

MAC0336/5723 - Criptografia e Segurança de Dados
PRIMEIRO SEMESTRE DE 2019

Exercício-Programa 1

Data de entrega : veja no paca.ime.usp.br.

Observações

- Este exercício é para ser feito *individualmente*.
- Entregue no sistema Panda UM ÚNICO arquivo contendo os arquivos seguintes, comprimidos em um único arquivo:
 - um arquivo chamado LEIA.ME (em formato .txt) com:
 - * seu nome completo, e número USP,
 - * os nomes dos arquivos inclusos com uma breve descrição de cada arquivo,
 - * uma descrição sucinta de *como usar* o programa executável, necessariamente na linha-de-comando, i.e., SEM interface gráfica,
 - * qual computador, compilador e sistema operacional foi usado (modelo, versão, etc..),
 - * instruções de como compilar o(s) arquivo(s) fonte(s).
 - o arquivo MAKE, se for o caso
 - os arquivos do programa-fonte, necessariamente em *linguagem C*
 - o programa *compilado*, i.e.,

**incluir o código executável
(se não incluir, a nota será zero!)**

- se for o caso, alguns arquivos de entrada e saída usados nos testes: arquivos com os dados de *entrada* chamados ENT1, ENT2, etc., e arquivos com os dados de *saída* correspondentes, chamados SAI1, SAI2, etc.
- Coloque comentários em seu programa explicando o que cada etapa do programa significa! Isso será levado em conta na sua nota.

- Faça uma saída clara! Isso será levado em conta na sua nota.
- Não deixe para a última hora. Planeje investir 70 por cento do tempo total de dedicação em escrever o seu programa todo e simular o programa SEM computador (eliminando erros de lógica) ANTES de digitar e compilar no computador. Isso economiza muito tempo e energia.
- A nota será diminuída de um ponto a cada dia “corrido” de atraso na entrega.

Este exercício-programa consiste em:

1. Elaborar um programa para criptografar e decriptografar um arquivo de qualquer comprimento, com o Algoritmo K128 descrito na Seção 3. Esse arquivo pode ser QUALQUER sequência de bits, qualquer tipo digital: um texto, uma imagem, uma música, programa-fonte, etc.
2. O programa deve também medir a aleatoriedade do algoritmo, conforme descrito a partir da página 9.

A chave principal K com 128 bits é derivada de uma senha, como descrito a seguir (Seção 1, página 2).

1 Senha e chave principal K

A senha A a ser digitada deve conter pelo menos 8 caracteres, com **pelo menos** 2 letras e 2 algarismos decimais;

Geração da chave K de 128 bits a partir da senha: se a senha A digitada possuir menos que 16 caracteres (i.e., 16 bytes), a chave principal K de 128 bits deve ser derivada de A concatenando-se A com ela própria até completar 16 bytes (128 bits).

2 Algoritmo de geração de subchaves

No início, este algoritmo divide os 128 bits da chave K em duas variáveis de 64 bits, L_0 e L_1 . A seguir expande L_0, L_1 para obter $L_2, L_3, \dots, L_{4R+2}$.

- Seja \boxplus a operação de soma aritmética sobre operandos de 64 bits, módulo 2^{64} .
- Seja $\beta \ll \alpha$ rotação (deslocamento circular) de α bits para a esquerda dos 64 bits de β .

- $0x(\dots)$ denota um valor em notação hexadecimal (*i.e.*, base 16).

Algoritmo de geração de subchaves

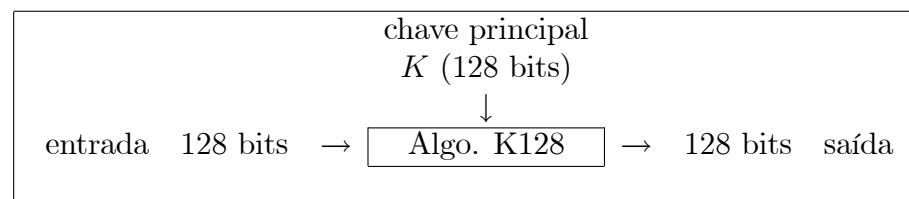
Entrada: Número de iterações R , chave principal K de 128 bits.

