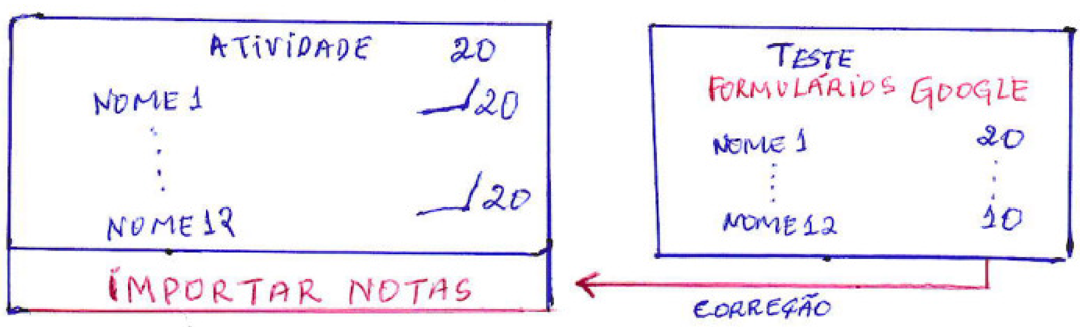
Momento Síncrono 2 - Data: 10/05/2022

....

Cuidado! Tudo será feito aqui.

↓**Envio uma única vez.**

Blank Quiz
Formulários Google



....

Teste1_Unidade1[Manhã] - Muito texto apagado ou na horizontal.

Q1. (10 pontos) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, determine <u>todas</u> as matrizes $B_{2\times 2}$ tais que $AB = BA$. (<u>Efetue todos os cálculos.</u>)

Q2. (10 pontos) A soma de <u>todos os elementos</u> da matriz $f(A)$ onde $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $f(x) = x^2 - x - 1$ é igual a:

Obs.: No dia 04/05, postei no mural da sala um exercício resolvido igual ao da pergunta Q2.

....

Teste1_Unidade1[Tarde] - Muito texto apagado ou na horizontal.

Q1. (10 pontos) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, determine todas as matrizes $B_{2\times 2}$ tais que $AB = BA$. (Efetue todos os cálculos.)

Q2. (10 pontos) A soma de todos os elementos da matriz $f(A)$ onde $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $f(x) = x^2 - x - 1$ é igual a:

$-4 \quad -2 \quad -1 \quad \boxed{0} \quad 1 \quad 2 \quad 4$

Obs.: No dia 04/05, postei no mural da sala um exercício resolvido igual ao da pergunta Q2.

Principais erros no teste1 da Unidade1:

1.Não apresentar a resposta da questão1.

2.Muita desorganização na questão1.

3. Em Q_2 ao fazer o f(A), não lembrar que $f(A) = A^2 - A - I_2$

Teste2_Unidade1 (12/05/2022) – Resumos 3 e 4 (Efetue todos os cálculos.)

1) **Determinantes**
2) **Matriz Inversa, usando cofatores**

Lembrando a devolução dos testes e das provas – A atividade tem que ser concluída.

Atividade | Formulário

Pergunta1
Pergunta2
$\boxed{\text{Concluída}}$ $\longleftarrow$ Pergunta3
...
Pergunta9 $\boxed{\text{PDF}}$

$\boxed{\text{Formulário}}$ $\boxed{\text{Enviar}}$

Tipos de respostas: a)Resposta curta, b)Upload de arquivo (Transferência de arquivo.PDF), c)Múltipla escolha, ...

Cuidado: Envio do Formulário uma única vez.

. O reenvio de atividades: Não pode! A não ser que você tenha esquecido de concluir a atividade, mas tenha enviado o Formulário.

.e-mail pessoal (particular) →Não tem permissão para receber/devolver as atividades.

.Texto na horizontal ou apagado não será corrigido.

O professor corrige apenas as questões abertas.

..

