

FUNDAMENTOS DE

FÍSICA

HALLIDAY & RESNICK | 9^a Edição

JEARL WALKER

ELETROMAGNETISMO

VOLUME 3

gen LTC

VOLUME 3

9^a

EDIÇÃO

HALLIDAY & RESNICK

FUNDAMENTOS DE FÍSICA

Eletromagnetismo

Jearl Walker

Cleveland State University

Tradução e Revisão Técnica

Ronaldo Sérgio de Biasi, Ph.D.

Professor Titular do Instituto Militar de Engenharia – IME

gen | LTC

CARGAS ELÉTRICAS

21

21-1 O QUE É FÍSICA?

Estamos cercados de aparelhos cujo funcionamento depende da física do eletromagnetismo, que é uma combinação de fenômenos elétricos e magnéticos. Essa física está presente em computadores, receptores de televisão, aparelhos de rádio, lâmpadas e até mesmo na aderência de um filme plástico a um recipiente de vidro. Essa física também explica muitos fenômenos naturais; não só mantém coesos todos os átomos e moléculas do mundo, mas também produz o relâmpago, a aurora e o arco-íris.

A física do eletromagnetismo foi estudada pela primeira vez pelos filósofos da Grécia antiga, que descobriram que se um pedaço de âmbar fosse friccionado e depois aproximado de pedacinhos de palha, a palha seria atraída pelo âmbar. Hoje sabemos que a atração entre o âmbar e a palha se deve a uma força elétrica. Os filósofos gregos também observaram que se um tipo de pedra (um ímã natural) fosse aproximado de um objeto de ferro, o objeto seria atraído pela pedra. Hoje sabemos que a atração entre os ímãs e os objetos de ferro se deve a uma força magnética.

A partir dessa origem modesta na Grécia antiga, as ciências da eletricidade e do magnetismo se desenvolveram independentemente por muitos séculos até o ano de 1820, quando Hans Christian Oersted descobriu uma ligação entre elas: uma corrente elétrica em um fio é capaz de mudar a direção da agulha de uma bússola. Curiosamente, Oersted fez essa descoberta, que foi para ele uma grande surpresa, quando preparava uma demonstração para seus alunos de física.

A nova ciência do eletromagnetismo foi cultivada por cientistas de muitos países. Um dos mais ativos foi Michael Faraday, um experimentalista muito competente, com um raro talento para a intuição e a visualização de fenômenos físicos. Um sinal desse talento é o fato de que seus cadernos de anotações de laboratório não contêm uma única equação. Em meados do século XIX, James Clerk Maxwell colocou as ideias de Faraday em forma matemática, introduziu muitas ideias próprias e estabeleceu uma base teórica sólida para o eletromagnetismo.

Nossa discussão do eletromagnetismo se estenderá pelos próximos 16 capítulos. Vamos começar pelos fenômenos elétricos e o primeiro passo será discutir a natureza das cargas elétricas e das forças elétricas.

21-2 Cargas Elétricas

Quando o ar está seco, é possível produzir fagulhas esfregando os pés em um tapete e aproximando a mão de uma maçaneta, de uma torneira ou mesmo de uma pessoa. Também podem surgir centelhas quando você despe um suéter ou remove as roupas de uma secadora. As centelhas e a “atração eletrostática” (como a da Fig. 21-1) são, em geral, consideradas mera curiosidade. Entretanto, se você produz uma centelha elétrica ao manipular um microcircuito, o componente pode ser inutilizado.

Esses exemplos revelam que existem cargas elétricas no corpo humano, nos suéteres, nos tapetes, nas maçanetas, nas torneiras e nos microcircuitos. Na verdade, todos os corpos contêm muitas cargas elétricas. A **carga elétrica** é uma propriedade intrínseca das partículas fundamentais de que é feita a matéria; em outras palavras, é uma propriedade associada à própria existência das partículas.



Figura 21-1 O acúmulo de cargas elétricas, um fenômeno que acontece quando o ar está seco, faz com que esses pedacinhos de papel sejam atraídos pelo pente. (*Fundamental Photographs*)

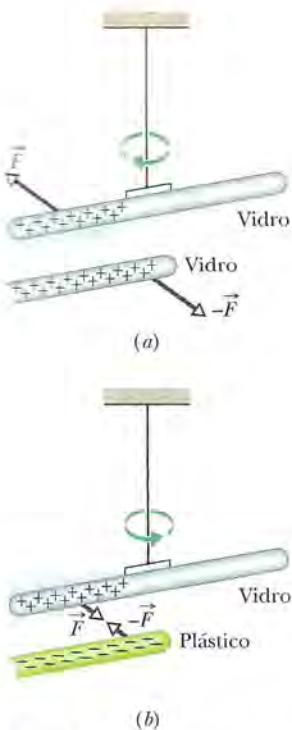


Figura 21-2 (a) Dois bastões carregados com cargas do mesmo sinal se repelem. (b) Dois bastões carregados com cargas de sinais opostos se atraem. Os sinais positivos indicam um excesso de cargas positivas e os sinais negativos um excesso de cargas negativas.

A grande quantidade de cargas que existem em qualquer objeto raramente pode ser observada porque a maioria dos objetos contém quantidades iguais de dois tipos de cargas: *cargas positivas* e *cargas negativas*. Quanto existe igualdade (ou *equilíbrio*) de cargas, dizemos que o objeto é *eletricamente neutro*, ou seja, a carga *total* do objeto é zero. Quando as quantidades dos dois tipos de cargas são diferentes, a carga total do objeto é diferente de zero e dizemos que o objeto está *eletricamente carregado*. A diferença entre as quantidades dos dois tipos de cargas é sempre muito menor do que as quantidades de cargas positivas e de cargas negativas contidas no objeto.

Os objetos eletricamente carregados interagem exercendo uma força sobre outros objetos. Para observar essa força, podemos carregar um bastão de vidro friccionando uma das extremidades com um pedaço de seda. Nos pontos de contato entre o bastão e a seda, pequenas quantidades de carga são transferidas de um material para o outro, rompendo a neutralidade elétrica de ambos. (Friccionamos a seda no bastão para aumentar o número de pontos de contato e, portanto, a quantidade de cargas transferidas.)

Suponha que o bastão carregado seja suspenso por um fio para *isolá-lo eletricamente* dos outros objetos, impedindo que a carga elétrica se altere. Quando aproximamos do bastão um segundo bastão eletricamente carregado (Fig. 21-2a), os dois bastões são submetidos a uma força de *repulsão*, ou seja, cada bastão é submetido a uma força que tende a afastá-lo do outro bastão. Por outro lado, quando friccionamos um bastão de *plástico* com um pedaço de lã e o aproximamos do bastão de vidro suspenso (Fig. 21-2b), os dois bastões são submetidos a uma força de *atração*, ou seja, cada bastão é submetido a uma força que tende a aproximar o outro bastão.

Podemos compreender as duas demonstrações em termos de cargas positivas e negativas. Quando um bastão de vidro é friccionado com um pedaço de seda, o vidro perde uma pequena parte das cargas negativas e, portanto, fica com uma pequena quantidade de cargas positivas não compensadas (representadas por sinais positivos na Fig. 21-2a). Quando o bastão de plástico é friccionado com um pedaço de lã, o plástico adquire uma pequena quantidade de cargas negativas não compensadas (representadas por sinais negativos na Fig. 21-2b). As duas demonstrações revelam o seguinte:



Cargas de mesmo sinal se repelem e cargas de sinais opostos se atraem.

Na Seção 21-4, vamos expressar essa regra em termos matemáticos através da lei de Coulomb da *força eletrostática* (ou *força elétrica*) entre duas cargas. O termo *eletrostática* é usado para chamar atenção para o fato de que a velocidade relativa entre as cargas é nula ou muito pequena.

Os termos “positiva” e “negativa” para os dois tipos de carga foram escolhidos arbitrariamente por Benjamin Franklin. Ele poderia muito bem ter feito a escolha inversa ou usado outras palavras com significados opostos para designar os dois tipos de electricidade. (Franklin era um cientista de renome internacional. Acredita-se que seus triunfos diplomáticos na França, durante a Guerra de Independência dos Estados Unidos, tenham sido facilitados, ou mesmo tornados possíveis, pela reputação de Franklin no campo da ciência.)

A atração e repulsão entre corpos eletricamente carregados têm muitas aplicações industriais, como a pintura eletrostática, o recolhimento de cinzas volantes em chaminés e a xerografia. A Fig. 21-3 mostra uma partícula de plástico usada em copiadoras, coberta por partículas ainda menores de um pó preto conhecido como *toner* que são mantidas na superfície da partícula de plástico por forças eletrostáticas. As partículas de *toner*, negativamente carregadas, são transferidas da partícula de plástico para um tambor rotativo onde existe uma imagem positivamente carregada do documento a ser copiado. Uma folha de papel eletricamente carregada atraí as



Figura 21-3 Partícula de plástico usada em copiadoras; a partícula está coberta por partículas ainda menores de *toner*, que são mantidas na superfície da partícula de plástico por forças eletrostáticas. O diâmetro da partícula de plástico é aproximadamente 0,3 mm. (Cortesia da Xerox)

partículas de *toner* presentes no tambor, que são fixadas permanentemente no papel por aquecimento para produzir uma cópia do documento.

21-3 Condutores e Isolantes

Os materiais podem ser classificados de acordo com a facilidade com a qual as cargas elétricas se movem no seu interior. Nos **condutores**, como o cobre dos fios elétricos, o corpo humano e a água de torneira, as cargas elétricas se movem com facilidade. Nos **não condutores**, também conhecidos como **isolantes**, como os plásticos do isolamento dos fios, a borracha, o vidro e a água destilada, as cargas não se movem. Os **semicondutores**, como o silício e o germânio, possuem propriedades elétricas intermediárias entre as dos condutores e as dos não condutores. Os **supercondutores** são condutores *perfeitos*, materiais nos quais as cargas se movem sem encontrar *nenhuma* resistência. Neste e nos próximos capítulos, discutiremos apenas os condutores e os não condutores.

Vamos começar com um exemplo de como a condução de eletricidade pode eliminar o excesso de cargas. Quando friccionamos uma barra de cobre com um pedaço de lã, cargas são transferidas da lã para o cobre. Entretanto, se você segurar ao mesmo tempo a barra de cobre e uma torneira, a barra de cobre não ficará carregada. O que acontece é que você, a barra de cobre e a torneira são condutores que estão ligados, através do encanamento, a um imenso condutor, que é a Terra. Como as cargas em excesso depositadas no cobre pela lã se repelem, afastam-seumas das outras passando primeiro para a sua mão, depois para a torneira e finalmente para a Terra, onde se espalham. O processo deixa a barra de cobre eletricamente neutra.

Quando estabelecemos um caminho entre um objeto e a Terra constituído unicamente por materiais condutores, dizemos que o objeto está *aterrado*; quando a carga de um objeto é neutralizada pela eliminação do excesso de cargas positivas ou negativas através da Terra, dizemos que o objeto foi *descarregado*. Se você usar uma luva feita de material não condutor para segurar a barra de cobre, o caminho de condutores até a Terra estará interrompido e a barra ficará carregada por atrito (a carga permanecerá na barra) enquanto você não tocar nela com a mão nua.

O comportamento dos condutores e não condutores se deve à estrutura e propriedades elétricas dos átomos. Os átomos são formados por três tipos de partículas: os *prótons*, que possuem carga elétrica positiva, os *elétrons*, que possuem carga elétrica negativa, e os *nêutrons*, que não possuem carga elétrica. Os prótons e nêutrons ocupam a região central do átomo, conhecida como *núcleo*.

As cargas de um próton isolado e de um elétron isolado têm o mesmo valor absoluto e sinais opostos; um átomo eletricamente neutro contém o mesmo número de prótons e elétrons. Os elétrons são mantidos nas proximidades do núcleo porque possuem uma carga elétrica oposta à dos prótons do núcleo e, portanto, são atraídos para o núcleo.

Quando os átomos de um material condutor como o cobre se unem para formar um sólido, alguns dos elétrons mais afastados do núcleo (que estão, portanto, submetidos a uma força de atração menor) se tornam livres para vagar pelo material, deixando para trás átomos positivamente carregados (*íons positivos*). Esses elétrons móveis recebem o nome de *elétrons de condução*. Os materiais não condutores possuem um número muito pequeno, ou mesmo nulo, de elétrons de condução.

O experimento da Fig. 21-4 demonstra a mobilidade das cargas em um material condutor. Uma barra de plástico negativamente carregada atrai à extremidade de uma barra neutra de cobre que estiver mais próxima. O que acontece é que os elétrons de condução da extremidade mais próxima da barra de cobre são repelidos pela carga negativa da barra de plástico. Alguns desses elétrons de condução se acumulam na outra extremidade da barra de cobre, deixando a extremidade mais próxima com uma falta de elétrons e, portanto, com uma carga total positiva. Como está mais próxima da barra de plástico, esta carga positiva é atraída pela carga negativa da barra de plástico com mais força do que a carga negativa que se acumulou na outra extremidade é

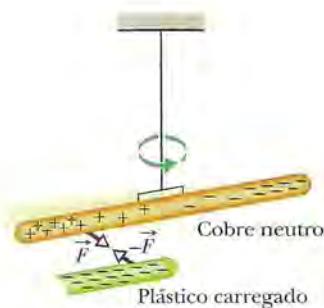


Figura 21-4 Uma barra de cobre neutra é isolada eletricamente da terra ao ser suspensa por um fio de material não condutor. Uma barra de plástico eletricamente carregada atrai a extremidade da barra de cobre que estiver mais próxima. Isso acontece porque os elétrons de condução da barra de cobre são repelidos para a extremidade mais afastada da barra pela carga negativa da barra de plástico, deixando a extremidade mais próxima com uma carga total positiva. Como está mais próxima, a carga positiva é atraída pela carga negativa da barra de plástico com mais força do que a carga negativa que se acumulou na outra extremidade é repelida, o que produz uma rotação da barra de cobre.

repelida. Embora a barra de cobre como um todo continue a ser eletricamente neutra, dizemos que possui uma *carga induzida*, o que significa que algumas das cargas positivas e negativas foram separadas pela presença de uma carga próxima.

Analogamente, se uma barra de vidro positivamente carregada é aproximada de uma barra de cobre neutra, os elétrons de condução da barra de cobre são atraídos na direção da barra de vidro. Assim, a extremidade da barra de cobre mais próxima da barra de vidro fica negativamente carregada e a outra extremidade fica positivamente carregada e, mais uma vez, a barra de cobre adquire uma carga induzida. Embora a barra de cobre continue a ser eletricamente neutra, é atraída pela barra de vidro.

Note que apenas os elétrons de condução, que possuem carga negativa, podem se mover; os íons positivos permanecem onde estavam. Assim, para carregar um objeto positivamente é necessário *remover cargas negativas*.

Clarões Azuis em uma Pastilha

Uma demonstração indireta da atração de cargas de sinais opostos pode ser feita com o auxílio de pastilhas de gaultéria (*wintergreen*, em inglês*). Se você deixar os olhos se adaptarem a escuridão durante cerca de 15 minutos e pedir a um amigo para mastigar uma pastilha de gaultéria, verá um clarão azul sair da boca do seu amigo a cada dentada. Quando a pastilha é partida em pedaços por uma dentada, em geral cada pedaço fica com um número diferente de elétrons. Suponha que a pastilha se parte nos pedaços A e B e que A possua mais elétrons na superfície que B (Fig. 21-5). Isso significa que B possui íons positivos (átomos que perderam elétrons para A) na superfície. Como os elétrons de A são fortemente atraídos para os íons positivos de B, alguns desses elétrons saltam de A para B.

Entre os pedaços A e B existe ar, que é constituído principalmente por moléculas de nitrogênio (N_2). Muitos dos elétrons que estão passando de A para B colidem com moléculas de nitrogênio, fazendo com que emitam luz ultravioleta. Os olhos humanos não conseguem ver esse tipo de radiação. Entretanto, as moléculas de gaultéria na superfície da pastilha absorvem a radiação ultravioleta e emitem luz azul; é por isso que você vê clarões azuis saindo da boca do seu amigo.

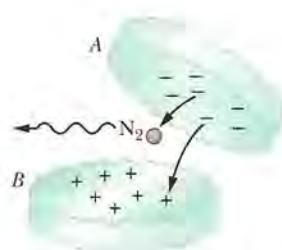


Figura 21-5 Dois pedaços de uma pastilha de gaultéria se afastando um do outro. Os elétrons que saltam da superfície negativa do pedaço A para a superfície positiva do pedaço B colidem com moléculas de nitrogênio (N_2) do ar.

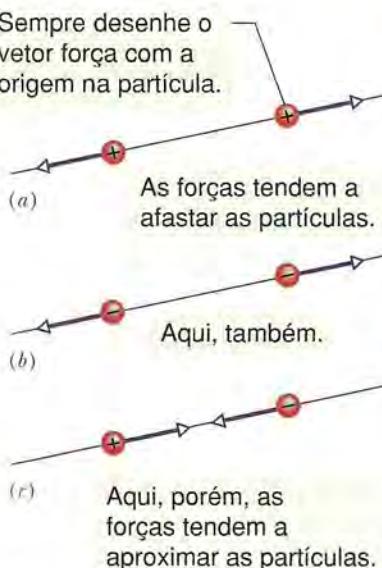
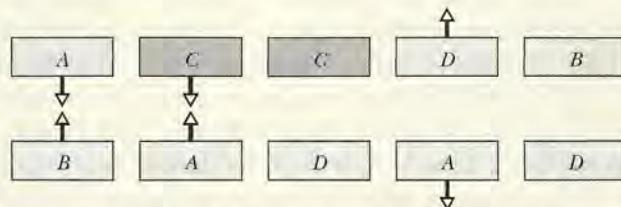


Figura 21-6 Duas partículas carregadas se repelem se as cargas forem (a) positivas ou (b) negativas. (c) As partículas se atraem se as cargas tiverem sinais opostos.

TESTE 1

A figura mostra cinco pares de placas. A, B e D são placas de plástico carregadas e C é uma placa de cobre eletricamente neutra. As forças eletrostáticas entre três dos pares de placas estão indicadas. Os outros dois pares de placas se atraem ou se repelem?



21-4 Lei de Coulomb

Duas partículas carregadas exercem forças uma sobre a outra. Se as cargas das partículas têm o mesmo sinal, as partículas se repelem (Figs. 21-6a e 21-6b), ou seja, são submetidas a forças que tendem a afastá-las. Se as cargas das partículas têm sinais opostos, as partículas se atraem (Fig. 21-6c), ou seja, são submetidas a forças que tendem a aproximar-las.

Essa força de repulsão ou atração associada à carga elétrica dos objetos é chamada de **força eletrostática**. A lei que permite calcular a força exercida por *partículas* carregadas é chamada de **lei de Coulomb** em homenagem a Charles-Augustin de

*Essas pastilhas, muito populares nos Estados Unidos, são conhecidas como LifeSavers. (N.T.)

Coulomb, que a propôs em, 1785, com base em experimentos de laboratório. Em termos das partículas da Fig. 21-7, onde a partícula 1 tem uma carga q_1 e a partícula 2 tem uma carga q_2 , a força a que está submetida a partícula 1 é dada por

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad (\text{Lei de Coulomb}), \quad (21-1)$$

em que \hat{r} é um vetor unitário na direção da reta que liga as duas partículas, r é a distância entre as partículas e k é uma constante. (Como qualquer vetor unitário, \hat{r} tem módulo 1 e é adimensional; sua única função é indicar uma orientação no espaço.) Se as partículas têm cargas de mesmo sinal, a força a que a partícula 1 é submetida tem o sentido de \hat{r} ; se as partículas têm cargas de sinais opostos, a força tem o sentido oposto ao de \hat{r} .

Curiosamente, a Eq. 21-1 tem a mesma forma que a equação de Newton (Eq. 13-3) para a força gravitacional entre duas partículas de massas m_1 e m_2 separadas por uma distância r :

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (\text{Lei de Newton}), \quad (21-2)$$

em que G é a constante gravitacional.

A constante k da Eq. 21-1, por analogia com a constante gravitacional G da Eq. 21-2, é chamada de *constante eletrostática*. As duas equações descrevem leis do tipo inverso do quadrado que envolvem uma propriedade das partículas envolvidas, massa em um caso, carga no outro. Entretanto, as forças gravitacionais são sempre atrativas, enquanto as forças eletrostáticas podem ser atrativas ou repulsivas, dependendo dos sinais das duas cargas. A diferença resulta do fato de que existe apenas um tipo de massa, mas existem dois tipos de carga elétrica.

A lei de Coulomb resistiu a todos os testes experimentais; até hoje não foi encontrada nenhuma exceção. A lei é válida até mesmo no interior dos átomos, onde descreve corretamente a força de atração entre o núcleo positivo e os elétrons negativos, enquanto a mecânica newtoniana deixa de ser válida nesse contexto e deve ser substituída pela mecânica quântica. A lei de Coulomb também explica corretamente as forças que unem os átomos para formar moléculas e as forças que unem os átomos e moléculas para formar sólidos e líquidos.

A unidade de carga do SI é o **coulomb**. Por motivos práticos, que têm a ver com a precisão das medidas, o coulomb é definido a partir da unidade do SI para a *corrente elétrica*, o *ampère*. Corrente elétrica é a taxa de variação com o tempo, dq/dt , da carga que passa por um ponto ou região do espaço. A corrente elétrica será discutida com detalhes no Capítulo 26. No momento, vamos nos limitar a usar a relação

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{corrente elétrica}), \quad (21-3)$$

em que i é a corrente elétrica (em ampères) e dq (em coulombs) é a quantidade de carga que passa por um ponto ou região do espaço no intervalo de tempo dt (em segundos). De acordo com a Eq. 21-3,

$$1 \text{ C} = (1 \text{ A})(1 \text{ s}).$$

Por motivos históricos (e também para simplificar outras equações), a constante eletrostática k da Eq. 21-1 é escrita na forma $1/4\pi\epsilon_0$. Nesse caso, o módulo da força na lei de Coulomb se torna

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{Lei de Coulomb}). \quad (21-4)$$

As constantes das Eqs. 21-1 e 21-4 têm o valor

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2. \quad (21-5)$$



Figura 21-7 A força eletrostática a que a partícula 1 está submetida pode ser descrita em termos de um vetor unitário \hat{r} na direção da reta que liga as duas partículas.

A constante ϵ_0 , conhecida como **constante de permissividade**, às vezes aparece separadamente nas equações e tem o valor

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2. \quad (21-6)$$

Outra semelhança entre a força gravitacional e a força eletrostática é que ambas obedecem ao princípio de superposição. Em um sistema de n partículas carregadas, as partículas interagem independentemente aos pares e a força que age sobre uma das partículas, a partícula 1, por exemplo, é dada pela soma vetorial

$$\vec{F}_{1,\text{tot}} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{15} + \cdots + \vec{F}_{1n}, \quad (21-7)$$

em que, por exemplo, \vec{F}_{14} é a força que age sobre a partícula 1 devido à presença da partícula 4. Uma expressão idêntica pode ser aplicada à força gravitacional.

Finalmente, aos teoremas das cascas, que se revelaram tão úteis em nosso estudo da gravitação, também correspondem teoremas análogos na eletrostática:



Uma casca com uma distribuição uniforme de cargas atrai ou repele uma partícula carregada situada do lado de fora da casca como se toda a carga estivesse no centro da casca.



Se uma partícula carregada está situada no interior de uma casca com uma distribuição uniforme de cargas, a casca não exerce nenhuma força eletrostática sobre a partícula.

(No primeiro teorema, supomos que a carga da casca é muito maior que a carga da partícula, o que permite desprezar qualquer redistribuição da carga da casca devido à presença da partícula.)

Condutores Esféricos

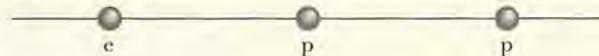
Se um excesso de cargas é depositado em uma casca esférica feita de material condutor, a carga se distribui uniformemente na superfície (externa) da casca. Assim, por exemplo, quando colocamos elétrons em excesso em uma casca esférica metálica, os elétrons se repelem mutuamente e se espalham pela superfície externa até ficarem uniformemente distribuídos, um arranjo que maximiza as distâncias entre os pares de elétrons em excesso. Nesse caso, de acordo com o primeiro teorema das cascas, a casca passa a atrair ou repelir uma carga externa como se todo o excesso de cargas estivesse no centro da casca.

Quando removemos cargas negativas de uma casca esférica metálica, as cargas positivas resultantes também se distribuem uniformemente na superfície da casca. Assim, por exemplo, se removemos n elétrons, passam a existir n cargas positivas (átomos nos quais está faltando um elétron) distribuídas uniformemente na superfície externa da casca. De acordo com o primeiro teorema das cascas, a casca nesse caso também passa a atrair ou repelir uma carga externa como se todo o excesso de cargas estivesse no centro.



TESTE 2

A figura mostra dois prótons (símbolo p) e um elétron (símbolo e) sobre uma reta. Qual é o sentido (a) da força eletrostática exercida pelo elétron sobre o próton do meio; (b) da força eletrostática exercida pelo outro próton sobre o próton do meio; (c) da força total exercida sobre o próton do meio?



Exemplo

Cálculo da força total exercida por duas partículas

(a) A Figura 21-8a mostra duas partículas positivamente carregadas situadas em pontos fixos do eixo x. As cargas são $q_1 = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e $q_2 = 3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$ e a distância entre as cargas é $R = 0,0200 \text{ m}$. Determine o módulo e a orientação da força eletrostática \vec{F}_{12} exercida pela partícula 2 sobre a partícula 1.

IDEIAS-CHAVE

Como as duas partículas têm carga positiva, a partícula 1 é repelida pela partícula 2 com uma força cujo módulo é dado pela Eq. 21-4. Assim, a direção da força \vec{F}_{12} exercida pela partícula 2 sobre a partícula 1 é *para longe* da partícula 2, ou seja, no sentido negativo do eixo x, como mostra o diagrama de corpo livre da Fig. 21-8b.

Duas partículas Usando a Eq. 21-4 com r igual à distância R entre as cargas, podemos escrever o módulo F_{12} da força como

$$\begin{aligned} F_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{R^2} \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \\ &\quad \times \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,20 \times 10^{-19} \text{ C})}{(0,0200 \text{ m})^2} \\ &= 1,15 \times 10^{-24} \text{ N}. \end{aligned}$$

Assim, a força \vec{F}_{12} tem o seguinte módulo e orientação (em

relação ao sentido positivo do eixo x):

$$1,15 \times 10^{-24} \text{ N} \quad \text{e} \quad 180^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

Podemos também escrever \vec{F}_{12} na notação de vetores unitários como

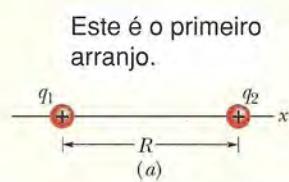
$$\vec{F}_{12} = -(1,15 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i}. \quad (\text{Resposta})$$

(b) A Fig. 21-8c é igual à Fig. 21-8a exceto pelo fato de que agora existe uma partícula 3 no eixo x entre as partículas 1 e 2. A partícula 3 tem uma carga $q_3 = -3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$ e está a uma distância $3R/4$ da partícula 1. Determine a força eletrostática $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ exercida sobre a partícula 1 pelas partículas 2 e 3.

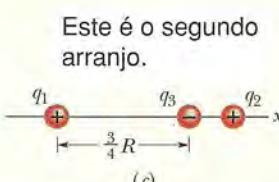
IDEIA-CHAVE

A presença da partícula 3 não altera a força eletrostática que a partícula 2 exerce sobre a partícula 1. Assim, a força \vec{F}_{12} continua a agir sobre a partícula 1. Da mesma forma, a força \vec{F}_{13} que a partícula 3 exerce sobre a partícula 1 não é afetada pela presença da partícula 2. Como as cargas das partículas 1 e 3 têm sinais opostos, a partícula 1 é atraída pela partícula 3. Assim, o sentido da força \vec{F}_{13} é *na direção* da partícula 3, como mostra o diagrama de corpo livre da Fig. 21-8d.

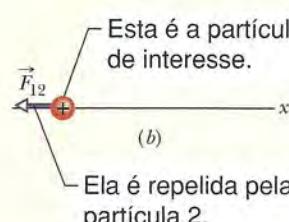
Três partículas Para determinar o módulo de \vec{F}_{13} , usamos a Eq. 21-4:



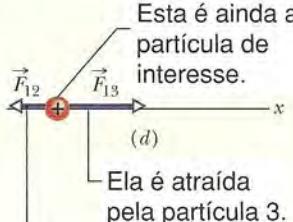
Este é o primeiro arranjo.



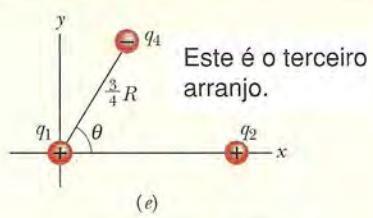
Este é o segundo arranjo.



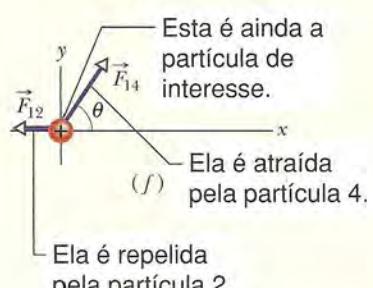
Esta é a partícula de interesse.
Ela é repelida pela partícula 2.



Esta é ainda a partícula de interesse.
Ela é atraída pela partícula 3.
Ela é repelida pela partícula 2.



Este é o terceiro arranjo.



Esta é ainda a partícula de interesse.
Ela é atraída pela partícula 4.
Ela é repelida pela partícula 2.



Figura 21-8 (a) Duas partículas de cargas q_1 e q_2 são mantidas fixas no eixo x. (b) Diagrama de corpo livre da partícula 1, mostrando a força eletrostática exercida pela partícula 2. (c) Inclusão da partícula 3. (d) Diagrama de corpo livre da partícula 1. (e) Inclusão da partícula 4. (f) Diagrama de corpo livre da partícula 1.

$$\begin{aligned} F_{13} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_3|}{(\frac{3}{4}R)^2} \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \\ &\quad \times \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,20 \times 10^{-19} \text{ C})}{(\frac{3}{4})^2(0,0200 \text{ m})^2} \\ &= 2,05 \times 10^{-24} \text{ N}. \end{aligned}$$

Podemos também escrever \vec{F}_{13} em termos dos vetores unitários:

$$\vec{F}_{13} = (2,05 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i}.$$

A força total $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ exercida sobre a partícula 1 é a soma vetorial de \vec{F}_{12} e \vec{F}_{13} . De acordo com a Eq. 21-7, podemos escrever a força total $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ exercida sobre a partícula 1, em termos dos vetores unitários, como

$$\begin{aligned} \vec{F}_{1,\text{tot}} &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \\ &= -(1,15 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} + (2,05 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} \\ &= (9,00 \times 10^{-25} \text{ N})\hat{i}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Assim, $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ tem o seguinte módulo e orientação (em relação ao sentido positivo do eixo x):

$$9,00 \times 10^{-25} \text{ N} \quad \text{e} \quad 0^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

(c) A Fig. 21-8e é igual à Fig. 21-8a exceto pelo fato de que agora existe uma partícula 4. A partícula 4 tem uma carga $q_4 = -3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$, está a uma distância $3R/4$ da partícula 1 e está em uma reta que faz um ângulo $\theta = 60^\circ$ com o eixo x . Determine a força de atração eletrostática $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ exercida sobre a partícula 1 pelas partículas 2 e 4.

IDEIA-CHAVE

A força total $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ é a soma vetorial de \vec{F}_{12} e uma nova força \vec{F}_{14} que age sobre a partícula 1 devido à presença da partícula 4. Como as partículas 1 e 4 têm cargas de sinais opostos, a partícula 1 é atraída pela partícula 4. Assim, o sentido da força \vec{F}_{14} é na direção da partícula 4, fazendo um ângulo de 60° com o eixo x , como mostra o diagrama da Fig. 21-8f.

Três partículas Podemos escrever a Eq. 21-4 na forma

$$\begin{aligned} F_{14} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_4|}{(\frac{3}{4}R)^2} \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \\ &\quad \times \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,20 \times 10^{-19} \text{ C})}{(\frac{3}{4})^2(0,0200 \text{ m})^2} \\ &= 2,05 \times 10^{-24} \text{ N}. \end{aligned}$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 21-7, a força total $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ exercida sobre a partícula 1 é dada por

$$\vec{F}_{1,\text{tot}} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{14}.$$

Como as forças \vec{F}_{12} e \vec{F}_{14} não têm a mesma direção, não podemos somá-las simplesmente somando ou subtraindo os módulos. Em vez disso, precisamos executar uma soma vetorial, usando um dos métodos a seguir.

Método 1 Executar a soma vetorial em uma calculadora.

No caso de \vec{F}_{12} , entramos com o módulo $1,15 \times 10^{-24}$ e o ângulo de 180° . No caso de \vec{F}_{14} , entramos com o módulo $2,05 \times 10^{-24}$ e o ângulo de 60° . Em seguida, somamos os vetores.

Método 2 Executar a soma vetorial em termos dos vetores unitários. Em primeiro lugar, escrevemos \vec{F}_{14} na forma

$$\vec{F}_{14} = (F_{14} \cos \theta)\hat{i} + (F_{14} \sin \theta)\hat{j}.$$

Fazendo $F_{14} = 2,05 \times 10^{-24} \text{ N}$ e $\theta = 60^\circ$, temos:

$$\vec{F}_{14} = (1,025 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} + (1,775 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{j}.$$

Agora podemos executar a soma:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{1,\text{tot}} &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{14} \\ &= -(1,15 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} \\ &\quad + (1,025 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} + (1,775 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{j} \\ &\approx (-1,25 \times 10^{-25} \text{ N})\hat{i} + (1,78 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{j}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Método 3 Executar a soma vetorial componente por componente. Somando as componentes x dos dois vetores, temos:

$$\begin{aligned} F_{1,\text{tot},x} &= F_{12,x} + F_{14,x} = F_{12} + F_{14} \cos 60^\circ \\ &= -1,15 \times 10^{-24} \text{ N} + (2,05 \times 10^{-24} \text{ N})(\cos 60^\circ) \\ &= -1,25 \times 10^{-25} \text{ N}. \end{aligned}$$

Somando as componentes y , temos:

$$\begin{aligned} F_{1,\text{tot},y} &= F_{12,y} + F_{14,y} = 0 + F_{14} \sin 60^\circ \\ &= (2,05 \times 10^{-24} \text{ N})(\sin 60^\circ) \\ &= 1,78 \times 10^{-24} \text{ N}. \end{aligned}$$

O módulo da força $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ é dado por

$$F_{1,\text{tot}} = \sqrt{F_{1,\text{tot},x}^2 + F_{1,\text{tot},y}^2} = 1,78 \times 10^{-24} \text{ N}. \quad (\text{Resposta})$$

Para determinar a orientação de $\vec{F}_{1,\text{tot}}$, calculamos

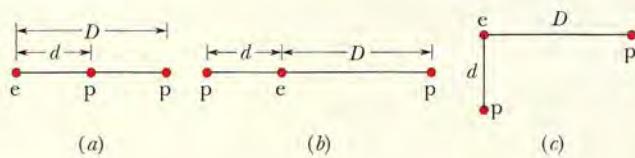
$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_{1,\text{tot},y}}{F_{1,\text{tot},x}} = -86,0^\circ.$$

Entretanto, este resultado não é razoável, já que a orientação de $\vec{F}_{1,\text{tot}}$ deve estar entre as orientações de \vec{F}_{12} e \vec{F}_{14} . Para obter o valor correto de θ , somamos 180° , o que nos dá

$$-86,0^\circ + 180^\circ = 94,0^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

TESTE 3

A figura mostra três arranjos de um elétron e dois prótons p. (a) Ordene os arranjos de acordo com o módulo da força eletrostática exercida pelos prótons sobre o elétron, em ordem decrescente. (b) No arranjo c, o ângulo entre a força total exercida sobre o elétron e a reta d é maior ou menor que 45° ?



Exemplo

Equilíbrio de uma partícula submetida a duas forças

A Fig. 21-9a mostra duas partículas fixas: uma partícula de carga $q_1 = +8q$ na origem e uma partícula de carga $q_2 = -2q$ em $x = L$. Em que ponto (que não esteja a uma distância infinita das cargas) um próton pode ser colocado de modo a ficar em equilíbrio (sem estar submetido a nenhuma força)? O equilíbrio é estável ou instável? (Ou seja, se o próton sofrer um pequeno deslocamento, as forças o farão voltar à posição de equilíbrio?)

IDEIA-CHAVE

Se \vec{F}_1 é a força exercida sobre o próton pela carga q_1 e \vec{F}_2 é a força exercida sobre o próton pela carga q_2 , o ponto que procuramos é aquele no qual $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$. Isso significa que

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \quad (21-8)$$

Assim, no ponto que procuramos, as forças que as outras duas partículas exercem sobre o próton devem ter o mesmo módulo, ou seja,

$$F_1 = F_2, \quad (21-9)$$

e as forças devem ter sentidos opostos.

Raciocínio Como a carga do próton é positiva, as cargas do próton e da partícula de carga q_1 têm o mesmo sinal e, portanto, a força \vec{F}_1 exercida sobre o próton pela partícula q_1 aponta para longe de q_1 . Como o próton e a partícula de carga q_2 têm sinais opostos, a força \vec{F}_2 exercida sobre o próton pela partícula q_2 aponta na direção de q_2 . As direções “para longe de q_1 ” e “na direção de q_2 ” só podem ser direções opostas se o próton estiver na reta que liga as duas partículas, ou seja, no eixo x .

Se o próton estiver em um ponto do eixo x entre q_1 e q_2 , como o ponto P da Fig. 21-9b, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 terão o mesmo sentido e não sentidos opostos, como desejamos. Se o próton estiver em um ponto do eixo x à esquerda de q_1 , como o ponto S da Fig. 21-9c, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 terão sentidos opostos. Entretanto, de acordo com a Eq. 21-4, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 não poderão ter módulos iguais; \vec{F}_1 será sempre maior que \vec{F}_2 , já que \vec{F}_1 será produzido por uma carga mais próxima (com menor valor de r) e maior módulo ($8q$, em comparação com $2q$).

Finalmente, se o próton estiver em um ponto do eixo x à direita de q_2 , como o ponto R da Fig. 21-9d, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 te-

rão novamente sentidos opostos. Entretanto, como agora a carga de maior módulo (q_1) está *mais distante* do próton que a carga de menor módulo, existe um ponto no qual \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são iguais. Seja x a coordenada desse ponto e seja q_p a carga do próton.

Cálculos Combinando a Eq. 21-9 com a Eq. 21-4, obtemos:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8qq_p}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qq_p}{(x-L)^2}. \quad (21-10)$$

(Observe que apenas os módulos das cargas aparecem na Eq. 21-10. Como já levamos em conta o sentido das forças ao desenhar a Fig. 21-9d e ao escrever a Eq. 21-9, não devemos incluir os sinais das cargas.) De acordo com a Eq. 21-10, temos:

$$\left(\frac{x-L}{x}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

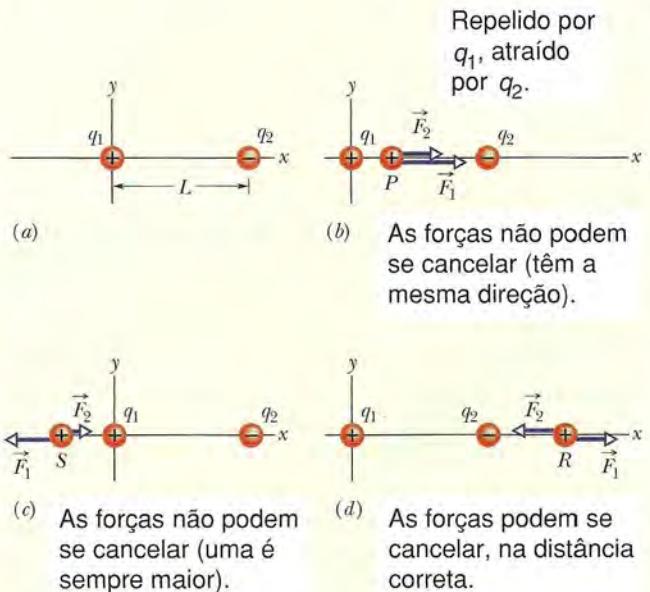


Figura 21-9 (a) Duas partículas de cargas q_1 e q_2 são mantidas fixas no eixo x , separadas por uma distância L . (b)–(d) Três posições possíveis de um próton, P , S e R . Nas três posições, \vec{F}_1 é a força que a partícula 1 exerce sobre o próton e \vec{F}_2 é a força que a partícula 2 exerce sobre o próton.

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros, obtemos:

$$\frac{x - L}{x} = \frac{1}{2},$$

o que nos dá

$$x = 2L. \quad (\text{Resposta})$$

O equilíbrio no ponto $x = 2L$ é instável. Quando o próton é deslocado para a esquerda em relação ao pon-

to R , F_1 e F_2 aumentam, mas F_2 aumenta mais (porque q_2 está mais próxima que q_1) e a força resultante faz com que o próton continue a se mover para a esquerda até se chocar com a carga q_2 . Quando o próton é deslocado para a direita em relação ao ponto R , F_1 e F_2 diminuem, mas F_2 diminui mais e a força resultante faz com que o próton continue a se mover indefinidamente para a direita. Se o equilíbrio fosse estável, o próton voltaria à posição inicial depois de ser deslocado ligeiramente para a esquerda ou para a direita.

Exemplo

Distribuição de uma carga entre duas esferas condutoras iguais

Na Fig. 21-10a, duas esferas condutoras iguais, A e B , estão separadas por uma distância (entre os centros) muito maior que o raio das esferas. A esfera A tem uma carga positiva $+Q$ e a esfera B é eletricamente neutra. Inicialmente, não existe nenhuma força eletrostática entre as esferas. (Suponha que a carga induzida nas esferas pode ser desprezada porque as esferas estão muito afastadas.)

- (a) As esferas são ligadas momentaneamente por um fio condutor suficientemente fino para que a carga que se acumula no fio possa ser desprezada. Qual é a força eletrostática entre as esferas depois que o fio é removido?

IDEIAS-CHAVE

- (1) Como as esferas são iguais, devem terminar com cargas iguais (mesmo sinal e mesmo valor absoluto) ao serem ligadas por um fio. (2) A soma inicial das cargas (incluindo o sinal) deve ser igual à soma final da cargas.

Raciocínio Quando as esferas são ligadas por um fio, os elétrons de condução (negativos) da esfera B , que se repelem mutuamente, podem se afastar uns dos outros (movendo-se, através do fio, para a esfera A positivamente carregadas, que os atrai, como mostra a Fig. 21-10b). Com isso, a esfera B perde cargas negativas e fica positivamente carregada, enquanto a esfera A ganha cargas negativas e fica *menos* positivamente carregada. A transferência de carga cessa quando a carga da esfera B aumenta para $+Q/2$ e a carga da esfera A diminui para $+Q/2$, o que acontece quando uma carga $-Q/2$ passa de B para A .

Depois que o fio é removido (Fig. 21-10c), podemos supor que a carga de cada esfera não perturba a distribuição de cargas na outra esfera, já que a distância entre as esferas é muito maior que o raio das esferas. Assim, podemos aplicar o primeiro teorema das cascas às duas esferas. De acordo com a Eq. 21-4, com $q_1 = q_2 = Q/2$ e $r = a$,

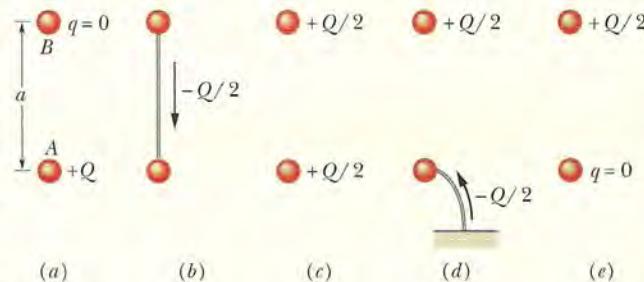


Figura 21-10 Duas pequenas esferas condutoras, A e B . (a) No início, a esfera A está carregada positivamente. (b) Uma carga negativa é transferida de B para A através de um fio condutor. (c) As duas esferas ficam carregadas positivamente. (d) Uma carga negativa é transferida para a esfera A através de um fio condutor ligado à terra. (e) A esfera A fica neutra.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q/2)(Q/2)}{a^2} = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{a}\right)^2. \quad (\text{Resposta})$$

As esferas, agora positivamente carregadas, se repelem mutuamente.

- (b) A esfera A é ligada momentaneamente à terra e, em seguida, a ligação com a terra é removida. Qual é a nova força eletrostática entre as esferas?

Raciocínio Quando ligamos um objeto carregado à terra (que é um imenso condutor) através de um fio, neutralizamos o objeto. Se a esfera A estivesse negativamente carregada, a repulsão mútua entre os elétrons em excesso faria com que os elétrons em excesso migrassem da esfera para a terra. Como a esfera A está positivamente carregada, elétrons com uma carga total de $-Q/2$ migram da terra para a esfera (Fig. 21-10d), deixando a esfera com carga 0 (Fig. 21-10e). Assim (mais uma vez), não existe força eletrostática entre as esferas.

21-5 A Carga É Quantizada

Na época de Benjamin Franklin, a carga elétrica era considerada um fluido contínuo, uma ideia que foi útil para muitos propósitos. Hoje, porém, sabemos que mesmo os fluidos “clássicos”, como a água e o ar, não são contínuos e sim compostos de átomos e moléculas; a matéria é quantizada. Os experimentos revelam que o “fluido elétrico” também não é contínuo e sim composto de unidades elementares de carga. Todas as cargas positivas e negativas q são da forma

$$q = ne, \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (21-11)$$

em que e , a **carga elementar**, tem o valor aproximado

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C.} \quad (21-12)$$

A carga elementar e é uma das constantes mais importantes da natureza. Tanto o elétron como o próton possuem uma carga cujo valor absoluto é e (Tabela 21-1). (Os quarks, partículas elementares das quais são feitos os prótons e nêutrons, têm cargas de $\pm e/3$ e $\pm 2e/3$, mas existem fortes indícios de que não podem ser observados isoladamente. Por essa razão e por motivos históricos, a carga elementar não é tomada como $e/3$.)

Algumas expressões de uso corrente, como “a carga contida em uma esfera”, “a quantidade de carga que foi transferida” e “a carga que um elétron possui” podem dar a impressão de que a carga é uma substância. Na verdade, a carga não é uma substância e sim uma *propriedade* das partículas, como a massa.

Quando uma grandeza física pode assumir apenas certos valores, dizemos que é **quantizada**; a carga elétrica é uma dessas grandezas. É possível, por exemplo, encontrar uma partícula sem carga elétrica ou com uma carga de $+10e$ ou $-6e$, mas não uma partícula com uma carga de $3,57e$.

O quantum de carga é extremamente pequeno. Em uma lâmpada incandescente de 100 W, por exemplo, cerca de 10^{19} cargas elementares passam pelo filamento por segundo. Entretanto, a natureza discreta da eletricidade não se manifesta em muitos fenômenos (a luz da lâmpada não pisca toda vez que um elétron passa pelo filamento), da mesma forma como não sentimos as moléculas de água quando lavamos as mãos.



TESTE 4

Inicialmente, a esfera A possui uma carga $-50e$ e a esfera B uma carga $+20e$. As esferas são feitas de um material condutor e têm o mesmo tamanho. Se as esferas são colocadas em contato, qual é o novo valor da carga da esfera A?

Exemplo

Repulsão entre as partículas de um núcleo atômico

O núcleo de um átomo de ferro tem um raio de $4,0 \times 10^{-15} \text{ m}$ e contém 26 prótons.

(a) Qual é o módulo da força de repulsão eletrostática entre dois prótons do núcleo de ferro separados por uma distância de $4,0 \times 10^{-15} \text{ m}$?

IDEIA-CHAVE

Como os prótons são partículas com carga elétrica, o módulo da força eletrostática entre dois prótons é dado pela lei de Coulomb.

Cálculo De acordo com a Tabela 21-1, a carga elétrica do próton é $+e$; assim, de acordo com a Eq. 21-4,

Tabela 21-1

Cargas de Três Partículas

Partícula	Símbolo	Carga
Elétron	e ou e^-	$-e$
Próton	p	$+e$
Nêutron	n	0

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1,602 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4,0 \times 10^{-15} \text{ m})^2} \\ &= 14 \text{ N.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Não há uma explosão Essa força poderia ser considerada pequena se agisse sobre um objeto macroscópico como uma melancia, mas é gigantesca quando aplicada a uma partícula do tamanho de um próton. Forças dessa ordem deveriam fazer com que os núcleos de todos os elementos se desintegrassem (a não ser o do hidrogênio, que possui

apenas um próton). O fato de existirem núcleos atômicos estáveis com mais de um próton sugere a existência, no interior do núcleo, de uma força de atração muito intensa, capaz de compensar a repulsão eletrostática.

(b) Qual é o módulo da força de atração gravitacional entre os mesmos dois prótons?

IDEIA-CHAVE

Como os prótons são partículas com massa, o módulo da força gravitacional entre dois prótons é dado pela lei de Newton para a atração gravitacional (Eq. 21-2).

Cálculo Com $m_p (= 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})$ representando a massa de um próton, a Eq. 21-2 nos dá

$$\begin{aligned} F &= G \frac{m_p^2}{r^2} \\ &= \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})^2}{(4,0 \times 10^{-15} \text{ m})^2} \\ &= 1,2 \times 10^{-35} \text{ N}. \end{aligned}$$

(Resposta)

Uma grande, a outra pequena Este resultado mostra que a força de atração gravitacional é insuficiente para compensar a força de repulsão eletrostática entre os prótons do núcleo. Na verdade, a força que mantém o núcleo coeso é uma força muito maior, conhecida como *interação forte*, que age entre dois prótons (e também entre um próton e um nêutron e entre dois nêutrons) apenas quando essas partículas estão muito próximasumas das outras, como no interior do núcleo.

Embora a força gravitacional seja muito menor que a força eletrostática, é mais importante em situações que envolvem um grande número de partículas porque é sempre atrativa. Isso significa que a força gravitacional pode produzir grandes concentrações de matéria, como planetas e estrelas, que, por sua vez, exercem grandes forças gravitacionais. A força eletrostática, por outro lado, é repulsiva para cargas de mesmo sinal e, portanto, não é capaz de produzir grandes concentrações de cargas positivas ou negativas, capazes de exercer grandes forças eletrostáticas.

21-6 A Carga É Conservada

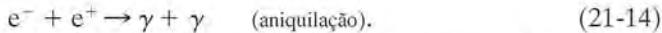
Quando friccionamos um bastão de vidro com um pedaço de seda, o bastão fica positivamente carregado. As medidas mostram que uma carga negativa de mesmo valor absoluto se acumula na seda. Isso sugere que o processo não cria cargas, mas apenas transfere cargas de um corpo para outro, rompendo no processo a neutralidade de carga dos dois corpos. Esta hipótese de **conservação da carga elétrica**, proposta por Benjamin Franklin, foi comprovada exaustivamente, tanto no caso de objetos macroscópicos como no caso de átomos, núcleos e partículas elementares. Até hoje não foi encontrada nenhuma exceção. Assim, podemos acrescentar a carga elétrica a nossa lista de grandezas, como a energia, o momento linear e o momento angular, que obedecem a uma lei de conservação.

Exemplos importantes da conservação de carga são observados no *decaimento radioativo* dos núcleos atômicos, um processo no qual um núcleo se transforma em um núcleo diferente. Um núcleo de urânia 238 (^{238}U), por exemplo, se transforma em um núcleo de tório 234 (^{234}Th) emitindo uma *partícula alfa*, que é um núcleo de hélio 4 (^4He). O número que precede o símbolo do elemento químico é chamado de *número de massa* e é igual ao número total de prótons e nêutrons presentes no núcleo. Assim, o número total de prótons e nêutrons do ^{238}U é 238. O número de prótons presentes em um núcleo é o *número atômico Z*, que é fornecido para todos os elementos no Apêndice F. Consultando o Apêndice F, vemos que, no decaimento



o núcleo *pai* ^{238}U contém 92 prótons (uma carga de $+92e$), o núcleo *filho* ^{234}Th contém 90 prótons (uma carga de $+90e$) e a partícula alfa emitida, ^4He , contém dois prótons (uma carga de $+2e$). Vemos que a carga total é $+92e$ antes e depois do decaimento; assim, a carga é conservada. (O número total de prótons e nêutrons também é conservado: 238 antes do decaimento e $234 + 4 = 238$ depois do decaimento.)

Outro exemplo de conservação da carga ocorre quando um elétron e^- (cuja carga é $-e$) e sua antipartícula, o *pósitron* e^+ (cuja carga é $+e$) sofrem um processo de *aniquilação* e se transformam em dois *raios gama* (ondas eletromagnéticas de alta energia):



Ao aplicar a lei de conservação da carga, devemos somar as cargas algebricamente, ou seja, levando em conta o sinal de cada uma. No processo de aniquilação da Eq. 21-14, por exemplo, a carga total do sistema é zero antes e depois do evento; a carga é conservada.

Na *produção de um par*, o inverso da aniquilação, a carga também é conservada. No processo, um raio gama se transforma em um elétron e um pósitron:



A Fig. 21-11 mostra a produção de um par no interior de uma câmara de bolhas. Um raio gama entrou na câmara, proveniente da parte inferior da fotografia, e se transformou em um elétron e um pósitron ao interagir com uma partícula presente na câmara. Como as partículas criadas tinham carga elétrica e estavam em movimento, deixaram uma trilha de pequenas bolhas. (As trilhas são curvas porque existe um campo magnético no interior da câmara.) Como o raio gama é eletricamente neutro, não produz uma trilha. Mesmo assim, sabemos exatamente em que ponto da câmara o par de partículas foi produzido: no local onde começam as trilhas do elétron e do pósitron.

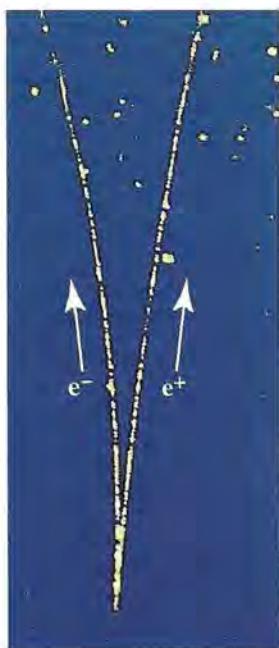


Figura 21-11 Fotografia das trilhas deixadas por um elétron e um pósitron em uma câmara de bolhas. O par de partículas foi produzido por um raio gama que entrou na câmara, proveniente da parte inferior da fotografia. Como o raio gama é eletricamente neutro, não produz uma trilha. (Cortesia do Lawrence Berkeley Laboratory)

REVISÃO E RESUMO

Carga Elétrica A intensidade das interações elétricas de uma partícula depende da **carga elétrica**, que pode ser positiva ou negativa. Cargas de mesmo sinal se repelem e cargas de sinais opostos se atraem. Um corpo com quantidades iguais dos dois tipos de cargas é eletricamente neutro; um corpo com um excesso de cargas positivas ou negativas está eletricamente carregado.

Materiais **condutores** são materiais nos quais muitas partículas eletricamente carregadas (elétrons, no caso dos metais) se movem com facilidade. Nos materiais **não condutores**, também conhecidos como **isolantes**, as cargas não podem se mover.

O Coulomb e o Ampère A unidade de carga do SI é o **coulomb** (C), que é definido em termos da unidade de corrente elétrica, o ampère (A), como a carga que passa por um certo ponto em um segundo

quando existe uma corrente elétrica de um ampère nesse ponto:

$$1 \text{ C} = (1 \text{ A})(1 \text{ s}).$$

Essa definição se baseia na relação entre a corrente i e a taxa de variação com o tempo dq/dt da carga que passa por um ponto do espaço:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{corrente elétrica}). \quad (21-3)$$

Lei de Coulomb A *lei de Coulomb* expressa a **força eletrostática** entre duas cargas pequenas (pontuais) q_1 e q_2 em repouso (ou quase em repouso) separadas por uma distância r :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{lei de Coulomb}). \quad (21-4)$$

em que $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ é a **constante de permisividade** e $1/4\pi\epsilon_0 = k = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ é a **constante eletrostática**.

A força de atração ou repulsão entre cargas pontuais em repouso tem a direção da reta que liga as cargas. Quando mais de duas cargas estão presentes, a Eq. 21-4 se aplica a todos os pares de cargas. A força total a que cada carga está submetida pode ser calculada, de acordo com o princípio de superposição, como a soma vetorial das forças exercidas por todas as outras cargas sobre a carga considerada.

Os dois teoremas das cascas da eletrostática são os seguintes:

Uma casca com uma distribuição uniforme de carga atrai ou repele uma partícula carregada situada do lado de fora da casca como se toda a carga estivesse no centro da casca.

Se uma partícula carregada está situada no interior de uma casca com uma distribuição uniforme de carga, a casca não exerce nenhuma força eletrostática sobre a partícula.

A Carga Elementar A carga elétrica é **quantizada**; todas as cargas elétricas podem ser escritas na forma ne , onde n é um número inteiro positivo ou negativo e e é uma constante física conhecida como **carga elementar** ($\approx 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$). A carga elétrica é **conservada**: a carga elétrica de um sistema isolado é constante.

P E R G U N T A S

1 A Fig. 21-12 mostra quatro sistemas nos quais cinco partículas carregadas estão dispostas ao longo de um eixo com espaçamento uniforme. O valor da carga está indicado para todas as partículas a não ser a partícula central, que possui a mesma carga nos quatro sistemas. Coloque os sistemas na ordem do módulo da força eletrostática total exercida sobre a partícula central, em ordem decrescente.

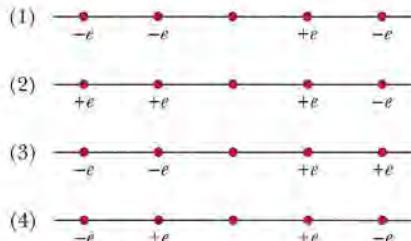


Figura 21-12 Pergunta 1.

2 A Fig. 21-13 mostra três pares de esferas iguais que são colocadas em contato e depois separadas. As cargas presentes inicialmente nas esferas estão indicadas. Ordene os pares de acordo (a) com o módulo da carga transferida quando as esferas são postas em contato e (b) com o módulo da carga presente na esfera positivamente carregada depois que as esferas são separadas, em ordem decrescente.

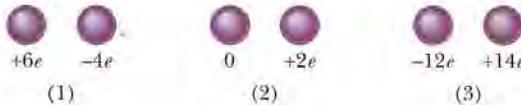


Figura 21-13 Pergunta 2.

3 A Fig. 21-14 mostra quatro sistemas nos quais partículas carregadas são mantidas fixas em um eixo. Em quais desses sistemas existe um ponto à esquerda das partículas no qual um elétron estaria em equilíbrio?

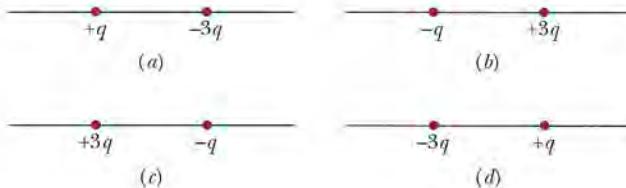


Figura 21-14 Pergunta 3.

4 A Fig. 21-15 mostra duas partículas carregadas em um eixo. As cargas têm liberdade para se mover; entretanto, é possível colocar uma terceira partícula em um ponto tal que as três partículas fiquem em equilíbrio. (a) Esse ponto está à esquerda das duas primeiras partículas, à direita ou entre elas? (b) A carga da terceira partícula deve ser positiva ou negativa? (c) O equilíbrio é estável ou instável?



Figura 21-15 Pergunta 4.

5 Na Fig. 21-16, uma partícula central de carga $-q$ está cercada por dois anéis circulares de partículas carregadas. Quais são o módulo e a orientação da força eletrostática total exercida sobre a partícula central pelas outras partículas? (Sugestão: levando em conta a simetria do problema, é possível simplificar consideravelmente os cálculos.)

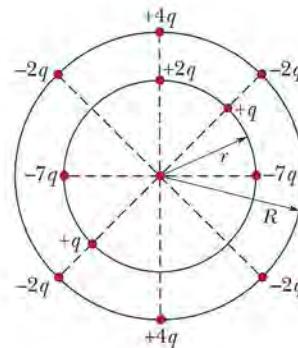


Figura 21-16 Pergunta 5.

6 Uma esfera positivamente carregada é colocada nas proximidades de um condutor neutro inicialmente isolado e o condutor é colocado em contato com a terra. O condutor fica carregado positivamente, carregado negativamente ou permanece neutro (a) se a esfera é afastada e, em seguida, a ligação com a terra é removida e (b) se a ligação com a terra é removida e, em seguida, a esfera é afastada?

7 A Fig. 21-17 mostra três sistemas constituídos por uma partícula carregada e uma casca esférica com uma distribuição de carga uniforme. As cargas são dadas e os raios das cascas estão indicados. Ordene os sistemas de acordo com o módulo da força exercida pela casca sobre a partícula, em ordem decrescente.

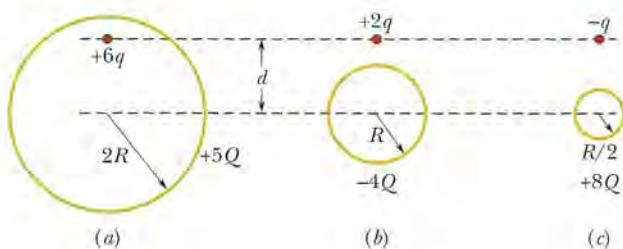


Figura 21-17 Pergunta 7.

- 8 A Fig. 21-18 mostra quatro sistemas de partículas carregadas. Ordene os sistemas de acordo com o módulo da força eletrostática total a que está submetida a partícula de carga $+Q$, em ordem decrescente.

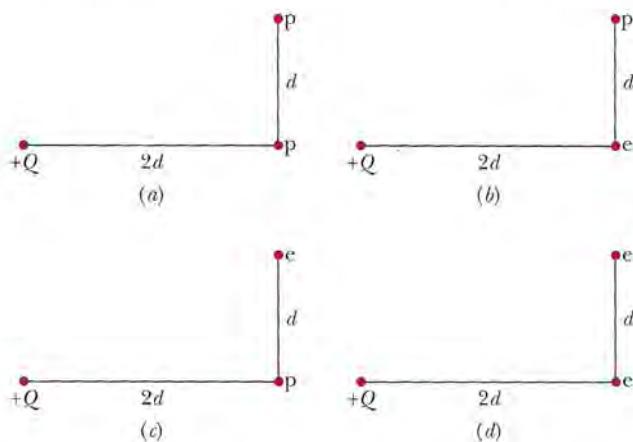


Figura 21-18 Pergunta 8.

- 9 A Fig. 21-19 mostra quatro sistemas nos quais partículas de carga $+q$ ou $-q$ são mantidas fixas. Em todos os sistemas, as partículas no eixo x estão equidistantes do eixo y . Considere a partícula central do sistema 1; a partícula está sujeita às forças eletrostáticas F_1 e F_2 das outras duas partículas. (a) Os módulos F_1 e F_2 dessas forças são iguais ou diferentes? (b) O módulo da força total a que a partícula central está submetida é maior, menor ou igual a $F_1 + F_2$? (c) As componentes x das duas forças se somam ou se subtraem? (d) As componentes y das duas forças se somam ou se subtraem? (e) A orientação da força total a que está submetida a partícula central está mais próxima das componentes que se somam ou das componentes que se subtraem? (f) Qual é a orientação da força total? Considere

agora os outros sistemas. Qual é a orientação da força total exercida sobre a partícula central (g) no sistema 2; (h) no sistema 3; (i) no sistema 4? (Em cada sistema, considere a simetria da distribuição de cargas e determine as componentes que se somam e as componentes que se cancelam.)

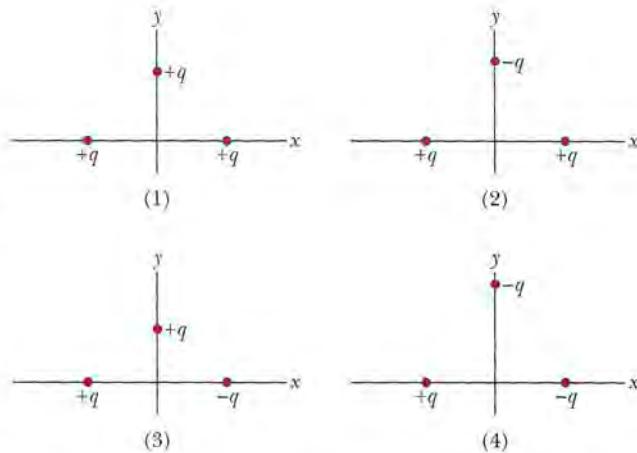


Figura 21-19 Pergunta 9.

- 10 Na Fig. 21-20, uma partícula central de carga $-2q$ está cercada por um quadrado de partículas carregadas, separadas por uma distância d ou $d/2$. Quais são o módulo e a orientação da força eletrostática total exercida sobre a partícula central pelas outras partículas? (Sugestão: levando em conta a simetria do problema, é possível simplificar consideravelmente os cálculos.)

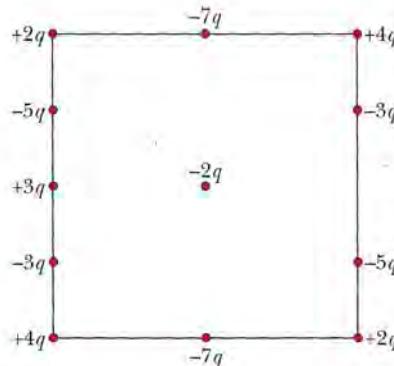


Figura 21-20 Pergunta 10.

PROBLEMAS

• • • O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 21-4 Lei de Coulomb

- 1 Da carga Q que uma pequena esfera contém inicialmente, uma parte q é transferida para uma segunda esfera situada nas proximidades. As duas esferas podem ser consideradas cargas pontuais. Para que valor de q/Q a força eletrostática entre as duas esferas é máxima?

- 2 Duas esferas condutoras de mesmo diâmetro, 1 e 2, possuem cargas iguais e estão separadas por uma distância muito maior

que o diâmetro (Fig. 21-21a). A força eletrostática a que a esfera 2 está submetida devido à presença da esfera 1 é \vec{F} . Uma terceira esfera 3, igual às duas primeiras, que dispõe de um cabo não condutor e está inicialmente neutra, é colocada em contato primeiro com a esfera 1 (Fig. 21-21b), depois com a esfera 2 (Fig. 21-21c) e, finalmente, removida (Fig. 21-21d). A força eletrostática que a esfera 2 agora está submetida tem módulo F' . Qual é o valor da razão F'/F ?

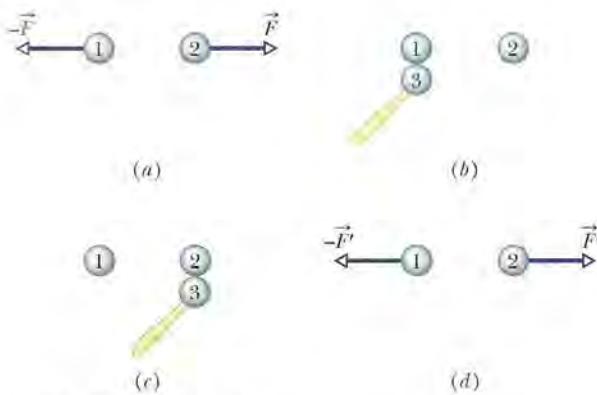


Figura 21-21 Problema 2.

••3 Qual deve ser a distância entre a carga pontual $q_1 = 26.0 \mu\text{C}$ e a carga pontual $q_2 = -47.0 \mu\text{C}$ para que a força eletrostática entre as duas cargas tenha um módulo de 5.70 N ?

••4 Na descarga de retorno de um relâmpago típico, uma corrente de $2.5 \times 10^4 \text{ A}$ é mantida por $20 \mu\text{s}$. Qual é o valor da carga transferida?

••5 Uma partícula com uma carga de $+3.00 \times 10^{-6} \text{ C}$ está a 12.0 cm de distância de uma segunda partícula com uma carga de $-1.50 \times 10^{-6} \text{ C}$. Calcule o módulo da força eletrostática entre as partículas.

••6 Duas partículas de mesma carga são colocadas a $3.2 \times 10^{-3} \text{ m}$ de distância uma da outra e liberadas a partir do repouso. A aceleração inicial da primeira partícula é 7.0 m/s^2 e a da segunda é 9.0 m/s^2 . Se a massa da primeira partícula é $6.3 \times 10^{-7} \text{ kg}$, determine (a) a massa da segunda partícula; (b) o módulo da carga das partículas.

••7 Na Fig. 21-22, três partículas carregadas estão em um eixo x . As partículas 1 e 2 são mantidas fixas. A partícula 3 está livre para se mover, mas a força eletrostática exercida sobre ela pelas partículas 1 e 2 é zero. Se $L_{23} = L_{12}$, qual é o valor da razão q_1/q_2 ?

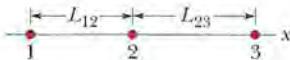


Figura 21-22 Problemas 7 e 40.

••8 Na Fig. 21-23, três esferas condutoras iguais possuem inicialmente as seguintes cargas: esfera A, $4Q$; esfera B, $-6Q$; esfera C, 0. As esferas A e B são mantidas fixas, a uma distância entre os centros que é muito maior que o raio das esferas. Dois experimentos são executados. No experimento 1, a esfera C é colocada em contato com a esfera A, depois (separadamente) com a esfera B e, finalmente, é removida. No experimento 2, que começa com os mesmos estados iniciais, a ordem é invertida: a esfera C é colocada em contato com a esfera B, depois (separadamente) com a esfera A e, finalmente, é removida. Qual é a razão entre a força eletrostática entre A e B no fim do experimento 2 e a força eletrostática entre A e B no fim do experimento 1?

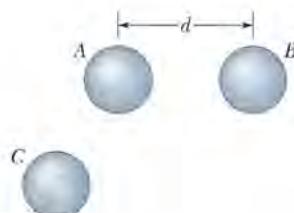


Figura 21-23 Problemas 8 e 65.

••9 Duas esferas condutoras iguais, mantidas fixas, se atraem mutuamente com uma força eletrostática de $0,108 \text{ N}$ quando a distância entre os centros é $50,0 \text{ cm}$. As esferas são ligadas por um fio condutor de diâmetro desprezível. Quando o fio é removido, as esferas se repelem com uma força de $0,0360 \text{ N}$. Supondo que a carga total das esferas fosse inicialmente positiva, determine: (a) a carga negativa inicial de uma das esferas; (b) a carga positiva inicial da outra esfera.

••10 Na Fig. 21-24, quatro partículas formam um quadrado. As cargas são $q_1 = q_4 = Q$ e $q_2 = q_3 = q$. (a) Qual deve ser o valor da razão Q/q para que a força eletrostática total a que as partículas 1 e 4 estão submetidas seja nula? (b) Existe algum valor de q para o qual a força eletrostática a que todas as partículas estão submetidas seja nula? Justifique sua resposta.

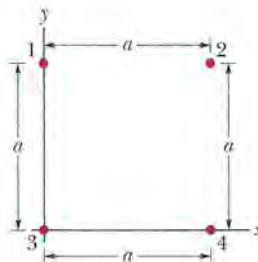


Figura 21-24 Problemas 10, 11 e 70.

••11 Na Fig. 21-24, as cargas das partículas são $q_1 = -q_2 = 100 \text{ nC}$ e $q_3 = -q_4 = 200 \text{ nC}$. O lado do quadrado é $a = 5,0 \text{ cm}$. Determine (a) a componente x e (b) a componente y da força eletrostática a que está submetida a partícula 3.

••12 Duas partículas são mantidas fixas em um eixo x . A partícula 1, de carga $40 \mu\text{C}$, está situada em $x = -2,0 \text{ cm}$; a partícula 2, de carga Q , está situada em $x = 3,0 \text{ cm}$. A partícula 3 está inicialmente no eixo y e é liberada, a partir do repouso, no ponto $y = 2,0 \text{ cm}$. O valor absoluto da carga da partícula 3 é $20 \mu\text{C}$. Determine o valor de Q para que a aceleração inicial da partícula 3 seja (a) no sentido positivo do eixo x ; (b) no sentido positivo do eixo y .

••13 Na Fig. 21-25, a partícula 1, de carga $+1,0 \mu\text{C}$, e a partícula 2, de carga $-3,0 \mu\text{C}$, são mantidas a uma distância $L = 10,0 \text{ cm}$ uma da outra, em um eixo x . Determine (a) a coordenada x e (b) a coordenada y de uma partícula 3 de carga desconhecida q_3 para que a força total exercida sobre ela pelas partículas 1 e 2 seja nula.

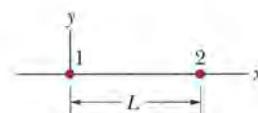


Figura 21-25 Problemas 13, 19, 30, 58 e 67.

••14 Três partículas são mantidas fixas em um eixo x . A partícula 1, de carga q_1 , está em $x = -a$; a partícula 2, de carga q_2 , está em $x = +a$. Determine a razão q_1/q_2 para que a força eletrostática a que está submetida a partícula 3 seja nula (a) se a partícula 3 estiver no ponto $x = +0,500a$; (b) se partícula 3 estiver no ponto $x = +1,50a$.

••15 As cargas e coordenadas de duas partículas mantidas fixas no plano xy são $q_1 = +3,0 \mu\text{C}$, $x_1 = 3,5 \text{ cm}$, $y_1 = 0,50 \text{ cm}$ e $q_2 = -4,0 \mu\text{C}$, $x_2 = -2,0 \text{ cm}$, $y_2 = 1,5 \text{ cm}$. Determine (a) o módulo e (b) a orientação da força eletrostática que a partícula 1 exerce sobre a partícula 2. Determine também (c) a coordenada x e (d) a coor-

nada y de uma terceira partícula de carga $q_3 = +4,0 \mu\text{C}$ para que a força exercida sobre a partícula 2 pelas partículas 1 e 3 seja nula.

••16 Na Fig. 21-26a, a partícula 1 (de carga q_1) e a partícula 2 (de carga q_2) são mantidas fixas no eixo x, separadas por uma distância de 8,00 cm. A força que as partículas 1 e 2 exercem sobre uma partícula 3 (de carga $q_3 = +8,00 \times 10^{-19} \text{ C}$) colocada entre elas é $\vec{F}_{3,\text{tot}}$. A Fig. 21-26b mostra o valor da componente x dessa força em função da coordenada x do ponto em que a partícula 3 é colocada. A escala do eixo x é definida por $x_s = 8,0 \text{ cm}$. Determine (a) o sinal da carga q_1 ; (b) o valor da razão q_2/q_1 .

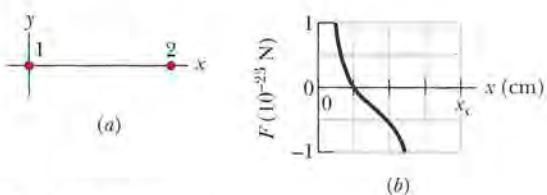


Figura 21-26 Problema 16.

••17 Na Fig. 21-27a, as partículas 1 e 2 têm uma carga de $20,0 \mu\text{C}$ cada uma e estão separadas por uma distância $d = 1,50 \text{ m}$. (a) Qual é o módulo da força eletrostática que a partícula 2 exerce sobre a partícula 1? Na Fig. 21-27b, a partícula 3, com uma carga de $20,0 \mu\text{C}$, é posicionada de modo a completar um triângulo equilátero. (b) Qual é o módulo da força eletrostática a que a partícula 1 é submetida devido à presença das partículas 2 e 3?

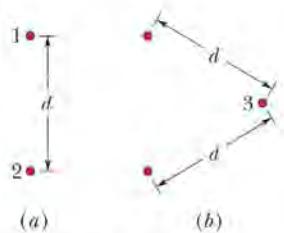


Figura 21-27 Problema 17.

••18 Na Fig. 21-28a, três partículas positivamente carregadas são mantidas fixas em um eixo x. As partículas B e C estão tão próximas que as distâncias entre elas e a partícula A podem ser consideradas iguais. A força total a que a partícula A está submetida devido à presença das partículas B e C é $2,014 \times 10^{-23} \text{ N}$ no sentido negativo do eixo x. Na Fig. 21-28b, a partícula B foi transferida para o lado oposto de A, mas mantida à mesma distância. Nesse caso, a força total a que a partícula A está submetida passa a ser $2,877 \times 10^{-24} \text{ N}$ no sentido negativo do eixo x. Qual é o valor da razão q_C/q_B ?

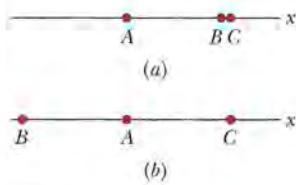


Figura 21-28 Problema 18.

••19 Na Fig. 21-25, a partícula 1, de carga $+q$, e a partícula 2, de carga $+4,00q$, estão a uma distância $L = 9,00 \text{ cm}$ uma da outra em um eixo x. Se as três partículas permanecem onde estão quando uma partícula 3 de carga q_3 é colocada nas proximidades das partículas

1 e 2, determine (a) a coordenada x da partícula 3; (b) a coordenada y da partícula 3; (c) a razão q_3/q .

••20 A Fig. 21-29a mostra um sistema de três partículas carregadas separadas por uma distância d . As partículas A e C estão fixas no lugar no eixo x, mas a partícula B pode se mover ao longo de uma circunferência com centro na partícula A. Durante o movimento, um segmento de reta ligando os pontos A e B faz um ângulo θ com o eixo x (Fig. 21-29b). As curvas da Fig. 21-29c mostram, para dois valores diferentes da razão entre a carga da partícula C e a carga da partícula B, o módulo F_{tot} da força eletrostática total que as outras partículas exercem sobre a partícula A. A força total foi plotada em função do ângulo θ e como múltiplo da uma força de referência F_0 . Assim, por exemplo, na curva 1, para $\theta = 180^\circ$, vemos que $F_{\text{tot}} = 2F_0$. (a) Nas condições em que foi obtida a curva 1, qual é a razão entre a carga da partícula C e a carga da partícula B (incluindo o sinal)? (b) Qual é a razão nas condições em que foi obtida a curva 2?

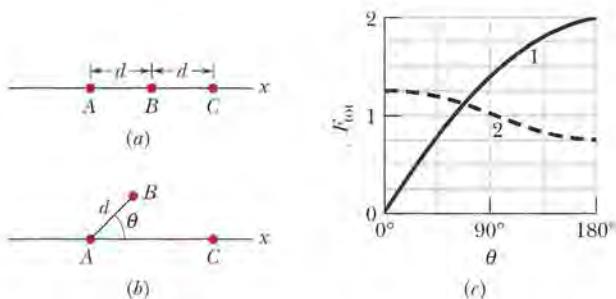


Figura 21-29 Problema 20.

••21 Uma casca esférica não condutora, com um raio interno de 4,0 cm e um raio externo de 6,0 cm, possui uma distribuição de cargas não uniforme. A densidade volumétrica de carga ρ é a carga por unidade de volume, medida em coulombs por metro cúbico. No caso dessa casca, $\rho = b/r$, em que r é a distância em metros a partir do centro da casca e $b = 3,0 \mu\text{C}/\text{m}^3$. Qual é a carga total da casca?

••22 A Fig. 21-30 mostra um sistema de quatro partículas carregadas, com $\theta = 30,0^\circ$ e $d = 2,00 \text{ cm}$. A carga da partícula 2 é $q_2 = +8,00 \times 10^{-19} \text{ C}$; a carga das partículas 3 e 4 é $q_3 = q_4 = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$. (a) Qual deve ser a distância D entre a origem e a partícula 2 para que a força que age sobre a partícula 1 seja nula? (b) Se as partículas 3 e 4 são aproximadas do eixo x mantendo-se simétricas em relação a esse eixo, o valor da distância D é maior, menor ou igual ao do item (a)?

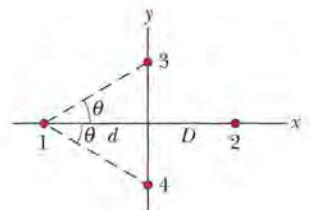


Figura 21-30 Problema 22.

••23 Na Fig. 21-31, as partículas 1 e 2, de carga $q_1 = q_2 = +3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$, estão no eixo y, a uma distância $d = 17,0 \text{ cm}$ da origem. A partícula 3, de carga $q_3 = +6,40 \times 10^{-19} \text{ C}$, é deslocada ao longo do eixo x, de $x = 0$ até $x = +5,0 \text{ m}$. Para que valor de x o módulo da força eletrostática exercida pelas partículas 1 e 2 sobre a partícula 3 é (a) mínimo e (b) máximo? Qual é o valor (c) mínimo e (d) máximo do módulo?

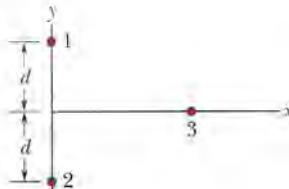


Figura 21-31 Problema 23.

Seção 21-5 A Carga É Quantizada

•24 Duas pequenas gotas d'água esféricas, com cargas iguais de $-1,00 \times 10^{-16}$ C, estão separadas por uma distância entre os centros de 1,00 cm. (a) Qual é o valor do módulo da força eletrostática a que cada uma está submetida? (b) Quantos elétrons em excesso possui cada gota?

•25 Quantos elétrons é preciso remover de uma moeda para deixá-la com uma carga de $+1,0 \times 10^{-7}$ C?

•26 Qual é o módulo da força eletrostática entre um íon de sódio monoionizado (Na^+ , de carga $+e$) e um íon de cloro monoionizado (Cl^- , de carga $-e$) em um cristal de sal de cozinha, se a distância entre os íons é $2,82 \times 10^{-10}$ m?

•27 O módulo da força eletrostática entre dois íons iguais separados por uma distância de $5,0 \times 10^{-10}$ m é $3,7 \times 10^{-9}$ N. (a) Qual é a carga de cada íon? (b) Quantos elétrons estão “faltando” em cada íon (fazendo, assim, com que o íon possua uma carga elétrica diferente de zero)?

•28 Uma corrente de 0,300 A que atravesse o peito pode produzir fibrilação no coração de um ser humano, perturbando o ritmo dos batimentos cardíacos com efeitos possivelmente fatais. Se a corrente dura 2,00 min, quantos elétrons de condução atravessam o peito da vítima?

•29 Na Fig. 21-32, as partículas 2 e 4, de carga $-e$, são mantidas fixas no eixo y , nas posições $y_2 = -10,0$ cm e $y_4 = 5,00$ cm. As partículas 1 e 3, de carga $-e$, podem ser deslocadas ao longo do eixo x . A partícula 5, de carga $+e$, é mantida fixa na origem. Inicialmente, a partícula 1 se encontra no ponto $x_1 = -10,0$ cm e a partícula 3 no ponto $x_3 = 10,0$ cm. (a) Para que ponto do eixo x a partícula 1 deve ser deslocada para que a força eletrostática total \vec{F}_{tot} a que a partícula 1 está submetida sofra uma rotação de 30° no sentido anti-horário? (b) Com a partícula 1 mantida fixa na nova posição, para que ponto do eixo x a partícula 3 deve ser deslocada para que \vec{F}_{tot} volte à direção original?

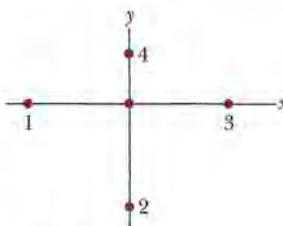


Figura 21-32 Problema 29.

30 Na Fig. 21-25, as partículas 1 e 2 são mantidas fixas no eixo x , separadas por uma distância $L = 8,00$ cm. As cargas das partículas são $q_1 = +e$ e $q_2 = -27e$. A partícula 3, de carga $q_3 = +4e$, colocada no eixo x , entre as partículas 1 e 2, é submetida a uma força eletrostática total $\vec{F}_{3,\text{tot}}$. (a) Em que posição deve ser colocada a partícula 3 para que o módulo de $\vec{F}_{3,\text{tot}}$ seja mínimo? (b) Qual é o valor do módulo de $\vec{F}_{3,\text{tot}}$ nessa situação?

•31 A atmosfera da Terra é constantemente bombardeada por raios cósmicos provenientes do espaço sideral, constituídos principalmente por prótons. Se a Terra não possuísse uma atmosfera, cada metro quadrado da superfície terrestre receberia, em média, 1500 prótons por segundo. Qual seria a corrente elétrica recebida pela superfície de nosso planeta?

•32 A Fig. 21-33a mostra duas partículas carregadas, 1 e 2, que são mantidas fixas em um eixo x . O valor absoluto da carga da partícula 1 é $|q_1| = 8,00e$. A partícula 3, de carga $q_3 = +8,0e$, que estava inicialmente no eixo x , nas vizinhanças da partícula 2, é deslocada no sentido positivo do eixo x . Em consequência, a força eletrostática total $\vec{F}_{2,\text{tot}}$ a que está sujeita a partícula 2 varia. A Fig. 21-33b mostra a componente x da força em função da coordenada x da partícula 3. A escala do eixo x é definida por $x_s = 0,80$ m. A curva possui uma assíntota $F_{2,\text{tot}} = 1,5 \times 10^{-25}$ N para $x \rightarrow \infty$. Determine o valor da carga q_2 da partícula 2, em unidades de e , incluindo o sinal.

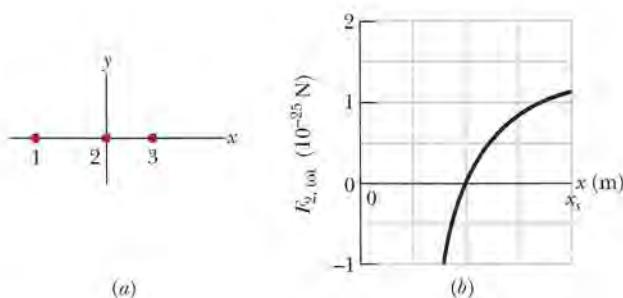


Figura 21-33 Problema 32.

•33 Calcule o número de coulombs de carga positiva que estão presentes em 250 cm^3 de água (neutra). (Sugestão: um átomo de hidrogênio contém um próton; um átomo de oxigênio contém oito prótons.)

•34 A Fig. 21-34 mostra dois elétrons, 1 e 2, no eixo x e dois íons, 3 e 4, de carga $-q$, no eixo y . O ângulo θ é o mesmo para os dois íons. O elétron 2 está livre para se mover; as outras três partículas são mantidas fixas a uma distância horizontal R do elétron 2 e seu objetivo é impedir que o elétron 2 se mova. Para valores fisicamente possíveis de $q \leq 5e$, determine (a) o menor valor possível de θ ; (b) o segundo menor valor possível de θ ; (c) o terceiro menor valor possível de θ .

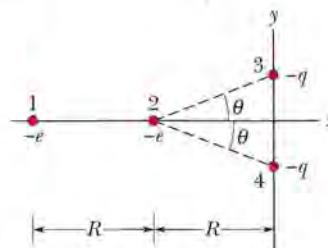


Figura 21-34 Problema 34.

•35 Nos cristais de cloreto de césio, os íons de césio, Cs^+ , estão nos oito vértices de um cubo, com um íon de cloro, Cl^- , no centro (Fig. 21-35). A aresta do cubo tem 0,40 nm. Os íons Cs^+ possuem um elétron a menos (e , portanto, uma carga $+e$) e os íons Cl^- possuem um elétron a mais (e , portanto, uma carga $-e$). (a) Qual é o módulo da força eletrostática exercida sobre o íon Cl^- pelos íons Cs^+ situados nos vértices do cubo? (b) Se um dos íons Cs^+ está faltando,

dizemos que o cristal possui um *defeito*; qual é o módulo da força eletrostática exercida sobre o íon Cl^- pelos íons Cs^+ restantes?

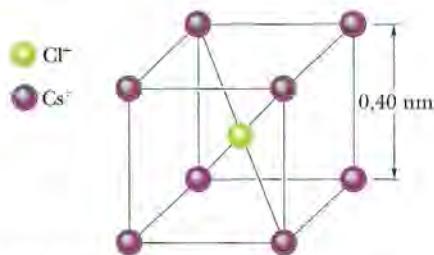


Figura 21-35 Problema 35.

Seção 21-6 A Carga É Conservada

•36 Elétrons e pósitrons são produzidos em reações nucleares envolvendo prótons e nêutrons conhecidas pelo nome genérico de *decaimento beta*. (a) Se um próton se transforma em um nêutron, é produzido um elétron ou um pósitron? (b) Se um nêutron se transforma em um próton, é produzido um elétron ou um pósitron?

•37 Determine X nas seguintes reações nucleares: (a) ${}^1\text{H} + {}^9\text{Be} \rightarrow \text{X} + \text{n}$; (b) ${}^{12}\text{C} + {}^1\text{H} \rightarrow \text{X}$; (c) ${}^{15}\text{N} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{X}$. (Sugestão: consulte o Apêndice F.)

Problemas Adicionais

••38 A Fig. 21-36 mostra quatro esferas condutoras iguais, que estão separadas por grandes distâncias. A esfera W (que estava inicialmente neutra) é colocada em contato com a esfera A e depois as esferas são novamente separadas. Em seguida, a esfera W é colocada em contato com a esfera B (que possuía inicialmente uma carga de $-32e$) e depois as esferas são novamente separadas. Finalmente, a esfera W é colocada em contato com a esfera C (que possuía inicialmente uma carga de $+48e$) e depois as esferas são novamente separadas. A carga final da esfera W é $+18e$. Qual era a carga inicial da esfera A?



Figura 21-36 Problema 38.

39 Na Fig. 21-37, a partícula 1, de carga $+4e$, está a uma distância $d_1 = 2,00 \text{ mm}$ do solo e a partícula 2, de carga $+6e$, está sobre o solo, a uma distância horizontal $d_2 = 6,00 \text{ mm}$ da partícula 1. Qual é a componente x da força eletrostática exercida pela partícula 1 sobre a partícula 2?

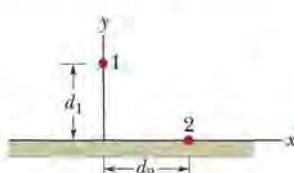


Figura 21-37 Problema 39.

40 Na Fig. 21-22, as partículas 1 e 2 são mantidas fixas. Se a força eletrostática total exercida sobre a partícula 3 é zero e $L_{23} = 2,00L_{12}$, qual é o valor da razão q_1/q_2 ?

41 (a) Que cargas iguais e positivas teriam que ser colocadas na Terra e na Lua para neutralizar a atração gravitacional entre os dois

astros? (b) Por que não é necessário conhecer a distância entre a Terra e a Lua para resolver este problema? (c) Quantos quilogramas de íons de hidrogênio (ou seja, prótons) seriam necessários para acumular a carga positiva calculada no item (a)?

42 Na Fig. 21-38, duas pequenas esferas condutoras de mesma massa m e mesma carga q estão penduradas em fios não condutores de comprimento L . Suponha que o ângulo θ é tão pequeno que a aproximação $\tan \theta \approx \sin \theta$ pode ser usada. (a) Mostre que a distância de equilíbrio entre as esferas é dada por

$$x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

(b) Se $L = 120 \text{ cm}$, $m = 10 \text{ g}$ e $x = 5,0 \text{ cm}$, qual é o valor de $|q|$?

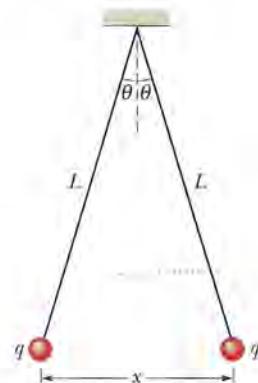


Figura 21-38 Problemas 42 e 43.

43 (a) Explique o que acontece com as esferas do Problema 42 se uma delas é descarregada (ligando, por exemplo, momentaneamente a esfera à terra). (b) Determine a nova distância de equilíbrio x , usando os valores dados de L e m e o valor calculado de $|q|$.

44 A que distância devem ser colocados dois prótons para que o módulo da força eletrostática que um exerce sobre o outro seja igual à força gravitacional a que um dos prótons está submetido na superfície terrestre?

45 Quantos megacoulombs de carga elétrica positiva existem em 1,00 mol de hidrogênio (H_2) neutro?

46 Na Fig. 21-39, quatro partículas são mantidas fixas no eixo x , separadas por uma distância $d = 2,00 \text{ cm}$. As cargas das partículas são $q_1 = +2e$, $q_2 = -e$, $q_3 = +e$ e $q_4 = +4e$, onde $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$. Em termos dos vetores unitários, determine a força eletrostática a que está submetida (a) a partícula 1; (b) a partícula 2.

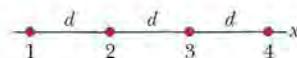


Figura 21-39 Problema 46.

47 Cargas pontuais de $+6,0 \mu\text{C}$ e $-4,0 \mu\text{C}$ são mantidas fixas no eixo x nos pontos $x = 8,0 \text{ m}$ e $x = 16 \text{ m}$, respectivamente. Que carga deve ser colocada no ponto $x = 24 \text{ m}$ para que a força eletrostática total sobre uma carga colocada na origem seja nula?

48 Na Fig. 21-40, três esferas condutoras iguais são dispostas de modo a formar um triângulo equilátero de lado $d = 20,0 \text{ cm}$. Os raios das esferas são muito menores que d e as cargas das esferas são $q_A = -2,00 \text{ nC}$, $q_B = -4,00 \text{ nC}$ e $q_C = +8,00 \text{ nC}$. (a) Qual é o módulo da força eletrostática entre as esferas A e C ? Em seguida,

é executado o seguinte procedimento: A e B são ligadas por um fio fino, que depois é removido. B é ligada à terra pelo fio, que depois é removido. B e C são ligadas pelo fio, que depois é removido. Determine o novo valor (b) do módulo da força eletrostática entre as esferas A e C; (c) do módulo da força eletrostática entre as esferas B e C.

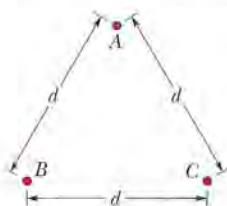


Figura 21-40 Problema 48.

49 Um nêutron é composto por um quark “up”, com uma carga de $+2e/3$, e dois quarks “down”, cada um com uma carga de $-e/3$. Se os dois quarks “down” estão separados por uma distância de $2,6 \mu\text{m}$ no interior do nêutron, qual é o módulo da força eletrostática entre eles?

50 A Fig. 21-41 mostra uma barra longa, não condutora, de massa desprezível, de comprimento L , articulada no centro e equilibrada por um bloco de peso P situado a uma distância x da extremidade esquerda. Nas extremidades direita e esquerda da barra existem pequenas esferas condutoras de carga positiva q e $2q$, respectivamente. A uma distância vertical h abaixo das esferas existem esferas fixas de carga positiva Q . (a) Determine a distância x para que a barra fique equilibrada na horizontal. (b) Qual deve ser o valor de h para que a barra não exerça nenhuma força vertical sobre o apoio quando está equilibrada na horizontal?

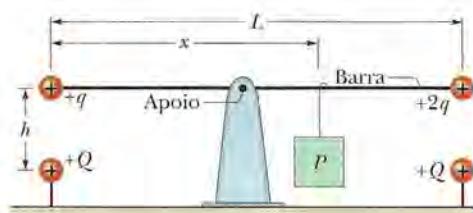


Figura 21-41 Problema 50.

51 Uma barra não condutora carregada, com um comprimento de 2,00 m e uma seção reta de $4,00 \text{ cm}^2$, está no semieixo x positivo com uma das extremidades na origem. A *densidade volumétrica de carga* ρ é a carga por unidade de volume em coulombs por metro cúbico. Determine quantos elétrons em excesso existem na barra (a) se ρ é uniforme, com um valor de $-4,00 \mu\text{C/m}^3$; (b) se o valor de ρ é dado pela equação $\rho = bx^2$, em que $b = -2,00 \mu\text{C/m}^5$.

52 Uma partícula de carga Q é mantida fixa na origem de um sistema de coordenadas xy . No instante $t = 0$, uma partícula ($m = 0,800 \text{ g}$, $q = +4,00 \mu\text{C}$) está situada no eixo x , no ponto $x = 20,0 \text{ cm}$, e se move com uma velocidade de $50,0 \text{ m/s}$ no sentido positivo do eixo y . Para que valor de Q a partícula executa um movimento circular uniforme? (Despreze o efeito da força gravitacional sobre a partícula.)

53 Qual seria o módulo da força eletrostática entre duas cargas pontuais de $1,00 \text{ C}$ separadas por uma distância de (a) $1,00 \text{ m}$ e (b) $1,00 \text{ km}$ se essas cargas pontuais pudessem existir (o que não é verdade) e fosse possível montar um sistema desse tipo?

54 Uma carga de $6,0 \mu\text{C}$ é dividida em duas partes, que são mantidas a uma distância de $3,00 \text{ mm}$. Qual é o maior valor possível da força eletrostática entre as duas partes?

55 Da carga Q que está presente em uma pequena esfera, uma fração α é transferida para uma segunda esfera. As esferas podem ser tratadas como partículas. (a) Para que valor de α o módulo da força eletrostática F entre as duas esferas é o maior possível? Determine (b) o menor e (c) o maior valor de α para o qual F é igual a metade do valor máximo.

56 Se um gato se esfrega repetidamente nas calças de algodão do dono em um dia seco, a transferência de carga do pelo do gato para o tecido de algodão pode deixar o dono com um excesso de carga de $-2,00 \mu\text{C}$. (a) Quantos elétrons são transferidos para o dono?

O dono decide lavar as mãos, mas quando aproxima os dedos da torneira, acontece uma descarga elétrica. (b) Nessa descarga, elétrons são transferidos da torneira para o dono do gato ou vice-versa? (c) Pouco antes de acontecer a descarga, são induzidas cargas positivas ou negativas na torneira? (d) Se o gato tivesse se aproximado da torneira, a transferência de elétrons seria em que sentido? (e) Se você for acariciar um gato em um dia seco, deve tornar cuidado para não aproximar os dedos do focinho do animal, caso contrário poderá ocorrer uma descarga elétrica suficiente para assustá-lo. Levando em conta o fato de que o pelo de gato é um material não condutor, explique como isso pode acontecer.

57 Sabemos que a carga negativa do elétron e a carga positiva do próton têm o mesmo valor absoluto. Suponha, porém, que houvesse uma diferença de $0,00010\%$ entre as duas cargas. Nesse caso, qual seria a força de repulsão entre duas moedas de cobre situadas a $1,0 \text{ m}$ de distância? Suponha que cada moeda contenha 3×10^{22} átomos de cobre. (Sugestão: um átomo de cobre contém 29 prótons e 29 elétrons.) O que é possível concluir a partir deste resultado?

58 Na Fig. 21-25, a partícula 1, com uma carga de $-80,0 \mu\text{C}$, e a partícula 2, com uma carga de $+40 \mu\text{C}$, são mantidas fixas no eixo x , separadas por uma distância $L = 20,0 \text{ cm}$. Em termos dos vetores unitários, determine a força eletrostática total a que é submetida uma partícula 3, de carga $q_3 = 20,0 \mu\text{C}$, se a partícula 3 é colocada (a) no ponto $x = 40,0 \text{ cm}$; (b) no ponto $x = 80,0 \text{ cm}$. Determine também (c) a coordenada x ; (d) a coordenada y da partícula 3 para que a força eletrostática total a que é submetida seja nula.

59 Qual é a carga total, em coulombs, de $75,0 \text{ kg}$ de elétrons?

60 Na Fig. 21-42, seis partículas carregadas cercam a partícula 7 a uma distância de $d = 1,0 \text{ cm}$ ou $2d$, como mostra a figura. As cargas são $q_1 = +2e$, $q_2 = +4e$, $q_3 = +e$, $q_4 = +4e$, $q_5 = +2e$, $q_6 = +8e$ e $q_7 = +6e$, com $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$. Qual é o módulo da força eletrostática a que está submetida a partícula 7?

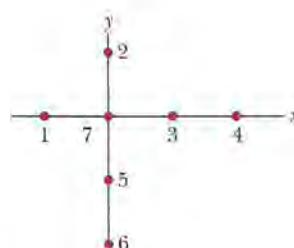


Figura 21-42 Problema 60.

61 Três partículas carregadas formam um triângulo: a partícula 1, com uma carga $Q_1 = 80,0 \text{ nC}$, está no ponto $(0; 3,00 \text{ mm})$; a partícula 2, com uma carga Q_2 , está no ponto $(0; -3,00 \text{ mm})$ e a partícula 3, com uma carga $q = 18,0 \text{ nC}$, está no ponto $(4,00 \text{ mm}; 0)$. Em termos dos vetores unitários, qual é a força eletrostática exercida sobre a partícula 3 pelas outras duas partículas (a) para $Q_2 = 80,0 \text{ nC}$; (b) para $Q_2 = -80,0 \text{ nC}$?

62 Na Fig. 21-43, determine (a) o módulo e (b) a orientação da força eletrostática total a que está submetida a partícula 4. Todas as partículas são mantidas fixas no plano xy : $q_1 = -3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$; $q_2 = +3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$; $q_3 = +6,40 \times 10^{-19} \text{ C}$; $q_4 = +3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$; $\theta_1 = 35,0^\circ$; $d_1 = 3,00 \text{ cm}$; $d_2 = d_3 = 2,00 \text{ cm}$.

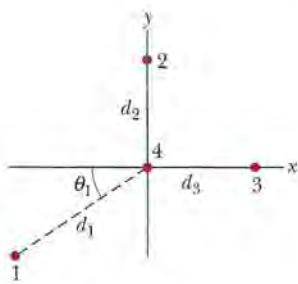


Figura 21-43 Problema 62.

63 Duas cargas pontuais de 30 nC e -40 nC são mantidas fixas no eixo x , na origem e no ponto $x = 72 \text{ cm}$, respectivamente. Uma partícula com uma carga de $42 \mu\text{C}$ é liberada a partir do repouso no ponto $x = 28 \text{ cm}$. Se a aceleração inicial da partícula é 100 km/s^2 , qual é a massa da partícula?

64 A soma das cargas de duas pequenas esferas positivamente carregadas é $5,0 \times 10^{-5} \text{ C}$. Se cada esfera é repelida pela outra com uma força eletrostática de $1,0 \text{ N}$ e as esferas estão separadas por uma distância de $2,0 \text{ m}$, qual é a carga da esfera com a menor carga?

65 As cargas iniciais das três esferas condutoras iguais da Fig. 21-23 são as seguintes: esfera A , Q ; esfera B , $-Q/4$; esfera C , $Q/2$, em que $Q = 2,00 \times 10^{-14} \text{ C}$. As esferas A e B são mantidas fixas, com uma distância entre os centros $d = 1,20 \text{ m}$, que é muito maior que o raio das esferas. A esfera C é colocada em contato primeiro com a esfera A e depois com a esfera B antes de ser removida. Qual é o módulo da força eletrostática entre as esferas A e B ?

66 Um elétron se encontra no vácuo, perto da superfície da Terra, no ponto $y = 0$ de um eixo vertical. Qual deve ser a coordenada y de um segundo elétron situado no eixo y para que a força eletrostática exercida sobre o primeiro elétron compense o peso do primeiro elétron?

67 Na Fig. 21-25, a partícula 1, de carga $-5,00q$, e a partícula 2, de carga $+2,00q$, são mantidas a uma distância L no eixo x . Se uma partícula 3, de carga desconhecida q_3 , é colocada em um ponto tal que a força eletrostática total exercida sobre a partícula 1 é zero, determine (a) a coordenada x ; (b) a coordenada y da partícula 3.

68 Dois estudantes de engenharia, João, com uma massa de 90 kg e Maria, com uma massa de 45 kg , estão a 30 m de distância um do outro. Suponha que existam desequilíbrios de carga de $0,01\%$ nos corpos dos dois estudantes, com um deles positivo e o outro negativo. Determine a ordem de grandeza da força de atração eletrostática entre os dois estudantes substituindo-os por esferas de água com a mesma massa.

69 No decaimento radioativo da Eq. 21-13, um núcleo de ^{238}U se transforma em ^{234}Th e ^{4}He , que é ejetado. (Trata-se de núcleos e não de átomos; assim, não há elétrons envolvidos.) Para uma distância entre os núcleos de ^{234}Th e ^{4}He de $9,0 \times 10^{-15} \text{ m}$, determine (a) a força eletrostática entre os núcleos; (b) a aceleração do núcleo de ^{4}He .

70 Na Fig. 21-24, quatro partículas formam um quadrado. As cargas são $q_1 = +Q$, $q_2 = q_3 = q$ e $q_4 = -2,00Q$. Qual é o valor de q/Q se a força eletrostática total a que está submetida a partícula 1 é zero?

22

CAMPOS ELÉTRICOS

22-1 O QUE É FÍSICA?

A física do capítulo anterior mostra que é possível calcular a força elétrica a que está sujeita uma partícula 1 de carga $+q_1$ quando é colocada nas proximidades de uma partícula 2 de carga $+q_2$. Resta, porém, uma pergunta intrigante: como a partícula 1 “sabe” que existe a partícula 2? Em outras palavras, se as partículas não se tocam, por que a partícula 2 afeta a partícula 1? Como explicar o que constitui na realidade uma *ação à distância*, já que não existe uma ligação visível entre as partículas?

Um dos objetivos da física é registrar observações a respeito do nosso mundo, como o módulo e a orientação da força que a partícula 2 exerce sobre a partícula 1; outro é explicar essas observações. Um dos objetivos deste capítulo é explicar o que acontece quando uma partícula sofre os efeitos de uma força elétrica. Podemos dizer que a partícula 2 cria um **campo elétrico** no espaço que a cerca. Quando a partícula 1 é colocada em um ponto qualquer desse espaço, a partícula “sabe” que a partícula 2 existe porque é afetada pelo campo elétrico que a partícula 2 criou nesse ponto. Assim, a partícula 2 afeta a partícula 1, não através de um contato direto, mas através do campo elétrico produzido pela partícula 2.

Nosso objetivo neste capítulo é definir o campo elétrico e discutir a forma de calculá-lo para vários sistemas de partículas carregadas.

22-2 O Campo Elétrico

A temperatura tem um valor definido em todos os pontos de uma sala. Para medir a temperatura em um ponto ou em uma série de pontos, basta usar um termômetro. A distribuição de temperaturas resultante é chamada de *campo de temperatura*. Analogamente, podemos definir um *campo de pressão* para a atmosfera, constituído pela distribuição de valores de pressão do ar, um para cada ponto da atmosfera. Os campos de temperatura e de pressão são *campos escalares*, já que temperatura e pressão são grandezas escalares.

O campo elétrico é um *campo vetorial*, já que consiste em uma distribuição de *vetores*, um para cada ponto de uma região em torno de um objeto eletricamente carregado, como um bastão de vidro. Em princípio, podemos definir o campo elétrico em um ponto nas proximidades de um objeto carregado, como o ponto P da Fig. 22-1a, da seguinte forma: colocamos no ponto P uma carga positiva q_0 , chamada de *carga de prova*, medimos a força eletrostática \vec{F} que age sobre a carga q_0 e definimos o campo elétrico \vec{E} produzido pelo objeto através da equação

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (\text{campo elétrico}). \quad (22-1)$$

Assim, o módulo do campo elétrico \vec{E} no ponto P é $E = F/q_0$ e a orientação de \vec{E} é a da força \vec{F} que age sobre a carga de prova (que supomos ser *positiva*). Como mostra a Fig. 22-1b, representamos o campo elétrico no ponto P como um vetor cuja origem está em P . Para definir o campo elétrico em uma região do espaço, definimos o campo em todos os pontos da região.

A unidade de campo elétrico no SI é o newton por coulomb (N/C). A Tabela 22-1 mostra os campos elétricos associados a alguns objetos.

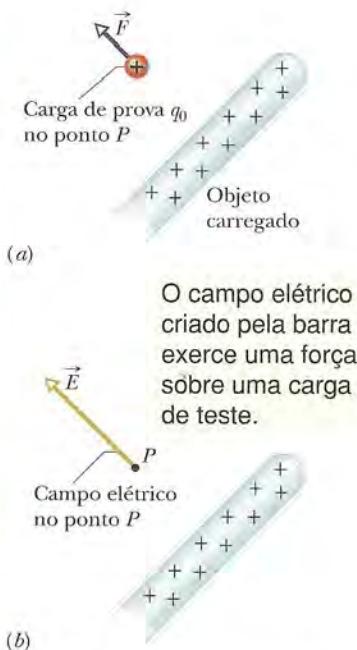


Figura 22-1 (a) Uma carga de prova positiva q_0 colocada em um ponto P nas proximidades de um objeto carregado. Uma força eletrostática \vec{F} age sobre a carga de prova. (b) O campo elétrico \vec{E} no ponto P produzido por um objeto carregado.

Embora seja usada uma carga de prova para definir o campo elétrico produzido por um objeto carregado, o campo existe independentemente da carga de prova. O campo no ponto P da Fig. 22-1b existia antes de ser introduzida a carga de prova da Fig. 22-1a e continua a existir depois que a carga de prova é introduzida. (Na definição de campo elétrico está implícita a suposição de que a presença da carga de prova não afeta a distribuição de cargas e, portanto, não afeta o campo elétrico que estamos medindo.)

Para investigar o papel de um campo elétrico na interação entre objetos carregados, temos que realizar duas tarefas: (1) calcular o campo elétrico produzido por uma dada distribuição de cargas; (2) calcular a força que um campo elétrico dado exerce sobre uma carga. A primeira tarefa será executada nas Seções 22-4 a 22-7 para várias distribuições de cargas. A segunda será executada nas Seções 22-8 e 22-9 para uma carga pontual e um par de cargas pontuais na presença de um campo elétrico. Antes, porém, vamos discutir uma forma de visualizar campos elétricos.

22-3 Linhas de Campo Elétrico

O cientista inglês Michael Faraday, que introduziu a ideia de campos elétricos no século XIX, imaginava que o espaço nas vizinhanças de um corpo eletricamente carregado era ocupado por *linhas de força*. Embora não se acredite mais na existência dessas linhas, hoje conhecidas como **linhas de campo elétrico**, elas são uma boa maneira de visualizar os campos elétricos.

A relação entre as linhas de campo e os vetores de campo elétrico é a seguinte: (1) em qualquer ponto, a orientação de uma linha de campo retilínea ou a orientação da tangente a uma linha de campo não retilínea é a orientação do campo elétrico \vec{E} nesse ponto; (2) as linhas de campo são desenhadas de tal forma que o número de linhas por unidade de área, medido em um plano perpendicular às linhas, é proporcional ao *módulo* de \vec{E} . Assim, E tem valores elevados nas regiões em que as linhas de campo estão mais próximas e valores pequenos nas regiões em que as linhas de campo estão mais afastadas.

A Fig. 22-2a mostra uma esfera com uma distribuição uniforme de cargas negativas. Quando colocamos uma carga de prova *positiva* nas proximidades da esfera, a carga de prova é submetida a uma força eletrostática dirigida *para o centro* da esfera. Isso significa que em todos os pontos nas proximidades da esfera o vetor campo elétrico aponta para o centro da esfera. Esse padrão pode ser visto nas linhas de campo da Fig. 22-2b, que apontam na mesma direção que os vetores da força eletrostática e do campo elétrico. Além disso, o maior espaçamento das linhas em pontos mais distantes mostra que o módulo do campo elétrico diminui com a distância do centro da esfera.

Se a esfera da Fig. 22-2 estivesse carregada com cargas *positivas*, os vetores campo elétrico apontariam *para longe* da esfera. Assim, as linhas de campo elétrico também apontariam para longe da esfera. Temos, portanto, a seguinte regra:



As linhas de campo elétrico se afastam das cargas positivas (onde começam) e se aproximam das cargas negativas (onde terminam).

A Fig. 22-3a mostra parte de uma placa infinita não condutora com uma distribuição uniforme de cargas positivas em uma das superfícies. Quando colocamos uma carga de prova positiva nas proximidades da placa, a carga é submetida a uma força eletrostática perpendicular à placa, já que as forças aplicadas em todas as outras direções se cancelam por causa da simetria. Além disso, o sentido da força é para longe da placa. Assim, os vetores campo elétrico e as linhas de campo em qualquer ponto do espaço, dos dois lados da placa, são também perpendiculares à placa e apontam para longe da placa (Figs. 22-3b e 22-3c). Como a carga está uniformemente distri-

Tabela 22-1

Alguns Campos Elétricos

Local ou Situação	Valor (N/C)
Superfície de um núcleo de urânia	3×10^{21}
Átomo de hidrogênio, a uma distância de $5,29 \times 10^{-11}$ m do núcleo	5×10^{11}
Ruptura dielétrica do ar	3×10^6
Perto da superfície carregada de uma fotocopiadora	10^5
Perto de um pente carregado	10^3
Atmosfera inferior	10^2
Interior de um fio de cobre de uma instalação residencial	10^{-2}

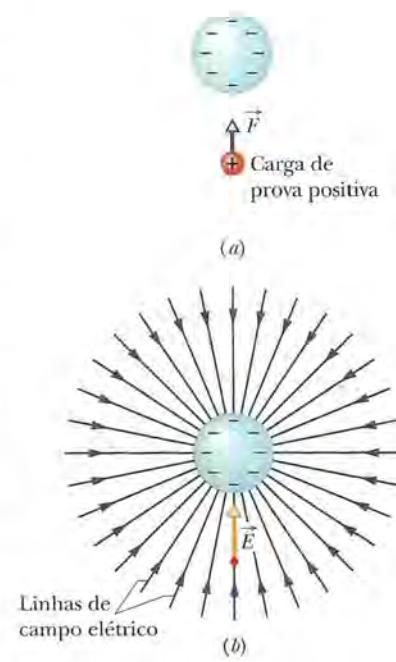
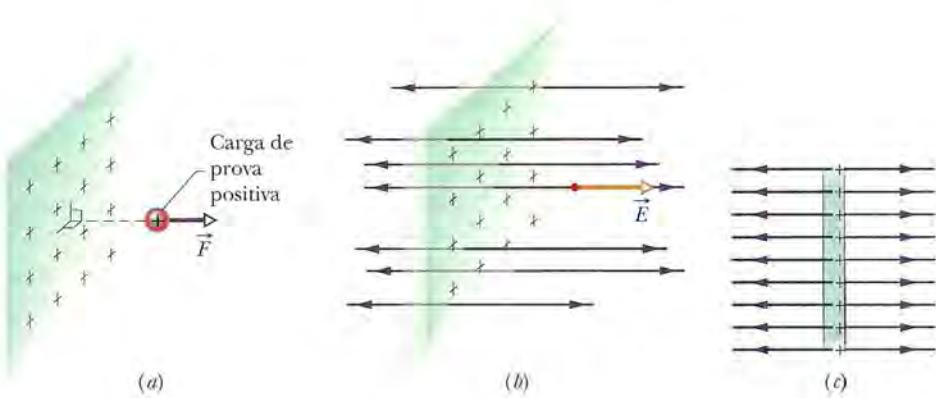


Figura 22-2 (a) Uma força eletrostática \vec{F} age sobre uma carga de prova positiva colocada nas proximidades de uma esfera que contém uma distribuição uniforme de cargas negativas. (b) O vetor campo elétrico \vec{E} na posição da carga de prova e as linhas de campo no espaço que cerca a esfera. As linhas de campo elétrico *terminam* na esfera negativamente carregada. (As linhas têm origem em cargas positivas distantes.)

Figura 22-3 (a) Uma força eletrostática \vec{F} age sobre uma carga de prova positiva colocada nas proximidades de uma placa muito grande, não condutora, com uma distribuição uniforme de cargas positivas em suas superfícies. (b) O vetor campo elétrico \vec{E} na posição da carga de prova e as linhas de campo nas vizinhanças da placa. As linhas de campo elétrico começam na placa positivamente carregada. (c) Vista lateral de (b).



buída na placa, todos os vetores campo elétrico têm o mesmo módulo. Esse tipo de campo elétrico, no qual os vetores têm o mesmo módulo e a mesma orientação em todos os pontos do espaço, é chamado de *campo elétrico uniforme*.

Naturalmente, nenhuma placa real não condutora (como, por exemplo, um pedaço de plástico) tem dimensões infinitas; entretanto, na região próxima do centro de uma placa real, longe das bordas, o campo elétrico e as linhas de campo têm a orientação das Figs. 22-3b e 22-3c.

A Fig. 22-4 mostra as linhas de campo para duas cargas positivas iguais. A Fig. 22-5 mostra as linhas de campo para duas cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos, uma configuração conhecida como **dipolo elétrico**. Embora as linhas de campo raramente sejam usadas de forma quantitativa, são muito úteis para visualizar as configurações de campo elétrico.

22-4 Campo Elétrico Produzido por uma Carga Pontual

Para determinar o campo elétrico produzido a uma distância r de uma carga pontual q , colocamos uma carga de prova q_0 nesse ponto. De acordo com a lei de Coulomb (Eq. 21-1), o módulo da força eletrostática que age sobre q_0 é dado por

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}. \quad (22-2)$$

O sentido de \vec{F} é para longe da carga pontual se q for positiva e na direção da carga pontual se q for negativa. De acordo com a Eq. 22-1, o módulo do vetor campo elétrico é dado por

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{carga pontual}). \quad (22-3)$$

O sentido de \vec{E} é o mesmo que o da força que age sobre a carga de prova: para longe da carga pontual se q é positiva e na direção da carga pontual se q é negativa.

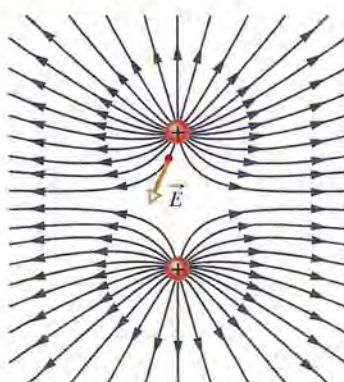


Figura 22-4 Linhas de campo para duas cargas pontuais positivas iguais. As cargas se repelem. (As linhas terminam em cargas negativas distantes.) Para visualizar o padrão tridimensional das linhas de campo, gire mentalmente a figura em torno de um eixo passando pelas cargas. O padrão tridimensional das linhas de campo e o campo elétrico que as linhas representam possuem simetria rotacional em relação a esse eixo. A figura mostra também o vetor campo elétrico em um ponto do espaço; o vetor é tangente à linha de campo que passa pelo ponto.

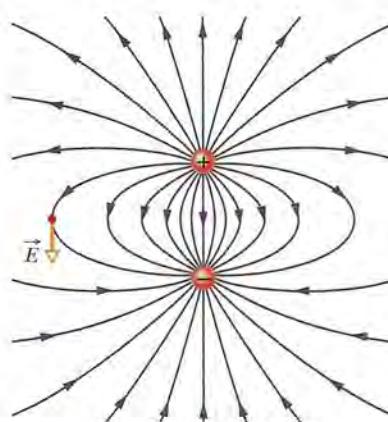


Figura 22-5 Linhas de campo para uma carga pontual positiva e uma carga pontual negativa de mesmo valor absoluto situada nas proximidades. As cargas se atraem. O padrão tridimensional de linhas de campo e o campo elétrico que as linhas representam possuem simetria rotacional em relação a um eixo passando pelas cargas. A figura mostra também o vetor campo elétrico em um ponto do espaço; o vetor é tangente à linha de campo que passa pelo ponto.

Como não há nada de especial no ponto que escolhemos para colocar q_0 , a Eq. 22-3 pode ser usada para calcular o campo em qualquer ponto do espaço. A Fig. 22-6 mostra em forma vetorial (e não como linhas de campo) o campo produzido por uma carga positiva.

Não é difícil calcular o campo elétrico total, ou resultante, produzido por duas ou mais cargas pontuais. De acordo com a Eq. 21-7, quando colocamos uma carga de prova positiva q_0 nas proximidades de n cargas pontuais q_1, q_2, \dots, q_n , a carga de prova é submetida a uma força total \vec{F}_0 dada por

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \dots + \vec{F}_{0n}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 22-1, o campo elétrico total na posição da carga de prova é dado por

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_i}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_n}{q_0} \\ &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_i + \dots + \vec{E}_n,\end{aligned}\quad (22-4)$$

em que \vec{E}_i é o campo elétrico que seria criado somente pela carga pontual i . A Eq. 22-4 mostra que o princípio de superposição se aplica aos campos elétricos.

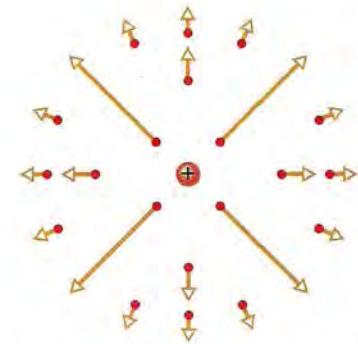


Figura 22-6 Vetores campo elétrico em vários pontos das vizinhanças de uma carga pontual positiva.



TESTE 1

A figura mostra um próton p e um elétron e sobre o eixo x . Qual é o sentido do campo elétrico produzido pelo elétron (a) no ponto S; (b) no ponto R? Qual é o sentido do campo elétrico total produzido pelas duas partículas (c) no ponto R; (d) no ponto S?



Exemplo

Campo elétrico total produzido por três partículas carregadas

A Fig. 22-7a mostra três partículas de cargas $q_1 = +2Q$, $q_2 = -2Q$ e $q_3 = -4Q$, todas situadas a uma distância d da origem. Determine o campo elétrico total \vec{E} produzido na origem pelas três partículas.

IDEIA-CHAVE

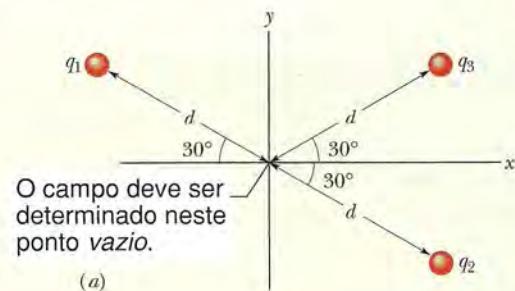
As cargas q_1 , q_2 e q_3 produzem na origem campos elétricos \vec{E}_1 , \vec{E}_2 e \vec{E}_3 , respectivamente, e o campo elétrico total é a soma vetorial $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$. Para calcular a soma, precisamos conhecer o módulo e a orientação dos três vetores.

Módulos e orientações Para determinar o módulo de \vec{E}_1 , o campo produzido por q_1 , usamos a Eq. 22-3, substituindo r por d e q por $2Q$. O resultado é o seguinte:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2}.$$

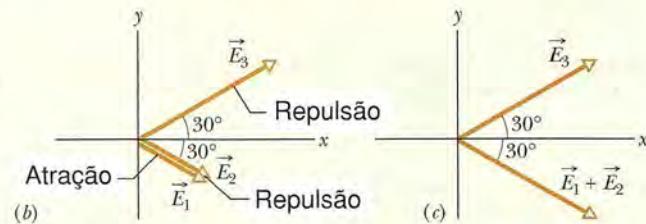
Procedendo de modo análogo, obtemos os módulos dos campos \vec{E}_2 e \vec{E}_3 :

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} \quad \text{e} \quad E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}.$$



O campo deve ser determinado neste ponto vazio.

(a)



(b)

(c)

Figura 22-7 (a) Três partículas com cargas q_1 , q_2 e q_3 , situadas à mesma distância d da origem. (b) Os vetores campo elétrico \vec{E}_1 , \vec{E}_2 e \vec{E}_3 produzidos na origem pelas três partículas. (c) O vetor campo elétrico \vec{E}_3 e a soma vetorial $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ na origem.

Em seguida, precisamos determinar a orientação dos vetores campo elétrico produzidos pelas três cargas na origem. Como q_1 é uma carga positiva, o vetor campo elétrico produzido pela carga aponta *para longe* de q_1 ; como q_2 e q_3 são cargas negativas, o vetor campo elétrico aponta *na direção* dessas cargas. Assim, os vetores campo elétrico produzidos na origem pelas três cargas têm a direção e o sentido indicados na Fig. 22-7b. (Atenção: observe que colocamos a origem dos vetores no ponto em que os campos elétricos devem ser calculados; isso diminui a probabilidade de erro.)

Somando os campos Podemos agora somar os campos vetorialmente, como fizemos para as forças no Capítulo 21. No caso presente, podemos usar a simetria dos vetores para simplificar os cálculos. De acordo com a Fig. 22-7b, os vetores \vec{E}_1 e \vec{E}_2 têm a mesma direção; assim, a soma vetorial dos dois vetores tem essa mesma direção e o módulo é dado por

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}, \end{aligned}$$

que, por coincidência, é igual ao módulo do vetor \vec{E}_3 .

Devemos agora somar dois vetores, \vec{E}_3 e o vetor resultante da soma $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$, que possuem o mesmo módulo e estão orientados simetricamente em relação ao eixo x , como mostra a Fig. 22-7c. Observando a Fig. 22-7c, vemos que, por simetria, as componentes y dos dois vetores se cancelam e as componentes x se somam. Assim, o campo elétrico total \vec{E} na origem está orientado no sentido positivo do eixo x e o módulo é dado por

$$\begin{aligned} E &= 2E_{3x} = 2E_3 \cos 30^\circ \\ &= (2) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2} (0,866) = \frac{6,93Q}{4\pi\epsilon_0 d^2}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

22-5 Campo Elétrico Produzido por um Dipolo Elétrico

A Fig. 22-8a mostra duas partículas carregadas de módulo q e sinais opostos, separadas por uma distância d . Como observamos ao discutir a Fig. 22-5, essa configuração recebe o nome de *dipolo elétrico*. Vamos calcular o campo elétrico produzido pelo dipolo elétrico da Fig. 22-8a no ponto P , situado a uma distância z do centro do dipolo, sobre a reta que liga as duas partículas, conhecida como *eixo do dipolo*.

Por simetria, o campo elétrico \vec{E} no ponto P (e também os campos $\vec{E}_{(+)}$ e $\vec{E}_{(-)}$ produzidos pelas partículas que formam o dipolo) deve ser paralelo ao eixo do dipolo, que foi tomado como o eixo z . Aplicando o princípio de superposição aos campos elétricos, vemos que o módulo E do campo elétrico no ponto P é dado por

$$\begin{aligned} E &= E_{(+)} - E_{(-)} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(-)}^2} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z - \frac{1}{2}d)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z + \frac{1}{2}d)^2}. \quad (22-5) \end{aligned}$$

Reagrupando os termos, obtemos:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right). \quad (22-6)$$

Reduzindo as frações ao mesmo denominador e simplificando, obtemos:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \frac{2d/z}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}. \quad (22-7)$$

Em geral, estamos interessados nos efeitos elétricos de um dipolo apenas a distâncias relativamente grandes em comparação com as dimensões do dipolo, ou seja, a distâncias tais que $z \gg d$. Nesse caso, $d/2z \ll 1$ na Eq. 22-7 e podemos desprezar o termo $d/2z$ no denominador, o que nos dá

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3}. \quad (22-8)$$

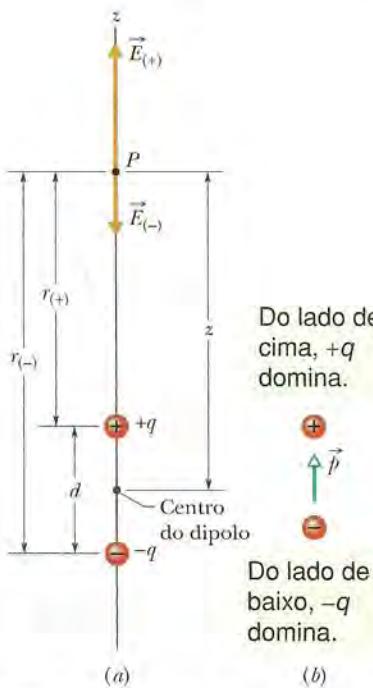


Figura 22-8 (a) Um dipolo elétrico. Os vetores campo elétrico $\vec{E}_{(+)}$ e $\vec{E}_{(-)}$ no ponto P do eixo do dipolo são produzidos pelas duas cargas do dipolo. As distâncias entre o ponto P e as duas cargas que formam o dipolo são $r_{(+)}$ e $r_{(-)}$. (b) O momento dipolar \vec{p} do dipolo aponta da carga negativa para a carga positiva.

O produto qd , que envolve os dois parâmetros q e d que definem o dipolo, é o módulo p de uma grandeza conhecida como **momento dipolar elétrico** \vec{p} do dipolo. (A unidade de \vec{p} é o coulomb-metro.) Assim, podemos escrever a Eq. 22-8 na forma

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3} \quad (\text{dipolo elétrico}). \quad (22-9)$$

O sentido de \vec{p} é tomado como do lado negativo para o lado positivo do dipolo, como mostra a Fig. 22-8b. Podemos usar o sentido de \vec{p} para especificar a orientação de um dipolo.

De acordo com a Eq. 22-9, se o campo elétrico de um dipolo é medido apenas em pontos distantes, não é possível determinar os valores de q e d separadamente, mas apenas o produto qd . O campo em pontos distantes permanece inalterado quando, por exemplo, o valor de q é multiplicado por 2 e ao mesmo tempo o valor de d é dividido por 2.

Embora a Eq. 22-9 seja válida apenas para pontos distantes que estejam no eixo do dipolo, para *todos* os pontos distantes, estejam ou não no eixo do dipolo, o valor de E para um dipolo é proporcional a $1/r^3$, onde r é a distância entre o ponto em questão e o centro do dipolo.

Observando a Fig. 22-8 e as linhas de campo da Fig. 22-5, vemos que a direção de \vec{E} para pontos distantes no eixo do dipolo é a direção do vetor momento dipolar \vec{p} . Isso acontece tanto quando o ponto P da Fig. 22-8a está mais próximo na carga positiva como quando está mais próximo da carga negativa.

De acordo com a Eq. 22-9, se a distância entre um ponto e um dipolo é multiplicada por 2, o campo elétrico no ponto é dividido por 8. Por outro lado, quando a distância entre um ponto e uma carga elétrica isolada é multiplicada por 2, o campo elétrico é dividido por 4 (veja a Eq. 22-3). Assim, o campo elétrico de um dipolo diminui mais rapidamente com a distância que o campo elétrico produzido por uma carga isolada. A razão para essa diminuição mais rápida do campo elétrico no caso de um dipolo está no fato de que, à distância, um dipolo se comporta como um par de cargas elétricas de sinais opostos que quase se cancelam; assim, os campos elétricos produzidos por essas cargas em pontos distantes também quase se cancelam.

Exemplo

Dipolos elétricos e sprites

Os sprites (Fig. 22-9a) são enormes clarões que às vezes são vistos no céu, acima de grandes tempestades. Foram observados durante décadas por pilotos em voos noturnos, mas eram tão fracos e fugazes que a maioria dos pilotos imaginava que não passavam de ilusões. Na década de 1990, porém, os sprites foram registrados por câmeras de vídeo. Ainda não são muito bem compreendidos, mas acredita-se que sejam produzidos quando ocorre um relâmpago especialmente intenso entre a terra e uma nuvem de tempestade, particularmente se o relâmpago transfere uma grande quantidade de carga negativa, $-q$, da terra para a base da nuvem (Fig. 22-9b).

Logo depois da transferência, a terra possui uma distribuição complexa de cargas positivas; entretanto, podemos usar um modelo simplificado do campo elétrico produzido pelas cargas da nuvem e da terra supondo que existe um dipolo vertical formado por uma carga $-q$ na altura

h da nuvem e uma carga $+q$ a uma distância h abaixo da superfície (Fig. 22-9c). Se $q = 200 \text{ C}$ e $h = 6,0 \text{ km}$, qual é o módulo do campo elétrico do dipolo a uma altitude $z_1 = 30 \text{ km}$, ou seja, um pouco acima das nuvens, e a uma altitude $z_2 = 60 \text{ km}$, ou seja, um pouco acima da estratosfera?

IDEIA-CHAVE

O valor aproximado do módulo E do campo elétrico de um dipolo é dado pela Eq. 22-8.

Cálculos Temos:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q(2h)}{z^3},$$

onde $2h$ é a distância entre as cargas $-q$ e $+q$ na Fig. 22-9c. O campo elétrico a uma altitude $z_1 = 30 \text{ km}$ é dado por

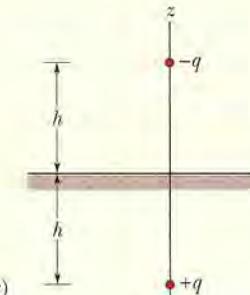


Figura 22-9 (a) Fotografia de um sprite. (Cortesia da NASA) (b) Relâmpago no qual uma grande quantidade de cargas negativas é transferida da terra para a base de uma nuvem. (c) O sistema nuvem–terra modelado como um dipolo elétrico vertical.

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{(200 \text{ C})(2)(6,0 \times 10^3 \text{ m})}{(30 \times 10^3 \text{ m})^3}$$

$$= 1,6 \times 10^3 \text{ N/C.}$$

(Resposta)

A uma altitude $z_2 = 60 \text{ km}$, temos:

$$E = 2,0 \times 10^2 \text{ N/C.}$$

(Resposta)

Como veremos na Seção 22-8, quando o módulo de um campo elétrico excede um valor crítico E_c , o campo pode arrancar elétrons dos átomos (ionizar átomos) e os

elétrons arrancados podem se chocar com outros átomos, fazendo com que emitam luz. O valor de E_c depende da densidade do ar na região em que existe o campo elétrico; quanto menor a densidade, menor o valor de E_c . A 60 km de altitude, a densidade do ar é tão baixa que $E = 2,0 \times 10^2 \text{ N/C} > E_c$ e, portanto, os átomos do ar emitem luz. É essa luz que forma os sprites. Mais abaixo, a 30 km de altitude, a densidade do ar é muito mais alta, $E = 1,6 \times 10^3 \text{ N/C} < E_c$ e os átomos do ar não emitem luz. Assim, os sprites são vistos muito acima das nuvens de tempestade.

22-6 Campo Elétrico Produzido por uma Linha de Cargas

Vamos agora discutir o caso de distribuições de cargas que envolvem um grande número de cargas muito próximas (bilhões, talvez) distribuídas ao longo de uma linha, superfície ou volume. Distribuições de cargas desse tipo podem ser consideradas **contínuas** e calculamos o campo elétrico produzido pelas cargas usando os métodos do cálculo em vez de somar, um a um, os campos produzidos por cargas pontuais. Nesta seção, vamos discutir o campo elétrico produzido por uma linha de cargas; na próxima seção, vamos estudar o campo produzido por uma superfície. O caso de uma esfera uniformemente carregada será discutido no próximo capítulo.

Quando lidamos com distribuições contínuas de cargas, é conveniente expressar a carga de um objeto em termos de uma *densidade de cargas* em vez da carga total. No caso de uma linha de cargas, por exemplo, usamos a *densidade linear de cargas* (ou carga por unidade de comprimento) λ , cuja unidade no SI é o coulomb por metro. A Tabela 22-2 mostra outras densidades de cargas que também são usadas.

A Fig. 22-10 mostra um anel delgado de raio R com uma densidade linear de cargas positivas λ . Vamos supor que o anel é feito de plástico ou outro material não condutor, o que faz com que as cargas permaneçam imóveis. Qual é o campo elétrico \vec{E} no ponto P , sobre o eixo central, a uma distância z do plano do anel?

Para obter a resposta, não podemos aplicar a Eq. 22-3, que é usada para calcular o campo elétrico produzido por uma carga pontual, já que o anel, obviamente, não é uma carga pontual. Entretanto, podemos mentalmente dividir o anel em elementos de carga tão pequenos que se comportem como cargas pontuais e aplicar a Eq. 22-3 a cada um desses elementos. Em seguida, podemos somar os campos elétricos produzidos no ponto P por esses elementos; o campo produzido pelo anel no ponto P é a soma vetorial desses campos.

Tabela 22-2

Algumas Medidas de Carga Elétrica

Nome	Símbolo	Unidade do SI
Carga	q	C
Densidade linear de cargas	λ	C/m
Densidade superficial de cargas	σ	C/m ²
Densidade volumétrica de cargas	ρ	C/m ³

Seja ds o comprimento de um dos elementos de carga do anel. Como λ é a carga por unidade de comprimento, a carga do elemento é dada por

$$dq = \lambda ds. \quad (22-10)$$

Esse elemento de carga produz um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P , que está a uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga pontual e usando a Eq. 22-10, podemos escrever o módulo de $d\vec{E}$ na forma

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}. \quad (22-11)$$

De acordo com a Fig. 22-10, a Eq. 22-11 pode ser expressa na forma

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)}. \quad (22-12)$$

Como se pode ver na Fig. 22-10, $d\vec{E}$ faz um ângulo θ com o eixo central (que foi tomado como o eixo z) e possui uma componente perpendicular e uma componente paralela a esse eixo.

Cada elemento de carga do anel produz um campo elementar $d\vec{E}$ no ponto P , cujo módulo é dado pela Eq. 22-12. As componentes dos campos $d\vec{E}$ paralelas ao eixo central são todas iguais; as componentes perpendiculares têm o mesmo módulo, mas orientações diferentes. Na verdade, para cada componente perpendicular com uma dada orientação, existe outra componente com a orientação oposta. Isso significa que as componentes perpendiculares se cancelam e não precisam ser consideradas. Restam as componentes paralelas; como todas têm o mesmo sentido, o campo elétrico no ponto P é a soma dessas componentes.

O módulo da componente paralela de $d\vec{E}$ que aparece na Fig. 22-10 é $dE \cos \theta$. De acordo com a figura, temos também

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}. \quad (22-13)$$

Multiplicando a Eq. 22-12 pela Eq. 22-13, obtemos:

$$dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} ds. \quad (22-14)$$

Para somar as componentes paralelas $dE \cos \theta$ produzidas por todos os elementos, basta integrar a Eq. 22-14 ao longo da circunferência do anel, de $s = 0$ a $s = 2\pi R$. Como a única grandeza da Eq. 22-14 que varia durante a integração é s , as outras grandezas podem ser colocadas do lado de fora do sinal de integral. A integração nos dá

$$\begin{aligned} E &= \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds \\ &= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}, \end{aligned} \quad (22-15)$$

Como λ é a carga por unidade de comprimento do anel, o termo $\lambda(2\pi R)$ da Eq. 22-15 é igual a q , a carga total do anel. Assim, a Eq. 22-15 pode ser escrita na forma

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\text{anel carregado}). \quad (22-16)$$

Se a carga do anel for negativa em vez de positiva, o módulo do campo no ponto P será o mesmo, mas o sentido do campo será na direção do anel e não para longe do anel.

Vamos agora verificar que forma assume a Eq. 22-16 no caso de um ponto do eixo central tão distante da origem que $z \gg R$. Nesse caso, a expressão $z^2 + R^2$ da Eq. 22-16 pode ser aproximada por z^2 e a Eq. 22-16 se torna

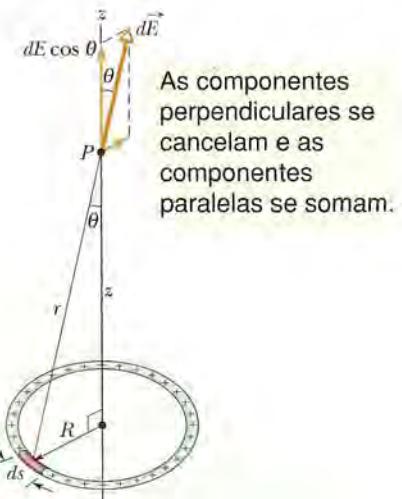


Figura 22-10 Um anel de cargas positivas distribuídas uniformemente. Um elemento de carga tem um comprimento ds (grandemente exagerado na figura). Esse elemento cria um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P . A componente de $d\vec{E}$ paralela ao eixo central do anel é $dE \cos \theta$.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \quad (\text{anel carregado a grandes distâncias}). \quad (22-17)$$

Este é um resultado razoável, já que, visto de uma distância muito grande, o anel “parece” uma carga pontual. Substituindo z por r na Eq. 22-17, obtemos a Eq. 22-3, a equação do módulo do campo elétrico produzido por uma carga pontual.

Vamos agora verificar o que a Eq. 22-16 nos diz a respeito do campo elétrico no centro do anel, ou seja, no ponto $z = 0$. Nesse ponto, de acordo com a Eq. 22-6, $E = 0$. Este resultado é razoável porque, no caso de uma carga de prova colocada no centro do anel, a força eletrostática exercida pelo anel sobre a carga é nula: a força exercida por um elemento qualquer do anel é cancelada pela força exercida pelo elemento diametralmente oposto. De acordo com a Eq. 22-1, se a força eletrostática no centro do anel é nula, o campo elétrico também é nulo.

Exemplo

Campo elétrico de um arco de circunferência carregado

A Fig. 22-11a mostra uma barra de plástico com uma carga $-Q$ uniformemente distribuída. A barra tem a forma de um arco de circunferência de 120° de extensão e raio r . Os eixos de coordenadas são escolhidos de tal forma que o eixo de simetria da barra é o eixo x e a origem P está no centro de curvatura do arco. Em termos de Q e r , qual é o campo elétrico \vec{E} produzido pela barra no ponto P ?

IDEIA-CHAVE

Como a barra possui uma distribuição contínua de cargas, devemos obter uma expressão para o campo elétrico produzido por um elemento de carga e integrar essa expressão ao longo da barra.

Um elemento Considere um elemento de arco de comprimento ds fazendo um ângulo θ com o eixo x (Figs. 22-11b e 22-11c). Chamando de λ a densidade linear de cargas da barra, à carga do elemento de arco é dada por

$$dq = \lambda ds. \quad (22-18)$$

Campo do elemento O elemento de carga produz um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P , que está uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga pontual, podemos usar a Eq. 22-3 para expressar o módulo de $d\vec{E}$ na forma

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}. \quad (22-19)$$

Como a carga q é negativa, $d\vec{E}$ aponta na direção de ds .

Parceiro simétrico Ao elemento ds corresponde de um elemento simétrico (imagem especular) ds' , na parte inferior da barra. O campo elétrico $d\vec{E}'$ produzido por ds' no ponto P tem o mesmo módulo que $d\vec{E}$ dado pela Eq. 22-19, mas aponta na direção de ds' , como mostra a Fig. 22-11d. Quando determinarmos as componentes x e y dos campos elétricos $d\vec{E}$ e $d\vec{E}'$ (Figs. 22-11e e 22-11f), vemos que as componentes y se cancelam (porque têm o mesmo módulo

e sentidos opostos). Vemos também que as componentes x têm o mesmo módulo e o mesmo sentido.

Soma Para determinar o campo elétrico produzido pela barra, precisamos somar (por integração, no caso) apenas as componentes x dos campos elétricos produzidos pelos elementos de carga da barra. De acordo com a Fig. 22-11f e a Eq. 22-19, a componente dE_x do campo produzido pelo elemento ds é dada por

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta ds. \quad (22-20)$$

A Eq. 22-20 tem duas variáveis, θ e s . Antes de realizar a integração, precisamos eliminar uma das variáveis. Para isso, usamos a relação

$$ds = r d\theta,$$

em que $d\theta$ é o ângulo, com vértice em P , que subtende um arco de comprimento ds (Fig. 22-11g). Depois de executar esta substituição, podemos integrar a Eq. 22-20 de $\theta = -60^\circ$ a $\theta = 60^\circ$. O resultado é o módulo do campo elétrico produzido pela barra no ponto P :

$$\begin{aligned} E &= \int dE_x = \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta r d\theta \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \left[\sin \theta \right]_{-60^\circ}^{60^\circ} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin 60^\circ - \sin(-60^\circ)] \\ &= \frac{1,73\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}. \end{aligned} \quad (22-21)$$

(Se tivéssemos invertido os limites de integração, obteríamos o mesmo resultado, com sinal negativo. Como a inte-

gração é usada apenas para obter o módulo de \vec{E} , teríamos ignorado o sinal negativo.)

Densidade de cargas Para determinar o valor de λ , observamos que a barra subtende um ângulo de 120° , o que corresponde a um terço de circunferência. O comprimento da barra é, portanto, $2\pi r/3$ e a densidade linear de cargas é

$$\lambda = \frac{\text{carga}}{\text{comprimento}} = \frac{Q}{2\pi r/3} = \frac{0,477Q}{r}.$$

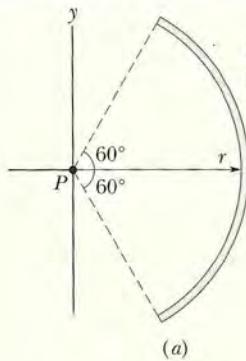
Substituindo esse valor na Eq. 22-21 e simplificando, obtemos

$$\begin{aligned} E &= \frac{(1,73)(0,477Q)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{0,83Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

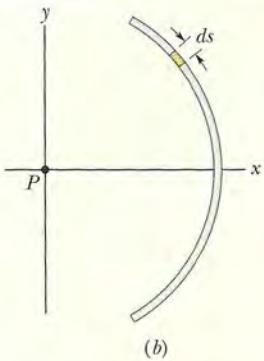
O campo elétrico \vec{E} no ponto P aponta para a barra e é paralelo ao eixo de simetria da distribuição de cargas. Em termos dos vetores unitários, o campo \vec{E} pode ser escrito na forma

$$\vec{E} = \frac{0,83Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{i}.$$

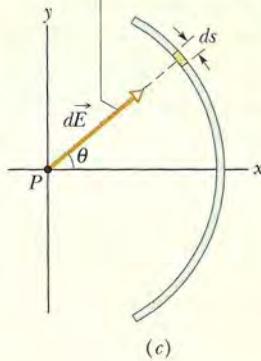
Esta barra certamente não é uma partícula.



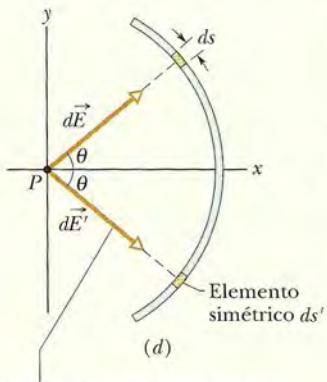
Entretanto, podemos tratar este elemento como uma partícula.



Este é o campo criado pelo elemento.

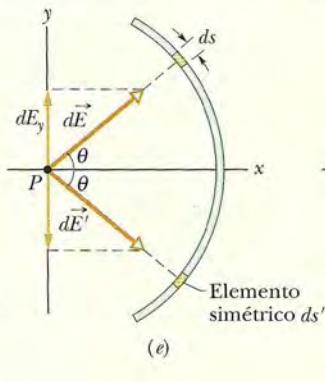


As componentes y se cancelam e podem ser ignoradas.



Este é o campo criado por um elemento simétrico de mesmo ângulo e tamanho.

As componentes x se somam e a soma deve ser calculada.



Podemos relacionar o comprimento do elemento ao arco subtendido.

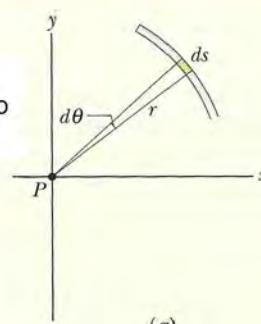
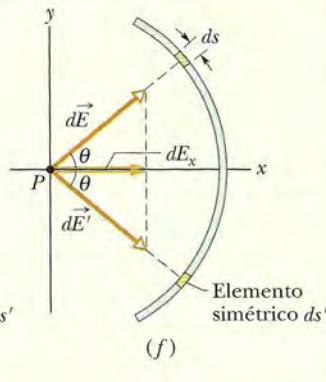


Figura 22-11 (a) Uma barra de plástico de carga $-Q$ tem a forma de um arco de circunferência de raio r e ângulo central 120° ; o ponto P é o centro de curvatura da barra. (b)-(c) Um elemento de carga na parte superior da barra, de comprimento ds e coordenada angular θ , cria um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P . (d) Um elemento ds' , simétrico a ds em relação ao eixo x , cria um campo $d\vec{E}'$ no ponto P com o mesmo módulo. (e)-(f) O ângulo $d\theta$ subtende um arco de comprimento ds .

Táticas para a Solução de Problemas

Como Lidar com Linhas de Cargas

Vamos apresentar agora um método geral para calcular o campo elétrico \vec{E} produzido em um ponto P por uma linha, retilínea ou circular, com uma distribuição uniforme de cargas. O método consiste em escolher um elemento de carga dq , calcular o campo $d\vec{E}$ produzido por esse elemento e integrar $d\vec{E}$ para toda a linha.

1º passo. Se a linha de cargas for circular, tome o comprimento do elemento de carga como ds , o comprimento de um arco elementar. Se a linha for retilínea, suponha que coincide com o eixo x e tome o comprimento do elemento de carga como dx . Assinale o elemento em um esboço da linha de cargas.

2º passo. Relacione a carga dq do elemento ao comprimento do elemento usando a equação $dq = \lambda ds$ (se a linha for circular) ou a equação $dq = \lambda dx$ (se a linha for retilínea). Considere dq e λ positivos, mesmo que a carga seja negativa. (O sinal da carga será levado em consideração no próximo passo.)

3º passo. Determine o campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P pela carga dq usando a Eq. 22-3, substituindo q nessa equação por λds ou λdx . Se a carga da linha for positiva, desenhe o vetor $d\vec{E}$ com a origem no ponto P e apontando para longe de dq ; se for negativo, desenhe o vetor com a origem no ponto P e apontando na direção de dq .

4º passo. Preste atenção na simetria do problema. Se P estiver em um eixo de simetria da distribuição de cargas, determine as componentes do campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P pela carga dq nas direções paralela e perpendicular ao eixo de simetria e considere um segundo elemento de carga dq' situado simetricamente em relação a dq . Determine o campo $d\vec{E}'$ produzido pelo elemento de carga dq' e suas componentes. Uma das componentes do campo produzido por dq será uma *componente subtrativa*; essa componente é cancelada por uma componente produzida por dq' e não precisa ser considerada. A outra componente produzida por dq será uma *componente aditiva*; ela se soma a uma componente produzida por dq' . Some (por integração) as componentes aditivas de todos os elementos de carga.

5º passo. Seguem quatro tipos gerais de distribuição uniforme de cargas, com sugestões para simplificar a integral do 4º passo.

Anel, com o ponto P no eixo (central) de simetria, como na Fig. 22-10. Na expressão de dE , substitua r^2 por $z^2 + R^2$, como na Eq. 22-12. Expresse a componente aditiva de $d\vec{E}$ em termos de θ . Isso introduz um fator $\cos \theta$, mas θ é o mesmo para todos os elementos e, portanto, não constitui uma variável. Substitua $\cos \theta$ por seu valor, como na Eq. 22-13, e integre em relação a s ao longo da circunferência do anel.

Arco de circunferência, com o ponto P no centro de curvatura, como na Fig. 22-11. Expresse a componente aditiva de $d\vec{E}$ em termos de θ . Isso introduz um fator $\sin \theta$ ou $\cos \theta$. Reduza as variáveis s e θ a uma única variável, θ , substituindo ds por $r d\theta$. Integre em relação a θ , como no Exemplo 22-3, de uma extremaidade do arco até a extremidade oposta.

Segmento de reta, com o ponto P em um prolongamento da linha de cargas, como na Fig. 22-12a. Na expressão de dE , substitua r por x . Integre em relação a x de uma extremidade do segmento de reta até a extremidade oposta.

Segmento de reta, com o ponto P a uma distância perpendicular y da linha de cargas, como na Fig. 22-12b. Na expressão de dE , substitua r por uma função de x e y . Se o ponto P estiver na mediatriz da linha de cargas, determine uma expressão para a componente aditiva de $d\vec{E}$. Isso introduz um fator $\sin \theta$ ou $\cos \theta$. Reduza as variáveis x e θ a uma única variável, x , substituindo a função trigonométrica por uma expressão (a definição da função) envolvendo x e y . Integre em relação a x de uma extremidade do segmento de reta até a extremidade oposta. Se P não estiver em um eixo de simetria, como na Fig. 22-12c, escreva uma integral para somar as componentes de dE_x e integre em relação a x para obter E_x . Escreva também uma integral para somar as componentes de dE_y e integre em relação a y para obter E_y . Use as componentes E_x e E_y da forma usual para determinar o módulo E e a orientação de \vec{E} .

6º passo. Uma ordem dos limites de integração leva a um resultado positivo; a ordem inversa leva ao mesmo resultado, com sinal negativo. Ignore o sinal negativo. Se o resultado for pedido em termos da carga total Q da distribuição, substitua λ por Q/L , onde L é o comprimento da distribuição. No caso de um anel, L é a circunferência do anel.

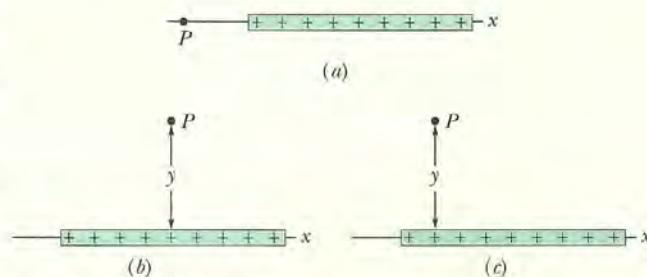
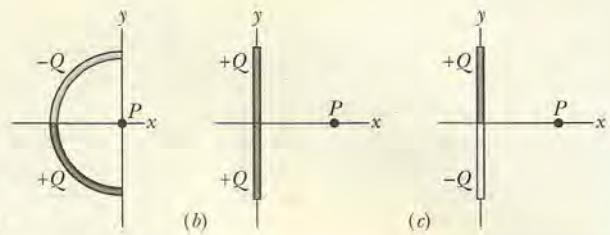


Figura 22-12 (a) O ponto P está no prolongamento da linha de cargas. (b) O ponto P está na mediatriz da linha de cargas, a uma distância perpendicular y da linha de cargas. (c) O ponto P não está em um eixo de simetria.

 **TESTE 2**

A figura mostra três barras não condutoras, uma circular e duas retílineas. Todas possuem uma carga de módulo Q na parte superior e uma carga de módulo Q na parte inferior. Qual é a orientação do campo elétrico total no ponto P para cada barra?



22-7 Campo Elétrico Produzido por um Disco Carregado

A Fig. 22-13 mostra um disco circular de plástico, de raio R , com uma distribuição uniforme de cargas positivas σ na superfície superior (veja a Tabela 22-2). Qual é o campo elétrico no ponto P , situado no eixo central a uma distância z do disco?

A ideia é dividir o disco em anéis concêntricos elementares e calcular o campo elétrico no ponto P somando (ou seja, integrando) as contribuições de todos os anéis. A Fig. 22-13 mostra um anel elementar de raio r e largura radial dr . Como σ é a carga por unidade de área, a carga do anel é dada por

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr), \quad (22-22)$$

em que dA é a área do anel elementar.

O problema do campo elétrico produzido por um anel de cargas já foi resolvido. Substituindo na Eq. 22-16 q por dq da Eq. 22-22 e R por r , obtemos uma expressão para o campo elétrico dE produzido no ponto P pelo anel elementar de cargas:

$$dE = \frac{z\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}},$$

que pode ser escrito na forma

$$dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \frac{2r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}. \quad (22-23)$$

Podemos agora calcular E integrando a Eq. 22-23 para toda a superfície do disco, ou seja, integrando em relação à variável r de $r = 0$ a $r = R$. Note que z permanece constante durante o processo. Temos:

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr. \quad (22-24)$$

Para resolver a integral, basta colocá-la na forma $\int X^m dX$ fazendo $X = (z^2 + r^2)$, $m = -3/2$ e $dX = (2r) dr$. Usando a relação

$$\int X^m dX = \frac{X^{m+1}}{m+1},$$

a Eq. 22-24 se torna

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}} \right]_0^R. \quad (22-25)$$

Tomando os limites da Eq. 22-25 e reagrupando os termos, obtemos

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{disco carregado}) \quad (22-26)$$

como o módulo do campo elétrico produzido por um disco circular carregado em pontos do eixo central. (Ao executar a integração, supusemos que $z \geq 0$.)

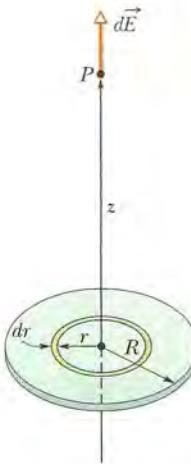


Figura 22-13 Um disco de raio R com uma distribuição uniforme de cargas positivas. O anel mostrado na figura tem raio r , largura radial dr e cria um campo elétrico dE no ponto P , situado no eixo central do disco.

Fazendo $R \rightarrow \infty$ e mantendo z finito, o segundo termo do fator entre parênteses da Eq. 22-26 tende a zero e a equação se reduz a

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{placa infinita}) \quad (22-27)$$

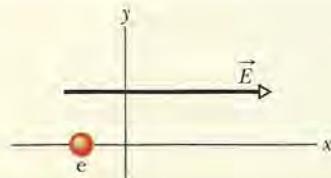
que é o campo elétrico produzido por uma distribuição uniforme de cargas na superfície de uma placa de dimensões infinitas feita de um material não condutor, como plástico. As linhas de campo elétrico para essa situação são mostradas na Fig. 22-3.

Podemos também obter a Eq. 22-27 fazendo $z \rightarrow 0$ na Eq. 22-26 e mantendo R finito. Isso mostra que para pontos muito próximos do disco, o campo elétrico produzido pelo disco é o mesmo que seria produzido por um disco de raio infinito.



TESTE 3

- (a) Qual é, na figura, a orientação da força eletrostática que age sobre o elétron na presença do campo elétrico indicado? (b) Em que direção o elétron é acelerado se estava se movendo paralelamente ao eixo y antes de ser aplicado ao campo externo? (c) Se o elétron estava se movendo para a direita antes de ser aplicado ao campo externo, a velocidade aumenta, diminui ou permanece constante quando o campo é aplicado?



22-8 Uma Carga Pontual em um Campo Elétrico

Nas últimas quatro seções, trabalhamos na primeira das duas tarefas a que nos propusemos: dada uma distribuição de cargas, determinar o campo elétrico produzido nas vizinhanças. Vamos agora começar a segunda tarefa: determinar o que acontece com uma partícula carregada quando está na presença de um campo elétrico produzido por cargas estacionárias ou que estejam se movendo lentamente.

O que acontece é que a partícula é submetida a uma força eletrostática dada por

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad (22-28)$$

em que q é a carga da partícula (incluindo o sinal) e \vec{E} é o campo elétrico produzido pelas outras cargas na posição da partícula. (O campo *não inclui* o campo produzido pela própria partícula; para distinguir os dois campos, o campo que age sobre a partícula na Eq. 22-28 é muitas vezes chamado de *campo externo*. Uma partícula ou objeto carregado não é afetado por seu próprio campo elétrico.) De acordo com a Eq. 22-28,



A força eletrostática \vec{F} que age sobre uma partícula carregada submetida a um campo elétrico \vec{E} tem o mesmo sentido que \vec{E} se a carga q da partícula for positiva e o sentido oposto se a carga q for negativa.

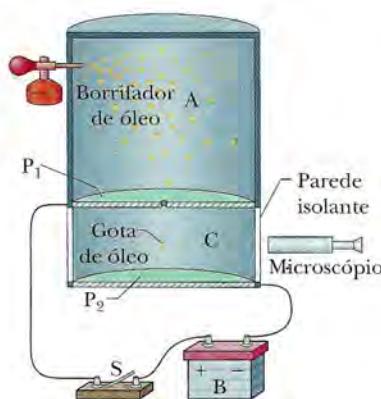


Figura 22-14 Representação esquemática do equipamento usado por Millikan para medir a carga elementar e . Quando uma gota de óleo eletricamente carregada penetra na câmara C através de um orifício na placa P_1 , o movimento da gota pode ser controlado fechando e abrindo uma chave S e assim criando e eliminando um campo elétrico na câmara C. O microscópio foi usado para observar a gota e medir sua velocidade.

Medindo a Carga Elementar

A Eq. 22-28 desempenhou um papel importante na medição da carga elementar e , realizada pelo físico americano Robert A. Millikan em 1910–1913. A Fig. 22-14 é uma representação esquemática do equipamento usado por Millikan. Quando gotículas de óleo são borrifadas na câmara A, algumas adquirem uma carga elétrica, positiva ou negativa. Considere uma gota que atravessa um pequeno orifício na placa P_1 e penetra na câmara C. Suponha que a gota possui uma carga negativa q .

Enquanto a chave S da Fig. 22-14 está aberta, como na figura, a bateria B não tem nenhuma influência sobre a câmara C e a gota cai por efeito da gravidade. Quando a chave é fechada (ou seja, quando o terminal positivo da bateria é ligado à placa C), a bateria faz com que uma carga positiva se acumule na placa condutora P_1 e uma

carga negativa se acumule na placa condutora P_2 . As placas criam um campo elétrico \vec{E} na câmara C dirigido verticalmente para baixo. De acordo com a Eq. 22-28, o campo exerce uma força eletrostática sobre qualquer gota carregada que penetre na câmara C, afetando seu movimento. Em particular, nossa gota negativamente carregada tende a se mover para cima.

Observando o movimento das gotas de óleo com a chave aberta e com a chave fechada e usando a diferença para calcular o valor da carga q de cada gota, Millikan descobriu que os valores de q eram sempre dados por

$$q = ne, \text{ para } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (22-29)$$

em que e é a constante que mais tarde foi chamada de *carga elementar* e tem o valor de $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$. O experimento de Millikan constitui uma prova convincente de que a carga elétrica é quantizada; o cientista recebeu o Prêmio Nobel de física de 1923 em parte por esse trabalho. Atualmente, são usados outros métodos para medir a carga elementar, mais precisos que o utilizado nos experimentos pioneiros de Millikan.

Impressoras Jato de Tinta

A necessidade de impressoras mais rápidas e de alta resolução levou os fabricantes a procurar alternativas para a impressão por impacto usada nas antigas máquinas de escrever. Uma das soluções encontradas foi o emprego de campos elétricos para controlar o movimento de pequenas gotas de tinta. Alguns modelos de impressoras jato de tinta utilizam este sistema.

A Fig. 22-15 mostra uma gota de tinta negativamente carregada que se move entre duas placas defletoras usadas para criar um campo elétrico uniforme, dirigido para baixo. De acordo com a Eq. 22-28, a gota é desviada para cima e atinge o papel em uma posição que depende do módulo de \vec{E} e da carga q da gota.

Na prática, o valor de E é mantido constante e a posição da gota é determinada pela carga q fornecida à gota por uma unidade de carregamento pela qual a gota passa antes de entrar no sistema de deflexão. A unidade de carregamento, por sua vez, é controlada por sinais eletrônicos que definem o texto ou desenho a ser impresso.

Ruptura Dielétrica e Centelhamento

Quando o módulo do campo elétrico no ar excede um valor crítico E_c , o ar sofre uma *ruptura dielétrica*, processo no qual o campo arranca elétrons de átomos do ar. Com isso, o ar se torna um condutor de corrente elétrica, já que os elétrons arrancados são postos em movimento pelo campo. Ao se moverem, esses elétrons colidem com outros átomos do ar, fazendo com que emitam luz. Podemos ver o caminho percorrido pelos elétrons graças à luz emitida, que recebe o nome de centelha. A Fig. 22-16 mostra as centelhas que aparecem na extremidade de condutores metálicos quando os campos elétricos produzidos pelos fios provocam a ruptura dielétrica do ar.

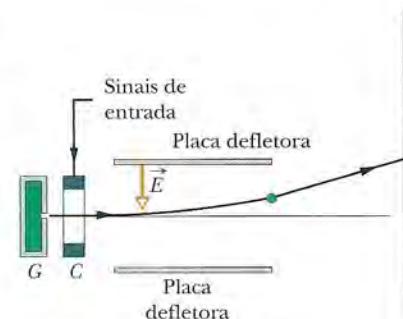


Figura 22-15 Representação esquemática de um tipo de impressora jato de tinta. Gotas de tinta são produzidas no gerador G e recebem uma carga na unidade de carregamento C . Um sinal elétrico proveniente de um computador controla a carga fornecida a cada gota q , e, portanto, o efeito de um campo constante \vec{E} sobre a gota e a posição em que a gota atinge o papel.



Figura 22-16 Centelhas aparecem na extremidade de condutores metálicos quando os campos elétricos produzidos pelos fios provocam a ruptura dielétrica do ar. (Adam Hart-Davis/Photo Researchers)

Exemplo

Movimento de uma partícula carregada na presença de um campo elétrico

A Fig. 22-17 mostra as placas defletoras de uma impressora jato de tinta, com eixos de coordenadas superpostos. Uma gota de tinta com uma massa m de $1,3 \times 10^{-10} \text{ kg}$ e uma carga negativa de valor absoluto $Q = 1,5 \times 10^{-13} \text{ C}$ penetra na região entre as placas, movendo-se inicialmente na direção do eixo x com uma velocidade $v_x = 18 \text{ m/s}$. O comprimento L de cada placa é 1,6 cm. As placas

estão carregadas e, portanto, produzem um campo elétrico em todos os pontos da região entre elas. Suponha que esse campo \vec{E} esteja dirigido verticalmente para baixo, seja uniforme e tenha um módulo de $1,4 \times 10^6 \text{ N/C}$. Qual é a deflexão vertical da gota ao deixar a região entre as placas? (A força gravitacional é pequena em comparação com a força eletrostática e pode ser desprezada.)

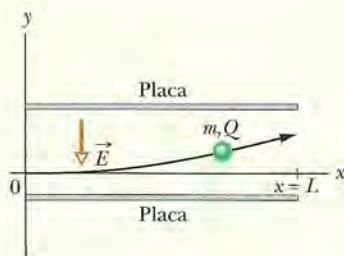


Figura 22-17 Uma gota de tinta de massa m e carga Q é desviada por um campo elétrico em uma impressora jato de tinta.

IDEIA-CHAVE

A gota está negativamente carregada e o campo elétrico está dirigido *para baixo*. De acordo com a Eq. 22-28, a gota é submetida a uma força eletrostática constante de módulo QE , dirigida *para cima*. Assim, ao mesmo tempo que se desloca paralelamente ao eixo x com velocidade constante v_x , a gota é acelerada para cima com uma aceleração constante a_y .

Cálculos Aplicando a segunda lei de Newton ($F = ma$) às componentes y da força e da aceleração, temos:

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m}. \quad (22-30)$$

Seja t o tempo necessário para que a gota passe pela região entre as placas. Durante esse intervalo, os deslocamentos vertical e horizontal da gota são

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \text{e} \quad L = v_x t, \quad (22-31)$$

respectivamente. Eliminando t nas duas equações e substituindo a_y por seu valor, dado pela Eq. 22-30, obtemos:

$$\begin{aligned} y &= \frac{QEL^2}{2mv_x^2} \\ &= \frac{(1,5 \times 10^{-13} \text{ C})(1,4 \times 10^6 \text{ N/C})(1,6 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(1,3 \times 10^{-10} \text{ kg})(18 \text{ m/s})^2} \\ &= 6,4 \times 10^{-4} \text{ m} \\ &= 0,64 \text{ mm.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

22-9 Um Dipolo em um Campo Elétrico

Definimos o momento dipolar elétrico \vec{p} de um dipolo elétrico como um vetor que aponta da carga negativa para a carga positiva do dipolo. Como veremos, o comportamento de um dipolo na presença de um campo elétrico externo \vec{E} pode ser totalmente descrito em termos dos vetores \vec{E} e \vec{p} , sem necessidade de levar em conta a estrutura detalhada do dipolo.

Uma molécula de água (H_2O) se comporta como um dipolo elétrico; a Fig. 22-18 mostra a razão. Na figura, os pontos representam o núcleo de oxigênio (com oito prótons) e os dois núcleos de hidrogênio (com um próton cada um). As áreas coloridas representam as regiões em que os elétrons da molécula podem ser encontrados.

Na molécula de água, os dois átomos de hidrogênio e o átomo de oxigênio não estão alinhados, mas formam um ângulo de aproximadamente 105° , como mostra a Fig. 22-18. Em consequência, a molécula possui um “lado do oxigênio” e um “lado do hidrogênio”. Além disso, os 10 elétrons da molécula tendem a permanecer mais tempo nas proximidades do núcleo de oxigênio que nas proximidades dos núcleos de hidrogênio. Isso torna o lado do oxigênio ligeiramente mais negativo que o lado do hidrogênio e dá origem a um momento dipolar elétrico \vec{p} alinhado com o eixo de simetria da molécula, como mostra a figura. Quando a molécula de água é submetida a um campo elétrico externo, ela se comporta como o dipolo elétrico mais abstrato da Fig. 22-8.

Para investigar esse comportamento, suponha que o dipolo é submetido a um campo elétrico externo uniforme \vec{E} , como na Fig. 22-19a. Vamos supor que o dipolo é uma estrutura rígida formada por duas cargas de sinais opostos, de valor absoluto q , separadas por uma distância d . O momento dipolar \vec{p} faz um ângulo θ com o campo \vec{E} .

As duas extremidades do dipolo estão sujeitas a forças eletrostáticas. Como o campo elétrico é uniforme, as forças têm sentidos opostos (como mostra a Fig. 22-19a) e o mesmo módulo $F = qE$. Assim, *como o campo é uniforme*, a força total a que está submetido o dipolo é nula e o centro da massa do dipolo não se move. Entretanto, as forças que agem sobre as extremidades do dipolo produzem um tor-



Figura 22-18 Uma molécula de H_2O , mostrando os três núcleos (representados por pontos) e as regiões ocupadas pelos elétrons. O momento dipolar elétrico \vec{p} aponta do lado do oxigênio (negativo) para o lado dos hidrogênios (positivo) da molécula.

que $\vec{\tau}$ em relação ao centro de massa. O centro de massa está na reta que liga as cargas, a uma distância x de uma das cargas e, portanto, a uma distância $d - x$ da outra. De acordo com a Eq. 10-39 ($\tau = rF \sin \phi$), podemos escrever o módulo do torque total $\vec{\tau}$ como

$$\tau = Fx \sin \theta + F(d - x) \sin \theta = Fd \sin \theta. \quad (22-32)$$

Podemos também escrever o módulo de $\vec{\tau}$ em termos dos módulos do campo elétrico E e do momento dipolar $p = qd$. Para isso, substituímos F por qE e d por p/q na Eq. 22-32, o que nos dá

$$\tau = pE \sin \theta. \quad (22-33)$$

Podemos generalizar essa equação para a forma vetorial e escrever

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (\text{torque em um dipolo}). \quad (22-34)$$

Os vetores \vec{p} e \vec{E} estão representados na Fig. 22-19b. O torque aplicado ao dipolo tende a fazer girar o vetor \vec{p} (e, portanto, o dipolo) na direção do campo \vec{E} , diminuindo o valor de θ . Na situação mostrada na Fig. 22-19, a rotação é no sentido horário. Como foi discutido no Capítulo 10, para indicar que um torque produz uma rotação no sentido horário, acrescentamos um sinal negativo ao módulo do torque. Usando essa convenção, o torque da Fig. 22-19 é

$$\tau = -pE \sin \theta. \quad (22-35)$$

Energia Potencial de um Dipolo Elétrico

Uma energia potencial pode ser associada à orientação de um dipolo elétrico em relação a um campo elétrico. A energia potencial do dipolo é mínima quando o momento \vec{p} está alinhado com o campo \vec{E} (nesse caso, $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = 0$). A energia potencial é maior para todas as outras orientações. Sob esse aspecto, o dipolo é como um pêndulo, para o qual a energia potencial é mínima em uma orientação específica, aquela em que o peso se encontra no ponto mais baixo da trajetória. Para fazer com que o dipolo ou o pêndulo assuma qualquer outra orientação, é preciso usar um agente externo.

Em qualquer problema que envolva energia potencial, temos liberdade para definir a situação em que a energia potencial é nula, já que são apenas as diferenças de energia potencial que possuem realidade física. No caso da energia potencial de um dipolo na presença de um campo elétrico, as equações se tornam mais simples quando definimos que a energia potencial é nula quando o ângulo θ da Fig. 22-19 é 90° . Nesse caso, podemos calcular a energia potencial U do dipolo para qualquer outro valor de θ usando a Eq. 8-1 ($\Delta U = -W$) e calculando o trabalho W executado pelo campo sobre o dipolo quando o dipolo gira da posição de 90° para a posição θ . Usando a Eq. 10-53 ($W = \int \tau d\theta$) e a Eq. 22-35, é fácil mostrar que a energia potencial U para um ângulo θ qualquer é dada por

$$U = -W = - \int_{90^\circ}^{\theta} \tau d\theta = \int_{90^\circ}^{\theta} pE \sin \theta d\theta. \quad (22-36)$$

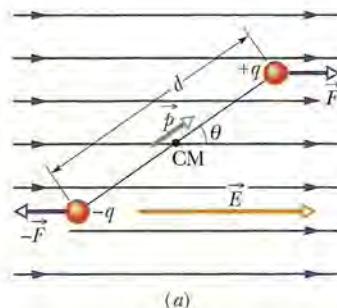
Resolvendo a integral, obtemos

$$U = -pE \cos \theta. \quad (22-37)$$

Podemos generalizar a Equação 22-37 para a forma vetorial e escrever

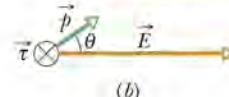
$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (\text{energia potencial de um dipolo}). \quad (22-38)$$

As Eqs. 22.37 e 22.38 mostram que a energia potencial do dipolo é mínima ($U = -pE$) para $\theta = 0$, situação em que \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam no mesmo sentido. A energia potencial é máxima ($U = pE$) para $\theta = 180^\circ$, situação em que \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam em sentidos opostos.



(a)

O torque tende a alinhar o dipolo com o campo.

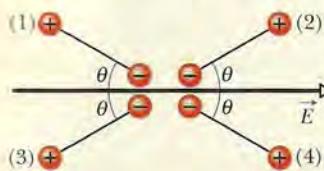


(b)

Figura 22-19 (a) Um dipolo elétrico na presença de um campo elétrico externo uniforme \vec{E} . Dois centros de cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos estão separados por uma distância d . A reta que liga as cargas representa o fato de que a distância entre elas se mantém constante. (b) O campo \vec{E} aplica um torque $\vec{\tau}$ ao dipolo. A direção de $\vec{\tau}$ é para dentro do papel, o que está representado na figura pelo símbolo \otimes .

**TESTE 4**

A figura mostra quatro orientações de um dipolo elétrico em relação a um campo elétrico externo. Coloque as orientações na ordem (a) do módulo do torque a que está submetido o dipolo e (b) da energia potencial do dipolo, começando pelo maior valor.



Quando um dipolo gira de uma orientação θ_i para uma orientação θ_f , o trabalho W realizado pelo campo elétrico sobre o dipolo é dado por

$$W = -\Delta U = -(U_f - U_i), \quad (22-39)$$

em que U_f e U_i podem ser calculadas usando a Eq. 22-38. Se a mudança de orientação é causada por um torque aplicado (normalmente considerado um agente externo), o trabalho W_a realizado pelo torque sobre o dipolo é o negativo do trabalho realizado pelo campo sobre o dipolo, ou seja,

$$W_a = -W = (U_f - U_i). \quad (22-40)$$

Forno de Micro-ondas

O fato de que as moléculas de água são dipolos elétricos é essencial para o funcionamento de um forno de micro-ondas. Quando o forno é ligado, uma fonte de micro-ondas produz um campo elétrico alternado \vec{E} no interior do forno, ao qual são submetidas as moléculas de água do alimento que colocamos no forno. De acordo com a Eq. 22-34, o campo elétrico \vec{E} aplica um torque ao momento dipolar elétrico \vec{p} que tende a alinhar \vec{p} com \vec{E} . Como o campo \vec{E} é alternado, as moléculas de água mudam constantemente de orientação, tentando alinhar-se com \vec{E} .

A energia do campo elétrico é transferida para a energia térmica da água (e, portanto, do alimento) nos locais em que três moléculas de água se uniram para formar um grupo. A agitação produzida pelo campo elétrico separa essas moléculas. Quando as moléculas tornam a se unir, a energia da ligação é transferida para um movimento aleatório do grupo e, em seguida, para as moléculas vizinhas. Em pouco tempo, a energia térmica da água é suficiente para cozinhar o alimento. Às vezes esse tipo de aquecimento é traçoeiro. Se você esquenta uma rosquinha recheada com geleia, por exemplo, a geleia (que contém muita água) se aquece muito mais que a massa da rosquinha (que contém menos água). Embora a parte de fora da rosquinha esteja quase fria, a geleia pode estar suficientemente quente para queimar a boca se você não tomar cuidado ao dar a primeira dentada. Se as moléculas de água não fossem dipolos elétricos, não haveria fornos de micro-ondas.

Exemplo**Torque e energia de um dipolo elétrico em um campo elétrico**

Uma molécula de água (H_2O) neutra no estado de vapor tem um momento dipolar elétrico cujo módulo é $6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$.

- (a) Qual é a distância entre o centro das cargas positivas e o centro das cargas negativas da molécula?

IDEIA-CHAVE

O momento dipolar de uma molécula depende do valor absoluto q da carga positiva ou negativa da molécula e da distância d entre as cargas.

Cálculos Como uma molécula neutra de água possui 10 elétrons e 10 prótons, o módulo do momento dipolar é dado por

$$p = qd = (10e)(d),$$

em que d é a distância que queremos determinar e e é a carga elementar. Assim, temos:

$$d = \frac{p}{10e} = \frac{6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}}{(10)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} = 3,9 \times 10^{-12} \text{ m} = 3,9 \text{ pm.} \quad (\text{Resposta})$$

Essa distância é menor do que o raio do átomo de hidrogênio.

- (b) Se a molécula é submetida a um campo elétrico de $1,5 \times 10^4 \text{ N/C}$, qual é o máximo torque que o campo elétrico pode exercer sobre a molécula? (Um campo com essa intensidade pode facilmente ser produzido em laboratório.)

IDEIA-CHAVE

O torque exercido por um campo elétrico sobre um dipolo é máximo quando o ângulo θ entre \vec{p} e \vec{E} é 90° .

Cálculo Fazendo $\theta = 90^\circ$ na Eq. 22-33, obtemos

$$\begin{aligned}\tau &= pE \sin \theta \\ &= (6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1,5 \times 10^4 \text{ N/C})(\sin 90^\circ) \\ &= 9,3 \times 10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m.} \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

(c) Que trabalho deve ser realizado por um *agente externo* para fazer a molécula girar de 180° na presença deste campo, partindo da posição em que a energia potencial é mínima, $\theta = 0^\circ$?

IDEIA-CHAVE

O trabalho realizado por um agente externo (através de um torque aplicado à molécula) é igual à variação

da energia potencial da molécula devido à mudança de orientação.

Cálculo De acordo com a Eq. 22-40, temos:

$$\begin{aligned}W_a &= U_{180^\circ} - U_0 \\ &= (-pE \cos 180^\circ) - (-pE \cos 0) \\ &= 2pE = (2)(6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1,5 \times 10^4 \text{ N/C}) \\ &= 1,9 \times 10^{-25} \text{ J.} \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

REVISÃO E RESUMO

Campo Elétrico Uma forma de explicar a força eletrostática entre duas cargas é supor que uma carga produz um campo elétrico no espaço em volta. A força eletrostática que age sobre uma das cargas é atribuída ao campo elétrico produzido pela outra carga na posição da primeira.

Definição de Campo Elétrico O campo elétrico \vec{E} em qualquer ponto do espaço é definido em termos da força eletrostática \vec{F} que seria exercida em uma carga de prova positiva q_0 colocada nesse ponto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (22-1)$$

Linhas de Campo Elétrico As linhas de campo elétrico são usadas para visualizar a orientação e a intensidade dos campos elétricos. O vetor campo elétrico em qualquer ponto do espaço é tangente à linha de campo elétrico que passa por esse ponto. A densidade de linhas de campo elétrico em uma região do espaço é proporcional ao módulo do campo elétrico nessa região. As linhas de campo elétrico começam em cargas positivas e terminam em cargas negativas.

Campo Produzido por uma Carga Pontual O módulo do campo elétrico \vec{E} produzido por uma carga pontual q a uma distância r da carga é dado por

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (22-3)$$

O sentido de \vec{E} é para longe da carga pontual se a carga é positiva e na direção da carga se a carga é negativa.

Campo Produzido por um Dipolo Elétrico Um dipolo elétrico é formado por duas partículas com cargas de mesmo valor absoluto q e sinais opostos, separadas por uma pequena distância d . O momento dipolar elétrico \vec{p} de um dipolo tem módulo qd e aponta da carga negativa para a carga positiva. O módulo do campo elétrico

produzido por um dipolo em um ponto distante do eixo do dipolo (reta que passa pelas duas cargas) é dado por

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}, \quad (22-9)$$

em que z é a distância entre o ponto e o centro do dipolo.

Campo Produzido por uma Distribuição Contínua de Cargas O campo elétrico produzido por uma *distribuição contínua de cargas* pode ser calculado tratando elementos de carga como cargas pontuais e somando, por integração, os campos elétricos produzidos por todos os elementos de carga.

Força Exercida por um Campo Elétrico sobre uma Carga Pontual

Quando uma carga pontual q é submetida a um campo elétrico externo \vec{E} produzido por outras cargas, a força eletrostática \vec{F} que age sobre a carga pontual é dada por

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (22-28)$$

A força \vec{F} tem o mesmo sentido que \vec{E} se a carga q for positiva e o sentido oposto se a carga q for negativa.

Força Exercida por um Campo Elétrico sobre um Dipolo

Quando um dipolo elétrico de momento dipolar \vec{p} é submetido a um campo elétrico \vec{E} , o campo exerce sobre o dipolo um torque $\vec{\tau}$ dado por

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad (22-34)$$

A energia potencial U do dipolo depende da orientação do dipolo em relação ao campo:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}. \quad (22-38)$$

A energia potencial é definida como nula ($U = 0$) quando \vec{p} é perpendicular a \vec{E} ; ela é mínima ($U = -pE$) quando \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam no mesmo sentido e máxima ($U = pE$) quando \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam em sentidos opostos.

P E R G U N T A S

- 1** A Fig. 22-20 mostra três configurações de campo elétrico, representadas por linhas de campo. Nas três configurações, um próton é liberado no ponto *A* a partir do repouso e acelerado pelo campo elétrico até o ponto *B*. A distância entre *A* e *B* é a mesma nas três configurações. Ordene as configurações de acordo com o módulo do momento linear do próton no ponto *B*, em ordem decrescente.

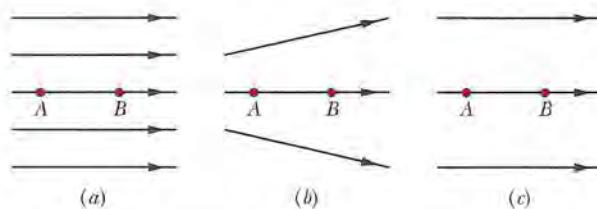


Figura 22-20 Pergunta 1.

- 2** A Fig. 22-21 mostra dois conjuntos de partículas carregadas em forma de quadrado. Os lados dos quadrados, cujo centro é o ponto *P*, não são paralelos. A distância entre as partículas situadas no mesmo lado é d ou $d/2$. Determine o módulo e a direção do campo elétrico total no ponto *P*.

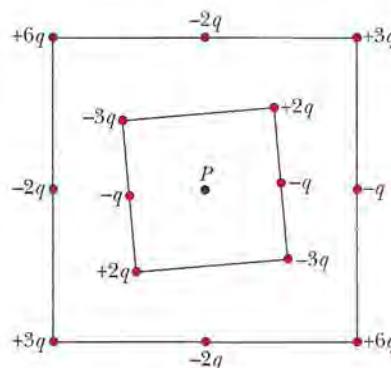


Figura 22-21 Pergunta 2.

- 3** Na Fig. 22-22, duas partículas de carga $-q$ estão dispostas simetricamente em relação ao eixo *y* e produzem campos elétricos em um ponto *P* situado no mesmo eixo. (a) Os módulos dos dois campos no ponto *P* são iguais? (b) Os campos apontam na direção das cargas ou para longe das cargas? (c) O módulo do campo elétrico total no ponto *P* é igual à soma dos módulos E dos campos elétricos produzidos pelas duas cargas (ou seja, é igual a $2E$)? (d) As componentes *x* dos campos produzidos pelas duas cargas se somam ou se cancelam? (e) As componentes *y* se somam ou se cancelam? (f) A direção do campo total no ponto *P* é a das componentes que se somam ou a das componentes que se cancelam? (g) Qual é a direção do campo total?

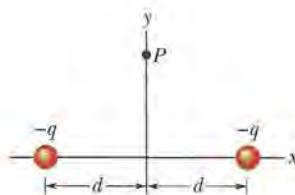


Figura 22-22 Pergunta 3.

- 4** A Fig. 22-23 mostra quatro sistemas nos quais quatro partículas carregadas estão uniformemente espaçadas à esquerda e à direita de um ponto central. Os valores das cargas estão indicados. Ordene os sistemas de acordo com o módulo do campo elétrico no ponto central, em ordem decrescente.

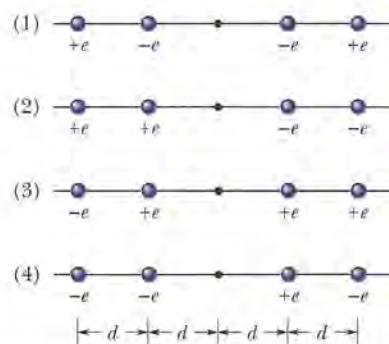


Figura 22-23 Pergunta 4.

- 5** A Fig. 22-24 mostra duas partículas carregadas mantidas fixas em um eixo. (a) Em que ponto do eixo (além do infinito) o campo elétrico é zero: à esquerda das cargas, entre as cargas ou à direita das cargas? (b) Existe algum ponto (além do infinito) *fora* do eixo em que o campo elétrico seja zero?



Figura 22-24 Pergunta 5.

- 6** Na Fig. 22-25, dois anéis circulares iguais, não condutores, têm os centros na mesma reta perpendicular aos planos dos anéis. Em três sistemas, as cargas uniformes dos anéis *A* e *B* são, respectivamente, (1) q_0 e q_0 ; (2) $-q_0$ e $-q_0$; (3) $-q_0$ e q_0 . Ordene os sistemas de acordo com o módulo do campo elétrico total (a) no ponto *P*₁, a meio caminho entre os anéis; (b) no ponto *P*₂, no centro do anel *B*; (c) no ponto *P*₃, à direita do anel *B*, em ordem decrescente.

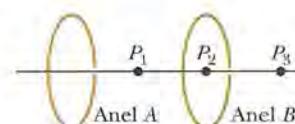


Figura 22-25 Pergunta 6.

- 7** As energias potenciais associadas a quatro orientações de um dipolo elétrico em relação a um campo elétrico são (1) $-5U_0$; (2) $-7U_0$; (3) $3U_0$; (4) $5U_0$, em que U_0 é uma constante positiva. Ordene as orientações de acordo (a) com o ângulo entre o momento dipolar \vec{p} e o campo elétrico \vec{E} ; (b) com o módulo do torque exercido pelo campo sobre o dipolo, em ordem decrescente.

- 8** (a) No Teste 4, se o dipolo gira da orientação 1 para a orientação 2, o trabalho realizado pelo campo sobre o dipolo é positivo, negativo ou nulo? (b) Se o dipolo gira da orientação 1 para a orientação 4, o trabalho realizado pelo campo é maior, menor ou igual ao trabalho do item (a)?

- 9** A Fig. 22-26 mostra dois discos e um anel plano, todos com a mesma carga uniforme Q . Ordene os objetos de acordo com o módulo elétrico criado no ponto *P* (situado à mesma distância vertical nos três casos), em ordem decrescente.

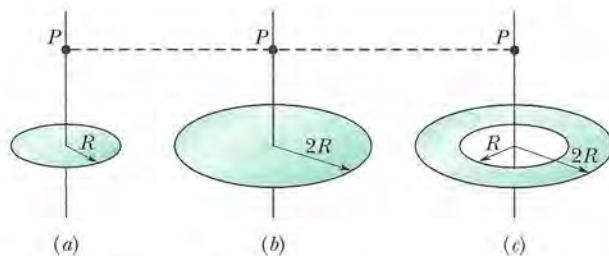


Figura 22-26 Pergunta 9.

- 10** Na Fig. 22-27, um elétron e atravessa um pequeno orifício da placa A e se dirige para a placa B. Um campo elétrico uniforme na região entre as placas desacelera o elétron sem mudar sua trajetória. (a) Qual é a direção do campo? (b) Quatro outras partículas também atravessam pequenos orifícios da placa A ou da placa B e se movem na região entre as placas. Três possuem cargas $+q_1$, $+q_2$ e $-q_3$. A quarta (n , na figura) é um nêutron, que é eletricamente neutro. A velocidade de cada uma das outras quatro partículas aumenta, diminui ou permanece a mesma na região entre as placas?

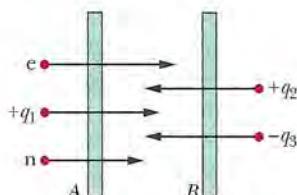


Figura 22-27 Pergunta 10.

- 11** Na Fig. 22-28a, uma barra de plástico circular, com uma carga elétrica uniforme $+Q$, produz um campo elétrico de módulo E no centro de curvatura da barra (situado na origem). Nas Figs. 22-28b, 22-28c e 22-28d, outras barras circulares, todas com a mesma forma e a mesma carga que a primeira, são acrescentadas até que a circunferência fique completa. Um quinto arranjo (que pode ser chamado de e) é semelhante ao arranjo d, exceto pelo fato de que a barra do quarto quadrante tem carga $-Q$. Ordene os cinco arranjos de acordo com o módulo do campo elétrico no centro de curvatura, em ordem decrescente.

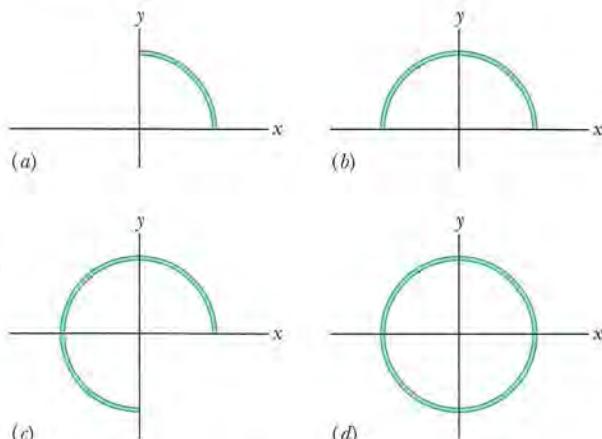


Figura 22-28 Pergunta 11.

PROBLEMAS

• — • O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Círculo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 22-3 Linhas de Campo Elétrico

- 1** Faça um esboço das linhas de campo elétrico entre duas cascas esféricas condutoras concêntricas e do lado de fora da casca de maior raio supondo que existe uma carga positiva uniforme q_1 na casca de menor raio e uma carga negativa uniforme $-q_2$ na casca de maior raio. Considere os casos $q_1 > q_2$, $q_1 = q_2$ e $q_1 < q_2$.
- 2** Na Fig. 22-29, as linhas de campo elétrico do lado esquerdo têm uma separação duas vezes maior que as linhas do lado direito. (a) Se o módulo do campo elétrico no ponto A é 40 N/C, qual é o módulo da força a que é submetido um próton no ponto A? (b) Qual é o módulo do campo elétrico no ponto B?

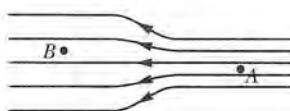


Figura 22-29 Problema 2.

Seção 22-4 Campo Elétrico Produzido por uma Carga Pontual

- 3** O núcleo de um átomo de plutônio 239 contém 94 prótons. Suponha que o núcleo é uma esfera com 6,64 fm de raio e que a carga dos prótons está distribuída uniformemente na esfera. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora) do campo elétrico produzido pelos prótons na superfície do núcleo.

- 4** Duas partículas são mantidas fixas no eixo x: a partícula 1, de carga $-2,00 \times 10^{-7}$ C, no ponto $x = 6,00$ cm, e a partícula 2, de carga $+2,00 \times 10^{-7}$ C, no ponto $x = 21,0$ cm. Qual é o campo elétrico total a meio caminho entre as partículas, em termos dos vetores unitários?
- 5** Qual é o módulo de uma carga pontual cujo campo elétrico a 50 cm de distância tem um módulo de 2,0 N/C?
- 6** Qual é o módulo de uma carga pontual capaz de criar um campo elétrico de 1,00 N/C em um ponto a 1,00 m de distância?
- 7** Na Fig. 22-30, as quatro partículas formam um quadrado de lado $a = 5,00$ cm e têm cargas $q_1 = +10,0$ nC, $q_2 = -20,0$ nC, $q_3 = +20,0$ nC e $q_4 = -10,0$ nC. Qual é o campo elétrico no centro do quadrado, em termos dos vetores unitários?

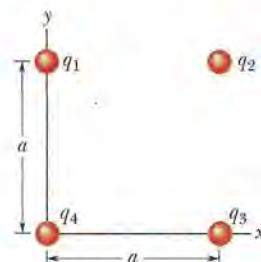


Figura 22-30 Problema 7.

- 8** Na Fig. 22-31, as quatro partículas são mantidas fixas e têm cargas $q_1 = q_2 = +5e$, $q_3 = +3e$ e $q_4 = -12e$. A distância $d = 5,0 \mu\text{m}$. Qual é o módulo do campo elétrico no ponto P ?

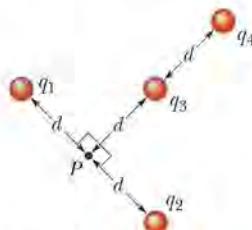


Figura 22-31 Problema 8.

- 9** A Fig. 22-32 mostra duas partículas carregadas fixas no eixo x : $-q = -3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$, no ponto $x = -3,00 \text{ m}$, e $q = 3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$, no ponto $x = +3,00 \text{ m}$. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico no ponto P , para o qual $y = 4,00 \text{ m}$.

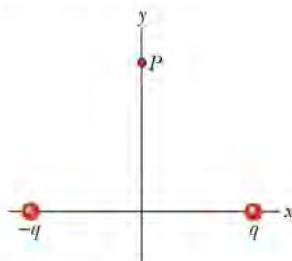


Figura 22-32 Problema 9.

- 10** A Fig. 22-33a mostra duas partículas carregadas mantidas fixas no eixo x a uma distância L uma da outra. A razão q_1/q_2 entre os valores absolutos das cargas das duas partículas é 4,00. A Fig. 22-33b mostra a componente x , $E_{\text{tot},x}$, do campo elétrico no eixo x , à direita da partícula 2, em função de x . A escala do eixo x é definida por $x_s = 30,0 \text{ cm}$. (a) Para que valor de $x > 0$ o valor de $E_{\text{tot},x}$ é máximo? (b) Se a carga da partícula 2 é $-q_2 = -3e$, qual é o valor do campo máximo?

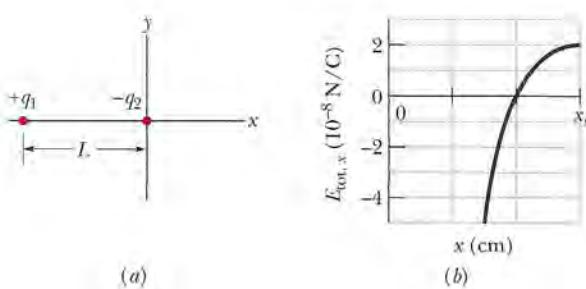


Figura 22-33 Problema 10.

- 11** Duas partículas são mantidas fixas sobre o eixo x : a partícula 1, de carga $q_1 = 2,1 \times 10^{-8} \text{ C}$, no ponto $x = 20 \text{ cm}$, e a partícula 2, de carga $q_2 = -4,00q_1$, no ponto $x = 70 \text{ cm}$. Em que ponto do eixo x o campo elétrico total é nulo?

- 12** A Fig. 22-34 mostra um arranjo irregular de elétrons (e) e prótons (p) em um arco de circunferência de raio $r = 2,00 \text{ cm}$, com ângulos $\theta_1 = 30,0^\circ$, $\theta_2 = 50,0^\circ$, $\theta_3 = 30,0^\circ$ e $\theta_4 = 20,0^\circ$. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico no centro do arco.

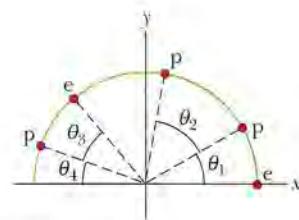


Figura 22-34 Problema 12.

- 13** A Fig. 22-35 mostra um próton (p) no eixo central de um disco com uma densidade uniforme de cargas devido a um excesso de elétrons. Três dos elétrons são mostrados na figura: o elétron e_c no centro do disco, e os elétrons e_s em extremidades opostas do disco, a uma distância R do centro. O próton se encontra inicialmente a uma distância $z = R = 2,00 \text{ cm}$ do disco. Com o próton nessa posição, determine o módulo (a) do campo elétrico \vec{E}_c produzido pelo elétron e_c e (b) do campo elétrico total $\vec{E}_{s,\text{tot}}$ produzido pelos elétrons e_s . O próton é transferido para o ponto $z = R/10,0$. Determine os novos valores (c) do módulo de \vec{E}_c e (d) do módulo de $\vec{E}_{s,\text{tot}}$. (e) Os resultados dos itens (a) e (c) mostram que o módulo de \vec{E}_c aumenta quando o próton se aproxima do disco. Por que, nas mesmas condições, o módulo de $\vec{E}_{s,\text{tot}}$ diminui, como mostram os resultados dos itens (b) e (d)?

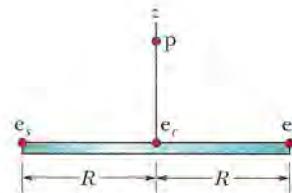


Figura 22-35 Problema 13.

- 14** Na Fig. 22-36, a partícula 1, de carga $q_1 = -5,00q$, e a partícula 2, de carga $q_2 = +2,00q$, são mantidas fixas no eixo x . (a) Em que ponto do eixo, em termos da distância L , o campo elétrico total é nulo? (b) Faça um esboço das linhas de campo elétrico.

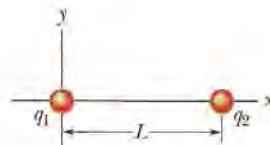


Figura 22-36 Problema 14.

- 15** Na Fig. 22-37, as três partículas são mantidas fixas no lugar e têm cargas $q_1 = q_2 = +e$ e $q_3 = +2e$. A distância $a = 6,00 \mu\text{m}$. Determine (a) o módulo e (b) a direção do campo elétrico no ponto P .

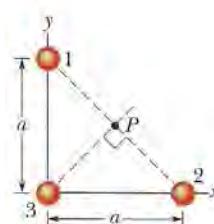


Figura 22-37 Problema 15.

- 16 A Fig. 22-38 mostra um anel de plástico de raio $R = 50,0$ cm. Duas pequenas contas coloridas estão sobre o anel: a conta 1, de carga $+2,00 \mu\text{C}$, que é mantida fixa na extremidade esquerda, e a conta 2, de carga $+6,00 \mu\text{C}$, que pode ser deslocada ao longo do anel. As duas contas produzem, juntas, um campo elétrico de módulo E no centro do anel. Determine (a) um valor positivo e (b) um valor negativo do ângulo θ para que $E = 2,00 \times 10^5 \text{ N/C}$.

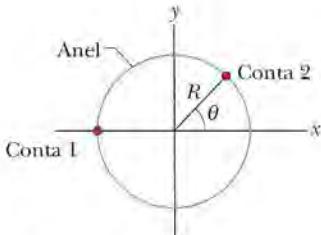


Figura 22-38 Problema 16.

- 17 Duas contas carregadas estão sobre o anel da Fig. 22-39a, que possui um raio $R = 60,0$ cm. A conta 2, que não aparece na figura, é mantida fixa. A conta 1 está inicialmente no eixo x , na posição $\theta = 0^\circ$, mas é deslocada para a extremidade oposta do anel, ou seja, para a posição $\theta = 180^\circ$, passando pelo primeiro e segundo quadrantes do sistema de coordenadas xy . A Fig. 22-39b mostra a componente x do campo elétrico produzido na origem pelas duas contas em função de θ e a Fig. 22-39c mostra a componente y do campo. As escalas dos eixos verticais são definidas por $E_{x0} = 5,0 \times 10^4 \text{ N/C}$ e $E_{y0} = -9,0 \times 10^4 \text{ N/C}$. (a) Qual é o ângulo θ da conta 2? Determine a carga (b) da conta 1 e (c) da conta 2.

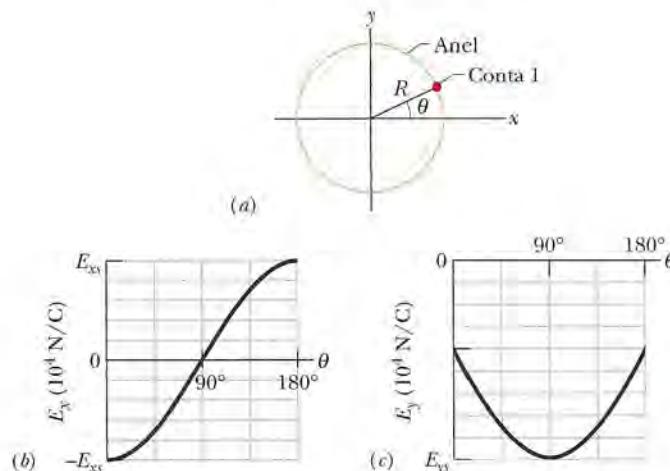


Figura 22-39 Problema 17.

Seção 22-5 Campo Elétrico Produzido por um Dipolo Elétrico

- 18 O campo elétrico de um dipolo elétrico em pontos do eixo do dipolo é dado aproximadamente pelas Eqs. 22-8 e 22-9. Se é feita uma expansão binomial da Eq. 22-7, qual é o termo seguinte da expressão do campo elétrico do dipolo em pontos do eixo do dipolo? Em outras palavras, qual é o valor de E_1 na expressão

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} + E_1?$$

- 19 A Fig. 22-40 mostra um dipolo elétrico. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo

elétrico produzido pelo dipolo em um ponto P situado a uma distância $r \gg d$.

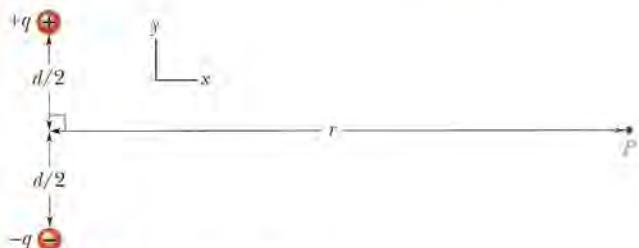


Figura 22-40 Problema 19.

- 20 As Eqs. 22-8 e 22-9 fornecem o valor aproximado do módulo do campo elétrico de um dipolo elétrico em pontos do eixo do dipolo. Considere um ponto P do eixo a uma distância $z = 5,00d$ do centro do dipolo, onde d é a distância entre as partículas que formam o dipolo. Seja E_{app} o valor aproximado do módulo do campo no ponto P , dado pelas Eqs. 22-8 e 22-9, e E_{ver} o valor verdadeiro do campo. Determine a razão $E_{\text{app}}/E_{\text{ver}}$.

- 21 *Quadrupolo elétrico.* A Fig. 22-41 mostra um quadrupolo elétrico formado por dois dipolos de mesmo módulo e sentidos opositos. Mostre que o valor de E em um ponto P do eixo do quadrupolo situado a uma distância z do centro (supondo $z \gg d$) é dado por

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4},$$

em que $Q (= 2qd^2)$ é chamado de *momento quadrupolar* da distribuição de cargas.

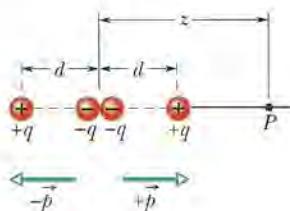


Figura 22-41

Seção 22-6 Campo Elétrico Produzido por uma Linha de Cargas

- 22 *Densidade, densidade, densidade.* (a) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente em um arco de circunferência de 4,00 cm de raio, que subtende um ângulo de 40° . Qual é a densidade linear de cargas do arco? (b) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente em uma das superfícies de um disco circular de 2,00 cm de raio. Qual é a densidade superficial de cargas da superfície? (c) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente na superfície de uma esfera de 2,00 cm de raio. Qual é a densidade superficial de cargas da superfície? (d) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente em uma esfera de 2,00 cm de raio. Qual é a densidade volumétrica de cargas da esfera?

- 23 A Fig. 22-42 mostra dois anéis não condutores paralelos, com o centro na mesma reta perpendicular aos planos dos anéis. O anel 1, de raio R , possui uma carga uniforme q_1 ; o anel 2, também de raio R , possui uma carga uniforme q_2 . Os anéis estão separados por uma distância $d = 3,00R$. O campo elétrico no ponto P da reta que passa pelos centros dos anéis, que está a uma distância R do anel 1, é zero. Calcule a razão q_1/q_2 .

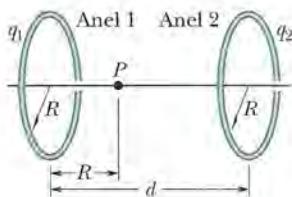


Figura 22-42 Problema 23.

