MAC0444 - Sistemas Baseados em Conhecimento
Lista de Exercícios No. 1

Mateus Agostinho dos Anjos
NUSP 9298191

August 31, 2019

1 -

D = Domínio
I = Interpretação (apenas os Verdadeiros)

A)

Queremos: a)F b)V c)V
Portanto, definimos:
$D = \{0, 1, 2, 3\}$
$I = \{P(1, 2), P(2, 3), P(3, 1)\}$

Para a)F
$\forall x \forall y \forall z((P(x, y) \land P(y, z)) \to P(x, z))$
É falso para $x/1$, $y/2$, $z/3$

$$((P(1, 2) \land P(2, 3)) \to P(1, 3))$$
$$((V \land V) \to F)$$
$$F$$

Para b)V
$\forall x \forall y((P(x,y) \wedge P(y,x)) \rightarrow x = y)$
Não temos interpretações que satisfaçam $((P(x,y) \wedge P(y,x))$, portanto a implicação será sempre verdadeira, uma vez que o lado esquerdo dela é sempre falso. ($F \rightarrow F$ é V e $F \rightarrow V$ é V)

Para c)V
$\forall x \forall y(P(a,y) \rightarrow P(x,b))$
Fixando $a = 0$ temos que $P(a,y) = P(0,y)$
Perceba que $\forall y P(0,y)$ é sempre falso, fazendo a implicação c) sempre verdadeira. (caso análogo ao item b) acima)
Basta, então escolhermos $b = 2$ (ou qualquer outro elemento do domínio)

B)

Queremos: a)V b)F c)V
Portanto, definimos:
$D = \{1,2\}$
$I = \{P(1,1), P(1,2), P(2,1), P(2,2)\}$

Para a)V
$\forall x \forall y \forall z((P(x,y) \wedge P(y,z)) \rightarrow P(x,z))$
Testar:
$x, y, z = (1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (1,2,2), (2,1,1), (2,1,2), (2,2,1), (2,2,2)$

Para b)F
$\forall x \forall y((P(x,y) \wedge P(y,x)) \rightarrow x = y)$
Temos $x/1$ e $y/2$

$$(P(1,2) \wedge P(2,1)) \rightarrow 1 = 2$$
$$V \wedge V \rightarrow F$$
$$F$$

Para c)V
$\forall x \forall y (P(a,y) \rightarrow P(x,b))$
Basta escolhermos $a = 2$ e $b = 1$ e ficamos com:
$\forall x \forall y (P(2,y) \rightarrow P(x,1))$
Restando as opções:
$P(2,1) \rightarrow P(1,1)$
$P(2,1) \rightarrow P(2,1)$
$P(2,2) \rightarrow P(1,1)$
$P(2,2) \rightarrow P(2,2)$
Mostrando que c) é sempre Verdadeiro como queríamos.

C)

Queremos: a)V b)V c)F
Portanto, definimos:
$D = \{1,2\}$
$I = \{P(1,1), P(2,2)\}$

Para a)V
$\forall x \forall y \forall z ((P(x,y) \wedge P(y,z)) \rightarrow P(x,z))$
Testar:
$x, y, z = (1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (1,2,2), (2,1,1), (2,1,2), (2,2,1), (2,2,2)$

Para b)V
$\forall x \forall y ((P(x,y) \wedge P(y,x)) \rightarrow x = y)$
Veja que para todo par $x \neq y$ o lado esquerdo será falso, fazendo a implicação ser verdadeira. Já para $x = y$ a implicação será verdadeira, pois $P(1,1)$ e $P(2,2)$ são verdadeiros.

Para c)F
$\forall x \forall y (P(a,y) \rightarrow P(x,b))$
Basta escolher $a = 1$ e $b = 2$
Teremos: $\forall x \forall y (P(1,y) \rightarrow P(x,2))$
Tendo: $(P(1,1) \rightarrow P(1,2))$ como exemplo de implicação falsa.

2 -

Definição de predicados:

$MembroClubeAlpino(x)$ = x é membro do Clube Alpino
$Esquiador(x)$ = x é esquiador
$Alpinista(x)$ = x é alpinista
$GostaDe(x, y)$ = x gosta de y

A)

Base de Conhecimento (KB):

1. $MembroClubeAlpino(Tony)$
2. $MembroClubeAlpino(Mike)$
3. $MembroClubeAlpino(John)$
4. $\forall x((MembroClubeAlpino(x) \ \wedge \ \neg Esquiador(x)) \rightarrow Alpinista(x))$
5. $\forall x(Alpinista(x) \rightarrow \neg GostaDe(x, chuva))$
6. $\forall x(\neg GostaDe(x, neve) \rightarrow \neg Esquiador(x))$
7. $\forall x(GostaDe(Tony, x) \rightarrow \neg GostaDe(Mike, x))$
8. $\forall x(\neg GostaDe(Tony, x) \rightarrow GostaDe(Mike, x))$
9. $GostaDe(Tony, chuva)$
10. $GostaDe(Tony, neve)$

