INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fluminense

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

BRASIL GOVERNO FEDERAL

Aluno: Mateus Terra Tavares Ramos **Curso:** Engenharia de Computação **Data:** 03/02/23

Disciplina: Projeto e Análise de Algoritmos **Prof:** Philippe Leal

Projeto e análise de algoritmos

1 → $P(n) \sum_{i=0}^{n} r^i = \frac{r^{n+1}-1}{r-1}, \forall \mathbb{I}\ n \geq 0, \forall \mathbb{R}\ r \neq 1$

Passo base: $P(n_0) = P(0)$

$P(0) = \frac{r^{0+1}-1}{r-1} = \frac{r^1-1}{r-1} = \frac{r-1}{r-1} = 1$ ✓

Passo indutivo: $P(k+1) = \frac{r^{k+2}-1}{r-1}$

$P(k+1) = \sum_{i=0}^{k+1} r^i = \sum_{i=0}^{k} r^i + r^{k+1} \rightarrow \sum_{i=0}^{k+1} r^i = \frac{r^{k+1}-1}{r-1} + \frac{r^{k+1}(r-1)}{r-1}$

$= \frac{r^{k+1}-1+r^{k+2}-r^{k+1}}{r-1} = \frac{r^{k+2}-1}{r-1} = \frac{r^{(k+1)+1}-1}{r-1} = \sum_{i=0}^{k+1} r^i$ ✓

2 →

Passo base: $P(n_0) = P(1)$

$n_0 = 1, P(1) = 2^{2 \cdot 1} - 1 = 4 - 1 = 3$, que é divisível por 3 ✓

Passo indutivo: $P(k+1)$ é divisível por 3

$2^{2(k+1)} - 1 = 2^{2k+2} - 1 = 2^{2k} \cdot 2^2 - 1 = 2^{2k} \cdot (3-1) + 1$

$= 2^{2k} \cdot 3 + (2^{2k} - 1)$ que é divisível por 3 ✓

tilibra

$3 \rightarrow P(n): 2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$

Passo base: $P(n_0) = P(0)$

$P(n_0) = 2^0 = 1 \quad , \quad 2^1 - 1 = 1 = P(0)$

Passo indutivo: $P(k+1) = 2^{k+2} - 1$

$$2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^8 + \ldots + 2^k + 2^{k+1} = (2^{k+1} - 1) + 2^{k+1}$$
$$\hookrightarrow = 2 \cdot 2^{k+1} - 1 = 2^{k+2} - 1$$

$4 \rightarrow P(n): \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+2)}{2}$

Passo base: $P(n_0) = P(0)$

$n_0 = 0,\ P(0) = \sum_{i=0}^{n} i = 0$

Passo indutivo: $P(k+1) = \frac{k+1(k+3)}{2}$

$$\underbrace{0 + 1 + 2 + 3 + \ldots + k} + k+1 = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$
$$= \frac{k(k+1)}{2} + \frac{2(k+1)}{2}$$
$$= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2}$$
$$= \frac{k^2 + k + 2k + 2}{2}$$
$$= \frac{k^2 + 3k + 2}{2}$$
$$= \frac{(k+1).(k+2)}{2} \neq \frac{k+1(k+3)}{2}$$

5 →

Prova base:

$n = 1,\ P(1) = 1^2 = 1$

Prova por indução:

$n = K\ ,\ K \to K+1$

$\to p(n-1) = 1+3+5+\dots+(2(n-1)-1) = (n-1)^2$

$p(n-1) = 1+3+5+\dots+(2n-3) = (n-1)^2$

$\to (n-1)^2 + (2n-1)$

$= n^2 \cancel{-2n} \cancel{+1} + \cancel{2n} \cancel{-1}$

$= n^2$

6 →

Prova base:

$n = 1\ ,\ P(1) = 2^1 > 1$

Prova indutiva: $P(K) \to P(K+1)$

$2^K > K$

$2.2^K > 2.K$! $K + K \geq K+1$

$2^{K+1} > K+K$

$2^{K+1} > K+1$

7 ⇒

Prova base:

$n=1, \quad P_{(1)} = 2 \cdot 1^2 = 2$

Prova por indução: $P_{(k)} \to P_{(k+1)}$

$2 + 4 + 6 + 10 + \ldots + (4k-2) + [4(k+1)-2] = 2(k+1)^2$

$2k^2 + [4k + 2] = 2(k+1)^2$

$2k^2 + 4k + 2 = 2(k+1)^2$

$2 \cdot (k^2 + 2k + 1) = 2(k+1)^2$

$2 \cdot (k+1)^2 = 2(k+1)^2$

8 ⇒ Prova base:

$n=0, \quad P_{(0)} = \frac{0 \cdot (2 \cdot 0 - 1) \cdot (2 \cdot 0 + 1)}{3} = 0$

Prova por indução:

$1^2 + 3^2 + \ldots + (2k-1)^2 + [2(k+1)-1]^2 = \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3}$

$\frac{k(2k-1) \cdot (2k+1)}{3} + (2k)^2 =$

$4k^3 + 2k^2 - 2k^2 - k + 12k^2 + 12k + 3 = \frac{(k+1)(2k+1) \cdot (2k+3)}{3}$

$4k^3 + 12k^2 + 11k + 3 = 4k^3 + 12k^3 + 11k + 3$

tilibra

9 ->

Prova base:

$n_0 = 1$, $P_{(1)} = \frac{1}{1.2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1} = \frac{n}{n+1}$

Prova indutiva: $P_{(k)} \rightarrow P_{(k+1)}$

$$\overbrace{\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{k(k+1)}} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$$

$$\frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1).(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$$

$$\frac{k(k+2)+1}{(k+1).(k+2)} =$$

$$\frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} =$$

$$\frac{(k+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(k+1)}(k+2)} =$$

$$\frac{k+1}{k+2} = \frac{k+1}{k+2}$$

10 ->

Prova base:

$n = 1$, $1.(3.1+1) = 4$

Prova indutiva:

$$\overbrace{4 + 10 + 16 + \ldots + (6k-2)} + [6(k+1)-2] = (k+1).[3.(k+1)+1]$$

$$[k.(3k+1)] + 6k + 4 = (k+1).(3k+4)$$

$$3k^2 + k + 6k + 4 = 3k^2 + 4k + 3k + 4$$

$$3k^2 + 7k + 4 = 3k^2 + 7k + 4$$