Assuntos das aulas 3 e 4

1)Transposta de uma Matriz – Lembrando:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \\ 3 & c \end{pmatrix}_{3\times 2} \Longleftrightarrow A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & b & c \end{pmatrix}_{2\times 3}.$$

2) Determinantes

a) <u>Determinate de uma matriz quadrada de 2ª ordem</u>

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

b) <u>Determinate de uma matriz quadrada de 3ª ordem</u>

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\left|\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}\right| \begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{array}$$

$- \quad - \quad - \qquad + \quad + \quad +$

c) Determinate de uma matriz quadrada de 4ª ordem (**Teorema ou Regra de Laplace**)- **https://matematicabasica.net/matrizes-e-determinantes/#determinante-para-matrizes-de-ordem-4-ou-superior. Acessado em 29/12/2020.**

Exemplo: Calcule det (A)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Ficou o determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

Cujo valor é 7-8 = -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Ficou o determinante:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Cujo valor é 10.

Det(A) = 1.(-1) + 2.(10) = 19.

Cuidado com o sinal dos elementos que ficam no cruzamento da linha com a coluna.

Regra de chió: Li →Li +kLj (muito importante!).

Propriedades dos determinantes (muito importante!).

Outros exemplos

Determinantes - O desenvolvimento de Laplace

1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 + (-3) \times 1 = 8 - 3 = 5.$

2) $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 6 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 6 \times 5 = 30.$

3) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 7 \times \begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 7 \times 6 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 7 \times 6 \times 5 = 210.$

3) **Métodos para determinar a Matriz Inversa A^{-1} da matriz A, se existir, isto é: se det(A)≠0.**

i) $A^{-1}A = I$; ii)Usando <u>a matriz dos cofatores</u>; iii)Usando operações elementares.

Ex.1)Determine, se existir, a inversa da matriz, usando o método $A^{-1}A = I$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Solução: $\det A = 1.4 - 3.2 = 4 - 6 = -2 \neq 0.$

Determinação de A^{-1} :

Seja $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$. Faça $A^{-1}A = I_2$, isto é:

$$\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow \ldots \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{rcrcl} x & + & 3y & = & 1 \\ 2x & + & 4y & = & 0 \\ z & + & 3t & = & 0 \\ 2z & + & 4t & = & 1 \end{array} \right.$$

Para concluir tem muitas contas ....

Matriz dos cofatores e Matriz inversa

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \Longrightarrow \det A = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 30 \neq 0.$$

Matriz dos cofatores - $\overline{A}$ e Matriz adjunta - $Adj A$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 5 \qquad \Delta_{21} = -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 0 \qquad \Delta_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 0 \qquad \Delta_{22} = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 24 \qquad \Delta_{32} = -\begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = -18$$

$$\Delta_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \Delta_{23} = -\begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -6 \qquad \Delta_{33} = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 12$$

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & -6 \\ 0 & -18 & 12 \end{pmatrix} \Longrightarrow Adj A = (\overline{A})^T = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & -6 \\ 0 & -18 & 12 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & -18 \\ 0 & -6 & 12 \end{pmatrix}.$$

Matriz Inversa

$$\boxed{A^{-1} = \frac{1}{\det A} adj A}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} Adj A = \frac{1}{30}\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & -18 \\ 0 & -6 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/30 & 0 & 0 \\ 0 & 24/30 & -18/30 \\ 0 & -6/30 & 12/30 \end{pmatrix}.$$

Verificação:

$$A^{-1}A = \begin{pmatrix} 5/30 & 0 & 0 \\ 0 & 24/30 & -18/30 \\ 0 & -6/30 & 12/30 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad \text{OK!}$$

Cuidado! Teorema ou Regra de Laplace e determinação dos cofatores são muito parecidos.

Teorema ou Regra de Laplace $\Rightarrow$ vai o sinal e número do elemento que está no cruzamento da linha com a coluna.

Na determinação dos cofatores $\Rightarrow$ vai apenas o sinal do elemento que está no cruzamento da linha com a coluna.

....

Determinante e matriz inversa usando cofatores $\Rightarrow$ Muitas Contas.

....