Saída: $4R + 2$ subchaves de 64 bits $k_1, k_3, \dots k_{4R+2}$.

1. $L_0 \leftarrow$ “64 bits MAIS significativos da chave K ”; $L_1 \leftarrow$ “64 bits MENOS significativos da chave K , 64 bits” (* Observe se o seu computador é *little-endian* ou *big-endian* *)
2. **para** $j = 2, 3, \dots 4R + 2$ **faça:** $L_j \leftarrow L_{j-1} \boxplus 0x(9e3779b97f4a7151)$; (* 64 bits *)
3. $k_0 \leftarrow 0x(8aed2a6bb7e15162)$; (* 64 bits *)
4. **para** $j = 1, 2, \dots 4R + 3$ **faça:** $k_j \leftarrow k_{j-1} \boxplus 0x(7c159e3779b97f4a)$;
5. $i \leftarrow 0; j \leftarrow 0; A \leftarrow 0; B \leftarrow 0$;
6. **para** $s = 1, 2, 3, \dots 4R + 3$ **faça** {
 - (a) $k_i \leftarrow (k_i \boxplus A \boxplus B) \ll 3; A \leftarrow k_i; i \leftarrow i + 1$
 - (b) $L_j \leftarrow (L_j \boxplus A \boxplus B) \ll (A \boxplus B); B \leftarrow L_j; j \leftarrow j + 1$
 - (c) }
7. A saída é $k_1, k_2, \dots k_{4R+2}$

3 Definição do Algoritmo K128

Implementar o Algoritmo criptográfico K128, com **chave principal** K de 128 bits, e com blocos de entrada e saída de 128 bits. Você deve **deduzir** o algoritmo inverso do K128.



O número R de iterações (*rounds*) é variável, mas neste exercício você deve utilizar $R = 12$.

Cada iteração (ou round) da criptografia ou da deciptografia exige 4 subchaves de 64 bits. Para uma iteração r , $r = 1, \dots, R$ estas 4 subchaves são chamadas $k_{4r-3}, k_{4r-2}, k_{4r-1}, k_{4r}$. A transformação final $T()$ exige duas subchaves de 64 bits, k_{4R+1}, k_{4R+2} .

O comprimento da chave principal K é 128 bits. O número de subchaves desejado é $4R + 2 = 4 * 12 + 2 = 50$.

3.1 As três operações básicas

Neste projeto há três operações distintas sobre 2^{64} elementos (*i.e.*, oito bytes). Se A, B, C denotam três elementos de 64 bits, as três operações são:

1. Ou-exclusivo (XOR) sobre 64 bits, que será representada pelo símbolo \oplus , *i.e.*, $A = B \oplus C$; note que $B \oplus C \oplus C = B$, ou seja, conhecendo-se A e C pode-se obter B .
2. Soma mod 2^{64} , que é equivalente à soma usual em que o bit mais à esquerda correspondente ao valor 2^{64} deve ser sempre igual a zero após a soma; esta operação será denotada pelo símbolo \boxplus , *i.e.*, $A = B \boxplus C$; note que se \overline{C} é o inverso de C mod 2^{64} (*i.e.*, $\overline{C} + C = 2^{64} = 0 \text{ mod } 2^{64}$), então $B \boxplus C \boxplus \overline{C} = B$; ou seja, conhecendo-se A e \overline{C} pode-se obter B .
3. A terceira operação é representada pelo símbolo \odot , e é um pouco mais complicada que as anteriores. Seja $y = f(x)$ a função seguinte que mapeia um byte $x \in \{0, 1\}^8$ para um byte $y \in \{0, 1\}^8$:

$$y = f(x) = 45^x \text{ mod } 257 \text{ (} y = 0 \text{ se } x = 128, \text{ pois } 45^{128} \text{ mod } 257 = 256)$$

