\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = 1,72L.$$

(b) Como foi mencionado no item anterior, para que a soma das forças seja nula, é preciso que a partícula 3 esteja no eixo x ; assim, $y = 0$.

68. A carga de João é

$$q = (0,0001) \frac{m N_A Z e}{M} \\ = (0,0001) \frac{(90 \text{ kg})(6,02 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol})(18)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})}{0,018 \text{ kg/mol}} \\ = 8,7 \times 10^5 \text{ C}.$$

Como a massa de Maria é metade da massa de João, sua carga é metade da carga de João e a força de atração entre os dois estudantes é

$$F \approx k \frac{q(q/2)}{d^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(8,7 \times 10^5 \text{ C})^2}{2(30 \text{ m})^2} \approx 4 \times 10^{18} \text{ N}.$$

Assim, a força de atração eletrostática entre os dois estudantes é da ordem de 10^{18} N .

69. (a) Como o núcleo de hélio possui 2 prótons e o núcleo de tório possui 90 prótons (veja o Apêndice F), a Eq. 21-1 nos dá

$$F = k \frac{q^2}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(90)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(9,0 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 5,1 \times 10^2 \text{ N}.$$

(b) Como o núcleo de ${}^4\text{He}$ é formado por 2 prótons e 2 nêutrons, a segunda lei de Newton nos dá (as massas do próton e do nêutron estão no Apêndice B):

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5,1 \times 10^2 \text{ N}}{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}) + 2(1,68 \times 10^{-27} \text{ kg})} = 7,6 \times 10^{28} \text{ m/s}^2.$$

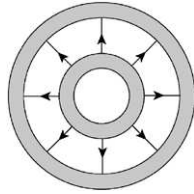
70. Para que a força total a que a partícula 1 é submetida seja nula, a componente x da força de repulsão exercida pela partícula 2 deve ser igual à componente x da força de atração exercida pela partícula 4. Além disso, a componente y da força de repulsão exercida pela partícula 3 deve ser igual à componente y da força de atração exercida pela partícula 4. Entretanto, por simetria, as duas condições são expressas pela mesma equação:

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{Q|2Q|}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{2}a)^2} \cos 45^\circ = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2}a^2},$$

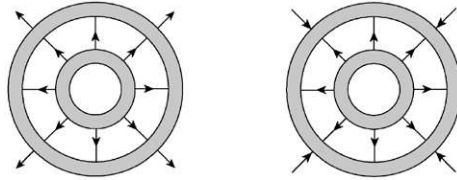
o que nos dá $q = Q\sqrt{2}$. Assim, $q/Q = 1/\sqrt{2} = 0,707$.

Capítulo 22

1. Note que os símbolos q_1 e q_2 usados no enunciado se referem ao valor absoluto das cargas. O desenho abaixo é para $q_1 = |q_2|$.



Os desenhos abaixo são para $q_1 > q_2$ (à esquerda) e $q_1 < q_2$ (à direita).



2. (a) De acordo com a Eq. 22-1, o módulo da força a que é submetido um próton no ponto A é

$$F = qE_A = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(40 \text{ N/C}) = 6,4 \times 10^{-18} \text{ N}.$$

(b) Como é explicado na Seção 22-3, o número de linhas de campo por unidade de área, em um plano perpendicular às linhas, é proporcional ao módulo do campo elétrico. Como a separação das linhas é duas vezes maior no ponto B, concluímos que $E_B = E_A/2 = 20 \text{ N/C}$.

3. Como a carga está uniformemente distribuída na esfera, o campo na superfície é o mesmo que se toda a carga estivesse concentrada no centro. Assim, o módulo do campo é

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

em que q é a carga total e R é o raio da esfera.

(a) Como a carga total é Ze , temos:

$$E = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(94)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(6,64 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 3,07 \times 10^{21} \text{ N/C}.$$

(b) Como a carga é positiva, o campo aponta para fora do núcleo.

4. Como $x_1 = 6,00 \text{ cm}$ e $x_2 = 21,00 \text{ cm}$, a coordenada do ponto a meio caminho entre as partículas é $x = [(6,00 \text{ cm}) + (21,00 \text{ cm})]/2 = 13,5 \text{ cm}$. Assim, de acordo com a Eq. 22-3,

$$\vec{E}_1 = -\frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 (x - x_1)^2} \hat{i} = -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)|-2,00 \times 10^{-7} \text{ C}|}{(0,135 \text{ m} - 0,060 \text{ m})^2} \hat{i} = -(3,196 \times 10^5 \text{ N/C}) \hat{i}$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 (x - x_2)^2} \hat{i} = -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2,00 \times 10^{-7} \text{ C})}{(0,135 \text{ m} - 0,210 \text{ m})^2} \hat{i} = -(3,196 \times 10^5 \text{ N/C}) \hat{i}$$

Assim, o campo elétrico total é

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -(6,39 \times 10^5 \text{ N/C})\hat{i}$$

5. De acordo com a Eq. 22-3, temos:

$$|q| = 4\pi\epsilon_0 r^2 E = \frac{(0,50 \text{ m})^2 (2,0 \text{ N/C})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2} = 5,6 \times 10^{-11} \text{ C} = 56 \text{ pC}.$$

6. De acordo com a Eq. 22-3, temos:

$$q = 4\pi\epsilon_0 E r^2 = \frac{(1,00 \text{ N/C})(1,00 \text{ m})^2}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2} = 1,11 \times 10^{-10} \text{ C} = 0,111 \text{ nC}.$$

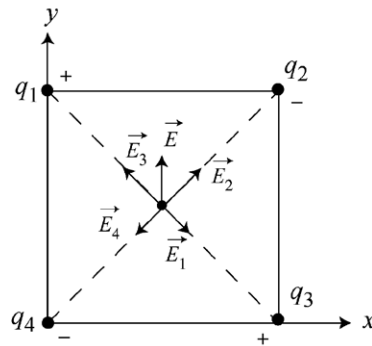
7. Como a componente x do campo elétrico no centro do quadrado é

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{|q_1|}{(a/\sqrt{2})^2} + \frac{|q_2|}{(a/\sqrt{2})^2} - \frac{|q_3|}{(a/\sqrt{2})^2} - \frac{|q_4|}{(a/\sqrt{2})^2} \right] \cos 45^\circ \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2/2} (|q_1| + |q_2| - |q_3| - |q_4|) \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 0 \end{aligned}$$

e a componente y é

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{|q_1|}{(a/\sqrt{2})^2} + \frac{|q_2|}{(a/\sqrt{2})^2} + \frac{|q_3|}{(a/\sqrt{2})^2} - \frac{|q_4|}{(a/\sqrt{2})^2} \right] \cos 45^\circ \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2/2} (-|q_1| + |q_2| + |q_3| - |q_4|) \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(2,0 \times 10^{-8} \text{ C})}{(0,050 \text{ m})^2 / 2} \frac{1}{\sqrt{2}} = 1,02 \times 10^5 \text{ N/C}, \end{aligned}$$

o campo elétrico no centro do quadrado é $\vec{E} = E_y \hat{j} = (1,02 \times 10^5 \text{ N/C})\hat{j}$. A figura a seguir (que não está em escala) mostra os campos elétricos produzidos pelas quatro cargas e o campo elétrico total.



8. Colocamos a origem do sistema de coordenadas no ponto P e o eixo y na direção da partícula 4 (passando pela partícula 3). Escolhemos um eixo x perpendicular ao eixo y , ou seja, passando pelas partículas 1 e 2. Os módulos dos campos produzidos pelas cargas são dados pela Eq. 22-3. Como as contribuições das partículas 1 e 2 se cancelam, o campo total no ponto P é dado por

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{|q_4|}{(2d)^2} - \frac{q_3}{d^2} \right] \hat{j} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{12q}{4d^2} - \frac{3q}{d^2} \right) \hat{j} = 0$$

9. (a) As componentes verticais dos campos produzidos pelas duas partículas se cancelam por simetria. Somando as componentes horizontais, obtemos

$$E_{x,\text{tot}} = \frac{2|q|d}{4\pi\epsilon_0(d^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(3,20 \times 10^{-19} \text{ C})(3,00 \text{ m})}{[(3,00 \text{ m})^2 + (4,00 \text{ m})^2]^{3/2}}$$

$$= 1,38 \times 10^{-10} \text{ N/C}.$$

(b) O campo elétrico aponta no sentido negativo do eixo x , ou seja, faz um ângulo de 180° com o semieixo x positivo.

10. Vamos escrever as cargas das partículas como múltiplos de um número positivo ξ a ser determinado. De acordo com a Fig. 22-33a e o enunciado do problema, $q_1 = 4\xi$ e $q_2 = -\xi$. De acordo com a Eq. 22-3, temos:

$$E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 = \frac{4\xi}{4\pi\epsilon_0(L+x)^2} - \frac{\xi}{4\pi\epsilon_0x^2}.$$

Como, de acordo com a Fig. 22-33b, $E_{\text{tot}} = 0$ para $x = 20 \text{ cm}$, essa equação nos dá $L = 20 \text{ cm}$.

(a) Derivando E_{tot} em relação a x e igualando o resultado a zero, obtemos, após algumas simplificações,

$$x = \left(\frac{2\sqrt[3]{2}}{3} + \frac{\sqrt[3]{4}}{3} + \frac{1}{3} \right) L = (1,70)(20 \text{ cm}) = 34 \text{ cm}.$$

Note que este resultado não depende do valor de ξ .

(b) Se $-q_2 = -3e$, $\xi = 3e$. Nesse caso, de acordo com o resultado obtido anteriormente,

$$E_{\text{tot}} = \frac{4\xi}{4\pi\epsilon_0(L+x)^2} - \frac{\xi}{4\pi\epsilon_0x^2} a$$

$$= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)4(3)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(0,54 \text{ m})^2} - \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(3)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(0,34 \text{ m})^2}$$

$$= 2,2 \times 10^{-8} \text{ N/C}.$$

11. Como as partículas 1 e 2 têm cargas opostas, em pontos situados entre as partículas os campos elétricos apontam na mesma direção e não podem se cancelar. Como a carga da partícula 2 é maior que a carga da partícula 1, o ponto em que o campo elétrico é nulo deve estar mais próximo da carga 1. Concluimos, portanto, que o campo está à esquerda da partícula 1.

Seja x a coordenada de P , o ponto em que o campo é zero. Nesse caso, o campo elétrico total no ponto P é dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{|q_2|}{(x-x_2)^2} - \frac{|q_1|}{(x-x_1)^2} \right].$$

Para que o campo se anule,

$$\frac{|q_2|}{(x-x_2)^2} = \frac{|q_1|}{(x-x_1)^2} \Rightarrow \frac{(x-70)^2}{(x-20)^2} = 4.$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros e explicitando x , obtemos duas soluções: $x' = -30 \text{ cm}$ e $x'' = +37 \text{ cm}$. Como o ponto P deve estar à esquerda da partícula 1, escolhemos a solução $x' = -30 \text{ cm}$. (A outra solução estaria correta se as cargas das partículas 1 e 2 tivessem o mesmo sinal.)

12. O valor do módulo do campo elétrico no centro do arco é o mesmo para todas as cargas:

$$E = \frac{kq}{r^2} = k \frac{e}{(0,020 \text{ m})^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}}{(0,020 \text{ m})^2} = 3,6 \times 10^{-6} \text{ N/C}.$$

Na notação módulo-ângulo (que é a mais conveniente quando se usa uma calculadora científica no modo polar), a soma vetorial dos campos assume a forma:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\text{tot}} &= (E \angle -20^\circ) + (E \angle 130^\circ) + (E \angle -100^\circ) + (E \angle -150^\circ) + (E \angle 0^\circ) \\ &= 3,93 \times 10^{-6} \text{ N/C} \angle -76,4^\circ.\end{aligned}$$

(a) De acordo com o resultado obtido, o módulo do campo elétrico no centro do arco é $3,93 \times 10^{-6} \text{ N/C}$.

(b) De acordo com o resultado anterior, o ângulo do campo elétrico no centro do arco é $-76,4^\circ$ em relação ao eixo x .

13. (a) Como o próton está a uma distância $r = z = 0,020 \text{ m}$ do centro do disco,

$$E_c = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(0,020 \text{ m})^2} = 3,60 \times 10^{-6} \text{ N/C}.$$

(b) Como as componentes horizontais se cancelam, o campo total produzido pelos elétrons e_s é vertical e o módulo do campo é dado por

$$\begin{aligned}E_{s,\text{tot}} &= \frac{2ez}{4\pi\epsilon_0(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(0,020 \text{ m})}{[(0,020 \text{ m})^2 + (0,020 \text{ m})^2]^{3/2}} \\ &= 2,55 \times 10^{-6} \text{ N/C}.\end{aligned}$$

(c) Como o próton agora está a uma distância 10 vezes menor, o campo é 100 vezes maior que o do item (a), ou seja, $E_c = 3,60 \times 10^{-4} \text{ N/C}$.

(d) Como as componentes horizontais continuam a se cancelar, o campo produzido pelos elétrons e_s é vertical e o módulo do campo é dado por

$$\begin{aligned}E_{s,\text{tot}} &= \frac{2ez}{4\pi\epsilon_0(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(0,002 \text{ m})}{[(0,020 \text{ m})^2 + (0,002 \text{ m})^2]^{3/2}} \\ &= 7,09 \times 10^{-7} \text{ N/C}.\end{aligned}$$

(e) Porque, quando o próton se aproxima do disco, as componentes verticais y dos campos produzidos pelos elétrons e_s diminuem e as componentes horizontais aumentam. Como as componentes horizontais se cancelam, o efeito global é uma redução do módulo de $\vec{E}_{s,\text{tot}}$.

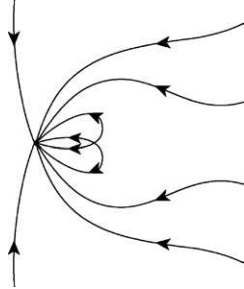
14. (a) Nos pontos do eixo x à esquerda da partícula 1, os campos têm sentidos opostos, mas não há possibilidade de que o campo se anule porque esses pontos estão mais próximos da partícula 1 do que da partícula 2 e a carga da partícula 1 é maior, em valor absoluto, que a carga da partícula 2. Na região entre as cargas, os dois campos não podem se cancelar, pois apontam no mesmo sentido. Nos pontos do eixo x à direita da partícula 2, os campos têm sentidos opostos, e existe a possibilidade de que os campos se anulem porque esses pontos estão mais próximos da partícula 2, e a carga da partícula 2 é menor. Chamando de x a coordenada do ponto em que os campos se anulam e igualando os módulos dos campos produzidos pelas duas partículas, temos:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(x-L)^2}.$$

Explicitando x e substituindo os valores conhecidos de q_1 e q_2 , obtemos:

$$x = \frac{L}{1 - \sqrt{2/5}} \approx 2,72L.$$

(b) A figura a seguir mostra um esboço das linhas de campo elétrico.



15. Por simetria, vemos que as contribuições das cargas das partículas 1 e 2 para o campo elétrico no ponto P se cancelam, de modo que só é preciso calcular o campo elétrico produzido pela partícula 3.

(a) De acordo com a Eq. 22-3, o módulo do campo elétrico é

$$\begin{aligned} |\vec{E}_{\text{tot}}| &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e}{(a/\sqrt{2})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4e}{a^2} \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{4(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(6,00 \times 10^{-6} \text{ m})^2} = 160 \text{ N/C}. \end{aligned}$$

(b) O campo faz um ângulo de $45,0^\circ$ no sentido anti-horário com o semieixo x positivo.

16. As componentes x e y do campo total são

$$E_{\text{tot}, x} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R^2} - \frac{q_2 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2}, \quad E_{\text{tot}, y} = -\frac{q_2 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

O módulo do campo total é a raiz quadrada da soma dos quadrados das componentes. Fazendo o módulo igual a E , elevando ao quadrado e simplificando, temos:

$$E^2 = \frac{q_1^2 + q_1^2 - 2q_1 q_2 \cos \theta}{(4\pi\epsilon_0 R^2)^2}.$$

Explicitando θ , obtemos::

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{q_1^2 + q_1^2 - (4\pi\epsilon_0 R^2)^2 E^2}{2q_1 q_2} \right].$$

Substituindo por valores numéricos, obtemos duas respostas:

(a) O valor positivo do ângulo é $\theta = 67,8^\circ$.

(b) O valor negativo do ângulo é $\theta = -67,8^\circ$.

17. Vamos supor que a conta 2 está na parte inferior do anel, já que seria difícil para a conta 1 passar pela conta 2 se ela estivesse no caminho. Note que, de acordo com o gráfico da Fig. 22-39c, a componente y do campo elétrico na origem é negativa para $\theta = 0^\circ$ (posição na qual a contribuição da partícula 1 para o campo elétrico é nula), o que significa que a carga da conta 2 é negativa.

(a) De acordo com o gráfico da Fig. 22-39b, a componente x do campo total é 0 para $\theta = 90^\circ$, ou seja, quando a conta 1 está no semieixo y positivo. Isso significa que a conta 2 está no semieixo y negativo, ou seja, que o ângulo da conta 2 é -90° .

(b) Como a componente y é máxima quando as duas contas estão no eixo y e sabemos que a carga da conta 2 é negativa, concluímos que a carga da conta 1 é positiva, pois isso faz com que, com as contas nessa posição, os dois campos se somem. Nos pontos $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 180^\circ$, o valor absoluto da componente x é igual ao módulo do campo elétrico criado pela conta 1. Assim, de acordo com a Eq. 22-3,

$$q_1 = 4\pi\epsilon_0 r^2 E = 4\pi(8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,60 \text{ m})^2(5,0 \times 10^4 \text{ N/C}) = 2,0 \times 10^{-6} \text{ C} \\ = 2,0 \mu\text{C}.$$

(c) No ponto $\theta = 0^\circ$, o valor absoluto da componente y é igual ao módulo do campo elétrico criado pela conta 2. Assim, de acordo com a Eq. 22-3,

$$q_2 = -4\pi\epsilon_0 r^2 |E| = 4\pi(8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,60 \text{ m})^2(4,0 \times 10^4 \text{ N/C}) = -1,6 \times 10^{-6} \text{ C} \\ = -1,6 \mu\text{C}.$$

18. Partindo da Eq. 22-6, usamos a expansão binomial (veja o Apêndice E), mas conservamos termos de ordem superior à usada para obter a Eq. 22-7:

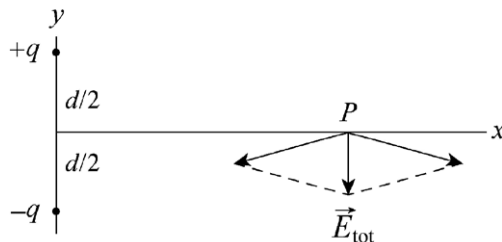
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\left(1 + \frac{d}{z} + \frac{3}{4} \frac{d^2}{z^2} + \frac{1}{2} \frac{d^3}{z^3} + \dots \right) - \left(1 - \frac{d}{z} + \frac{3}{4} \frac{d^2}{z^2} - \frac{1}{2} \frac{d^3}{z^3} + \dots \right) \right] \\ = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 z^3} + \frac{qd^3}{4\pi\epsilon_0 z^5} + \dots$$

Assim, na terminologia do problema,

$$E_1 = \frac{qd^3}{4\pi\epsilon_0 z^5}.$$

19. (a) Considere a figura a seguir. O módulo do campo elétrico total no ponto P é

$$|\vec{E}_{\text{tot}}| = 2E_1 \sin \theta = 2 \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(d/2)^2 + r^2} \right] \frac{d/2}{\sqrt{(d/2)^2 + r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{[(d/2)^2 + r^2]^{3/2}}$$



Para $r \gg d$, $[(d/2)^2 + r^2]^{3/2} \approx r^3$ e a expressão mostrada se reduz a

$$|\vec{E}_{\text{tot}}| \approx \frac{qd}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

(b) Como mostra a figura, o campo elétrico no ponto P aponta no sentido negativo do eixo y , ou seja, faz um ângulo de -90° com o semieixo x positivo.

20. De acordo com o enunciado do problema, E_{ver} é dado pela Eq. 22-5 (com $z = 5d$):

$$E_{\text{ver}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(4,5d)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(5,5d)^2} = \frac{160}{9801} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

e E_{apr} é dado pela Eq. 22-8:

$$E_{\text{apr}} = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0(5d)^3} = \frac{2}{125} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}.$$

Assim, a razão pedida é

$$\frac{E_{\text{apr}}}{E_{\text{ver}}} = \frac{2}{125} \cdot \frac{9801}{160} \approx 0,98.$$

21. Podemos pensar no quadrupolo da Fig. 22-41 como um conjunto de dois dipolos, cada um com um momento dipolar de módulo $p = qd$. Os momentos apontam na direção do eixo do quadrupolo, em sentidos opostos. Considere o ponto P do eixo, a uma distância z à direita do centro do quadrupolo, e tome como positivo o sentido para a direita. Nesse caso, o campo produzido pelo dipolo da direita é $qd/2\pi\epsilon_0(z - d/2)^3$ e o campo produzido pelo dipolo da esquerda é $-qd/2\pi\epsilon_0(z + d/2)^3$. Usando as expansões binomiais

$$(z - d/2)^{-3} \approx z^{-3} - 3z^{-4}(-d/2) \quad \text{e} \quad (z + d/2)^{-3} \approx z^{-3} - 3z^{-4}(d/2),$$

obtemos

$$E = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{z^3} + \frac{3d}{2z^4} - \frac{1}{z^3} + \frac{3d}{2z^4} \right] = \frac{6qd^2}{4\pi\epsilon_0 z^4}.$$

Fazendo $Q = 2qd^2$, obtemos

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4}.$$

22. (a) Vamos usar a notação usual para a densidade linear de carga: $\lambda = q/L$. O comprimento do arco é $L = r\theta$, na qual θ é o ângulo em radianos. Assim,

$$L = (0,0400 \text{ m})(0,698 \text{ rad}) = 0,0279 \text{ m}.$$

Para $q = -300(1,602 \times 10^{-19} \text{ C})$, obtemos $\lambda_{\text{arco}} = -1,72 \times 10^{-15} \text{ C/m}$.

(b) se a mesma carga está distribuída em uma área $A = \pi r^2 = \pi(0,0200 \text{ m})^2$, a densidade superficial de carga é $\sigma_{\text{disco}} = q/A = -3,82 \times 10^{-14} \text{ C/m}^2$.

(c) Como a área da superfície de uma esfera é $4\pi^2$, a mesma carga do item (b) está distribuída em uma área quatro vezes maior e, portanto, a densidade superficial de carga é quatro vezes menor: $\sigma_{\text{esfera}} = \sigma_{\text{disco}}/4 = -9,56 \times 10^{-15} \text{ C/m}^2$.

(d) Se a mesma carga está distribuída em um volume $V = 4\pi r^3/3$, a densidade volumétrica de carga é $\rho_{\text{esfera}} = q/V = -1,43 \times 10^{-12} \text{ C/m}^3$.

23. Vamos usar a Eq. 22-3 e supor que as duas cargas são positivas. No ponto P , temos:

$$E_{\text{anel 1}} = E_{\text{anel 2}} \Rightarrow \frac{q_1 R}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{q_2 (2R)}{4\pi\epsilon_0 [(2R)^2 + R^2]^{3/2}}$$

Simplificando, obtemos

$$\frac{q_1}{q_2} = 2 \left(\frac{2}{5} \right)^{3/2} \approx 0,506.$$

24. (a) Por simetria (e também de acordo com a Eq. 22-16), o campo é zero no centro do anel.

(b) O resultado ($E = 0$) para pontos infinitamente afastados do anel pode ser obtido a partir da Eq. 22-16, de acordo com a qual o campo é proporcional a $1/z^2$ para valores muito grandes de z .

(c) Derivando a Eq. 22-16 em relação a z e igualando o resultado a zero, obtemos:

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R^2 - 2z^2}{(z^2 + R^2)^{5/2}} = 0 \Rightarrow z = +\frac{R}{\sqrt{2}} = 0,707R.$$

(d) De acordo com a Eq. 22-16, temos:

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)} = \frac{(4,00 \times 10^{-6} \text{ C})(0,707 \times 0,02 \text{ m})}{4\pi(8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)[(0,707 \times 0,02 \text{ m})^2 + (0,02 \text{ m})^2]^{3/2}}$$

$$= 3,46 \times 10^7 \text{ N/C}.$$

25. Vamos chamar o raio do arco menor de r_1 , o raio do arco do meio de r_2 e o raio do arco maior de r_3 . O comprimento do arco menor é $L_1 = \pi r_1/2 = \pi R/2$, o comprimento do arco do meio é $L_2 = \pi r_2/2 = \pi R$ e o comprimento do arco maior é $L_3 = \pi r_3/2 = 3\pi R/2$. Como a carga dos arcos está uniformemente distribuída, a densidade linear de carga do arco menor é $\lambda_1 = Q/L_1 = 2Q/\pi R$, a densidade linear de carga do arco do meio é $\lambda_2 = -4Q/L_2 = -4Q/\pi R$ e a densidade linear de carga do arco maior é $\lambda_3 = 9Q/L_3 = 6Q/\pi R$. Nesse caso, usando o mesmo raciocínio do problema seguinte, o campo elétrico total é dado por

$$E_{\text{tot}} = \frac{\lambda_1(2 \sin 45^\circ)}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{\lambda_2(2 \sin 45^\circ)}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{\lambda_3(2 \sin 45^\circ)}{4\pi\epsilon_0 r_3}$$

$$= \frac{2Q}{\pi R} \frac{2 \sin 45^\circ}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{4Q}{\pi R} \frac{2 \sin 45^\circ}{8\pi\epsilon_0 R} + \frac{6Q}{\pi R} \frac{2 \sin 45^\circ}{12\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{\sqrt{2}\pi^2\epsilon_0 R^2} = 1,62 \times 10^6 \text{ N/C}.$$

(b) O campo faz um ângulo de -45° com o semieixo x positivo.

26. No Exemplo “Campo elétrico de um arco de circunferência carregado”, vimos que o campo no centro de um arco circular é dado por

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \sin x \Big|_{-\theta}^{\theta}$$

Em que λ é a densidade linear de carga. Neste problema, cada quarto de circunferência produz um campo cujo módulo é

$$|\vec{E}| = \frac{|q|}{r\pi/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \sin x \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\sqrt{2}|q|}{\pi r^2}.$$

O campo produzido pelo quarto de circunferência que está acima do eixo x faz um ângulo de -45° com o semieixo x positivo e o campo produzido pelo quarto de circunferência que está abaixo do eixo x faz um ângulo de -135° com o semieixo x positivo.

(a) O módulo do campo total é

$$|\vec{E}_{\text{tot}}| = E_{\text{tot},x} = 2 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\sqrt{2}|q|}{\pi r^2} \right) \cos 45^\circ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4|q|}{\pi r^2}$$

$$= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)4(4,50 \times 10^{-12} \text{ C})}{\pi(5,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 20,6 \text{ N/C}.$$

(b) Por simetria, o campo total faz um ângulo de -90° com o semieixo x positivo.

27. Por simetria, vemos que o campo no ponto P é duas vezes maior que o campo produzido pelo arco semicircular superior, cuja densidade linear de carga é $\lambda = q/\pi R$. Usando o mesmo raciocínio do problema anterior, obtemos

$$\vec{E}_{\text{tot}} = 2(-\hat{j}) \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \sin\theta \Big|_{-90^\circ}^{90^\circ} = -\left(\frac{q}{\epsilon_0 \pi^2 R^2}\right) \hat{j}.$$

(a) Para $R = 8,50 \times 10^{-2} \text{ m}$ e $q = 1,50 \times 10^{-8} \text{ C}$, $|\vec{E}_{\text{tot}}| = 23,8 \text{ N/C}$.

(b) O campo elétrico total faz um ângulo de -90° com o semieixo x positivo.

28. Derivando a Eq. 22-16 em relação a z e igualando o resultado a zero, obtemos:

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R^2 - 2z^2}{(z^2 + R^2)^{5/2}} = 0,$$

o que nos dá $z = R/\sqrt{2}$. Para $R = 2,40 \text{ cm}$, obtemos $z = 1,70 \text{ cm}$.

29. Vamos primeiro calcular o campo produzido pelo arco circular, cuja densidade linear de carga é $\lambda = Q/L$, na qual L é o comprimento do arco. Usando o mesmo raciocínio do Exemplo “Campo elétrico de um arco de circunferência carregado”, chegamos à conclusão de que o módulo do campo elétrico produzido por um arco de circunferência de raio r , com uma densidade linear de carga λ , que subtende um ângulo θ , é

$$E_{\text{arco}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin(\theta/2) - \sin(-\theta/2)] = \frac{2\lambda \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Como, no nosso caso, $\lambda = Q/L = Q/R\theta$ e $r = R$, temos:

$$E_{\text{arco}} = \frac{2(Q/R\theta) \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{2Q \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R^2 \theta}.$$

O módulo do campo produzido por uma carga pontual é dado pela Eq. 22-3:

$$E_{\text{ponto}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

A razão pedida é, portanto,

$$\frac{E_{\text{ponto}}}{E_{\text{arco}}} = \frac{Q/4\pi\epsilon_0 R^2}{2Q \sin(\theta/2)/4\pi\epsilon_0 R^2 \theta} = \frac{\theta}{2 \sin(\theta/2)}.$$

Para $\theta = \pi$, temos:

$$\frac{E_{\text{ponto}}}{E_{\text{arco}}} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57.$$

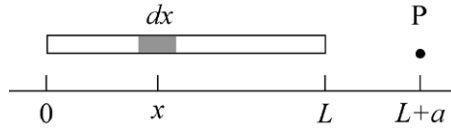
30. De acordo com a Eq. 22-16, temos:

$$\frac{2RQ}{4\pi\epsilon_0 [(2R)^2 + R^2]^{3/2}} + \frac{2Rq}{4\pi\epsilon_0 [(2R)^2 + (3R)^2]^{3/2}} = 0 \Rightarrow q = -Q \left(\frac{13}{5} \right)^{3/2} = -4,19Q.$$

31. (a) Como a carga está uniformemente distribuída na barra,

$$\lambda = \frac{-q}{L} = \frac{-4,23 \times 10^{-15} \text{ C}}{0,0815 \text{ m}} = -5,19 \times 10^{-14} \text{ C/m}.$$

(b) Vamos posicionar o eixo x paralelamente à barra, como a origem na extremidade esquerda da barra, como mostra a figura.



Seja dx um segmento infinitesimal da barra, situado no ponto x . A carga do segmento é $dq = \lambda dx$. A carga dq pode ser considerada uma carga pontual. O campo elétrico produzido por esta carga no ponto P possui apenas a componente x , que é dada por

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(L+a-x)^2}.$$

O campo elétrico produzido no ponto P pela barra inteira é

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(L+a-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{L+a-x} \Big|_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L+a} \right) \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{L}{a(L+a)} \right] = -1,57 \times 10^{-3} \text{ N/C}. \end{aligned}$$

Assim, $|E_x| = 1,57 \times 10^{-3} \text{ N/C}$.

(c) O sinal negativo de E_x indica que o campo elétrico aponta no sentido negativo do eixo x , ou seja, que o ângulo do campo elétrico \vec{E} é -180° .

(d) se $a \gg L$, podemos usar a aproximação $L+a \approx a$ na equação apresentada, o que nos dá

$$E_x = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,23 \times 10^{-15} \text{ C})}{(50 \text{ m})^2} = -1,52 \times 10^{-3} \text{ N/C}.$$

Assim, $|E_x| = 1,52 \times 10^{-3} \text{ N/C}$.

(e) Como a expressão do item anterior é igual à do campo elétrico criado por uma partícula de carga $-q$ situada a uma distância a do ponto considerado, o resultado é o mesmo do item (d): $|E_x| = 1,52 \times 10^{-3} \text{ N/C}$.

32. Um elemento infinitesimal dx da barra contém uma carga $dq = \lambda dx$, na qual $\lambda = dq/dx$ é a densidade linear de carga. Por simetria, as componentes horizontais dos campos produzidos pelos elementos de carga se cancelam e precisamos apenas calcular, por integração, a soma das componentes verticais. A simetria do problema também permite calcular apenas a contribuição de metade da barra ($0 \leq x \leq L/2$) e multiplicar o resultado por dois. No cálculo que se segue, fazemos uso do fato de que $\sin \theta = R/r$, na qual $r = \sqrt{x^2 + R^2}$.

(a) De acordo com a Eq. 22-3, temos:

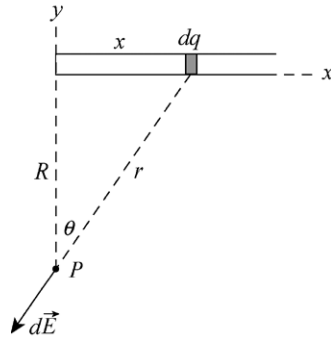
$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= 2 \int_0^{L/2} \left(\frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \sin \theta = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \left(\frac{\lambda dx}{x^2 + R^2} \right) \left(\frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \\ &= \frac{\lambda R}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{(q/L)R}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{R^2 \sqrt{x^2 + R^2}} \Big|_0^{L/2} \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L R} \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + R^2}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4R^2}} = 12,4 \text{ N/C}, \end{aligned}$$

na qual a solução da integral pode ser obtida usando os métodos do cálculo ou consultando o Apêndice E (veja a fórmula 19 da lista de integrais).

(b) Como foi mencionado no item a, o campo elétrico \vec{E} é vertical e faz um ângulo de 90° com o semieixo x positivo.

33. Considere um elemento infinitesimal dx da barra, situado a uma distância x da extremidade esquerda, como mostra a figura. O elemento possui uma carga $dq = \lambda dx$ e está a uma distância r do ponto P . O módulo do campo produzido pelo elemento no ponto P é dado por

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2}.$$



As componentes x e y do campo são

$$dE_x = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \sin \theta$$

e

$$dE_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \cos \theta.$$

Vamos usar θ como variável de integração e usar as relações $r = R/\cos \theta$, $x = R \tan \theta$ e $dx = (R/\cos^2 \theta) d\theta$. Os limites de integração são 0 e $\pi/2$ rad. Temos:

$$E_x = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \theta \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}$$

e

$$E_y = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \sin \theta \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Note que $E_x = E_y$, qualquer que seja o valor de R . Assim, faz um ângulo de 45° com a barra para qualquer valor de R .

34. De acordo com a Eq. 22-26, temos:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) = \frac{5,3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \left[1 - \frac{12 \text{ cm}}{\sqrt{(12 \text{ cm})^2 + (2,5 \text{ cm})^2}} \right] = 6,3 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

35. De acordo com a Eq. 22-26, o módulo do campo elétrico em um ponto do eixo do disco situado a uma distância z do centro do disco é dado por

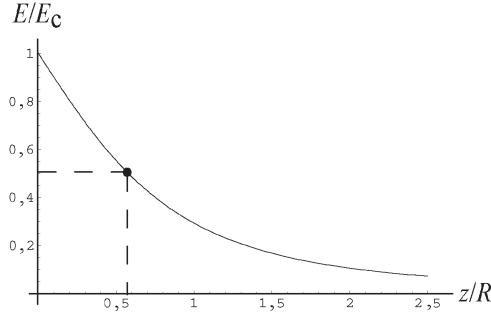
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right]$$

na qual R é o raio do disco e σ é a densidade superficial de carga do disco. O módulo do campo no centro do disco (ou seja, no ponto $z = 0$) é $E_c = \sigma/2\epsilon_0$. Para que $E/E_c = 1/2$,

$$1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} = \frac{1}{2}.$$

Explicitando z nessa equação, obtemos $z = R/\sqrt{3} = 0,346$ m.

A figura a seguir mostra o gráfico de $E/E_c = 1 - (z/R) / \sqrt{(z/R)^2 + 1}$ em função de z/R . O ponto assinalado corresponde à solução do problema, ou seja, ao ponto $z/R = (0,346 \text{ m})/(0,600 \text{ m}) = 0,577$, $E/E_c = 0,5$.



36. A partir das relações $dA = 2\pi r dr$ (que pode ser vista como a diferencial de $A = \pi r^2$) e $dq = \sigma dA$, na qual σ é a densidade superficial de carga, temos:

$$dq = \left(\frac{Q}{\pi R^2} \right) 2\pi r dr$$

na qual usamos o fato de que a carga está uniformemente distribuída para fazer a densidade superficial de carga igual à carga total Q dividida pela área total πR^2 . Fazendo $r = 0,0050$ m e $dr \approx 30 \times 10^{-6}$ m, obtemos $dq \approx 2,4 \times 10^{-16}$ C.

37. Podemos usar a Eq. 22-26, notando que o disco da Fig. 22-52b é equivalente ao disco da Fig. 22-52a mais um disco menor, de raio $R/2$, com a carga oposta à do disco principal. Assim, temos:

$$E_{(a)} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{2R}{\sqrt{(2R)^2 + R^2}} \right]$$

e

$$E_{(b)} = E_{(a)} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{2R}{\sqrt{(2R)^2 + (R/2)^2}} \right].$$

Isso nos dá

$$\frac{E_{(a)} - E_{(b)}}{E_{(a)}} = \frac{1 - 2/\sqrt{4 + 1/4}}{1 - 2/\sqrt{4 + 1}} = \frac{1 - 2/\sqrt{17/4}}{1 - 2/\sqrt{5}} = \frac{0,0299}{0,1056} = 0,283 \approx 28\%$$

38. Escrevemos a Eq. 22-26 na forma

$$\frac{E}{E_{\max}} = 1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

e notamos que, no gráfico da Fig. 22-53b, $E/E_{\max} = 0,5$ para $z = 4,0$ cm. Fazendo $E/E_{\max} = 0,5$ e $z = 4,0$ cm na equação apresentada, obtemos $R = 6,9$ cm.

39. Quando a gota está em equilíbrio, a força da gravidade é compensada pela força do campo elétrico: $mg = -qE$, em que m é a massa da gota, q é a carga da gota e E é o módulo do campo elétrico. A massa da gota é dada por $m = (4\pi/3)r^3\rho$, na qual r é o raio da gota e ρ é a massa específica do óleo. Assim,

$$q = -\frac{mg}{E} = -\frac{4\pi r^3 \rho g}{3E} = -\frac{4\pi(1,64 \times 10^{-6} \text{ m})^3 (851 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)}{3(1,92 \times 10^5 \text{ N/C})} = -8,0 \times 10^{-19} \text{ C}$$

e $q/e = (-8,0 \times 10^{-19} \text{ C})/(1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) = -5$, o que nos dá $q = -5e$.

40. (a) A direção inicial do movimento é tomada como o sentido positivo do eixo x , que é também a direção do campo \vec{E} . Usando a Eq. 2-16, $v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$, com $v_f = 0$ e $a = F/m = -eE/m_e$, para calcular a distância Δx :

$$\Delta x = \frac{-v_i^2}{2a} = \frac{-m_e v_i^2}{-2eE} = \frac{-(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5,00 \times 10^6 \text{ m/s})^2}{-2(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,00 \times 10^3 \text{ N/C})} = 7,12 \times 10^{-2} \text{ m} = 7,12 \text{ cm}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-17, temos:

$$t = \frac{\Delta x}{v_{\text{med}}} = \frac{2\Delta x}{v_i} = \frac{2(7,12 \times 10^{-2} \text{ m})}{5,00 \times 10^6 \text{ m/s}} = 2,85 \times 10^{-8} \text{ s} = 28,5 \text{ ns}.$$

(c) Usando a Eq. 2-16 com o novo valor de Δx , temos:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta K}{K_i} &= \frac{\Delta(\frac{1}{2}m_e v^2)}{\frac{1}{2}m_e v_i^2} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{v_i^2} = \frac{2a\Delta x}{v_i^2} = \frac{-2eE\Delta x}{m_e v_i^2} \\ &= \frac{-2(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,00 \times 10^3 \text{ N/C})(8,00 \times 10^{-3} \text{ m})}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5,00 \times 10^6 \text{ m/s})^2} = -0,112. \end{aligned}$$

Assim, a fração da energia cinética perdida na região é 0,112.

41. (a) O módulo da força a que a partícula está submetida é dado por $F = qE$, na qual q é o valor absoluto da carga da partícula e E é o módulo do campo elétrico na posição da partícula. Assim,

$$E = \frac{F}{q} = \frac{3,0 \times 10^{-6} \text{ N}}{2,0 \times 10^{-9} \text{ C}} = 1,5 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

Como a força aponta para baixo e a carga é negativa, o campo aponta para cima.

(b) O módulo da força eletrostática exercida pelo campo sobre um próton é

$$\begin{aligned} \frac{\Delta K}{K_i} &= \frac{\Delta(\frac{1}{2}m_e v^2)}{\frac{1}{2}m_e v_i^2} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{v_i^2} = \frac{2a\Delta x}{v_i^2} = \frac{-2eE\Delta x}{m_e v_i^2} \\ &= \frac{-2(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,00 \times 10^3 \text{ N/C})(8,00 \times 10^{-3} \text{ m})}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5,00 \times 10^6 \text{ m/s})^2} = -0,112. \end{aligned}$$

(c) Como o próton tem carga positiva, a força eletrostática aponta na direção do campo, ou seja, para cima.

(d) O módulo da força gravitacional a que está sujeito o próton é

$$F_g = mg = (1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 1,6 \times 10^{-26} \text{ N}.$$

(e) A razão das forças é

$$\frac{F_{el}}{F_g} = \frac{2,4 \times 10^{-16} \text{ N}}{1,6 \times 10^{-26} \text{ N}} = 1,5 \times 10^{10}.$$

42. (a) $F_e = Ee = (3,0 \times 10^6 \text{ N/C})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) = 4,8 \times 10^{-13} \text{ N}.$

(b) $F_i = Eq_{\text{ion}} = Ee = (3,0 \times 10^6 \text{ N/C})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) = 4,8 \times 10^{-13} \text{ N}.$

43. O módulo da força a que o elétron está submetido é $F = eE$, na qual E é o módulo do campo elétrico na posição do elétron. A aceleração do elétron é dada pela segunda lei de Newton:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(2,00 \times 10^4 \text{ N/C})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 3,51 \times 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

44. (a) Para que a partícula esteja em equilíbrio, devemos ter

$$q|\vec{E}| = mg \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{mg}{2e}.$$

Substituindo os valores dados no problema, obtemos

$$|\vec{E}| = \frac{mg}{2e} = \frac{(6,64 \times 10^{-27} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} = 2,03 \times 10^{-7} \text{ N/C}.$$

(b) Como a força da gravidade aponta para baixo, a força $q\vec{E}$ deve apontar para cima. Como a carga da partícula alfa é positiva, o campo elétrico deve apontar para cima.

45. Combinando a Eq. 22-9 com a Eq. 22-28, temos:

$$F = |q|E = |q|\left(\frac{p}{2\pi\epsilon_0 z^3}\right) = \frac{2kep}{z^3}$$

na qual k é a constante eletrostática, dada pela Eq. 21-5. Assim, temos:

$$F = \frac{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,6 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m})}{(25 \times 10^{-9} \text{ m})^3} = 6,6 \times 10^{-15} \text{ N}.$$

Se o momento do dipolo aponta no sentido positivo do eixo z , a força \vec{F} aponta no sentido negativo do eixo z .

46. (a) De acordo com a Eq. 22-28 e a segunda lei de Newton, temos:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{ma}{e} = \left(\frac{m}{e}\right)a = \left(\frac{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}}\right)(1,80 \times 10^9 \text{ m/s}^2) = 0,0102 \text{ N/C}$$

$$= 1,02 \times 10^{-2} \text{ N/C}.$$

(b) Como o elétron tem carga negativa e é acelerado para leste, isso significa que o campo elétrico tem o sentido oposto, ou seja, aponta para oeste.

47. (a) O módulo da força que age sobre o próton é $F = eE$, na qual E é o módulo do campo elétrico. De acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração do próton é $a = F/m = eE/m$, na qual m é a massa do próton. Assim,

$$a = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(2,00 \times 10^4 \text{ N/C})}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 1,92 \times 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

(b) Supondo que o próton parte do repouso e usando a Eq. 2-16, temos:

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2(1,92 \times 10^{12} \text{ m/s}^2)(0,0100 \text{ m})} = 1,96 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

48. De acordo com a Eq. 22-26, a Eq. 22-28 e a segunda lei de Newton, temos:

$$a = \frac{e\sigma}{2m\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$$

na qual z é a distância entre o elétron e o centro do disco.

(a) Para $z = R$, temos:

$$a = \frac{e\sigma}{2m\epsilon_0} \left(1 - \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} \right) = \frac{e\sigma(2 - \sqrt{2})}{4m\epsilon_0} = 1,16 \times 10^{16} \text{ m/s}^2.$$

(b) Para $z = R/100$, $a = \frac{e\sigma(10.001 - \sqrt{10.001})}{20.002m\epsilon_0} = 3,94 \times 10^{16} \text{ m/s}^2$.

(c) Para $z = R/1000$, $a = \frac{e\sigma(1.000.001 - \sqrt{1.000.001})}{2.000.002m\epsilon_0} = 3,97 \times 10^{16} \text{ m/s}^2$.

(d) O módulo da aceleração quase não varia quando o elétron está próximo do disco porque a resultante da força produzida pelas cargas próximas da borda do disco diminui com a redução da distância entre o elétron e o centro do disco.

49. (a) De acordo com a Eq. 22-28, temos:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= (8,00 \times 10^{-5} \text{ C})(3,00 \times 10^3 \text{ N/C})\hat{i} + (8,00 \times 10^{-5} \text{ C})(-600 \text{ N/C})\hat{j} \\ &= (0,240 \text{ N})\hat{i} - (0,0480 \text{ N})\hat{j}. \end{aligned}$$

Assim, o módulo da força é

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(0,240 \text{ N})^2 + (-0,0480 \text{ N})^2} = 0,245 \text{ N}.$$

(b) O ângulo que a força \vec{F} faz com o semieixo x positivo é

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_y}{F_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-0,0480 \text{ N}}{0,240 \text{ N}} \right) = -11,3^\circ$$

(c) De acordo com a Eq. 2-18,

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{F_x t^2}{2m} = \frac{(0,240 \text{ N})(3,00 \text{ s})^2}{2(0,0100 \text{ kg})} = 108 \text{ m}.$$

(d) De acordo com a Eq. 2-18,

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{F_y t^2}{2m} = \frac{(-0,0480 \text{ N})(3,00 \text{ s})^2}{2(0,0100 \text{ kg})} = -21,6 \text{ m}.$$

50. Como o campo elétrico e a força da gravidade são verticais, não existem forças na direção do eixo x . Vamos combinar a Eq. 22-28 com a segunda lei de Newton, usar a Eq. 4-21 para determinar o tempo t e usar a Eq. 4-23 para determinar a velocidade final, substituindo $-g$ por a_y . As componentes da velocidade dadas no enunciado do problema como v_x e v_y serão chamadas de v_{0x} e v_{0y} .

(a) Como $\vec{a} = q\vec{E} / m = -(e/m)\vec{E}$, temos:

$$\vec{a} = - \left(\frac{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}} \right) \left(120 \frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \hat{j} = -(2,1 \times 10^{13} \text{ m/s}^2) \hat{j}.$$

(b) Como $v_x = v_{0x}$ neste problema (ou seja, $a_x = 0$), temos:

$$t = \frac{\Delta x}{v_{0x}} = \frac{0,020 \text{ m}}{1,5 \times 10^5 \text{ m/s}} = 1,33 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t = 3,0 \times 10^3 \text{ m/s} + (-2,1 \times 10^{13} \text{ m/s}^2)(1,33 \times 10^{-7} \text{ s}) = -2,8 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

Assim, a velocidade final é

$$\vec{v} = (1,5 \times 10^5 \text{ m/s}) \hat{i} - (2,8 \times 10^6 \text{ m/s}) \hat{j}.$$

51. (a) Vamos chamar de Q a carga da abelha e de q o valor absoluto das cargas induzidas nos lados do grão de pólen. Representando a carga da abelha por uma carga pontual situada no centro do inseto, a força eletrostática exercida pela abelha sobre o grão de pólen é

$$F = \frac{kQq}{(d + D/2)^2} + \frac{kQ(-q)}{(D/2)^2} = -kQ|q| \left[\frac{1}{(D/2)^2} - \frac{1}{(d + D/2)^2} \right]$$

na qual D é o diâmetro da esfera que representa a abelha e d é o diâmetro do grão de pólen. Substituindo os valores numéricos, obtemos

$$\begin{aligned} F &= -(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(45,0 \times 10^{-12} \text{ C}) \\ &\quad (1,000 \times 10^{-12} \text{ C}) \left[\frac{1}{(5,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2} - \frac{1}{(5,04 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \right] \\ &= -2,56 \times 10^{-10} \text{ N}. \end{aligned}$$

O sinal negativo indica que a força entre a abelha e o grão de pólen é atrativa. O módulo da força é $|F| = 2,6 \times 10^{-10} \text{ N}$.

(b) Seja $|Q'| = 45,0 \text{ pC}$ o valor absoluto da carga da ponta do estigma. A força eletrostática que o estigma exerce sobre o grão é

$$F' = \frac{k|Q'|q}{(d + D')^2} + \frac{k|Q'|(-q)}{(D')^2} = -k|Q'q| \left[\frac{1}{(D')^2} - \frac{1}{(d + D')^2} \right]$$

na qual $D' = 1,000 \text{ mm}$ é a distância entre o grão de pólen e o estigma. Substituindo os valores numéricos, obtemos

$$\begin{aligned} F' &= -(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(45,0 \times 10^{-12} \text{ C}) \\ &\quad (1,000 \times 10^{-12} \text{ C}) \left[\frac{1}{(1,000 \times 10^{-3} \text{ m})^2} - \frac{1}{(1,040 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \right] \\ &= -3,06 \times 10^{-8} \text{ N}. \end{aligned}$$

O sinal negativo indica que a força entre o grão de pólen e o estigma é atrativa. O valor absoluto da força é $|F'| = 3,06 \times 10^{-8} \text{ N}$.

(c) Como $|F'| > |F|$, o grão salta para o estigma.

52. (a) De acordo com a Eq. 2-11, a Eq. 22-28 e a segunda lei de Newton, temos:

$$\begin{aligned} v &= v_0 - |a|t = v_0 - \frac{eE}{m}t = 4,0 \times 10^4 \text{ m/s} - \frac{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(50 \text{ N/C})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}(1,5 \times 10^{-9} \text{ s}) \\ &= 2,7 \times 10^4 \text{ m/s} = 27 \text{ km/s}. \end{aligned}$$

(b) Como o campo elétrico é uniforme, a aceleração é constante e, portanto, de acordo com a Eq. 2-17, a distância percorrida é

$$d = \frac{v + v_0}{2} t = 5,0 \times 10^{-5} \text{ m} = 50 \text{ } \mu\text{m}.$$

53. Tomamos o sentido positivo para a direita na Fig. 22-55. A aceleração do próton é $a_p = eE/m_p$ e a aceleração do elétron é $a_e = -eE/m_e$, na qual E é o módulo do campo elétrico, m_p é a massa do próton e m_e é a massa do elétron. Tomamos a origem como a posição inicial do próton. Nesse caso, a coordenada do próton no instante t é $x = a_p t^2/2$ e a coordenada do elétron é $x = L + a_e t^2/2$. No instante em que as partículas passam uma pela outra, suas coordenadas são iguais, ou seja,

$$\frac{1}{2} a_p t^2 = L + \frac{1}{2} a_e t^2.$$

Isso significa que $t^2 = 2L/(a_p - a_e)$ e, portanto,

$$\begin{aligned} x &= \frac{a_p}{a_p - a_e} L = \frac{eE/m_p}{(eE/m_p) + (eE/m_e)} L = \left(\frac{m_e}{m_e + m_p} \right) L \\ &= \left(\frac{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} + 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} \right) (0,050 \text{ m}) \\ &= 2,7 \times 10^{-5} \text{ m} = 27 \text{ } \mu\text{m}. \end{aligned}$$

54. Como a carga do elétron é negativa e o campo elétrico aponta no sentido positivo do eixo y , a força a que o elétron é submetido, de acordo com a Eq. 22-28, aponta para baixo, e a aplicação da segunda lei de Newton ao problema leva a equações análogas às do movimento balístico discutido no Capítulo 4, com a aceleração da gravidade g substituída por uma aceleração $a = eE/m = 8,78 \times 10^{11} \text{ m/s}^2$. De acordo com a Eq. 4-21,

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta_0} = \frac{3,00 \text{ m}}{(2,00 \times 10^6 \text{ m/s}) \cos 40,0^\circ} = 1,96 \times 10^{-6} \text{ s},$$

o que nos dá (usando a Eq. 4-23)

$$\begin{aligned} v_y &= v_0 \sin \theta_0 - at = (2,00 \times 10^6 \text{ m/s}) \sin 40,0^\circ - (8,78 \times 10^{11} \text{ m/s}^2)(1,96 \times 10^{-6} \text{ s}) \\ &= -4,34 \times 10^5 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Como a componente x da velocidade não muda, a velocidade final é

$$\vec{v} = (1,53 \times 10^6 \text{ m/s}) \hat{i} - (4,34 \times 10^5 \text{ m/s}) \hat{j}.$$

55. (a) De acordo com a Eq. 2-17,

$$v = \frac{2x}{t} = \frac{2(2,0 \times 10^{-2} \text{ m})}{1,5 \times 10^{-8} \text{ s}} = 2,7 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-15, a Eq. 22-28 e a segunda lei de Newton,

$$E = \frac{ma}{e} = \frac{2xm}{et^2} = \frac{2(2,0 \times 10^{-2} \text{ m})(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,5 \times 10^{-8} \text{ s})^2} = 1,0 \times 10^3 \text{ N/C} = 1,0 \text{ kN/C}.$$

56. (a) Para $\theta = 0$, a Eq. 22-33 nos dá

$$\tau = pE \sin 0^\circ = 0.$$

(b) Para $\theta = 90^\circ$, a Eq. 22-33 nos dá

$$\tau = pE = [2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(0,78 \times 10^{-9} \text{ m})](3,4 \times 10^6 \text{ N/C}) = 8,5 \times 10^{-22} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

(c) Para $\theta = 180^\circ$, a Eq. 22-33 nos dá

$$\tau = pE \sin 180^\circ = 0.$$

57. (a) O módulo do momento dipolar é

$$p = qd = (1,50 \times 10^{-9} \text{ C})(6,20 \times 10^{-6} \text{ m}) = 9,30 \times 10^{-15} \text{ C} \cdot \text{m}.$$

(b) Usando o mesmo raciocínio do item (c) do Exemplo “Torque e energia de um dipolo elétrico em um campo elétrico”, obtemos:

$$U(180^\circ) - U(0) = 2pE = 2(9,30 \times 10^{-15} \text{ C} \cdot \text{m})(1100 \text{ N/C}) = 2,05 \times 10^{-11} \text{ J}.$$

58. De acordo com a Eq. 22-38 e o gráfico da Fig. 22-57,

$$U_{\max} = pE = 100 \times 10^{-28} \text{ J}.$$

Para $E = 20 \text{ N/C}$, obtemos $p = 5,0 \times 10^{-28} \text{ C} \cdot \text{m}$.

59. Usando o mesmo raciocínio do item (c) do Exemplo “Torque e energia de um dipolo elétrico em um campo elétrico”, obtemos:

$$\begin{aligned} W &= U(\theta_0 + \pi) - U(\theta_0) = -pE [\cos(\theta_0 + \pi) - \cos(\theta_0)] \\ &= 2pE \cos \theta_0 = 2(3,02 \times 10^{-25} \text{ C} \cdot \text{m})(46,0 \text{ N/C}) \cos 64,0^\circ \\ &= 1,22 \times 10^{-23} \text{ J}. \end{aligned}$$

60. De acordo com a Eq. 22-35, o ângulo para o qual o torque é máximo é $\theta = -90^\circ$ e $\tau_{\max} = pE$. Assim, como $E = 40 \text{ N/C}$ e, de acordo com o gráfico da Fig. 22-58, $\tau_{\max} = 100 \times 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m}$, o momento dipolar é $p = 2,5 \times 10^{-28} \text{ C} \cdot \text{m}$.

61. A Eq. 22-35, $\tau = -pE \sin \theta$ expressa o fato de que existe um torque restaurador que tende a fazer um dipolo voltar à posição de equilíbrio depois de perturbado. Se a amplitude do movimento é pequena, podemos substituir $\sin \theta$ por θ em radianos, obtendo a relação $\tau \approx -pE\theta$. Como essa relação expressa uma proporcionalidade entre o torque restaurador e o ângulo de rotação, o dipolo executa um movimento harmônico simples semelhante ao de um pêndulo de torção com uma constante de torção $\kappa = pE$. Assim, a frequência angular ω é dada por

$$\omega^2 = \frac{\kappa}{I} = \frac{pE}{I}$$

em que I é o momento de inércia do dipolo. A frequência de oscilação é

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{pE}{I}} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{pE}{I} \right)^{0,5}$$

62. (a) De acordo com a Eq. 22-28 e a segunda lei de Newton, temos:

$$a = \frac{|q|E}{m} = \left(\frac{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}} \right) \left(1,40 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}} \right) = 2,46 \times 10^{17} \text{ m/s}^2.$$

(b) De acordo com a Eq. 2-11, para $v = c/10 = 3,00 \times 10^7 \text{ m/s}$, temos:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{3,00 \times 10^7 \text{ m/s}}{2,46 \times 10^{17} \text{ m/s}^2} = 1,22 \times 10^{-10} \text{ s}.$$

(c) De acordo com a Eq. 2-16, temos:

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(3,00 \times 10^7 \text{ m/s})^2}{2(2,46 \times 10^{17} \text{ m/s}^2)} = 1,83 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

63. (a) Como a massa específica da água é $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, o peso mg de uma gota esférica de raio $r = 6,0 \times 10^{-7} \text{ m}$ é

$$W = \rho V g = (1000 \text{ kg/m}^3) \left[\frac{4\pi}{3} (6,0 \times 10^{-7} \text{ m})^3 \right] (9,8 \text{ m/s}^2) = 8,87 \times 10^{-15} \text{ N}.$$

(b) O equilíbrio vertical das forças nos dá $mg = qE = neE$, em que n é o número de elétrons em excesso. Explicitando n , obtemos

$$n = \frac{mg}{eE} = \frac{8,87 \times 10^{-15} \text{ N}}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(462 \text{ N/C})} = 120.$$

64. Os campos produzidos pelas duas cargas mais próximas do ponto médio se cancelam. Assim, precisamos considerar apenas o campo produzido pela terceira carga, que está a uma distância $r = \sqrt{3}d/2$ do ponto médio. De acordo com a Eq. 22-3, temos:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{3}d/2)^2} = \frac{Q}{3\pi\epsilon_0 d^2}.$$

65. Usando o mesmo raciocínio do Exemplo “Campo elétrico de um arco de circunferência carregado”, chegamos à conclusão de que o módulo do campo elétrico produzido por um arco de circunferência de raio R , com uma densidade linear de carga Q/L , que subtende um ângulo θ , é

$$E_{\text{arco}} = \frac{Q/L}{4\pi\epsilon_0 R} [\sin(\theta/2) - \sin(-\theta/2)] = \frac{2(Q/L)\sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Como $L = R\theta$, com θ em radianos, temos:

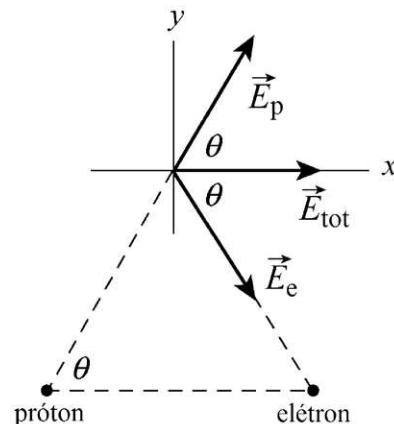
$$E_{\text{arco}} = \frac{2(Q/R\theta)\sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{2Q\sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R^2\theta}.$$

Fazendo $E_{\text{arco}} = 0,500E_{\text{part}}$, em que E_{part} é dado pela Eq. 22-3, temos:

$$\frac{2Q\sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R^2\theta} = \frac{1}{2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \Rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{4}$$

A solução aproximada da última equação é $\theta = 3,791 \text{ rad} \approx 217^\circ$.

66. Na figura a seguir, o terceiro vértice do triângulo foi escolhido como origem do sistema de coordenadas.



De acordo com a Eq. 22-3,

$$|\vec{E}_e| = |\vec{E}_p| = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

em que d é o lado do triângulo. Note que as componentes y dos campos elétricos se cancelam. Como, no caso de um triângulo equilátero, o ângulo θ indicado na figura é 60° , temos:

$$|\vec{E}_{\text{tot}}| = E_x = 2E_e \cos \theta = 2 \left(\frac{e}{4\pi\epsilon_0 d^2} \right) \cos \theta = 2 (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(2,0 \times 10^{-6} \text{ m})^2} \cos 60^\circ = 3,6 \times 10^2 \text{ N/C}.$$

67. A carga de um pequeno trecho da corda é dada por $dq = \lambda dx$, na qual λ é a densidade linear de carga. Como a contribuição desse trecho da corda para o módulo do campo elétrico no ponto x_p do eixo x é

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 (x - x_p)^2},$$

temos:

$$E = \int_0^3 \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (x - x_p)^2}.$$

Fazendo $u = x - x_p$, obtemos:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-4}^{-1} \frac{du}{u^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-1}{-1,0 \text{ m}} - \frac{-1}{-4,0 \text{ m}} \right) = 61 \text{ N/C}.$$

68. Todos os campos produzidos por cargas diametralmente opostas se cancelam, exceto os campos produzidos pelas cargas q_4 e q_8 . O campo resultante dessas duas cargas é dado por

$$\vec{E} = \frac{3e}{4\pi\epsilon_0 d^2} \hat{i} = \frac{3(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(0,020 \text{ m})^2} \hat{i} = (1,08 \times 10^{-5} \text{ N/C}) \hat{i}.$$

69. (a) Supondo que as duas partículas estão no eixo x , vemos que, por simetria, a componente x do campo total é zero; assim, o campo total é igual à componente y , que aponta para cima e cujo módulo é dado por

$$E_{\text{tot},y} = 2 \frac{Q \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 2 \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(12 \times 10^{-9}) \sin 60^\circ}{(2,0)^2} = 46,7 \text{ N/C} \approx 47 \text{ N/C}.$$

(b) Por simetria, vemos que, neste caso, a componente y do campo total é zero; assim, o campo total é igual à componente x , que aponta para a direita e cujo módulo é dado por

$$E_{\text{tot},x} = 2 \frac{Q \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 2 \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(12 \times 10^{-9}) \cos 60^\circ}{(2,0)^2} = 27 \text{ N/C}.$$

70. Nossa abordagem, baseada na Eq. 22-29, envolve várias etapas. A primeira consiste em encontrar um valor aproximado de e calculando as diferenças entre todos os pares de valores experimentais. A menor diferença é a que existe entre o sexto e o quinto valores:

$$18,08 \times 10^{-19} \text{ C} - 16,48 \times 10^{-19} \text{ C} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C},$$

que vamos chamar de e_{aprox} . A etapa seguinte é determinar valores inteiros de n usando este valor aproximado de e :

dado 1 $\frac{6,563 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 4,10 \Rightarrow n_1 = 4$	dado 6 $\frac{18,08 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 11,30 \Rightarrow n_6 = 11$
dado 2 $\frac{8,204 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 5,13 \Rightarrow n_2 = 5$	dado 7 $\frac{19,71 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 12,32 \Rightarrow n_7 = 12$
dado 3 $\frac{11,50 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 7,19 \Rightarrow n_3 = 7$	dado 8 $\frac{22,89 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 14,31 \Rightarrow n_8 = 14$
dado 4 $\frac{13,13 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 8,21 \Rightarrow n_4 = 8$	dado 9 $\frac{26,13 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 16,33 \Rightarrow n_9 = 16$
dado 5 $\frac{16,48 \times 10^{-19} \text{C}}{e_{\text{aprox}}} = 10,30 \Rightarrow n_5 = 10$	

Em seguida, preparamos um novo conjunto de dados (e_1, e_2, e_3, \dots) dividindo os dados pelos números inteiros n_i obtidos na etapa anterior:

$$(e_1, e_2, e_3, \dots) = \left(\frac{6,563 \times 10^{-19} \text{C}}{n_1}, \frac{8,204 \times 10^{-19} \text{C}}{n_2}, \frac{11,50 \times 10^{-19} \text{C}}{n_3}, \dots \right),$$

o que nos dá (usando mais decimais que o número de algarismos significativos)

$$(1,64075 \times 10^{-19} \text{C}, 1,6408 \times 10^{-19} \text{C}, 1,64286 \times 10^{-19} \text{C}, \dots)$$

com um novo conjunto de dados (que podem ser considerados valores experimentais de e). Finalmente, calculamos a média e o desvio-padrão desse conjunto de dados. O resultado é

$$e_{\text{exp}} = e_{\text{med}} \pm \Delta e = (1,641 \pm 0,004) \times 10^{-19} \text{C}$$

que não concorda (dentro de um desvio-padrão) com o valor atualmente aceito de e . O limite inferior do valor de e , de acordo com o resultado apresentado, é $e_{\text{med}} - \Delta e = 1,637 \times 10^{-19} \text{C} \approx 1,64 \times 10^{-19} \text{C}$, que está 2% acima do valor atualmente aceito, $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{C}$.

71. No Exemplo “Campo elétrico de um arco de circunferência carregado”, vimos que o campo no centro de um arco circular é dado por

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \sin x \Big|_{-\theta}^{\theta}$$

na qual λ é a densidade linear de carga, r é o raio do arco e 2θ é o ângulo subtendido pelo arco. Como $\lambda = q/L = q/r\theta$, com θ em radianos, em que q é a carga do arco e L é o comprimento do arco, $2\theta = L/r$ e

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r L} \sin \theta \Big|_{-L/r}^{L/r} \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(2,0 \text{ m})(4,0 \text{ m})} [\sin(1 \text{ rad}) - \sin(-1 \text{ rad})]$$

$$= 37,8 \text{ N/C} \approx 38 \text{ N/C}.$$

72. De acordo com a Eq. 22-16, o campo elétrico em um ponto do eixo de um anel uniformemente carregado situado a uma distância z do centro do anel é dado por

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}}$$

em que q é a carga do anel e R é o raio do anel. No caso de uma carga positiva, o campo aponta para cima nos pontos acima do anel e para baixo nos pontos abaixo do anel. Vamos tomar o sentido para cima como positivo. Nesse caso, a força a que é submetido um elétron que está no eixo do anel é

$$F = -\frac{eqz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}.$$

No caso de oscilações de pequena amplitude em torno do centro do anel, $z \ll R$ e podemos fazer $z^2 + R^2 \approx R^2$ no denominador. Assim,

$$F = -\frac{eqz}{4\pi\epsilon_0 R^3}.$$

A força F é uma força restauradora proporcional ao deslocamento do elétron em relação à posição de equilíbrio, como se o elétron estivesse preso a uma mola de constante elástica $k = eq/4\pi\epsilon_0 R^3$. Assim, de acordo com a Eq. 15-12,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

em que m é a massa do elétron.

73. Vamos chamar as coordenadas da partícula de (x_0, y_0) . De acordo com a Eq. 22-3, o campo elétrico produzido pela partícula em um ponto de coordenadas (x, y) é dado por

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(x - x_0)\hat{i} + (y - y_0)\hat{j}}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{3/2}}.$$

A razão entre as componentes do campo é

$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{y - y_0}{x - x_0}.$$

(a) O fato de que o campo elétrico no ponto $(2,0 \text{ cm}, 0)$ é $\vec{E} = (100 \text{ N/C})\hat{i}$ mostra que $y_0 = 0$, ou seja, que a partícula está no eixo x . Assim, a expressão do campo elétrico pode ser simplificada para

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(x - x_0)\hat{i} + y\hat{j}}{[(x - x_0)^2 + y^2]^{3/2}}.$$

Por outro lado, o campo no ponto $(3,0 \text{ cm}, 3,0 \text{ cm})$ é $\vec{E} = (7,2 \text{ N/C})(4,0\hat{i} + 3,0\hat{j})$, o que nos dá $E_y/E_x = 3/4$. Assim, temos:

$$\frac{3}{4} = \frac{3,0 \text{ cm}}{3,0 \text{ cm} - x_0} \Rightarrow x_0 = -1,0 \text{ cm}.$$

(b) Como já foi dito, $y_0 = 0$.

(c) Para calcular o valor da carga, partimos do fato de que o módulo do campo no ponto $(2,0 \text{ cm}, 0)$ (que está a uma distância $r = 0,030 \text{ m}$ da partícula) é

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = 100 \text{ N/C}.$$

Assim,

$$q = 4\pi\epsilon_0 |\vec{E}| r^2 = \frac{(100 \text{ N/C})(0,030 \text{ m})^2}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 1,0 \times 10^{-11} \text{ C}.$$

Nota: Também poderíamos calcular o valor da carga partindo do fato de que, no ponto (3,0 cm, 3,00 cm),

$$E_x = 28,8 \text{ N/C} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(0,040 \text{ m})}{[(0,040 \text{ m})^2 + (0,030 \text{ m})^2]^{3/2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} (320 / \text{m}^2),$$

o que nos dá

$$q = \frac{28,8 \text{ N/C}}{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(320/\text{m}^2)} = 1,0 \times 10^{-11} \text{ C},$$

o mesmo valor calculado anteriormente.

74. (a) De acordo com a Eq. 22-27, $E = \sigma/2\epsilon_0 = 3 \times 10^6 \text{ N/C}$. Como $\sigma = |q|/A$, isso nos dá

$$|q| = \pi R^2 \sigma = 2\pi\epsilon_0 R^2 E = \frac{R^2 E}{2k} = \frac{(2,5 \times 10^{-2} \text{ m})^2 (3,0 \times 10^6 \text{ N/C})}{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)} = 1,0 \times 10^{-7} \text{ C} = 0,10 \text{ } \mu\text{C}.$$

(b) Usando a relação $n = A_d/A_a = \pi R^2/A_a$, em que n é o número de átomos, A_d é a área do disco e A_a é a seção reta efetiva de um átomo, temos:

$$n = \frac{\pi(2,5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{0,015 \times 10^{-18} \text{ m}^2} = 1,3 \times 10^{17}.$$

(c) A fração pedida é

$$\frac{q}{Ne} = \frac{1,0 \times 10^{-7} \text{ C}}{(1,3 \times 10^{17})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} \approx 5,0 \times 10^{-6}.$$

75. Podemos concluir que $Q = +1,00 \text{ } \mu\text{C}$ unicamente por considerações de simetria. Entretanto, é possível chegar ao mesmo resultado usando a Eq. 22-3 para calcular o módulo do campo elétrico no centro do triângulo e determinar o valor da carga para o qual o campo elétrico no centro do triângulo é zero. Tomando o eixo y como vertical e igualando a zero a soma das componentes y dos três campos, obtemos a equação $2kq \sin 30^\circ / r^2 = kQ/r^2$, na qual q é a carga das outras duas partículas e $r = a/\sqrt{3}$. Isso nos dá $Q = 2q \sin 30^\circ = q$, o mesmo valor mencionado anteriormente.

76. De acordo com a Eq. 22-38, $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \phi$, na qual ϕ é o ângulo entre o momento do dipolo e o campo elétrico. De acordo com o enunciado do problema e a Fig. 22-62, $\phi_i = 90^\circ + \theta_i = 110^\circ$ e $\phi_f = 90^\circ - \theta_f = 70,0^\circ$. Assim,

$$\Delta U = -pE [\cos(70,0^\circ) - \cos(110^\circ)] = -3,28 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

77. (a) Como as duas cargas têm o mesmo sinal, o ponto $x = 2,0 \text{ mm}$ deve estar situado entre as cargas, para que os campos elétricos criados pelas duas cargas apontem sem sentidos opostos. Vamos chamar de x' a coordenada da segunda partícula. Nesse caso, o módulo do campo produzido pela partícula de carga $-q_1$ no ponto x é dado por $E = q_1/4\pi\epsilon_0 x^2$ e o módulo do campo produzido pela partícula de carga $-4q_1$ é $E' = 4q_1/4\pi\epsilon_0 (x' - x)^2$. Igualando a zero o campo total, temos:

$$\vec{E}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow E = E'$$

e, portanto,

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{4q_1}{4\pi\epsilon_0 (x' - x)^2},$$

o que nos dá $x' = 3x = 3(2,0 \text{ mm}) = 6,0 \text{ mm}$.

(b) Neste caso, os campos elétricos produzidos pelas duas partículas no ponto $x = 2,0$ mm apontam no sentido negativo do eixo x . Assim, o campo total também aponta no sentido negativo do eixo x e, portanto, faz um ângulo de 180° com o semieixo x positivo.

78. Seja q_1 a carga da partícula 1, que está no ponto $y = d$, e seja q_2 a carga da partícula 2, que está no ponto $y = -d$. Os módulos dos campos produzidos pelas duas cargas, E_1 e E_2 , são dados pela Eq. 22-3. A distância entre a partícula 1 e qualquer ponto do eixo x é igual à distância entre a partícula 2 e o mesmo ponto, e é dada por $r = \sqrt{x^2 + d^2}$. Por simetria, a componente y do campo total em qualquer ponto do eixo x é zero. A componente x é dada por

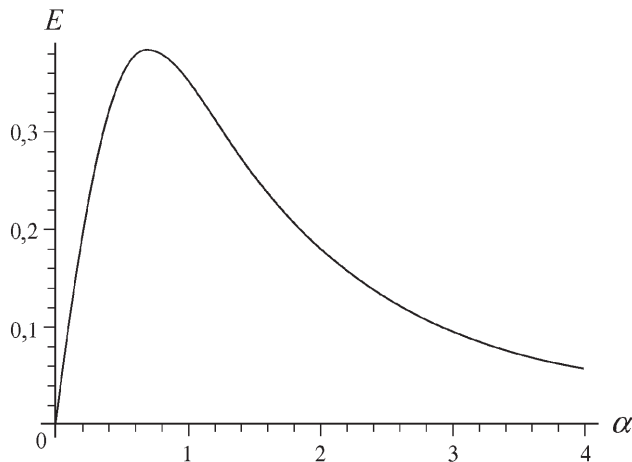
$$E_x = 2 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \left(\frac{q}{x^2 + d^2} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)$$

na qual o último fator é $\cos\theta = x/r$, sendo que θ é o ângulo entre os campos produzidos pelas duas partículas e o eixo x .

(a) Simplificando essa expressão e fazendo $x = \alpha d$, obtemos

$$E_x = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 d^2} \left[\frac{\alpha}{(\alpha^2 + 1)^{3/2}} \right].$$

(b) A figura a seguir mostra o gráfico de $E = E_x$ em função de α para $d = 1$ m e $q = 5,56 \times 10^{-11}$ C.



(c) Observando o gráfico, estimamos que o valor de E é máximo para $\alpha \approx 0,71$. Derivando a equação do item a e igualando o resultado a zero, obtemos o valor exato, $\alpha = 1/\sqrt{2}$.

(d) Observando o gráfico, estimamos que os pontos de “meia altura” correspondem a $\alpha \approx 0,2$ e $\alpha \approx 2,0$. Um cálculo matemático leva aos resultados exatos: $\alpha = 0,2047$ e $\alpha = 1,9864$.

79. Vamos considerar pares de cargas diametralmente opostas. O campo total produzido pelas cargas situadas na posição de uma hora ($-q$) e na posição de sete horas ($-7q$) é igual ao campo produzido por uma carga $-6q$ na posição de sete horas. Da mesma forma, o campo total produzido pelas cargas situadas nas posições de seis horas ($-6q$) e na posição de doze horas ($-12q$) é igual ao campo produzido por uma carga $-6q$ na posição de doze horas. Pelo mesmo raciocínio, vemos que os doze vetores de campo elétrico podem ser reduzidos a seis vetores de mesmo módulo, que apontam para as direções de sete horas, oito horas, nove horas, dez horas, onze horas e doze horas. Por simetria, o campo total aponta na direção de nove horas e trinta minutos (9 h 30 min).

80. O módulo do momento dipolar é dado por $p = qd$, na qual q é a carga positiva do dipolo e d é a distância entre as cargas. No caso do dipolo descrito no enunciado do problema,

$$p = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(4,30 \times 10^{-9} \text{ m}) = 6,88 \times 10^{-28} \text{ C} \cdot \text{m}.$$

O momento dipolar é um vetor que aponta da carga negativa para a carga positiva.

81. (a) Como o campo \vec{E} aponta para baixo e precisamos de uma força para cima (para cancelar a força da gravidade), a carga da esfera deve ser negativa. O valor absoluto da carga pode ser calculado usando a Eq. 22-28:

$$|q| = \frac{F}{E} = \frac{mg}{E} = \frac{4,4 \text{ N}}{150 \text{ N/C}} = 0,029 \text{ C},$$

o que nos dá $q = -0,029 \text{ C}$.

(b) Podemos estudar a viabilidade deste experimento usando a Eq. 22-3. O módulo do campo produzido pela carga q na superfície da esfera é

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

na qual r é o raio da esfera, dado por

$$r = \left[\frac{3P}{4\pi g \rho} \right]^{1/3},$$

na qual P é o peso da esfera e ρ é a massa específica do enxofre, dada no Apêndice F. Substituindo por valores numéricos, obtemos

$$r = 0,037 \text{ m} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \approx 2 \times 10^{11} \text{ N/C},$$

um valor muito maior que a rigidez dielétrica do ar (veja a Seção 25-6). Além disso, a esfera seria desintegrada pela força de repulsão.

82. Usando o mesmo raciocínio do Exemplo “Campo elétrico de um arco de circunferência carregado”, chegamos à conclusão de que o módulo do campo elétrico produzido por um arco de circunferência de raio R , com uma densidade linear de carga λ , que subtende um ângulo θ , é

$$E_{\text{arco}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} [\sin(\theta/2) - \sin(-\theta/2)] = \frac{2\lambda \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Fazendo $\lambda = Q/L = Q/R\theta$, obtemos:

$$E_{\text{arco}} = \frac{2Q \sin(\theta/2)}{4\pi\epsilon_0 R^2 \theta} = \frac{2(6,25 \times 10^{-12} \text{ C}) [\sin(1,20 \text{ rad})]}{4\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0,09 \text{ m})^2 (2,40 \text{ rad})} = 5,39 \text{ N/C}.$$

83. (a) Usando a Eq. 22-38 e as relações $\hat{i} \cdot \hat{i} = 1$ e $\hat{j} \cdot \hat{i} = 0$, obtemos:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -[(3,00\hat{i} + 4,00\hat{j})(1,24 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})] \cdot [(4000 \text{ N/C})\hat{i}] \\ = -1,49 \times 10^{-26} \text{ J}.$$

(b) Usando a Eq. 22-34 e as relações $\hat{i} \times \hat{i} = 0$ e $\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$, obtemos:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = [(3,00\hat{i} + 4,00\hat{j})(1,24 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})] \times [(4000 \text{ N/C})\hat{i}] \\ = (-1,98 \times 10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{k}.$$

(c) O trabalho realizado é

$$\begin{aligned} W &= \Delta U = \Delta(-\vec{p} \cdot \vec{E}) = (\vec{p}_i - \vec{p}_f) \cdot \vec{E} \\ &= [(3,00\hat{i} + 4,00\hat{j}) - (-4,00\hat{i} + 3,00\hat{j})](1,24 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}) \cdot [(4000 \text{ N/C})\hat{i}] \\ &= 3,47 \times 10^{-26} \text{ J}. \end{aligned}$$

84. (a) Como o campo elétrico da Fig. 22-63 aponta para cima e a carga do elétron é negativa, a força que o campo exerce sobre o elétron aponta para baixo. O módulo da aceleração é $a = eE/m$, na qual E é o módulo do campo e m é a massa do elétron. Substituindo por valores numéricos, obtemos

$$a = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(2,00 \times 10^3 \text{ N/C})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 3,51 \times 10^{14} \text{ m/s}^2.$$

Vamos colocar a origem do sistema de coordenadas na posição inicial do elétron, escolher um eixo x horizontal e positivo para a direita e um eixo y vertical e positivo para cima. Nesse caso, as equações cinemáticas são

$$x = v_0 t \cos \theta, \quad y = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} a t^2, \quad v_y = v_0 \sin \theta - a t.$$

Em primeiro lugar, determinamos a maior coordenada y atingida pelo elétron. Se for menor que d , isso significa que o elétron não se choca com a placa de cima. Se for maior que d , isso significa que o elétron se choca com a placa de cima se a coordenada x nesse instante for menor que L . A maior coordenada y é atingida no instante em que $v_y = 0$. Isso significa que $v_0 \sin \theta - a t = 0$, o que nos dá $t = (v_0/a) \sin \theta$ e

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{a} - \frac{1}{2} a \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{a} = \frac{(6,00 \times 10^6 \text{ m/s})^2 \sin^2 45^\circ}{2(3,51 \times 10^{14} \text{ m/s}^2)} = 2,56 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

Como este valor é maior que $d = 2,00 \text{ cm}$, pode ser que o elétron se choque com a placa de cima.

(b) Vamos agora calcular o valor da coordenada x no instante em que a coordenada y é $y = d$. Como

$$v_0 \sin \theta = (6,00 \times 10^6 \text{ m/s}) \sin 45^\circ = 4,24 \times 10^6 \text{ m/s}$$

e

$$2ad = 2(3,51 \times 10^{14} \text{ m/s}^2)(0,0200 \text{ m}) = 1,40 \times 10^{13} \text{ m}^2/\text{s}^2,$$

a solução da equação $d = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} a t^2$ é

$$\begin{aligned} t &= \frac{v_0 \sin \theta - \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta - 2ad}}{a} = \frac{(4,24 \times 10^6 \text{ m/s}) - \sqrt{(4,24 \times 10^6 \text{ m/s})^2 - 1,40 \times 10^{13} \text{ m}^2/\text{s}^2}}{3,51 \times 10^{14} \text{ m/s}^2} \\ &= 6,43 \times 10^{-9} \text{ s}. \end{aligned}$$

Escolhemos a raiz negativa porque estamos interessados no *primeiro* instante em que $y = d$. A coordenada x é

$$x = v_0 t \cos \theta = (6,00 \times 10^6 \text{ m/s})(6,43 \times 10^{-9} \text{ s}) \cos 45^\circ = 2,72 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

Como este valor é menor que o comprimento L das placas, o elétron se choca com a placa superior no ponto $x = 2,72 \text{ cm}$.

85. (a) Subtraindo cada valor do valor mais próximo da tabela para o qual a diferença é positiva, obtemos uma série de números que sugere a existência de uma unidade de carga: $1,64 \times 10^{-19}$, $3,3 \times 10^{-19}$, $1,63 \times 10^{-19}$, $3,35 \times 10^{-19}$, $1,6 \times 10^{-19}$, $1,63 \times 10^{-19}$, $3,18 \times 10^{-19}$ e $3,24 \times 10^{-19}$.

coulombs. Todos esses valores são próximos de $1,6 \times 10^{-19}$ C ou $2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) = 3,2 \times 10^{-19}$ C. Tomando o valor $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C como uma aproximação grosseira do valor da unidade de carga, dividimos todos os valores da tabela por este valor e arredondamos o resultado para o número inteiro mais próximo, obtendo, como resultado, $n = 4, 8, 12$ (linha de cima); $n = 5, 10, 14$ (linha do meio); $n = 7, 11, 16$ (linha de baixo).

(b) Fazendo uma regressão linear dos valores de q da tabela em função dos valores de n , obtemos a seguinte equação linear:

$$q = 7,18 \times 10^{-21} + 1,633 \times 10^{-19} n.$$

Desprezando o termo constante (que pode ser atribuído a erros sistemáticos nos experimentos), obtemos $e = 1,63 \times 10^{-19}$ ao fazer $n = 1$ na equação apresentada.

86. (a) Por simetria, a componente y da força total é zero; a força total aponta no sentido positivo do eixo x , ou seja, o ângulo que a força \vec{F}_3 faz com o semieixo x positivo é 0° .

(b) O módulo da força total é dado por

$$\begin{aligned} F_3 &= 2 \frac{q_3 q_1 \cos 60^\circ}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{k q_3 q_1}{a^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(5,00 \times 10^{-12} \text{ C})(2,00 \times 10^{-12} \text{ C})}{(0,0950 \text{ m})^2} \\ &= 9,96 \times 10^{-12} \text{ N} = 9,96 \text{ pN}. \end{aligned}$$

87. (a) Para o ponto A, temos:

$$\begin{aligned} \vec{E}_A &= \left[\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \right] (-\hat{i}) \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,00 \times 10^{-12} \text{ C})}{(5,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} (-\hat{i}) + \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) |-2,00 \times 10^{-12} \text{ C}|}{(2 \times 5,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} (\hat{i}) \\ &= (-1,80 \text{ N/C}) \hat{i}. \end{aligned}$$

(b) Para o ponto B, temos:

$$\begin{aligned} \vec{E}_B &= \left[\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} + \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \right] \hat{i} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,00 \times 10^{-12} \text{ C})}{(0,500 \times 5,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \hat{i} + \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) |-2,00 \times 10^{-12} \text{ C}|}{(0,500 \times 5,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \hat{i} \\ &= (43,2 \text{ N/C}) \hat{i}. \end{aligned}$$

(c) Para o ponto C, temos:

$$\begin{aligned} \vec{E}_C &= \left[\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} - \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \right] \hat{i} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,00 \times 10^{-12} \text{ C})}{(2,00 \times 5,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \hat{i} - \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) |-2,00 \times 10^{-12} \text{ C}|}{(5,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \hat{i} \\ &= -(6,29 \text{ N/C}) \hat{i}. \end{aligned}$$

(d) A figura é semelhante à Fig. 22-5 do livro, exceto pelo fato de que há duas vezes mais linhas “entrando” na carga negativa do que “saindo” da carga positiva.

88. Como as duas cargas são positivas e estão no eixo z , temos:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{(z-d/2)^2} + \frac{q}{(z+d/2)^2} \right].$$

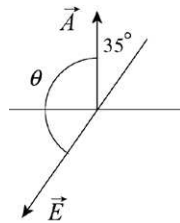
Para $z \gg d$, podemos usar a aproximação $z \pm d/2 \approx z$, que nos dá

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{z^2} + \frac{q}{z^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2}.$$

Capítulo 23

1. O diagrama a seguir mostra o vetor área \vec{A} e o vetor campo elétrico \vec{E} . Como o ângulo θ entre os dois vetores é $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$, o fluxo do campo elétrico através da superfície é

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta = (1800 \text{ N/C})(3,2 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \cos 145^\circ = -1,5 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} \\ = -0,015 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$$



2. (a) Na face superior do cubo, $y = 2,0 \text{ m}$ e $d\vec{A} = (dA)\hat{j}$. Assim,

$$\vec{E} = 4\hat{i} - 3[(2,0)^2 + 2]\hat{j} = 4\hat{i} - 18\hat{j}$$

e o fluxo é

$$\Phi = \int_{\text{sup}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{sup}} (4\hat{i} - 18\hat{j}) \cdot (dA)\hat{j} = -18 \int_{\text{sup}} dA = (-18)(2,0)^2 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} = -72 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

(b) Na face inferior do cubo, $y = 0$ e $d\vec{A} = (dA)(-\hat{j})$. Assim,

$$\vec{E} = 4\hat{i} - 3(0^2 + 2)\hat{j} = 4\hat{i} - 6\hat{j}$$

e o fluxo é

$$\Phi = \int_{\text{inf}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{inf}} (4\hat{i} - 6\hat{j}) \cdot (dA)(-\hat{j}) = 6 \int_{\text{inf}} dA = 6(2,0)^2 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} = +24 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

(c) Na face esquerda do cubo, $d\vec{A} = (dA)(-\hat{i})$ e

$$\Phi = \int_{\text{esq}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{esq}} (4\hat{i} + E_y\hat{j}) \cdot (dA)(-\hat{i}) = -4 \int_{\text{esq}} dA = -4(2,0)^2 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} = -16 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

(d) Na face traseira do cubo, $d\vec{A} = (dA)(-\hat{k})$. Como o campo \vec{E} não possui componente z , $\vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$; portanto, $\Phi = 0$.

(e) Agora temos que somar o fluxo através das seis faces do cubo. É fácil constatar que o fluxo através da face dianteira é zero e que o fluxo através da face direita é igual ao fluxo através da face esquerda com o sinal trocado, ou seja, $+16 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Assim, o fluxo total através do cubo é

$$\Phi = (-72 + 24 - 16 + 0 + 0 + 16) \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} = -48 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

3. Como o campo elétrico é constante, podemos usar a equação $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$, na qual

$$\vec{A} = A\hat{j} = (1,40\text{m})^2 \hat{j}.$$

(a) $\Phi = (6,00 \text{ N/C})\hat{i} \cdot (1,40 \text{ m})^2 \hat{j} = 0.$

$$(b) \Phi = (-2,00 \text{ N/C}) \hat{j} \cdot (1,40 \text{ m})^2 \hat{j} = -3,92 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

$$(c) \Phi = [(-3,00 \text{ N/C}) \hat{i} + (400 \text{ N/C}) \hat{k}] \cdot (1,40 \text{ m})^2 \hat{j} = 0.$$

(d) O fluxo total de um campo uniforme através de uma superfície fechada é sempre zero.

4. Como o fluxo através da superfície plana limitada pelo aro é dado por $\Phi = \pi a^2 E$, o fluxo através da rede é

$$\Phi' = -\Phi = -\pi a^2 E = -\pi (0,11 \text{ m})^2 (3,0 \times 10^{-3} \text{ N/C}) = -1,1 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

5. Para aproveitar a simetria da situação, imagine uma superfície gaussiana na forma de um cubo, de aresta d , com um próton de carga $q = +1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ no centro do cubo. O cubo tem seis faces e, por simetria, o fluxo do campo elétrico através de todas as faces tem o mesmo valor. Como o fluxo total é $\Phi_{\text{tot}} = q/\epsilon_0$, o fluxo através de uma das faces deve ser um sexto deste valor. Assim,

$$\Phi = \frac{q}{6\epsilon_0} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}}{6(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 3,01 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} = 3,01 \text{ nN} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

6. Como o fluxo através das faces laterais do cubo é nulo, temos apenas dois fluxos “para dentro” do cubo, um através da face superior, de valor absoluto $34(3,0)^2$, e outro através da face inferior, de valor absoluto $(20)(3,0)^2$. Como um fluxo “para dentro” é considerado negativo, o resultado é $\Phi = -486 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Assim, de acordo com a lei de Gauss,

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(-486 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = -4,3 \times 10^{-9} \text{ C} = -4,3 \text{ nC}.$$

7. De acordo com a lei de Gauss, $\epsilon_0 \Phi = q$, na qual Φ é o fluxo total através da superfície do cubo e q é a carga total no interior do cubo. Assim,

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1,8 \times 10^{-6} \text{ C}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 2,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

8. (a) A área total da superfície que envolve o banheiro é

$$A = 2(2,5 \times 3,0) + 2(3,0 \times 2,0) + 2(2,0 \times 2,5) = 37 \text{ m}^2.$$

O valor absoluto do fluxo do campo elétrico é

$$|\Phi| = \left| \sum \vec{E} \cdot \vec{A} \right| = |\vec{E}| A = (600 \text{ N/C})(37 \text{ m}^2) = 22 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

De acordo com a lei de Gauss, o valor absoluto da carga envolvida é

$$|q_{\text{env}}| = \epsilon_0 |\Phi| = 2,0 \times 10^{-7} \text{ C}.$$

Assim, como o volume do banheiro é $V = (2,5 \text{ m}) \times (3,0 \text{ m}) \times (3,0 \text{ m}) = 15 \text{ m}^3$ e a carga, segundo o enunciado, é negativa, temos:

$$\rho = \frac{q_{\text{env}}}{V} = \frac{-2,0 \times 10^{-7} \text{ C}}{15 \text{ m}^3} = -1,3 \times 10^{-8} \text{ C/m}^3.$$

(b) O número de cargas em excesso por metro cúbico é

$$\frac{|q_{\text{env}}|}{eV} = \frac{2,0 \times 10^{-7} \text{ C}}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(15 \text{ m}^3)} = 8,2 \times 10^{10} \text{ cargas/m}^3.$$

9. (a) Chamando de A a área das faces do cubo, temos:

$$\Phi = (3,00y \hat{j}) \cdot (-A \hat{j}) \Big|_{y=0} + (3,00y \hat{j}) \cdot (A \hat{j}) \Big|_{y=1,40} = (3,00)(1,40)(1,40)^2 = 8,23 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

(b) A carga é

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2)(8,23 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = 7,29 \times 10^{-11} \text{ C} = 72,9 \text{ pC}.$$

(c) Se $\vec{E} = [-4,00\hat{i} + (6,00 + 3,00y)\hat{j}] \text{ N/C}$, o campo elétrico pode ser escrito na forma $\vec{E} = 3,00y \hat{j} + \vec{E}_0$, na qual $\vec{E}_0 = -4,00\hat{i} + 6,00\hat{j}$ é um campo constante que não contribui para o fluxo total através do cubo. Assim, Φ tem o mesmo valor do item (a), $8,23 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$.

(d) A carga tem o mesmo valor do item (b), $72,9 \text{ pC}$.

10. Como nenhum dos termos constantes contribui para o fluxo (veja as Eqs. 23-4 e 23-7), precisamos nos preocupar apenas com o termo que depende de x . Em unidades do SI, temos:

$$E(x) = 3x\hat{i}.$$

A contribuição para o fluxo da face do cubo situada em $x = 0$ é 0, já que $E(x) = 0$. A contribuição da face situada em $x = -2 \text{ m}$ é

$$-E(x)A = -(3)(-2)(4) = 24 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{C}^2,$$

na qual A é a área das faces do cubo. Como a contribuição das outras faces é zero, o fluxo total é $\Phi = 0 + 24 = 24 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{C}^2$. De acordo com a lei de Gauss, a carga no interior do cubo é

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = 2,13 \times 10^{-10} \text{ C} = 0,213 \text{ nC}.$$

11. Como nenhum dos termos constantes contribui para o fluxo (veja as Eqs. 23-4 e 23-7), precisamos nos preocupar apenas com o termo que depende de y . Em unidades do SI, temos:

$$E(y) = -4,00y^2\hat{i}.$$

A contribuição para o fluxo da face situada em $y = 4,00$ é

$$E(y)A = (-4)(4^2)(4) = -256 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{C}^2,$$

na qual A é a área da face do cubo.

A contribuição para o fluxo da face situada em $y = 2,00 \text{ m}$ é

$$-E(y)A = -(-4)(2^2)(4) = 64 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{C}^2.$$

Como a contribuição das outras faces é zero, o fluxo total é $\Phi = (-256 + 64) \text{ N} \cdot \text{m}/\text{C}^2 = -192 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{C}^2$. De acordo com a lei de Gauss, a carga no interior do cubo é

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2)(-192 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = -1,70 \times 10^{-9} \text{ C} = 1,70 \text{ nC}.$$

12. Note que apenas a casca menor contribui para o campo no ponto dado, já que o ponto está no interior da casca maior ($E = 0$ no interior de uma carga esférica), e o campo aponta no sentido negativo do eixo x . Assim, para $R = 0,020 \text{ m}$ (o raio da casca menor), $L = 0,10 \text{ m}$ e $x = 0,020 \text{ m}$, temos:

$$\begin{aligned} \vec{E} = E(-\hat{j}) &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{j} = -\frac{4\pi R^2 \sigma_2}{4\pi\epsilon_0 (L-x)^2} \hat{j} = -\frac{R^2 \sigma_2}{\epsilon_0 (L-x)^2} \hat{j} \\ &= -\frac{(0,020 \text{ m})^2 (4,0 \times 10^{-6} \text{ C}/\text{m}^2)}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2)(0,10 \text{ m} - 0,020 \text{ m})^2} \hat{j} = (-2,8 \times 10^4 \text{ N/C}) \hat{j}. \end{aligned}$$

13. Seja A a área da face do cubo, seja E_s o módulo do campo elétrico na face superior e seja E_i o módulo do campo elétrico na face inferior. Como o campo aponta para baixo, o fluxo através da face superior é negativo e o fluxo através da face inferior é positivo. Como o fluxo através das outras faces é zero, o fluxo total através da superfície do cubo é $\Phi = A(E_i - E_s)$. De acordo com a lei de Gauss, a carga total no interior do cubo é

$$q = \epsilon_0 \Phi = \epsilon_0 A(E_i - E_s) = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(100 \text{ m})^2(100 \text{ N/C} - 60,0 \text{ N/C})$$

$$= 3,54 \times 10^{-6} \text{ C} = 3,54 \mu\text{C}.$$

14. (a) A carga central pode ser calculada aplicando a lei de Gauss (Eq. 23-6) ao fluxo mostrado na Fig. 23-33b para pequenos valores de r , $\Phi = 2,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$:

$$q_{\text{central}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(2,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = +1,77 \times 10^{-6} \text{ C} \approx +1,8 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$= +1,8 \mu\text{C}.$$

(b) Para valores maiores de r , $\Phi = -4,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Isso significa que

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(-4,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = -3,54 \times 10^{-6} \text{ C} \approx -3,5 \mu\text{C}.$$

Entretanto, parte dessa carga é a carga central, calculada no item (a), de modo que a carga da casca A é

$$q_A = q_{\text{env}} - q_{\text{central}} = -3,5 \mu\text{C} - (+1,8 \mu\text{C}) = -5,3 \mu\text{C}.$$

(c) Finalmente, para valores muito grandes de r , $\Phi = 6,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$, o que significa que

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(6,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = 5,31 \times 10^{-6} \text{ C} \approx 5,3 \mu\text{C}.$$

De acordo com os resultados anteriores, isso significa que a carga da casca B é

$$q_B = q_{\text{env}} - q_A - q_{\text{central}} = +5,3 \mu\text{C} - (-5,3 \mu\text{C}) - (+1,8 \mu\text{C}) = 8,8 \mu\text{C}.$$

15. (a) Se dispusermos cubos iguais lado a lado e um em cima do outro, veremos que oito cubos se encontram em um vértice. Assim, um oitavo das linhas de campo que partem de uma carga pontual situada em um vértice passam por um dos cubos e o fluxo total através da superfície desse cubo é $q/8\epsilon_0$. Como as linhas de campo são radiais, nas três faces que se encontram no vértice que contém a carga, as linhas de campo são paralelas à face e o fluxo através da face é zero.

(b) Como os fluxos através das outras três faces são iguais, o fluxo através de uma dessas três faces é um terço do total. Assim, o fluxo através de uma dessas faces é $(1/3)(q/8\epsilon_0) = q/24\epsilon_0$ e o múltiplo é $1/24 = 0,0417$.

16. O fluxo total do campo elétrico através do cubo é $\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$. O fluxo total através das faces paralelas ao plano yz é

$$\Phi_{yz} = \iint [E_x(x=x_2) - E_x(x=x_1)] dy dz = \int_{y_1=0}^{y_2=1} dy \int_{z_1=1}^{z_2=3} dz [10 + 2(4) - 10 - 2(1)]$$

$$= 6 \int_{y_1=0}^{y_2=1} dy \int_{z_1=1}^{z_2=3} dz = 6(1)(2) = 12.$$

O fluxo total através das faces paralelas ao plano xz é

$$\Phi_{xz} = \iint [E_y(y=y_2) - E_y(y=y_1)] dx dz = \int_{x_1=1}^{x_2=4} dx \int_{z_1=1}^{z_2=3} dz [-3 - (-3)] = 0$$

e o fluxo total através das faces paralelas ao plano xy é

$$\Phi_{xy} = \iint [E_z(z=z_2) - E_z(z=z_1)] dx dy = \int_{x_1=1}^{x_2=4} dx \int_{y_1=0}^{y_2=1} dy (3b - b) = 2b(3)(1) = 6b.$$

De acordo com a lei de Gauss, temos:

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = \epsilon_0 (\Phi_{xy} + \Phi_{xz} + \Phi_{yz}) = \epsilon_0 (6,00b + 0 + 12,0) = 24,0\epsilon_0,$$

o que nos dá $b = 2,00 \text{ N/C}\cdot\text{m}$.

17. (a) A carga da superfície da esfera é o produto da densidade superficial de carga σ pela área da superfície da esfera, $4\pi r^2$, na qual r é o raio da esfera. Assim, $q = 4\pi r^2 \sigma = 4\pi \left(\frac{1,2 \text{ m}}{2}\right)^2 (8,1 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2) = 3,7 \times 10^{-5} \text{ C} = 37 \mu\text{C}$.

(b) Usamos uma superfície gaussiana de forma esférica, concêntrica com a esfera condutora e com um raio ligeiramente maior. O fluxo é dado pela lei de Gauss:

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{3,66 \times 10^{-5} \text{ C}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 4,1 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

18. De acordo com a Eq. 23-11, a densidade superficial de carga é

$$\sigma = E\epsilon_0 = (2,3 \times 10^5 \text{ N/C})(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) = 2,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 = 2,0 \mu\text{C/m}^2.$$

19. (a) A área da superfície de uma esfera é $4\pi R^2 = \pi D^2$. Assim,

$$\sigma = \frac{q}{\pi D^2} = \frac{2,4 \times 10^{-6} \text{ C}}{\pi (1,3 \text{ m})^2} = 4,5 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2.$$

(b) De acordo com a Eq. 23-11, temos:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{4,5 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 5,1 \times 10^4 \text{ N/C}.$$

20. De acordo com a lei de Gauss (Eq. 23-6), $\epsilon_0 \Phi = q_{\text{env}}$.

(a) Como $\Phi = -9,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ para pequenos valores de r ,

$$q_{\text{central}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(-9,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = -7,97 \times 10^{-6} \text{ C} \approx -8,0 \mu\text{C}.$$

(b) Para valores maiores de r , $\Phi = 4,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Isso significa que

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(4,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = 3,54 \times 10^{-6} \text{ C} \approx 3,5 \mu\text{C}.$$

Entretanto, parte dessa carga é a carga central, calculada no item (a), de modo que a carga da casca A é

$$q_A = q_{\text{env}} - q_{\text{central}} = -8,0 \mu\text{C} - 3,5 \mu\text{C} = -11,5 \mu\text{C} \approx 12 \mu\text{C}.$$

(c) Finalmente, para valores muito grandes de r , $\Phi = -2,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$, o que significa que

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(-2,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = -1,77 \times 10^{-6} \text{ C} \approx -1,8 \mu\text{C}.$$

De acordo com os resultados anteriores, isso significa que a carga da casca B é

$$q_B = q_{\text{env}} - q_A - q_{\text{central}} = -1,8 \mu\text{C} - 12 \mu\text{C} - (-8 \mu\text{C}) = -5,8 \mu\text{C}.$$

21. (a) Considere uma superfície gaussiana que esteja totalmente no interior do condutor e envolva a cavidade. Como o campo elétrico é zero em toda a superfície, a carga envolvida pela superfície é zero. Como a carga total é a soma da carga q no interior da cavidade e a carga q_1 na superfície da cavidade, temos:

$$q + q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = -q = -3,0 \times 10^{-6} \text{ C}.$$

(b) Como a carga total Q do condutor é a soma da carga q_1 na superfície da cavidade com a carga q_2 na superfície externa do condutor, temos:

$$q_2 = Q - q_1 = (10 \times 10^{-6} \text{ C}) - (-3,0 \times 10^{-6} \text{ C}) = +1,3 \times 10^{-5} \text{ C}.$$

22. O problema pode ser resolvido combinando a segunda lei de Newton ($F = ma$) com a definição de campo elétrico ($E = F/q$) e com a Eq. 23-12 ($E = \lambda/2\pi\epsilon_0 r$), o que nos dá

$$ma = eE = \frac{e\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow a = \frac{e\lambda}{2\pi\epsilon_0 rm} = 2,1 \times 10^{17} \text{ m/s}^2.$$

23. (a) Como a área da superfície lateral do tambor é $A = \pi Dh$, na qual D é o diâmetro do tambor e h é a altura do tambor, temos:

$$\begin{aligned} q &= \sigma A = \sigma \pi Dh = \pi \epsilon_0 E Dh = \pi (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (2,3 \times 10^5 \text{ N/C}) (0,12 \text{ m}) (0,42 \text{ m}) \\ &= 3,2 \times 10^{-7} \text{ C} = 0,32 \text{ } \mu\text{C}. \end{aligned}$$

(b) A nova carga é

$$q' = q \left(\frac{A'}{A} \right) = q \left(\frac{\pi D' h'}{\pi Dh} \right) = (3,2 \times 10^{-7} \text{ C}) \left[\frac{(8,0 \text{ cm})(28 \text{ cm})}{(12 \text{ cm})(42 \text{ cm})} \right] = 1,4 \times 10^{-7} \text{ C} = 0,14 \text{ } \mu\text{C}.$$

24. Usando uma superfície gaussiana cilíndrica A de raio r e comprimento unitário, concêntrica com o tubo de metal, temos, por simetria,

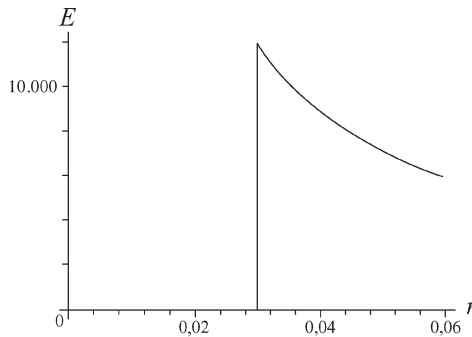
$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = 2\pi r E = \frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0}.$$

(a) Para $r < R$, $q_{\text{env}} = 0$ e, portanto, $E = 0$.

(b) Para $r > R$, $q_{\text{env}} = \lambda$ e, portanto, para $r = 2R = 0,0600 \text{ m}$, temos:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{2,0 \times 10^{-8} \text{ C/m}}{2\pi (0,0600 \text{ m}) (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 5,99 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

(c) A figura a seguir mostra o gráfico de E em função de r .



25. Como, de acordo com a Eq. 23-12, o módulo do campo elétrico produzido por uma linha infinita de carga é $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 r$, na qual λ é a densidade linear de carga e r é a distância entre o ponto onde o campo é medido e a linha de carga, temos:

$$\begin{aligned} \lambda &= 2\pi\epsilon_0 E r = 2\pi (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (4,5 \times 10^4 \text{ N/C}) (2,0 \text{ m}) = 5,0 \times 10^{-6} \text{ C/m} \\ &= 5,0 \text{ } \mu\text{C/m}. \end{aligned}$$

26. Quando nos aproximamos da distância $r = 3,5$ cm a partir do lado de dentro da casca, temos:

$$E_{\text{interno}} = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} = 1000 \text{ N/C}.$$

Quando nos aproximamos da distância $r = 3,5$ cm a partir do lado de fora da casca, temos:

$$E_{\text{externo}} = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{2\lambda'}{4\pi\epsilon_0 r} = -3000 \text{ N/C}.$$

Assim, temos:

$$E_{\text{externo}} - E_{\text{interno}} = \frac{2\lambda'}{4\pi\epsilon_0 r} = -1000 \text{ N/C} \Rightarrow \lambda' = -5,8 \times 10^{-9} \text{ C/m} = -5,8 \text{ nC/m}$$

27. Vamos chamar de R o raio da casca cilíndrica. De acordo com a Eq. 23-12, o campo elétrico para $r > R$ é dado por

$$E = E_{\text{fio}} + E_{\text{casca}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{\lambda'}{2\pi\epsilon_0 r},$$

na qual λ é a densidade linear de carga do fio e λ' é a densidade linear de carga da casca. O fato de que a carga da casca pode ser expressa através da densidade linear de carga λ' ou da densidade superficial de carga σ permite obter uma relação entre λ' e σ :

$$q_{\text{casca}} = \lambda' L = \sigma(2\pi RL) \Rightarrow \lambda' = \sigma(2\pi R).$$

Para que o campo E do lado de fora da casca seja nulo, devemos ter $\lambda' = -\lambda$, o que nos dá

$$\sigma = -\frac{\lambda}{2\pi R} = \frac{3,6 \times 10^{-6} \text{ C/m}}{(2\pi)(0,015 \text{ m})} = 3,8 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2.$$

28. (a) Considerando uma superfície gaussiana cilíndrica, coaxial com a barra, de raio $r > r_{\text{ext}}$, na qual r_{ext} é o raio externo da casca, a única carga envolvida é a carga da barra. Assim, de acordo com a Eq. 23-12, o módulo do campo a uma distância $r = 15$ cm do eixo da casca é dado por

$$|\vec{E}| = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{2(2,0 \times 10^{-9} \text{ C/m})}{4\pi\epsilon_0(0,15 \text{ m})} = 2,4 \times 10^2 \text{ N/C} = 0,24 \text{ kN/C}.$$

(b) Como, na ausência de uma corrente elétrica, o campo é zero no interior dos condutores, há uma carga $-q$ na superfície interna da casca e uma carga $+q$ na superfície externa da casca, na qual q é a carga da barra. Assim, a densidade superficial de carga na superfície interna da casca é

$$\sigma_{\text{int}} = \frac{-q}{2\pi r_{\text{int}} L} = -\frac{\lambda}{2\pi r_{\text{int}}} = -\frac{2,0 \times 10^{-9} \text{ C/m}}{2\pi(0,050 \text{ m})} = -6,4 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2 = -6,4 \text{ nC/m}^2.$$

(c) A densidade superficial de carga na superfície externa da casca é

$$\sigma_{\text{ext}} = \frac{q}{2\pi r_{\text{ext}} L} = \frac{\lambda}{2\pi r_{\text{ext}}} = \frac{2,0 \times 10^{-9} \text{ C/m}}{2\pi(0,100 \text{ m})} = +3,2 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2 = +3,2 \text{ nC/m}^2.$$

29. (a) Vamos usar como superfície gaussiana um cilindro de comprimento L coaxial com a barra e a casca e de raio r maior que o raio da casca. O fluxo através desta superfície é $\Phi = 2\pi r L E$, na qual E é o módulo do campo elétrico na superfície gaussiana. Podemos ignorar o fluxo nas bases da superfície cilíndrica. A carga envolvida pela superfície gaussiana é $q_{\text{env}} = Q_1 + Q_2 = -Q_1 = -3,40 \times 10^{-12} \text{ C}$. Assim, a lei de Gauss nos dá

$$E = \frac{\Phi}{2\pi r L} = \frac{q_{\text{env}}}{2\pi\epsilon_0 L r} = \frac{-3,40 \times 10^{-12} \text{ C}}{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(11,0 \text{ m})(20,0 \times 1,30 \times 10^{-3} \text{ m})} \\ = -0,214 \text{ N/C}.$$

Assim, $|E| = 0,214 \text{ N/C}$.

(b) O sinal negativo indica que o campo elétrico aponta para dentro.

(c) Para $r = 5,00 R_1$, a carga envolvida pela superfície gaussiana é $q_{\text{env}} = Q_1 = 3,40 \times 10^{-12} \text{ C}$. Assim, de acordo com a lei de Gauss,

$$E = \frac{q_{\text{env}}}{2\pi\epsilon_0 Lr} = \frac{3,40 \times 10^{-12} \text{ C}}{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(11,0 \text{ m})(5,00 \times 1,30 \times 10^{-3} \text{ m})} = 0,855 \text{ N/C}.$$

(d) O sinal positivo indica que o campo elétrico aponta para fora.

(e) Considere uma superfície gaussiana cilíndrica de raio maior que o raio interno da casca e menor que o raio externo. Como, na ausência de uma corrente elétrica, o campo é zero no interior dos condutores, o fluxo do campo elétrico através da superfície gaussiana é zero e, portanto, de acordo com a lei de Gauss, a carga total envolvida pela superfície gaussiana é zero. Como a barra central possui uma carga Q_1 , a superfície interna da casca deve possuir uma carga $Q_{\text{int}} = -Q_1 = -3,40 \times 10^{-12} \text{ C}$.

(f) Como sabemos que a casca possui uma carga total $Q_2 = -2,00Q_1$, a superfície externa deve possuir uma carga $Q_{\text{ext}} = Q_2 - Q_{\text{int}} = -Q_1 = -3,40 \times 10^{-12} \text{ C}$.

30. Vamos chamar de x_P a coordenada x do ponto P no qual o campo elétrico total é zero. De acordo com a Eq. 23-12, temos:

$$E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 = \frac{2\lambda_1}{4\pi\epsilon_0(x_P + L/2)} + \frac{2\lambda_2}{4\pi\epsilon_0(x_P - L/2)} = 0.$$

Explicitando x , obtemos

$$x_P = \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \frac{L}{2} = \left(\frac{6,0 \mu\text{C/m} - (-2,0 \mu\text{C/m})}{6,0 \mu\text{C/m} + (-2,0 \mu\text{C/m})} \right) \frac{8,0 \text{ cm}}{2} = 8,0 \text{ cm}.$$

31. Vamos usar os índices *int* e *ext* para indicar a casca interna e a casca externa, respectivamente.

(a) Como, nesse caso, $r_{\text{int}} < r < r_{\text{ext}}$,

$$E(r) = \frac{\lambda_{\text{int}}}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{5,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}}{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(4,0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 2,3 \times 10^6 \text{ N/C}.$$

(b) O sinal positivo indica que o campo elétrico aponta para fora.

(c) Como, nesse caso, $r > r_{\text{ext}}$,

$$E(r) = \frac{\lambda_{\text{int}} + \lambda_{\text{ext}}}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{5,0 \times 10^{-6} \text{ C/m} - 7,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}}{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(8,0 \times 10^{-2} \text{ m})} = -4,5 \times 10^5 \text{ N/C},$$

o que nos dá $|E| = 4,5 \times 10^5 \text{ N/C}$.

(d) O sinal negativo indica que o campo elétrico aponta para dentro.

32. Vamos usar uma superfície gaussiana de área $2\pi rL$, na qual L é suficientemente grande para que o fluxo através das bases do cilindro possa ser desprezado. Como o volume envolvido pela superfície gaussiana é $V = \pi r^2 L$, o elemento de volume é $dV = 2\pi r L dr$ e a carga envolvida é dada por

$$q_{\text{env}} = \int_0^r A r^2 2\pi r L dr = \frac{\pi}{2} A L r^4.$$

De acordo com a lei de Gauss,

$$\Phi = \frac{|\vec{E}|}{2\pi r L} = \frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{Ar^3}{4\epsilon_0}.$$

(a) Para $r = 0,030$ m, obtemos $|\vec{E}| = 1,9$ N/C.

