MAC0444 - Sistemas Baseados em Conhecimento
Lista de Exercícios No. 2

Mateus Agostinho dos Anjos
NUSP 9298191

1 de Outubro de 2019

1 -

Predicados:
$fezEx(x)$ = x fez os exercícios
$vaiBem(x)$ = x vai bem na prova
$mediaAlta(x)$ = x fica com media alta
$aprovado(x, y)$ = x é aprovado em y

Formalizando as sentenças do enunciado chegamos em:

$$\forall x\ (fezEx(x) \rightarrow vaiBem(x))$$

$$\forall y\ (vaiBem(y) \rightarrow mediaAlta(y))$$

$$\forall z\ (mediaAlta(z) \rightarrow aprovado(z, mac444))$$

$$fezEx(\text{João})$$

$$vaiBem(\text{Maria})$$

Base de conhecimento (KB):

1. $[\neg fezEx(x),\ vaiBem(x)]$
2. $[\neg vaiBem(y),\ mediaAlta(y)]$
3. $[\neg mediaAlta(z),\ aprovado(z, mac444)]$
4. $[fezEx(\text{João})]$
5. $[vaiBem(\text{Maria})]$
6. $[\neg aprovado(\text{João}, mac444)]$

Veja que inserimos $[\neg aprovado(\text{João}, mac444)]$ na base de conhecimento, pois é a negação do nosso objetivo. Sendo assim, se chegarmos na cláusula vazia a partir desta base de conhecimento estará provado que $aprovado(\text{João}, mac444)$ é consequência lógica das sentenças do enunciado.

Utilizando a **resolução SLD** temos:

$$
\begin{array}{cc}
\neg aprovado(\text{João}, mac444) & \text{(resolve com 3. e z/João)} \\
\downarrow & \\
\neg mediaAlta(\text{João}) & \text{(resolve com 2. e y/João)} \\
\downarrow & \\
\neg vaiBem(\text{João}) & \text{(resolve com 1. e x/João)} \\
\downarrow & \\
\neg fezEx(\text{João}) & \text{(resolve com 4.)} \\
\downarrow & \\
[\,] &
\end{array}
$$

Sendo assim provamos que: $KB \cup \{\neg aprovado(\text{João}, mac444)\}$ é insatisfazível, portanto $aprovado(\text{João}, mac444)$ é consequência lógica de nossa base de conhecimento.

A **resolução SLD** será semelhante para Maria, portanto temos:
Base de conhecimento (KB):

1. $[\neg fezEx(x),\ vaiBem(x)]$
2. $[\neg vaiBem(y),\ mediaAlta(y)]$
3. $[\neg mediaAlta(z),\ aprovado(z, mac444)]$
4. $[fezEx(\text{João})]$
5. $[vaiBem(\text{Maria})]$
6. $[\neg aprovado(\text{Maria}, mac444)]$

Utilizando a **resolução SLD** temos:

$$\begin{array}{cc}
\neg aprovado(\text{Maria}, mac444) & \text{(resolve com 3. e z/Maria)} \\
\downarrow & \\
\neg mediaAlta(\text{Maria}) & \text{(resolve com 2. e y/Maria)} \\
\downarrow & \\
\neg vaiBem(\text{Maria}) & \text{(resolve com 5.)} \\
\downarrow & \\
[\,] &
\end{array}$$

2 -

Temos a Base de Conhecimento (KB) reescrita com variáveis renomeadas para evitar confusões na resolução do exercício:

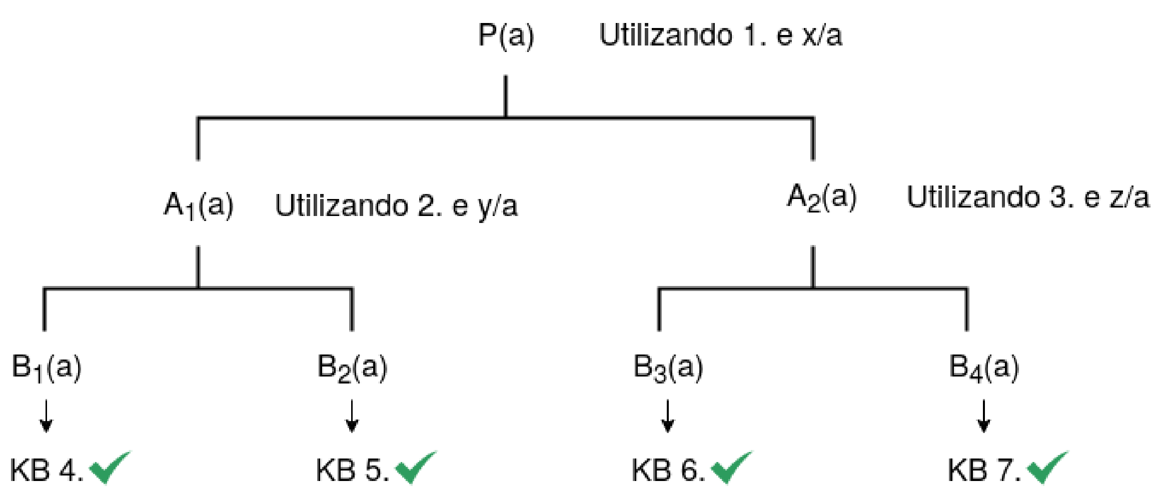
1. $[\neg A_1(x), \neg A_2(x), P(x)]$
2. $[\neg B_1(y), \neg B_2(y), A_1(y)]$
3. $[\neg B_3(z), \neg B_4(z), A_2(z)]$
4. $[B_1(a)]$
5. $[B_2(a)]$
6. $[B_3(a)]$
7. $[B_4(a)]$

a)

Para mostrar o passo a passo do procedimento de encadeamento para trás (backward chaining) devemos começar identificando as implicações da Base de Conhecimento.
Seguindo a ordem acima temos:
(note que utilizamos $\leftarrow$ nas implicações)

1. $\forall x(P(x) \leftarrow A_1(x) \wedge A_2(x))$
2. $\forall y(A_1(y) \leftarrow B_1(y) \wedge B_2(y))$
3. $\forall z(A_2(z) \leftarrow B_3(z) \wedge B_4(z))$
4. $B_1(a)$
5. $B_2(a)$
6. $B_3(a)$
7. $B_4(a)$

A partir destas implicações o passo a passo pode ser mostrado a partir da figura abaixo, sendo que cada passo gera pelo menos uma sub-árvore.



Todas as folhas da árvore estão na base de conhecimento em uma cláusula unitária, portanto são verdadeiras. Sendo assim podemos marcá-las com um ✓.

A partir disso podemos concluir que $A_1(a)$ e $A_2(a)$ estão provados e depois que $P(a)$ está provado, portanto mostramos que o encadeamento para trás (backward chaining) produz resposta SIM com objetivo P(a).

b)

Utilizando a **resolução SLD** com a base de conhecimento definida no início da questão, iniciamos com $\neg P(a)$, que é a negação do nosso objetivo, e buscaremos a cláusula vazia.
Obtemos o seguinte:

$$
\begin{array}{cc}
[\neg P(a)] & \text{(resolve com 1. e x/a)} \\
\downarrow & \\
[\neg A_1(a), \neg A_2(a)] & \text{(resolve com 2. e y/a)} \\
\downarrow & \\
[\neg B_1(y), \neg B_2(y), \neg A_2(a)] & \text{(resolve com 3. e z/a)} \\
\downarrow & \\
[\neg B_1(a), \neg B_2(a), \neg B_3(a), \neg B_4(a)] & \text{(resolve com 4.)} \\
\downarrow & \\
[\neg B_2(a), \neg B_3(a), \neg B_4(a)] & \text{(resolve com 5.)} \\
\downarrow & \\
[\neg B_3(a), \neg B_4(a)] & \text{(resolve com 6.)} \\
\downarrow & \\
[\neg B_4(a)] & \text{(resolve com 7.)} \\
\downarrow & \\
[\,] &
\end{array}
$$

Como chegamos na cláusula vazia a partir de $\neg P(a)$, então está provado que $P(a)$ é consequência desta base de conhecimento.