Por exemplo: $45^{31} \text{ mod } 257 = 247$

- (a) Observe que 257 é primo e 45 é gerador do corpo $GF(257)$ (**G**alois **F**ield), *i.e.*, $45^x \text{ mod } 257$ para $x = 0, 1, 2, \dots, 256$ gera todos os elementos de $GF(257)$.
- (b) A função inversa de $f()$, $x = f^{-1}(y)$, é definida a seguir: $x = f^{-1}(y) = \log_{45} y$ ($x = 128$ se $y = 0$, para ser consistente com a operação anterior) *i.e.*, $\log_{45}(45^x \text{ mod } 257) = x$. Por exemplo $\log_{45} 247 = 31$.
- (c) Recomendamos que estas duas funções sejam previamente calculadas e tabeladas na forma $\exp[x] = y$ e $\log[y] = x$ onde $\exp[]$ e $\log[]$ são vetores de 256 posições, para $x, y = 0, 1, 2, \dots, 255$. Desta forma, economiza-se tempo, pois consultar estes vetores é mais rápido do que calcular toda vez que se necessitar de um valor. Note que uma vez calculado o valor de $\exp[i]$, podemos definir $\log[\exp[i]] = i$.
- (d) Para A, B, C de 64 bits, $A = B \odot C$ significa:

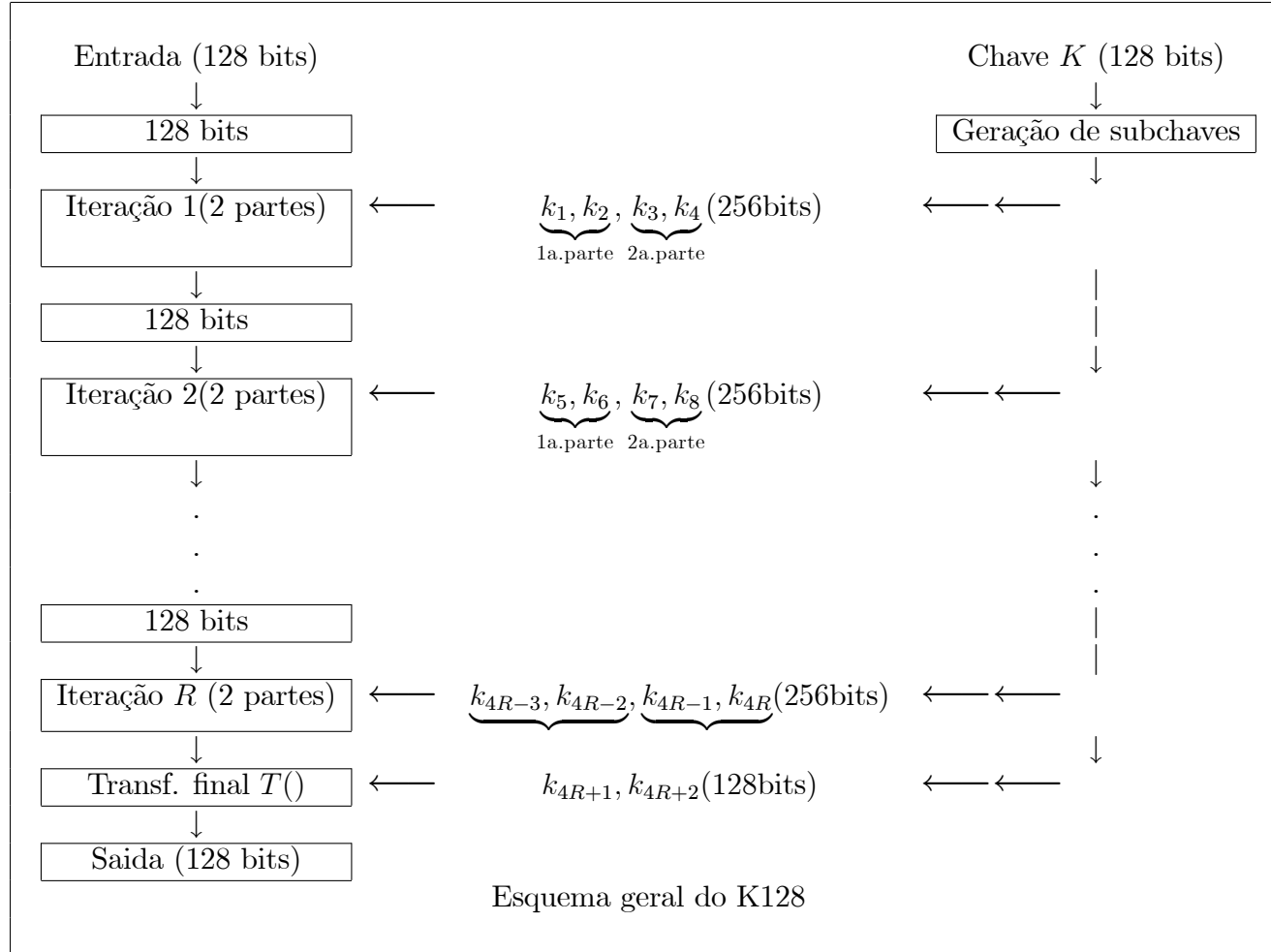
- dividir os 64 bits de B em 8 bytes de 8 bits: $B_1||B_2||B_3||B_4||B_5||B_6||B_7||B_8$; dividir da mesma forma C em