(b) Como, nesse caso, $r > R$, em que R é o raio do cilindro, devemos usar a Eq. 23-12. A densidade linear de carga λ é dada por

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{1}{L} \int_0^{0,04} Ar^2 2\pi r L dr = 1,0 \times 10^{-11} \text{ C/m}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 23-12, temos:

$$|E| = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{1,0 \times 10^{-11} \text{ C/m}}{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0,050 \text{ m})} = 3,6 \text{ N/C}.$$

33. Podemos usar a Eq. 23-13.

(a) À esquerda das placas, temos:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-\hat{i}) + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(\hat{i}) = 0.$$

(b) À direita das placas, temos:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(\hat{i}) + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-\hat{i}) = 0.$$

(c) Entre as placas, temos:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right)(-\hat{i}) + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right)(\hat{i}) = \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right)(-\hat{i}) = - \left(\frac{7,00 \times 10^{-22} \text{ C/m}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} \right) \hat{i} \\ &= (-7,91 \times 10^{-11} \text{ N/C}) \hat{i}. \end{aligned}$$

34. A distribuição de carga descrita no enunciado equivale à de uma placa infinita de densidade superficial de carga σ com uma pequena região circular de densidade superficial de carga $-\sigma$. Vamos usar os índices 1 e 2 para representar os campos elétricos produzidos pela placa e pela região circular, respectivamente. Usando a Eq. 23-13 para calcular \vec{E}_1 e a Eq. 22-26 para calcular \vec{E}_2 , obtemos:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) \hat{k} + \frac{(-\sigma)}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \hat{k} = \frac{\sigma z}{2\epsilon_0 \sqrt{z^2 + R^2}} \hat{k} \\ &= \frac{(4,50 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2)(2,56 \times 10^{-2} \text{ m})}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \sqrt{(2,56 \times 10^{-2} \text{ m})^2 + (1,80 \times 10^{-2} \text{ m})^2}} \hat{k} \\ &= (0,208 \text{ N/C}) \hat{k}. \end{aligned}$$

35. Na região entre as placas 1 e 2, o campo total é $E_1 - E_2 - E_3 = 2,0 \times 10^5$ N/C; na região entre as placas 2 e 3, o campo total é $E_1 + E_2 - E_3 = 6,0 \times 10^5$ N/C; na região à direita da placa 3, o campo total é $E_1 + E_2 + E_3 = 0$. Combinando as três equações, obtemos:

$$E_1 = 1,0 \times 10^5 \text{ N/C}, E_2 = 2,0 \times 10^5 \text{ N/C}, E_3 = -3,0 \times 10^5 \text{ N/C}.$$

De acordo com a Eq. 23-13, temos:

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = - \frac{3,0 \times 10^5 \text{ N/C}}{2,0 \times 10^5 \text{ N/C}} = -1,5.$$

36. De acordo com a Eq. 23-13, o campo elétrico produzido por uma placa de grande extensão com uma densidade superficial de carga σ tem módulo $E = \sigma/2\epsilon_0$, é perpendicular ao plano da placa e aponta na direção oposta à da placa se a carga for positiva e na direção da placa se a carga for negativa. Usando o princípio da superposição, temos:

(a) $E = \sigma/\epsilon_0 = (1,77 \times 10^{-22} \text{ C/m}^2)/(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) = 2,00 \times 10^{-11} \text{ N/C}$, apontando para cima, ou seja,

$$\vec{E} = (2,00 \times 10^{-11} \text{ N/C})\hat{j}.$$

(b) $E = 0$.

(c) $E = \sigma/\epsilon_0$ apontando para baixo, ou seja,

$$\vec{E} = -(2,00 \times 10^{-11} \text{ N/C})\hat{j}.$$

37. (a) Para calcular o campo elétrico nas proximidades do centro de uma placa finita com uma densidade superficial de carga uniforme, podemos substituir a placa finita por uma placa infinita com a mesma densidade superficial de carga e estimar o módulo do campo como $E = \sigma/\epsilon_0$, na qual σ é a densidade superficial de carga na superfície mais próxima no ponto considerado. Para os dados do problema,

$$\sigma = \frac{q}{2A} = \frac{6,0 \times 10^{-6} \text{ C}}{2(0,080 \text{ m})^2} = 4,69 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

e o módulo do campo é

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{4,69 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 5,3 \times 10^7 \text{ N/C}.$$

O campo é perpendicular à placa e aponta para longe da placa, já que a carga é positiva.

(b) Em um ponto afastado da placa, o campo elétrico é aproximadamente igual ao de uma carga pontual com uma carga igual à carga total da placa. Assim,

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(6,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(30 \text{ m})^2} = 60 \text{ N/C}.$$

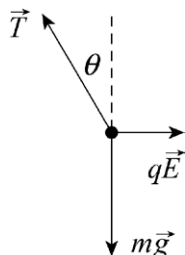
38. De acordo com a Eq. 23-13, o campo produzido pela placa é $E = \sigma/2\epsilon_0$. Como o módulo da força que o campo exerce sobre o elétron é $F = eE$, a aceleração do elétron é dada por

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e\sigma}{2\epsilon_0 m}.$$

Por outro lado, a aceleração é igual à inclinação do gráfico da Fig. 23-44b ($2,0 \times 10^5 \text{ m/s}/7,0 \times 10^{-12} \text{ s} = 2,86 \times 10^{16} \text{ m/s}^2$). Assim, temos:

$$\sigma = \frac{2\epsilon_0 ma}{e} = \frac{2(8,85 \times 10^{-12})(9,11 \times 10^{-31})(2,86 \times 10^{16})}{1,60 \times 10^{-19}} = 2,9 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2.$$

39. A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre da bola, na qual \vec{T} é a tensão do fio, $q\vec{E}$ é a força exercida pelo campo elétrico e $m\vec{g}$ é a força da gravidade.



Como a bola está em equilíbrio, a aplicação da segunda lei de Newton às componentes horizontal e vertical da força resultante nos dá

$$qE - T \sin \theta = 0 \quad \text{e} \quad T \cos \theta - mg = 0.$$

A primeira equação nos dá $T = qE/\sin \theta$; substituindo na segunda equação, obtemos $qE = mg \tan \theta$. De acordo com a Eq. 23-13, o campo elétrico produzido pela placa é dado por $E = \sigma/2\epsilon_0$, sendo que σ é a densidade superficial de carga. Assim,

$$\frac{q\sigma}{2\epsilon_0} = mg \tan \theta$$

e

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{2\epsilon_0 mg \tan \theta}{q} = \frac{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(1,0 \times 10^{-6} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) \tan 30^\circ}{2,0 \times 10^{-8} \text{ C}} \\ &= 5,0 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2 = 5,0 \text{ nC/m}^2. \end{aligned}$$

40. O ponto no qual os campos produzidos pela placa e pela partícula se cancelam não pode estar na região entre a placa e a partícula ($-d < x < 0$) porque a placa e a partícula possuem cargas de sinais opostos, mas pode estar na região à direita da partícula ($x > 0$) ou na região à esquerda da placa ($x < d$). A condição para que o campo se anule é

$$\frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Explicitando r e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$r = \sqrt{\frac{Q}{2\pi|\sigma|}} = \sqrt{\frac{6 \mu\text{C}}{2\pi(2 \mu\text{C/m}^2)}} = \sqrt{\frac{3}{2\pi}} = \pm 0,691 \text{ m} = \pm 69,1 \text{ cm}.$$

Para $d = 0,20 \text{ m}$, nenhum dos pontos calculados está na “região proibida” entre a placa e a partícula. Assim, temos:

(a) $x = +69,1 \text{ cm}$

(b) $x = -69,1 \text{ cm}$

(c) Para $d = 0,80 \text{ m}$, um dos pontos ($x = -69,1 \text{ cm}$) está na “região proibida” entre a placa e a partícula e não é uma solução válida. Assim, o único ponto no qual os campos se cancelam é $x = +69,1 \text{ cm}$.

41. Para resolver o problema, escrevemos uma expressão para a aceleração do elétron e calculamos a distância que o elétron percorre antes de parar. A força a que o elétron está submetido é $F = -eE = -e\sigma/\epsilon_0$ (veja a Eq. 23-11) e a aceleração é

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{e\sigma}{\epsilon_0 m}$$

na qual m é a massa do elétron. De acordo com a Eq. 2-16, se v_0 é a velocidade inicial do elétron, v é a velocidade final e x é a distância percorrida entre as posições inicial e final, $v^2 - v_0^2 = 2ax$. Fazendo $v = 0$, substituindo a por $-e\sigma/\epsilon_0 m$ e explicitando x , obtemos

$$x = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{\epsilon_0 m v_0^2}{2e\sigma}.$$

Como a energia cinética inicial é $K_0 = mv_0^2/2$, temos:

$$x = \frac{\epsilon_0 K_0}{e\sigma} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(1,60 \times 10^{-17} \text{ J})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(2,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2)} = 4,4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,44 \text{ mm}.$$

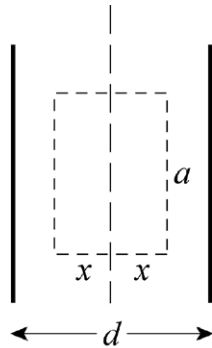
42. Como, de acordo com a Eq. 23-11, $E = \sigma/\epsilon_0$, a densidade superficial de carga é dada por

$$\sigma = \epsilon_0 E = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(55 \text{ N/C}) = 4,9 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2.$$

Como a área das placas é $A = 1,0 \text{ m}^2$, o módulo da carga em cada placa é

$$Q = \sigma A = 4,9 \times 10^{-10} \text{ C}.$$

43. Vamos usar uma superfície gaussiana em forma de paralelepípedo, indicada por retas tracejadas na vista lateral da figura a seguir. As faces direita e esquerda da superfície gaussiana estão a uma distância x do plano central. Vamos tomar a altura e o comprimento do paralelepípedo como iguais a a , de modo que as faces direita e esquerda são quadrados.



O campo elétrico é perpendicular às faces direita e esquerda e é uniforme. Como a densidade volumétrica de carga é positiva, aponta para fora nas duas faces, ou seja, aponta para a esquerda na face esquerda e para a direita na face direita. Além disso, o valor absoluto da densidade de carga é o mesmo nas duas faces. Assim, o fluxo do campo elétrico através das duas faces é Ea^2 . Como o campo elétrico é paralelo às outras faces do paralelepípedo, o fluxo do campo elétrico através dessas faces é zero; assim, o fluxo total através da superfície gaussiana é $\Phi = 2Ea^2$. Como o volume envolvido pela superfície gaussiana é $2a^2x$ e a carga contida nesse volume é $q = 2a^2x\rho$, na qual ρ é a densidade volumétrica de carga, a lei de Gauss nos dá

$$2\epsilon_0 Ea^2 = 2a^2x\rho.$$

Explicitando o campo elétrico E , obtemos $E = \rho x/\epsilon_0$.

(a) Para $x = 0$, $E = 0$.

(b) Para $x = 2,00 \text{ mm} = 2,00 \times 10^{-3} \text{ m}$,

$$E = \frac{\rho x}{\epsilon_0} = \frac{(5,80 \times 10^{-15} \text{ C/m}^3)(2,00 \times 10^{-3} \text{ m})}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 1,31 \times 10^{-6} \text{ N/C} = 1,31 \mu\text{N/C}.$$

(c) Para $x = 4,70 \text{ mm} = 4,70 \times 10^{-3} \text{ m}$,

$$E = \frac{\rho x}{\epsilon_0} = \frac{(5,80 \times 10^{-15} \text{ C/m}^3)(4,70 \times 10^{-3} \text{ m})}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 3,08 \times 10^{-6} \text{ N/C} = 3,08 \mu\text{N/C}.$$

(d) Para $x = 26,0 \text{ mm} = 2,60 \times 10^{-2} \text{ m}$, usamos uma superfície gaussiana de mesma forma e orientação, mas com $x > d/2$, de modo que as faces esquerda e direita estão do lado de fora da

placa. O fluxo total através da superfície continua a ser $\Phi = 2Ea^2$, mas a carga envolvida agora é $q = a^2 d\rho$. De acordo com a lei de Gauss, $2\epsilon_0 Ea^2 = a^2 d\rho$ e, portanto,

$$E = \frac{\rho d}{2\epsilon_0} = \frac{(5,80 \times 10^{-15} \text{ C/m}^3)(9,40 \times 10^{-3} \text{ m})}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 3,08 \times 10^{-6} \text{ N/C} = 3,08 \mu\text{N/C}.$$

44. Podemos determinar a carga da esfera observando que o valor máximo do campo elétrico mostrado no gráfico da Fig. 23-48 ($E = 5,0 \times 10^7 \text{ N/C}$) é atingido para $r = 2 \text{ cm} = 0,020 \text{ m}$. Como $E = q/4\pi\epsilon_0 r^2$, temos:

$$q = 4\pi\epsilon_0 r^2 E = \frac{(0,020 \text{ m})^2 (5,0 \times 10^7 \text{ N/C})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 2,2 \times 10^{-6} \text{ C}.$$

45. (a) Como $r_1 = 10,0 \text{ cm} < r = 12,0 \text{ cm} < r_2 = 15,0 \text{ cm}$,

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,00 \times 10^{-8} \text{ C})}{(0,120 \text{ m})^2} = 2,50 \times 10^4 \text{ N/C}.$$

(b) Como $r_1 < r_2 < r = 20,0 \text{ cm}$,

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 + q_2}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,00 + 2,00)(1 \times 10^{-8} \text{ C})}{(0,200 \text{ m})^2} = 1,35 \times 10^4 \text{ N/C}.$$

46. (a) O fluxo continua a ser $-750 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$, já que depende apenas do valor da carga envolvida.

(b) De acordo com a lei de Gauss, $\Phi = q/\epsilon_0$, temos:

$$q = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(-750 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = -6,64 \times 10^{-9} \text{ C} = -6,64 \text{ nC}.$$

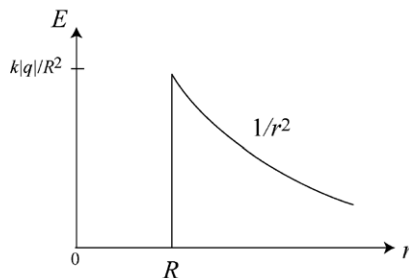
47. O campo produzido por uma esfera carregada é igual ao campo produzido por uma carga pontual para pontos situados do lado de fora da esfera. Isso significa que o módulo do campo é dado por $E = |q|/4\pi\epsilon_0 r^2$, na qual $|q|$ é o valor absoluto da carga da esfera e r é a distância entre o ponto em que o campo é medido e o centro da esfera. Assim,

$$|q| = 4\pi\epsilon_0 r^2 E = \frac{(0,15 \text{ m})^2 (3,0 \times 10^3 \text{ N/C})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 7,5 \times 10^{-9} \text{ C}.$$

Como o campo aponta para o centro da esfera, a carga é negativa, ou seja,

$$q = -7,5 \times 10^{-9} \text{ C} = -7,5 \text{ nC}.$$

A figura abaixo mostra o módulo do campo elétrico em função de r . Dentro da esfera condutora, $E = 0$; fora da esfera, $E = k|q|/r^2$, na qual $k = 1/4\pi\epsilon_0$.



48. Vamos chamar de E_A o módulo do campo para $r = 2,5 \text{ cm}$. De acordo com o gráfico da Fig. 23-49, $E_A = 2,0 \times 10^7 \text{ N/C}$. Este campo se deve exclusivamente ao campo criado pela partícula. Como $E_{\text{partícula}} = q/4\pi\epsilon_0 r^2$, o campo em qualquer outro ponto está relacionado a E_A através da

razão entre os quadrados das distâncias. O gráfico mostra também que, no ponto $r = 3,0$ cm, o campo produzido pela partícula e pela casca é $8,0 \times 10^7$ N/C. Assim,

$$E_{\text{casca}} + E_{\text{partícula}} = E_{\text{casca}} + (2,5/3)^2 E_A = 8,0 \times 10^7 \text{ N/C}$$

e, portanto,

$$E_{\text{casca}} = 8,0 \times 10^7 \text{ N/C} - (0,7)(2,0 \times 10^7 \text{ N/C}) = 6,6 \times 10^7 \text{ N/C}.$$

Como $E_{\text{casca}} = Q/4\pi\epsilon_0 r^2$, na qual Q é a carga da casca, e $E_{\text{casca}} = 6,6 \times 10^7$ N/C para $r = 0,030$ m, temos:

$$Q = 4\pi\epsilon_0 r^2 E_{\text{casca}} = \frac{r^2 E_{\text{casca}}}{k} = \frac{(0,030 \text{ m})^2 (6,6 \times 10^7 \text{ N/C})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 6,6 \times 10^{-6} \text{ C} = 6,6 \mu\text{C}.$$

49. Por simetria, o campo elétrico é radial em todas as regiões nas quais é diferente de zero. Vamos usar superfícies gaussianas de forma esférica, concêntricas com a esfera e a casca, passando pelo ponto cujo campo elétrico queremos determinar. Como o campo é uniforme na superfície, $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 4\pi r^2 E$, na qual r é o raio da superfície gaussiana.

Para $r < a$, a carga envolvida pela superfície gaussiana é $q_1(r/a)^3$ e a lei de Gauss nos dá

$$4\pi r^2 E = \left(\frac{q_1}{\epsilon_0} \right) \left(\frac{r}{a} \right)^3 \Rightarrow E = \frac{q_1 r}{4\pi\epsilon_0 a^3}.$$

(a) Para $r = 0$, essa equação nos dá $E = 0$.

(b) Para $r = a/2$, temos:

$$E = \frac{q_1(a/2)}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(5,00 \times 10^{-15} \text{ C})}{2(2,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 5,62 \times 10^{-2} \text{ N/C} = 56,2 \text{ mN/C}.$$

(c) Para $r = a$, temos:

$$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(5,00 \times 10^{-15} \text{ C})}{(2,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 0,112 \text{ N/C} = 112 \text{ mN/C}.$$

Para $a < r < b$, a carga envolvida pela superfície gaussiana é q_1 e a lei de Gauss nos dá

$$4\pi r^2 E = \frac{q_1}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

(d) Para $r = 1,50a$, temos:

$$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(5,00 \times 10^{-15} \text{ C})}{(1,50 \times 2,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 0,0499 \text{ N/C} = 49,9 \text{ mN/C}.$$

(e) Para $b < r < c$, como a casca é condutora, o campo elétrico é zero. Assim, para $r = 2,30a$, $E = 0$.

(f) Para $r > c$, a carga envolvida pela superfície gaussiana é zero e, portanto, de acordo com a lei de Gauss, $4\pi r^2 E = 0 \Rightarrow E = 0$. Assim, para $r = 3,50a$, $E = 0$.

(g) Considere uma superfície gaussiana que esteja no interior da casca condutora. Como o campo elétrico no interior do condutor é nulo, $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ e, de acordo com a lei de Gauss, a carga envolvida pela superfície é zero. Se Q_{int} é a carga na superfície interna da casca, $q_1 + Q_{\text{int}} = 0$ e, portanto, $Q_{\text{int}} = -q_1 = -5,00 \text{ fC}$.

(h) Seja Q_{ext} a carga da superfície externa da casca. Como a carga total da casca é $-q$, $Q_{\text{int}} + Q_{\text{ext}} = -q_1$, o que nos dá

$$Q_{\text{ext}} = -q_1 - Q_i = -q_1 - (-q_1) = 0.$$

50. O ponto no qual os campos se cancelam não pode estar na região entre as cascas porque as cargas das cascas têm sinais opostos. Não pode estar no interior de uma das cascas porque, nesse caso, o único campo existente seria o campo da outra casca. Como a carga da casca 2 é maior em valor absoluto que a casca 1 ($|\sigma_2|A_2 > |\sigma_1|A_1$), o ponto não pode estar à direita da casca 2. Assim, o ponto está à esquerda da casca 1, a uma distância $r > R_1$ do centro, em que R_1 é o raio da casca 1. Para que o campo se anule nesse ponto,

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 (r+L)^2},$$

o que nos dá

$$\frac{\sigma_1 A_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{|\sigma_2| A_2}{4\pi\epsilon_0 (r+L)^2}.$$

Usando o fato de que a área da superfície de uma esfera é $A = 4\pi R^2$, obtemos:

$$r = \frac{LR_1\sqrt{\sigma_1}}{R_2\sqrt{|\sigma_2|} - R_1\sqrt{\sigma_1}} = \frac{(0,06\text{ m})(0,005\text{ m})\sqrt{(4,0 \times 10^{-6}\text{ C/m}^2)}}{(0,020\text{ m})\sqrt{(2,0 \times 10^{-6}\text{ C/m}^2)} - (0,005\text{ m})\sqrt{(4,0 \times 10^{-6}\text{ C/m}^2)}} \\ = 0,033\text{ m} = 3,3\text{ cm}.$$

Como este valor satisfaz a condição $r > R_1$, a resposta é

$$x = -r = -3,3\text{ cm}.$$

51. Vamos usar uma superfície gaussiana na forma de uma esfera concêntrica com a casca e com um raio r_g tal que $a < r_g < b$. A carga da parte da casca esférica envolvida pela superfície gaussiana é dada pela integral $q_s = \int \rho dV$, em que ρ é a densidade volumétrica de carga, e os limites de integração são o raio interno da carga e o raio da superfície gaussiana. Como a distribuição de carga possui simetria esférica, podemos tomar o elemento de volume dV como o volume de uma casca esférica de raio r e espessura infinitesimal dr : $dV = 4\pi r^2 dr$. Assim,

$$q_s = 4\pi \int_a^{r_g} \rho r^2 dr = 4\pi \int_a^{r_g} \frac{A}{r} r^2 dr = 4\pi A \int_a^{r_g} r dr = 2\pi A (r_g^2 - a^2).$$

A carga total no interior da superfície gaussiana é

$$q + q_s = q + 2\pi A (r_g^2 - a^2).$$

Como o campo elétrico é radial, o fluxo através da superfície gaussiana é $\Phi = 4\pi r_g^2 E$, na qual E é o módulo do campo. De acordo com a lei de Gauss, temos:

$$4\pi\epsilon_0 E r_g^2 = q + 2\pi A (r_g^2 - a^2).$$

Explicitando E , obtemos:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{r_g^2} + 2\pi A - \frac{2\pi A a^2}{r_g^2} \right].$$

Para que o campo seja uniforme, o primeiro e o terceiro termos devem se cancelar, o que acontece se $q - 2\pi A a^2 = 0$, ou seja, se $A = q/2\pi a^2$. Para $a = 2,00 \times 10^{-2}\text{ m}$ e $q = 45,0 \times 10^{-15}\text{ C}$, obtemos $A = 1,79 \times 10^{-11}\text{ C/m}^2$.

52. De acordo com a Eq. 23-16, o campo é zero para $0 \leq r \leq a$. Assim,

(a) $E = 0$ para $r = 0$.

(b) $E = 0$ para $r = a/2,00$.

(c) $E = 0$ para $r = a$.

Para $a \leq r \leq b$, a carga envolvida q_{env} está relacionada ao volume através da equação

$$q_{\text{env}} = \rho \left(\frac{4\pi r^3}{3} - \frac{4\pi a^3}{3} \right).$$

Assim, o campo elétrico é

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{env}}}{r^2} = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left(\frac{4\pi r^3}{3} - \frac{4\pi a^3}{3} \right) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{r^3 - a^3}{r^2}.$$

(d) Para $r = 1,50a$, o campo elétrico é

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(1,50a)^3 - a^3}{(1,50a)^2} = \frac{\rho a}{3\epsilon_0} \left(\frac{2,375}{2,25} \right) = \frac{(1,84 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3)(0,100 \text{ m})}{3(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \left(\frac{2,375}{2,25} \right) = 7,32 \text{ N/C}.$$

(e) Para $r = b = 2,00a$, o campo elétrico é

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(2,00a)^3 - a^3}{(2,00a)^2} = \frac{\rho a}{3\epsilon_0} \left(\frac{7}{4} \right) = \frac{(1,84 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3)(0,100 \text{ m})}{3(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \left(\frac{7}{4} \right) = 12,1 \text{ N/C}.$$

(f) Para $r \geq b$, o campo elétrico é

$$E = \frac{q_{\text{total}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{b^3 - a^3}{r^2}.$$

Assim, para $r = 3,00b = 6,00a$, o campo elétrico é

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(2,00a)^3 - a^3}{(6,00a)^2} = \frac{\rho a}{3\epsilon_0} \left(\frac{7}{36} \right) = \frac{(1,84 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3)(0,100 \text{ m})}{3(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \left(\frac{7}{36} \right) = 1,35 \text{ N/C}.$$

53. (a) Vamos integrar a densidade volumétrica de carga para toda a esfera e igualar o resultado à carga total:

$$\int dx \int dy \int dz \rho = 4\pi \int_0^R dr r^2 \rho = Q.$$

Fazendo $\rho = \rho_s r/R$, em que $\rho_s = 14,1 \text{ pC/m}^3$, e executando a integração, obtemos

$$4\pi \left(\frac{\rho_s}{R} \right) \left(\frac{R^4}{4} \right) = Q,$$

o que nos dá

$$Q = \pi \rho_s R^3 = \pi (14,1 \times 10^{-12} \text{ C/m}^3) (0,0560 \text{ m})^3 = 7,78 \times 10^{-15} \text{ C} = 7,78 \text{ fC}.$$

(b) Para $r = 0$, o campo elétrico é zero ($E = 0$), já que a carga envolvida por uma superfície gaussiana é zero.

De acordo com a lei de Gauss (veja as Eqs. 23-8 a 23-10), em um ponto do interior da esfera situado a uma distância r do centro, o campo elétrico é dado pela equação

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{env}}}{r^2},$$

na qual q_{env} pode ser calculada usando uma integral semelhante à do item (a):

$$q_{\text{env}} = 4\pi \int_0^r dr r^2 \rho = 4\pi \left(\frac{\rho_s}{R} \right) \left(\frac{r^4}{4} \right).$$

Assim,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi\rho_s r^4}{Rr^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi\rho_s r^2}{R}.$$

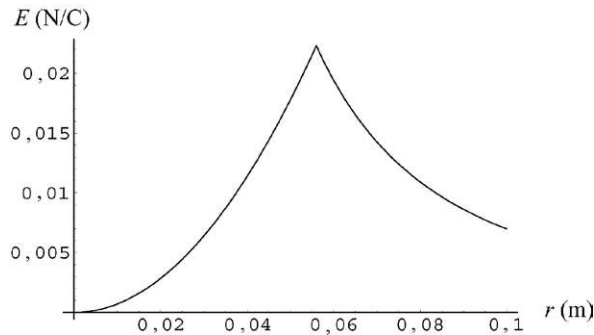
(c) Para $r = R/2,00$, em que $R = 5,60$ cm, o campo elétrico é

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi\rho_s (R/2,00)^2}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi\rho_s R}{4,00} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \pi (14,1 \times 10^{-12} \text{ C/m}^3) (0,0560 \text{ m})}{4,00} \\ &= 5,58 \times 10^{-3} \text{ N/C} = 5,58 \text{ mN/C}. \end{aligned}$$

(d) Para $r = R$, o campo elétrico é

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi\rho_s R^2}{R} = \frac{\pi\rho_s R}{4\pi\epsilon_0} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \pi (14,1 \times 10^{-12} \text{ C/m}^3) (0,0560 \text{ m}) \\ &= 2,23 \times 10^{-2} \text{ N/C} = 22,3 \text{ mN/C}. \end{aligned}$$

(e) A figura a seguir mostra um gráfico do módulo do campo elétrico em função de r .



54. De acordo com a Eq. 23-20, temos:

$$E_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 R^3} r_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 R^3} \left(\frac{R}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Do lado de fora da esfera 2, temos:

$$E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 (1,50R)^2}.$$

Igualando as expressões dos campos, obtemos a relação

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{9}{8} = 1,125.$$

55. Como

$$E(r) = \frac{q_{\text{enc}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2 dr$$

temos:

$$\rho(r) = \frac{\epsilon_0}{r^2} \frac{d}{dr} [r^2 E(r)] = \frac{\epsilon_0}{r^2} \frac{d}{dr} (Kr^6) = 6K\epsilon_0 r^3.$$

56. (a) $\Phi_2 = EA = 4\pi(0,20)^2 = 0,50 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}.$

(b) Como o fluxo do campo elétrico através da superfície lateral do cilindro é zero, e o fluxo através da base situada em $x = 0$ é $\Phi_0 = -2\pi(0,20)^2 = 0,25 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$, a lei de Gauss nos dá

$$q_{\text{env}} = \epsilon_0 (\Phi_2 + \Phi_0) = (8,85 \times 10^{-12})(0,50 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C} - 0,25 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}) = 2,2 \times 10^{-12} \text{ C} \\ = 2,2 \text{ pC}.$$

57. (a) De acordo com a Eq. 23-16, para $r < R$, $E = 0$.

(b) Para r ligeiramente maior que R ,

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(2,00 \times 10^{-7} \text{ C})}{(0,250 \text{ m})^2} = 2,88 \times 10^4 \text{ N/C}.$$

(c) Para $r > R$,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = E_R \left(\frac{R}{r} \right)^2 = (2,88 \times 10^4 \text{ N/C}) \left(\frac{0,250 \text{ m}}{3,00 \text{ m}} \right)^2 = 200 \text{ N/C}.$$

58. De acordo com a lei de Gauss, temos:

$$\Phi = \frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma\pi r^2}{\epsilon_0} = \frac{(8,0 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2)\pi(0,050 \text{ m})^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2} = 7,1 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}.$$

59. (a) Nos pontos do plano $x = 4,0 \text{ cm}$, o campo total é a soma de um campo que aponta para a direita, produzido pelas cargas que estão entre $x = -5,0 \text{ cm}$ e $x = 4,0 \text{ cm}$, e um campo que aponta para a esquerda, produzido pelas cargas que estão entre $x = 4,0 \text{ cm}$ e $x = 5,0 \text{ cm}$. Os dois campos podem ser calculados com o auxílio da Eq. 23-13. Como $\sigma = q/A = \rho V/A = \rho\Delta x$, temos:

$$|\vec{E}| = \frac{\rho(0,090 \text{ m})}{2\epsilon_0} - \frac{\rho(0,010 \text{ m})}{2\epsilon_0} = \frac{(1,2 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3)(0,090 \text{ m} - 0,010 \text{ m})}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)} = 5,4 \text{ N/C}.$$

(b) Nos pontos do plano $x = 6,0 \text{ cm}$, só existe o campo que aponta para a direita, produzido por todas as cargas da placa, e temos:

$$|\vec{E}| = \frac{\rho(0,100 \text{ m})}{2\epsilon_0} = \frac{(1,2 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3)(0,100 \text{ m})}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)} = 6,8 \text{ N/C}.$$

60. (a) Considere o campo radial produzido no interior de uma distribuição cilíndrica de carga. O volume envolvido por uma superfície gaussiana cilíndrica de comprimento L e raio r é $L\pi r^2$. De acordo com a lei de Gauss, temos:

$$E = \frac{|q_{\text{env}}|}{\epsilon_0 A_{\text{cilindro}}} = \frac{|\rho|(L\pi r^2)}{\epsilon_0 (2\pi rL)} = \frac{|\rho|r}{2\epsilon_0}.$$

(b) De acordo com a expressão do item anterior, o campo radial aumenta quando r aumenta.

(c) Como o pó está carregado negativamente, o campo aponta para o eixo do cilindro.

(d) O campo elétrico é máximo quando o valor de r é tal que toda a carga presente no cano é envolvida pela superfície cilíndrica, ou seja, quando $r = R$. Assim, para $|\rho| = 0,0011 \text{ C/m}^3$ e $R = 0,050 \text{ m}$, temos:

$$E_{\max} = \frac{|\rho|R}{2\epsilon_0} = \frac{(0,0011 \text{ C/m}^3)(0,050 \text{ m})}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 3,1 \times 10^6 \text{ N/C}.$$

Este campo é atingido na superfície interna do cano.

(e) Comparando o valor do campo máximo calculado no item (d) com a condição (1) do enunciado, vemos que o campo atinge um valor suficiente para produzir uma centelha e que esse valor é atingido nas proximidades da superfície interna do cano.

61. Podemos usar a Eq. 23-15, a Eq. 23-16 e o princípio de superposição.

(a) Para $r < a$, $E = 0$.

(b) Para $a < r < b$, $E = q_a / 4\pi\epsilon_0 r^2$.

(c) Para $r > b$, $E = (q_a + q_b) / 4\pi\epsilon_0 r^2$.

(d) Como $E = 0$ para $r < a$, a carga na superfície interna da casca menor é zero e, portanto, a carga na superfície externa da casca menor é q_a . Como $E = 0$ no interior da casca maior, a carga envolvida por uma superfície gaussiana situada entre a superfície interna e a superfície externa da casca maior é zero. Isso significa que a carga da superfície interna da casca maior é $-q_a$. Em consequência, a carga da superfície externa da casca maior é $q_b - q_a$.

62. De acordo com as Eqs. 23-16 e 23-17, temos:

a)

$$|\vec{E}| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,0 \times 10^{-7} \text{ C})}{(0,015 \text{ m})^2} = 4,0 \times 10^6 \text{ N/C}.$$

(b) $\vec{E} = 0$, já que o campo no interior de um condutor é zero no regime estacionário.

63. O próton está executando um movimento circular uniforme, no qual a força centrípeta é a força de atração eletrostática da esfera. De acordo com a segunda lei de Newton, $F = mv^2/r$, na qual F é o módulo da força, v é a velocidade do próton e r é o raio da órbita. O módulo da força a que o próton está submetido é $F = e|q|/4\pi\epsilon_0 r^2$, na qual $|q|$ é o valor absoluto da carga da esfera. Assim,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e|q|}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

e, portanto,

$$|q| = \frac{4\pi\epsilon_0 mv^2 r}{e} = \frac{(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})(3,00 \times 10^5 \text{ m/s})^2 (0,0100 \text{ m})}{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} = 1,04 \times 10^{-9} \text{ C} = 1,04 \text{ nC}.$$

Como a força deve ser atrativa e o próton é uma partícula de carga positiva, a carga da esfera é negativa: $q = -1,04 \times 10^{-9} \text{ C}$.

64. Como a área da superfície de uma esfera é $A = 4\pi r^2$ e a densidade superficial de carga é $\sigma = q/A$ (sem perda de generalidade, estamos supondo que a carga é positiva), temos:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{q}{4\pi r^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

que é o campo produzido por uma carga pontual (veja a Eq. 22-3).

65. (a) Como o volume de uma esfera de raio $R/2$ é igual a um oitavo do volume de uma esfera de raio R , a carga da região em que $0 < r < R/2$ é $Q/8$. Assim, a fração pedida é $1/8 = 0,125$.

(b) No ponto $r = R/2$, o módulo do campo é

$$E = \frac{Q/8}{4\pi\epsilon_0(R/2)^2} = \frac{1}{2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2},$$

o que equivale a metade do campo na superfície da esfera. Assim, a fração pedida é $1/2 = 0,500$.

66. Vamos chamar de q o valor absoluto da carga da esfera e de E o módulo do campo produzido pela esfera da posição do próton. Quando o próton está a uma distância $r \geq R$ do centro da esfera, a força exercida pela esfera sobre o próton é

$$F = eE = e \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) = \frac{eq}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Note que, para $r = R$, esta expressão se torna

$$F_R = \frac{eq}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

(a) Fazendo $F = F_R/2$ e explicitando r , obtemos $r = R\sqrt{2}$. Como o problema pede a distância a partir da superfície da esfera, a resposta é $R\sqrt{2} - R = 0,41R$.

(b) Nesse caso, devemos ter $F_{\text{int}} = F_R/2$, na qual $F_{\text{int}} = eE_{\text{int}}$ e E_{int} é dado pela Eq. 23-20. Assim,

$$e \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r = \frac{1}{2} \left(\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 R^2} \right) \Rightarrow r = \frac{R}{2} = 0,50R.$$

67. O campo inicial (calculado “a uma pequena distância da superfície externa”, o que significa que é calculado para $r = R_2 = 0,20$ m, o raio externo da casca) está relacionado à carga q da casca através da Eq. 23-15: $E_{\text{inicial}} = q/4\pi\epsilon_0 R_2^2$. Depois que a carga pontual Q é colocada no centro geométrico da casca, o campo final no mesmo ponto é a soma do campo inicial com o campo produzido pela carga Q (dado pela Eq. 22-3):

$$E_{\text{final}} = E_{\text{inicial}} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}.$$

(a) A carga da casca é

$$q = 4\pi\epsilon_0 R_2^2 E_{\text{inicial}} = \frac{(0,20 \text{ m})^2 (450 \text{ N/C})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 2,0 \times 10^{-9} \text{ C} = +2,0 \text{ nC}.$$

(b) A carga Q é

$$Q = 4\pi\epsilon_0 R_2^2 (E_{\text{final}} - E_{\text{inicial}}) = \frac{(0,20 \text{ m})^2 (180 \text{ N/C} - 450 \text{ N/C})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = -1,2 \times 10^{-9} \text{ C} = -1,2 \text{ nC}.$$

(c) Como o campo no interior da casca condutora é zero, o campo produzido pela carga Q deve ser cancelado pelo campo produzido pela carga da superfície interna da casca. Assim, a resposta é $+1,2 \times 10^{-9} \text{ C}$.

(d) Como a carga total da casca condutora é $+2,0 \text{ nC}$ e a carga da superfície interna é $+1,2 \text{ nC}$, a carga da superfície externa é $(+2,0 \text{ nC}) - (+1,2 \text{ nC}) = +0,80 \text{ nC}$.

68. Seja $\Phi_0 = 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. O fluxo total através da superfície do dado é

$$\Phi = \sum_{n=1}^6 \Phi_n = \sum_{n=1}^6 (-1)^n n \Phi_0 = \Phi_0 (-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6) = 3\Phi_0.$$

Assim, de acordo com a lei de Gauss, a carga no interior do dado é

$$q = \epsilon_0 \Phi = 3\epsilon_0 \Phi_0 = 3(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = 2,66 \times 10^{-8} \text{ C} = 26,6 \text{ nC}.$$

69. Como todos os campos envolvidos são uniformes, a localização precisa do ponto P não é importante; o que importa é que o ponto está acima das três placas, com as placas positivamente carregadas produzindo campos que apontam para cima e a placa negativamente carregada produzindo um campo que aponta para baixo. De acordo com a Eq. 23-13, o campo total aponta para cima e o módulo do campo é

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} = \frac{1,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 5,65 \times 10^4 \text{ N/C}.$$

Na notação dos vetores unitários, $\vec{E} = (5,65 \times 10^4 \text{ N/C})\hat{j}$.

70. Como a distribuição de carga é uniforme, podemos calcular a carga total q multiplicando a densidade volumétrica ρ pelo volume da esfera ($4\pi r^3/3$), o que nos dá

$$q = (3,2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^3) \frac{4\pi(0,050)^3}{3} = 1,68 \times 10^{-9} \text{ C} = 1,68 \text{ nC}.$$

(a) De acordo com a Eq. 23-20,

$$E = \frac{|q|r}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,68 \times 10^{-9} \text{ C})(0,035)}{(0,050)^3} = 4,2 \times 10^3 \text{ N/C} = 4,2 \text{ kN/C}.$$

(b) De acordo com a Eq. 22-3,

$$E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,68 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0,080 \text{ m})^2} = 2,4 \times 10^3 \text{ N/C} = 2,4 \text{ kN/C}.$$

71. Vamos usar um sistema de coordenadas com a origem no centro da base, o plano xy horizontal, coincidindo com a base, e o hemisfério no semiplano $z > 0$.

$$(a) \Phi_{\text{base}} = \pi R^2 (-\hat{k}) \cdot E\hat{k} = -\pi R^2 E = -\pi(0,0568 \text{ m})^2 (2,50 \text{ N/C}) = -0,0253 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$$

$$= -2,53 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^2.$$

(b) Como o fluxo através do hemisfério é zero, o fluxo através da superfície curva é

$$\vec{\Phi}_c = -\Phi_{\text{base}} = +2,53 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

72. De acordo com a lei de Gauss, a carga total envolvida é

$$q = \epsilon_0 \Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(-48 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = -4,2 \times 10^{-10} \text{ C}.$$

73. (a) De acordo com a lei de Gauss, temos:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{env}}}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(4\pi\rho r^3/3)\vec{r}}{r^3} = \frac{\rho\vec{r}}{3\epsilon_0}.$$

(b) A distribuição de carga neste caso é equivalente à da combinação de uma esfera completa de densidade de carga ρ , com uma esfera menor de densidade $-\rho$ ocupando o lugar da cavidade. Assim, por superposição,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho\vec{r}}{3\epsilon_0} + \frac{(-\rho)(\vec{r} - \vec{a})}{3\epsilon_0} = \frac{\rho\vec{a}}{3\epsilon_0}.$$

74. (a) Como o cubo está totalmente no interior da esfera, a carga envolvida pelo cubo é

$$q_{\text{env}} = \rho V_{\text{cubo}} = (500 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3)(0,0400 \text{ m})^3 = 3,20 \times 10^{-11} \text{ C}.$$

Assim, de acordo com a lei de Gauss,

$$\Phi = q_{\text{env}}/\epsilon_0 = 3,62 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}.$$

(b) Como esfera está totalmente no interior do cubo (note que o raio da esfera é menor que metade da aresta do cubo), a carga total é

$$q_{\text{env}} = \rho V_{\text{esfera}} = (500 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3)(4/3)\pi (0,0600 \text{ m})^3 = 4,52 \times 10^{-10} \text{ C}.$$

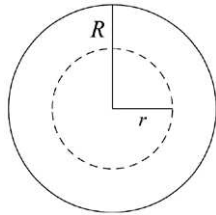
Assim, de acordo com a lei de Gauss,

$$\Phi = q_{\text{env}}/\epsilon_0 = 51,1 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}.$$

75. O campo elétrico aponta radialmente para fora a partir do fio central. Estamos interessados em determinar o módulo do campo na região entre o fio e o cilindro em função da distância r entre o fio e o ponto considerado. Como o módulo do campo na superfície interna do cilindro é conhecido, escolhemos essa superfície como superfície gaussiana. Assim, a superfície gaussiana escolhida é um cilindro de raio R e comprimento L , coaxial com o fio. Apenas a carga do fio é envolvida pela superfície gaussiana; vamos chamá-la de q . A área lateral da superfície gaussiana é $2\pi RL$ e o fluxo que atravessa é $\Phi = 2\pi RLE$. Supondo que o fluxo através das bases do cilindro é desprezível, este é o fluxo total. Assim, de acordo com a lei de Gauss,

$$\begin{aligned} q &= 2\pi\epsilon_0 RLE = 2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(0,014 \text{ m})(0,16 \text{ m})(2,9 \times 10^4 \text{ N/C}) \\ &= 3,6 \times 10^{-9} \text{ C} = 3,6 \text{ nC}. \end{aligned}$$

76. (a) A figura mostra uma seção reta do cilindro (linha cheia).



Considere uma superfície gaussiana na forma de um cilindro de raio r e comprimento ℓ , coaxial com o cilindro carregado, representada na figura do item a pela linha tracejada. A carga envolvida pela superfície gaussiana é $q = \rho V = \pi r^2 \ell \rho$, na qual $V = \pi r^2 \ell$ é o volume do cilindro.

Como, por simetria, o campo elétrico é radial, o fluxo total através do cilindro gaussiano é $\Phi = EA_{\text{cilindro}} = E(2\pi r\ell)$. Assim, de acordo com a lei de Gauss,

$$2\pi\epsilon_0 r\ell E = \pi r^2 \ell \rho \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}.$$

(b) Considere uma superfície gaussiana cilíndrica de raio $r > R$. Se o campo elétrico externo é E_{ext} , o fluxo através da superfície gaussiana é $\Phi = 2\pi r\ell E_{\text{ext}}$. A carga envolvida é a carga total em um segmento do cilindro carregado, de comprimento ℓ , ou seja, $q = \pi R^2 \ell \rho$. Assim, de acordo com a lei de Gauss,

$$2\pi\epsilon_0 r\ell E_{\text{ext}} = \pi R^2 \ell \rho \Rightarrow E_{\text{ext}} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}.$$

77. (a) Como a carga total da casca é $-10 \mu\text{C}$ e a carga da superfície externa é $-14 \mu\text{C}$, a carga da superfície interna é $+4,0 \mu\text{C}$. (Não existem cargas no interior de condutores em situações estáticas.)

(b) Como o campo no interior da casca é zero, a carga de $+4,0 \mu\text{C}$ deve cancelar a carga da partícula que se encontra no interior da cavidade. Assim, a carga da partícula é $-4,0 \mu\text{C}$.

78. (a) Como o ponto está do lado de fora da esfera, usamos a Eq. 23-15:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(6,00 \times 10^{-12} \text{ C})}{(0,0600 \text{ m})^2} = 15,0 \text{ N/C}.$$

(b) Como o ponto está no interior da esfera, usamos a Eq. 23-20:

$$E = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(6,00 \times 10^{-12} \text{ C})(0,03 \text{ m})}{(0,04 \text{ m})^3} = 25,3 \text{ N/C}.$$

79. (a) O fluxo mássico é $wd\rho v = (3,22 \text{ m}) (1,04 \text{ m}) (1000 \text{ kg/m}^3) (0,207 \text{ m/s}) = 693 \text{ kg/s}$.

(b) Como a água passa apenas pela área wd , o fluxo mássico é o mesmo do item (a), 693 kg/s .

(c) O fluxo mássico é $(wd/2) \rho v = (693 \text{ kg/s})/2 = 347 \text{ kg/s}$.

(d) O fluxo mássico é $(wd/2) \rho v = 347 \text{ kg/s}$.

(e) O fluxo mássico é $(wd \cos \theta) \rho v = (693 \text{ kg/s}) (\cos 34^\circ) = 575 \text{ kg/s}$.

80. O campo produzido por uma placa carregada é dado pela Eq. 23-13. As duas placas são horizontais (paralelas ao plano xy), e produzem campos verticais (paralelos ao eixo z), que apontam para cima acima da posição da placa e apontam para baixo abaixo da posição da placa. Vamos chamar a placa que está no plano $z = 0$ de placa A e a placa que está no plano $z = 2,00 \text{ m}$ de placa B .

(a) O módulo do campo elétrico total na região entre as placas onde se encontra o plano $z = 1,00 \text{ m}$, é

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma_A}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\epsilon_0} = \frac{8,00 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2 - 3,00 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 2,82 \times 10^2 \text{ N/C} = 0,282 \text{ N/C}.$$

(b) O módulo do campo elétrico total na região acima das duas placas onde se encontra o plano $z = 3,00 \text{ m}$, é

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma_A}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_B}{2\epsilon_0} = \frac{8,00 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2 + 3,00 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 6,21 \times 10^2 \text{ N/C} = 0,621 \text{ N/C}.$$

81. (a) O campo é máximo na superfície da bola:

$$E_{\text{max}} = \left(\frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)_{\text{para } r=R} = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

De acordo com a Eq. 23-20, temos:

$$E_{\text{int}} = \frac{|q| r}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{E_{\text{max}}}{4} \Rightarrow r = \frac{R}{4} = 0,25R.$$

(b) Do lado de fora da bola, temos:

$$E_{\text{ext}} = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{E_{\text{max}}}{4} \Rightarrow r = 2,0R.$$

82. (a) Usamos as relações $m_e g = eE = e\sigma/\epsilon_0$ para calcular a densidade superficial de carga:

$$\sigma = \frac{m_e g \epsilon_0}{e} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s})(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 4,9 \times 10^{-22} \text{ C/m}^2.$$

(b) Para equilibrar a força gravitacional, que aponta para baixo, a força elétrica deve apontar para cima. Como $\vec{F}_e = q\vec{E}$ e, no caso do elétron, $q = -e < 0$, o campo elétron aponta para baixo.

Capítulo 24

1. (a) Como um ampère equivale a um coulomb por segundo, temos:

$$84 \text{ A} \cdot \text{h} = \left(84 \frac{\text{C} \cdot \text{h}}{\text{s}} \right) \left(3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \right) = 3,0 \times 10^5 \text{ C}.$$

(b) A variação de energia potencial é

$$\Delta U = q\Delta V = (3,0 \times 10^5 \text{ C})(12 \text{ V}) = 3,6 \times 10^6 \text{ J}.$$

2. A variação é

$$\Delta U = e\Delta V = 1,2 \times 10^9 \text{ eV}.$$

3. Se o potencial elétrico é zero no infinito, na superfície de uma esfera uniformemente carregada tem o valor $V = q/4\pi\epsilon_0 R$, na qual q é a carga da esfera e R é o raio da esfera. Assim, $q = 4\pi\epsilon_0 R V$ e o número de elétrons é

$$n = \frac{|q|}{e} = \frac{4\pi\epsilon_0 R |V|}{e} = \frac{(1,0 \times 10^{-6} \text{ m})(400 \text{ V})}{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} = 2,8 \times 10^5.$$

4. (a)

$$E = \frac{F}{e} = \frac{3,9 \times 10^{-15} \text{ N}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 2,4 \times 10^4 \text{ N/C} = 2,4 \times 10^4 \text{ V/m}$$

(b)

$$\Delta V = E\Delta s = (2,4 \times 10^4 \text{ N/C})(0,12 \text{ m}) = 2,9 \times 10^3 \text{ V} = 2,9 \text{ kV}.$$

5. O módulo do campo elétrico produzido por uma placa infinita não condutora é $E = \sigma/2\epsilon_0$, na qual σ é a densidade superficial de carga. O campo é perpendicular à superfície e é uniforme. Vamos colocar a origem do sistema de coordenadas na posição da placa e o eixo x paralelo ao campo e positivo no sentido do campo. Nesse caso, o potencial elétrico é

$$V = V_p - \int_0^x E dx = V_p - Ex,$$

na qual V_p é o potencial na posição da placa. As superfícies equipotenciais são superfícies de x constante, ou seja, planos paralelos à placa. Se a distância entre duas dessas superfícies é Δx , a diferença de potencial é

$$\Delta V = E\Delta x = (\sigma/2\epsilon_0)\Delta x.$$

Assim,

$$\Delta x = \frac{2\epsilon_0 \Delta V}{\sigma} = \frac{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(50 \text{ V})}{0,10 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2} = 8,8 \times 10^{-3} \text{ m} = 8,8 \text{ mm}.$$

6. (a) $V_B - V_A = \Delta U/q = -W/(-e) = -(3,94 \times 10^{-19} \text{ J})/(-1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 2,46 \text{ V}.$

(b) $V_C - V_A = V_B - V_A = 2,46 \text{ V}.$

(c) $V_C - V_B = 0$ (C e B estão na mesma linha equipotencial).

7. Ligamos o ponto A à origem seguindo uma trajetória sobre o eixo y , ao longo da qual não há diferença de potencial (Eq. 24-18: $\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$). Em seguida, ligamos a origem ao ponto B seguindo uma trajetória sobre o eixo x ; a diferença de potencial nesse percurso é

$$\Delta V = -\int_0^{x=4} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -4,00 \int_0^4 x \, dx = -4,00 \left(\frac{4^2}{2} \right) = -32,0$$

o que nos dá $V_B - V_A = -32,0 \text{ V}$.

8. (a) De acordo com a Eq. 24-18, a variação de potencial é o negativo da área sob a curva do campo elétrico em função da distância. Assim, usando a fórmula da área de um triângulo, temos:

$$V - 10 = \frac{1}{2}(2)(20) = 20,$$

o que nos dá $V = 30 \text{ V}$.

(b) No intervalo $0 < x < 3 \text{ m}$, $-\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$ é positiva; para $x > 3 \text{ m}$, é negativa. Assim, $V = V_{\max}$ para $x = 3 \text{ m}$. Usando a fórmula da área de um triângulo, temos:

$$V - 10 = \frac{1}{2}(3)(20),$$

o que nos dá $V_{\max} = 40 \text{ V}$.

(c) Diante do resultado do item (b), sabemos que o potencial se anula em um ponto de coordenada $X > 3 \text{ m}$ tal que a área de $x = 3 \text{ m}$ até $x = X$ é 40 V . Usando a fórmula da área de um triângulo para $3 \text{ m} < x < 4 \text{ m}$ e da área de um retângulo para $x > 4 \text{ m}$, temos:

$$\frac{1}{2}(1)(20) + (X - 4)(20) = 40,$$

o que nos dá $X = 5,5 \text{ m}$.

9. (a) O trabalho realizado pelo campo elétrico é

$$W = \int_i^f q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0 \sigma}{2\epsilon_0} \int_0^d dz = \frac{q_0 \sigma d}{2\epsilon_0} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(5,80 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2)(0,0356 \text{ m})}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ = 1,87 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

(b) Como $V - V_0 = -W/q_0 = -\sigma z/2\epsilon_0$, com $V_0 = 0$ na superfície da placa, o potencial elétrico no ponto P é

$$V = -\frac{\sigma z}{2\epsilon_0} = -\frac{(5,80 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2)(0,0356 \text{ m})}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = -1,17 \times 10^{-2} \text{ V}.$$

10. Na região entre as placas, ou seja, para $0 < x < 0,5 \text{ m}$, os campos produzidos pelas duas placas, dados pela Eq. 23-13, têm o mesmo sentido e o campo total é

$$\vec{E}_{\text{int}} = -\left[\frac{50 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} + \frac{25 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \right] \hat{i} = -(4,2 \times 10^3 \text{ N/C})\hat{i}.$$

Para $x > 0,5 \text{ m}$, os campos produzidos pelas duas placas têm sentidos opostos e o campo total é:

$$\vec{E}_{\text{ext}} = -\frac{50 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \hat{i} + \frac{25 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \hat{i} = -(1,4 \times 10^3 \text{ N/C})\hat{i}.$$

De acordo com a Eq. 24-18, temos:

$$\begin{aligned}\Delta V &= -\int_0^{0,8} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_0^{0,5} |\vec{E}_{\text{int}}| dx - \int_{0,5}^{0,8} |\vec{E}_{\text{ext}}| dx = -(4,2 \times 10^3)(0,5) - (1,4 \times 10^3)(0,3) \\ &= 2,5 \times 10^3 \text{ V} = 2,5 \text{ kV}.\end{aligned}$$

11. (a) Para $r = 1,45 \text{ cm} = 0,0145 \text{ m}$, o potencial é

$$\begin{aligned}V(r) &= V(0) - \int_0^r E(r) dr = 0 - \int_0^r \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} dr = -\frac{qr^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} \\ &= -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(3,50 \times 10^{-15} \text{ C})(0,0145 \text{ m})^2}{2(0,0231 \text{ m})^3} \\ &= -2,68 \times 10^{-4} \text{ V} = -0,268 \text{ mV}.\end{aligned}$$

(b) Como $\Delta V = V(0) - V(R) = q/8\pi\epsilon_0 R$, temos:

$$\begin{aligned}V(R) &= -\frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} = -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(3,50 \times 10^{-15} \text{ C})}{2(0,0231 \text{ m})} \\ &= -6,81 \times 10^{-4} \text{ V} = -0,681 \text{ mV}.\end{aligned}$$

12. A carga é

$$q = 4\pi\epsilon_0 R V = \frac{(10 \text{ m})(-1,0 \text{ V})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = -1,1 \times 10^{-9} \text{ C} = -1,1 \text{ nC}.$$

13. (a) A carga da esfera é

$$q = 4\pi\epsilon_0 R V = \frac{(0,15 \text{ m})(200 \text{ V})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 3,3 \times 10^{-9} \text{ C} = 3,3 \text{ nC}.$$

(b) A densidade superficial de carga é

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{3,3 \times 10^{-9} \text{ C}}{4\pi(0,15 \text{ m})^2} = 1,2 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2 = 12 \text{ nC/m}^2.$$

14. (a) A diferença de potencial é

$$\begin{aligned}V_A - V_B &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_A} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_B} = (1,0 \times 10^{-6} \text{ C})(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{1}{2,0 \text{ m}} - \frac{1}{1,0 \text{ m}} \right) \\ &= -4,5 \times 10^3 \text{ V} = -4,5 \text{ kV}.\end{aligned}$$

(b) Como $V(r)$ depende apenas do módulo de \vec{r} , o resultado é o mesmo do item (a): $V = -4,5 \text{ kV}$.

15. (a) O potencial elétrico V na superfície da gota, a carga q da gota e o raio R da gota estão relacionados através da equação $V = q/4\pi\epsilon_0 R$. Assim,

$$R = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 V} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(30 \times 10^{-12} \text{ C})}{500 \text{ V}} = 5,4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,54 \text{ mm}.$$

(b) Quando as gotas se combinam, o volume total fica duas vezes maior e, portanto, o raio da nova gota é $R' = 2^{1/3}R$. Como a carga da nova gota é $q' = 2q$, temos:

$$V' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{R'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{2^{1/3}R} = 2^{2/3}V = 2^{2/3}(500 \text{ V}) \approx 790 \text{ V}.$$

16. Como as partículas dos vértices estão todas à mesma distância do centro, e como a carga total dessas partículas é

$$2q_1 - 3q_1 + 2q_1 - q_1 = 0,$$

a contribuição dessas partículas para o potencial, de acordo com a Eq. 24-27, é zero. Assim, o potencial é a soma dos potenciais das duas partículas de carga $+4q_2$, que estão a uma distância $a/2$ do centro:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4q_2}{a/2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4q_2}{a/2} = \frac{16q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{16(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(6,00 \times 10^{-12} \text{ C})}{0,39 \text{ m}} = 2,21 \text{ V}.$$

17. O potencial elétrico no ponto P é

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{2d} - \frac{1}{d} + \frac{1}{d} + \frac{1}{d} \right] = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 d} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(5,00 \times 10^{-15} \text{ C})}{2(4,00 \times 10^{-2} \text{ m})}$$

$$= 5,62 \times 10^{-4} \text{ V} = 0,562 \text{ mV}.$$

18. Quando a partícula 2 está a uma distância infinita, o potencial na origem se deve apenas à carga da partícula 1:

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 d} = 5,76 \times 10^{-7} \text{ V}.$$

Assim, $q_1/d = (5,76 \times 10^7)/(8,99 \times 10^9) = 6,41 \times 10^{-17} \text{ C/m}$. De acordo com o gráfico da Fig. 24-34b, quando a partícula 2 se encontra no ponto $x = 0,080 \text{ m}$, o potencial total é zero. Assim,

$$0 = \frac{kq_2}{0,08 \text{ m}} + \frac{kq_1}{d} \Rightarrow q_2 = -0,08 \frac{q_1}{d} = -5,13 \times 10^{-18} \text{ C} = -\frac{5,13 \times 10^{-18}}{1,60 \times 10^{-19}} e = -32e.$$

19. Em primeiro lugar, observamos que $V(x)$ não pode ser igual a zero para $x > d$. Na verdade, $V(x)$ é negativa para todos os valores de x maiores que d . Vamos considerar as duas outras regiões do eixo x , $x < 0$ e $0 < x < d$.

(a) Para $0 < x < d$, temos $d_1 = x$ e $d_2 = d - x$. Assim,

$$V(x) = k \left(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{-3}{d-x} \right) = 0 \Rightarrow x = \frac{d}{4} = \frac{24,0 \text{ cm}}{4} = 6,0 \text{ cm}.$$

(b) Para $x < 0$, temos $d_1 = -x$ e $d_2 = d - x$. Assim,

$$V(x) = k \left(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{-x} + \frac{-3}{d-x} \right) = 0 \Rightarrow x = -\frac{d}{2} = -\frac{24,0 \text{ cm}}{2} = -12,0 \text{ cm}.$$

20. Como, de acordo com o enunciado, existe um ponto entre as duas cargas no qual o campo elétrico é zero, as cargas têm necessariamente o mesmo sinal, o que significa que os potenciais elétricos produzidos pelas cargas se somam em todos os pontos do espaço. Assim, não existe nenhum ponto, além do infinito, no qual o potencial elétrico é zero.

21. De acordo com a Eq. 24-30,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,47 \times 3,34 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})}{(52,0 \times 10^{-9} \text{ m})^2} = 1,63 \times 10^{-5} \text{ V} = 16,3 \mu\text{V}.$$

22. De acordo com as Eqs. 24-14 e 24-30, temos, para $\theta_i = 0^\circ$:

$$W_a = q\Delta V = e \left(\frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{p \cos \theta_i}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) = \frac{ep \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} (\cos \theta - 1)$$

De acordo com o gráfico da Fig. 24-36b, $W_a = -4,0 \times 10^{-30} \text{ J}$ para $\theta = 180^\circ$. Assim,

$$-4,0 \times 10^{-30} \text{ J} = \frac{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})p}{(20 \times 10^{-9} \text{ m})^2} \Rightarrow p = 5,6 \times 10^{-37} \text{ C} \cdot \text{m}.$$

23. (a) De acordo com a Eq. 24-35, o potencial é

$$\begin{aligned} V &= 2 \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{L/2 + \sqrt{(L/2)^2 + d^2}}{d} \right] \\ &= 2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(3,68 \times 10^{-12} \text{ C/m}) \ln \left[\frac{(0,06 \text{ m}/2) + \sqrt{(0,06 \text{ m})^2/4 + (0,08 \text{ m})^2}}{0,08 \text{ m}} \right] \\ &= 2,43 \times 10^{-2} \text{ V} = 24,3 \text{ mV}. \end{aligned}$$

(b) Por simetria, o potencial no ponto P é $V = 0$.

24. O potencial é

$$\begin{aligned} V_P &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{barra}} \frac{dq}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{\text{barra}} dq = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(25,6 \times 10^{-12} \text{ C})}{3,71 \times 10^{-2} \text{ m}} \\ &= -6,20 \text{ V}. \end{aligned}$$

Note que o resultado não depende do ângulo do arco e é igual ao que seria obtido no caso de uma carga pontual $-Q$ situada a uma distância R do ponto P . Esta “coincidência” se deve, em parte, ao fato de que o potencial V é uma grandeza escalar.

25. (a) Como todas as cargas estão à mesma distância R do ponto C , o potencial elétrico no ponto C é

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{R} - \frac{6Q_1}{R} \right) = -\frac{5Q_1}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{5(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,20 \times 10^{-12} \text{ C})}{8,20 \times 10^{-2} \text{ m}} = -2,30 \text{ V}.$$

(b) Todas as cargas estão à mesma distância do ponto P . Como essa distância, de acordo com o teorema de Pitágoras, é $\sqrt{R^2 + D^2}$, o potencial elétrico no ponto P é

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q_1}{\sqrt{R^2 + D^2}} - \frac{6Q_1}{\sqrt{R^2 + D^2}} \right] = -\frac{5Q_1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + D^2}} \\ &= -\frac{5(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,20 \times 10^{-12} \text{ C})}{\sqrt{(8,20 \times 10^{-2} \text{ m})^2 + (6,71 \times 10^{-2} \text{ m})^2}} \\ &= -1,78 \text{ V}. \end{aligned}$$

26. Podemos usar o mesmo raciocínio do livro (veja as Eqs. 24-33 a 24-35), mudando apenas o limite inferior da integral de $x = 0$ para $x = D$. O resultado é o seguinte:

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 + d^2}}{D + \sqrt{D^2 + d^2}} \right) = \frac{2,0 \times 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{4 + \sqrt{17}}{1 + \sqrt{2}} \right) = 2,18 \times 10^4 \text{ V}.$$

27. De acordo com o que foi observado na solução do Problema 24, as barras podem ser substituídas por cargas pontuais situadas à mesma distância do ponto considerado. Assim, fazendo $d = 0,010 \text{ m}$, temos:

$$\begin{aligned} V &= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{3Q_1}{8\pi\epsilon_0 d} - \frac{3Q_1}{16\pi\epsilon_0 d} = \frac{Q_1}{8\pi\epsilon_0 d} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(30 \times 10^{-9} \text{ C})}{2(0,01 \text{ m})} \\ &= 1,3 \times 10^4 \text{ V} = 13 \text{ kV}. \end{aligned}$$

28. Considere um segmento infinitesimal da barra, situado entre x e $x + dx$. O segmento tem comprimento dx e contém uma carga $dq = \lambda dx$, na qual $\lambda = Q/L$ é a densidade linear de carga. A distância entre o segmento e o ponto P_1 é $d + x$ e o potencial criado pelo segmento no ponto P_1 é

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{d+x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{d+x}.$$

Para calcular o potencial total no ponto P_1 , integramos o potencial dV para toda a extensão da barra, o que nos dá

$$\begin{aligned} V &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{d+x} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln(d+x) \Big|_0^L = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln\left(1 + \frac{L}{d}\right) \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(56,1 \times 10^{-15} \text{ C})}{0,12 \text{ m}} \ln\left(1 + \frac{0,12 \text{ m}}{0,025 \text{ m}}\right) \\ &= 7,39 \times 10^{-3} \text{ V} = 7,39 \text{ mV}. \end{aligned}$$

29. Usando o mesmo raciocínio dos Problemas 24 e 27, temos:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+Q_1}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+4Q_1}{2R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2Q_1}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(7,21 \times 10^{-12} \text{ C})}{2,00 \text{ m}} \\ &= 3,24 \times 10^{-2} \text{ V} = 32,4 \text{ mV}. \end{aligned}$$

30. De acordo com a Eq. 24-30, o potencial produzido pelo dipolo elétrico é

$$V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos 90^\circ}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 0.$$

Usando o mesmo raciocínio dos Problemas 24, 27 e 29, o potencial produzido pelo arco menor é $q_1/4\pi\epsilon_0 r_1$ e o potencial produzido pelo arco maior é $q_2/4\pi\epsilon_0 r_2$. Assim, temos:

$$V = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2 \mu\text{C}}{4,0 \text{ cm}} - \frac{3 \mu\text{C}}{6,0 \text{ cm}} \right) = 0.$$

31. Como a carga do disco é uniforme, o potencial no ponto P produzido por um quadrante é um quarto do potencial produzido pelo disco inteiro. Vamos primeiro calcular o potencial produzido pelo disco inteiro. Considere um anel de carga de raio r e largura infinitesimal dr . A área do anel é $2\pi r dr$ e a carga é $dq = 2\pi\sigma r dr$. Como todo o anel está a uma distância $\sqrt{r^2 + D^2}$ do ponto P , o potencial que o anel produz no ponto P é

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi\sigma r dr}{\sqrt{r^2 + D^2}} = \frac{\sigma r dr}{2\epsilon_0 \sqrt{r^2 + D^2}}.$$

O potencial total no ponto P é

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + D^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{r^2 + D^2} \Big|_0^R = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\sqrt{R^2 + D^2} - D \right].$$

O potencial V_q produzido por um quadrante no ponto P é, portanto,

$$\begin{aligned} V_q &= \frac{V}{4} = \frac{\sigma}{8\epsilon_0} \left[\sqrt{R^2 + D^2} - D \right] \\ &= \frac{(7,73 \times 10^{-15} \text{ C/m}^2)}{8(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \left[\sqrt{(0,640 \text{ m})^2 + (0,259 \text{ m})^2} - 0,259 \text{ m} \right] \\ &= 4,71 \times 10^{-5} \text{ V} = 47,1 \text{ } \mu\text{V}. \end{aligned}$$

Para $D \gg R$, temos:

$$V_q = \frac{\sigma}{8\epsilon_0} \left[\sqrt{R^2 + D^2} - D \right] \approx \frac{\sigma}{8\epsilon_0} \left[D \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{D^2} + \dots \right) - D \right] = \frac{\sigma}{8\epsilon_0} \frac{R^2}{2D} = \frac{\pi R^2 \sigma / 4}{4\pi\epsilon_0 D} = \frac{q_q}{4\pi\epsilon_0 D}$$

e o potencial é aproximadamente igual ao produzido por uma carga pontual $q_q = \pi R^2 \sigma / 4$.

32. Podemos usar a Eq. 24-32, com $dq = \lambda dx = bx dx$ (no intervalo $0 \leq x \leq 0,20 \text{ m}$).

(a) Nesse caso, $r = x$ e, portanto,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{0,20} \frac{bx dx}{x} = \frac{b(0,20)}{4\pi\epsilon_0} = 36 \text{ V}.$$

(b) Nesse caso, $r = \sqrt{x^2 + d^2}$ e, portanto,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{0,20} \frac{bxdx}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{b}{4\pi\epsilon_0} \left(\sqrt{x^2 + d^2} \right) \Big|_0^{0,20} = 18 \text{ V}.$$

33. Considere um segmento infinitesimal da barra, situado entre x e $x + dx$. O segmento tem um comprimento dx e uma carga $dq = \lambda dx = cx dx$. A distância entre o segmento e o ponto P_1 é $d + x$ e o potencial criado pelo segmento no ponto P_1 é

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{d+x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{cx dx}{d+x}.$$

Para calcular o potencial total no ponto P_1 , integramos o potencial dV para toda a extensão da barra, o que nos dá

$$\begin{aligned} V &= \frac{c}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{xdx}{d+x} = \frac{c}{4\pi\epsilon_0} [x - d \ln(x+d)] \Big|_0^L = \frac{c}{4\pi\epsilon_0} \left[L - d \ln \left(1 + \frac{L}{d} \right) \right] \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(28,9 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2) \left[0,120 \text{ m} - (0,030 \text{ m}) \ln \left(1 + \frac{0,120 \text{ m}}{0,030 \text{ m}} \right) \right] \\ &= 1,86 \times 10^{-2} \text{ V} = 18,6 \text{ mV}. \end{aligned}$$

34. O módulo do campo elétrico é dado por

$$|E| = \left| -\frac{\Delta V}{\Delta x} \right| = \frac{2(5,0 \text{ V})}{0,015 \text{ m}} = 6,7 \times 10^2 \text{ V/m}.$$

Em todos os pontos da região entre as placas, o campo \vec{E} aponta na direção da placa negativa.

35. De acordo com a Eq. 24-41,

$$E_x(x, y) = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}[(2,0 \text{ V/m}^2)x^2 - 3,0 \text{ V/m}^2)y^2] = -2(2,0 \text{ V/m}^2)x;$$

$$E_y(x, y) = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}[(2,0 \text{ V/m}^2)x^2 - 3,0 \text{ V/m}^2)y^2] = 2(3,0 \text{ V/m}^2)y.$$

Para $x = 3,0 \text{ m}$ e $y = 2,0 \text{ m}$, temos:

$$\vec{E} = (-12 \text{ V/m})\hat{i} + (12 \text{ V/m})\hat{j}.$$

36. De acordo com a Eq. 24-41,

$$\vec{E} = -\left(\frac{dV}{dx}\right)\hat{i} = -\frac{d}{dx}(1500x^2)\hat{i} = (-3000x)\hat{i} = (-3000 \text{ V/m}^2)(0,0130 \text{ m})\hat{i} = (-39 \text{ V/m})\hat{i}.$$

(a) O módulo do campo elétrico é $E = 39 \text{ V/m}$.

(b) O campo elétrico aponta para a placa 1.

37. De acordo com a Eq. 24-41,

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -2,00yz^2$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -2,00xz^2$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -4,00xyz$$

e, portanto, no ponto $(x, y, z) = (3,00 \text{ m}, -2,00 \text{ m}, 4,00 \text{ m})$, temos

$$(E_x, E_y, E_z) = (64,0 \text{ V/m}, -96,0 \text{ V/m}, 96,0 \text{ V/m}).$$

O módulo do campo é, portanto,

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = 150 \text{ V/m} = 150 \text{ N/C}.$$

38. (a) De acordo com o resultado do Problema 24-28, o potencial elétrico em um ponto de coordenada x é

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{x-L}{x}\right).$$

No ponto $x = d$, temos:

$$\begin{aligned} V &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right) = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(43,6 \times 10^{-15} \text{ C})}{0,135 \text{ m}} \ln\left(1 + \frac{0,135 \text{ m}}{d}\right) \\ &= (2,90 \times 10^{-3} \text{ V}) \ln\left(1 + \frac{0,135 \text{ m}}{d}\right) = (2,90 \text{ mV}) \ln\left(1 + \frac{0,135 \text{ m}}{d}\right). \end{aligned}$$

(b) Derivando o potencial em relação a x , temos:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \frac{\partial}{\partial x} \ln\left(\frac{x-L}{x}\right) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \frac{x}{x-L} \left(\frac{1}{x} - \frac{x-L}{x^2}\right) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x(x-L)} \\ &= -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(43,6 \times 10^{-15} \text{ C})}{x(x+0,135 \text{ m})} = -\frac{(3,92 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C})}{x(x+0,135 \text{ m})}, \end{aligned}$$

o que nos dá

$$|E_x| = \frac{(3,92 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C})}{x(x + 0,135 \text{ m})} = \frac{(0,392 \text{ mN} \cdot \text{m}^2/\text{C})}{x(x + 0,135 \text{ m})}.$$

(c) Como $E_x < 0$, o ângulo que o campo faz com o semieixo x positivo é 180° .

(d) Para $x = d = 6,20 \text{ cm}$, temos:

$$|E_x| = \frac{(3,92 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C})}{(0,0620 \text{ m})(0,0620 \text{ m} + 0,135 \text{ m})} = 0,0321 \text{ N/C} = 32,1 \text{ mN/C}.$$

(e) Considere dois pontos muito próximos da barra situados na mesma reta vertical, um de cada lado da barra. A componente E_y do campo elétrico é dada pela diferença de potencial elétrico entre os dois pontos dividida pela distância entre os pontos. Como os pontos estão situados à mesma distância da barra, a diferença de potencial é zero e, portanto, $E_y = 0$.

39. O campo elétrico em uma direção qualquer é o negativo da derivada do potencial V em relação à coordenada nessa direção. Neste problema, as derivadas em relação às direções x e y são as inclinações das retas das Figs. 24-46a e 24-46b, respectivamente. Assim, temos:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\left(\frac{-500 \text{ V}}{0,20 \text{ m}}\right) = 2500 \text{ V/m} = 2500 \text{ N/C}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\left(\frac{300 \text{ V}}{0,30 \text{ m}}\right) = -1000 \text{ V/m} = -1000 \text{ N/C}$$

A força a que o elétron é submetido é dada por $\vec{F} = q\vec{E}$, na qual $q = -e$. O sinal negativo associado ao valor de q significa que \vec{F} aponta no sentido oposto ao de \vec{E} . Para $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, temos:

$$\vec{F} = (-1,60 \times 10^{-19} \text{ C})[(2500 \text{ N/C})\hat{i} - (1000 \text{ N/C})\hat{j}] = (-4,0 \times 10^{-16} \text{ N})\hat{i} + (1,60 \times 10^{-16} \text{ N})\hat{j}.$$

40. (a) Considere um segmento infinitesimal da barra situado entre x e $x + dx$. A contribuição do segmento para o potencial no ponto P_2 é

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(x)dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{cx}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx.$$

Assim,

$$\begin{aligned} V &= \int_{\text{barra}} dV_P = \frac{c}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx = \frac{c}{4\pi\epsilon_0} (\sqrt{L^2 + y^2} - y) \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(49,9 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2) (\sqrt{(0,100 \text{ m})^2 + (0,0356 \text{ m})^2} - 0,0356 \text{ m}) \\ &= 3,16 \times 10^{-2} \text{ V} = 31,6 \text{ mV}. \end{aligned}$$

(b) A componente y do campo é

$$\begin{aligned} E_y &= -\frac{\partial V_P}{\partial y} = -\frac{c}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{dy} (\sqrt{L^2 + y^2} - y) = \frac{c}{4\pi\epsilon_0} \left(1 - \frac{y}{\sqrt{L^2 + y^2}}\right) \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(49,9 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2) \left(1 - \frac{0,0356 \text{ m}}{\sqrt{(0,100 \text{ m})^2 + (0,0356 \text{ m})^2}}\right) \\ &= 0,298 \text{ N/C}. \end{aligned}$$

(c) Calculamos o valor da componente E_y do campo elétrico a partir do potencial que foi calculado apenas em pontos do eixo y . Para calcular o valor da componente E_x teríamos que calcular primeiro o potencial em um ponto arbitrário do plano xy , da forma $V(x,y)$, para depois calcular o campo E_x usando a relação $E_x = -\partial V(x,y)/\partial x$.

41. Aplicando a lei de conservação da energia à partícula livre que está livre para se mover, obtemos:

$$0 + U_i = K_f + U_f,$$

na qual $U_i = qQ/4\pi\epsilon_0 r_i$, $U_f = qQ/4\pi\epsilon_0 r_f$, r_i é a distância inicial entre as partículas e r_f é a distância final.

(a) Como as partículas, por terem cargas de mesmo sinal, se repelem, o valor inicial da distância entre elas é $r_i = 0,60$ m e o valor final é $0,60$ m + $0,40$ m = $1,0$ m. Assim, temos:

$$\begin{aligned} K_f = U_i - U_f &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_i} - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_f} \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(7,5 \times 10^{-6} \text{ C})(20 \times 10^{-6} \text{ C}) \left(\frac{1}{0,60 \text{ m}} - \frac{1}{1,00 \text{ m}} \right) = 0,90 \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) Como as partículas, por terem cargas de sinais opostos, se atraem, o valor inicial da distância entre elas é $0,60$ m e o valor final é $0,60$ m - $0,40$ m = $0,20$ m. Assim, temos:

$$\begin{aligned} K_f = U_i - U_f &= -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_i} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_f} \\ &= -(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(7,5 \times 10^{-6} \text{ C})(20 \times 10^{-6} \text{ C}) \left(\frac{1}{0,60 \text{ m}} - \frac{1}{0,20 \text{ m}} \right) = 4,5 \text{ J}. \end{aligned}$$

42. (a) De acordo com a Eq. 24-43, temos:

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r} = k \frac{e^2}{r} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{2,00 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1,15 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

(b) Como $U > 0$ e $U \propto r^{-1}$, a energia potencial U diminui quando r aumenta.

43. Tomando a energia potencial elétrica do sistema como zero no infinito, a energia potencial inicial U_i do sistema é zero. Como a energia final é

$$U_f = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{2}a} - \frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{2}a} \right) = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right),$$

o trabalho necessário para montar o arranjo é

$$\begin{aligned} W = \Delta U = U_f - U_i = U_f &= \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right) \\ &= \frac{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2,30 \times 10^{-12} \text{ C})^2}{0,640 \text{ m}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right) \\ &= -1,92 \times 10^{-13} \text{ J} = -0,192 \text{ pJ}. \end{aligned}$$

44. O trabalho executado é igual à variação da energia potencial elétrica. De acordo com as Eqs. 24-14 e 24-26, temos:

$$W = \frac{(3e - 2e + 2e)(6e)}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(18)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{0,020 \text{ m}} = 2,1 \times 10^{-25} \text{ J}.$$

45. A energia potencial inicial da segunda partícula é $U_i = q^2/4\pi\epsilon_0 r_1$, a energia cinética inicial é $K_i = 0$, a energia potencial final é $U_f = q^2/4\pi\epsilon_0 r_2$ e a energia cinética final é $K_f = mv^2/2$, na qual v é a velocidade final da partícula. De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{1}{2}mv^2.$$

Explicitando v , obtemos

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 m} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2)(3,1 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{20 \times 10^{-6} \text{ kg}} \left(\frac{1}{0,90 \times 10^{-3} \text{ m}} - \frac{1}{2,5 \times 10^{-3} \text{ m}} \right)} \\ &= 2,5 \times 10^3 \text{ m/s} = 2,5 \text{ km/s}. \end{aligned}$$

46. Se q_1 é a carga do anel, q_2 é a carga pontual, r é o raio do anel e x é a distância entre a carga pontual e o centro do anel, o trabalho realizado por um agente externo é

$$\begin{aligned} W = \Delta U &= \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right) \\ &= (-9,0 \times 10^{-9} \text{ C})(-6,0 \times 10^{-12} \text{ C})(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \cdot \left[\frac{1}{1,5 \text{ m}} - \frac{1}{\sqrt{(1,5 \text{ m})^2 + (3,0 \text{ m})^2}} \right] \\ &= 1,8 \times 10^{-10} \text{ J}. \end{aligned}$$

47. Como no caso da força gravitacional, discutido no Capítulo 13, a *velocidade de escape* pode ser calculada igualando a energia cinética inicial ao valor absoluto da energia potencial:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{eq}{4\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{eq}{2\pi\epsilon_0 r m}} = \sqrt{\frac{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(1,6 \times 10^{-15} \text{ C})}{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0,01)(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}} \\ &= 2,2 \times 10^4 \text{ m/s} = 22 \text{ km/s}. \end{aligned}$$

48. A variação da energia potencial elétrica do sistema elétron-casca quando o elétron parte da posição inicial e chega à superfície da casca é $\Delta U = (-e)(-V) = eV$. Para que essa energia seja igual à energia inicial do elétron, $K_i = m_e v_i^2/2$, a velocidade inicial do elétron deve ser

$$v_i = \sqrt{\frac{2\Delta U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(125 \text{ V})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 6,63 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

49. Tomando a energia potencial como zero quando o elétron móvel está muito longe dos elétrons fixos, a energia potencial final do elétron móvel é $U_f = 2e^2/4\pi\epsilon_0 d$, na qual d é metade da distância entre os elétrons fixos. A energia inicial do elétron móvel é $K_i = mv^2/2$, na qual m é a massa e v é a velocidade inicial do elétron; a energia cinética final é zero. De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_i = U_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 d},$$

o que nos dá

$$v = \sqrt{\frac{4e^2}{4\pi\epsilon_0 dm}} = \sqrt{\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(0,010 \text{ m})(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}} = 3,2 \times 10^2 \text{ m/s} = 0,32 \text{ km/s}.$$

50. O trabalho necessário é

$$W = \Delta U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 Q}{2d} + \frac{q_2 Q}{d} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 Q}{2d} + \frac{(-q_1/2)Q}{d} \right) = 0.$$

51. (a) Seja c o comprimento do retângulo e ℓ a largura. Como a carga q_1 está a uma distância c do ponto A e a carga q_2 está a uma distância ℓ , o potencial elétrico no ponto A é

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{c} + \frac{q_2}{\ell} \right) = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{-5,0 \times 10^{-6} \text{ C}}{0,15 \text{ m}} + \frac{2,0 \times 10^{-6} \text{ C}}{0,050 \text{ m}} \right)$$

$$= +6,0 \times 10^4 \text{ V}.$$

(b) Como a carga q_1 está a uma distância ℓ do ponto B e a carga q_2 está a uma distância c , o potencial elétrico no ponto B é

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{\ell} + \frac{q_2}{c} \right) = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{-5,0 \times 10^{-6} \text{ C}}{0,050 \text{ m}} + \frac{2,0 \times 10^{-6} \text{ C}}{0,15 \text{ m}} \right)$$

$$= -7,8 \times 10^5 \text{ V}.$$

(c) Como a energia cinética é zero no início e no final do percurso, o trabalho realizado por um agente externo é igual à variação de energia potencial do sistema. A energia potencial é o produto da carga q_3 pelo potencial elétrico. Se U_A é a energia potencial quando q_3 está na posição A e U_B é a energia potencial quando q_3 está na posição B , o trabalho realizado para deslocar a carga de B para A é

$$W = U_A - U_B = q_3(V_A - V_B) = (3,0 \times 10^{-6} \text{ C})(6,0 \times 10^4 \text{ V} + 7,8 \times 10^5 \text{ V}) = 2,5 \text{ J}.$$

(d) Como o trabalho realizado pelo agente externo é positivo, esse trabalho faz a energia do sistema aumentar.

(e) e (f) Como a força eletrostática é conservativa, o trabalho não depende do percurso; assim, as duas respostas são iguais à do item (c).

52. De acordo com a Eq. 24-5, a Eq. 24-30 e o gráfico da Fig. 25-5b, a energia potencial do elétron no ponto de máxima aproximação do dipolo ($K_f = 0$) é

$$U_f = qV = -e \left[\frac{p \cos(180^\circ)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right] = \frac{ep}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

na qual $r = 0,020 \text{ m}$.

De acordo com o gráfico da Fig. 25-51b, $K_i = 100 \text{ eV}$. Como $K_f = U_i = 0$, a lei de conservação da energia nos dá $U_f = K_i = 100 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-17} \text{ J}$. Assim,

$$\frac{ep}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 1,6 \times 10^{-17} \text{ J} \Rightarrow p = \frac{(1,6 \times 10^{-17} \text{ J})(0,02)^2}{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} = 4,5 \times 10^{-12} \text{ C} \cdot \text{m}.$$

53. (a) Tomando como referência uma energia potencial zero quando a distância entre as esferas é infinita, a energia potencial elétrica do sistema é

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(5,0 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{1,00 \text{ m}} = 0,225 \text{ J}$$

(b) As duas esferas se repelem com uma força cujo módulo é

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(5,0 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{(1,00 \text{ m})^2} = 0,225 \text{ N}.$$

De acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração de cada esfera é igual à força de repulsão dividida pela massa da esfera. Sejam m_A e m_B as massas das esferas. A aceleração da esfera A é

$$a_A = \frac{F}{m_A} = \frac{0,225 \text{ N}}{5,0 \times 10^{-3} \text{ kg}} = 45,0 \text{ m/s}^2$$

e a aceleração da esfera B é

$$a_B = \frac{F}{m_B} = \frac{0,225 \text{ N}}{10 \times 10^{-3} \text{ kg}} = 22,5 \text{ m/s}^2.$$

(c) A energia potencial inicial, calculada no item (a), é $U = 0,225 \text{ J}$. A energia cinética inicial é zero, já que as esferas partem do repouso. A energia potencial final é praticamente zero, já que a distância entre as esferas é muito grande. A energia cinética final é $\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$, na qual v_A e v_B são as velocidades finais. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia,

$$U = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2.$$

De acordo com a lei de conservação do momento,

$$0 = m_A v_A + m_B v_B.$$

Explicitando v_B na equação do momento, obtemos $v_B = -(m_A/m_B)v_A$. Substituindo na equação da energia, obtemos

$$U = \frac{1}{2}(m_A/m_B)(m_A + m_B)v_A^2,$$

e, portanto,

$$v_A = \sqrt{\frac{2Um_B}{m_A(m_A + m_B)}} = \sqrt{\frac{2(0,225 \text{ J})(10 \times 10^{-3} \text{ kg})}{(5,0 \times 10^{-3} \text{ kg})(5,0 \times 10^{-3} \text{ kg} + 10 \times 10^{-3} \text{ kg})}} = 7,75 \text{ m/s}.$$

e

$$v_B = -\frac{m_A}{m_B} v_A = -\left(\frac{5,0 \times 10^{-3} \text{ kg}}{10 \times 10^{-3} \text{ kg}}\right)(7,75 \text{ m/s}) = -3,87 \text{ m/s},$$

o que nos dá $|v_B| = 3,87 \text{ m/s}$.

54. (a) Usando a relação $U = qV$, podemos “traduzir” o gráfico de tensão da Fig. 24-54 para um gráfico de energia em unidades de elétrons-volts. De acordo com o enunciado, a energia cinética do pósitron, em elétrons-volts, é $K_i = mv^2/2e = (9,11 \times 10^{-31})(1,0 \times 10^7)^2/2(1,6 \times 10^{-19}) = 284 \text{ eV}$. Como este valor é menor que a altura da barreira de energia potencial, 500 eV, o movimento do pósitron se inverte e ele emerge da região em que existe campo em $x = 0$.

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade final do pósitron é igual à velocidade inicial, $1,0 \times 10^7 \text{ m/s}$.

55. Vamos chamar de r a distância pedida. A energia cinética inicial do elétron é $K_i = \frac{1}{2}m_e v_i^2$, na qual $v_i = 3,2 \times 10^5 \text{ m/s}$. Quando a velocidade dobra de valor, a energia cinética passa a ser $4K_i$. Assim,

$$\Delta U = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\Delta K = -(4K_i - K_i) = -3K_i = -\frac{3}{2}m_e v_i^2,$$

o que nos dá

$$r = \frac{2e^2}{3(4\pi\epsilon_0)m_e v_i^2} = \frac{2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)}{3(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3,2 \times 10^5 \text{ m/s})^2} = 1,6 \times 10^{-9} \text{ m}.$$

56. De acordo com o gráfico da Fig. 24-53b, a energia potencial total do sistema é zero quando a partícula 3 está passando pelo ponto $x = 0,10$ m. De acordo com a Eq. 24-43, temos:

$$0 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 (d + 0,10 \text{ m})} + \frac{q_3 q_2}{4\pi\epsilon_0 (0,10 \text{ m})},$$

e, portanto,

$$q_3 \left(\frac{q_1}{d + 0,10 \text{ m}} + \frac{q_2}{0,10 \text{ m}} \right) = -\frac{q_1 q_2}{d},$$

o que nos dá $q_3 = -5,7 \mu\text{C}$.

57. Vamos chamar de 1 e 2 as partículas fixas e de partícula 3 a partícula móvel. Vamos também usar o índice 0 para representar a posição na qual as coordenadas da partícula 3 são (0, 0) e o índice 4 para representar a posição na qual as coordenadas são (0, 4 m). Aplicando a lei de conservação de energia à partícula 3, temos:

$$K_0 + U_0 = K_4 + U_4$$

na qual

$$U = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

(a) Fazendo $q_1 = q_2 = q$ e explicitando K_4 , obtemos:

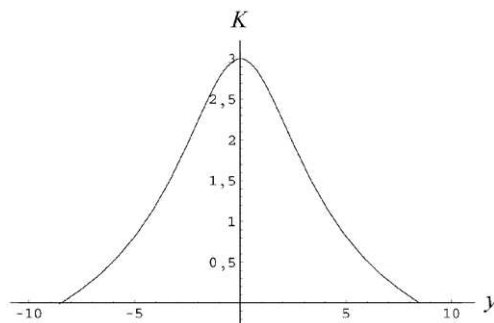
$$\begin{aligned} K_0 = K_4 + U_4 - U_0 &= 1,2 \text{ J} + \frac{2qq_3}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{1}{|x|} \right) \\ &= 1,2 \text{ J} - (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2)(50 \times 10^{-6} \text{ C})(15 \times 10^{-6} \text{ C}) \left(\frac{1}{\sqrt{9 \text{ m}^2 + 16 \text{ m}^2}} - \frac{1}{3 \text{ m}} \right) \\ &= 3,0 \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) Fazendo $K_f = 0$, temos:

$$K_0 + U_0 = U_f \Rightarrow 3,0 \text{ J} = \frac{2qq_3}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{3 \text{ m}} - \frac{1}{\sqrt{9 \text{ m}^2 + y^2}} \right),$$

o que nos dá $y = -8,5$ m. (A raiz negativa foi escolhida porque é pedido o valor negativo de y .)

A figura a seguir mostra a energia cinética da partícula 3 em função de y .



Como se pode ver no gráfico, $K = 3,0$ para $y = 0$ e $K = 0$ para $y = \pm 8,5$. A partícula oscila entre os dois pontos de retorno, $y = +8,5$ e $y = -8,5$.

58. (a) Quando o próton é liberado, sua energia é $K + U = 4,0 \text{ eV} + 3,0 \text{ eV} = 7,0 \text{ eV}$ (a energia potencial inicial pode ser obtida na Fig. 24-54). Isso significa que, se traçarmos uma reta horizontal para $V = 7,0 \text{ V}$ na Fig. 24-54, o ponto de retorno estará na interseção da reta horizontal com o gráfico do poço de potencial. Fazendo uma interpolação no trecho da reta entre $1,0 \text{ cm}$ e $3,0 \text{ cm}$, descobrimos que o ponto de retorno é, aproximadamente, $x = 1,7 \text{ cm}$.

(b) Para uma energia total de $7,0 \text{ eV}$, não existe ponto de retorno do lado direito; de acordo com a lei de conservação da energia, a velocidade do próton no ponto $x = 6,0 \text{ cm}$ é

$$v = \sqrt{\frac{2(2,0 \text{ eV})(1,6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 20 \text{ km/s}.$$

(c) O campo elétrico em qualquer ponto do gráfico da Fig. 24-54 é o negativo da inclinação do gráfico nesse ponto. Uma vez conhecido o campo elétrico, a força a que o próton está submetido pode ser calculada a partir da relação $F = eE$. Na região ligeiramente à esquerda do ponto $x = 3,0 \text{ cm}$, a inclinação do gráfico é $(3 \text{ V} - 9 \text{ V})/(0,03 \text{ m} - 0,01 \text{ m}) = -300 \text{ V/m}$, o campo é $E = 300 \text{ V/m}$ e o módulo da força é $F = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(300 \text{ V/m}) = 4,8 \times 10^{-17} \text{ N}$.

(d) A força \vec{F} , como o campo \vec{E} , aponta no sentido positivo do eixo x .

(e) Na região ligeiramente à direita do ponto $x = 5,0 \text{ cm}$, a inclinação do gráfico é $(5 \text{ V} - 3 \text{ V})/(0,06 \text{ m} - 0,05 \text{ m}) = 200 \text{ V/m}$, o campo é $E = -200 \text{ V/m}$ e o módulo da força é $F = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(200) = 3,2 \times 10^{-17} \text{ N}$.

(f) A força \vec{F} , como o campo \vec{E} , aponta no sentido negativo do eixo x .

59. (a) O campo elétrico na região entre as placas da Fig. 24-55 aponta para a esquerda, já que o campo elétrico sempre aponta do potencial mais alto para o potencial mais baixo. Como, de acordo com o enunciado, a força aponta para a esquerda, no mesmo sentido que o campo, a carga da partícula é positiva. Trata-se, portanto, de um próton.

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_0 + U_0 = K_f + U_f \Rightarrow \frac{1}{2} m_p v_0^2 + eV_1 = \frac{1}{2} m_p v_f^2 + eV_2,$$

o que nos dá

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + \frac{2e}{m_p}(V_1 - V_2)} = \sqrt{(90 \times 10^3 \text{ m/s})^2 + \frac{2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})}{1,67 \times 10^{-27}}(-70 \text{ V} + 50 \text{ V})}$$

$$= 6,53 \times 10^4 \text{ m/s} = 65,3 \text{ km/s}.$$

Note que a solução não depende do valor de d .

60. (a) Como o trabalho realizado é igual ao aumento de energia potencial, temos:

$$W = q\Delta V = (-e)\left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}\right) = 2,16 \times 10^{-13} \text{ J},$$

o que nos dá

$$Q = -1,20 \times 10^{-5} \text{ C} = -12,0 \text{ } \mu\text{C}.$$

(b) Como o trabalho é o mesmo, o aumento de energia potencial é

$$\Delta U = 2,16 \times 10^{-13} \text{ J} = 0,216 \text{ pJ}.$$

61. A distância entre dois pontos de uma circunferência de raio R separados por um ângulo θ (em radianos) é $r = 2R \sin(\theta/2)$. Usando este fato, distinguindo os casos em que N é ímpar e os casos em que N é par e calculando as interações entre pares de elétrons, podemos obter a energia potencial total nos dois casos.

No caso da configuração 1, temos:

$$U_{1,N=\text{par}} = \frac{Nke^2}{2R} \left(\sum_{j=1}^{\frac{N}{2}-1} \frac{1}{\sin(j\theta/2)} + \frac{1}{2} \right), \quad U_{1,N=\text{ímpar}} = \frac{Nke^2}{2R} \left(\sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \frac{1}{\sin(j\theta/2)} \right)$$

na qual $k = 1/4\pi\epsilon_0$ e $\theta = 2\pi/N$.

No caso da configuração 2, temos:

$$U_{2,N=\text{par}} = \frac{(N-1)ke^2}{2R} \left(\sum_{j=1}^{\frac{N}{2}-1} \frac{1}{\sin(j\theta'/2)} + 2 \right), \quad U_{2,N=\text{ímpar}} = \frac{(N-1)ke^2}{2R} \left(\sum_{j=1}^{\frac{N-3}{2}} \frac{1}{\sin(j\theta'/2)} + \frac{5}{2} \right)$$

na qual $\theta' = 2\pi/(N-1)$.

Os resultados são todos da forma

$$U_1 \text{ ou } U_2 = \frac{ke^2}{2R} \times \text{um número adimensional.}$$

A tabela a seguir mostra os números adimensionais para vários valores de N , nas duas configurações. Os valores da tabela são as energias potenciais divididas por $ke^2/2R$.

N	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_1	3,83	6,88	10,96	16,13	22,44	29,92	38,62	48,58	59,81	72,35	86,22	101,5
U_2	4,73	7,83	11,88	16,96	23,13	30,44	39,92	48,62	59,58	71,81	85,35	100,2

Vemos que a energia potencial da configuração 2 é maior que a da configuração 1 para $N < 12$; para $N \geq 12$, a energia potencial da configuração 1 é maior.

(a) O menor valor para o qual $U_2 < U_1$ é $N = 12$.

(b) Para $N = 12$, a configuração 2 é formada por 11 elétrons distribuídos ao longo de uma circunferência a intervalos iguais e um elétron central. A distância entre um dos elétrons da circunferência, e_0 , e o centro da circunferência é R ; a distância entre e_0 e os vizinhos mais próximos que pertencem à circunferência (um de cada lado) é

$$r = 2R \sin\left(\frac{\pi}{11}\right) \approx 0,56R.$$

A distância entre e_0 e os segundos vizinhos mais próximos é

$$r = 2R \sin\left(\frac{2\pi}{11}\right) \approx 1,1R$$

Assim, existem apenas dois elétrons mais próximos de e_0 que o elétron central.

62. (a) Se as duas esferas estão ligadas por um fio condutor, os potenciais V_1 e V_2 são necessariamente iguais. Assim, a resposta é que o potencial V_1 se torna igual ao potencial V_2 .

Fazendo $V_1 = q_1/4\pi\epsilon_0 R_1 = V_2 = q_2/4\pi\epsilon_0 R_2$, $q_1 + q_2 = q$ e $R_2 = 2R_1$, podemos obter os valores de q_1/q e q_2/q .

(b) $q_1/q = 1/3 = 0,333$.

(c) $q_2/q = 2/3 = 0,667$.

(d) A razão entre as densidades superficiais de carga das duas esferas é

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{q_1/4\pi R_1^2}{q_2/4\pi R_2^2} = \left(\frac{q_1/q}{q_2/q}\right) \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 2,00.$$

63. (a) O potencial elétrico é a soma das contribuições das esferas. Seja q_1 a carga da esfera 1, q_2 a carga da esfera 2 e d a distância entre as esferas. O potencial do ponto a meio caminho entre os centros das esferas é

$$V = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 d/2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,0 \times 10^{-8} \text{ C} - 3,0 \times 10^{-8} \text{ C})}{1,0 \text{ m}} = -1,8 \times 10^2 \text{ V}.$$

(b) A distância entre o centro de uma das esferas e a superfície da outra é $d - R$, na qual R é o raio das esferas. O potencial na superfície de cada esfera é a soma da contribuição da própria esfera com a contribuição da outra esfera. O potencial na superfície da esfera 1 é

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{R} + \frac{q_2}{d - R} \right] = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left[\frac{1,0 \times 10^{-8} \text{ C}}{0,030 \text{ m}} - \frac{3,0 \times 10^{-8} \text{ C}}{2,0 \text{ m} - 0,030 \text{ m}} \right]$$

$$= 2,9 \times 10^3 \text{ V} = 2,9 \text{ kV}.$$

(c) O potencial na superfície da esfera 2 é

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{d - R} + \frac{q_2}{R} \right] = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left[\frac{1,0 \times 10^{-8} \text{ C}}{2,0 \text{ m} - 0,030 \text{ m}} - \frac{3,0 \times 10^{-8} \text{ C}}{0,030 \text{ m}} \right]$$

$$= -8,9 \times 10^3 \text{ V} = -8,9 \text{ kV}.$$

64. Como o potencial elétrico é o mesmo em qualquer ponto do interior de um condutor, o potencial elétrico no centro também é $+400 \text{ V}$.

65. Se o potencial elétrico é zero no infinito, o potencial na superfície da esfera é dado por $V = q/4\pi\epsilon_0 r$, na qual q é a carga da esfera e r é o raio da esfera. Assim,

$$q = 4\pi\epsilon_0 rV = \frac{(0,15 \text{ m})(1500 \text{ V})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ C}.$$

66. Como a distribuição de carga tem simetria esférica, podemos escrever:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{env}}}{r^2},$$

na qual q_{env} é a carga envolvida por uma superfície esférica de raio r e centro na origem.

(a) Como $R_1 < R_2 < r$, temos:

$$E(r) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2,00 \times 10^{-6} \text{ C} + 1,00 \times 10^{-6} \text{ C})}{(4,00 \text{ m})^2}$$

$$= 1,69 \times 10^3 \text{ V/m} = 1,69 \text{ kV/m}.$$

(b) Como $R_1 < r < R_2$, temos:

$$E(r) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2,00 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0,700 \text{ m})^2}$$

$$= 3,67 \times 10^4 \text{ V/m} = 36,7 \text{ kV/m}.$$

(c) Como $r < R_1 < R_2$, $E = 0$.

Podemos calcular o potencial elétrico usando a Eq. 24-18:

$$V(r) - V(r') = \int_r^{r'} E(r) dr.$$

(d) Como $R_1 < R_2 < r$, temos:

$$V(r) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2,00 \times 10^{-6} \text{ C} + 1,00 \times 10^{-6} \text{ C})}{(4,00 \text{ m})}$$

$$= 6,74 \times 10^3 \text{ V} = 6,74 \text{ kV}.$$

(e) Como $R_1 < R_2 = r$, temos:

$$V(r) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2,00 \times 10^{-6} \text{ C} + 1,00 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1,00 \text{ m})}$$

$$= 2,70 \times 10^4 \text{ V} = 27,0 \text{ kV}.$$

(f) Como $R_1 < r < R_2$, temos:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{R_2} \right) = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{2,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{0,700 \text{ m}} + \frac{1,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{1,00 \text{ m}} \right)$$

$$= 3,47 \times 10^4 \text{ V} = 34,7 \text{ kV}.$$

(g) Como $r = R_1 < R_2$, temos:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{R_2} \right) = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{2,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{0,500 \text{ m}} + \frac{1,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{1,00 \text{ m}} \right)$$

$$= 4,50 \times 10^4 \text{ V} = 45,0 \text{ kV}.$$

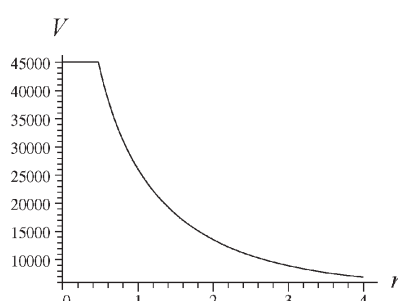
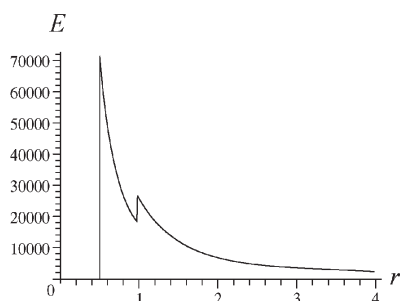
(h) Como $r < R_1 < R_2$,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \right) = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{2,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{0,500 \text{ m}} + \frac{1,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{1,00 \text{ m}} \right)$$

$$= 4,50 \times 10^4 \text{ V} = 45,0 \text{ kV}.$$

(i) Em $r = 0$, o potencial é o mesmo que no item (h), $V = 45,0 \text{ kV}$.

(j) As figuras a seguir mostram o campo elétrico e o potencial em função de r .



67. (a) O módulo do campo elétrico é

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{(3,0 \times 10^{-8} \text{ C})(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)}{(0,15 \text{ m})^2} = 1,2 \times 10^4 \text{ N/C}.$$

(b) $V = RE = (0,15 \text{ m})(1,2 \times 10^4 \text{ N/C}) = 1,8 \times 10^3 \text{ V} = 1,8 \text{ kV}.$

(c) Se x é a distância, temos:

$$\Delta V = V(x) - V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R+x} - \frac{1}{R} \right) = -500 \text{ V},$$

o que nos dá

$$x = \frac{R\Delta V}{-V - \Delta V} = \frac{(0,15 \text{ m})(-500 \text{ V})}{-1800 \text{ V} + 500 \text{ V}} = 5,8 \times 10^{-2} \text{ m} = 5,8 \text{ cm}.$$

68. Como a energia potencial do sistema é

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1 q_2}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} \right] = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(3,00 \times 10^{-6} \text{ C})(-4,00 \times 10^{-6} \text{ C})}{\sqrt{(3,50 + 2,00)^2 + (0,500 - 1,50)^2} \text{ cm}}$$

$$= -1,93 \text{ J},$$

o trabalho realizado pela força elétrica é $W_{\text{realizado}} = -U = 1,93 \text{ J}$ e, portanto, o trabalho necessário para colocar as cargas nas posições especificadas é $W_{\text{aplicado}} = -W_{\text{realizado}} = -1,93 \text{ J}.$

69. Imagine uma superfície gaussiana cilíndrica A de raio r e comprimento h , concêntrica com o cilindro. De acordo com a lei de Gauss,

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = 2\pi r h E = \frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0},$$

na qual q_{env} é a carga envolvida pela superfície gaussiana.

Vamos chamar de R o raio do cilindro. Para $r < R$, ou seja, no interior do cilindro, $q_{\text{env}} = 0$, e, portanto, $E = 0$.

Para $r > R$, ou seja, do lado de fora do cilindro, $q_{\text{env}} = q$, a carga total do cilindro, e o módulo do campo elétrico é

$$E = \frac{q}{2\pi r h \epsilon_0} = \frac{q/h}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0},$$

na qual λ é a densidade linear de carga.

(a) Vamos chamar de E_B o módulo do campo elétrico na superfície do cilindro, já que o ponto B está na superfície do cilindro. De acordo com a equação apresentada, para pontos do lado de fora do cilindro, o campo elétrico é inversamente proporcional a r :

$$E = E_B \frac{R_B}{r}, \quad r \geq R_B.$$

Assim, para $r = R_C = 0,050 \text{ m}$, temos:

$$E_C = E_B \frac{R_B}{R_C} = (160 \text{ N/C}) \left(\frac{0,020 \text{ m}}{0,050 \text{ m}} \right) = 64 \text{ N/C}.$$

(b) De acordo com a Eq. 24-18, a diferença de potencial $V_B - V_C$ é

$$V_B - V_C = - \int_{R_C}^{R_B} \frac{E_B R_B}{r} dr = E_B R_B \ln \left(\frac{R_C}{R_B} \right) = (160 \text{ N/C})(0,020 \text{ m}) \ln \left(\frac{0,050 \text{ m}}{0,020 \text{ m}} \right) = 2,9 \text{ V}.$$

(c) Como o campo elétrico no interior do cilindro é zero, todos os pontos do cilindro têm o mesmo potencial e, portanto, tanto o ponto A como o ponto B pertencem ao cilindro, $V_A - V_B = 0$.

70. (a) De acordo com a Eq. 24-18,

$$V_{\text{parede}} - V = - \int_r^R E dr,$$

e, portanto, para $E = \rho r / 2\epsilon_0$ (veja a solução do Problema 60 do Capítulo 23), temos:

$$0 - V = - \int_r^R \left(\frac{\rho r}{2\epsilon_0} \right) dr \Rightarrow -V = - \frac{\rho}{4\epsilon_0} (R^2 - r^2),$$

o que nos dá

$$V = \frac{\rho(R^2 - r^2)}{4\epsilon_0}.$$

(b) O valor da diferença de potencial para $r = 0$ é

$$V_{\text{eixo}} = \frac{-1,1 \times 10^{-3} \text{ C/m}^3}{4(8,85 \times 10^{-12} \text{ C/V} \cdot \text{m})} [(0,05 \text{ m})^2 - 0] = -7,8 \times 10^4 \text{ V} = -78 \text{ kV}.$$

Assim, o valor absoluto da diferença de potencial é $|V_{\text{eixo}}| = 78 \text{ kV}$.

71. De acordo com a Eq. 24-30, o potencial elétrico de um dipolo em um ponto qualquer do espaço é dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

na qual p é o módulo do momento \vec{p} do dipolo, θ é o ângulo entre \vec{p} e o vetor posição do ponto, e r é a distância entre o ponto e o dipolo.

Como, no eixo do dipolo, $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, $|\cos \theta| = 1$. Assim, o módulo do campo elétrico é

$$|\vec{E}| = \left| - \frac{\partial V}{\partial r} \right| = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \left| \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \right) \right| = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3}.$$

Nota: se tomarmos o eixo z como eixo do dipolo,

$$E^+ = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 z^3} \quad (z > 0) \quad \text{e} \quad E^- = -\frac{p}{2\pi\epsilon_0 z^3} \quad (z < 0)$$

72. De acordo com a Eq. 24-18, temos:

$$\Delta V = - \int_2^3 \frac{A}{r^4} dr = \frac{A}{3} \left(\frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3} \right) = (2,9 \times 10^{-2} \text{ m}^{-3}) A$$

73. (a) O potencial na superfície da esfera é

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{(4,0 \times 10^{-6} \text{ C})(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)}{0,10 \text{ m}} = 3,6 \times 10^5 \text{ V}.$$

(b) O campo logo acima da superfície da esfera seria

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{V}{R} = \frac{3,6 \times 10^5 \text{ V}}{0,10 \text{ m}} = 3,6 \times 10^6 \text{ V/m},$$

um valor maior que 3,0 MV/m. Assim, a resposta é não.

74. O trabalho realizado é igual à variação da energia potencial elétrica do sistema, dada por

$$U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{23}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{13}},$$

na qual r_{12} indica a distância entre as partículas 1 e 2, e uma convenção semelhante é usada para r_{23} e r_{13} .

(a) Considere a diferença entre a energia potencial com $r_{12} = b$ e $r_{23} = a$ e a energia potencial com $r_{12} = a$ e $r_{23} = b$ (r_{13} não muda). Convertendo os valores dados no enunciado para unidades do SI, temos:

$$W = \Delta U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 b} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 b} = -24 \text{ J}.$$

(b) Por simetria, quando as partículas 2 e 3 trocam de posição, as condições permanecem as mesmas do ponto de vista da energia potencial e, portanto,

$$W = \Delta U = 0.$$

75. Suponha que a distribuição de carga da Terra tem simetria esférica. Nesse caso, se o potencial elétrico é zero no infinito, o potencial elétrico na superfície da Terra é $V = q/4\pi\epsilon_0 R$, na qual q é a carga da Terra e $R = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ é o raio da Terra. Como o módulo do campo elétrico na superfície da Terra é $E = q/4\pi\epsilon_0 R^2$, temos:

$$V = ER = (100 \text{ V/m})(6,37 \times 10^6 \text{ m}) = 6,4 \times 10^8 \text{ V}.$$

76. De acordo com a lei de Gauss, $q = \epsilon_0 \Phi = +495,8 \text{ nC}$. Assim,

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,958 \times 10^{-7} \text{ C})}{0,120 \text{ m}} = 3,71 \times 10^4 \text{ V}.$$

77. A diferença de potencial é

$$\Delta V = E\Delta s = (1,92 \times 10^5 \text{ N/C})(0,0150 \text{ m}) = 2,90 \times 10^3 \text{ V}.$$

78. Como as cargas presentes nos arcos são equidistantes do ponto cujo potencial queremos calcular, podemos substituí-las por cargas pontuais e aplicar a Eq. 24-27. O resultado é o seguinte:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+Q_1}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2Q_1}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+3Q_1}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q_1}{R} \\ &= \frac{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4,52 \times 10^{-12} \text{ C})}{0,0850 \text{ m}} = 0,956 \text{ V}. \end{aligned}$$

79. A energia potencial elétrica na presença do dipolo é

$$U = qV_{\text{dipolo}} = \frac{qp \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(-e)(ed) \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Para $\theta_i = \theta_f = 0^\circ$, a lei de conservação da energia nos dá

$$K_f + U_f = K_i + U_i \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 md} \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{49} \right)} = 7,0 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

80. Podemos tratar o sistema como a combinação de um disco completo, de raio R com uma densidade superficial de carga σ , com um disco menor, de raio r e densidade superficial de carga $-\sigma$. Aplicando a Eq. 24-37 aos dois objetos, temos:

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z) + \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + r^2} - z).$$

Esta expressão se anula quando $r \rightarrow \infty$, como exige o problema. Substituindo por valores numéricos, temos:

$$V = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \left(\frac{5\sqrt{5} - \sqrt{101}}{10} \right) = \frac{(6,20 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2)(0,130 \text{ m})}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} \left(\frac{5\sqrt{5} - \sqrt{101}}{10} \right) \\ = 1,03 \times 10^{-2} \text{ V} = 10,3 \text{ mV}.$$

81. (a) O elétron é liberado com uma energia $K + U = 3,0 \text{ eV} - 6,0 \text{ eV} = -3,0 \text{ eV}$ (o valor da energia potencial pode ser obtido a partir do gráfico da Fig. 24-60 e do fato de que $U = qV = -eV$). Como a carga do elétron é negativa, é conveniente imaginar o eixo vertical em unidades de elétrons-volts e com um sinal negativo. Assim, o valor de 2 V para $x = 0$ se torna -2 eV , o valor de 6 V para $x = 4,5 \text{ cm}$ se torna -6 eV , etc. A energia total ($-3,0 \text{ eV}$) é constante e, portanto, pode ser representada nesse gráfico como uma reta horizontal em $-3,0 \text{ V}$. A reta intercepta o gráfico da energia potencial no ponto de retorno. Interpolando o trecho do gráfico no intervalo de 1,0 cm a 4,0 cm, descobrimos que o ponto de retorno é $x = 1,75 \text{ cm} \approx 1,8 \text{ cm}$.

(b) Como a reta não intercepta o gráfico de energia potencial em nenhum ponto à direita de $x = 4,5 \text{ cm}$, não há ponto de retorno se o elétron estiver se movendo para a direita. De acordo com a lei de conservação da energia, a energia cinética do elétron no ponto $x = 7,0 \text{ cm}$ é $K = -3,0 \text{ eV} - (-5,0 \text{ eV}) = 2,0 \text{ eV}$ e, portanto,

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(2,0 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 8,4 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

(c) O campo elétrico em um ponto qualquer é a inclinação do gráfico da tensão em função da distância nesse ponto com o sinal trocado. Uma vez conhecido o campo elétrico, podemos calcular a força a que o elétron está submetido usando a relação $\vec{F} = -e\vec{E}$. Usando esse método, determinamos que o campo elétrico na região imediatamente à esquerda do ponto $x = 4,0 \text{ cm}$ é $\vec{E} = (-133 \text{ V/m})\hat{i}$, a força é $\vec{F} = (2,1 \times 10^{-17} \text{ N})\hat{i}$ e o módulo da força é $F = 2,1 \times 10^{-17} \text{ N}$.

(d) O sinal positivo indica que a força aponta no sentido positivo do eixo x .

(e) Na região imediatamente à direita do ponto $x = 5,0 \text{ cm}$, o campo é $\vec{E} = (100 \text{ V/m})\hat{i}$, a força é $\vec{F} = (-1,6 \times 10^{-17} \text{ N})\hat{i}$ e o módulo da força é $F = 1,6 \times 10^{-17} \text{ N}$.

(f) O sinal negativo indica que a força aponta no sentido negativo do eixo x .

82. (a) O potencial seria

$$V_e = \frac{Q_e}{4\pi\epsilon_0 R_e} = \frac{4\pi R_e^2 \sigma_e}{4\pi\epsilon_0 R_e} = 4\pi R_e \sigma_e k \\ = 4\pi(6,37 \times 10^6 \text{ m})(1,0 \text{ elétron/m}^2)(-1,6 \times 10^{-19} \text{ C/elétron})(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \\ = -0,12 \text{ V}.$$

(b) O campo elétrico seria

$$E = \frac{\sigma_e}{\epsilon_0} = \frac{V_e}{R_e} = -\frac{0,12 \text{ V}}{6,37 \times 10^6 \text{ m}} = -1,8 \times 10^{-8} \text{ N/C},$$

o que nos dá $|E| = 1,8 \times 10^{-8} \text{ N/C}$.

(c) O sinal negativo de E significa que o campo elétrico aponta para baixo.

83. (a) De acordo com a Eq. 24-26, o potencial elétrico no ponto P é

$$V_P = \frac{-2e}{4\pi\epsilon_0 d_1} + \frac{2e}{4\pi\epsilon_0 d_2} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 (d/2)} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})}{2,00 \text{ m}}$$

$$= 7,19 \times 10^{-10} \text{ V}.$$

(b) Como $U = qV$, a contribuição da partícula móvel para a energia potencial é zero quando está a uma distância $r = \infty$ das partículas fixas. Quando está no ponto P , a contribuição é

$$U_m = qV_P = 2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(7,192 \times 10^{-10} \text{ V}) = 2,301 \times 10^{-28} \text{ J} \approx 2,30 \times 10^{-28} \text{ J}.$$

Assim, o trabalho realizado para deslocar a partícula móvel até o ponto P é

$$W_m = 2,30 \times 10^{-28} \text{ J}.$$

(c) Somando a contribuição U_m da carga móvel, obtida no item (b), com a contribuição U_f das cargas fixas, dada por

$$U_f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(-2e)}{\sqrt{(4,00 \text{ m})^2 + (2,00 \text{ m})^2}} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(4)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{\sqrt{20,0} \text{ m}}$$

$$= -2,058 \times 10^{-28} \text{ J},$$

temos:

$$U_{\text{total}} = U_m + U_f = 2,301 \times 10^{-28} \text{ J} - 2,058 \times 10^{-28} \text{ J} = 2,43 \times 10^{-29} \text{ J}.$$

84. Como o campo elétrico no interior da esfera é zero, o potencial é o mesmo em toda a esfera e, portanto, o potencial no ponto A tem o mesmo valor que na superfície de uma esfera carregada:

$$V_A = V_S = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

na qual q é a carga da esfera e R é o raio da esfera.

