

MAC0444 - Sistemas Baseados em Conhecimento

Lista de Exercícios No. 2

Mateus Agostinho dos Anjos
NUSP 9298191

2 de Outubro de 2019

1 -

Predicados:

$fezEx(x)$ = x fez os exercícios

$vaiBem(x)$ = x vai bem na prova

$mediaAlta(x)$ = x fica com media alta

$aprovado(x, y)$ = x é aprovado em y

Formalizando as sentenças do enunciado chegamos em:

$$\forall x (fezEx(x) \rightarrow vaiBem(x))$$

$$\forall y (vaiBem(y) \rightarrow mediaAlta(y))$$

$$\forall z (mediaAlta(z) \rightarrow aprovado(z, mac444))$$

$$fezEx(Jo\tilde{a}o)$$

$$vaiBem(Maria)$$

Base de conhecimento (KB):

1. $[\neg fezEx(x), vaiBem(x)]$
2. $[\neg vaiBem(y), mediaAlta(y)]$
3. $[\neg mediaAlta(z), aprovado(z, mac444)]$
4. $[fezEx(Jo\tilde{a}o)]$
5. $[vaiBem(Maria)]$
6. $[\neg aprovado(Jo\tilde{a}o, mac444)]$

Veja que inserimos $[\neg aprovado(Jo\tilde{a}o, mac444)]$ na base de conhecimento, pois é a negação do nosso objetivo. Sendo assim, se chegarmos na cláusula vazia a partir desta base de conhecimento estará provado que $aprovado(Jo\tilde{a}o, mac444)$ é consequência lógica das sentenças do enunciado.

Utilizando a **resolução SLD** temos:

$$\begin{array}{ll} \neg aprovado(Jo\tilde{a}o, mac444) & \text{(resolve com 3. e } z/Jo\tilde{a}o) \\ \downarrow & \\ \neg mediaAlta(Jo\tilde{a}o) & \text{(resolve com 2. e } y/Jo\tilde{a}o) \\ \downarrow & \\ \neg vaiBem(Jo\tilde{a}o) & \text{(resolve com 1. e } x/Jo\tilde{a}o) \\ \downarrow & \\ \neg fezEx(Jo\tilde{a}o) & \text{(resolve com 4.)} \\ \downarrow & \\ [] & \end{array}$$

Sendo assim provamos que: $KB \cup \{\neg aprovado(Jo\tilde{a}o, mac444)\}$ é insatisfazível, portanto $aprovado(Jo\tilde{a}o, mac444)$ é consequência lógica de nossa base de conhecimento.

A **resolução SLD** será semelhante para Maria, portanto temos:
Base de conhecimento (KB):

1. $[\neg fezEx(x), vaiBem(x)]$
2. $[\neg vaiBem(y), mediaAlta(y)]$
3. $[\neg mediaAlta(z), aprovado(z, mac444)]$
4. $[fazEx(Jo\~{a}o)]$
5. $[vaiBem(Maria)]$
6. $[\neg aprovado(Maria, mac444)]$

Utilizando a **resolução SLD** temos:

$$\begin{array}{ll}
 \neg aprovado(Maria, mac444) & \text{(resolve com 3. e } z/Maria) \\
 \downarrow & \\
 \neg mediaAlta(Maria) & \text{(resolve com 2. e } y/Maria) \\
 \downarrow & \\
 \neg vaiBem(Maria) & \text{(resolve com 5.)} \\
 \downarrow & \\
 [] &
 \end{array}$$

2 -

Temos a Base de Conhecimento (KB) reescrita com variáveis renomeadas para evitar confusões na resolução do exercício:

1. $[\neg A_1(x), \neg A_2(x), P(x)]$
2. $[\neg B_1(y), \neg B_2(y), A_1(y)]$
3. $[\neg B_3(z), \neg B_4(z), A_2(z)]$
4. $[B_1(a)]$
5. $[B_2(a)]$
6. $[B_3(a)]$
7. $[B_4(a)]$

a)