$$C_1||C_2||C_3||C_4||C_5||C_6||C_7||C_8;$$

1. (a) • Cada byte do resultado $A = A_1||A_2||A_3||A_4||A_5||A_6||A_7||A_8 = B \odot C$ é obtido da seguinte forma: para $j = 1, 2, \dots, 8$:
 $A_j = f(B_j) \oplus f(C_j)$.

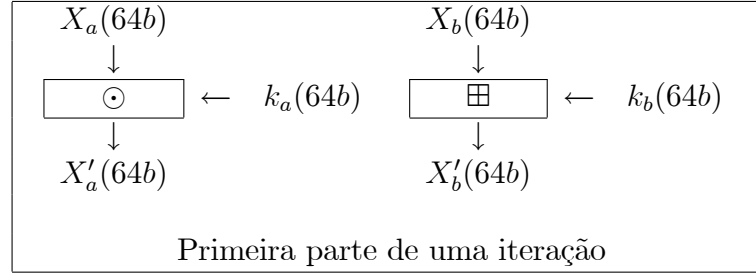
3.2 Uma iteração (*round*) do K128

K128 possui $R = 12$ iterações (ou *rounds*) e uma transformação final que chamaremos T . A transformação T utiliza as últimas 2 subchaves: k_{4R+1}, k_{4R+2} , da maneira que descreveremos mais adiante. Cada iteração utiliza 4 subchaves e possui duas partes que descreveremos a seguir.



3.2.1 Primeira parte de uma iteração

Esta parte utiliza 2 subchaves que chamaremos k_a, k_b . A sua entrada é de 128 bits, tratada como 2 subentradas de 64 bits que chamaremos X_a, X_b . Após certas operações aplicadas sobre esta entrada, a sua saída será constituída de novas versões destes X_a, X_b que chamaremos X'_a, X'_b , total de 128 bits. Na primeira iteração, $k_a = k_1, k_b = k_2$, e na segunda iteração $k_a = k_5, k_b = k_6$, e assim por diante.



As operações são as seguintes:

1. X'_a é $X_a \odot k_a$
2. X'_b é $X_b \boxplus k_b$

Note que o resultado desta parte, em ordem, é X'_a, X'_b .

Observe que estas 2 operações são inversíveis. Para se obter X_a a partir de X'_a basta termos calculado previamente a inversa multiplicativa $\overline{k_a^{-1}}$ pois $X'_a \odot \overline{k_a^{-1}} = X_a \odot k_a \odot \overline{k_a^{-1}} = X_a$. E para se obter X_b a partir de X'_b basta termos calculado previamente a inversa aditiva $\overline{k_b}$, pois $X'_b \boxplus \overline{k_b} = X_b \boxplus k_b \boxplus \overline{k_b} = X_b$.

