DATA ___/___/___

Lista 04 - Mateus Henrique Souza Silva

1.

$$A = \begin{bmatrix} 90 & 80 & 60 & 95 \\ 65 & 75 & 90 & 70 \\ 40 & 90 & 60 & 55 \\ 80 & 60 & 59 & 75 \\ 60 & 100 & 80 & 80 \end{bmatrix}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} 67 & 81 & 69,8 & 75 \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} 23 & -1 & -9,8 & 20 \\ -2 & -6 & 20,2 & -5 \\ -27 & 9 & -9,8 & -20 \\ 13 & -21 & -10,8 & 0 \\ -7 & 19 & 10,2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$C_x = \frac{1}{N-1} x^T x$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 23 & -2 & -27 & 13 & -7 \\ -1 & -6 & 9 & -21 & 19 \\ -9,8 & 20,2 & -9,8 & -10,8 & 10,2 \\ 20 & -5 & -20 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 23 & -1 & -9,8 & 20 \\ -2 & -6 & 20,2 & -5 \\ -27 & 9 & -9,8 & -20 \\ 13 & -21 & -10,8 & 0 \\ -7 & 19 & 10,2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 370 & -165 & -53,25 & 243,75 \\ -165 & 230 & 55,25 & -18,75 \\ -53,25 & 55,25 & 205,2 & -12,5 \\ 243,75 & -18,75 & -12,5 & 212,5 \end{bmatrix}$$

DATA __/__

2 - $C_x = \frac{X^T X}{N-1}$ C_x É SIMÉTRICA, ENTÃO $C_x = PDP^T$

$X = U \Sigma V^T$

$$C_x = \frac{X^T X}{N-1}$$

$$= \frac{(U \Sigma V^T)^T U \Sigma V^T}{N-1}$$

$$= \frac{V \Sigma^T U^T U \Sigma V^T}{N-1} \therefore \frac{V \Sigma^2 V^T}{N-1} = PDP^T$$

$U^T U = I$

$\Sigma = \Sigma^T$

$P = V$

$D = \Sigma^2 \cdot \frac{1}{N-1}$

DATA ___/___

3. $A = \begin{bmatrix} N & \sum_i x_i \\ \sum_i x_i & \sum_i x_i^2 \end{bmatrix}$ $\quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$ $\quad C = \begin{bmatrix} \sum_i y_i \\ \sum_i x_i y_i \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 21{,}6 \\ 21{,}6 & 107{,}26 \end{bmatrix}$ $\quad = \begin{bmatrix} 18{,}2 \\ 89 \end{bmatrix}$

$$A\beta = C$$
$$A^{-1}A\beta = A^{-1}C$$
$$\beta = A^{-1}C$$

$\beta = \begin{bmatrix} \frac{7433}{17435} \\ \frac{2594}{3487} \end{bmatrix} \therefore \begin{bmatrix} 0{,}426 \\ 0{,}744 \end{bmatrix}$

$$\boxed{\begin{matrix} \beta_0 = 0{,}426 \\ \beta_1 = 0{,}744 \end{matrix}}$$

DATA ___ / ___ / ___

4 - (V) Como é possível obter as componentes principais de X através do SVD, utilizando-se V, podemos representar X em K dimensões através dos K primeiros vetores de V, portanto, precisamos apenas o SVD truncado de posto K

(F) Falso, pois a reta da regressão linear minimiza o erro médio quadrático, já o PCA minimiza a distância entre os dados e a reta.