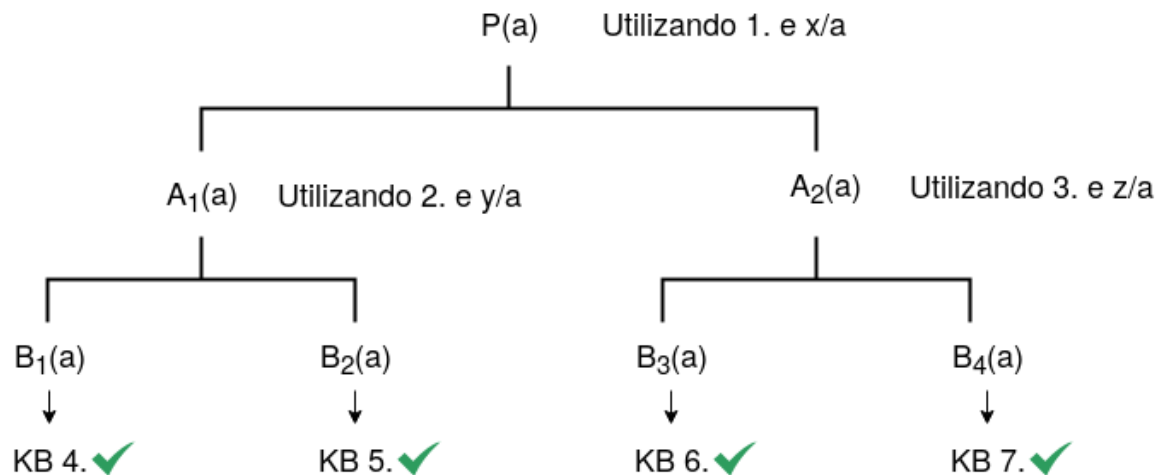
Para mostrar o passo a passo do procedimento de encadeamento para trás (backward chaining) devemos começar identificando as implicações da Base de Conhecimento.

Seguindo a ordem acima temos:

(note que utilizamos \leftarrow nas implicações)

1. $\forall x(P(x) \leftarrow A_1(x) \wedge A_2(x))$
2. $\forall y(A_1(y) \leftarrow B_1(y) \wedge B_2(y))$
3. $\forall z(A_2(z) \leftarrow B_3(z) \wedge B_4(z))$
4. $B_1(a)$
5. $B_2(a)$
6. $B_3(a)$
7. $B_4(a)$

A partir destas implicações o passo a passo pode ser mostrado a partir da figura abaixo, sendo que cada passo gera pelo menos uma sub-árvore.



Todas as folhas da árvore estão na base de conhecimento em uma cláusula unitária, portanto são verdadeiras. Sendo assim podemos marcá-las com um ✓.

A partir disso podemos concluir que $A_1(a)$ e $A_2(a)$ estão provados e depois que $P(a)$ está provado, portanto mostramos que o encadeamento para trás (backward chaining) produz resposta SIM com objetivo $P(a)$.

b)

Utilizando a **resolução SLD** com a base de conhecimento definida no início da questão, iniciamos com $\neg P(a)$, que é a negação do nosso objetivo, e buscaremos a cláusula vazia.

Obtemos o seguinte:

$$\begin{array}{ll}
 [\neg P(a)] & \text{(resolve com 1. e x/a)} \\
 \downarrow & \\
 [\neg A_1(a), \neg A_2(a)] & \text{(resolve com 2. e y/a)} \\
 \downarrow & \\
 [\neg B_1(y), \neg B_2(y), \neg A_2(a)] & \text{(resolve com 3. e z/a)} \\
 \downarrow & \\
 [\neg B_1(a), \neg B_2(a), \neg B_3(a), \neg B_4(a)] & \text{(resolve com 4.)} \\
 \downarrow & \\
 [\neg B_2(a), \neg B_3(a), \neg B_4(a)] & \text{(resolve com 5.)} \\
 \downarrow & \\
 [\neg B_3(a), \neg B_4(a)] & \text{(resolve com 6.)} \\
 \downarrow & \\
 [\neg B_4(a)] & \text{(resolve com 7.)} \\
 \downarrow & \\
 [] &
 \end{array}$$

Como chegamos na cláusula vazia a partir de $\neg P(a)$, então está provado que $P(a)$ é consequência desta base de conhecimento.

3 -

a)

Após ter carregado o programa a resposta do Prolog para a consulta:

$? - \text{result}([a, b, c, d, e, f, g], X).$

será:

$X = [b, d, f]$

b)

Considerando que a lista é enumerada a partir da posição 1, o programa recebe uma lista e elimina os elementos das posições ímpares, devolvendo apenas os elementos das posições pares.

Veja o exemplo de consulta que os elementos da lista coincidem com o número de sua posição:

? – *result*([1, 2, 3, 4, 5, 6], *X*).

X = [2, 4, 6]

Para fazer isso o programa possui um fato, *result*(*_*, [*_*]), que cobre os casos em que o primeiro argumento é uma lista vazia ou uma lista com apenas 1 elemento, pois nestes casos não é possível extrair 2 elementos da lista como a primeira regra exige (o corte impede a utilização do fato quando a lista tem 2 ou mais elementos).

