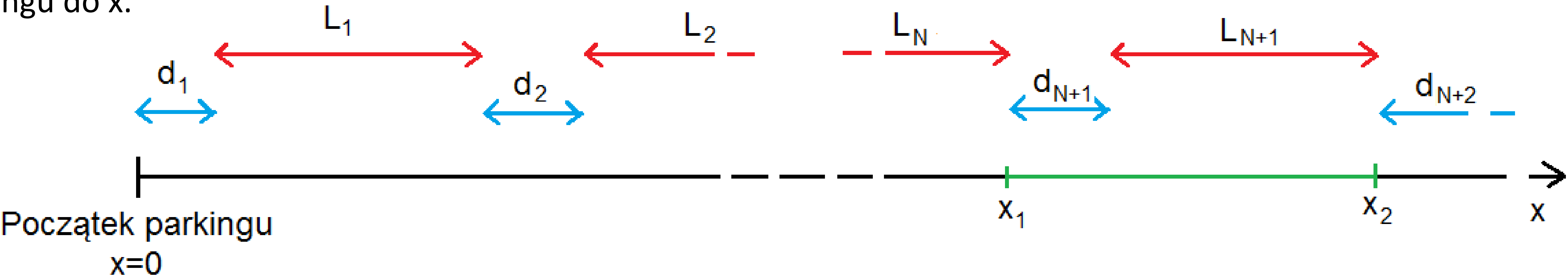


Projekt z Modelowania Procesów Stochastycznych

Projekt nr 6: Parking pod blokiem

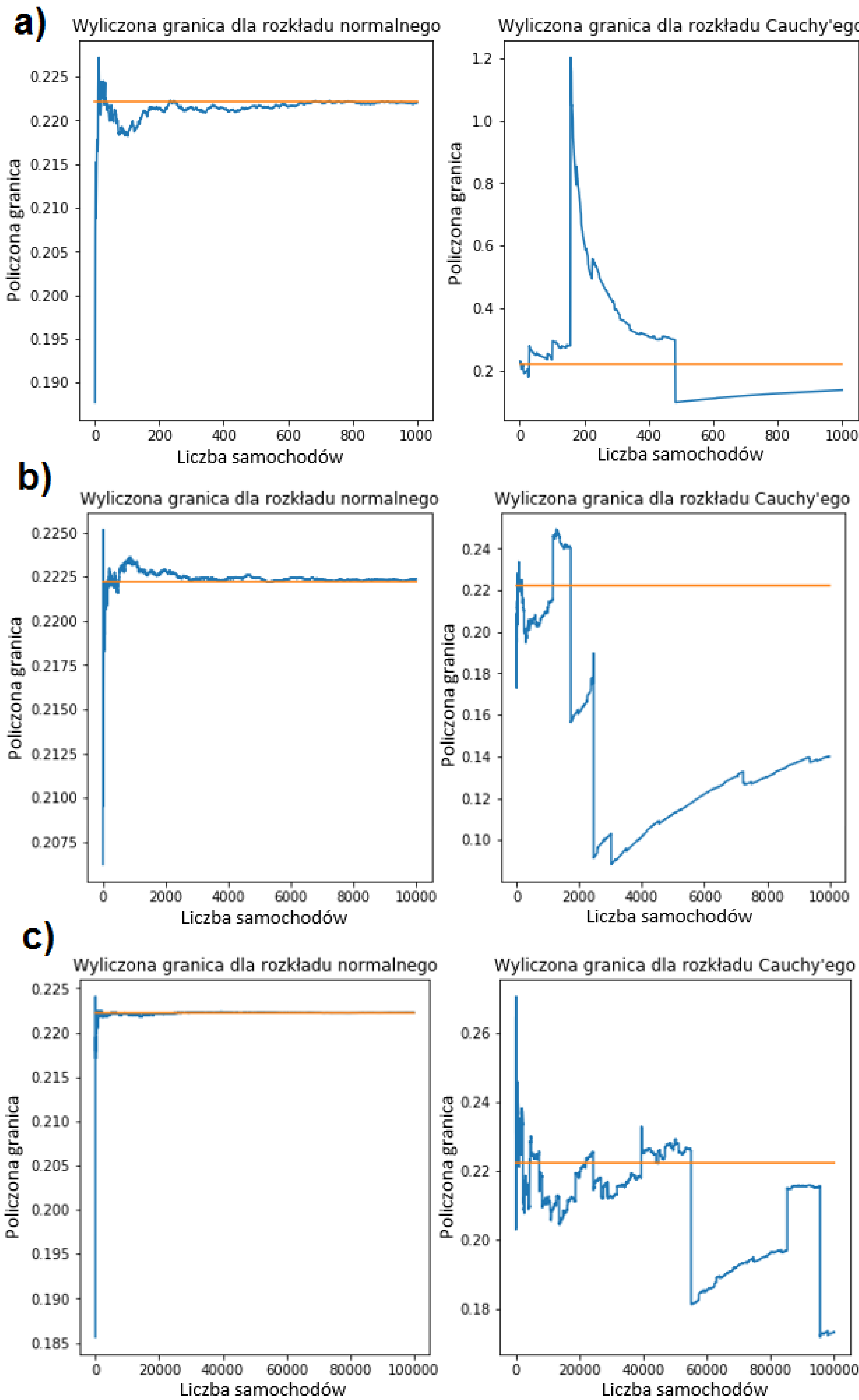
Mateusz Kowal

Celem projektu jest zbadanie problemu parkingu równoległego, na którym parkują samochody. Należy znaleźć granicę ciągu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{N(x)}{x}$, gdzie x jest odległością od początku parkingu, a N jest liczbą zaparkowanych samochodów od początku parkingu do x .



Rys. 1 Schemat parkingu

Na Rys. 1 przedstawiono schemat parkingu. Czarną linią na rysunku zaznaczono odległość od jego początku, który znajduje się z lewej strony. Czerwonymi liniami zaznaczono zaparkowane samochody o długości L_k , która jest zmienną losową z rozkładu o skończonym bądź nieskończonym pierwszym momencie. Niebieskimi liniami zaznaczono odstępy d_k , które losowane są z rozkładu jednostajnego $U(0, 1)$. Założono, że od początku parkingu do pierwszego samochodu znajduje się pierwszy odstęp.



Rys. 2 Symulacje granic dla liczby samochodów równej:
a) 1000 b) 10000 c) 100000

Wykorzystując mocne prawo wielkich liczb oraz fakt, że średnia z rozkładu jednostajnego $U(0, 1)$ wynosi 0,5, można zapisać teoretyczną wartość granicy jako $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{N(x)}{x} = \frac{1}{L_{\text{sr}} + 0,5}$, gdzie L_{sr} to średnia długość samochodów.