••24 Uma barra fina não condutora, com uma distribuição uniforme de carga positiva Q , tem a forma de uma circunferência de raio R (Fig. 22-43). O eixo central do anel é o eixo z , com a origem no centro do anel. Determine o módulo do campo elétrico (a) no ponto $z = 0$ e (b) no ponto $z = \infty$. (c) Em termos de R , para que valor positivo de z o módulo do campo é máximo? (d) Se $R = 2,00\text{ cm}$ e $Q = 4,00\text{ }\mu\text{C}$, qual é o valor máximo do campo?

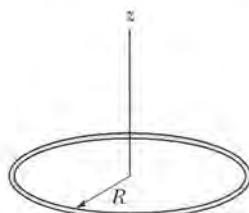


Figura 22-43 Problema 24.

••25 A Fig. 22-44 mostra três arcos de circunferência cujo centro está na origem de um sistema de coordenadas. Em cada arco, a carga uniformemente distribuída é dada em termos de $Q = 2,00\text{ }\mu\text{C}$. Os raios são dados em termos de $R = 10,0\text{ cm}$. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico na origem.

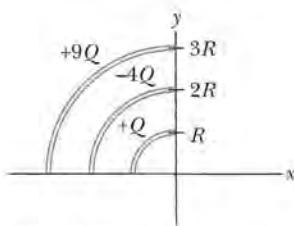


Figura 22-44 Problema 25.

••26 Na Fig. 22-45, uma barra fina de vidro forma uma semicircunferência de raio $r = 5,00\text{ cm}$. Uma carga $+q = 4,50\text{ pC}$ está distribuída uniformemente na parte superior da barra e uma carga $-q = -4,50\text{ pC}$ está distribuída uniformemente na parte inferior. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico \vec{E} no ponto P , situado no centro do semicírculo.

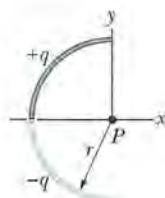


Figura 22-45 Problema 26.

••27 Na Fig. 22-46, duas barras curvas de plástico, uma de carga $+q$ e outra de carga $-q$, formam uma circunferência de raio $R = 8,50\text{ cm}$ no plano xy . O eixo x passa pelos dois pontos de ligação entre os arcos e a carga está distribuída uniformemente nos dois arcos. Se $q = 15,0\text{ pC}$, determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico \vec{E} no ponto P , situado no centro da circunferência.

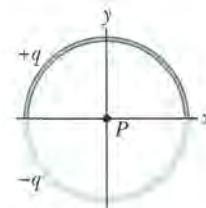


Figura 22-46 Problema 27.

••28 Um anel de raio $R = 2,40\text{ cm}$ de raio contém uma distribuição uniforme de cargas e o módulo do campo elétrico E resultante é medido ao longo do eixo central do anel (perpendicular ao plano do anel). A que distância do centro do anel o campo E é máximo?

••29 A Fig. 22-47a mostra uma barra não condutora com uma carga $+Q$ distribuída uniformemente. A barra forma uma semicircunferência de raio R e produz um campo elétrico de módulo E no centro de curvatura P . Se a barra é substituída por uma carga pontual situada a uma distância R do ponto P (Fig. 22-47b), qual é a razão entre o novo valor de E e o antigo valor?

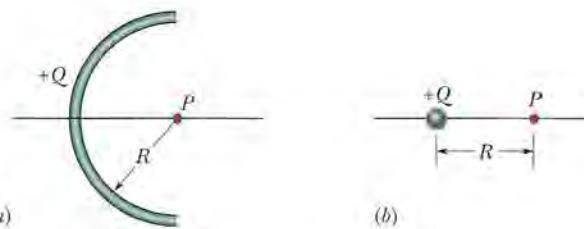


Figura 22-47 Problema 29.

••30 A Fig. 22-48 mostra dois anéis concêntricos, de raios R e $R' = 3,00R$, que estão no mesmo plano. O ponto P está no eixo central z , a uma distância $D = 2,00R$ do centro dos anéis. O anel menor possui uma carga uniformemente distribuída $+Q$. Em termos de Q , qual deve ser a carga uniformemente distribuída no anel maior para que o campo elétrico no ponto P seja nulo?

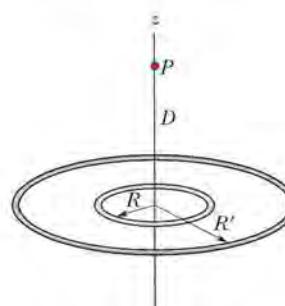


Figura 22-48 Problema 30.

••31 Na Fig. 22-49, uma barra não condutora de comprimento $L = 8,15\text{ cm}$ tem uma carga $-q = -4,23\text{ fC}$ uniformemente distri-

buída. (a) Qual é a densidade linear de cargas da barra? Determine (b) o módulo e (c) a direção (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico produzido no ponto P , situado no eixo x , a uma distância $a = 12,0$ cm da extremidade da barra. Determine o módulo do campo elétrico produzido em um ponto situado no eixo x , a uma distância $a = 50$ m do centro da barra, (d) pela barra e (e) por uma partícula de carga $-q = -4,23 \text{ fC}$ colocada no lugar anteriormente ocupado pelo centro da barra.

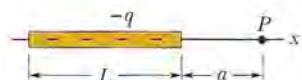


Figura 22-49 Problema 31.

***32 Na Fig. 22-50, uma carga positiva $q = 7,81 \text{ pC}$ está distribuída uniformemente em uma barra fina, não condutora, de comprimento $L = 14,5$ cm. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico produzido no ponto P , situado na mediatrix da barra, a uma distância $R = 6,00$ cm da barra.

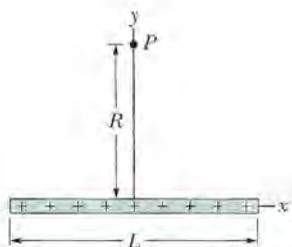


Figura 22-50 Problema 32.

***33 Na Fig. 22-51, uma barra não condutora "semi-infinita" (ou seja, infinita apenas em um sentido) possui uma densidade linear de cargas uniforme λ . Mostre que o campo elétrico \vec{E}_p no ponto P faz um ângulo de 45° com a barra e que o resultado não depende da distância R . (Sugestão: calcule separadamente as componentes de \vec{E}_p na direção paralela à barra e na direção perpendicular à barra.)

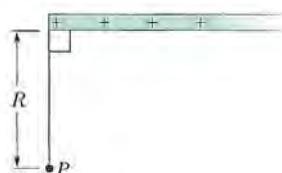


Figura 22-51 Problema 33.

Seção 22-7 Campo Elétrico Produzido por um Disco Carregado

•34 Um disco de $2,5$ cm de raio possui uma densidade superficial de cargas de $5,3 \mu\text{C}/\text{m}^2$ na superfície superior. Qual é o módulo do campo elétrico produzido pelo disco em um ponto do eixo central a uma distância $z = 12$ cm do centro do disco?

•35 A que distância ao longo do eixo de um disco de plástico uniformemente carregado de $0,600$ m de raio o módulo do campo elétrico é igual à metade do módulo do campo no centro do disco?

•36 Um disco circular de plástico de raio $R = 2,00$ cm tem uma carga uniformemente distribuída $Q = +(2,00 \times 10^{-6})e$ na superfície. Qual é a carga, em coulombs, de um anel circular de $30 \mu\text{m}$ de largura e raio médio $r = 0,50$ cm extraído do disco?

••37 Um engenheiro foi encarregado de projetar um dispositivo no qual um disco uniformemente carregado de raio R produz um campo elétrico. O módulo do campo é mais importante em um ponto P sobre o eixo do disco, a uma distância $2,00R$ do plano do disco (Fig. 22-52a). Para economizar material, decidiu-se substituir o disco por um anel com o mesmo raio externo R e um raio interno $R/2,00$ (Fig. 22-52b). O anel tem a mesma densidade superficial de cargas que o disco original. Qual é a redução percentual do módulo do campo elétrico no ponto P ?

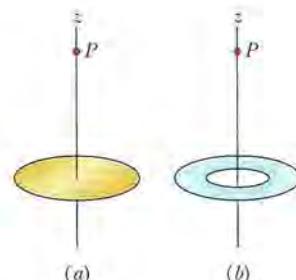


Figura 22-52 Problema 37.

••38 A Fig. 22-53a mostra um disco circular uniformemente carregado. O eixo central z é perpendicular ao plano do disco e a origem está no centro do disco. A Fig. 22-53b mostra o módulo do campo elétrico no eixo z em função do valor de z , em termos do valor máximo E_m do módulo do campo elétrico. A escala do eixo z é definida por $z_s = 8,0$ cm. Qual é o raio do disco?

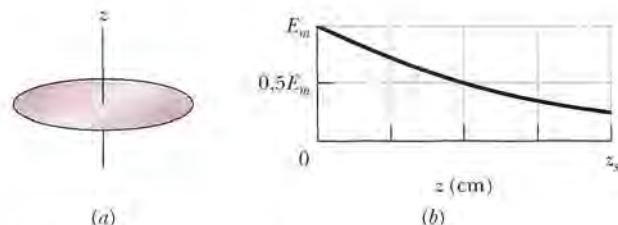


Figura 22-53 Problema 38.

Seção 22-8 Uma Carga Pontual em um Campo Elétrico

•39 No experimento de Millikan, uma gota de óleo com um raio de $1,64 \mu\text{m}$ e uma massa específica de $0,851 \text{ g/cm}^3$ permanece imóvel na câmara C (Fig. 22-14) quando um campo vertical de $1,92 \times 10^5 \text{ N/C}$ é aplicado. Determine a carga da gota em termos de e .

•40 Um elétron com uma velocidade de $5,00 \times 10^8 \text{ cm/s}$ entra em uma região em que existe um campo elétrico uniforme de $1,00 \times 10^3 \text{ N/C}$ e se move paralelamente ao campo, sendo desacelerado por este. Determine (a) a distância percorrida pelo elétron até inverter seu movimento; (b) o tempo necessário para que o elétron inverta seu movimento. (c) Se a região em que existe o campo tem $8,00 \text{ mm}$ de largura (uma distância insuficiente para que o elétron inverta seu movimento), que fração da energia cinética inicial do elétron é perdida na região?

•41 Um grupo de nuvens carregadas produz um campo elétrico no ar perto da superfície da Terra. Na presença desse campo, uma partícula com uma carga de $-2,0 \times 10^{-9} \text{ C}$ é submetida a uma força eletrostática para baixo de $3,0 \times 10^{-6} \text{ N}$. (a) Qual é o módulo do campo elétrico? Determine (b) o módulo e (c) a orientação da força eletrostática \vec{F}_e exercida pelo campo sobre um próton. (d) Determine o módulo da força gravitacional \vec{F}_g a que está sujeito o próton. (e) Calcule a razão F_e/F_g .

•42 O ar úmido se torna um bom condutor de eletricidade (as moléculas se ionizam) quando é submetido a um campo elétrico maior que $3,0 \times 10^6 \text{ N/C}$. Determine, para esse valor de campo elétrico, o módulo da força eletrostática a que é submetido (a) um elétron e (b) um átomo monoionizado.

•43 Um elétron é liberado a partir do repouso em um campo elétrico uniforme de módulo $2,00 \times 10^4 \text{ N/C}$. Determine a aceleração do elétron. (Ignore os efeitos da gravitação.)

•44 Uma partícula alfa (núcleo de um átomo de hélio) tem uma massa de $6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ e uma carga de $+2e$. Determine (a) o módulo e (b) a direção de um campo elétrico capaz de equilibrar o peso da partícula.

•45 Um elétron está no eixo de um dipolo elétrico, a 25 nm de distância do centro do dipolo. Qual é o módulo da força eletrostática a que está submetido o elétron se o momento do dipolo é $3,6 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$? Suponha que a distância entre as cargas do dipolo é muito menor que 25 nm.

•46 Um elétron adquire uma aceleração para leste de $1,80 \times 10^9 \text{ m/s}^2$ ao ser submetido a um campo elétrico uniforme. Determine (a) o módulo e (b) a orientação do campo elétrico.

•47 Feixes de prótons de alta energia podem ser produzidos por “canhões” que usam campos elétricos para acelerar os prótons. (a) Qual é a aceleração experimentada por um próton em um campo elétrico de $2,00 \times 10^4 \text{ N/C}$? (b) Na presença desse campo, qual é a velocidade adquirida pelo próton depois de percorrer uma distância de 1,00 cm?

•48 Na Fig. 22-54, um elétron (e) é liberado a partir do repouso no eixo central de um disco uniformemente carregado de raio R . A densidade superficial de cargas do disco é $+4,00 \mu\text{C/m}^2$. Determine o módulo da aceleração inicial do elétron se for liberado a uma distância (a) R , (b) $R/100$, (c) $R/1000$ do centro do disco. (d) Por que o módulo da aceleração quase não varia quando o elétron está próximo do disco?

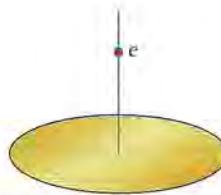


Figura 22-54 Problema 48.

•49 Um bloco de $10,0 \text{ g}$ com uma carga de $+8,00 \times 10^{-5} \text{ C}$ é submetido a um campo elétrico $\vec{E} = (3000\hat{i} - 600\hat{j}) \text{ N/C}$. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semieixo x positivo) da força eletrostática que age sobre o bloco. Se o bloco é liberado na origem, a partir do repouso, no instante $t = 0$, determine (c) a coordenada x e (d) a coordenada y do bloco no instante $t = 3,00 \text{ s}$.

•50 Em um certo instante, as componentes da velocidade de um elétron que se move entre duas placas paralelas carregadas são $v_x = 1,5 \times 10^5 \text{ m/s}$ e $v_y = 3,0 \times 10^3 \text{ m/s}$. O campo elétrico entre as placas é dado por $\vec{E} = (120 \text{ N/C})\hat{j}$. Em termos dos vetores unitários, determine (a) a aceleração do elétron; (b) a velocidade do elétron no instante em que sua coordenada x variou de $2,0 \text{ cm}$.

•51 Suponha que uma abelha possa ser aproximada por uma esfera de $1,000 \text{ cm}$ de diâmetro com uma carga de $+45,0 \text{ pC}$ distribuída uniformemente na superfície. Suponha ainda que um grão de pólen com $40,0 \mu\text{m}$ de diâmetro seja mantido eletricamente na

superfície da esfera porque a carga da abelha induz uma carga de $-1,00 \text{ pC}$ no lado mais próximo da esfera e uma carga de $+1,00 \text{ pC}$ no lado mais distante. (a) Qual é o módulo da força eletrostática que a abelha exerce sobre o grão de pólen? Suponha que a abelha transporte o grão de pólen até uma distância de $1,000 \text{ mm}$ da ponta do estigma de uma flor e que a ponta possa ser aproximada por uma partícula com uma carga de -45 pC . (b) Qual é o módulo da força eletrostática que o estigma exerce sobre o grão? (c) O grão permanece no corpo da abelha ou salta para o estigma?

•52 Um elétron penetra, com uma velocidade inicial de 40 km/s , em uma região na qual existe um campo elétrico uniforme de módulo $E = 50 \text{ N/C}$, e se move paralelamente ao campo. (a) Qual é a velocidade do elétron $1,5 \text{ ns}$ depois de entrar na região? (b) Que distância o elétron percorre nesse intervalo de $1,5 \text{ ns}$?

•53 Duas grandes placas de cobre, mantidas a $5,0 \text{ cm}$ de distância uma da outra, são usadas para criar um campo elétrico uniforme, como mostra a Fig. 22-55. Um elétron é liberado da placa negativa ao mesmo tempo que um próton é liberado da placa positiva. Desprezando a interação entre as partículas, determine a que distância da placa positiva as partículas passam uma pela outra. (Por que não é necessário conhecer o valor do campo elétrico para resolver o problema?)

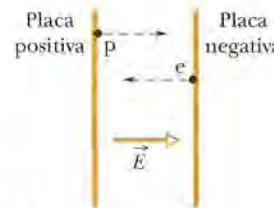


Figura 22-55 Problema 53.

•54 Na Fig. 22-56, um elétron é lançado com uma velocidade inicial $v_0 = 2,00 \times 10^6 \text{ m/s}$ a um ângulo $\theta_0 = 40,0^\circ$ com o eixo x em uma região na qual existe um campo elétrico uniforme $\vec{E} = (5,00 \text{ N/C})\hat{j}$. Uma tela para detectar elétrons é instalada paralelamente ao eixo y , a uma distância $x = 3,00 \text{ m}$ do ponto de lançamento do elétron. Em termos dos vetores unitários, qual é a velocidade do elétron ao atingir a tela?

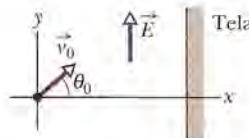


Figura 22-56 Problema 54.

•55 Um campo elétrico uniforme existe em uma região entre duas placas com cargas elétricas opostas. Um elétron é liberado a partir do repouso da superfície da placa negativamente carregada e atinge a superfície da outra placa, a $2,0 \text{ cm}$ de distância, em $1,5 \times 10^{-8} \text{ s}$. (a) Qual é a velocidade do elétron ao atingir a segunda placa? (b) Qual é o módulo do campo elétrico \vec{E} ?

Seção 22-9 Um Dipolo em um Campo Elétrico

•56 Um dipolo elétrico formado por cargas de $+2e$ e $-2e$ separadas por uma distância de $0,78 \text{ nm}$ é submetido a um campo elétrico de $3,4 \times 10^6 \text{ N/C}$. Calcule o módulo do torque exercido pelo campo elétrico sobre o dipolo se o momento do dipolo estiver (a) paralelo; (b) perpendicular; (c) antiparalelo ao campo elétrico.

••57 Um dipolo elétrico formado por cargas de $+1,50 \text{ nC}$ e $-1,50 \text{ nC}$ separadas por uma distância de $6,20 \mu\text{m}$ é submetido a um campo elétrico de 1100 N/C . Determine (a) o módulo do momento dipolar elétrico e (b) a diferença entre as energias potenciais quando o dipolo está orientado paralelamente e antiparalelamente a \vec{E} .

••58 Um dipolo elétrico é submetido a um campo elétrico uniforme \vec{E} cujo módulo é 20 N/C . A Fig. 22-57 mostra a energia potencial U do dipolo em função do ângulo θ entre \vec{E} e o momento do dipolo \vec{p} . A escala do eixo vertical é definida por $U_s = 100 \times 10^{-28} \text{ J}$. Qual é o módulo de \vec{p} ?

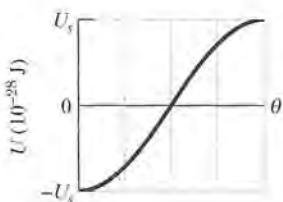


Figura 22-57 Problema 58.

••59 Qual é o trabalho necessário para fazer girar de 180° um dipolo elétrico em um campo elétrico uniforme de módulo $E = 46,0 \text{ N/C}$ se $p = 3,02 \times 10^{-25} \text{ C} \cdot \text{m}$ e o ângulo inicial é 64° ?

••60 Um dipolo elétrico é submetido a um campo elétrico uniforme \vec{E} de módulo 40 N/C . A Fig. 22-58 mostra o módulo τ do torque exercido sobre o dipolo em função do ângulo θ entre o campo \vec{E} e o momento dipolar \vec{p} . A escala do eixo vertical é definida por $\tau_s = 100 \times 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m}$. Qual é o módulo de \vec{p} ?

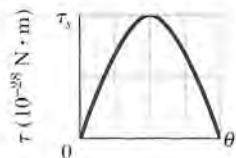


Figura 22-58 Problema 60.

••61 Escreva uma expressão para a frequência de oscilação de um dipolo elétrico de momento dipolar \vec{p} e momento de inércia I , para pequenas amplitudes de oscilação em torno da posição de equilíbrio, na presença de um campo elétrico uniforme de módulo E .

Problemas Adicionais

62 (a) Qual é o módulo da aceleração de um elétron submetido a um campo elétrico uniforme de $1,40 \times 10^6 \text{ N/C}$? (b) Quanto tempo o elétron leva, partindo do repouso, para atingir um décimo da velocidade da luz? (c) Que distância o elétron percorre nesse período de tempo?

63 Uma gota d'água esférica com $1,20 \mu\text{m}$ de diâmetro está suspensa no ar devido a um campo elétrico atmosférico vertical cujo módulo é $E = 462 \text{ N/C}$. (a) Qual é o peso da gota? (b) Quantos elétrons em excesso a gota possui?

64 Três partículas com a mesma carga positiva Q formam um triângulo equilátero de lado d . Qual é o módulo do campo elétrico produzido pelas partículas no ponto médio de um dos lados?

65 Na Fig. 22-59a, uma partícula de carga $+Q$ produz um campo elétrico de módulo E_{part} no ponto P , a uma distância R da partícula. Na Fig. 22-59b, a mesma carga está distribuída uniformemente em um arco de circunferência de raio R , que subtende um ângulo θ . A carga do arco produz um campo elétrico de módulo E_{arco} no centro

de curvatura P . Para que valor de θ temos $E_{\text{arco}} = 0,500 E_{\text{part}}$? (Sugestão: use uma solução gráfica.)

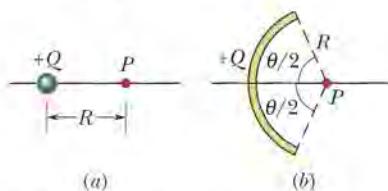


Figura 22-59 Problema 65.

66 Um próton e um elétron ocupam dois vértices de um triângulo equilátero de lado $2,0 \times 10^{-6} \text{ m}$. Qual é o módulo do campo elétrico no terceiro vértice do triângulo?

67 Uma corda com uma densidade linear uniforme de cargas de $9,0 \text{ nC/m}$ é estendida ao longo do eixo x de $x = 0$ até $x = 3,0 \text{ m}$. Determine o módulo do campo elétrico no ponto $x = 4,0 \text{ m}$ do eixo x .

68 Na Fig. 22-60, oito partículas estão no perímetro de um quadrado de lado $d = 2,0 \text{ cm}$. As cargas das partículas são $q_1 = +3e$, $q_2 = +e$, $q_3 = -5e$, $q_4 = -2e$, $q_5 = +3e$, $q_6 = +e$, $q_7 = -5e$ e $q_8 = +e$. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo elétrico produzido pelas partículas no centro do quadrado?

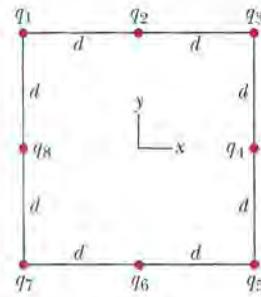


Figura 22-60 Problema 68.

69 Duas partículas, ambas com uma carga de valor absoluto 12 nC , ocupam dois vértices de uma triângulo equilátero com $2,0 \text{ m}$ de lado. Determine o módulo do campo elétrico no terceiro vértice (a) se as duas cargas forem positivas e (b) se uma das cargas for positiva e a outra for negativa.

70 Em um de seus experimentos, Millikan observou que as cargas a seguir, entre outras, eram observadas na mesma gota em diferentes ocasiões:

$6,563 \times 10^{-19} \text{ C}$	$13,13 \times 10^{-19} \text{ C}$	$19,71 \times 10^{-19} \text{ C}$
$8,204 \times 10^{-19} \text{ C}$	$16,48 \times 10^{-19} \text{ C}$	$22,89 \times 10^{-19} \text{ C}$
$11,50 \times 10^{-19} \text{ C}$	$18,08 \times 10^{-19} \text{ C}$	$26,13 \times 10^{-19} \text{ C}$

Que valor da carga elementar e pode ser calculado a partir desses dados?

71 Uma carga de 20 nC está uniformemente distribuída ao longo de uma barra retilínea de $4,0 \text{ m}$ de comprimento que é encurvada para formar um arco de circunferência com $2,0 \text{ m}$ de raio. Qual é o módulo do campo elétrico no centro de curvatura do arco?

72 O movimento de um elétron se limita ao eixo central de um anel de raio R da Fig. 22-10, com $z \ll R$. Mostre que a força eletrostática a que o elétron é submetido faz com que a partícula oscile em torno do centro do anel com uma frequência angular dada por

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 m R^3}},$$

em que q é a carga do anel e m é a massa do elétron.

73 O campo elétrico no plano xy produzido por uma partícula positivamente carregada é $7,2(4,0\hat{i} + 3,0\hat{j})$ N/C no ponto $(3,0; 3,0)$ cm e $100\hat{i}$ N/C no ponto $(2,0; 0)$ cm. Determine (a) a coordenada x e (b) a coordenada y da partícula. (c) Determine a carga da partícula.

74 (a) Qual deve ser a carga total q (em excesso) do disco da Fig. 22-13 para que o campo elétrico no centro da superfície do disco seja $3,0 \times 10^6$ N/C, o valor de E para o qual o ar se torna um condutor e emite centelhas? Tome o raio do disco como 2,5 cm. (b) Suponha que os átomos da superfície tenham uma seção reta efetiva de $0,015$ nm 2 . Quantos átomos são necessários para preencher a superfície do disco? (c) A carga calculada em (a) é a soma das cargas dos átomos da superfície que possuem um elétron em excesso. Qual deve ser a fração desses elétrons?

75 Na Fig. 22-61, a partícula 1 (de carga $+1,00 \mu\text{C}$), a partícula 2 (de carga $+1,00 \mu\text{C}$) e a partícula 3 (de carga Q) formam um triângulo equilátero de lado a . Para que valor de Q (sinal e valor) o campo elétrico no centro do triângulo é nulo?

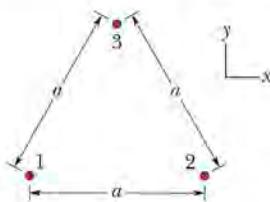


Figura 22-61 Problemas 75 e 86.

76 Na Fig. 22-62, um dipolo elétrico gira de uma orientação inicial i ($\theta_i = 20,0^\circ$) para uma orientação final f ($\theta_f = 20,0^\circ$) na presença de um campo elétrico externo uniforme \vec{E} . O momento do dipolo é $1,60 \times 10^{-27}$ C · m; o módulo do campo é $3,00 \times 10^6$ N/C. Qual é a variação da energia potencial do dipolo?

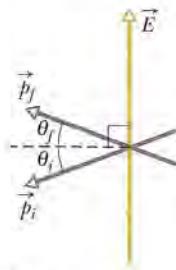


Figura 22-62 Problema 76.

77 Uma partícula de carga $-q_1$ é mantida fixa na origem do eixo x . (a) Em que ponto do eixo x deve ser colocada uma partícula de carga $-4q_1$ para que o campo elétrico seja zero no ponto $x = 2,0$ mm? (b) Se uma partícula de carga $+4q_1$ é colocada no ponto determinado no item (a), qual é a orientação (em relação ao semieixo x positivo) do campo elétrico no ponto $x = 2,00$ mm?

78 Duas partículas com a mesma carga positiva q são mantidas fixas no eixo y , uma em $y = d$ e a outra em $y = -d$. (a) Escreva uma expressão para o módulo E do campo elétrico em pontos do eixo x dados por $x = \alpha d$. (b) Plote E em função de α no intervalo $0 < \alpha < 4$. A partir do gráfico, determine os valores de α para os quais

(c) o valor de E é máximo e (d) o valor de E é metade do valor máximo.

79 O mostrador de um relógio possui cargas negativas pontuais $-q, -2q, -3q, \dots, -12q$ mantidas fixas nas posições dos números correspondentes. Os ponteiros do relógio não afetam o campo produzido pelas cargas pontuais. A que horas o ponteiro das horas aponta na mesma direção que o vetor campo elétrico no centro do mostrador? (Sugestão: leve em conta a simetria das cargas.)

80 Calcule o momento dipolar elétrico de um elétron e um próton separados por uma distância de 4,30 nm.

81 Existe na atmosfera um campo elétrico \vec{E} , dirigido verticalmente para baixo, cujo módulo é da ordem de 150 N/C. Estamos interessados em fazer "flutuar" nesse campo uma esfera de enxofre com 4,4 N de peso carregando-a eletricamente. (a) Qual deve ser a carga da esfera (sinal e valor absoluto)? (b) Por que o experimento não pode ser realizado na prática?

82 Uma barra circular tem um raio de curvatura $R = 9,00$ cm, uma carga uniformemente distribuída $Q = 6,25$ pC e subtende um ângulo $\theta = 2,40$ rad. Qual é o módulo do campo elétrico no centro de curvatura?

83 Um dipolo elétrico de momento dipolar

$$\vec{p} = (3,00\hat{i} + 4,00\hat{j})(1,24 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})$$

é submetido a um campo elétrico $\vec{E} = (4000 \text{ N/C})\hat{i}$. (a) Qual é a energia potencial do dipolo elétrico? (b) Qual é o torque que age sobre o dipolo? (c) Se um agente externo faz girar o dipolo até que o momento dipolar seja

$$\vec{p} = (-4,00\hat{i} + 3,00\hat{j})(1,24 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}),$$

qual é o trabalho realizado pelo agente externo?

84 Na Fig. 22-63, um campo elétrico uniforme vertical \vec{E} de módulo $2,00 \times 10^3$ N/C foi estabelecido entre duas placas horizontais carregando positivamente a placa de baixo e negativamente a placa de cima. As placas têm um comprimento $L = 10,0$ cm e estão separadas por uma distância $d = 2,00$ cm. Um elétron é lançado no espaço entre as placas a partir da extremidade esquerda da placa de baixo. A velocidade inicial \vec{v}_0 faz um ângulo $\theta = 45,0^\circ$ com a placa de baixo e tem um módulo de $6,00 \times 10^6$ m/s. (a) O elétron irá se chocar com uma das placas? (b) Se a resposta for afirmativa, com qual das placas o elétron irá se chocar e a que distância horizontal da extremidade esquerda das placas?

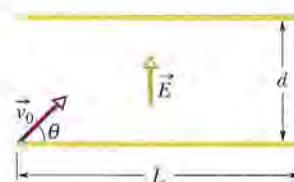


Figura 22-63 Problema 84.

85 Para os dados do Problema 70, suponha que a carga q da gota é dada por $q = ne$, em que n é um número inteiro e e é a carga elementar. (a) Determine o valor de n para cada valor experimental de q . (b) Faça uma regressão linear dos valores de q em função de n e use o resultado para determinar o valor de e .

86 Na Fig. 22-61, a partícula 1 (de carga $+2,00$ pC), a partícula 2 (de carga $-2,00$ pC) e a partícula 3 (de carga $+5,00$ pC) formam um

triângulo equilátero de lado $a = 9,50 \text{ cm}$. (a) Determine a orientação (em relação ao semieixo x positivo) da força \vec{F}_3 a que a partícula 3 é submetida pelas outras partículas fazendo um esboço das linhas de força associadas às outras partículas. (b) Calcule o módulo da força \vec{F}_3 .

87 Na Fig. 22-64, a partícula 1, de carga $q_1 = 1,00 \text{ pC}$, e a partícula 2, de carga $q_2 = -2,00 \text{ pC}$, são mantidas fixas, separadas por uma distância $d = 5,00 \text{ cm}$. Determine, em termos dos vetores unitários, o campo elétrico (a) no ponto A ; (b) no ponto B ; (c) no ponto C . (d) Faça um esboço das linhas de campo elétrico.

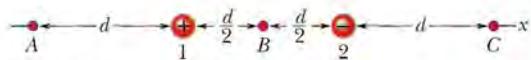


Figura 22-64 Problema 87.

88 Na Fig. 22-8, suponha que as duas cargas são positivas. Mostre que para $z \gg d$ o campo E no ponto P da figura é dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2},$$

23

LEI DE GAUSS

23-1 O QUE É FÍSICA?

Um dos principais objetivos da física é descobrir formas simples de resolver problemas aparentemente complexos. Um dos instrumentos usados pela física para conseguir esse objetivo é a simetria. Assim, por exemplo, para determinar o campo elétrico \vec{E} do anel carregado da Fig. 22-10 e da barra carregada da Fig. 22-11, consideramos os campos $d\vec{E}$ ($= k dq/r^2$) criados por elementos de carga do anel e da barra. Em seguida, simplificamos o cálculo de \vec{E} usando a simetria para descartar as componentes perpendiculares dos vetores $d\vec{E}$, o que nos poupar algum trabalho.

Para certas distribuições simétricas de cargas, podemos poupar muito mais trabalho usando uma lei conhecida como lei de Gauss, descoberta pelo matemático e físico Carl Friedrich Gauss (1777–1855). Em vez de considerar os campos $d\vec{E}$ criados pelos elementos de carga de uma dada distribuição de cargas, a lei de Gauss considera uma superfície fechada imaginária que envolve a distribuição de cargas. Essa **superfície gaussiana**, como é chamada, pode ter qualquer forma, mas a forma que facilita o cálculo do campo elétrico é a que reflete a simetria da distribuição de cargas. Se a carga está distribuída homogeneamente em uma esfera, por exemplo, usamos uma superfície gaussiana esférica como a da Fig. 23-1 para envolver a esfera; em seguida, como será discutido neste capítulo, determinamos o campo elétrico na superfície usando o fato de que



A lei de Gauss relaciona os campos elétricos nos pontos de uma superfície gaussiana (fechada) à carga total envolvida pela superfície.

Podemos também usar a lei de Gauss no sentido inverso: se conhecemos o campo elétrico em uma superfície gaussiana, podemos determinar a carga total envolvida pela superfície. Para dar um exemplo simples, suponha que todos os vetores campo elétrico da Fig. 23-1 apontem radialmente para longe do centro da esfera e tenham o mesmo módulo. A lei de Gauss nos diz imediatamente que a superfície esférica está envolvendo uma carga positiva pontual ou uma distribuição esférica de cargas positivas. Entretanto, para calcular o *valor* da carga, precisamos calcular a *quantidade* de campo elétrico que é interceptada pela superfície gaussiana da Fig. 23-1. A medida da quantidade de campo interceptada, conhecida como *fluxo*, discutida a seguir.

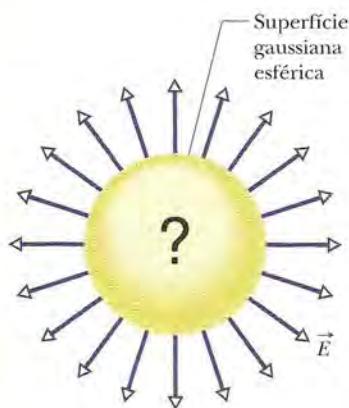


Figura 23-1 Uma superfície gaussiana esférica. Se os vetores campo elétrico têm o mesmo módulo e apontam radialmente para fora da superfície em todos os pontos, podemos concluir que existe uma carga positiva no interior da superfície e que a distribuição de carga tem simetria esférica.

23-2 Fluxo

Suponha que, como na Fig. 23-2a, uma espira quadrada de área A seja exposta a um vento uniforme cuja velocidade é \vec{v} . Seja Φ a *vazão* (volume por unidade de tempo) do ar através da espira. Essa vazão depende do ângulo entre \vec{v} e o plano da espira. Se \vec{v} é perpendicular ao plano da espira, a vazão Φ é igual a vA .

Se \vec{v} é paralela ao plano da espira, o ar não passa pela espira e, portanto, Φ é zero. Para um ângulo intermediário θ , a vazão Φ depende da componente de \vec{v} normal ao plano (Fig. 23-2b). Como essa componente é $v \cos \theta$, a vazão através da espira é dada por

$$\Phi = (v \cos \theta)A. \quad (23-1)$$

Essa vazão através de uma área é um exemplo de **fluxo**; na presente situação, trata-se de um **fluxo volumétrico**.

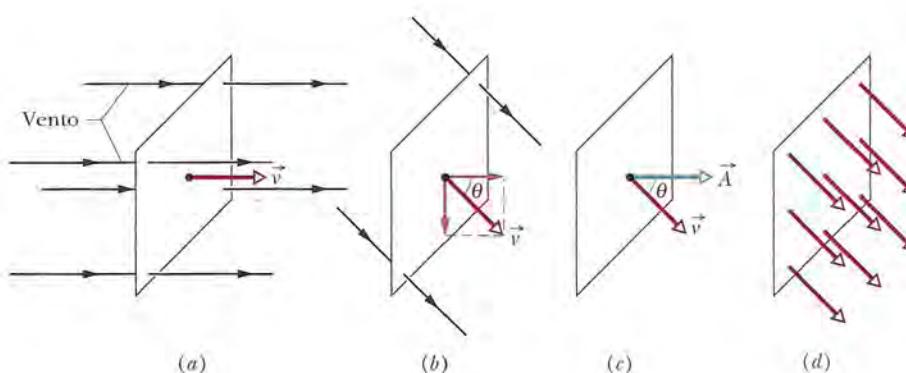


Figura 23-2 (a) Um vento uniforme de velocidade \vec{v} incide perpendicularmente ao plano de uma espira quadrada de área A . (b) A componente de \vec{v} perpendicular ao plano da espira é $v \cos \theta$, onde θ é o ângulo entre \vec{v} e uma normal ao plano. (c) O vetor área \vec{A} é perpendicular ao plano da espira e faz um ângulo θ com \vec{v} . (d) O campo de velocidades interceptado pela espira.

Antes de discutir o fluxo associado à eletrostática, precisamos escrever a Eq. 23-1 em forma vetorial. Para isso, definimos um *vetor área* \vec{A} como um vetor cujo módulo é igual à área de uma superfície plana (no caso que estamos considerando, a área da espira) e cuja direção é perpendicular a essa superfície (Fig. 23-2c). Isso nos permite escrever a Eq. 23-1 como o produto escalar do vetor velocidade do vento \vec{v} pelo vetor área da espira \vec{A} :

$$\Phi = vA \cos \theta = \vec{v} \cdot \vec{A}, \quad (23-2)$$

em que θ é o ângulo entre \vec{v} e \vec{A} .

A palavra “fluxo” vem do latim e pode ser definida como “ato ou modo de fluir”. O nome faz sentido quando pensamos na passagem do ar pela espira, mas a Eq. 23-2 pode ser interpretada de forma mais abstrata. Observe que é possível associar um vetor velocidade do vento a cada ponto do interior da espira (Fig. 23-2d). Como o conjunto desses vetores é um *campo de velocidades*, podemos interpretar a Eq. 23-2 como uma expressão para o *fluxo do campo de velocidades através da espira*. De acordo com essa interpretação, fluxo não significa a passagem de algo por uma área, mas o produto de uma área pelo campo que existe no interior da área.

23-3 Fluxo de um Campo Elétrico

Considere a Fig. 23-3, que mostra uma superfície gaussiana arbitrária (assimétrica) imersa em um campo elétrico não uniforme. Vamos dividir a superfície em quadrados de área ΔA suficientemente pequenos para que a curvatura local da superfície possa ser desprezada e os quadrados possam ser considerados planos. Estes elementos de área podem ser representados por vetores área $\Delta \vec{A}$ cujo módulo é a área ΔA . Todos os vetores $\Delta \vec{A}$ são perpendiculares à superfície gaussiana e apontam para fora da superfície.

Como os quadrados são arbitrariamente pequenos, o campo elétrico \vec{E} pode ser considerado constante no interior de cada quadrado; assim, para cada quadrado, os vetores $\Delta \vec{A}$ e \vec{E} fazem um certo ângulo θ . A Fig. 23-3 mostra ampliações de três desses quadrados e os ângulos θ correspondentes.

Uma definição provisória do fluxo do campo elétrico para a superfície gaussiana da Fig. 23-3 é a seguinte:

$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta \vec{A}. \quad (23-3)$$

De acordo com a Eq. 23-3, devemos examinar cada quadrado da superfície gaussiana, calcular o produto escalar $\vec{E} \cdot \Delta \vec{A}$ dos vetores \vec{E} e $\Delta \vec{A}$ associados ao quadrado que estamos examinando e somar algebricamente (isto é, levando em conta o sinal) os resultados para todos os quadrados. O valor do produto escalar (positivo, negativo ou nulo) determina se o fluxo através do quadrado é positivo, negativo ou nulo. Quadrados como o quadrado 1 da Fig. 23-3, nos quais \vec{E} aponta para dentro, representam uma contribuição negativa para o somatório da Eq. 23-3. Quadrados como 2, em que \vec{E} é paralelo à superfície, não contribuem para o somatório. Quadrados como 3, em que \vec{E} aponta para fora, representam uma contribuição positiva.

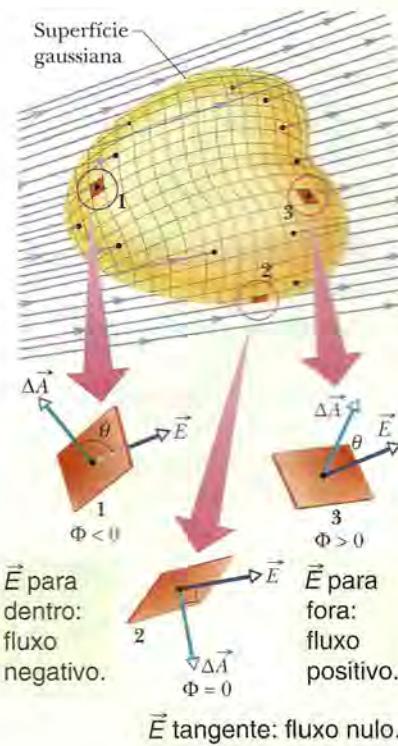


Figura 23-3 Uma superfície gaussiana de forma arbitrária imersa em um campo elétrico. A superfície está dividida em pequenos quadrados de área ΔA . Os vetores campo elétrico \vec{E} e os vetores área $\Delta \vec{A}$ são mostrados para três quadrados representativos, rotulados como 1, 2 e 3.

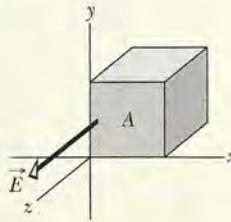
A definição exata do fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada é obtida fazendo a área dos quadrados da Fig. 23-3 tender a zero, tornando-se uma área diferencial dA . Nesse caso, os vetores área se tornam vetores diferenciais $d\vec{A}$. O somatório da Eq. 23-3 se torna uma integral e temos, para a definição de fluxo elétrico,

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (\text{fluxo elétrico através de uma superfície gaussiana}). \quad (23-4)$$

O círculo no sinal de integral indica que a integração deve ser realizada para uma superfície fechada. O fluxo do campo elétrico é um escalar cuja unidade no SI é o newton-metro quadrado por coulomb ($N \cdot m^2/C$).

Podemos interpretar a Eq. 23-4 da seguinte forma: como vimos, é possível usar a densidade das linhas de campo elétrico que atravessam uma certa região como uma medida da intensidade do campo elétrico nessa região. Mais especificamente, o módulo E do campo elétrico é proporcional ao número de linhas de campo por unidade de área. Assim, o produto escalar $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ da Eq. 23-4 é proporcional ao número de linhas de campo elétrico que passam pela área $d\vec{A}$. Nesse caso, como a integração da Eq. 23-4 é executada para uma superfície gaussiana, que é fechada, vemos que

 O fluxo elétrico Φ através de uma superfície gaussiana é proporcional ao número de linhas de campo elétrico que atravessam a superfície.



TESTE 1

A figura mostra um cubo gaussiano, cujas faces têm área A , imerso em um campo elétrico uniforme \vec{E} orientado no sentido positivo do eixo z . Determine, em termos de E e A , o fluxo através (a) da face frontal do cubo (a face situada no plano xy); (b) da face traseira; (c) da face superior; (d) do cubo como um todo.

Exemplo

Fluxo de um campo uniforme através de uma superfície cilíndrica

A Fig. 23-4 mostra uma superfície gaussiana com a forma de um cilindro de raio R imersa em um campo elétrico uniforme \vec{E} , com o eixo do cilindro paralelo ao campo. Qual é o fluxo Φ do campo elétrico através dessa superfície fechada?

IDEIA-CHAVE

Podemos calcular o fluxo Φ através da superfície gaussiana integrando o produto escalar $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ para toda a superfície.

Cálculos: Podemos realizar a integração escrevendo o fluxo como a soma de três integrais: uma para a base esquerda do cilindro a , outra para a superfície lateral do cilindro, b , e outra para a base direita do cilindro c . Nesse caso, de acordo com a Eq. 23-4,

$$\begin{aligned} \Phi &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= \int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_c \vec{E} \cdot d\vec{A}. \end{aligned} \quad (23-5)$$

Para todos os pontos da base a , o ângulo θ entre \vec{E} e $d\vec{A}$ é 180° e o módulo E do campo é o mesmo. Assim,

$$\int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E(\cos 180^\circ) dA = -E \int dA = -EA,$$

em que $\int dA$ é igual à área da base, A ($= \pi R^2$). Analogamente,

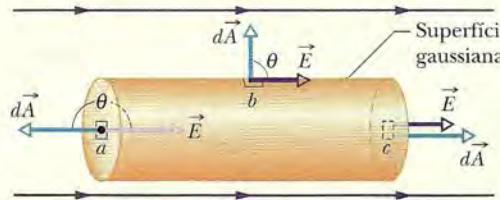


Figura 23-4 Uma superfície gaussiana cilíndrica, fechada pelos planos das bases, imersa em um campo elétrico uniforme. O eixo do cilindro é paralelo à direção do campo.

mente, na base c , em que $\theta = 0$ para todos os pontos,

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E(\cos 0) dA = EA.$$

Finalmente, para a superfície lateral b do cilindro, onde $\theta = 90^\circ$ para todos os pontos,

$$\int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E(\cos 90^\circ) dA = 0.$$

Substituindo esses resultados na Eq. 23-5, obtemos:

$$\Phi = -EA + 0 + EA = 0. \quad (\text{Resposta})$$

Este resultado já era esperado; como todas as linhas de campo que representam o campo elétrico atravessam a superfície gaussiana, entrando pela base esquerda e saindo pela base direita, o fluxo total deve ser nulo.

Exemplo

Fluxo de um campo elétrico não uniforme através de um cubo

O cubo gaussiano que aparece na Fig. 23-5 está submetido a um campo elétrico *não uniforme* dado por $\vec{E} = 3,0x\hat{i} + 4,0\hat{j}$, com E em newtons por coulomb e x em metros. Qual é o fluxo elétrico na face direita, na face esquerda e na face superior do cubo? (As outras faces são consideradas em outro exemplo.)

IDEIA-CHAVE

Podemos calcular o fluxo Φ através de uma superfície integrando o produto escalar $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ ao longo da superfície.

Face direita O vetor área \vec{A} é sempre perpendicular à superfície e aponta para fora. Assim, no caso da face direita do cubo, o vetor $d\vec{A}$ aponta no sentido positivo do eixo x . Um elemento desse tipo é mostrado nas Figs. 23-5b e 23-5c, mas o vetor $d\vec{A}$ tem a mesma direção para todos os elementos de área pertencentes a essa face. Em termos dos vetores unitários,

$$d\vec{A} = dA\hat{i}.$$

De acordo com a Eq. 23-4, o fluxo Φ_d através da face direita do cubo é dado por

$$\begin{aligned}\Phi_d &= \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3,0x\hat{i} + 4,0\hat{j}) \cdot (dA\hat{i}) \\ &= \int [(3,0x)(dA)\hat{i} \cdot \hat{i} + (4,0)(dA)\hat{j} \cdot \hat{i}] \\ &= \int (3,0x dA + 0) = 3,0 \int x dA.\end{aligned}$$

Deveríamos calcular essa integral para a face direita, mas

observamos que x tem o mesmo valor, 3,0 m, em todos os pontos da face e, portanto, podemos substituir x por esse valor (as coordenadas y e z não estão envolvidas na integração). Assim, temos:

$$\Phi_d = 3,0 \int (3,0) dA = 9,0 \int dA.$$

A integral $\int dA$ nos dá simplesmente a área $A = 4,0 \text{ m}^2$ da face direita; assim,

$$\Phi_d = (9,0 \text{ N/C})(4,0 \text{ m}^2) = 36 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}. \quad (\text{Resposta})$$

Face esquerda O método para calcular o fluxo através da face esquerda é o mesmo que foi usado para a face direita. Apenas duas coisas mudam: (1) o vetor área elementar $d\vec{A}$ agora aponta no sentido negativo do eixo x e, portanto, $d\vec{A} = -dA\hat{i}$; (2) o valor constante de x agora é 1,0 m. Com essas duas mudanças, verificamos que o fluxo Φ_e através da face esquerda é dado por

$$\Phi_e = -12 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}. \quad (\text{Resposta})$$

Face superior Como o vetor área elementar $d\vec{A}$ agora aponta no sentido positivo do eixo y , $d\vec{A} = dA\hat{j}$ (Fig. 23-5e). O fluxo Φ_s através da face superior é, portanto,

$$\begin{aligned}\Phi_s &= \int (3,0x\hat{i} + 4,0\hat{j}) \cdot (dA\hat{j}) \\ &= \int [(3,0x)(dA)\hat{i} \cdot \hat{j} + (4,0)(dA)\hat{j} \cdot \hat{j}] \\ &= \int (0 + 4,0 dA) = 4,0 \int dA \\ &= 16 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}. \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

23-4 Lei de Gauss

A lei de Gauss relaciona o fluxo total Φ de um campo elétrico através de uma superfície fechada (superfície gaussiana) à carga total q_{env} envolvida pela superfície. Em notação matemática,

$$\epsilon_0 \Phi = q_{\text{env}} \quad (\text{Lei de Gauss}). \quad (23-6)$$

Usando a Eq. 23-4, a definição de fluxo, podemos escrever a lei de Gauss na forma

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{env}} \quad (\text{Lei de Gauss}). \quad (23-7)$$

As Eqs. 23-6 e 23-7 são válidas somente se na região envolvida pela superfície gaussiana existe apenas vácuo ou ar (que, para efeitos práticos, quase sempre pode ser

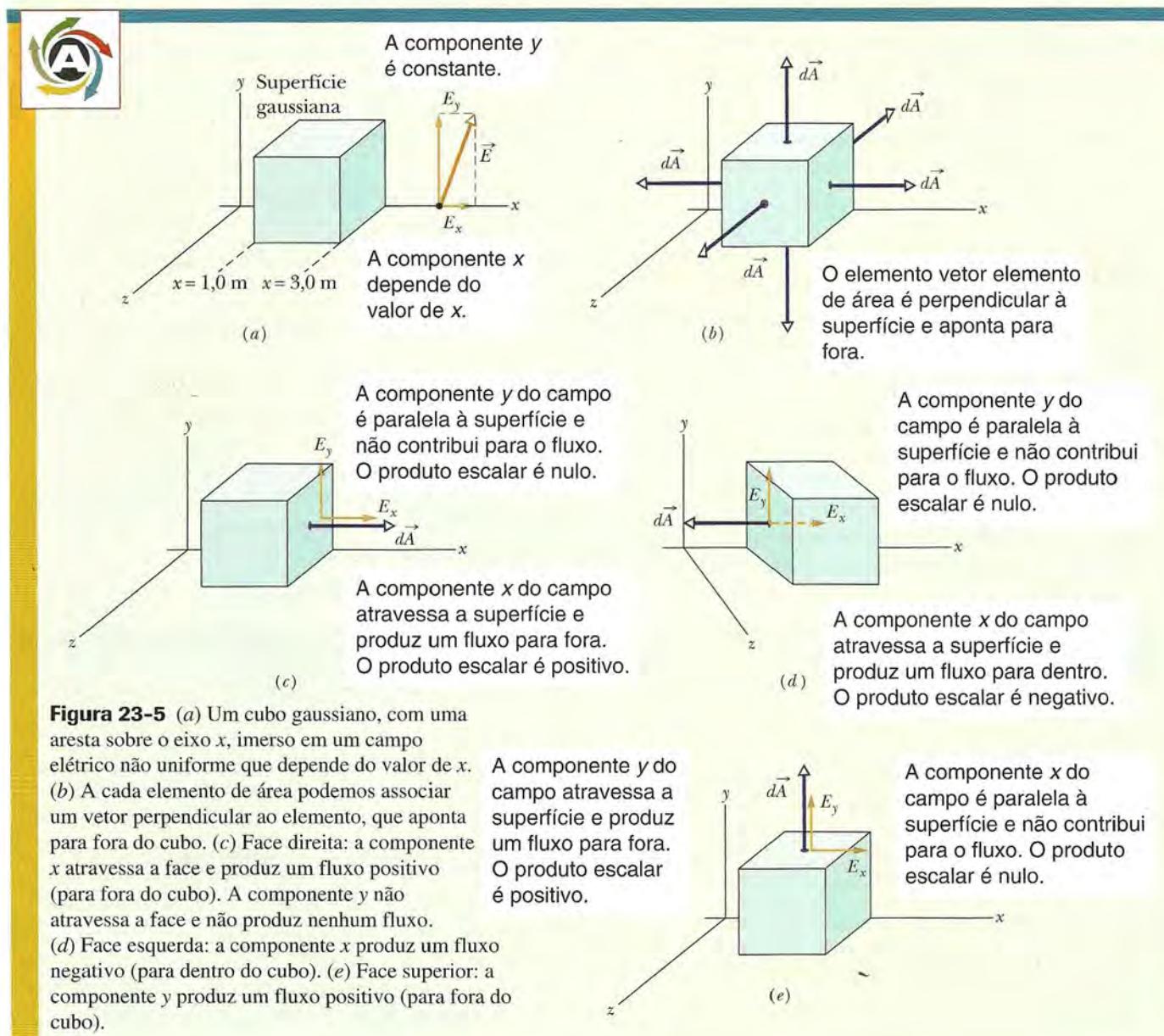


Figura 23-5 (a) Um cubo gaussiano, com uma aresta sobre o eixo x , imerso em um campo elétrico não uniforme que depende do valor de x . (b) A cada elemento de área podemos associar um vetor perpendicular ao elemento, que aponta para fora do cubo. (c) Face direita: a componente x atravessa a face e produz um fluxo positivo (para fora do cubo). A componente y não atravessa a face e não produz nenhum fluxo. (d) Face esquerda: a componente x produz um fluxo negativo (para dentro do cubo). (e) Face superior: a componente x produz um fluxo positivo (para fora do cubo).

considerado equivalente ao vácuo). No Capítulo 25, uma versão modificada da lei de Gauss será usada para analisar situações em que a região contém materiais como mica, óleo e vidro.

Nas Eqs. 23-6 e 23-7, a carga total q_{env} é a soma algébrica das cargas positivas e negativas *envolvidas* pela superfície gaussiana e pode ser positiva, negativa ou nula. Incluímos o sinal, em vez de usar o valor absoluto da carga envolvida, porque o sinal nos diz alguma coisa a respeito do fluxo total através da superfície gaussiana: se q_{env} é positiva, o fluxo é *para fora*; se q_{env} é negativa, o fluxo é *para dentro*.

A carga do lado de fora da superfície, mesmo que seja muito grande ou esteja muito próxima, não é incluída no termo q_{env} da lei de Gauss. A localização das cargas no interior da superfície de Gauss é irrelevante; as únicas coisas que importam para calcular o lado direito das Eqs. 23-6 e 23-7 são o valor absoluto e o sinal da carga total envolvida. A grandeza \vec{E} do lado esquerdo da Eq. 23-7, por outro lado, é o campo elétrico produzido por *todas* as cargas, tanto as que estão

do lado de dentro da superfície de Gauss como as que estão do lado de fora. Isso pode parecer incoerente, mas é preciso ter em mente o seguinte fato: a contribuição do campo elétrico produzido por uma carga do lado de fora da superfície gaussiana para o fluxo através da superfície é sempre nula, já que o número de linhas de campo que entram na superfície devido a essa carga é igual ao número de linhas que saem.

Vamos aplicar essas ideias à Fig. 23-6, que mostra duas cargas pontuais, de mesmo valor absoluto e sinais opostos, e as linhas de campo que descrevem os campos elétricos criados pelas cargas no espaço em torno das cargas. A figura mostra também quatro superfícies gaussianas vistas de perfil. Vamos discuti-las uma a uma.

Superfície S_1 . O campo elétrico aponta para fora em todos os pontos da superfície.

Isso significa que o fluxo do campo elétrico através da superfície é positivo e, de acordo com a lei de Gauss, a carga envolvida pela superfície também é positiva. (Em outras palavras, se Φ é positivo na Eq. 23-6, q_{env} deve ser positiva.)

Superfície S_2 . O campo elétrico aponta para dentro em todos os pontos da superfície. Isso significa que o fluxo do campo elétrico é negativo e, de acordo com a lei de Gauss, a carga envolvida também é negativa.

Superfície S_3 . De acordo com a lei de Gauss (Eq. 23-6), como a superfície não envolve nenhuma carga, o fluxo do campo elétrico através da superfície é nulo.

Isso é razoável, já que todas as linhas de campo que entram na superfície pela parte de cima saem pela parte de baixo.

Superfície S_4 . A carga total envolvida pela superfície é nula, já que as cargas envolvidas pela superfície têm o mesmo valor absoluto e sinais opostos. Assim, de acordo com a lei de Gauss, o fluxo do campo elétrico através dessa superfície deve ser zero. Isso é razoável, já que o número de linhas de campo que entram na superfície pela parte de baixo é igual ao número de linhas de campo que saem pela parte de cima.

O que aconteceria se colocássemos uma carga gigantesca Q nas proximidades da superfície S_4 da Fig. 23-6? A configuração de linhas de campo certamente seria modificada, mas o fluxo total através das quatro superfícies gaussianas continuaria o mesmo. Isso é uma consequência do fato de que todas as linhas de campo produzidas pela carga Q atravessariam totalmente as quatro superfícies gaussianas sem contribuir para o fluxo total. O valor de Q não apareceria de nenhuma forma na lei de Gauss, já que Q estaria do lado de fora das quatro superfícies gaussianas que estamos discutindo.

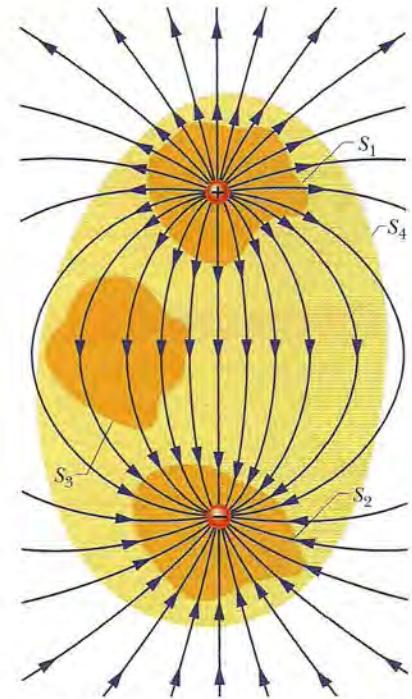
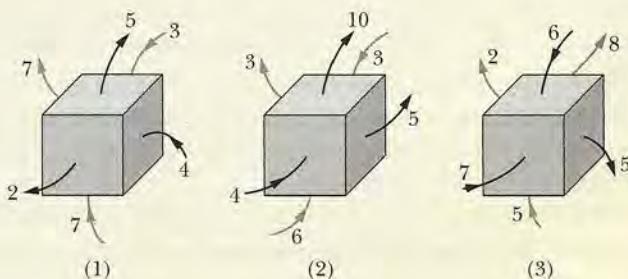


Figura 23-6 Duas cargas pontuais, de mesmo valor absoluto e sinais opostos, e as linhas de campo que representam o campo elétrico. Quatro superfícies gaussianas são mostradas vistas de perfil. A superfície S_1 envolve a carga positiva. A superfície S_2 envolve a carga negativa. A superfície S_3 não envolve nenhuma carga. A superfície S_4 envolve as duas cargas.

TESTE 2

A figura mostra três situações nas quais um cubo gaussiano está imerso em um campo elétrico. As setas e valores indicam a direção das linhas de campo e o módulo (em $\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$) do fluxo que atravessa a seis faces de cada cubo. (As setas mais claras estão associadas às faces ocultas.) Em que situação o cubo envolve (a) uma carga total positiva; (b) uma carga total negativa; (c) uma carga total nula?



Exemplo

Relação entre a carga total e o fluxo total

A Figura 23-7 mostra cinco pedaços de plástico eletricamente carregados e uma moeda neutra. A figura mostra também uma superfície gaussiana S vista de perfil. Qual é o fluxo elétrico que atravessa a superfície S se $q_1 = q_4 = +3,1 \text{ nC}$, $q_2 = q_5 = -5,9 \text{ nC}$ e $q_3 = -3,1 \text{ nC}$?

IDEIA-CHAVE

O fluxo *total* Φ que atravessa a superfície S depende da carga *total* q_{env} envolvida pela superfície.

Cálculo A moeda não contribui para Φ porque é neutra e, portanto, contém quantidades iguais de cargas positivas e negativas. As cargas q_4 e q_5 não contribuem porque estão

do lado de fora da superfície S . Assim, q_{env} é igual a $q_1 + q_2 + q_3$ e a Eq. 23-6 nos dá

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0} \\ &= \frac{+3,1 \times 10^{-9} \text{ C} - 5,9 \times 10^{-9} \text{ C} - 3,1 \times 10^{-9} \text{ C}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} \\ &= -670 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}. \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

O sinal negativo indica que o fluxo total que atravessa a superfície é para dentro e, portanto, que a carga total envolvida pela superfície é negativa.

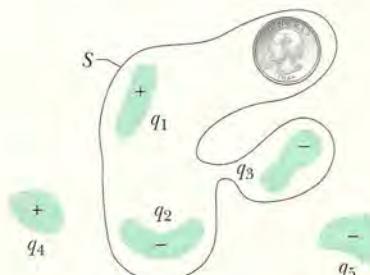


Figura 23-7 Cinco pedaços de plástico eletricamente carregados e uma moeda neutra. Uma superfície gaussiana, vista de perfil, envolve três pedaços de plástico e a moeda.

Exemplo

Aplicação da Lei de Gauss a um campo não uniforme

Qual é a carga total envolvida pelo cubo gaussiano da Fig. 23-5, que está submetido a um campo não uniforme $\vec{E} = 3,0\hat{x} + 4,0\hat{j}$, com E em newtons por coulomb e x e metros?

IDEIA-CHAVE

A carga total envolvida por uma superfície fechada (real ou matemática) está relacionada ao fluxo total do campo elétrico pela lei de Gauss, dada pela Eq. 23-6 ($\epsilon_0\Phi = q_{\text{env}}$).

Fluxo Para aplicar a Eq. 23-6, precisamos conhecer o fluxo através das seis faces do cubo. Já conhecemos o fluxo através da face direita ($\Phi_d = 36 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$, da face esquerda ($\Phi_e = -12 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$) e da face superior ($\Phi_s = 16 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$).

No caso da face inferior, o cálculo é o mesmo que para a face superior, *exceto* pelo fato de que a área elementar $d\vec{A}$ agora aponta para baixo ao longo do eixo y (lembre-se

de que o sentido de $d\vec{A}$ é sempre *para fora* da superfície gaussiana). Assim, $d\vec{A} = -d\hat{A}\hat{j}$ e

$$\Phi_b = -16 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

No caso da fase dianteira, $d\vec{A} = d\hat{A}\hat{k}$; no caso da face traseira, $d\vec{A} = -d\hat{A}\hat{k}$. Quando calculamos o produto escalar do campo elétrico $\vec{E} = 3,0\hat{x} + 4,0\hat{j}$ por essas duas expressões de $d\vec{A}$, o resultado é nulo, o que significa que o fluxo através dessas faces é zero. Podemos agora calcular o fluxo total através das seis faces do cubo:

$$\begin{aligned}\Phi &= (36 - 12 + 16 - 16 + 0 + 0) \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} \\ &= 24 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.\end{aligned}$$

Carga envolvida Finalmente, usamos a lei de Gauss para calcular a carga q_{env} envolvida pelo cubo:

$$\begin{aligned}q_{\text{env}} &= \epsilon_0\Phi = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(24 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) \\ &= 2,1 \times 10^{-10} \text{ C}. \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

Assim, a carga *total* envolvida pelo cubo é positiva.

23-5 Lei de Gauss e Lei de Coulomb

Como a lei de Gauss e a lei de Coulomb são formas diferentes de descrever a mesma relação entre carga elétrica e campo elétrico em situações estáticas, deve ser possível demonstrar uma das leis a partir da outra. Vamos agora demonstrar a lei de Coulomb a partir da lei de Gauss e algumas considerações de simetria.

A Fig. 23-8 mostra uma carga pontual positiva q em torno da qual foi desenhada uma superfície gaussiana esférica concêntrica de raio r . Vamos dividir a superfície em áreas elementares dA . Por definição, o vetor área $d\vec{A}$ em qualquer ponto é perpendicular à superfície e dirigido para fora. Pela simetria da situação, sabemos que o campo elétrico \vec{E} também é perpendicular à superfície e dirigido para fora. Assim, como o ângulo θ entre \vec{E} e $d\vec{A}$ é zero, podemos escrever a lei de Gauss (Eq. 23-7) na forma

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint E dA = q_{\text{env}}, \quad (23-8)$$

em que $q_{\text{env}} = q$. Embora E varie radialmente com a distância, tem o mesmo valor em todos os pontos da superfície esférica. Como a integral da Eq. 23-8 é calculada nessa superfície, E é constante na integração e pode ser colocado do lado de fora do sinal de integral. Isso nos dá

$$\epsilon_0 E \oint dA = q. \quad (23-9)$$

A integral agora é simplesmente a soma de todos os elementos de área dA da esfera e, portanto, é igual à área da superfície da esfera, $4\pi r^2$. Fazendo essa substituição, obtemos:

$$\epsilon_0 E (4\pi r^2) = q$$

ou
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (23-10)$$

Essa é exatamente a Eq. 22-3, que foi obtida usando a lei de Coulomb.

TESTE 3

Um certo fluxo Φ , atravessa uma esfera gaussiana de raio r que envolve uma única partícula carregada. Suponha que a esfera gaussiana seja substituída (a) por uma esfera gaussiana maior, (b) por um cubo gaussiano de lado r e (c) por um cubo gaussiano de lado $2r$. Em cada caso, o fluxo total através da nova superfície gaussiana é maior, menor ou igual a Φ ?

23-6 Um Condutor Carregado

A lei de Gauss permite demonstrar um teorema importante a respeito dos condutores:



Se uma carga em excesso é introduzida em um condutor, a carga se concentra na superfície do condutor; o interior do condutor continua a ser neutro.

Esse comportamento dos condutores é razoável, já que cargas do mesmo sinal se repelem. A ideia é que, ao se acumularem na superfície, as cargas em excesso se mantêm afastadas o máximo possívelumas das outras. Podemos usar a lei de Gauss para demonstrar matematicamente essa afirmação.

A Fig. 23-9a mostra uma vista de perfil de um pedaço de cobre, pendurado por um fio isolante, com uma carga em excesso q . Colocamos uma superfície gaussiana logo abaixo da superfície do condutor.

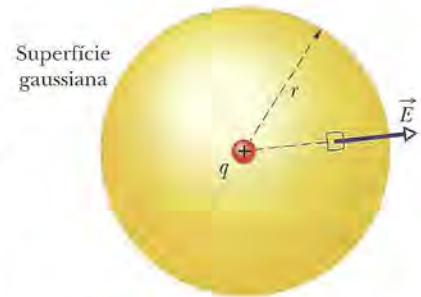


Figura 23-8 Uma superfície gaussiana esférica com centro em uma carga pontual q .

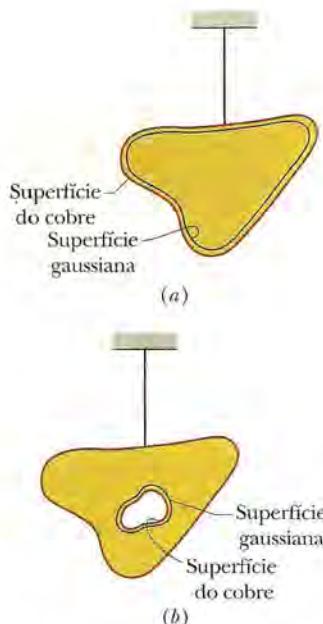


Figura 23-9 (a) Um pedaço de cobre com uma carga q pendurado por um fio não condutor. Uma superfície gaussiana é colocada logo abaixo da superfície do condutor. (b) O pedaço de cobre agora possui uma cavidade. Uma superfície gaussiana é colocada do lado de fora da cavidade, perto da sua superfície, no interior do condutor.

O campo elétrico no interior do condutor deve ser nulo; se não fosse assim, o campo exerceria uma força sobre os elétrons de condução (elétrons livres), que estão sempre presentes em um condutor, e isso produziria uma corrente elétrica. (Em outras palavras, haveria um movimento de cargas no interior do condutor.) Como não pode haver uma corrente perpétua em um condutor que não faz parte de um circuito elétrico, o campo elétrico deve ser nulo.

(Um campo elétrico interno *existe* durante um certo tempo, enquanto o condutor está sendo carregado. Entretanto, a carga adicional logo se distribui de tal forma que o campo elétrico interno se anula e as cargas param de se mover. Quando isso acontece, dizemos que as cargas estão em *equilíbrio eletrostático*.)

Se \vec{E} é zero em todos os pontos do interior do pedaço de cobre, deve ser zero em todos os pontos da superfície gaussiana, já que a superfície escolhida, embora esteja próxima da superfície, fica no interior do pedaço de cobre. Isso significa que o fluxo que atravessa a superfície gaussiana também é zero. De acordo com a lei de Gauss, portanto, a carga total envolvida pela superfície de Gauss deve ser nula. Como o excesso de cargas não está no interior da superfície de Gauss, só pode estar na superfície do condutor.

Um Condutor Carregado com uma Cavidade Interna

A Fig. 23-9b mostra o mesmo condutor, agora com uma cavidade interna. É talvez razoável supor que, ao removermos material eletricamente neutro para formar a cavidade, não mudamos a distribuição de cargas nem de campos elétricos, que continua a ser a mesma da Fig. 23-9a. Vamos usar a lei de Gauss para demonstrar matematicamente essa conjectura.

Colocamos uma superfície gaussiana envolvendo a cavidade, próximo da superfície, mas no interior do condutor. Como $\vec{E} = 0$ no interior do condutor, o fluxo através dessa superfície também é nulo. Assim, a superfície não pode envolver nenhuma carga. A conclusão é que não existe carga em excesso na superfície da cavidade; toda a carga em excesso permanece na superfície externa do condutor, como na Fig. 23-9a.

Remoção do Condutor

Suponha que, por um passe de mágica, fosse possível “congelar” as cargas em excesso na superfície do condutor, talvez revestindo-as com uma fina camada de plástico, e que o condutor pudesse ser removido totalmente. Isso seria equivalente a aumentar a cavidade da Fig. 23-9b até que ocupasse todo o condutor. O campo elétrico não sofreria nenhuma alteração: continuaria a ser nulo no interior da fina camada de cargas e permaneceria o mesmo em todos os pontos do exterior. Isso mostra que o campo elétrico é criado pelas cargas e não pelo condutor; este constitui apenas um veículo para que as cargas assumam suas posições de equilíbrio.

O Campo Elétrico Externo

Vimos que as cargas em excesso de um condutor isolado se concentram na superfície do condutor. A menos que o condutor seja esférico, porém, essas cargas não se distribuem de modo uniforme. Em outras palavras, no caso de condutores não esféricos, a densidade superficial de cargas σ (carga por unidade de área) varia ao longo da superfície. Em geral, essa variação torna muito difícil determinar o campo elétrico criado por cargas superficiais a não ser nas proximidades da superfície, pois, nesse caso, o campo elétrico pode ser determinado com facilidade usando a lei de Gauss. Para isso, consideraremos uma região da superfície suficientemente pequena para que possamos desprezar a curvatura e usamos um plano para representar a região. Em seguida, imaginamos um pequeno cilindro gaussiano engastado na superfície, como na Fig. 23-10: uma das bases está do lado de dentro do condutor, a outra base está do lado de fora e o eixo do cilindro é perpendicular à superfície do condutor.

O campo elétrico \vec{E} na superfície e logo acima da superfície também é perpendicular à superfície. Se não fosse, teria uma componente paralela à superfície do condutor que exerceria forças sobre as cargas superficiais, fazendo com que se movessem. Esse movimento, porém, violaria nossa suposição implícita de que estamos lidando com um corpo em equilíbrio eletrostático. Assim, \vec{E} é perpendicular à superfície do condutor.

Vamos agora calcular o fluxo através da superfície gaussiana. Não há fluxo através da base que se encontra dentro do condutor, já que, nessa região, o campo elétrico é nulo. Também não há fluxo através da superfície lateral do cilindro, pois do lado de dentro do condutor o campo é nulo e do lado de fora o campo elétrico é paralelo à superfície lateral do cilindro. Assim, o único fluxo que atravessa a superfície gaussiana é o que atravessa a base que se encontra fora do condutor, onde \vec{E} é perpendicular ao plano da base. Supomos que a área da base, A , é suficientemente pequena para que o módulo E do campo seja constante em toda a base. Nesse caso, o fluxo através da base do cilindro é EA e esse é o fluxo total Φ que atravessa a superfície gaussiana.

A carga q_{env} envolvida pela superfície gaussiana está na superfície do condutor e ocupa uma área A . Se σ é a carga por unidade de área, q_{env} é igual a σA . Quando substituimos q_{env} por σA e Φ por EA , a lei de Gauss (Eq. 23-6) se torna

$$\epsilon_0 EA = \sigma A,$$

e, portanto,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{superfície condutora}). \quad (23-11)$$

Assim, o módulo do campo elétrico logo acima da superfície de um condutor é proporcional à densidade superficial de cargas do condutor. Se a carga do condutor é positiva, o campo elétrico aponta para fora do condutor, como na Fig. 23-10; se é negativa, o campo elétrico aponta para dentro do condutor.

As linhas de campo da Fig. 23-10 devem terminar em cargas negativas externas ao condutor. Se aproximarmos essas cargas do condutor, a densidade de carga na superfície do condutor é modificada, o que também acontece com o módulo do campo elétrico. Entretanto, a relação entre σ e E continua a ser dada pela Eq. 23-11.

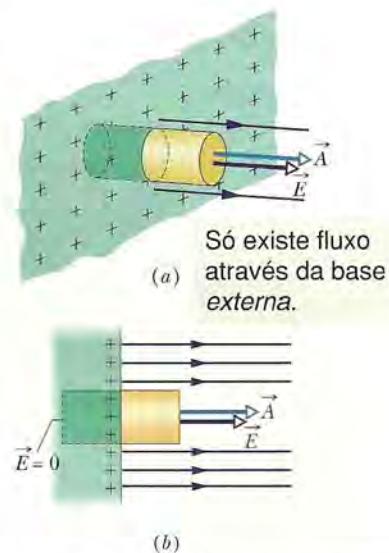


Figura 23-10 (a) Vista em perspectiva e (b) vista de perfil de uma pequena parte de um condutor de grande extensão com uma carga positiva na superfície. Uma superfície gaussiana cilíndrica, engastada perpendicularmente no condutor, envolve parte das cargas. Linhas de campo elétrico atravessam a base do cilindro que está do lado de fora do condutor, mas não a base que está do lado de dentro. A base que está do lado de fora tem área A e o vetor área é \vec{A} .

Exemplo

Casca metálica esférica, campo elétrico e carga

A Fig. 23-11a mostra uma seção reta de uma casca metálica esférica de raio interno R . Uma carga pontual de $-5,0 \mu\text{C}$ está situada a uma distância $R/2$ do centro da casca. Se a casca é eletricamente neutra, quais são as cargas (induzidas) na superfície interna e na superfície externa? Essas cargas estão distribuídas uniformemente? Qual é a configuração do campo elétrico do lado de dentro e do lado de fora da casca?

IDEIAS-CHAVE

A Fig. 23-11b mostra uma seção reta de uma superfície gaussiana esférica no interior do metal, perto da superfície interna da casca. O campo elétrico deve ser nulo no interior do metal (e, portanto, na superfície gaussiana, que está no interior do metal). Isso significa que o fluxo elétrico através da superfície gaussiana também deve ser nulo. De acordo com a lei de Gauss, portanto, a carga total envolvida pela superfície gaussiana deve ser nula.

Raciocínio Como existe uma carga pontual de $-5,0 \mu\text{C}$ no interior da casca, deve haver uma carga de $+5,0 \mu\text{C}$ na superfície interna da casca para que a carga envolvida seja zero. Se a carga pontual estivesse no centro de curvatura da casca, as cargas positivas estariam distribuídas uniformemente ao longo da superfície interna da casca. Como, porém, a carga pontual está fora do centro, a distribuição de cargas positivas é assimétrica, como mostra a Fig. 23-11b, já que as cargas positivas tendem a se concentrar na parte da superfície interna que está mais próxima da carga pontual (já que esta é negativa).

Como a casca é eletricamente neutra, para que a superfície interna tenha uma carga de $+5,0 \mu\text{C}$ é preciso que elétrons, com uma carga total de $-5,0 \mu\text{C}$, sejam transferidos da superfície interna para a superfície externa, onde se distribuem uniformemente, como mostra a Fig. 23-11b. A distribuição de cargas negativas é

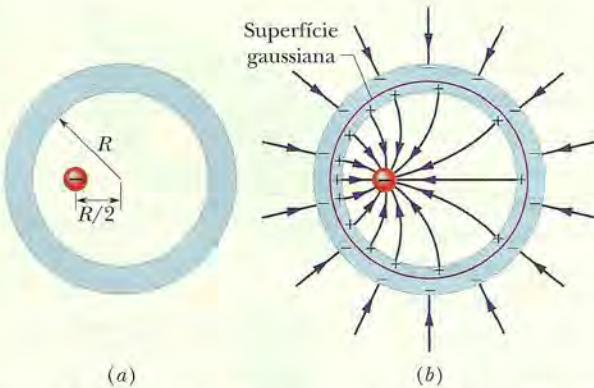


Figura 23-11 (a) Uma carga pontual negativa está situada no interior de uma casca metálica esférica eletricamente neutra. (b) Em consequência, cargas positivas se distribuem de modo assimétrico na superfície interna da casca e uma quantidade igual de cargas negativas se distribui uniformemente na superfície externa.

uniforme porque a casca é esférica e porque a distribuição assimétrica de cargas positivas na superfície interna não pode produzir um campo elétrico no interior do metal para afetar a distribuição de cargas na superfície externa.

A Fig. 23-11b mostra também as linhas de campo do lado de dentro e do lado de fora da casca. Todas as linhas de campo interceptam perpendicularmente a casca e convergem para a carga pontual. Do lado de dentro da casca, a configuração de linhas de campo é assimétrica por causa da assimetria da distribuição de cargas positivas. Do lado de fora, o padrão é o mesmo que se a carga pontual estivesse no centro de curvatura e a casca não existisse. Na verdade, a configuração seria a mesma para qualquer posição da carga pontual no interior da casca.

23-7 Aplicando a Lei de Gauss: Simetria Cilíndrica

A Fig. 23-12 mostra uma parte de uma barra de plástico cilíndrica de comprimento infinito com uma densidade linear uniforme de cargas positivas λ . Vamos obter uma expressão para o módulo do campo elétrico \vec{E} a uma distância r do eixo da barra.

Para facilitar os cálculos, a superfície gaussiana escolhida deve ter a mesma simetria do problema, que no caso é cilíndrica. Assim, escolhemos um cilindro circular de raio r e altura h , coaxial com a barra. Como a superfície gaussiana deve ser fechada, incluímos duas bases como parte da superfície.

Imagine agora que, enquanto você não está olhando, alguém faça girar a barra de plástico de um ângulo qualquer em torno do eixo ou imprima à barra uma rotação de 180° em torno do centro. Nos dois casos, você não notaria nenhuma mudança. Concluímos dessa simetria que a única direção especificada de forma definida neste problema é ao longo de uma reta radial. Assim, em todos os pontos da parte lateral da superfície gaussiana, \vec{E} deve ter o mesmo módulo E e (no caso de uma barra carregada positivamente) apontar para longe da barra.

Como a circunferência do cilindro é $2\pi r$ e a altura é h , a área A da superfície lateral é $2\pi rh$. O fluxo de \vec{E} através da superfície lateral é, portanto,

$$\Phi = EA \cos \theta = E(2\pi rh) \cos 0 = E(2\pi rh).$$

O fluxo através das bases do cilindro é zero porque \vec{E} é paralelo aos planos das bases.

Como a carga envolvida pela superfície gaussiana é λh , temos, de acordo com a lei de Gauss,

$$\epsilon_0 \Phi = q_{\text{env}},$$

se reduz a

$$\epsilon_0 E(2\pi rh) = \lambda h,$$

o que nos dá

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{linha de cargas}). \quad (23-12)$$

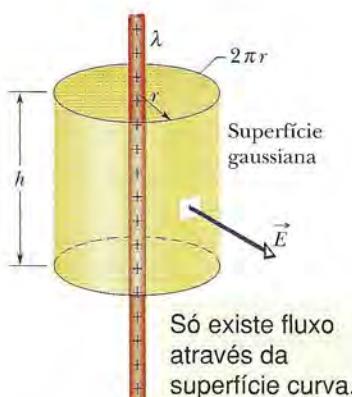


Figura 23-12 Uma superfície gaussiana cilíndrica envolvendo parte de uma barra de plástico cilíndrica de comprimento infinito com uma densidade linear uniforme de cargas positivas.

Este é o campo elétrico produzido por uma reta de cargas infinitamente longa em um ponto situado a uma distância r da reta. O sentido de \vec{E} é para longe da reta se a carga é positiva e na direção da reta se a carga é negativa. A Eq. 23-12 também fornece o valor aproximado do campo produzido por um segmento de reta de cargas em pontos não muito próximos das extremidades (em comparação com a distância entre o ponto e o segmento de reta).

Exemplo

A lei de Gauss e uma descarga para cima em uma tempestade elétrica

A mulher da Fig. 23-13 estava em uma plataforma de observação do Sequoia National Park quando uma grande nuvem de tempestade passou no céu. Muitos elétrons de condução do corpo da mulher foram repelidos para a terra pela base da nuvem, negativamente carregada (Fig. 23-14a), o que deixou o corpo da mulher positivamente carregado. Observando a fotografia da Fig. 23-13, é possível concluir que o corpo da mulher está carregado, já que os fios de cabelo se repelem mutuamente e se projetam para cima ao longo das linhas de campo elétrico produzidas pela carga do corpo.

A mulher não foi atingida por um relâmpago, mas estava correndo um sério risco, pois o campo elétrico estava a ponto de causar uma ruptura dielétrica no ar à sua volta. Essa ruptura teria ocorrido ao longo de uma trajetória ascendente, no que é chamado de *descarga para cima*. Uma descarga para cima é perigosa porque a ionização que produz nas moléculas do ar libera um grande número de elétrons. Se a mulher da Fig. 23-13 tivesse provocado uma descarga para cima, os elétrons livres do ar teriam sido atraídos para o seu corpo (Fig. 23-14b), produzindo um choque possivelmente fatal. Um choque elétrico é perigoso porque, dependendo da intensidade, pode interromper a respiração ou os batimentos cardíacos, além de causar queimaduras.

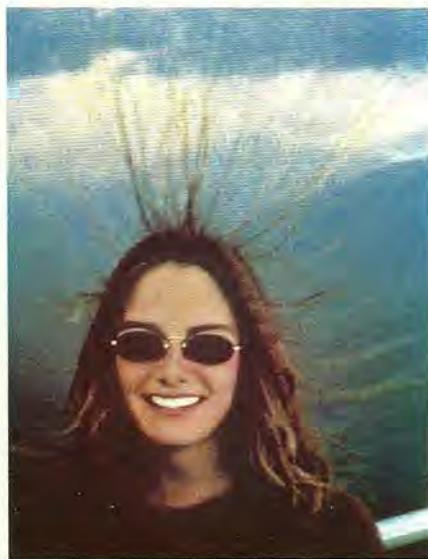


Figura 23-13 Uma nuvem de tempestade deixou esta mulher positivamente carregada. (Cortesia da NOAA)

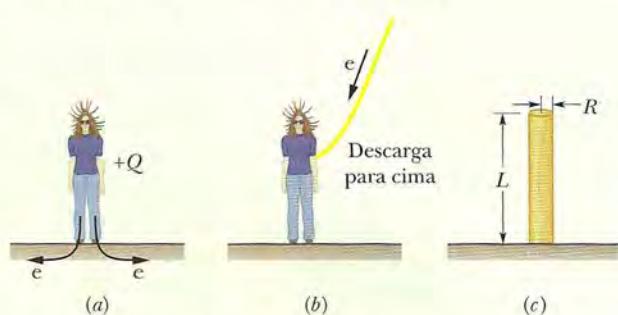


Figura 23-14 (a) Muitos elétrons de condução do corpo da mulher foram repelidos para a terra pela base da nuvem, negativamente carregada, o que deixou o corpo positivamente carregado. (b) Em uma descarga para cima, o ar sofre uma ruptura dielétrica, o que permite que elétrons livres criados no ar sejam atraídos para o corpo da mulher. (c) O corpo da mulher pode ser representado por um cilindro.

Vamos modelar o corpo da mulher como um cilindro vertical estreito de altura $L = 1,8\text{ m}$ e raio $R = 0,10\text{ m}$ (Fig. 23-14c). Suponha que a carga Q esteja uniformemente distribuída ao longo do cilindro e que a ruptura dielétrica ocorra quando o módulo do campo elétrico excede o valor crítico $E_c = 2,4\text{ MN/C}$. Para que valor de Q o ar em volta da mulher está a ponto de sofrer uma ruptura dielétrica?

IDEIA-CHAVE

Como $R \ll L$, podemos aproximar a distribuição de cargas por uma linha comprida de cargas. Além disso, como estamos supondo que a distribuição de cargas é uniforme, o módulo do campo elétrico é dado aproximadamente pela Eq. 23-12 ($E = \lambda/2\pi\epsilon_0 r$).

Cálculos Substituindo o campo elétrico E pelo valor crítico E_c , a distância radial r pelo raio do cilindro R e a densidade linear de cargas λ pela razão Q/L , temos:

$$E_c = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 R},$$

ou

$$Q = 2\pi\epsilon_0 R L E_c.$$

Substituindo as constantes por valores numéricos, temos:

$$\begin{aligned} Q &= (2\pi)(8,85 \times 10^{-12}\text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,10\text{ m}) \\ &\quad \times (1,8\text{ m})(2,4 \times 10^6\text{ N/C}) \\ &= 2,402 \times 10^{-5}\text{ C} \approx 24\mu\text{C}. \end{aligned} \tag{Resposta}$$

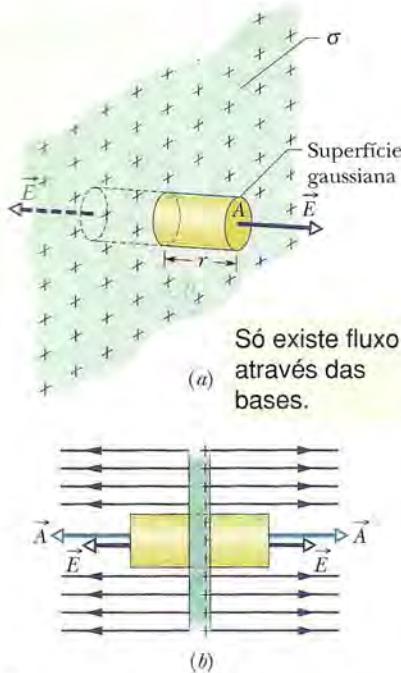


Figura 23-15 (a) Vista em perspectiva e (b) vista de perfil de uma pequena parte de uma placa de grande extensão com uma carga positiva na superfície. Uma superfície gaussiana cilíndrica, com o eixo perpendicular à placa e uma base de cada lado da placa, envolve parte das cargas.

23-8 Aplicando a Lei de Gauss: Simetria Planar

Placa Não Condutora

A Fig. 23-15 mostra uma parte de uma placa fina, infinita, não condutora, com uma densidade superficial de cargas positivas σ . Uma folha de plástico, com uma das superfícies uniformemente carregada, pode ser um bom modelo. Vamos calcular o campo elétrico \vec{E} a uma distância r da placa.

Uma superfície gaussiana adequada para esse tipo de problema é um cilindro com o eixo perpendicular à placa e com uma base de cada lado da placa, como mostra a figura. Por simetria, \vec{E} deve ser perpendicular à placa e, portanto, às bases do cilindro. Além disso, como a carga é positiva, \vec{E} deve apontar *para longe* da placa, e, portanto, as linhas de campo elétrico atravessam as duas bases do cilindro no sentido de dentro para fora. Como as linhas de campo são paralelas à superfície lateral do cilindro, o produto $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ é nulo nessa parte da superfície gaussiana. Assim, $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ é igual a $E dA$ nas bases do cilindro e é igual a zero na superfície lateral. Nesse caso, a lei de Gauss

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{env}},$$

se torna

$$\epsilon_0(EA + EA) = \sigma A,$$

em que σA é a carga envolvida pela superfície gaussiana. Isso nos dá

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{placa de cargas}). \quad (23-13)$$

Como estamos considerando uma placa infinita com uma densidade de cargas uniforme, este resultado é válido para qualquer ponto que se encontre a uma distância finita da placa. A Eq. 23-13 é igual à Eq. 22-27, que foi obtida por integração das componentes do campo elétrico produzido por elementos de carga.

Duas Placas Condutoras

A Fig. 23-16a mostra uma vista de perfil de uma placa condutora fina, infinita, com um excesso de cargas positivas. Como vimos na Seção 23-6, a carga em excesso está na superfície da placa. Como a placa é fina e muito extensa, podemos supor que praticamente toda a carga em excesso se encontra nas duas faces maiores da placa.

Se não existe um campo elétrico externo para forçar as cargas positivas a assumirem uma certa distribuição, as cargas se distribuem uniformemente nas duas faces com uma densidade superficial de cargas σ_1 . De acordo com a Eq. 23-11, essas cargas criam, nas proximidades da superfície, um campo elétrico de módulo $E = \sigma_1/\epsilon_0$. Como a carga em excesso é positiva, o campo aponta para longe da placa.

A Fig. 23-16b mostra uma placa do mesmo tipo com um excesso de cargas negativas e uma densidade superficial de cargas com o mesmo valor absoluto σ_1 . A única diferença é que, agora, o campo aponta na direção da placa.

Suponha que as placas das Figs. 23-16a e b sejam colocadas lado a lado (Fig. 23-16c). Como as placas são condutoras, quando as aproximamos, as cargas em excesso

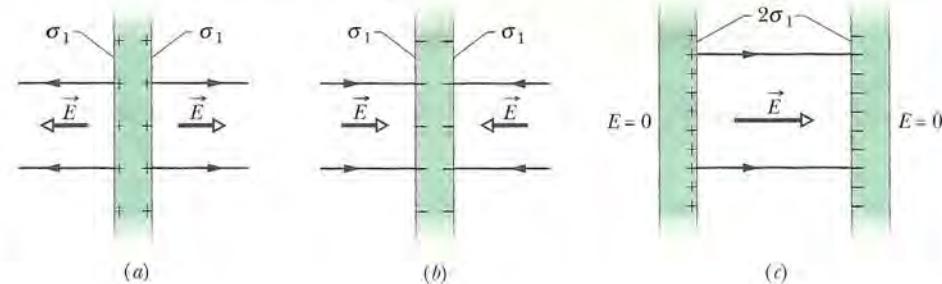


Figura 23-16 (a) Uma placa condutora fina, infinita, com um excesso de cargas positivas. (b) Uma placa do mesmo tipo com um excesso de cargas negativas. (c) As duas placas colocadas lado a lado.

so de uma placa atraem as cargas em excesso da outra e todas as cargas em excesso se concentram na superfície interna das placas, como mostra a Fig. 23-16c. Como existe agora uma quantidade de cargas duas vezes maior nas superfícies internas, a nova densidade superficial de cargas (que vamos chamar de σ) nas faces internas é $2\sigma_i$. Assim, o módulo do campo elétrico em qualquer ponto entre as placas é dado por

$$E = \frac{2\sigma_1}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (23-14)$$

Este campo aponta para longe da placa positiva e na direção da placa negativa. Como não existe excesso de cargas nas faces externas, o campo elétrico do lado de fora das placas é zero.

Como as cargas das placas se moveram quando as placas foram aproximadas, a Fig. 23-16c *não é* a superposição das Figs. 23-16a e b; em outras palavras, a distribuição de cargas no sistema de duas placas não é simplesmente a soma das distribuições de cargas das placas isoladas.

O leitor deve estar se perguntando por que nos demos ao trabalho de discutir situações tão pouco realistas como os campos produzidos por uma linha infinita de cargas, uma placa infinita de cargas e um par de placas infinitas de cargas. Uma razão é que é muito fácil analisar essas situações usando a lei de Gauss. Uma razão mais importante é que a análise de situações “infinitas” permite obter boas aproximações para problemas reais. Assim, a Eq. 23-13 vale também para uma placa não condutora finita, contanto que estejamos lidando com pontos próximos da placa e razoavelmente distantes das bordas. A Eq. 23-14 se aplica a um par de placas condutoras finitas, contanto que não estejamos lidando com pontos muito próximos das bordas.

O problema das bordas de uma placa, e o motivo pelo qual procuramos, na medida do possível, nos manter afastados delas, é que, perto de uma borda, não podemos usar a simetria planar para determinar as expressões dos campos. Perto da borda, as linhas de campo são curvas (é o chamado *efeito de borda*) e os campos elétricos são muito difíceis de expressar matematicamente.

Exemplo

Campo elétrico nas proximidades de duas placas carregadas paralelas

A Fig. 23-17a mostra partes de duas placas de grande extensão, paralelas, não condutoras, ambas com uma carga uniforme de um dos lados. Os valores das densidades superficiais de cargas são $\sigma_{(+)} = 6,8 \mu\text{C/m}^2$ para a placa positivamente carregada e $\sigma_{(-)} = 4,3 \mu\text{C/m}^2$ para a placa negativamente carregada.

Determine o campo elétrico \vec{E} (a) à esquerda das placas; (b) entre as placas; (c) à direita das placas.

IDEIA-CHAVE

Como as cargas estão fixas (as placas são não condutoras), podemos determinar os campos elétricos produzidos pelas placas da Fig. 23-17a (1) calculando o campo produzido pelas placas como se a outra não existisse e (2) somando algebraicamente os resultados. (Não há necessidade de usar uma soma vetorial porque os campos são paralelos.)

Cálculos Em qualquer ponto, o campo elétrico $\vec{E}_{(+)}$ produzido pela placa positiva aponta *para longe* da placa e, de acordo com a Eq. 23-13, tem um módulo dado por

$$E_{(+)} = \frac{\sigma_{(+)}}{2\epsilon_0} = \frac{6,8 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ = 3,84 \times 10^5 \text{ N/C.}$$

Analogamente, em qualquer ponto, o campo elétrico $\vec{E}_{(-)}$ produzido pela placa negativa aponta *na direção* da placa e tem um módulo dado por

$$E_{(-)} = \frac{\sigma_{(-)}}{2\epsilon_0} = \frac{4,3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ = 2,43 \times 10^5 \text{ N/C.}$$

A Fig. 23-17b mostra os campos criados pelas placas à esquerda das placas (E), entre as placas (C) e à direita das placas (D).

Os campos resultantes nas três regiões podem ser obtidos usando o princípio de superposição. À esquerda, o módulo do campo é

$$E_E = E_{(+)} - E_{(-)} \\ = 3,84 \times 10^5 \text{ N/C} - 2,43 \times 10^5 \text{ N/C} \\ = 1,4 \times 10^5 \text{ N/C.} \quad (\text{Resposta})$$

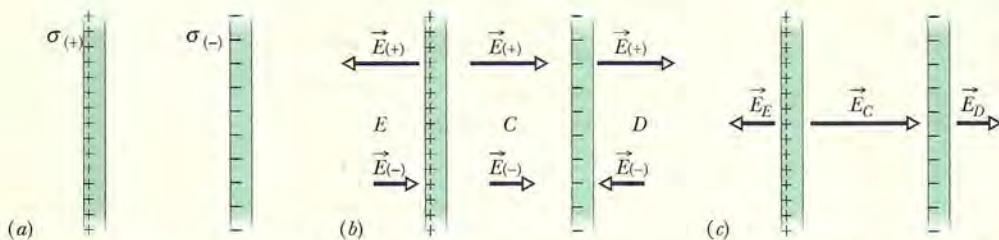


Figura 23-17 (a) Duas placas de grande extensão, paralelas, não condutoras, com uma carga uniforme em um dos lados. (b) Campos elétricos criados pelas duas placas. (c) Campo total criado pelas duas placas, obtido por superposição.

Como $E_{(+)}$ é maior que $E_{(-)}$, o campo elétrico total \vec{E}_E nessa região aponta para a esquerda, como mostra a Fig. 23-17c. À direita das placas, o campo elétrico \vec{E}_D tem o mesmo módulo, mas aponta para a direita, como mostra a Fig. 23-17c.

Entre as placas, os dois campos se somam e temos

$$\begin{aligned} E_C &= E_{(+)} + E_{(-)} \\ &= 3,84 \times 10^5 \text{ N/C} + 2,43 \times 10^5 \text{ N/C} \\ &= 6,3 \times 10^5 \text{ N/C.} \end{aligned}$$

(Resposta)

O campo elétrico \vec{E}_C aponta para a direita.

23-9 Aplicando a Lei de Gauss: Simetria Esférica

Vamos agora usar a lei de Gauss para demonstrar os dois teoremas das cascas que foram apresentados na Seção 21-4:



Uma casca com uma distribuição uniforme de cargas atrai ou repele uma partícula carregada situada do lado de fora da casca como se toda a carga estivesse no centro da casca.



Se uma partícula carregada está situada no interior de uma casca com uma distribuição uniforme de cargas, a casca não exerce nenhuma força eletrostática sobre a partícula.

A Figura 23-18 mostra uma casca esférica carregada de raio R com uma carga total q e duas superfícies gaussianas concêntricas, S_1 e S_2 . Quando usamos o método da Seção 23-5 e aplicamos a lei de Gauss à superfície S_2 , para a qual $r \geq R$, o resultado é o seguinte:

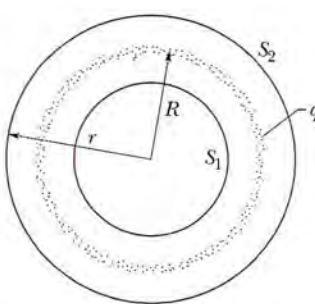


Figura 23-18 Vista de perfil de uma casca esférica fina, uniformemente carregada, com uma carga total q . Duas superfícies gaussianas, S_1 e S_2 , também são mostradas. A superfície S_2 envolve a casca e a superfície S_1 envolve apenas a cavidade vazia que existe no interior da casca.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (\text{casca esférica, campo em } r \geq R). \quad (23-15)$$

Este campo é igual ao que seria criado por uma carga pontual q localizada no centro da casca. Assim, a força produzida por uma casca de carga q sobre uma partícula carregada localizada do lado de fora da casca é a mesma que a força produzida por uma partícula pontual de carga q situada no centro da casca. Fica assim demonstrado o primeiro teorema das cascas.

Aplicando a lei de Gauss à superfície S_1 , para a qual $r < R$, obtemos:

$$E = 0 \quad (\text{casca esférica, campo em } r < R), \quad (23-16)$$

já que a superfície S_1 não envolve nenhuma carga. Assim, se existe uma partícula carregada no interior da casca, a casca não exerce nenhuma força sobre a partícula. Fica assim demonstrado o segundo teorema das cascas.

Toda distribuição de cargas esfericamente simétrica, como a distribuição de raio R e densidade volumétrica de cargas ρ da Fig. 23-19, pode ser substituída por um conjunto de cascas esféricas concêntricas. Para fins de aplicação dos dois teoremas

das cascas, a densidade volumétrica de cargas ρ deve ter um valor único para cada casca, mas não precisa ser a mesma para todas as cascas. Assim, para a distribuição de cargas como um todo, ρ pode variar, mas apenas em função de r , a distância radial a partir do centro de curvatura. Podemos, portanto, caso seja necessário, examinar o efeito da distribuição de cargas “camada por camada”.

Na Fig. 23-19a, todas as cargas estão no interior de uma superfície gaussiana com $r > R$. As cargas produzem um campo elétrico na superfície gaussiana como se houvesse apenas uma carga pontual situada no centro e a Eq. 23-15 pode ser aplicada.

A Fig. 23-19b mostra uma superfície gaussiana com $r < R$. Para determinar o campo elétrico em pontos sobre esta superfície gaussiana, consideramos dois conjuntos de cascas carregadas: um conjunto do lado de dentro da superfície gaussiana e outro conjunto do lado de fora. De acordo com a Eq. 23-16, as cargas *do lado de fora* da superfície gaussiana não criam um campo elétrico na superfície gaussiana. De acordo com a Eq. 23-15, as cargas *do lado de dentro* da superfície gaussiana criam o mesmo campo que uma carga pontual de mesmo valor situada no centro. Chamando essa carga de q' , podemos escrever a Eq. 23-15 na forma

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} \quad (\text{distribuição esférica, campo em } r \leq R). \quad (23-17)$$

Como a distribuição de cargas no interior da esfera de raio R é uniforme, podemos calcular a carga q' envolvida por uma superfície esférica de raio r (Fig. 23-19b) usando a seguinte relação:

$$\frac{\left(\begin{array}{l} \text{carga envolvida por} \\ \text{uma esfera de raio } r \end{array}\right)}{\left(\begin{array}{l} \text{volume envolvido por} \\ \text{uma esfera de raio } r \end{array}\right)} = \frac{\text{carga total}}{\text{volume total}}$$

ou

$$\frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}. \quad (23-18)$$

Explicitando q' , obtemos:

$$q' = q \frac{r^3}{R^3}. \quad (23-19)$$

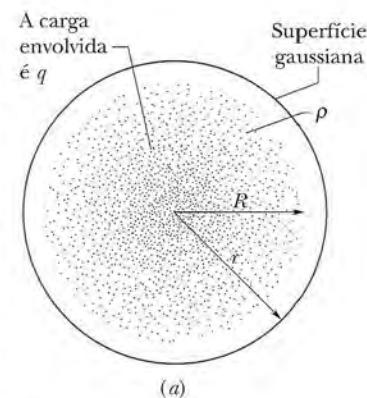
Substituindo na Eq. 23-17, obtemos:

$$E = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r \quad (\text{distribuição uniforme, campo em } r \leq R). \quad (23-20)$$

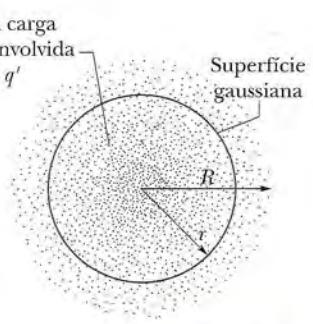


TESTE 4

A figura mostra duas placas de grande extensão, paralelas, não condutoras, com densidades superficiais de cargas iguais, uniformes e positivas, e uma esfera com uma densidade volumétrica de cargas uniforme e positiva. Ordene os quatro pontos numerados de acordo com o módulo do campo elétrico existente no local, em ordem decrescente.



(a)



(b)

O fluxo através da superfície depende apenas da carga envolvida.

Figura 23-19 Os pontos representam uma distribuição de cargas fixas com simetria esférica e raio R , cuja densidade volumétrica de cargas ρ é função apenas da distância do centro. Uma superfície gaussiana concêntrica com $r > R$ é mostrada em (a). Uma superfície gaussiana semelhante, com $r < R$, é mostrada em (b).

REVISÃO E RESUMO

Lei de Gauss A lei de Gauss e a lei de Coulomb são formas diferentes de descrever a relação entre carga e campo elétrico em situações estáticas. A lei de Gauss é expressa pela equação

$$\epsilon_0 \Phi = q_{\text{env}} \quad (\text{lei de Gauss}), \quad (23-6)$$

em que q_{env} é a carga total no interior de uma superfície imaginária fechada (conhecida como *superfície gaussiana*) e Φ é o fluxo total do campo elétrico através da superfície:

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (\text{fluxo elétrico através de uma superfície gaussiana}). \quad (23-4)$$

A lei de Coulomb pode ser demonstrada a partir da lei de Gauss.

Aplicações da Lei de Gauss Usando a lei de Gauss e, em alguns casos, princípios de simetria, é possível demonstrar várias propriedades importantes de sistemas eletrostáticos, entre as quais as seguintes:

- As cargas em excesso de um *condutor* estão concentradas na superfície externa do condutor.
- O campo elétrico externo nas vizinhanças da *superfície de um condutor carregado* é perpendicular à superfície e tem um módulo dado por

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{superfície condutora}). \quad (23-11)$$

em que σ é a densidade superficial de cargas.

No interior do condutor, $E = 0$.

- O campo elétrico em qualquer ponto de uma *linha de cargas infinita* com uma densidade linear de cargas uniforme λ é per-

pendicular à linha de cargas e tem um módulo dado por

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{linha de cargas}), \quad (23-12)$$

em que r é a distância perpendicular entre a linha de cargas e o ponto.

- O campo elétrico produzido por uma *placa não condutora infinita* com uma densidade superficial de cargas uniforme σ é perpendicular ao plano da placa e tem um módulo dado por

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{placa de cargas}). \quad (23-13)$$

- O campo elétrico *do lado de fora de uma casca esférica uniformemente carregada* de raio R e carga total q aponta na direção radial e tem um módulo dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (\text{casca esférica, para } r \geq R), \quad (23-15)$$

em que r é a distância entre o centro da casca e o ponto no qual o campo E é medido. (A carga se comporta, para pontos externos, como se estivesse concentrada no centro da esfera.) O campo *do lado de dentro* de uma casca esférica uniformemente carregada é zero:

$$E = 0 \quad (\text{casca esférica, para } r < R). \quad (23-16)$$

- O campo elétrico *no interior de uma esfera uniformemente carregada* aponta na direção radial e tem um módulo dado por

$$E = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r. \quad (23-20)$$

P E R G U N T A S

- 1** O vetor área de uma superfície é $\vec{A} = (2\hat{i} + 3\hat{j})\text{m}^2$. Qual é o fluxo de um campo elétrico através da superfície se o campo é (a) $\vec{E} = 4\hat{i}$ N/C; (b) $\vec{E} = 4\hat{k}$ N/C?

- 2** A Fig. 23-20 mostra, em seção reta, três cilindros maciços de comprimento L e carga uniforme Q . Concêntrica com cada cilindro existe uma superfície gaussiana cilíndrica; as três superfícies gaussianas têm o mesmo raio. Coloque as superfícies gaussianas na ordem do módulo do campo elétrico em qualquer ponto da superfície, começando pelo maior.

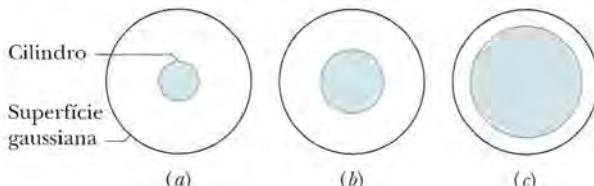


Figura 23-20 Pergunta 2.

- 3** A Fig. 23-21 mostra, em seção reta, uma esfera central metálica, duas cascas metálicas e três superfícies gaussianas esféricas concêntricas de raio R , $2R$ e $3R$. As cargas dos três corpos, distribuídas uniformemente, são as seguintes: esfera, Q ; casca menor, $3Q$; casca

maior, $5Q$. Coloque as três superfícies gaussianas na ordem do módulo do campo elétrico em qualquer ponto da superfície, começando pelo maior.

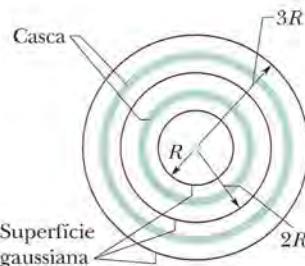


Figura 23-21 Pergunta 3.

- 4** A Fig. 23-22 mostra, em seção reta, duas esferas gaussianas e dois cubos gaussianos no centro dos quais existe uma partícula de carga positiva. (a) Coloque as quatro superfícies gaussianas na ordem do fluxo elétrico que as atravessa, começando pelo maior. (b) Coloque as quatro superfícies gaussianas na ordem do módulo do campo elétrico em qualquer ponto da superfície, começando pelo maior, e informe se os módulos são uniformes ou variam de ponto para ponto da superfície.

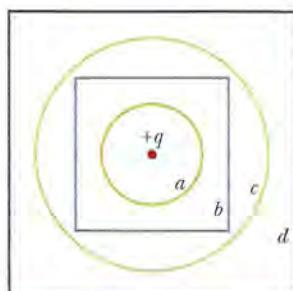


Figura 23-22 Pergunta 4.

5 Na Fig. 23-23, um elétron é liberado entre duas placas infinitas não condutoras horizontais, com densidades superficiais de cargas $\sigma_{(+)}$ e $\sigma_{(-)}$, como mostra a figura. O elétron é submetido às três situações mostradas na tabela a seguir, que envolvem as densidades superficiais de cargas e a distância entre as placas. Coloque as situações na ordem do módulo da aceleração do elétron, começando pelo maior.

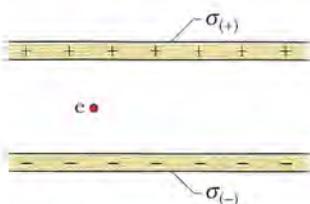


Figura 23-23 Pergunta 5.

Situação	$\sigma_{(+)}$	$\sigma_{(-)}$	Distância
1	$+4\sigma$	-4σ	d
2	$+7\sigma$	$-\sigma$	$4d$
3	$+3\sigma$	-5σ	$9d$

6 Três placas infinitas não condutoras, com densidades superficiais de cargas positivas σ , 2σ e 3σ , foram alinhadas paralelamente, como as duas barras da Fig. 23-17a. Qual é a ordem das placas, da esquerda para a direita, se o campo elétrico \vec{E} produzido pelas barras tem módulo $E = 0$ em uma região e $E = 2\sigma/\epsilon_0$ em outra região?

7 A Fig. 23-24 mostra as seções retas de quatro conjuntos de barras finas e muito compridas perpendiculares ao plano da figura. O valor abaixo de cada barra indica a densidade linear uniforme

de cargas da barra, em microcoulombs por metro. As barras estão separadas por distâncias d ou $2d$ e um ponto central é mostrado a meio caminho entre as barras internas. Coloque os conjuntos na ordem do módulo do campo elétrico no ponto central, começando pelo maior.

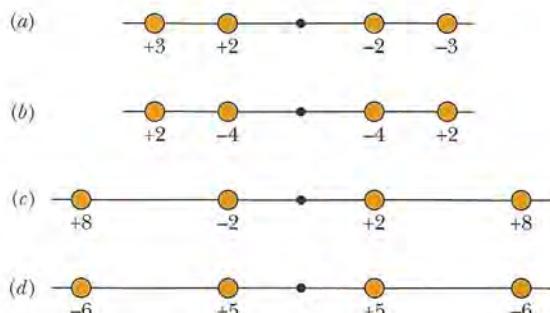


Figura 23-24 Pergunta 7.

8 A Fig. 23-25 mostra quatro esferas maciças, todas com uma carga Q distribuída uniformemente. (a) Coloque as esferas em ordem de acordo com a densidade volumétrica de cargas, começando pela maior. A figura mostra também um ponto P para cada esfera, todos à mesma distância do centro da esfera. (b) Coloque as esferas em ordem de acordo com o módulo do campo elétrico no ponto P , começando pelo maior.

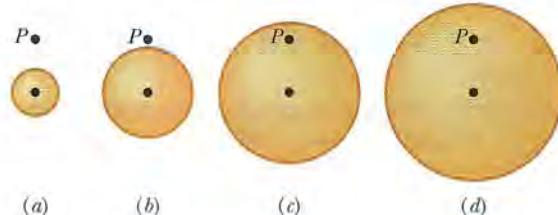


Figura 23-25 Pergunta 8.

9 Uma pequena esfera carregada está no interior de uma casca esférica metálica de raio R . Para três situações, as cargas da esfera e da casca, respectivamente, são (1) $+4q$, 0 ; (2) $-6q$, $+10q$; (3) $+16q$, $-12q$. Coloque as situações em ordem de acordo com a carga (a) da superfície interna da casca; (b) da superfície externa da casca, começando pela mais positiva.

10 Coloque as situações da Pergunta 9 em ordem de acordo com o módulo do campo elétrico (a) no centro da casca; (b) em um ponto a uma distância $2R$ do centro da casca, começando pelo maior.

PROBLEMAS

• • • O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 23-3 Fluxo de um Campo Elétrico

*1 A superfície quadrada da Fig. 23-26 tem 3,2 mm de lado e está imersa em um campo elétrico uniforme de módulo $E = 1800 \text{ N/C}$ e com linhas de campo fazendo um ângulo de 35° com a normal, como mostra a figura. Tome essa normal como apontando “para fora”, como se a superfície fosse a tampa de uma caixa. Calcule o fluxo elétrico através da superfície.

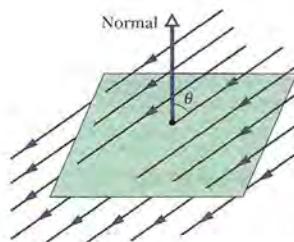


Figura 23-26 Problema 1.

- 2** Um campo elétrico dado por $\vec{E} = 4,0\hat{i} - 3,0(y^2 + 2,0)\hat{j}$ atravessa um cubo gaussiano com 2,0 m de aresta, posicionado da forma mostrada na Fig. 23-5. (E é dado em newtons por coulomb e x em metros.) Determine o fluxo elétrico (a) através da face superior; (b) através da face inferior; (c) através da face da esquerda; (d) através da face traseira. (e) Qual é o fluxo elétrico total através do cubo?

- 3** O cubo da Fig. 23-27 tem 1,40 m de aresta e está orientado da forma mostrada na figura em uma região onde existe um campo elétrico uniforme. Determine o fluxo elétrico através da face direita do cubo se o campo elétrico, em newtons por coulomb, é dado por (a) $6,00\hat{i}$; (b) $-2,00\hat{j}$; (c) $-3,00\hat{i} + 4,00\hat{k}$. (d) Qual é o fluxo total através do cubo nos três casos?

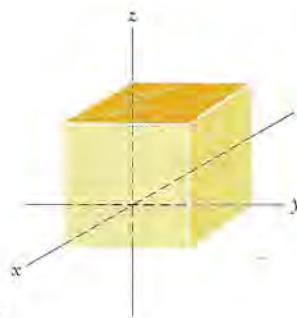


Figura 23-27 Problemas 3, 6 e 9.

Seção 23-4 Lei de Gauss

- 4** Na Fig. 23-28, uma rede para pegar borboletas está imersa em um campo elétrico uniforme de módulo $E = 3,0 \text{ mN/C}$. O plano do aro da rede, uma circunferência de raio $a = 11 \text{ cm}$, é mantido perpendicular à direção do campo. A rede é eletricamente neutra. Determine o fluxo elétrico através da rede.

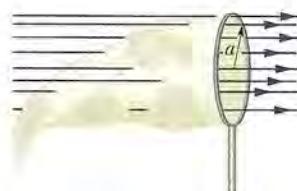


Figura 23-28 Problema 4.

- 5** Na Fig. 23-29, um próton se encontra a uma distância vertical $d/2$ do centro de um quadrado de aresta d . Qual é o módulo do fluxo elétrico através do quadrado? (Sugestão: pense no quadrado como uma das faces de um cubo de aresta d .)

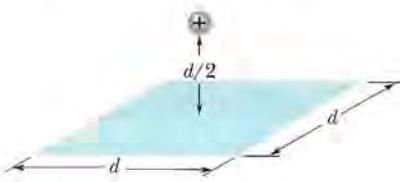


Figura 23-29 Problema 5.

- 6** Em todos os pontos da superfície do cubo da Fig. 23-27, o campo elétrico é paralelo ao eixo z . O cubo tem 3,0 m de aresta. Na face superior do cubo, $\vec{E} = -34\hat{k} \text{ N/C}$; na face inferior, $\vec{E} = +20\hat{k} \text{ N/C}$. Determine a carga que existe no interior do cubo.

- 7** Uma carga pontual de $1,8 \mu\text{C}$ está no centro de uma superfície gaussiana cúbica de 55 cm de aresta. Qual é o fluxo elétrico através da superfície?

- 8** Quando um chuveiro é aberto em um banheiro fechado, os respingos de água no piso do boxe podem encher o ar de fons negativos e produzir um campo elétrico no ar de até 1000 N/C. Considere um banheiro de dimensões $2,5 \text{ m} \times 3,0 \text{ m} \times 2,0 \text{ m}$. Suponha que no teto, no piso e nas quatro paredes o campo elétrico no ar é perpendicular à superfície e possui um módulo uniforme de 600 N/C. Suponha também que o teto, o piso e as paredes formam uma superfície gaussiana que envolve o ar do banheiro. Determine (a) a densidade volumétrica de cargas ρ e (b) o número de cargas elementares e em excesso por metro cúbico de ar.

- 9** A Fig. 23-27 mostra uma superfície gaussiana com a forma de um cubo com 1,40 m de aresta. Determine (a) o fluxo Φ através da superfície; (b) a carga q_{env} envolvida pela superfície se $\vec{E} = (3,00y\hat{j}) \text{ N/C}$, com y em metros; os valores de (c) Φ e (d) q_{env} se $\vec{E} = [-4,00\hat{i} + (6,00 + 3,00y)\hat{j}] \text{ N/C}$.

- 10** A Fig. 23-30 mostra uma superfície gaussiana com a forma de um cubo de 2,00 m de aresta, imersa em um campo elétrico dado por $\vec{E} = (3,00x + 4,00)\hat{i} + 6,00\hat{j} + 7,00\hat{k} \text{ N/C}$, com x em metros. Qual é a carga total contida no cubo?

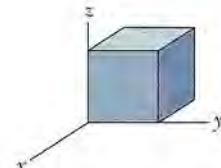


Figura 23-30 Problema 10.

- 11** A Fig. 23-31 mostra uma superfície gaussiana com a forma de um cubo de 2,00 m de aresta, com um vértice no ponto $x_1 = 5,00 \text{ m}$, $y_1 = 4,00 \text{ m}$. O cubo está imerso em um campo elétrico dado por $\vec{E} = -3,00\hat{i} - 4,00y^2\hat{j} + 3,00\hat{k} \text{ N/C}$, com y em metros. Qual é a carga total contida no cubo?

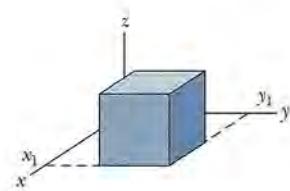


Figura 23-31 Problema 11.

- 12** A Fig. 23-32 mostra duas cascas esféricas não condutoras mantidas fixas no lugar. A casca 1 possui uma densidade superficial de cargas uniforme de $+6,0 \mu\text{C/m}^2$ na superfície externa e um raio de 3,0 cm; a casca 2 possui uma densidade superficial de cargas uniforme de $+4,0 \mu\text{C/m}^2$ na superfície externa e um raio de 2,0 cm; os centros das cascas estão separados por uma distância $L = 10 \text{ cm}$. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo elétrico no ponto $x = 2,0 \text{ cm}$?

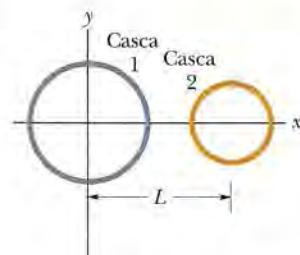


Figura 23-32 Problema 12.

- 13** Observa-se experimentalmente que o campo elétrico em uma certa região da atmosfera terrestre aponta verticalmente para baixo.

A uma altitude de 300 m, o campo tem um módulo de 60,0 N/C; a uma altitude de 200 m, o módulo é 100 N/C. Determine a carga em excesso contida em um cubo com 100 m de aresta e faces horizontais a 200 e 300 m de altitude.

••14 Fluxo e cascas não condutoras. Uma partícula carregada está suspensa no centro de duas cascas esféricas concêntricas que são muito finas e feitas de um material não condutor. A Fig. 23-33a mostra uma seção reta do sistema e a Fig. 23-33b o fluxo Φ através de uma esfera gaussiana com centro na partícula em função do raio r da esfera. A escala do eixo vertical é definida por $\Phi_s = 5,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. (a) Determine a carga da partícula central. (b) Determine a carga da casca A. (c) Determine a carga da casca B.

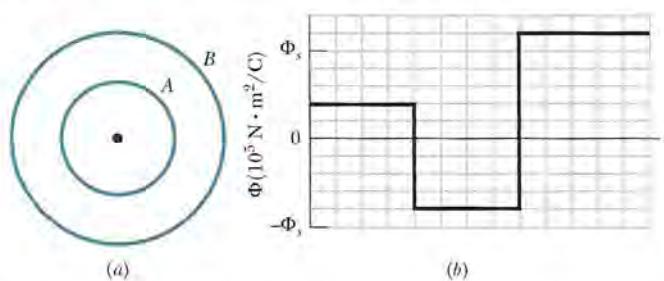


Figura 23-33 Problema 14.

••15 Uma partícula de carga $+q$ é colocada em um dos vértices de um cubo gaussiano. Determine o múltiplo de q/ϵ_0 que corresponde ao fluxo através (a) de uma das faces do cubo que contém o vértice; (b) de uma das outras faces do cubo.

••16 A superfície gaussiana em forma de paralelepípedo da Fig. 23-34 envolve uma carga de $+24,0\epsilon_0$ C e está imersa em um campo elétrico dado por $\vec{E} = [(10,0 + 2,00x)\hat{i} - 3,00\hat{j} + bz\hat{k}] \text{ N/C}$, com x e z em metros e b constante. A face inferior está no plano xz ; a face superior está no plano horizontal que passa pelo ponto $y_2 = 1,00 \text{ m}$. Qual é o valor de b para $x_1 = 1,00 \text{ m}$, $x_2 = 4,00 \text{ m}$, $z_1 = 1,00 \text{ m}$ e $z_2 = 3,00 \text{ m}$?

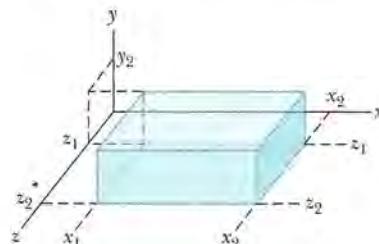


Figura 23-34 Problema 16.

Seção 23-6 Um Condutor Carregado

•17 Uma esfera condutora uniformemente carregada com 1,2 m de diâmetro possui uma densidade superficial de cargas $8,1 \mu\text{C}/\text{m}^2$. (a) Determine a carga da esfera. (b) Determine o fluxo elétrico através da superfície da esfera.

•18 O campo elétrico nas vizinhanças do tambor carregado de uma fotocopiadora tem um módulo E de $2,3 \times 10^5 \text{ N/C}$. Qual é a densidade superficial de cargas, supondo que o tambor é feito de material condutor?

•19 Os veículos espaciais que atravessam os cinturões de radiação da Terra podem interceptar um número significativo de elétrons. O acúmulo de cargas resultante pode danificar componentes eletrônicos e prejudicar o funcionamento de alguns circuitos. Suponha que

um satélite esférico feito de metal, com 1,3 m de diâmetro, acumule $2,4 \mu\text{C}$ de carga. (a) Determine a densidade superficial de cargas do satélite. (b) Calcule o módulo do campo elétrico nas vizinhanças do satélite devido à carga superficial.

•20 Fluxo e cascas condutoras. Uma partícula carregada é mantida no centro de duas cascas esféricas condutoras concêntricas, cuja seção reta aparece na Fig. 23-35a. A Fig. 23-35b mostra o fluxo Φ através de uma esfera gaussiana com centro na partícula em função do raio r da esfera. A escala do eixo vertical é definida por $\Phi_s = 5,0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Determine (a) a carga da partícula central; (b) a carga da casca A; (c) a carga da casca B.

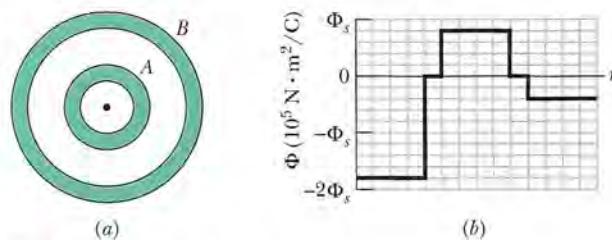


Figura 23-35 Problema 20.

••21 Um condutor possui uma carga de $+10 \times 10^{-6} \text{ C}$. No interior do condutor existe uma cavidade; no interior da cavidade está uma carga pontual $q = +3,0 \times 10^{-6} \text{ C}$. Determine a carga (a) da superfície da cavidade; (b) da superfície externa do condutor.

Seção 23-7 Aplicando a Lei de Gauss: Simetria Cilíndrica

•22 Um elétron é liberado a partir do repouso a uma distância perpendicular de 9,0 cm de uma barra não condutora retilínea muito longa com uma densidade de cargas uniforme de $6,0 \mu\text{C}/\text{m}$. Qual é o módulo da aceleração inicial do elétron?

•23 (a) O tambor de uma fotocopiadora tem um comprimento de 42 cm e um diâmetro de 12 cm. O campo elétrico nas proximidades da superfície do tambor é $2,3 \times 10^5 \text{ N/C}$. Qual é a carga total do tambor? (b) O fabricante deseja produzir uma versão compacta da máquina. Para isso, é necessário reduzir o comprimento do tambor para 28 cm e o diâmetro para 8,0 cm. O campo elétrico na superfície do tambor deve permanecer o mesmo. Qual deve ser a carga do novo tambor?

•24 A Fig. 23-36 mostra uma seção de um tubo longo de metal, de paredes finas, com um raio $R = 3,00 \text{ cm}$ e uma carga por unidade de comprimento $\lambda = 2,00 \times 10^{-8} \text{ C/m}$. Determine o módulo E do campo elétrico a uma distância radial (a) $r = R/2,00$; (b) $r = 2,00R$. (c) Faça um gráfico de E em função de r para $0 \leq r \leq 2,00R$.

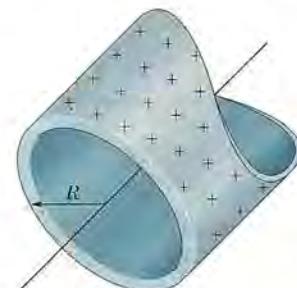


Figura 23-36 Problema 24.

•25 Uma linha infinita de cargas produz um campo de módulo $4,5 \times 10^4 \text{ N/C}$ a uma distância de 2,0 m. Calcule a densidade linear de cargas.

••26 A Fig. 23-37a mostra um cilindro fino, maciço, carregado, e uma casca cilíndrica coaxial, também carregada. Os dois objetos são feitos de material não condutor e possuem uma densidade superficial de cargas uniforme na superfície externa. A Fig. 23-37b mostra a componente radial E do campo elétrico em função da distância radial r a partir do eixo comum. A escala do eixo vertical é definida por $E_s = 3,0 \times 10^3 \text{ N/C}$. Qual é a densidade linear de cargas da casca?

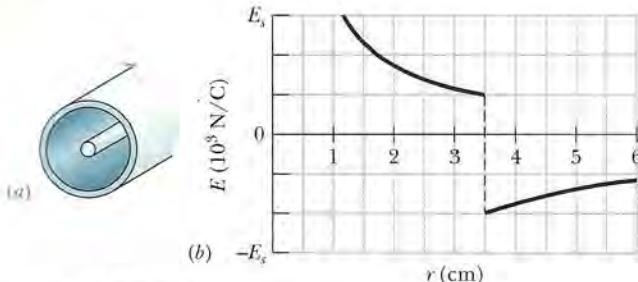


Figura 23-37 Problema 26.

••27 Um fio reto longo possui cargas negativas fixas com uma densidade linear de $3,6 \text{ nC/m}$. O fio é envolvido por uma casca coaxial cilíndrica, não condutora, de paredes finas, com $1,5 \text{ cm}$ de raio. A casca possui uma carga positiva na superfície externa, com uma densidade superficial σ , que anula o campo elétrico do lado de fora da casca. Determine o valor de σ .

••28 Uma carga de densidade linear uniforme $2,0 \text{ nC/m}$ está distribuída ao longo de uma barra longa, fina, não condutora. A barra está envolvida por uma casca longa, cilíndrica, coaxial, condutora (raio interno: $5,0 \text{ cm}$; raio externo, 10 cm). A carga da casca é zero. (a) Determine o módulo do campo elétrico a 15 cm de distância do eixo da casca. Determine a densidade superficial de cargas (b) na superfície interna e (c) na superfície externa da casca.

••29 A Fig. 23-38 é uma seção de uma barra condutora de raio $R_1 = 1,30 \text{ mm}$ e comprimento $L = 11,00 \text{ m}$ no interior de uma casca coaxial, de paredes finas, de raio $R_2 = 10,0R_1$ e mesmo comprimento L . A carga da barra é $Q_1 = +3,40 \times 10^{-12} \text{ C}$; a carga da casca é $Q_2 = -2,00Q_1$. Determine (a) o módulo E e (b) a direção (para dentro ou para fora) do campo elétrico a uma distância radial $r = 2,00R_2$. Determine (c) E e (d) a direção do campo elétrico para $r = 5,00R_1$. Determine a carga (e) na superfície interna e (f) na superfície externa da casca.

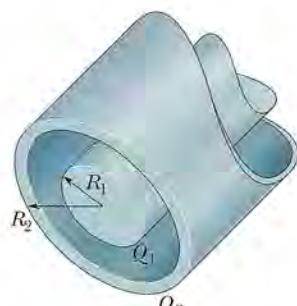


Figura 23-38 Problema 29.

••30 Na Fig. 23-39, pequenas partes de duas linhas paralelas de cargas muito compridas são mostradas, fixas no lugar, separadas por uma distância $L = 8,0 \text{ cm}$. A densidade uniforme de cargas das linhas é $+6,0 \mu\text{C/m}$ para a linha 1 e $-2,0 \mu\text{C/m}$ para a linha 2. Em que ponto do eixo x o campo elétrico é zero?

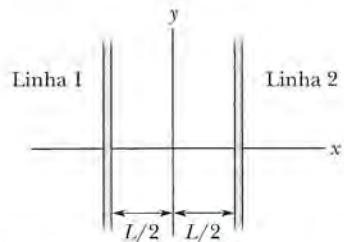


Figura 23-39 Problema 30.

••31 Duas cascas cilíndricas longas, carregadas, coaxiais, de paredes finas, têm $3,0 \text{ e } 6,0 \text{ m}$ de raio. A carga por unidade de comprimento é $5,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}$ para a casca interna e $-7,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}$ na casca externa. Determine (a) o módulo E e (b) o sentido (para dentro ou para fora) do campo elétrico a uma distância radial $r = 4,0 \text{ cm}$. Determine (c) o módulo E e (d) o sentido do campo elétrico para $r = 8,0 \text{ cm}$.

••32 Um cilindro maciço, longo, não condutor, com $4,0 \text{ cm}$ de raio, possui uma densidade volumétrica de cargas não uniforme ρ que é função da distância radial r a partir do eixo do cilindro: $\rho = Ar^2$. Se $A = 2,5 \mu\text{C/m}^3$, determine o módulo do campo elétrico (a) para $r = 3,0 \text{ cm}$; (b) para $r = 5,0 \text{ cm}$.

Seção 23-8 Aplicando a Lei de Gauss: Simetria Planar

•33 Na Fig. 23-40, duas placas finas, de grande extensão, são mantidas paralelas e uma pequena distância uma da outra. Nas faces internas, as placas possuem densidades superficiais de cargas de sinais opostos e valor absoluto $7,00 \times 10^{-22} \text{ C/m}^2$. Em termos dos vetores unitários, determine o campo elétrico (a) à esquerda das placas; (b) à direita das placas; (c) entre as placas.

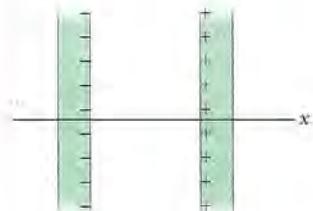


Figura 23-40 Problema 33.

•34 Na Fig. 23-41, um pequeno furo circular de raio $R = 1,80 \text{ cm}$ foi aberto no meio de uma placa fina, infinita, não condutora, com uma densidade superficial de cargas $\sigma = 4,50 \text{ pC/m}^2$. O eixo z , cuja origem está no centro do furo, é perpendicular à placa. Determine, em termos dos vetores unitários, o campo elétrico no ponto P , situado em $z = 2,56 \text{ cm}$. (Sugestão: use a Eq. 22-26 e o princípio de superposição.)

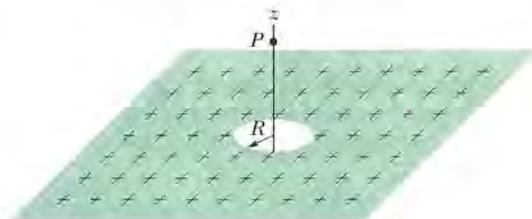


Figura 23-41 Problema 34.

•35 A Fig. 23-42a mostra três placas de plástico de grande extensão, paralelas e uniformemente carregadas. A Fig. 23-42b mostra a componente x do campo elétrico em função de x . A escala do eixo vertical é definida por $E_s = 6,0 \times 10^5 \text{ N/C}$. Determine a razão entre a densidade de cargas na placa 3 e a densidade de cargas na placa 2.

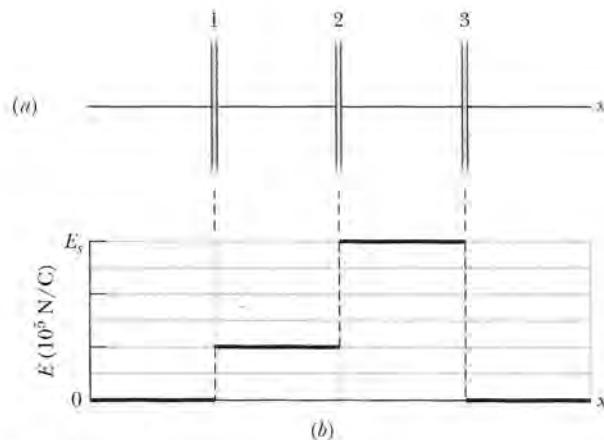


Figura 23-42 Problema 35.

•36 A Fig. 23-43 mostra as seções retas de duas placas de grande extensão, paralelas, não condutoras, positivamente carregadas, ambas com um distribuição superficial de cargas $\sigma = 1,77 \times 10^{-22}$ C/m². Determine o campo elétrico \vec{E} , em termos dos vetores unitários, (a) acima das placas; (b) entre as placas; (c) abaixo das placas.

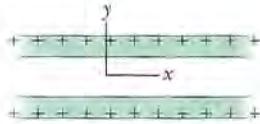


Figura 23-43 Problema 36.

•37 Uma placa metálica quadrada de 8,0 cm de lado e espessura insignificante possui uma carga total de $6,0 \times 10^{-6}$ C. (a) Estime o módulo E do campo elétrico perto do centro da placa (a 0,50 mm do centro, por exemplo) supondo que a carga está distribuída uniformemente pelas duas faces da placa. (b) Estime E a 30 m de distância (uma distância grande, em comparação com as dimensões da placa) supondo que a placa é uma carga pontual.

•38 Na Fig. 23-44a, um elétron é arremessado verticalmente para cima, com uma velocidade $v_s = 2,0 \times 10^5$ m/s, a partir das vizinhanças de placa de plástico uniformemente carregada. A placa é não condutora e muito extensa. A Fig. 23-44b mostra a velocidade escalar v em função do tempo t até o elétron voltar ao ponto de partida. Qual é a densidade superficial de cargas da placa?

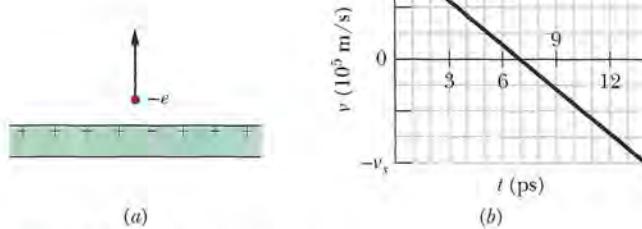


Figura 23-44 Problema 38.

•39 Na Fig. 23-45, uma pequena esfera não condutora de massa $m = 1,0$ mg e carga $q = 2,0 \times 10^{-8}$ C (distribuída uniformemente em todo o volume) está pendurada em um fio não condutor que faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ com uma placa vertical, não condutora, uniformemente carregada (vista de perfil). Considerando a força gravitacional a que a esfera está sujeita e supondo que a placa possui uma grande extensão, calcule a densidade superficial de cargas σ da placa.

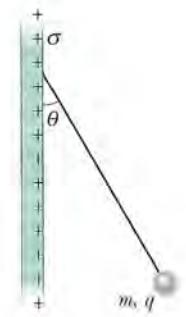


Figura 23-45 Problema 39.

•40 A Fig. 23-46 mostra uma placa não condutora muito extensa que possui uma densidade superficial de cargas uniforme $\sigma = -2,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$; a figura mostra também uma partícula de carga $Q = 6,00 \mu\text{C}$, a uma distância d da placa. Ambas estão fixas no lugar. Se $d = 0,200$ m, para que coordenada (a) positiva e (b) negativa sobre o eixo x (além do infinito) o campo elétrico total \vec{E}_{tot} é zero? (c) Se $d = 0,800$ m, para que coordenada sobre o eixo x o campo \vec{E}_{tot} é zero?

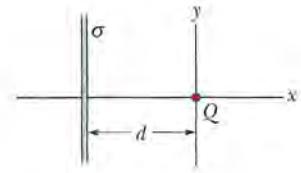


Figura 23-46 Problema 40.

•41 Um elétron é arremessado na direção do centro de uma placa metálica que possui uma densidade superficial de cargas de $-2,0 \times 10^{-6}$ C/m². Se a energia cinética inicial do elétron é $1,60 \times 10^{-17}$ J e o movimento do elétron muda de sentido (devido à repulsão eletrostática da placa) a uma distância insignificante da placa, de que distância da placa o elétron foi arremessado?

•42 Duas grandes placas de metal com $1,0 \text{ m}^2$ de área são mantidas paralelas a 5,0 cm de distância e possuem cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos nas superfícies internas. Se o módulo E do campo elétrico entre as placas é 55 N/C, qual é o módulo da carga em cada placa? Despreze o efeito de borda.

•43 A Fig. 23-47 mostra uma seção reta de uma placa não condutora muito extensa com uma espessura $d = 9,40$ mm e uma densidade volumétrica de cargas uniforme $\rho = 5,80 \text{ fC/m}^3$. A origem do eixo x está no centro da placa. Determine o módulo do campo elétrico (a) em $x = 0$; (b) em $x = 2,00$ mm; (c) em $x = 4,70$ mm; (d) em $x = 26,0$ mm.

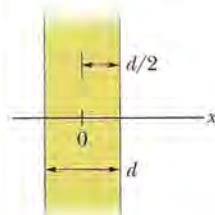


Figura 23-47 Problema 43.

Seção 23-9 Aplicando a Lei de Gauss: Simetria Esférica

•44 A Fig. 23-48 mostra o módulo do campo elétrico do lado de dentro e do lado de fora de uma esfera com uma distribuição uniforme de cargas positivas em função da distância do centro da esfera. A escala do eixo vertical é definida por $E_c = 5,0 \times 10^7$ N/C. Qual é a carga da esfera?

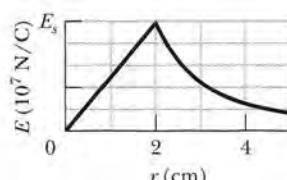


Figura 23-48 Problema 44.

••45 Duas cascas esféricas concêntricas carregadas têm raios de 10,0 cm e 15,0 cm. A carga da casca menor é $4,00 \times 10^{-8}$ C e a da casca maior é $2,00 \times 10^{-8}$ C. Determine o campo elétrico (a) em $r = 12,0$ cm; (b) em $r = 20,0$ cm.

••46 Uma carga pontual produz um fluxo elétrico de $-750 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ através de uma superfície esférica gaussiana de 10,0 cm de raio com centro na carga. (a) Se o raio da superfície gaussiana é multiplicado por dois, qual é o novo valor do fluxo? (b) Qual é o valor da carga pontual?

••47 Uma esfera condutora com 10 cm de raio possui uma carga desconhecida. Se o campo elétrico a 15 cm do centro da esfera tem um módulo de $3,0 \times 10^3 \text{ N/C}$ e aponta para o centro da esfera, qual é a carga da esfera?

••48 Uma partícula carregada é mantida fixa no centro de uma casca esférica. A Fig. 23-49 mostra o módulo E do campo elétrico em função da distância radial r . A escala do eixo vertical é definida por $E_s = 10,0 \times 10^7 \text{ N/C}$. Estime o valor da carga da casca.

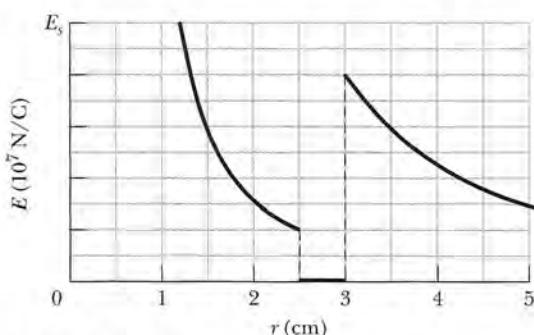


Figura 23-49 Problema 48.

••49 Na Fig. 23-50, uma esfera maciça de raio $a = 2,00$ cm é concêntrica com uma casca esférica condutora de raio interno $b = 2,00a$ e raio externo $c = 2,40a$. A esfera possui uma carga uniforme $q_1 = +5,00 \text{ fC}$ e a casca possui uma carga $q_2 = -q_1$. Determine o módulo do campo elétrico (a) em $r = 0$; (b) em $r = a/2,00$; (c) em $r = a$; (d) em $r = 1,50a$; (e) em $r = 2,30a$; (f) em $r = 3,50a$. Determine a carga (g) na superfície interna e (h) na superfície externa da casca.

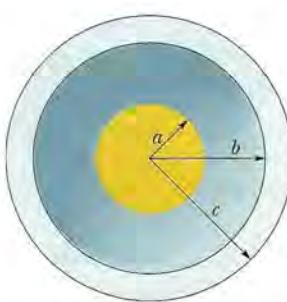


Figura 23-50 Problema 49.

••50 A Fig. 23-51 mostra duas cascas esféricas não condutoras mantidas fixas no lugar sobre o eixo x . A casca 1 possui uma densidade uniforme de cargas superficiais $+4,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ na superfície

externa e um raio de 0,50 cm, enquanto a casca 2 possui uma densidade uniforme de cargas superficiais $-2,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ na superfície externa e um raio de 2,00 cm; a distância entre os centros é $L = 6,0$ cm. Determine o(s) ponto(s) sobre o eixo x (além do infinito) onde o campo elétrico é zero.

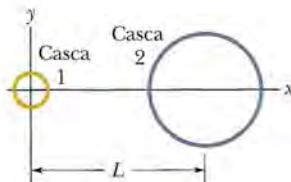


Figura 23-51 Problema 50.

••51 Na Fig. 23-52, uma casca esférica não condutora com um raio interno $a = 2,00$ cm e um raio externo $b = 2,40$ cm possui uma densidade volumétrica uniforme de cargas positivas $\rho = A/r$, onde A é uma constante e r é a distância em relação ao centro da casca. Além disso, uma pequena esfera de carga $q = 45,0 \text{ fC}$ está situada no centro da casca. Qual deve ser o valor de A para que o campo elétrico no interior da casca ($a \leq r \leq b$) seja uniforme?

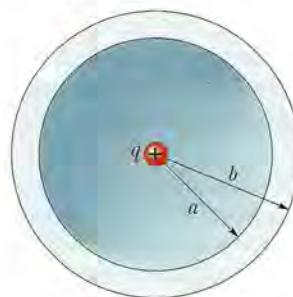


Figura 23-52 Problema 51.

••52 A Fig. 23-53 mostra uma casca esférica com uma densidade volumétrica de cargas uniforme $\rho = 1,84 \text{ nC/m}^3$, raio interno $a = 10,0$ cm e raio externo $b = 2,00a$. Determine o módulo do campo elétrico (a) em $r = 0$; (b) em $r = a/2,00$; (c) em $r = a$; (d) em $r = 1,50a$; (e) em $r = b$; (f) em $r = 3,00b$.

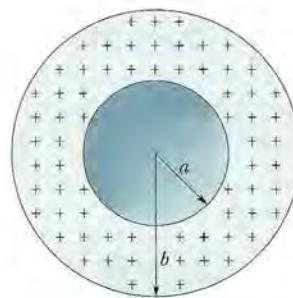


Figura 23-53 Problema 52.

••53 Uma esfera não condutora de raio $R = 5,60$ cm possui uma distribuição de cargas não uniforme $\rho = (14,1 \text{ pC/m}^3)r/R$, onde r é a distância do centro da esfera. (a) Determine a carga da esfera. Determine o módulo E do campo elétrico (b) em $r = 0$; (c) em $r = R/2,00$; (d) em $r = R$. (e) Faça um gráfico de E em função de r .

••54 A Fig. 23-54 mostra, em seção reta, duas esferas de raio R , com distribuições volumétricas uniformes de cargas. O ponto P está sobre a reta que liga os centros das esferas, a uma distância $R/2,00$ do centro da esfera 1. Se o campo elétrico no ponto P é zero, qual é a razão q_2/q_1 entre a carga da esfera 2 e a carga da esfera 1?

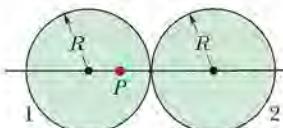


Figura 23-54 Problema 54.

*****55** Uma distribuição de cargas não uniforme, mas com simetria esférica, produz um campo elétrico de módulo $E = Kr^4$, onde K é uma constante e r é a distância do centro da esfera. O campo aponta para longe do centro da esfera. Qual é a distribuição volumétrica de cargas ρ ?

Problemas Adicionais

56 O campo elétrico em uma certa região do espaço é dado por $\vec{E} = (x + 2)\hat{i}$ N/C, com x em metros. Considere uma superfície gaussiana cilíndrica, de raio 20 cm, coaxial com o eixo x . Uma das bases do cilindro está em $x = 0$. (a) Determine o valor absoluto do fluxo elétrico através da outra base do cilindro, situada em $x = 2,0$ m. (b) Determine a carga no interior do cilindro.

57 Uma esfera metálica de espessura insignificante possui um raio de 25,0 cm e uma carga de $2,00 \times 10^{-7}$ C. Determine o valor de E (a) no interior da esfera; (b) junto à superfície da esfera; (c) a 3,00 m de distância do centro da esfera.

58 Uma placa infinita de espessura insignificante, situada no plano xy , possui uma densidade superficial de cargas uniforme $\rho = 8,0$ nC/m². Determine o fluxo elétrico através de uma esfera gaussiana com centro na origem e 5,0 cm de raio.

59 Uma placa infinita que ocupa o espaço entre os planos $x = -5,0$ cm e $x = +5,0$ cm tem uma densidade volumétrica de cargas uniforme $\rho = 1,2$ nC/m³. Determine o módulo do campo elétrico (a) no plano $x = 4,0$ cm; (b) no plano $x = 6,0$ cm.

60 *O mistério do chocolate em pó.* Explosões provocadas por descargas elétricas (centelhas) constituem um sério perigo nas indústrias que lidam com pós muito finos. Uma dessas explosões aconteceu em uma fábrica de biscoitos na década de 1970. Os operários costumavam esvaziar os sacos de chocolate em pó que chegavam à fábrica em uma bandeja, da qual o material era transportado através de canos de plástico até o silo onde era armazenado. No meio desse percurso, duas condições para que uma explosão ocorresse foram satisfeitas: (1) o módulo do campo elétrico ultrapassou $3,0 \times 10^6$ N/C, produzindo uma ruptura dielétrica do ar; (2) a energia da centelha resultante ultrapassou 150 mJ, fazendo com que o pó explodisse. Vamos discutir a primeira condição.

Suponha que um pó carregado negativamente esteja passando por um cano cilíndrico de plástico de raio $R = 5,0$ cm e que as cargas associadas ao pó estejam distribuídas uniformemente com uma densidade volumétrica ρ . (a) Usando a lei de Gauss, escreva uma expressão para o módulo do campo elétrico \vec{E} no interior do cano em função da distância r do eixo do cano. (b) O valor de E aumenta ou diminui quando r aumenta? (c) O campo \vec{E} aponta para o eixo do cilindro ou para longe do eixo? (d) Para $\rho = 1,1 \times 10^{-5}$ C/m³ (um valor típico), determine o valor máximo de E e a que distância do eixo do cano esse campo máximo ocorre. (e) O campo pode produzir uma centelha? Onde? (Esta história continua no Problema 70 do Capítulo 24.)

61 Uma casca esférica metálica de raio a e espessura insignificante possui uma carga q_a . Uma segunda casca, concêntrica com a primeira, possui um raio $b > a$ e uma carga q_b . Determine o campo elétrico em pontos situados a uma distância r do centro das cascas (a) para $r < a$; (b) para $a < r < b$; (c) para $r > b$. (d) Discuta o mé-

todo que você usaria para determinar o modo como as cargas estão distribuídas nas superfícies internas e externas das cascas.

62 Uma carga pontual $q = 1,0 \times 10^{-7}$ C é colocada no centro de uma cavidade esférica com 3,0 cm de raio aberta em um bloco de metal. Use a lei de Gauss para determinar o campo elétrico (a) a 1,5 cm de distância do centro da cavidade; (b) no interior do bloco de metal.

63 Um próton de velocidade $v = 3,00 \times 10^5$ m/s gira em torno de uma esfera carregada em uma órbita de raio $r = 1,00$ cm. Qual é a carga da esfera?

64 A Eq. 23-11 ($E = \sigma/\epsilon_0$) pode ser usada para calcular o campo elétrico em pontos situados nas vizinhanças de uma esfera condutora carregada. Aplique a equação a uma esfera condutora de raio r e carga q e mostre que o campo elétrico do lado de fora da esfera é igual ao campo produzido por uma carga pontual situada no centro da esfera.

65 Uma carga Q está distribuída uniformemente em uma esfera de raio R . (a) Que fração da carga está contida em uma esfera de raio $r = R/2,00$? (b) Qual é a razão entre o módulo do campo elétrico no ponto $r = R/2,00$ e o campo elétrico na superfície da esfera?

66 Uma esfera carregada de raio R possui uma densidade de cargas negativas uniforme, exceto por um túnel estreito que atravessa totalmente a esfera, passando pelo centro. Um próton pode ser colocado em qualquer ponto do túnel ou de um prolongamento do túnel. Seja F_r o módulo da força eletrostática a que é submetido o próton quando se encontra na superfície da esfera. Determine, em termos de R , a que distância da superfície está o ponto no qual o módulo da força é $0,50F_r$ quando o próton se encontra (a) em um prolongamento do túnel; (b) dentro do túnel.

67 O campo elétrico no ponto P , a uma pequena distância da superfície externa de uma casca esférica metálica com 10 cm de raio interno e 20 cm de raio externo, tem um módulo de 450 N/C e aponta para longe do centro. Quando uma carga pontual desconhecida Q é colocada no centro da casca, o sentido do campo permanece o mesmo e o módulo diminui para 180 N/C. (a) Determine a carga da casca. (b) Determine o valor da carga Q . Depois que a carga Q é colocada, determine a densidade superficial de cargas (c) na superfície interna da casca; (d) na superfície externa da casca.

68 O fluxo de campo elétrico em cada face de um dado tem um valor absoluto, em unidades de 10^3 N · m²/C, igual ao número N de pontos da face ($1 \leq N \leq 6$). O fluxo é para dentro se N for ímpar e para fora se N for par. Qual é a carga no interior do dado?

69 A Fig. 23-55 mostra uma vista de perfil de três placas não condutoras de grande extensão com uma densidade uniforme de cargas. As densidades superficiais de cargas são $\sigma_1 = +2,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$, $\sigma_2 = +4,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$ e $\sigma_3 = -5,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$; $L = 1,50$ cm. Qual é o campo elétrico no ponto P em termos dos vetores unitários?

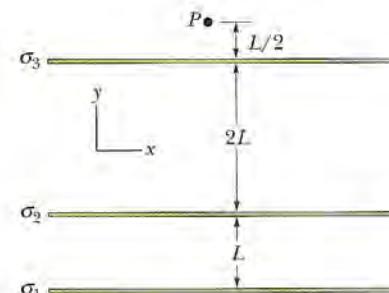


Figura 23-55 Problema 69.

70 Uma esfera não condutora com 5,0 cm de raio possui uma densidade volumétrica uniforme de cargas $\rho = 3,2 \mu\text{C}/\text{m}^3$. Determine o módulo do campo elétrico (a) a 3,5 cm e (b) a 8,0 cm do centro da esfera.

71 Uma superfície gaussiana em forma de hemisfério, de raio $R = 5,68$ cm, está imersa em um campo elétrico uniforme de módulo $E = 2,50 \text{ N/C}$. Não existe nenhuma carga no interior da superfície. Na base (plana) da superfície, o campo é perpendicular à superfície e aponta para o interior da superfície. Determine o fluxo (a) através da base; (b) através da parte curva da superfície.

72 Qual é a carga total envolvida pelo cubo gaussiano do Problema 2?

73 Uma esfera não condutora tem uma densidade volumétrica de cargas uniforme ρ . Seja \vec{r} o vetor que liga o centro da esfera a um ponto genérico P no interior da esfera. (a) Mostre que o campo elétrico no ponto P é dado por $\vec{E} = \rho\vec{r}/3\epsilon_0$. (Observe que o resultado não depende do raio da esfera.) (b) Uma cavidade esférica é aberta na esfera, como mostra a Fig. 23-56. Usando o princípio da superposição, mostre que o campo elétrico no interior da cavidade é uniforme e é dado por $\vec{E} = \rho\vec{a}/3\epsilon_0$, onde \vec{a} é o vetor que liga o centro da esfera ao centro da cavidade.



Figura 23-56 Problema 73.

74 Uma esfera com 6,00 cm de raio possui uma densidade de cargas uniforme de 500 nC/m^3 . Considere uma superfície gaussiana cúbica concêntrica com a esfera. Determine o fluxo elétrico através da superfície cúbica se a aresta do cubo for (a) 4,00 cm; (b) 14,0 cm.

75 A Fig. 23-57 mostra um contador Geiger, aparelho usado para detectar radiação ionizante (radiação com energia suficiente para ionizar átomos). O contador é formado por um fio central positivamente carregado e um cilindro circular oco, coaxial, condutor, com uma carga negativa de mesmo valor absoluto. As cargas criam um campo elétrico radial de alta intensidade entre o cilindro, que contém um gás inerte rarefeito, e o fio. Uma partícula de radiação que penetre no aparelho através da parede do cilindro ioniza alguns átomos do gás, produzindo elétrons livres, que são acelerados na direção do fio positivo. O campo elétrico é tão intenso que, no percurso, os elétrons adquirem energia suficiente para ionizar outros átomos do gás através de colisões, criando, assim, outros elétrons livres. O



Figura 23-57 Problema 75.

processo se repete até os elétrons chegarem ao fio. A “avalanche” de elétrons resultante é recolhida pelo fio, gerando um sinal que é usado para assinalar a passagem da partícula de radiação. Suponha que o fio central tem um raio de $25 \mu\text{m}$ e o cilindro tem um raio interno de 1,4 cm e um comprimento de 16 cm. Se o campo elétrico na superfície interna do cilindro é $2,9 \times 10^4 \text{ N/C}$, qual é a carga positiva do fio central?

76 Um cilindro muito longo de raio R possui uma distribuição volumétrica de cargas uniforme. (a) Mostre que, a uma distância $r < R$ do eixo do cilindro,

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0},$$

em que ρ é a densidade volumétrica de cargas. (b) Escreva uma expressão para E do lado de fora do cilindro.

77 Uma casca condutora esférica possui uma carga de $-14 \mu\text{C}$ na superfície externa e uma partícula carregada na cavidade interna. Se a carga total da casca é $-10 \mu\text{C}$, determine a carga (a) da superfície interna da casca; (b) da partícula.

78 Uma carga de $6,00 \text{ pC}$ está distribuída uniformemente em uma esfera de raio $r = 4,00 \text{ cm}$. Determine o módulo do campo elétrico (a) a 6,00 cm do centro da esfera; (b) a 3,00 cm do centro da esfera.

79 A água em uma vala de irrigação de largura $w = 3,22 \text{ m}$ e profundidade $d = 1,04 \text{ m}$ corre com uma velocidade de $0,207 \text{ m/s}$. O fluxo de massa mássico da água através de uma superfície imaginária é o produto da massa específica da água (1000 kg/m^3) pelo fluxo volumétrico através da superfície. Determine o fluxo mássico através das seguintes superfícies imaginárias: (a) uma superfície de área wd , totalmente submersa, perpendicular à correnteza; (b) uma superfície de área $3wd/2$, da qual uma área wd está submersa, perpendicular à correnteza; (c) uma superfície de área $wd/2$, totalmente submersa, perpendicular à correnteza; (d) uma superfície de área wd , metade da qual está submersa, perpendicular à correnteza; (e) uma superfície de área wd , totalmente submersa, com a normal fazendo um ângulo de 34° com a direção da correnteza.

80 Uma placa infinita de espessura insignificante, situada no plano xy , possui uma densidade superficial de cargas uniforme $\rho = 8,00 \text{ nC/m}^2$; uma placa semelhante, situada no plano $z = 2,00$, possui uma densidade superficial de cargas uniforme $\rho = 3,00 \text{ nC/m}^2$. Determine o módulo do campo elétrico (a) no plano $z = 1,00 \text{ m}$; (b) no plano $z = 3,00 \text{ m}$.

81 Uma bola esférica de partículas carregadas tem uma densidade de cargas uniforme. Determine, em termos do raio R da bola, a que distância do centro o módulo do campo elétrico é igual a $1/4$ do valor máximo (a) do lado de dentro da bola e (b) do lado de fora da bola.

82 Um elétron livre é colocado entre duas placas paralelas de grande extensão, não condutoras, mantidas na horizontal a $2,3 \text{ cm}$ de distância uma da outra. Uma das placas possui uma carga positiva uniforme; a outra, uma carga negativa uniforme com o mesmo valor absoluto. A força exercida pelo campo elétrico \vec{E} sobre o elétron equilibra a força gravitacional. Determine (a) o módulo da densidade superficial de cargas das placas; (b) o sentido (para cima ou para baixo) do campo \vec{E} .

POTENCIAL ELÉTRICO

24

24-1 O QUE É FÍSICA?

Um dos objetivos da física é identificar as forças básicas da natureza, como as forças elétricas que foram discutidas no Capítulo 21. Um objetivo secundário é determinar se uma força é conservativa, ou seja, se pode ser associada a uma energia potencial. A razão para associar uma energia potencial a uma força é que isso permite aplicar o princípio de conservação da energia mecânica a sistemas fechados que envolvem a força. Este princípio extremamente geral pode ser usado para obter os resultados de experimentos nos quais os cálculos baseados em forças seriam muito difíceis. Os físicos e engenheiros descobriram empiricamente que a força elétrica é conservativa e, portanto, é possível associar a ela uma energia potencial elétrica. Neste capítulo, vamos definir essa energia potencial e aplicá-la a alguns problemas práticos.

24-2 Energia Potencial Elétrica

Quando uma força eletrostática age entre duas ou mais partículas de um sistema, podemos associar uma **energia potencial elétrica** U ao sistema. Se a configuração do sistema muda de um estado inicial i para um estado final f , a força eletrostática exerce um trabalho W sobre as partículas. De acordo com a Eq. 8-1, a variação da energia potencial ΔU é dada por

$$\Delta U = U_f - U_i = -W. \quad (24-1)$$

Como acontece com qualquer força conservativa, o trabalho realizado pela força eletrostática é *independente da trajetória*. Suponha que uma partícula carregada pertencente ao sistema se desloca do ponto i para o ponto f enquanto está sob o efeito de uma força exercida pelo resto do sistema. Contanto que o resto do sistema não mude, o trabalho W realizado pela força sobre a partícula é o mesmo para *todas* as trajetórias que ligam o ponto i ao ponto f .

Por conveniência, em geral usamos como *configuração de referência* de um sistema de partículas carregadas a configuração na qual a distância entre as partículas é infinita. Além disso, com frequência definimos a *energia potencial de referência* que corresponde a essa configuração como tendo o valor zero. Suponha que várias partículas carregadas passem de uma situação em que a distância entre as partículas é infinita (estado i) para uma situação em que a distância entre as partículas é finita (estado f). Suponha ainda que a energia potencial inicial U_i seja zero e o trabalho realizado por forças eletrostáticas entre as partículas durante o movimento seja W_∞ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 24-1, a energia potencial final U do sistema é dada por

$$U = -W_\infty. \quad (24-2)$$

TESTE 1

Na figura, um próton se desloca do ponto i para o ponto f na presença de um campo elétrico com a direção indicada. (a) O campo elétrico executa um trabalho positivo ou negativo sobre o elétron? (b) A energia potencial elétrica do próton aumenta ou diminui?



Exemplo**Trabalho e energia potencial associados a um campo elétrico**

Elétrons estão sendo constantemente arrancados das moléculas de ar da atmosfera por partículas de raios cósmicos provenientes do espaço sideral. Uma vez liberados, esses elétrons estão sujeitos a uma força eletrostática \vec{F} associada ao campo elétrico \vec{E} produzido na atmosfera por partículas carregadas já existentes na Terra. Perto da superfície terrestre, esse campo elétrico tem um módulo de 150 N/C e aponta para o centro da Terra. Qual é a variação ΔU da energia potencial elétrica de um elétron livre na atmosfera da Terra quando a força eletrostática faz com que se move verticalmente para cima de uma distância $d = 520$ m (Fig. 24-1)?

IDEIAS-CHAVE

- (1) A variação ΔU da energia potencial elétrica do elétron está relacionada ao trabalho W realizado pelo campo elétrico sobre o elétron; essa relação é expressa pela Eq. 24-1 ($\Delta U = -W$). (2) O trabalho realizado por uma força

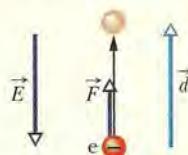


Figura 24-1 Um elétron da atmosfera sofre um deslocamento \vec{d} para cima devido à força eletrostática \vec{F} associada a um campo elétrico \vec{E} .

constante \vec{F} sobre uma partícula que sofre um deslocamento \vec{d} é dado por

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}. \quad (24-3)$$

(3) A força eletrostática e o campo elétrico estão relacionados pela equação $\vec{F} = q \vec{E}$, em que q é a carga do elétron, $-1,6 \times 10^{-19}$ C.

Cálculos Substituindo \vec{F} por seu valor na Eq. 24-3 e calculando o produto escalar, obtemos a relação

$$W = q \vec{E} \cdot \vec{d} = q E d \cos \theta, \quad (24-4)$$

em que θ é o ângulo entre as direções de \vec{E} e \vec{d} . Como o campo \vec{E} aponta verticalmente para baixo e o deslocamento \vec{d} aponta verticalmente para cima, $\theta = 180^\circ$. Substituindo este e outros valores conhecidos na Eq. 24-4, obtemos

$$\begin{aligned} W &= (-1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(150 \text{ N/C})(520 \text{ m}) \cos 180^\circ \\ &= 1,2 \times 10^{-14} \text{ J}. \end{aligned}$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 24-1,

$$\Delta U = -W = -1,2 \times 10^{-14} \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

Este resultado mostra que a subida de 520 m faz a energia potencial do elétron sofrer uma *redução* de $1,2 \times 10^{-14}$ J.

24-3 Potencial Elétrico

Como mostra este primeiro exemplo, a energia potencial de uma partícula carregada na presença de um campo elétrico depende do valor da carga. Por outro lado, a energia potencial *por unidade de carga* associada a um campo elétrico possui um valor único em cada ponto do espaço.

Suponha, por exemplo, que uma partícula de prova com uma carga positiva de $1,60 \times 10^{-19}$ C seja colocada em um ponto do espaço no qual a partícula possui uma energia potencial elétrica de $2,40 \times 10^{-17}$ J. Nesse caso, a energia potencial por unidade de carga é

$$\frac{2,40 \times 10^{-17} \text{ J}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 150 \text{ J/C.}$$

Suponha agora que a partícula de prova seja substituída por outra com uma carga positiva duas vezes maior, $3,20 \times 10^{-19}$ C. A energia potencial da segunda partícula é $4,80 \times 10^{-17}$ J, duas vezes maior que a da primeira partícula, mas a energia potencial por unidade de carga é a mesma, 150 J/C.

Assim, a energia potencial por unidade de carga, que pode ser representada como U/q , não depende da carga q da partícula e é uma *característica apenas do campo elétrico* na região do espaço que está sendo investigada. A energia potencial por unidade de carga em um ponto do espaço é chamada de **potencial elétrico** (ou, simplesmente, **potencial**) e representada pela letra V . Assim,

$$V = \frac{U}{q}. \quad (24-5)$$

Observe que o potencial elétrico é uma grandeza escalar.

A diferença de potencial elétrico ΔV entre dois pontos i e f é igual à diferença entre os potenciais elétricos dos dois pontos:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q}. \quad (24-6)$$

Usando a Eq. 24-1 para substituir ΔU por $-W$ na Eq. 24-6, podemos definir a diferença de potencial entre os pontos i e f como

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W}{q} \quad (\text{definição de diferença de potencial}). \quad (24-7)$$

A diferença de potencial entre dois pontos é, portanto, o negativo do trabalho realizado pela força eletrostática para deslocar uma carga unitária de um ponto para o outro. Uma diferença de potencial pode ser positiva, negativa ou nula, dependendo dos sinais e dos valores absolutos de q e W .

De acordo com a Eq. 24-5, se tomarmos $U_i = 0$ no infinito como referência para a energia potencial, o potencial elétrico V no infinito também será nulo. Nesse caso, de acordo com a Eq. 24-7, podemos definir o potencial elétrico em qualquer ponto do espaço através da relação

$$V = -\frac{W_\infty}{q} \quad (\text{definição de potencial}), \quad (24-8)$$

em que W_∞ é o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre uma partícula carregada quando a partícula se desloca do infinito para o ponto f . O potencial V pode ser positivo, negativo ou nulo, dependendo do sinal e do valor absoluto de q e W_∞ .

De acordo com a Eq. 24-8, a unidade de potencial no SI é o joule por coulomb. Essa combinação ocorre com tanta frequência que uma unidade especial, o volt (V) é usada para representá-la. Assim,

$$1 \text{ volt} = 1 \text{ joule por coulomb}. \quad (24-9)$$

Essa nova unidade permite adotar uma unidade mais conveniente para o campo elétrico \vec{E} , que até agora vem sendo expresso em newtons por coulomb. Com duas conversões de unidades, obtemos

$$\begin{aligned} 1 \text{ N/C} &= \left(1 \frac{\text{N}}{\text{C}}\right) \left(\frac{1 \text{ V}\cdot\text{C}}{1 \text{ J}}\right) \left(\frac{1 \text{ J}}{1 \text{ N}\cdot\text{m}}\right) \\ &= 1 \text{ V/m}. \end{aligned} \quad (24-10)$$

O segundo fator entre parênteses vem da Eq. 24-9; o terceiro, da definição de joule. De agora em diante, expressaremos os valores de campo elétrico em volts por metro em vez de newtons por coulomb.

Podemos também definir uma unidade de energia que é conveniente no caso da medida da energia de sistemas de dimensões atômicas ou subatômicas. Um *elétron-volt* (eV) é a energia igual ao trabalho necessário para deslocar uma carga elementar e , como a de um elétron ou de um próton, através de uma diferença de potencial de um volt. De acordo com a Eq. 24-7, o valor absoluto desse trabalho é $q \Delta V$; assim,

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= e(1 \text{ V}) \\ &= (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ J/C}) = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}, \end{aligned}$$

Trabalho Realizado por uma Força Aplicada

Suponha que uma partícula de carga q seja transportada do ponto i para o ponto f , na presença de um campo elétrico, através da aplicação de uma força. Durante o deslocamento, a força aplicada realiza um trabalho W_{ap} sobre a carga, enquanto o campo elétrico realiza um trabalho W sobre a mesma carga. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética (Eq. 7-10), a variação ΔK da energia cinética da partícula é dada por

$$\Delta K = K_f - K_i = W_{ap} + W. \quad (24-11)$$

Suponha que a partícula esteja parada antes e depois do deslocamento. Nesse caso, $K_i = K_f = 0$ e a Eq. 24-11 se reduz a

$$W_{ap} = -W. \quad (24-12)$$

Isso significa que se a energia cinética da partícula é a mesma antes e depois de um deslocamento, o trabalho W_{ap} realizado por uma força aplicada durante o deslocamento é igual ao negativo do trabalho W realizado pelo campo elétrico.

Usando a Eq. 24-12 para substituir W por $-W_{ap}$ na Eq. 24-1, podemos relacionar o trabalho W_{ap} à variação da energia potencial da partícula durante o deslocamento. O resultado é o seguinte:

$$\Delta U = U_f - U_i = W_{ap}. \quad (24-13)$$

Além disso, usando a Eq. 24-12 para substituir W por $-W_{ap}$ na Eq. 24-7, podemos relacionar o trabalho W_{ap} à diferença de potencial elétrico ΔV entre as posições inicial e final da partícula. Temos:

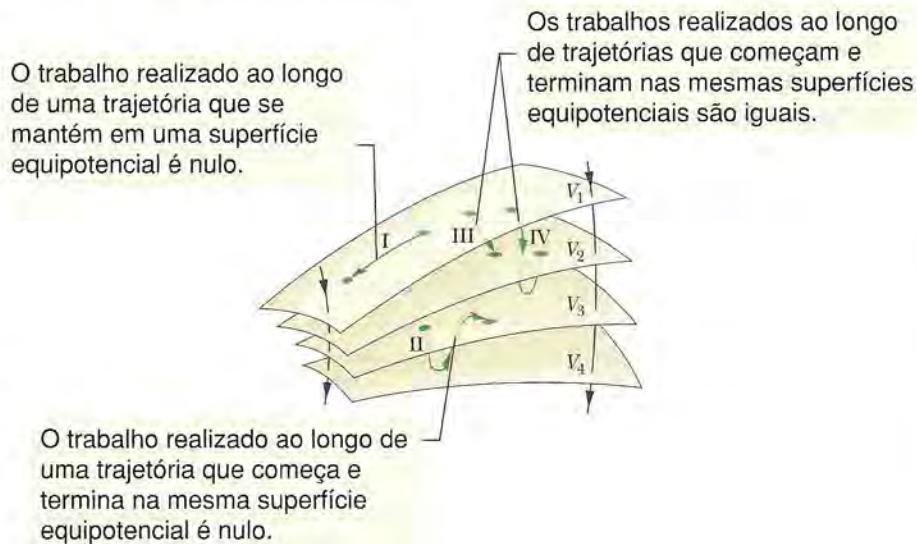
$$W_{ap} = q \Delta V. \quad (24-14)$$

O trabalho W_{ap} pode ser positivo, negativo ou nulo, dependendo do sinal e valor absoluto de q e ΔV .

24-4 Superfícies Equipotenciais

Pontos vizinhos que possuem o mesmo potencial elétrico formam uma **superfície equipotencial**, que pode ser uma superfície imaginária ou uma superfície real. O campo elétrico não realiza nenhum trabalho líquido W sobre uma partícula carregada quando a partícula se desloca de um ponto para outro de uma superfície equipotencial. Este fato é consequência da Eq. 24-7, segundo a qual $W = 0$ para $V_f = V_i$. Como o trabalho (e, portanto, a energia potencial e o potencial) não depende da trajetória percorrida, $W = 0$ para *qualquer* trajetória que ligue dois i e j pertencentes a uma superfície equipotencial, mesmo que a trajetória não esteja inteiramente na superfície.

A Fig. 24-2 mostra uma *família* de superfícies equipotenciais associada ao campo elétrico produzido por uma distribuição de cargas. O trabalho realizado pelo campo elétrico sobre uma partícula carregada quando a partícula se desloca de uma extremidade a outra das trajetórias I e II é zero, já que essas trajetórias começam e terminam na mesma superfície equipotencial. O trabalho realizado quando a partícula se desloca de uma extremidade a outra das trajetórias III e IV não é zero, mas



TESTE 2

Na figura do Teste 1, uma força é usada para deslocar o próton do ponto i para o ponto f na presença de um campo elétrico uniforme com o sentido indicado. (a) A força exerce um trabalho positivo ou negativo sobre o próton? (b) O potencial do próton aumenta ou diminui?

Figura 24-2 Vista parcial de quatro superfícies equipotenciais cujos potenciais elétricos são $V_1 = 100\text{ V}$, $V_2 = 80\text{ V}$, $V_3 = 60\text{ V}$ e $V_4 = 40\text{ V}$. A figura mostra duas linhas de campo elétrico e quatro trajetórias possíveis de uma carga de prova.

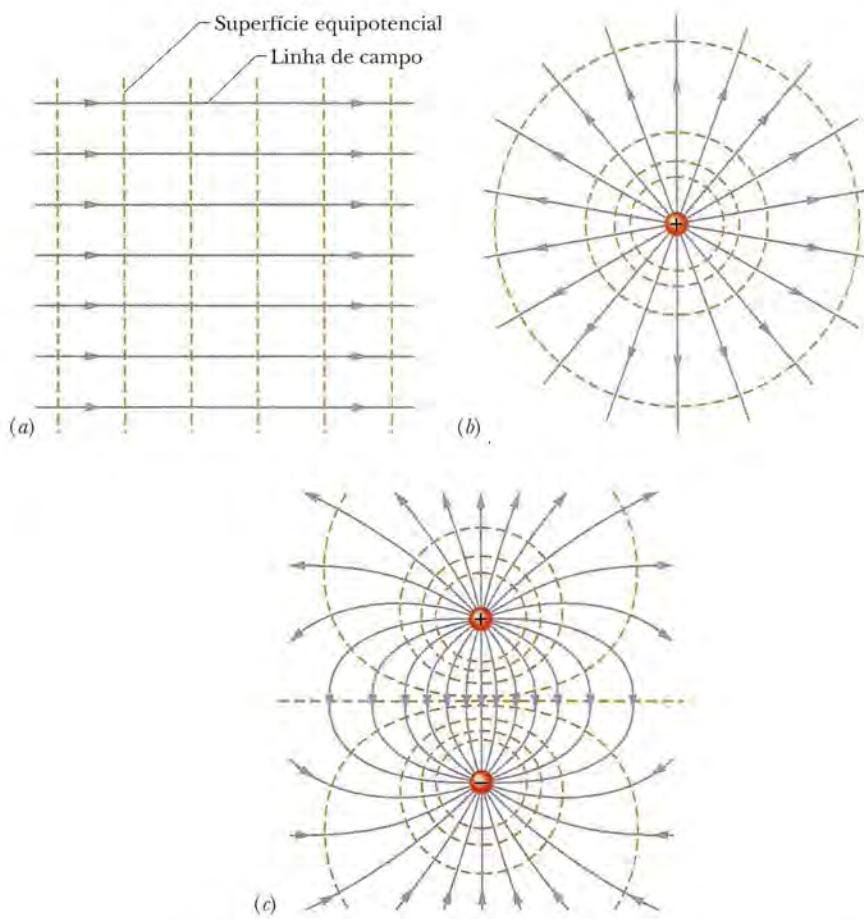


Figura 24-3 Linhas de campo elétrico (azul) e seções retas de superfícies equipotenciais (vermelho) (a) para um campo elétrico uniforme; (b) para uma carga pontual; (c) para um dipolo elétrico.

tem o mesmo valor para as duas trajetórias, pois os potenciais inicial e final são os mesmos para as duas trajetórias, ou seja, as trajetórias III e IV ligam o mesmo par de superfícies equipotenciais.

Por simetria, as superfícies equipotenciais produzidas por uma carga pontual ou por qualquer distribuição de cargas com simetria esférica constituem uma família de esferas concêntricas. No caso de um campo elétrico uniforme, as superfícies formam uma família de planos perpendulares às linhas de campo. Na verdade, as superfícies equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas de campo elétrico e, portanto, a \vec{E} , que é tangente a essas linhas. Se \vec{E} não fosse perpendicular a uma superfície equipotencial, teria uma componente paralela à superfície, que realizaria trabalho sobre uma partícula carregada quando a partícula se deslocasse ao longo da superfície. Entretanto, de acordo com a Eq. 24-7, o trabalho realizado deve ser nulo no caso de uma superfície equipotencial. A única conclusão possível é que o vetor \vec{E} em todos os pontos do espaço deve ser perpendicular à superfície equipotencial que passa por esse ponto. A Fig. 24-3 mostra linhas de campo elétrico e seções retas de superfícies equipotenciais no caso de um campo elétrico uniforme e dos campos associados a uma carga elétrica pontual e a um dipolo elétrico.

24-5 Cálculo do Potencial a partir do Campo

É possível calcular a diferença de potencial entre dois pontos i e f em uma região do espaço onde existe um campo elétrico se o vetor campo elétrico \vec{E} for conhecido em todos os pontos de uma trajetória que ligue esses pontos. Para isso, basta determinar o trabalho realizado pelo campo sobre uma carga de prova quando a carga se desloca do ponto i até o ponto f e usar a Eq. 24-7.

Considere um campo elétrico qualquer, representado pelas linhas de campo da Fig. 24-4, e uma carga de prova positiva q_0 que se move do ponto i ao ponto f , per-

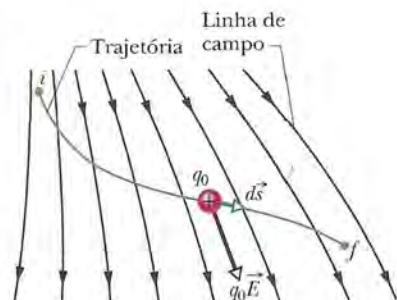


Figura 24-4 Uma carga de prova q_0 se desloca do ponto i para o ponto f ao longo da trajetória indicada, na presença de um campo elétrico não uniforme. Durante um deslocamento $d\vec{s}$, uma força eletrostática $q_0\vec{E}$ age sobre a carga de prova. A força aponta na direção da linha de campo que passa pela carga de prova.

correndo a trajetória mostrada na figura. Em todos os pontos da trajetória, uma força eletrostática $q_0\vec{E}$ age sobre a carga enquanto ela sofre um deslocamento elementar $d\vec{s}$. De acordo com o que foi visto no Capítulo 7, o trabalho elementar dW realizado sobre uma partícula por uma força durante um deslocamento $d\vec{s}$ é dado por

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}. \quad (24-15)$$

Para a situação da Fig. 24-4, $\vec{F} = q_0\vec{E}$ e a Eq. 24-15 se torna

$$dW = q_0\vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (24-16)$$

Para determinar o trabalho total W realizado pelo campo sobre a partícula quando esta se desloca do ponto i para o ponto f , somamos, por integração, os trabalhos elementares realizados sobre a carga quando ela sofre todos os deslocamentos elementares $d\vec{s}$ de que é composta a trajetória:

$$W = q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (24-17)$$

Substituindo o trabalho W pelo seu valor em termos da diferença de potencial, dado pela Eq. 24-7, temos:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (24-18)$$

Assim, a diferença de potencial $V_f - V_i$ entre dois pontos i e f na presença de um campo elétrico é igual ao negativo da *integral de linha* (ou seja, da integral ao longo de uma trajetória) de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ do ponto i até o ponto f . Como, porém, a força eletrostática é conservativa, todas as trajetórias (simples ou complicadas) levam ao mesmo resultado.

A Eq. 24-18 permite calcular a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer de uma região onde existe um campo elétrico. Se o potencial V_i do ponto i é tomado como nulo, a Eq. 24-18 se torna

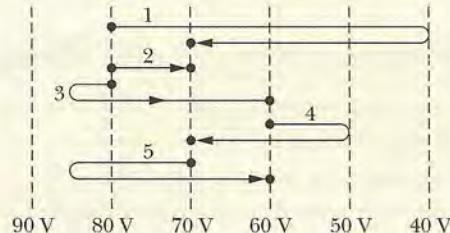
$$V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad (24-19)$$

em que o índice f de V_f foi omitido. A Eq. 24-19 pode ser usada para calcular o potencial V em qualquer ponto f em relação ao potencial do ponto i , tomado como nulo. Se o ponto i está no infinito, a Eq. 24-19 nos dá o potencial V em qualquer ponto f em relação ao potencial no infinito, tomado como nulo.



TESTE 3

A figura mostra uma família de superfícies paralelas equipotenciais (vistas de perfil) e cinco trajetórias ao longo das quais um elétron pode ser deslocado de uma superfície para outra. (a) Qual é a orientação do campo elétrico associado às superfícies? (b) Para cada trajetória, o trabalho realizado para deslocar o elétron é positivo, negativo ou nulo? (c) Coloque as trajetórias na ordem do trabalho realizado, começando pelo maior.



Exemplo

Determinação da diferença de potencial a partir do campo elétrico

(a) A Fig. 24-5a mostra dois pontos i e f de uma região onde existe um campo elétrico uniforme \vec{E} . Os pontos estão na mesma linha de campo elétrico (que não é mostrada na figura), separados por uma distância d . Determine a diferença de potencial $V_f - V_i$ deslocando uma carga de prova positiva q_0 do ponto i até o ponto f ao longo da trajetória indicada, que é paralela à direção do campo.

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 24-18, podemos determinar a diferença de potencial entre dois pontos integrando $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ ao longo de uma trajetória que ligue os dois pontos.

Cálculos Começamos por deslocar mentalmente uma carga de prova q_0 ao longo da trajetória escolhida, do ponto inicial i ao ponto final f . Enquanto deslocamos a carga de prova ao longo da trajetória da Fig. 24-5a, o deslocamento elementar $d\vec{s}$ tem sempre a mesma orientação que o campo \vec{E} . O ângulo θ entre \vec{E} e $d\vec{s}$ é zero e o produto escalar da Eq. 24-18 é

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E ds \cos \theta = E ds. \quad (24-20)$$

Nesse caso, de acordo com as Eqs. 24-18 e 24-20, temos:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_i^f E ds. \quad (24-21)$$

Como o campo é uniforme, E é constante ao longo de toda a trajetória e pode ser colocado de fora do sinal de integral, o que nos dá

$$V_f - V_i = -E \int_i^f ds = -Ed, \quad (\text{Resposta})$$

onde a integral é simplesmente o comprimento d da trajetória. O sinal negativo do resultado mostra que o potencial no ponto f da Fig. 24-5a é menor que o potencial no ponto i . Este é um resultado geral: o potencial sempre diminui ao longo de uma trajetória que tem a mesma orientação que as linhas de campo elétrico.

(b) Determine a diferença de potencial $V_f - V_i$ deslocando a carga de prova positiva q_0 de i para f ao longo da trajetória icf mostrada na Fig. 24-5b.

Cálculos A ideia-chave do item (a) também se aplica a este caso, mas agora estamos deslocando a carga ao longo de uma trajetória formada por dois segmentos de reta, ic e cf . Em todos os pontos do segmento ic , o deslocamento $d\vec{s}$ é perpendicular a \vec{E} . O ângulo entre \vec{E} e $d\vec{s}$ é 90° e o produto escalar $\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$. Assim, de acordo com a Eq. 24-18, o potencial é o mesmo nos pontos i e c : $V_c - V_i = 0$.

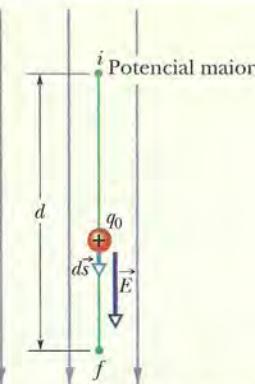
No caso do segmento cf , temos $\theta = 45^\circ$ e, de acordo com a Eq. 24-18,

$$\begin{aligned} V_f - V_i &= - \int_c^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_c^f E(\cos 45^\circ) ds \\ &= -E(\cos 45^\circ) \int_c^f ds. \end{aligned}$$

A integral nessa equação é simplesmente o comprimento do segmento cf , que, de acordo com a Fig. 24-5b, é dado por $d/\cos 45^\circ$. Assim,

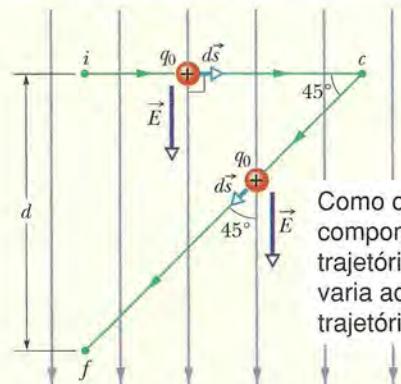
$$V_f - V_i = -E(\cos 45^\circ) \frac{d}{\cos 45^\circ} = -Ed. \quad (\text{Resposta})$$

O campo elétrico aponta do potencial maior para o potencial menor.



(a)

Como o campo elétrico é perpendicular à trajetória ic , o potencial não varia ao longo dessa trajetória.



(b)

Figura 24-5 (a) Uma carga de prova q_0 se desloca em linha reta do ponto i para o ponto f na direção de um campo elétrico externo uniforme. (b) A carga q_0 descreve a trajetória icf na presença do mesmo campo elétrico.

Como já era esperado, este resultado é igual ao obtido no item (a); a diferença de potencial entre dois pontos não depende da trajetória usada no cálculo. A moral é a seguinte: quando há necessidade de calcular a diferença de potencial

entre dois pontos deslocando uma carga de prova entre eles, é possível poupar tempo e trabalho escolhendo uma trajetória que facilite o uso da Eq. 24-18.

Para determinar o potencial da partícula carregada, deslocamos esta carga de prova até o infinito.

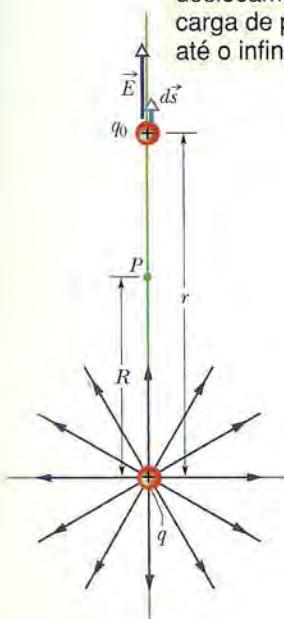


Figura 24-6 A carga pontual positiva q produz um campo elétrico \vec{E} e um potencial elétrico V no ponto P . Calculamos o potencial deslocando uma carga de prova q_0 do ponto P até o infinito. A figura mostra a carga de prova a uma distância r da carga pontual, durante um deslocamento elementar $d\vec{s}$.

24-6 Potencial Produzido por uma Carga Pontual

Vamos agora usar a Eq. 24-18 para obter uma expressão para o potencial elétrico V criado no espaço por uma carga pontual, tomando como referência um potencial zero no infinito. Considere um ponto P situado a uma distância R de uma partícula fixa de carga positiva q (Fig. 24-6). Para usar a Eq. 24-18, imaginamos que uma carga de prova q_0 é deslocada do ponto P até o infinito. Como a trajetória seguida pela carga de prova é irrelevante, podemos escolher a mais simples: uma reta que liga a partícula fixa ao ponto P e se estende até o infinito.

Para usar a Eq. 24-18, precisamos calcular o produto escalar

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cos \theta \, ds. \quad (24-22)$$

O campo elétrico \vec{E} da Fig. 24-6 é radial e aponta para longe da partícula fixa; assim, o deslocamento elementar $d\vec{s}$ da partícula de prova tem a mesma direção que \vec{E} em todos os pontos da trajetória escolhida. Isso significa que $\theta = 0$ e $\cos \theta = 1$ na Eq. 24-22. Como a trajetória é radial, podemos fazer $ds = dr$. Nesse caso, a Eq. 24-18 se torna

$$V_f - V_i = - \int_R^\infty E \, dr, \quad (24-23)$$

onde usamos os limites $r_i = R$ e $r_f = \infty$. Temos ainda $V_i = V(R) = V$ e $V_f = V(\infty) = 0$. O campo E no ponto onde se encontra a carga de prova é dado pela Eq. 22-3:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (24-24)$$

Com essas substituições, a Eq. 24-23 se torna

$$\begin{aligned} 0 - V &= - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{1}{r^2} \, dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_R^\infty \\ &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}. \end{aligned} \quad (24-25)$$

Explicitando V e substituindo R por r , temos:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (24-26)$$

como o potencial elétrico V produzido por uma partícula de carga q a uma distância r da partícula.

Embora a Eq. 24-26 tenha sido demonstrada para uma partícula de carga positiva, a demonstração vale também para uma partícula de carga negativa, caso em que q é uma grandeza negativa. Observe que o sinal de V é igual ao sinal de q :



Uma partícula de carga positiva produz um potencial elétrico positivo; uma partícula de carga negativa produz um potencial elétrico negativo.

A Fig. 24-7 mostra um gráfico gerado em computador da Eq. 24-26 para uma partícula de carga positiva; o valor absoluto de V está plotado no eixo vertical. Note que o valor absoluto de V aumenta rapidamente quando r se aproxima de zero. Na

verdade, de acordo com a Eq. 24-26, $V \rightarrow \infty$ quando $r \rightarrow 0$, embora essa tendência não seja visível no gráfico.

A Eq. 24-26 também pode ser usada para calcular o potencial elétrico *do lado de fora ou na superfície* de uma distribuição de cargas com simetria esférica. Podemos provar esse fato usando um dos teoremas de cascas das Seções 21-4 e 23-9 para substituir a distribuição esférica por uma carga pontual de mesmo valor situada no centro da distribuição. Isso mostra que a Eq. 24-26 pode ser empregada, contanto que não se deseje calcular um ponto no interior da distribuição.

24-7 Potencial Produzido por um Grupo de Cargas Pontuais

Podemos calcular o potencial produzido em um ponto por um grupo de cargas pontuais com a ajuda do princípio de superposição. Usando a Eq. 24-26 com o sinal da carga incluído, calculamos separadamente os potenciais produzidos pelas cargas no ponto dado e somamos os potenciais. No caso de n cargas, o potencial total é dado por

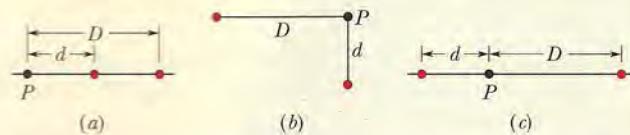
$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (n \text{ cargas pontuais}), \quad (24-27)$$

em que q_i é o valor da carga de ordem i e r_i é a distância radial entre o ponto e a carga de ordem i . O somatório da Eq. 24-27 é uma *soma algébrica* e não uma soma vetorial como a que foi usada para calcular o campo elétrico produzido por um grupo de cargas pontuais. Trata-se de uma vantagem importante do potencial em relação ao campo elétrico, já que é muito mais fácil somar grandezas escalares que grandezas vetoriais.



TESTE 4

A figura mostra três arranjos de dois prótons. Coloque os arranjos na ordem do potencial elétrico produzido pelos prótons no ponto P , começando pelo maior.



(a)

(b)

(c)

Exemplo

Potencial total de várias partículas carregadas

Qual é o valor do potencial elétrico no ponto P , situado no centro do quadrado de cargas pontuais que aparece na Fig. 24-8a? A distância d é 1,3 m e as cargas são

$$\begin{aligned} q_1 &= +12 \text{ nC}, & q_3 &= +31 \text{ nC}, \\ q_2 &= -24 \text{ nC}, & q_4 &= +17 \text{ nC}. \end{aligned}$$

IDEIA-CHAVE

O potencial elétrico V no ponto P é a soma algébrica dos potenciais elétricos produzidos pelas quatro cargas. (Como o potencial elétrico é um escalar, as posições angulares das cargas são irrelevantes; apenas as distâncias entre as cargas e o ponto P aparecem na expressão do potencial.)

Cálculos De acordo com a Eq. 24-27, temos:

$$V = \sum_{i=1}^4 V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r} + \frac{q_3}{r} + \frac{q_4}{r} \right).$$

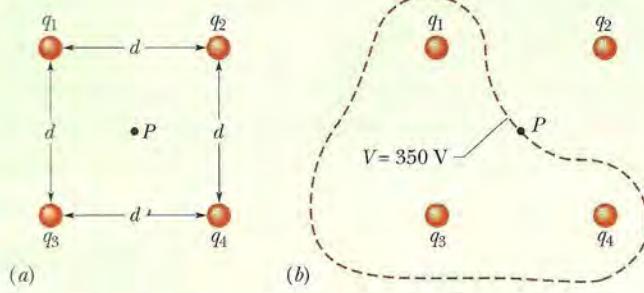


Figura 24-8 (a) Quatro cargas pontuais são mantidas fixas nos vértices de um quadrado. (b) A curva fechada é uma seção reta, no plano da figura, da superfície equipotencial que contém o ponto P . (A curva é apenas um esboço.)

A distância r é $d/\sqrt{2} = 0,919 \text{ m}$ e a soma das cargas é

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 + q_3 + q_4 &= (12 - 24 + 31 + 17) \times 10^{-9} \text{ C} \\ &= 36 \times 10^{-9} \text{ C}. \end{aligned}$$

Assim, $V = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(36 \times 10^{-9} \text{ C})}{0,919 \text{ m}} \approx 350 \text{ V.}$ (Resposta)

Nas vizinhanças das três cargas positivas da Fig. 24-8a, o potencial assume valores positivos muito elevados. Nas proximidades da carga negativa, o potencial assume va-

lores negativos muito elevados. Assim, existem necessariamente pontos no interior do quadrado nos quais o potencial tem o mesmo valor intermediário que no ponto P . A curva da Fig. 24-8b mostra a interseção do plano da figura com a superfície equipotencial que contém o ponto P . Qualquer ponto dessa curva tem o mesmo potencial que o ponto P .

Exemplo

O potencial não é um vetor, então a orientação não é relevante

(a) Na Fig. 24-9a, 12 elétrons (de carga $-e$) são mantidos fixos, com espaçamento uniforme, ao longo de uma circunferência de raio R . Tomando $V = 0$ no infinito, quais são o potencial elétrico e o campo elétrico no centro C da circunferência?

IDEIAS-CHAVE

(1) O potencial elétrico V no ponto C é a soma algébrica dos potenciais elétricos produzidos pelos elétrons. (Como o potencial elétrico é um escalar, a posição angular dos elétrons na circunferência é irrelevante.) (2) O campo elétrico no ponto C é uma grandeza vetorial e, portanto, a posição angular dos elétrons na circunferência *não é* irrelevante.

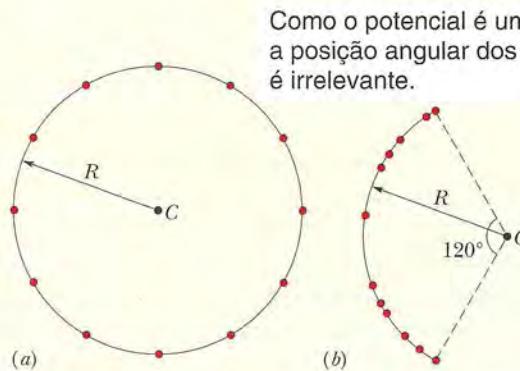
Cálculos Como todos os elétrons possuem a mesma carga $-e$ e estão à mesma distância R de C , a Eq. 24-27 nos dá

$$V = -12 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{R}. \quad (\text{Resposta}) \quad (24-28)$$

Por causa da simetria do arranjo da Fig. 24-9a, o vetor campo elétrico no ponto C associado a um elétron é cancelado pelo vetor campo elétrico associado ao elétron diametralmente oposto. Assim, no ponto C ,

$$\vec{E} = 0. \quad (\text{Resposta})$$

(b) Se os elétrons forem deslocados ao longo da circunferência até ficarem distribuídos com espaçamento desigual



Como o potencial é um escalar, a posição angular dos elétrons é irrelevante.

Figura 24-9 (a) Doze elétrons uniformemente espaçados ao longo de uma circunferência. (b) Os mesmos elétrons, distribuídos com espaçamento não uniforme ao longo de um arco da circunferência original.

em um arco de 120° (Fig. 24-9b), qual será o potencial no ponto C ? O campo elétrico no ponto C sofrerá alguma mudança?

Raciocínio O potencial continua a ser dado pela Eq. 24-28, já que a distância entre os elétrons e o ponto C não mudou e a posição dos elétrons na circunferência é irrelevante. O campo elétrico, porém, deixa de ser nulo, pois a distribuição das cargas não é mais simétrica. O novo campo elétrico no ponto C estará orientado na direção de algum ponto do arco de 120° .

24-8 Potencial Produzido por um Dipolo Elétrico

Vamos agora aplicar a Eq. 24-27 a um dipolo elétrico para calcular o potencial em um ponto arbitrário P da Fig. 24-10a. No ponto P , a carga pontual positiva (que está a uma distância $r_{(+)}$) produz um potencial $V_{(+)}$ e a carga pontual negativa (que está a uma distância $r_{(-)}$) produz um potencial $V_{(-)}$. Assim, de acordo com a Eq. 24-27, o potencial total no ponto P é dado por

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^2 V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}. \end{aligned} \quad (24-29)$$

Os dipolos que ocorrem naturalmente, como os que estão presentes em muitas moléculas, têm dimensões reduzidas. Assim, normalmente estamos interessados apenas em pontos relativamente distantes do dipolo, tais que $r \gg d$, onde d é a distância entre as cargas. Nessas condições, podemos escrever, de acordo com a Fig. 24-10b,

$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d \cos \theta \quad \text{e} \quad r_{(-)} r_{(+)} \approx r^2.$$

Substituindo esses valores na Eq. 24-29, obtemos para V o valor aproximado

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2},$$

em que o ângulo θ é medido em relação ao eixo do dipolo, como na Fig. 24-10a. O potencial V também pode ser escrito na forma

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (\text{dipolo elétrico}), \quad (24-30)$$

em que $p (= qd)$ é o módulo do momento dipolar elétrico \vec{p} definido na Seção 22-5. O vetor \vec{p} tem a direção do eixo do dipolo e aponta da carga negativa para a carga positiva. (Isso significa que o ângulo θ é medido em relação a \vec{p} .) Usamos esse vetor para indicar a orientação do dipolo elétrico.

TESTE 5

- Três pontos são escolhidos a distâncias iguais do centro do dipolo da Fig. 24-10 (muito maiores que a distância entre as cargas). O ponto a está no eixo do dipolo, acima da carga positiva; o ponto b está no eixo do dipolo, abaixo da carga negativa; o ponto c está na mediatriz do segmento de reta que liga as duas cargas. Coloque os pontos na ordem do potencial elétrico produzido no ponto pelo dipolo, começando pelo maior (mais positivo).

Momento Dipolar Induzido

Muitas moléculas, como a da água, possuem um momento dipolar elétrico *permanente*. Em outras moléculas (conhecidas como moléculas *apolares*) e em todos os átomos isolados, os centros das cargas positivas e negativas coincidem (Fig. 24-11a) e, portanto, o momento dipolar é zero. Quando um átomo ou molécula apolar

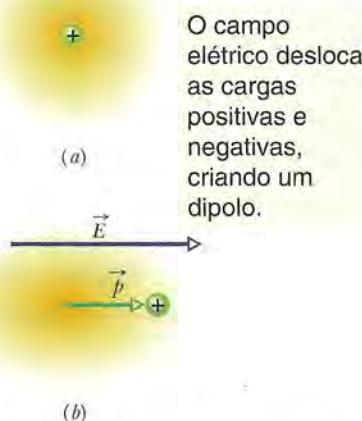


Figura 24-11 (a) Representação esquemática de um átomo isolado, mostrando o núcleo positivamente carregado (verde) e os elétrons negativamente carregados (sombreado dourado). Os centros das cargas positivas e negativas coincidem. (b) Quando o átomo é submetido a um campo elétrico externo \vec{E} , os orbitais eletrônicos são distorcidos e os centros das cargas positivas e negativas deixam de coincidir, o que dá origem a um momento dipolar induzido \vec{p} . A distorção foi muito exagerada na figura.

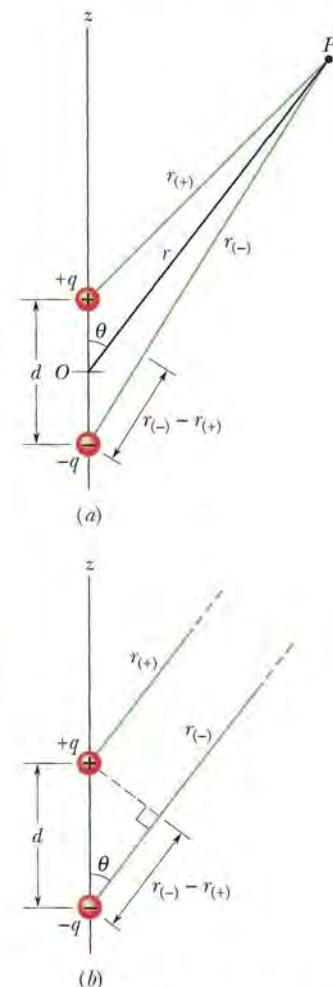


Figura 24-10 (a) O ponto P está a uma distância r do ponto central O de um dipolo. A reta OP faz um ângulo θ com o eixo do dipolo. (b) Se o ponto P está a uma grande distância do dipolo, as retas de comprimentos $r_{(+)}$ e $r_{(-)}$ são aproximadamente paralelas à reta de comprimento r e a reta tracejada é aproximadamente perpendicular à reta de comprimento $r_{(-)}$.

é submetido a um campo elétrico externo, o campo distorce as órbitas eletrônicas e separa os centros das cargas positivas e negativas (Fig. 24-11b). Como a carga dos elétrons é negativa, eles são deslocados no sentido oposto ao do campo. Esse deslocamento dá origem a um momento dipolar \vec{p} que aponta na direção do campo. Nesse tipo de situação, dizemos que o momento dipolar é *induzido* pelo campo e que o átomo ou molécula é *polarizado* pelo campo (ou seja, passa a ter um lado positivo e um lado negativo). Quando o campo é removido, o momento dipolar induzido e a polarização desaparecem.

24-9 Potencial Produzido por uma Distribuição Contínua de Cargas

Quando uma distribuição de cargas é contínua (como é o caso de uma barra ou um disco uniformemente carregado), não podemos usar o somatório da Eq. 24-27 para calcular o potencial V em um ponto P . Em vez disso, devemos escolher um elemento de carga dq , calcular o potencial dV produzido por dq no ponto P e integrar dV para toda a distribuição de cargas.

Vamos tomar novamente o potencial no infinito como nulo. Tratando o elemento de carga dq como uma carga pontual, podemos usar a Eq. 24-26 para expressar o potencial dV no ponto P produzido por dq :

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \quad (dq \text{ positivo ou negativo}), \quad (24-31)$$

em que r é a distância entre P e dq . Para calcular o potencial total V no ponto P , integramos a Eq. 24-31 para todos os elementos de carga:

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}. \quad (24-32)$$

A integral deve ser calculada para toda a distribuição de cargas. Observe que, como o potencial elétrico é um escalar, não existem *componentes de vetores* a serem consideradas na Eq. 24-32.

Vamos agora examinar duas distribuições contínuas de cargas, uma linha de cargas e um disco carregado.

Linha de Cargas

Na Fig. 24-12a, uma barra fina não condutora de comprimento L possui uma densidade linear de cargas positivas λ . Vamos determinar o potencial elétrico V produzido pela barra no ponto P , situado a uma distância perpendicular d da extremidade esquerda da barra.

Começamos por considerar um elemento de comprimento dx da barra, como mostra a Fig. 24-12b. A carga desse elemento é dada por

$$dq = \lambda dx. \quad (24-33)$$

O elemento produz um potencial elétrico dV no ponto P , que está a uma distância $r = (x^2 + d^2)^{1/2}$ (Fig. 24-12c). Tratando o elemento como uma carga pontual, podemos usar a Eq. 24-31 para escrever o potencial dV como

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}. \quad (24-34)$$

Como a carga da barra é positiva e tomamos como referência $V = 0$ no infinito, sabemos da Seção 24-6 que dV na Eq. 24-34 deve ser positivo.

Agora estamos em condições de calcular o potencial total V produzido pela barra no ponto P integrando a Eq. 24-34 ao longo da barra, de $x = 0$ a $x = L$ (Figs. 24-12d e 24-12e) com o auxílio da integral 17 do Apêndice E. O resultado é o seguinte:

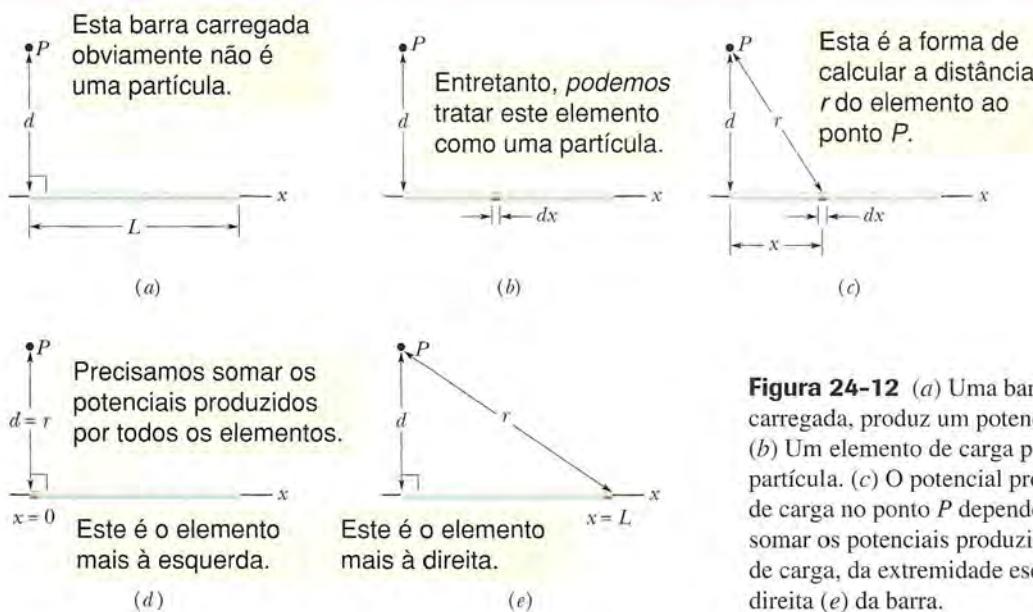


Figura 24-12 (a) Uma barra fina, uniformemente carregada, produz um potencial elétrico V no ponto P . (b) Um elemento de carga pode ser tratado como uma partícula. (c) O potencial produzido por um elemento de carga no ponto P depende da distância r . Precisamos somar os potenciais produzidos por todos os elementos de carga, da extremidade esquerda (d) à extremidade direita (e) da barra.