Em pontos fora da esfera, o potencial é dado pela Eq. 24-26 e, portanto,

$$V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

na qual r é a distância entre o ponto B e o centro da esfera.

(a) Temos:

$$V_S - V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = 3,6 \times 10^3 \text{ V} = 3,6 \text{ kV}.$$

(b) Temos:

$$V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = 3,6 \times 10^3 \text{ V} = 3,6 \text{ kV}.$$

85. Considerando como zero o potencial elétrico da carga móvel na posição inicial (a uma distância infinita das cargas fixas), o potencial elétrico na posição final é

$$V = \frac{+2e}{4\pi\epsilon_0 (2D)} + \frac{+e}{4\pi\epsilon_0 D} = \frac{2e}{4\pi\epsilon_0 D} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{4,00 \text{ m}}$$

$$= 7,192 \times 10^{-10} \text{ V}.$$

O trabalho realizado é igual à energia potencial na posição final da carga móvel:

$$W = qV = (2e)(7,192 \times 10^{-10} \text{ V}) = 2,30 \times 10^{-28} \text{ J}.$$

86. Como o potencial elétrico é uma grandeza escalar, o cálculo é muito mais simples que no caso do campo elétrico. Podemos simplesmente dividir por dois o potencial elétrico que seria produzido no ponto P por uma esfera completa. No caso de uma esfera completa (de mesma densidade volumétrica de carga), a carga seria $q_{\text{esfera}} = 8,00 \text{ } \mu\text{C}$. Assim,

$$V = \frac{1}{2} V_{\text{esfera}} = \frac{1}{2} \frac{q_{\text{esfera}}}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2} \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(8,00 \times 10^{-6} \text{ C})}{0,15 \text{ m}} = 2,40 \times 10^5 \text{ V}$$

$$= 240 \text{ kV}.$$

87. O trabalho necessário é igual à variação de energia potencial:

$$W = \Delta U = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 d'} - \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d'} - \frac{1}{d} \right)$$

$$= 2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(0,12 \text{ C})^2 \left(\frac{1}{1,7 \text{ m}/2} - \frac{1}{1,7 \text{ m}} \right) = 1,5 \times 10^8 \text{ J}.$$

A uma taxa $P = 0,83 \text{ kW} = 830 \text{ J/s}$, seriam necessários $W/P = 1,8 \times 10^5 \text{ s}$ ou cerca de 2,1 dias para realizar o trabalho.

88. (a) A distância entre as cargas e o ponto C é a mesma e pode ser calculada usando o teorema de Pitágoras: $r = \sqrt{(d/2)^2 + (d/2)^2} = d/\sqrt{2}$. O potencial elétrico total no ponto C é a soma dos potenciais produzidos pelas duas cargas, mas, graças à simetria do problema, podemos calcular o potencial produzido por uma das cargas e multiplicar o resultado por dois:

$$V = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}}{d} = \frac{2\sqrt{2}q}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2)\sqrt{2}(2,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{0,020 \text{ m}} = 2,5 \times 10^6 \text{ V} = 2,5 \text{ MV}.$$

(b) Quando a terceira carga é deslocada do infinito até o ponto C , a energia potencial varia de zero até qV , na qual V é o potencial elétrico no ponto C . A variação da energia potencial é igual ao trabalho necessário para deslocar a carga até a posição final:

$$W = qV = (2,0 \times 10^{-6} \text{ C})(2,54 \times 10^6 \text{ V}) = 5,1 \text{ J}.$$

(c) O trabalho calculado no item (b) é igual apenas à energia potencial da carga móvel na presença das duas cargas fixas. Para determinar a energia potencial total do sistema de três cargas, precisamos somar a energia potencial associada à interação das duas cargas fixas. Como a distância entre as cargas fixas é d , esta energia potencial é $q^2/4\pi\epsilon_0 d$ e a energia potencial total é

$$U = W + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = 5,1 \text{ J} + \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2,0 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{0,020 \text{ m}} = 6,9 \text{ J}.$$

89. O potencial no ponto P (o local onde colocamos o terceiro elétron) produzido pelas cargas fixas pode ser calculado usando a Eq. 24-27:

$$V_P = \frac{-e}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{-e}{4\pi\epsilon_0 d} = -\frac{2e}{4\pi\epsilon_0 d}.$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$V_P = -\frac{2e}{4\pi\epsilon_0 d} = -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{2,00 \times 10^{-6} \text{ m}} = -1,438 \times 10^{-3} \text{ V}.$$

De acordo com a Eq. 24-14, o trabalho necessário é

$$W = (-e)V_p = 2,30 \times 10^{-22} \text{ J}.$$

90. A partícula de carga $-q$ possui energia potencial e energia cinética, que dependem do raio da órbita. Para começar, vamos obter uma expressão para a energia total em termos do raio r da órbita. A força de atração da partícula de carga Q é responsável pelo movimento circular uniforme da carga $-q$. O módulo dessa força é $F = Qq/4\pi\epsilon_0 r^2$. A aceleração da partícula de carga $-q$ é v^2/r , na qual v é a velocidade da partícula. De acordo com a segunda lei de Newton, temos:

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow mv^2 = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r},$$

o que nos dá uma energia cinética

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 r}.$$

A energia potencial é

$$U = -\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

e a energia total é

$$E = K + U = \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 r}.$$

Quando o raio da órbita é r_1 , a energia é $E_1 = -Qq/8\pi\epsilon_0 r_1$; quando o raio da órbita é r_2 , a energia é $E_2 = -Qq/8\pi\epsilon_0 r_2$. A diferença $E_2 - E_1$ é o trabalho W realizado por um agente externo para mudar o raio:

$$W = E_2 - E_1 = -\frac{Qq}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{Qq}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

91. A velocidade inicial, v_i , do elétron satisfaz a relação

$$K_i = \frac{1}{2}m_e v_i^2 = e\Delta V,$$

que nos dá

$$v_i = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(1,60 \times 10^{-19} \text{ J})(625 \text{ V})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,48 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

92. O potencial elétrico total no ponto P é a soma dos potenciais produzidos pelas seis cargas:

$$\begin{aligned} V_P &= \sum_{i=1}^6 V_{Pi} = \sum_{i=1}^6 \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i} = \frac{10^{-15}}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{5,00}{\sqrt{d^2 + (d/2)^2}} + \frac{-2,00}{d/2} + \frac{-3,00}{\sqrt{d^2 + (d/2)^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3,00}{\sqrt{d^2 + (d/2)^2}} + \frac{-2,00}{d/2} + \frac{+5,00}{\sqrt{d^2 + (d/2)^2}} \right] = \frac{9,4 \times 10^{-16}}{4\pi\epsilon_0 (2,54 \times 10^{-2})} \\ &= 3,34 \times 10^{-4} \text{ V} = 0,334 \text{ mV}. \end{aligned}$$

93. Como, de acordo com o Problema 99, o potencial elétrico no eixo do anel é

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + R^2}},$$

a diferença de potencial entre os pontos A (situado no centro do anel) e B é

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}} - \frac{1}{R} \right) \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(16,0 \times 10^{-6} \text{ C}) \left[\frac{1}{\sqrt{(0,030 \text{ m})^2 + (0,040 \text{ m})^2}} - \frac{1}{0,030 \text{ m}} \right] \\ &= -1,92 \times 10^6 \text{ V} = -1,92 \text{ MV}. \end{aligned}$$

94. (a) De acordo com a Eq. 24-26, a superfície equipotencial é uma superfície esférica com centro na carga q e raio

$$r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 V} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,50 \times 10^{-8} \text{ C})}{30,0 \text{ V}} = 4,5 \text{ m}.$$

(b) Não. Se o potencial fosse uma função linear de r , as superfícies equipotenciais seriam igualmente espaçadas; como, neste caso, $V \propto 1/r$, o espaçamento diminui quando r aumenta.

95. (a) Para $r > r_2$ o potencial é o mesmo de uma carga pontual,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

(b) Para determinar o potencial na região $r_1 < r < r_2$, vamos usar a lei de Gauss para obter uma expressão do campo elétrico e, em seguida, calcular a integral dessa expressão em uma trajetória radial de r_2 até r . A superfície gaussiana é uma esfera de raio r , concêntrica com a casca. O campo elétrico é radial e, portanto, perpendicular à superfície. Como o módulo do campo elétrico é o mesmo em todos os pontos da superfície, o fluxo através da superfície é $\Phi = 4\pi r^2 E$. Como o volume da casca é $(4\pi/3)(r_2^3 - r_1^3)$, a densidade volumétrica de carga é

$$\rho = \frac{3Q}{4\pi(r_2^3 - r_1^3)}$$

e a carga envolvida pela superfície gaussiana é

$$q = \left(\frac{4\pi}{3} \right) (r^3 - r_1^3) \rho = Q \left(\frac{r^3 - r_1^3}{r_2^3 - r_1^3} \right).$$

De acordo com a lei de Gauss, temos:

$$\rho = \frac{3Q}{4\pi(r_2^3 - r_1^3)},$$

o que nos dá

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r^3 - r_1^3}{r^2(r_2^3 - r_1^3)}.$$

Se V_s é o potencial elétrico na superfície externa da casca ($r = r_2$), o potencial a uma distância r do centro é dado por

$$\begin{aligned} V &= V_s - \int_{r_2}^r E dr = V_s - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \int_{r_2}^r \left(r - \frac{r_1^3}{r^2} \right) dr \\ &= V_s - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r_2^2}{2} + \frac{r_1^3}{r} - \frac{r_1^3}{r_2} \right). \end{aligned}$$

O potencial na superfície externa pode ser calculado fazendo $r = r_2$ na expressão obtida no item (a); o resultado é $V_s = Q/4\pi\epsilon_0 r_2$. Fazendo esta substituição e agrupando termos, obtemos:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \left(\frac{3r_2^2}{2} - \frac{r^2}{2} - \frac{r_1^3}{r} \right).$$

Como $\rho = 3Q/4\pi(r_2^3 - r_1^3)$, temos:

$$V = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{3r_2^2}{2} - \frac{r^2}{2} - \frac{r_1^3}{r} \right).$$

(c) Como o campo elétrico é zero no interior da cavidade, o potencial é o mesmo em toda a cavidade e na superfície interna da casca. Fazendo $r = r_1$ na expressão obtida no item (b) e agrupando termos, obtemos:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(r_2^2 - r_1^2)}{2(r_2^3 - r_1^3)},$$

ou, em termos da densidade volumétrica de carga,

$$V = \frac{\rho}{2\epsilon_0} (r_2^2 - r_1^2).$$

(d) Sim; fazendo $r = r_2$ nas expressões obtidas nos itens (a) e (b) e $r = r_1$ nas expressões obtidas nos itens (b) e (c), constatamos que as três soluções são compatíveis.

96. (a) Vamos usar a lei de Gauss para obter expressões para o campo elétrico dentro e fora da distribuição esférica de carga. Como o campo é radial, o potencial elétrico pode ser escrito como uma integral do campo ao longo de um dos raios da esfera, prolongado até o infinito. A integral deve ser dividida em duas partes, uma do infinito até a superfície da distribuição de carga e a outra da superfície até o centro da distribuição. Do lado de fora da distribuição, o módulo do campo é $E = q/4\pi\epsilon_0 r^2$ e o potencial é $V = q/4\pi\epsilon_0 r$, na qual r é a distância entre o ponto considerado e o centro da distribuição. Estas expressões são as mesmas do campo elétrico e do potencial produzidos por uma carga pontual. Para obter uma expressão para o módulo do campo no interior da distribuição de carga, usamos uma superfície gaussiana de forma esférica, de raio r , concêntrica com a distribuição. Como o campo é normal à superfície gaussiana e tem o mesmo valor em todos os pontos da superfície, o fluxo através da superfície é $\Phi = 4\pi r^2 E$. A carga envolvida é qr^3/R^3 . De acordo com a lei de Gauss,

$$4\pi\epsilon_0 r^2 E = \frac{qr^3}{R^3} \Rightarrow E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}.$$

Se V_s é o potencial na superfície da distribuição (ou seja, o potencial para $r = R$), o potencial em um ponto interno, situado a uma distância r do centro da distribuição, é dado por

$$V = V_s - \int_R^r E dr = V_s - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \int_R^r r dr = V_s - \frac{qr^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} + \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R}.$$

O potencial na superfície da distribuição pode ser calculado substituindo r por R na expressão para pontos do lado de fora da distribuição; o resultado é $V_s = q/4\pi\epsilon_0 R$. Assim,

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} - \frac{r^2}{2R^3} + \frac{1}{2R} \right] = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (3R^2 - r^2).$$

(b) A diferença de potencial é

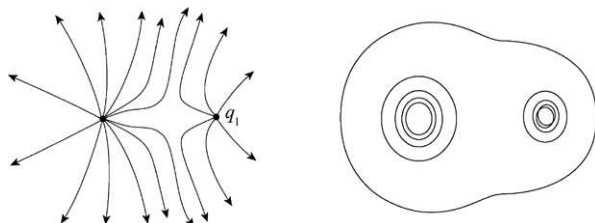
$$\Delta V = V_s - V_c = \frac{2q}{8\pi\epsilon_0 R} - \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R} = -\frac{q}{8\pi\epsilon_0 R},$$

o que nos dá

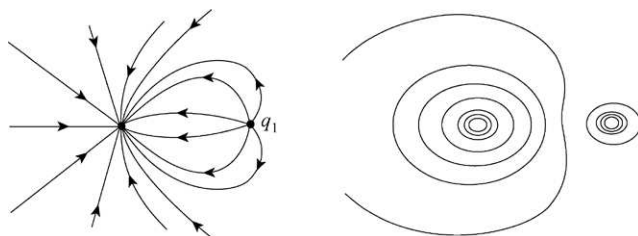
$$|\Delta V| = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R}.$$

97. Nos desenhos a seguir, as linhas com setas são linhas de campo e as linhas sem setas são equipotenciais. Em todos os desenhos, q_2 é a carga da esquerda e q_1 é a carga da direita.

(a)



(b)



98. A energia potencial elétrica é

$$U = k \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 d} \left(q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_4 + q_3 q_4 + \frac{q_1 q_4}{\sqrt{2}} + \frac{q_2 q_3}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= \frac{(8,99 \times 10^9)}{1,3} \left[(12)(-24) + (12)(31) + (-24)(17) + (31)(17) + \frac{(12)(17)}{\sqrt{2}} + \frac{(-24)(31)}{\sqrt{2}} \right] (10^{-19})^2$$

$$= -1,2 \times 10^{-6} \text{ J} = -1,2 \mu\text{J}.$$

99. (a) A carga é a mesma em todos os pontos do anel que estão à mesma distância de um ponto P do eixo; a distância é $r = \sqrt{z^2 + R^2}$, na qual R é o raio do anel e z é a distância entre o centro do anel e o ponto P . O potencial elétrico no ponto P é

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{\sqrt{z^2 + R^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}} \int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{z^2 + R^2}}.$$

(b) O campo elétrico aponta na direção do eixo do anel, e o módulo é dado por

$$E = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial z} (z^2 + R^2)^{-1/2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} \right) (z^2 + R^2)^{-3/2} (2z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}},$$

o que está de acordo com a Eq. 22-16.

100. A distância r pedida é aquela para a qual a partícula alfa possui (momentaneamente) energia cinética zero. Assim, de acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_0 + U_0 = K + U \Rightarrow (0,48 \times 10^{-12}) + \frac{(2e)(92e)}{4\pi\epsilon_0 r_0} = 0 + \frac{(2e)(92e)}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Fazendo $r_0 = \infty$ (para que $U_0 = 0$), obtemos $r = 8,8 \times 10^{-14} \text{ m}$.

101. (a) Vamos chamar de r a distância entre os quarks. A energia potencial elétrica para dois quarks up, em elétrons-volts, é dada por

$$U_{\text{up-up}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e/3)(2e/3)}{r} = \frac{4ke}{9r} = \frac{4(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{9(1,32 \times 10^{-15} \text{ m})} e$$

$$= 4,84 \times 10^5 \text{ eV} = 0,484 \text{ MeV}.$$

(b) Para os três quarks, temos:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(2e/3)(2e/3)}{r} + \frac{(-e/3)(2e/3)}{r} + \frac{(-e/3)(2e/3)}{r} \right] = 0.$$

102. (a) Como, na menor distância centro a centro d_p , a energia cinética inicial K_i do próton foi totalmente convertida em energia potencial elétrica entre o próton e o núcleo, temos:

$$K_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eq_{\text{chumbo}}}{d_p} = \frac{82e^2}{4\pi\epsilon_0 d_p}.$$

Explicitando d_p , obtemos:

$$d_p = \frac{82e^2}{4\pi\epsilon_0 K_i} = k \frac{82e^2}{K_i} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{82(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(4,80 \times 10^6 \text{ eV})}$$

$$= 2,5 \times 10^{-14} \text{ m} = 25 \text{ fm}.$$

(b) Nesse caso,

$$K_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha q_{\text{chumbo}}}{d_\alpha} = 2 \left(\frac{82e^2}{4\pi\epsilon_0 d_\alpha} \right) = \frac{82e^2}{4\pi\epsilon_0 d_p},$$

o que nos dá $d_\alpha/d_p = 2,0$.

103. Para que a energia potencial elétrica não mude com a introdução da terceira partícula, é preciso que o potencial elétrico total produzido no ponto P pelas outras duas partículas seja zero:

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} = 0.$$

Fazendo $r_1 = 5d/2$ e $r_2 = 3d/2$, obtemos $q_1 = -5q_2/3$, o que nos dá

$$\frac{q_1}{q_2} = -\frac{5}{3} \approx -1,7.$$

104. Imagine que todas as cargas da superfície da esfera sejam deslocadas para o centro da esfera. De acordo com a lei de Gauss, isso não mudaria o campo elétrico do lado de fora da esfera. Assim, o módulo E do campo elétrico de uma esfera uniformemente carregada a uma distância do centro da esfera é dado por $E(r) = q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ para $r > R$, na qual R é o raio da esfera. O potencial V na superfície da esfera é dado por

$$V(R) = V|_{r=\infty} + \int_{\infty}^R E(r) dr = \int_{\infty}^R \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,50 \times 10^8 \text{ C})}{0,160 \text{ m}}$$

$$= 843 \text{ V}.$$

105. (a) Como $V = 1000 \text{ V}$, a equação $V = q/4\pi\epsilon_0 R$, na qual $R = 0,010 \text{ m}$ é o raio da esfera, nos dá a carga da esfera, $q = 1,1 \times 10^{-9} \text{ C}$. Dividindo por e , obtemos o número de elétrons que entraram na esfera, $n = 6,95 \times 10^9$ elétrons. Como esse número de elétrons corresponde à metade dos $3,7 \times 10^8$ decaimentos por segundo, o tempo necessário é

$$t = \frac{6,95 \times 10^9}{(3,7 \times 10^8 \text{ s}^{-1})/2} = 38 \text{ s}.$$

(b) Uma energia de 100 keV equivale a $1,6 \times 10^{-14} \text{ J}$ (por elétron que entrou na esfera). Como a capacidade térmica da esfera é $1,40 \text{ J/K}$, a energia necessária para obtermos um aumento de temperatura $\Delta T = 5,0 \text{ K}$ é $(1,40 \text{ J/K})(5,0 \text{ K}) = 70 \text{ J}$. Dividindo por $1,6 \times 10^{-14} \text{ J}$, descobrimos que o número de elétrons necessário para produzir esse aumento de temperatura é $(70 \text{ J})/(1,6 \times 10^{-14} \text{ J}) = 4,375 \times 10^{15}$ decaimentos. Multiplicando esse número por 2, já que apenas metade dos elétrons penetra na esfera, obtemos

$$N = 8,75 \times 10^{15} \text{ decaimentos}.$$

Como a atividade do revestimento de níquel tem uma atividade de $3,7 \times 10^8$ decaimentos por segundo, o tempo necessário para que $8,75 \times 10^{15}$ decaimentos ocorram é

$$t = \frac{8,75 \times 10^{15}}{3,7 \times 10^8} = 2,36 \times 10^7 \text{ s} = \frac{2,36 \times 10^7 \text{ s}}{86.400 \text{ s/dia}} \approx 273 \text{ dias}.$$

Capítulo 25

1. (a) A capacitância do sistema é

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{70 \text{ pC}}{20 \text{ V}} = 3,5 \text{ pF}.$$

(b) Como a capacitância não depende da carga, o valor é o mesmo do item (a):

$$C = 3,5 \text{ pF}.$$

(c) O novo valor da diferença de potencial é

$$\Delta V = \frac{q}{C} = \frac{200 \text{ pC}}{3,5 \text{ pF}} = 57 \text{ V}.$$

2. A corrente no circuito persiste até que a diferença de potencial entre os terminais do capacitor seja igual à força eletromotriz da bateria. Quando isso acontece, a carga do capacitor é $q = CV$ e é igual à carga total que passou pela bateria. Assim,

$$q = (25 \times 10^{-6} \text{ F})(120 \text{ V}) = 3,0 \times 10^{-3} \text{ C} = 3,0 \text{ mC}.$$

3. (a) A capacitância de um capacitor de placas paralelas é dada por $C = \epsilon_0 A/d$, na qual A é a área das placas e d é a distância entre as placas. Como as placas são circulares, a área das placas é $A = \pi R^2$, em que R é o raio das placas. Assim,

$$C = \frac{\epsilon_0 \pi R^2}{d} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})\pi(8,2 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{1,3 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1,44 \times 10^{-10} \text{ F} = 144 \text{ pF}.$$

(b) A carga da placa positiva é dada por $q = CV$, na qual V é a diferença de potencial entre as placas. Assim,

$$q = (1,44 \times 10^{-10} \text{ F})(120 \text{ V}) = 1,73 \times 10^{-8} \text{ C} = 17,3 \text{ nC}.$$

4. (a) De acordo com a Eq. 25-17,

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} = \frac{(40,0 \text{ mm})(38,0 \text{ mm})}{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(40,0 \text{ mm} - 38,0 \text{ mm})} = 84,5 \text{ pF}.$$

(b) Vamos chamar de A a área das placas. Nesse caso, $C = \epsilon_0 A/(b-a)$ e

$$A = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0} = \frac{(84,5 \text{ pF})(40,0 \text{ mm} - 38,0 \text{ mm})}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 191 \text{ cm}^2.$$

5. Se R é o raio de uma das gotas, quando as gotas se fundem, o volume passa a ser $V = 2(4\pi/3)R^3$ e o raio da nova gota, R' , é dado por

$$\frac{4\pi}{3}(R')^3 = 2\frac{4\pi}{3}R^3 \Rightarrow R' = 2^{1/3}R.$$

A nova capacitância é

$$C' = 4\pi\epsilon_0 R' = 4\pi\epsilon_0 2^{1/3}R = 5,04\pi\epsilon_0 R.$$

Para $R = 2,00 \text{ mm}$, obtemos

$$q = C_{\text{eq}}V = 3CV = 3(25,0 \mu\text{F})(4200 \text{ V}) = 0,315 \text{ C} = 315 \text{ mC}.$$

6. Podemos usar a equação $C = A\epsilon_0/d$.

(a) A distância entre as placas é

$$d = \frac{A\epsilon_0}{C} = \frac{(1,00 \text{ m}^2)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)}{1,00 \text{ F}} = 8,85 \times 10^{-12} \text{ m}.$$

(b) Como d é menor que o diâmetro de um átomo ($\sim 10^{-10} \text{ m}$), este capacitor não é fisicamente viável.

7. Para uma dada diferença de potencial V , a carga na superfície da placa é

$$q = Ne = (nAd)e$$

na qual d é a profundidade da qual os elétrons migram para a superfície e n é a densidade dos elétrons de condução. De acordo com a Eq. 25-1, a carga acumulada na placa está relacionada à capacitância e à diferença de potencial através da equação $q = CV$. Combinando as duas expressões, obtemos

$$\frac{C}{A} = ne \frac{d}{V}.$$

Para $d/V = d_s/V_s = 5,0 \times 10^{-14} \text{ m/V}$ e $n = 8,49 \times 10^{28} / \text{m}^3$ (veja o Exemplo “Carregamento de um capacitor de placas paralelas”), obtemos

$$\frac{C}{A} = (8,49 \times 10^{28} / \text{m}^3)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(5,0 \times 10^{-14} \text{ m/V}) = 6,79 \times 10^{-4} \text{ F/m}^2.$$

8. A capacitância equivalente é dada por $C_{\text{eq}} = q/V$, na qual q é a carga total dos capacitores e V é a diferença de potencial entre os terminais dos capacitores. No caso de N capacitores iguais em paralelo, $C_{\text{eq}} = NC$, na qual C é a capacitância de um dos capacitores. Assim, $NC = q/V$ e

$$N = \frac{q}{VC} = \frac{1,00 \text{ C}}{(110 \text{ V})(1,00 \times 10^{-6} \text{ F})} = 9,09 \times 10^3.$$

9. A carga que atravessa o medidor A é

$$q = C_{\text{eq}}V = 3CV = 3(25,0 \mu\text{F})(4200 \text{ V}) = 0,315 \text{ C} = 315 \text{ mC}.$$

10. A capacitância equivalente é

$$C_{\text{eq}} = C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 4,00 \mu\text{F} + \frac{(10,0 \mu\text{F})(5,00 \mu\text{F})}{10,0 \mu\text{F} + 5,00 \mu\text{F}} = 7,33 \mu\text{F}.$$

11. A capacitância equivalente é

$$C_{\text{eq}} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{(10,0 \mu\text{F} + 5,00 \mu\text{F})(4,00 \mu\text{F})}{10,0 \mu\text{F} + 5,00 \mu\text{F} + 4,00 \mu\text{F}} = 3,16 \mu\text{F}.$$

12. Como os dois capacitores de $6,0 \mu\text{F}$ estão em paralelo, a capacitância equivalente é $C_{\text{eq}} = 12 \mu\text{F}$. Assim, a carga total armazenada (antes da modificação) é

$$q_{\text{total}} = C_{\text{eq}}V = (12 \mu\text{F})(10,0 \text{ V}) = 120 \mu\text{C}.$$

(a) e (b) Após a modificação, a capacitância de um dos capacitores aumenta para $12 \mu\text{F}$ (já que, de acordo com a Eq. 25-9, a capacitância é inversamente proporcional à distância entre as placas), o que representa um aumento de $6,0 \mu\text{F}$ da capacitância e um aumento da carga de

$$\Delta q_{\text{total}} = \Delta C_{\text{eq}}V = (6,0 \mu\text{F})(10,0 \text{ V}) = 60 \mu\text{C}.$$

13. A carga inicial do primeiro capacitor é $q = C_1 V_0$, na qual $C_1 = 100 \text{ pF}$ é a capacitância e $V_0 = 50 \text{ V}$ é a diferença de potencial inicial. Depois que a bateria é desligada e o segundo capacitor é ligado em paralelo com o primeiro, a carga do primeiro capacitor passa a ser $q_1 = C_1 V$, na qual $V = 35 \text{ V}$ é a nova diferença de potencial. Como a carga é conservada no processo, a carga do segundo capacitor é $q_2 = q - q_1$, na qual C_2 é a capacitância do segundo capacitor. Substituindo q por $C_1 V_0$ e q_1 por $C_1 V$, obtemos $q_2 = C_1 (V_0 - V)$. Como a diferença de potencial entre os terminais do segundo capacitor também é V , a capacitância é

$$C_2 = \frac{q_2}{V} = \frac{V_0 - V}{V} C_1 = \frac{50 \text{ V} - 35 \text{ V}}{35 \text{ V}} (100 \text{ pF}) = 43 \text{ pF}.$$

14. (a) Como a diferença de potencial entre os terminais de C_1 é $V_1 = 10,0 \text{ V}$,

$$q_1 = C_1 V_1 = (10,0 \text{ } \mu\text{F})(10,0 \text{ V}) = 1,00 \times 10^{-4} \text{ C} = 100 \text{ } \mu\text{C}.$$

(b) Considere primeiro o conjunto formado pelo capacitor C_2 e os dois vizinhos mais próximos. A capacitância do conjunto é

$$C_{\text{eq}} = C + \frac{C_2 C}{C + C_2} = 1,50 \text{ C}.$$

A diferença de potencial entre os terminais do conjunto é

$$V = \frac{C V_1}{C + C_{\text{eq}}} = \frac{C V_1}{C + 1,50 \text{ C}} = 0,40 V_1.$$

Como essa diferença de potencial é dividida igualmente entre C_2 e o capacitor em série com C_2 , a diferença de potencial entre os terminais de C_2 é $V_2 = V/2 = V_1/5$. Assim,

$$q_2 = C_2 V_2 = (10,0 \text{ } \mu\text{F}) \left(\frac{10,0 \text{ V}}{5} \right) = 2,00 \times 10^{-5} \text{ C} = 20,0 \text{ } \mu\text{C}.$$

15. (a) A capacitância equivalente dos dois capacitores de $4,00 \text{ } \mu\text{F}$ ligados em série é dada por $4,00 \text{ } \mu\text{F}/2 = 2,00 \text{ } \mu\text{F}$. Este conjunto está ligado em paralelo com outros dois capacitores de $2,00 \text{ } \mu\text{F}$ (um de cada lado), o que resulta em uma capacitância equivalente $C = 3(2,00 \text{ } \mu\text{F}) = 6,00 \text{ } \mu\text{F}$. Esse conjunto está em série com outro conjunto, formado por dois capacitores de $3,0 \text{ } \mu\text{F}$ ligados em paralelo [que equivalem a um capacitor de capacitância $C' = 2(3,00 \text{ } \mu\text{F}) = 6,00 \text{ } \mu\text{F}$]. Assim, a capacitância equivalente do circuito é

$$C_{\text{eq}} = \frac{C C'}{C + C'} = \frac{(6,00 \text{ } \mu\text{F})(6,00 \text{ } \mu\text{F})}{6,00 \text{ } \mu\text{F} + 6,00 \text{ } \mu\text{F}} = 3,00 \text{ } \mu\text{F}.$$

(b) Como a tensão da bateria é $V = 20,0 \text{ V}$, temos:

$$q = C_{\text{eq}} V = (3,00 \text{ } \mu\text{F})(20,0 \text{ V}) = 6,00 \times 10^{-5} \text{ C} = 60,0 \text{ } \mu\text{C}.$$

(c) A diferença de potencial entre os terminais de C_1 é

$$V_1 = \frac{C V}{C + C'} = \frac{(6,00 \text{ } \mu\text{F})(20,0 \text{ V})}{6,00 \text{ } \mu\text{F} + 6,00 \text{ } \mu\text{F}} = 10,0 \text{ V}.$$

(d) A carga do capacitor C_1 é

$$q_1 = C_1 V_1 = (3,00 \text{ } \mu\text{F})(10,0 \text{ V}) = 3,00 \times 10^{-5} \text{ C} = 30,0 \text{ } \mu\text{C}.$$

(e) A diferença de potencial entre os terminais de C_2 é

$$V_2 = V - V_1 = 20,0 \text{ V} - 10,0 \text{ V} = 10,0 \text{ V}.$$

(f) A carga do capacitor C_2 é

$$q_2 = C_2 V_2 = (2,00 \text{ } \mu\text{F})(10,0 \text{ V}) = 2,00 \times 10^{-5} \text{ C} = 20,0 \text{ } \mu\text{C}.$$

(g) Como a diferença de potencial V_2 é dividida igualmente entre C_3 e C_5 , a diferença de potencial entre os terminais de C_3 é $V_3 = V_2/2 = (10,0 \text{ V})/2 = 5,00 \text{ V}$.

(h) $q_3 = C_3 V_3 = (4,00 \mu\text{F})(5,00 \text{ V}) = 2,00 \times 10^{-5} \text{ C} = 20,0 \mu\text{C}$.

16. Podemos determinar as capacitâncias a partir da inclinação das retas do gráfico da Fig. 25-32a. Assim, $C_1 = (12 \mu\text{C})/(2,0 \text{ V}) = 6,0 \mu\text{F}$, $C_2 = (8 \mu\text{C})/(2,0 \text{ V}) = 4,0 \mu\text{F}$ e $C_3 = (4 \mu\text{C})/(2,0 \text{ V}) = 2,0 \mu\text{F}$. A capacitância equivalente dos capacitores 2 e 3 é

$$C_{23} = 4,0 \mu\text{F} + 2,0 \mu\text{F} = 6,0 \mu\text{F}$$

Como $C_{23} = C_1 = 6,0 \mu\text{F}$, a tensão da bateria é dividida igualmente entre o capacitor 1 e os capacitores 2 e 3. Assim, a tensão entre os terminais do capacitor 2 é $(6,0 \text{ V})/2 = 3,0 \text{ V}$ e a carga do capacitor 2 é $(4,0 \mu\text{F})(3,0 \text{ V}) = 12 \mu\text{C}$.

17. A diferença de potencial inicial entre os terminais de C_1 é

$$V_1 = \frac{C_{\text{eq}} V}{C_1 + C_2} = \frac{(3,16 \mu\text{F})(100,0 \text{ V})}{10,0 \mu\text{F} + 5,00 \mu\text{F}} = 21,1 \text{ V}.$$

Assim,

(b) $\Delta V_1 = 100,0 \text{ V} - 21,1 \text{ V} = 78,9 \text{ V}$

e

(a) $\Delta q_1 = C_1 \Delta V_1 = (10,0 \mu\text{F})(78,9 \text{ V}) = 7,89 \times 10^{-4} \text{ C} = 789 \mu\text{C}$.

18. Como a tensão entre os terminais de C_3 é $V_3 = (12 \text{ V} - 2 \text{ V} - 5 \text{ V}) = 5 \text{ V}$, a carga de C_3 é $q_3 = C_3 V_3 = 4 \mu\text{C}$.

(a) Como C_1 , C_2 e C_3 estão ligados em série (e, portanto, têm a mesma carga),

$$C_1 = \frac{4 \mu\text{C}}{2 \text{ V}} = 2,0 \mu\text{F}.$$

(b) Analogamente,

$$C_2 = \frac{4 \mu\text{C}}{5 \text{ V}} = 0,80 \mu\text{F}.$$

19. A carga de C_3 é $q_3 = 12 \mu\text{C} - 8,0 \mu\text{C} = 4,0 \mu\text{C}$. Como a carga de C_4 é $q_4 = 8,0 \mu\text{C}$, a tensão entre os terminais de C_4 é $q_4/C_4 = 2,0 \text{ V}$. A tensão entre os terminais de C_3 é $V_3 = 2,0 \text{ V}$ e, portanto,

(b) $C_3 = \frac{q_3}{V_3} = 2,0 \mu\text{F}$.

C_3 e C_4 estão em paralelo e são equivalentes a um capacitor de $6,0 \mu\text{F}$ em série com C_2 ; como $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$, a Eq. 25-20 nos dá uma capacitância equivalente de $(6,0 \mu\text{F})(3,0 \mu\text{F})/(6,0 \mu\text{F})(3,0 \mu\text{F}) = 2,0 \mu\text{F}$ em série com C_1 . Sabemos que a capacitância total do circuito (no sentido de que é a capacitância “vista” pela bateria) é

$$\frac{12 \mu\text{C}}{V_{\text{bateria}}} = \frac{4}{3} \mu\text{F}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 25-20,

(a) $\frac{1}{C_1} + \frac{1}{2 \mu\text{F}} = \frac{3}{4} \mu\text{F} \Rightarrow C_1 = 4,0 \mu\text{F}.$

20. Um capacitor desse tipo, com n placas fixas e n placas móveis, pode ser considerado um conjunto de $2n - 1$ capacitores em paralelo, com uma distância d entre as placas. A capacitância é máxima quando as placas móveis estão totalmente introduzidas entre as placas fixas, caso em que a área efetiva das placas é A . Assim, a capacitância de cada capacitor é $C_0 = \epsilon_0 A/d$ e a capacitância total do conjunto é

$$C = (n-1)C_0 = \frac{(n-1)\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8-1)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(1,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{3,40 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$= 2,28 \times 10^{-12} \text{ F} = 2,28 \text{ pF}.$$

21. (a) Quando as chaves são fechadas, os dois capacitores ficam ligados em paralelo. A diferença de potencial entre os pontos a e b é dada por $V_{ab} = Q/C_{\text{eq}}$, na qual Q é a carga total do conjunto e C_{eq} é a capacitância equivalente, dada por $C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 4,0 \times 10^{-6} \text{ F}$. A carga total do conjunto é a soma das cargas armazenadas pelos dois capacitores. Como a carga do capacitor 1 era

$$q_1 = C_1 V = (1,0 \times 10^{-6} \text{ F})(100 \text{ V}) = 1,0 \times 10^{-4} \text{ C};$$

e a carga do capacitor 2 era

$$q_2 = C_2 V = (3,0 \times 10^{-6} \text{ F})(100 \text{ V}) = 3,0 \times 10^{-4} \text{ C},$$

a carga total do conjunto é $3,0 \times 10^{-4} \text{ C} - 1,0 \times 10^{-4} \text{ C} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ C}$. A diferença de potencial é

$$V_{ab} = \frac{2,0 \times 10^{-4} \text{ C}}{4,0 \times 10^{-6} \text{ F}} = 50 \text{ V}.$$

(b) A nova carga do capacitor 1 é $q_1 = C_1 V_{ab} = (1,0 \times 10^{-6} \text{ F})(50 \text{ V}) = 5,0 \times 10^{-5} \text{ C}$.

(c) A nova carga do capacitor 2 é $q_2 = C_2 V_{ab} = (3,0 \times 10^{-6} \text{ F})(50 \text{ V}) = 1,5 \times 10^{-4} \text{ C}$.

22. Não podemos usar a lei de conservação da energia porque, antes que o equilíbrio seja atingido, parte da energia é dissipada na forma de calor e de ondas eletromagnéticas. Entretanto, a carga é conservada. Assim, se $Q = C_1 V_{\text{bat}} = 100 \mu\text{C}$ e q_1 , q_2 e q_3 são as cargas armazenadas nos capacitores C_1 , C_2 e C_3 depois que a chave é acionada para a direita e o equilíbrio é atingido, temos:

$$Q = q_1 + q_2 + q_3.$$

Como C_2 e C_3 têm o mesmo valor e estão ligados em paralelo, $q_2 = q_3$. Como os dois capacitores estão ligados em paralelo com C_1 , $V_1 = V_3$ e, portanto, $q_1/C_1 = q_3/C_3$ e $q_1 = q_3/2$. Assim,

$$Q = (q_3/2) + q_3 + q_3 = 5q_3/2,$$

o que nos dá $q_3 = 2Q/5 = 2(100 \mu\text{C})/5 = 40 \mu\text{C}$ e, portanto, $q_1 = q_3/2 = 20 \mu\text{C}$.

23. A capacitância equivalente é $C_{123} = [(C_3)^{-1} + (C_1 + C_2)^{-1}]^{-1} = 6 \mu\text{F}$.

(a) A carga que passa pelo ponto a é $C_{123} V_{\text{bat}} = (6 \mu\text{F})(12 \text{ V}) = 72 \mu\text{C}$. Dividindo por $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, obtemos o número de elétrons, $N = 4,5 \times 10^{14}$, que se movem para a esquerda, em direção ao terminal positivo da bateria.

(b) Como a capacitância equivalente de C_1 e C_2 é $C_{12} = C_1 + C_2 = 12 \mu\text{F}$, a tensão entre os terminais da capacitância equivalente (que é igual à tensão entre os terminais de C_1 e à tensão entre os terminais de C_2) é $(72 \mu\text{C})/(12 \mu\text{F}) = 6 \text{ V}$. Assim, a carga armazenada em C_1 é $q_1 = (4 \mu\text{F})(6 \text{ V}) = 24 \mu\text{C}$. Dividindo por e , obtemos o número de elétrons, $N_1 = 1,5 \times 10^{14}$, que passam pelo ponto b , em direção ao capacitor C_1 .

(c) A carga armazenada em C_2 é $q_2 = (8 \mu\text{F})(6 \text{ V}) = 48 \mu\text{C}$. Dividindo por e , obtemos o número de elétrons, $N_2 = 3,0 \times 10^{14}$, que passam pelo ponto c , em direção ao capacitor C_2 .

(d) Finalmente, como C_3 está em série com a bateria, a carga de C_3 é igual à carga que passa pela bateria (e também pela chave). Assim, $N_3 = N_1 + N_2 = 1,5 \times 10^{14} + 3,0 \times 10^{14} = 4,5 \times 10^{14}$ elétrons passam pelo ponto d , em direção aos capacitores C_1 e C_2 .

(e) Os elétrons estão se movendo para cima ao passarem pelo ponto b .

(f) Os elétrons estão se movendo para cima ao passarem pelo ponto c .

24. De acordo com a Eq. 25-14, as capacitâncias são

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0 L_1}{\ln(b_1/a_1)} = \frac{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,050 \text{ m})}{\ln(15 \text{ mm}/5,0 \text{ mm})} = 2,53 \text{ pF}$$

$$C_2 = \frac{2\pi\epsilon_0 L_2}{\ln(b_2/a_2)} = \frac{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,090 \text{ m})}{\ln(10 \text{ mm}/2,5 \text{ mm})} = 3,61 \text{ pF}.$$

Inicialmente, a capacitância equivalente é

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(2,53 \text{ pF})(3,61 \text{ pF})}{2,53 \text{ pF} + 3,61 \text{ pF}} = 1,49 \text{ pF}$$

e a carga dos capacitores é $(1,49 \text{ pF})(10 \text{ V}) = 14,9 \text{ pC}$.

Se o capacitor 2 é modificado da forma descrita no enunciado, temos:

$$C'_2 = \frac{2\pi\epsilon_0 L_2}{\ln(b'_2/a_2)} = \frac{2\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,090 \text{ m})}{\ln(25 \text{ mm}/2,5 \text{ mm})} = 2,17 \text{ pF}.$$

A nova capacitância equivalente é

$$C'_{12} = \frac{C_1 C'_2}{C_1 + C'_2} = \frac{(2,53 \text{ pF})(2,17 \text{ pF})}{2,53 \text{ pF} + 2,17 \text{ pF}} = 1,17 \text{ pF}$$

e a nova carga dos capacitores é $(1,17 \text{ pF})(10 \text{ V}) = 11,7 \text{ pC}$. Assim, a carga transferida pela bateria em consequência da modificação é $14,9 \text{ pC} - 11,7 \text{ pC} = 3,2 \text{ pC}$.

(a) Como o número de elétrons que passam pelo ponto P é igual à carga transferida dividida por e , temos:

$$N = \frac{3,2 \times 10^{-12} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 2,0 \times 10^7.$$

(b) Os elétrons transferidos pela bateria se movem para a direita na Fig. 25-39 (ou seja, na direção do capacitor 1), já que as placas positivas dos capacitores (as que estão mais próximas do ponto P) se tornaram *menos positivas* com a modificação. Uma placa metálica fica positiva quando possui mais prótons que elétrons. Neste problema, com a modificação, parte dos elétrons “voltou” para as placas positivas dos capacitores, tornando-as menos positivas.

25. A Eq. 23-14 pode ser aplicada aos dois capacitores. Como $\sigma = q/A$, a carga total é

$$q_{\text{total}} = q_1 + q_2 = \sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 = \epsilon_0 E_1 A_1 + \epsilon_0 E_2 A_2 = 3,6 \text{ pC}.$$

26. Inicialmente, os capacitores C_1 , C_2 e C_3 formam um conjunto equivalente a um único capacitor, que vamos chamar de C_{123} . A capacitância deste capacitor é dada pela equação

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_1(C_2 + C_3)}.$$

Como $q = C_{123}V = q_1 = C_1 V_1$, temos:

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q}{C_1} = \frac{C_{123}}{C_1} V = \frac{C_2 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3} V.$$

(a) Quando $C_3 \rightarrow \infty$, a expressão apresentada se torna $V_1 = V$. Como, de acordo com o enunciado, $V_1 \rightarrow 10 \text{ V}$ neste limite, concluímos que $V = 10 \text{ V}$.

(b) e (c) De acordo com o gráfico da Fig. 25-41c, $V_1 = 2,0 \text{ V}$ para $C_3 = 0$. Nesse caso, a expressão apresentada nos dá $C_1 = 4C_2$. O gráfico mostra ainda que, quando $C_3 = 6,0 \mu\text{F}$, $V_1 = 5 \text{ V} = V/2$. Assim,

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2} = \frac{C_2 + 6,0 \mu\text{F}}{C_1 + C_2 + 6,0 \mu\text{F}} = \frac{C_2 + 6,0 \mu\text{F}}{4C_1 + C_2 + 6,0 \mu\text{F}},$$

o que nos dá $C_2 = 2,0 \mu\text{F}$ e $C_1 = 4C_2 = 8,0 \mu\text{F}$.

27. (a) Com apenas a chave S_1 fechada, os capacitores 1 e 3 estão em série e, portanto, suas cargas são iguais:

$$q_1 = q_3 = \frac{C_1 C_3 V}{C_1 + C_3} = \frac{(1,00 \mu\text{F})(3,00 \mu\text{F})(12,0 \text{ V})}{1,00 \mu\text{F} + 3,00 \mu\text{F}} = 9,00 \mu\text{C}.$$

(b) Como os capacitores 2 e 4 também estão em série,

$$q_2 = q_4 = \frac{C_2 C_4 V}{C_2 + C_4} = \frac{(2,00 \mu\text{F})(4,00 \mu\text{F})(12,0 \text{ V})}{2,00 \mu\text{F} + 4,00 \mu\text{F}} = 16,0 \mu\text{C}.$$

(c) $q_3 = q_1 = 9,00 \mu\text{C}$.

(d) $q_4 = q_2 = 16,0 \mu\text{C}$.

(e) Quando a chave 2 é fechada, a diferença de potencial V_1 entre os terminais de C_1 se torna igual à diferença de potencial entre os terminais de C_2 e é dada por

$$V_1 = \frac{C_3 + C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} V = \frac{(3,00 \mu\text{F} + 4,00 \mu\text{F})(12,0 \text{ V})}{1,00 \mu\text{F} + 2,00 \mu\text{F} + 3,00 \mu\text{F} + 4,00 \mu\text{F}} = 8,40 \text{ V}.$$

Assim, $q_1 = C_1 V_1 = (1,00 \mu\text{F})(8,40 \text{ V}) = 8,40 \mu\text{C}$.

(f) $q_2 = C_2 V_1 = (2,00 \mu\text{F})(8,40 \text{ V}) = 16,8 \mu\text{C}$.

(g) $q_3 = C_3(V - V_1) = (3,00 \mu\text{F})(12,0 \text{ V} - 8,40 \text{ V}) = 10,8 \mu\text{C}$.

(h) $q_4 = C_4(V - V_1) = (4,00 \mu\text{F})(12,0 \text{ V} - 8,40 \text{ V}) = 14,4 \mu\text{C}$.

28. Os capacitores 2 e 3 podem ser substituídos por um capacitor equivalente cuja capacitância é dada por

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2 + C_3}{C_2 C_3} \Rightarrow C_{\text{eq}} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}.$$

A carga do capacitor equivalente é a mesma dos capacitores originais, e a diferença de potencial entre os terminais do capacitor equivalente é q_2/C_{eq} . A diferença de potencial entre os terminais do capacitor 1 é q_1/C_1 . Como a diferença de potencial entre os terminais do capacitor equivalente é igual à diferença de potencial entre os terminais do capacitor 1, $q_1/C_1 = q_2/C_{\text{eq}}$.

Quando a chave S é deslocada para a direita, parte da carga do capacitor 1 é transferida para os capacitores 2 e 3. Se q_0 era a carga original do capacitor 1, a lei de conservação da carga nos dá $q_1 + q_2 = q_0 = C_1 V_0$, na qual V_0 é a diferença de potencial original entre os terminais do capacitor 1.

(a) Resolvendo o sistema de equações

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_{eq}}$$

$$q_1 + q_2 = C_1 V_0,$$

obtemos

$$q_1 = \frac{C_1^2 V_0}{C_{eq} + C_1} = \frac{C_1^2 V_0}{\frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} + C_1} = \frac{C_1^2 (C_2 + C_3) V_0}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}.$$

Substituindo por valores numéricos, obtemos $q_1 = 32,0 \mu\text{C}$.

(b) A carga do capacitor 2 é

$$q_2 = C_1 V_0 - q_1 = (4,00 \mu\text{F})(12,0 \text{ V}) - 32,0 \mu\text{C} = 16,0 \mu\text{C}.$$

(c) A carga do capacitor 3 é igual à do capacitor 2:

$$q_3 = q_2 = 16,0 \mu\text{C}.$$

29. A energia armazenada por um capacitor é dada por $U = CV^2/2$, na qual V é a diferença de potencial entre os terminais do capacitor. Vamos converter para joules o valor da energia dado no enunciado. Como 1 joule equivale a 1 watt por segundo, multiplicamos a energia em $\text{kW} \cdot \text{h}$ por $(10^3 \text{ W/kW})(3600 \text{ s/h})$ para obter $10 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \times 10^7 \text{ J}$. Assim,

$$C = \frac{2U}{V^2} = \frac{2(3,6 \times 10^7 \text{ J})}{(1000 \text{ V})^2} = 72 \text{ F}.$$

30. Se V é o volume de ar, a energia armazenada, de acordo com as Eqs. 25-23 e 25-25, é dada por

$$\begin{aligned} U &= uV = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V = \frac{1}{2} (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (150 \text{ V/m})^2 (1,00 \text{ m}^3) \\ &= 9,96 \times 10^{-8} \text{ J} = 99,6 \text{ nJ}. \end{aligned}$$

31. A energia total é a soma das energias armazenadas nos dois capacitores. Como os capacitores estão ligados em paralelo, a diferença de potencial entre os terminais dos capacitores é a mesma e a energia total é

$$U = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2 = \frac{1}{2} (2,0 \times 10^{-6} \text{ F} + 4,0 \times 10^{-6} \text{ F}) (300 \text{ V})^2 = 0,27 \text{ J}.$$

32. (a) A capacitância é

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (40 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1,0 \times 10^{-3} \text{ m}} = 3,5 \times 10^{-11} \text{ F} = 35 \text{ pF}.$$

(b) $q = CV = (35 \text{ pF})(600 \text{ V}) = 2,1 \times 10^{-8} \text{ C} = 21 \text{ nC}$.

(c) $U = CV^2/2 = (35 \text{ pF})(21 \text{ nC})^2/2 = 6,3 \times 10^{-6} \text{ J} = 6,3 \text{ } \mu\text{J}.$

(d) $E = V/d = (600 \text{ V})/(1,0 \times 10^{-3} \text{ m}) = 6,0 \times 10^5 \text{ V/m} = 0,60 \text{ MV/m}.$

(e) A densidade de energia (energia por unidade de volume) é

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{6,3 \times 10^{-6} \text{ J}}{(40 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(1,0 \times 10^{-3} \text{ m})} = 1,6 \text{ J/m}^3.$$

33. Como $E = q/4\pi\epsilon_0 R^2 = V/R$, temos:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{V}{R} \right)^2 = \frac{1}{2} (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \left(\frac{8000 \text{ V}}{0,050 \text{ m}} \right)^2 = 0,11 \text{ J/m}^3.$$

34. (a) A carga q_3 do capacitor C_3 da Fig. 5-28 é

$$q_3 = C_3 V = (4,00 \text{ } \mu\text{F})(100 \text{ V}) = 4,00 \times 10^{-4} \text{ C} = 400 \text{ } \mu\text{C}.$$

(b) $V_3 = V = 100 \text{ V}.$

(c) $U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = 2,00 \times 10^{-2} \text{ J} = 20,0 \text{ mJ}.$

(d) $q_1 = \frac{C_1 C_2 V}{C_1 + C_2} = \frac{(10,0 \text{ } \mu\text{F})(5,00 \text{ } \mu\text{F})(100 \text{ V})}{10,0 \text{ } \mu\text{F} + 5,00 \text{ } \mu\text{F}} = 3,33 \times 10^{-4} \text{ C} = 333 \text{ } \mu\text{C}.$

(e) $V_1 = q_1/C_1 = 3,33 \times 10^{-4} \text{ C}/10,0 \text{ } \mu\text{F} = 33,3 \text{ V}.$

(f) $U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = 5,55 \times 10^{-3} \text{ J} = 5,55 \text{ mJ}.$

(g) $q_2 = q_1 = 333 \text{ } \mu\text{C}.$

(h) $V_2 = V - V_1 = 100 \text{ V} - 33,3 \text{ V} = 66,7 \text{ V}.$

(i) $U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = 1,11 \times 10^{-2} \text{ J} = 11,1 \text{ mJ}.$

35. A energia por unidade de volume é

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2 = \frac{e^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^4}.$$

(a) Para $r = 1,00 \times 10^{-3} \text{ m}$, $u = 9,16 \times 10^{-18} \text{ J/m}^3.$

(b) Para $r = 1,00 \times 10^{-6} \text{ m}$, $u = 9,16 \times 10^{-6} \text{ J/m}^3.$

(c) Para $r = 1,00 \times 10^{-9} \text{ m}$, $u = 9,16 \times 10^6 \text{ J/m}^3.$

(d) Para $r = 1,00 \times 10^{-12} \text{ m}$, $u = 9,16 \times 10^{18} \text{ J/m}^3.$

(e) De acordo com a expressão anterior, $u \propto r^{-4}$. Assim, para $r \rightarrow 0$, $u \rightarrow \infty$.

36. (a) Como, de acordo com a Fig. 25-44, apenas a superfície inferior e a superfície lateral do líquido possuem carga elétrica, a carga induzida na superfície do líquido é

$$\begin{aligned} q_s &= \sigma A = 2\pi r h + \pi r^2 = (2,0 \text{ } \mu\text{C/m}^2)(2\pi)(0,20 \text{ m})(0,10 \text{ m}) + \pi(0,20 \text{ m})^2 \\ &= 0,50 \text{ } \mu\text{C}. \end{aligned}$$

De acordo com a lei de conservação da carga, a carga induzida no interior do líquido é

$$q = -q_s = -0,50 \mu\text{C}.$$

(b) De acordo com a Eq. 25-21, a energia potencial é

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{(5,0 \times 10^{-7} \text{ C})^2}{2(35 \times 10^{-12} \text{ F})} = 3,6 \times 10^{-3} \text{ J} = 36 \text{ mJ}.$$

(c) Como a energia calculada no item (b), 36 mJ, é menor que a necessária para inflamar o líquido, 100 mJ, a resposta é não. Entretanto, a diferença é relativamente pequena, de modo que seria temerário garantir que o recipiente é seguro.

37. (a) Seja q a carga da placa positiva. Como a capacitância de um capacitor de placas paralelas é dada por $\epsilon_0 A/d$, a carga é $q = CV = \epsilon_0 A V/d_i$, na qual V_i é a tensão inicial do capacitor e d_i é a distância inicial entre as placas. Quando a distância entre as placas é aumentada para d_f , a tensão do capacitor passa a ser V_f . Nesse caso, como a carga permanece a mesma, $q = \epsilon_0 A V/d_f$ e

$$V_f = \frac{d_f}{\epsilon_0 A} q = \frac{d_f}{\epsilon_0 A} \frac{\epsilon_0 A}{d_i} V_i = \frac{d_f}{d_i} V_i = \frac{8,00 \times 10^{-3} \text{ m}}{3,00 \times 10^{-3} \text{ m}} (6,00 \text{ V}) = 16,0 \text{ V}.$$

(b) A energia armazenada pelo capacitor no estado inicial é

$$U_i = \frac{1}{2} C V_i^2 = \frac{\epsilon_0 A V_i^2}{2 d_i} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(8,50 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(6,00 \text{ V})^2}{2(3,00 \times 10^{-3} \text{ m})}$$

$$= 4,51 \times 10^{-11} \text{ J} = 45,1 \text{ pJ}.$$

(c) A energia armazenada pelo capacitor no estado final é

$$U_f = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d_f} V_f^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d_f} \left(\frac{d_f}{d_i} V_i \right)^2 = \frac{d_f}{d_i} \left(\frac{\epsilon_0 A V_i^2}{d_i} \right) = \frac{d_f}{d_i} U_i = \frac{8,00 \times 10^{-3} \text{ m}}{3,00 \times 10^{-3} \text{ m}} (4,51 \times 10^{-11} \text{ J})$$

$$= 1,20 \times 10^{-10} \text{ J} = 120 \text{ pJ}.$$

(d) O trabalho necessário para separar as placas é a diferença entre a energia final e a energia inicial:

$$W = U_f - U_i = 7,49 \text{ pJ}.$$

38. (a) A diferença de potencial entre os terminais de C_1 (e entre os terminais de C_2) é

$$V_1 = V_2 = \frac{C_3 V}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{(15,0 \mu\text{F})(100 \text{ V})}{10,0 \mu\text{F} + 5,00 \mu\text{F} + 15,0 \mu\text{F}} = 50,0 \text{ V}.$$

Assim,

$$q_1 = C_1 V_1 = (10,0 \mu\text{F})(50,0 \text{ V}) = 500 \mu\text{C}$$

$$q_2 = C_2 V_2 = (5,00 \mu\text{F})(50,0 \text{ V}) = 250 \mu\text{C}$$

$$q_3 = q_1 + q_2 = 500 \mu\text{C} + 250 \mu\text{C} = 750 \mu\text{C}.$$

(b) $V_3 = V - V_1 = 100 \text{ V} - 50,0 \text{ V} = 50,0 \text{ V}.$

(c) $U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = \frac{1}{2} (15,0 \mu\text{F})(50,0 \text{ V})^2 = 1,88 \times 10^{-2} \text{ J} = 18,8 \text{ mJ}.$

(d) Como foi visto no item (a), $q_1 = 500 \mu\text{C}.$

(e) Como foi visto no item (a), $V_1 = 50,0 \text{ V}$.

$$(f) U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} (10,0 \mu\text{F})(50,0 \text{ V})^2 = 1,25 \times 10^{-2} \text{ J}.$$

(g) Como foi visto no item (a), $q_2 = 250 \mu\text{C}$.

(h) Como foi visto no item (a), $V_2 = 50,0 \text{ V}$.

$$(i) U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} (5,00 \mu\text{F})(50,0 \text{ V})^2 = 6,25 \times 10^{-3} \text{ J}.$$

39. (a) Como a carga é a mesma nos três capacitores, a maior diferença de potencial corresponde ao capacitor de menor capacitância. Com 100 V entre os terminais do capacitor de 10 μF , a tensão entre os terminais do capacitor de 20 μF é 50 V e a tensão entre os terminais do capacitor de 25 μF é 40 V. Assim, a tensão entre os terminais do conjunto é 100 V + 50 V + 40 V = 190 V.

(b) De acordo com a Eq. 25-22, temos:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} (C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2 + C_3 V_3^2) \\ &= \frac{1}{2} (10 \times 10^{-6} \text{ F})(100 \text{ V})^2 + (20 \times 10^{-6} \text{ F})(50 \text{ V})^2 + (25 \times 10^{-6} \text{ F})(40 \text{ V})^2 \\ &= 0,095 \text{ J} = 95 \text{ mJ}. \end{aligned}$$

40. Se a capacitância original é dada por $C = \epsilon_0 A/d$, a nova capacitância é $C' = \kappa \epsilon_0 A/2d$, na qual κ é a constante dielétrica da cera. Assim, $C'/C = \kappa/2$, o que nos dá

$$\kappa = 2C'/C = 2(2,6 \text{ pF}/1,3 \text{ pF}) = 4,0.$$

41. De acordo com a Eq. 25-14, a capacitância de um capacitor cilíndrico é dada por

$$C = \kappa C_0 = \frac{2\pi\kappa\epsilon_0 L}{\ln(b/a)},$$

na qual κ é a constante dielétrica, C_0 é a capacitância sem o dielétrico, L é o comprimento, a é o raio interno e b é o raio externo. A capacitância por unidade de comprimento do cabo é

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\kappa\epsilon_0}{\ln(b/a)} = \frac{2\pi(2,6)(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})}{\ln[(0,60 \text{ mm})/(0,10 \text{ mm})]} = 8,1 \times 10^{-11} \text{ F/m} = 81 \text{ pF/m}.$$

42. (a) Como $C = \epsilon_0 A/d$, temos:

$$d = \frac{\epsilon_0 A}{C} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,35 \text{ m}^2)}{50 \times 10^{-12} \text{ F}} = 6,2 \times 10^{-2} \text{ m} = 6,2 \text{ cm}.$$

(b) A nova capacitância é

$$C' = C(\kappa/\kappa_{\text{ar}}) = (50 \text{ pF})(5,6/1,0) = 2,8 \times 10^2 \text{ pF} = 0,28 \text{ nF}.$$

43. A capacitância com o dielétrico no lugar é dada por $C = \kappa C_0$, na qual C_0 é a capacitância sem o dielétrico. Como a energia armazenada é dada por $U = CV^2/2 = \kappa C_0 V^2/2$, temos:

$$\kappa = \frac{2U}{C_0 V^2} = \frac{2(7,4 \times 10^{-6} \text{ J})}{(7,4 \times 10^{-12} \text{ F})(652 \text{ V})^2} = 4,7.$$

De acordo com a Tabela 25-1, você deveria usar pirex.

44. (a) De acordo com a Eq. 25-14,

$$C = 2\pi\epsilon_0\kappa \frac{L}{\ln(b/a)} = \frac{(4,7)(0,15 \text{ m})}{2(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \ln(3,8 \text{ cm}/3,6 \text{ cm})} = 0,73 \text{ nF}.$$

(b) O potencial de ruptura é $(14 \text{ kV/mm})(3,8 \text{ cm} - 3,6 \text{ cm}) = 28 \text{ kV}$.

45. De acordo com a Eq. 25-29, com $\sigma = q/A$, temos:

$$|\vec{E}| = \frac{q}{\kappa\epsilon_0 A} = 200 \times 10^3 \text{ N/C},$$

o que nos dá

$$q = (200 \times 10^3 \text{ N/C})(5,5)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,034 \text{ m}^2) = 3,3 \times 10^{-7} \text{ C}$$

De acordo com as Eqs. 25-21 e 25-27, temos:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 d}{2\kappa\epsilon_0 A} = 6,6 \times 10^{-5} \text{ J} = 66 \mu\text{J}.$$

46. De acordo com a Eq. 25-27,

$$C_1 = \frac{\kappa\epsilon_0 A}{d} = \frac{(3,00)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(5,00 \times 10^{-3} \text{ m}^2)}{2,00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 6,64 \times 10^{-11} \text{ F}$$

e, de acordo com a Eq. 25-9,

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(5,00 \times 10^{-3} \text{ m}^2)}{2,00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2,21 \times 10^{-11} \text{ F}$$

Assim, $q_1 = C_1 V_1 = (6,64 \times 10^{-11} \text{ F})(12,0 \text{ V}) = 8,00 \times 10^{-10} \text{ C}$, $q_2 = C_2 V_2 = (2,21 \times 10^{-11} \text{ F})(12,0 \text{ V}) = 2,66 \times 10^{-10} \text{ C}$ e, portanto,

$$q_{\text{tot}} = 1,06 \times 10^{-9} \text{ C} = 1,06 \text{ nC}.$$

47. A capacitância é dada por $C = \kappa C_0 = \kappa\epsilon_0 A/d$, na qual κ é a constante dielétrica, C_0 é a capacitância sem o dielétrico, A é a área das placas e d é a distância entre as placas. O campo elétrico na região entre as placas é dado por $E = V/d$, na qual V é a diferença de potencial entre as placas. Assim, $d = V/E$, $C = \kappa\epsilon_0 AE/V$ e

$$A = \frac{CV}{\kappa\epsilon_0 E}.$$

A área mínima pode ser obtida fazendo o campo elétrico igual à rigidez dielétrica, o que nos dá

$$A = \frac{(7,0 \times 10^{-8} \text{ F})(4,0 \times 10^3 \text{ V})}{2,8(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(18 \times 10^6 \text{ V/m})} = 0,63 \text{ m}^2.$$

48. O capacitor pode ser visto como dois capacitores, C_1 e C_2 ligados em paralelo, com placas de área $A/2$ e distância d entre as placas, cujos dielétricos têm constantes dielétricas κ_1 e κ_2 . Assim, em unidades do SI, temos:

$$\begin{aligned} C = C_1 + C_2 &= \frac{\epsilon_0 (A/2) \kappa_1}{d} + \frac{\epsilon_0 (A/2) \kappa_2}{d} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right) \\ &= \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(5,56 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{5,56 \times 10^{-3} \text{ m}} \left(\frac{7,00 + 12,00}{2} \right) = 8,41 \times 10^{-12} \text{ F} = 8,41 \text{ pF}. \end{aligned}$$

49. Vamos supor que há uma carga q em uma das placas e uma carga $-q$ na outra placa. O campo elétrico na parte inferior da região entre as placas é

$$E_1 = \frac{q}{\kappa_1 \epsilon_0 A},$$

na qual A é a área das placas. O campo elétrico na parte superior da região entre as placas é

$$E_2 = \frac{q}{\kappa_2 \epsilon_0 A}.$$

Seja $d/2$ a espessura de cada dielétrico. Como o campo elétrico é uniforme em cada região, a diferença de potencial entre as placas é

$$V = \frac{E_1 d}{2} + \frac{E_2 d}{2} = \frac{qd}{2\epsilon_0 A} \left[\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right] = \frac{qd}{2\epsilon_0 A} \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\kappa_1 \kappa_2}$$

e, portanto,

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}.$$

Esta expressão é igual à da capacitância equivalente de dois capacitores em série, um com um dielétrico de constante dielétrica κ_1 e outro com um dielétrico de constante dielétrica κ_2 , com área das placas A e distância $d/2$ entre as placas. Note também que, para $\kappa_1 = \kappa_2$, a expressão se reduz a $C = \kappa_1 \epsilon_0 A/d$, o resultado correto para um capacitor com um dielétrico de constante dielétrica κ_1 , área das placas A e distância d entre as placas.

Para $A = 7,89 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, $d = 4,62 \times 10^{-3} \text{ m}$, $\kappa_1 = 11,0$ e $\kappa_2 = 12,0$, temos:

$$C = \frac{2(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(7,89 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{4,62 \times 10^{-3} \text{ m}} \times \frac{(11,0)(12,0)}{11,0 + 12,0} = 1,73 \times 10^{-11} \text{ F} = 17,3 \text{ pF}.$$

50. O capacitor composto descrito no enunciado é equivalente a três capacitores, com as seguintes características:

$$C_1 = \epsilon_0 (A/2) \kappa_1 / 2d = \epsilon_0 A \kappa_1 / 4d,$$

$$C_2 = \epsilon_0 (A/2) \kappa_2 / d = \epsilon_0 A \kappa_2 / 2d,$$

$$C_3 = \epsilon_0 A \kappa_3 / 2d.$$

Note que C_2 e C_3 estão ligados em série e C_1 está ligado em paralelo com a combinação C_2 - C_3 . Assim,

$$C = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{\epsilon_0 A \kappa_1}{4d} + \frac{(\epsilon_0 A/d)(\kappa_2/2)(\kappa_3/2)}{\kappa_2/2 + \kappa_3/2} = \frac{\epsilon_0 A}{4d} \left(\kappa_1 + \frac{2\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} \right).$$

Para $A = 1,05 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, $d = 3,56 \times 10^{-3} \text{ m}$, $\kappa_1 = 21,0$, $\kappa_2 = 42,0$ e $\kappa_3 = 58,0$, temos:

$$C = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(1,05 \times 10^{-3} \text{ m}^2)}{4(3,56 \times 10^{-3} \text{ m})} \left(21,0 + \frac{2(42,0)(58,0)}{42,0 + 58,0} \right) = 4,55 \times 10^{-11} \text{ F}$$

$$= 45,5 \text{ pF}.$$

51. (a) O campo elétrico na região entre as placas é dado por $E = V/d$, sendo que V é a diferença de potencial entre as placas e d é a distância entre as placas. A capacitância é dada por $C = \kappa \epsilon_0 A/d$, na qual A é a área das placas e κ é a constante dielétrica. Assim, $d = \kappa \epsilon_0 A/C$ e

$$E = \frac{VC}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{(50 \text{ V})(100 \times 10^{-12} \text{ F})}{5,4(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(100 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 1,0 \times 10^4 \text{ V/m} = 10 \text{ kV/m}.$$

(b) A carga livre nas placas é $q_l = CV = (100 \times 10^{-12} \text{ F})(50 \text{ V}) = 5,0 \times 10^{-9} \text{ C} = 5,0 \text{ nC}$.

(c) O campo elétrico é a soma do campo produzido pela carga livre com o campo produzido pela carga induzida. Como o campo em uma camada uniforme de carga de grandes dimensões é $q/2\epsilon_0 A$, o campo entre as placas é

$$E = \frac{q_l}{2\epsilon_0 A} + \frac{q_l}{2\epsilon_0 A} - \frac{q_i}{2\epsilon_0 A} - \frac{q_i}{2\epsilon_0 A},$$

na qual o primeiro termo se deve à carga livre positiva em uma das placas, o segundo à carga livre negativa na outra placa, o terceiro à carga positiva induzida na superfície do dielétrico mais próxima da placa negativa do capacitor e o quarto à carga negativa induzida na superfície do dielétrico mais próxima da placa positiva do capacitor. Note que os campos produzidos pelas cargas induzidas têm o sinal contrário ao dos campos produzidos pelas cargas livres, o que faz com que o campo total seja menor que o campo produzido pelas cargas livres. Explicitando q_i na expressão anterior, obtemos:

$$\begin{aligned} q_i &= q_l - \epsilon_0 A E = 5,0 \times 10^{-9} \text{ C} - (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(100 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(1,0 \times 10^4 \text{ V/m}) \\ &= 4,1 \times 10^{-9} \text{ C} = 4,1 \text{ nC}. \end{aligned}$$

52. (a) Como o campo elétrico E_1 no espaço entre as placas do capacitor e o dielétrico é $E_1 = q/\epsilon_0 A$ e o campo elétrico E_2 no interior do dielétrico é $E_2 = E_1/\kappa = q/\kappa\epsilon_0 A$, temos:

$$V_0 = E_1(d-b) + E_2 b = \left(\frac{q}{\epsilon_0 A} \right) \left(d - b + \frac{b}{\kappa} \right)$$

e a capacitância é

$$C = \frac{q}{V_0} = \frac{\epsilon_0 A \kappa}{\kappa(d-b) + b} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(2,61)}{(2,61)(0,0124 \text{ m} - 0,00780 \text{ m}) + (0,00780 \text{ m})} = 13,4 \text{ pF}.$$

(b) $q = CV = (13,4 \times 10^{-12} \text{ F})(85,5 \text{ V}) = 1,15 \text{ nC}$.

(c) O módulo do campo elétrico no espaço entre as placas e o dielétrico é

$$E_1 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{1,15 \times 10^{-9} \text{ C}}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 1,13 \times 10^4 \text{ N/C}.$$

(d) De acordo com a Eq. 25-34, temos:

$$E_2 = \frac{E_1}{\kappa} = \frac{1,13 \times 10^4 \text{ N/C}}{2,61} = 4,33 \times 10^3 \text{ N/C}.$$

53. (a) Antes da introdução do dielétrico, a capacitância é

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,12 \text{ m}^2)}{1,2 \times 10^{-2} \text{ m}} = 89 \text{ pF}.$$

(b) Usando o mesmo raciocínio do Exemplo “Dielétrico preenchendo parcialmente o espaço entre as placas de um capacitor”, temos:

$$C = \frac{\epsilon_0 A \kappa}{\kappa(d-b) + b} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,12 \text{ m}^2)(4,8)}{(4,8)(1,2 - 0,40)(10^{-2} \text{ m}) + (4,0 \times 10^{-3} \text{ m})} = 1,2 \times 10^2 \text{ pF} = 0,12 \text{ nF}.$$

(c) Antes da introdução, $q = C_0 V = (89 \text{ pF})(120 \text{ V}) = 11 \text{ nC}$.

(d) Como a bateria foi removida do circuito, a carga é a mesma após a introdução do dielétrico: $q = 11 \text{ nC}$.

$$(e) E = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{11 \times 10^{-9} \text{ C}}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,12 \text{ m}^2)} = 10 \text{ kV/m}.$$

$$(f) E' = \frac{E}{\kappa} = \frac{10 \text{ kV/m}}{4,8} = 2,1 \text{ kV/m}.$$

(g) A diferença de potencial entre as placas é

$$V = E(d - b) + E'b = (10 \text{ kV/m})(0,012 \text{ m} - 0,0040 \text{ m}) + (2,1 \text{ kV/m})(0,40 \times 10^{-3} \text{ m}) = 88 \text{ V}.$$

(h) O trabalho necessário para introduzir o dielétrico é

$$\begin{aligned} W = \Delta U &= \frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} \right) = \frac{(11 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{2} \left(\frac{1}{89 \times 10^{-12} \text{ F}} - \frac{1}{120 \times 10^{-12} \text{ F}} \right) \\ &= -1,7 \times 10^{-7} \text{ J} = -0,17 \mu\text{J}. \end{aligned}$$

54. (a) Aplicando a lei de Gauss à superfície do dielétrico, obtemos $q/\epsilon_0 = \kappa EA$, o que nos dá

$$\kappa = \frac{q}{\epsilon_0 EA} = \frac{8,9 \times 10^{-7} \text{ C}}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(1,4 \times 10^{-6} \text{ V/m})(100 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 7,2.$$

(b) A carga induzida é

$$q' = q \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) = (8,9 \times 10^{-7} \text{ C}) \left(1 - \frac{1}{7,2} \right) = 7,7 \times 10^{-7} \text{ C} = 0,77 \mu\text{C}.$$

55. (a) De acordo com a Eq. 25-17, a capacitância de um capacitor esférico na ausência de um dielétrico é dada por

$$C_0 = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a} \right).$$

Quando o dielétrico é introduzido entre as placas, a capacitância é multiplicada por κ , a constante dielétrica da substância. Assim, temos:

$$C = 4\pi\kappa\epsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a} \right) = \frac{23,5}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} \times \frac{(0,0120 \text{ m})(0,0170 \text{ m})}{0,0170 \text{ m} - 0,0120 \text{ m}} = 0,107 \text{ nF}.$$

(b) A carga da placa positiva é $q = CV = (0,107 \text{ nF})(73,0 \text{ V}) = 7,79 \text{ nC}$.

(c) Vamos chamar a carga da placa interna de $-q$ e a carga induzida na superfície vizinha do dielétrico de q' . Quando o campo elétrico é dividido por κ quando o dielétrico está presente, $-q + q' = -q/\kappa$. Assim,

$$q' = \frac{\kappa - 1}{\kappa} q = 4\pi(\kappa - 1)\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} V = \left(\frac{23,5 - 1,00}{23,5} \right) (7,79 \text{ nC}) = 7,45 \text{ nC}.$$

56. (a) Como existe uma diferença de potencial de 10,0 V entre os terminais do capacitor C_1 , a carga do capacitor é

$$q_1 = C_1 V_1 = (10,0 \mu\text{F})(10,0 \text{ V}) = 100 \mu\text{C}.$$

(b) O capacitor equivalente ao ramo do circuito que contém o capacitor C_2 é $10 \mu\text{F}/2 = 5,00 \mu\text{F}$. Como esse capacitor equivalente está em paralelo com um capacitor de $10,0 \mu\text{F}$, o capacitor equivalente do conjunto é $5,00 \mu\text{F} + 10,0 \mu\text{F} = 15,0 \mu\text{F}$. Assim, a parte do circuito abaixo da bateria pode ser reduzida a um capacitor de $15,0 \mu\text{F}$ em série com um capacitor de $10,0 \mu\text{F}$.

Como a diferença de potencial entre os terminais desses dois capacitores em série é 10,0 V, a diferença de potencial entre os terminais do ramo que contém o capacitor C_2 é $(10,0 \text{ V})(1/15,0 \mu\text{F})/(1/10,0 \mu\text{F} + 1/15 \mu\text{F}) = 4,00 \text{ V}$. Como essa tensão é dividida igualmente entre o capacitor C_2 e o capacitor em série com C_2 , a diferença de potencial entre os terminais de C_2 é 2,00 V e, portanto,

$$q_2 = C_2 V_2 = (10,0 \mu\text{F})(2,00 \text{ V}) = 20,0 \mu\text{C}.$$

57. Os capacitores C_3 e C_4 estão em paralelo e, portanto, podem ser substituídos por um capacitor equivalente de $15 \mu\text{F} + 15 \mu\text{F} = 30 \mu\text{F}$. Como este capacitor equivalente está em série com dois capacitores de mesmo valor, a tensão da fonte é distribuída igualmente pelos três capacitores e a tensão entre os terminais do capacitor C_4 é $(9,0 \text{ V})/3 = 3,0 \text{ V}$, o que nos dá

$$q_4 = C_4 V_4 = (15 \mu\text{F})(3,0 \text{ V}) = 45 \mu\text{C}.$$

58. (a) Como o terminal D não está ligado a nenhum componente, os capacitores $6C$ e $4C$ estão em série e o capacitor equivalente é $(6C)(4C)/(6C + 4C) = 2,4C$. Este capacitor, por sua vez, está em paralelo com o capacitor $2C$, o que resulta em um capacitor equivalente de $4,4C$. Finalmente, o capacitor equivalente de $4,4C$ está em série com o capacitor C , o que nos dá uma capacitância equivalente

$$C_{\text{eq}} = \frac{(C)(4,4C)}{C + 4,4C} = 0,82C = 0,82(50 \mu\text{F}) = 41 \mu\text{F}.$$

(b) Agora, B é o terminal que não está ligado a nenhum componente; os capacitores $6C$ e $2C$ estão em série e o capacitor equivalente é $(6C)(2C)/(6C + 2C) = 1,5C$, que, por sua vez, está em paralelo com o capacitor $4C$, o que resulta em um capacitor equivalente de $5,5C$. Finalmente, o capacitor equivalente de $5,5C$ está em série com o capacitor C , o que nos dá uma capacitância equivalente

$$C_{\text{eq}} = \frac{(C)(5,5C)}{C + 5,5C} = 0,85C = 0,85(50 \mu\text{F}) = 42 \mu\text{F}.$$

59. Os capacitores C_1 e C_2 estão em paralelo, o que também acontece com os capacitores C_3 e C_4 ; as capacitâncias equivalentes são $6,0 \mu\text{F}$ e $3,0 \mu\text{F}$, respectivamente. Como essas capacitâncias equivalentes estão em série, a capacitância equivalente do circuito é $(6,0 \mu\text{F})(3,0 \mu\text{F})/(6,0 \mu\text{F} + 3,0 \mu\text{F}) = 2,0 \mu\text{F}$. A carga do capacitor equivalente de $2,0 \mu\text{F}$ é $(2,0 \mu\text{F})(12 \text{ V}) = 24 \mu\text{C}$. Como esta carga também é a carga do capacitor equivalente de $3,0 \mu\text{F}$ (que corresponde à associação em paralelo de C_3 e C_4), a tensão entre os terminais de C_3 e de C_4 é

$$V = \frac{q}{C} = \frac{24 \mu\text{C}}{3 \mu\text{F}} = 8,0 \text{ V}.$$

A carga do capacitor C_4 é, portanto, $(2,0 \mu\text{F})(8,0 \text{ V}) = 16 \mu\text{C}$.

60. (a) De acordo com a Eq. 25-22, temos:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (200 \times 10^{-12} \text{ F})(7,0 \times 10^3 \text{ V})^2 = 4,9 \times 10^{-3} \text{ J} = 4,9 \text{ mJ}.$$

(b) Como a energia calculada no item (a) é muito menor que 150 mJ, uma centelha produzida por um operário não poderia provocar a explosão.

61. Inicialmente, os capacitores C_1 , C_2 e C_3 estão ligados em série e podem ser substituídos por um capacitor equivalente, que vamos chamar de C_{123} . Resolvendo a equação

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3}{C_1 C_2 C_3},$$

obtemos $C_{123} = 2,40 \mu\text{F}$. Como $V = 12,0 \text{ V}$, a carga do circuito é $q = C_{123} V = 28,8 \mu\text{C}$.

Na situação final, C_2 e C_4 estão em paralelo e podem ser substituídos por uma capacitância equivalente a $C_{24} = 12,0 \mu\text{F}$, que está em série com C_1 e C_3 . A capacitância equivalente do circuito é obtida resolvendo a equação

$$\frac{1}{C_{1234}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{24}} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_1 C_{24} + C_{24} C_3 + C_1 C_3}{C_1 C_{24} C_3},$$

que nos dá $C_{1234} = 3,00 \mu\text{F}$. Assim, a carga final é $q = C_{1234} V = 36,0 \mu\text{C}$.

(a) A carga que passa pelo ponto P é a diferença entre a carga final e a carga inicial:

$$\Delta q = 36,0 \mu\text{C} - 28,8 \mu\text{C} = 7,20 \mu\text{C}.$$

(b) O capacitor C_{24} , que usamos para substituir C_2 e C_4 , está em série com C_1 e C_3 e, portanto, também adquire uma carga $q = 36,0 \mu\text{C}$. Assim, a tensão entre os terminais de C_{24} é

$$V_{24} = \frac{q}{C_{24}} = \frac{36,0 \mu\text{C}}{12,0 \mu\text{F}} = 3,00 \text{ V}.$$

Como esta tensão é a mesma que existe entre os terminais de C_2 e de C_4 , $V_4 = 3,00 \text{ V}$, o que nos dá $q_4 = C_4 V_4 = 18,0 \mu\text{C}$.

(c) A bateria fornece carga apenas às placas às quais está ligada; a carga das outras placas se deve apenas à transferência de elétrons de uma placa para outra, de acordo com a nova distribuição de tensões pelos capacitores. Assim, a bateria não fornece carga diretamente ao capacitor.

62. De acordo com as Eqs. 25-20 e 25-22, quando os capacitores são ligados em série, a capacitância total, e portanto a energia armazenada, é menor que as energias que podem ser armazenadas separadamente pelos dois capacitores. De acordo com as Eqs. 25-19 e 25-22, quando os capacitores são ligados em paralelo, a capacitância total, e, portanto, a energia armazenada, é maior que as energias que podem ser armazenadas separadamente pelos dois capacitores. Assim, os dois valores do meio correspondem às energias armazenadas separadamente pelos dois capacitores. De acordo com a Eq. 25-22, temos:

$$(a) 100 \mu\text{J} = C_1 (10 \text{ V})^2 / 2 \Rightarrow C_1 = 2,0 \mu\text{F};$$

$$(b) 300 \mu\text{J} = C_2 (10 \text{ V})^2 / 2 \Rightarrow C_2 = 6,0 \mu\text{F}.$$

63. Inicialmente, a capacitância equivalente é $C_{12} = [(C_1)^{-1} + (C_2)^{-1}]^{-1} = 3,0 \mu\text{F}$, e a carga da placa positiva dos dois capacitores é $(3,0 \mu\text{F})(10 \text{ V}) = 30 \mu\text{C}$. Quando a distância entre as placas de um dos capacitores (que vamos chamar de C_1) é reduzida à metade, a capacitância aumenta para $12 \mu\text{F}$ (veja a Eq. 25-9). A nova capacitância equivalente é, portanto,

$$C_{12} = [(C_1)^{-1} + (C_2)^{-1}]^{-1} = 4,0 \mu\text{F}$$

e a nova carga da placa positiva dos dois capacitores é $(4,0 \mu\text{F})(10 \text{ V}) = 40 \mu\text{C}$.

(a) A carga adicional transferida para os capacitores é $40 \mu\text{C} - 30 \mu\text{C} = 10 \mu\text{C}$.

(b) Como estamos falando de dois capacitores em série, e capacitores em série armazenam cargas iguais, a carga total armazenada nos dois capacitores é duas vezes maior que o valor calculado no item (a), ou seja, $20 \mu\text{C}$.

64. (a) Os capacitores C_2 , C_3 e C_4 em paralelo podem ser substituídos por um capacitor equivalente $C' = 12 \mu\text{F}$ e os capacitores C_5 e C_6 em paralelo podem ser substituídos pelo capacitor equivalente $C'' = 12 \mu\text{F}$. Isso nos dá três capacitores em série, C_1 , C' e C'' , cuja capacitância equivalente é $C_{\text{eq}} = 3 \mu\text{F}$. Assim, a carga armazenada no sistema é $q_{\text{sis}} = C_{\text{eq}} V_{\text{bat}} = 36 \mu\text{C}$.

(b) Como $q_{\text{sis}} = q_1$, a tensão entre os terminais de C_1 é

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{36 \mu\text{C}}{6,0 \mu\text{F}} = 6,0 \text{ V}.$$

A tensão aplicada à combinação em série de C' e C'' é, portanto, $V_{\text{bat}} - V_1 = 6,0 \text{ V}$. Como $C' = C''$, $V' = V'' = 6,0/2 = 3,0 \text{ V}$, que, por sua vez, é igual a V_4 , a tensão aplicada a C_4 . Assim,

$$q_4 = C_4 V_4 = (4,0 \mu\text{F})(3,0 \text{ V}) = 12 \mu\text{C}.$$

65. Podemos pensar no capacitor composto como a associação em série de dois capacitores, C_1 e C_2 , o primeiro com um material de constante dielétrica $\kappa_1 = 3,00$ e o segundo com um material de constante dielétrica $\kappa_2 = 4,00$. Usando as Eqs. 25-9 e 25-27 e substituindo C_1 e C_2 por uma capacitância equivalente, obtida com o auxílio da Eq. 25-20, temos:

$$C_{\text{eq}} = \left(\frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \right) \frac{\epsilon_0 A}{d} = 1,52 \times 10^{-10} \text{ F}.$$

Assim, $q = C_{\text{eq}} V = 1,06 \times 10^{-9} \text{ C}$.

66. Antes de mais nada, precisamos obter uma expressão para a energia armazenada em um cilindro de raio R e comprimento L cuja superfície está entre os raios das placas do capacitor ($a < R < b$). A densidade de energia em qualquer ponto do interior do capacitor é dada por $u = \epsilon_0 E^2/2$, na qual E é o módulo do campo elétrico no ponto considerado. De acordo com a Eq. 25-12, se q é a carga na superfície do cilindro interno, o módulo do campo elétrico em um ponto situado a uma distância r do eixo do cilindro é dado por

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 Lr}$$

e a densidade de energia nesse ponto é

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{8\pi^2 \epsilon_0 L^2 r^2}.$$

A energia armazenada no cilindro é a integral de volume $U_R = \int u dV$. Como $dV = 2\pi r L dr$, temos:

$$U_R = \int_a^R \frac{q^2}{8\pi^2 \epsilon_0 L^2 r^2} 2\pi r L dr = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} \int_a^R \frac{dr}{r} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{R}{a}\right).$$

Para obter uma expressão para a energia total armazenada no capacitor, substituímos R por b :

$$U_b = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right).$$

Fazendo $U_R/U_b = 1/2$, temos:

$$\ln \frac{R}{a} = \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a}.$$

Tomando as exponenciais de ambos os membros da equação mostrada, obtemos:

$$\frac{R}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{b}{a}},$$

o que nos dá $R = \sqrt{ab}$.

67. (a) A capacitância equivalente é $C_{\text{eq}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(6,00 \mu\text{F})(4,00 \mu\text{F})}{6,00 \mu\text{F} + 4,00 \mu\text{F}} = 2,40 \mu\text{F}$.

(b) $q_1 = C_{\text{eq}} V = (2,40 \mu\text{F})(200 \text{ V}) = 4,80 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,480 \text{ mC}$.

(c) $V_1 = q_1 / C_1 = 4,80 \times 10^{-4} \text{ C} / 6,00 \mu\text{F} = 80,0 \text{ V}$.

(d) $q_2 = q_1 = 4,80 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,480 \text{ mC}$.

(e) $V_2 = V - V_1 = 200 \text{ V} - 80,0 \text{ V} = 120 \text{ V}$.

68. (a) $C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 6,00 \mu\text{F} + 4,00 \mu\text{F} = 10,0 \mu\text{F}$.

(b) $q_1 = C_1 V = (6,00 \mu\text{F})(200 \text{ V}) = 1,20 \times 10^{-3} \text{ C} = 1,20 \text{ mC}$.

(c) $V_1 = 200 \text{ V}$.

(d) $q_2 = C_2 V = (4,00 \mu\text{F})(200 \text{ V}) = 8,00 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,800 \text{ mC}$.

(e) $V_2 = V_1 = 200 \text{ V}$.

69. De acordo com a Eq. 25-22, $U = CV^2/2$. Quando a tensão aumenta de V para $V + \Delta V$, a energia aumenta de U para $U + \Delta U = C(V + \Delta V)^2/2$. Dividindo ambos os membros da última equação por ΔU , obtemos:

$$1 + \frac{\Delta U}{U} = \frac{C(V + \Delta V)^2}{2U} = \frac{C(V + \Delta V)^2}{CV^2} = \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^2,$$

o que nos dá

$$\frac{\Delta V}{V} = \sqrt{1 + \frac{\Delta U}{U}} - 1 = \sqrt{1 + 10\%} - 1 = 4,9\%.$$

70. (a) Como o efeito da introdução da barra de cobre é diminuir a distância efetiva entre as placas do capacitor de um valor igual à largura da barra, $C' = \epsilon_0 A / (d - b) = 0,708 \text{ pF}$.

(b) De acordo com a Eq. 25-22, a razão entre as energias armazenadas antes e depois da introdução da barra é

$$\frac{U}{U'} = \frac{q^2/2C}{q^2/2C'} = \frac{C'}{C} = \frac{\epsilon_0 A / (d - b)}{\epsilon_0 A / d} = \frac{d}{d - b} = \frac{5,00}{5,00 - 2,00} = 1,67.$$

(c) O trabalho realizado quando a barra é introduzida é

$$W = \Delta U = U' - U = \frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) = \frac{q^2}{2\epsilon_0 A} (d - b - d) = -\frac{q^2 b}{2\epsilon_0 A} = -5,44 \text{ J}.$$

(d) O fato de que o trabalho é negativo mostra que a barra é atraída para o espaço entre as placas.

71. (a) $C' = \epsilon_0 A / (d - b) = 0,708 \text{ pF}$, como no item (a) do Problema 25-70.

(b) A razão entre as energias armazenadas é

$$\frac{U}{U'} = \frac{CV^2/2}{C'V^2/2} = \frac{C}{C'} = \frac{\epsilon_0 A / d}{\epsilon_0 A / (d - b)} = \frac{d - b}{d} = \frac{5,00 - 2,00}{5,00} = 0,600.$$

(c) O trabalho realizado é

$$W = \Delta U = U' - U = \frac{1}{2}(C' - C)V^2 = \frac{\epsilon_0 A}{2} \left(\frac{1}{d-b} - \frac{1}{d} \right) V^2 = \frac{\epsilon_0 A b V^2}{2d(d-b)} = 1,02 \times 10^{-9} \text{ J}.$$

(d) No Problema 25-70, no qual o capacitor é desligado da bateria e a barra é atraída para o espaço entre as placas, a força F de atração é dada por $-dU/dx$. Entretanto, a mesma relação não pode ser usada no caso em que a bateria continua ligada ao circuito porque, nesse caso, a força de atração não é conservativa. A distribuição de carga da barra faz com que a barra seja atraída pela distribuição de carga das placas, o que produz um aumento da energia potencial armazenada pela bateria no capacitor.

72. (a) A capacitância equivalente é $C_{\text{eq}} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ e a carga armazenada nos capacitores é

$$q = q_1 = q_2 = C_{\text{eq}} V = \frac{C_1 C_2 V}{C_1 + C_2} = \frac{(2,00 \mu\text{F})(8,00 \mu\text{F})(300 \text{ V})}{2,00 \mu\text{F} + 8,00 \mu\text{F}} = 4,80 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,480 \text{ mC}.$$

(b) A diferença de potencial é $V_1 = q/C_1 = 4,80 \times 10^{-4} \text{ C} / 2,0 \mu\text{F} = 240 \text{ V}$.

(c) Como foi visto no item (a), $q_2 = q_1 = 4,80 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,480 \text{ mC}$.

(d) $V_2 = V - V_1 = 300 \text{ V} - 240 \text{ V} = 60,0 \text{ V}$.

Nesse caso, $q'_1/C_1 = q'_2/C_2$ e $q'_1 + q'_2 = 2q$. Explicitando q'_2 na segunda equação e substituindo na primeira, obtemos:

$$(e) \quad q'_1 = \frac{2C_1 q}{C_1 + C_2} = \frac{2(2,00 \mu\text{F})(4,80 \times 10^{-4} \text{ C})}{2,00 \mu\text{F} + 8,00 \mu\text{F}} = 1,92 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,192 \text{ mC}.$$

(f) A nova diferença de potencial é $V'_1 = \frac{q'_1}{C_1} = \frac{1,92 \times 10^{-4} \text{ C}}{2,00 \mu\text{F}} = 96,0 \text{ V}$.

(g) $q'_2 = 2q - q'_1 = 2(4,80 \times 10^{-4} \text{ C}) - 1,92 \times 10^{-4} \text{ C} = 7,68 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,768 \text{ mC}$.

(h) $V'_2 = V'_1 = 96,0 \text{ V}$.

(i) Nesse caso, os capacitores se descarregam e $q_1 = 0$.

(j) $V_1 = 0$,

(k) $q_2 = 0$,

(l) $V_2 = V_1 = 0$.

73. A tensão entre os terminais do capacitor 1 é

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{30 \mu\text{C}}{10 \mu\text{F}} = 3,0 \text{ V}.$$

Como $V_2 = V_1$, a carga do capacitor 2 é

$$q_2 = C_2 V_2 = (20 \mu\text{F})(2 \text{ V}) = 60 \mu\text{C},$$

o que significa que a carga total armazenada nos capacitores C_1 e C_2 é $30 \mu\text{C} + 60 \mu\text{C} = 90 \mu\text{C}$. Nesse caso, a carga total armazenada nos capacitores C_3 e C_4 também é $90 \mu\text{C}$. Como $C_3 = C_4$,

a carga se divide igualmente entre os dois capacitores e, portanto, $q_3 = q_4 = 45 \mu\text{C}$. Assim, a tensão entre os terminais do capacitor 3 é

$$V_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{45 \mu\text{C}}{20 \mu\text{F}} = 2,3 \text{ V},$$

o que nos dá $|V_A - V_B| = V_1 + V_3 = 5,3 \text{ V}$.

74. Como $C = \epsilon_0 \kappa A/d \propto \kappa/d$, para obter o maior valor possível de C , devemos escolher o material com o maior valor de κ/d . Para os materiais propostos no enunciado, os valores de κ/d são os seguintes: mica, $5,4/(0,0001 \text{ m}) = 54.000 \text{ m}^{-1}$; vidro, $7,0/(0,002 \text{ m}) = 3500 \text{ m}^{-1}$; parafina, $2,0/(0,01 \text{ m}) = 200 \text{ m}^{-1}$. Assim, devemos escolher a mica.

75. Não podemos usar a lei de conservação da energia porque, antes que o equilíbrio seja atingido, parte da energia é dissipada na forma de calor e de ondas eletromagnéticas. Entretanto, a carga é conservada. Assim, se Q é a carga armazenada inicialmente no capacitor C e q_1 e q_2 são as cargas armazenadas nos dois capacitores depois que o sistema entra em equilíbrio,

$$Q = q_1 + q_2 \quad \Rightarrow \quad C(100 \text{ V}) = C(40 \text{ V}) + (60 \mu\text{F})(40 \text{ V}),$$

o que nos dá $C = 40 \mu\text{F}$.

76. Vamos chamar de V_i a tensão aplicada ao conjunto de capacitores e de U_i a energia total armazenada nos capacitores. Como todos os capacitores são iguais, a tensão é dividida igualmente entre eles, e a tensão entre os terminais de cada capacitor é $V = (V_i/n)$. Como a energia armazenada em cada capacitor é $CV^2/2$, temos:

$$\frac{1}{2}C \left(\frac{V_i}{n} \right)^2 = U_i \quad \Rightarrow \quad n = \sqrt{\frac{CV_i^2}{2U_i}} = \sqrt{\frac{(2 \times 10^{-6} \text{ F})(10 \text{ V})^2}{2(25 \times 10^{-6} \text{ J})}} = 4.$$

77. (a) Como tanto a diferença de potencial entre as placas como a distância entre as placas são iguais para os dois capacitores, os campos elétricos em A e em B também são iguais:

$$E_B = E_A = \frac{V}{d} = 2,00 \times 10^5 \text{ V/m}.$$

(b) Como foi visto no item (a), $E_A = 2,00 \times 10^5 \text{ V/m} = 200 \text{ kV/m}$.

(c) De acordo com a Eq. 25-4,

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{q}{A} = \epsilon_0 E_A = (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(2,00 \times 10^5 \text{ V/m}) \\ &= 1,77 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 = 1,77 \mu\text{C/m}^2. \end{aligned}$$

(d) De acordo com a Eq. 25-29,

$$\begin{aligned} \sigma &= \kappa \epsilon_0 E_B = (2,60)(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(2,00 \times 10^5 \text{ V/m}) \\ &= 4,60 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 = 4,60 \mu\text{C/m}^2. \end{aligned}$$

(e) Embora a discussão do livro (Seção 25-8) seja feita usando a hipótese de que a carga permanece a mesma quando o dielétrico é introduzido, pode ser facilmente adaptada à situação descrita neste problema, na qual a *tensão* permanece a mesma quando o dielétrico é introduzido. O fato de que o campo elétrico é o mesmo no interior dos dois capacitores, embora a carga do capacitor B seja maior que a do capacitor A , está de acordo com a ideia apresentada no livro de que o campo elétrico produzido pelas cargas induzidas no dielétrico tem o sentido oposto ao do campo elétrico produzido pelas placas do capacitor. Adaptando a Eq. 25-35 a este problema,

vemos que a diferença entre as densidades de cargas livres no capacitor B e no capacitor A é igual à densidade de carga σ' na superfície do dielétrico do capacitor B . Assim, temos:

$$\sigma' = (1,77 \times 10^{-6}) - (4,60 \times 10^{-6}) = -2,83 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2.$$

78. (a) Ligue cinco capacitores em série. Assim, a capacitância equivalente é $C_{\text{eq}} = (2,0 \mu\text{F})/5 = 0,40 \mu\text{F}$ e, como a diferença de potencial que cada capacitor pode suportar é 200 V, o circuito pode suportar uma tensão de $5(200 \text{ V}) = 1000 \text{ V}$.

(b) Uma possibilidade é montar três conjuntos iguais de capacitores em série, cada conjunto com cinco capacitores, e ligar os três conjuntos em paralelo. Assim, a capacitância equivalente é $C_{\text{eq}} = 3(0,40 \mu\text{F}) = 1,2 \mu\text{F}$ e, como a diferença de potencial que cada capacitor pode suportar é 200 V, o circuito pode suportar uma tensão de $5(200 \text{ V}) = 1000 \text{ V}$.

Capítulo 26

1. (a) A carga que passa por uma seção reta do fio é o produto da corrente pelo intervalo de tempo Δt de duração da corrente. Assim, temos:

$$q = i\Delta t = (5,0 \text{ A})(240 \text{ s}) = 1,2 \times 10^3 \text{ C} = 1,2 \text{ kC}.$$

(b) O número N é dado por

$$N = q/e = (1200 \text{ C})/(1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 7,5 \times 10^{21}.$$

2. Suponha que a carga da esfera aumenta de Δq em um intervalo de tempo Δt . Nesse intervalo de tempo, o potencial da esfera aumenta de

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0 r},$$

em que r é o raio da esfera. Isso significa que $\Delta q = 4\pi\epsilon_0 r \Delta V$. Como $\Delta q = (i_{\text{ent}} - i_{\text{sai}})\Delta t$, na qual i_{ent} é a corrente que entra na esfera e i_{sai} é a corrente que sai da esfera, temos:

$$\Delta t = \frac{\Delta q}{i_{\text{ent}} - i_{\text{sai}}} = \frac{4\pi\epsilon_0 r \Delta V}{i_{\text{ent}} - i_{\text{sai}}} = \frac{(0,10 \text{ m})(1000 \text{ V})}{(8,99 \times 10^9 \text{ F/m})(1,0000020 \text{ A} - 1,0000000 \text{ A})}$$

$$= 5,6 \times 10^{-3} \text{ s}.$$

3. Se σ é a densidade superficial de carga e ℓ é a largura da correia, a corrente associada ao movimento das cargas é $i = \sigma v \ell$, o que nos dá

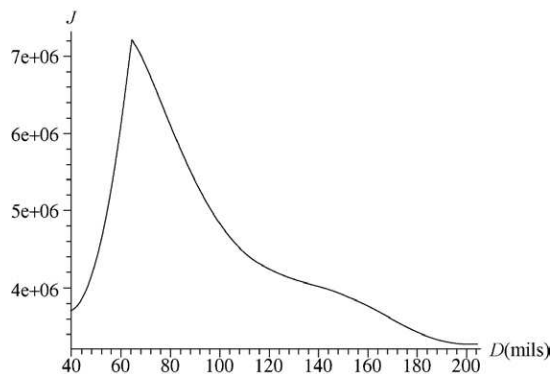
$$\sigma = \frac{i}{v\ell} = \frac{100 \times 10^{-6} \text{ A}}{(30 \text{ m/s})(50 \times 10^{-2} \text{ m})} = 6,7 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2.$$

4. Para expressar a densidade de corrente em unidades do SI, convertemos os diâmetros dos fios de mils para polegadas, dividindo por 1000, e depois executamos a conversão de polegadas para metros, multiplicando por 0,0254. Feito isso, podemos usar a relação

$$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi R^2} = \frac{4i}{\pi D^2},$$

na qual i é a corrente e D é o diâmetro do fio.

No caso de um fio calibre 14, por exemplo, $D = 64 \text{ mils} = 0,0016 \text{ m}$ e a densidade de corrente segura é $J = 4(15 \text{ A})/\pi(0,00163 \text{ m})^2 = 7,2 \times 10^6 \text{ A/m}^2$. Na verdade, este é o calibre para o qual o valor de J é máximo. O gráfico a seguir mostra a densidade de corrente segura J , em A/m^2 , em função do diâmetro do fio em mils.



5. (a) O módulo da densidade de corrente é dado por $J = nqv$, na qual n é o número de partículas por unidade de volume, q é a carga das partículas e v é a velocidade das partículas. Como os íons são positivos e duplamente carregados, a carga das partículas é $2e$. Assim, temos:

$$J = n(2e)v = (2 \times 10^{14} \text{ íons/m}^3)(3,20 \times 10^{-19} \text{ C})(1,0 \times 10^5 \text{ m/s}) = 6,4 \text{ A/m}^2.$$

(b) Como as partículas são positivamente carregadas, a densidade de corrente tem a mesma direção que a velocidade, ou seja, aponta para o norte.

(c) Para calcular a corrente, é preciso conhecer a área da seção reta do feixe de íons, caso em que a equação $i = JA$ pode ser usada.

6. (a) Como a área de um círculo é proporcional a r^2 , o eixo horizontal do gráfico da Fig. 26-23b representa (a menos de um fator constante π) a área do fio. O fato de que o gráfico é uma linha reta indica que a densidade de corrente $J = i/A$ é constante. Por isso, a resposta é “sim, a densidade de corrente é uniforme”.

(b) Como, de acordo com o gráfico da Fig. 26-23b, a corrente é 5,0 mA quando o raio é 4,00 mm², temos:

$$J = \frac{i}{\pi r^2} = \frac{0,005 \text{ A}}{\pi(4 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 398 \approx 4,0 \times 10^2 \text{ A/m}^2.$$

7. A área da seção reta do fio é dada por $A = \pi r^2$, na qual r é o raio (metade do diâmetro) do fio. Como o módulo do vetor densidade de corrente é

$$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi r^2},$$

temos:

$$r = \sqrt{\frac{i}{\pi J}} = \sqrt{\frac{0,50 \text{ A}}{\pi(440 \times 10^4 \text{ A/m}^2)}} = 1,9 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

O diâmetro do fio é, portanto, $d = 2r = 2(1,9 \times 10^{-4} \text{ m}) = 3,8 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,38 \text{ mm}$.

8. (a) O módulo da densidade de corrente é

$$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi d^2/4} = \frac{4(1,2 \times 10^{-10} \text{ A})}{\pi(2,5 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 2,4 \times 10^{-5} \text{ A/m}^2.$$

(b) A velocidade de deriva dos elétrons é

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{2,4 \times 10^{-5} \text{ A/m}^2}{(8,47 \times 10^{28} \text{ /m}^3)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} = 1,8 \times 10^{-15} \text{ m/s}.$$

9. A largura da região considerada, $\Delta r = 10 \text{ } \mu\text{m}$, é tão pequena em comparação com a distância da região ao centro do fio, $r = 1,20 \text{ mm}$, que podemos usar a aproximação $\int Br 2\pi r dr \approx Br 2\pi r \Delta r$. Assim, a corrente que passa no anel é

$$i_{\text{anel}} = 2\pi Br^2 \Delta r = 2\pi(2,00 \times 10^5 \text{ A/m}^2)(0,00120)^2(10 \times 10^{-6}) = 1,181 \times 10^{-5} \text{ A} = 18,1 \text{ } \mu\text{A}.$$

10. Supondo que a densidade de corrente J é paralela ao fio, a Eq. 26-4 nos dá:

$$\begin{aligned} i &= \int |\vec{J}| dA = \int_{9R/10}^R (kr^2) 2\pi r dr = \frac{1}{2} k\pi(R^4 - 0,656R^4) \\ &= \frac{1}{2} (3,0 \times 10^8) \pi \{ (0,00200 \text{ m})^4 - [(0,656)(0,00200 \text{ m})]^4 \} = 2,59 \times 10^{-3} \text{ A}. \end{aligned}$$

11. (a) A corrente é

$$i = \int_S J_a dA = \frac{J_0}{R} \int_0^R r \cdot 2\pi r dr = \frac{2}{3} \pi R^2 J_0 = \frac{2}{3} \pi (3,40 \times 10^{-3} \text{ m})^2 (5,50 \times 10^4 \text{ A/m}^2) \\ = 1,33 \text{ A}.$$

(b) A corrente é

$$i = \int_S J_b dA = \int_0^R J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 2\pi r dr = \frac{1}{3} \pi R^2 J_0 = \frac{1}{3} \pi (3,40 \times 10^{-3} \text{ m})^2 (5,50 \times 10^4 \text{ A/m}^2) \\ = 0,666 \text{ A}.$$

(c) Comparando as duas funções, vemos que $J_b \rightarrow 0$ para $r \rightarrow R$, enquanto J_a não varia com a distância radial. Assim, J_a é maior perto da superfície do fio.

12. (a) O módulo da densidade de corrente é

$$J = nev = (8,70 \times 10^6 \text{ m}^3)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(470 \times 10^3 \text{ m/s}) \\ = 6,54 \times 10^{-7} \text{ A/m}^2 = 0,654 \mu\text{A/m}^2.$$

(b) Embora a área da superfície da Terra seja aproximadamente $4\pi R_T^2$ (a área da superfície de uma esfera), a área a ser usada no cálculo de quantos prótons em um feixe aproximadamente unidirecional (o vento solar) são recebidos pela Terra é a seção de choque da Terra, ou seja, um “alvo” cuja área é uma circunferência de área πR_T^2 . Assim, temos:

$$i = AJ = \pi R_T^2 J = \pi (6,37 \times 10^6 \text{ m})^2 (6,54 \times 10^{-7} \text{ A/m}^2) = 8,34 \times 10^7 \text{ A} = 83,4 \text{ MA}.$$

13. Como a velocidade de deriva dos elétrons é dada por $v_d = J/ne = i/Ane$, temos:

$$t = \frac{L}{v_d} = \frac{L}{i/Ane} = \frac{L A n e}{i} = \frac{(0,85 \text{ m})(0,21 \times 10^{-14} \text{ m}^2)(8,49 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{300 \text{ A}} \\ = 8,1 \times 10^2 \text{ s} = 13 \text{ min}.$$

14. Como a diferença de potencial V e a corrente i estão relacionadas através da equação $V = iR$, na qual R é a resistência do electricista, a tensão fatal é

$$V = (50 \times 10^{-3} \text{ A})(2000 \Omega) = 100 \text{ V}.$$

15. A resistência da bobina é dada por $R = \rho L/A$, na qual ρ é a resistividade do cobre, L é o comprimento do fio e A é a área da seção reta do fio. Como o comprimento de cada espira é $2\pi r$, na qual r é o raio da bobina,

$$L = (250)2\pi r = (250)(2\pi)(0,12 \text{ m}) = 188,5 \text{ m}.$$

Se r_f é o raio do fio, a área da seção reta é

$$A = \pi r_f^2 = \pi (0,65 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 1,33 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Como, de acordo com a Tabela 26-1, a resistividade do cobre é $\rho = 1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, temos:

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(188,5 \text{ m})}{1,33 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 2,4 \Omega.$$

16. A resistência por unidade de comprimento ρ_L e a resistividade ρ estão relacionadas através da equação $\rho_L = \rho/A$, na qual A é a área da seção reta do fio; a massa por unidade de comprimento μ_L e a massa específica μ estão relacionadas através da equação $\mu_L = \mu/A$.

(a) No caso do cobre,

$$J = i/A = i\rho_L/\rho = (60,0 \text{ A})(0,150 \text{ } \Omega/\text{km})/(1,69 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}) = 5,32 \times 10^5 \text{ A/m}^2.$$

(b) No caso do cobre,

$$\mu_L = \mu/A = \mu\rho/\rho_L = (8960 \text{ kg/m}^3)(1,69 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m})/(0,150 \text{ } \Omega/\text{km}) = 1,01 \text{ kg/m}.$$

(c) No caso do alumínio,

$$J = i\rho_L/\rho = (60,0 \text{ A})(0,150 \text{ } \Omega/\text{km})/(2,75 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}) = 3,27 \times 10^5 \text{ A/m}^2.$$

(d) No caso do alumínio,

$$\mu_L = \mu\rho/\rho_L = (2700 \text{ kg/m}^3)(2,75 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m})/(0,150 \text{ } \Omega/\text{km}) = 0,495 \text{ kg/m}.$$

17. Como a condutividade σ é o recíproco da resistividade, temos:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{L}{RA} = \frac{L}{(V/i)A} = \frac{Li}{VA} = \frac{(1,0 \text{ m})(4,0 \text{ A})}{(2,0 \text{ V})(1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 2,0 \times 10^6 \text{ } \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}.$$

18. (a) $i = V/R = 23,0 \text{ V}/(15,0 \times 10^{-3} \text{ } \Omega) = 1,53 \times 10^3 \text{ A} = 1,63 \text{ kA}.$

(b) Como a área da seção reta do fio é $A = \pi r^2 = \pi D^2/4$, temos:

$$J = \frac{i}{A} = \frac{4i}{\pi D^2} = \frac{4(1,53 \times 10^3 \text{ A})}{\pi(6,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 5,41 \times 10^7 \text{ A/m}^2 = 54,1 \text{ MA/m}^2.$$

(c) A resistividade é

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{(15,0 \times 10^{-3} \text{ } \Omega)\pi(6,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4(4,00 \text{ m})} = 10,6 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}.$$

(d) O material é a platina.

19. De acordo com a Eq. 26-16, a resistência do fio é dada por $R = \rho L/A$, na qual ρ é a resistividade do material, L é o comprimento do fio e A é a área da seção reta do fio. Neste caso,

$$A = \pi r^2 = \pi(0,50 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 7,85 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

e

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{(50 \times 10^{-3} \text{ } \Omega)(7,85 \times 10^{-7} \text{ m}^2)}{2,0 \text{ m}} = 2,0 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}.$$

20. Vamos chamar o diâmetro do fio de D . Como $R \propto L/A$ (Eq. 26-16) e $A = \pi D^2/4 \propto D^2$, a resistência do segundo fio é

$$R_2 = R \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \left(\frac{L_2}{L_1} \right) = R \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \left(\frac{L_2}{L_1} \right) = R(2)^2 \left(\frac{1}{2} \right) = 2R.$$

21. A resistência quando a lâmpada está acesa é $R = V/i = (2,9 \text{ V})/(0,30 \text{ A}) = 9,67 \text{ } \Omega$. Como $R - R_0 = R_0\alpha (T - T_0)$, temos:

$$T = T_0 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right) = 20^\circ \text{C} + \left(\frac{1}{4,5 \times 10^{-3} / \text{K}} \right) \left(\frac{9,67 \text{ } \Omega}{1,1 \text{ } \Omega} - 1 \right) = 1,8 \times 10^3 \text{ } ^\circ \text{C}.$$

Como uma variação de temperatura em graus Celsius é igual a uma variação de temperatura em kelvins, o valor de α usado nos cálculos é compatível com as outras unidades envolvidas. O valor de α para o tungstênio foi obtido na Tabela 26-1.

22. Seja r o raio da linha da pipa e seja e a espessura da camada de água. A área da seção reta da camada de água é

$$A = \pi[(r+t)^2 - r^2] = \pi[(2,50 \times 10^{-3} \text{ m})^2 - (2,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2] = 7,07 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

De acordo com a Eq. 26-16, a resistência do fio molhado é

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(150 \Omega \cdot \text{m})(800 \text{ m})}{7,07 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 1,698 \times 10^{10} \Omega$$

e a corrente é

$$i = \frac{V}{R} = \frac{1,60 \times 10^8 \text{ V}}{1,698 \times 10^{10} \Omega} = 9,42 \times 10^{-3} \text{ A} = 9,42 \text{ mA}.$$

23. De acordo com a Eq. 26-10, $J = E/\rho$, na qual J é a densidade de corrente, E é o campo elétrico (uniforme) no interior do fio e ρ é a resistividade do material do fio. Como o campo elétrico é dado por $E = V/L$, na qual V é a diferença de potencial entre as extremidades do fio e L é o comprimento do fio, $J = V/L\rho$ e

$$\rho = \frac{V}{LJ} = \frac{115 \text{ V}}{(10 \text{ m})(1,4 \times 10^4 \text{ A/m}^2)} = 8,2 \times 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}.$$

24. (a) Como o material é o mesmo, a resistividade ρ é a mesma, o que significa, de acordo com a Eq. 26-11, que os campos elétricos nos diferentes trechos são diretamente proporcionais às densidades de corrente. Assim, de acordo com o gráfico da Fig. 26-24a, $J_1/2,5 = J_2/4 = J_3/1,5$. Como as barras estão ligadas em série, a corrente é a mesma nas três barras e, portanto, $J_1A_1 = J_2A_2 = J_3A_3$. Como $A \propto r^2$, temos:

$$2,5r_1^2 = 4r_2^2 = 1,5r_3^2.$$

Para $r_3 = 2 \text{ mm}$, a relação $2,5r_1^2 = 1,5r_3^2$ nos dá $r_1 = 1,55 \text{ mm}$.

(b) A relação $4r_2^2 = 1,5r_3^2$ nos dá $r_2 = 1,22 \text{ mm}$.

25. Como a densidade do material não muda, o volume permanece o mesmo. Se L_0 é o comprimento original, L é o novo comprimento, A_0 é a área da seção reta original e A é a área da nova seção reta, $L_0A_0 = LA$ e $A = L_0A_0/L = L_0A_0/3L_0 = A_0/3$. A nova resistência é

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{3\rho L_0}{A_0/3} = 9 \frac{\rho L_0}{A_0} = 9R_0,$$

na qual R_0 é a resistência original. Para $R_0 = 6,0 \Omega$, $R = 9(6,0 \Omega) = 54 \Omega$.