3.2.2 Segunda parte de uma iteração

Essa parte utiliza 2 subchaves que chamaremos k_e, k_f . Sua entrada é a saída da primeira parte, de 128 bits, tratada de novo como 2 subentradas de 64 bits que chamaremos X_e, X_f . Após outras operações aplicadas sobre esta entrada, sua saída será constituída de novas versões destes X_e, X_f que chamaremos X'_e, X'_f . Na primeira iteração, $k_e = k_3, k_f = k_4$, e na segunda iteração $k_e = k_7, k_f = k_8$, e assim por diante.

1. Inicialmente é calculado um valor intermediário chamado Y_1 da seguinte forma: $Y_1 = X_e \oplus X_f$
2. A seguir outros dois valores intermediários chamados Y_2 e Z são calculados:

- (a) $Y_2 = [(k_e \odot Y_1) \boxplus Y_1] \odot k_f$
- (b) $Z = (k_e \odot Y_1) \boxplus Y_2$

3. E os valores X'_e, X'_f são calculados da seguinte maneira:

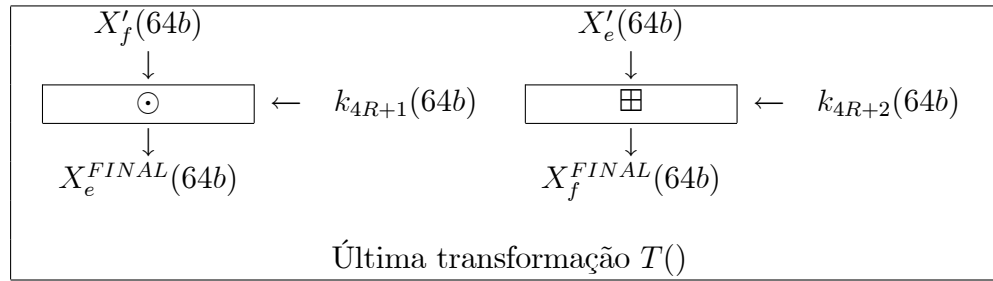
- (a) $X'_e = X_e \oplus Z$
- (b) $X'_f = X_f \oplus Z$

3.2.3 A última transformação T

Após $R = 12$ iterações da primeira e segunda partes como descrito acima, o resultado X'_e, X'_f é fornecido como entrada para a última transformação T .

Como mencionado anteriormente, a transformação T utiliza as últimas 2 subchaves: k_{4R+1}, k_{4R+2} . E esta transformação é semelhante à primeira parte de uma iteração, exceto que k_{4R+1} é aplicado sobre X'_f e k_{4R+2} é aplicado sobre X'_e :

1. X_e^{FINAL} é $X'_f \odot k_{4R+1}$
2. X_f^{FINAL} é $X'_e \boxplus k_{4R+2}$



4 Execução na linha de comando

O seu programa deve ser executado na linha de comando, com parâmetros relevantes, em um dos seguintes modos: (se houver a opção -a após a senha, o programa deve gravar **brancos** no lugar do arquivo de entrada e deletá-lo, o *default* é não efetuar o apagamento)

- Modo (1) Para criptografar arquivos:
programa -c -i <arquivo de entrada> -o <arquivo de saída> -p <senha> -a
- Modo (2) Para decriptografar arquivos:
programa -d -i <arquivo de entrada> -o <arquivo de saída> -p <senha>
- Modo (3) Para calcular aleatoriedade pelo método 1 (item 1 abaixo, Seção 7, na página 9).
programa -1 -i <arquivo de entrada> -p <senha>
- Modo (4) Para calcular aleatoriedade pelo método 2 (item 2 abaixo, Seção 7, na página 9.):
programa -2 -i <arquivo de entrada> -p <senha>

5 O que o programa deve fazer

O seu programa deve ler do disco o arquivo de entrada *Entra*, que pode ser QUALQUER sequência de bits (música, figura, texto, etc.), e deve gravar o arquivo de saída *Sai* correspondente a *Entra* criptografado ou decriptografado com a senha *A*, no modo CBC (Cipher Block Chaining, veja Seção 6), que consiste em encadear um bloco de 128 bits com o bloco anterior criptografado da maneira vista em aula, e também descrito no livro-texto Segurança de Dados (RT).

O seu programa deve também efetuar os itens 1 e 2 descritos no final deste enunciado, Seção 7, na página 9.