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \int_0^L \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{(x^2 + d^2)^{1/2}} dx \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln(x + (x^2 + d^2)^{1/2}) \right]_0^L \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln(L + (L^2 + d^2)^{1/2}) - \ln d \right]. \end{aligned}$$

Podemos simplificar este resultado usando a identidade $\ln A - \ln B = \ln(A/B)$, o que nos dá

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{L + (L^2 + d^2)^{1/2}}{d} \right]. \quad (24-35)$$

Como V é uma soma de valores positivos de dV , deve ser um número positivo, o que é confirmado pelo fato de que o argumento do logaritmo é maior que 1 para qualquer par de valores de L e d , já que o logaritmo natural de qualquer número maior que 1 é positivo.

Disco Carregado

Na Seção 22-7, calculamos o módulo do campo elétrico em pontos do eixo central de um disco de plástico de raio R com uma densidade de cargas uniforme σ em uma das superfícies. Vamos agora obter uma expressão para $V(z)$, o potencial elétrico em um ponto qualquer do eixo central.

Na Fig. 24-13, considere um elemento de área constituído por um anel de raio R' e largura radial dR' . A carga desse elemento é dada por

$$dq = \sigma(2\pi R')(dR'),$$

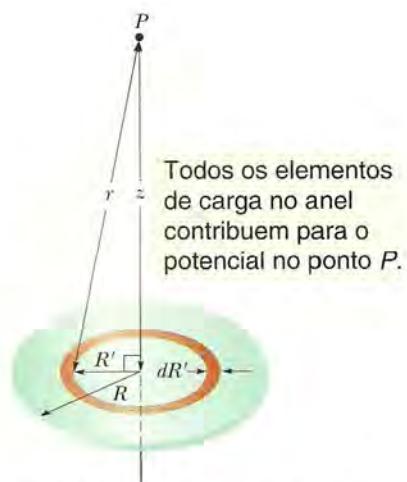


Figura 24-13 Um disco de plástico de raio R com uma densidade de cargas uniforme σ na superfície superior. Estamos interessados em calcular o potencial V em um ponto P do eixo central do disco.

em que $(2\pi R')(dR')$ é a área do anel. Como o ponto P está no eixo central, todas as partes do elemento de carga estão à mesma distância r do ponto. Com a ajuda da Fig. 24-13, podemos usar a Eq. 24-31 para escrever a contribuição desse anel para o potencial elétrico no ponto P na forma

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(2\pi R')(dR')}{\sqrt{z^2 + R'^2}}. \quad (24-36)$$

Para calcular o potencial total, somamos (por integração) as contribuições de todos os anéis de $R' = 0$ até $R' = R$:

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{R' dR'}{\sqrt{z^2 + R'^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z). \quad (24-37)$$

Note que a variável de integração na segunda integral da Eq. 24-37 é R' e não z , que permanece constante enquanto a integração ao longo da superfície do disco está sendo executada. (Observe também que no cálculo da integral supusemos que $z \geq 0$.)

24-10 Cálculo do Campo Elétrico a partir do Potencial

Na Seção 24-5, vimos que era possível calcular o potencial em um ponto f a partir do conhecimento do valor do campo elétrico ao longo de uma trajetória desde um ponto de referência até o ponto f . Nesta seção, vamos discutir o problema inverso, ou seja, o cálculo do campo elétrico a partir do potencial. Como se pode ver na Fig. 24-3, resolver este problema graficamente é muito fácil: se conhecemos o potencial V para todos os pontos nas vizinhanças de uma distribuição de cargas, podemos desenhar uma família de superfícies equipotenciais. As linhas de campo elétrico, desenhadas perpendicularmente a essas superfícies, revelam a variação de \vec{E} . O que estamos buscando é um método matemático equivalente ao processo gráfico.

A Fig. 24-14 mostra seções retas de uma família de superfícies equipotenciais muito próximasumas das outras; a diferença de potencial entre superfícies adjacentes é dV . Como sugere a figura, o campo \vec{E} em um ponto P qualquer é perpendicular à superfície equipotencial que passa por P .

Suponha que uma carga de prova positiva q_0 sofra um deslocamento $d\vec{s}$ de uma superfície equipotencial para a superfície vizinha. De acordo com a Fig. 24-14, o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a carga de prova durante o deslocamento é $-q_0 dV$. De acordo com a Eq. 24-16 e a Fig. 24-14, o mesmo trabalho também pode ser escrito como o produto escalar $(q_0 \vec{E}) \cdot d\vec{s}$ ou $q_0 E(\cos \theta) ds$. Igualando as duas expressões para o trabalho, obtemos

$$-q_0 dV = q_0 E(\cos \theta) ds, \quad (24-38)$$

$$\text{ou} \quad E \cos \theta = -\frac{dV}{ds}. \quad (24-39)$$

Como $E \cos \theta$ é a componente de \vec{E} na direção de $d\vec{s}$, a Eq. 24-39 se torna

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}. \quad (24-40)$$

Escrevemos o campo E com um índice e substituímos o símbolo de derivada pelo de derivada parcial para ressaltar o fato de que a Eq. 24-40 envolve apenas a variação de V ao longo de um certo eixo (no caso, o eixo que chamamos de s) e apenas a componente de \vec{E} ao longo desse eixo. Traduzida em palavras, a Eq. 24-40 (que é essencialmente a operação inversa da Eq. 24-18) afirma o seguinte:



A componente de \vec{E} em qualquer direção do espaço é o negativo da taxa de variação com a distância do potencial elétrico nessa direção.

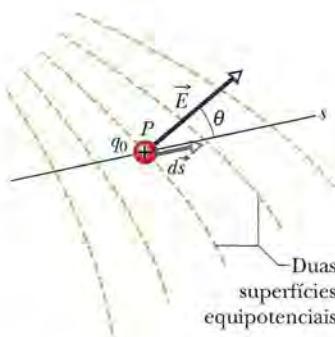


Figura 24-14 Uma carga de prova positiva q_0 sofre um deslocamento $d\vec{s}$ de uma superfície equipotencial para a superfície vizinha. (A distância entre as superfícies foi exagerada na figura.) O deslocamento $d\vec{s}$ faz um ângulo θ com o campo elétrico \vec{E} .

Se tomamos o eixo s como, sucessivamente, os eixos x , y e z , verificamos que as componentes de \vec{E} em qualquer ponto do espaço são dadas por

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad (24-41)$$

Assim, se conhecemos V para todos os pontos nas vizinhanças de uma distribuição de cargas, ou seja, se conhecemos a função $V(x, y, z)$, podemos obter as componentes de \vec{E} , e portanto o próprio \vec{E} , calculando os valores de três derivadas parciais.

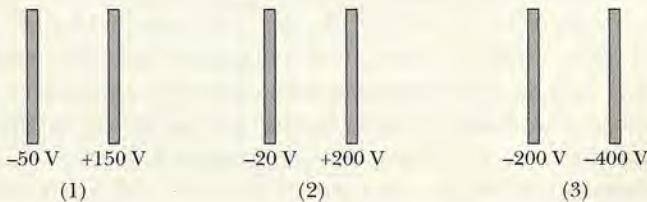
No caso da situação simples em que o campo elétrico \vec{E} é uniforme, a Eq. 24-40 se torna

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}, \quad (24-42)$$

em que s é a direção perpendicular às superfícies equipotenciais. A componente do campo elétrico é sempre nula na direção paralela a uma superfície equipotencial.

TESTE 6

A figura mostra três pares de placas paralelas separadas pela mesma distância e o potencial elétrico de cada placa. O campo elétrico entre as placas é uniforme e perpendicular às placas. (a) Ordene os pares de acordo com o módulo do campo elétrico entre as placas, começando pelo maior. (b) Para que par de placas o campo elétrico aponta para a direita? (c) Se um elétron é liberado a partir do repouso a meio caminho entre as duas placas do terceiro par, o elétron permanece no mesmo lugar, começa a se mover para a direita com velocidade constante, começa a se mover para a esquerda com velocidade constante, é acelerado para a direita ou é acelerado para a esquerda?



Exemplo

Cálculo do campo a partir do potencial

O potencial elétrico em um ponto do eixo central de um disco uniformemente carregado é dado pela Eq. 24-37,

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z).$$

A partir dessa equação, determine uma expressão para o campo elétrico em qualquer ponto do eixo do disco.

IDEIAS-CHAVE

Estamos interessado em calcular o campo elétrico \vec{E} em função da distância z ao longo do eixo do disco. Para qualquer valor de z , \vec{E} deve apontar ao longo do eixo do disco, já que o disco possui simetria circular em relação a

esse eixo. Assim, basta conhecermos a componente E_z de \vec{E} . Essa componente é o negativo da taxa de variação do potencial com a distância z .

Cálculo De acordo com a terceira das Eqs. 24-41, podemos escrever

$$\begin{aligned} E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{d}{dz} (\sqrt{z^2 + R^2} - z) \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right). \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Esta é a mesma expressão que foi obtida por integração na Seção 22-7, usando a lei de Coulomb.

24-11 Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Pontuais

Na Seção 24-2, discutimos a energia potencial elétrica de uma partícula carregada quando uma força eletrostática executava um trabalho sobre a partícula. Naquela seção, supusemos que as cargas responsáveis pela força estavam fixas no lugar, de modo que nem a força nem o campo elétrico correspondente podiam ser influenciados pela presença da carga de prova. Nesta seção, vamos adotar um ponto de vista mais geral e determinar a energia potencial elétrica de um *sistema* de cargas devido ao campo elétrico produzido por *essas mesmas cargas*.

Para dar um exemplo simples, suponha que dois corpos com cargas do mesmo tipo sejam aproximados. O trabalho necessário para realizar essa aproximação fica armazenado como energia potencial elétrica do sistema de dois corpos (contanto que a energia cinética dos corpos não varie no processo). Se mais tarde as cargas forem liberadas, essa energia será recuperada, no todo ou em parte, como a energia cinética dos corpos que se afastam um do outro por causa da repulsão mútua.

Definimos a energia potencial elétrica *de um sistema de cargas pontuais*, mantidas em posições fixas por forças não especificadas, da seguinte forma:



A energia potencial elétrica de um sistema de cargas pontuais fixas é igual ao trabalho que deve ser executado por um agente externo para montar o sistema, começando com as cargas a uma distância infinitaumas das outras.

Supomos que as cargas estão paradas tanto nas posições iniciais, infinitamente distantes, como nas posições finais.

A Fig. 24-15 mostra duas cargas pontuais q_1 e q_2 separadas por uma distância r . Para determinar a energia potencial elétrica desse sistema de duas cargas, devemos montar mentalmente o sistema, começando com as duas cargas em repouso e a uma distância infinita uma da outra. Quando trazemos a carga q_1 do infinito e a colocamos no lugar, não realizamos nenhum trabalho porque não existe nenhuma força eletrostática agindo sobre q_1 . Quando, porém, trazemos q_2 do infinito e a colocamos no lugar, realizamos um trabalho, já que q_1 exerce uma força eletrostática sobre q_2 durante o deslocamento.

Podemos calcular esse trabalho com o auxílio da Eq. 24-8, eliminando o sinal negativo (já que estamos interessados no trabalho realizado *contra* o campo e não *pelo* campo) e substituindo a carga genérica q por q_2 . O trabalho é, portanto, igual a $q_2 V$, onde V é o potencial que foi criado por q_1 no ponto em que colocamos q_2 . De acordo com a Eq. 24-26, esse potencial é dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}.$$

Assim, a energia potencial elétrica do par de cargas pontuais da Fig. 24-15 é

$$U = W = q_2 V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}. \quad (24-43)$$

Se as cargas têm o mesmo sinal, devemos realizar um trabalho positivo para aproximar as partículas, já que elas se repelem mutuamente e, por isso, a força necessária para aproximar-las tem o mesmo sentido que o deslocamento das partículas a partir do infinito. Assim, de acordo com a Eq. 24-43, a energia potencial do sistema é positiva. Se as cargas têm sinais opostos, as partículas tendem a se aproximar espontaneamente e temos que exercer uma força no sentido oposto ao do caso anterior para mantê-las estacionárias. Nesse caso, o trabalho é negativo, já que a força tem o sentido oposto ao do deslocamento das partículas a partir do infinito; assim, a energia potencial do sistema é negativa.



Figura 24-15 Duas cargas pontuais q_1 e q_2 separadas por uma distância r .

Exemplo

Energia potencial de um sistema de três partículas carregadas

A Fig. 24-16 mostra três cargas pontuais mantidas fixas no lugar por forças não especificadas. Qual é a energia potencial elétrica U desse sistema de cargas? Suponha que $d = 12 \text{ cm}$ e que

$$q_1 = +q, \quad q_2 = -4q \quad \text{e} \quad q_3 = +2q,$$

em que $q = 150 \text{ nC}$.

IDEIA-CHAVE

A energia potencial U do sistema é igual ao trabalho necessário para montar o sistema, começando com as cargas a uma distância infinita.

Cálculos Vamos montar mentalmente o sistema da Fig. 24-16, começando com uma das cargas pontuais no lugar, q_1 , digamos, e as outras no infinito. Trazemos outra carga, q_2 , do infinito, e a colocamos no lugar. Usando a Eq. 24-43 com d no lugar de r , obtemos a seguinte expressão para a energia potencial associada ao par de cargas pontuais q_1 e q_2 :

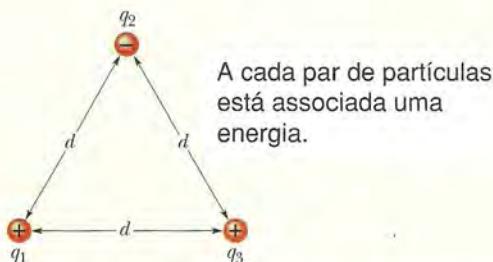


Figura 24-16 Três cargas mantidas fixas nos vértices de um triângulo equilátero. Qual é a energia potencial elétrica do sistema?

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d}.$$

Agora trazemos a última carga pontual, q_3 , do infinito e a colocamos no lugar. O trabalho necessário para realizar esse último passo é igual à soma do trabalho que temos que executar para aproximar q_3 de q_1 com o trabalho que temos que executar para aproximar q_3 de q_2 . De acordo com a Eq. 24-43, temos:

$$W_{13} + W_{23} = U_{13} + U_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{d} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{d}.$$

A energia potencial total U do sistema de três cargas é a soma das energias potenciais associadas aos três pares de cargas. O resultado (que não depende da ordem em que as cargas são colocadas) é o seguinte:

$$\begin{aligned} U &= U_{12} + U_{13} + U_{23} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(-4q)(+2q)}{d} \right) \\ &= -\frac{10q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \\ &= -\frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(10)(150 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{0,12 \text{ m}} \\ &= -1,7 \times 10^{-2} \text{ J} = -17 \text{ mJ}. \end{aligned}$$

(Resposta)

O fato de obtermos uma energia potencial negativa significa que um trabalho negativo teria que ser feito para montar a estrutura, começando com as três cargas em repouso e a uma distância infinita. Dito de outra forma, isso significa que um agente externo teria que executar um trabalho de 17 mJ para desmontar a estrutura e deixar as três cargas em repouso e a uma distância infinita.

Exemplo

Conversão de energia cinética em energia potencial elétrica

Uma partícula alfa (dois prótons e dois nêutrons) se aproxima de um átomo de ouro estacionário (79 prótons e 118 nêutrons), passando pela nuvem de elétrons e rumando diretamente para o núcleo (Fig. 24-17). A partícula alfa diminui de velocidade até parar e inverte o movimento quando está a uma distância $r = 9,23 \text{ fm}$ do centro do núcleo de ouro. (Como a massa do núcleo de ouro é muito maior que da partícula alfa, podemos supor que o núcleo de ouro se mantém imóvel durante o processo.) Qual era a energia cinética K_i da partícula alfa quando estava a uma distância muito grande (e, portanto, do lado de fora) do átomo de ouro? Suponha que

a única força entre a partícula alfa e o núcleo de ouro é a força eletrostática.

IDEIA-CHAVE

Durante todo o processo, a energia mecânica do sistema partícula alfa + átomo de ouro é conservada.

Raciocínio Enquanto a partícula alfa está do lado de fora do átomo, a energia potencial elétrica U_i do sistema é zero, pois o átomo possui um número igual de elétrons e prótons, que produzem um campo elétrico resultante nulo. Quando a partícula alfa passa pela nuvem de elétrons, porém,

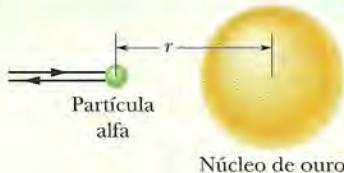


Figura 24-17 Uma partícula alfa, rumando diretamente para o centro de um núcleo de ouro, para momentaneamente (no instante em que toda a energia cinética se converteu em energia potencial elétrica) e, em seguida, passa a se mover no sentido oposto.

o campo elétrico criado pelos elétrons do átomo de ouro se anula. Isso acontece porque os elétrons se comportam como uma casca carregada com uma densidade uniforme de cargas negativas e, como vimos na Seção 23-9, o campo produzido por uma casca desse tipo é zero na região envolvida pela casca. Por outro lado, a partícula alfa continua a experimentar os efeitos do campo elétrico criado pelo núcleo, que exerce uma força de repulsão sobre os prótons da partícula alfa.

Enquanto a partícula alfa está sendo desacelerada por essa força de repulsão, a energia cinética da partícula é

transformada progressivamente em energia potencial elétrica do sistema. A transformação é total no momento em que a velocidade e a energia cinética da partícula alfa se anulam e a energia cinética K_f se anula.

Cálculos De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$K_i + U_i = K_f + U_f. \quad (24-44)$$

Conhecemos dois termos da Eq. 24-44: $U_i = 0$ e $K_f = 0$. Sabemos também que a energia potencial U_f no instante em que a velocidade da partícula alfa se anula é dada pelo lado direito da Eq. 24-43, com $q_1 = 2e$, $q_2 = 79e$ (onde e é a carga elementar, $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$) e $r = 9,23 \text{ fm}$. Assim, de acordo com a Eq. 24-44, temos:

$$\begin{aligned} K_i &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(79e)}{9,23 \text{ fm}} \\ &= \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(158)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{9,23 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 3,94 \times 10^{-12} \text{ J} = 24,6 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

24-12 Potencial de um Condutor Carregado

Na Seção 23-6, concluímos que $\vec{E} = 0$ em todos os pontos do interior de um condutor. Em seguida, usamos a lei de Gauss para demonstrar que qualquer carga em excesso colocada em um condutor se acumula na superfície externa. (Isso acontece mesmo que o condutor tenha uma cavidade interna.) Vamos agora usar o primeiro desses fatos para provar uma extensão do segundo:



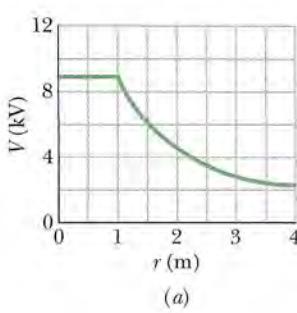
Uma carga em excesso colocada em um condutor se distribui na superfície do condutor de tal forma que o potencial é o mesmo em todos os pontos do condutor (tanto na superfície como no interior). Isto acontece mesmo que o condutor tenha uma cavidade interna e mesmo que a cavidade interna contenha uma carga elétrica.

Essa afirmação é uma consequência direta da Eq. 24-18, segundo a qual

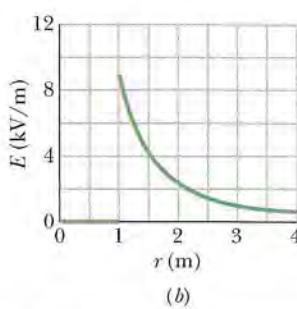
$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Como $\vec{E} = 0$ em todos os pontos no interior de um condutor, $V_i = V_f$ para qualquer par de pontos i e j no interior do condutor.

A Fig. 24-18a mostra um gráfico do potencial elétrico em função da distância r do centro de curvatura de uma casca esférica condutora com 1,0 m de raio e uma carga de $1,0 \mu\text{C}$. Para pontos do lado de fora da casca, podemos calcular $V(r)$ usando a Eq. 24-26, já que a carga q se comporta para os pontos externos como se estivesse toda no centro da casca. Essa equação é válida até a superfície da casca. Vamos agora supor que uma carga de prova seja introduzida na casca através de um pequeno furo e deslocada até o centro da casca. Não é necessário nenhum trabalho para realizar o deslocamento, já que a força eletrostática é nula em todos os pontos do lado de dentro da casca e, portanto, o potencial em todos os pontos do lado de dentro da casca é igual ao potencial na superfície da casca, como na Fig. 24-18a.



(a)



(b)

Figura 24-18 (a) Gráfico de $V(r)$ para pontos no interior e no exterior de uma casca esférica com 1,0 m de raio. (b) Gráfico de $E(r)$ para a mesma casca.

A Fig. 24-18b mostra a variação do campo elétrico com a distância radial para a mesma casca. Observe que $E = 0$ em todos os pontos situados do lado de dentro da casca. Segundo a Eq. 24-40, o gráfico da Fig. 24-18b pode ser obtido a partir do gráfico da Fig. 24-18a derivando o gráfico da Fig. 24-18a em relação a r (lembre-se de que a derivada de uma constante é zero). De acordo com a Eq. 24-19, o gráfico da Fig. 24-18a pode ser obtido a partir do gráfico da Fig. 24-18b integrando o gráfico da Fig. 24-18b em relação a r .

Centelhamento de um Condutor Carregado

Nos condutores não esféricos, uma carga superficial não se distribui uniformemente na superfície do condutor. Em vértices e arestas, a densidade de cargas superficiais (e, portanto, o campo elétrico externo, que é proporcional à densidade de cargas superficiais) pode atingir valores muito elevados. Nas vizinhanças desses vértices e arestas, o ar pode se ionizar, produzindo as centelhas que golfistas e montanhistas observam na ponta de arbustos, tacos de golfe e martelos de alpinismo quando o céu está carregado. As centelhas, como o cabelo em pé, podem ser um sinal de que um relâmpago está para acontecer. Nessas circunstâncias, é mais prudente abrigar-se no interior de uma casca condutora, local onde o campo elétrico com certeza é zero. Um carro (a menos que se trate de um modelo conversível ou com carroceria de plástico) constitui uma proteção quase ideal (Fig. 24-19).

Condutor em um Campo Elétrico Externo

Se um objeto feito de um material condutor é submetido a um *campo elétrico externo*, como na Fig. 24-20, o potencial continua a ser o mesmo em todos os pontos do objeto. Os elétrons de condução se distribuem na superfície de tal forma que o campo elétrico que produzem no interior do objeto cancela o campo elétrico externo. Além disso, a distribuição de elétrons faz com que o campo elétrico total seja perpendicular à superfície em todos os pontos da superfície. Se houvesse um meio de remover o condutor da Fig. 24-20 deixando as cargas superficiais no lugar, a configuração de campo elétrico permaneceria exatamente a mesma, tanto para os pontos externos como para os pontos internos.



Figura 24-19 Uma forte descarga elétrica atinge um automóvel e chega à terra através de uma centelha que parte da calota do pneu dianteiro esquerdo (observe o clarão), sem fazer mal ao motorista. (Cortesia da Westinghouse Electric Corporation)

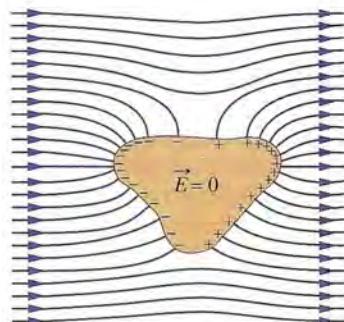


Figura 24-20 Um condutor descarregado submetido a um campo elétrico externo. Os elétrons livres do condutor se distribuem na superfície de tal forma que o campo elétrico no interior do objeto é nulo e o campo elétrico na superfície é perpendicular à superfície.

REVISÃO E RESUMO

Energia Potencial Elétrica A variação ΔU da energia potencial elétrica U de uma carga pontual quando a carga se desloca de um ponto inicial i para um ponto final f na presença de um campo elétrico é dada por

$$\Delta U = U_f - U_i = -W, \quad (24-1)$$

em que W é o trabalho realizado pela força eletrostática (associada ao campo elétrico externo) sobre a carga pontual durante o deslocamento de i para f . Se a energia potencial é definida como zero no infinito, a **energia potencial elétrica** U da carga pontual em um ponto qualquer é dada por

$$U = -W_{\infty}, \quad (24-2)$$

em que W_{∞} é o trabalho realizado pela força eletrostática sobre a carga pontual quando a carga é deslocada do infinito para o ponto considerado.

Diferença de Potencial Elétrico e Potencial Elétrico Definimos a **diferença de potencial** ΔV entre dois pontos i e f na presença de um campo elétrico como

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W}{q}, \quad (24-7)$$

em que q é a carga de uma partícula sobre a qual é realizado trabalho pelo campo. O **potencial** em um ponto é dado por

$$V = -\frac{W_{\infty}}{q}, \quad (24-8)$$

em que W_{∞} é o trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a partícula quando a partícula é deslocada do infinito para o ponto considerado. A unidade de potencial no SI é o **volt**: 1 volt = 1 joule por coulomb.

O potencial e a diferença de potencial também podem ser escritos em termos da energia potencial elétrica U de uma partícula de carga q na presença de um campo elétrico:

$$V = \frac{U}{q}, \quad (24-5)$$

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q}. \quad (24-6)$$

Superfícies Equipotenciais Os pontos que pertencem a uma **superfície equipotencial** possuem o mesmo potencial elétrico. O trabalho realizado sobre uma carga de prova para deslocá-la de uma superfície equipotencial para outra não depende da localização dos pontos inicial e final nem da trajetória entre os pontos. O campo elétrico \vec{E} é sempre perpendicular à superfície equipotencial correspondente.

Cálculo de V a partir de \vec{E} A diferença de potencial elétrico entre dois pontos i e f é

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad (24-18)$$

em que a integral é calculada ao longo de qualquer trajetória que comece no ponto i e termine no ponto f . Se tomamos como referência o potencial $V_i = 0$, o potencial em um ponto qualquer é dado por

$$V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (24-19)$$

Potencial Produzido por Cargas Pontuais O potencial elétrico produzido por uma carga pontual a uma distância r da carga é dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \quad (24-26)$$

em que V tem o sinal de q . O potencial produzido por um conjunto de cargas pontuais é dado por

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}. \quad (24-27)$$

Potencial Produzido por um Dipolo Elétrico A uma distância r de um dipolo elétrico com um momento dipolar elétrico $p = qd$, o potencial elétrico do dipolo é dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (24-30)$$

para $r \gg d$; o ângulo θ é definido na Fig. 24-10.

Potencial Produzido por uma Distribuição Contínua de Cargas No caso de uma distribuição contínua de cargas, a Eq. 24-27 se torna

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}, \quad (24-32)$$

em que a integral é calculada para toda a distribuição.

Cálculo de \vec{E} a partir de V A componente de \vec{E} em qualquer direção é o negativo da taxa de variação do potencial com a distância na direção considerada:

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}. \quad (24-40)$$

As componentes x , y e z de \vec{E} são dadas por

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad (24-41)$$

Se \vec{E} for uniforme, a Eq. 24-40 se reduz a

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}, \quad (24-42)$$

em que s é a direção perpendicular às superfícies equipotenciais. O campo elétrico é zero na direção paralela às superfícies equipotenciais.

Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Pontuais A energia potencial elétrica de um sistema de cargas pontuais é igual ao trabalho necessário para montar o sistema com as cargas inicialmente em repouso e a uma distância infinitaumas das outras. Para duas cargas separadas por uma distância r ,

$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}. \quad (24-43)$$

Potencial de um Condutor Carregado Em equilíbrio, toda a carga em excesso de um condutor está concentrada na superfície externa do condutor. A carga se distribui de tal forma que o potencial é o mesmo em todos os pontos do condutor.

P E R G U N T A S

- 1** Na Fig. 24-21, oito partículas formam um quadrado, com uma distância d entre as partículas vizinhas. Qual é o potencial P no centro do quadrado se o potencial é zero no infinito?

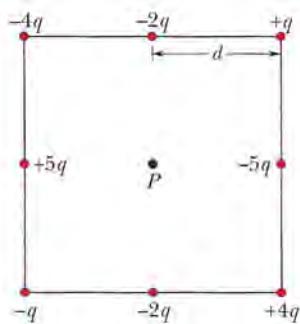


Figura 24-21 Pergunta 1.

- 2** A Fig. 24-22 mostra três conjuntos de superfícies equipotenciais vistas de perfil; os três conjuntos cobrem a mesma região do espaço. (a) Ordene os conjuntos de acordo com o módulo do campo elétrico existente na região, começando pelo maior. (b) Em que conjunto o campo elétrico aponta para baixo?

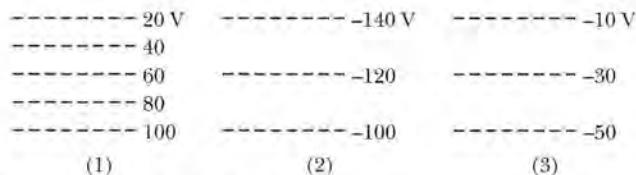


Figura 24-22 Pergunta 2.

- 3** A Fig. 24-23 mostra quatro pares de partículas carregadas. Para cada par, faça $V = 0$ no infinito e considere V_{tot} em pontos do eixo x . Para que pares existe um ponto no qual $V_{\text{tot}} = 0$ (a) entre as partículas e (b) à direita das partículas? (c) Nos pontos dos itens (a) e (b) \vec{E}_{tot} também é zero? (d) Para cada par, existem pontos fora do eixo x (além de pontos no infinito) para os quais $V_{\text{tot}} = 0$?

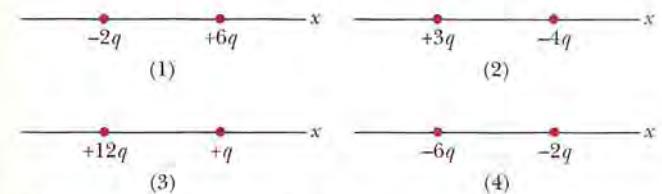


Figura 24-23 Perguntas 3 e 9.

- 4** A Fig. 24-24 mostra o potencial elétrico V em função de x . (a) Ordene as cinco regiões de acordo com o valor absoluto da componente x do campo elétrico, começando pelo maior. Qual é o sentido do campo elétrico (b) na região 2; (c) na região 4?

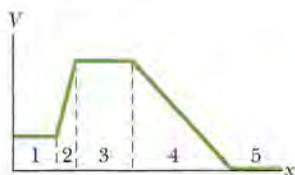


Figura 24-24 Pergunta 4.

- 5** A Fig. 24-25 mostra três trajetórias ao longo das quais podemos deslocar a esfera A , positivamente carregada, aproximando-a da esfera B , também positivamente carregada, que é mantida fixa no lugar. (a) O potencial da esfera A é maior ou menor após o deslocamento? O trabalho realizado (b) pela força usada para deslocar a esfera A e (c) pelo campo elétrico produzido pela esfera B é positivo, negativo ou nulo? (d) Ordene as trajetórias de acordo com o trabalho realizado pela força do item (b), começando pelo maior.

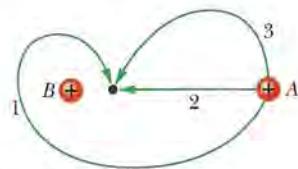


Figura 24-25 Pergunta 5.

- 6** A Fig. 24-26 mostra quatro arranjos de partículas carregadas, todas à mesma distância da origem. Ordene os arranjos de acordo com o potencial na origem, começando pelo mais positivo. Tome o potencial como zero no infinito.

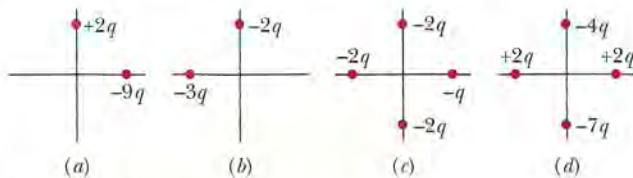


Figura 24-26 Pergunta 6.

- 7** A Fig. 24-27 mostra um conjunto de três partículas carregadas. Se a partícula de carga $+q$ é deslocada por uma força externa do ponto A para o ponto D , determine se as grandezas a seguir são positivas, negativas ou nulas: (a) a variação da energia potencial elétrica; (b) o trabalho realizado pela força eletrostática sobre a partícula que foi deslocada; (c) o trabalho realizado pela força externa. (d) Quais serão as respostas dos itens (a), (b) e (c) se a partícula for deslocada do ponto B para o ponto C ?

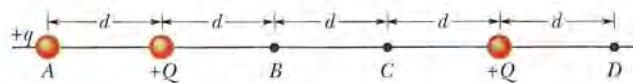


Figura 24-27 Perguntas 7 e 8.

- 8** Na situação da Pergunta 7, determine se o trabalho realizado pela força externa será positivo, negativo ou nulo se a partícula for deslocada (a) de A para B ; (b) de B para C ; (c) de B para D . (d) Ordene esses deslocamentos de acordo com o trabalho realizado pela força externa, começando pelo maior.

- 9** A Fig. 24-23 mostra quatro pares de partículas carregadas com a mesma separação. (a) Ordene os pares de acordo com a energia potencial elétrica, começando pela maior (mais positiva). (b) Para cada par, se a distância entre as partículas aumenta, a energia potencial do par aumenta ou diminui?

- 10** (a) Na Fig. 24-28a, qual é o potencial no ponto P devido à carga Q situada a uma distância R de P ? Considere $V = 0$ no infinito. (b) Na Fig. 24-28b, a mesma carga Q foi distribuída uniformemente em um arco de circunferência de raio R e ângulo central 40° . Qual é o potencial no ponto P , o centro de curvatura do arco? (c) Na Fig. 24-28c, a mesma carga Q foi distribuída uniformemente em uma circunferência de raio R . Qual é o potencial no ponto P , o centro da circunferência? (d) Ordene as três situações de acordo com o módulo do campo elétrico no ponto P , começando pelo maior.

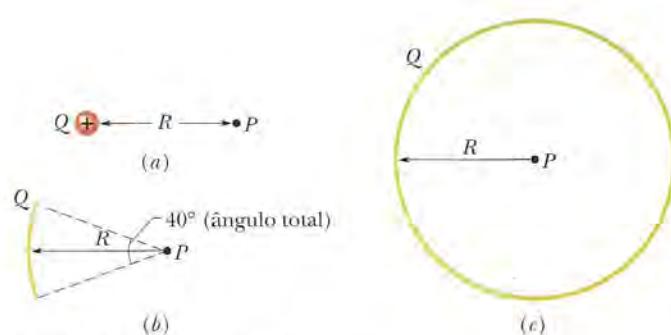


Figura 24-28 Pergunta 10.

PROBLEMAS

O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 24-3 Potencial Elétrico

- 1** Uma certa bateria de automóvel de 12 V pode fazer passar uma carga de $84 \text{ A} \cdot \text{h}$ (ampères-horas) por um circuito, de um terminal para o outro da bateria. (a) A quantos coulombs corresponde essa quantidade de carga? (Sugestão: veja a Eq. 21-3.) (b) Se toda a carga sofre uma variação de potencial elétrico de 12 V, qual é a energia envolvida?

- 2** A diferença de potencial elétrico entre a terra e uma nuvem de tempestade é $1,2 \times 10^9 \text{ V}$. Qual é o módulo da variação da energia potencial elétrica de um elétron que se desloca da nuvem para a terra? Expressse a resposta em elétrons-volts.

- 3** Boa parte do material dos anéis de Saturno está na forma de pequenos grãos de poeira com um raio da ordem de 10^{-6} m . Os grãos se encontram em uma região onde existe um gás ionizado rarefeito e podem acumular elétrons em excesso. Suponha que os grãos são esféricos, com um raio $R = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}$. Quantos elétrons um grão teria que recolher para adquirir um potencial de -400 V na superfície? (Considere $V = 0$ no infinito.)

Seção 24-5 Cálculo do Potencial a partir do Campo

- 4** Duas placas paralelas condutoras de grande extensão estão separadas por uma distância de 12 cm e possuem densidades superficiais de cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos nas faces internas. Uma força eletrostática de $3,9 \times 10^{-15} \text{ N}$ age sobre um elétron colocado na região entre as duas placas. (Despreze o efeito de borda.) (a) Determine o campo elétrico na posição do elétron. (b) Determine a diferença de potencial entre as placas.

- 5** Uma placa infinita não condutora possui uma densidade superficial de cargas $\sigma = 0,10 \mu\text{C}/\text{m}^2$ em uma das faces. Qual é a distância entre duas superfícies equipotenciais cujos potenciais diferem de 50 V ?

- 6** Na Fig. 24-29, quando um elétron se desloca de A a B ao longo de uma linha de campo elétrico, o campo elétrico realiza um trabalho de $3,94 \times 10^{-19} \text{ J}$. Qual é a diferença de potencial elétrico (a) $V_B - V_A$; (b) $V_C - V_A$; (c) $V_C - V_B$?



Figura 24-29 Problema 6.

- 7** O campo elétrico em uma certa região do espaço tem componentes $E_y = E_z = 0$ e $E_x = (4,00 \text{ N/C})x$. O ponto A está no eixo y , em $y = 3,00 \text{ m}$, e o ponto B está no eixo x , em $x = 4,00 \text{ m}$. Qual é a diferença de potencial $V_B - V_A$?

- 8** A Fig. 24-30 mostra um gráfico da componente x do campo elétrico em função de x em uma certa região do espaço. A escala do eixo vertical é definida por $E_{xy} = 20,0 \text{ N/C}$. As componentes y e z do campo elétrico são nulas em toda a região. Se o potencial elétrico na origem é 10 V , (a) qual é o potencial elétrico em $x = 2,0 \text{ m}$? (b) Qual é o maior valor positivo do potencial elétrico em pontos do eixo x para os quais $0 \leq x \leq 6,0 \text{ m}$? (c) Para que valor de x o potencial elétrico é zero?

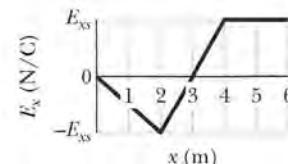


Figura 24-30 Problema 8.

- 9** Uma placa não condutora infinita possui uma densidade superficial de cargas $\sigma = +5,80 \text{ pC/m}^2$. (a) Qual é o trabalho realizado pelo campo elétrico produzido pela placa se uma partícula de carga $q = +1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ é deslocada da superfície da placa para um ponto P situado a uma distância $d = 3,56 \text{ cm}$ da superfície da placa? (b) Se o potencial elétrico V é definido como zero na superfície da placa, qual é o valor de V no ponto P ?

- 10** Dois planos infinitos, não condutores, uniformemente carregados, são paralelos ao plano yz e posicionados em $x = -50 \text{ cm}$ e $x = +50 \text{ cm}$. As densidades de cargas dos planos são -50 nC/m^2 e $+25 \text{ nC/m}^2$, respectivamente. Qual é o valor absoluto da diferença de potencial entre a origem e o ponto do eixo x em $x = +90 \text{ cm}$? (Sugestão: use a lei de Gauss.)

- 11** Uma esfera não condutora tem raio $R = 2,31 \text{ cm}$ e uma carga uniformemente distribuída $q = +3,50 \text{ fC}$. Tome o potencial elétrico no centro da esfera como $V_0 = 0$. Determine o valor de V para uma distância radial (a) $r = 1,45 \text{ cm}$; (b) $r = R$. (Sugestão: veja a Seção 23-9.)

Seção 24-7 Potencial Produzido por um Grupo de Cargas Pontuais

•12 Quando o ônibus espacial atravessa a ionosfera da Terra, formada por gases rarefeitos e ionizados, o potencial da nave varia de aproximadamente $-1,0\text{ V}$ a cada revolução. Supondo que o ônibus espacial é uma esfera com 10 m de raio, estime a carga elétrica recolhida a cada revolução.

•13 Determine (a) a carga e (b) a densidade superficial de cargas de uma esfera condutora de $0,15\text{ m}$ de raio cujo potencial é 200 V (considerando $V = 0$ no infinito).

•14 Considere uma carga pontual $q = 1,0\text{ }\mu\text{C}$, o ponto A a uma distância $d_1 = 2,0\text{ m}$ de q e o ponto B a uma distância $d_2 = 1,0\text{ m}$ de q . (a) Se A e B estão diametralmente opostos, como na Fig. 24-31a, qual é a diferença de potencial elétrico $V_A - V_B$? (b) Qual é a diferença de potencial elétrico se A e B estão localizados como na Fig. 24-31b?

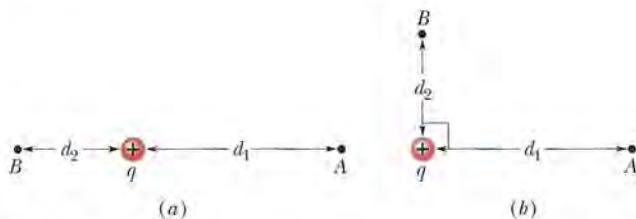


Figura 24-31 Problema 14.

•15 Uma gota d'água esférica com uma carga de 30 pC tem um potencial de 500 V na superfície (com $V = 0$ no infinito). (a) Qual é o raio da gota? (b) Se duas gotas de mesma carga e raio se combinam para formar uma gota esférica, qual é o potencial na superfície da nova gota?

•16 A Fig. 24-32 mostra um arranjo retangular de partículas carregadas mantidas fixas no lugar, com $a = 39,0\text{ cm}$ e as cargas indicadas como múltiplos inteiros de $q_1 = 3,40\text{ pC}$ e $q_2 = 6,00\text{ pC}$. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico no centro do retângulo? (Sugestão: examinando o problema com atenção, é possível reduzir consideravelmente os cálculos.)

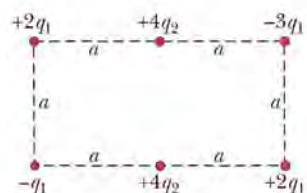


Figura 24-32 Problema 16.

•17 Na Fig. 24-33, qual é o potencial elétrico no ponto P devido às quatro partículas se $V = 0$ no infinito, $q = 5,00\text{ fC}$ e $d = 4,00\text{ cm}$?

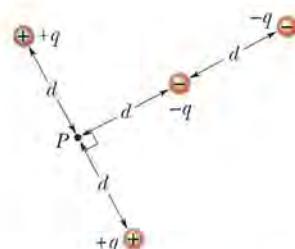


Figura 24-33 Problema 17.

•18 A Fig. 24-34a mostra duas partículas carregadas. A partícula 1, de carga q_1 , é mantida fixa no lugar a uma distância d da origem. A partícula 2, de carga q_2 , pode ser deslocada ao longo do eixo x . A Fig. 24-34b mostra o potencial elétrico V na origem em função da coordenada x da partícula 2. A escala do eixo x é definida por $x_s = 16,0\text{ cm}$. O gráfico tende assintoticamente para $V = 5,76 \times 10^{-7}\text{ V}$ para $x \rightarrow \infty$. Qual é o valor de q_2 em termos de e ?

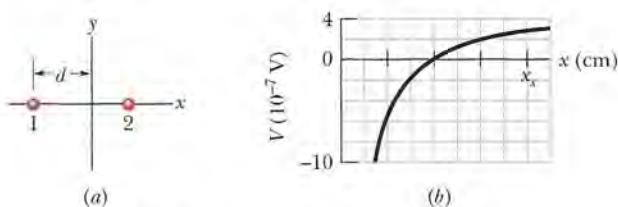


Figura 24-34 Problema 18.

•19 Na Fig. 24-35, partículas de cargas $q_1 = +5e$ e $q_2 = -15e$ são mantidas fixas no lugar, separadas por uma distância $d = 24,0\text{ cm}$. Considerando $V = 0$ no infinito, determine o valor de x (a) positivo e (b) negativo para o qual o potencial elétrico do eixo x é zero.

•20 Na Fig. 24-35, duas partículas de cargas q_1 e q_2 , estão separadas por uma distância d . O campo elétrico produzido em conjunto pelas duas partículas é zero em $x = d/4$. Com $V = 0$ no infinito, determine, em termos de d , o(s) ponto(s) do eixo x (além do infinito) em que o potencial elétrico é zero.

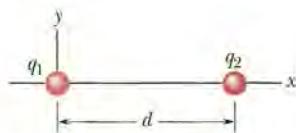


Figura 24-35 Problemas 19, 20 e 97.

Seção 24-8 Potencial Produzido por um Dipolo Elétrico

•21 A molécula de amoníaco (NH_3) possui um dipolo elétrico permanente de $1,47\text{ D}$, onde $1\text{ D} = 1\text{ debye} = 3,34 \times 10^{-30}\text{ C} \cdot \text{m}$. Calcule o potencial elétrico produzido por uma molécula de amoníaco em um ponto do eixo do dipolo a uma distância de $52,0\text{ nm}$. (Considere $V = 0$ no infinito.)

•22 Na Fig. 24-36a, uma partícula de carga $+e$ está inicialmente no ponto $z = 20\text{ nm}$ do eixo de um dipolo elétrico, do lado positivo do dipolo. (A origem do eixo z é o centro do dipolo.) A partícula é deslocada em uma trajetória circular em torno do centro do dipolo até a coordenada $z = -20\text{ nm}$. A Fig. 24-36b mostra o trabalho W_a realizado pela força responsável pelo deslocamento da partícula em função do ângulo θ que define a localização da partícula. A escala do eixo vertical é definida por $W_{as} = 4,0 \times 10^{-30}\text{ J}$. Qual é o módulo do momento do dipolo?

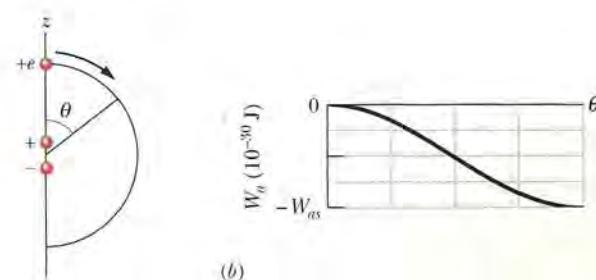
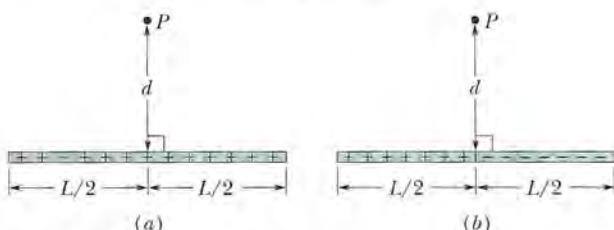


Figura 24-36 Problema 22.

Seção 24-9 Potencial Produzido por uma Distribuição Contínua de Cargas

•23 (a) A Fig. 24-37a mostra uma barra não condutora de comprimento $L = 6,00\text{ cm}$ e densidade linear de cargas positivas uniforme $\lambda = +3,68\text{ pC/m}$. Considere $V = 0$ no infinito. Qual é o valor de V no ponto P situado a uma distância $d = 8,00\text{ cm}$ acima do ponto médio da barra? (b) A Fig. 24-37b mostra uma barra idêntica à do item (a), exceto pelo fato de que a metade da direita agora está carregada negativamente; o valor absoluto da densidade linear de cargas continua a ser $3,68\text{ pC/m}$ em toda a barra. Com $V = 0$ no infinito, qual é o valor de V no ponto P ?



•24 Na Fig. 24-38, uma barra de plástico com uma carga uniformemente distribuída $Q = -25,6\text{ pC}$ tem a forma de um arco de circunferência de raio $R = 3,71\text{ cm}$ e ângulo central $\phi = 120^\circ$. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico no ponto P , o centro de curvatura da barra?

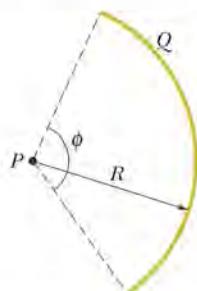


Figura 24-38 Problema 24.

•25 Uma barra de plástico tem a forma de um circunferência de raio $R = 8,20\text{ cm}$. A barra possui uma carga $Q_1 = +4,20\text{ pC}$ uniformemente distribuída ao longo de um quarto de circunferência e uma carga $Q_2 = -6Q_1$ distribuída uniformemente ao longo do resto da circunferência (Fig. 24-39). Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico (a) no centro C da circunferência; (b) no ponto P , que está no eixo central da circunferência a uma distância $D = 6,71\text{ cm}$ do centro.

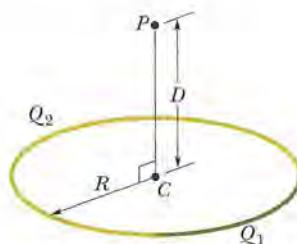


Figura 24-39 Problema 25.

•26 A Fig. 24-40 mostra uma barra fina com uma densidade de cargas uniforme de $2,00\text{ }\mu\text{C/m}$. Determine o potencial elétrico no ponto P se $d = D = L/4,00$.

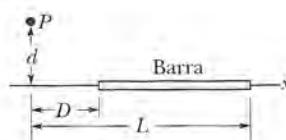


Figura 24-40 Problema 26.

••27 Na Fig. 24-41, três barras finas de plástico têm a forma de quadrantes de circunferência com o mesmo centro de curvatura, situado na origem. As cargas uniformes das barras são $Q_1 = +30\text{ nC}$, $Q_2 = +3,0Q_1$ e $Q_3 = -8,0Q_1$. Determine o potencial elétrico na origem.

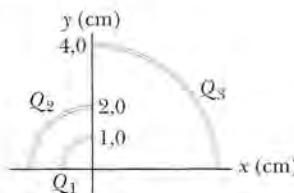


Figura 24-41 Problema 27.

••28 A Fig. 24-42 mostra uma barra fina de plástico que coincide com o eixo x . A barra tem um comprimento $L = 12,0\text{ cm}$ e uma carga positiva uniforme $Q = 56,1\text{ fC}$ uniformemente distribuída. Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico no ponto P_1 do eixo x , a uma distância $d = 2,50\text{ cm}$ de uma das extremidades da barra.

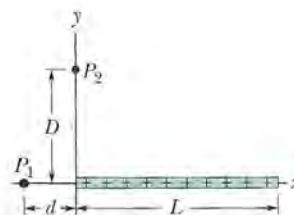


Figura 24-42 Problemas 28, 33, 38 e 40.

••29 Na Fig. 24-43, determine o potencial elétrico produzido na origem por um arco de circunferência de carga $Q_1 = +7,21\text{ pC}$ e duas partículas de cargas $Q_2 = 4,00Q_1$ e $Q_3 = -2,00Q_1$. O centro de curvatura do arco está na origem, o raio do arco é $R = 2,00\text{ m}$ e o ângulo indicado é $\theta = 20,0^\circ$.

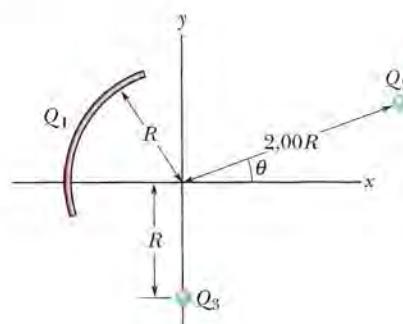


Figura 24-43 Problema 29.

••30 O rosto soridente da Fig. 24-44 é formado por três elementos:

1. uma barra fina com uma carga de $-3,0 \mu\text{C}$ e a forma de uma circunferência completa com 6,0 cm de raio;
2. uma segunda barra fina com uma carga de $2,0 \mu\text{C}$ e a forma de um arco de circunferência com 4,0 cm de raio, concêntrico com o primeiro elemento, que subtende um ângulo de 90° ;
3. um dipolo elétrico cujo momento dipolar é perpendicular ao diâmetro da primeira barra que passa pelo ponto médio da segunda barra e cujo módulo é $1,28 \times 10^{-21} \text{ C} \cdot \text{m}$.

Determine o potencial elétrico no centro da circunferência.

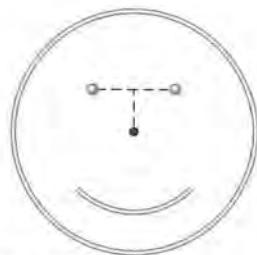


Figura 24-44 Problema 30.

••31 Um disco de plástico de raio $R = 64,0 \text{ cm}$ é carregado na face superior com uma densidade superficial de cargas uniforme $\sigma = 7,73 \text{ fC/m}^2$ e, em seguida, três quadrantes do disco são removidos. A Fig. 24-45 mostra o quadrante remanescente. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial produzido pelo quadrante remanescente no ponto P , que está no eixo central do disco original a uma distância $D = 25,9 \text{ cm}$ do centro do disco?

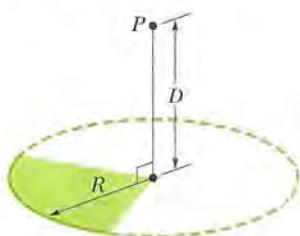


Figura 24-45 Problema 31.

••32 Uma distribuição linear de cargas não uniforme dada por $\lambda = bx$, onde b é uma constante, está situada no eixo x , entre $x = 0$ e $x = 0,20 \text{ m}$. Se $b = 20 \text{ nC/m}^2$ e $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico (a) na origem; (b) no ponto $y = 0,15 \text{ m}$ do eixo y .

••33 A barra fina de plástico que aparece na Fig. 24-42 tem um comprimento $L = 12,0 \text{ cm}$ e uma densidade linear de cargas não uniforme $\lambda = cx$, onde $c = 28,9 \text{ pC/m}^2$. Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico no ponto P_1 do eixo x , a uma distância $d = 3,00 \text{ cm}$ de uma das extremidades.

Seção 24-10 Cálculo do Campo Elétrico a partir do Potencial

•34 Duas placas metálicas paralelas, de grande extensão, são mantidas a uma distância de 1,5 cm e possuem cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos nas superfícies internas. Considere o potencial da placa negativa como zero. Se o potencial a meio caminho entre as placas é $+5,0 \text{ V}$, qual é o campo elétrico na região entre as placas?

•35 O potencial elétrico no plano xy é dado por $V = (2,0 \text{ V}/\text{m})x^2 - (3,0 \text{ V/m}^2)y^2$. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo elétrico no ponto $(3,0 \text{ m}; 2,0 \text{ m})$?

•36 O potencial elétrico V no espaço entre duas placas paralelas, 1 e 2, é dado (em volts) por $V = 1500x^2$, onde x (em metros) é a distância perpendicular em relação à placa 1. Para $x = 1,3 \text{ cm}$, (a) determine o módulo do campo elétrico; (b) o campo elétrico aponta para a placa 1 ou na direção oposta?

•37 Qual é o módulo do campo elétrico no ponto $(3,00\hat{i} - 2,00\hat{j} + 4,00\hat{k}) \text{ m}$ se o potencial elétrico é dado por $V = 2,00xyz^2$, em que V está em volts e x , y e z estão em metros?

•38 A Fig. 24-42 mostra uma barra fina de plástico de comprimento $L = 13,5 \text{ cm}$ e uma carga de $43,6 \text{ fC}$ uniformemente distribuída. (a) Determine uma expressão para o potencial elétrico no ponto P_1 em função da distância d . (b) Substitua d pela variável x e determine uma expressão para o módulo da componente E_x do campo elétrico no ponto P_1 . (c) Qual é o sentido de E_x em relação ao sentido positivo do eixo x ? (d) Qual é o valor de E_x no ponto P_1 para $x = d = 6,20 \text{ cm}$? (e) Determine o valor de E_y no ponto P_1 a partir da simetria da Fig. 24-42.

••39 Um elétron é colocado no plano xy , onde o potencial elétrico varia com x e y de acordo com os gráficos da Fig. 24-46 (o potencial não depende de z). Em termos dos vetores unitários, qual é a força a que é submetido o elétron? A escala do eixo vertical é definida por $V_s = 500 \text{ V}$.

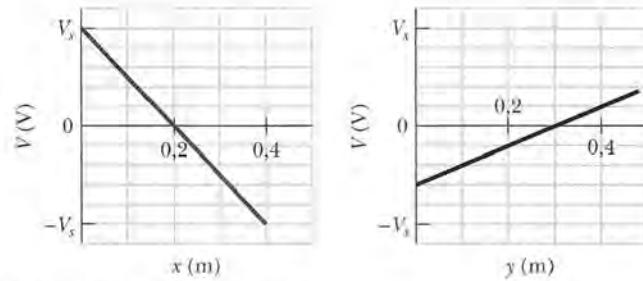


Figura 24-46 Problema 39.

••40 A barra fina de plástico da Fig. 24-42 tem um comprimento $L = 10,0 \text{ cm}$ e uma densidade linear de cargas não uniforme $\lambda = cx$, em que $c = 49,9 \text{ pC/m}$. (a) Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico no ponto P_2 , situado no eixo y , em $y = D = 3,56 \text{ cm}$. (b) Determine a componente do campo elétrico E_y no ponto P_2 . (c) Por que a componente E_x do campo em P_2 não pode ser calculada usando o resultado do item (a)?

Seção 24-11 Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Pontuais

•41 Uma partícula de carga $+7,5 \mu\text{C}$ é liberada a partir do repouso no ponto $x = 60 \text{ cm}$. A partícula começa a se mover devido à presença de uma carga Q que é mantida fixa na origem. Qual é a energia cinética da partícula após se deslocar 40 cm (a) se $Q = +20 \mu\text{C}$; (b) se $Q = -20 \mu\text{C}$?

•42 (a) Qual é a energia potencial elétrica de dois elétrons separados por uma distância de 2,00 nm? (b) Se a distância diminui, a energia potencial aumenta ou diminui?

•43 Qual é o trabalho necessário para montar o arranjo da Fig. 24-47 se $q = 2,30 \text{ pC}$, $a = 64,0 \text{ cm}$ e as partículas estão inicialmente em repouso e infinitamente afastadasumas das outras?

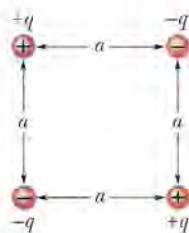


Figura 24-47 Problema 43.

••44 Na Fig. 24-48, sete partículas carregadas são mantidas fixas no lugar para formar um quadrado com 4,0 cm de lado. Qual é o trabalho necessário para deslocar para o centro do quadrado uma partícula de carga $+6e$ inicialmente em repouso a uma distância infinita?

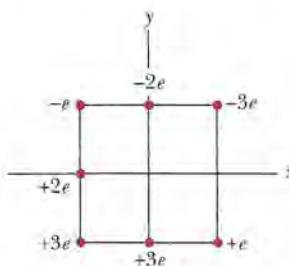


Figura 24-48 Problema 44.

••45 Uma partícula de carga q é mantida fixa no ponto P e uma segunda partícula de massa m , com a mesma carga q , é mantida inicialmente a uma distância r_1 de P . A segunda partícula é liberada. Determine a velocidade da segunda partícula quando se encontra a uma distância r_2 do ponto P . Suponha que $q = 3,1 \mu\text{C}$, $m = 20 \text{ mg}$, $r_1 = 0,90 \text{ mm}$ e $r_2 = 2,5 \text{ mm}$.

••46 Uma carga de $-9,0 \text{ nC}$ está distribuída uniformemente em um anel fino de plástico situado no plano yz , com o centro do anel na origem. Uma carga pontual de $-6,0 \text{ pC}$ está situada no ponto $x = 3,0 \text{ m}$ do eixo x . Se o raio do anel é $1,5 \text{ m}$, qual deve ser o trabalho realizado por uma força externa sobre a carga pontual para deslocá-la até a origem?

••47 Qual é a *velocidade de escape* de um elétron inicialmente em repouso na superfície de uma esfera com $1,0 \text{ cm}$ de raio e uma carga uniformemente distribuída de $1,6 \times 10^{-15} \text{ C}$? Em outras palavras, que velocidade inicial um elétron deve ter para chegar a uma distância infinita da esfera com energia cinética zero?

••48 Uma casca fina, esférica, condutora de raio R é montada em um suporte isolado e carregada até atingir um potencial de -125 V . Em seguida, um elétron é disparado na direção do centro da casca a partir do ponto P , situado a uma distância r do centro da casca ($r \gg R$). Qual deve ser a velocidade inicial v_0 do elétron para que chegue a uma distância insignificante da casca antes de parar e inverter o movimento?

••49 Dois elétrons são mantidos fixos, separados por uma distância de $2,0 \text{ cm}$. Outro elétron é arremessado a partir do infinito e para no ponto médio entre os dois elétrons. Determine a velocidade inicial do terceiro elétron.

••50 Na Fig. 24-49, determine o trabalho necessário para deslocar uma partícula de carga $Q = +16e$, inicialmente em repouso, ao longo da reta tracejada, do infinito até o ponto indicado, nas proximidades de duas partículas fixas de cargas $q_1 = +4e$ e $q_2 = -q_1/2$. Suponha que $d = 1,40 \text{ cm}$, $\theta_1 = 43^\circ$ e $\theta_2 = 60^\circ$.

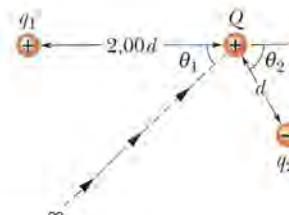


Figura 24-49 Problema 50.

••51 No retângulo da Fig. 24-50, os comprimentos dos lados são $5,0 \text{ cm}$ e 15 cm , $q_1 = -5,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = +2,0 \mu\text{C}$. Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico (a) no vértice A ; (b) no vértice B . (c) Determine o trabalho necessário para deslocar uma carga $q_3 = +3,0 \mu\text{C}$ de B para A ao longo da diagonal do retângulo. (d) Esse trabalho faz a energia potencial elétrica do sistema de três partículas aumentar ou diminuir? O trabalho é maior, menor ou igual se a carga q_3 é deslocada ao longo de uma trajetória (e) no interior do retângulo, mas que não coincide com a diagonal; (f) do lado de fora do retângulo?

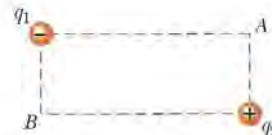


Figura 24-50 Problema 51.

••52 A Fig. 24-51a mostra um elétron que se move ao longo do eixo de um dipolo elétrico em direção ao lado negativo do dipolo. O dipolo é mantido fixo no lugar. O elétron estava inicialmente a uma distância muito grande do dipolo, com uma energia cinética de 100 eV . A Fig. 24-51b mostra a energia cinética K do elétron em função da distância r em relação ao centro do dipolo. A escala do eixo horizontal é definida por $r_s = 0,10 \text{ m}$. Qual é o módulo do momento do dipolo?

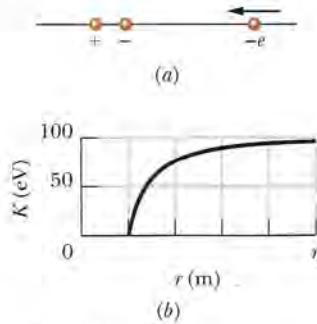


Figura 24-51 Problema 52.

••53 Duas pequenas esferas metálicas A e B , de massas $m_A = 5,00 \text{ g}$ e $m_B = 10,0 \text{ g}$, possuem a mesma carga positiva $q = 5,00 \mu\text{C}$. As esferas estão ligadas por um fio não condutor de massa insignificante e comprimento $d = 1,00 \text{ m}$ que é muito maior que os raios das esferas. (a) Qual é a energia potencial elétrica do sistema? (b) Suponha que o fio seja cortado. Qual é a aceleração de cada esfera nesse instante? (c) Qual é a velocidade de cada esfera muito tempo depois de o fio ter sido cortado?

••54 Um pósitron (carga $+e$, massa igual à do elétron) está se movendo com uma velocidade de $1,0 \times 10^7 \text{ m/s}$ no sentido positivo

do eixo x quando, em $x = 0$, encontra um campo elétrico paralelo ao eixo x . A Fig. 24-52 mostra o potencial elétrico V associado ao campo. A escala do eixo vertical é definida por $V_s = 500,0 \text{ V}$. (a) O pósitron emerge da região em que existe campo em $x = 0$ (o que significa que o movimento se inverte) ou em $x = 0,50 \text{ m}$ (o que significa que o movimento não se inverte)? (b) Com que velocidade o pósitron emerge da região?

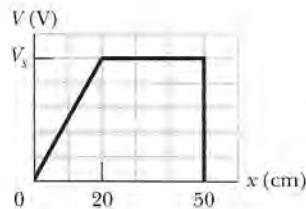


Figura 24-52 Problema 54.

**55 Um elétron é lançado com uma velocidade inicial de $3,2 \times 10^5 \text{ m/s}$ em direção a um próton mantido fixo no lugar. Se o elétron se encontra inicialmente a uma grande distância do próton, a que distância do próton a velocidade instantânea do elétron é duas vezes maior que o valor inicial?

**56 A Fig. 24-53a mostra três partículas no eixo x . A partícula 1 (com uma carga de $+5,0 \mu\text{C}$) e a partícula 2 (com uma carga de $+3,0 \mu\text{C}$) são mantidas fixas no lugar, separadas por uma distância $d = 4,0 \text{ cm}$. A partícula 3 pode ser deslocada ao longo do eixo x , à direita da partícula 2. A Fig. 24-53b mostra a energia potencial elétrica U do sistema de três partículas em função da coordenada x da partícula 3. A escala do eixo vertical é definida por $U_s = 5,0 \text{ J}$. Qual é a carga da partícula 3?

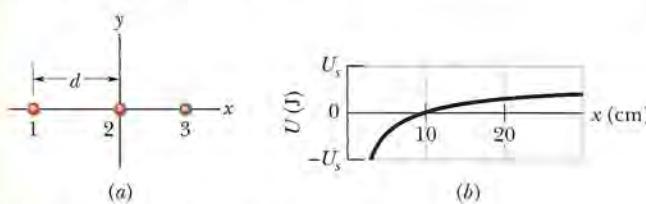


Figura 24-53 Problema 56.

**57 Duas cargas de $50 \mu\text{C}$ são mantidas fixas no eixo x nos pontos $x = -3,0 \text{ m}$ e $x = 3,0 \text{ m}$. Uma partícula de carga $q = -15 \mu\text{C}$ é liberada a partir do repouso em um ponto situado no semieixo y positivo. Devido à simetria da situação, a partícula se move ao longo do eixo y e possui uma energia cinética de $1,2 \text{ J}$ ao passar pelo ponto $x = 0, y = 4,0 \text{ m}$. (a) Qual é a energia cinética da partícula ao passar pela origem? (b) Para que valor negativo de y a partícula inverte o movimento?

**58 Um próton em um poço de potencial. A Fig. 24-54 mostra o potencial elétrico V ao longo de um eixo x . A escala do eixo vertical é definida por $V_s = 10,0 \text{ V}$. Um próton é liberado no ponto $x = 3,5 \text{ cm}$ com uma energia cinética inicial de $4,00 \text{ eV}$. (a) Um próton que está se movendo inicialmente no sentido negativo do eixo x chega a um ponto de retorno (se a resposta for afirmativa, determine a coordenada x do ponto) ou escapa da região mostrada no gráfico (se a resposta for afirmativa, determine a velocidade no ponto $x = 0$)? (b) Um próton que está se movendo inicialmente no sentido positivo do eixo x chega a um ponto de retorno (se a resposta for afirmativa, determine a coordenada x do ponto) ou escapa da região mostrada no gráfico (se a resposta for afirmativa, determine a velocidade no ponto $x = 6,0 \text{ cm}$)? Determine (c) o módulo F e (d) a orientação da força elétrica quando o próton se encontra ligeiramente à direita do ponto $x = 5,0 \text{ cm}$.

(sentido positivo ou negativo do eixo x) da força elétrica a que o próton está submetido quando se encontra ligeiramente à esquerda do ponto $x = 3,0 \text{ cm}$. Determine (e) o módulo F e (f) a orientação da força elétrica quando o próton se encontra ligeiramente à direita do ponto $x = 5,0 \text{ cm}$.

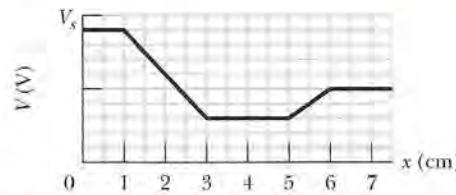


Figura 24-54 Problema 58.

**59 Na Fig. 24-55, uma partícula carregada (um elétron ou um próton) está se movendo para a direita entre duas placas paralelas carregadas separadas por uma distância $d = 2,00 \text{ mm}$. Os potenciais das placas são $V_1 = -70,0 \text{ V}$ e $V_2 = -50,0 \text{ V}$. A partícula partiu da placa da esquerda com uma velocidade inicial de $90,0 \text{ km/s}$, mas a velocidade está diminuindo. (a) A partícula é um elétron ou um próton? (b) Qual é a velocidade da partícula ao chegar à placa 2?

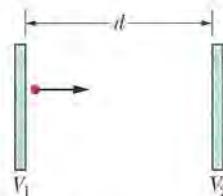


Figura 24-55 Problema 59.

**60 Na Fig. 24-56a, um elétron é deslocado a partir de uma distância infinita para um ponto situado a uma distância $R = 8,00 \text{ cm}$ de uma pequena esfera carregada. O trabalho necessário para executar o deslocamento é $W = 2,16 \times 10^{-13} \text{ J}$. (a) Qual é a carga Q da esfera? Na Fig. 24-56b, a esfera foi cortada em pedaços e os pedaços espalhados de tal forma que cargas iguais ocupam as posições das horas no mostrador circular de um relógio de raio $R = 8,00 \text{ cm}$. O elétron é deslocado a partir de uma distância infinita até o centro do mostrador. (b) Qual é a variação da energia potencial elétrica do sistema com esta adição do elétron ao sistema de 12 partículas carregadas?

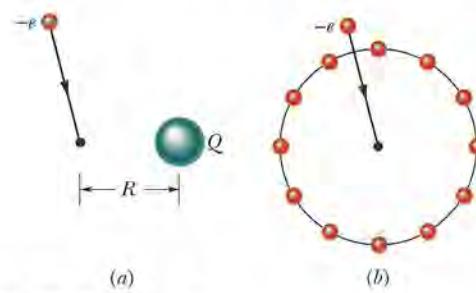


Figura 24-56 Problema 60.

***61 Suponha que N elétrons possam ser colocados em duas configurações diferentes. Na configuração 1, todos os elétrons estão distribuídos uniformemente ao longo de um anel circular estreito de raio R . Na configuração 2, $N - 1$ elétrons estão distribuídos uniformemente ao longo do anel e o elétron restante é colocado no centro do anel. (a) Qual é o menor valor de N para o qual a segunda

configuração possui menor energia que a primeira? (b) Para esse valor de N , considere um dos elétrons do anel, e_0 . Quantos outros elétrons do anel estão mais próximos de e_0 que o elétron central?

Seção 24-12 Potencial de um Condutor Carregado

•62 A esfera 1, de raio R_1 , possui uma carga positiva q . A esfera 2, de raio $2,00R_1$, está muito afastada da esfera 1 e inicialmente descarregada. Quando as esferas são ligadas por um fio suficientemente fino para que a carga que contém possa ser desprezada, (a) o potencial V_1 da esfera 1 se torna maior, menor ou igual ao potencial V_2 da esfera 2? (b) Que fração da carga q permanece na esfera 1? (c) Que fração da carga q é transferida para a esfera 2? (d) Qual é a razão σ_1/σ_2 entre as densidades superficiais de carga das duas esferas?

•63 Os centros de duas esferas metálicas, ambas com 3,0 cm de raio, estão separados por uma distância de 2,0 m. A esfera 1 possui uma carga de $+1,0 \times 10^{-8}$ C e a esfera 2 uma carga de $-3,0 \times 10^{-8}$ C. Suponha que a distância entre as esferas seja suficiente para que se possa supor que a carga das esferas está uniformemente distribuída (ou seja, suponha que as esferas não se afetam mutuamente). Com $V = 0$ no infinito, determine (a) o potencial no ponto a meio caminho entre os centros das esferas; (b) o potencial na superfície da esfera 1; (c) o potencial na superfície da esfera 2.

•64 Um esfera oca de metal possui um potencial de +400 V em relação à terra (definida como $V = 0$) e uma carga de 5×10^{-9} C. Determine o potencial elétrico no centro da esfera.

•65 Qual é a carga em excesso de uma esfera condutora de raio $r = 0,15$ m se o potencial da esfera é 1500 V e $V = 0$ no infinito?

•66 Duas cascas condutoras concêntricas têm raios $R_1 = 0,500$ m e $R_2 = 1,00$ m, cargas uniformes $q_1 = +2,00 \mu\text{C}$ e $q_2 = +1,00 \mu\text{C}$ e espessura insignificante. Determine o módulo do campo elétrico E a uma distância do centro de curvatura das cascas (a) $r = 4,00$; (b) $r = 0,700$ m; (c) $r = 0,200$ m. Com $V = 0$ no infinito, determine V para (d) $r = 4,00$ m; (e) $r = 1,00$ m; (f) $r = 0,700$ m; (g) $r = 0,500$ m; (h) $r = 0,200$ m; (i) $r = 0$. (j) Plote $E(r)$ e $V(r)$.

•67 Uma esfera metálica de 15 cm de raio possui uma carga de $3,0 \times 10^{-8}$ C. (a) Qual é o campo elétrico na superfície da esfera? (b) Se $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico na superfície da esfera? (c) A que distância da superfície da esfera o potencial é 500 V menor que na superfície da esfera?

Problemas Adicionais

68 As cargas e coordenadas de duas cargas pontuais situadas no plano xy são $q_1 = +3,00 \times 10^{-6}$ C, $x = +3,50$ cm, $y = +0,500$ cm e $q_2 = -4,00 \times 10^{-6}$ C, $x = -2,00$ cm, $y = +1,50$ cm. Qual é o trabalho necessário para colocar as cargas nas posições especificadas, supondo que a distância inicial entre elas é infinita?

69 Um cilindro condutor longo tem 2,0 cm de raio. O campo elétrico na superfície do cilindro é 160 N/C, orientado radialmente para longe do eixo. Sejam A , B e C pontos situados, respectivamente, a 1,0 cm, 2,0 cm e 5,0 cm de distância do eixo do cilindro. Determine (a) o módulo do campo elétrico no ponto C ; (b) a diferença de potencial $V_B - V_C$; (c) a diferença de potencial $V_A - V_B$.

70 *O mistério do chocolate em pó.* Esta história começa no Problema 60 do Capítulo 23. (a) A partir da resposta do item (a) do citado problema, determine uma expressão para o potencial elétrico em função da distância r a partir do eixo do cano. (O potencial é zero na parede do cano, que está ligado à terra.) (b) Para uma densidade volumétrica de cargas típica, $\rho = -1,1 \times 10^{-3}$ C/m³, qual

é a diferença de potencial elétrico entre o eixo do cano e a parede interna? (A história continua no Problema 60 do Capítulo 25.)

71 A partir de Eq. 24-30, escreva uma expressão para o campo elétrico produzido por um dipolo em um ponto do eixo do dipolo.

72 O módulo E de um certo campo elétrico varia com a distância r segundo a equação $E = A/r^4$, onde A é uma constante em volts-metros cúbicos. Em termos de A , qual é o valor absoluto da diferença de potencial elétrico entre os pontos $r = 2,00$ m e $r = 3,00$ m?

73 (a) Se uma esfera condutora com 10 cm de raio tem uma carga de $4,0 \mu\text{C}$ e $V = 0$ no infinito, qual é o potencial na superfície da esfera? (b) Esta situação é possível, dado que o ar em torno da esfera sofre ruptura dielétrica quando o campo ultrapassa 3,0 MV/m?

74 Três partículas, de cargas $q_1 = +10 \mu\text{C}$, $q_2 = -20 \mu\text{C}$ e $q_3 = +30 \mu\text{C}$, são posicionadas nos vértices de um triângulo isósceles, como mostra a Fig. 24-57. Se $a = 10$ cm e $b = 6,0$ cm, determine qual deve ser o trabalho realizado por um agente externo (a) para trocar as posições de q_1 e q_3 ; (b) para trocar as posições de q_1 e q_2 .

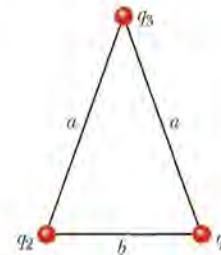


Figura 24-57 Problema 74.

75 Um campo elétrico de aproximadamente 100 V/m é frequentemente observado nas vizinhanças da superfície terrestre. Se esse campo existisse na Terra inteira, qual seria o potencial elétrico de um ponto na superfície? (Considere $V = 0$ no infinito.)

76 Uma esfera gaussiana de 4,00 cm de raio envolve uma esfera de 1,00 cm de raio que contém uma distribuição uniforme de cargas. As duas esferas são concêntricas e o fluxo elétrico através da superfície da esfera gaussiana é $+5,60 \times 10^4$ N · m²/C. Qual é o potencial elétrico a 12,0 cm do centro das esferas?

77 Em uma experiência de Millikan com gotas de óleo (Seção 22-8), um campo elétrico uniforme de $1,92 \times 10^5$ N/C é mantido na região entre duas placas separadas por uma distância de 1,50 cm. Calcule a diferença de potencial entre as placas.

78 A Fig. 24-58 mostra três arcos de circunferência não condutores de raio $R = 8,50$ cm. As cargas dos arcos são $q_1 = 4,52 \text{ pC}$, $q_2 = -2,00q_1$ e $q_3 = +3,00q_1$. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico dos arcos no centro de curvatura comum?

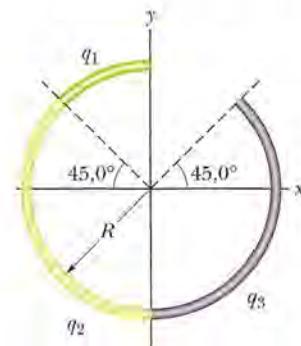


Figura 24-58 Problema 78.

79 Um elétron é liberado a partir do repouso no eixo de um dipolo elétrico, mantido fixo no lugar, cuja carga é e e cuja distância entre as cargas é $d = 20 \text{ pm}$. O ponto em que o elétron é liberado fica no lado positivo do dipolo, a uma distância de $7,0d$ do centro do dipolo. Qual é a velocidade do elétron ao chegar a uma distância de $5,0d$ do centro do dipolo?

80 A Fig. 24-59 mostra um anel com um raio externo $R = 13,0 \text{ cm}$, um raio interno $r = 0,200R$ e uma densidade superficial de cargas uniforme $\sigma = 6,20 \text{ pC/m}^2$. Com $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico no ponto P , situado no eixo central do anel a uma distância $z = 2,00R$ do centro do anel.

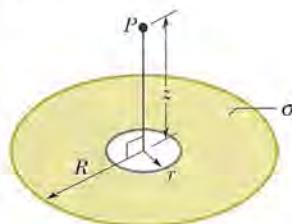


Figura 24-59 Problema 80.

81 Um elétron em um poço de potencial. A Fig. 24-60 mostra o potencial elétrico V ao longo do eixo x . A escala do eixo vertical é definida por $V_s = 8,0 \text{ V}$. Um elétron é liberado no ponto $x = 4,5 \text{ cm}$ com uma energia inicial de $3,00 \text{ eV}$. (a) Um elétron que está se movendo inicialmente no sentido negativo do eixo x chega a um ponto de retorno (se a resposta for afirmativa, determine a coordenada x do ponto) ou escapa da região mostrada no gráfico (se a resposta for afirmativa, determine a velocidade no ponto $x = 0$)? (b) Um elétron que está se movendo inicialmente no sentido positivo do eixo x chega a um ponto de retorno (se a resposta for afirmativa, determine a coordenada x do ponto) ou escapa da região mostrada no gráfico (se a resposta for afirmativa, determine a velocidade no ponto $x = 7,0 \text{ cm}$)? Determine (c) o módulo F e (d) a orientação (sentido positivo ou negativo do eixo x) da força elétrica a que o elétron está submetido quando se encontra ligeiramente à esquerda do ponto $x = 4,0 \text{ cm}$. Determine (e) o módulo F e (f) a orientação da força elétrica quando o elétron se encontra ligeiramente à direita do ponto $x = 5,0 \text{ cm}$.

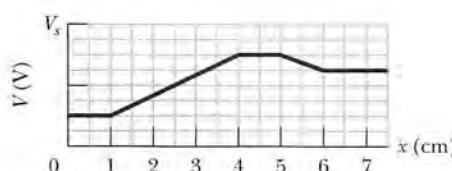


Figura 24-60 Problema 81.

82 (a) Se a Terra tivesse uma densidade superficial de cargas de $1,0 \text{ elétron/m}^2$ (uma hipótese muito pouco realista), qual seria o potencial da superfície terrestre? (Tome $V = 0$ no infinito.) Qual seria (b) o módulo e (c) o sentido (para cima ou para baixo) do campo elétrico nas vizinhanças da superfície terrestre?

83 Na Fig. 24-61, o ponto P está a uma distância $d_1 = 4,00 \text{ m}$ da partícula 1 ($q_1 = -2e$) e à distância $d_2 = 2,00 \text{ m}$ da partícula 2 ($q_2 = +2e$); as duas partículas são mantidas fixas no lugar. (a) Com $V = 0$ no infinito, qual é o valor de V no ponto P ? Se uma partícula de carga $q_3 = +2e$ é deslocada do infinito até o ponto P , (b) determine o trabalho realizado; (c) determine a energia potencial do sistema de três partículas.

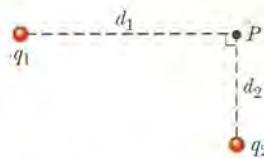


Figura 24-61 Problema 83.

84 Uma esfera condutora de $3,0 \text{ cm}$ de raio possui uma carga de 30 nC distribuída uniformemente na superfície. Seja A um ponto situado a $1,0 \text{ cm}$ do centro da esfera, S um ponto da superfície da esfera e B um ponto situado a $5,0 \text{ cm}$ do centro da esfera. (a) Qual é a diferença de potencial $V_S - V_B$? (b) Qual é a diferença de potencial $V_A - V_B$?

85 Na Fig. 24-62, uma partícula de carga $+2e$ é deslocada do infinito até o eixo x . Qual é o trabalho realizado? A distância D é $4,00 \text{ m}$.

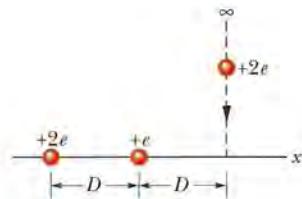


Figura 24-62 Problema 85.

86 A Fig. 24-63 mostra um hemisfério com uma carga de $4,00 \mu\text{C}$ distribuída uniformemente por todo o volume. A parte plana do hemisfério coincide com o plano xy . O ponto P está situado no plano xy , a uma distância de 15 cm do centro do hemisfério. Qual é o potencial elétrico do ponto P ?

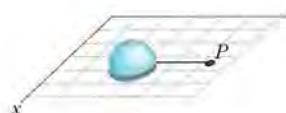


Figura 24-63 Problema 86.

87 Três cargas de $+0,12 \text{ C}$ formam um triângulo equilátero com $1,7 \text{ m}$ de lado. Usando uma energia fornecida à taxa de $0,83 \text{ kW}$, quantos dias são necessários para deslocar uma das cargas para o ponto médio do segmento de reta que liga as outras duas cargas?

88 Duas cargas $q = +2,0 \mu\text{C}$ são mantidas fixas a uma distância $d = 2,0 \text{ cm}$ uma da outra (Fig. 24-64). (a) Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico no ponto C ? (b) Qual é o trabalho necessário para deslocar uma terceira carga $q = +2,0 \mu\text{C}$ do infinito até o ponto C ? (c) Qual é a energia potencial U da nova configuração?

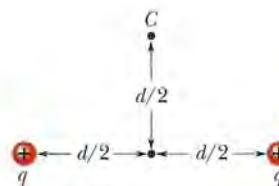


Figura 24-64 Problema 88.

89 Dois elétrons são mantidos fixos no lugar, separados por uma distância de $2,00 \mu\text{m}$. Qual é o trabalho necessário para deslocar um

terceiro elétron do infinito até a posição em que forma um triângulo equilátero com os outros dois elétrons?

90 Uma partícula de carga positiva Q é mantida fixa no ponto P . Uma segunda partícula de massa m e carga negativa $-q$ se move com velocidade constante em uma circunferência de raio r_1 e centro em P . Escreva uma expressão para o trabalho W que deve ser executado por um agente externo sobre a segunda partícula para que o raio da circunferência aumente para r_2 .

91 Duas superfícies planas condutoras carregadas estão separadas por uma distância $d = 1,00$ e produzem uma diferença de potencial $\Delta V = 625$ V. Um elétron é lançado de uma das placas em direção à outra, perpendicularmente às duas superfícies. Qual é a velocidade inicial do elétron se ele chega à segunda superfície com velocidade de zero?

92 Na Fig. 24-65, o ponto P está no centro do retângulo. Com $V = 0$ no infinito, $q_1 = 5,00 \text{ fC}$, $q_2 = 2,00 \text{ fC}$, $q_3 = 3,00 \text{ fC}$ e $d = 2,54 \text{ cm}$, qual é o potencial elétrico no ponto P ?

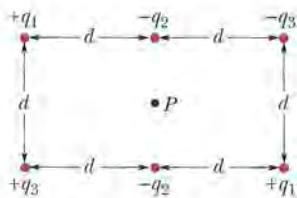


Figura 24-65 Problema 92.

93 Um anel circular fino situado no plano xy e com centro na origem possui uma carga de $+16,0 \mu\text{C}$ distribuída uniformemente. O raio do anel é 3,00 cm. Se o ponto A está na origem e o ponto B está no eixo z em $z = 4,00$ cm, qual é a diferença de potencial $V_B - V_A$?

94 Considere uma carga pontual $q = 1,50 \times 10^{-8} \text{ C}$ e tome $V = 0$ no infinito. (a) Quais são a forma e as dimensões de uma superfície equipotencial com um potencial de 30,0 V produzido exclusivamente pela carga q ? (b) As superfícies cujos potenciais diferem de um valor constante (1,0 V, por exemplo) são igualmente espaçadas?

95 Uma casca esférica de carga Q e densidade volumétrica de cargas uniforme ρ é limitada pelas superfícies $r = r_1$ e $r = r_2$, com $r_2 > r_1$. Tomando $V = 0$ no infinito, determine o potencial elétrico V em função da distância r em relação ao centro da casca, considerando as regiões (a) $r > r_2$; (b) $r_2 > r > r_1$; (c) $r < r_1$. (d) As soluções são compatíveis para $r = r_2$ e $r = r_1$? (Sugestão: veja a Seção 23-9.)

96 Uma carga q está distribuída uniformemente em um volume esférico de raio R . Tome $V = 0$ no infinito. Determine (a) o potencial V para $r < R$; (b) a diferença de potencial entre o ponto $r = R$ e o ponto $r = 0$.

97 A Fig. 24-35 mostra duas partículas carregadas em um eixo. Faça um esboço das linhas de campo elétrico e das superfícies equipotenciais no plano da página para (a) $q_1 = +q$, $q_2 = +2q$; (b) $q_1 = +q$, $q_2 = -3q$.

98 Qual é a energia potencial elétrica da configuração de cargas da Fig. 24-8a? Use os valores numéricos do exemplo a que se refere a figura.

99 (a) Use a Eq. 24-32 para mostrar que o potencial elétrico em um ponto do eixo central de um anel fino de carga q e raio R a uma distância z do centro do anel é dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{z^2 + R^2}}.$$

(b) A partir desse resultado, escreva uma expressão para o valor do campo E em pontos do eixo do anel; compare o resultado com o que foi obtido por integração na Seção 22-6.

100 Uma partícula alfa (que possui dois prótons) está rumando diretamente para o centro de um núcleo que contém 92 prótons. A partícula alfa possui uma energia cinética inicial de 0,48 pJ. Qual é a menor distância centro a centro a que a partícula alfa consegue chegar do núcleo, supondo que o núcleo seja mantido fixo no lugar?

101 No modelo dos quarks das partículas subatômicas, um próton é formado por três quarks: dois quarks “up”, com carga $+2e/3$ cada um, e um quark “down”, com carga $-e/3$. Suponha que os três quarks estejam equidistantes no interior do próton. Tome a distância entre os quarks como $1,32 \times 10^{-15} \text{ m}$ e calcule a energia potencial elétrica do sistema (a) apenas para os dois quarks up; (b) para os três quarks.

102 (a) Um próton de energia cinética 4,80 MeV está rumando diretamente para o centro de um núcleo de chumbo. Supondo que o próton não penetra no núcleo e a única interação entre o próton e o núcleo é a interação eletrostática, calcule a menor distância centro a centro d_p entre o próton e o núcleo no momento em que o próton para momentaneamente. Se o próton é substituído por uma partícula alfa (que contém dois prótons) com a mesma energia cinética inicial, a partícula alfa para momentaneamente quando a distância centro a centro é d_α . Qual é o valor de d_α/d_p ?

103 Na Fig. 24-66, duas partículas de cargas q_1 e q_2 são mantidas fixas no lugar no eixo x . Se uma terceira partícula, de carga $+6,0 \mu\text{C}$, é deslocada do infinito para o ponto P , o sistema de três partículas tem a mesma energia potencial elétrica que o sistema original de duas partículas. Qual é o valor de q_1/q_2 ?

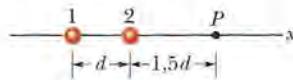


Figura 24-66 Problema 103.

104 Uma esfera metálica com 16,0 cm de raio possui uma carga de $1,50 \times 10^{-8} \text{ C}$. Com $V = 0$ no infinito, qual é o potencial elétrico na superfície da esfera?

105 Uma esfera de cobre com 1,0 cm de raio é revestida com uma fina camada de níquel. Alguns átomos de níquel são radioativos e se desintegram emitindo elétrons. Metade desses elétrons penetra na esfera de cobre, depositando uma energia de 100 keV cada um. Os outros elétrons escapam, levando com eles uma carga $-e$. O revestimento de níquel tem uma atividade de $3,70 \times 10^8$ decaimentos por segundo. A esfera está pendurada por um fio não condutor e isolada do ambiente. (a) Quanto tempo o potencial da esfera leva para atingir 1000 V? (b) Quanto tempo a temperatura da esfera leva para aumentar de 5,0 K devido à energia depositada pelos elétrons? A capacidade térmica da esfera é 14 J/K.

CAPACITÂNCIA

25

25-1 O QUE É FÍSICA?

Um dos objetivos da física é estabelecer os princípios básicos dos dispositivos práticos projetados pelos engenheiros. Este capítulo trata de um exemplo extremamente comum: o capacitor, um dispositivo usado para armazenar energia elétrica. As pilhas de uma máquina fotográfica, por exemplo, armazenam a energia necessária para disparar o flash carregando um capacitor. Como as pilhas só podem fornecer energia aos poucos, não seria possível produzir uma luz muito forte usando diretamente a energia das pilhas. Um capacitor carregado pode fornecer a energia com uma rapidez muito maior, o suficiente para produzir um clarão quando a lâmpada de flash é acionada.

A física dos capacitores pode ser aplicada a outros dispositivos e outras situações que envolvem campos elétricos. O campo elétrico existente na atmosfera da Terra, por exemplo, é modelado pelos meteorologistas como produzido por um gigantesco capacitor esférico que se descarrega parcialmente através de relâmpagos. A carga que os esquis acumulam quando deslizam na neve pode ser modelada como acumulada num capacitor que se descarrega frequentemente através de centelhas (que podem ser vistas quando se esquia à noite na neve seca).

O primeiro passo em nossa discussão dos capacitores será determinar a quantidade de carga que um capacitor é capaz de armazenar. Essa quantidade é descrita por uma grandeza conhecida como *capacitância*.

25-2 Capacitância

A Fig. 25-1 mostra alguns dos muitos tipos e tamanhos de capacitores. A Fig. 25-2 mostra os elementos básicos de *qualquer* capacitor: dois condutores isolados entre si. Seja qual for a forma dos condutores, eles recebem o nome de *placas*.

A Fig. 25-3a mostra um arranjo particular, conhecido como *capacitor de placas paralelas*, formado por duas placas paralelas condutoras de área A separadas por



Figura 25-1 Vários tipos de capacitores.

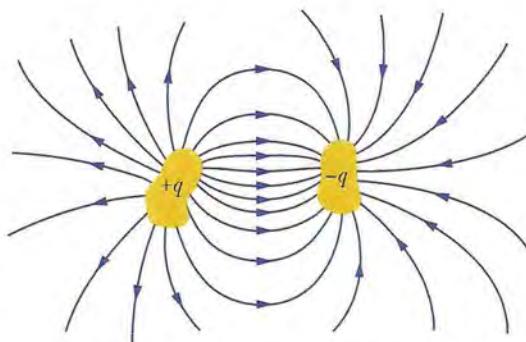
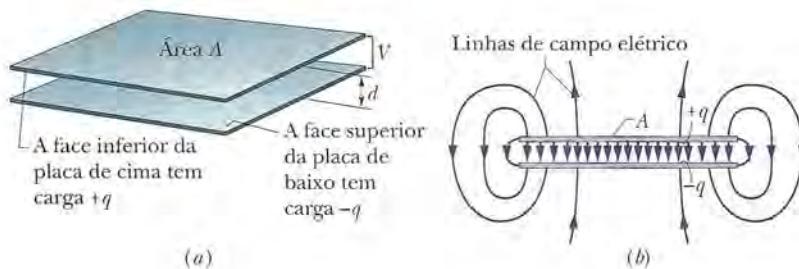


Figura 25-2 Dois condutores, isolados entre si e do ambiente, formam um *capacitor*. Quando um capacitor está carregado, as cargas dos condutores, ou *placas*, como são chamados, têm o mesmo valor absoluto q e sinais opostos. (Paul Silvermann/Fundamental Photographs)

Figura 25-3 (a) Um capacitor de placas paralelas, feito de duas placas de área A separadas por uma distância d . As cargas da superfície interna das placas têm o mesmo valor absoluto q e sinais opostos. (b) Como mostram as linhas de campo, o campo elétrico produzido pelas placas carregadas é uniforme na região central entre as placas. Nas bordas das placas, o campo não é uniforme.



uma distância d . O símbolo usado para representar um capacitor (||) se baseia na estrutura do capacitor de placas paralelas mas é usado para representar capacitores de qualquer geometria. Vamos supor por enquanto que não existe um material não condutor, como vidro ou plástico, na região entre as placas. Na Seção 25-6, essa restrição será suprimida.

Quando um capacitor está *carregado*, as placas contêm cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos, $+q$ e $-q$. Entretanto, por convenção, dizemos que a *carga de um capacitor* é q , o valor absoluto da carga de uma das placas. (Note que q não é a carga total do capacitor, que é sempre zero.)

Como as placas são feitas de material condutor, são superfícies equipotenciais: todos os pontos da placa de um capacitor estão no mesmo potencial elétrico. Além disso, existe uma diferença de potencial entre as duas placas. Por motivos históricos, essa diferença de potencial é representada pelo símbolo V e não por ΔV , como nos casos anteriores.

A carga q e a diferença de potencial V de um capacitor são proporcionais:

$$q = CV. \quad (25-1)$$

A constante de proporcionalidade C é chamada de **capacitância** do capacitor; o valor de C depende da geometria das placas, mas *não depende* da carga nem da diferença de potencial. A capacidade é uma medida da quantidade de carga que precisa ser acumulada nas placas para produzir uma certa diferença de potencial. *Quanto maior a capacidade, maior a carga necessária*.

De acordo com a Eq. 25-1, a unidade de capacidade no SI é o coulomb por volt. Essa unidade ocorre com tanta frequência que recebeu um nome especial, o **farad** (F):

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ F} = 1 \text{ coulomb por volt} = 1 \text{ C/V}. \quad (25-2)$$

Como vamos ver, o farad é uma unidade muito grande. Submúltiplos do farad, como o microfarad ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$) e o picofarad ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$) são unidades muito mais convenientes na prática.

Carga de um Capacitor

Uma forma de carregar um capacitor é colocá-lo em um circuito elétrico com uma bateria. *Circuito elétrico* é um caminho fechado que pode ser percorrido por uma corrente elétrica. *Bateria* é um dispositivo que mantém uma diferença de potencial entre dois *terminais* (pontos nos quais cargas elétricas podem entrar ou sair da bateria) através de reações eletroquímicas nas quais forças elétricas movimentam cargas no interior do dispositivo.

Na Fig. 25-4a, um circuito é formado por uma bateria B, uma chave S, um capacitor descarregado C e fios de ligação. O mesmo circuito é mostrado no *diagrama esquemático* da Fig. 25-4b, no qual os símbolos de uma bateria, uma chave e um capacitor representam esses dispositivos. A bateria mantém uma diferença de potencial V entre os terminais. O terminal de maior potencial é indicado pelo símbolo $+$ e chamado de terminal *positivo*; o terminal de menor potencial é indicado pelo símbolo $-$ e chamado de terminal *negativo*.

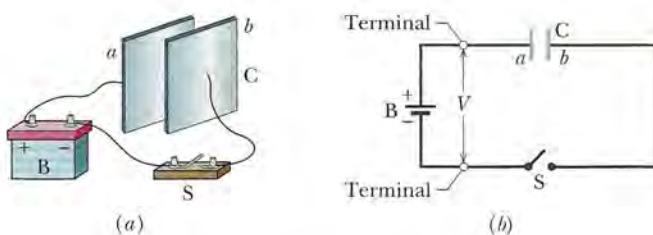


Figura 25-4 (a) Circuito formado por uma bateria B, uma chave S e as placas a e b de um capacitor C. (b) Diagrama esquemático no qual os *elementos do circuito* são representados por símbolos.

Dizemos que o circuito das Figs. 25-4a e 25-4b está *interrompido* porque a chave S está *aberta* e, portanto, não existe uma ligação elétrica entre os terminais. Quando a chave é *fechada*, passa a existir uma ligação elétrica entre os terminais, o circuito fica completo e cargas começam a circular pelos componentes do circuito. Como vimos no Capítulo 21, as cargas que se movem em um material condutor, como o cobre, são elétrons. Quando o circuito da Fig. 25-4 é completado, elétrons são colocados em movimento nos fios pelo campo elétrico criado pela bateria. O campo faz os elétrons se deslocarem da placa a do capacitor para o terminal positivo da bateria; a perda de elétrons faz com que a placa a fique positivamente carregada. O campo desloca o mesmo número de elétrons do terminal negativo da bateria para a placa b do capacitor; o ganho de elétrons faz com que a placa b fique negativamente carregada. As cargas da placa a e da placa b têm o mesmo *valor absoluto*.

No instante em que a chave é fechada, as duas placas estão descarregadas e a diferença de potencial é zero. Quando as placas são carregadas, a diferença de potencial aumenta até se tornar igual à diferença de potencial V entre os terminais da bateria. Ao ser atingido o novo equilíbrio, a placa a e o terminal positivo da bateria estão no mesmo potencial e não existe um campo elétrico no fio que liga esses dois pontos do circuito. O terminal negativo e a placa b também estão no mesmo potencial e não existe um campo elétrico nos fios que ligam o terminal negativo à chave S e a chave S à placa b. Como o campo elétrico nos fios do circuito é zero, os elétrons param de se deslocar e dizemos que o capacitor está *totalmente carregado*, com uma diferença de potencial V e uma carga q relacionadas pela Eq. 25-1.

Neste livro vamos supor que, durante a carga de um capacitor e depois que o capacitor está totalmente carregado, as cargas não podem passar de uma placa para a outra através do espaço que as separa. Vamos também supor que um capacitor é capaz de conservar a carga indefinidamente, a menos que seja *descarregado* através de um circuito externo.

TESTE 1

A capacidade C de um capacitor aumenta, diminui ou permanece a mesma (a) quando a carga q é multiplicada por dois e (b) quando a diferença de potencial V é multiplicada por três?

25-3 Cálculo da Capacitância

Vamos agora discutir o cálculo da capacidade de um capacitor a partir da forma geométrica. Como serão analisadas diferentes formas geométricas, é conveniente definir um método único para facilitar o trabalho. O método, em linhas gerais, é o seguinte: (1) Supomos que as placas do capacitor estão carregadas com uma carga q ; (2) calculamos o campo elétrico \vec{E} entre as placas em função da carga, usando a lei de Gauss; (3) a partir de \vec{E} , calculamos a diferença de potencial V entre as placas, usando a Eq. 24-18; (4) calculamos C usando a Eq. 25-1.

Antes de começar, podemos simplificar o cálculo do campo elétrico e da diferença de potencial fazendo certas hipóteses, que são discutidas a seguir.

Cálculo do Campo Elétrico

Para relacionar o campo elétrico \vec{E} entre as placas de um capacitor à carga q de uma das placas, usamos a lei de Gauss:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q. \quad (25-3)$$

em que q é a carga envolvida por uma superfície gaussiana e $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ é o fluxo elétrico que atravessa a superfície. Em todos os casos que vamos examinar, a superfície gaussiana é escolhida de tal forma que sempre que existe um fluxo, \vec{E} tem um módulo constante E e os vetores \vec{E} e $d\vec{A}$ são paralelos. Nesse caso, a Eq. 25-3 se reduz a

$$q = \epsilon_0 E A \quad (\text{caso especial da Eq. 25-3}), \quad (25-4)$$

em que A é a área da parte da superfície gaussiana através da qual existe um fluxo. Por conveniência, vamos desenhar a superfície gaussiana de forma a envolver totalmente a carga da placa positiva; um exemplo aparece na Fig. 25-5.

Cálculo da Diferença de Potencial

Na notação do Capítulo 24 (Eq. 24-18), a diferença de potencial entre as placas de um capacitor está relacionada ao campo \vec{E} através da equação

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad (25-5)$$

onde a integral deve ser calculada ao longo de uma trajetória que comece em uma das placas e termina na outra. Vamos sempre escolher uma trajetória que coincide com uma linha de campo elétrico, da placa negativa até a placa positiva. Para esse tipo de trajetória, os vetores \vec{E} e $d\vec{s}$ têm sentidos opostos e, portanto, o produto $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ é igual a $-E ds$. Assim, o lado direito da Eq. 25-5 é positivo. Chamando de V a diferença $V_f - V_i$, a Eq. 25-5 se torna

$$V = \int_{-}^{+} E ds \quad (\text{caso especial da Eq. 25-5}), \quad (25-6)$$

onde os sinais $-$ e $+$ indicam que a trajetória de integração começa na placa negativa e termina na placa positiva.

Vamos agora aplicar as Eqs. 25-4 e 25-6 a alguns casos particulares.

Capacitor de Placas Paralelas

Vamos supor, como sugere a Fig. 25-5, que as placas do nosso capacitor de placas paralelas são tão extensas e tão próximas que podemos desprezar o efeito das bordas e supor que \vec{E} é constante em toda a região entre as placas.

Escolhemos uma superfície gaussiana que envolve apenas a carga q da placa positiva, como na Fig. 25-5. Nesse caso, de acordo com a Eq. 25-4, podemos escrever:

$$q = \epsilon_0 E A, \quad (25-7)$$

em que A é a área da placa.

De acordo com a Eq. 25-6, temos:

$$V = \int_{-}^{+} E ds = E \int_0^d ds = Ed. \quad (25-8)$$

Na Eq. 25-8, E pode ser colocado do lado de fora do sinal de integral porque é constante; a segunda integral é simplesmente a distância entre as placas, d .

Substituindo o valor de q dado pela Eq. 25-7 e o valor de V dado pelo Eq. 25-8 na relação $q = CV$ (Eq. 25-1), obtemos:

Usamos a lei de Gauss para relacionar q e E e integramos E para obter a diferença de potencial.

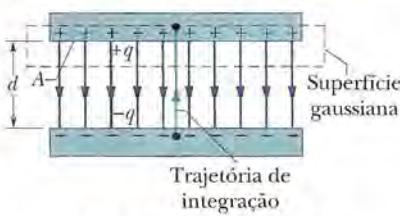


Figura 25-5 Capacitor de placas paralelas carregado. Uma superfície gaussiana envolve a carga da placa positiva. A integração da Eq. 25-6 é executada ao longo de uma trajetória que vai diretamente da placa negativa para a placa positiva.

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (\text{capacitor de placas paralelas}). \quad (25-9)$$

Assim, a capacidade realmente depende apenas de fatores geométricos, no caso a área das placas A e a distância entre as placas d . Observe que C é diretamente proporcional a A e inversamente proporcional a d .

A essa altura, convém observar que a Eq. 25-9 sugere uma das razões pela quais escrevemos a constante eletrostática da lei de Coulomb na forma $1/4\pi\epsilon_0$. Se não agíssemos dessa forma, a Eq. 25-9, que é muito mais usada na engenharia que a lei de Coulomb, teria uma forma bem mais complicada. Observamos também que a Eq. 25-9 permite expressar a constante de permissividade ϵ_0 em uma unidade mais apropriada para problemas que envolvem capacitores:

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m} = 8,85 \text{ pF/m}. \quad (25-10)$$

Essa constante tinha sido anteriormente expressa na forma

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2. \quad (25-11)$$

Capacitor Cilíndrico

A Fig. 25-6 mostra uma vista de perfil de um capacitor cilíndrico de comprimento L formado por dois cilindros coaxiais de raios a e b . Vamos supor que $L \gg b$ para que os efeitos das bordas sobre o campo elétrico possam ser desprezados. As duas placas contêm cargas de valor absoluto q .

Como superfície gaussiana, escolhemos um cilindro de comprimento L e raio r , que pode ser visto de perfil na Fig. 25-6, que é coaxial com os outros dois cilindros e envolve o cilindro interno e, portanto, a carga q desse cilindro. De acordo com a Eq. 25-4, temos:

$$q = \epsilon_0 E A = \epsilon_0 E (2\pi r L),$$

em que $2\pi r L$ é a área da superfície lateral do cilindro gaussiano. O fluxo através das bases do cilindro é zero. Explicitando E , temos:

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r L}. \quad (25-12)$$

Substituindo este resultado na Eq. 25-6, obtemos

$$V = \int_{-}^{+} E ds = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad (25-13)$$

onde usamos o fato de que $ds = -dr$ (integraramos na direção radial, de fora para dentro). Usando a relação $C = q/V$, obtemos:

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad (\text{capacitor cilíndrico}). \quad (25-14)$$

Vemos, portanto, que a capacidade de um capacitor cilíndrico, como a de um capacitor de placas paralelas, depende apenas de fatores geométricos, no caso o comprimento L e os raios a e b .

Capacitor Esférico

A Fig. 25-6 também pode ser interpretada como uma vista de perfil de um capacitor formado por duas cascas esféricas concêntricas de raios a e b . Como superfície gaussiana, escolhemos uma esfera de raio r concêntrica com as placas do capacitor. Nesse caso, temos, de acordo com a Eq. 25-4:

$$q = \epsilon_0 E A = \epsilon_0 E (4\pi r^2),$$

em que $4\pi r^2$ é a área da superfície esférica gaussiana. Explicitando E , obtemos:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad (25-15)$$

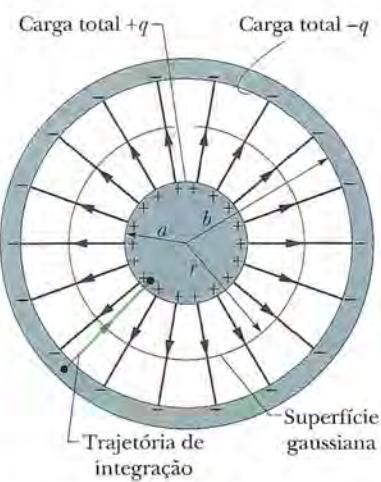


Figura 25-6 Vista de perfil de um capacitor cilíndrico longo, mostrando uma superfície gaussiana cilíndrica de raio r (que envolve a placa positiva) e uma trajetória de integração radial ao longo da qual a Eq. 25-6 pode ser aplicada. A figura também pode representar uma vista de perfil de um capacitor esférico, passando pelo centro.

que é a expressão do campo elétrico produzido por uma distribuição esférica uniforme de cargas (Eq. 23-15).

Substituindo esta expressão na Eq. 25-6, obtemos:

$$V = \int_{-\infty}^{+\infty} E \, ds = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{b-a}{ab}, \quad (25-16)$$

onde, mais uma vez, temos $ds = -dr$. Substituindo a Eq. 25-16 na Eq. 25-1 e explicitando C , obtemos

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad (\text{capacitor esférico}). \quad (25-17)$$

Esfera Isolada

Podemos atribuir uma capacidade a uma *única* esfera de raio R feita de material condutor supondo que a “placa que falta” é uma casca esférica condutora de raio infinito. As linhas de campo que deixam a superfície de um condutor positivamente carregado devem terminar em algum lugar; as paredes da sala em que se encontra o condutor podem ser consideradas uma boa aproximação de uma esfera de raio infinito.

Para determinar a capacidade da esfera, escrevemos a Eq. 25-17 na forma

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a}{1 - a/b}.$$

Fazendo $a = R$ e $b \rightarrow \infty$, obtemos:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (\text{esfera isolada}). \quad (25-18)$$

Observe que esta fórmula, como as usadas para calcular a capacidade para outras formas geométricas (Eqs. 25-9, 25-14 e 25-17), envolve a constante ϵ_0 multiplicada por uma grandeza com dimensão de comprimento.



TESTE 2

No caso de capacitores carregados pela mesma bateria, a carga armazenada pelo capacitor aumenta, diminui ou permanece a mesma nas situações a seguir? (a) A distância entre as placas de um capacitor de placas paralelas aumenta. (b) O raio do cilindro interno de um capacitor cilíndrico aumenta. (c) O raio da casca externa de um capacitor esférico aumenta.

Exemplo

Carregamento de um capacitor de placas paralelas

Na Fig. 25-7a, a chave S é fechada para ligar um capacitor descarregado de capacidade $C = 0,25 \mu\text{F}$ a uma bateria cuja diferença de potencial é $V = 12 \text{ V}$. A placa inferior do capacitor tem uma espessura $L = 0,50 \text{ cm}$, uma área $A = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ e é feita de cobre, material no qual a densidade de elétrons de condução é $n = 8,49 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3$. De que profundidade d no interior da placa (Fig. 25-7b) os elétrons se movem para a superfície da placa quando o capacitor está totalmente carregado?

IDEIA-CHAVE

A carga que se acumula na placa inferior está relacionada à capacidade e à diferença de potencial entre os terminais do capacitor através da Eq. 25-1 ($q = CV$).

Cálculos Como a placa inferior está ligada ao terminal negativo da bateria, elétrons de condução se movem para a superfície da placa. De acordo com a Eq. 25-1, a carga total que se acumula na superfície é

$$\begin{aligned} q &= CV = (0,25 \times 10^{-6} \text{ F})(12 \text{ V}) \\ &= 3,0 \times 10^{-6} \text{ C}. \end{aligned}$$

Dividindo este resultado por e , obtemos o número N de elétrons de condução que se acumulam na superfície:

$$\begin{aligned} N &= \frac{q}{e} = \frac{3,0 \times 10^{-6} \text{ C}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C}} \\ &= 1,873 \times 10^{13} \text{ elétrons}. \end{aligned}$$

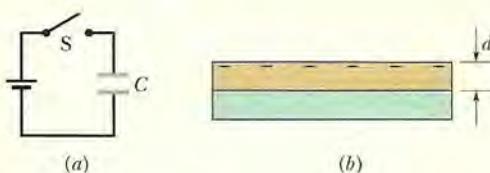


Figura 25-7 (a) Circuito com uma bateria e um capacitor.
(b) Placa inferior do capacitor.

Esses elétrons vêm de um volume que é o produto da área da placa A pela profundidade d que queremos determinar. Para esse volume, a densidade de elétrons de condução (elétrons por unidade de volume) pode ser escrita na forma

ou

$$d = \frac{N}{An} = \frac{1,873 \times 10^{13} \text{ elétrons}}{(2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(8,49 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3)} = 1,1 \times 10^{-12} \text{ m} = 1,1 \text{ pm.}$$

(Resposta)

Em linguagem coloquial, dizemos que a bateria carrega o capacitor fornecendo elétrons a uma placa e removendo elétrons da outra placa. Na verdade, porém, o que a bateria faz é criar um campo elétrico nos fios e na placa que desloca elétrons para a superfície superior da placa inferior e remove elétrons da superfície inferior da placa superior.

25-4 Capacitores em Paralelo e em Série

Os capacitores de um circuito ou de parte de um circuito às vezes podem ser substituídos por um **capacitor equivalente**, ou seja, um único capacitor com a mesma capacidade que o conjunto de capacitores. Usando essas substituições, podemos simplificar os circuitos e calcular com mais facilidade seus parâmetros. Vamos agora analisar as duas combinações básicas de capacitores que permitem fazer esse tipo de substituição.

Capacitores em Paralelo

A Fig. 25-8a mostra um circuito elétrico com três capacitores ligados *em paralelo* à bateria B . Essa descrição tem pouco a ver com o modo como os capacitores são desenhados. A expressão “em paralelo” significa que uma das placas de um dos capacitores está ligada diretamente a uma das placas dos outros capacitores e a outra placa está ligada diretamente à outra placa dos outros capacitores, de modo que existe a mesma diferença de potencial V entre as placas dos três capacitores. (Na Fig. 25-8a, essa diferença de potencial é estabelecida pela bateria B .) No caso geral,

 Quando uma diferença de potencial V é aplicada a vários capacitores ligados em paralelo, a diferença de potencial V é a mesma entre as placas de todos os capacitores e a carga total q armazenada nos capacitores é a soma das cargas armazenadas individualmente nos capacitores.

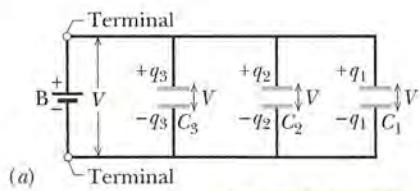
Quando analisamos um circuito que contém capacitores em paralelo, podemos simplificá-lo usando a seguinte regra:

 Capacitores ligados em paralelo podem ser substituídos por um capacitor equivalente com a mesma carga *total* q e a mesma diferença de potencial V que os capacitores originais.

A Fig. 25-8b mostra o capacitor equivalente (com uma capacidade equivalente C_{eq}) usado para substituir os três capacitores (de capacidades C_1 , C_2 e C_3) da Fig. 25-8a.

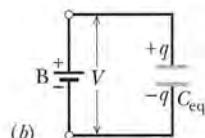
Para obter o valor de C_{eq} na Fig. 25-8b, usamos a Eq. 25-1 para determinar a carga dos capacitores:

$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V \quad \text{e} \quad q_3 = C_3 V.$$



(a)

Capacitores em paralelo têm o mesmo V .



(b)

Figura 25-8 (a) Três capacitores ligados em paralelo a uma bateria B . A bateria estabelece uma diferença de potencial V entre seus terminais e, portanto, entre os terminais dos capacitores. (b) Os três capacitores podem ser substituídos por um capacitor equivalente de capacidade C_{eq} .

A carga total dos capacitores da Fig. 25-8a é, portanto,

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V.$$

A capacidade equivalente, com a mesma carga total q e a mesma diferença de potencial V que os capacitores originais, é, portanto,

$$C_{\text{eq}} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3,$$

um resultado que pode ser facilmente generalizado para um número arbitrário n de capacitores:

$$C_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n C_j \quad (\text{n capacitores em paralelo}). \quad (25-19)$$

Assim, para obter a capacidade equivalente de uma combinação de capacitores em paralelo, basta somar as capacidades individuais.

Capacitores em Série

A Fig. 25-9a mostra três capacitores ligados em série à bateria B. Essa descrição tem pouco a ver com o modo como os capacitores são desenhados. A expressão “em série” significa que os capacitores são ligados em sequência, um após outro, e uma diferença de potencial V é aplicada às extremidades do conjunto. (Na Fig. 25-9a, a diferença de potencial V é estabelecida pela bateria B.) As diferenças de potencial entre as placas dos capacitores fazem com que todos armazenem a mesma carga q .



Quando uma diferença de potencial V é aplicada a vários capacitores ligados em série, a carga q armazenada é a mesma em todos os capacitores e a soma das diferenças de potencial entre as placas dos capacitores é igual à diferença de potencial aplicada V .

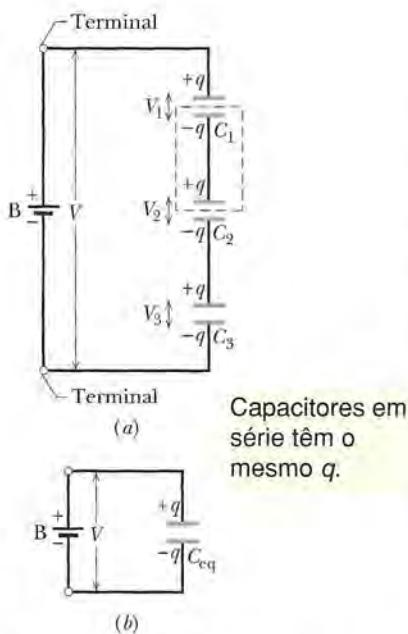


Figura 25-9 (a) Três capacitores ligados em série a uma bateria B. A bateria estabelece uma diferença de potencial V entre a placa superior e a placa inferior da combinação em série. (b) Os três capacitores podem ser substituídos por um capacitor equivalente de capacidade C_{eq} .

Podemos explicar por que todos os capacitores armazenam a mesma carga acompanhando uma *reação em cadeia* de eventos, na qual o carregamento de um capacitor provoca o carregamento do capacitor seguinte. Começamos com o capacitor 3 e continuamos até chegar ao capacitor 1. Quando a bateria é ligada aos capacitores em série, ela faz com que uma carga $-q$ se acumule na placa inferior do capacitor 3. Essa carga repele as cargas negativas da placa superior do capacitor 3, deixando-a com uma carga $+q$. A carga que foi repelida é transferida para a placa inferior do capacitor 2, fazendo com que acumule uma carga $-q$. Essa carga repele as cargas negativas da placa superior do capacitor 2, deixando-a com uma carga $+q$. A carga que foi repelida é transferida para a placa inferior do capacitor 1, fazendo com que acumule uma carga $-q$. Finalmente, essa carga repele as cargas negativas da placa superior do capacitor 1, deixando-a com uma carga $+q$.

Dois fatos importantes a respeito dos capacitores em série são os seguintes:

1. Quando a carga é transferida de um capacitor para outro em um conjunto de capacitores em série, deve haver apenas um percurso para a carga de um capacitor para outro, como o percurso da placa superior do capacitor 3 para a placa inferior do capacitor 2 na Fig. 25-9a. Se houver mais de um percurso, isso significa que os capacitores não estão em série.
2. A bateria produz cargas apenas nas duas placas às quais está ligada diretamente (no caso da Fig. 25-9a, a placa inferior do capacitor 3 e a placa superior do capacitor 1). As cargas produzidas nas outras placas se devem ao deslocamento de cargas já existentes nessas placas. Assim, por exemplo, na Fig. 25-9a, a parte do circuito envolvida por linhas tracejadas está isolada eletricamente do resto do circuito. Assim, a carga total dessa parte do circuito não pode ser modificada pela bateria, embora possa ser redistribuída.

Quando analisamos um circuito que contém capacitores em série, podemos simplificá-lo usando a seguinte regra:

 Capacitores ligados em série podem ser substituídos por um capacitor equivalente com a mesma carga q e a mesma diferença de potencial *total* V que os capacitores originais.

A Fig. 25-9b mostra o capacitor equivalente (com uma capacidade equivalente C_{eq}) usado para substituir os três capacitores (de capacidades C_1 , C_2 e C_3) da Fig. 25-9a.

Para obter o valor de C_{eq} na Fig. 25-9b, usamos a Eq. 25-1 para determinar as diferenças de potencial entre as placas dos capacitores:

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2} \quad \text{e} \quad V_3 = \frac{q}{C_3}.$$

A diferença de potencial V total produzida pela bateria é a soma das três diferenças de potencial. Assim,

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right).$$

A capacidade equivalente é, portanto,

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3},$$

ou

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$$

um resultado que pode ser facilmente generalizado para um número arbitrário n de capacitores:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ capacitores em série}). \quad (25-20)$$

Usando a Eq. 25-20, é fácil mostrar que a capacidade equivalente de dois ou mais capacitores ligados em série é sempre *menor* que a menor capacidade dos capacitores individuais.



TESTE 3

Uma bateria de potencial V armazena uma carga q em um combinação de dois capacitores iguais. Determine a diferença de potencial e a carga em cada capacitor (a) se os capacitores estiverem ligados em paralelo; (b) se os capacitores estiverem ligados em série.

Exemplo

Capacitores em paralelo e em série

(a) Determine a capacidade equivalente da combinação de capacitores que aparece na Fig. 25-10a, à qual é aplicada uma diferença de potencial V . Os valores das capacidades são os seguintes:

$$C_1 = 12,0 \mu\text{F}, \quad C_2 = 5,30 \mu\text{F} \quad \text{e} \quad C_3 = 4,50 \mu\text{F}.$$

IDEIA-CHAVE

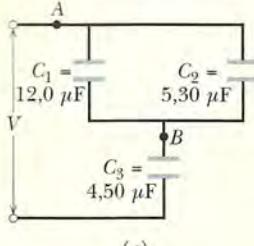
Capacitores ligados em série podem ser substituídos por um capacitor equivalente e capacitores ligados em paralelo podem ser substituídos por um capacitor equivalente. Assim, a primeira coisa a fazer é verificar se no circuito da Figura 25-10a existem capacitores em série e/ou em paralelo.

Determinação da capacidade equivalente Os capacitores 1 e 3 estão ligados um após o outro, mas será que estão ligados em série? A resposta é negativa. O potencial V aplicado aos capacitores faz com que uma carga se acumule na placa inferior do capacitor 3. Essa carga faz com que uma carga de mesmo valor absoluto deixe a placa superior do capacitor 3. Observe, porém, que essa carga se divide entre as placas inferiores dos capacitores 1 e 2. Como existe mais de um caminho para a carga, o capacitor 3 não está em série com o capacitor 1 (nem com o capacitor 2).

Os capacitores 1 e 2 estão em paralelo? A resposta é afirmativa. As placas superiores dos dois capacitores estão ligadas entre si, o que também acontece com as placas inferiores; assim, existe a mesma diferença de potencial entre

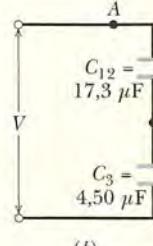


Primeiro, reduzimos o circuito a um único capacitor.



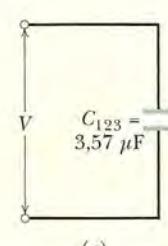
(a)

O capacitor equivalente de capacitores em paralelo é maior.



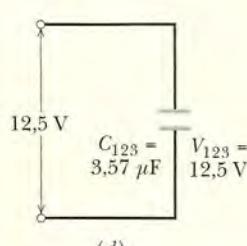
(b)

O capacitor equivalente de capacitores em série é menor.



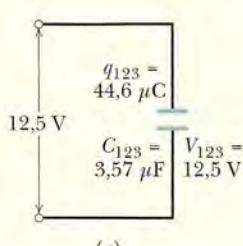
(c)

Depois, trabalhamos no caminho inverso até o capacitor desejado.



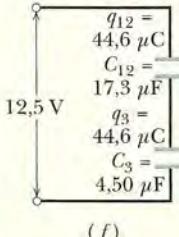
(d)

Para obter a carga, usamos a relação $q = CV$.



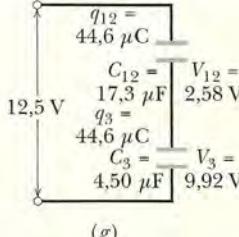
(e)

Capacitores em série e o capacitor equivalente têm o mesmo q .



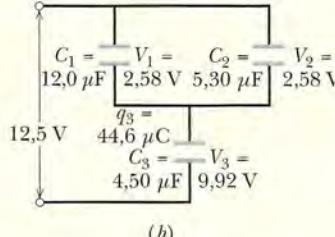
(f)

Para obter a diferença de potencial, usamos a relação $V = q/C$.



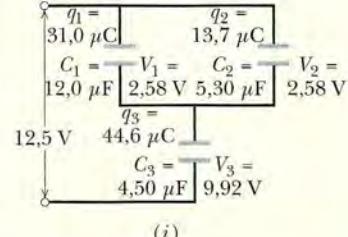
(g)

Capacitores em paralelo e o capacitor equivalente têm o mesmo V .



(h)

Para obter a carga, usamos a relação $q = CV$.



(i)

Figura 25-10 (a)–(d) Três capacitores são reduzidos a um capacitor equivalente. (e)–(i) Para calcular as cargas, trabalhamos no caminho inverso.

as placas do capacitor 1 e entre as placas do capacitor 2. Como os capacitores 1 e 2 estão em paralelo, a capacidade equivalente C_{12} dos dois capacitores, de acordo com a Eq. 25-19, é dada por

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 12,0 \mu\text{F} + 5,30 \mu\text{F} = 17,3 \mu\text{F}.$$

Na Fig. 25-10b, substituímos os capacitores 1 e 2 pelo capacitor equivalente dos dois capacitores, que chamamos de capacitor 12 (pronunciado como “um dois” e não como “doze”). (As ligações ao resto do circuito nos pontos A e B são as mesmas nas Figs. 25-10a e 25-10b.)

O capacitor 12 está em série com o capacitor 3? Aplicando novamente o teste para capacitores em série, vemos que toda a carga que deixa a placa superior do capacitor 3 vai para a placa inferior do capacitor 12. Assim, o capacitor 12 e o capacitor 3 estão em série e podem ser substituídos por um capacitor equivalente C_{123} (“um dois três”), como mostra a Fig. 25-10c. De acordo com a Eq. 25-20, temos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{123}} &= \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} \\ &= \frac{1}{17,3 \mu\text{F}} + \frac{1}{4,50 \mu\text{F}} = 0,280 \mu\text{F}^{-1}, \end{aligned}$$

e, portanto,

$$C_{123} = \frac{1}{0,280 \mu\text{F}^{-1}} = 3,57 \mu\text{F}. \quad (\text{Resposta})$$

(b) A diferença de potencial aplicada aos terminais de entrada da Fig. 25-10a é $V = 12,5 \text{ V}$. Qual é a carga de C_1 ?

IDEIAS-CHAVE

Agora estamos interessados em calcular a carga de um dos capacitores a partir da capacidade equivalente. Para percorrer esse “caminho inverso”, usamos dois princípios: (1) a carga de capacitores em série é igual à do capacitor equivalente; (2) a diferença de potencial de capacitores em paralelo é igual à do capacitor equivalente.

Caminho inverso Para calcular a carga q_1 do capacitor 1, devemos chegar a esse capacitor pelo caminho inverso, começando com o capacitor equivalente C_{123} . Como a diferença de potencial dada ($V = 12,5 \text{ V}$) é aplicada ao conjunto de três capacitores da Fig. 25-10a, também é aplicada ao capacitor equivalente das Figs. 25-10d e 25-10e. Assim, de acordo com a Eq. 25-1 ($q = CV$), temos:

$$q_{123} = C_{123}V = (3,57 \mu\text{F})(12,5 \text{ V}) = 44,6 \mu\text{C}.$$

Os capacitores em série 12 e 3 da Fig. 25-10b têm a mesma carga que o capacitor equivalente 123. Assim, a carga do capacitor 12 é $q_{12} = q_{123} = 44,6 \mu\text{C}$ (Fig. 25-10f). De acordo com a Eq. 25-1 e a Fig. 25-10g, a diferença de potencial entre as placas do capacitor 12 é

$$V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{44,6 \mu\text{C}}{17,3 \mu\text{F}} = 2,58 \text{ V}.$$

Os capacitores 1 e 2 têm a mesma diferença de potencial entre as placas que o capacitor equivalente 12 (Fig. 25-10h). Assim, a diferença de potencial entre as placas do capacitor 1 é $V_1 = V_{12} = 2,58 \text{ V}$ e, de acordo com a Eq. 25-1e a Fig. 25-10i, a carga do capacitor 1 é

$$\begin{aligned} q_1 &= C_1 V_1 = (12,0 \mu\text{F})(2,58 \text{ V}) \\ &= 31,0 \mu\text{C}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Exemplo

Um capacitor carregando outro capacitor

O capacitor 1, com $C_1 = 3,55 \mu\text{C}$, é carregado com uma diferença de potencial $V_0 = 6,30 \text{ V}$ por uma bateria de 6,30 V. A bateria é removida e o capacitor é ligado, como na Fig. 25-11, a um capacitor descarregado 2, com $C_2 = 8,95 \mu\text{F}$. Quando a chave S é fechada, parte da carga de um dos capacitores é transferida para o outro. Determine a carga dos capacitores depois que o equilíbrio é atingido.

IDEIAS-CHAVE

A situação é diferente da do exemplo anterior porque, no caso atual, o potencial elétrico a que os dois capacitores estão submetidos *não* permanece constante durante todo o processo. No momento em que a chave S é fechada, o único potencial aplicado é o do capacitor 1 sobre o capacitor 2 e esse potencial diminui com o tempo. Assim, nesse momento os capacitores da Fig. 25-11 não estão ligados nem *em série* nem *em paralelo*.

Enquanto o potencial elétrico entre os terminais do capacitor 1 diminui, o potencial elétrico entre os terminais do capacitor 2 aumenta. O equilíbrio é atingido quando os dois potenciais são iguais, pois nesse caso, não existindo uma diferença de potencial entre as placas dos capacitores que estão ligadas entre si, não existe campo elétrico para fazer os elétrons se moverem. Isso significa que a carga inicial do capacitor 1 se redistribui entre os dois capacitores.

Cálculos De acordo com a Eq. 25-1, a carga adquirida pelo capacitor 1 quando este estava ligado à bateria é dada por

$$\begin{aligned} q_0 &= C_1 V_0 = (3,55 \times 10^{-6} \text{ F})(6,30 \text{ V}) \\ &= 22,365 \times 10^{-6} \text{ C}. \end{aligned}$$

Quando a chave S da Fig. 25-11 é fechada e o capacitor 1 começa a carregar o capacitor 2, o potencial elétrico e a carga do capacitor 1 diminuem e o potencial elétrico e a carga do capacitor 2 aumentam até que

$$V_1 = V_2 \quad (\text{equilíbrio}).$$

De acordo com a Eq. 25-1, essa equação pode ser escrita na forma

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \quad (\text{equilíbrio}).$$

Como a carga total permanece inalterada, devemos ter

$$q_1 + q_2 = q_0 \quad (\text{conservação da carga});$$

e, portanto, $q_2 = q_0 - q_1$.

Assim, a segunda equação de equilíbrio pode ser escrita na forma

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{C_2}.$$

Explicitando q_1 e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$q_1 = 6,35 \mu\text{C}. \quad (\text{Resposta})$$

O restante da carga inicial ($q_0 = 22,365 \mu\text{C}$) deve estar no capacitor 2:

$$q_2 = 16,0 \mu\text{C}. \quad (\text{Resposta})$$

Quando a chave é fechada, cargas são transferidas até as diferenças de potencial ficarem iguais.

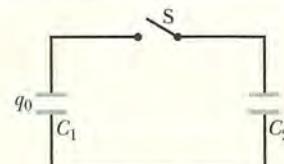


Figura 25-11 Uma diferença de potencial V_0 é aplicada ao capacitor C_1 e a bateria é removida. Em seguida, a chave S é fechada para que a carga do capacitor 1 seja compartilhada com o capacitor 2.

25-5 Energia Armazenada em um Campo Elétrico

Para que um capacitor se carregue, é preciso que um agente externo execute um trabalho. Imagine que, usando “pinças mágicas”, você pudesse remover elétrons de uma das placas de um capacitor inicialmente descarregado e depositá-los na outra placa, um de cada vez. O campo elétrico que essa transferência produz no espaço entre as placas tem um sentido tal que se opõe a novas transferências de carga. Assim, à medida que a carga fosse sendo acumulada nas placas do capacitor, seria necessário realizar um trabalho cada vez maior para transferir novos elétrons. Na vida real, o trabalho não é executado por “pinças mágicas”, mas por uma bateria, à custa de sua reserva de energia química.

O trabalho necessário para carregar um capacitor é convertido na energia potencial elétrica U do campo elétrico que existe entre as placas. Podemos recuperar essa energia descarregando o capacitor através de um circuito elétrico, da mesma forma como podemos recuperar a energia potencial armazenada em um arco distendido soltando a corda e deixando que se transforme na energia cinética da flecha.

Suponha que, em um dado instante, uma carga q' tenha sido transferida de uma placa de um capacitor para a outra. A diferença de potencial V' entre as placas nesse instante é q'/C . De acordo com a Eq. 24-7, se uma carga adicional dq' é transferida, o trabalho adicional necessário para a transferência é dado por

$$dW = V' dq' = \frac{q'}{C} dq'.$$

O trabalho necessário para carregar o capacitor com uma carga final q é dado por

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}.$$

Como esse trabalho é armazenado na forma da energia potencial U do capacitor, temos:

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad (\text{energia potencial}). \quad (25-21)$$

De acordo com a Eq. 25-1, a Eq. 25-21 também pode ser escrita na forma

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad (\text{energia potencial}). \quad (25-22)$$

As Eqs. 25-21 e 25-22 são válidas qualquer que seja a forma geométrica do capacitor.

Para entender melhor o fenômeno do armazenamento de energia em capacitores, considere dois capacitores de placas paralelas de características idênticas, exceto pelo fato de que a distância entre as placas do capacitor 1 é duas vezes maior que a distância entre as placas do capacitor 2. Nesse caso, o volume entre as placas do capacitor 1 é duas vezes maior que o volume entre as placas do capacitor 2; além disso, de acordo com a Eq. 25-9, a capacidade do capacitor 2 é duas vezes maior que a do capacitor 1. Segundo a Eq. 25-4, se os dois capacitores possuem a mesma carga q , os campos elétricos entre as placas são iguais. Além disso, de acordo com a Eq. 25-21, a energia armazenada no capacitor 1 é duas vezes maior que a energia do capacitor 2. Assim, se dois capacitores com a mesma forma geométrica têm a mesma carga e, portanto, o mesmo campo elétrico entre as placas, aquele que tem um volume duas vezes maior possui uma energia armazenada duas vezes maior. Análises como essa confirmam nossa afirmação anterior:



A energia potencial armazenada em um capacitor carregado está associada ao campo elétrico que existe entre as placas.

Explosões de Nuvens de Pó

Como vimos na Seção 24-12, quando uma pessoa entra em contato com certos objetos, como um suéter de lã, um tapete ou mesmo um escorrega de plástico, pode adquirir uma carga elétrica considerável. Essa carga pode ser suficiente para produzir uma centelha quando a pessoa aproxima a mão de um corpo aterrado, como uma torneira, por exemplo. Em muitas indústrias que trabalham com pós, como as de alimentos e de cosméticos, centelhas desse tipo podem ser muito perigosas. Mesmo que a substância de que é feito o pó não seja inflamável, quando pequenos grãos estão em suspensão no ar e, portanto, cercados de oxigênio, podem queimar tão depressa que a nuvem de pó explode. Os engenheiros de segurança não podem eliminar todas as causas possíveis de centelhas nas indústrias que lidam com pós, mas procuram manter a quantidade de energia disponível nas centelhas bem abaixo do valor limite U_l (≈ 150 mJ) acima do qual os grãos de pó se incendeiam.

Suponha que uma pessoa adquira uma carga elétrica ao entrar em contato com várias superfícies ao caminhar no interior de um depósito. Podemos modelar a pessoa como um capacitor esférico de raio $R = 1,8$ m. De acordo com a Eq. 25-18 ($C = 4\pi\epsilon_0 R$) e a Eq. 25-22 ($U = \frac{1}{2}CV^2$), a energia do capacitor é

$$U = \frac{1}{2}(4\pi\epsilon_0 R)V^2.$$

Nesse caso, o valor limite da energia corresponde a um potencial

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\frac{2U_l}{4\pi\epsilon_0 R}} = \sqrt{\frac{2(150 \times 10^{-3} \text{ J})}{4\pi(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(1,8 \text{ m})}} \\ &= 3,9 \times 10^4 \text{ V}. \end{aligned}$$

Os engenheiros de segurança procuram manter o potencial dos operários abaixo desse valor “drenando” as cargas por meio, por exemplo, de um piso condutor.

Densidade de Energia

Em um capacitor de placas paralelas, desprezando o efeito das bordas, o campo elétrico tem o mesmo valor em todos os pontos situados entre as placas. Assim, a **densidade de energia** u , ou seja, a energia potencial por unidade de volume no espaço entre as placas, também é uniforme. Podemos calcular u dividindo a energia potencial total pelo volume Ad do espaço entre as placas. De acordo com a Eq. 25-22, temos:

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad}. \quad (25-23)$$

De acordo com a Eq. 25-9 ($C = \epsilon_0 A/d$), este resultado pode ser escrito na forma

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2. \quad (25-24)$$

Além disso, de acordo com a Equação 24-42 ($E = -\Delta V/\Delta s$), V/d é igual ao módulo do campo elétrico E , e, portanto,

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad (\text{densidade de energia}). \quad (25-25)$$

Embora tenhamos chegado a este resultado para o caso particular de um capacitor de placas paralelas, ele se aplica a qualquer campo elétrico. Se existe um campo elétrico \vec{E} em um ponto do espaço, podemos pensar nesse ponto como uma fonte de energia potencial elétrica cujo valor por unidade de volume é dado pela Eq. 25-25.

Exemplo**Energia potencial e densidade de energia de um campo elétrico**

Uma esfera condutora isolada cujo raio R é 6,85 cm possui uma carga $q = 1,25 \text{ nC}$.

(a) Qual é a energia potencial armazenada no campo elétrico desse condutor carregado?

IDEIAS-CHAVE

(1) Uma esfera condutora isolada possui uma capacância dada pela Eq. 25-18 ($C = 4\pi\epsilon_0 R$); (2) a relação entre a energia U armazenada em um capacitor, a carga q armazenada no capacitor e a capacância C é dada pela Eq. 25-21 ($U = q^2/2C$).

Cálculo Fazendo $C = 4\pi\epsilon_0 R$ na Eq. 25-21, obtemos:

$$\begin{aligned} U &= \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \\ &= \frac{(1,25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(8\pi)(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0,0685 \text{ m})} \\ &= 1,03 \times 10^{-7} \text{ J} = 103 \text{ nJ}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

(b) Qual é a densidade de energia na superfície da esfera?

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 25-25 ($u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$), a densidade de energia u armazenada em um campo elétrico depende do módulo E do campo.

Cálculos Precisamos determinar o valor de E na superfície da esfera. O valor de E é dado pela Eq. 23-15:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}.$$

A densidade de energia é, portanto,

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^4} \\ &= \frac{(1,25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(32\pi^2)(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0,0685 \text{ m})^4} \\ &= 2,54 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3 = 25,4 \mu\text{J/m}^3. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

25-6 Capacitor com um Dielétrico

Quando preenchemos o espaço entre as placas de um capacitor com um *dieselétrico*, que é um material isolante como plástico ou óleo mineral, o que acontece com a capacitância? O cientista inglês Michael Faraday, a quem devemos o conceito de capacitância (a unidade de capacitância no SI recebeu o nome de farad em sua homenagem), foi o primeiro a investigar o assunto em 1837. Usando um equipamento simples como o que aparece na Fig. 25-12, Faraday constatou que a capacitância era *multiplicada* por um fator numérico κ , que chamou de **constante dielétrica** do material isolante. A Tabela 25-1 mostra alguns materiais dielétricos e as respectivas constantes dielétricas. Por definição, a constante dielétrica do vácuo é igual à

Tabela 25-1

Propriedades de Alguns Dielétricos^a

Material	Constante dielétrica κ	Rigidez dielétrica (kV/mm)
Ar (1 atm)	1,00054	3
Poliestireno	2,6	24
Papel	3,5	16
Óleo de transformador	4,5	
Pirex	4,7	14
Mica rubi	5,4	
Porcelana	6,5	
Silício	12	
Germânio	16	
Etanol	25	
Água (20°C)	80,4	
Água (25°C)	78,5	
Titânia	130	
Titanato de estrôncio	310	8

Para o vácuo, $\kappa = 1$.

^aMedidas à temperatura ambiente, exceto no caso da água.



Figura 25-12 Equipamento usado por Faraday em suas experiências com capacitores. O dispositivo completo (segundo da esquerda para a direita) é um capacitor esférico formado por uma esfera central de bronze e uma casca concêntrica feita do mesmo material. Faraday colocou vários dielétricos diferentes no espaço entre a esfera e a casca. (The Royal Institute, England/Bridgeman Art Library/NY)

unidade. Como o ar é constituído principalmente de espaço vazio, sua constante dielétrica é apenas ligeiramente maior que a do vácuo. Até mesmo o papel comum pode aumentar significativamente a capacidade de um capacitor, e algumas substâncias, como o titanato de estrôncio, podem fazer a capacidade aumentar mais de duas ordens de grandeza.

Outro efeito da introdução de um dielétrico é limitar a diferença de potencial que pode ser aplicada entre as placas a um valor $V_{\text{máx}}$, conhecido como *potencial de ruptura*. Quando esse valor é excedido, o material dielétrico sofre um processo conhecido como *ruptura* e passa a permitir a passagem de cargas de uma placa para a outra. A todo material dielétrico pode ser atribuída uma *rigidez dielétrica*, que corresponde ao máximo valor do campo elétrico que o material pode tolerar sem que ocorra o processo de ruptura. Alguns valores de rigidez dielétrica aparecem na Tabela 25-1.

Como observamos logo após a Eq. 25-18, a capacidade de qualquer capacitor quando não existe nenhuma substância entre as placas (ou, aproximadamente, quando existe apenas ar) pode ser escrita na forma

$$C = \epsilon_0 \mathcal{L}, \quad (25-26)$$

em que \mathcal{L} tem dimensão de comprimento. No caso de um capacitor de placas paralelas, por exemplo, $\mathcal{L} = A/d$. Faraday descobriu que se um dielétrico preenche *totalmente* o espaço entre as placas, a Eq. 25-26 se torna

$$C = \kappa \epsilon_0 \mathcal{L} = \kappa C_{\text{ar}}, \quad (25-27)$$

em que C_{ar} é o valor da capacidade com apenas ar entre as placas. Quando o material é titanato de estrôncio, por exemplo, que possui uma constante dielétrica de 310, a capacidade é multiplicada por 310.

A Fig. 25-13 mostra, de forma esquemática, os resultados dos experimentos de Faraday. Na Fig. 25-13a, a bateria mantém uma diferença de potencial V entre as placas. Quando uma placa de dielétrico é introduzida entre as placas, a carga q das placas é multiplicada por κ ; a carga adicional é fornecida pela bateria. Na Fig. 25-13b, não há nenhuma bateria e, portanto, a carga q permanece constante quando a placa de dielétrico é introduzida; nesse caso, a diferença de potencial V entre as placas é dividida por κ . As duas observações são compatíveis (através da relação $q = CV$) com um aumento da capacidade causado pela presença do dielétrico.

A comparação das Eqs. 25-26 e 25-27 sugere que o efeito de um dielétrico pode ser descrito da seguinte forma:



Em uma região totalmente preenchida por um material dielétrico de constante dielétrica κ , a permissividade do vácuo ϵ_0 deve ser substituída por $\kappa \epsilon_0$ em todas as equações.

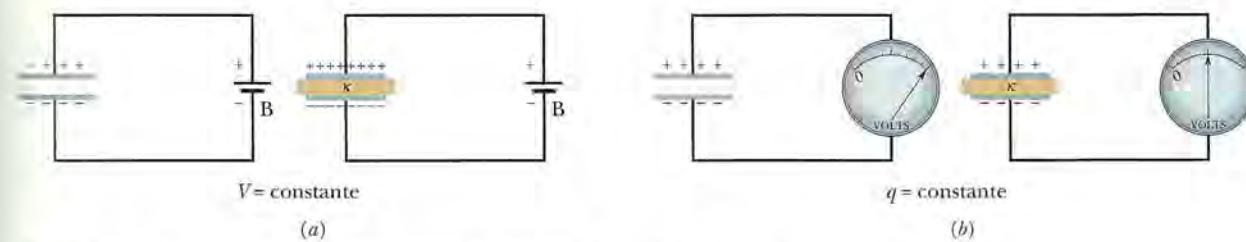


Figura 25-13 (a) Se a diferença de potencial entre as placas de um capacitor é mantida por uma bateria B , o efeito de um dielétrico é aumentar a carga das placas. (b) Se a carga das placas é mantida, o efeito do dielétrico é reduzir a diferença de potencial entre as placas. O mostrador que aparece na figura é o de um *potenciômetro*, instrumento usado para medir diferenças de potencial (no caso, entre as placas do capacitor). Um capacitor não pode se descarregar através de um potenciômetro.

Assim, o módulo do campo elétrico produzido por uma carga pontual no interior de um dielétrico é dado pela seguinte forma modificada na Eq. 23-15:

$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (25-28)$$

Do mesmo modo, a expressão do campo elétrico nas proximidades da superfície de um condutor imerso em um dielétrico (veja a Eq. 23-11) é a seguinte:

$$E = \frac{\sigma}{\kappa\epsilon_0}. \quad (25-29)$$

Como κ é sempre maior que a unidade, as Eqs. 25-28 e 25-29 mostram que *para uma dada distribuição de cargas, o efeito de um dielétrico é diminuir o valor do campo elétrico que existe no espaço entre as cargas.*

Exemplo

Trabalho e energia quando um dielétrico é introduzido em um capacitor

Um capacitor de placas paralelas cuja capacidade é $13,5 \text{ pF}$ é carregado por uma bateria até que haja uma diferença de potencial $V = 12,5 \text{ V}$ entre as placas. A bateria é desligada e uma barra de porcelana ($\kappa = 6,50$) é introduzida entre as placas.

(a) Qual é a energia potencial do capacitor antes da introdução da barra?

IDEIA-CHAVE

Como a bateria foi desligada, a carga do capacitor não pode mudar quando o dielétrico é introduzido. Entretanto, o potencial *pode* mudar.

Cálculos Devemos usar a Eq. 25-21 para calcular a energia potencial final U_f , mas agora, que o espaço entre as placas do capacitor está ocupado pela barra de porcelana, a capacidade é κC . Assim, temos:

$$U_f = \frac{q^2}{2\kappa C} = \frac{U_i}{\kappa} = \frac{1055 \text{ pJ}}{6,50} = 162 \text{ pJ} \approx 160 \text{ pJ}. \quad (\text{Resposta})$$

Isto mostra que quando a placa de porcelana é introduzida, a energia potencial é dividida por κ .

A energia “que falta”, em princípio, poderia ser medida pela pessoa encarregada de introduzir a barra de porcelana, já que o capacitor atrai a barra e realiza sobre ela um trabalho dado por

$$W = U_i - U_f = (1055 - 162) \text{ pJ} = 893 \text{ pJ}.$$

Se a barra penetrasse livremente no espaço entre as placas e não houvesse atrito, passaria a oscilar de um lado para outro com uma energia mecânica (constante) de 893 pJ; essa energia seria convertida alternadamente de energia cinética do movimento da placa em energia potencial armazenada no campo elétrico.

IDEIA-CHAVE

A energia potencial U_i do capacitor está relacionada à capacidade C e ao potencial V (através da Eq. 25-22) ou à carga q (através da Eq. 25-21):

$$U_i = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C}.$$

Cálculo Como conhecemos o potencial inicial $V (= 12,5 \text{ V})$, podemos usar a Eq. 25-22 para calcular a energia potencial inicial:

$$U_i = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(13,5 \times 10^{-12} \text{ F})(12,5 \text{ V})^2 = 1,055 \times 10^{-9} \text{ J} = 1055 \text{ pJ} \approx 1100 \text{ pJ}. \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é a energia potencial do conjunto capacitor – barra depois que a barra é introduzida?

25-7 Dielétricos: Uma Visão Atômica

O que acontece, em termos atômicos e moleculares, quando submetemos um dielétrico a um campo elétrico? Existem duas possibilidades, dependendo do tipo de molécula.

1. *Dielétricos polares.* As moléculas de alguns dielétricos, como a água, possuem um momento dipolar elétrico permanente. Nesses materiais (conhecidos como

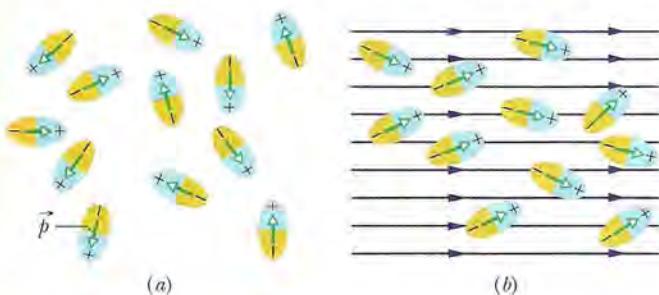


Figura 25-14 (a) Moléculas com um momento dipolar permanente, orientadas aleatoriamente na ausência de um campo elétrico externo. (b) Quando um campo elétrico é aplicado, os dipolos elétricos se alinham parcialmente. O alinhamento não é completo por causa da agitação térmica.

dielétricos polares), os dipolos elétricos tendem a se alinhar com um campo elétrico externo, como mostra a Fig. 25-14. Como as moléculas estão constantemente se chocando umas com as outras devido à agitação térmica, o alinhamento não é perfeito, mas tende a aumentar quando o campo elétrico aumenta (ou quando a temperatura diminui, já que, nesse caso, a agitação térmica é menor). O alinhamento dos dipolos elétricos produz um campo elétrico no sentido oposto ao do campo elétrico aplicado e com um módulo, em geral, bem menor que o do campo aplicado.

2. Dielétricos apolares. Mesmo que não possuam um momento dipolar elétrico permanente, as moléculas adquirem um momento dipolar por indução quando são submetidas a um campo elétrico externo. Como foi discutido na Seção 24-8 (veja a Fig. 24-11), isso acontece porque o campo externo tende a “alongar” as moléculas, deslocando ligeiramente o centro das cargas negativas em relação ao centro das cargas positivas.

A Fig. 25-15a mostra uma barra feita de um dielétrico apolar na ausência de um campo elétrico externo. Na Fig. 25-15b, um campo elétrico \vec{E}_0 é aplicado através de um capacitor, cujas placas estão carregadas da forma mostrada na figura. O resultado é uma ligeira separação dos centros das cargas positivas e negativas no interior da barra de dielétrico, que faz com que uma das superfícies da barra fique positiva (por causa das extremidades positivas dos dipolos nessa parte da barra) e a superfície oposta fique negativa (por causa das extremidades negativas dos dipolos). A barra como um todo permanece eletricamente neutra e no interior da barra não existe excesso de cargas positivas ou negativas em nenhum elemento de volume.

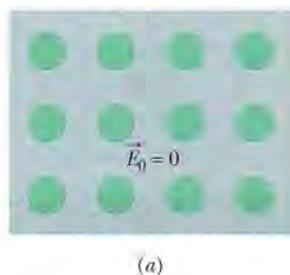
A Fig. 25-15c mostra que as cargas induzidas nas superfícies do dielétrico produzem um campo elétrico \vec{E}' no sentido oposto ao do campo elétrico aplicado \vec{E}_0 . O campo resultante \vec{E} no interior do dielétrico (que é a soma vetorial dos campos \vec{E}_0 e \vec{E}') tem a mesma direção que \vec{E}_0 , mas é menor em módulo.

Tanto o campo produzido pelas cargas superficiais dos dipolos induzidos nas moléculas apolares (Fig. 25-15c) como o campo elétrico produzido pelos dipolos permanentes das moléculas polares (Fig. 25-14) apontam no sentido oposto ao do campo aplicado. Assim, tanto os dielétricos polares como os apolares enfraquecem o campo elétrico na região onde se encontram, que pode ser o espaço entre as placas de um capacitor.

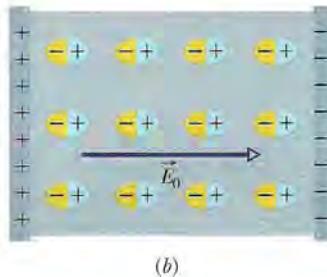
25-8 Dielétricos e a Lei de Gauss

Em nossa discussão da lei de Gauss no Capítulo 23, supusemos que as cargas estavam no vácuo. Agora vamos modificar e generalizar a lei para que possa ser aplicada ao interior de materiais dielétricos como os da Tabela 25-1. A Fig. 25-16 mostra um capacitor de placas paralelas com e sem um dielétrico no espaço entre as placas,

O campo elétrico inicial dentro deste dielétrico apolar é zero.



O campo elétrico aplicado produz momentos dipolares atômicos ou moleculares.



O campo produzido pelos momentos dipolares se opõe ao campo aplicado.

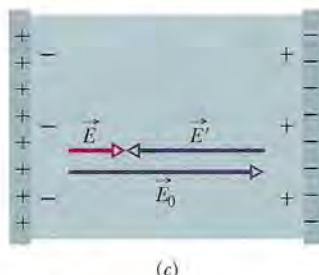


Figura 25-15 (a) Dielétrico apolar. Os círculos representam os átomos eletricamente neutros do material. (b) As placas carregadas de um capacitor produzem um campo elétrico; o campo separa ligeiramente as cargas positivas das cargas negativas do material. (c) A separação produz cargas nas superfícies do material; as cargas criam um campo \vec{E}' que se opõe ao campo aplicado \vec{E}_0 . O campo resultante \vec{E} no interior do material (a soma vetorial de \vec{E}_0 e \vec{E}') tem a mesma direção que \vec{E}_0 e um módulo menor.

cuja área é A . Vamos supor que a carga q das placas seja a mesma nas duas situações. Observe que o campo elétrico entre as placas induz cargas nas superfícies do dielétrico por um dos mecanismos discutidos na Seção 25-7.

Para a situação da Fig. 25-16a, na ausência de um dielétrico, podemos calcular o campo elétrico \vec{E}_0 entre as placas como fizemos na Fig. 25-5: envolvemos a carga $+q$ da placa superior com uma superfície gaussiana e aplicamos a lei de Gauss. Chamando de E_0 o módulo do campo, temos:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 E A = q, \quad (25-30)$$

ou

$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}. \quad (25-31)$$

Na Fig. 25-16b, com um dielétrico no espaço entre as placas, podemos calcular o campo elétrico entre as placas (e no interior do dielétrico) usando a mesma superfície gaussiana. Agora, porém, a superfície envolve dois tipos de cargas: a carga $+q$ da placa superior do capacitor e a carga induzida $-q'$ da superfície superior do dielétrico. Dizemos a carga da placa do capacitor é uma *carga livre* porque pode se mover sob a ação de um campo elétrico aplicado; a carga induzida na superfície do dielétrico não é uma carga livre, pois não pode deixar o local em que se encontra.

Como a carga total envolvida pela superfície gaussiana da Fig. 25-16b é $q - q'$, a lei de Gauss nos dá

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 E A = q - q', \quad (25-32)$$

ou

$$E = \frac{q - q'}{\varepsilon_0 A}. \quad (25-33)$$

Como o efeito do dielétrico é dividir por κ o campo original E_0 , podemos escrever:

$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A}. \quad (25-34)$$

Comparando as Eqs. 25-33 e 25-34, temos:

$$q - q' = \frac{q}{\kappa}. \quad (25-35)$$

A Eq. 25-35 mostra corretamente que o valor absoluto q' da carga induzida na superfície do dielétrico é menor que o da carga livre q e que é zero na ausência de um dielétrico (caso em que $\kappa = 1$ na Eq. 25-35).

Substituindo $q - q'$ na Eq. 25-32 pelo seu valor, dado pela Eq. 25-35, podemos escrever a lei de Gauss na forma

$$\varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (\text{lei de Gauss com dielétrico}). \quad (25-36)$$

Embora a Eq. 25-36 tenha sido demonstrada para o caso particular de um capacitor de placas paralelas, é válida para todos os casos e constitui a forma mais geral da lei de

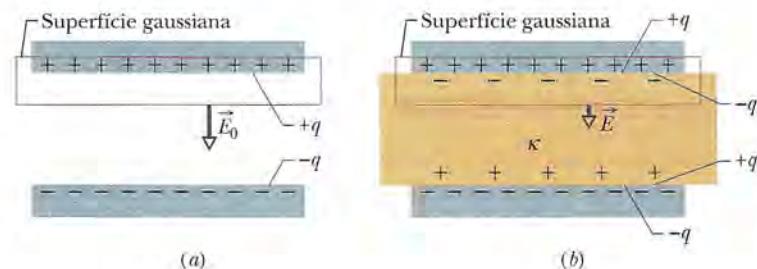


Figura 25-16 Capacitor de placas paralelas (a) sem e (b) com um dielétrico entre as placas. A carga q das placas é tomada como a mesma nos dois casos.

Gauss. Observe o seguinte:

1. A integral de fluxo agora envolve o produto $\kappa \vec{E}$ em vez de \vec{E} . (O vetor $\epsilon_0 \kappa \vec{E}$ recebe o nome de *deslocamento elétrico* e é representado pelo símbolo \vec{D} ; assim, a Eq. 25-36 pode ser escrita na forma $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q$).
2. A carga q envolvida pela superfície gaussiana agora é tomada como *apenas a carga livre*. A carga induzida nas superfícies do dielétrico é deliberadamente ignorada no lado direito da Eq. 25-36, pois seus efeitos já foram levados em conta quando a constante dielétrica κ foi introduzida no lado esquerdo.
3. A diferença entre a Eq. 25-36 e a Eq. 23-7, nossa versão original da lei de Gauss, está apenas no fato de que, na Eq. 25-36, a constante ϵ_0 foi substituída por $\kappa \epsilon_0$. Mantemos κ no integrando da Eq. 25-36 para incluir os casos em que κ não é a mesma em todos os pontos da superfície gaussiana.

Exemplo

Dielétrico preenchendo parcialmente o espaço entre as placas de um capacitor

A Fig. 25-17 mostra um capacitor de placas paralelas em que a área das placas é A e a distância entre as placas é d . Uma diferença de potencial V_0 é aplicada entre as placas quando estas são ligadas a uma bateria. Em seguida, a bateria é desligada e uma barra de dielétrico de espessura b e constante dielétrica κ é introduzida entre as placas, da forma mostrada na figura. Suponha que $A = 115 \text{ cm}^2$, $d = 1,24 \text{ cm}$, $V_0 = 85,5 \text{ V}$, $b = 0,780 \text{ cm}$ e $\kappa = 2,61$.

(a) Qual é a capacidade C_0 antes da introdução do dielétrico?

Cálculo De acordo com a Eq. 25-9, temos:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1,24 \times 10^{-2} \text{ m}} = 8,21 \times 10^{-12} \text{ F} = 8,21 \text{ pF.} \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é o valor da carga das placas?

Cálculo De acordo com a Eq. 25-1, temos:

$$q = C_0 V_0 = (8,21 \times 10^{-12} \text{ F})(85,5 \text{ V}) = 7,02 \times 10^{-10} \text{ C} = 702 \text{ pC.} \quad (\text{Resposta})$$

Como a bateria usada para carregar o capacitor foi desligada antes que o dielétrico fosse introduzido, a carga das placas não muda quando o dielétrico é introduzido.

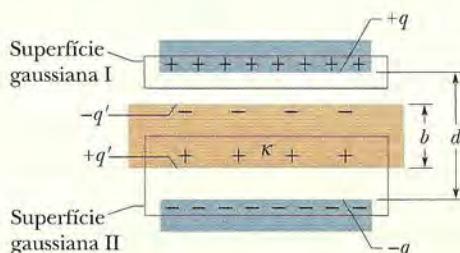


Figura 25-17 Capacitor de placas paralelas com um dielétrico que não ocupa totalmente o espaço entre as placas.

(c) Qual é o campo elétrico E_0 nos espaços entre as placas do capacitor e o dielétrico?

IDEIA-CHAVE

Podemos aplicar a lei de Gauss, na forma da Eq. 25-36, à superfície gaussiana I da Fig. 25-17.

Cálculos Como esta superfície passa pelo espaço vazio entre o capacitor e o dielétrico, envolve *apenas* a carga livre da placa superior do capacitor. Como o vetor área $d\vec{A}$ e o vetor campo \vec{E}_0 apontam verticalmente para baixo, o produto escalar da Eq. 25-36 se torna

$$\vec{E}_0 \cdot d\vec{A} = E_0 dA \cos 0^\circ = E_0 dA.$$

Nesse caso, a Eq. 25-36 assume a forma

$$\epsilon_0 \kappa E_0 \oint dA = q.$$

A integração agora nos dá simplesmente a área A da placa. Assim, temos:

$$\epsilon_0 \kappa E_0 A = q,$$

$$\text{ou} \quad E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 \kappa A}.$$

Devemos fazer $\kappa = 1$ porque a superfície gaussiana I não passa pelo dielétrico. Assim, temos:

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 \kappa A} = \frac{7,02 \times 10^{-10} \text{ C}}{(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(1)(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 6900 \text{ V/m} = 6,90 \text{ kV/m.} \quad (\text{Resposta})$$

Observe que o valor de E_0 não varia quando o dielétrico é introduzido porque a carga envolvida pela superfície gaussiana I da Fig. 25-17 não varia.

(d) Qual é o campo elétrico E_1 no interior do dielétrico?

IDEIA-CHAVE

Podemos aplicar a lei de Gauss na forma da Eq. 25-36 à superfície gaussiana II da Fig. 25-17.

Cálculos Essa superfície envolve a carga livre $-q$ e a carga induzida $+q'$, mas a segunda deve ser ignorada quando usamos a Eq. 25-36. O resultado é o seguinte:

$$\varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = -\varepsilon_0 \kappa E_1 A = -q. \quad (25-37)$$

O primeiro sinal negativo da equação vem do produto escalar $\vec{E}_1 \cdot d\vec{A}$ ao longo da face superior da superfície gaussiana, já que agora o vetor campo \vec{E}_1 aponta verticalmente para baixo e o vetor área $d\vec{A}$ (que, como sempre, aponta para fora da superfície gaussiana) aponta verticalmente para cima. Como os vetores fazem um ângulo de 180° , o produto escalar é negativo. Desta vez, a constante dielétrica é a do dielétrico ($\kappa = 2,61$). Assim, a Eq. 25-37 nos dá

$$E_1 = \frac{q}{\varepsilon_0 \kappa A} = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{6,90 \text{ kV/m}}{2,61} = 2,64 \text{ kV/m.} \quad (\text{Resposta})$$

(e) Qual é a diferença de potencial V entre as placas depois da introdução do dielétrico?

IDEIA-CHAVE

Podemos determinar V integrando de uma placa do capacitor até a outra ao longo de uma trajetória retilínea perpendicular ao plano das placas.

Cálculo No interior do dielétrico, a distância percorrida é b e o campo elétrico é E_1 ; nos espaços vazios entre as placas do capacitor e a superfície do dielétrico, a distância percorrida é $d - b$ e o campo elétrico é E_0 . De acordo com a Eq. 25-6, temos:

$$\begin{aligned} V &= \int_{-}^{+} E ds = E_0(d - b) + E_1 b \\ &= (6900 \text{ V/m})(0,0124 \text{ m} - 0,00780 \text{ m}) \\ &\quad + (2640 \text{ V/m})(0,00780 \text{ m}) \\ &= 52,3 \text{ V.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Este valor é menor que a diferença de potencial original de 85,5 V.

(f) Qual é a capacidade com o dielétrico entre as placas do capacitor?

IDEIA-CHAVE

A capacidade C está relacionada à carga livre q e à diferença de potencial V através da Eq. 25-1.

Cálculo Usando o valor de q calculado no item (b) e o valor de V calculado no item (e), temos:

$$\begin{aligned} C &= \frac{q}{V} = \frac{7,02 \times 10^{-10} \text{ C}}{52,3 \text{ V}} \\ &= 1,34 \times 10^{-11} \text{ F} = 13,4 \text{ pF.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Este valor é maior que a capacidade original de 8,21 pF.

REVISÃO E RESUMO

Capacitor; Capacitância Um capacitor é formado por dois condutores isolados (as *placas*) com cargas $+q$ e $-q$. A **capacitância** C de um capacitor é definida através da equação

$$q = CV, \quad (25-1)$$

em que V é a diferença de potencial entre as placas.

Cálculo da Capacitância Podemos calcular a capacidade de um capacitor (1) supondo que uma carga q foi colocada nas placas, (2) calculando o campo elétrico \vec{E} produzido por essa carga, (3) calculando a diferença de potencial V entre as placas e (4) calculando o valor de C com o auxílio da Eq. 25-1. Seguem alguns resultados particulares.

A capacidade de um *capacitor de placas paralelas* de área A separadas por uma distância d é dada por

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}. \quad (25-9)$$

A capacidade de um *capacitor cilíndrico* formado por dois cilindros longos coaxiais de comprimento L e raios a e b é dada por

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}. \quad (25-14)$$

A capacidade de um *capacitor esférico* formado por duas cascas esféricas concêntricas de raios a e b é dada por

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}. \quad (25-17)$$

A capacidade de uma *esfera isolada* de raio R é dada por

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R. \quad (25-18)$$

Capacitores em Paralelo e em Série As **capacitâncias equivalentes** C_{eq} de combinações de capacitores em **paralelo** ou em **série** podem ser calculadas usando as expressões

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j \quad (n \text{ capacitores em paralelo}) \quad (25-19)$$

$$\text{e} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ capacitores em série}). \quad (25-20)$$

As capacidades equivalentes podem ser usadas para calcular as capacidades de combinações de capacitores em série e em paralelo.

Energia Potencial e Densidade de Energia A energia potencial elétrica U de um capacitor carregado,

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2, \quad (25-21, 25-22)$$

é igual ao trabalho necessário para carregar o capacitor. Essa energia pode ser associada ao campo elétrico \vec{E} criado pelo capacitor no espaço entre as placas. Por extensão, podemos associar qualquer campo elétrico a uma energia armazenada. No vácuo, a **densidade de energia** u , ou energia potencial por unidade de volume, associada a um campo elétrico de módulo E é dada por

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2. \quad (25-25)$$

Capacitância com um Dielétrico Se o espaço entre as placas de um capacitor é totalmente preenchido por um material dielétrico, a capacitância C é multiplicada por um fator κ , conhecido como **constante dielétrica**, que varia de material para material. Em uma região totalmente preenchida por um material dielétrico de constante dielétrica κ , a permissividade do vácuo ϵ_0 deve ser substituída por $\kappa\epsilon_0$ em todas as equações.

Os efeitos da presença de um dielétrico podem ser explicados em termos da ação de um campo elétrico sobre os dipolos elétricos permanentes ou induzidos no dielétrico. O resultado é a formação de cargas induzidas nas superfícies do dielétrico. Essas cargas tornam o campo no interior do dielétrico menor do que o campo que seria produzido na mesma região pelas cargas livres das placas do capacitor se o dielétrico não estivesse presente.

Lei de Gauss com um Dielétrico Na presença de um dielétrico, a lei de Gauss assume a seguinte forma:

$$\epsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (25-36)$$

em que q é a carga livre. O efeito das cargas induzidas no dielétrico é levado em conta através da inclusão na integral da constante dielétrica κ .

P E R G U N T A S

- 1 A Fig. 25-18 mostra os gráficos da carga em função da diferença de potencial para três capacitores de placas paralelas cujos parâmetros são dados na tabela. Associe os gráficos aos capacitores.



Figura 25-18 Pergunta 1.

Capacitor	Área	Distância
1	A	d
2	$2A$	d
3	A	$2d$

- 2 Qual é a capacitância equivalente C_{eq} de três capacitores, todos de capacitância C , se os capacitores são ligados a uma bateria (a) em série; (b) em paralelo? (c) Em qual dos dois arranjos a carga total armazenada nos capacitores é maior?

- 3 (a) Na Fig. 25-19a, os capacitores 1 e 3 estão ligados em série? (b) Na mesma figura, os capacitores 1 e 2 estão ligados em paralelo? (c) Coloque os circuitos da Figura 25-19 na ordem das capacitâncias equivalentes, começando pela maior.

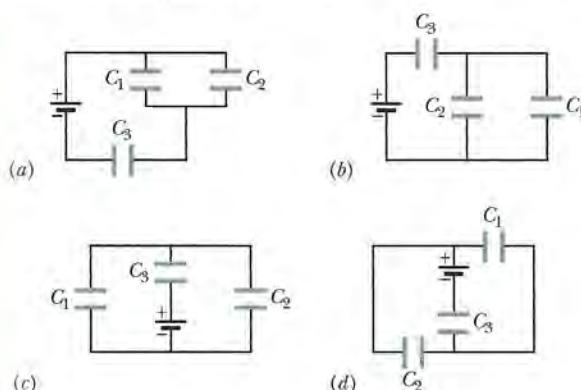


Figura 25-19 Pergunta 3.

- 4 A Fig. 25-20 mostra três circuitos formados por uma chave e dois capacitores inicialmente carregados da forma indicada na figura (com a placa superior positiva). Depois que as chaves são fechadas, em que circuito(s) a carga do capacitor da esquerda (a) aumenta; (b) diminui; (c) permanece constante?

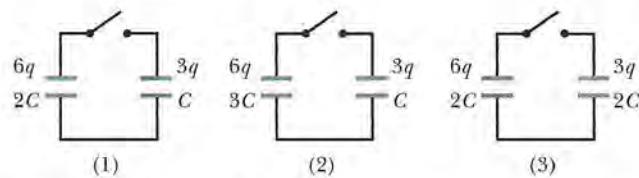


Figura 25-20 Pergunta 4.

- 5 Inicialmente, uma capacitância C_1 está ligada a uma bateria. Em seguida, uma capacitância C_2 é ligada em paralelo com C_1 . (a) A diferença de potencial entre as placas de C_1 aumenta, diminui ou permanece a mesma? (b) A carga armazenada em C_1 aumenta, diminui ou permanece a mesma? (c) A capacitância equivalente de C_1 e C_2 , C_{12} , é maior, menor ou igual a C_1 ? (d) A soma das cargas armazenadas em C_1 e C_2 é maior, menor ou igual à carga armazenada originalmente em C_1 ?

- 6 Repita a Pergunta 5 para o caso em que a capacitância C_2 é ligada em série com C_1 .

- 7 Para cada circuito da Fig. 25-21, determine se os capacitores estão ligados em série, em paralelo ou nem em série nem em paralelo.

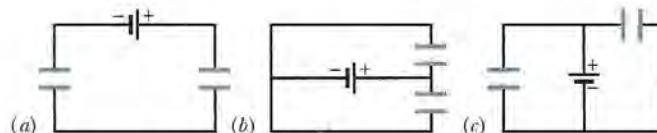


Figura 25-21 Pergunta 7.

- 8 A Fig. 25-22 mostra uma chave aberta, uma bateria que produz uma diferença de potencial V , um medidor de corrente A e três capacitores iguais, descarregados, de capacitância C . Depois que a chave é fechada e o circuito atinge o equilíbrio, (a) qual é a diferença de potencial entre as placas de cada capacitor? (b) Qual é a carga da

placa da esquerda de cada capacitor? (c) Qual é a carga total que passa pelo medidor durante o processo?

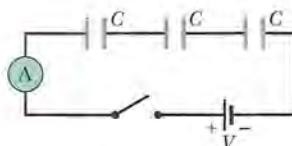


Figura 25-22 Pergunta 8.

- 9 Um capacitor de placas paralelas é ligado a uma bateria que produz uma diferença de potencial V . Se a distância entre as placas diminui, determine se cada uma das grandezas mencionadas a seguir aumenta, diminui ou permanece constante: (a) a capacitância do capacitor; (b) a diferença de potencial entre as placas do capacitor; (c) a carga do capacitor; (d) a energia armazenada pelo capacitor; (e) o módulo do campo elétrico na região entre as placas; (f) a densidade de energia do campo elétrico.

P R O B L E M A S

•—• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema.

• Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 25-2 Capacitância

- 1 Os dois objetos de metal da Fig. 25-24 possuem cargas de $+70 \text{ pC}$ e -70 pC , que resultam em uma diferença de potencial de 20 V. (a) Qual é a capacitância do sistema? (b) Se as cargas mudam para $+200 \text{ pC}$ e -200 pC , qual é o novo valor da capacitância? (c) Qual é o novo valor da diferença de potencial?



Figura 25-24 Problema 1.

- 2 O capacitor da Fig. 25-25 possui uma capacitância de $25 \mu\text{F}$ e está inicialmente descarregado. A bateria produz uma diferença de potencial de 120 V. Quando a chave S é fechada, qual é a carga total que passa por ela?

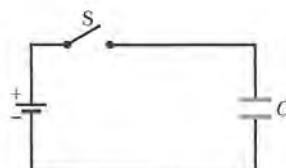


Figura 25-25 Problema 2.

Seção 25-3 Cálculo da Capacitância

- 3 Um capacitor de placas paralelas possui placas circulares com um raio de 8,20 cm, separadas por uma distância de 1,30 mm. (a) Calcule a capacitância. (b) Qual é a carga das placas se uma diferença de potencial de 120 V é aplicada ao capacitor?

- 4 As placas de um capacitor esférico têm 38,0 mm e 40,0 mm de raio. (a) Calcule a capacitância. (b) Qual é a área das placas de um capacitor de placas paralelas com a mesma capacitância e a mesma distância entre as placas?

- 10 Uma barra de material dielétrico é introduzida entre as placas de um dos dois capacitores iguais da Fig. 25-23. Determine se cada uma das propriedades do capacitor mencionadas a seguir aumenta, diminui ou permanece constante: (a) a capacitância; (b) a carga; (c) a diferença de potencial entre as placas; (d) a energia potencial. (e) Responda às mesmas perguntas para o outro capacitor.

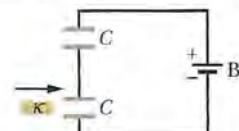


Figura 25-23 Pergunta 10.

- 11 As capacitâncias C_1 e C_2 , com $C_1 > C_2$, são ligadas a uma bateria, primeiro separadamente, depois em série e depois em paralelo. Coloque os arranjos na ordem da carga armazenada, começando pela maior.

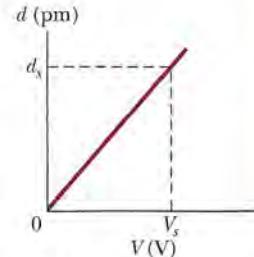


Figura 25-26 Problema 7.

- 5 Qual é a capacitância de uma gota formada pela fusão de duas gotas esféricas de mercúrio com 2,00 mm de raio?

- 6 Pretende-se usar duas placas de metal com $1,00 \text{ m}^2$ de área para construir um capacitor de placas paralelas. (a) Qual deve ser a distância entre as placas para que a capacitância do dispositivo seja $1,00 \text{ F}$? (b) O dispositivo é fisicamente viável?

- 7 Se um capacitor de placas paralelas inicialmente descarregado, de capacitância C , é ligado a uma bateria, uma das placas, de área A , se torna negativa porque muitos elétrons migram para a superfície. Na Fig. 25-26, a profundidade d da qual os elétrons migram para a superfície em um certo capacitor está plotada em função da tensão V da bateria. A escala vertical é definida por $d_s = 1,00 \text{ pm}$ e a escala horizontal por $V_s = 20,0 \text{ V}$. Quanto vale a razão C/A ?

Seção 25-4 Capacitores em Paralelo e em Série

- 8 Quantos capacitores de $1,00 \mu\text{F}$ devem ser ligados em paralelo para armazenar uma carga de $1,00 \text{ C}$ com uma diferença de potencial de 110 V entre as placas dos capacitores?

- 9 Os três capacitores da Fig. 25-27 estão inicialmente descarregados e têm uma capacitância de $25,0 \mu\text{F}$. Uma diferença de potencial $V = 4200 \text{ V}$ entre as placas dos capacitores é estabelecida quando a chave é fechada. Qual é a carga total que atravessa o medidor A?

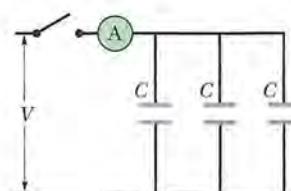


Figura 25-27 Problema 9.

- 10 Determine a capacitância equivalente do circuito da Fig. 25-28 para $C_1 = 10,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 5,00 \mu\text{F}$ e $C_3 = 4,00 \mu\text{F}$.

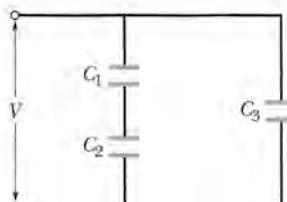


Figura 25-28 Problemas 10 e 34.

- 11 Determine a capacitância equivalente do circuito da Fig. 25-29 para $C_1 = 10,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 5,00 \mu\text{F}$ e $C_3 = 4,00 \mu\text{F}$.

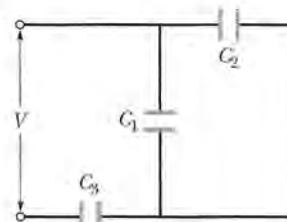


Figura 25-29 Problemas 11, 17 e 38.

- 12 Dois capacitores de placas paralelas, ambos com uma capacitância de $6,0 \mu\text{F}$, são ligados em paralelo a uma bateria de 10 V. Em seguida, a distância entre as placas de um dos capacitores é reduzida à metade. Quando essa modificação acontece, (a) qual é a carga adicional transferida aos capacitores pela bateria? (b) Qual é o aumento da carga total armazenada pelos capacitores?

- 13 Um capacitor de 100 pF é carregado com uma diferença de potencial de 50 V e a bateria usada para carregar o capacitor é desligada. Em seguida, o capacitor é ligado em paralelo com um segundo capacitor, inicialmente descarregado. Se a diferença de potencial entre as placas do primeiro capacitor cai para 35 V, qual é a capacitância do segundo capacitor?

- 14 Na Fig. 25-30, a bateria tem uma diferença de potencial $V = 10,0 \text{ V}$ e os cinco capacitores têm uma capacitância de $10,0 \mu\text{F}$. Determine a carga (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2.

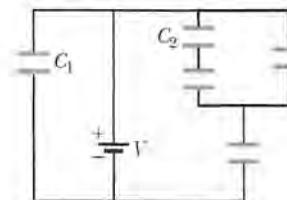


Figura 25-30 Problema 14.

- 15 Na Fig. 25-31, uma bateria de $20,0 \text{ V}$ é ligada a um circuito constituído por capacitores de capacitâncias $C_1 = C_6 = 3,00 \mu\text{F}$ e $C_3 = C_5 = 2,00C_4 = 4,00 \mu\text{F}$. Determine (a) a capacitância equivalente C_{eq} do circuito; (b) a carga armazenada por C_{eq} ; (c) V_1 e (d) q_1 do capacitor 1; (e) V_2 e (f) q_2 do capacitor 2; (g) V_3 e (h) q_3 do capacitor 3.

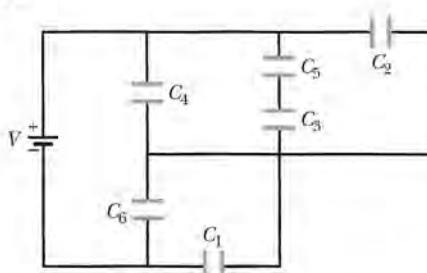


Figura 25-31 Problema 15.

- 16 O gráfico 1 da Fig. 25-32a mostra a carga q armazenada no capacitor 1 em função da diferença de potencial V entre as placas. A escala vertical é definida por $q_s = 16,0 \mu\text{C}$ e a escala horizontal é definida por $V_s = 2,0 \text{ V}$. Os gráficos 2 e 3 são gráficos do mesmo tipo para os capacitores 2 e 3, respectivamente. A Fig. 25-32b mostra um circuito com os três capacitores e uma bateria de $6,0 \text{ V}$. Determine a carga do capacitor 2.

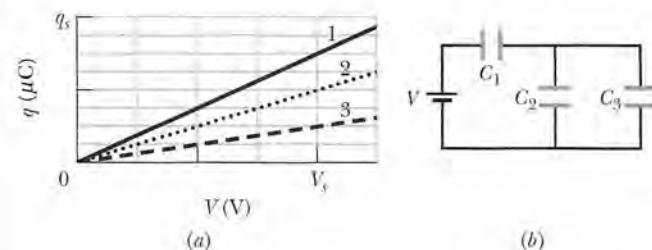


Figura 25-32 Problema 16.

- 17 Na Fig. 25-29, uma diferença de potencial $V = 100,0 \text{ V}$ é aplicada ao circuito e os valores das capacitâncias são $C_1 = 10,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 5,00 \mu\text{F}$ e $C_3 = 4,00 \mu\text{F}$. Se o capacitor 3 sofre uma ruptura dielétrica e passa a se comportar como um condutor, determine (a) o aumento da carga do capacitor 1; (b) o aumento da diferença de potencial entre as placas do capacitor 1.

- 18 A Fig. 25-33 mostra quatro capacitores, cujo dielétrico é o ar, ligados em um circuito que faz parte de um circuito maior. O gráfico abaixo do circuito mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição x no ramo inferior do circuito, passando pelo capacitor 4. O gráfico acima do circuito mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição x no ramo superior do circuito, passando pelos capacitores 1, 2 e 3. O capacitor 3 tem uma capacitância de $0,80 \mu\text{F}$. Determine a capacitância (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2.

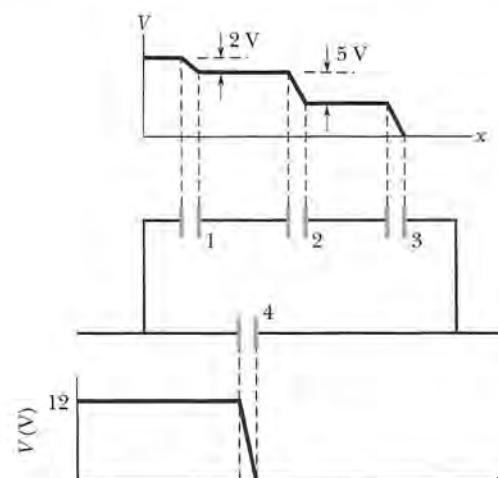


Figura 25-33 Problema 18.

- 19 Na Fig. 25-34, $V = 9,0 \text{ V}$, $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$, $C_4 = 4,0 \mu\text{F}$ e todos os capacitores estão inicialmente descarregados. Quando a chave S é fechada, uma carga total de $12 \mu\text{C}$ passa pelo ponto a e uma carga total de $8,0 \mu\text{C}$ passa pelo ponto b. (a) Qual é o valor de C_1 ? (b) Qual é o valor de C_3 ?

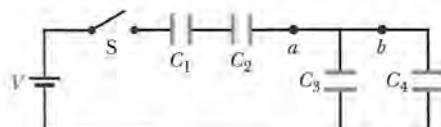


Figura 25-34 Problema 19.

••20 A Fig. 25-35 mostra um capacitor variável com “dielétrico de ar” do tipo usado para sintonizar manualmente receptores de rádio. O capacitor é formado por dois conjuntos de placas intercaladas, um grupo de placas fixas, ligadas entre si, e um grupo de placas móveis, também ligadas entre si. Considere um capacitor com quatro placas de cada tipo, todas com uma área $A = 1,25 \text{ cm}^2$; a distância entre placas vizinhas é $d = 3,40 \text{ mm}$. Qual é a capacitância máxima do conjunto?

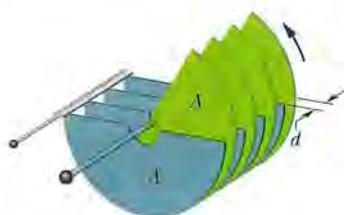


Figura 25-35 Problema 20.

••21 Na Fig. 25-36, as capacitâncias são $C_1 = 1,0 \mu\text{F}$ e $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$ e os dois capacitores são carregados com diferenças de potencial $V = 100 \text{ V}$ de polaridades opostas. Em seguida, as chaves S_1 e S_2 são fechadas. (a) Qual é a nova diferença de potencial entre os pontos a e b ? (b) Qual é a nova carga do capacitor 1? (c) Qual é a nova carga do capacitor 2?

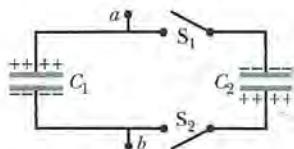


Figura 25-36 Problema 21.

••22 Na Fig. 25-37, $V = 10 \text{ V}$, $C_1 = 10 \mu\text{F}$ e $C_2 = C_3 = 20 \mu\text{F}$. A chave S é acionada para a esquerda e permanece nessa posição até o capacitor 1 atingir o equilíbrio; em seguida, a chave é acionada para a direita. Quando o equilíbrio é novamente atingido, qual é a carga do capacitor 1?

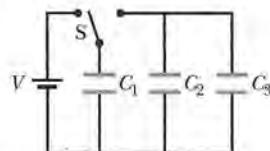


Figura 25-37 Problema 22.

••23 Os capacitores da Fig. 25-38 estão inicialmente descarregados. As capacitâncias são $C_1 = 4,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 8,0 \mu\text{F}$ e $C_3 = 12 \mu\text{F}$ e a diferença do potencial da bateria é $V = 12 \text{ V}$. Quando a chave S é fechada, quantos elétrons passam (a) pelo ponto a ; (b) pelo ponto b ; (c) pelo ponto c ; (d) pelo ponto d ? Na figura, os elétrons estão se movendo para cima ou para baixo ao passarem (e) pelo ponto b ; (f) pelo ponto c ?

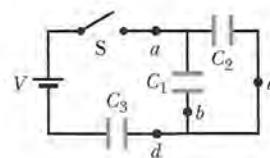


Figura 25-38 Problema 23.

••24 A Fig. 25-39 mostra dois capacitores cilíndricos cujo dielétrico é o ar, ligados em série a uma bateria com um potencial $V = 10 \text{ V}$. O capacitor 1 possui um raio interno de 5,0 mm, um raio externo de 1,5 cm e um comprimento de 5,0 cm. O capacitor 2 possui um raio interno de 2,5 mm, um raio externo de 1,0 cm e um comprimento de 9,0 cm. A placa externa do capacitor 2 é uma membrana orgânica condutora que pode ser esticada e o capacitor pode ser inflado para aumentar a distância entre as placas. Se o raio da placa externa é aumentado para 2,5 cm, (a) quantos elétrons passam pelo ponto P ? (b) Os elétrons se movem na direção da bateria ou na direção do capacitor 1?

••25 Na Fig. 25-40, dois capacitores de placas paralelas (com ar entre as placas) são ligados a uma bateria. A área das placas do capacitor 1 é $1,5 \text{ cm}^2$ e o campo elétrico entre as placas é 2000 V/m . A área das placas do capacitor 2 é $0,70 \text{ cm}^2$ e o campo elétrico entre as placas é 1500 V/m . Qual é a carga total dos dois capacitores?

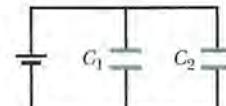


Figura 25-40 Problema 25.

••26 O capacitor 3 da Fig. 25-41a é um capacitor variável (é possível fazer variar a capacitância C_3). A Fig. 25-41b mostra o potencial elétrico V_1 entre as placas do capacitor 1 em função de C_3 . A escala horizontal é definida por $C_{3s} = 12,0 \mu\text{F}$. O potencial elétrico V_1 tende assintoticamente para 10 V quando $C_3 \rightarrow \infty$. Determine (a) o potencial elétrico V da bateria; (b) C_1 ; (c) C_2 .

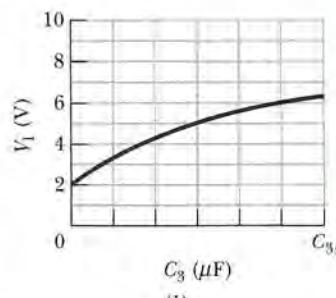
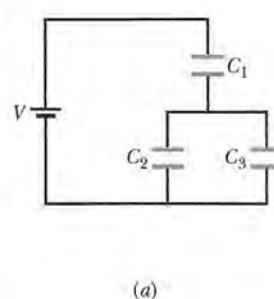


Figura 25-41 Problema 26.

••27 A Fig. 25-42 mostra uma bateria de $12,0 \text{ V}$ e quatro capacitores descarregados de capacitâncias $C_1 = 1,00 \mu\text{F}$, $C_2 = 2,00 \mu\text{F}$, $C_3 = 3,00 \mu\text{F}$ e $C_4 = 4,00 \mu\text{F}$. Se apenas a chave S_1 é fechada, determine a carga (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2; (c) do capacitor 3; (d) do capacitor 4. Se as duas chaves são fechadas, determine a carga (e) do capacitor 1; (f) do capacitor 2; (g) do capacitor 3; (h) do capacitor 4.

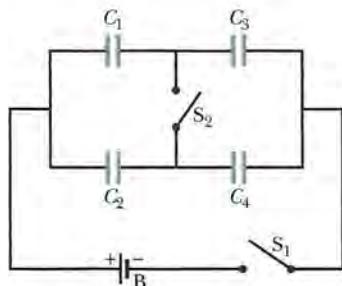


Figura 25-42 Problema 27.

•••28 A Fig. 25-43 mostra uma bateria de 12,0 V e três capacitores descarregados de capacidades $C_1 = 4,00 \mu\text{F}$, $C_2 = 6,00 \mu\text{F}$ e $C_3 = 3,00 \mu\text{F}$. A chave é deslocada para a esquerda até que o capacitor 1 esteja totalmente carregado. Em seguida, a chave é deslocada para a direita. Determine a carga final (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2; (c) do capacitor 3.

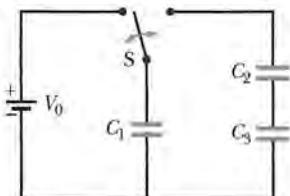


Figura 25-43 Problema 28.

Seção 25-5 Energia Armazenada em um Campo Elétrico

•29 Qual é a capacidade necessária para armazenar uma energia de $10 \text{ kW} \cdot \text{h}$ com uma diferença de potencial de 1000 V?

•30 Qual é a energia armazenada em $1,00 \text{ m}^3$ de ar em um dia de "tempo bom", no qual o módulo do campo elétrico da atmosfera é 150 V/m ?

•31 Um capacitor de $2,0 \mu\text{F}$ e um capacitor de $4,0 \mu\text{F}$ são ligados em paralelo a uma fonte com uma diferença de potencial de 300 V. Calcule a energia total armazenada nos capacitores.

•32 Um capacitor de placas paralelas cujo dielétrico é o ar é carregado com uma diferença de potencial de 600 V. A área das placas é 40 cm^2 e a distância entre as placas é 1,0 mm. Determine (a) a capacidade, (b) o valor absoluto da carga em uma das placas, (c) a energia armazenada, (d) o campo elétrico na região entre as placas e (e) a densidade de energia na região entre as placas.

••33 Uma esfera de metal carregada, com 10 cm de diâmetro, tem uma energia potencial de 8000 V em relação a $V = 0$ no infinito. Calcule a densidade de energia do campo elétrico perto da superfície da esfera.

••34 Na Fig. 25-28, uma diferença de potencial $V = 100 \text{ V}$ é aplicada a um circuito de capacitores cujas capacidades são $C_1 = 10,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 5,00 \mu\text{F}$ e $C_3 = 4,00 \mu\text{F}$. Determine (a) q_3 ; (b) V_3 ; (c) a energia armazenada U_3 ; (d) q_1 ; (e) V_1 ; (f) U_1 ; (g) q_2 ; (h) V_2 ; (i) U_2 .

••35 Considere um elétron estacionário como uma carga pontual e determine a densidade de energia u do campo elétrico criado pela partícula (a) a 1,00 mm de distância; (b) a $1,00 \mu\text{m}$ de distância; (c) a $1,00 \text{ nm}$ de distância; (d) a $1,00 \text{ pm}$ de distância. (e) Qual é o limite de u quando a distância tende a zero?

••36 Como engenheiro de segurança, o leitor precisa emitir um parecer a respeito da prática de armazenar líquidos conduto-

res inflamáveis em recipientes feitos de material não condutor. A companhia que fornece um certo líquido vem usando um recipiente cilíndrico, feito de plástico, de raio $r = 0,20 \text{ m}$, que está cheio até uma altura $h = 10 \text{ cm}$, menor que a altura interna do recipiente (Fig. 25-44). A investigação do leitor revela que, durante o transporte, a superfície externa no recipiente adquire uma densidade de cargas negativas de $2,0 \mu\text{C/m}^2$ (aproximadamente uniforme). Como o líquido é um bom condutor de eletricidade, a carga do recipiente faz com que as cargas do líquido se separem. (a) Qual é a carga negativa induzida no centro do líquido? (b) Suponha que a capacidade da parte central do líquido em relação à terra seja 35 pF . Qual é a energia potencial associada à carga negativa desse capacitor efetivo? (c) Se ocorre uma centelha entre a terra e a parte central do líquido (através do respiradouro), a energia potencial pode alimentar a centelha. A energia mínima necessária para inflamar o líquido é 10 mJ . Nessa situação, o líquido pode pegar fogo por causa de uma centelha?

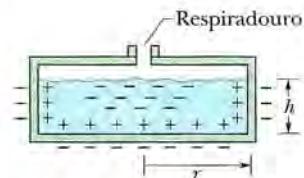


Figura 25-44 Problema 36.

••37 Um capacitor de placas paralelas, cujas placas têm uma área de $8,50 \text{ cm}^2$ e estão separadas por uma distância de 3,00 mm, é carregado por uma bateria de 6,00 V. A bateria é desligada e a distância entre as placas do capacitor é aumentada (sem descarregá-lo) para 8,00 mm. Determine (a) a diferença de potencial entre as placas; (b) a energia armazenada pelo capacitor no estado inicial; (c) a energia armazenada pelo capacitor no estado final; (d) a energia necessária para separar as placas.

••38 Na Fig. 25-29, uma diferença de potencial $V = 100 \text{ V}$ é aplicada a um circuito de capacitores cujas capacidades são $C_1 = 10,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 5,00 \mu\text{F}$ e $C_3 = 15,0 \mu\text{F}$. Determine (a) q_3 ; (b) V_3 ; (c) U_3 ; (d) q_1 ; (e) V_1 ; (f) U_1 ; (g) q_2 ; (h) V_2 ; (i) U_2 .

••39 Na Fig. 25-45, $C_1 = 10,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 20,0 \mu\text{F}$ e $C_3 = 25,0 \mu\text{F}$. Se nenhum dos capacitores pode suportar uma diferença de potencial de mais de 100 V sem que o dielétrico se rompa, determine (a) a maior diferença de potencial que pode existir entre os pontos A e B; (b) a maior energia que pode ser armazenada no conjunto de três capacitores.

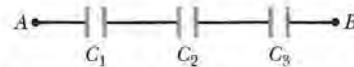


Figura 25-45 Problema 39.

Seção 25-6 Capacitor com um Dielétrico

•40 Um capacitor de placas paralelas cujo dielétrico é o ar tem uma capacidade de 1,3 pF. A distância entre as placas é multiplicada por dois e o espaço entre as placas é preenchido com cera, o que faz a capacidade aumentar para 2,6 pF. Determine a constante dielétrica da cera.

•41 Um cabo coaxial usado em uma linha de transmissão tem um raio interno de 0,10 mm e um raio externo de 0,60 mm. Calcule a capacidade por metro do cabo, supondo que o espaço entre os condutores seja preenchido com poliestireno.

•42 Um capacitor de placas paralelas cujo dielétrico é o ar tem uma capacidade de 50 pF . (a) Se a área das placas é $0,35 \text{ m}^2$, qual é a distância entre as placas? (b) Se a região entre as placas é preenchida por um material com $\kappa = 5,6$, qual é a nova capacidade?

•43 Dado um capacitor de $7,4 \text{ pF}$ cujo dielétrico é o ar, você recebe a missão de convertê-lo em um capacitor capaz de armazenar até $7,4 \mu\text{J}$ com uma diferença de potencial máxima de 652 V . Que dielétrico da Tabela 25.1 você usaria para preencher o espaço entre as placas se não fosse permitida uma margem de erro?

•44 Você está interessado em construir um capacitor com uma capacidade de aproximadamente 1 nF e um potencial de ruptura de mais de 10.000 V e pensa em usar as superfícies laterais de um copo de pirex como dielétrico, revestindo as faces interna e externa com folha de alumínio para fazer as placas. O copo tem 15 cm de altura, um raio interno de $3,6 \text{ cm}$ e um raio externo de $3,8 \text{ cm}$. Determine (a) a capacidade e (b) o potencial de ruptura do capacitor.

•45 Um capacitor de placas paralelas contém um dielétrico para o qual $\kappa = 5,5$. A área das placas é $0,034 \text{ m}^2$ e a distância entre as placas é $2,0 \text{ mm}$. O capacitor ficará inutilizado se o campo elétrico entre as placas exceder 200 kN/C . Qual é a máxima energia que pode ser armazenada no capacitor?

•46 Na Fig. 25-46, qual é a carga armazenada nos capacitores de placas paralelas se a diferença de potencial da bateria é $12,0 \text{ V}$? O dielétrico de um dos capacitores é o ar; o do outro, uma substância com $\kappa = 3,00$. Para os dois capacitores, a área das placas é $5,00 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ e a distância entre as placas é $2,00 \text{ mm}$.

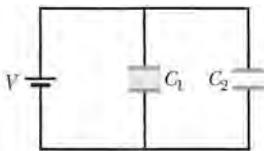


Figura 25-46 Problema 46.

•47 Uma certa substância tem uma constante dielétrica de $2,8$ e uma rigidez dielétrica de 18 MV/m . Se for usada como dielétrico de um capacitor de placas paralelas, qual deverá ser, no mínimo, a área das placas do capacitor para que a capacidade seja $7,0 \times 10^{-2} \mu\text{F}$ e o capacitor suporte uma diferença de potencial de $4,0 \text{ kV}$?

•48 A Fig. 25-47 mostra um capacitor de placas paralelas com uma área das placas $A = 5,56 \text{ cm}^2$ e uma distância entre as placas $d = 5,56 \text{ mm}$. A parte da esquerda do espaço entre as placas é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_1 = 7,00$; a parte da direita é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_2 = 12,0$. Qual é a capacidade?

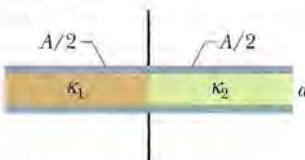


Figura 25-47 Problema 48.

•49 A Fig. 25-48 mostra um capacitor de placas paralelas com uma área das placas $A = 7,89 \text{ cm}^2$ e uma distância entre as placas $d = 4,62 \text{ mm}$. A parte superior do espaço entre as placas é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_1 = 11,0$; a parte inferior é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_2 = 12,0$. Qual é a capacidade?

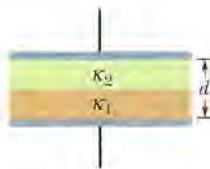


Figura 25-48 Problema 49.

•50 A Fig. 25-49 mostra um capacitor de placas paralelas com uma área das placas $A = 10,5 \text{ cm}^2$ e uma distância entre as placas $2d = 7,12 \text{ mm}$. O lado esquerdo do espaço entre as placas é preenchido por um material de constante dielétrica $\kappa_1 = 21,0$; a parte superior do lado direito é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_2 = 42,0$ e a parte inferior do lado direito é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_3 = 58,0$. Qual é a capacidade?

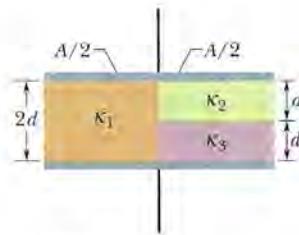


Figura 25-49 Problema 50.

Seção 25-8 Dielétricos e a Lei de Gauss

•51 Um capacitor de placas paralelas tem uma capacidade de 100 pF , uma área das placas de 100 cm^2 e um dielétrico de mica ($\kappa = 5,4$) que preenche totalmente o espaço entre as placas. Para uma diferença de potencial de 50 V , calcule (a) o módulo E do campo elétrico no interior do dielétrico; (b) o valor absoluto da carga livre nas placas; (c) o valor absoluto da densidade superficial de cargas induzidas no dielétrico.

•52 No arranjo da Fig. 25-17, suponha que a bateria permanece ligada enquanto o dielétrico está sendo introduzido. Determine (a) a capacidade; (b) a carga das placas do capacitor; (c) o campo elétrico nos espaços entre as placas do capacitor e o dielétrico; (d) o campo elétrico no interior do dielétrico, depois que o dielétrico é introduzido.

•53 Um capacitor de placas paralelas tem uma área das placas de $0,12 \text{ m}^2$ e uma distância entre as placas de $1,2 \text{ cm}$. Uma bateria é usada para carregar as placas com uma diferença de potencial de 120 V e em seguida é removida do circuito. Um dielétrico com $4,0 \text{ mm}$ de espessura e constante dielétrica $4,8$ é introduzido simetricamente entre as placas. (a) Qual é a capacidade antes da introdução do dielétrico? (b) Qual é a capacidade após a introdução do dielétrico? (c) Qual é a carga das placas antes da introdução do dielétrico? (d) Qual é a carga das placas após a introdução do dielétrico? (e) Qual é o módulo do campo elétrico no espaço entre as placas e o dielétrico? (f) Qual é o módulo do campo elétrico no interior do dielétrico? (g) Qual é a diferença de potencial entre as placas após a introdução do dielétrico? (h) Qual é o trabalho necessário para introduzir o dielétrico?

•54 Duas placas paralelas de 100 cm^2 de área recebem cargas de mesmo valor absoluto, $8,9 \times 10^{-7} \text{ C}$, e sinais opostos. O campo elétrico no interior do dielétrico que preenche o espaço entre as placas é $1,4 \times 10^6 \text{ V/m}$. (a) Calcule a constante dielétrica do material. (b) Determine o módulo da carga induzida nas superfícies do dielétrico.

••55 O espaço entre duas cascas esféricas concêntricas de raios $b = 1,70\text{ cm}$ e $a = 1,20\text{ cm}$ é preenchido por uma substância de constante dielétrica $\kappa = 23,5$. Uma diferença de potencial $V = 73,0\text{ V}$ é aplicada entre as duas cascas. Determine (a) a capacidade do dispositivo; (b) a carga livre q da casca interna; (c) a carga q' induzida na superfície do dielétrico mais próxima da casca interna.

Problemas Adicionais

56 Na Fig. 25-50, a diferença de potencial V da bateria é $10,0\text{ V}$ e os sete capacitores têm uma capacidade de $10,0\text{ }\mu\text{F}$. Determine (a) a carga do capacitor 1; (b) a carga do capacitor 2.

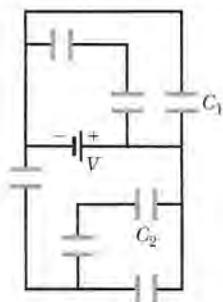


Figura 25-50 Problema 56.

57 Na Fig. 25-51, $V = 9,0\text{ V}$, $C_1 = C_2 = 30\text{ }\mu\text{F}$ e $C_3 = C_4 = 15\text{ }\mu\text{F}$. Qual é a carga do capacitor C_4 ?

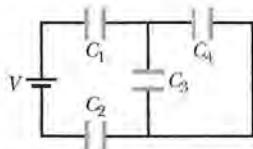


Figura 25-51 Problema 57.

58 As capacidades dos quatro capacitores da Fig. 25-52 são expressas em termos de uma constante C . (a) Se $C = 50\text{ }\mu\text{F}$, qual é a capacidade equivalente entre os pontos A e B ? (Sugestão: imagine primeiro que uma bateria foi ligada entre os dois pontos; em seguida, reduza o circuito a uma capacidade equivalente.) (b) Responda à mesma pergunta do item (a) para os pontos A e D .

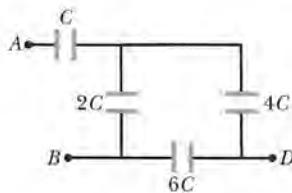


Figura 25-52 Problema 58.

59 Na Fig. 25-53, $V = 12\text{ V}$, $C_1 = C_4 = 2,0\text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 4,0\text{ }\mu\text{F}$ e $C_3 = 1,0\text{ }\mu\text{F}$. Qual é a carga do capacitor C_4 ?

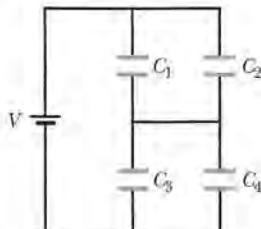


Figura 25-53 Problema 59.