26. O valor absoluto da inclinação das retas do gráfico da Fig. 26-25b é igual ao valor absoluto do campo elétrico nos trechos correspondentes da placa. Aplicando as Eqs. 26-5 e 26-13 aos três trechos da placa resistiva, temos:

$$J_1 = i/A = \sigma_1 E_1 = \sigma_1 (0,50 \times 10^3 \text{ V/m})$$

$$J_2 = i/A = \sigma_2 E_2 = \sigma_2 (4,0 \times 10^3 \text{ V/m})$$

$$J_3 = i/A = \sigma_3 E_3 = \sigma_3 (1,0 \times 10^3 \text{ V/m}).$$

Note que $J_1 = J_2 = J_3$, já que os valores de i e A são os mesmos nos três trechos. Como $\sigma_3 = 3,00 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$, temos:

$$(a) \sigma_1 = 2\sigma_3 = 2(3,00 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}) = 6,00 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}.$$

$$(b) \sigma_2 = \sigma_3/4 = (3,00 \times 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1})/4 = 7,50 \times 10^6 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}.$$

27. A resistência do condutor A é dada por

$$R_A = \frac{\rho L}{\pi r_A^2},$$

na qual r_A é o raio do condutor. Se r_{ext} é o diâmetro externo do condutor B e r_{int} é o diâmetro interno, a área da seção reta é $\pi(r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2)$ e a resistência é

$$R_B = \frac{\rho L}{\pi(r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2)}.$$

A razão pedida é

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2}{r_A^2} = \frac{(1,0 \text{ mm})^2 - (0,50 \text{ mm})^2}{(0,50 \text{ mm})^2} = 3,0.$$

28. De acordo com as Eqs. 26-8 e 26-16, $V = iR = i\rho L/A$. De acordo com a Tabela 26-1, a resistividade do cobre é $1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. De acordo com o gráfico da Fig. 26-26, para $L = x_s$, a queda de tensão é $V = V_s$, o que nos dá

$$i = \frac{AV_s}{\rho x_s} = \frac{\pi r^2 V_s}{\rho x_s} = \frac{\pi(0,002 \text{ m})^2 (12 \times 10^{-6} \text{ V})}{(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(3,0 \text{ m})} = 0,0029 \text{ A} \approx 3,0 \text{ mA}.$$

29. A resistência do fio de cobre é

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(0,020 \text{ m})}{\pi(2,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 2,69 \times 10^{-5} \Omega.$$

Para uma diferença de potencial $V = 3,00 \text{ nV}$, a corrente que atravessa o fio é

$$i = \frac{V}{R} = \frac{3,00 \times 10^{-9} \text{ V}}{2,69 \times 10^{-5} \Omega} = 1,115 \times 10^{-4} \text{ A}.$$

A carga que passa por uma seção reta do fio em $3,00 \text{ ms}$ é

$$\Delta Q = i\Delta t = (1,115 \times 10^{-4} \text{ A})(3,00 \times 10^{-3} \text{ s}) = 3,35 \times 10^{-7} \text{ C}.$$

30. De acordo com as informações do enunciado, o diâmetro de um fio calibre 22 é 1/4 do diâmetro de um fio calibre 10. Assim, como $R = \rho L/A$, a resistência de 25 pés de um fio calibre 22 é

$$R = (1,00 \Omega)(25 \text{ pés}/1000 \text{ pés})(4)^2 = 0,40 \Omega.$$

31. (a) A corrente em cada fio é

$$i = 0,750 \text{ A}/125 = 6,00 \times 10^{-3} \text{ A}.$$

(b) A diferença de potencial é

$$V = iR = (6,00 \times 10^{-3} \text{ A})(2,65 \times 10^{-6} \Omega) = 1,59 \times 10^{-8} \text{ V}.$$

(c) A resistência é

$$R_{\text{total}} = 2,65 \times 10^{-6} \Omega/125 = 2,12 \times 10^{-8} \Omega.$$

32. De acordo com as Eqs. 26-7 e 26-13, $J = \sigma E = (n_+ + n_-)ev_d$.

(a) O módulo da densidade de corrente é

$$J = \sigma E = [2,70 \times 10^{-14} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}](120 \text{ V/m}) = 3,24 \times 10^{-12} \text{ A/m}^2 = 3,24 \text{ pA/m}^2.$$

(b) A velocidade de deriva é

$$v_d = \frac{\sigma E}{(n_+ + n_-)e} = \frac{[2,70 \times 10^{-14} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}](120 \text{ V/m})}{[(620 + 550) \text{ íons/cm}^3](1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} = 1,73 \text{ cm/s}.$$

33. (a) $i = V/R = 35,8 \text{ V}/935 \, \Omega = 3,83 \times 10^{-2} \text{ A}$.

(b) $J = i/A = (3,83 \times 10^{-2} \text{ A})/(3,50 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 109 \text{ A/m}^2$.

(c) $v_d = J/ne = (109 \text{ A/m}^2)/[(5,33 \times 10^{22}/\text{m}^3)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})] = 1,28 \times 10^{-2} \text{ m/s}$.

(d) $E = V/L = 35,8 \text{ V}/0,158 \text{ m} = 227 \text{ V/m}$.

34. A concentração de elétrons de condução no cobre é $n = 8,49 \times 10^{28}/\text{m}^3$. O campo elétrico no fio 2 é $(10,0 \, \mu\text{V})/(2,00 \text{ m}) = 5,00 \, \mu\text{V/m}$. Como $\rho = 1,69 \times 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}$ para o cobre (veja a Tabela 26-1), a Eq. 26-10 nos dá uma densidade de corrente $J_2 = (5,00 \, \mu\text{V/m})/(1,69 \times 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}) = 296 \text{ A/m}^2$. Como a corrente é a mesma nos fios 1 e 2, temos, de acordo com a Eq. 26-5,

$$J_1 A_1 = J_2 A_2 \Rightarrow J_1 (4\pi R^2) = J_2 (\pi R^2),$$

o que nos dá $J_1 = 74 \text{ A/m}^2$. Assim, de acordo com a Eq. 26-20,

$$v_d = \frac{J_1}{ne} = 5,44 \times 10^{-9} \text{ m/s}.$$

35. (a) A Fig. 26-29 mostra a corrente i entrando no tronco de cone pela base menor e saindo pela base maior; vamos escolher este sentido como sentido positivo do eixo x . Como a densidade de corrente J é uniforme, $J(x) = i/A$, na qual $A = \pi r^2$ é a área da seção reta do cone. Como, de acordo com a Eq. 26-11, $E = \rho J$, temos:

$$E(x) = \frac{i\rho}{\pi r^2}.$$

Integrando $E(x)$, podemos determinar a diferença de potencial V entre as bases do tronco de cone e calcular a resistência usando a relação $R = V/i$ (Eq. 26-8). Para isso, porém, é preciso conhecer como r varia com x .

Como o raio do tronco de cone varia linearmente com x , sabemos que $r = c_1 + c_2 x$, na qual c_1 e c_2 são constantes. Tomando como origem o centro da base menor do tronco de cone, $r = a$ para $x = 0$ e, portanto, $c_1 = a$. Como $r = b$ para $x = L$, $b = a + c_2 L$, o que nos dá $c_2 = (b - a)/L$. Assim, temos:

$$r = a + \left(\frac{b-a}{L}\right)x.$$

Substituindo r por esse valor na expressão de $E(x)$, obtemos:

$$E(x) = \frac{i\rho}{\pi} \left(a + \frac{b-a}{L}x\right)^{-2}.$$

A diferença de potencial entre as bases do tronco de cone é

$$\begin{aligned} V &= -\int_0^L E dx = -\frac{i\rho}{\pi} \int_0^L \left(a + \frac{b-a}{L}x\right)^{-2} dx = \frac{i\rho}{\pi} \frac{L}{b-a} \left(a + \frac{b-a}{L}x\right)^{-1} \Big|_0^L \\ &= \frac{i\rho}{\pi} \frac{L}{b-a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{i\rho}{\pi} \frac{L}{b-a} \frac{b-a}{ab} = \frac{i\rho L}{\pi ab} \end{aligned}$$

e a resistência é

$$R = \frac{V}{i} = \frac{\rho L}{\pi ab} = \frac{(731 \, \Omega \cdot \text{m})(1,94 \times 10^{-2} \text{ m})}{\pi(2,00 \times 10^{-3} \text{ m})(2,30 \times 10^{-3} \text{ m})} = 9,81 \times 10^5 \, \Omega = 981 \text{ k}\Omega.$$

Note que, se $b = a$, $R = \rho L/\pi a^2 = \rho L/A$, na qual $A = \pi a^2$ é a área da seção reta do cilindro.

36. Supondo que a corrente se espalha uniformemente no hemisfério, a densidade de corrente a uma distância r do local onde caiu o raio é $J = I/2\pi r^2$. De acordo com a Eq. 26-10, o campo elétrico a essa distância é

$$E = \rho_a J = \frac{\rho_a I}{2\pi r^2},$$

na qual ρ_a é a resistividade da água. A diferença de potencial entre um ponto a uma distância D do local onde caiu o raio e um ponto a uma distância $D + \Delta r$ é

$$\Delta V = -\int_D^{D+\Delta r} E dr = -\int_D^{D+\Delta r} \frac{\rho_a I}{2\pi r^2} dr = \frac{\rho_a I}{2\pi} \left(\frac{1}{D+\Delta r} - \frac{1}{D} \right) = -\frac{\rho_a I}{2\pi} \frac{\Delta r}{D(D+\Delta r)}$$

e, portanto, a corrente que atravessa o corpo do nadador é

$$i = \frac{|\Delta V|}{R} = \frac{\rho_a I}{2\pi R} \frac{\Delta r}{D(D+\Delta r)}.$$

Substituindo por valores numéricos, obtemos

$$i = \frac{(30,0 \, \Omega \cdot \text{m})(7,80 \times 10^4 \, \text{A})}{2\pi(4,00 \times 10^3 \, \Omega)} \frac{0,70 \, \text{m}}{(35,0 \, \text{m})(35,0 \, \text{m} + 0,70 \, \text{m})} = 5,22 \times 10^{-2} \, \text{A} = 52 \, \text{mA}.$$

37. De acordo com as Eqs. 26-23 e 26-24, $\rho \propto \tau^{-1} \propto v_{\text{ef}}$; essas relações são discutidas no Exemplo “Tempo livre médio e livre caminho médio”. Como, de acordo com a Eq. 19-31, $v_{\text{ef}} \propto \sqrt{T}$, $\rho \propto \sqrt{T}$.

38. A inclinação do gráfico da Fig. 26-31b é $P = (2,50 \times 10^{-3} \, \text{J})/(5,00 \, \text{s}) = 5,0 \times 10^{-4} \, \text{W}$. Como, de acordo com a Eq. 26-28, $P = V^2/R$, temos:

$$V = \sqrt{PR} = \sqrt{(5,0 \times 10^{-4} \, \text{W})(20 \, \Omega)} = 0,10 \, \text{V}.$$

39. De acordo com a Eq. 26-26, a potência térmica gerada é

$$P = iV = (10,0 \, \text{A})(120 \, \text{V}) = 1,20 \, \text{kW}$$

e o tempo necessário para cozinhar três salsichas é

$$t = \frac{3 \times 60,0 \times 10^3 \, \text{J}}{1,20 \times 10^3 \, \text{W}} = 150 \, \text{s}.$$

40. $R = P/i^2 = (100 \, \text{W})/(3,00 \, \text{A})^2 = 11,1 \, \Omega$.

41. (a) De acordo com a Eq. 26-28, a taxa de conversão de energia elétrica em energia térmica é $P = V^2/R$, na qual V é a diferença de potencial aplicada ao aquecedor e R é a resistência do aquecedor. Assim,

$$P = \frac{(120 \, \text{V})^2}{14 \, \Omega} = 1,0 \times 10^3 \, \text{W} = 1,0 \, \text{kW}.$$

(b) O custo é $(1,0 \, \text{kW})(5,0 \, \text{h})(\$ 0,05/\text{kW} \cdot \text{h}) = \$ 0,25$.

42. (a) Como, na Fig. 26-32, a corrente convencional circula no sentido horário, o campo elétrico aponta para baixo, o que significa que os elétrons se movem para cima.

(b) De acordo com a Eq. 24-8, $W = -qV = eV = 12 \, \text{eV}$ (ou, em joules, $W = 12 \times 1,6 \times 10^{-19} \, \text{C} = 1,9 \times 10^{-18} \, \text{J}$).

(c) Como quase toda a energia dos elétrons é dissipada em forma de calor, a resposta é a mesma do item (b): 12 eV.

43. Como, de acordo com a Eq. 26-28, $P = V^2/R$, $P \propto V^2$. Assim, a potência dissipada no segundo caso é

$$P = \left(\frac{1,50 \text{ V}}{3,00 \text{ V}} \right)^2 (0,540 \text{ W}) = 0,135 \text{ W}.$$

44. Como, de acordo com a Eq. 26-26, $P = iV$, a carga é

$$q = it = Pt/V = (7,0 \text{ W})(5,0 \text{ h})(3600 \text{ s/h})/9,0 \text{ V} = 1,4 \times 10^4 \text{ C} = 14 \text{ kC}.$$

45. (a) De acordo com a Eq. 26-26, a potência dissipada, a corrente do aquecedor e a tensão aplicada ao aquecedor estão relacionadas através da equação $P = iV$. Assim,

$$i = \frac{P}{V} = \frac{1250 \text{ W}}{115 \text{ V}} = 10,9 \text{ A}.$$

(b) De acordo com a Eq. 26-8, $V = iR$, na qual R é a resistência do aquecedor. Assim,

$$R = \frac{V}{i} = \frac{115 \text{ V}}{10,9 \text{ A}} = 10,6 \Omega.$$

(c) A energia térmica E produzida pelo aquecedor em 1,0 h é

$$E = Pt = (1250 \text{ W})(3600 \text{ s}) = 4,50 \times 10^6 \text{ J} = 4,50 \text{ MJ}.$$

46. (a) De acordo com a Tabela 26-1 e a Eq. 26-10, temos:

$$E = \rho J = (1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \left(\frac{2,00 \text{ A}}{2,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \right) = 1,69 \times 10^{-2} \text{ V/m} = 16,9 \text{ mV/m}.$$

(b) De acordo com a Tabela 26-1 e a Eq. 26-16,

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \frac{4,00 \text{ m}}{2,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,0338 \Omega.$$

A taxa de geração de energia térmica é dada pela Eq. 26-27:

$$P = i^2 R = (2,00 \text{ A})^2 (0,0338 \Omega) = 0,135 \text{ W}.$$

A energia térmica gerada em 30 min é dada por

$$E = (0,135 \text{ J/s})(180 \text{ s}) = 243 \text{ J}.$$

47. (a) Como, de acordo com as Eqs. 26-28 e 26-16, $P = V^2/R = AV^2/\rho L$, temos:

$$L = \frac{AV^2}{\rho P} = \frac{(2,60 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(75,0 \text{ V})^2}{(5,00 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m})(500 \text{ W})} = 5,85 \text{ m}.$$

(b) Como $L \propto V^2$, o novo comprimento é

$$L' = L \left(\frac{V'}{V} \right)^2 = (5,85 \text{ m}) \left(\frac{100 \text{ V}}{75,0 \text{ V}} \right)^2 = 10,4 \text{ m}.$$

48. A massa de água envolvida é

$$m = \rho AL = (1000 \text{ kg/m}^3)(15 \times 10^{-5} \text{ m}^2)(0,12 \text{ m}) = 0,018 \text{ kg}$$

e a energia necessária para vaporizar a água é

$$Q = Lm = (2256 \text{ kJ/kg})(0,018 \text{ kg}) = 4,06 \times 10^4 \text{ J}.$$

A energia térmica produzida pela passagem da corrente elétrica através da água é dada por:

$$Q = P\Delta t = I^2 R \Delta t.$$

Como a resistência da massa de água envolvida é

$$R = \frac{\rho_a L}{A} = \frac{(150 \, \Omega \cdot \text{m})(0,120 \, \text{m})}{15 \times 10^{-5} \, \text{m}^2} = 1,2 \times 10^5 \, \Omega,$$

a corrente necessária para vaporizar a água é

$$I = \sqrt{\frac{Q}{R\Delta t}} = \sqrt{\frac{4,06 \times 10^4 \, \text{J}}{(1,2 \times 10^5 \, \Omega)(2,0 \times 10^{-3} \, \text{s})}} = 13,0 \, \text{A}.$$

49. (a) O custo pedido é

$$(100 \, \text{W})(24 \, \text{h/dia})(31 \, \text{dias/mês})(\$ 0,06/\text{kW} \cdot \text{h}) = \$ 4,46.$$

(b) $R = V^2/P = (120 \, \text{V})^2/100 \, \text{W} = 144 \, \Omega$.

(c) $i = P/V = 100 \, \text{W}/120 \, \text{V} = 0,833 \, \text{A}$.

50. As inclinações das retas da Fig. 26-33b nos dão $P_1 = (40 \, \text{mJ})/(5 \, \text{s}) = 8 \, \text{mW}$ e $P_2 = (20 \, \text{mJ})/(5 \, \text{s}) = 4 \, \text{mW}$. De acordo com a lei de conservação da energia, a potência da bateria é

$$P_{\text{bat}} = P_1 + P_2 = 8 \, \text{mW} + 4 \, \text{mW} = 12 \, \text{mW}.$$

51. (a) De acordo com a Eq. 26-16,

$$R_C = \rho_C \frac{L_C}{\pi r_C^2} = (2,0 \times 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}) \frac{1,0 \, \text{m}}{\pi(0,00050 \, \text{m})^2} = 2,55 \, \Omega$$

e, de acordo com a Eq. 26-8,

$$|V_1 - V_2| = V_C = iR_C = (2,0 \, \text{A})(2,55 \, \Omega) = 5,1 \, \text{V}.$$

(b) Analogamente,

$$R_D = \rho_D \frac{L_D}{\pi r_D^2} = (1,0 \times 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}) \frac{1,0 \, \text{m}}{\pi(0,00025 \, \text{m})^2} = 5,09 \, \Omega$$

e

$$|V_2 - V_3| = V_D = iR_D = (2,0 \, \text{A})(5,09 \, \Omega) = 10,2 \, \text{V} \approx 10 \, \text{V}.$$

(c) De acordo com a Eq. 26-27,

$$P_C = i^2 R_C = 10 \, \text{W}.$$

(d) Analogamente,

$$P_D = i^2 R_D = 20 \, \text{W}.$$

52. Supondo que a corrente é longitudinal, a Eq. 26-4 nos dá

$$i = \int J dA = \int_0^R ar^2 2\pi r dr = \frac{1}{2} a \pi R^4 = \frac{1}{2} (2,75 \times 10^{10} \, \text{A/m}^4)(\pi)(3,00 \times 10^{-3} \, \text{m})^4 = 3,50 \, \text{A}.$$

A taxa de geração de energia térmica é dada pela Eq. 26-26: $P = iV = (3,50 \, \text{A})(60 \, \text{V}) = 210 \, \text{W}$.
A energia térmica gerada em 1 h é

$$Q = P\Delta t = (210 \, \text{W})(3600 \, \text{s}) = 7,56 \times 10^5 \, \text{J} = 756 \, \text{kJ}.$$

53. (a) De acordo com a Eq. 26-28, $R = V^2/P = (120 \, \text{V})^2/500 \, \text{W} = 28,8 \, \Omega$.

(b) De acordo com a Eq. 26-26,

$$n = \frac{i}{e} = \frac{P}{eV} = \frac{500 \text{ W}}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(120 \text{ V})} = 2,60 \times 10^{19} \text{ s}^{-1}.$$

54. De acordo com a Eq. 26-28, para que a potência dissipada seja 200 W, devemos ter

$$R = (5,0 \text{ V})^2 / (200 \text{ W}) = 0,125 \, \Omega,$$

mas, para isso, é preciso que

$$\int_0^L 5,00x \, dx = 0,125 \, \Omega.$$

Assim,

$$(5,00) \frac{L^2}{2} = 0,125 \Rightarrow L = 0,224 \text{ m}.$$

55. Seja R_Q a resistência na temperatura mais alta (800°C) e R_F a resistência na temperatura mais baixa (200°C). De acordo com a Eq. 26-28, como a diferença de potencial é a mesma nos dois casos, a potência dissipada na temperatura mais baixa é $P_L = V^2/R_L$ e a potência dissipada na temperatura mais alta é $P_Q = V^2/R_Q$, o que nos dá $P_F = (R_Q/R_F)P_Q$. Como

$$R_F = R_Q + \alpha R_Q \Delta T,$$

na qual $\Delta T = T_L - T_Q$, temos:

$$P_F = \frac{R_Q}{R_Q + \alpha R_Q \Delta T} P_Q = \frac{P_Q}{1 + \alpha \Delta T} = \frac{500 \text{ W}}{1 + (4,0 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1})(-600 \text{ K})} = 660 \text{ W}.$$

56. (a) A corrente é

$$i = \frac{V}{R} = \frac{V}{\rho L/A} = \frac{\pi V d^2}{4 \rho L} = \frac{\pi (1,20 \text{ V}) [(0,0400 \text{ polegada})(2,54 \times 10^{-2} \text{ m/polegada})]^2}{4 (1,69 \times 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m})(33,0 \text{ m})} = 1,74 \text{ A}.$$

(b) A densidade de corrente é

$$J = \frac{i}{A} = \frac{4i}{\pi d^2} = \frac{4(1,74 \text{ A})}{\pi [(0,0400 \text{ polegada})(2,54 \times 10^{-2} \text{ m/polegada})]^2} = 2,15 \times 10^6 \text{ A/m}^2 = 2,15 \text{ MA/m}^2.$$

(c) $E = V/L = 1,20 \text{ V}/33,0 \text{ m} = 3,63 \times 10^{-2} \text{ V/m} = 36,3 \text{ mV/m}$.

(d) $P = Vi = (1,20 \text{ V})(1,74 \text{ A}) = 2,09 \text{ W}$.

57. De acordo com a Eq. 26-26, $i = P/V = 2,00 \text{ A}$. De acordo com a Eq. 26-1, como a corrente é constante,

$$\Delta q = i \Delta t = 2,88 \times 10^4 \text{ C}.$$

58. Vamos usar o índice c para indicar a barra de cobre e o índice a para indicar a barra de alumínio.

(a) A resistência da barra de alumínio é

$$R = \rho_a \frac{L}{A} = \frac{(2,75 \times 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m})(1,3 \text{ m})}{(5,2 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 1,3 \times 10^{-3} \, \Omega.$$

(b) Fazendo $R = \rho_c L / (\pi d^2 / 4)$ e explicitando d , o diâmetro da barra de cobre, obtemos:

$$d = \sqrt{\frac{4\rho_c L}{\pi R}} = \sqrt{\frac{4(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1,3 \text{ m})}{\pi(1,3 \times 10^{-3} \Omega)}} = 4,6 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

59. (a) Como

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{R(\pi d^2 / 4)}{L} = \frac{(1,09 \times 10^{-3} \Omega) \pi (5,50 \times 10^{-3} \text{ m})^2 / 4}{1,60 \text{ m}} = 1,62 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m},$$

o fio é feito de prata.

(b) A resistência do disco é

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{4\rho L}{\pi d^2} = \frac{4(1,62 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1,00 \times 10^{-3} \text{ m})}{\pi(2,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 5,16 \times 10^{-8} \Omega.$$

60. (a) A corrente elétrica pode ser considerada uma vazão de cargas elétricas. Como vimos no Capítulo 14, a vazão é o produto da área da seção reta do fluido em movimento pela velocidade média das partículas do fluido. Assim, $i = \rho A v$, na qual ρ é a carga por unidade de volume. Se a seção reta é circular, $i = \rho \pi R^2 v$.

(b) Como um coulomb por segundo corresponde a um ampère, temos:

$$i = (1,1 \times 10^{-3} \text{ C/m}^3) \pi (0,050 \text{ m})^2 (2,0 \text{ m/s}) = 1,7 \times 10^{-5} \text{ A} = 17 \mu\text{A}.$$

(c) O movimento das cargas não é na mesma direção que a da diferença de potencial calculada no Problema 70 do Capítulo 24. Basta pensar (por analogia) na Eq. 7-48; o produto escalar na equação $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ deixa claro que $P = 0$ se $\vec{F} \perp \vec{v}$. Isto sugere que uma diferença de potencial radial e um movimento de cargas longitudinal não podem se combinar para produzir uma transferência de energia na forma de uma centelha.

(d) Supondo que existe uma tensão igual à calculada no Problema 70 do Capítulo 24, com a orientação adequada para permitir que a energia seja transferida para uma centelha, podemos usar o resultado desse problema na Eq. 26-26:

$$P = iV = (1,7 \times 10^{-5} \text{ A})(7,8 \times 10^4 \text{ V}) = 1,3 \text{ W}.$$

(e) Se a centelha durou 0,20 s, a energia transferida foi $(1,3 \text{ W})(0,20 \text{ s}) = 0,27 \text{ J}$.

(f) Como o resultado do item (e) é maior que a energia necessária para produzir uma centelha (0,15 J), concluímos que é provável que a centelha tenha acontecido na saída do cano, ou seja, na entrada do silo.

61. (a) A carga que atinge a superfície em um intervalo de tempo Δt é dada por $\Delta q = i \Delta t$, na qual i é a corrente. Como cada partícula possui uma carga $2e$, o número de partículas que atingem a superfície é

$$N = \frac{\Delta q}{2e} = \frac{i \Delta t}{2e} = \frac{(0,25 \times 10^{-6} \text{ A})(3,0 \text{ s})}{2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} = 2,3 \times 10^{12}.$$

(b) Seja N' o número de partículas em um segmento do feixe de comprimento L . Todas essas partículas passam pela seção reta do feixe na extremidade do segmento em um intervalo de tempo $\Delta t = L/v$, na qual v é a velocidade das partículas. Como a corrente i é a carga que passa pela seção reta por unidade de tempo,

$$i = \frac{2eN'}{\Delta t} = \frac{2eN'v}{L},$$

o que nos dá $N' = iL/2ev$. Para calcular a velocidade das partículas, partimos do fato de que a energia cinética de uma partícula é

$$K = 20 \text{ MeV} = (20 \times 10^6 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 3,2 \times 10^{-12} \text{ J}.$$

Como $K = mv^2/2$, a velocidade é $v = \sqrt{2K/m}$. Como a massa de uma partícula alfa é aproximadamente 4 vezes maior que a massa de um próton, $m \approx 4(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}) = 6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$, o que nos dá

$$v = \sqrt{\frac{2(3,2 \times 10^{-12} \text{ J})}{6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 3,1 \times 10^7 \text{ m/s}$$

e

$$N' = \frac{iL}{2ev} = \frac{(0,25 \times 10^{-6})(20 \times 10^{-2} \text{ m})}{2(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,1 \times 10^7 \text{ m/s})} = 5,0 \times 10^3.$$

(c) De acordo com a lei de conservação da energia, a soma da energia potencial inicial com a energia cinética inicial é igual à soma da energia potencial final com a energia cinética final. Sabemos que a energia potencial inicial é $U_i = q\Delta V = 2e\Delta V$, na qual ΔV é a diferença de potencial que queremos calcular, a energia cinética inicial é $K_i = 0$, a energia potencial final U_f é zero e a energia cinética final é $K_f = 20 \text{ MeV}$. Assim,

$$U_i = 2e\Delta V = U_f + K_f - K_i = 0 + 20 \text{ MeV} - 0 \Rightarrow \Delta V = (20 \text{ MeV})/2e = 10 \text{ MV}.$$

62. De acordo com a Eq. 26-28,

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(200 \text{ V})^2}{3000 \text{ W}} = 13,3 \Omega.$$

63. Combinando a Eq. 26-28 com a Eq. 26-16, é fácil mostrar que a potência é inversamente proporcional ao comprimento (quando a tensão permanece constante, como neste caso). Assim, como o novo comprimento é 7/8 do comprimento original, a nova potência é

$$P = \frac{8}{7}(2,0 \text{ kW}) = 2,4 \text{ kW}.$$

64. (a) Como $P = i^2R = J^2A^2R$, a densidade de corrente é

$$J = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{P}{R}} = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{P}{\rho L/A}} = \sqrt{\frac{P}{\rho LA}} = \sqrt{\frac{1,0 \text{ W}}{\pi(3,5 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m})(2,0 \times 10^{-2} \text{ m})(5,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2}} \\ = 1,3 \times 10^5 \text{ A/m}^2.$$

(b) Como $P = iV = JAV$, temos:

$$V = \frac{P}{AJ} = \frac{P}{\pi r^2 J} = \frac{1,0 \text{ W}}{\pi(5,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2(1,3 \times 10^5 \text{ A/m}^2)} = 9,4 \times 10^{-2} \text{ V} = 94 \text{ mV}.$$

65. Podemos usar a relação $P = i^2R = i^2\rho L/A$, que nos dá $L/A = P/i^2\rho$.

(a) Chamando os novos valores de seção reta e comprimento de A' e L' , respectivamente, temos:

$$\frac{L'}{A'} = \left(\frac{P}{i^2\rho} \right)_{\text{novo}} = \frac{30}{4^2} \left(\frac{P}{i^2\rho} \right)_{\text{antigo}} = \frac{30}{16} \frac{L}{A} = 1,875 \frac{L}{A}.$$

Como a densidade do fio não mudou, $L'A' = LA$, o que nos dá $A' = LA/L'$. Substituindo A' por LA/L' na equação apresentada, obtemos

$$(L')^2 = 1,875L^2 \Rightarrow L' = \sqrt{1,875}L = 1,37L \Rightarrow \frac{L'}{L} = 1,37.$$

(b) Substituindo L' por LA/A' na equação do item (a), obtemos

$$(A')^2 = \frac{A^2}{1,875} \Rightarrow A' = \frac{A}{\sqrt{1,875}} = \frac{A}{1,37} \Rightarrow \frac{A'}{A} = 0,730.$$

$$66. P = \frac{iV}{0,80} = \frac{(10 \text{ A})(12 \text{ V})}{(0,80)(746 \text{ W/hp})} = 0,20 \text{ hp}.$$

67. (a) Como $P = V^2/R \propto V^2$, $\Delta P \propto \Delta V^2 \approx 2V \Delta V$ e, portanto, a queda percentual é

$$\frac{\Delta P}{P} = 2 \frac{\Delta V}{V} = 2 \frac{110 - 115}{115} = -0,86 = -8,6\%$$

(b) Uma redução de V causa uma diminuição de P , o que, por sua vez, diminui a temperatura do resistor. Com isso, a resistência R do resistor diminui. Como $P \propto R^{-1}$, uma diminuição de R resulta em um aumento de P , que compensa parcialmente a redução de P causada pela redução de V . Assim, a redução real de P é menor que a redução calculada sem levar em conta a variação de temperatura do resistor.

68. De acordo com a Eq. 26-17, $\rho - \rho_0 = \rho\alpha(T - T_0)$. Explicitando T e supondo que $\rho/\rho_0 = R/R_0$, obtemos:

$$T = T_0 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) = 20^\circ\text{C} + \frac{1}{4,3 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}} \left(\frac{58 \Omega}{50 \Omega} - 1 \right) = 57^\circ\text{C}.$$

69. De acordo com a Eq. 26-28, temos:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(90 \text{ V})^2}{400 \Omega} = 20,3 \text{ W}$$

e a energia consumida é $(20,3 \text{ W})(2,00 \times 3600 \text{ s}) = 1,46 \times 10^5 \text{ J} = 146 \text{ kJ}$.

70. (a) A diferença de potencial entre as extremidades da lagarta é

$$V = iR = i\rho \frac{L}{A} = \frac{(12 \text{ A})(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(4,0 \times 10^{-2} \text{ m})}{\pi(2,6 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 3,8 \times 10^{-4} \text{ V}.$$

(b) Como a lagarta está se movendo no sentido da deriva dos elétrons, que é contrário ao sentido da corrente, a cauda da lagarta é negativa em relação à cabeça.

(c) Como a lagarta se move com a mesma velocidade que a velocidade de deriva dos elétrons no fio, temos:

$$t = \frac{L}{v_d} = \frac{LAne}{i} = \frac{\pi L d^2 ne}{4i} = \frac{\pi(1,0 \times 10^{-2} \text{ m})(5,2 \times 10^{-3} \text{ m})^2(8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{4(12 \text{ A})}$$

$$= 240 \text{ s} = 4 \text{ min}.$$

71. (a) Fazendo $\rho = 2\rho_0$ na Eq. 26-17, na qual ρ_0 é a resistividade à temperatura T_0 , temos:

$$\rho - \rho_0 = 2\rho_0 - \rho_0 = \rho_0\alpha(T - T_0),$$

Explicitando a temperatura T , obtemos:

$$T = T_0 + \frac{1}{\alpha} = 20^\circ\text{C} + \frac{1}{4,3 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}} \approx 250^\circ\text{C}.$$

Na Fig. 26-10, tomando uma ordenada igual ao dobro da ordenada para $T = 20 + 273 = 293 \text{ K}$, que é $1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, obtemos $\rho \approx 3,4 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. A temperatura correspondente é $\approx 520 \text{ K} = 247^\circ\text{C}$, um valor bem próximo do que foi calculado antes.

(b) Sim; como a Eq. 26-17 envolve a resistividade, e não a resistência, a temperatura para o dobro da resistência não depende de fatores geométricos como a forma e o tamanho da amostra.

72. De acordo com a Eq. 26-16,

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(3,00 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m})(10,0 \times 10^3 \text{ m})}{56,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,536 \Omega.$$

73. A potência fornecida ao líquido na forma de calor é $P = iV = (5,2 \text{ A})(12 \text{ V}) = 62,4 \text{ W}$. Isso significa que uma energia térmica de $62,4 \text{ J}$ é fornecida ao líquido por segundo. Assim, de acordo com a Eq. 18-16, o calor de vaporização do líquido é

$$L = \frac{Q}{m} = \frac{62,4 \text{ J}}{21 \times 10^{-6} \text{ kg}} = 3,0 \times 10^6 \text{ J/kg}.$$

74. De acordo com a Eq. 26-7, temos:

$$v_d = \frac{|\vec{J}|}{ne} = \frac{2,0 \times 10^6 \text{ A/m}^2}{(8,49 \times 10^{28} / \text{m}^3)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} = 1,47 \times 10^{-4} \text{ m/s}.$$

A esta velocidade média, o tempo necessário para que o elétron percorra uma distância $L = 5,0 \text{ m}$ é

$$t = \frac{L}{v_d} = \frac{5,0 \text{ m}}{1,47 \times 10^{-4} \text{ m/s}} = 3,4 \times 10^4 \text{ s}.$$

75. A potência do tubo é o produto da corrente pela diferença de potencial:

$$P = iV = (7,0 \times 10^{-3} \text{ A})(80 \times 10^3 \text{ V}) = 560 \text{ W}.$$

76. (a) A corrente é dada por

$$i = (3,1 \times 10^{18} + 1,1 \times 10^{18})e \text{ A} = (4,2 \times 10^{18})(1,6 \times 10^{-19}) \text{ A} = 0,67 \text{ A}.$$

(b) De acordo com a Eq. 26-11, como o campo elétrico aponta do eletrodo positivo para o eletrodo negativo, o sentido da densidade de corrente J também é do eletrodo positivo para o eletrodo negativo.

Capítulo 27

1. (a) Seja i a corrente no circuito e vamos tomar como positivo o sentido para a esquerda em R_1 . De acordo com a regra das malhas, $\epsilon_1 - iR_2 - iR_1 - \epsilon_2 = 0$. Explicitando i , temos:

$$i = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \text{ V} - 6,0 \text{ V}}{4,0 \Omega + 8,0 \Omega} = 0,50 \text{ A}.$$

Como o valor calculado é positivo, o sentido da corrente é o sentido anti-horário.

De acordo com a Eq. 26-27, se i é a corrente em um resistor R , a potência dissipada pelo resistor é dada por $P = i^2 R$.

(b) $P_{R1} = i^2 R_1 = (0,50 \text{ A})^2 (4,0 \Omega) = 1,0 \text{ W}.$

(c) $P_{R2} = i^2 R_2 = (0,50 \text{ A})^2 (8,0 \Omega) = 2,0 \text{ W}.$

De acordo com a Eq. 26-26, se i é a corrente em uma fonte de fem ϵ , $P = i\epsilon$ é a potência fornecida pela fonte se a corrente e a fem têm o mesmo sentido, e é a potência absorvida pela fonte, se a corrente e a fem têm sentidos opostos.

(d) $P_{\epsilon1} = i\epsilon_1 = (0,50 \text{ A})(12 \text{ V}) = 6,0 \text{ W}.$

(e) $P_{\epsilon2} = i\epsilon_2 = (0,50 \text{ A})(6,0 \text{ V}) = 3,0 \text{ W}.$

(f) Como, no caso da fonte 1, a corrente tem o mesmo sentido que a fem, a fonte 1 está fornecendo energia ao circuito.

(g) Como, no caso da fonte 2, a corrente e a fem têm sentidos opostos, a fonte 2 está recebendo energia do circuito.

2. A corrente no circuito é

$$i = (150 \text{ V} - 50 \text{ V}) / (3,0 \Omega + 2,0 \Omega) = 20 \text{ A}.$$

Como $V_Q + 150 \text{ V} - (2,0 \Omega)i = V_P$,

$$V_Q = 100 \text{ V} + (2,0 \Omega)(20 \text{ A}) - 150 \text{ V} = -10 \text{ V}.$$

3. (a) A diferença de potencial é $V = \epsilon + ir = 12 \text{ V} + (50 \text{ A})(0,040 \Omega) = 14 \text{ V}.$

(b) $P = i^2 r = (50 \text{ A})^2 (0,040 \Omega) = 1,0 \times 10^2 \text{ W}.$

(c) $P' = iV = (50 \text{ A})(12 \text{ V}) = 6,0 \times 10^2 \text{ W}.$

(d) $V = \epsilon - ir = 12 \text{ V} - (50 \text{ A})(0,040 \Omega) = 10 \text{ V}.$

(e) $P_r = i^2 r = (50 \text{ A})^2 (0,040 \Omega) = 1,0 \times 10^2 \text{ W}.$

4. (a) Como, de acordo com a regra das malhas, a queda de tensão no ramo superior deve ser 12 V, a queda de tensão no resistor 3 é 5,0 V. Isso significa que a corrente no ramo superior é $i = (5,0 \text{ V}) / (200 \Omega) = 25 \text{ mA}$. Nesse caso, a resistência do resistor 1 é $(2,0 \text{ V}) / i = 80 \Omega$.

(b) A resistência do resistor 2 é $(5,00 \text{ V})/(25 \text{ mA}) = 200 \Omega$.

5. A energia química da bateria é reduzida de $\Delta E = q\epsilon$, na qual q é a carga que passa pela bateria em um intervalo de tempo $\Delta t = 6,0 \text{ min}$ e ϵ é a fem da bateria. Se i é a corrente, $q = i\Delta t$ e

$$\Delta E = i\epsilon\Delta t = (5,0 \text{ A})(6,0 \text{ V})(6,0 \text{ min})(60 \text{ s/min}) = 1,1 \times 10^4 \text{ J} = 11 \text{ kJ}.$$

Note que foi necessário converter o tempo de minutos para segundos.

6. (a) O custo é $(100 \text{ W} \cdot 8,0 \text{ h}/2,0 \text{ W} \cdot \text{h})(\$0,80) = \$3,2 \times 10^2$.

(b) O custo é $(100 \text{ W} \cdot 8,0 \text{ h}/10^3 \text{ W} \cdot \text{h})(\$0,06) = \$0,048$.

7. (a) A energia química consumida pela bateria é

$$U = Pt = \frac{\epsilon^2 t}{r + R} = \frac{(2,0 \text{ V})^2 (2,0 \text{ min})(60 \text{ s/min})}{1,0 \Omega + 5,0 \Omega} = 80 \text{ J}.$$

(b) A energia dissipada pelo fio é

$$U' = i^2 R t = \left(\frac{\epsilon}{r + R} \right)^2 R t = \left(\frac{2,0 \text{ V}}{1,0 \Omega + 5,0 \Omega} \right)^2 (5,0 \Omega)(2,0 \text{ min})(60 \text{ s/min}) = 67 \text{ J}.$$

(c) A energia dissipada pela bateria é $U - U' = 80 \text{ J} - 67 \text{ J} = 13 \text{ J}$.

8. Se P é a potência fornecida pela bateria e Δt é um intervalo de tempo, a energia fornecida no intervalo de tempo Δt é $\Delta E = P\Delta t$. Se q é a carga que passa pela bateria no intervalo de tempo Δt e ϵ é a fem da bateria, $\Delta E = q\epsilon$. Igualando as duas expressões de ΔE e explicitando Δt , obtemos

$$\Delta t = \frac{q\epsilon}{P} = \frac{(120 \text{ A} \cdot \text{h})(12,0 \text{ V})}{100 \text{ W}} = 14,4 \text{ h}.$$

9. (a) O trabalho W realizado pela fonte é igual à variação de energia potencial:

$$W = q\Delta V = eV = e(12,0 \text{ V}) = 12,0 \text{ eV}.$$

(b) $P = iV = neV = (3,40 \times 10^{18}/\text{s})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(12,0 \text{ V}) = 6,53 \text{ W}$.

10. (a) De acordo com a regra das malhas, $i = (\epsilon_2 - \epsilon_1)/(r_1 + r_2 + R)$. Explicitando R , obtemos:

$$R = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{i} - r_1 - r_2 = \frac{3,0 \text{ V} - 2,0 \text{ V}}{1,0 \times 10^{-3} \text{ A}} - 3,0 \Omega - 3,0 \Omega = 9,9 \times 10^2 \Omega.$$

(b) $P = i^2 R = (1,0 \times 10^{-3} \text{ A})^2 (9,9 \times 10^2 \Omega) = 9,9 \times 10^{-4} \text{ W}$.

11. (a) se i é a corrente e ΔV é a diferença de potencial, a potência absorvida é dada por $P = i\Delta V$. Assim,

$$\Delta V = \frac{P}{i} = \frac{50 \text{ W}}{1,0 \text{ A}} = 50 \text{ V}.$$

Como existe uma dissipação de energia entre o ponto A e o ponto B , o ponto A está a um potencial mais elevado que o ponto B , ou seja, $V_A - V_B = 50 \text{ V}$.

(b) A diferença de potencial entre os pontos A e B é $V_A - V_B = +iR + \epsilon$, na qual ϵ é a fem do dispositivo X . Assim,

$$\epsilon = V_A - V_B - iR = 50 \text{ V} - (1,0 \text{ A})(2,0 \Omega) = 48 \text{ V}.$$

(c) Como o valor de ϵ é positivo, o terminal positivo está do lado esquerdo e, portanto, o ponto B está ligado ao terminal negativo.

12. (a) Para cada fio, $R_{\text{fio}} = \rho L/A$, na qual $A = \pi r^2$. Assim, temos:

$$R_{\text{fio}} = (1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(0,200 \text{ m})/\pi(0,00100 \text{ m})^2 = 0,0011 \Omega.$$

A carga resistiva total da fonte é, portanto,

$$R_{\text{tot}} = 2R_{\text{fio}} + R = 2(0,0011 \Omega) + 6,00 \Omega = 6,0022 \Omega.$$

A corrente do circuito é, portanto,

$$i = \frac{\epsilon}{R_{\text{tot}}} = \frac{12,0 \text{ V}}{6,0022 \Omega} = 1,9993 \text{ A}$$

e a diferença de potencial entre as extremidades do resistor é

$$V = iR = (1,9993 \text{ A})(6,00 \Omega) = 11,996 \text{ V} \approx 12,0 \text{ V}.$$

(b) A diferença de potencial entre as extremidades de um dos fios é

$$V_{\text{fio}} = iR_{\text{fio}} = (1,9993 \text{ A})(0,0011 \Omega) = 2,15 \text{ mV}.$$

(c) $P_R = i^2 R = (1,9993 \text{ A})^2 (6,00 \Omega) = 23,98 \text{ W} \approx 24,0 \text{ W}.$

(d) $P_{\text{fio}} = i^2 R_{\text{fio}} = (1,9993 \text{ A})^2 (0,0011 \Omega) = 4,396 \text{ mW} \approx 4,40 \text{ mW}.$

13. (a) Se L é o comprimento do cabo e α é a resistência do cabo por unidade de comprimento, a resistência medida na extremidade leste é

$$R_1 = 100 \Omega = 2\alpha(L - x) + R$$

e a resistência medida na extremidade oeste é

$$R_2 = 2\alpha x + R.$$

Assim,

$$x = \frac{R_2 - R_1}{4\alpha} + \frac{L}{2} = \frac{200 \Omega - 100 \Omega}{4(13 \Omega/\text{km})} + \frac{10 \text{ km}}{2} = 6,9 \text{ km}.$$

(b) Temos também:

$$R = \frac{R_1 + R_2}{2} - \alpha L = \frac{100 \Omega + 200 \Omega}{2} - (13 \Omega/\text{km})(10 \text{ km}) = 20 \Omega.$$

14. (a) Vamos chamar de V_1 e V_2 as fem das fontes. De acordo com a regra das malhas,

$$V_2 - ir_2 + V_1 - ir_1 - iR = 0 \Rightarrow i = \frac{V_2 + V_1}{r_1 + r_2 + R}.$$

A diferença de potencial entre os terminais da fonte 1 é $V_{1T} = V_1 - ir_1$ e a diferença de potencial entre os terminais da fonte 2 é $V_{2T} = V_2 - ir_2$, na qual r_1 e r_2 são as resistências internas das fontes 1 e 2, respectivamente. Assim,

$$V_{1T} = V_1 - \frac{r_1(V_2 + V_1)}{r_1 + r_2 + R}, \quad V_{2T} = V_2 - \frac{r_2(V_2 + V_1)}{r_1 + r_2 + R}.$$

De acordo com o enunciado, $V_1 = V_2 = 1,20 \text{ V}$. De acordo com o gráfico da Fig. 27-32b, $V_{2T} = 0$ e $V_{1T} = 0,40 \text{ V}$ para $R = 0,10 \Omega$. Substituindo esses valores nas equações anteriores, obtemos um sistema de duas equações com duas incógnitas, r_1 e r_2 . Resolvendo esse sistema, obtemos $r_1 = 0,20 \Omega$.

(b) A solução do sistema de equações também nos dá $r_2 = 0,30 \Omega$.

15. Vamos chamar de V a fem da fonte. Nesse caso, $V = iR = i'(R + R')$, na qual $i = 5,0 \text{ A}$, $i' = 4,0 \text{ A}$ e $R' = 2,0 \Omega$. Explicitando R , obtemos:

$$R = \frac{i'R'}{i - i'} = \frac{(4,0 \text{ A})(2,0 \Omega)}{5,0 \text{ A} - 4,0 \text{ A}} = 8,0 \Omega.$$

16. (a) Seja ϵ a fem da célula solar e seja V a diferença de potencial entre os terminais da célula. Nesse caso,

$$V = \epsilon - ir = \epsilon - \left(\frac{V}{R}\right)r.$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$0,10 \text{ V} = \epsilon - \left(\frac{0,10 \text{ V}}{500 \Omega}\right)r$$

$$0,15 \text{ V} = \epsilon - \left(\frac{0,15 \text{ V}}{1000 \Omega}\right)r.$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos:

(a) $r = 1,0 \times 10^3 \Omega = 1,0 \text{ k}\Omega$.

(b) $\epsilon = 0,30 \text{ V}$.

(c) A eficiência η é

$$\eta = \frac{V^2/R}{P_{\text{fornecida}}} = \frac{0,15 \text{ V}}{(1000 \Omega)(5,0 \text{ cm}^2)(2,0 \times 10^{-3} \text{ W/cm}^2)} = 2,3 \times 10^{-3} = 0,23\%.$$

17. Para obter a solução mais geral possível, vamos chamar de ϵ_1 e ϵ_2 as fem das fontes, embora tenham o mesmo valor. Como as fontes estão em série com a mesma polaridade, as fem se somam e a fem total é $\epsilon_1 + \epsilon_2$. A resistência total do circuito é $R_{\text{total}} = R + r_1 + r_2$.

(a) A corrente no circuito é

$$i = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{r_1 + r_2 + R}.$$

Como a fonte 1 possui uma resistência interna maior, ela é a que pode apresentar uma diferença de potencial zero entre os terminais. Fazendo $\epsilon_1 = ir_1$, obtemos:

$$R = \frac{\epsilon_2 r_1 - \epsilon_1 r_2}{\epsilon_1} = \frac{(12,0 \text{ V})(0,016 \Omega) - (12,0 \text{ V})(0,012 \Omega)}{12,0 \text{ V}} = 0,004 \Omega.$$

Note que, como $\epsilon_1 = \epsilon_2$, $R = r_1 - r_2$.

(b) Como foi visto no item (a), isso acontece com a fonte 1.

18. De acordo com as Eqs. 27-18, 27-19 e 27-20, temos:

$$i_1 = \frac{\epsilon_1(R_2 + R_3) - \epsilon_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} = \frac{(4,0 \text{ V})(10 \Omega + 5,0 \Omega) - (1,0 \text{ V})(5,0 \Omega)}{(10 \Omega)(10 \Omega) + (10 \Omega)(5,0 \Omega) + (10 \Omega)(5,0 \Omega)} = 0,275 \text{ A},$$

$$i_2 = \frac{\epsilon_1 R_3 - \epsilon_2(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} = \frac{(4,0 \text{ V})(5,0 \Omega) - (1,0 \text{ V})(10 \Omega + 5,0 \Omega)}{(10 \Omega)(10 \Omega) + (10 \Omega)(5,0 \Omega) + (10 \Omega)(5,0 \Omega)} = 0,025 \text{ A},$$

$$i_3 = i_2 - i_1 = 0,025 \text{ A} - 0,275 \text{ A} = -0,250 \text{ A}.$$

A diferença de potencial $V_d - V_c$ pode ser calculada de várias formas. Vamos dar dois exemplos: a partir de $V_d - i_2 R_2 = V_c$, obtemos

$$V_d - V_c = i_2 R_2 = (0,0250 \text{ A})(10 \Omega) = +0,25 \text{ V};$$

a partir de $V_d + i_3 R_3 + \epsilon_2 = V_c$, obtemos

$$V_d - V_c = i_3 R_3 - \epsilon_2 = -(-0,250 \text{ A})(5,0 \Omega) - 1,0 \text{ V} = +0,25 \text{ V}.$$

19. (a) Como $R_{\text{eq}} < R$, os dois resistores ($R = 12,0 \Omega$ e R_x) devem ser ligados em paralelo:

$$R_{\text{eq}} = 3,00 \Omega = \frac{R_x R}{R + R_x} = \frac{R_x (12,0 \Omega)}{12,0 \Omega + R_x}.$$

Explicitando R_x , obtemos:

$$R_x = \frac{R_{\text{eq}} R}{R - R_{\text{eq}}} = \frac{(3,00 \Omega)(12,0 \Omega)}{(12,0 \Omega - 3,00 \Omega)} = 3,00 \Omega.$$

(b) Como foi visto no item (a), as duas resistências devem ser ligadas em paralelo.

20. Sejam as resistências dos dois resistores R_1 e R_2 , com $R_1 < R_2$. De acordo com o enunciado,

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 3,0 \Omega$$

$$R_1 + R_2 = 16 \Omega.$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos $R_1 = 4,0 \Omega$ e $R_2 = 12 \Omega$.

(a) A menor resistência é $R_1 = 4,0 \Omega$.

(b) A maior resistência é $R_2 = 12 \Omega$.

21. A diferença de potencial entre os terminais dos resistores é $V = 25,0 \text{ V}$. Como os resistores são iguais, a corrente em cada um é $i = V/R = (25,0 \text{ V})/(18,0 \Omega) = 1,39 \text{ A}$ e a corrente na fonte é $i_{\text{total}} = 4(1,39 \text{ A}) = 5,56 \text{ A}$.

Também podemos resolver o problema usando o conceito de resistência equivalente. A resistência equivalente de quatro resistores iguais em paralelo é

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum \frac{1}{R} = \frac{4}{R}.$$

Quando uma diferença de potencial de $25,0 \text{ V}$ é aplicada ao resistor equivalente, a corrente é igual à corrente total nos quatro resistores em paralelo. Assim,

$$i_{\text{total}} = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{4V}{R} = \frac{4(25,0 \text{ V})}{18,0 \Omega} = 5,56 \text{ A}.$$

22. (a) $R_{\text{eq}} (FH) = (10,0 \Omega)(10,0 \Omega)(5,00 \Omega)/[(10,0 \Omega)(10,0 \Omega) + 2(10,0 \Omega)(5,00 \Omega)] = 2,50 \Omega$.

(b) $R_{\text{eq}} (FG) = (5,00 \Omega) R/(R + 5,00 \Omega)$, na qual

$$R = 5,00 \Omega + (5,00 \Omega)(10,0 \Omega)/(5,00 \Omega + 10,0 \Omega) = 8,33 \Omega.$$

Assim, $R_{\text{eq}} (FG) = (5,00 \Omega)(8,33 \Omega)/(5,00 \Omega + 8,33 \Omega) = 3,13 \Omega$.

23. Vamos chamar de i_1 a corrente em R_1 e tomar o sentido para a direita como positivo. Vamos chamar de i_2 a corrente em R_2 e tomar o sentido para cima como positivo.

(a) Aplicando a regra das malhas à malha inferior, obtemos

$$\epsilon_2 - i_1 R_1 = 0,$$

e, portanto,

$$i_1 = \frac{\epsilon_2}{R_1} = \frac{5,0 \text{ V}}{100 \text{ } \Omega} = 0,050 \text{ A} = 50 \text{ mA}.$$

(b) Aplicando a regra das malhas à malha superior, obtemos

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3 - i_2 R_2 = 0,$$

e, portanto,

$$i_2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3}{R_2} = \frac{6,0 \text{ V} - 5,0 \text{ V} - 4,0 \text{ V}}{50 \text{ } \Omega} = -0,060 \text{ A},$$

o que nos dá $|i_2| = 0,060 \text{ A} = 60 \text{ mA}$. O sinal negativo indica que o sentido da corrente em R_2 é para baixo.

(c) Se V_b é o potencial no ponto b , o potencial no ponto a é $V_a = V_b + \epsilon_3 + \epsilon_2$ e, portanto,

$$V_a - V_b = \epsilon_3 + \epsilon_2 = 4,0 \text{ V} + 5,0 \text{ V} = 9,0 \text{ V}.$$

24. Os dois resistores em paralelo, R_1 e R_2 , são equivalentes a

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Como o resistor equivalente aos resistores R_1 e R_2 está em série com o resistor R_3 , a resistência dos três resistores é

$$R_{\text{eq}} = R_3 + R_{12} = 2,50 \text{ } \Omega + \frac{(4,00 \text{ } \Omega)(4,00 \text{ } \Omega)}{4,00 \text{ } \Omega + 4,00 \text{ } \Omega} = 4,50 \text{ } \Omega.$$

25. Seja r a resistência de um dos fios. Como os fios são todos iguais e estão em paralelo, temos:

$$\frac{1}{R} = \frac{9}{r},$$

o que nos dá $R = r/9$. Temos ainda $r = 4\rho\ell/\pi d^2$, na qual ρ é a resistividade do cobre, e $R = 4\rho\ell/\pi D^2$. Assim,

$$\frac{4\rho\ell}{\pi D^2} = \frac{4\rho\ell}{9\pi d^2} \Rightarrow D = 3d.$$

26. A parte de R_0 ligada em paralelo com R é dada por $R_1 = R_0 x/L$, na qual $L = 10 \text{ cm}$. A diferença de potencial entre os terminais de R é $V_R = \epsilon R'/R_{\text{eq}}$, na qual $R' = RR_1/(R + R_1)$ e

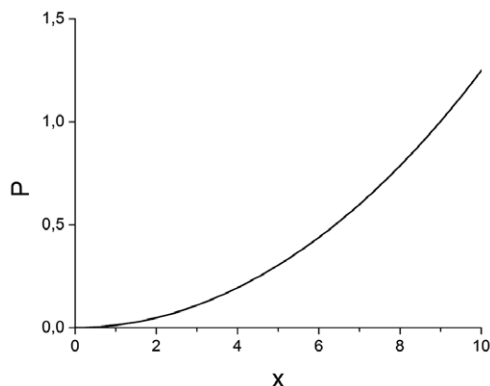
$$R_{\text{eq}} = R_0(1 - x/L) + R'.$$

Assim,

$$P_R = \frac{V_R^2}{R} = \frac{1}{R} \left[\frac{\epsilon R R_1 / (R + R_1)}{R_0(1 - x/L) + R R_1 / (R + R_1)} \right]^2 = \frac{100 R (\epsilon x / R_0)^2}{(100 R / R_0 + 10x - x^2)^2},$$

na qual x está em cm.

O gráfico da potência dissipada no resistor R em função de x para $\epsilon = 50 \text{ V}$, $R = 2000 \Omega$ e $R_0 = 100 \Omega$ aparece na figura a seguir.



27. Como as diferenças de potencial são as mesmas para as duas trajetórias, $V_1 = V_2$, na qual V_1 é a diferença de potencial associada à corrente que chega ao solo passando pelo corpo da pessoa e V_2 é a diferença de potencial associada à corrente que chega ao solo sem passar pelo corpo da pessoa, e, portanto, $i_1 R_1 = i_2 R_2$. Como, de acordo com a Eq. 26-16, $R = \rho L/A$, na qual ρ é a resistividade do ar, temos:

$$i_1 d = i_2 h \Rightarrow i_2 = i_1 (d/h).$$

Para $d/h = 0,400$ e $I = i_1 + i_2 = 5000 \text{ A}$, obtemos $i_1 = 3571 \text{ A}$ e $i_2 = 1429 \text{ A}$. Assim, a corrente que atravessa a pessoa é $i_1 = 3571 \text{ A} \approx 3,6 \times 10^3 \text{ A}$.

28. A reta 1 tem uma inclinação $R_1 = 6,0 \text{ k}\Omega$, a reta 2 tem uma inclinação $R_2 = 4,0 \text{ k}\Omega$ e a reta 3 tem uma inclinação $R_3 = 2,0 \text{ k}\Omega$. A resistência equivalente de R_1 e R_2 em paralelo é $R_{12} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 2,4 \text{ k}\Omega$. Como essa resistência está em série com R_3 , a resistência equivalente do conjunto é

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 2,4 \text{ k}\Omega + 2,0 \text{ k}\Omega = 4,4 \text{ k}\Omega.$$

A corrente que atravessa a bateria é, portanto, $i = \epsilon / R_{123} = (6 \text{ V}) / (4,4 \text{ k}\Omega)$ e a queda de tensão em R_3 é $(6 \text{ V})(2 \text{ k}\Omega) / (4,4 \text{ k}\Omega) = 2,73 \text{ V}$. Subtraindo este valor da tensão da bateria (por causa da regra das malhas), obtemos a tensão entre os terminais de R_2 . A lei de Ohm nos dá a corrente em R_2 : $(6 \text{ V} - 2,73 \text{ V}) / (4 \text{ k}\Omega) = 0,82 \text{ mA}$.

29. (a) A resistência equivalente dos três resistores iguais $R_2 = 18 \Omega$ é $R = (18 \Omega) / 3 = 6,0 \Omega$, que, em série com o resistor $R_1 = 6,0 \Omega$, nos dá uma resistência equivalente em série com a bateria $R' = R_1 + R = 12 \Omega$. Assim, a corrente em R' é $(12 \text{ V}) / R' = 1,0 \text{ A}$, que também é a corrente que atravessa R . Como essa corrente se divide igualmente pelos três resistores de 18Ω , $i_1 = 0,333 \text{ A}$.

(b) O sentido da corrente i_1 é para a direita.

(c) De acordo com a Eq. 26-27, $P = i^2 R' = (1,0 \text{ A})^2 (12 \Omega) = 12 \text{ W}$. Assim, em 60 s , a energia dissipada é $(12 \text{ J/s})(60 \text{ s}) = 720 \text{ J}$.

30. Usando a regra das junções ($i_3 = i_1 + i_2$), obtemos duas equações de malha:

$$10,0 \text{ V} - i_1 R_1 - (i_1 + i_2) R_3 = 0$$

$$5,00 \text{ V} - i_2 R_2 - (i_1 + i_2) R_3 = 0.$$

(a) Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos $i_1 = 1,25 \text{ A}$ e $i_2 = 0$.

(b) $i_3 = i_1 + i_2 = 1,25 \text{ A}$.

31. (a) Chamando de R a resistência dos resistores, a resistência equivalente dos dois resistores da direita é $R' = R/2 = 1,0 \, \Omega$ e a resistência equivalente dos dois resistores do canto superior esquerdo é $R'' = 2R = 4,0 \, \Omega$. Com isso, a resistência equivalente do conjunto de cinco resistores é

$$R + R' + R'' = 7,0 \, \Omega.$$

De acordo com a regra das malhas, a queda de tensão no conjunto é $12 \, \text{V} - 5,0 \, \text{V} = 7,0 \, \text{V}$, e, portanto, a corrente é $(7,0 \, \text{V})/(7,0 \, \Omega) = 1,0 \, \text{A}$, no sentido horário. Assim, a queda de tensão em R' é $(1,0 \, \text{A})(1,0 \, \Omega) = 1,0 \, \text{V}$, o que significa que a diferença de potencial entre a terra e V_1 é $12 \, \text{V} - 1 \, \text{V} = 11 \, \text{V}$. Levando em conta a polaridade da fonte ϵ_2 , concluímos que $V_1 = -11 \, \text{V}$.

(b) A queda de tensão em R'' é $(1,0 \, \text{A})(4,0 \, \Omega) = 4,0 \, \text{V}$, o que significa que a diferença de potencial entre a terra e V_2 é $5,0 + 4,0 = 9,0 \, \text{V}$. Levando em conta a polaridade da fonte ϵ_1 , concluímos que $V_2 = -9,0 \, \text{V}$. Podemos verificar que o resultado está correto notando que a queda de tensão em R , $(1,0 \, \text{A})(2,0 \, \Omega) = 2,0 \, \text{V}$, é igual a $V_2 - V_1$.

32. (a) Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda, obtemos $\epsilon_2 + i_1 R_1 - \epsilon_1 = 0$. Como a fem ϵ_1 é mantida constante enquanto ϵ_2 e i_1 variam, vemos que esta expressão, para grandes valores de ϵ_2 , nos dá valores negativos para i_1 . Isso significa que a reta tracejada da Fig. 27-43b corresponde a i_1 , ou seja, a corrente na fonte 1. Como, de acordo com essa reta, i_1 é zero para $\epsilon_2 = 6 \, \text{V}$, a regra das malhas nos dá, para este valor de i_1 , $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 6,0 \, \text{V}$.

(b) De acordo com a reta tracejada da Fig. 27-43b, $i_1 = 0,20 \, \text{A}$ para $\epsilon_2 = 2,0 \, \text{V}$. Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda e usando o valor de ϵ_1 obtido no item (a), obtemos $R_1 = 20 \, \Omega$.

(c) Aplicando a regra das malhas à malha da direita, obtemos

$$\epsilon_1 - i_1 R_1 = i_1 R_2.$$

No ponto em que a reta que corresponde a i_2 cruza o eixo horizontal (ou seja, no ponto $\epsilon_2 = 4 \, \text{V}$, $i_2 = 0$), $i_1 = 0,1 \, \text{A}$. Isso nos dá

$$R_2 = \frac{(6,0 \, \text{V}) - (0,1 \, \text{A})(20 \, \Omega)}{0,1 \, \text{A}} = 40 \, \Omega.$$

33. Note que V_4 , a queda de tensão em R_4 , é a soma das quedas de tensão em R_5 e R_6 :

$$V_4 = i_6(R_5 + R_6) = (1,40 \, \text{A})(8,00 \, \Omega + 4,00 \, \Omega) = 16,8 \, \text{V}.$$

Isso significa que a corrente em R_4 é dada por $i_4 = V_4/R_4 = 16,8 \, \text{V}/(16,0 \, \Omega) = 1,05 \, \text{A}$.

De acordo com a regra dos nós, a corrente em R_2 é

$$i_2 = i_4 + i_6 = 1,05 \, \text{A} + 1,40 \, \text{A} = 2,45 \, \text{A}$$

e, portanto, a queda de tensão em R_2 é

$$V_2 = (2,00 \, \Omega)(2,45 \, \text{A}) = 4,90 \, \text{V}.$$

De acordo com a regra das malhas, a queda de tensão em R_3 é $V_3 = V_2 + V_4 = 21,7 \, \text{V}$ e, portanto, a corrente em R_3 é $i_3 = V_3/(2,00 \, \Omega) = 10,85 \, \text{A}$.

Assim, de acordo com a regra dos nós, a corrente em R_1 é

$$i_1 = i_2 + i_3 = 2,45 \, \text{A} + 10,85 \, \text{A} = 13,3 \, \text{A},$$

o que significa que a queda de tensão em R_1 é $V_1 = (13,3 \, \text{A})(2,00 \, \Omega) = 26,6 \, \text{V}$ e, portanto, de acordo com a regra das malhas,

$$\epsilon = V_1 + V_3 = 26,6 \, \text{V} + 21,7 \, \text{V} = 48,3 \, \text{V}.$$

34. (a) De acordo com a regra das malhas, a diferença de potencial V_1 não varia quando a chave é fechada. O objetivo deste item é verificar se o aluno apreendeu corretamente o conceito de tensão. Alguns estudantes confundem os conceitos de tensão e corrente e pensam que a tensão é dividida entre dois resistores em paralelo, o que seria difícil de conciliar com a resposta correta.

(b) A regra das malhas continua válida, é claro, mas, neste caso, de acordo com a regra dos nós e a lei de Ohm, as quedas de tensão em R_1 e R_3 , que eram iguais antes do fechamento da chave, passam a ser diferentes. Como uma corrente maior atravessa a bateria, a queda de tensão em R_3 aumenta. Como, de acordo com a regra das malhas, a soma das quedas de tensão em R_3 e em R_1 é igual à tensão da bateria, isso significa que a queda de tensão em R_1 diminui. Como R_1 e R_3 têm o mesmo valor, quando a chave estava aberta, a queda de tensão em R_1 era $(12 \text{ V})/2 = 6,0 \text{ V}$. De acordo com a Eq. 27-24, com a chave fechada, a resistência equivalente de R_1 e R_2 é $3,0 \Omega$, o que significa que a resistência total entre os terminais da bateria é $6,0 \Omega + 3,0 \Omega = 9,0 \Omega$. A corrente é, portanto, $(12,0 \text{ V})/(9,0 \Omega) = 1,33 \text{ A}$, o que significa que a queda de tensão em R_3 é $(1,33 \text{ A})(6,0 \Omega) = 8,0 \text{ V}$. Nesse caso, de acordo com a regra das malhas, a queda de tensão em R_1 é $12 \text{ V} - 8,0 \text{ V} = 4,0 \text{ V}$. Assim, a variação da diferença de potencial V_1 quando a chave é fechada é $4,0 \text{ V} - 6,0 \text{ V} = -2,0 \text{ V}$.

35. (a) A simetria do problema permite usar i_2 como a corrente nos dois resistores R_2 e i_1 como a corrente nos dois resistores R_1 . Aplicando a regra das malhas às malhas ACD e $ABCD$, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\epsilon - i_2 R_2 - i_1 R_1 = 0$$

$$\epsilon - 2i_1 R_1 - (i_1 - i_2) R_3 = 0.$$

Resolvendo o sistema de equações, obtemos $i_1 = 0,002625 \text{ A}$ e $i_2 = 0,00225 \text{ A}$. Assim, $V_A - V_B = i_1 R_1 = 5,25 \text{ V}$.

(b) De acordo com a regra dos nós, $i_3 = i_1 - i_2 = 0,000375 \text{ A}$. Assim, $V_B - V_C = i_3 R_3 = 1,50 \text{ V}$.

(c) $V_C - V_D = i_1 R_1 = 5,25 \text{ V}$.

(d) $V_A - V_C = i_2 R_2 = 6,75 \text{ V}$.

36. (a) Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda e à malha da direita, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\epsilon_1 - i_2 R_2 - (i_2 + i_3) R_1 = 0$$

$$\epsilon_2 - i_3 R_3 - (i_2 + i_3) R_1 = 0,$$

no qual tomamos o sentido horário da corrente i_2 como positivo e o sentido anti-horário da corrente i_3 como positivo. Resolvendo o sistema de equações, obtemos $i_2 = 0,0109 \text{ A}$ e $i_3 = 0,0273 \text{ A}$. De acordo com a regra dos nós, $i_1 = i_2 + i_3 = 0,0382 \text{ A}$.

(b) De acordo com o item (a), o sentido da corrente i_1 é para baixo.

(c) De acordo com o item (a), $i_2 = 0,0109 \text{ A}$.

(d) De acordo com o item (a), o sentido da corrente i_2 é para a direita.

(e) De acordo com o item (a), $i_3 = 0,0273 \text{ A}$.

(f) De acordo com o item (a), o sentido da corrente i_3 é para a esquerda.

(g) O potencial elétrico no ponto A é igual à queda de tensão no resistor R_1 : $V_A = (0,0382 \text{ A})(100 \Omega) = +3,82 \text{ V}$.

37. A queda de tensão em R_3 é $V_3 = \epsilon R' / (R' + R_1)$, na qual $R' = (R_2 R_3) / (R_2 + R_3)$. Assim,

$$P_3 = \frac{V_3^2}{R_3} = \frac{1}{R_3} \left(\frac{\epsilon R'}{R' + R_1} \right)^2 = \frac{1}{R_3} \left(\frac{\epsilon}{1 + R_1/R'} \right)^2 = \frac{\epsilon^2}{R_3} \left[1 + \frac{(2,00 \Omega)(5,00 \Omega + R_3)}{(5,00 \Omega) R_3} \right]^{-2}$$

$$= \frac{\epsilon^2}{f(R_3)}$$

Para maximizar P_3 , precisamos minimizar $f(R_3)$. Derivando $f(R_3)$ e igualando o resultado a zero, obtemos

$$\frac{df(R_3)}{dR_3} = -\frac{4,00 \Omega^2}{R_3^2} + \frac{49}{25} = 0,$$

o que nos dá

$$R_3 = \sqrt{\frac{(4,00 \Omega^2)(25)}{49}} = 1,43 \Omega.$$

38. (a) Como a queda de tensão em R_3 é $V_3 = i R_3 = (6,0 \text{ A})(6,0 \Omega) = 36 \text{ V}$, a queda de tensão em R_1 é

$$(V_A - V_B) - V_3 = 78 - 36 = 42 \text{ V},$$

o que significa que a corrente em R_1 é $i_1 = (42 \text{ V}) / (2,0 \Omega) = 21 \text{ A}$. Nesse caso, de acordo com a regra dos nós, a corrente em R_2 é

$$i_2 = i_1 - i = 21 \text{ A} - 6,0 \text{ A} = 15 \text{ A}.$$

De acordo com a Eq. 26-27, a potência total dissipada pelos resistores é

$$i_1^2(2,0 \Omega) + i_2^2(4,0 \Omega) + i^2(6,0 \Omega) = 1998 \text{ W} \approx 2,0 \text{ kW}.$$

Por outro lado, a potência fornecida a esta parte do circuito é $P_A = i_A (V_A - V_B) = i_1 (V_A - V_B) = (21 \text{ A})(78 \text{ V}) = 1638 \text{ W}$. Assim, o elemento representado como “?” está fornecendo energia.

(b) A potência fornecida pelo elemento desconhecido é

$$(1998 - 1638) \text{ W} = 3,6 \times 10^2 \text{ W}.$$

39. (a) Como as fontes são iguais e estão ligadas em paralelo, a diferença de potencial é a mesma entre os terminais das duas fontes. Isso significa que a corrente é igual nas duas fontes. Vamos chamar de i essa corrente e considerar o sentido da direita para a esquerda como positivo. De acordo com a regra dos nós, a corrente no resistor R é $2i$ e o sentido da corrente é da esquerda para a direita. Aplicando a regra das malhas à malha formada por uma das fontes e o resistor R , temos:

$$\epsilon - ir - 2iR = 0 \Rightarrow i = \frac{\epsilon}{r + 2R}.$$

A potência dissipada no resistor R é

$$P = (2i)^2 R = \frac{4\epsilon^2 R}{(r + 2R)^2}.$$

Para determinar o valor de R para o qual a potência é máxima, derivamos a equação anterior em relação a R e igualamos o resultado a zero:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{4\epsilon^2}{(r+2R)^3} - \frac{16\epsilon^2 R}{(r+2R)^3} = \frac{4\epsilon^2(r-2R)}{(r+2R)^3} = 0,$$

o que nos dá $R = r/2$. Para $r = 0,300 \, \Omega$, obtemos $R = 0,150 \, \Omega$.

(b) Fazendo $R = r/2$ na equação $P = 4\epsilon^2 R / (r + 2R)^2$, obtemos

$$P_{\max} = \frac{4\epsilon^2(r/2)}{[r+2(r/2)]^2} = \frac{\epsilon^2}{2r} = \frac{(12,0 \, \text{V})^2}{2(0,300 \, \Omega)} = 240 \, \text{W}.$$

40. (a) Como as fontes são iguais e estão ligadas em paralelo, a diferença de potencial é a mesma entre os terminais das duas fontes. Isso significa que a corrente é igual nas duas fontes. Vamos chamar de i essa corrente e considerar o sentido da direita para a esquerda como positivo. De acordo com a regra dos nós, a corrente no resistor R é $i_R = 2i$ e o sentido da corrente é da esquerda para a direita. Aplicando a regra das malhas à malha formada por uma das fontes e o resistor R , temos:

$$\epsilon - ir - 2iR = 0 \Rightarrow i_R = 2i = \frac{2\epsilon}{r+2R} = \frac{2(12,0\text{V})}{0,200 \, \Omega + 2(0,400 \, \Omega)} = 24,0 \, \text{A}.$$

(b) De acordo com a regra das malhas, quando as fontes estão ligadas em série,

$$2\epsilon - i_R r - i_R R = 0,$$

o que nos dá

$$i_R = \frac{2\epsilon}{2r+R} = \frac{2(12,0 \, \text{V})}{2(0,200 \, \Omega) + 0,400 \, \Omega} = 30,0 \, \text{A}.$$

(c) No caso da ligação em série, como mostram os resultados dos itens (a) e (b).

(d) Se $R = r/2,00$ e as fontes estão ligadas em paralelo,

$$i_R = \frac{2\epsilon}{r+2R} = \frac{2(12,0 \, \text{V})}{0,200 \, \Omega + 2(0,100 \, \Omega)} = 60,0 \, \text{A}.$$

(e) Se $R = r/2,00$ e as fontes estão ligadas em série,

$$i_R = \frac{2\epsilon}{2r+R} = \frac{2(12,0 \, \text{V})}{2(0,200 \, \Omega) + 0,100 \, \Omega} = 48,0 \, \text{A}.$$

(f) No caso de ligação em paralelo, como mostram os resultados dos itens (d) e (e).

41. Vamos calcular primeiro as correntes. Seja i_1 a corrente em R_1 , tomando como positivo o sentido da esquerda para a direita; seja i_2 a corrente em R_2 , tomando como positivo o sentido da direita para a esquerda; seja i_3 a corrente em R_3 , tomando como positivo o sentido de baixo para cima. De acordo com a regra dos nós, temos:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda, obtemos

$$\epsilon_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0$$

e aplicando a regra das malhas à malha da direita, obtemos

$$\epsilon_2 - i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0.$$

A primeira equação nos dá $i_3 = -i_2 - i_1$. Substituindo nas outras duas equações, obtemos

$$\epsilon_1 - i_1 R_1 - i_2 R_3 - i_1 R_3 = 0$$

e

$$\epsilon_2 - i_2 R_2 - i_2 R_3 - i_1 R_3 = 0.$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos

$$i_1 = \frac{\epsilon_1(R_2 + R_3) - \epsilon_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{(3,00 \text{ V})(2,00 \Omega + 5,00 \Omega) - (1,00 \text{ V})(5,00 \Omega)}{(4,00 \Omega)(2,00 \Omega) + (4,00 \Omega)(5,00 \Omega) + (2,00 \Omega)(5,00 \Omega)} \\ = 0,421 \text{ A}.$$

$$i_2 = \frac{\epsilon_2(R_1 + R_3) - \epsilon_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{(1,00 \text{ V})(4,00 \Omega + 5,00 \Omega) - (3,00 \text{ V})(5,00 \Omega)}{(4,00 \Omega)(2,00 \Omega) + (4,00 \Omega)(5,00 \Omega) + (2,00 \Omega)(5,00 \Omega)} \\ = -0,158 \text{ A}.$$

$$i_3 = -\frac{\epsilon_2 R_1 + \epsilon_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = -\frac{(1,00 \text{ V})(4,00 \Omega) + (3,00 \text{ V})(2,00 \Omega)}{(4,00 \Omega)(2,00 \Omega) + (4,00 \Omega)(5,00 \Omega) + (2,00 \Omega)(5,00 \Omega)} \\ = -0,263 \text{ A}.$$

O sinal positivo de i_1 indica que o sentido da corrente em R_1 é da esquerda para a direita. O sinal negativo de i_2 indica que o sentido da corrente em R_2 é da esquerda para a direita. O sinal negativo de i_3 indica que o sentido da corrente em R_3 é de cima para baixo.

(a) A potência dissipada em R_1 é

$$P_1 = i_1^2 R_1 = (0,421 \text{ A})^2 (4,00 \Omega) = 0,709 \text{ W}.$$

(b) A potência dissipada em R_2 é

$$P_2 = i_2^2 R_2 = (-0,158 \text{ A})^2 (2,00 \Omega) = 0,0499 \text{ W} \approx 0,050 \text{ W}.$$

(c) A potência dissipada em R_3 é

$$P_3 = i_3^2 R_3 = (-0,263 \text{ A})^2 (5,00 \Omega) = 0,346 \text{ W}.$$

(d) A potência fornecida pela fonte 1 é $i_3 \epsilon_1 = (0,421 \text{ A})(3,00 \text{ V}) = 1,26 \text{ W}$.

(e) A potência “fornecida” pela fonte 2 é $i_2 \epsilon_2 = (-0,158 \text{ A})(1,00 \text{ V}) = -0,158 \text{ W}$. O sinal negativo indica que a fonte 2 absorve energia do circuito.

42. A resistência equivalente do circuito da Fig. 27-52 é

$$R_{\text{eq}} = R + \frac{R}{n} = \left(\frac{n+1}{n} \right) R.$$

A corrente da fonte é

$$i_n = \frac{V_{\text{fonte}}}{R_{\text{eq}}} = \frac{n}{n+1} \frac{V_{\text{fonte}}}{R}.$$

Se houvesse $n+1$ resistores em paralelo,

$$i_{n+1} = \frac{V_{\text{fonte}}}{R_{\text{eq}}} = \frac{n+1}{n+2} \frac{V_{\text{fonte}}}{R}.$$

Para um aumento relativo de $1,25\% = 0,0125 = 1/80$, devemos ter

$$\frac{i_{n+1} - i_n}{i_n} = \frac{i_{n+1}}{i_n} - 1 = \frac{(n+1)/(n+2)}{n/(n+1)} - 1 = \frac{1}{80},$$

o que nos dá a equação do segundo grau

$$n^2 + 2n - 80 = (n + 10)(n - 8) = 0.$$

A única solução que tem significado físico é a solução positiva, $n = 8$. Isso significa que existem oito resistores em paralelo na Fig. 27-52.

43. Suponha que os resistores sejam divididos em grupos de n resistores, com os resistores de cada grupo ligados em série, e que m desses grupos sejam ligados em paralelo. Se R é a resistência de cada resistor, a resistência equivalente de um dos grupos é nR e a resistência equivalente R_{eq} do conjunto de m grupos satisfaz a equação

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_1^m \frac{1}{nR} = \frac{m}{nR}.$$

Como, de acordo com o enunciado, $R_{\text{eq}} = 10 \, \Omega = R$, devemos ter $n = m$. De acordo com a Eq. 27-16, como, por simetria, a corrente é a mesma em todos os resistores e existem $(n)(m) = n^2$ resistores, a potência máxima que pode ser dissipada pelo conjunto é $P_{\text{total}} = n^2 P$, na qual $P = 1,0 \, \text{W}$ é a potência máxima que pode ser dissipada por um dos resistores. Como devemos ter $P_{\text{total}} \geq 5,0 \, \text{W} = 5,0P$, n^2 deve ser maior ou igual a 5,0. Como n é um número inteiro, o menor valor possível de n é 3. Isso significa que o número mínimo de resistores é $n^2 = 9$.

44. (a) Como os resistores R_2 , R_3 e R_4 estão em paralelo, a Eq. 27-24 nos dá uma resistência equivalente

$$R = \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} = \frac{(50,0 \, \Omega)(50,0 \, \Omega)(75,0 \, \Omega)}{(50,0 \, \Omega)(50,0 \, \Omega) + (50,0 \, \Omega)(75,0 \, \Omega) + (50,0 \, \Omega)(75,0 \, \Omega)} \\ = 18,8 \, \Omega.$$

Assim, considerando a contribuição do resistor R_1 , a resistência equivalente do circuito é $R_{\text{eq}} = R_1 + R = 100 \, \Omega + 18,8 \, \Omega = 118,8 \, \Omega \approx 119 \, \Omega$.

(b) $i_1 = \epsilon / R_{\text{eq}} = 6,0 \, \text{V} / (118,8 \, \Omega) = 5,05 \times 10^{-2} \, \text{A} = 50,5 \, \text{mA}$.

(c) $i_2 = (\epsilon - V_1) / R_2 = (\epsilon - i_1 R_1) / R_2 = [6,0 \, \text{V} - (5,05 \times 10^{-2} \, \text{A})(100 \, \Omega)] / 50 \, \Omega \\ = 1,90 \times 10^{-2} \, \text{A} = 19,0 \, \text{mA}$.

(d) $i_3 = (\epsilon - V_1) / R_3 = i_2 R_2 / R_3 = (1,90 \times 10^{-2} \, \text{A})(50,0 \, \Omega / 50,0 \, \Omega) \\ = 1,90 \times 10^{-2} \, \text{A} = 19,0 \, \text{mA}$.

(e) $i_4 = i_1 - i_2 - i_3 = 5,05 \times 10^{-2} \, \text{A} - 2(1,90 \times 10^{-2} \, \text{A}) = 1,25 \times 10^{-2} \, \text{A} = 12,5 \, \text{mA}$.

45. (a) Note que existem dois resistores R_1 em série em cada ramo do circuito, que contribuem com uma resistência total $2R_1$ para o ramo correspondente. Como $\epsilon_2 = \epsilon_3$ e $R_2 = 2R_1$, as correntes em ϵ_2 e ϵ_3 são iguais: $i_2 = i_3 = i$. Assim, a corrente em ϵ_1 é $i_1 = 2i$. Nesse caso, $V_b - V_a = \epsilon_2 - iR_2 = \epsilon_1 + (2R_1)(2i)$ e, portanto,

$$i = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{4R_1 + R_2} = \frac{4,0 \, \text{V} - 2,0 \, \text{V}}{4(1,0 \, \Omega) + 2,0 \, \Omega} = 0,33 \, \text{A}.$$

Assim, a corrente em ϵ_1 é $i_1 = 2i = 0,67 \, \text{A}$.

(b) O sentido de i_1 é para baixo.

(c) A corrente em ϵ_2 é $i_2 = 0,33$ A.

(d) O sentido de i_2 é para cima.

(e) A corrente em ϵ_3 é $i_3 = i_2 = 0,33$ A.

(f) O sentido de i_3 é para cima.

(g) $V_a - V_b = -iR_2 + \epsilon_2 = -(0,333 \text{ A})(2,0 \Omega) + 4,0 \text{ V} = 3,3 \text{ V}$.

46. (a) Quando $R_3 = 0$, toda a corrente passa por R_1 e R_3 . Como o valor dessa corrente, de acordo com o gráfico da Fig. 27-55b, é 6 mA, a lei de Ohm nos dá

$$R_1 = (12 \text{ V})/(0,006 \text{ A}) = 2,0 \times 10^3 \Omega = 2,0 \text{ k}\Omega.$$

(b) Quando $R_3 = \infty$, toda a corrente passa por R_1 e R_2 . Como o valor dessa corrente, de acordo com o enunciado, é 2,0 mA, a lei de Ohm nos dá

$$R_2 = (12 \text{ V})/(0,002 \text{ A}) - R_1 = 4,0 \times 10^3 \Omega = 4,0 \text{ k}\Omega.$$

47. Como o fio de cobre e a capa de alumínio estão ligados em paralelo, estão submetidos à mesma diferença de potencial. Como a diferença de potencial é igual ao produto da corrente pela resistência, $i_C R_C = i_A R_A$, na qual i_C é a corrente no cobre, i_A é a corrente no alumínio, R_C é a resistência do cobre e R_A é a resistência do alumínio. A resistência dos componentes é dada por $R = \rho L/A$, na qual ρ é a resistividade, L é o comprimento e A é a área da seção reta. A resistência do fio de cobre é $R_C = \rho_C L/\pi a^2$ e a resistência da capa de alumínio é $R_A = \rho_A L/\pi(b^2 - a^2)$. Substituindo essas expressões na relação $i_C R_C = i_A R_A$ e cancelando os fatores comuns, obtemos

$$\frac{i_C \rho_C}{a^2} = \frac{i_A \rho_A}{b^2 - a^2}.$$

Fazendo $i_A = i - i_C$, na qual i é a corrente total, obtemos:

$$i_C = \frac{a^2 \rho_A i}{(b^2 - a^2) \rho_C + a^2 \rho_A}.$$

Fazendo $i_C = i - i_A$, obtemos:

$$i_A = \frac{(b^2 - a^2) \rho_C i}{(b^2 - a^2) \rho_C + a^2 \rho_A}.$$

O denominador é o mesmo nos dois casos:

$$\begin{aligned} (b^2 - a^2) \rho_C + a^2 \rho_A &= [(0,380 \times 10^{-3} \text{ m})^2 - (0,250 \times 10^{-3} \text{ m})^2] (1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \\ &\quad + (0,250 \times 10^{-3} \text{ m})^2 (2,75 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \\ &= 3,10 \times 10^{-15} \Omega \cdot \text{m}^3. \end{aligned}$$

Assim,

(a)

$$i_C = \frac{(0,250 \times 10^{-3} \text{ m})^2 (2,75 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) (2,00 \text{ A})}{3,10 \times 10^{-15} \Omega \cdot \text{m}^3} = 1,11 \text{ A}.$$

(b)

$$i_A = \frac{[(0,380 \times 10^{-3} \text{ m})^2 - (0,250 \times 10^{-3} \text{ m})^2] (1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) (2,00 \text{ A})}{3,10 \times 10^{-15} \Omega \cdot \text{m}^3} = 0,893 \text{ A}.$$

(c) Considere o fio de cobre. Se V é a diferença de potencial, $V = i_C R_C = i_C \rho_C L / \pi a^2$, o que nos dá

$$L = \frac{\pi a^2 V}{i_C \rho_C} = \frac{(\pi)(0,250 \times 10^{-3} \text{ m})^2 (12,0 \text{ V})}{(1,11 \text{ A})(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})} = 126 \text{ m}.$$

48. (a) De acordo com a Eq. 26-28, $P = \epsilon^2 / R_{\text{eq}}$, na qual

$$R_{\text{eq}} = 7,00 \Omega + \frac{(12,0 \Omega)(4,00 \Omega)R}{(12,0 \Omega)(4,0 \Omega) + (12,0 \Omega)R + (4,00 \Omega)R}.$$

Fazendo $P = 60,0 \text{ W}$ e $\epsilon = 24,0 \text{ V}$, obtemos $R = 19,5 \Omega$.

(b) Como $P \propto 1/R_{\text{eq}}$, o valor de R que maximiza P é o valor que minimiza R_{eq} , ou seja, $R = 0$.

(c) Como $P \propto 1/R_{\text{eq}}$, o valor de R que minimiza P é o valor que maximiza R_{eq} , ou seja, $R = \infty$.

(d) Como $R_{\text{eq, min}} = 7,00 \Omega$, $P_{\text{max}} = \epsilon^2 / R_{\text{eq, min}} = (24,0 \text{ V})^2 / 7,00 \Omega = 82,3 \text{ W}$.

(e) Como $R_{\text{eq, max}} = 7,00 \Omega + (12,0 \Omega)(4,00 \Omega) / (12,0 \Omega + 4,00 \Omega) = 10,0 \Omega$,

$$P_{\text{min}} = \epsilon^2 / R_{\text{eq, max}} = (24,0 \text{ V})^2 / 10,0 \Omega = 57,6 \text{ W}.$$

49. (a) A corrente em R_1 é dada por

$$i_1 = \frac{\epsilon}{R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)} = \frac{5,0 \text{ V}}{2,0 \Omega + (4,0 \Omega)(6,0 \Omega) / (4,0 \Omega + 6,0 \Omega)} = 1,14 \text{ A}.$$

Assim,

$$i_3 = \frac{\epsilon - V_1}{R_3} = \frac{\epsilon - i_1 R_1}{R_3} = \frac{5,0 \text{ V} - (1,14 \text{ A})(2,0 \Omega)}{6,0 \Omega} = 0,45 \text{ A}.$$

(b) Para descrever a nova situação, basta permutar os índices 1 e 3 na equação anterior, o que nos dá

$$i_3 = \frac{\epsilon}{R_3 + R_2 R_1 / (R_2 + R_1)} = \frac{5,0 \text{ V}}{6,0 \Omega + (2,0 \Omega)(4,0 \Omega) / (2,0 \Omega + 4,0 \Omega)} = 0,6818 \text{ A}.$$

Assim,

$$i_1 = \frac{5,0 \text{ V} - (0,6818 \text{ A})(6,0 \Omega)}{2,0 \Omega} = 0,45 \text{ A},$$

o mesmo valor do item (a).

50. Como, de acordo com o enunciado, a resistência do amperímetro é desprezível, a queda de tensão no amperímetro é nula e, portanto, as correntes nos dois resistores de baixo têm o mesmo valor, que vamos chamar de i . Nesse caso, a corrente da fonte é $2i$. Como a resistência equivalente do circuito é

$$R_{\text{eq}} = \frac{(2R)(R)}{2R + R} + \frac{(R)(R)}{R + R} = \frac{7}{6} R,$$

temos:

$$2i = \frac{\epsilon}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow i = \frac{\epsilon}{2R_{\text{eq}}} = \frac{\epsilon}{2(7R/6)} = \frac{3\epsilon}{7R}.$$

Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda, obtemos:

$$\epsilon - i_{2R}(2R) - iR = 0 \Rightarrow i_{2R} = \frac{\epsilon - iR}{2R}.$$

Fazendo $i = 3\epsilon/7R$, obtemos $i_{2R} = 2\epsilon/7R$. Como a corrente no amperímetro é a diferença entre i_{2R} e i , temos:

$$i_{\text{amp}} = i - i_{2R} = \frac{3\epsilon}{7R} - \frac{2\epsilon}{7R} = \frac{\epsilon}{7R} \Rightarrow \frac{i_{\text{amp}}}{\epsilon/R} = \frac{1}{7} = 0,143.$$

51. Como a corrente no amperímetro é i , a leitura do voltímetro é

$$V' = V + i R_A = i (R + R_A),$$

o que nos dá $R = V'/i - R_A = R' - R_A$, na qual $R' = V'/i$ é a resistência aparente. A corrente da fonte é dada por $i_F = \epsilon/(R_{\text{eq}} + R_0)$, na qual

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_A + R} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_V (R + R_A)}{R_V + R + R_A} = \frac{(300 \Omega)(85,0 \Omega + 3,00 \Omega)}{300 \Omega + 85,0 \Omega + 3,00 \Omega} = 68,0 \Omega.$$

A leitura do voltímetro é

$$V' = i_F R_{\text{eq}} = \frac{\epsilon R_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}} + R_0} = \frac{(12,0 \text{ V})(68,0 \Omega)}{68,0 \Omega + 100 \Omega} = 4,86 \text{ V}.$$

(a) A leitura do amperímetro é

$$i = \frac{V'}{R + R_A} = \frac{4,86 \text{ V}}{85,0 \Omega + 3,00 \Omega} = 0,0552 \text{ A} = 55,2 \text{ mA}.$$

(b) Como foi visto no item anterior, a leitura do voltímetro é $V' = 4,86 \text{ V}$.

(c) $R' = V'/i = 4,86 \text{ V}/(0,0552 \text{ A}) = 88,0 \Omega$.

(d) Como $R = R' - R_A$, se R_A diminui, a diferença entre R' e R diminui.

52. (a) Como $i = \epsilon/(r + R_{\text{ext}})$ e $i_{\text{max}} = \epsilon/r$, $R_{\text{ext}} = r(i_{\text{max}}/i - 1)$, na qual $r = 1,50 \text{ V}/1,00 \text{ mA} = 1,50 \times 10^3 \Omega$. Assim,

$$R_{\text{ext}} = (1,5 \times 10^3 \Omega)(1/0,100 - 1) = 1,35 \times 10^4 \Omega = 13,5 \text{ k}\Omega.$$

(b) $R_{\text{ext}} = (1,5 \times 10^3 \Omega)(1/0,500 - 1) = 1,5 \times 10^3 \Omega = 1,50 \text{ k}\Omega$.

(c) $R_{\text{ext}} = (1,5 \times 10^3 \Omega)(1/0,900 - 1) = 167 \Omega$.

(d) Como $r = 20,0 \Omega + R$, $R = 1,50 \times 10^3 \Omega - 20,0 \Omega = 1,48 \times 10^3 \Omega = 1,48 \text{ k}\Omega$.

53. A corrente em R_2 é i . Vamos chamar de i_1 a corrente em R_1 e tomar o sentido para baixo como positivo. De acordo com a regra dos nós, a corrente no voltímetro é $i - i_1$. Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda, temos:

$$\epsilon - iR_2 - i_1 R_1 - ir = 0.$$

Aplicando a regra das malhas à malha da direita, temos:

$$i_1 R_1 - (i - i_1) R_V = 0.$$

A segunda equação nos dá

$$i = \frac{R_1 + R_V}{R_V} i_1.$$

Substituindo na primeira equação, obtemos

$$\epsilon - \frac{(R_2 + r)(R_1 + R_V)}{R_V} i_1 + R_1 i_1 = 0,$$

o que nos dá

$$i_1 = \frac{\epsilon R_V}{(R_2 + r)(R_1 + R_V) + R_1 R_V}.$$

A leitura do voltímetro é

$$\begin{aligned} i_1 R_1 &= \frac{\epsilon R_V R_1}{(R_2 + r)(R_1 + R_V) + R_1 R_V} \\ &= \frac{(3,0 \text{ V})(5,0 \times 10^3 \Omega)(250 \Omega)}{(300 \Omega + 100 \Omega)(250 \Omega + 5,0 \times 10^3 \Omega) + (250 \Omega)(5,0 \times 10^3 \Omega)} \\ &= 1,12 \text{ V}. \end{aligned}$$

A corrente na ausência do voltímetro pode ser obtida tomando o limite da expressão anterior quando $R_V \rightarrow \infty$, o que nos dá

$$i_1 R_1 = \frac{\epsilon R_1}{R_1 + R_2 + r} = \frac{(3,0 \text{ V})(250 \Omega)}{250 \Omega + 300 \Omega + 100 \Omega} = 1,15 \text{ V}.$$

O erro percentual é, portanto, $(1,12 - 1,15)/(1,15) = -0,030 = -3,0\%$.

54. (a) $\epsilon = V + ir = 12 \text{ V} + (10,0 \text{ A})(0,0500 \Omega) = 12,5 \text{ V}$.

(b) $\epsilon = V' + (i_{\text{motor}} + 8,00 \text{ A})r$, na qual

$$V' = i'_A R_{\text{faróis}} = (8,00 \text{ A})(12,0 \text{ V}/10 \text{ A}) = 9,60 \text{ V}.$$

Assim,

$$i_{\text{motor}} = \frac{\epsilon - V'}{r} - 8,00 \text{ A} = \frac{12,5 \text{ V} - 9,60 \text{ V}}{0,0500 \Omega} - 8,00 \text{ A} = 50,0 \text{ A}.$$

55. Seja i_1 a corrente em R_1 e R_2 , considerada positiva se o sentido é para a direita em R_1 . Seja i_2 a corrente em R_s e R_x , considerada positiva se o sentido é para a direita em R_s . A regra das malhas nos dá $(R_1 + R_2)i_1 - (R_x + R_s)i_2 = 0$. Como o potencial é o mesmo nos pontos a e b , $i_1 R_1 = i_2 R_s$, o que nos dá $i_2 = i_1 R_1 / R_s$. Substituindo na primeira equação, obtemos

$$(R_1 + R_2)i_1 = (R_x + R_s) \frac{R_1}{R_s} i_1 \Rightarrow R_x = \frac{R_2 R_s}{R_1}.$$

56. As correntes em R e R_V são i e $i' - i$, respectivamente. Como $V = iR = (i' - i)R_V$, temos, dividindo ambos os membros por V , $1 = (i' / V - i / V)R_V = (1/R' - 1/R)R_V$. Assim,

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'} - \frac{1}{R_V} \Rightarrow R' = \frac{RR_V}{R + R_V}.$$

A resistência equivalente do circuito é

$$R_{\text{eq}} = R_A + R_0 + R' = R_A + R_0 + \frac{RR_V}{R + R_V}.$$

(a) A leitura do amperímetro é

$$i' = \frac{\epsilon}{R_{eq}} = \frac{\epsilon}{R_A + R_0 + R_V R/(R + R_V)}$$

$$= \frac{12,0 \text{ V}}{3,00 \Omega + 100 \Omega + (300 \Omega)(85,0 \Omega)/(300 \Omega + 85,0 \Omega)}$$

$$= 7,09 \times 10^{-2} \text{ A.}$$

(b) A leitura do voltímetro é

$$V = \epsilon - i'(R_A + R_0) = 12,0 \text{ V} - (0,0709 \text{ A})(103,00 \Omega) = 4,70 \text{ V.}$$

(c) A resistência aparente é $R' = V/i' = 4,70 \text{ V}/(7,09 \times 10^{-2} \text{ A}) = 66,3 \Omega$.

(d) Se R_V aumenta, a diferença entre R e R' diminui.

57. Vamos chamar de V a fem da fonte. Nesse caso, a condição de que a diferença de potencial entre os terminais do resistor seja igual à diferença de potencial entre os terminais do capacitor pode ser escrita na forma $iR = V_{cap}$, o que, de acordo com as Eqs. 27-34 e 27-35, nos dá

$$Ve^{-t/RC} = V(1 - e^{-t/RC}) \Rightarrow t = RC \ln 2 = 0,208 \text{ ms.}$$

58. (a) $\tau = RC = (1,40 \times 10^6 \Omega)(1,80 \times 10^{-6} \text{ F}) = 2,52 \text{ s.}$

(b) $q_0 = \epsilon C = (12,0 \text{ V})(1,80 \mu\text{F}) = 21,6 \mu\text{C.}$

(c) De acordo com a Eq. 27-33, $q = q_0(1 - e^{-t/RC})$, o que nos dá

$$t = RC \ln \left(\frac{q_0}{q_0 - q} \right) = (2,52 \text{ s}) \ln \left(\frac{21,6 \mu\text{C}}{21,6 \mu\text{C} - 16,0 \mu\text{C}} \right) = 3,40 \text{ s.}$$

59. Enquanto o capacitor está sendo carregado, a carga da placa positiva é dada por

$$q = C\epsilon(1 - e^{-t/\tau}),$$

na qual C é a capacitância, ϵ é a fem aplicada e $\tau = RC$ é a constante de tempo. A carga final é $q_f = C\epsilon$. No instante em que $q = 0,99q_f = 0,99C\epsilon$,

$$0,99 = 1 - e^{-t/\tau} \Rightarrow e^{-t/\tau} = 0,01.$$

Tomando o logaritmo natural de ambos os membros, obtemos

$$t/\tau = -\ln 0,01 = 4,61$$

60. (a) De acordo com a Eq. 27-39, $q = q_0 e^{-t/\tau}$, o que nos dá $t = \tau \ln(q_0/q)$, na qual $\tau = RC$ é a constante de tempo. Assim,

$$t_{1/3} = \tau \ln \left(\frac{q_0}{2q_0/3} \right) = \tau \ln \left(\frac{3}{2} \right) = 0,41\tau \Rightarrow \frac{t_{1/3}}{\tau} = 0,41.$$

(b) $t_{2/3} = \tau \ln \left(\frac{q_0}{q_0/3} \right) = \tau \ln 3 = 1,1\tau \Rightarrow \frac{t_{2/3}}{\tau} = 1,1.$

61. (a) A diferença de potencial entre os terminais do capacitor é $V(t) = \epsilon(1 - e^{-t/RC})$. Como, para $t = 1,30 \mu\text{s}$, $V(t) = 5,00 \text{ V}$, $5,00 \text{ V} = (12,0 \text{ V})(1 - e^{-1,30 \mu\text{s}/RC})$, o que nos dá

$$\tau = (1,30 \mu\text{s})/\ln(12/7) = 2,41 \mu\text{s.}$$

(b) A capacitância é $C = \tau/R = (2,41 \mu\text{s})/(15,0 \text{ k}\Omega) = 161 \text{ pF.}$

62. O tempo necessário para que a diferença de potencial entre os terminais do capacitor atinja o valor V_L é dado por $V_L = \epsilon(1 - e^{-t/RC})$. Para que a lâmpada pisque duas vezes por segundo, esse tempo deve ser igual a 0,500 s. Assim,

$$R = \frac{t}{C \ln[\epsilon/(\epsilon - V_L)]} = \frac{0,500 \text{ s}}{(0,150 \times 10^{-6} \text{ F}) \ln[95,0 \text{ V}/(95,0 \text{ V} - 72,0 \text{ V})]} \\ = 2,35 \times 10^6 \Omega$$

63. No instante $t = 0$, o capacitor está totalmente descarregado e se comporta como um curto-circuito. Seja i_1 a corrente em R_1 , considerada positiva se o sentido for para a direita. Seja i_2 a corrente em R_2 , considerada positiva se o sentido for para baixo. Seja i_3 a corrente em R_3 , considerada positiva se o sentido for para baixo. De acordo com a regra dos nós, $i_1 = i_2 + i_3$. Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda, obtemos

$$\epsilon - i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0,$$

e aplicando a regra das malhas à malha da direita, obtemos

$$i_2 R_2 - i_3 R_3 = 0.$$

Como as resistências são todas iguais, podemos substituir R_1 , R_2 e R_3 por R , o que nos dá o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ \epsilon - i_1 R - i_2 R &= 0 \\ i_2 - i_3 &= 0. \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema de equações, obtemos:

$$(a) \ i_1 = \frac{2\epsilon}{3R} = \frac{2(1,2 \times 10^3 \text{ V})}{3(0,73 \times 10^6 \Omega)} = 1,1 \times 10^{-3} \text{ A} = 1,1 \text{ mA}.$$

$$(b) \ i_2 = \frac{\epsilon}{3R} = \frac{1,2 \times 10^3 \text{ V}}{3(0,73 \times 10^6 \Omega)} = 5,5 \times 10^{-4} \text{ A} = 0,55 \text{ mA}.$$

$$(c) \ i_3 = i_2 = 5,5 \times 10^{-4} \text{ A} = 0,55 \text{ mA}.$$

(d) Para $t \rightarrow \infty$, o capacitor está totalmente carregado e se comporta como um circuito aberto. Assim, $i_1 = i_2$, e a regra das malhas nos dá

$$\epsilon - i_1 R_1 - i_1 R_2 = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{\epsilon}{2R} = \frac{1,2 \times 10^3 \text{ V}}{2(0,73 \times 10^6 \Omega)} = 8,2 \times 10^{-4} \text{ A} = 0,82 \text{ mA}.$$

$$(e) \ i_2 = i_1 = 8,2 \times 10^{-4} \text{ A} = 0,82 \text{ mA}.$$

$$(f) \text{ Como foi visto no item anterior, } i_3 = 0.$$

Em um instante genérico, as equações obtidas, aplicando ao circuito a regra dos nós e a regra das malhas, são:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ \epsilon - i_1 R - i_2 R &= 0 \\ -\frac{q}{C} - i_3 R + i_2 R &= 0. \end{aligned}$$

Substituindo i_1 por $i_2 + i_3$ na segunda equação, obtemos $\epsilon - 2i_2R - i_3R = 0$, o que nos dá $i_2 = (\epsilon - i_3R)/2R$. Substituindo na terceira equação, obtemos

$$-(q/C) - (i_3R) + (\epsilon/2) - (i_3R/2) = 0.$$

Substituindo i_3 por dq/dt , temos:

$$\frac{3R}{2} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \frac{\epsilon}{2}.$$

Como a equação anterior é a equação de um circuito RC série com uma constante de tempo $\tau = 3RC/2$ e uma fem aplicada $\epsilon/2$, a solução é

$$q = \frac{C\epsilon}{2} (1 - e^{-2t/3RC}).$$

A corrente no ramo do capacitor é

$$i_3(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon}{3R} e^{-2t/3RC}.$$

A corrente no ramo central é

$$i_2(t) = \frac{\epsilon}{2R} - \frac{i_3}{2} = \frac{\epsilon}{2R} - \frac{\epsilon}{6R} e^{-2t/3RC} = \frac{\epsilon}{6R} (3 - e^{-2t/3RC})$$

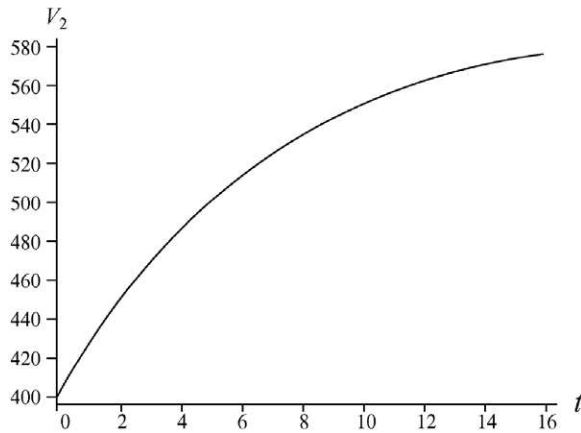
e a queda de tensão em R_2 é

$$V_2(t) = i_2R = \frac{\epsilon}{6} (3 - e^{-2t/3RC}).$$

(g) Para $t = 0$, $e^{-2t/3RC} = 1$ e $V_2 = \epsilon/3 = (1,2 \times 10^3 \text{ V})/3 = 4,0 \times 10^2 \text{ V}$.

(h) Para $t \rightarrow \infty$, $e^{-2t/3RC} \rightarrow 0$ e $V_2 = \epsilon/2 = (1,2 \times 10^3 \text{ V})/2 = 6,0 \times 10^2 \text{ V}$.

(i) A figura a seguir mostra um gráfico de V_2 em função do tempo.



64. (a) A diferença de potencial V entre as placas de um capacitor está relacionada à carga q da placa positiva através da equação $V = q/C$, na qual C é a capacitância. Como a carga de um capacitor que está se descarregando é dada por $q = q_0 e^{-t/\tau}$, isto significa que $V = V_0 e^{-t/\tau}$, na qual V_0 é a diferença de potencial inicial. Dividindo ambos os membros por V_0 e tomando o logaritmo natural, obtemos:

$$\tau = -\frac{t}{\ln(V/V_0)} = -\frac{10,0 \text{ s}}{\ln[(1,00 \text{ V})/(100 \text{ V})]} = 2,17 \text{ s}.$$

(b) No instante $t = 17,0 \text{ s}$, $t/\tau = (17,0 \text{ s})/(2,17 \text{ s}) = 7,83$ e, portanto,

$$V = V_0 e^{-t/\tau} = (100 \text{ V}) e^{-7,83} = 3,96 \times 10^{-2} \text{ V} = 39,6 \text{ mV}.$$

65. No regime estacionário, a tensão entre os terminais do capacitor é igual à queda de tensão em R_2 :

$$V_0 = R_2 \frac{\epsilon}{R_1 + R_2} = (15,0 \text{ k}\Omega) \left(\frac{20,0 \text{ V}}{10,0 \text{ k}\Omega + 15,0 \text{ k}\Omega} \right) = 12,0 \text{ V}.$$

Multiplicando a Eq. 27-39 pela capacitância, obtemos $V = V_0 e^{-t/RC}$ como a equação que descreve a tensão entre os terminais do capacitor (e entre os terminais de R_2) depois que a chave é aberta. Assim, para $t = 0,00400 \text{ s}$, temos:

$$V = (12)e^{-0,004/(15,000)(0,4 \times 10^{-6})} = 6,16 \text{ V}.$$

Assim, de acordo com a lei de Ohm, a corrente em R_2 é $6,16/15.000 = 411 \mu\text{A}$.

66. Para resolver o problema, aplicamos a Eq. 27-39 aos dois capacitores, levamos em conta o fato de que a razão entre as cargas é 1,5 e explicitamos o tempo t . Como as constantes de tempo dos dois circuitos são

$$\tau_1 = R_1 C_1 = (20,0 \Omega)(5,00 \times 10^{-6} \text{ F}) = 1,00 \times 10^{-4} \text{ s}$$

$$\tau_2 = R_2 C_2 = (10,0 \Omega)(8,00 \times 10^{-6} \text{ F}) = 8,00 \times 10^{-5} \text{ s},$$

temos:

$$t = \frac{\ln(3/2)}{\tau_2^{-1} - \tau_1^{-1}} = \frac{\ln(3/2)}{1,25 \times 10^4 \text{ s}^{-1} - 1,00 \times 10^4 \text{ s}^{-1}} = 1,62 \times 10^{-4} \text{ s} = 162 \mu\text{s}.$$

67. A diferença de potencial entre as placas do capacitor varia com o tempo de acordo com a equação $V(t) = V_0 e^{-t/RC}$. Para $V = V_0/4$ e $t = 2,0 \text{ s}$, obtemos

$$R = \frac{t}{C \ln(V_0/V)} = \frac{2,0 \text{ s}}{(2,0 \times 10^{-6} \text{ F}) \ln 4} = 7,2 \times 10^5 \Omega = 0,72 \text{ M}\Omega.$$

68. (a) Como a energia inicial armazenada no capacitor é $U_C = q_0^2 / 2C$, na qual C é a capacitância e q_0 é a carga inicial de uma das placas, temos:

$$q_0 = \sqrt{2CU_C} = \sqrt{2(1,0 \times 10^{-6} \text{ F})(0,50 \text{ J})} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ C}.$$

(b) A variação da carga com o tempo é dada por $q = q_0 e^{-t/\tau}$, na qual τ é a constante de tempo. Derivando essa expressão em relação ao tempo, obtemos

$$i = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau},$$

o que mostra que a corrente inicial é $i_0 = q_0/\tau$. Como a constante de tempo é

$$\tau = RC = (1,0 \times 10^{-6} \text{ F})(1,0 \times 10^6 \Omega) = 1,0 \text{ s},$$

obtemos:

$$i_0 = \frac{1,0 \times 10^{-3} \text{ C}}{1,0 \text{ s}} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ A}.$$

(c) Fazendo $q = q_0 e^{-t/\tau}$ na relação $V_C = q/C$, obtemos

$$V_C = \frac{q_0}{C} e^{-t/\tau} = \left(\frac{1,0 \times 10^{-3} \text{ C}}{1,0 \times 10^{-6} \text{ F}} \right) e^{-t/1,0 \text{ s}} = (1,0 \times 10^3 \text{ V}) e^{-t}.$$

(d) Fazendo $i = (q_0/\tau) e^{-t/\tau}$ na relação $V_R = iR$, obtemos

$$V_R = \frac{q_0 R}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{(1,0 \times 10^{-3} \text{ C})(1,0 \times 10^6 \Omega)}{1,0 \text{ s}} e^{-t/1,0 \text{ s}} = (1,0 \times 10^3 \text{ V}) e^{-t}.$$

(e) Fazendo $i = (q_0/\tau)e^{-t/\tau}$ na relação $P = i^2R$, obtemos

$$P = \frac{q_0^2 R}{\tau^2} e^{-2t/\tau} = \frac{(1,0 \times 10^{-3} \text{ C})^2 (1,0 \times 10^6 \Omega)}{(1,0 \text{ s})^2} e^{-2t/1,0 \text{ s}} = e^{-2t} \text{ W}.$$

69. (a) A carga da placa positiva do capacitor é dada por

$$q = C\epsilon(1 - e^{-t/\tau}),$$

na qual C é a capacitância, ϵ é a fem da fonte e τ é a constante de tempo. O valor de τ é

$$\tau = RC = (3,00 \times 10^6 \Omega)(1,00 \times 10^{-6} \text{ F}) = 3,00 \text{ s}.$$

Para $t = 1,00 \text{ s}$, $t/\tau = (1,00 \text{ s})/(3,00 \text{ s}) = 0,333$ e a taxa de aumento de carga do capacitor é

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\epsilon}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{(1,00 \times 10^{-6} \text{ F})(4,00 \text{ V})}{3,00 \text{ s}} e^{-0,333} = 9,55 \times 10^{-7} \text{ C/s} = 0,955 \mu\text{C/s}.$$

(b) A energia armazenada no capacitor é dada por $U_C = q^2/2C$ e a taxa de variação da energia é

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt}.$$

Como

$$q = C\epsilon(1 - e^{-t/\tau}) = (1,00 \times 10^{-6})(4,00 \text{ V})(1 - e^{-0,333}) = 1,13 \times 10^{-6} \text{ C},$$

temos:

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = \left(\frac{1,13 \times 10^{-6} \text{ C}}{1,00 \times 10^{-6} \text{ F}} \right) (9,55 \times 10^{-7} \text{ C/s}) = 1,08 \times 10^{-6} \text{ W} = 1,08 \mu\text{W}.$$

(c) A taxa com a qual a energia é dissipada no resistor é dada por $P = i^2R$. Como a corrente é $9,55 \times 10^{-7} \text{ A}$,

$$P = (9,55 \times 10^{-7} \text{ A})^2 (3,00 \times 10^6 \Omega) = 2,74 \times 10^{-6} \text{ W} = 2,74 \mu\text{W}.$$

(d) A taxa com a qual a energia é fornecida pela fonte é

$$i\epsilon = (9,55 \times 10^{-7} \text{ A})(4,00 \text{ V}) = 3,82 \times 10^{-6} \text{ W} = 3,82 \mu\text{W}.$$

Como a energia fornecida pela fonte é armazenada no capacitor ou dissipada no resistor, o valor obtido no item (d) é igual à soma dos valores obtidos nos itens (b) e (c): $3,82 \mu\text{W} = 1,08 \mu\text{W} + 2,74 \mu\text{W}$.

70. (a) Por simetria, sabemos que as correntes no ramo superior e no ramo central do circuito têm o mesmo valor, que vamos chamar de i . Isto significa que a corrente no resistor R do ramo inferior é $i_R = 2i$. Assim, chamando de r a resistência interna das fontes e de ϵ a fem das fontes e aplicando a regra das malhas à malha externa do circuito, obtemos

$$3(\epsilon - ir) - (2i)R = 0,$$

o que nos dá $i = 3,0$ e $i_R = 2i = 6,0 \text{ A}$.

(b) A diferença de potencial entre os terminais de uma das fontes é $\epsilon - ir = 8,0 \text{ V}$.

(c) De acordo com a Eq. 27-17, $P_f = i\epsilon = (3)(20) = 60 \text{ W}$.

(d) De acordo com a Eq. 26-27, $P_r = i^2r = 36 \text{ W}$.