6 Modo CBC e testes

As regras a seguir devem ser satisfeitas:

1. No modo CBC, utilizar bits iguais a UM como Valor Inicial.
2. O programa deve ser testado com pelo menos dois arquivos *Entra*. Por exemplo, o seu próprio programa-fonte. Teste não só com arquivos-texto como com arquivos binários; por exemplo, com algum código executável, ou MP3, ou JPEG, etc..
3. Um programa-exemplo de leitura e gravação de arquivo em HD/disco rígido estará disponível na página da disciplina.
4. Se o último bloco a ser criptografado não possuir comprimento igual a 128 bits, completá-lo com bits iguais a UM, seguido pelo comprimento do arquivo original *Entra*. Se for o caso, um *último* bloco extra criptografado de *Sai* deve conter o comprimento do arquivo original *Entra*.
5. Verifique se o arquivo decriptografado *Sai* possui o mesmo comprimento que o arquivo original *Entra*.

7 Medidas de aleatoriedade - entropia

Seja *VetEntra* um vetor lido de um arquivo de entrada para a memória principal com pelo menos 512 bits (i.e., pelo menos 4 blocos de 128 bits, de modo que

$$VetEntra = Bl(1)||Bl(2)||Bl(3)||Bl(4)||...,$$

sendo cada bloco $Bl()$ de 128 bits e $|VetEntra| \geq 4 * 128 = 512$).

Para $j = 1, 2, \dots, |VetEntra|$ fazer o seguinte:

1. alterar apenas na memória interna (RAM) só o j -ésimo bit do vetor $VetEntra$ de cada vez, obtendo um **outro vetor** na memória interna, chamado $VetAlter$, para $j = 1, 2, 3, \dots$ tal que $|VetEntra| = |VetAlter|$; isto é, $VetEntra$ e $VetAlter$ só diferem no j -ésimo bit, mas são de igual comprimento. No caso de apenas 4 blocos, tem-se $j = 1, 2, 3, \dots, 512$. Por exemplo, no caso de 8 bits em cada bloco, um único bit alterado na posição $j = 2$, tem-se $Bl(1) = 01110101$, $BlAlter(1) = 00110101, \dots$ e

$$VetEntra = BlAlter(1)||BlAlter(2)||\dots = 01110101||\dots$$

$$VetAlter = BlAlter(1)||BlAlter(2)||\dots = 00110101||\dots$$

ou seja, os blocos diferem só no bit na posição 2, e então $Hamming(VetEntra, VetAlter) = 1$.

2. seja $VetEntraC = BlC(1)||BlC(2)||BlC(3)||BlC(4)||\dots$ o vetor $VetEntra$ criptografado pelo K128 no modo CBC. E seja

$$VetAlterC = BlAlterC(1)||BlAlterC(2)||BlAlterC(3)||BlAlterC(4)||\dots$$

o vetor $VetAlter$ criptografado pelo K128 no modo CBC.

3. para $k = 1, 2, 3, \dots$, medir a distância de Hamming, **separadamente**, entre **cada** bloco $BlC(k)$ e $BlAlterC(k)$, sendo ambos de 128 bits, $BlC(k)$ do vetor $VetEntraC$ e o correspondente bloco $BlAlterC(k)$ do vetor $VetAlterC$. Para 4 blocos de 128 bits, tem-se 4 medidas de distância, para cada $j = 1, 2, 3, \dots$, sendo cada medida chamada, digamos, $H(k)$, para cada par de blocos $BlC(k), BlAlterC(k)$. Ou seja, para 4 blocos tem-se $k = 1, 2, 3, 4$, e para cada $j = 1, 2, 3, \dots$, $H(k) = Hamming(BlC(k), BlAlterC(k))$. Veja ilustração na página 11.
4. estas medidas de distância de Hamming $H(k)$ devem ser acumuladas em somas chamadas, digamos, $SomaH(k)$. Para 4 blocos de 128 bits, tem-se 4 somas cumulativas, sendo que:

(a) $SomaH(1)$ acumula 128 valores de $H(1)$ correspondentes a $j = \underbrace{1, 2, 3, \dots, 128}_{\text{bloco 1}}$ (para $j > 128$ $H(1) = 0$ pois $BlC(1) = BlAlterC(1)$). Veja ilustração na página 11.