3 -

a)

Após ter carregado o programa a resposta do Prolog para a consulta:
$?-result([a, b, c, d, e, f, g],\ X).$
será:
$X = [b, d, f]$

b)

Considerando que a lista é enumerada a partir da posição 1, o programa recebe uma lista e elimina os elementos das posições ímpares, devolvendo apenas os elementos das posições pares.
Veja o exemplo de consulta que os elementos da lista coincidem com o número de sua posição:
$? - result([1, 2, 3, 4, 5, 6],\ X).$
$X = [2, 4, 6]$
Para fazer isso o programa possui um fato, $result(\_\ ,\ [\ ])$, que cobre os casos em que o primeiro argumento é uma lista vazia ou uma lista com apenas 1 elemento, pois nestes casos não é possível extrair 2 elementos da lista como a primeira regra exige (o corte impede a utilização do fato quando a lista tem 2 ou mais elementos).
Definida a base do programa a partir deste fato, chamadas recursivas serão feitas tentando equiparar, inicialmente, a lista passada como argumento e a primeira regra, veja a execução do exemplo:

Chamada inicial	$result([1, 2, 3, 4, 5, 6],\ X)$
Casa com	$result([\_\ ,\ E\|L],\ [E\|M])$
Com valoração	$\_ = 1,\ E = 2,\ L = [3, 4, 5, 6],\ X = [2\|M_1]$
Faz chamada recursiva	$result(L,\ M_1)$
Chamada	$result([3, 4, 5, 6],\ M_1)$
Casa com	$result([\_\ ,\ E\|L],\ [E\|M])$
Com valoração	$\_ = 3,\ E = 4,\ L = [5, 6],\ M_1 = [4\|M_2]$
Faz chamada recursiva	$result(L,\ M_2)$
Chamada	$result([5, 6], M_2)$
Casa com	$result([\_\ ,\ E\|L],\ [E\|M])$
Com valoração	$\_ = 5,\ E = 6,\ L = [\ ],\ M_2 = [6\|M_3]$
Faz chamada recursiva	$result(L, M_3)$
Chamada	$result([\ ],\ M_3)$
Casa com o fato	$result(\_\ ,\ [\ ])$
Com valoração	$\_ = [\ ],\ M_3 = [\ ]$

Após essa execução devemos obter o valor de X, para isso temos que reconstruí-lo a partir de M_3, M_2 e M_1, veja:

$$\begin{array}{lll} M_3 = & [\,] & = [\ ] \\ M_2 = & [6|M_3] & = [6] \\ M_1 = & [4|M_2] & = [4,\ 6] \\ X = & [2|M_1] & = [2,\ 4,\ 6] \end{array}$$

Esta execução única só é possível, pois o corte (!) na primeira linha do programa faz com que não seja possível criar ramificações para obter diferentes respostas casando as chamadas recursivas intermediárias com o fato, uma vez que já foi utilizado a primeira regra de casamento (que possui a instrução de corte).
Sendo assim, o corte impede a alternativa de resposta em que o programa casa a chamada $result([3,4,5,6], M_1)$ com o fato $result(\_, [\,])$ ($\_ = [3,4,5,6]$ e $M_1 = [\,]$) e obtém a resposta $X = [2]$, por exemplo.
Note que foi utilizado a variável anônima (_), pois não queremos saber qual o valor do elemento que foi atribuído a ela durante o processo de obtenção do valor de X, queremos somente que exista um valor possível a ser atribuído.

4 -

a)

$avof(Mul,\ Pess) :- mae(Mul,\ Y),\ mae(Y,\ Pess).$
$avof(Mul,\ Pess) :- mae(Mul,\ Y),\ pai(Y,\ Pess).$

b)

$avom(Hom,\ Pess) :- pai(Hom,\ Y),\ mae(Y,\ Pess).$
$avom(Hom,\ Pess) :- pai(Hom,\ Y),\ pai(Y,\ Pess).$

c)

$bisavom(Hom,\ Pess) :- pai(Hom,\ Y),\ avom(Y,\ Pess).$
$bisavom(Hom,\ Pess) :- pai(Hom,\ Y),\ avof(Y,\ Pess).$

d)

Primeiro definimos que se X é irmão de Y então Y é irmão de X:

$irmao\_de(X,\ Y) :- irmaos(X,\ Y).$
$irmao\_de(X,\ Y) :- irmaos(Y,\ X).$

Agora podemos definir primo de primeiro grau se P1 e P2 não forem irmãos e tiverem avô ou avó em comum (P1 e P2 não podem ser iguais):