71. (a) Com a chave S_1 fechada e as chaves S_2 e S_3 abertas,

$$i_a = \epsilon/2R_1 = 120 \text{ V}/40,0 \Omega = 3,00 \text{ A}.$$

(b) Com as chaves S_1 e S_2 fechadas e a chave S_3 aberta, temos:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_1 (R_1 + R_2) / (2R_1 + R_2) = 20,0 \, \Omega + (20,0 \, \Omega) \times (30,0 \, \Omega) / (50,0 \, \Omega) = 32,0 \, \Omega,$$

o que nos dá

$$i_a = \epsilon / R_{\text{eq}} = 120 \, \text{V} / 32,0 \, \Omega = 3,75 \, \text{A}.$$

(c) Com as três chaves fechadas, $R_{\text{eq}} = R_1 + R_1 R' / (R_1 + R')$, na qual

$$R' = R_2 + R_1 (R_1 + R_2) / (2R_1 + R_2) = 22,0 \, \Omega,$$

o que nos dá

$$R_{\text{eq}} = 20,0 \, \Omega + (20,0 \, \Omega) (22,0 \, \Omega) / (20,0 \, \Omega + 22,0 \, \Omega) = 30,5 \, \Omega,$$

e, portanto,

$$i_a = \epsilon / R_{\text{eq}} = 120 \, \text{V} / 30,5 \, \Omega = 3,94 \, \text{A}.$$

72. (a) A resistência equivalente dos resistores R_1 , R_2 , R_3 e R_4 é dada por

$$R_{\text{eq}} = R_{12} + R_{34} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 7,0 \, \Omega + 3,0 \, \Omega = 10 \, \Omega.$$

Como a fem da fonte está aplicada aos terminais de R_{eq} , temos:

$$i_2 = \epsilon / R_{\text{eq}} = (30,0 \, \text{V}) / (10 \, \Omega) = 3,0 \, \text{A}.$$

(b) A resistência equivalente dos resistores R_5 , R_6 e R_7 é

$$R'_{\text{eq}} = R_{56} + R_7 = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} + R_7 = \frac{(6,0 \, \Omega)(2,0 \, \Omega)}{6,0 \, \Omega + 2,0 \, \Omega} + 1,5 \, \Omega = 3,0 \, \Omega.$$

Como a fem da fonte está aplicada aos terminais de R'_{eq} , temos:

$$i_4 = \epsilon / R'_{\text{eq}} = (30,0 \, \text{V}) / (3,0 \, \Omega) = 10 \, \text{A}.$$

(c) De acordo com a regra dos nós, $i_1 = i_2 + i_4 = 13 \, \text{A}$.

(d) Por simetria, $i_3 = i_2 / 2 = 1,5 \, \text{A}$.

(e) Aplicando a regra das malhas à malha que contém a fonte e os resistores R_6 e R_7 , temos:

$$30 \, \text{V} - i_4(1,5 \, \Omega) - i_5(2,0 \, \Omega) = 0,$$

o que nos dá $i_5 = 7,5 \, \text{A}$.

73. (a) O módulo da densidade de corrente no fio A (e também no fio B) é

$$J_A = \frac{i}{A} = \frac{V}{(R_1 + R_2)A} = \frac{4 \, \text{V}}{(R_1 + R_2)\pi D^2} = \frac{4(60,0 \, \text{V})}{\pi(0,127 \, \Omega + 0,729 \, \Omega)(2,60 \times 10^{-3} \, \text{m})^2} \\ = 1,32 \times 10^7 \, \text{A/m}^2.$$

$$(b) V_A = \frac{VR_1}{R_1 + R_2} = \frac{(60,0 \, \text{V})(0,127 \, \Omega)}{(0,127 \, \Omega + 0,729 \, \Omega)} = 8,90 \, \text{V}.$$

$$(c) \rho_A = \frac{R_A A}{L_A} = \frac{\pi R_A D^2}{4L_A} = \frac{\pi(0,127 \, \Omega)(2,60 \times 10^{-3} \, \text{m})^2}{4(40,0 \, \text{m})} = 1,69 \times 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}.$$

De acordo com a Tabela 26-1, o fio A é feito de cobre.

$$(d) J_B = J_A = 1,32 \times 10^7 \, \text{A/m}^2.$$

$$(e) V_B = V - V_A = 60,0 \, \text{V} - 8,9 \, \text{V} = 51,1 \, \text{V}.$$

$$(f) \rho_B = \frac{R_B A}{L_B} = \frac{\pi R_B D^2}{4 L_B} = \frac{\pi(0,729 \Omega)(2,60 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4(40,0 \text{ m})} = 9,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}.$$

De acordo com a Tabela 26-1, o fio B é feito de ferro.

74. O resistor do lado esquerdo da letra i está acima de três outros resistores; juntos, esses resistores são equivalentes a um resistor de resistência $R = 10 \Omega$, que conduz uma corrente i . Como se estivéssemos procurando a saída de um labirinto, podemos encontrar um percurso entre as extremidades de R que passa apenas por fontes (10, no total). Como 7 dessas fontes têm uma polaridade e as outras 3 têm a polaridade oposta, a fem aplicada a R é $\epsilon = 40 \text{ V}$.

(a) A corrente é $i = \epsilon/R = 4,0 \text{ A}$.

(b) O sentido da corrente é de baixo para cima.

75. (a) No processo descrito no enunciado, a carga é constante. Assim,

$$q = C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{C_1}{C_2} = (200) \left(\frac{150}{10} \right) = 3,0 \times 10^3 \text{ V} = 3,0 \text{ kV}.$$

(b) Multiplicando a Eq. 27-39 pela capacitância, obtemos $V = V_0 e^{-t/RC}$ como a equação que descreve a tensão entre os terminais do capacitor. Assim,

$$V = V_0 e^{-t/RC} \Rightarrow t = RC \ln \left(\frac{V_0}{V} \right) = (300 \times 10^9 \Omega) (10 \times 10^{-12} \text{ F}) \ln \left(\frac{3000}{100} \right),$$

o que nos dá $t = 10 \text{ s}$. Este é um intervalo de tempo maior que o que as pessoas levam para fazer algo como manusear um equipamento eletrônico depois de se levantarem.

(c) Nesse caso, temos que obter o valor de R na equação $V = V_0 e^{-t/RC}$ para os novos valores $V_0 = 1400 \text{ V}$ e $t = 0,30 \text{ s}$. O resultado é o seguinte:

$$R = \frac{t}{C \ln(V_0/V)} = \frac{0,30 \text{ s}}{(10 \times 10^{-12} \text{ F}) \ln(1400/100)} = 1,1 \times 10^{10} \Omega = 11 \text{ G}\Omega.$$

76. (a) Podemos reduzir o par de resistores em paralelo na parte de baixo do circuito a um único resistor $R' = 1,00 \Omega$ e combinar esse resistor com um resistor em série para obter um resistor equivalente $R'' = 2,00 \Omega + 1,00 \Omega = 3,00 \Omega$. A corrente em R'' é a corrente i_1 que precisamos calcular. Aplicando a regra das malhas a uma malha que inclui R'' e as três fontes e supondo que o sentido da corrente i_1 é da direita para a esquerda, obtemos:

$$5,00 \text{ V} + 20,0 \text{ V} - 10,0 \text{ V} - i_1 R'' = 0,$$

o que nos dá $i_1 = 5,00 \text{ A}$.

(b) Como o valor obtido para i_1 no item (a) foi positivo, o sentido da corrente é o que foi escolhido inicialmente, ou seja, da direita para a esquerda.

(c) Como o sentido da corrente da fonte 1 é do terminal negativo para o terminal positivo, a fonte 1 está fornecendo energia.

(d) A potência fornecida pela fonte 1 é $P_1 = (5,00 \text{ A})(20,0 \text{ V}) = 100 \text{ W}$.

(e) Reduzindo os resistores que estão em paralelo com a fonte ϵ_2 a um único resistor $R' = 1,00 \Omega$, através do qual passa uma corrente $i' = (10,0 \text{ V})/(1,00 \Omega) = 10,0 \text{ A}$, de cima para baixo, vemos que, de acordo com a regra dos nós, a corrente na fonte ϵ_2 é $i = i' - i_1 = 5,00 \text{ A}$ para cima, ou seja, do terminal negativo para o terminal positivo. Isso significa que a fonte 2 está fornecendo energia.

(f) De acordo com a Eq. 27-17, $P_2 = (5,00 \text{ A})(10,00 \text{ V}) = 50,0 \text{ W}$.

(g) O conjunto de resistores em paralelo com a fonte \mathcal{E}_3 pode ser reduzido a um único resistor $R''' = 0,800 \Omega$ (associando primeiro dois resistores em série e depois associando o resistor equivalente a dois resistores em paralelo), através do qual passa uma corrente $i''' = (5,00 \text{ V})/(0,800 \Omega) = 6,25 \text{ A}$ de cima para baixo. De acordo com a regra dos nós, a corrente na fonte \mathcal{E}_3 é $i = i''' + i_1 = 11,25 \text{ A}$ para cima, ou seja, do terminal negativo para o terminal positivo. Isso significa que a fonte 3 está fornecendo energia.

(h) De acordo com a Eq. 27-17, $P_3 = (11,25 \text{ A})(5 \text{ V}) = 56,3 \text{ W}$.

77. Vamos usar o índice s para indicar silício, o índice f para indicar ferro e chamar de T_0 a temperatura de referência. As resistências dos dois resistores são dadas por

$$R_s(T) = R_s(T_0)[1 + \alpha_s(T - T_0)], \quad R_f(T) = R_f(T_0)[1 + \alpha_f(T - T_0)].$$

Como os resistores estão ligados em série,

$$\begin{aligned} R(T) &= R_s(T) + R_f(T) = R_s(T_0)[1 + \alpha_s(T - T_0)] + R_f(T_0)[1 + \alpha_f(T - T_0)] \\ &= R_s(T_0) + R_f(T_0) + [R_s(T_0)\alpha_s + R_f(T_0)\alpha_f](T - T_0). \end{aligned}$$

Para que $R(T)$ não dependa da temperatura e seja igual a 1000Ω , devemos ter:

$$\begin{aligned} R_s(T_0)\alpha_s + R_f(T_0)\alpha_f &= 0 \\ R_s(T_0) + R_f(T_0) &= 1000 \Omega. \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema de equação anterior, obtemos:

$$(a) R_s(T_0) = \frac{R\alpha_f}{\alpha_f - \alpha_s} = \frac{(1000 \Omega)(6,5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})}{(6,5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}) - (-70 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})} = 85,0 \Omega.$$

$$(b) R_f(T_0) = 1000 \Omega - 85,0 \Omega = 915 \Omega.$$

Nota: Só é possível construir um resistor desse tipo usando materiais, como o ferro e o silício, cujos coeficientes de temperatura da resistividade têm sinais opostos. Mesmo assim, a variação da resistência com a temperatura, embora pequena, não é exatamente zero, já que o próprio coeficiente de temperatura da resistividade varia com a temperatura, e a variação é diferente em diferentes materiais. É por isso que o enunciado do problema se refere a “um resistor cuja resistência varia muito pouco com a temperatura” e não a “um resistor cuja resistência não varia com a temperatura”.

78. Como a corrente no amperímetro é $i_A = \mathcal{E}/(r + R_1 + R_2 + R_A)$ e a corrente em R_1 e R_2 sem o amperímetro é $i = \mathcal{E}/(r + R_1 + R_2)$, o erro percentual é

$$\begin{aligned} \frac{\Delta i}{i} &= \frac{i - i_A}{i} = 1 - \frac{r + R_1 + R_2}{r + R_1 + R_2 + R_A} = \frac{R_A}{r + R_1 + R_2 + R_A} = \frac{0,10 \Omega}{2,0 \Omega + 5,0 \Omega + 4,0 \Omega + 0,10 \Omega} \\ &= 0,90\%. \end{aligned}$$

79. (a) Como, de acordo com a Eq. 27-34, $i(t) = (\mathcal{E}/R)e^{-t/RC}$, a energia total fornecida pela fonte é

$$U = \int_0^\infty \mathcal{E} i dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^\infty e^{-t/RC} dt = C\mathcal{E}^2 = 2U_C,$$

e, de acordo com a Eq. 25-22, $U_C = C\mathcal{E}^2/2$, temos:

$$U_C = \frac{U}{2}.$$

(b) Integrando o produto $i^2 R$, temos:

$$U_R = \int_0^\infty i^2 R dt = \frac{\epsilon^2}{R} \int_0^\infty e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} C \epsilon^2 = \frac{U}{2}.$$

80. Como, no regime estacionário, a corrente nos capacitores é zero, a corrente é a mesma nos três resistores. De acordo com a regra das malhas,

$$20,0 \text{ V} = (5,00 \, \Omega)i + (10,0 \, \Omega)i + (15,0 \, \Omega)i,$$

o que nos dá $i = 2/3 \text{ A}$. Isso significa que a queda de tensão em R_1 é $(5,00 \, \Omega)(2/3 \text{ A}) = 10/3 \text{ V}$, que é também a tensão V_1 entre os terminais do capacitor C_1 . De acordo com a Eq. 25-22, a energia armazenada no capacitor C_1 é

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} (5,00 \times 10^{-6} \text{ F}) \left(\frac{10}{3} \text{ V} \right)^2 = 2,78 \times 10^{-5} \text{ J}.$$

A queda de tensão em R_2 é $(10,0 \, \Omega)(2/3 \text{ A}) = 20/3 \text{ V}$, que é também a tensão V_2 entre os terminais do capacitor C_2 . Assim,

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} (10,0 \times 10^{-6} \text{ F}) \left(\frac{20}{3} \text{ V} \right)^2 = 2,22 \times 10^{-5} \text{ J}.$$

A energia total armazenada nos capacitores é $U_1 + U_2 = 2,50 \times 10^{-4} \text{ J} = 250 \, \mu\text{J}$.

81. A queda de tensão em R_2 é

$$V_2 = iR_2 = \frac{\epsilon R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(12 \text{ V})(4,0 \, \Omega)}{3,0 \, \Omega + 4,0 \, \Omega + 5,0 \, \Omega} = 4,0 \text{ V}.$$

82. Como $V_a - \epsilon_1 = V_c - ir_1 - iR$ e $i = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/(R + r_1 + r_2)$, temos:

$$\begin{aligned} V_a - V_c &= \epsilon_1 - i(r_1 + R) = \epsilon_1 - \left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R + r_1 + r_2} \right) (r_1 + R) \\ &= 4,4 \text{ V} - \left(\frac{4,4 \text{ V} - 2,1 \text{ V}}{5,5 \, \Omega + 1,8 \, \Omega + 2,3 \, \Omega} \right) (2,3 \, \Omega + 5,5 \, \Omega) \\ &= 2,5 \text{ V}. \end{aligned}$$

83. A diferença de potencial entre os terminais do capacitor é

$$V(t) = V_0 e^{-t/RC} \Rightarrow R = \frac{t}{C \ln(V_0/V)}.$$

(a) Para $t_{\min} = 10,0 \, \mu\text{s}$, $R_{\min} = \frac{10,0 \, \mu\text{s}}{(0,220 \, \mu\text{F}) \ln(5,00/0,800)} = 24,8 \, \Omega$.

(b) Para $t_{\max} = 6,00 \text{ ms}$, $V(t) = V_0 e^{-t/RC} \Rightarrow R = \frac{t}{C \ln(V_0/V)}$.

84. (a) Quando $R_{\text{boia}} = 140 \, \Omega$, $i = 12 \text{ V}/(10 \, \Omega + 140 \, \Omega) = 8,0 \times 10^{-2} \text{ A} = 80 \text{ mA}$.

(b) Quando $R_{\text{boia}} = (140 \, \Omega + 20 \, \Omega)/2 = 80 \, \Omega$, $i = 12 \text{ V}/(10 \, \Omega + 80 \, \Omega) = 0,13 \text{ A}$.

(c) Quando $R_{\text{boia}} = 20 \, \Omega$, $i = 12 \text{ V}/(10 \, \Omega + 20 \, \Omega) = 0,40 \text{ A}$.

85. Como a resistência interna da bateria é $r = (12 \text{ V} - 11,4 \text{ V})/50 \text{ A} = 0,012 \Omega < 0,020 \Omega$, a bateria está em boas condições. Por outro lado, a resistência do cabo é $R = 3,0 \text{ V}/50 \text{ A} = 0,060 \Omega > 0,040 \Omega$, o que mostra que o componente defeituoso é o cabo.

86. Quando os resistores são ligados em série, a potência dissipada é

$$P_s = \epsilon^2/(R_1 + R_2).$$

Quando os resistores são ligados em paralelo, a potência dissipada é

$$P_p = \epsilon^2(R_1 + R_2)/R_1 R_2.$$

Fazendo $P_p/P_s = 5$, obtemos $(R_1 + R_2)^2/R_1 R_2 = 5$, o que nos dá a equação do segundo grau

$$R_2^2 - 3R_1 R_2 + R_1 = 0,$$

cujas soluções, para $R_1 = 100 \Omega$, são

$$R_2 = \frac{300 \pm \sqrt{90.000 - 40.000}}{2} = \frac{300 \pm 224}{2}.$$

(a) A menor solução é $R_2 = (300 - 224)/2 = 38 \Omega$.

(b) A maior solução é $R_2 = (300 + 224)/2 = 262 \Omega$.

87. Quando a chave S permanece aberta por um longo tempo, a carga do capacitor C é $q_i = \epsilon_2 C$. Quando a chave S permanece fechada por um longo tempo, a corrente i em R_1 e R_2 é

$$i = (\epsilon_2 - \epsilon_1)/(R_1 + R_2) = (3,0 \text{ V} - 1,0 \text{ V})/(0,20 \Omega + 0,40 \Omega) = 3,33 \text{ A}.$$

A diferença de potencial V entre as placas do capacitor é, portanto,

$$V = \epsilon_2 - iR_2 = 3,0 \text{ V} - (3,33 \text{ A})(0,40 \Omega) = 1,67 \text{ V}.$$

Como a carga final do capacitor C é $q_f = VC$, a variação da carga do capacitor é

$$\Delta q = q_f - q_i = (V - \epsilon_2)C = (1,67 \text{ V} - 3,0 \text{ V})(10 \mu\text{F}) = -13 \mu\text{C}.$$

88. De acordo com a regra das malhas e a regra dos nós, temos:

$$20,0 - i_1 R_1 - i_3 R_3 = 0$$

$$20,0 - i_1 R_1 - i_2 R_2 - 50 = 0$$

$$i_2 + i_3 = i_1$$

Fazendo $i_1 = 0$, $R_1 = 10,0 \Omega$ e $R_2 = 20,0 \Omega$ nas equações anteriores, obtemos:

$$i_1 = \frac{40 - 3R_3}{20 + 3R_3} = 0 \Rightarrow R_3 = \frac{40}{3} = 13,3 \Omega.$$

89. Os dois resistores de baixo estão ligados em paralelo e equivalem a uma resistência de $2,0R$. Essa resistência está em série com uma resistência R do lado direito, o que resulta em uma resistência equivalente $R' = 3,0R$. Os resistores do canto superior esquerdo estão ligados em série e equivalem a uma resistência $R'' = 6,0R$. Finalmente, as resistências R' e R'' estão ligadas em paralelo, o que nos dá uma resistência equivalente total

$$R_{\text{eq}} = \frac{R'R''}{R' + R''} = 2,0R = 20 \Omega.$$

90. (a) De acordo com as Eqs. 26-27 e 27-4, a potência é dada por

$$P = i^2 R = \frac{\epsilon^2 R}{(R + r)^2}$$

Derivando a potência em relação a R e igualando o resultado a zero, obtemos:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR} \left[\frac{\epsilon^2 R}{(R+r)^2} \right] = \frac{\epsilon^2 (r-R)}{(R+r)^3} = 0,$$

cujas soluções são $R = r$.

(b) Para $R = r$, a potência dissipada no resistor externo é

$$P_{\max} = \frac{\epsilon^2 R}{(R+r)^2} \Big|_{R=r} = \frac{\epsilon^2}{4r}.$$

91. (a) Aplicando a regra das malhas à malha da esquerda, obtemos:

$$i_1 = \frac{\epsilon}{R} = \frac{12,0 \text{ V}}{4,00 \Omega} = 3,00 \text{ A}.$$

(b) O sentido de i_1 é para baixo.

(c) Aplicando a regra das malhas à malha central, obtemos:

$$\epsilon_2 + (+i_1 R) + (-i_2 R) + \left(-\frac{i_2}{2} R \right) + (-i_2 R) = 0.$$

Usando o resultado do item (a), obtemos $i_2 = 1,60 \text{ A}$.

(d) O sentido de i_2 é para baixo.

(e) Como o sentido das duas correntes é para baixo, o sentido da corrente na fonte 1 é do terminal negativo para o terminal positivo e, portanto, a fonte 1 está fornecendo energia.

(f) De acordo com a regra dos nós, a corrente na fonte 1 é $3,00 \text{ A} + 1,60 \text{ A} = 4,60 \text{ A}$; de acordo com a Eq. 27-17, $P = (4,60 \text{ A})(12,0 \text{ V}) = 55,2 \text{ W}$.

(g) Como o sentido da corrente na fonte 2 é do terminal negativo para o terminal positivo, a fonte 2 está fornecendo energia.

(h) De acordo com a Eq. 27-17, $P = i_2(4,00 \text{ V}) = 6,40 \text{ W}$.

92. A resistência equivalente de R_3 e R_4 em série é $R_{34} = 4,0 \Omega$ e a resistência equivalente de R_1 e R_2 em paralelo é $R_{12} = 2,0 \Omega$. Como a queda de tensão em R_{34} é igual à queda de tensão em R_{12} ,

$$V_{34} = V_{12} \Rightarrow i_{34} R_{34} = i_{12} R_{12} \Rightarrow i_{34} = \frac{1}{2} i_{12}.$$

De acordo com a regra dos nós,

$$I = i_{12} + i_{34} = 6,00 \text{ A}.$$

Combinando as duas equações, obtemos:

$$2i_{12} + i_{12} = 12,00 \text{ A} \Rightarrow i_{12} = 4,00 \text{ A}.$$

Como a corrente i_{12} se divide igualmente entre os resistores R_1 e R_2 ,

$$i_1 = i_{12}/2 = 2,00 \text{ A}.$$

93. (a) Como $P = V^2/R$, $V = \sqrt{PR} = \sqrt{(10 \text{ W})(0,10 \Omega)} = 1,0 \text{ V}$.

(b) Como $i = V/R = (\epsilon - V)/r$, temos:

$$r = R \left(\frac{\epsilon - V}{V} \right) = (0,10 \, \Omega) \left(\frac{1,5 \, \text{V} - 1,0 \, \text{V}}{1,0 \, \text{V}} \right) = 0,050 \, \Omega.$$

94. (a) $R_{\text{eq}}(AB) = 20,0 \, \Omega / 3 = 6,67 \, \Omega$ (três resistores de $20,0 \, \Omega$ em paralelo).

(b) $R_{\text{eq}}(AC) = 20,0 \, \Omega / 3 = 6,67 \, \Omega$ (três resistores de $20,0 \, \Omega$ em paralelo).

(c) $R_{\text{eq}}(BC) = 0$ (os pontos B e C estão ligados por um fio condutor).

95. A potência máxima que pode ser dissipada é $(120 \, \text{V})(15 \, \text{A}) = 1800 \, \text{W}$. Como $1800 \, \text{W} / 500 \, \text{W} = 3,6$, o número máximo de lâmpadas de $500 \, \text{W}$ é 3.

96. Vamos chamar de V a fem da fonte. De acordo com a Eq. 27-30,

$$i = \frac{V}{R} - \frac{q}{RC} = \frac{12 \, \text{V}}{4 \, \Omega} - \frac{8 \times 10^{-6} \, \text{C}}{(4 \, \Omega)(4 \times 10^{-6} \, \text{F})} = 2,5 \, \text{A}.$$

97. Quando as fontes estão ligadas em paralelo, a fem total é ϵ , a resistência equivalente é $R_{\text{paralelo}} = R + r/N$ e a corrente é

$$i_{\text{paralelo}} = \frac{\epsilon}{R_{\text{paralelo}}} = \frac{\epsilon}{R + r/N} = \frac{N\epsilon}{NR + r}.$$

Quando as fontes estão ligadas em série, a fem total é $N\epsilon$, a resistência equivalente é $R_{\text{série}} = R + Nr$ e a corrente é

$$i_{\text{série}} = \frac{N\epsilon}{R_{\text{série}}} = \frac{N\epsilon}{R + Nr}.$$

Comparando as duas expressões, vemos que, para $R = r$,

$$i_{\text{paralelo}} = i_{\text{série}} = \frac{N\epsilon}{(N+1)r}.$$

98. Com R_2 e R_3 em paralelo associadas com R_1 em série, a resistência equivalente do circuito é

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

e a corrente é

$$i = \frac{\epsilon}{R_{\text{eq}}} = \frac{(R_2 + R_3)\epsilon}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

A potência fornecida pela fonte é

$$P = i\epsilon = \frac{(R_2 + R_3)\epsilon^2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

(a) Para determinar o valor de R_3 que maximiza P , derivamos P em relação a R_3 . Depois de algumas transformações algébricas, obtemos

$$\frac{dP}{dR_3} = -\frac{R_2^2 \epsilon^2}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2}.$$

Como a derivada é negativa para todos os valores positivos de R_3 , P é máxima para $R_3 = 0$.

(b) Fazendo $R_3 = 0$, obtemos

$$P = \frac{\epsilon^2}{R_1} = \frac{(12,0 \text{ V})^2}{10,0 \Omega} = 14,4 \text{ W}.$$

99. (a) Como o capacitor está *inicialmente* descarregado, ele se comporta inicialmente como um curto-circuito e, portanto, a tensão inicial é zero entre os terminais do resistor R_2 e 30 V entre os terminais do resistor R_1 . Assim, de acordo com a lei de Ohm, $i_{10} = (30 \text{ V})/(20 \text{ k}\Omega) = 1,5 \times 10^{-3} \text{ A} = 1,5 \text{ mA}$.

(b) Como a tensão inicial entre os terminais do resistor R_2 é 0, $i_{20} = 0$.

(c) Depois de transcorrido um longo tempo, o capacitor passa a se comportar como um circuito aberto e os resistores R_1 e R_2 passam a se comportar como dois resistores em série, com uma resistência equivalente $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 = 20 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega = 30 \text{ k}\Omega$. Assim, a corrente no circuito, que é igual à corrente no resistor 2, é

$$i = \frac{30 \text{ V}}{30 \times 10^3 \Omega} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ A} = 1,0 \text{ mA}.$$

Capítulo 28

1. (a) De acordo com a Eq. 28-3,

$$v = \frac{F_B}{eB \sin \phi} = \frac{6,50 \times 10^{-17} \text{ N}}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(2,60 \times 10^{-3} \text{ T}) \sin 23,0^\circ} = 4,00 \times 10^5 \text{ m/s} = 400 \text{ km/s}.$$

(b) A energia cinética do próton é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})(4,00 \times 10^5 \text{ m/s})^2 = 1,34 \times 10^{-16} \text{ J},$$

que é equivalente a $K = (1,34 \times 10^{-16} \text{ J})/(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 835 \text{ eV}$.

2. A força associada ao campo magnético deve apontar na direção \hat{j} para equilibrar a força da gravidade, que aponta na direção $-\hat{j}$. Para isso, de acordo com a regra da mão direita, o campo \vec{B} deve apontar na direção $-\hat{k}$. O módulo $|B_z|$ do campo é dado pela Eq. 28-3, com $\phi = 90^\circ$. Assim, temos:

$$\vec{B} = B_z \hat{k} = -\left(\frac{mg}{qv}\right) \hat{k} = -\left[\frac{(1,0 \times 10^{-2} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{(8,0 \times 10^{-3} \text{ C})(2,0 \times 10^4 \text{ m/s})}\right] \hat{k} = -(0,061 \text{ T}) \hat{k} = -(61 \text{ mT}) \hat{k}.$$

3. (a) A força que age sobre o elétron é

$$\begin{aligned} \vec{F}_B &= q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j}) = q(v_x B_y - v_y B_x) \hat{k} \\ &= (-1,6 \times 10^{-19} \text{ C})[(2,0 \times 10^6 \text{ m/s})(-0,15 \text{ T}) - (3,0 \times 10^6 \text{ m/s})(0,030 \text{ T})] \\ &= (6,2 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{k}. \end{aligned}$$

(b) O cálculo é semelhante ao do item (a); a única coisa que muda é o sinal da carga elétrica. Assim, a força que age sobre o próton é

$$\vec{F}_B = -(6,2 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{k}.$$

4. (a) De acordo com a Eq. 28-3,

$$F_B = |q| vB \sin \phi = (+3,2 \times 10^{-19} \text{ C})(550 \text{ m/s})(0,045 \text{ T})(\sin 52^\circ) = 6,2 \times 10^{-18} \text{ N}.$$

(b) A aceleração é

$$a = F_B/m = (6,2 \times 10^{-18} \text{ N}) / (6,6 \times 10^{-27} \text{ kg}) = 9,5 \times 10^8 \text{ m/s}^2.$$

(c) Como \vec{F}_B é perpendicular a \vec{v} , não exerce trabalho sobre a partícula. Assim, de acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, a energia cinética da partícula permanece constante, o que significa que a velocidade também permanece constante.

5. De acordo com as Eqs. 3-30 e Eq. 28-2,

$$\vec{F} = q(v_x B_y - v_y B_x) \hat{k} = q[v_x (3B_x) - v_y B_x] \hat{k}$$

Como, nesse instante, a força é $(6,4 \times 10^{-19} \text{ N}) \hat{k}$, temos:

$$q(3v_x - v_y)B_x = F_z \Rightarrow B_x = \frac{F_z}{q(3v_x - v_y)} = \frac{6,4 \times 10^{-19} \text{ N}}{(-1,6 \times 10^{-19} \text{ C})[3(2,0 \text{ m/s}) - 4,0 \text{ m/s}]} = -2,0 \text{ T}.$$

6. A força magnética a que o próton está submetido é

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

na qual $q = +e$. De acordo com a Eq. 3-30, temos, em unidades do SI:

$$(4 \times 10^{-17})\hat{i} + (2 \times 10^{-17})\hat{j} = e[(0,03)v_y + 40]\hat{i} + (20 - 0,03v_x)\hat{j} - (0,02v_x + 0,01v_y)\hat{k}$$

Igualando as componentes correspondentes, obtemos:

$$(a) v_x = \frac{20e - 2 \times 10^{-17}}{0,03e} = \frac{20(1,6 \times 10^{-19}) - 2 \times 10^{-17}}{0,03(1,6 \times 10^{-19})} = -3,5 \times 10^3 \text{ m/s} = -3,5 \text{ km/s.}$$

$$(b) v_y = \frac{40e - 4 \times 10^{-17}}{0,03e} = \frac{40(1,6 \times 10^{-19}) - 4 \times 10^{-17}}{0,03(1,6 \times 10^{-19})} = 7,0 \times 10^3 \text{ m/s} = 7,0 \text{ km/s.}$$

7. Como $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = m_e \vec{a}$, temos:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{m_e \vec{a}}{q} + \vec{B} \times \vec{v} \\ &= \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2,00 \times 10^{12} \text{ m/s}^2)\hat{i}}{-1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} + (400 \mu\text{T})\hat{i} \times [(12,0 \text{ km/s})\hat{j} + (15,0 \text{ km/s})\hat{k}] \\ &= (-11,4 \text{ V/m})\hat{i} - (6,00 \text{ V/m})\hat{j} + (4,80 \text{ V/m})\hat{k} \text{ V/m.} \end{aligned}$$

8. Fazendo $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$, obtemos

$$vB \sin \phi = E.$$

Para resolver o problema, temos que conhecer o ângulo da velocidade do elétron com o plano formado pelos campos elétrico e magnético. Supondo que o ângulo é 90° , $\sin \phi = \sin 90^\circ = 1$ e

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1,50 \times 10^3 \text{ V/m}}{0,400 \text{ T}} = 3,75 \times 10^3 \text{ m/s} = 3,75 \text{ km/s.}$$

9. Desprezando a força da gravidade, o fato de que a trajetória do elétron na região entre as placas é retilínea significa que a força a que o elétron está submetido é nula. Assim, $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$. Note que $\vec{v} \perp \vec{B}$ e, portanto, $|\vec{v} \times \vec{B}| = vB$. Assim, temos:

$$B = \frac{E}{v} = \frac{E}{\sqrt{2K/m_e}} = \frac{100 \text{ V}/(20 \times 10^{-3} \text{ m})}{\sqrt{2(1,0 \times 10^3 \text{ V})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})/(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}} = 2,67 \times 10^{-4} \text{ T.}$$

Na notação dos vetores unitários, $\vec{B} = -(2,67 \times 10^{-4} \text{ T})\hat{k} = -(0,267 \text{ mT})\hat{k}$.

10. (a) A força que age sobre o próton é

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})[(4,00 \text{ V/m})\hat{k} + (2000 \text{ m/s})\hat{j} \times (-2,50 \times 10^{-3} \text{ T})\hat{i}] \\ &= (1,44 \times 10^{-18} \text{ N})\hat{k}. \end{aligned}$$

(b) Nesse caso, temos:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})[(-4,00 \text{ V/m})\hat{k} + (2000 \text{ m/s})\hat{j} \times (-2,50 \text{ mT})\hat{i}] \\ &= (1,60 \times 10^{-19} \text{ N})\hat{k}. \end{aligned}$$

(c) Nesse caso, temos:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= (1,60 \times 10^{-19} \text{ C}) \left[(4,00 \text{ V/m}) \hat{i} + (2000 \text{ m/s}) \hat{j} \times (-2,50 \text{ mT}) \hat{i} \right] \\ &= (6,41 \times 10^{-19} \text{ N}) \hat{i} + (8,01 \times 10^{-19} \text{ N}) \hat{k}.\end{aligned}$$

11. Como a força total $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ é nula, o campo elétrico \vec{E} é perpendicular ao campo magnético \vec{B} e à velocidade \vec{v} da partícula. Como o campo magnético é perpendicular à velocidade, o módulo de $\vec{v} \times \vec{B}$ é vB e, para que a força total seja nula, o módulo do campo elétrico deve ser $E = vB$. Como a partícula tem carga e e é acelerada por uma diferença de potencial V , $mv^2/2 = eV$ e $v = \sqrt{2eV/m}$. Assim,

$$E = B\sqrt{\frac{2eV}{m}} = (1,2 \text{ T})\sqrt{\frac{2(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(10 \times 10^3 \text{ V})}{(9,99 \times 10^{-27} \text{ kg})}} = 6,8 \times 10^5 \text{ V/m} = 0,68 \text{ MV/m}.$$

12. (a) Uma importante diferença entre a força associada ao campo elétrico ($\vec{F} = q\vec{E}$) e a força associada ao campo magnético ($\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$) é que, enquanto a primeira não depende da velocidade, a segunda se anula quando a velocidade é zero. No gráfico da Fig. 28-32, para $v = 0$, situação em que a única força é a produzida pelo campo elétrico, a componente y da força é $-2,0 \times 10^{-19} \text{ N}$. Como, de acordo com o enunciado, o campo elétrico é paralelo ao eixo y , isso significa que o módulo do campo elétrico é

$$E = \frac{F_{\text{tot},y}}{|q|} = \frac{2,0 \times 10^{-19} \text{ N}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 1,25 \text{ N/C} = 1,25 \text{ V/m}.$$

(b) O gráfico da Fig. 28-32 mostra que a força total é zero quando a velocidade do elétron é 50 m/s. De acordo com a Eq. 28-7, isso significa que $B = E/v = (1,25 \text{ V/m})/(50 \text{ m/s}) = 2,50 \times 10^{-2} \text{ T} = 25,0 \text{ mT}$.

Para que $\vec{F}_E = q\vec{v} \times \vec{B}$ e $\vec{F}_E = q\vec{E}$ se cancelem, é preciso que o vetor $\vec{v} \times \vec{B}$ tenha o sentido oposto ao do vetor \vec{E} , que, de acordo com o enunciado, aponta no sentido positivo do eixo y . Como o vetor velocidade aponta no sentido positivo do eixo x , concluímos, usando a regra da mão direita, que o campo magnético aponta no sentido positivo do eixo z . Assim, na notação dos vetores unitários, $\vec{B} = (25,0 \text{ mT})\hat{k}$.

13. De acordo com a Eq. 28-12, temos:

$$V = \frac{iB}{nle} = \frac{(23 \text{ A})(0,65 \text{ T})}{(8,47 \times 10^{28} / \text{m}^3)(150 \mu\text{m})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} = 7,4 \times 10^{-6} \text{ V} = 7,4 \mu\text{V}.$$

14. Uma carga livre q que se move no interior da fita com velocidade \vec{v} está sujeita a uma força $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Igualando a força a zero e usando a relação entre campo elétrico e diferença de potencial, temos:

$$v = \frac{E}{B} = \frac{|V_x - V_y|/d_{xy}}{B} = \frac{(3,90 \times 10^{-9} \text{ V})}{(1,20 \times 10^{-3} \text{ T})(0,850 \times 10^{-2} \text{ m})} = 0,382 \text{ m/s}.$$

15. (a) Estamos interessados em calcular o campo eletrostático que é estabelecido quando as cargas se separam por ação do campo magnético. Uma vez estabelecido o equilíbrio, a Eq. 28-10 nos dá

$$|\vec{E}| = v|\vec{B}| = (20,0 \text{ m/s})(0,030 \text{ T}) = 0,600 \text{ V/m}.$$

O sentido do campo elétrico é o indicado na Fig. 28-8, ou seja, o sentido oposto ao do produto vetorial $\vec{v} \times \vec{B}$; assim,

$$\vec{E} = -(0,600 \text{ V/m})\hat{k} = (-600 \text{ mV/m})\hat{k}.$$

(b) De acordo com a Eq. 28-9,

$$V = Ed = (0,600 \text{ V/m})(2,00 \text{ m}) = 1,20 \text{ V}.$$

16. Como a diferença de potencial é zero quando o objeto se desloca paralelamente ao eixo x , sabemos que o campo \vec{B} aponta nessa direção. Combinando as Eqs. 28-7 e 28-9, obtemos

$$d = \frac{V}{E} = \frac{V}{vB}$$

na qual E , v e B são módulos de vetores mutuamente perpendiculares. Assim, quando a velocidade é paralela ao eixo y , como sabemos que o campo magnético é paralelo ao eixo x , o campo elétrico (e, portanto, o vetor \vec{d}) é paralelo ao eixo z e temos:

$$d = d_z = \frac{0,012 \text{ V}}{(3,0 \text{ m/s})(0,020 \text{ T})} = 0,20 \text{ m}.$$

Por outro lado, quando a velocidade é paralela ao eixo z , o campo elétrico é paralelo ao eixo y e temos:

$$d = d_y = \frac{0,018 \text{ V}}{(3,0 \text{ m/s})(0,020 \text{ T})} = 0,30 \text{ m}.$$

Assim, as respostas são:

(a) $d_x = 25 \text{ cm}$ (valor a que chegamos por exclusão, já que conhecemos os valores de d_y e d_z).

(b) $d_y = 30 \text{ cm}$.

(c) $d_z = 20 \text{ cm}$.

17. (a) De acordo com a Eq. 28-16, temos:

$$v = \frac{rqB}{m_\alpha} = \frac{2eB}{4,00 \text{ u}} = \frac{2(4,50 \times 10^{-2} \text{ m})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,20 \text{ T})}{(4,00 \text{ u})(1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} = 2,60 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

(b) O período de revolução é:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(4,50 \times 10^{-2} \text{ m})}{2,60 \times 10^6 \text{ m/s}} = 1,09 \times 10^{-7} \text{ s} = 0,109 \mu\text{s}.$$

(c) A energia cinética da partícula alfa é:

$$K = \frac{1}{2}m_\alpha v^2 = \frac{(4,00 \text{ u})(1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})(2,60 \times 10^6 \text{ m/s})^2}{2(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 1,40 \times 10^5 \text{ eV} = 0,140 \text{ MeV}.$$

(d) $\Delta V = K/q = 1,40 \times 10^5 \text{ eV}/2e = 7,00 \times 10^4 \text{ V} = 70,0 \text{ keV}$.

18. Com o campo \vec{B} apontando para fora do papel, usamos a regra da mão direita para determinar o sentido da força no ponto indicado na Fig. 28-35. Se a partícula fosse positiva, a força apontaria para a esquerda, o que não estaria de acordo com a figura, que mostra a trajetória se encurvando para a direita. Assim, a partícula é um elétron.

(a) De acordo com a Eq. 28-3, temos:

$$v = \frac{F}{eB \sin \phi} = \frac{3,20 \times 10^{-15} \text{ N}}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(4,00 \times 10^{-3} \text{ T})(\sin 90^\circ)} = 5,00 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 28-16,

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5,00 \times 10^6 \text{ m/s})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(4,00 \times 10^{-3} \text{ T})} = 0,00710 \text{ m} = 7,10 \text{ mm}.$$

(c) De acordo com a Eq. 28-17,

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(7,10 \times 10^{-3} \text{ m})}{5,00 \times 10^6 \text{ m/s}} = 8,92 \times 10^{-9} \text{ s} = 8,92 \text{ ns}.$$

19. Seja ξ a razão $m/|q|$ que estamos interessados em calcular. De acordo com a Eq. 28-17, $T = 2\pi\xi/B$. Como o eixo horizontal do gráfico da Fig. 28-36 é o recíproco do campo magnético ($1/B$), a inclinação da reta mostrada no gráfico é igual a $2\pi\xi$. Essa inclinação pode ser estimada em $(37,5 \times 10^{-9} \text{ s})/(5,0 \text{ T}^{-1}) = 7,5 \times 10^{-9} \text{ T} \cdot \text{s}$, o que nos dá

$$\xi = \frac{m}{|q|} = \frac{7,5 \times 10^{-9} \text{ T} \cdot \text{s}}{2\pi} = 1,2 \times 10^{-9} \text{ kg/C}.$$

20. Combinando a Eq. 28-16 com a lei de conservação da energia, que, neste caso, nos dá a relação $eV = m_e v^2/2$, obtemos a relação

$$r = \frac{m_e}{eB} \sqrt{\frac{2eV}{m_e}},$$

segundo a qual a inclinação do gráfico de r em função de \sqrt{V} da Fig. 28-37 é igual a $\sqrt{2m_e/eB^2}$. Essa inclinação pode ser estimada em $(2,5 \times 10^{-3} \text{ m})/(50,0 \text{ V}^{1/2}) = 5 \times 10^{-5} \text{ m/V}^{1/2}$. Nesse caso, temos:

$$B = \sqrt{\frac{2m_e}{(5 \times 10^{-5})^2 e}} = \sqrt{\frac{2(9,11 \times 10^{-31})}{(25 \times 10^{-10})(1,60 \times 10^{-19})}} = 6,7 \times 10^{-2} \text{ T}.$$

21. (a) Como $K = m_e v^2/2$, temos:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(1,20 \times 10^3 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ eV/J})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,05 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

(b) Como $r = m_e v/qB$, temos:

$$B = \frac{m_e v}{qr} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2,05 \times 10^7 \text{ m/s})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(25,0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 4,67 \times 10^{-4} \text{ T} = 467 \mu\text{T}.$$

(c) A frequência de revolução é

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{2,07 \times 10^7 \text{ m/s}}{2\pi(25,0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 1,31 \times 10^7 \text{ Hz} = 13,1 \text{ MHz}.$$

(d) O período do movimento é

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,31 \times 10^7 \text{ Hz}} = 7,63 \times 10^{-8} \text{ s} = 76,3 \text{ ns}.$$

22. De acordo com a Eq. 28-16, o raio da trajetória circular é

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB}$$

na qual $K = mv^2/2$ é a energia cinética da partícula. Assim, temos:

$$K = \frac{(rqB)^2}{2m} \propto \frac{q^2}{m}.$$

(a) $K_\alpha = (q_\alpha/q_p)^2 (m_p/m_\alpha) K_p = (2)^2 (1/4) K_p = K_p = 1,0 \text{ MeV}.$

(b) $K_d = (q_d/q_p)^2 (m_p/m_d) K_p = (1)^2 (1/2) K_p = 1,0 \text{ MeV}/2 = 0,50 \text{ MeV}.$

23. De acordo com a Eq. 28-16, temos:

$$B = \frac{m_e v}{er} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1,30 \times 10^6 \text{ m/s})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(0,350 \text{ m})} = 2,11 \times 10^{-5} \text{ T} = 21,1 \mu\text{T}.$$

24. (a) O processo de aceleração pode ser visto como a conversão de uma energia potencial eV em energia cinética. Como o elétron parte do repouso, $m_e v^2/2 = eV$ e

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(350 \text{ V})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,11 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 28-16,

$$r = \frac{m_e v}{eB} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1,11 \times 10^7 \text{ m/s})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(200 \times 10^{-3} \text{ T})} = 3,16 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,316 \text{ mm}.$$

25. (a) A frequência de revolução é

$$f = \frac{Bq}{2\pi m_e} = \frac{(35,0 \times 10^{-6} \text{ T})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}{2\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})} = 9,78 \times 10^5 \text{ Hz} = 0,978 \text{ MHz}.$$

(b) De acordo com a Eq. 28-16, temos:

$$r = \frac{m_e v}{qB} = \frac{\sqrt{2m_e K}}{qB} = \frac{\sqrt{2(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(100 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(35,0 \times 10^{-6} \text{ T})} = 0,964 \text{ m} = 96,4 \text{ cm}.$$

26. De acordo com a Fig. 28-38, no ponto em que a partícula penetra na região onde existe campo, o vetor velocidade aponta para baixo. Como o campo magnético aponta para fora do papel, o vetor $\vec{v} \times \vec{B}$ aponta para a esquerda. Como a partícula é desviada para a esquerda pela força magnética, isso significa que a carga da partícula é positiva, ou seja, que a partícula é um próton.

(a) De acordo com a Eq. 28-17,

$$B = \frac{2\pi m}{eT} = \frac{2\pi(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(2)(130 \times 10^{-9} \text{ s})} = 0,252 \text{ T}.$$

(b) Como o período T não depende da energia cinética, permanece o mesmo:

$$T = 130 \text{ ns}.$$

27. (a) Explicitando B na equação $m = B^2 q x^2 / 8V$ (veja o Exemplo “Movimento circular uniforme de uma partícula carregada em um campo magnético”), obtemos:

$$B = \sqrt{\frac{8Vm}{qx^2}} = \sqrt{\frac{8(100 \times 10^3 \text{ V})(3,92 \times 10^{-25} \text{ kg})}{(3,20 \times 10^{-19} \text{ C})(2,00 \text{ m})^2}} = 0,495 \text{ T} = 495 \text{ mT}.$$

(b) Seja N o número de íons que são separados pelo aparelho por unidade de tempo. A corrente é $i = qN$ e a massa que é separada por unidade de tempo é dada por $M = mN$, na qual m é a massa de um íon. Se o aparelho é usado para separar 100 mg de material por hora,

$$M = \frac{100 \times 10^{-6} \text{ kg}}{3600 \text{ s}} = 2,78 \times 10^{-8} \text{ kg/s}.$$

Como $N = M/m$, temos:

$$i = \frac{qM}{m} = \frac{(3,20 \times 10^{-19} \text{ C})(2,78 \times 10^{-8} \text{ kg/s})}{3,92 \times 10^{-25} \text{ kg}} = 2,27 \times 10^{-2} \text{ A} = 22,7 \text{ mA}.$$

(c) Como cada íon deposita uma energia qV no reservatório, a energia depositada em um intervalo de tempo Δt é dada por

$$\begin{aligned} E &= NqV \Delta t = \frac{iqV}{q} \Delta t = iV \Delta t = (2,27 \times 10^{-2} \text{ A})(100 \times 10^3 \text{ V})(3600 \text{ s}) \\ &= 8,17 \times 10^6 \text{ J} = 8,17 \text{ MJ}. \end{aligned}$$

28. Como $F = mv^2/r$ e $K = mv^2/2$, temos:

$$K = \frac{Fr}{2} = \frac{(1,60 \times 10^{-17} \text{ N})(26,1 \times 10^{-6} \text{ m})}{2} = 2,09 \times 10^{-22} \text{ J}.$$

29. A Fig. 28-11 pode facilitar a compreensão deste problema. De acordo com a Eq. 28-17, a distância percorrida paralelamente a \vec{B} é $d_{\parallel} = v_{\parallel}T = v_{\parallel}(2\pi m_e/eB)$. Assim,

$$v_{\parallel} = \frac{d_{\parallel}eB}{2\pi m_e} = \frac{(6,00 \times 10^{-6} \text{ m})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(0,300 \text{ T})}{2\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})} = 50,3 \text{ km/s}.$$

Como a força magnética é $F = eBv_{\perp}$,

$$v_{\perp} = \frac{F}{eB} = \frac{2,00 \times 10^{-15} \text{ N}}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(0,300 \text{ T})} = 41,7 \text{ km/s}.$$

e

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = 65,3 \text{ km/s}.$$

30. Como, de acordo com a Eq. 28-17, $T = 2\pi m_e/eB$, o tempo total é

$$t_{\text{tot}} = \left(\frac{T}{2}\right)_1 + t_{ac} + \left(\frac{T}{2}\right)_2 = \frac{\pi m_e}{e} \left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) + t_{ac}.$$

O tempo que o elétron passa no espaço entre as regiões onde existe campo magnético (sendo acelerado de acordo com a Eq. 2-15) deve ser calculado separadamente. Fazendo $v_0 = \sqrt{2K_0/m_e}$ e $a = e\Delta V/m_e d$ na Eq. 2-15, na qual K_0 é a energia cinética inicial do elétron e d é a distância entre as regiões onde existe campo magnético, temos:

$$d = v_0 t_{ac} + \frac{1}{2} a t_{ac}^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2K_0}{m_e}} t_{ac} + \frac{1}{2} \left(\frac{e\Delta V}{m_e d}\right) t_{ac}^2,$$

o que nos dá $t_{ac} \approx 6 \text{ ns}$. Assim, temos:

$$\begin{aligned} t_{\text{tot}} &= \frac{\pi m_e}{e} \left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) + 6,0 \text{ ns} = \frac{\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} \left(\frac{1}{0,010 \text{ T}} + \frac{1}{0,020 \text{ T}}\right) + 6,0 \text{ ns} \\ &= 8,7 \text{ ns}. \end{aligned}$$

31. As duas partículas se movem em trajetórias circulares, uma no sentido horário e outra no sentido anti-horário, e colidem após descreverem meia circunferência. Assim, de acordo com a Eq. 28-17, o tempo pedido é dado por

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{Bq} = \frac{\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}{(3,53 \times 10^{-3} \text{ T})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} = 5,07 \times 10^{-9} \text{ s} = 5,07 \text{ ns}.$$

32. Como o elétron se move com velocidade constante v_{\parallel} na direção de \vec{B} enquanto descreve um movimento circular uniforme de frequência $f = eB/2\pi m_e$ na direção perpendicular a \vec{B} , a distância d é dada por

$$d = v_{\parallel} T = \frac{v_{\parallel}}{f} = \frac{(v \cos \theta) 2\pi m_e}{eB} = \frac{2\pi(1,5 \times 10^7 \text{ m/s})(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(\cos 10^\circ)}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,0 \times 10^{-3} \text{ T})} = 0,53 \text{ m}.$$

33. (a) se v é a velocidade escalar do pósitron, $v \sin \phi$ é a componente da velocidade no plano perpendicular ao campo magnético, na qual ϕ é o ângulo entre a velocidade e o campo magnético. De acordo com a segunda lei de Newton, $eBv \sin \phi = m_e(v \sin \phi)^2/r$, na qual r é o raio da órbita. Assim, $r = (m_e v / eB) \sin \phi$ e o período é dado por

$$T = \frac{2\pi r}{v \sin \phi} = \frac{2\pi m_e}{eB} = \frac{2\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(0,100 \text{ T})} = 3,58 \times 10^{-10} \text{ s} = 0,358 \text{ ns}.$$

(b) O passo p é a distância percorrida na direção do campo magnético em um intervalo de tempo igual a um período: $p = vT \cos \phi$. A velocidade do pósitron pode ser calculada a partir da energia cinética:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(2,00 \times 10^3 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,65 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

Assim,

$$p = (2,65 \times 10^7 \text{ m/s})(3,58 \times 10^{-10} \text{ s}) \cos 89^\circ = 1,66 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,166 \text{ mm}.$$

(c) O raio da trajetória helicoidal é

$$R = \frac{m_e v \sin \phi}{eB} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2,65 \times 10^7 \text{ m/s}) \sin 89^\circ}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(0,100 \text{ T})} = 1,51 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,51 \text{ mm}.$$

34. (a) De acordo com as Eqs. 3-20 e 3-23, temos:

$$\vec{v} \cdot \vec{B} = vB \cos \phi = v_x B_x + v_y B_y + v_z B_z.$$

Como

$$v = \sqrt{20^2 + 30^2 + 50^2} = \sqrt{3800},$$

$$B = \sqrt{20^2 + 50^2 + 30^2} = \sqrt{3800},$$

$$v_x B_x + v_y B_y + v_z B_z = (20)(20) + (50)(30) - (30)(50) = 400,$$

temos:

$$\phi = \cos^{-1} \frac{v_x B_x + v_y B_y + v_z B_z}{vB} = \cos^{-1} \frac{400}{3800} = \cos^{-1}(0,105) = 84^\circ.$$

(b) Não, a velocidade escalar não varia com o tempo. O que varia com o tempo é apenas a direção da velocidade.

(c) Não, o ângulo ϕ não varia com o tempo, como se pode ver na Fig. 28-11.

(d) Como

$$v_{\perp} = v \sin \phi = \sqrt{3800} \sin 84^{\circ} = (61,64)(0,994) = 61,63 \text{ m/s},$$

temos:

$$r = \frac{mv_{\perp}}{eB} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(61,63 \text{ m/s})}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(61,64 \times 10^{-3} \text{ T})} = 5,7 \text{ nm}.$$

35. (a) De acordo com a lei de conservação da energia, a energia cinética aumenta de $\Delta K = eV = 200 \text{ eV}$ a cada passagem.

(b) Multiplicando o resultado do item (a) por 100, obtemos $\Delta K = 100(200 \text{ eV}) = 20,0 \text{ keV}$.

(c) Expressando a velocidade em termos da energia cinética e usando a Eq. 28-16, obtemos:

$$r = \frac{m_p}{eB} \sqrt{\frac{2n(200 \text{ eV})}{m_p}},$$

na qual n é o número de passagens. Assim, o raio é proporcional a \sqrt{n} e o aumento percentual definido no enunciado é dado por

$$\text{aumento percentual} = \frac{\sqrt{101} - \sqrt{100}}{\sqrt{100}} = \frac{10,0499 - 10,0000}{10,0000} = 0,00499 = 0,499\%.$$

36. (a) O módulo do campo magnético para que haja ressonância é

$$B = \frac{2\pi f m_p}{q} = \frac{2\pi(12,0 \times 10^6 \text{ Hz})(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 0,787 \text{ T}.$$

(b) A energia cinética dos prótons que saem do ciclotron é

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2\pi Rf)^2 = \frac{1}{2}(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})4\pi^2(0,530 \text{ m})^2(12,0 \times 10^6 \text{ Hz})^2 \\ &= 1,33 \times 10^{-12} \text{ J} = 8,34 \times 10^6 \text{ eV} = 8,34 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

(c) A nova frequência é

$$f = \frac{qB}{2\pi m_p} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,57 \text{ T})}{2\pi(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})} = 2,39 \times 10^7 \text{ Hz} = 23,9 \text{ MHz}.$$

(d) A nova energia cinética é dada por

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2\pi Rf)^2 = \frac{1}{2}(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})4\pi^2(0,530 \text{ m})^2(2,39 \times 10^7 \text{ Hz})^2 \\ &= 5,3069 \times 10^{-12} \text{ J} = 3,32 \times 10^7 \text{ eV}. \end{aligned}$$

37. A distância pedida é aproximadamente igual ao número de revoluções vezes a circunferência da órbita correspondente à energia média. Trata-se de uma aproximação razoável, já que o dêuteron recebe a mesma energia a cada revolução e o período não depende da energia. O dêuteron é acelerado duas vezes em cada revolução e a cada vez recebe uma energia de $80 \times 10^3 \text{ eV}$. Como a energia final é $16,6 \text{ MeV}$, o número de revoluções é

$$n = \frac{16,6 \times 10^6 \text{ eV}}{2(80 \times 10^3 \text{ eV})} = 104.$$

A energia média durante o processo de aceleração é $16,6/2 = 8,3$ MeV. O raio da órbita é dado por

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{m}{eB} \sqrt{\frac{2K}{m}} = \frac{\sqrt{2Km}}{eB} = \frac{\sqrt{2(8,3 \times 10^6 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})(3,34 \times 10^{-27} \text{ kg})}}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,57 \text{ T})}$$

$$= 0,375 \text{ m}.$$

A distância total percorrida é, aproximadamente,

$$2\pi rn = (2\pi)(0,375)(104) = 2,4 \times 10^2 \text{ m}.$$

38. (a) De acordo com as Eqs. 28-18 e 28-23, temos:

$$f_{\text{osc}} = \frac{eB}{2\pi m_p} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,20 \text{ T})}{2\pi(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})} = 1,83 \times 10^7 \text{ Hz} = 18,3 \text{ MHz}.$$

(b) Como $r = m_p v / qB = \sqrt{2m_p K} / qB$, temos:

$$K = \frac{(rqB)^2}{2m_p} = \frac{[(0,500 \text{ m})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,20 \text{ T})]^2}{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 1,72 \times 10^7 \text{ eV} = 17,2 \text{ MeV}.$$

39. (a) O módulo da força que o campo magnético da Terra exerce sobre a linha é dado por $F_B = iLB \sin \phi$, na qual i é a corrente na linha, L é o comprimento da linha, B é o módulo do campo magnético e ϕ é o ângulo entre a corrente e o campo. Assim,

$$F_B = (5000 \text{ A})(100 \text{ m})(60,0 \times 10^{-6} \text{ T}) \sin 70^\circ = 28,2 \text{ N}.$$

(b) Aplicando a regra da mão direita ao produto vetorial $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$, constatamos que a força é horizontal e aponta para oeste.

40. A força magnética exercida pelo campo sobre o fio é

$$F_B = iBL \sin \theta = (13,0 \text{ A})(1,50 \text{ T})(1,80 \text{ m})(\sin 35,0^\circ) = 20,1 \text{ N}.$$

41. (a) A força que o campo magnético exerce sobre o fio aponta para cima e tem um módulo igual à força gravitacional mg a que o fio está submetido. Como o campo e a corrente são mutuamente perpendiculares, o módulo da força magnética é dado por $F_B = iLB$, na qual L é o comprimento do fio. Assim,

$$iLB = mg \Rightarrow i = \frac{mg}{LB} = \frac{(0,0130 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{(0,620 \text{ m})(0,440 \text{ T})} = 0,467 \text{ A} = 467 \text{ mA}.$$

(b) Aplicando a regra da mão direita, constatamos que o sentido da corrente é da esquerda para a direita.

42. (a) Por simetria, concluímos que a componente x da força que o campo magnético exerce sobre o fio é zero. De acordo com a regra da mão direita, um campo na direção \hat{k} produz nas duas partes do fio uma componente y da força que aponta na direção $-\hat{j}$ e cujo módulo é

$$|F_y| = i\ell |\vec{B}| \sin 30^\circ = (2,0 \text{ A})(2,0 \text{ m})(4,0 \text{ T}) \sin 30^\circ = 8 \text{ N}.$$

Assim, a força total que o campo exerce sobre o fio é $(-16\hat{j}) \text{ N}$.

(b) Nesse caso, a força que o campo exerce sobre o lado esquerdo do fio aponta no sentido $-\hat{k}$ e a força que o campo exerce sobre o lado direito do fio aponta no sentido $+\hat{k}$. Como, por simetria, as duas forças são iguais, a força total é 0.

43. Vamos escolher um sistema de coordenadas tal que o cateto de comprimento $\ell_y = 50$ cm coincide com o semieixo y positivo e o cateto de comprimento $\ell_x = 120$ cm coincide com o semieixo x positivo. O ângulo que a hipotenusa faz com o cateto que coincide com semieixo x positivo é

$$\theta = \tan^{-1} (50/120) = 22,6^\circ.$$

Medindo o ângulo no sentido anti-horário a partir do semieixo x positivo, o ângulo da hipotenusa é $180^\circ - 22,6^\circ = +157,4^\circ$. Vamos supor que o sentido da corrente na bobina triangular é o sentido anti-horário do ponto de vista de um observador situado no semieixo z positivo. Como o campo magnético é paralelo à corrente na hipotenusa, temos:

$$B_x = B \cos \theta = 0,0750 \cos 157,4^\circ = -0,0692 \text{ T},$$

$$B_y = B \sin \theta = 0,0750 \sin 157,4^\circ = 0,0288 \text{ T}.$$

(a) Como o campo magnético é paralelo à corrente na hipotenusa, a força exercida sobre a hipotenusa é zero.

(b) No caso do cateto de 50 cm, a componente B_x do campo magnético exerce uma força $i\ell_y B_x \hat{k}$ e a força exercida pela componente B_y é zero. O módulo da força é, portanto,

$$(4,00 \text{ A})(0,500 \text{ m})(0,0692 \text{ T}) = 0,138 \text{ N}.$$

(c) No caso do cateto de 120 cm, a componente B_y do campo magnético exerce uma força $i\ell_x B_y \hat{k}$ e a força exercida pela componente B_x é zero. O módulo da força é, portanto,

$$(4,00 \text{ A})(1,20 \text{ m})(0,0288 \text{ T}) = 0,138 \text{ N}.$$

(d) A força total é

$$i\ell_y B_x \hat{k} + i\ell_x B_y \hat{k} = 0,$$

já que $B_x < 0$ e $B_y > 0$. Se tivéssemos suposto que o sentido da corrente na espira era o sentido horário, teríamos obtido $B_x > 0$ e $B_y < 0$, mas a força total continuaria a ser zero.

44. Considere um segmento infinitesimal do anel, de comprimento ds . Como o campo magnético é perpendicular ao segmento, ele exerce sobre o segmento uma força de módulo $dF = iB ds$. A componente horizontal da força tem valor absoluto

$$dF_h = (iB \cos \theta) ds$$

e aponta para o centro do anel. A componente vertical tem valor absoluto

$$dF_v = (iB \sin \theta) ds$$

e aponta para cima. A força total é a soma das forças que agem sobre todos os segmentos do anel. Por simetria, a componente horizontal da força total é zero. A componente vertical é

$$\begin{aligned} F_v &= iB \sin \theta \int ds = 2\pi a i B \sin \theta = 2\pi (0,018 \text{ m})(4,6 \times 10^{-3} \text{ A})(3,4 \times 10^{-3} \text{ T}) \sin 20^\circ \\ &= 6,0 \times 10^{-7} \text{ N} = 0,60 \mu\text{N}. \end{aligned}$$

Note que foi possível deixar i , B e $\sin \theta$ de fora do sinal de integral porque i , B e θ têm o mesmo valor para todos os segmentos do anel.

45. A força que o campo magnético exerce sobre o fio é

$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= i\vec{L} \times \vec{B} = iL\hat{i} \times (B_y\hat{j} + B_z\hat{k}) = iL(-B_z\hat{j} + B_y\hat{k}) \\ &= (0,500\text{ A})(0,500\text{ m})[-(0,0100\text{ T})\hat{j} + (0,00300\text{ T})\hat{k}] \\ &= (-2,50 \times 10^{-3}\hat{j} + 0,750 \times 10^{-3}\hat{k})\text{ N} \\ &= (-2,50\text{ mN})\hat{j} + (0,750\text{ mN})\hat{k}.\end{aligned}$$

46. (a) Como a força que o campo magnético exerce sobre o fio é $F_B = idB$, temos:

$$\begin{aligned}v = at &= \frac{F_B t}{m} = \frac{idBt}{m} = \frac{(9,13 \times 10^{-3}\text{ A})(2,56 \times 10^{-2}\text{ m})(5,63 \times 10^{-2}\text{ T})(0,0611\text{ s})}{2,41 \times 10^{-5}\text{ kg}} \\ &= 3,34 \times 10^{-2}\text{ m/s} = 3,34\text{ cm/s}.\end{aligned}$$

(b) O sentido é para a esquerda.

47. (a) A força do campo magnético deve ter uma componente horizontal para vencer a força de atrito, mas também pode ter uma componente vertical para reduzir a força normal e, portanto, a força de atrito. As forças que agem sobre a barra são: \vec{F} , a força do campo magnético; mg , a força da gravidade; \vec{F}_N , a força normal exercida pelos trilhos; \vec{f} , a força de atrito. Vamos supor, sem perda de generalidade, que a barra está na iminência de se mover para leste, o que significa que a força \vec{f} aponta para leste e tem o valor máximo $\mu_s F_N$. Isso significa também que \vec{F} possui uma componente F_x para leste e, além disso, pode possuir uma componente F_y para cima. Vamos supor também que o sentido da corrente é para o norte. Nesse caso, de acordo com a regra da mão direita, uma componente de \vec{B} para baixo, B_b , produz uma força F_x para leste, enquanto uma componente para oeste, B_o , produz uma força F_y para cima. Essas forças são:

$$F_x = iLB_b, \quad F_y = iLB_o.$$

Igualando a zero a soma das forças verticais, obtemos

$$F_N = mg - F_y = mg - iLB_o,$$

o que nos dá

$$f = f_{s,\max} = \mu_s (mg - iLB_o).$$

Como a barra está na iminência de se mover, igualamos também a zero a soma das forças horizontais:

$$F_x - f = 0 \Rightarrow iLB_b = \mu_s (mg - iLB_o).$$

O passo seguinte consiste em determinar o ângulo do campo aplicado com a vertical para que o módulo do campo seja mínimo. Como as componentes do campo são dadas por $B_o = B \sin\theta$ e $B_b = B \cos\theta$, temos:

$$iLB \cos\theta = \mu_s (mg - iLB \sin\theta) \Rightarrow B = \frac{\mu_s mg}{iL (\cos\theta + \mu_s \sin\theta)}.$$

Derivando em relação a θ a expressão para o campo magnético obtida e igualando o resultado a zero, temos:

$$\frac{dB}{d\theta} = \frac{\mu_s mgiL(\mu_s \cos\theta - \sin\theta)}{[iL(\cos\theta + \mu_s \sin\theta)]^2} = 0,$$

o que nos dá

$$\theta = \tan^{-1}(\mu_s) = \tan^{-1}(0,60) = 31^\circ.$$

Assim,

$$B_{\min} = \frac{0,60(1,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{(50 \text{ A})(1,0 \text{ m})(\cos 31^\circ + 0,60 \sin 31^\circ)} = 0,10 \text{ T}.$$

(b) Como foi visto no item anterior, $\theta = 31^\circ$.

48. Como $d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B}$, na qual $d\vec{L} = dx\hat{i}$ e $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j}$, temos:

$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= \int i d\vec{L} \times \vec{B} = \int_{x_i}^{x_f} idx\hat{i} \times (B_x\hat{i} + B_y\hat{j}) = i \int_{x_i}^{x_f} B_y dx \hat{k} \\ &= (-5,0 \text{ A}) \left[\int_{1,0}^{3,0} (8,0x^2 dx)(\text{m} \cdot \text{mT}) \right] \hat{k} = (-0,35 \hat{k}) \text{ N}.\end{aligned}$$

49. O campo magnético aplicado tem duas componentes, B_x e B_z . Considerando os diferentes segmentos da bobina retangular, observamos que, de acordo com a Eq. 28-26, a força exercida pelo campo é diferente de zero apenas para a componente de \vec{B} perpendicular a cada segmento; observamos também que a força associada a um único fio deve ser multiplicada por N , na qual N é o número de espiras. Como estamos interessados em calcular o torque em relação à dobradiça, podemos ignorar a força que age sobre o segmento que coincide com o eixo y . As forças que o campo magnético exerce sobre os segmentos paralelos ao eixo x , causadas pela componente B_z , são paralelas ao eixo y e, portanto, não produzem torque em relação à dobradiça. Concluimos, portanto, que o torque resulta unicamente da força que o campo exerce sobre o segmento paralelo ao eixo y . Além disso, como a componente B_z exerce sobre este segmento uma força paralela ao eixo x , não contribui para o torque. Por outro lado, a componente B_x produz uma força na direção z que é igual a $NiLB_x$, na qual N é o número de espiras, i é a corrente, L é o comprimento do segmento e $B_x = B \cos \theta$ é a componente x do campo aplicado (o ângulo θ está definido na Fig. 28-44). Como a linha de ação desta força é perpendicular ao plano da bobina, temos:

$$\begin{aligned}\tau &= (NiLB_x)(x) = NiLx B \cos \theta = (20)(0,10 \text{ A})(0,10 \text{ m})(0,050 \text{ m})(0,50 \text{ T}) \cos 30^\circ \\ &= 0,0043 \text{ N} \cdot \text{m}.\end{aligned}$$

Como $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$, o torque aponta no sentido negativo do eixo y . Assim, na notação dos vetores unitários, o torque é $|\tau| = i\ell |\vec{B}| \sin 30^\circ = (2,0 \text{ A})(2,0 \text{ m})(4,0 \text{ T}) \sin 30^\circ = 8 \text{ N} \cdot \text{m}$.

50. Como $\tau_{\max} = |\vec{\mu} \times \vec{B}|_{\max} = \mu B = i\pi r^2 B$ e $i = qf = qv/2\pi r$, temos:

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= \left(\frac{qv}{2\pi r} \right) \pi r^2 B = \frac{1}{2} qvrB \\ &= \frac{1}{2} (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(2,19 \times 10^6 \text{ m/s})(5,29 \times 10^{-11} \text{ m})(7,10 \times 10^{-3} \text{ T}) \\ &= 6,58 \times 10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m}.\end{aligned}$$

51. As forças que agem sobre o cilindro são a força da gravidade mg , que é vertical e passa pelo centro de massa do cilindro, a força normal do plano inclinado F_N , que é perpendicular ao plano inclinado e passa pelo centro de massa do cilindro, e a força de atrito f , que é paralela ao plano inclinado e passa pela superfície do cilindro. Vamos tomar o eixo x paralelo ao plano

inclinado e considerar o sentido para baixo como positivo. Nesse caso, aplicando a segunda lei de Newton às componentes das forças envolvidas em relação ao eixo x , temos:

$$mg \sin \theta - f = ma,$$

na qual a é a aceleração do cilindro.

O passo seguinte consiste em calcular o torque em relação ao eixo do cilindro. De acordo com a Eq. 28-37, o campo magnético produz um torque de módulo $\mu B \sin \theta$, na qual μ é o momento dipolar do cilindro, e a força de atrito produz um torque de módulo fr , na qual r é o raio do cilindro. De acordo com a segunda lei de Newton para rotações, temos:

$$fr - \mu B \sin \theta = I\alpha,$$

na qual I é o momento de inércia do cilindro e α é a aceleração angular do cilindro.

Como estamos interessados em calcular a menor corrente para a qual o cilindro não entra em movimento, fazemos $a = 0$ na primeira equação e $\alpha = 0$ na segunda, o que nos dá $mgr = \mu B$. Como a bobina é retangular, com dois lados de comprimento L e dois lados de comprimento $2r$, na qual r é o raio do cilindro, a área da bobina é $A = 2rL$ e o momento dipolar é $\mu = NiA = Ni(2rL)$. Assim, $mgr = 2NirLB$ e

$$i = \frac{mg}{2NLB} = \frac{(0,250 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{2(10,0)(0,100 \text{ m})(0,500 \text{ T})} = 2,45 \text{ A}.$$

52. Para resolver este problema, basta saber que, entre os retângulos de mesmo perímetro, o retângulo de maior área é um retângulo de quatro lados iguais, ou seja, um quadrado. De acordo com o enunciado, o valor máximo do comprimento de um dos lados é $x = 4 \text{ cm}$. Este valor corresponde ao caso em que dois lados paralelos do retângulo têm comprimento desprezível, o que nos leva à conclusão de que o comprimento total do fio é 8 cm . Assim, no caso de um quadrado, o comprimento dos lados é $8/4 = 2 \text{ cm}$ e a área é $A = (0,020 \text{ m})^2 = 0,00040 \text{ m}^2$. De acordo com as Eqs. 28-35 e 28-37, temos:

$$i = \frac{\mu}{NA} = \frac{\tau}{NAB} = \frac{4,80 \times 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{m}}{(1)(4,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(4,0 \times 10^{-2} \text{ T})} = 0,0030 \text{ A} = 3,0 \text{ mA}.$$

53. Vamos substituir a espira de forma arbitrária por um conjunto de espiras longas, finas, aproximadamente retangulares, muito próximas umas das outras, que sejam quase equivalentes à espira de forma arbitrária. Cada uma dessas espiras conduz uma corrente i no mesmo sentido que a espira original. O módulo do torque $\Delta \tau$ exercido pela n -ésima espira, de área ΔA_n , é dado por $\Delta \tau_n = NiB \sin \theta \Delta A_n$. Assim, para todo o conjunto,

$$\tau = \sum_n \Delta \tau_n = NiB \sum_n \Delta A_n = NiAB \sin \theta.$$

54. (a) Como o ganho de energia cinética, quando o dipolo passa de uma orientação definida por um ângulo θ para a orientação na qual o momento dipolar está alinhado com o campo magnético, é igual à perda de energia potencial, temos:

$$K = U_i - U_f = -\mu B \cos \theta - (-\mu B \cos 0^\circ),$$

o que nos dá

$$\theta = \cos^{-1} \left(1 - \frac{K}{\mu B} \right) = \cos^{-1} \left[1 - \frac{0,00080 \text{ J}}{(0,020 \text{ J/T})(0,052 \text{ T})} \right] = 77^\circ.$$

(b) Como estamos supondo que não há dissipação de energia no processo, o ângulo para o qual o dipolo volta a entrar momentaneamente em repouso é igual ao ângulo inicial, $\theta = 77^\circ$.

55. (a) O módulo do vetor momento magnético é

$$\mu = \sum_n i_n A_n = \pi r_1^2 i_1 + \pi r_2^2 i_2 = \pi(7,00 \text{ A}) \left[(0,200 \text{ m})^2 + (0,300 \text{ m})^2 \right] = 2,86 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

(b) Nesse caso,

$$\mu = \pi r_2^2 i_2 - \pi r_1^2 i_1 = \pi(7,00 \text{ A}) \left[(0,300 \text{ m})^2 - (0,200 \text{ m})^2 \right] = 1,10 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

56. (a) $\mu = N A i = \pi r^2 i = \pi (0,150 \text{ m})^2 (2,60 \text{ A}) = 0,184 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$

(b) $\tau = |\vec{\mu} \times \vec{B}| = \mu B \sin \theta = (0,184 \text{ A} \cdot \text{m}^2) (12,0 \text{ T}) \sin 41,0^\circ = 1,45 \text{ N} \cdot \text{m}.$

57. (a) O módulo do momento dipolar magnético é dado por $\mu = N i A$, na qual N é o número de espiras, i é a corrente e A é a área da bobina. Neste caso, como as espiras são circulares, a área da bobina é $A = \pi r^2$, na qual r é o raio das espiras, e

$$i = \frac{\mu}{N \pi r^2} = \frac{2,30 \text{ A} \cdot \text{m}^2}{(160)(\pi)(0,0190 \text{ m})^2} = 12,7 \text{ A}.$$

(b) O torque é máximo quando o momento dipolar magnético é perpendicular ao campo (o que significa que o plano da bobina é paralelo ao campo). O valor do torque máximo é

$$\tau_{\max} = \mu B = (2,30 \text{ A} \cdot \text{m}^2) (35,0 \times 10^{-3} \text{ T}) = 8,05 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m} = 0,0805 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

58. Como $\mu = N i A = i \pi r^2$, temos:

$$i = \frac{\mu}{\pi r^2} = \frac{8,00 \times 10^{22} \text{ J/T}}{\pi (3500 \times 10^3 \text{ m})^2} = 2,08 \times 10^9 \text{ A} = 2,08 \text{ GA}.$$

59. (a) Como a área da bobina é $A = (30 \text{ cm})(40 \text{ cm})/2 = 6,0 \times 10^2 \text{ cm}^2$,

$$\mu = i A = (5,0 \text{ A})(6,0 \times 10^2 \text{ m}^2) = 0,30 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

(b) O torque sobre a bobina é

$$\tau = \mu B \sin \theta = (0,30 \text{ A} \cdot \text{m}^2) (80 \times 10^3 \text{ T}) \sin 90^\circ = 2,4 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m} = 0,024 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

60. Vamos fazer $a = 30,0 \text{ cm}$, $b = 20,0 \text{ cm}$ e $c = 10,0 \text{ cm}$. Seguindo a sugestão do enunciado, escrevemos

$$\begin{aligned} \vec{\mu} &= \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 = iab(-\hat{k}) + iac(\hat{j}) = ia(c\hat{j} - b\hat{k}) = (5,00 \text{ A})(0,300 \text{ m}) \left[(0,100 \text{ m})\hat{j} - (0,200 \text{ m})\hat{k} \right] \\ &= (0,150\hat{j} - 0,300\hat{k}) \text{ A} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

61. A energia potencial magnética do sistema é dada por $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$, na qual $\vec{\mu}$ é o momento dipolar magnético da bobina e \vec{B} é o campo magnético. O módulo de $\vec{\mu}$ é $\mu = N i A$, na qual i é a corrente na bobina, N é o número de espiras e A é a área da bobina. Por outro lado, o torque que age sobre a bobina é dado pelo produto vetorial $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$.

(a) De acordo com a regra da mão direita, o momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ aponta no sentido negativo do eixo y . Assim, temos:

$$\vec{\mu} = (N i A)(-\hat{j}) = -(3)(2,00 \text{ A})(4,00 \times 10^{-3} \text{ m}^2)\hat{j} = -(0,0240 \text{ A} \cdot \text{m}^2)\hat{j}.$$

A energia potencial correspondente é

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_y B_y = -(-0,0240 \text{ A} \cdot \text{m}^2)(-3,00 \times 10^{-3} \text{ T}) = -7,20 \times 10^{-5} \text{ J} = -72,0 \mu\text{J}.$$

(b) Como $\hat{j} \cdot \hat{i} = 0$, $\hat{j} \times \hat{j} = 0$ e $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$, o torque que age sobre a bobina é

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu_y B_z \hat{i} - \mu_x B_z \hat{k} \\ &= (-0,0240 \text{ A} \cdot \text{m}^2)(-4,00 \times 10^{-3} \text{ T})\hat{i} - (-0,0240 \text{ A} \cdot \text{m}^2)(2,00 \times 10^{-3} \text{ T})\hat{k} \\ &= (9,60 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{i} + (4,80 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{k} = (96,0\hat{i} + 48,0\hat{k}) \mu\text{N} \cdot \text{m}.\end{aligned}$$

62. Observando o ponto do gráfico da Fig. 28-50b para $i_2 = 0$ (que corresponde a uma situação na qual o momento magnético da bobina 2 é zero), concluímos que o momento magnético da bobina 1 é $\mu_1 = 2,0 \times 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. Observando o ponto no qual a reta cruza o eixo horizontal (que é o ponto $i_2 = 5,0 \text{ mA}$), concluímos (já que, para este valor da corrente, os dois momentos magnéticos se cancelam) que o módulo do momento magnético da bobina 2 é $\mu_2 = 2,0 \times 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ para $i_2 = 5,0 \text{ mA}$, o que, de acordo com a Eq. 28-35, nos dá

$$N_2 A_2 = \frac{\mu_2}{i_2} = \frac{2,0 \times 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2}{0,0050 \text{ A}} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Se o sentido da corrente na bobina 2 for invertido e a corrente da bobina 2 for $i_2 = 7,0 \text{ mA}$, o momento total será

$$\begin{aligned}\mu &= \mu_1 + \mu_2 = (2,0 \times 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2) + (N_2 A_2 i_2) \\ &= (2,0 \times 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2) + (4,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(0,0070 \text{ A}) \\ &= 4,8 \times 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2.\end{aligned}$$

63. O momento magnético é $\vec{\mu} = \mu(0,60\hat{i} - 0,80\hat{j})$, na qual

$$\mu = iA = i\pi r^2 = (0,20 \text{ A})\pi(0,080 \text{ m})^2 = 4,02 \times 10^{-4} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

(a) O torque é

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu(0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}) \times (0,25\hat{i} + 0,30\hat{k}) \\ &= \mu \left[(0,60)(0,30)(\hat{i} \times \hat{k}) - (0,80)(0,25)(\hat{j} \times \hat{i}) - (0,80)(0,30)(\hat{j} \times \hat{k}) \right] \\ &= (4,02 \times 10^{-4}) \left[-0,18\hat{j} + 0,20\hat{k} - 0,24\hat{i} \right] \\ &= -(9,7 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{i} - (7,2 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{j} + (8,0 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m})\hat{k}.\end{aligned}$$

(b) A energia potencial magnética da espira é

$$\begin{aligned}U &= -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu(0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}) \cdot (0,25\hat{i} + 0,30\hat{k}) = -\mu(0,60)(0,25) = -0,15\mu \\ &= (-0,15)(4,02 \times 10^{-4}) = -6,0 \times 10^{-4} \text{ J}.\end{aligned}$$

64. Como, de acordo com a Eq. 28-39, $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \phi$, no ponto $\phi = 0$, que corresponde ao ponto mais baixo do gráfico da Fig. 28-51, no qual a energia potencial é $U_0 = -\mu B = -5,0 \times 10^{-4} \text{ J}$, a energia mecânica é

$$K_0 + U_0 = 6,7 \times 10^{-4} \text{ J} + (-5,0 \times 10^{-4} \text{ J}) = 1,7 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

No ponto de retorno, $K = 0$ e, portanto, de acordo com a lei de conservação da energia, $U_{\text{ret}} = 1,7 \times 10^{-4} \text{ J}$. Assim, o ângulo correspondente ao ponto de retorno é

$$\phi = \cos^{-1} \left(-\frac{U_{\text{ret}}}{\mu B} \right) = \cos^{-1} \left(-\frac{1,7 \times 10^{-4} \text{ J}}{5,0 \times 10^{-4} \text{ J}} \right) = 110^\circ$$

65. Se um fio de comprimento L é usado para fazer N espiras, a circunferência de cada espira é L/N , o raio de cada espira é $R = L/2\pi N$, e a área de cada espira é $A = \pi R^2 = \pi (L/2\pi N)^2 = L^2/4\pi N^2$.

(a) Para que o torque seja máximo, o plano das espiras deve ser paralelo ao campo magnético, o que faz com que o momento dipolar magnético da bobina seja perpendicular ao campo. Assim, o ângulo é 90° .

(b) Com o plano das espiras paralelo ao campo magnético, o módulo do torque é

$$\tau = NiAB = (Ni) \left(\frac{L^2}{4\pi N^2} \right) B = \frac{iL^2 B}{4\pi N}.$$

De acordo com a equação anterior, quanto menor o número N de espiras, maior o torque. Assim, o torque é máximo para $N = 1$.

(c) O módulo do torque máximo é

$$\tau = \frac{iL^2 B}{4\pi} = \frac{(4,51 \times 10^{-3} \text{ A})(0,250 \text{ m})^2 (5,71 \times 10^{-3} \text{ T})}{4\pi} = 1,28 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

66. A equação de movimento do próton é

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}) \times B \hat{i} = qB(v_z \hat{j} - v_y \hat{k}) \\ &= m_p \vec{a} = m_p \left[\left(\frac{dv_x}{dt} \right) \hat{i} + \left(\frac{dv_y}{dt} \right) \hat{j} + \left(\frac{dv_z}{dt} \right) \hat{k} \right]. \end{aligned}$$

Assim,

$$\frac{dv_x}{dt} = 0, \quad \frac{dv_y}{dt} = \omega v_z, \quad \frac{dv_z}{dt} = -\omega v_y,$$

na qual $\omega = eB/m$. A solução é $v_x = v_{0x}$, $v_y = v_{0y} \cos \omega t$ e $v_z = -v_{0y} \sin \omega t$. Assim, temos:

$$\vec{v}(t) = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \cos(\omega t) \hat{j} - v_{0y} \sin(\omega t) \hat{k}.$$

67. (a) Podemos usar a equação $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$, na qual $\vec{\mu}$ aponta para a parede, já que o sentido da corrente é o sentido horário. Como \vec{B} aponta na direção de 13 horas (ou 5 minutos), a regra da mão direita mostra que $\vec{\tau}$ aponta na direção de 16 horas (ou 20 minutos). Assim, o intervalo de tempo é 20 minutos.

(b) O módulo do torque é

$$\begin{aligned} \tau &= |\vec{\mu} \times \vec{B}| = \mu B \sin 90^\circ = NiAB = \pi N i r^2 B = 6\pi (2,0 \text{ A})(0,15 \text{ m})^2 (70 \times 10^{-3} \text{ T}) \\ &= 5,9 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}. \end{aligned}$$

68. O vetor unitário associado a um comprimento infinitesimal $d\ell$ do fio é $-\hat{j}$. A força que o campo magnético exerce sobre esse elemento, em unidades do SI, é dada por

$$d\vec{F} = i d\ell (-\hat{j}) \times (0,3y\hat{i} + 0,4y\hat{j}).$$

Como $\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$ e $\hat{j} \times \hat{j} = 0$, temos:

$$d\vec{F} = 0,3iy d\ell \hat{k} = (6,00 \times 10^{-4} \text{ N/m}^2)y d\ell \hat{k}.$$

Integrando o elemento de força para todo o fio, obtemos:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \int d\vec{F} = (6,00 \times 10^{-4} \text{ N/m}^2) \hat{k} \int_0^{0,25} y dy = (6,00 \times 10^{-4} \text{ N/m}^2) \hat{k} \left(\frac{0,25^2}{2} \right) \\ &= (1,88 \times 10^{-5} \text{ N}) \hat{k} = (18,8 \mu\text{N}) \hat{k}. \end{aligned}$$

69. Como $m = B^2 q x^2 / 8V$, $\Delta m = (B^2 q / 8V)(2x \Delta x)$, na qual $x = \sqrt{8Vm / B^2 q}$, que podemos substituir na expressão de Δm para obter

$$\Delta m = \left(\frac{B^2 q}{8V} \right) 2 \sqrt{\frac{8mV}{B^2 q}} \Delta x = B \sqrt{\frac{mq}{2V}} \Delta x.$$

Assim, a distância entre os pontos em que os íons atingem o detector é

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{\Delta m}{B} \sqrt{\frac{2V}{mq}} \\ &= \frac{(37 \text{ u} - 35 \text{ u})(1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})}{0,50 \text{ T}} \sqrt{\frac{2(7,3 \times 10^3 \text{ V})}{(36 \text{ u})(1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})}} \\ &= 8,2 \times 10^{-3} \text{ m} = 8,2 \text{ mm}. \end{aligned}$$

70. (a) Igualando o módulo da força elétrica, $F_E = eE$, ao módulo da força magnética, $F_B = evB$ sen ϕ , obtemos $B = E/(v \text{ sen } \phi)$. Isso mostra que o campo é mínimo quando sen ϕ é máximo, o que acontece para $\phi = 90^\circ$. A velocidade pode ser calculada a partir da energia cinética usando a relação $K = mv^2/2$:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(2,5 \times 10^3 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,96 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

Assim,

$$B = \frac{E}{v} = \frac{10 \times 10^3 \text{ V/m}}{2,96 \times 10^7 \text{ m/s}} = 3,4 \times 10^{-4} \text{ T} = 0,34 \text{ mT}.$$

A direção do campo magnético deve ser perpendicular à direção do campo elétrico ($-\hat{j}$) e à direção da velocidade do elétron ($+\hat{i}$). Como a força elétrica $\vec{F}_E = (-e)\vec{E}$ aponta na direção $+\hat{j}$, a força magnética $\vec{F}_B = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$ aponta na direção $-\hat{j}$. Assim, a direção do campo magnético é $-\hat{k}$. Na notação dos vetores unitários, $\vec{B} = (-0,34 \text{ mT})\hat{k}$.

71. O período de revolução do íon de iodo monoionizado é $T = 2\pi r/v = 2\pi m/Be$, o que nos dá

$$m = \frac{BeT}{2\pi n} = \frac{(45,0 \times 10^{-3} \text{ T})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,29 \times 10^{-3} \text{ s})}{(2\pi)(7)(1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} = 127 \text{ u}.$$

72. (a) A única componente de \vec{B} que exerce uma força sobre os elétrons é a componente perpendicular a \vec{v} , a velocidade dos elétrons. É mais eficiente, portanto, orientar o campo magnético perpendicularmente ao plano do papel. Nesse caso, a força que o campo magnético exerce sobre os elétrons é $F_B = evB$ e a aceleração dos elétrons é $a = v^2/r$. De acordo com a segunda lei de Newton, $evB = m_e v^2/r$ e, portanto, o raio da trajetória dos elétrons é $r = m_e v / eB$. Se a energia dos elétrons é $K = m_e v^2/2$, a velocidade é $v = \sqrt{2K/m_e}$. Assim,

$$r = \frac{m_e}{eB} \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2m_e K}{e^2 B^2}}.$$

Como esta distância deve ser menor que d , a condição pedida é $\sqrt{\frac{2m_e K}{e^2 B^2}} \leq d$, o que nos dá

$$B \geq \sqrt{\frac{2m_e K}{e^2 d^2}}.$$

(b) Para que os elétrons descrevam a trajetória mostrada na Fig. 28-52, o campo magnético deve apontar para fora do papel.

73. Como o elétron está se movendo paralelamente à componente horizontal do campo magnético da Terra, a força magnética experimentada pelo elétron se deve apenas à componente vertical do campo. O módulo da força que age sobre o elétron é dado por $F = evB$, na qual B é a componente vertical do campo magnético da Terra. Nesse caso, de acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração do elétron é $a = evB/m_e$.

(a) A velocidade do elétron pode ser calculada a partir da relação $K = mv^2/2$:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(12,0 \times 10^3 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 6,49 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

Assim,

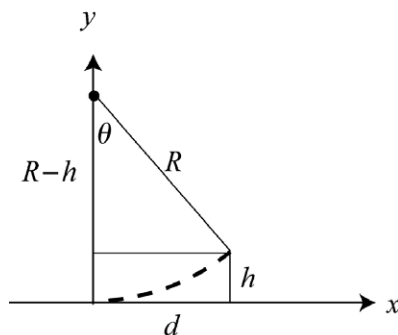
$$a = \frac{evB}{m_e} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(6,49 \times 10^7 \text{ m/s})(55,0 \times 10^{-6} \text{ T})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 6,27 \times 10^{14} \text{ m/s}^2 \approx 6,3 \times 10^{14} \text{ m/s}^2.$$

(b) Supondo que o elétron continua a se mover paralelamente ao campo magnético da Terra, a trajetória do elétron é um arco de circunferência. O raio da circunferência é

$$R = \frac{v^2}{a} = \frac{(6,49 \times 10^7 \text{ m/s})^2}{6,27 \times 10^{14} \text{ m/s}^2} = 6,72 \text{ m}.$$

A linha tracejada mostra a trajetória do elétron. Seja h a distância a que o elétron se encontra do eixo x depois de percorrer uma distância d na direção do eixo. Como $d = R \sin \theta$, temos:

$$\begin{aligned} h &= R(1 - \cos \theta) = R(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta}) \\ &= R(1 - \sqrt{1 - (d/R)^2}). \end{aligned}$$



Fazendo $R = 6,72 \text{ m}$ e $d = 0,20 \text{ m}$ na expressão anterior, obtemos $h = 3,0 \text{ mm}$.

74. Fazendo $B_x = B_y = B_1$ e $B_z = B_2$ e usando a Eq. 28-2 ($\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$), obtemos, em unidades do SI,

$$4\hat{i} - 20\hat{j} + 12\hat{k} = 2[(4B_2 - 6B_1)\hat{i} + (6B_1 - 2B_2)\hat{j} + (2B_1 - 4B_1)\hat{k}],$$

o que nos dá $B_1 = -3$ e $B_2 = -4$. Assim,

$$\vec{B} = (-3, 0\hat{i} - 3, 0\hat{j} - 4, 0\hat{k}) \text{ T}.$$

75. De acordo com a Eq. 28-16, o raio da trajetória circular é

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB}$$

na qual $K = mv^2/2$ é a energia cinética da partícula. De acordo com a equação anterior,

$$r \propto \sqrt{mK}/qB.$$

$$(a) \frac{r_d}{r_p} = \sqrt{\frac{m_d K_d}{m_p K_p}} \frac{q_p}{q_d} = \sqrt{\frac{2,0u}{1,0u}} \frac{e}{e} = \sqrt{2} \approx 1,4.$$

$$(b) \frac{r_\alpha}{r_p} = \sqrt{\frac{m_\alpha K_\alpha}{m_p K_p}} \frac{q_p}{q_\alpha} = \sqrt{\frac{4,0u}{1,0u}} \frac{e}{2e} = 1,0.$$

76. De acordo com a Eq. 28-16, a razão entre a carga e a massa é $q/m = v/B'r$. Como, de acordo com a Eq. 28-7, a velocidade dos íons é dada por $v = E/B$, temos:

$$\frac{q}{m} = \frac{E/B}{B'r} = \frac{E}{BB'r}.$$

77. De acordo com a Eq. 28-7,

$$|\vec{E}| = v |\vec{B}| = 500 \text{ V/m}.$$

Para que a força elétrica e a força magnética se cancelem mutuamente, o campo elétrico deve apontar no sentido negativo do eixo y . Assim, na notação dos vetores unitários, $\vec{E} = (-500 \text{ V/m})\hat{j}$.

78. (a) De acordo com $E_C = \rho nev_d$.

No caso do efeito Hall, a Eq. 28-10 nos dá $E = v_d B$. Dividindo uma equação pela outra, obtemos

$$\frac{E}{E_C} = \frac{B}{ne\rho}.$$

(b) Usando o valor da resistividade do cobre dado na Tabela 26-1, obtemos

$$\frac{E}{E_C} = \frac{B}{ne\rho} = \frac{0,65 \text{ T}}{(8,47 \times 10^{28} / \text{m}^3)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})} = 2,84 \times 10^{-3}.$$

79. (a) Como $K = qV$ e $q_\alpha = 2q_p$, $K_p/K_\alpha = 0,50$.

(b) Como $K = qV$ e $q_\alpha = 2q_d$, $K_d/K_\alpha = 0,50$.

(c) Como $r = \sqrt{2mK}/qB \propto \sqrt{mK}/q$, temos:

$$r_d = \sqrt{\frac{m_d K_d}{m_p K_p}} \frac{q_p r_p}{q_d} = \sqrt{\frac{(2,00u)K_p}{(1,00u)K_p}} r_p = 10\sqrt{2} \text{ cm} = 14 \text{ cm}.$$

(d) No caso de uma partícula alfa, temos:

$$r_\alpha = \sqrt{\frac{m_\alpha K_\alpha}{m_p K_p}} \frac{q_p r_p}{q_\alpha} = \sqrt{\frac{(4,00u)K_\alpha}{(1,00u)(K_\alpha/2)}} \frac{er_p}{2e} = 10\sqrt{2} \text{ cm} = 14 \text{ cm}.$$

80. (a) A força é máxima quando a velocidade é perpendicular ao campo magnético. Nesse caso, de acordo com a Eq. 28-3,

$$\begin{aligned} F_{B,\max} &= |q| vB \sin(90^\circ) = evB = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(7,20 \times 10^6 \text{ m/s})(83,0 \times 10^{-3} \text{ T}) \\ &= 9,56 \times 10^{-14} \text{ N}. \end{aligned}$$

(b) A força é mínima quando a velocidade é paralela ao campo. Nesse caso, de acordo com a Eq. 28-3,

$$F_{B,\min} = |q| vB \sin(0) = 0.$$

(c) Como, de acordo com a segunda lei de Newton, $a = F_B/m_e = |q| vB \sin \theta / m_e$, o ângulo entre \vec{v} e \vec{B} é

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{m_e a}{|q| vB} \right) = \sin^{-1} \left[\frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(4,90 \times 10^{14} \text{ m/s}^2)}{(1,60 \times 10^{-16} \text{ C})(7,20 \times 10^6 \text{ m/s})(83,0 \times 10^{-3} \text{ T})} \right] = 0,267^\circ.$$

81. A contribuição do campo magnético para a força é dada pela Eq. 28-2,

$$\begin{aligned} \vec{F}_B &= q\vec{v} \times \vec{B} = q \left[(17.000\hat{i} \times B_x\hat{i}) + (-11.000\hat{j} \times B_x\hat{i}) + (7000\hat{k} \times B_x\hat{i}) \right] \\ &= q(-220\hat{k} - 140\hat{j}) \text{ N}, \end{aligned}$$

e a contribuição do campo elétrico para a força é dada pela Eq. 23-1,

$$\vec{F}_E = qE_y\hat{j} = q(300\hat{j}) \text{ N}.$$

Para $q = 5,0 \times 10^{-6} \text{ C}$, a força total que age sobre a partícula é

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_B + \vec{F}_E = (5,0 \times 10^{-6} \text{ C})(160\hat{j} - 220\hat{k}) \\ &= (0,00080\hat{j} - 0,0011\hat{k}) \text{ N} = (0,80\hat{j} - 1,1\hat{k}) \text{ mN}. \end{aligned}$$

82. (a) De acordo com a Eq. 28-10,

$$v_d = \frac{E}{B} = \frac{V}{dB} = \frac{10 \times 10^{-6} \text{ V}}{(1,0 \times 10^{-2} \text{ m})(1,5 \text{ T})} = 6,7 \times 10^{-4} \text{ m/s} = 0,67 \text{ mm/s}.$$

(b) De acordo com a Eq. 28-12,

$$\begin{aligned} n &= \frac{Bi}{V\ell e} = \frac{Bi}{Ed\ell e} = \frac{i}{v_d d\ell e} = \frac{3,0 \text{ A}}{(6,7 \times 10^{-4} \text{ m/s})(0,010 \text{ m})(10 \times 10^{-6} \text{ m})(1,6 \times 10^{19} \text{ C})} \\ &= 2,8 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}. \end{aligned}$$

(c) Em vez de usar um desenho, vamos descrever a situação em termos das direções horizontais *norte*, *sul*, *leste* e *oeste* e das direções verticais *para cima* e *para baixo*. Vamos supor que o campo \vec{B} aponta para cima e que o plano da fita está na horizontal, com a maior dimensão na direção norte-sul. Vamos supor ainda que o sentido da corrente é do sul para o norte. De acordo com a regra da mão direita, os elétrons de condução experimentam uma força para oeste, o que estabelece uma diferença de potencial de Hall entre as bordas da fita, com a borda leste mais positiva que a borda oeste.

83. De acordo com a regra da mão direita, o produto $\vec{v} \times \vec{B}$ aponta na direção $-\vec{k}$. De acordo com a Eq. 28-2 ($\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$), para que a força aponte na direção $+\hat{k}$, a carga deve ser negativa. De acordo com a Eq. 28-3, $|\vec{F}| = |q| v |\vec{B}| \sin \phi$ e, portanto,

$$|q| = \frac{|\vec{F}|}{v |\vec{B}| \sin \phi} = \frac{0,48 \text{ N}}{(4000 \text{ m/s})(0,0050 \text{ T}) \sin 35^\circ} = 0,040 \text{ C},$$

o que nos dá $q = -40 \text{ mC}$.

84. De acordo com a Eq. 28-2, temos:

$$\vec{F} = (3,00 \text{ A}) \int_0^1 (-0,600 \text{ T/m}^2) x^2 dx (\hat{i} \times \hat{j}) = \left[-1,80 \left(\frac{1^3}{3} \right) \text{ A} \cdot \text{T} \cdot \text{m} \right] \hat{k} = (-0,600 \text{ N}) \hat{k}.$$

85. (a) De acordo com as Eqs. 3-30 e 28-2, temos, em unidades do SI,

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} = (+e) \left[(v_y B_z - v_z B_y) \hat{i} + (v_z B_x - v_x B_z) \hat{j} + (v_x B_y - v_y B_x) \hat{k} \right] \\ &= (1,60 \times 10^{-19}) \left\{ [(4)(0,008) - (6)(-0,004)] \hat{i} \right. \\ &\quad \left. + [(-6)(0,002) - (-2)(0,008)] \hat{j} + [(-2)(-0,004) - (4)(0,002)] \hat{k} \right\} \\ &= (1,28 \times 10^{-21}) \hat{i} + (6,41 \times 10^{-22}) \hat{j} \\ &= (12,8 \hat{i} + 6,41 \hat{j}) \times 10^{-22} \text{ N}\end{aligned}$$

(b) De acordo com a própria definição de produto vetorial, o ângulo entre \vec{v} e \vec{F} é 90° .

(c) De acordo com a Eq. 3-20,

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{B}}{|\vec{v}| |\vec{B}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-68}{\sqrt{56} \sqrt{84}} \right) = 173^\circ.$$

86. (a) Como $\vec{B} = B_x \hat{i} = (6 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{i}$, $\vec{v} \times \vec{B} = -v_y B_x \hat{k}$ e a força magnética que age sobre o elétron é $\vec{F}_B = (-e)(-v_y B_x \hat{k})$. Assim, de acordo com a Eq. 28-16,

$$r = \frac{m_e v_y}{e B_x} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(4 \times 10^4 \text{ m/s})}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(6 \times 10^{-5} \text{ T})} = 0,0038 \text{ m}.$$

(b) O tempo necessário para uma revolução é $T = 2\pi r/v_y = 0,60 \mu\text{s}$; durante esse tempo, o deslocamento do elétron da direção do eixo x (que é o passo da trajetória helicoidal) é $\Delta x = v_x T = (32 \times 10^3 \text{ m/s})(0,60 \times 10^{-6} \text{ s}) = 0,019 \text{ m} = 19 \text{ mm}$.

(c) Para um observador situado no semieixo x negativo, quando o elétron penetra na região na qual existe campo com uma velocidade v_y positiva (que, para o observador, seria “para cima”), é submetido a uma força na direção do semieixo z positivo (que, para o observador, seria “para a direita”). Assim, para um observador situado atrás do elétron, o elétron se move no sentido horário.

Capítulo 29

1. (a) De acordo com a Eq. 29-4,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(100 \text{ A})}{2\pi (6,10 \text{ m})} = 3,3 \times 10^{-6} \text{ T} = 3,3 \mu\text{T}.$$

(b) Como o valor obtido no item (a) é comparável com a componente horizontal do campo magnético da Terra, a resposta é sim.

2. De acordo com a Eq. 29-1, o valor de dB é máximo (no que diz respeito ao ângulo θ) para $\theta = 90^\circ$ e assume o valor

$$dB_{\max} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds}{R^2}.$$

De acordo com a Fig. 29-34b, $dB_{\max} = 60 \times 10^{-12} \text{ T}$. Explicitando i na equação anterior, obtemos:

$$i = \frac{4\pi R^2 dB_{\max}}{\mu_0 ds}.$$

Substituindo i pelo seu valor na Eq. 29-4, obtemos:

$$B = \frac{2R dB_{\max}}{ds} = \frac{2(0,025 \text{ m})(60 \times 10^{-12} \text{ T})}{(1,00 \times 10^{-6} \text{ m})} = 3,0 \times 10^{-6} \text{ T} = 3,0 \mu\text{T}.$$

3. (a) De acordo com a Eq. 29-4, o valor absoluto da corrente é dado por

$$i = \frac{2\pi r B}{\mu_0} = \frac{2\pi (0,080 \text{ m})(39 \times 10^{-6} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 16 \text{ A}.$$

(b) Para produzir um campo magnético que aponte para o sul, de modo a cancelar o campo magnético da Terra, o sentido da corrente deve ser de oeste para leste.

4. Como o campo magnético no ponto C produzido pelos trechos retilíneos do fio é zero (veja o Exemplo “Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente”) e, além disso, por simetria, os campos produzidos pelos dois arcos de circunferência se cancelam, $B_C = 0$.

5. (a) Podemos calcular o módulo do campo total no ponto a somando os campos produzidos por dois fios semi-infinitos (Eq. 29-7) com o campo produzido por um fio em forma de semi-circunferência (Eq. 29-9 com $\phi = \pi$ rad):

$$\begin{aligned} B_a &= 2 \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \right) + \frac{\mu_0 i \pi}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(10 \text{ A})}{2(0,0050 \text{ m})} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \\ &= 1,0 \times 10^{-3} \text{ T} = 1,0 \text{ mT}. \end{aligned}$$

(b) O sentido do campo é para fora do papel, como mostra a Fig. 29-6c.

(c) De acordo com o enunciado, o ponto b está tão afastado do trecho curvo do fio que o campo produzido por esse trecho pode ser desprezado. Assim, de acordo com a Eq. 29-4,

$$B_b = 2 \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R} \right) = \frac{\mu_0 i}{\pi R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(10 \text{ A})}{\pi(0,0050 \text{ m})} = 8,0 \times 10^{-4} \text{ T} = 0,80 \text{ mT}.$$

(d) O sentido do campo é para fora do papel.

6. Tomando o eixo x como horizontal e o eixo y como vertical na Fig. 29-37, o vetor \vec{r} que liga um segmento $d\vec{s}$ do fio ao ponto P é dado por $\vec{r} = -s \hat{i} + R \hat{j}$. Como $d\vec{s} = ds \hat{i}$, $|d\vec{s} \times \vec{r}| = Rds$. Assim, como $r = \sqrt{s^2 + R^2}$, a Eq. 29-3 nos dá

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}}.$$

(a) Como a variável s aparece apenas no denominador, o elemento que mais contribui para o campo \vec{B} é o elemento situado em $s = 0$.

(b) O valor de dB_{\max} , obtido fazendo $s = 0$ na equação anterior, é

$$dB_{\max} = \frac{\mu_0 i ds}{4\pi R^2}.$$

Assim, a condição de que o campo produzido pelo elemento seja responsável por 10% da maior contribuição pode ser expressa através da equação

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{dB_{\max}}{10} = \frac{\mu_0 i ds}{40\pi R^2}.$$

Explicitando s na equação anterior, obtemos

$$s = R\sqrt{10^{2/3} - 1} = (2,00 \text{ cm})(1,91) = 3,82 \text{ cm}.$$

7. (a) O campo magnético no ponto P produzido pelos trechos retilíneos do fio é zero (veja o Exemplo “Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente”). De acordo com a Eq. 29-9 (com $\phi = \theta$) e a regra da mão direita, o campo criado no ponto P pelo arco de raio b é $\mu_0 i \theta / 4\pi b$, para fora do papel, e o campo criado pelo arco de raio a é $\mu_0 i \theta / 4\pi a$, para dentro do papel. Assim, o campo total no ponto P é

$$B = \frac{\mu_0 i \theta}{4} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,411 \text{ A})(74^\circ \cdot \pi / 180^\circ)}{4\pi} \left(\frac{1}{0,107 \text{ m}} - \frac{1}{0,135 \text{ m}} \right)$$

$$= 1,02 \times 10^{-7} \text{ T} = 0,102 \text{ } \mu\text{T}.$$

(b) O sentido é para fora do papel.

8. (a) O campo magnético no ponto C produzido pelos trechos retilíneos do fio é zero (veja o Exemplo “Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente”). De acordo com a Eq. 29-9 (com $\phi = \pi$) e a regra da mão direita, o campo criado no ponto C pelo arco de raio R_1 é $\mu_0 i \theta / 4\pi R_1$, para dentro do papel, e o campo criado pelo arco de raio R_2 é $\mu_0 i \theta / 4\pi R_2$, para fora do papel. Assim, o campo total no ponto C é

$$B = \frac{\mu_0 i}{4} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,281 \text{ A})}{4} \left(\frac{1}{0,0315 \text{ m}} - \frac{1}{0,0780 \text{ m}} \right)$$

$$= 1,67 \times 10^{-6} \text{ T} = 1,67 \text{ } \mu\text{T}.$$

(b) O sentido é para dentro do papel.

9. (a) Para que os campos magnéticos criados pelas duas correntes não se cancelem, as correntes devem ter sentidos opostos.

(b) Como, em um ponto a meio caminho entre os dois fios, o campo criado pelas duas correntes tem o mesmo módulo, $\mu_0 i / 2\pi r$, o módulo do campo total é $B = \mu_0 i / \pi r$ e, portanto,

$$i = \frac{\pi r B}{\mu_0} = \frac{\pi(0,040 \text{ m})(300 \times 10^{-6} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 30 \text{ A.}$$

10. (a) O campo magnético no ponto C produzido pelos trechos retilíneos do fio é zero (veja o Exemplo “Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente”). De acordo com a Eq. 29-9 (com $\phi = \pi$) e a regra da mão direita, o campo criado no ponto C pelo arco é $\mu_0 i \theta / 4\pi R$. Assim, o módulo do campo magnético é

$$B = \frac{\mu_0 i}{4R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,0348 \text{ A})}{4(0,0926 \text{ m})} = 1,18 \times 10^{-7} \text{ T} = 0,118 \mu\text{T}.$$

(b) De acordo com a regra da mão direita, o campo aponta para dentro do papel.

11. (a) $B_R = \mu_0 i_1 / 2\pi r_1$, na qual $i_1 = 6,5 \text{ A}$ e $r_1 = d_1 + d_2 = 0,75 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} = 2,25 \text{ cm}$; $B_{P_2} = \mu_0 i_2 / 2\pi r_2$, na qual $r_2 = d_2 = 1,5 \text{ cm}$. Fazendo $B_{P_1} = B_{P_2}$, obtemos

$$i_2 = i_1 \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = (6,5 \text{ A}) \left(\frac{1,5 \text{ cm}}{2,25 \text{ cm}} \right) = 4,3 \text{ A.}$$

(b) De acordo com a regra da mão direita, o sentido da corrente no fio 2 deve ser para fora do papel.

12. (a) Como as correntes têm o mesmo sentido, a única região na qual os campos podem se cancelar é a região entre os fios. Assim, se o ponto em que isso acontece está a uma distância r do fio que conduz uma corrente i_1 , então está a uma distância $d - r$ do fio que conduz uma corrente $3,00i$ e, portanto,

$$\frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (3i)}{2\pi (d - r)} \Rightarrow r = \frac{d}{4} = \frac{16,0 \text{ cm}}{4} = 4,0 \text{ cm.}$$

(b) Se as duas correntes são multiplicadas por dois, o ponto em que o campo magnético é zero permanece onde está.

13. Vamos tomar o eixo x coincidindo com o fio, com a origem no ponto médio do fio, e supor que o sentido da corrente é o sentido positivo do eixo x . Todos os segmentos do fio produzem campos magnéticos no ponto P_1 orientados para fora do papel. De acordo com a lei de Biot-Savart, o módulo do campo produzido por um segmento infinitesimal do fio no ponto P_1 é dado por

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^2} dx,$$

na qual θ (o ângulo entre o segmento e a reta que liga o segmento a P_1) e r (o comprimento da reta) são funções de x . Substituindo r por $\sqrt{x^2 + R^2}$, $\sin \theta$ por $R/r = R/\sqrt{x^2 + R^2}$ e integrando de $x = -L/2$ a $x = L/2$, obtemos:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \frac{1}{R^2} \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \Big|_{-L/2}^{L/2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,0582 \text{ A})}{2\pi(0,131 \text{ m})} \frac{0,180 \text{ m}}{\sqrt{(0,180 \text{ m})^2 + 4(0,131 \text{ m})^2}} \\ &= 5,03 \times 10^{-8} \text{ T} = 5,03 \text{ nT.} \end{aligned}$$

14. Usando a Eq. 29-6 com um limite superior finito, $L/2$, obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{L/2} \frac{R ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left[\frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^{L/2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + R^2}}.$$

O problema nos pede para determinar o valor de L/R para o qual a seguinte relação é satisfeita:

$$\frac{B_\infty - B}{B} = 0,01,$$

na qual

$$B_\infty = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad \text{e} \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + R^2}}.$$

A solução obtida, depois de algumas manipulações algébricas, é

$$\frac{L}{R} = \frac{200}{\sqrt{201}} \approx 14,1.$$

15. (a) O campo magnético no ponto P produzido pelos trechos retilíneos do fio é zero (veja o Exemplo “Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente”). A contribuição dos trechos curvos pode ser calculada usando a Eq. 29-9. Usando o vetor unitário \hat{k} para representar a direção para fora do papel, temos:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 (0,40 \text{ A})(\pi \text{ rad})}{4\pi (0,050 \text{ m})} \hat{k} - \frac{\mu_0 (0,80 \text{ A})(2\pi/3 \text{ rad})}{4\pi (0,040 \text{ m})} \hat{k} = -(1,7 \times 10^{-6} \text{ T}) \hat{k},$$

o que nos dá $|\vec{B}| = 1,7 \times 10^{-6} \text{ T} = 1,7 \mu\text{T}$.

(b) A orientação do campo magnético é $-\hat{k}$, ou seja, para dentro do papel.

(c) Invertendo o sentido de i_1 , temos:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 (0,40 \text{ A})(\pi \text{ rad})}{4\pi (0,050 \text{ m})} \hat{k} - \frac{\mu_0 (0,80 \text{ A})(2\pi/3 \text{ rad})}{4\pi (0,040 \text{ m})} \hat{k} = -(6,7 \times 10^{-6} \text{ T}) \hat{k},$$

o que nos dá $|\vec{B}| = 6,7 \times 10^{-6} \text{ T} = 6,7 \mu\text{T}$.

(d) A orientação do campo magnético é $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{L/2} \frac{R ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left[\frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^{L/2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + R^2}}$. ou seja, para dentro do papel.

16. Usando a lei dos cossenos e a condição de que $B = 100 \text{ nT}$, obtemos

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{B_1^2 + B_2^2 - B^2}{-2B_1 B_2} \right) = 144^\circ,$$

na qual a Eq. 29-10 foi usada para determinar B_1 (168 nT) e B_2 (151 nT).

17. Vamos tomar o eixo x coincidindo com o fio, com a origem na extremidade direita, e supor que o sentido positivo é o sentido da corrente. Todos os segmentos do fio produzem campos magnéticos no ponto P_2 que apontam para fora do papel. De acordo com a lei de Biot-Savart, o módulo do campo produzido no ponto P_2 por um segmento infinitesimal dx é dado por

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^2} dx$$

na qual θ é o ângulo entre o segmento e a reta que liga o segmento a P_2 , e r é o comprimento da reta. Substituindo r por $\sqrt{x^2 + R^2}$, $\sin \theta$ por $R/r = R/\sqrt{x^2 + R^2}$ e integrando de $x = -L$ até $x = 0$, obtemos

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \int_{-L}^0 \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \frac{1}{R^2} \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \Big|_{-L}^0 = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,693 \text{ A})}{4\pi(0,251 \text{ m})} \frac{0,136 \text{ m}}{\sqrt{(0,136 \text{ m})^2 + (0,251 \text{ m})^2}} \\ &= 1,32 \times 10^{-7} \text{ T} = 132 \text{ nT}. \end{aligned}$$

18. No primeiro caso temos $B_{\text{pequeno}} + B_{\text{grande}} = 47,25 \mu\text{T}$; no segundo, $B_{\text{pequeno}} - B_{\text{grande}} = 15,75 \mu\text{T}$. (Nota: Os nomes “pequeno” e “grande” se referem ao tamanho dos arcos e não ao valor dos campos magnéticos; na verdade, $B_{\text{pequeno}} > B_{\text{grande}}$!)