B)

Sabemos que Tony gosta de chuva e de neve (KB: 9 e 10), portanto Mike não gosta de chuva nem de neve (KB: 7). **Como Mike não gosta de neve ele não é esquiador (KB: 6)** e a partir disso podemos concluir que **Mike é alpinista, já que é membro do clube alpino e não é esquiador (KB: 4)**.

C)

Retirando (KB: 7) $\forall x(GostaDe(Tony, x) \rightarrow \neg GostaDe(Mike, x))$ temos pelo menos uma interpretação em que Mike gosta de neve e é esquiador, portanto a prova acima já não é mais válida.
Isso acontece, pois **não é possível determinar se Mike ou John não gostam de neve para podermos concluir, a partir de (KB: 6), que um deles não é esquiador**, portanto temos interpretações em que eles são esquiadores, logo não podemos afirmar que existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador.
Veja o contra-exemplo abaixo que mostra como satisfazer toda a base de conhecimento e não ter um membro do clube alpino que é alpinista e não é esquiador:

Tony gosta de chuva e neve, não é alpinista e é esquiador
John não gosta de chuva e gosta de neve, é alpinista e esquiador
Mike não gosta de chuva e gosta de neve, é alpinista e esquiador

Os conhecimentos 1, 2, 3, 9, 10 são satisfeitos.
O conhecimento 4 é satisfeito, pois todos são esquiadores, assim a valoração do lado esquerdo da implicação é sempre falsa, portanto a implicação será sempre verdadeira independentemente se x é alpinista ou não.
O conhecimento 5 é satisfeito, pois todos os alpinistas não gostam de chuva. (no caso John e Mike)
O conhecimento 6 é satisfeito, pois todos gostam de neve, logo o lado esquerdo da implicação será falso para qualquer x tornando a implicação sempre verdadeira.
O conhecimento 7 foi retirado.
O conhecimento 8 é satisfeito, pois não temos informações sobre o que Tony não gosta, logo o lado esquerdo da implicação será sempre falso tornando a implicação sempre verdadeira.
Como todos são esquiadores e não temos mais informações sobre outros membros do clube alpino, não é possível provar que existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não esquiador. (a situação do contra-exemplo mostra um caso em que não existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador)

D)

Primeiro organizaremos nossas cláusulas na Forma Normal Conjuntiva para podermos utilizar a resolução.

Base de Conhecimento (KB):

1.	$[MembroClubeAlpino(Tony)]$
2.	$[MembroClubeAlpino(Mike)]$
3.	$[MembroClubeAlpino(John)]$
4.	$[\neg MembroClubeAlpino(x),\ Esquiador(x),\ Alpinista(x)]$
5.	$[\neg Alpinista(x),\ \neg GostaDe(x, chuva)]$
6.	$[GostaDe(x, neve),\ \neg Esquiador(x)]$
7.	$[\neg GostaDe(Tony, x),\ \neg GostaDe(Mike, x)]$
8.	$[GostaDe(Tony, x),\ GostaDe(Mike, x)]$
9.	$[GostaDe(Tony, chuva)]$
10.	$[GostaDe(Tony, neve)]$

Queremos provar que:
$\exists x(MembroClubeAlpino(x)\ \wedge\ Alpinista(x) \wedge\ \neg Esquiador(x))$

Utilizando a extração de resposta como $Resposta(x)$, chegamos na cláusula:
11. $[\neg MembroClubeAlpino(x),\ \neg Alpinista(x),\ Esquiador(x),\ Resposta(x))$

Podemos resolver da seguinte forma:

Resolvendo 7. com 10. e x/neve geramos:
12. $[\neg GostaDe(Mike, neve)]$

Resolvendo 6. com 12. e x/Mike geramos:
13. $[\neg Esquiador(Mike)]$

Resolvendo 4. com 11. e x/Mike
14. $[\neg MembroClubeAlpino(Mike),\ Esquiador(Mike),\ Resposta(Mike)]$

Resolvendo 2. com 14.
15. $[\ Esquiador(Mike),\ Resposta(Mike)]$

Resolvendo 13. com 15.
16. $[Resposta(Mike)]$

Chegamos, portanto, em uma resposta: x = Mike como o membro do Clube Alpino que é alpinista mas não esquiador.