Momento Síncrono 4 - Data: 24/05/2022

Atenção! Esteja sempre calmo(a) e atento(a).

ATIVIDADE

CONCLUIR Responde e volta QUESTIONÁRIO

QUESTIONÁRIO

Q1 Teste 3 da Unidade 1 - Manhã

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ -1/4 & -1/3 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Q1 Teste 3 da Unidade 1 - Tarde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{-\frac{1}{2}} & \boxed{-\frac{1}{3}} & \boxed{-\frac{1}{4}} \\ 0 & \boxed{\frac{1}{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{\frac{1}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\frac{1}{4}} \end{pmatrix}$$

Prova_Unidade1 (26/05/2022- 60 pontos) - Resumos 1 a 8

Cuidado! Questões fora de ordem, perguntas embaralhadas.

Importante! A reposição será na terça-feira, dia 31/05/2022.

Cuidado! Questões de Verdadeiro ou Falso: estude a teoria.

Veja alguns exemplos:

1) Os sistemas lineares $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$ e $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$ são equivalentes ?

Resposta: Sim

2) Suponha que $A \neq 0$ e $AB = AC$ onde A, B e C são matrizes tais que a multiplicação esteja definida.

(a) $B = C$?

(b) Se existir uma matriz Y, tal que $YA = I$, onde I é a matriz identidade, então $B = C$?

Resposta: (a) Falso (b) Verdadeiro

3) Verdadeiro ou falso?

(a) $(-A)^T = -(A^T)$.

(b) $(A+B)^T = B^T + A^T$.

(c) Se $AB = 0$, então $A = 0$ ou $B = 0$.

(d) $(\alpha A)(\beta B) = (\alpha\beta) AB$.

(e) $(-A)(-B) = -(AB)$.

(f) Se A e B são matrizes simétricas, então $AB = BA$.

(g) Se $AB = 0$,. então $BA = 0$.

(h) Se podemos efetuar o produto AA, então A é uma matriz quadrada.

Resposta: (a)V (b)V (c)F (d)V (e)F (f)F (g)F (h)V

4) Verdadeiro ou Falso?

(a) det(AB) = det(BA).

(b) det(A^T) = det(A).

(c) det(2A) = 2det(A).

(d) det(A^2) = [det(A)]^2.

Resposta: (a)V (b)V (c)F (d)V

....

Resumos 7 e 8 - Principais assuntos:

1)Operações elementares – Discussão das soluções de um sistema de equações lineares.

2)Operações elementares – Posto e nulidade de uma matriz e Matriz Inversa.

....

1)Operações elementares – Discussão das soluções de um sistema linear

$^{(\star)}$ $AX = B \Longrightarrow M = \left[A : B\right]$; $n =$ número de incógnitas.

(i)Se $p\left(A\right) = p\left(M\right)$, $^{(\star)}$ é possível, <u>tem solução</u>.

  Se $p\left(A\right) = p\left(M\right) = n$, $^{(\star)}$ tem uma única solução.

  Se $p\left(A\right) = p\left(M\right) < n$, $^{(\star)}$ tem várias soluções.

(ii)Se $p\left(A\right) \neq p\left(M\right)$, $^{(\star)}$ é impossível, <u>não tem solução</u>.

$$\left[\begin{array}{ccc:c} - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{array}\right] \sim \ldots \sim \left[\begin{array}{ccc:c} - & - & - & - \\ 0 & - & - & - \\ 0 & 0 & E_1 & E_2 \end{array}\right]$$

Exemplo completo:

Para qual(ais) valor(es) de $k \in \mathbb{R}$ o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + kz = 3 \\ x + ky + 3z = 2 \end{cases}$$

a) possui <u>infinitas</u> soluções.

b) possui uma <u>única</u> solução.

c) <u>não possui</u> solução.

Vejamos!

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & k & 3 \\ 1 & k & 3 & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & k+2 & 1 \\ 0 & k-1 & 4 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & k+2 & 1 \\ 0 & 0 & (3+k)(2-k) & 2-k \end{array}\right).$$

$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$
$L_3 \leftarrow L_3 - L_1$

$L_3 \leftarrow L_3 - (k-1)\,L_2$

a) Se $k = 2$; $P(A) = 2 = P(M) < 3 = n$. O sistema possui <u>infinitas</u> soluções.

b) Se $k \neq -3$ e $k \neq 2$; $P(A) = 3 = P(M) = n$. O sistema possui uma <u>única</u> solução.

c) Se $k = -3$; $P(A) = 2 \neq 3 = P(M)$. O sistema <u>não possui</u> solução.