Na Rys. 2 przedstawiono symulację, podczas której liczono granicę dla zwiększającej się liczby samochodów. Długości samochodów losowano z rozkładu Gaussa $\mathcal{N}(4, 0.5)$ o skończonym pierwszym momencie oraz rozkładu Cauchy'ego o takich samych parametrach i nieskończonym pierwszym momencie. Niebieską linią zaznaczono granicę liczoną po każdym nowym samochodzie, a pomarańczową linią wartość granicy wyliczonej analitycznie dla L_{sr} policzonej z rozkładu $\mathcal{N}(4, 0.5)$ równej 0,2. Dla rozkładu Cauchy'ego wartość oczekiwana jest nieokreślona, więc nie da się policzyć granicy. W tabeli przedstawiono wyliczoną granicę po N krokach:

	Rozkład normalny		Rozkład Cauchy'ego	
N	L_{sr} po N krokach	Granica po N krokach	L_{sr} po N krokach	Granica po N krokach
10^3	4.0042	0.222	6.7353	0.1382
10^4	3.9969	0.2223	6.6425	0.14
10^5	3.999	0.2222	5.2778	0.1730

Z tabeli oraz wykresów można wywnioskować, że dla rozkładu normalnego wartość policzonej granicy zbiega do wartości teoretycznej L_{sr} i jest tym dokładniejsza, im więcej samochodów uwzględniono w symulacji. W przypadku rozkładu Cauchy'ego wartość granicy nie stabilizuje się nawet dla dużych N .