



AGH

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
Wydział Zarządzania

Projekt EFID – Projekt 3A.

Autorzy: *Patrycja Piła, Mateusz Strojek, Julia Szutka, Magdalena Wnuk*
Kierunek studiów: *Informatyka i Ekonometria*
Prowadzący: *dr hab. Tomasz Wójtowicz*

Kraków, 2025

Polecenie zadania

Część A Przygotować arkusz w Excelu, w którym będzie można za pomocą warunkowej MNW oszacować parametry odpowiedniego modelu ARMA na podstawie zamieszczonych danych. Opisać zastosowane metody estymacji, wyjaśnić w jaki sposób za pomocą tego arkusza dokonać estymacji, wyjaśnić zawartość poszczególnych komórek.

Model: ARMA(2,0)

Wstęp

Celem niniejszego zadania jest przygotowanie arkusza kalkulacyjnego w Excelu umożliwiającego estymację parametrów modelu ARMA(2,0) metodą warunkowej największej wiarygodności. Model ten opisuje zależność wartości zmiennej czasowej od jej dwóch poprzednich opóźnień, co pozwala uchwycić dynamikę i strukturę autokorelacji w danych.

Metoda warunkowej największej wiarygodności polega na maksymalizacji funkcji wiarygodności, przy założeniu znanych początkowych wartości procesu.

Parametry

- T - liczba obserwacji
- ϕ_0 - wyraz wolny
- ϕ_1 - parametr dla pierwszego opóźnienia
- ϕ_2 - parametr dla drugiego opóźnienia
- σ^2 – wariancja składnika losowego
- p – rząd opóźnień

Formuły w komórkach

Na podstawie szeregu czasowego X_t utworzono dwie kolumny z jego opóźnieniami:

- X_{t-1}
- X_{t-2}

Następnie obliczono wartość teoretyczną zmiennej, oznaczoną jako x_hat . Została ona wyznaczona ze wzoru:

$$X_hat = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2}$$

Następnie obliczono reszty modelu:

$$\varepsilon_t = X_t - X_hat$$

Dla każdej obserwacji obliczono składnik funkcji log-wiarygodności w postaci

$$\text{likelihood sig} = \varepsilon t^2 / (2\sigma^2)$$

Funkcja celu

Funkcja log-wiarygodności jest podana wzorem:

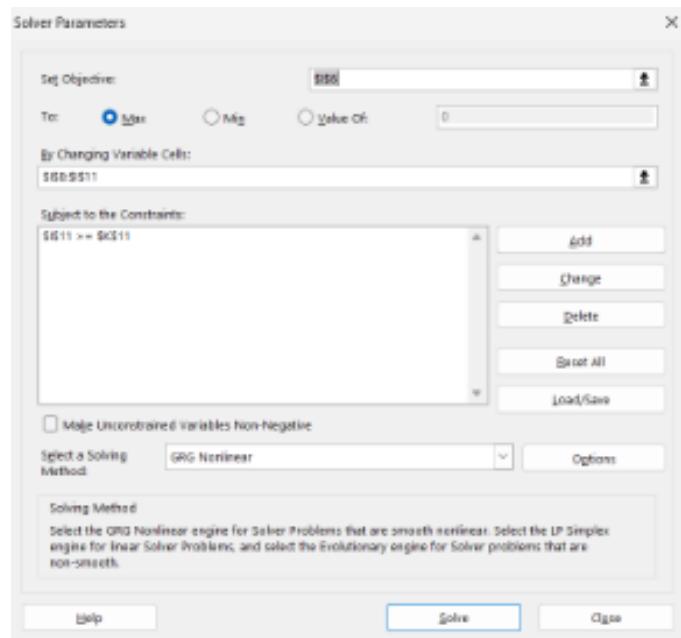
$$\begin{aligned} \log f_{Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_{p+1}|Y_p, \dots, Y_1}(y_T, y_{T-1}, \dots, y_{p+1}|y_p, \dots, y_1; \theta) \\ = -\frac{T-p}{2} \log(2\pi) - \frac{T-p}{2} \log(\sigma^2) \\ - \sum_{t=p+1}^T \frac{(y_t - c - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \dots - \phi_p y_{t-p})^2}{2\sigma^2}. \end{aligned} \quad [5.3.9]$$

Rysunek 1 Wzór z książki „Time Series Analysis” James D. Hamilton 1994 r.

Po obliczeniu dwóch pomocniczych składników funkcji log-wiarygodności, zostały one **połączone w jedną formułę**, aby uzyskać końcową wartość logarytmu funkcji wiarygodności dla całego modelu.

$-(T-p)/2 * \log(2\pi)$	-96,48854599
$-(T-p)/2 * \log(\sigma^2)$	400,7562039
Funkcja celu	251,7676039

Za pomocą dodatku Solver przeprowadzono proces maksymalizacji funkcji celu, odpowiadającej logarytmowi funkcji wiarygodności modelu. Optymalizacja została wykonana względem czterech parametrów modelu: $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \sigma^2$. Dla parametru σ^2 wprowadzono ograniczenie dolne równe 0,0001, co zapewnia spełnienie warunku dodatniości wariancji składnika losowego (wariancja musi być większa od zera).



Wyniki

Wyniki uzyskane za pomocą warunkowej metody największej wiarygodności, są zgodne z metodą najmniejszych kwadratów. OLS został obliczony w arkuszu „Regresja”.

parametr	wartość
ϕ_0	-0,003407035
ϕ_1	-0,140986288
ϕ_2	-0,144095741
σ^2	0,000483987