

Álgebra Linear I – Prof. José Luiz Neto – Resumo_A5

Livro de preparação do resumo: Álgebra Linear → Boldrine/Costa e Figueiredo/Wetzler (BOLDRINI, J. L. et al. Álgebra Linear. 3 ed. São Paulo: Harbra, 1986) e <https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=Matrizes%2C+determinantes+e+sistemas+lineares+Viviane>, acessado no dia 30/07/2020.

Sistema de Equações Lineares e matrizes

Matriz e forma Matricial associada a um Sistema. Conjunto Solução de um Sistema linear. Sistemas homogêneos. Operações Elementares.

Sistema de equações lineares

Definição: Um conjunto de equações lineares da forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

é um sistema de equações lineares com m equações e n incógnitas.

Solução de um Sistema de equações lineares

Chamamos de solução do sistema a n -upla de números reais ordenados (r_1, r_2, \dots, r_n) que é, simplesmente, solução de todas as equações do sistema.

Matrizes associadas a um Sistema de equações lineares

Matriz dos coeficientes das incógnitas

É a matriz **A**, formada pelos coeficientes das incógnitas do sistema.

Exemplos:

Seja o sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 4x + y + z = 7 \\ -2x + y + z = 4 \end{cases}$$

Matriz dos coeficientes das incógnitas:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz Ampliada do Sistema

É a matriz \mathbf{M} , que obtemos ao acrescentarmos à matriz dos coeficientes das incógnitas uma última coluna formada pelos termos independentes das equações do sistema. Assim a Matriz Ampliada referente ao sistema anterior é:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 7 \\ -2 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Sistemas Homogêneos

Um sistema é homogêneo quando os termos independentes de todas as equações são nulos.

Exemplo:

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ -x + 4y - 3z = 0 \\ \sqrt{2}x + 3y = 0 \end{cases}$$

Soluções de um Sistema Homogêneo

A n-upla $(0, 0, 0, \dots, 0)$ é sempre solução de um sistema linear homogêneo com n incógnitas e recebe o nome de *solução trivial*. Quando existem, outras soluções elas são chamadas *não-triviais*.

Operações Elementares

São 3 (três) as operações elementares com as linhas de uma matriz:

1ª permuta de duas linhas.

2ª substituição de uma linha por uma constante vezes a própria linha.

3ª substituição de uma linha por uma constante vezes a própria linha + uma constante vezes outra linha.

Estas operações são muito importantes. Com elas encontramos a solução de sistemas lineares e a inversa de uma matriz - **Ver a página 35 do livro do BOLDRINI.**