Outros exemplos:

Exemplo1: para qual valor de k o sistema abaixo, dado por sua matriz ampliada, é impossível (não tem solução)?

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 5 & 12 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 4 & -1 & -6 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & k & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 5 & 12 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 15 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & k & 9 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 5 & 12 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 15 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 2 & k & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 5 & 12 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 15 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1+k} & \boxed{19} \end{array}\right)$$

Conclusão: se $1+k=0 \Leftrightarrow \boxed{k=-1} \Rightarrow p_A = 3 \neq 4 = p_M$.

Neste caso, o sistema é incompatível.

Exemplo2:

Qual é a relação/condição entre a, b e c para que o sistema linear abaixo tenha solução?

$$\begin{cases} x + 2y = a \\ -3x + 4y = b \\ 2x - y = c \end{cases}; \quad \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & a \\ -3 & 4 & b \\ 2 & -1 & c \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & a \\ 0 & 10 & 3a+b \\ 0 & -5 & -2a+c \end{array}\right] \sim$$

$L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1$
$L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$

$L_3 \leftarrow 2L_3 + L_2$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & a \\ 0 & 10 & 3a+b \\ 0 & 0 & -a+b+2c \end{array}\right] \quad p(A) = 2 = p(M) \Leftrightarrow -a+b+2c=0.$$

A Relação/condição é: $\boxed{-a+b+2c=0}$

Exemplo3: Situação 1 – número de equações 3, igual ao número de incógnitas 3.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 4x + 2y - z = 5 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases} \quad M = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 4 & 2 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 13 \end{array}\right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - 4L_1 \\ \sim \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & -5 & -19 \\ 0 & 2 & 1 & 7 \end{array}\right] \begin{array}{c} L_3 \leftarrow L_3 + L_2 \\ \sim \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & -5 & -19 \\ 0 & 0 & -4 & -12 \end{array}\right] \begin{array}{l} L_2 \leftarrow -L_2 \\ \sim \\ L_3 \leftarrow -\frac{1}{4} L_3 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 2 & 5 & 19 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right] \quad \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2y + 5z = 19 \\ z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{S = \{(1, 2, 3)\}}$$

POSTO DE M: $p(M) = 3$.

NULIDADE DE M: $N(M) = 4 - 3 = 1$.

Exemplo4: Situação 2 - já sendo dado a matriz ampliada *M* do sistema linear, com 3 equações e 4 incógnitas.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & -5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & 0 & -7 \end{array}\right) \mapsto$$

$L_2 \leftarrow L_2 - L_1$

$L_3 \leftarrow L_3 - L_1$

$L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + w = 8 \\ y - 3z = -1 \\ -7z = -7 \end{cases}$$

$x + 3 + 4 + w = 8 \rightarrow x + w = 1$

$y = 2$

$z = 1$

$w = 1 - x$

x livre.

$$\boxed{S = \{(x, 2, 1, 1-x) \mid x \in \mathbb{R}\}}$$

$\longleftarrow$ VÁRIAS SOLUÇÕES.

Posto de M = 3.

Exemplo5: Situação 3 - já sendo dado a matriz ampliada *M* do sistema linear, com 4 equações e 3 incógnitas.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 & 7 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & -9 & -3 \\ 0 & 6 & -8 & -10 \\ 0 & 3 & -9 & -5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & -5 \\ 0 & 3 & -9 & -5 \end{array}\right) \sim$$

$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$

$L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$

$L_4 \leftarrow L_4 - 3L_1$

$L_2 \leftarrow \frac{1}{3} L_2$

$L_3 \leftarrow \frac{1}{2} L_3$

$L_3 \leftarrow L_3 - 3L_2$

$L_4 \leftarrow L_4 - 3L_2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ y - 3z = -1 \\ 5z = -2 \\ \boxed{0 = -2} \end{cases}$$

IMPOSSÍVEL.

Posto de M = 4.