60 *O mistério do chocolate em pó.* Esta história começa no Problema 60 do Capítulo 23. Como parte da investigação da explosão ocorrida na fábrica de biscoitos, o potencial elétrico dos operários foi medido enquanto esvaziavam sacos de chocolate em pó em uma bandeja, produzindo uma nuvem de pó de chocolate. Cada operário possuía um potencial elétrico de cerca de $7,0\text{ kV}$ em relação ao potencial da terra, que foi considerado como potencial zero. (a) Supondo que um operário pode ser modelado por um capacitor com uma capacidade efetiva de 200 pF , determine a energia armazenada nesse capacitor. Se uma única centelha entre um operário e um objeto condutor ligado à terra neutralizasse o operário, essa energia seria transferida para a centelha. De acordo com as medidas, para inflamar uma nuvem de pó de chocolate, provocando assim uma explosão, a centelha teria que ter uma energia de pelo menos 150 mJ . (b) Uma centelha produzida por um operário poderia provocar uma explosão enquanto o chocolate em pó estava sendo descarregado na bandeja? (A história continua no Problema 60 do Capítulo 26.)

61 A Fig. 25-54 mostra o capacitor 1 ($C_1 = 8,00\text{ }\mu\text{F}$), o capacitor 2 ($C_2 = 6,00\text{ }\mu\text{F}$) e o capacitor 3 ($C_3 = 8,00\text{ }\mu\text{F}$) ligados a uma bateria de $12,0\text{ V}$. Quando a chave S é fechada, ligando ao circuito o capacitor 4 ($C_4 = 6,00\text{ }\mu\text{F}$), inicialmente descarregado, determine (a) o valor da carga que passa pelo ponto P, proveniente da bateria; (b) o valor da carga armazenada no capacitor 4. (c) Explique por que os resultados dos itens (a) e (b) não são iguais.

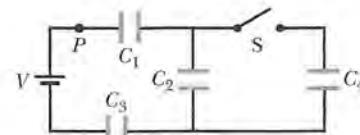


Figura 25-54 Problema 61.

62 Dois capacitores de placas paralelas cujo dielétrico é o ar são ligados a uma bateria de 10 V , primeiro separadamente, depois em série e, finalmente, em paralelo. Nesses arranjos, a energia armazenada nos capacitores é, em ordem crescente, $75\text{ }\mu\text{J}$, $100\text{ }\mu\text{J}$, $300\text{ }\mu\text{J}$ e $400\text{ }\mu\text{J}$. (a) Qual é o valor do menor capacitor? (b) Qual é o valor do maior capacitor?

63 Dois capacitores de placas paralelas, ambos com uma capacidade de $6,0\text{ }\mu\text{F}$, são ligados em série a uma bateria de 10 V ; em seguida, a distância entre as placas de um dos capacitores é reduzida à metade. (a) Qual é o valor da carga adicional transferida para os capacitores pela bateria em consequência da mudança? (b) Qual é o aumento da carga *total* armazenada nos capacitores (a soma da carga armazenada na placa positiva de um dos capacitores com a carga armazenada na placa positiva do outro capacitor)?

64 Na Fig. 25-55, $V = 12\text{ V}$, $C_1 = C_5 = C_6 = 6,0\text{ }\mu\text{F}$ e $C_2 = C_3 = C_4 = 4,0\text{ }\mu\text{F}$. Determine (a) a carga total armazenada nos capacitores; (b) a carga do capacitor C_4 .

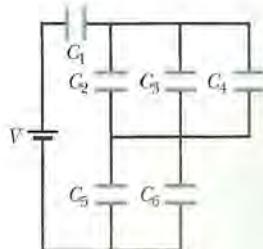


Figura 25-55 Problema 64.

65 Na Fig. 25-56, as placas do capacitor de placas paralelas têm uma área de $2,00 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ e o espaço entre as placas é preenchido por dois blocos de material isolante com 2,00 mm de espessura cada um. A constante dielétrica de um dos materiais é 3,00 e a do outro é 4,00. Qual é a carga armazenada no capacitor por uma bateria de 7,00 V?



Figura 25-56 Problema 65.

66 Os raios de um capacitor cilíndrico como o da Fig. 25-6 são a e b . Mostre que metade da energia potencial elétrica armazenada está no interior de um cilindro de raio $r = \sqrt{ab}$.

67 Um capacitor de capacidade $C_1 = 6,00 \mu\text{F}$ é ligado em série com um capacitor de capacidade $C_2 = 4,00 \mu\text{F}$ e uma diferença de potencial de 200 V é aplicada ao par de capacitores. (a) Calcule a capacidade equivalente. Determine (b) a carga q_1 ; (c) a diferença de potencial V_1 ; (d) q_2 ; (e) V_2 .

68 Repita o Problema 67 para os mesmos dois capacitores, supondo que estão ligados em paralelo.

69 Um capacitor é carregado com uma diferença de potencial V . Qual deve ser o aumento percentual de V para que a energia armazenada aumente de 10%?

70 Uma barra de cobre de espessura $b = 2,00 \text{ mm}$ é colocado entre as placas de um capacitor de placas paralelas. A área das placas é $A = 2,40 \text{ cm}^2$ e a distância entre as placas é $d = 5,00 \text{ mm}$. Como mostra a Fig. 25-57, a barra é colocada exatamente no centro do espaço entre as placas. (a) Qual é a capacidade após a introdução da barra? (b) Se uma carga $q = 3,40 \mu\text{C}$ é mantida nas placas, qual é a razão entre as energias armazenadas antes e depois da introdução da barra? (c) Qual é o trabalho executado quando a barra é introduzida? (d) A barra é atraída ou repelida pelo espaço entre as placas?

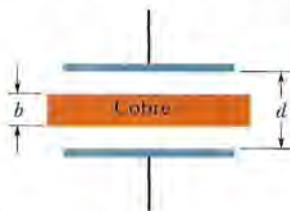


Figura 25-57 Problemas 70 e 71.

71 Repita o Problema 70, supondo que, em vez de a carga ser mantida constante, é mantida constante uma diferença de potencial entre as placas $V = 85,0 \text{ V}$.

72 Uma diferença de potencial de 300 V é aplicada à combinação em série de dois capacitores de capacidades $C_1 = 2,00 \mu\text{F}$ e $C_2 = 8,00 \mu\text{F}$. Determine (a) a carga q_1 ; (b) a diferença de potencial V_1 ; (c) q_2 ; (d) V_2 . Os capacitores carregados são desligados um do outro e da bateria; em seguida, a ligação entre os capacitores é refeita, mas com as placas com cargas de mesmo sinal ligadas entre si (a

bateria não é mais usada). Determine os novos valores de (e) q_1 ; (f) V_1 ; (g) q_2 ; (h) V_2 . Suponha que os capacitores carregados no item (a) tenham sido ligados com cargas de sinais opostos ligadas entre si. Determine quais são, neste caso, os valores de (i) q_1 ; (j) V_1 ; (k) q_2 ; (l) V_2 .

73 A Fig. 25-58 mostra um circuito com quatro capacitores que está ligado a um circuito maior através dos pontos A e B . As capacidades são $C_1 = 10 \mu\text{F}$ e $C_2 = C_3 = C_4 = 20 \mu\text{F}$. A carga do capacitor 1 é $30 \mu\text{C}$. Qual é o valor absoluto da diferença de potencial $V_A - V_B$?

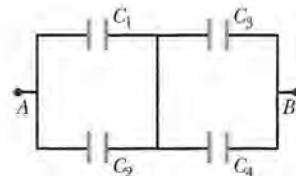


Figura 25-58 Problema 73.

74 O leitor dispõe de duas placas de cobre, uma folha de mica (espessura = 0,10 mm, $\kappa = 5,4$), um pedaço de vidro (espessura = 2,0 mm, $\kappa = 7,0$) e um bloco de parafina (espessura = 1,0 cm, $\kappa = 2,0$). Para fabricar um capacitor de placas paralelas com o maior valor possível de C , que material deve colocar entre as placas de cobre?

75 Um capacitor de capacidade desconhecida C é carregado com 100 V e ligado a um capacitor de $60 \mu\text{F}$ inicialmente descarregado. Se a diferença de potencial final entre os terminais do capacitor de $60 \mu\text{F}$ é 40 V, qual é o valor de C ?

76 Uma bateria de 10 V é ligada a n capacitores em série, cada um com uma capacidade de $2,0 \mu\text{F}$. Se a energia total armazenada nos capacitores é $25 \mu\text{J}$, qual é o valor de n ?

77 Na Fig. 25-59, dois capacitores de placas paralelas A e B são ligados em paralelo a uma bateria de 600 V. A área das placas dos capacitores é $80,0 \text{ cm}^2$ e a distância entre as placas é 3,00 mm. O dielétrico do capacitor A é o ar; o do capacitor B é um material de constante dielétrica $\kappa = 2,60$. Determine o módulo do campo elétrico (a) no espaço entre as placas do capacitor B ; (b) no espaço entre as placas do capacitor A . Determine a densidade de cargas livres σ (c) na placa de maior potencial do capacitor A ; (d) na placa de maior potencial do capacitor B . Determine a densidade de cargas induzidas σ' na superfície superior do dielétrico do capacitor B .

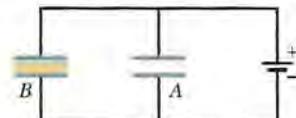


Figura 25-59 Problema 77.

78 O leitor dispõe de um suprimento ilimitado de capacitores de $2,0 \mu\text{F}$, que suportam uma tensão de 200 V. De que forma esses capacitores podem ser usados para montar um circuito com uma capacidade equivalente (a) de $0,40 \mu\text{F}$ e (b) de $1,2 \mu\text{F}$? Suponha que em ambos os casos o circuito tem que suportar uma tensão de 1000 V.

CORRENTE E RESISTÊNCIA

26

26-1 O QUE É FÍSICA?

Nos últimos cinco capítulos, discutimos a eletrostática, ou seja, a física das cargas estacionárias. Neste capítulo e no que se segue, vamos discutir a física das **correntes elétricas**, isto é, o movimento das cargas.

Exemplos de correntes elétricas são inúmeros e envolvem várias profissões. Os meteorologistas estudam os relâmpagos e movimentos de cargas menos espetaculares na atmosfera. Biólogos, fisiologistas e engenheiros que trabalham na área de bioengenharia se interessam pelas correntes nervosas que controlam os músculos e especialmente no modo como essas correntes podem ser restabelecidas em caso de danos à coluna vertebral. Os engenheiros elétricos trabalham com sistemas elétricos de todos os tipos, como redes de energia elétrica, equipamentos de proteção contra relâmpagos, dispositivos de armazenamento de informações e instrumentos de reprodução sonora. Os engenheiros espaciais observam e estudam as partículas carregadas provenientes do Sol porque essas partículas podem interferir com os sistemas de telecomunicações via satélite e até mesmo com linhas de transmissão terrestres.

Neste capítulo, vamos discutir a física básica das correntes elétricas e a razão pela qual alguns materiais conduzem corrente elétrica melhor que outros. Começamos pela definição de corrente elétrica.

26-2 Corrente Elétrica

Embora uma corrente elétrica seja um movimento de partículas carregadas, nem todas as partículas carregadas que se movem produzem uma corrente elétrica. Para que exista uma corrente elétrica através de uma dada superfície, é preciso que haja um fluxo líquido de cargas através da superfície. Dois exemplos deixarão claro o que queremos dizer.

1. Os elétrons livres (elétrons de condução) que existem no interior de um fio de cobre se movem em direções aleatórias com uma velocidade média da ordem de 10^6 m/s. Se fizermos passar um plano imaginário perpendicularmente a um fio de cobre, elétrons de condução passarão pelo plano *nos dois sentidos* bilhões de vezes por segundo, mas não haverá um *fluxo líquido* de cargas e, portanto, não haverá uma *corrente elétrica* no fio. Se ligarmos as extremidades do fio a uma bateria, porém, o número de elétrons que atravessam o plano em um sentido se tornará ligeiramente maior que o número de elétrons que atravessam o plano no sentido oposto; em consequência, haverá um fluxo líquido de cargas e, portanto, uma corrente elétrica no fio.
2. O fluxo de água em uma mangueira representa um movimento de cargas positivas (os prótons das moléculas de água) da ordem de milhões de coulombs por segundo. Entretanto, não existe um fluxo líquido de cargas, já que existe também um movimento de cargas negativas (os elétrons das moléculas de água) que compensa exatamente o movimento das cargas positivas. Em consequência, a corrente elétrica associada ao movimento da água no interior de uma mangueira é zero.

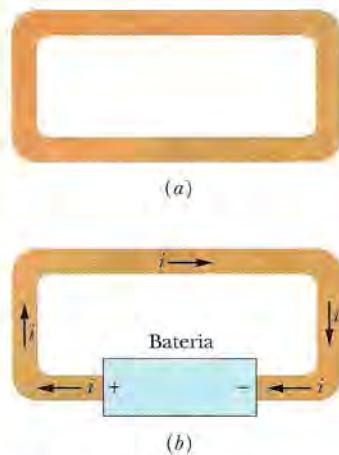


Figura 26-1 (a) Um fio de cobre em equilíbrio eletrostático. O fio inteiro possui o mesmo potencial e o campo elétrico é zero em todos os pontos do fio. (b) Quando introduzimos uma bateria no circuito, produzimos uma diferença de potencial entre os pontos do fio que estão ligados aos terminais da bateria. Com isso, a bateria produz um campo elétrico no interior do fio, que faz com que cargas elétricas se movam no circuito. Esse movimento de cargas constitui uma corrente i .

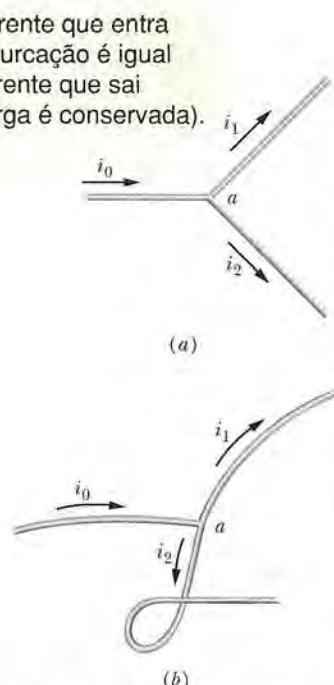


Figura 26-3 A relação $i_0 = i_1 + i_2$ é verdadeira para a junção a qualquer que seja a orientação dos três fios no espaço. A corrente não é uma grandeza vetorial e sim uma grandeza escalar.

Neste capítulo, vamos nos limitar ao estudo de *correntes constantes de elétrons de condução* em *condutores metálicos*, como fios de cobre, por exemplo.

Como lembra a Fig. 26-1a, em um circuito fechado feito de material condutor, mesmo que exista um excesso de cargas, todos os pontos possuem o mesmo potencial. Não pode existir um campo elétrico no interior do material ou paralelo à superfície. Embora existam elétrons de condução disponíveis, não estão sujeitos a uma força elétrica e, portanto, não existe corrente.

Por outro lado, se introduzirmos uma bateria no circuito, como na Fig. 26-1b, o potencial não é mais o mesmo em todo o circuito. Campos elétricos são criados no interior do material, exercendo uma força sobre os elétrons de condução que os faz se mover preferencialmente em uma certa direção e, portanto, produzir uma corrente. Depois de um pequeno intervalo de tempo, o movimento dos elétrons atinge um valor constante e a corrente entra no *regime estacionário* (deixa de variar com o tempo).

A Fig. 26-2 mostra uma seção reta de um condutor, parte de um circuito no qual existe uma corrente. Se uma carga dq passa por um plano hipotético (como aa') em um intervalo de tempo dt , a corrente i nesse plano é definida como

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{definição de corrente}). \quad (26-1)$$

Podemos determinar por integração a carga que passa pelo plano no intervalo de tempo de 0 a t :

$$q = \int dq = \int_0^t i dt, \quad (26-2)$$

em que a corrente i pode variar com o tempo.

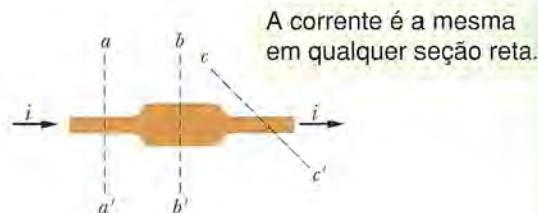


Figura 26-2 A corrente i que atravessa o condutor tem o mesmo valor nos planos aa' , bb' e cc' .

No regime estacionário, a corrente é a mesma nos planos aa' , bb' e cc' e em qualquer outro plano que intercepte totalmente o condutor, seja qual for a localização ou orientação desse plano. Isso é uma consequência do fato de que a carga é conservada. No regime estacionário, para cada elétron que passa pelo plano cc' , um elétron deve passar pelo plano aa' . Da mesma forma, quando um fluxo contínuo de água está passando por uma mangueira, uma gota de água deve sair pelo bico da mangueira para uma gota entrar na outra extremidade; a quantidade de água na mangueira também é uma grandeza conservada.

A unidade de corrente no SI é o coulomb por segundo, ou ampère, representado pelo símbolo A:

$$1 \text{ ampère} = 1 \text{ A} = 1 \text{ coulomb por segundo} = 1 \text{ C/s.}$$

A definição formal do ampère será discutida no Capítulo 29.

A corrente elétrica definida pela Eq. 26-1 é uma grandeza escalar, já que a carga e o tempo que aparecem na equação são grandezas escalares. Entretanto, como na Fig. 26-1b, frequentemente representamos uma corrente com uma seta para indicar o sentido em que as cargas estão se movendo. Essas setas não são vetores e a elas não se aplicam as regras das operações vetoriais. A Fig. 26-3a mostra um condutor percorrido por uma corrente i_0 se dividindo em dois ramos. Como a carga é conservada, a soma das correntes nos dois ramos é igual à corrente inicial:

$$i_0 = i_1 + i_2. \quad (26-3)$$

Como ilustra a Fig. 26-3b, a Eq. 26-3 continua a ser válida mesmo que os fios sejam retorcidos. No caso da corrente, as setas indicam apenas o sentido em que as cargas estão se movendo em um condutor e não uma direção no espaço.

O Sentido da Corrente

Na Fig. 26-1b, desenhamos as setas que indicam a corrente no sentido em que partículas positivamente carregadas seriam forçadas pelo campo elétrico a se mover no circuito. Se fossem positivos, esses *portadores de carga*, como são chamados, sairiam do terminal positivo da bateria e entrariam no terminal negativo. Na verdade, no caso do fio de cobre da Fig. 26-1b, os portadores de carga são elétrons, partículas negativamente carregadas. O campo elétrico faz essas partículas se moverem no sentido oposto ao indicado pelas setas, do terminal negativo para o terminal positivo. Por motivos históricos, porém, usamos a seguinte convenção:



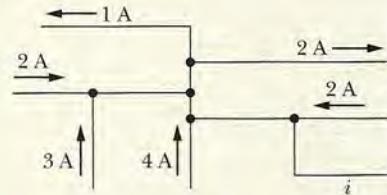
A seta da corrente é desenhada no sentido em que portadores de carga positivos se moveriam, mesmo que os portadores sejam negativos e se movam no sentido oposto.

Podemos usar essa convenção porque na *maioria* das situações, supor que portadores de carga positivos estão se movendo em um sentido tem exatamente o mesmo efeito que supor que portadores de carga negativos estão se movendo no sentido oposto. (Nos casos em que isso não é verdade, abandonamos a convenção e descrevemos o movimento do modo como realmente acontece.)



TESTE 1

A figura mostra parte de um circuito. Quais são o valor absoluto e o sentido da corrente i no fio da extremidade inferior direita?



Exemplo

A corrente elétrica como derivada do fluxo de carga

A vazão da água em uma mangueira, dV/dt , é 450 cm³/s. Qual é a corrente de cargas negativas?

IDEIAS-CHAVE

A corrente i de cargas negativas se deve ao movimento dos elétrons das moléculas de água. A corrente é a taxa com a qual as cargas negativas passam por qualquer plano que intercepte totalmente a mangueira.

Cálculos Podemos escrever a corrente em termos do número de moléculas que passam por um plano por segundo como

$$i = \left(\frac{\text{carga}}{\text{por elétron}} \right) \left(\frac{\text{elétrons}}{\text{por molécula}} \right) \left(\frac{\text{moléculas}}{\text{por segundo}} \right)$$

ou

$$i = (e)(10) \frac{dN}{dt}.$$

Usamos 10 como número de elétrons por molécula porque em uma molécula de água (H₂O) existem 8 elétrons no átomo de oxigênio e 1 elétron em cada átomo de hidrogênio.

Podemos expressar a derivada dN/dt em termos da vazão dV/dt escrevendo

$$\begin{aligned} \left(\frac{\text{moléculas}}{\text{por segundo}} \right) &= \left(\frac{\text{moléculas}}{\text{por mol}} \right) \left(\frac{\text{mols por unidade de massa}}{\text{massa}} \right) \\ &\times \left(\frac{\text{massa por unidade de volume}}{\text{volume}} \right) \left(\frac{\text{volume por segundo}}{\text{por volume}} \right). \end{aligned}$$

“Moléculas por mol” é o número de Avogadro, N_A . “Mols por unidade de massa” é o inverso da massa molar M da água. “Massa por unidade de volume” é a massa específica ρ da água. “Volume por segundo” é a vazão dV/dt . Assim, temos:

$$\frac{dN}{dt} = N_A \left(\frac{1}{M} \right) \rho \left(\frac{dV}{dt} \right) = \frac{N_A \rho}{M} \frac{dV}{dt}.$$

Substituindo esse resultado na equação de i , obtemos

$$i = 10eN_A M^{-1} \rho \frac{dV}{dt}.$$

O valor de N_A é $6,02 \times 10^{23}$ moléculas/mol, ou $6,02 \times 10^{23}$ mol⁻¹, e $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Podemos calcular a massa molar da água a partir das massas molares do oxigênio e do hidrogênio (veja o Apêndice F). Somando a massa molar do oxigênio (16 g/mol) a duas vezes a massa mo-

lar do hidrogênio (1 g/mol), obtemos $18 \text{ g/mol} = 0,018 \text{ kg/mol}$. Assim,

$$\begin{aligned} i &= (10)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) \\ &\quad \times (0,018 \text{ kg/mol})^{-1}(1000 \text{ kg/m}^3)(450 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}) \\ &= 2,41 \times 10^7 \text{ C/s} = 2,41 \times 10^7 \text{ A} \\ &= 24,1 \text{ MA}. \end{aligned}$$

(Resposta)

Esta corrente de cargas negativas é compensada exatamente por uma corrente de cargas positivas produzida pelos núcleos dos três átomos que formam a molécula de água. Assim, a corrente elétrica total que atravessa a mangueira é nula.

26-3 Densidade de Corrente

Às vezes estamos interessados em conhecer a corrente i em um condutor. Em outras ocasiões, nosso interesse é mais restrito e queremos estudar o fluxo de cargas através da seção reta de um condutor em um ponto qualquer de um circuito. Para descrever esse fluxo, usamos a **densidade de corrente** \vec{J} , que tem a mesma direção e o mesmo sentido que a velocidade das cargas que constituem a corrente se as cargas forem positivas e a mesma direção e o sentido oposto se as cargas forem negativas. Para cada elemento da seção reta, o módulo J da densidade de corrente é igual à corrente dividida pela área do elemento. Podemos escrever a corrente que atravessa o elemento de área como $\vec{J} \cdot d\vec{A}$, onde $d\vec{A}$ é o vetor área do elemento, perpendicular ao elemento. A corrente total que atravessa a superfície é, portanto,

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}. \quad (26-4)$$

Se a corrente é uniforme em toda a superfície e paralela a $d\vec{A}$, \vec{J} também é uniforme e paralelo a $d\vec{A}$. Nesse caso, a Eq. 26-4 se torna

$$i = \int J dA = J \int dA = JA,$$

onde

$$J = \frac{i}{A}, \quad (26-5)$$

em que A é a área total da superfície. De acordo com a Eq. 26-4 e a Eq. 26-5, a unidade de densidade de corrente no SI é o ampère por metro quadrado (A/m^2).

Como vimos no Capítulo 22, os campos elétricos podem ser representados por linhas de campo. A Fig. 26-4 mostra que a densidade de corrente também pode ser representada por um conjunto de linhas, conhecidas como *linhas de corrente*. A corrente, que é da esquerda para a direita na Fig. 26-4, faz uma transição de um condutor mais largo, à esquerda, para um condutor mais estreito, à direita. Como a carga é conservada na transição, a quantidade de carga e a quantidade de corrente não podem mudar; o que muda é a densidade de corrente, que é maior no condutor mais estreito. O espaçamento das linhas de corrente é inversamente proporcional à densidade de corrente; quanto mais próximas as linhas de corrente, maior a densidade de corrente.

Velocidade de Deriva

Quando um condutor não está sendo percorrido por corrente, os elétrons de condução se movem aleatoriamente, sem que haja uma direção preferencial. Quando existe uma corrente, os elétrons continuam a se mover aleatoriamente, mas tendem a *derivar* com uma **velocidade de deriva** v_d no sentido oposto ao do campo elétrico que produziu a corrente. A velocidade de deriva é muito pequena em relação à velocidade com a qual os elétrons se movem aleatoriamente. Assim, por exemplo, nos condutores de cobre da fiação elétrica residencial, a velocidade de deriva dos elétrons é da ordem de 10^{-5} ou 10^{-4} m/s , enquanto a velocidade aleatória é da ordem de 10^6 m/s .

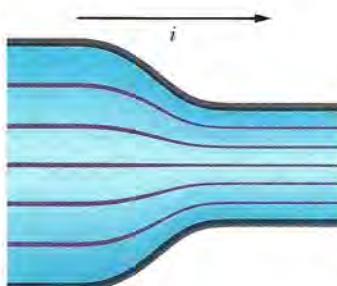


Figura 26-4 A densidade de corrente pode ser representada por linhas de corrente cujo espaçamento é inversamente proporcional à densidade de corrente.

Podemos usar a Fig. 26-5 para relacionar a velocidade de deriva v_d dos elétrons de condução em um fio ao módulo J da densidade de corrente no fio. Por conveniência, a Fig. 26-5 mostra a deriva equivalente de portadores de carga *positivos* na direção do campo elétrico aplicado \vec{E} . Vamos supor que todos esses portadores de carga se movem com a mesma velocidade de deriva v_d e que a densidade de corrente J é a mesma em toda a seção reta A do fio. Vamos supor ainda que a seção reta do fio é constante. Nesse caso, o número de portadores em um pedaço do fio de comprimento L é nAL , onde n é o número de portadores por unidade de volume. Como cada portador possui uma carga e , a carga total dos portadores nesse pedaço do fio é dada por

$$q = (nAL)e.$$

Como os portadores estão todos se movendo com velocidade v_d , essa carga atravessa uma seção reta do fio em um intervalo de tempo

$$t = \frac{L}{v_d}.$$

De acordo com a Eq. 26-1, a corrente i é a taxa de variação com o tempo do fluxo de carga em uma seção reta. Assim, temos:

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nAev_d. \quad (26-6)$$

Explicitando v_d e lembrando que, de acordo com a Eq. 26-5, $i/A = J$, temos:

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne}$$

ou, em forma vetorial,

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d. \quad (26-7)$$

O produto ne , que no SI é medido em coulombs por metro quadrado (C/m^3), é chamado de *densidade de carga dos portadores*. No caso de portadores positivos, ne é positivo e, portanto, de acordo com a Eq. 26-7, \vec{J} e \vec{v}_d têm o mesmo sentido. No caso de portadores negativos, ne é negativo e \vec{J} e \vec{v}_d têm sentidos opostos.

TESTE 2

A figura mostra elétrons de condução que se movem para a esquerda em um fio. Determine se o sentido das grandezas a seguir é para a esquerda ou para a direita:

- (a) a corrente i ; (b) a densidade de corrente \vec{J} ; (c) o campo elétrico \vec{E} no interior do fio.



O sentido positivo da corrente é o do movimento de cargas positivas sob o efeito de um campo elétrico.

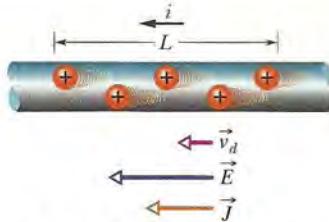


Figura 26-5 Portadores de carga positivos se movem com velocidade de deriva v_d na direção do campo elétrico aplicado \vec{E} . Por convenção, o sentido da densidade de corrente \vec{J} é o mesmo da corrente.

Exemplo

Densidade de corrente, uniforme e não uniforme

- (a) A densidade de corrente em um fio cilíndrico de raio $R = 2,0 \text{ mm}$ é uniforme ao longo de uma seção reta do fio e igual a $2,0 \times 10^5 \text{ A/m}^2$. Qual é a corrente na parte externa do fio, entre as distâncias radiais $R/2$ e R (Fig. 26-6a)?

IDEIA-CHAVE

Como a densidade de corrente é uniforme, a densidade de corrente J , a corrente i e a seção reta A estão relacionadas através da Eq. 26-5 ($J = i/A$).

Cálculos Estamos interessados apenas na corrente que atravessa uma parte A' da seção reta do fio, onde

$$A' = \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{3R^2}{4}\right) \\ = \frac{3\pi}{4} (0,0020 \text{ m})^2 = 9,424 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Neste caso, podemos escrever a Eq. 26-5 na forma

$$i = JA'$$

e substituir J e A' por seus valores para obter

$$\begin{aligned} i &= (2,0 \times 10^5 \text{ A/m}^2)(9,424 \times 10^{-6} \text{ m}^2) \\ &= 1,9 \text{ A.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(b) Suponha que, em vez de ser uniforme, a densidade de corrente varia com a distância radial r de acordo com a equação $J = ar^2$, onde $a = 3,0 \times 10^{11} \text{ A/m}^4$ e r está em metros. Nesse caso, qual é a corrente na mesma parte do fio?

IDEIA-CHAVE

Como a densidade de corrente não é uniforme, devemos usar a Eq. 26-4 ($i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$) e integrar a densidade de corrente para a parte do fio entre $r = R/2$ e $r = R$.

Cálculos O vetor densidade de corrente \vec{J} (que é paralelo ao eixo do fio) e o vetor elemento de área $d\vec{A}$ (que é perpendicular à seção reta do fio) têm a mesma direção e o mesmo sentido. Assim,

$$\vec{J} \cdot d\vec{A} = J dA \cos 0 = J dA.$$

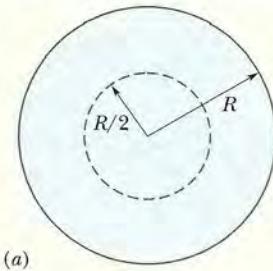
O elemento de área dA deve ser expresso em termos de uma variável que possa ser integrada entre os limites $r = R/2$ e $r = R$. No caso que estamos examinando, como J é dada em função de r , é conveniente usar como elemento de área a área $2\pi r dr$ de um anel elementar de circunferência $2\pi r$ e largura dr (Fig. 26-6b). Podemos integrar a expressão resultante usando r como variável de integração. De acordo com a Eq. 26-4, temos:

$$\begin{aligned} i &= \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int J dA \\ &= \int_{R/2}^R ar^2 2\pi r dr = 2\pi a \int_{R/2}^R r^3 dr \\ &= 2\pi a \left[\frac{r^4}{4} \right]_{R/2}^R = \frac{\pi a}{2} \left[R^4 - \frac{R^4}{16} \right] = \frac{15}{32} \pi a R^4 \\ &= \frac{15}{32} \pi (3,0 \times 10^{11} \text{ A/m}^4)(0,0020 \text{ m})^4 = 7,1 \text{ A.} \end{aligned}$$

(Resposta)

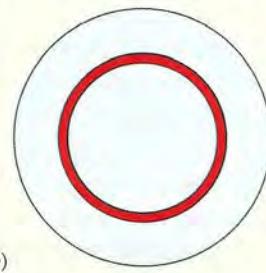


Queremos calcular a corrente na região entre esses dois raios.



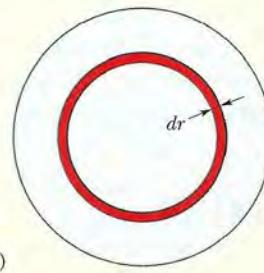
(a)

Se a corrente não é uniforme, começamos com um anel tão fino que podemos supor que a corrente é uniforme no interior do anel.



(b)

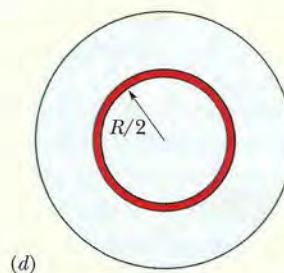
A área do anel é o produto da circunferência pela largura.



(c)

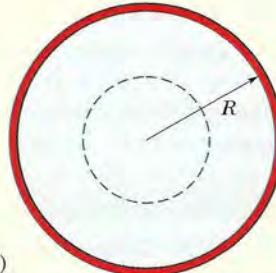
A corrente no anel é o produto da densidade de corrente pela área do anel.

Devemos somar a corrente em todos os anéis, do menor ...



(d)

...até o maior.



(e)

Figura 26-6 (a) Seção reta de um fio de raio R . Se a densidade de corrente é uniforme, a corrente é simplesmente o produto da densidade de corrente pela área da seção reta. (b)–(e) Se a densidade de corrente não é uniforme, calculamos a corrente em um anel elementar e depois somamos (por integração) as correntes em todos os anéis que pertencem à região de interesse.

Exemplo**A velocidade de deriva dos elétrons é muito pequena**

Qual é a velocidade de deriva dos elétrons de condução em um fio de cobre de raio $r = 900 \mu\text{m}$ percorrido por uma corrente $i = 17 \text{ mA}$? Suponha que cada átomo de cobre contribui para a corrente com um elétron de condução e que a densidade de corrente é uniforme ao longo da seção reta do fio.

IDEIAS-CHAVE

1. A velocidade de deriva v_d está relacionada à densidade de corrente J e ao número n de elétrons de condução por unidade de volume através da Eq. 26-7, que neste caso pode ser escrita na forma $J = nev_d$.
2. Como a densidade de corrente é uniforme, o módulo J da densidade de corrente está relacionado à corrente i e à área A da seção reta do fio através da Eq. 26-5, $J = i/A$.
3. Como estamos supondo que existe um elétron de condução por átomo, o número n de elétrons de condução por unidade de volume é igual ao número de átomos por unidade de volume.

Cálculos Vamos começar pela terceira ideia e escrever

$$n = \left(\frac{\text{átomos}}{\text{unidade de volume}} \right) = \left(\frac{\text{átomos}}{\text{mol}} \right) \left(\frac{\text{mols}}{\text{unidade de massa}} \right) \left(\frac{\text{massa}}{\text{unidade de volume}} \right).$$

O número de átomos por mol é o número de Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Mols por unidade de massa é o inverso da massa por mol, que no caso é a massa molar M do cobre. Massa por unidade de volume é a massa específica ρ do cobre. Assim,

$$n = N_A \left(\frac{1}{M} \right) \rho = \frac{N_A \rho}{M}.$$

Os valores de ρ e M para o cobre aparecem no Apêndice F. Usando esses valores, temos (depois de algumas conversões de unidades):

$$\begin{aligned} n &= \frac{(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})(8,96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)}{63,54 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} \\ &= 8,49 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3 \end{aligned}$$

ou $n = 8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

Vamos agora combinar as duas primeiras ideias e escrever

$$\frac{i}{A} = nev_d.$$

Substituindo A por πr^2 ($= 2,54 \times 10^{-6} \text{ m}^2$) e explicitando v_d , obtemos:

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{i}{ne(\pi r^2)} \\ &= \frac{17 \times 10^{-3} \text{ A}}{(8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(2,54 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} \\ &= 4,9 \times 10^{-7} \text{ m/s}, \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

que é apenas 1,8 mm/h, uma velocidade menor que a de uma lesma.

A luz acende depressa A esta altura, o leitor deve estar se perguntando: “Se a velocidade de deriva dos elétrons é tão pequena, por que a luz acende no momento em que ligo o interruptor?” Dúvidas como essa surgem porque existe uma diferença entre a velocidade de deriva dos elétrons e a velocidade com a qual variações do campo elétrico se propagam ao longo dos fios. Esta última velocidade é quase igual à velocidade da luz; os elétrons em todos os pontos de um circuito começam a se mover quase instantaneamente, entre eles os elétrons que fazem as lâmpadas acender. Analogamente, quando você abre o registro de água do jardim e a mangueira está cheia d’água, uma onda de pressão se move ao longo da mangueira com uma velocidade igual à velocidade do som na água e a água começa a sair do bico da mangueira quase instantaneamente. A velocidade com a qual a água se move no interior da mangueira, que pode ser medida, por exemplo, usando um corante, é muito menor.

26-4 Resistência e Resistividade

Quando aplicamos a mesma diferença de potencial às extremidades de barras de mesmas dimensões feitas de cobre e de vidro, os resultados são muito diferentes. A característica do material que determina a diferença é a **resistência elétrica**. Medimos a resistência entre dois pontos de um condutor aplicando uma diferença de potencial V entre esses pontos e medindo a corrente i resultante. A resistência R é dada por

$$R = \frac{V}{i} \quad (\text{definição de } R). \quad (26-8)$$



Figura 26-7 Resistores variados. As faixas coloridas indicam o valor da resistência através de um código simples. (*The Image Works*)

De acordo com a Eq. 26-8, a unidade de resistência no SI é o volt por ampère. Essa combinação ocorre com tanta frequência que uma unidade especial, o **ohm** (Ω) é usada para representá-la. Assim,

$$\begin{aligned} 1 \text{ ohm} &= 1 \Omega = 1 \text{ volt por ampère} \\ &= 1 \text{ V/A}. \end{aligned} \quad (26-9)$$

Um condutor cuja função em um circuito é introduzir uma resistência é chamado de **resistor** (veja a Fig. 26-7). Nos diagramas dos circuitos elétricos, um resistor é representado pelo símbolo $\text{---} \wedge \wedge \text{---}$. Quando escrevemos a Eq. 26-8 na forma

$$i = \frac{V}{R},$$

vemos que “resistência” é um nome bem escolhido. Para uma dada diferença de potencial, quanto maior a resistência (à passagem de corrente), menor a corrente.

A resistência de um condutor depende do modo como a diferença de potencial é aplicada. A Fig. 26-8, por exemplo, mostra a mesma diferença de potencial aplicada de duas formas diferentes ao mesmo condutor. Como mostram as linhas de corrente, as correntes nos dois casos são diferentes e, portanto, as resistências também são diferentes. A menos que seja dito explicitamente o contrário, vamos supor que as diferenças de potencial são aplicadas aos condutores como na Fig. 26-8b.

Como já fizemos em outras ocasiões, estamos interessados em adotar um ponto de vista que enfatize mais o material que o dispositivo. Para isso, concentramos a atenção, não na diferença de potencial V entre as extremidades de um dado resistor, mas no campo elétrico \vec{E} que existe em um ponto de um material resistivo. Em vez de lidar com a corrente i no resistor, lidamos com a densidade de corrente \vec{J} no ponto em questão. Em vez de falar da resistência R de um dispositivo, falamos da **resistividade** ρ de um *material*:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (\text{definição de } \rho). \quad (26-10)$$

(Compare esta equação com a Eq. 26-8.)

Combinando as unidades de E e J no SI de acordo com a Eq. 26-10, obtemos, para unidade de ρ , o ohm-metro ($\Omega \cdot \text{m}$):

$$\frac{\text{unidade de } (E)}{\text{unidade de } (J)} = \frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \text{ m} = \Omega \cdot \text{m}.$$

(Não confunda o *ohm-metro*, que é a unidade de resistividade, com o *ohmímetro*, que é um instrumento para medir resistências.) A Tabela 26-1 mostra a resistividade de alguns materiais.

Podemos escrever a Eq. 26-10 em forma vetorial:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}. \quad (26-11)$$

As Eqs. 26-10 e 26-11 são válidas apenas para materiais *isotrópicos*, ou seja, materiais cujas propriedades são as mesmas em todas as direções.

Também podemos falar da **condutividade** σ de um material, que é simplesmente o recíproco da resistividade:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (\text{definição de } \sigma). \quad (26-12)$$

A unidade de condutividade no SI é o ohm-metro recíproco, $(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Essa unidade é às vezes chamada de mho por metro (mho é ohm escrito ao contrário). Usando a definição de σ , podemos escrever a Eq. 26-11 na forma

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (26-13)$$

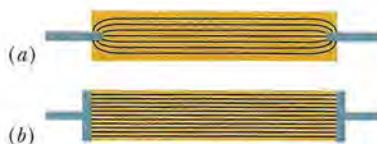


Figura 26-8 Duas formas de aplicar uma diferença de potencial a um condutor. A resistência dos contatos é tão pequena que pode ser desprezada. No arranjo (a) em que os contatos se estendem apenas a uma pequena região das extremidades do condutor, a resistência é maior que no arranjo (b), em que os contatos cobrem toda a superfície das extremidades do condutor.

Tabela 26-1

Resistividade de Alguns Materiais à Temperatura Ambiente (20°C)

Material	Resistividade, ρ ($\Omega \cdot m$)	Coeficiente de Temperatura da Resistividade, α (K^{-1})
<i>Metais Típicos</i>		
Prata	$1,62 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$
Ouro	$2,35 \times 10^{-8}$	$4,0 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$
Manganin ^a	$4,82 \times 10^{-8}$	$0,002 \times 10^{-3}$
Tungstênio	$5,25 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$
Ferro	$9,68 \times 10^{-8}$	$6,5 \times 10^{-3}$
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$
<i>Semicondutores Típicos</i>		
Silício puro	$2,5 \times 10^3$	-70×10^{-3}
Silício ^b tipo n	$8,7 \times 10^{-4}$	
Silício ^c tipo p	$2,8 \times 10^{-3}$	
<i>Isolantes Típicos</i>		
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$	
Quartzo fundido	$\sim 10^{16}$	

^aUma liga especial com um baixo valor de α .

^bSilício dopado com 10^{23} átomos/m⁻³ de fósforo.

^cSilício dopado com 10^{23} átomos/m⁻³ de alumínio.

Cálculo da Resistência a partir da Resistividade

Vamos chamar atenção mais uma vez para uma importante diferença:



A resistência é uma propriedade de um dispositivo; a resistividade é uma propriedade de um material.

Quando conhecemos a resistividade de um material, como o cobre, por exemplo, não é difícil calcular a resistência de um fio feito desse material. Seja A a área da seção reta, L o comprimento e V a diferença de potencial entre as extremidades do fio (Fig. 26-9). Se as linhas de corrente que representam a densidade de corrente são uniformes ao longo de toda a seção reta, o campo elétrico e a densidade de corrente são iguais em todos os pontos do fio e, de acordo com as Eqs. 24-42 e 26-5, têm os valores

$$E = V/L \quad \text{e} \quad J = i/A. \quad (26-14)$$

Nesse caso, podemos combinar as Eqs. 26-10 e 26-14 para obter

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A}. \quad (26-15)$$

Como V/i é a resistência R , a Eq. 26-15 pode ser escrita na forma

$$R = \rho \frac{L}{A}. \quad (26-16)$$

▲ Eq. 26-16 se aplica apenas a condutores isotrópicos homogêneos de seção reta uniforme, com a diferença de potencial aplicada como na Fig. 26-8b.

As grandezas macroscópicas V , i e R são de grande interesse quando estamos realizando medidas elétricas em condutores específicos. São essas as grandezas que

A corrente está relacionada à diferença de potencial.



Figura 26-9 Uma diferença de potencial V é aplicada às extremidades de um fio de comprimento L e seção reta A , estabelecendo uma corrente i .

**TESTE 3**

A figura mostra três condutores cilíndricos de cobre com os respectivos valores do comprimento e da área da seção reta. Coloque os condutores na ordem da corrente que os atravessa quando a mesma diferença de potencial é aplicada às extremidades, começando pela maior.

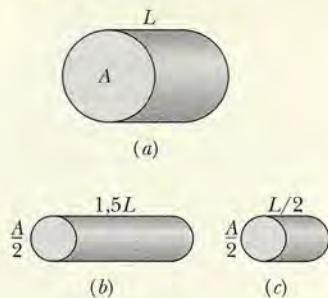


Figura 26-10 Resistividade do cobre em função da temperatura. O ponto assinala uma temperatura de referência conveniente, $T_0 = 293$ K, na qual a resistividade é $\rho_0 = 1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

lemos diretamente nos instrumentos de medida. Por outro lado, quando estamos interessados nas propriedades elétricas dos materiais, usamos as grandezas microscópicas E , J e ρ .

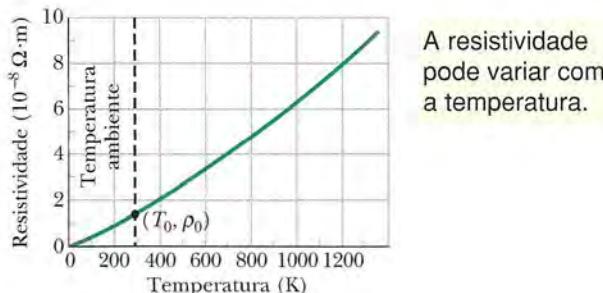
Variação da Resistividade com a Temperatura

Os valores da maioria das grandezas físicas variam com a temperatura; a resistividade não é exceção. A Fig. 26-10, por exemplo, mostra a variação da resistividade do cobre com a temperatura. A relação entre temperatura e resistividade para o cobre (e para os metais em geral) é quase linear em uma larga faixa de temperaturas. Isso nos possibilita escrever uma fórmula empírica que é adequada para a maioria das aplicações práticas:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0), \quad (26-17)$$

em que T_0 é uma temperatura de referência e ρ_0 é a resistividade a essa temperatura. Costuma-se escolher como referência $T_0 = 293$ K (temperatura ambiente), caso em que $\rho_0 = 1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ para o cobre.

Como a temperatura entra na Eq. 26-17 apenas como uma diferença, tanto faz usar a escala Celsius ou a escala Kelvin, já que o valor de um grau nas duas escalas é o mesmo. A constante α que aparece na Eq. 26-17, conhecida como *coeficiente de temperatura da resistividade*, é escolhida para que a concordância da resistividade calculada com a resistividade medida experimentalmente seja a melhor possível na faixa de temperaturas considerada. A Tabela 26-1 mostra os valores de α para alguns metais.

**Exemplo****Uma substância possui resistividade, uma amostra da substância possui resistência**

Uma amostra de ferro em forma de paralelepípedo tem dimensões $1,2 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$. Uma diferença de potencial é aplicada à amostra entre faces paralelas e de tal forma que as faces são superfícies equipotenciais (como na Fig. 26-8b). Determine a resistência da amostra se as faces paralelas forem (1) as extremidades quadradas (de dimensões $1,2 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm}$); (2) extremidades retangulares (de dimensões $1,2 \times 15 \text{ cm}$).

IDEIA-CHAVE

A resistência R de um objeto depende do modo como a diferença de potencial é aplicada ao objeto. Em particular, de acordo com a Eq. 26-16 ($R = \rho L/A$), a resistência depende da razão L/A , onde A é a área das superfícies às quais é aplicada a diferença de potencial e L é a distância entre essas superfícies.

Cálculos No caso 1, temos $L = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$ e

$$A = (1,2 \text{ cm})^2 = 1,44 \times 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Substituindo esse valor na Eq. 26-16 e usando a resistividade ρ do ferro que aparece na Tabela 26-1, temos:

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(0,15 \text{ m})}{1,44 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \\ = 1,0 \times 10^{-4} \Omega = 100 \mu\Omega. \quad (\text{Resposta})$$

Analogamente, no caso 2, em que $L = 1,2 \text{ cm} = 0,012 \text{ m}$ e $A = (1,2 \text{ cm})(15 \text{ cm})$, obtemos

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1,2 \times 10^{-2} \text{ m})}{1,80 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \\ = 6,5 \times 10^{-7} \Omega = 0,65 \mu\Omega. \quad (\text{Resposta})$$

26-5 Lei de Ohm

Como vimos na Seção 26-4, o resistor é um condutor com um valor específico de resistência. A resistência de um resistor não depende do valor absoluto e do sentido (*polaridade*) da diferença de potencial aplicada. Outros dispositivos, porém, podem ter uma resistência que varia de acordo com a diferença de potencial aplicada.

A Fig. 26-11a mostra como as propriedades elétricas dos dispositivos podem ser investigadas. Uma diferença de potencial V é aplicada aos terminais do dispositivo que está sendo testado e a corrente resultante i é medida em função de V . A polaridade de V é tomada arbitrariamente como positiva quando o terminal da esquerda do dispositivo possui um potencial maior que o terminal da direita. O sentido da corrente (da esquerda para a direita) é tomado arbitrariamente como positivo. Nesse caso, a polaridade oposta de V (com o terminal da direita com um potencial maior) e a corrente resultante são tomadas como negativas.

A Fig. 26-11b mostra o gráfico de i em função de V para um certo dispositivo. Como o gráfico é uma linha reta que passa pela origem, a razão i/V (que corresponde à inclinação da reta) é a mesma para qualquer valor de V . Isso significa que a resistência $R = V/i$ do dispositivo é independente do valor absoluto e da polaridade da diferença de potencial aplicada V .

A Fig. 26-11c mostra o gráfico de i em função de V para outro dispositivo. Nesse caso, só existe corrente quando a polaridade de V é positiva e a diferença de potencial aplicada é maior que 1,5 V. Além disso, no trecho do gráfico em que existe corrente, a razão entre i e V não é constante, mas depende do valor da diferença de tensão aplicada V .

Em casos como esses, fazemos uma distinção entre os dispositivos que obedecem à lei de Ohm e os que não obedecem à lei de Ohm.



A lei de Ohm é a afirmação de que a corrente que atravessa um dispositivo é *sempre* diretamente proporcional à diferença de potencial aplicada ao dispositivo.

Hoje sabemos que essa afirmação é correta apenas em certas situações; entretanto, por motivos históricos, continua a ser chamada de “lei”. O dispositivo da Fig. 26-11b, que é um resistor de $1000\ \Omega$, obedece à lei de Ohm. O dispositivo da Fig. 26-11c, que é um diodo semicondutor, não obedece à lei de Ohm.



Um dispositivo obedece à lei de Ohm se a resistência do dispositivo não depende do valor absoluto nem da polaridade da diferença de potencial aplicada.

É frequente ouvir-se a afirmação de que $V = iR$ é uma expressão matemática da lei de Ohm. Isso não é verdade! A equação é usada para definir o conceito de resistência e se aplica a todos os dispositivos que conduzem corrente elétrica, mesmo aos que não obedecem à lei de Ohm. Se medimos a diferença de potencial V entre os terminais de qualquer dispositivo e a corrente i que atravessa o dispositivo ao ser submetido a essa diferença de potencial, podemos calcular a resistência do dispositivo *para esse valor de V* como $R = V/i$, mesmo que se trate de um dispositivo, como um diodo semicondutor, que não obedece à lei de Ohm. A essência da lei de Ohm, por outro lado, está no fato de que o gráfico de i em função de V é linear, ou seja, de que R não depende de V .

Podemos expressar a lei de Ohm de modo mais geral se nos concentrarmos nos *materiais* e não nos *dispositivos*. Nesse caso, a relação relevante passa a ser a Eq. 26-11 ($\vec{E} = \rho \vec{J}$) em vez de $V = iR$.



Um material obedece à lei de Ohm se a resistividade do material não depende do módulo nem da direção do campo elétrico aplicado.

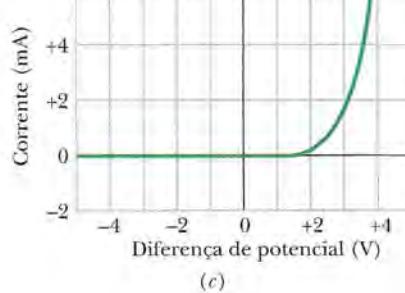
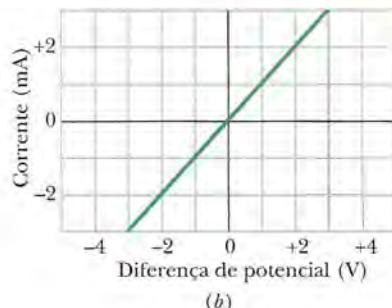
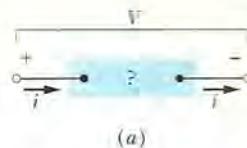


Figura 26-11 (a) Uma diferença de potencial V é aplicada aos terminais de um dispositivo, estabelecendo uma corrente i . (b) Gráfico da corrente i em função da diferença de potencial aplicada V quando o dispositivo é um resistor de $1000\ \Omega$. (c) O mesmo tipo de gráfico quando o dispositivo é um diodo semicondutor.

**TESTE 4**

A tabela mostra a corrente i (em amperes) em dois dispositivos para vários valores da diferença de potencial V (em volts). Determine, a partir desses dados, qual é o dispositivo que não obedece à lei de Ohm.

Dispositivo 1		Dispositivo 2	
V	i	V	i
2,00	4,50	2,00	1,50
3,00	6,75	3,00	2,20
4,00	9,00	4,00	2,80

Todos os materiais homogêneos, sejam eles condutores como o cobre ou semicondutores como o silício puro ou dopado com impurezas, obedecem à lei de Ohm dentro de uma faixa de valores do campo elétrico aplicado. Para valores elevados do campo elétrico, porém, sempre são observados desvios em relação à lei de Ohm.

26-6 Uma Visão Microscópica da Lei de Ohm

Para verificar *por que* alguns materiais obedecem à lei de Ohm, precisamos examinar os detalhes do processo de condução de eletricidade a nível atômico. No momento, vamos considerar apenas a condução em materiais metálicos, como o cobre, por exemplo. Nossa análise será baseada no *modelo de elétrons livres*, no qual supomos que os elétrons de condução de um metal estão livres para vagar por toda a amostra, como as moléculas de gás no interior de um recipiente fechado. Vamos supor também que os elétrons não colidem uns com os outros, mas apenas com os átomos do metal.

De acordo com a física clássica, os elétrons possuem uma distribuição Maxwelliana de velocidades como a das moléculas de um gás (Seção 19-7) e, portanto, a velocidade média dos elétrons depende da temperatura. Os movimentos dos elétrons, porém, não são governados pelas leis da física clássica e sim pelas leis da física quântica. Na verdade, uma hipótese que está muito mais próxima da realidade é a de que os elétrons de condução em um metal se movem com uma única velocidade efetiva v_{ef} e que essa velocidade não depende da temperatura. No caso do cobre, $v_{ef} \approx 1,6 \times 10^6$ m/s.

Quando aplicamos um campo elétrico a uma amostra metálica, os elétrons modificam ligeiramente seus movimentos aleatórios e passam a derivar lentamente, no sentido oposto ao do campo, com uma velocidade de deriva v_d . A velocidade de deriva em um condutor metálico típico é da ordem de 5×10^{-7} m/s, muito menor, portanto, que a velocidade efetiva ($1,6 \times 10^6$ m/s). A Fig. 26-12 ilustra a relação entre as duas velocidades. As retas cinzentas mostram um possível caminho aleatório de um elétron na ausência de um campo elétrico aplicado; o elétron se move de A para B , sofrendo seis colisões no percurso. As retas verdes mostram qual poderia ser o mesmo caminho na presença de um campo elétrico \vec{E} . Vemos que o elétron deriva para a direita e vai terminar no ponto B' em vez de B . A Fig. 26-12 foi desenhada para $v_d \approx 0,02 v_{ef}$. Como, na verdade, a relação é $v_d \approx (10^{-13}) v_{ef}$, a deriva mostrada na figura está grandemente exagerada.

O movimento dos elétrons de condução na presença de um campo elétrico \vec{E} é, portanto, uma combinação do movimento devido a colisões aleatórias com o movimento devido ao campo elétrico. Quando consideramos todos os elétrons livres, a média dos movimentos aleatórios é zero e não contribui para a velocidade de deriva; assim, a velocidade de deriva se deve apenas ao efeito do campo elétrico sobre os elétrons.

Se um elétron de massa m é submetido a um campo elétrico de módulo E , o elétron sofre uma aceleração dada pela segunda lei de Newton:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}. \quad (26-18)$$

A natureza das colisões experimentadas pelos elétrons de condução é tal que, depois de uma colisão típica, o elétron perde, por assim dizer, a memória da velocidade de deriva que possuía antes da colisão. Em outras palavras, os elétrons passam a se mover em uma direção aleatória após cada colisão. No intervalo de tempo médio τ entre colisões, um elétron adquire uma velocidade de deriva $v_d = a\tau$. Supondo que os elétrons se movem de forma independente, podemos concluir que, em qualquer instante, os elétrons possuem, em média, uma velocidade de deriva $v_d = a\tau$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 26-18,

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}. \quad (26-19)$$

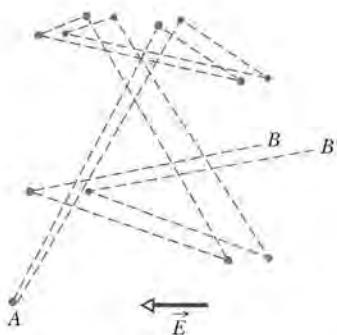


Figura 26-12 As retas cinzentas mostram um possível caminho aleatório de um elétron de A a B na ausência de um campo elétrico aplicado, sofrendo seis colisões no percurso; as retas verdes mostram qual poderia ser o mesmo caminho na presença de um campo elétrico \vec{E} . Observe o deslocamento para a direita do ponto final da trajetória, no sentido contrário ao do campo elétrico \vec{E} . (Na verdade, as retas verdes deveriam ser ligeiramente curvas, para representar as trajetórias parabólicas do elétron entre colisões, por causa da influência do campo elétrico.)

Combinando este resultado com o módulo da Eq. 26-7 ($\bar{J} = ne\vec{v}_d$), obtemos:

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m}, \quad (26-20)$$

que pode ser escrita na forma

$$E = \left(\frac{m}{e^2 n \tau} \right) J. \quad (26-21)$$

Comparando a Eq. 26-21 com o módulo da Eq. 26-11 ($\bar{E} = \rho \bar{J}$), obtemos:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}. \quad (26-22)$$

A Eq. 26-22 pode ser considerada uma demonstração de que os metais obedecem à lei de Ohm se for possível provar que, no caso dos metais, a resistividade ρ não depende da intensidade do campo elétrico aplicado. Considere as grandezas que aparecem na Eq. 26-22. A não ser em casos extremos, podemos supor que n , o número de elétrons de condução por unidade de volume, não depende da intensidade do campo aplicado. Como m e e são constantes, resta apenas mostrar que τ , o tempo médio entre colisões (ou *tempo livre médio*), também não depende da intensidade do campo aplicado. Acontece que τ é inversamente proporcional à velocidade efetiva v_{ef} dos elétrons, que, como vimos, é muito maior que a velocidade de deriva v_d causada pelo campo. Isso significa que τ praticamente não é afetado pela intensidade do campo aplicado.

Exemplo

Tempo livre médio e livre caminho médio

- (a) Qual é o tempo médio entre colisões τ para os elétrons de condução do cobre?

IDEIAS-CHAVE

O tempo médio entre colisões τ no cobre é aproximadamente constante e, em particular, não depende do valor do campo elétrico aplicado a uma amostra de cobre. Assim, não precisamos considerar nenhum valor em particular do campo elétrico aplicado. Por outro lado, como a resistividade ρ do cobre depende de τ , podemos determinar o tempo médio entre colisões a partir da Eq. 26-22 ($\rho = m/e^2 n \tau$).

Cálculos De acordo com a Eq. 26-22,

$$\tau = \frac{m}{ne^2 \rho}. \quad (26-23)$$

O valor de n , o número de elétrons de condução do cobre por unidade de volume, é $8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. O valor de ρ aparece na Tabela 26-1. O denominador é, portanto,

$$(8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2(1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \\ = 3,67 \times 10^{-17} \text{ C}^2 \cdot \Omega/\text{m}^2 = 3,67 \times 10^{-17} \text{ kg/s},$$

onde as unidades foram convertidas da seguinte forma:

$$\frac{\text{C}^2 \cdot \Omega}{\text{m}^2} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{A}} = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{J/C}}{\text{m}^2 \cdot \text{C/s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}^2/\text{s}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}}.$$

Usando esses resultados e substituindo a massa m do elétron por seu valor, obtemos:

$$\tau = \frac{9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}}{3,67 \times 10^{-17} \text{ kg/s}} = 2,5 \times 10^{-14} \text{ s. (Resposta)}$$

- (b) O livre caminho médio λ dos elétrons de condução em um condutor é definido como a distância média percorrida por um elétron entre duas colisões sucessivas. (Essa definição é semelhante à apresentada na Seção 19-6 para o livre caminho médio das moléculas em um gás.) Qual é o valor de λ para os elétrons de condução do cobre, supondo que a velocidade efetiva dos elétrons é $v_{ef} = 1,6 \times 10^6 \text{ m/s}$?

IDEIA-CHAVE

A distância d percorrida por uma partícula que se move com velocidade constante v durante um intervalo de tempo t é $d = vt$.

Cálculo No caso dos elétrons no cobre, temos:

$$\begin{aligned} \lambda &= v_{ef}\tau & (26-24) \\ &= (1,6 \times 10^6 \text{ m/s})(2,5 \times 10^{-14} \text{ s}) \\ &= 4,0 \times 10^{-8} \text{ m} = 40 \text{ nm.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Esta distância é aproximadamente 150 vezes maior que a distância entre átomos vizinhos na rede cristalina do cobre. Assim, em média, um elétron de condução passa por muitos átomos de cobre antes de se chocar com um deles.*

* Esse valor elevado do livre caminho médio foi explicado satisfatoriamente pela física quântica. (N.T.)

A bateria fornece energia para os elétrons de condução, cujo movimento constitui a corrente.

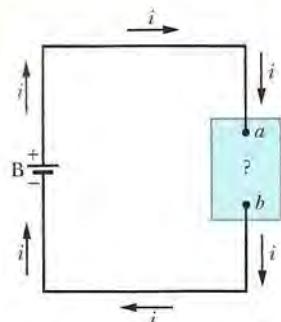


Figura 26-13 Uma bateria B estabelece uma corrente i em um circuito que contém um componente não especificado.

26-7 Potência em Circuitos Elétricos

A Fig. 26-13 mostra um circuito formado por uma bateria B ligada por fios de resistência desprezível a um componente não especificado, que pode ser um resistor, uma bateria recarregável, um motor ou qualquer outro dispositivo elétrico. A bateria mantém uma diferença de potencial de valor absoluto V entre seus terminais e, portanto (graças aos fios de ligação), entre os terminais do componente, com um potencial mais elevado no terminal a do componente que no terminal b .

Como existe um circuito fechado ligando os dois terminais da bateria e como a diferença de potencial produzida pela bateria é constante, uma corrente constante i atravessa o circuito, no sentido do terminal a para o terminal b . A quantidade de carga dq que atravessa o circuito em um intervalo de tempo dt é igual a $i dt$. Ao completar o circuito, a carga dq tem seu potencial reduzido de V e, portanto, sua energia potencial é reduzida de um valor dado por

$$dU = dq V = i dt V. \quad (26-25)$$

De acordo com a lei de conservação da energia, a redução da energia potencial elétrica no percurso de a a b deve ser acompanhada por uma conversão da energia para outra forma qualquer. A potência P associada a essa conversão é a taxa de transferência de energia dU/dt , que, de acordo com a Eq. 26-25, pode ser expressa na forma

$$P = iV \quad (\text{taxa de transferência de energia elétrica}). \quad (26-26)$$

Além disso, P é a taxa com a qual a energia é transferida da bateria para o componente. Se o componente é um motor acoplado a uma carga mecânica, a energia se transforma no trabalho realizado pelo motor sobre a carga. Se o componente é uma bateria recarregável, a energia se transforma na energia química armazenada na bateria. Se o componente é um resistor, a energia se transforma em energia térmica e tende a provocar um aumento da temperatura do resistor.

De acordo com a Eq. 26-26, a unidade de potência elétrica é o volt-ampère ($V \cdot A$), mas a potência elétrica também pode ser escrita na forma

$$1 \text{ V} \cdot \text{A} = \left(1 \frac{\text{J}}{\text{C}}\right) \left(1 \frac{\text{C}}{\text{s}}\right) = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W}.$$

Quando um elétron atravessa um resistor com velocidade de deriva constante, sua energia cinética média permanece constante e a energia potencial elétrica perdida é convertida em energia térmica do resistor. Em escala microscópica, essa conversão de energia ocorre através de colisões entre os elétrons e as moléculas do resistor, o que levam a um aumento de temperatura do resistor. A energia mecânica assim convertida em energia térmica é *dissipada* (perdida), já que o processo não pode ser revertido.

No caso de um resistor ou outro dispositivo de resistência R , podemos combinar as Eqs. 26-8 ($R = V/i$) e 26-26 para obter, para a taxa de dissipação de energia elétrica devido à resistência, as seguintes expressões:

$$P = i^2 R \quad (\text{dissipaçāo resistiva}) \quad (26-27)$$

$$\text{e} \quad P = \frac{V^2}{R} \quad (\text{dissipaçāo resistiva}). \quad (26-28)$$

Atenção: é preciso ter em mente que as Eqs. 26-27 e 26-28 são menos gerais que a Eq. 26-26. $P = iV$ se aplica a qualquer tipo de transferência de energia elétrica. $P = i^2 R$ e $P = V^2/R$ se aplicam apenas à transferência de energia elétrica para energia térmica em um dispositivo com resistência.



TESTE 5

Uma diferença de potencial V é aplicada a um dispositivo de resistência R , fazendo com que uma corrente i atravesse o dispositivo. Coloque as seguintes mudanças na ordem da variação da taxa com a qual a energia elétrica é convertida em energia térmica, começando pela maior: (a) V é multiplicada por dois e R permanece a mesma; (b) i é multiplicada por dois e R permanece a mesma; (c) R é multiplicada por dois e V permanece a mesma; (d) R é multiplicada por dois e i permanece a mesma.

Exemplo**Taxa de dissipação de energia em um fio percorrido por corrente**

Um pedaço de fio resistivo, feito de uma liga de níquel, cromo e ferro chamada de Nichrome, tem uma resistência de $72\ \Omega$. Determine a taxa com a qual a energia é dissipada nas seguintes situações: (1) uma diferença de potencial de 120 V é aplicada às extremidades do fio; (2) o fio é cortado pela metade e diferenças de potencial de 120 V são aplicadas às extremidades dos dois pedaços resultantes.

IDEIA-CHAVE

Uma corrente em um material resistivo produz uma conversão de energia mecânica em energia térmica; a taxa de conversão (dissipação) é dada pelas Eqs. 26-26 a 26-28.

Cálculos Como conhecemos o potencial V e a resistência R , usamos a Eq. 26-28, que nos dá, para a situação 1,

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(120\text{ V})^2}{72\ \Omega} = 200\text{ W.} \quad (\text{Resposta})$$

Na situação 2, a resistência de cada metade do fio é $72/2 = 36\ \Omega$. Assim, a dissipação para cada metade é

$$P' = \frac{(120\text{ V})^2}{36\ \Omega} = 400\text{ W,}$$

e para as duas metades é

$$P = 2P' = 800\text{ W.} \quad (\text{Resposta})$$

Este valor é quatro vezes maior que a dissipação do fio inteiro. À primeira vista pode parecer que se você comprar uma resistência de aquecimento, cortá-la ao meio e tornar a ligá-la aos mesmos terminais, terá quatro vezes mais calor. Por que não é aconselhável fazer isso? (O que acontece com a corrente que atravessa a resistência?)

26-8 Semicondutores

Os semicondutores são os principais responsáveis pela revolução da microeletrônica, que nos trouxe a era da informação. Na Tabela 26-2, as propriedades do silício, um semicondutor típico, são comparadas com as do cobre, um condutor metálico típico. Vemos que o silício possui um número muito menor de portadores de carga, uma resistividade muito maior e um coeficiente de temperatura da resistividade que é ao mesmo tempo elevado e negativo. Assim, enquanto a resistividade do cobre aumenta quando a temperatura aumenta, a resistividade do silício diminui.

O silício puro possui uma resistividade tão alta que se comporta quase como um isolante e, portanto, não tem muita utilidade em circuitos eletrônicos. Entretanto, essa resistividade pode ser reduzida de forma controlada pela adição de certas “impurezas”, um processo conhecido como *dopagem*. A Tabela 26-1 mostra valores típicos da resistividade do silício puro e dopado com duas impurezas diferentes.

Podemos explicar qualitativamente a diferença entre a resistividade (e, portanto, a condutividade) dos semicondutores e a dos isolantes e dos condutores metálicos em termos da energia dos elétrons. (Uma análise quantitativa exigiria o uso das equações da física quântica.) Em um condutor metálico como um fio de cobre, quase todos os elétrons estão firmemente presos aos átomos da rede cristalina; seria necessária uma energia muito grande para que esses elétrons se libertassem dos átomos e pudessem participar da corrente elétrica. Entretanto, existem alguns elétrons que estão fracamente presos aos átomos e precisam de muito pouca energia para se libertar. Essa energia pode ser a energia térmica ou a energia fornecida por um campo elétrico

Tabela 26-2**Algumas Propriedades Elétricas do Cobre e do Silício**

Propriedade	Cobre	Silício
Tipo de material	Metal	Semicondutor
Densidade de portadores de carga, m^{-3}	$8,49 \times 10^{28}$	1×10^{16}
Resistividade, $\Omega \cdot \text{m}$	$1,69 \times 10^{-8}$	$2,5 \times 10^3$
Coeficiente de temperatura da resistividade, K^{-1}	$+4,3 \times 10^{-3}$	-70×10^{-3}

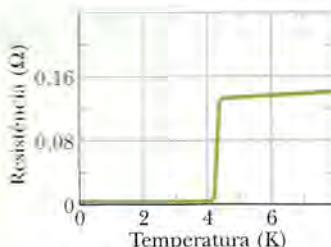


Figura 26-14 A resistividade do mercúrio desaparece totalmente quando o metal é resfriado abaixo de 4 K.

aplicado ao condutor. O campo elétrico não só libera esses elétrons, mas também faz com que se movam ao longo do fio; em outras palavras, um campo elétrico produz uma corrente nos materiais condutores.

Nos isolantes, a energia necessária para liberar elétrons dos átomos da rede cristalina é muito grande. A energia térmica não é suficiente para que isso ocorra: um campo elétrico de valor razoável também não é suficiente. Assim, não existem elétrons disponíveis e o material não conduz corrente elétrica, mesmo na presença de um campo elétrico.

Um semicondutor tem as mesmas propriedades que um isolante, *exceto* pelo fato de que a energia necessária para liberar alguns elétrons é um pouco menor. O mais importante, porém, é que a dopagem pode fornecer elétrons ou buracos (déficits de elétrons que se comportam como portadores de carga positivos) que estão fracamente presos aos átomos e, por isso, conduzem corrente com facilidade. Através da dopagem, podemos controlar a concentração dos portadores de carga e assim modificar as propriedades elétricas dos semicondutores. Quase todos os dispositivos semicondutores, como transistores e diodos, são produzidos a partir da dopagem de diferentes regiões de um substrato de silício com diferentes tipos de impurezas.

Considere novamente a Eq. 26-25, usada para calcular a resistividade de um condutor:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}, \quad (26-29)$$

em que n é o número de portadores de carga por unidade de volume e τ é o tempo médio entre colisões dos portadores de carga. (Essa equação foi deduzida para o caso dos condutores, mas também se aplica aos semicondutores.) Vejamos como as variáveis n e τ se comportam quando a temperatura aumenta.

Nos condutores, n tem um valor elevado, que varia muito pouco com a temperatura. O aumento da resistividade com o aumento da temperatura nos metais (Fig. 26-10) se deve ao aumento das colisões dos portadores de carga com os átomos da rede cristalina, que se manifesta na Eq. 26-29 como uma redução de τ , o tempo médio entre colisões.

Nos semicondutores, n é pequeno, mas aumenta rapidamente com a temperatura, já que a agitação térmica faz com que haja um maior número de portadores disponíveis. Isso resulta em uma redução da resistividade com o aumento da temperatura, como indica o valor negativo do coeficiente de temperatura da resistividade para o silício na Tabela 26-2. O mesmo aumento do número de colisões que é observado no caso dos metais também acontece nos semicondutores, mas é mais do que compensado pelo rápido aumento do número de portadores de carga.



Um imã em forma de disco é levitado por um material supercondutor resfriado com nitrogênio líquido. O aquário com o peixinho é parte da demonstração.
(Cortesia do Shoji Tonaka/International Superconductivity Technology Center, Tóquio, Japão)

26-9 Supercondutores

Em 1911, o físico holandês Kamerlingh Onnes descobriu que a resistividade do mercúrio desaparece totalmente quando o metal é resfriado abaixo de 4 K (Fig. 26-14). Este fenômeno, conhecido como **supercondutividade**, é de grande interesse tecnológico porque significa que as cargas podem circular em supercondutor sem perder energia na forma de calor. Correntes criadas em anéis supercondutores, por exemplo, persistiram durante vários anos sem perdas; é preciso uma fonte de energia para produzir a corrente inicial, mas depois disso, mesmo que a fonte seja removida, a corrente continua a circular indefinidamente.

Antes de 1986, as aplicações tecnológicas da supercondutividade eram limitadas pelo custo de produzir as temperaturas extremamente baixas necessárias para que o efeito se manifestasse. Em 1986, porém, foram descobertos materiais cerâmicos que se tornam supercondutores em temperaturas bem mais altas (e, portanto, mais fáceis e baratas de obter), embora menores que a temperatura ambiente. No futuro, talvez seja possível operar dispositivos supercondutores à temperatura ambiente.

A supercondutividade é um fenômeno muito diferente da condutividade. Na verdade, os melhores condutores normais, como a prata e o cobre, não se tornam supercondutores nem em temperaturas muito baixas, enquanto os novos supercondutores cerâmicos são isolantes à temperatura ambiente.

Uma explicação para a supercondutividade se baseia na hipótese de que, em um supercondutor, os elétrons responsáveis pela corrente se movem em pares. Um dos elétrons do par distorce a estrutura cristalina do material, criando nas proximidades uma concentração temporária de cargas positivas; o outro elétron do par é atraído por essas cargas. Segundo a teoria, essa coordenação dos movimentos dos elétrons impede que colidam com os átomos da rede cristalina, eliminando a resistência elétrica. A teoria explicou com sucesso o comportamento dos supercondutores de baixa temperatura, descobertos antes de 1986, mas parece que será necessária uma nova teoria para os novos supercondutores cerâmicos.

REVISÃO E RESUMO

Corrente A corrente elétrica i em um condutor é definida através da equação

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad (26-1)$$

em que dq é a carga (positiva) que passa durante um intervalo de tempo dt por um plano hipotético que corta o condutor. Por convenção, o sentido da corrente elétrica é tomado como o sentido no qual cargas positivas se moveriam. A unidade de corrente no SI é o ampère (A): $1\text{ A} = 1\text{ C/s}$.

Densidade de Corrente A corrente (uma grandeza escalar) está relacionada à densidade de corrente \vec{J} (uma grandeza vetorial) através de equação

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}, \quad (26-4)$$

em que $d\vec{A}$ é um vetor perpendicular a um elemento de superfície de área dA e a integral é calculada ao longo de uma superfície que intercepta todo o condutor. \vec{J} tem o mesmo sentido que a velocidade dos portadores de carga se estes são positivos e o sentido oposto se são negativos.

Velocidade de Deriva dos Portadores de Carga Quando um campo elétrico \vec{E} é estabelecido em um condutor, os portadores de carga (considerados positivos) adquirem uma **velocidade de deriva** na direção de \vec{E} ; a velocidade \vec{v}_d está relacionada à densidade de corrente \vec{J} através da equação

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d, \quad (26-7)$$

em que ne é a *densidade de carga dos portadores*.

Resistência de um Condutor A resistência R de um condutor é definida através da equação

$$R = \frac{V}{i} \quad (\text{definição de } R), \quad (26-8)$$

em que V é a diferença de potencial entre as extremidades do condutor e i é a corrente. A unidade de resistência no SI é o ohm (Ω): $1\text{ }\Omega = 1\text{ V/A}$. Equações semelhantes definem a **resistividade** ρ e a **condutividade** σ de um material:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J} \quad (\text{definição de } \rho \text{ e } \sigma), \quad (26-12, 26-10)$$

em que E é o módulo do campo elétrico aplicado. A unidade de resistividade no SI é o ohm-metro ($\Omega \cdot \text{m}$). A Eq. 26-10 corresponde à equação vetorial

$$\vec{E} = \rho \vec{J}, \quad (26-11)$$

A resistência R de um fio condutor de comprimento L e seção reta uniforme é dada por

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad (26-16)$$

em que A é a área da seção reta.

Variação de ρ com a Temperatura A resistividade ρ da maioria dos materiais varia com a temperatura. Em muitos materiais, incluindo os metais, a relação entre ρ e a temperatura T é dada aproximadamente pela equação

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha(T - T_0), \quad (26-17)$$

em que T_0 é uma temperatura de referência, ρ_0 é a resistividade na temperatura T_0 e α é o coeficiente de temperatura da resistividade do material.

Lei de Ohm Dizemos que um dispositivo (condutor, resistor ou qualquer outro dispositivo elétrico) obedece à *lei de Ohm* se a resistência R do dispositivo, definida pela Eq. 26-8 como V/i , é independente da diferença de potencial aplicada V . Um *material* obedece à lei de Ohm se a resistividade ρ , definida pela Eq. 26-10, é independente do módulo e da direção do campo aplicado \vec{E} .

Resistividade de um Metal Supondo que os elétrons de condução de um metal estejam livres para se mover como as moléculas de um gás, é possível escrever uma expressão para a resistividade de um metal:

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}, \quad (26-22)$$

em que n é o número de elétrons livres por unidade de volume e τ é o tempo médio entre colisões dos elétrons de condução com os átomos do metal. Podemos entender por que os metais obedecem à

lei de Ohm observando que τ praticamente não depende da intensidade do campo elétrico aplicado ao metal.

Potência A potência P , ou taxa de transferência de energia, em um dispositivo elétrico submetido a uma diferença de potencial V é dada por

$$P = iV \quad (\text{taxa de transferência de energia elétrica}). \quad (26-26)$$

Dissipação Resistiva No caso de um resistor, a Eq. 26-26 pode ser escrita na forma

$$P = i^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (\text{dissipação resistiva}). \quad (26-27, 26-28)$$

Nos resistores, a energia potencial elétrica é convertida em energia térmica através de colisões entre os portadores de carga e os átomos da rede cristalina.

Semicondutores Os *semicondutores* são materiais que possuem um número relativamente pequeno de elétrons de condução, mas se tornam bons condutores quando são *dopados* com outros átomos que fornecem elétrons livres.

Supercondutores Os *supercondutores* são materiais que perdem totalmente a resistência elétrica em baixas temperaturas. Recentemente, foram descobertos materiais que se tornam supercondutores em temperaturas relativamente elevadas.

P E R G U N T A S

1 A Fig. 26-15 mostra as seções retas de três condutores longos de mesmo comprimento, feitos do mesmo material. As dimensões das seções retas estão indicadas. O condutor *B* se encaixa perfeitamente no condutor *A* e o condutor *C* se encaixa perfeitamente no condutor *B*. Coloque na ordem da resistência entre as extremidades, começando pela maior: os três condutores; a combinação *A* + *B* (*B* no interior de *A*); *B* + *C* (*C* no interior de *B*); *A* + *B* + *C* (*B* no interior de *A* no interior de *C*).

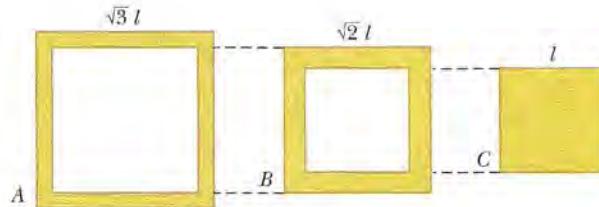


Figura 26-15 Pergunta 1.

2 A Fig. 26-16 mostra as seções retas de três fios de mesmo comprimento, feitos do mesmo material. A figura também mostra as dimensões das seções retas em milímetros. Coloque os fios na ordem da resistência (medida entre as extremidades do fio), começando pela maior.

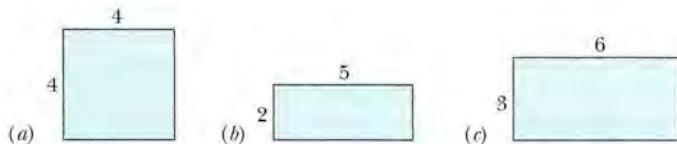


Figura 26-16 Pergunta 2.

3 A Fig. 26-17 mostra um condutor em forma de paralelepípedo de dimensões L , $2L$ e $3L$. Uma diferença de potencial V é aplicada uniformemente entre pares de faces opostas do condutor, como na Fig. 26-8b. A diferença de potencial é aplicada primeiro entre as faces esquerda e direita, depois entre as faces superior e inferior e finalmente entre as faces dianteira e traseira. Coloque esses pares em ordem de acordo com os valores das seguintes grandezas (no interior do condutor), começando pelo maior valor: (a) módulo do campo

elétrico; (b) densidade de corrente; (c) corrente; (d) velocidade de deriva dos elétrons.

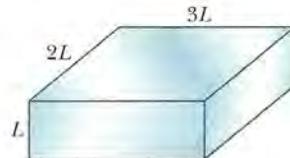


Figura 26-17 Pergunta 3.

4 A Fig. 26-18 mostra os gráficos da corrente i em uma seção reta de um fio em quatro diferentes intervalos de tempo. Coloque os intervalos na ordem da corrente total que passa pela seção reta durante o intervalo, começando pela maior.

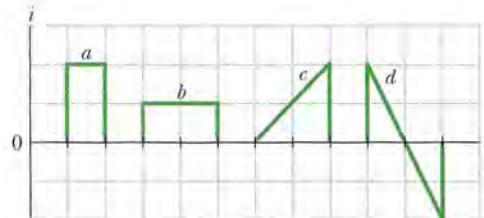


Figura 26-18 Pergunta 4.

5 A Fig. 26-19 mostra quatro situações nas quais cargas positivas e negativas se movem horizontalmente e a taxa com a qual as cargas se movem. Coloque as situações na ordem da corrente efetiva, começando pela maior.

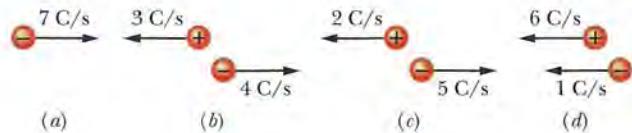


Figura 26-19 Pergunta 5.

6 Na Fig. 26-20, um fio percorrido por corrente possui três trechos de raios diferentes. Coloque os trechos em ordem de acordo com o valor das seguintes grandezas, começando pelo maior: (a) corrente; (b) módulo da densidade de corrente; (c) módulo do campo elétrico.

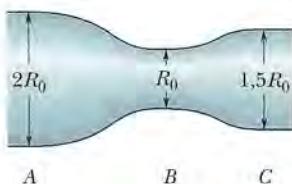


Figura 26-20 Pergunta 6.

7 A Fig. 26-21 mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição x ao longo de um fio de cobre percorrido por corrente. O fio possui três trechos de raios diferentes. Coloque os trechos em ordem de acordo com os valores das seguintes grandezas, começando pelo maior: (a) campo elétrico; (b) densidade de corrente.

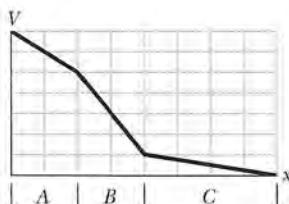


Figura 26-21 Pergunta 7.

8 A tabela a seguir mostra o comprimento, o diâmetro e a diferença de potencial entre as extremidades de três barras de cobre. Coloque as barras na ordem (a) do módulo do campo elétrico no interior da barra; (b) da densidade de corrente no interior da barra; (c) da velocidade de deriva dos elétrons, começando pelo maior valor.

Barra	Comprimento	Diâmetro	Diferença de Potencial
1	L	$3d$	V
2	$2L$	d	$2V$
3	$3L$	$2d$	$2V$

9 A Fig. 26-22 mostra a velocidade de deriva v_d dos elétrons de condução em um fio de cobre em função da posição x ao longo do fio. O fio possui três trechos com raios diferentes. Coloque os trechos em ordem de acordo com os valores das seguintes grandezas, começando pelo maior: (a) raio; (b) número de elétrons de condução por metro cúbico; (c) módulo do campo elétrico; (d) condutividade.

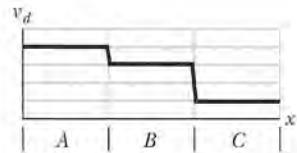


Figura 26-22 Pergunta 9.

10 Três fios de mesmo diâmetro são ligados sucessivamente entre dois pontos mantidos a uma certa diferença de potencial. As resistividades e comprimentos dos fios são ρ e L (fio A), $1,2\rho$ e $1,2L$ (fio B) e $0,9\rho$ e L (fio C). Coloque os fios na ordem da taxa de conversão de energia elétrica em energia térmica, começando pelo maior.

PROBLEMAS

• - • - O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

• - • - Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 26-2 Corrente Elétrica

•1 Durante os 4,0 min em que uma corrente de 5,0 A atravessa um fio, (a) quantos coulombs e (b) quantos elétrons passam por uma seção reta do fio?

••2 Uma esfera condutora tem 10 cm de raio. Um fio leva até a esfera uma corrente de 1.000 002 0 A. Outro fio retira da esfera uma corrente de 1.000 000 0 A. Quanto tempo é necessário para que o potencial da esfera aumente de 1000 V?

••3 Uma correia de 50 cm de largura está se movendo a 30 m/s entre uma fonte de cargas e uma esfera. A correia transporta as cargas para a esfera a uma taxa que corresponde a 100 μ A. Determine a densidade superficial de cargas da correia.

Seção 26-3 Densidade de Corrente

•4 A tabela a seguir foi extraída do National Electric Code, que estabelece a corrente máxima considerada segura nos Estados Unidos para fios de cobre isolados de vários diâmetros. Plote a densidade de corrente segura mostrada na tabela em função do diâmetro. Para que calibre de fio a densidade de corrente segura é máxima? ("Calibre" é uma forma de indicar o diâmetro dos fios e 1 mil = 1 milésimo de polegada.)

Calibre	4	6	8	10	12	14	16	18
Diâmetro, mils	204	162	129	102	81	64	51	40
Corrente segura, A	70	50	35	25	20	15	6	3

•5 Um feixe de partículas contém $2,0 \times 10^8$ fons positivos duplamente carregados por centímetro cúbico, todos se movendo para o norte com uma velocidade de $1,0 \times 10^5$ m/s. Determine (a) o módulo e (b) a direção da densidade de corrente \bar{J} . (c) Que grandeza adicional é necessária para calcular a corrente total i associada a esse feixe de íons?

•6 Um certo fio cilíndrico está conduzindo uma corrente. Desenhamos uma circunferência de raio r e centro no eixo do fio (Figura 26-23a) e determinamos a corrente i no interior da circunferência. A Figura 26-23b mostra a corrente i em função de r^2 . A escala vertical é definida por $i_s = 4,0$ mA e a escala horizontal é definida por $r_s^2 = 4,00$ mm². (a) A densidade de corrente é uniforme? (b) Caso a resposta do item (a) seja afirmativa, calcule o valor da densidade de corrente.

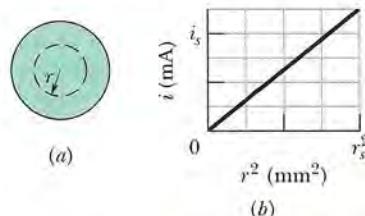


Figura 26-23 Problema 6.

•7 O fusível de um circuito elétrico é um fio projetado para fundir, abrindo o circuito, se a corrente ultrapassar um certo valor. Supo-

nha que o material a ser usado em um fusível funda quando a densidade de corrente ultrapassa 440 A/cm^2 . Que diâmetro de fio cilíndrico deve ser usado para fazer um fusível que limite a corrente a $0,50 \text{ A}$?

•8 Uma corrente pequena, porém mensurável, de $1,2 \times 10^{-10} \text{ A}$ atravessa um fio de cobre de $2,5 \text{ mm}$ de diâmetro. O número de portadores de carga por unidade de volume é $8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Supondo que a corrente é uniforme, calcule (a) a densidade de corrente e (b) a velocidade de deriva dos elétrons.

•9 O módulo $J(r)$ da densidade de corrente em um fio cilíndrico com $2,00 \text{ mm}$ de raio é dado por $J(r) = Br$, onde r é a distância do centro do fio em metros e $B = 2,00 \times 10^5 \text{ A/m}^3$. Qual é a corrente que passa em um anel concêntrico com o fio, com $10,0 \mu\text{m}$ de largura, situado a $1,20 \text{ mm}$ do centro do fio?

•10 O módulo J da densidade de corrente em um fio cilíndrico de raio $R = 2,00 \text{ mm}$ é dado por $J = (3,00 \times 10^8)r^2$, com J em amperes por metro quadrado e a distância radial r em metros. Qual é a corrente que passa em um anel, concêntrico com o fio, cujo raio interno é $0,900R$ e cujo raio externo é R ?

•11 Determine a corrente em um fio de raio $R = 3,40 \text{ mm}$ se o módulo da densidade de corrente é dado por (a) $J_u = J_0/R$ e (b) $J_b = J_0(1 - r/R)$, onde r é a distância radial e $J_0 = 5,50 \times 10^4 \text{ A/m}^2$. (c) Para qual das duas funções a densidade de corrente perto da superfície do fio é maior?

•12 Perto da Terra, a densidade de prótons no vento solar (uma corrente de partículas proveniente do Sol) é $8,70 \text{ cm}^{-3}$ e a velocidade dos prótons é 470 km/s . (a) Determine a densidade de corrente dos prótons do vento solar. (b) Se o campo magnético da Terra não desviasse os prótons, qual seria a corrente recebida pela Terra devido aos prótons do vento solar?

•13 Quanto tempo os elétrons levam para ir da bateria de um carro até o motor de arranque? Suponha que a corrente é 300 A e que o fio de cobre que liga a bateria ao motor de arranque tem $0,85 \text{ m}$ de comprimento e uma seção reta de $0,21 \text{ cm}^2$. O número de portadores de carga por unidade de volume é $8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

Seção 26-4 Resistência e Resistividade

•14 Um ser humano pode morrer se uma corrente elétrica da ordem de 50 mA passar perto do coração. Um eletricista trabalhando com as mãos suadas, o que reduz consideravelmente a resistência da pele, segura dois fios desencapados, um em cada mão. Se a resistência do corpo do eletricista é 2000Ω , qual é a menor diferença de potencial entre os fios capaz de produzir um choque mortal?

•15 Uma bobina é formada por 250 espiras de fio isolado de cobre calibre 16 (diâmetro: $1,3 \text{ mm}$) enroladas em uma única camada em uma forma cilíndrica de 12 cm de raio. Qual é a resistência da bobina? Despreze a espessura do isolamento. (Sugestão: use a Tabela 26-1.)

•16 Existe a possibilidade de usar cobre ou alumínio em uma linha de transmissão de alta tensão para transportar uma corrente de até $60,0 \text{ A}$. A resistência por unidade de comprimento deve ser $0,150 \Omega/\text{km}$. As massas específicas do cobre e do alumínio são 8960 e 2600 kg/m^3 , respectivamente. Determine (a) o módulo J da densidade de corrente; (b) a massa por unidade de comprimento λ no caso de um cabo de cobre; (c) J e (d) λ no caso de um cabo de alumínio.

•17 Um fio de Nichrome (uma liga de níquel, cromo e ferro muito usada em elementos de aquecimento) tem $1,0 \text{ m}$ de comprimento

e $1,0 \text{ mm}^2$ de seção reta e conduz uma corrente de $4,0 \text{ A}$ quando uma diferença de potencial de $2,0 \text{ V}$ é aplicada a suas extremidades. Calcule a condutividade σ do Nichrome.

•18 Um fio de $4,00 \text{ m}$ de comprimento e $6,00 \text{ mm}$ de diâmetro tem uma resistência de $15,0 \text{ m}\Omega$. Uma diferença de potencial de $23,0 \text{ V}$ é aplicada às extremidades do fio. (a) Qual é a corrente no fio? (b) Qual é o módulo da densidade de corrente? (c) Calcule a resistividade do material do fio. (d) Identifique o material com o auxílio da Tabela 26-1.

•19 Um fio elétrico tem $1,0 \text{ mm}$ de diâmetro, $2,0 \text{ m}$ de comprimento e uma resistência de $50 \text{ m}\Omega$. Qual é a resistividade do material do fio?

•20 Um fio tem uma resistência R . Qual é a resistência de um segundo fio, feito do mesmo material, com metade do comprimento e metade do diâmetro?

•21 As especificações de uma lâmpada de lanterna são $0,30 \text{ A}$ e $2,9 \text{ V}$ (os valores da corrente e tensão de trabalho, respectivamente). Se a resistividade do filamento de tungstênio da lâmpada à temperatura ambiente (20°C) é $1,1 \Omega$, qual é a temperatura do filamento quando a lâmpada está acesa?

•22  *Empinando uma pipa durante uma tempestade.* A história de que Benjamin Franklin empinou uma pipa durante uma tempestade é apenas uma lenda; ele não era tolo nem tinha tendências suicidas. Suponha que a linha de uma pipa tem $2,00 \text{ mm}$ de raio, cobre uma distância de $0,800 \text{ km}$ na vertical e está coberta por uma camada de água de $0,500 \text{ mm}$ de espessura, com uma resistividade de $150 \Omega \cdot \text{m}$. Se a diferença de potencial entre as extremidades da linha é 160 MV (a diferença de potencial típica de um relâmpago), qual é a corrente na camada de água? O perigo não está nessa corrente, mas na possibilidade de que a pessoa que segura a linha seja atingida por um relâmpago, que pode produzir uma corrente de até 500.000 A (mais do que suficiente para matar).

•23 Quando uma diferença de potencial de 115 V é aplicada às extremidades de um fio de 10 m de comprimento com um raio de $0,30 \text{ mm}$, o módulo da densidade de corrente é $1,4 \times 10^4 \text{ A/m}^2$. Determine a resistividade do fio.

•24 A Fig. 26-24a mostra o módulo $E(x)$ do campo elétrico criado por uma bateria ao longo de uma barra resistiva de $9,00 \text{ mm}$ de comprimento (Fig. 26-24b). A escala vertical é definida por $E_s = 4,00 \times 10^3 \text{ V/m}$. A barra é formada por três trechos feitos do mesmo material, mas com raios diferentes. (O diagrama esquemático da Fig. 26-24b não mostra os raios diferentes). O raio da seção 3 é $2,00 \text{ mm}$. Determine o raio (a) da seção 1; (b) da seção 2.

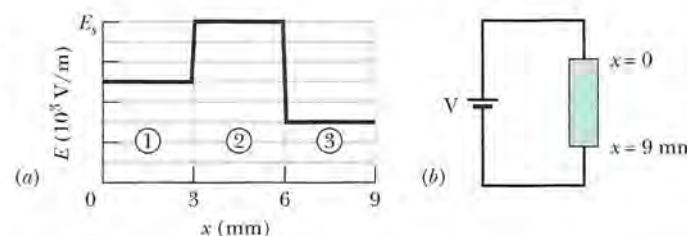


Figura 26-24 Problema 24.

•25 Um fio com uma resistência de $6,0 \Omega$ é esticado de tal forma que o comprimento se torna três vezes maior que o inicial. Determine a resistência do fio após a operação, supondo que a resistividade e a densidade do material permaneçam as mesmas.

••26 Na Fig. 26-25a, uma bateria de 9,00 V é ligada a uma placa resistiva formada por três trechos com a mesma seção reta e condutividades diferentes. A Fig. 26-25b mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição x ao longo da placa. A escala horizontal é definida por $x_s = 8,00 \text{ mm}$. A condutividade do trecho 3 é $3,00 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. (a) Qual é a condutividade do trecho 1? (b) Qual é a condutividade do trecho 2?

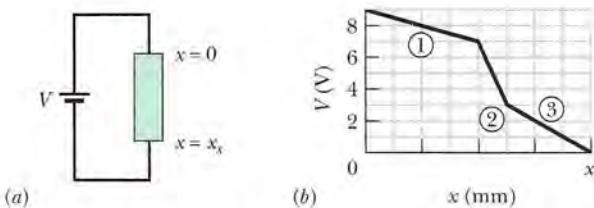


Figura 26-25 Problema 26.

••27 Dois condutores são feitos do mesmo material e têm o mesmo comprimento. O condutor *A* é um fio maciço de 1,0 mm de diâmetro; o condutor *B* é um tubo oco com um diâmetro externo de 2,0 mm e um diâmetro interno de 1,0 mm. Qual é a razão entre as resistências dos dois fios, R_A/R_B ? As resistências são medidas entre as extremidades dos fios.

••28 A Fig. 26-26 mostra o potencial elétrico $V(x)$ ao longo de um fio de cobre percorrido por uma corrente uniforme, de um ponto de potencial mais alto, $V_s = 12,0 \mu\text{V}$ em $x = 0$, até um ponto de potencial de potencial nulo em $x_s = 3,00 \text{ m}$. O fio tem um raio de 2,00 mm. Qual é a corrente no fio?

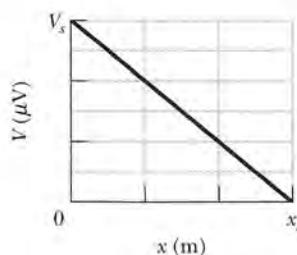


Figura 26-26 Problema 28.

••29 Uma diferença de potencial de 3,00 nV é estabelecida entre as extremidades de um fio de cobre de 2,00 cm de comprimento com um raio de 2,00 mm. Qual é a carga que passa por uma seção reta do fio em 3,00 ms?

••30 Se o número que indica o calibre de um fio aumenta de 6, o diâmetro é dividido por 2; se o calibre aumenta de 1, o diâmetro é dividido por $2^{1/6}$ (veja a tabela do Problema 4). Com base nessas informações e no fato de que 1000 pés de fio de cobre calibre 10 têm uma resistência de aproximadamente $1,00 \Omega$, estime a resistência de 25 pés de fio de cobre calibre 22.

••31 Um cabo elétrico é formado por 125 fios com uma resistência de $2,65 \mu\Omega$ cada um. A mesma diferença de potencial é aplicada às extremidades de todos os fios, o que produz uma corrente total de 0,750 A. (a) Qual é a corrente em cada fio? (b) Qual é a diferença de potencial aplicada? (c) Qual é a resistência do cabo?

••32 A atmosfera inferior da Terra contém íons negativos e positivos que são produzidos por elementos radioativos do solo e por raios cósmicos provenientes do espaço. Em uma certa região, a intensidade do campo elétrico atmosférico é 120 V/m e o campo

é dirigido verticalmente para baixo. Esse campo faz com que íons com uma unidade de carga positiva e uma densidade de 620 cm^{-3} se movam para baixo, enquanto íons com uma unidade de carga negativa e uma densidade de 550 cm^{-3} se movam para cima (Fig. 26-27). O valor experimental da condutividade do ar nessa região é $2,70 \times 10^{-14} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Determine (a) o módulo da densidade de corrente e (b) a velocidade de deriva dos íons, supondo que é a mesma para íons positivos e negativos.

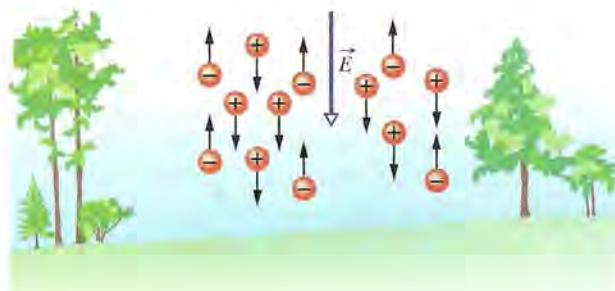


Figura 26-27 Problema 32.

••33 Um objeto em forma de paralelepípedo tem uma seção reta de $3,50 \text{ cm}^2$, um comprimento de 15,8 cm e uma resistência de 935Ω . O material de que é feito o objeto possui $5,33 \times 10^{22} \text{ elétrons/m}^3$. Uma diferença de potencial de 35,8 V é mantida entre as faces dianteira e traseira. (a) Qual é a corrente que atravessa o objeto? (b) Se a densidade de corrente é uniforme, qual é o valor da densidade de corrente? (c) Qual é a velocidade de deriva dos elétrons de condução? (d) Qual é o módulo do campo elétrico no interior do objeto?

••34 A Fig. 26-28 mostra um fio 1, com $4,00R$ de diâmetro, e um fio 2, com $2,00R$ de diâmetro, ligados por um trecho de fio em que o diâmetro varia gradualmente. O fio é de cobre e está sendo percorrido por uma corrente distribuída uniformemente ao longo de qualquer seção reta do fio. A variação do potencial elétrico V ao longo do comprimento $L = 2,00 \text{ m}$ do fio 2 é $10,0 \mu\text{V}$. O número de portadores de carga por unidade de volume é $8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Qual é a velocidade de deriva dos elétrons de condução no fio 1?

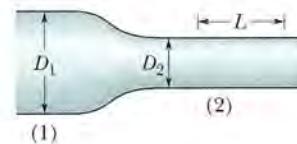


Figura 26-28 Problema 34.

••35 Na Fig. 26-29, uma corrente elétrica atravessa um tronco de cone circular reto de resistividade $731 \Omega \cdot \text{m}$, raio menor $a = 2,00 \text{ mm}$, raio maior $b = 2,30 \text{ mm}$ e comprimento $L = 1,94 \text{ cm}$. A densidade de corrente é uniforme ao longo de uma seção reta perpendicular ao eixo do objeto. Qual é a resistência do objeto?

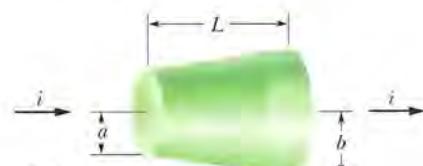


Figura 26-29 Problema 35.

••36  Nadando durante uma tempestade. A Fig. 26-30 mostra um nadador a uma distância $D = 35,0\text{ m}$ de um relâmpago, com uma corrente $I = 78\text{ kA}$, que atinge a água. A água tem uma resistividade de $30\text{ }\Omega \cdot \text{m}$, a largura do nadador ao longo de uma reta que passa pelo ponto em que caiu o raio é $0,70\text{ m}$ e a resistência do corpo do nadador nessa direção é $4,00\text{ k}\Omega$. Suponha que a corrente se espalha pela água como um hemisfério com o centro no ponto em que caiu o relâmpago. Qual é o valor da corrente que atravessa o corpo do nadador?

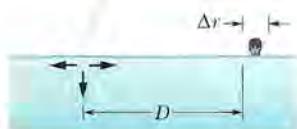


Figura 26-30 Problema 36.

Seção 26-6 Uma Visão Microscópica da Lei de Ohm

••37 Mostre que, de acordo com o modelo do elétron livre para a condução de corrente elétrica em metais e a física clássica, a resistividade dos metais é proporcional a \sqrt{T} , onde T é a temperatura em kelvins. (Veja a Eq. 19-31.)

Seção 26-7 Potência em Circuitos Elétricos

••38 Na Fig. 26-31a, um resistor de $20\text{ }\Omega$ é ligado a uma bateria. A Fig. 26-31b mostra a energia térmica E_t gerada pelo resistor em função do tempo t . A escala vertical é definida por $E_{ts} = 2,50\text{ mJ}$ e a escala horizontal é definida por $t_s = 4,00\text{ s}$. Qual é a diferença de potencial entre os terminais da bateria?

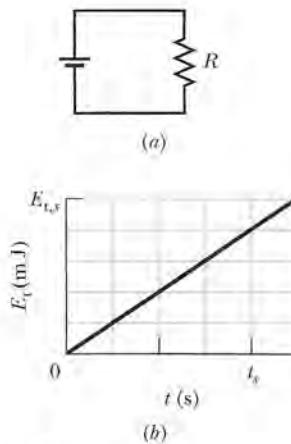


Figura 26-31 Problema 38.

••39 Uma máquina de cachorro-quente funciona aplicando uma diferença de potencial de 120 V às extremidades de uma salsicha e cozinhando-a com a energia térmica produzida. A corrente é $10,0\text{ A}$ e a energia necessária para cozinhar uma salsicha é $60,0\text{ kJ}$. Se a potência dissipada permanece a mesma, quanto tempo é necessário para cozinhar três salsichas simultaneamente?

••40 Um resistor dissipava uma potência de 100 W quando a corrente é $3,00\text{ A}$. Qual é a resistência?

••41 Uma diferença de potencial de 120 V é aplicada a um aquecedor de ambiente cuja resistência de operação é $14\text{ }\Omega$. (a) Qual é a taxa de conversão de energia elétrica em energia térmica? (b) Qual é o custo de $5,0\text{ h}$ de uso do aquecedor se o preço da eletricidade é $\$0,05/\text{kW} \cdot \text{h}$?

••42 Na Fig. 26-32, uma bateria com uma diferença de potencial $V = 12\text{ V}$ está ligada a um fio resistivo de resistência $R = 6,0\text{ }\Omega$. Quando um elétron percorre o fio de um extremo a outro, (a) em que sentido o elétron se move? (b) Qual é o trabalho realizado pelo campo elétrico do fio sobre o elétron? (c) Qual é a energia transformada pelo elétron em energia térmica do fio?

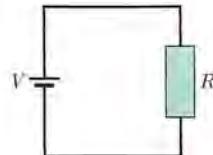


Figura 26-32 Problema 42.

••43 Quando um resistor de valor desconhecido é ligado aos terminais de uma bateria de $3,00\text{ V}$, a potência dissipada é $0,540\text{ W}$. Quando o mesmo resistor é ligado aos terminais de uma bateria de $1,50\text{ V}$, qual é a potência dissipada?

••44 Um estudante manteve um rádio de $9,0\text{ V}, 7,0\text{ W}$ ligado no volume máximo das 21 horas às 2 horas da madrugada. Qual foi a carga que atravessou o rádio?

••45 Um aquecedor de ambiente de 1250 W foi projetado para funcionar com 115 V . (a) Qual é a corrente consumida pelo aparelho? (b) Qual é a resistência do elemento de aquecimento? (c) Qual é a energia térmica produzida pelo aparelho em $1,0\text{ h}$?

••46 Um fio de cobre com uma seção reta de $2.00 \times 10^{-6}\text{ m}^2$ e um comprimento de $4,00\text{ m}$ é percorrido por uma corrente uniformemente distribuída. (a) Qual é o módulo do campo elétrico no interior do fio? (b) Qual é a energia elétrica transformada em energia térmica em 30 min ?

••47 Um elemento de aquecimento feito de Nichrome, com uma seção reta de $2.60 \times 10^{-6}\text{ m}^2$, é submetido a uma diferença de potencial de $75,0\text{ V}$. O fio de Nichrome tem uma resistividade de $5,00 \times 10^{-7}\text{ }\Omega \cdot \text{m}$. (a) Se o fio dissipar 5000 W , qual é o comprimento do fio? (b) Qual deve ser o comprimento do fio para que a mesma dissipação seja obtida com uma tensão de 100 V ?

••48  Sapatos que explodem. Os sapatos molhados de chuva de uma pessoa podem explodir se a corrente de terra de um relâmpago vaporizar a água. A transformação brusca de água em vapor produz uma expansão violenta, suficiente para destruir os sapatos. A água tem uma massa específica de 1000 kg/m^3 e um calor de vaporização de 2256 kJ/kg . Se a corrente de terra produzida pelo relâmpago é horizontal, aproximadamente constante, dura $2,00\text{ ms}$ e encontra água com uma resistividade de $150\text{ }\Omega \cdot \text{m}$, $12,0\text{ cm}$ de comprimento e uma seção reta vertical de $15 \times 10^{-5}\text{ m}^2$, qual é o valor da corrente necessária para vaporizar a água?

••49 Uma lâmpada de 100 W é ligada a uma tomada de parede de 120 V . (a) Quanto custa deixar a lâmpada ligada continuamente durante um mês de 31 dias? Suponha que o preço da energia elétrica é $\$0,06/\text{kW} \cdot \text{h}$. (b) Qual é a resistência da lâmpada? (c) Qual é a corrente na lâmpada?

••50 A corrente que circula na bateria e nos resistores 1 e 2 da Fig. 26-33a é $2,00\text{ A}$. A energia elétrica é convertida em energia

térmica nos dois resistores. As curvas 1 e 2 da Fig. 26-33b mostram a energia térmica E_t produzida pelos dois resistores em função do tempo t . A escala vertical é definida por $E_{t,s} = 40,0 \text{ mJ}$ e a escala horizontal é definida por $t_s = 5,00 \text{ s}$. Qual é a potência da bateria?

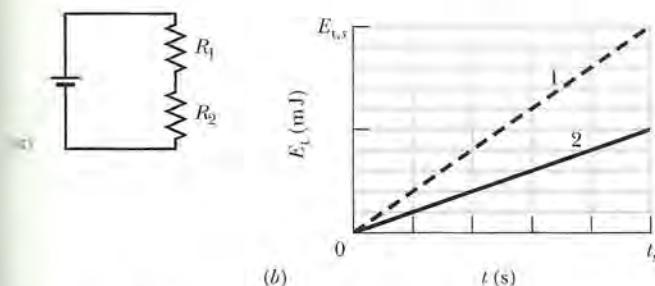


Figura 26-33 Problema 50.

••51 O fio C e o fio D são feitos de materiais diferentes e têm comprimentos $L_C = L_D = 1,0 \text{ m}$. A resistividade e o diâmetro do fio C são $2,0 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e 1,00 mm e a resistividade e o diâmetro do fio D são $1,0 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e 0,50 mm. Os fios são unidos da forma mostrada na Fig. 26-34 e submetidos a uma corrente de 2,0 A. Determine a diferença de potencial elétrico (a) entre os pontos 1 e 2; (b) entre os pontos 2 e 3. Determine a potência dissipada (c) entre os pontos 1 e 2; (d) entre os pontos 2 e 3.

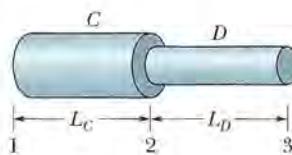


Figura 26-34 Problema 51.

••52 O módulo da densidade de corrente em um fio circular com 3,00 mm de raio é dado por $J = (2,75 \times 10^{10} \text{ A/m}^4)r^2$, onde r é a distância radial. O potencial aplicado às extremidades do fio é 60,0 V. Qual é a energia convertida em energia térmica em 1,00 h?

••53 Uma diferença de potencial de 120 V é aplicada a um aquecedor de ambiente de 500 W. (a) Qual é a resistência do elemento de aquecimento? (b) Qual é o número de elétrons por segundo que passam pelo elemento de aquecimento?

••54 A Fig. 26-35a mostra uma barra de material resistivo. A resistência por unidade de comprimento da barra aumenta no sentido positivo do eixo x . Em qualquer posição x ao longo da barra, a resistância dR de um elemento de largura dx é dada por $dR = 5,00x \, dx$, onde dR está em ohms e x em metros. A Fig. 26-35b mostra um desses elementos de resistência. O trecho da barra entre $x = 0$ e $x = L$ é cortado e ligado aos terminais de uma bateria com uma diferença de potencial $V = 5,0 \text{ V}$ (Fig. 26-35c). Qual deve ser o valor de L para que a potência dissipada pelo trecho cortado seja 200 W?

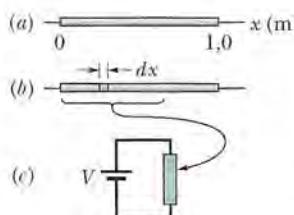


Figura 26-35 Problema 54.

Problemas Adicionais

55 Um aquecedor de Nichrome dissipava 500 W quando a diferença de potencial aplicada é 110 V e a temperatura do fio é 800°C. Qual será a potência dissipada se a temperatura do fio for mantida em 200°C por imersão em um banho de óleo? A diferença de potencial é a mesma nos dois casos e o valor de α para o Nichrome a 800°C é $4,0 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

56 Uma diferença de potencial de 1,20 V é aplicada a 33,0 m de um fio de cobre calibre 18 (diâmetro: 0,0400 polegada). Calcule (a) a corrente; (b) o módulo da densidade de corrente no interior do fio; (c) o módulo do campo elétrico no interior do fio; (d) a potência dissipada no fio.

57 Um dispositivo de 18,0 W funciona com uma diferença de potencial de 9,00 V. Qual é a carga que atravessa o dispositivo em 4,00 h?

58 Uma barra de alumínio de seção reta quadrada tem 1,3 m de comprimento e 5,2 mm de lado. (a) Qual é a resistência entre as extremidades da barra? (b) Qual deve ser o diâmetro de uma barra cilíndrica de cobre com 1,3 m de comprimento para que a resistência seja a mesma que a da barra de alumínio?

59 Uma barra de metal cilíndrica tem 1,60 m de comprimento e 5,50 mm de diâmetro. A resistência entre as duas extremidades (a 20°C) é $1,09 \times 10^{-3} \Omega$. (a) Qual é o material do fio? (b) Um disco circular, com 2,00 cm de diâmetro e 1,00 mm de espessura, é fabricado com o mesmo material. Qual é a resistência entre as faces do disco, supondo que cada face é uma superfície equipotencial?

60 *O mistério do chocolate em pó.* Esta história começou no Problema 60 do Capítulo 23 e continuou nos Capítulos 24 e 25. O pó de chocolate foi transportado para o silo em um cano de raio R , com velocidade v e densidade uniforme de cargas ρ . (a) Determine uma expressão para a corrente i (o fluxo das cargas elétricas associadas ao pó) em uma seção reta do cano. (b) Calcule o valor de i para as condições da fábrica: raio do cano $R = 5,0 \text{ cm}$, velocidade $v = 2,0 \text{ m/s}$ e densidade de cargas $\rho = 1,1 \times 10^{-3} \text{ C/m}^3$.

Se o pó sofresse uma variação de potencial elétrico V , a energia do pó poderia ser transferida para uma centelha a uma taxa $P = iV$. (c) Poderia haver essa transferência no interior do cano devido à diferença de potencial radial discutida no Problema 70 do Capítulo 24?

Quando o pó saiu do cano e entrou no silo, o potencial elétrico do pó mudou. O valor absoluto dessa variação foi pelo menos igual à diferença de potencial radial no interior do cano (calculada no Problema 70 do Capítulo 24). (d) Tomando esse valor para a diferença de potencial e usando a corrente calculada no item (b) do presente problema, determine a taxa com a qual a energia pode ter sido transferida do pó para uma centelha quando o pó deixou o cano. (e) Se uma centelha ocorreu no momento em que o pó deixou o tubo e durou 0,20 s (uma estimativa razoável), qual foi a energia transferida para a centelha?

Lembre-se de que, como foi visto no Problema 60 do Capítulo 23, é necessária uma transferência de energia de no mínimo 150 mJ para provocar uma explosão. (f) Onde ocorreu provavelmente a explosão: na nuvem de pó da bandeja (Problema 60 do Capítulo 25), no interior do cano ou na entrada do silo?

61 Um feixe de partículas alfa ($q = +2e$) com uma energia cinética de 20 MeV corresponde a uma corrente de $0,25 \mu\text{A}$. (a) Se o feixe incide perpendicularmente em uma superfície plana, quantas partículas alfa atingem a superfície em 3,0 s? (b) Quantas partículas

alfa existem em um comprimento de 20 cm do feixe? (c) Qual é a diferença de potencial necessária para acelerar as partículas alfa, a partir do repouso, para que adquiram uma energia de 20 MeV?

62 Um resistor com uma diferença de potencial de 200 V dissipava uma potência de 3000 W. Qual é a resistência do resistor?

63 Um elemento de aquecimento de 2,0 kW de uma secadora tem 80 cm de comprimento. Se 10 cm do elemento são removidos, qual é a potência dissipada pelo novo elemento para uma diferença de potencial de 120 V?

64 Um resistor cilíndrico com 5,0 mm de raio e 2,0 cm de comprimento é feito de um material cuja resistividade é $3,5 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$. Determine (a) o módulo da densidade de corrente; (b) a diferença de potencial para que a potência dissipada no resistor seja 1,0 W.

65 Uma diferença de potencial V é aplicada a um fio de seção reta A , comprimento L e resistividade ρ . Estamos interessados em mudar a diferença de potencial aplicada e esticar o fio para que a potência dissipada seja multiplicada por 30,0 e a corrente seja multiplicada por 4,00. Supondo que a densidade do fio não muda, determine (a) a razão entre o novo comprimento e L ; (b) a razão entre a nova seção e A .

66 Os faróis de um carro em movimento consomem 10 A do alternador de 12 V, que é acionado pelo motor. Suponha que o alternador tenha uma eficiência de 80% (a potência elétrica de saída é 80% da potência mecânica de entrada) e calcule o número de horsepower que o motor precisa fornecer para manter os faróis acesos.

67 Um aquecedor de 500 W foi projetado para funcionar com uma diferença de potencial de 115 V. (a) Qual é a queda percentual da potência dissipada se a diferença de potencial aplicada diminui para 110 V? Suponha que a resistência permanece a mesma. (b) Se a variação da resistência com a temperatura for levada em consideração, a queda de potência será maior ou menor que o valor calculado no item (a)?

68 Os enrolamentos de cobre de um motor têm uma resistência de 50Ω a 20°C quando o motor está frio. Depois de o motor trabalhar durante várias horas, a resistência aumenta para 58Ω . Qual é a nova temperatura dos enrolamentos? Suponha que as dimensões dos enrolamentos não variam. (*Sugestão:* use a Tabela 26-1.)

69 Qual é a energia consumida em 2,00 h por uma resistência elétrica de 400Ω quando a diferença de potencial aplicada à resistência é 90,0 V?

70 Uma lagarta de 4,0 cm de comprimento rasteja no mesmo sentido que a deriva de elétrons em um fio de cobre de 5,2 mm de diâmetro que conduz uma corrente uniforme de 12 A. (a) Qual é a diferença de potencial entre as extremidades da lagarta? (b) A cauda da lagarta é positiva ou negativa em relação à cabeça? (c) Quanto tempo a lagarta leva para rastejar 1,0 cm com a mesma velocidade que a velocidade de deriva dos elétrons no fio? (O número de portadores de carga por unidade de volume é $8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$.)

71 (a) Para que temperatura a resistência de um fio de cobre é o dobro da resistência a $20,0^\circ\text{C}$? (Use $20,0^\circ\text{C}$ como ponto de referência na Eq. 26-17; compare a resposta com a Fig. 26-10.) (b) A “temperatura para o dobro da resistência” é a mesma para todos os fios de cobre, independentemente da forma e do tamanho?

72 Um trilho de aço tem uma seção reta de $56,0 \text{ cm}^2$. Qual é a resistência de 10,0 km de trilhos? A resistividade do aço é $3,00 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$.

73 Uma bobina de fio de Nichrome é imersa em um líquido. (Nichrome é uma liga de níquel, cromo e ferro muito usada em elementos de aquecimento.) Quando a diferença de potencial entre as extremidades da bobina é 12 V e a corrente na bobina é 5,2 A, o líquido evapora à taxa de 21 mg/s . Determine o calor de vaporização do líquido. (*Sugestão:* veja a Seção 18-8.)

74 A densidade de corrente em um fio é $2,0 \times 10^6 \text{ A/m}^2$, o comprimento do fio é 5,0 m e a densidade de elétrons de condução é $8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Quanto tempo um elétron leva (em média) para atravessar o fio de um extremo a outro?

75 Um tubo de raios X funciona com uma corrente de 7,00 mA e uma diferença de potencial de 80,0 kV. Qual é a potência do tubo em watts?

76 Uma corrente é estabelecida em um tubo de descarga de gás quando uma diferença de potencial suficientemente elevada é aplicada a dois eletrodos situados no interior do tubo. O gás se ioniza; elétrons se movem na direção do eletrodo positivo e fons positivos monoionizados se movem na direção do terminal negativo. (a) Qual é a corrente em um tubo de descarga de hidrogênio no qual $3,1 \times 10^{18}$ elétrons e $1,1 \times 10^{18}$ prótons atravessam uma seção reta do tubo por segundo? (b) O sentido da densidade de corrente \bar{J} é do eletrodo positivo para o eletrodo negativo ou do eletrodo negativo para o eletrodo positivo?

CIRCUITOS

27

27-1 O QUE É FÍSICA?

Estamos cercados de circuitos elétricos. Podemos nos orgulhar do número de aparelhos elétricos que possuímos ou fazer uma lista mental dos aparelhos elétricos que gostaríamos de possuir. Todos esses aparelhos, e a rede de distribuição de energia elétrica que os faz funcionar, dependem da engenharia elétrica moderna. Não é fácil estimar o valor econômico atual da engenharia elétrica e seus produtos, mas podemos ter certeza de que esse valor aumenta de ano para ano, à medida que mais e mais tarefas são executadas eletricamente. Hoje em dia, os aparelhos de rádio e televisão são sintonizados eletricamente; as mensagens são enviadas por e-mail; os artigos científicos são copiados na forma de arquivos digitais e lidos nas telas dos computadores.

A ciência básica da engenharia elétrica é a física. Neste capítulo, estudamos a física de circuitos elétricos que contêm apenas resistores e fontes (e, na Seção 27-9, capacitores). Vamos limitar nossa discussão a circuitos nos quais as cargas se movem sempre no mesmo sentido, conhecidos como *circuitos de corrente contínua* ou *circuitos de CC*. Começamos com a seguinte pergunta: como colocar cargas elétricas em movimento?

27-2 “Bombeamento” de Cargas

Se queremos fazer com que cargas elétricas atravessem um resistor, precisamos estabelecer uma diferença de potencial entre as extremidades do dispositivo. Para isso, poderíamos ligar as extremidades do resistor às placas de um capacitor carregado. O problema é que o movimento das cargas faria o capacitor se descarregar e, portanto, depois de um certo tempo, o potencial seria o mesmo nas duas placas. Quando isso acontecesse, não haveria mais um campo elétrico no interior do resistor e a corrente deixaria de circular.

Para produzir uma corrente estável, precisamos de uma “bomba” de cargas, um dispositivo que, realizando trabalho sobre os portadores de carga, mantenha uma diferença de potencial entre dois terminais. Um dispositivo desse tipo é chamado de **fonte de tensão** ou simplesmente **fonte**. Dizemos que uma fonte de tensão produz uma **força eletromotriz** \mathcal{E} , o que significa que submete os portadores de carga a uma diferença de potencial \mathcal{E} . O termo força eletromotriz é usado, por motivos históricos, para designar a diferença de potencial produzida por uma fonte de tensão, embora na verdade não se trate de uma força.

No Capítulo 26, discutimos o movimento de portadores de carga em um circuito em termos do campo elétrico existente no circuito; o campo produz forças que colocam os portadores de carga em movimento. Neste capítulo, vamos usar uma abordagem diferente, discutindo o movimento dos portadores de carga em termos de energia: uma fonte de tensão fornece a energia necessária para o movimento através do trabalho que realiza sobre os portadores.

Uma fonte muito útil é a *bateria*, usada para alimentar uma grande variedade de máquinas, de relógios de pulso a submarinos. A fonte mais importante na vida diária, porém, é o *gerador de eletricidade*, que, através de ligações elétricas (fios) a partir de uma usina de energia elétrica, cria uma diferença de potencial nas residências e escritórios. As *células solares*, presentes nos painéis em forma de asa das



A maior bateria para armazenamento de energia elétrica do mundo (desmontada em 1996) usava mais de 8000 baterias de chumbo-ácido ligadas em oito séries de 1000 V cada uma, capazes de fornecer uma potência de 10 MW durante quatro horas. Carregadas à noite, as baterias eram utilizadas nas horas em que a demanda de energia elétrica atingia o valor de pico.

(Cortesia da Southern California Edison Company)

sondas espaciais, também são usadas para gerar energia em localidades remotas do nosso planeta. Fontes menos conhecidas são as *células de combustível* dos ônibus espaciais e as *termopilhas* que fornecem energia elétrica para algumas naves espaciais e para estações remotas na Antártica e outros locais. Nem todas as fontes são artificiais: organismos vivos, como enguias elétricas e até seres humanos e plantas, são capazes de gerar eletricidade.

Embora os dispositivos mencionados apresentem diferenças significativas quanto ao modo de operação, todos executam as mesmas funções básicas: realizar trabalho sobre portadores de carga e manter uma diferença de potencial entre dois terminais.

27-3 Trabalho, Energia e Força Eletromotriz

A Fig. 27-1 mostra um circuito formado por uma fonte (uma bateria, por exemplo) e uma única resistência R (o símbolo de resistência e de um resistor é $\sim\backslash\backslash\backslash\sim$). A fonte mantém um dos terminais (o terminal positivo ou terminal +) a um potencial elétrico maior que o outro (o terminal negativo ou terminal -). Podemos representar a força eletromotriz da fonte com uma seta apontando do terminal negativo para o terminal positivo, como na Fig. 27-1. Um pequeno círculo na origem da seta que representa a força eletromotriz serve para distingui-la das setas que indicam a direção da corrente.

Quando uma fonte não está ligada a um circuito, a energia que existe no interior da fonte não provoca nenhum movimento dos portadores de carga. Quando, porém, a fonte é ligada a um circuito, como na Fig. 27-1, essa energia faz com que portadores de carga (positivos, por convenção) sejam transferidos do terminal negativo para o terminal positivo da fonte, ou seja, no sentido da seta que representa a força eletromotriz. Esse movimento é parte da corrente que se estabelece no mesmo sentido em todo o circuito (no caso da Fig. 27-1, o sentido horário).

No interior da fonte, os portadores de carga positivos se movem de uma região de baixo potencial elétrico e, portanto, de baixa energia potencial elétrica (o terminal negativo) para uma região de alto potencial elétrico e alta energia potencial elétrica (o terminal positivo). Esse movimento tem o sentido contrário ao sentido no qual os portadores positivos se moveriam sob a ação do campo elétrico que existe entre os dois terminais (que aponta do terminal positivo para o terminal negativo). Isso significa que deve haver uma energia no interior da fonte realizando um trabalho sobre as cargas e forçando as cargas a se moverem dessa forma. A energia pode ser química, como nas baterias e nas células de combustível, ou mecânica, como nos geradores. Também pode resultar de diferenças de temperatura, como nas termopilhas, ou ser fornecida pelo Sol, como nas células solares.

Vamos agora analisar o circuito da Fig. 27-1 do ponto de vista do trabalho e da energia. Em um intervalo de tempo dt , uma carga dq passa por todas as seções retas do circuito, como aa' . A mesma carga entra no terminal de baixo potencial da fonte de tensão e sai do terminal de alto potencial. Para que a carga dq se move dessa forma, a fonte deve realizar sobre a carga um trabalho dW . Definimos a força eletromotriz da fonte através desse trabalho:

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (\text{definição de } \mathcal{E}). \quad (27-1)$$

Em palavras, a força eletromotriz de uma fonte é o trabalho por unidade de carga que a fonte realiza para transferir cargas do terminal de baixo potencial para o terminal de alto potencial. A unidade de força eletromotriz no SI é o joule por coulomb; no Capítulo 24, essa unidade foi definida como o volt.

Uma **fonte de tensão ideal**, por definição, é aquela que não apresenta nenhuma resistência ao movimento das cargas de um terminal para o outro. A diferença de potencial entre os terminais de uma fonte ideal é sempre igual à força eletromotriz

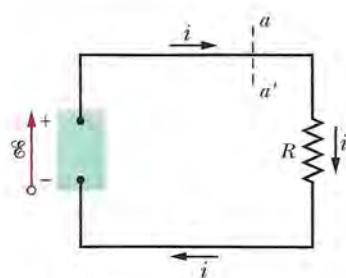


Figura 27-1 Um circuito elétrico simples, no qual uma fonte de força eletromotriz \mathcal{E} realiza trabalho sobre portadores de carga e mantém uma corrente constante i em um resistor de resistência R .

da fonte. Assim, por exemplo, uma bateria ideal com uma força eletromotriz de 12,0 V mantém uma diferença de 12,0 V entre os terminais.

Uma **frente de tensão real** possui uma resistência interna que se opõe ao movimento das cargas. Quando uma fonte real não está ligada a um circuito e, portanto, não conduz uma corrente elétrica, a diferença de potencial entre os terminais é igual à força eletromotriz. Quando a fonte conduz uma corrente, porém, a diferença de potencial é menor que a força eletromotriz. As fontes reais serão discutidas na Seção 27-5.

Quando uma fonte é ligada a um circuito, a fonte transfere energia para os portadores de carga que passam por ela. Essa energia pode ser transferida dos portadores de carga para outros dispositivos do circuito, como, por exemplo, o filamento de uma lâmpada. A Fig. 27-2a mostra um circuito formado por duas baterias ideais recarregáveis A e B, uma resistência R e um motor elétrico M que é capaz de levantar um objeto usando a energia que recebe dos portadores de carga do circuito. Observe que as baterias estão ligadas de tal forma que tendem a fazer as cargas circularem em sentidos opostos. O sentido da corrente é determinado pela bateria que possui a maior força eletromotriz, que no caso estamos supondo que seja a bateria B, de modo que a energia química da bateria B diminui com a transferência de parte da energia para os portadores de carga. Por outro lado, a energia química da bateria A aumenta, pois o sentido da corrente no seu interior é do terminal positivo para o terminal negativo. Assim, a bateria B, além de fornecer energia para acionar o motor M e vencer a resistência R , também carrega a bateria A. A Fig. 27-2b mostra as três transferências de energia; todas diminuem a energia química da bateria B.

27-4 Cálculo da Corrente em um Circuito de uma Malha

Vamos discutir agora dois métodos diferentes para calcular a corrente no *círculo de uma malha* da Fig. 27-3; um dos métodos se baseia na lei de conservação da energia e o outro no conceito de potencial. O circuito que vamos analisar é formado por uma fonte ideal B cuja força eletromotriz é \mathcal{E} , um resistor de resistência R e dois fios de ligação. (A menos que seja afirmado explicitamente o contrário, vamos supor que os fios dos circuitos possuem resistência desprezível. A função dos fios, portanto, é apenas permitir a passagem dos portadores de corrente de um dispositivo para outro.)

Método da Energia

De acordo com a Eq. 26-27 ($P = i^2R$), em um intervalo de tempo dt uma energia dada por $i^2R dt$ é transformada em energia térmica no resistor da Fig. 27-3. Como foi observado na Seção 26-7, podemos dizer que essa energia é *dissipada* no resistor. (Como estamos supondo que a resistência dos fios é desprezível, os fios não dissipam energia.) Durante o mesmo intervalo, uma carga $dq = i dt$ atravessa a fonte B e o trabalho realizado pela fonte sobre essa carga, de acordo com a Eq. 27-1, é dado por

$$dW = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt.$$

De acordo com a lei de conservação da energia, o trabalho realizado pela fonte (ideal) é igual à energia térmica que aparece no resistor:

$$\mathcal{E} i dt = i^2 R dt.$$

Isso nos dá

$$\mathcal{E} = iR.$$

A força eletromotriz \mathcal{E} é a energia por unidade de carga transferida da fonte para as cargas que se movem no circuito. A grandeza iR é a energia por unidade de carga transferida das cargas móveis para o resistor e convertida em calor. Assim, esta equação mostra que a energia por unidade de carga transferida para as cargas em

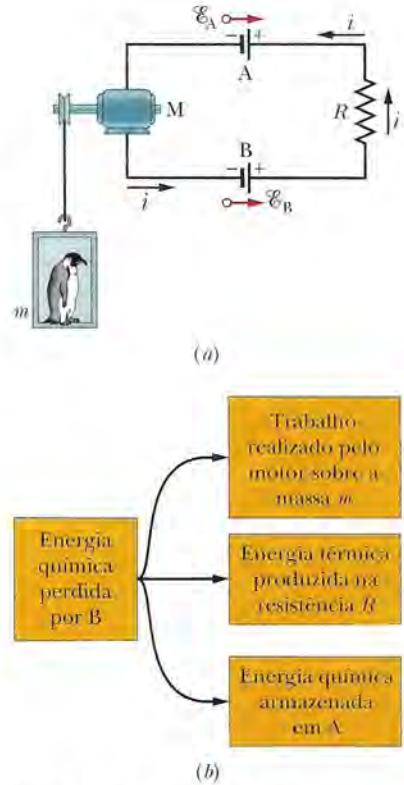


Figura 27-2 (a) Como neste circuito $E_B > E_A$, o sentido da corrente é determinado pela bateria B. (b) As transferências de energia que acontecem no circuito.

A fonte faz uma corrente atravessar o resistor, do potencial maior para o potencial menor.

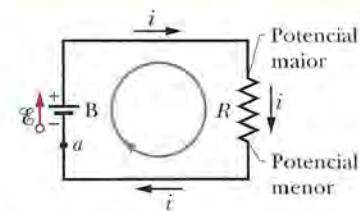


Figura 27-3 Um circuito de uma malha no qual uma resistência R está ligada aos terminais de uma fonte ideal B de força eletromotriz \mathcal{E} . A corrente resultante i é a mesma em todo o circuito.

movimento é igual a energia por unidade de carga transferida pelas cargas em movimento. Explicitando i , obtemos

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (27-2)$$

Método do Potencial

Suponha que começamos em um ponto qualquer do circuito da Fig. 27-3 e nos deslocamos mentalmente ao longo do circuito em um sentido arbitrário, somando algébricamente as diferenças de potencial que encontramos no caminho. Ao voltar ao ponto de partida, teremos voltado também ao potencial inicial. Antes de prosseguir, queremos chamar a atenção para o fato de que este raciocínio vale não só para circuitos com uma malha como o da Fig. 27-3, mas também para qualquer malha fechada de um *círculo com várias malhas*, como os que serão discutidos na Seção 27-7.



REGRA DAS MALHAS A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

Essa regra, também conhecida como *lei das malhas de Kirchhoff* (ou *lei das tensões de Kirchhoff*), em homenagem ao físico alemão Gustav Robert Kirchhoff, equivale a dizer que cada ponto de uma montanha possui apenas uma altitude em relação ao nível do mar. Se partimos de um ponto qualquer e voltamos ao mesmo ponto depois de passear pela montanha, a soma algébrica das mudanças de altitude durante a caminhada é necessariamente zero.

Na Fig. 27-3, vamos começar no ponto a , cujo potencial é V_a , e nos deslocar mentalmente no sentido horário até estarmos de volta ao ponto a , anotando as mudanças de potencial que ocorrem no percurso. Nossa ponto de partida é o terminal negativo da fonte. Como a fonte é ideal, a diferença de potencial entre os terminais da fonte é \mathcal{E} . Assim, quando atravessamos a fonte, passando do terminal negativo para o terminal positivo, a variação de potencial é $+\mathcal{E}$.

Quando passamos do terminal positivo da fonte para o terminal superior do resistor, não há variação de potencial, já que a resistência do fio é desprezível. Quando atravessamos o resistor, o potencial varia de acordo com a Eq. 26-8 (que pode ser escrita na forma $V = iR$). O potencial deve diminuir, pois estamos passando do lado de potencial mais alto do resistor para o lado de potencial mais baixo. Assim, a variação de potencial é $-iR$.

Voltamos ao ponto a através do fio que liga o terminal inferior do resistor ao terminal negativo da fonte. Como a resistência do fio é desprezível, não há variação de potencial nesse trecho do circuito. No ponto a , o potencial é novamente V_a . Como percorremos todo o circuito, o potencial inicial, depois de modificado pelas variações de potencial ocorridas ao longo do caminho, deve ser igual ao potencial final, ou seja,

$$V_a + \mathcal{E} - iR = V_a.$$

Subtraindo V_a de ambos os membros da equação, obtemos:

$$\mathcal{E} - iR = 0.$$

Explicitando i nesta equação, obtemos o mesmo resultado, $i = \mathcal{E}/R$, como o método da energia (Eq. 27-2).

Se aplicarmos a regra da malha a um percurso *no sentido anti-horário*, o resultado será

$$-\mathcal{E} + iR = 0$$

e mais uma vez obtemos $i = \mathcal{E}/R$. Assim, o sentido no qual percorremos o circuito ao aplicar a regra das malhas é arbitrário.

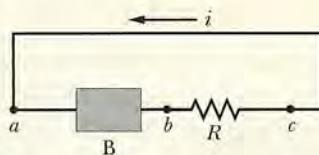
Com o intuito de nos preparamos para o estudo de circuitos mais complexos que o da Fig. 27-3, vamos formular duas regras para calcular as diferenças de potencial produzidas pelos dispositivos que encontramos ao longo do circuito.

 **REGRA DAS RESISTÊNCIAS** Quando atravessamos uma resistência no sentido da corrente, a variação do potencial é $-iR$; quando atravessamos uma resistência no sentido oposto, a variação é $+iR$.

 **REGRA DAS FONTES** Quando atravessamos uma fonte ideal do terminal negativo para o positivo, a variação do potencial é $+E$; quando atravessamos uma fonte no sentido oposto, a variação é $-E$.

TESTE 1

A figura mostra a corrente i em um circuito formado por uma fonte B e uma resistência R (além de fios de resistência desprezível). (a) A seta que indica a força eletromotriz da fonte B deve apontar para a esquerda ou para a direita? Coloque em ordem os pontos a , b , e c de acordo com (b) o valor absoluto da corrente; (c) o potencial elétrico e (d) a energia potencial elétrica dos portadores de carga, começando pelo maior valor.



27-5 Outros Circuitos de uma Malha

Nesta seção, vamos modificar o circuito simples da Fig. 27-3 de duas formas.

Resistência Interna

A Fig. 27-4a mostra uma fonte real, de resistência interna r , ligada a um resistor externo de resistência R . A resistência interna da fonte é a resistência elétrica dos materiais condutores que existem no interior da fonte e, portanto, é parte integrante da fonte. Na Fig. 27-4a, porém, a fonte foi desenhada como se pudesse ser decomposta em uma fonte ideal de força eletromotriz E e um resistor de resistência r . A ordem em que os símbolos dos dois dispositivos são introduzidos no circuito é irrelevante.

Aplicando a regra das malhas no sentido horário, a partir do ponto a , as variações do potencial nos dão

$$E - ir - iR = 0. \quad (27-3)$$

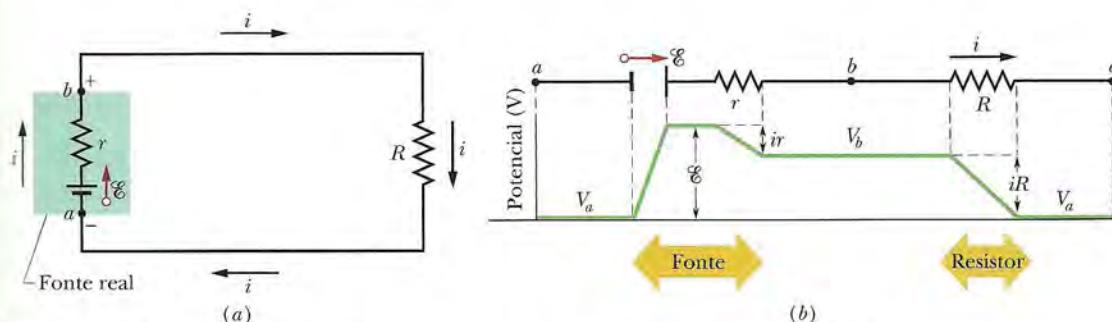


Figura 27-4 (a) Circuito de uma malha com uma fonte real de força eletromotriz E e resistência interna r . (b) O mesmo circuito, representado de outra forma para mostrar as variações do potencial elétrico quando o circuito é percorrido no sentido horário a partir do ponto a . O potencial V_a foi tomado arbitrariamente como zero; os outros potenciais foram calculados em relação a V_a .

Explicitando a corrente, obtemos

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (27-4)$$

Observe que a Eq. 27-4 se reduz à Eq. 27-2 se a fonte for ideal, ou seja, se $r = 0$.

A Fig. 27-4b mostra graficamente as variações de potencial elétrico ao longo do circuito. (Para estabelecer uma ligação mais direta da Fig. 27-4b com o *círculo fechado* da Fig. 27-4a, imagine o gráfico desenhado sobre a superfície lateral de um cilindro, com o ponto *a* da esquerda coincidindo com o ponto *a* da direita.) Observe que percorrer o circuito é como passear em uma montanha e voltar ao ponto de partida; na chegada, você se encontra na mesma altitude em que estava quando partiu.

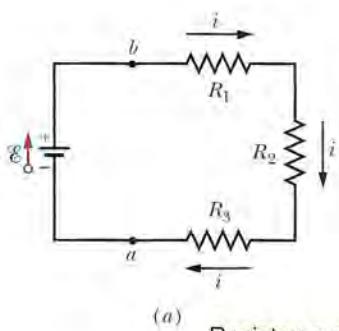
Neste livro, quando não dissermos explicitamente que uma fonte é real, o leitor pode supor que se trata de uma fonte ideal, ou seja, que a resistência interna da fonte pode ser desprezada.

Resistências em Série

A Fig. 27-5a mostra três resistências ligadas **em série** a uma fonte ideal de força eletromotriz \mathcal{E} . Esta descrição pouco tem a ver com o modo como as resistências são desenhadas. A expressão “em série” significa apenas que as resistências são ligadas uma após a outra e que uma diferença de potencial V é aplicada às extremidades da ligação. Na Fig. 27-5a, as resistências estão ligadas uma após a outra entre os pontos *a* e *b* e uma diferença de potencial entre os pontos *a* e *b* é mantida por uma fonte. As diferenças de potencial entre os terminais de cada resistência produzem a mesma corrente i em todas as resistências. De modo geral,



Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em série, a corrente i é a mesma em todas as resistências e a soma das diferenças de potencial das resistências é igual à diferença de potencial aplicada V .



(a) Resistores em série e o resistor equivalente são atravessados pela mesma corrente.

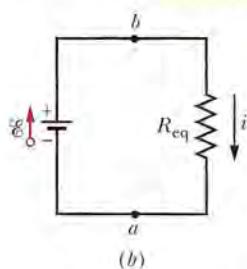


Figura 27-5 (a) Três resistores ligados em série entre os pontos *a* e *b*. (b) Circuito equivalente, com os três resistores substituídos por uma resistência equivalente R_{eq} .

Observe que as cargas que atravessam resistências ligadas em série têm um único caminho possível. Se existe mais de um caminho, as resistências não estão ligadas em série.



Resistências ligadas em série podem ser substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} percorrida pela mesma corrente i e com a mesma diferença de potencial *total* V que as resistências originais.

A Fig. 27-5b mostra a resistência equivalente R_{eq} das três resistências da Fig. 27-5a.

Para determinar o valor da resistência R_{eq} da Fig. 27-5b, aplicamos a regra das malhas aos dois circuitos. Na Fig. 27-5a, começando no ponto *a* e percorrendo o circuito no sentido horário, temos:

$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0, \\ \text{ou} \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (27-5)$$

Na Fig. 27-5b, com as três resistências substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} , encontramos:

$$\mathcal{E} - iR_{eq} = 0, \\ \text{ou} \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}. \quad (27-6)$$

Igualando as Eqs. 27-5 e 27-6, obtemos:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3.$$

A extensão para n resistores é imediata e nos dá

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (n \text{ resistências em série}). \quad (27-7)$$

Observe que quando duas ou mais resistências estão ligadas em série, a resistência equivalente é maior que a maior das resistências.



TESTE 2

Na Fig. 27-5a, se $R_1 < R_2 > R_3$, coloque as três resistências na ordem (a) da corrente que passa pelas resistências e (b) da diferença de potencial entre os terminais das resistências, começando pelo maior valor.

27-6 Diferença de Potencial entre Dois Pontos

Muitas vezes, estamos interessados em determinar a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito. Assim, por exemplo, na Fig. 27-6, qual é a diferença de potencial $V_b - V_a$ entre os pontos a e b ? Para descobrir a resposta, vamos começar no ponto a (cujo potencial é V_a) e nos deslocar, passando pela fonte, até o ponto b (cujo potencial é V_b), anotando as diferenças de potencial encontradas no percurso. Quando passamos pela fonte, o potencial aumenta de \mathcal{E} . Quando passamos pela resistência interna r da fonte, estamos nos movendo no sentido da corrente i , portanto, o potencial diminui de ir . A essa altura, estamos no ponto b e temos

$$V_a + \mathcal{E} - ir = V_b,$$

ou

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - ir. \quad (27-8)$$

Para calcular o valor dessa expressão, precisamos conhecer a corrente i . Observe que o circuito é o mesmo da Fig. 27-4a, para o qual, de acordo com a Eq. 27-4,

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (27-9)$$

Substituindo i pelo seu valor, dado pela Eq. 27-9, na Eq. 27-8, obtemos:

$$\begin{aligned} V_b - V_a &= \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R + r} r \\ &= \frac{\mathcal{E}}{R + r} R. \end{aligned} \quad (27-10)$$

Substituindo os valores numéricos que aparecem na Fig. 27-6, temos:

$$V_b - V_a = \frac{12 \text{ V}}{4,0 \Omega + 2,0 \Omega} 4,0 \Omega = 8,0 \text{ V}. \quad (27-11)$$

Suponha que tivéssemos escolhido percorrer o circuito no sentido anti-horário, passando pelo resistor R em vez de passar pela fonte. Como, nesse caso, estariamos nos movendo no sentido oposto ao da corrente, o potencial aumentaria de iR . Assim,

$$V_a + iR = V_b$$

ou

$$V_b - V_a = iR. \quad (27-12)$$

Substituindo i pelo seu valor, dado pela Eq. 27-9, obtemos mais uma vez a Eq. 27-10. Assim, substituindo os valores numéricos, obtemos o mesmo resultado, $V_b - V_a = 8,0 \text{ V}$. No caso geral,

A resistência interna reduz a diferença de potencial entre os terminais de uma fonte.

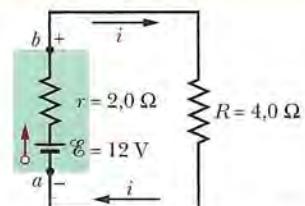


Figura 27-6 Existe uma diferença entre os potenciais dos pontos a e b , que são os terminais de uma fonte real.



Para determinar a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito, começamos em um dos pontos e percorremos o circuito até o outro ponto, somando algebricamente todas as variações de potencial que encontramos no percurso.

Diferença de Potencial entre os Terminais de uma Fonte Real

Na Fig. 27-6, os pontos *a* e *b* estão situados nos terminais da fonte; assim, a diferença de potencial $V_b - V_a$ é a diferença de potencial entre os terminais da fonte. De acordo com a Eq. 27-8, temos:

$$V = \mathcal{E} - ir. \quad (27-13)$$

De acordo com a Eq. 27-13, se a resistência interna *r* da fonte da Fig. 27-6 fosse zero, *V* seria igual à força eletromotriz \mathcal{E} da fonte, ou seja, 12 V. Entretanto, como $r = 2,0 \Omega$, *V* é menor que \mathcal{E} . De acordo com a Eq. 27-11, $V = 8,0$ V. Observe que o resultado depende da corrente que atravessa a fonte. Se a fonte estivesse em outro circuito no qual a corrente fosse diferente, *V* teria outro valor.

Aterrando um Circuito

A Fig. 27-7a mostra o mesmo circuito da Fig. 27-6, exceto pelo fato de que o ponto *a* está diretamente ligado à terra, o que é indicado pelo símbolo

Aterrando um circuito pode significar ligar o circuito à superfície da Terra (na verdade, ao solo úmido, que é um bom condutor de eletricidade). Neste diagrama, porém, o símbolo de terra significa apenas que o potencial é definido como zero no ponto onde se encontra o símbolo. Assim, na Fig. 27-7a, o potencial do ponto *a* é definido como $V_a = 0$. Nesse caso, de acordo com a Eq. 27-11, o potencial no ponto *b* é $V_b = 8,0$ V.

A Fig. 27-7b mostra o mesmo circuito, exceto pelo fato de que agora é o ponto *b* que está ligado à terra. Assim, o potencial do ponto *b* é definido como $V_b = 0$; nesse caso, de acordo com a Eq. 27-11, o potencial no ponto *a* é $V_a = -8,0$ V.

Potência, Potencial e Força Eletromotriz

Quando uma bateria ou outro tipo de fonte realiza trabalho sobre portadores de carga para estabelecer uma corrente *i*, o dispositivo transfere energia de sua fonte interna de energia (energia química, no caso de uma bateria) para os portadores de carga. Como toda fonte real possui uma resistência interna *r*, a fonte também dissipava uma parte da energia na forma de calor (Seção 26-7). Vamos ver agora como essas transferências estão relacionadas.

A potência *P* fornecida pela fonte aos portadores de carga é dada pela Eq. 26-26:

$$P = iV, \quad (27-14)$$

em que *V* é a diferença de potencial entre os terminais da fonte. De acordo com a Eq. 27-13, podemos fazer $V = \mathcal{E} - ir$ na Eq. 27-14 para obter

$$P = i(\mathcal{E} - ir) = i\mathcal{E} - i^2r. \quad (27-15)$$

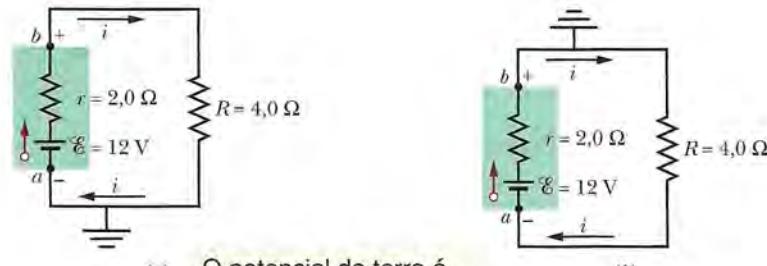


Figura 27-7 (a) O ponto *a* está diretamente ligado à terra. (b) O ponto *b* está diretamente ligado à terra.

O potencial da terra é considerado como zero.

Examinando a Eq. 27-15, reconhecemos o termo i^2r como a potência P_r dissipada no interior da fonte (Eq. 26-27):

$$P_r = i^2r \quad (\text{potência dissipada na fonte}). \quad (27-16)$$

Nesse caso, o termo $i\mathcal{E}$ da Eq. 27-15 é a soma da potência transferida para os portadores de carga com a potência dissipada pela fonte, que pode ser chamada de P_{fonte} . Assim,

$$P_{\text{fonte}} = i\mathcal{E} \quad (\text{potência fornecida pela fonte}). \quad (27-17)$$

Quando uma bateria está sendo *recarregada*, com uma corrente passando no “sentido inverso”, a transferência de energia é *dos* portadores de carga *para* a bateria; parte da energia é usada para aumentar a energia química da bateria e parte é dissipada na resistência interna r da bateria. A taxa de variação da energia química é dada pela Eq. 27-17, a taxa de dissipação é dada pela Eq. 27-16 e a taxa com a qual os portadores de carga fornecem energia é dada pela Eq. 27-14.

TESTE 3

Uma fonte possui uma força eletromotriz de 12 V e uma resistência interna de 2Ω . A diferença de potencial entre os terminais é menor, maior ou igual a 12 V se a corrente que atravessa a fonte (a) é do terminal negativo para o terminal positivo; (b) é do terminal positivo para o terminal negativo; (c) é zero?

Exemplo

Círculo de uma malha com duas fontes reais

As forças eletromotrices e resistências do circuito da Fig. 27-8a têm os seguintes valores:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1 &= 4,4 \text{ V}, & \mathcal{E}_2 &= 2,1 \text{ V}, \\ r_1 &= 2,3 \Omega, & r_2 &= 1,8 \Omega, & R &= 5,5 \Omega.\end{aligned}$$

(a) Qual é a corrente i no circuito?

IDEIA-CHAVE

Podemos obter uma expressão para a corrente i em um circuito como este aplicando a regra das malhas.

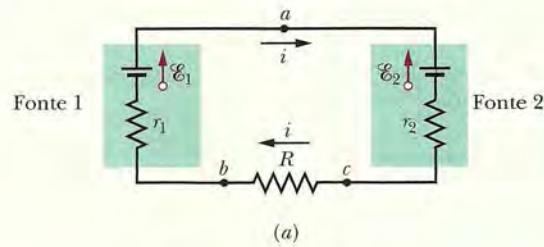
Cálculos Embora conhecer o sentido de i não seja necessário, podemos determiná-lo com facilidade a partir dos valores das forças eletromotrices das duas fontes. Como \mathcal{E}_1 é maior que \mathcal{E}_2 , a fonte 1 controla o sentido de i e a corrente tem o sentido horário. Vamos aplicar a regra das malhas percorrendo o circuito no sentido anti-horário (contra a corrente), começando no ponto a . O resultado é o seguinte:

$$-\mathcal{E}_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \mathcal{E}_2 = 0.$$

O leitor pode verificar que a mesma equação é obtida quando aplicamos a regra das malhas no sentido horário ou começamos em outro ponto do circuito. Além disso, vale a pena comparar a equação termo a termo com a Fig. 27-8b, que mostra graficamente as variações de potencial (com o potencial do ponto a tomado arbitrariamente como zero).

Explicitando a corrente i na equação anterior, obtemos:

$$\begin{aligned}i &= \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{4,4 \text{ V} - 2,1 \text{ V}}{5,5 \Omega + 2,3 \Omega + 1,8 \Omega} \\ &= 0,2396 \text{ A} \approx 240 \text{ mA.} \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$



(a)

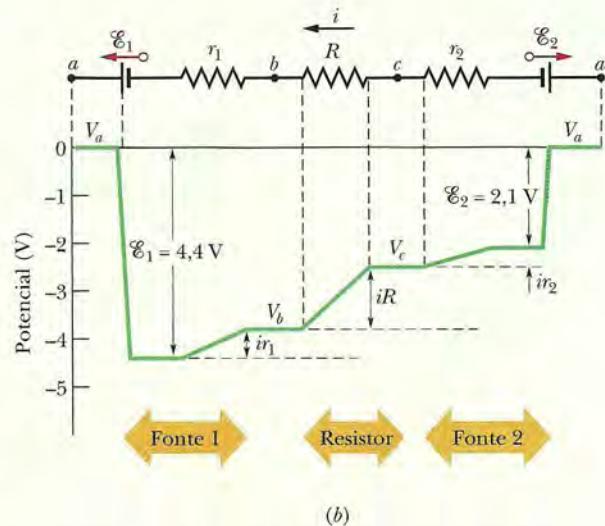


Figura 27-8 (a) Circuito de uma malha com duas fontes reais e um resistor. As fontes estão em oposição, ou seja, tendem a fazer a corrente atravessar o resistor em sentidos opostos. (b) Gráfico dos potenciais, percorrendo o circuito no sentido horário a partir do ponto a e tomando arbitrariamente o potencial do ponto a como zero. (Para estabelecer uma correlação direta da Fig. 27-8b com o circuito fechado da Fig. 27-8a, interrompa mentalmente o circuito no ponto a da Fig. 27-8a, desdobre para a esquerda a parte do circuito à esquerda de a e desdobre para a direita a parte do circuito à direita de a .)

- (b) Qual é a diferença de potencial entre os terminais da fonte 1 na Fig. 27-8a?

IDEIA-CHAVE

Precisamos somar as diferenças de potencial entre os pontos *a* e *b*.

Cálculos Vamos começar no ponto *b* (o terminal negativo da fonte 1) e percorrer o circuito no sentido horário até chegar ao ponto *a* (o terminal positivo da fonte 1), anotando as variações de potencial. O resultado é o seguinte:

$$V_b - ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a,$$

o que nos dá

$$\begin{aligned} V_a - V_b &= -ir_1 + \mathcal{E}_1 \\ &= -(0,2396 \text{ A})(2,3 \Omega) + 4,4 \text{ V} \\ &= +3,84 \text{ V} \approx 3,8 \text{ V}, \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

que é menor que a força eletromotriz da fonte. O leitor pode verificar que o resultado está correto começando no ponto *b* da Fig. 27-8a e percorrendo o circuito no sentido anti-horário até chegar ao ponto *a*.

A corrente que sai de um nó é igual à corrente que entra (as cargas são conservadas).

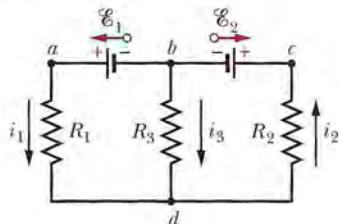


Figura 27-9 Circuito com mais de uma malha formado por três ramos: o ramo da esquerda *bad*, o ramo da direita *bcd* e o ramo central *bd*. O circuito também contém três malhas: a malha da esquerda *badb*, a malha da direita *bcdb* e a malha externa *badcb*.

27-7 Circuitos com Mais de Uma Malha

A Fig. 27-9 mostra um circuito com mais de uma malha. Para simplificar a análise, vamos supor que as fontes são ideais. Existem dois nós no circuito, nos pontos *b* e *d*, e três ramos ligando esses nós: o ramo da esquerda (*bad*), o ramo da direita (*bcd*) e o ramo central (*bd*). Quais são as correntes nos três ramos?

Vamos rotular arbitrariamente as correntes, usando um índice diferente para cada ramo. A corrente i_1 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo *bad*, i_2 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo *bcd* e i_3 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo *bd*. Os sentidos das correntes foram escolhidos arbitrariamente.

Considere o nó *d*. As cargas entram neste nó através das correntes i_1 e i_3 e deixam o nó através da corrente i_2 . Como a carga total não pode mudar, a corrente total que chega tem que ser igual à corrente total que sai:

$$i_1 + i_3 = i_2. \quad (27-18)$$

Podemos verificar facilmente que a aplicação dessa condição ao nó *b* leva exatamente à mesma equação. A Eq. 27-18 sugere o seguinte princípio geral:



REGRA DOS NÓS A soma das correntes que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do nó.

Esta regra também é conhecida como *lei dos nós de Kirchhoff* (ou *lei das correntes de Kirchhoff*). Trata-se simplesmente de outra forma de enunciar a lei de conservação das cargas: cargas não podem ser criadas nem destruídas em um nó. Nossos instrumentos básicos para resolver circuitos complexos são, portanto, a *regra das malhas* (baseada na lei de conservação da energia) e a *regra dos nós* (baseada na lei da conservação das cargas).

A Eq. 27-18 envolve três incógnitas. Para resolver totalmente o circuito (ou seja, determinar os valores das três correntes), precisamos de mais duas equações independentes que envolvam as mesmas variáveis. Podemos obtê-las aplicando duas vezes a regra das malhas. No circuito da Fig. 27-9, temos três malhas: a malha da esquerda (*badb*), a malha da direita (*bcdb*) e a malha externa (*badcb*). A escolha é arbitrária; vamos optar pela malha da esquerda e a malha da direita.

Percorrendo a malha da esquerda no sentido anti-horário a partir do ponto *b*, temos:

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0. \quad (27-19)$$

Percorrendo a malha da direita no sentido anti-horário a partir do ponto *b*, temos:

$$-i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0. \quad (27-20)$$

Agora dispomos de três equações (Eqs. 27-18, 27-19 e 27-20) tendo como incógnitas as três correntes; este sistema de equações pode ser resolvido por várias técnicas.

Se tivéssemos aplicado a regra das malhas à malha externa, teríamos obtido (percorrendo a malha no sentido anti-horário a partir do ponto *b*) a seguinte equação:

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0.$$

Esta equação pode parecer uma informação nova, mas é na verdade a soma das Eqs. 27-19 e 27-20 e, portanto, não constitui uma terceira equação independente baseada na regra das malhas. (Entretanto, poderia ser usada para resolver o problema em combinação com a Eq. 27-18 e a Eq. 27-19 ou a Eq. 27-20.)

Resistências em Paralelo

A Fig. 27-10a mostra três resistências ligadas *em paralelo* a uma fonte ideal de força eletromotriz \mathcal{E} . O termo “em paralelo” significa que um dos terminais de todas as resistências é ligado a um certo ponto, o outro terminal de todas as resistências é ligado a um segundo ponto e uma diferença de potencial V é aplicada entre esses pontos. Assim, a mesma diferença de potencial é aplicada a todas as resistências. No caso geral,



Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em paralelo, todas as resistências são submetidas à mesma diferença de potencial V .

Na Fig. 27-10a, a diferença de potencial aplicada V é mantida pela fonte. Na Fig. 27-10b, as três resistências em paralelo foram substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} .



Resistências ligadas em paralelo podem ser substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} com a mesma diferença de potencial V e a mesma corrente total i que as resistências originais.

Para determinar o valor da resistência R_{eq} da Fig. 27-10b, escrevemos as correntes nas resistências da Fig. 27-10a na forma

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2}, \quad \text{e} \quad i_3 = \frac{V}{R_3},$$

onde V é a diferença de potencial entre *a* e *b*. Aplicando a regra dos nós ao ponto *a* da Fig. 27-10a e substituindo as correntes por seus valores, temos:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right). \quad (27-21)$$

Substituindo as resistências em paralelo pela resistência equivalente R_{eq} (Fig. 27-10b), obtemos:

$$i = \frac{V}{R_{eq}}. \quad (27-22)$$

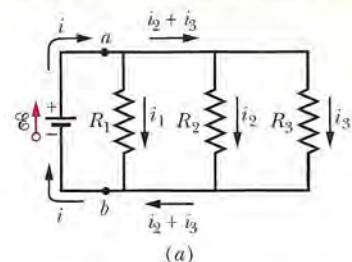
Comparando as Eqs. 27-21 e 27-22, temos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (27-23)$$

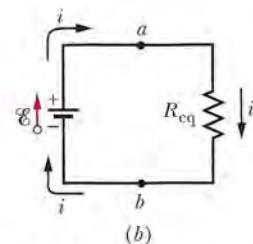
Generalizando este resultado para o caso de n resistências, temos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ resistências em paralelo}). \quad (27-24)$$

Resistores em paralelo e o resistor equivalente estão submetidos à mesma diferença de potencial.



(a)



(b)

Figura 27-10 (a) Três resistores ligados em paralelo entre os pontos *a* e *b*. (b) Circuito equivalente, com os três resistores substituídos por uma resistência equivalente R_{eq} .

TESTE 4

Uma fonte com uma diferença de potencial V entre os terminais é ligada a uma combinação de dois resistores iguais e passa a conduzir uma corrente i . Quais são a diferença de potencial e a corrente em um dos resistores se os resistores estão ligados (a) em série; (b) em paralelo?

No caso de duas resistências, a resistência equivalente é o produto das resistências dividido pela soma:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (27-25)$$

Note que quando duas ou mais resistências são ligadas em paralelo, a resistência equivalente é menor que a menor das resistências. A Tabela 27-1 mostra as relações de equivalência para resistores e capacitores em série e em paralelo.

Tabela 27-1

Resistores e Capacitores em Série e em Paralelo

Em série	Em paralelo	Em série	Em paralelo
<u>Resistores</u>		<u>Capacitores</u>	
$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j$ Eq. 27-7	$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$ Eq. 27-24	$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j}$ Eq. 25-20	$C_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n C_j$ Eq. 25-19
A corrente é a mesma em todos os resistores	A diferença de potencial é a mesma em todos os resistores	A carga é a mesma em todos os capacitores	A diferença de potencial é a mesma em todos os capacitores

Exemplo

Resistores em paralelo e em série

A Fig. 27-11a mostra um circuito com mais de uma malha formado por uma fonte ideal e quatro resistências com os seguintes valores:

$$R_1 = 20 \Omega, \quad R_2 = 20 \Omega, \quad \mathcal{E} = 12 \text{ V},$$

$$R_3 = 30 \Omega, \quad R_4 = 8,0 \Omega.$$

(a) Qual é a corrente na fonte?

IDEIA-CHAVE

Observando que a corrente na fonte é a mesma que em R_1 , vemos que é possível determinar a corrente aplicando a regra das malhas a uma malha que inclui R_1 , já que a corrente pode ser calculada a partir da diferença de potencial em R_1 .

Método incorreto As duas malhas que se prestam a este papel são a malha da esquerda e a malha externa. Observando que a seta que representa a força eletromotriz aponta para cima e, portanto, a corrente na fonte tem o sentido horário, podemos aplicar a regra das malhas à malha da esquerda, começando no ponto a e percorrendo a malha no sentido horário. Chamando de i a corrente na fonte, temos:

$$+\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_4 = 0 \quad (\text{incorrecta}).$$

Esta equação, porém, é incorreta, porque parte do pressuposto de que as correntes nas resistências R_1 , R_2 e R_4 são iguais. As correntes em R_1 e R_4 são realmente iguais, já que a corrente que passa por R_4 também passa pela fonte e por R_1 sem mudar de valor. Entretanto, essa corrente se

divide ao chegar ao nó b : parte da corrente passa por R_2 e parte passa por R_3 .

Método ineficaz Para distinguir as várias correntes presentes no circuito, devemos rotulá-las, como na Fig. 27-11b. Em seguida, começando no ponto a , podemos aplicar a regra das malhas à malha da esquerda, no sentido horário, para obter:

$$+\mathcal{E} - i_1 R_1 - i_2 R_2 - i_1 R_4 = 0.$$

Infelizmente, esta equação contém duas incógnitas, i_1 e i_2 ; necessitamos de pelo menos mais uma equação para resolver o problema.

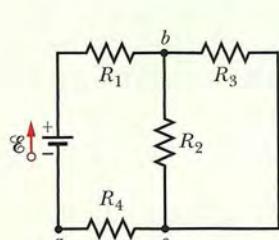
Método eficaz Uma tática muito melhor é simplificar o circuito da Fig. 27-11b usando resistências equivalentes. Observe que R_1 e R_2 não estão em série e, portanto, não podem ser substituídas por uma resistência equivalente; entretanto, R_2 e R_3 estão em paralelo, de modo que podemos usar a Eq. 27-24 ou a Eq. 27-25 para calcular o valor da resistência equivalente R_{23} . De acordo com a Eq. 27-25,

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(20 \Omega)(30 \Omega)}{50 \Omega} = 12 \Omega.$$

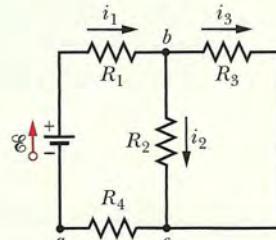
Podemos agora desenhar o circuito como na Fig. 27-11c; observe que a corrente em R_{23} deve ser i_1 , já que as mesmas cargas que passam por R_1 e R_4 também passam por R_{23} . Para este circuito simples, com uma única malha, a



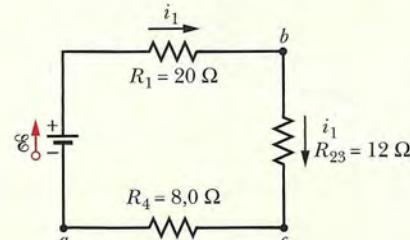
O resistor equivalente de resistores em paralelo é menor.



(a)

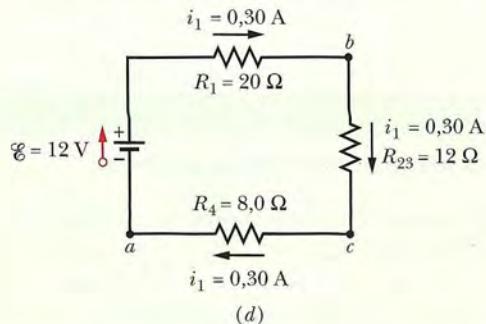


(b)



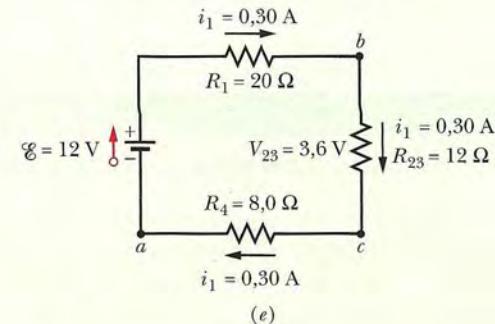
(c)

Usamos a regra das malhas para calcular a corrente.



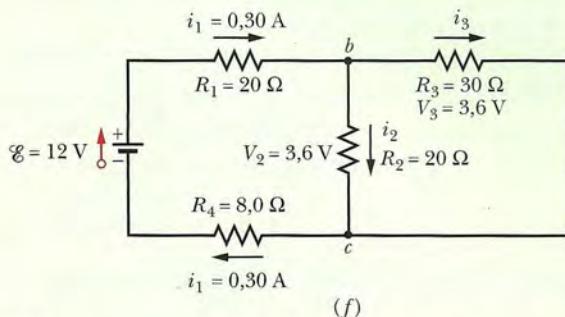
(d)

Usamos $V = iR$ para calcular a diferença de potencial.

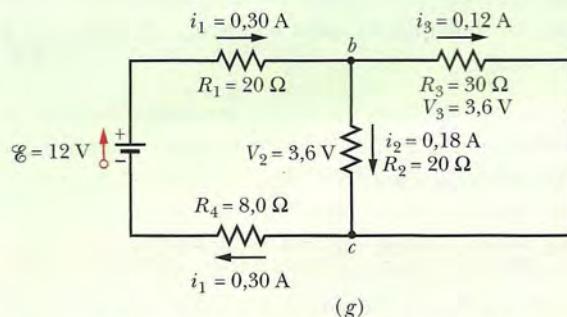


(e)

Resistores em paralelo e o resistor equivalente estão submetidos à mesma diferença de potencial.



(f)



(g)

Figura 27-11 (a) Circuito com uma fonte ideal. (b) Escolha de sentidos arbitrários para as correntes. (c) Substituição de resistores em paralelo por um resistor equivalente. (d)–(g) Substituição inversa para determinar as correntes nos resistores em paralelo.

regra das malhas (aplicada no sentido horário, a partir do ponto *a* como na Fig. 27-11d) nos dá

$$+\mathcal{E} - i_1 R_1 - i_1 R_{23} - i_1 R_4 = 0.$$

Substituindo os valores dados, obtemos:

$$12 \text{ V} - i_1(20 \Omega) - i_1(12 \Omega) - i_1(8,0 \Omega) = 0,$$

e, portanto,

$$i_1 = \frac{12 \text{ V}}{40 \Omega} = 0,30 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é a corrente i_2 em R_2 ?

IDEIAS-CHAVE

- Podemos começar com o circuito equivalente da Fig. 27-11d, no qual R_2 e R_3 foram substituídos por R_{23} .
-

Como R_2 e R_3 estão em paralelo, estão submetidas à mesma diferença de potencial, que também é a mesma de R_{23} .

Cálculos Sabemos que a corrente em R_{23} é $i_1 = 0,30$ A. Assim, podemos usar a Eq. 26-8 ($R = V/i$) para calcular a diferença de potencial V_{23} em R_{23} :

$$V_{23} = i_1 R_{23} = (0,30 \text{ A})(12 \Omega) = 3,6 \text{ V.}$$

Isso significa que a diferença de potencial em R_2 é 3,6 V (Fig. 27-11f). De acordo com a Eq. 26-8, a corrente em R_2 é dada por

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{3,6 \text{ V}}{20 \Omega} = 0,18 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

(c) Qual é a corrente i_3 em R_3 ?

IDEIAS-CHAVE

Podemos empregar a mesma técnica do item (b) ou usar o seguinte raciocínio: de acordo com a regra dos nós, no ponto b da Fig. 27-11b a corrente que entra, i_1 , e as correntes que saem, i_2 e i_3 , estão relacionadas pela equação

$$i_1 = i_2 + i_3.$$

Cálculo Explicitando i_3 na equação anterior, obtemos o resultado que aparece na Fig. 27-11g:

$$\begin{aligned} i_3 &= i_1 - i_2 = 0,30 \text{ A} - 0,18 \text{ A} \\ &= 0,12 \text{ A.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Exemplo

Muitas fontes reais em série e em paralelo em um peixe elétrico

Os peixes elétricos são capazes de gerar correntes elétricas com o auxílio de células chamadas de *eletroplacas*, que são fontes de tensão biológicas. No peixe elétrico conhecido como porquê, as eletroplacas estão dispostas em 140 linhas, cada linha se estendendo horizontalmente ao longo do corpo do animal e contendo 5000 eletroplacas. O circuito correspondente aparece na Fig. 27-12a; cada eletroplaca tem uma força eletromotriz \mathcal{E} de 0,15 V e uma resistência interna r de 0,25 Ω. A água em torno da enguia completa o circuito entre as extremidades do conjunto de eletroplacas, uma na cabeça do animal e a outra na cauda.

(a) Se a água em torno da enguia tem uma resistência $R_a = 800 \Omega$, qual é o valor da corrente que o animal é capaz de produzir na água?

IDEIA-CHAVE

Podemos simplificar o circuito da Fig. 27-12a substituindo combinações de forças eletromotrices e resistências internas por fontes e resistências equivalentes.

Cálculos Considere uma linha. A força eletromotriz total $\mathcal{E}_{\text{linha}}$ de 5000 eletroplacas ligadas em série é a soma das forças eletromotrices:

$$\mathcal{E}_{\text{linha}} = 5000\mathcal{E} = (5000)(0,15 \text{ V}) = 750 \text{ V.}$$

A resistência total R_{linha} de uma linha é a soma das resistências internas das 5000 eletroplacas:

$$R_{\text{linha}} = 5000r = (5000)(0,25 \Omega) = 1250 \Omega.$$

Podemos agora representar cada uma das 140 linhas por

uma única força eletromotriz $\mathcal{E}_{\text{linha}}$ e uma única resistência R_{linha} (Fig. 27-12b).

Na Fig. 27-12b, a força eletromotriz entre o ponto a e o ponto b em qualquer linha é $\mathcal{E}_{\text{linha}} = 750 \text{ V}$. Como as linhas são iguais e estão todas ligadas ao ponto a da Fig. 27-12b, o potencial é o mesmo em todos os pontos b da figura. Assim, podemos imaginar que todos os pontos b estão ligados entre si, formando um único ponto b . Como a força eletromotriz entre o ponto a e esse ponto b único é $\mathcal{E}_{\text{linha}} = 750 \text{ V}$, podemos substituir o circuito da Fig. 27-12b pelo circuito da Fig. 27-12c.

Entre os pontos b e c da Fig. 27-12c existem 140 resistências $R_{\text{linha}} = 1250 \Omega$, todas em paralelo. A resistência equivalente R_{eq} dessa combinação é dada pela Eq. 27-24:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^{140} \frac{1}{R_j} = 140 \frac{1}{R_{\text{linha}}},$$

ou

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_{\text{linha}}}{140} = \frac{1250 \Omega}{140} = 8,93 \Omega.$$

Substituindo as resistências em paralelo por R_{eq} , obtemos o circuito simplificado da Fig. 27-12d. Aplicando a regra das malhas e percorrendo o circuito no sentido anti-horário a partir do ponto b , temos:

$$\mathcal{E}_{\text{linha}} - iR_a - iR_{\text{eq}} = 0.$$

Explicitando i e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$\begin{aligned} i &= \frac{\mathcal{E}_{\text{linha}}}{R_a + R_{\text{eq}}} = \frac{750 \text{ V}}{800 \Omega + 8,93 \Omega} \\ &= 0,927 \text{ A} \approx 0,93 \text{ A.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

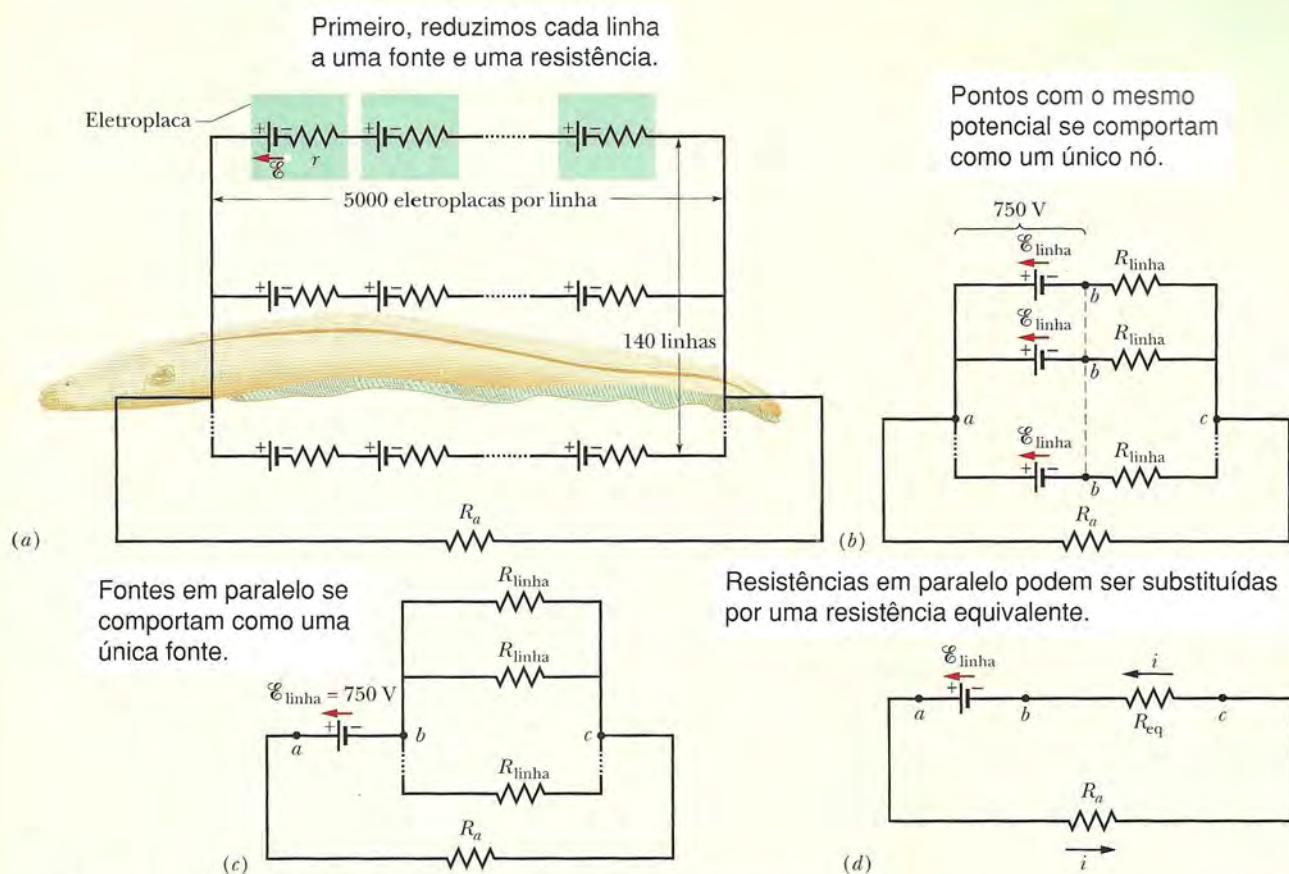


Figura 27-12 (a) Circuito usado para modelar uma enguia elétrica. Cada eletroplaca do animal tem uma força eletromotriz \mathcal{E} e uma resistência interna r . Em cada uma das 140 linhas que se estendem da cabeça à cauda da enguia existem 5000 eletroplacas. A resistência da água é R_a . (b) A força eletromotriz $\mathcal{E}_{\text{linha}}$ e resistência R_{linha} de cada linha. (c) A força eletromotriz entre os pontos a e b é $\mathcal{E}_{\text{linha}}$. Entre os pontos b e c existem 140 resistências R_{linha} em paralelo. (d) Circuito simplificado, com as resistências em paralelo substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} .

Se a cabeça ou a cauda da enguia está nas proximidades de um peixe, parte dessa corrente pode passar pelo corpo do peixe, atordoando-o ou matando-o.

(b) Qual é corrente i_{linha} em cada linha da Fig. 27-12a?

IDEIA-CHAVE

Como todas as linhas são iguais, a corrente se divide igualmente entre elas.

Cálculo Podemos escrever:

$$i_{\text{linha}} = \frac{i}{140} = \frac{0,927 \text{ A}}{140} = 6,6 \times 10^{-3} \text{ A. (Resposta)}$$

Assim, a corrente em cada linha é pequena, cerca de duas ordens de grandeza menor que a corrente que circula na água. Como a corrente está bem distribuída pelo corpo da enguia, o animal não sofre nenhum incômodo ao produzir uma descarga elétrica.

Exemplo

Círculo com mais de uma malha e o sistema de equações de malha

A Fig. 27-13 mostra um circuito cujos elementos têm os seguintes valores:

$$\mathcal{E}_1 = 3,0 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 6,0 \text{ V},$$

$$R_1 = 2,0 \Omega, \quad R_2 = 4,0 \Omega.$$

As três fontes são ideais. Determine o valor absoluto e o sentido das correntes nos três ramos

IDEIAS-CHAVE

Não vale a pena tentar simplificar este circuito, já que não existem dois resistores em paralelo e os resistores que estão em série (no ramo da direita e no ramo da esquerda) não representam nenhum problema. Assim, é melhor aplicar logo de saída as regras dos nós e das malhas.

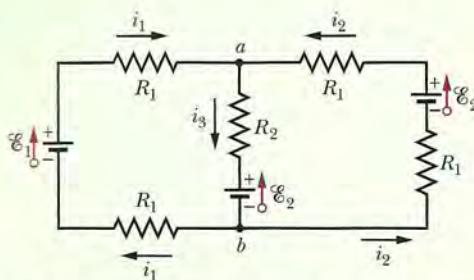


Figura 27-13 Circuito de duas malhas com três fontes ideais e cinco resistências.

Regra dos nós Escolhendo arbitrariamente o sentido das correntes, como na Fig. 27-13, aplicamos a regra dos nós ao ponto *a* e escrevemos

$$i_3 = i_1 + i_2. \quad (27-26)$$

Como uma aplicação da regra dos nós ao ponto *b* fornece apenas uma repetição da equação já obtida, aplicamos a regra das malhas a duas das três malhas do circuito.

Malha da esquerda Escolhemos arbitrariamente a malha da esquerda, começamos arbitrariamente no ponto *b* e percorremos arbitrariamente a malha no sentido horário, obtendo

$$-i_1 R_1 + E_1 - i_1 R_1 - (i_1 + i_2) R_2 - E_2 = 0,$$

em que usamos $(i_1 + i_2)$ em vez de i_3 para representar a corrente do ramo central. Substituindo os valores dados e simplificando, obtemos:

$$i_1(8,0 \Omega) + i_2(4,0 \Omega) = -3,0 \text{ V}. \quad (27-27)$$

Malha da direita Para aplicar a regra das malhas pela segunda vez, escolhemos arbitrariamente percorrer a malha

da direita no sentido anti-horário a partir do ponto *b*, obtendo

$$-i_2 R_1 + E_2 - i_2 R_1 - (i_1 + i_2) R_2 - E_2 = 0.$$

Substituindo os valores dados e simplificando, obtemos:

$$i_1(4,0 \Omega) + i_2(8,0 \Omega) = 0. \quad (27-28)$$

Solução das equações Agora temos um sistema de duas equações (Eqs. 27-27 e 27-28) e duas incógnitas (i_1 e i_2), que podemos resolver “à mão” (o que é fácil, neste caso) ou usando um computador. (Uma técnica de solução é a regra de Cramer, que aparece no Apêndice E.) O resultado é o seguinte:

$$i_1 = -0,50 \text{ A}. \quad (27-29)$$

(O sinal negativo mostra que o sentido escolhido para i_1 na Fig. 27-13 está errado, mas a correção só deve ser feita no final dos cálculos.) Fazendo $i_1 = -0,50 \text{ A}$ na Eq. 27-28 e explicitando i_2 , obtemos

$$i_2 = 0,25 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

De acordo com a Eq. 27-26, temos:

$$\begin{aligned} i_3 &= i_1 + i_2 = -0,50 \text{ A} + 0,25 \text{ A} \\ &= -0,25 \text{ A}. \end{aligned}$$

O sinal positivo de i_2 mostra que o sentido escolhido para a corrente está correto. Por outro lado, os sinais negativos de i_1 e i_3 mostram que os sentidos escolhidos para as duas correntes estão errados. Assim, *depois de executados todos os cálculos*, corrigimos a resposta invertendo as setas que indicam os sentidos de i_1 e i_3 na Fig. 27-13 e escrevendo

$$i_1 = 0,50 \text{ A} \quad \text{e} \quad i_3 = 0,25 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

Atenção: esta correção só deve ser feita depois que *todas* as correntes tiverem sido calculadas.

27-8 O Amperímetro e o Voltímetro

O instrumento usado para medir correntes é chamado de *amperímetro*. Para medir a corrente em um fio, em geral precisamos desligar ou cortar o fio e introduzir o amperímetro no circuito para que a corrente passe pelo aparelho. (Na Fig. 27-14, o amperímetro *A* está sendo usado para medir a corrente *i*.)

É essencial que a resistência R_A do amperímetro seja muito menor que todas as outras resistências do circuito; se não for assim, a presença do medidor mudará o valor da corrente que se pretende medir.

O instrumento usado para medir diferenças de potencial é chamado de *voltímetro*. Para medir a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito, ligamos os terminais do voltímetro a esses pontos sem desligar nem cortar nenhum fio do circuito. (Na Fig. 27-14, o voltímetro *V* está sendo usado para medir a diferença de potencial entre os terminais de R_1 .)

É essencial que a resistência R_V do voltímetro seja muito maior que a resistência dos elementos do circuito entre os pontos de ligação do voltímetro. Se não for assim, a presença do medidor mudará o valor da diferença de potencial que se pretende medir.

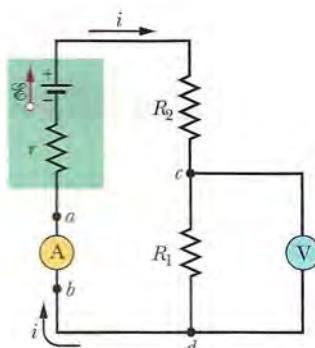


Figura 27-14 Circuito de uma malha, mostrando como ligar um amperímetro (*A*) e um voltímetro (*V*).

Existem medidores que, dependendo da posição de uma chave, podem ser usados como amperímetro ou como voltímetro e também, muitas vezes, como *ohmímetro*, um aparelho que mede a resistência do elemento ligado entre seus terminais. Esses instrumentos multifuncionais são chamados de *multímetros*.

27-9 Circuitos RC

Nas seções precedentes, lidamos apenas com circuitos nos quais as correntes não variavam com o tempo. Vamos agora iniciar uma discussão de correntes que variam com o tempo.

Carga de um Capacitor

O capacitor de capacidade C da Fig. 27-15 está inicialmente descarregado. Para carregá-lo, colocamos a chave S na posição a . Isso completa um *circuito RC* série formado por um capacitor, uma fonte ideal de força eletromotriz \mathcal{E} e uma resistência R .

Como vimos na Seção 25-2, no momento em que o circuito é completado, cargas começam a se mover (surge uma corrente) no circuito. Essa corrente acumula uma carga q cada vez maior nas placas do capacitor e estabelece uma diferença de potencial $V_C (= q/C)$ entre as placas do capacitor. Quando a diferença de potencial é igual à diferença de potencial entre os terminais da fonte (que é igual, por sua vez, à força eletromotriz \mathcal{E}), a corrente deixa de circular. De acordo com a Eq. 25-1 ($q = CV$), a *carga de equilíbrio* (carga final) do capacitor é igual a $C\mathcal{E}$.

Vamos examinar mais de perto o processo de carga do capacitor. Em particular, estamos interessados em saber como variam com o tempo a carga q , a diferença de potencial V_C e a corrente i enquanto o capacitor está sendo carregado. Começamos por aplicar a regra das malhas ao circuito, percorrendo-o no sentido horário a partir do terminal negativo da fonte. Temos:

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0. \quad (27-30)$$

O último termo do lado esquerdo representa a diferença de potencial entre as placas do capacitor. O termo é negativo porque a placa de cima do capacitor, que está ligada ao terminal positivo da fonte, tem um potencial mais alto que a placa de baixo; assim, há uma queda de potencial quando passamos da placa de cima para a placa de baixo do capacitor.

Não podemos resolver imediatamente a Eq. 27-30 porque a equação tem duas variáveis, i e q . Entretanto, as variáveis não são independentes, pois estão relacionadas através da equação

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (27-31)$$

Combinando as Eqs. 27-30 e 27-31, obtemos:

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \quad (\text{equação de carga}). \quad (27-32)$$

Esta equação diferencial descreve a variação com o tempo da carga q no capacitor da Fig. 27-15. Para resolvê-la, precisamos encontrar a função $q(t)$ que satisfaz a Eq. 27-32 e também satisfaz a condição de que o capacitor está inicialmente descarregado, ou seja, de que $q = 0$ no instante $t = 0$.

Mais adiante vamos mostrar que a solução da Eq. 27-32 é

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{carga de um capacitor}). \quad (27-33)$$

(A constante e que aparece na Eq. 27-33 é a base dos logaritmos naturais, 2,718 ... e não a carga elementar.) Observe que a Eq. 27-33 satisfaz a condição inicial, já que,

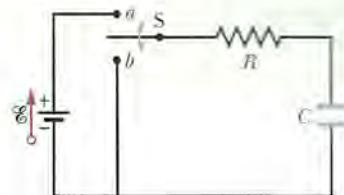
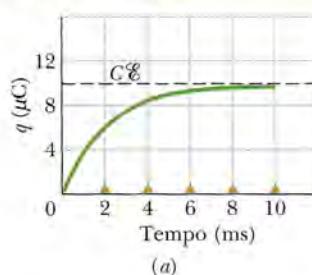
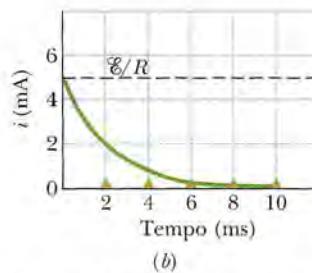


Figura 27-15 Quando a chave S é colocada na posição a , o capacitor é *carregado* através do resistor. Mais tarde, quando a chave é colocada na posição b , o capacitor é *descarregado* através do resistor.

Com o passar do tempo, a carga do capacitor aumenta e a corrente diminui.



(a)



(b)

Figura 27-16 (a) Gráfico da Eq. 27-33 que mostra a carga do capacitor da Fig. 27-15 em função do tempo. (b) Gráfico da Eq. 27-34 que mostra a corrente de carga no circuito da Fig. 27-15 em função do tempo. As curvas foram plotadas para $R = 2000 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$ e $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$; os triângulos representam intervalos sucessivos de uma constante de tempo τ .

para $t = 0$, o termo $e^{-t/RC}$ é igual a 1 e, portanto, $q = 0$. Observe também que quando t tende a infinito (ou seja, após um longo período de tempo), o termo $e^{-t/RC}$ tende a zero. Isso significa que a equação também prevê corretamente o valor final da carga do capacitor, $q = C\mathcal{E}$. A Fig. 27-16a mostra o gráfico de $q(t)$ em função de t durante o processo de carga do capacitor.

A derivada de $q(t)$ é a corrente de carga do capacitor:

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R} \right) e^{-t/RC} \quad (\text{corrente de um capacitor}). \quad (27-34)$$

A Fig. 27-16b mostra o gráfico de $i(t)$ em função de t durante o processo de carga do capacitor. Observe que o valor inicial da corrente é \mathcal{E}/R e que a corrente tende a zero quando a carga do capacitor tende para o valor final.



Um capacitor que está sendo carregado se comporta inicialmente como um fio comum. Após um longo período de tempo, o capacitor se comporta como um fio partido.

Combinando a Eq. 25-1 ($q = CV$) e a Eq. 27-33, descobrimos que a diferença de potencial $V_C(t)$ entre as placas do capacitor durante o processo de carga é dada por

$$V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{potencial de um capacitor}). \quad (27-35)$$

De acordo com a Eq. 27-35, $V_C = 0$ no instante $t = 0$, em que o capacitor está totalmente descarregado e $V_C = \mathcal{E}$ quando $t \rightarrow \infty$ e a carga do capacitor tende para o valor final.

A Constante de Tempo

O produto RC que aparece nas Eqs. 27-33, 27-34 e 27-35 tem dimensão de tempo (tanto porque o argumento de uma exponencial deve ser adimensional como pelo fato de que $1,0 \Omega \times 1,0 \text{ F} = 1,0 \text{ s}$). O produto RC é chamado de **constante de tempo capacitiva** do circuito e representado pela letra grega τ :

$$\tau = RC \quad (\text{constante de tempo}). \quad (27-36)$$

De acordo com a Eq. 27-33, no instante $t = \tau (= RC)$, a carga do capacitor inicialmente descarregado da Fig. 27-15 aumentou de zero para

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 0,63C\mathcal{E}. \quad (27-37)$$

Em palavras, durante a primeira constante de tempo τ a carga aumentou de zero para 63% do valor final $C\mathcal{E}$. Na Fig. 27-16, os triângulos no eixo dos tempos assinalam intervalos sucessivos de uma constante de tempo durante a carga do capacitor. Os tempos de carga dos circuitos RC são frequentemente expressos em termos de τ ; quanto maior o valor de τ , maior o tempo necessário para carregar um capacitor.

Descarga de um Capacitor

Suponha agora que o capacitor da Fig. 27-15 esteja totalmente carregado, ou seja, com um potencial V_0 igual à força eletromotriz \mathcal{E} da fonte. Em um novo instante $t = 0$, a chave S é deslocada da posição *a* para a posição *b*, fazendo com que o capacitor comece a se descarregar através da resistência R . Nesse caso, como variam com o tempo a carga q do capacitor e a corrente i no circuito?

A equação diferencial que descreve a variação de q com o tempo é semelhante à Eq. 27-32 exceto pelo fato de que agora, como a fonte não está mais no circuito, $\mathcal{E} = 0$. Assim,

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (\text{equação de descarga}). \quad (27-38)$$

A solução desta equação diferencial é

$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (\text{descarga de um capacitor}), \quad (27-39)$$

onde $q (= CV_0)$ é a carga inicial do capacitor. O leitor pode verificar, por substituição, que a Eq. 27-39 é realmente uma solução da Eq. 27-38.

De acordo com a Eq. 27-39, a carga q diminui exponencialmente com o tempo, a uma taxa que depende da constante de tempo capacitiva $\tau = RC$. No instante $t = \tau$, a carga do capacitor diminuiu para $q_0 e^{-1}$ ou aproximadamente 37% do valor inicial. Observe que quanto maior o valor de τ , maior o tempo de descarga.

Derivando a Eq. 27-39, obtemos a corrente $i(t)$:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right) e^{-t/RC} \quad (\text{descarga de um capacitor}). \quad (27-40)$$

De acordo com a Eq. 27-40, a corrente também diminui exponencialmente com o tempo, a uma taxa dada por τ . A corrente inicial i_0 é igual a q_0/RC . Note que é possível calcular o valor de i_0 simplesmente aplicando a regra das malhas ao circuito no instante $t = 0$; nesse instante, o potencial inicial do capacitor, V_0 , está aplicado à resistência R e, portanto, a corrente é dada por $i_0 = V_0/R = (q_0/C)/R = q_0/RC$. O sinal negativo da Eq. 27-40 pode ser ignorado; significa simplesmente que, a partir do instante $t = 0$, a carga q do capacitor vai diminuir.

Demonstração da Equação 27-33

Para resolver a Eq. 27-32, começamos por escrever a equação na seguinte forma:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (27-41)$$

A solução geral desta equação diferencial é da forma

$$q = q_p + Ke^{-at}, \quad (27-42)$$

onde q_p é uma solução particular da equação diferencial, K é uma constante a ser determinada a partir das condições iniciais e $a = 1/RC$ é o coeficiente de q na Eq. 27-41. Para determinar q_p , fazemos $dq/dt = 0$ na Eq. 27-41 (o que corresponde à situação final de equilíbrio), fazemos $q = q_p$ e resolvemos a equação, obtendo

$$q_p = C\mathcal{E}. \quad (27-43)$$

Para determinar K , primeiro substituímos a Eq. 27-43 na Eq. 27-42 para obter

$$q = C\mathcal{E} + Ke^{-at}.$$

Em seguida, usando a condição inicial $q = 0$ no instante $t = 0$, obtemos

$$0 = C\mathcal{E} + K,$$

ou $K = -C\mathcal{E}$. Finalmente, com os valores de q_p , a e K inseridos, a Eq. 27-42 se torna

$$q = C\mathcal{E} - C\mathcal{E}e^{-t/RC},$$

que é equivalente à Eq. 27-33.

TESTE 5

A tabela mostra quatro conjuntos de valores para os componentes do circuito da Fig. 27-15. Coloque os conjuntos em ordem de acordo (a) com a corrente inicial (com a chave na posição a) e (b) com o tempo necessário para que a corrente diminua para metade do valor inicial, começando pelo maior valor.

	1	2	3	4
\mathcal{E} (V)	12	12	10	10
R (Ω)	2	3	10	5
C (μF)	3	2	0,5	2

Exemplo

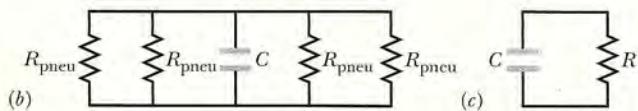
Descarga de um circuito RC para evitar um incêndio em uma parada para reabastecimento

Quando um carro está em movimento, elétrons passam do piso para os pneus e dos pneus para a carroceria. O carro armazena essa carga em excesso como se a carroceria fosse uma das placas do capacitor e o piso a outra placa (Fig. 27-17a). Quando o carro para, descarrega o excesso de carga através dos pneus, da mesma forma como um capacitor se descarrega através de um resistor. Se um objeto condutor se aproxima do carro antes que esteja totalmente descarregado, a diferença de potencial associada ao excesso de cargas pode produzir uma centelha entre o carro e o objeto. Suponha que o objeto condutor seja o bico de uma mangueira de combustível. Nesse caso, a centelha não inflamará o combustível, produzindo um incêndio, se a energia da centelha foi menor que o valor crítico $U_{\text{fogo}} = 50 \text{ mJ}$.

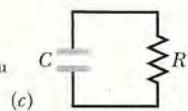
Quando o carro da Fig. 27-17a para no instante $t = 0$, a diferença de potencial entre o carro e o piso é $V_0 = 30 \text{ kV}$. A capacitância do sistema carro-piso é $C = 500 \text{ pF}$ e a resistência de *cada* pneu é $R_{\text{pneu}} = 100 \text{ G}\Omega$. Quanto tempo é necessário para que a energia associada às cargas do carro caia abaixo do valor crítico U_{fogo} ?



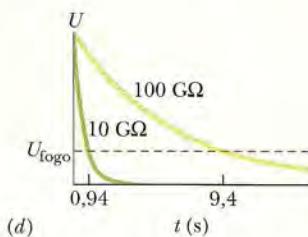
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 27-17 (a) Um carro eletricamente carregado e o piso se comportam como um capacitor que pode se descarregar através dos pneus. (b) Circuito usado para modelar o capacitor carro-piso, com as resistências dos quatro pneus R_{pneu} ligadas em paralelo. (c) A resistência equivalente R dos pneus. (d) A energia potencial elétrica U do capacitor carro-piso diminui durante a descarga.

IDEIAS-CHAVE

- (1) Em qualquer instante t , a energia potencial elétrica U do capacitor está relacionada à carga armazenada q através da Eq. 25-21 ($U = q^2/2C$). (2) Quando um capacitor está se descarregando, a carga diminui com o tempo de acordo com a Eq. 27-39 ($q = q_0 e^{-t/RC}$).

Cálculos Podemos tratar os pneus como resistores com uma extremidade em contato com a carroceria do carro e a outra extremidade em contato com o piso. A Fig. 27-17b mostra os quatro resistores ligados em paralelo com a capacitância do carro e a Fig. 27-17c mostra a resistência equivalente R dos quatro resistores. De acordo com a Eq. 27-24, a resistência R é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{\text{pneu}}} + \frac{1}{R_{\text{pneu}}} + \frac{1}{R_{\text{pneu}}} + \frac{1}{R_{\text{pneu}}},$$

ou $R = \frac{R_{\text{pneu}}}{4} = \frac{100 \times 10^9 \Omega}{4} = 25 \times 10^9 \Omega$. (27-44)

Quando o carro para, a carga em excesso é descarregada através de R .

Vamos agora usar as duas ideias-chave para analisar a descarga. Substituindo a Eq. 27-39 na Eq. 25-21, obtemos

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{(q_0 e^{-t/RC})^2}{2C}$$

$$= \frac{q_0^2}{2C} e^{-2t/RC}. \quad (27-45)$$

De acordo com a Eq. 25-1 ($q = CV$), podemos relacionar a carga inicial q_0 do carro à diferença de potencial V_0 : $q_0 = CV_0$. Substituindo essa equação na Eq. 27-45, obtemos

$$U = \frac{(CV_0)^2}{2C} e^{-2t/RC} = \frac{CV_0^2}{2} e^{-2t/RC},$$

ou $e^{-2t/RC} = \frac{2U}{CV_0^2}$. (27-46)

Tomando o logaritmo natural de ambos os membros, obtemos:

$$-\frac{2t}{RC} = \ln\left(\frac{2U}{CV_0^2}\right),$$

ou $t = -\frac{RC}{2} \ln\left(\frac{2U}{CV_0^2}\right)$. (27-47)

Substituindo os valores conhecidos, descobrimos que o tempo que o carro leva para se descarregar até a energia $U_{\text{fogo}} = 50 \text{ mJ}$ é

$$t = -\frac{(25 \times 10^9 \Omega)(500 \times 10^{-12} \text{ F})}{2} \times \ln\left(\frac{2(50 \times 10^{-3} \text{ J})}{(500 \times 10^{-12} \text{ F})(30 \times 10^3 \text{ V})^2}\right) = 9,4 \text{ s.} \quad (\text{Resposta})$$

Conclusão Seria preciso esperar pelo menos 9,4 s para aproximar com segurança do automóvel o bico da mangueira.

ra de combustível. Este tempo de espera é inaceitável durante uma corrida; por isso, a borracha dos pneus dos carros de corrida é misturada com um material condutor (negro de fumo, por exemplo) para diminuir a resistência do pneu e reduzir o tempo de descarga. A Fig. 27-17d mostra a energia armazenada U em função do tempo t para resistências de 100 GΩ (o valor usado nos cálculos) e 10 GΩ. Observe que com o valor menor da resistência dos pneus, a energia chega muito mais depressa ao nível seguro U_{fogo} .

REVISÃO E RESUMO

Força Eletromotriz Uma fonte de tensão realiza um trabalho sobre cargas elétricas para manter uma diferença de potencial entre os terminais. Se dW é o trabalho realizado pela fonte para transportar uma carga positiva dq do terminal negativo para o terminal positivo, a força eletromotriz (trabalho por unidade de carga) da fonte é dada por

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (\text{definição de } \mathcal{E}). \quad (27-1)$$

A unidade de força eletromotriz e de diferença de potencial no SI é o volt. Uma **fonte de tensão ideal** não possui resistência interna; a diferença de potencial entre seus terminais é igual à força eletromotriz. Uma **fonte de tensão real** possui resistência interna; a diferença de potencial entre seus terminais é igual à força eletromotriz apenas quando a corrente que a atravessa é zero.

Análise de Circuitos A variação de potencial quando atravessamos uma resistência R no sentido da corrente é $-iR$; a variação quando atravessamos a resistência no sentido oposto é $+iR$ (regra das resistências). A variação de potencial quando atravessamos uma fonte de tensão ideal do terminal negativo para o terminal positivo é $+\mathcal{E}$; a variação quando atravessamos a fonte no sentido oposto é $-\mathcal{E}$ (regra das fontes). A lei de conservação da energia leva à regra das malhas:

Regra das Malhas. A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero. A lei de conservação das cargas leva à regra dos nós:

Regra dos Nós. A soma das correntes que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do nó.

Circuitos com uma Malha A corrente em um circuito com uma malha que contém uma única resistência R e uma fonte de tensão de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência r é dada por

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (27-4)$$

que se reduz a $i = \mathcal{E}/R$ para uma fonte ideal, ou seja, com uma fonte com $r = 0$.

Potência Quando uma fonte de tensão real de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência r realiza trabalho sobre portadores de carga, fazendo uma corrente i atravessar a fonte, a potência P transferida para os portadores de carga é dada por

$$P = iV, \quad (27-14)$$

em que V é a diferença de potencial entre os terminais da fonte. A potência P_r dissipada na fonte é dada por

$$P_r = i^2 r. \quad (27-16)$$

A potência P_{fom} fornecida pela fonte é dada por

$$P_{\text{fom}} = i\mathcal{E}. \quad (27-17)$$

Resistências em Série Quando duas ou mais resistências estão ligadas em **série**, todas são percorridas pela mesma corrente. Resistências em série podem ser substituídas por uma resistência equivalente dada por

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (n \text{ resistências em série}). \quad (27-7)$$

Resistências em Paralelo Quando duas ou mais resistências estão ligadas em **paralelo**, todas são submetidas à mesma diferença de potencial. Resistências em paralelo podem ser substituídas por uma resistência equivalente dada por

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ resistências em paralelo}). \quad (27-24)$$

Circuitos RC Quando uma força eletromotriz \mathcal{E} é aplicada a uma resistência R e uma capacitância C em série, como na Fig. 27-15 com a chave na posição a , a carga do capacitor aumenta com o tempo de acordo com a equação

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{carga de um capacitor}), \quad (27-33)$$

onde $C\mathcal{E} = q_0$ é a carga de equilíbrio (carga final) e $RC = \tau$ é a **constante de tempo capacitiva** do circuito. Durante a carga do capacitor, a corrente é dada por

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)e^{-t/RC} \quad (\text{carga de um capacitor}). \quad (27-34)$$

Quando um capacitor se descarrega através de uma resistência R , a carga do capacitor diminui com o tempo de acordo com a equação

$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (\text{descarga de um capacitor}). \quad (27-39)$$

Durante a descarga do capacitor, a corrente é dada por

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC} \quad (\text{descarga de um capacitor}). \quad (27-40)$$

P E R G U N T A S

- 1** (a) Na Fig. 27-18a, com $R_1 > R_2$, a diferença de potencial entre os terminais de R_2 é maior, menor ou igual à diferença de potencial entre os terminais de R_1 ? (b) A corrente no resistor R_2 é maior, menor ou igual à corrente no resistor R_1 ?

