



Aluno: Mateus Terra Tavares Ramos **Curso:** Engenharia de Computação **Data:** 01/04/23

Disciplina: Projeto e Análise de Algoritmos **Prof^a:** Philippe Leal

O teorema mestre é uma ferramenta matemática usada para analisar a complexidade assintótica de algoritmos recursivos de divisão e conquista. Ele permite obter uma equação recursiva para a complexidade de tais algoritmos e fornece uma solução para essa equação que pode ser usada para determinar a complexidade assintótica do algoritmo.

O teorema mestre tem as seguintes características:

1. Ele divide o algoritmo recursivo em três partes: uma sub-rotina de divisão, uma sub-rotina de conquista e uma sub-rotina de combinação.
2. Determina a equação de recorrência para a complexidade do algoritmo.
3. A equação de recorrência é da forma $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$, onde a é o número de subproblemas nos quais o problema original é dividido, $\frac{n}{b}$ é o tamanho dos subproblemas e $f(n)$ é o tempo gasto combinando resultados de subproblemas para a solução do problema original.
4. Ele define três casos possíveis para a equação de recorrência em função de $f(n)$ e a relação entre a e b e representa a solução para cada caso.

Os três casos possíveis são:

caso 1 se $f(n) = O(n^c)$ para $c < \log_b a$;

de solução: $T(n) = \theta(n^c \cdot \log n)$;

caso 2 se $f(n) = \theta(n^c)$ for $c = \log_b a$;

de solução: $T(n) = \theta(n^c \cdot \log n \cdot \log(\log n))$;

caso 3 se $f(n) = \Omega(n^c)$ para $c > \log_b a$;

de solução: $T(n) = \theta(f(n))$

5. O teorema mestre é uma ferramenta útil para determinar a complexidade assintótica de algoritmos dividindo-e-conquistando e pode ser aplicado a uma ampla variedade de algoritmos, incluindo algoritmos de ordenação, algoritmos de busca e algoritmos de árvore.

Exemplo:

$$T(n) = T\left(\frac{2n}{3}\right) + 1$$

$$a = 1; \quad b = 3/2; \quad f(n) = 1;$$

$$\text{Assim, } n^{\log_{3/2} 1} = n^0 = 1.$$

$$\text{Aplicamos a regra do caso 2 pois: } f(n) = \theta(n^{\log_b a}) = \theta(1)$$

$$\text{Chegamos a: } T(n) = \theta(\log n)$$

Referências:

Felipe, Henrique. "Teorema Mestre E Exemplos Resolvidos". *Blog Cyberini*, 2017, 'https://www.blogcyberini.com/2017/11/teorema-mestre.html' Acesso 1 Abr 2023.

Lintzmayer , Carla N. Método Mestre (resolvendo recorrências), youtube, 2020, https://www.youtube.com/watch?v=6FcHxGcZnIQ&ab_channel=CarlaQuemDisse. Acesso 1 Abr 2023.

"Análise De Algoritmos: O Método Mestre". *Mirkoperkusich*, 2019, https://mirkoperkusich.wordpress.com/2019/02/19/o-metodo-mestre/. Acesso 1 Abr 2023.

Felice, Mário C. S. 2020, http://www.aloc.ufscar.br/felice/ensino/2020s2paa/aula06.pdf. Acesso 1 Abr 2023.

Ferreira, Tiago A. E., 2023, http://200.17.137.109:8081/xiscanoe/Members/taef/taef/algoritmos-e-estrutura-de-dados/aulas-1/aula04.pdf. Acesso 1 Abr 2023.