

MAC0444 - Sistemas Baseados em
Conhecimento
Lista de Exercícios No. 1

Mateus Agostinho dos Anjos
NUSP 9298191

August 31, 2019

1 -

D = Domínio

I = Interpretação (apenas os Verdadeiros)

A)

Queremos: a)F b)V c)V

Portanto, definimos:

$D = \{0, 1, 2, 3\}$

$I = \{P(1, 2), P(2, 3), P(3, 1)\}$

Para a)F

$\forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$

É falso para $x/1$, $y/2$, $z/3$

$$\begin{aligned} & ((P(1, 2) \wedge P(2, 3)) \rightarrow P(1, 3)) \\ & ((V \wedge V) \rightarrow F) \\ & F \end{aligned}$$

Para b)V

$$\forall x \forall y ((P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow x = y)$$

Não temos interpretações que satisfaçam $((P(x, y) \wedge P(y, x))$, portanto a implicação será sempre verdadeira, uma vez que o lado esquerdo dela é sempre falso. ($F \rightarrow F$ é V e $F \rightarrow V$ é V)

Para c)V

$$\forall x \forall y (P(a, y) \rightarrow P(x, b))$$

Fixando $a = 0$ temos que $P(a, y) = P(0, y)$

Perceba que $\forall y P(0, y)$ é sempre falso, fazendo a implicação c) sempre verdadeira. (caso análogo ao item b) acima)

Basta, então escolhermos $b = 2$ (ou qualquer outro elemento do domínio)

B)

Queremos: a)V b)F c)V

Portanto, definimos:

$$D = \{1, 2\}$$

$$I = \{P(1, 1), P(1, 2), P(2, 1), P(2, 2)\}$$

Para a)V

$$\forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$$

Testar:

$$x, y, z = (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (2, 2, 2)$$

Para b)F

$$\forall x \forall y ((P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow x = y)$$

Temos $x/1$ e $y/2$

$$(P(1, 2) \wedge P(2, 1)) \rightarrow 1 = 2$$

$$V \wedge V \rightarrow F$$

$$F$$

Para c)V

$$\forall x \forall y (P(a, y) \rightarrow P(x, b))$$

Basta escolhermos $a = 2$ e $b = 1$ e ficamos com:

$$\forall x \forall y (P(2, y) \rightarrow P(x, 1))$$

Restando as opções:

$$P(2, 1) \rightarrow P(1, 1)$$

$$P(2, 1) \rightarrow P(2, 1)$$

$$P(2, 2) \rightarrow P(1, 1)$$

$$P(2, 2) \rightarrow P(2, 2)$$

Mostrando que c) é sempre Verdadeiro como queríamos.

C)

Queremos: a)V b)V c)F

Portanto, definimos:

$$D = \{1, 2\}$$

$$I = \{P(1, 1), P(2, 2)\}$$

Para a)V

$$\forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$$

Testar:

$$x, y, z = (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (2, 2, 2)$$

Para b)V

$$\forall x \forall y ((P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow x = y)$$

Veja que para todo par $x \neq y$ o lado esquerdo será falso, fazendo a implicação ser verdadeira. Já para $x = y$ a implicação será verdadeira, pois $P(1, 1)$ e $P(2, 2)$ são verdadeiros.

Para c)F

$$\forall x \forall y (P(a, y) \rightarrow P(x, b))$$

Basta escolher $a = 1$ e $b = 2$

$$\text{Teremos: } \forall x \forall y (P(1, y) \rightarrow P(x, 2))$$

Tendo: $(P(1, 1) \rightarrow P(1, 2))$ como exemplo de implicação falsa.

2 -

Definição de predicados:

$MembroClubeAlpino(x)$ = x é membro do Clube Alpino

$Esquiador(x)$ = x é esquiador

$Alpinista(x)$ = x é alpinista

$GostaDe(x, y)$ = x gosta de y

A)

Base de Conhecimento (KB):

1. $MembroClubeAlpino(Tony)$
2. $MembroClubeAlpino(Mike)$
3. $MembroClubeAlpino(John)$
4. $\forall x((MembroClubeAlpino(x) \wedge \neg Esquiador(x)) \rightarrow Alpinista(x))$
5. $\forall x(Alpinista(x) \rightarrow \neg GostaDe(x, chuva))$
6. $\forall x(\neg GostaDe(x, neve) \rightarrow \neg Esquiador(x))$
7. $\forall x(GostaDe(Tony, x) \rightarrow \neg GostaDe(Mike, x))$
8. $\forall x(\neg GostaDe(Tony, x) \rightarrow GostaDe(Mike, x))$
9. $GostaDe(Tony, chuva)$
10. $GostaDe(Tony, neve)$

B)

Sabemos que Tony gosta de chuva e de neve (KB: 9 e 10), portanto Mike não gosta de chuva nem de neve (KB: 7). **Como Mike não gosta de neve ele não é esquiador (KB: 6)** e a partir disso podemos concluir que **Mike é alpinista, já que é membro do clube alpino e não é esquiador (KB: 4)**.

