Álgebra Linear I – Prof. José Luiz Neto – Resumo_A6

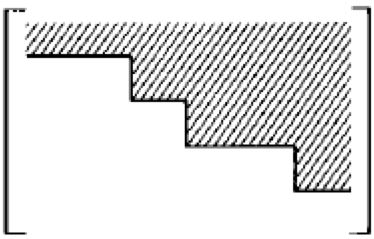
Livro de preparação do resumo: Álgebra Linear → Boldrine/Costa e Figueiredo/Wetzler (BOLDRINI, J. L. et al. Álgebra Linear. 3 ed. São Paulo: Harbra, 1986) e https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=Matrizes%2C+determinantes+e+sistemas+lineares+Viviane, acessado no dia 30/07/2020.

Sistema de Equações Lineares e Matrizes

Matriz equivalente linha reduzida à forma Escalonada. Matriz equivalente linha reduzida à forma Escada. Posto e a nulidade de uma matriz. Inversa de uma matriz.

FORMA ESCADA DE UMA MATRIZ

Forma Escalonada: Basta "zerar' os elementos que estão abaixo dos elementos $\mathbf{a_{ii}}$ na matriz **A.**



Ver a página 37 do livro do BOLDRINI.

Para que serve: a) para encontrar a solução, se existir, de qualquer sistema linear; 2) o posto e a nulidade de uma matriz

Forma Escalonada e reduzida por linha: Tem que "zerar' todos os elementos que estão abaixo e acima dos elementos $\mathbf{a_{ii}}$ na matriz **A.** Também tem que deixar o primeiro elemento de cada linha não nula igual a 1.

Para que serve: para encontrar, se existir, a inversa da matriz **A.**

***Lembre*-se: começamos com (A I) e ~ .....~ terminamos com (I A^{-1}), se a inversa de A existir.**

Posto e a nulidade de uma matriz – Exemplo

Encontre o posto e a nulidade da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & -3 & -4 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Conclusão: $p(A) = 2$ e nulidade de $A = 5 - 2 = 3$.

Inversa de uma matriz, utilizando operações elementares – Exemplo

Encontre a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$.

Solução, usando operações elementares:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -5 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5/2 & 4 & -3/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 & -1 & 1/2 \end{array}\right). \quad \text{Assim, } A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -5/2 & 4 & -3/2 \\ 1/2 & -1 & 1/2 \end{pmatrix}.$$