Dividindo uma das equações pela outra e cancelando fatores comuns (veja a Eq. 29-9), obtemos

$$\frac{(1/r_{\text{pequeno}}) + (1/r_{\text{grande}})}{(1/r_{\text{pequeno}}) - (1/r_{\text{grande}})} = \frac{1 + (r_{\text{pequeno}}/r_{\text{grande}})}{1 - (r_{\text{pequeno}}/r_{\text{grande}})} = 3,$$

o que nos dá $r_{\text{pequeno}} = r_{\text{grande}}/2$. Como $r_{\text{grande}} = 4,00 \text{ cm}$, temos:

$$r_{\text{pequeno}} = (4,00 \text{ cm})/2 = 2,00 \text{ cm}.$$

19. De acordo com a Eq. 29-4, a contribuição do primeiro fio para o campo total é

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r_1} \hat{k} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(30 \text{ A})}{2\pi(2,0 \text{ m})} \hat{k} = (3,0 \times 10^{-6} \text{ T}) \hat{k}.$$

Como a distância entre o segundo fio e o ponto de interesse é $r_2 = 4 \text{ m} - 2 \text{ m} = 2 \text{ m}$, a contribuição do segundo fio para o campo total é

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r_2} \hat{i} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(40 \text{ A})}{2\pi(2,0 \text{ m})} \hat{i} = (4,0 \times 10^{-6} \text{ T}) \hat{i}.$$

O módulo do campo total é, portanto,

$$|\vec{B}_{\text{tot}}| = \sqrt{(3,0 \times 10^{-6} \text{ T})^2 + (4,0 \times 10^{-6} \text{ T})^2} = 5,0 \times 10^{-6} \text{ T} = 5,0 \mu\text{T}.$$

20. (a) A contribuição do fio retilíneo para o campo magnético no ponto C é

$$B_{C1} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

e a contribuição do fio circular é

$$B_{C2} = \frac{\mu_0 i}{2R}.$$

Assim,

$$B_C = B_{C1} + B_{C2} = \frac{\mu_0 i}{2R} \left(1 + \frac{1}{\pi}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5,78 \times 10^{-3} \text{ A})}{2(0,0189 \text{ m})} \left(1 + \frac{1}{\pi}\right) = 2,53 \times 10^{-7} \text{ T}.$$

De acordo com a regra da mão direita, \vec{B}_C aponta para fora do papel, ou seja, no sentido positivo do eixo z . Assim, na notação dos vetores unitários,

$$\vec{B}_C = (2,53 \times 10^{-7} \text{ T}) \hat{k} = (253 \text{ nT}) \hat{k}$$

(b) Nesse caso, $\vec{B}_{C1} \perp \vec{B}_{C2}$ e, portanto,

$$B_C = \sqrt{B_{C1}^2 + B_{C2}^2} = \frac{\mu_0 i}{2R} \sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2}} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5,78 \times 10^{-3} \text{ A})}{2(0,0189 \text{ m})} \sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2}}$$

$$= 2,02 \times 10^{-7} \text{ T}$$

e \vec{B}_C faz um ângulo com o plano do papel dado por

$$\tan^{-1}\left(\frac{B_{C1}}{B_{C2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\pi}\right) = 17,66^\circ.$$

Na notação dos vetores unitários,

$$\vec{B}_C = 2,02 \times 10^{-7} \text{ T}(\cos 17,66^\circ \hat{i} + \sin 17,66^\circ \hat{k}) = (1,92 \times 10^{-7} \text{ T})\hat{i} + (6,12 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{k}$$

$$= (192 \text{ nT})\hat{i} + (61,2 \text{ nT})\hat{k}.$$

21. Por simetria, e de acordo com a regra da mão direita, o campo magnético total aponta para a direita e é dado por

$$|\vec{B}_{\text{tot}}| = 2 \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \sin \theta$$

na qual $r = \sqrt{d_2^2 + d_1^2/4}$ e

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{d_2}{d_1/2}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{4,00 \text{ m}}{(6,00 \text{ m})/2}\right] = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53,1^\circ.$$

Assim,

$$|\vec{B}_{\text{tot}}| = \frac{\mu_0 i}{\pi \sqrt{d_2^2 + d_1^2/4}} \sin \theta = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(4,00 \text{ A})}{\pi(5,00 \text{ m})} \sin 53,1^\circ$$

$$= 2,56 \times 10^{-7} \text{ T} = 256 \text{ nT}.$$

22. O fato de que $B_y = 0$ para $x = 10 \text{ cm}$ no gráfico da Fig. 29-49b significa que as correntes têm sentidos opostos. Assim, de acordo com a Eq. 29-4,

$$B_y = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi(L+x)} - \frac{\mu_0 i_2}{2\pi x} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi} \left(\frac{4}{L+x} - \frac{1}{x} \right)$$

Para maximizar B_y , derivamos a expressão anterior em relação a x e igualamos o resultado a zero, o que nos dá:

$$\frac{dB_y}{dx} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi} \left[-\frac{4}{(L+x)^2} + \frac{1}{x^2} \right] = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2Lx - L^2 = 0.$$

A única raiz positiva da equação anterior é $x = L$, para a qual $B_y = \mu_0 i_2 / 2\pi L$. Para determinar o valor de L , fazemos $x = 10 \text{ cm}$ na expressão de B_y e igualamos o resultado a zero, o que nos dá:

$$B_y = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi} \left(\frac{4}{L+10 \text{ cm}} - \frac{1}{10 \text{ cm}} \right) = 0 \Rightarrow L = 30 \text{ cm}.$$

(a) A componente B_y é máxima para $x = L = 30 \text{ cm}$.

(b) Para $i_2 = 0,003 \text{ A}$, temos:

$$B_y = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi L} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0,003 \text{ A})}{2\pi(0,3 \text{ m})} = 2,0 \times 10^{-9} \text{ T} = 2,0 \text{ nT}.$$

(c) e (d) A Fig. 29-49b mostra que em pontos muito próximos do fio 2, nos quais a contribuição do fio 2 é muito maior que a do fio 1, B_y aponta no sentido negativo do eixo $-y$. De acordo com a regra da mão direita, isso indica que o sentido da corrente no fio 2 é para dentro do papel. Como sabemos que as correntes têm sentidos opostos, isso indica também que o sentido da corrente no fio 1 é para fora do papel.

23. De acordo com a Eq. 20-4, o campo magnético na posição do próton mostrada na Fig. 29-50 é $\vec{B} = (\mu_0 i / 2\pi d) \hat{k}$. Assim, de acordo com a Eq. 28-2,

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B} = \frac{\mu_0 i q}{2\pi d} (\vec{v} \times \hat{k}).$$

Como, de acordo com o enunciado, $\vec{v} = v(-\hat{j})$, na qual v é o módulo da velocidade, temos:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{\mu_0 i q v}{2\pi d} [(-\hat{j}) \times \hat{k}] = -\frac{\mu_0 i q v}{2\pi d} \hat{i} = -\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,350 \text{ A})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(200 \text{ m/s})}{2\pi(0,0289 \text{ m})} \hat{i} \\ &= (-7,75 \times 10^{-23} \text{ N}) \hat{i}. \end{aligned}$$

24. Inicialmente, $B_{\text{tot},y} = 0$ e $B_{\text{tot},x} = B_2 + B_4 = 2(\mu_0 i / 2\pi d)$. Para obter a rotação de 30° descrita no enunciado, devemos ter

$$B_{\text{tot},y} = B_{\text{tot},x} \tan(30^\circ) \Rightarrow B'_1 - B_3 = 2 \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi d} \right) \tan(30^\circ),$$

na qual $B_3 = \mu_0 i / 2\pi d$ e $B'_1 = \mu_0 i / 2\pi d'$. Como $\tan(30^\circ) = 1/\sqrt{3}$, isso nos dá

$$d' = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 2} d = 0,464d.$$

(a) Para $d = 15,0 \text{ cm}$, obtemos $d' = 7,0 \text{ cm}$. Examinando a geometria do problema, concluímos que é preciso deslocar o fio 1 para $x = -7,0 \text{ cm}$.

(b) Para que o campo \vec{B} volte à orientação inicial, basta restabelecer a simetria inicial, deslocando o fio 3 para $x = +7,0 \text{ cm}$.

25. De acordo com a Eq. 29-7, a contribuição da corrente em cada fio semi-infinito para o campo magnético no centro da circunferência é $B_{\text{reto}} = \mu_0 i / 4\pi R$ e, em ambos os casos, o campo aponta para fora do papel. De acordo com a Eq. 29-9, a contribuição da corrente no arco de circunferência para o campo magnético no centro da circunferência é $B_{\text{arco}} = \mu_0 i \theta / 4\pi R$ e o campo aponta para dentro do papel. Igualando a zero o campo magnético total no centro da circunferência, temos:

$$B = 2B_{\text{reto}} - B_{\text{arco}} = 2 \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \right) - \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} (2,00 - \theta) = 0,$$

o que nos dá $\theta = 2,00 \text{ rad}$.

26. De acordo com o teorema de Pitágoras, temos a relação

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 = \left(\frac{\mu_0 i_1 \phi}{4\pi R} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 i_2}{2\pi R} \right)^2$$

que, interpretada como a equação de uma reta de B^2 em função de i_2^2 , permite identificar o primeiro termo ($1,0 \times 10^{-10} \text{ T}^2$) como o “ponto de interseção com o eixo y ” e o coeficiente de i_2^2 no segundo termo ($5 \times 10^{-10} \text{ B}^2/\text{A}^2$) como “inclinação”. A segunda observação nos dá:

$$R = \frac{\mu_0}{2\pi \sqrt{5 \times 10^{-10} \text{ B}^2/\text{A}^2}} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}}{2\pi(2,24 \times 10^{-5} \text{ B/A})} = 8,9 \text{ mm}.$$

A segunda observação nos dá:

$$\phi = \frac{4\pi R \sqrt{1,0 \times 10^{-10} \text{ T}^2}}{\mu_0 i_1} = \frac{4\pi(0,0089 \text{ m})(1,0 \times 10^{-5} \text{ T})}{(4\pi \times 10^7 \text{ H/m})(0,50 \text{ A})} = 1,8 \text{ rad}.$$

27. Podemos usar a Eq. 29-4 para relacionar os módulos dos campos magnéticos B_1 e B_2 às correntes i_1 e i_2 . Como os campos são mutuamente perpendiculares, o ângulo que o campo total faz com o eixo x é dado por

$$\theta = \tan^{-1}(B_2/B_1) = \tan^{-1}(i_2/i_1) = 53,13^\circ.$$

Uma vez obtida a rotação descrita no problema, o ângulo final é $\theta' = 53,13^\circ - 20^\circ = 33,13^\circ$. Assim, o novo valor da corrente i_1 deve ser $i_2/\tan\theta' = 61,3 \text{ mA}$.

28. De acordo com as Eqs. 29-9 e 29-4 e tomando o sentido para fora do papel na Fig. 29-55a como positivo, o campo total é

$$B = \frac{\mu_0 i_1 \phi}{4\pi R} - \frac{\mu_0 i_2}{2\pi(R/2)}.$$

Examinando o gráfico da Fig. 29-55b, vemos que $B = 0$ para $i_2 = 0,5 \text{ A}$, o que nos dá, igualando a zero a expressão anterior,

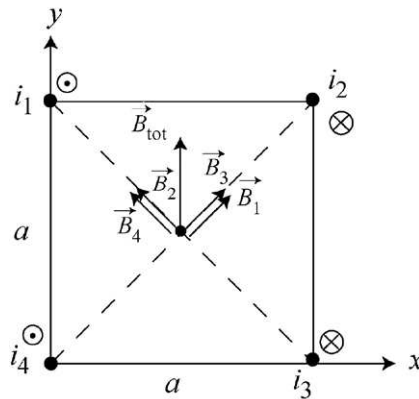
$$\phi = 4(i_2/i_1) = 4(0,5/2) = 1,00 \text{ rad}$$

29. Cada fio produz um campo no centro do quadrado de módulo $B = \mu_0 i / \pi a \sqrt{2}$. Os campos produzidos pelos fios situados no vértice superior esquerdo e no vértice inferior direito do quadrado apontam na direção do vértice superior direito; os campos produzidos pelos fios situados no vértice superior direito e no vértice inferior esquerdo apontam na direção do vértice superior esquerdo. As componentes horizontais dos campos se cancelam e a soma das componentes verticais é

$$B_{\text{tot}} = 4 \frac{\mu_0 i}{\pi a \sqrt{2}} \cos 45^\circ = \frac{2\mu_0 i}{\pi a} = \frac{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(20 \text{ A})}{\pi(0,20 \text{ m})} = 8,0 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

Como o campo total aponta para cima, no sentido positivo do eixo y , temos, na notação dos vetores unitários, $\vec{B}_{\text{tot}} = (8,0 \times 10^{-5} \text{ T})\hat{j} = (80 \mu\text{T})\hat{j}$.

A figura a seguir mostra o campo total e as contribuições dos quatro fios. Os sentidos dos campos podem ser determinados usando a regra da mão direita.



30. De acordo com o gráfico da Fig. 29-57c, quando a componente y do campo magnético produzido pelo fio 1 é zero (o que, de acordo com a regra da mão direita, acontece quando o ângulo que o fio 1 faz com o eixo x é $\theta = 90^\circ$), a componente y do campo magnético total é zero. Isto significa que a posição do fio 2 é $\theta = 90^\circ$ ou $\theta = -90^\circ$.

(a) Vamos supor que o fio 2 está na posição $\theta = -90^\circ$ (ou seja, na extremidade inferior do cilindro), já que, se estivesse na parte superior do cilindro, seria um obstáculo para o movimento do fio 1, que é necessário para levantar os gráficos das Figs. 29-57b e 29-57c.

(b) De acordo com o gráfico da Fig. 29-57b, quando a componente x do campo magnético produzido pelo fio 1 é zero (o que, de acordo com a regra da mão direita, acontece quando o ângulo que o fio 1 faz com o eixo x é $\theta = 0^\circ$), a componente x do campo magnético total é $2,0 \mu\text{T}$, e quando a componente x do campo magnético produzido pelo fio 1 é máxima (o que, de acordo com a regra da mão direita, acontece quando o ângulo que o fio 1 faz com o eixo x é $\theta = 90^\circ$), a componente x do campo magnético total é $6,0 \mu\text{T}$. Isso significa que $B_{1x} = 6,0 \mu\text{T} - 2,0 \mu\text{T} = 4,0 \mu\text{T}$, o que, de acordo com a Eq. 29-4, nos dá

$$i_1 = \frac{2\pi R B_{1x}}{\mu_0} = \frac{2\pi(0,200 \text{ m})(4,0 \times 10^{-6} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 4,0 \text{ A}.$$

(c) O fato de que, na Fig. 29-57b, B_{1x} aumenta quando θ_1 varia de 0° até 90° significa que o sentido da corrente no fio 1 é para fora do papel.

(d) Como foi visto no item (b), a componente x do campo produzido pelo fio 2 é $B_{2x} = 2,0 \mu\text{T}$. Assim, de acordo com a Eq. 29-4, temos:

$$i_2 = \frac{2\pi R B_{2x}}{\mu_0} = \frac{2\pi(0,200 \text{ m})(2,0 \times 10^{-6} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 2,0 \text{ A}.$$

(e) De acordo com a regra da mão direita, o sentido da corrente no fio 2 é para dentro do papel.

31. (a) O campo magnético no ponto P produzido pelos segmentos do fio colineares com P é zero (veja o Exemplo “Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente”). Vamos usar o resultado do Problema 29-17 para calcular as contribuições dos outros segmentos para o campo no ponto P , levando em conta o fato de que o campo magnético produzido pelo ponto P aponta para dentro do papel nos dois segmentos de comprimento a que não são colineares com P e aponta para fora do papel nos dois segmentos de comprimento $2a$. O resultado é o seguinte:

$$\begin{aligned} B_P &= 2 \left(\frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{8\pi a} \right) - 2 \left[\frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{8\pi(2a)} \right] = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{8\pi a} = \frac{\sqrt{2}(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(13 \text{ A})}{8\pi(0,047 \text{ m})} \\ &= 1,96 \times 10^{-5} \text{ T} \approx 2,0 \times 10^{-5} \text{ T} = 20 \mu\text{T}. \end{aligned}$$

(b) O sentido é para dentro do papel.

32. De acordo com a Eq. 29-9, o campo inicial é

$$B_i = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R} + \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi r}.$$

Quando a espira menor está na posição final, o teorema de Pitágoras nos dá

$$B_f^2 = B_z^2 + B_y^2 = \left(\frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 i \phi}{4\pi r} \right)^2.$$

Elevando B_i ao quadrado e dividindo por B_f^2 , obtemos

$$\left(\frac{B_i}{B_f} \right)^2 = \frac{[(1/R) + (1/r)]^2}{(1/R)^2 + (1/r)^2} \Rightarrow r = R \frac{1 \pm \xi \sqrt{2 - \xi^2}}{\xi^2 - 1}$$

na qual $\xi = B_i/B_f$. Observando o gráfico da Fig. 29-59c, chegamos à conclusão de que $B_i/B_f = (12,0 \mu\text{T})/(10,0 \mu\text{T}) = 1,2$, o que nos dá

$$r = R \frac{1 + 1,2\sqrt{2 - 1,2}}{1,2^2 - 1} = 2,3 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad 43,1 \text{ cm}.$$

Como sabemos que $r < R$, a única resposta aceitável é $r = 2,3 \text{ cm}$.

33. Considere um segmento infinitesimal da fita de largura dx situado a uma distância x do ponto P . A corrente no segmento é $di = i dx/w$ e sua contribuição para o campo B_P no ponto P é

$$dB_P = \frac{\mu_0 di}{2\pi x} = \frac{\mu_0 i dx}{2\pi xw}.$$

Assim,

$$\begin{aligned} B_P &= \int dB_P = \frac{\mu_0 i}{2\pi w} \int_d^{d+w} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 i}{2\pi w} \ln\left(1 + \frac{w}{d}\right) \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(4,61 \times 10^{-6} \text{ A})}{2\pi(0,0491 \text{ m})} \ln\left(1 + \frac{0,0491}{0,0216}\right) \\ &= 2,23 \times 10^{-11} \text{ T} = 22,3 \text{ pT}. \end{aligned}$$

Como o campo \vec{B}_P aponta para cima, este resultado nos dá, na notação dos vetores unitários, $\vec{B}_P = (2,23 \times 10^{-11} \text{ T})\hat{j}$.

Nota: Para $d \gg w$, usando a expansão

$$\ln(1+x) = x - x^2/2 + \dots,$$

o campo magnético se torna

$$B_P = \frac{\mu_0 i}{2\pi w} \ln\left(1 + \frac{w}{d}\right) \approx \frac{\mu_0 i}{2\pi w} \cdot \frac{w}{d} = \frac{\mu_0 i}{2\pi d},$$

que é o campo produzido por um fio fino.

34. De acordo com a regra da mão direita, o campo produzido pela corrente no fio 1, calculado na origem das coordenadas, aponta no sentido positivo do eixo y . O módulo B_1 do campo é dado pela Eq. 29-4. Usando relações trigonométricas e a regra da mão direita, é fácil demonstrar que o campo produzido pelo fio 2, quando situado na posição especificada pelo ângulo θ_2 na Fig. 29-61, tem componentes

$$B_{2x} = B_2 \sin \theta_2, \quad B_{2y} = -B_2 \cos \theta_2,$$

na qual o valor de B_2 é dado pela Eq. 29-4. Assim, de acordo com o teorema de Pitágoras, o quadrado do módulo do campo total na origem é dado por

$$B^2 = (B_2 \sin \theta_2)^2 + (B_1 - B_2 \cos \theta_2)^2 = B_1^2 + B_2^2 - 2B_1 B_2 \cos \theta_2.$$

Como

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R} = 60 \text{ nT}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R} = 40 \text{ nT} \quad \text{e} \quad B = 80,0 \text{ nT},$$

temos:

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{B_1^2 + B_2^2 - B^2}{2B_1 B_2} \right) = \cos^{-1}(-1/4) = 104^\circ.$$

35. A Eq. 29-13 pode ser usada para calcular o módulo da força entre os fios, e calcular a componente x corresponde a multiplicar o módulo por $\cos \phi = d_2 / \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$. Assim, a componente x da força por unidade de comprimento é

$$\frac{F_x}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 d_2}{2\pi(d_1^2 + d_2^2)} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(4,00 \times 10^{-3} \text{ A})(6,80 \times 10^{-3} \text{ A})(0,050 \text{ m})}{2\pi[(0,0240 \text{ m})^2 + (0,050 \text{ m})^2]}$$

$$= 8,84 \times 10^{-11} \text{ N/m} = 88,4 \text{ pN/m}.$$

36. De acordo com a Eq. 29-13,

(a) A força magnética a que está submetido o fio 1 é

$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 i^2 l}{2\pi} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{2d} + \frac{1}{3d} + \frac{1}{4d} \right) \hat{j} = \frac{25\mu_0 i^2 l}{24\pi d} \hat{j} = \frac{25(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(3,00 \text{ A})^2(10,0 \text{ m})}{24\pi(8,00 \times 10^{-2} \text{ m})} \hat{j}$$

$$= (4,69 \times 10^{-4} \text{ N}) \hat{j} = (469 \mu\text{N}) \hat{j}.$$

(b) A força magnética a que está submetido o fio 2 é

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 i^2 l}{2\pi} \left(\frac{1}{2d} + \frac{1}{3d} \right) \hat{j} = \frac{5\mu_0 i^2 l}{12\pi d} \hat{j} = (1,88 \times 10^{-4} \text{ N}) \hat{j} = (188 \mu\text{N}) \hat{j}.$$

(c) Por simetria, $\vec{F}_3 = 0$.

(d) Por simetria, $\vec{F}_4 = -\vec{F}_2 = (-188 \mu\text{N}) \hat{j}$.

(e) Por simetria, $\vec{F}_5 = -\vec{F}_1 = (-4,69 \mu\text{N}) \hat{j}$.

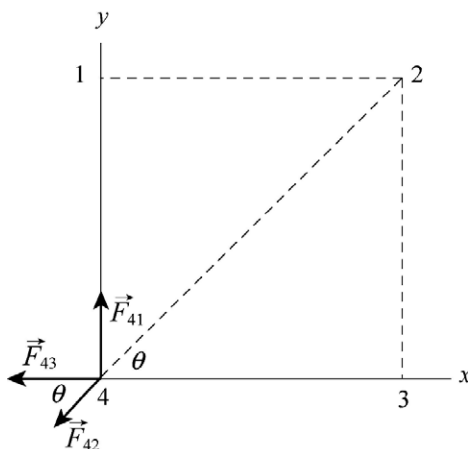
37. Usamos a Eq. 29-13 e a composição de forças: $\vec{F}_4 = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$. Para $\theta = 45^\circ$, a situação é a mostrada na figura ao lado.

As componentes de \vec{F}_4 são

$$F_{4x} = -F_{43} - F_{42} \cos \theta = -\frac{\mu_0 i^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 i^2 \cos 45^\circ}{2\sqrt{2}\pi a} = -\frac{3\mu_0 i^2}{4\pi a}$$

e

$$F_{4y} = F_{41} - F_{42} \sin \theta = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 i^2 \sin 45^\circ}{2\sqrt{2}\pi a} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a}.$$



Assim,

$$\begin{aligned}
 F_4 &= (F_{4x}^2 + F_{4y}^2)^{1/2} = \left[\left(-\frac{3\mu_0 i^2}{4\pi a} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 i^2}{4\pi a} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{\sqrt{10}\mu_0 i^2}{4\pi a} \\
 &= \frac{\sqrt{10}(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(7,50 \text{ A})^2}{4\pi(0,135 \text{ m})} \\
 &= 1,32 \times 10^{-4} \text{ N/m}
 \end{aligned}$$

e o ângulo que \vec{F}_4 faz com o semieixo x positivo é

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{F_{4y}}{F_{4x}} \right) = \tan^{-1} \left(-\frac{1}{3} \right) = 162^\circ.$$

Na notação dos vetores unitários, temos:

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_1 &= (1,32 \times 10^{-4} \text{ N/m})[\cos 162^\circ \hat{i} + \sin 162^\circ \hat{j}] = (-1,25 \times 10^{-4} \text{ N/m})\hat{i} + (4,17 \times 10^{-5} \text{ N/m})\hat{j} \\
 &= (-125 \mu\text{N/m})\hat{i} + (41,7 \mu\text{N/m})\hat{j}.
 \end{aligned}$$

38. (a) O fato de que o gráfico da Fig. 29-64b passa pelo zero significa que as correntes nos fios 1 e 3 exercem forças em sentidos opostos sobre o fio 2. Como sabemos que o sentido da corrente no fio 3 é *para fora do papel*, isso significa que o sentido da corrente 1 também é para fora do papel. Quando o fio 3 está a uma grande distância do fio 2, o único campo a que o fio 2 está submetido é o produzido pela corrente no fio 1; neste caso, de acordo com o gráfico da Fig. 29-64b, a força é negativa. Isto significa que o fio 2 é atraído pelo fio 1, o que indica, de acordo com a discussão da Seção 29-2), que o sentido da corrente no fio 2 é o mesmo da corrente no fio 1, ou seja, *para fora do papel*. De acordo com o enunciado, com o fio 3 a uma distância infinita do fio 2, a força por unidade de comprimento é $-0,627 \mu\text{N/m}$, o que nos permite escrever, de acordo com a Eq. 29-13,

$$F_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} = 6,27 \times 10^{-7} \text{ N/m}.$$

Quando o fio 3 está no ponto $x = 0,04 \text{ m}$, a força é nula e, portanto,

$$F_{23} = \frac{\mu_0 i_2 i_3}{2\pi(0,04)} = F_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} \Rightarrow \frac{d}{i_1} = \frac{0,04 \text{ m}}{i_3} = \frac{0,04 \text{ m}}{0,250 \text{ A}} = 0,16 \text{ m/A}.$$

Substituindo d/i_1 pelo seu valor na equação anterior, obtemos:

$$i_2 = \frac{2\pi(6,27 \times 10^{-7} \text{ N/m})(0,16 \text{ m/A})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 0,50 \text{ A}.$$

(b) O sentido de i_2 é para fora do papel.

39. Como o sentido de todas as correntes, exceto a corrente i_2 , é para dentro do papel, o fio 3 é atraído por todas as correntes, exceto a corrente 2. Assim, de acordo com a Eq. 29-13, temos:

$$\begin{aligned}
 \frac{|\vec{F}|}{L} &= \frac{\mu_0 i_3}{2\pi} \left(-\frac{i_1}{2d} + \frac{i_2}{d} + \frac{i_4}{d} + \frac{i_5}{2d} \right) \\
 &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0,250 \text{ A})}{2\pi} \left[-\frac{2,00 \text{ A}}{2(0,5 \text{ m})} + \frac{4,00 \text{ A}}{0,5 \text{ m}} + \frac{4,00 \text{ A}}{0,5 \text{ m}} + \frac{2,00 \text{ A}}{2(0,5 \text{ m})} \right] = \\
 &= 8,00 \times 10^{-7} \text{ N/m} = 800 \text{ nN/m}.
 \end{aligned}$$

40. Por simetria, apenas as forças (ou suas componentes) ao longo das diagonais contribuem para a força total. Fazendo $\theta = 45^\circ$ e usando a Eq. 29-13, obtemos:

$$F_1 = |\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}| = 2F_{12} \cos \theta + F_{13} = 2 \left(\frac{\mu_0 i^2}{2\pi a} \right) \cos 45^\circ + \frac{\mu_0 i^2}{2\sqrt{2}\pi a} = \frac{3}{2\sqrt{2}\pi} \left(\frac{\mu_0 i^2}{a} \right)$$

$$= \frac{3}{2\sqrt{2}\pi} \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(15,0 \text{ A})^2}{(8,50 \times 10^{-2} \text{ m})} = 1,12 \times 10^{-3} \text{ N/m}.$$

A força \vec{F}_1 aponta na direção $\hat{r} = (\hat{i} - \hat{j})/\sqrt{2}$. Na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{F}_1 = \frac{(1,12 \times 10^{-3} \text{ N/m})}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j}) = (7,94 \times 10^{-4} \text{ N/m})\hat{i} + (-7,94 \times 10^{-4} \text{ N/m})\hat{j} =$$

$$= (0,794 \text{ mN/m})\hat{i} + (-0,794 \text{ mN/m})\hat{j}.$$

41. Os módulos das forças exercidas sobre os lados da espira paralelos ao fio longo podem ser calculados usando a Eq. 29-13, mas as forças exercidas sobre os lados perpendiculares teriam que ser calculadas através de integrais do tipo

$$F = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi y} dy.$$

Entretanto, por simetria, as forças exercidas sobre os lados perpendiculares ao fio longo se cancelam. No caso dos lados paralelos, temos:

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+d} \right) = \frac{\mu_0 i_1 i_2 b}{2\pi a(a+b)}$$

$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(30,0 \text{ A})(20,0 \text{ A})(8,00 \text{ cm})(300 \times 10^{-2} \text{ m})}{2\pi (1,00 \text{ cm} + 8,00 \text{ cm})} = 3,20 \times 10^{-3} \text{ N},$$

e \vec{F} aponta na direção do fio. Assim, na notação dos vetores unitários,

$$\vec{F} = (3,20 \times 10^{-3} \text{ N})\hat{j} = (3,20 \text{ mN})\hat{j}$$

42. Como a área envolvida pela integral de linha é $A = (4d)(3d)/2 = 6d^2$, temos:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i = \mu_0 j A = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(15 \text{ A/m}^2)(6)(0,20 \text{ m})^2 = 4,5 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m}.$$

43. Vamos usar a Eq. 29-20, $B = \mu_0 i r / 2\pi a^2$, para calcular o campo magnético no interior do fio ($r < a$), e a Eq. 29-17, $B = \mu_0 i / 2\pi r$, para calcular o campo magnético do lado de fora do fio ($r > a$).

(a) Para $r = 0$, $B = 0$.

(b) Para $r = 0,0100 \text{ m}$,

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi a^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(170 \text{ A})(0,0100 \text{ m})}{2\pi (0,0200 \text{ m})^2} = 8,50 \times 10^{-4} \text{ T} = 0,850 \text{ mT}.$$

(c) Para $r = a = 0,0200 \text{ m}$,

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi a^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(170 \text{ A})(0,0200 \text{ m})}{2\pi (0,0200 \text{ m})^2} = 1,70 \times 10^{-3} \text{ T} = 1,70 \text{ mT}.$$

(d) Para $r = 0,0400 \text{ m}$,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(170 \text{ A})}{2\pi (0,0400 \text{ m})} = 8,50 \times 10^{-4} \text{ T} = 0,850 \text{ mT}.$$

44. Vamos usar a lei de Ampère, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$, na qual a integral é calculada ao longo de uma curva fechada e a corrente é a corrente total no interior da curva.

(a) No caso da curva 1, o resultado é

$$\begin{aligned}\oint_1 \vec{B} \cdot d\vec{s} &= \mu_0(-5,0 \text{ A} + 3,0 \text{ A}) = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(-2,0 \text{ A}) \\ &= -2,5 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m} = -2,5 \mu\text{T} \cdot \text{m}.\end{aligned}$$

(b) No caso da curva 2, temos:

$$\begin{aligned}\oint_2 \vec{B} \cdot d\vec{s} &= \mu_0(-5,0 \text{ A} - 5,0 \text{ A} - 3,0 \text{ A}) = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(-13,0 \text{ A}) \\ &= -1,6 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m} = -16 \mu\text{T} \cdot \text{m}.\end{aligned}$$

45. (a) Como dois dos fios envolvidos pela curva conduzem corrente para fora do papel e um fio conduz corrente para dentro do papel, a corrente total envolvida pela curva é 2,0 A, para fora do papel. Como a curva é percorrida no sentido horário, de acordo com a regra da mão direita associada à lei de Ampère, uma corrente para dentro do papel é positiva e uma corrente para fora do papel é negativa. Assim,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -\mu_0 i = -(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,0 \text{ A}) = -2,5 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m} = -2,5 \mu\text{T} \cdot \text{m}.$$

(b) Como a corrente total no interior da curva é zero,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}} = 0.$$

46. Observando a curva de perto, vemos que apenas as correntes 1, 3, 6 e 7 são envolvidas. Assim, levando em conta o sentido dessas correntes, temos:

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} &= \mu_0(7i - 6i + 3i + i) = 5\mu_0 i = 5(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(4,50 \times 10^{-3} \text{ A}) \\ &= +2,83 \times 10^{-8} \text{ T} \cdot \text{m} = +28,3 \text{ nT} \cdot \text{m}.\end{aligned}$$

47. Para $r \leq a$,

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_{\text{env}}}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi r} \int_0^r J(r) 2\pi r dr = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_0^r J_0 \left(\frac{r}{a} \right) 2\pi r dr = \frac{\mu_0 J_0 r^2}{3a}.$$

(a) Para $r = 0$, $B = 0$.

(b) Para $r = a/2$, temos:

$$\begin{aligned}B(a/2) &= \frac{\mu_0 J_0 (a/2)^2}{3a} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(310 \text{ A/m}^2)(3,1 \times 10^{-3} \text{ m/2})^2}{3(3,1 \times 10^{-3} \text{ m})} \\ &= 1,0 \times 10^{-7} \text{ T} = 0,10 \mu\text{T}.\end{aligned}$$

(c) Para $r = a$, temos:

$$\begin{aligned}B(a) &= \frac{\mu_0 J_0 a}{3} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(310 \text{ A/m}^2)(3,1 \times 10^{-3} \text{ m})}{3} \\ &= 4,0 \times 10^{-7} \text{ T} = 0,40 \mu\text{T}.\end{aligned}$$

48. (a) Por simetria, o campo magnético no eixo do cano se deve apenas ao fio, e o módulo desse campo é

$$B_C = \frac{\mu_0 i_{\text{fio}}}{2\pi(3R)} = \frac{\mu_0 i_{\text{fio}}}{6\pi R}.$$

Como o campo produzido pelo fio no ponto P é maior que o campo produzido pelo fio no eixo do cano, para que o campo total no ponto P seja igual ao campo no eixo do cano é preciso que o campo produzido pelo cano no ponto P tenha o sentido oposto ao do campo produzido pelo fio. Assim,

$$B_P = B_{P,\text{fio}} - B_{P,\text{cano}} = \frac{\mu_0 i_{\text{fio}}}{2\pi R} - \frac{\mu_0 i}{2\pi(2R)}.$$

Fazendo $B_C = -B_P$, obtemos $i_{\text{fio}} = 3i/8 = 3(8,00 \times 10^{-3} \text{ A})/8 = 3,00 \times 10^{-3} \text{ A} = 3 \text{ mA}$.

(b) O sentido é para dentro do papel.

49. (a) De acordo com a Eq. 29-24,

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,800 \text{ A})(500)}{2\pi(0,150 \text{ m})} = 5,33 \times 10^{-4} \text{ T} = 533 \mu\text{T}.$$

(b) De acordo com a Eq. 29-24,

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,800 \text{ A})(500)}{2\pi(0,200 \text{ m})} = 4,00 \times 10^{-4} \text{ T} = 400 \mu\text{T}.$$

50. Seria possível, embora muito trabalhoso, usar a Eq. 29-26 para calcular as contribuições para o campo das 1200 espiras e depois somá-las, mas é muito mais fácil recorrer à Eq. 29-23, segundo a qual

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 i n = \mu_0 i \left(\frac{N}{\ell} \right) = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(3,60 \text{ A}) \frac{1200}{(0,950 \text{ m})} \\ &= 0,00571 \text{ T} = 5,71 \text{ mT}. \end{aligned}$$

51. Seria possível, embora muito trabalhoso, usar a Eq. 29-26 para calcular as contribuições para o campo das 200 espiras e depois somá-las, mas é muito mais fácil recorrer à Eq. 29-23, segundo a qual

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 i n = \mu_0 i \left(\frac{N}{\ell} \right) = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,30 \text{ A}) \frac{200}{0,25 \text{ m}} \\ &= 3,0 \times 10^{-4} \text{ T} = 0,30 \text{ mT}. \end{aligned}$$

52. Como, de acordo com a Eq. 29-23, $B = \mu_0 i n = \mu_0 i N/\ell$, $N = B\ell/\mu_0 i$ e o comprimento L do fio é dado por

$$L = 2\pi r N = \frac{2\pi r B \ell}{\mu_0 i} = \frac{2\pi(2,60 \times 10^{-2} \text{ m})(23,0 \times 10^{-3} \text{ T})(1,30 \text{ m})}{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(18,0 \text{ A})} = 108 \text{ m}.$$

53. Como o raio da órbita do elétron é

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{mv}{e\mu_0 ni},$$

temos:

$$i = \frac{mv}{e\mu_0 nr} = \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(0,0460)(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(100/0,0100 \text{ m})(2,30 \times 10^{-2} \text{ m})} = 0,272 \text{ A}.$$

54. De acordo com a Eq. 28-17 e supondo que o solenoide é ideal, o período T do movimento do elétron é dado por

$$T = \frac{2\pi m}{eB} = \frac{2\pi m}{e\mu_0 i n} = \frac{2\pi mL}{e\mu_0 i N},$$

na qual m é a massa do elétron, L é o comprimento do solenoide, i é a corrente do solenoide e N é o número de espiras do solenoide.

Por outro lado, o tempo que o elétron leva para atravessar o solenoide é

$$t = \frac{L}{v_{\parallel}} = \frac{L}{v \cos 30^\circ} = \frac{L}{0,866v},$$

na qual v_{\parallel} é a componente da velocidade paralela ao eixo do solenoide. Assim, o número de revoluções é

$$n = \frac{t}{T} = \frac{L}{0,866v} \frac{e\mu_0 i N}{2\pi mL} = \frac{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(4,0 \text{ A})(8000)}{2\pi(0,866)(800 \text{ m/s})(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})} = 1,6 \times 10^6.$$

55. (a) Vamos chamar os campos produzidos pelo solenoide e pelo fio no ponto P de \vec{B}_s e \vec{B}_f , respectivamente. Como \vec{B}_s está alinhado com o eixo do solenoide e \vec{B}_f é perpendicular ao eixo do solenoide, os dois campos são mutuamente perpendiculares. Assim, para que o campo resultante faça um ângulo de 45° com a direção do eixo do solenoide, devemos ter $B_s = B_f$. Nesse caso,

$$B_s = \mu_0 i_s n = B_f = \frac{\mu_0 i_f}{2\pi d},$$

na qual d é a distância entre o eixo e o ponto P , o que nos dá

$$d = \frac{i_f}{2\pi i_s n} = \frac{6,00 \text{ A}}{2\pi(20,0 \times 10^{-3} \text{ A})(10 \text{ espiras/cm})} = 4,77 \text{ cm}.$$

(b) O módulo do campo magnético é

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{2}B_s = \sqrt{2}(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(20,0 \times 10^{-3} \text{ A})(10 \text{ espiras}/0,0100 \text{ m}) \\ &= 3,55 \times 10^{-5} \text{ T} = 35,5 \mu\text{T}. \end{aligned}$$

56. De acordo com a Eq. 29-26, temos:

$$\begin{aligned} B_P &= \frac{2\mu_0 i R^2 N}{2[R^2 + (R/2)^2]^{3/2}} = \frac{8\mu_0 N i}{5\sqrt{5}R} = \frac{8(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(200)(0,0122 \text{ A})}{5\sqrt{5}(0,25 \text{ m})} \\ &= 8,78 \times 10^{-6} \text{ T} = 8,78 \mu\text{T}. \end{aligned}$$

57. (a) De acordo com a Eq. 28-35, o módulo do momento dipolar magnético é dado por $\mu = NiA$, na qual N é o número de espiras, i é a corrente e A é a área. Como $A = \pi R^2$, na qual R é o raio das espiras, temos:

$$\mu = Ni\pi R^2 = (300)(4,0 \text{ A})\pi(0,025 \text{ m})^2 = 2,4 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

(b) O campo magnético no eixo de um dipolo é dado pela Eq. 29-27:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{z^3}.$$

Explicitando z , obtemos:

$$z = \left(\frac{\mu_0 \mu}{2\pi B} \right)^{1/3} = \left(\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,36 \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{2\pi(5,0 \times 10^{-6} \text{ T})} \right)^{1/3} = 46 \text{ cm}.$$

58. (a) Para uma espira, de acordo com a Eq. 29-10, $B = \mu_0 i / 2R$, e, portanto, $B \propto i/R$. Como a bobina b tem duas espiras,

$$\frac{B_b}{B_a} = \frac{2i/R_b}{i/R_a} = \frac{2R_a}{R_b} = 4,0.$$

(b) A razão entre os momentos dipolares das duas bobinas é

$$\frac{\mu_b}{\mu_a} = \frac{2iA_b}{iA_a} = \frac{2R_b^2}{R_a^2} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} = 0,50.$$

59. De acordo com a Eq. 28-35, o módulo do momento dipolar magnético é dado por $\mu = NiA$, na qual N é o número de espiras, i é a corrente e A é a área. Como $A = \pi R^2$, na qual R é o raio das espiras, temos:

$$\mu = (200)(0,30 \text{ A})\pi(0,050 \text{ m})^2 = 0,47 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

60. De acordo com a Eq. 29-26, a componente y do campo é

$$B_y = \frac{\mu_0 i_1 R^2}{2(R^2 + z_1^2)^{3/2}} - \frac{\mu_0 i_2 R^2}{2(R^2 + z_2^2)^{3/2}},$$

na qual $z_1 = L$ (veja a Fig. 29-73a) e $z_2 = y$ porque o eixo das espiras é chamado de y em vez de z . O fato de que os campos produzidos pelas duas espiras têm sinais opostos se deve à observação de que o campo mostrado na Fig. 29-73b se anula para um valor finito de y , o que seria impossível se os dois campos tivessem o mesmo sinal (fisicamente, isto significa que as duas correntes circulam em sentidos opostos).

(a) Quando $y \rightarrow \infty$, apenas o primeiro termo contribui para a componente y do campo magnético; como sabemos que, neste caso, $B_y = 7,2 \times 10^{-6} \text{ T}$, obtemos

$$i_1 = \frac{2B_y(R^2 + L^2)^{3/2}}{\mu_0 R^2} = \frac{2(7,2 \times 10^{-6} \text{ T})[(0,04 \text{ m})^2 + (0,03 \text{ m})^2]^{3/2}}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,04 \text{ m})^2} \approx 0,90 \text{ A}.$$

(b) Como, de acordo com a Fig. 29-73b, $B_y = 0$ para $y = 6 \text{ cm}$, temos:

$$\frac{\mu_0 i_1 R^2}{2(R^2 + L^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i_2 R^2}{2(R^2 + y^2)^{3/2}},$$

o que nos dá

$$i_2 = \frac{(R^2 + y^2)^{3/2}}{(R^2 + L^2)^{3/2}} i_1 = \frac{[(0,04 \text{ m})^2 + (0,06 \text{ m})^2]^{3/2}}{[(0,04 \text{ m})^2 + (0,03 \text{ m})^2]^{3/2}} (0,90 \text{ A}) = 2,7 \text{ A}.$$

61. Vamos usar o índice 1, para indicar a espira, e o índice 2, para indicar a bobina.

(a) De acordo com a Eq. 29-10, temos:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2R_1} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(15 \text{ A})}{2(0,12 \text{ m})} = 7,9 \times 10^{-5} \text{ T} = 79 \mu\text{T}.$$

(b) De acordo com a Eq. 28-37, temos:

$$\begin{aligned}\tau &= |\vec{\mu}_2 \times \vec{B}_1| = \mu_2 B_1 \sin 90^\circ = N_2 i_2 A_2 B_1 = \pi N_2 i_2 r_2^2 B_1 \\ &= \pi(50)(1,3 \text{ A})(0,82 \times 10^{-2} \text{ m})^2(7,9 \times 10^{-5} \text{ T}) \\ &= 1,1 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}.\end{aligned}$$

62. (a) De acordo com a Eq. 29-9, com $\phi = \pi$ rad, temos:

$$\begin{aligned}B &= \frac{\mu_0 i \pi}{4\pi a} + \frac{\mu_0 i \pi}{4\pi b} = \frac{\mu_0 i}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,0562 \text{ A})}{4} \left(\frac{1}{0,0572 \text{ m}} + \frac{1}{0,0936 \text{ m}} \right) \\ &= 4,97 \times 10^{-7} \text{ T} = 0,497 \text{ } \mu\text{T}.\end{aligned}$$

(b) De acordo com a regra da mão direita, o campo \vec{B} aponta para dentro do papel no ponto P (veja a Fig. 29-6c).

(c) De acordo com a Eq. 28-35, como a área envolvida é $A = (\pi a^2 + \pi b^2)/2$, o módulo do momento magnético da espira é

$$\begin{aligned}|\vec{\mu}| &= \frac{\pi i}{2} (a^2 + b^2) = \frac{\pi(0,0562 \text{ A})}{2} [(0,0572 \text{ m})^2 + (0,0936 \text{ m})^2] \\ &= 1,06 \times 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{m}^2 = 1,06 \text{ mA} \cdot \text{m}^2.\end{aligned}$$

(d) O sentido de $\vec{\mu}$ é o mesmo de \vec{B} , ou seja, para dentro do papel.

63. Imaginando que os segmentos bg e cf (que, de acordo com a figura, não conduzem corrente) conduzem duas correntes de mesmo valor absoluto (i) e sinais opostos, que se cancelam mutuamente, podemos considerar o circuito uma combinação de três espiras quadradas que conduzem uma corrente i , como sugere o enunciado do problema.

(a) O momento dipolar magnético do circuito $abcdefgha$ é

$$\begin{aligned}\vec{\mu} &= \vec{\mu}_{bcfgb} + \vec{\mu}_{abgha} + \vec{\mu}_{cdefc} = (ia^2)(\hat{j} - \hat{i} + \hat{i}) = ia^2 \hat{j} \\ &= (6,0 \text{ A})(0,10 \text{ m})^2 \hat{j} = (6,0 \times 10^{-2} \text{ A} \cdot \text{m}^2) \hat{j} = (0,060 \text{ A} \cdot \text{m}^2) \hat{j}.\end{aligned}$$

(b) Como a distância entre o ponto e o cubo é muito maior que a aresta do cubo, podemos usar a aproximação dipolar. Para $(x, y, z) = (0, 5,0 \text{ m}, 0)$, a Eq. 29-27 nos dá

$$\begin{aligned}\vec{B}(0, 5,0 \text{ m}, 0) &\approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{y^3} = \frac{(1,26 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m/A})(6,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{A}) \hat{j}}{2\pi(5,0 \text{ m})^3} \\ &= (9,6 \times 10^{-11} \text{ T}) \hat{j} = (96 \text{ pT}) \hat{j}.\end{aligned}$$

64. (a) Os segmentos retilíneos não contribuem para o campo magnético no ponto P , e a contribuição dos segmentos circulares é dada pela Eq. 29-9. Usando o vetor unitário \hat{k} para indicar a direção “para fora do papel”, temos:

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0(0,200 \text{ A})(7\pi/4 \text{ rad})}{4\pi(4,00 \text{ m})} \hat{k} - \frac{\mu_0(0,200 \text{ A})(7\pi/4 \text{ rad})}{4\pi(2,00 \text{ m})} \hat{k} = -2,75 \times 10^{-8} \hat{k} \text{ T},$$

o que nos dá $|\vec{B}| = 2,75 \times 10^{-8} \text{ T} = 27,5 \text{ nT}$.

(b) O sentido é $-\hat{k}$, ou seja, para dentro do papel.

65. De acordo com a Eq. 29-20,

$$r = \frac{2\pi R^2 |\vec{B}|}{\mu_0 i} = \frac{2\pi(8,00 \times 10^{-3} \text{ T})^2 (1,00 \times 10^{-4} \text{ T})}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(25,0 \text{ A})} = 0,00128 \text{ m} = 1,28 \text{ mm}.$$

66. (a) De acordo com a Eq. 29-4, temos:

$$\begin{aligned}\vec{B}_{\text{tot}} &= \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 i_1}{2\pi r_1} \hat{k} - \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r_2} \hat{k} \\ &= -\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(6,00 \text{ A})}{2\pi(10,0 \text{ cm})} \hat{k} - \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(10,0 \text{ A})}{2\pi(5,0 \text{ cm})} \hat{k} \\ &= (-52,0 \times 10^{-6} \text{ T}) \hat{k} = (-52,0 \mu\text{T}) \hat{k}.\end{aligned}$$

(b) Nesse caso, $r_1 < y < r_2$. Fazendo

$$\frac{\mu_0 i_1}{2\pi(r_1 - y)} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi(y - r_2)},$$

obtemos

$$y = \frac{i_2 r_1 + i_1 r_2}{i_2 + i_1} = \frac{(10,0 \text{ A})(10,0 \text{ cm}) + (6,00 \text{ A})(5,00 \text{ cm})}{(10,0 \text{ A}) + (6,00 \text{ A})} = 8,13 \text{ cm}.$$

(c) Nesse caso, $y > r_2$. Fazendo

$$\frac{\mu_0 i_A}{2\pi(y - r_1)} = \frac{\mu_0 i_B}{2\pi(y - r_2)},$$

obtemos

$$y = \frac{i_2 r_1 - i_1 r_2}{i_2 - i_1} = \frac{(10,0 \text{ A})(10,0 \text{ cm}) - (6,00 \text{ A})(5,00 \text{ cm})}{(10,0 \text{ A}) - (6,00 \text{ A})} = 17,5 \text{ cm}.$$

67. Vamos chamar de a o comprimento do lado do quadrado. Na solução do Problema 13 foi visto que o campo magnético produzido a uma distância R do centro de um fio de comprimento L é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}.$$

Como o centro do quadrado está a uma distância $a/2$ de quatro fios de comprimento a , temos:

$$B_{\text{centro}} = 4 \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi(a/2)} \right) \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4(a/2)^2}} \right] = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

Por outro lado, de acordo com a Eq. 29-10, o campo magnético no centro de um fio circular de raio R é $\mu_0 i/2R$. Assim, o problema pede para mostrar que

$$\frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a} > \frac{\mu_0 i}{2R} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\pi a} > \frac{1}{R}.$$

Como os dois fios têm o mesmo comprimento, o perímetro do quadrado de lado a é igual ao perímetro da circunferência de raio R , ou seja,

$$4a = 2\pi R \Rightarrow a = \frac{\pi R}{2}.$$

Assim, devemos provar que

$$\frac{4\sqrt{2}}{\pi a} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2 R} > \frac{1}{R},$$

o que pode ser feito através de um simples cálculo numérico: $8\sqrt{2}/\pi^2 \approx 1,15 > 1$.

68. Vamos supor que o sentido da corrente é o sentido positivo do eixo x e que o elétron está em um ponto P situado a uma distância r acima do fio. De acordo com a regra da mão direita, se a direção “para cima” é o sentido positivo do eixo y , o campo produzido pela corrente no ponto P aponta no sentido positivo do eixo z . Combinando a Eq. 29-4 com a Eq. 28-2, obtemos

$$\vec{F} = -\frac{e\mu_0 i}{2\pi r}(\vec{v} \times \hat{k}).$$

(a) Se o elétron está se movendo para baixo, em direção ao fio, a velocidade do elétron é $\vec{v} = -v\hat{j}$ e, portanto,

$$\vec{F} = \frac{-e\mu_0 i v}{2\pi r}(-\hat{i}) = (3,2 \times 10^{-16} \text{ N})\hat{i},$$

o que nos dá $|\vec{F}| = 3,20 \times 10^{-16} \text{ N}$.

(b) Neste caso, a velocidade do elétron é $\vec{v} = v\hat{i}$ e, portanto,

$$\vec{F} = \frac{-e\mu_0 i v}{2\pi r}(-\hat{j}) = (3,2 \times 10^{-16} \text{ N})\hat{j},$$

o que nos dá $|\vec{F}| = 3,20 \times 10^{-16} \text{ N}$.

(c) Neste caso, a velocidade do elétron é $\vec{v} = v\hat{k}$ ou $\vec{v} = -v\hat{k}$ e, nos dois casos,

$$\vec{F} \propto \hat{k} \times \hat{k} = 0.$$

69. (a) De acordo com a regra da mão direita, o campo magnético \vec{B}_1 produzido no ponto a pelo fio 1 (o fio do vértice inferior esquerdo) está no plano xy e faz um ângulo $\phi = 150^\circ$ com o semieixo x positivo; o campo \vec{B}_2 produzido no ponto a pelo fio 2 (o fio do vértice inferior direito) também está no plano xy e faz um ângulo $\phi = 210^\circ$ com o semieixo x positivo. Por simetria, as componentes y dos dois campos se cancelam e as componentes x se somam, produzindo um campo resultante que, de acordo com a Eq. 29-4, é dado por

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \left(2 \frac{\mu_0 i}{2\pi \ell} \cos 150^\circ\right)\hat{i} = (-3,46 \times 10^{-5} \text{ T})\hat{i}.$$

Para cancelar este campo, a corrente do fio b deve ter o sentido para dentro do papel (ou seja, o sentido $-\hat{k}$) e um valor absoluto que, de acordo com a Eq. 29-4, é dado por

$$i_b = B \frac{2\pi r}{\mu_0} = (3,46 \times 10^{-5} \text{ T}) \frac{2\pi(0,087 \text{ m})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 15 \text{ A},$$

na qual $r = \ell\sqrt{3}/2$ é a distância entre o ponto b e o ponto a .

(b) Como foi dito no item anterior, o sentido do fio b é para dentro da página, ou seja, o sentido $-\hat{z}$.

70. Os segmentos retilíneos não contribuem para o campo \vec{B} e a contribuição dos arcos de circunferência é dada pela Eq. 29-9. Chamando de \hat{k} a direção para fora do papel, temos:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i(\pi \text{ rad})}{4\pi(4,00 \text{ m})}\hat{k} + \frac{\mu_0 i(\pi/2 \text{ rad})}{4\pi(2,00 \text{ m})}\hat{k} - \frac{\mu_0 i(\pi/2 \text{ rad})}{4\pi(4,00 \text{ m})}\hat{k} = (1,57 \times 10^{-7} \text{ T})\hat{k},$$

o que nos dá $|\vec{B}| = 1,57 \times 10^{-7} \text{ T} = 157 \text{ nT}$.

71. Chamando de R o raio do fio, uma corrente i produz um campo magnético

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(50 \text{ A})}{2\pi(0,0013 \text{ m})} = 7,7 \times 10^{-3} \text{ T} = 7,7 \text{ mT}.$$

na superfície do fio.

72. (a) O módulo do campo magnético do lado de fora do cilindro é dado por

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i_{\text{env}}}{2\pi r} \Rightarrow i_{\text{env}} = \frac{2\pi r |\vec{B}|}{\mu_0} = \frac{2\pi(5,00 \times 10^{-3} \text{ m})(1,0 \times 10^{-6} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 25 \times 10^{-3} \text{ A} = 25 \text{ mA}.$$

Como a corrente do cilindro é 30 mA, a corrente do fio é 5,0 mA, no sentido contrário.

(b) O sentido da corrente no fio é para baixo.

73. (a) O campo magnético em um ponto do interior do furo pode ser considerado como a soma dos campos produzidos por duas correntes: a corrente produzida por um cilindro sem o furo e uma corrente, no sentido contrário, produzida por um cilindro de dimensões iguais às do furo. O campo produzido no interior de um cilindro sem o furo a uma distância r do eixo do cilindro é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2},$$

na qual R é o raio do cilindro. No caso do cilindro que estamos considerando, a densidade de corrente é

$$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi(a^2 - b^2)},$$

a corrente no cilindro sem o furo é

$$I_1 = JA = \pi J a^2 = \frac{ia^2}{a^2 - b^2}$$

e o módulo do campo produzido em um ponto no interior do cilindro, a uma distância r_1 do eixo, é

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1 r_1}{2\pi a^2} = \frac{\mu_0 i r_1 a^2}{2\pi a^2(a^2 - b^2)} = \frac{\mu_0 i r_1}{2\pi(a^2 - b^2)}.$$

A corrente em um cilindro com as mesmas dimensões que o furo é

$$I_2 = \pi J b^2 = \frac{ib^2}{a^2 - b^2}$$

e o módulo do campo produzido em um ponto no interior do cilindro, a uma distância r_2 do eixo, é

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2 r_2}{2\pi b^2} = \frac{\mu_0 i r_2 b^2}{2\pi b^2(a^2 - b^2)} = \frac{\mu_0 i r_2}{2\pi(a^2 - b^2)}.$$

No centro do furo, o campo B_2 é zero e o campo nesse ponto é o mesmo que em um cilindro sem o furo. Fazendo $r_1 = d$ na expressão de B_1 , obtemos o campo no centro do furo:

$$B = \frac{\mu_0 i d}{2\pi(a^2 - b^2)} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5,25 \text{ A})(0,0200 \text{ m})}{2\pi[(0,0400 \text{ m})^2 - (0,0150 \text{ m})^2]} = 1,53 \times 10^{-5} \text{ T} = 15,3 \text{ } \mu\text{T}.$$

Se o sentido da corrente na Fig. 29-79 é para fora do papel, o campo aponta para cima.

(b) Para $b = 0$, a expressão anterior se torna

$$B = \frac{\mu_0 i d}{2\pi a^2},$$

que é a expressão correta para o campo no interior de um cilindro sem um furo, de raio a , a uma distância d do eixo.

Para $d = 0$, a expressão anterior nos dá $B = 0$, que é a expressão correta para o campo no eixo de uma casca cilíndrica que conduz uma corrente uniforme.

Nota: Podemos usar a lei de Ampère para mostrar que o campo magnético no interior do furo é uniforme. Considere uma trajetória retangular com dois lados compridos (1 e 2, de comprimento L), e 2 lados curtos (de comprimento menor que b). Se o lado 1 coincide com o eixo do furo, o lado dois é paralelo ao eixo do furo. Para assegurar que os lados curtos não contribuem para a integral da lei de Ampère, podemos supor que o comprimento L é muito grande (maior até que o comprimento do cilindro) ou argumentar que o campo \vec{B} faz um ângulo muito próximo de 90° com os lados curtos. Seja como for, a integral da lei de Ampère se reduz a

$$\oint_{\text{retângulo}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}}$$

$$\int_{\text{lado 1}} \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_{\text{lado 2}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{no furo}}$$

$$(B_{\text{lado 1}} - B_{\text{lado 2}})L = 0$$

na qual $B_{\text{lado 1}}$ é o campo calculado no item (a). Isto mostra que o campo em um ponto fora do eixo do furo (pelo qual passa o lado 2 da trajetória de integração) é igual ao campo no centro do furo, o que significa que o campo é uniforme no interior do furo.

74. De acordo com a Eq. 29-4,

$$i = \frac{2\pi RB}{\mu_0} = \frac{2\pi (0,880 \text{ m})(7,30 \times 10^{-6} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 32,1 \text{ A}.$$

75. De acordo com a lei de Biot-Savart,

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta \vec{s} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta \vec{s} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Para $\Delta \vec{s} = \Delta s \hat{j}$ e $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, temos:

$$\Delta \vec{s} \times \vec{r} = (\Delta s \hat{j}) \times (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \Delta s(z\hat{i} - x\hat{k}),$$

na qual foram usadas as relações $\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{j} = 0$ e $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$. Assim, a equação anterior se torna

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0 i \Delta s(z\hat{i} - x\hat{k})}{4\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.$$

(a) O campo no ponto $(x = 0, y = 0, z = 5,0 \text{ m})$ é

$$\begin{aligned} \vec{B}(0, 0, 5,0 \text{ m}) &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,0 \text{ A})(3,0 \times 10^{-2} \text{ m})(5,0 \text{ m})}{4\pi [0^2 + 0^2 + (5,0 \text{ m})^2]^{3/2}} \hat{i} \\ &= (2,4 \times 10^{-10} \text{ T}) \hat{i} = (0,24 \hat{i}) \text{ nT}. \end{aligned}$$

(b) O campo no ponto $(x = 0, y = 6,0 \text{ m}, z = 0)$ é $\vec{B} = 0$.

(c) O campo no ponto $(x = 7 \text{ m}, y = 7 \text{ m}, z = 0)$ é

$$\begin{aligned}\vec{B}(7,0 \text{ m}, 7,0 \text{ m}, 0) &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,0 \text{ A})(3,0 \times 10^{-2} \text{ m})(-7,0 \text{ m})}{4\pi [(7,0 \text{ m})^2 + (7,0 \text{ m})^2 + 0^2]^{3/2}} \hat{k} \\ &= (-4,3 \times 10^{-11} \text{ T}) \hat{k} = -(43 \hat{k}) \text{ pT}.\end{aligned}$$

(d) O campo no ponto $(x = -3 \text{ m}, y = -4 \text{ m}, z = 0)$ é

$$\begin{aligned}\vec{B}(-3,0 \text{ m}, -4,0 \text{ m}, 0) &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,0 \text{ A})(3,0 \times 10^{-2} \text{ m})(3,0 \text{ m})}{4\pi [(-3,0 \text{ m})^2 + (-4,0 \text{ m})^2 + 0^2]^{3/2}} \hat{k} \\ &= (1,4 \times 10^{-10} \text{ T}) \hat{k} = (0,14 \hat{k}) \text{ nT}.\end{aligned}$$

Nota: Nos eixos x e z , a expressão de \vec{B} pode ser simplificada para

$$\vec{B}(x,0,0) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta s}{x^2} \hat{k}, \quad \vec{B}(0,0,z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta s}{z^2} \hat{i}.$$

O campo magnético no eixo y é zero porque, como a corrente é paralela ao eixo y , $d\vec{s} \times \hat{r} = 0$.

76. (a) Com as correntes paralelas, a aplicação da regra da mão direita mostra que as componentes verticais se cancelam e as componentes horizontais se somam. O resultado é o seguinte:

$$\vec{B} = -2 \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) \cos 45,0^\circ \hat{i} = (-4,00 \times 10^{-4} \text{ T}) \hat{i} = (-400 \mu\text{T}) \hat{i}$$

na qual $r = d/\sqrt{2}$ é a distância entre os fios e o ponto P .

(b) Com as correntes antiparalelas, a aplicação da regra da mão direita mostra que as componentes horizontais se cancelam e as componentes verticais se somam. O resultado é o seguinte:

$$\vec{B} = 2 \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) \sin 45,0^\circ \hat{j} = (4,00 \times 10^{-4} \text{ T}) \hat{j} = (400 \mu\text{T}) \hat{j}.$$

77. Vamos chamar de ponto C o centro da circunferência. Como foi visto no Exemplo “Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente”, o campo magnético no ponto C produzido pelos trechos retilíneos do fio cujo prolongamento passa por C é zero. De acordo com a Eq. 29-9 (com $\phi = \pi/2$ rad) e a regra da mão direita, a contribuição dos dois arcos de circunferência para o campo magnético no ponto C é

$$\frac{\mu_0 i (\pi/2)}{4\pi R} - \frac{\mu_0 i (\pi/2)}{4\pi R} = 0.$$

Assim, as únicas contribuições diferentes de zero são as dos dois segmentos retilíneos que não são colineares com C . Trata-se de dois fios semi-infinitos, um a uma distância vertical R acima de C e o outro a uma distância horizontal R à esquerda de C . Os campos produzidos pelos dois segmentos apontam para fora do papel (veja a Fig. 29-6c). Como os módulos das duas contribuições (dados pela Eq. 29-7) se somam, o resultado é

$$B = 2 \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}.$$

o mesmo de um único fio muito longo (veja a Eq. 29-4). Para que esse fio produzisse um campo com o mesmo sentido (para fora do papel) com uma corrente da direita para a esquerda, teria que estar acima do ponto considerado (veja novamente a Fig. 29-6c).

78. Os pontos em que o campo é zero estão em uma reta paralela ao fio, a uma distância r tal que $B_{\text{fio}} = \mu_0 i / 2\pi = B_{\text{ext}}$, o que nos dá

$$r = \frac{\mu_0 i}{2\pi B_{\text{ext}}} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(100 \text{ A})}{2\pi (5,0 \times 10^{-3} \text{ T})} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ m} = 4,0 \text{ mm}.$$

79. (a) O campo nessa região se deve apenas ao fio. De acordo com a Eq. 29-17, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i_f}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(24 \text{ A})}{2\pi (0,0010 \text{ m})} = 4,8 \times 10^{-3} \text{ T} = 4,8 \text{ mT}.$$

(b) Nesse caso, o campo é a soma da contribuição do fio, dada pela Eq. 29-17, com a contribuição de parte do condutor, dada pela Eq. 29-20, modificada para levar em conta o fato de que o condutor é oco:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i_f}{2\pi r} - \frac{\mu_0 i_{\text{env}}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 i_f}{2\pi r} - \frac{\mu_0 i_c}{2\pi r} \left(\frac{r^2 - R_{\text{int}}^2}{R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{int}}^2} \right) \\ &= 1,6 \times 10^{-3} \text{ T} \left\{ 1 - \left[\frac{(3,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2 - (2,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{(4,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2 - (2,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \right] \right\} \\ &= 9,3 \times 10^{-4} \text{ T} = 0,93 \text{ mT}. \end{aligned}$$

(c) Do lado de fora do condutor, os dois campos se cancelam e $B = 0$.

80. Vamos chamar de ponto 1 o ponto mais próximo do fio e de ponto 2 o ponto mais distante. Como $B_2 < B_1$, sabemos que o ponto 2 está do lado de fora do fio. Assim, de acordo com a Eq. 29-20, o campo no ponto 2 é dado por:

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi r_2} \Rightarrow i = \frac{2\pi r_2 B_2}{\mu_0} = \frac{2\pi (10 \times 10^{-3} \text{ m})(0,20 \times 10^{-3} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 10 \text{ A}.$$

De acordo com a Eq. 29-17, o campo no ponto 1 é dado por

$$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} \right) r_1,$$

o que nos dá

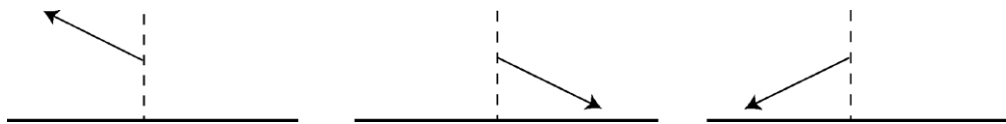
$$R = \left(\frac{\mu_0 i r_1}{2\pi B} \right)^{1/2} = \left[\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(10 \text{ A})(4,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{2\pi (0,28 \times 10^{-3} \text{ T})} \right]^{1/2} = 5,3 \times 10^{-3} \text{ m} = 5,3 \text{ mm}.$$

81. A “corrente por unidade de largura” de que fala o enunciado pode ser vista como a densidade de corrente multiplicada pela espessura Δy da placa: $\lambda = J\Delta y$. A lei de Ampère é frequentemente expressa em termos do vetor densidade de corrente, da seguinte forma:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{A},$$

na qual a integral de superfície do segundo membro se estende à região envolvida pela integral de linha do primeiro membro (e \vec{J} aponta no sentido positivo do eixo z , para fora do papel). Se J é uniforme, como neste problema, o segundo membro se reduz a $\mu_0 JA = \mu_0 J\Delta y\Delta x = \mu_0 \lambda \Delta x$.

(a) A Fig. 29-83 mostra corretamente as componentes horizontais de \vec{B} nos pontos P e P' , mas a questão é a seguinte: será que o campo \vec{B} pode ter uma componente vertical?



Vamos nos concentrar no ponto P . Suponha que o campo magnético não seja paralelo à placa, como na figura da esquerda. Se invertermos o sentido da corrente, o campo também mudará de sentido, como na figura do meio. Se fizermos a placa girar 180° em torno de uma reta perpendicular à placa, o campo também sofrerá uma rotação de 180° e passará a apontar para o lado oposto, como na figura da direita. Entretanto, com a rotação, a distribuição de corrente passou a ser exatamente a mesma que a inicial, responsável pelo campo mostrado na figura da esquerda. Comparando as figuras da direita e da esquerda, vemos que, para que sejam iguais, é preciso que o campo seja paralelo à placa. Isso significa que o campo no ponto P é horizontal, como na Fig. 29-83.

(b) Para calcular a integral de linha da lei de Ampère, vamos usar uma trajetória retangular, de largura Δx , com os lados horizontais passando pelos pontos P e P' , e altura $\delta y > \Delta y$. Como o campo \vec{B} é horizontal, os lados verticais não contribuem para a integral, e a lei de Ampère nos dá

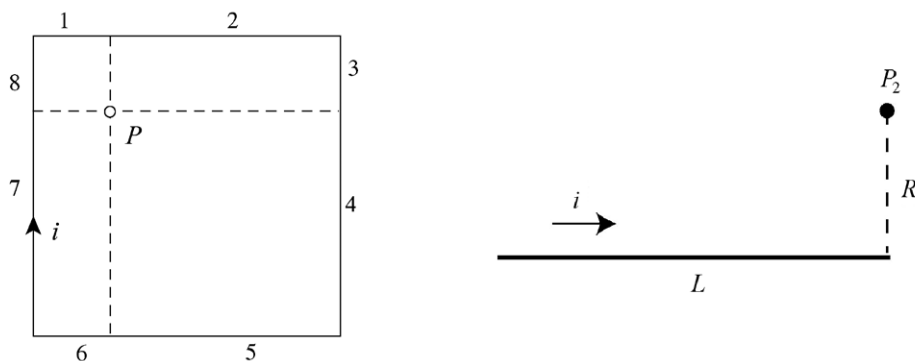
$$2B\Delta x = \mu_0 \lambda \Delta x \Rightarrow B = \frac{1}{2} \mu_0 \lambda.$$

82. Podemos aplicar a Eq. 29-17 aos dois fios, com $r = \sqrt{R^2 + (d/2)^2}$ (pelo teorema de Pitágoras). As componentes verticais dos campos se cancelam e as componentes horizontais se somam, apontando no sentido positivo do eixo x . O resultado final é

$$B = 2 \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) \left(\frac{d/2}{r} \right) = \frac{\mu_0 i d}{2\pi [R^2 + (d/2)^2]} = 1,25 \times 10^{-6} \text{ T},$$

o que nos dá, na notação dos vetores unitários, $\vec{B} = (1,25 \times 10^{-6} \text{ T}) \hat{i} = (1,25 \mu\text{T}) \hat{i}$.

83. Podemos dividir o quadrado da Fig. 29-85 nos segmentos numerados de 1 a 8 na figura a seguir, à esquerda, todos os quais podem ser considerados variações da situação mostrada na figura da direita.



Como, de acordo com o resultado do Problema 29-17, o campo magnético em um ponto P_2 , como o mostrado na figura da direita, é dado por

$$B_{P_2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}},$$

os campos magnéticos produzidos pelos 8 segmentos são

$$B_{P1} = B_{P8} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{8\pi(a/4)} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{2\pi a},$$

$$B_{P4} = B_{P5} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{8\pi(3a/4)} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{6\pi a},$$

$$B_{P2} = B_{P7} = \frac{\mu_0 i}{4\pi(a/4)} \cdot \frac{3a/4}{[(3a/4)^2 + (a/4)^2]^{1/2}} = \frac{3\mu_0 i}{\sqrt{10}\pi a},$$

$$B_{P3} = B_{P6} = \frac{\mu_0 i}{4\pi(3a/4)} \cdot \frac{a/4}{[(a/4)^2 + (3a/4)^2]^{1/2}} = \frac{\mu_0 i}{3\sqrt{10}\pi a}.$$

Somando todas as contribuições, obtemos:

$$\begin{aligned}\vec{B}_P &= \sum_{n=1}^8 B_{Pn}(-\hat{k}) = -2 \frac{\mu_0 i}{\pi a} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{3\sqrt{10}} \right) \hat{k} \\ &= - \frac{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(10 \text{ A})}{\pi(8,0 \times 10^{-2} \text{ m})} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{3\sqrt{10}} \right) \hat{k} \\ &= (-2,0 \times 10^{-4} \text{ T}) \hat{k} = (-0,20 \text{ mT}) \hat{k},\end{aligned}$$

na qual \hat{k} é um vetor unitário que aponta para fora do papel.

Nota: se o ponto P está no centro do quadrado, a contribuição de todos os segmentos é a mesma,

$$B_{P1} = B_{P2} = \dots B_{P8} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{4\pi a},$$

e o campo total é

$$B_{\text{centro}} = 8B_{P1} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

84. (a) Nesse caso, as correntes nos três fios são paralelas e todos os fios se atraem. Assim, o fio “de cima” é atraído “para baixo” em direção dos outros dois por uma força de módulo

$$F = \frac{\mu_0 (3,0 \text{ m})(5,0 \text{ A})(3,2 \text{ A})}{2\pi(0,10 \text{ m})} + \frac{\mu_0 (3,0 \text{ m})(5,0 \text{ A})(5,0 \text{ A})}{2\pi(0,20 \text{ m})} = 1,7 \times 10^{-4} \text{ N} = 0,17 \text{ mN}.$$

(b) Nesse caso, como o fio “de cima” é repellido pelo fio do meio e atraído pelo fio “de baixo”, o módulo da força resultante é

$$F = \frac{\mu_0 (3,0 \text{ m})(5,0 \text{ A})(3,2 \text{ A})}{2\pi(0,10 \text{ m})} - \frac{\mu_0 (3,0 \text{ m})(5,0 \text{ A})(5,0 \text{ A})}{2\pi(0,20 \text{ m})} = 2,1 \times 10^{-5} \text{ N} = 0,021 \text{ mN}.$$

85. (a) De acordo com a lei de Ampère, no caso de uma trajetória circular de raio r tal que $b < r < a$, temos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2\pi r B = \mu_0 i_{\text{env}} = \mu_0 i \frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(a^2 - b^2)}.$$

Assim,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \left(\frac{r^2 - b^2}{r} \right).$$

(b) Para $r = a$, o módulo do campo magnético é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \left(\frac{a^2 - b^2}{a} \right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi a},$$

o que está de acordo com a Eq. 29-17.

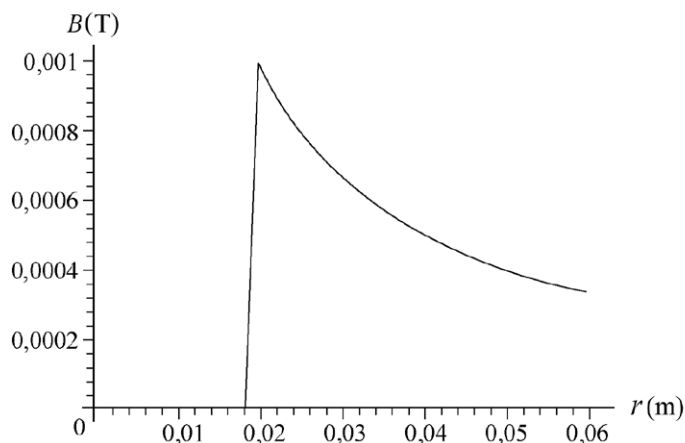
Para $r = b$, $B = 0$.

Para $b = 0$,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a^2} \frac{r^2}{r} = \frac{\mu_0 i r}{2\pi a^2},$$

o que está de acordo com a Eq. 29-20.

(c) A figura a seguir mostra o gráfico pedido.



86. Vamos chamar o lado de comprimento L de lado longo e o lado de comprimento W de lado curto. O centro está a uma distância $W/2$ do ponto médio dos lados longos e a uma distância $L/2$ do ponto médio dos lados curtos. Tratando cada lado como um segmento como o do Problema 29-17, obtemos:

$$B = 2 \frac{\mu_0 i}{2\pi(W/2)} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4(W/2)^2}} + 2 \frac{\mu_0 i}{2\pi(L/2)} \frac{W}{\sqrt{W^2 + 4(L/2)^2}} = \frac{2\mu_0 i}{\pi} \frac{(L^2 + W^2)^{1/2}}{LW}.$$

87. (a) De acordo com a Eq. 29-20, para $r < c$,

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi c^2}.$$

(b) De acordo com a Eq. 29-17, para $c < r < b$,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

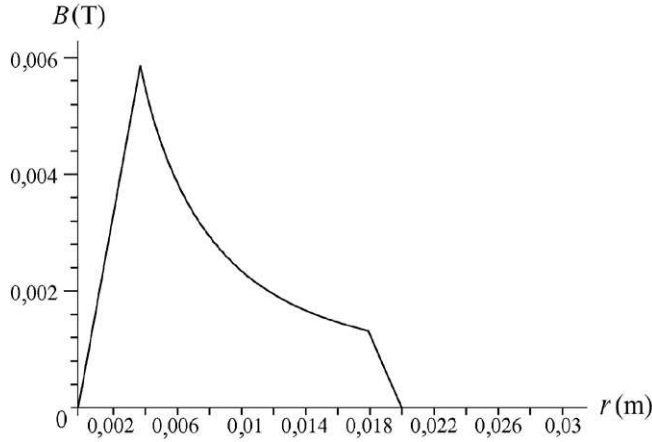
(c) De acordo com o resultado do Problema 29-79, para $b < r < a$, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} - \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left(\frac{r^2 - b^2}{a^2 - b^2} \right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left(\frac{a^2 - r^2}{a^2 - b^2} \right).$$

(d) Do lado de fora do cabo coaxial, a corrente total envolvida por uma amperiana é zero e, portanto, para $r > a$, $B = 0$.

(e) Vamos testar as expressões para três casos especiais. Fazendo $r = c$ nas expressões dos itens (a) e (b), obtemos o mesmo resultado, $B = \mu_0 i / 2\pi c$. Fazendo $r = b$ nas expressões dos itens (b) e (c), obtemos a mesma expressão, $B = \mu_0 i / 2\pi b$. Finalmente, fazendo $r = a$ na expressão do item (c), obtemos o mesmo valor do item (d), $B = 0$.

(f) A figura a seguir mostra o gráfico pedido.



88. (a) Considere um segmento do projétil entre y e $y + dy$. Podemos usar a Eq. 29-7 para calcular o campo magnético produzido pelos trilhos, considerados como fios semi-infinitos, chamando o trilho de cima de 1 e o trilho de baixo de 2, e a Eq. 29-12 para calcular a força magnética que age sobre o segmento. A corrente no trilho 1 é no sentido $+\hat{i}$ e a corrente no trilho 2 é no sentido $-\hat{i}$. Na região entre os fios, os campos têm o mesmo sentido, o sentido $-\hat{k}$ (para dentro do papel), e a força que age sobre o segmento do projétil é

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2 = idy(-\hat{j}) \times \vec{B}_1 + dy(-\hat{j}) \times \vec{B}_2 = i[B_1 + B_2]\hat{i} dy \\ &= i \left[\frac{\mu_0 i}{4\pi(2R + w - y)} + \frac{\mu_0 i}{4\pi y} \right] \hat{i} dy. \end{aligned}$$

A força que age sobre o projétil é, portanto,

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \frac{i^2 \mu_0}{4\pi} \int_R^{R+w} \left(\frac{1}{2R + w - y} + \frac{1}{y} \right) dy \hat{i} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{w}{R} \right) \hat{i}.$$

(b) Como, de acordo com o teorema do trabalho e energia,

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 = W_{\text{ext}} = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = FL,$$

a velocidade final do projétil é

$$\begin{aligned} v_f &= \left(\frac{2W_{\text{ext}}}{m} \right)^{1/2} = \left[\frac{2}{m} \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{w}{R} \right) L \right]^{1/2} \\ &= \left\{ \frac{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(450 \times 10^3 \text{ A})^2 \ln[1 + (1,2 \text{ cm})/(6,7 \text{ cm})](4,0 \text{ m})}{2\pi(10 \times 10^{-3} \text{ kg})} \right\}^{1/2} \\ &= 2,3 \times 10^3 \text{ m/s} = 2,3 \text{ km/s}. \end{aligned}$$

89. De acordo com o resultado do Problema 29-13, o campo a uma distância R do ponto médio de um segmento de fio de comprimento L é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}.$$

Como, neste problema, o centro da espira está a uma distância $d/2$ de quatro segmentos de fio de comprimento a , temos:

$$B = 4 \left[\frac{\mu_0 i}{2\pi(a/2)} \right] \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4(a/2)^2}} \right] = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

90. (a) O módulo do campo magnético no eixo de uma bobina circular, a uma distância z do centro da bobina, é dado pela Eq. 29-26:

$$B = \frac{N\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}},$$

na qual N é o número de espiras, i é a corrente e R é o raio da bobina. As duas bobinas têm o mesmo número de espiras, o mesmo raio e conduzem correntes iguais. Os campos produzidos pelas correntes têm o mesmo sentido na região entre as bobinas. Vamos colocar a origem das coordenadas no centro da bobina da esquerda e o eixo x na reta que liga os centros das bobinas. Para calcular o campo produzido pela bobina da esquerda, fazemos $z = x$ na equação anterior. O ponto escolhido está a uma distância $s - x$ do centro da bobina da direita, na qual s é a distância entre os centros das bobinas. Para calcular o campo produzido pela bobina da direita nesse ponto, fazemos $z = s - x$ na equação anterior. Isso nos dá um campo total

$$B = \frac{N\mu_0 i R^2}{2} \left[\frac{1}{(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + x^2 - 2sx + s^2)^{3/2}} \right].$$

A derivada do campo em relação a x é

$$\frac{dB}{dx} = -\frac{N\mu_0 i R^2}{2} \left[\frac{3x}{(R^2 + x^2)^{5/2}} + \frac{3(x-s)}{(R^2 + x^2 - 2sx + s^2)^{5/2}} \right].$$

No ponto $x = s/2$ (a meio caminho entre as bobinas), o resultado é

$$\left. \frac{dB}{dx} \right|_{s/2} = -\frac{N\mu_0 i R^2}{2} \left[\frac{3s/2}{(R^2 + s^2/4)^{5/2}} - \frac{3s/2}{(R^2 + s^2/4 - s^2 + s^2)^{5/2}} \right] = 0,$$

independentemente do valor de s .

(b) A derivada segunda é

$$\begin{aligned} \frac{d^2 B}{dx^2} = \frac{N\mu_0 i R^2}{2} & \left[-\frac{3}{(R^2 + x^2)^{5/2}} + \frac{15x^2}{(R^2 + x^2)^{7/2}} \right. \\ & \left. - \frac{3}{(R^2 + x^2 - 2sx + s^2)^{5/2}} + \frac{15(x-s)^2}{(R^2 + x^2 - 2sx + s^2)^{7/2}} \right]. \end{aligned}$$

No ponto $x = s/2$,

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 B}{dx^2} \right|_{s/2} &= \frac{N\mu_0 i R^2}{2} \left[-\frac{6}{(R^2 + s^2/4)^{5/2}} + \frac{30s^2/4}{(R^2 + s^2/4)^{7/2}} \right] \\ &= \frac{N\mu_0 R^2}{2} \left[\frac{-6(R^2 + s^2/4) + 30s^2/4}{(R^2 + s^2/4)^{7/2}} \right] = 3N\mu_0 i R^2 \frac{s^2 - R^2}{(R^2 + s^2/4)^{7/2}}, \end{aligned}$$

que se anula para $s = R$.

91. Como estamos interessados em calcular o campo em pontos P cuja posição é especificada por uma coordenada x , situados em uma reta perpendicular ao plano da espira, vamos supor que a espira quadrada está no plano yz , com o centro na origem. De acordo com o teorema de

Pitágoras, como a origem está a uma distância $a/2$ dos lados da espira, a distância do ponto P aos lados do quadrado é

$$\sqrt{x^2 + (a/2)^2} = \sqrt{x^2 + a^2/4}.$$

De acordo com o resultado do Problema 29-13, o campo a uma distância R do ponto médio de um segmento de fio de comprimento L é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}.$$

Como, neste problema, o ponto P está a uma distância $\sqrt{x^2 + a^2/4}$ de quatro segmentos de fio de comprimento a , temos, para cada fio,

$$B' = \frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{a}{\sqrt{4x^2 + a^2} \sqrt{4x^2 + 2a^2}}.$$

Por simetria, é fácil mostrar que apenas as componentes x dos componentes dos campos produzidos pelos quatro segmentos contribuem para o campo total (as componentes y e z se cancelam aos pares). De acordo com o teorema de Pitágoras, o valor da componente x é

$$B'_x = \frac{a/2}{\sqrt{x^2 + a^2/4}} = \frac{a}{\sqrt{4x^2 + a^2}} B'.$$

O campo criado pelos quatro segmentos é, portanto,

$$B(x) = 4B'_x = \frac{4\mu_0 i}{\pi} \frac{a}{\sqrt{4x^2 + a^2} \sqrt{4x^2 + 2a^2}} \frac{a}{\sqrt{4x^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{4a^2}{(4x^2 + a^2)(4x^2 + 2a^2)^{1/2}},$$

que é a expressão pedida.

Para $x = 0$, a expressão anterior nos dá

$$B(0) = \frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{4a^2}{a^2 \sqrt{2a^2}} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a},$$

que é a expressão obtida no Problema 29-89.

Note que, para $x \gg a$, temos:

$$B(x) \approx \frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{4a^2}{8x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{ia^2}{x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{x^3},$$

na qual $\mu = ia^2$ é o momento dipolar magnético da espira quadrada. Esta expressão é a mesma da Eq. 29-77.

92. Como, neste caso, o comprimento do toroide é aproximadamente igual a $2\pi r$, temos:

$$B = \mu_0 i \left(\frac{N}{2\pi r} \right) = \mu_0 ni.$$

Este resultado é razoável, já que, nesse caso, cada trecho do toroide se comporta como uma parte de um solenoide longo.

93. De acordo com a lei de Ampère,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu i_{\text{env}},$$

na qual i_{env} é a corrente total envolvida pela amperiana. Para a trajetória tracejada da Fig. 29-89, $i_{\text{env}} = 0$, já que a corrente que entra pelo lado de cima é igual à corrente que sai pelo lado de bai-

xo. A integral $\int \vec{B} \cdot d\vec{s}$ é zero no lado esquerdo, no lado de cima e no lado de baixo do percurso: no lado direito, porque o campo é zero; no lado de cima e no lado de baixo, porque o campo é perpendicular a $d\vec{s}$. Se ℓ é o comprimento do lado esquerdo, a integral completa é $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B\ell$, na qual B é o módulo do campo do lado esquerdo da trajetória. Como B e ℓ são diferentes de zero, a lei de Ampère não é respeitada, pois o lado esquerdo é diferente de zero e o lado direito é igual a zero. A causa da aparente contradição é o fato de que as linhas de campo magnético mostradas na Fig. 29-89 não estão corretas. Na verdade, as linhas de campo se encurvam para fora nas bordas da região onde existe campo magnético e a concentração das linhas diminui gradualmente, e não de forma abrupta, como na figura.

Capítulo 30

1. Como a rotação da espira não faz variar o fluxo $\Phi_B = BA \cos \theta$, a força eletromotriz induzida é zero.

2. De acordo com a lei de Faraday, a fem induzida é

$$\begin{aligned}\epsilon &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -B\frac{dA}{dt} = -B\frac{d(\pi r^2)}{dt} = -2\pi rB\frac{dr}{dt} \\ &= -2\pi(0,12 \text{ m})(0,800 \text{ T})(-0,750 \text{ m/s}) \\ &= 0,452 \text{ V}.\end{aligned}$$

3. Como a fem induzida é

$$\begin{aligned}\epsilon &= -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -NA\left(\frac{dB}{dt}\right) = -NA\frac{d}{dt}(\mu_0 ni) = -N\mu_0 nA\frac{di}{dt} = -N\mu_0 n(\pi r^2)\frac{di}{dt} \\ &= -(120)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(22.000 \text{ m}^{-1})\pi(0,016 \text{ m})^2\left(\frac{1,5 \text{ A}}{0,025 \text{ s}}\right) \\ &= 0,16 \text{ V},\end{aligned}$$

a lei de Ohm nos dá

$$i = \frac{|\epsilon|}{R} = \frac{0,016 \text{ V}}{5,3 \Omega} = 0,030 \text{ A} = 30 \text{ mA}.$$

4. De acordo com a Eq. 30-4, $\epsilon = -d\Phi_B/dt = -\pi r^2 dB/dt$.

(a) Para $0 < t < 2,0 \text{ s}$,

$$\epsilon = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} = -\pi(0,12 \text{ m})^2 \left(\frac{0,5 \text{ T}}{2,0 \text{ s} - 0,0 \text{ s}} \right) = -1,1 \times 10^{-2} \text{ V} = -11 \text{ mV}.$$

(b) Para $2,0 \text{ s} < t < 4,0 \text{ s}$, $\epsilon \propto dB/dt = 0$.

(c) Para $4,0 \text{ s} < t < 6,0 \text{ s}$,

$$\epsilon = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} = -\pi(0,12 \text{ m})^2 \left(\frac{-0,5 \text{ T}}{6,0 \text{ s} - 4,0 \text{ s}} \right) = 1,1 \times 10^{-2} \text{ V} = 11 \text{ mV}.$$

5. Como o campo magnético produzido pelo fio aponta para fora do papel no lado superior da espira e aponta para dentro do papel no lado inferior da espira, o fluxo total através da espira é zero e, portanto, a corrente induzida na espira é zero.

6. De acordo com o gráfico da Fig. 30-35b, $i = 1,5 \text{ mA}$ no instante $t = 0$, ou seja, sem campo aplicado, o que significa que a resistência do circuito é

$$R = \frac{6,00 \times 10^{-6} \text{ V}}{1,5 \times 10^{-3} \text{ A}} = 0,0040 \Omega.$$

No intervalo $10 \text{ s} < t < 20 \text{ s}$, temos:

$$\frac{V_{\text{fonte}} + \epsilon_{\text{induzida}}}{R} = 0,00050 \text{ A}$$

e, portanto,

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{induzida}} &= (0,00050 \text{ A})R - V_{\text{fonte}} = (0,00050 \text{ A})(0,0040 \Omega) - 6,00 \times 10^{-6} \text{ V} \\ &= -4,0 \times 10^{-6} \text{ V}.\end{aligned}$$

De acordo com a lei de Faraday,

$$\epsilon_{\text{induzida}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A \frac{dB}{dt} = -Aa \Rightarrow a = -\frac{\epsilon_{\text{induzida}}}{A} = \frac{4,0 \times 10^{-6} \text{ V}}{5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 8,0 \times 10^{-3} \text{ T/s}.$$

7. (a) O valor absoluto da fem é

$$|\epsilon| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \frac{d}{dt} (6,0t^2 + 7,0t) = 12t + 7,0 = 12(2,0) + 7,0 = 31 \text{ mV}.$$

(b) De acordo com a lei de Lenz (veja, em especial, a Fig. 30-5a), a corrente circula na espira no sentido horário. Isso significa que o sentido da corrente no resistor R é da direita para a esquerda.

8. A resistência da espira é

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \frac{\pi(0,10 \text{ m})}{\pi(2,5 \times 10^{-3} \text{ m})^2/4} = 1,1 \times 10^{-3} \Omega.$$

Como $i = |\epsilon|/R = |d\Phi_B/dt|/R = (\pi r^2/R)|dB/dt|$, temos:

$$\left| \frac{dB}{dt} \right| = \frac{iR}{\pi r^2} = \frac{(10 \text{ A})(1,1 \times 10^{-3} \Omega)}{\pi(0,05 \text{ m})^2} = 1,4 \text{ T/s}.$$

9. A amplitude da fem induzida na espira é

$$\begin{aligned}\epsilon_m &= A\mu_0 n i_0 \omega = (6,8 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(85.400 \text{ m}^{-1})(1,28 \text{ A})(212 \text{ rad/s}) \\ &= 1,98 \times 10^{-4} \text{ V}.\end{aligned}$$

10. (a) Como o fluxo magnético Φ_B através da espira é dado por

$$\Phi_B = 2B \frac{\pi r^2}{2} \cos 45^\circ = \frac{\pi r^2 B}{\sqrt{2}},$$

temos:

$$\begin{aligned}\epsilon &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{\pi r^2 B}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{\pi r^2}{\sqrt{2}} \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right) = -\frac{\pi(3,7 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{\sqrt{2}} \left(\frac{0 - 76 \times 10^{-3} \text{ T}}{4,5 \times 10^{-3} \text{ s}} \right) \\ &= 5,1 \times 10^{-2} \text{ V}.\end{aligned}$$

(a) O sentido da fem induzida é o sentido horário, do ponto de vista do sentido de incidência de \vec{B} .

11. (a) Convém chamar atenção para o fato de que o resultado, que está expresso em termos de $\sin(2\pi ft)$, poderia, em vez disso, estar expresso em termos de $\cos(2\pi ft)$ ou mesmo de $\cos(2\pi ft + \phi)$, em que ϕ é uma constante de fase. A posição angular θ da bobina é medida em relação a uma reta ou plano de referência, e, de acordo com a escolha da referência, o fluxo magnético pode ser escrito como $BA \cos\theta$, $BA \sin\theta$ ou $BA \cos(\theta + \phi)$. Para a referência que foi escolhida,

$\Phi_B = BA \cos \theta$. Como a bobina está girando com velocidade angular constante, θ aumenta linearmente com o tempo. Assim, $\theta = 2\pi ft$, em que θ é o ângulo em radianos e $2\pi f$ a velocidade angular. Como a área de uma bobina retangular é $A = ab$, a lei de Faraday nos dá

$$\epsilon = -N \frac{d(BA \cos \theta)}{dt} = -NBA \frac{d \cos(2\pi ft)}{dt} = 2\pi f NabB \sin(2\pi ft),$$

que é a equação que queríamos demonstrar. No enunciado, a equação também é escrita de outra forma, $\epsilon_0 \sin(2\pi ft)$, para deixar claro que a fem induzida é senoidal e tem uma amplitude $\epsilon_0 = 2\pi f NabB$.

(b) Como

$$\epsilon_0 = 150 \text{ V} = 2\pi f NabB,$$

temos:

$$Nab = \frac{150 \text{ V}}{2\pi f B} = \frac{150 \text{ V}}{2\pi (60,0 \text{ s}^{-1})(0,500 \text{ T})} = 0,796 \text{ m}^2.$$

12. Para que seja induzida uma fem, o campo magnético deve ter uma componente perpendicular à espira e deve variar com o tempo.

(a) Para $\vec{B} = (4,00 \times 10^{-2} \text{ T/m})y\hat{k}$, $dB/dt = 0$ e, portanto, $\epsilon = 0$.

(b) Nenhum.

(c) Para $\vec{B} = (6,00 \times 10^{-2} \text{ T/s})t\hat{k}$,

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A \frac{dB}{dt} = -(0,400 \text{ m} \times 0,250 \text{ m})(0,0600 \text{ T/s}) = -6,00 \text{ mV},$$

o que nos dá $|\epsilon| = 6,00 \text{ mV}$.

(d) Horário.

(e) Para $\vec{B} = (8,00 \times 10^{-2} \text{ T/m} \cdot \text{s})yt\hat{k}$,

$$\Phi_B = (0,400)(0,0800t) \int_0^{0,250} y dy = (0,032) \frac{y^2}{2} \Big|_0^{0,250} = 1,00 \times 10^{-3} t.$$

A fem induzida é

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -1,00 \times 10^{-3} \text{ V} = -1,00 \text{ mV},$$

o que nos dá $|\epsilon| = 1,00 \text{ mV}$.

(f) Anti-horário.

(g) $\Phi_B = 0 \Rightarrow \epsilon = 0$.

(h) Nenhum.

(i) $\Phi_B = 0 \Rightarrow \epsilon = 0$.

(j) Nenhum.

13. A carga é

$$q(t) = \frac{1}{R} [\Phi_B(0) - \Phi_B(t)] = \frac{A}{R} [B(0) - B(t)] = \frac{1,20 \times 10^{-3} \text{ m}^2}{13,0 \, \Omega} [1,60 \text{ T} - (-1,60 \text{ T})]$$

$$= 2,95 \times 10^{-2} \text{ C} = 29,5 \text{ mC}.$$

14. De acordo com a Fig. 30-40b, o valor de dB/dt [a inclinação da reta que representa a função $B(t)$] é 0,003 T/s. Assim, a lei de Faraday nos dá

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -A \frac{dB}{dt} = -(8,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(0,003 \text{ T/s}) = 2,4 \times 10^{-8} \text{ V}.$$

De acordo com a Fig. 30-40c, o valor da corrente $i = dq/dt$ [a inclinação da reta que representa a função $q(t)$] é 0,002 A. Assim, a lei de Ohm nos dá

$$R = \frac{|\epsilon|}{i} = \frac{A |dB/dt|}{i} = \frac{(8,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(0,0030 \text{ T/s})}{0,0020 \text{ A}} = 0,0012 \, \Omega = 1,2 \text{ m}\Omega.$$

15. (a) Seja L o comprimento do lado da espira. Nesse caso, o fluxo magnético através do circuito é $\Phi_B = L^2 B/2$ e a fem induzida é

$$\epsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{L^2}{2} \frac{dB}{dt}.$$

Como $B = 0,042 - 0,870t$, $dB/dt = -0,870 \text{ T/s}$ e

$$\epsilon_i = \frac{(2,00 \text{ m})^2}{2} (0,870 \text{ T/s}) = 1,74 \text{ V}.$$

Como o campo magnético aponta para fora do papel e está diminuindo, a fem induzida tem a mesma polaridade que a fem da fonte, e a fem total é

$$\epsilon + \epsilon_i = 20,0 \text{ V} + 1,74 \text{ V} = 21,7 \text{ V}.$$

(b) O sentido da corrente é o sentido anti-horário.

16. (a) Escolhendo o sinal positivo para o fluxo de B_1 e B_2 , a fem induzida é

$$\epsilon = -\sum \frac{d\Phi_B}{dt} = A \left(\frac{dB_1}{dt} + \frac{dB_2}{dt} + \frac{dB_3}{dt} \right)$$

$$= (0,10 \text{ m})(0,20 \text{ m})(2,0 \times 10^{-6} \text{ T/s} + 1,0 \times 10^{-6} \text{ T/s} - 5,0 \times 10^{-6} \text{ T/s})$$

$$= -4,0 \times 10^{-8} \text{ V}.$$

Assim, de acordo com a lei de Ohm, o valor absoluto da corrente é

$$\frac{|\epsilon|}{R} = \frac{4,0 \times 10^{-8} \text{ V}}{5,0 \times 10^{-3} \, \Omega} = 8,0 \times 10^{-6} \text{ A} = 8,0 \, \mu\text{A}.$$

(b) De acordo com a lei de Lenz, o sentido da corrente induzida é o sentido anti-horário.

17. O campo no centro da espira maior pode ser calculado usando a Eq. 29-10, $B = \mu_0 i/2R$, na qual R é o raio da espira. Assim, para $i(t) = i_0 + kt$, na qual $i_0 = 200 \text{ A}$ e $k = (-200 \text{ A} - 200 \text{ A})/1,00 \text{ s} = -400 \text{ A/s}$, temos:

$$(a) B(t=0) = \frac{\mu_0 i_0}{2R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(200 \text{ A})}{2(1,00 \text{ m})} = 1,26 \times 10^{-4} \text{ T}.$$

$$(b) B(t = 0,500 \text{ s}) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})[200 \text{ A} - (400 \text{ A/s})(0,500 \text{ s})]}{2(1,00 \text{ m})} = 0.$$

$$(c) B(t = 1,00 \text{ s}) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})[200 \text{ A} - (400 \text{ A/s})(1,00 \text{ s})]}{2(1,00 \text{ m})} = -1,26 \times 10^{-4} \text{ T},$$

o que nos dá $|B(t = 1,00 \text{ s})| = 1,26 \times 10^{-4} \text{ T}$.

(d) Sim, como indica a diferença entre os sinais de $B(t)$ nos itens (a) e (c).

(e) Seja a a área da espira menor. Nesse caso, $\Phi_B = Ba$ e a lei de Faraday nos dá

$$\begin{aligned} \epsilon &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(Ba)}{dt} = -a \frac{dB}{dt} = -a \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right) \\ &= -(2,00 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \left(\frac{-1,26 \times 10^{-4} \text{ T} - 1,26 \times 10^{-4} \text{ T}}{1,00 \text{ s}} \right) \\ &= 5,04 \times 10^{-8} \text{ V}. \end{aligned}$$

18. (a) A “altura” do triângulo formado pelos trilhos e pela barra no instante t é igual à distância percorrida pela barra até esse instante: $d = vt$, na qual v é a velocidade da barra. A “base” do triângulo (distância entre os pontos de interseção da barra com os trilhos) é $2d$. Assim, a área do triângulo é

$$A = \frac{1}{2}(\text{base})(\text{altura}) = \frac{1}{2}(2vt)(vt) = v^2 t^2.$$

Como o campo é uniforme, o fluxo, em unidades do SI, é

$$\Phi_B = BA = (0,350)(5,20)^2 t^2 = 9,464 t^2.$$

No instante $t = 3,00 \text{ s}$, $\Phi_B = (9,464)(9,00) = 85,2 \text{ Wb}$.

(b) De acordo com a lei de Faraday, a fem, em unidades do SI, é dada por

$$\epsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = 9,464 \frac{dt^2}{dt} = 18,93t.$$

No instante $t = 3,00 \text{ s}$, $\epsilon = (18,93)(3,00) = 56,8 \text{ V}$.

(c) O cálculo do item (b) mostra que $n = 1$.

19. De acordo com a lei de Faraday,

$$\epsilon = -N \frac{d(BA \cos \theta)}{dt} = -NBA \frac{d \cos(2\pi ft)}{dt} = NBA 2\pi f \sin(2\pi ft),$$

o que nos dá

$$\epsilon_{\max} = 2\pi f NAB = 2\pi(16,7 \text{ rev/s})(100 \text{ espiras})(0,15 \text{ m}^2)(3,5 \text{ T}) = 5,50 \times 10^3 \text{ V} = 5,5 \text{ kV}.$$

20. Como $1 \text{ gauss} = 10^{-4} \text{ T}$, a carga que atravessa o medidor é

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{N}{R} [BA \cos 20^\circ - (-BA \cos 20^\circ)] = \frac{2NBA \cos 20^\circ}{R} \\ &= \frac{2(1000)(0,590 \times 10^{-4} \text{ T})\pi(0,100 \text{ m})^2(\cos 20^\circ)}{85,0 \Omega + 140 \Omega} = 1,55 \times 10^{-5} \text{ C}. \end{aligned}$$

Note que o eixo da bobina faz um ângulo de 20° , e não 70° , com o campo magnético da Terra.

21. (a) A frequência é

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{(40 \text{ rev/s})(2\pi \text{ rad/rev})}{2\pi} = 40 \text{ Hz}.$$

(b) Em primeiro lugar, definimos um ângulo em relação ao plano da Fig. 30-44, tal que o fio semicircular se encontra na posição $\theta = 0$ no instante inicial e um quarto de período de revolução mais tarde se encontra na posição $\theta = \pi/2$, com o ponto médio a uma distância a acima do plano da figura. Nesse instante, a área envolvida pelo circuito está reduzida a um retângulo, cuja área vamos chamar de A_0 . Como a área de um semicírculo é $\pi a^2/2$, a área envolvida pelo circuito em função de θ é dada por

$$A = A_0 + \frac{\pi a^2}{2} \cos \theta$$

na qual $\theta = 2\pi ft$, se tomarmos $t = 0$ como o instante em que o fio semicircular se encontra na posição $\theta = 0$. Como o campo magnético é constante e uniforme, a lei de Faraday nos dá

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \frac{dA}{dt} = -B \frac{d[A_0 + (\pi a^2/2) \cos \theta]}{dt} = -B \frac{\pi a^2}{2} \frac{d \cos(2\pi ft)}{dt} = B\pi^2 a^2 f \sin(2\pi ft).$$

A amplitude da fem induzida é, portanto,

$$\epsilon_m = B\pi^2 a^2 f = (0,020 \text{ T})\pi^2 (0,020 \text{ m})^2 (40 \text{ s}^{-1}) = 3,2 \times 10^{-3} \text{ V} = 3,2 \text{ mV}.$$

22. De acordo com a lei de Faraday,

$$\begin{aligned} \epsilon &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA \cos \phi)}{dt} = BA \sin \phi \frac{d\phi}{dt} = (0,20 \text{ T})(0,15 \text{ m}^2) \sin(\pi/2)(0,60 \text{ s}^{-1}) \\ &= 0,018 \text{ V} = 18 \text{ mV}. \end{aligned}$$

23. (a) Na região onde se encontra a espira menor, o campo magnético produzido pela espira maior pode ser considerado uniforme e igual ao valor do campo no centro da espira maior, que, de acordo com a Eq. 29-26, com $z = x \gg R$, é dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3} \hat{i}$$

na qual o sentido do eixo x é para cima na Fig. 30-45. O fluxo do campo magnético através da espira menor é aproximadamente igual ao produto deste campo pela área da espira menor:

$$\Phi_B = \frac{\pi \mu_0 i r^2 R^2}{2x^3}.$$

(b) De acordo com a lei de Faraday, a fem induzida é

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\left(\frac{\pi \mu_0 i r^2 R^2}{2}\right) \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{x^3}\right) = -\left(\frac{\pi \mu_0 i r^2 R^2}{2}\right) \left(-\frac{3}{x^4} \frac{dx}{dt}\right) = \frac{3\pi \mu_0 i r^2 R^2 v}{2x^4}.$$

(c) Quando a espira menor se afasta da espira maior, o fluxo do campo magnético através da espira menor diminui e temos uma situação semelhante à da Fig. 30-5b. De acordo com a lei de Lenz, o sentido da corrente induzida deve ser tal que produza um campo magnético orientado no mesmo sentido que o campo magnético produzido pela espira maior, de modo a se opor à diminuição do fluxo. Assim, o sentido da corrente é o sentido anti-horário quando a espira maior é vista de cima, o mesmo sentido da corrente i na Fig. 30-45.

24. (a) Como $\vec{B} = B \hat{i}$, apenas a área “projetada” no plano yz contribui para o fluxo. Esta área “projetada” corresponde a um quarto de circunferência. Assim, o fluxo magnético Φ_B através da espira é

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{4} \pi r^2 B$$

e, portanto,

$$|\epsilon| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{4} \pi r^2 B \right) \right| = \frac{\pi r^2}{4} \left| \frac{dB}{dt} \right| = \frac{1}{4} \pi (0,10 \text{ m})^2 (3,0 \times 10^{-3} \text{ T/s})$$

$$= 2,4 \times 10^{-5} \text{ V} = 24 \mu\text{V}.$$

(b) De acordo com a lei de Lenz, o sentido da corrente no segmento bc é de c para b (a situação é análoga à da Fig. 30-5a).

25. (a) Vamos chamar de L o comprimento dos fios e supor que o eixo central de um dos fios passa pela origem do sistema de coordenadas e o outro pelo ponto $x = D$, para o qual D é a distância entre os fios. Como, por simetria, os campos magnéticos produzidos em pontos no intervalo $0 < D/2 < x$ são iguais aos campos magnéticos produzidos em pontos no intervalo $D/2 < x < D$, podemos escrever:

$$\Phi_B = 2 \int_0^{D/2} B dA = 2 \int_0^{d/2} BL dx + 2 \int_{d/2}^{D/2} BL dx$$

na qual d é o diâmetro dos fios. Vamos usar $R = d/2$ e r em vez de x nos cálculos a seguir. Temos:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_B}{L} &= 2 \int_0^R \left[\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} r + \frac{\mu_0 i}{2\pi(D-r)} \right] dr + 2 \int_0^{D/2} \left[\frac{\mu_0 i}{2\pi r} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(D-r)} \right] dr \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[1 - 2 \ln \left(\frac{D-R}{D} \right) \right] + \frac{\mu_0 i}{\pi} \ln \left(\frac{D-R}{R} \right) \\ &= 0,23 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m} + 1,08 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m} \\ &= 1,3 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m} = 13 \mu\text{Wb/m}. \end{aligned}$$

(b) Como, de acordo com os resultados do item (a), o fluxo por metro que corresponde ao interior dos fios é $0,23 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}$, a porcentagem que está no interior do fluxo que está no interior dos fios é

$$\frac{0,23 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}}{1,3 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}} = 0,17 = 17\%.$$

(c) Nesse caso, os campos magnéticos produzidos em pontos no intervalo $0 < D/2 < x$ são iguais, em valor absoluto, aos campos magnéticos produzidos em pontos no intervalo $D/2 < x < D$, mas têm o sentido oposto e, portanto, o fluxo total (e, em consequência, o fluxo por metro) é igual a 0.

26. (a) Para começar, observamos que, em uma parte da região envolvida pela espira, os fluxos do campo magnético se cancelam. De acordo com a regra da mão direita, o campo magnético produzido pela corrente no fio retilíneo longo na parte da espira acima do fio aponta para fora do papel e o campo produzido na parte da espira abaixo do fio aponta para dentro do papel. Como a altura da parte da espira acima do fio é $b - a$, o fluxo em uma parte da espira abaixo do fio, de altura $b - a$, tem o mesmo valor absoluto e o sinal oposto ao do fluxo acima do fio e os dois fluxos se cancelam. Assim, o fluxo através da espira é dado por:

$$\Phi_B = \int B dA = \int_{b-a}^a \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) (b dr) = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \ln \left(\frac{a}{b-a} \right).$$

Nesse caso, a lei de Faraday nos dá

$$\begin{aligned}\epsilon &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 i b}{2\pi} \ln \left(\frac{a}{b-a} \right) \right] = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln \left(\frac{a}{b-a} \right) \frac{di}{dt} \\ &= -\frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln \left(\frac{a}{b-a} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{9}{2} t^2 - 10t \right) \\ &= \frac{-\mu_0 b (9t - 10)}{2\pi} \ln \left(\frac{a}{b-a} \right).\end{aligned}$$

Para $a = 0,120$ m, $b = 0,160$ m e $t = 3,00$ s, temos:

$$\epsilon = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(0,16)[9(3) - 10]}{2\pi} \ln \left(\frac{0,12}{0,16 - 0,12} \right) = 5,98 \times 10^{-7} \text{ V} = 0,598 \mu\text{V}.$$

(b) Como $di/dt > 0$ no instante $t = 3$ s, a situação é análoga à da Fig. 30-5c. Assim, de acordo com a lei de Lenz, a fem induzida produz uma corrente no sentido anti-horário.

27. (a) Considere uma fita de largura infinitesimal dy e espessura $\ell = 0,020$ m. Se a fita está localizada na altura y , o fluxo magnético através da fita é

$$d\Phi_B = BdA = (4t^2 y)(\ell dy)$$

e o fluxo total através da espira é

$$\Phi_B = \int d\Phi_B = \int_0^\ell (4t^2 y \ell) dy = 2t^2 \ell^3.$$

Assim, de acordo com a lei de Faraday,

$$|\epsilon| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = 4t\ell^3 = 4(2,5\text{ s})(0,020\text{ m})^3 = 8,0 \times 10^{-5} \text{ V} = 80 \mu\text{V}.$$

(b) De acordo com a lei de Lenz, o sentido da força eletromotriz induzida é o sentido horário.

28. (a) O campo produzido pelo fio é dado pela Eq. 29-17. Para calcular o fluxo, podemos usar a Eq. 30-1:

(b) Para calcular a corrente induzida na espira, calculamos a fem induzida, usando a lei de Faraday e levando em conta o fato de que $dr/dt = v$, e dividimos o resultado pela resistência da espira, o que nos dá

$$\begin{aligned}i &= \frac{|\epsilon|}{R} = -\frac{\mu_0 i a}{2\pi R} \left| \frac{d}{dt} \ln \left(\frac{r+b/2}{r-b/2} \right) \right| = \frac{\mu_0 i a b v}{2\pi R [r^2 - (b/2)^2]} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A})(4,7\text{ A})(0,022\text{ m})(0,0080\text{ m})(3,2 \times 10^{-3} \text{ m} / \text{s})}{2\pi(4,0 \times 10^{-4} \Omega)[2(0,0080\text{ m}^2)]} \\ &= 1,0 \times 10^{-5} \text{ A} = 10 \mu\text{A}.\end{aligned}$$

29. (a) De acordo com a Eq. 30-8,

$$\epsilon = BLv = (0,350 \text{ T})(0,250 \text{ m})(0,55 \text{ m/s}) = 0,0481 \text{ V}.$$

(b) De acordo com a lei de Ohm, temos:

$$i = \frac{0,0481 \text{ V}}{18,0 \Omega} = 0,00267 \text{ A} = 2,67 \text{ mA}.$$

(c) De acordo com a Eq. 26-27, $P = i^2 R = 0,000129 \text{ W} = 0,129 \text{ mW}$.

30. De acordo com a lei de Faraday, a fem induzida é dada por

$$\epsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A \frac{dB}{dt}.$$

Como, de acordo com a Eq. 29-23, o campo no interior do solenoide é dado por $B = \mu_0 ni$ (e é zero do lado de fora do solenoide, o que significa que $A = A_{\text{solenóide}}$), temos:

$$\epsilon = A \frac{dB}{dt} = A_{\text{solenóide}} \frac{d(\mu_0 ni_{\text{solenóide}})}{dt} = \mu_0 n A_{\text{solenóide}} \frac{di_{\text{solenóide}}}{dt},$$

na qual, de acordo com a Fig. 30-51b, $di_{\text{solenóide}}/dt = (1,00 \text{ A})/(2,0 \text{ s}) = 0,5 \text{ A/s}$. Para $n = 8000$ espiras/s e $A_{\text{solenóide}} = \pi(0,02)^2$ (note que o raio da espira não aparece nos cálculos, que envolvem apenas no raio do solenoide), obtemos $\epsilon = 6,3 \mu\text{V}$. De acordo com a Eq. 26-28, a taxa de conversão de energia elétrica em energia térmica é dada por ϵ^2/R , enquanto, de acordo com a Fig. 30-51c, é dada por $dE_t/dt = (80,0 \text{ nJ})/(2,0 \text{ s}) = 40,0 \text{ nJ/s}$. Assim, temos:

$$R = \frac{\epsilon^2}{dE_t/dt} = \frac{(6,3 \times 10^{-6} \text{ V})^2}{40,0 \times 10^{-9} \text{ J/s}} = 1,0 \text{ m}\Omega$$

31. De acordo com a Eq. 26-28, a taxa de geração de energia térmica é $P = \epsilon^2/R$. De acordo com a Eq. 26-16, a resistência é dada por $R = \rho L/A$, na qual ρ é a resistividade do material, L é o comprimento do fio e A é a área da seção reta do fio. A área envolvida pela espira é

$$A_{\text{env}} = \pi r_{\text{espira}}^2 = \pi \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 = \frac{L^2}{4\pi}.$$

Como, de acordo com a lei de Faraday,

$$\epsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = A_{\text{env}} \frac{dB}{dt} = \frac{L^2}{4\pi} \frac{dB}{dt},$$

temos:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\epsilon^2}{R} = \frac{(L^2/4\pi)^2 (dB/dt)^2}{\rho L / (\pi d^2/4)} = \frac{d^2 L^3}{64\pi\rho} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 = \frac{(1,00 \times 10^{-3} \text{ m})^2 (0,500 \text{ m})^3}{64\pi(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})} (0,0100 \text{ T/s})^2 \\ &= 3,68 \times 10^{-6} \text{ W} = 3,68 \mu\text{W}. \end{aligned}$$

32. Como, neste caso, $|\Delta B| = B$, a energia térmica produzida é

$$\begin{aligned} P_t \Delta t &= \frac{\epsilon^2 \Delta t}{R} = \frac{1}{R} \left(-\frac{d\Phi_B}{dt} \right)^2 \Delta t = \frac{1}{R} \left(-A \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 \Delta t = \frac{A^2 B^2}{R \Delta t} \\ &= \frac{(2,00 \times 10^{-4} \text{ m}^2)^2 (17,0 \times 10^{-6} \text{ T})^2}{(5,21 \times 10^{-6} \Omega)(2,96 \times 10^{-3} \text{ s})} \\ &= 7,50 \times 10^{-10} \text{ J} = 750 \text{ pJ}. \end{aligned}$$

33. (a) Vamos chamar de x a distância entre a barra e a extremidade direita dos trilhos. De acordo com a Eq. 29-17, o campo produzido pelo fio em um ponto do espaço é $B = \mu_0 i / 2\pi r$, na qual r é a distância entre o ponto e o fio. Considere uma tira horizontal infinitesimal de comprimento x e largura dr , situada a uma distância r do fio. O fluxo através da tira é

$$d\Phi_B = B dA = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} x dr.$$

De acordo com a Eq. 30-1, o fluxo total através da espira formada pela barra e pelos trilhos é

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i x}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i x}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right).$$

De acordo com a lei de Faraday, a fem induzida na espira é

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{dx}{dt} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) = \frac{\mu_0 i v}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(100 \text{ A})(5,00 \text{ m/s})}{2\pi} \ln\left(\frac{1,00 \text{ cm} + 10,0 \text{ cm}}{1,00 \text{ cm}}\right) \\ &= 2,40 \times 10^{-4} \text{ V} = 240 \mu\text{V}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a $i_i = \frac{\epsilon}{R} = \frac{2,40 \times 10^{-4} \text{ V}}{0,400 \Omega} = 6,00 \times 10^{-4} \text{ A} = 0,600 \text{ mA}$.