C)

Retirando (KB: 7) $\forall x(GostaDe(Tony, x) \rightarrow \neg GostaDe(Mike, x))$ temos pelo menos uma interpretação em que Mike gosta de neve e é esquiador, portanto a prova acima já não é mais válida.

Isso acontece, pois **não é possível determinar se Mike ou John não gostam de neve para concluirmos, a partir de (KB: 6), que um deles não é esquiador, além de não podermos afirmar que Tony não é esquiador**, portanto temos interpretações em que eles são esquiadores, logo não podemos afirmar que existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador.

Veja o contra-exemplo abaixo que mostra como satisfazer toda a base de conhecimento e não ter um membro do clube alpino que é alpinista e não é esquiador:

Tony gosta de chuva e neve, não é alpinista e é esquiador
John não gosta de chuva e gosta de neve, é alpinista e esquiador
Mike não gosta de chuva e gosta de neve, é alpinista e esquiador

Os conhecimentos 1, 2, 3, 9, 10 são satisfeitos.

O conhecimento 4 é satisfeito, pois todos são esquiadores, assim a valoração do lado esquerdo da implicação é sempre falsa, portanto a implicação será sempre verdadeira independentemente se x é alpinista ou não.

O conhecimento 5 é satisfeito, pois todos os alpinistas não gostam de chuva. (no caso John e Mike)

O conhecimento 6 é satisfeito, pois todos gostam de neve, logo o lado esquerdo da implicação será falso para qualquer x tornando a implicação sempre verdadeira.

O conhecimento 7 foi retirado.

O conhecimento 8 é satisfeito, pois não temos informações sobre o que Tony não gosta, logo o lado esquerdo da implicação será sempre falso tornando a implicação sempre verdadeira.

Como todos são esquiadores e não temos mais informações sobre outros membros do clube alpino, não é possível provar que (sempre) existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador. (A situação do contra-exemplo mostra um caso em que não existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador).

D)

Primeiro organizaremos nossas cláusulas na Forma Normal Conjuntiva para podermos utilizar a resolução.

Base de Conhecimento (KB):

1. $[MembroClubeAlpino(Tony)]$
2. $[MembroClubeAlpino(Mike)]$
3. $[MembroClubeAlpino(John)]$
4. $[\neg MembroClubeAlpino(x), Esquiador(x), Alpinista(x)]$
5. $[\neg Alpinista(x), \neg GostaDe(x, chuva)]$
6. $[GostaDe(x, neve), \neg Esquiador(x)]$
7. $[\neg GostaDe(Tony, x), \neg GostaDe(Mike, x)]$
8. $[GostaDe(Tony, x), GostaDe(Mike, x)]$
9. $[GostaDe(Tony, chuva)]$
10. $[GostaDe(Tony, neve)]$

Queremos provar que:

$\exists x(MembroClubeAlpino(x) \wedge Alpinista(x) \wedge \neg Esquiador(x))$

Negando o que queremos provar e utilizando a extração de resposta como *Resposta(x)*, chegamos na cláusula:

11. $[\neg MembroClubeAlpino(x), \neg Alpinista(x), Esquiador(x), Resposta(x)]$

Podemos resolver da seguinte forma:

Resolvendo 7. com 10. e x/neve geramos:

12. $[\neg GostaDe(Mike, neve)]$

Resolvendo 6. com 12. e x/Mike geramos:

13. $[\neg Esquiador(Mike)]$

Resolvendo 4. com 11. e x/Mike

14. $[\neg MembroClubeAlpino(Mike), Esquiador(Mike), Resposta(Mike)]$

Resolvendo 2. com 14.

15. $[Esquiador(Mike), Resposta(Mike)]$

Resolvendo 13. com 15.

16. [*Resposta(Mike)*]

Chegamos, portanto, em uma resposta: $x = \text{Mike}$ como o membro do Clube Alpino que é alpinista mas não esquiador.