

Matrizes e Determinantes

1. Considere as matrizes $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i+j, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ e $B = (b_{ij})_{2 \times 2}$, tal que $b_{ij} = 2i - 3j$. Determine $A + B$.
2. Determine o produto $x.y$ para que se tenha $\begin{pmatrix} 1 & x-2y \\ x+18 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & y+1 \\ y-3x & 4 \end{pmatrix}$.
3. Sejam $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, então $\det(A+B)$ pertence ao intervalo:
(a) $(-2, 0)$ (b) $[0, 5]$ (c) $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ (d) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{12}{2}\right]$ (e) $(6, 10]$.
4. Verdadeiro ou falso? As matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$ comutam.
5. Considere as matrizes $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $E = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 11 \end{pmatrix}$. Escolha a alternativa verdadeira;
(a) $\det D = 10$
(b) $\det(DE) = 62$
(c) As matrizes D e E comutam
(d) $\det(D+E) = 29$
(e) $\det E = -31$
6. Determine, se possível, $x \in R$ para que a matriz $\begin{bmatrix} 0 & 2x & 1 \\ x^2 & 0 & -4x \\ x+1 & x^3 & 0 \end{bmatrix}$ seja:
(a) Simétrica (b) Anti-simétrica.
7. Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$. Ache uma matriz $B = (b_{ij})_{2 \times 3}$, com todos os elementos distintos, tal que $AB = 0$.
8. Sejam $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Determine, se possível, a matriz X tal que $(A^T X)^{-1} = (B^{-1})^{-1}$.

9. Sejam $a, b \in R$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$. $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & a & 0 & b \\ 1 & b & a & 0 \end{vmatrix}$ se anula para algum par ordenado (a, b) ?

Justifique.

10. A soma de todos os elementos da inversa da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ é igual a:

(a) $\frac{14}{27}$ (b) $\frac{7}{27}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{2}{6}$ (e) $\frac{33}{54}$.

Respostas: Matrizes e Determinantes

1. $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

2. 10.

3. (d) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{12}{2}\right].$

4. Falso.

5. (c) As matrizes D e E comutam.

6. (a) Simétrica: $x = 0$ (b) Anti-simétrica: $x = -2$

7. $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ (Uma resposta. Tem outras)

8. $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}.$

9. Não. O valor do determinante é igual a: $a^2 + b^2$.

10. (e) $\frac{33}{54}.$