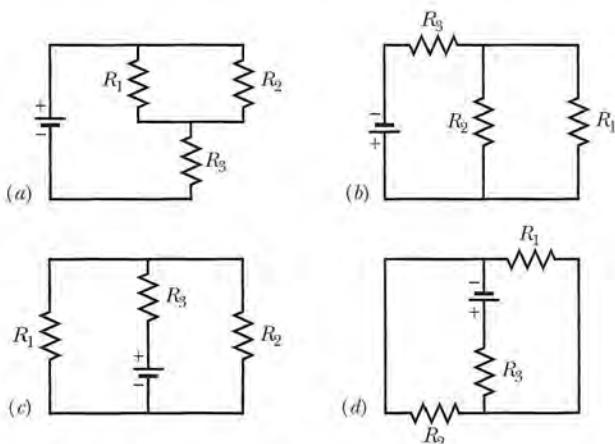


Figura 27-18 Perguntas 1 e 2.

- 2** (a) Na Fig. 27-18a, os resistores R_1 e R_3 estão em série? (b) Os resistores R_1 e R_2 estão em paralelo? (c) Coloque os quatro circuitos da Fig. 27-18 na ordem das resistências equivalentes, começando pela maior.

- 3** Os resistores R_1 e R_2 , com $R_1 > R_2$, são ligados a uma fonte, primeiro separadamente, depois em série e finalmente em paralelo. Coloque esses arranjos na ordem da corrente que atravessa a fonte, começando pela maior.

- 4** Na Fig. 27-19, um circuito é formado por uma fonte e dois resistores uniformes; a parte do circuito ao longo do eixo x é dividida em cinco segmentos iguais. (a) Suponha que $R_1 = R_2$ e coloque os segmentos na ordem do módulo do campo elétrico médio no interior do segmento, começando pelo maior. (b) Repita o item (a) supondo que $R_1 > R_2$. (c) Qual é o sentido do campo elétrico ao longo do eixo x ?

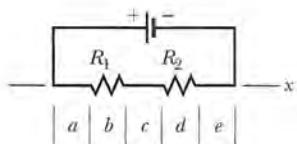


Figura 27-19 Pergunta 4.

- 5** Para cada circuito da Fig. 27-20, responda se os resistores estão ligados em série, em paralelo ou nem em série nem em paralelo.

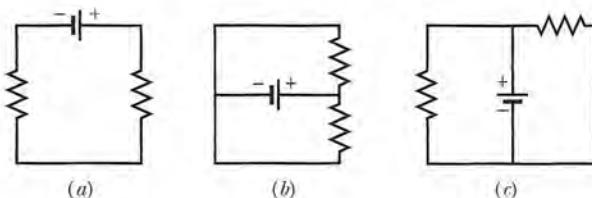


Figura 27-20 Pergunta 5.

- 6** *Labirinto de resistores.* Na Fig. 27-21, todos os resistores têm uma resistência de $4,0 \Omega$ e todas as fontes (ideais) têm uma força eletromotriz de $4,0 \text{ V}$. Qual é a corrente no resistor R ? (Se o leitor souber escolher a malha apropriada neste labirinto, poderá responder à pergunta de cabeça em poucos segundos.)

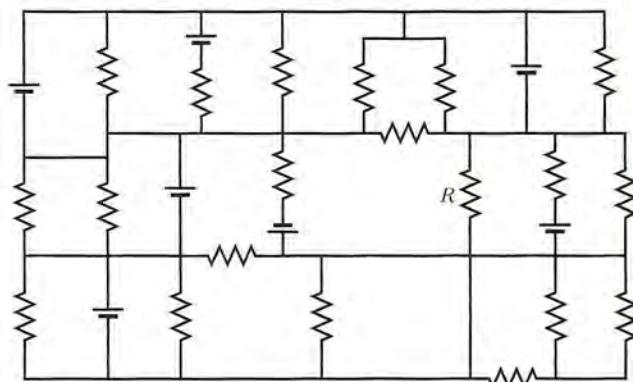


Figura 27-21 Pergunta 6.

- 7** Inicialmente, um único resistor R_1 é ligado a uma fonte ideal. Em seguida, o resistor R_2 é ligado em série com R_1 . Quando o resistor R_2 é introduzido no circuito, (a) a diferença de potencial entre os terminais de R_1 aumenta, diminui ou permanece a mesma? (b) A corrente em R_1 aumenta, diminui ou permanece a mesma? (c) A resistência equivalente R_{12} de R_1 e R_2 é maior, menor ou igual a R_1 ?

- 8** *Labirinto de capacitores.* Na Fig. 27-22, todos os capacitores têm uma capacidade de $6,0 \mu\text{F}$ e todas as fontes têm uma força eletromotriz de 10 V . Qual é a carga do capacitor C ? (Se o leitor souber escolher a malha apropriada neste labirinto, poderá responder à pergunta de cabeça em poucos segundos.)

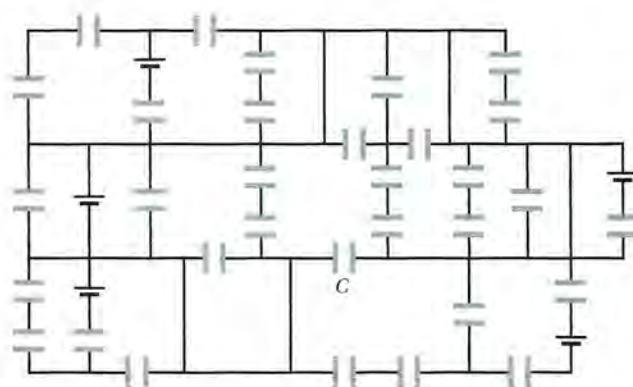


Figura 27-22 Pergunta 8.

- 9** Inicialmente, um único resistor R_1 é ligado a uma fonte ideal. Em seguida, o resistor R_2 é ligado em paralelo com R_1 . Quando o resistor R_2 é introduzido no circuito, (a) a diferença de potencial entre os terminais de R_1 aumenta, diminui ou permanece a mesma? (b) A corrente em R_1 aumenta, diminui ou permanece a mesma? (c) A resistência equivalente R_{12} de R_1 e R_2 é maior, menor ou igual a R_1 ? (d) A corrente total em R_1 e R_2 juntos é maior, menor ou igual à corrente em R_1 antes da introdução de R_2 ?

- 10** Quando a chave da Fig. 27-15 é colocada na posição *a*, uma corrente *i* passa a atravessar a resistência *R*. A Fig. 27-23 mostra a corrente *i* em função do tempo para quatro conjuntos de valores de *R* e da resistência *C*: (1) R_0 e C_0 ; (2) $2R_0$ e C_0 ; (3) R_0 e $2C_0$; (4) $2R_0$ e $2C_0$. Qual é a curva correspondente a cada conjunto?

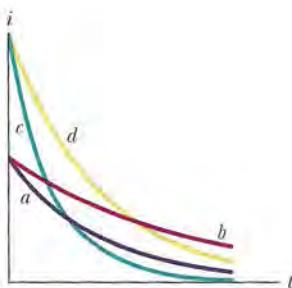


Figura 27-23 Pergunta 10.

- 11** A Fig. 27-24 mostra três conjuntos de componentes que podem ser ligados alternadamente à mesma fonte através de uma chave como a da Fig. 27-15. Os resistores e capacitores são todos iguais. Coloque os conjuntos na ordem (a) da carga final do capacitor; (b) do tempo necessário para a carga do capacitor atingir metade da carga final, começando pelo maior valor.

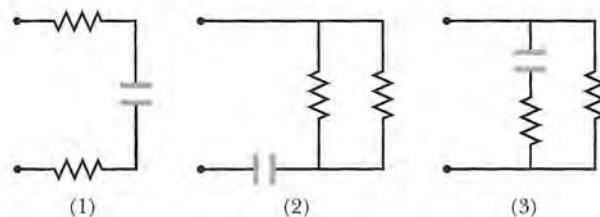


Figura 27-24 Pergunta 11.

PROBLEMAS

•--- O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

• Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 27-6 Diferença de Potencial entre Dois Pontos

- *1 Na Fig. 27-25, as fontes ideais têm forças eletromotrices $\mathcal{E}_1 = 12\text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 6,0\text{ V}$ e os resistores têm resistências $R_1 = 4,0\ \Omega$ e $R_2 = 8,0\ \Omega$. Determine (a) a corrente no circuito; (b) a potência dissipada no resistor 1; (c) a potência dissipada no resistor 2; (d) a potência fornecida pela fonte 1; (e) a potência fornecida pela fonte 2. (f) A fonte 1 está fornecendo ou recebendo energia? (g) A fonte 2 está fornecendo ou recebendo energia?

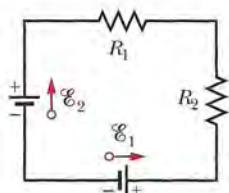


Figura 27-25 Problema 1.

- *2 Na Fig. 27-26, as fontes ideais têm forças eletromotrices $\mathcal{E}_1 = 150\text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 50\text{ V}$ e os resistores têm resistências $R_1 = 3,0\ \Omega$ e $R_2 = 2,0\ \Omega$. Se o potencial no ponto *P* é tomado como 100 V, qual é o potencial no ponto *Q*?

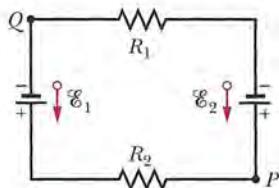


Figura 27-26 Problema 2.

- *3 Uma bateria de automóvel com uma força eletromotriz de 12 V e uma resistência interna de $0,040\ \Omega$ está sendo carregada com uma corrente de 50 A. Determine (a) a diferença de potencial *V* entre os terminais da bateria; (b) a potência P_r dissipada no interior

da bateria; (c) a potência P_{fonte} fornecida pela bateria. Se a bateria depois de carregada é usada para fornecer 50 A ao motor de arranque, determine (d) V ; (e) P_r .

- *4 A Fig. 27-27 mostra um conjunto de quatro resistores que faz parte de um circuito maior. O gráfico abaixo do circuito mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição *x* ao longo do ramo inferior do conjunto, do qual faz parte o resistor 4; o potencial V_A é 12,0 V. O gráfico acima do circuito mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição *x* ao longo do ramo superior do conjunto, do qual fazem parte os resistores 1, 2 e 3; as diferenças de potencial são $\Delta V_B = 2,00\text{ V}$ e $\Delta V_C = 5,00\text{ V}$. O resistor 3 tem uma resistência de $200\ \Omega$. Determine a resistência (a) do resistor 1; (b) do resistor 2.

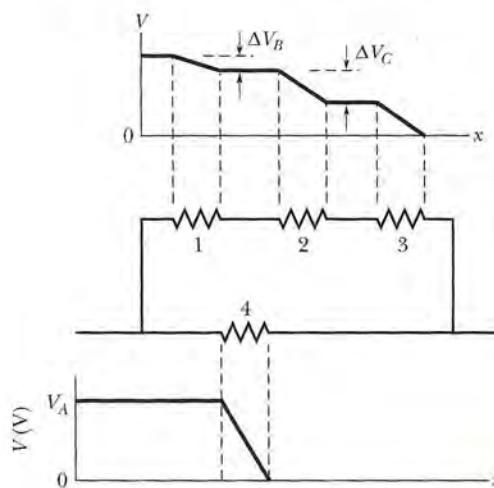


Figura 27-27 Problema 4.

- *5 Uma corrente de 5,0 A é estabelecida de um circuito durante 6,0 min por uma bateria recarregável com uma força eletromotriz de 6,0 V. Qual é a redução da energia química da bateria?

- *6 Uma pilha comum de lanterna pode fornecer uma energia da ordem de $2,0\text{ W} \cdot \text{h}$ antes de se esgotar. (a) Se uma pilha custa

US\$0,80, quanto custa manter acesa uma lâmpada de 100 W durante 8,0 h usando pilhas? (b) Quanto custa manter acesa a mesma lâmpada usando a eletricidade da tomada se o preço da energia elétrica é US\$0,06 por quilowatt-hora?

***7** Um fio com uma resistência de $5,0 \Omega$ é ligado a uma bateria cuja força eletromotriz \mathcal{E} é 2,0 V e cuja resistência interna é $1,0 \Omega$. Em 2,0 min, qual é (a) a energia química consumida pela bateria; (b) a energia dissipada pelo fio; (c) a energia dissipada pela bateria?

***8** Uma bateria de automóvel com uma força eletromotriz de 12,0 V tem uma carga inicial de $120 \text{ A} \cdot \text{h}$. Supondo que a diferença de potencial entre os terminais permanece constante até a bateria se descarregar totalmente, durante quantas horas a bateria é capaz de fornecer uma potência de 100 W?

***9** (a) Qual é o trabalho, em elétrons-volts, realizado por uma fonte ideal de 12 V sobre um elétron que passa do terminal positivo da fonte para o terminal negativo? (b) Se $3,40 \times 10^{18}$ elétrons passam pela fonte por segundo, qual é a potência da fonte em watts?

***10** (a) Na Fig. 27-28, qual deve ser o valor de R para que a corrente no circuito seja 1,0 mA? Sabe-se que $\mathcal{E}_1 = 2,0 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 3,0 \text{ V}$, $r_1 = r_2 = 3,0 \Omega$. (b) Qual é a potência dissipada em R ?

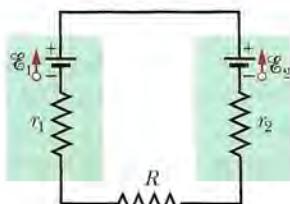


Figura 27-28 Problema 10.

***11** Na Fig. 27-29, o trecho AB do circuito dissipava uma potência de 50 W quando a corrente $i = 1,0 \text{ A}$ tem o sentido indicado. O valor da resistência R é $2,0 \Omega$. (a) Qual é a diferença de potencial entre A e B ? O dispositivo X não possui resistência interna. (b) Qual é a força eletromotriz do dispositivo X ? (c) O ponto B está ligado ao terminal positivo ou ao terminal negativo do dispositivo X ?

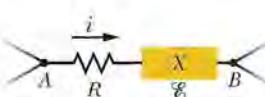


Figura 27-29 Problema 11.

***12** A Fig. 27-30 mostra um resistor de resistência $R = 6,00 \Omega$ ligado a uma fonte ideal de força eletromotriz $\mathcal{E} = 12,0 \text{ V}$ através de dois fios de cobre. Cada fio tem 20,0 cm de comprimento e 1,00 mm de raio. Neste capítulo, desprezamos a resistência dos fios de ligação. Verifique se a aproximação é válida para o circuito da Fig. 27-30, determinando (a) a diferença de potencial entre as extremidades do resistor; (b) a diferença de potencial entre as extremidades de um dos fios; (c) a potência dissipada no resistor; (d) a potência dissipada em um dos fios.

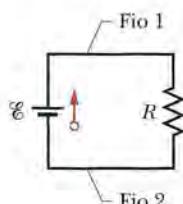


Figura 27-30 Problema 12.

***13** Um cabo subterrâneo de 10 km de comprimento está orientado na direção leste-oeste e é formado por dois fios paralelos, ambos com uma resistência de $13 \Omega/\text{km}$. Um defeito no cabo faz com que surja uma resistência efetiva R entre os fios a uma distância x da extremidade oeste (Fig. 27-31). Com isso, a resistência total dos fios passa a ser 100Ω quando a medida é realizada na extremidade leste e 200Ω quando a medida é realizada na extremidade oeste. Determine (a) o valor de x ; (b) o valor de R .

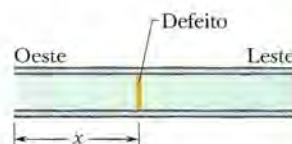


Figura 27-31 Problema 13.

***14** Na Fig. 27-32a, as duas fontes têm uma força eletromotriz $\mathcal{E} = 1,20 \text{ V}$ e a resistência externa R é um resistor variável. A Fig. 27-32b mostra as diferenças de potencial V entre os terminais das duas fontes em função de R : a curva 1 corresponde à fonte 1 e a curva 2 corresponde à fonte 2. A escala horizontal é definida por $R_s = 0,20 \Omega$. Determine (a) a resistência interna da fonte 1; (b) a resistência interna da fonte 2.

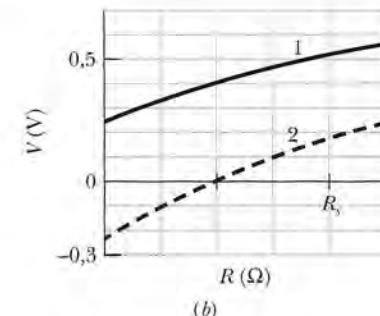


Figura 27-32 Problema 14.

***15** A corrente em um circuito com uma única malha e uma resistência R é $5,0 \text{ A}$. Quando uma resistência de $2,0 \Omega$ é ligada em série com R , a corrente diminui para $4,0 \text{ A}$. Qual é o valor de R ?

***16** Uma célula solar produz uma diferença de potencial de $0,10 \text{ V}$ quando um resistor de 500Ω é ligado a seus terminais e uma diferença de potencial de $0,15 \text{ V}$ quando o valor do resistor é 1000Ω . Determine (a) a resistência interna e (b) a força eletromotriz da célula solar. (c) A área da célula é $5,0 \text{ cm}^2$ e a potência luminosa recebida é $2,0 \text{ mW/cm}^2$. Qual é a eficiência da célula ao converter energia luminosa em energia térmica fornecida ao resistor de 1000Ω ?

***17** Na Fig. 27-33, a fonte 1 tem uma força eletromotriz $\mathcal{E}_1 = 12,0 \text{ V}$ e uma resistência interna $r_1 = 0,016 \Omega$ e a fonte 2 tem uma força eletromotriz $\mathcal{E}_2 = 12,0 \text{ V}$ e uma resistência interna $r_2 = 0,012 \Omega$. As fontes são ligadas em série com uma resistência externa R . (a) Qual é o valor de R para o qual a diferença de potencial entre os terminais de uma das fontes é zero? (b) Com qual das duas fontes isso acontece?

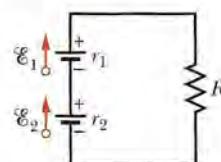


Figura 27-33 Problema 17.

Seção 27-7 Circuitos com Mais de Uma Malha

***18** Na Fig. 27-9, determine a diferença de potencial $V_d - V_c$ entre os pontos d e c se $\mathcal{E}_1 = 4,0\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1,0\text{ V}$, $R_1 = R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 5,0\ \Omega$ e a fonte é ideal.

***19** Pretende-se obter uma resistência total de $3,00\ \Omega$ ligando uma resistência de valor desconhecido a uma resistência de $12,0\ \Omega$. (a) Qual deve ser o valor da resistência desconhecida? (b) As duas resistências devem ser ligadas em série ou em paralelo?

***20** Quando duas resistências 1 e 2 são ligadas em série, a resistência equivalente é $16,0\ \Omega$. Quando são ligadas em paralelo, a resistência equivalente é $3,0\ \Omega$. Determine (a) a menor; (b) a maior das duas resistências.

***21** Quatro resistores de $18,0\ \Omega$ são ligados em paralelo a uma fonte ideal de $25,0\text{ V}$. Qual é a corrente na fonte?

***22** A Fig. 27-34 mostra cinco resistores de $5,00\ \Omega$. Determine a resistência equivalente (a) entre os pontos F e H ; (b) entre os pontos F e G . (Sugestão: para cada par de pontos, imagine que existe uma fonte ligada entre os dois pontos.)

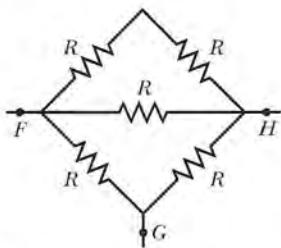


Figura 27-34 Problema 22.

***23** Na Fig. 27-35, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 50\ \Omega$ e as fontes ideais têm forças eletromotrices $\mathcal{E}_1 = 6,0\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 5,0\text{ V}$ e $\mathcal{E}_3 = 4,0\text{ V}$. Determine (a) a corrente no resistor 1; (b) a corrente no resistor 2; (c) a diferença de potencial entre os pontos a e b .

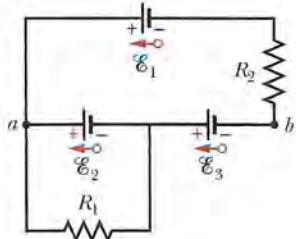


Figura 27-35 Problema 23.

***24** Na Fig. 27-36, $R_1 = R_2 = 4,00\ \Omega$ e $R_3 = 2,50\ \Omega$. Determine a resistência equivalente entre os pontos D e E . (Sugestão: imagine que existe uma fonte ligada entre os dois pontos.)

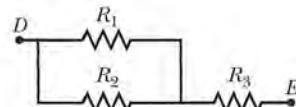


Figura 27-36 Problema 24.

***25** Nove fios de cobre de comprimento λ e diâmetro d são ligados em paralelo para formar um cabo de resistência R . Qual deve ser o diâmetro D de um fio de cobre de comprimento λ para que a resistência do fio seja a mesma do cabo?

****26** A Fig. 27-37 mostra uma fonte ligada a um resistor uniforme R_0 . Um contato deslizante pode se deslocar ao longo do resistor do ponto $x = 0$, à esquerda, até o ponto $x = 10\text{ cm}$, à direita. O valor da resistência à esquerda e à direita do contato depende da posição do contato. Determine a potência dissipada no resistor R em função de x . Plote a função para $\mathcal{E} = 50\text{ V}$, $R = 2000\ \Omega$ e $R_0 = 100\ \Omega$.

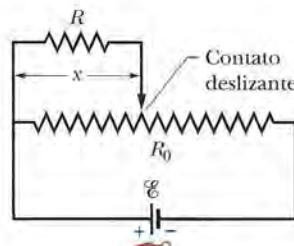


Figura 27-37 Problema 26.

****27** **Descarga lateral.** A Fig. 27-38 ilustra uma das razões pelas quais é perigoso se abrigar debaixo de uma árvore durante uma tempestade elétrica. Se um relâmpago atinge a árvore, parte da descarga pode passar para a pessoa, especialmente se a corrente que atravessa a árvore atingir uma região seca da casca e por isso tiver que atravessar o ar para chegar ao solo. Na figura, parte do relâmpago atravessa uma distância d no ar e chega ao solo através da pessoa (que possui uma resistência desprezível em comparação com a do ar). O resto da corrente viaja pelo ar paralelamente ao tronco da árvore, percorrendo uma distância h . Se $d/h = 0,400$ e a corrente total é $I = 5000\text{ A}$, qual é o valor da corrente que atravessa a pessoa?

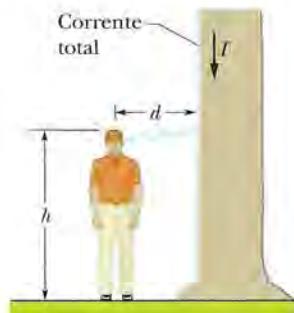


Figura 27-38 Problema 27.

****28** A fonte ideal da Fig. 27-39a tem uma força eletromotriz $\mathcal{E} = 6,0\text{ V}$. A curva 1 da Fig. 27-39b mostra a diferença de potencial V entre os terminais do resistor 1 em função da corrente i no resistor. A escala do eixo vertical é definida por $V_s = 18,0\text{ V}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $i_s = 3,00\text{ mA}$. As curvas 2 e 3 são gráficos semelhantes para os resistores 2 e 3. Qual é a corrente no resistor 2?

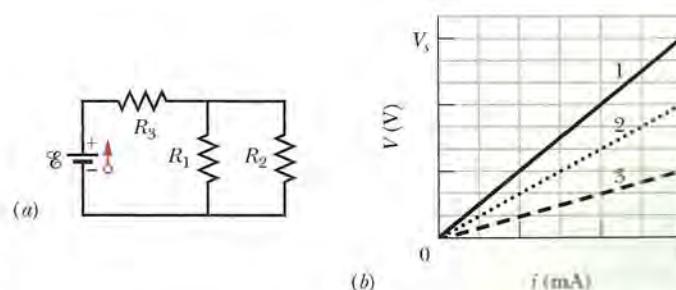


Figura 27-39 Problema 28.

- 29** Na Fig. 27-40, $R_1 = 6,00 \Omega$, $R_2 = 18,0 \Omega$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathcal{E} = 12,0 \text{ V}$. Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para a esquerda ou para a direita) da corrente i_1 . (c) Qual é a energia total dissipada nos quatro resistores em 1,00 min?

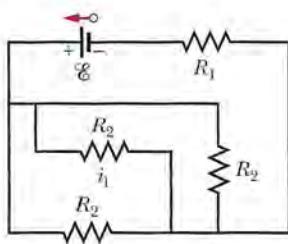


Figura 27-40 Problema 29.

- 30** Na Fig. 27-41, as fontes ideais têm forças eletromotrices $\mathcal{E}_1 = 10,0 \text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 0,500\mathcal{E}_1$ e todas as resistências são de $4,00 \Omega$. Determine a corrente (a) na resistência 2; (b) na resistência 3.

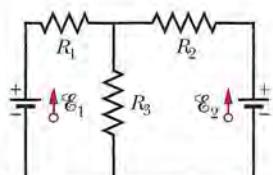


Figura 27-41 Problemas 30, 41 e 88.

- 31** Na Fig. 27-42, as forças eletromotrices das fontes ideais são $\mathcal{E}_1 = 5,0 \text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 12 \text{ V}$, as resistências são de $2,0 \Omega$ e o potencial é tomado como zero no ponto do circuito ligado à terra. Determine os potenciais (a) V_1 e (b) V_2 nos pontos indicados.

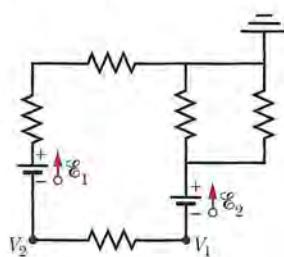


Figura 27-42 Problema 31.

- 32** As duas fontes da Fig. 27-43a são ideais. A força eletromotriz \mathcal{E}_1 da fonte 1 tem um valor fixo, mas a força eletromotriz \mathcal{E}_2 da fonte 2 pode assumir qualquer valor entre $1,0 \text{ V}$ e 10 V . Os gráficos da Fig. 27-43b mostram as correntes nas duas fontes em função de \mathcal{E}_2 . A escala vertical é definida por $i_s = 0,20 \text{ A}$. Não se sabe de antemão que curva corresponde à fonte 1 e que curva corresponde à fonte 2, mas, para as duas curvas, a corrente é considerada negativa quando o sentido da corrente é do terminal positivo para o terminal negativo da bateria. Determine (a) o valor de \mathcal{E}_1 ; (b) o valor de R_1 ; (c) o valor de R_2 .

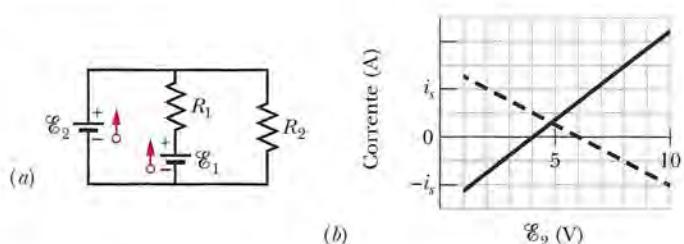


Figura 27-43 Problema 32.

- 33** Na Fig. 27-44, a corrente na resistência 6 é $i_6 = 1,40 \text{ A}$ e as resistências são $R_1 = R_2 = R_3 = 2,00 \Omega$, $R_4 = 16,0 \Omega$, $R_5 = 8,00 \Omega$ e $R_6 = 4,00 \Omega$. Qual é a força eletromotriz da fonte ideal?

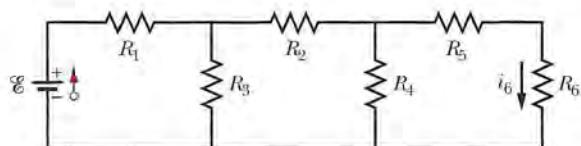


Figura 27-44 Problema 33.

- 34** As resistências das Figs. 27-45a e 27-45b são todas de $6,0 \Omega$ e as fontes ideais são baterias de 12 V . (a) Quando a chave S da Fig. 27-45a é fechada, qual é a variação da diferença de potencial V_1 entre os terminais do resistor 1? (b) Quando a chave S da Fig. 27-45b é fechada, qual é a variação da diferença de potencial V_1 entre os terminais do resistor 1?

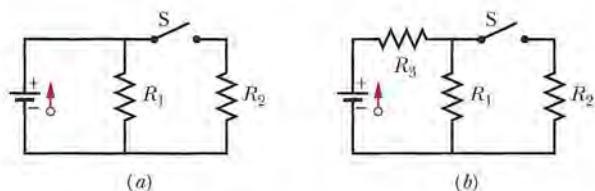


Figura 27-45 Problema 34.

- 35** Na Fig. 27-46, $\mathcal{E} = 12,0 \text{ V}$, $R_1 = 2000 \Omega$, $R_2 = 3000 \Omega$ e $R_3 = 4000 \Omega$. Determine as diferenças de potencial (a) $V_A - V_B$; (b) $V_B - V_C$; (c) $V_C - V_D$; (d) $V_A - V_C$.

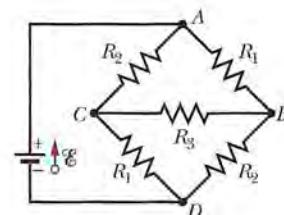


Figura 27-46 Problema 35.

- 36** Na Fig. 27-47, $\mathcal{E}_1 = 6,00 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 12,0 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$ e $R_3 = 300 \Omega$. Um ponto do circuito está ligado à terra ($V = 0$). Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para cima ou para baixo) da corrente na resistência 1; (c) o valor absoluto e (d) o sentido (para a esquerda ou para a direita) da corrente na resistência 2; (e) o valor absoluto e (f) o sentido (para a esquerda ou para a direita) da corrente na resistência 3. (g) Determine o potencial elétrico no ponto A.

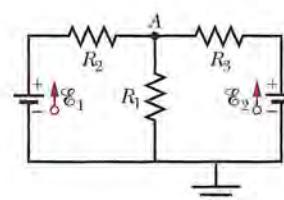


Figura 27-47 Problema 36.

- 37** Na Fig. 27-48, $R_1 = 2,00 \Omega$, $R_2 = 5,00 \Omega$ e a fonte é ideal. Qual é o valor de R_3 que maximiza a potência dissipada na resistência 3?

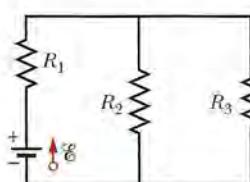


Figura 27-48 Problemas 37 e 98.

- 38** A Fig. 27-49 mostra uma parte de um circuito. As resistências são $R_1 = 2,0 \Omega$, $R_2 = 4,0 \Omega$ e $R_3 = 6,0 \Omega$ e a corrente indicada é $i = 6,0 \text{ A}$. A diferença de potencial entre os pontos A e B que ligam o conjunto ao resto do circuito é $V_A - V_B = 78 \text{ V}$. (a) O elemento representado como “?” está absorvendo energia do circuito ou cedendo energia ao circuito? (b) Qual é a potência absorvida ou fornecida pelo elemento desconhecido?

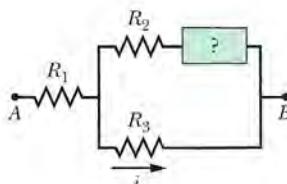


Figura 27-49 Problema 38.

- 39** Na Fig. 27-50, duas fontes de força eletromotriz $\mathcal{E} = 12,0 \text{ V}$ e resistência interna $r = 0,300 \Omega$ são ligadas em paralelo com uma resistência R . (a) Para que valor de R a potência dissipada no resistor é máxima? (b) Qual é o valor da potência máxima?

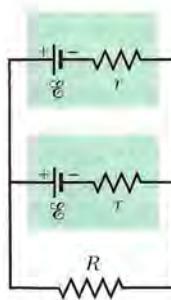


Figura 27-50 Problemas 39 e 40.

- 40** Duas fontes iguais de força eletromotriz $\mathcal{E} = 12,0 \text{ V}$ e resistência interna $r = 0,200 \Omega$ podem ser ligadas a uma resistência R em paralelo (Fig. 27-50) ou em série (Fig. 27-51). Se $R = 2,00 \Omega$, qual é a corrente i na resistência R (a) no caso da ligação em paralelo; (b) no caso da ligação em série? (c) Em que tipo de ligação a corrente i é maior? Se $R = r/2,00$, qual é a corrente na resistência R (d) no caso da ligação em paralelo; (e) no caso da ligação em série? (f) Em que tipo de ligação a corrente i é maior?

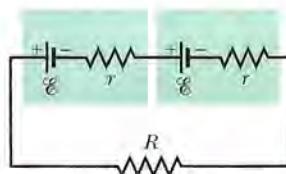


Figura 27-51 Problema 40.

- 41** Na Fig. 27-41, $\mathcal{E}_1 = 3,00 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 1,00 \text{ V}$, $R_1 = 4,00 \Omega$, $R_2 = 2,00 \Omega$, $R_3 = 5,00 \Omega$ e as duas fontes são ideais. Determine a potência dissipada (a) em R_1 ; (b) em R_2 ; (c) em R_3 . Determine a potência (d) da fonte 1; (e) da fonte 2.

- 42** Na Fig. 27-52, um conjunto de n resistores em paralelo é ligado em série a um resistor e a uma fonte ideal. Todos os resistores têm a mesma resistência. Se um outro resistor de mesmo valor fosse ligado em paralelo com o conjunto, a corrente na fonte sofreria uma variação de 1,25%. Qual é o valor de n ?

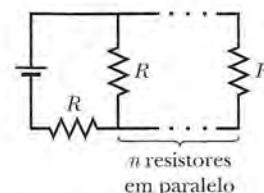


Figura 27-52 Problema 42.

- 43** O leitor dispõe de um suprimento de resistores de 10Ω , capazes de dissipar apenas $1,0 \text{ W}$ sem serem inutilizados. Qual é o número mínimo desses resistores que é preciso combinar em série ou em paralelo para obter uma resistência de 10Ω capaz de dissipar $5,0 \text{ W}$?

- 44** Na Fig. 27-53, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = R_3 = 50,0 \Omega$, $R_4 = 75,0 \Omega$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathcal{E} = 6,00 \text{ V}$. (a) Determine a resistência equivalente. Determine a corrente (b) na resistência 1; (c) na resistência 2; (d) na resistência 3; (e) na resistência 4.

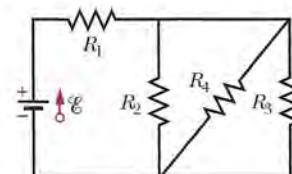


Figura 27-53 Problemas 44 e 48.

- 45** Na Fig. 27-54, as resistências são $R_1 = 1,0 \Omega$ e $R_2 = 2,0 \Omega$ e as forças eletromotrices das fontes ideais são $\mathcal{E}_1 = 2,0 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 4,0 \text{ V}$ e $\mathcal{E}_3 = 4,0 \text{ V}$. Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para cima ou para baixo) da corrente na fonte 1; (c) o valor absoluto e (d) o sentido da corrente na fonte 2; (e) o valor absoluto e (f) o sentido da corrente na fonte 3; (g) a diferença de potencial $V_a - V_b$.

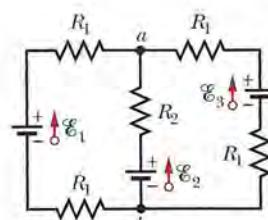


Figura 27-54 Problema 45.

- 46** Na Fig. 27-55a, o resistor 3 é um resistor variável e a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$. A Fig. 27-55b mostra a corrente i na fonte em função de R_3 . A escala horizontal é definida por $R_{3s} = 20 \Omega$. A curva tem uma assíntota de $2,0 \text{ mA}$ para $R_3 \rightarrow \infty$. Determine (a) a resistência R_1 ; (b) a resistência R_2 .

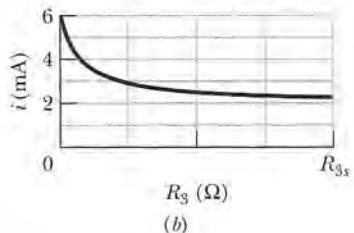
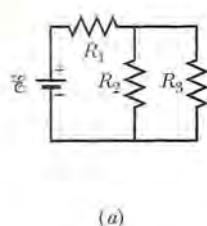


Figura 27-55 Problema 46.

•••47 Um fio de cobre de raio $a = 0,250$ mm tem uma capa de alumínio de raio externo $b = 0,380$ mm. A corrente no fio composto é $i = 2,00$ A. Usando a Tabela 26-1, calcule a corrente (a) no cobre e (b) no alumínio. (c) Se uma diferença de potencial $V = 12,0$ V entre as extremidades mantém a corrente, qual é o comprimento do fio composto?

•••48 Na Fig. 27-53, $R_1 = 7,00\ \Omega$, $R_2 = 12,0\ \Omega$, $R_3 = 4,00\ \Omega$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathcal{E} = 24,0$ V. Determine para que valor de R_4 a potência fornecida pela fonte aos resistores é igual (a) a $60,0\text{ W}$; (b) ao maior valor possível P_{\max} ; (c) ao menor valor possível P_{\min} . Determine (d) P_{\max} ; (e) P_{\min} .

Seção 27-8 O Amperímetro e o Voltímetro

••49 (a) Na Fig. 27-56, determine a leitura do amperímetro para $\mathcal{E} = 5,0$ V (fonte ideal), $R_1 = 2,0\ \Omega$, $R_2 = 4,0\ \Omega$ e $R_3 = 6,0\ \Omega$. (b) Mostre que se a fonte for colocada na posição do amperímetro e vice-versa, a leitura do amperímetro será a mesma.

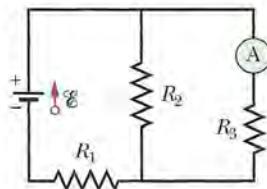


Figura 27-56 Problema 49.

••50 Na Fig. 27-57, $R_1 = 2,00R$, a resistência do amperímetro é desprezível e a fonte é ideal. A corrente no amperímetro corresponde a que múltiplo de \mathcal{E}/R ?

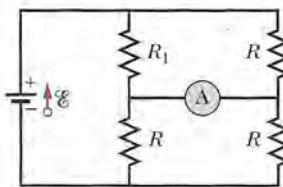


Figura 27-57 Problema 50.

••51 Na Fig. 27-58, um voltímetro de resistência $R_V = 300\ \Omega$ e um amperímetro de resistência $R_A = 3,00\ \Omega$ estão sendo usados para medir uma resistência R em um circuito que também contém uma resistência $R_0 = 100\ \Omega$ e uma fonte ideal de força eletromotriz $\mathcal{E} = 12,0$ V. A resistência R é dada por $R = V/i$, onde V é a diferença de potencial entre os terminais de R e i é a leitura do amperímetro. A leitura do voltímetro é V' , que é a soma de V com a diferença de potencial entre os terminais do amperímetro. Assim, a razão entre as leituras dos dois medidores não é R e sim a resistência *aparente* $R' = V'/i$. Se $R = 85,0\ \Omega$, determine (a) a leitura do amperímetro; (b) a leitura do voltímetro; (c) o valor de R' . (d) Se R_A diminui, a diferença entre R' e R aumenta, diminui ou permanece a mesma?

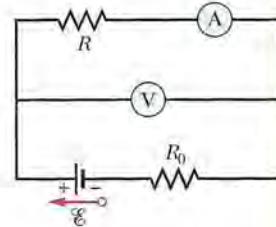


Figura 27-58 Problema 51.

••52 Um ohmímetro simples é construído ligando uma pilha de lanterna de 1,50 V em série com uma resistência R e um amperímetro capaz de medir correntes entre 0 e 1,00 mA, como mostra a Fig. 27-59. A resistência R é ajustada de tal forma que quando os fios de prova são encostados um no outro, o ponteiro mostra o valor de 1,00 mA, que corresponde à deflexão máxima. Determine o valor da resistência externa que, quando colocada em contato com os fios de prova, provoca uma deflexão do ponteiro do amperímetro de (a) 10,0%; (b) 50,0%; (c) 90,0% da deflexão máxima. (d) Se o amperímetro tem uma resistência de $20,0\ \Omega$ e a resistência interna da fonte é desprezível, qual é o valor de R ?

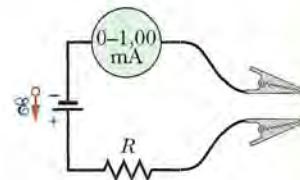


Figura 27-59 Problema 52.

••53 Na Fig. 27-14, suponha que $\mathcal{E} = 3,0$ V, $r = 100\ \Omega$, $R_1 = 250\ \Omega$ e $R_2 = 300\ \Omega$. Se a resistência do voltímetro R_V é $5,0\text{ k}\Omega$, que erro percentual o voltímetro introduz na medida da diferença de potencial entre os terminais de R_1 ? Ignore a presença do amperímetro.

••54 Quando os faróis de um automóvel são acesos, um amperímetro em série com os faróis indica 10,0 A e um voltímetro em paralelo com os faróis indica 12,0 V (Fig. 27-60). Quando o motor de arranque é acionado, a leitura do amperímetro cai para 8,00 A e a luz dos faróis fica mais fraca. Se a resistência interna da bateria é $0,0500\ \Omega$ e a do amperímetro é desprezível, determine (a) a força eletromotriz da bateria; (b) a corrente no motor de arranque quando os faróis estão acesos.

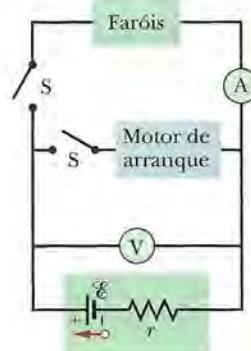


Figura 27-60 Problema 54.

••55 Na Fig. 27-61, o valor de R_s pode ser ajustado através de um contato deslizante até que os potenciais dos pontos a e b sejam iguais. (Um teste para verificar se essa condição foi satisfeita é ligar temporariamente um amperímetro sensível entre os pontos a e b ; se os potenciais dos dois pontos forem iguais, a indicação do am-

perímetro será zero.) Mostre que quando esta condição é satisfeita, $R_x = R_1 R_2 / R_3$. Uma resistência desconhecida (R_x) pode ser medida em termos de uma resistência de referência (R_x) usando este circuito, conhecido como *ponte de Wheatstone*.

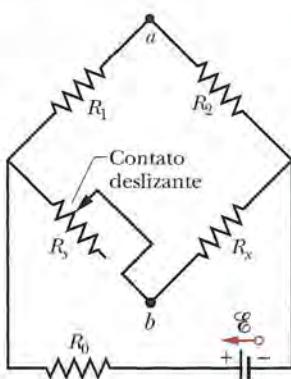


Figura 27-61 Problema 55.

••56 Na Fig. 27-62, um voltímetro de resistência $R_V = 300 \Omega$ e um amperímetro de resistência $R_A = 3,00 \Omega$ estão sendo usados para medir uma resistência R em um circuito que também contém uma resistência $R_0 = 100 \Omega$ e uma fonte ideal de força eletromotriz $\mathcal{E} = 12,0 \text{ V}$. A resistência R é dada por $R = V/i$, onde V é a leitura do voltímetro e i é a corrente na resistência R . Entretanto, a leitura do amperímetro não é i e sim i' , que é a soma de i com a corrente no voltímetro. Assim, a razão entre as leituras dos dois medidores não é R e sim a resistência aparente $R' = V/i'$. Se $R = 85,0 \Omega$, determine (a) a leitura do amperímetro; (b) a leitura do voltímetro; (c) o valor de R' . (d) Se R_V aumenta, a diferença entre R' e R aumenta, diminui ou permanece a mesma?

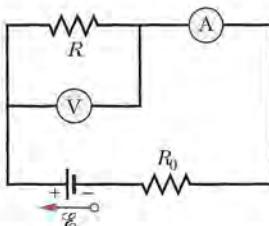


Figura 27-62 Problema 56.

Seção 27-9 Circuitos RC

•57 A chave S da Fig. 27-63 é fechada no instante $t = 0$, fazendo com que um capacitor inicialmente descarregado de capacidade $C = 15,0 \mu\text{F}$ comece a se carregar através de um resistor de resistência $R = 20,0 \Omega$. Em que instante a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é igual à diferença de potencial entre os terminais do resistor?

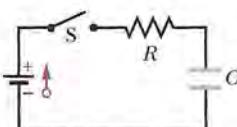


Figura 27-63 Problemas 57 e 96.

•58 Em um circuito RC série, $\mathcal{E} = 12,0 \text{ V}$, $R = 1,40 \text{ M}\Omega$ e $C = 1,80 \mu\text{F}$. (a) Calcule a constante de tempo. (b) Determine a carga máxima que o capacitor pode receber ao ser carregado. (c) Qual é o tempo necessário para que a carga do capacitor atinja o valor de $16,0 \mu\text{C}$?

•59 Que múltiplo da constante de tempo τ é o tempo necessário para que um capacitor inicialmente descarregado seja carregado com 99,0% da carga final em um circuito RC série?

•60 Um capacitor com uma carga inicial q_0 é descarregado através de um resistor. Que múltiplo da constante de tempo τ é o tempo necessário para que o capacitor descarregue (a) um terço da carga inicial; (b) dois terços da carga inicial?

•61 Um resistor de $15,0 \text{ k}\Omega$ e um capacitor são ligados em série e uma diferença de potencial de $12,0 \text{ V}$ é aplicada bruscamente ao conjunto. A diferença de potencial entre os terminais do capacitor aumenta para $5,00 \text{ V}$ em $1,30 \mu\text{s}$. (a) Calcule a constante de tempo do circuito. (c) Determine a capacidade C do capacitor.

••62 A Fig. 27-64 mostra o circuito de uma lâmpada piscante como as que são usadas nas obras de estrada. Uma lâmpada fluorescente L (de capacidade desprezível) é ligada em paralelo com o capacitor C de um circuito RC . Existe uma corrente na lâmpada apenas quando a diferença de potencial aplicada à lâmpada atinge a tensão de ruptura V_L ; nesse instante, o capacitor se descarrega totalmente através da lâmpada e a lâmpada fica acesa por alguns momentos. Para uma lâmpada com uma tensão de ruptura $V_L = 72,0 \text{ V}$, ligada a uma bateria ideal de $95,0 \text{ V}$ e a um capacitor de $0,150 \mu\text{F}$, qual deve ser o valor da resistência R para que a lâmpada pisque duas vezes por segundo?

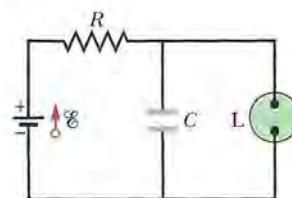


Figura 27-64 Problema 62.

••63 No circuito da Fig. 27-65, $\mathcal{E} = 1,2 \text{ kV}$, $C = 6,5 \mu\text{F}$ e $R_1 = R_2 = R_3 = 0,73 \text{ M}\Omega$. Com o capacitor C totalmente descarregado, a chave S é fechada bruscamente no instante $t = 0$. Determine, para o instante $t = 0$, (a) a corrente i_1 no resistor 1; (b) a corrente i_2 no resistor 2; (c) a corrente i_3 no resistor 3. Determine, para $t \rightarrow \infty$ (ou seja, após várias constantes de tempo), (d) i_1 , (e) i_2 , (f) i_3 . Determine a diferença de potencial V_2 no resistor 2 (g) em $t = 0$ e (h) para $t \rightarrow \infty$. (i) Faça um esboço do gráfico de V_2 em função de t no intervalo entre esses dois instantes extremos.

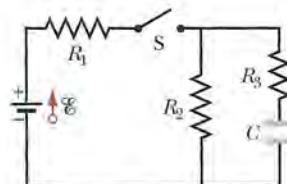


Figura 27-65 Problema 63.

••64 Um capacitor com uma diferença de potencial inicial de 100 V começa a ser descarregado através de um resistor quando uma chave é fechada no instante $t = 0$. No instante $t = 10,0 \text{ s}$, a diferença de potencial no capacitor é $1,00 \text{ V}$. (a) Qual é a constante de tempo do circuito? (b) Qual é a diferença de potencial no capacitor no instante $t = 17,0 \text{ s}$?

••65 Na Fig. 27-66, $R_1 = 10,0 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 15,0 \text{ k}\Omega$, $C = 0,400 \mu\text{F}$ e a bateria ideal tem uma força eletromotriz $\mathcal{E} = 20,0 \text{ V}$. Primeiro, a chave é mantida por um longo tempo na posição fechada, até que seja atingido o regime estacionário. Em seguida, a chave é aberta no instante $t = 0$. Qual é a corrente no resistor 2 no instante $t = 4,00 \text{ ms}$?

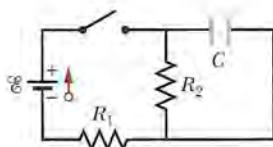


Figura 27-66 Problemas 65 e 99.

••66 A Fig. 27-67 mostra dois circuitos com um capacitor carregado que pode ser descarregado através de um resistor quando uma chave é fechada. Na Fig. 27-67a, $R_1 = 20,0 \Omega$ e $C_1 = 5,00 \mu\text{F}$. Na Fig. 27-67b, $R_2 = 10,0 \Omega$ e $C_2 = 8,00 \mu\text{F}$. A razão entre as cargas iniciais dos dois capacitores é $q_{02}/q_{01} = 1,50$. No instante $t = 0$, as duas chaves são fechadas. Em que instante t os dois capacitores possuem a mesma carga?

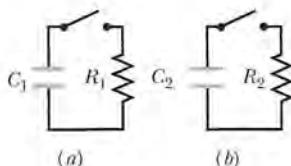


Figura 27-67 Problema 66.

••67 A diferença de potencial entre as placas de um capacitor de $2,0 \mu\text{F}$ com fuga (o que significa que há uma passagem de carga de uma placa para a outra) diminui para um quarto do valor inicial em $2,0 \text{ s}$. Qual é a resistência equivalente entre as placas do capacitor?

••68 Um capacitor de $1,0 \mu\text{F}$ com uma energia inicial armazenada de $0,50 \text{ J}$ é descarregado através de um resistor de $1,0 \text{ M}\Omega$. (a) Qual é a carga inicial do capacitor? (b) Qual é a corrente no resistor quando a descarga começa? Escreva expressões que permitam calcular, em função do tempo t , (c) a diferença de potencial V_c no capacitor, (d) a diferença de potencial V_R no resistor e (e) a potência P_R dissipada pelo resistor.

••69 Um resistor de $3,00 \text{ M}\Omega$ e um capacitor de $1,00 \mu\text{F}$ são ligados em série com uma fonte ideal de força eletromotriz $E = 4,00 \text{ V}$. Depois de transcorrido $1,00 \text{ s}$, determine (a) a taxa de aumento da carga do capacitor; (b) a taxa de armazenamento de energia no capacitor; (c) a taxa de dissipação de energia no resistor; (d) a taxa de fornecimento de energia pela fonte.

Problemas Adicionais

70 Cada uma das seis fontes reais da Fig. 27-68 possui uma força eletromotriz de 20 V e uma resistência de $4,0 \Omega$. (a) Qual é a corrente na resistência (externa) $R = 4,0 \Omega$? (b) Qual é diferença de potencial entre os terminais de uma das fontes? (c) Qual é a potência fornecida por uma das fontes? (d) Qual é a potência dissipada na resistência interna de uma das fontes?

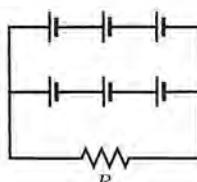


Figura 27-68 Problema 70.

71 Na Fig. 27-69, $R_1 = 20,0 \Omega$, $R_2 = 10,0 \Omega$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $E = 120 \text{ V}$. Determine a corrente no ponto a (a) com apenas a chave S_1 fechada; (b) com apenas as chaves S_1 e S_2 fechadas; (c) com as três chaves fechadas.

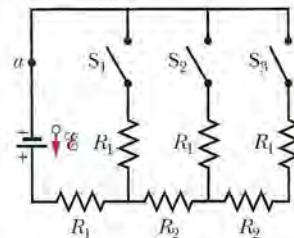


Figura 27-69 Problema 71.

72 Na Fig. 27-70, a força eletromotriz da fonte ideal é $E = 30,0 \text{ V}$ e as resistências são $R_1 = R_2 = 14 \Omega$, $R_3 = R_4 = R_5 = 6,0 \Omega$, $R_6 = 2,0 \Omega$ e $R_7 = 1,5 \Omega$. Determine (a) i_2 ; (b) i_4 ; (c) i_1 ; (d) i_3 ; (e) i_5 .

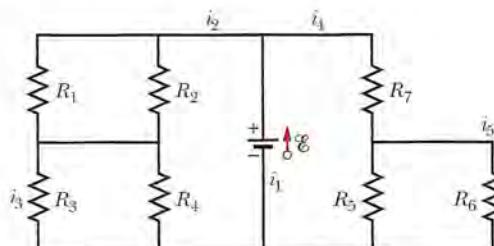


Figura 27-70 Problema 72.

73 Os fios A e B , ambos com $40,0 \text{ m}$ de comprimento e $2,60 \text{ mm}$ de diâmetro, são ligados em série. Uma diferença de potencial de $60,0 \text{ V}$ é aplicada às extremidades do fio composto. As resistências são $R_A = 0,127 \Omega$ e $R_B = 0,729 \Omega$. Para o fio A , determine (a) o módulo J da densidade de corrente e (b) a diferença de potencial V . (c) De que material é feito o fio A (veja a Tabela 26-1)? Para o fio B , determine (d) J e (e) V . (f) De que material é feito o fio B ?

74 Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para cima ou para baixo) da corrente i na Fig. 27-71, onde todas as resistências são de $4,0 \Omega$ e todas as fontes são ideais e têm uma força eletromotriz de 10 V . (Sugestão: este problema pode ser resolvido de cabeça.)

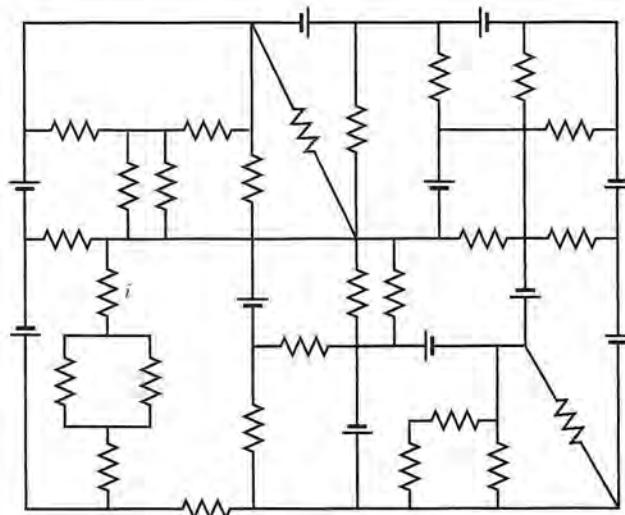


Figura 27-71 Problema 74.

75 Suponha que, enquanto você está sentado em uma cadeira, a separação de cargas entre sua roupa e a cadeira faça com que seu corpo fique a um potencial de 200 V , com uma capacidade de 150 pF entre você e a cadeira. Quando você se levanta, o aumento da distância entre seu corpo e a cadeira faz a capacidade diminuir

para 10 pF. (a) Qual é o novo valor do potencial do seu corpo? Esse potencial diminui com o tempo, pois a carga tende a se escoar através dos sapatos (você é um capacitor que está se descarregando através de uma resistência). Suponha que a resistência efetiva para a descarga é $300\text{ G}\Omega$. Se você toca num componente eletrônico enquanto o seu potencial é maior que 100 V, o componente pode ficar inutilizado. (b) Quanto tempo você deve esperar para que o potencial do seu corpo chegue ao nível seguro de 100 V?

Se você usar uma pulseira condutora em contato com a terra, seu potencial não aumentará tanto quando você se levantar; além disso, a descarga será mais rápida, pois a resistência da ligação à terra será menor que a dos sapatos. (c) Suponha que, no momento em que você se levanta, o potencial do seu corpo é 1400 V e a capacidade entre o seu corpo e a cadeira é 10 pF. Qual deve ser a resistência entre a pulseira e a terra para que o seu corpo chegue ao potencial de 100 V em 0,30 s, ou seja, em um tempo menor que o que você levaria para tocar, por exemplo, em um computador?

76 Na Fig. 27-72, as forças eletromotrices das fontes ideais são $\mathcal{E}_1 = 20,0\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 10,0\text{ V}$ e $\mathcal{E}_3 = 5,00\text{ V}$ e as resistências são todas de $2,00\ \Omega$. Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para a direita ou para a esquerda) da corrente i_1 . (c) A fonte 1 fornece ou absorve energia? (d) Qual é a potência fornecida ou absorvida pela fonte 1? (e) A fonte 2 fornece ou absorve energia? (f) Qual é a potência fornecida ou absorvida pela fonte 2? (g) A fonte 3 fornece ou absorve energia? (h) Qual é a potência fornecida ou absorvida pela fonte 3?

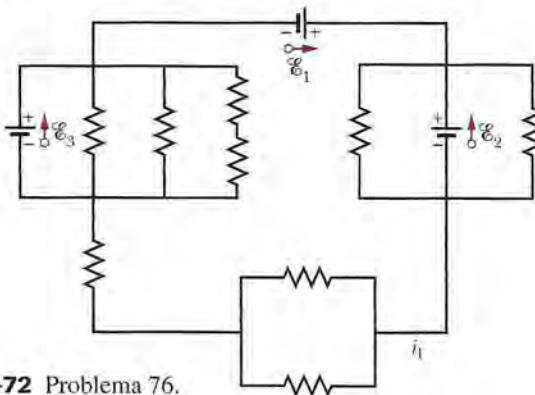


Figura 27-72 Problema 76.

77 Para fabricar um resistor cuja resistência varia pouco com a temperatura, pode-se utilizar uma combinação em série de um resistor de silício com um resistor de ferro. Se a resistência total desejada é $1000\ \Omega$ e a temperatura de referência é 20°C , determine a resistência (a) do resistor de silício; (b) do resistor de ferro. (Sugestão: consulte a Tabela 26-1.)

78 Na Fig. 27-14, suponha que $\mathcal{E} = 5,0\text{ V}$, $r = 2,0\ \Omega$, $R_1 = 5,0\ \Omega$ e $R_2 = 4,0\ \Omega$. Se a resistência do amperímetro R_A é $0,10\ \Omega$, que erro percentual essa resistência introduz na medida da corrente? Ignore a presença do voltímetro.

79 Um capacitor C inicialmente descarregado é carregado totalmente por uma fonte de força eletromotriz constante \mathcal{E} ligada em série com um resistor R . (a) Mostre que a energia final armazenada no capacitor é igual à metade da energia fornecida pela fonte. (b) Integrando o produto i^2R no intervalo de carga, mostre que a energia térmica dissipada pelo resistor também é igual à metade da energia fornecida pela fonte.

80 Na Fig. 27-73, $R_1 = 5,00\ \Omega$, $R_2 = 10,0\ \Omega$, $R_3 = 15,0\ \Omega$, $C_1 = 5,00\ \mu\text{F}$, $C_2 = 10,0\ \mu\text{F}$ e a fonte ideal tem uma força eletromotriz $\mathcal{E} = 20,0\text{ V}$. Supondo que o circuito se encontra no regime estacionário, qual é a energia total armazenada nos dois capacitores?

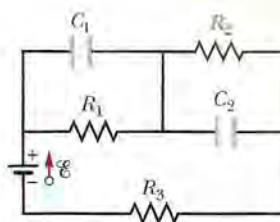


Figura 27-73 Problema 80.

81 Na Fig. 27-5a, determine a diferença de potencial entre os terminais de R_2 para $\mathcal{E} = 12\text{ V}$, $R_1 = 3,0\ \Omega$, $R_2 = 4,0\ \Omega$ e $R_3 = 5,0\ \Omega$.

82 Na Fig. 27-8a, calcule a diferença de potencial entre a e c considerando o percurso que envolve R , r_1 e \mathcal{E}_1 .

83 O controlador de um jogo de fliperama é formado por um resistor variável em paralelo com um capacitor de $0,220\ \mu\text{F}$. O capacitor é carregado com $5,00\text{ V}$ e descarregado através do resistor. O tempo para que a diferença de potencial entre as placas do capacitor diminua para $0,800\text{ V}$ é medido por um relógio que faz parte do jogo. Se a faixa útil de tempos de descarga vai de $10,0\ \mu\text{s}$ a $6,00\text{ ms}$, qual deve ser (a) o menor valor e (b) o maior valor da resistência do resistor?

84 A Fig. 27-74 mostra o circuito do indicador de combustível usado nos automóveis. O indicador (instalado no painel) tem uma resistência de $10\ \Omega$. No tanque de gasolina existe uma boia ligada a um resistor variável cuja resistência varia linearmente com o volume de combustível. A resistência é $140\ \Omega$ quando o tanque está cheio e $20\ \Omega$ quando o tanque está vazio. Determine a corrente no circuito (a) quando o tanque está vazio; (b) quando o tanque está pela metade; (c) quando o tanque está cheio. Considere a bateria como uma fonte ideal.

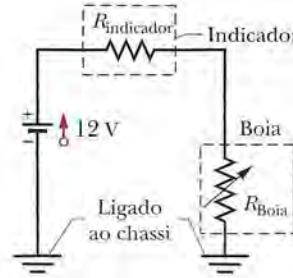


Figura 27-74 Problema 84.

85 O motor de arranque de um automóvel está girando muito devagar e o mecânico não sabe se o problema está no motor, no cabo ou na bateria. De acordo com o manual, a resistência interna da bateria de 12 V não deveria ser maior que $0,020\ \Omega$, a resistência do motor não deveria ultrapassar $0,200\ \Omega$ e a resistência do cabo não deveria ser maior que $0,040\ \Omega$. O mecânico liga o motor e mede $11,4\text{ V}$ entre os terminais da bateria, $3,0\text{ V}$ entre as extremidades do cabo e uma corrente de 50 A . Qual é o componente defeituoso?

86 Dois resistores, R_1 e R_2 , podem ser ligados em paralelo ou em série entre os terminais de uma fonte ideal de força eletromotriz \mathcal{E} . Estamos interessados em que a potência dissipada pela combinação dos resistores em paralelo seja cinco vezes maior que a potência dissipada pela combinação dos resistores em série. Se $R_1 = 100\ \Omega$, determine (a) o menor e (b) o maior dos dois valores de R_2 que satisfazem essa condição.

87 O circuito da Fig. 27-75 mostra um capacitor, duas fontes ideais, dois resistores e uma chave S . Inicialmente, a chave S permaneceu aberta por um longo tempo. Se a chave é fechada e permanece nesta posição por um longo tempo, qual é a variação da carga do capacitor? Suponha que $C = 10\ \mu\text{F}$, $\mathcal{E}_1 = 1,0\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 3,0\text{ V}$, $R_1 = 0,20\ \Omega$ e $R_2 = 0,40\ \Omega$.

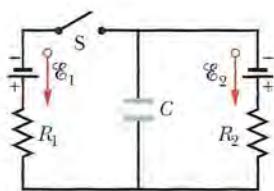


Figura 27-75 Problema 87.

88 Na Fig. 27-41, $R_1 = 10,0 \Omega$, $R_2 = 20,0 \Omega$ e as forças eletromotrices das fontes ideais são $E_1 = 20,0 \text{ V}$ e $E_2 = 50,0 \text{ V}$. Qual deve ser o valor de R_3 para que a corrente na fonte 1 seja zero?

89 Na Fig. 27-76, $R = 10 \Omega$. Qual é a resistência equivalente entre os pontos A e B? (Sugestão: imagine que existe uma fonte ligada entre os pontos A e B.)

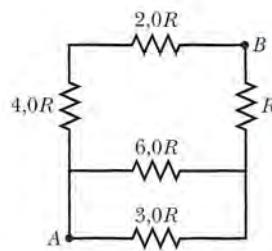


Figura 27-76 Problema 89.

90 (a) Na Fig. 27-4a, mostre que a potência dissipada em R é máxima para $R = r$. (b) Mostre que a potência máxima é $P = E^2/4r$.

91 Na Fig. 27-77, as forças eletromotrices das fontes ideais são $E_1 = 12,0 \text{ V}$ e $E_2 = 4,00 \text{ V}$ e as resistências são todas de $4,00 \Omega$. Determine (a) o valor absoluto de i_1 ; (b) o sentido (para cima ou para baixo) de i_1 ; (c) o valor absoluto de i_2 ; (d) o sentido de i_2 . (e) A fonte 1 fornece ou absorve energia? (f) Qual é a potência fornecida ou absorvida pela fonte 1? (g) A fonte 2 fornece ou absorve energia? (h) Qual é a potência fornecida ou absorvida pela fonte 2?

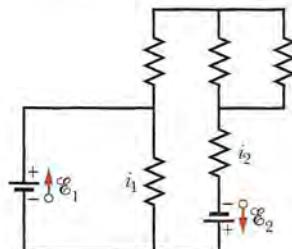


Figura 27-77 Problema 91.

92 A Fig. 27-78 mostra uma parte de um circuito através da qual está passando uma corrente $I = 6,00 \text{ A}$. As resistências são $R_1 = R_2 = 2,00R_3 = 2,00R_4 = 4,00 \Omega$. Qual é a corrente i_1 no resistor 1?

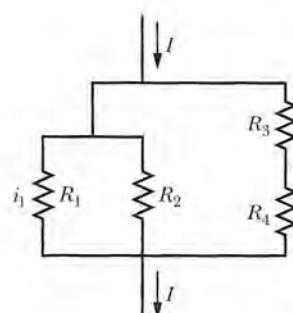


Figura 27-78 Problema 92.

93 Pretende-se dissipar uma potência de 10 W em um resistor de $0,10 \Omega$ ligando o resistor a uma fonte cuja força eletromotriz é $1,5 \text{ V}$. (a) Qual deve ser a diferença de potencial aplicada ao resistor? (b) Qual deve ser a resistência interna da fonte?

94 A Fig. 27-79 mostra três resistores de $20,0 \Omega$. Determine a resistência equivalente (a) entre os pontos A e B; (b) entre os pontos A e C; (c) entre os pontos B e C. (Sugestão: imagine que existe uma fonte ligada entre os pontos indicados.)

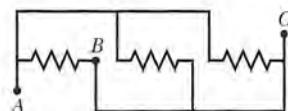


Figura 27-79 Problema 94.

95 Uma linha de transmissão de 120 V é protegida por um fusível de 15 A . Qual é o número máximo de lâmpadas de 500 W que podem ser ligadas em paralelo na linha sem queimar o fusível?

96 A Fig. 27-63 mostra uma fonte ideal de força eletromotriz $E = 12 \text{ V}$, um resistor de resistência $R = 4,0 \Omega$ e um capacitor descarregado de capacidade $C = 4,0 \mu\text{F}$. Se a chave S é fechada, qual é a corrente no resistor no instante em que a carga do capacitor é $8,0 \mu\text{C}$?

97 N fontes iguais de força eletromotriz E e resistência interna r podem ser ligadas em série (Fig. 27-80a) ou em paralelo (Fig. 27-80b) e o conjunto ligado a uma resistência R . Mostre que a corrente na resistência R é a mesma nos dois arranjos se $R = r$.

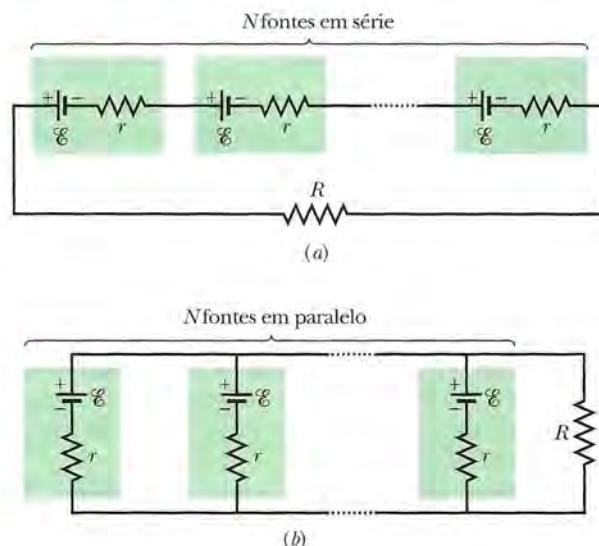


Figura 27-80 Problema 97.

98 Na Fig. 27-48, $R_1 = R_2 = 10,0 \Omega$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $E = 12,0 \text{ V}$. (a) Determine o valor de R_3 que maximiza a potência fornecida pela fonte; (b) determine o valor da potência máxima.

99 Na Fig. 27-66, a força eletromotriz da fonte ideal é $E = 30 \text{ V}$, as resistências são $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ e $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ e o capacitor está descarregado. Quando a chave é fechada no instante $t = 0$, determine a corrente (a) na resistência 1 e (b) na resistência 2. (c) Depois de transcorrido um longo tempo, qual é a corrente na resistência 2?

CAMPOS MAGNÉTICOS

28

28-1 O QUE É FÍSICA?

Como vimos em capítulos anteriores, um objetivo importante da física é estudar o modo como um *campo elétrico* produz uma *força elétrica* em um corpo eletricamente carregado. Um objetivo análogo é estudar o modo como um *campo magnético* produz uma *força magnética* em um corpo eletricamente carregado (em movimento) ou em um corpo com propriedades magnéticas especiais, como um ímã permanente, por exemplo. O leitor provavelmente já prendeu um bilhete na porta da geladeira usando um pequeno ímã; o ímã interage com a porta da geladeira através de um campo magnético.

As aplicações dos campos magnéticos e das forças magnéticas são incontáveis e mudam a cada ano. Vamos citar apenas alguns exemplos. Durante várias décadas, a indústria do entretenimento usou fitas magnéticas para gravar sons e imagens. Embora hoje em dia as fitas de áudio e vídeo tenham caído em desuso, a indústria ainda precisa dos ímãs que controlam os CD players e os DVD players; os alto-falantes dos aparelhos de rádio e televisão, dos computadores e dos telefones celulares também utilizam ímãs. Um carro moderno vem equipado com dezenas de ímãs, que são usados no sistema de ignição, no motor de arranque e também para acionar componentes como vidros elétricos, limpadores de para-brisas e tetos solares. Muitas campainhas de porta e trancas automáticas também trabalham com ímãs. Na verdade, vivemos cercados por ímãs.

O estudo dos campos magnéticos é tarefa da física; as aplicações dos campos magnéticos ficam por conta da engenharia. Tanto a física como a engenharia começam com a mesma pergunta: “O que produz um campo magnético?”

28-2 O que Produz um Campo Magnético?

Já que o campo elétrico \vec{E} é produzido por cargas elétricas, seria natural que o campo magnético \vec{B} fosse produzido por cargas magnéticas. Entretanto, embora a existência de cargas magnéticas (conhecidas como *monopolos magnéticos*) seja prevista em algumas teorias, essas cargas até hoje não foram observadas. Como são produzidos, então, os campos magnéticos? Os campos magnéticos podem ser produzidos de duas formas.

A primeira forma é usar partículas eletricamente carregadas em movimento, como os elétrons responsáveis pela corrente elétrica em um fio, para fabricar um **eletroímã**. A corrente produz um campo magnético que pode ser usado, por exemplo, para controlar o disco rígido de um computador ou para transportar sucata de um lugar para outro (Fig. 28-1). O campo magnético produzido por correntes elétricas será discutido no Capítulo 29.

Outra forma de produzir um campo magnético é usar partículas elementares, como os elétrons, que possuem um campo magnético *intrínsico*. O campo magnético é uma propriedade básica de muitas partículas elementares, do mesmo modo como a massa e a carga elétrica (quando existe) são propriedades básicas. Como será discutido no Capítulo 32, em alguns materiais os campos magnéticos dos elétrons se somam para produzir um campo magnético no espaço que cerca o material. É por



Figura 28-1 O eletroímã da foto é usado para transportar sucata em uma fundição. (Digital Vision/
Getty Images)

isso que um **ímã permanente**, do tipo usado para pendurar bilhetes na porta das geladeiras, possui um campo magnético permanente. Na maioria dos materiais, porém, os campos magnéticos dos elétrons se cancelam e o campo magnético em torno do material é nulo. Essa é a razão pela qual não possuímos um campo magnético permanente em torno do nosso corpo, o que é bom, pois não seria nada agradável ser atraído por portas de geladeira.

Nosso primeiro trabalho neste capítulo será definir o campo magnético \vec{B} . Para isso, vamos usar o fato experimental de que quando uma partícula com carga elétrica se move na presença de um campo magnético, uma força magnética \vec{F}_B age sobre a partícula.

28-3 A Definição de \vec{B}

Determinamos o campo elétrico \vec{E} em um ponto colocando uma partícula de prova com uma carga q nesse ponto e medindo a força elétrica \vec{F}_E que age sobre a partícula. Em seguida, definimos o campo \vec{E} através da relação

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}. \quad (28-1)$$

Se dispuséssemos de um monopolo magnético, poderíamos definir \vec{B} de forma análoga. Entretanto, como os monopólos magnéticos até hoje não foram encontrados, devemos definir \vec{B} de outro modo, ou seja, em termos da força magnética \vec{F}_B exercida sobre uma partícula de prova carregada eletricamente e em movimento.

Em princípio, fazemos isso medindo a força \vec{F}_B que age sobre a partícula quando ela passa pelo ponto no qual \vec{B} está sendo medido com várias velocidades e direções. Depois de executar vários experimentos deste tipo, constatamos que quando a velocidade \vec{v} da partícula tem uma certa direção, a força \vec{F}_B é zero. Para todas as outras direções de \vec{v} , o módulo de \vec{F}_B é proporcional a $v \sin \phi$, onde ϕ é o ângulo entre a direção em que a força é zero e a direção de \vec{v} . Além disso, a direção de \vec{F}_B é sempre perpendicular à direção de \vec{v} . (Esses resultados sugerem que um produto vetorial está envolvido.)

Podemos em seguida definir um **campo magnético** \vec{B} como uma grandeza vetorial cuja direção coincide com aquela para a qual a força é zero. Depois de medir \vec{F}_B para \vec{v} perpendicular a \vec{B} , definimos o módulo de \vec{B} em termos do módulo da força:

$$B = \frac{F_B}{|q|v},$$

em que q é a carga da partícula.

Podemos expressar esses resultados através da seguinte equação vetorial:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}; \quad (28-2)$$

ou seja, a força \vec{F}_B que age sobre a partícula é igual à carga q multiplicada pelo produto vetorial da velocidade \vec{v} pelo campo \vec{B} (medidos no mesmo referencial). Usando a Eq. 3-27 para o produto vetorial, podemos escrever o módulo de \vec{F}_B na forma

$$F_B = |q|vB \sin \phi, \quad (28-3)$$

em que ϕ é o ângulo entre as direções da velocidade \vec{v} e do campo magnético \vec{B} .

Determinação da Força Magnética

De acordo com a Eq. 28-3, o módulo da força \vec{F}_B que age sobre uma partícula na presença de um campo magnético é proporcional à carga q e à velocidade v da partícula. Assim, a força é zero se a carga é zero ou se a partícula está parada. A Eq. 28-3 também mostra que a força é zero se \vec{v} e \vec{B} são paralelos ($\phi = 0^\circ$) ou antiparalelos ($\phi = 180^\circ$) e é máxima quando \vec{v} e \vec{B} são perpendiculares.

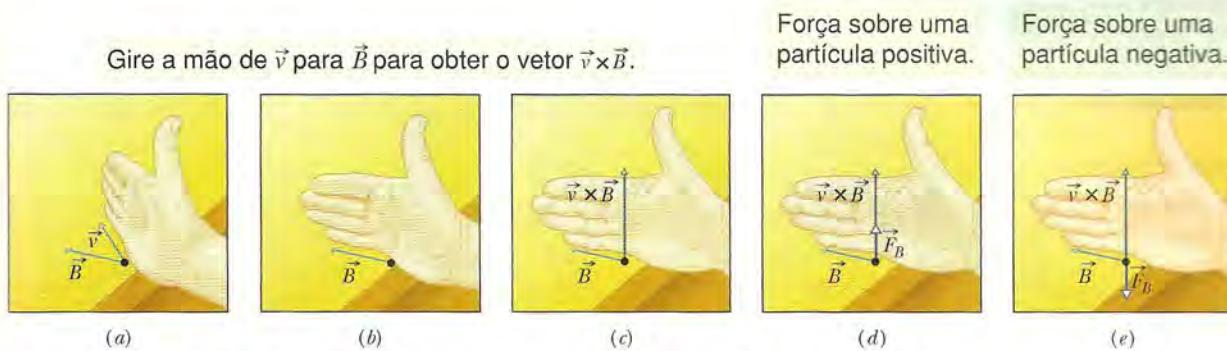


Figura 28-2 (a)–(c) Na regra da mão direita, o polegar da mão direita aponta na direção de $\vec{v} \times \vec{B}$ quando os outros dedos apontam de \vec{v} para \vec{B} passando pelo menor ângulo ϕ entre os dois vetores. (d) Se a carga q é positiva, a força $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ tem o mesmo sentido que $\vec{v} \times \vec{B}$. (e) Se a carga q é negativa, a força \vec{F}_B tem o sentido oposto ao de $\vec{v} \times \vec{B}$.

A Eq. 28-2 também fornece a orientação de \vec{F}_B . Como foi visto na Seção 3-8, o produto vetorial $\vec{v} \times \vec{B}$ da Eq. 28-2 é um vetor perpendicular aos vetores \vec{v} e \vec{B} . De acordo com a regra da mão direita (Figs. 28-2a a 28-2c), o polegar da mão direita aponta na direção de $\vec{v} \times \vec{B}$ quando os outros dedos apontam de \vec{v} para \vec{B} . De acordo com a Eq. 28-2, se a carga q é positiva, a força \vec{F}_B tem o mesmo sinal que $\vec{v} \times \vec{B}$; assim, para q positiva, \vec{F}_B aponta no mesmo sentido que o polegar (Fig. 28-2d). Se q é negativa, a força \vec{F}_B e o produto vetorial $\vec{v} \times \vec{B}$ têm sinais contrários e, portanto, apontam em sentidos opostos. Assim, para q negativa, \vec{F}_B aponta no sentido oposto ao do polegar (Fig. 28-2e).

Seja qual for o sinal da carga,



A força \vec{F}_B que age sobre uma partícula carregada que se move com velocidade \vec{v} na presença de um campo magnético \vec{B} é *sempre* perpendicular a \vec{v} e a \vec{B} .

Assim, a componente de \vec{F}_B na direção de \vec{v} é *sempre* nula. Isso significa que \vec{F}_B não pode mudar a velocidade escalar v da partícula (e, portanto, também não pode mudar a energia cinética da partícula). A força \vec{F}_B pode mudar apenas a direção de \vec{v} (ou seja, a trajetória da partícula); esse é o único tipo de aceleração que \vec{F}_B pode imprimir à partícula.

Para compreender melhor o significado da Eq. 28-2, considere a Fig. 28-3, que mostra alguns rastros deixados em uma *câmara de bolhas* por partículas carregadas. A câmara, que contém hidrogênio líquido, está submetida a um forte campo magnético dirigido para fora do papel. Um raio gama, que não deixa rastro porque é eletricamente neutro, interage com um átomo de hidrogênio e se transforma em um elétron (trajetória espiral e^-) e um pósitron (trajetória espiral e^+), ao mesmo tempo em que arranca um elétron do átomo de hidrogênio (trajetória quase retilínea e^-). As curvaturas das trajetórias das três partículas estão de acordo com a Eq. 28-2 e a Fig. 28-2.

De acordo com as Eqs. 28-2 e 28-3, a unidade de \vec{B} no SI é o newton por coulomb-metro por segundo. Por conveniência, essa unidade é chamada de **tesla** (T):

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{newton}}{(\text{coulomb})(\text{metro}/\text{segundo})}.$$

Lembrando que um coulomb por segundo equivale a um ampère, temos:

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{newton}}{(\text{coulomb}/\text{segundo})(\text{metro})} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}. \quad (28-4)$$

Uma unidade antiga de \vec{B} , que não pertence ao SI mas ainda é usada na prática, é o *gauss* (G). A relação entre o gauss e o tesla é a seguinte:

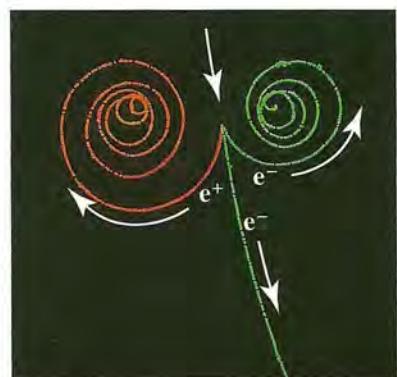


Figura 28-3 Rastros de dois elétrons (e^-) e um pósitron (e^+) em uma câmara de bolhas submetida a um campo magnético dirigido para fora do papel. (Lawrence Berkeley Laboratory/Photo Researchers)

Tabela 28-1**Alguns Campos Magnéticos**

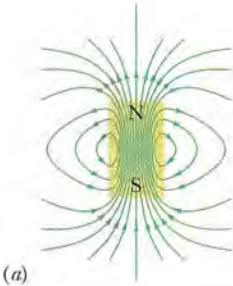
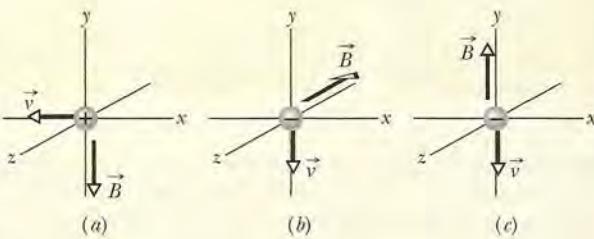
Na superfície de uma estrela de nêutrons	10^8 T
Perto de um grande eletroímã	$1,5 \text{ T}$
Perto de um ímã pequeno	10^{-2} T
Na superfície da Terra	10^{-4} T
No espaço sideral	10^{-10} T
Em uma sala magneticamente blindada	10^{-14} T

$$1 \text{ tesla} = 10^4 \text{ gauss.} \quad (28-5)$$

A Tabela 28-1 mostra os campos magnéticos observados em algumas situações. Observe que o campo magnético na superfície da Terra é da ordem de 10^{-4} T ($100 \mu\text{T}$ ou 1 G).

**TESTE 1**

A figura mostra três situações nas quais uma partícula carregada de velocidade \vec{v} é submetida a um campo magnético uniforme \vec{B} . Qual é a direção da força magnética \vec{F}_B a que a partícula é submetida em cada situação?



(b)

Figura 28-4 (a) Linhas de campo magnético nas proximidades de um ímã em forma de barra. (b) Um “ímã de vaca”, ímã em forma de barra introduzido no rúmen das vacas para evitar que pedaços de ferro ingeridos acidentalmente cheguem ao intestino do animal. A limalha de ferro revela as linhas de campo magnético. (Cortesia do Dr. Richard Cannon, Southeast Missouri State University, Cape Girardeau)

Linhas de Campo Magnético

Como no caso do campo elétrico, podemos representar o campo magnético através de linhas de campo. As regras são as mesmas: (1) a direção da tangente a uma linha de campo magnético em qualquer ponto fornece a direção de \vec{B} nesse ponto; (2) o espaçamento das linhas representa o módulo de \vec{B} ; quanto mais intenso o campo, mais próximas estão as linhas e vice-versa.

A Fig. 28-4a mostra as linhas de campo magnético nas proximidades de um ímã em forma de barra. Todas as linhas passam pelo interior do ímã e formam curvas fechadas (mesmo as que não parecem formam curvas fechadas na figura). O campo magnético externo é mais intenso perto das extremidades do ímã, o que se reflete em um menor espaçamento das linhas. Assim, o campo magnético do ímã em forma de barra da Fig. 28-4b recolhe muito mais limalha de ferro nas extremidades.

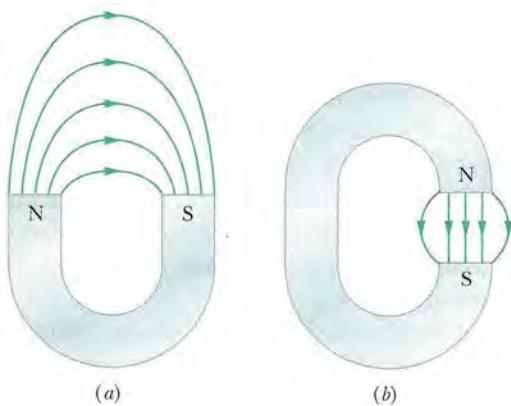
As linhas de campo entram no ímã por uma das extremidades e saem pela outra. A extremidade pela qual as linhas saem é chamada de *polo norte* do ímã; a outra extremidade, pela qual as linhas entram, recebe o nome de *polo sul*. Como um ímã tem dois polos, dizemos que possui um **dipolo magnético**. Os ímãs que usamos para prender bilhetes nas geladeiras são ímãs em forma de barra. A Fig. 28-5 mostra outros dois tipos comuns de ímãs: o ímã em forma de ferradura e o ímã em forma de C (no segundo tipo, o campo magnético entre os polos é aproximadamente uniforme). Seja qual for a forma dos ímãs, quando colocamos dois ímãs próximos um do outro sempre observamos o seguinte:



Polos magnéticos de nomes diferentes se atraem e polos do mesmo nome se repelem.

A Terra possui um campo magnético que é produzido no interior do planeta por um mecanismo até hoje pouco conhecido. Na superfície terrestre, podemos observar este campo com o auxílio de uma bússola, constituída por um ímã fino em forma de barra montado em um eixo de baixo atrito. Esse ímã em forma de barra, ou agulha, aponta aproximadamente na direção norte-sul porque o polo norte do ímã é atraído para um ponto situado nas proximidades do polo geográfico norte. Isso significa que o polo *sul* do campo magnético da Terra está situado nas proximidades do polo geográfico norte. Assim, o correto seria chamarmos o polo magnético mais próximo do polo geográfico norte de polo magnético sul. Entretanto, por causa da proximidade com o polo geográfico norte, esse polo costuma ser chamado de *polo geomagnético norte*.

Medidas mais precisas revelam que, no Hemisfério Norte, as linhas do campo magnético da Terra apontam para baixo, na direção do polo geomagnético norte,



As linhas de campo vão do polo norte para o polo sul.

Figura 28-5 (a) Ímã em forma de ferradura e (b) ímã em forma de C. (Apenas algumas linhas de campo externas foram desenhadas.)

enquanto no Hemisfério Sul apontam para cima, na direção oposta à do *polo geomagnético sul*, situado nas proximidades do polo geográfico sul.

Exemplo

Força magnética a que é submetida uma partícula carregada em movimento

No interior de uma câmara de laboratório existe um campo magnético uniforme \vec{B} , de módulo $1,2 \text{ mT}$, orientado verticalmente para cima. Um próton com uma energia cinética de $5,3 \text{ MeV}$ entra na câmara movendo-se horizontalmente de sul para norte. Qual é a força experimentada pelo próton ao entrar na câmara? A massa do próton é $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$. (Despreze o efeito do campo magnético da Terra.)

IDEIA-CHAVE

Como o próton possui carga elétrica e está se movendo na presença de um campo magnético, é submetido a uma força magnética \vec{F}_B . Como a direção inicial da velocidade do próton não coincide com a direção das linhas de campo magnético, \vec{F}_B é diferente de zero.

Módulo Para determinar o módulo de \vec{F}_B , podemos usar a Eq. 28-3 ($F_B = |q|vB \sin \phi$), contanto que a velocidade v do próton seja conhecida. Podemos calcular v a partir da energia cinética dada, já que $K = \frac{1}{2}mv^2$. Explicitando v , obtemos:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(5,3 \text{ MeV})(1,60 \times 10^{-13} \text{ J/MeV})}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ = 3,2 \times 10^7 \text{ m/s.}$$

De acordo com a Eq. 28-3, temos:

$$\begin{aligned} F_B &= |q|vB \sin \phi \\ &= (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,2 \times 10^7 \text{ m/s}) \\ &\quad \times (1,2 \times 10^{-3} \text{ T})(\sin 90^\circ) \\ &= 6,1 \times 10^{-15} \text{ N.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Essa força pode parecer pequena, mas como age sobre uma partícula de massa muito pequena, produz uma grande aceleração:

$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{6,1 \times 10^{-15} \text{ N}}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 3,7 \times 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

Orientação Para determinar a orientação de \vec{F}_B , usamos o fato de que é dada pelo produto vetorial $q\vec{v} \times \vec{B}$. Como a carga q é positiva, \vec{F}_B tem o sentido de $\vec{v} \times \vec{B}$, que pode ser determinado usando a regra da mão direita para produtos vetoriais (como na Fig. 28-2d). Sabemos que o sentido de \vec{v} é do sul para o norte e que o sentido de \vec{B} é de baixo para cima. De acordo com a regra da mão direita, a força \vec{F}_B é de oeste para leste, como mostra a Fig. 28-6. (Os pontos da figura indicam que as linhas de campo magnético saem do papel. Se o campo magnético entrasse no papel, os pontos seriam substituídos por cruzes.)

Se a carga da partícula fosse negativa, a força magnética teria o sentido oposto, ou seja, de leste para oeste. Esse resultado pode ser obtido substituindo q por $-q$ na Eq. 28-2.

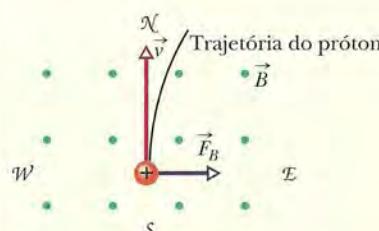


Figura 28-6 Vista de topo de um próton que se move em uma câmara do sul para o norte com velocidade \vec{v} . O campo magnético aponta verticalmente para cima, como mostram os pontos (que representam pontas de setas). O próton é desviado para leste.

28-4 Campos Cruzados: A Descoberta do Elétron

Como vimos, tanto um campo elétrico \vec{E} com um campo magnético \vec{B} podem exercer uma força sobre uma partícula com carga elétrica. Quando os dois campos são mutuamente perpendiculares, dizemos que se trata de *campos cruzados*. Vamos agora discutir o que acontece quando uma partícula com carga elétrica, como o elétron, se move em uma região na qual existem campos cruzados. Vamos basear nossa discussão no experimento que levou à descoberta do elétron, realizado por J. J. Thomson em 1897 na Universidade de Cambridge.

A Fig. 28-7 mostra uma versão moderna, simplificada, do equipamento experimental de Thomson, o *tubo de raios catódicos* (semelhante ao tubo de imagem dos antigos aparelhos de televisão). Partículas carregadas (que hoje chamamos de elétrons) são emitidas por um filamento aquecido em uma das extremidades de um tubo evacuado e aceleradas por uma diferença de potencial V . Depois de passarem por uma fenda no anteparo A, formam um feixe estreito. Em seguida, passam por uma região onde existem campos \vec{E} e \vec{B} cruzados e atingem uma tela fluorescente T, onde produzem um ponto luminoso (nos aparelhos de televisão, o ponto é parte da imagem). As forças a que o elétron é submetido na região dos campos cruzados podem desviá-lo do centro da tela. Controlando o módulo e a orientação dos campos, Thomson era capaz de controlar a posição do ponto luminoso na tela. Como vimos, a força a que é submetida uma partícula de carga negativa na presença de um campo elétrico tem o sentido contrário ao do campo. Assim, para o arranjo da Fig. 28-7, os elétrons são desviados para cima pelo campo elétrico \vec{E} e para baixo pelo campo magnético \vec{B} ; em outras palavras, as duas forças estão *em oposição*. O procedimento adotado por Thomson equivale aos passos que se seguem.

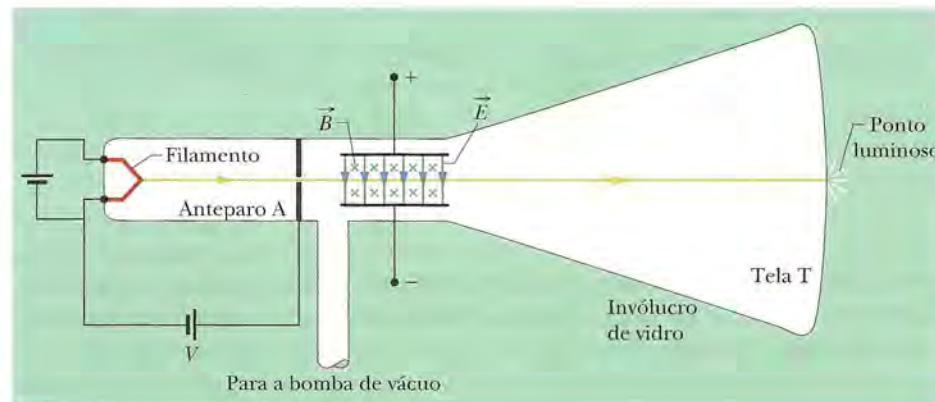
1. Faça $E = 0$ e $B = 0$ e registre a posição na tela T do ponto luminoso produzido pelo feixe sem nenhum desvio.
2. Aplique o campo \vec{E} e registre a nova posição do ponto na tela.
3. Mantendo constante o módulo do campo \vec{E} , aplique o campo \vec{B} e ajuste o valor do módulo de \vec{B} para que o ponto volte à posição inicial. (Como as forças estão em oposição, é possível fazer com que se cancele).

A deflexão de uma partícula carregada que se move na presença de um campo elétrico uniforme \vec{B} criado por duas placas (2.º passo do procedimento de Thomson) foi discutida no exemplo da Seção 22-8. A deflexão da partícula no momento em que deixa a região entre as placas é dada por

$$y = \frac{|q|EL^2}{2mv^2}, \quad (28-6)$$

em que v é a velocidade da partícula, m é a massa, q é a carga e L é o comprimento das placas. Podemos aplicar a mesma equação ao feixe de elétrons da Fig. 28-7, medindo a posição do ponto luminoso na tela T e refazendo a trajetória das

Figura 28-7 Uma versão moderna do equipamento usado por J. J. Thomson para medir a razão entre a massa e a carga do elétron. Um campo elétrico \vec{E} é criado ligando uma bateria aos terminais das placas defletoras e um campo magnético \vec{B} é criado fazendo passar uma corrente por um conjunto de bobinas (que não aparece na figura). O sentido do campo magnético é para dentro do papel, como mostram as cruzes (que representam as extremidades traseiras das setas).



partículas para calcular a deflexão y no final da região entre as placas. (Como o sentido da deflexão depende do sinal da carga das partículas, Thomson foi capaz de provar que as partículas responsáveis pelo ponto luminoso na tela tinham carga negativa.)

De acordo com as Eqs. 28-1 e 28-3, quando os dois campos da Fig. 28-7 são ajustados para que a força elétrica e a força magnética se cancelam mutuamente (3º passo),

$$|q|E = |q|vB \operatorname{sen}(90^\circ) = |q|vB$$

ou

$$v = \frac{E}{B}. \quad (28-7)$$

Assim, os campos cruzados permitem medir a velocidade das partículas. Substituindo a Eq. 28-7 na Eq. 28-6 e reagrupando os termos, temos:

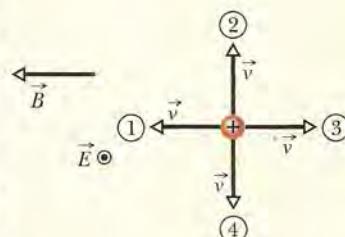
$$\frac{m}{|q|} = \frac{B^2 L^2}{2yE}, \quad (28-8)$$

em que todas as grandezas do lado direito são conhecidas. Assim, os campos cruzados permitem medir a razão $m/|q|$ das partículas que estão sendo investigadas.*

Thomson afirmou que essas partículas estavam presentes em todas as formas de matéria e eram mais de 1000 vezes mais leves que o átomo mais leve conhecido (o átomo de hidrogênio). (Mais tarde verificou-se a razão exata é 1836,15.) A medição de $m/|q|$, combinada com as duas afirmações de Thomson, é considerada como “a descoberta do elétron”.

TESTE 2

A figura mostra quatro direções do vetor velocidade \vec{v} de uma partícula positivamente carregada que se move na presença de um campo elétrico uniforme \vec{E} (orientado para fora do papel e representado por um ponto no interior de um círculo) e de um campo magnético uniforme \vec{B} . (a) Coloque as direções 1, 2 e 3 em ordem de acordo com o módulo da força total que age sobre a partícula, começando pelo maior valor. (b) Das quatro direções, qual é a única em que a força total pode ser zero?



28-5 Campos Cruzados: O Efeito Hall

Como vimos, um feixe de elétrons no vácuo pode ser desviado por um campo magnético. Será que os elétrons que se movem no interior de um fio de cobre também podem ser desviados por um campo magnético? Em 1879, Edwin H. Hall, na época um aluno de doutorado de 24 anos da Universidade Johns Hopkins, mostrou que sim. Esse desvio, que mais tarde veio a ser conhecido como **efeito Hall**, permite verificar se os portadores de carga em um condutor têm carga positiva ou negativa. Além disso, pode ser usado para determinar o número de portadores de carga por unidade de volume do condutor.

A Fig. 28-8a mostra uma fita de cobre de largura d percorrida por uma corrente i cujo sentido convencional é de cima para baixo na figura. Os portadores de corrente são elétrons que, como sabemos, se movem (com velocidade de deriva v_d) no sentido oposto, de baixo para cima. No instante mostrado na Fig. 28-8a, um campo magnético externo \vec{B} , que aponta para dentro do papel, acaba de ser ligado. De acor-

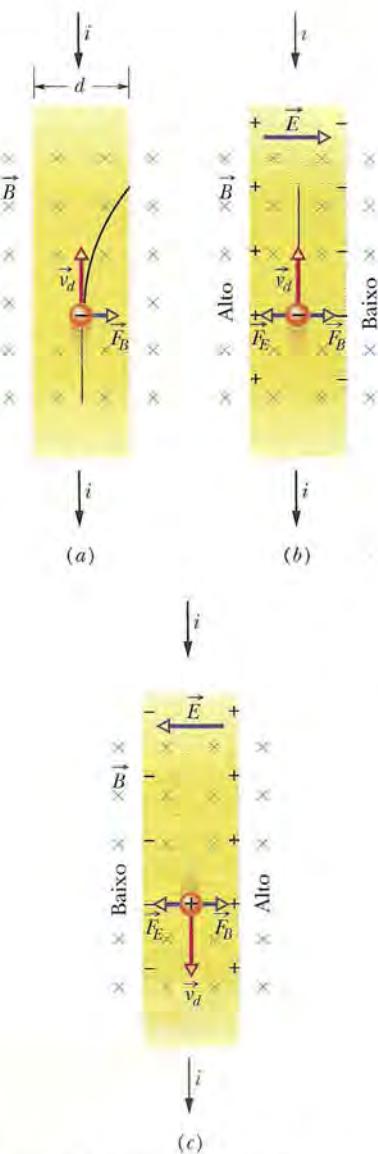


Figura 28-8 Uma fita de cobre percorrida por uma corrente i é submetida a um campo magnético \vec{B} . (a) Situação logo depois que o campo magnético é aplicado, mostrando a trajetória curva de um elétron. (b) Situação após o equilíbrio ser atingido, o que acontece rapidamente. Observe que cargas negativas se acumulam do lado direito da fita, deixando as cargas positivas não compensadas do lado esquerdo. Assim, o potencial é maior do lado esquerdo. (c) Para o mesmo sentido da corrente, se os portadores de carga fossem positivos, tenderiam a se acumular no lado direito, que ficaria com um potencial maior.

*O resultado obtido por Thomson foi $m/|q| \approx 1,3 \times 10^{-11} \text{ kg/C}$; o valor aceito atualmente é $0,57 \times 10^{-11} \text{ kg/C}$. (N.T.)

do com a Equação 28-2, uma força magnética \vec{F}_B age sobre os elétrons, desviando-os para o lado direito da fita.

Com o passar do tempo, os elétrons se acumulam na borda direita da fita, deixando cargas positivas não compensadas na borda esquerda. A separação de cargas positivas e negativas produz um campo elétrico \vec{E} no interior da fita que aponta para a direita na Fig. 28-8b. O campo exerce uma força \vec{F}_E sobre os elétrons que tende a desviá-los para a esquerda e, portanto, se opõe à força magnética.

Os elétrons continuam a se acumular na borda direita da fita até que a força exercida pelo campo elétrico equilibre a força exercida pelo campo magnético. Quando isso acontece, como mostra a Fig. 28-8b, as forças \vec{F}_E e \vec{F}_B têm módulos iguais e sentidos opostos. Os elétrons passam a se mover em linha reta em direção ao alto da página com velocidade v_d e o campo elétrico \vec{E} para de aumentar.

De acordo com a Eq. 24-42, ao campo elétrico que se estabelece entre as bordas da fita está associada uma *diferença de potencial de Hall* dada por

$$V = Ed. \quad (28-9)$$

Ligando um voltímetro às bordas da fita, podemos medir essa diferença de potencial e descobrir em qual das bordas o potencial é maior. Para a situação da Fig. 28-8b, observaríamos que o potencial é maior na borda da esquerda, como é de se esperar no caso de portadores de carga negativos.

Vamos supor que os portadores de carga responsáveis pela corrente i tivessem carga positiva (Fig. 28-8c). Nesse caso, os portadores estariam se movendo de cima para baixo, seriam desviados para a borda da direita pela força \vec{F}_B e o potencial seria maior na borda da *direita*, o que não estaria de acordo com a leitura do voltímetro. A leitura obtida indica, portanto, que os portadores de carga têm carga negativa.

Vamos passar para a parte quantitativa. De acordo com as Eqs. 28-1 e 28-3, quando as forças elétrica e magnética estão em equilíbrio (Fig. 28-8b) temos:

$$eE = ev_d B. \quad (28-10)$$

De acordo com a Eq. 26-7, a velocidade de deriva v_d é dada por

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA}, \quad (28-11)$$

em que $J (= i/A)$ é a densidade de corrente na fita, A é a área da seção reta da fita e n é a *concentração* de portadores de carga (número de portadores por unidade de volume).

Combinando as Eqs. 28-9, 28-10 e 28-11, obtemos

$$n = \frac{Bi}{Vle}, \quad (28-12)$$

em que $\lambda (= A/d)$ é a espessura da fita. A Eq. 28-12 permite calcular o valor de n a partir de grandezas conhecidas.

Também é possível usar o efeito Hall para medir diretamente a velocidade de deriva v_d dos portadores de carga, que, como vimos, é da ordem de centímetros por hora. Nesse experimento engenhoso, a fita é deslocada, na presença de um campo magnético, no sentido oposto ao da velocidade de deriva dos portadores e a velocidade da fita é ajustada para que a diferença de potencial de Hall seja zero. Para que isso aconteça, é preciso que a velocidade dos portadores *em relação ao laboratório* seja zero; nessas condições, portanto, a velocidade dos portadores de carga tem o mesmo módulo que a velocidade da fita e o sentido oposto.

Exemplo

Diferença de potencial em um condutor em movimento

A Fig. 28-9a mostra um cubo de metal de lado $d = 1,5\text{ cm}$ que se move no sentido positivo do eixo y com uma velocidade constante \vec{v} de módulo $4,0\text{ m/s}$. Na região existe um campo magnético uniforme \vec{B} de módulo $0,050\text{ T}$ no sentido positivo do eixo z .

(a) Em que face do cubo o potencial é menor e em que face é maior por causa da influência do campo magnético?

IDEIA-CHAVE

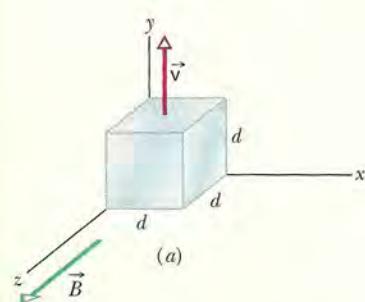
Como o cubo está se movendo na presença de um campo magnético \vec{B} , uma força magnética \vec{F}_B age sobre todas as partículas carregadas que compõem o cubo, entre elas os elétrons de condução.

Raciocínio O cubo está se movendo e os elétrons participam desse movimento. Como os elétrons têm carga q e estão se movendo com velocidade \vec{v} na presença de um campo magnético, a força magnética \vec{F}_B que age sobre os

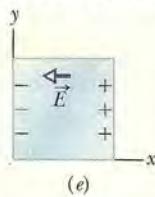
elétrons é dada pela Eq. 28-2. Como q é negativa, o sentido de \vec{F}_B é o oposto ao do produto vetorial $\vec{v} \times \vec{B}$, que aponta no sentido positivo do eixo x (Fig. 28-9b). Assim, \vec{F}_B aponta no sentido negativo do eixo x , em direção à face esquerda do cubo (Fig. 28-9c).

A maioria dos elétrons está presa aos átomos do cubo. Entretanto, como o cubo é feito de metal, contém elétrons de condução que estão livres para se mover. Alguns desses elétrons de condução são desviados pela força \vec{F}_B na direção da face esquerda do cubo, o que torna essa face negativamente carregada e deixa a face da direita positivamente carregada (Fig. 28-9d). A separação de cargas produz um campo elétrico \vec{E} dirigido da face direita, positivamente carregada, para a face esquerda, negativamente carregada (Fig. 28-9e). Assim, o potencial da face esquerda é menor e o potencial da face direita é maior.

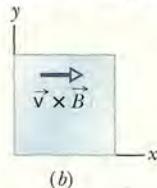
(b) Qual é a diferença de potencial entre as faces de maior e menor potencial elétrico?



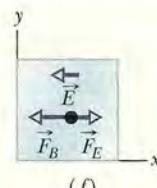
Este é o campo elétrico resultante.



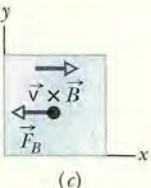
Este é o resultado do produto vetorial.



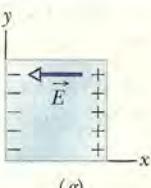
O campo elétrico produz uma força elétrica.



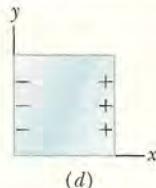
Esta é a força magnética sobre um elétron.



O campo elétrico aumenta com o tempo.



Os elétrons são deslocados para a face esquerda, deixando a face direita positiva.



Quando as forças se igualam, o sistema entra em equilíbrio.

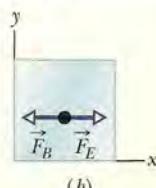


Figura 28-9 (a) Um cubo de metal que se move com velocidade constante na presença de um campo magnético uniforme. (b)-(d) Nessas vistas frontais, a força magnética desloca os elétrons para a face esquerda, tornando-a negativa e deixando a face direita com uma carga positiva. (e)-(f) O campo elétrico resultante se opõe ao movimento dos elétrons, mas eles continuam a se acumular na face esquerda. Quando o campo elétrico atinge um certo valor (g), a força elétrica se torna igual à força magnética (h) e a carga das faces laterais se estabiliza.

IDEIA-CHAVE

- O campo elétrico \vec{E} criado pela separação de cargas faz com que cada elétron seja submetido a uma força elétrica $\vec{F}_E = q\vec{E}$ (Fig. 28-9f). Como q é negativa, a força tem o sentido oposto ao de \vec{E} . Assim, \vec{F}_E aponta para a direita e \vec{F}_B aponta para a esquerda.
- Quando o cubo penetra na região em que existe campo magnético e as cargas começam a se separar, o módulo de \vec{E} começa a aumentar a partir de zero. Assim, o módulo de \vec{F}_E também começa a aumentar a partir de zero e é inicialmente menor que \vec{F}_B . Nesse estágio inicial, o movimento dos elétrons é dominado por \vec{F}_B , que acumula elétrons na face esquerda do cubo, aumentando a separação de cargas (Fig. 28-9g).
- Com o aumento da separação de cargas, chega um instante em que a força \vec{F}_E se torna igual em módulo à força \vec{F}_B (Fig. 28-9h). Nesse instante, a força total exercida sobre os elétrons é zero e os elétrons deixam de se acumular na face esquerda do cubo. Assim, o módulo de \vec{F}_E para de aumentar e o sistema entra em equilíbrio.

Cálculos Estamos interessados em calcular a diferença de potencial V entre a face esquerda e a face direita do cubo depois de atingido o equilíbrio (que acontece quase instantaneamente). Podemos obter o valor de V usando a Eq. 28-9 ($V = Ed$), mas para isso precisamos conhecer o módulo E do campo elétrico na condição de equilíbrio. Para obter o valor de E , usamos a equação de equilíbrio de forças ($F_E = F_B$).

Para calcular F_E , usamos a relação $F_E = |q|E$, obtida a partir da Eq. 28-1; para calcular F_B , usamos a relação $F_B = |q|vB \operatorname{sen} \phi$ (Eq. 28-3). De acordo com a Fig. 28-9a, o ângulo ϕ entre os vetores \vec{v} e \vec{B} é 90° ; fazendo $\operatorname{sen} \phi = 1$ e $F_E = F_B$, obtemos:

$$|q|E = |q|vB \operatorname{sen} 90^\circ = |q|vB.$$

Isso nos dá $E = vB$ e, portanto, $V = Ed$ se torna

$$V = vBd. \quad (28-13)$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$\begin{aligned} V &= (4,0 \text{ m/s})(0,050 \text{ T})(0,015 \text{ m}) \\ &= 0,0030 \text{ V} = 3,0 \text{ mV}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

28-6 Uma Partícula Carregada em Movimento Circular

Se uma partícula se move ao longo de uma circunferência com velocidade constante, podemos ter certeza de que a força que age sobre a partícula tem módulo constante e aponta para o centro da circunferência, mantendo-se perpendicular à velocidade da partícula. Pense em uma pedra amarrada a uma corda que gira em círculos em uma superfície horizontal sem atrito, ou em um satélite que gira em torno da Terra em uma órbita circular. No primeiro caso, a tensão da corda é responsável pela força e pela aceleração centrípeta; no segundo, a força e a aceleração são causadas pela atração gravitacional.

A Fig. 28-10 mostra outro exemplo: um feixe de elétrons é lançado em uma câmara por um *cannhão de elétrons* G. Os elétrons se movem no plano do papel com velocidade v , em uma região na qual existe um campo magnético \vec{B} dirigido para fora do papel. Em consequência, uma força magnética $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ age continuamente sobre os elétrons. Como \vec{v} e \vec{B} são perpendiculares, a força faz com que os elétrons descrevam uma trajetória circular. A trajetória é visível na fotografia porque alguns dos elétrons colidem com átomos do gás presente na câmara, fazendo-os emitir luz.

Estamos interessados em determinar os parâmetros que caracterizam o movimento circular desses elétrons ou de qualquer outra partícula de carga q e massa m que se move com velocidade v perpendicularmente a um campo magnético uniforme \vec{B} . De acordo com a Eq. 28-3, o módulo da força que age sobre a partícula é $|q|vB$. De acordo com a segunda lei de Newton ($\vec{F} = m\vec{a}$) aplicada ao movimento circular (Eq. 6-18),

$$F = m \frac{v^2}{r}, \quad (28-14)$$

temos

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}. \quad (28-15)$$



Figura 28-10 Elétrons circulando em uma câmara que contém uma pequena quantidade de gás (a trajetória dos elétrons é o anel claro). Na câmara existe um campo magnético uniforme \vec{B} dirigido para fora do papel. Note que a força magnética \vec{F}_B é radial; para que o movimento seja circular, é preciso que \vec{F}_B aponte para o centro da trajetória. Use a regra da mão direita para produtos vetoriais para confirmar que $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ tem a direção apropriada. (Não se esqueça do sinal de q .) (Cortesia de John Le P. Webb, Sussex University, Inglaterra)

Explicitando r , vemos que o raio da trajetória circular é dado por

$$r = \frac{mv}{|q|B} \quad (\text{raio}). \quad (28-16)$$

O período T (tempo necessário para completar uma revolução) é igual à circunferência dividida pela velocidade:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (\text{período}). \quad (28-17)$$

A frequência f (número de revoluções por minuto) é dada por

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (\text{frequência}). \quad (28-18)$$

A frequência angular ω do movimento é, portanto,

$$\omega = 2\pi f = \frac{|q|B}{m} \quad (\text{frequência angular}). \quad (28-19)$$

As grandezas T , f e ω não dependem da velocidade da partícula (contanto que a velocidade seja muito menor que a velocidade da luz). Partículas velozes se movem em círculos grandes e partículas lentas se movem em círculos pequenos, mas todas as partículas com a mesma razão entre carga e massa $|q|/m$ levam o mesmo tempo T (o período) para completar uma revolução. Usando a Eq. 28-2, é fácil mostrar que, olhando na direção de \vec{B} , o sentido de rotação para uma partícula positiva é o sentido anti-horário e o sentido de rotação para uma partícula negativa é o sentido horário.

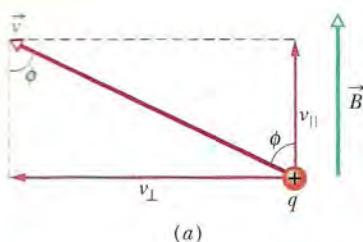
Trajetórias Helicoidais

Se a velocidade de uma partícula carregada tem uma componente paralela ao campo magnético (uniforme), a partícula descreve uma trajetória helicoidal cujo eixo é a direção do campo. A Fig. 28-11a, por exemplo, mostra o vetor velocidade \vec{v} de uma dessas partículas separado em duas componentes, uma paralela a \vec{B} e outra perpendicular a \vec{B} :

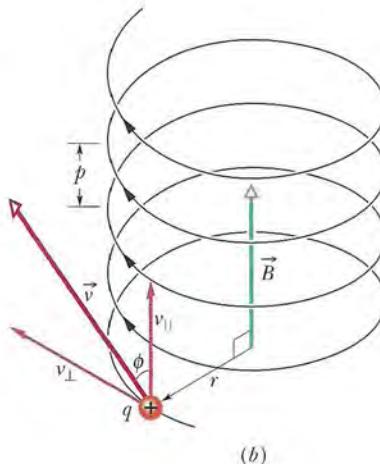
$$v_{||} = v \cos \phi \quad \text{e} \quad v_{\perp} = v \sin \phi. \quad (28-20)$$

É a componente paralela que determina o *passo* p da hélice, ou seja, a distância entre espiras sucessivas (Fig. 28-11b). O raio da hélice e a grandeza que toma o lugar de v na Eq. 28-16 são determinados pela componente perpendicular.

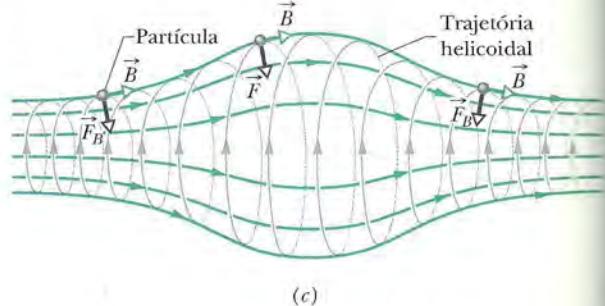
A componente da velocidade perpendicular ao campo produz um movimento circular; a componente paralela ao campo produz um movimento para cima.



(a)



(b)



(c)

Figura 28-11 (a) Uma partícula carregada se move na presença de um campo magnético uniforme \vec{B} , com a velocidade \vec{v} da partícula fazendo um ângulo ϕ com a direção do campo. (b) A partícula descreve uma trajetória helicoidal de raio r e passo p . (c) Uma partícula carregada se move em espiral na presença de um campo magnético não uniforme. (A partícula pode ser aprisionada, passando a descrever um movimento de vaivém entre as regiões em que o campo é mais intenso.)

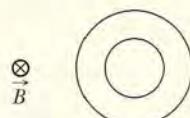
Observe que nas duas extremidades a componente horizontal da força magnética aponta para o centro da região.

A Fig. 28-11c mostra uma partícula carregada que se move em espiral na presença de um campo magnético não uniforme. O espaçamento menor das linhas de campo nas extremidades mostra que o campo magnético é mais intenso nessas regiões. Se o campo em uma das extremidades for suficientemente intenso, a partícula será “refletida” de volta para o centro da região. Quando a partícula é refletida nas duas extremidades, dizemos que está aprisionada em uma *garrafa magnética*.



TESTE 3

A figura mostra as trajetórias circulares de duas partículas que se movem com a mesma velocidade na presença de um campo magnético uniforme \vec{B} dirigido para dentro do papel. Uma partícula é um próton e a outra é um elétron (que possui uma massa muito menor). (a) Qual das partículas descreve a circunferência menor? (b) Essa partícula se move no sentido horário ou no sentido anti-horário?



Exemplo

Movimento helicoidal de uma partícula carregada em um campo magnético

Um elétron com uma energia cinética de 22,5 eV penetra em uma região onde existe um campo magnético \vec{B} de módulo $4,55 \times 10^{-4}$ T. O ângulo entre a direção de \vec{B} e a direção da velocidade \vec{v} do elétron é $65,5^\circ$. Qual é o passo da trajetória helicoidal do elétron?

IDEIAS-CHAVE

- O passo p é a distância que o elétron percorre paralelamente ao campo magnético \vec{B} durante um período T de revolução.
- O período T é dado pela Eq. 28-17, independentemente do ângulo entre \vec{v} e \vec{B} (contanto que o ângulo não seja zero, porque nesse caso a trajetória do elétron não será circular).

Cálculos De acordo com as Eqs. 28-20 e 28-17, temos:

$$p = v_{\parallel} T = (v \cos \phi) \frac{2\pi m}{|q|B}. \quad (28-21)$$

Podemos calcular a velocidade v do elétron a partir da energia cinética; o resultado é $v = 2,81 \times 10^6$ m/s. Substituindo esse valor e outros valores conhecidos na Eq. 28-21, obtemos:

$$\begin{aligned} p &= (2,81 \times 10^6 \text{ m/s})(\cos 65,5^\circ) \\ &\times \frac{2\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})}{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(4,55 \times 10^{-4} \text{ T})} \\ &= 9,16 \text{ cm.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Exemplo**Movimento circular uniforme de uma partícula carregada em um campo magnético**

A Fig. 28-12 ilustra o princípio de funcionamento do *espectrômetro de massa*, um instrumento usado para medir a massa de íons. Um íon de massa m (a ser medida) e carga q é produzido na fonte S e acelerado pelo campo elétrico associado a uma diferença de potencial V . O íon entra em uma câmara de separação na qual existe um campo magnético uniforme \vec{B} perpendicular à sua velocidade. O campo faz com que o íon descreva uma trajetória semicircular antes de atingir um detector situado na superfície inferior da câmara. Suponha que $B = 80.000 \text{ mT}$, $V = 1000,0 \text{ V}$ e que íons de carga $q = +1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}$ atinjam o detector em um ponto situado a uma distância $x = 1,6254 \text{ m}$ do ponto de entrada na câmara. Qual é a massa m dos íons em unidades de massa atômica? (Eq. 1-7: $1 \text{ u} = 1,6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$.)

IDEIAS-CHAVE

(1) Como o campo magnético uniforme faz com que o íon descreva uma trajetória circular, podemos relacionar a massa m do íon ao raio r da trajetória através da Eq. 28-16 ($r = mv/|q|B$). De acordo com a Fig. 28-12, $r = x/2$ (o raio é metade do diâmetro) e conhecemos o módulo B do campo magnético. Entretanto, não conhecemos a velocidade v dos íons depois que são acelerados pela diferença de potencial V . (2) Para determinar a relação entre v e V , usamos o fato de que a energia mecânica ($E_{\text{mec}} = K + U$) é conservada durante a aceleração.

Cálculo da velocidade Quando o íon deixa a fonte, a energia cinética é aproximadamente zero; quando entra na câmara, a energia cinética aumentou para $\frac{1}{2}mv^2$. Além disso, durante a aceleração, o íon positivo sofre uma variação de potencial elétrico de $-V$. Como o íon possui uma carga positiva q , a variação de energia potencial é $-qV$. De acordo com a lei de conservação da energia mecânica,

$$\Delta K + \Delta U = 0,$$

e, portanto,

$$\frac{1}{2}mv^2 - qV = 0$$

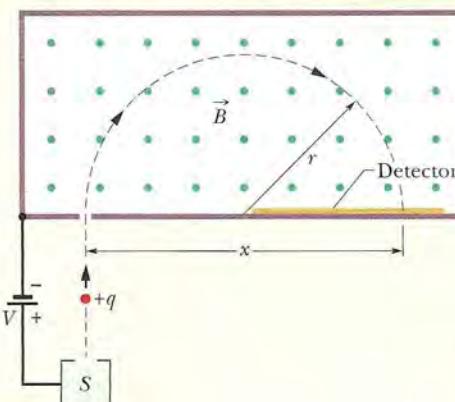


Figura 28-12 Princípio de funcionamento de um espectrômetro de massa. Um íon positivo, depois de ser gerado por uma fonte S e acelerado por uma diferença de potencial V , penetra em uma câmara onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} e descreve uma semicircunferência de raio r antes de atingir um detector a uma distância x do ponto em que penetrou na câmara.

ou $v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$ (28-22)

Cálculo da massa Substituindo v pelo seu valor na Eq. 28-16, obtemos:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

Assim, $x = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$.

Explicitando m e substituindo os valores conhecidos, temos:

$$\begin{aligned} m &= \frac{B^2qx^2}{8V} \\ &= \frac{(0,080000 \text{ T})^2(1,6022 \times 10^{-19} \text{ C})(1,6254 \text{ m})^2}{8(1000,0 \text{ V})} \\ &= 3,3863 \times 10^{-25} \text{ kg} = 203,93 \text{ u.} \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

28-7 Cíclotrons e Síncrotrons

Feixes de partículas de alta energia, como elétrons e prótons, têm sido imensamente úteis para os estudos de átomos e núcleos que têm por objetivo conhecer a estrutura fundamental da matéria. Esses feixes foram fundamentais para a descoberta de que os núcleos atômicos são formados por prótons e nêutrons e para a descoberta de que os prótons e nêutrons são formados por quarks e glúons. Para trabalhar com feixes, porém, é preciso produzi-los e controlá-los, o que não é fácil. Como os elétrons e prótons possuem carga elétrica, em princípio podemos acelerá-los até que atinjam altas energias submetendo-os a grandes diferenças de potencial. No caso dos elétrons, cuja

Os prótons descrevem uma trajetória espiral no ciclotrôn, ganhando energia no espaço entre os dêis.

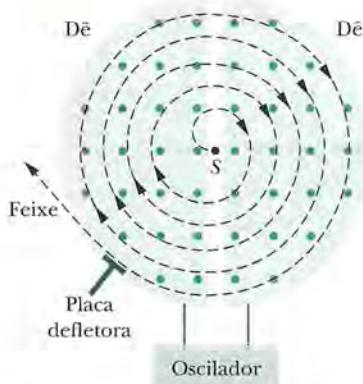


Figura 28-13 Diagrama esquemático de um ciclotrôn, mostrando a fonte de partículas S e os dêis. Um campo magnético uniforme aponta para fora do papel. As partículas descrevem uma trajetória espiral, ganhando energia cada vez que atravessam o espaço entre os dêis.

massa é muito pequena, é possível acelerá-los dessa forma em uma distância razoável. No caso dos prótons (e de outras partículas carregadas), porém, como a massa é muito maior, a distância necessária para a aceleração pode se tornar proibitiva.

Uma solução engenhosa consiste em acelerar os prótons e outras partículas pesadas com uma diferença de potencial relativamente pequena (que imprime às partículas uma energia cinética relativamente pequena) e usar um campo magnético para fazer com que passem várias vezes por essa mesma diferença de potencial. Quando o processo é repetido milhares de vezes, as partículas adquirem uma energia extremamente elevada.

Vamos agora discutir dois tipos de *aceleradores de partículas* que utilizam um campo magnético para conduzir as partículas repetidas vezes para uma região de aceleração, onde ganham mais e mais energia até finalmente emergirem como um feixe de alta energia.

O Ciclotrôn

A Fig. 28-13 mostra uma vista de topo da região de um ciclotrôn na qual circulam partículas (prótons, por exemplo). As paredes das duas câmaras em forma de D (abertas na face plana) são feitas de cobre. Os dêis, como são chamados, estão ligados a um oscilador que alterna o potencial elétrico de tal forma que o campo elétrico na região entre os dêis aponta ora em um sentido, ora no sentido oposto. Ao mesmo tempo, é aplicado um campo magnético de alta intensidade dirigido para fora do plano da página. O módulo B desse campo depende da corrente no eletroímã responsável pela produção do campo.

Suponha que um próton, injetado pela fonte S situada no centro do ciclotrôn na Fig. 28-13, esteja inicialmente se movendo em direção ao dê da esquerda, negativamente carregado. O próton é atraído pelo dê e entra nele. Depois de entrar, fica isolado do campo elétrico pelas paredes de cobre do dê; em outras palavras, o campo elétrico não penetra nas câmaras. O campo magnético, porém, não está sujeito aos efeitos das paredes de cobre (um metal não magnético) e, portanto, age sobre o próton, fazendo com que descreva uma trajetória semicircular cujo raio, que depende da velocidade, é dado pela Eq. 28-16 ($r = mv/|q|B$).

Suponha que no instante em que o próton chega ao espaço central, proveniente do dê da esquerda, a diferença de potencial entre os dois dêis seja invertida. Nesse caso, o próton é *novamente* atraído por um dê negativamente carregado e é *novamente* acelerado. O processo continua, com o movimento do próton sempre em fase com as oscilações do potencial, até que a trajetória em espiral leve a partícula até a borda do sistema, onde uma placa defletora a faz passar por um orifício e deixar um dos dêis.

O funcionamento do ciclotrôn se baseia no fato de que a frequência f com a qual a partícula circula sob o efeito do campo magnético (e que *não depende* da velocidade) pode ser igual à frequência f_{osc} do oscilador elétrico, ou seja,

$$f = f_{osc} \quad (\text{condição de ressonância}). \quad (28-23)$$

De acordo com essa *condição de ressonância*, para que a energia da partícula aumente é preciso que a frequência f_{osc} do oscilador elétrico seja igual à frequência f com a qual a partícula circula sob o efeito do campo magnético.

Combinando as Eqs. 28-18 ($f = |q|B/2\pi m$) com a Eq. 28-23, podemos escrever a condição de ressonância na forma

$$|q|B = 2\pi m f_{osc}. \quad (28-24)$$

No caso do próton, q e m são valores fixos. Na prática, o oscilador é projetado para trabalhar em uma certa frequência fixa f_{osc} . Para “sintonizar” o ciclotrôn, o valor de B é ajustado até que a Eq. 28-24 seja satisfeita, o que faz com que muitos prótons circulem no aparelho e saiam pelo orifício como um feixe de partículas de alta energia.

O Síncrotron

O ciclotron convencional não funciona bem no caso de prótons com uma energia maior que 50 MeV porque a hipótese fundamental do projeto, a de que a frequência de revolução de uma partícula carregada que circula na presença de um campo magnético não depende da velocidade, é válida apenas para velocidades muito menores que a velocidade da luz. Para velocidades acima de 10% da velocidade da luz, devem ser usadas as equações da teoria da relatividade. De acordo com essa teoria, quanto maior a velocidade da partícula, maior a massa e menor a frequência de revolução. Assim, as partículas se atrasam em relação à frequência do oscilador, que tem um valor fixo f_{osc} , e a energia da partícula passa a aumentar cada vez menos a cada revolução, tendendo para um valor constante.

Existe outro problema. Para um próton de 500 GeV em um campo magnético de 1,5 T, o raio da trajetória é 1,1 km. No caso de um ciclotron convencional, o campo magnético teria que ser aplicado em toda a região limitada pela trajetória, o que exigiria um ímã de tamanho descomunal, com peças polares da ordem de 4×10^6 m².

O síncrotron foi criado para resolver esses dois problemas. Em vez de possuírem valores fixos como no ciclotron convencional, o campo magnético B e a frequência do oscilador f_{osc} variam com o tempo enquanto as partículas estão sendo aceleradas. Quando isso é realizado de forma correta, (1) a frequência de revolução das partículas permanece em fase com a frequência do oscilador; (2) as partículas descrevem uma trajetória circular em vez de espiral. Assim, o campo magnético precisa cobrir uma área bem menor, correspondente a essa trajetória. Mesmo assim, no caso de partículas de alta energia, o raio da trajetória não pode deixar de ser grande. O síncrotron do Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab), em Illinois, tem uma circunferência de 6,3 km e pode produzir prótons com uma energia da ordem de 1 TeV ($= 10^{12}$ eV).

Exemplo

Acelerando uma partícula carregada em um ciclotron

A frequência do oscilador de um ciclotron é 12 MHz e o raio dos dêus é $R = 53$ cm.

(a) Qual é o módulo do campo magnético necessário para acelerar dêuterons nesse ciclotron? A massa do dêuteron é $m = 3,34 \times 10^{-27}$ kg (duas vezes maior que a massa do próton).

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 28-24 ($|q|B = 2\pi mf_{osc}$), para uma dada frequência do oscilador f_{osc} , o módulo do campo magnético B necessário para acelerar qualquer partícula em um ciclotron depende apenas da razão $m/|q|$ entre a massa e o valor absoluto da carga da partícula.

Cálculo No caso de dêuterons e para uma frequência do oscilador $f_{osc} = 12$ MHz, temos:

$$B = \frac{2\pi mf_{osc}}{|q|} = \frac{(2\pi)(3,34 \times 10^{-27} \text{ kg})(12 \times 10^6 \text{ s}^{-1})}{1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} \\ = 1,57 \text{ T} \approx 1,6 \text{ T.} \quad (\text{Resposta})$$

Observe que, para acelerar prótons, B teria que ser dividido por 2, caso a frequência do oscilador permanecesse a mesma.

(b) Qual é a energia cinética dos dêuterons acelerados pelo ciclotron?

IDEIAS-CHAVE

(1) A energia cinética ($\frac{1}{2}mv^2$) de um dêuteron ao sair do ciclotron é igual à energia cinética que o dêuteron possuía quando estava descrevendo uma trajetória com um raio igual ao raio R do ciclotron. (2) Podemos calcular a velocidade v do dêuteron nessa trajetória usando a Eq. 28-16 ($r = mv/|q|B$).

Cálculos Explicitando v na Eq. 28-16, fazendo $r = R$ e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$v = \frac{R|q|B}{m} = \frac{(0,53 \text{ m})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,57 \text{ T})}{3,34 \times 10^{-27} \text{ kg}} \\ = 3,99 \times 10^7 \text{ m/s.}$$

Essa velocidade corresponde a uma energia cinética

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \\ = \frac{1}{2}(3,34 \times 10^{-27} \text{ kg})(3,99 \times 10^7 \text{ m/s})^2 \\ = 2,7 \times 10^{-12} \text{ J,} \quad (\text{Resposta})$$

ou cerca de 17 MeV.

Um campo magnético \vec{B} exerce uma força sobre uma corrente.

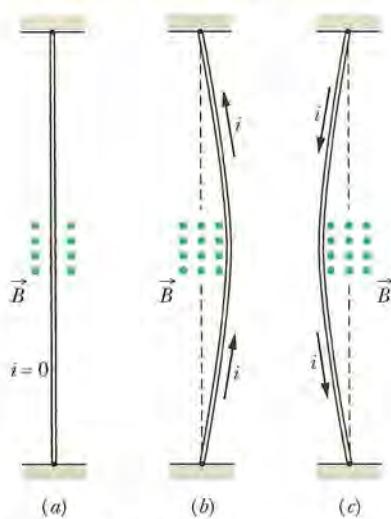


Figura 28-14 Um fio flexível passa entre os polos de um ímã (apenas o polo mais distante aparece no desenho). (a) Quando não há corrente, o fio não se encurva para nenhum lado. (b) Quando há uma corrente para cima, o fio se encurva para a direita. (c) Quando há uma corrente para baixo, o fio se encurva para a esquerda. As ligações necessárias para completar o circuito não aparecem no desenho.

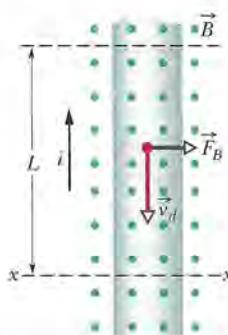


Figura 28-15 Vista ampliada do fio da Fig. 28-14b. O sentido da corrente é para cima, o que significa que a velocidade de deriva dos elétrons aponta para baixo. Um campo magnético que aponta para fora do papel faz com que os elétrons e o fio sejam submetidos a uma força para a direita.

28-8 Força Magnética em um Fio Percorrido por Corrente

Já vimos (quando discutimos o efeito Hall) que um campo magnético exerce uma força lateral sobre os elétrons que se movem em um fio. Essa força, naturalmente, é transmitida para o fio, já que os elétrons não podem deixá-lo.

Na Fig. 28-14a, um fio vertical, que não conduz corrente e está preso nas duas extremidades, é colocado no espaço entre os polos de um ímã. O campo magnético do ímã aponta para fora do papel. Na Fig. 28-14b, uma corrente para cima passa a circular no fio, que se encurva para a direita. Na Fig. 28-14c, o sentido da corrente é invertido e o fio se encurva para a esquerda.

A Fig. 28-15 mostra o que acontece no interior do fio da Fig. 28-14b. Um dos elétrons se move para baixo com a velocidade de deriva v_d . De acordo com a Eq. 28-3, neste caso com $\phi = 90^\circ$, uma força \vec{F}_B de módulo ev_dB age sobre o elétron. De acordo com a Eq. 28-2, a força aponta para a direita. Esperamos, portanto, que o fio como um todo experimente uma força para a direita, como mostra a Fig. 28-14b.

Se invertermos o sentido do campo magnético ou o sentido da corrente, a força exercida sobre o fio mudará de sentido e passará a apontar para a esquerda. Observe também que não importa se considerarmos cargas negativas se movendo para baixo (o que realmente acontece) ou cargas positivas se movendo para cima; nos dois casos, o sentido da força será o mesmo. Podemos imaginar, portanto, para efeito dos cálculos, que a corrente é constituída por cargas positivas.

Considere um trecho do fio de comprimento L . Após um intervalo de tempo $t = L/v_d$, todos os elétrons de condução desse trecho passam pelo plano xx da Fig. 28-15. Assim, nesse intervalo de tempo, uma carga dada por

$$q = it = i \frac{L}{v_d}$$

passa pelo plano xx . Substituindo na Eq. 28-3, temos:

$$F_B = qv_dB \sin \phi = \frac{iL}{v_d} v_d B \sin 90^\circ$$

ou

$$F_B = iLB. \quad (28-25)$$

A Eq. 28-25 permite calcular a força magnética que age sobre um trecho de fio retilíneo de comprimento L percorrido por uma corrente i e submetido a um campo magnético \vec{B} perpendicular ao fio.

Se o campo magnético não é perpendicular ao fio, como na Fig. 28-16, a força magnética é dada por uma generalização da Eq. 28-25:

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (\text{força sobre uma corrente}) \quad (28-26)$$

em que \vec{L} é um vetor comprimento de módulo L , com a mesma direção que o trecho de fio e o sentido (convencional) da corrente. O módulo da força F_B é dado por

$$F_B = iLB \sin \phi, \quad (28-27)$$

em que ϕ é o ângulo entre as direções de \vec{L} e \vec{B} . A direção de \vec{F}_B é a do produto vetorial $\vec{L} \times \vec{B}$ porque tomamos a corrente i como uma grandeza positiva. De acordo com a Eq. 28-26, \vec{F}_B é perpendicular ao plano definido pelos vetores \vec{L} e \vec{B} , como mostra a Fig. 28-16.

A Eq. 28-26 é equivalente à Eq. 28-2 no sentido de que qualquer das duas pode ser usada como equação de definição de \vec{B} . Na prática, definimos \vec{B} através da Eq. 28-26 porque é muito mais fácil medir a força magnética que age sobre um fio percorrido por corrente que a força que age sobre uma partícula em movimento.

Se o fio não é retilíneo ou o campo não é uniforme, podemos dividir mentalmente o fio em pequenos segmentos retilíneos e aplicar a Eq. 28-26 a cada segmento.

Nesse caso, a força que age sobre o fio como um todo é a soma vetorial das forças que agem sobre os segmentos em que foi dividido. No caso de segmentos infinitesimais, podemos escrever

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B}, \quad (28-28)$$

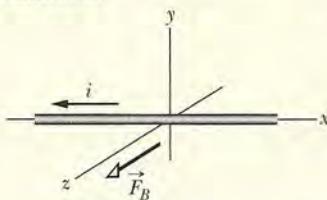
e calcular a força total que age sobre um fio integrando a Eq. 28-28 para todo o fio.

Ao aplicar a Eq. 28-28, pode ser útil ter em mente que não existem segmentos isolados de comprimento dL percorridos por corrente; deve sempre haver um meio de introduzir corrente em uma das extremidades do segmento e retirá-la na outras extremidade.



TESTE 4

A figura mostra um fio percorrido por uma corrente i e submetido a um campo magnético \vec{B} e, também, a força magnética \vec{F}_B que age sobre o fio. Qual deve ser a orientação do campo para que a força seja máxima?



A força é perpendicular ao campo e ao vetor comprimento.

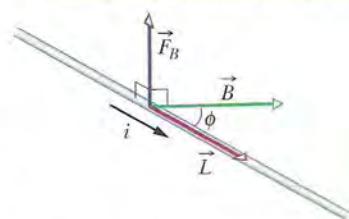


Figura 28-16 Um fio percorrido por uma corrente i faz um ângulo ϕ com um campo magnético \vec{B} . O fio tem um comprimento L e um vetor comprimento \vec{L} (na direção da corrente). Uma força magnética $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$ age sobre o fio.

Exemplo

Força magnética em um fio percorrido por corrente

Um fio horizontal retilíneo, feito de cobre, é percorrido por uma corrente $i = 28$ A. Determine o módulo e orientação do menor campo magnético \vec{B} capaz de manter o fio suspenso, ou seja, equilibrar a força gravitacional. A densidade linear (massa por unidade de comprimento) do fio é 46,6 g/m.

IDEIAS-CHAVE

- (1) Como o fio está sendo percorrido por uma corrente, sofre uma força magnética \vec{F}_B quando é submetido a um campo magnético \vec{B} . Para equilibrar a força gravitacional \vec{F}_g , que aponta para baixo, precisamos de uma força magnética que aponte para cima (Fig. 28-17).
- (2) A orientação de \vec{F}_B está relacionada às orientações de \vec{B} e do vetor comprimento do fio \vec{L} pela Eq. 28-26 ($\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$).

Cálculos Como \vec{L} é horizontal (e a corrente é tomada como positiva), a Eq. 28-26 e a regra da mão direita para produtos vetoriais mostram que \vec{B} deve ser horizontal e apontar para a direita (como na Fig. 28-17) para que a força \vec{F}_B seja para cima.

O módulo de \vec{F}_B é $F_B = iLB \sin \phi$ (Eq. 28-27). Como queremos que \vec{F}_B equilibre \vec{F}_g , devemos ter

$$iLB \sin \phi = mg, \quad (28-29)$$

em que mg é o módulo de \vec{F}_g e m é a massa do fio.

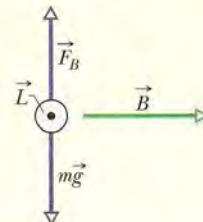


Figura 28-17 Um fio (mostrado em seção reta) percorrido por uma corrente elétrica que sai do papel.

Também queremos calcular o menor valor de B para o qual \vec{F}_B equilibra \vec{F}_g . Assim, precisamos maximizar $\sin \phi$ na Eq. 28-29. Para isso, fazemos $\phi = 90^\circ$, o que significa que \vec{B} deve ser perpendicular ao fio. Nesse caso, $\sin \phi = 1$ e a Eq. 28-29 nos dá

$$B = \frac{mg}{iL \sin \phi} = \frac{(m/L)g}{i}. \quad (28-30)$$

Escrevemos o resultado desta forma porque conhecemos m/L , a densidade linear do fio. Substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$\begin{aligned} B &= \frac{(46,6 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(9,8 \text{ m/s}^2)}{28 \text{ A}} \\ &= 1,6 \times 10^{-2} \text{ T.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Este campo é aproximadamente 160 vezes maior que o campo magnético da Terra.

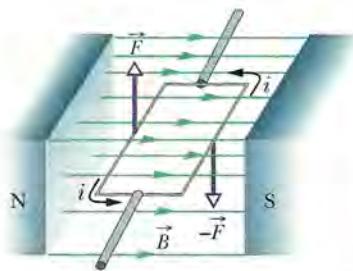


Figura 28-18 Os elementos de um motor elétrico. Uma espira retangular de fio, percorrida por uma corrente e livre para girar em torno de um eixo, é submetida a um campo magnético. Forças magnéticas produzem um torque que faz a espira girar. Um comutador (que não aparece na figura) inverte o sentido da corrente a cada meia revolução, para que o torque tenha sempre o mesmo sentido.

28-9 Torque em uma Espira Percorrida por Corrente

Boa parte do trabalho do mundo é realizada por motores elétricos. As forças responsáveis por esse trabalho são as forças magnéticas que estudamos na seção anterior, ou seja, as forças que um campo magnético exerce sobre fios percorridos por correntes elétricas.

A Fig. 28-18 mostra um motor simples, constituído por uma espira percorrida por uma corrente e submetida a um campo magnético \vec{B} . As forças magnéticas \vec{F} e $-\vec{F}$ produzem um torque na espira que tende a fazê-la girar em torno do eixo central. Embora muitos detalhes essenciais tenham sido omitidos, a figura mostra como o efeito de um campo magnético sobre uma espira percorrida por corrente produz um movimento de rotação. Vamos analisar esse efeito.

A Fig. 28-19a mostra uma espira retangular de lados a e b percorrida por uma corrente i e submetida a um campo magnético uniforme \vec{B} . Colocamos a espira no campo de tal forma que os lados mais compridos, 1 e 3, estão sempre perpendiculares à direção do campo (que é para dentro do papel), mas o mesmo não acontece com os lados mais curtos, 2 e 4. Fios para introduzir e remover a corrente da espira são necessários, mas não aparecem na figura.

Para definir a orientação da espira em relação ao campo magnético, usamos um vetor normal \vec{n} que é perpendicular ao plano da espira. A Fig. 28-19b ilustra o uso da regra da mão direita para determinar a direção de \vec{n} . Quando os dedos da mão direita apontam na direção da corrente em um lado qualquer da espira, o polegar estendido aponta na direção do vetor normal \vec{n} .

Na Fig. 28-19c, o vetor normal da espira é mostrado fazendo um ângulo qualquer θ com a orientação do campo magnético \vec{B} . Estamos interessados em calcular a força total e o torque total que agem sobre a espira nesta orientação.

A força total que age sobre a espira é a soma vetorial das forças que agem sobre os quatro lados. No caso do lado 2, o vetor \vec{L} na Eq. 28-26 aponta na direção da corrente e tem módulo b . O ângulo entre \vec{L} e \vec{B} para o lado 2 (veja a Fig. 28-19c) é $90^\circ - \theta$. Assim, o módulo da força que age sobre esse lado é

$$F_2 = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos \theta. \quad (28-31)$$

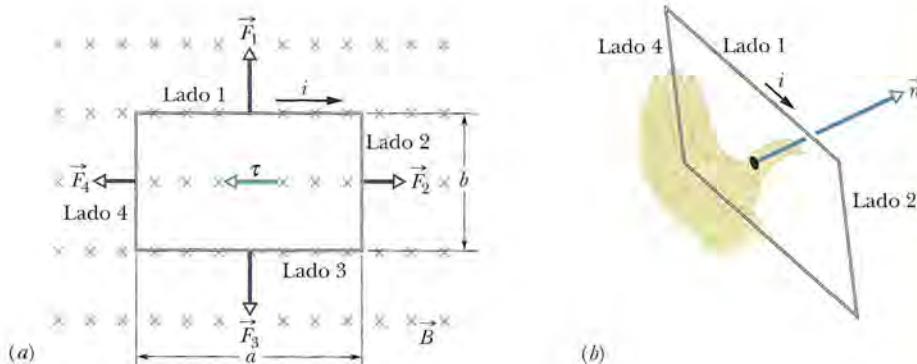
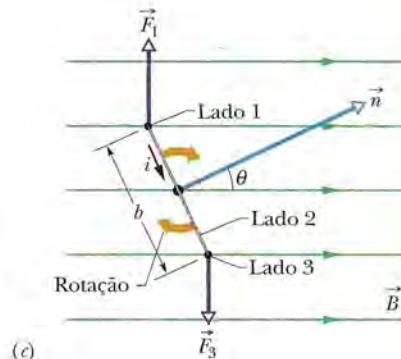


Figura 28-19 Uma espira retangular de lados a e b percorrida por uma corrente i é submetida a um campo magnético uniforme. Um torque τ tende a alinhar o vetor normal \vec{n} com a direção do campo. (a) Vista da espira olhando na direção do campo magnético. (b) Vista da espira em perspectiva, mostrando como a regra da mão direita fornece a direção de \vec{n} , que é perpendicular ao plano da espira. (c) Vista lateral da espira, mostrando o lado 2. A espira tende a girar da forma indicada.



É fácil mostrar que a força \vec{F}_4 que age sobre o lado 4 tem o mesmo módulo que \vec{F}_2 e o sentido oposto. Assim, \vec{F}_2 e \vec{F}_4 se cancelam. A força total associada aos lados 2 e 4 é zero; além disso, como as duas forças estão aplicadas ao longo de uma reta que coincide com o eixo de rotação da espira, o torque total produzido por essas forças também é zero.

A situação é diferente para os lados 1 e 3. Como, nesse caso, \vec{L} é perpendicular a \vec{B} , o módulo das forças \vec{F}_1 e \vec{F}_3 é iaB , independentemente do valor de θ . Como as duas forças têm sentidos opostos, não tendem a mover a espira para cima ou para baixo. Entretanto, como mostra a Fig. 28-19c, as duas forças *não estão* aplicadas ao longo da mesma reta e, portanto, o torque associado a essas forças *não é zero*. O torque tende a fazer a espira girar em um sentido tal que o vetor normal \vec{n} se alinhe com a direção do campo magnético \vec{B} . Esse torque tem um braço de alavanca ($b/2$) $\sin \theta$ em relação ao eixo da espira. O módulo τ' do torque produzido pelas forças \vec{F}_1 e \vec{F}_3 é portanto (veja a Fig. 28-19c):

$$\tau' = \left(iaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) + \left(iaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) = iabB \sin \theta. \quad (28-32)$$

Suponha que a espira única seja substituída por uma *bobina* de N espiras. Suponha ainda que as espiras sejam enroladas tão juntas que se possa supor que todas têm aproximadamente as mesmas dimensões e estão no mesmo plano. Nesse caso, as espiras formam uma *bobina plana* e um torque τ' com o módulo dado pela Eq. 28-32 age sobre cada espira. O módulo do torque total que age sobre a bobina é, portanto,

$$\tau = N\tau' = NiabB \sin \theta = (NiA)B \sin \theta, \quad (28-33)$$

em que $A (= ab)$ é a área limitada pela bobina. O produto entre parênteses (NiA) foi separado porque envolve as propriedades da bobina: o número de espiras, a corrente e a área. A Eq. 28-33 é válida qualquer que seja a forma geométrica da bobina plana, mas o campo magnético deve ser uniforme. Por exemplo: no caso de uma bobina circular de raio r ,

$$\tau = (Ni\pi r^2)B \sin \theta. \quad (28-34)$$

Em vez de acompanhar o movimento da bobina, é mais fácil tomar como referência o vetor \vec{n} , que é perpendicular ao plano da bobina. De acordo com a Eq. 28-33, uma bobina plana percorrida por corrente e submetida a um campo magnético uniforme tende a girar até que \vec{n} fique alinhado com o campo. Nos motores, a corrente da bobina é invertida quando \vec{n} está prestes a se alinhar com a direção do campo, para que o torque continue a fazer girar a bobina. Essa inversão automática da corrente é executada por um comutador situado entre a bobina e os contatos estacionários que a alimentam com corrente.

28-10 O Momento Magnético Dipolar

Como vimos, uma bobina percorrida por corrente sofre um torque ao ser submetida a um campo magnético. Sob este aspecto, a bobina se comporta exatamente como um ímã em forma de barra. Assim, como no caso de um ímã em forma de barra, dizemos que uma bobina percorrida por corrente possui um **dipolo magnético**. Além disso, para descrever o torque exercido sobre a bobina por um campo magnético, podemos associar um **momento magnético dipolar** $\vec{\mu}$ à bobina. A direção de $\vec{\mu}$ é a do vetor normal \vec{n} e, portanto, é dada pela mesma regra da mão direita da Fig. 28-19: quando os dedos da mão direita apontam na direção da corrente na bobina, o polegar estendido aponta na direção de $\vec{\mu}$. O módulo de $\vec{\mu}$ é dado por

$$\mu = NiA \quad (\text{momento magnético}), \quad (28-35)$$

em que N é o número de espiras da bobina, i é a corrente na bobina e A é a área limi-

O vetor momento magnético tende a se alinhar com o campo magnético.

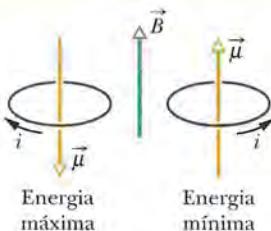


Figura 28-20 Orientações de maior e menor energia de um dipolo magnético (no caso, uma bobina percorrida por corrente) na presença de um campo magnético externo \vec{B} . O sentido da corrente i determina o sentido do momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ através da regra da mão direita mostrada para \vec{n} na Fig. 28-19b.

tada pelas espiras da bobina. A partir desta equação, com i em ampères e A em metros quadrados, vemos que a unidade de $\vec{\mu}$ no SI é o ampère-metro quadrado ($A \cdot m^2$).

Usando a definição de $\vec{\mu}$, a equação para o torque exercido por um campo magnético sobre uma bobina (Eq. 28-33) pode ser escrita na forma

$$\tau = \mu B \sin \theta, \quad (28-36)$$

em que θ é o ângulo entre os vetores $\vec{\mu}$ e \vec{B} .

Em forma vetorial, esta equação se torna

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (28-37)$$

que se parece muito com a equação para o torque exercido por um dipolo elétrico sobre um dipolo elétrico (Eq. 22-34):

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}.$$

Nos dois casos, o torque exercido pelo campo é igual ao produto vetorial do momento dipolar pelo campo.

Na presença de um campo magnético, um dipolo magnético possui uma **energia potencial magnética** que depende da orientação do momento dipolar em relação ao campo. No caso de dipolos elétricos, temos (Eq. 22-38):

$$U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

Analogamente, podemos escrever, para o caso magnético,

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (28-38)$$

Nos dois casos, a energia é igual ao negativo do produto escalar do momento dipolar pelo campo.

A energia de um dipolo magnético tem o menor valor possível ($= -\mu B \cos 0 = -\mu B$) quando o momento dipolar $\vec{\mu}$ está alinhado com o campo magnético (Fig. 28-20). A energia tem o maior valor possível ($= -\mu B \cos 180^\circ = +\mu B$) quando o momento dipolar e o campo magnético apontam em sentidos opostos. Analisando a Eq. 28-38, com U em joules e \vec{B} em teslas, vemos que a unidade de $\vec{\mu}$ pode ser o joule por tesla (J/T) em vez do ampère-metro quadrado sugerido pela Eq. 28-35.

Quando um dipolo magnético submetido a um torque (produzido por um “agente externo”) gira de uma orientação inicial θ_i para uma orientação final θ_f , o torque aplicado realiza um trabalho W_a sobre o dipolo. Se o dipolo permanece um repouso antes e depois da mudança de orientação, o trabalho W_a é dado por

$$W_a = U_f - U_i, \quad (28-39)$$

em que U_f e U_i são dadas pela Eq. 28-38.

Até agora, o único tipo de dipolo magnético que mencionamos foi o produzido por uma espira percorrida por corrente. Entretanto, um ímã em forma de barra e uma esfera carregada girando em torno do próprio eixo também produzem dipolos magnéticos. A própria Terra produz um dipolo magnético (aproximado). Finalmente, a maioria das partículas subatômicas, como o elétron, o próton e o nêutron, possui um momento dipolar magnético. Como vamos ver no Capítulo 32, todas essas entidades podem ser imaginadas como espiras percorridas por corrente. A Tabela 28-2 mostra os momentos magnéticos de alguns objetos.

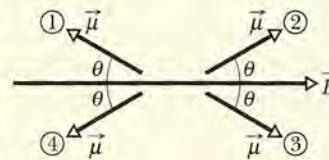
Tabela 28-2

Alguns Momentos Dipolares Magnéticos

Ímã pequeno	5 J/T
Terra	$8,0 \times 10^{22}$ J/T
Próton	$1,4 \times 10^{-26}$ J/T
Elétron	$9,3 \times 10^{-24}$ J/T

TESTE 5

A figura mostra quatro orientações de um momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ em relação a um campo magnético \vec{B} , definidas através de um ângulo θ . Coloque as orientações em ordem de acordo (a) com o módulo do torque exercido sobre o dipolo; (b) com a energia potencial do dipolo, começando pelo maior valor.



Exemplo

Rotação de um dipolo magnético em um campo magnético

A Fig. 28-21 mostra uma bobina circular de 250 espiras, com uma área A de $2,52 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, percorrida por uma corrente de $100 \mu\text{A}$. A bobina está em repouso em um campo magnético uniforme de módulo $B = 0,85 \text{ T}$, com seu momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ inicialmente alinhado com \vec{B} .

(a) Qual é o sentido da corrente na bobina da Fig. 28-21?

Regra da mão direita Envolva a bobina com a mão direita, com o polegar estendido na direção de $\vec{\mu}$. Os dedos da mão vão apontar no sentido da corrente. Assim, nos fios do lado mais próximo da bobina (aqueles que são visíveis na Fig. 28-21), o sentido da corrente é de cima para baixo.

(b) Que trabalho o torque aplicado por um agente externo teria que realizar sobre a bobina para fazê-la girar de 90° em relação à orientação inicial, isto é, para tornar $\vec{\mu}$ perpendicular a \vec{B} com a bobina novamente em repouso?

IDEIA-CHAVE

O trabalho W_a realizado pelo torque aplicado é igual à variação da energia potencial da bobina devido à mudança da orientação.

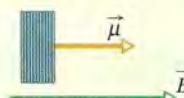


Figura 28-21 Vista lateral de uma bobina circular percorrida por uma corrente e orientada de tal forma que o momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ está alinhado com o campo magnético \vec{B} .

Calculos De acordo com a Eq. 28-39 ($W_a = U_f - U_i$), temos:

$$\begin{aligned} W_a &= U(90^\circ) - U(0^\circ) \\ &= -\mu B \cos 90^\circ - (-\mu B \cos 0^\circ) = 0 + \mu B \\ &= \mu B. \end{aligned}$$

Usando a Eq. 28-35 ($\mu = NiA$), obtemos:

$$\begin{aligned} W_a &= (NiA)B \\ &= (250)(100 \times 10^{-6} \text{ A})(2,52 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(0,85 \text{ T}) \\ &= 5,355 \times 10^{-6} \text{ J} \approx 5,4 \mu\text{J}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

REVISÃO E RESUMO

Campo Magnético \vec{B} O campo magnético \vec{B} é definido em termos da força \vec{F}_B que age sobre uma partícula de prova de carga q que está se movendo com velocidade \vec{v} na presença do campo:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (28-2)$$

A unidade de \vec{B} no SI é o **tesla** (T): $1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m}) = 10^4 \text{ gauss}$.

O Efeito Hall Quando uma fita condutora de espessura λ , percorrida por uma corrente i , é submetida a um campo magnético \vec{B} , alguns portadores de carga (de carga e) se acumulam em um dos lados da fita, criando uma diferença de potencial V entre os lados da fita. As polaridades dos lados indicam o sinal dos portadores de carga.

Uma Partícula Carregada em Movimento Circular Uma partícula carregada de massa m e carga de valor absoluto $|q|$, que está se movendo com velocidade \vec{v} perpendicularmente a um campo magnético uniforme \vec{B} , descreve uma trajetória circular. Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento, temos:

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}, \quad (28-15)$$

portanto, o raio r da circunferência é dado por

$$r = \frac{mv}{|q|B}. \quad (28-16)$$

A frequência de revolução f , a frequência angular ω e o período do movimento T são dados por

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}. \quad (28-19, 28-18, 28-17)$$

Força Magnética em um Fio Percorrido por Corrente Um fio retilíneo percorrido por uma corrente i e submetido a um campo magnético uniforme experimenta uma força lateral

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}. \quad (28-26)$$

A força que age sobre um elemento de corrente $i d\vec{L}$ na presença de um campo magnético \vec{B} é dada por

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B}. \quad (28-28)$$

O sentido do vetor comprimento \vec{L} ou $d\vec{L}$ é o da corrente i .

Torque em uma Espira Percorrida por Corrente Uma bobina (de área A e N espiras, percorrida por uma corrente i) na presença de um campo magnético uniforme \vec{B} experimenta um torque $\vec{\tau}$ dado por

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (28-37)$$

em que $\vec{\mu}$ é o **momento magnético dipolar** da bobina, de módulo $\mu = NiA$, cuja direção é dada pela regra da mão direita.

Energia Potencial de um Dipolo Magnético A energia potencial magnética de um dipolo magnético na presença de um campo magnético é dada por

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (28-38)$$

Se um agente externo faz um dipolo magnético girar de uma orientação inicial θ_i para uma orientação final θ_f e se o dipolo permanece estacionário antes e depois da mudança de orientação, o trabalho W_d

realizado pelo campo magnético sobre o dipolo é dado por

$$W_d = \Delta U = U_f - U_i. \quad (28-39)$$

P E R G U N T A S

- 1** A Fig. 28-22 mostra três situações nas quais uma partícula positivamente carregada se move com velocidade \vec{v} na presença de um campo magnético uniforme \vec{B} e experimenta uma força magnética \vec{F}_B . Em cada situação, determine se as orientações dos vetores são fisicamente razoáveis.

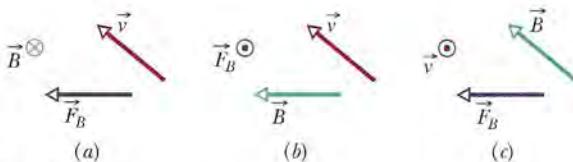


Figura 28-22 Pergunta 1.

- 2** A Fig. 28-23 mostra um fio percorrido por corrente na presença de um campo magnético uniforme. Também mostra quatro orientações possíveis para o campo. (a) Coloque as direções na ordem do módulo da diferença de potencial elétrico entre os lados do fio, começando pela maior. (b) Para que orientação do campo magnético o lado de cima do fio está a um potencial mais alto que o lado de baixo?

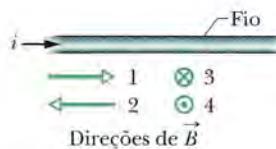


Figura 28-23 Pergunta 2.

- 3** A Fig. 28-24 mostra um paralelepípedo metálico que se move com uma certa velocidade v na presença de um campo magnético uniforme \vec{B} . As dimensões do sólido são múltiplos de d , como mostra a figura. Existem seis possibilidades para a orientação da velocidade: o sentido positivo ou o sentido negativo dos eixos x , y e z . (a) Coloque as seis possibilidades na ordem da diferença de potencial a que o sólido é submetido, começando pelo maior valor. (b) Para que orientação a face dianteira é submetida ao menor potencial?

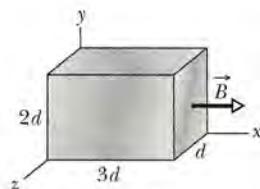


Figura 28-24 Pergunta 3.

- 4** A Fig. 28-25 mostra a trajetória de uma partícula que passa por seis regiões de campo magnético uniforme, descrevendo trajetórias que são semicircunferências ou quartos de circunferência. Depois de sair da última região, a partícula passa entre duas placas paralelas eletricamente carregadas e é desviada na direção da placa de maior

potencial. Qual é a orientação do campo magnético em cada uma das seis regiões?

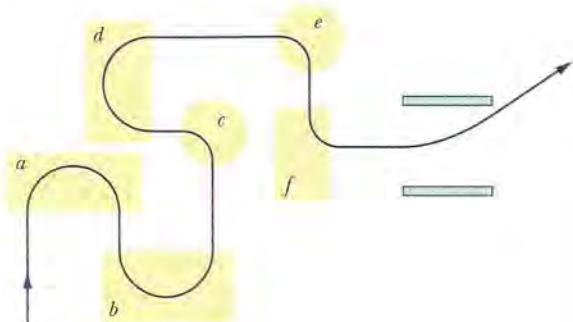


Figura 28-25 Pergunta 4.

- 5** Na Seção 28-4, discutimos o movimento de uma partícula carregada na presença de campos cruzados, com as forças \vec{F}_E e \vec{F}_B em oposição. Vimos que a partícula se move em linha reta (ou seja, as duas forças se equilibram) se a velocidade é dada pela Eq. 28-7 ($v = E/B$). Qual das duas forças é maior se a velocidade da partícula é (a) $v < E/B$ e (b) $v > E/B$?

- 6** A Fig. 28-26 mostra campos elétricos e magnéticos uniformes cruzados \vec{E} e \vec{B} e, em um certo instante, os vetores velocidade das 10 partículas carregadas que aparecem na Tabela 28-3. (Os vetores não estão desenhados em escala.) As velocidades dadas na tabela são menores ou maiores que E/B (veja a Pergunta 5). Que partículas se movem para fora do papel, em direção ao leitor, após o instante mostrado na Fig. 28-26?

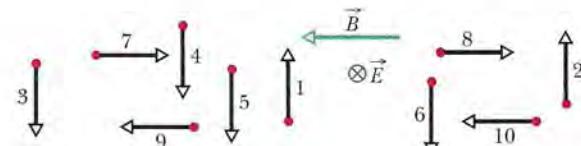


Figura 28-26 Pergunta 6.

Tabela 28-3

Pergunta 6

Partícula	Carga	Velocidade	Partícula	Carga	Velocidade
1	+	Menor	6	-	Maior
2	+	Maior	7	+	Menor
3	+	Menor	8	+	Maior
4	+	Maior	9	-	Menor
5	-	Menor	10	-	Maior

- 7** A Fig. 28-27 mostra a trajetória de um elétron que passa por duas regiões onde existem campos magnéticos uniformes de módulos

B_1 e B_2 . A trajetória nas duas regiões é uma semicircunferência. (a) Qual dos dois campos é mais intenso? (b) Qual é a orientação de cada campo? (c) O tempo que o elétron passa na região de campo \vec{B}_1 é maior, menor ou igual ao tempo que passa na região de campo \vec{B}_2 ?

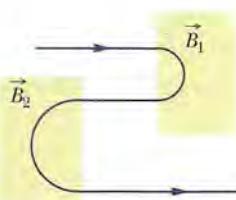


Figura 28-27 Pergunta 7.

8 A Fig. 28-28 mostra a trajetória de um elétron em uma região na qual o campo magnético é uniforme. A trajetória é constituída por dois trechos retilíneos, entre duas placas uniformemente carregadas, e duas semicircunferências. Que placa possui um maior potencial elétrico (a) das duas placas de cima e (b) das duas placas de baixo? (c) Qual é a orientação do campo magnético?

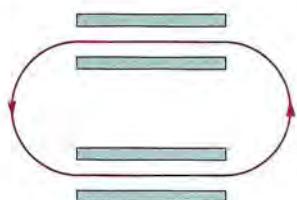


Figura 28-28 Pergunta 8.

9 (a) No Teste 5, se um agente externo faz o momento dipolar $\vec{\mu}$ girar da orientação 2 para a orientação 1, o trabalho realizado pelo agente externo sobre o dipolo é positivo, negativo ou nulo? (b) Coloque na ordem o trabalho realizado pelo agente externo sobre o dipolo para as três rotações a seguir, começando pelo maior: 2 → 1, 2 → 4, 2 → 3.

10 *Ciranda de partículas.* A Fig. 28-29 mostra 11 trajetórias em uma região onde existe um campo magnético uniforme. Uma trajetória é retilínea e as outras são semicircunferências. A Tabela 28-4 mostra as massas, cargas e velocidades das 11 partículas. Associe as trajetórias da figura às partículas da tabela. (A orientação do campo magnético pode ser determinada a partir da trajetória de uma das partículas.)

Tabela 28-4

Pergunta 10

Partícula	Massa	Carga	Velocidade
1	$2m$	q	v
2	m	$2q$	v
3	$m/2$	q	$2v$
4	$3m$	$3q$	$3v$
5	$2m$	q	$2v$
6	m	$-q$	$2v$
7	m	$-4q$	v
8	m	$-q$	v
9	$2m$	$-2q$	$3v$
10	m	$-2q$	$8v$
11	$3m$	0	$3v$

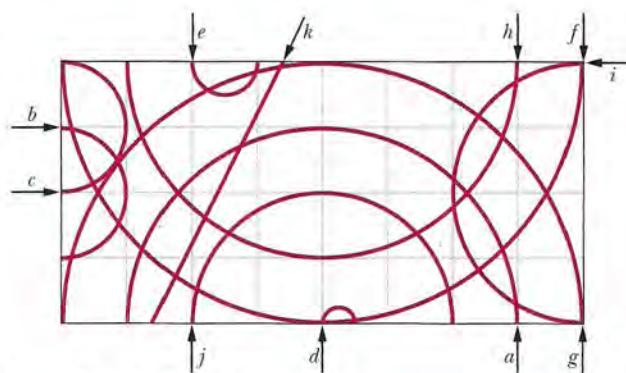


Figura 28-29 Pergunta 10.

11 Na Fig. 28-30, uma partícula carregada entra com velocidade escalar v_0 em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} , descreve uma semicircunferência em um intervalo de tempo T_0 e deixa a região. (a) A carga da partícula é positiva ou negativa? (b) A velocidade final da partícula é maior, menor ou igual a v_0 ? (c) Se a velocidade inicial fosse $0,5v_0$, a partícula passaria um tempo maior, menor ou igual a T_0 na região onde existe campo magnético? (d) Na situação do item (c) a trajetória seria uma semicircunferência, um arco maior que uma semicircunferência ou um arco menor que uma semicircunferência?

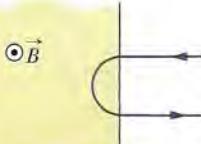


Figura 28-30 Pergunta 11.

PROBLEMAS

• • • O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

• Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 28-3 A Definição de \vec{B}

*1 Um próton cuja trajetória faz um ângulo de 23° com a direção de um campo magnético de $2,60 \text{ mT}$ experimenta uma força magnética de $6,50 \times 10^{-17} \text{ N}$. Calcule (a) a velocidade do próton; (b) a energia cinética do próton em elétrons-volts.

*2 Uma partícula com uma massa de 10 g e uma carga de $80 \mu\text{C}$ se move em uma região onde existe um campo magnético uniforme e a aceleração da gravidade é $-9,8\hat{j} \text{ m/s}^2$. A velocidade da partícula é constante e igual a $20\hat{i} \text{ km/s}$, perpendicular ao campo magnético. Qual é o campo magnético?

•3 Um elétron com uma velocidade

$$\vec{v} = (2,0 \times 10^6 \text{ m/s})\hat{i} + (3,0 \times 10^6 \text{ m/s})\hat{j}$$

está se movendo em uma região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B} = (0,030 \text{ T})\hat{i} - (0,15 \text{ T})\hat{j}$. (a) Determine a força que age sobre o elétron. (b) Repita o cálculo para um próton com a mesma velocidade.

•4 Uma partícula alfa se move com uma velocidade \vec{v} de módulo 550 m/s em uma região onde existe um campo magnético \vec{B} de módulo 0,045 T. (Uma partícula alfa possui uma carga de $+3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ e uma massa de $6,6 \times 10^{-27} \text{ kg}$.) O ângulo entre \vec{v} e \vec{B} é 52° . Determine (a) o módulo da força \vec{F}_B que o campo magnético exerce sobre a partícula; (b) a aceleração da partícula causada por \vec{F}_B ; (c) A velocidade da partícula aumenta, diminui ou permanece constante?

•5 Um elétron se move em uma região onde existe um campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = B_x\hat{i} + (3,0B_y)\hat{j}$. Em um certo instante, o elétron tem uma velocidade $\vec{v} = (2,0\hat{i} + 4,0\hat{j}) \text{ m/s}$ e a força magnética que age sobre a partícula é $(6,4 \times 10^{-19} \text{ N})\hat{k}$. Determine B_x .

•6 Um próton está se movendo em uma região onde existe um campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = (10\hat{i} - 20\hat{j} + 30\hat{k}) \text{ mT}$. No instante t_1 , o próton possui uma velocidade dada por $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + (2,0 \text{ km/s})\hat{k}$ e a força magnética que age sobre o próton é $\vec{F}_B = (4,0 \times 10^{-17} \text{ N})\hat{i} + (2,0 \times 10^{-17} \text{ N})\hat{j}$. Nesse instante, quais são os valores (a) de v_x ; (b) de v_y ?

Seção 28-4 Campos Cruzados: A Descoberta do Elétron

•7 Um elétron possui uma velocidade inicial de $(12,0\hat{j} + 15,0\hat{k}) \text{ km/s}$ e uma aceleração constante de $(2,00 \times 10^{12} \text{ m/s}^2)\hat{i}$ em uma região na qual existem um campo elétrico e um campo magnético, ambos uniformes. Se $\vec{B} = (400 \mu\text{T})\hat{i}$, determine o campo elétrico \vec{E} .

•8 Um campo elétrico de 1,50 kV/m e um campo magnético perpendicular de 0,400 T agem sobre um elétron em movimento sem acelerá-lo. Qual é a velocidade do elétron?

•9 Na Fig. 28-31, um elétron acelerado a partir do repouso por uma diferença de potencial $V_1 = 1,00 \text{ kV}$ entra no espaço entre duas placas paralelas, separadas por uma distância $d = 20,0 \text{ mm}$, entre as quais existe uma diferença de potencial $V_2 = 100 \text{ V}$. A placa inferior está a um potencial menor. Despreze o efeito de borda e suponha que o vetor velocidade do elétron é perpendicular ao vetor campo elétrico na região entre as placas. Em termos dos vetores unitários, qual é o valor do campo magnético uniforme para o qual a trajetória do elétron na região entre as placas é retilínea?

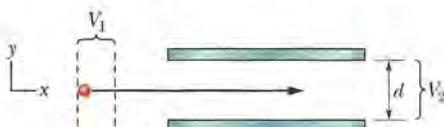


Figura 28-31 Problema 9.

•10 Um próton está se movendo em uma região onde existem um campo magnético e um campo elétrico, ambos uniformes. O campo magnético é $\vec{B} = -2,50\hat{i} \text{ mT}$. Em um certo instante, a velocidade do próton é $\vec{v} = 2000\hat{j} \text{ m/s}$. Nesse instante, em termos dos vetores unitários, qual é a força que age sobre o próton se o campo magnético é (a) $4,00\hat{k} \text{ V/m}$; (b) $-4,00\hat{k} \text{ V/m}$; (c) $4,00\hat{i} \text{ V/m}$?

•11 Uma fonte de íons está produzindo íons de ${}^6\text{Li}$, que possuem carga $+e$ e massa $9,99 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Os íons são acelerados por uma diferença de potencial de 10 kV e passam horizontalmente em uma região onde existe um campo magnético uniforme vertical de mó-

dulo $B = 1,2 \text{ T}$. Calcule a intensidade do menor campo elétrico que, aplicado na mesma região, permite que os íons de ${}^6\text{Li}$ atravessem a região sem sofrer nenhum desvio.

••12 No instante t_1 , um elétron que está se movendo no sentido positivo do eixo x penetra em uma região onde existem um campo elétrico \vec{E} e um campo magnético \vec{B} , com \vec{E} paralelo ao eixo y . A Fig. 28-32 mostra a componente y da força total $F_{\text{tot},y}$ exercida pelos dois campos sobre o elétron em função da velocidade v do elétron no instante t_1 . A escala do eixo horizontal é definida por $v_s = 100,0 \text{ m/s}$. As componentes x e z da força total são zero no instante t_1 . Supondo que $B_x = 0$, determine (a) o módulo E do campo elétrico; (b) o campo magnético \vec{B} em termos dos vetores unitários.

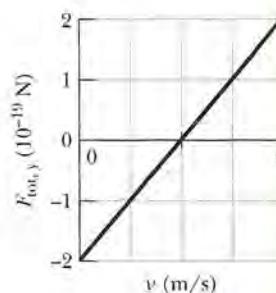


Figura 28-32 Problema 12.

Seção 28-5 Campos Cruzados: O Efeito Hall

•13 Uma fita de cobre com $150 \mu\text{m}$ de espessura e $4,5 \text{ mm}$ de largura é submetida a um campo magnético uniforme \vec{B} de módulo 0,65 T, com \vec{B} perpendicular à fita. Quando uma corrente $i = 23 \text{ A}$ atravessa a fita, uma diferença de potencial V aparece entre suas bordas. Calcule V . (A concentração de portadores de carga no cobre é $8,47 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3$.)

•14 Uma fita metálica com $6,50 \text{ cm}$ de comprimento, $0,850 \text{ cm}$ de largura e $0,760 \text{ mm}$ de espessura está se movendo com velocidade constante \vec{v} em uma região onde existe um campo magnético uniforme $B = 1,20 \text{ mT}$ perpendicular à fita, como na Fig. 28-33. A diferença de potencial entre os pontos x e y da fita é $3,90 \mu\text{V}$. Determine a velocidade escalar v .



Figura 28-33 Problema 14.

•15 Na Fig. 28-34, um paralelepípedo metálico de dimensões $d_x = 5,00 \text{ m}$, $d_y = 3,00 \text{ m}$ e $d_z = 2,00 \text{ m}$ está se movendo com velocidade constante $\vec{v} = (20,0 \text{ m/s})\hat{i}$ em uma região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B} = (30,0 \text{ mT})\hat{j}$. Determine (a) o campo elétrico no interior do objeto, em termos dos vetores unitários; (b) a diferença de potencial entre as extremidades do objeto.

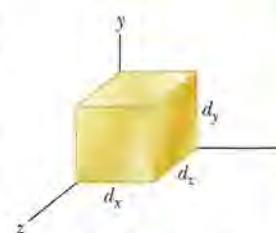


Figura 28-34 Problemas 15 e 16.

•• 16 A Fig. 28-34 mostra um paralelepípedo metálico com as faces paralelas aos eixos coordenados. O objeto está imerso em um campo magnético uniforme de módulo 0,020 T. Uma das arestas do objeto, que *não está* desenhado em escala, mede 25 cm. O objeto é deslocado a uma velocidade de 3,0 m/s, paralelamente aos eixos x , y e z , e a diferença de potencial V que aparece entre as faces do objeto é medida. Quando o objeto se desloca paralelamente ao eixo y , $V = 12 \text{ mV}$; quando o objeto se desloca paralelamente ao eixo z , $V = 18 \text{ mV}$; quando o objeto se desloca paralelamente ao eixo x , $V = 0$. Determine as dimensões (a) d_x ; (b) d_y e (c) d_z do objeto.

Seção 28-6 Uma Partícula Carregada em Movimento Circular

• 17 Uma partícula alfa pode ser produzida em certos decaimentos radioativos de núcleos e é formada por dois prótons e dois nêutrons. A partícula tem uma carga $q = +2e$ e uma massa $4,00 u$, onde u é a unidade de massa atômica ($1 u = 1,661 \times 10^{-27} \text{ kg}$). Suponha que uma partícula alfa descreve uma trajetória circular de raio 4,50 cm na presença de um campo magnético uniforme de módulo $B = 1,20 \text{ T}$. Determine (a) a velocidade da partícula, (b) o período de revolução da partícula, (c) a energia cinética da partícula e (d) a diferença de potencial a que a partícula teria que ser submetida para adquirir a energia cinética calculada no item (c).

• 18 Na Fig. 28-35, uma partícula descreve uma trajetória circular em uma região onde existe um campo magnético uniforme de módulo $B = 4,00 \text{ mT}$. A partícula é um próton ou um elétron (a identidade da partícula faz parte do problema) e está sujeita uma força magnética de módulo $3,20 \times 10^{-15} \text{ N}$. Determine (a) a velocidade escalar da partícula; (b) o raio da trajetória; (c) o período do movimento.



Figura 28-35 Problema 18.

• 19 Uma partícula penetra em uma região onde existe um campo magnético uniforme, com o vetor velocidade da partícula perpendicular à direção do campo. A Fig. 28-36 mostra o período T do movimento da partícula em função do *recíproco* do módulo B do campo. A escala do eixo vertical é definida por $T_s = 40,0 \text{ ns}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $B_s^{-1} = 5,0 \text{ T}^{-1}$. Qual é a razão m/q entre a massa da partícula e o valor absoluto da carga?

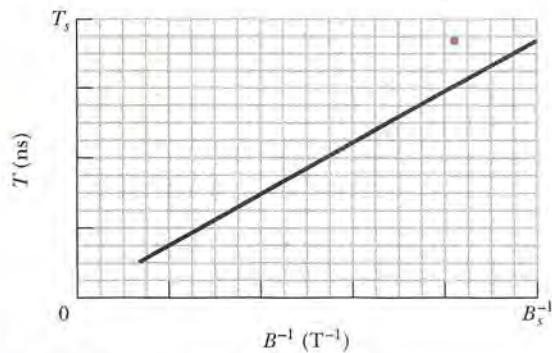


Figura 28-36 Problema 19.

• 20 Um elétron é acelerado a partir do repouso por uma diferença de potencial V e penetra em uma região onde existe um campo

magnético uniforme, na qual descreve um movimento circular uniforme. A Fig. 28-37 mostra o raio r da circunferência descrita pelo elétron em função de $V^{1/2}$. A escala do eixo vertical é definida por $r_s = 3,00 \text{ mm}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $V_s^{1/2} = 40,0 \text{ V}^{1/2}$. Qual é o módulo do campo magnético?

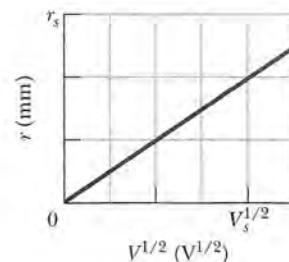


Figura 28-37 Problema 20.

• 21 Um elétron de energia cinética 1,20 keV descreve uma trajetória circular em um plano perpendicular a um campo magnético uniforme. O raio da órbita é 25,0 cm. Determine (a) a velocidade escalar do elétron; (b) o módulo do campo magnético; (c) a frequência de revolução; (d) o período do movimento.

• 22 Em um experimento de física nuclear, um próton com uma energia cinética de 1,0 MeV descreve uma trajetória circular em um campo magnético uniforme. Qual deve ser a energia (a) de uma partícula alfa ($q = +2e$, $m = 4,0 u$) e (b) de um dêuteron ($q = +e$, $m = 2,0 u$) para que a trajetória da partícula seja igual à do próton?

• 23 Qual é o valor do campo magnético uniforme, aplicado perpendicularmente a um feixe de elétrons que se movem com uma velocidade de $1,30 \times 10^6 \text{ m/s}$, que faz com que a trajetória dos elétrons seja um arco de circunferência com 0,350 m de raio?

• 24 Um elétron é acelerado a partir do repouso por uma diferença de potencial de 350 V. Em seguida, o elétron entra em uma região onde existe um campo magnético uniforme de módulo 200 mT com uma velocidade perpendicular ao campo. Calcule (a) a velocidade escalar do elétron; (b) o raio da trajetória do elétron na região onde existe campo magnético.

• 25 (a) Determine a frequência de revolução de um elétron com uma energia de 100 eV em um campo magnético uniforme de módulo $35,0 \mu\text{T}$. (b) Calcule o raio da trajetória do elétron se sua velocidade é perpendicular ao campo magnético.

• 26 Na Fig. 28-38, uma partícula carregada penetra em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} , descreve uma semicircunferência e deixa a região. A partícula, que pode ser um próton ou um elétron (a identidade da partícula faz parte do problema), passa 130 ns na região. (a) Qual é o módulo de \vec{B} ? (b) Se a partícula é enviada de volta para a região onde existe campo magnético com uma energia duas vezes maior, quanto tempo passa na região?

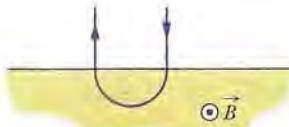


Figura 28-38 Problema 26.

• 27 Um espectrômetro de massa (Fig. 28-12) é usado para separar íons de urânio de massa $3,92 \times 10^{-25} \text{ kg}$ e carga $3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$ de íons semelhantes. Os íons são submetidos a uma diferença de potencial de 100 kV e depois a um campo magnético uniforme que os faz descrever um arco de circunferência com 1,00 m de raio. Após

sofrerem um desvio de 180° e passarem por uma fenda com 1,00 mm de largura e 1,00 cm de altura, são recolhidos em um reservatório. (a) Qual é o módulo do campo magnético (perpendicular) do separador? Se o aparelho é usado para separar 100 mg de material por hora, calcule (b) a corrente dos íons selecionados pelo aparelho e (c) a energia térmica produzida no reservatório em 1,00 h.

••28 Uma partícula descreve um movimento circular uniforme com $26,1 \mu\text{m}$ de raio em um campo magnético uniforme. O módulo da força magnética experimentada pela partícula é $1,60 \times 10^{-17} \text{ N}$. Qual é a energia cinética da partícula?

••29 Um elétron descreve uma trajetória helicoidal em um campo magnético uniforme de módulo $0,300 \text{ T}$. O passo da hélice é $6,00 \mu\text{m}$ e o módulo da força magnética experimentada pelo elétron é $2,00 \times 10^{-15} \text{ N}$. Qual é a velocidade do elétron?

••30 Na Fig. 28-39, um elétron com uma energia cinética inicial de $4,0 \text{ keV}$ penetra na região 1 no instante $t = 0$. Nessa região existe um campo magnético uniforme dirigido para dentro do papel, de módulo $0,010 \text{ T}$. O elétron descreve uma semicircunferência e deixa a região 1, dirigindo-se para a região 2, situada a $25,0 \text{ cm}$ de distância da região 1. Existe uma diferença de potencial $\Delta V = 2000 \text{ V}$ entre as duas regiões, com uma polaridade tal que a velocidade do elétron aumenta no percurso entre a região 1 e a região 2. Na região 2 existe um campo magnético uniforme dirigido para fora do papel, de módulo $0,020 \text{ T}$. O elétron descreve uma semicircunferência e deixa a região 2. Determine o instante t em que isso acontece.

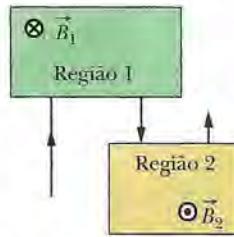


Figura 28-39 Problema 30.

••31 Uma certa partícula subatômica decai em um elétron e um pósitron. Suponha que, no instante do decaimento, a partícula está em repouso em um campo magnético uniforme \vec{B} de módulo $3,53 \text{ mT}$ e que as trajetórias do elétron e do pósitron resultantes do decaimento estão em um plano perpendicular a \vec{B} . Quanto tempo após o decaimento o elétron e o pósitron se chocam?

••32 Uma fonte injeta um elétron de velocidade $v = 1,5 \times 10^7 \text{ m/s}$ em uma região onde existe um campo magnético uniforme de módulo $B = 1,0 \times 10^{-3} \text{ T}$. A velocidade do elétron faz um ângulo $\theta = 10^\circ$ com a direção do campo magnético. Determine a distância d entre o ponto de injeção e o ponto em que o elétron cruza novamente a linha de campo que passa pelo ponto de injeção.

••33 Um pósitron com uma energia cinética de $2,00 \text{ keV}$ penetra em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} de módulo $0,100 \text{ T}$. O vetor velocidade da partícula faz um ângulo de $89,0^\circ$ com \vec{B} . Determine (a) o período do movimento; (b) o passo p ; (c) o raio r da trajetória helicoidal.

••34 Um elétron descreve uma trajetória helicoidal na presença de um campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = (20\hat{i} - 50\hat{j} - 30\hat{k}) \text{ mT}$. No instante $t = 0$, a velocidade do elétron é dada por $\vec{v} = (20\hat{i} - 30\hat{j} + 50\hat{k}) \text{ m/s}$. (a) Qual é o ângulo ϕ entre \vec{v} e \vec{B} ? A velocidade do elétron varia com o tempo. (b) A velocidade escalar varia com o tempo? (c) O ângulo ϕ varia com o tempo? (d) Qual é o raio da trajetória?

Seção 28-7 Cíclotrons e Síncrotrons

••35 Um próton circula em um cíclotron depois de partir aproximadamente do repouso no centro do aparelho. Toda vez que passa pelo espaço entre os dêis, a diferença de potencial entre os dêis é 200 V . (a) Qual é o aumento da energia cinética cada vez que o próton passa no espaço entre os dêis? (b) Qual é a energia cinética do próton depois de passar 100 vezes pelo espaço entre os dêis? Seja r_{100} o raio da trajetória circular do próton no momento em que completa as 100 passagens e entra em um dêi e seja r_{101} o raio após a passagem seguinte. (c) Qual é o aumento percentual do raio de r_{100} para r_{101} , ou seja, qual é o valor de

$$\text{aumento percentual} = \frac{r_{101} - r_{100}}{r_{100}} 100\%?$$

••36 Um cíclotron no qual o raio dos dêis é $53,0 \text{ cm}$ é operado a uma frequência de $12,0 \text{ MHz}$ para acelerar prótons. (a) Qual deve ser o módulo B do campo magnético para que haja ressonância? (b) Para esse valor do campo, qual é a energia cinética dos prótons que saem do cíclotron? Suponha que o campo seja mudado para $1,57 \text{ T}$. (c) Qual deve ser a nova frequência do oscilador para que haja ressonância? (d) Para esse valor da frequência, qual é a energia cinética dos prótons que saem do cíclotron?

••37 Estime a distância total percorrida por um déuteron em um cíclotron com um raio de 53 cm e uma frequência de operação de 12 MHz durante todo o processo de aceleração. Suponha que a diferença de potencial entre os dêis é 80 kV .

••38 Em um certo cíclotron, um próton descreve uma circunferência com $0,500 \text{ m}$ de raio. O módulo do campo magnético é $1,20 \text{ T}$. (a) Qual é a frequência do oscilador? (b) Qual é energia cinética do próton em elétrons-volts?

Seção 28-8 Força Magnética em um Fio Percorrido por Corrente

••39 Uma linha de transmissão horizontal é percorrida por uma corrente de 5000 A no sentido sul-norte. O campo magnético da Terra ($60,0 \mu\text{T}$) tem a direção norte e faz um ângulo de $70,0^\circ$ com a horizontal. Determine (a) o módulo e (b) a direção da força magnética exercida pelo campo magnético da Terra sobre 100 m da linha.

••40 Um fio de $1,80 \text{ m}$ de comprimento é percorrido por uma corrente de $13,0 \text{ A}$ e faz um ângulo de $35,0^\circ$ com um campo magnético uniforme de módulo $B = 1,50 \text{ T}$. Calcule a força magnética exercida pelo campo sobre o fio.

••41 Um fio com $13,0 \text{ g}$ de massa e $L = 62,0 \text{ cm}$ de comprimento está suspenso por um par de contatos flexíveis na presença de um campo magnético uniforme de módulo $0,440 \text{ T}$ (Fig. 28-40). Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para a direita ou para a esquerda) da corrente necessária para remover a tensão dos contatos.

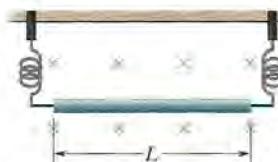


Figura 28-40 Problema 41.

••42 O fio dobrado da Fig. 28-41 está submetido a um campo magnético uniforme. Cada trecho retinâneo tem $2,0 \text{ m}$ de comprimento e faz um ângulo $\theta = 60^\circ$ com o eixo x . O fio é percorrido por uma

corrente de 2,0 A. Qual é a força que o campo magnético exerce sobre o fio, em termos dos vetores unitários, se o campo magnético é (a) $4,0\hat{k}$ T; (b) $4,0\hat{i}$ T?

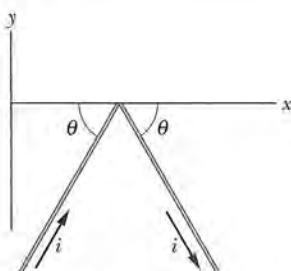


Figura 28-41 Problema 42.

••43 Uma bobina de uma espira, percorrida por uma corrente de 4,00 A, tem a forma de um triângulo retângulo cujos lados medem 50,0, 120 e 130 cm. A bobina é submetida a um campo magnético uniforme de módulo 75,0 mT paralelo à corrente no lado de 130 cm. Determine o módulo da força magnética (a) no lado de 130 cm; (b) no lado de 50,0 cm; (c) no lado de 120 cm. (d) Determine a força total que o campo magnético exerce sobre a espira.

••44 A Fig. 28-42 mostra um anel circular de fio com um raio $a = 1,8$ cm, submetido a um campo magnético divergente de simetria radial. O campo magnético em todos os pontos do anel tem o mesmo módulo $B = 3,4$ mT, é perpendicular ao anel e faz um ângulo $\theta = 20^\circ$ com a normal ao plano do anel. A influência dos fios de alimentação da espira pode ser desprezada. Determine o módulo da força que o campo exerce sobre a espira se a corrente na espira é $i = 4,6$ mA.

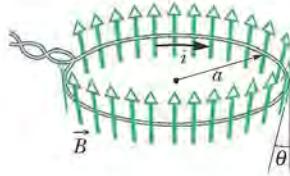


Figura 28-42 Problema 44.

••45 Um fio de 50,0 cm de comprimento é percorrido por uma corrente de 0,500 A no sentido positivo do eixo x na presença de um campo magnético $\vec{B} = (3,00 \text{ mT})\hat{j} + (10,0 \text{ mT})\hat{k}$. Em termos dos vetores unitários, qual é a força que o campo magnético exerce sobre o fio?

••46 Na Fig. 28-43, um fio metálico de massa $m = 24,1$ mg pode deslizar com atrito insignificante sobre dois trilhos paralelos horizontais separados por uma distância $d = 2,56$ cm. O conjunto está em uma região onde existe um campo magnético uniforme de módulo 56,3 mT. No instante $t = 0$, um gerador G é ligado aos trilhos e produz uma corrente constante $i = 9,13$ mA no fio e nos trilhos (mesmo quando o fio está se movendo). No instante $t = 61,1$ ms, determine (a) a velocidade escalar do fio; (b) o sentido do movimento do fio (para a esquerda ou para a direita).

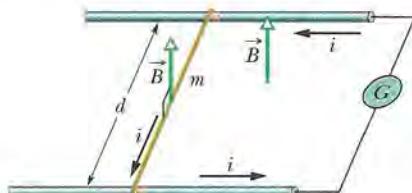


Figura 28-43 Problema 46.

••47 Uma barra de cobre de 1,0 kg repousa em dois trilhos horizontais situados a 1,0 m de distância um do outro e é percorrida por uma corrente de 50 A. O coeficiente de atrito estático entre a barra e trilhos é 0,60. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação à vertical) do menor campo magnético que faz a barra se mover.

••48 Um condutor longo, rígido, retilíneo, situado sobre o eixo x , é percorrido por uma corrente de 5,0 A no sentido negativo do eixo x . Um campo magnético \vec{B} está presente, dado por $\vec{B} = 3,0\hat{i} = 8,0x^2\hat{j}$, com x em metros e \vec{B} em militeslas. Determine, em termos dos vetores unitários, a força exercida pelo campo sobre o segmento de 2,0 m do condutor entre os pontos $x = 1,0$ m e $x = 3,0$ m.

Seção 28-9 Torque em uma Espira Percorrida por Corrente

••49 A Fig. 28-44 mostra uma bobina retangular de cobre, de 20 espiras, com 10 cm de altura e 5 cm de largura. A bobina conduz uma corrente de 0,10 A e dispõe de uma dobradiça em um dos lados verticais. Está montada no plano xy , fazendo um ângulo $\theta = 30^\circ$ com a direção de um campo magnético uniforme de módulo 0,50 T. Em termos dos vetores unitários, qual é o torque em relação à dobradiça que o campo exerce sobre a bobina?

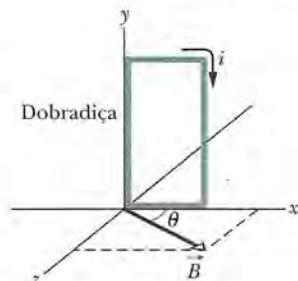


Figura 28-44 Problema 49.

••50 Um elétron se move em uma circunferência de raio $r = 5,29 \times 10^{-11}$ m com uma velocidade de $2,19 \times 10^6$ m/s. Trate a trajetória circular como uma espira percorrida por uma corrente constante igual à razão entre a carga do elétron e o período do movimento. Se a trajetória do elétron está em uma região onde existe um campo magnético uniforme de módulo $B = 7,10$ mT, qual é o maior valor possível do módulo do torque aplicado pelo campo à espira?

••51 A Fig. 28-45 mostra um cilindro de madeira de massa $m = 0,250$ kg e comprimento $L = 0,100$ m, com $N = 10,0$ espiras de fio enroladas longitudinalmente para formar uma bobina; o plano da bobina passa pelo eixo do cilindro. O cilindro é liberado a partir do repouso em um plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal, com o plano da bobina paralelo ao plano inclinado. Se o conjunto é submetido a um campo magnético uniforme de módulo 0,500 T, qual é a menor corrente i na bobina que impede que o cilindro entre em movimento?

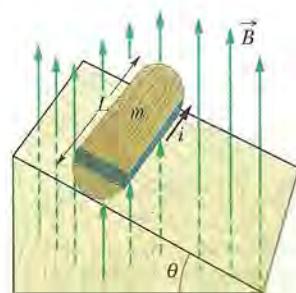


Figura 28-45 Problema 51.

••52 Na Fig. 28-46, uma bobina retangular percorrida por corrente está no plano de um campo magnético uniforme de módulo 0,040 T. A bobina é formada por uma única espira de fio flexível enrolado em um suporte flexível que permite mudar as dimensões do retângulo. (O comprimento total do fio permanece inalterado.) Quando o comprimento x de um dos lados do retângulo varia de aproximadamente zero para o valor máximo de aproximadamente 4,0 cm, o módulo τ do torque passa por um valor máximo de $4,80 \times 10^{-8}$ N · m. Qual é a corrente na bobina?



Figura 28-46 Problema 52.

••53 Prove que a relação $\tau = NiAB \sin \theta$ não é válida apenas para a espira retangular da Fig. 28-19, mas também para uma espira fechada com qualquer forma geométrica. (Sugestão: substitua a espira de forma arbitrária por um conjunto de espiras longas, finas, aproximadamente retangulares, muito próximasumas das outras, que sejam quase equivalentes à espira de forma arbitrária no que diz respeito à distribuição de corrente.)

Seção 28-10 O Momento Magnético Dipolar

••54 Um dipolo magnético com um momento dipolar de módulo 0,020 J/T é liberado a partir do repouso em um campo magnético uniforme de módulo 52 mT e gira livremente sob a ação da força magnética. Quando o dipolo está passando pela orientação na qual o momento dipolar está alinhado com o campo magnético, sua energia cinética é 0,80 mJ. (a) Qual é o ângulo inicial entre o momento dipolar e o campo magnético? (b) Qual é o ângulo quando o dipolo volta a entrar (momentaneamente) em repouso?

••55 Duas espiras circulares concêntricas, de raios $r_1 = 20,0$ cm e $r_2 = 30,0$ cm, estão situadas no plano xy ; ambas são percorridas por uma corrente de 7,00 A no sentido horário (Fig. 28-47). (a) Determine o módulo do momento dipolar magnético do sistema. (b) Repita o cálculo supondo que a corrente da espira menor mudou de sentido.

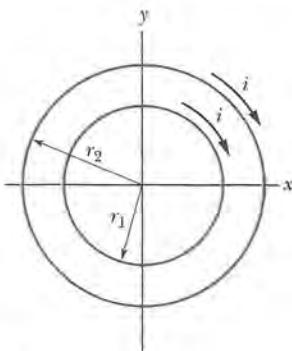


Figura 28-47 Problema 55.

••56 Uma bobina circular de 15,0 cm de raio conduz uma corrente de 2,60 A. A normal ao plano da bobina faz um ângulo de 41,0° com um campo magnético uniforme de módulo 12,0 T. (a) Calcule o módulo do momento dipolar magnético da bobina. (b) Qual é o módulo do torque que age sobre a bobina?

••57 Uma bobina circular de 160 espiras tem um raio de 1,90 cm. (a) Cálculo a corrente que resulta em um momento dipolar magnético de módulo $2,30 \text{ A} \cdot \text{m}^2$. (b) Determine o valor máximo do torque a que a bobina é submetida quando, sendo percorrida por essa corrente, é colocada na presença de um campo magnético uniforme de módulo 35,0 mT.

••58 O módulo de momento dipolar magnético da Terra é $8,00 \times 10^{22}$ J/T. Suponha que esse momento seja produzido por cargas que circulam na parte externa do núcleo da Terra. Se o raio da trajetória dessas cargas é 3500 km, calcule a corrente associada.

••59 Uma bobina que conduz uma corrente de 5,0 A tem a forma de um triângulo retângulo cujos lados medem 30, 40 e 50 cm. A bobina é submetida a um campo magnético uniforme de módulo 80 mT paralelo à corrente no lado de 50 cm da bobina. Determine o módulo (a) do momento dipolar magnético da bobina; (b) do torque sobre a bobina.

••60 A Fig. 28-48 mostra uma espira ABCDEFA percorrida por uma corrente $i = 5,00$ A. Os lados da espira são paralelos aos eixos coordenados, com $AB = 20,0$ cm, $BC = 30,0$ cm e $FA = 10,0$ cm. Em termos dos vetores unitários, qual é o momento dipolar magnético da espira? (Sugestão: imagine correntes iguais e opostas no segmento AD e calcule o momento produzido por duas espiras retangulares, $ABCDA$ e $ADEFA$.)

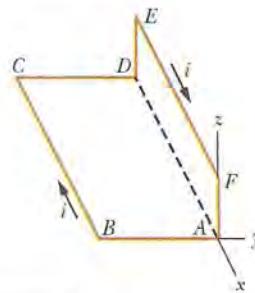


Figura 28-48 Problema 60.

••61 A bobina da Fig. 28-49 conduz uma corrente $i = 2,00$ A no sentido indicado, é paralela ao plano xz , possui 3,00 espiras, tem uma área de $4,00 \times 10^{-3}$ m² e está submetida a um campo magnético uniforme $\vec{B} = (2,00\hat{i} - 3,00\hat{j} - 4,00\hat{k})$ mT. Determine (a) a energia potencial magnética do sistema bobina–campo magnético; (b) o torque magnético (em termos dos vetores unitários) a que está sujeita a bobina.

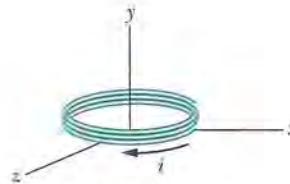


Figura 28-49 Problema 61.

••62 Na Fig. 28-50a, duas espiras concêntricas, situadas no mesmo plano, são percorridas por correntes em sentidos contrários. A corrente i_1 na bobina 1 é fixa e a corrente i_2 na bobina 2 é variável. A Fig. 28-50b mostra o momento magnético total do sistema em função de i_2 . A escala do eixo vertical é definida por $\mu_{\text{tot},s} = 2,0 \times 10^{-5}$ A · m² e a escala do eixo horizontal é definida por $i_{2s} = 10,0$ mA. Se o sentido da corrente na bobina 2 for invertido, qual será o módulo do momento magnético total do sistema para $i_2 = 7,0$ mA?

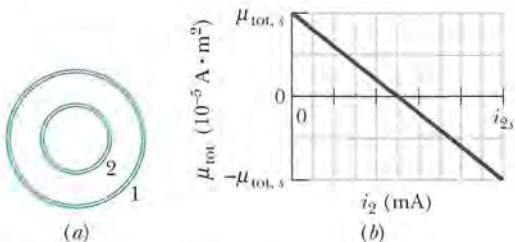


Figura 28-50 Problema 62.

••63 Uma espira circular com 8,0 cm de raio é percorrida por uma corrente de 0,20 A. Um vetor de comprimento unitário, paralelo ao momento dipolar $\vec{\mu}$ da espira, é dado por $0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}$. (Esse vetor unitário indica a orientação do vetor momento dipolar magnético.) Se a espira é submetida a um campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = (0,25 \text{ T})\hat{i} + (0,30 \text{ T})\hat{k}$, determine (a) o torque sobre a espira (em termos dos vetores unitários) e (b) a energia potencial magnética da espira.

••64 A Fig. 28-51 mostra a energia potencial U de um dipolo magnético na presença de um campo magnético externo \vec{B} em função do ângulo ϕ entre a direção de \vec{B} e a direção do dipolo magnético. A escala do eixo vertical é definida por $U_s = 2,0 \times 10^{-4} \text{ J}$. O dipolo pode girar em torno de um eixo com atrito desprezível, o que permite fazer variar o valor de ϕ . Rotações no sentido anti-horário a partir de $\phi = 0$ correspondem a valores positivos de ϕ e rotações no sentido horário correspondem a valores negativos. O dipolo é liberado na posição $\phi = 0$ com uma energia cinética de rotação de $6,7 \times 10^{-4} \text{ J}$ e gira no sentido anti-horário. Até que ângulo ϕ vai a rotação? (Na terminologia da Seção 8-6, qual é o valor de ϕ no ponto de retorno do poço de potencial da Fig. 28-51?)

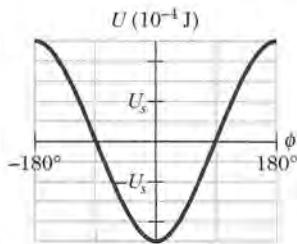


Figura 28-51 Problema 64.

••65 Um fio de 25,0 cm de comprimento, percorrido por uma corrente de 4,51 mA, é convertido em uma bobina circular e submetido a um campo magnético uniforme \vec{B} de módulo 5,71 mT. Se o torque que o campo exerce sobre a espira é o maior possível, determine (a) o ângulo entre \vec{B} e o momento dipolar magnético da bobina e (b) o número de espiras da bobina. (c) Determine o módulo do torque máximo.

Problemas Adicionais

56 Um próton de carga $+e$ e massa m penetra com velocidade inicial $\vec{v} = v_{0,i}\hat{i} + v_{0,j}\hat{j}$ em uma região onde existe um campo magnético $\vec{B} = B\hat{i}$. Escreva uma expressão, em termos dos vetores unitários, para a velocidade \vec{v} em qualquer instante de tempo posterior t .

57 Um relógio de parede estacionário tem um mostrador circular com 15 cm de raio. Seis espiras de fio são enroladas no mostrador; o fio conduz uma corrente de 2,0 A no sentido horário. No local onde o relógio se encontra existe um campo magnético uniforme de 70 mT (que não impede o relógio de mostrar corretamente a hora).

Exatamente às 13 h, o ponteiro das horas do relógio aponta na direção do campo magnético. (a) Após quantos minutos o ponteiro de minutos do relógio aponta na direção do torque exercido pelo campo magnético sobre a bobina? (b) Determine o módulo do torque.

68 Um fio situado no eixo y , entre $y = 0$ e $y = 0,250 \text{ m}$, é percorrido por uma corrente de 2,00 mA no sentido negativo do eixo. Na região existe um campo magnético não uniforme dado por $\vec{B} = (0,300 \text{ T/m})\hat{y} + (0,400 \text{ T/m})y\hat{j}$. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética que o campo exerce sobre o fio?

69 O átomo 1, de massa 35 u, e o átomo 2, de massa 37 u, são ambos monoionizados com uma carga $+e$. Depois de ser introduzido em um espectrômetro de massa (Fig. 28-12) e acelerado a partir do repouso por uma diferença de potencial $V = 7,3 \text{ kV}$, cada íon segue uma trajetória circular em um campo magnético de módulo $B = 0,50 \text{ T}$. Qual é a distância Δx entre os pontos em que os íons atingem o detector?

70 Um elétron com uma energia cinética de 2,5 keV, movendo-se em linha reta no sentido positivo do eixo x , penetra em uma região onde existe um campo elétrico uniforme de módulo 10 kV/m orientado no sentido negativo do eixo y . Deseja-se aplicar um campo \vec{B} na mesma região para que o elétron continue a se mover em linha reta e a direção de \vec{B} deve ser tal que o módulo de \vec{B} seja o menor possível. Em termos dos vetores unitários, qual deve ser o campo \vec{B} ?

71 O físico S. A. Goudsmit inventou um método para medir a massa de um íon pesado determinando seu período de revolução na presença de um campo magnético conhecido. Um íon de iodo monoionizado descreve 7,00 revoluções em 1,29 milissegundo em um campo de 45,0 militeslas. Calcule a massa do íon em unidades de massa atômica.

72 Um feixe de elétrons de energia cinética K emerge de uma “janela” de folha de alumínio na extremidade de um acelerador. A uma distância d da janela existe uma placa de metal perpendicular à direção do feixe (Fig. 28-52). (a) Mostre que é possível evitar que o feixe atinja a placa aplicando um campo uniforme \vec{B} tal que

$$B \geq \sqrt{\frac{2mK}{e^2 d^2}},$$

em que m e e são a massa e a carga do elétron. (b) Qual deve ser a orientação de \vec{B} ?

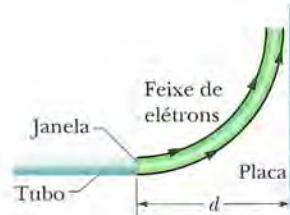


Figura 28-52 Problema 72.

