

Apresentação de Atividade 01

Comparação de Modelagem Dinâmica em Ambiente de Simulação Robótica para Robôs Móveis de Tração Diferencial

Mateus P. de Oliveira

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Departamento de Engenharia Elétrica - DEE

20 de novembro de 2025

Introdução e Objetivos

- ▶ A dinâmica de robôs móveis de tração diferencial (P3DX) é não-linear e sujeita a restrições não-holonômicas.
- ▶ O objetivo deste trabalho é implementar o modelo dinâmico baseado em Lagrange e compará-lo com um ambiente de simulação física (CoppeliaSim).
- ▶ Busca-se validar se as equações matemáticas descrevem com fidelidade o comportamento do robô sob influências físicas como atrito e gravidade.

Modelagem: Atuadores e Cinemática

- ▶ O sistema é regido por equações diferenciais acopladas.
- ▶ **Elétrica:** Relaciona tensão de armadura, corrente e força contra-eletromotriz.
- ▶ **Cinemática:** Relaciona as velocidades angulares das rodas ($\dot{\phi}$) com a variação da pose global (x, y, θ).

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{a_D} \\ \dot{i}_{a_E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \left(v_{a_D} - K_b N \dot{\phi}_D - R_a i_{a_D} \right) \\ \frac{1}{L_a} \left(v_{a_E} - K_b N \dot{\phi}_E - R_a i_{a_E} \right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{\theta}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R \cos(\theta)}{2} \left(\dot{\phi}_D + \dot{\phi}_E \right) \\ \frac{R \sin(\theta)}{2} \left(\dot{\phi}_D + \dot{\phi}_E \right) \\ \frac{R}{2L} \left(\dot{\phi}_D - \dot{\phi}_E \right) \end{bmatrix}$$

Modelagem Dinâmica (Lagrange)

- A formulação de Lagrange considera energias cinética e potencial.
- **Matriz M:** Inércia equivalente do sistema.
- **Matriz V:** Termos de Coriolis e centrípeta.
- O torque τ é a entrada que movimenta o sistema mecânico.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi}_D \\ \dot{\phi}_E \end{bmatrix} = \bar{M}^{-1}(q) \left(-\bar{V}(q, \dot{q}) \right) \begin{bmatrix} \dot{\phi}_D \\ \dot{\phi}_E \end{bmatrix} + \bar{B}(q)\tau$$

$$\Rightarrow \tau = K_t N [i_{aD} \quad i_{aE}]^T$$

$$\bar{M}(q) = \begin{bmatrix} I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) & \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) \\ \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) & I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) \end{bmatrix}$$

$$\bar{V}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} \\ -\frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Metodologia de Implementação

- ▶ **Python:** Resolução numérica das EDOs utilizando integrador Runge-Kutta (RK45) via biblioteca SciPy. Modelo ideal.
- ▶ **CoppeliaSim:** Simulação física utilizando motor Bullet 2.78. Considera atrito, gravidade e colisões.
- ▶ **Integração:** Comunicação síncrona via ZMQ Remote API ($dt = 50ms$).

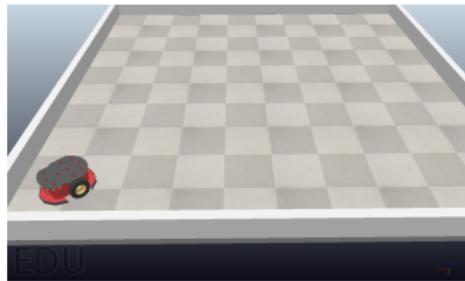


Figura: Integração Python-CoppeliaSim

Resultados: Resposta de Velocidade (Retilíneo)

- ▶ Para entradas de degrau de tensão ($3V$, $6V$, $9V$), as velocidades angulares convergem para valores constantes.
- ▶ O modelo dinâmico prevê corretamente a estabilização do sistema (velocidade angular do corpo $\omega \approx 0$).