Definida a base do programa a partir deste fato, chamadas recursivas serão feitas tentando equiparar, inicialmente, a lista passada como argumento e a primeira regra, veja a execução do exemplo:

Chamada inicial	<i>result</i> ([1, 2, 3, 4, 5, 6], <i>X</i>)
Casa com	<i>result</i> (<i>_</i> , <i>E</i> <i>L</i>], [<i>E</i> <i>M</i>])
Com valoração	<i>_</i> = 1, <i>E</i> = 2, <i>L</i> = [3, 4, 5, 6], <i>X</i> = [2 M ₁]
Faz chamada recursiva	<i>result</i> (<i>L</i> , <i>M</i> ₁)

Chamada	<i>result</i> ([3, 4, 5, 6], <i>M</i> ₁)
Casa com	<i>result</i> (<i>_</i> , <i>E</i> <i>L</i>], [<i>E</i> <i>M</i>])
Com valoração	<i>_</i> = 3, <i>E</i> = 4, <i>L</i> = [5, 6], <i>M</i> ₁ = [4 M ₂]
Faz chamada recursiva	<i>result</i> (<i>L</i> , <i>M</i> ₂)

Chamada	<i>result</i> ([5, 6], <i>M</i> ₂)
Casa com	<i>result</i> (<i>_</i> , <i>E</i> <i>L</i>], [<i>E</i> <i>M</i>])
Com valoração	<i>_</i> = 5, <i>E</i> = 6, <i>L</i> = [], <i>M</i> ₂ = [6 M ₃]
Faz chamada recursiva	<i>result</i> (<i>L</i> , <i>M</i> ₃)

Chamada	<i>result</i> ([], <i>M</i> ₃)
Casa com o fato	<i>result</i> (<i>_</i> , [<i>_</i>])
Com valoração	<i>_</i> = [], <i>M</i> ₃ = []

Após essa execução devemos obter o valor de X , para isso temos que reconstruí-lo a partir de M_3 , M_2 e M_1 , veja:

$$\begin{aligned} M_3 &= [\] &= [\] \\ M_2 &= [6|M_3] &= [6] \\ M_1 &= [4|M_2] &= [4, 6] \\ X &= [2|M_1] &= [2, 4, 6] \end{aligned}$$

Esta execução única só é possível, pois o corte (!) na primeira linha do programa faz com que não seja possível criar ramificações para obter diferentes respostas casando as chamadas recursivas intermediárias com o fato, uma vez que já foi utilizado a primeira regra de casamento (que possui a instrução de corte).

Sendo assim, o corte impede a alternativa de resposta em que o programa casa a chamada $result([3, 4, 5, 6], M_1)$ com o fato $result(., [\])$ ($_ = [3, 4, 5, 6]$ e $M_1 = [\]$) e obtém a resposta $X = [2]$, por exemplo.

Note que foi utilizado a variável anônima ($_$), pois não queremos saber qual o valor do elemento que foi atribuído a ela durante o processo de obtenção do valor de X , queremos somente que exista um valor possível a ser atribuído.

4 -

a)

$$\begin{aligned} avof(Mul, Pess) &: - mae(Mul, Y), mae(Y, Pess). \\ avof(Mul, Pess) &: - mae(Mul, Y), pai(Y, Pess). \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} avom(Hom, Pess) &: - pai(Hom, Y), mae(Y, Pess). \\ avom(Hom, Pess) &: - pai(Hom, Y), pai(Y, Pess). \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} bisavom(Hom, Pess) &: - pai(Hom, Y), avom(Y, Pess). \\ bisavom(Hom, Pess) &: - pai(Hom, Y), avof(Y, Pess). \end{aligned}$$

d)

Primos de primeiro grau de P1 são os filhos e filhas dos tios de P1.

Por isso devemos definir quem é pai ou mãe de P1, chamado de X e quem é irmão ou irmã de X, chamado de Y, depois verificamos se Y é pai ou mãe de P2.

$$\begin{aligned} \text{primo_1}(P1, P2) &: - \text{pai}(X, P1), \text{irmaos}(X, Y), \text{pai}(Y, P2). \\ \text{primo_1}(P1, P2) &: - \text{pai}(X, P1), \text{irmaos}(X, Y), \text{mae}(Y, P2). \\ \text{primo_1}(P1, P2) &: - \text{mae}(X, P1), \text{irmaos}(X, Y), \text{pai}(Y, P2). \\ \text{primo_1}(P1, P2) &: - \text{mae}(X, P1), \text{irmaos}(X, Y), \text{mae}(Y, P2). \end{aligned}$$

e)

Para definirmos primos, primeiros temos que definir a reflexividade:

$$\begin{aligned} \text{primo}(X, Y) &: - \text{primo_de}(X, Y). \\ \text{primo}(X, Y) &: - \text{primo_de}(Y, X). \end{aligned}$$

Agora criamos a recursão com primo_de.