73 No instante $t = 0$, um elétron com uma energia cinética de 12 keV que está se movendo no sentido positivo de um eixo x paralelo à componente horizontal do campo magnético \vec{B} da Terra passa pelo ponto $x = 0$. A componente vertical do campo aponta para baixo e tem um módulo de $55,0 \mu\text{T}$. (a) Qual é o módulo da aceleração do elétron produzida pelo campo \vec{B} ? (b) Qual é a distância a que se encontra o elétron do eixo x quando chega ao ponto de coordenada $x = 20 \text{ cm}$?

74 Uma partícula de carga $2,0 \text{ C}$ está se movendo na presença de um campo magnético uniforme. Em um certo instante, a velocidade

da partícula é $(2,0\hat{i} + 4,0\hat{j} + 6,0\hat{k})$ m/s e a força magnética experimentada pela partícula é $(4,0\hat{i} - 20\hat{j} + 12\hat{k})$ N. As componentes x e y do campo magnético são iguais. Qual é o campo \vec{B} ?

75 Um próton, um dêuteron ($q = +e, m = 2,0$ u) e uma partícula alfa ($q = +2e, m = 4,0$ u), todos com a mesma energia cinética, entram em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} movendo-se perpendicularmente a \vec{B} . Determine a razão (a) entre o raio r_d da trajetória do dêuteron e o raio r_p da trajetória do próton; (b) entre o raio r_α da trajetória da partícula alfa e r_p .

76 O espectrômetro de massa de Bainbridge, mostrado de forma esquemática na Fig. 28-53, separa íons de mesma velocidade. Depois de entrar no aparelho através das fendas colimadoras S_1 e S_2 , os íons passam por um seletor de velocidade composto por um campo elétrico produzido pelas placas carregadas P e P' e por um campo magnético \vec{B} perpendicular ao campo elétrico e à trajetória dos íons. Os íons que passam pelos campos cruzados \vec{E} e \vec{B} sem ser desviados entram em uma região onde existe um segundo campo magnético, \vec{B}' , que os faz descrever um semicírculo. Uma placa fotográfica (ou, mais recentemente, um detector) registra a chegada dos íons. Mostre que a razão entre a carga e a massa dos íons é dada por $q/m = E/rBB'$, em que r é o raio do semicírculo.

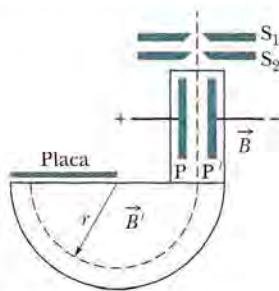


Figura 28-53 Problema 76.

77 Na Fig. 28-54, um elétron se move com uma velocidade $v = 100$ m/s ao longo do eixo x , na presença de um campo magnético uniforme e de um campo elétrico uniforme. O campo magnético \vec{B} aponta para dentro do papel e tem módulo 5,00 T. Qual é o campo elétrico em termos dos vetores unitários?

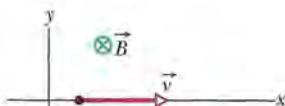


Figura 28-54 Problema 77.

78 (a) Na Fig. 28-8, mostre que a razão entre o módulo E do campo elétrico de Hall e o módulo E_C do campo elétrico responsável pelo movimento das cargas (corrente) é dado por

$$\frac{E}{E_C} = \frac{B}{nep},$$

em que ρ é a resistividade do material e n é a concentração de portadores de carga. (b) Calcule o valor numérico dessa razão para os dados do Problema 13. (Sugestão: consulte a Tabela 26-1.)

79 Um próton, um dêuteron ($q = +e, m = 2,0$ u) e uma partícula alfa ($q = +2e, m = 4,0$ u) são acelerados pela mesma diferença de potencial e entram em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} , movendo-se perpendicularmente a \vec{B} . Determine a razão (a) entre a energia cinética do próton, K_p , e a energia cinética da partícula alfa, K_α ; (b) entre a energia cinética do dêuteron, K_d , e K_p . Se o raio da trajetória circular do próton é 10 cm, determine o raio (c) da trajetória do dêuteron e (d) da trajetória da partícula alfa.

80 Um elétron do tubo de imagem de um receptor de televisão antigo está se movendo a $7,20 \times 10^6$ m/s na presença de um campo magnético de 83,0 mT. Determine (a) o valor máximo e (b) o valor mínimo da força que o campo magnético pode exercer sobre o elétron. (c) Em um certo instante, o elétron tem uma aceleração de módulo $4,90 \times 10^{14}$ m/s². Qual é o ângulo entre a velocidade do elétron e o campo magnético nesse instante?

81 Uma partícula com uma carga de $5,0 \mu\text{C}$ está se movendo em uma região onde existem um campo magnético de $-20\hat{i}$ mT e um campo elétrico de $300\hat{j}$ V/m. Em um certo instante, a velocidade da partícula é $(17\hat{i} - 11\hat{j} + 7,0\hat{k})$ km/s. Nesse instante, em termos dos vetores unitários, qual é a força eletromagnética total (a soma das forças elétrica e magnética) a que a partícula está submetida?

82 Em um experimento de efeito Hall, uma corrente de 3,0 A que percorre longitudinalmente um condutor com 1,0 cm de largura, 4,0 cm de comprimento e 10 μm de espessura produz uma diferença de potencial de Hall entre os lados do condutor de $10 \mu\text{V}$ quando um campo magnético de 1,5 T é aplicado perpendicularmente ao plano do condutor. A partir desses dados, determine (a) a velocidade de deriva dos portadores de carga e (b) a concentração dos portadores de carga. (c) Mostre em um diagrama a polaridade da diferença de potencial de Hall com sentidos arbitrados para a corrente e o campo magnético, supondo que os portadores de carga são elétrons.

83 Uma partícula de massa 6,0 g está se movendo a 4,0 km/s no plano xy , em uma região onde existe um campo magnético uniforme dado por $5,0\hat{i}$ mT. No instante em que a velocidade da partícula faz um ângulo de 37° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo, a força magnética que o campo exerce sobre a partícula é $0,48\hat{k}$ N. Qual é a carga da partícula?

84 Um fio situado no eixo x , entre os pontos $x = 0$ e $x = 1,00$ m, conduz uma corrente de 3,00 A no sentido positivo do eixo. Na região existe um campo magnético não uniforme dado por $\vec{B} = (4,00 \text{ T/m}^2)x^2\hat{i} - (0,600 \text{ T/m}^2)x^2\hat{j}$. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética que o campo exerce sobre o fio?

85 Em um certo instante, $\vec{v} = (-2,00\hat{i} + 4,00\hat{j} - 6,00\hat{k})$ m/s é a velocidade de um próton em um campo magnético uniforme $\vec{B} = (2,00\hat{i} + 4,00\hat{j} + 8,00\hat{k})$ mT. Para esse instante, determine (a) a força magnética \vec{F} que o campo exerce sobre o próton, em termos dos vetores unitários; (b) o ângulo entre \vec{v} e \vec{F} ; (c) o ângulo entre \vec{v} e \vec{B} .

86 A velocidade de um elétron é $\vec{v} = (32\hat{i} + 40\hat{j})$ km/s no instante em que penetra em uma região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B} = 60\hat{\mu}\text{T}$. Determine (a) o raio da trajetória helicoidal do elétron; (b) o passo da trajetória. (c) Para um observador que olha para a região onde existe o campo magnético a partir do ponto de entrada do elétron, o elétron se move no sentido horário ou no sentido anti-horário?

CAMPOS MAGNÉTICOS PRODUZIDOS POR CORRENTES

29

29-1 O QUE É FÍSICA?

Uma observação básica da física é a de que partículas carregadas em movimento produzem campos magnéticos. Isso significa que uma corrente elétrica também produz um campo magnético. Esse aspecto do *eletromagnetismo*, que é o estudo combinado dos efeitos elétricos e magnéticos, foi uma surpresa para os cientistas na época em que foi descoberto. Surpresa ou não, ele se tornou extremamente importante para a vida cotidiana, já que constitui a base para um número imenso de dispositivos eletromagnéticos. Assim, por exemplo, os campos magnéticos produzidos por correntes elétricas estão presentes em todos os aparelhos que gravam e leem informações em forma magnética, como os discos rígidos dos computadores. Esses campos também estão presentes em trens levitados magneticamente e outras máquinas usadas para levantar grandes pesos.

Nosso primeiro passo neste capítulo será determinar o campo magnético produzido pela corrente em um pequeno elemento de um fio percorrido por corrente. Em seguida, vamos calcular o campo magnético produzido por fios macroscópicos de diferentes formas.

29-2 Cálculo do Campo Magnético Produzido por uma Corrente

A Fig. 29-1 mostra um fio de forma arbitrária percorrido por uma corrente i . Estamos interessados em calcular o campo magnético \vec{B} em um ponto próximo P . Para isso, dividimos mentalmente o fio em elementos infinitesimais ds e definimos para

Este elemento de corrente cria um campo magnético para dentro do papel no ponto P .

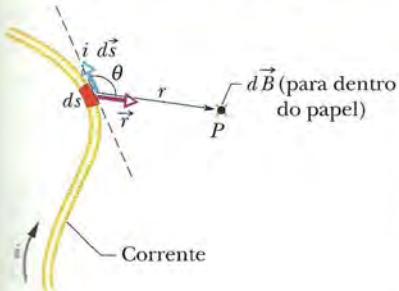


Figura 29-1 Um elemento de corrente $i \, d\vec{s}$ produz um elemento de campo magnético $d\vec{B}$ no ponto P . O \times verde (que representa a extremidade traseira de uma seta) no ponto P indica que o sentido do campo $d\vec{B}$ é *para dentro do papel*.

O vetor campo magnético é sempre tangente a uma circunferência.



Figura 29-2 As linhas de campo magnético produzidas por uma corrente em um fio retilíneo longo são círculos concêntricos em torno do fio. Na figura, o sentido da corrente é para dentro do papel, como indica o símbolo \otimes .

cada elemento um vetor comprimento $d\vec{s}$ cujo módulo é ds e cuja direção é a direção da corrente no elemento ds . Podemos definir um *elemento de corrente* como $i \vec{d}s$ e calcular o campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P por um elemento de corrente típico. Os experimentos mostram que os campos magnéticos, como os campos elétricos, podem ser somados para determinar o campo total. Assim, podemos calcular o campo total \vec{B} no ponto P somando, por integração, as contribuições $d\vec{B}$ de todos os elementos de corrente. Entretanto, esse processo é um pouco mais complicado que no caso do campo elétrico por causa de uma diferença: enquanto o elemento de carga dq que produz o campo elétrico é uma grandeza escalar, o elemento de corrente $i \vec{d}s$ responsável pelo campo magnético é o produto de uma grandeza escalar por uma grandeza vetorial e, portanto, é uma grandeza vetorial.

O módulo do campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P por um elemento de corrente $i \vec{d}s$ é dado por

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \sin \theta}{r^2}, \quad (29-1)$$

em que θ é o ângulo entre as direções de $d\vec{s}$ e \vec{r} , o vetor que liga ds a P , e μ_0 é uma constante, conhecida como *permeabilidade do vácuo*, cujo valor, por definição, é dado por

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \approx 1,26 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m/A}. \quad (29-2)$$

A direção de $d\vec{B}$, que é para dentro do papel na Fig. 29-1, é a do produto vetorial $d\vec{s} \times \vec{r}$. Podemos, portanto, escrever a Eq. 29-1, em forma vetorial, como

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{s} \times \vec{r}}{r^2} \quad (\text{lei de Biot-Savart}). \quad (29-3)$$

Esta equação vetorial e sua forma escalar, Eq. 29-1, são conhecidas como **lei de Biot-Savart**. A lei, que se baseia em observações experimentais, é do tipo inverso do quadrado. Vamos usá-la para calcular o campo magnético total \vec{B} produzido em um ponto por fios de várias geometrias.

Campo Magnético Produzido pela Corrente em um Fio Retilíneo Longo

Daqui a pouco vamos usar a lei de Biot-Savart para mostrar que o módulo do campo magnético a uma distância perpendicular R de um fio retilíneo longo (infinito) percorrido por uma corrente i é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad (\text{fio retilíneo longo}). \quad (29-4)$$

O módulo do campo B na Eq. 29-4 depende apenas da corrente e da distância perpendicular R entre o ponto e o fio. Vamos mostrar que as linhas de campo de \vec{B} formam circunferências concêntricas em torno do fio, como se pode ver no diagrama da Fig. 29-2 e no padrão formado por limalha de ferro na Fig. 29-3. O aumento do espaçamento das linhas com o aumento da distância na Fig. 29-2 reflete o fato de que o módulo de \vec{B} , de acordo com a Eq. 29-4, é inversamente proporcional a R . Os comprimentos dos dois vetores \vec{B} que aparecem na figura também mostram que B diminui quando a distância entre o ponto e o fio aumenta.

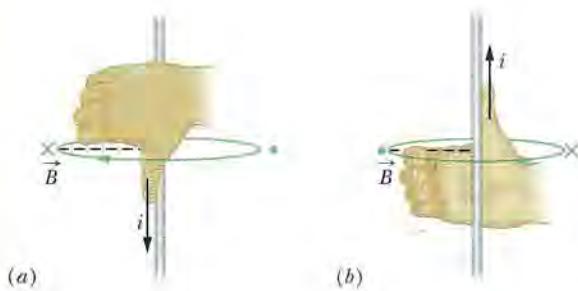
Existe uma regra da mão direita para determinar a orientação do campo magnético produzido por um elemento de corrente:



Regra da mão direita: Envolva o elemento de corrente com a mão direita, com o polegar estendido apontando no sentido da corrente. Os outros dedos mostram a orientação das linhas de campo magnético produzidas pelo elemento.



Figura 29-3 A limalha de ferro que tinha sido espalhada em um pedaço de cartolina forma círculos concêntricos quando uma corrente atravessa o fio central. O alinhamento, que coincide com as linhas de campo magnético, é causado pelo campo magnético produzido pela corrente. (Courtesy do Education Development Center)



O polegar aponta na direção da corrente. Os outros dedos mostram a direção do campo, que é sempre tangente a uma circunferência.

O resultado da aplicação da regra da mão direita à corrente no fio retilíneo da Fig. 29-2 é mostrado, em uma vista lateral, na Fig. 29-4a. Para determinar a direção do campo magnético \vec{B} produzido por esta corrente em um ponto do espaço, envolva mentalmente o fio com a mão direita, com o polegar apontando no sentido da corrente. Faça com que a ponta do dedo indicador coincida com o ponto; a orientação do dedo indicador é a orientação do campo magnético nesse ponto. Na vista em seção reta da Fig. 29-2, \vec{B} em qualquer ponto é *tangente a uma linha de campo magnético*; na vista lateral da Fig. 29-4, \vec{B} é *perpendicular à reta tracejada que liga o ponto ao fio*.

Demonstração da Equação 29-4

A Fig. 29-5, que é semelhante à Fig. 29-1 exceto pelo fato de que agora o fio é retilíneo e de comprimento infinito, ilustra bem o processo. Queremos calcular o campo \vec{B} no ponto P , a uma distância perpendicular R do fio. O módulo do campo elemental produzido no ponto P por um elemento de corrente $i d\vec{s}$ situado a uma distância r do ponto P é dado pela Eq. 29-1:

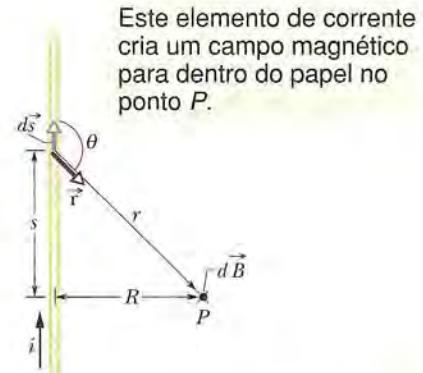
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \sin \theta}{r^2}.$$

A orientação de $d\vec{B}$ na Fig. 29-5 é a do vetor $d\vec{s} \times \vec{r}$, ou seja, para dentro do papel.

Observe que $d\vec{B}$ no ponto P tem a mesma orientação para todos os elementos de corrente nos quais o fio pode ser dividido. Assim, podemos calcular o módulo do campo magnético produzido no ponto P pelos elementos de corrente na metade superior de um fio infinitamente longo integrando dB na Eq. 29-1 de 0 a ∞ .

Considere agora um elemento de corrente na parte inferior do fio, que esteja uma distância tão grande abaixo de P quanto $d\vec{s}$ está acima de P . De acordo com a Eq. 29-3, o campo magnético produzido no ponto P por esse elemento de corrente tem o mesmo módulo e a mesma orientação que o campo magnético produzido pelo elemento $i d\vec{s}$ da Fig. 29-5. Assim, o campo magnético produzido pela parte inferior do fio é igual ao campo magnético produzido pela parte superior. Para determinar o módulo do campo magnético \vec{B}_{total} no ponto P , basta, portanto, multiplicar por 2

Figura 29-4 A regra da mão direita mostra a direção do campo magnético produzido pela corrente em um fio. (a) Vista lateral do resultado da aplicação da regra da mão direita à corrente no fio retilíneo da Fig. 29-2. O campo magnético \vec{B} em qualquer ponto à esquerda do fio é perpendicular à reta tracejada e aponta para dentro do papel, no sentido das pontas dos dedos, como indica o símbolo \times . (b) Quando o sentido da corrente é invertido, o campo \vec{B} em qualquer ponto à esquerda do fio continua a ser perpendicular à reta tracejada, mas passa a apontar para fora do papel, como indica o símbolo.



Este elemento de corrente cria um campo magnético para dentro do papel no ponto P .

Figura 29-5 Cálculo do campo magnético produzido por uma corrente i em um fio retilíneo longo. O campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P pelo elemento de corrente $i d\vec{s}$ aponta para dentro do papel, como indica o símbolo \times .

o resultado da integração, o que nos dá

$$B = 2 \int_0^{\infty} dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \theta \, ds}{r^2}. \quad (29-5)$$

As variáveis θ , s e r na Eq. 29-5 não são independentes; como se pode ver na Fig. 29-5, estão relacionadas através das equações

$$r = \sqrt{s^2 + R^2}$$

$$\text{e} \quad \sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}.$$

Fazendo essas substituições e usando a integral 19 do Apêndice E, obtemos:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{R \, ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left[\frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^{\infty} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}, \end{aligned} \quad (29-6)$$

que é a equação que queríamos demonstrar. Note que o campo magnético no ponto P produzido pela parte inferior ou pela parte superior do fio infinito da Fig. 29-5 é metade desse valor, ou seja,

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \quad (\text{fio retilíneo semi-infinito}). \quad (29-7)$$

Campo Magnético Produzido por uma Corrente em um Fio em Forma de Arco de Circunferência

Para determinar o campo magnético produzido em um ponto por uma corrente em um fio curvo, usamos mais uma vez a Eq. 29-1 para calcular o módulo do campo produzido por um elemento de corrente e integramos o resultado para obter o campo produzido por todos os elementos de corrente. Essa integração pode ser difícil, dependendo da forma do fio; é relativamente simples, porém, quando o fio tem a forma de um arco de circunferência e o ponto é o centro de curvatura.

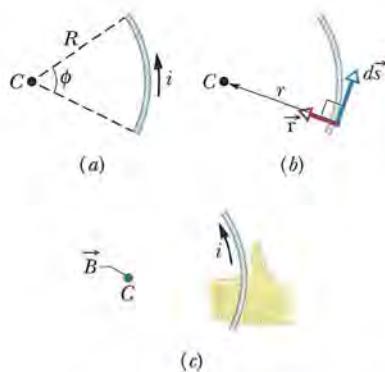
A Fig. 29-6a mostra um fio em forma de arco de circunferência de ângulo central ϕ , raio R e centro C , percorrido por uma corrente i . No ponto C , cada elemento de corrente $i \, d\vec{s}$ do fio produz um campo magnético de módulo dB dado pela Eq. 29-1. Além disso, como mostra a Fig. 29-6b, qualquer que seja a posição do elemento no fio, o ângulo θ entre os vetores $d\vec{s}$ e \vec{r} é 90° e $r = R$. Fazendo $\theta = 90^\circ$ e $r = R$ na Eq. 29-1, obtemos:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, ds \, \sin 90^\circ}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, ds}{R^2}. \quad (29-8)$$

Este é o módulo do campo produzido no ponto C por um dos elementos de corrente.

A aplicação da regra da mão direita a um ponto qualquer do fio (como na Fig. 29-6c) mostra que todos os elementos de campo $d\vec{B}$ têm a mesma orientação no ponto C : para fora do papel. Assim, o campo total no ponto C é simplesmente a soma (por integração) de todos os campos elementares dB . Podemos usar a identidade $ds = R \, d\phi$ para converter a variável de integração de ds para $d\phi$ e obter, a partir da Eq. 29-8,

$$B = \int dB = \int_0^{\phi} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR \, d\phi}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^{\phi} d\phi.$$



A regra da mão direita mostra a orientação do campo no centro do arco.

Figura 29-6 (a) Um fio em forma de arco de circunferência com centro no ponto C e percorrido por uma corrente i . (b) Para qualquer elemento de comprimento ao longo do arco, o ângulo entre as direções $d\vec{s}$ e \vec{r} é 90° . (c) Determinação da direção do campo magnético produzido pela corrente no ponto C usando a regra da mão direita; o campo aponta para fora do papel, no sentido das pontas dos dedos, como indica o símbolo.

Integrando, obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R} \quad (\text{no centro de um arco de circunferência}). \quad (29-9)$$

Observe que a Eq. 29-9 é válida *apenas* para o campo no centro de curvatura do fio. Ao substituir as variáveis da Eq. 29-9 por valores numéricos, é preciso não esquecer que o valor de ϕ deve ser expresso em radianos. Assim, por exemplo, para calcular o módulo do campo magnético no centro de uma circunferência completa de fio, ϕ deve ser substituído por 2π (rad) na Eq. 29-9, o que nos dá

$$B = \frac{\mu_0 i (2\pi)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad (\text{no centro de uma circunferência completa}). \quad (29-10)$$

Exemplo

Campo magnético no centro de um arco de circunferência percorrido por corrente

O fio da Fig. 29-7a é percorrido por uma corrente i e tem a forma de um arco de circunferência de raio R e ângulo central $\pi/2$ rad, ladeado por dois trechos retilíneos cujos prolongamentos se interceptam no centro C do arco. Determine o campo magnético \vec{B} no ponto C .

IDEIAS-CHAVE

Podemos determinar o campo magnético \vec{B} no ponto C aplicando ao fio a lei de Biot-Savart (Eq. 29-3) ao fio, ponto por ponto, ao longo de todo o fio. Entretanto, a aplicação da Eq. 29-3 pode ser simplificada calculando \vec{B} separadamente para as três partes do fio, a saber: (1) o trecho retilíneo da esquerda; (2) o trecho retilíneo da direita; (3) o arco de circunferência.

Trechos retilíneos Para qualquer elemento de corrente da parte 1, o ângulo θ entre $d\vec{s}$ e \vec{r} é zero (Fig. 29-7b) e, portanto, de acordo com a Eq. 29-1,

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \sin 0}{r^2} = 0.$$

Assim, a contribuição de toda a parte 1 para o campo magnético no ponto C é

$$B_1 = 0.$$

As partes do fio cujo prolongamento passa por C não criam campo magnético em C .

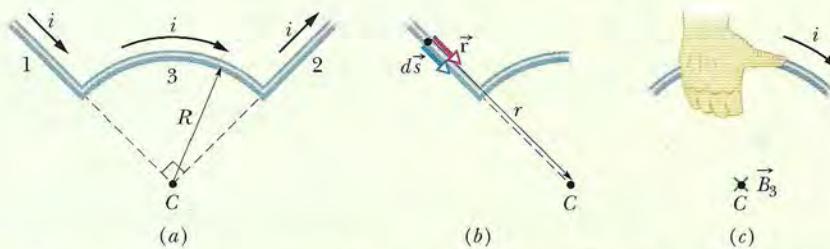


Figura 29-7 (a) Fio formado por dois segmentos retilíneos (1 e 2) e um arco de circunferência (3) e percorrido por uma corrente i . (b) Para um elemento de corrente na seção 1, o ângulo entre $d\vec{s}$ e \vec{r} é zero. (c) Determinação da orientação do campo magnético \vec{B}_3 produzido pelo arco de circunferência no ponto C ; o sentido do campo é para dentro do papel.

O mesmo acontece na parte 2, onde o ângulo θ entre $d\vec{s}$ e \vec{r} é 180° para qualquer elemento de corrente. Assim,

$$B_2 = 0.$$

Arco de circunferência O uso da lei de Biot-Savart para calcular o campo magnético no centro de um arco de circunferência leva à Eq. 29-9 ($B = \mu_0 i \phi / 4\pi R$). No nosso caso, o ângulo central ϕ do arco é $\pi/2$ rad. Assim, de acordo com a Eq. 29-9, o módulo do campo magnético \vec{B}_3 no centro C do arco é dado por

$$B_3 = \frac{\mu_0 i (\pi/2)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{8R}.$$

Para determinar a orientação de \vec{B}_3 , aplicamos a regra da mão direita, como mostra a Fig. 29-4. Segure mentalmente o arco de circunferência com a mão direita, como na Fig. 29-7c, com o polegar apontando no sentido da corrente. Os outros dedos indicam a orientação do campo magnético nas vizinhanças do fio. Na região onde se encontra o ponto C (no interior do arco de circunferência), os dedos apontam *para dentro* do papel. Assim, \vec{B}_3 tem essa orientação.

Campo total Em geral, quando é necessário combinar dois ou mais campos magnéticos para obter o campo magné-

tico total, precisamos executar uma soma vetorial e não simplesmente somar os módulos. Neste caso, porém, apenas o arco de circunferência produz um campo magnético diferente de zero no ponto C . Assim, podemos escrever o módulo do campo total \vec{B} como

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 0 + 0 + \frac{\mu_0 i}{8R} = \frac{\mu_0 i}{8R}. \quad (\text{Resposta})$$

A orientação de \vec{B} é a orientação de \vec{B}_3 , ou seja, para dentro do papel na Fig. 29-7.

Exemplo

Campo magnético nas proximidades de dois fios longos retilíneos percorridos por corrente

A Fig. 29-8a mostra dois fios longos paralelos percorridos por correntes i_1 e i_2 em sentidos opostos. Determine o módulo e a orientação do campo magnético total no ponto P para $i_1 = 15 \text{ A}$, $i_2 = 32 \text{ A}$ e $d = 5,3 \text{ cm}$.

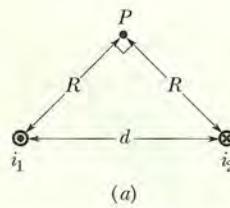
IDEIAS-CHAVE

(1) O campo magnético total \vec{B} no ponto P é a soma vetorial dos campos magnéticos produzidos pelas correntes nos dois fios. (2) Podemos calcular o campo magnético produzido por qualquer corrente aplicando a lei de Biot–Savart à corrente. No caso de pontos próximos de um fio longo e retilíneo, a lei leva à Eq. 29-4.

Determinação dos vetores Na Fig. 29-8a, o ponto P está a uma distância R das correntes i_1 e i_2 . De acordo com a Eq. 29-4, essas correntes produzem no ponto P campos \vec{B}_1 e \vec{B}_2 cujos módulos são dados por

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R} \quad \text{e} \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R}.$$

No triângulo retângulo da Fig. 29-8a, observe que os ângulos da base (entre os lados R e d) são 45° . Isso nos permite escrever $\cos 45^\circ = R/d$ e substituir R por $d \cos 45^\circ$. Nesse caso, os módulos dos campos magnéticos, B_1 e B_2 , se tornam



As duas correntes criam campos magnéticos que devem ser somados vetorialmente para se obter o campo total.

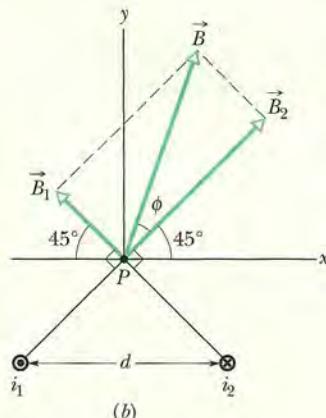


Figura 29-8 (a) Dois fios conduzem correntes i_1 e i_2 em sentidos opostos (para fora e para dentro do papel, respectivamente). Observe o ângulo reto no ponto P . (b) O campo total \vec{B} é a soma vetorial dos campos \vec{B}_1 e \vec{B}_2 .

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d \cos 45^\circ} \quad \text{e} \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d \cos 45^\circ}.$$

Estamos interessados em combinar \vec{B}_1 e \vec{B}_2 para obter a soma dos dois vetores, que é o campo total \vec{B} no ponto P . Para determinar as orientações de \vec{B}_1 e \vec{B}_2 , aplicamos a regra da mão direita da Fig. 29-4 às duas correntes da Fig. 29-8a. No caso do fio 1, em que a corrente é para fora do papel, seguramos mentalmente o fio com a mão direita, com o polegar apontando para fora do papel. Nesse caso, os outros dedos indicam que as linhas de campo têm o sentido anti-horário. Em particular, na região do ponto P , apontam para cima e para a esquerda. Lembre-se de que o campo magnético em um ponto nas proximidades de um fio longo percorrido por corrente é perpendicular ao fio e a uma reta perpendicular ao fio passando pelo ponto. Assim, o sentido de \vec{B}_1 é para cima e para a esquerda, como mostra a Fig. 29-8b. (Observe no desenho que o vetor \vec{B}_1 é perpendicular à reta que liga o ponto P ao fio 1.)

Repetindo a análise para a corrente no fio 2, descobrimos que o sentido de \vec{B}_2 é para cima e para a direita, como mostra a Fig. 29-8b. (Observe no desenho que o vetor \vec{B}_2 é perpendicular à reta que liga o ponto P ao fio 2.)

Soma dos vetores Podemos agora somar vetorialmente \vec{B}_1 e \vec{B}_2 para determinar o campo magnético \vec{B} no ponto P . Isso pode ser feito usando uma calculadora científica ou trabalhando com as componentes dos vetores. Entretanto, existe um terceiro método (Fig. 29-8b): como \vec{B}_1 e \vec{B}_2 são mutuamente perpendiculares, formam os catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa é \vec{B} . De acordo com o teorema de Pitágoras, temos:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0}{2\pi d(\cos 45^\circ)} \sqrt{i_1^2 + i_2^2} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A}) \sqrt{(15 \text{ A})^2 + (32 \text{ A})^2}}{(2\pi)(5,3 \times 10^{-2} \text{ m})(\cos 45^\circ)} \\ &= 1,89 \times 10^{-4} \text{ T} \approx 190 \mu\text{T}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

O ângulo ϕ entre as direções de \vec{B} e \vec{B}_2 na Fig. 29-8b é dado pela equação

$$\phi = \tan^{-1} \frac{B_1}{B_2},$$

que, para os valores conhecidos de B_1 e B_2 , nos dá

$$\phi = \tan^{-1} \frac{i_1}{i_2} = \tan^{-1} \frac{15 \text{ A}}{32 \text{ A}} = 25^\circ.$$

O ângulo entre a direção de \vec{B} e o eixo x na Fig. 29-8b é, portanto,

$$\phi + 45^\circ = 25^\circ + 45^\circ = 70^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

29-3 Forças entre Duas Correntes Paralelas

Dois longos fios paralelos, percorridos por correntes, exercem forças um sobre o outro. A Fig. 29-9 mostra dois desses fios, percorridos por correntes i_a e i_b e separados por uma distância d . Vamos analisar as forças exercidas pelos fios.

Vamos calcular primeiro a força produzida pela corrente no fio a sobre o fio b da Fig. 29-9. A corrente produz um campo magnético \vec{B}_a e é esse campo que produz a força que estamos querendo calcular. Para determinar a força, portanto, precisamos conhecer o módulo e a orientação do campo \vec{B}_a na posição do fio b . De acordo com a Eq. 29-4, o módulo de \vec{B}_a em qualquer ponto do fio b é dado por

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}. \quad (29-11)$$

De acordo com a regra da mão direita, o sentido do campo \vec{B}_a na posição do fio b é para baixo, como mostra a Fig. 29-9.

Agora que conhecemos o campo, podemos calcular a força exercida sobre o fio b . De acordo com a Eq. 28-26, a força \vec{F}_{ba} a que está submetido um segmento L do fio b devido à presença do campo magnético externo \vec{B}_a é dada por

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a, \quad (29-12)$$

em que \vec{L} é o vetor comprimento do fio. Na Fig. 29-9, os vetores \vec{L} e \vec{B}_a são mutuamente perpendiculares e, portanto, de acordo com a Eq. 29-11, podemos escrever

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}. \quad (29-13)$$

A direção de \vec{F}_{ba} é a direção do produto vetorial $\vec{L} \times \vec{B}_a$. Aplicando a regra da mão direita para produtos vetoriais a \vec{L} e \vec{B}_a na Fig. 29-9, vemos que \vec{F}_{ba} aponta na direção do fio a , como mostra a figura.

A regra geral para determinar a força exercida sobre um fio percorrido por corrente é a seguinte:



Para determinar a força exercida sobre um fio percorrido por corrente por outro fio percorrido por corrente, determine primeiro o campo produzido pelo segundo fio na posição do primeiro; em seguida, determine a força exercida pelo campo sobre o primeiro fio.

Podemos usar este método para determinar a força exercida sobre o fio a pela corrente que circula no fio b . O resultado é que a força aponta na direção do fio b , o que significa que dois fios com correntes paralelas se atraem. No caso em que as correntes têm sentidos opostos nos dois fios, o resultado mostra que as forças apontam para longe dos dois fios, ou seja, os fios se repelem. Assim,



Correntes paralelas se atraem e correntes antiparalelas se repelem.

A força que age entre correntes em fios paralelos é usada para definir o ampère, uma das sete unidades básicas do SI. A definição, adotada em 1946, é a seguinte: “O ampère é a corrente constante que, quando mantida em dois condutores retilíneos,

O campo produzido por a na posição de b exerce uma força sobre b .

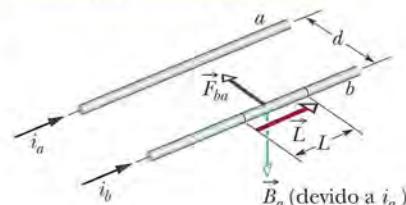


Figura 29-9 Dois fios paralelos que conduzem correntes no mesmo sentido se atraem mutuamente. \vec{B}_a é o campo magnético no fio b devido à corrente no fio a . \vec{F}_{ba} é a força que age sobre o fio b porque o fio conduz uma corrente i_b na presença do campo \vec{B}_a .

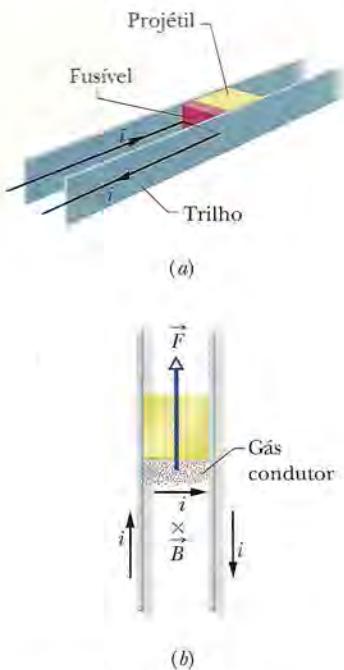


Figura 29-10 (a) Princípio de funcionamento de um canhão eletromagnético. Uma corrente elevada provoca a vaporização de um fusível condutor. (b) A corrente produz um campo magnético \vec{B} entre os trilhos, que exerce uma força \vec{F} sobre o gás devido à corrente i que existe no gás. O gás é arremessado contra o projétil, lançando-o ao espaço.

paralelos, de comprimento infinito e seção reta desprezível, separados por 1 m de distância no vácuo, produz em cada um uma força de módulo 2×10^{-7} newtons por metro de comprimento dos fios”.

Canhão Eletromagnético

Uma das aplicações da força dada pela Eq. 29-13 é o canhão eletromagnético. Nesse aparelho, a força magnética é usada para acelerar um projétil, fazendo-o adquirir uma alta velocidade em um curto período de tempo. A Fig. 29-10a mostra o princípio de funcionamento do canhão eletromagnético. Uma corrente elevada é estabelecida em um circuito formado por dois trilhos paralelos e um “fusível” condutor (uma barra de cobre, por exemplo) colocado entre os trilhos. O projétil a ser lançado fica perto da extremidade mais distante do fusível, encaixado frouxamente entre os trilhos. Quando a corrente é aplicada, o fusível funde e em seguida se vaporiza, criando um gás condutor entre os trilhos na região onde se encontrava.

Aplicando a regra da mão direita da Fig. 29-4, vemos que as correntes nos trilhos da Fig. 29-10a produzem um campo magnético \vec{B} dirigido para baixo na região entre os trilhos. O campo magnético exerce uma força \vec{F} sobre o gás devido à corrente i que existe no gás (Fig. 29-10b). De acordo com a Eq. 29-12 e a regra da mão direita para produtos vetoriais, a força \vec{F} é paralela aos trilhos e aponta para longe do fusível. Assim, o gás é arremessado contra o projétil, imprimindo-lhe uma aceleração de até 5×10^6 g e lançando-o com uma velocidade de 10 km/s, tudo isso em um intervalo de tempo menor que 1 ms. Talvez, no futuro, os canhões eletromagnéticos venham a ser usados para lançar no espaço minérios extraídos da Lua ou de asteroides.

TESTE 1

A figura mostra três fios longos, paralelos, igualmente espaçados, percorridos por correntes de mesmo valor absoluto, duas para fora do papel e uma para dentro do papel. Coloque os fios na ordem do módulo da força a que estão sujeitos devido à corrente nos outros dois fios, começando pelo maior.



29-4 Lei de Ampère

É possível calcular o campo elétrico total associado a *qualquer* distribuição de cargas escrevendo o campo elétrico elementar $d\vec{E}$ produzido por um elemento de carga dq e somando as contribuições de todos os elementos de carga. No caso de uma distribuição complicada de cargas, o cálculo pode exigir o uso de um computador. Entretanto, como vimos, se a distribuição possui simetria planar, cilíndrica ou esférica, podemos usar a lei de Gauss para determinar o campo elétrico total, o que facilita consideravelmente os cálculos.

Analogamente, é possível calcular o campo magnético total associado a *qualquer* distribuição de correntes escrevendo o campo magnético elementar $d\vec{B}$ (Eq. 29-3) produzido por um elemento de corrente $i d\vec{s}$ e somando as contribuições de todos os elementos de corrente. No caso de uma distribuição complicada de correntes, o cálculo pode exigir o uso de um computador. Entretanto, se a distribuição possui algum tipo de simetria, podemos usar a **lei de Ampère** para determinar o campo magnético total, o que facilita consideravelmente os cálculos. Embora a lei, que pode ser demonstrada a partir da lei de Biot–Savart, tenha recebido o nome do físico francês André Marie Ampère (1775–1836), foi na realidade proposta pelo físico inglês James Clerk Maxwell (1831–1879).

De acordo com a lei de Ampère,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}} \quad (\text{lei de Ampère}). \quad (29-14)$$

O círculo no sinal de integral indica que a integração do produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ deve ser realizada para uma curva fechada, conhecida como *amperiana*. A corrente i_{env} é a corrente total envolvida pela curva fechada.

Para compreender melhor o significado do produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ e sua integral, vamos aplicar a lei de Ampère à situação geral da Fig. 29-11. A figura mostra as seções retas de três fios longos, perpendiculares ao plano do papel, percorridos por correntes i_1 , i_2 e i_3 . Uma amperiana arbitrária traçada no plano do papel envolve duas das correntes, mas não a terceira. O sentido anti-horário indicado na amperiana mostra o sentido arbitrariamente escolhido para realizar a integração da Eq. 29-14.

Para aplicar a lei de Ampère, dividimos mentalmente a amperiana em elementos de comprimento $d\vec{s}$, que são tangentes à curva e apontam no sentido de integração. Suponha que no local do elemento $d\vec{s}$ que aparece na Fig. 29-11 o campo magnético total devido às correntes nos três fios seja \vec{B} . Como os fios são perpendiculares ao plano do papel, sabemos que o campo magnético em $d\vec{s}$ devido a cada uma das correntes está no plano da Fig. 29-11; assim, o campo magnético total também está nesse plano. Entretanto, não conhecemos a orientação de \vec{B} no plano. Na Fig. 29-11, \vec{B} foi desenhado arbitrariamente fazendo um ângulo θ com a direção de $d\vec{s}$.

O produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ do lado esquerdo da Eq. 29-14 é igual a $B \cos \theta ds$. Assim, a lei de Ampère pode ser escrita na forma

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta ds = \mu_0 i_{\text{env}}. \quad (29-15)$$

Assim, podemos interpretar o produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ como o produto de um comprimento elementar ds da amperiana pela componente do campo $B \cos \theta$ tangente à amperiana neste ponto. Nesse caso, a integral pode ser interpretada como a soma desses produtos para toda a amperiana.

Para executar a integração, não precisamos conhecer o sentido de \vec{B} em todos os pontos da amperiana; em vez disso, atribuímos arbitrariamente um sentido para \vec{B} que coincide com o sentido de integração, como na Fig. 29-11, e usamos a seguinte regra da mão direita para atribuir um sinal positivo ou negativo às correntes que contribuem para a corrente total envolvida pela amperiana, i_{env} :

 Envolva a amperiana com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da integração. Uma corrente no sentido do polegar estendido recebe sinal positivo; uma corrente no sentido oposto recebe sinal negativo.

Finalmente, resolvemos a Eq. 29-15 para obter o módulo de \vec{B} . Se B é positivo, isso significa que o sentido escolhido para \vec{B} está correto; se B é negativo, ignoramos o sinal e tomamos \vec{B} com o sentido oposto.

Na Fig. 29-12, aplicamos a regra da mão direita da lei de Ampère à situação da Fig. 29-11. Tomando o sentido de integração como o sentido anti-horário, a corrente total envolvida pela amperiana é

$$i_{\text{env}} = i_1 - i_2.$$

(A corrente i_3 está do lado de fora da amperiana.) Assim, de acordo com a Eq. 29-15, temos:

$$\oint B \cos \theta ds = \mu_0(i_1 - i_2). \quad (29-16)$$

O leitor pode estar se perguntando como é possível excluir a corrente i_3 do lado direito da Eq. 29-16, já que ela contribui para o módulo B do campo magnético do lado esquerdo da equação. A resposta é que as contribuições da corrente i_3 para o campo magnético se cancelam quando a integração da Eq. 29-16 é realizada para uma curva fechada, o que não acontece no caso das correntes que estão no interior da curva.

Apenas as correntes envolvidas pela amperiana aparecem na lei de Ampère.

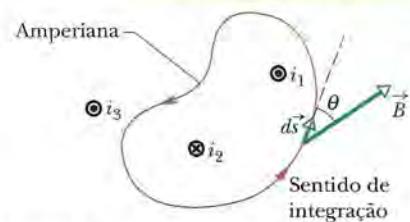


Figura 29-11 Aplicação da lei de Ampère a uma amperiana arbitrária que envolve dois fios retilíneos longos, mas não um terceiro. Observe o sentido das correntes.

É assim que se escolhem os sinais das correntes para aplicar a lei de Ampère.

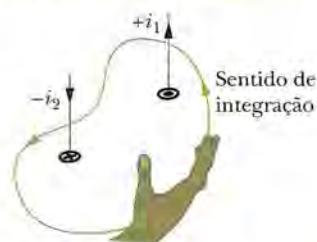


Figura 29-12 Uso da regra da mão direita da lei de Ampère para determinar os sinais das correntes envolvidas por uma amperiana. A situação é a da Fig. 29-11.

Toda a corrente está envolvida e deve ser incluída na lei de Ampère.

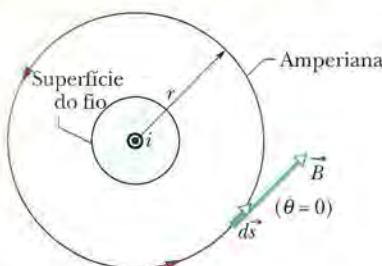


Figura 29-13 Uso da lei de Ampère para determinar o campo magnético produzido por uma corrente i do lado de fora de um fio retilíneo longo de seção reta circular. A amperiana é uma circunferência concêntrica com um raio maior que o raio do fio.

Apenas as correntes envolvidas pela amperiana são incluídas na lei de Ampère.

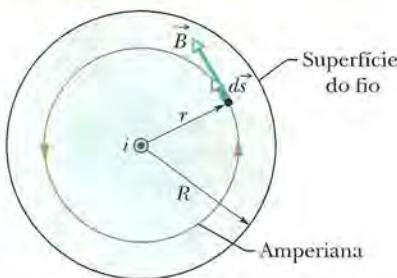


Figura 29-14 Uso da lei de Ampère para determinar o campo magnético produzido por uma corrente i no interior de um fio retilíneo longo de seção reta circular. A corrente está distribuída uniformemente ao longo da seção reta do fio e aponta para fora do papel. A amperiana é uma circunferência concêntrica com um raio menor ou igual ao raio do fio.

No caso da Fig. 29-11, não podemos usar a Eq. 29-16 para obter o módulo B do campo magnético porque não dispomos de informações suficientes para simplificar e resolver a integral. Entretanto, conhecemos o resultado da integração: é $\mu_0(i_1 - i_2)$, o valor obtido a partir das correntes envolvidas pela amperiana.

Vamos agora aplicar a lei de Ampère a duas situações nas quais a simetria permite resolver a integral e calcular o campo magnético.

Campo Magnético nas Vizinhanças de um Fio Longo Retilíneo Percorrido por Corrente

A Fig. 29-13 mostra um fio longo retilíneo percorrido por uma corrente i dirigida para fora do plano do papel. De acordo com a Eq. 29-4, o campo magnético \vec{B} produzido pela corrente tem o mesmo módulo em todos os pontos situados a uma distância r do fio, ou seja, possui simetria cilíndrica em relação ao fio. Podemos tirar vantagem da simetria para simplificar a integral que aparece na lei de Ampère (Eqs. 29-14 e 29-15); para isso, envolvemos o fio em um amperiana circular concêntrica de raio r , como na Fig. 29-13. O campo magnético \vec{B} tem o mesmo módulo B em todos os pontos da amperiana. Como vamos realizar a integração no sentido anti-horário, $d\vec{s}$ tem o sentido indicado na Fig. 29-13.

Podemos simplificar a expressão $B \cos \theta$ da Eq. 29-15 observando que tanto \vec{B} como $d\vec{s}$ são tangentes à amperiana em todos os pontos. Assim, \vec{B} e $d\vec{s}$ são paralelos ou antiparalelos em todos os pontos da amperiana; vamos adotar arbitrariamente a primeira hipótese. Nesse caso, em todos os pontos, o ângulo θ entre \vec{B} e $d\vec{s}$ é 0° , $\cos \theta = \cos 0^\circ = 1$ e a integral da Eq. 29-15 se torna

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta \, ds = B \oint ds = B(2\pi r).$$

Observe que $\oint ds$ é a soma de todos os segmentos de reta ds da amperiana, o que nos dá simplesmente o perímetro $2\pi r$ da circunferência.

De acordo com a regra da mão direita, o sinal da corrente da Fig. 29-13 é positivo; assim, o lado direito da lei de Ampère se torna $+\mu_0 i$ e temos:

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

$$\text{ou } B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (\text{do lado de fora de um fio retilíneo}). \quad (29-17)$$

Com uma pequena mudança de notação, esta é a Eq. 29-4, que obtivemos na Seção 29-2 (por um método muito mais trabalhoso) usando a lei de Biot–Savart. Além disso, como o módulo B do campo é positivo, sabemos que o sentido correto de \vec{B} é o que aparece na Fig. 29-13.

Campo Magnético no Interior de um Fio Longo Retilíneo Percorrido por Corrente

A Fig. 29-14 mostra a seção reta de um fio longo retilíneo de raio R percorrido por uma corrente uniforme i dirigida para fora do papel. Como a distribuição de corrente ao longo da seção reta do fio é uniforme, o campo magnético \vec{B} produzido pela corrente tem simetria cilíndrica. Assim, para determinar o campo magnético em pontos situados no interior do fio, podemos novamente usar uma amperiana de raio r , como mostra a Fig. 29-14, onde agora $r < R$. Como mais uma vez \vec{B} é tangente à curva, o lado esquerdo da lei de Ampère nos dá

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r). \quad (29-18)$$

Para calcular o lado direito da lei de Ampère, observamos que, como a distribuição

de corrente é uniforme, a corrente i_{env} envolvida pela amperiana é proporcional à área envolvida pela curva, ou seja,

$$i_{\text{env}} = i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}. \quad (29-19)$$

Usando a regra da mão direita, vemos que o sinal de i_{env} é positivo e, portanto, de acordo com a lei de Ampère,

$$B(2\pi r) = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

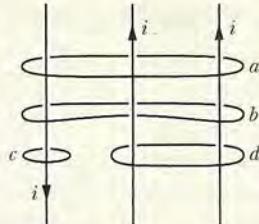
ou $B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\right) r$ (no interior de um fio retilíneo). (29-20)

Assim, no interior do fio, o módulo B do campo elétrico é proporcional a r ; o valor é zero no centro do fio e máximo na superfície, onde $r = R$. Observe que as Eqs. 29-17 e 29-20 fornecem o mesmo valor para B no ponto $r = R$, ou seja, as expressões para o campo magnético do lado de fora e do lado de dentro do fio fornecem o mesmo valor para pontos situados na superfície do fio.



TESTE 2

A figura mostra três correntes de mesmo valor absoluto i (duas paralelas e uma antiparalela) e quatro amperianas. Coloque as amperianas em ordem de acordo com o valor absoluto de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$, começando pelo maior.



Exemplo

Uso da lei de Ampère para calcular o campo interior de um cilindro longo percorrido por corrente

A Fig. 29-15a mostra a seção reta de um cilindro longo condutor oco de raio interno $a = 2,0$ cm e raio externo $b = 4,0$ cm. O cilindro conduz uma corrente para fora do plano do papel e a densidade de corrente na seção reta é dado por $J = cr^2$, com $c = 3,0 \times 10^6$ A/m⁴ e r em metros. Qual é o campo magnético \vec{B} no ponto da Fig. 29-15a, que está situado a 3,0 cm de distância do eixo central do cilindro?

IDEIAS-CHAVE

O ponto no qual queremos determinar o campo \vec{B} está na parte sólida do cilindro, entre o raio interno e o raio externo. Observamos que a corrente tem simetria cilíndrica (é igual em todos os pontos situados à mesma distância do eixo central). A simetria permite usar a lei de Ampère para determinar o campo \vec{B} no ponto. Para começar, traçamos uma amperiana como a que aparece na Fig. 29-15b. A curva é concêntrica com o cilindro e tem um raio $r = 3,0$ cm porque estamos interessados em determinar o campo \vec{B} a esta distância do eixo central do cilindro.

O passo seguinte é calcular a corrente i_{env} que é envolvida pela amperiana. Entretanto, *não podemos* usar uma simples proporção, como fizemos para chegar à Eq. 29-19, já que, desta vez, a distribuição de corrente não é uniforme. Em vez disso, devemos integrar o módulo da densidade de corrente entre o raio interno a do cilindro e o raio r da amperiana, usando os passos mostrados nas Figs. 29-15c a 29-15h.

Cálculos Escrevemos a integral na forma

$$\begin{aligned} i_{\text{env}} &= \int J dA = \int_a^r cr^2(2\pi r dr) \\ &= 2\pi c \int_a^r r^3 dr = 2\pi c \left[\frac{r^4}{4} \right]_a^r \\ &= \frac{\pi c(r^4 - a^4)}{2}. \end{aligned}$$

Note que, nesses passos, tomamos o elemento de área dA como a área do anel das Figs. 29-15d a 29-15f e depois o substituímos por um elemento equivalente, o produto do perímetro do anel, $2\pi r$, pela espessura dr .

O sentido da integração indicado na Fig. 29-15b foi escolhido arbitrariamente como o sentido horário. Aplicando à amperiana a regra da mão direita, descobrimos que precisamos somar a corrente i_{env} como negativa, já que o sentido da corrente é para fora do papel e o polegar aponta para dentro do papel.

Em seguida, calculamos o lado esquerdo da lei de Ampère exatamente como fizemos na Fig. 29-14 e obtemos novamente a Eq. 29-18. Assim, a lei de Ampère,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}},$$

nos dá

$$B(2\pi r) = -\frac{\mu_0 \pi c}{2} (r^4 - a^4).$$

Explicitando B e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

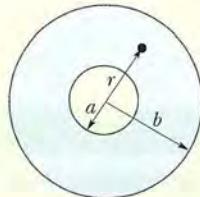
$$\begin{aligned} B &= -\frac{\mu_0 c}{4r} (r^4 - a^4) \\ &= -\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(3,0 \times 10^6 \text{ A/m}^4)}{4(0,030 \text{ m})} \\ &\quad \times [(0,030 \text{ m})^4 - (0,020 \text{ m})^4] \\ &= -2,0 \times 10^{-5} \text{ T}. \end{aligned}$$

Assim, o campo magnético \vec{B} em um ponto situado a 3,0 cm do eixo central tem módulo

$$B = 2,0 \times 10^{-5} \text{ T} \quad (\text{Resposta})$$

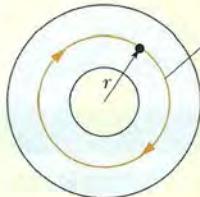
e forma linhas de campo magnético com o sentido contrário ao sentido de integração que escolhemos, ou seja, com o sentido anti-horário na Fig. 29-15b.

Queremos calcular o campo magnético no ponto de raio r .



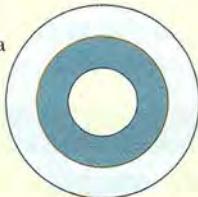
(a)

Para isso, traçamos uma circunferência amperiana passando pelo ponto.



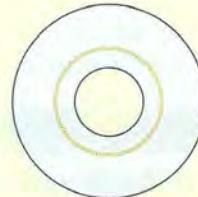
(b)

Precisamos calcular a corrente na área envolvida pela amperiana.



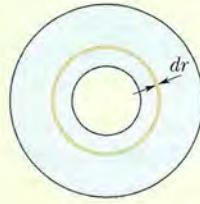
(c)

Começamos com um anel tão fino que a densidade de corrente pode ser considerada constante no interior.



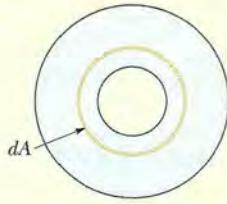
(d)

A área dA do anel é o produto do perímetro da circunferência pela largura dr .



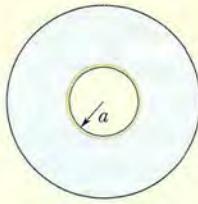
(e)

A corrente no anel é o produto da densidade de corrente J pela área dA do anel.



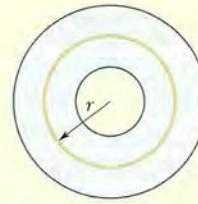
(f)

Precisamos somar as correntes em todos os anéis, desde o menor ...



(g)

... até o maior, cujo raio é igual ao raio da amperiana.



(h)

Figura 29-15 (a)–(b) Para calcular o campo magnético em um ponto interno deste cilindro condutor, usamos uma amperiana concêntrica com o cilindro que passa pelo ponto e determinamos a corrente envolvida pela amperiana. (c)–(h) Como a densidade de corrente não é uniforme, começamos com um anel elementar e somamos (por integração) as correntes em todos os anéis que estão situados no interior da amperiana.

29-5 Solenoides e Toroides

Campo Magnético de um Solenoide

Outra aplicação importante da lei de Ampère diz respeito ao cálculo do campo magnético produzido pela corrente em uma bobina helicoidal formada por espiras circulares muito próximas. Uma bobina desse tipo recebe o nome de **solenóide** (Fig. 29-16). Vamos supor que o comprimento do solenoide é muito maior que o diâmetro.

A Fig. 29-17 mostra um trecho de um solenoide “esticado”. O campo magnético do solenoide é a soma vetorial dos campos produzidos pelas espiras. No caso de pontos muito próximos de uma espira, o fio se comporta magneticamente quase como um fio retilíneo e as linhas de \vec{B} são quase círculos concêntricos. Como mostra a Fig. 29-17, o campo tende a se cancelar entre espiras vizinhas. A figura também mostra que em pontos no interior do solenoide e razoavelmente afastados do fio, \vec{B} é aproximadamente paralelo ao eixo central. No caso limite de um *solenóide ideal*, que é infinitamente longo e formado por espiras muito juntas (*espiras cerradas*) de um fio de seção reta quadrada, o campo no interior do solenoide é uniforme e paralelo ao eixo central.

Em pontos acima do solenoide, como o ponto P da Fig. 29-17, o campo magnético criado pela parte superior das espiras do solenoide (representadas pelo símbolo \odot) aponta para a esquerda (como nas proximidades do ponto P) e tende a cancelar o campo criado em P pela parte inferior das espiras (representadas pelo símbolo \otimes), que aponta para direita (e não está desenhado na figura). No caso limite de um solenoide ideal, o campo magnético do lado de fora do solenoide é zero. Tomar o campo externo como zero é uma excelente aproximação de um solenoide real se o comprimento do solenoide for muito maior que o diâmetro e se forem considerados apenas pontos como P , que não estão próximos das extremidades do solenoide. A orientação do campo magnético no interior do solenoide é dada pela regra da mão direita: segurando o solenoide com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da corrente, o polegar estendido mostra a orientação do campo magnético.

A Fig. 29-18 mostra as linhas de \vec{B} em um solenoide real. O espaçamento das linhas na região central mostra que o campo no interior do solenoide é intenso e uniforme em toda a região, enquanto o campo externo é muito mais fraco.

Vamos agora aplicar a lei de Ampère,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}}, \quad (29-21)$$

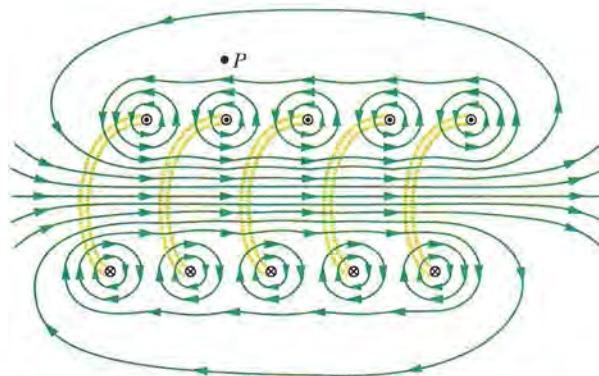


Figura 29-17 Trecho de um solenoide “esticado” visto de perfil. São mostradas as partes traseiras de cinco espiras e as linhas de campo magnético associadas. As linhas de campo magnético são circulares nas proximidades das espiras. Perto do eixo do solenoide, as linhas de campo se combinam para produzir um campo magnético paralelo ao eixo. O fato de as linhas de campo apresentarem um pequeno espaçamento indica que o campo magnético nessa região é intenso. Do lado de fora do solenoide, as linhas de campo são mais espaçadas e o campo é muito mais fraco.



Figura 29-16 Um solenoide percorrido por uma corrente i .

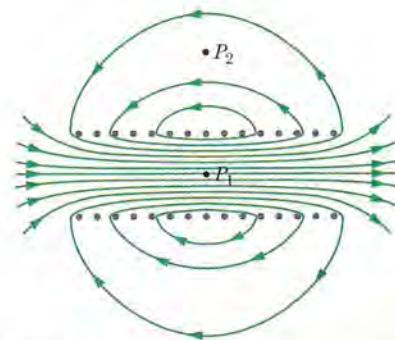


Figura 29-18 Linhas de campo magnético em um solenoide real. O campo é intenso e uniforme em pontos do interior do solenoide, como P_1 , e muito mais fraco em pontos do lado de fora do solenoide, como P_2 .

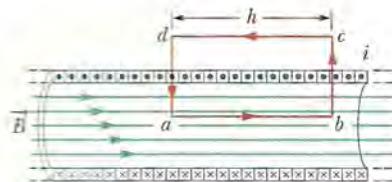


Figura 29-19 Aplicação da lei de Ampère a um solenoide ideal percorrido por uma corrente i . A amperiana é o retângulo $abcd$.

ao solenoide ideal da Fig. 29-19, em que \vec{B} é uniforme do lado de dentro do solenoide e zero do lado de fora, usando a amperiana retangular $abcd$. Escrevemos $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ como a soma de quatro integrais, uma para segmento da amperiana:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s}. \quad (29-22)$$

A primeira integral do lado direito da Eq. 29-22 é Bh , onde B é o módulo do campo uniforme \vec{B} no interior do solenoide e h é o comprimento (arbitrário) do segmento ab . A segunda e a quarta integral são nulas porque, para os elementos ds desses segmentos, \vec{B} é perpendicular a ds ou é zero e, portanto, o produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ é zero. A terceira integral, que envolve um segmento do lado de fora do solenoide, também é nula porque $B = 0$ em todos os pontos do lado de fora do solenoide. Assim, o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ para toda a amperiana é Bh .

A corrente total i_{env} envolvida pela amperiana retangular da Fig. 29-19 não é igual à corrente i nas espiras do solenoide porque as espiras passam mais de uma vez pela amperiana. Seja n o número de espiras por unidade de comprimento do solenoide; nesse caso, a amperiana envolve nh espiras e, portanto,

$$i_{\text{env}} = i(nh).$$

De acordo com a lei de Ampère, temos:

$$Bh = \mu_0 i_{\text{env}}$$

$$\text{ou} \quad B = \mu_0 i n \quad (\text{solenoide ideal}). \quad (29-23)$$

Embora a Eq. 29-23 tenha sido demonstrada para um solenoide ideal, constitui uma boa aproximação para solenoides reais se for aplicada apenas a pontos internos e afastados das extremidades do solenoide. A Eq. 29-23 está de acordo com as observações experimentais de que o módulo B do campo magnético no interior de um solenoide não depende do diâmetro nem do comprimento do solenoide e é uniforme ao longo da seção reta do solenoide. Um solenoide constitui, portanto, uma forma prática de criar um campo magnético uniforme de valor conhecido para realizar experimentos, assim como um capacitor de placas paralelas constitui uma forma prática de criar um campo elétrico uniforme de valor conhecido.

Campo Magnético de um Toroide

A Fig. 29-20a mostra um **toroide**, que pode ser descrito como um solenoide cilíndrico que foi encurvado até as extremidades se tocarem, formando um anel. Qual é o valor do campo magnético \vec{B} no interior de um toroide? Podemos responder a essa pergunta usando a lei de Ampère e a simetria do toroide.

Por simetria, vemos que as linhas de \vec{B} formam circunferências concêntricas no interior do toroide, como mostra a Fig. 29-20b. Vamos escolher como amperiana uma circunferência concêntrica de raio r e percorrê-la no sentido horário. De acordo com a lei de Ampère, temos:

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 i N,$$

em que i é a corrente nas espiras do toroide (que é positiva para as espiras envolvidas pela amperiana) e N é o número total de espiras. Assim, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} \quad (\text{toroide}). \quad (29-24)$$

Isso mostra que, ao contrário do que acontece no caso do solenoide, B não é constante ao longo da seção reta de um toroide.

É fácil mostrar, com o auxílio da lei de Ampère, que $B = 0$ nos pontos do lado de fora de um toroide (como se o toroide fosse fabricado a partir de um solenoide

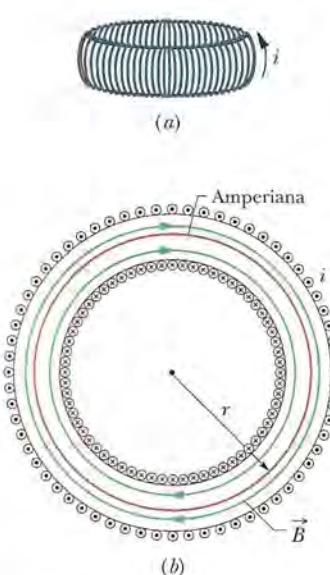


Figura 29-20 (a) Um toroide percorrido por uma corrente i . (b) Seção reta horizontal do toroide. O campo magnético no interior do toroide pode ser calculado aplicando a lei de Ampère a uma amperiana como a mostrada na figura.

ideal). O sentido do campo magnético no interior de um toroide pode ser determinado com o auxílio da regra da mão direita: segurando o toroide com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da corrente, o polegar estendido mostra o sentido do campo magnético.

Exemplo

Campo no interior de um solenoide

Um solenoide tem um comprimento $L = 1,23\text{ m}$, um diâmetro interno $d = 3,55\text{ cm}$ e conduz uma corrente $i = 5,57\text{ A}$. É formado por cinco camadas de espiras cerradas, cada uma com 850 espiras. Qual é o valor de B no centro do solenoide?

IDEIA-CHAVE

O módulo B do campo magnético no eixo central do solenoide está relacionado à corrente i do solenoide e ao número n de espiras por unidade de comprimento através da Eq. 29-23 ($B = \mu_0 i n$).

Cálculo Como B não depende do diâmetro das espiras, o valor de n para cinco camadas de espiras é simplesmente cinco vezes maior que o valor para uma camada. Assim, de acordo com a Eq. 29-23, temos:

$$B = \mu_0 i n = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(5,57 \text{ A}) \frac{5 \times 850 \text{ espiras}}{1,23 \text{ m}} \\ = 2,42 \times 10^{-2} \text{ T} = 24,2 \text{ mT.}$$

(Resposta)

Esse é o valor aproximado do campo magnético no interior da maior parte do solenoide.

29-6 Uma Bobina Percorrida por Corrente como um Dipolo Magnético

Até o momento, examinamos os campos magnéticos produzidos por correntes em um fio retilíneo, em um solenoide e em um toroide. Vamos agora discutir o campo magnético produzido por uma corrente em uma bobina. Como vimos na Seção 28-10, uma bobina se comporta como um dipolo magnético no sentido de que, na presença de um campo magnético \vec{B} , experimenta um torque $\vec{\tau}$ dado por

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (29-25)$$

em que $\vec{\mu}$, o momento dipolar magnético da bobina, tem um módulo dado por NiA , em que N é o número de espiras, i é a corrente e A é a área das espiras. (Atenção: não confunda o momento magnético dipolar $\vec{\mu}$ com a constante de permeabilidade μ_0 .)

Como vimos, o sentido de $\vec{\mu}$ é dado pela regra da mão direita: segurando a bobina com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da corrente, o polegar estendido mostra o sentido do momento dipolar magnético.

Campo Magnético de uma Bobina

Vamos agora examinar outro aspecto de uma bobina percorrida por corrente como um dipolo magnético: qual é o campo magnético *produzido* pela bobina em um ponto do espaço? A simetria não é suficiente para que seja possível usar a lei de Ampère; assim, temos que recorrer à lei de Biot–Savart. Para simplificar o problema, vamos considerar uma bobina com uma única espira circular e calcular o campo apenas em pontos situados sobre o eixo central, que tomaremos como o eixo z . Vamos demonstrar que o módulo do campo magnético nesses pontos é dado por

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (29-26)$$

em que R é o raio da espira e z é a distância entre o ponto considerado e o centro da espira. O sentido do campo magnético \vec{B} é o mesmo que o do momento magnético $\vec{\mu}$ da bobina.

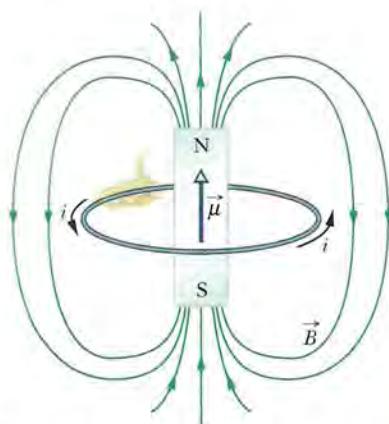


Figura 29-21 Uma espira percorrida por corrente produz um campo magnético semelhante ao de um ímã em forma de barra, com um polo norte e um polo sul. O momento dipolar magnético $\bar{\mu}$ da espira, cujo sentido é dado pela regra da mão direita, aponta do polo sul para o polo norte, ou seja, na mesma direção que o campo \vec{B} no interior da espira.

No caso de pontos muito distantes da bobina, $z \gg R$ e a Eq. 29-26 se reduz a

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2 z^3}.$$

Lembrando que πR^2 é a área A da bobina e generalizando o resultado para uma bobina de N espiras, podemos escrever essa equação na forma

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{N i A}{z^3}.$$

Além disso, como \vec{B} e $\bar{\mu}$ são paralelos, podemos escrever a equação em forma vetorial, usando a identidade $\mu = NiA$:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\bar{\mu}}{z^3} \quad (\text{bobina percorrida por corrente}). \quad (29-27)$$

Assim, podemos encarar uma bobina percorrida por corrente como um dipolo magnético sob dois aspectos: (1) a bobina experimenta um torque na presença de um campo magnético externo; (2) a bobina produz um campo magnético que é dado, para pontos distantes sobre o eixo z , pela Eq. 29-27. A Fig. 29-21 mostra o campo magnético produzido por uma bobina percorrida por corrente; um lado da bobina se comporta como um polo norte (para onde aponta o momento magnético $\bar{\mu}$) e o outro lado como um polo sul, como sugere o desenho de um ímã em forma de barra. Uma bobina percorrida por corrente, como um ímã em forma de barra, tende a se alinhar com um campo magnético aplicado.

TESTE 3

A figura mostra quatro pares de espiras circulares de raio r ou $2r$, com o centro em eixos verticais (perpendiculares ao plano das espiras) e percorridas por correntes de mesmo valor absoluto, nos sentidos indicados. Coloque os pares na ordem do módulo do campo magnético em um ponto sobre o eixo central a meio caminho entre os anéis, começando pelo maior.

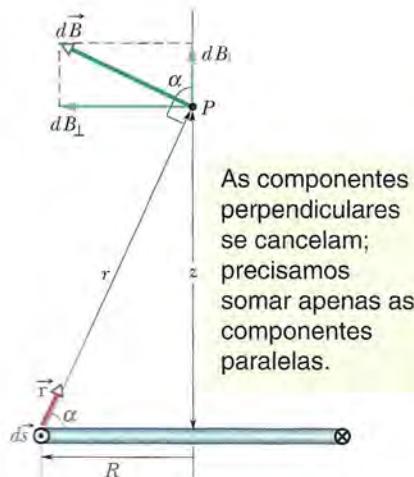
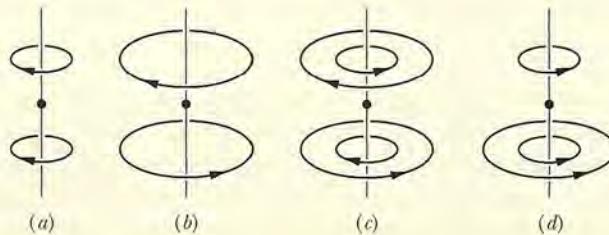


Figura 29-22 Vista de perfil de uma espira circular de raio R . O plano da espira é perpendicular ao papel e apenas a metade mais distante da espira aparece na figura. A lei de Biot-Savart pode ser usada para calcular o campo magnético em um ponto P do eixo central da espira.

Demonstração da Equação 29-26

A Fig. 29-22 mostra uma vista de perfil de uma espira circular de raio R percorrida por uma corrente i . Considere um ponto P do eixo central, situado a uma distância z do plano da espira. Vamos aplicar a lei de Biot-Savart a um elemento de comprimento ds situado na extremidade esquerda da espira. O vetor comprimento $d\vec{s}$ associado a esse elemento aponta perpendicularmente para fora do papel. O ângulo θ entre $d\vec{s}$ e \vec{r} na Fig. 29-22 é 90° ; o plano formado pelos dois vetores é perpendicular ao plano do papel e contém tanto \vec{r} como $d\vec{s}$. De acordo com a lei de Biot-Savart (e com a regra da mão direita), o elemento de campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P pela corrente do elemento ds é perpendicular a esse plano e, portanto, paralelo ao plano do papel e perpendicular a \vec{r} , como mostra a Fig. 29-22.

Vamos separar $d\vec{B}$ em duas componentes: $dB_{||}$, paralela ao eixo da espira, e dB_{\perp} , perpendicular ao eixo. Por simetria, a soma vetorial das componentes perpendiculares dB_{\perp} produzidas por todos os elementos ds da espira é zero. Isso deixa apenas as componentes paralelas $dB_{||}$ e, portanto,

$$B = \int dB_{\parallel}.$$

Para o elemento $d\vec{s}$ da Fig. 29-22, a lei de Biot-Savart (Eq. 29-1) nos diz que o campo magnético a uma distância r é dado por

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \sin 90^\circ}{r^2}.$$

Temos também

$$dB_{\parallel} = dB \cos \alpha.$$

Combinando as duas relações, obtemos

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 i \cos \alpha ds}{4\pi r^2}. \quad (29-28)$$

A Fig. 29-22 mostra que existe uma relação entre r e α . Ambos podem ser expressos em termos da variável z , a distância entre o ponto P e o centro da espira. As relações são as seguintes:

$$r = \sqrt{R^2 + z^2} \quad (29-29)$$

$$\text{e} \quad \cos \alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}. \quad (29-30)$$

Substituindo as Eqs. 29-29 e 29-30 na Eq. 29-28, obtemos

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} ds.$$

Observe que i , R e z têm o mesmo valor para todos os elementos ds da espira; assim, quando integramos esta equação, descobrimos que

$$\begin{aligned} B &= \int dB_{\parallel} \\ &= \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \int ds \end{aligned}$$

ou, como $\int ds$ é simplesmente o perímetro $2\pi R$ da espira,

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Esta é a Eq. 29-26, a relação que queríamos demonstrar.

REVISÃO E RESUMO

Lei de Biot-Savart O campo magnético criado por um condutor percorrido por corrente pode ser calculado com o auxílio da *lei de Biot-Savart*. De acordo com essa lei, a contribuição $d\vec{B}$ de um elemento de corrente $i d\vec{s}$ para o campo em um ponto P situado a uma distância r é dada por

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{s} \times \vec{r}}{r^2} \quad (\text{lei de Biot-Savart}). \quad (29-3)$$

em que \vec{r} é o vetor unitário que liga o elemento de corrente ao ponto P . O valor da constante μ_0 , conhecida como constante de permeabilidade, é

$$4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \approx 1,26 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m/A}.$$

Campo Magnético Produzido pela Corrente em um Fio Retilíneo Longo No caso de um fio retilíneo longo percorrido por

uma corrente i , a lei de Biot-Savart nos dá, para o módulo do campo magnético a uma distância perpendicular R do fio,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad (\text{fio retilíneo longo}). \quad (29-4)$$

Campo Magnético de um Arco de Circunferência O módulo do campo magnético no centro de um arco de circunferência de raio R e ângulo central ϕ (em radianos) percorrido por uma corrente i é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R} \quad (\text{no centro de um arco de circunferência}). \quad (29-9)$$

Força entre Correntes Paralelas Fios paralelos percorridos por correntes no mesmo sentido se atraem e fios paralelos percorridos por correntes em sentidos opostos se repelem. O módulo da

força que age sobre um segmento de comprimento L de um dos fios é dado por

$$F_{ba} = i_b LB_a \operatorname{sen} 90^\circ = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}, \quad (29-13)$$

em que d é a distância entre os fios e i_a e i_b são as correntes nos fios.

Lei de Ampère De acordo com a **lei de Ampère**,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}} \quad (\text{lei de Ampère}). \quad (29-14)$$

A integral de linha que aparece na Eq. 29-14 deve ser calculada para uma curva fechada conhecida como *amperiana*. A corrente i é a corrente *total* envolvida pela amperiana. No caso de algumas distribuições de corrente, a Eq. 29-14 é mais fácil de usar que a Eq. 29-3 para calcular o campo magnético produzido por correntes.

Campos de um Solenoide e de um Toroide No interior de um *solenoide longo* percorrido por uma corrente i , em pontos longe das extremidades, o módulo B do campo magnético é dado por

$$B = \mu_0 i n \quad (\text{solenoide ideal}), \quad (29-23)$$

em que n é o número de espiras por unidade de comprimento. Em um ponto no interior de um *toroide*, o módulo B do campo magnético é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi} \frac{1}{r} \quad (\text{toroide}), \quad (29-24)$$

em que r é a distância entre o ponto e o centro do toroide.

Campo de um Dipolo Magnético O campo magnético produzido por uma bobina percorrida por corrente, que se comporta como um *dipolo magnético*, em um ponto P situado a uma distância z ao longo do eixo central da bobina, é paralelo ao eixo central e dado por

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3}, \quad (29-27)$$

em que $\vec{\mu}$ é o momento dipolar da bobina. A Eq. 29-27 é válida apenas para valores de z muito maiores que as dimensões da bobina.

P E R G U N T A S

- 1** A Fig. 29-23 mostra três circuitos formados por dois segmentos radiais e dois arcos de circunferência concêntricos, um de raio r e o outro de raio $R > r$. A corrente é a mesma nos dois circuitos e o ângulo entre os dois segmentos radiais é o mesmo. Coloque os circuitos na ordem do módulo do campo magnético no centro dos arcos (indicado na figura por um ponto), começando pelo maior,

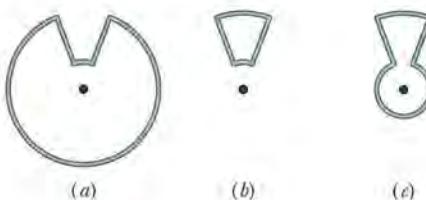


Figura 29-23 Pergunta 1.

- 2** A Fig. 29-24 representa um instantâneo dos vetores velocidade de quatro elétrons nas vizinhanças de um fio percorrido por uma corrente i . As quatro velocidades têm o mesmo módulo e a velocidade \vec{v}_2 aponta para dentro do papel. Os elétrons 1 e 2 estão à mesma distância do fio e o mesmo acontece com os elétrons 3 e 4. Coloque os elétrons na ordem do módulo da força magnética a que estão sujeitos devido à corrente i , começando pelo maior.

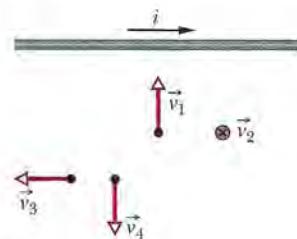


Figura 29-24 Pergunta 2.

- 3** A Fig. 29-25 mostra quatro arranjos nos quais fios paralelos longos conduzem correntes iguais para dentro ou para fora do papel

nos vértices de quadrados iguais. Coloque os arranjos na ordem do módulo do campo magnético no centro do quadrado, começando pelo maior.

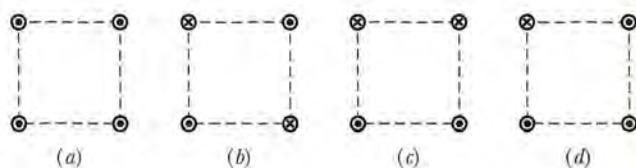


Figura 29-25 Pergunta 3.

- 4** A Fig. 29-26 mostra seções retas de dois fios retilíneos longos; a corrente do fio da esquerda, i_1 , é para fora do papel. Para que o campo magnético total produzido pelas duas correntes seja zero no ponto P , (a) o sentido da corrente i_2 do fio da direita deve ser para dentro ou para fora do papel? (b) O valor absoluto da corrente i_2 deve ser maior, menor ou igual ao valor absoluto de i_1 ?



Figura 29-26 Pergunta 4.

- 5** A Fig. 29-27 mostra três circuitos formados por segmentos retilíneos e arcos de circunferência concêntricos (semicircunferências ou quartos de circunferência de raio r , $2r$ ou $3r$). A corrente é a mesma nos três circuitos. Coloque os circuitos na ordem do módulo do campo magnético no centro dos arcos (indicado na figura por um ponto), começando pelo maior.

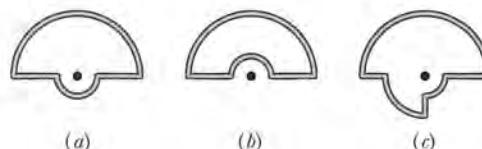


Figura 29-27 Pergunta 5.

- 6** A Fig. 29-28 mostra, em função da distância radial r , o módulo B do campo magnético do lado de dentro e do lado de fora de quatro fios (a, b, c, d), cada um dos quais conduz uma corrente uniformemente distribuída ao longo da seção reta. Os trechos em que os gráficos correspondentes a dois fios se superpõem estão indicados por duas letras. Coloque os fios na ordem (a) do raio, (b) do módulo do campo magnético na superfície e (c) da corrente, começando pelo maior valor. (d) O módulo da densidade de corrente do fio a é maior, menor ou igual ao do fio c ?

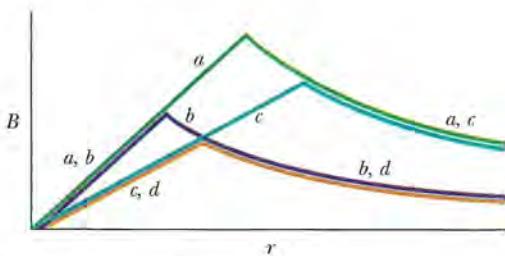


Figura 29-28 Pergunta 6.

- 7** A Fig. 29-29 mostra quatro amperianas circulares (a, b, c, d) concêntricas com um fio cuja corrente é dirigida para fora do papel. A corrente é uniforme ao longo da seção reta do fio (região sombreada). Coloque as amperianas na ordem do valor absoluto de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da curva, começando pelo maior.

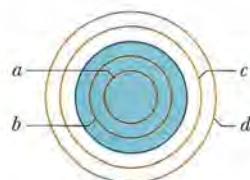


Figura 29-29 Pergunta 7.

- 8** A Fig. 29-30 mostra quatro arranjos nos quais fios longos, paralelos, igualmente espaçados conduzem correntes iguais para dentro e para fora do papel. Coloque os arranjos na ordem do módulo da força a que está submetido o fio central, começando pelo maior.

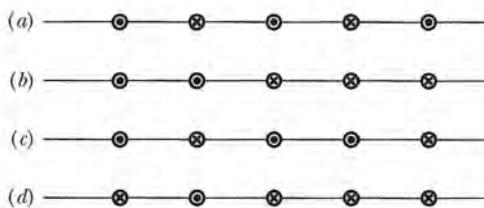


Figura 29-30 Pergunta 8.

- 9** A Fig. 29-31 mostra quatro amperianas circulares (a, b, c, d) e, em seção reta, quadro condutores circulares longos (regiões sombreadas), todos concêntricos. Três dos condutores são cilindros ocos; o condutor central é um cilindro maciço. As correntes nos condutores

são, do raio menor para o maior, 4 A para fora do papel, 9 A para dentro do papel, 5 A para fora do papel e 3 A para dentro do papel. Coloque as amperianas na ordem do módulo de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da curva, começando pelo maior.

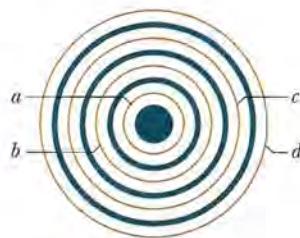


Figura 29-31 Pergunta 9.

- 10** A Fig. 29-32 mostra quatro correntes iguais i e cinco amperianas (a, b, c, d, e) envolvendo essas correntes. Coloque as amperianas na ordem do valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo das curvas nas direções indicadas, começando pelo maior valor positivo.

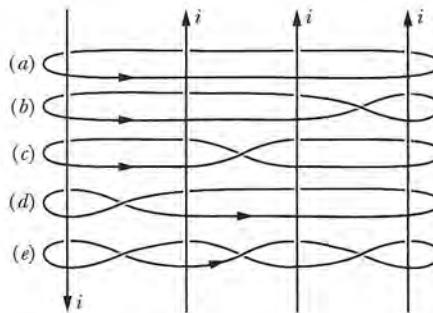


Figura 29-32 Pergunta 10.

- 11** A Fig. 29-33 mostra três arranjos de três fios retilíneos longos conduzindo correntes iguais para dentro e para fora do papel. (a) Coloque os arranjos na ordem do módulo da força magnética a que está submetido o fio A, começando pelo maior. (b) No arranjo 3, o ângulo entre a força a que está submetido o fio A e a reta tracejada é igual, maior ou menor que 45° ?

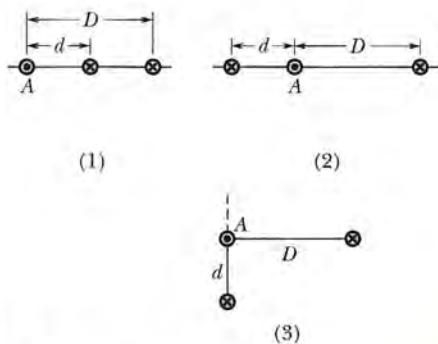


Figura 29-33 Pergunta 11.

PROBLEMAS

• • • O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

 Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 29-2 Cálculo do Campo Magnético Produzido por uma Corrente

- 1 Um topógrafo está usando uma bússola magnética 6,1 m abaixo de uma linha de transmissão que conduz uma corrente constante de 100 A. (a) Qual é o campo magnético produzido pela linha de transmissão na posição da bússola? (b) Esse campo tem uma influência significativa na leitura da bússola? A componente horizontal do campo magnético da Terra no local é 20 μT .
- 2 A Fig. 29-34a mostra um elemento de comprimento $ds = 1,00 \mu\text{m}$ em um fio retilíneo muito longo percorrido por corrente. A corrente no elemento cria um campo magnético elementar $d\vec{B}$ no espaço em volta. A Fig. 29-34b mostra o módulo dB_s do campo para pontos situados a 2,5 cm de distância do elemento em função do ângulo θ entre o fio e uma reta que liga o elemento ao ponto. A escala vertical é definida por $dB_s = 60,0 \text{ pT}$. Qual é o módulo do campo magnético produzido pelo fio inteiro em um ponto situado a 2,5 cm de distância do fio?

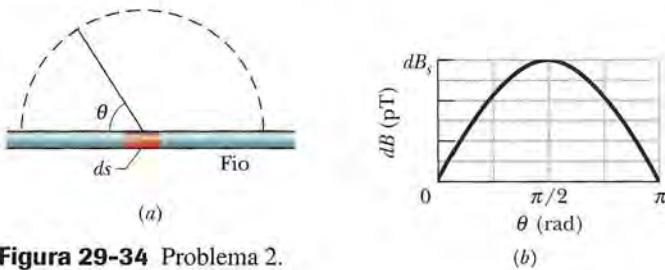


Figura 29-34 Problema 2.

- 3 Em um certo local das Filipinas, o campo magnético da Terra tem um módulo de $39 \mu\text{T}$, é horizontal e aponta exatamente para o norte. Suponha que o campo total é zero 8,0 cm acima de um fio longo, retilíneo, horizontal que conduz uma corrente constante. Determine (a) o módulo da corrente; (b) a orientação da corrente.
- 4 Um condutor retilíneo percorrido por uma corrente $i = 5,0 \text{ A}$ se divide em dois arcos semicirculares, como mostra a Fig. 29-35. Qual é o campo magnético no centro C da espira circular resultante?

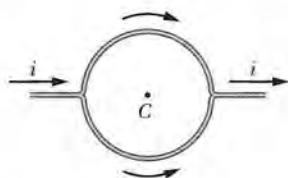


Figura 29-35 Problema 4.

- 5 Na Fig. 29-36, uma corrente $i = 10 \text{ A}$ circula em um condutor longo formado por dois trechos retilíneos e uma semicircunferência de raio $R = 5,0 \text{ mm}$ e centro no ponto a . O ponto b fica a meio caminho entre os trechos retilíneos e tão afastado da semicircunferência que os dois trechos retos podem ser considerados fios infinitos. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto a . Determine também (c) o módulo e (d) o sentido do campo magnético no ponto b .



Figura 29-36 Problema 5.

- 6 Na Fig. 29-37, o ponto P está a uma distância $R = 2,00 \text{ cm}$ de um fio retilíneo muito longo que conduz uma corrente. O campo magnético \vec{B} no ponto P é a soma das contribuições de elementos de corrente $i \, d\vec{s}$ ao longo de todo o fio. Determine a distância s entre o ponto P e o elemento (a) que mais contribui para o campo \vec{B} e (b) responsável por 10% da maior contribuição.

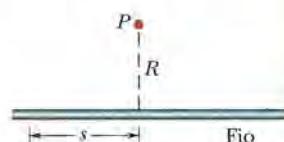


Figura 29-37 Problema 6.

- 7 Na Fig. 29-38, dois arcos de circunferência têm raios $a = 13,5 \text{ cm}$ e $b = 10,7 \text{ cm}$, subtendem um ângulo $\theta = 74,0^\circ$, conduzem uma corrente $i = 0,411 \text{ A}$ e têm o mesmo centro de curvatura P . Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto P .

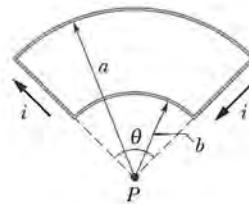


Figura 29-38 Problema 7.

- 8 Na Fig. 29-39, dois arcos de circunferência têm raios $R_2 = 7,80 \text{ cm}$ e $R_1 = 3,15 \text{ cm}$, subtendem um ângulo $\theta = 180^\circ$, conduzem uma corrente $i = 0,281 \text{ A}$ e têm o mesmo centro de curvatura C . Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto C .

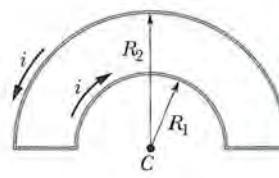


Figura 29-39 Problema 8.

- 9 Dois fios retilíneos longos são paralelos e estão separados por uma distância de 8,0 cm. As correntes nos fios são iguais e o campo magnético em um ponto situado exatamente a meio caminho entre os dois fios tem um módulo de $300 \mu\text{T}$. (a) As correntes têm o mesmo sentido ou sentidos opostos? (b) Qual é o valor das correntes?

- 10 Na Fig. 29-40, um fio é formado por uma semicircunferência de raio $R = 9,26 \text{ cm}$ e dois segmentos retilíneos (radiais) de comprimento $L = 13,1 \text{ cm}$ cada um. A corrente no fio é $i = 34,8 \text{ mA}$. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no centro de curvatura C da semicircunferência.

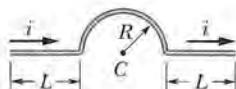


Figura 29-40 Problema 10.

••11 Na Fig. 29-41, dois fios retilíneos longos são perpendiculares ao plano do papel e estão separados por uma distância $d_1 = 0,75$ cm. O fio 1 conduz uma corrente de 6,5 A para dentro do papel. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio 2 para que o campo magnético seja zero no ponto P , situado a uma distância $d_2 = 1,50$ cm do fio 2.

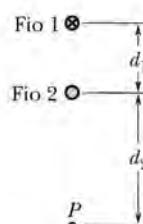


Figura 29-41 Problema 11.

••12 Na Fig. 29-42, dois fios retilíneos longos, separados por uma distância $d = 16,0$ cm, conduzem correntes $i_1 = 3,61$ mA e $i_2 = 3,00i_1$ dirigidas para fora do papel. (a) Em que ponto do eixo x o campo magnético total é zero? (b) Se as duas correntes são multiplicadas por dois, o ponto em que o campo magnético é zero se aproxima do fio 1, se aproxima do fio 2 ou permanece onde está?

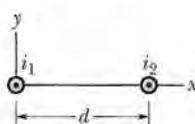


Figura 29-42 Problema 12.

••13 Na Fig. 29-43, o ponto P_1 está a uma distância $R = 13,1$ cm do ponto médio de um fio retilíneo de comprimento $L = 18,0$ cm que conduz uma corrente $i = 58,2$ mA. (Observe que o fio não é longo.) Qual é o módulo do campo magnético no ponto P_1 ?

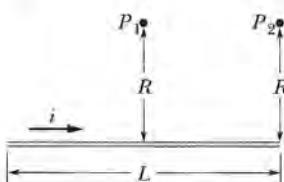


Figura 29-43 Problemas 13 e 17.

••14 A Eq. 29-4 fornece o módulo B do campo magnético criado por um fio retilíneo *infinitamente longo* em um ponto P situado a uma distância R do fio. Suponha que o ponto P esteja, na verdade, a uma distância R do ponto médio de um fio de comprimento *finito* L . Nesse caso, o uso da Eq. 29-4 para calcular B envolve um certo erro percentual. Qual deve ser a razão L/R para que o erro percentual seja 1,00%? Em outras palavras, para que valor de L/R a igualdade

$$\frac{(B \text{ da Eq. 29-4}) - (B \text{ real})}{(B \text{ real})} (100\%) = 1,00\% \text{ é satisfeita?}$$

••15 A Fig. 29-44 mostra dois fios. O fio de baixo conduz uma corrente $i_1 = 0,40$ A e inclui um arco de circunferência com 5,0 cm de raio e centro no ponto P , que subtende um ângulo de 180° . O fio de cima conduz uma corrente $i_2 = 2i_1$ e inclui um arco de circunferência com 4,0 cm de raio e centro também no ponto P , que subtende um ângulo de 120° . Determine (a) o módulo e (b) a orientação do campo magnético \vec{B} para os sentidos das correntes indicados na

figura. Determine também (c) o módulo e (d) a direção de \vec{B} se o sentido da corrente i_1 for invertido.

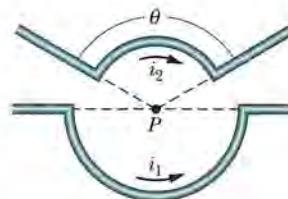


Figura 29-44 Problema 15.

••16 Na Fig. 29-45, duas espiras circulares concêntricas, que conduzem correntes no mesmo sentido, estão no mesmo plano. A espira 1 tem 1,50 cm de raio e conduz uma corrente de 4,00 mA. A espira 2 tem 2,50 cm de raio e conduz uma corrente de 6,00 mA. O campo magnético \vec{B} no centro comum das duas espiras é medido enquanto se faz girar a espira 2 em torno de um diâmetro. Qual deve ser o ângulo de rotação da espira 2 para que o módulo do campo \vec{B} seja 100 nT?

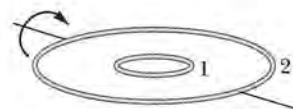


Figura 29-45 Problema 16.

••17 Na Fig. 29-43, o ponto P_2 está a uma distância perpendicular $R = 25,1$ cm de uma das extremidades de um fio retilíneo de comprimento $L = 13,6$ cm que conduz uma corrente $i = 0,693$ A. (Observe que o fio não é longo.) Qual é o módulo do campo magnético no ponto P_2 ?

••18 Uma corrente é estabelecida em uma espira constituída por uma semicircunferência de 4,00 cm de raio, uma semicircunferência concêntrica de raio menor e dois segmentos retilíneos radiais, todos no mesmo plano. A Fig. 29-46a mostra o arranjo, mas não está desenhada em escala. O módulo do campo magnético produzido no centro de curvatura é $47,25 \mu\text{T}$. Quando a semicircunferência menor sofre uma rotação de 180° (Fig. 29-46b), o módulo do campo magnético produzido no centro de curvatura diminui para $15,75 \mu\text{T}$ e o sentido do campo se inverte. Qual é o raio da semicircunferência menor?

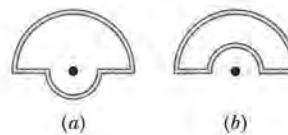


Figura 29-46 Problema 18.

••19 Um fio longo está sobre o eixo x e conduz uma corrente de 30 A no sentido positivo do eixo x . Um segundo fio longo é perpendicular ao plano xy , passa pelo ponto $(0; 4,0 \text{ m}; 0)$ e conduz uma corrente de 40 A no sentido positivo do eixo z . Determine o módulo do campo magnético produzido pelos fios no ponto $(0; 2,0 \text{ m}; 0)$.

••20 Na Fig. 29-47, parte de um fio longo isolado que conduz uma corrente $i = 5,78$ mA é encurvada para formar uma espira circular de raio $R = 1,89$ cm. Em termos dos vetores unitários, determine o campo magnético C no centro da espira (a) se a espira está no plano do papel e (b) se a espira está perpendicular ao plano do papel.

depois de sofrer uma rotação de 90° no sentido anti-horário, como mostra a figura.

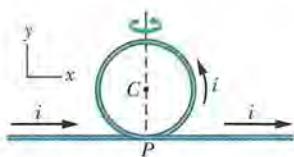


Figura 29-47 Problema 20.

••21 A Fig. 29-48 mostra, em seção reta, dois fios retilíneos muito longos, ambos percorridos por uma corrente de $4,00\text{ A}$ orientada para fora do papel. A distância entre os fios é $d_1 = 6,00\text{ m}$ e a distância entre o ponto P , equidistante dos dois fios, e o ponto médio do segmento de reta que liga os dois fios é $d_2 = 4,00\text{ m}$. Determine o módulo do campo magnético total produzido no ponto P pelos dois fios.

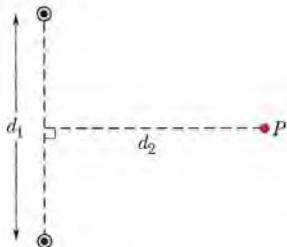


Figura 29-48 Problema 21.

••22 A Fig. 29-49a mostra, em seção reta, dois fios longos e paralelos, percorridos por correntes e separados por uma distância L . A razão i_1/i_2 entre as correntes é 4,00; os sentidos das correntes não são conhecidos. A Fig. 29-49b mostra a componente B_y do campo magnético em função da posição no eixo x à direita do fio 2. A escala vertical é definida por $B_{ys} = 4,0\text{ nT}$ e a escala horizontal por $x_s = 20,0\text{ cm}$. (a) Para que valor de $x > 0$ a componente B_y é máxima? (b) Se $i_2 = 3\text{ mA}$, qual é o valor máximo de B_y ? Determine o sentido (para dentro ou para fora do papel) (c) de i_1 e (d) de i_2 .

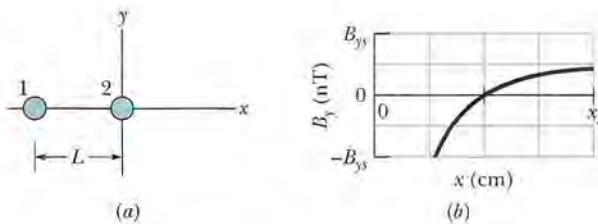


Figura 29-49 Problema 22.

••23 A Fig. 29-50 mostra um próton que se move com velocidade $\vec{v} = (-200\text{ m/s})\hat{j}$ em direção a um fio retilíneo longo que conduz uma corrente $i = 350\text{ mA}$. No instante mostrado, a distância entre o próton e o fio é $d = 2,89\text{ cm}$. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética a que o próton está submetido?

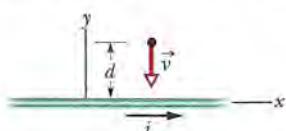


Figura 29-50 Problema 23.

••24 A Fig. 29-51 mostra, em seção reta, quatro fios finos paralelos, retilíneos e muito compridos, que conduzem correntes iguais nos sentidos indicados. Inicialmente, os quatro fios estão a uma distância $d = 15,0\text{ cm}$ da origem do sistema de coordenadas, onde criam um campo magnético total \vec{B} . (a) Para que valor de x o fio 1 deve ser deslocado ao longo do eixo x para que o campo \vec{B} sofra uma rotação de 30° no sentido anti-horário? (b) Com o fio 1 na nova posição, para que valor de x o fio 3 deve ser deslocado ao longo do eixo x para que o campo \vec{B} volte à orientação inicial?

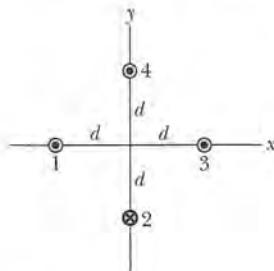


Figura 29-51 Problema 24.

••25 A Fig. 29-52 mostra um fio que conduz uma corrente $i = 3,00\text{ A}$. Dois trechos retilíneos semi-infinitos, ambos tangentes à mesma circunferência, são ligados por um arco de circunferência que possui um ângulo central θ e coincide com parte da circunferência. O arco e os dois trechos retilíneos estão no mesmo plano. Se $B = \vec{0}$ no centro da circunferência, qual é o valor de θ ?



Figura 29-52 Problema 25.

••26 Na Fig. 29-53a, o fio 1 é formado por um arco de circunferência e dois segmentos radiais e conduz uma corrente $i_1 = 0,50\text{ A}$ no sentido indicado. O fio 2, mostrado em seção reta, é longo, retilíneo e perpendicular ao plano do papel. A distância entre o fio 2 e o centro do arco é igual ao raio R do arco e o fio conduz uma corrente i_2 que pode ser ajustada. As duas correntes criam um campo magnético total \vec{B} no centro do arco. A Fig. 29-53b mostra o quadrado do módulo do campo, B^2 , em função do quadrado da corrente, i_2^2 . A escala vertical é definida por $B_s^2 = 10,0 \times 10^{-10}\text{ T}^2$. Qual é o ângulo subtendido pelo arco?

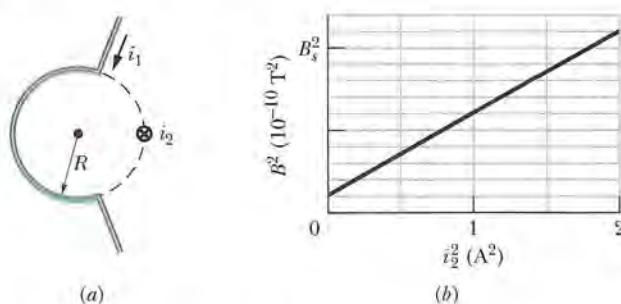


Figura 29-53 Problema 26.

••27 Na Fig. 29-54, dois fios longos retilíneos (mostrados em seção reta) conduzem correntes $i_1 = 30,0\text{ mA}$ e $i_2 = 40,0\text{ mA}$ dirigidas

das para fora do papel. Os fios estão à mesma distância da origem, onde criam um campo magnético \vec{B} . Qual deve ser o novo valor de i_1 para que \vec{B} sofra uma rotação de $20,0^\circ$ no sentido horário?

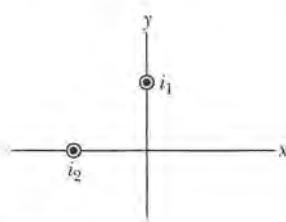


Figura 29-54 Problema 27.

••28 A Fig. 29-55a mostra dois fios. O fio 1 é formado por um arco de circunferência de raio R e dois segmentos radiais e conduz uma corrente $i_1 = 2,0\text{ A}$ no sentido indicado. O fio 2 é longo e retílineo, conduz uma corrente i_2 que pode ser ajustada e está a uma distância $R/2$ do centro do arco. O campo magnético \vec{B} produzido pelas duas correntes é medido no centro de curvatura do arco. A Fig. 29-55b mostra a componente de \vec{B} na direção perpendicular ao plano do papel em função da corrente i_2 . A escala horizontal é definida por $i_{2s} = 1,00\text{ A}$. Determine o ângulo subtendido pelo arco.

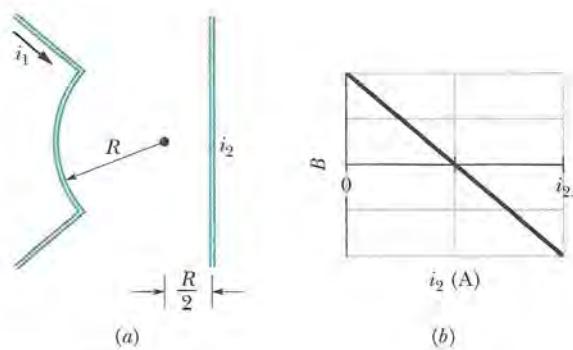


Figura 29-55 Problema 28.

••29 Na Fig. 29-56, quatro fios retílineos longos são perpendiculares ao papel e suas seções retas formam um quadrado de lado $a = 20\text{ cm}$. As correntes são para fora do papel nos fios 1 e 4 e para dentro do papel nos fios 2 e 3 e todos os fios conduzem uma corrente de 20 A . Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético no centro do quadrado?

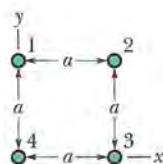


Figura 29-56 Problemas 29, 37 e 40.

••30 Dois fios longos retílineos percorridos por corrente estão apoiados na superfície de um cilindro longo de plástico de raio $R = 20,0\text{ cm}$, paralelamente ao eixo do cilindro. A Fig. 29-57a mostra, em seção reta, o cilindro e o fio 1, mas não o fio 2. Com o fio 2 mantido fixo no lugar, o fio 1 é deslocado sobre o cilindro,

do ângulo $\theta_1 = 0^\circ$ até o ângulo $\theta_1 = 180^\circ$, passando pelo primeiro e segundo quadrantes do sistema de coordenadas xy . O campo magnético \vec{B} no centro do cilindro é medido em função de θ_1 . A Fig. 29-57b mostra a componente B_x de \vec{B} em função de θ_1 (a escala vertical é definida por $B_{xs} = 6,0\text{ }\mu\text{T}$) e a Fig. 29-57c mostra a componente B_y em função de θ_1 (a escala vertical é definida por $B_{ys} = 4,0\text{ }\mu\text{T}$). (a) Qual é o ângulo θ_2 que define a posição do fio 2? Determine (b) o valor e (c) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio 1. Determine também (d) o valor e (e) o sentido da corrente no fio 2.

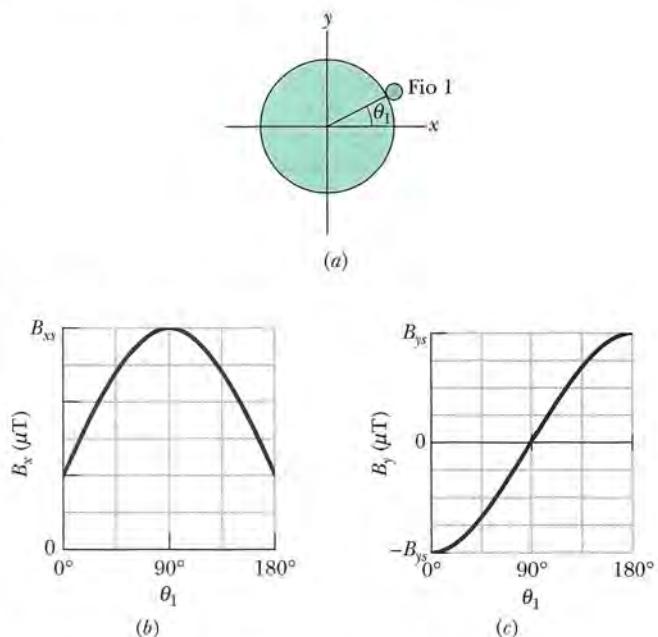


Figura 29-57 Problema 30.

••31 Na Fig. 29-58, $a = 4,7\text{ cm}$ e $i = 13\text{ A}$. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto P .

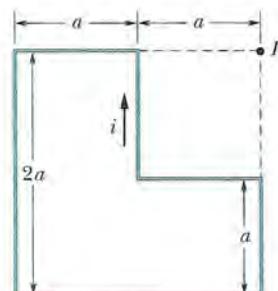


Figura 29-58 Problema 31.

••32 A espira percorrida por corrente da Fig. 29-59a é constituída por uma semicircunferência com $10,0\text{ cm}$ de raio, uma semicircunferência menor com o mesmo centro e dois segmentos radiais, todos no mesmo plano. A semicircunferência menor sofre uma rotação de um ângulo θ para fora do plano (Fig. 29-59b). A Fig. 29-59c mostra o módulo do campo magnético no centro de curvatura em função do ângulo θ . A escala vertical é definida por $B_a = 10,0\text{ }\mu\text{T}$ e $B_b = 12,0\text{ }\mu\text{T}$. Qual é o raio do semicírculo menor?

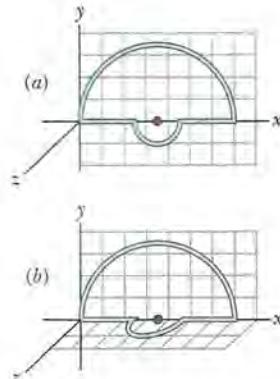
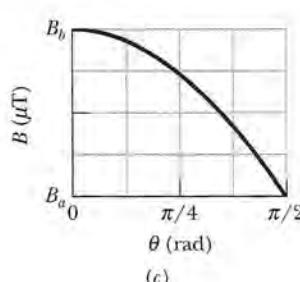


Figura 29-59 Problema 32.



*****33** A Fig. 29-60 mostra uma seção reta de uma fita longa e fina de largura $w = 4,91$ cm que está conduzindo uma corrente uniformemente distribuída $i = 4,61 \mu\text{A}$ para dentro do papel. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético \vec{B} em um ponto P no plano da fita situado a uma distância $d = 2,16$ cm de uma das bordas? (Sugestão: imagine a fita como um conjunto formado por um número muito grande de fios finos paralelos.)

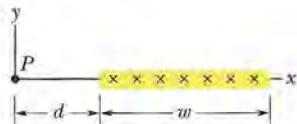


Figura 29-60 Problema 33.

*****34** A Fig. 29-61 mostra, em seção reta, dois fios retilíneos longos apoiados na superfície de um cilindro de plástico com $20,0$ cm de raio e paralelos ao eixo do cilindro. O fio 1 conduz uma corrente $i_1 = 60,0$ mA para fora do papel e é mantido fixo no lugar, do lado esquerdo do cilindro. O fio 2 conduz uma corrente $i_2 = 40,0$ mA para fora do papel e pode ser deslocado em torno do cilindro. Qual deve ser o ângulo (positivo) θ_2 do fio 2 para que, na origem, o módulo do campo magnético total seja $80,0$ nT?

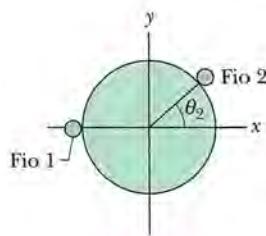


Figura 29-61 Problema 34.

Seção 29-3 Forças entre Duas Correntes Paralelas

•35 A Fig. 29-62 mostra o fio 1 em seção reta; o fio é retilíneo e longo, conduz uma corrente de $4,00$ mA para fora do papel e está a uma distância $d_1 = 2,40$ cm de uma superfície. O fio 2, que é paralelo ao fio 1 e também longo, está sobre a superfície a uma distância horizontal $d_2 = 5,00$ cm do fio 1 e conduz uma corrente de $6,80$ mA para dentro do papel. Qual é a componente x da força magnética *por unidade de comprimento* que age sobre o fio 2?

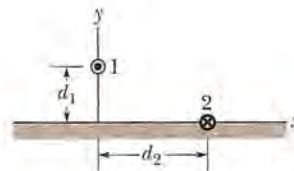


Figura 29-62 Problema 35.

••36 Na Fig. 29-63, cinco fios paralelos longos no plano xy estão separados por uma distância $d = 8,00$ cm, têm $10,0$ m de comprimento e conduzem correntes iguais de $3,00$ A para fora do papel. Em termos dos vetores unitários, determine a força (a) sobre o fio 1; (b) sobre o fio 2; (c) sobre o fio 3; (d) sobre o fio 4; (e) sobre o fio 5.

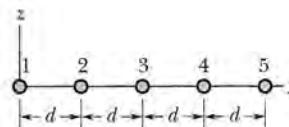


Figura 29-63 Problemas 36 e 39.

••37 Na Fig. 29-56, quatro fios retilíneos longos são perpendiculares ao papel e suas seções retas formam um quadrado de lado $a = 13,5$ cm. Todos os fios conduzem correntes de $7,50$ A e as correntes são para fora do papel nos fios 1 e 4 e para dentro do papel nos fios 2 e 3. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética *por metro de fio* que age sobre o fio 4?

••38 A Fig. 29-64a mostra, em seção reta, três fios percorridos por corrente que são longos, retilíneos e paralelos. Os fios 1 e 2 são mantidos fixos no eixo x , separados por uma distância d . O fio 1 conduz uma corrente de $0,750$ A, mas o sentido da corrente é desconhecido. O fio 2, com uma corrente de $0,250$ A para fora do papel, pode ser deslocado ao longo do eixo x , o que modifica a força \vec{F}_2 a que está sujeito o fio 2. A componente x dessa força é F_{2x} e o seu valor por unidade de comprimento do fio 2 é F_{2x}/L_2 . A Fig. 29-64b mostra o valor de F_{2x}/L_2 em função da coordenada x do fio 3. O gráfico possui uma assíntota $F_{2x}/L_2 = -0,627 \mu\text{N/m}$ para $x \rightarrow \infty$. A escala horizontal é definida por $x_s = 12,0$ cm. Determine (a) o valor e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio 2.

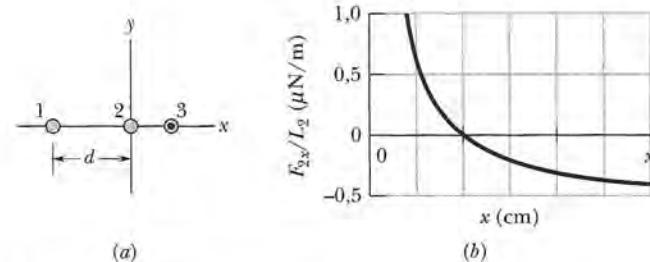


Figura 29-64 Problema 38.

••39 Na Fig. 29-63, cinco fios paralelos longos no plano xy estão separados por uma distância $d = 50,0$ cm. As correntes para dentro do papel são $i_1 = 2,00$ A, $i_3 = 0,250$ A, $i_4 = 4,00$ A e $i_5 = 2,00$ A; a corrente para fora do papel é $i_2 = 4,00$ A. Qual é o módulo da força *por unidade de comprimento* que age sobre o fio 3?

••40 Na Fig. 29-56, quatro fios retilíneos longos são perpendiculares ao papel e suas seções retas formam um quadrado de lado

$a = 8,50 \text{ cm}$. Todos os fios conduzem correntes de $15,0 \text{ A}$ para fora do papel. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética por metro de fio que age sobre o fio 1?

•••41 Na Fig. 29-65, um fio retílineo longo conduz uma corrente $i_1 = 30,0 \text{ A}$ e uma espira retangular conduz uma corrente $i_2 = 20,0 \text{ A}$. Suponha que $a = 1,00 \text{ cm}$, $b = 8,00 \text{ cm}$ e $L = 30,0 \text{ cm}$. Em termos dos vetores unitários, qual é a força a que está submetida a espira?

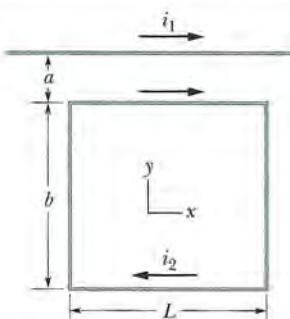


Figura 29-65 Problema 41.

Seção 29-4 Lei de Ampère

••42 Em uma certa região existe uma densidade de corrente uniforme de 15 A/m^2 no sentido positivo do eixo z . Determine o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ quando a integral de linha é calculada ao longo de três segmentos de reta, de $(4d, 0, 0)$ para $(4d, 3d, 0)$, para $(0, 0, 0)$ para $(4d, 0, 0)$, com $d = 20 \text{ cm}$.

••43 A Fig. 29-66 mostra uma seção reta de um fio cilíndrico longo de raio $a = 2,00 \text{ cm}$ que conduz uma corrente uniforme de 170 A . Determine o módulo do campo magnético produzido pela corrente a uma distância do eixo do fio igual a (a) 0 ; (b) $1,00 \text{ cm}$; (c) $2,00 \text{ cm}$ (superfície do fio) e (d) $4,00 \text{ cm}$.

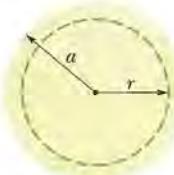


Figura 29-66 Problema 43.

••44 A Fig. 29-67 mostra duas curvas fechadas que envolvem duas espiras que conduzem correntes $i_1 = 5,0 \text{ A}$ e $i_2 = 3,0 \text{ A}$. Determine o valor da integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ (a) para a curva 1 e (b) para a curva 2.

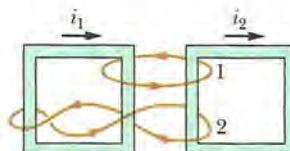


Figura 29-67 Problema 44.

••45 Os oito fios da Fig. 29-68 conduzem correntes iguais de $2,0 \text{ A}$ para dentro ou para fora do papel. Duas curvas estão indicadas para a integral de linha $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$. Determine o valor da integral (a) para a curva 1 e (b) para a curva 2.

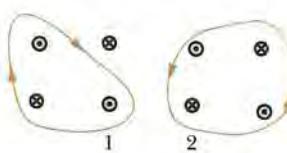


Figura 29-68 Problema 45.

••46 Oito fios são perpendiculares ao plano do papel nos pontos indicados na Fig. 29-69. O fio k ($k = 1, 2, \dots, 8$) conduz uma corrente ki , em que $i = 4,50 \text{ mA}$. Para os fios com k ímpar, a corrente é para fora do papel; para os fios com k par, a corrente é para dentro do papel. Determine o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da curva fechada mostrada na figura, no sentido indicado.

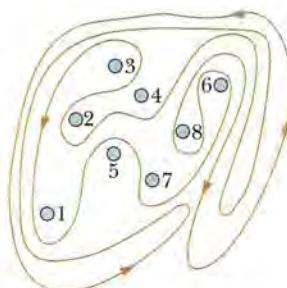


Figura 29-69 Problema 46.

••47 A densidade de corrente J no interior de um fio cilíndrico longo de raio $a = 3,1 \text{ mm}$ é paralela ao eixo central e o módulo varia linearmente com a distância radial r de acordo com a equação $J = J_0 r/a$, em que $J_0 = 310 \text{ A/m}^2$. Determine o módulo do campo magnético (a) para $r = 0$; (b) para $r = a/2$; (c) para $r = a$.

••48 Na Fig. 29-70, um cano circular longo de raio externo $R = 2,6 \text{ cm}$ conduz uma corrente (uniformemente distribuída) $i = 8,00 \text{ mA}$ para dentro do papel. Existe um fio paralelo ao cano a uma distância de $3,00R$ do eixo do cano. Determine (a) o valor e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio para que o campo magnético no ponto P tenha o mesmo módulo que o campo magnético no eixo do cano e o sentido oposto.

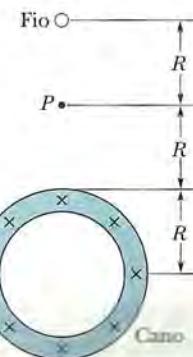


Figura 29-70 Problema 48.

Seção 29-5 Solenoides e Toroides

••49 Um toroide de seção reta quadrada, com $5,00 \text{ cm}$ de lado e um raio interno de $15,0 \text{ cm}$, tem 500 espiras e conduz uma corrente de $0,800 \text{ A}$. (O toroide é feito a partir de um solenoide quadrado, em

vez de redondo, como o da Fig. 29-16.) Determine o campo magnético no interior do toroide (a) a uma distância do centro igual ao raio interno e (b) a uma distância do centro igual ao raio externo.

•50 Um solenoide com 95,0 cm de comprimento tem um raio de 2,00 cm e uma bobina com 1200 espiras; a corrente é 3,60 A. Calcule o módulo do campo magnético no interior do solenoide.

•51 Um solenoide de 200 espiras com 25 cm de comprimento e 10 cm de diâmetro conduz uma corrente de 0,29 A. Calcule o módulo do campo magnético \bar{B} no interior do solenoide.

•52 Um solenoide com 1,30 m de comprimento e 2,60 cm de diâmetro conduz uma corrente de 18,0 A. O campo magnético no interior do solenoide é 23,0 mT. Determine o comprimento do fio de que é feito o solenoide.

••53 Um solenoide longo tem 100 espiras/cm e conduz uma corrente i . Um elétron se move no interior do solenoide em uma circunferência de 2,30 cm de raio perpendicular ao eixo do solenoide. A velocidade do elétron é $0,0460c$ (c é a velocidade da luz). Determine a corrente i no solenoide.

••54 Um elétron é introduzido em uma das extremidades de um solenoide. Ao penetrar no campo magnético uniforme que existe no interior do solenoide, o elétron tem uma velocidade escalar de 800 m/s e seu vetor velocidade faz um ângulo de 30° com o eixo central do solenoide. O solenoide tem 8000 espiras e conduz uma corrente de 4,0 A. Quantas revoluções o elétron descreve no interior do solenoide antes de chegar à outra extremidade? (Em um solenoide real, no qual o campo não é uniforme perto das extremidades, o número de revoluções é ligeiramente menor que o valor calculado neste problema.)

••55 Um solenoide longo com 10,0 espiras/cm e um raio de 7,00 cm conduz uma corrente de 20,0 mA. Um condutor retilíneo situado no eixo central do solenoide conduz uma corrente de 6,00 A. (a) A que distância do eixo do solenoide a direção do campo magnético resultante faz um ângulo de 45° com a direção do eixo? (b) Qual é o módulo do campo magnético a essa distância do eixo?

Seção 29-6 Uma Bobina Percorrida por Corrente como um Dipolo Magnético

•56 Fig. 29-71 mostra um dispositivo conhecido como bobina de Helmholz, formado por duas bobinas circulares coaxiais de raio $R = 25,0$ cm, com 200 espiras, separadas por uma distância $s = R$. As duas bobinas conduzem correntes iguais $i = 12,2$ mA no mesmo sentido. Determine o módulo do campo magnético no ponto P , situado no eixo das bobinas, a meio caminho entre elas.

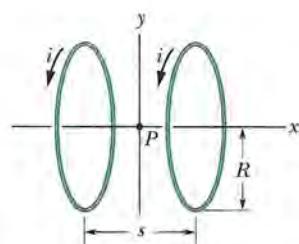


Figura 29-71 Problemas 56 e 90.

•57 Um estudante fabrica um pequeno eletroímã enrolando 300 espiras de fio em um cilindro de madeira com um diâmetro $d = 5,0$ cm. A bobina é ligada a uma bateria que produz uma corrente de 4,0 A no fio. (a) Qual é o módulo do momento dipolar magnético

do eletroímã? (b) A que distância axial $z \gg d$ o campo magnético do eletroímã tem um módulo de $5,0 \mu\text{T}$ (aproximadamente um décimo do campo magnético da Terra)?

•58 A Fig. 29-72a mostra um fio que conduz uma corrente i e forma uma bobina circular com apenas uma espira. Na Fig. 29-72b, um fio de mesmo comprimento forma uma bobina circular com duas espiras de raio igual à metade do raio da espira da Fig. 29-72a. (a) Se B_a e B_b são os módulos dos campos magnéticos nos centros das duas bobinas, qual é o valor da razão B_b/B_a ? (b) Qual é o valor da razão μ_b/μ_a entre os momentos dipolares das duas bobinas?

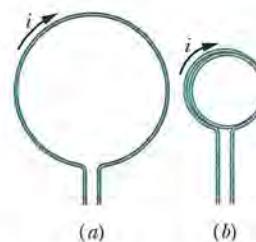


Figura 29-72 Problema 58.

•59 Qual é o módulo do momento dipolar magnético $\bar{\mu}$ do solenoide descrito no Problema 51?

••60 Na Fig. 29-73a, duas espiras circulares, com diferentes correntes mas o mesmo raio de 4,0 cm, têm o centro no eixo y . Estão separadas inicialmente por uma distância $L = 3,0$ cm, com a espira 2 posicionada na origem do eixo. As correntes nas duas espiras produzem um campo magnético na origem cuja componente y é B_y . Essa componente é medida enquanto a espira 2 é deslocada no sentido positivo do eixo y . A Fig. 29-73b mostra o valor de B_y em função da coordenada y da espira 2. A curva tem uma assíntota $B_y = 7,20 \mu\text{T}$ para $y \rightarrow \infty$. A escala horizontal é definida por $y_s = 10,0$ cm. Determine (a) a corrente i_1 na espira 1; (b) a corrente i_2 na espira 2.

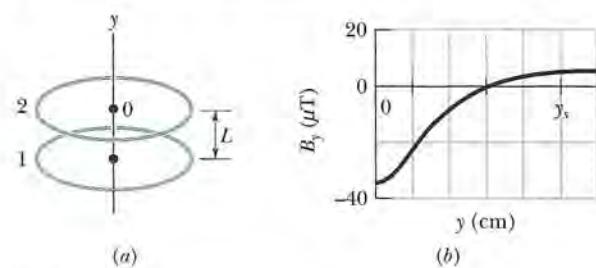


Figura 29-73 Problema 60.

••61 Uma espira circular com 12 cm de raio conduz uma corrente de 15 A. Uma bobina plana com 0,82 cm de raio e 50 espiras conduz uma corrente de 1,3 A é concêntrica com a espira. O plano da espira é perpendicular ao plano da bobina. Suponha que o campo magnético da espira é uniforme na região em que se encontra a bobina. Determine (a) o módulo do campo magnético produzido pela espira no centro comum da espira e da bobina e (b) o módulo do torque exercido pela espira sobre a bobina.

••62 Na Fig. 29-74, uma corrente $i = 56,2$ mA circula em uma espira formada por dois segmentos radiais e duas semicircunferências de raios $a = 5,72$ cm e $b = 9,36$ cm com um centro comum P . Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora da página) do campo magnético no ponto P e (c) o módulo e (d) o sentido do momento magnético da espira.

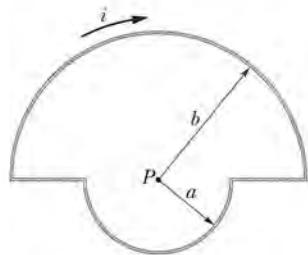


Figura 29-74 Problema 62.

••63 Na Fig. 29-75, um fio conduz uma corrente de 6,0 A ao longo do circuito fechado *abcdefgha*, que percorre 8 das 12 arestas de um cubo com 10 cm de aresta. (a) Considerando o circuito uma combinação de três espiras quadradas (*bcfgb*, *abgha* e *cdefc*), determine o momento magnético total do circuito em termos dos vetores unitários. (b) Determine o módulo do campo magnético total no ponto de coordenadas (0; 5,0 m; 0).

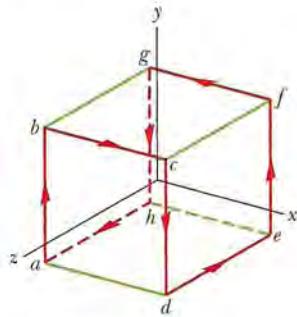


Figura 29-75 Problema 63.

Problemas Adicionais

64 Na Fig. 29-76, uma espira conduz uma corrente $i = 200 \text{ mA}$. A espira é formada por dois segmentos radiais e dois arcos de circunferência concêntricos de raios $2,00 \text{ m}$ e $4,00 \text{ m}$. O ângulo θ é $\pi/4$ rad. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no centro de curvatura P .

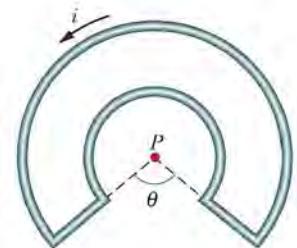


Figura 29-76 Problema 64.

65 Um fio cilíndrico com 8,00 mm de raio conduz uma corrente de 25,0 A, uniformemente distribuída ao longo da reta. A que distância do eixo central existem pontos no interior do fio onde o módulo do campo magnético é 0,100 mT?

66 Dois fios longos estão no plano xy e conduzem correntes no sentido positivo do eixo x . O fio 1 está em $y = 10,0$ cm e conduz uma corrente de $6,00\text{ A}$; o fio 2 está em $y = 5,00\text{ cm}$ e conduz uma corrente de $10,0\text{ A}$. (a) Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético \vec{B} na origem? (b) Para que valor de y o campo \vec{B} é zero? (c) Se a corrente no fio 1 é invertida, para que valor de y o campo \vec{B} é zero?

67 Duas espiras, uma em forma de circunferência e outra em forma de quadrado, têm o mesmo comprimento L e conduzem a mesma corrente i . Mostre que o campo magnético produzido no centro da espira quadrada é maior que o campo magnético produzido no centro da espira circular.

68 Um fio longo retilíneo conduz uma corrente de 50 A. Um elétron está se movendo com uma velocidade de $1,0 \times 10^7$ m/s a 5,0 cm de distância do fio. Determine o módulo da força magnética que age sobre o elétron se o elétron está se movendo (a) em direção ao fio; (b) paralelamente ao fio no sentido da corrente; (c) perpendicularmente às direções dos itens (a) e (b).

69 Três fios longos são paralelos ao eixo z e conduzem uma corrente de 10 A no sentido positivo do eixo z . Os pontos de interseção dos fios com o plano xy formam um triângulo equilátero com 10 cm de lado, como mostra a Fig. 29-77. Um quarto fio (fio b) passa pelo ponto médio da base do triângulo e é paralelo aos outros três fios. Se a força magnética exercida sobre o fio a é zero, determine (a) o valor e (b) o sentido ($+z$ ou $-z$) da corrente no fio b .

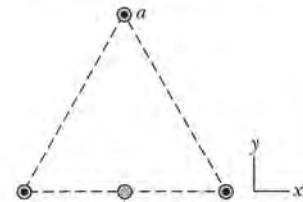


Figura 29-77 Problema 69.

70 A Fig. 29-78 mostra uma espira percorrida por uma corrente $i = 2,00 \text{ A}$. A espira é formada por uma semicircunferência de 4,00 m de raio, dois quartos de circunferência de 2,00 m de raio cada um e três segmentos retilíneos. Qual é o módulo do campo magnético no centro comum dos arcos de circunferência?

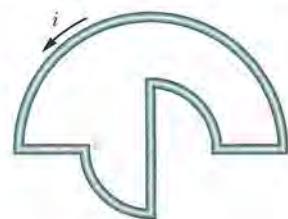


Figura 29-78 Problema 70.

71 Um fio nu de cobre calibre 10 (ou seja, com 2,6 mm de diâmetro) pode conduzir uma corrente de 50 A sem superaquecer. Para essa corrente, qual é o módulo do campo magnético na superfície do fio?

72 Um fio longo vertical conduz uma corrente desconhecida. Um cilindro oco, longo, de espessura desprezível, coaxial com o fio, conduz uma corrente de 30 mA, dirigida para cima. A superfície do cilindro tem um raio de 3,0 mm. Se o módulo do campo magnético em um ponto situado a 5,0 mm de distância do fio é $1,0 \mu\text{T}$, determine (a) o valor e (b) o sentido da corrente no fio.

73 A Fig. 29-79 mostra uma seção reta de um condutor cilíndrico longo de raio $a = 4,00$ cm que contém um furo cilíndrico de raio $b = 1,50$ cm. Os eixos centrais do cilindro e do furo são paralelos e estão separados por uma distância $d = 2,00$ cm; uma corrente $i = 5,25$ A está distribuída uniformemente na região sombreada. (a) Determine o módulo do campo magnético no centro do furo. (b) Discuta os casos especiais $b = 0$ e $d = 0$.

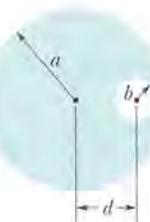


Figura 29-79 Problema 73.

74 O módulo do campo magnético a 88,0 cm do eixo de um fio retilíneo longo é $7,30 \mu\text{T}$. Determine a corrente no fio.

75 A Fig. 29-80 mostra um segmento de fio de comprimento $\Delta s = 3,0 \text{ cm}$, com o centro na origem, percorrido por uma corrente $i = 2,0 \text{ A}$ no sentido positivo do eixo y (como parte de um circuito completo). Para calcular o módulo do campo magnético \vec{B} produzido pelo segmento em um ponto situado a vários metros da origem, podemos usar a lei de Biot–Savart na forma $B = (\mu_0/4\pi)r_i \Delta s (\sin \theta)/r^2$, já que r e θ podem ser considerados constantes para todo o segmento. Calcule \vec{B} (em termos dos vetores unitários) para pontos situados nas seguintes coordenadas: (a) $(0; 0; 5,0 \text{ m})$; (b) $(0; 6,0 \text{ m}; 0)$; (c) $(7,0 \text{ m}; 7,0 \text{ m}; 0)$; (d) $(-3,0 \text{ m}; -4,0 \text{ m}; 0)$.

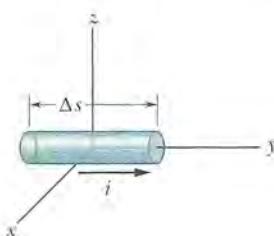


Figura 29-80 Problema 75.

76 A Fig. 29-81 mostra, em seção reta, dois fios longos paralelos separados por uma distância $d = 10,0 \text{ cm}$; os dois fios conduzem uma corrente de 100 A , que tem o sentido para fora do papel no fio 1. O ponto P está sobre a mediatrix do segmento de reta que liga os dois fios. Em termos dos vetores unitários, determine o campo magnético no ponto P se o sentido da corrente 2 for (a) para fora do papel e (b) para dentro do papel.

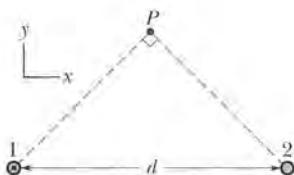


Figura 29-81 Problema 76.

77 Na Fig. 29-82, dois fios muito longos conduzem a mesma corrente i . Ambos seguem um arco de 90° da mesma circunferência de raio R . Mostre que o campo magnético \vec{B} no centro da circunferência é igual ao campo \vec{B} em um ponto situado a uma distância R abaixo de um fio retilíneo muito longo que conduz uma corrente i para a esquerda.

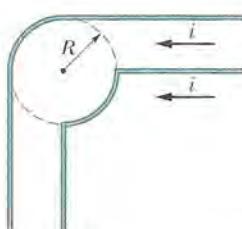


Figura 29-82 Problema 77.

78 Um fio longo que conduz uma corrente de 100 A é perpendicular às linhas de campo magnético de um campo magnético uniforme cujo módulo é $5,0 \text{ mT}$. A que distância do fio o campo magnético é zero?

79 Um condutor longo, oco, cilíndrico (raio interno $2,0 \text{ mm}$, raio externo $4,0 \text{ mm}$) é percorrido por uma corrente de 24 A distribuída uniformemente na seção reta. Um fio longo e fino coaxial com o cilindro conduz uma corrente de 24 A no sentido oposto. Determine o módulo do campo magnético (a) a $1,0 \text{ mm}$; (b) a $3,0 \text{ mm}$; (c) a $5,0 \text{ mm}$ de distância do eixo central do fio e do cilindro.

80 Um fio longo tem um raio maior que $4,0 \text{ mm}$ e conduz uma corrente uniformemente distribuída ao longo da seção reta. O módulo do campo magnético produzido pela corrente é $0,28 \text{ mT}$ em um ponto situado a $4,0 \text{ mm}$ do eixo do fio e $0,20 \text{ mT}$ em um ponto situado a 10 mm do eixo do fio. Qual é o raio do fio?

81 A Fig. 29-83 mostra uma seção reta de uma placa condutora infinita que conduz uma corrente λ por unidade de largura, dirigida para fora do papel. (a) Use a lei de Biot–Savart e a simetria da situação para mostrar que para todos os pontos P acima da placa e para todos os pontos P' abaixo da placa o campo magnético \vec{B} é paralelo à placa e tem o sentido indicado na figura. (b) Use a lei de Ampère para mostrar que $B = \mu_0 \lambda / 2$ em todos os pontos P e P' .

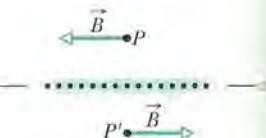


Figura 29-83 Problema 81.

82 A Fig. 29-84 mostra, em seção reta, dois fios longos paralelos separados por uma distância $d = 18,6 \text{ cm}$. A corrente nos fios é $4,23 \text{ A}$, para fora do papel no fio 1 e para dentro do papel no fio 2. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético no ponto P , situado a uma distância $R = 34,2 \text{ cm}$ da reta que liga os dois fios?

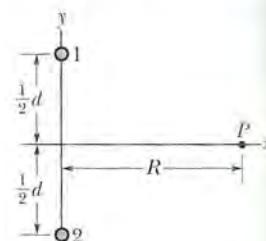


Figura 29-84 Problema 82.

83 Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético no ponto P da Fig. 29-85 se $i = 10 \text{ A}$ e $a = 8,0 \text{ cm}$? (Observe que os fios não são longos.)

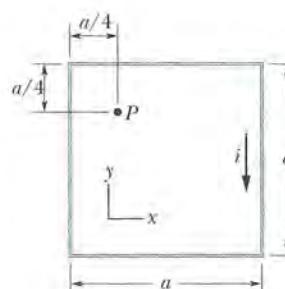


Figura 29-85 Problema 83.

84 Três longos fios estão no plano xy , são paralelos ao eixo x e guardam entre si uma distância de 10 cm. Os dois fios externos conduzem uma corrente de 5,0 A no sentido positivo do eixo x . Determine o módulo da força que age sobre um trecho de 3,0 m de um dos fios externos se a corrente no fio central é 3,2 A (a) no sentido positivo do eixo x e (b) no sentido negativo do eixo x .

85 A Fig. 29-86 mostra uma seção reta de um condutor cilíndrico oco de raios a e b que conduz uma corrente i uniformemente distribuída. (a) Mostre que, no intervalo $b < r < a$, o módulo $B(r)$ do campo elétrico a uma distância r do eixo central do condutor é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}.$$

(b) Mostre que, para $r = a$, a equação do item (a) fornece o módulo B do campo magnético na superfície do condutor; para $r = b$, o campo magnético é zero; para $b = 0$, a equação fornece o módulo do campo magnético no interior de um condutor cilíndrico maciço de raio a . (c) Faça um gráfico de $B(r)$, no intervalo $0 < r < 6$ cm, para $a = 2,0$ cm, $b = 1,8$ cm e $i = 100$ A.

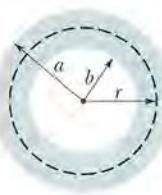


Figura 29-86 Problema 85.

86 Mostre que o módulo do campo magnético produzido no centro de uma espira retangular de comprimento L e largura W , percorrida por uma corrente i , é dado por

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi} \frac{(L^2 + W^2)^{1/2}}{LW}.$$

87 A Fig. 29-87 mostra uma seção reta de um cabo coaxial longo de raios a , b e c . Correntes i de mesmo valor e sentidos opostos estão uniformemente distribuídas nos dois condutores. Escreva expressões para o módulo do campo magnético $B(r)$ em função da distância radial r (a) para $r < c$; (b) para $c < r < b$; (c) para $b < r < a$; (d) para $r > a$. (e) Teste essas expressões para todos os casos especiais possíveis. (f) Suponha que $a = 2,0$ cm, $b = 1,8$ cm, $c = 0,40$ cm e $i = 120$ A e plote a função $B(r)$ no intervalo $0 < r < 3$ cm.

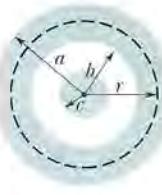


Figura 29-87 Problema 87

88 A Fig. 29-88 é um desenho esquemático de um canhão eletromagnético. O projétil P é colocado entre dois trilhos de seção reta circular; uma fonte faz passar uma corrente nos trilhos e no projétil, que é feito de material condutor (não é necessário usar um fusível). (a) Seja w a distância entre os trilhos, R o raio dos trilhos e i a corrente. Mostre que o projétil é submetido a uma força para a direita, paralela aos trilhos, cujo módulo é dado aproximadamente por

$$F = \frac{i^2 \mu_0}{2\pi} \ln \frac{w+R}{R}.$$

(b) Se o projétil se encontra inicialmente em repouso na extremidade

esquerda dos trilhos, determine a velocidade v com a qual é lançado da extremidade direita. Suponha que $i = 450$ kA, $w = 12$ mm, $R = 6,7$ cm, $L = 4,0$ m e a massa do projétil é 10 g.

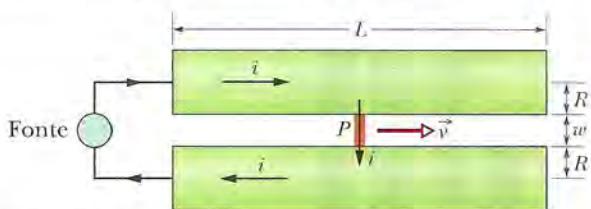


Figura 29-88 Problema 88.

89 Uma espira quadrada de lado a conduz uma corrente i . Mostre que, no centro da espira, o módulo do campo elétrico produzido pela corrente é

$$E = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

90 Na Fig. 29-71, um arranjo conhecido como bobina de Helmholtz é formado por duas bobinas coaxiais circulares de N espiras e raio R , separadas por uma distância s . As duas bobinas conduzem uma corrente i no mesmo sentido. (a) Mostre que a derivada primeira do módulo do campo magnético das bobinas, dB/dx , é zero no ponto médio P para qualquer valor de s . Por que é razoável esperar que isso aconteça, tendo em vista a simetria da situação? (b) Mostre que a derivada segunda, d^2B/dx^2 , também se anula no ponto P para $s = R$. Isso explica a uniformidade de B nas proximidades do ponto P para esta distância entre as bobinas.

91 Uma espira quadrada de lado a conduz uma corrente i . Mostre que o módulo do campo magnético em um ponto de uma reta perpendicular ao plano da espira, passando pelo centro da espira, é dado por

$$B(x) = \frac{4\mu_0 i a^2}{\pi(4x^2 + a^2)(4x^2 + 2a^2)^{1/2}},$$

em que x é a distância entre o ponto e o centro da espira. Mostre que este resultado é compatível com o resultado do Problema 89.

92 Mostre que se a espessura de um toroide é muito menor que o raio de curvatura, a Eq. 29-24 para o campo no interior de um toroide se reduz à Eq. 29-23 para o campo no interior de um solenoide. Explique por que este resultado é razoável.

93 Mostre que um campo magnético uniforme \vec{B} não pode diminuir bruscamente para zero (como pode parecer pela falta de linhas de campo à direita do ponto a na Fig. 29-89) quando nos deslocamos perpendicularmente a \vec{B} , ao longo, por exemplo, da seta horizontal da figura. (Sugestão: aplique a lei de Ampère à amperiana retangular indicada pelas retas tracejadas.) Nos ímãs reais, o campo \vec{B} tende a zero gradualmente quando nos afastamos da região entre os polos. Modifique as linhas de campo da figura para torná-las mais realistas.

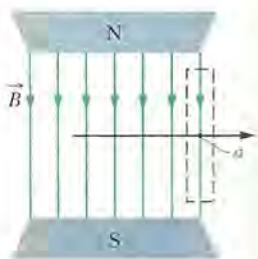


Figura 29-89 Problema 93.

30

INDUÇÃO E INDUTÂNCIA

30-1 O QUE É FÍSICA?

No Capítulo 29, discutimos o fato de que uma corrente produz um campo magnético. Isso foi uma surpresa para os primeiros cientistas que observaram o fenômeno. Talvez ainda mais surpreendente tenha sido a descoberta do efeito oposto: um campo magnético pode gerar um campo elétrico capaz de produzir uma corrente. Essa ligação entre um campo magnético e o campo elétrico produzido (*induzido*) é hoje chamada de *lei de indução de Faraday*.

As observações de Michael Faraday e outros cientistas que levaram a essa lei eram a princípio apenas ciência básica. Hoje, porém, aplicações dessa ciência básica estão em toda parte. A indução é responsável, por exemplo, pelo funcionamento das guitarras elétricas que revolucionaram o rock e ainda são muito usadas na música popular. Também é essencial para a operação dos geradores que fornecem energia elétrica para nossas cidades e dos fornos de indução usados na indústria quando grandes quantidades de metal têm que ser fundidas rapidamente.

Antes de tratar de aplicações como a guitarra elétrica, discutiremos sobre dois experimentos simples relacionados à lei de indução de Faraday.

30-2 Dois Experimentos

Vamos examinar dois experimentos simples para nos preparamos para a discussão da lei de indução de Faraday.

Primeiro experimento. A Fig. 30-1 mostra uma espira de material condutor ligada a um amperímetro. Como não existe uma bateria ou outra fonte de tensão no circuito, não há corrente. Entretanto, quando aproximamos da espira um ímã em forma de barra, o amperímetro indica a passagem de um corrente. A corrente desaparece quando o ímã para. Quando afastamos o ímã da espira, a corrente torna a aparecer, no sentido contrário. Repetindo o experimento algumas vezes, chegamos às seguintes conclusões:

1. A corrente é observada apenas se existe um movimento relativo entre a espira e o ímã; a corrente desaparece no momento em que o movimento relativo deixa de existir.
2. Quanto mais rápido o movimento, maior a corrente.
3. Se, quando aproximamos da espira o polo norte do ímã, a corrente tem o sentido horário, quando afastamos o polo norte a corrente tem o sentido anti-horário. Nesse caso, quando aproximamos da espira o polo sul, a corrente tem o sentido anti-horário, e quando afastamos da espira o polo sul, a corrente tem o sentido horário.

A corrente produzida na espira é chamada de **corrente induzida**; o trabalho realizado por unidade de carga para produzir essa corrente (ou seja, para colocar em movimento os elétrons de condução responsáveis pela corrente) é chamado de **força eletromotriz induzida**; o processo de produzir a corrente e a força eletromotriz recebe o nome de **indução**.

Segundo Experimento. Para este experimento, usamos o arranjo da Fig. 30-2, com duas espiras condutoras próximas uma da outra, mas sem se tocarem. Quando a chave S é fechada, fazendo passar uma corrente na espira da direita, o amperímetro

O movimento do ímã produz uma corrente na espira.

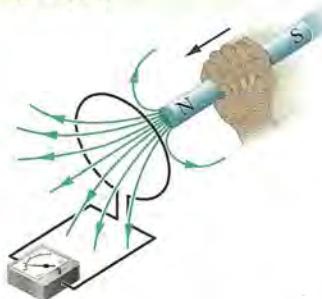


Figura 30-1 Um amperímetro revela a existência de uma corrente na espira quando o ímã está em movimento em relação à espira.

registra, por um breve instante, uma corrente na espira da esquerda. Quando a chave é aberta, o instrumento também registra uma corrente, no sentido oposto. Observamos uma corrente induzida (e, portanto, uma força eletromotriz induzida) quando a corrente na espira da direita está variando (aumentando ou diminuindo), mas não quando é constante (com a chave permanentemente aberta ou permanentemente fechada).

A força eletromotriz induzida e a corrente induzida nesses experimentos são aparentemente causadas pela variação de alguma coisa, mas qual é essa “coisa”? Faraday encontrou a resposta.

30-3 A Lei de Indução de Faraday

Faraday descobriu que uma força eletromotriz e uma corrente podem ser induzidas em uma espira, como em nossos dois experimentos, fazendo variar a *quantidade de campo magnético* que atravessa a espira. Percebeu ainda que a “quantidade de campo magnético” pode ser visualizada em termos das linhas de campo magnético que atravessam a espira. A **lei de indução de Faraday**, quando aplicada a nossos experimentos, diz o seguinte:



Uma força eletromotriz é induzida na espira da esquerda das Figs. 30-1 e 30-2 quando o número de linhas de campo magnético que atravessam a espira varia.

O número de linhas de campo que atravessam a espira não importa; os valores da força eletromotriz e da corrente induzida são determinados pela *taxa de variação* desse número.

Em nosso primeiro experimento (Fig. 30-1), as linhas de campo magnético se espalham a partir do polo norte do ímã. Assim, quando aproximamos o polo norte do ímã da espira, o número de linhas de campo que atravessam a espira aumenta. Esse aumento aparentemente faz com que os elétrons de condução se movam (ou seja, produz uma corrente induzida) e fornece a energia necessária para esse movimento (ou seja, produz uma força eletromotriz induzida). Quando o ímã para de se mover, o número de linhas de campo que atravessam a espira deixa de variar e a corrente induzida e a força eletromotriz induzida desaparecem.

Em nosso segundo experimento (Fig. 30-2), quando a chave está aberta (a corrente é zero), não existem linhas de campo. Quando a chave é fechada, passa a existir uma corrente na bobina da direita. A corrente produz um campo magnético nas vizinhanças da espira da direita que também passa pela espira da esquerda. Enquanto a corrente está aumentando, o campo também está aumentando e o número de linhas de campo que atravessam a espira da esquerda aumenta. Como no primeiro experimento, é esse aumento do número de linhas de campo que aparentemente induz uma corrente e uma força eletromotriz na espira da esquerda. Quando a corrente na espira da direita atinge o valor final, constante, o número de linhas de campo que atravessam a espira da esquerda deixa de variar e a corrente induzida e a força eletromotriz induzida desaparecem.

Um Tratamento Quantitativo

Para aplicar a lei de Faraday a problemas específicos, precisamos saber calcular a *quantidade de campo magnético* que atravessa uma espira. No Capítulo 23, em uma situação semelhante, precisávamos calcular a quantidade de campo elétrico que atravessa uma superfície. Para isso, definimos um fluxo elétrico $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$. Vamos agora definir um *fluxo magnético*. Suponha que uma espira que envolve uma área A seja submetida a um campo magnético \vec{B} . Nesse caso, o **fluxo magnético** que atravessa a espira é dado por

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (\text{fluxo magnético através da área } A). \quad (30-1)$$



O fechamento da chave produz uma corrente na espira da esquerda.

Figura 30-2 Um amperímetro revela a existência de uma corrente no circuito da esquerda quando a chave S é fechada (fazendo circular uma corrente no circuito da direita) e quando a chave S é aberta (fazendo com que a corrente no circuito da direita seja interrompida), mesmo que a posição relativa das espiras não mude durante o processo.

Como no Capítulo 23, $d\vec{A}$ é um vetor de módulo dA perpendicular a um elemento de área dA .

Como um caso especial da Eq. 30-1, suponha que a espira seja plana e que o campo magnético seja perpendicular ao plano da espira. Nesse caso, podemos escrever o produto escalar da Eq. 30-1 como $B dA \cos 0^\circ = B dA$. Se, além disso, o campo magnético for uniforme, podemos colocar B do lado de fora do sinal de integral. Nesse caso, a integral se reduz a $\int dA$, que é simplesmente a área da espira. Assim, a Eq. 30-1 se torna

$$\Phi_B = BA \quad (\vec{B} \perp \text{área } A, \vec{B} \text{ uniforme}). \quad (30-2)$$

De acordo com as Eqs. 30-1 e 30-2, a unidade de fluxo magnético é o tesla-metro quadrado, que recebe o nome de *weber* (Wb):

$$1 \text{ weber} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2. \quad (30-3)$$

Usando a definição de fluxo magnético, podemos enunciar a lei de Faraday de um modo mais rigoroso:



O módulo da força eletromotriz \mathcal{E} induzida em uma espira condutora é igual à taxa de variação com o tempo do fluxo magnético Φ_B que atravessa a espira.

Como vamos ver na próxima seção, a força eletromotriz induzida \mathcal{E} se opõe à variação do fluxo, de modo que, matematicamente, a lei de Faraday pode ser escrita na forma

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}), \quad (30-4)$$

onde o sinal negativo indica a oposição a que nos referimos. O sinal negativo da Eq. 30-4 é frequentemente omitido, já que, em muitos casos, estamos interessados apenas no valor absoluto da força eletromotriz induzida.

Se o fluxo magnético através de uma bobina de N espiras sofre uma variação, uma força eletromotriz é induzida em cada espira e a força eletromotriz total é a soma dessas forças eletromotrices. Se as espiras da bobina estão muito próximas (ou seja, se temos um *enrolamento compacto*), o mesmo fluxo magnético Φ_B atravessa todas as espiras e a força eletromotriz total induzida na bobina é dada por

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{bobina de } N \text{ espiras}). \quad (30-5)$$

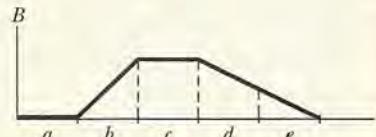
Existem três formas de mudar o fluxo magnético que atravessa uma bobina:

1. Mudar o módulo B do campo magnético.
2. Mudar a área total da bobina ou a parte da área atravessada pelo campo magnético (aumentando ou diminuindo o tamanho da bobina no primeiro caso e colocando uma parte maior ou menor da bobina na região onde existe o campo no segundo caso).
3. Mudar o ângulo entre a direção do campo magnético \vec{B} e o plano da bobina (fazendo girar a bobina, por exemplo).



TESTE 1

O gráfico mostra o módulo $B(t)$ de um campo magnético uniforme que atravessa uma bobina condutora, com a direção do campo perpendicular ao plano da bobina. Coloque as cinco regiões do gráfico na ordem do valor absoluto da força eletromotriz induzida da bobina, começando pelo maior.



Exemplo

Força eletromotriz induzida em uma bobina por um solenoide

O solenoide longo S representado em corte na Fig. 30-3 possui 220 espiras/cm, tem um diâmetro $D = 3,2$ cm e conduz uma corrente $i = 1,5$ A. No centro do solenoide é colocada uma bobina C, de enrolamento compacto, com 130 espiras e diâmetro $d = 2,1$ cm. A corrente no solenoide é reduzida a zero a uma taxa constante em 25 ms. Qual é o valor absoluto da força eletromotriz induzida na bobina C enquanto a corrente no solenoide está variando?

IDEIAS-CHAVE

- Como está situada no interior do solenoide, a bobina C é submetida ao campo magnético produzido pela corrente i do solenoide; assim, um fluxo Φ_B atravessa a bobina C.
- Quando a corrente i diminui, o fluxo Φ_B também diminui.
- De acordo com a lei de Faraday, quando Φ_B diminui, uma força eletromotriz \mathcal{E} é induzida na bobina C.
- O fluxo em cada espira da bobina C depende da área A e da orientação da espira em relação ao campo \vec{B} do solenoide. Como \vec{B} é uniforme e perpendicular ao plano das espiras, o fluxo é dado pela Eq. 30-2 ($\Phi_B = BA$).
- De acordo com a Eq. 29-23 ($B = \mu_0 in$), o módulo B do campo magnético no interior do solenoide depende da corrente i do solenoide e do número n de espiras por unidade de comprimento.

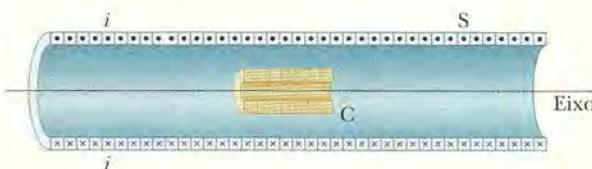


Figura 30-3 Uma bobina C no interior de um solenoide S que conduz uma corrente i .

30-4 A Lei de Lenz

Pouco depois de Faraday descobrir a lei de indução, Heinrich Friedrich Lenz propôs uma regra, hoje conhecida como **lei de Lenz**, para determinar o sentido da corrente induzida em uma espira:



A corrente induzida em uma espira tem um sentido tal que o campo magnético produzido pela corrente se opõe ao campo magnético que induz a corrente.

A força eletromotriz induzida tem o mesmo sentido que a corrente induzida. Para ter uma ideia melhor de como funciona a **lei de Lenz**, vamos aplicá-la de duas formas diferentes, mas equivalentes, à situação da Fig. 30-4, na qual o polo norte de um ímã está se aproximando de uma espira condutora.

- Oposição ao Movimento de um Polo.** A aproximação do polo norte do ímã da Fig. 30-4 aumenta o fluxo magnético que atravessa a espira e, portanto, induz uma cor-

Cálculos Como a bobina C possui mais de uma espira, aplicamos a lei de Faraday na forma da Eq. 30-5 ($\mathcal{E} = -N d\Phi_B/dt$), onde o número N de espiras é 130 e $d\Phi_B/dt$ é a taxa de variação do fluxo em cada espira.

Como a corrente no solenoide diminui a uma taxa constante, o fluxo Φ_B também diminui a uma taxa constante e, portanto, podemos escrever $d\Phi_B/dt$ como $\Delta\Phi_B/\Delta t$. Para calcular $\Delta\Phi_B$, precisamos conhecer apenas os valores inicial e final do fluxo. O fluxo final $\Phi_{B,f}$ é zero porque a corrente final no solenoide é zero. Para determinar o fluxo inicial $\Phi_{B,i}$, observamos que a área A é $\pi d^2/4$ ($= 3,464 \times 10^{-4} \text{ m}^2$) e $n = 220$ espiras/cm ou 22.000 espiras/m. Substituindo a Eq. 29-23 na Eq. 30-2, obtemos:

$$\begin{aligned}\Phi_{B,i} &= BA = (\mu_0 in)A \\ &= (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A})(1,5 \text{ A})(22\,000 \text{ espiras/m}) \\ &\quad \times (3,464 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \\ &= 1,44 \times 10^{-5} \text{ Wb}.\end{aligned}$$

Nesse caso, temos:

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi_B}{dt} &= \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Phi_{B,f} - \Phi_{B,i}}{\Delta t} \\ &= \frac{(0 - 1,44 \times 10^{-5} \text{ Wb})}{25 \times 10^{-3} \text{ s}} \\ &= -5,76 \times 10^{-4} \text{ Wb/s} = -5,76 \times 10^{-4} \text{ V}.\end{aligned}$$

Como estamos interessados apenas em valores absolutos, ignoramos os sinais negativos nessa equação e na Eq. 30-5 e escrevemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= N \frac{d\Phi_B}{dt} = (130 \text{ espiras})(5,76 \times 10^{-4} \text{ V}) \\ &= 7,5 \times 10^{-2} \text{ V} = 75 \text{ mV}. \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

Figura 30-4 Aplicação da lei de Lenz. Quando o ímã se aproxima da espira, uma corrente é induzida na espira. A corrente produz outro campo magnético, cujo momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ está orientado de tal forma que se opõe ao movimento do ímã. Assim, a corrente induzida tem o sentido anti-horário, como mostra a figura.



rente na espira. De acordo com a Fig. 29-21, a espira passa a se comportar como um dipolo magnético com um polo sul e um polo norte; o momento magnético $\vec{\mu}$ associado a esse dipolo aponta do polo sul para o polo norte. Para se *opor* ao aumento de fluxo causado pela aproximação do ímã, o polo norte da espira (e, portanto, $\vec{\mu}$) deve estar voltado *na direção* do polo norte do ímã, de modo a repeli-lo (Fig. 30-4). Neste caso, de acordo com a regra da mão direita (Fig. 29-21), a corrente induzida na espira tem o sentido anti-horário quando vista do lado do ímã na Fig. 30-4.

Quando afastamos o ímã da espira, uma nova corrente é induzida na espira. Agora, porém, o polo sul da espira deve estar voltado para o polo norte do ímã de modo a atraí-lo e assim se opor ao afastamento. Desse modo, a corrente induzida na espira tem o sentido horário quando vista do lado do ímã.

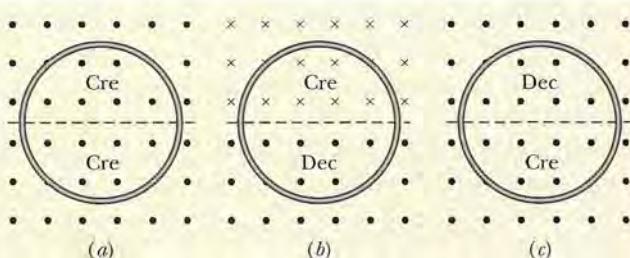
2. Oposição à Variação de Fluxo. Na Fig. 30-4, com o ímã inicialmente distante, o fluxo magnético que atravessa a espira é zero. Quando o polo norte do ímã se aproxima da espira com o campo magnético \vec{B} apontando *para baixo*, o fluxo através da espira aumenta. Para se opor a esse aumento de fluxo, a corrente induzida i deve criar um campo \vec{B}_{ind} apontando *para cima*, como na Fig. 30-5a; nesse caso, o fluxo para cima de \vec{B}_{ind} se opõe ao aumento do fluxo para baixo causado pela aproximação do ímã e o consequente aumento de \vec{B} . De acordo com a regra da mão direita da Fig. 29-21, o sentido de i nesse caso deve ser o sentido anti-horário da Fig. 30-5a.

Observe que o fluxo de \vec{B}_{ind} sempre se opõe à *variação* do fluxo de \vec{B} , mas isso não significa que \vec{B} e \vec{B}_{ind} sempre têm sentidos opostos. Assim, por exemplo, quando afastamos o ímã da espira da Fig. 30-4, o fluxo Φ_B produzido pelo ímã tem o mesmo sentido que antes (para baixo), mas agora está diminuindo. Nesse caso, como mostra a Fig. 30-5b, o fluxo de \vec{B}_{ind} também deve ser para baixo, de modo a se opor à *diminuição* do fluxo Φ_B . Nesse caso, portanto, \vec{B} e \vec{B}_{ind} têm o mesmo sentido.

As Figs. 30-5c e 30-5d mostram as situações em que o polo sul do ímã se aproxima e se afasta da espira, respectivamente.

TESTE 2

A figura mostra três arranjos nos quais espiras circulares iguais são submetidas a campos magnéticos uniformes crescentes (Cre) ou decrescentes (Dec) com a mesma taxa de crescimento ou decaimento. A reta tracejada passa pelo centro das bobinas. Coloque os arranjos na ordem do valor absoluto da corrente induzida na espira, começando pelo maior.





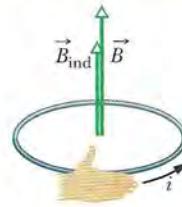
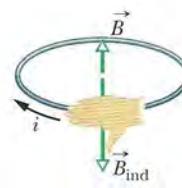
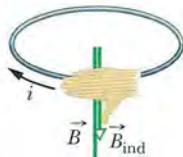
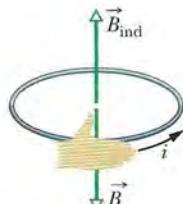
O aumento do campo externo \vec{B} induz uma corrente que produz um campo \vec{B}_{ind} no sentido oposto.

A diminuição do campo externo \vec{B} induz uma corrente que produz um campo \vec{B}_{ind} no mesmo sentido.

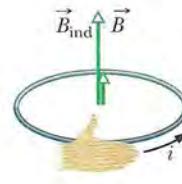
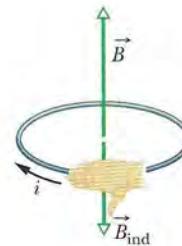
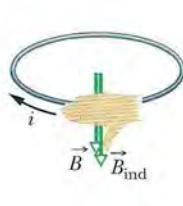
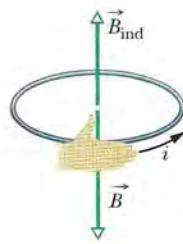
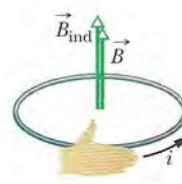
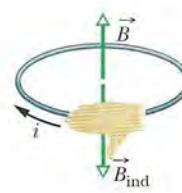
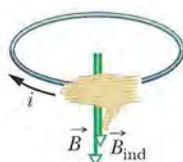
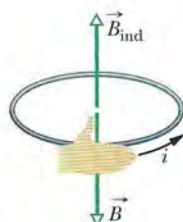
O aumento do campo externo \vec{B} induz uma corrente que produz um campo \vec{B}_{ind} no sentido oposto.

A diminuição do campo externo \vec{B} induz uma corrente que produz um campo \vec{B} no mesmo sentido.

A corrente induzida cria este campo, que se opõe à variação do campo original.



Os dedos apontam na direção da corrente; o polegar aponta na direção do campo induzido.



(a)

(b)

(c)

(d)

Figura 30-5 O sentido da corrente i induzida em uma espira é tal que o campo magnético \vec{B}_{ind} produzido pela corrente se opõe à variação do campo magnético \vec{B} que induziu a corrente. O campo \vec{B}_{ind} sempre tem o sentido oposto ao sentido de \vec{B} se \vec{B} está aumentando (*a, c*) e o mesmo sentido que \vec{B} se \vec{B} está diminuindo (*b, d*). A regra da mão direita fornece o sentido da corrente induzida a partir do sentido do campo induzido.

Exemplo

Força eletromotriz e corrente induzidas por um campo magnético uniformemente variável

A Fig. 30-6 mostra uma espira condutora formada por uma semicircunferência de raio $r = 0,20 \text{ m}$ e três fios retilíneos. A semicircunferência está em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} orientado para fora do papel; o módulo do campo é dado por $B = 4,0t^2 + 2,0t + 3,0$, com B em teslas e t em segundos. Uma fonte ideal com uma força eletromotriz $\mathcal{E}_{\text{fonte}} = 2,0 \text{ V}$ é ligada à espira. A resistência da espira é $2,0 \Omega$.

(a) Determine o módulo e o sentido da força eletromotriz \mathcal{E}_{ind} induzida na espira pelo campo \vec{B} no instante $t = 10 \text{ s}$.

IDEIAS-CHAVE

- De acordo com a lei de Faraday, o valor absoluto de \mathcal{E}_{ind} é igual à taxa de variação do fluxo magnético através da espira, $d\Phi_B/dt$.
- O fluxo através da espira depende da área A da espira e da orientação da espira em relação ao campo magnético \vec{B} .
- Como \vec{B} é uniforme e perpendicular ao plano da espira, o fluxo é dado pela Eq. 30-2 ($\Phi_B = BA$). (Não é necessário integrar B na região envolvida pela espira para calcular o fluxo.)

4. O campo induzido B_{ind} (produzido pela corrente induzida) se opõe à variação do fluxo magnético.

Módulo Usando a Eq. 30-2 e levando em conta o fato de que apenas o módulo B do campo varia com o tempo (a área A é constante), podemos escrever a lei de Faraday, Eq. 30-4, na forma

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A \frac{dB}{dt}.$$

Como o fluxo atravessa apenas a parte da bobina correspondente à semicircunferência, a área A nessa equação é $\pi r^2/2$. Substituindo esse valor e a expressão dada para B , obtemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{ind}} &= A \frac{dB}{dt} = \frac{\pi r^2}{2} \frac{d}{dt} (4,0t^2 + 2,0t + 3,0) \\ &= \frac{\pi r^2}{2} (8,0t + 2,0).\end{aligned}$$

Para $t = 10$ s, temos:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{ind}} &= \frac{\pi (0,20 \text{ m})^2}{2} [8,0(10) + 2,0] \\ &= 5,152 \text{ V} \approx 5,2 \text{ V}. \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

Sentido Para determinar o sentido de \mathcal{E}_{ind} , observamos que na Fig. 30-6 o fluxo através da espira é para fora do papel e crescente. Como o campo induzido B_{ind} (produzido pela corrente induzida) se opõe a esse aumento, deve estar orientado *para dentro* do papel. Usando a regra de mão direita (Fig. 30-5c), descobrimos que a corrente induzida

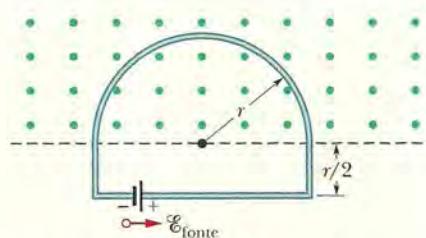


Figura 30-6 Uma fonte é ligada a uma espira condutora que inclui uma semicircunferência de raio r imersa em um campo magnético uniforme. O campo, cujo módulo varia com o tempo, está orientado para fora do papel.

tem o sentido horário e, portanto, o mesmo acontece com a força eletromotriz induzida \mathcal{E}_{ind} .

- (b) Qual é a corrente na espira no instante $t = 10$ s?

IDEIA-CHAVE

A espira está sujeita a *duas* forças eletromotrices.

Cálculo A força eletromotriz induzida \mathcal{E}_{ind} tende a produzir uma corrente no sentido horário; a força eletromotriz da fonte $\mathcal{E}_{\text{fonte}}$ tende a produzir uma corrente no sentido anti-horário. Como \mathcal{E}_{ind} é maior que $\mathcal{E}_{\text{fonte}}$, a força eletromotriz total \mathcal{E}_{tot} tem o sentido horário e produz uma corrente no mesmo sentido. Para calcular a corrente no instante $t = 10$ s, usamos a Eq. 27-2 ($i = \mathcal{E}/R$):

$$\begin{aligned}i &= \frac{\mathcal{E}_{\text{tot}}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}} - \mathcal{E}_{\text{fonte}}}{R} \\ &= \frac{5,152 \text{ V} - 2,0 \text{ V}}{2,0 \Omega} = 1,58 \text{ A} \approx 1,6 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

Exemplo

Força eletromotriz induzida por um campo magnético não uniformemente variável

A Fig. 30-7 mostra uma espira retangular imersa em um campo não uniformemente variável \vec{B} que é perpendicular ao plano do papel e dirigido para dentro do papel. O módulo do campo é dado por $B = 4t^2x^2$, com B em teslas, t em segundos e x em metros. (Note que B varia com o tempo e com a posição.) A espira tem uma largura $W = 3,0$ m e uma altura $H = 2,0$ m. Determine o módulo e a direção da força eletromotriz \mathcal{E} induzida na espira no instante $t = 0,10$ s.

IDEIAS-CHAVE

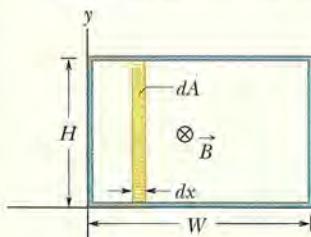
- Como o módulo do campo magnético \vec{B} varia com o tempo, o fluxo magnético Φ_B através da espira também varia.
- De acordo com a lei de Faraday, a variação de fluxo induz na espira uma força eletromotriz $\mathcal{E} = d\Phi_B/dt$.

- Para usar essa equação, precisamos de uma expressão para o fluxo Φ_B em função do tempo t . Entretanto, como B não é uniforme no interior da espira, não podemos usar a Eq. 30-2 ($\Phi_B = BA$) para calcular essa expressão, mas devemos usar a Eq. 30-1 ($\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$).

Cálculos Na Fig. 30-7, \vec{B} é perpendicular ao plano da espira (e, portanto, paralelo ao vetor elemento de área $d\vec{A}$); assim, o produto escalar da Eq. 30-1 é igual a $B dA$. Como o campo magnético varia com a coordenada x e não com a coordenada y , podemos tomar a área elementar dA como a área de uma tira vertical de altura H e largura dx (como mostra a Fig. 30-7). Nesse caso, $dA = H dx$ e o fluxo através da espira é

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA = \int BH dx = \int 4t^2x^2H dx.$$

Se o campo varia com a posição, precisamos integrar para calcular o fluxo através da espira.



Começamos com uma tira tão fina que podemos considerar o campo aproximadamente uniforme no interior da tira.

Figura 30-7 Uma espira condutora de largura W e altura H está imersa em um campo magnético não uniformemente variável, dirigido para dentro do papel. Para aplicar a lei de Faraday, usamos uma tira vertical de altura H , largura dx e área dA .

Tratando t como constante nessa integração e introduzindo os limites de integração $x = 0$ e $x = 3,0$ m, obtemos

$$\Phi_B = 4t^2H \int_0^{3,0} x^2 dx = 4t^2H \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{3,0} = 72t^2,$$

em que fizemos $H = 2,0$ m e Φ_B está em webers. Agora podemos usar a lei de Faraday para determinar o valor absoluto de \mathcal{E} em função do tempo t :

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(72t^2)}{dt} = 144t,$$

em que \mathcal{E} está em volts. No instante $t = 0,10$ s,

$$\mathcal{E} = (144 \text{ V/s})(0,10 \text{ s}) \approx 14 \text{ V.} \quad (\text{Resposta})$$

O fluxo de \vec{B} através da espira é para dentro do papel na Fig. 30-7 e aumenta com o tempo porque o módulo de B aumenta com o tempo. De acordo com a lei de Lenz, o campo B_{ind} produzido pela corrente induzida se opõe a esse aumento e, portanto, está orientado para fora do papel. De acordo com a regra da mão direita da Fig. 30-5a, a corrente induzida na espira tem o sentido anti-horário e o mesmo acontece com a força eletromotriz induzida \mathcal{E} .

30-5 Indução e Transferências de Energia

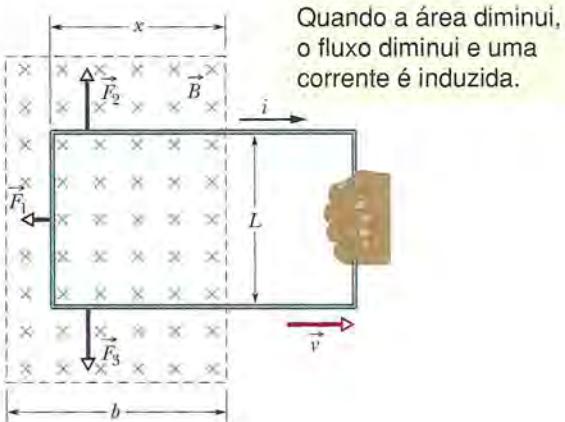
De acordo com a lei de Lenz, quando o ímã é aproximado ou afastado da espira da Fig. 30-1, uma força magnética oferece resistência ao movimento e, portanto, é preciso realizar um trabalho positivo para executar o movimento. Ao mesmo tempo, uma energia térmica é produzida na espira por causa da resistência elétrica do material à corrente induzida na espira pelo movimento. A energia transferida ao sistema *espira + ímã* pela força aplicada acaba sendo transformada em energia térmica. (Por enquanto, vamos ignorar a energia que é irradiada pela espira na forma de ondas eletromagnéticas durante a indução.) Quanto mais rápido o movimento do ímã, mais depressa a força aplicada realiza trabalho e maior a rapidez com a qual a energia se transforma em energia térmica; em outras palavras, maior a potência associada à transferência de energia.

Qualquer que seja a forma como a corrente é induzida, a energia sempre se transforma em energia térmica durante o processo (a menos que a espira seja supercondutora) por causa da resistência elétrica do material de que é feita a espira. Assim, por exemplo, na Fig. 30-2, quando a chave S é fechada e uma corrente é induzida momentaneamente na espira da esquerda, uma certa energia é fornecida pela fonte e transformada em energia térmica na espira.

A Fig. 30-8 mostra outra situação que envolve uma corrente induzida. Uma espira retangular de largura L está parcialmente imersa em um campo magnético externo uniforme perpendicular ao plano da espira. Esse campo pode ser produzido, por exemplo, por um grande eletroímã. As retas tracejadas da Fig. 30-8 mostram os limites do campo magnético; o efeito das bordas é considerado desprezível. Suponha que a espira seja puxada para a direita com velocidade constante \vec{v} .

A situação da Fig. 30-8 é essencialmente a mesma da Fig. 30-1. Nos dois casos, existe um movimento relativo entre um campo magnético e uma espira condutora; nos dois casos, o fluxo do campo através da espira varia com o tempo. É verdade que na Fig. 30-1 o fluxo varia porque \vec{B} varia, enquanto na Fig. 30-8, o fluxo varia porque a parte da espira que está imersa no campo magnético varia, mas a diferença não é importante. A diferença importante entre os dois arranjos é que os cálculos são mais simples para o arranjo da Fig. 30-8. Vamos agora calcular a taxa com a qual é realizado trabalho mecânico quando a espira da Fig. 30-8 é puxada com velocidade constante.

Figura 30-8 Uma espira é puxada com velocidade constante \bar{v} para fora de uma região onde existe um campo magnético. Enquanto a espira está se movendo, uma corrente i no sentido horário é induzida na espira e os segmentos da espira que ainda estão submetidos a um campo magnético experimentam forças \vec{F}_1 , \vec{F}_2 e \vec{F}_3 .



Como vamos ver, para puxar uma espira com velocidade constante \bar{v} é preciso aplicar uma força constante \vec{F} à espira, pois a espira está sujeita a uma força magnética de mesmo módulo e sentido oposto. De acordo com a Eq. 7-48, a taxa com a qual a força aplicada realiza trabalho, ou seja, a potência desenvolvida pela força, é dada por

$$P = Fv, \quad (30-6)$$

em que F é o módulo da força aplicada. Estamos interessados em obter uma expressão para P em função do módulo B do campo magnético e dos parâmetros da espira, que são, no caso, a resistência R e a largura L .

Quando deslocamos a espira da Fig. 30-8 para a direita, a parte da espira que está imersa no campo magnético diminui. Assim, o fluxo através da espira também diminui e, de acordo com a lei de Faraday, uma corrente é induzida na espira. É a circulação dessa corrente que produz a força que se opõe ao movimento.

Para determinar o valor da corrente, começamos por aplicar a lei de Faraday. No instante em que x é o comprimento da parte da espira que ainda está na região onde existe campo magnético, a área da parte da espira que ainda está na região onde existe campo magnético é Lx . Nesse caso, de acordo com a Eq. 30-2, o valor absoluto do fluxo através da bobina é

$$\Phi_B = BA = BLx. \quad (30-7)$$

Quando x diminui, o fluxo diminui. De acordo com a lei de Faraday, a diminuição do fluxo faz com que uma força eletromotriz seja induzida na espira. Ignorando o sinal negativo da Eq. 30-4 e usando a Eq. 30-7, podemos escrever o valor absoluto da força eletromotriz como

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt} BLx = BL \frac{dx}{dt} = BLv, \quad (30-8)$$

onde substituímos dx/dt por v , a velocidade com a qual a espira está se movendo.

A Fig. 30-9 mostra a espira como um circuito. A força eletromotriz induzida \mathcal{E} aparece do lado esquerdo e a resistência R da espira do lado direito. O sentido da corrente induzida i é dado pela regra da mão direita para um fluxo decrescente (Fig. 30-5b). Aplicando a regra, vemos que a corrente circula no sentido horário; a força eletromotriz tem o mesmo sentido.

Para determinar o valor absoluto da corrente induzida, não podemos aplicar a regra das malhas para diferenças de potencial em um circuito porque, como vamos ver na Seção 30-6, não é possível definir uma diferença de potencial para uma força eletromotriz induzida. Entretanto, podemos aplicar a equação $i = \mathcal{E}/R$. Usando o valor de \mathcal{E} dado pela Eq. 30-8, temos:

$$i = \frac{BLv}{R}. \quad (30-9)$$

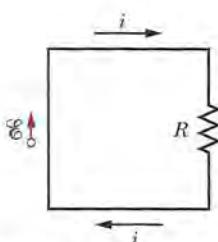


Figura 30-9 Diagrama esquemático da espira da Fig. 30-8 enquanto está se movendo.

Como três segmentos da espira da Fig. 30-8 se encontram em uma região onde existe campo magnético, os segmentos estão sujeitos a forças transversais quando são percorridos por uma corrente elétrica. De acordo com a Eq. 28-26, essas forças são dadas, em notação vetorial, pela equação

$$\vec{F}_d = i\vec{L} \times \vec{B}. \quad (30-10)$$

Na Fig. 30-8, as forças que agem sobre os três segmentos da espira foram chamadas de \vec{F}_1 , \vec{F}_2 e \vec{F}_3 . Note que, por simetria, as forças \vec{F}_2 e \vec{F}_3 têm módulos iguais e sentidos opostos e, portanto, se cancelam mutuamente. Isso deixa apenas a força \vec{F}_1 , que tem o sentido oposto ao da força \vec{F} aplicada à espira e resiste ao movimento. Assim, $\vec{F} = -\vec{F}_1$.

Usando a Eq. 30-10 para obter o módulo de \vec{F}_1 e observando que o ângulo entre \vec{B} e o vetor comprimento \vec{L} para o segmento da esquerda é 90° , podemos escrever:

$$F = F_1 = iLB \sin 90^\circ = iLB. \quad (30-11)$$

Substituindo i na Eq. 30-11 por seu valor, dado pela Eq. 30-9, obtemos:

$$F = \frac{B^2 L^2 v}{R}. \quad (30-12)$$

Como B , L e R são constantes, a velocidade v com a qual a espira é puxada é constante se o módulo da força F aplicada à espira for constante.

Substituindo a Eq. 30-12 na Eq. 30-6, podemos obter a taxa com a qual realizamos trabalho sobre a espira ao puxá-la na presença de um campo magnético:

$$P = Fv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (\text{taxa de realização do trabalho}). \quad (30-13)$$

Para completar nossa análise, vamos calcular a taxa com a qual a energia térmica é gerada na espira quando a espira é puxada com velocidade constante. De acordo com a Eq. 26-27,

$$P = i^2 R. \quad (30-14)$$

Substituindo i pelo seu valor, dado pela Eq. 30-9, temos:

$$P = \left(\frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (\text{taxa de geração de energia térmica}), \quad (30-15)$$

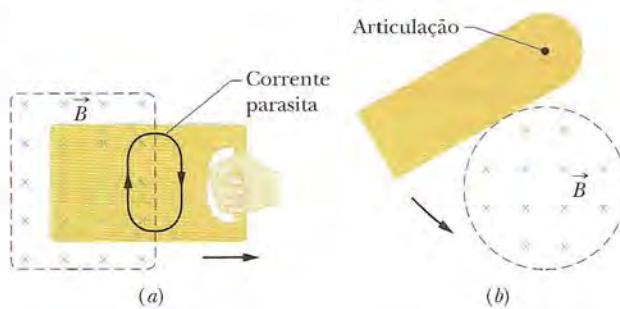
que é exatamente igual à taxa com a qual realizamos trabalho sobre a espira (Eq. 30-13). Assim, o trabalho para puxar a espira na presença de um campo magnético é todo transformado em energia térmica.

Correntes Parasitas

Suponha que a espira condutora da Fig. 30-8 seja substituída por uma placa condutora maciça. Quando puxamos a placa para fora da região onde existe campo magnético, como fizemos com a espira (Fig. 30-10a), o movimento relativo entre o campo e o condutor induz uma corrente no condutor. Assim, surge uma força que se opõe ao movimento e precisamos realizar um trabalho por causa da corrente induzida. No caso da placa, os elétrons de condução responsáveis pela corrente induzida não seguem todos a mesma trajetória como no caso da espira. Em vez disso, circulam no interior da placa como se fizessem parte de um remoinho. Uma corrente desse tipo é chamada de *corrente parasita* e pode ser representada, como na Figura 30-10a, por uma única espira.

Como no caso da espira condutora da Fig. 30-8, a corrente induzida faz com que a energia mecânica usada para puxar a placa se transforme em energia térmica. A dissipação é mais evidente no arranjo da Fig. 30-10b; uma placa condutora, livre para girar em torno de um eixo, é liberada para oscilar como um pêndulo, passando por uma região onde existe um campo magnético. Toda vez que a placa entra ou sai do campo, parte da energia mecânica é transformada em energia térmica. Depois de

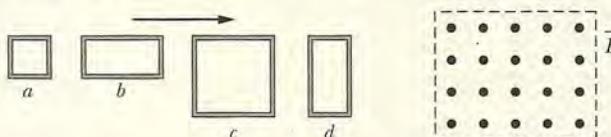
Figura 30-10 (a) Quando uma placa é puxada para fora de uma região onde existe um campo magnético, correntes parasitas são induzidas na placa. A figura mostra uma corrente parasita típica. (b) Uma placa condutora balança como um pêndulo, entrando e saindo de uma região onde existe um campo magnético. Correntes parasitas são induzidas na placa toda vez que a placa entra ou sai da região.



algumas oscilações, a energia mecânica se esgota e a placa, agora aquecida, permanece imóvel na parte inferior da trajetória.

TESTE 3

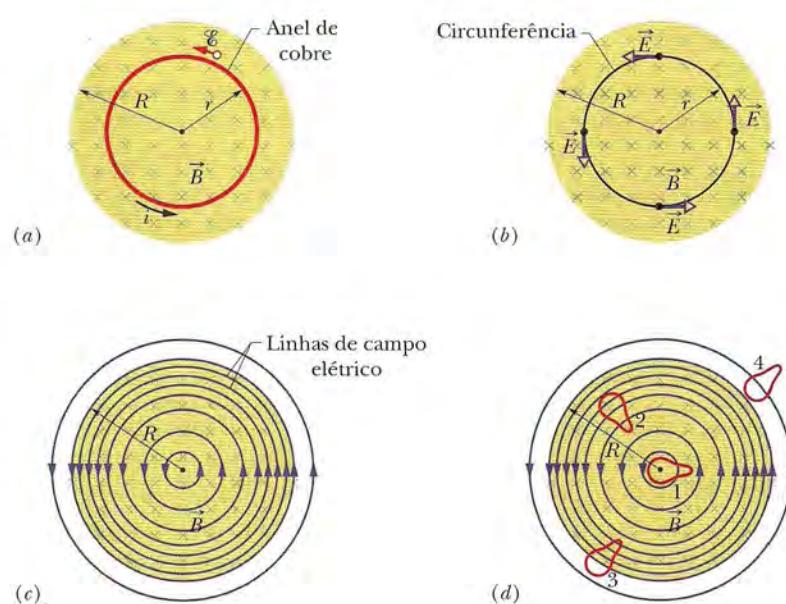
A figura mostra quatro espiras cujos lados têm comprimento L ou $2L$. As quatro espiras se movem com a mesma velocidade constante em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} (dirigido para fora do papel). Coloque as quatro espiras na ordem do valor absoluto da força eletromotriz induzida, começando pelo maior.



30-6 Campos Elétricos Induzidos

Suponha que um anel de cobre de raio r seja submetido a um campo magnético externo uniforme, como na Fig. 30-11a. O campo, desprezando o efeito de borda, ocupa um volume cilíndrico de raio R . Suponha que a intensidade do campo seja aumentada a uma taxa constante, talvez aumentando, de forma apropriada, a corrente nos enrolamentos do eletroímã que produz o campo. Nesse caso, o fluxo magnético através do anel também aumenta a uma taxa constante e, de acordo com a lei de Faraday, uma força eletromotriz induzida e uma corrente induzida aparecem no anel. De acordo com a lei de Lenz, a corrente induzida tem o sentido anti-horário na Fig. 30-11a.

Figura 30-11 (a) Se o campo magnético aumenta a uma taxa constante, uma corrente induzida aparece, como mostra a figura, no anel de cobre de raio r . (b) Um campo elétrico induzido aparece mesmo na ausência do anel; a figura mostra o campo elétrico em quatro pontos do espaço. (c) A configuração do campo elétrico induzido, mostrada através de linhas de campo. (d) Quatro curvas fechadas de mesma forma e mesma área. Forças eletromotrices iguais são induzidas nas curvas 1 e 2, que estão totalmente na região onde existe um campo magnético variável. Uma força eletromotriz menor é induzida na curva 3, que está apenas parcialmente imersa no campo magnético. A força eletromotriz induzida na curva 4 é zero porque a curva está fora da região em que existe campo magnético.



Se existe uma corrente no anel de cobre, deve haver um campo elétrico para colocar em movimento os elétrons de condução. Esse **campo elétrico induzido** \vec{E} , produzido pela variação do fluxo magnético, é tão real quanto o campo elétrico produzido por cargas estáticas; os dois tipos de campo exercem uma força $q_0\vec{E}$ em uma partícula de carga q_0 .

Por essa linha de raciocínio, somos levados a um enunciado mais geral da lei de Faraday:



Um campo magnético variável produz um campo elétrico.

Um dos aspectos mais interessantes do novo enunciado é o fato de que o campo elétrico induzido existe mesmo que o anel de cobre não esteja presente. Assim, o campo elétrico apareceria mesmo que o campo magnético variável estivesse no vácuo.

Para ter uma ideia melhor do que isso significa, considere a Fig. 30-11b, que é igual à Fig. 30-11a exceto pelo fato de que o anel de cobre foi substituído por uma circunferência imaginária de raio r . Vamos supor, como antes, que o módulo do campo magnético \vec{B} esteja aumentando a uma taxa constante dB/dt . O campo elétrico induzido nos pontos da circunferência deve, por simetria, ser tangente à circunferência, como mostra a Fig. 30-11b.* Assim, a circunferência é uma linha de campo elétrico. Como não há nada de especial na circunferência de raio r , as linhas de campo elétrico produzidas pela variação do campo magnético devem ser uma família de circunferências concêntricas, como as da Fig. 30-11c.

Enquanto o campo magnético está *aumentando*, o campo elétrico representado pelas linhas de campo circulares da Fig. 30-11c continua a existir. Se o campo magnético se torna *constante*, o campo elétrico desaparece e com ele as linhas de campo. Se o campo magnético começa a *diminuir* (a uma taxa constante), as linhas de campo voltam a ser circunferências concêntricas como na Fig. 30-11c, mas com o sentido oposto. Tudo isso é consequência da afirmação de que “um campo magnético variável produz um campo elétrico”.

Uma Reformulação da Lei de Faraday

Considere uma partícula de carga q_0 que se move ao longo da circunferência imaginária da Fig. 30-11b. O trabalho W realizado sobre a partícula pelo campo elétrico induzido durante uma revolução completa é $W = \mathcal{E}q_0$, onde \mathcal{E} é a força eletromotriz induzida (trabalho realizado por unidade de carga para fazer uma carga de prova descrever a trajetória). Entretanto, por definição, o trabalho também é dado por

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = (q_0E)(2\pi r), \quad (30-16)$$

em que q_0E é o módulo da força que age sobre a partícula e $2\pi r$ é a distância ao longo da qual a força atua. Quando igualamos as duas expressões para o trabalho, a carga q_0 é cancelada e obtemos a seguinte relação:

$$\mathcal{E} = 2\pi rE. \quad (30-17)$$

Vamos agora escrever a Eq. 30-16 de outra forma para obter uma expressão mais geral do trabalho realizado sobre uma partícula de carga q_0 que se move em uma trajetória fechada:

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (30-18)$$

* Linhas de campo elétrico *radiais* também seriam compatíveis com a simetria do problema. Entretanto, essas linhas radiais teriam que começar e terminar em cargas elétricas e estamos supondo que o campo magnético foi criado em uma região do espaço desprovida de cargas.

(Os círculos nos sinais de integral indicam que a integral deve ser calculada para uma curva fechada.) Substituindo o trabalho W por $\mathcal{E}q_0$, temos:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (30-19)$$

Essa integral se reduz à Eq. 30-17 quando é calculada para o caso especial da Fig. 30-11b.

A Eq. 30-19 permite atribuir um significado mais geral à força eletromotriz induzida. Até agora, a força eletromotriz induzida era vista como o trabalho por unidade de carga necessário para manter a corrente produzida pela variação de um fluxo magnético ou pelo trabalho por unidade de carga realizado sobre uma partícula carregada que descreve uma curva fechada em uma região onde existe um fluxo magnético variável. Entretanto, no caso da Fig. 30-11b e da Eq. 30-19, pode existir uma força eletromotriz induzida mesmo que não haja uma corrente ou uma partícula: a força eletromotriz induzida é a soma (por integração) do produto escalar $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ ao longo de uma curva fechada, onde \vec{E} é o campo elétrico induzido pela variação do fluxo magnético e $d\vec{s}$ é o elemento de comprimento ao longo da curva.

Combinando a Eq. 30-19 com a Eq. 30-4 ($\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$), obtemos uma nova expressão para a lei de Faraday:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}). \quad (30-20)$$

De acordo com a Eq. 30-20, um campo magnético variável induz um campo elétrico. O campo magnético aparece do lado direito da equação (através do fluxo Φ_B) e o campo elétrico, do lado esquerdo.

Na forma da Eq. 30-20, a lei de Faraday pode ser aplicada a *qualquer* curva fechada que possa ser traçada em uma região onde existe um campo magnético variável. A Fig. 30-11d mostra quatro dessas curvas, todas com a mesma forma e a mesma área, situadas em diferentes posições em relação ao campo magnético aplicado. A força eletromotriz \mathcal{E} ($= \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$) para as curvas 1 e 2 é igual porque as duas curvas estão totalmente imersas no campo magnético e, portanto, o valor de $d\Phi_B/dt$ é o mesmo, embora os vetores campo elétrico ao longo das curvas sejam diferentes, como mostram as linhas de campo elétrico. No caso da curva 3, a força eletromotriz induzida é menor porque o fluxo Φ_B através da região envolvida pela curva (e, portanto, o valor de $d\Phi_B/dt$) é menor. Para a curva 4, a força eletromotriz induzida é zero, embora o campo elétrico não seja zero em nenhum ponto da curva.

Uma Nova Visão do Potencial Elétrico

Os campos elétricos induzidos não são produzidos por cargas elétricas estáticas e sim por fluxos magnéticos variáveis. Embora os campos elétricos produzidos das duas formas exerçam forças sobre partículas carregadas, existem diferenças importantes. A diferença mais óbvia é o fato de que as linhas de campo dos campos elétricos induzidos formam curvas fechadas, como na Fig. 30-11c. As linhas de campo produzidas por cargas estáticas não formam curvas fechadas, pois sempre começam em uma carga positiva e terminam em uma carga negativa.

Em termos mais formais, podemos expressar a diferença entre os campos elétricos produzidos por indução e os campos produzidos por cargas estáticas da seguinte forma:



O potencial elétrico tem significado apenas para campos elétricos produzidos por cargas estáticas; o conceito não se aplica aos campos elétricos produzidos por indução.

Podemos compreender qualitativamente essa afirmação considerando o que acontece com uma partícula carregada que se move ao longo da trajetória circular da Fig. 30-11b sob o efeito do campo elétrico induzido. A partícula começa em um certo ponto; ao voltar ao mesmo ponto, experimentou uma força eletromotriz \mathcal{E} de, digamos, 5 V. Nesse caso, um trabalho de 5 J/C foi realizado sobre a partícula e, portanto, a partícula deveria estar em um ponto no qual o potencial é 5 V maior. Entretanto, isso é impossível, já que a partícula está de volta ao mesmo ponto e a um mesmo ponto não podem corresponder dois valores diferentes do potencial. Assim, o conceito de potencial não se aplica aos campos elétricos produzidos por campos magnéticos variáveis.

Podemos abordar a questão de um ponto de vista mais formal a partir da Eq. 24-18, que define a diferença de potencial entre dois pontos i e f na presença de um campo elétrico \vec{E} :

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (30-21)$$

No Capítulo 24, ainda não havíamos discutido a lei de indução de Faraday; os campos elétricos envolvidos na demonstração da Eq. 24-18 eram apenas os campos produzidos por cargas estáticas. Se i e f na Eq. 30-21 correspondem ao mesmo ponto, a trajetória que liga i a f é uma curva fechada, V_i e V_f são iguais e a Eq. 30-21 se reduz a

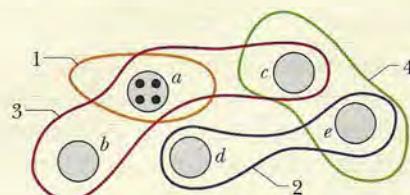
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0. \quad (30-22)$$

Entretanto, na presença de um fluxo magnético variável, a integral da Eq. 30-22 não é zero e sim $-d\Phi_B/dt$ (Eq. 30-20). Assim, atribuir um potencial elétrico a um campo elétrico induzido leva a uma contradição. A única conclusão possível é que o conceito de potencial elétrico não se aplica ao caso dos campos elétricos produzidos por indução.

TESTE 4

A figura mostra cinco regiões, identificadas por letras, nas quais um campo magnético uniforme entra ou sai do papel, com o sentido indicado apenas no caso da região a . O módulo do campo está aumentando à mesma taxa nas cinco regiões, que possuem áreas iguais. A figura mostra também quatro trajetórias numeradas, ao longo das quais $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ tem os módulos indicados a seguir em termos de uma constante “mod”. Determine se o campo magnético está orientado para dentro ou para fora do papel nas regiões b , c , d e e .

Trajetória	1	2	3	4
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$	mag	2(mag)	3(mag)	0



Exemplo

Campo elétrico induzido por um campo magnético variável

Na Fig. 30-11b, suponha que $R = 8,5$ cm e $dB/dt = 0,13$ T/s.

(a) Escreva uma expressão para o módulo E do campo elétrico induzido em pontos situados na região onde existe campo magnético, a uma distância r do centro da região. Calcule o valor da expressão para $r = 5,2$ cm.

IDEIA-CHAVE

A relação entre o campo elétrico induzido e o campo magnético variável é dada pela lei de Faraday.

Cálculos Para determinar o módulo E do campo, usamos a lei de Faraday na forma da Eq. 30-20. Escolhemos uma

trajetória circular de integração de raio $r \leq R$ porque queremos determinar o valor de E em pontos situados na região onde existe campo magnético. Sabemos, por simetria, que \vec{E} na Fig. 30-11b é tangente à trajetória circular em todos os pontos. Como o vetor comprimento $d\vec{s}$ também é tangente à trajetória circular, o produto escalar $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ na Eq. 30-20 é igual a $E ds$ em todos os pontos da trajetória. Sabemos também, por simetria, que E tem o mesmo valor em todos os pontos da trajetória. Assim, o lado esquerdo da Eq. 30-20 se torna

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint E ds = E \oint ds = E(2\pi r). \quad (30-23)$$

(A integral $\oint ds$ é o perímetro $2\pi r$ da trajetória.)

Em seguida, precisamos calcular o lado direito da Eq. 30-20. Como \vec{B} é uniforme em toda a área A envolvida pelo caminho de integração e perpendicular a essa área, o fluxo magnético é dado pela Eq. 30-2:

$$\Phi_B = BA = B(\pi r^2). \quad (30-24)$$

Substituindo as Eqs. 30-23 e 30-24 na Eq. 30-20 e ignorando o sinal negativo, obtemos:

$$E(2\pi r) = (\pi r^2) \frac{dB}{dt}$$

ou $E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}. \quad (\text{Resposta}) \quad (30-25)$

A Eq. 30-25 permite calcular o módulo do campo elétrico em qualquer ponto tal que $r \leq R$ (ou seja, dentro da região em que existe campo magnético). Substituindo os valores conhecidos, obtemos, para $r = 5,2$ cm,

$$E = \frac{(5,2 \times 10^{-2} \text{ m})}{2} (0,13 \text{ T/s}) \\ = 0,0034 \text{ V/m} = 3,4 \text{ mV/m.} \quad (\text{Resposta})$$

(b) Escreva uma expressão para o módulo E do campo elétrico induzido em pontos fora da região em que existe campo magnético, a uma distância r do centro da região. Calcule o valor da expressão para $r = 12,5$ cm.

IDEIAS-CHAVE

A ideia do item (a) também se aplica a este caso, com diferença de que agora devemos usar um caminho de

integração com $r \geq R$, já que estamos interessados em calcular E do lado de fora da região em que existe campo magnético. Procedendo como em (a), obtemos novamente a Eq. 30-23. Entretanto, não obtemos a Eq. 30-24, já que a nova trajetória de integração está do lado de fora da região em que existe campo magnético e, portanto, o fluxo magnético envolvido pelo novo caminho é apenas o fluxo que atravessa a área πR^2 onde existe campo magnético.

Cálculos Podemos escrever:

$$\Phi_B = BA = B(\pi R^2). \quad (30-26)$$

Substituindo as Eqs. 30-23 e 30-26 na Eq. 30-20 e ignorando o sinal negativo, obtemos:

$$E = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}. \quad (\text{Resposta}) \quad (30-27)$$

A Eq. 30-27 mostra que um campo elétrico também é induzido do lado de fora da região em que existe um campo magnético variável, um resultado importante que (como vamos ver na Seção 31-11) torna possível a construção de transformadores.

Substituindo os valores conhecidos, obtemos, para $r = 12,5$ cm,

$$E = \frac{(8,5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(12,5 \times 10^{-2} \text{ m})} (0,13 \text{ T/s}) \\ = 3,8 \times 10^{-3} \text{ V/m} = 3,8 \text{ mV/m.} \quad (\text{Resposta})$$

Como era de se esperar, as Eqs. 30-25 e 30-27 fornecem o mesmo resultado para $r = R$. A Fig. 30-12 mostra um gráfico de $E(r)$ baseado nas duas equações.

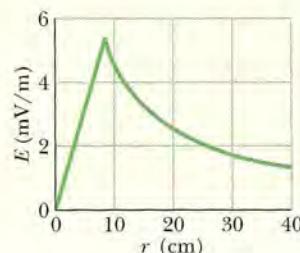


Figura 30-12 Gráfico do campo elétrico induzido $E(r)$.

30-7 Indutores e Indutância

Como vimos no Capítulo 25, um capacitor pode ser usado para produzir um campo elétrico com as propriedades desejadas. O tipo mais simples de capacitor é o capacitor de placas paralelas (ou, mais precisamente, a parte central de um capacitor de placas paralelas). Analogamente, um indutor (símbolo) pode ser usado para produzir um campo magnético com as propriedades desejadas. O tipo mais simples de indutor é o solenoide longo (ou, mais precisamente, a parte central de um solenoide longo).

Se as espiras do solenoide que estamos usando como indutor conduzem uma corrente i , a corrente produz um fluxo magnético Φ_B na região central do indutor. A **indutância** do indutor é definida através da relação

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad (\text{definição de indutância}), \quad (30-28)$$

em que N é o número de espiras. Dizemos que as espiras do solenoide estão *enlaçadas* pelo fluxo magnético e o produto $N\Phi_B$ é chamado de *enlaçamento de fluxo magnético*. A indutância L é, portanto, uma medida do enlaçamento de fluxo magnético produzido pelo indutor por unidade de corrente.

Como a unidade de fluxo magnético no SI é o tesla-metro quadrado, a unidade de indutância no SI é o tesla-metro quadrado por ampère ($T \cdot m^2/A$). Essa unidade é chamada de **henry** (H) em homenagem ao físico americano Joseph Henry, contemporâneo de Faraday e um dos descobridores da lei da indução. Assim,

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ H} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{A}. \quad (30-29)$$

No decorrer do capítulo, vamos supor que não existem materiais magnéticos (como o ferro, por exemplo) nas vizinhanças dos indutores. Esses materiais distorcem o campo magnético produzido pelos indutores.

Indutância de um Solenoide

Considere um solenoide longo de seção reta A . Qual é a indutância por unidade de comprimento perto do centro do solenoide?

Para aplicar a definição de indutância (Eq. 30-28), precisamos conhecer o enlaçamento de fluxo criado por uma corrente nos enrolamentos do solenoide. Considere um segmento de comprimento λ perto do centro do solenoide. O enlaçamento de fluxo para esse segmento é

$$N\Phi_B = (nl)(BA),$$

em que n é o número de espiras por unidade de comprimento do solenoide e B é o módulo do campo magnético no interior do solenoide.

O módulo B do campo magnético é dado pela Eq. 29-23,

$$B = \mu_0 in,$$

e portanto, de acordo com a Eq. 30-28,

$$\begin{aligned} L &= \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{(nl)(BA)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 in)(A)}{i} \\ &= \mu_0 n^2 l A. \end{aligned} \quad (30-30)$$

Assim, a indutância por unidade de comprimento perto do centro de um solenoide longo é

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \quad (\text{solenóide}). \quad (30-31)$$

Como a capacidade, a indutância depende apenas da geometria do dispositivo. A variação com o quadrado do número de espiras por unidade de comprimento é razoável, já que, por exemplo, ao triplicarmos o valor de n , não só triplicamos o número de espiras (N) mas também o fluxo ($\Phi_B = BA = \mu_0 in A$) através de cada espira, multiplicando assim por nove o enlaçamento de fluxo $n\Phi_B$ e, portanto, a indutância L .

Se o comprimento do solenoide é muito maior que o raio, a Eq. 30-30 fornece uma boa aproximação para a indutância. Essa aproximação despreza a distorção das linhas de campo magnético perto das extremidades do solenoide, do mesmo modo como a fórmula do capacitor de placas paralelas ($C = \epsilon_0 A/d$) despreza a distorção das linhas de campo elétrico perto das extremidades do capacitor.



Os indutores toscos com os quais Michael Faraday descobriu a lei da indução. Na época, componentes como fios com isolamento ainda não eram fabricados comercialmente. Dizem que Faraday isolava os fios enrolando-os com tiras de pano cortadas de uma das anáguas da mulher. (The Royal Institution/Bridgeman Art Library/NY)

De acordo com a Eq. 30-30, lembrando que n é um número por unidade de comprimento, a indutância pode ser escrita como o produto da permeabilidade do vácuo μ_0 por uma grandeza com a dimensão de comprimento. Isso significa que μ_0 pode ser expressa na unidade henry por metro:

$$\begin{aligned}\mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m.}\end{aligned}\quad (30-32)$$

30-8 Autoindução

Quando a corrente que atravessa um indutor varia, o fluxo magnético Φ_B que atravessa as espiras também varia, o que significa, de acordo com a lei de Faraday, que uma força eletromotriz induzida aparece no indutor.



Uma força eletromotriz induzida \mathcal{E}_L aparece em todo indutor cuja corrente está variando.

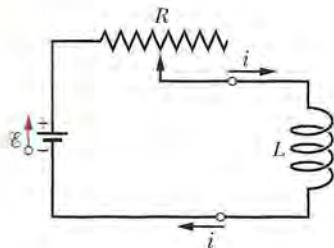


Figura 30-13 Quando fazemos variar a corrente em um indutor mudando a posição do contato de um resistor variável, uma força eletromotriz autoinduzida \mathcal{E}_L aparece no indutor enquanto a corrente está variando.



Figura 30-14 (a) A corrente i está aumentando e a força eletromotriz autoinduzida \mathcal{E}_L aparece no indutor com uma orientação tal que se opõe ao aumento. A seta que representa \mathcal{E}_L pode ser desenhada ao longo de uma das espiras do indutor ou ao lado do indutor. As duas representações foram usadas na figura. (b) A corrente i está diminuindo e a força eletromotriz autoinduzida aparece com uma orientação tal que se opõe à diminuição.

Esse processo (veja a Fig. 30-13) é chamado de **autoindução** e a força eletromotriz associada recebe o nome de **força eletromotriz autoinduzida**. Como qualquer força eletromotriz induzida, a força eletromotriz autoinduzida obedece à lei de Faraday.