Outros exemplos de posto e nulidade de uma matriz

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\2&0&1&-1\\-1&1&0&0\\-2&0&-1&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&-2&-1&-3\\0&2&1&1\\0&2&1&3\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&-2&-1&-3\\0&0&0&-2\\0&0&0&0\end{pmatrix}=B$$

$L_2 \leftarrow L_2-2L_1;\ L_3 \leftarrow L_3+L_1$

$L_4 \leftarrow L_4+2L_1$

$L_3 \leftarrow L_3+L_2;\ L_4 \leftarrow L_4+L_2$

$\boxed{p(A)=3.}$

N_A = Nulidade de uma matriz = (número de colunas de A) – (posto de A).

$N_A = 4 - 3 = 1.$

Encontre o posto da matriz dada

$$A=\begin{pmatrix}1&2&-1&0&4\\-1&-2&1&0&-4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&-1&0&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

$P_A=1$

$N_A=5-1=4$

$$B=\begin{bmatrix}1&1\\4&5\\-3&2\\5&1\end{bmatrix}\sim\cdots\sim\begin{bmatrix}1&1\\0&1\\0&0\\0&0\end{bmatrix}$$

$P_B=2$

$N_A=2-2=0$

$$C=\begin{bmatrix}2&-1&3&4&1\\-1&2&3&0&-1\\4&1&0&-2&5\end{bmatrix}\sim\cdots\sim\begin{bmatrix}2&-1&3&4&1\\0&3&9&4&-1\\0&0&-15&-14&4\end{bmatrix}$$

$p_A=3$

$N_A=5-3=2.$

2)Operações elementares – Matriz Inversa

Exemplo1:

Encontre a inversa da Matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Importante! $\left(\; A \quad | \quad I \; \right) \sim \ldots \sim \left(\; I \quad | \quad A^{-1} \; \right)$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \end{array} \right) \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array} \right)$$

$$\underset{L_1 \leftarrow L_1 + 3L_2}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array} \right) \underset{L_2 \leftarrow -L_2}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right).$$

Conclusão: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Verificação: $A^{-1}A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Exemplo2:

Encontre, se existir, a inversa da matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$\det(A) = (9+1-2) - (-3+1+6) = 8-4 = 4 \neq 0$. Logo A^{-1} existe.

Vejamos:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \underset{\substack{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \underset{L_1 \leftarrow L_1 - L_2}{\sim}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -4 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \underset{\substack{L_1 \leftarrow L_1 + L_3 \\ L_2 \leftarrow 4L_2 - 3L_3}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & -5 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \underset{L_2 \leftarrow 1/4L_2 \text{ e } L_3 \leftarrow 1/4L_3}{\sim}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5/4 & 1 & -3/4 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 0 & 1/4 \end{array}\right). \quad \text{Assim, } A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -5/4 & 1 & -3/4 \\ -1/4 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}.$$

Exemplo3: Encontre, se existir, a Matriz Inversa da matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Det(A) = (0+0+0) - (0+1+1) = -2.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right] \sim$$

$L_2 \leftarrow L_2 - L_1$ $\qquad$ $L_3 \leftarrow L_3 + L_2$ $\qquad$ $L_2 \leftarrow -2L_2 + L_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \end{array}\right]$$

$L_1 \leftarrow -2L_1 + L_2$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{OK}$$

Exemplo4:

Determine A^{-1} para $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

Note que $\det A = (-6-3-2)-(-3-4-3) = -11+10 = -1 \neq 0$.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} A & I \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$L_2 \leftarrow 2L_2 + L_1 \,;\, L_3 \leftarrow 2L_3 - L_1$ $\qquad$ $L_3 \leftarrow -3L_3 + L_2$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 2 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -3 \end{array}\right) \sim$$

$L_3 \leftarrow -\frac{1}{2} L_3$ $\qquad$ $L_1 \leftarrow L_1 + L_2$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -3 \end{array}\right) \sim$$

$L_2 \leftarrow L_2 - L_3$ $\qquad$ $L_1 \leftarrow -\frac{1}{2} L_1 \,;\, L_2 \leftarrow -\frac{1}{3} L_2$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} I & A^{-1} \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -3 \end{array}\right) \end{array} ; \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Atenção! $AX = B$

Se A é inversível então $AX = B \Leftrightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \Leftrightarrow IX = A^{-1}B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$.

Atenção! $AX = B$

Se $B = 0$ então $AX = 0$. Neste caso o sistema é dito homogêneo e sempre terá solução: única ou infinitas.