MAC0444 - Sistemas Baseados em Conhecimento
Lista de Exercícios No. 1

Mateus Agostinho dos Anjos
NUSP 9298191

31 de Agosto de 2019

1 -

$D =$ Domínio
$I =$ Interpretação (apenas os Verdadeiros)

A) A interpretação deveria mapear as constantes (a e b) a elementos do domínio (não é apenas parte da justificativa).

Queremos: a)F b)V c)V

Portanto, definimos:

$D = \{0, 1, 2, 3\}$

I[P] $= \{\cancel{P}(1, 2), \cancel{P}(2, 3), \cancel{P}(3, 1)\}$

I[a] = 0; I[b] = 2 (como você propôs na justificativa).

Para a)F

$\forall x \forall y \forall z((P(x, y) \land P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$

É falso para $x/1$, $y/2$, $z/3$

$$((P(1, 2) \land P(2, 3)) \rightarrow P(1, 3))$$
$$((V \land V) \rightarrow F)$$
$$F$$

Para b)V

$\forall x \forall y((P(x,y) \wedge P(y,x)) \rightarrow x = y)$

Não temos interpretações que satisfaçam $((P(x,y) \wedge P(y,x))$, portanto a implicação será sempre verdadeira, uma vez que o lado esquerdo dela é sempre falso. $(F \rightarrow F$ é V e $F \rightarrow V$ é $V)$

Para c)V

$\forall x \forall y(P(a,y) \rightarrow P(x,b))$

Fixando $a = 0$ temos que $P(a,y) = P(0,y)$

Perceba que $\forall y P(0,y)$ é sempre falso, fazendo a implicação c) sempre verdadeira. (caso análogo ao item b) acima)

Basta, então escolhermos $b = 2$ (ou qualquer outro elemento do domínio)

A interpretação deveria mapear as constantes (a e b) a elementos do domínio (não é apenas parte da justificativa).

B)

Queremos: a)V b)F c)V

Portanto, definimos:

$D = \{1,2\}$

I[P] $I = \{\cancel{P}(1,1), \cancel{P}(1,2), \cancel{P}(2,1), \cancel{P}(2,2)\}$

I[a] = 2; I[b] = 1 (como você propôs na justificativa).

Para a)V

$\forall x \forall y \forall z((P(x,y) \wedge P(y,z)) \rightarrow P(x,z))$

Testar:

$x,y,z = (1,1,1),(1,1,2),(1,2,1),(1,2,2),(2,1,1),(2,1,2),(2,2,1),(2,2,2)$

Para b)F

$\forall x \forall y((P(x,y) \wedge P(y,x)) \rightarrow x = y)$

Temos $x/1$ e $y/2$

$$(P(1,2) \wedge P(2,1)) \rightarrow 1 = 2$$
$$V \wedge V \rightarrow F$$
$$F$$

Para c)V

$\forall x \forall y(P(a, y) \rightarrow P(x, b))$

Basta escolhermos $a = 2$ e $b = 1$ e ficamos com:

$\forall x \forall y(P(2, y) \rightarrow P(x, 1))$

Restando as opções:

$P(2, 1) \rightarrow P(1, 1)$

$P(2, 1) \rightarrow P(2, 1)$

$P(2, 2) \rightarrow P(1, 1)$

$P(2, 2) \rightarrow P(2, 2)$

Mostrando que c) é sempre Verdadeiro como queríamos.

A interpretação deveria mapear as constantes (a e b) a elementos do domínio (não é apenas parte da justificativa).

C)

Queremos: a)V b)V c)F

Portanto, definimos:

$D = \{1, 2\}$

I[P] $P = \{\cancel{P}(1, 1), \cancel{P}(2, 2)\}$

I[a] = 1; I[b] = 2 (como você propôs na justificativa).

Para a)V

$\forall x \forall y \forall z((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z))$

Testar:

$x, y, z = (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (2, 2, 2)$

Para b)V

$\forall x \forall y((P(x, y) \wedge P(y, x)) \rightarrow x = y)$

Veja que para todo par $x \neq y$ o lado esquerdo será falso, fazendo a implicação ser verdadeira. Já para $x = y$ a implicação será verdadeira, pois $P(1, 1)$ e $P(2, 2)$ são verdadeiros.

Para c)F

$\forall x \forall y(P(a, y) \rightarrow P(x, b))$

Basta escolher $a = 1$ e $b = 2$

Teremos: $\forall x \forall y(P(1, y) \rightarrow P(x, 2))$

Tendo: $(P(1, 1) \rightarrow P(1, 2))$ como exemplo de implicação falsa.

2 -

Definição de predicados:

$MembroClubeAlpino(x)$ = x é membro do Clube Alpino
$Esquiador(x)$ = x é esquiador
$Alpinista(x)$ = x é alpinista
$GostaDe(x, y)$ = x gosta de y

A)

Base de Conhecimento (KB):

1.	$MembroClubeAlpino(Tony)$
2.	$MembroClubeAlpino(Mike)$
3.	$MembroClubeAlpino(John)$
4.	$\forall x((MembroClubeAlpino(x) \;\wedge\; \neg Esquiador(x)) \rightarrow Alpinista(x))$
5.	$\forall x(Alpinista(x) \rightarrow \neg GostaDe(x, chuva))$
6.	$\forall x(\neg GostaDe(x, neve) \rightarrow \neg Esquiador(x))$ ✓
7.	$\forall x(GostaDe(Tony, x) \rightarrow \neg GostaDe(Mike, x))$
8.	$\forall x(\neg GostaDe(Tony, x) \rightarrow GostaDe(Mike, x))$
9.	$GostaDe(Tony, chuva)$
10.	$GostaDe(Tony, neve)$

B)

em qualquer interpretação satisfazendo KB...