De acordo com a Eq. 30-28, para qualquer indutor,

$$N\Phi_B = Li. \quad (30-33)$$

Segundo a lei de Faraday,

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}. \quad (30-34)$$

Combinando as Eqs. 30-33 e 30-34, temos:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} \quad (\text{força eletromotriz autoinduzida}). \quad (30-35)$$

Assim, em qualquer indutor, como uma bobina, um solenoide ou um toroide, uma força eletromotriz induzida aparece sempre que a corrente varia com o tempo. O valor da corrente não tem nenhuma influência sobre o valor da força eletromotriz induzida; o que importa é a taxa de variação da corrente.

Para determinar a **polaridade** da força eletromotriz autoinduzida, basta aplicar a lei de Lenz. O sinal negativo da Eq. 30-35 indica que, como diz a lei, a força eletromotriz autoinduzida \mathcal{E}_L se opõe à variação da corrente i . O sinal negativo pode ser ignorado se estivermos interessados apenas no valor absoluto de \mathcal{E}_L .

Suponha que, como na Fig. 30-14a, uma bobina seja percorrida por uma corrente i que está aumentando com o tempo a uma taxa di/dt . Na linguagem da lei de Lenz, o aumento da corrente é a “variação” a que se opõe a autoindução. Para que haja essa oposição, é preciso que a polaridade da força eletromotriz autoinduzida na bobina seja tal que a corrente associada tenha o sentido oposto ao da corrente i . Se a corrente i está diminuindo com o tempo, como na Fig. 30-14b, a polaridade da força eletromotriz autoinduzida é tal que a corrente associada tem o mesmo sentido que a corrente i , como mostra a figura. Em ambos os casos, a força eletromotriz tenta manter a situação inicial.

Na Seção 30-6, vimos que não é possível definir um potencial elétrico para um campo elétrico induzido por uma variação de fluxo magnético. Isso significa que se uma força eletromotriz autoinduzida é induzida no indutor da Fig. 30-13, não podemos definir um potencial elétrico no interior do indutor, onde o fluxo está variando. Entretanto, é possível definir potenciais em pontos do circuito que não estão no interior do indutor, ou seja, em pontos onde os campos elétricos se devem a distribuições de carga e aos potenciais elétricos associados.

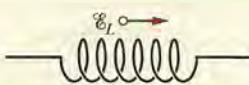
Além disso, podemos definir uma diferença de potencial autoinduzida V_L entre os terminais de um indutor (que, por definição, estão fora da região onde o fluxo está variando). No caso de um *indutor ideal* (cuja resistência é zero), o valor absoluto de V_L é igual ao valor absoluto da força eletromotriz autoinduzida \mathcal{E}_L .

No caso de um indutor não ideal, com uma resistência r diferente de zero, podemos considerar o indutor como uma associação em série de um resistor de resistência r (que imaginamos estar do lado de fora da região em que o fluxo está variando) e um indutor ideal de força eletromotriz autoinduzida \mathcal{E}_L . Como no caso de uma fonte real de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência interna r , a diferença de potencial entre os terminais de um indutor real é diferente da força eletromotriz. A menos que seja dito especificamente o contrário, vamos supor daqui em diante que todos os indutores são ideais.



TESTE 5

A figura mostra a força eletromotriz \mathcal{E}_L induzida em uma bobina. Indique, entre as opções a seguir, as que poderiam descrever corretamente a corrente na bobina: (a) constante, da esquerda para a direita; (b) constante, da direita para a esquerda; (c) crescente, da esquerda para a direita; (d) decrescente, da esquerda para a direita; (e) crescente, da direita para a esquerda; (f) decrescente, da direita para a esquerda.



30-9 Circuitos *RL*

Como vimos na Seção 27-9, quando introduzimos bruscamente uma força eletromotriz \mathcal{E} em um circuito com uma única malha que contém um resistor R e um capacitor C inicialmente descarregado, a carga do capacitor não aumenta instantaneamente para o valor final $C\mathcal{E}$, mas tende exponencialmente para esse valor:

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau_C}). \quad (30-36)$$

A taxa de aumento da carga do capacitor é determinada pela constante de tempo capacitiva τ_C , definida através da Equação 27-36:

$$\tau_C = RC. \quad (30-37)$$

Quando removemos bruscamente a força eletromotriz do mesmo circuito, a carga do capacitor não diminui instantaneamente para zero, mas tende exponencialmente para esse valor:

$$q = q_0 e^{-t/\tau_C}. \quad (30-38)$$

A constante de tempo τ_C é a mesma para a carga e para a descarga do capacitor.

A corrente apresenta um comportamento análogo quando introduzimos (ou removemos) uma força eletromotriz \mathcal{E} em um circuito que contém um resistor R e um indutor L . Quando a chave S da Fig. 30-15 é colocada na posição a , por exemplo, a corrente no resistor começa a aumentar. Se o indutor não estivesse presente, a corrente atingiria quase instantaneamente o valor final \mathcal{E}/R . A presença do indutor faz com que uma força eletromotriz autoinduzida \mathcal{E}_L apareça no circuito. De acordo com a lei de Lenz, a força eletromotriz se opõe ao aumento da corrente, o que significa que tem a polaridade oposta à da força eletromotriz \mathcal{E} da fonte. Assim, a corrente no resistor responde à diferença entre duas forças eletromotrices, uma força eletromotriz \mathcal{E} constante produzida pela fonte e uma força eletromotriz variável $\mathcal{E}_L (= -L di/dt)$ produzida pela autoindução. Enquanto \mathcal{E}_L está presente, a corrente é menor que \mathcal{E}/R .

Com o passar do tempo, a taxa de aumento da corrente diminui e o valor absoluto da força eletromotriz autoinduzida, que é proporcional a di/dt , também diminui. Assim, a corrente tende assintoticamente para \mathcal{E}/R .

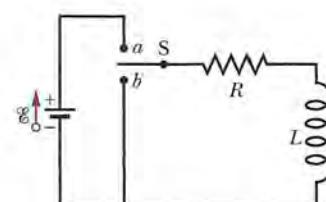


Figura 30-15 Um circuito *RL*. Quando a chave S é colocada na posição a , a corrente começa a aumentar a partir de zero, tendendo para o valor final \mathcal{E}/R .

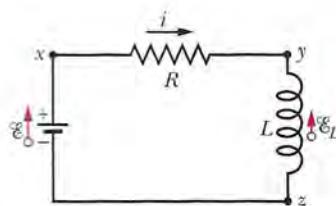


Figura 30-16 O circuito da Fig. 30-15 com a chave na posição *a*. Aplicamos a regra das malhas no sentido horário, começando no ponto *x*.

Esses resultados podem ser generalizados da seguinte forma:



Inicialmente, um indutor se opõe a qualquer variação da corrente que o atravessa. Após um tempo suficientemente longo, o indutor se comporta como um fio comum.

Vamos agora analisar quantitativamente a situação. Com a chave S da Fig. 30-15 na posição *a*, o circuito é equivalente ao da Fig. 30-16. Vamos aplicar a regra das malhas, começando no ponto *x* da figura e nos deslocando no sentido horário, o mesmo da corrente *i*.

- Resistor.** Como atravessamos o resistor no sentido da corrente *i*, o potencial elétrico diminui de iR . Assim, quando passamos do ponto *x* para o ponto *y*, o potencial varia de $-iR$.
- Indutor.** Como a corrente *i* está variando, existe uma força eletromotriz autoinduzida \mathcal{E}_L no indutor. De acordo com a Eq. 30-35, o valor absoluto de \mathcal{E}_L é $L \frac{di}{dt}$. O sentido de \mathcal{E}_L é para cima na Fig. 30-16 porque o sentido da corrente *i* é para baixo no indutor e a corrente está aumentando. Assim, quando passamos do ponto *y* para o ponto *z*, atravessando o indutor no sentido contrário ao de \mathcal{E}_L , o potencial varia de $-L \frac{di}{dt}$.
- Fonte.** Quando passamos do ponto *z* para o ponto *x*, voltando ao ponto inicial, o potencial varia de $+\mathcal{E}$ devido à força eletromotriz da fonte.

De acordo com a regra das malhas, temos:

$$-iR - L \frac{di}{dt} + \mathcal{E} = 0$$

ou $L \frac{di}{dt} + Ri = \mathcal{E}$ (círculo RL). (30-39)

A Eq. 30-39 é uma equação diferencial que envolve a variável *i* e sua derivada primeira di/dt . A solução deve ser uma função *i(t)* tal que, quando *i(t)* e sua derivada primeira são substituídas na Eq. 30-39, a equação e a condição inicial $i(0) = 0$ são satisfeitas.

A Eq. 30-39 e sua condição inicial têm a mesma forma que a equação de um circuito *RC*, Eq. 27-32, com *i* no lugar de *q*, *L* no lugar de *R* e *R* no lugar de $1/C$. A solução da Eq. 30-39 tem, portanto, a forma da Eq. 27-33 com as mesmas substituições, o que nos dá

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L}), \quad (30-40)$$

que pode ser escrita na forma

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{aumento da corrente}). \quad (30-41)$$

em que τ_L , a **constante de tempo indutiva**, é dada por

$$\tau_L = \frac{L}{R} \quad (\text{constante de tempo}). \quad (30-42)$$

Vamos examinar a Eq. 30-41 em duas situações particulares: no instante em que a chave é fechada (ou seja, para $t = 0$) e um longo tempo após a chave ter sido fechada (ou seja, para $t \rightarrow \infty$). Fazendo $t = 0$ na Eq. 30-41, a exponencial se torna $e^{-0} = 1$. Então, de acordo com a Eq. 30-41, a corrente é 0 no instante inicial. Fazendo $t \rightarrow \infty$, a exponencial se torna $e^{-\infty} = 0$. Então, de acordo com a Eq. 30-41, para longos tempos a corrente tende para o valor final \mathcal{E}/R .

Podemos também examinar as diferenças de potencial no circuito. Assim, por exemplo, a Fig. 30-17 mostra a variação com o tempo das diferenças de potencial

$V_R (= iR)$ no resistor e $V_L (= L di/dt)$ no indutor para valores particulares de \mathcal{E} , L e R . A figura correspondente para um circuito RC é a Fig. 27-16.

Para mostrar que a constante $\tau_L (= L/R)$ tem dimensão de tempo, usamos as seguintes equivalências:

$$1 \frac{\text{H}}{\Omega} = 1 \frac{\text{H}}{\Omega} \left(\frac{1 \text{ V} \cdot \text{s}}{1 \text{ H} \cdot \text{A}} \right) \left(\frac{1 \Omega \cdot \text{A}}{1 \text{ V}} \right) = 1 \text{ s.}$$

O primeiro fator entre parênteses é um fator de conversão baseado na Eq. 30-35 e o segundo é um fator de conversão baseado na relação $V = iR$.

Para compreender o significado físico da constante de tempo, podemos usar a Eq. 30-41. Fazendo $t = \tau_L = L/R$ nessa equação, temos:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (30-43)$$

Assim, a constante de tempo τ_L é o tempo necessário para que a corrente no circuito atinja 63% do valor final \mathcal{E}/R . Como a diferença de potencial V_R no resistor é proporcional à corrente i , o gráfico da corrente em função do tempo tem a mesma forma que o gráfico de V_R da Fig. 30-17a.

Se a chave S da Fig. 30-15 é mantida na posição *a* por um tempo suficiente para que a corrente atinja o valor \mathcal{E}/R e depois é deslocada para a posição *b*, o efeito é remover a fonte do circuito. (Para que não haja uma variação brusca de corrente, é preciso que a ligação com o ponto *b* seja feita antes que a ligação com o ponto *a* seja interrompida; uma chave capaz de realizar esse tipo de operação é conhecida como chave *make-before-break*.) Na ausência de uma fonte, a corrente no resistor cai para zero, mas não de forma instantânea. A equação diferencial que governa o decréscimo da corrente pode ser obtida fazendo $\mathcal{E} = 0$ na Eq. 30-39:

$$L \frac{di}{dt} + iR = 0. \quad (30-44)$$

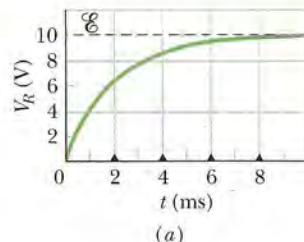
Por analogia com as Eqs. 27-38 e 27-39, a solução da Eq. 30-44 que satisfaz a condição inicial $i(0) = i_0 = \mathcal{E}/R$ é

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau_L} = i_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{diminuição da corrente}). \quad (30-45)$$

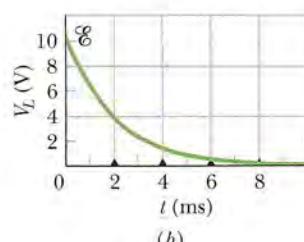
Assim, tanto o aumento da corrente (Eq. 30-41) como a diminuição da corrente (Eq. 30-45) em um circuito RL são governados pela mesma constante de tempo indutiva τ_L .

Usamos i_0 na Eq. 30-45 para representar a corrente no instante $t = 0$. Neste caso, o valor da corrente é \mathcal{E}/R , mas poderia ser qualquer outro valor inicial.

A diferença de potencial no resistor aumenta com o tempo e a diferença de potencial no indutor diminui com o tempo.



(a)

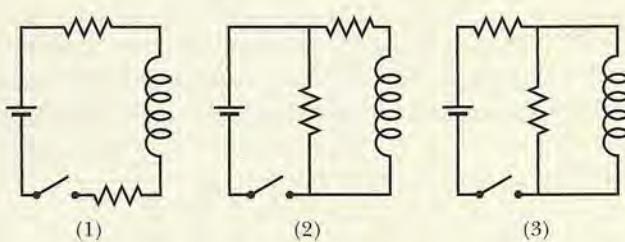


(b)

Figura 30-17 Variação com o tempo (a) de V_R , a diferença de potencial entre os terminais do resistor da Fig. 30-16; (b) de V_L , a diferença de potencial entre os terminais do indutor. Os triângulos representam intervalos sucessivos de uma constante de tempo indutiva $\tau_L = L/R$. As curvas foram plotadas para $R = 2000 \Omega$, $L = 4,0 \text{ H}$ e $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$.

TESTE 6

A figura mostra três circuitos com fontes, indutores e resistores iguais. Coloque os circuitos na ordem da corrente que atravessa a fonte (a) logo depois que a chave é fechada e (b) muito tempo depois de a chave ter sido fechada, começando pelo maior valor. (Se o leitor tiver dificuldade para responder, leia o exemplo a seguir e tente novamente.)



Exemplo

Círculo ***RL***, imediatamente após o fechamento de uma chave e muito tempo depois

A Fig. 30-18a mostra um circuito que contém três resistores iguais de resistência $R = 9,0 \Omega$, dois indutores iguais de indutância $L = 2,0 \text{ mH}$ e uma fonte ideal de força electromotriz $\mathcal{E} = 18 \text{ V}$.

- (a) Qual é a corrente i que atravessa a fonte no instante em que a chave é fechada?

IDEIA-CHAVE

No momento em que a chave é fechada, os indutores se opõem à variação da corrente que os atravessa.

Cálculos Como antes de a chave ser fechada a corrente nos indutores é zero, a corrente continua a ser zero logo depois. Assim, logo depois que a chave é fechada, os indutores se comportam como fios interrompidos, como mostra a Fig. 30-18b. Temos, portanto, um circuito de uma malha, no qual, de acordo com a regra das malhas,

$$\mathcal{E} - iR = 0.$$

Substituindo os valores dados, obtemos:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{18 \text{ V}}{9,0 \Omega} = 2,0 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

- (b) Qual é a corrente i que atravessa a fonte depois que a chave permanece fechada por um longo tempo?

IDEIA-CHAVE

Quando a chave permanece fechada por um longo tempo, as correntes no circuito atingem os valores finais e os indutores passam a se comportar como simples fios de ligação, como mostra a Fig. 30-18c.

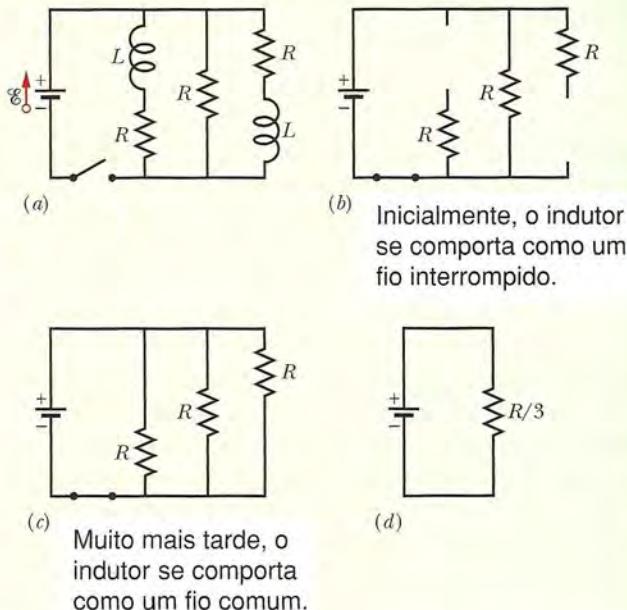


Figura 30-18 (a) Circuito ***RL*** de várias malhas, com uma chave aberta. (b) O circuito equivalente logo depois que a chave é fechada. (c) O circuito equivalente muito tempo depois de a chave ter sido fechada. (d) Circuito de uma malha equivalente ao circuito (c).

Cálculos Agora temos um circuito com três resistores iguais em paralelo; de acordo com a Eq. 27-23, a resistência equivalente é $R_{\text{eq}} = R/3 = (9,0 \Omega)/3 = 3,0 \Omega$. Aplicando a regra das malhas ao circuito equivalente da Fig. 30-18d, obtemos a equação $\mathcal{E} - iR_{\text{eq}} = 0$, donde

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}}} = \frac{18 \text{ V}}{3,0 \Omega} = 6,0 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

Exemplo

Círculo ***RL***: corrente durante a transição

Um solenoide tem uma indutância de 53 mH e uma resistência de $0,37 \Omega$. Se o solenoide é ligado a uma bateria, quanto tempo a corrente leva para atingir metade do valor final? (Trata-se de um *solenóide real*, já que estamos levando em conta a resistência interna.)

IDEIA-CHAVE

Podemos separar mentalmente o solenoide em uma resistência e uma indutância que estão ligadas em série a uma bateria, como na Fig. 30-16. Nesse caso, a aplicação da regra das malhas leva à Eq. 30-39, cuja solução é a Eq. 30-41.

Cálculos De acordo com a Eq. 30-41, a corrente i aumenta exponencialmente de zero até o valor final \mathcal{E}/R . Seja t_0 o tempo que a corrente i leva para atingir metade do valor final. Nesse caso, a Eq. 30-41 nos dá

$$\frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t_0/\tau_L}).$$

Para determinar t_0 , dividimos ambos os membros por \mathcal{E}/R , explicitamos a exponencial e tomamos o logaritmo natural de ambos os membros. O resultado é o seguinte:

$$t_0 = \tau_L \ln 2 = \frac{L}{R} \ln 2 = \frac{53 \times 10^{-3} \text{ H}}{0,37 \Omega} \ln 2 \\ = 0,10 \text{ s.} \quad (\text{Resposta})$$

30-10 Energia Armazenada em um Campo Magnético

Quando afastamos duas partículas carregadas uma da outra, podemos dizer que o aumento de energia potencial elétrica associado a esse afastamento fica armazenado no campo elétrico que existe entre as partículas. Podemos recuperar essa energia permitindo que as partículas se aproximem novamente. Da mesma forma, quando afastamos dois fios percorridos por correntes elétricas, podemos dizer que o aumento de energia potencial magnética associado a esse afastamento fica armazenado no campo magnético que existe entre os fios.

Para obter uma expressão matemática para a energia armazenada no campo magnético, considere novamente a Fig. 30-16, que mostra uma fonte de força eletromotriz \mathcal{E} ligada a um resistor R e a um indutor L . A Eq. 30-39, repetida aqui por conveniência,

$$\mathcal{E} = L \frac{di}{dt} + iR, \quad (30-46)$$

é a equação diferencial que descreve o aumento da corrente no circuito. Como vimos, a equação é uma consequência direta da aplicação da regra das malhas, que, por sua vez, é uma expressão da lei de conservação da energia em circuitos com uma única malha. Multiplicando por i ambos os membros da Eq. 30-46, obtemos:

$$\mathcal{E}i = Li \frac{di}{dt} + i^2 R, \quad (30-47)$$

que tem a seguinte interpretação em termos de trabalho e energia:

1. Se uma quantidade elementar de carga dq passa pela fonte de força eletromotriz \mathcal{E} da Fig. 30-16 em um intervalo de tempo dt , a fonte realiza um trabalho por unidade de tempo $(\mathcal{E} dq)/dt = \mathcal{E}i$. Assim, o lado esquerdo da Eq. 30-47 representa a taxa com a qual a fonte fornece energia ao resto do circuito.
2. O termo $i^2 R$ da Eq. 30-47 representa a taxa com a qual a energia é dissipada como energia térmica no resistor.
3. De acordo com a lei de conservação da energia, a energia que é fornecida ao circuito e não é dissipada no resistor deve ser armazenada no campo magnético do indutor. Isso significa que o termo $Li di/dt$ da Eq. 30-47 representa a taxa dU_B/dt com a qual a energia potencial magnética U_B é armazenada no campo magnético.

Assim,

$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}. \quad (30-48)$$

que pode ser escrita na forma

$$dU_B = Li di.$$

Integrando ambos os membros, obtemos:

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Li di$$

$$\text{ou} \quad U_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad (\text{energia magnética}), \quad (30-49)$$

que representa a energia armazenada por um indutor L percorrido por uma corrente i . Note a semelhança entre essa expressão e a expressão da energia armazenada por um capacitor de capacidade C e carga q ,

$$U_E = \frac{q^2}{2C}. \quad (30-50)$$

(A variável i^2 corresponde a q^2 e a constante L corresponde a $1/C$.)

Exemplo**Energia armazenada em um campo magnético**

Uma bobina tem uma indutância de 53 mH e uma resistência de 0,35 Ω.

- (a) Se uma força eletromotriz de 12 V é aplicada à bobina, qual é a energia armazenada no campo magnético quando a corrente atinge o valor final?

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 30-49 ($U_B = \frac{1}{2}Li^2$), a energia armazenada no campo magnético da bobina em qualquer instante é função da corrente que atravessa a bobina nesse instante.

Cálculos Para determinar a energia final $U_{B\infty}$, precisamos conhecer a corrente final. De acordo com a Eq. 30-41, essa corrente é dada por

$$i_\infty = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12 \text{ V}}{0,35 \Omega} = 34,3 \text{ A.} \quad (30-51)$$

Assim, temos:

$$\begin{aligned} U_{B\infty} &= \frac{1}{2}Li_\infty^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(53 \times 10^{-3} \text{ H})(34,3 \text{ A})^2 \\ &= 31 \text{ J.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

- (b) Após quantas constantes de tempo metade da energia final está armazenada no campo magnético?

Cálculos Agora estamos interessados em saber em que instante de tempo t a relação

$$U_B = \frac{1}{2}U_{B\infty}$$

é satisfeita. Usando duas vezes a Eq. 30-49, podemos escrever essa equação na forma

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}Li^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}Li_\infty^2 \\ \text{ou} \qquad i &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)i_\infty. \end{aligned} \quad (30-52)$$

De acordo com a Eq. 30-52, se uma corrente aumenta, a partir de 0, para um valor final i_∞ , metade da energia final está armazenada no campo magnético quando a corrente é igual a $i_\infty/\sqrt{2}$. Além disso, sabemos que i é dada pela Eq. 30-41 e i_∞ (veja a Eq. 30-51) é igual a \mathcal{E}/R ; assim, a Eq. 30-52 se torna

$$\frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}R}.$$

Dividindo ambos os membros por \mathcal{E}/R e reagrupando os termos, podemos escrever essa equação na forma

$$e^{-t/\tau_L} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,293,$$

o que nos dá

$$\frac{t}{\tau_L} = -\ln 0,293 = 1,23$$

ou $t \approx 1,2\tau_L$. (Resposta)

Assim, a energia armazenada no campo magnético da bobina atinge metade do valor final 1,2 constante de tempo após a força eletromotriz ser aplicada.

30-11 Densidade de Energia de um Campo Magnético

Considere um segmento de comprimento l perto do centro de um solenoide longo de seção reta A percorrido por uma corrente i ; o volume do segmento é Al . A energia U_B armazenada nesse trecho do solenoide deve estar toda no interior do solenoide, já que o campo magnético do lado de fora de um solenoide é praticamente zero. Além disso, a energia armazenada deve estar uniformemente distribuída, pois o campo magnético é (aproximadamente) uniforme no interior de um solenoide.

Assim, a energia armazenada no campo por unidade de volume é

$$u_B = \frac{U_B}{Al}$$

e como

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2,$$

temos

$$u_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{L}{l} \frac{i^2}{2A}, \quad (30-53)$$

em que L é a indutância do segmento do solenoide de comprimento l .

Substituindo L/l por seu valor, dado pela Eq. 30-31, obtemos:

$$u_B = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 i^2, \quad (30-54)$$

em que n é o número de espiras por unidade de comprimento. Usando a Eq. 29-23 ($B = \mu_0 i n$), podemos escrever a *densidade de energia* na forma

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{densidade de energia magnética}). \quad (30-55)$$

que expressa a densidade de energia armazenada em um ponto do espaço onde o módulo do campo magnético é B . Embora tenha sido demonstrada para o caso especial de um solenoide, a Eq. 30-55 é válida para qualquer campo magnético, independentemente da forma como foi produzido. A equação é análoga à Eq. 25-25,

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2, \quad (30-56)$$

que fornece a densidade de energia armazenada (no vácuo) em um ponto do espaço onde o módulo do campo elétrico é E . Observe que u_B e u_E são proporcionais ao quadrado do módulo do campo correspondente, B ou E .

TESTE 7

A tabela mostra o número de espiras por unidade de comprimento, a corrente e a seção reta de três solenoides. Coloque os solenoides na ordem da densidade de energia magnética, começando pela maior.

Solenóide	Espiras por Unidade de Comprimento	Corrente	Área
a	$2n_1$	i_1	$2A_1$
b	n_1	$2i_1$	A_1
c	n_1	i_1	$6A_1$

30-12 Indução Mútua

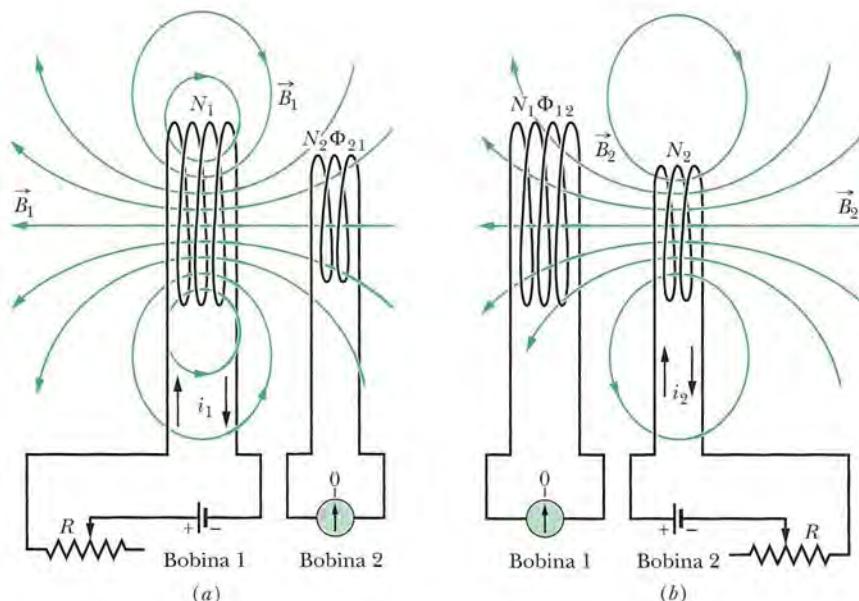
Nesta seção, vamos voltar ao caso de duas bobinas próximas, que foi discutido na Seção 30-2, e tratá-lo de modo mais formal. Como vimos, se duas bobinas estão próximas, como na Fig. 30-2, uma corrente i em uma das bobinas faz com que um fluxo magnético Φ atravesse a outra (*enlaçando* as duas bobinas). Se a corrente i varia com o tempo, uma força eletromotriz \mathcal{E} dada pela lei de Faraday aparece na segunda bobina; o processo foi chamado de *indução*. Poderíamos ter usado a expressão **indução mútua**, para ressaltar o fato de que o processo envolve uma interação de duas bobinas e distingui-lo do processo de *autoindução*, que envolve apenas uma bobina.

Vamos examinar o processo de indução mútua de modo quantitativo. A Fig. 30-19a mostra duas bobinas circulares compactas muito próximas, com o mesmo eixo central. Com o resistor variável ajustado para um certo valor R de resistência, a bateria produz uma corrente constante i_1 na bobina 1. A corrente cria um campo magnético representado pelas linhas de \vec{B}_1 na figura. O circuito da bobina 2 contém um amperímetro, mas não conta com uma bateria; um fluxo magnético Φ_{21} (o fluxo através da bobina 2 devido à corrente na bobina 1) enlaça as N_2 espiras da bobina 2.

A indutância mútua M_{21} da bobina 2 em relação à bobina 1 é definida pela relação

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1}, \quad (30-57)$$

Figura 30-19 Indução mútua. (a) O campo magnético \vec{B}_1 produzido pela corrente i_1 na bobina 1 atravessa as espiras da bobina 2. Quando se faz variar a corrente i_1 (fazendo variar a resistência R), uma força eletromotriz é induzida na bobina 2 e o amperímetro ligado à bobina 2 revela a passagem de uma corrente. (b) O mesmo sistema, com os papéis das bobinas 1 e 2 invertidos.



que tem a mesma forma que a Eq. 30-28,

$$L = N\Phi/i, \quad (30-58)$$

a definição de indutância. Podemos escrever a Eq. 30-57 na forma

$$M_{21}i_1 = N_2\Phi_{21}, \quad (30-59)$$

Se fizermos i_1 variar com o tempo variando R , teremos

$$M_{21} \frac{di_1}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}. \quad (30-60)$$

De acordo com a lei de Faraday, o lado direito da Eq. 30-60 é igual em valor absoluto à força eletromotriz \mathcal{E}_2 que aparece na bobina 2 devido à variação da corrente na bobina 1. Assim, com um sinal negativo para indicar a polaridade de \mathcal{E}_2 , temos:

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt}, \quad (30-61)$$

que tem a mesma forma que a Eq. 30-35 para a autoindução ($\mathcal{E} = -L di/dt$).

Vamos agora inverter os papéis das bobinas 1 e 2, como na Fig. 30-19b; em outras palavras, vamos produzir uma corrente na bobina 2 com o auxílio de uma bateria e assim criar um fluxo magnético Φ_{12} que enlaça a bobina 1. Se fizermos i_2 variar com o tempo variando R , teremos:

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (30-62)$$

Assim, a força eletromotriz produzida em uma das bobinas é proporcional à taxa de variação da corrente na outra. É possível demonstrar que as constantes de proporcionalidade M_{21} e M_{12} são iguais, o que nos permite escrever

$$M_{21} = M_{12} = M, \quad (30-63)$$

caso em que as Eqs. 30-61 e 30-62 se tornam

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad (30-64)$$

$$\text{e} \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}. \quad (30-65)$$

Exemplo

Indutância mútua de duas bobinas paralelas

A Fig. 30-20 mostra duas bobinas circulares compactas, coplanares, coaxiais, a menor de raio R_2 e N_2 espiras e a maior de raio R_1 e N_1 espiras.

(a) Escreva a expressão da indutância mútua M para este arranjo de bobinas, supondo que $R_1 \gg R_2$.

IDEIA-CHAVE

A indutância mútua M das bobinas é a razão entre o enlaçamento de fluxo ($N\Phi$) através de uma das bobinas e a corrente i na outra bobina. Assim, precisamos supor que existe uma corrente em uma bobina e calcular o fluxo magnético que atravessa a outra bobina devido a essa corrente.

Cálculos Tanto o módulo como a direção do campo magnético produzido pela bobina menor variam de ponto para ponto no interior da bobina maior; assim, o fluxo magnético que atravessa a bobina maior é difícil de calcular. Por outro lado, como estamos supondo que o raio da bobina menor é muito menor que o raio da bobina maior, podemos supor que o campo magnético criado pela bobina maior é aproximadamente uniforme no interior da bobina menor. Assim, para calcular M supomos que a bobina maior é percorrida por uma corrente i_1 e calculamos o enlaçamento de fluxo $N_2\Phi_{21}$ na bobina menor:

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1}. \quad (30-66)$$

De acordo com a Eq. 30-2, o fluxo Φ_{21} através de cada espira da bobina menor é dado por

$$\Phi_{21} = B_1 A_2,$$

em que B_1 é o módulo do campo magnético no interior da bobina menor devido à corrente na bobina maior e $A_2 (= \pi R_2^2)$ é a área de uma espira. Assim, o enlaçamento de fluxo na bobina menor (que possui N_2 espiras) é dado por

$$N_2\Phi_{21} = N_2 B_1 A_2. \quad (30-67)$$

Para determinar o campo B_1 no interior da bobina menor, podemos usar a Eq. 29-26,

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}},$$

onde podemos fazer $z = 0$ porque a bobina menor está no mesmo plano que a bobina maior. De acordo com essa equação, cada espira da bobina maior produz um campo magnético de módulo $\mu_0 i / 2R_1$ no interior da bobina menor. Assim, a bobina maior (que possui N_1 espiras) produz um campo magnético total de módulo

$$B_1 = N_1 \frac{\mu_0 i_1}{2R_1} \quad (30-68)$$

no interior da bobina menor.

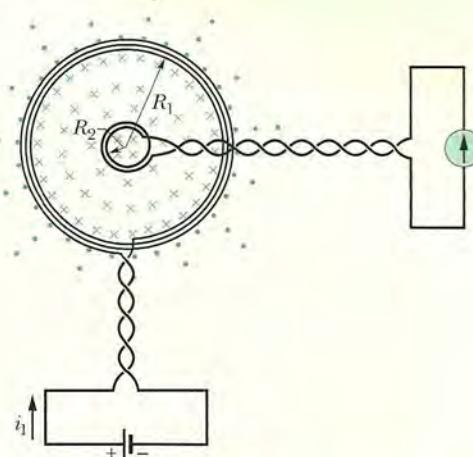


Figura 30-20 Uma pequena bobina no centro de uma bobina maior. A indutância mútua das bobinas pode ser determinada fazendo passar uma corrente i_1 na bobina maior.

Substituindo os valores de B_1 (dados pela Eq. 30-68) e $A_2 (= \pi R_2^2)$ na Eq. 30-67, temos:

$$N_2\Phi_{21} = \frac{\pi\mu_0 N_1 N_2 R_2^2 i_1}{2R_1}.$$

Substituindo este resultado na Eq. 30-66, obtemos

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1} = \frac{\pi\mu_0 N_1 N_2 R_2^2}{2R_1}. \quad (\text{Resposta}) \quad (30-69)$$

(b) Qual é o valor de M para $N_1 = N_2 = 1200$ espiras, $R_2 = 1,1$ cm e $R_1 = 15$ cm?

Cálculos De acordo com a Eq. 30-69, temos:

$$M = \frac{(\pi)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(1200)(1200)(0,011 \text{ m})^2}{(2)(0,15 \text{ m})} \\ = 2,29 \times 10^{-3} \text{ H} \approx 2,3 \text{ mH.} \quad (\text{Resposta})$$

Suponha que os papéis das duas bobinas sejam invertidos, ou seja, que partimos de uma corrente i_2 na bobina menor e tentamos determinar o valor de M usando a Eq. 30-57 na forma

$$M = \frac{N_1\Phi_{12}}{i_2}.$$

Não é fácil calcular Φ_{12} , o fluxo do campo produzido pela bobina menor através da bobina maior, já que, como dissemos, nesse caso não podemos supor que o campo é uniforme. Entretanto, se executarmos o cálculo em um computador, encontraremos o mesmo valor, $M = 2,3$ mH! Este fato serve para ilustrar a ideia de que a Eq. 30-63 ($M_{21} = M_{12} = M$), embora não seja óbvia, é verdadeira.

REVISÃO E RESUMO

Fluxo Magnético O fluxo magnético Φ_B de um campo magnético \vec{B} através de uma área A é definido pela equação

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}, \quad (30-1)$$

onde a integral é calculada para toda a área. A unidade de fluxo magnético no SI é o weber (Wb); 1 Wb = 1 T · m². Se \vec{B} é uniforme e perpendicular à área de integração, a Eq. 30-1 se torna

$$\Phi_B = BA \quad (\vec{B} \perp A, \vec{B} \text{ uniforme}). \quad (30-2)$$

Lei de Indução de Faraday Se o fluxo magnético Φ_B através de uma área limitada por uma espira condutora fechada varia com o tempo, uma corrente e uma força eletromotriz são produzidas na espira; o processo recebe o nome de *indução*. A força eletromotriz induzida é

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}). \quad (30-4)$$

Se a espira é substituída por uma bobina compacta de N espiras, a força eletromotriz se torna

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (30-5)$$

Lei de Lenz O sentido de uma corrente induzida é tal que o campo magnético *produzido pela corrente* se opõe à variação do fluxo magnético que induziu a corrente. A força eletromotriz induzida tem o mesmo sentido que a corrente induzida.

Força Eletromotriz e Campo Elétrico Induzido Uma força eletromotriz é induzida por um campo magnético variável mesmo que a espira através da qual o fluxo magnético está variando não seja um condutor de verdade, mas uma curva imaginária. O campo magnético variável induz um campo elétrico \vec{E} em todos os pontos da curva; a força eletromotriz induzida e o campo elétrico induzido estão relacionados através da equação

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad (30-19)$$

onde a integração é executada ao longo da curva. De acordo com a Eq. 30-19, a lei de Faraday pode ser escrita na forma mais geral

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{lei de Faraday}). \quad (30-20)$$

De acordo com a Eq. 30-20, *um campo magnético variável induz um campo elétrico* \vec{E} .

Indutores O **indutor** é um dispositivo que pode ser usado para produzir um campo magnético com o valor desejado em uma região do espaço. Se uma corrente i atravessa as N espiras de um indutor, um fluxo magnético Φ_B enlaça essas espiras. A **indutância** L do indutor é dada por

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad (\text{definição de indutância}). \quad (30-28)$$

A unidade de indutância no SI é o **henry** (H); 1 H = 1 T · m²/A. A indutância por unidade de comprimento perto do centro de um solenoide longo de área A e n espiras por unidade de comprimento é dada por

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \quad (\text{solenoide}). \quad (30-31)$$

Autoindução Se uma corrente i em uma bobina varia com o tempo, uma força eletromotriz é induzida na bobina. Essa força eletromotriz autoinduzida é dada por

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (30-35)$$

O sentido de \mathcal{E}_L é dado pela lei de Lenz: a força eletromotriz autoinduzida se opõe à variação que a produz.

Circuitos RL Série Se uma força eletromotriz constante \mathcal{E} é aplicada a um circuito com uma única malha constituída por uma resistência R e uma indutância L , a corrente tende para um valor final \mathcal{E}/R de acordo com a equação

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{aumento da corrente}). \quad (30-41)$$

em que $\tau_L (= L/R)$ governa a taxa de aumento da corrente e é chamada de **constante de tempo indutiva** do circuito. Quando a fonte de força eletromotriz constante é removida, a corrente diminui para zero a partir de um valor inicial i_0 de acordo com a equação

$$i = i_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{diminuição da corrente}). \quad (30-45)$$

Energia Magnética Se um indutor L conduz uma corrente i , o campo magnético do indutor armazena uma energia dada por

$$U_B = \frac{1}{2} L i^2 \quad (\text{energia magnética}). \quad (30-49)$$

Se B é o módulo do campo magnético (criado por um indutor ou por qualquer outro meio) em um ponto do espaço, a densidade de energia magnética armazenada nesse ponto é dada por

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{densidade de energia magnética}). \quad (30-55)$$

Indução Mútua Se existem duas bobinas 1 e 2 próximas uma da outra, a variação da corrente em uma das bobinas pode induzir uma força eletromotriz na outra. Essa indução mútua é descrita pelas equações

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad (30-64)$$

$$\text{e} \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}, \quad (30-65)$$

em que M (medida em henries) é a indutância mútua das bobinas.

P E R G U N T A S

- 1** Se o condutor circular da Fig. 30-21 sofre uma expansão térmica na presença de um campo magnético uniforme, uma corrente é induzida no sentido horário. O sentido do campo magnético é para dentro ou para fora do papel?



Figura 30-21 Pergunta 1.

- 2** A espira da Fig. 30-22a é submetida, sucessivamente, a seis campos magnéticos uniformes, todos paralelos ao eixo z , cujo sentido é para fora do papel. A Fig. 30-22b mostra os módulos B_z desses campos em função do tempo t . (As retas 1 e 3 e as retas 4 e 6 são paralelas.) As retas 2 e 5 são paralelas ao eixo do tempo. Coloque os seis campos na ordem da força eletromotriz induzida na espira, começando pela maior no sentido horário e terminando com a maior no sentido anti-horário.

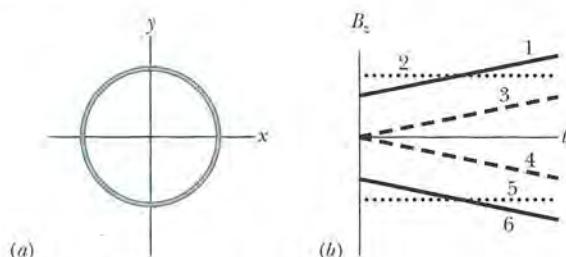


Figura 30-22 Pergunta 2.

- 3** Na Fig. 30-23, um fio retilíneo longo percorrido por uma corrente i passa (sem fazer contato) por três espiras retangulares de lados L , $1,5L$ e $2L$. A distância entre as espiras é relativamente grande (o suficiente para que não interajam). As espiras 1 e 3 são simétricas em relação ao fio. Coloque as espiras na ordem do valor absoluto da corrente induzida (a) se a corrente i for constante e (b) se a corrente i estiver aumentando, começando pelo maior valor.

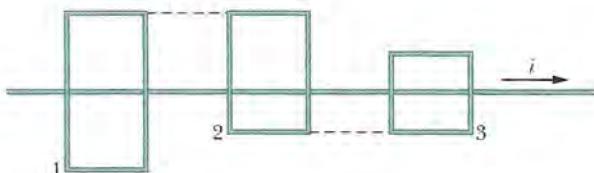


Figura 30-23 Pergunta 3.

- 4** A Fig. 30-24 mostra dois circuitos nos quais uma barra condutora desliza com a mesma velocidade escalar v na presença do mesmo campo magnético uniforme, ao longo de um fio em forma de **U**. Os segmentos paralelos do fio estão separados por uma distância $2L$ no circuito 1 e por uma distância L no circuito 2. A corrente induzida no circuito 1 tem o sentido anti-horário. (a) O sentido do campo magnético é para dentro ou para fora do papel? (b) A corrente induzida no circuito 2 tem o sentido horário ou o sentido anti-horário? (c) A força eletromotriz induzida no circuito 1 é maior, menor ou igual à força eletromotriz induzida no circuito 2?

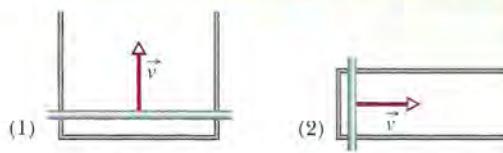


Figura 30-24 Pergunta 4.

- 5** A Fig. 30-25 mostra uma região circular na qual existem um campo magnético uniforme decrescente orientado para fora do papel e quatro trajetórias circulares concêntricas. Coloque as trajetórias na ordem do valor absoluto de $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$, começando pelo maior.

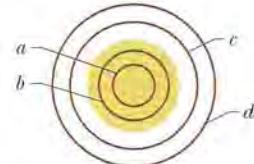


Figura 30-25 Pergunta 5.

- 6** Na Fig. 30-26, uma espira é feita de três segmentos: bc (um segmento em forma de quarto de circunferência), ac (dois segmentos retilíneos formando um ângulo reto) e ab (um segmento retilíneo). A espira pode ser submetida a três campos magnéticos:

- (1) $\vec{B}_1 = 3\hat{i} + 7\hat{j} - 5\hat{k}$,
- (2) $\vec{B}_2 = 5\hat{i} - 4\hat{j} - 15\hat{k}$,
- (3) $\vec{B}_3 = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 12\hat{k}$,

em que \vec{B} está em militeslas e t em segundos. Sem fazer nenhum cálculo no papel, coloque os campos magnéticos na ordem (a) do trabalho realizado por unidade de carga para criar a corrente induzida e (b) do valor absoluto da corrente induzida, começando pelo maior. (c) Qual é o sentido da corrente induzida para cada um dos campos magnéticos?

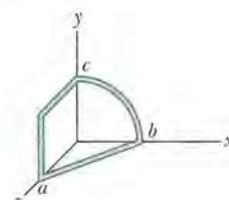


Figura 30-26 Pergunta 6.

- 7** A Fig. 30-27 mostra um circuito com dois resistores iguais e um indutor ideal. A corrente no resistor do meio é maior, menor ou igual à corrente no outro resistor (a) logo depois que a chave S é fechada; (b) muito tempo depois que a chave S é fechada; (c) logo depois que a chave é aberta depois de permanecer fechada por muito tempo; (d) muito tempo depois que a chave é aberta depois de permanecer fechada por muito tempo?

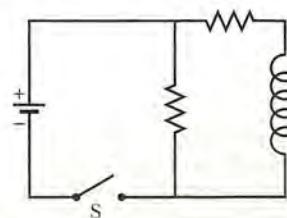


Figura 30-27 Pergunta 7.

- 8** A chave do circuito da Fig. 30-15 permaneceu na posição *a* por muito tempo e depois foi deslocada para posição *b*. A Fig. 30-28 mostra a corrente no indutor para quatro pares de valores da resistência *R* e da indutância *L*: (1) R_0 e L_0 ; (2) $2R_0$ e L_0 ; (3) R_0 e $2L_0$; (4) $2R_0$ e $2L_0$. Qual é a curva correspondente a cada par?

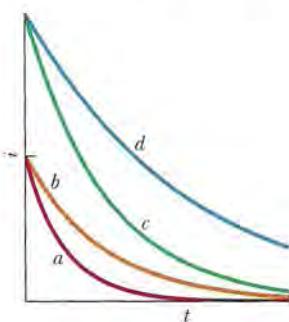


Figura 30-28 Pergunta 8.

- 9** A Fig. 30-29 mostra três circuitos com fontes, indutores e resistores iguais. Coloque os circuitos na ordem da corrente no resistor *R*, começando pela maior, (a) muito tempo depois que a chave é fechada; (b) logo depois que a chave é aberta depois de permanecer fechada por muito tempo; (c) muito tempo depois que a chave é aberta depois de permanecer fechada por muito tempo.

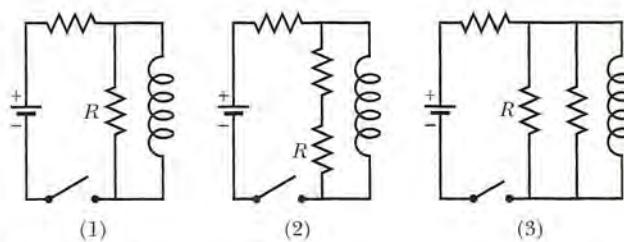


Figura 30-29 Pergunta 9.

- 10** A Fig. 30-30 mostra a variação com o tempo da diferença de potencial V_R entre os terminais de um resistor em três circuitos como a da Fig. 30-16. A resistência *R* e a força eletromotriz \mathcal{E} da fonte são iguais nos três circuitos, mas as indutâncias *L* são diferentes. Coloque os circuitos na ordem do valor de *L*, começando pelo maior.

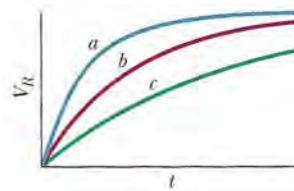


Figura 30-30 Pergunta 10.

P R O B L E M A S

• 1-3 O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

4-6 Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 30-4 A Lei de Lenz

- 1 Na Fig. 30-31, uma espira circular com 10 cm de diâmetro (vista de perfil) é posicionada com a normal \vec{N} fazendo um ângulo $\theta = 30^\circ$ com a direção de um campo magnético uniforme \vec{B} cujo módulo é 0,50 T. A espira começa a girar de tal forma que \vec{N} descreve um cone em torno da direção do campo à taxa de 100 revoluções por minuto; o ângulo θ permanece constante durante o processo. Qual é a força eletromotriz induzida na espira?

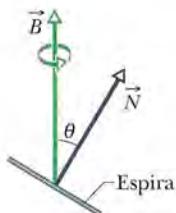


Figura 30-31 Problema 1.

- 2 Uma material condutor elástico é esticado e usado para fazer uma espira circular com 12,0 cm de raio, que é submetida a um campo magnético uniforme de 0,800 T perpendicular ao plano da espira. Ao ser liberada, a espira começa a se contrair e seu raio diminui inicialmente à taxa de 75,0 cm/s. Qual é a força eletromotriz induzida na espira durante a contração?

- 3 Na Fig. 30-32, uma bobina de 120 espiras, com 1,8 cm de raio e uma resistência de 5,3 Ω, é coaxial com um solenoide de 220 espiras/cm e 3,2 cm de diâmetro. A corrente no solenoide diminui de 1,5 A para zero em um intervalo de tempo $\Delta t = 25$ ms. Qual é a corrente induzida na bobina no intervalo Δt ?

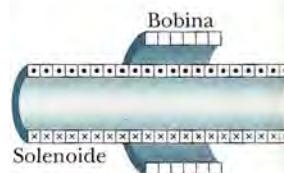


Figura 30-32 Problema 3.

- 4 Uma espira com 12 cm de raio e uma resistência de 8,5 Ω é submetida a um campo magnético uniforme \vec{B} cujo módulo varia de acordo com a Fig. 30-33. A escala do eixo vertical é definida por $B_s = 0,50$ T e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 6,00$ s. O plano da espira é perpendicular a \vec{B} . Determine a força eletromotriz induzida na espira durante o intervalo de tempo (a) $0 < t < 2,0$ s; (b) $2,0\text{s} < t < 4,0\text{s}$; (c) $4,0\text{s} < t < 6,0\text{s}$.

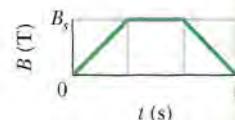


Figura 30-33 Problema 4.

- 5 Na Fig. 30-34, um fio forma uma espira circular de raio $R = 2,0\text{ m}$ e uma resistência de $4,0\text{ }\Omega$. Um fio retílineo longo passa pelo centro da espira; no instante $t = 0$, a corrente no fio é $5,0\text{ A}$, para a direita. Para $t > 0$, a corrente varia de acordo com a equação $i = 5,0\text{ A} - (2,0\text{ A/s}^2)t^2$. (Como o fio é isolado, não há contato entre o fio e a espira.) Qual é o valor absoluto da corrente induzida na espira para $t > 0$?

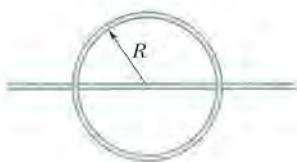


Figura 30-34 Problema 5.

- 6 A Fig. 30-35a mostra um circuito formado por uma fonte ideal de força eletromotriz $\mathcal{E} = 6,00 \mu\text{V}$, uma resistência R e uma pequena espira com $5,0 \text{ cm}^2$ de área. Um campo magnético externo é aplicado à espira durante o intervalo de $t = 10\text{s}$ a $t = 20\text{s}$. O campo é uniforme, dirigido para dentro do papel na Fig. 30-35a e o módulo do campo é dado por $B = at$, onde B está em teslas, a é uma constante e t está em segundos. A Fig. 30-35b mostra a corrente i no circuito antes, durante e depois da aplicação do campo. A escala vertical é definida por $i_s = 2,0 \text{ mA}$. Determine o valor da constante a na equação do módulo do campo.

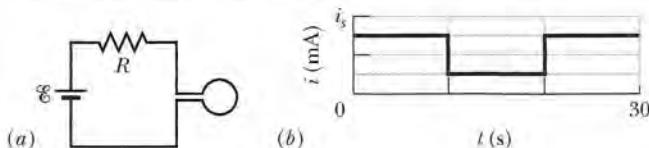


Figura 30-35 Problema 6.

- 7 Na Fig. 30-36, o fluxo de campo magnético na espira aumenta de acordo com a equação $\Phi_B = 6,0t^2 + 7,0t$, onde Φ_B está em milíwebers e t em segundos. (a) Qual é o módulo da força eletromotriz induzida na espira no instante $t = 2,0 \text{ s}$? (b) O sentido da corrente no resistor R é para a direita ou para a esquerda?

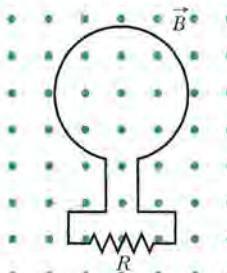


Figura 30-36 Problema 7.

- 8 Um campo magnético uniforme \vec{B} é perpendicular ao plano de uma espira circular com 10 cm de diâmetro, formada por um fio com 2,5 mm de diâmetro e uma resistividade de $1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Qual deve ser a taxa de variação de \vec{B} para que uma corrente de 10 A seja induzida na espira?

- 9 Uma pequena espira com $6,8 \text{ mm}^2$ de área é colocada no interior de um solenoide longo com 854 espiras/cm, percorrido por uma corrente senoidal i com 1,28 A de amplitude e uma frequência angular de 212 rad/s. Os eixos centrais da espira e do solenoide coincidem. Qual é a amplitude da força eletromotriz induzida na espira?

- 10 A Fig. 30-37 mostra uma espira formada por um par de semicircunferências de 3,7 cm de raio situadas em planos mutuamente perpendiculares. A espira foi formada dobrando uma espira plana ao longo de um diâmetro até que as duas partes ficarem perpendiculares. Um campo magnético uniforme \vec{B} de módulo 76 mT é aplicado perpendicularmente ao diâmetro da dobragem, fazendo ângulos iguais (de 45°) com os planos das semicircunferências. O campo magnético é reduzido para zero a uma taxa uniforme durante um intervalo de tempo de 4,5 ms. Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (horário ou anti-horário, do ponto de vista do sentido de incisão) da força eletromotriz induzida na espira durante esse intervalo.

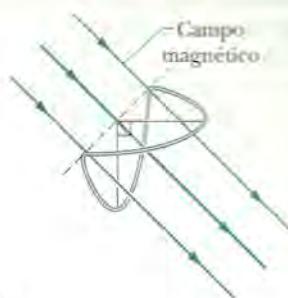


Figura 30-37 Problema 10.

- 11 Uma bobina retangular de comprimento a e largura b , com N espiras, gira com frequência f na presença de um campo magnético uniforme \vec{B} , como mostra a Fig. 30-38. A bobina está ligada a cilindros metálicos que giram solidariamente a ela e nos quais estão apoiadas escovas metálicas que fazem contato com um circuito externo. (a) Mostre que a força eletromotriz induzida na bobina é dada (em função do tempo t) pela equação

$$\mathcal{E} = 2\pi fNabB \sin(2\pi ft) = \mathcal{E}_0 \sin(2\pi ft).$$

Este é o princípio de funcionamento dos geradores comerciais de corrente alternada. (b) Para que valor de Nab a força eletromotriz gerada tem uma amplitude $\mathcal{E}_0 = 150 \text{ V}$ quando a bobina gira com uma frequência de 60,0 revoluções por segundo em um campo magnético uniforme de 0,500 T?

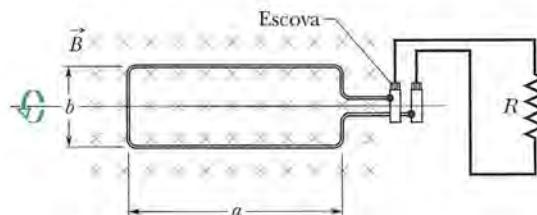


Figura 30-38 Problema 11.

- 12 Na Fig. 30-39, uma espira retangular de dimensões $L = 40,0 \text{ cm}$ e $W = 25,0 \text{ cm}$ é submetida a um campo magnético \vec{B} . Determine (a) o módulo \mathcal{E} e (b) o sentido (horário, anti-horário ou “nenhum”, se $\mathcal{E} = 0$) da força eletromotriz induzida na espira se $\vec{B} = (4,00 \times 10^{-2} \text{ T/m})\hat{y}$. Determine (c) \mathcal{E} e (d) o sentido de \mathcal{E} se $\vec{B} = (6,00 \times 10^{-2} \text{ T/s})\hat{k}$. Determine (e) \mathcal{E} e (f) o sentido de \mathcal{E} se $\vec{B} = (8,00 \times 10^{-2} \text{ T/m} \cdot \text{s})\hat{y}\hat{k}$. Determine (g) \mathcal{E} e (h) o sentido de \mathcal{E} se $\vec{B} = (3,00 \times 10^{-2} \text{ T/m} \cdot \text{s})\hat{x}\hat{j}$. Determine (i) \mathcal{E} e (j) o sentido de \mathcal{E} se $\vec{B} = (5,00 \times 10^{-2} \text{ T/m} \cdot \text{s})\hat{y}\hat{i}$.

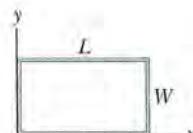


Figura 30-39 Problema 12.

- 13 Cem espiras de fio de cobre (isolado) são enroladas em um núcleo cilíndrico de madeira com uma seção reta de $1,20 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. As extremidades do fio são ligadas a um resistor. A resistência do circuito é $13,0 \Omega$. Se um campo magnético longitudinal uniforme aplicado ao núcleo muda de 1,60 T em um sentido para 1,60 T no sentido oposto, qual é a carga que passa por um ponto do circuito durante a mudança?

••14 Na Fig. 30-40a, o módulo do campo magnético uniforme \vec{B} aumenta com o tempo de acordo com o gráfico da Fig. 30-40b, onde a escala do eixo vertical é definida por $B_s = 9,0 \text{ mT}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 3,0 \text{ s}$. Uma espira circular com uma área de $8,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, no plano do papel, é submetida ao campo. A Fig. 30-40c mostra a carga q que passa pelo ponto A da espira em função do tempo t , com a escala do eixo vertical definida por $q_s = 6,0 \text{ mC}$ e a escala do eixo horizontal definida novamente por $t_s = 3,0 \text{ s}$. Qual é a resistência da espira?

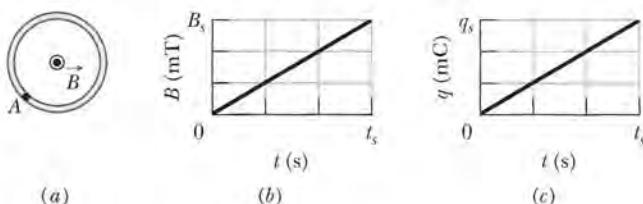


Figura 30-40 Problema 14.

••15 Uma espira quadrada com 2,00 m de lado é mantida perpendicular a um campo magnético uniforme com metade da área da espira na região em que existe campo, como mostra a Fig. 30-41. A espira contém uma fonte ideal de força eletromotriz $\mathcal{E} = 20,0 \text{ V}$. Se o módulo do campo varia com o tempo de acordo com a equação $B = 0,0420 - 0,870t$, com B em teslas e t em segundos, determine (a) a força eletromotriz total aplicada à espira e (b) o sentido da corrente (total) na espira.

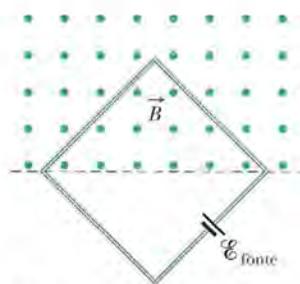


Figura 30-41 Problema 15.

••16 A Fig. 30-42a mostra um fio que forma um retângulo ($W = 20 \text{ cm}$, $H = 30 \text{ cm}$) e tem uma resistência de $5,0 \text{ m}\Omega$. O interior do retângulo é dividido em três partes iguais, que são submetidas a campos magnéticos \vec{B}_1 , \vec{B}_2 e \vec{B}_3 . Os campos são uniformes dentro de cada região e orientados para fora do papel. A Fig. 30-42b mostra a variação das componentes B_z dos três campos com o tempo t ; a escala do eixo vertical é definida por $B_s = 4,0 \mu\text{T}$ e $B_b = -2,5B_s$ e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 2,0 \text{ s}$. Determine (a) o módulo e (b) o sentido da corrente induzida no fio.

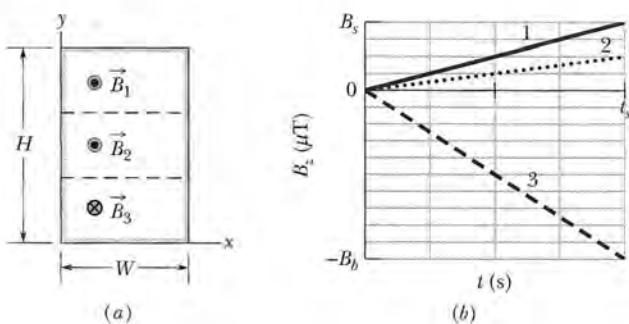


Figura 30-42 Problema 16.

••17 Uma pequena espira circular com $2,00 \text{ cm}^2$ de área é concêntrica e coplanar com uma espira circular muito maior, com $1,00 \text{ m}$ de raio. A corrente na espira maior varia a uma taxa constante de 200 A para -200 A (ou seja, troca de sentido) em um intervalo de $1,00 \text{ s}$, começando no instante $t = 0$. Determine o módulo do campo magnético \vec{B} no centro da espira menor devido à corrente na espira menor (a) em $t = 0$; (b) em $t = 0,500 \text{ s}$; (c) em $t = 1,00 \text{ s}$. (d) O campo \vec{B} troca de sentido no intervalo $0 < t < 1,00 \text{ s}$? Como a espira menor é pequena, suponha que \vec{B} é uniforme no interior. (e) Determine a força eletromotriz induzida na espira menor no instante $t = 0,500 \text{ s}$.

••18 Na Fig. 30-43, dois trilhos condutores retilíneos formam um ângulo reto. Uma barra condutora em contato com os trilhos parte do vértice no instante $t = 0$ com uma velocidade escalar constante de $5,20 \text{ m/s}$ e passa a se mover entre os trilhos. Um campo magnético $B = 0,350 \text{ T}$, dirigido para fora da página, existe em toda a região. Determine (a) o fluxo magnético através do triângulo formado pelos trilhos e a barra no instante $t = 3,00 \text{ s}$ e (b) a força eletromotriz aplicada ao triângulo nesse instante. (c) Se a força eletromotriz é dada por $\mathcal{E} = at^n$, em que a e n são constantes, determine o valor de n .

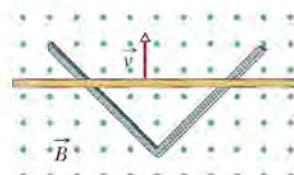


Figura 30-43 Problema 18.

••19 Um gerador elétrico contém uma bobina de 100 espiras retangulares de $50,0 \text{ cm}$ por $30,0 \text{ cm}$. A bobina é submetida a um campo magnético uniforme de módulo $B = 3,50 \text{ T}$ com \vec{B} inicialmente perpendicular ao plano da bobina. Qual é o valor máximo da força eletromotriz produzida quando a bobina gira a 1000 revoluções por minuto em torno de um eixo perpendicular a \vec{B} ?

••20 Em uma certa localidade, o campo magnético da Terra tem módulo $B = 0,590 \text{ gauss}$ e uma inclinação para baixo de $70,0^\circ$ em relação à horizontal. Uma bobina plana horizontal tem $10,0 \text{ cm}$ de raio, 1000 espiras e uma resistência total de $85,0 \Omega$ e está ligada em série com um medidor com 140Ω de resistência. A bobina descreve meia revolução em torno de um diâmetro. Qual é a carga que atravessa o medidor durante o movimento?

••21 Na Fig. 30-44, uma semicircunferência de fio de raio $a = 2,00 \text{ cm}$ gira com uma velocidade angular constante de 40 revoluções por segundo na presença de um campo magnético uniforme de 20 mT . Determine (a) a frequência e (b) a amplitude da força eletromotriz induzida no circuito.

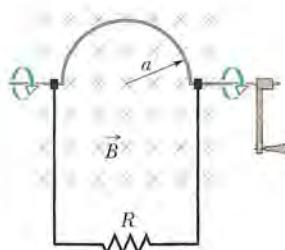


Figura 30-44 Problema 21.

••22 Uma espira retangular, com uma área de $0,15 \text{ m}^2$, está girando na presença de um campo magnético uniforme de módulo $B = 0,20 \text{ T}$. Quando o ângulo entre o campo e a normal ao plano da espira é $\pi/2$ e está aumentando à taxa de $0,60 \text{ rad/s}$, qual é a força eletromotriz induzida na espira?

••23 A Fig. 30-45 mostra duas espiras paralelas com um eixo comum. A espira menor (de raio r) está acima da espira maior (de raio R) a uma distância $x \gg R$. Em consequência, o campo magnético produzido por uma corrente i que atravessa a espira maior no sentido anti-horário é praticamente uniforme na região limitada pela espira menor. A distância x está aumentando a uma taxa constante $dx/dt = v$. (a) Escreva uma expressão para o fluxo magnético através da bobina menor em função de x . (Sugestão: veja a Eq. 29-27.) (b) Escreva uma expressão para a força eletromotriz induzida na espira menor. (c) Determine o sentido da corrente induzida na espira menor.

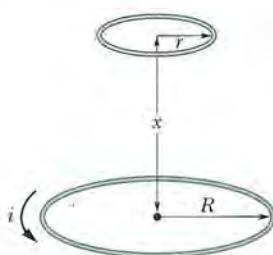


Figura 30-45 Problema 23.

••24 Uma espira é formada por três segmentos circulares, todos de raio $r = 10 \text{ cm}$, como mostra a Fig. 30-46. Cada segmento é um quarto de circunferência: ab está no plano xy , bc no plano yz e ca no plano zx . (a) Se um campo magnético uniforme \vec{B} aponta no sentido positivo do eixo x , qual é o valor absoluto da força eletromotriz que aparece na espira quando B aumenta à taxa de $3,0 \text{ mT/s}$? (b) Qual é o sentido da corrente no segmento bc ?

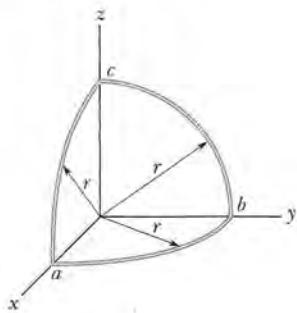


Figura 30-46 Problema 24.

••25 Dois fios longos e paralelos de cobre, com $2,5 \text{ mm}$ de diâmetro, conduzem correntes de 10 A em sentidos opostos. (a) Se os eixos centrais dos fios estão separados por uma distância de 20 mm , determine o fluxo magnético por metro de fio que existe no espaço entre os fios. (b) Que porcentagem desse fluxo está no interior dos fios? (c) Repita o item (a) supondo que as correntes têm o mesmo sentido.

••26 No sistema da Fig. 30-47, $a = 12,0 \text{ cm}$ e $b = 16,0 \text{ cm}$. A corrente no fio retilíneo longo é dada por $i = 4,50t^2 - 10,0t$, onde i está em ampères e t em segundos. (a) Determine a força eletromotriz na espira quadrada no instante $t = 3,00 \text{ s}$. (b) Qual é o sentido da corrente induzida na espira?

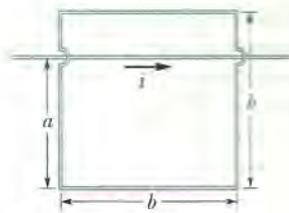


Figura 30-47 Problema 26.

••27 Na Fig. 30-48, uma espira quadrada com $2,0 \text{ cm}$ de lado é submetida a um campo magnético, dirigido para fora do papel, cujo módulo é dado por $B = 4,0t^2y$, onde B está em teslas, t em segundos e y em metros. Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido da força eletromotriz induzida na espira no instante $t = 2,5 \text{ s}$.

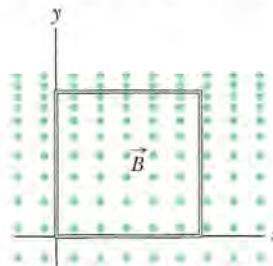


Figura 30-48 Problema 27.

••28 Na Fig. 30-49, uma espira retangular de comprimento $a = 2,2 \text{ cm}$, largura $b = 0,80 \text{ cm}$ e resistência $R = 0,40 \text{ m}\Omega$ é colocada nas vizinhanças de um fio infinitamente longo percorrido por uma corrente $i = 4,7 \text{ A}$. Em seguida, a espira é afastada do fio com uma velocidade constante $v = 3,2 \text{ mm/s}$. Quando o centro da espira está a uma distância $r = 1,5b$ do fio, determine (a) o valor absoluto do fluxo magnético que atravessa a espira e (b) a corrente induzida na espira.

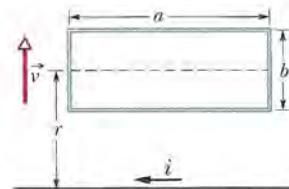


Figura 30-49 Problema 28.

Seção 30-5 Indução e Transferências de Energia

•29 Na Fig. 30-50, uma barra de metal é forçada a se mover com velocidade constante v ao longo de dois trilhos paralelos ligados em uma das extremidades por uma fita de metal. Um campo magnético de módulo $B = 0,350 \text{ T}$ aponta para fora do papel. (a) Se a distância entre os trilhos é $25,0 \text{ cm}$ e a velocidade escalar da barra é $55,0 \text{ cm/s}$, qual é o valor absoluto da força eletromotriz gerada? (b) Se a barra tem uma resistência de $18,0 \Omega$ e a resistência dos trilhos e da fita de ligação é desprezível, qual é a corrente na barra? (c) Qual é a taxa com a qual a energia é transformada em energia térmica?

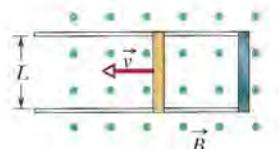


Figura 30-50 Problemas 29 e 35.

- 30** Na Fig. 30-51a, uma espira circular é concêntrica com um solenoide e está em um plano perpendicular ao eixo central do solenoide. A espira tem 6,00 cm de raio. O solenoide tem um raio de 2,00 cm, possui 8000 espiras/m e a corrente i_{sol} varia com o tempo t da forma indicada na Fig. 30-51b, onde a escala do eixo vertical é definida por $i_s = 1,00 \text{ A}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 2,0 \text{ s}$. A Fig. 30-51c mostra, em função do tempo, a energia E_t que é transformada em energia térmica na espira; a escala do eixo vertical é definida por $E_s = 100,0 \text{ nJ}$. Qual é a resistência da espira?

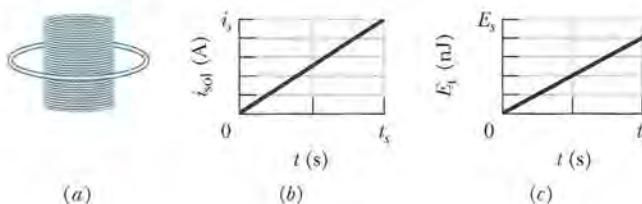


Figura 30-51 Problema 30.

- 31** Se 50,0 cm de um fio de cobre com 1,00 mm de diâmetro são usados para formar uma espira circular, que é mantida perpendicular a um campo magnético uniforme que está aumentando a uma taxa constante de $10,0 \text{ mT/s}$, qual é a taxa com a qual é gerada energia térmica na espira?

- 32** Uma antena em forma de espira, com uma área de $2,00 \text{ cm}^2$ e uma resistência de $5,21 \mu\Omega$, é mantida perpendicular a um campo magnético uniforme de módulo $17,0 \mu\text{T}$. O módulo do campo diminui para zero em $2,96 \text{ ms}$. Qual é a energia térmica produzida na espira pela variação do campo?

- 33** A Fig. 30-52 mostra uma barra de comprimento $L = 10,0 \text{ cm}$ que é forçada a se mover com velocidade escalar constante $v = 5,00 \text{ m/s}$ ao longo de trilhos horizontais. A barra, os trilhos e a fita metálica na extremidade direita dos trilhos formam uma espira condutora. A barra tem uma resistência de $0,400 \Omega$; a resistência do resto da espira é desprezível. Uma corrente $i = 100 \text{ A}$ que percorre um fio longo situado a uma distância $a = 10,0 \text{ mm}$ da espira produz um campo magnético (não uniforme) que atravessa a espira. Determine (a) a força eletromotriz e (b) a corrente induzida da espira. (c) Qual é a potência dissipada na espira? (d) Qual é o módulo da força que deve ser aplicada à espira para que se move com velocidade constante? (e) Qual é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre a espira?

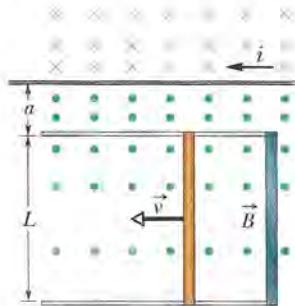


Figura 30-52 Problema 33.

- 34** Na Fig. 30-53, uma espira retangular muito longa, de largura L , resistência R e massa m , está inicialmente suspensa na presença de um campo magnético horizontal uniforme \vec{B} orientado para dentro do papel, que existe apenas acima da reta aa' . Deixa-se cair a espira, que acelera sob a ação da gravidade até atingir uma velocidade

terminal v_t . Escreva uma expressão para v_t , ignorando a resistência do ar.

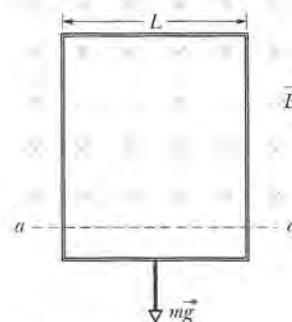


Figura 30-53 Problema 34.

- 35** A barra condutora da Fig. 30-50 tem comprimento L e está sendo puxada sobre trilhos horizontais condutores, sem atrito, com velocidade constante v . Os trilhos estão ligados em uma das extremidades por uma fita condutora. Um campo magnético uniforme \vec{B} , orientado para fora do papel, ocupa a região na qual se move a barra. Suponha que $L = 10 \text{ cm}$, $v = 5,0 \text{ m/s}$ e $B = 1,2 \text{ T}$. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para cima ou para baixo) da força eletromotriz induzida na barra. Determine também (c) o valor absoluto e (d) o sentido da corrente na espira formada pela barra, os trilhos e a fita. Suponha que a resistência da barra é $0,40 \Omega$ e que a resistência dos trilhos e da fita é desprezível. (e) Qual é a taxa com a qual a energia é dissipada na barra em forma de calor? (f) Qual é o módulo da força externa que deve ser aplicada à barra para que continue a se mover com velocidade v ? (g) Qual é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre a barra?

Seção 30-6 Campos Elétricos Induzidos

- 36** A Fig. 30-54 mostra duas regiões circulares, R_1 e R_2 , de raios $r_1 = 20,0 \text{ cm}$ e $r_2 = 30,0 \text{ cm}$. Em R_1 existe um campo magnético uniforme de módulo $B_1 = 50,0 \text{ mT}$ dirigido para dentro do papel e em R_2 existe um campo magnético uniforme de módulo $B_2 = 75,0 \text{ mT}$ dirigido para fora do papel (ignore os efeitos de borda). Os dois campos estão diminuindo à taxa de $8,50 \text{ mT/s}$. Calcule o valor de $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (a) para a trajetória 1; (b) para a trajetória 2; (c) para a trajetória 3.

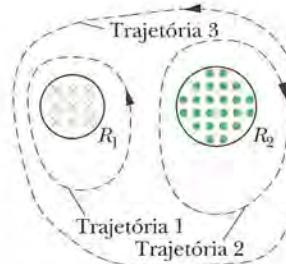


Figura 30-54 Problema 36.

- 37** Um solenoide longo tem um diâmetro de $12,0 \text{ cm}$. Quando o solenoide é percorrido por uma corrente i , um campo magnético uniforme de módulo $B = 30,0 \text{ mT}$ é produzido no interior. Através de uma diminuição da corrente i , o campo magnético é reduzido a uma taxa de $6,50 \text{ mT/s}$. Determine o módulo do campo elétrico induzido (a) a $2,20 \text{ cm}$ e (b) a $8,20 \text{ cm}$ de distância do eixo do solenoide.

- 38** Uma região circular no plano xy é atravessada por um campo magnético uniforme orientado no sentido positivo do eixo z . O módulo B do campo (em teslas) aumenta com o tempo t (em segundos) de acordo com a equação $B = at$, em que a é uma constante. A Fig. 30-55 mostra o módulo E do campo elétrico criado por esse aumento do campo magnético em função da distância radial r ; a escala do eixo vertical é definida por $E_s = 300 \mu\text{N/C}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $r_s = 4,00 \text{ cm}$. Determine o valor de a .

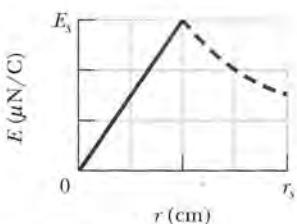


Figura 30-55 Problema 38.

- 39** O campo magnético de um ímã cilíndrico com 3,3 cm de diâmetro varia senoidalmente entre 29,6 T e 30,0 T com uma frequência de 15 Hz. (Essa variação é produzida pela corrente em um fio enrolado em um ímã permanente.) Qual é a amplitude do campo elétrico induzido por essa variação a uma distância de 1,6 cm do eixo do cilindro?

Seção 30-7 Indutores e Indutância

- 40** A indutância de uma bobina compacta de 400 espiras é 8,0 mH. Calcule o fluxo magnético através da bobina quando a corrente é 5,0 mA.

- 41** Uma bobina circular tem 10,0 cm de raio e 30,0 espiras compactas. Um campo magnético externo de módulo 2,60 mT é aplicado perpendicularmente ao plano da bobina. (a) Se a corrente na bobina é zero, qual é o fluxo magnético que enlaça as espiras? (b) Quando a corrente na bobina é 3,80 A em um certo sentido, o fluxo magnético através da bobina é zero. Qual é a indutância da bobina?

- 42** A Fig. 30-56 mostra uma fita de cobre de largura $W = 16,0 \text{ cm}$ que foi enrolada para formar um tubo de raio $R = 1,8 \text{ cm}$ com duas extensões planas. Uma corrente $i = 35 \text{ mA}$ está distribuída uniformemente na fita, fazendo com que o tubo se comporte como um solenoide de uma espira. Suponha que o campo magnético do lado de fora do tubo é desprezível e que o campo magnético no interior do tubo é uniforme. Determine (a) o módulo do campo magnético no interior do tubo e (b) a indutância do tubo (desprezando as extensões planas).



Figura 30-56 Problema 42.

- 43** Dois fios longos iguais, de raio $a = 1,53 \text{ mm}$, são paralelos e conduzem correntes iguais em sentidos opostos. A distância entre os eixos centrais dos fios é $d = 14,2 \text{ cm}$. Despreze o fluxo no interior dos fios, mas considere o fluxo na região entre os fios. Qual é a indutância dos fios por unidade de comprimento?

Seção 30-8 Autoindução

- 44** Um indutor de 12 H conduz uma corrente de 2,0 A. Qual deve ser a taxa de variação da corrente para que a força eletromotriz induzida no indutor seja 60 V?

- 45** Em um certo instante, a corrente e a força eletromotriz autoinduzida em um indutor têm os sentidos indicados na Fig. 30-57. (a) A corrente está aumentando ou diminuindo? (b) A força eletromotriz induzida é 17 V e a taxa de variação da corrente é 25 kA/s; determine a indutância.



Figura 30-57 Problema 45.

- 46** A corrente i em um indutor de 4,6 H varia com o tempo t de acordo com o gráfico da Fig. 30-58, onde a escala do eixo vertical é definida por $i_s = 8,0 \text{ A}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 6,0 \text{ ms}$. O indutor tem uma resistência de 12Ω . Determine o módulo da força eletromotriz induzida (a) para $0 < t < 2 \text{ ms}$; (b) para $2 \text{ ms} < t < 5 \text{ ms}$; (c) para $5 \text{ ms} < t < 6 \text{ ms}$. (Ignore o comportamento nos extremos dos intervalos.)

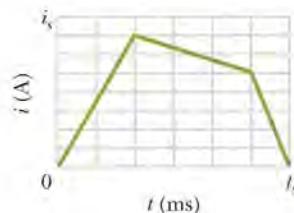


Figura 30-58 Problema 46.

- 47** *Indutores em série.* Dois indutores L_1 e L_2 estão ligados em série e estão separados por uma distância tão grande que o campo magnético de um não pode afetar o outro. (a) Mostre que a indutância equivalente é dada por

$$L_{\text{eq}} = L_1 + L_2.$$

(Sugestão: estude novamente as seções que tratam de resistores em série e capacitores em série. Qual é a situação mais parecida com o caso atual?) (b) Qual é a generalização da expressão do item (a) para N indutores em série?

- 48** *Indutores em paralelo.* Dois indutores L_1 e L_2 estão ligados em paralelo e estão separados por uma distância tão grande que o campo magnético de um não pode afetar o outro. (a) Mostre que a indutância equivalente é dada por

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}.$$

(Sugestão: estude novamente as seções que tratam de resistores em paralelo e capacitores em paralelo. Qual é a situação mais parecida com o caso atual?) (b) Qual é a generalização da expressão do item (a) para N indutores em paralelo?

- 49** O circuito de indutores da Fig. 30-59, com $L_1 = 30,0 \text{ mH}$, $L_2 = 50,0 \text{ mH}$, $L_3 = 20,0 \text{ mH}$ e $L_4 = 15,0 \text{ mH}$, é ligado a uma fonte de corrente alternada. Qual é a indutância equivalente do circuito? (Sugestão: veja os Problemas 47 e 48.)

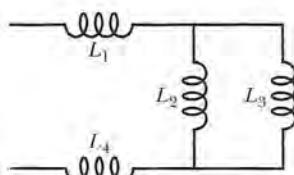


Figura 30-59 Problema 49.

Seção 30-9 Circuitos RL

- 50** A corrente em um circuito RL aumenta para um terço do valor final em 5,00 s. Determine a constante de tempo indutiva.

- 51** A corrente em um circuito RL diminui de 1,0 A para 10 mA no primeiro segundo depois que a fonte é removida do circuito. Se $L = 10 \text{ H}$, determine a resistência R do circuito.

- 52** A chave da Fig. 30-15 é colocada na posição *a* no instante $t = 0$. Determine a razão $\mathcal{E}_L/\mathcal{E}$ entre a força eletromotriz autoinduzida no indutor e a força eletromotriz da fonte (a) logo após o instante $t = 0$; (b) no instante $t = 2,00\tau_L$. (c) Para que múltiplo de τ_L temos $\mathcal{E}_L/\mathcal{E} = 0,500$?

- 53** Um solenoide com uma indutância de $6,30 \mu\text{H}$ é ligado em série com um resistor de $1,20 \text{ k}\Omega$. (a) Se uma bateria de 14,0 V é ligada entre os terminais do conjunto, quanto tempo é necessário para que a corrente no resistor atinja 80,0% do valor final? (b) Qual é a corrente no resistor no instante $t = 1,0\tau_L$?

- 54** Na Fig. 30-60, $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$, $R_1 = 10,0 \Omega$, $R_2 = 20,0 \Omega$, $R_3 = 30,0 \Omega$ e $L = 2,00 \text{ H}$. Determine os valores de (a) i_1 e (b) i_2 logo depois que a chave S é fechada. (Considere as correntes nos sentidos indicados na figura como positivas e as correntes no sentido oposto como negativas.) Determine também os valores de (c) i_1 e (d) i_2 muito tempo depois de a chave ter sido fechada. A chave é aberta depois de ter permanecido fechada por muito tempo. Determine os valores de (e) i_1 e (f) i_2 logo depois de a chave ter sido novamente aberta. Determine também os valores de (g) i_1 e (h) i_2 muito tempo depois de a chave ter sido novamente aberta.

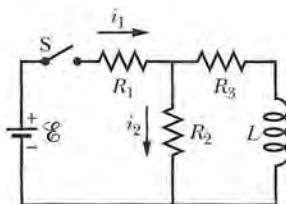


Figura 30-60 Problema 54.

- 55** Uma bateria é ligada a um circuito RL série no instante $t = 0$. Para que múltiplo de τ_L a corrente atinge um valor 0,100% menor que o valor final?

- 56** Na Fig. 30-61, o indutor tem 25 espiras e a fonte ideal tem uma força eletromotriz de 16 V. A Fig. 30-62 mostra o fluxo magnético Φ nas espiras do indutor em função da corrente i . A escala do eixo vertical é definida por $\Phi_s = 4,0 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{m}^2$ e a escala do eixo horizontal é definida por $i_s = 2,00 \text{ A}$. Se a chave S é fechada na instante $t = 0$, qual é a taxa de variação da corrente, di/dt , no instante $t = 1,5\tau_L$?

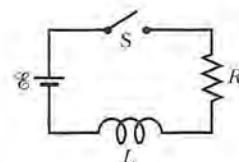


Figura 30-61 Problemas 56, 80, 83 e 93.

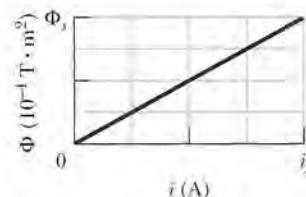


Figura 30-62 Problema 56.

- 57** Na Fig. 30-63, $R = 15 \Omega$, $L = 5,0 \text{ H}$, a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$ e o fusível do ramo superior é um fusível ideal de 3,0 A. A resistência do fusível é zero enquanto a corrente que o atravessa permanece abaixo de 3,0 A. Quando atinge o valor de 3,0 A, o fusível “queima” e passa a apresentar uma resistência infinita. A chave S é fechada no instante $t = 0$. (a) Em que instante o fusível queima? (Sugestão: a Eq. 30-41 não se aplica; use uma adaptação da Eq. 30-39.) (b) Faça um gráfico da corrente i no indutor em função do tempo e assinale o instante em que o fusível queima.

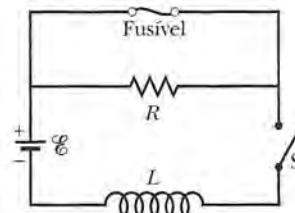


Figura 30-63 Problema 57.

- 58** A força eletromotriz da fonte do circuito da Fig. 30-16 varia com o tempo de tal forma que a corrente é dada por $i(t) = 3,0 + 5,0t$, onde i está em ampères e t em segundos. Suponha que $R = 4,0 \Omega$ e $L = 6,0 \text{ H}$ e escreva uma expressão para a força eletromotriz da fonte em função de t . (Sugestão: use a regra das malhas.)

- 59** Na Fig. 30-64, depois que a chave S é fechada no instante $t = 0$, a força eletromotriz da fonte é ajustada automaticamente para manter uma corrente constante i passando pela chave. (a) Determine a corrente no indutor em função do tempo. (b) Em que instante a corrente no resistor é igual à corrente no indutor?

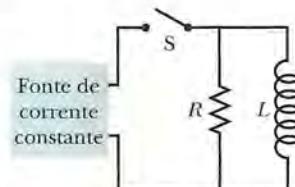


Figura 30-64 Problema 59.

- 60** Um núcleo toroidal de madeira, de seção reta quadrada, possui um raio interno de 10 cm e um raio externo de 12 cm. Em torno do núcleo é enrolada uma série de espiras. O fio tem 1,0 mm de di-

âmetro e uma resistência de $0,020 \Omega/m$. Determine (a) a indutância e (b) a constante de tempo indutiva do conjunto. Ignore a espessura do isolamento do fio.

Seção 30-10 Energia Armazenada em um Campo Magnético

•61 Uma bobina é ligada em série com um resistor de $10,0 \text{ k}\Omega$. Uma fonte ideal de $50,0 \text{ V}$ é ligada aos terminais do conjunto e a corrente atinge um valor de $2,00 \text{ mA}$ após $5,00 \text{ ms}$. (a) Determine a indutância da bobina. (b) Determine a energia armazenada na bobina nesse instante.

•62 Uma bobina com uma indutância de $2,0 \text{ H}$ e uma resistência de 10Ω são ligadas bruscamente a uma fonte ideal com $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$. Um décimo de segundo após ser feita a ligação, determine (a) a taxa com a qual a energia está sendo armazenada no campo magnético da bobina; (b) a potência dissipada na resistência; (c) a potência fornecida pela fonte.

•63 No instante $t = 0$, uma bateria é ligada em série a um resistor e um indutor. Se a constante de tempo indutiva é $37,0 \text{ ms}$, em que instante a taxa com a qual a energia é dissipada no resistor é igual à taxa com a qual a energia é armazenada no campo magnético do indutor?

•64 No instante $t = 0$, uma bateria é ligada em série com um resistor e um indutor. Para que múltiplo da constante de tempo indutiva a energia armazenada no campo magnético do indutor é $0,500$ vez o valor final?

•65 No circuito da Fig. 30-16, suponha que $\mathcal{E} = 10,0 \text{ V}$, $R = 6,70 \Omega$ e $L = 5,50 \text{ H}$. A fonte ideal é ligada no instante $t = 0$. (a) Qual é a energia fornecida pela fonte durante os primeiros $2,00 \text{ s}$? (b) Qual é a energia armazenada no campo magnético do indutor nesse intervalo? (c) Qual é a energia dissipada no resistor nesse intervalo?

Seção 30-11 Densidade de Energia de um Campo Magnético

•66 Uma espira circular com 50 mm de raio conduz uma corrente de 100 A . Determine (a) a intensidade do campo magnético e (b) a densidade de energia no centro da espira.

•67 Um solenoide tem $85,0 \text{ cm}$ de comprimento, uma seção reta de $17,0 \text{ cm}^2$, 950 espiras e é percorrido por uma corrente de $6,60 \text{ A}$. (a) Calcule a densidade de energia do campo magnético no interior do solenoide. (b) Determine a energia total armazenada no campo magnético, desprezando os efeitos de borda.

•68 Um indutor toroidal com uma indutância de $90,0 \text{ mH}$ envolve um volume de $0,0200 \text{ m}^3$. Se a densidade de energia média no toroide é $70,0 \text{ J/m}^3$, qual é a corrente no indutor?

•69 Qual deve ser o módulo de um campo elétrico uniforme para que possua a mesma densidade de energia que um campo magnético de $0,50 \text{ T}$?

•70 A Fig. 30-65a mostra, em seção reta, dois fios retilíneos, paralelos e muito compridos. A razão i_1/i_2 entre a corrente no fio 1 e a corrente no fio 2 é $1/3$. O fio 1 é mantido fixo no lugar. O fio 2 pode ser deslocado ao longo do semieixo x positivo, o que faz variar a densidade de energia magnética u_B criada pelas duas correntes na origem. A Fig. 30-65b mostra um gráfico de u_B em função da posição x do fio 2. A curva tem uma assíntota $u_B = 1,96 \text{ nJ/m}^3$ para $x \rightarrow \infty$ e a escala do eixo horizontal é definida por $x_s = 60,0 \text{ cm}$. Determine os valores de (a) i_1 e (b) i_2 .

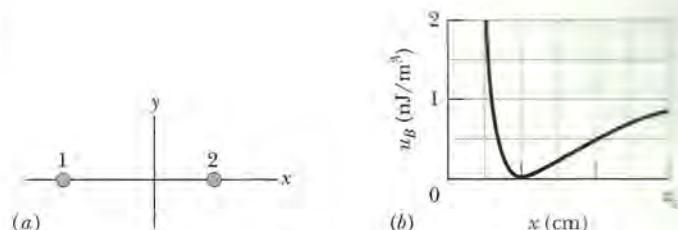


Figura 30-65 Problema 70.

•71 Um fio de cobre conduz uma corrente de 10 A uniformemente distribuída em sua seção reta. Calcule a densidade de energia (a) do campo magnético e (b) do campo elétrico na superfície do fio. O diâmetro do fio é $2,5 \text{ mm}$ e a resistência é $3,3 \Omega/\text{km}$.

Seção 30-12 Indução Mútua

•72 A bobina 1 tem $L_1 = 25 \text{ mH}$ e $N_1 = 100$ espiras. A bobina 2 tem $L_2 = 40 \text{ mH}$ e $N_2 = 200$ espiras. As bobinas são mantidas fixas no espaço; a indutância mútua é $3,0 \text{ mH}$. Uma corrente de $6,0 \text{ mA}$ na bobina 1 está variando à taxa de $4,0 \text{ A/s}$. Determine (a) o enlaçamento de fluxo magnético Φ_{12} da bobina 1; (b) a força eletromotriz autoinduzida na bobina 1; (c) o enlaçamento de fluxo magnético Φ_{21} na bobina 2; (d) a força eletromotriz autoinduzida na bobina 2.

•73 Duas bobinas são mantidas fixas no espaço. Quando a corrente na bobina 1 é zero e a corrente na bobina 2 aumenta à taxa de $15,0 \text{ A/s}$, a força eletromotriz na bobina 1 é $25,0 \text{ mV}$. (a) Qual é a indutância mútua das duas bobinas? (b) Quando a corrente na bobina 2 é zero e a corrente na bobina 1 é $3,60 \text{ A}$, qual é o enlaçamento de fluxo da bobina 2?

•74 Dois solenoides fazem parte do circuito de ignição de um automóvel. Quando a corrente em um dos solenoides diminui de $6,0 \text{ A}$ para zero em $2,5 \text{ ms}$, uma força eletromotriz de 30 kV é induzida no outro solenoide. Qual é a indutância mútua M dos solenoides?

•75 Uma bobina retangular com N espiras compactas é colocada nas proximidades de um fio retilíneo longo, como mostra a Fig. 30-66. Qual é a indutância mútua M da combinação fio–bobina para $N = 100$, $a = 1,0 \text{ cm}$, $b = 8,0 \text{ cm}$ e $\lambda = 30 \text{ cm}$?

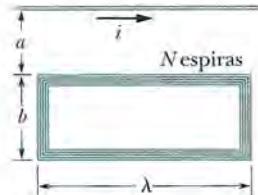


Figura 30-66 Problema 75.

•76 Uma bobina C de N espiras envolve um solenoide longo S de raio R e n espiras por unidade de comprimento, como na Fig. 30-67. (a) Mostre que a indutância mútua da combinação bobina–solenóide é dada por $M = \mu_0 \pi R^2 n N$. (b) Explique por que M não depende da forma, tamanho ou possível falta de compactação da bobina.

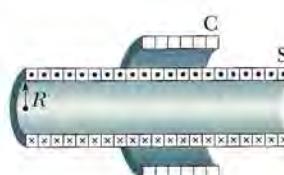


Figura 30-67 Problema 76.

77 As duas bobinas da Fig. 30-68 têm indutâncias L_1 e L_2 quando estão muito afastadas. A indutância mútua é M . (a) Mostre que a combinação que aparece na figura pode ser substituída por uma indutância equivalente dada por

$$L_{\text{eq}} = L_1 + L_2 + 2M.$$

(b) De que forma as bobinas da Fig. 30-68 podem ser ligadas para que a indutância equivalente seja

$$L_{\text{eq}} = L_1 + L_2 - 2M?$$

(Este problema é uma extensão do Problema 47, na qual a condição de que as bobinas estejam muito afastadas foi suprimida.)

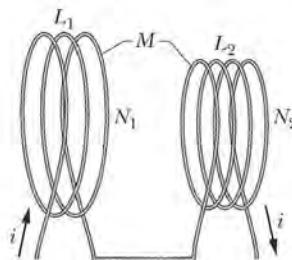


Figura 30-68 Problema 77.

Problemas Adicionais

78 No instante $t = 0$, uma diferença de potencial de 12,0 V é aplicada bruscamente a uma bobina que possui uma indutância de 23,0 mH e uma resistência desconhecida R . No instante $t = 0,150$ ms, a corrente na bobina está variando a uma taxa de 280 A/s. Determine o valor de R .

79 Na Fig. 30-69, a fonte é ideal, $\mathcal{E} = 10$ V, $R_1 = 5,0 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ e $L = 5,0$ H. A chave S é fechada no instante $t = 0$. Determine, logo depois do fechamento da chave, (a) i_1 ; (b) i_2 ; (c) a corrente i_s na chave; (d) a diferença de potencial V_2 entre os terminais do resistor 2; (e) a diferença de potencial V_L entre os terminais do indutor; (f) a taxa de variação di_2/dt . Determine também, muito tempo após o fechamento da chave, (g) i_1 ; (h) i_2 ; (i) i_s ; (j) V_2 ; (k) V_L ; (l) di_2/dt .

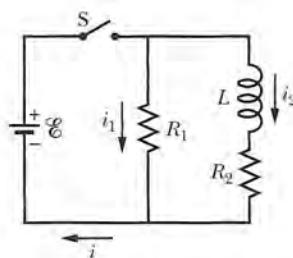


Figura 30-69 Problema 79.

80 Na Fig. 30-61, $R = 4,0 \text{ k}\Omega$, $L = 8,0 \mu\text{H}$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathcal{E} = 20$ V. Quando tempo após a chave ser fechada a corrente atinge o valor de 2,0 mA?

81 A Fig. 30-70a mostra uma espira retangular de resistência $R = 0,020 \Omega$, altura $H = 1,5$ cm e comprimento $D = 2,5$ cm, que é puxada com velocidade escalar constante $v = 40$ cm/s e passa por duas regiões onde existem campos magnéticos uniformes. A Fig. 30-70b mostra a corrente i induzida na espira em função da posição x do lado direito da espira. A escala do eixo vertical é definida por $i_s = 3,0 \mu\text{A}$. Assim, por exemplo, uma corrente de $3,0 \mu\text{A}$ no sentido horário é induzida quando a espira penetra na região 1. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético na região 1. Determine também (c) o módulo e (d) o sentido do campo magnético na região 2.

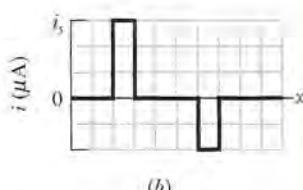
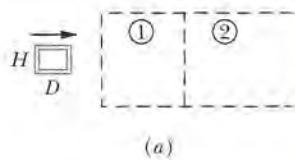


Figura 30-70 Problema 81.

82 Um campo magnético uniforme \vec{B} é perpendicular ao plano de uma espira circular de raio r . O módulo do campo varia com o tempo de acordo com a equação $B = B_0 e^{-\beta t}$, onde B_0 e τ são constantes. Escreva uma expressão para a força eletromotriz na espira em função do tempo.

83 A chave S da Fig. 30-61 é fechada no instante $t = 0$, fazendo com que a corrente comece a aumentar no indutor de $15,0 \text{ mH}$ e no resistor de $20,0 \Omega$. Em que instante a força eletromotriz entre os terminais do indutor é igual à diferença de potencial entre os terminais do resistor?

84 A Fig. 30-71a mostra duas regiões circulares concêntricas nas quais campos magnéticos uniformes podem variar. A região 1, com um raio $r_1 = 1,0 \text{ cm}$, possui um campo magnético \vec{B}_1 dirigido para fora do papel cujo módulo está aumentando. A região 2, com um raio $r_2 = 2,0 \text{ cm}$, possui um campo magnético \vec{B}_2 dirigido para fora do papel que também pode estar variando. Um anel condutor de raio R , concêntrico com as duas regiões, é instalado e a força eletromotriz no anel é medida. A Fig. 30-71b mostra a força eletromotriz \mathcal{E} em função do quadrado R^2 do raio do anel, para $0 < R < 2,0 \text{ cm}$. A escala do eixo vertical é definida por $\mathcal{E}_s = 20,0 \text{ nV}$. Determine os valores das taxas (a) dB_1/dt e (b) dB_2/dt . (c) O módulo de \vec{B}_2 está aumentando, diminuindo ou permanece constante?

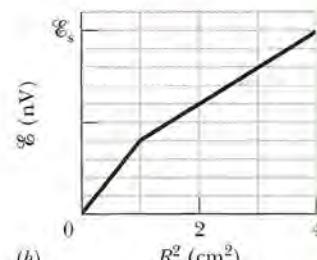
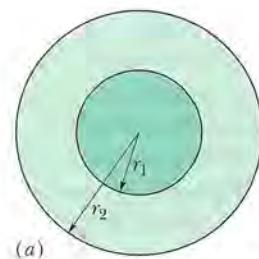


Figura 30-71 Problema 84.

85 A Fig. 30-72 mostra um campo magnético uniforme \vec{B} confinado a um volume cilíndrico de raio R . O módulo de \vec{B} está diminuindo a uma taxa constante de 10 mT/s . Em termos dos vetores unitários, determine a aceleração inicial de um elétron liberado (a) no ponto

a (a uma distância $r = 5,0$ cm do eixo do cilindro); (b) no ponto b ($r = 0$); (c) no ponto c ($r = 5,0$ cm).

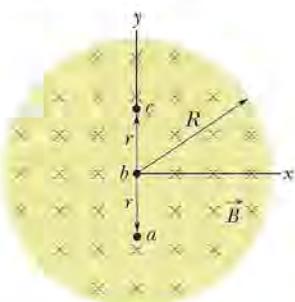


Figura 30-72 Problema 85.

86 Na Fig. 30-73a, a chave S permaneceu na posição A por um tempo suficiente para que a corrente no indutor de indutância $L_1 = 5,00 \text{ mH}$ e o resistor de resistência $R_1 = 25,0 \Omega$ se estabilizasse. Da mesma forma, na Fig. 30-73b, a chave S permaneceu na posição A por um tempo suficiente para que a corrente no indutor de indutância $L_2 = 3,00 \text{ mH}$ e o resistor de resistência $R_2 = 30,0 \Omega$ se estabilizasse. A razão Φ_{02}/Φ_{01} entre o fluxo magnético através de uma das espiras do indutor 2 e o fluxo magnético através de uma das espiras do indutor 1 é 1,50. No instante $t = 0$, as duas chaves são deslocadas para a posição B. Em que instante de tempo os fluxos magnéticos através de uma espira dos dois indutores são iguais?

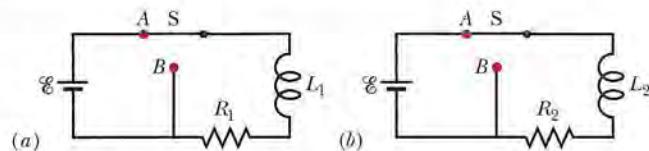


Figura 30-73 Problema 86.

87 Uma espira quadrada com 20 cm de lado e uma resistência de $20 \text{ m}\Omega$ é mantida perpendicular a um campo magnético uniforme de módulo $B = 2,0 \text{ T}$. Quando dois lados da espira são afastados um do outro, os outros dois lados automaticamente se aproximam, reduzindo a área envolvida pela espira. Se a área se reduz a zero em um intervalo de tempo $\Delta t = 0,20 \text{ s}$, determine (a) a força eletromotriz média e (b) a corrente média induzida no circuito no intervalo de tempo Δt .

88 Uma bobina com 150 espiras está submetida a um fluxo magnético de $50,0 \text{ nT} \cdot \text{m}^2$ através de cada espira quando a corrente é 2,00 mA. (a) Qual é a indutância da bobina? Determine (b) a indutância e (c) o fluxo através de cada espira quando a corrente aumenta para 4,00 mA. (d) Qual é a força eletromotriz máxima \mathcal{E} entre os terminais da bobina quando a corrente é dada por $i = (3,00 \text{ mA}) \cos(377t)$, com t em segundos?

89 Uma bobina com uma indutância de $2,0 \text{ H}$ e uma resistência de 10Ω é ligada bruscamente a uma fonte ideal com $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$. (a) Qual é a corrente final? (b) Qual é a energia armazenada no campo magnético quando a corrente do item (a) atravessa a bobina?

90 Quanto tempo é necessário, depois que a fonte é removida, para que a diferença de potencial entre os terminais do resistor de um circuito RL com $L = 2,00 \text{ H}$ e $R = 3,00 \Omega$ diminua para 10,0% do valor inicial?

91 No circuito da Fig. 30-74, $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $L = 50 \text{ mH}$ e a fonte ideal tem uma força eletromotriz $\mathcal{E} = 40 \text{ V}$. A chave S

permaneceu aberta por um longo tempo antes de ser fechada em $t = 0$. Logo depois que a chave é fechada, determine (a) a corrente na fonte i_{fonte} ; (b) a taxa de variação da corrente na fonte di_{fonte}/dt . Para $t = 3,0 \mu\text{s}$, determine (c) i_{fonte} e (d) di_{fonte}/dt . Muitos depois de a chave ter sido fechada, determine (e) i_{fonte} e (f) di_{fonte}/dt .

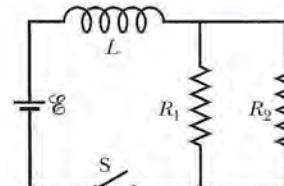


Figura 30-74 Problema 91.

92 O enlaçamento de fluxo em uma certa bobina com uma resistência de $0,75 \Omega$ é 26 mWb quando uma corrente de $5,5 \text{ A}$ atravessa a bobina. (a) Calcule a indutância da bobina. (b) Se uma fonte ideal de $6,0 \text{ V}$ é ligada bruscamente à bobina, quanto tempo é necessário para que a corrente aumente de 0 para $2,5 \text{ A}$?

93 Na Fig. 30-61, uma fonte ideal de $12,0 \text{ V}$, um resistor de $20,0 \Omega$ e um indutor são ligados por uma chave no instante $t = 0$. Qual é a taxa com a qual a fonte transfere energia para o campo magnético do indutor no instante $t = 1,61\tau_L$?

94 Um solenoide cilíndrico longo com 100 espiras/cm tem um raio de $1,6 \text{ cm}$. Suponha que o campo magnético produzido no interior do solenoide é uniforme e paralelo ao eixo do solenoide. (a) Qual é a indutância do solenoide por unidade de comprimento? (b) Se a corrente varia à taxa de 13 A/s , qual é a força eletromotriz induzida por metro?

95 Na Fig. 30-75, $R_1 = 8,0 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $L_1 = 0,30 \text{ H}$, $L_2 = 0,20 \text{ H}$ e a força eletromotriz da fonte ideal é $\mathcal{E} = 6,0 \text{ V}$. (a) Logo depois que a chave S é fechada, qual é a taxa de variação da corrente no indutor 1? (b) Qual é a corrente no indutor 1 depois que o circuito atinge o regime estacionário?

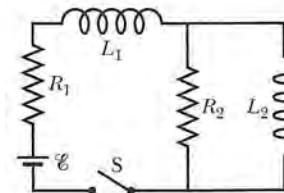


Figura 30-75 Problema 95.

96 Uma espira quadrada é mantida em um campo magnético uniforme de $0,24 \text{ T}$ perpendicular ao plano da espira. O comprimento dos lados do quadrado está diminuindo a uma taxa constante de $5,0 \text{ cm/s}$. Qual é a força eletromotriz induzida na espira quando o comprimento dos lados é 12 cm ?

97 No instante $t = 0$, uma diferença de potencial de 45 V é aplicada bruscamente a uma bobina com uma indutância $L = 50 \text{ mH}$ e uma resistência $R = 180 \Omega$. Com que taxa a corrente na bobina está aumentando no instante $t = 1,2 \text{ ms}$?

98 A indutância de uma bobina compacta é tal que uma força eletromotriz de $3,00 \text{ mV}$ é induzida quando a corrente varia à taxa de $5,00 \text{ A/s}$. Uma corrente constante de $8,00 \text{ A}$ produz um fluxo magnético de $40,0 \mu\text{Wb}$ através das espiras da bobina. (a) Calcule a indutância da bobina. (b) Determine o número de espiras da bobina.

31

OSCILAÇÕES ELETROMAGNÉTICAS E CORRENTE ALTERNADA

31-1 O QUE É FÍSICA?

Já discutimos a física básica dos campos elétricos e magnéticos e o armazenamento de energia nos campos elétricos e magnéticos de capacitores e indutores; vamos agora examinar a aplicação dessa física à transferência da energia para os locais onde será utilizada. Por exemplo: a energia produzida em uma usina de energia elétrica deve chegar até a casa do leitor para poder alimentar um computador. O valor total dessa física aplicada é hoje em dia tão elevado que é quase impossível estimá-lo. Na verdade, a civilização moderna seria impossível sem essa física aplicada.

Em quase todo o mundo, a energia elétrica é transferida, não como uma corrente constante (corrente contínua, ou CC), mas como uma corrente que varia senoidalmente com o tempo (corrente alternada, ou CA). O desafio para os cientistas e engenheiros é projetar sistemas de CA que transfiram energia de forma eficiente e aparelhos capazes de utilizar essa energia.

Em nossa discussão de sistemas alternados, o primeiro passo será examinar as oscilações em um circuito simples, constituído por uma indutância L e uma capacidade C .

31-2 Oscilações em um Circuito LC: Análise Qualitativa

Dos três elementos básicos dos circuitos, resistência R , capacidade C e indutância L , discutimos até agora as combinações em série RC (Seção 27-9) e RL (Seção 30-9). Nos dois tipos de circuito, descobrimos que a carga, a corrente e a diferença de potencial crescem e decrescem exponencialmente. A escala de tempo do crescimento ou decaimento é dada por uma *constante de tempo* τ , que pode ser capacitiva ou indutiva.

Vamos agora examinar a combinação de dois elementos que falta, a combinação LC . Veremos que nesse caso a carga, a corrente e a diferença de potencial não decaem exponencialmente com o tempo, mas variam senoidalmente com um período T e uma frequência angular ω . As oscilações resultantes do campo elétrico do capacitor e do campo magnético do indutor são chamadas de **oscilações eletromagnéticas**. Quando um circuito se comporta dessa forma, dizemos que está oscilando.

As partes *a* a *h* da Fig. 31-1 mostram estágios sucessivos das oscilações em um circuito LC simples. De acordo com a Eq. 25-21, a energia armazenada no campo elétrico do capacitor em qualquer instante é dada por

$$U_E = \frac{q^2}{2C}, \quad (31-1)$$

em que q é a carga do capacitor nesse instante. De acordo com a Eq. 30-49, a energia armazenada no campo magnético do indutor em qualquer instante é dada por

$$U_B = \frac{Li^2}{2}, \quad (31-2)$$

em que i é a corrente no indutor nesse instante.

A partir de agora, vamos adotar a convenção de representar os *valores instantâneos* das grandezas elétricas de um circuito por letras minúsculas, como q , e as *amplitudes* das mesmas grandezas por letras maiúsculas, como Q . Com essa convenção em mente, vamos supor que, inicialmente, a carga q do capacitor da Fig. 31-1 seja o valor máximo Q e a corrente i no indutor seja zero. Este estado inicial do circuito está representado na Fig. 31-1a. As barras que representam os níveis de energia mostram que, nesse instante, com corrente zero no indutor e carga máxima no capacitor, a energia U_B do campo magnético é zero e a energia U_E do campo elétrico é máxima. Durante as oscilações do circuito, a energia é transferida do campo elétrico para o campo magnético e vice-versa, mas energia total permanece constante.

Logo após o instante inicial, o capacitor começa a se descarregar através do indutor, com as cargas positivas se movendo no sentido anti-horário, como mostra a Fig. 31-1b. Isso significa que uma corrente i , dada por dq/dt e com o sentido de cima

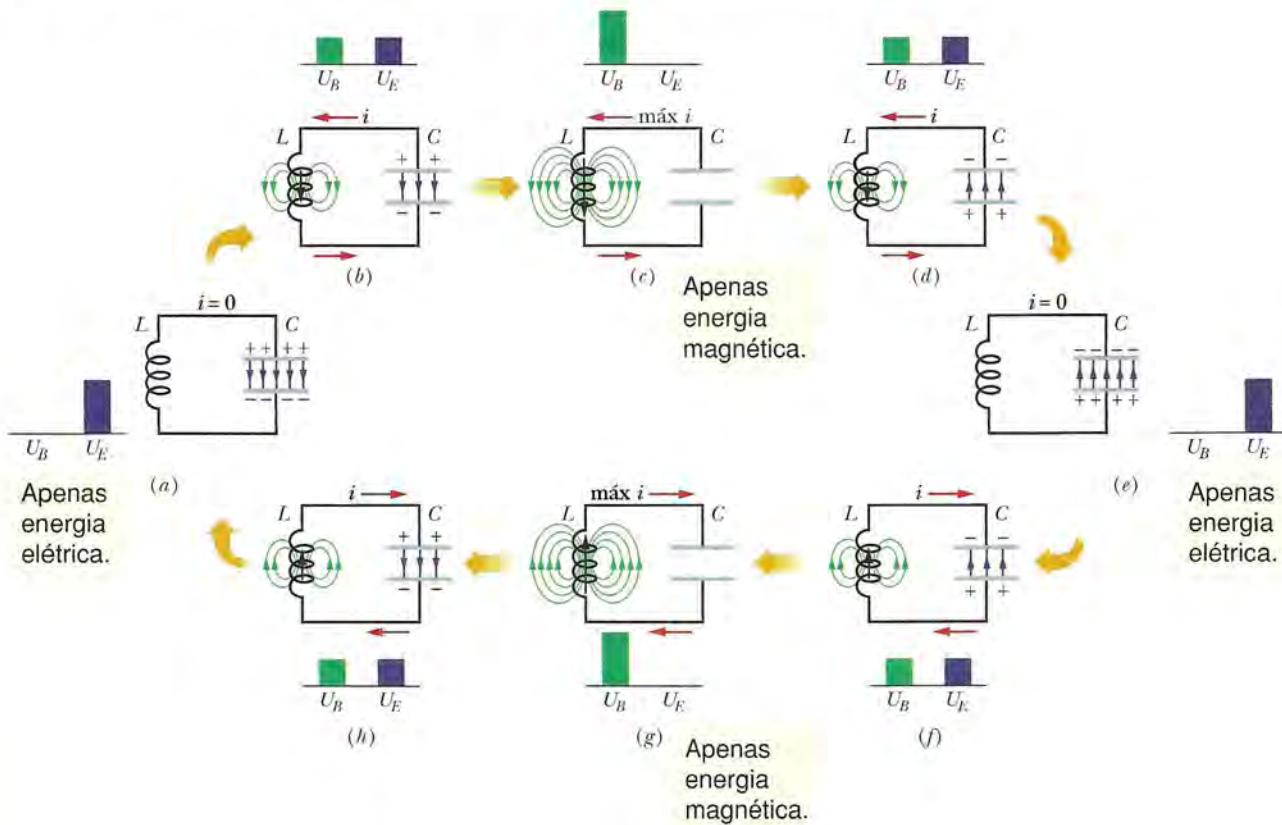


Figura 31-1 Oito estágios em um ciclo de oscilação de um circuito LC sem resistência.

Os histogramas mostram as energias armazenadas no campo magnético e no campo elétrico. Também são mostradas as linhas de campo magnético do indutor e as linhas de campo elétrico do capacitor. (a) O capacitor está totalmente carregado; a corrente é zero. (b) O capacitor está se descarregando; a corrente está aumentando. (c) O capacitor está totalmente descarregado; a corrente é máxima. (d) O capacitor está se carregando com a polaridade oposta à de (a); a corrente está diminuindo. (e) O capacitor está totalmente carregado com a polaridade oposta à de (a); a corrente é zero. (f) O capacitor está se descarregando; a corrente está aumentando no sentido oposto ao de (b). (g) O capacitor está totalmente descarregado; a corrente é máxima. (h) O capacitor está se carregando; a corrente está diminuindo.

para baixo no indutor, começa a circular. Com a diminuição da carga do capacitor, a energia armazenada no campo elétrico do capacitor também diminui. Essa energia é transferida para o campo magnético que aparece em torno do indutor por causa da existência da corrente i . Assim, o campo elétrico diminui e o campo magnético aumenta enquanto a energia é transferida do campo elétrico para o campo magnético.

Depois de algum tempo, o capacitor perde toda a carga (Fig. 31-1c) e, portanto, o campo elétrico e a energia armazenada no campo elétrico se anulam. Nesse instante, toda a energia foi transferida para o campo magnético do indutor. O campo magnético está, portanto, com seu valor máximo e a corrente no indutor é a corrente máxima I .

Embora a carga do capacitor seja zero nesse instante, a corrente no sentido anti-horário continua a existir, já que o indutor não permite que a corrente diminua instantaneamente para zero. A corrente continua a transferir cargas positivas da placa de cima para a placa de baixo do capacitor através do circuito (Fig. 31-1d). Assim, a energia que estava armazenada no indutor começa a acumular cargas no capacitor. A corrente no indutor diminui gradualmente durante o processo. No instante em que, finalmente, toda a energia é transferida de volta para o capacitor (Fig. 31-1e), a corrente no indutor se anula momentaneamente. A situação da Fig. 31-1e é idêntica à da Fig. 31-1a, exceto pelo fato de que o capacitor agora está carregado com a polaridade oposta.

Em seguida, o capacitor volta a se descarregar, mas agora a corrente tem o sentido horário (Fig. 31-1f). Raciocinando como antes, vemos que a corrente passa por um máximo (Fig. 31-1g) e depois diminui (Fig. 31-1h) até que o circuito volta à situação inicial (Fig. 31-1a). O processo se repete com uma frequência f e, portanto, com uma frequência angular $\omega = 2\pi f$. Em um circuito LC ideal, em que não existe resistência, toda a energia do campo elétrico do capacitor é transferida para a energia do campo magnético do indutor e vice-versa. Por causa da lei de conservação da energia, as oscilações continuam indefinidamente. As oscilações não precisam começar com toda a energia no campo elétrico; a situação inicial poderia ser qualquer outro estágio da oscilação.

Para determinar a carga q do capacitor em função do tempo, podemos usar um voltímetro para medir a diferença de potencial (ou tensão) v_C entre as placas do capacitor C . De acordo com a Eq. 25-1, temos:

$$v_C = \left(\frac{1}{C} \right) q,$$

o que nos permite calcular o valor de q . Para determinar a corrente, podemos ligar um pequeno resistor R em série com o capacitor e o indutor e medir a diferença de potencial v_R entre os terminais do resistor; v_R é proporcional a i através da relação

$$v_R = iR.$$

Estamos supondo que R é tão pequeno que seu efeito sobre o comportamento do circuito pode ser desprezado. A variação com o tempo de v_C e v_R , e, portanto, de q e i , é mostrada na Fig. 31-2. As quatro grandezas variam de forma senoidal.

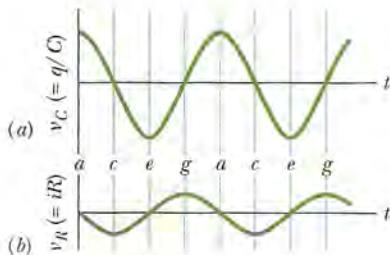


Figura 31-2 (a) A diferença de potencial entre os terminais do capacitor da Fig. 31-1 em função do tempo. Essa grandeza é proporcional à carga do capacitor. (b) Um potencial proporcional à corrente no circuito da Fig. 31-1. As letras se referem aos diferentes estágios de oscilação da Fig. 31-1.

TESTE 1

Um capacitor carregado e um indutor são ligados em série no instante $t = 0$. Em termos do período T das oscilações resultantes, determine o tempo necessário para que as seguintes grandezas atinjam o valor máximo: (a) a carga do capacitor; (b) a tensão do capacitor, com a polaridade inicial; (c) a energia armazenada no campo elétrico; (d) a corrente no circuito.

Em um circuito LC real, as oscilações não continuam indefinidamente porque existe sempre uma resistência que retira energia dos campos elétrico e magnético e a dissipá-la na forma de energia térmica (o circuito se aquece). Isso significa que a

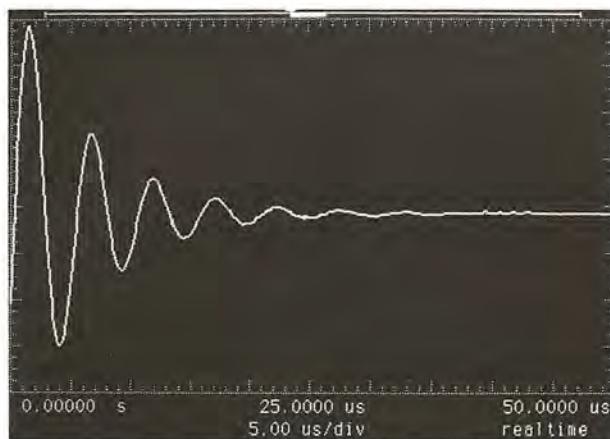


Figura 31-3 Imagem na tela de um osciloscópio que mostra o amortecimento das oscilações em um circuito *RLC* por causa da dissipação de energia no resistor. ©Agilent Technologies, Inc. julho de 2012. Reproduzido com autorização. Cortesia da Agilent Technologies, Inc.

amplitude das oscilações diminui com o tempo, como mostra a Fig. 31-3. Compare a Fig. 31-3 com a Fig. 15-15, que mostra o decaimento das oscilações mecânicas causado pelo atrito em um sistema bloco-mola.

31-3 Analogia Eletromecânica

Vamos examinar mais de perto a analogia entre o sistema *LC* oscilante da Fig. 31-1 e um sistema oscilante bloco-mola. No caso do sistema bloco-mola, existem dois tipos de energia envolvidos. O primeiro é a energia potencial da mola distendida ou comprimida; o segundo é a energia cinética do bloco em movimento. As duas energias são dadas pelas expressões que aparecem na coluna de energia da esquerda da Tabela 31-1.

A tabela também mostra, na coluna de energia da direita, os dois tipos de energia envolvidos nas oscilações *LC*. As linhas horizontais da tabela revelam uma analogia entre as formas dos dois pares de energias: as energias mecânicas do sistema bloco-mola e as energias eletromagnéticas do sistema indutor-capacitor. As equações para v e i que aparecem na última linha da tabela ajudam a completar a analogia. Elas mostram que q corresponde a x e i corresponde a v (nas duas equações, a segunda variável é a derivada da primeira). Essas correspondências sugerem que, nas expressões da energia, $1/C$ corresponde a k e L corresponde a m . Assim,

$$q \text{ corresponde a } x, \quad 1/C \text{ corresponde a } k,$$

$$i \text{ corresponde a } v \quad \text{e} \quad L \text{ corresponde a } m.$$

Essas correspondências sugerem que, em um oscilador *LC*, o capacitor se comporta matematicamente como a mola de um sistema bloco-mola e o indutor se comporta como o bloco.

Vimos na Seção 15-3 que a frequência angular de oscilação de um sistema bloco-mola sem atrito é

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{sistema bloco-mola}). \quad (31-3)$$

Tabela 31-1

Comparação das Energias em Dois Sistemas Oscilantes

Sistema Bloco-Mola		Oscilador <i>LC</i>	
Elemento	Energia	Elemento	Energia
Mola	Potencial, $kx^2/2$	Capacitor	Elétrica, $(1/C)q^2/2$
Bloco	Cinética, $mv^2/2$	Indutor	Magnética, $Li^2/2$
$v = dx/dt$		$i = dq/dt$	

As correspondências significam que para determinar a frequência angular de oscilação de um circuito *LC* ideal (sem resistência), k deve ser substituído por $1/C$ e m por L , o que nos dá

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{círculo } LC). \quad (31-4)$$

31-4 Oscilações em um Circuito *LC*: Análise Quantitativa

Vamos agora mostrar explicitamente que a Eq. 31-4 é a expressão correta para a frequência angular das oscilações em um circuito *LC*. Ao mesmo tempo, examinaremos mais de perto a analogia entre as oscilações de um circuito *LC* e de um sistema bloco-mola. Começamos por ampliar um pouco nosso tratamento anterior do oscilador mecânico bloco-mola.

O Oscilador Bloco-Mola

Analisamos as oscilações do sistema bloco-mola no Capítulo 15 em termos da transferência de energia, mas não chegamos a escrever a equação diferencial que governa essas oscilações; é o que vamos fazer agora.

A energia total U de um oscilador bloco-mola é dada, em qualquer instante de tempo, pela equação

$$U = U_b + U_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2, \quad (31-5)$$

em que U_b e U_m são, respectivamente, a energia cinética do bloco e a energia potencial da mola. Se o atrito é desprezível, a energia total U não varia com o tempo, ou seja, $dU/dt = 0$. Assim, temos:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \right) = mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt} = 0. \quad (31-6)$$

Entretanto, $v = dx/dt$ e $dv/dt = d^2x/dt^2$. Com essas substituições, a Eq. 31-6 se torna

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (\text{oscilações bloco-mola}). \quad (31-7)$$

A Eq. 31-7 é a *equação diferencial* a que obedecem as oscilações massa-mola sem atrito.

A solução geral da Eq. 31-7, ou seja, a função $x(t)$ que descreve as oscilações, é (como vimos na Eq. 15-3)

$$x = X \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{deslocamento}), \quad (31-8)$$

em que X é a amplitude das oscilações mecânicas (representada por x_m no Capítulo 15), ω é a frequência angular das oscilações e ϕ é uma constante de fase.

O Oscilador *LC*

Vamos agora analisar as oscilações de um circuito *LC* sem resistência, procedendo exatamente como fizemos no caso do oscilador bloco-mola. A energia total U presente em qualquer instante em um circuito *LC* oscilante é dada por

$$U = U_B + U_E = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}, \quad (31-9)$$

em que U_B é a energia armazenada no campo magnético do indutor e U_E é a energia armazenada no campo elétrico do capacitor. Como supusemos que a resistência do circuito é zero, nenhuma energia é transformada em energia térmica e U permanece constante, ou seja, $dU/dt = 0$. Assim, temos:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \right) = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = 0. \quad (31-10)$$

Entretanto, $i = dq/dt$ e $di/dt = d^2q/dt^2$. Com essas substituições, a Eq. 31-10 se torna

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{circuito } LC). \quad (31-11)$$

Esta é a *equação diferencial* que descreve as oscilações em um circuito *LC* sem resistência. As Eqs. 31-11 e 31-7 têm exatamente a mesma forma matemática.

Oscilações de Carga e de Corrente

Quando duas equações diferenciais são matematicamente equivalentes, as soluções também são matematicamente equivalentes. Como q corresponde a x , podemos escrever a solução geral da Eq. 31-11, por analogia com a Eq. 31-8, como

$$q = Q \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{carga}), \quad (31-12)$$

em que Q é a amplitude das variações de carga, ω é a frequência angular das oscilações eletromagnéticas e ϕ é a constante de fase.

Derivando a Eq. 31-12 em relação ao tempo, obtemos a corrente em um oscilador *LC*:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{corrente}). \quad (31-13)$$

A amplitude I dessa corrente senoidal é

$$I = \omega Q, \quad (31-14)$$

e, portanto, podemos reescrever a Eq. 31-13 na forma

$$i = -I \sin(\omega t + \phi). \quad (31-15)$$

Frequências Angulares

Podemos confirmar que a Eq. 31-12 é uma solução da Eq. 31-11 substituindo a Eq. 31-12 e sua derivada segunda em relação ao tempo na Eq. 31-11. A derivada primeira da Eq. 31-12 é a Eq. 31-13. A derivada segunda é, portanto,

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\omega^2 Q \cos(\omega t + \phi).$$

Substituindo q e d^2q/dt^2 por seus valores na Eq. 31-11, obtemos

$$-L\omega^2 Q \cos(\omega t + \phi) + \frac{1}{C} Q \cos(\omega t + \phi) = 0.$$

Dividindo ambos os membros por $Q \cos(\omega t + \phi)$ e reagrupando os termos, obtemos

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Assim, a Eq. 31-12 é realmente uma solução da Eq. 31-11, contanto que $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Observe que a expressão de ω é a mesma da Eq. 31-4, à qual chegamos usando correspondências.

A constante de fase ϕ da Eq. 31-12 é determinada pelas condições que existem em um certo instante, como $t = 0$, por exemplo. De acordo com a Eq. 31-12, se $\phi = 0$ no instante $t = 0$, $q = Q$ e, de acordo com a Eq. 31-13, $i = 0$. Essas são as condições representadas na Fig. 31-1a.

As energias elétrica e magnética variam, mas a energia total é constante.

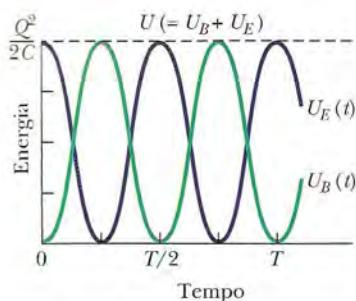


Figura 31-4 Energia magnética e energia elétrica armazenada no circuito da Fig. 31-1 em função do tempo. Observe que a soma das duas energias é constante. T é o período das oscilações.

Oscilações das Energias Elétrica e Magnética

De acordo com as Eqs. 31-1 e 31-12, a energia elétrica armazenada no circuito LC no instante t é dada por

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \cos^2(\omega t + \phi). \quad (31-16)$$

De acordo com as Eqs. 31-2 e 31-13, a energia magnética armazenada é dada por

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\omega^2Q^2 \sin^2(\omega t + \phi).$$

Substituindo ω por seu valor, dado pela Eq. 31-4, temos:

$$U_B = \frac{Q^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi). \quad (31-17)$$

A Fig. 31-4 mostra os gráficos de $U_E(t)$ e $U_B(t)$ para o caso de $\phi = 0$. Observe que

1. O valor máximo tanto de $U_E(t)$ como de $U_B(t)$ é $Q^2/2C$.
2. Em qualquer instante, a soma de $U_E(t)$ e $U_B(t)$ também é $Q^2/2C$.
3. Quando $U_E(t)$ é máxima, $U_B(t)$ é mínima, e vice-versa.

TESTE 2

Um capacitor em um circuito LC tem uma diferença de potencial máxima de 17 V e uma energia máxima de 160 μ J. Quando o capacitor tem uma diferença de potencial de 5 V e uma energia de 10 μ J, qual é (a) a força eletromotriz entre os terminais do indutor e (b) a energia armazenada no campo magnético?

Exemplo

Oscilador LC : variação de potencial, taxa de variação da corrente

Um capacitor de 1,5 μ F é carregado por uma bateria de 57 V, que em seguida é desligada. No instante $t = 0$, um indutor de 12 mH é ligado ao capacitor para formar um oscilador LC (Fig. 31-1).

(a) Qual é a diferença de potencial $v_L(t)$ entre os terminais do indutor em função do tempo?

IDEIAS-CHAVE

(1) A corrente e as diferenças de potencial do circuito (a diferença de potencial entre os terminais do capacitor e a diferença de potencial entre os terminais do indutor) variam de forma senoidal. (2) Podemos aplicar a um circuito oscilante a mesma regra das malhas que aplicamos a circuitos não oscilantes no Capítulo 27.

Cálculos Aplicando a regra das malhas ao circuito Fig. 31-1 temos, para qualquer instante de tempo t ,

$$v_L(t) = v_C(t); \quad (31-18)$$

ou seja, como a diferença de potencial ao longo de todo o circuito é zero, a diferença de potencial v_L no indutor é sempre igual à diferença de potencial v_C no capacitor. Assim, podemos calcular $v_L(t)$ a partir de $v_C(t)$ e podemos calcular $v_C(t)$ a partir de $q(t)$ usando a Eq. 25-1 ($q = CV$).

Como a diferença de potencial $v_C(t)$ é máxima no instante $t = 0$ em que as oscilações começam, a carga q do capacitor também é máxima nesse instante. Assim, a constante de fase ϕ é zero e a Eq. 31-12 nos dá

$$q = Q \cos \omega t. \quad (31-19)$$

(Note que a função cosseno realmente passa por um máximo ($= 1$) para $t = 0$, o que nos dá $q = Q$.) Para calcular a diferença de potencial $v_C(t)$, dividimos ambos os membros da Eq. 31-19 por C para obter

$$\frac{q}{C} = \frac{Q}{C} \cos \omega t,$$

e usamos a Eq. 25-1 para escrever

$$v_C = V_C \cos \omega t. \quad (31-20)$$

em que V_C é a amplitude das oscilações da diferença de potencial v_C no capacitor.

De acordo com a Eq. 31-18, $v_C = v_L$ e portanto

$$v_L = V_C \cos \omega t. \quad (31-21)$$

Podemos calcular o lado direito da Eq. 31-21 observando que a amplitude V_C é igual à diferença de potencial inicial

(máxima) de 57 V entre os terminais do capacitor. Em seguida, usamos a Eq. 31-4 para calcular ω :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{[(0,012 \text{ H})(1,5 \times 10^{-6} \text{ F})]^{0,5}} \\ = 7454 \text{ rad/s} \approx 7500 \text{ rad/s.}$$

Assim, a Eq. 31-21 se torna

$$v_L = (57 \text{ V}) \cos(7500 \text{ rad/s})t. \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é a máxima taxa de variação $(di/dt)_{\max}$ da corrente no circuito?

IDEIA-CHAVE

Com a carga do capacitor oscilando de acordo com a Eq. 31-12, a corrente tem a forma da Eq. 31-13. Como $\phi = 0$, a equação nos dá

$$i = -\omega Q \sin \omega t.$$

Cálculos Derivando esta equação, obtemos

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}(-\omega Q \sin \omega t) = -\omega^2 Q \cos \omega t.$$

Podemos simplificar esta equação substituindo Q por CV_C (já que conhecemos C e V_C , mas não conhecemos Q) e substituindo ω por $1/\sqrt{LC}$, de acordo com a Eq. 31-4. O resultado é o seguinte:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{LC} CV_C \cos \omega t = -\frac{V_C}{L} \cos \omega t.$$

Isso significa que a taxa de variação da corrente varia senoidalmente e seu valor máximo é

$$\frac{V_C}{L} = \frac{57 \text{ V}}{0,012 \text{ H}} = 4750 \text{ A/s} \approx 4800 \text{ A/s.} \quad (\text{Resposta})$$

31-5 Oscilações Amortecidas em um Circuito RLC

Um circuito formado por uma resistência, uma indutância e uma capacitância é chamado de *circuito RLC*. Vamos discutir apenas o caso de *circuitos RLC série*, como o da Fig. 31-5. Com uma resistência R presente, a *energia eletromagnética* total U do circuito (a soma da energia elétrica e da energia magnética) não é mais constante, mas diminui com o tempo, pois parte da energia é dissipada como energia térmica na resistência. Por causa dessa perda de energia, as oscilações de carga, corrente e diferença de potencial diminuem continuamente de amplitude e dizemos que as oscilações são *amortecidas*. Como vamos ver, esse amortecimento é análogo ao do oscilador bloco-mola amortecido da Seção 15-8.

Para analisar as oscilações do circuito, necessitamos de uma equação que nos forneça a energia eletromagnética total U no circuito em função do tempo. Como a resistência não armazena energia eletromagnética, podemos usar a Eq. 31-9 para escrever a energia total da seguinte forma:

$$U = U_B + U_E = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}. \quad (31-22)$$

No caso que estamos examinando, a energia total diminui com o tempo, já que parte da energia se transforma em energia térmica. De acordo com a Eq. 26-27, a taxa com a qual essa transformação ocorre é dada por

$$\frac{dU}{dt} = -i^2 R, \quad (31-23)$$

em que o sinal negativo indica que U diminui com o tempo. Derivando a Eq. 31-22 em relação ao tempo e substituindo o resultado na Eq. 31-23, obtemos:

$$\frac{dU}{dt} = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = -i^2 R.$$

Substituindo i por dq/dt e di/dt por d^2q/dt^2 , obtemos:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{circuito RLC}), \quad (31-24)$$

que é a equação diferencial para oscilações amortecidas em um circuito RLC.

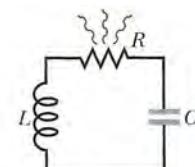


Figura 31-5 Circuito RLC série.

Enquanto a carga contida no circuito oscila entre o indutor e o capacitor, parte da energia do circuito é dissipada no resistor, o que reduz progressivamente a amplitude das oscilações.

A solução da Eq. 31-24 é a seguinte:

$$q = Q e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi), \quad (31-25)$$

com

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - (R/2L)^2}, \quad (31-26)$$

em que $\omega = 1/\sqrt{LC}$, como no caso de um oscilador não amortecido. A Eq. 31-25 mostra de que forma a carga do capacitor varia em um circuito *RLC*; essa equação é análoga à Eq. 15-42, que descreve o deslocamento do bloco em um oscilador bloco-mola amortecido.

A Eq. 31-25 descreve uma oscilação senoidal (a função cosseno) com uma *amplitude exponencialmente decrescente* $Q e^{-Rt/2L}$ (o fator que multiplica o cosseno). A frequência angular ω' das oscilações amortecidas é sempre menor que a frequência angular das oscilações não amortecidas; entretanto, vamos considerar apenas situações nas quais a resistência R é suficientemente pequena para que ω' possa ser substituída por ω .

Vamos agora escrever uma expressão para a energia eletromagnética total U do circuito em função do tempo. Para isso, basta calcular a energia armazenada no campo elétrico do capacitor, que é dada pela Eq. 31-1 ($U_E = q^2/2C$), já que a amplitude é a mesma para as energias U_E e U_B . Substituindo a Eq. 31-25 na Eq. 31-1, obtemos

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{[Q e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi)]^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} e^{-Rt/L} \cos^2(\omega' t + \phi). \quad (31-27)$$

Assim, a energia do campo elétrico oscila de acordo com um termo proporcional ao quadrado do cosseno, enquanto a amplitude das oscilações diminui exponencialmente com o tempo.

Exemplo

Círculo *RLC* amortecido: amplitude da carga

Um circuito *RLC* série tem um indutância $L = 12 \text{ mH}$, uma capacitância $C = 1,6 \mu\text{F}$, uma resistência $R = 1,5 \text{ e}$ começa a oscilar no instante $t = 0$.

(a) Em que instante t a amplitude das oscilações da carga do circuito é 50% do valor inicial? (Note que o valor inicial não é dado.)

IDEIA-CHAVE

A amplitude das oscilações da carga diminui exponencialmente com o tempo t . De acordo com a Eq. 31-25, a amplitude das oscilações da carga em um instante t é dada por $Q e^{-Rt/2L}$, onde Q é a amplitude no instante $t = 0$.

Cálculos Estamos interessados em determinar o instante no qual a amplitude das oscilações da carga é $0,50Q$, ou seja, o instante em que

$$Q e^{-Rt/2L} = 0,50Q.$$

Dividindo ambos os membros por Q (o que elimina Q da equação), mostrando que não é preciso conhecer a carga

inicial) e tomado o logaritmo natural de ambos os membros, obtemos:

$$-\frac{Rt}{2L} = \ln 0,50.$$

Explicitando t e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$t = -\frac{2L}{R} \ln 0,50 = -\frac{(2)(12 \times 10^{-3} \text{ H})(\ln 0,50)}{1,5 \Omega} \\ = 0,0111 \text{ s} \approx 11 \text{ ms.} \quad (\text{Resposta})$$

(b) Quantas oscilações o circuito executou até esse instante?

IDEIA-CHAVE

O tempo necessário para completar uma oscilação é o período $T = 2\pi/\omega$, onde a frequência angular das oscilações, para pequenos valores de R , é dada pela Eq. 31-4 ($\omega = 1/\sqrt{LC}$).

Cálculo No intervalo de tempo $\Delta t = 0,0111 \text{ s}$, o número de oscilações completas é

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta t}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{0,0111 \text{ s}}{2\pi[(12 \times 10^{-3} \text{ H})(1,6 \times 10^{-6} \text{ F})]^{1/2}} \approx 13.$$

(Resposta)

Assim, a amplitude decai 50% em cerca de 13 oscilações. Esse amortecimento é bem mais lento que o da Fig. 31-3, em que a amplitude diminui mais de 50% em apenas uma oscilação.

31-6 Corrente Alternada

As oscilações de um circuito *RLC* não são amortecidas se uma fonte de tensão externa fornece energia suficiente para compensar a energia dissipada na resistência *R*. Os aparelhos elétricos usados nas resistências, escritórios e fábricas contêm um número muito grande de circuitos *RLC*, que são alimentados pela rede de distribuição de energia elétrica. Na maioria dos casos, a energia é fornecida na forma de correntes e tensões senoidais, sistema que é conhecido como **corrente alternada** ou **CA**. (No caso das correntes e tensões que não variam com o tempo, como as fornecidas por uma bateria, o sistema é conhecido como **corrente contínua** ou **CC**.) No sistema de corrente alternada usado no Brasil, a tensão e a corrente mudam de polaridade 120 vezes por segundo e, portanto, têm uma frequência $f = 60 \text{ Hz}$.

À primeira vista, esta pode parecer uma forma estranha de fornecer energia a um circuito. Vimos que a velocidade de deriva dos elétrons de condução em um fio comum é da ordem de $4 \times 10^{-5} \text{ m/s}$. Se o sentido de movimento dos elétrons se inverte a cada $1/120 \text{ s}$, os elétrons se deslocam apenas cerca de $3 \times 10^{-7} \text{ m}$ a cada meio ciclo. Assim, em média, um elétron passa apenas por 10 átomos da rede cristalina do material de que é feito o fio antes de dar meia volta. Nesse ritmo, o leitor deve estar se perguntando, como o elétron consegue chegar a algum lugar?

A resposta é simples: o elétron não precisa ir “a algum lugar”. Quando dizemos que a corrente em um fio é um ampère, isso significa que as cargas passam por qualquer plano que intercepta totalmente o fio à taxa de um coulomb por segundo. A velocidade com a qual os portadores passam pelo plano não é o único parâmetro importante: um ampère pode corresponder a muitos portadores de carga se movendo devagar ou poucos portadores de carga se movendo depressa. Além disso, o sinal para os elétrons passarem a se mover no sentido oposto, que tem origem na força eletromotriz alternada produzida nos geradores das usinas elétricas, se propaga ao longo dos condutores com uma velocidade quase igual à velocidade da luz. Todos os elétrons, onde quer que estejam, recebem essa instrução praticamente no mesmo instante. Finalmente, convém observar que em muitos dispositivos, como as lâmpadas e as torradeiras, o sentido do movimento não é importante, contanto que os elétrons estejam em movimento e transfiram energia para o dispositivo através de colisões com átomos.

A principal vantagem da corrente alternada é a seguinte: quando a corrente muda de sentido, o mesmo acontece com o campo magnético em torno no condutor. Isso torna possível usar a lei de indução de Faraday, o que, entre outras coisas, significa que podemos aumentar ou diminuir à vontade a diferença de potencial usando um dispositivo, conhecido como transformador, que será discutido mais tarde. Além disso, a corrente alternada é mais fácil de gerar e utilizar que a corrente contínua no caso de máquinas rotativas como geradores e motores.

A Fig. 31-6 mostra um tipo simples de gerador de corrente alternada. Quando a espira condutora é forçada a girar na presença do campo magnético externo \vec{B} , uma força eletromotriz senoidal \mathcal{E} é induzida na espira:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t. \quad (31-28)$$

A frequência angular ω_d da força eletromotriz é igual à velocidade angular de rotação da espira, a fase é $\omega_d t$ e a amplitude é \mathcal{E}_m (o índice significa máxima). Se a espira faz

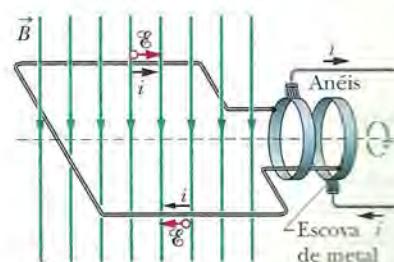


Figura 31-6 Nos geradores de corrente alternada, uma espira condutora é forçada a girar na presença do campo magnético externo \vec{B} . Na prática, a força eletromotriz induzida em uma bobina com muitas espiras é colhida por escovas que se apoiam em anéis rotativos solidários com a espira. Cada anel está ligado a uma extremidade da bobina e faz contato com o resto do circuito do gerador através de escovas.

parte de um circuito elétrico, a força eletromotriz produz uma corrente senoidal (alternada) no circuito com a mesma frequência angular ω_d , que nesse caso é chamada de **frequência angular de excitação**. Podemos escrever a corrente na forma

$$i = I \operatorname{sen}(\omega_d t - \phi), \quad (31-29)$$

em que I é a amplitude da corrente. (Por convenção, a fase da corrente é normalmente escrita como $\omega_d t - \phi$ e não como $\omega_d t + \phi$.) Uma constante de fase ϕ foi introduzida na Eq. 31-29 porque a corrente i pode não estar em fase com a força eletromotriz \mathcal{E} . (Como veremos, a constante de fase depende do circuito ao qual o gerador está ligado.) Podemos também escrever a corrente i em termos da **frequência de excitação** f_d da força eletromotriz, substituindo ω_d por $2\pi f_d$ na Eq. 31-29.

31-7 Oscilações Forçadas

Como vimos, depois de um estímulo inicial, a carga, a diferença de potencial e a corrente nos circuitos LC e RLC (para valores suficientemente pequenos de R) oscilam com uma frequência angular $\omega = \omega$. Essas oscilações recebem o nome de *oscilações livres* (livres de qualquer força eletromotriz externa) e a frequência angular ω é chamada de **frequência angular natural**.

Quando a fonte externa de força eletromotriz alternada da Eq. 31-28 é ligada a um circuito RLC , dizemos que as oscilações de carga, diferença de potencial e corrente são *oscilações forçadas*. Essas oscilações sempre acontecem na frequência angular de excitação ω_d .



Qualquer que seja a frequência angular natural ω de um circuito, as oscilações forçadas de carga, corrente e diferença de potencial sempre acontecem na frequência angular de excitação ω_d .

Entretanto, como veremos na Seção 31-9, a amplitude das oscilações depende da diferença entre ω_d e ω . Quando as duas frequências são iguais (uma situação conhecida como **ressonância**), a amplitude da corrente I no circuito é máxima.

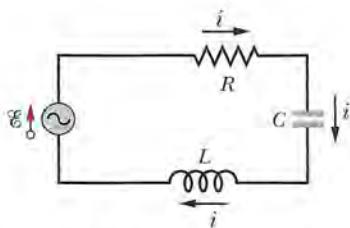


Figura 31-7 Circuito de uma malha formado por um resistor, um capacitor e um indutor. Um gerador, representado por uma senoide no interior de um círculo, produz uma força eletromotriz alternada que estabelece uma corrente alternada no circuito. Os sentidos da força eletromotriz e da corrente variam periodicamente.

31-8 Três Circuitos Simples

Daqui a pouco, vamos estudar um sistema constituído por uma fonte externa de força eletromotriz alternada e um circuito RLC série, como o da Fig. 31-7, e obter expressões para a amplitude I e constante de fase ϕ da corrente no circuito em função da amplitude \mathcal{E}_m e frequência angular ω_d da força eletromotriz externa. Antes, porém, vamos examinar três circuitos mais simples, constituídos apenas pela fonte externa e um elemento como R , C e L . Começaremos com um elemento resistivo (uma *carga resistiva pura*).

Carga Resistiva

A Fig. 31-8 mostra um circuito formado por um resistor R e um gerador de corrente alternada cuja força eletromotriz é dada pela Eq. 31-28. De acordo com a regra das malhas, temos:

$$\mathcal{E} - v_R = 0.$$

De acordo com a Eq. 31-28, temos:

$$v_R = \mathcal{E}_m \operatorname{sen} \omega_d t.$$

Como a amplitude V_R da diferença de potencial (ou tensão) entre os terminais da resistência é igual à amplitude \mathcal{E}_m da força eletromotriz, podemos escrever:

$$v_R = V_R \operatorname{sen} \omega_d t. \quad (31-30)$$

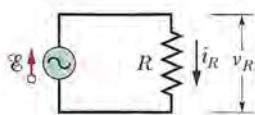


Figura 31-8 Circuito formado por um resistor e um gerador de corrente alternada.

Usando a definição de resistência ($R = V/i$), podemos escrever a corrente na resistência como

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \operatorname{sen} \omega_d t. \quad (31-31)$$

De acordo com a Eq. 31-29, a corrente também pode ser escrita na forma

$$i_R = I_R \operatorname{sen}(\omega_d t - \phi), \quad (31-32)$$

em que I_R é a amplitude da corrente i_R na resistência. Comparando as Eqs. 31-31 e 31-32, vemos que, no caso de uma carga resistiva pura, a constante de fase ϕ é nula. Vemos também que a amplitude da tensão e a amplitude da corrente estão relacionadas pela equação

$$V_R = I_R R \quad (\text{resistor}). \quad (31-33)$$

Embora esta relação tenha sido demonstrada apenas para o circuito da Fig. 31-8, ela se aplica a qualquer resistência em qualquer circuito.

Comparando as Eqs. 31-30 e 31-31, vemos que as grandezas variáveis com o tempo v_R e i_R são funções de $\operatorname{sen} \omega_d t$ com $\phi = 0^\circ$. Isso significa que as duas grandezas estão *em fase*, ou seja, passam ao mesmo tempo pelos máximos e pelos mínimos. A Fig. 31-9a, que é um gráfico de $v_R(t)$ e $i_R(t)$, ilustra este fato. Observe que, nesse caso, os valores máximos de v_R e i_R não diminuem com o tempo porque o gerador fornece energia ao circuito para compensar a energia dissipada em R .

As grandezas variáveis com o tempo v_R e i_R podem ser representadas geometricamente por *fasores*. Como vimos na Seção 16-11, fasores são vetores que giram em torno de uma origem. Os fasores que representam a tensão e a corrente no resistor da Fig. 31-8 são mostrados na Fig. 31-9b para um instante de tempo arbitrário t . Esses fasores têm as seguintes propriedades:

Velocidade angular: Os dois fasores giram em torno da origem no sentido anti-horário com uma velocidade angular igual à frequência angular ω_d de v_R e i_R .

Comprimento: O comprimento de cada fasor representa a amplitude de uma grandeza alternada, V_R no caso da tensão e I_R no caso da corrente.

Projeção: A projeção de cada fasor no eixo vertical representa o valor da grandeza alternada no instante t , v_R no caso da tensão e i_R no caso da corrente.

Ângulo de rotação: O ângulo de rotação de cada fasor é igual à fase da grandeza alternada no instante t . Na Fig. 31-9b, a tensão e a corrente estão em fase; como têm a mesma velocidade angular e o mesmo ângulo de rotação, os dois fasores giram sempre juntos.

Acompanhe mentalmente a rotação. Não é fácil ver que quando o ângulo de rotação é 90° (ou seja, quando os dois fasores estão apontando verticalmente para

Se a carga é resistiva, a corrente e a diferença de potencial estão em fase.

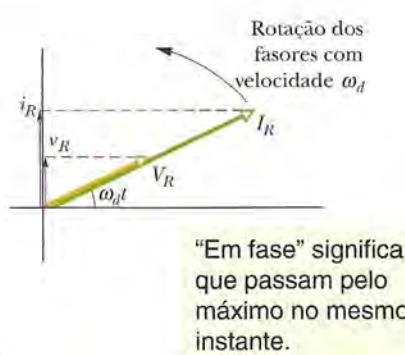
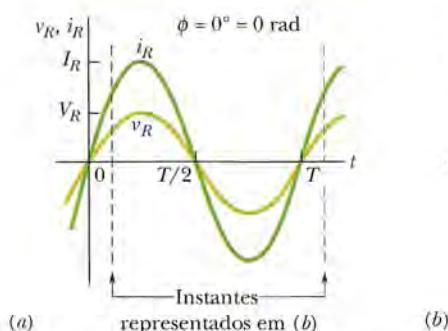


Figura 31-9 (a) Gráfico da corrente i_R no resistor e da diferença de potencial v_R entre os terminais do resistor em função do tempo t . A corrente e a diferença de potencial estão em fase e completam um ciclo em um período T . (b) Diagrama fasorial correspondente ao gráfico mostrado em (a).

cima) a tensão e a corrente atingem os valores máximos $v_R = V_R$ e $i_R = I_R$? As Eqs. 31-30 e 31-32 fornecem os mesmos resultados.

TESTE 3

Quando aumentamos a frequência de excitação de um circuito com uma carga resistiva pura, (a) a amplitude V_R aumenta, diminui ou permanece a mesma? (b) A amplitude I_R aumenta, diminui ou permanece a mesma?

Exemplo

Carga resistiva pura: diferença de potencial e corrente

Na Fig. 31-8, a resistência R é 200Ω e o gerador produz uma força eletromotriz de amplitude $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$ e frequência $f_d = 60,0 \text{ Hz}$.

(a) Qual é a diferença de potencial $v_R(t)$ entre os terminais do resistor em função do tempo e qual é a amplitude V_R de $v_R(t)$?

IDEIA-CHAVE

Em um circuito com uma carga puramente resistiva, a diferença de potencial $v_R(t)$ entre os terminais do resistor é sempre igual à diferença de potencial $\mathcal{E}(t)$ entre os terminais do gerador.

Cálculos Neste caso, $v_R(t) = \mathcal{E}(t)$ e $V_R = \mathcal{E}_m$. Como \mathcal{E}_m é conhecida, podemos escrever:

$$V_R = \mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V.} \quad (\text{Resposta})$$

Para determinar $v_R(t)$, usamos a Eq. 31-28 para escrever

$$v_R(t) = \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (31-34)$$

e, em seguida, fazemos $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$ e

$$\omega_d = 2\pi f_d = 2\pi(60 \text{ Hz}) = 120\pi$$

para obter

$$v_R = (36,0 \text{ V}) \sin(120\pi t). \quad (\text{Resposta})$$

Podemos deixar o argumento do seno nesta forma, por conveniência, ou escrevê-lo como $(377 \text{ rad/s})t$ ou $(377 \text{ s}^{-1})t$.

(b) Qual é a corrente $i_R(t)$ no resistor e qual é a amplitude I_R de $i_R(t)$?

IDEIA-CHAVE

Em um circuito de CA com uma carga resistiva pura, a corrente alternada $i_R(t)$ no resistor está em fase com a diferença de potencial alternada $v_R(t)$ entre os terminais do resistor, ou seja, a constante de fase ϕ para a corrente é zero.

Cálculos Neste caso, podemos escrever a Eq. 31-29 na forma

$$i_R = I_R \sin(\omega_d t - \phi) = I_R \sin \omega_d t. \quad (31-35)$$

De acordo com a Eq. 31-33, a amplitude I_R é

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{36,0 \text{ V}}{200 \Omega} = 0,180 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

Substituindo este valor e fazendo $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$ na Eq. 31-35, obtemos:

$$i_R = (0,180 \text{ A}) \sin(120\pi t). \quad (\text{Resposta})$$

Carga Capacitiva

A Fig. 31-10 mostra um circuito formado por um capacitor C e um gerador de corrente alternada cuja força eletromotriz é dada pela Eq. 31-28. Aplicando a regra das malhas e procedendo como fizemos para obter a Eq. 31-30, descobrimos que a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é dada por

$$v_C = V_C \sin \omega_d t, \quad (31-36)$$

em que V_C é a amplitude da tensão alternada no capacitor. Usando a definição de capacitância, também podemos escrever

$$q_C = Cv_C = CV_C \sin \omega_d t. \quad (31-37)$$

Nosso interesse, porém, está na corrente e não na carga. Assim, derivamos a Eq. 31-37 para obter

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega_d CV_C \cos \omega_d t. \quad (31-38)$$

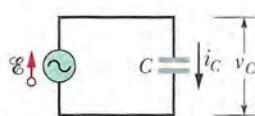


Figura 31-10 Circuito formado por um capacitor C e um gerador de corrente alternada.

Vamos agora modificar a Eq. 31-38 de duas formas. Em primeiro lugar, para padronizar a notação, vamos definir uma grandeza X_C , conhecida como **reatância capacitiva** de um capacitor, através da relação

$$X_C = \frac{1}{\omega_d C} \quad (\text{reatância capacitiva}). \quad (31-39)$$

O valor de X_C depende tanto da capacidade quanto da frequência angular de excitação ω_d . Sabemos da definição de constante de tempo capacitiva ($\tau = RC$) que a unidade de C no SI pode ser expressa em segundos por ohm. Usando essa unidade na Eq. 31-39, vemos que a unidade de X_C no SI é o *ohm*, a mesma da resistência R .

Em segundo lugar, substituímos $\cos \omega_d t$ na Eq. 31-38 por um seno com um deslocamento de fase de 90° :

$$\cos \omega_d t = \sin(\omega_d t + 90^\circ).$$

Para mostrar que a identidade está correta, basta deslocar uma senoide de 90° no sentido negativo.

Com essas duas modificações, a Eq. 31-38 se torna

$$i_C = \left(\frac{V_C}{X_C} \right) \sin(\omega_d t + 90^\circ). \quad (31-40)$$

De acordo com a Eq. 31-29, podemos escrever a corrente i_C no capacitor da Fig. 31-10 como

$$i_C = I_C \sin(\omega_d t - \phi), \quad (31-41)$$

em que I_C é a amplitude de i_C . Comparando as Eqs. 31-40 e 31-41, vemos que, para uma carga capacitiva pura, a constante de fase ϕ da corrente é -90° . Vemos também que a amplitude da tensão e a amplitude da corrente estão relacionadas pela equação

$$V_C = I_C X_C \quad (\text{capacitor}). \quad (31-42)$$

Embora esta relação tenha sido demonstrada apenas para o circuito da Fig. 31-10, ela se aplica a qualquer capacidade em qualquer circuito de corrente alternada.

Comparando as Eqs. 31-36 e 31-40 ou examinando a Fig. 31-11a, vemos que as grandezas v_C e i_C estão defasadas de 90° . Além disso, i_C está *adiantada* em relação a v_C , ou seja, quando medimos i_C e v_C no circuito da Fig. 31-10 em função do tempo, i_C atinge o valor máximo um quarto de ciclo *antes* de v_C .

Essa relação entre i_C e v_C está ilustrada no diagrama fasorial da Fig. 31-11b. Enquanto os fasores que representam as duas grandezas giram com a mesma velocidade

**Se a carga é capacitativa,
a corrente está adiantada
de 90° em relação à
diferença de potencial.**

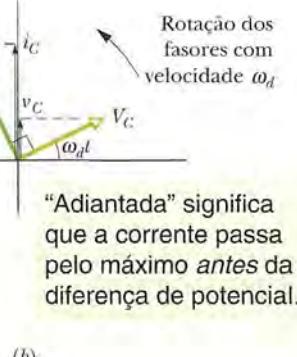
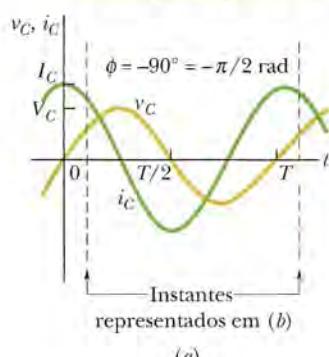
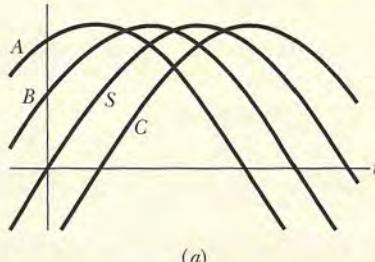


Figura 31-11 (a) A corrente no capacitor está adiantada de 90° ($= \pi/2$ rad) em relação à tensão. (b) Diagrama fasorial correspondente ao gráfico mostrado em (a).

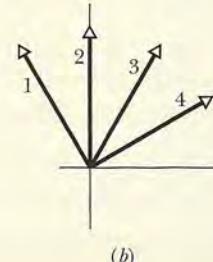
angular no sentido anti-horário, o fasor I_C se mantém à frente do fasor V_C e o ângulo entre os dois fasores é 90° , ou seja, quando o fasor I_C coincide com o eixo vertical, o fasor V_C coincide com o eixo horizontal. É fácil verificar que o diagrama fasorial da Fig. 31-11b é compatível com as Eqs. 31-36 e 31-40.

TESTE 4

A figura mostra, em (a), uma curva senoidal $S(t) = \sin(\omega_d t)$ e três outras curvas senoidais $A(t)$, $B(t)$ e $C(t)$, todas da forma $\sin(\omega_d t - \phi)$. (a) Coloque as outras três curvas na ordem do valor de ϕ , começando pelo maior valor positivo e terminando no maior valor negativo. (b) Estabeleça a correspondência entre as curvas da parte (a) da figura e os fasores da parte (b). (c) Qual das curvas da parte (a) está adiantada em relação a todas as outras?



(a)



(b)

Exemplo

Carga capacitiva pura: diferença de potencial e corrente

Na Fig. 31-10, a capacidade C é $15,0 \mu\text{F}$ e o gerador produz uma força eletromotriz senoidal de amplitude $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$ e frequência $f_d = 60,0 \text{ Hz}$.

(a) Qual é a diferença de potencial $v_C(t)$ entre os terminais do capacitor em função do tempo e qual é a amplitude V_C de $v_C(t)$?

IDEIA-CHAVE

Em um circuito de CA com uma carga capacitiva pura, a corrente alternada $i_C(t)$ no capacitor está adiantada de 90° em relação à diferença de potencial alternada $v_C(t)$ entre os terminais do capacitor, ou seja, a constante de fase ϕ para a corrente é -90° ou $-\pi/2 \text{ rad}$.

IDEIA-CHAVE

Em um circuito com uma carga puramente capacitiva, a diferença de potencial $v_C(t)$ entre os terminais do capacitor é sempre igual à diferença de potencial $\mathcal{E}(t)$ entre os terminais do gerador.

Cálculos Neste caso, $v_C(t) = \mathcal{E}(t)$ e $V_C = \mathcal{E}_m$. Como \mathcal{E}_m é conhecida, podemos escrever:

$$V_C = \mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V.} \quad (\text{Resposta})$$

Para determinar $v_C(t)$, usamos a Eq. 31-28 para escrever

$$v_C(t) = \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t. \quad (31-43)$$

e, em seguida, fazemos $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$ e $\omega_d = 2 \pi f_d = 120\pi$ na Eq. 31-43 para obter

$$v_C = (36,0 \text{ V}) \sin(120\pi t). \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é a corrente $i_C(t)$ no circuito e qual é a amplitude I_C de $i_C(t)$?

Cálculos: Neste caso, podemos escrever a Eq. 31-29 na forma

$$i_C = I_C \sin(\omega_d t - \phi) = I_C \sin(\omega_d t + \pi/2). \quad (31-44)$$

Para calcular a amplitude I_C da corrente no capacitor usando a Eq. 31-42 ($V_C = I_C X_C$), precisamos conhecer a reatância capacitiva X_C . De acordo com a Eq. 31-39 ($X_C = 1/\omega_d C$), em que $\omega_d = 2\pi f_d$, podemos escrever

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_d C} = \frac{1}{(2\pi)(60,0 \text{ Hz})(15,0 \times 10^{-6} \text{ F})} = 177 \Omega.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 31-42, temos:

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{36,0 \text{ V}}{177 \Omega} = 0,203 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

Substituindo este valor e $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$ na Eq. 31-44, obtemos:

$$i_C = (0,203 \text{ A}) \sin(120\pi t + \pi/2). \quad (\text{Resposta})$$

Carga Indutiva

A Fig. 31-12 mostra um circuito formado por um indutor L e um gerador de corrente alternada cuja força eletromotriz é dada pela Eq. 31-28. Aplicando a regra das malhas e procedendo como fizemos para obter a Eq. 31-30, constatamos que a diferença de potencial entre os terminais do indutor é dada por

$$v_L = V_L \operatorname{sen} \omega_d t, \quad (31-45)$$

em que V_L é a amplitude da tensão alternada v_L no indutor. Usando a Eq. 30-35 ($\mathcal{E}_L = -L di/dt$), podemos escrever a diferença de potencial entre os terminais de um indutor L no qual a corrente está variando à taxa di_L/dt na forma

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}. \quad (31-46)$$

Combinando as Eqs. 31-45 e 31-46, obtemos:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \operatorname{sen} \omega_d t. \quad (31-47)$$

Nosso interesse, porém, está na corrente e não na derivada da corrente em relação ao tempo. Assim, integramos a Eq. 31-47 para obter

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{L} \int \operatorname{sen} \omega_d t dt = -\left(\frac{V_L}{\omega_d L}\right) \cos \omega_d t. \quad (31-48)$$

Vamos agora modificar a Eq. 31-48 de duas formas. Em primeiro lugar, para padronizar a notação, vamos definir uma grandeza X_L , conhecida como **reatância indutiva** de um indutor, através da relação

$$X_L = \omega_d L \quad (\text{reatância indutiva}). \quad (31-49)$$

O valor de X_L depende tanto da indutância quanto da frequência angular de excitação ω_d . Sabemos da definição de constante de tempo indutiva ($\tau_L = L/R$) que a unidade de L no SI pode ser expressa em ohms-segundos. Usando essa unidade na Eq. 31-49, vemos que a unidade de X_L no SI é o *ohm*, a mesma da resistência R e da reatância capacitiva X_C .

Em segundo lugar, substituímos $-\cos \omega_d t$ na Eq. 31-48 por um seno com um deslocamento de fase de 90° :

$$-\cos \omega_d t = \operatorname{sen}(\omega_d t - 90^\circ).$$

Para mostrar que a identidade está correta, basta deslocar uma senoide 90° no sentido positivo.

Com essas duas modificações, a Eq. 31-48 se torna

$$i_L = \left(\frac{V_L}{X_L}\right) \operatorname{sen}(\omega_d t - 90^\circ). \quad (31-50)$$

De acordo com a Eq. 31-29, também podemos escrever a corrente no indutor como

$$i_L = I_L \operatorname{sen}(\omega_d t - \phi), \quad (31-51)$$

em que I_L é a amplitude de i_L . Comparando as Eqs. 31-50 e 31-51, vemos que, para uma carga indutiva pura, a constante de fase ϕ da corrente é $+90^\circ$. Vemos também que a amplitude da tensão e a amplitude da corrente estão relacionadas pela equação

$$V_L = I_L X_L \quad (\text{indutor}). \quad (31-52)$$

Embora essa relação tenha sido demonstrada apenas para o circuito da Fig. 31-12, ela se aplica a qualquer indutância em qualquer circuito de corrente alternada.

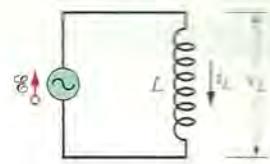


Figura 31-12 Circuito formado por um indutor L e um gerador de corrente alternada.

Se a carga é indutiva, a corrente está atrasada de 90° em relação à diferença de potencial.

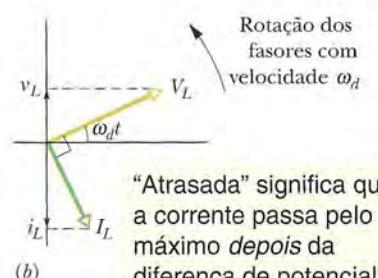
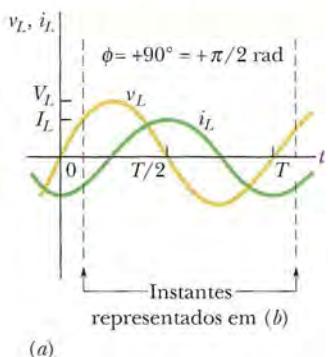


Figura 31-13 (a) A corrente no indutor está adiantada de 90° ($= \pi/2$ rad) em relação à tensão. (b) Diagrama fasorial correspondente ao gráfico mostrado em (a).

Comparando as Eqs. 31-45 e 31-50 ou examinando a Fig. 31-13a, vemos que as grandezas v_L e i_L estão defasadas de 90° . Além disso, i_L está *atrasada* em relação a v_L , ou seja, quando medimos i_L e v_L no circuito da Fig. 31-12 em função do tempo, i_L atinge o valor máximo um quarto de ciclo *depois* de v_L .

Essa relação entre i_L e v_L está ilustrada no diagrama fasorial da Fig. 31-13b. Enquanto os fasores que representam as duas grandezas giram com a mesma velocidade angular no sentido anti-horário, o fator V_L se mantém à frente do fator i_L e o ângulo entre os dois fasores é 90° , ou seja, quando o fator V_L coincide com o eixo vertical, o fator i_L coincide com o eixo horizontal. É fácil verificar que o diagrama fasorial da Fig. 31-13b é compatível com as Eqs. 31-45 e 31-50.

TESTE 5

Quando aumentamos a frequência de excitação de um circuito com uma carga capacitiva pura, (a) a amplitude V_C aumenta, diminui ou permanece a mesma? (b) A amplitude I_C aumenta, diminui ou permanece a mesma? Quando aumentamos a frequência de excitação de um circuito com uma carga indutiva pura, (c) a amplitude V_L aumenta, diminui ou permanece a mesma? (d) A amplitude I_L aumenta, diminui ou permanece a mesma?

Táticas para a Solução de Problemas

Tensões e Correntes em Circuitos de CA A Tabela 31-2 mostra as relações entre a corrente i e a tensão v nos três tipos de elementos que acabamos de discutir. Quando uma tensão alternada é aplicada a esses elementos, a corrente está em fase com a tensão nos resistores, está adiantada em relação à tensão nos capacitores e está atrasada em relação à tensão nos indutores.

Alguns estudantes usam a frase mnemônica “*ELI, que TOLICE!*” para não esquecer essas relações. *ELI* contém a letra *L* (símbolo do indutor) e nesta palavra a letra *I* vem *antes* da letra *E*, o que significa que a corrente está *adiantada* em relação à tensão. O leitor também pode usar a frase “*Positivamente, ELI, isso é uma TOLICE!*” para se lembrar de que a constante de fase é positiva para os indutores.

eletromotriz ou tensão). Assim, em um indutor a corrente está *atrasada* em relação à tensão. Por outro lado, a palavra *TOLICE* contém a letra *C* (símbolo do capacitor) e nesta palavra a letra *I* vem *antes* da letra *E*, o que significa que a corrente está *adiantada* em relação à tensão. O leitor também pode usar a frase “*Positivamente, ELI, isso é uma TOLICE!*” para se lembrar de que a constante de fase é positiva para os indutores.

Se o leitor tiver dificuldade para lembrar se X_C é igual a $\omega_d C$ (errado) ou $1/\omega_d C$ (certo), pense que *C* fica na “cova”, ou seja, no denominador.

Tabela 31-2

Relações de Fase e Amplitude para Correntes e Tensões Alternadas

Elemento	Símbolo	Resistência ou Reatância	Fase da Corrente	Relação de (ou Ângulo) ϕ	Amplitudes
Resistor	R	R	Em fase com v_R	$0^\circ (= 0 \text{ rad})$	$V_R = I_R R$
Capacitor	C	$X_C = 1/\omega_d C$	Adiantada de $90^\circ (= \pi/2 \text{ rad})$ em relação a v_C	$-90^\circ (= -\pi/2 \text{ rad})$	$V_C = I_C X_C$
Indutor	L	$X_L = \omega_d L$	Atrasada de $90^\circ (= \pi/2 \text{ rad})$ em relação a v_L	$+90^\circ (= +\pi/2 \text{ rad})$	$V_L = I_L X_L$

Exemplo

Carga indutiva pura: diferença de potencial e corrente

Na Fig. 31-12, a indutância L é 230 mH e o gerador produz uma força eletromotriz de amplitude $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$ e frequência $f_d = 60,0 \text{ Hz}$.

(a) Qual é a diferença de potencial $v_L(t)$ entre os terminais do indutor e qual é a amplitude V_L de $v_L(t)$?

IDEIA-CHAVE

Em um circuito com uma carga puramente indutiva, a diferença de potencial $v_L(t)$ entre os terminais do indutor é sempre igual à diferença de potencial $\mathcal{E}(t)$ entre os terminais do gerador.

Cálculos Neste caso, $v_L(t) = \mathcal{E}(t)$ e $V_L = \mathcal{E}_m$. Como \mathcal{E}_m é conhecida, podemos escrever

$$V_L = \mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V.} \quad (\text{Resposta})$$

Para determinar $v_L(t)$, usamos a Eq. 31-28 para escrever

$$v_L(t) = \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t. \quad (31-53)$$

e, em seguida, fazemos $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$ e $\omega_d = 2 \pi f_d = 120\pi$ na Eq. 31-53 para obter

$$v_L = (36,0 \text{ V}) \sin(120\pi t). \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é a corrente $i_L(t)$ no circuito e qual é a amplitude I_L de $i_L(t)$?

IDEIA-CHAVE

Em um circuito de CA com uma carga indutiva pura, a corrente alternada $i_L(t)$ no indutor está atrasada 90° em

relação à diferença de potencial alternada $v_L(t)$ entre os terminais do indutor, ou seja, a constante de fase ϕ para a corrente é 90° ou $\pi/2 \text{ rad}$. (Usando o artifício mnemônico da Tática 1, este circuito é “positivamente um circuito *ELT*”, o que nos diz que a força eletromotriz \mathcal{E} está adiantada relação à corrente I e que o ângulo de fase ϕ é positivo.)

Cálculos Como o ângulo de fase ϕ da corrente é $+90^\circ$ ou $+\pi/2 \text{ rad}$, podemos escrever a Eq. 31-29 na forma

$$i_L = I_L \sin(\omega_d t - \phi) = I_L \sin(\omega_d t - \pi/2). \quad (31-54)$$

Para calcular a amplitude I_L da corrente no indutor usando a Eq. 31-52 ($V_L = I_L X_L$), precisamos conhecer a reatância indutiva X_L . De acordo com a Eq. 31-49 ($X_L = \omega_d L$), onde $\omega_d = 2 \pi f_d$, podemos escrever

$$\begin{aligned} X_L &= 2\pi f_d L = (2\pi)(60,0 \text{ Hz})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) \\ &= 86,7 \Omega. \end{aligned}$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. 31-52, temos:

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36,0 \text{ V}}{86,7 \Omega} = 0,415 \text{ A.} \quad (\text{Resposta})$$

Substituindo este valor e $\omega_d = 2 \pi f_d = 120\pi$ na Eq. 31-54, obtemos:

$$i_L = (0,415 \text{ A}) \sin(120\pi t - \pi/2). \quad (\text{Resposta})$$

31-9 O Circuito RLC Série

Agora estamos em condições de analisar o caso em que a força eletromotriz alternada da Eq. 31-28,

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (\text{fim aplicada}), \quad (31-55)$$

é aplicada ao circuito RLC da Fig. 31-7. Como R , L e C estão em série, a mesma corrente

$$i = I \sin(\omega_d t - \phi) \quad (31-56)$$

atravessa os três componentes. Estamos interessados em determinar a amplitude I

e a constante de fase ϕ da corrente. A solução é facilitada pelo uso de diagramas fasoriais.

Amplitude da Corrente

Começamos pela Fig. 31-14a, onde o fasor que representa a corrente da Eq. 31-56 é mostrado em um instante de tempo arbitrário t . O comprimento do fasor é a amplitude I da corrente, a projeção do fasor no eixo vertical é a corrente i no instante t e o ângulo de rotação do fasor é a fase $\omega_d t - \phi$ da corrente no instante t .

A Fig. 31-14b mostra os fasores que representam as tensões entre os terminais de R , L e C no mesmo instante t . Os fasores estão orientados em relação ao fasor de corrente I da Fig. 31-14a de acordo com as informações da Tabela 31-2.

Resistor: A corrente e tensão estão em fase e, portanto, o ângulo de rotação do fasor de tensão V_R é igual ao da corrente I .

Capacitor: A corrente está adiantada de 90° em relação à tensão e, portanto, o ângulo de rotação do fasor de tensão V_C é igual ao da corrente I menos 90° .

Indutor: A corrente está atrasada de 90° em relação à tensão e, portanto, o ângulo de rotação do fator de tensão V_L é igual ao da corrente I mais 90° .

A Fig. 31-14b mostra também as tensões instantâneas v_R , v_C e v_L entre os terminais de R , C e L no instante t ; essas tensões são as projeções dos tensores correspondentes no eixo vertical da figura.

A Fig. 31-14c mostra o fasor que representa a força eletromotriz aplicada da Fig. 31-55. O comprimento da fasor é o valor absoluto da força eletromotriz \mathcal{E}_m , a projeção do fasor no eixo vertical é o valor da força eletromotriz \mathcal{E} no instante t e o ângulo de rotação do fasor é a fase $\omega_d t$ da força eletromotriz no instante t .

De acordo com a regra das malhas, a soma das tensões v_R , v_C e v_L é sempre igual à força eletromotriz aplicada \mathcal{E} :

$$\mathcal{E} = v_R + v_C + v_L. \quad (31-57)$$

Assim, a projeção \mathcal{E} da Fig. 31-14c é igual à soma algébrica das projeções v_R , v_C e v_L da Fig. 31-14b. Como todos os fasores giram com a mesma velocidade angular, a igualdade é mantida para qualquer ângulo de rotação. Em particular, isso significa que o fasor \mathcal{E}_m da Fig. 31-14c é igual à soma vetorial dos fasores V_R , V_C e V_L da Fig. 31-14b.

Essa relação está indicada na Fig. 31-14d, onde o fasor \mathcal{E}_m foi desenhado como a soma dos fasores V_R , V_L e V_C . Como os fasores V_L e V_C têm a mesma direção e sentidos opostos, podemos simplificar a soma vetorial combinando V_L e V_C para formar o fasor $V_L - V_C$. Em seguida, combinamos este fasor com V_R para obter o fasor total. Como vimos, esse fasor é igual ao fasor \mathcal{E}_m .

Os dois triângulos da Fig. 31-14d são triângulos retângulos. Aplicando o teorema de Pitágoras a um deles, obtemos:

$$\mathcal{E}_m^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2. \quad (31-58)$$

De acordo com as informações da Tabela 31-2, esta equação pode ser escrita na forma

$$\mathcal{E}_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2, \quad (31-59)$$

que, depois de explicitarmos a corrente I , se torna

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}. \quad (31-60)$$

O denominador da Eq. 31-60 é chamado de **impedância** do circuito para a frequência de excitação ω_d e representado pelo símbolo Z :

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{definição de impedância}). \quad (31-61)$$

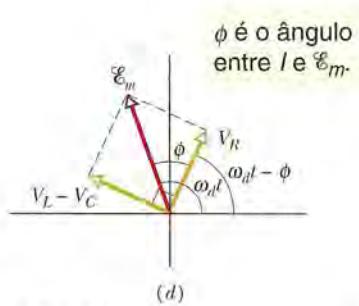
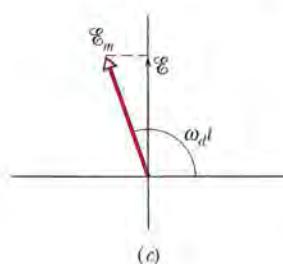
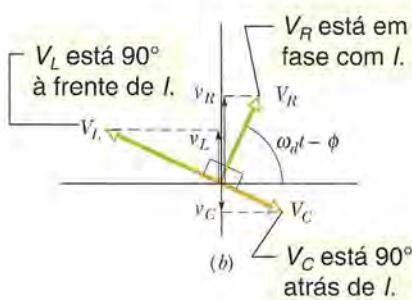
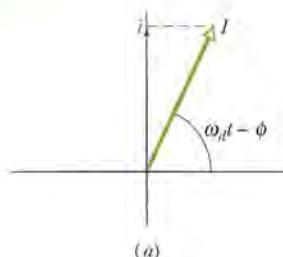


Figura 31-14 (a) Fasor que representa a corrente alternada no circuito RLC da Fig. 31-7 em um instante de tempo t . O diagrama mostra a amplitude I , o valor instantâneo i e a fase $(\omega_d t - \phi)$ da corrente. (b) Fasores que representam as tensões no indutor, no resistor e no capacitor, orientados em relação ao fasor do item (a), que representa a corrente. (c) Fasor que representa a força eletromotriz alternada responsável pela corrente representada em (a). (d) O fasor de força eletromotriz é igual à soma vetorial dos três fasores de tensão representados em (b). Os fasores de tensão V_L e V_C foram combinados para formar o fasor $V_L - V_C$.

Assim, a Eq. 31-60 pode ser escrita na forma

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}. \quad (31-62)$$

Substituindo X_C e X_L por seus valores, dados pelas Eqs. 31-39 e 31-49, podemos escrever a Eq. 31-60 na forma mais explícita

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}} \quad (\text{amplitude da corrente}). \quad (31-63)$$

Já atingimos a primeira parte do nosso objetivo: obtivemos uma expressão para a amplitude I da corrente em termos da força eletromotriz senoidal aplicada e dos elementos de um circuito RLC série.

O valor de I depende da diferença entre $\omega_d L$ e $1/\omega_d C$ na Eq. 31-63 ou, o que é equivalente, da diferença entre X_L e X_C na Eq. 31-60. Nas duas equações, não importa qual das duas grandezas é maior porque a diferença aparece elevada ao quadrado.

A corrente que estamos discutindo nesta seção é a *corrente estacionária*, que só é observada algum tempo após a aplicação da força eletromotriz ao circuito. Nos momentos que se seguem à aplicação da força eletromotriz, existe no circuito uma *corrente transitória* cuja duração (antes que a corrente estacionária se estabeleça) depende das constantes de tempo $\tau_L = L/R$ e $\tau_C = RC$, os tempos necessários para que o capacitor e o indutor sejam “carregados”. Essa corrente transitória pode, por exemplo, destruir um motor durante a partida se não foi levada em consideração no projeto do circuito do motor.

Constante de Fase

De acordo com o triângulo de fasores da direita da Fig. 31-14d e a Tabela 31-2, podemos escrever:

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR}, \quad (31-64)$$

o que nos dá

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{constante de fase}), \quad (31-65)$$

Esta é a segunda parte do nosso objetivo: obter uma expressão para a constante de fase ϕ de um circuito RLC excitado por uma força eletromotriz senoidal. Podemos obter três resultados diferentes para a constante de fase, dependendo dos valores relativos de X_L e X_C .

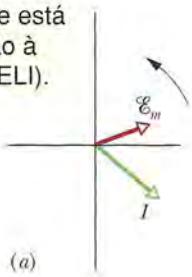
$X_L > X_C$: Nesse caso, dizemos que o circuito é *mais indutivo que capacitivo*. De acordo com a Eq. 31-65, ϕ é positivo em um circuito desse tipo, o que significa que o fasor I está atrasado em relação ao fasor \mathcal{E}_m (Fig. 31-15a). Os gráficos de \mathcal{E} e i em função do tempo são semelhantes aos da Fig. 31-15b. (As Figs. 31-14c e 31-14d foram desenhadas supondo que $X_L > X_C$.)

$X_C > X_L$: Nesse caso, dizemos que o circuito é *mais capacitivo que indutivo*. De acordo com a Eq. 31-65, ϕ é negativo em um circuito desse tipo, o que significa que o fasor I está adiantado em relação ao fasor \mathcal{E}_m (Fig. 31-15c). Os gráficos de \mathcal{E} e i em função do tempo são semelhantes aos da Fig. 31-15d.

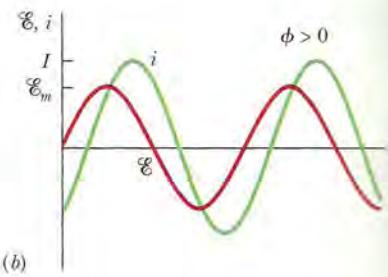
$X_C = X_L$: Nesse caso, dizemos que o circuito está em *ressonância*, um estado que será discutido a seguir. De acordo com a Eq. 31-65, $\phi = 0^\circ$ em um circuito desse tipo, o que significa que os fasores I e \mathcal{E}_m estão em fase (Fig. 31-15e). Os gráficos de \mathcal{E} e i em função do tempo são semelhantes aos da Fig. 31-15f.

Figura 31-15 Diagramas fasoriais e gráficos da força eletromotriz alternada \mathcal{E} e da corrente i para o circuito RLC da Fig. 31-7. No diagrama fasorial (a) e no gráfico (b), a corrente i está atrasada em relação à força eletromotriz \mathcal{E} e a constante de fase da corrente é positiva. Em (c) e (d), a corrente i está adiantada em relação à força eletromotriz \mathcal{E} e a constante de fase ϕ é negativa. Em (e) e (f), a corrente está em fase com a força eletromotriz \mathcal{E} e a constante de fase ϕ é zero.

Se $\phi > 0$, a corrente está atrasada em relação à força eletromotriz (ELI).

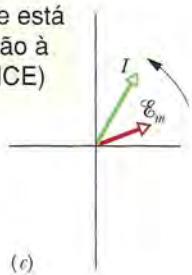


(a)

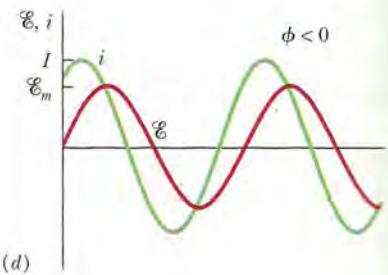


(b)

Se $\phi < 0$, a corrente está adiantada em relação à força eletromotriz (ICE).



(c)

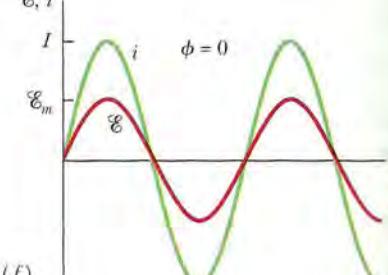


(d)

Se $\phi = 0$, a corrente e a força eletromotriz estão em fase.



(e)



(f)

Como ilustração, vamos considerar dois casos extremos. No *círcuito puramente indutivo* da Fig. 31-12, em que $X_L \neq 0$ e $X_C = R = 0$, a Eq. 31-65 nos dá $\phi = +90^\circ$ (o valor máximo de ϕ), o que está de acordo com a Fig. 31-13b. No *círcuito puramente capacitivo* da Fig. 31-10, em que $X_C \neq 0$ e $X_L = R = 0$, a Eq. 31-65 nos dá $\phi = -90^\circ$ (o valor mínimo de ϕ), o que está de acordo com a Fig. 31-11b.

Ressonância

A Eq. 31-63 fornece a amplitude I da corrente em um circuito RLC em função da frequência de excitação ω_d da força eletromotriz aplicada. Para uma dada resistência R , a amplitude é máxima quando o termo $\omega_d L - 1/\omega_d C$ do denominador é zero, ou seja, quando

$$\omega_d L = \frac{1}{\omega_d C} \quad \text{ou} \quad \omega_d = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (I \text{ máxima}). \quad (31-66)$$

Como a frequência angular natural ω do circuito RLC também é igual a $1/\sqrt{LC}$, o valor I é máximo quando a frequência angular de excitação é igual à frequência natural, ou seja, na ressonância. Assim, em um circuito RLC série, a frequência angular de excitação para a qual a corrente é máxima e a frequência angular de ressonância são dadas por

$$\omega_d = \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{ressonância}). \quad (31-67)$$

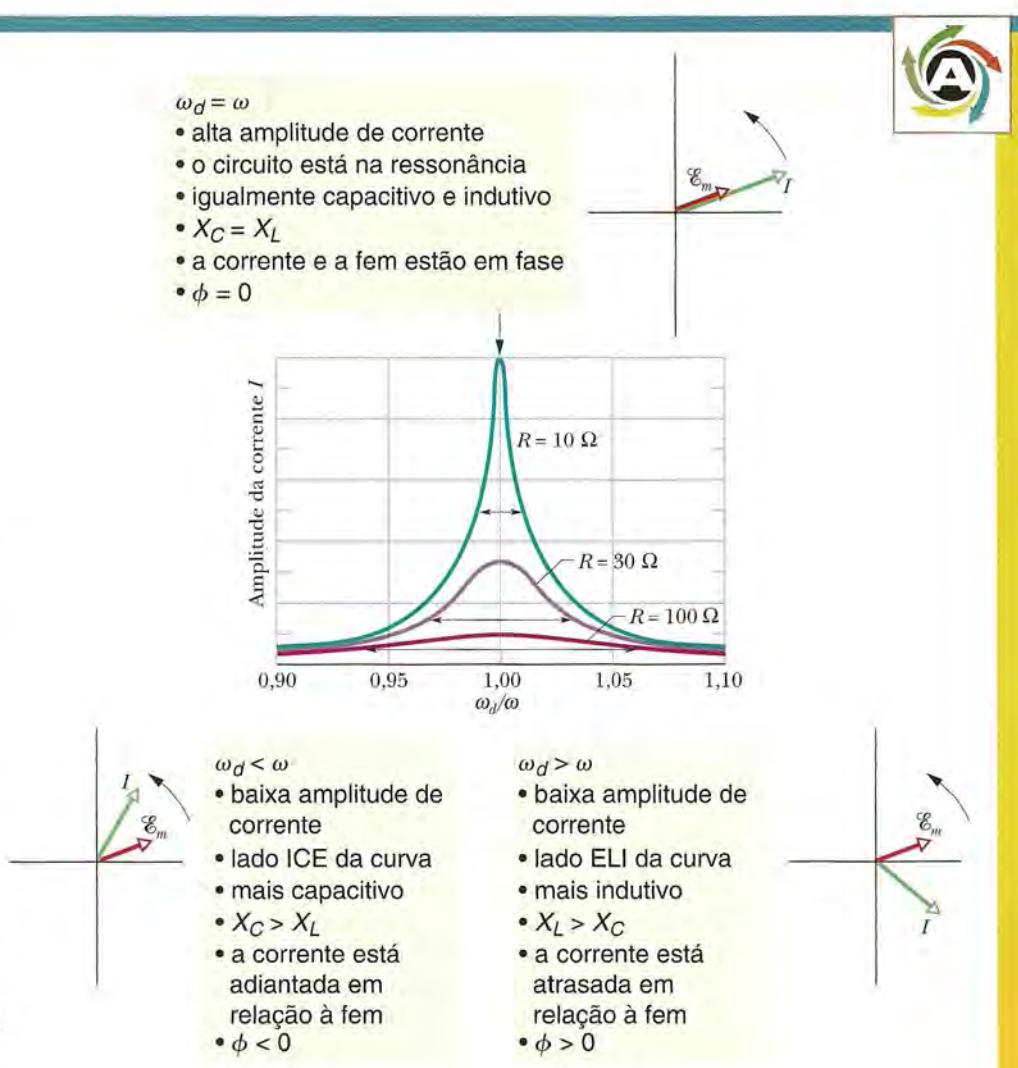
A Fig. 31-16 mostra três *curvas de ressonância* para excitações senoidais em três circuitos RLC série que diferem apenas quanto ao valor de R . As três curvas atingem o máximo de amplitude I quando a razão ω_d/ω é 1,00, mas o valor máximo de I é inversamente proporcional a R . (O valor máximo de I é sempre igual a \mathcal{E}_m/R ; para compreender por quê, combine as Eqs. 31-61 e 31-62.) Além disso, a largura das curvas (medida na Fig. 31-16 em metade do valor máximo de I) aumenta quando R aumenta.

Para compreender o significado físico da Fig. 31-16, considere o modo como as reatâncias X_L e X_C variam quando aumentamos a frequência angular de excitação ω_d , começando com um valor muito menor que a frequência natural ω . Para pequenos valores de ω_d , a reatância $X_L (= \omega_d L)$ é pequena e a reatância $X_C (= 1/\omega_d C)$ é grande. Assim, o circuito é principalmente capacitivo e a impedância é dominada pelo alto valor de X_C , que mantém a corrente baixa.

Quando aumentamos ω_d , a reatância X_C continua a ser dominante, mas diminui, enquanto a reatância X_L aumenta. Com a diminuição de X_C , a impedância diminui e a corrente aumenta, como podemos ver no lado esquerdo da curva de ressonância da Fig. 31-16. Quando a diminuição de X_C e o aumento de X_L fazem com que as duas reatâncias sejam iguais, a corrente atinge o valor máximo e o circuito está na ressonância, com $\omega_d = \omega$.

Quando ω_d continua a aumentar, a reatância X_L se torna cada vez mais dominante em relação à reatância X_C . A impedância aumenta por causa de X_L e a corrente

Figura 31-16 Curvas de ressonância do circuito RLC da Fig. 31-7 para $L = 100 \mu\text{H}$, $C = 100 \text{ pF}$ e três valores de R . A amplitude I da corrente alternada depende da diferença entre a frequência angular de excitação ω_d e a frequência natural ω . A seta horizontal em cada curva mostra a *largura a meia altura*, que é a largura da curva nos pontos em que a corrente é metade da corrente máxima e constitui uma medida da seletividade do circuito. À esquerda do ponto $\omega_d/\omega = 1,00$, o circuito é principalmente capacitivo, com $X_C > X_L$; à direita, é principalmente indutivo, com $X_L > X_C$.



diminui, como do lado direito da curva de ressonância da Fig. 31-16. Resumindo: o lado de baixa frequência angular da curva de ressonância é dominado pela reatância do capacitor, o lado de alta frequência angular é dominado pela reatância do indutor e a ressonância acontece no centro da curva.

TESTE 6

As reatâncias capacitiva e indutiva, respectivamente, de três circuitos RLC série excitados senoidalmente são: (1) $50\ \Omega$, $100\ \Omega$; (2) $100\ \Omega$, $50\ \Omega$; (3) $50\ \Omega$, $50\ \Omega$. (a) Responda para cada circuito: a corrente está adiantada em relação à força eletromotriz aplicada, está atrasada em relação à força eletromotriz aplicada ou a corrente e a força eletromotriz aplicada estão em fase? (b) Qual dos circuitos está em ressonância?

Exemplo

Amplitude da corrente, impedância e constante de fase

Na Fig. 31-7, $R = 200\ \Omega$, $C = 15,0\ \mu\text{F}$, $L = 230\ \text{mH}$, $f_d = 60,0\ \text{Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36,0\ \text{V}$. (Os valores dos parâmetros são os mesmos de exemplos anteriores.)

Assim, temos:

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} = \frac{36,0\ \text{V}}{219\ \Omega} = 0,164\ \text{A}. \quad (\text{Resposta})$$

(a) Qual é a amplitude I da corrente?

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 31-62 ($I = \mathcal{E}_m/Z$), a amplitude da corrente I depende da amplitude \mathcal{E}_m da força eletromotriz aplicada e da impedância Z do circuito.

Cálculos Precisamos determinar o valor de Z , que depende da resistência R , da reatância capacitiva X_C e da reatância indutiva X_L . A resistência do circuito é a resistência do resistor R . A reatância capacitiva é a reatância do capacitor C ; de acordo com um exemplo anterior, $X_C = 177\ \Omega$. A reatância indutiva é a reatância do indutor L ; de acordo com um exemplo anterior, $X_L = 86,7\ \Omega$. A impedância do circuito é

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(200\ \Omega)^2 + (86,7\ \Omega - 177\ \Omega)^2} \\ &= 219\ \Omega. \end{aligned}$$

(b) Qual é a constante de fase ϕ da corrente no circuito em relação à força eletromotriz aplicada?

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 31-65, a constante de fase depende da reatância indutiva, da reatância capacitativa e da resistência.

Cálculos Explicitando ϕ na Eq. 31-65, obtemos:

$$\begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} = \tan^{-1} \frac{86,7\ \Omega - 177\ \Omega}{200\ \Omega} \\ &= -24,3^\circ = -0,424\ \text{rad}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

O fato de obtermos uma constante de fase negativa já era esperado, pois a carga é principalmente capacitativa, com $X_C > X_L$. Nas palavras da frase mnemônica, este é um circuito TOLICE: a corrente está *adiantada* em relação à força eletromotriz.

31-10 Potência em Circuitos de Corrente Alternada

No circuito RLC da Fig. 31-7, a fonte de energia é o gerador de corrente alternada. Parte da energia fornecida pelo gerador é armazenada no campo elétrico do capacitor, parte é armazenada no campo magnético do indutor e parte é dissipada como energia térmica no resistor. No regime estacionário, isto é, depois de transcorrido um tempo suficiente para que o circuito se estabilize, a energia média armazenada no capacitor e no indutor juntos permanece constante. A transferência líquida de energia é, portanto, do gerador para o resistor, onde a energia eletromagnética é convertida em energia térmica.

A taxa instantânea com a qual a energia é dissipada no resistor pode ser escrita, com a ajuda das Eqs. 26-27 e 31-29, como

$$P = i^2 R = [I \sin(\omega_d t - \phi)]^2 R = I^2 R \sin^2(\omega_d t - \phi). \quad (31-68)$$

A taxa *média* com a qual a energia é dissipada no resistor é a média no tempo da Eq. 31-68. Em um ciclo completo, o valor médio de $\sin \theta$ é zero (Fig. 31-17a), mas o valor médio de $\sin^2 \theta$ é $1/2$ (Fig. 31-17b). (Observe na Fig. 31-17b que as partes sombreadas sob a curva que ficam acima da reta horizontal $+1/2$ completam exatamente os espaços vazios que ficam abaixo da mesma reta.) Assim, de acordo com a Eq. 31-68, podemos escrever:

$$P_{\text{méd}} = \frac{I^2 R}{2} = \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 R. \quad (31-69)$$

A grandeza $I/\sqrt{2}$ é chamada de **valor médio quadrático** ou **valor rms*** da corrente I :

$$I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad (\text{corrente rms}). \quad (31-70)$$

Podemos escrever a Eq. 31-69 na forma

$$P_{\text{méd}} = I_{\text{rms}}^2 R \quad (\text{potência média}). \quad (31-71)$$

A Eq. 31-71 tem a mesma forma que a Eq. 26-27 ($P = i^2 R$); isso significa que, usando a corrente rms, podemos calcular a taxa média de dissipação de energia em circuitos de corrente alternada como se estivéssemos trabalhando com um circuito de corrente contínua.

Podemos também definir o valor rms de uma tensão alternada e de uma força eletromotriz alternada:

$$V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad \mathcal{E}_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}} \quad (\text{tensão rms; força eletromotriz rms}). \quad (31-72)$$

Os instrumentos usados em circuitos de corrente alternada, como amperímetros e voltímetros, são quase sempre calibrados para indicar valores de I_{rms} , V_{rms} e \mathcal{E}_{rms} . Assim, quando ligamos um voltímetro de corrente alternada a uma tomada de parede e obtemos um valor de 120 V, trata-se da tensão rms. O valor *máximo* da diferença de potencial em uma tomada de parede é $\sqrt{2} \times 120 \text{ V} \cong 170 \text{ V}$.

Como o fator de proporcionalidade $1/\sqrt{2}$ nas Eqs. 31-70 e 31-72 é o mesmo para as três variáveis, podemos escrever as Eqs. 31-62 e 31-60 como

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad (31-73)$$

e, na verdade, essa é a forma mais usada na prática.

Podemos usar a relação $I_{\text{rms}} = \mathcal{E}_{\text{rms}}/Z$ para escrever a Eq. 31-71 de outra forma. Temos:

$$P_{\text{méd}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} I_{\text{rms}} R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \frac{R}{Z}. \quad (31-74)$$

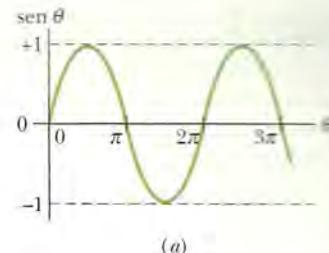
De acordo com a Fig. 31-14d, a Tabela 31-2 e a Eq. 31-62, R/Z é o cosseno da constante de fase ϕ :

$$\cos \phi = \frac{V_R}{\mathcal{E}_m} = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z}. \quad (31-75)$$

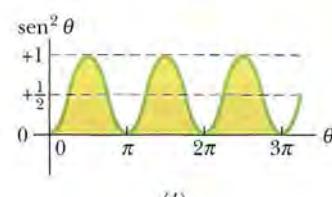
A Eq. 31-74 se torna, portanto,

$$P_{\text{méd}} = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \quad (\text{potência média}), \quad (31-76)$$

em que o termo $\cos \phi$ recebe o nome de **fator de potência**. Como $\cos \phi = \cos(-\phi)$, a Eq. 31-76 é independente do sinal da constante de fase ϕ .



(a)



(b)

Figura 31-17 (a) Gráfico de $\sin \theta$ em função de θ . O valor médio da função ao longo de um ciclo é zero. (b) Gráfico de $\sin^2 \theta$ em função de θ . O valor médio da função ao longo de um ciclo é $1/2$.

*Do inglês *root mean square*. (N.T.)

TESTE 7

(a) Se a corrente em um circuito *RLC* série com excitação senoidal está adiantada em relação à força eletromotriz, devemos aumentar ou diminuir a capacidade para aumentar a taxa com a qual a energia é fornecida à resistência? (b) Essa mudança aproxima ou afasta a frequência de ressonância do circuito da frequência da força eletromotriz?

Para maximizar a taxa com a qual a energia é fornecida a uma carga resistiva em um circuito *RLC*, devemos manter o fator de potência o mais próximo possível da unidade. Isso equivale a manter a constante de fase ϕ da Eq. 31-29 o mais próximo possível de zero. Se, por exemplo, o circuito é altamente indutivo, pode ser tornado menos indutivo ligando um capacitor adicional em série com o circuito. (Lembre-se de que colocar uma capacidade em série com uma capacidade já existente reduz a capacidade total C_{eq} e de que a reatância capacitiva é inversamente proporcional à capacidade.) As empresas de energia elétrica costumam ligar capacitores em série com as linhas de transmissão para obter este resultado.

Exemplo

Círculo *RLC* alimentado por uma fonte: fator de potência e potência média

Um circuito *RLC* série, alimentado por uma fonte com $\mathcal{E}_{\text{rms}} = 120 \text{ V}$ e $f_d = 60,0 \text{ Hz}$, contém uma resistência $R = 200 \Omega$, uma indutância com uma reatância indutiva $X_L = 80,0 \Omega$ e uma capacidade com uma reatância capacitativa $X_C = 150 \Omega$.

(a) Determine o fator de potência $\cos \phi$ e a constante de fase ϕ do circuito.

IDEIA-CHAVE

O fator de potência $\cos \phi$ pode ser calculado a partir da resistência R e da impedância Z através da Eq. 31-75 ($\cos \phi = R/Z$).

Cálculos Para calcular Z , usamos a Eq. 31-61:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(200 \Omega)^2 + (80,0 \Omega - 150 \Omega)^2} = 211,90 \Omega. \end{aligned}$$

A Eq. 31-75 nos dá

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{200 \Omega}{211,90 \Omega} = 0,9438 \approx 0,944. \quad (\text{Resposta})$$

Tomando o arco cosseno, obtemos:

$$\phi = \cos^{-1} 0,944 = \pm 19,3^\circ.$$

Tanto $+19,3^\circ$ como $-19,3^\circ$ têm um cosseno de 0,944. Para determinar qual é o sinal correto, temos que verificar se a corrente está adiantada ou atrasada em relação à força eletromotriz. Como $X_C > X_L$, este circuito é principalmente capacitivo, com a corrente adiantada em relação à força eletromotriz. Assim, o ângulo de fase ϕ deve ser negativo:

$$\phi = -19,3^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

Poderíamos também ter usado a Eq. 31-65 para calcular ϕ . Nesse caso, uma calculadora forneceria a resposta já com o sinal negativo.

(b) Qual é a taxa média $P_{\text{méd}}$ com a qual a energia é dissipada na resistência?

IDEIAS-CHAVE

Existem duas formas de forma de abordar o problema: (1) como estamos supondo que o circuito se encontra no regime estacionário, a taxa com a qual a energia é dissipada na resistência é igual à taxa com a qual a energia é fornecida ao circuito, que pode ser calculada com o auxílio da Eq. 31-76 ($P_{\text{méd}} = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi$); (2) a taxa com a qual a energia é dissipada na resistência R pode ser calculada a partir do valor rms da corrente, I_{rms} , usando a Eq. 31-71 ($P_{\text{méd}} = I_{\text{rms}}^2 R$).

Primeira abordagem O valor rms da força eletromotriz, \mathcal{E}_{rms} , é um dos dados do problema e o valor de $\cos \phi$ foi calculado no item (a). O valor de I_{rms} pode ser calculado a partir do valor rms da força eletromotriz e da impedância Z do circuito (que é conhecida) usando a Eq. 31-73:

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z}.$$

Substituindo este resultado na Eq. 31-76, obtemos:

$$\begin{aligned} P_{\text{méd}} &= \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}^2}{Z} \cos \phi \\ &= \frac{(120 \text{ V})^2}{211,90 \Omega} (0,9438) = 64,1 \text{ W}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Segunda abordagem Temos:

$$\begin{aligned} P_{\text{méd}} &= I_{\text{rms}}^2 R = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}^2}{Z^2} R \\ &= \frac{(120 \text{ V})^2}{(211,90 \Omega)^2} (200 \Omega) = 64,1 \text{ W}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

(c) Que novo valor de capacidade C_{nova} deve ser usado no circuito para maximizar $P_{\text{méd}}$ sem mudar os outros parâmetros do circuito?

IDEIAS-CHAVE

(1) A taxa média $P_{\text{méd}}$ com a qual a energia é fornecida e dissipada é máxima quando o circuito está em ressonâ-

cia com a força eletromotriz aplicada. (2) A ressonância acontece para $X_C = X_L$.

Cálculos De acordo com os dados do problema, temos $X_C > X_L$. Assim, precisamos reduzir X_C para conseguir a ressonância. De acordo com a Eq. 31-39 ($X_C = 1/\omega_d C$), isso significa que o novo valor de capacitância deve ser maior que o anterior.