A base será P1 é primo de primeiro grau de P2:

$$\text{primo_de}(P1, P2) : - \text{primo_1}(P1, P2).$$

Se não ou o ancestral de P2 é primo de P1 ou o ancestral de P1 é primo de P2:

$$\begin{aligned} \text{primo_de}(P1, P2) &: - \text{ancestral}(Y, P2), \text{primo_de}(Y, P1). \\ \text{primo_de}(P1, P2) &: - \text{ancestral}(Y, P1), \text{primo_de}(Y, P2). \end{aligned}$$

Agora definimos ancestral como pai ou mãe (usando recursão também):

$$\begin{aligned} \text{ancestral}(X, Y) &: - \text{pai}(X, Y); \text{pai}(X, Z), \text{ancestral}(Z, Y). \\ \text{ancestral}(X, Y) &: - \text{mae}(X, Y); \text{mae}(X, Z), \text{ancestral}(Z, Y). \end{aligned}$$

f)

$$\text{maior_de_idade}(Pess) : - \text{idade}(Pess, X), X \geq 18.$$

g)

Assumindo que uma pessoa ou é homem ou é mulher, definimos pessoa:

$$\begin{aligned} pessoa(Pess) &: - homem(Pess). \\ pessoa(Pess) &: - mulher(Pess). \end{aligned}$$

Utilizando o comando findall, temos a lista de pessoas dada por:

$$pessoas(Lista) : - findall(Pess, pessoa(Pess), Lista).$$

h)

Utilizaremos o operador $\backslash +$ para fazer uma busca em todas as pessoas definidas com idade/2, pegando X e procurando se existe algum $Y > X$, caso existir iremos comparar a nova maior idade X com todos os elementos que tem idade definida.

$$mais_velho(Pess) : - idade(Pess, X), \backslash + (idade(_, Y), Y > X).$$

i)

Para criar a lista de pessoas de um determinado sexo com as respectivas idades devemos verificar se o Sexo passado é m (homem) ou f (mulher), depois disso utilizamos o comando findall com template "[Pess, X]" para armazenar a pessoa "Pess" e sua idade "X", utilizado como goal de consulta se "Pess" tem idade "X" definida na base de conhecimento e se "Pess" é homem ou mulher dependendo se "Sexo" é "m" ou "f".

Desta forma:

$$\begin{aligned} lista_pessoas(Lista, Sexo) &: - Sexo = m, \\ &findall([Pess, X], (idade(Pess, X), homem(Pess)), Lista). \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} lista_pessoas(Lista, Sexo) &: - Sexo = f, \\ &findall([Pess, X], (idade(Pess, X), mulher(Pess)), Lista). \end{aligned}$$

j)

Primeiro verificaremos se não há algum parentesco entre "X" e "Y" definindo a regra:

$$\text{sem_parentesco}(X, Y) : - \text{homem}(X), \text{mulher}(Y), \text{not}(\text{pai}(X, Y)), \\ \text{not}(\text{mae}(Y, X)), \text{not}(\text{irmao_de}(X, Y)), \text{not}(\text{avof}(Y, X)), \text{not}(\text{avom}(X, Y)), \\ \text{not}(\text{bisavom}(X, Y)), \text{not}(\text{primo}(X, Y)).$$

Agora criaremos uma regra para evitar que pessoas casadas sejam adequadas:

$$\text{sem_traicao}(X, Y) : - \text{not}(\text{casados}(X, _)), \text{not}(\text{casados}(_, Y)).$$

Por fim podemos criar a regra "adequado" (note que "Z" é a idade do homem e "W" a idade da mulher):

$$\text{adequados}(\text{Hom}, \text{Mul}) : - \text{homem}(\text{Hom}), \text{mulher}(\text{Mul}), \\ \text{sem_parentesco}(\text{Hom}, \text{Mul}), \\ \text{sem_traicao}(\text{Hom}, \text{Mul}), \text{idade}(\text{Hom}, Z), \text{idade}(\text{Mul}, W), \\ \text{not}(Z < W - 2), \text{not}(Z > W + 10).$$