Como o fluxo está aumentando, o campo magnético produzido pela corrente induzida aponta para dentro do papel na região envolvida pela barra e pelos trilhos e, portanto, a corrente tem o sentido horário.

(c) A potência dissipada na espira é dada por

$$P = i_i^2 R = (6,00 \times 10^{-4} \text{ A})^2 (0,400 \Omega) = 1,44 \times 10^{-7} \text{ W} = 0,144 \mu\text{W}.$$

(d) Para que a barra se mova com velocidade constante, a resultante das forças que agem sobre a barra deve ser nula. Para isso, a força externa aplicada à barra deve ser igual, em módulo, à força magnética e deve ter o sentido oposto. O módulo da força magnética exercida sobre um segmento infinitesimal da barra de comprimento dr , situado a uma distância r do fio, é

$$dF_B = i B dr = \frac{\mu_0 i_i i}{2\pi r} dr.$$

Integrando força acima para toda a barra, temos:

$$\begin{aligned} F_B &= \frac{\mu_0 i_i i}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i_i i}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(6,00 \times 10^{-4} \text{ A})(100 \text{ A})}{2\pi} \ln\left(\frac{1,00 \text{ cm} + 10,0 \text{ cm}}{1,00 \text{ cm}}\right) \\ &= 2,87 \times 10^{-8} \text{ N}. \end{aligned}$$

Como o campo produzido pelo fio aponta para fora do papel na região onde a barra está se movendo e o sentido da corrente na barra é para cima, a força associada ao campo magnético aponta para a direita e, portanto, a força externa aplicada deve apontar para a esquerda.

(e) De acordo com a Eq. 7-48, a taxa com a qual a força externa realiza trabalho sobre a espira é

$$P = Fv = (2,87 \times 10^{-8} \text{ N})(5,00 \text{ m/s}) = 1,44 \times 10^{-7} \text{ W} = 0,144 \mu\text{W}.$$

Como toda a energia fornecida pela força externa é convertida em energia térmica, este valor é igual ao da potência dissipada na espira, calculado no item (c).

34. Como $F_{\text{tot}} = BiL - mg = 0$, temos:

$$i = \frac{mg}{BL} = \frac{|\epsilon|}{R} = \frac{1}{R} \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \frac{B}{R} \left| \frac{dA}{dt} \right| = \frac{Bv_t L}{R},$$

o que nos dá $v_t = mgR/B^2 L^2$.

35. (a) De acordo com a Eq. 30-8,

$$\epsilon = BLv = (1,2 \text{ T})(0,10 \text{ m})(5,0 \text{ m/s}) = 0,60 \text{ V}.$$

(b) De acordo com a lei de Lenz, o sentido da fem induzida é o sentido horário. Isso significa que, na barra, o sentido da fem é para cima.

(c) De acordo com a lei de Ohm, a corrente induzida é $i = 0,60 \text{ V}/0,40 \Omega = 1,5 \text{ A}$.

(d) O sentido da corrente é o sentido horário.

(e) De acordo com a Eq. 26-27, $P = i^2 R = 0,90 \text{ W}$.

(f) De acordo com a Eq. 28-2, a força que o campo magnético exerce sobre a barra aponta para a direita e tem um módulo

$$F = iLB = (1,5 \text{ A})(0,10 \text{ m})(1,2 \text{ T}) = 0,18 \text{ N}.$$

Para manter a barra em movimento com velocidade constante, é preciso aplicar uma força de mesmo módulo no sentido da direita para a esquerda. A resposta é, portanto,

$$F_{\text{ext}} = 0,18 \text{ N}.$$

(g) De acordo com a Eq. 7-48, a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre a barra é dada por

$$P = Fv = (0,18 \text{ N})(5,0 \text{ m/s}) = 0,90 \text{ W}.$$

Como toda a energia fornecida pela força externa é convertida em energia térmica, este valor é igual ao da taxa com a qual a energia é dissipada na barra em forma de calor, calculado na item (e).

36. (a) No caso da trajetória 1, temos:

$$\oint_1 \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_{B1}}{dt} = \frac{d}{dt}(B_1 A_1) = A_1 \frac{dB_1}{dt} = \pi r_1^2 \frac{dB_1}{dt} = \pi(0,200 \text{ m})^2 (-8,50 \times 10^{-3} \text{ T/s})$$

$$= -1,07 \times 10^{-3} \text{ V} = -1,07 \text{ mV}.$$

(b) No caso da trajetória 2, temos:

$$\oint_2 \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_{B2}}{dt} = \pi r_2^2 \frac{dB_2}{dt} = \pi(0,300 \text{ m})^2 (-8,50 \times 10^{-3} \text{ T/s})$$

$$= -2,40 \times 10^{-3} \text{ V} = -2,40 \text{ mV}.$$

(c) No caso da trajetória 3, temos:

$$\oint_3 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_1 \vec{E} \cdot d\vec{s} - \oint_2 \vec{E} \cdot d\vec{s} = -1,07 \times 10^{-3} \text{ V} - (-2,4 \times 10^{-3} \text{ V})$$

$$= 1,33 \times 10^{-3} \text{ V} = 1,33 \text{ mV}.$$

37. (a) Como o ponto está dentro do solenoide, devemos usar a Eq. 30-25. O módulo do campo elétrico induzido é

$$E = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} r = \frac{1}{2} (6,5 \times 10^{-3} \text{ T/s})(0,0220 \text{ m}) = 7,15 \times 10^{-5} \text{ V/m} = 71,5 \mu\text{V/m}.$$

(b) Como o ponto está fora do solenoide, devemos usar a Eq. 30-27. O módulo do campo elétrico induzido é

$$E = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \frac{R^2}{r} = \frac{1}{2} (6,5 \times 10^{-3} \text{ T/s}) \frac{(0,0600 \text{ m})^2}{(0,0820 \text{ m})} = 1,43 \times 10^{-4} \text{ V/m} = 143 \mu\text{V/m}.$$

38. A mudança brusca de inclinação do gráfico da Fig. 30-55 mostra que o raio da região circular é 2,0 cm. De acordo com a Eq. 30-20, para valores de r menores que este valor,

$$\left| \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \right| = E(2\pi r) = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A \frac{dB}{dt} = \pi r^2 a,$$

o que nos dá $E/r = a/2$. E/r é a inclinação da parte retilínea do gráfico, cujo valor é $(300 \times 10^{-6} \text{ N/C})/(2,00 \times 10^{-3} \text{ m}) = 0,015 \text{ m}$. Assim, $a = 2E/r = 0,030 \text{ T/s}$.

39. O campo magnético B pode ser escrito na forma

$$B(t) = B_0 + B_1 \sin(\omega t + \phi_0),$$

na qual $B_0 = (30,0 \text{ T} + 29,6 \text{ T})/2 = 29,8 \text{ T}$ e $B_1 = (30,0 \text{ T} - 29,6 \text{ T})/2 = 0,200 \text{ T}$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 30-25,

$$E(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{dB}{dt} \right) r = \frac{r}{2} \frac{d}{dt} [B_0 + B_1 \sin(\omega t + \phi_0)] = \frac{1}{2} B_1 \omega r \cos(\omega t + \phi_0).$$

Como $\omega = 2\pi f$ e o valor de $E(t)$ é máximo para $\cos(\omega t + \phi_0) = 1$, temos:

$$E_{\max} = \frac{1}{2} B_1 (2\pi f) r = \frac{1}{2} (0,200 \text{ T})(2\pi)(15 \text{ Hz})(1,6 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0,15 \text{ V/m}.$$

40. Como $N\Phi_B = Li$, temos:

$$\Phi_B = \frac{Li}{N} = \frac{(8,0 \times 10^{-3} \text{ H})(5,0 \times 10^{-3} \text{ A})}{400} = 1,0 \times 10^{-7} \text{ Wb} = 0,10 \mu\text{Wb}.$$

41. (a) O fluxo magnético que enlaça as espiras é igual ao fluxo que atravessa uma espira multiplicado pelo número de espiras:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{total}} &= N\Phi_B = NBA = NB(\pi r^2) = (30,0)(2,60 \times 10^{-3} \text{ T})(\pi)(0,100 \text{ m})^2 \\ &= 2,45 \times 10^{-3} \text{ Wb} = 2,45 \text{ mWb}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 30-33, temos:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{2,45 \times 10^{-3} \text{ Wb}}{3,80 \text{ A}} = 6,45 \times 10^{-4} \text{ H} = 0,645 \text{ mH}.$$

42. (a) Podemos imaginar que o solenoide é a combinação de N espiras circulares dispostas ao longo da largura W da fita de cobre. Nesse caso, a corrente em cada fita é $\Delta i = i/N$ e o campo magnético no interior do solenoide é

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 n \Delta i = \mu_0 \left(\frac{N}{W} \right) \left(\frac{i}{N} \right) = \frac{\mu_0 i}{W} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,035 \text{ A})}{0,16 \text{ m}} \\ &= 2,7 \times 10^{-7} \text{ T} = 0,27 \mu\text{T}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 30-33, temos:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\Phi_B}{i} = \frac{\pi R^2 B}{i} = \frac{\pi R^2 (\mu_0 i / W)}{i} = \frac{\pi \mu_0 R^2}{W} = \frac{\pi (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,018 \text{ m})^2}{0,16 \text{ m}} \\ &= 8,0 \times 10^{-9} \text{ H} = 8,0 \text{ nH}. \end{aligned}$$

43. Vamos definir um eixo de coordenadas r tal que o eixo central de um dos fios está na origem e o outro em $r = d$. De acordo com a regra da mão direita, os campos se somam da região entre os dois fios e, por simetria, os campos na região em que $0 < r < d/2$ têm o mesmo valor que os campos na região em que $d/2 < r < d$, com r substituído por $d - r$. Vamos chamar de ℓ

o comprimento dos fios e calcular, por integração, o fluxo magnético por unidade de comprimento, Φ_B/ℓ . Devido à simetria, podemos realizar a integração apenas no intervalo $0 < xr < d/2$ e multiplicar o resultado por 2:

$$\Phi_B = 2 \int_0^{d/2} B \, dA = 2 \int_0^a B_{\text{int}}(\ell \, dr) + 2 \int_a^{d/2} B_{\text{ext}}(\ell \, dr),$$

na qual B_{int} é o campo no interior dos fios, dado pela Eq. 29-20, e B_{ext} é o campo do lado de fora dos fios, dado pela Eq. 29-17. Assim, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_B}{\ell} &= 2 \int_0^a \left[\frac{\mu_0 i}{2\pi a^2} r + \frac{\mu_0 i}{2\pi(d-r)} \right] dr + 2 \int_a^{d/2} \left[\frac{\mu_0 i}{2\pi r} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(d-r)} \right] dr \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[1 - 2 \ln \left(\frac{d-a}{d} \right) \right] + \frac{\mu_0 i}{\pi} \ln \left(\frac{d-a}{a} \right), \end{aligned}$$

na qual o primeiro termo é o fluxo no interior dos fios e será desprezado, como sugere o enunciado do problema. Assim, o fluxo é dado, aproximadamente, por

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i \ell}{\pi} \ln \left(\frac{d-a}{a} \right)$$

e, de acordo com a Eq. 30-33 (com $N = 1$), temos:

$$\begin{aligned} \frac{L}{\ell} = \frac{\Phi_B}{Li} &= \frac{\mu_0}{\pi} \ln \left(\frac{d-a}{a} \right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})}{\pi} \ln \left(\frac{142 - 1,53}{1,53} \right) \\ &= 1,81 \times 10^{-6} \text{ H/m} = 1,81 \, \mu\text{H/m}. \end{aligned}$$

44. Como, de acordo com a Eq. 30-35, $\epsilon = -L(di/dt)$, temos:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{\epsilon}{L} = -\frac{60 \text{ V}}{12 \text{ H}} = -5,0 \text{ A/s},$$

o que nos dá $|di/dt| = 5,0 \text{ A/s}$. Podemos obter esta taxa de variação, por exemplo, reduzindo a corrente de 2,0 A para zero em 40 ms a uma taxa constante.

45. (a) De acordo com a lei de Lenz, a força eletromotriz se opõe à variação da corrente. Assim, se a polaridade da fem é tal que a corrente induzida tem o mesmo sentido que a corrente já existente, isso indica que a corrente está diminuindo.

(b) De acordo com a Eq. 30-35,

$$L = \left| \frac{\epsilon}{di/dt} \right| = \frac{17 \text{ V}}{2,5 \text{ kA/s}} = 6,8 \times 10^{-4} \text{ H} = 0,68 \text{ mH}.$$

46. Durante os períodos de tempo em que a corrente está variando linearmente com o tempo, a Eq. 30-35 nos dá $|\epsilon| = L |\Delta i/\Delta t|$. Assim, temos (omitindo os símbolos de valor absoluto para simplificar a notação):

(a) Para $0 < t < 2 \text{ ms}$,

$$\epsilon = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{(4,6 \text{ H})(7,0 \text{ A} - 0)}{2,0 \times 10^{-3} \text{ s}} = 1,6 \times 10^4 \text{ V} = 16 \text{ kV}.$$

(b) Para $2 \text{ ms} < t < 5 \text{ ms}$,

$$\epsilon = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{(4,6 \text{ H})(5,0 \text{ A} - 7,0 \text{ A})}{(5,0 - 2,0)10^{-3} \text{ s}} = 3,1 \times 10^3 \text{ V} = 3,1 \text{ kV}.$$

(c) Para $5 \text{ ms} < t < 6 \text{ ms}$,

$$\epsilon = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{(4,6 \text{ H})(0 - 5,0 \text{ A})}{(6,0 - 5,0)10^{-3} \text{ s}} = 2,3 \times 10^4 \text{ V} = 23 \text{ kV}.$$

47. (a) De acordo com a Eq. 30-35, a tensão entre os terminais dos indutores é diretamente proporcional à indutância. A situação é análoga à dos resistores. Como as tensões (independentes) de componentes em série se somam, as indutâncias de indutores em série se somam. Assim, temos:

$$L_{\text{eq}} = L_1 + L_2.$$

Note que, para que as tensões dos indutores sejam independentes, é preciso que o campo magnético produzido por um dos indutores não afete o outro, o que significa que os indutores não devem estar muito próximos (o caso em que os campos magnéticos produzidos por indutores afetam outros indutores é discutido na Seção 30-12).

(b) Analogamente ao caso dos resistores, $L_{\text{eq}} = \sum_{n=1}^N L_n$.

48. (a) se dois indutores, L_1 e L_2 , estão submetidos à mesma tensão V , a Eq. 30-35 nos dá:

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{L_1}{V} \quad \text{e} \quad \frac{di_2}{dt} = -\frac{L_2}{V}$$

Como a corrente total que passa pelos dois indutores é $i_1 + i_2$, temos:

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = -\frac{L_1}{V} - \frac{L_2}{V}.$$

De acordo com a Eq. 30-35, se substituirmos os dois indutores por um único indutor equivalente, deveremos ter:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{L_{\text{eq}}}{V}$$

Combinando as duas equações anteriores, obtemos:

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}.$$

Note que, para que as correntes dos indutores sejam independentes, é preciso que o campo magnético produzido por um dos indutores não afete o outro, o que significa que os indutores não devem estar muito próximos (o caso em que os campos magnéticos produzidos por indutores afetam outros indutores é discutido na Seção 30-12).

(b) Analogamente ao caso dos resistores, $\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{L_n}$.

49. De acordo com os resultados dos Problemas 30-47 e 30-48, a resistência equivalente é

$$L_{\text{eq}} = L_1 + L_4 + L_{23} = L_1 + L_4 + \frac{L_2 L_3}{L_2 + L_3} = 30,0 \text{ mH} + 15,0 \text{ mH} + \frac{(50,0 \text{ mH})(20,0 \text{ mH})}{50,0 \text{ mH} + 20,0 \text{ mH}} = 59,3 \text{ mH}.$$

50. Vamos chamar de i_f o valor final da corrente. De acordo com o enunciado, $i = i_f/3$ no instante $t = 5,00 \text{ s}$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 30-41, temos:

$$i = i_f(1 - e^{-t/\tau_L}) \Rightarrow \tau_L = -\frac{t}{\ln(1 - i/i_f)} = \frac{5,00 \text{ s}}{\ln(1 - 1/3)} = 12,3 \text{ s}.$$

51. A corrente no circuito é dada por $i = i_0 e^{-t/\tau_L}$, na qual i_0 é a corrente no instante $t = 0$ e $\tau_L = L/R$ é a constante de tempo indutiva. Dividindo por i_0 e tomando o logaritmo de ambos os membros, obtemos

$$\ln\left(\frac{i}{i_0}\right) = -\frac{t}{\tau_L},$$

o que nos dá

$$\tau_L = -\frac{t}{\ln(i/i_0)} = -\frac{1,0 \text{ s}}{\ln[(10 \times 10^{-3} \text{ A})/(1,0 \text{ A})]} = 0,217 \text{ s}.$$

Assim, $R = L/\tau_L = 10 \text{ H}/0,217 \text{ s} = 46 \, \Omega$.

52. (a) Logo após o fechamento da chave, $\epsilon - \epsilon_L = iR$. Entretanto, como $i = 0$ nesse instante, $\epsilon_L = \epsilon$, o que nos dá $\epsilon_L/\epsilon = 1,00$.

(b) $\epsilon_L(t) = \epsilon e^{-t/\tau_L} = \epsilon e^{-2,0\tau_L/\tau_L} = \epsilon e^{-2,0} = 0,135\epsilon$, o que nos dá $\epsilon_L/\epsilon = 0,135$.

(c) Como $\epsilon_L(t) = \epsilon e^{-t/\tau_L}$, temos:

$$\frac{t}{\tau_L} = \ln\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_L}\right) = \ln 2 \Rightarrow t = \tau_L \ln 2 = 0,693\tau_L \Rightarrow t/\tau_L = 0,693.$$

53. (a) se a bateria é ligada ao circuito no instante $t = 0$, a corrente para $t > 0$ é dada por

$$i = \frac{\epsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}),$$

na qual $\tau_L = L/R$. No instante em que $i = 0,800\epsilon/R$, temos:

$$0,800 = 1 - e^{-t/\tau_L} \Rightarrow e^{-t/\tau_L} = 0,200.$$

Tomando o logaritmo natural de ambos os membros, obtemos

$$-(t/\tau_L) = \ln(0,200) = -1,609,$$

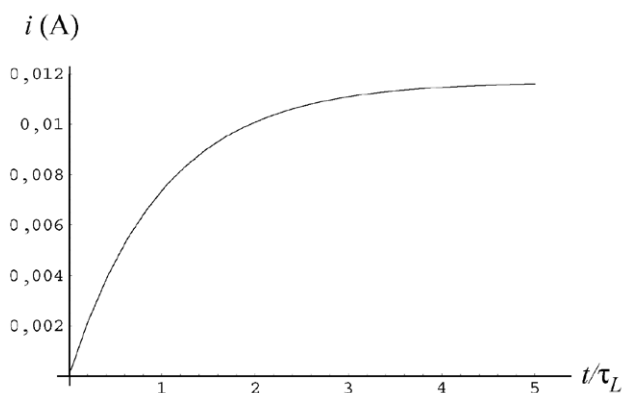
o que nos dá

$$t = 1,609\tau_L = \frac{1,609L}{R} = \frac{1,609(6,30 \times 10^{-6} \text{ H})}{1,20 \times 10^3 \, \Omega} = 8,45 \times 10^{-9} \text{ s} = 8,45 \text{ ns}.$$

(b) No instante $t = 1,0\tau_L$, a corrente no circuito é

$$i = \frac{\epsilon}{R}(1 - e^{-1,0}) = \left(\frac{14,0 \text{ V}}{1,20 \times 10^3 \, \Omega}\right)(1 - e^{-1,0}) = 7,37 \times 10^{-3} \text{ A} = 7,37 \text{ mA}.$$

A figura a seguir mostra a corrente no circuito em função de t/τ_L .



54. (a) Imediatamente após o fechamento da chave, a corrente no indutor é zero e, portanto,

$$i_1 = \frac{\epsilon}{R_1 + R_2} = \frac{100 \text{ V}}{10,0 \, \Omega + 20,0 \, \Omega} = 3,33 \text{ A.}$$

(b) Como foi visto no item (a), a corrente no indutor é zero e, portanto,

$$i_2 = i_1 = 3,33 \text{ A.}$$

Após um longo tempo, a corrente atinge o valor final. Quando isso acontece, a fem entre os terminais do indutor é zero e o componente pode ser substituído por um fio condutor. Nesse caso, a corrente em R_3 é $i_1 - i_2$ e, de acordo com a regra das malhas,

$$\epsilon - i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0,$$

$$\epsilon - i_1 R_1 - (i_1 - i_2) R_3 = 0.$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtemos:

(c)

$$i_1 = \frac{\epsilon(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{(100 \text{ V})(20,0 \, \Omega + 30,0 \, \Omega)}{(10,0 \, \Omega)(20,0 \, \Omega) + (10,0 \, \Omega)(30,0 \, \Omega) + (20,0 \, \Omega)(30,0 \, \Omega)} = 4,55 \text{ A.}$$

(d)

$$i_2 = \frac{\epsilon R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{(100 \text{ V})(30,0 \, \Omega)}{(10,0 \, \Omega)(20,0 \, \Omega) + (10,0 \, \Omega)(30,0 \, \Omega) + (20,0 \, \Omega)(30,0 \, \Omega)} = 2,73 \text{ A.}$$

(e) Como, após o fechamento da chave, a malha da esquerda deixa de conduzir corrente, $i_1 = 0$.

(f) Como o valor da corrente em um indutor não pode mudar bruscamente, o valor da corrente em R_3 imediatamente após a chave ser aberta é o mesmo que antes da abertura da chave, $i_3 = i_1 - i_2 = 4,55 \text{ A} - 2,73 \text{ A} = 1,82 \text{ A}$. De acordo com a lei dos nós, a corrente em R_2 tem o mesmo valor absoluto e o sentido inverso: $i_2 = -1,82 \text{ A}$.

Como a fonte de alimentação foi desligada do circuito, o valor final de todas as correntes é zero. Assim,

(g) $i_1 = 0$.

(h) $i_2 = 0$.

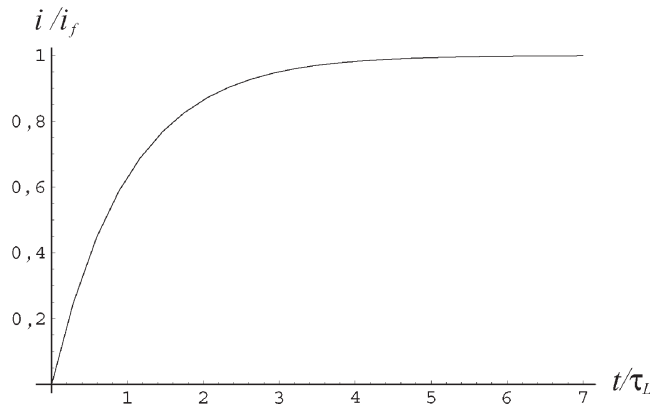
55. O valor da corrente para $t > 0$ é dado por

$$i = i_f (1 - e^{-t/\tau_L}),$$

na qual i_f é a corrente final e $\tau_L = L/R$ é a constante de tempo indutiva. No instante em que $i = 0,9990 i_f$, temos:

$$0,9990 i_f = i_f (1 - e^{-t/\tau_L}) \Rightarrow \ln(0,0010) = -(t/\tau) \Rightarrow t/\tau_L = 6,91.$$

A figura a seguir mostra a corrente normalizada, i/i_f , em função de t/τ_L .



56. Como a inclinação do gráfico da Fig. 30-62 é igual a Φ/i , temos: $\Phi/i = (4,0 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{m}^2)/(2,00 \text{ A}) = 2 \times 10^{-4} \text{ H}$. Assim, como $N = 25$, a indutância do indutor é $L = N \Phi/i = 5 \times 10^{-3} \text{ H}$. Derivando a Eq. 30-41 em relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\epsilon}{R L} e^{-t/\tau_L} = \frac{\epsilon}{L} e^{-t/\tau_L} \frac{16 \text{ V}}{5 \times 10^{-3} \text{ H}} e^{-1,5} = 7,1 \times 10^2 \text{ A/s}.$$

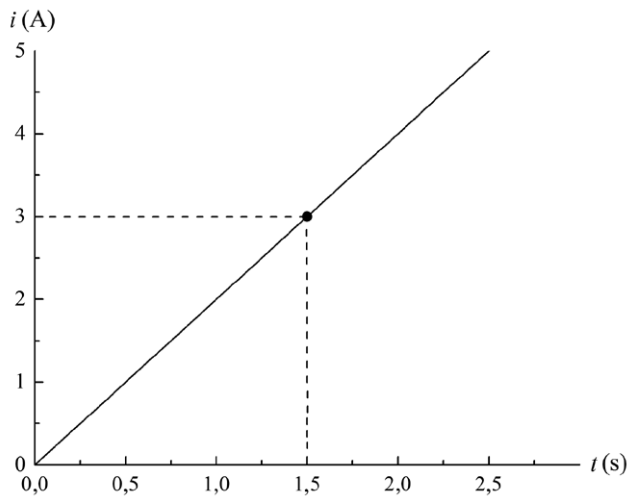
57. (a) Como a corrente no resistor é zero antes da queima do fusível, a aplicação da regra das malhas à malha formada pela fonte, pelo fusível e pelo indutor nos dá

$$\epsilon - L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = \frac{\epsilon t}{L}.$$

No instante t_q em que o fusível queima, $i = i_q = 3,0 \text{ A}$. Assim,

$$t_q = \frac{i_q L}{\epsilon} = \frac{(3,0 \text{ A})(5,0 \text{ H})}{10 \text{ V}} = 1,5 \text{ s}.$$

(b) A figura a seguir mostra o gráfico pedido.



58. De acordo com a regra das malhas,

$$\begin{aligned} \epsilon &= L \frac{di}{dt} + iR = L \frac{d}{dt} (3,0 + 5,0t) + (3,0 + 5,0t)R = (6,0)(5,0) + (3,0 + 5,0t)(4,0) \\ &= (42 + 20t) \text{ V}. \end{aligned}$$

59. (a) Vamos supor que o sentido da corrente i na chave é da esquerda para a direita. Vamos chamar de i_1 a corrente no resistor e supor que o sentido dessa corrente é para baixo. Vamos chamar de i_2 a corrente no indutor e supor que o sentido dessa corrente também é para baixo. De acordo com a regra das malhas, $i_1 R - L(di_2/dt) = 0$. De acordo com a regra dos nós, $i = i_1 + i_2$. Como a corrente i é constante, a derivada desta equação em relação ao tempo nos dá $di_1/dt = -di_2/dt$. Substituindo na primeira equação, obtemos

$$L \frac{di_1}{dt} + i_1 R = 0.$$

Por analogia com a Eq. 30-44, a solução é dada pela Eq. 30-45, com i_1 no lugar de i :

$$i_1 = i_0 e^{-Rt/L},$$

na qual i_0 é a corrente no resistor no instante $t = 0$, imediatamente após o fechamento da chave. Como a corrente em um indutor não pode variar bruscamente, nesse instante $i_2 = 0$ e $i_1 = i$. Assim, $i_0 = i$ e

$$i_1 = i e^{-Rt/L}, \quad i_2 = i - i_1 = i(1 - e^{-Rt/L}).$$

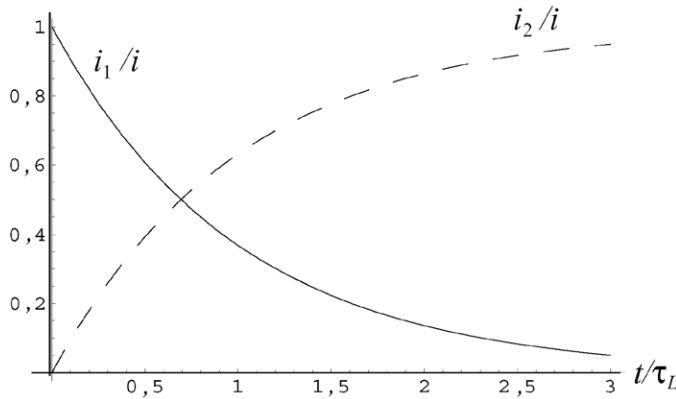
(b) Quando $i_2 = i_1$,

$$e^{-Rt/L} = 1 - e^{-Rt/L} \Rightarrow e^{-Rt/L} = \frac{1}{2}.$$

Tomando o logaritmo natural de ambos os membros, temos:

$$\left(\frac{Rt}{L}\right) = \ln 2 \Rightarrow t = \frac{L}{R} \ln 2.$$

A figura a seguir mostra os gráficos de i_1/i e i_2/i em função de t/τ_L .



60. (a) Vamos usar a seguinte notação: h é a altura do núcleo toroidal, a é o raio interno e b é o raio externo. Como a seção reta é quadrada, $h = b - a$. Podemos calcular o fluxo usando a Eq. 29-24 e a indutância usando a Eq. 30-33:

$$\Phi_B = \int_a^b B dA = \int_a^b \left(\frac{\mu_0 N i}{2\pi r} \right) h dr = \frac{\mu_0 N i h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

e

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right).$$

Como a circunferência interna do núcleo é $l = 2\pi a = 2\pi(10 \text{ cm}) \approx 62,8 \text{ cm}$, o número de espiras é $N \approx 62,8 \text{ cm}/1,0 \text{ mm} = 628$. Assim,

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \approx \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(628)^2(0,02 \text{ m})}{2\pi} \ln\left(\frac{12}{10}\right) = 2,9 \times 10^{-4} \text{ H} = 0,29 \text{ mH}.$$

(b) Como o perímetro de um quadrado é igual a quatro vezes o lado, o comprimento total do fio é $\ell = (628)(4)(2,0 \text{ cm}) = 50 \text{ m}$ e a resistência do fio é

$$R = (50 \text{ m})(0,02 \Omega/\text{m}) = 1,0 \Omega.$$

Assim,

$$\tau_L = \frac{L}{R} = \frac{2,9 \times 10^{-4} \text{ H}}{1,0 \Omega} = 2,9 \times 10^{-4} \text{ s} = 0,29 \text{ ms}.$$

61. (a) Se a bateria é ligada ao circuito no instante $t = 0$, a corrente é dada por

$$i = \frac{\epsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}),$$

na qual ϵ é a fem da bateria, R é a resistência e τ_L é a constante de tempo indutiva (L/R). Isso nos dá

$$e^{-t/\tau_L} = 1 - \frac{iR}{\epsilon} \Rightarrow -\frac{t}{\tau_L} = \ln\left(1 - \frac{iR}{\epsilon}\right).$$

Como

$$\ln\left(1 - \frac{iR}{\epsilon}\right) = \ln\left[1 - \frac{(2,00 \times 10^{-3} \text{ A})(10,0 \times 10^3 \Omega)}{50,0 \text{ V}}\right] = -0,5108,$$

a constante de tempo indutiva é

$$\tau_L = \frac{t}{0,5108} = \frac{5,00 \times 10^{-3} \text{ s}}{0,5108} = 9,79 \times 10^{-3} \text{ s}$$

e a indutância é

$$L = \tau_L R = (9,79 \times 10^{-3} \text{ s})(10,0 \times 10^3 \Omega) = 97,9 \text{ H}.$$

(b) A energia armazenada na bobina é

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} (97,9 \text{ H})(2,00 \times 10^{-3} \text{ A})^2 = 1,96 \times 10^{-4} \text{ J} = 0,196 \text{ mJ}.$$

62. (a) De acordo com as Eqs. 30-49 e 30-41, a taxa com a qual a energia está sendo armazenada no campo magnético da bobina é

$$\frac{dU_B}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} Li^2\right)}{dt} = Li \frac{di}{dt} = L \left(\frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \right) \left(\frac{\epsilon}{R} \frac{1}{\tau_L} e^{-t/\tau_L} \right) = \frac{\epsilon^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) e^{-t/\tau_L}.$$

Como

$$\tau_L = L/R = 2,0 \text{ H}/10 \Omega = 0,20 \text{ s}$$

e $\epsilon = 100 \text{ V}$, a expressão anterior nos dá $dU_B/dt = 2,4 \times 10^2 \text{ W}$ para $t = 0,10 \text{ s}$.

(b) De acordo com as Eqs. 26-27 e 30-41, a potência dissipada na resistência é

$$P_t = i^2 R = \frac{\epsilon^2}{R^2} (1 - e^{-t/\tau_L})^2 R = \frac{\epsilon^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})^2.$$

Para $t = 0,10$ s, a expressão anterior nos dá $P_t = 1,5 \times 10^2$ W.

(c) De acordo com a lei de conservação da energia, a potência fornecida pela fonte é

$$P_{\text{fonte}} = P_t + \frac{dU_B}{dt} = 3,9 \times 10^2 \text{ W}.$$

Note que o mesmo resultado poderia ser obtido usando as Eqs. 26-26 e 30-41.

63. De acordo com as Eqs. 30-49 e 30-41, a taxa com a qual a energia é armazenada no campo magnético do indutor é

$$\frac{dU_B}{dt} = \frac{d(Li^2/2)}{dt} = Li \frac{di}{dt} = L \left[\frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \right] \left(\frac{\epsilon}{R} \frac{1}{\tau_L} e^{-t/\tau_L} \right) = \frac{\epsilon^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) e^{-t/\tau_L}.$$

De acordo com as Eqs. 26-27 e 30-41, a taxa com a qual a energia é dissipada no resistor é

$$P_t = i^2 R = \frac{\epsilon^2}{R^2} (1 - e^{-t/\tau_L})^2 R = \frac{\epsilon^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})^2.$$

Igualando as duas equações e explicitando o tempo, obtemos:

$$\frac{\epsilon^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})^2 = \frac{\epsilon^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) e^{-t/\tau_L} \Rightarrow t = \tau_L \ln 2 = (37,0 \text{ ms}) \ln 2 = 25,6 \text{ ms}.$$

64. Seja $U_B(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$. Queremos que a energia no instante t seja metade do valor final: $U(t) = U_B(t \rightarrow \infty)/2 = Li_f^2/4$. Isto nos dá $i(t) = i_f/\sqrt{2}$. Como $i(t) = i_f(1 - e^{-t/\tau_L})$, temos:

$$1 - e^{-t/\tau_L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{t}{\tau_L} = -\ln\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1,23.$$

65. (a) A energia fornecida pela fonte é a integral da Eq. 27-14, na qual a corrente é dada pela Eq. 30-41:

$$\begin{aligned} \int_0^t P_{\text{fonte}} dt &= \int_0^t \frac{\epsilon^2}{R} (1 - e^{-Rt/L}) dt = \frac{\epsilon^2}{R} \left[t + \frac{L}{R} (e^{-Rt/L} - 1) \right] \\ &= \frac{(10,0 \text{ V})^2}{6,70 \, \Omega} \left[2,00 \text{ s} + \frac{(5,50 \text{ H}) [e^{-(6,70 \, \Omega)(2,00 \text{ s})/5,50 \text{ H}} - 1]}{6,70 \, \Omega} \right] \\ &= 18,7 \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) A energia armazenada no campo magnético é dada pela Eq. 30-49:

$$\begin{aligned} U_B &= \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{\epsilon}{R} \right)^2 (1 - e^{-Rt/L})^2 = \frac{1}{2} (5,50 \text{ H}) \left(\frac{10,0 \text{ V}}{6,70 \, \Omega} \right)^2 [1 - e^{-(6,70 \, \Omega)(2,00 \text{ s})/5,50 \text{ H}}]^2 \\ &= 5,10 \text{ J}. \end{aligned}$$

(c) De acordo com a lei de conservação da energia, a energia dissipada no resistor é igual à diferença entre os resultados dos itens (a) e (b): $18,7 \text{ J} - 5,10 \text{ J} = 13,6 \text{ J}$.

66. (a) De acordo com a Eq. 29-9, o módulo do campo magnético no centro da espira é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(100 \text{ A})}{2(50 \times 10^{-3} \text{ m})} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ T} = 1,3 \text{ mT}.$$

(b) De acordo com a Eq. 30-55, a densidade de energia nas proximidades do centro da espira é

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{(1,3 \times 10^{-3} \text{ T})^2}{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})} = 0,63 \text{ J/m}^3.$$

67. (a) De acordo com a Eq. 30-55, a densidade de energia magnética é dada por $u_B = B^2/2\mu_0$. Como, no interior de um solenoide, $B = \mu_0 ni$, na qual n , neste caso, é dado por

$$n = (950 \text{ espiras})/(0,850 \text{ m}) = 1,118 \times 10^3 \text{ m}^{-1},$$

a densidade de energia magnética é

$$u_B = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 i^2 = \frac{1}{2} (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (1,118 \times 10^3 \text{ m}^{-1})^2 (6,60 \text{ A})^2 = 34,2 \text{ J/m}^3.$$

(b) Como o campo magnético é uniforme no interior de um solenoide ideal, a energia total armazenada no campo magnético é $U_B = u_B V$, na qual V é o volume do solenoide. O volume V , por sua vez, é igual ao produto da área da seção reta pelo comprimento do solenoide. Assim,

$$U_B = (34,2 \text{ J/m}^3) (17,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (0,850 \text{ m}) = 4,94 \times 10^{-2} \text{ J} = 49,4 \text{ mJ}.$$

68. A energia magnética armazenada no indutor toroidal é dada por $U_B = Li^2/2$, na qual L é a indutância e i é a corrente. A energia magnética também é dada por $U_B = u_B V$, na qual u_B é densidade de energia média e V é o volume. Assim,

$$i = \sqrt{\frac{2u_B V}{L}} = \sqrt{\frac{2(70,0 \text{ J/m}^3)(0,0200 \text{ m}^3)}{90,0 \times 10^{-3} \text{ H}}} = 5,58 \text{ A}.$$

69. Como $u_E = \epsilon_0 E^2/2 = u_B = B^2/2\mu_0$, temos:

$$E = \frac{B}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{0,50 \text{ T}}{\sqrt{(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})}} = 1,5 \times 10^8 \text{ V/m}.$$

70. É importante notar que o gráfico da Fig. 30-65b não expressa a densidade de energia em função da coordenada do ponto na qual a densidade de energia é medida; a densidade de energia é sempre medida na origem. O que o gráfico mostra é a densidade de energia na origem em função da posição do fio 2. Note que o gráfico passa por um ponto em que a densidade de energia é zero. Isso significa que os campos magnéticos produzidos pelas duas correntes têm sentidos opostos, o que, por sua vez, significa que as correntes têm o mesmo sentido nos dois fios. Além disso, sabemos que $|B_1| = |B_2|$ quando $x = 0,20 \text{ cm}$, o valor de x para o qual u_B é zero. Assim, de acordo com a Eq. 29-4,

$$\frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi (0,20 \text{ m})},$$

o que nos dá $d = 0,067 \text{ m}$. Sabemos também que quando a densidade de energia é produzida exclusivamente por B_1 (o que acontece quando $x \rightarrow \infty$), $u_B = 1,96 \times 10^{-9} \text{ J/m}^3$, o que nos dá

$$B_1 = \sqrt{2\mu_0 u_B} = \sqrt{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(1,96 \times 10^{-9} \text{ J/m}^3)} = 7,02 \times 10^{-8} \text{ T}.$$

(a) Como $B_1 = \mu_0 i_1/2\pi d$, temos:

$$i_1 = \frac{2\pi d B_1}{\mu_0} = \frac{2\pi (0,067 \text{ m})(7,02 \times 10^{-8} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 0,023 \text{ A} = 23 \text{ mA}.$$

(b) $i_2 = 3i_1 = 3(23 \text{ mA}) \approx 70 \text{ mA}$.

71. (a) A densidade de energia do campo magnético é

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 i}{2R} \right)^2 = \frac{\mu_0 i^2}{8R^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(10 \text{ A})^2}{8(2,5 \times 10^{-3} \text{ m}/2)^2} = 1,0 \text{ J/m}^3.$$

(b) A densidade de energia do campo elétrico é

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{\epsilon_0}{2} (\rho J)^2 = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{iR}{\ell} \right)^2 = \frac{1}{2} (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) [(10 \text{ A})(3,3 \Omega/10^3 \text{ m})]^2 \\ = 4,8 \times 10^{-15} \text{ J/m}^3.$$

72. (a) O enlaçamento de fluxo magnético Φ_{12} da bobina 1 é

$$\Phi_{12} = \frac{L_1 i_1}{N_1} = \frac{(25 \text{ mH})(6,0 \text{ mA})}{100} = 1,5 \mu\text{Wb}.$$

(b) A força eletromotriz autoinduzida na bobina 1 é

$$\epsilon_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} = (25 \text{ mH})(4,0 \text{ A/s}) = 1,0 \times 10^2 \text{ mV}.$$

(c) O enlaçamento de fluxo magnético Φ_{21} da bobina 2 é

$$\Phi_{21} = \frac{M i_1}{N_2} = \frac{(3,0 \text{ mH})(6,0 \text{ mA})}{200} = 90 \text{ nWb}.$$

(d) A força eletromotriz autoinduzida na bobina 2 é

$$\epsilon_2 = M \frac{di_1}{dt} = (3,0 \text{ mH})(4,0 \text{ A/s}) = 12 \text{ mV}.$$

73. (a) De acordo com a Eq. 30-65, temos:

$$M = \frac{\epsilon_1}{|di_2/dt|} = \frac{25,0 \text{ mV}}{15,0 \text{ A/s}} = 1,67 \text{ mH}.$$

(b) De acordo com a Eq. 30-59, temos:

$$N_2 \Phi_{21} = M i_1 = (1,67 \text{ mH})(3,60 \text{ A}) = 6,00 \text{ mWb}.$$

74. Como $\epsilon_2 = -M di_1/dt \approx M |\Delta i/\Delta t|$, temos:

$$M = \left| \frac{\epsilon}{\Delta i_1/\Delta t} \right| = \frac{30 \times 10^3 \text{ V}}{6,0 \text{ A}/(2,5 \times 10^{-3} \text{ s})} = 13 \text{ H}.$$

75. Como o fluxo magnético através da espira do campo B produzido pela corrente i é dado por

$$\Phi = \int_a^{a+b} B l dr = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 i l}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{b}{a} \right),$$

temos:

$$M = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N\mu_0 l}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{b}{a} \right) \\ = \frac{(100)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0,30 \text{ m})}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{8,0}{1,0} \right) \\ = 1,3 \times 10^{-5} \text{ H} = 13 \mu\text{H}.$$

76. (a) A indutância mútua da combinação bobina-solenóide é

$$M = M_{bs} = \frac{N\Phi_{bs}}{i_s} = \frac{N(\mu_0 i_s n \pi R^2)}{i_s} = \mu_0 \pi R^2 n N.$$

(b) Como o campo magnético do lado de fora de um solenóide longo é praticamente nulo, se o solenóide estiver envolvido pela bobina C , o fluxo do campo magnético através da bobina será $\Phi_{sc} = B_s A_s = B_s \pi R^2$, independentemente da forma, tamanho ou possível falta de compactação da bobina.

77. (a) Vamos supor que a taxa de variação da corrente é di/dt e calcular a fem total induzida no circuito formado pelas duas bobinas. Os campos magnéticos produzidos pelas duas bobinas apontam para a direita. Quando a corrente aumenta, os dois campos aumentam e as duas variações do fluxo induzem forças eletromotrizes de mesma polaridade. Assim, a fem induzida no circuito é

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_1 = -(L_1 + M) \frac{di}{dt} - (L_2 + M) \frac{di}{dt} = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt},$$

que é a fem que seria produzida se as duas bobinas fossem substituídas por uma única bobina de indutância $L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$.

(b) Para obter este novo valor da indutância equivalente, basta inverter as ligações da bobina 2 com a bobina 1. Isso faz com que os fluxos das bobinas tenham sentidos opostos: o aumento da corrente na bobina 1 aumenta o fluxo na bobina 1, mas esse aumento também aumenta a corrente na bobina 2, o que produz um fluxo na bobina 1 oposto ao fluxo criado pela própria bobina. O mesmo acontece com o fluxo na bobina 2. Assim, a fem induzida no circuito é

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_1 = -(L_1 - M) \frac{di}{dt} - (L_2 - M) \frac{di}{dt} = -(L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt},$$

que é a fem que seria produzida se as duas bobinas fossem substituídas por uma única bobina de indutância $L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$.

78. Derivando a Eq. 30-41 em relação ao tempo, obtemos

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \right] = \frac{\epsilon}{R\tau_L} e^{-t/\tau_L} = \frac{\epsilon}{L} e^{-Rt/L},$$

o que nos dá

$$e^{-Rt/L} = \left(\frac{L}{\epsilon} \right) \left(\frac{di}{dt} \right).$$

Tomando o logaritmo natural de ambos os membros e explicitando R , obtemos:

$$R = -\frac{L}{t} \ln \left[\left(\frac{L}{\epsilon} \right) \left(\frac{di}{dt} \right) \right] = -\frac{23,0 \times 10^{-3} \text{ H}}{0,150 \times 10^{-3} \text{ s}} \ln \frac{(23,0 \times 10^{-3} \text{ H})(280 \text{ A/s})}{12,0 \text{ V}} = 95,4 \, \Omega.$$

79. (a) $V_1 = \epsilon$ e $i_1 = \epsilon/R_1 = (10 \text{ V})/(5,0 \, \Omega) = 2,0 \text{ A}$.

(b) Como a corrente não pode variar bruscamente em um indutor, $i_2 = 0$.

(c) $i_s = i_1 + i_2 = 2,0 \text{ A} + 0 = 2,0 \text{ A}$.

(d) Como $i_2 = 0$, $V_2 = R_2 i_2 = 0$.

(e) $V_L = \epsilon = 10 \text{ V}$.

(f) $di_2/dt = V_L/L = \epsilon/L = (10 \text{ V})/(5,0 \text{ H}) = 2,0 \text{ A/s}$.

(g) $V_1 = \epsilon = 10 \text{ V}$ e, portanto, $i_1 = (10 \text{ V})/(5,0 \Omega) = 2,0 \text{ A}$.

(h) Como $V_L = 0$, $i_2 = \epsilon/R_2 = (10 \text{ V})/(10 \Omega) = 1,0 \text{ A}$.

(i) $i_s = i_1 + i_2 = 2,0 \text{ A} + 1,0 \text{ A} = 3,0 \text{ A}$.

(j) Como $V_L = 0$, $V_2 = \epsilon - V_L = \epsilon = 10 \text{ V}$.

(k) $V_L = 0$.

(l) $di_2/dt = V_L/L = 0$.

80. De acordo com a Eq. 30-41,

$$i = \frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}),$$

o que nos dá

$$t = \left(\frac{L}{R}\right) \ln\left(\frac{1}{1 - iR/\epsilon}\right) = \left(\frac{8,0 \times 10^{-6} \text{ H}}{4,0 \times 10^3 \Omega}\right) \ln\left[\frac{1}{1 - (2,0 \times 10^{-3} \text{ A})(4,0 \times 10^3 \Omega)/(20 \text{ V})}\right] \approx 1,0 \text{ ns}.$$

81. Podemos usar a lei de Ohm para relacionar a corrente induzida à fem, que é dada pela lei de Faraday:

$$i = \frac{|\epsilon|}{R} = \frac{1}{R} \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|.$$

(a) Quando a espira penetrou parcialmente na região 1, de modo que uma parte x do comprimento da espira está na região x , o fluxo é

$$\Phi_B = xHB_1,$$

o que significa que

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{dx}{dt} (HB_1) = vHB_1 \Rightarrow i = \frac{vHB_1}{R} \Rightarrow B_1 = \frac{iR}{vH}$$

Observando a Fig. 30-70b, vemos que, nessa situação, $i = 3,0 \mu\text{A}$, o que nos dá

$$B_1 = \frac{iR}{vH} = \frac{(3,0 \times 10^{-6} \text{ A})(0,020 \Omega)}{(40 \times 10^{-2} \text{ m/s})(1,5 \times 10^{-2} \text{ m})} = 10 \mu\text{T}.$$

(b) De acordo com lei de Lenz, o sentido do campo magnético na região 1 é para *fora do papel*.

(c) Quando a espira penetrou parcialmente na região 2, de modo que uma parte x do comprimento da espira está na região 2 e uma parte $D - x$ está na região 1, o fluxo é

$$\Phi_B = xHB_2 + (D - x)HB_1 = DHB_1 + xH(B_2 - B_1),$$

o que significa que

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{dx}{dt} H(B_2 - B_1) = vH(B_2 - B_1) \Rightarrow i = vH(B_2 - B_1)/R \Rightarrow B_2 = \frac{iR + vHB_1}{vH}.$$

Observando a Fig. 30-70b, vemos que, nessa situação, $i = -2,0 \mu\text{A}$, o que nos dá

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{iR + vHB_1}{vH} \\ &= \frac{-(2,0 \times 10^{-6} \text{ A})(0,020 \Omega) + (40 \times 10^{-2} \text{ m/s})(1,5 \times 10^{-2} \text{ m/s})(10 \times 10^{-6} \text{ T})}{(40 \times 10^{-2} \text{ m/s})(1,5 \times 10^{-2} \text{ m})} \\ &= 3,3 \mu\text{T}. \end{aligned}$$

(d) De acordo com a lei de Lenz, o sentido do campo magnético na região 2 é para fora do papel.

82. De acordo com a lei de Faraday, temos (considerando apenas uma espira, uma área constante e um campo B variável no tempo):

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -A \frac{dB}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}.$$

Neste problema,

$$B = B_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow \frac{dB}{dt} = -\frac{B_0}{\tau} e^{-t/\tau},$$

o que nos dá

$$\epsilon = \pi r^2 \frac{B_0}{\tau} e^{-t/\tau}.$$

83. Estamos interessados em determinar o instante no qual $V_L = V_R$. Como, de acordo com a lei das malhas, $\epsilon = V_R + V_L$, isso significa que, nesse instante, $\epsilon = 2V_R = 2iR$.

A variação com o tempo da corrente no circuito é dada pela Eq. 30-40. Assim, podemos escrever:

$$\epsilon = 2iR = 2 \left[\frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \right] R = 2\epsilon(1 - e^{-Rt/L}),$$

o que nos dá

$$t = \frac{L}{R} \ln 2 = \frac{15,0 \times 10^{-3} \text{ H}}{20,0 \Omega} (0,69) = 0,520 \text{ ms}.$$

84. De acordo com a lei de Faraday, temos (considerando apenas uma espira, uma área constante e um campo B variável no tempo):

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -A \frac{dB}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

e, portanto,

$$\left| \frac{\epsilon}{R^2} \right| = \pi \frac{dB}{dt},$$

o que significa que a inclinação das retas da Fig. 30-71b é igual a $\pi(dB/dt)$.

(a) Como a inclinação da reta da esquerda é $(8 \text{ nV})/(1 \text{ cm}^2) = (8 \times 10^{-9} \text{ V})/(10^{-4} \text{ m}^2) = 80 \mu\text{V}/\text{m}^2$, temos:

$$\frac{dB_1}{dt} = \frac{80 \mu\text{V}/\text{m}^2}{\pi} \approx 25 \mu\text{T/s}.$$

(b) Como a inclinação da reta da direita é $(12 \text{ nV})/(3 \text{ cm}^2) = 40 \text{ } \mu\text{V/m}^2$, temos:

$$\frac{dB_2}{dt} = \frac{40 \text{ } \mu\text{V/m}^2}{\pi} \approx 13 \text{ } \mu\text{T/s}.$$

(c) De acordo com a lei de Lenz, o módulo de \vec{B}_2 está aumentando.

85. O campo elétrico induzido é dado pela Eq. 30-20:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Como, para a configuração da Fig. 30-72, as linhas de campo elétrico são circunferências concêntricas com o eixo do cilindro, temos, para uma trajetória ao longo de uma linha de campo elétrico:

$$E(2\pi r) = -(\pi r^2) \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = -\frac{1}{2} \frac{dB}{dt} r.$$

Como a força que o campo exerce sobre um elétron é $\vec{F} = -e\vec{E}$, a aceleração do elétron, de acordo com a segunda lei de Newton, é $\vec{a} = -e\vec{E}/m$.

(a) No ponto a ,

$$E = -\frac{r}{2} \left(\frac{dB}{dt} \right) = -\frac{1}{2} (5,0 \times 10^{-2} \text{ m}) (-10 \times 10^{-3} \text{ T/s}) = 2,5 \times 10^{-4} \text{ V/m}.$$

Considerando positivo o sentido da normal para dentro do papel, que é o sentido do campo magnético, o sentido positivo do campo \vec{E} é o sentido horário. Assim, o sentido do campo elétrico no ponto a é para a esquerda, o que nos dá $\vec{E} = -(2,5 \times 10^{-4} \text{ V/m})\hat{i}$. A aceleração resultante é

$$\vec{a}_a = \frac{-e\vec{E}}{m} = \frac{(-1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(-2,5 \times 10^{-4} \text{ V/m})}{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})} \hat{i} = (4,4 \times 10^7 \text{ m/s}^2) \hat{i}.$$

(b) No ponto b , $r = 0$, $\vec{E} = 0$ e, portanto, $\vec{a}_b = 0$.

(c) O campo elétrico no ponto c tem o mesmo módulo que no ponto a e o sentido oposto. Assim, a aceleração de um elétron liberado no ponto c é

$$\vec{a}_c = -\vec{a}_a = (-4,4 \times 10^7 \text{ m/s}^2) \hat{i}.$$

86. Por causa do decaimento da corrente (Eq. 30-45) que acontece quando as chaves são deslocadas para a posição B , o fluxo magnético nos circuitos das Figs. 30-73a e 30-73b decai de acordo com as equações

$$\Phi_1 = \Phi_{10} e^{-t/\tau_{L1}} \quad \text{e} \quad \Phi_2 = \Phi_{20} e^{-t/\tau_{L2}},$$

na qual as constantes de tempo são dadas pela Eq. 30-42. Igualando os fluxos e explicitando o tempo, obtemos:

$$t = \frac{\ln(\Phi_{20}/\Phi_{10})}{(R_2/L_2) - (R_1/L_1)} = \frac{\ln(1,50)}{(30,0 \text{ } \Omega/0,0030 \text{ H}) - (25 \text{ } \Omega/0,0050 \text{ H})} = 81,1 \text{ } \mu\text{s}.$$

87. (a) A força eletromotriz média é

$$\epsilon_{\text{med}} = \left| \frac{-d\Phi_B}{dt} \right| = \left| \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \right| = \frac{BA_i}{t} = \frac{(2,0 \text{ T})(0,20 \text{ m})^2}{0,20 \text{ s}} = 0,40 \text{ V}.$$

(b) A corrente média induzida é

$$i_{\text{med}} = \frac{\epsilon_{\text{med}}}{R} = \frac{0,40 \text{ V}}{20 \times 10^{-3} \Omega} = 20 \text{ A}.$$

88. (a) De acordo com a Eq. 30-28, temos:

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{(150)(50 \times 10^{-9} \text{ T} \cdot \text{m}^2)}{2,00 \times 10^{-3} \text{ A}} = 3,75 \text{ mH}.$$

(b) A indutância não muda; continua a ser 3,75 mH.

(c) Como o campo magnético é diretamente proporcional à corrente na bobina e o fluxo é diretamente proporcional ao campo magnético, quando a corrente dobra de valor, o fluxo também dobra de valor. Assim, o novo fluxo é $2(50) = 100 \text{ nWb}$.

(d) De acordo com a Eq. 30-35, o valor absoluto da fem máxima induzida é

$$L \left. \frac{di}{dt} \right|_{\text{max}} = (0,00375 \text{ H})(0,0030 \text{ A})(377 \text{ rad/s}) = 0,00424 \text{ V} = 4,24 \text{ mV}.$$

89. (a) $i_0 = \epsilon / R = 100 \text{ V} / 10 \Omega = 10 \text{ A}$.

(b) $U_B = Li_0^2 / 2 = (2,0 \text{ H})(10 \text{ A})^2 = 1,0 \times 10^2 \text{ J}$.

90. De acordo com a Eq. 30-45, $i = i_0 e^{-t/\tau_L}$. Fazendo $i_0 = 0,100$ e explicitando t , obtemos:

$$t = \tau_L \ln\left(\frac{i_0}{i}\right) = \frac{L}{R} \ln\left(\frac{i_0}{i}\right) = \frac{2,00 \text{ H}}{3,00 \Omega} \ln\left(\frac{i_0}{0,100 i_0}\right) = 1,54 \text{ s}.$$

91. (a) Como a corrente em um indutor não pode variar bruscamente, a corrente na fonte é zero logo depois que a chave é fechada.

(b) Como a corrente na fonte é zero logo depois que a chave é fechada, a aplicação da regra das malhas mostra que a tensão do indutor, ϵ_L , é igual, em valor absoluto, à fem da fonte. Como a corrente da fonte é igual à corrente do indutor, a Eq. 30-35 nos dá

$$\frac{di_{\text{fonte}}}{dt} = \frac{|\epsilon_L|}{L} = \frac{40 \text{ V}}{0,050 \text{ H}} = 8,0 \times 10^2 \text{ A/s}.$$

(c) Este circuito se torna equivalente ao que foi analisado na Seção 30-9 se substituirmos os dois resistores de $20 \text{ k}\Omega$ em paralelo por um resistor equivalente de resistência $R = 10 \text{ k}\Omega$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 30-41, temos:

$$i_{\text{fonte}} = \frac{\epsilon}{R} (1 - e^{Rt/L}) = \frac{40 \text{ V}}{1,0 \times 10^4 \Omega} (1 - e^{-(1,0 \times 10^4 \Omega)(3,0 \times 10^{-6} \text{ s}) / (50 \times 10^{-3} \text{ H})}) \approx 1,8 \times 10^{-3} \text{ A} = 1,8 \text{ mA}.$$

(d) De acordo com a regra das malhas, temos:

$$\epsilon_L = \epsilon - i_{\text{fonte}} R = 40 \text{ V} - (1,8 \times 10^{-3} \text{ A})(1,0 \times 10^4 \Omega) = 40 \text{ V} - 18 \text{ V} = 22 \text{ V}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 30-35,

$$\frac{di_{\text{fonte}}}{dt} = \frac{|\epsilon_L|}{L} = \frac{22 \text{ V}}{0,050 \text{ H}} = 4,4 \times 10^2 \text{ A/s}.$$

(e) Muito tempo após o fechamento da chave, o circuito está no regime estacionário, com $\epsilon_L = 0$. Nesse caso, a regra das malhas nos dá

$$\epsilon - i_{\text{fonte}} R = 0 \Rightarrow i_{\text{fonte}} = \frac{\epsilon}{R} = \frac{40 \text{ V}}{1,0 \times 10^4 \Omega} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ A} = 4,0 \text{ mA}.$$

(f) Muito tempo após o fechamento da chave, o circuito está no regime estacionário, $di_{\text{fonte}}/dt = 0$.

92. (a) $L = \Phi/i = 26 \times 10^{-3} \text{ Wb}/5,5 \text{ A} = 4,7 \times 10^{-3} \text{ H} = 4,7 \text{ mH}$.

(b) Explicitando t na Eq. 30-41, obtemos:

$$t = -\tau_L \ln\left(1 - \frac{iR}{\epsilon}\right) = -\frac{L}{R} \ln\left(1 - \frac{iR}{\epsilon}\right) = -\frac{4,7 \times 10^{-3} \text{ H}}{0,75 \Omega} \ln\left[1 - \frac{(2,5 \text{ A})(0,75 \Omega)}{6,0 \text{ V}}\right]$$

$$= 2,4 \times 10^{-3} \text{ s} = 2,4 \text{ ms}.$$

93. A energia armazenada quando a corrente é $U_B = Li^2/2$, na qual L é a indutância do indutor. Esta energia é armazenada a uma taxa

$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt},$$

na qual a corrente i é dada pela Eq. 30-41. Assim, no instante $t = 1,61\tau_L$, temos:

$$\frac{dU_B}{dt} = \frac{V^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) e^{-t/\tau_L} = \frac{(12,0 \text{ V})^2}{20,0 \Omega} (1 - e^{-1,61}) e^{-1,61} = 1,15 \text{ W}.$$

94. (a) De acordo com a Eq. 30-31, a indutância do solenoide por unidade de comprimento é

$$\frac{L}{\ell} = \mu_0 n^2 A = (4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(100 \text{ espiras/cm})^2 (\pi)(1,6 \text{ cm})^2 = 0,10 \text{ H/m}.$$

(b) De acordo com a Eq. 30-35, a força eletromotriz induzida por metro é

$$\frac{\epsilon}{\ell} = \frac{L}{\ell} \frac{di}{dt} = (0,10 \text{ H/m})(13 \text{ A/s}) = 1,3 \text{ V/m}.$$

95. (a) Como a corrente em um indutor não pode variar bruscamente, a corrente no circuito é zero logo após o fechamento da chave. Isso significa que a tensão ϵ_{L1} do indutor L_1 é igual, em valor absoluto, à tensão da fonte. Assim, de acordo com a Eq. 30-35, temos:

$$\frac{di}{dt} = \frac{|\epsilon_{L1}|}{L_1} = \frac{6,0}{0,30} = 20 \text{ A/s}.$$

(b) Como, no regime estacionário, a resistência dos indutores é nula, a aplicação da regra das malhas à malha externa nos dá

$$\epsilon - i R_1 = 0 \Rightarrow i = \frac{6,0 \text{ V}}{R_1} = 0,75 \text{ A}.$$

96. Chamando de ℓ o comprimento dos lados do quadrado, a área do quadrado é ℓ^2 e a taxa de variação da área com o tempo é $dA/dt = 2\ell d\ell/dt$. Assim, de acordo com a Eq. 30-34, com $N = 1$, temos:

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -B \frac{dA}{dt} = -2\ell B \frac{d\ell}{dt},$$

o que nos dá

$$\epsilon = -2(12 \times 10^{-2} \text{ m})(0,24 \text{ T})(5,0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0,0029 \text{ V}.$$

97. Podemos tratar a indutância e a resistência da bobina como um indutor “puro” em série com um resistor “puro”, caso em que a situação descrita no problema pode ser analisada usando a Eq. 30-41. Derivando a Eq. 30-41, obtemos:

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \right] = \frac{\epsilon}{R\tau_L} e^{-t/\tau_L} = \frac{\epsilon}{L} e^{-Rt/L} = \frac{45 \text{ V}}{0,050 \text{ H}} e^{-(180 \, \Omega)(1,2 \times 10^{-3} \text{ s})/(0,050 \text{ H})} = 12 \text{ A/s}.$$

98. (a) De acordo com a Eq. 30-35, $L = (3,00 \text{ mV})/(5,00 \text{ A/s}) = 0,600 \text{ mH}$.

(b) Como $N\Phi = iL$, temos:

$$N = \frac{iL}{\Phi} = \frac{(8,00 \text{ A})(0,6 \times 10^{-3} \text{ H})}{40,0 \times 10^{-6} \text{ Wb}} = 120.$$

Capítulo 31

1. (a) Quando a carga do capacitor é máxima, toda a energia do circuito está presente no capacitor. Assim, se Q é a carga máxima do capacitor, a energia total é

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(2,90 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{2(3,60 \times 10^{-6} \text{ F})} = 1,17 \times 10^{-6} \text{ J} = 1,17 \mu\text{J}.$$

(b) Quando o capacitor está totalmente descarregado, toda a energia está presente no indutor e a corrente é máxima. Assim, se I é a corrente máxima, $U = LI^2/2$ e

$$I = \sqrt{\frac{2U}{L}} = \sqrt{\frac{2(1,168 \times 10^{-6} \text{ J})}{75 \times 10^{-3} \text{ H}}} = 5,58 \times 10^{-3} \text{ A} = 5,58 \text{ mA}.$$

2. (a) Os valores de t para os quais a placa A está novamente com a carga positiva máxima são múltiplos do período:

$$t_A = nT = \frac{n}{f} = \frac{n}{2,00 \times 10^3 \text{ Hz}} = n(5,00 \mu\text{s}),$$

no qual $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ Como o menor desses tempos corresponde a $n = 1$, $t_A = 5,00 \mu\text{s}$.

(b) Como o tempo para que a outra placa esteja com a carga positiva máxima é metade do período, a primeira vez em que isso ocorre é $t_A/2 = 2,50 \mu\text{s}$.

(c) Como o tempo para que a corrente seja máxima (e, conseqüentemente, o campo magnético do indutor seja máximo) é um quarto do período, a primeira vez em que isso ocorre é $t_A/4 = 1,25 \mu\text{s}$.

3. (a) O período é $T = 4(1,50 \mu\text{s}) = 6,00 \mu\text{s}$.

(b) A frequência é $f = 1/T = 1/6,00 \mu\text{s} = 167 \text{ kHz}$.

(c) Como a energia magnética não depende do sentido da corrente ($U_B \propto i^2$), o tempo necessário é $T/2 = 3,00 \mu\text{s}$.

4. Como $U = Q^2/2C$,

$$C = \frac{Q^2}{2U} = \frac{(1,60 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{2(140 \times 10^{-6} \text{ J})} = 9,14 \times 10^{-9} \text{ F} = 9,14 \text{ nF}.$$

5. Como $U = LI^2/2 = Q^2/2C$,

$$I = \frac{Q}{\sqrt{LC}} = \frac{3,00 \times 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{(1,10 \times 10^{-3} \text{ H})(4,00 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 4,52 \times 10^{-2} \text{ A} = 45,2 \text{ mA}.$$

6. (a) A frequência angular é

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{F/x}{m}} = \sqrt{\frac{8,0 \text{ N}}{(2,0 \times 10^{-13} \text{ m})(0,50 \text{ kg})}} = 89 \text{ rad/s}.$$

(b) O período é

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{89 \text{ rad/s}} = 7,0 \times 10^{-2} \text{ s} = 70 \text{ ms}.$$

(c) Como $\omega = (LC)^{-1/2}$, temos:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(89 \text{ rad/s})^2 (5,0 \text{ H})} = 2,5 \times 10^{-5} \text{ F} = 25 \mu\text{F}.$$

7. As energias dos dois sistemas são comparadas na Tabela 31-1. Observando a tabela, podemos fazer as seguintes correspondências:

$$x \leftrightarrow q, \quad k \leftrightarrow \frac{1}{C}, \quad m \leftrightarrow L, \quad v = \frac{dx}{dt} \leftrightarrow \frac{dq}{dt} = i,$$

$$\frac{1}{2} kx^2 \leftrightarrow \frac{q^2}{2C}, \quad \frac{1}{2} mv^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} Li^2.$$

(a) Como a massa m corresponde à indutância, $m = 1,25 \text{ kg}$.

(b) A constante elástica k corresponde ao recíproco da capacitância. Como a energia total é dada por $U = Q^2/2C$, na qual Q é a carga máxima do capacitor e C é a capacitância,

$$C = \frac{Q^2}{2U} = \frac{(175 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{2(5,70 \times 10^{-6} \text{ J})} = 2,69 \times 10^{-3} \text{ F}$$

e

$$k = \frac{1}{2,69 \times 10^{-3} \text{ m/N}} = 372 \text{ N/m}.$$

(c) Como o deslocamento máximo corresponde à carga máxima,

$$x_{\text{max}} = 1,75 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

(d) A velocidade máxima v_{max} corresponde à corrente máxima. A corrente máxima é

$$I = Q\omega = \frac{Q}{\sqrt{LC}} = \frac{175 \times 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{(1,25 \text{ H})(2,69 \times 10^{-3} \text{ F})}} = 3,02 \times 10^{-3} \text{ A},$$

a velocidade máxima é

$$v_{\text{max}} = 3,02 \times 10^{-3} \text{ m/s} = 3,02 \text{ mm/s}.$$

8. Aplicando a lei das malhas ao circuito, temos:

$$\epsilon_{\text{total}} = \epsilon_{L_1} + \epsilon_{C_1} + \epsilon_{R_1} + \dots = \sum_j (\epsilon_{L_j} + \epsilon_{C_j} + \epsilon_{R_j}) = \sum_j \left(L_j \frac{di}{dt} + \frac{q}{C_j} + iR_j \right) = L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + iR$$

na qual

$$L = \sum_j L_j, \quad \frac{1}{C} = \sum_j \frac{1}{C_j}, \quad R = \sum_j R_j$$

e $\epsilon_{\text{total}} = 0$. Este comportamento é equivalente ao do circuito LRC simples da Fig. 31-26b.

9. Como o tempo necessário é $t = T/4$, na qual o período é dado por $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{LC}$, temos:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{4} = \frac{2\pi\sqrt{(0,050 \text{ H})(4,0 \times 10^{-6} \text{ F})}}{4} = 7,0 \times 10^{-4} \text{ s}.$$

10. Como $f = \omega/2\pi = (2\pi\sqrt{LC})^{-1}$,

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 (10 \times 10^3 \text{ Hz})^2 (6,7 \times 10^{-6} \text{ F})} = 3,8 \times 10^{-5} \text{ H} = 38 \mu\text{H}.$$

11. (a) Como a frequência de oscilação f está relacionada à indutância L e à capacitância C através da equação $f = 1/2\pi\sqrt{LC}$, o menor valor de C corresponde ao maior valor de f . Assim, $f_{\max} = 1/2\pi\sqrt{LC_{\min}}$, $f_{\min} = 1/2\pi\sqrt{LC_{\max}}$ e

$$\frac{f_{\max}}{f_{\min}} = \frac{\sqrt{C_{\max}}}{\sqrt{C_{\min}}} = \frac{\sqrt{365 \text{ pF}}}{\sqrt{10 \text{ pF}}} = 6,0.$$

(b) Devemos usar uma capacitância adicional C tal que a razão entre a frequência máxima e a frequência mínima seja

$$r = \frac{1,60 \text{ MHz}}{0,54 \text{ MHz}} = 2,96.$$

Como o capacitor adicional está em paralelo com o capacitor de sintonia, as duas capacitâncias se somam. Assim, com C em picofarads (pF), devemos ter:

$$\frac{\sqrt{C + 365 \text{ pF}}}{\sqrt{C + 10 \text{ pF}}} = 2,96,$$

o que nos dá

$$C = \frac{(365 \text{ pF}) - (2,96)^2(10 \text{ pF})}{(2,96)^2 - 1} = 36 \text{ pF}.$$

(c) Sabemos que $f = 1/2\pi\sqrt{LC}$. Como, no caso da frequência mínima, $C = 365 \text{ pF} + 36 \text{ pF} = 401 \text{ pF}$ e $f = 0,54 \text{ MHz}$, temos:

$$L = \frac{1}{(2\pi)^2 C f^2} = \frac{1}{(2\pi)^2 (401 \times 10^{-12} \text{ F})(0,54 \times 10^6 \text{ Hz})^2} = 2,2 \times 10^{-4} \text{ H} = 0,22 \text{ mH}.$$

12. (a) Como a porcentagem de energia armazenada no campo elétrico do capacitor é $(1 - 75,0\%) = 25,0\%$, temos:

$$\frac{U_E}{U} = \frac{q^2/2C}{Q^2/2C} = 25,0\%,$$

o que nos dá

$$\frac{q}{Q} = \sqrt{0,250} = 0,500.$$

(b) Como

$$\frac{U_B}{U} = \frac{Li^2/2}{LI^2/2} = 75,0\%,$$

temos

$$\frac{i}{I} = \sqrt{0,750} = 0,866.$$

13. (a) A variação da carga com o tempo é dada por $q = Q \sin \omega t$, na qual Q é a carga máxima do capacitor e ω é a frequência angular de oscilação. A função seno foi escolhida para que $q = 0$ no instante $t = 0$. A variação da corrente com o tempo é dada por

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega Q \cos \omega t,$$

e, no instante $t = 0$, a corrente é $I = \omega Q$. Como $\omega = 1/\sqrt{LC}$, temos:

$$Q = I\sqrt{LC} = (2,00 \text{ A})\sqrt{(3,00 \times 10^{-3} \text{ H})(2,70 \times 10^{-6} \text{ F})} = 1,80 \times 10^{-4} \text{ C} = 0,180 \text{ mC}.$$

(b) A energia armazenada no capacitor é dada por

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2 \sin^2 \omega t}{2C}$$

e a taxa de variação é

$$\frac{dU_E}{dt} = \frac{\omega Q^2 \sin \omega t \cos \omega t}{C} = \frac{\omega Q^2}{2C} \sin(2\omega t)$$

A taxa de variação é máxima para $\sin(2\omega t) = 1$, o que nos dá $2\omega t = \pi/2$ rad. Assim,

$$t = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4} \sqrt{LC} = \frac{\pi}{4} \sqrt{(3,00 \times 10^{-3} \text{ H})(2,70 \times 10^{-6} \text{ F})} = 7,07 \times 10^{-5} \text{ s} = 70,7 \mu\text{s}.$$

(c) Fazendo $\omega = 2\pi/T$ e $\sin(2\omega t) = 1$ na equação $dU_E/dt = (\omega Q^2/2C) \sin(2\omega t)$, obtemos

$$\left(\frac{dU_E}{dt} \right)_{\max} = \frac{2\pi Q^2}{2TC} = \frac{\pi Q^2}{TC}.$$

Como $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{(3,00 \times 10^{-3} \text{ H})(2,70 \times 10^{-6} \text{ F})} = 5,655 \times 10^{-4} \text{ s}$, temos:

$$\left(\frac{dU_E}{dt} \right)_{\max} = \frac{\pi(1,80 \times 10^{-4} \text{ C})^2}{(5,655 \times 10^{-4} \text{ s})(2,70 \times 10^{-6} \text{ F})} = 66,7 \text{ W}.$$

Note que a derivada é positiva, o que mostra que a energia armazenada no capacitor está realmente aumentando no instante $t = T/8$.

14. Os capacitores C_1 e C_2 podem ser usados de quatro formas diferentes: (1) C_1 e C_2 em paralelo; (2) apenas C_1 ; (3) apenas C_2 ; (4) C_1 e C_2 em série.

(a) A menor frequência de oscilação é a que corresponde à forma (1):

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1,0 \times 10^{-2} \text{ H})(2,0 \times 10^{-6} \text{ F} + 5,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 6,0 \times 10^2 \text{ Hz}.$$

(b) A segunda menor frequência de oscilação é a que corresponde à forma (2):

$$f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1,0 \times 10^{-2} \text{ H})(5,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 7,1 \times 10^2 \text{ Hz}.$$

(c) A terceira maior frequência de oscilação é a que corresponde à forma (3):

$$f_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1,0 \times 10^{-2} \text{ H})(2,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 1,1 \times 10^3 \text{ Hz} = 1,1 \text{ kHz}.$$

(d) A maior frequência de oscilação é a que corresponde à forma (4):

$$f_4 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1 C_2 / (C_1 + C_2)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1,0 \times 10^{-2} \text{ H})(2,0 \times 10^{-6} \text{ F})(5,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} \\ = 1,3 \times 10^3 \text{ Hz} = 1,3 \text{ kHz}.$$

15. (a) A carga máxima é

$$Q = CV_{\max} = (1,0 \times 10^{-9} \text{ F})(3,0 \text{ V}) = 3,0 \times 10^{-9} \text{ C} = 3,0 \text{ nC}.$$

(b) Como $U = LI^2 = Q^2/2C$, temos:

$$I = \frac{Q}{\sqrt{LC}} = \frac{3,0 \times 10^{-9} \text{ C}}{\sqrt{(3,0 \times 10^{-3} \text{ H})(1,0 \times 10^{-9} \text{ F})}} = 1,7 \times 10^{-3} \text{ A} = 1,7 \text{ mA}.$$

(c) Quando a corrente é máxima, a energia magnética também é máxima. Assim,

$$U_{B,\max} = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (3,0 \times 10^{-3} \text{ H})(1,7 \times 10^{-3} \text{ A})^2 = 4,5 \times 10^{-9} \text{ J} = 4,5 \text{ nJ}.$$

16. A relação linear entre θ (o ângulo de rotação do botão, em graus) e a frequência f deve ser

$$f = f_0 \left(1 + \frac{\theta}{180^\circ} \right) \Rightarrow \theta = 180^\circ \left(\frac{f}{f_0} - 1 \right)$$

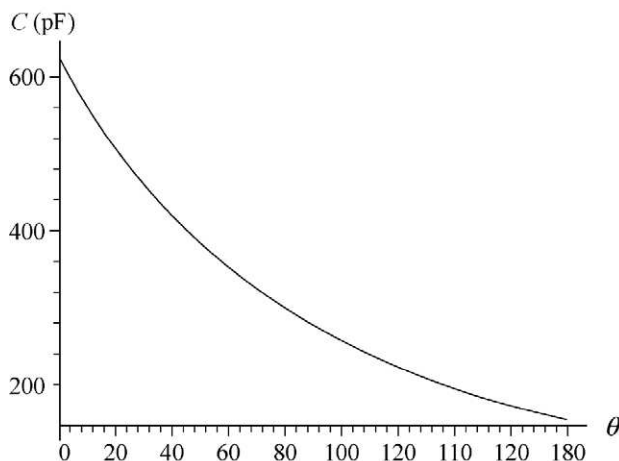
na qual $f_0 = 2 \times 10^5 \text{ Hz}$. Como $f = \omega/2\pi = 1/2\pi \sqrt{LC}$, podemos expressar a capacitância C em função de θ :

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2 (1 + \theta/180^\circ)^2} = \frac{81}{400.000\pi^2 (180^\circ + \theta)^2}$$

em unidade do SI ou, com a capacitância em picofarads,

$$C = \frac{81 \times 10^{12}}{400.000\pi^2 (180^\circ + \theta)^2} = \frac{2,05 \times 10^7}{(180^\circ + \theta)^2}$$

A figura a seguir mostra o gráfico da capacitância em função do ângulo de rotação.



17. (a) Quando a chave é colocada na posição b , o circuito se torna um circuito LC . Assim, a frequência angular de oscilação é $\omega = 1/\sqrt{LC}$ e a frequência é

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(54,0 \times 10^{-3} \text{ H})(6,20 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 275 \text{ Hz}.$$

(b) Como a chave permaneceu muito tempo na posição a , o capacitor se carregou totalmente. Assim, quando a chave é colocada na posição b , a tensão entre as placas do capacitor é $V = 34,0 \text{ V}$ e a carga do capacitor é $Q = VC = (34,0 \text{ V})(6,20 \times 10^{-6} \text{ F}) = 2,11 \times 10^{-4} \text{ C}$. A amplitude da corrente é

$$I = \omega CV = \omega Q = 2\pi f Q = 2\pi(275 \text{ Hz})(2,11 \times 10^{-4} \text{ C}) = 0,365 \text{ A} = 365 \text{ mA}.$$

18. (a) Como $V = IX_C = I/\omega C$, $\omega = I/CV$ e, portanto, $T = 2\pi/\omega = 2\pi CV/I = 46,1 \mu\text{s}$.

(b) A energia máxima armazenada no capacitor é

$$U_E = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (2,20 \times 10^{-7} \text{ F})(0,250 \text{ V})^2 = 6,88 \times 10^{-9} \text{ J} = 6,88 \text{ nJ}.$$

(c) De acordo com a lei de conservação da energia, a energia máxima armazenada no indutor tem o mesmo valor que a energia máxima armazenada no capacitor, calculada no item (b): $U_B = 6,88 \text{ nJ}$.

(d) De acordo com a Eq. 30-35, $V = L(di/dt)_{\text{max}}$. Como $L = CV^2/I^2$, temos:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\text{max}} = \frac{V}{L} = \frac{V}{CV^2/I^2} = \frac{I^2}{CV} = \frac{(7,50 \times 10^{-3} \text{ A})^2}{(2,20 \times 10^{-7} \text{ F})(0,250 \text{ V})} = 1,02 \times 10^3 \text{ A/s}.$$

(e) Derivando a equação $U_B = Li^2/2$ em relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{dU_B}{dt} = LI^2 \omega \sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} LI^2 \omega \sin 2\omega t.$$

Assim,

$$\left(\frac{dU_B}{dt}\right)_{\text{max}} = \frac{1}{2} LI^2 \omega = \frac{1}{2} IV = \frac{1}{2} (7,50 \times 10^{-3} \text{ A})(0,250 \text{ V}) = 0,938 \text{ mW}.$$

19. Quando a regra das malhas é aplicada a uma malha com apenas dois dispositivos, a conclusão é que a diferença de potencial deve ser a mesma, em valor absoluto, nos dois dispositivos. Suponha que o capacitor tem uma carga q e que a diferença de potencial entre os terminais (que vamos considerar positiva nesta discussão) é $V = q/C$. Suponha ainda que, neste momento, a corrente no indutor é tal que a carga do capacitor está aumentando (ou seja, $i = +dq/dt$). Nesse caso, de acordo com a Eq. 30-35, $V = -L(di/dt)$, e interpretamos o fato de que $-di/dt > 0$ como significando que $d(dq/dt)/dt = d^2q/dt^2 < 0$ representa uma “desaceleração” do processo de carga do capacitor (já que a carga está se aproximando do valor máximo). Desta forma, podemos verificar que os sinais da Eq. 31-11 (segundo a qual $q/C = -L d^2q/dt^2$) estão corretos.

20. (a) Usamos a relação $LI^2/2 = Q^2/2C$ para obter o valor de L :

$$L = \frac{1}{C} \left(\frac{Q}{I}\right)^2 = \frac{1}{C} \left(\frac{CV_{\text{max}}}{I}\right)^2 = C \left(\frac{V_{\text{max}}}{I}\right)^2 = (4,00 \times 10^{-6} \text{ F}) \left(\frac{1,50 \text{ V}}{50,0 \times 10^{-3} \text{ A}}\right)^2 = 3,60 \times 10^{-3} \text{ H} = 3,60 \text{ mH}.$$

(b) A frequência é

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(3,60 \times 10^{-3} \text{ H})(4,00 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 1,33 \times 10^3 \text{ Hz} = 1,33 \text{ kHz}.$$

(c) De acordo com a Fig. 31-1, o tempo necessário é um quarto do período. Assim,

$$t = \frac{1}{4} T = \frac{1}{4f} = \frac{1}{4(1,33 \times 10^3 \text{ Hz})} = 1,88 \times 10^{-4} \text{ s} = 0,188 \text{ ms}.$$

21. (a) Vamos comparar esta expressão da corrente com $i = I \sin(\omega t + \phi)$. Fazendo $(\omega t + \phi) = 2500t + 0,680 = \pi/2$, obtemos $t = 3,56 \times 10^{-4} \text{ s} = 356 \mu\text{s}$.

(b) Como $\omega = 2500 \text{ rad/s} = (LC)^{-1/2}$,

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(2500 \text{ rad/s})^2 (64,0 \times 10^{-6} \text{ F})} = 2,50 \times 10^{-3} \text{ H} = 2,50 \text{ mH}.$$

(c) A energia total é

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (2,50 \times 10^{-3} \text{ H})(1,60 \text{ A})^2 = 3,20 \times 10^{-3} \text{ J} = 3,20 \text{ mJ}.$$

22. No primeiro circuito, $\omega = (L_1 C_1)^{-1/2}$; no segundo, $\omega = (L_2 C_2)^{-1/2}$. Quando os dois circuitos são ligados em série, a nova frequência é

$$\begin{aligned} \omega' &= \frac{1}{\sqrt{L_{\text{eq}} C_{\text{eq}}}} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2) C_1 C_2 / (C_1 + C_2)}} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 C_1 C_2 + L_2 C_1 C_2) / (C_1 + C_2)}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(L_1 C_1 C_2 + L_1 C_1^2) / C_1 + C_2}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \frac{1}{\sqrt{(C_1 + C_2) / (C_1 + C_2)}} = \omega. \end{aligned}$$

23. (a) A energia total U é a soma das energias do indutor e do capacitor:

$$\begin{aligned} U &= U_E + U_B = \frac{q^2}{2C} + \frac{i^2 L}{2} = \frac{(3,80 \times 10^{-6} \text{ C})^2}{2(7,80 \times 10^{-6} \text{ F})} + \frac{(9,20 \times 10^{-3} \text{ A})^2 (25,0 \times 10^{-3} \text{ H})}{2} \\ &= 1,98 \times 10^{-6} \text{ J} = 1,98 \mu\text{J}. \end{aligned}$$

(b) A carga máxima pode ser calculada a partir da relação $U = Q^2/2C$:

$$Q = \sqrt{2CU} = \sqrt{2(7,80 \times 10^{-6} \text{ F})(1,98 \times 10^{-6} \text{ J})} = 5,56 \times 10^{-6} \text{ C} = 5,56 \mu\text{C}.$$

(c) A corrente máxima pode ser calculada a partir da relação $U = I^2 L/2$:

$$I = \sqrt{\frac{2U}{L}} = \sqrt{\frac{2(1,98 \times 10^{-6} \text{ J})}{25,0 \times 10^{-3} \text{ H}}} = 1,26 \times 10^{-2} \text{ A} = 12,6 \text{ mA}.$$

(d) Se q_0 é a carga do capacitor no instante $t = 0$, $q_0 = Q \cos \phi$ e

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{q}{Q} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{3,80 \times 10^{-6} \text{ C}}{5,56 \times 10^{-6} \text{ C}} \right) = \pm 46,9^\circ.$$

Para $\phi = +46,9^\circ$, a carga do capacitor está diminuindo; para $\phi = -46,9^\circ$, a carga está aumentando. Para chegar a esta conclusão, derivamos a carga q em relação ao tempo e fazemos $t = 0$. O resultado é $-\omega Q \sin \phi$. Como $\sin(+46,9^\circ)$ é um número positivo e $\sin(-46,9^\circ)$ é um número negativo, o ângulo de fase para o qual a carga está aumentando no instante $t = 0$ é $\phi = -46,9^\circ$.

(e) Como foi visto no item (d), para que a carga esteja diminuindo no instante $t = 0$, devemos ter $\phi = +46,9^\circ$.

24. A carga q após N ciclos pode ser calculada fazendo $t = NT = 2\pi N/\omega'$ na Eq. 31-25:

$$\begin{aligned} q &= Q e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi) = Q e^{-RNT/2L} \cos[\omega' (2\pi N/\omega') + \phi] \\ &= Q e^{-RN(2\pi\sqrt{L/C})/2L} \cos(2\pi N + \phi) \\ &= Q e^{-N\pi R\sqrt{C/L}} \cos \phi. \end{aligned}$$

Como a carga inicial, obtida fazendo $N = 0$ na equação anterior, é $q_0 = Q \cos \phi$, podemos escrever a equação anterior na forma

$$q_N = q_0 \exp(-N\pi R\sqrt{C/L}),$$

na qual, de acordo com o enunciado, $q_0 = 6,20 \mu\text{C}$.

(a) Para $N = 5$,

$$q_5 = (6,20 \mu\text{C}) \exp\left[-5\pi(7,20 \Omega)\sqrt{0,00000320 \text{ F}/12,0 \text{ H}}\right] = 5,85 \mu\text{C}.$$

(b) Para $N = 10$,

$$q_{10} = (6,20 \mu\text{C}) \exp\left[-10\pi(7,20 \Omega)\sqrt{0,00000320 \text{ F}/12,0 \text{ H}}\right] = 5,52 \mu\text{C}.$$

(c) Para $N = 100$,

$$q_{100} = (6,20 \mu\text{C}) \exp\left[-100\pi(7,20 \Omega)\sqrt{0,00000320 \text{ F}/12,0 \text{ H}}\right] = 1,93 \mu\text{C}.$$

25. Como $\omega' \approx \omega$, o período é $T \approx 2\pi/\omega$, na qual $\omega = 1/\sqrt{LC}$. O tempo necessário para que 50 ciclos sejam completados é

$$\begin{aligned} t = 50 T &= 50 \left(\frac{2\pi}{\omega} \right) = 50(2\pi\sqrt{LC}) = 50 \left[2\pi\sqrt{(220 \times 10^{-3} \text{ H})(12,0 \times 10^{-6} \text{ F})} \right] \\ &= 0,5104 \text{ s}. \end{aligned}$$

Como foi visto na Seção 31-5, a carga máxima decai de acordo com a equação $q_{\max} = Qe^{-Rt/2L}$, na qual Q é a carga no instante $t = 0$ (se fizermos $\phi = 0$ na Eq. 31-25). Dividindo por Q e tomando o logaritmo natural de ambos os membros, obtemos

$$\ln\left(\frac{q_{\max}}{Q}\right) = -\frac{Rt}{2L},$$

o que nos dá

$$R = -\frac{2L}{t} \ln\left(\frac{q_{\max}}{Q}\right) = -\frac{2(220 \times 10^{-3} \text{ H})}{0,5104 \text{ s}} \ln(0,99) = 8,66 \times 10^{-3} \Omega = 8,66 \text{ m}\Omega.$$

26. De acordo com o enunciado, $q = Q$ em $t = 0$, o que equivale a dizer que $\phi = 0$ na Eq. 31-25. Como a energia máxima armazenada no capacitor em cada ciclo é $q_{\max}^2/2C$, na qual q_{\max} é a carga máxima nesse ciclo, temos que determinar o instante no qual

$$\frac{q_{\max}^2}{2C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow q_{\max} = \frac{Q}{\sqrt{2}}.$$

Como foi visto na Seção 31-5, a carga q_{\max} é dada por

$$q_{\max} = Qe^{-Rt/2L} \Rightarrow \ln\left(\frac{q_{\max}}{Q}\right) = -\frac{Rt}{2L}.$$

Fazendo $q_{\max} = Q/\sqrt{2}$ e explicitando t , obtemos:

$$t = -\frac{2L}{R} \ln\left(\frac{q_{\max}}{Q}\right) = -\frac{2L}{R} \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{L}{R} \ln 2.$$

27. Seja t o instante no qual o capacitor está totalmente carregado em um certo ciclo e seja $q_{\max 1}$ a carga do capacitor nesse instante. No mesmo instante, a energia armazenada no capacitor é

$$U(t) = \frac{q_{\max 1}^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} e^{-Rt/L}$$

na qual, de acordo com a Eq. 31-25,

$$q_{\max 1} = Q e^{-Rt/2L}$$

Depois de transcorrido um período, a carga do capacitor totalmente carregado é

$$q_{\max 2} = Q e^{-R(t+T)/2L} \quad \text{em que } T = \frac{2\pi}{\omega'}$$

e a energia é

$$U(t+T) = \frac{q_{\max 2}^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} e^{-R(t+T)/L}.$$

A fração de energia perdida é

$$\frac{|\Delta U|}{U} = \frac{U(t) - U(t+T)}{U(t)} = \frac{e^{-Rt/L} - e^{-R(t+T)/L}}{e^{-Rt/L}} = 1 - e^{-RT/L}.$$

Supondo que $RT/L \ll 1$ (o que é válido se a resistência for pequena), podemos substituir a exponencial pelos dois primeiros termos de uma expansão em série (veja o Apêndice E):

$$e^{-RT/L} \approx 1 - \frac{RT}{L}$$

e usar a aproximação $\omega \approx \omega'$, que nos dá $T = 2\pi/\omega$. O resultado é o seguinte:

$$\frac{|\Delta U|}{U} \approx 1 - \left(1 - \frac{RT}{L}\right) = \frac{RT}{L} \approx \frac{2\pi R}{\omega L}.$$

28. (a) Como $I = \epsilon/X_c = \omega_d C \epsilon$, temos:

$$I = \omega_d C \epsilon_m = 2\pi f_d C \epsilon_m = 2\pi(1,00 \times 10^3 \text{ Hz})(1,50 \times 10^{-6} \text{ F})(30,0 \text{ V}) = 0,283 \text{ A}.$$

(b) $I = 2\pi(8,00 \times 10^3 \text{ Hz})(1,50 \times 10^{-6} \text{ F})(30,0 \text{ V}) = 2,26 \text{ A}.$

29. (a) A amplitude da corrente é dada por $I = V_L/X_L$, na qual $X_L = \omega_d L = 2\pi f_d L$. Como o circuito contém apenas o indutor e uma fonte de tensão senoidal, $V_L = \epsilon_m$. Assim,

$$I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{\epsilon_m}{2\pi f_d L} = \frac{30,0 \text{ V}}{2\pi(1,00 \times 10^3 \text{ Hz})(50,0 \times 10^{-3} \text{ H})} = 0,0955 \text{ A} = 95,5 \text{ mA}.$$

(b) Como a frequência é oito vezes maior que a do item (a), a reatância indutiva X_L é oito vezes maior e a corrente é oito vezes menor. Assim,

$$I = (0,0955 \text{ A})/8 = 0,0119 \text{ A} = 11,9 \text{ mA}.$$

30. (a) A amplitude da corrente que atravessa o resistor é

$$I = \frac{\epsilon_m}{R} = \frac{30,0 \text{ V}}{50,0 \Omega} = 0,600 \text{ A}.$$

(b) Qualquer que seja a frequência da força eletromotriz, $I = 0,600 \text{ A}.$

31. (a) A reatância indutiva para uma frequência angular ω_d é $X_L = \omega_d L$ e a reatância capacitiva para a mesma frequência é $X_C = 1/\omega_d C$. Para que as duas reatâncias sejam iguais, é preciso que $\omega_d L = 1/\omega_d C$, o que nos dá $\omega_d = 1/\sqrt{LC}$. A frequência correspondente é

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(6,0 \times 10^{-3} \text{ H})(10 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 6,5 \times 10^2 \text{ Hz} = 0,65 \text{ kHz}.$$

(b) A reatância é

$$X_C = X_L = \omega_d L = 2\pi f_d L = 2\pi(650 \text{ Hz})(6,0 \times 10^{-3} \text{ H}) = 24 \Omega.$$

(c) Como foi visto no item (a), a frequência é $f = \omega/2\pi = 1/2\pi\sqrt{LC}$, a frequência natural do circuito.

32. (a) Como o circuito contém apenas um gerador e um indutor, $\epsilon_m = V_L$. A amplitude da corrente é

$$I = \frac{\epsilon_m}{X_L} = \frac{\epsilon_m}{\omega_d L} = \frac{25,0 \text{ V}}{(377 \text{ rad/s})(12,7 \text{ H})} = 5,22 \times 10^{-3} \text{ A} = 5,22 \text{ mA}.$$

(b) Quando a corrente é máxima, a taxa de variação da corrente com o tempo é zero. Assim, a Eq. 30-35 nos dá $\epsilon_L = 0$ nesse instante. Em outras palavras, como existe uma diferença de fase de 90° entre $\epsilon(t)$ e $i(t)$, $\epsilon(t) = 0$ quando $i(t) = I$. O fato de que $\phi = 90^\circ$ rad é usado no item (c).

(c) Fazendo $\epsilon = -12,5 \text{ V} = -\epsilon_m/2$ na Eq. 31-28, obtemos $\sin(\omega_d t) = -1/2$, o que nos dá $\omega_d t = 210^\circ$ ou $\omega_d t = 330^\circ$. Note, porém, que é pedido o instante em que a força eletromotriz está aumentando em *valor absoluto*, ou seja, está se tornando mais negativa. Assim, não basta que a condição $\sin(\omega_d t) = -1/2$ seja satisfeita; é preciso também que $d\epsilon/dt = \omega_d \cos(\omega_d t) < 0$. Para isso, é preciso que $\omega_d t = 210^\circ$. Assim, a Eq. 31-29 nos dá

$$i = I \sin(210^\circ - 90^\circ) = I \sin(120^\circ) = (5,22 \times 10^{-3} \text{ A}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 4,51 \times 10^{-3} \text{ A} = 4,51 \text{ mA}.$$

33. (a) A expressão da força eletromotriz apresentada no enunciado do problema mostra que a fem é máxima para $\sin(\omega_d t - \pi/4) = 1$, ou seja, para

$$\omega_d t - \pi/4 = (\pi/2) \pm 2n\pi, \text{ na qual } n \text{ é um número inteiro.}$$

Para determinar a primeira vez em que a igualdade anterior é satisfeita após $t = 0$, fazemos $n = 0$, o que nos dá $\omega_d t - \pi/4 = \pi/2$. Assim,

$$t = \frac{3\pi}{4\omega_d} = \frac{3\pi}{4(350 \text{ rad/s})} = 6,73 \times 10^{-3} \text{ s} = 6,73 \text{ ms}.$$

(b) A corrente é máxima para $\sin(\omega_d t - 3\pi/4) = 1$, ou seja, para

$$\omega_d t - 3\pi/4 = (\pi/2) \pm 2n\pi, \text{ na qual } n \text{ é um número inteiro.}$$

Para determinar a primeira vez em que a igualdade anterior é satisfeita após $t = 0$, fazemos $n = 0$, o que nos dá $\omega_d t - 3\pi/4 = \pi/2$. Assim,

$$t = \frac{5\pi}{4\omega_d} = \frac{5\pi}{4(350 \text{ rad/s})} = 1,12 \times 10^{-2} \text{ s} = 11,2 \text{ ms}.$$

(c) Como a corrente está atrasada 90° em relação à fem, o elemento é um indutor.

(d) A amplitude I da corrente no indutor está relacionada à amplitude V_L da tensão entre os terminais do indutor através da relação $V_L = IX_L$, na qual X_L é a reatância indutiva, dada por $X_L = \omega_d L$. Além disso, como há apenas um componente no circuito, a amplitude da diferença de

potencial entre os terminais do componente é igual à amplitude da fem no gerador: $V_L = \epsilon_m$. Assim, $\epsilon_m = I\omega_d L$ e

$$L = \frac{\epsilon_m}{I\omega_d} = \frac{30,0 \text{ V}}{(620 \times 10^{-3} \text{ A})(350 \text{ rad/s})} = 0,138 \text{ H} = 138 \text{ mH}.$$

34. (a) Como o circuito é formado apenas por um gerador e um capacitor, $V_C = \epsilon_m$ e, portanto, a amplitude da corrente é

$$I = \frac{\epsilon_m}{X_C} = \omega C \epsilon_m = (377 \text{ rad/s})(4,15 \times 10^{-6} \text{ F})(25,0 \text{ V}) = 3,91 \times 10^{-2} \text{ A} = 39,1 \text{ mA}.$$

(b) O instante em que a corrente é máxima é o instante em que a variação com o tempo da carga do capacitor é máxima, que coincide com o instante em que o capacitor está momentaneamente descarregado. Como $q = CV$, no instante em que isso acontece, a tensão entre as placas do capacitor (e, portanto, de acordo com regra das malhas, a fem do gerador) também é zero. Em termos matemáticos, a corrente está adiantada de 90° em relação à fem, o que significa que $\epsilon(t) = 0$ quando $i(t) = I$. O fato de que $\phi = -90^\circ$ será usado no item (c).

(c) Fazendo $\epsilon = -12,5 \text{ V} = -\epsilon_m/2$ na Eq. 31-28, obtemos $\sin(\omega_d t) = -1/2$, o que nos dá $\omega_d t = 210^\circ$ ou $\omega_d t = 330^\circ$. Note, porém, que é pedido o instante em que a força eletromotriz está aumentando em *valor absoluto*, ou seja, está se tornando mais negativa. Assim, não basta que a condição $\sin(\omega_d t) = -1/2$ seja satisfeita; é preciso também que $d\epsilon/dt = \omega_d \cos(\omega_d t) < 0$. Para isso, é preciso que $\omega_d t = 210^\circ$. Assim, a Eq. 31-29 nos dá

$$i = I \sin(210^\circ + 90^\circ) = I \sin(300^\circ) = -(3,91 \times 10^{-2} \text{ A}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -3,38 \times 10^{-2} \text{ A} = -33,8 \text{ mA}.$$

35. De acordo com a Eq. 31-65,

$$\frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega_d L - 1/\omega_d C}{R} = \tan \phi,$$

o que nos dá

$$R = \frac{1}{\tan \phi} \left(\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C} \right) = \frac{1}{\tan 75^\circ} \left[(2\pi)(930 \text{ Hz})(8,8 \times 10^{-2} \text{ H}) - \frac{1}{(2\pi)(930 \text{ Hz})(0,94 \times 10^{-6} \text{ F})} \right] \\ = 89 \Omega.$$

36. (a) Como o circuito contém apenas um resistor e um capacitor e a resistência não varia com a frequência, enquanto a reatância capacitiva é inversamente proporcional à frequência, o valor assintótico de Z corresponde ao valor da resistência, ou seja, $R = 500 \Omega$.

(b) Vamos usar três métodos diferentes para calcular o valor de C , baseados em pontos diferentes do gráfico.

Método 1: Para $\omega_d = 50 \text{ rad/s}$, $Z \approx 700 \Omega$, o que nos dá

$$C = \frac{1}{\omega_d \sqrt{Z^2 - R^2}} = \frac{1}{(50 \text{ rad/s}) \sqrt{(700 \Omega)^2 - (500 \Omega)^2}} = 41 \mu\text{F}.$$

Método 2: Para $\omega_d = 50 \text{ rad/s}$, $X_C \approx 500 \Omega$, o que nos dá

$$C = \frac{1}{\omega_d X_C} = \frac{1}{(50 \text{ rad/s})(500 \Omega)} = 40 \mu\text{F}.$$

Método 3: Para $\omega_d = 250 \text{ rad/s}$, $X_C \approx 100 \Omega$, o que nos dá

$$C = \frac{1}{\omega_d X_C} = \frac{1}{(250 \text{ rad/s})(100 \Omega)} = 40 \mu\text{F}.$$

37. A corrente rms do motor é

$$I_{\text{rms}} = \frac{\epsilon_{\text{rms}}}{Z} = \frac{\epsilon_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{420 \text{ V}}{\sqrt{(45,0 \Omega)^2 + (32,0 \Omega)^2}} = 7,61 \text{ A}.$$

38. (a) O gráfico da Fig. 31-29 mostra que a frequência angular de ressonância é 25.000 rad/s , o que, de acordo com a Eq. 31-4, nos dá

$$C = (\omega^2 L)^{-1} = [(25.000)^2 \times 200 \times 10^{-6}]^{-1} = 8,0 \mu\text{F}.$$

(b) O gráfico da Fig. 31-29 também mostra que a amplitude da corrente na frequência de ressonância é $4,0 \text{ A}$. Como, na ressonância, a impedância Z é puramente resistiva ($Z = R$), podemos dividir a amplitude da fem pela amplitude da corrente para obter valor da resistência: $R = 8,0/4,0 = 2,0 \Omega$.

39. (a) Como, nesse caso, $X_L = 0$, $R = 200 \Omega$ e $X_C = 1/2\pi f_d C = 177 \Omega$, a impedância é

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(200 \Omega)^2 + (177 \Omega)^2} = 267 \Omega.$$

(b) O ângulo de fase é

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0 - 177 \Omega}{200 \Omega} \right) = -41,5^\circ.$$

(c) A amplitude da corrente é

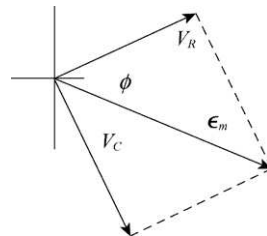
$$I = \frac{\epsilon_m}{Z} = \frac{36,0 \text{ V}}{267 \Omega} = 0,135 \text{ A} = 135 \text{ mA}.$$

(d) Vamos primeiro calcular as amplitudes das tensões entre os terminais dos componentes do circuito:

$$V_R = IR = (0,135 \text{ A})(200 \Omega) \approx 27,0 \text{ V}$$

$$V_C = IX_C = (0,135 \text{ A})(177 \Omega) \approx 23,9 \text{ V}.$$

Como o circuito é capacitivo, a corrente I está adiantada em relação à força eletromotriz ϵ_m . O diagrama fasorial, desenhado em escala, aparece na figura a seguir.



40. Um diagrama fasorial como o da Fig. 31-14d nos dá a seguinte relação:

$$V_L - V_C = (6,00 \text{ V}) \sin(30^\circ) = 3,00 \text{ V}.$$

Para $V_C = 5,00 \text{ V}$, a equação anterior nos dá $V_L = 8,00 \text{ V}$. Como a diferença de fase entre os fatores que apresentam as tensões do capacitor e do indutor é 180° , a diferença de potencial entre os terminais do indutor é $-8,00 \text{ V}$.

41. (a) A reatância capacitiva é

$$X_C = \frac{1}{\omega_d C} = \frac{1}{2\pi f_d C} = \frac{1}{2\pi(60,0 \text{ Hz})(70,0 \times 10^{-6} \text{ F})} = 37,9 \Omega.$$

A reatância indutiva é

$$X_L = \omega_d L = 2\pi f_d L = 2\pi(60,0 \text{ Hz})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) = 86,7 \Omega.$$

Assim,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(200 \Omega)^2 + (37,9 \Omega - 86,7 \Omega)^2} = 206 \Omega.$$

(b) O ângulo de fase é

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{86,7 \Omega - 37,9 \Omega}{200 \Omega} \right) = 13,7^\circ.$$

(c) A amplitude da corrente é

$$I = \frac{\epsilon_m}{Z} = \frac{36,0 \text{ V}}{206 \Omega} = 0,175 \text{ A}.$$

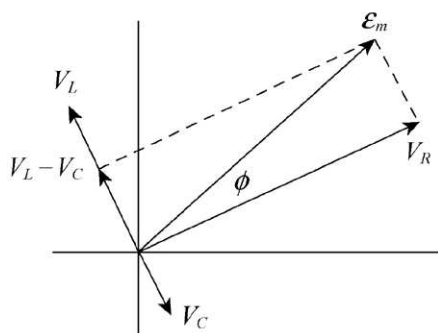
(d) Vamos primeiro calcular as amplitudes das tensões entre os terminais dos componentes do circuito:

$$V_R = IR = (0,175 \text{ A})(200 \Omega) = 35,0 \text{ V},$$

$$V_L = IX_L = (0,175 \text{ A})(86,7 \Omega) = 15,2 \text{ V},$$

$$V_C = IX_C = (0,175 \text{ A})(37,9 \Omega) = 6,62 \text{ V}.$$

Note que $X_L > X_C$ e, portanto, ϵ_m está adiantada em relação a I . O diagrama fasorial, desenhado em escala, aparece na figura a seguir.



42. (a) Como $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ e $X_L = \omega_d L$, $Z = R$ para $\omega_d = 0$, o que nos dá, de acordo com a Fig. 31-30, $R = 40 \Omega$.

(b) Como $X_L = \omega_d L$, L é dado pela inclinação da reta $X_L = f(\omega_d)$ da Fig. 31-30. Como, de acordo com a Fig. 31-30, $X_L = 120 \Omega$ para $\omega_d = 2000 \text{ rad/s}$, temos:

$$L = (120 \Omega)/(2000 \text{ rad/s}) = 0,060 \text{ H} = 60 \text{ mH}.$$

43. (a) Para $R = 200 \Omega$ e $X_L = \omega_d L = 2\pi f_d L = 2\pi(60,0 \text{ Hz})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) = 86,7 \Omega$, a impedância é

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(200 \Omega)^2 + (86,7 \Omega)^2} = 218 \Omega.$$

(b) De acordo com a Eq. 31-65, o ângulo de fase é

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{86,7 \, \Omega - 0}{200 \, \Omega} \right) = 23,4^\circ.$$

(c) A amplitude da corrente é

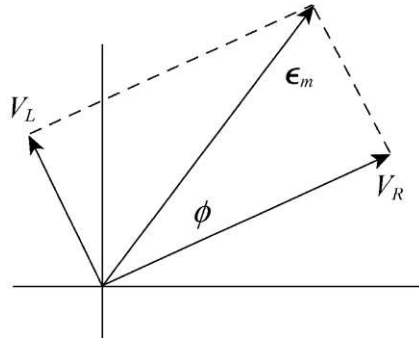
$$I = \frac{\epsilon_m}{Z} = \frac{36,0 \, \text{V}}{218 \, \Omega} = 0,165 \, \text{A}.$$

(d) Vamos primeiro calcular as amplitudes das tensões entre os terminais dos componentes do circuito:

$$V_R = IR = (0,165 \, \text{A})(200 \, \Omega) \approx 33 \, \text{V},$$

$$V_L = IX_L = (0,165 \, \text{A})(86,7 \, \Omega) \approx 14,3 \, \text{V}.$$

Como se trata de um circuito indutivo, ϵ_m está adiantada em relação a I . O diagrama fasorial, desenhado em escala, aparece na figura a seguir.



44. (a) A reatância capacitiva é

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(400 \, \text{Hz})(24,0 \times 10^{-6} \, \text{F})} = 16,6 \, \Omega.$$

(b) A impedância é

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(220 \, \Omega)^2 + [2\pi(400 \, \text{Hz})(150 \times 10^{-3} \, \text{H}) - 16,6 \, \Omega]^2} = 422 \, \Omega. \end{aligned}$$

(c) A amplitude da corrente é

$$I = \frac{\epsilon_m}{Z} = \frac{220 \, \text{V}}{422 \, \Omega} = 0,521 \, \text{A}.$$

(d) Como a inclusão de um capacitor em série diminui a capacitância e $X_C \propto 1/C$, X_C aumenta.

(e) $C_{\text{eq}} = C/2$ e a nova impedância é

$$Z = \sqrt{(220 \, \Omega)^2 + [2\pi(400 \, \text{Hz})(150 \times 10^{-3} \, \text{H}) - 2(16,6 \, \Omega)]^2} = 408 \, \Omega < 422 \, \Omega.$$

Z , portanto, diminui.

(f) Como $I \propto 1/Z$, I aumenta.

45. (a) Sim, a amplitude da tensão entre os terminais do indutor pode ser maior que a amplitude da fem do gerador.

(b) A amplitude da tensão entre os terminais do indutor de um circuito RLC série é dada por $V_L = IX_L = I\omega_d L$. Na ressonância, a frequência angular aplicada é igual à frequência angular natural do circuito: $\omega_d = \omega = 1/\sqrt{LC}$. Assim, para o circuito dado,

$$X_L = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \frac{1,0 \text{ H}}{\sqrt{(1,0 \text{ H})(1,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 1000 \, \Omega.$$

Na ressonância, a reatância capacitiva e a reatância indutiva se cancelam e a impedância se torna igual à resistência: $Z = R$. Assim,

$$I = \frac{\epsilon_m}{Z} \Big|_{\text{ressonância}} = \frac{\epsilon_m}{R} = \frac{10 \text{ V}}{10 \, \Omega} = 1,0 \text{ A}.$$

A amplitude da tensão entre os terminais do indutor é, portanto,

$$V_L = IX_L = (1,0 \text{ A})(1000 \, \Omega) = 1,0 \times 10^3 \text{ V},$$

que é muito maior que a força eletromotriz do gerador.

46. (a) O diagrama fasorial é semelhante ao da Fig. 31-11b, com o díctico “ I_C ” da seta verde (veja o livro-texto) substituído por “ V_R ”.

(b) Se $IR = IX_C$, $R = X_C = 1/\omega_d C$, o que nos dá

$$f = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(50,0 \, \Omega)(2,00 \times 10^{-5} \text{ F})} = 159 \text{ Hz}.$$

(c) $\phi = \tan^{-1}(-V_C/V_R) = -45^\circ$.

(d) $\omega_d = 1/RC = 1,00 \times 10^3 \text{ rad/s}$.

(e) $I = \frac{12}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{6}{25\sqrt{2}} \approx 170 \text{ mA}$.

47. (a) Para uma dada amplitude ϵ_m da fem do gerador, a amplitude da corrente é dada por

$$I = \frac{\epsilon_m}{Z} = \frac{\epsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}}.$$

Para determinar para que frequência angular a corrente é máxima, derivamos a corrente em relação a ω_d e igualamos o resultado a zero:

$$\frac{dI}{d\omega_d} = -(E)_m [R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2]^{-3/2} \left[\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C} \right] \left[L + \frac{1}{\omega_d^2 C} \right] = 0,$$

o que nos dá

$$\omega_d = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(1,00 \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 224 \text{ rad/s}.$$

(b) Para $\omega_d = \omega$, a impedância é $Z = R$ e a amplitude da corrente é

$$I = \frac{\epsilon_m}{R} = \frac{30,0 \text{ V}}{5,00 \, \Omega} = 6,00 \text{ A}.$$

(c) Precisamos encontrar os valores de ω_d para os quais

$$I = \frac{\epsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}} = \frac{\epsilon_m}{2R}.$$

Elevando ao quadrado e reagrupando os termos, obtemos:

$$\left(\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C}\right)^2 = 3R^2.$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros e multiplicando por $\omega_d C$, obtemos

$$\omega_d^2(LC) \pm \omega_d(\sqrt{3}CR) - 1 = 0.$$

A menor solução positiva da equação anterior é

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{-\sqrt{3}CR + \sqrt{3C^2R^2 + 4LC}}{2LC} = \frac{-\sqrt{3}(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})(5,00 \text{ } \Omega)}{2(1,00 \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &\quad + \frac{\sqrt{3(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})^2(5,00 \text{ } \Omega)^2 + 4(1,00 \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})}}{2(1,00 \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &= 219 \text{ rad/s.}\end{aligned}$$

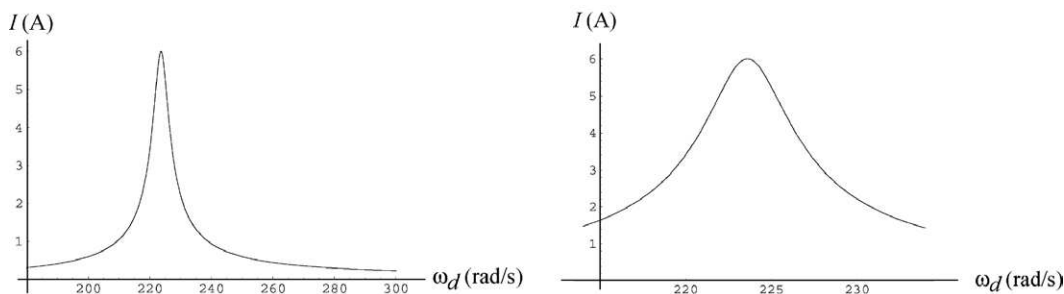
(d) A maior solução positiva é

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \frac{+\sqrt{3}CR + \sqrt{3C^2R^2 + 4LC}}{2LC} = \frac{+\sqrt{3}(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})(5,00 \text{ } \Omega)}{2(1,00 \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &\quad + \frac{\sqrt{3(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})^2(5,00 \text{ } \Omega)^2 + 4(1,00 \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})}}{2(1,00 \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &= 228 \text{ rad/s.}\end{aligned}$$

(e) A largura de linha relativa a meia altura é

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{228 \text{ rad/s} - 219 \text{ rad/s}}{224 \text{ rad/s}} = 0,040.$$

A figura a seguir mostra a amplitude I da corrente em função da frequência angular ω_d da fonte; os gráficos foram traçados usando escalas diferentes do eixo horizontal. Podemos ver que I atinge o valor máximo (6 A), quando $\omega_d = \omega = 224 \text{ rad/s}$, e atinge um valor igual à metade do valor máximo (3 A) quando $\omega_d = 219 \text{ rad/s}$ e $\omega_d = 224 \text{ rad/s}$.