De acordo com a Eq. 31-39, a condição $X_C = X_L$ pode ser escrita na forma

$$\frac{1}{\omega_d C_{\text{nova}}} = X_L.$$

Substituindo ω_d por $2\pi f_d$ (porque conhecemos f_d e não ω_d) e explicitando C_{nova} , obtemos:

$$\begin{aligned} C_{\text{nova}} &= \frac{1}{2\pi f_d X_L} = \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ Hz})(80,0 \Omega)} \\ &= 3,32 \times 10^{-5} \text{ F} = 33,2 \mu\text{F}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Usando o mesmo método do item (b), é possível mostrar que com o novo valor de capacitância, C_{nova} , $P_{\text{méd}}$ atinge o valor máximo de

$$P_{\text{méd, máx}} = 72,0 \text{ W.}$$

31-11 Transformadores

Necessidades de um Sistema de Transmissão de Energia Elétrica

Quando a carga de um circuito de corrente alternada é uma resistência pura, o fator de potência da Eq. 31-76 é $\cos 0^\circ = 1$ e a força eletromotriz aplicada \mathcal{E}_{rms} é igual à tensão V_{rms} entre os terminais da carga. Assim, com uma corrente I_{rms} na carga, a energia é fornecida e dissipada a uma taxa média de

$$P_{\text{méd}} = \mathcal{E}I = IV. \quad (31-77)$$

(Na Eq. 31-77 e ao longo desta seção, vamos adotar a prática usual de omitir os índices que indicam tratar-se de grandezas rms. A menos que seja dito explicitamente o contrário, os cientistas e engenheiros supõem que os valores de todas as correntes e tensões alternadas são valores rms, já que são esses os valores indicados pelos instrumentos de medida.) A Eq. 31-77 mostra que, para satisfazer a uma dada necessidade de energia, temos uma larga faixa de opções, desde uma alta corrente I com uma baixa tensão V até uma baixa corrente I com uma alta tensão V ; o que importa, em termos de potência fornecida à carga, é o produto IV .

Nos sistemas de distribuição de energia elétrica, é desejável, por motivos de segurança e para maior eficiência dos equipamentos, que a tensão seja relativamente baixa tanto na ponta da geração (nas usinas de energia elétrica) como na ponta do consumo (nas residências e indústrias). Ninguém acharia razoável que uma torradeira ou um trem elétrico de brinquedo fosse alimentado com 10 kV. Por outro lado, na transmissão de energia elétrica da usina de geração até o consumidor final, é desejável trabalhar com a menor corrente possível (e, portanto, a maior tensão possível) para minimizar as perdas do tipo I^2R (conhecidas como *perdas ôhmicas*) nas linhas de transmissão.

Como exemplo, considere a linha de 735 kV usada para transmitir energia elétrica da usina hidrelétrica La Grande 2, em Quebec, para a cidade de Montreal, situada a 1000 km de distância. Suponha que a corrente seja 500 A e o fator de potência seja próximo da unidade. Nesse caso, de acordo com a Eq. 31-77, a potência elétrica fornecida pela usina é

$$P_{\text{méd}} = \mathcal{E}I = (7,35 \times 10^5 \text{ V})(500 \text{ A}) = 368 \text{ MW.}$$

A resistência da linha de transmissão é da ordem de $0,220 \Omega/\text{km}$; assim, a resistência total para o percurso de 1000 km é 220Ω . A potência dissipada na linha devido a essa resistência é

$$P_{\text{med}} = I^2R = (500 \text{ A})^2(220 \Omega) = 55,0 \text{ MW},$$

o que corresponde a quase 15% da potência total transmitida.

Imagine o que aconteceria se multiplicássemos a corrente por dois e reduzíssemos a tensão à metade. A potência fornecida pela usina continuaria a mesma, 368 MW, mas a potência dissipada na linha de transmissão passaria a ser

$$P_{\text{med}} = I^2 R = (1000 \text{ A})^2 (220 \Omega) = 220 \text{ MW},$$

o que corresponde a *quase 60%* da potência total transmitida. É por isso que existe uma regra geral para as linhas de transmissão de energia elétrica: usar a maior tensão possível e a menor corrente possível.

O Transformador Ideal

A regra da transmissão de energia elétrica leva a uma incompatibilidade entre as necessidades para a transmissão eficiente de energia elétrica e as necessidades para a geração e consumo seguros e eficientes. Para resolver o problema, precisamos de um dispositivo que seja capaz de aumentar (para a transmissão) e diminuir (para o consumo) os valores de tensão nos circuitos, mantendo o produto corrente \times tensão praticamente constante. Esse dispositivo é o **transformador**, que não tem partes móveis, utiliza a lei de indução de Faraday e não funciona com corrente contínua.

O *transformador ideal* da Fig. 31-18 é formado por duas bobinas, com diferentes números de espiras, enroladas em um mesmo núcleo de ferro. (Não existe contato elétrico entre as bobinas e o núcleo.) O enrolamento primário, com N_p espiras, está ligado a um gerador de corrente alternada cuja força eletromotriz \mathcal{E} é dada por

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (31-78)$$

O enrolamento secundário, com N_s espiras, está ligado a uma resistência de carga R , mas não há corrente no circuito se a chave S estiver aberta (vamos supor por enquanto que isso é verdade). Vamos supor também que, como se trata de um transformador ideal, a resistência dos enrolamentos primário e secundário é desprezível. Nos transformadores bem projetados, de alta capacidade, a dissipação de energia pode ser menor que 1%; assim, a hipótese é razoável.

Nessas condições, o enrolamento primário (ou, simplesmente, *primário*) do transformador se comporta como uma indutância pura e o circuito primário é semelhante ao da Fig. 31-12. Assim, a (pequena) corrente do primário, também chamada de *corrente de magnetização* I_{mag} , está atrasada de 90° em relação à tensão V_p do primário; o fator de potência do primário ($= \cos \phi$ na Eq. 31-76) é zero e nenhuma potência é transferida do gerador para o transformador.

Mesmo assim, a pequena corrente alternada I_{mag} do primário produz um fluxo magnético alternado Φ_B no núcleo de ferro. A função do núcleo é reforçar o fluxo e transferi-lo, praticamente sem perdas, para o enrolamento secundário (ou, simplesmente, *secundário*) do transformador. Como Φ_B varia com o tempo, induz uma força eletromotriz $\mathcal{E}_{\text{espira}}$ ($= d\Phi_B/dt$) em cada espira do primário e do secundário. No primário, a tensão V_p é o produto de $\mathcal{E}_{\text{espira}}$ pelo número de espiras do primário N_p , ou seja, $V_p = \mathcal{E}_{\text{espira}} N_p$. Analogamente, no secundário, a tensão é $V_s = \mathcal{E}_{\text{espira}} N_s$. Podemos, portanto, escrever

$$\mathcal{E}_{\text{espira}} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s},$$

ou
$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p} \quad (\text{transformação da tensão}). \quad (31-79)$$

Se $N_s > N_p$, o transformador é chamado de *transformador elevador de tensão*, já que, nesse caso, a tensão V_s no secundário é maior que a tensão V_p no primário. Se $N_s < N_p$, o transformador recebe o nome de *transformador abaixador de tensão*.

Com a chave S aberta, nenhuma energia é transferida do gerador para o resto do circuito. Vamos agora fechar a chave S para ligar o secundário à carga resistiva

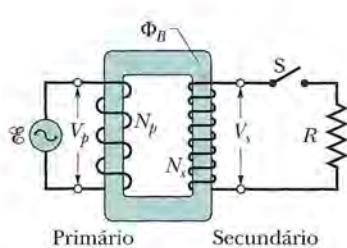


Figura 31-18 Um transformador ideal, formado por duas bobinas enroladas em um núcleo de ferro, ligado a uma fonte e uma carga. Um gerador de corrente alternada produz uma corrente no enrolamento da esquerda (o *primário*). O enrolamento da direita (o *secundário*) é ligado à carga resistiva R quando a chave S é fechada.

R. (No caso mais geral, a carga contém também elementos indutivos e capacitivos, mas estamos supondo que, neste caso, a carga é puramente resistiva.) Várias coisas acontecem quando fechamos a chave S:

1. Uma corrente alternada I_s passa a existir no circuito secundário e uma potência $I_s^2 R (= V_s^2/R)$ é dissipada na carga resistiva.
2. A corrente produz um fluxo magnético alternado no núcleo de ferro; esse fluxo induz uma força eletromotriz no primário que se opõe à força eletromotriz do gerador.
3. A tensão V_p do primário não pode mudar em resposta à nova força eletromotriz, já que, de acordo com a regra das malhas, é sempre igual à força eletromotriz \mathcal{E} do gerador.
4. Para manter a tensão V_p , o gerador passa a produzir, além de I_{mag} , uma corrente I_p no circuito primário; a amplitude e a fase de I_p são tais que a força eletromotriz induzida por I_p no primário cancela exatamente a força eletromotriz induzida no primário por I_s . Como a constante de fase de I_p não é 90° como a constante de fase de I_{mag} , a corrente I_p pode transferir energia do gerador para o primário.

Nosso interesse é calcular a relação entre I_s e I_p ; entretanto, em vez de analisar com detalhes o funcionamento do transformador, vamos simplesmente aplicar a lei de conservação da energia. A potência elétrica transferida do gerador para o primário é igual a $V_p I_p$. A potência recebida pelo secundário (através do campo magnético que enlaça os dois enrolamentos) é $V_s I_s$. Como estamos supondo que o transformador é ideal, nenhuma energia é dissipada nos enrolamentos e, portanto, de acordo com a lei de conservação na energia,

$$I_p V_p = I_s V_s.$$

Substituindo V_s por seu valor, dado pela Eq. 31-79, temos:

$$I_s = I_p \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{transformação da corrente}). \quad (31-80)$$

De acordo com a Eq. 31-80, a corrente I_s do secundário pode ser muito diferente da corrente I_p do primário, dependendo da *relação de espiras* N_p/N_s .

A corrente I_p aparece no circuito primário por causa da carga resistiva R do circuito secundário. Para calcular I_p , fazemos $I_s = V_s/R$ na Eq. 31-80 e substituímos V_s por seu valor, dado pela Eq. 31-79. O resultado é o seguinte:

$$I_p = \frac{1}{R} \left(\frac{N_s}{N_p} \right)^2 V_p. \quad (31-81)$$

A Eq. 31-81 é da forma $I_p = V_p/R_{eq}$, onde a resistência equivalente R_{eq} é dada por

$$R_{eq} = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R. \quad (31-82)$$

A resistência equivalente R_{eq} é a resistência de carga “do ponto de vista” do gerador; o gerador produz uma corrente I_p e uma tensão V_p como se estivesse ligado a uma resistência R_{eq} .

Casamento de Impedâncias

A Eq. 31-82 sugere outra aplicação para o transformador. Nos circuitos de corrente contínua, para que a transferência de energia de uma fonte para uma carga seja máxima, a resistência interna da fonte deve ser igual à resistência da carga. A mesma condição se aplica a circuitos de corrente alternada, exceto pelo fato de que, nesse caso, são as *impedâncias* (e não as resistências) que devem ser iguais. Em muitos casos, a condição não é satisfeita. Nos aparelhos de som, por exemplo, a saída do

amplificador tem uma alta impedância e a entrada dos alto-falantes tem uma baixa impedância. Podemos compatibilizar (casar) as impedâncias de dois dispositivos ligando-os através de um transformador com uma relação de espiras apropriada.

TESTE 8

A fonte de alimentação alternada de um circuito tem uma resistência interna menor que a carga resistiva do circuito. Para aumentar a transferência de energia da fonte para a carga, decidiu-se usar um transformador de casamento de impedâncias. (a) O valor de N_s deve ser maior ou menor que o valor de N_p ? (b) Isso faz do transformador um transformador elevador de tensão ou um transformador abaixador de tensão?

Exemplo

Transformador: relação de espiras, potência média, correntes rms

Um transformador instalado em um poste funciona com $V_p = 8,5 \text{ kV}$ do lado do primário e fornece energia elétrica a várias casas das vizinhanças com $V_s = 120 \text{ V}$; as duas tensões são valores rms. Suponha que o transformador seja ideal e a carga seja resistiva, o que significa que o fator de potência é unitário.

(a) Qual é a relação de espiras N_p/N_s do transformador?

IDEIA-CHAVE

A relação de espiras N_p/N_s está relacionada às tensões rms (conhecidas) do primário e do secundário através da Eq. 31-79 ($V_s = V_p N_s / N_p$).

Cálculo A Eq. 31-79 pode ser escrita na forma

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}. \quad (31-83)$$

(Observe que o lado direito da Eq. 31-83 é o *inverso* da relação de espiras.) Invertendo ambos os membros da Eq. 31-83, temos:

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{8,5 \times 10^3 \text{ V}}{120 \text{ V}} = 70,83 \approx 71. \quad (\text{Resposta})$$

(b) A potência média consumida (dissipada) na casas atendidas pelo transformador é 78 kW. Quais são as correntes rms no primário e no secundário do transformador?

IDEIA-CHAVE

Como a carga é resistiva, o fator de potência $\cos \phi$ é unitário e, portanto, a potência média fornecida e dissipada é dada pela Eq. 31-77 ($P_{\text{méd}} = EI = IV$).

Cálculos No circuito primário, com $V_p = 8,5 \text{ kV}$, a Eq. 31-77 nos dá

$$I_p = \frac{P_{\text{méd}}}{V_p} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{8,5 \times 10^3 \text{ V}} = 9,176 \text{ A} \approx 9,2 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

No circuito secundário, temos:

$$I_s = \frac{P_{\text{méd}}}{V_s} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 650 \text{ A}. \quad (\text{Resposta})$$

É fácil verificar que $I_s = I_p(N_p/N_s)$, como exige a Eq. 31-80.

(c) Qual é a carga resistiva R_s do circuito secundário? Qual é a carga correspondente R_p do circuito primário?

Primeira abordagem Podemos usar a equação $V = IR$ para relacionar a carga resistiva à tensão e à corrente rms. No caso do circuito secundário, temos:

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{120 \text{ V}}{650 \text{ A}} = 0,1846 \Omega \approx 0,18 \Omega. \quad (\text{Resposta})$$

No caso do circuito primário, temos:

$$R_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{8,5 \times 10^3 \text{ V}}{9,176 \text{ A}} = 926 \Omega \approx 930 \Omega. \quad (\text{Resposta})$$

Segunda abordagem Podemos usar o fato de que R_p é a carga resistiva “do ponto de vista” do gerador, dada pela Eq. 31-82 [$R_{\text{eq}} = (N_p/N_s)^2 R$]. Fazendo $R_{\text{eq}} = R_p$ e $R = R_s$, temos:

$$R_p = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R_s = (70,83)^2 (0,1846 \Omega) \\ = 926 \Omega \approx 930 \Omega. \quad (\text{Resposta})$$

REVISÃO E RESUMO

Transferências de Energia em um Circuito LC Em um circuito *LC* oscilante, a energia é transferida periodicamente do campo elétrico do capacitor para o campo magnético do indutor e vice-versa; os valores instantâneos das duas formas de energia são

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \quad \text{e} \quad U_B = \frac{Li^2}{2}, \quad (31-1, 31-2)$$

em que q é a carga instantânea do capacitor e i é a corrente instantânea no indutor. A energia total $U (= U_E + U_B)$ permanece constante.

Oscilações de Carga e de Corrente em um Circuito LC De acordo com a lei de conservação da energia,

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{círculo } LC) \quad (31-11)$$

é a equação diferencial das oscilações de um circuito *LC* (sem resistência). A solução da Eq. 31-11 é

$$q = Q \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{carga}), \quad (31-12)$$

em que Q é a *amplitude da carga* (carga máxima do capacitor) e a frequência angular ω das oscilações é dada por

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (31-4)$$

A constante de fase ϕ da Eq. 31-12 é determinada pelas condições iniciais (em $t = 0$) do sistema.

A corrente i no sistema em um instante qualquer t é dada por

$$i = -\omega Q \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{corrente}). \quad (31-13)$$

em que ωQ é a *amplitude da corrente* I .

Oscilações Amortecidas As oscilações de um circuito *LC* são amortecidas quando um elemento dissipativo R também está presente no circuito. Nesse caso, temos:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{círculo } RLC). \quad (31-24)$$

A solução da Eq. 31-24 é

$$q = Q e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi), \quad (31-25)$$

em que $\omega' = \sqrt{\omega^2 - (R/2L)^2}$. (31-26)

Consideramos apenas as situações em que R é pequeno e, portanto, o amortecimento é pequeno; nesse caso, $\omega' \approx \omega$.

Correntes Alternadas; Oscilações Forçadas Um circuito *RLC* série pode sofrer *oscilações forçadas* com uma *frequência angular de excitação* ω_d se for submetido a uma força eletromotriz da forma

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t, \quad (31-28)$$

A corrente produzida no circuito pela força eletromotriz é dada por

$$i = I \sin(\omega_d t - \phi), \quad (31-29)$$

em que ϕ é a constante de fase da corrente.

Ressonância A amplitude I da corrente em um circuito *RLC* série excitado por uma força eletromotriz senoidal é máxima ($I = \mathcal{E}_m / R$) quando a frequência angular de excitação ω_d é igual à frequência angular natural ω do circuito (ou seja, na *ressonância*). Nesse caso, $X_C = X_L$, $\phi = 0$ e a corrente está em fase com a força eletromotriz.

Elementos Isolados A diferença de potencial alternada entre os terminais de um resistor tem uma amplitude $V_R = IR$; a corrente está em fase com a diferença de potencial.

No caso de um *capacitor*, $V_C = IX_C$, onde $X_C = 1/\omega_d C$ é a **reatância capacitiva**; a corrente está adiantada de 90° em relação à diferença de potencial ($\phi = -90^\circ = -\pi/2$ rad).

No caso de um *indutor*, $V_L = IX_L$, onde $X_L = \omega_d L$ é a **reatância indutiva**; a corrente está atrasada de 90° em relação à diferença de potencial ($\phi = 90^\circ = \pi/2$ rad).

Circuitos RLC Série No caso de um circuito *RLC* série com uma força eletromotriz dada pela Eq. 31-28 e uma corrente dada pela Eq. 31-29,

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$= \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}}$$

(amplitude da corrente) (31-60, 31-63)

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{constante de fase}). \quad (31-65)$$

Definindo a impedância Z do circuito como

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{impedância}) \quad (31-61)$$

podemos escrever a Eq. 31-60 como $I = \mathcal{E}_m / Z$.

Potência Em um circuito *RLC* série, a **potência média** $P_{\text{méd}}$ fornecida pelo gerador é igual à potência média dissipada no resistor:

$$P_{\text{méd}} = I_{\text{rms}}^2 R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi. \quad (31-71, 31-76)$$

em que rms significa **valor médio quadrático**. Os valores médios quadráticos estão relacionados às valoress máximos através das equações $I_{\text{rms}} = I / \sqrt{2}$, $V_{\text{rms}} = V_m / \sqrt{2}$ e $\mathcal{E}_{\text{rms}} = \mathcal{E}_m / \sqrt{2}$. O termo $\cos \phi$ é chamado de **fator de potência** do circuito.

Transformadores Um *transformador* (considerado ideal) é um núcleo de ferro no qual são enroladas um enrolamento primário de N_p espiras e um enrolamento secundário de N_s espiras. Se o enrolamento primário é ligado a um gerador de corrente alternada, as tensões no primário e no secundário estão relacionadas pela equação

$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p} \quad (\text{transformação da tensão}). \quad (31-79)$$

As correntes nas bobinas estão relacionadas pela equação

$$I_s = I_p \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{transformação da corrente}), \quad (31-80)$$

e a resistência equivalente do circuito secundário, do ponto de vista do gerador, é dada por

$$R_{\text{eq}} = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R, \quad (31-82)$$

em que R é a carga resistiva do circuito secundário. A razão N_p/N_s é chamada de *relação de espiras*.

P E R G U N T A S

- 1** A Fig. 31-19 mostra três circuitos LC oscilantes com indutores e capacitores iguais. Coloque os circuitos na ordem do tempo necessário para que os capacitores se descarreguem totalmente, começando pelo maior.

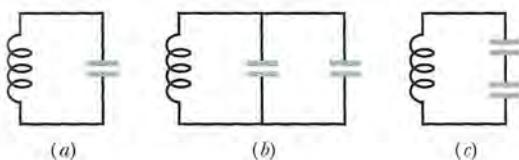


Figura 31-19 Pergunta 1.

- 2** A Fig. 31-20 mostra os gráficos da tensão v_C do capacitor em dois circuitos LC que contêm capacitâncias iguais e têm a mesma carga máxima Q . (a) A indutância L do circuito 1 é maior, menor ou igual à do circuito 2? (b) A corrente I no circuito 1 é maior, menor ou igual à corrente no circuito 2?

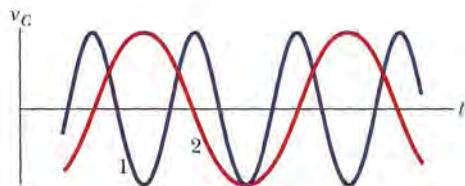


Figura 31-20 Pergunta 2.

- 3** Um capacitor carregado e um indutor são ligados para formar um circuito fechado no instante $t = 0$. Em termos do período T das oscilações resultantes, determine o tempo necessário para que as seguintes grandezas passem por um máximo pela primeira vez: (a) U_B ; (b) o fluxo magnético no indutor; (c) di/dt ; (d) a força eletromotriz no indutor.

- 4** Que valores da constante de fase ϕ da Eq. 31-12 permitem que as situações (a), (c), (e) e (g) da Fig. 31-1 ocorram no instante $t = 0$?

- 5** A curva a da Fig. 31-21 mostra a impedância Z de um circuito RC excitado em função da frequência angular de excitação ω_d . As outras duas curvas são semelhantes, mas foram traçadas para valores diferentes da resistência R e da capacitância C . Coloque as três curvas na ordem do valor correspondente de R , começando pelo maior.

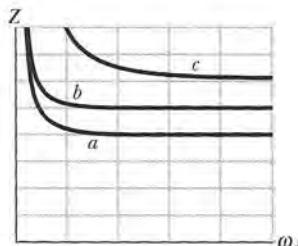


Figura 31-21 Pergunta 5.

- 6** As cargas dos capacitores de três circuitos LC oscilantes variam segundo as equações (1) $q = 2 \cos 4t$; (2) $q = 4 \cos t$; (3) $q = 3 \cos 4t$ (com q em coulombs e t em segundos). Coloque os circuitos na ordem (a) da amplitude da corrente e (b) do período, começando pelo maior valor.

- 7** Uma fonte de força eletromotriz alternada com uma certa amplitude é ligada sucessivamente a um resistor, um capacitor e um indutor. Depois que a fonte é ligada, faz-se variar a frequência de excitação f_d e a amplitude I da corrente resultante é medida e plotada. Estabeleça a correspondência entre as curvas da Fig. 31-22 e os dispositivos.

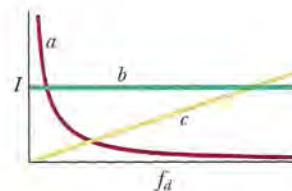


Figura 31-22 Pergunta 7.

- 8** Os valores da constante de fase ϕ para quatro circuitos RLC série com excitação senoidal são (1) -15° , (2) 35° , (3) $\pi/3$ rad e (4) $-\pi/6$ rad. (a) Em que circuito(s) a carga é principalmente capacitativa? (b) Em que circuito(s) a corrente está atrasada em relação à força eletromotriz?

- 9** A Fig. 31-23 mostra a corrente i e a força eletromotriz de excitação \mathcal{E} de um circuito RLC série. (a) A constante de fase é positiva ou negativa? (b) Para aumentar a potência transferida para a carga resistiva, é preciso aumentar ou diminuir o valor de L ? (c) A outra possibilidade é aumentar ou diminuir o valor de C ?

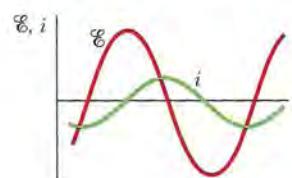


Figura 31-23 Pergunta 9.

- 10** A Fig. 31-24 mostra três situações como as da Fig. 31-15. (a) A frequência angular de excitação é maior, menor ou igual à frequência angular de ressonância do circuito na situação 1? (b) Responda à mesma pergunta para a situação 2. (c) Responda à mesma pergunta para a situação 3.

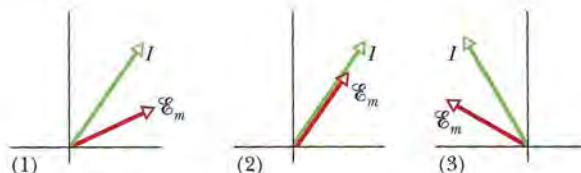


Figura 31-24 Pergunta 10.

11 A Fig. 31-25 mostra a corrente i e a força eletromotriz aplicada \mathcal{E} para um circuito RLC série. (a) A curva da corrente é deslocada para a esquerda ou para a direita em relação à curva da força eletromotriz e a amplitude da curva é maior ou menor se o valor de L aumenta ligeiramente? (b) Responda às mesmas perguntas para o valor de C . (c) Responda às mesmas perguntas para o valor de ω_d .

12 A Fig. 31-25 mostra a corrente i e a força eletromotriz \mathcal{E} em um circuito RLC série. (a) A corrente está adiantada ou atrasada em relação à força eletromotriz? (b) A carga do circuito é principalmente

capacitiva ou principalmente indutiva? (c) A frequência angular da força eletromotriz é maior ou menor que a frequência natural ω ?

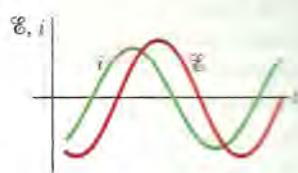


Figura 31-25 Perguntas 11 e 12.

PROBLEMAS

O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 31-2 Oscilações em um Circuito LC: Análise Qualitativa

•1 Um circuito LC oscilante é formado por um indutor de $75,0 \text{ mH}$ e um capacitor de $3,60 \mu\text{F}$. Se a carga máxima do capacitor é $2,90 \mu\text{C}$, determine (a) a energia total presente no circuito e (b) a corrente máxima.

•2 A frequência de oscilação de um circuito LC é 200 kHz . No instante $t = 0$, a placa A do capacitor está com a carga positiva máxima. Determine em que instante $t > 0$ (a) a placa estará novamente, pela primeira vez, com a carga positiva máxima; (b) a outra placa do capacitor estará pela primeira vez com a carga positiva máxima; (c) o indutor estará pela primeira vez com o campo magnético máximo.

•3 Em um circuito LC oscilante, a energia total é convertida de energia elétrica no capacitor em energia magnética no indutor em $1,50 \mu\text{s}$. Determine (a) o período das oscilações e (b) a frequência das oscilações. (c) Se a energia magnética é máxima em um certo instante, quanto tempo é necessário para que seja máxima novamente?

•4 Qual é a capacidade de um circuito LC oscilante se a carga máxima do capacitor é $1,60 \mu\text{C}$ e a energia total é $140 \mu\text{J}$?

•5 Em um circuito LC oscilante, $L = 1,10 \text{ mH}$ e $C = 4,00 \mu\text{F}$. A carga máxima do capacitor é $3,00 \mu\text{C}$. Determine a corrente máxima.

exemplo, na Fig. 31-26a. Mostre que, qualquer que seja a sequência de elementos no circuito, o comportamento do circuito é idêntico ao do circuito LC simples da Fig. 31-26b. (Sugestão: considere a regra das malhas e veja o Problema 47 do Capítulo 30.)

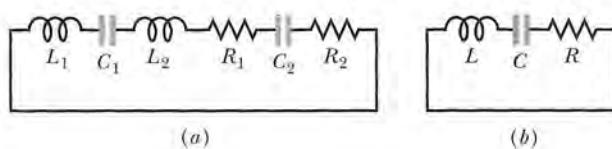


Figura 31-26 Problema 8.

•6 Em um circuito LC oscilante com $L = 50 \text{ mH}$ e $C = 4,0 \mu\text{F}$, a corrente está inicialmente no máximo. Quando tempo é necessário para que o capacitor se carregue totalmente pela primeira vez?

•7 Osciladores LC têm sido usados em circuitos ligados a alto-falantes para criar alguns dos sons da música eletrônica. Que indutância deve ser usada com um capacitor de $6,7 \mu\text{F}$ para produzir uma frequência de 10 kHz , que fica aproximadamente na metade da faixa de frequências audíveis?

•8 Um capacitor variável de 10 a 365 pF e um indutor formam um circuito LC de frequência variável usado para sintonizar um receptor de rádio. (a) Qual é a razão entre a maior frequência e a menor frequência natural que pode ser obtida usando este capacitor? Se o circuito deve ser usado para obter frequências entre $0,54 \text{ MHz}$ e $1,60 \text{ MHz}$, a razão calculada no item (a) é grande demais. A faixa de frequências pode ser modificada ligando um capacitor em paralelo com o capacitor variável. (b) Qual deve ser o valor da capacidade adicional para que a faixa de frequências seja a desejada? (c) Qual deve ser a indutância do indutor do circuito?

•9 Em um circuito LC oscilante, quando uma energia igual a 75% da energia total está armazenada no campo magnético do indutor, determine (a) a fração da carga máxima que está armazenada no capacitor e (b) a fração da corrente máxima que está atravessando o indutor.

•10 Em um circuito LC oscilante, $L = 3,00 \text{ mH}$ e $C = 2,70 \mu\text{H}$. No instante $t = 0$, a carga do capacitor é zero e a corrente é $2,00 \text{ A}$. (a) Qual é a carga máxima do capacitor? (b) Em que instante de tempo $t > 0$ a taxa com a qual a energia é armazenada no capacitor é máxima pela primeira vez? (c) Qual é o valor da taxa?

•11 Para montar um circuito LC oscilante, você dispõe de um indutor de 10 mH , um capacitor de $5,0 \mu\text{F}$ e um capacitor de $2,0 \mu\text{F}$. Determine (a) a menor frequência; (b) a segunda menor frequência;

Seção 31-3 Analogia Eletromecânica

•12 Um corpo de $0,50 \text{ kg}$ oscila em movimento harmônico simples preso a uma mola que, quando distendida de $2,00 \text{ mm}$ em relação à posição de equilíbrio, possui uma força restauradora de $8,0 \text{ N}$. Determine (a) a frequência angular de oscilação; (b) o período de oscilação; (c) a capacidade de um circuito LC com o mesmo período, com $L = 5,0 \text{ H}$.

•13 A energia de um circuito LC oscilante que contém um indutor de $1,25 \text{ H}$ é $5,70 \mu\text{J}$. A carga máxima do capacitor é $175 \mu\text{C}$. Para um sistema mecânico com o mesmo período, determine (a) a massa; (b) a constante da mola; (c) o deslocamento máximo; (d) a velocidade escalar máxima.

Seção 31-4 Oscilações em um Circuito LC: Análise Quantitativa

•14 Um circuito com uma única malha é formado por indutores (L_1, L_2, \dots), capacitores (C_1, C_2, \dots) e resistores (R_1, R_2, \dots), como, por

(c) a segunda maior frequência; (d) a maior frequência de oscilação que pode ser conseguida combinando esses elementos.

••15 Um circuito *LC* oscilante formado por um capacitor de $1,0 \text{ nF}$ e um indutor de $3,0 \text{ mH}$ tem uma tensão máxima de $3,0 \text{ V}$. Determine (a) a carga máxima do capacitor; (b) a corrente máxima do circuito; (c) a energia máxima armazenada no campo magnético do indutor.

••16 Um indutor é ligado a um capacitor cuja capacitância pode ser ajustada através de um botão. Queremos que a frequência deste circuito *LC* varie linearmente com o ângulo de rotação do botão, de $2 \times 10^5 \text{ Hz}$ até $4 \times 10^5 \text{ Hz}$, quando o botão gira de 180° . Se $L = 1,0 \text{ mH}$, plote a capacitância desejada C em função do ângulo de rotação do botão.

••17 Na Fig. 31-27, $R = 14,0 \Omega$, $C = 6,20 \mu\text{F}$ e $L = 54,0 \text{ mH}$ e a fonte ideal tem uma força eletromotriz $\mathcal{E} = 34,0 \text{ V}$. A chave é mantida na posição *a* por um longo tempo e depois é colocada na posição *b*. Determine (a) a frequência e (b) a amplitude das oscilações resultantes.

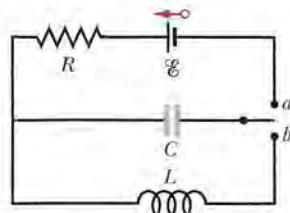


Figura 31-27 Problema 17.

••18 Em um circuito *LC* oscilante, a amplitude da corrente é $7,50 \text{ mA}$, a amplitude da tensão é 250 mV e a capacitância é 220 nF . Determine (a) o período de oscilação; (b) a energia máxima armazenada no capacitor; (c) a energia máxima armazenada no indutor; (d) a taxa máxima de variação da corrente; (e) a taxa máxima de aumento da energia do indutor.

••19 Use a regra das malhas para obter a equação diferencial de um circuito *LC* (Eq. 31-11).

••20 Em um circuito *LC* oscilante no qual $C = 4,00 \mu\text{F}$, a diferença de potencial máxima entre os terminais do capacitor durante as oscilações é $1,50 \text{ V}$ e a corrente máxima no indutor é $50,0 \text{ mA}$. Determine (a) a indutância L e (b) a frequência das oscilações. (c) Qual é o tempo necessário para que a carga do capacitor aumente de zero até o valor máximo?

••21 Em um circuito *LC* oscilante com $C = 64,0 \mu\text{F}$, a corrente é dada por $i = (1,60) \sin(2500t + 0,680)$, onde t está em segundos, i em ampères e a constante de fase em radianos. (a) Quanto tempo após o instante $t = 0$ a corrente atinge o valor máximo? (b) Qual é o valor da indutância L ? (c) Qual é a energia total?

••22 Um circuito série formado por uma indutância L_1 e uma capacitância C_1 oscila com uma frequência angular ω . Um segundo circuito série, contendo uma indutância L_2 e uma capacitância C_2 , oscila com a mesma frequência angular. Em termos de ω , qual é a frequência angular de oscilação de um circuito série formado pelos quatro elementos? Despreze a resistência do circuito. (*Sugestão:* use as expressões da capacitância equivalente e da indutância equivalente; veja a Seção 25-4 e o Problema 47 do Capítulo 30.)

••23 Em um circuito *LC* oscilante, $L = 25,0 \text{ mH}$ e $C = 7,80 \mu\text{F}$. No instante $t = 0$, a corrente é $9,20 \text{ mA}$, a carga do capacitor é $3,80 \mu\text{C}$ e o capacitor está sendo carregado. Determine (a) a energia total do circuito; (b) a carga máxima do capacitor; (c) a corrente máxima

do circuito. (d) Se a carga do capacitor é dada por $q = Q \cos(\omega t + \phi)$, qual é o ângulo de fase ϕ ? Suponha que os dados são os mesmos, exceto pelo fato de que o capacitor está sendo descarregado no instante $t = 0$. Qual é o valor de ϕ nesse caso?

Seção 31-5 Oscilações Amortecidas em um Circuito *RLC*

••24 Um circuito de uma única malha é formado por um resistor de $7,20 \Omega$, um indutor de $12,0 \text{ H}$ e um capacitor de $3,20 \mu\text{F}$. Inicialmente, o capacitor possui uma carga de $6,20 \mu\text{C}$ e a corrente é zero. Calcule a carga do capacitor após N ciclos completos (a) para $N = 5$; (b) para $N = 10$; (c) para $N = 100$.

••25 Que resistência R deve ser ligada em série com uma indutância $L = 220 \text{ mH}$ e uma capacitância $C = 12,0 \mu\text{F}$ para que a carga máxima do capacitor caia para 99,9% do valor inicial após 50,0 ciclos? (Suponha que $\omega' = \omega$.)

••26 Em um circuito *RLC* série oscilante, determine o necessário para que a energia máxima presente no capacitor durante uma oscilação diminua para metade do valor inicial. Suponha que $q = Q$ em $t = 0$.

••27 Em um circuito *RLC* oscilante, mostre que $\Delta U/U$, a fração da energia perdida por ciclo de oscilação, é dada com boa aproximação por $2 \pi R/\omega L$. A grandeza $\omega L/R$ é chamada de Q do circuito (o Q significa *qualidade*). Um circuito de alto Q possui uma baixa resistência e uma baixa perda de energia ($= 2 \pi/Q$) por ciclo.

Seção 31-8 Três Circuitos Simples

•28 Um capacitor de $1,50 \mu\text{F}$ é ligado, como na Fig. 31-10, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Determine a amplitude da corrente alternada resultante se a frequência da força eletromotriz for (a) $1,00 \text{ kHz}$ e (b) $8,00 \text{ kHz}$.

•29 Um indutor de $50,0 \text{ mH}$ é ligado, como na Fig. 31-12, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Determine a amplitude da corrente alternada resultante se a frequência da força eletromotriz for (a) $1,00 \text{ kHz}$ e (b) $8,00 \text{ kHz}$.

•30 Um resistor de $50,0 \Omega$ é ligado, como na Fig. 31-8, a um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. Determine a amplitude da corrente alternada resultante se a frequência da força eletromotriz for (a) $1,00 \text{ kHz}$ e (b) $8,00 \text{ kHz}$.

•31 (a) Para que frequência um indutor de $6,0 \text{ mH}$ e um capacitor de $10 \mu\text{F}$ têm a mesma reatância? (b) Qual é o valor da reatância? (c) Mostre que a frequência é a frequência natural de um circuito oscilador com os mesmos valores de L e C .

•32 A força eletromotriz de um gerador de corrente alternada é dada por $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin(\omega_d t)$, com $\mathcal{E}_m = 25,0 \text{ V}$ e $\omega_d = 377 \text{ rad/s}$. O gerador é ligado a um indutor de $12,7 \text{ H}$. (a) Qual é o valor máximo da corrente? (b) Qual é a força eletromotriz do gerador no instante em que a corrente é máxima? (c) Qual é a corrente no instante em que a força eletromotriz do gerador é $-12,5 \text{ V}$ e está aumentando em valor absoluto?

•33 Um gerador de corrente alternada tem uma força eletromotriz $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin(\omega_d t - \pi/4)$, onde $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$ e $\omega_d = 350 \text{ rad/s}$. A corrente produzida no circuito ao qual o gerador está ligado é $i(t) = I \sin(\omega_d t - 3\pi/4)$, em que $I = 620 \text{ mA}$. Em que instante após $t = 0$ (a) a força eletromotriz do gerador atinge pela primeira vez o valor máximo e (b) a corrente atinge pela primeira vez o valor máximo? (c) O circuito contém um único elemento além do gerador. Trata-se de um capacitor, um indutor ou um resistor? Justifique sua

resposta. (d) Qual é o valor da capacidade, indutância ou resistência desse elemento?

- 34** Um gerador de corrente alternada com uma força eletromotriz $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$, onde $\mathcal{E}_m = 25,0 \text{ V}$ e $\omega_d = 377 \text{ rad/s}$, é ligado a um capacitor de $4,15 \mu\text{F}$. (a) Qual é o valor máximo da corrente? (b) Qual é a força eletromotriz do gerador no instante em que a corrente é máxima? (c) Qual é a corrente quando a força eletromotriz é $-12,5 \text{ V}$ e está aumentando em valor absoluto?

Seção 31-9 O Circuito RLC Série

•35 Uma bobina com 88 mH de indutância e resistência desconhecida e um capacitor de $0,94 \mu\text{F}$ são ligados em série com um gerador cuja frequência é 930 Hz . Se a constante de fase entre a tensão aplicada pelo gerador e a corrente no circuito é 75° , qual é a resistência da bobina?

•36 Uma fonte alternada de frequência variável, um capacitor de capacidade C e um resistor de resistência R são ligados em série. A Fig. 31-28 mostra a impedância Z do circuito em função da frequência angular de excitação ω_d . A curva possui uma assíntota de 500Ω e a escala do eixo horizontal é definida por $\omega_{ds} = 300 \text{ rad/s}$. A figura mostra também a reatância X_C do capacitor em função de ω_d . Determine o valor (a) de R e (b) de C .

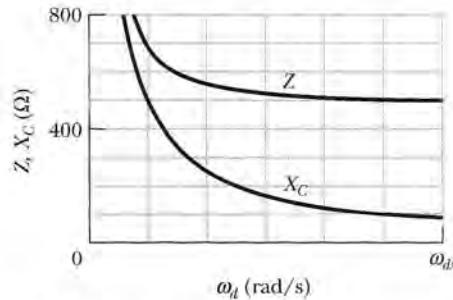


Figura 31-28 Problema 36.

•37 Um motor elétrico possui uma resistência efetiva de $32,0 \Omega$ e uma reatância indutiva de $45,0 \Omega$ quando está em carga. A tensão rms da fonte alternada é 420 V . Calcule a corrente rms.

•38 A Fig. 31-29 mostra a amplitude I da corrente em função da frequência angular de excitação ω_d de um circuito RLC. A escala do eixo vertical é definida por $I_s = 4,00 \text{ A}$. A indutância é $200 \mu\text{H}$ e a amplitude da força eletromotriz é $8,0 \text{ V}$. Determine o valor (a) de C e (b) de R .

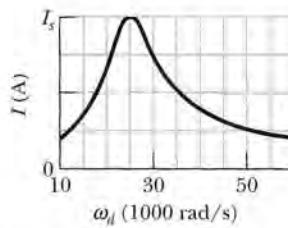


Figura 31-29 Problema 38.

•39 Remova o indutor do circuito da Fig. 31-7 e faça $R = 200 \Omega$, $C = 15,0 \mu\text{F}$, $f_d = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$. Determine o valor (a) de Z ; (b) de ϕ ; (c) de I . (d) Desenhe um diagrama fasorial.

•40 Uma fonte alternada com uma força eletromotriz de $6,00 \text{ V}$ e um ângulo de fase de $30,0^\circ$ é ligada a um circuito RLC série. Quan-

do a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é sempre o valor máximo positivo de $5,00 \text{ V}$, qual é a diferença de potencial entre os terminais do indutor (incluindo o sinal)?

•41 Na Fig. 31-7, faça $R = 200 \Omega$, $C = 70,0 \mu\text{F}$, $L = 230 \text{ mH}$, $f_d = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$. Determine o valor (a) de Z ; (b) de ϕ ; (c) de I . (d) Desenhe um diagrama fasorial.

•42 Uma fonte de corrente alternada de frequência variável, um indutor de indutância L e um resistor de resistência R são ligados em série. A Fig. 31-30 mostra a impedância Z do circuito em função da frequência de excitação ω_d , com a escala do eixo horizontal definida por $\omega_{ds} = 1600 \text{ rad/s}$. A figura mostra também a reatância X_L do indutor em função de ω_d . Determine o valor (a) de R e (b) de L .

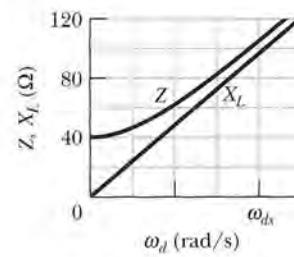


Figura 31-30 Problema 42.

•43 Remova o capacitor do circuito da Fig. 31-7 e faça $R = 200 \Omega$, $L = 230 \text{ mH}$, $f_d = 60,0 \text{ Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 36,0 \text{ V}$. Determine o valor (a) de Z ; (b) de ϕ ; (c) de I . (d) Desenhe um diagrama fasorial.

•44 Um gerador de corrente alternada com $\mathcal{E}_m = 220 \text{ V}$ e $f_d = 400 \text{ Hz}$ produz oscilações em um circuito RLC série com $R = 220 \Omega$, $L = 150 \text{ mH}$ e $C = 24,0 \mu\text{F}$. Determine (a) a reatância capacitiva X_C ; (b) a impedância Z ; (c) a amplitude I da corrente. Um segundo capacitor com a mesma capacidade é ligado em série com os outros componentes. Determine se o valor de (d) X_C , (e) Z e (f) I aumenta, diminui ou permanece o mesmo.

•45 (a) Em um circuito RLC, a amplitude da tensão entre os terminais do indutor pode ser maior que a força eletromotriz do gerador? (b) Considere um circuito RLC com $\mathcal{E}_m = 10 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$, $L = 1,0 \text{ H}$ e $C = 1,0 \mu\text{F}$. Determine a amplitude da tensão entre os terminais do indutor na frequência de ressonância.

•46 Uma fonte alternada de frequência variável f_d é ligada em série com um resistor de $50,0 \Omega$ e um capacitor de $20,0 \mu\text{F}$. A amplitude da força eletromotriz é $12,0 \text{ V}$. (a) Desenhe um diagrama fasorial para o fator V_R (tensão do resistor) e para o fator V_C (tensão do capacitor). (b) Para que frequência de excitação f_d os dois fatores têm o mesmo comprimento? Para essa frequência, determine (c) o ângulo de fase em graus, (d) a velocidade angular de rotação dos fatores e (e) a amplitude da corrente.

•47 Um circuito RLC como o da Fig. 31-7 tem $R = 5,00 \Omega$, $C = 20,0 \mu\text{F}$, $L = 1,00 \text{ H}$ e $\mathcal{E}_m = 30,0 \text{ V}$. (a) Para que frequência angular ω_d a amplitude da corrente é máxima, como nas curvas de ressonância da Fig. 31-16? (b) Qual é o valor máximo? (c) Para que frequência angular $\omega_{d1} < \omega_{d2}$ a amplitude da corrente tem metade do valor máximo? (d) Para que frequência angular $\omega_{d2} > \omega_{d1}$ a amplitude da corrente tem metade do valor máximo? (e) Qual é o valor de $(\omega_{d1} - \omega_{d2})/\omega$, a largura de linha relativa a meia altura da curva de ressonância desse circuito?

•48 A Fig. 31-31 mostra um circuito RLC, alimentado por um gerador, que possui dois capacitores iguais e duas chaves. A amplitude da força eletromotriz é $12,0 \text{ V}$ e a frequência do gerador é $60,0 \text{ Hz}$. Com as duas chaves abertas, a corrente está adiantada $30,0^\circ$

em relação à tensão. Com a chave S_1 fechada e a chave S_2 aberta, a corrente está adiantada $15,0^\circ$ em relação à tensão. Com as duas chaves fechadas, a amplitude da corrente é 447 mA. Determine o valor (a) de R ; (b) de C ; (c) de L .

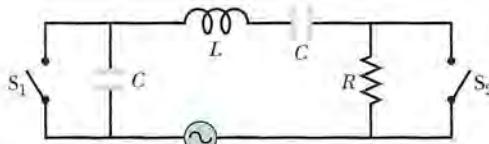


Figura 31-31 Problema 48.

••49 Na Fig. 31-32, um gerador de frequência ajustável é ligado a um circuito formado pela resistência $R = 100\ \Omega$, as indutâncias $L_1 = 1,70\ \text{mH}$ e $L_2 = 2,30\ \text{mH}$ e as capacitâncias $C_1 = 4,00\ \mu\text{F}$, $C_2 = 2,50\ \mu\text{F}$ e $C_3 = 3,50\ \mu\text{F}$. (a) Qual é a frequência de ressonância do circuito? (Sugestão: veja o Problema 47 do Capítulo 30.) Determine o que acontece com a frequência de ressonância (b) quando R aumenta; (c) quando L_1 aumenta; (d) quando C_3 é removido do circuito.

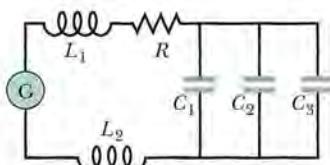


Figura 31-32 Problema 49.

••50 Uma fonte de força eletromotriz alternada de frequência variável f_d é ligada em série com um resistor de $80,0\ \Omega$ e um indutor de $40,0\ \text{mH}$. A amplitude da força eletromotriz é $6,00\ \text{V}$. (a) Desenhe um diagrama fasorial para o fator V_R (a tensão no resistor) e o fator V_L (a tensão no indutor). (b) Para que frequência de excitação f_d os dois fatores têm o mesmo comprimento? Para essa frequência de excitação, determine (c) o ângulo de fase em graus; (d) a velocidade angular dos fatores; (e) a amplitude da corrente.

••51 A largura de linha relativa a meia altura $\Delta\omega/\omega$ de uma curva de ressonância como as que aparecem na Fig. 31-16 é a largura de linha na metade do valor máximo de I dividida pela frequência angular de ressonância. Mostre que $\Delta\omega/\omega = R(3C/L)^{1/2}$, onde ω é a frequência angular de ressonância. Observe que a razão $\Delta\omega/\omega$ aumenta com R , como mostra a Fig. 31-16.

Seção 31-10 Potência em Circuitos de Corrente Alternada

•52 Um voltímetro de CA com uma alta impedância é ligado sucessivamente aos terminais de um indutor, aos terminais de um capacitor e aos terminais de um resistor em um circuito série ao qual é aplicada uma força eletromotriz alternada de $100\ \text{V}$ (rms); nos três casos, o instrumento fornece a mesma leitura em volts. Qual é essa leitura?

•53 Um aparelho de ar condicionado ligado a uma tomada de $120\ \text{V}$ rms é equivalente a uma resistência de $12,0\ \Omega$ e uma reatância indutiva de $1,30\ \Omega$ ligadas em série. Determine (a) a impedância do aparelho e (b) a potência consumida pelo aparelho.

•54 Qual é o valor máximo de uma tensão alternada cujo valor rms é $100\ \text{V}$?

•55 Que corrente contínua produz a mesma energia térmica, em um certo resistor, que uma corrente alternada com um valor máximo de $2,60\ \text{A}$?

••56 Um *dimmer* típico, com os que são usados para regular a luminosidade das lâmpadas do palco nos teatros, é composto por um indutor variável L (cuja indutância pode ser ajustada entre zero e L_{\max}) ligado em série com uma lâmpada B, como mostra a Fig. 31-33. O circuito é alimentado com uma tensão de $120\ \text{V}$ rms, $60\ \text{Hz}$; a lâmpada é de $120\ \text{V}$, $1000\ \text{W}$. (a) Qual deve ser o valor de L_{\max} para que a potência dissipada na lâmpada possa variar entre 200 e $1000\ \text{W}$? Suponha que a resistência da lâmpada seja independente da temperatura. (b) É possível usar um resistor variável (ajustável entre zero e R_{\max}) em vez de um indutor? (c) Nesse caso, qual deve ser o valor de R_{\max} ? (d) Por que não se usa este método?

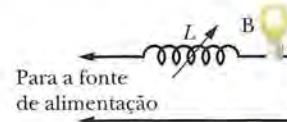


Figura 31-33 Problema 56.

••57 Em um circuito RLC como o da Fig. 31-7, suponha que $R = 5,00\ \Omega$, $L = 60,0\ \text{mH}$, $f_d = 60,0\ \text{Hz}$ e $\mathcal{E}_m = 30,0\ \text{V}$. (a) Para que valor de capacitância a potência dissipada na resistência é máxima? (b) Para que valor de capacitância a potência dissipada na resistência é mínima? Determine (c) a dissipação máxima; (d) o ângulo de fase correspondente; (e) o fator de potência correspondente. Determine também (f) a dissipação mínima; (g) o ângulo de fase correspondente; (h) o fator de potência correspondente.

••58 Mostre que a potência dissipada na resistência R da Fig. 31-34 é máxima quando R é igual à resistência r do gerador de corrente alternada. (Na discussão do texto, supusemos tacitamente que $r = 0$.)

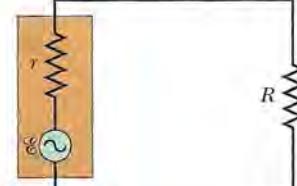


Figura 31-34 Problemas 58 e 66.

••59 Na Fig. 31-7, $R = 15,0\ \Omega$, $C = 4,70\ \mu\text{F}$ e $L = 25,0\ \text{mH}$. O gerador produz uma força eletromotriz com uma tensão rms de $75,0\ \text{V}$ e uma frequência de $550\ \text{Hz}$. (a) Qual é a corrente rms? Determine a tensão rms (b) em R ; (c) em C ; (d) em L ; (e) em C e L juntos; (f) em R , C e L juntos. Determine a potência média dissipada (g) em R ; (h) em C ; (i) em L .

••60 Em um circuito RLC série oscilante, $R = 16,0\ \Omega$, $C = 31,2\ \mu\text{F}$, $L = 9,20\ \text{mH}$ e $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$ com $\mathcal{E}_m = 45,0\ \text{V}$ e $\omega_d = 3000\ \text{rad/s}$. No instante $t = 0,442\ \text{ms}$, determine (a) a taxa P_C com a qual a energia está sendo fornecida pelo gerador; (b) a taxa P_C com a qual a energia do capacitor está variando; (c) a taxa P_L com a qual a energia do indutor está variando; (d) a taxa P_R com a qual a energia está sendo dissipada no resistor. (e) A soma de P_C , P_L e P_R é maior, menor ou igual a P_G ?

••61 A Fig. 31-35 mostra um gerador de CA ligado aos terminais de uma “caixa-preta”. A caixa contém um circuito RLC , possivelmente com mais de uma malha, cujos elementos e ligações são desconhecidos. Medidas realizadas do lado de fora da caixa revelam que

$$\mathcal{E}(t) = (75,0\ \text{V}) \sin \omega_d t$$

$$i(t) = (1,20\ \text{A}) \sin(\omega_d t + 42,0^\circ)$$

- (a) Qual é o fator de potência? (b) A corrente está adiantada ou atrasada em relação à força eletromotriz? (c) O circuito no interior da caixa é principalmente indutivo ou principalmente capacitivo? (d) O circuito no interior da caixa está sendo excitado na frequência de ressonância? (e) Deve haver um capacitor no interior da caixa? (f) Deve haver um indutor no interior da caixa? (g) Deve haver um resistor no interior da caixa? (h) Qual é a potência fornecida à caixa pelo gerador? (i) Por que não é preciso conhecer o valor de ω_d para responder a essas perguntas?

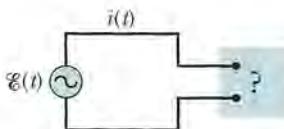


Figura 31-35 Problema 61.

Seção 31-11 Transformadores

•62 Um gerador fornece 100 V ao enrolamento primário de um transformador, que possui 50 espiras. Se o enrolamento secundário possui 500 espiras, qual é a tensão no secundário?

•63 Um transformador possui 500 espiras no primário e 10 espiras no secundário. (a) Se V_p é 120 V (rms), quanto é V_s , com o secundário em circuito aberto? Se o secundário está ligado a uma carga resistiva de 15 Ω , determine (b) a corrente no primário e (c) a corrente no secundário.

•64 A Fig. 31-36 mostra um “autotransformador”. Nesse dispositivo uma bobina com três terminais é enrolada em um núcleo de ferro. Entre os terminais T_1 e T_2 existem 200 espiras e entre os terminais T_2 e T_3 existem 800 espiras. Qualquer par de terminais pode ser usado como os terminais do primário e qualquer par de terminais pode ser usado como os terminais do secundário. Para as escolhas que resultam em um transformador elevador de tensão, determine (a) o menor valor da razão V_s/V_p ; (b) o segundo menor valor da razão V_s/V_p ; (c) o maior valor da razão V_s/V_p . Para as escolhas que resultam em um transformador abaixador de tensão, determine (d) o menor valor da razão V_s/V_p ; (e) o segundo menor valor da razão V_s/V_p ; (f) o maior valor da razão V_s/V_p .

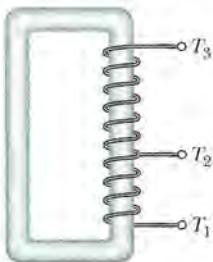


Figura 31-36 Problema 64.

•65 Um gerador de CA alimenta uma carga resistiva em uma fábrica distante através de uma linha de transmissão de dois cabos. Na fábrica, um transformador abaixador de tensão reduz a tensão do valor de transmissão V_t (rms) para um valor muito menor que é mais seguro e conveniente para ser usado na fábrica. A resistência da linha de transmissão é 0,30 Ω /cabo e a potência do gerador é 250 kW. Se $V_t = 80$ kV, determine (a) a queda de tensão ΔV na linha de transmissão e (b) a potência P_d dissipada na linha. Se $V_t = 8,0$ kV, determine o valor (c) de ΔV e (d) de P_d . Se $V_t = 0,80$ kV, determine o valor (e) de ΔV e (f) de P_d .

Problemas Adicionais

66 Na Fig. 31-34, suponha que o retângulo da esquerda representa a saída (de alta impedância) de um amplificador de áudio, com $r = 1000 \Omega$. Suponha que $R = 10 \Omega$ represente a bobina (de baixa impedância) de um alto-falante. Para que a transferência de energia para a carga R seja máxima, devemos ter $R = r$, o que, neste caso, não é verdade. Entretanto, os transformadores podem ser usados para “transformar” resistências, fazendo com que se comportem eletricamente como se fossem maiores ou menores do que realmente são. (a) Modifique o circuito da Fig. 31-34 de modo a incluir um transformador a ser introduzido entre o amplificador e o alto-falante para casar as impedâncias. (b) Qual deve ser a relação de espiras?

67 Um gerador de corrente alternada produz uma força eletromotriz $E = E_m \sin(\omega_d t - \pi/4)$, onde $E_m = 30,0$ V e $\omega_d = 350$ rad/s. A corrente no circuito ligado ao gerador é dada por $i(t) = I \sin(\omega_d t + \pi/4)$, em que $I = 620$ mA. (a) Em que instante após $t = 0$ a força eletromotriz atinge o valor máximo pela primeira vez? (b) Em que instante após $t = 0$ a corrente atinge o valor máximo pela primeira vez? (c) O circuito contém um único elemento além do gerador. Trata-se de um capacitor, um indutor ou um resistor? Justifique sua resposta. (d) Qual é o valor do elemento?

68 Um circuito RLC série é excitado por um gerador com uma frequência de 2000 Hz e uma amplitude de 170 V. A indutância é 60,0 mH, a capacidade é 0,400 μF e a resistência é 200 Ω . (a) Qual é a constante de fase em radianos? (b) Qual é a amplitude da corrente?

69 Um gerador com uma frequência de 3000 Hz aplica uma força eletromotriz de 120 V de amplitude a um circuito RLC série. A resistência do circuito é 40,0 Ω , a capacidade é 1,60 μF e a indutância é 850 μH . Determine (a) a constante de fase em radianos e (b) a amplitude da corrente. (c) O circuito é capacitivo, indutivo ou está em ressonância?

70 Um indutor de 45,0 mH possui uma reatância de 1,30 k Ω . (a) Qual é a frequência de operação do circuito? (b) Qual é a capacidade de um capacitor com a mesma reatância na mesma frequência? Se a frequência for multiplicada por dois, qual será a nova reatância (c) do indutor e (d) do capacitor?

71 Um circuito RLC é excitado por um gerador com uma força eletromotriz com 80,0 V de amplitude e uma corrente com 1,25 A de amplitude. A corrente está adiantada 0,650 rad em relação à tensão. Determine (a) a impedância e (b) a resistência do circuito. (c) O circuito é indutivo, capacitivo ou está em ressonância?

72 Um circuito RLC série é alimentado de tal forma que a tensão máxima no indutor é 1,50 vez a tensão máxima no capacitor e 2,00 vezes a tensão máxima no resistor. (a) Qual é o ϕ do circuito? (b) o circuito é indutivo, capacitivo ou está em ressonância? A resistência é 49,9 Ω e a amplitude da corrente é 200 mA. (c) Qual é a amplitude da força eletromotriz de excitação?

73 Um capacitor de 158 μF e um indutor formam um circuito LC que oscila com uma frequência de 8,15 kHz e uma amplitude de corrente de 4,21 mA. Determine (a) a impedância; (b) a energia total do circuito; (c) a carga máxima do capacitor.

74 Um circuito LC oscilante tem uma indutância de 3,00 mH e uma capacidade de 10,0 μF . Determine (a) a frequência angular e (b) o período de oscilação. (c) No instante $t = 0$, o capacitor é carregado com 200 μC e a corrente é zero. Faça um esboço da carga do capacitor em função do tempo.

75 Em um certo circuito RLC série, a força eletromotriz máxima do gerador é 125 V e a corrente máxima é 3,20 A. Se a corrente

está adiantada de $0,982$ rad em relação a força eletromotriz do gerador, determine (a) a impedância e (b) a resistência do circuito. (c) O circuito é principalmente capacitivo ou indutivo?

76 Um capacitor de $1,50 \mu\text{F}$ possui uma reatância capacitiva de $12,0 \Omega$. (a) Qual é a frequência de operação do circuito? (b) Qual será a reatância capacitiva do capacitor se a frequência for multiplicada por dois?

77 Na Fig. 31-37, um gerador trifásico G produz energia elétrica, que é transmitida através de três fios. Os potenciais dos três fios (em relação a uma referência comum) são $V_1 = A \sin(\omega_0 t)$ para o fio 1, $V_2 = A \sin(\omega_0 t - 120^\circ)$ para o fio 2 e $V_3 = A \sin(\omega_0 t - 240^\circ)$ para o fio 3. Alguns equipamentos industriais pesados (motores, por exemplo) possuem três terminais e são projetados para serem ligados diretamente aos três fios. Para usar um dispositivo mais convencional de dois terminais (uma lâmpada, por exemplo), basta ligar o dispositivo a dois dos três fios. Mostre que a diferença de potencial entre *dois fios quaisquer* (a) oscila senoidalmente com frequência angular ω_0 e (b) tem uma amplitude $A\sqrt{3}$.

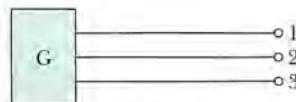


Figura 31-37 Problema 77.

Linha de transmissão de três fios

78 Um motor elétrico ligado a uma tomada de $120 \text{ V}, 60 \text{ Hz}$ desenvolve uma potência mecânica de $0,100 \text{ hp}$ ($1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$). (a) Se o motor consome uma corrente rms de $0,650 \text{ A}$, qual é a resistência efetiva do motor do ponto de vista da transferência de energia? (b) A resistência efetiva é igual à resistência dos enrolamentos do motor, medida com um ohmímetro com o motor desligado da tomada?

79 (a) Em um circuito LC oscilante, qual é a carga, em termos da carga máxima Q do capacitor, quando a energia do campo elétrico é 50,0% da energia do campo magnético? (b) Que fração de período deve transcorrer após o instante em que o capacitor está totalmente carregado para que essa situação aconteça?

80 Um circuito RLC série é excitado por uma fonte alternada cuja frequência é 400 Hz e cuja força eletromotriz tem uma amplitude de $90,0 \text{ V}$. A resistência do circuito é $20,0 \Omega$, a capacidade é $12,1 \mu\text{F}$ e a indutância é $24,2 \text{ mH}$. Determine a diferença de potencial rms (a) no resistor; (b) no capacitor; (c) no indutor. (d) Qual é a potência média dissipada no circuito?

81 Em um certo circuito RLC série excitado com uma frequência de $60,0 \text{ Hz}$, a tensão máxima no indutor é 2,00 vezes a tensão máxima no resistor e 2,00 vezes a tensão máxima no capacitor. (a) De que ângulo a corrente está atrasada em relação à força eletromotriz do gerador? (b) Se a força eletromotriz máxima do gerador é $30,0 \text{ V}$, qual deve ser a resistência do circuito para que a corrente máxima seja 300 mA ?

82 Um indutor de $1,50 \text{ mH}$ em um circuito LC oscilante armazena uma energia máxima de $10,0 \mu\text{J}$. Qual é a corrente máxima?

83 Um gerador de frequência ajustável é ligado em série com um indutor $L = 2,50 \text{ mH}$ e um capacitor $C = 3,00 \mu\text{F}$. Para que frequência o gerador produz uma corrente com a maior amplitude possível no circuito?

84 Um circuito RLC série possui uma frequência de ressonância de $6,00 \text{ kHz}$. Quando o circuito é excitado com uma frequência de $8,00 \text{ kHz}$, possui uma impedância de $1,00 \text{ k}\Omega$ e uma constante de fase de 45° . Determine o valor de (a) R , (b) L e (c) C nesse circuito.

85 Um circuito LC oscila com uma frequência de $10,4 \text{ kHz}$. (a) Se a capacidade é $340 \mu\text{F}$, qual é a indutância? (b) Se a corrente máxima é $7,20 \text{ mA}$, qual é a energia total do circuito? (c) Qual é a carga máxima do capacitor?

86 Quando está em carga e funcionando com uma tensão rms de 220 V , um certo motor consome uma corrente rms de $3,00 \text{ A}$. A resistência do motor é $24,0 \Omega$ e a reatância capacitativa é zero. Qual é a reatância indutiva?

87 O gerador de corrente alternada da Fig. 31-38 fornece uma força eletromotriz de 120 V e $60,0 \text{ Hz}$. Com a chave aberta como na figura, a corrente está adiantada de $20,0^\circ$ em relação à força eletromotriz do gerador. Quando a chave é colocada na posição 1, a corrente fica atrasada de $10,0^\circ$ em relação à força eletromotriz do gerador. Quando a chave é colocada na posição 2, a amplitude da corrente é $2,00 \text{ A}$. Determine o valor (a) de R ; (b) de L ; (c) de C .

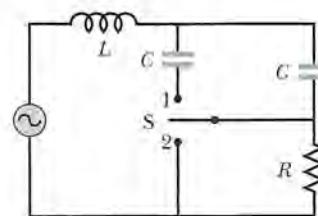


Figura 31-38 Problema 87.

88 Em um circuito LC oscilante, $L = 8,00 \text{ mH}$ e $C = 1,40 \mu\text{F}$. No instante $t = 0$, a corrente é máxima e tem o valor de $12,0 \text{ mA}$. (a) Qual é a carga máxima do capacitor durante as oscilações? (b) Em que instante de tempo $t > 0$ a taxa de variação da energia armazenada no capacitor é máxima pela primeira vez? (c) Qual é o valor da taxa de variação?

89 No caso de um circuito RLC série, mostre que em um ciclo completo de período T (a) a energia armazenada no capacitor não varia; (b) a energia armazenada no indutor não varia; (c) a energia fornecida pela fonte alternada é $(T/2) \mathcal{E}_m I \cos \phi$; (d) a energia dissipada no resistor é $TRP/2$. (e) Mostre que os resultados dos itens (c) e (d) são iguais.

90 Que capacidade deve ser ligada a um indutor de $1,30 \text{ mH}$ para que a frequência de ressonância do circuito seja $3,50 \text{ kHz}$?

91 Um circuito série com a combinação resistor-indutor-capacitor R_1, L_1, C_1 tem a mesma frequência de ressonância que um segundo circuito com uma combinação diferente, R_2, L_2, C_2 . As duas combinações são ligadas em série. Mostre que a frequência de ressonância do novo circuito é a mesma dos dois circuitos separados.

92 Considere o circuito da Fig. 31-39. Com a chave S_1 fechada e as outras duas chaves abertas, a constante de tempo do circuito é τ_C . Com a chave S_2 fechada e as duas outras chaves abertas, a constante de tempo do circuito é τ_L . Com a chave S_3 fechada e as outras duas chaves abertas, o circuito oscila com um período T . Mostre que $T = 2\pi\sqrt{\tau_C\tau_L}$.

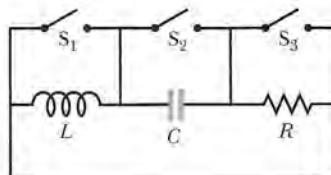


Figura 31-39 Problema 92.

EQUAÇÕES DE MAXWELL; MAGNETISMO DA MATÉRIA

32

32-1

O QUE É FÍSICA?

Este capítulo ajuda a dar uma ideia da abrangência da física, pois se estende desde a ciência básica dos campos elétricos e magnéticos até a ciência aplicada e engenharia dos materiais magnéticos. Em primeiro lugar, concluímos a discussão dos campos elétricos e magnéticos mostrando que quase todos os princípios físicos apresentados nos últimos 11 capítulos podem ser resumidos em apenas *quatro* equações, conhecidas como equações de Maxwell.

Em segundo lugar, discutimos a ciência e engenharia dos materiais magnéticos. Muitos cientistas e engenheiros estão empenhados em descobrir por que alguns materiais são magnéticos e outros não, e de que forma os materiais magnéticos conhecidos podem ser melhorados. Esses pesquisadores se perguntam por que a Terra possui um campo magnético, mas o mesmo não acontece com as pessoas. Existe uma grande variedade de aplicações para materiais magnéticos em automóveis, cozinhas, escritórios e hospitalais e as propriedades magnéticas dos materiais muitas vezes se manifestam de forma inesperada. Assim, por exemplo, se você possui uma tatuagem (Fig. 32-1) e se submete a um exame de ressonância magnética, o campo magnético de alta intensidade usado no exame pode produzir um puxão na sua pele, porque algumas tintas usadas em tatuagens possuem partículas magnéticas. Em outro exemplo, alguns cereais são anunciados como “fortificados com ferro” porque contêm partículas de ferro para serem ingeridas. Como os pedacinhos de ferro são magnéticos, podem ser recolhidos e observados mergulhando um ímã permanente em uma mistura de água e cereal.

Nosso primeiro passo será apresentar novamente a lei de Gauss, desta vez para campos magnéticos.

32-2 Lei de Gauss para Campos Magnéticos

A Fig. 32-2 mostra o desenho criado quando espalhamos limalha de ferro em uma folha transparente colocada acima de um ímã em forma de barra. Ao se alinharem com o campo magnético do ímã, as partículas de ferro formam um padrão que revela a presença e a configuração do campo. Uma das extremidades do ímã é a *fonte* do campo (as linhas de campo divergem nessa região) e a outra extremidade é o *dreno* (as linhas de campo convergem para essa região). Por convenção, a fonte é chamada de *polo norte* do ímã e o dreno é chamado de *polo sul*. O ímã, com seus dois polos, é um exemplo de **dipolo magnético**.



Figura 32-1 Algumas tintas usadas em tatuagens contêm partículas magnéticas. (Oliver Stewie/Getty Images, Inc.)

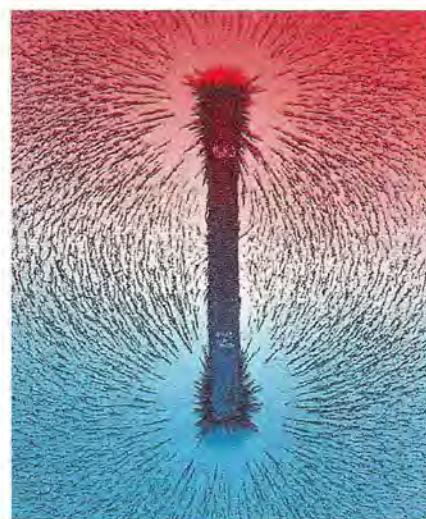


Figura 32-2 Um ímã em forma de barra é um dipolo magnético. A limalha de ferro acompanha as linhas de campo. (O fundo foi criado com luzes coloridas.) (Runk/Schoenberger/Grant Heilman Photography)



Figura 32-3 Quando partimos um ímã em pedaços, cada pedaço se torna um ímã completo, com um polo norte e um polo sul.

Suponha que um ímã em forma de barra seja partido em vários pedaços, como se fosse um bastão de giz (Fig. 32-3). É natural esperar que com isso fossem produzidos polos magnéticos isolados, ou seja, *monopolos magnéticos*. Entretanto, isso jamais acontece, mesmo que o ímã seja separado em fragmentos do tamanho de átomos e os átomos sejam separados em núcleos e elétrons. Na verdade, todos os fragmentos assim obtidos possuem um polo norte e um polo sul. Assim, podemos afirmar o seguinte:



A estrutura magnética mais simples que existe é o dipolo magnético. Não existem (até onde sabemos) monopolos magnéticos.

A lei de Gauss para campos magnéticos é um modo formal de afirmar que os monopolos magnéticos não existem. De acordo com a lei, o fluxo magnético Φ_B através de qualquer superfície gaussiana fechada é zero:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{Lei de Gauss para campos magnéticos}). \quad (32-1)$$

De acordo com a lei de Gauss para campos elétricos, por outro lado,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} \quad (\text{Lei de Gauss para campos elétricos}).$$

Nas duas equações, a integral é calculada para uma superfície *fechada*. De acordo com a lei de Gauss para campos elétricos, a integral (o fluxo de campo elétrico através da superfície) é proporcional à carga elétrica q_{env} envolvida pela superfície. De acordo com a lei de Gauss para campos magnéticos, o fluxo magnético através da superfície é sempre zero porque a superfície não pode envolver uma “carga magnética” (monopolos magnéticos), já que essa entidade não existe. A estrutura magnética mais simples que existe é, portanto, pode ser envolvida por uma superfície gaussiana é o dipolo magnético, que contém tanto uma fonte quanto um dreno para as linhas de campo. Assim, o fluxo para fora da superfície é necessariamente igual ao fluxo para dentro e o fluxo total é zero.

A lei de Gauss para campos magnéticos se aplica a sistemas mais complicados que um dipolo magnético e é válida mesmo que a superfície gaussiana não envolva todo o sistema. A superfície gaussiana II da Fig. 32-4 não contém nenhum dos polos do ímã em forma de barra e podemos concluir facilmente que o fluxo que atravessa a superfície é zero. O caso da superfície gaussiana I é mais difícil. Aparentemente,

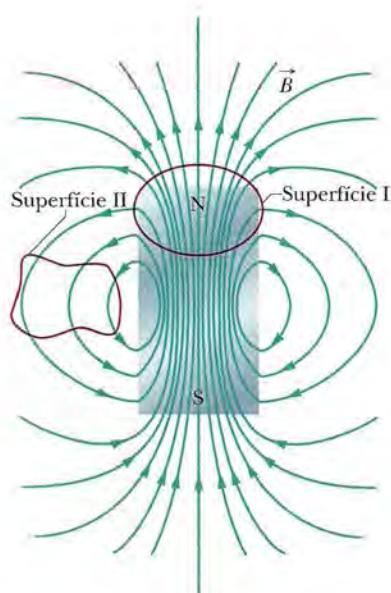


Figura 32-4 As linhas de campo do campo magnético \vec{B} de um ímã em forma de barra. As curvas vermelhas representam seções retas de superfícies gaussianas tridimensionais.

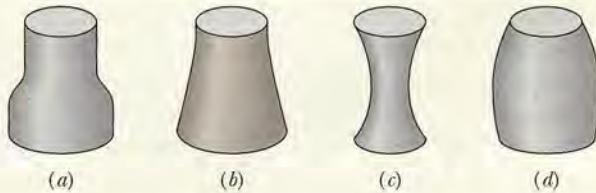
ela envolve apenas o polo norte do ímã, já que envolve a região assinalada com letra N e não a região assinalada com a letra S. Entretanto, podemos associar um polo sul à parte inferior da superfície, já que as linhas de campo magnético penetram na superfície nessa região. (A parte envolvida se comporta como um dos pedaços em que foi partido o ímã em forma de barra da Fig. 32-3.) Assim, a superfície gaussiana I envolve um dipolo magnético e o fluxo total que atravessa a superfície é zero.



TESTE 1

A figura mostra quatro superfícies fechadas com bases planas e superfícies laterais curvas. A tabela mostra a área A das bases e o módulo B do campo magnético uniforme e perpendicular que atravessa essas bases; as unidades de A e B são arbitrárias mas coerentes. Coloque as superfícies na ordem do módulo do fluxo magnético através das superfícies laterais, começando pelo maior.

Superfície	A_{sup}	B_{sup}	A_{inf}	B_{inf}
a	2	6, para fora	4	3, para dentro
b	2	1, para dentro	4	2, para dentro
c	2	6, para dentro	2	8, para fora
d	2	3, para fora	3	2, para fora



32-3 Campos Magnéticos Induzidos

Como vimos no Capítulo 30, toda variação de fluxo magnético induz um campo elétrico, que pode ser calculado usando a lei de indução de Faraday:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday da indução}). \quad (32-2)$$

onde \vec{E} é o campo elétrico induzido em uma curva fechada pela variação do fluxo magnético Φ_B envolvido pela curva. Como a simetria é um dos princípios mais importantes da física, somos levados a nos perguntar se a indução pode acontecer no sentido oposto, ou seja, se um fluxo elétrico variável pode induzir um campo magnético.

A resposta é afirmativa; além disso, a equação que governa a indução de um campo magnético é quase simétrica da Eq. 32-2. Essa equação, que recebe o nome de lei de indução de Maxwell, em homenagem ao cientista inglês James Clerk Maxwell, pode ser escrita na forma

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{Lei de Maxwell da indução}). \quad (32-3)$$

em que \vec{B} é o campo magnético induzido ao longo de uma curva fechada pela variação do fluxo elétrico Φ_E na região envolvida pela curva.

Como exemplo desse tipo de indução, considere a carga de um capacitor de placas paralelas com placas circulares. (Embora tenhamos escolhido essa configuração em nosso exemplo, todo campo elétrico variável induz um campo magnético.) Suponha que a carga do capacitor (Fig. 32-5a) esteja aumentando a uma taxa constante graças à existência de uma corrente constante i nos fios de ligação. Nesse caso, o módulo do campo elétrico entre as placas também está aumentando a uma taxa constante.

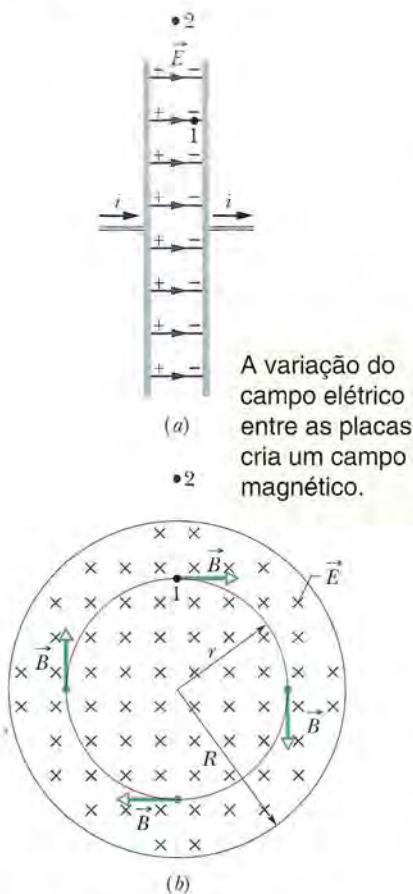


Figura 32-5 (a) Um capacitor de placas paralelas circulares, visto de lado, está sendo carregado por uma corrente constante i . (b) Uma vista do interior do capacitor, olhando na direção da placa que está à direita em (a). O campo elétrico \vec{E} é uniforme, orientado para dentro do papel (em direção à placa) e aumenta de intensidade quando a carga do capacitor aumenta. O campo magnético \vec{B} induzido por esse campo elétrico variável é mostrado em quatro pontos de uma circunferência de raio r menor que o raio R das placas.

A Fig. 32-5b mostra a placa da direita da Fig. 32-5a do ponto de vista da região entre as placas. O campo elétrico aponta para dentro do papel. Considere uma circunferência passando pelo ponto 1 das Figs. 32-5a e 32-5b, concêntrica com as placas do capacitor e com um raio menor que o raio das placas. Como o campo elétrico que atravessa a circunferência está variando, o fluxo elétrico também varia. De acordo com a Eq. 32-3, essa variação do fluxo elétrico induz um campo magnético ao longo da circunferência.

Os experimentos mostram que um campo magnético \vec{B} é realmente induzido ao longo da circunferência, com o sentido indicado na figura. Esse campo magnético tem o mesmo módulo em todos os pontos da circunferência e, portanto, apresenta simetria circular em relação ao *eixo central* das placas do capacitor (reta que liga os centros das placas).

Quando consideramos uma circunferência maior, como a que passa pelo ponto 2, situado do lado de fora das placas nas Figs. 32-5a e 32-5b, vemos que um campo magnético também é induzido ao longo da curva. Assim, quando o campo elétrico está variando, campos magnéticos são induzidos tanto no espaço entre as placas como nas regiões vizinhas. Quando o campo elétrico para de variar, os campos magnéticos induzidos desaparecem.

Embora a Eq. 32-3 seja semelhante à Eq. 32-2, existem duas diferenças entre as equações. Em primeiro lugar, a Eq. 32-3 possui dois fatores adicionais, μ_0 e ϵ_0 , mas eles estão presentes apenas porque adotamos as unidades do SI. Em segundo lugar, o sinal negativo da Eq. 32-2 não está presente na Eq. 32-3, o que significa que o campo elétrico induzido \vec{E} e o campo magnético induzido \vec{B} têm sinais opostos quando são produzidos em situações análogas. Para ter uma ideia da diferença, observe a Fig. 32-6, na qual um campo magnético crescente \vec{B} , apontando para dentro do papel, induz um campo elétrico \vec{E} . O campo induzido \vec{E} tem o sentido anti-horário, enquanto o campo induzido \vec{B} da Fig. 32-5b tem o sentido horário.

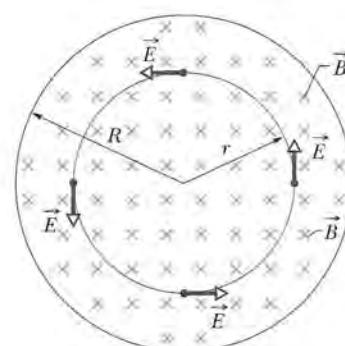
A Lei de Ampère-Maxwell

O lado esquerdo da Eq. 32-3, a integral do produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo de uma curva fechada, aparece em outra equação, a lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}} \quad (\text{Lei de Ampère}), \quad (32-4)$$

onde i_{env} é a corrente envolvida pela curva. Assim, nossas duas equações que especificam o campo magnético \vec{B} produzido por outros meios que não um material magnético (ou seja, por uma corrente ou por um campo elétrico variável) fornecem o campo exatamente da mesma forma. Podemos combinar as duas equações para obter a equação

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{\text{env}} \quad (\text{Lei de Ampère-Maxwell}). \quad (32-5)$$



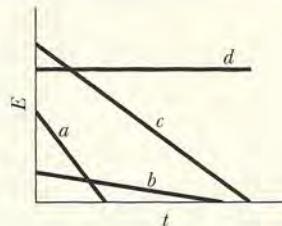
O campo \vec{E} induzido nesta situação e o campo \vec{B} induzido na figura anterior têm sentidos opostos.

Figura 32-6 Um campo magnético uniforme \vec{B} em uma região circular. O campo, dirigido para dentro do papel, está aumentando de intensidade. O campo elétrico \vec{E} induzido pela variação do campo magnético é mostrado em quatro pontos de uma circunferência concêntrica com a região circular. Compare esta situação com a da Fig. 32-5b.

Quando existe uma corrente e o fluxo elétrico não está variando (como no caso de um fio percorrido por uma corrente constante), o primeiro termo do lado direito da Eq. 32-5 é zero e, portanto, a Eq. 32-5 se reduz à Eq. 32-4, a lei de Ampère. Quando o fluxo elétrico está variando e a corrente é zero (como na região entre as placas de um capacitor que está sendo carregado), o segundo termo do lado direito da Eq. 32-5 é zero e a Eq. 32-5 se reduz à Eq. 32-3, a lei de indução de Maxwell.

TESTE 2

A figura mostra gráficos da amplitude E do campo elétrico em função do tempo t para quatro campos elétricos uniformes, todos contidos em regiões circulares como as da Fig. 32-5b. Coloque os campos na ordem do módulo do campo magnético induzido na borda da região, começando pelo maior.



Exemplo

Campo magnético induzido por um campo elétrico variável

Um capacitor de placas paralelas com placas circulares de raio R está sendo carregado, como na Fig. 32-5a.

- (a) Escreva uma expressão para o campo magnético a uma distância r do eixo central das placas que seja válida para $r \leq R$.

IDEIAS-CHAVE

Um campo magnético pode ser criado por uma corrente ou pela indução produzida por um fluxo elétrico variável; os dois efeitos são levados em conta na Eq. 32-5. Não existe corrente entre as placas do capacitor da Fig. 32-5, mas o fluxo elétrico está variando. Assim, a Eq. 32-5 se reduz a

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (32-6)$$

Vamos calcular separadamente o lado esquerdo e o lado direito da equação.

Lado esquerdo da Eq. 32-6 Escolhemos uma amperiana circular de raio $r \leq R$, como a da Fig. 32-5b, porque queremos calcular o campo magnético para $r \leq R$, ou seja, no espaço entre as placas do capacitor. O campo magnético \vec{B} em todos os pontos da amperiana é tangente à curva, o que também acontece com o elemento de comprimento $d\vec{s}$. Assim, \vec{B} e $d\vec{s}$ são paralelos ou antiparalelos em todos os pontos da curva. Para simplificar os cálculos, vamos supor que sejam paralelos (esta opção não influí no resultado final). Nesse caso, temos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B ds \cos 0^\circ = \oint B ds.$$

Devido à simetria circular das placas, podemos também supor que o módulo de \vec{B} é o mesmo ao longo de toda a curva. Assim, B pode ficar do lado de fora da integral do

lado direito da equação. A integral que resta é $\oint ds$, que é simplesmente o perímetro $2\pi r$ da amperiana. O lado esquerdo da Eq. 32-6 é, portanto, $(B)(2\pi r)$.

Lado direito da Eq. 32-6 Vamos supor que o campo elétrico \vec{E} é uniforme na região entre as placas do capacitor e perpendicular às placas. Nesse caso, o fluxo elétrico Φ_E através da amperiana é EA , onde A é a parte da área envolvida pela amperiana que é atravessada pelo campo elétrico. Assim, o lado direito da Eq. 32-6 é $\mu_0 \epsilon_0 d(EA)/dt$.

Combinação dos resultados Substituindo os resultados para o lado esquerdo e para o lado direito na Eq. 32-6, obtemos

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt}.$$

Como A é constante, $d(EA) = A dE$; assim, temos:

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 A \frac{dE}{dt}. \quad (32-7)$$

A parte da área A envolvida pela amperiana que é atravessada pelo campo elétrico é a área total πr^2 da curva, pois o raio r da amperiana é menor que o raio R das placas (ou igual ao raio). Substituindo A por πr^2 na Eq. 32-7 e explicitando B , obtemos, para $r \leq R$,

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt}. \quad (\text{Resposta}) \quad (32-8)$$

De acordo com a Eq. 32-8, no interior do capacitor, B aumenta linearmente com a distância radial r , desde 0, no eixo central do capacitor, até um valor máximo para $r = R$.

- (b) Calcule o módulo B do campo magnético para $r = R/5 = 11,0 \text{ mm}$ e $dE/dt = 1,50 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}$.

Cálculo De acordo com o item (a), temos:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{dE}{dt} \\ &= \frac{1}{2} (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ &\quad \times (11,0 \times 10^{-3} \text{ m}) (1,50 \times 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 9,18 \times 10^{-8} \text{ T}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(c) Escreva uma expressão para o campo magnético induzido no caso em que $r \geq R$.

Cálculo O método usado é o mesmo do item (a), exceto pelo fato de que agora usamos uma amperiana cujo raio r é maior que o raio R das placas para calcular B do lado de fora do capacitor. Calculando o lado esquerdo e o lado direito da Eq. 32-6, obtemos novamente a Eq. 32-7. Entretanto, precisamos levar em conta uma diferença sutil: como o campo elétrico existe apenas na região entre as placas, a área A envolvida pela amperiana que contém o campo elétrico agora *não* é a área total πr^2 da espira, mas apenas a área πR^2 das placas.

Substituindo A por πR^2 na Eq. 32-7 e explicitando B , obtemos, para $r \geq R$,

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt}. \quad (\text{Resposta}) \quad (32-9)$$

Esta equação nos diz que, do lado de fora do capacitor, B diminui com o aumento da distância radial r , a partir do valor máximo que assume na borda das placas (onde $r = R$). Fazendo $r = R$ nas Eqs. 32-8 e 32-9, vemos que as duas equações são coerentes, ou seja, fornecem o mesmo resultado para o campo B na borda das placas.

O campo magnético induzido calculado no item (b) é tão fraco que mal pode ser medido com um instrumento simples. O mesmo não acontece com os campos elétricos induzidos (lei de Faraday), que podem ser medidos com facilidade. Essa diferença experimental existe principalmente porque a força eletromotriz induzida pode facilmente ser aumentada usando bobinas com um grande número de espiras; não existe nenhuma técnica semelhante para aumentar o valor de um campo magnético induzido. Mesmo assim, o experimento sugerido por este exemplo foi realizado e a existência de campos magnéticos induzidos foi confirmada experimentalmente.

32-4 Corrente de Deslocamento

Comparando os dois termos do lado direito da Eq. 32-5, vemos que o produto $\epsilon_0(d\Phi_E/dt)$ tem dimensões de corrente elétrica. Na verdade, o produto pode ser tratado como uma corrente fictícia conhecida como **corrente de deslocamento** e representada pelo símbolo i_d :

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{corrente de deslocamento}). \quad (32-10)$$

“Deslocamento” é um termo mal escolhido porque nada se desloca, mas a expressão foi conservada por razões históricas. Usando a definição da Eq. 32-10, podemos escrever a Eq. 32-5 na forma

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{d,\text{env}} + \mu_0 i_{\text{env}} \quad (\text{Lei de Ampère-Maxwell}). \quad (32-11)$$

em que $i_{d,\text{env}}$ é a corrente de deslocamento envolvida pela amperiana.

Vamos analisar novamente o caso de um capacitor de placas circulares que está sendo carregado, como na Fig. 32-7a. A corrente real i que está carregando as placas faz variar o campo elétrico \vec{E} entre as placas. A corrente de deslocamento fictícia i_d entre as placas está associada à variação do campo \vec{E} . Vejamos qual é a relação entre as duas correntes.

Em qualquer instante, a carga q das placas está relacionada ao campo elétrico entre as placas através da Eq. 25-4:

$$q = \epsilon_0 A E, \quad (32-12)$$

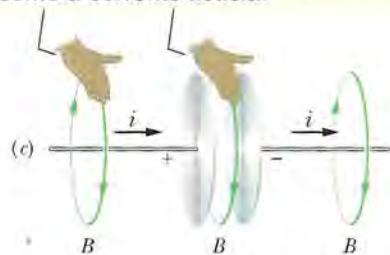
em que A é a área das placas. Para obter a corrente real i , derivamos a Eq. 32-12 em relação ao tempo, o que nos dá

$$\frac{dq}{dt} = i = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt}. \quad (32-13)$$

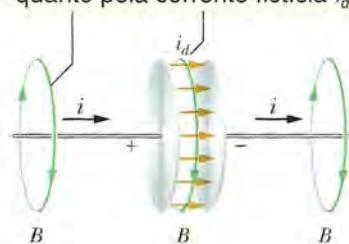
Antes da carga, não existe campo magnético.



Durante a carga, a regra da mão direita pode ser aplicada tanto à corrente real quanto à corrente fictícia.



Durante a carga, é criado um campo magnético tanto pela corrente real i quanto pela corrente fictícia i_d .



Depois da carga, não existe campo magnético.



Figura 32-7 (a) Antes e (d) depois que as placas são carregadas, não há campo magnético. (b) Durante a carga, um campo magnético é criado tanto pela corrente real como pela corrente de deslocamento (fictícia). (c) A regra da mão direita pode ser usada para determinar a orientação do campo magnético produzido pelas duas correntes.

Para obter a corrente de deslocamento i_d , podemos usar a Eq. 32-10. Supondo que o campo elétrico \vec{E} entre as placas é uniforme (ou seja, desprezando o efeito de borda), podemos substituir o fluxo de campo elétrico Φ_E por EA . Nesse caso, a Eq. 32-10 se torna

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d(EA)}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{dE}{dt}. \quad (32-14)$$

Comparando as Eqs. 32-13 e 32-14, vemos que a corrente real i de carga do capacitor e a corrente fictícia de deslocamento i_d entre as placas do capacitor são iguais:

$$i_d = i \quad (\text{corrente de deslocamento em um capacitor}). \quad (32-15)$$

Assim, podemos considerar a corrente fictícia de deslocamento i_d como uma continuação da corrente real i na região entre as placas. Como o campo elétrico é uniforme, o mesmo se pode dizer da corrente de deslocamento i_d , como sugerem as setas da Fig. 32-7b. Embora não haja um movimento de cargas na região entre as placas, a ideia de uma corrente fictícia i_d pode facilitar a determinação do módulo e orientação do campo magnético induzido, como veremos a seguir.

Determinação do Campo Magnético Induzido

Como vimos no Capítulo 29, a orientação do campo magnético produzido por uma corrente real i pode ser determinada com o auxílio da regra da mão direita da Fig. 29-4. A mesma regra pode ser usada para determinar a orientação de um campo magnético produzido por uma corrente de deslocamento i_d , como se vê na parte central da Fig. 32-7c.

Podemos também usar i_d para calcular o módulo do campo magnético induzido por um capacitor de placas paralelas circulares de raio R que está sendo carregado. Para isso, consideramos o espaço entre as placas como um fio cilíndrico imaginário de raio R percorrido por uma corrente imaginária i_d . Nesse caso, de acordo com a Eq. 29-20, o módulo do campo magnético em um ponto no espaço entre as placas

situado a uma distância r do eixo do capacitor é dado por

$$B = \left(\frac{\mu_0 i_d}{2\pi R^2} \right) r \quad (\text{dentro de um capacitor circular}). \quad (32-16)$$

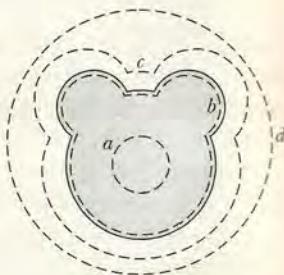
Da mesma forma, de acordo com a Eq. 29-17, o módulo do campo magnético em um ponto do lado de fora do capacitor é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} \quad (\text{fora de um capacitor circular}). \quad (32-17)$$



TESTE 3

A figura mostra uma das placas de um capacitor de placas paralelas, vista do interior do capacitor. As curvas tracejadas mostram quatro trajetórias de integração (a trajetória b acompanha a borda da placa). Coloque as trajetórias na ordem do valor absoluto de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ durante a descarga do capacitor, começando pelo maior.



Exemplo

Substituição de um campo elétrico variável por uma corrente de deslocamento

Um capacitor de placas paralelas circulares de raio R está sendo carregado por uma corrente i . Isso nos dá

- (a) Determine o valor absoluto de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ entre as placas, a uma distância $r = R/5$ do eixo do capacitor, em termos de μ_0 e i .

IDEIA-CHAVE

Um campo magnético pode ser criado por uma corrente e por um campo elétrico variável. Entre as placas de um capacitor, a corrente é zero e o campo magnético se deve apenas a um campo elétrico variável, que pode ser substituído por uma corrente de deslocamento (fictícia) i_d . A integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ é dada pela Eq. 32-11, mas, como não existe uma corrente real i entre as placas do capacitor, a equação se reduz a

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{d,\text{env}}. \quad (32-18)$$

Cálculos Como estamos interessados em calcular o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ para $r = R/5$, ou seja, para pontos situados no interior do capacitor, a curva de integração envolve apenas uma parte $i_{d,\text{env}}$ da corrente i_d . Vamos supor que i_d está distribuída uniformemente ao longo da área das placas. Nesse caso, a parte da corrente de deslocamento envolvida pela curva é proporcional à área envolvida pela curva:

$$\frac{\left(\begin{array}{c} \text{corrente de deslocamento} \\ \text{envolvida } i_{d,\text{env}} \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{c} \text{corrente de} \\ \text{deslocamento total } i_d \end{array} \right)} = \frac{\text{área envolvida } \pi r^2}{\text{área das placas } \pi R^2}.$$

Substituindo este valor na Eq. 32-18, obtemos

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_d \frac{\pi r^2}{\pi R^2}. \quad (32-19)$$

Fazendo $i_d = i$ (Eq. 32-15) e $r = R/5$ na Eq. 32-19, obtemos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i \frac{(R/5)^2}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{25}. \quad (\text{Resposta})$$

- (b) Em termos do campo magnético máximo induzido, qual é o módulo do campo magnético induzido no ponto $r = R/5$?

IDEIA-CHAVE

Como o capacitor possui placas circulares paralelas, podemos tratar o espaço entre as placas como um fio imaginário de raio R percorrido por uma corrente imaginária i_d . Nesse caso, podemos usar a Eq. 32-16 para calcular o módulo B do campo magnético induzido em qualquer ponto no interior do capacitor.

Cálculos Para $r = R/5$, a Eq. 32-16 nos dá

$$B = \left(\frac{\mu_0 i_d}{2\pi R^2} \right) r = \frac{\mu_0 i_d (R/5)}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 i_d}{10\pi R}. \quad (32-20)$$

De acordo com a Eq. 32-16, o campo magnético induzido atinge o valor máximo, $B_{\text{máx}}$, para $r = R$. Esse valor é dado por

$$B_{\text{máx}} = \left(\frac{\mu_0 i_d}{2\pi R^2} \right) R = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi R}. \quad (32-21)$$

Dividindo a Eq. 32-20 pela Eq. 32-21 e explicitando B , temos:

$$B = \frac{1}{5} B_{\text{máx}}. \quad (\text{Resposta})$$

Poderíamos obter o mesmo resultado com menos trabalho usando um raciocínio simples. De acordo com a Eq. 32-16, B aumenta linearmente com r no interior do capacitor. Assim, em um ponto a uma distância do eixo central 5 vezes menor que a borda das placas, onde o campo é $B_{\text{máx}}$, o campo B deve ser $B_{\text{máx}}/5$.

32-5 Equações de Maxwell

A Eq. 32-5 é a última das quatro equações fundamentais do eletromagnetismo, conhecidas como *equações de Maxwell*, que aparecem na Tabela 32-1. As quatro equações explicam uma grande variedade de fenômenos, desde a razão pela qual a agulha de uma bússola aponta para o norte até o motivo para um carro entrar em movimento quando giramos a chave de ignição. Elas constituem a base para o funcionamento de dispositivos eletromagnéticos como motores elétricos, transmissores e receptores de televisão, telefones, aparelhos de radar e fornos de micro-ondas.

Também é possível deduzir, a partir das equações de Maxwell, muitas das equações que foram apresentadas a partir do Capítulo 21. Muitas equações que serão vistas nos Capítulos 33 a 36, dedicados à ótica, também se baseiam nas equações de Maxwell.

32-6 Ímãs Permanentes

Os primeiros ímãs permanentes que a humanidade conheceu foram pedaços de *magnetita*, um mineral que se magnetiza espontaneamente. Quando os gregos e chineses antigos descobriram essas pedras raras, ficaram surpresos com a capacidade que exibiam de atrair, como que por mágica, pedacinhos de metal. Muito mais tarde, usaram a magnetita (e pedaços de ferro magnetizados artificialmente) para construir as primeiras bússolas.

Hoje em dia, ímãs e materiais magnéticos estão presentes em toda parte. As propriedades magnéticas são causadas, em última análise, por átomos e elétrons. O ímã barato que você usa para prender um bilhete na porta da geladeira, por exemplo, deve sua atração a efeitos quânticos associados às partículas atômicas e subatômicas que compõem o material. Antes de estudar as propriedades dos materiais magnéticos, porém, vamos falar um pouco do maior ímã que existe em nossas vizinhanças, que é a própria Terra.

Tabela 32-1

Equações de Maxwell^a

Nome	Equação	
Lei de Gauss para a eletricidade	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{env}}/\epsilon_0$	Relaciona o fluxo elétrico às cargas elétricas envolvidas
Lei de Gauss para o magnetismo	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	Relaciona o fluxo magnético às cargas magnéticas envolvidas
Lei de Faraday	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	Relaciona o campo elétrico induzido à variação do fluxo magnético
Lei de Ampère-Maxwell	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{\text{env}}$	Relaciona o campo magnético induzido à variação do fluxo elétrico e à corrente

^aSupondo que não estão presentes materiais dielétricos ou magnéticos.

Na Terra, o polo sul do dipolo fica perto do polo norte geográfico.

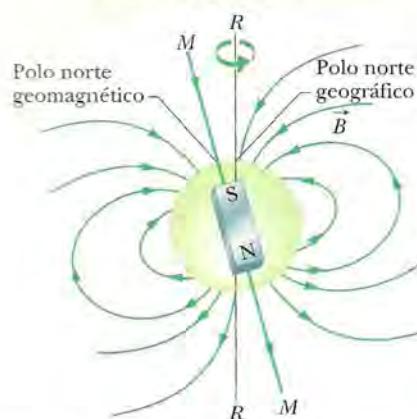


Figura 32-8 O campo magnético da Terra representado como o campo de um dipolo. O eixo do dipolo, MM , faz um ângulo de $11,5^\circ$ com o eixo de rotação da Terra, RR . O polo sul do dipolo está no Hemisfério Norte.

O Magnetismo da Terra

A Terra é um grande ímã: em pontos próximos da superfície terrestre, o campo magnético se assemelha ao campo produzido por um gigantesco ímã em forma de barra (um dipolo magnético) que atravessa o centro do planeta. A Fig. 32-8 é uma representação idealizada desse campo dipolar, sem a distorção causada pelo vento solar.

Como o campo magnético da Terra é o campo de um dipolo magnético, existe um momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ associado ao campo. No caso do campo idealizado da Fig. 32-8, o módulo de $\vec{\mu}$ é $8,0 \times 10^{22} \text{ J/T}$ e a direção de $\vec{\mu}$ faz um ângulo de $11,5^\circ$ com o eixo de rotação da Terra. O *eixo do dipolo* (MM na Fig. 32-8) tem a mesma direção que $\vec{\mu}$ e intercepta a superfície da Terra no *polo norte geomagnético*, situado no noroeste da Groenlândia, e no *polo sul geomagnético*, situado na Antártica. As linhas do campo magnético \vec{B} emergem no Hemisfério Sul e penetram na Terra no Hemisfério Norte. Assim, o polo magnético que está situado no Hemisfério Norte e é chamado de “*polo norte magnético*” é na verdade o *polo sul do dipolo magnético da Terra*.

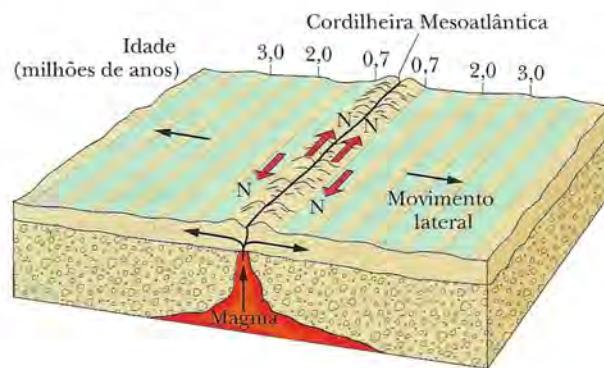
A orientação do campo magnético em um ponto qualquer da superfície da Terra é normalmente especificada através de dois ângulos. A **declinação do campo** é o ângulo (à esquerda ou à direita) entre o norte geográfico (isto é, a direção da latitude 90°) e a componente horizontal do campo. A **inclinação do campo** é o ângulo (para cima ou para baixo) entre um plano horizontal e a direção do campo.

Instrumentos chamados de *magnetômetros* são usados para medir esses ângulos e determinar o módulo do campo com alta precisão. Entretanto, é possível descobrir qual é a orientação local do campo magnético terrestre usando dois instrumentos simples, a *bússola* e a *bússola de inclinação*. A bússola é simplesmente um ímã em forma de agulha que é montado de modo a poder girar livremente em torno de um eixo vertical. Quando a bússola é mantida em um plano horizontal, o polo norte da agulha aponta para o polo norte geomagnético (que, como vimos, é na verdade o polo sul magnético). O ângulo entre a agulha e o norte geográfico é a declinação do campo. A bússola de inclinação é um dispositivo semelhante no qual a agulha pode girar livremente em torno de um eixo horizontal. Quando o plano vertical de rotação está alinhado com a direção da bússola, o ângulo entre a agulha do instrumento e a horizontal é a inclinação do campo.

Em um ponto real da superfície da Terra, o campo magnético medido pode diferir apreciavelmente, tanto em módulo como em orientação, do campo dipolar ideal da Fig. 32-8. Na verdade, o ponto do Hemisfério Norte no qual o campo é perpendicular à superfície da Terra não é o polo norte geomagnético na costa da Groenlândia, como seria de se esperar; o chamado *polo norte de inclinação* está situado nas ilhas Queen Elizabeth, no norte do Canadá, a uma grande distância da Groenlândia.

Além disso, o campo medido em um determinado local pode mudar com o tempo. Essa variação pode ir de um valor apenas mensurável, em um período de poucos anos, até um valor considerável em, digamos, 100 anos. Entre 1580 e 1820, por exemplo, a direção indicada pela agulha das bússolas em Londres variou de 35° .

Figura 32-9 Distribuição de rochas magnéticas no fundo do mar nas vizinhanças da cordilheira Mesoatlântica. O magma proveniente do interior da Terra chegou ao fundo do mar através de uma fenda, solidificou-se e foi puxado para longe da fenda pelo movimento das placas tectônicas, guardando um registro do passado magnético da Terra. O campo magnético da Terra tem mudado de polaridade mais ou menos a cada milhão de anos.



Apesar dessas variações locais, o campo dipolar médio muda muito pouco em pequenos intervalos de tempo. Variações em períodos mais longos podem ser estudadas medindo o magnetismo das rochas no fundo do mar dos dois lados da cordilheira Mesoatlântica (Fig. 32-9). Nessa região, o magma proveniente do interior da Terra chegou ao fundo do mar através de uma fenda, solidificou-se e foi puxado para longe da fenda (pelo deslocamento das placas tectônicas) à taxa de alguns centímetros por ano. Ao se solidificar, o magma ficou fracamente magnetizado, com o campo magnético orientado na direção do campo magnético da Terra no momento da solidificação. O estudo da magnetização do magma a diferentes distâncias da fenda mostrou que o campo magnético da Terra tem mudado de *polaridade* mais ou menos a cada milhão de anos, com o polo norte magnético se transformando em polo sul e vice-versa. A causa dessas inversões não é conhecida. Na verdade, o próprio mecanismo responsável pelo campo magnético da Terra ainda não foi muito bem esclarecido.

32-7 O Magnetismo e os Elétrons

Os materiais magnéticos, da magnetita aos ímãs de geladeira, são magnéticos por causa dos elétrons que contêm. Já vimos uma das formas pelas quais os elétrons podem gerar um campo magnético: quando os elétrons se deslocam em um fio na forma de uma corrente elétrica, o movimento produz um campo magnético em torno do fio. Os elétrons podem produzir campos magnéticos através de dois outros mecanismos, ambos relacionados a momentos dipolares magnéticos. Para explicá-los com detalhes, porém, seria preciso usar conceitos de física quântica que vão além dos objetivos a que este livro se propõe; por isso, apresentaremos apenas os resultados.

Momento Dipolar Magnético de Spin

Um elétron possui um momento angular intrínseco conhecido como **momento angular de spin** ou simplesmente **spin**, representado pelo símbolo \vec{S} . Associado a esse spin, existe um **momento dipolar magnético** de spin, representado pelo símbolo $\vec{\mu}_s$. (O termo *intrínseco* é usado para indicar que \vec{S} e $\vec{\mu}_s$ são propriedades básicas de um elétron, como a massa e a carga elétrica.) Os vetores \vec{S} e $\vec{\mu}_s$ estão relacionados através da equação

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S}, \quad (32-22)$$

em que e é a carga elementar ($1,60 \times 10^{-19}$ C) e m é a massa do elétron ($9,11 \times 10^{-31}$ kg). O sinal negativo significa que $\vec{\mu}_s$ e \vec{S} têm sentidos opostos.

O spin \vec{S} é diferente dos momentos angulares do Capítulo 11 sob dois aspectos:

1. O spin \vec{S} não pode ser medido; entretanto, sua componente em relação a qualquer eixo pode ser medida.
2. A componente medida de \vec{S} é *quantizada*, um termo geral que significa que a grandeza pode assumir apenas certos valores. A componente medida de \vec{S} pode assumir apenas dois valores, que diferem apenas quanto ao sinal.

Vamos supor que seja medida a componente do spin \vec{S} em relação ao eixo z de um sistema de coordenadas. Nesse caso, a componente S_z pode assumir apenas os valores dados por

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi}, \quad \text{para } m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad (32-23)$$

em que m_s é chamado de *número quântico magnético de spin* e $h (= 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$ é a constante de Planck, uma constante que aparece em muitas equações da física quântica. Os sinais que aparecem na Eq. 32-23 estão relacionados ao sentido de S_z em relação ao eixo z . Quando S_z é paralelo ao eixo z , $m_s = +1/2$ e dizemos que o

spin do elétron está *para cima*. Quando S_z é antiparalelo ao eixo z , $m_s = -1/2$ e dizemos que o spin do elétron está *para baixo*.

O momento dipolar magnético de spin $\vec{\mu}_s$ de um elétron também não pode ser medido; é possível apenas medir uma componente, que também é quantizada, com dois valores possíveis de mesmo valor absoluto e sinais opostos. Podemos relacionar a componente $\mu_{s,z}$ a S_z tomando as componentes de ambos os membros da Eq. 32-22:

$$\mu_{s,z} = -\frac{e}{m} S_z.$$

Substituindo S_z pelo seu valor, dado pela Eq. 32-23, temos:

$$\mu_{s,z} = \pm \frac{e\hbar}{4\pi m}, \quad (32-24)$$

onde os sinais positivo e negativo correspondem às situações em que $\mu_{s,z}$ está paralelo e antiparalelo ao eixo z , respectivamente.

O valor absoluto da grandeza do lado direito da Eq. 32-24 é chamado de *magneton de Bohr* e representado pelo símbolo μ_B :

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{4\pi m} = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (\text{Magneton de Bohr}). \quad (32-25)$$

O momento dipolar magnético do elétron e de outras partículas elementares pode ser expresso em termos de μ_B . No caso do elétron, o valor absoluto da componente z de $\vec{\mu}_s$ é dado por

$$|\mu_{s,z}| = 1\mu_B. \quad (32-26)$$

(De acordo com a teoria quântica, o valor de $\mu_{s,z}$ é ligeiramente maior que $1\mu_B$, mas vamos ignorar esse fato.)

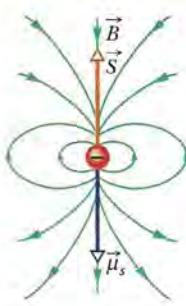
Quando um elétron é submetido a um campo externo \vec{B}_{ext} , uma energia potencial U pode ser associada à orientação do momento dipolar magnético de spin $\vec{\mu}_s$ do elétron, da mesma forma como uma energia potencial pode ser associada à orientação do momento magnético dipolar $\vec{\mu}$ de uma espira percorrida por corrente submetida a um campo \vec{B}_{ext} . De acordo com a Eq. 28-38, a energia potencial do elétron é

$$U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{s,z} B_{ext}, \quad (32-27)$$

onde o eixo z é tomado como a direção de \vec{B}_{ext} .

Imaginando o elétron como uma esfera microscópica (o que não corresponde à realidade), podemos representar o spin \vec{S} , o momento dipolar magnético de spin $\vec{\mu}_s$ e o campo magnético associado ao momento dipolar magnético como na Fig. 32-10. Apesar do nome “spin” (rodopio, em inglês), o elétron não gira como um pião. Como um objeto pode possuir momento angular sem estar girando? Mais uma vez, apenas a mecânica quântica pode fornecer a resposta.

Os prótons e os nêutrons também possuem um momento angular intrínseco chamado de spin e um momento dipolar magnético de spin associado. No caso do próton, os dois vetores têm o mesmo sentido; no caso do nêutron, têm sentidos opostos. Não vamos discutir as contribuições do momento dipolar dos prótons e nêutrons para o campo magnético dos átomos porque são cerca de mil vezes menores que a contribuição do momento dipolar dos elétrons.

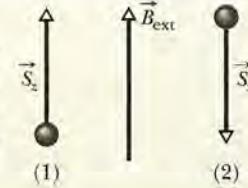


No caso do elétron, o spin e o momento dipolar magnético têm sentidos opostos.

Figura 32-10 O spin \vec{S} , o momento dipolar magnético de spin $\vec{\mu}_s$ e o campo dipolar magnético \vec{B} de um elétron representado como uma esfera microscópica.

TESTE 4

A figura mostra a orientação dos spins de duas partículas submetidas a um campo magnético externo \vec{B}_{ext} . (a) Se as partículas forem elétrons, que orientação do spin corresponde à menor energia potencial? (b) Se as partículas forem prótons, que orientação do spin corresponde à menor energia potencial?



Momento Dipolar Magnético Orbital

Quando faz parte de um átomo, um elétron possui um momento angular adicional que recebe o nome de **momento angular orbital** e é representado pelo símbolo \vec{L}_{orb} . Associado a \vec{L}_{orb} existe um **momento dipolar magnético orbital** $\vec{\mu}_{\text{orb}}$; a relação entre as duas grandezas é a seguinte:

$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{\text{orb}}, \quad (32-28)$$

onde o sinal negativo significa que $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ e \vec{L}_{orb} têm sentidos opostos.

O momento angular orbital \vec{L}_{orb} não pode ser medido; é possível apenas medir uma componente, que é quantizada. A componente segundo um eixo arbitrário z pode ter apenas valores dados por

$$L_{\text{orb},z} = m_\lambda \frac{\hbar}{2\pi}, \quad \text{para } m_\lambda = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (\text{limite}), \quad (32-29)$$

em que m_λ é chamado de *número quântico magnético orbital* e “limite” é o valor inteiro máximo permitido para m_λ . Os sinais da Eq. 32-29 têm a ver com o sentido de $L_{\text{orb},z}$ em relação ao eixo z .

O momento dipolar magnético orbital $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ de um elétron também não pode ser medido; é possível apenas medir uma componente, que é quantizada. Escrevendo a Eq. 32-28 para uma componente segundo o mesmo eixo z que o momento angular e substituindo o valor de $L_{\text{orb},z}$ dado pela Eq. 32-29, podemos escrever a componente z $\mu_{\text{orb},z}$ do momento dipolar magnético orbital como

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_\lambda \frac{eh}{4\pi m} \quad (32-30)$$

e, em termos do magnéton de Bohr, como

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_\lambda \mu_B. \quad (32-31)$$

Na presença de um campo magnético externo \vec{B}_{ext} , os elétrons de um átomo possuem uma energia potencial U que depende da orientação do momento dipolar magnético orbital em relação ao campo. O valor dessa energia é dado por

$$U = -\vec{\mu}_{\text{orb}} \cdot \vec{B}_{\text{ext}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{ext}}, \quad (32-32)$$

onde o eixo z é tomado na direção de \vec{B}_{ext} .

Embora tenhamos usado a palavra “orbital”, os elétrons não giram em órbita em torno do núcleo da mesma forma que os planetas giram em órbita em torno do Sol. Como um elétron pode possuir momento angular orbital sem estar se movendo em órbita? Mais uma vez, apenas a mecânica quântica pode fornecer a resposta.

Modelo da Espira para Órbitas Eletrônicas

Podemos obter a Eq. 32-28 através da demonstração a seguir, que não envolve a física quântica, supondo que o elétron descreve uma trajetória circular com um raio muito maior que o raio atômico (daí o nome “modelo da espira”). Entretanto, a demonstração não se aplica aos elétrons no interior de um átomo (caso em que é indispensável usar as equações da física quântica).

Imagine um elétron que esteja se movendo com velocidade escalar constante v em uma trajetória circular de raio r no sentido anti-horário, com na Fig. 32-11. O movimento da carga negativa do elétron é equivalente a uma corrente convencional i (de carga positiva) no sentido horário, como também mostra a Fig. 32-11. O módulo do momento dipolar magnético orbital dessa *espira percorrida por corrente* é dado pela Eq. 28-35 com $N = 1$:

$$\mu_{\text{orb}} = iA, \quad (32-33)$$

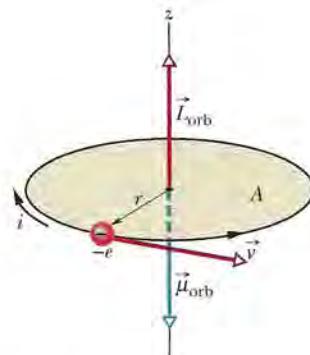


Figura 32-11 Um elétron se move com velocidade constante v em uma trajetória circular de raio r que envolve uma área A . O elétron possui um momento angular orbital \vec{L}_{orb} e um momento dipolar magnético orbital associado $\vec{\mu}_{\text{orb}}$. Uma corrente i no sentido horário (associada ao movimento de uma carga positiva) equivale a um movimento no sentido anti-horário de um elétron, que possui carga negativa.

em que A é a área envolvida pela espira. De acordo com a regra da mão direita da Fig. 29-21, o sentido do momento dipolar magnético é para baixo na Fig. 32-11.

Para usar a Eq. 32-33, precisamos conhecer o valor da corrente i . A corrente pode ser definida como a taxa com a qual a carga passa por um ponto de um circuito. Como, neste caso, uma carga de valor absoluto e leva um tempo $T = 2\pi r/v$ para descrever uma circunferência completa, temos:

$$i = \frac{\text{carga}}{\text{tempo}} = \frac{e}{2\pi r/v}. \quad (32-34)$$

Substituindo este valor e a área $A = \pi r^2$ da espira na Eq. 32-33, obtemos:

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2\pi r/v} \pi r^2 = \frac{evr}{2}. \quad (32-35)$$

Para calcular o momento angular orbital do elétron \vec{L}_{orb} , usamos a Eq. 11-18, $\vec{l} = m(\vec{r} \times \vec{v})$. Como \vec{r} e \vec{v} são perpendiculares, o módulo de \vec{L}_{orb} é dado por

$$L_{\text{orb}} = mr v \sin 90^\circ = mr v. \quad (32-36)$$

O sentido do vetor \vec{L}_{orb} é para cima na Fig. 32-11 (veja a Fig. 11-12, volume 1). Combinando as Eqs. 32-35 e 32-36, generalizando para uma formulação vetorial e usando um sinal negativo para indicar que os vetores têm sentidos opostos, obtemos

$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{\text{orb}},$$

que é a Eq. 32-28. Assim, através de uma análise “clássica” (não quântica), é possível obter um resultado igual, tanto em módulo como em orientação, ao da mecânica quântica. O leitor talvez esteja se perguntando, ao constatar que esta demonstração fornece o resultado correto para um elétron no interior do átomo, por que a demonstração não é válida para esta situação. A resposta é que esta linha de raciocínio leva a outros resultados que não estão de acordo com os experimentos.

Modelo da Espira em um Campo Não Uniforme

Vamos continuar a considerar um elétron em órbita como uma espira percorrida por corrente, como na Fig. 32-11. Agora, porém, vamos supor que a espira está submetida a um campo magnético não uniforme \vec{B}_{ext} , como na Fig. 32-12a. (Esse campo pode ser, por exemplo, o campo divergente que existe nas proximidades do polo norte do ímã da Fig. 32-4.) Fazemos essa mudança para nos preparar para as próximas seções, nas quais discutiremos as forças que agem sobre materiais magnéticos quando são submetidos a um campo magnético não uniforme. Vamos discutir as forças supondo que as órbitas dos elétrons nesses materiais são pequenas espiras percorridas por corrente como a da Fig. 32-12a.

Vamos supor que todos os vetores de campo magnético ao longo da trajetória do elétron têm o mesmo módulo e fazem o mesmo ângulo com a vertical, como nas Figs. 32-12b e 32-12d. Vamos supor também que os elétrons de um átomo podem se mover no sentido anti-horário (Fig. 32-12b) ou no sentido horário (Fig. 32-12d). A corrente i e o momento dipolar magnético orbital $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ estão representados na Fig. 32-12 para esses sentidos de movimento.

As Figs. 32-12c e 32-12e mostram visões diametralmente opostas de um elemento de comprimento $d\vec{L}$ da espira com o mesmo sentido que i , visto do plano da órbita. Também são mostrados o campo \vec{B}_{ext} e a força magnética $d\vec{F}$ que age sobre o elemento $d\vec{L}$. Lembre-se de que uma corrente ao longo de um elemento $d\vec{L}$ na presença de um campo magnético \vec{B}_{ext} experimenta uma força $d\vec{F}$ dada pela Eq. 28-28:

$$d\vec{F} = i d\vec{L} \times \vec{B}_{\text{ext}}. \quad (32-37)$$

No lado esquerdo da Fig. 32-12c, de acordo com a Eq. 32-37, a força $d\vec{F}$ aponta para cima e para a direita. Do lado direito, a força $d\vec{F}$ tem o mesmo módulo e aponta para

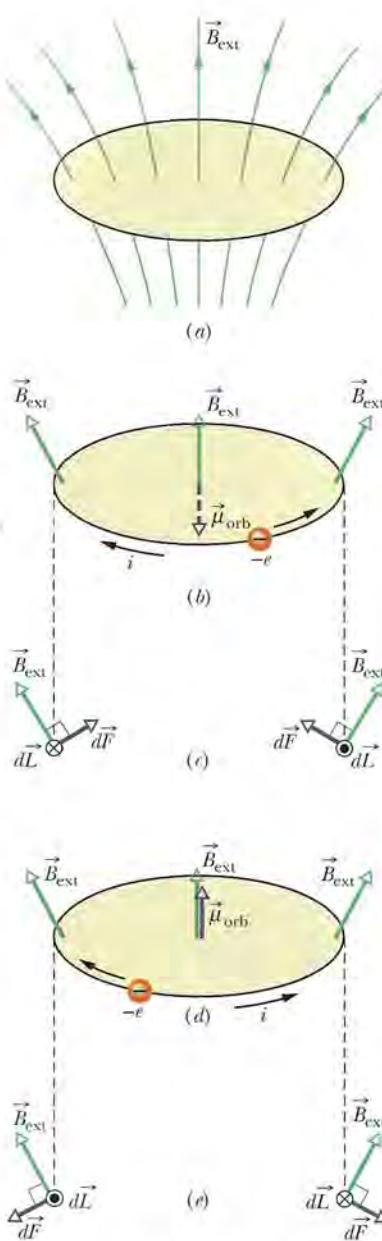


Figura 32-12 (a) Modelo da espira para um elétron em órbita em um átomo e submetido a um campo magnético não uniforme \vec{B}_{ext} . (b) Se uma carga $-e$ está se movendo no sentido anti-horário, a corrente convencional i associada tem o sentido horário. (c) As forças magnéticas $d\vec{F}$ exercidas sobre as extremidades da espira, vistas do plano da espira. A força total que age sobre a espira é para cima. (d) A carga $-e$ agora está se movendo no sentido anti-horário. (e) A força total que age sobre a espira agora é para baixo.

cima e para a esquerda. Como os ângulos com a vertical são iguais, as componentes horizontais se cancelam e as componentes verticais se somam. O mesmo se aplica a todos os outros pares de pontos simétricos da espira. Assim, a força total a que a espira da Fig. 32-12b está submetida aponta para cima. O mesmo raciocínio leva a uma força dirigida para baixo no caso da espira da Fig. 32-12d. Vamos usar os dois resultados daqui a pouco, quando estudarmos o comportamento de materiais magnéticos na presença de um campo magnético não uniforme.

32-8 Propriedades Magnéticas dos Materiais

Cada elétron de um átomo possui um momento dipolar magnético orbital e um momento dipolar magnético de spin, que se combinam vetorialmente. A resultante dessas duas grandezas vetoriais se combina vetorialmente com as resultantes dos outros elétrons do átomo e a resultante de cada átomo se combina vetorialmente com as resultantes dos outros átomos em uma amostra de um material. As propriedades magnéticas dos materiais são o resultado da combinação de todos esses momentos dipolares. Essas propriedades podem ser classificadas em três tipos básicos: diamagnetismo, paramagnetismo e ferromagnetismo.

1. O **diamagnetismo** existe em todos os materiais, mas é tão fraco que, em geral, não pode ser observado se o material possuir uma das outras duas propriedades. No diamagnetismo, momentos dipolares magnéticos são produzidos nos átomos do material apenas quando este é submetido a um campo magnético externo \vec{B}_{ext} ; a combinação desses momentos dipolares induzidos resulta em um campo magnético de baixa intensidade no sentido contrário ao do campo externo, que desaparece quando \vec{B}_{ext} é removido. O termo *material diamagnético* é aplicado a materiais que apresentam apenas propriedades diamagnéticas.
2. O **paramagnetismo** é observado em materiais que contêm elementos da família dos metais de transição, da família das terras raras ou da família dos actinídeos (veja o Apêndice G). Os átomos desses elementos possuem momentos dipolares magnéticos totais diferentes de zero, mas como esses momentos estão orientados aleatoriamente, o campo magnético resultante é zero. Entretanto, um campo magnético externo \vec{B}_{ext} pode alinhar parcialmente os momentos dipolares magnéticos atômicos, fazendo com que o material apresente um campo magnético resultante no mesmo sentido que o campo externo, que desaparece quando \vec{B}_{ext} é removido. O termo *material paramagnético* é aplicado a materiais que apresentam apenas propriedades diamagnéticas e paramagnéticas.
3. O **ferromagnetismo** é observado apenas no ferro, níquel, cobalto, gadolínia e disprósio (e em compostos e ligas desses elementos). Nesses materiais, os momentos dipolares magnéticos de átomos vizinhos se alinham, produzindo regiões com intensos momentos magnéticos. Um campo magnético externo \vec{B}_{ext} pode alinhar os momentos magnéticos das regiões, fazendo com que uma amostra do material produza um forte campo magnético no mesmo sentido que o campo externo, que permanece quando \vec{B}_{ext} é removido. Os termos *material ferromagnético* e *material magnético* são aplicados a materiais que apresentam propriedades ferromagnéticas.

Nas próximas três seções vamos discutir os três tipos de propriedades magnéticas.

32-9 Diamagnetismo

Não estamos em condições de discutir o diamagnetismo do ponto de vista da física quântica, mas podemos apresentar uma explicação clássica usando o modelo da espira das Figs. 32-11 e 32-12. Para começar, supomos que, em um átomo de um material diamagnético, os elétrons podem girar apenas no sentido horário, como na Fig. 32-12d, ou no sentido anti-horário, como na Fig. 32-12b. Para explicar a falta de magnetismo na ausência de um campo magnético externo \vec{B}_{ext} , supomos que o átomo não possui um momento dipolar magnético total diferente de zero. Isso signi-

fica que, antes da aplicação de \vec{B}_{ext} , o número de elétrons que giram em um sentido é igual ao número de elétrons que giram no sentido oposto, de modo que o momento dipolar magnético total do átomo é zero.

Vamos agora aplicar aos átomos do material o campo magnético não uniforme \vec{B}_{ext} da Fig. 32-12a, que está orientado para cima e é divergente (as linhas de campo magnético divergem). Podemos fazer um campo desse tipo aumentar gradualmente aproximando o material do polo norte de um eletroímã ou de um ímã permanente. De acordo com a lei de Faraday e a lei de Lenz, enquanto o módulo de \vec{B}_{ext} está aumentando, um campo elétrico é induzido nas órbitas eletrônicas. Vamos ver de que forma esse campo elétrico afeta os elétrons das Figs. 32-12b e 32-12d.

Na Fig. 32-12b, o elétron que está girando no sentido anti-horário é acelerado pelo campo elétrico induzido; assim, enquanto o campo magnético \vec{B}_{ext} está aumentando, a velocidade do elétron aumenta. Isso significa que a corrente i associada à espira e o momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ criado pela corrente, orientado para baixo, também *aumentam*.

Na Fig. 32-12d, o elétron que está girando no sentido horário é freado pelo campo elétrico induzido. Assim, a velocidade do elétron, a corrente e o momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ criado pela corrente, orientado para cima, *diminuem*. Isso significa que, ao aplicar o campo \vec{B}_{ext} , criamos um momento dipolar magnético orientado para baixo. O mesmo aconteceria se o campo magnético fosse uniforme.

A não uniformidade do campo \vec{B}_{ext} também afeta o átomo. Como a corrente i da Fig. 32-12b aumenta com o tempo, as forças magnéticas $d\vec{F}$ da Fig. 32-12c aumentam e, portanto, a força para cima para a que a espira está submetida também aumenta. Como a corrente i da Fig. 32-12d diminui com o tempo, as forças magnéticas $d\vec{F}$ da Fig. 32-12e diminuem e, portanto, a força para baixo a que a espira está submetida também diminui. Assim, aplicando um campo *não uniforme* \vec{B}_{ext} , fazemos com que o átomo seja submetido a uma força total diferente de zero; além disso, a força aponta *para longe* da região em que o campo magnético é mais intenso.

Raciocinamos com órbitas eletrônicas fictícias (espiras percorridas por corrente), mas chegamos a uma conclusão que é válida para todos os materiais diamagnéticos: quando um campo magnético como o da Fig. 32-12 é aplicado, o material passa a apresentar um momento dipolar magnético dirigido para baixo e experimenta uma força dirigida para cima. Quando o campo é removido, tanto o momento dipolar como a força desaparecem. O campo externo não precisa ser como o da Fig. 32-12; os mesmos argumentos se aplicam a outras orientações de \vec{B}_{ext} . A conclusão é a seguinte:



Todo material diamagnético submetido a um campo magnético externo \vec{B}_{ext} apresenta um momento dipolar magnético orientado no sentido oposto ao de \vec{B}_{ext} . Se o campo \vec{B}_{ext} é não uniforme, o material diamagnético é repelido *da* região onde o campo magnético é mais intenso *para* a região onde o campo magnético é menos intenso.

A rã da Fig. 32-13 é diamagnética, como todos os animais. Quando a rã foi colocada em um campo magnético divergente perto da extremidade superior de um solenoide vertical percorrido por corrente, todos os átomos da rã foram repelidos para cima, para longe da região de campo magnético associada à extremidade do solenoide. A rã foi empurrada para uma região de campo magnético mais fraco, na qual a força magnética era apenas suficiente para equilibrar o seu peso, e ficou suspensa no ar. O experimento já foi repetido com seres humanos, usando campos magnéticos mais intensos.



Figura 32-13 Uma rã sendo levitada pelo campo magnético produzido por um solenoide vertical colocado abaixo do animal. (A rã não está sendo submetida a nenhum desconforto; a sensação é a mesma de flutuar na água, algo que as rãs apreciam muito.) (Cortesia de A.K. Gein, High Field Magnet Laboratory, University of Nijmegen, Holanda)



TESTE 5

- A figura mostra duas esferas diamagnéticas colocadas nas proximidades do polo sul de um ímã em forma de barra. (a) As forças magnéticas a que as esferas estão submetidas tendem a aproximar-las ou afastá-las do ímã? (b) Os momentos dipolares magnéticos das esferas apontam na direção do ímã ou na direção oposta? (c) A esfera 1 está submetida a uma força magnética maior, menor ou igual à força a que está submetida a esfera 2?



S N

32-10 Paramagnetismo

Nos materiais paramagnéticos, os momentos dipolares magnéticos orbitais e de spin dos elétrons de cada átomo não se cancelam e, portanto, cada átomo possui um momento dipolar magnético permanente $\bar{\mu}$. Na ausência de um campo magnético externo, esses momentos dipolares atômicos estão orientados aleatoriamente e o momento dipolar magnético total do material é zero. Quando uma amostra do material é submetida a um campo magnético externo \bar{B}_{ext} , os momentos dipolares magnéticos se alinham parcialmente com o campo e a amostra adquire um momento magnético dipolar diferente de zero. Ao contrário do que acontece nos materiais dielétricos, esse momento tem o mesmo sentido que o campo magnético externo.



Todo material paramagnético submetido a um campo magnético externo \bar{B}_{ext} apresenta um momento dipolar magnético orientado no mesmo sentido que \bar{B}_{ext} . Se o campo \bar{B}_{ext} é não uniforme, o material paramagnético é atraído da região onde o campo magnético é menos intenso para a região onde o campo magnético é mais intenso.

Uma amostra paramagnética com N átomos teria um momento dipolar magnético de módulo $N\mu$ se os momentos magnéticos dos átomos estivessem perfeitamente alinhados. Entretanto, a agitação térmica produz colisões entre os átomos que perturbam esse alinhamento e reduzem o momento magnético total da amostra.

A importância da agitação térmica pode ser avaliada comparando duas energias. A primeira, dada pela Eq. 19-24, é a energia cinética média de translação $K (= 3kT/2)$, onde k é a constante de Boltzmann ($1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$) e T é a temperatura em kelvins (e não em graus Celsius). A outra, uma consequência da Eq. 28-38, é a diferença de energia $\Delta U_B (= 2\mu B_{\text{ext}})$ entre os alinhamentos paralelo e antiparalelo do momento dipolar magnético de um átomo com o campo externo. Como vamos mostrar em seguida, $K \gg \Delta U_B$ para temperaturas e campos magnéticos normais. Assim, transferências de energia através de colisões entre átomos podem perturbar significativamente o alinhamento dos momentos dipolares atômicos, tornando o momento dipolar magnético de uma amostra muito menor que $N\mu$.

Podemos expressar o grau de magnetização de uma amostra paramagnética calculando a razão entre o momento dipolar magnético e o volume V da amostra. Essa grandeza vetorial, o momento dipolar magnético por unidade de volume, é chamada de **magnetização** e representada pelo símbolo \bar{M} . O módulo da magnetização é dado por

$$M = \frac{\text{momento magnético medido}}{V}. \quad (32-38)$$

A unidade de \bar{M} é o ampère-metro quadrado por metro cúbico ou ampère por metro (A/m). Ao alinhamento perfeito dos momentos dipolares atômicos, conhecido como *saturação* da amostra, corresponde o valor máximo da magnetização, $M_{\text{máx}} = N\mu/V$.

Em 1895, Pierre Curie descobriu experimentalmente que a magnetização de uma amostra paramagnética é diretamente proporcional ao módulo do campo magnético externo \bar{B}_{ext} e inversamente proporcional à temperatura T em kelvins:

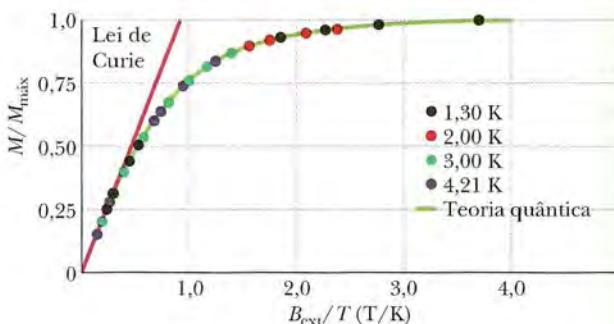
$$M = C \frac{B_{\text{ext}}}{T}. \quad (32-39)$$

A Eq. 32-39 é conhecida como *lei de Curie* e a constante C é chamada de *constante de Curie*. A lei de Curie é razoável, já que o aumento de B_{ext} faz aumentar o alinhamento dos momentos dipolares atômicos da amostra e, portanto, aumenta o valor de M , enquanto o aumento de T faz diminuir o alinhamento por causa da agitação térmica e, portanto, diminui o valor de M . Entretanto, a lei é uma aproximação que vale apenas para pequenos valores da razão B_{ext}/T .



O oxigênio líquido fica suspenso entre os polos de um ímã porque o líquido é paramagnético e, portanto, é atraído pelo ímã. (Richard Megna/Fundamental Photographs)

Figura 32-14 A curva de magnetização do sulfato de potássio e cromo, um sal paramagnético. A razão entre a magnetização M do sal e a magnetização máxima possível M_{\max} está plotada em função da razão entre o módulo do campo aplicado B_{ext} e a temperatura T . A lei de Curie reproduz satisfatoriamente os resultados experimentais para pequenos valores de B_{ext}/T ; a teoria quântica reproduz satisfatoriamente os resultados experimentais para qualquer valor de B_{ext}/T . [Fonte: W.E. Henry, *Phys. Rev.* 88, 559–562 (1952).]



A Fig. 32-14 mostra a razão M/M_{\max} em função de B_{ext}/T para uma amostra do sal sulfato de cromo e potássio, no qual os átomos paramagnéticos são íons de cromo. Esse tipo de gráfico é chamado de *curva de magnetização*. A linha reta do lado esquerdo, que representa a lei de Curie, reproduz satisfatoriamente os resultados experimentais para $B_{\text{ext}}/T < 0,5 \text{ T/K}$. A curva que reproduz os resultados experimentais para todos os valores de B_{ext}/T se baseia na física quântica. Os dados do lado direito da curva, perto da saturação, são muito difíceis de obter porque exigem campos magnéticos extremamente intensos (100.000 maiores que o campo magnético da Terra) mesmo em baixas temperaturas.

TESTE 6

A figura mostra duas esferas paramagnéticas colocadas nas proximidades do polo sul de um ímã em forma de barra. (a) As forças magnéticas a que as esferas estão submetidas tendem a aproximá-las ou afastá-las do ímã? (b) Os momentos dipolares magnéticos das esferas apontam na direção do ímã ou na direção oposta? (c) A esfera 1 está submetida a uma força magnética maior, menor ou igual à força a que está submetida a esfera 2?



Exemplo

Energia potencial de um gás paramagnético submetido a um campo magnético

Um gás paramagnético à temperatura ambiente ($T = 300 \text{ K}$) é submetido a um campo magnético externo de módulo $B = 1,5 \text{ T}$; os átomos do gás possuem um momento dipolar magnético $\mu = 1,0\mu_B$. Calcule a energia cinética média de translação K de um átomo do gás e a diferença de energia ΔU_B entre o alinhamento paralelo e o alinhamento antiparalelo dos momentos dipolares magnéticos dos átomos com o campo externo.

IDEIAS-CHAVE

- (1) A energia cinética média de translação K de um átomo em um gás depende da temperatura do gás. (2) A energia potencial U_B de um dipolo magnético $\vec{\mu}$ na presença de um campo magnético \vec{B} depende do ângulo θ entre as orientações de $\vec{\mu}$ e de \vec{B} .

Cálculos De acordo com a Eq. 19-24, temos:

$$K = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K}) \\ = 6,2 \times 10^{-21} \text{ J} = 0,039 \text{ eV.} \quad (\text{Resposta})$$

De acordo com a Eq. 28-38 ($U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$), a diferença ΔU_B entre o alinhamento paralelo ($\theta = 0^\circ$) e o alinhamento antiparalelo ($\theta = 180^\circ$) é dada por

$$\begin{aligned} \Delta U_B &= -\mu B \cos 180^\circ - (-\mu B \cos 0^\circ) = 2\mu B \\ &= 2\mu_B B = 2(9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1,5 \text{ T}) \\ &= 2,8 \times 10^{-23} \text{ J} = 0,00017 \text{ eV.} \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Neste caso, portanto, K é cerca de 230 vezes maior que ΔU_B e a troca de energia entre os átomos através de colisões pode facilmente mudar a orientação de momentos dipolares magnéticos que tenham sido alinhados pelo campo magnético externo. Assim, o momento dipolar magnético efetivo do gás paramagnético é relativamente pequeno e se deve apenas a alinhamentos momentâneos dos momentos dipolares atômicos.

32-11 Ferromagnetismo

Quando falamos de magnetismo no dia a dia, quase sempre o que temos em mente é um ímã em forma de barra, em forma de ferradura ou em forma de placa (provavelmente preso a uma porta de geladeira). Em outras palavras, estamos pensando em um material ferromagnético, com um magnetismo intenso e permanente, e não em um material diamagnético ou paramagnético, com um magnetismo fraco e temporário.

O ferro, o níquel, o cobalto, o gadolinio, o disprósio e ligas que contêm esses elementos são ferromagnéticos por causa de um efeito quântico conhecido como *acoplamento de câmbio*, no qual os spins dos elétrons de um átomo interagem com os spins dos elétrons dos átomos vizinhos. O resultado é um alinhamento dos momentos dipolares magnéticos dos átomos, apesar das colisões causadas pela agitação térmica, que tendem a desalinear os momentos. É esse alinhamento persistente que proporciona aos materiais ferromagnéticos um magnetismo permanente.

Quando a temperatura de um material ferromagnético ultrapassa um valor crítico, conhecido como *temperatura de Curie*, a agitação térmica prevalece sobre o acoplamento de câmbio e o material se torna paramagnético, ou seja, os dipólos passam a se alinhar apenas parcialmente com o campo aplicado e o campo magnético resultante fica muito mais fraco. A temperatura de Curie do ferro é 1043 K (770°C).

A magnetização de um material ferromagnético como o ferro pode ser estudada usando um dispositivo conhecido como *anel de Rowland* (Fig. 32-15). O material é moldado na forma de um núcleo toroidal de seção reta circular. Uma bobina primária P com n espiras por unidade de comprimento é enrolada no núcleo e por ela se faz passar uma corrente i_p . (A bobina é um toroide, definido na Seção 29-5.) Se o núcleo de ferro não estivesse presente, o módulo do campo magnético no interior do toroide, de acordo com a Eq. 29-23, seria dado por

$$B_0 = \mu_0 i_p n. \quad (32-40)$$

Com um núcleo de ferro presente, o campo magnético \bar{B} no interior do solenoide é muito maior que B_0 . Podemos escrever o módulo do campo como

$$B = B_0 + B_M, \quad (32-41)$$

onde B_M é o módulo da contribuição do núcleo de ferro para o campo magnético. Essa contribuição é consequência do alinhamento dos momentos dipolares atômicos dos átomos de ferro e é proporcional à magnetização M do ferro. Para determinar o valor de B_M , usamos uma bobina secundária S para medir B e calculamos o valor de $B = \mu_0 i_p n$, que, de acordo com as Eqs. 32-40 e 32-41, é igual a B_M .

A Fig. 32-16 mostra a curva de magnetização de um material ferromagnético obtida usando um anel de Rowland: a razão $B_M/B_{M,\text{máx}}$, onde $B_{M,\text{máx}}$ é o valor máximo possível de B_M , correspondente à saturação, foi plotada em função de B_0 . A curva é semelhante à da Fig. 32-14, a curva de magnetização de um material paramagnético: as duas curvas mostram o alinhamento parcial dos momentos dipolares atômicos do material produzido por um campo magnético aplicado

No caso do núcleo ferromagnético responsável pelos resultados da Fig. 32-16, o alinhamento dos dipólos magnéticos é cerca de 70% do valor máximo para $B_0 \approx 1 \times 10^{-3}$ T. Se B_0 fosse aumentado para 1 T, o alinhamento seria quase total, mas um campo B_0 tão alto como 1 T é difícil de conseguir em um toroide.

Domínios Magnéticos

Nos materiais ferromagnéticos que se encontram a uma temperatura menor que a temperatura de Curie, o acoplamento de câmbio produz um alinhamento dos dipólos atômicos vizinhos. Por que, então, o material não apresenta a magnetização de saturação, mesmo na ausência de um campo magnético aplicado B_0 ? Em outras palavras, por que os objetos de ferro, como um prego, por exemplo, nem sempre se comportam como ímãs permanentes?

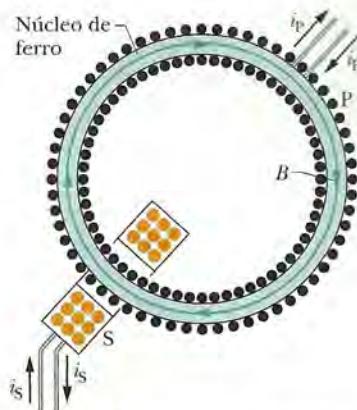


Figura 32-15 Um anel de Rowland.

A bobina primária P tem um núcleo feito do material ferromagnético a ser estudado (ferro, no caso). O núcleo é magnetizado por uma corrente i_p aplicada através da bobina P. (As espiras da bobina estão representadas por pontos.) A magnetização do núcleo determina a intensidade do campo magnético total \bar{B} no interior da bobina P. O campo \bar{B} pode ser medido através de uma bobina secundária S.

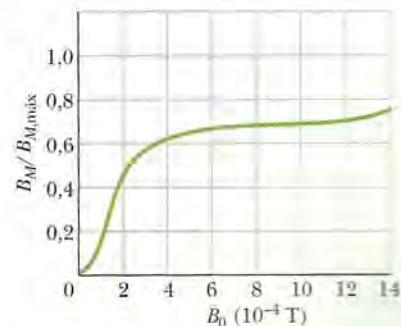


Figura 32-16 Curva de magnetização do núcleo de material ferromagnético de um anel de Rowland como o da Fig. 32-15. No eixo vertical, 1,0 corresponde ao alinhamento total (saturação) dos dipólos atômicos do material.



Figura 32-17 Micrografia da estrutura de domínios de um monocrystal de níquel; as linhas brancas mostram as paredes dos domínios. As setas brancas traçadas na fotografia mostram a orientação dos dipolos magnéticos dentro de cada domínio e, portanto, a orientação do dipolo magnético total de cada domínio. O cristal como um todo não apresenta magnetização espontânea se o campo magnético total (soma vetorial dos dipolos magnéticos para todos os domínios) for nulo. (Cortesia de Ralph W. DeBlois)

Para compreender a razão, considere uma amostra de um material ferromagnético como o ferro. O material, no estado normal, é constituído por vários *domínios magnéticos*, regiões em que o alinhamento dos dipolos atômicos é praticamente perfeito. Acontece que os domínios não estão todos alinhados. Na verdade, a orientação dos domínios pode ser tal que quase todos os momentos magnéticos se cancelam.

A Fig. 32-17 é uma micrografia da distribuição dos domínios em um cristal de níquel, obtida espalhando uma suspensão coloidal de partículas de óxido de ferro na superfície do material. As paredes dos domínios, ou seja, as regiões em que o alinhamento dos dipolos atômicos muda de direção, são locais em que os campos magnéticos sofrem variações bruscas. As partículas coloidais em suspensão são atraídas para essas regiões e aparecem como linhas brancas na fotografia (nem todas as paredes dos domínios são visíveis na Fig. 32-17). Embora os dipolos atômicos em cada domínio estejam totalmente alinhados na direção indicada pelas setas, a amostra como um todo pode ter um momento magnético resultante relativamente pequeno.

Quando magnetizamos uma amostra de um material ferromagnético, submetendo-a a um campo magnético externo que é aumentado gradualmente, acontecem dois efeitos que, juntos, produzem uma curva de magnetização como a da Fig. 32-16. O primeiro é o aumento do tamanho dos domínios que estão orientados no mesmo sentido que o campo externo aplicado, enquanto os domínios com outras orientações diminuem. O segundo efeito é uma mudança da orientação dos dipolos dentro de um domínio, no sentido de se aproximarem da direção do campo.

O acoplamento de câmbio e o movimento dos domínios levam ao seguinte resultado:



Um material ferromagnético submetido a um campo magnético externo \vec{B}_{ext} adquire um grande momento dipolar magnético na direção de \vec{B}_{ext} . Se o campo é não uniforme, o material ferromagnético é atraído da região onde o campo magnético é menos intenso para a região onde o campo magnético é mais intenso.

Histerese

As curvas de magnetização dos materiais ferromagnéticos não se repetem quando aumentamos e depois diminuímos o campo magnético externo B_0 . A Fig. 32-18 mostra um gráfico de B_M em função de B_0 durante as seguintes operações com um anel de Rowland: (1) Partindo de uma amostra desmagnetizada de ferro (ponto *a*), aumentamos a corrente no enrolamento do toroide até que B_0 ($= \mu_0 i N / 2\pi r = \mu_0 i n$) tenha o valor correspondente ao ponto *b*; (2) reduzimos a zero a corrente no toroide (e, portanto, o campo B_0), chegando assim ao ponto *c*; (3) aumentamos a corrente no toroide no sentido oposto até que B_0 tenha o valor correspondente ao ponto *d*; (4) reduzimos novamente a corrente a zero (ponto *e*); (5) invertemos mais uma vez o sentido da corrente e aumentamos seu valor até atingirmos o ponto *b*.

A falta de repetitividade mostrada na Fig. 32-18 recebe o nome de **histerese** e a curva *bcdeb* é chamada de *laço de histerese*. Observe que nos pontos *c* e *e* a amostra de ferro está magnetizada, embora não haja corrente no enrolamento do toroide; este é um exemplo do fenômeno do magnetismo permanente.

A histerese pode ser compreendida a partir do conceito de domínios magnéticos. Evidentemente, o movimento das paredes dos domínios e a reorientação da direção dos domínios não são fenômenos totalmente reversíveis. Quando o campo magnético B_0 é aumentado e depois reduzido novamente ao valor inicial, os domínios não voltam à configuração original, mas guardam uma certa “memória” do alinhamento que possuíam após o aumento inicial. A memória dos materiais magnéticos é essencial para o armazenamento de informações em meios magnéticos.

A memória do alinhamento dos domínios também ocorre naturalmente. Correntes elétricas produzidas por relâmpagos dão origem a campos magnéticos intensos que podem magnetizar rochas ferromagnéticas situadas nas proximidades. Graças

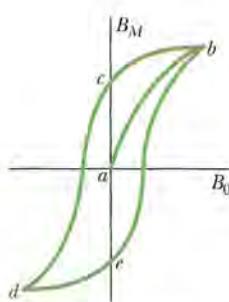


Figura 32-18 Curva de magnetização (*ab*) de um material ferromagnético e o laço de histerese associado (*bcdeb*).

à histerese, as rochas conservam a magnetização por muito tempo. Essas rochas, expostas e fragmentadas pela erosão, produziram as pedras magnéticas que tanto encantaram os gregos e chineses antigos.

Exemplo

Momento dipolar magnético de uma agulha de bússola

Uma agulha de bússola feita de ferro puro (cuja massa específica é 7900 kg/cm^3) tem 3,0 cm de comprimento, 1,0 mm de largura e 0,50 mm de espessura. O módulo do momento dipolar magnético de um átomo de ferro é $\mu_{\text{Fe}} = 2,1 \times 10^{-23} \text{ J/T}$. Se a magnetização da agulha equivale ao alinhamento de 10% dos átomos, qual é o módulo do momento dipolar magnético da agulha?

IDEIAS-CHAVE

(1) Se os momentos dos N átomos da agulha estivessem alinhados, o módulo do momento dipolar magnético da agulha seria $N\mu_{\text{Fe}}$. Como apenas 10% dos momentos atômicos estão alinhados e os momentos não alinhados estão orientados aleatoriamente e não contribuem para o momento magnético total, temos:

$$\mu = 0,10N\mu_{\text{Fe}}. \quad (32-42)$$

(2) Podemos determinar o número N de átomos a partir da massa da agulha:

$$N = \frac{\text{massa da agulha}}{\text{massa atômica do ferro}}. \quad (32-43)$$

Cálculo de N A massa atômica do ferro pode ser calculada a partir da massa molar M , que é dada no Apêndice F. Temos:

$$\frac{\text{massa atômica}}{\text{do ferro}} = \frac{\text{massa molar do ferro } M}{\text{número de Avogadro } N_A}. \quad (32-44)$$

Assim, a Eq. 32-43 se torna

$$N = \frac{mN_A}{M}. \quad (32-45)$$

A massa m da agulha é o produto da massa específica pelo volume. Como o volume é $1,5 \times 10^{-8} \text{ m}^3$, temos:

$$\begin{aligned} \text{massa da agulha } m &= (\text{massa específica da agulha}) \\ &\quad (\text{volume da agulha}) \\ &= (7900 \text{ kg/m}^3)(1,5 \times 10^{-8} \text{ m}^3) \\ &= 1,185 \times 10^{-4} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Substituindo este valor de m na Eq. 32-45 e usando os valores conhecidos $M = 55,847 \text{ g/mol}$ ($= 0,055847 \text{ kg/mol}$) e $N_A = 6,02 \times 10^{23}$, temos:

$$\begin{aligned} N &= \frac{(1,185 \times 10^{-4} \text{ kg})(6,02 \times 10^{23})}{0,055847 \text{ kg/mol}} \\ &= 1,2774 \times 10^{21}. \end{aligned}$$

Cálculo de μ Substituindo este valor de N e o valor de μ_{Fe} na Eq. 32-42, obtemos:

$$\begin{aligned} \mu &= (0,10)(1,2774 \times 10^{21})(2,1 \times 10^{-23} \text{ J/T}) \\ &= 2,682 \times 10^{-3} \text{ J/T} \approx 2,7 \times 10^{-3} \text{ J/T}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

REVISÃO E RESUMO

Lei de Gauss para Campos Magnéticos A estrutura magnética mais simples é o dipolo magnético; monopolos magnéticos (até onde sabemos) não existem. De acordo com a **lei de Gauss** para campos magnéticos,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0, \quad (32-1)$$

o fluxo magnético através de qualquer superfície gaussiana é zero. Isso equivale a afirmar que não existem monopolos magnéticos.

Extensão de Maxwell da Lei de Ampère Um fluxo elétrico variável induz um campo magnético \vec{B} . A lei de Maxwell,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{Lei de indução de Maxwell}), \quad (32-3)$$

relaciona o campo magnético induzido em uma espira à variação do flu-

xo elétrico Φ_E através da espira. A lei de Ampère, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}}$ (Eq. 32-4), pode ser usada para calcular o campo magnético produzido por uma corrente i_{env} envolvida por uma curva fechada. A lei de Maxwell e a lei de Ampère podem ser combinadas em uma única equação,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{\text{env}} \quad (\text{Lei de Ampère-Maxwell}). \quad (32-5)$$

Corrente de Deslocamento A *corrente de deslocamento* fictícia produzida por um campo elétrico variável é definida pela equação

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad (32-10)$$

Usando essa definição, a Eq. 32-5 pode ser escrita na forma

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{d,\text{env}} + \mu_0 i_{\text{env}} \quad (\text{Lei de Ampère-Maxwell}), \quad (32-11)$$

em que i_{des} é a corrente de deslocamento envolvida pela curva de integração. A ideia da corrente de deslocamento permite aplicar aos capacitores o princípio de continuidade da corrente elétrica. Entretanto, a corrente de deslocamento *não envolve* o movimento de cargas.

Equações de Maxwell As equações de Maxwell, mostradas na Tabela 32-1, representam uma versão condensada das leis do electromagnetismo e constituem a base dessa disciplina.

Campo Magnético da Terra O campo magnético da Terra pode ser representado aproximadamente por um dipolo magnético cujo momento dipolar faz um ângulo de 11,5° com o eixo de rotação da Terra e cujo polo sul fica no Hemisfério Norte. A orientação do campo magnético local em qualquer ponto da superfície da Terra é dada pela *declinação do campo* (ângulo à esquerda ou à direita do polo geográfico) e pela *inclinação do campo* (ângulo para cima ou para baixo em relação à horizontal).

Momento Dipolar Magnético de Spin O elétron possui um momento angular intrínseco denominado *momento angular de spin* (ou simplesmente *spin*), representado pelo símbolo \vec{S} , ao qual está associado um *momento dipolar magnético de spin* $\vec{\mu}_s$. Entre as duas grandezas existe a seguinte relação:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S}. \quad (32-22)$$

O spin \vec{S} não pode ser medido; é possível medir apenas uma de suas componentes. Supondo que a componente medida seja a componente z , essa componente pode assumir apenas os valores dados por

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi}, \quad \text{para } m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad (32-23)$$

em que $h (= 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$ é a constante de Planck. Analogamente, apenas uma das componentes do momento dipolar magnético de spin $\vec{\mu}_s$ pode ser medida. A componente z é dada por

$$\mu_{s,z} = \pm \frac{eh}{4\pi m} = \pm \mu_B, \quad (32-24, 32-26)$$

em que μ_B é o *magnéton de Bohr*, definido da seguinte forma:

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T}. \quad (32-25)$$

A energia potencial U do momento dipolar magnético de spin na presença de um campo externo \vec{B}_{ext} é dada por

$$U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{\text{ext}} = -\mu_{s,z} B_{\text{ext}}. \quad (32-27)$$

Momento Dipolar Magnético Orbital Quando faz parte de um átomo, um elétron possui outro tipo de momento angular, conhecido como momento angular orbital \vec{L}_{orb} , ao qual está associado um *momento dipolar magnético orbital* $\vec{\mu}_{\text{orb}}$. Entre as duas grandezas existe a seguinte relação:

$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{\text{orb}}. \quad (32-28)$$

O momento angular orbital é quantizado e pode assumir apenas os valores dados por

$$L_{\text{orb},z} = m_\lambda \frac{h}{2\pi},$$

$$\text{para } m_\lambda = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (\text{limite}). \quad (32-29)$$

Assim, o módulo do momento angular orbital é

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_\lambda \frac{eh}{4\pi m} = -m_\lambda \mu_B. \quad (32-30, 32-31)$$

A energia potencial U associada à orientação do momento dipolar magnético orbital na presença de um campo externo \vec{B}_{ext} é dada por

$$U = -\vec{\mu}_{\text{orb}} \cdot \vec{B}_{\text{ext}} = -\mu_{\text{orb},z} B_{\text{ext}}. \quad (32-32)$$

Diamagnetismo Os materiais *diamagnéticos* não possuem um momento dipolar magnético a não ser quando são submetidos a um campo magnético externo \vec{B}_{ext} , caso em que adquirem um momento dipolar magnético no sentido oposto ao de \vec{B}_{ext} . Se \vec{B}_{ext} é não uniforme, um material diamagnético é repelido das regiões onde o campo é mais intenso. Esta propriedade recebe o nome de *diamagnetismo*.

Paramagnetismo Em um material *paramagnético*, cada átomo possui um momento dipolar magnético permanente $\vec{\mu}$, mas os momentos estão orientados aleatoriamente e o material como um todo não possui um momento magnético. Entretanto, um campo magnético externo \vec{B}_{ext} pode alinhar parcialmente os momentos dipolares atômicos, o que faz o material adquirir um momento magnético na direção de \vec{B}_{ext} . Se \vec{B}_{ext} é não uniforme, um material paramagnético é atraído para as regiões onde o campo é mais intenso. Essa propriedade recebe o nome de *paramagnetismo*.

O alinhamento dos momentos dipolares atômicos de um material paramagnético é diretamente proporcional ao módulo de \vec{B}_{ext} e inversamente proporcional à temperatura T . O grau de magnetização de uma amostra de volume V é dado pela *magnetização* \vec{M} , cujo módulo é

$$M = \frac{\text{momento magnético medido}}{V}. \quad (32-38)$$

Ao alinhamento perfeito dos N momentos dipolares atômicos, conhecido como *saturação* da amostra, corresponde o valor máximo da magnetização, $M_{\text{max}} = N\mu/V$. Para pequenos valores da razão B_{ext}/T , temos a aproximação

$$M = C \frac{B_{\text{ext}}}{T} \quad (\text{Lei de Curie}), \quad (32-39)$$

onde a constante C é conhecida como *constante de Curie*.

Ferromagnetismo Na ausência de um campo magnético externo, os spins de alguns elétrons de um material ferromagnético são alinhados por uma interação de origem quântica denominada *interação de câmbio*, o que dá origem a regiões (domínios) no interior do material que apresentam um momento dipolar magnético diferente de zero. Um campo magnético externo \vec{B}_{ext} pode alinhar esses domínios, produzindo um momento dipolar magnético elevado no material como um todo, orientado na direção de \vec{B}_{ext} . Esse momento dipolar magnético pode persistir parcialmente quando \vec{B}_{ext} é removido. Se \vec{B}_{ext} é não uniforme, um material ferromagnético é atraído para as regiões onde o campo é mais intenso. Essas propriedades recebem o nome de *ferromagnetismo*. Um material ferromagnético se torna paramagnético quando a temperatura ultrapassa a *temperatura de Curie*.

P E R G U N T A S

1 A Fig. 32-19a mostra um capacitor de placas circulares que está sendo carregado. O ponto *a* (perto de um dos fios de ligação do capacitor) e o ponto *b* (no espaço entre as placas) estão à mesma distância do eixo central e o mesmo acontece com pontos *c* (um pouco mais afastado do fio da esquerda que o ponto *a*) e *d* (na mesma posição horizontal que o ponto *b*, mas fora do espaço entre as placas). Na Fig. 32-19b, uma curva mostra a variação com a distância *r* do módulo do campo magnético do lado de dentro e do lado de fora do fio da esquerda; a outra mostra a variação com a distância *r* do módulo do campo magnético dentro e fora das placas. As duas curvas se superpõem parcialmente. Determine a correspondência entre os três pontos assinalados na Fig. 32-19b e os quatro pontos da Fig. 32-19a.

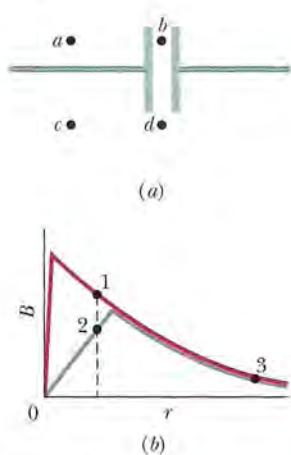


Figura 32-19 Pergunta 1.

2 A Fig. 32-20 mostra um capacitor de placas paralelas e a corrente nos fios de ligação do capacitor enquanto está sendo descarregado. (a) O sentido do campo elétrico \vec{E} é para a esquerda ou para a direita? (b) O sentido da corrente de deslocamento i_d é para a esquerda ou para a direita? (c) O campo magnético no ponto *P* está orientado para dentro ou para fora do papel?

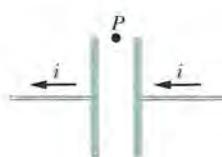


Figura 32-20 Pergunta 2.

3 A Fig. 32-21 mostra, em duas situações, o vetor campo elétrico \vec{E} e uma linha de campo magnético induzido. Determine, nos dois casos, se o módulo de \vec{E} está aumentando ou diminuindo.

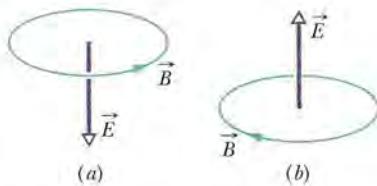


Figura 32-21 Pergunta 3.

4 A Fig. 32-22a mostra duas orientações possíveis para o spin de um elétron em relação a um campo magnético externo \vec{B}_{ext} . A Fig.

32-22b mostra três possibilidades para o gráfico da energia potencial associada às duas orientações em função do módulo de \vec{B}_{ext} . As possibilidades *b* e *c* envolvem retas que se interceptam e a possibilidade *a* envolve retas paralelas. Qual das três é a correta?

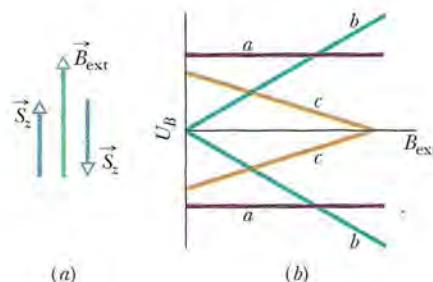


Figura 32-22 Pergunta 4.

5 Um elétron é submetido a um campo magnético externo \vec{B}_{ext} com a componente S_z do spin do elétron antiparalela a \vec{B}_{ext} . Se o elétron sofre uma *inversão de spin* que torna a componente S_z paralela a \vec{B}_{ext} , o elétron ganha ou perde energia?

6 O módulo da força que age sobre a espira das Figs. 32-12a e 32-12b aumenta, diminui ou permanece constante (a) quando aumentamos o módulo de \vec{B}_{ext} ; (b) quando aumentamos a divergência de \vec{B}_{ext} ?

7 A Fig. 32-23 mostra uma vista frontal de uma das duas placas quadradas de um capacitor de placas paralelas e quatro curvas fechadas situadas no espaço entre as placas. O capacitor está sendo descarregado. (a) Desprezando o efeito de borda, coloque as curvas na ordem do valor absoluto de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo das curvas, começando pelo maior. (b) Ao longo de que curva(s) o ângulo entre as direções de \vec{B} e $d\vec{s}$ é constante (o que facilita o cálculo do produto escalar dos dois vetores)? (c) Ao longo de que curva(s) o valor de B é constante (o que permite tirar B do sinal de integral na Eq. 32-3)?

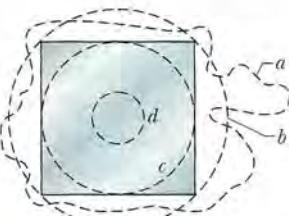


Figura 32-23 Pergunta 7.

8 A Fig. 32-24 mostra três elétrons girando em órbita no sentido anti-horário na presença de um campo magnético. O campo é não uniforme nas configurações 1 e 2 e uniforme na configuração 3. Para cada configuração, responda às seguintes perguntas: (a) o momento dipolar magnético orbital do elétron aponta para cima, para baixo ou é nulo? (b) A força magnética que age sobre o elétron aponta para cima, para baixo ou é nula?

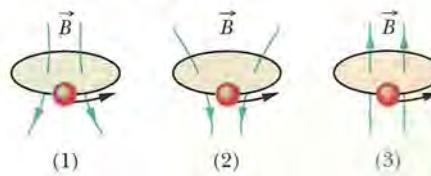


Figura 32-24 Perguntas 8, 9 e 10.

9 Substitua as órbitas da Pergunta 8 e da Fig. 32-24 por esferas diamagnéticas. Para cada configuração, responda às seguintes perguntas: (a) o momento dipolar magnético da esfera aponta para cima, para baixo ou é nulo? (b) A força magnética que age sobre o elétron aponta para cima, para baixo ou é nula?

10 Substitua as órbitas da Pergunta 8 e da Fig. 32-24 por esferas paramagnéticas. Para cada configuração, responda às seguintes perguntas: (a) o momento dipolar magnético da esfera aponta para cima, para baixo ou é nulo? (b) A força magnética que age sobre o elétron aponta para cima, para baixo ou é nula?

11 A Fig. 32-25 mostra três placas retangulares de um material ferromagnético no qual os dipolos magnéticos dos domínios foram orientados para fora da página (ponto preto) por um campo magnético muito intenso B_0 . Nas três amostras, pequenos domínios residuais conservaram o sentido para dentro da página (cruz). A placa 1 é um cristal puro; as outras placas contêm impurezas concentradas em linhas; as paredes dos domínios não podem cruzar facilmente essas linhas.

O campo B_0 é removido e um outro campo, muito mais fraco, é aplicado no sentido oposto. A mudança faz com que os domínios residuais aumentem de tamanho. (a) Coloque as amostras na ordem do tamanho dos domínios residuais após a aplicação do segundo campo, começando pelo maior. Os materiais ferromagnéticos em que a orientação dos domínios pode ser mudada com facilidade são chamados de *magneticamente macios*; os materiais em que a orientação dos domínios não pode ser mudada com facilidade são chamados de *magneticamente duros*. (b) Das três amostras, qual é magneticamente mais dura?



Figura 32-25 Pergunta 11.

PROBLEMAS

• • • O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 32-2 Lei de Gauss para Campos Magnéticos

•1 O fluxo magnético através de cinco faces de um dado é $\Phi_B = \pm N$ Wb, onde $1 \leq N \leq 5$ é o número de pontos da face. O fluxo é positivo (para fora) se N é par e negativo (para dentro) se N é ímpar. Qual é o fluxo através da sexta face do dado?

•2 A Fig. 32-26 mostra uma superfície fechada. Na face plana superior, que tem um raio de 2,0 cm, um campo magnético perpendicular \vec{B} de módulo 0,30 T aponta para fora. Na face plana inferior, um fluxo magnético de 0,70 mWb é dirigido para fora. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora) do fluxo magnético através da parte lateral da superfície.



Figura 32-26 Problema 2.

••3 Uma superfície gaussiana em forma de cilindro circular reto tem um raio de 12,0 cm e um comprimento de 80,0 cm. Em uma das bases existe um fluxo para dentro de $25,0 \mu\text{Wb}$. Na outra base existe um campo magnético uniforme de 1,60 mT, normal à superfície e dirigido para fora. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora) do fluxo magnético através da superfície lateral do cilindro.

•••4 Dois fios, paralelos ao eixo z e separados por uma distância de $4r$, conduzem correntes iguais i em sentidos opostos, como mostra a Fig. 32-27. Um cilindro circular de raio r e comprimento L tem o eixo central sobre o eixo z , a meio caminho entre os fios. Com base na lei de Gauss, escreva uma expressão para o fluxo magnético

através da metade da superfície lateral do cilindro que está acima do eixo x . (Sugestão: calcule o fluxo através da parte do plano xz que está no interior do cilindro.)

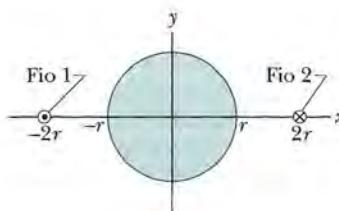


Figura 32-27 Problema 4.

Seção 32-3 Campos Magnéticos Induzidos

•5 O campo magnético induzido a 6,0 mm do eixo central de um capacitor de placas circulares e paralelas é $2,0 \times 10^{-7}$ T. As placas têm 3,0 mm de raio. Qual é a taxa de variação $d\vec{E} / dt$ do campo elétrico entre as placas?

•6 Um capacitor de placas quadradas de lado L está sendo descarregado por uma corrente de 0,75 A. A Fig. 32-28 é uma vista frontal de uma das placas, do ponto de vista do interior do capacitor. A linha tracejada mostra uma trajetória retangular no espaço entre as placas. Se $L = 12$ cm, $W = 4,0$ cm e $H = 2,0$ cm, qual é o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ o longo da linha tracejada?

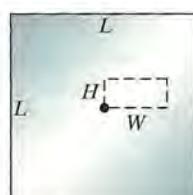


Figura 32-28 Problema 6.

- 7 Fluxo elétrico uniforme.** A Fig. 32-29 mostra uma região circular de raio $R = 3,00$ cm na qual um fluxo elétrico uniforme aponta para fora do papel. O fluxo elétrico total através da região é $\Phi_E = (3,00 \text{ mV} \cdot \text{m/s})t$, onde t está em segundos. Determine o módulo do campo magnético induzido a uma distância radial (a) de 2,00 cm; (b) de 5,00 cm.

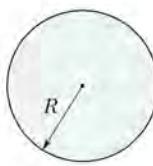


Figura 32-29 Problemas 7 a 10 e 19 a 22.

- 8 Fluxo elétrico não uniforme.** A Fig. 32-29 mostra uma região circular de raio $R = 3,00$ cm na qual um fluxo elétrico aponta para fora do papel. O fluxo elétrico envolvido por uma circunferência concêntrica de raio r é dado por $\Phi_{E,\text{env}} = (0,600 \text{ V} \cdot \text{m/s})(r/R)t$, onde $r \leq R$ e t está em segundos. Determine o módulo do campo magnético induzido a uma distância radial (a) de 2,00 cm; (b) de 5,00 cm.

- 9 Campo elétrico uniforme.** Na Fig. 32-29, um campo elétrico uniforme aponta para fora do papel em uma região circular de raio $R = 3,00$ cm. O módulo do campo elétrico é dado por $E = (4,50 \times 10^{-3} \text{ V/m-s})t$, onde t está em segundos. Determine o módulo do campo magnético induzido a uma distância radial (a) de 2,00 cm; (b) de 5,00 cm.

- 10 Campo elétrico não uniforme.** Na Fig. 32-29, um campo elétrico aponta para fora do papel em uma região circular de raio $R = 3,00$ cm. O módulo do campo elétrico é dado por $E = (0,500 \text{ V/m} \cdot \text{s}) (1 - R/r)t$, onde t está em segundos e r é a distância radial ($r \leq R$). Determine o módulo do campo magnético induzido a uma distância radial (a) de 2,00 cm; (b) de 5,00 cm.

- 11 Um capacitor de placas paralelas** possui placas circulares de raio $R = 30$ mm e a distância entre as placas é 5,0 mm. Uma diferença de potencial senoidal com um valor máximo de 150 V e uma frequência de 60 Hz é aplicada às placas, ou seja, a tensão entre as placas é

$$V = (150 \text{ V}) \operatorname{sen}[2\pi(60 \text{ Hz})t].$$

- (a) Determine $B_{\max}(R)$, o valor máximo do campo magnético induzido a uma distância radial $r = R$. (b) Plote $B_{\max}(r)$ para $0 < r < 10$ cm.

- 12 Um capacitor de placas paralelas** com placas circulares de 40 mm de raio está sendo descarregado por uma corrente de 6,0 A. A que distância radial (a) do lado de dentro e (b) do lado de fora do espaço entre as placas o campo magnético induzido é igual a 75% do valor máximo? (c) Qual é o valor máximo?

Seção 32-4 Corrente de Deslocamento

- 13 Qual deve ser a taxa de variação da diferença de potencial entre as placas de um capacitor de placas paralelas** com uma capacidade de $2 \mu\text{F}$ para que seja produzida uma corrente de deslocamento de 1,5 A?

- 14 Um capacitor de placas paralelas** com placas circulares de raio R está sendo carregado. Mostre que o módulo da densidade de corrente da corrente de deslocamento é $J_d = \epsilon_0(dE/dt)$ para $r \leq R$.

- 15 Prove que a corrente de deslocamento** em um capacitor de placas paralelas de capacidade C pode ser escrita na forma $i_d = C(dV/dt)$, onde V é a diferença de potencial entre as placas.

- 16 Um capacitor de placas paralelas** com placas circulares de 0,10 m de raio está sendo descarregado. Um anel circular com 0,20 m de raio, concêntrico com o capacitor, está a meio caminho entre as placas. A corrente de deslocamento através do anel é 2,0 A. Qual é a taxa de variação do campo elétrico entre as placas?

- 17 Um fio de prata** tem uma resistividade $\rho = 1,62 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ e uma seção reta de $5,00 \text{ mm}^2$. A corrente no fio é uniforme e varia à taxa de 2000 A/s quando a corrente é 100 A. (a) Determine o módulo do campo elétrico (uniforme) no fio quando a corrente é 100 A. (b) Determine a corrente de deslocamento no fio nesse instante. (c) Determine a razão entre o módulo do campo magnético produzido pela corrente de deslocamento e o módulo do campo magnético produzido pela corrente a uma distância r do fio.

- 18 O circuito** da Fig. 32-30 é formado por uma chave S, uma fonte ideal de 12,0 V, um resistor de $20,0 \text{ M}\Omega$ e um capacitor cujo dielétrico é o ar. O capacitor tem placas circulares paralelas com 5,00 cm de raio, separadas por uma distância de 3,00 mm. No instante $t = 0$, a chave S é fechada e o capacitor começa a se carregar. O campo elétrico entre as placas é uniforme. No instante $t = 250 \mu\text{s}$, qual é o módulo do campo magnético no interior do capacitor, a uma distância radial de 3,00 cm?

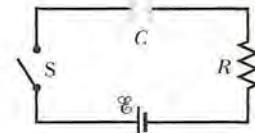


Figura 32-30 Problema 18.

- 19 Densidade de corrente de deslocamento uniforme.** A Fig. 32-29 mostra uma região circular de raio $R = 3,00$ cm na qual existe uma corrente de deslocamento dirigida para fora do papel. A corrente de deslocamento possui uma densidade de corrente uniforme cujo valor absoluto é $J_d = 6,00 \text{ A/m}^2$. Determine o módulo do campo magnético produzido pela corrente de deslocamento (a) a 2,00 cm do centro da região; (b) a 5,00 cm do centro da região.

- 20 Corrente de deslocamento uniforme.** A Fig. 32-29 mostra uma região circular de raio $R = 3,00$ cm na qual existe uma corrente de deslocamento uniforme $i_d = 0,500 \text{ A}$ dirigida para fora do papel. Determine o módulo do campo magnético produzido pela corrente de deslocamento (a) a 2,00 cm do centro da região; (b) a 5,00 cm do centro da região.

- 21 Densidade de corrente de deslocamento não uniforme.** A Fig. 32-29 mostra uma região circular de raio $R = 3,00$ cm na qual existe uma corrente de deslocamento dirigida para fora do papel. O módulo da densidade da corrente de deslocamento é dado por $J_d = (4,00 \text{ A/m}^2)(1 - r/R)$, onde $r \leq R$ é a distância do centro da região. Determine o módulo do campo magnético produzido pela corrente de deslocamento (a) em $r = 2,00$ cm; (b) em $r = 5,00$ cm.

- 22 Corrente de deslocamento não uniforme.** A Fig. 32-29 mostra uma região circular de raio $R = 3,00$ cm na qual existe uma corrente de deslocamento i_d dirigida para fora do papel. O módulo da corrente de deslocamento é dado por $i_d = (3,00 \text{ A})(r/R)$, onde $r \leq R$ é a distância do centro da região. Determine o módulo do campo magnético produzido por i_d (a) em $r = 2,00$ cm; (b) em $r = 5,00$ cm.

- 23 Na Fig. 32-31,** um capacitor de placas paralelas possui placas quadradas de lado $L = 1,0 \text{ m}$. Uma corrente de 2,0 A carrega o capacitor, produzindo um campo elétrico uniforme \bar{E} entre as placas, com \bar{E} perpendicular às placas. (a) Determine a corrente de deslocamento i_d na região entre as placas. (b) Determine o valor de dE/dt nessa região. (c) Determine a corrente de deslocamento envolvida

pela trajetória tracejada, um quadrado com $d = 0,50\text{ m}$ de lado. (d) Determine o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da trajetória tracejada.



Figura 32-31 Problema 23.

••24 O módulo do campo elétrico entre as duas placas paralelas circulares da Fig. 32-32 é $E = (4,0 \times 10^5) - (6,0 \times 10^4 t)$, com E em volts por metro e t em segundos. No instante $t = 0$, \vec{E} aponta para cima. A área das placas é $4,0 \times 10^{-2}\text{ m}^2$. Para $t \geq 0$, determine (a) o módulo e (b) o sentido (para cima ou para baixo) da corrente de deslocamento na região entre as placas; (c) o sentido do campo magnético induzido (horário ou anti-horário) do ponto de vista da figura.

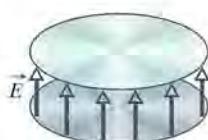


Figura 32-32 Problema 24.

••25 Enquanto um capacitor de placas paralelas com placas circulares de 20 cm de diâmetro está sendo carregado, a densidade de corrente da corrente de deslocamento na região entre as placas é uniforme e tem um módulo de 20 A/m^2 . (a) Calcule o módulo B do campo magnético a uma distância $r = 50\text{ mm}$ do eixo de simetria dessa região. (b) Calcule dE/dt nessa região.

••26 Um capacitor com placas paralelas circulares de raio $R = 1,20\text{ cm}$ está sendo descarregado por uma corrente de $12,0\text{ A}$. Considere um anel de raio $R/3$, concêntrico com o capacitor, situado entre as placas. (a) Qual é a corrente de deslocamento envolvida pelo anel? O campo magnético máximo induzido tem um módulo de $12,0\text{ mT}$. A que distância radial (b) do lado de dentro e (c) do lado de fora do espaço entre as placas o módulo do campo magnético induzido é $3,00\text{ mT}$?

••27 Na Fig. 32-33, um campo elétrico uniforme \vec{E} é reduzido a zero. A escala do eixo vertical é definida por $E_s = 6,0 \times 10^5\text{ N/C}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 12,0\text{ }\mu\text{s}$. Calcule o módulo da corrente de deslocamento através de uma área de $1,6\text{ m}^2$ perpendicular ao campo durante os intervalos de tempo a , b e c mostrados no gráfico. (Ignore o comportamento da corrente na extremidade dos intervalos.)

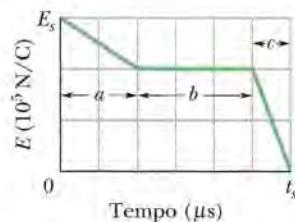


Figura 32-33 Problema 27.

••28 A Fig. 32-34a mostra a corrente i que atravessa um fio de resistividade $1,62 \times 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}$. O módulo da corrente em função do tempo t está plotado da Fig. 32-34b. A escala do eixo vertical é definida por $i_s = 10,0\text{ A}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 50,0\text{ ms}$. O ponto P está a uma distância radial de $9,00\text{ mm}$ do centro do fio. Determine o módulo do campo magnético \vec{B}_i no ponto P devido à corrente i (a) em $t = 20\text{ ms}$, (b) em $t = 40\text{ ms}$, (c) em $t = 60\text{ ms}$. Suponha agora que o campo elétrico responsável pela corrente existe apenas no interior do fio e determine o módulo do campo magnético \vec{B}_{id} no ponto P devido à corrente de deslocamento i_d no fio (d) em $t = 20\text{ ms}$, (e) em $t = 40\text{ ms}$ e (f) em $t = 60\text{ ms}$. No ponto P em $t = 20\text{ s}$, determine o sentido (para dentro ou para fora do papel) (g) de \vec{B}_i ; (h) de \vec{B}_{id} .

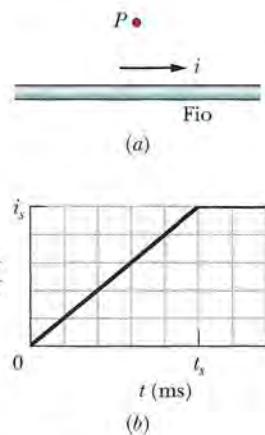


Figura 32-34 Problema 28.

••29 Na Fig. 32-35, um capacitor de placas circulares de raio $R = 18,0\text{ cm}$ está ligado a uma fonte de força eletromotriz $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$, onde $\mathcal{E}_m = 220\text{ V}$ e $\omega = 130\text{ rad/s}$. O valor máximo da corrente de deslocamento é $i_d = 7,60\text{ }\mu\text{A}$. Despreze o efeito de borda. (a) Qual é o valor máximo da corrente i no circuito? (b) Qual é o valor máximo de $d\Phi_E/dt$, onde Φ_E é o fluxo elétrico através da região entre as placas? (c) Qual é a distância d entre as placas? (d) Determine o valor máximo do módulo de \vec{B} entre as placas a uma distância $r = 11,0\text{ cm}$ do centro.

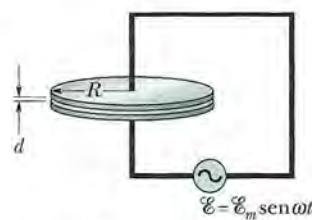


Figura 32-35 Problema 29.

Seção 32-6 Ímãs Permanentes

•30 Suponha que o valor médio da componente vertical do campo magnético da Terra é $43\text{ }\mu\text{T}$ (para baixo) em todo o estado americano do Arizona, que tem uma área de $2,95 \times 10^5\text{ km}^2$. Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para dentro ou para fora) do fluxo magnético da Terra no resto da superfície do planeta (ou seja, em toda a superfície terrestre, com exceção do Arizona).

•31 No estado americano de New Hampshire, o valor médio da componente horizontal do campo magnético da Terra em 1912 foi $16\text{ }\mu\text{T}$ e a inclinação média foi 73° . Qual foi o valor correspondente do módulo do campo magnético da Terra?

Seção 32-7 O Magnetismo e os Elétrons

•32 A Fig. 32-36a mostra dois valores permitidos de energia (*níveis de energia*) de um átomo. Quando o átomo é submetido a um campo magnético de 0,500 T, os níveis mudam para os que aparecem na Fig. 32-36b por causa da energia associada ao produto escalar $\vec{\mu}_{\text{orb}} \cdot \vec{B}$. (Estamos ignorando o efeito de $\vec{\mu}_s$.) O nível E_1 não é alterado, mas o nível E_2 se desdobra em três níveis muito próximos. Determine o valor de m_λ associado (a) ao nível de energia E_1 ; (b) ao nível de energia E_2 . (c) Qual é o valor em joules do espaçamento entre os níveis desdobrados?

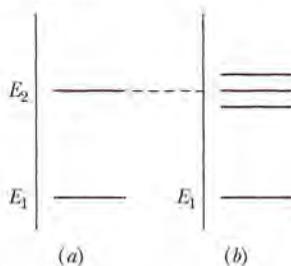


Figura 32-36 Problema 32.

•33 Se um elétron de um átomo possui um momento angular orbital com $m_\lambda = 0$, determine as componentes (a) $L_{\text{orb},z}$ e (b) $\mu_{\text{orb},z}$. Se o átomo é submetido a um campo magnético externo \vec{B} de módulo 35 mT e orientado no sentido positivo do eixo z , determine (c) a energia potencial U_{orb} associada a $\vec{\mu}_{\text{orb}}$; (d) a energia potencial U_{spin} associada a $\vec{\mu}_s$. Se, em vez disso, o átomo possui um momento angular orbital com $m_\lambda = -3$, determine (e) $L_{\text{orb},z}$; (f) $\mu_{\text{orb},z}$; (g) U_{orb} ; (h) U_{spin} .

•34 Determine a diferença de energia entre as orientações paralela e antiparalela da componente z do momento dipolar magnético de spin de um elétron submetido a um campo magnético de módulo 0,25 T e orientado no sentido positivo do eixo z .

•35 Determine o valor da componente medida do momento dipolar magnético orbital de um elétron (a) com $m_\lambda = 1$; (b) com $m_\lambda = -2$.

•36 Um elétron é submetido a um campo magnético \vec{B} orientado no sentido positivo do eixo z . A diferença de energia entre os alinhamentos paralelo e antiparalelo da componente z do momento magnético de spin do elétron na presença de \vec{B} é $6,00 \times 10^{-25}$ J. Determine o módulo de \vec{B} .

Seção 32-9 Diamagnetismo

•37 A Fig. 32-37 mostra um anel (L) que serve de modelo para um material diamagnético. (a) Faça um esboço das linhas de campo magnético no interior e nas proximidades do anel devido ao ímã em forma de barra. Determine (b) a orientação do momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ do anel; (c) o sentido da corrente convencional i no anel (horário ou anti-horário); (d) a orientação da força magnética exercida pelo campo magnético do ímã sobre o anel.



Figura 32-37 Problemas 37 e 71.

•••38 Um elétron de massa m e carga $-e$ se move em uma órbita circular de raio r em torno de um núcleo quando um campo magnético uniforme \vec{B} é aplicado perpendicularmente ao plano da

órbita. Supondo que o raio da órbita não varia e que a variação da velocidade do elétron devido ao campo \vec{B} é pequena, escreva uma expressão para a variação do momento dipolar magnético orbital do elétron devido à presença do campo.

Seção 32-10 Paramagnetismo

•39 Em um teste para verificar se a magnetização de um sal paramagnético ao qual se aplica a curva da Fig. 32-14 obedece à lei de Curie, o sal é submetido a um campo magnético de 0,50 T, que permanece constante durante todo o experimento, e a magnetização M é medida em temperaturas que variam de 10 a 300 K. Os resultados estarão de acordo com a lei de Curie?

•40 Um sal paramagnético ao qual a curva de magnetização da Fig. 32-14 se aplica é mantido à temperatura ambiente (300 K). Determine para que valor do campo magnético aplicado o grau de saturação magnética é (a) 50% e (b) 90%. (c) É possível produzir esses campos em laboratório?

•41 Um ímã de forma cilíndrica tem 5,00 cm de comprimento e 1,00 cm de raio. A magnetização é uniforme, com um módulo de $5,30 \times 10^3$ A/m. Qual é o momento dipolar magnético do ímã?

•42 Um campo magnético de 0,50 T é aplicado a um gás paramagnético cujos átomos possuem um momento dipolar magnético intrínseco de $1,0 \times 10^{-23}$ J/T. Em que temperatura a energia cinética média de translação dos átomos é igual à energia necessária para inverter a orientação de um desses dipolos na presença do campo magnético?

••43 Um elétron com uma energia cinética K_e está se movendo em uma trajetória circular cujo plano é perpendicular a um campo magnético uniforme orientado no sentido positivo do eixo z . O elétron está sujeito apenas à força exercida pelo campo. (a) Mostre que o momento dipolar magnético do elétron devido ao movimento orbital tem o sentido oposto ao do campo magnético \vec{B} e seu módulo é dado por $\mu = K_e/B$. Determine (b) o módulo e (c) a direção do momento dipolar magnético de um fône positivo de energia cinética K_f nas mesmas circunstâncias. (d) Um gás ionizado possui $5,3 \times 10^{21}$ elétrons/m³ e a mesma concentração de fônes. Supondo que a energia cinética média dos elétrons é $6,2 \times 10^{-20}$ J e a energia cinética média dos fônes é $7,6 \times 10^{-21}$ J, calcule a magnetização do gás quando submetido a um campo magnético de 1,2 T.

••44 A Fig. 32-38 mostra a curva de magnetização de um material paramagnético. A escala do eixo vertical é definida por $a = 0,15$ e a escala do eixo horizontal é definida por $b = 0,2$ T/K. Seja μ_{exp} o valor experimental do momento magnético de uma amostra e $\mu_{\text{máx}}$ o valor máximo possível do momento magnético da mesma amostra. De acordo com a lei de Curie, qual é o valor da razão $\mu_{\text{exp}}/\mu_{\text{máx}}$ quando a amostra é submetida a um campo magnético de 0,800 T a uma temperatura de 2,00 K?

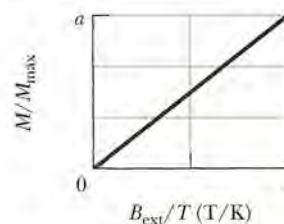


Figura 32-38 Problema 44.

•••45 Considere um sólido com N átomos por unidade de volume, cada átomo com um momento dipolar magnético $\vec{\mu}$. Suponha

que existem apenas duas orientações possíveis para $\vec{\mu}$: paralelo ou antiparalelo a um campo magnético externamente aplicado \vec{B} (o que, segundo a física quântica, acontece quando apenas um elétron do átomo é responsável pelo spin $\vec{\mu}$). De acordo com a mecânica estatística, a probabilidade de que um átomo se encontre em um estado de energia U é proporcional a $e^{-U/kT}$, onde T é a temperatura e k é a constante de Boltzmann. Assim, como a energia U é igual a $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$, a fração de átomos com o momento dipolar paralelo a \vec{B} é proporcional a $e^{\mu B/kT}$ e a fração de átomos com o momento dipolar antiparalelo a \vec{B} é proporcional a $e^{-\mu B/kT}$. (a) Mostre que o módulo da magnetização do sólido é $M = N\mu \tanh(\mu B/kT)$, onde \tanh é a função tangente hiperbólica: $\tanh(x) = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$. (b) Mostre que o resultado do item (a) se reduz a $M = N\mu^2 B/kT$ para $\mu B \ll kT$. (c) Mostre que o resultado do item (a) se reduz a $M = N\mu$ para $\mu B \gg kT$. (d) Mostre que (b) e (c) concordam qualitativamente com a Fig. 32-14.

Seção 32-11 Ferromagnetismo

••46 Uma bússola é colocada em uma superfície horizontal e a agulha recebe um leve empurrão que a faz oscilar em torno da posição de equilíbrio. A frequência de oscilação é 0,312 Hz. O campo magnético da Terra no local possui uma componente horizontal de 18,0 μT e a agulha possui um momento magnético de 0,680 mJ/T . Determine o momento de inércia da agulha em relação ao eixo (vertical) de rotação.

••47 A Terra possui um momento dipolar magnético de $8,0 \times 10^{22} \text{ J/T}$. (a) Se esse momento dipolar fosse causado por uma esfera de ferro magnetizado situada no centro da Terra, qual deveria ser o raio da esfera? (b) Que fração do volume da Terra a esfera ocuparia? Suponha um alinhamento perfeito dos dipolos. A massa específica do núcleo da Terra é 14 g/cm^3 . O momento dipolar magnético de um átomo de ferro é $2,1 \times 10^{-23} \text{ J/T}$. (Nota: o núcleo da Terra realmente contém uma grande quantidade de ferro, mas a possibilidade de que o magnetismo terrestre se deva a um ímã permanente parece remota por várias razões. Para começar, a temperatura do núcleo é maior que a temperatura de Curie do ferro.)

••48 O módulo do momento dipolar associado a um átomo de ferro em uma barra de ferro é $2,1 \times 10^{-23} \text{ J/T}$. Suponha que os momentos dipolares de todos os átomos da barra, que tem 5,0 cm de comprimento e uma seção reta de $1,0 \text{ cm}^2$, estão alinhados. (a) Qual é o momento dipolar da barra? (b) Que torque deve ser exercido sobre a barra para mantê-la perpendicular a um campo externo de 1,5 T? (A massa específica do ferro é $7,9 \text{ g/cm}^3$.)

••49 O acoplamento de câmbio mencionado na Seção 32-11 como responsável pelo ferromagnetismo *não é* a interação entre dipolos magnéticos atômicos. Para mostrar por que, calcule (a) o módulo do campo magnético a uma distância de 10 nm, ao longo do eixo do dipolo, de um átomo com um momento dipolar magnético de $1,5 \times 10^{-23} \text{ J/T}$ (o átomo de cobalto); (b) a energia mínima necessária para inverter um segundo dipolo magnético do mesmo tipo na presença do campo calculado do item (a). (c) Comparando o resultado do item (b) com a energia cinética média de translação de um átomo à temperatura ambiente, 0,039 eV, o que podemos concluir?

••50 Uma barra magnética com 6,00 cm de comprimento, 3,00 mm de raio e uma magnetização uniforme de $2,70 \times 10^3 \text{ A/m}$ pode girar em torno do centro como uma agulha de bússola. A barra é submetida a um campo magnético uniforme \vec{B} de módulo 35,0 mT cuja direção faz um ângulo de $68,0^\circ$ com a direção de momento dipolar da barra. (a) Determine o módulo do torque exercido pelo

campo \vec{B} sobre a barra. (b) Determine a variação da energia potencial magnética da barra quando o ângulo muda para $34,0^\circ$.

••51 A magnetização de saturação M_{\max} do níquel, um metal ferromagnético, é $4,70 \times 10^5 \text{ A/m}$. Calcule o momento dipolar magnético de um átomo de níquel. (A massa específica do níquel é $8,90 \text{ g/cm}^3$ e a massa molar é $58,71 \text{ g/mol}$.)

••52 Medidas realizadas em minas e poços revelam que a temperatura no interior da Terra aumenta com a profundidade à taxa média de $30 \text{ }^\circ\text{C}/\text{km}$. Supondo que a temperatura na superfície seja 10°C , em que profundidade o ferro deixa de ser ferromagnético? (A temperatura de Curie do ferro varia muito pouco com a pressão.)

••53 Um anel de Rowland é feito de um material ferromagnético. O anel tem seção reta circular, com um raio interno de 5,0 cm e um raio externo de 6,0 cm, e uma bobina primária enrolada no anel possui 400 espiras. (a) Qual deve ser a corrente na bobina para que o módulo do campo do toroide tenha o valor $B_0 = 0,20 \text{ mT}$? (b) Uma bobina secundária enrolada no anel possui 50 espiras e uma resistência de $8,0 \Omega$. Se para esse valor de B_0 temos $B_M = 800B_0$, qual é o valor da carga que atravessa a bobina secundária quando a corrente na bobina primária começa a circular?

Problemas Adicionais

54 Use as aproximações do Problema 61 para calcular (a) a altitude em relação à superfície na qual o módulo do campo magnético da Terra é 50,0% do valor na superfície na mesma latitude; (b) o módulo máximo do campo magnético na interface do núcleo com o manto, 2900 km abaixo da superfície da Terra; (c) o módulo e (d) a inclinação do campo magnético na Terra no polo norte geográfico. (e) Explique por que os valores calculados nos itens (c) e (d) não são necessariamente iguais aos valores medidos.

55 A Terra possui um momento dipolar magnético de $8,0 \times 10^{22} \text{ J/T}$. (a) Que corrente teria que existir em uma única espira de fio estendida na superfície da Terra ao longo do equador geomagnético para criar um dipolo de mesma intensidade? (b) Esse arranjo poderia ser usado para cancelar o magnetismo da Terra em pontos do espaço muito acima da superfície? (c) Esse arranjo poderia ser usado para cancelar o magnetismo da Terra em pontos da superfície?

56 Uma carga q está distribuída uniformemente ao longo de um anel delgado de raio r . O anel está girando com velocidade angular ω em torno de um eixo que passa pelo centro e é perpendicular ao plano do anel. (a) Mostre que o módulo do momento magnético associado à carga em movimento é dado por $\mu = q\omega r^2/2$. (b) Qual é a orientação do momento magnético se a carga é positiva?

57 A agulha de uma bússola, com 0,050 kg de massa e 4,0 cm de comprimento, está alinhada com a componente horizontal do campo magnético da Terra em um local onde a componente tem o valor $B_h = 16 \mu\text{T}$. Depois que a agulha recebe um leve empurrão, começa a oscilar com uma frequência angular $\omega = 45 \text{ rad/s}$. Supondo que a agulha é uma barra fina e uniforme, livre para girar em torno do centro, determine o módulo do momento dipolar magnético da agulha.

58 O capacitor da Fig. 32-7 está sendo carregado com uma corrente de 2,50 A. O raio do fio é 1,50 mm e o raio das placas é 2,00 cm. Suponha que as distribuições da corrente i no fio e da corrente de deslocamento i_d no espaço entre as placas do capacitor são uniformes. Determine o módulo do campo magnético produzido pela corrente i nas seguintes distâncias em relação ao eixo do fio: (a) 1,00 mm (dentro do fio); (b) 3,00 mm (fora do fio); (c) 2,20 cm (fora do fio). Determine o módulo do campo magnético produzido

pela corrente i_d nas seguintes distâncias em relação à reta que liga os centros das placas: (d) 1,00 mm (dentro do espaço entre as placas); (e) 3,00 mm (dentro do espaço entre as placas); (f) 2,20 cm (fora do espaço entre as placas). (g) Explique por que os campos são muito diferentes para o fio e para o espaço entre as placas no caso das duas distâncias menores, mas têm valores semelhantes para a distância maior.

59 Um capacitor de placas paralelas circulares de raio $R = 16$ mm e afastadas de uma distância $d = 5,0$ mm produz um campo uniforme entre as placas. A partir do instante $t = 0$, a diferença de potencial entre as placas é dada por $V = (100 \text{ V})e^{-t/\tau}$, onde $\tau = 12 \text{ ms}$. Determine o módulo do campo magnético a uma distância $r = 0,80R$ do eixo central (a) em função do tempo para $t \geq 0$; (b) no instante $t = 3\tau$.

60 Um fluxo magnético de $7,0 \text{ mWb}$, dirigido para fora, atravessa a face plana inferior da superfície fechada da Fig. 32-39. Na face plana superior (que tem um raio de $4,2 \text{ cm}$) existe um campo magnético \vec{B} de $0,40 \text{ T}$ perpendicular à superfície, dirigido para cima. Determine (a) o valor absoluto e (b) o sentido (para dentro ou para fora) do fluxo magnético através da parte curva da superfície.

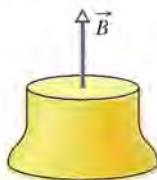


Figura 32-39 Problema 60.

61 O campo magnético da Terra pode ser aproximado pelo campo magnético de um dipolo. As componentes horizontal e vertical do campo a uma distância r do centro da Terra são dadas por

$$B_h = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos \lambda_m, \quad B_v = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi r^3} \sin \lambda_m,$$

em que λ_m é a *latitude magnética* (latitude medida a partir do equador geomagnético em direção a um dos polos geomagnéticos). Suponha que o momento dipolar da Terra tem um módulo $\mu = 8,00 \times 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. (a) Mostre que o módulo do campo magnético da Terra na latitude λ_m é dado por

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m}.$$

(b) Mostre que a inclinação ϕ_i do campo magnético está relacionada à latitude magnética λ_m através da equação $\tan \phi_i = 2 \tan \lambda_m$.

62 Use os resultados do Problema 61 para calcular (a) o módulo e (b) a inclinação do campo magnético da Terra no equador geomagnético; (c) o módulo e (d) a inclinação do campo na latitude geomagnética de 60° ; (e) o módulo e (f) a inclinação do campo no polo norte geomagnético.

63 Um capacitor de placas paralelas com placas circulares de $55,0 \text{ mm}$ de raio está sendo carregado. A que distância do eixo do capacitor (a) dentro do espaço entre as placas e (b) fora do espaço entre as placas o módulo do campo magnético induzido é igual a 50,0% do valor máximo?

64 Uma amostra de um sal paramagnético ao qual se aplica a curva da Fig. 32-14 é submetida a um campo magnético uniforme de $2,0 \text{ T}$. Determine a que temperatura o grau de saturação magnética da amostra é (a) 50%; (b) 90%.

65 Um capacitor de placas paralelas circulares de raio R está sendo descarregado. A corrente de deslocamento que atravessa uma área circular central, paralela às placas, de raio $R/2$, é $2,0 \text{ A}$. Qual é a corrente de descarga?

66 A Fig. 32-40 mostra a variação de um campo elétrico que é perpendicular a uma região circular de $2,0 \text{ m}^2$. Qual é a maior corrente de deslocamento que atravessa a região durante o período de tempo representado no gráfico?

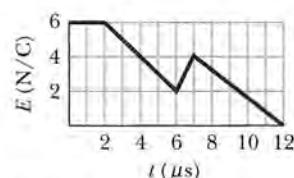


Figura 32-40 Problema 66.

67 Na Fig. 32-41, um capacitor de placas paralelas está sendo descarregado por uma corrente $i = 5,0 \text{ A}$. As placas são quadrados de lado $L = 8,0 \text{ mm}$. (a) Qual é a taxa de variação do campo elétrico entre as placas? (b) Qual é o valor de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da linha tracejada, na qual $H = 2,0 \text{ mm}$ e $W = 3,0 \text{ mm}$?

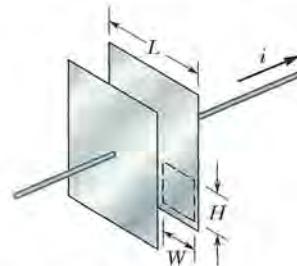


Figura 32-41 Problema 67.

68 Qual é o valor da componente medida do momento dipolar magnético orbital de um elétron (a) com $m_\lambda = 3$ e (b) com $m_\lambda = -4$?

69 Na Fig. 32-42, um ímã em forma de barra se encontra nas vizinhanças de um tubo de papel. (a) Faça um esboço das linhas de campo magnético que atravessam a superfície do cilindro. (b) Qual é o sinal de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ para todas as áreas $d\vec{A}$ do cilindro? (c) Este fato está em contradição com a lei de Gauss para o magnetismo? Justifique sua resposta.



Figura 32-42 Problema 69.

70 No estado de menor energia do átomo de hidrogênio, a distância mais provável entre o único elétron e o próton (o núcleo) é $5,2 \times 10^{-11} \text{ m}$. (a) Calcule o módulo do campo elétrico produzido pelo próton a essa distância. A componente $\mu_{s,z}$ do momento dipolar magnético do spin do próton é $1,4 \times 10^{-26} \text{ J/T}$. (b) Calcule o módulo do campo magnético do próton à distância de $5,2 \times 10^{-11} \text{ m}$ ao longo do eixo z . (Sugestão: use a Eq. 29-27.) (c) Qual é a razão entre o momento dipolar magnético de spin do elétron e o momento dipolar magnético do spin do próton?

71 A Fig. 32-37 mostra um anel (L) que serve como modelo de um material paramagnético. (a) Faça um esboço das linhas de campo magnético no interior e nas proximidades do anel devido ao ímã

em forma de barra. Determine (b) a orientação do momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ do anel; (c) o sentido da corrente convencional i no anel (horário ou anti-horário); (d) a orientação da força magnética exercida pelo campo magnético do ímã sobre o anel.

72 Duas placas (como as da Fig. 32-7) estão sendo descarregadas por uma corrente constante. As placas têm 4,00 cm de raio. Durante a descarga, em um ponto entre as placas situado a uma distância de 2,00 cm do eixo central, o campo magnético tem um módulo de 12,5 nT. (a) Qual é o módulo do campo magnético a 6,00 cm do eixo central? (b) Qual é a corrente nos fios ligados às placas?

73 Se um elétron em um átomo tem um momento angular orbital com valores de m_λ limitados por ± 3 , quantos valores de (a) $L_{\text{orb},z}$ e (b) $\mu_{\text{orb},z}$ pode ter elétron? Em termos de h , m e e , qual é o maior valor permitido (c) de $L_{\text{orb},z}$ e (d) de $\mu_{\text{orb},z}$? (e) Qual é o maior valor permitido da componente z do momento angular *total* do elétron (soma do momento orbital com o momento de spin)? (f) Quantos

valores (incluindo o sinal) são permitidos para a componente z do momento angular total do elétron?

74 Um capacitor de placas paralelas circulares está sendo carregado. Considere um anel circular com o centro no eixo central e situado entre as placas. Se o raio do anel, 3,00 cm, é maior que o raio das placas, qual é a corrente de deslocamento entre as placas quando o campo magnético ao longo do anel tem um módulo de 2,00 μT ?

75 Suponha que ± 4 sejam os limites dos valores de m_λ de um elétron em um átomo. (a) Quantos valores são possíveis para a componente $\mu_{\text{orb},z}$ do momento dipolar magnético orbital do elétron? (b) Desses valores, qual possui o maior valor absoluto? Suponha que o átomo seja submetido a um campo magnético de 0,250 T, orientado no sentido positivo do eixo z . Determine (c) a maior energia potencial e (d) a menor energia potencial associada a esses valores possíveis de $\mu_{\text{orb},z}$.

O Sistema Internacional de Unidades (SI)*

Tabela 1**As Unidades Fundamentais do SI**

Grandeza	Nome	Símbolo	Definição
comprimento	metro	m	“... a distância percorrida pela luz no vácuo em 1/299.792.458 de segundo.” (1983)
massa	quilograma	kg	“... este protótipo [um certo cilindro de platina-irídio] será considerado daqui em diante como a unidade de massa.” (1889)
tempo	segundo	s	“... a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio-133.” (1967)
corrente elétrica	ampère	A	“... a corrente constante, que, se mantida em dois condutores paralelos retos de comprimento infinito, de seção transversal circular desprezível e separados por um distância de 1 m no vácuo, produziria entre estes condutores uma força igual a 2×10^{-7} newton por metro de comprimento.” (1946)
temperatura termodinâmica	kelvin	K	“... a fração 1/273,16 da temperatura termodinâmica do ponto triplo da água.” (1967)
quantidade de matéria	mol	mol	“... a quantidade de matéria de um sistema que contém um número de entidades elementares igual ao número de átomos que existem em 0,012 quilograma de carbono-12.” (1971)
intensidade luminosa	candela	cd	“... a intensidade luminosa, em uma dada direção, de uma fonte que emite radiação monocromática de frequência 540×10^2 hertz e que irradia nesta direção com uma intensidade de 1/683 watt por esferorradiano.” (1979)

*Adaptado de “The International System of Units (SI)”, Publicação Especial 330 do National Bureau of Standards, edição de 2008. As definições aqui descritas foram adotadas pela Conferência Nacional de Pesos e Medidas, um órgão internacional, nas datas indicadas. A candela não é usada neste livro.