$primo\_1(P1,\ P2) :- avom(X,\ P1),\ avom(X,\ P2),\ not(irmao\_de(P1,\ P2)),$
$not(P1 = P2).$
$primo\_1(P1,\ P2) :- avof(X,\ P1),\ avof(X,\ P2),\ not(irmao\_de(P1,\ P2)),$
$not(P1 = P2).$

e)

Para definirmos primos, primeiros temos que definir a reflexividade:

$primo(X,\ Y) :- primo\_de(X,\ Y).$
$primo(X,\ Y) :- primo\_de(Y,\ X).$

Agora criamos a recursão com primo_de.
A base será P1 é primo de primeiro grau de P2:

$primo\_de(P1,\ P2) :- primo\_1(P1,\ P2).$

Se não ou o ancestral de P2 é primo de P1 ou o ancestral de P1 é primo de P2:

$primo\_de(P1,\ P2) :- ancestral(Y,\ P2),\ primo\_de(Y,\ P1).$
$primo\_de(P1,\ P2) :- ancestral(Y,\ P1),\ primo\_de(Y,\ P2).$

Agora definimos ancestral como pai ou mãe (usando recursão também):

$ancestral(X,\ Y) :- pai(X,\ Y);\ pai(X,\ Z),\ ancestral(Z,\ Y).$
$ancestral(X,\ Y) :- mae(X,\ Y);\ mae(X,\ Z),\ ancestral(Z,\ Y).$

f)

$maior\_de\_idade(Pess) :- idade(Pess,\ X),\ X >= 18.$

g)

Assumindo que uma pessoa ou é homem ou é mulher, definimos pessoa:

$pessoa(Pess) :- homem(Pess).$
$pessoa(Pess) :- mulher(Pess).$

Utilizando o comando findall, temos a lista de pessoas dada por:

$pessoas(Lista) :- findall(Pess,\ pessoa(Pess),\ Lista).$

h)

Utilizaremos o operador \+ para fazer uma busca em todas as pessoas definidas com idade/2, pegando X e procurando se existe algum Y > X, caso existir iremos comparar a nova maior idade X com todos os elementos que tem idade definida.

$mais\_velho(Pess) :- idade(Pess,\ X),\ \backslash+(idade(\_,Y), Y > X).$

i)

Para criar a lista de pessoas de um determinado sexo com as respectivas idades devemos verificar se o Sexo passado é m (homem) ou f (mulher), depois disso utilizamos o comando findall com template "[Pess, X]" para armazenar a pessoa "Pess" e sua idade "X", utilizado como goal de consulta se "Pess" tem idade "X" definida na base de conhecimento e se "Pess" é homem ou mulher dependendo se "Sexo" é "m" ou "f".
Desta forma:

$lista\_pessoas(Lista,\ Sexo) :- Sexo = m,$
$findall([Pess,\ X], (idade(Pess,\ X), homem(Pess)), Lista).$

$lista\_pessoas(Lista,\ Sexo) :- Sexo = f,$
$findall([Pess,\ X], (idade(Pess,\ X), mulher(Pess)), Lista).$

j)

Primeiro verificaremos se não há algum parentesco entre "X" e "Y" definindo a regra:

$sem\_parentesco(X, Y) :- homem(X),\ mulher(Y),\ not(pai(X, Y)),$
$not(mae(Y, X)),\ not(irmao\_de(X, Y)),\ not(avof(Y, X)),\ not(avom(X, Y)),$
$not(bisavom(X, Y)),\ not(primo(X, Y)).$

Agora criaremos uma regra para evitar que pessoas casadas sejam adequadas:

$sem\_traicao(X, Y) :- not(casados(X,\ \_)),\ not(casados(\_\ , Y)).$

Por fim podemos criar a regra "adequado" (note que "Z" é a idade do homem e "W" a idade da mulher):

$adequados(Hom, Mul) :- homem(Hom),\ mulher(Mul),$
$sem\_parentesco(Hom, Mul),$
$sem\_traicao(Hom, Mul),\ idade(Hom, Z),\ idade(Mul, W),$
$not(Z < W - 2),\ not(Z > W + 10).$