## Projeto e Análise de Algoritmos

## Engenharia da Computação - Prof. Philippe Leal

1) Apresente a versão de otimização do Problema do Conjunto Independente de Vértices (PCIV).

 $\mathbf{R}$ .: Dado um grafo G = (V, E), obtenha um Conjunto Independente de Vértices de maior cardinalidade em G.

2) Prove que o PCIV  $\in$  NP.

```
Algoritmo ConjuntoIndependente_NP
```

```
INÍCIO
     leia(A, n, k); //A: matriz de adjacência do grafo e n: número de vértices do grafo.
     para(i = 1, ..., k) faça
           c(i) \leftarrow \text{escolha}\{1, \ldots, n\}; //Escolha aleatória de k vértices para o Conj. Independente c.
     fim para
     para(i = 1, ..., k-1) faça
           \mathbf{para}(j=i+1,\,\ldots,\,k) faça
                \mathbf{se}(A(\mathbf{c}(i), \mathbf{c}(j)) = 1) então //Se o vértice da posição i é adjacente ao da posição j em c.
                       retorne FRACASSO;
                 fim se
           fim_para
     fim_para
     retorne SUCESSO;
FIM
```

- 3) Problema da Cobertura Mínima de Vértices (PCMV): Dado um grafo G = (V, E) não-orientado, dizemos que  $W \subseteq V$  define uma Cobertura de Vértices de G se, e somente se,  $\forall (i,j) \in E, i \in W$  ou  $j \in W$ .
  - (a) Apresente a versão de decisão do PCMV;

 $\mathbf{R}$ .: Dado um grafo G=(V,E) e  $k\in\mathbb{N}^*$ , existe em G uma Cobertura de Vértices de cardinalidade menor ou igual a k?

(b) Apresente a versão de otimização do PCMV;

 $\mathbf{R}$ .: Dado um grafo G = (V, E), obtenha uma Cobertura de Vértices de menor cardinalidade em G.

(c) Prove que o PCMV  $\in$  NP.

```
Algoritmo Cobertura NP
INÍCIO
     leia(A, n, k); //A: matriz de adjacência do grafo e n: número de vértices do grafo.
     cont \leftarrow 0;
     para(i = 1, ..., n) faça
           c(i) \leftarrow \text{escolha}\{0,1\}; //Escolha aleatória do vértice i estar (1) ou não (0) na Cobertura c.
           se(c(i) = 1) então
                \operatorname{cont} \leftarrow \operatorname{cont} + 1; //Obtendo a cardinalidade da Cobertura c.
           fim se
     fim para
     \mathbf{se}(\text{cont} > k) então //Se a cardinalidade da Cobertura c é maior do que k.
           retorne FRACASSO;
     fim_se
     para(i = 1, ..., n-1) faça
           para(j = i+1, ..., n) faça
                \mathbf{se}(A(i,j)=1) então //Se o vértice i é adjacente ao vértice j.
                    se((c(i) = 0) e (c(j) = 0)) então //Se nem o vértice i e nem o j estão na Cobertura c.
                          retorne FRACASSO;
                    fim_se
                fim se
           fim para
     fim para
     retorne SUCESSO;
```