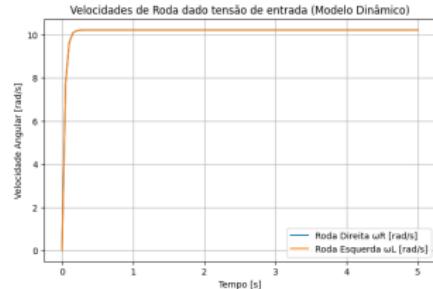


Figura: Velocidades das rodas para entrada de $9V$

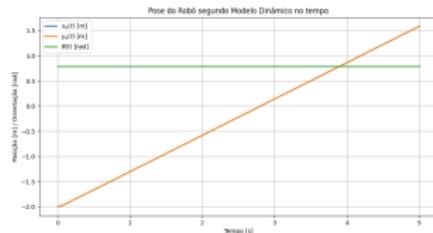


Figura: Pose do robô na modelagem dinâmica ao longo do tempo

Divergência entre Modelo e Simulação

- ▶ Observou-se um deslocamento lateral (*drift*) sistemático na simulação física.
- ▶ O robô simulado sofre desvios devido a perturbações não modeladas.

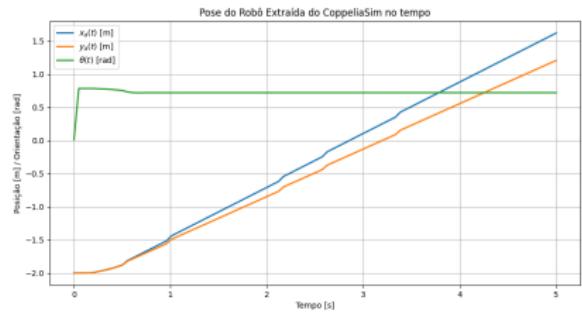


Figura: Comparação de Pose:
Dinâmica vs. Coppelia (9V)

Plano de Fase e Efeito Caster

- ▶ O erro lateral é atribuído principalmente à roda de apoio (*caster wheel*).
- ▶ No início do movimento, a roda caster precisa rotacionar para se alinhar.
- ▶ Isso gera forças laterais e torques resistivos que alteram a orientação inicial (θ) do robô, acumulando erro na posição Y.

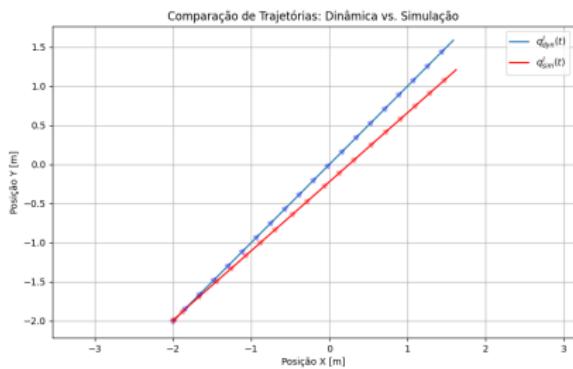


Figura: Plano de fase evidenciando o desvio de trajetória (9V)

Manobras: Curva e Ré

- ▶ **Curva:** Tensões assimétricas (3.0V e 3.5V) acentuam a diferença devido ao atrito dinâmico nas rodas.
- ▶ **Ré (-3V):** O efeito é maximizado pois a roda caster precisa girar 180 graus para se realinhar, gerando grande perturbação inicial.

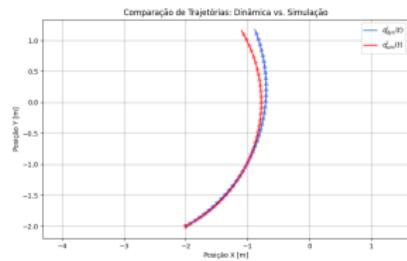


Figura: Plano de fase no movimento curvilíneo

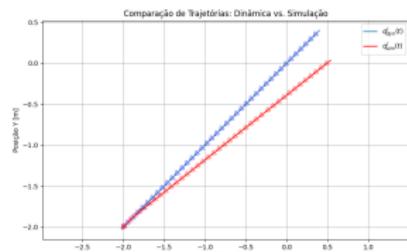


Figura: Plano de fase no movimento de ré (-3V)

Conclusão

- ▶ O modelo dinâmico implementado é consistente para condições ideais.
- ▶ A simulação física revelou que simplificações (ignorar atrito e roda caster) geram erros significativos de odometria em malha aberta.
- ▶ Para aplicações reais, é necessário expandir o modelo ou utilizar controle em malha fechada para corrigir as perturbações observadas.

Obrigado!

Mateus P. de Oliveira

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Departamento de Engenharia Elétrica - DEE

20 de novembro de 2025