(b) $SomaH(2)$ acumula $2 * 128 = 256$ valores de $H(2)$ correspondentes a $j = \underbrace{1, 2, 3, \dots, 128}_{\text{bloco 1}}, \underbrace{129, \dots, 256}_{\text{bloco 2}}$ (para $j > 2 * 128$ $H(2) = 0$ pois $BlC(2) = BlAlterC(2)$ e $H(1) = 0$ pois $BlC(1) = BlAlterC(1)$). Veja ilustração na página 12.

(c) $SomaH(3)$ acumula $3 * 128 = 384$ valores de $H(3)$ correspondentes a $j = 1, 2, 3, \dots, 384$

(d) $SomaH(4)$, acumula $4 * 128 = 512$ valores de $H(4)$ correspondentes a $j = 1, 2, 3, \dots, 512$.

5. de forma análoga às somas $SomaH(k)$, o programa deve calcular os valores mínimo e máximo de $H(1), H(2), \dots$

$VetEntra =$	$Bl(1)$	$Bl(2)$	$Bl(3)$	$Bl(4)$
Aplica algoritmo em CBC	K128(K)	K128(K)	K128(K)	K128(K)
$VetEntraC$ (criptografado)=	$BlC(1) = A$	$BlC(2) = B$	$BlC(3) = C$	$BlC(4) = D$
$VetAlter =$	$BlAlter(1)$	$BlAlter(2)$	$BlAlter(3)$	$BlAlter(4)$
Aplica algoritmo em CBC	K128(K)	K128(K)	K128(K)	K128(K)
$VetAlterC$ (criptografado)=	$BlAlterC(1) = A'$	$BlAlterC(2) = B'$	$BlAlterC(3) = C'$	$BlAlterC(4) = D'$
Posição do único bit alterado	$j = 1, 2, \dots 128$	$j = 129, \dots 256$	$j = 257, \dots 384$	$j = 385, \dots 512$
Distância de Hamming	$H(1) = Ham(A, A')$	$H(2) = Ham(B, B')$	$H(3) = Ham(C, C')$	$H(4) = Ham(D, D')$
Núm.de valores de $H(k)$	128	256	384	512
Soma acumulada de $H(k)$	$SomaH(1)$	$SomaH(2)$	$SomaH(3)$	$SomaH(4)$
Máximo e Mínimo de $H(k)$	$Max(1), Min(1)$	$Max(2), Min(2)$	$Max(3), Min(3)$	$Max(4), Min(4)$

Tabela geral de valores para as medidas de aleatoridade do algoritmo K128

$VetEntra =$	$Bl(1)$	$Bl(2)$	$Bl(3)$	$Bl(4)$
Aplica algoritmo em CBC	K128(K)	K128(K)	K128(K)	K128(K)
$VetEntraC$ (criptografado)=	$BlC(1) = A$	$BlC(2) = B$	$BlC(3) = C$	$BlC(4) = D$
$VetAlter =$	$BlAlter(1) = Bl(1)$	$BlAlter(2)$	$BlAlter(3)$	$BlAlter(4)$
Aplica algoritmo em CBC	K128(K)	K128(K)	K128(K)	K128(K)
$VetAlterC$ (criptografado)=	$BlAlterC(1) = A' = A$	$BlAlterC(2) = B'$	$BlAlterC(3) = C'$	$BlAlterC(4) = D'$
Posição do único bit alterado		$j = 129, \dots 256$		
Distância de Hamming	$H(1) = Ham(A, A') = 0$	$H(2) = Ham(B, B')$	$H(3) = Ham(C, C')$	$H(4) = Ham(D, D')$
Núm.de valores de $H(k)$	128	256	384	512
Soma acumulada de $H(k)$	$SomaH(1)$	$SomaH(2)$	$SomaH(3)$	$SomaH(4)$
Máximo e Mínimo de $H(k)$	$Max(1), Min(1)$	$Max(2), Min(2)$	$Max(3), Min(3)$	$Max(4), Min(4)$