Sabemos que Tony gosta de chuva e de neve (KB: 9 e 10), portanto Mike não gosta de chuva nem de neve (KB: 7). **Como Mike não gosta de neve ele não é esquiador (KB: 6)** e a partir disso podemos concluir que **Mike é alpinista, já que é membro do clube alpino e não é esquiador (KB: 4)**. ✓

C)

Retirando (KB: 7) $\forall x(GostaDe(Tony, x) \rightarrow \neg GostaDe(Mike, x))$ temos pelo menos uma interpretação em que Mike gosta de neve e é esquiador, portanto a prova acima já não é mais válida.
Isso acontece, pois **não é possível determinar se Mike ou John não gostam de neve para concluirmos, a partir de (KB: 6), que um deles não é esquiador, além de não podermos afirmar que Tony não é esquiador**, portanto temos interpretações em que eles são esquiadores, logo não podemos afirmar que existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador.
Veja o contra-exemplo abaixo que mostra como satisfazer toda a base de conhecimento e não ter um membro do clube alpino que é alpinista e não é esquiador:

Tony gosta de chuva e neve, não é alpinista e é esquiador
John não gosta de chuva e gosta de neve, é alpinista e esquiador
Mike não gosta de chuva e gosta de neve, é alpinista e esquiador

A interpretação deveria estar completa, por exemplo, dizendo se as pessoas gostam umas das outras (o predicado se aplica a pares do domínio inteiro, inclusive a restrição de que Mike precisa gostar de tudo aquilo de que Tony não gosta).

Os conhecimentos 1, 2, 3, 9, 10 são satisfeitos.
O conhecimento 4 é satisfeito, pois todos são esquiadores, assim a valoração do lado esquerdo da implicação é sempre falsa, portanto a implicação será sempre verdadeira independentemente se x é alpinista ou não.
O conhecimento 5 é satisfeito, pois todos os alpinistas não gostam de chuva. (no caso John e Mike)
O conhecimento 6 é satisfeito, pois todos gostam de neve, logo o lado esquerdo da implicação será falso para qualquer x tornando a implicação sempre verdadeira.
O conhecimento 7 foi retirado. A interpretação (completa) daria todas as informações possíveis
O conhecimento 8 é satisfeito, pois não temos informações sobre o que Tony não gosta, logo o lado esquerdo da implicação será sempre falso tornando a implicação sempre verdadeira.
Como todos são esquiadores e não temos mais informações sobre outros membros do clube alpino, não é possível provar que (sempre) existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador. (A situação do contra-exemplo mostra um caso em que não existe um membro do clube alpino que é alpinista mas não é esquiador).

D)

Primeiro organizaremos nossas cláusulas na Forma Normal Conjuntiva para podermos utilizar a resolução.

Base de Conhecimento (KB):

1. $[MembroClubeAlpino(Tony)]$
2. $[MembroClubeAlpino(Mike)]$
3. $[MembroClubeAlpino(John)]$
4. $[\neg MembroClubeAlpino(x),\ Esquiador(x),\ Alpinista(x)]$
5. $[\neg Alpinista(x),\ \neg GostaDe(x, chuva)]$
6. $[GostaDe(x, neve),\ \neg Esquiador(x)]$
7. $[\neg GostaDe(Tony, x),\ \neg GostaDe(Mike, x)]$
8. $[GostaDe(Tony, x),\ GostaDe(Mike, x)]$
9. $[GostaDe(Tony, chuva)]$
10. $[GostaDe(Tony, neve)]$

Queremos provar que:
$\exists x(MembroClubeAlpino(x)\ \wedge\ Alpinista(x) \wedge \neg Esquiador(x))$

Negando o que queremos provar e utilizando a extração de resposta como $Resposta(x)$, chegamos na cláusula:
11. $[\neg MembroClubeAlpino(x),\ \neg Alpinista(x),\ Esquiador(x),\ Resposta(x))$

Podemos resolver da seguinte forma:

Resolvendo 7. com 10. e x/neve geramos:
12. $[\neg GostaDe(Mike, neve)]$

Resolvendo 6. com 12. e x/Mike geramos:
13. $[\neg Esquiador(Mike)]$

Resolvendo 4. com 11. e x/Mike
14. $[\neg MembroClubeAlpino(Mike),\ Esquiador(Mike),\ Resposta(Mike)]$

Resolvendo 2. com 14.
15. $[\ Esquiador(Mike),\ Resposta(Mike)]$

Resolvendo 13. com 15.
16. $[Resposta(Mike)]$

Chegamos, portanto, em uma resposta: x = Mike como o membro do Clube Alpino que é alpinista mas não esquiador.

As variáveis quantificadas deveriam ser renomeadas em cada cláusula. Na sua resolução, só não houve problema porque não foram usados pares de cláusulas com a mesma variável para resolver sem usar substituições em ambas.