48. (a) Com as duas chaves fechadas (o que remove o resistor e um dos capacitores do circuito), a impedância é igual à reatância do outro capacitor e do indutor e é dada por

$$X_{\text{tot}} = (12 \text{ V})/(0,447 \text{ A}) = 26,85 \text{ } \Omega.$$

Com a chave 1 fechada e a chave 2 aberta, temos a mesma reatância do caso anterior, mas agora o resistor faz parte do circuito. De acordo com a Eq. 31-65, temos:

$$R = \frac{X_{\text{tot}}}{\tan \phi} = \frac{26,85 \, \Omega}{\tan 15^\circ} = 100 \, \Omega$$

(b) Com as duas chaves abertas, o segundo capacitor passa a fazer parte do circuito e, de acordo com a Eq. 31-65, a nova reatância é dada por

$$X'_{\text{tot}} = R \tan \phi' = (100 \, \Omega) \tan(-30,9^\circ) = -59,96 \, \Omega = 26,85 - X_C$$

Assim, a reatância do capacitor C é dada por

$$X_C = 26,85 \, \Omega - (-59,96 \, \Omega) = 86,81 \, \Omega.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 31-39,

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi(60 \, \text{Hz})(86,81 \, \Omega)} = 30,6 \, \mu\text{F}.$$

(c) Como $X_{\text{tot}} = X - X_C$, $X_L = X_{\text{tot}} + X_C = 26,85 \, \Omega + 86,81 \, \Omega = 113,66 \, \Omega$ e

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{113,66 \, \Omega}{2\pi(60 \, \text{Hz})} = 301 \, \text{mH}.$$

49. (a) Como, neste circuito, $L_{\text{eq}} = L_1 + L_2$ e $C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3$, a frequência de ressonância é

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{\text{eq}}C_{\text{eq}}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)(C_1 + C_2 + C_3)}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(1,70 \times 10^{-3} \, \text{H} + 2,30 \times 10^{-3} \, \text{H})(4,00 \times 10^{-6} \, \text{F} + 2,50 \times 10^{-6} \, \text{F} + 3,50 \times 10^{-6} \, \text{F})}} \\ &= 796 \, \text{Hz}. \end{aligned}$$

(b) Como f não depende de R , a frequência permanece a mesma quando R aumenta.

(c) Como $f \propto L_{\text{eq}}^{-1/2}$ e L_{eq} aumenta quando L_1 aumenta, a frequência diminui quando L_1 aumenta.

(d) Como $f \propto C_{\text{eq}}^{-1/2}$ e C_{eq} diminui quando C_3 é removido, a frequência aumenta quando C_3 é removido.

50. (a) O diagrama fasorial é semelhante ao da Fig. 31-13b, com o díctico " I_L " da seta verde (veja o livro-texto) substituído por " V_R ".

(b) se $V_R = V_L$, $IR = IX_L$, o que nos dá

$$f = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L} = \frac{80,0 \, \Omega}{2\pi(40,00 \times 10^{-3} \, \text{H})} = 318 \, \text{Hz}.$$

(c) $\phi = \tan^{-1}(V_L/V_R) = \tan^{-1}(1) = +45^\circ$.

(d) $\omega_d = R/L = (80,0 \, \Omega)/(40,0 \, \text{mH}) = 2,00 \times 10^3 \, \text{rad/s}$.

(e) $I = \epsilon_m / \sqrt{R^2 + X_L^2} = (6 \, \text{V}) / (80\sqrt{2} \, \Omega) \approx 53,0 \, \text{mA}$.

51. De acordo com as expressões obtidas no Problema 31-47,

$$\omega_1 = \frac{+\sqrt{3CR} + \sqrt{3C^2R^2 + 4LC}}{2LC}, \quad \omega_2 = \frac{-\sqrt{3CR} + \sqrt{3C^2R^2 + 4LC}}{2LC},$$

o que nos dá, de acordo com a Eq. 31-4,

$$\frac{\Delta\omega_d}{\omega} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega} = \frac{2\sqrt{3CR\sqrt{LC}}}{2LC} = R\sqrt{\frac{3C}{L}}.$$

Para os dados do Problema 31-47,

$$\frac{\Delta\omega_d}{\omega} = (5,00\Omega)\sqrt{\frac{3(20,0 \times 10^{-6}\text{ F})}{1,00\text{ H}}} = 3,87 \times 10^{-2}.$$

O resultado está de acordo com o que foi obtido no Problema 31-47; entretanto, no método usado no Problema 31-47, a resposta é obtida com apenas um algarismo significativo, já que é o resultado da diferença entre dois números muito próximos, ω_1 e ω_2 . No método usado neste problema, a diferença é calculada algebricamente, o que permite obter a resposta com três algarismos significativos.

52. Como a impedância do voltímetro é elevada, não afeta a impedância do circuito quando é ligada em paralelo com o circuito. Assim, a leitura é 100 V nos três casos.

53. (a) De acordo com a Eq. 31-61, a impedância é

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(12,0\Omega)^2 + (1,30\Omega - 0)^2} = 12,1\Omega.$$

(b) A potência média consumida pelo aparelho é

$$P_{\text{med}} = \frac{\epsilon_{\text{rms}}^2 R}{Z^2} = \frac{(120\text{ V})^2 (12,0\Omega)}{(12,07\Omega)^2} = 1,186 \times 10^3 \text{ W} \approx 1,19 \times 10^3 \text{ W} = 1,19 \text{ kW}.$$

54. O valor máximo da tensão (valor de pico) é

$$V_{\text{max}} = \sqrt{2}V_{\text{rms}} = \sqrt{2}(100\text{ V}) = 141\text{ V}.$$

55. A potência média dissipada por uma resistência R ao ser submetida a uma corrente alternada é dada por $P_{\text{med}} = I_{\text{rms}}^2 R$, na qual I_{rms} é a corrente média quadrática. Como $I_{\text{rms}} = I/\sqrt{2}$, na qual I é a amplitude da corrente, temos também a relação $P_{\text{med}} = I^2 R/2$. A potência dissipada pela mesma resistência ao ser submetida a uma corrente contínua i é dada por $P = i^2 R$. Igualando as duas potências e explicitando i , obtemos

$$i = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{2,60\text{ A}}{\sqrt{2}} = 1,84\text{ A}.$$

56. (a) Como a potência consumida pela lâmpada é $P = I^2 R/2$, $P_{\text{max}}/P_{\text{min}} = (I/I_{\text{min}})^2 = 5$, o que nos dá

$$\left(\frac{I}{I_{\text{min}}}\right)^2 = \left(\frac{\epsilon_m / Z_{\text{min}}}{\epsilon_m / Z_{\text{max}}}\right)^2 = \left(\frac{Z_{\text{max}}}{Z_{\text{min}}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{R^2 + (\omega L_{\text{max}})^2}}{R}\right)^2 = 5.$$

Explicitando L_{max} , temos:

$$L_{\text{max}} = \frac{2R}{\omega} = \frac{2(120\text{ V})^2 / 1000\text{ W}}{2\pi(60,0\text{ Hz})} = 7,64 \times 10^{-2}\text{ H} = 76,4\text{ mH}.$$

(b) Sim, é possível usar um resistor variável.

(c) Nesse caso, devemos fazer

$$\left(\frac{R_{\text{max}} + R_{\text{lâmpada}}}{R_{\text{lâmpada}}}\right)^2 = 5,$$

o que nos dá

$$R_{\max} = (\sqrt{5} - 1)R_{\text{lâmpada}} = (\sqrt{5} - 1) \frac{(120 \text{ V})^2}{1000 \text{ W}} = 17,8 \, \Omega.$$

(d) Este método não é usado porque os resistores dissipam energia, enquanto os indutores a armazenam temporariamente.

57. De acordo com as Eqs. 31-63, 31-70 e 31-71,

$$P_{\text{med}} = \frac{\epsilon_m^2 R}{2Z^2} = \frac{\epsilon_m^2 R}{2[R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2]},$$

na qual $Z = \sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}$ é a impedância do circuito.

(a) No caso de C variável, o valor de P_{med} é máximo quando o valor de $R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2$ é mínimo. Isso acontece para $\omega_d L = 1/\omega_d C$, o que nos dá

$$C = \frac{1}{\omega_d^2 L} = \frac{1}{(2\pi)^2 (60,0 \text{ Hz})^2 (60,0 \times 10^{-3} \text{ H})} = 1,17 \times 10^{-4} \text{ F} = 117 \, \mu\text{F}.$$

Para este valor de C , o circuito está em ressonância.

(b) Neste caso, queremos que Z^2 tenha o maior valor possível. A impedância aumenta sem limite quando C tende a zero. Assim, a potência dissipada é mínima para $C = 0$ (o que equivale a interromper o circuito).

(c) Para $\omega_d L = 1/\omega_d C$, temos:

$$P_{\text{med}} = \frac{\epsilon_m^2}{2R} = \frac{(30,0 \text{ V})^2}{2(5,00 \, \Omega)} = 90,0 \text{ W}.$$

(d) Para $\omega_d L = 1/\omega_d C$, temos:

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega_d L - 1/\omega_d C}{R} = 0,$$

o que nos dá $\phi = 0^\circ$.

(e) Para $\phi = 0^\circ$, o fator de potência é $\cos \phi = \cos 0^\circ = 1$.

(f) A dissipação mínima é $P_{\text{med}} = 0$ (como em um circuito aberto).

(g) Quando $C \rightarrow 0$, $X_C \rightarrow \infty$ e, portanto, $\tan \phi \rightarrow -\infty$. Assim, para $C = 0$, temos:

$$\phi = \tan^{-1}(-\infty) = -90^\circ.$$

(h) Para $\phi = -90^\circ$, o fator de potência é $\cos \phi = \cos(-90^\circ) = 0$.

58. Como o circuito não contém reatâncias, $I_{\text{rms}} = \epsilon_m / R$. De acordo com a Eq. 31-71, a potência média dissipada no resistor R é

$$P_R = I_{\text{rms}}^2 R = \left(\frac{\epsilon_m}{r + R} \right)^2 R.$$

Para determinar o valor de R que maximiza P_R , derivamos P_R em relação a R e igualamos o resultado a zero:

$$\frac{dP_R}{dR} = \frac{\epsilon_m^2 [(r + R)^2 - 2(r + R)R]}{(r + R)^4} = \frac{\epsilon_m^2 (r - R)}{(r + R)^3} = 0 \Rightarrow R = r$$

59. (a) A corrente rms é

$$I_{\text{rms}} = \frac{\epsilon_{\text{rms}}}{Z} = \frac{\epsilon_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL - 1/2\pi fC)^2}}$$

$$= \frac{75,0 \text{ V}}{\sqrt{(15,0 \Omega)^2 + \{2\pi(550 \text{ Hz})(25,0 \text{ mH}) - 1/[2\pi(550 \text{ Hz})(4,70 \mu\text{F})]\}^2}}$$

$$= 2,59 \text{ A}.$$

(b) A tensão rms em R é

$$V_{ab} = I_{\text{rms}}R = (2,59 \text{ A})(15,0 \Omega) = 38,8 \text{ V}.$$

(c) A tensão rms em C é

$$V_{bc} = I_{\text{rms}}X_C = \frac{I_{\text{rms}}}{2\pi fC} = \frac{2,59 \text{ A}}{2\pi(550 \text{ Hz})(4,70 \mu\text{F})} = 159 \text{ V}.$$

(d) A tensão rms em L é

$$V_{cd} = I_{\text{rms}}X_L = 2\pi I_{\text{rms}}fL = 2\pi(2,59 \text{ A})(550 \text{ Hz})(25,0 \text{ mH}) = 224 \text{ V}.$$

(e) A tensão rms em C e L juntos é

$$V_{bd} = |V_{bc} - V_{cd}| = |159,5 \text{ V} - 223,7 \text{ V}| = 64,2 \text{ V}.$$

(f) A tensão rms em R , C e L juntos é

$$V_{ad} = \sqrt{V_{ab}^2 + V_{bd}^2} = \sqrt{(38,8 \text{ V})^2 + (64,2 \text{ V})^2} = 75,0 \text{ V}.$$

(g) A potência média dissipada em R é

$$P_R = \frac{V_{ab}^2}{R} = \frac{(38,8 \text{ V})^2}{15,0 \Omega} = 100 \text{ W}.$$

(h) A potência dissipada em C é 0.

(i) A potência dissipada em L é 0.

60. A corrente no circuito é dada por $i(t) = I \sin(\omega_d t - \phi)$, na qual

$$I = \frac{\epsilon_m}{Z} = \frac{\epsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}}$$

$$= \frac{45,0 \text{ V}}{\sqrt{(16,0 \Omega)^2 + \{(3000 \text{ rad/s})(9,20 \text{ mH}) - 1/[(3000 \text{ rad/s})(31,2 \mu\text{F})]\}^2}}$$

$$= 1,93 \text{ A}$$

e

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d L - 1/\omega_d C}{R} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left[\frac{(3000 \text{ rad/s})(9,20 \text{ mH})}{16,0 \Omega} - \frac{1}{(3000 \text{ rad/s})(31,2 \mu\text{F})} \right]$$

$$= 46,5^\circ.$$

(a) A taxa com a qual a energia está sendo fornecida pelo gerador é

$$\begin{aligned} P_G &= i(t)\epsilon(t) = I \sin(\omega_d t - \phi) \epsilon_m \sin \omega_d t \\ &= (1,93 \text{ A})(45,0 \text{ V}) \sin[(3000 \text{ rad/s})(0,442 \text{ ms})] \sin[(3000 \text{ rad/s})(0,442 \text{ ms}) - 46,5^\circ] \\ &= 41,4 \text{ W}. \end{aligned}$$

(b) Como

$$v_c(t) = V_c \sin(\omega_d t - \phi - \pi/2) = -V_c \cos(\omega_d t - \phi)$$

na qual $V_c = I/\omega_d C$, a taxa com a qual a energia do capacitor está variando é

$$\begin{aligned} P_C &= \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} \right) = i \frac{q}{C} = i v_c \\ &= -I \sin(\omega_d t - \phi) \left(\frac{I}{\omega_d C} \right) \cos(\omega_d t - \phi) = -\frac{I^2}{2\omega_d C} \sin[2(\omega_d t - \phi)] \\ &= -\frac{(1,93 \text{ A})^2}{2(3000 \text{ rad/s})(31,2 \times 10^{-6} \text{ F})} \sin[2(3000 \text{ rad/s})(0,442 \text{ ms}) - 2(46,5^\circ)] \\ &= -17,0 \text{ W}. \end{aligned}$$

(c) A taxa com a qual a energia do indutor está variando é

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) = L i \frac{di}{dt} = L I \sin(\omega_d t - \phi) \frac{d}{dt} [I \sin(\omega_d t - \phi)] = \frac{1}{2} \omega_d L I^2 \sin[2(\omega_d t - \phi)] \\ &= \frac{1}{2} (3000 \text{ rad/s}) (1,93 \text{ A})^2 (9,20 \text{ mH}) \sin[2(3000 \text{ rad/s})(0,442 \text{ ms}) - 2(46,5^\circ)] \\ &= 44,1 \text{ W}. \end{aligned}$$

(d) A taxa com a qual a energia está sendo dissipada no resistor é

$$\begin{aligned} P_R &= i^2 R = I^2 R \sin^2(\omega_d t - \phi) = (1,93 \text{ A})^2 (16,0 \Omega) \sin^2[(3000 \text{ rad/s})(0,442 \text{ ms}) - 46,5^\circ] \\ &= 14,4 \text{ W}. \end{aligned}$$

(e) A soma é igual. $P_L + P_R + P_C = 44,1 \text{ W} - 17,0 \text{ W} + 14,4 \text{ W} = 41,5 \text{ W} = P_G$.

61. (a) O fator de potência é $\cos \phi$, na qual ϕ é a constante de fase definida pela expressão $i = I \sin(\omega t - \phi)$. Assim, $\phi = -42,0^\circ$ e $\cos \phi = \cos(-42,0^\circ) = 0,743$.

(b) Como $\phi < 0$, $\omega t - \phi > \omega t$. Isso significa que a corrente está adiantada em relação à fem.

(c) A constante de fase está relacionada à diferença das reatâncias através da equação $\tan \phi = (X_L - X_C)/R$. Como, neste caso, $\tan \phi = \tan(-42,0^\circ) = -0,900$, um número negativo, a diferença $X_L - X_C$ é negativa, o que significa que $X_C > X_L$. Assim, o circuito é principalmente capacitivo.

(d) Se o circuito estivesse sendo excitado na frequência de ressonância, X_L seria igual a X_C , $\tan \phi$ seria igual a zero e ϕ seria igual a zero. Como ϕ é diferente de zero, a resposta é não.

(e) Como $\tan \phi$ tem um valor negativo, a reatância capacitiva é diferente de zero. Isso significa que a caixa contém um capacitor e, portanto, a resposta é sim.

(f) Como a reatância indutiva pode ser nula, a caixa pode conter ou não um indutor e, portanto, a resposta é não.

(g) Como $\tan \phi$ tem um valor finito, a resistência é diferente de zero. Isso significa que a caixa contém um indutor e, portanto, a resposta é sim.

(h) A potência média fornecida pelo gerador é

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{2} \epsilon_m I \cos \phi = \frac{1}{2} (75,0 \text{ V})(1,20 \text{ A})(0,743) = 33,4 \text{ W}.$$

(i) As respostas anteriores dependem apenas da constante de fase ϕ , que foi dada. Se, em vez da constante de fase, tivessem sido fornecidos os valores de R , L e C , seria preciso conhecer o valor da frequência para responder às perguntas.

62. De acordo com a Eq. 31-79, temos:

$$V_s = V_p \left(\frac{N_s}{N_p} \right) = (100 \text{ V}) \left(\frac{500}{50} \right) = 1,00 \times 10^3 \text{ V}.$$

63. (a) A tensão no secundário é

$$V_s = V_p \left(\frac{N_s}{N_p} \right) = (120 \text{ V}) \left(\frac{10}{500} \right) = 2,4 \text{ V}.$$

(b) A corrente no secundário, de acordo com a lei de Ohm, é

$$I_s = \frac{V_s}{R_s} = \frac{2,4 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,16 \text{ A}$$

e a corrente no primário, de acordo com a Eq. 31-80, é

$$I_p = I_s \left(\frac{N_s}{N_p} \right) = (0,16 \text{ A}) \left(\frac{10}{500} \right) = 3,2 \times 10^{-3} \text{ A} = 3,2 \text{ mA}.$$

(c) Como foi visto no item (b), a corrente no secundário é $I_s = 0,16 \text{ A}$.

64. No caso de um transformador elevador de tensão:

(a) O menor valor da razão V_s/V_p é obtido usando o enrolamento T_2T_3 como primário e o enrolamento T_1T_3 como secundário: $V_{13}/V_{23} = (800 + 200)/800 = 1,25$.

(b) O segundo menor valor da razão V_s/V_p é obtido usando o enrolamento T_1T_2 como primário e o enrolamento T_2T_3 como secundário: $V_{23}/V_{13} = 800/200 = 4,00$.

(c) O maior valor da razão V_s/V_p é obtido usando o enrolamento T_1T_2 como primário e o enrolamento T_1T_3 como secundário: $V_{13}/V_{12} = (800 + 200)/200 = 5,00$.

Para examinar o caso de um transformador abaixador de tensão, basta permutar os enrolamentos primário e secundário nos três casos anteriores.

(d) O menor valor da razão V_s/V_p é $1/5,00 = 0,200$.

(e) O segundo menor valor da razão V_s/V_p é $1/4,00 = 0,250$.

(f) O maior valor da razão V_s/V_p é $1/1,25 = 0,800$.

65. (a) Como a corrente rms no cabo é

$$I_{\text{rms}} = \frac{P}{V_t} = \frac{250 \times 10^3 \text{ W}}{80 \times 10^3 \text{ V}} = 3,125 \text{ A},$$

a queda de tensão na linha de transmissão é

$$\Delta V = I_{\text{rms}} R = (3,125 \text{ A})(2)(0,30 \Omega) = 1,9 \text{ V}.$$

(b) A potência dissipada na linha é

$$P_d = I_{\text{rms}}^2 R = (3,125 \text{ A})(2)(0,60 \Omega) = 5,9 \text{ W}.$$

(c) Nesse caso, como a corrente no cabo é

$$I_{\text{rms}} = \frac{P}{V_t} = \frac{250 \times 10^3 \text{ W}}{8 \times 10^3 \text{ V}} = 31,25 \text{ A},$$

a queda de tensão na linha de transmissão é

$$\Delta V = I_{\text{rms}} R = (31,25 \text{ A})(2)(0,30 \Omega) = 19 \text{ V}.$$

(d) A potência dissipada da linha é

$$P_d = (3,125 \text{ A})^2 (0,60 \Omega) = 5,9 \times 10^2 \text{ W}.$$

(e) Nesse caso, como a corrente na linha é

$$I_{\text{rms}} = \frac{P}{V_t} = \frac{250 \times 10^3 \text{ W}}{0,8 \times 10^3 \text{ V}} = 312,5 \text{ A},$$

a queda de tensão na linha de transmissão é

$$\Delta V = I_{\text{rms}} R = (312,5 \text{ A})(2)(0,30 \Omega) = 1,9 \times 10^2 \text{ V} = 0,19 \text{ kV}.$$

(f) A potência dissipada na linha é

$$P_d = (312,5 \text{ A})^2 (0,60 \Omega) = 5,9 \times 10^4 \text{ W} = 54 \text{ kW}.$$

66. (a) O amplificador deve ser ligado ao enrolamento primário de um transformador e o resistor R deve ser ligado ao enrolamento secundário.

(b) Se I_s é a corrente rms no enrolamento secundário, a potência média fornecida ao resistor R é $P_{\text{med}} = I_s^2 R$. Como $I_s = (N_p/N_s)I_p$, temos:

$$P_{\text{med}} = \left(\frac{I_p N_p}{N_s} \right)^2 R,$$

na qual I_p é a corrente no enrolamento primário. O circuito primário é formado pelo gerador e duas resistências em série: a resistência de saída do amplificador, r , e a resistência equivalente $R_{\text{eq}} = (N_p/N_s)^2 R$ do enrolamento primário (Eq. 31-82). Assim,

$$I_p = \frac{\epsilon_{\text{rms}}}{r + R_{\text{eq}}} = \frac{\epsilon_{\text{rms}}}{r + (N_p/N_s)^2 R}$$

e, portanto,

$$P_{\text{med}} = \frac{\epsilon^2 (N_p/N_s)^2 R}{[r + (N_p/N_s)^2 R]^2}.$$

Precisamos determinar o valor de N_p/N_s para o qual P_{med} é máxima. Fazendo $x = (N_p/N_s)^2$, temos:

$$P_{\text{med}} = \frac{\epsilon^2 R x}{(r + xR)^2}.$$

Derivando a equação anterior e igualando o resultado a zero, obtemos

$$\frac{dP_{\text{med}}}{dx} = \frac{\epsilon^2 R(r - xR)}{(r + xR)^3} = 0,$$

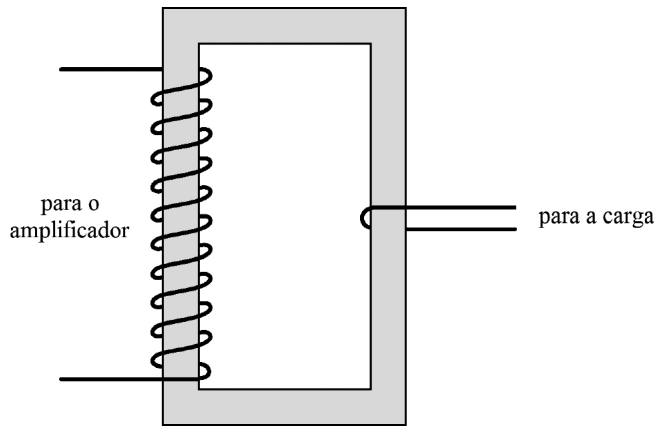
o que nos dá

$$x = \frac{r}{R} = \frac{1000 \, \Omega}{10 \, \Omega} = 100.$$

Como P_{med} é diretamente proporcional a x para pequenos valores de x e inversamente proporcional a x para grandes valores de x , o extremo correspondente a $x = r/R$ é realmente um máximo, e não um mínimo. Como $x = (N_p/N_s)^2$, concluímos que a transferência de energia é máxima para

$$\frac{N_p}{N_s} = \sqrt{x} = 10.$$

A figura a seguir mostra, de forma esquemática, um transformador com uma relação de espiras de 10 para 1. Na prática, o transformador teria um número muito maior de espiras, tanto no enrolamento primário como no enrolamento secundário.



67. (a) Fazendo $\omega t - \pi/4 = \pi/2$, obtemos

$$t = 3\pi/4\omega = 3\pi/[4(350 \text{ rad/s})] = 6,73 \times 10^{-3} \text{ s} = 6,73 \text{ ms}.$$

(b) Fazendo $\omega t + \pi/4 = \pi/2$, obtemos

$$t = \pi/4\omega = \pi/[4(350 \text{ rad/s})] = 2,24 \times 10^{-3} \text{ s} = 2,24 \text{ ms}.$$

(c) Como a corrente está adiantada de $\pi/2$ em relação à fem, o elemento é um capacitor.

(d) Como $X_C = (\omega C)^{-1} = \epsilon_m/I$, temos:

$$C = \frac{I}{\epsilon_m \omega} = \frac{6,20 \times 10^{-3} \text{ A}}{(30,0 \text{ V})(350 \text{ rad/s})} = 5,90 \times 10^{-5} \text{ F} = 59,0 \, \mu\text{F}.$$

68. (a) Como $\omega_d = 2\pi f_d = 12566 \text{ rad/s}$, $X_L = \omega_d L = 754 \Omega$ e $X_C = 1/\omega_d C = 199 \Omega$. Assim, a Eq. 31-65 nos dá

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right) = +1,22 \text{ rad}.$$

(b) De acordo com a Eq. 31-60,

$$I = \frac{\epsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = 0,288 \text{ A}.$$

69. (a) Como $\omega = 2\pi f$, $X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$ e $\tan(\phi) = (X_L - X_C)/R$, temos:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{16,022 - 33,157}{40,0} = -0,40473 \text{ rad} \approx -0,405 \text{ rad}.$$

(b) De acordo com a Eq. 31-63,

$$I = \frac{120 \text{ V}}{\sqrt{(40 \Omega)^2 + (16,022 \Omega - 33,157 \Omega)^2}} = 2,7576 \text{ A} \approx 2,76 \text{ A}.$$

(c) Como $X_C > X_L$, o circuito é capacitivo.

70. (a) Como $X_L = \omega L = 2\pi f L$, temos:

$$f = \frac{X_L}{2\pi L} = \frac{1,30 \times 10^3 \Omega}{2\pi(45,0 \times 10^{-3} \text{ H})} = 4,60 \times 10^3 \text{ Hz} = 4,60 \text{ kHz}.$$

(b) Como $X_C = 1/\omega C = 1/2\pi f C$, temos:

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi(4,60 \times 10^3 \text{ Hz})(1,30 \times 10^3 \Omega)} = 2,66 \times 10^{-8} \text{ F} = 26,6 \text{ nF}.$$

(c) Como $X_L \propto f$, se f for multiplicada por dois, X_L será multiplicada por dois. Assim,

$$X_L = 2(1,30 \text{ k}\Omega) = 2,60 \text{ k}\Omega.$$

(d) Como $X_C \propto 1/f$, se f for multiplicada por dois, X_C será dividida por dois. Assim,

$$X_C = (1,30 \text{ k}\Omega)/2 = 0,650 \text{ k}\Omega.$$

71. (a) A impedância é $Z = (80,0 \text{ V})/(1,25 \text{ A}) = 64,0 \Omega$.

(b) Como $\cos \phi = R/Z$,

$$R = (64,0 \Omega) \cos(0,650 \text{ rad}) = 50,9 \Omega.$$

(c) Como a corrente está adiantada em relação à fem, o circuito é capacitivo.

72. (a) De acordo com a Eq. 31-65, temos:

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{V_L - V_C}{V_R} \right) = \tan^{-1} \left[\frac{V_L - (V_L/1,50)}{(V_L/2,00)} \right] = \tan^{-1} \left(\frac{2}{3} \right) = 0,588 \text{ rad}.$$

(b) Como o ângulo ϕ é positivo, o circuito é indutivo ($X_L > X_C$).

(c) Como $V_R = IR = (0,2 \text{ A})(49,9 \Omega) = 9,98 \text{ V}$, $V_L = 2,00V_R = 20,0 \text{ V}$ e $V_C = V_L/1,50 = 13,3 \text{ V}$. Assim, de acordo com a Eq. 31-60,

$$\epsilon_m = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(9,98 \text{ V})^2 + (20,0 \text{ V} - 13,3 \text{ V})^2} = 12,0 \text{ V}.$$

73. (a) De acordo com a Eq. 31-4, $L = (\omega^2 C)^{-1} = [(2\pi f)^2 C]^{-1} = 2,41 \mu\text{H}$.

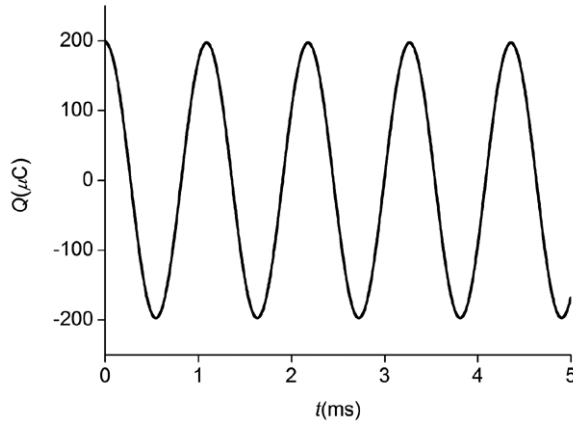
(b) $U_{\max} = LI^2/2 = 21,4 \text{ pJ}$.

(c) Como, de acordo com a Eq. 25-21, $U_{\max} = Q^2/2C$, $Q = \sqrt{2CU_{\max}} = 82,2 \text{ nC}$.

74. (a) De acordo com a Eq. 31-4, $\omega = 1/\sqrt{LC} \approx 5,77 \times 10^3 \text{ rad/s}$.

(b) De acordo com a Eq. 16-8, $T = 2\pi/\omega = 1,09 \text{ ms}$.

(c) A figura a seguir mostra um gráfico da carga do capacitor em função do tempo.



75. (a) A impedância é

$$Z = \frac{\epsilon_m}{I} = \frac{125 \text{ V}}{3,20 \text{ A}} = 39,1 \Omega.$$

(b) Como $V_R = IR = \epsilon_m \cos \phi$, temos:

$$R = \frac{\epsilon_m \cos \phi}{I} = \frac{(125 \text{ V}) \cos(0,982 \text{ rad})}{3,20 \text{ A}} = 21,7 \Omega.$$

(c) Como a corrente está adiantada em relação à fem, concluímos que o circuito é principalmente capacitivo.

76. (a) De acordo com a Eq. 31-39, $f = \omega/2\pi = (2\pi CX_C)^{-1} = 8,84 \text{ kHz}$.

(b) Como a reatância capacitiva é inversamente proporcional à frequência, se a frequência for multiplicada por dois, a nova reatância capacitiva será $X_C = 12,00 \Omega/2 = 6,00 \Omega$.

77. (a) Temos que considerar as seguintes combinações: $\Delta V_{12} = V_1 - V_2$, $\Delta V_{13} = V_1 - V_3$ e $\Delta V_{23} = V_2 - V_3$. No caso de ΔV_{12} ,

$$\begin{aligned} \Delta V_{12} &= A \sin(\omega_d t) - A \sin(\omega_d t - 120^\circ) = 2A \sin\left(\frac{120^\circ}{2}\right) \cos\left(\frac{2\omega_d t - 120^\circ}{2}\right) \\ &= \sqrt{3}A \cos(\omega_d t - 60^\circ), \end{aligned}$$

na qual usamos a identidade

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin\left[(\alpha - \beta)/2\right] \cos\left[(\alpha + \beta)/2\right].$$

Da mesma forma,

$$\begin{aligned}\Delta V_{13} &= A \sin(\omega_d t) - A \sin(\omega_d t - 240^\circ) = 2A \sin\left(\frac{240^\circ}{2}\right) \cos\left(\frac{2\omega_d t - 240^\circ}{2}\right) \\ &= \sqrt{3}A \cos(\omega_d t - 120^\circ)\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\Delta V_{23} &= A \sin(\omega_d t - 120^\circ) - A \sin(\omega_d t - 240^\circ) = 2A \sin\left(\frac{120^\circ}{2}\right) \cos\left(\frac{2\omega_d t - 360^\circ}{2}\right) \\ &= \sqrt{3}A \cos(\omega_d t - 180^\circ).\end{aligned}$$

As três expressões são funções senoidais de t com frequência angular ω_d .

(b) A amplitude das três funções senoidais é $\sqrt{3}A$.

78. (a) Como $I_{\text{rms}}^2 R_{\text{efetiva}} = P_{\text{mecânica}}$,

$$R_{\text{efetiva}} = \frac{P_{\text{mecânica}}}{I_{\text{rms}}^2} = \frac{(0,100 \text{ hp})(746 \text{ W/hp})}{(0,650 \text{ A})^2} = 177 \, \Omega.$$

(b) A resistência efetiva não é a resistência R dos enrolamentos do motor e sim a resistência associada à conversão de energia elétrica em energia mecânica. O produto $I_{\text{rms}}^2 R$ do quadrado da corrente efetiva pela resistência dos enrolamentos é igual, não à potência mecânica, mas à potência dissipada nos enrolamentos.

79. (a) Em qualquer instante, a energia total U do circuito é a soma da energia U_E armazenada no capacitor com a energia U_B armazenada no indutor. Se, em um certo instante t , $U_E = 0,500U_B$, $U_B = 2,00U_E$ e

$$U = U_E + U_B = 3,00U_E.$$

Sabemos que $U_E = q^2/2C$, na qual q é a carga do capacitor no instante t . A energia total U é dada por $Q^2/2C$, na qual Q é a carga máxima do capacitor. Assim,

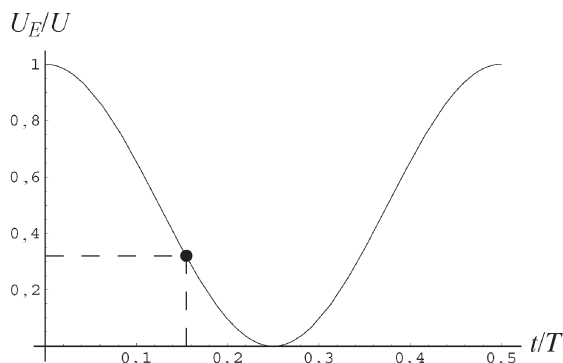
$$\frac{Q^2}{2C} = \frac{3,00q^2}{2C} \Rightarrow q = \frac{Q}{\sqrt{3,00}} = 0,577Q.$$

(b) Se o capacitor está totalmente carregado no instante $t = 0$, a carga do capacitor em função do tempo é dada por $q = Q \cos \omega t$. Assim, a condição $q = 0,577Q$ é satisfeita para $\cos \omega t = 0,557$, o que nos dá $\omega t = 0,955 \text{ rad}$. Como $\omega = 2\pi/T$, na qual T é o período das oscilações, $t/T = 0,955/2\pi = 0,152$.

Nota: A fração da energia total armazenada no capacitor no instante t é dada por

$$\frac{U_E}{U} = \frac{(Q^2/2C) \cos^2 \omega t}{Q^2/2C} = \cos^2 \omega t = \cos^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

A figura a seguir mostra um gráfico de U_E/U em função de t/T .



O ponto mostrado no gráfico confirma que $U_E/U = 1/3$ para $t/T = 0,152$.

80. (a) Como

$$X_L = 2\pi f_d L = 2\pi(400 \text{ Hz})(0,0242 \text{ H}) = 60,82 \Omega$$

e

$$X_C = (2\pi f_d C)^{-1} = [2\pi(400 \text{ Hz})(1,21 \times 10^{-5} \text{ F})]^{-1} = 32,88 \Omega,$$

a impedância é

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(20,0 \Omega)^2 + (60,82 \Omega - 32,88 \Omega)^2} = 34,36 \Omega.$$

Para $\epsilon = 90,0 \text{ V}$, temos:

$$I = \frac{\epsilon}{Z} = \frac{90,0 \text{ V}}{34,36 \Omega} = 2,62 \text{ A} \Rightarrow I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{2,62 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 1,85 \text{ A}.$$

Assim, a diferença de potencial rms no resistor é $V_{R \text{ rms}} = I_{\text{rms}} R = 37,0 \text{ V}$.

(b) A diferença de potencial rms no capacitor é $V_{C \text{ rms}} = I_{\text{rms}} X_C = 60,9 \text{ V}$.

(c) A diferença de potencial rms no indutor é $V_{L \text{ rms}} = I_{\text{rms}} X_L = 113 \text{ V}$.

(d) A potência média dissipada no circuito é $P_{\text{med}} = (I_{\text{rms}})^2 R = 68,6 \text{ W}$.

81. (a) A constante de fase é

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{V_L - V_C}{V_R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{V_L - V_L/2,00}{V_L/2,00} \right) = \tan^{-1}(1,00) = 45,0^\circ.$$

(b) Como $\epsilon_m \cos \phi = IR$, temos:

$$R = \frac{\epsilon_m \cos \phi}{I} = \frac{(30,0 \text{ V})(\cos 45^\circ)}{300 \times 10^{-3} \text{ A}} = 70,7 \Omega.$$

82. Como $U_{\text{max}} = LI^2/2$,

$$I = \sqrt{\frac{2U_{\text{max}}}{L}} = \sqrt{\frac{2(10,0 \times 10^{-6} \text{ J})}{1,50 \times 10^{-3} \text{ H}}} = 0,115 \text{ A}.$$

83. De acordo com a Eq. 31-4,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(2,5 \times 10^{-3} \text{ H})(3,00 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 1,84 \text{ kHz}.$$

84. (a) se a constante de fase é 45° , a reatância do circuito é igual à resistência e a impedância é

$$Z = R\sqrt{2} \Rightarrow R = Z\sqrt{2} = (1,00 \times 10^3 \sqrt{2}) \Omega = 707 \Omega.$$

(b) $f = 8000 \text{ Hz}$, $\omega_d = 2\pi(8000) \text{ rad/s}$. Como a reatância é igual à resistência, temos:

$$X_L - X_C = \omega_d L - \frac{1}{\omega_d C} = 707 \Omega,$$

na qual $\omega_d = 2\pi f = 2\pi(8000) \text{ rad/s}$.

De acordo com a Eq. 31-4, se a frequência de ressonância é 6000 Hz ,

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 (6000 \text{ Hz})^2 L}.$$

Substituindo este valor de C na expressão anterior, obtemos $L = 32,2 \text{ mH}$.

$$(c) C = \frac{1}{4\pi^2(6000 \text{ Hz})^2 L} = 21,9 \text{ nF}.$$

$$85. (a) L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 (10,4 \times 10^3 \text{ Hz})^2 (340 \times 10^{-6} \text{ F})} = 6,89 \times 10^{-7} \text{ H} = 0,689 \mu\text{H}.$$

$$(b) U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (6,89 \times 10^{-7} \text{ H}) (7,20 \times 10^{-3} \text{ A})^2 = 1,79 \times 10^{-11} \text{ J}.$$

$$(c) Q = \sqrt{2CU} = \sqrt{2(340 \times 10^{-6} \text{ F})(1,79 \times 10^{-11} \text{ J})} = 1,10 \times 10^{-7} \text{ C}.$$

86. De acordo com a Eq. 31-60,

$$R^2 + X_L^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{I^2} \Rightarrow X_L = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2}{I^2} - R^2} = \sqrt{\frac{(220 \text{ V})^2}{(3,00 \text{ A})^2} - (24,0 \Omega)^2} = 69,3 \Omega.$$

87. Quando a chave está aberta, temos um circuito LRC série do qual participa apenas o capacitor da direita. De acordo com a Eq. 31-65, temos:

$$\frac{\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C}}{R} = \tan \phi_o = \tan(-20^\circ) = -\tan 20^\circ,$$

o que mostra que $1/\omega_d C > \omega_d L$.

Com a chave da posição 1, a capacitância equivalente do circuito passa a ser $2C$ e temos:

$$\frac{\omega_d L - \frac{1}{2\omega_d C}}{R} = \tan \phi_1 = \tan 10^\circ.$$

Finalmente, com a chave na posição 2, o circuito é um circuito LC , cuja amplitude de corrente é dada por

$$I_2 = \frac{\epsilon_m}{Z_{LC}} = \frac{\epsilon_m}{\sqrt{\left(\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C}\right)^2}} = \frac{\epsilon_m}{\frac{1}{\omega_d C} - \omega_d L},$$

na qual usamos o fato de que $1/\omega_d C > \omega_d L$ para simplificar a raiz quadrada. Resolvendo o sistema de equações formado pelas três equações anteriores, obtemos:

(a)

$$R = \frac{-\epsilon_m}{I_2 \tan \phi_o} = \frac{-120 \text{ V}}{(2,00 \text{ A}) \tan(-20,0^\circ)} = 165 \Omega.$$

(b)

$$L = \frac{\epsilon_m}{\omega_d I_2} \left(1 - 2 \frac{\tan \phi_1}{\tan \phi_o} \right) = \frac{120 \text{ V}}{2\pi(60,0 \text{ Hz})(2,00 \text{ A})} \left[1 - 2 \frac{\tan(10,0^\circ)}{\tan(-20,0^\circ)} \right] = 0,313 \text{ H} \\ = 313 \text{ mH}.$$

(c)

$$C = \frac{I_2}{2\omega_d \epsilon_m (1 - \tan \phi_1 / \tan \phi_0)} = \frac{2,00 \text{ A}}{2(2\pi)(60,0 \text{ Hz})(120 \text{ V})[1 - \tan(10,0^\circ) / \tan(-20,0^\circ)]}$$

$$= 1,49 \times 10^{-5} \text{ F} = 14,9 \mu\text{F}.$$

88. (a) De acordo com as Eqs. 31-4 e 31-14,

$$Q = \frac{1}{\omega} = I\sqrt{LC} = 1,27 \times 10^{-6} \text{ C} = 1,27 \mu\text{C}.$$

(b) Para que $i_0 = I$ na Eq. 31-15, fazemos $\phi = -\pi/2$ na Eq. 31-12. A energia armazenada no capacitor é

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} (\sin \omega t)^2.$$

Derivando a equação anterior em relação ao tempo e usando a identidade $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$, obtemos

$$\frac{dU_E}{dt} = \frac{Q^2}{2C} \omega \sin 2\omega t.$$

O primeiro máximo da expressão anterior acontece para $\sin 2\omega t = \pi/2$, o que nos dá

$$t = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4} \sqrt{LC} = \frac{\pi}{4} \sqrt{(8,0 \times 10^{-3} \text{ H})(1,40 \times 10^{-6} \text{ F})} = 8,31 \times 10^{-5} \text{ s} = 83,1 \mu\text{s}.$$

(c) Fazendo $2\omega t = \pi/2$ na expressão de dU_E/dt obtida no item (b), temos:

$$\left(\frac{dU_E}{dt} \right)_{\max} = \frac{Q^2}{2C} \omega = \frac{(I\sqrt{LC})^2}{2C} \frac{I}{\sqrt{LC}} = \frac{I^2}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} = 5,44 \times 10^{-3} \text{ W} = 5,44 \text{ mW}.$$

89. (a) Como a energia armazenada no capacitor é dada por $U_E = q^2/2C$ e a carga q é uma função periódica de t de período T , U_E é uma função periódica de t de período $T/2$ e, portanto, a energia armazenada no capacitor não varia em um ciclo completo de período T .(b) Como a energia armazenada no indutor é $U_B = Li^2/2$ e a corrente i é uma função periódica de t de período T , U_B é uma função periódica de t de período $T/2$ e, portanto, a energia armazenada no indutor não varia em um ciclo completo de período T .

(c) A energia fornecida pela fonte alternada em um ciclo é

$$U_\epsilon = \int_0^T P_\epsilon dt = I\epsilon_m \int_0^T \sin(\omega_d t - \phi) \sin(\omega_d t) dt$$

$$= I\epsilon_m \int_0^T [\sin \omega_d t \cos \phi - \cos \omega_d t \sin \phi] \sin(\omega_d t) dt$$

$$= \frac{T}{2} I\epsilon_m \cos \phi,$$

na qual usamos as relações

$$\int_0^T \sin^2(\omega_d t) dt = \frac{T}{2} \quad \text{e} \quad \int_0^T \sin(\omega_d t) \cos(\omega_d t) dt = 0.$$

(d) A energia dissipada no resistor em um ciclo é

$$U_R = \int_0^T P_R dt = I^2 R \int_0^T \sin^2(\omega_d t - \phi) dt = \frac{T}{2} I^2 R.$$

(e) Como $\epsilon_m I \cos \phi = \epsilon_m I (V_R / \epsilon_m) = \epsilon_m I (IR / \epsilon_m) = I^2 R$, os resultados dos itens (c) e (d) são iguais.

Nota: Para resolver os itens (c) e (d), poderíamos ter usado as Eqs. 31-71 e 31-74. De acordo com essas equações, a energia fornecida pela fonte é

$$P_{\text{med}} T = (I_{\text{rms}} \epsilon_{\text{rms}} \cos \phi) T = \left(\frac{1}{2} T \right) \epsilon_m I \cos \phi$$

na qual usamos as relações $I_{\text{rms}} = I / \sqrt{2}$ e $\epsilon_{\text{rms}} = \epsilon_m / \sqrt{2}$.

Por outro lado, a energia dissipada no resistor é

$$P_{\text{med, resistor}} T = (I_{\text{rms}} V_R) T = I_{\text{rms}} (I_{\text{rms}} R) T = \left(\frac{1}{2} T \right) I^2 R.$$

Assim, os mesmos resultados podem ser obtidos sem usar integrais.

90. De acordo com a Eq. 31-4, temos:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 (3,50 \times 10^3 \text{ Hz})^2 (1,30 \times 10^{-3} \text{ H})} = 1,59 \mu\text{F}.$$

91. A ressonância acontece quando a reatância indutiva é igual à reatância capacitiva. Como a frequência de ressonância é a mesma para os dois circuitos, temos:

$$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C_1}$$

$$\omega L_2 = \frac{1}{\omega C_2}$$

Somando membro a membro as duas equações, obtemos

$$\omega(L_1 + L_2) = \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right).$$

Como $L_{\text{eq}} = L_1 + L_2$ e $1/C_{\text{eq}} = 1/C_1 + 1/C_2$, temos:

$$\omega L_{\text{eq}} = \frac{1}{\omega C_{\text{eq}}},$$

o que mostra que a frequência de ressonância do novo circuito é a mesma dos dois circuitos separados.

92. Quando a chave S_1 está fechada e as outras duas estão abertas, o indutor fica fora do circuito e o circuito resultante é um circuito RC , cuja constante de tempo é $\tau_C = RC$. Quando a chave S_2 está fechada e as outras duas estão abertas, o capacitor fica fora do circuito e o circuito resultante é um circuito LR , cuja constante de tempo é $\tau_L = L/R$. Quando a chave S_3 está fechada e as outras duas estão abertas, o resistor fica fora do circuito e o circuito resultante é um circuito LC , que oscila com um período $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Fazendo $L = R\tau_L$ e $C = \tau_C/R$, obtemos $T = 2\pi\sqrt{\tau_C\tau_L}$.

Capítulo 32

1. Como, de acordo com a lei de Gauss para campos magnéticos, $\sum_{n=1}^6 \Phi_{Bn} = 0$, temos:

$$\Phi_{B6} = -\sum_{n=1}^5 \Phi_{Bn} = -(-1 \text{ Wb} + 2 \text{ Wb} - 3 \text{ Wb} + 4 \text{ Wb} - 5 \text{ Wb}) = +3 \text{ Wb} .$$

2. (a) O fluxo através da face superior é $+(0,30 \text{ T})\pi r^2$, na qual $r = 0,020 \text{ m}$. De acordo com o enunciado, o fluxo através da face inferior é $+0,70 \text{ mWb}$. Como o fluxo total é zero, o fluxo através das faces laterais deve ser negativo e igual, em valor absoluto, à soma dos fluxos através das faces superior e inferior. Assim, o valor absoluto do fluxo através das faces laterais é $1,1 \text{ mWb}$.

(b) O fato de que o fluxo através das faces laterais é negativo significa que o sentido do fluxo é para dentro.

3. (a) De acordo com a lei de Gauss para campos magnéticos, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$. No caso do cilindro descrito no enunciado, temos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_C ,$$

na qual Φ_1 é o fluxo magnético através da primeira base, Φ_2 é o fluxo magnético através da segunda base e Φ_C é o fluxo magnético através da superfície lateral. Como, no caso da primeira base, o fluxo magnético é para dentro, $\Phi_1 = -25,0 \mu\text{Wb}$. Como, no caso da segunda base, o campo magnético é uniforme, normal à superfície e dirigido para fora, $\Phi_2 = AB = \pi r^2 B$, na qual A é a área da base e r é o raio do cilindro. Assim,

$$\Phi_2 = \pi(0,120 \text{ m})^2(1,60 \times 10^{-3} \text{ T}) = +7,24 \times 10^{-5} \text{ Wb} = +72,4 \mu\text{Wb} .$$

Como a soma dos três fluxos deve ser igual a zero,

$$\Phi_C = -\Phi_1 - \Phi_2 = 25,0 \mu\text{Wb} - 72,4 \mu\text{Wb} = -47,4 \mu\text{Wb} .$$

Assim, o valor absoluto do fluxo magnético através da superfície lateral do cilindro é $|\Phi_C| = 47,4 \mu\text{Wb}$.

(b) Como o sinal de Φ_C é negativo, o fluxo através da superfície lateral do cilindro é para dentro.

4. De acordo com a lei de Gauss para campos magnéticos, o fluxo S_1 através da metade da superfície lateral do cilindro que está acima do eixo x é igual ao fluxo S_2 através da parte do plano xz que está no interior do cilindro. Assim,

$$\Phi_B(S_1) = \Phi_B(S_2) = \int_{-r}^r B(x)L dx = 2 \int_{-r}^r B_{\text{esquerdo}}(x)L dx = 2 \int_{-r}^r \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{1}{2r-x} L dx = \frac{\mu_0 i L}{\pi} \ln 3 .$$

5. Podemos usar o resultado do item (b) do Exemplo “Campo magnético induzido por um campo elétrico variável”,

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt}, (r \geq R)$$

para obter o valor de dE/dt :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2Br}{\mu_0 \epsilon_0 R^2} = \frac{2(2,0 \times 10^{-7} \text{ T})(6,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(3,0 \times 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$= 2,4 \times 10^{13} \text{ V/m} \cdot \text{s}.$$

6. De acordo com as Eqs. 32-18 e 32-19, a integral do campo ao longo da trajetória indicada é dada por

$$\mu_0 i_d \left(\frac{\text{área envolvida}}{\text{área total}} \right) = \mu_0 (0,75 \text{ A}) \frac{(4,0 \text{ cm})(2,0 \text{ cm})}{12 \text{ cm}^2} = 52 \text{ nT} \cdot \text{m}.$$

7. (a) Como $r_1 = 2,00 \text{ cm} < R$, usamos a Eq. 32-16, $B = \mu_0 i_d r_1 / 2\pi R^2$, na qual a corrente de deslocamento i_d é dada pela Eq. 32-10:

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(3,00 \times 10^{-3} \text{ V/m} \cdot \text{s}) = 2,66 \times 10^{-14} \text{ A}.$$

Assim, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i_d r_1}{2\pi R^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,66 \times 10^{-14} \text{ A})(0,0200 \text{ m})}{2\pi(0,0300 \text{ m})^2} = 1,18 \times 10^{-19} \text{ T}.$$

(b) Como $r_2 = 0,0500 \text{ m} > R$, usamos a Eq. 32-17:

$$B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r_2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,66 \times 10^{-14} \text{ A})}{2\pi(0,0500 \text{ m})} = 1,06 \times 10^{-19} \text{ T}.$$

8. (a) Aplicando a Eq. 32-3 à circunferência descrita no enunciado, obtemos:

$$B(2\pi r) = \epsilon_0 \mu_0 (0,60 \text{ V} \cdot \text{m/s}) \frac{r}{R}.$$

Para $r = 0,0200 \text{ m}$ (na verdade, o valor de r não é usado na solução e serve apenas para indicar que a circunferência está no interior da região circular) e $R = 0,0300 \text{ m}$, temos:

$$B = \frac{\epsilon_0 \mu_0 (0,60 \text{ V} \cdot \text{m/s})}{2\pi R} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,60 \text{ V} \cdot \text{m/s})}{2\pi(0,0300 \text{ m})}$$

$$= 3,54 \times 10^{-17} \text{ T}.$$

(b) Para um valor de r maior que R , o fluxo envolvido tem o valor máximo. Assim, temos:

$$B(2\pi r) = \epsilon_0 \mu_0 (0,60 \text{ V} \cdot \text{m/s}),$$

o que nos dá

$$B = \frac{\epsilon_0 \mu_0 (0,60 \text{ V} \cdot \text{m/s})}{2\pi r} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(0,60 \text{ V} \cdot \text{m/s})}{2\pi(0,0500 \text{ m})}$$

$$= 2,13 \times 10^{-17} \text{ T}.$$

9. (a) Usando a Eq. 32-7 com $A = \pi r^2$ e $dE/dt = 0,00450 \text{ V/m} \cdot \text{s}$, temos:

$$B(2\pi r) = \epsilon_0 \mu_0 \pi r^2 (0,00450 \text{ V/m} \cdot \text{s}).$$

Para $r = 0,0200$ m, obtemos

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \mu_0 r (0,00450 \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= \frac{1}{2} (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (0,0200 \text{ m}) (0,00450 \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 5,01 \times 10^{-22} \text{ T}. \end{aligned}$$

(b) Para $r > R$, a expressão do item (a) deve ser substituída por

$$B(2\pi r) = \epsilon_0 \mu_0 \pi R^2 (0,00450 \text{ V/m} \cdot \text{s}).$$

Fazendo $r = 0,050$ m e $R = 0,030$ m, obtemos

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \mu_0 \frac{R^2}{r} (0,00450 \text{ V/m} \cdot \text{s}) = \\ &= \frac{1}{2} (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(0,030 \text{ m})^2}{0,050 \text{ m}} (0,00450 \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 4,51 \times 10^{-22} \text{ T}. \end{aligned}$$

10. (a) O fluxo do campo elétrico através da região é dado por

$$\Phi_E = \int_0^r E 2\pi r dr = t(0,500 \text{ V/m} \cdot \text{s}) (2\pi) \int_0^r \left(1 - \frac{r}{R}\right) r dr = t\pi \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3R}\right)$$

em unidades do SI. Assim, de acordo com a Eq. 32-3,

$$B(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \pi \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3R}\right),$$

que, para $r = 0,0200$ e $R = 0,0300$ m, nos dá

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{r^2}{4} - \frac{r^3}{6R}\right) = (8,85 \times 10^{-12}) (4\pi \times 10^{-7}) \left[\frac{(0,0200)^2}{4} - \frac{(0,0200)^3}{6(0,0300)}\right] \\ &= 3,09 \times 10^{-20} \text{ T}. \end{aligned}$$

(b) Nesse caso, como $r > R$, o limite superior da integral passa a ser R em vez de r , o que nos dá

$$\Phi_E = t\pi \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^3}{3R}\right) = \frac{1}{6} t\pi R^2.$$

Assim, de acordo com a Eq. 32-3,

$$B(2\pi r) = \frac{1}{6} \mu_0 \epsilon_0 \pi R^2,$$

que, para $r = 0,0500$ m, nos dá

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{12r} = \frac{(8,85 \times 10^{-12}) (4\pi \times 10^{-7}) (0,030)^2}{12(0,0500)} = 1,67 \times 10^{-20} \text{ T}.$$

11. (a) Levando em conta o fato de que o campo elétrico (supostamente uniforme) é dado por $E = V/d$, na qual d é a distância entre as placas, podemos usar o resultado do item (a) do Exemplo “Campo magnético induzido por um campo elétrico variável”:

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2d} \frac{dV}{dt} \quad (r \leq R).$$

Para $V = V_{\max} \sin(\omega t)$, obtemos

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2d} V_{\max} \omega \cos(\omega t) \Rightarrow B_{\max} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r V_{\max} \omega}{2d}$$

na qual $V_{\max} = 150$ V. O valor de B_{\max} aumenta com R até atingir o valor máximo para $R = r = 30$ mm:

$$B_{\max}|_{r=R} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R V_{\max} \omega}{2d} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(30 \times 10^{-3} \text{ m})(150 \text{ V})(150 \text{ V})}{2(5,0 \times 10^{-3} \text{ m})}$$

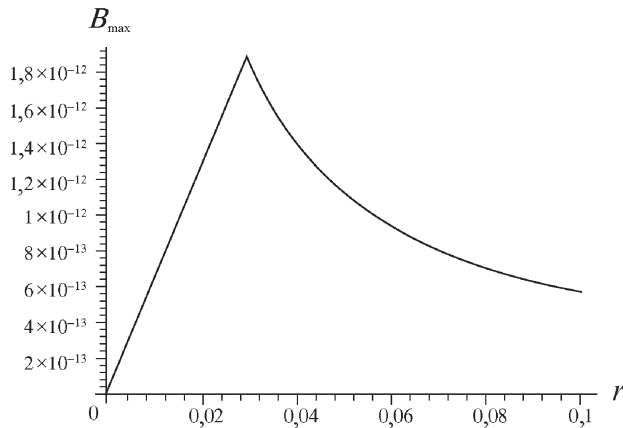
$$= 1,9 \times 10^{-12} \text{ T} = 1,9 \text{ pT}.$$

(b) Para $r \leq 0,03$ m, usamos a expressão obtida no item (a), $B_{\max} = \mu_0 \epsilon_0 r V_{\max} \omega / 2d$; para $r > 0,03$ m, $\geq 0,03$ m, usamos o resultado do item (b) do Exemplo “Campo magnético induzido por um campo elétrico variável”:

$$B_{\max} = \left(\frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} \right)_{\max} = \left(\frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2rd} \frac{dV}{dt} \right)_{\max} = \left[\frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2rd} V_{\max} \omega \cos(\omega t) \right]_{\max}$$

$$= \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2 V_{\max} \omega}{2rd} \quad (r \geq R)$$

A figura a seguir mostra o gráfico de B_{\max} em função de r .



12. Os resultados do Exemplo “Campo magnético induzido por um campo elétrico variável” mostram que $B \propto r$ para $r \leq R$ e $B \propto r^{-1}$ para $r \geq R$. Assim, o valor de B é máximo para $r = R$ e existem dois valores possíveis de r para os quais o campo magnético é 75% de B_{\max} . Vamos chamar de r_1 e r_2 esses dois valores, com $r_1 < R$ e $r_2 > R$.

(a) Do lado de dentro do capacitor, $0,75 B_{\max} / B_{\max} = r_1 / R$, o que nos dá $r_1 = 0,75R = 0,75(40 \text{ mm}) = 30 \text{ mm}$.

(b) Do lado de fora do capacitor, $0,75 B_{\max} / B_{\max} = R / r_2$, o que nos dá $r_2 = R / 0,75 = (40 \text{ mm}) / 0,75 = 53 \text{ mm}$.

(c) De acordo com as Eqs. 32-15 e 32-17,

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(6,0 \text{ A})}{2\pi(0,040 \text{ m})} = 3,0 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

13. Vamos chamar de A a área das placas e de d a distância entre as placas. De acordo com a Eq. 32-10,

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt}(AE) = \epsilon_0 A \frac{d}{dt}\left(\frac{V}{d}\right) = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{dV}{dt}\right),$$

e, portanto,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{i_d d}{\epsilon_0 A} = \frac{i_d}{C} = \frac{1,5 \text{ A}}{2,0 \times 10^{-6} \text{ F}} = 7,5 \times 10^5 \text{ V/s}.$$

14. Considere uma superfície de área A perpendicular a um campo elétrico uniforme \vec{E} . A densidade de corrente de deslocamento é uniforme e perpendicular à superfície. O módulo dessa densidade de corrente é dado por $J_d = i_d/A$. Como, de acordo com a Eq. 32-10, $i_d = \epsilon_0 A(dE/dt)$, temos:

$$J_d = \frac{1}{A} \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}.$$

15. A corrente de deslocamento em um capacitor de placas paralelas é dada por $i_d = \epsilon_0 A(dE/dt)$, na qual A é a área de uma das placas e E é o módulo do campo elétrico na região entre as placas. Como o campo na região entre as placas é uniforme, $E = V/d$, na qual V é a diferença de potencial entre as placas e d é a distância entre as placas. Assim,

$$i_d = \frac{\epsilon_0 A}{d} \frac{dV}{dt}.$$

Como a capacitância C de um capacitor de placas paralelas (que não contém um dielétrico) é $\epsilon_0 A/d$, temos:

$$i_d = C \frac{dV}{dt}.$$

16. Podemos usar a Eq. 32-14, $i_d = \epsilon_0 A(dE/dt)$. Note, que, nesta equação, A é a área na qual existe um campo elétrico variável. Como o raio r do anel é maior que o raio R das placas do capacitor, $A = \pi R^2$. Assim,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{i_d}{\epsilon_0 A} = \frac{i_d}{\epsilon_0 \pi R^2} = \frac{2,0 \text{ A}}{\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,10 \text{ m})^2} = 7,2 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}.$$

17. (a) De acordo com as Eqs. 26-5 e 26-10,

$$E = \rho J = \frac{\rho i}{A} = \frac{(1,62 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(100 \text{ A})}{5,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,324 \text{ V/m}.$$

(b) A corrente de deslocamento é

$$\begin{aligned} i_d &= \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 A \frac{d}{dt}\left(\frac{\rho i}{A}\right) = \epsilon_0 \rho \frac{di}{dt} = (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(1,62 \times 10^{-8} \Omega)(2000 \text{ A/s}) \\ &= 2,87 \times 10^{-16} \text{ A}. \end{aligned}$$

(c) A razão entre os módulos dos campos é

$$\frac{B(\text{produzido por } i_d)}{B(\text{produzido por } i)} = \frac{\mu_0 i_d / 2\pi r}{\mu_0 i / 2\pi r} = \frac{i_d}{i} = \frac{2,87 \times 10^{-16} \text{ A}}{100 \text{ A}} = 2,87 \times 10^{-18}.$$

18. De acordo com a Eq. 28-11,

$$i = \frac{\epsilon}{R} e^{-t/RC},$$

na qual, de acordo com a Eq. 25-9,

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 \pi (0,05 \text{ m})^2}{0,003 \text{ m}} = 2,318 \times 10^{-11} \text{ F}.$$

No instante $t = 250 \mu\text{s}$, a corrente é

$$i = \frac{12,0 \text{ V}}{20,0 \times 10^6 \Omega} e^{-t/(20,0 \times 10^6 / 2,318 \times 10^{-11})} = 3,50 \times 10^{-7} \text{ A}.$$

De acordo com a Eq. 32-16, o campo magnético a uma distância radial r do eixo de um capacitor de placas circulares de raio R é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2}.$$

Como, de acordo com a Eq. 32-15, $i = i_d$, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(3,50 \times 10^{-7} \text{ A})(0,030 \text{ m})}{2\pi (0,050 \text{ m})^2} = 8,40 \times 10^{-13} \text{ T}.$$

19. (a) De acordo com as Eqs. 26-5 e 32-16, temos:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 J_d A r}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 J_d (\pi R^2) r}{2\pi R^2} = \frac{1}{2} \mu_0 J_d r \\ &= \frac{1}{2} (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(6,00 \text{ A/m}^2)(0,0200 \text{ m}) = 75,4 \text{ nT}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 32-17, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J_d \pi R^2}{2\pi r} = 67,9 \text{ nT}.$$

20. (a) De acordo com a Eq. 32-16, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2} = 2,22 \mu\text{T}.$$

(b) De acordo com a Eq. 32-17, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} = 2,00 \mu\text{T}.$$

21. (a) Vamos usar a Eq. 32-11, considerando nulo o segundo termo. O primeiro termo, $i_{d,\text{env}}$, pode ser calculado integrando a densidade de corrente de deslocamento:

$$i_{d,\text{env}} = \int_0^r J_d 2\pi r dr = (4,00 \text{ A/m}^2)(2\pi) \int_0^r (1 - r/R) r dr = 8\pi \left(\frac{1}{2} r^2 - \frac{r^3}{3R} \right)$$

em unidades do SI. De acordo com a Eq. 32-17 (com a corrente i_d substituída por $i_{d,\text{env}}$), obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i_{d,\text{env}}}{2\pi r} = 27,9 \text{ nT}.$$

(b) Como, nesse caso, $r > R$, o limite superior da integral do item (a) passa a ser R . Assim, temos:

$$i_{d,\text{env}} = i_d = 8\pi \left(\frac{1}{2} R^2 - \frac{R^3}{3R} \right) = \frac{4}{3} \pi R^2$$

e a Eq. 32-17 nos dá

$$B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} = 15,1 \text{ nT}.$$

22. (a) Vamos usar a Eq. 32-11, considerando nulo o segundo termo. De acordo com a Eq. 32-17 (com a corrente i_d substituída por $i_{d,\text{env}}$), obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i_{d,\text{env}}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (3,00 \text{ A})(r/R)}{2\pi r} = 20,0 \mu\text{T}.$$

(b) Nesse caso, $i_d = 3,00 \text{ A}$ e

$$B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} = 12,0 \mu\text{T}.$$

23. Seja A a área das placas e seja E o módulo do campo elétrico na região entre as placas. Como o campo elétrico na região entre as placas é uniforme, $E = V/d$, na qual V é a diferença de potencial entre as placas e d é a distância entre as placas. A corrente que entra na placa positiva do capacitor é

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CV) = C \frac{dV}{dt} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \frac{d(Ed)}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt},$$

e é igual à corrente de deslocamento.

(a) Como a corrente de deslocamento i_d no espaço entre as placas é igual à corrente de carga do capacitor, $i_d = i = 2,0 \text{ A}$.

(b) A taxa de variação do campo elétrico é

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 A} \left(\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right) = \frac{i_d}{\epsilon_0 A} = \frac{2,0 \text{ A}}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(1,0 \text{ m})^2} = 2,3 \times 10^{11} \text{ V/m} \cdot \text{s}.$$

(c) A corrente de deslocamento na trajetória indicada é

$$i'_d = i_d \left(\frac{d^2}{L^2} \right) = (2,0 \text{ A}) \left(\frac{0,50 \text{ m}}{1,0 \text{ m}} \right)^2 = 0,50 \text{ A}.$$

(d) A integral do campo ao longo da trajetória indicada é

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i'_d = (1,26 \times 10^{-16} \text{ H/m})(0,50 \text{ A}) = 6,3 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} = 0,63 \mu\text{T} \cdot \text{m}.$$

24. (a) De acordo com a Eq. 32-10,

$$\begin{aligned} i_d &= \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 A \frac{d}{dt} \left[(4,0 \times 10^5) - (6,0 \times 10^4 t) \right] = -\epsilon_0 A (6,0 \times 10^4 \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= -(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (4,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2) (6,0 \times 10^4 \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= -2,1 \times 10^{-8} \text{ A}. \end{aligned}$$

Assim, o valor absoluto da corrente de deslocamento é $|i_d| = 2,1 \times 10^{-8} \text{ A}$.

(b) Como o sinal de i_d é negativo, o sentido da corrente de deslocamento é para baixo.

(c) De acordo com a Eq. 32-18, para uma trajetória circular no sentido anti-horário na região entre as placas,

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_d < 0,$$

o que significa que $\vec{B} \cdot d\vec{s} < 0$. Assim, o sentido de \vec{B} é o sentido horário.

25. (a) De acordo com a Eq. 32-18, temos:

$$B = \frac{\mu_0 J_{\text{env}}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (J_d \pi r^2)}{2\pi r} = \frac{1}{2} \mu_0 J_d r = \frac{1}{2} (1,26 \times 10^{-6} \text{ H/m}) (20 \text{ A/m}^2) (50 \times 10^{-3} \text{ m})$$

$$= 6,3 \times 10^{-7} \text{ T} = 0,63 \mu\text{T}.$$

(b) Como $i_d = J_d \pi r^2 = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}$, temos:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{J_d}{\epsilon_0} = \frac{20 \text{ A/m}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 2,3 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}.$$

26. (a) Como, de acordo com a Eq. 32-15, $i = i_d$, a corrente de deslocamento envolvida pelo anel é

$$i_{d,\text{env}} = i \frac{\pi(R/3)^2}{\pi R^2} = \frac{i}{9} = 1,33 \text{ A}.$$

(b) Como foi visto no Exemplo “Campo magnético induzido por um campo elétrico variável”, o campo magnético é proporcional a r para $r < R$ e é máximo para $r = R$. Assim,

$$\frac{B}{B_{\text{max}}} = \frac{3,00 \text{ mT}}{12,0 \text{ mT}} = \frac{r}{R},$$

o que nos dá $r = R/4 = (1,20 \text{ cm})/4 = 0,300 \text{ cm}$.

(c) De acordo com a Eq. 32-17, fora da região entre as placas, o campo é inversamente proporcional a r . Assim,

$$\frac{B}{B_{\text{max}}} = \frac{3,00 \text{ mT}}{12,0 \text{ mT}} = \frac{R}{r},$$

o que nos dá $r = 4R = 4(1,20 \text{ cm}) = 4,80 \text{ cm}$.

27. (a) No intervalo a do gráfico da Fig. 32-33,

$$|i_d| = \epsilon_0 \left| \frac{d\Phi_E}{dt} \right| = \epsilon_0 A \left| \frac{dE}{dt} \right| = (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) (1,6 \text{ m}^2) \left| \frac{4,5 \times 10^5 \text{ N/C} - 6,0 \times 10^5 \text{ N/C}}{4,0 \times 10^{-6} \text{ s}} \right|$$

$$= 0,71 \text{ A}.$$

(b) No intervalo b do gráfico, $i_d \propto dE/dt = 0$.

(c) No intervalo c do gráfico,

$$|i_d| = \epsilon_0 A \left| \frac{dE}{dt} \right| = (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) (1,6 \text{ m}^2) \left| \frac{-4,0 \times 10^5 \text{ N/C}}{2,0 \times 10^{-6} \text{ s}} \right| = 2,8 \text{ A}.$$

28. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 32-34b, $i = 4,0$ A para $t = 20$ ms. Assim,

$$B_i = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = 0,089 \text{ mT}.$$

(b) De acordo com o gráfico da Fig. 32-34b, $i = 8,0$ A para $t = 40$ ms. Assim,

$$B_i = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = 0,178 \text{ mT} \approx 0,18 \text{ mT}.$$

(c) De acordo com o gráfico da Fig. 32-34b, $i = 10$ A para $t > 50$ ms. Assim,

$$B_i = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = 0,22 \text{ mT}.$$

(d) De acordo com a Eq. 32-10, $i_d = \epsilon_0 A (dE/dt)$ e, de acordo com as Eqs. 26-5 e 26-10, $E = \rho i/A$. Assim, $i_d = \epsilon_0 \rho (di/dt)$. Como, de acordo com o gráfico da Fig. 32-34b, $di/dt = 200$ A/s no intervalo $0 < t < 50$ ms,

$$B_{id} = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} = 6,4 \times 10^{-22} \text{ T}.$$

(e) O resultado é o mesmo do item (d): $B_{id} = 6,4 \times 10^{-22} \text{ T}$.

(f) Como $di/dt = 0$ para $t > 50,0$ ms, $B_{id} = 0$.

(g) De acordo com a regra da mão direita, o sentido de \vec{B}_i em $t = 20$ ms é para fora do papel.

(h) De acordo com a regra da mão direita, o sentido de \vec{B}_{id} em $t = 20$ ms é para fora do papel.

29. (a) De acordo com a Eq. 32-15, $i_d = i$ para qualquer valor de t . Assim, $i_{\max} = i_{d\max} = 7,60 \mu\text{A}$.

(b) Como, de acordo com a Eq. 32-10, $i_d = \epsilon_0 (d\Phi_E/dt)$,

$$\left(\frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\max} = \frac{i_{d\max}}{\epsilon_0} = \frac{7,60 \times 10^{-6} \text{ A}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 8,59 \times 10^5 \text{ V} \cdot \text{m/s} = 859 \text{ kV} \cdot \text{m/s}.$$

(c) A corrente de deslocamento é dada por

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt}(AE) = \epsilon_0 A \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{d} \right) = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{dV}{dt} \right),$$

na qual A é a área das placas. Como a diferença de potencial entre as placas do capacitor é igual, em valor absoluto, à fem da fonte, $V = \epsilon_m \sin \omega t$ e $dV/dt = \omega \epsilon_m \cos \omega t$. Assim, $i_d = (\epsilon_0 A \omega \epsilon_m / d) \cos \omega t$, $i_{d\max} = \epsilon_0 A \omega \epsilon_m / d$ e

$$d = \frac{\epsilon_0 A \omega \epsilon_m}{i_{d\max}} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \pi (0,180 \text{ m})^2 (130 \text{ rad/s}) (220 \text{ V})}{7,60 \times 10^{-6} \text{ A}} \\ = 3,39 \times 10^{-3} \text{ m} = 3,39 \text{ mm},$$

na qual foi usada a relação $A = \pi R^2$.

(d) Podemos usar a lei de Ampère-Maxwell (Eq. 32-5) na forma $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_d$, na qual a trajetória de integração é uma circunferência de raio r em um plano paralelo às placas situado entre as placas e I_d é a corrente de deslocamento na região envolvida pela trajetória de integração. Como a densidade de corrente de deslocamento é uniforme na região entre as placas, $I_d = (r^2/R^2) i_d$, na qual i_d é a corrente de deslocamento total e R é o raio das placas. Como as linhas de

campo magnético são circunferências com o centro no eixo das placas, \vec{B} é paralelo a $d\vec{s}$. Como o módulo do campo é constante ao longo de uma circunferência, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2\pi rB$ e

$$2\pi rB = \mu_0 \left(\frac{r^2}{R^2} \right) i_d \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2}.$$

O campo magnético máximo é dado por

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 i_{d\max} r}{2\pi R^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(7,6 \times 10^{-6} \text{ A})(0,110 \text{ m})}{2\pi (0,180 \text{ m})^2}$$

$$= 5,16 \times 10^{-12} \text{ T} = 5,16 \text{ pT}.$$

30. (a) O fluxo magnético através do estado do Arizona é

$$\Phi = -B_r A = -(43 \times 10^{-6} \text{ T})(295,000 \text{ km}^2)(10^3 \text{ m/km})^2 = -1,3 \times 10^7 \text{ Wb},$$

apontando para dentro da Terra. De acordo com a lei de Gauss, este fluxo é igual ao negativo do fluxo Φ' através do resto da superfície da Terra. Assim,

$$\Phi' = 1,3 \times 10^7 \text{ Wb} = 13 \text{ MWb}.$$

(b) O fluxo magnético através do resto da superfície do planeta aponta para fora.

31. A componente horizontal do campo magnético da Terra é dada por $B_h = B \cos \phi_i$, na qual B é o módulo do campo e ϕ_i é o ângulo de inclinação. Assim,

$$B = \frac{B_h}{\cos \phi_i} = \frac{16 \mu\text{T}}{\cos 73^\circ} = 55 \mu\text{T}.$$

32. (a) A energia potencial do átomo na presença de um campo magnético externo \vec{B}_{ext} é dada pelas Eqs. 32-31 e 32-32:

$$U = -\mu_{\text{orb}} \cdot \vec{B}_{\text{ext}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{ext}} = -m_\ell \mu_B B_{\text{ext}}.$$

O fato de que a energia do nível 1 não muda quando o campo \vec{B}_{ext} é aplicado significa que $m_\ell = 0$ para este nível.

(b) Como a aplicação do campo \vec{B}_{ext} faz o nível 2 se dividir em três, o estado original envolve três valores diferentes de m_ℓ . O estado do meio tem a mesma energia que o estado E_2 na ausência de campo aplicado e, portanto, corresponde ao estado com $m_\ell = 0$. Os outros dois estados possuem $m_\ell = -1$ e $m_\ell = +1$.

(c) Como, para dois níveis vizinhos do estado E_2 , $|\Delta m_\ell| = 1$, o espaçamento entre os níveis desdobrados é

$$\Delta U = |\Delta(-m_\ell \mu_B B)| = |\Delta m_\ell| \mu_B B = \mu_B B = (9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(0,50 \text{ T}) = 4,64 \times 10^{-24} \text{ J}.$$

33. (a) Para $m_\ell = 0$, $L_{\text{orb},z} = m_\ell h/2\pi = 0$.

(b) Para $m_\ell = 0$, $\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \mu_B = 0$.

(c) De acordo com a Eq. 32-32,

$$U_{\text{orb}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{ext}} = -m_\ell \mu_B B_{\text{ext}} = 0.$$

(d) De acordo com a Eq. 32-27,

$$U_{\text{spin}} = -\mu_{s,z} B = \pm \mu_B B = \pm (9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(35 \text{ mT}) = \pm 3,2 \times 10^{-25} \text{ J}.$$

(e) Para $m_\ell = -3$,

$$L_{\text{orb},z} = \frac{m_\ell h}{2\pi} = \frac{(-3)(6,63 \times 10^{-27} \text{ J} \cdot \text{s})}{2\pi} = -3,16 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \approx -3,2 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

(f) Para $m_\ell = -3$,

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \mu_B = -(-3)(9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T}) = 2,78 \times 10^{-23} \text{ J/T} \approx 2,8 \times 10^{-23} \text{ J/T}.$$

(g) A energia potencial associada ao momento magnético orbital do elétron passa a ser

$$U_{\text{orb}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{ext}} = -(2,78 \times 10^{-23} \text{ J/T})(35 \times 10^{-3} \text{ T}) = -9,7 \times 10^{-25} \text{ J}.$$

(h) Como a energia potencial associada ao spin do elétron não depende de m_ℓ , tem o valor que foi calculado no item (d):

$$U_{\text{spin}} = \pm 3,2 \times 10^{-25} \text{ J}.$$

34. De acordo com a Eq. 32-27,

$$\Delta U = -\Delta(\mu_{s,z} B) = -B \Delta \mu_{s,z},$$

na qual, de acordo com as Eqs. 32-24 e 32-25, $\mu_{s,z} = \pm e\hbar/4\pi m_e = \pm \mu_B$. Assim,

$$\Delta U = -B[\mu_B - (-\mu_B)] = 2\mu_B B = 2(9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(0,25 \text{ T}) = 4,6 \times 10^{-24} \text{ J}.$$

35. De acordo com a Eq. 32-31, $\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \mu_B$.

(a) Para $m_\ell = 1$, $\mu_{\text{orb},z} = -(1)(9,3 \times 10^{-24} \text{ J/T}) = -9,3 \times 10^{-24} \text{ J/T}$.

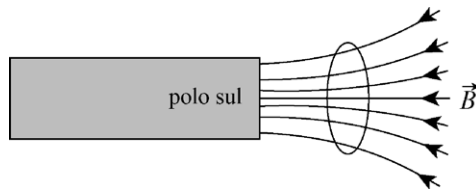
(b) Para $m_\ell = -2$, $\mu_{\text{orb},z} = -(-2)(9,3 \times 10^{-24} \text{ J/T}) = 1,9 \times 10^{-23} \text{ J/T}$.

36. Combinando a Eq. 32-27 com as Eqs. 32-22 e 32-23, vemos que a diferença de energia é

$$\Delta U = 2\mu_B B$$

na qual μ_B é o magnéton de Bohr, cujo valor é dado na Eq. 32-25. Para $\Delta U = 6,00 \times 10^{-25} \text{ J}$, obtemos $B = 32,3 \text{ mT}$.

37. (a) A figura a seguir mostra as linhas de campo magnético produzidas pelo ímã em forma de barra nas proximidades do anel.



(b) De acordo com a discussão da Seção 32-9, o momento magnético $\vec{\mu}$ tem o sentido oposto ao de \vec{B} . Assim, o sentido do momento magnético na figura do item a é para a direita, ou seja, o sentido $+x$.

(c) O sentido da corrente convencional é o sentido horário (do ponto de vista do ímã em forma de barra).

(d) Como todo material diamagnético é repelido da região onde o campo magnético é mais intenso para a região onde o campo magnético é menos intenso e o módulo de \vec{B} é proporcional à “densidade” de linhas de força, o sentido da força magnética exercida sobre o anel é para a direita, ou seja, o sentido $+x$.

38. Um campo elétrico com linhas de campo circulares é induzido quando o campo magnético é aplicado. Suponha que o campo magnético aumente linearmente de zero a B em um intervalo de tempo Δt . De acordo com a Eq. 30-25, o módulo do campo elétrico na posição da órbita é dado por

$$E = \left(\frac{r}{2}\right) \frac{dB}{dt} = \left(\frac{r}{2}\right) \frac{B}{\Delta t},$$

na qual r é o raio da órbita. O campo elétrico induzido é tangente à órbita e muda a velocidade do elétron. A variação de velocidade é dada por

$$\Delta v = a \Delta t = \frac{eE}{m_e} \Delta t = \left(\frac{e}{m_e}\right) \left(\frac{r}{2}\right) \left(\frac{B}{\Delta t}\right) \Delta t = \frac{erB}{2m_e}.$$

A corrente associada ao movimento do elétron é $i = ev/2\pi r$ e o momento dipolar magnético é

$$\mu = Ai = (\pi r^2) \left(\frac{ev}{2\pi r}\right) = \frac{1}{2} evr.$$

A variação do momento dipolar magnético é

$$\Delta\mu = \frac{1}{2} er \Delta v = \frac{1}{2} er \left(\frac{erB}{2m_e}\right) = \frac{e^2 r^2 B}{4m_e}.$$

39. No teste proposto, o maior valor da razão entre o campo magnético e a temperatura é $(0,50 \text{ T})/(10 \text{ K}) = 0,050 \text{ T/K}$. Observando a Fig. 32-14, vemos que este ponto está na região linear da curva de magnetização. A resposta, portanto, é sim.

40. (a) Observando a Fig. 32-14, estimamos que a inclinação da curva no ponto em que $M/M_{\max} = 0,5$ é $B/T = 0,50 \text{ T/K}$. Assim,

$$B = 0,50 \text{ T} = (0,50 \text{ T/K})(300 \text{ K}) = 1,5 \times 10^2 \text{ T}.$$

(b) No ponto em que $M/M_{\max} = 0,9$, $B/T \approx 2$ e, portanto, $B = (2)(300) = 6,0 \times 10^2 \text{ T}$.

(c) Esses campos não podem ser produzidos em laboratório, a não ser por um tempo muito curto e em espaços muito pequenos.

41. Como a magnetização é o momento dipolar por unidade de volume, o momento dipolar magnético é dado por $\mu = M\gamma$, na qual M é a magnetização e γ é o volume do ímã ($\gamma = \pi r^2 L$, na qual r é o raio e L é o comprimento do ímã). Assim,

$$T = \frac{4\mu B}{3k} = \frac{4(1,0 \times 10^{-23} \text{ J/T})(0,50 \text{ T})}{3(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} = 0,48 \text{ K}.$$

42. Temos:

$$K = \frac{3}{2} kT = \left| \vec{\mu} \cdot \vec{B} - (-\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \right| = 2\mu B,$$

o que nos dá

$$T = \frac{4\mu B}{3k} = \frac{4(1,0 \times 10^{-23} \text{ J/T})(0,50 \text{ T})}{3(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} = 0,48 \text{ K}.$$

43. (a) Como uma carga e que se move com velocidade constante v em uma trajetória circular de raio r leva um tempo $T = 2\pi r/v$ para descrever uma órbita completa, a corrente média é

$$i = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}.$$

O módulo do momento dipolar é igual a essa corrente multiplicada pela área da órbita:

$$\mu = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2}.$$

Como a força centrípeta responsável pelo movimento circular tem módulo evB , a segunda lei de Newton para rotações nos dá $evB = m_e v^2/r$. Explicitando r e substituindo na equação anterior, obtemos

$$\mu = \frac{1}{2}(ev) \left(\frac{m_e v}{eB} \right) = \left(\frac{1}{B} \right) \left(\frac{1}{2} m_e v^2 \right) = \frac{K_e}{B}.$$

A força magnética $-e\vec{v} \times \vec{B}$ deve apontar para o centro da trajetória circular. Para que isso aconteça, se o elétron está se movendo no sentido anti-horário no plano do papel, o campo magnético deve apontar para fora do papel, ou seja, no sentido definido como positivo para o eixo z . Como a carga do elétron é negativa, o sentido convencional da corrente é o sentido oposto e, de acordo com a regra da mão direita para momentos dipolares, o momento dipolar aponta para dentro da página, ou seja, no sentido negativo do eixo z . Assim, o momento dipolar tem o sentido oposto ao do campo magnético.

(b) Como, na demonstração da relação $\mu = K_e/B$, os sinais se cancelam, a mesma relação é válida para um íon positivo.

(c) A direção do momento dipolar é a mesma do item (a).

(d) A magnetização do gás é dada por $M = \mu_e n_e + \mu_i n_i$, na qual μ_e é o momento dipolar de um elétron, n_e é a concentração de elétrons, μ_i é o momento dipolar de um íon e n_i é a concentração de íons. Como $n_e = n_i$, podemos chamar de n as duas concentrações. Fazendo $\mu_e = K_e/B$ e $\mu_i = K_i/B$, obtemos:

$$M = \frac{n}{B} (K_e + K_i) = \frac{5,3 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}}{1,2 \text{ T}} (6,2 \times 10^{-20} \text{ J} + 7,6 \times 10^{-21} \text{ J}) = 3,1 \times 10^2 \text{ A/m}.$$

44. Os termos usados neste problema e a relação entre M e μ são discutidos na Seção 32-10. Como a inclinação do gráfico da Fig. 32-38 é

$$\frac{M/M_{\max}}{B_{\text{ext}}/T} = \frac{0,15}{0,20 \text{ T/K}} = 0,75 \text{ K/T},$$

temos:

$$\frac{\mu}{\mu_{\max}} = (0,75 \text{ K/T}) \frac{0,800 \text{ T}}{2,00 \text{ K}} = 0,30.$$

45. (a) Vamos chamar de $P(\mu)$ a probabilidade de que um dipolo $\vec{\mu}$ e o campo \vec{B} estejam paralelos e de $P(-\mu)$ a probabilidade de que um dipolo e o campo estejam antiparalelos. A magnetização pode ser considerada uma “média ponderada” dos campos magnéticos produzidos pelos dipolos, calculada a partir destas probabilidades:

$$M = \frac{N\mu P(\mu) - N\mu P(-\mu)}{P(\mu) + P(-\mu)} = \frac{N\mu (e^{\mu B/KT} - e^{-\mu B/KT})}{e^{\mu B/KT} + e^{-\mu B/KT}} = N\mu \tanh\left(\frac{\mu B}{kT}\right).$$

(b) Para $\mu B \ll kT$ (ou seja, para $\mu B/kT \ll 1$), $e^{\pm \mu B/kT} \approx 1 \pm \mu B/kT$ e, portanto,

$$M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu B}{kT}\right) \approx \frac{N\mu [(1 + \mu B/kT) - (1 - \mu B/kT)]}{(1 + \mu B/kT) + (1 - \mu B/kT)} = \frac{N\mu^2 B}{kT}.$$

(c) Para $\mu B \gg kT$, $\tanh(\mu B/kT) \approx 1$ e, portanto,

$$M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu B}{kT}\right) \approx N\mu.$$

(d) A função tangente hiperbólica pode ser plotada com o auxílio de um computador ou de uma calculadora gráfica. Ajustando os parâmetros do gráfico, é possível obter uma curva semelhante à da Fig. 32-14.

46. De acordo com a Eq. 28-36, $\tau = -\mu B_h \sin\theta$; o sinal negativo indica que o torque se opõe ao deslocamento angular θ . Para pequenos ângulos, $\tau \approx -\mu B_h \theta$, o que é característico do movimento harmônico simples (veja a Seção 15-3). Comparando com a Eq. 15-13, vemos que o período de oscilação é

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mu B_h}}$$

na qual I é o momento de inércia a ser determinado. Como a frequência é 0,312 Hz, o período é $T = 1/f = 1/(0,312 \text{ Hz}) = 3,21 \text{ s}$. Explicitando I na equação anterior, obtemos

$$I = \frac{\mu B_h T^2}{4\pi^2} = \frac{(0,680 \times 10^{-3} \text{ J/T})(18,0 \times 10^{-6} \text{ T})(3,21 \text{ s})^2}{4\pi^2} = 3,19 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

47. (a) se a esfera está magneticamente saturada, o momento dipolar total é $\mu_{\text{total}} = N\mu$, na qual N é o número de átomos de ferro e μ é o momento dipolar de um átomo de ferro. Queremos determinar o raio de uma esfera de ferro com N átomos de ferro. A massa dessa esfera é Nm , em que m é a massa de um átomo de ferro. Essa massa também é dada por $4\pi\rho R^3/3$, sendo ρ a massa específica do ferro e R é o raio da esfera. Assim, $Nm = 4\pi\rho R^3/3$ e

$$N = \frac{4\pi\rho R^3}{3m}.$$

Substituindo N por seu valor na relação $\mu_{\text{total}} = N\mu$, obtemos

$$\mu_{\text{total}} = \frac{4\pi\rho R^3\mu}{3m} \Rightarrow R = \left(\frac{3m\mu_{\text{total}}}{4\pi\rho\mu}\right)^{1/3}.$$

Como a massa de um átomo de ferro é $m = 56 \text{ u} = (56 \text{ u})(1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}) = 9,30 \times 10^{-26} \text{ kg}$, temos:

$$R = \left[\frac{3(9,30 \times 10^{-26} \text{ kg})(8,0 \times 10^{22} \text{ J/T})}{4\pi(14 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(2,1 \times 10^{-23} \text{ J/T})} \right]^{1/3} = 1,8 \times 10^5 \text{ m}.$$

(b) Como o volume da esfera é

$$V_e = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} (1,82 \times 10^5 \text{ m})^3 = 2,53 \times 10^{16} \text{ m}^3$$

e o volume da Terra é

$$V_t = \frac{4\pi}{3} (6,37 \times 10^6 \text{ m})^3 = 1,08 \times 10^{21} \text{ m}^3,$$

a fração do volume da Terra ocupada pela esfera é

$$\frac{2,53 \times 10^{16} \text{ m}^3}{1,08 \times 10^{21} \text{ m}^3} = 2,3 \times 10^{-5}.$$

48. (a) Como, de acordo com o Apêndice F, a massa molar do ferro é 55,847 g/mol, o número de átomos de ferro contidos na barra de ferro é

$$N = \frac{(7,9 \text{ g/cm}^3)(5,0 \text{ cm})(1,0 \text{ cm}^2)}{(55,847 \text{ g/mol})/(6,022 \times 10^{23} \text{ /mol})} = 4,3 \times 10^{23}.$$

Assim, o momento dipolar da barra de ferro é

$$\mu = (2,1 \times 10^{-23} \text{ J/T})(4,3 \times 10^{23}) = 8,9 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

(b) $\tau = \mu B \sin 90^\circ = (8,9 \text{ A} \cdot \text{m}^2)(1,57 \text{ T}) = 13 \text{ N} \cdot \text{m}.$

49. (a) O campo produzido em um ponto do eixo de um dipolo é dado pela Eq. 29-27: $B = \mu_0 \mu / 2\pi z^3$, na qual μ é o momento dipolar e z é a distância a que o ponto se encontra do dipolo. Assim,

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1,5 \times 10^{-23} \text{ J/T})}{2\pi(10 \times 10^{-9} \text{ m})} = 3,0 \times 10^{-6} \text{ T} = 3,0 \mu\text{T}.$$

(b) A energia de um dipolo magnético $\vec{\mu}$ na presença de um campo magnético \vec{B} é dada por

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \phi,$$

na qual ϕ é o ângulo entre o momento dipolar e o campo. A energia necessária para inverter o dipolo (ou seja, fazer o ângulo mudar de $\phi = 0^\circ$ para $\phi = 180^\circ$) é

$$\begin{aligned} \Delta U &= 2\mu B = 2(1,5 \times 10^{-23} \text{ J/T})(3,0 \times 10^{-6} \text{ T}) = 9,0 \times 10^{-29} \text{ J} \\ &= (9,0 \times 10^{-29} \text{ J})(6,242 \times 10^{18} \text{ eV/J}) = 5,6 \times 10^{-10} \text{ eV}. \end{aligned}$$

(c) De acordo com o enunciado, a energia cinética média de translação à temperatura ambiente é 0,039 eV, um valor muito maior que ΔU . Se as interações dipolo-dipolo fossem responsáveis pelo alinhamento dos dipolos, a agitação térmica à temperatura ambiente seria suficiente para impedir que os dipolos permanecessem alinhados.

50. (a) De acordo com a Eq. 28-36,

$$\begin{aligned} \tau &= \mu_{\text{barra}} B \sin \theta = (2700 \text{ A/m})(0,06 \text{ m})\pi(0,003 \text{ m})^2(0,035 \text{ T})\sin(68^\circ) \\ &= 1,49 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}, \end{aligned}$$

na qual usamos o fato de que o volume de um cilindro é igual à área da base multiplicada pela altura.

(b) De acordo com a Eq. 29-38, temos:

$$\begin{aligned} \Delta U &= -\mu_{\text{barra}} B (\cos \theta_f - \cos \theta_i) \\ &= -(2700 \text{ A/m})(0,06 \text{ m})\pi(0,003 \text{ m})^2(0,035 \text{ T})[\cos(34^\circ) - \cos(68^\circ)] \\ &= -72,9 \mu\text{J}. \end{aligned}$$

51. A magnetização de saturação corresponde ao alinhamento perfeito de todos os dipolos atômicos e é dada por $M_{\text{sat}} = \mu n$, na qual n é o número de átomos por unidade de volume e μ é o momento dipolar magnético de um átomo. O número de átomos de níquel por unidade de volume é $n = \rho/m$, sendo ρ a massa específica do níquel. A massa de um átomo de níquel pode ser calculada usando a relação $m = M/N_A$, na qual M é a massa atômica do níquel e N_A é a constante de Avogadro. Assim,

$$\begin{aligned} n &= \frac{\rho N_A}{M} = \frac{(8,90 \text{ g/cm}^3)(6,02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol})}{58,71 \text{ g/mol}} = 9,126 \times 10^{22} \text{ átomos/cm}^3 \\ &= 9,126 \times 10^{28} \text{ átomos/m}^3. \end{aligned}$$

O momento dipolar de um átomo de níquel é

$$\mu = \frac{M_{\text{sat}}}{n} = \frac{4,70 \times 10^5 \text{ A/m}}{9,126 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}} = 5,15 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

52. A temperatura de Curie do ferro é 770°C . Se x é a profundidade na qual a temperatura atinge este valor, $10^\circ\text{C} + (30^\circ\text{C/km})x = 770^\circ\text{C}$. Assim,

$$x = \frac{770^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C}}{30^\circ\text{C/km}} = 25 \text{ km}.$$

53. (a) De acordo com a Eq. 32-40, o módulo do campo magnético produzido por um toroide é dado por $B_0 = \mu_0 n i_p$, na qual n é o número de espiras por unidade de comprimento do toroide e i_p é a corrente na bobina. Vamos usar o raio médio $r_{\text{med}} = (r_{\text{ext}} + r_{\text{int}})/2$, em que r_{ext} é o raio externo e r_{int} é o raio interno, para calcular n :

$$n = \frac{N}{2\pi r_{\text{med}}} = \frac{400 \text{ espiras}}{2\pi(5,5 \times 10^{-2} \text{ m})} = 1,16 \times 10^3 \text{ espiras/m}.$$

Assim,

$$i_p = \frac{B_0}{\mu_0 n} = \frac{0,20 \times 10^{-3} \text{ T}}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1,16 \times 10^3 / \text{m})} = 0,14 \text{ A}.$$

(b) Se Φ é o fluxo magnético que atravessa a bobina secundária, o valor absoluto da fem induzida na bobina é $\epsilon = N(d\Phi/dt)$ e a corrente na bobina é $i_s = \epsilon/R$, na qual R é a resistência da bobina. Assim,

$$i_s = \left(\frac{N}{R} \right) \frac{d\Phi}{dt}.$$

A carga que atravessa a bobina secundária quando a corrente na bobina primária começa a circular é

$$q = \int i_s dt = \frac{N}{R} \int \frac{d\Phi}{dt} dt = \frac{N}{R} \int_0^\Phi d\Phi = \frac{N\Phi}{R}.$$

O módulo do campo magnético no interior da bobina secundária é $B = B_0 + B_M = 801B_0$, na qual B_M é o campo dos dipolos magnéticos do material magnético. Como o campo total é perpendicular ao plano da bobina secundária, o fluxo magnético é $\Phi = AB$, em que A é a área do anel de Rowland (o campo magnético calculado existe no interior do anel, mas não na região entre o anel e a bobina). Se r é o raio da seção reta do anel, $A = \pi r^2$ e, portanto,

$$\Phi = 801\pi r^2 B_0.$$

Como o raio r é dado por $r = (6,0 \text{ cm} - 5,0 \text{ cm})/2 = 0,50 \text{ cm}$,

$$\Phi = 801\pi(0,50 \times 10^{-2} \text{ m})^2(0,20 \times 10^{-3} \text{ T}) = 1,26 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

e, portanto,

$$q = \frac{50(1,26 \times 10^{-5} \text{ Wb})}{8,0 \Omega} = 7,9 \times 10^{-5} \text{ C} = 79 \mu\text{C}.$$

54. (a) De acordo com o Problema 32-61, a uma distância r do centro da Terra, o módulo do campo elétrico é dado por

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m},$$

na qual μ é o momento dipolar da Terra e λ_m é a latitude magnética. A razão entre os módulos do campo a diferentes distâncias na mesma latitude é

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{r_1^3}{r_2^3}.$$

Vamos chamar de B_1 o módulo do campo magnético na superfície da Terra, de $r_1 = R_t$, na qual R_t é o raio da Terra, a distância correspondente do centro da Terra, e de $r_2 = R_t + h$, na qual h é a altitude, o ponto no qual o módulo do campo magnético é $B_1/2$. Nesse caso,

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_t^3}{(R_t + h)^3} = 0,5.$$

Explicitando h , obtemos:

$$h = (2^{1/3} - 1)R_t = (2^{1/3} - 1)(6370 \text{ km}) = 1,66 \times 10^3 \text{ km}.$$

(b) Para obter o valor máximo de B a 2900 km de profundidade, fazemos $\sin \lambda_m = 1,00$ e $r = 6370 \text{ km} - 2900 \text{ km} = 3470 \text{ km}$, o que nos dá

$$\begin{aligned} B_{\max} &= \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8,00 \times 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{4\pi(3,47 \times 10^6 \text{ m})^3} \sqrt{1 + 3(1,00)^2} \\ &= 3,83 \times 10^{-4} \text{ T}. \end{aligned}$$

(c) Como o ângulo entre o eixo magnético e o eixo de rotação da Terra é $11,5^\circ$ (veja a Seção 32-6), $\lambda_m = 90,0^\circ - 11,5^\circ = 78,5^\circ$ no polo geográfico da Terra. Além disso, $r = R_t = 6370 \text{ km}$. Assim,

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 \mu}{4\pi R_t^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8,0 \times 10^{22} \text{ J/T}) \sqrt{1 + 3 \sin^2 78,5^\circ}}{4\pi(6,37 \times 10^6 \text{ m})^3} \\ &= 6,11 \times 10^{-5} \text{ T}. \end{aligned}$$

(d) $\phi_i = \tan^{-1}(2 \tan 78,5^\circ) = 84,2^\circ$.

(e) Uma explicação plausível para a discrepância entre os valores calculados e medidos do campo magnético da Terra é que as expressões usadas para calcular o campo são baseadas na hipótese de que o campo magnético da Terra é o campo de um dipolo, o que não corresponde exatamente à realidade.

55. (a) De acordo com a relação $\mu = iA = i\pi R_t^2$, temos:

$$i = \frac{\mu}{\pi R_t^2} = \frac{8,0 \times 10^{22} \text{ J/T}}{\pi(6,37 \times 10^6 \text{ m})^2} = 6,3 \times 10^8 \text{ A}.$$

(b) Sim, porque, longe da Terra, tanto o campo magnético da Terra como o campo magnético criado pela espira seriam campos dipolares. Se os dois campos tivessem orientações opostas, o cancelamento seria total.

(c) Não, porque, nas proximidades da espira, o campo produzido por uma espira não é igual ao campo produzido por um dipolo magnético.

56. (a) Como o período de rotação é $T = 2\pi/\omega$, este é o tempo que a carga completa do anel leva para passar por um ponto fixo na trajetória do anel. Assim, a corrente associada à carga do anel é $i = q/T = q\omega/2\pi$ e o módulo do momento dipolar magnético é

$$\mu = iA = \frac{q\omega}{2\pi} \pi r^2 = \frac{1}{2} q\omega r^2.$$

(b) Dobramos os dedos da mão direita no sentido da rotação. Como a carga é positiva, o polegar aponta na direção do momento dipolar magnético, que é a mesma do vetor momento angular do anel.

57. A energia potencial associada à interação do dipolo magnético da bússola com o campo magnético da Terra é

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_t = -\mu B_t \cos \theta,$$

na qual θ é o ângulo entre $\vec{\mu}$ e \vec{B}_t . Para θ pequeno,

$$U(\theta) = -\mu B_t \cos \theta \approx -\mu B_t \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) = \frac{1}{2} \kappa \theta^2 - \mu B_t$$

na qual $\kappa = \mu B_t$. Aplicando a lei de conservação da energia ao movimento da agulha da bússola, temos:

$$\frac{1}{2} I \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \kappa \theta^2 = \text{const.}$$

Essa expressão é semelhante à da conservação da energia mecânica em um sistema massa-mola:

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \text{const.},$$

que nos dá $\omega = \sqrt{k/m}$. Assim, por analogia, temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} = \sqrt{\frac{\mu B_t}{I}} = \sqrt{\frac{\mu B_t}{ml^2/12}},$$

o que nos dá

$$\mu = \frac{ml^2 \omega^2}{12 B_t} = \frac{(0,050 \text{ kg})(4,0 \times 10^{-2} \text{ m})^2 (45 \text{ rad/s})^2}{12(16 \times 10^{-6} \text{ T})} = 8,4 \times 10^2 \text{ J/T}.$$

58. (a) De acordo com a Eq. 29-20, $B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_f^2} = 222 \mu\text{T}$.

(b) De acordo com a Eq. 29-17, $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = 167 \mu\text{T}$.

(c) De acordo com a Eq. 29-17, $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = 22,7 \mu\text{T}$.

(d) De acordo com as Eqs. 32-15 e 32-16, $B = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R_p^2} = 1,25 \mu\text{T}$.

(e) De acordo com as Eqs. 32-15 e 32-16, $B = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi r^2} = 3,75 \mu\text{T}$.

(f) A Eq. 32-17 nos dá $B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} = 22,7 \mu\text{T}$.

(g) Como a corrente de deslocamento no espaço entre as placas se distribui em uma área maior, os valores de B nessa área são relativamente pequenos. Do lado de fora do espaço entre as placas, os valores da corrente no fio e da corrente de deslocamento são iguais.

59. (a) Podemos usar o resultado do item (a) do Exemplo “Campo magnético induzido por um campo elétrico variável”:

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} \quad (\text{para } r \leq R),$$

na qual, no nosso caso, $r = 0,80R$ e

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{d} \right) = \frac{1}{d} \frac{d}{dt} (V_0 e^{-t/\tau}) = -\frac{V_0}{\tau d} e^{-t/\tau},$$

na qual $V_0 = 100 \text{ V}$. Substituindo por valores numéricos, temos:

$$\begin{aligned} B(t) &= \left(\frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \right) \left(-\frac{V_0}{\tau d} e^{-t/\tau} \right) = -\frac{\mu_0 \epsilon_0 V_0 r}{2 \tau d} e^{-t/\tau} \\ &= -\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(100 \text{ V})(0,80)(16 \text{ mm})}{2(12 \times 10^{-3} \text{ s})(5,0 \text{ mm})} e^{-t/12 \text{ ms}} \\ &= -(1,2 \times 10^{-13} \text{ T}) e^{-t/12 \text{ ms}}. \end{aligned}$$

Assim,

$$|B(t)| = (1,2 \times 10^{-13} \text{ T}) e^{-t/12 \text{ ms}} = (1,2 \times 10^{-13} \text{ T}) e^{-t/0,012 \text{ s}}.$$

(b) No instante $t = 3\tau$, $B(t) = -(1,2 \times 10^{-13} \text{ T}) e^{-3\tau/\tau} = -5,9 \times 10^{-15} \text{ T}$; assim,

$$|B| = 5,9 \times 10^{-15} \text{ T}.$$

60. (a) De acordo com a Eq. 32-1, temos:

$$(\Phi_B)_{\text{entra}} = (\Phi_B)_{\text{sai}} = 0,0070 \text{ Wb} + (0,40 \text{ T})(\pi r^2) = 9,2 \times 10^{-3} \text{ Wb}.$$

Assim, o valor absoluto do fluxo magnético através da parte curva da superfície é $9,2 \text{ mWb}$.

(b) O fluxo é para dentro.

61. (a) De acordo com o teorema de Pitágoras,

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_h^2 + B_v^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos \lambda_m \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \mu}{2\pi r^3} \sin \lambda_m \right)^2} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{\cos^2 \lambda_m + 4 \sin^2 \lambda_m} \\ &= \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m}, \end{aligned}$$

na qual usamos a relação $\cos^2 \lambda_m + \sin^2 \lambda_m = 1$.

(b) De acordo com a Eq. 3-6,

$$\tan \phi_i = \frac{B_v}{B_h} = \frac{(\mu_0 \mu / 2\pi r^3) \sin \lambda_m}{(\mu_0 \mu / 4\pi r^3) \cos \lambda_m} = 2 \tan \lambda_m.$$

62. (a) No equador geomagnético ($\lambda_m = 0$), o campo é

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8,00 \times 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{4\pi(6,37 \times 10^6 \text{ m})^3} = 3,10 \times 10^{-5} \text{ T} = 31,0 \mu\text{T}.$$

(b) $\phi_i = \tan^{-1} (2 \tan \lambda_m) = \tan^{-1} (0) = 0^\circ$.

(c) Para $\lambda_m = 60,0^\circ$, temos:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m} = (3,10 \times 10^{-5}) \sqrt{1 + 3 \sin^2 60,0^\circ} = 5,59 \times 10^{-5} \text{ T} = 55,9 \mu\text{T}.$$

(d) $\phi_i = \tan^{-1} (2 \tan 60,0^\circ) = 73,9^\circ$.

(e) No polo norte geomagnético ($\lambda_m = 90,0^\circ$), temos:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m} = (3,10 \times 10^{-5}) \sqrt{1 + 3(1,00)^2} = 6,20 \times 10^{-5} \text{ T} = 62,0 \mu\text{T}.$$

(f) $\phi_i = \tan^{-1} (2 \tan 90,0^\circ) = 90,0^\circ$.

63. Seja R o raio das placas do capacitor e seja r a distância entre o ponto considerado e o eixo do capacitor. O módulo do campo magnético é dado pelas Eqs. 32-8 e 32-9:

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} \quad (r \leq R)$$

e

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} \quad (r \geq R).$$

O campo magnético é máximo nos pontos em que $r = R$; o valor do campo nesses pontos pode ser calculado usando qualquer uma das equações anteriores:

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R}{2} \frac{dE}{dt}.$$

Existem dois valores de r para os quais B é igual a 50% de B_{\max} , um menor que R e outro maior que R .

(a) Para $r < R$, temos:

$$\frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R}{4} \frac{dE}{dt} \Rightarrow r = R/2 = (55,0 \text{ mm})/2 = 27,5 \text{ mm}.$$

(b) Para $r > R$, temos:

$$\frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R}{4} \frac{dE}{dt} \Rightarrow r = 2R = 2(55,0 \text{ mm}) = 110 \text{ mm}.$$

64. (a) De acordo com a Fig. 32-14, para $M/M_{\max} = 50\%$ temos $B/T = 0,50$ e, portanto, $T = B/0,50 = 2/0,50 = 4 \text{ K}$.

(b) De acordo com a Fig. 32-14, para $M/M_{\max} = 90\%$ temos $B/T = 2,0$ e, portanto, $T = 2/2,0 = 1 \text{ K}$.

65. Seja A a área das placas e seja a a área da região central. Nesse caso,

$$\frac{A}{a} = \frac{\pi R^2}{\pi (R/2)^2} = 4$$

e, de acordo com a Eq. 32-15, a corrente de descarga é dada por

$$i = i_d = 4(2,0 \text{ A}) = 8,0 \text{ A}.$$

66. Ignorando os pontos de transição, constatamos que o intervalo da curva da Fig. 32-40 no qual a inclinação é maior é $6 \mu\text{s} < t < 7 \mu\text{s}$. Nesse intervalo, de acordo com a Eq. 32-14,

$$i_d = \epsilon_0 A \frac{\Delta E}{\Delta t} = \epsilon_0 (2,0 \text{ m}^2) (2,0 \times 10^6 \text{ V/m}) = 3,5 \times 10^{-5} \text{ A}.$$

67. (a) Usando a Eq. 32-13 mas levando em conta o fato de que o capacitor está sendo *descarregado*, temos:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{i}{\epsilon_0 A} = -\frac{5,0 \text{ A}}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,0080 \text{ m})^2} = -8,8 \times 10^{15} \text{ V/m} \cdot \text{s}.$$

(b) Supondo que o campo é perfeitamente uniforme, mesmo perto das bordas, podemos usar o mesmo raciocínio do item (a) do Exemplo “Substituição de um campo elétrico variável por uma corrente de deslocamento” e relacionar o valor absoluto da integral de linha à parte da corrente de deslocamento envolvida:

$$\left| \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \right| = \mu_0 i_{d,\text{env}} = \mu_0 \left(\frac{WH}{L^2} i \right) = 5,9 \times 10^{-7} \text{ Wb/m}.$$

68. (a) De acordo com a Eq. 32-31, $\mu_{\text{orb},z} = -3\mu_B = -2,78 \times 10^{-23} \text{ J/T}$.

(b) De acordo com a Eq. 32-31, $\mu_{\text{orb},z} = 4\mu_B = 3,71 \times 10^{-23} \text{ J/T}$.

69. (a) Como as linhas de campo de um ímã em forma de barra apontam na direção do polo Sul, as linhas de campo do desenho devem apontar para a esquerda e na direção do eixo central.

(b) O sinal de $\vec{B} \cdot d\vec{A}$ em todos os elementos de área $d\vec{A}$ da superfície lateral do cilindro é negativo.

(c) Não, porque a lei de Gauss para o magnetismo se aplica apenas a superfícies fechadas. Se acrescentarmos as bases do cilindro para formar uma superfície fechada, a lei de Gauss será válida, pois o fluxo negativo através da superfície lateral do cilindro e da base do cilindro mais distante do ímã será compensado por um fluxo positivo na base do cilindro mais próxima do ímã.

70. (a) De acordo com a Eq. 22-3,

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)}{(5,2 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 5,3 \times 10^{11} \text{ V/m}.$$

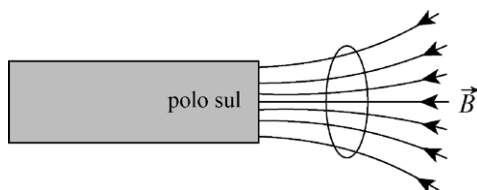
(b) De acordo com a Eq. 29-28,

$$B = \frac{\mu_0 \mu_p}{2\pi r^3} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1,4 \times 10^{-26} \text{ J/T})}{2\pi(5,2 \times 10^{-11} \text{ m})^3} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ T} = 20 \text{ mT}.$$

(c) De acordo com a Eq. 32-30,

$$\frac{\mu_{\text{orb}}}{\mu_p} = \frac{eh/4\pi m_e}{\mu_p} = \frac{\mu_B}{\mu_p} = \frac{9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T}}{1,4 \times 10^{-26} \text{ J/T}} = 6,6 \times 10^2.$$

71. (a) A figura a seguir mostra as linhas de campo magnético produzidas pelo ímã em forma de barra nas proximidades do anel.



(b) No caso de materiais paramagnéticos, o momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ é paralelo a \vec{B} . Na figura do item anterior, $\vec{\mu}$ aponta no sentido negativo do eixo x .

(c) De acordo com a regra da mão direita, como $\vec{\mu}$ aponta no sentido negativo do eixo x , o sentido da corrente convencional é o sentido anti-horário, do ponto de vista do ímã em forma de barra.

(d) O efeito da força magnética é deslocar o anel para regiões em que o campo magnético é mais intenso. Como a “densidade” das linhas de força é proporcional à intensidade do campo magnético, isso significa que a força aponta no sentido negativo do eixo x , ou seja, no sentido $-x$.

72. (a) Entre as placas do capacitor, $B_1 = \mu_0 i_d r_1 / 2\pi R^2$ (Eq. 32-16); do lado de fora do capacitor, $B_2 = \mu_0 i_d / 2\pi r_2$ (Eq. 32-17). Assim,

$$B_2 = B_1 \frac{R^2}{r_1 r_2} = 12,5 \frac{(4,00)^2}{(2,00)(6,00)} = 16,7 \text{ nT}.$$

(b) De acordo com a Eq. 32-16, a corrente de deslocamento é

$$i_d = \frac{2\pi R^2 B_1}{\mu_0 r_1} = 5,00 \text{ mA}.$$

73. (a) Para um dado valor de ℓ , m_ℓ varia de $-\ell$ a $+\ell$. Neste caso, como $\ell = 3$, o número de diferentes valores de m_ℓ é $2\ell + 1 = 2(3) + 1 = 7$. Assim, como $L_{\text{orb},z} \propto m_\ell$, o número de diferentes valores de $L_{\text{orb},z}$ é 7.

(b) Como $\mu_{\text{orb},z} \propto m_\ell$, o número de diferentes valores de $\mu_{\text{orb},z}$ é 7.

(c) Como $L_{\text{orb},z} = m_\ell h / 2\pi$, o maior valor permitido de $L_{\text{orb},z}$ é $|m_\ell|_{\text{max}} h / 2\pi = 3h / 2\pi$.

(d) Como $\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \mu_B$, o maior valor permitido de $\mu_{\text{orb},z}$ é $|m_\ell|_{\text{max}} \mu_B = 3eh / 4\pi m_e$.

(e) De acordo com as Eqs. 32-23 e 32-29, a componente z do momento angular total do elétron é

$$L_{\text{tot},z} = L_{\text{orb},z} + L_{s,z} = \frac{m_\ell h}{2\pi} + \frac{m_s h}{2\pi}.$$

Assim, o valor máximo de $L_{\text{tot},z}$ acontece para $m_\ell = (m_\ell)_{\text{max}} = 3$ e $m_s = 1/2$:

$$[L_{\text{tot},z}]_{\text{max}} = \left(3 + \frac{1}{2}\right) \frac{h}{2\pi} = \frac{3,5h}{2\pi}.$$

(f) Como o valor máximo de $L_{\text{tot},z}$ é dado por $[m_J]_{\text{max}} h / 2\pi$, na qual, de acordo com o item (e), $[m_J]_{\text{max}} = 3,5$, o número de valores permitidos de $L_{\text{tot},z}$ é $2[m_J]_{\text{max}} + 1 = 2(3,5) + 1 = 8$.

74. De acordo com a Eq. 32-17,

$$i_d = \frac{2\pi r B}{\mu_0} = \frac{2\pi(0,0300 \text{ m})(2,00 \times 10^{-6} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 0,300 \text{ A}.$$

75. (a) Os valores possíveis são:

$$\{-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4\} \Rightarrow 9, \text{ no total.}$$

(b) O valor máximo é $4\mu_B = 3,71 \times 10^{-23} \text{ J/T}$.

(c) Multiplicando o resultado do item (b) por 0,250 T, obtemos $U_{\text{max}} = +9,27 \times 10^{-24} \text{ J}$.

(d) Como, de acordo com o item (a), o valor mínimo de $\mu_{\text{orb},z}$ é $-4\mu_B$, a menor energia potencial é $U_{\text{min}} = (0,250 \text{ T})(-4\mu_B) = -9,27 \times 10^{-24} \text{ J}$.