Tabela, para $j = 129, \dots 256$, de valores para as medidas de aleatoridade do algoritmo K128

<i>VetEntra</i> =	<i>Bl</i> (1)	<i>Bl</i> (2)	<i>Bl</i> (3)	<i>Bl</i> (4)
Aplica algoritmo em CBC	K128(K)	K128(K)	K128(K)	K128(K)
<i>VetEntraC</i> (criptografado)=	<i>BlC</i> (1) = <i>A</i>	<i>BlC</i> (2) = <i>B</i>	<i>BlC</i> (3) = <i>C</i>	<i>BlC</i> (4) = <i>D</i>
<i>VetAlter</i> =	<i>BlAlter</i> (1) = <i>Bl</i> (1)	<i>BlAlter</i> (2) = <i>Bl</i> (2)	<i>BlAlter</i> (3)	<i>BlAlter</i> (4)
Aplica algoritmo em CBC	K128(K)	K128(K)	K128(K)	K128(K)
<i>VetAlterC</i> (criptografado)=	<i>BlAlterC</i> (1) = <i>A'</i> = <i>A</i>	<i>BlAlterC</i> (2) = <i>B'</i> = <i>B</i>	<i>BlAlterC</i> (3) = <i>C'</i>	<i>BlAlterC</i> (4) = <i>D'</i>
Posição do único bit alterado			<i>j</i> = 257, ...384	
Distância de Hamming	<i>H</i> (1) = <i>Ham</i> (<i>A</i> , <i>A'</i>) = 0	<i>H</i> (2) = <i>Ham</i> (<i>B</i> , <i>B'</i>) = 0	<i>H</i> (3) = <i>Ham</i> (<i>C</i> , <i>C'</i>)	<i>H</i> (4) = <i>Ham</i> (<i>D</i> , <i>D'</i>)
Núm.de valores de <i>H</i> (<i>k</i>)	128	256	384	512
Soma acumulada de <i>H</i> (<i>k</i>)	<i>SomaH</i> (1)	<i>SomaH</i> (2)	<i>SomaH</i> (3)	<i>SomaH</i> (4)
Máximo e Mínimo de <i>H</i> (<i>k</i>)	<i>Max</i> (1), <i>Min</i> (1)	<i>Max</i> (2), <i>Min</i> (2)	<i>Max</i> (3), <i>Min</i> (3)	<i>Max</i> (4), <i>Min</i> (4)
Tabela, para <i>j</i> = 257, ...384, de valores para as medidas de aleatoridade do algoritmo K128				

No final o programa deve imprimir uma tabela contendo os valores **máximos, mínimos e médios** das distâncias de Hamming entre **cada** bloco criptografado de 128 bits *BlC*(*k*) e *BlAlterC*(*k*), conforme o Algoritmo K128, no modo CBC. Para 4 blocos de 128 bits, o programa deve imprimir 4 valores máximos, 4 mínimos, e 4 médios.

Opcionalmente, o programa calcula e imprime os 4 valores de desvio padrão de cada bloco: para x_1, x_2, \dots, x_N , o desvio padrão é

$$\partial = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}, \text{ onde } \bar{x} \text{ denota a média.}$$

Note que: $(x_i - \bar{x})^2 = (x_i)^2 - 2x_i \times \bar{x} + (\bar{x})^2$, e então $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^N (x_i)^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^N x_i + N \times (\bar{x})^2$. Ou seja, basta calcular $\sum_{i=1}^N x_i$

para calcular \bar{x} , e calcular $\sum_{i=1}^N (x_i)^2$ para calcular ∂ .

O seu programa deve também efetuar os itens seguintes:

Item 1: Medir a aleatoriedade (entropia) do K128 na forma descrita acima.

Item 2: Efetuar o Item 1 uma outra vez, mas trocando a alteração do *j*-ésimo bit por alteração simultânea do *j*-ésimo e do (*j* + 8)-ésimo bits. Isso detetaria uma provável compensação de bits na saída, devido a dois bytes consecutivos alterados na entrada.

—FIM—