UFCG/CCT/Unidade Acadêmica de Matemática
DISCIPLINA: Álgebra Linear I
Professor: José Luiz Neto

Lista3

Sistemas Lineares e Matrizes

1. Usando escalonamento, encontre se possível, a solução dos seguintes sistemas de equações lineares: a) $\begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \\ 5x + 4y + 3z = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 3 \\ x + 7y - 7z = 5 \end{cases}$.

2. Considere a matriz $A = (a_{ij})_{3\times 3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i+j, & se\ i < j \\ 2i-j, & se\ i = j \\ j-i, & se\ i > j \end{cases}$.Determine X na equação $AX = B$, onde $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

3. Discuta em função de $k \in \mathbb{R}$ o sistema de equações lineares $\begin{cases} -x - 2y - kz = 1 \\ kx - y + z = 2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$.

4. Determine a inversa A^{-1} da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$. Em seguida, usando A^{-1}, resolva o sistema $AX = B$, onde $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix}$.

5. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -3 \\ -4 & 4 & -4 \end{pmatrix}$. Mostre que:

(a) A é nilpotente, isto é, $A^n = 0$ para algum $n \in N$; $n \geq 2$.
(b) A não é inversível.

RESPOSTAS: Sistemas Lineares e Matrizes

1. a) $\{(1, 2, -3)\}$ b) O sistema não tem solução.

2. $X = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

3. $\begin{cases} \text{Se} \quad k = 0, & \text{o sistema é impossível.} \\ \text{Se} \quad k \neq 0 \quad e \quad k \neq 1 & \text{o sistema é possível e determinado.} \\ \text{Se} \quad k = 1 & \text{o sistema é possível e indeterminado.} \end{cases}$

4. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

5. Dica:

(a) $A^2 = AA = 0$

(b) $\det A = 0$