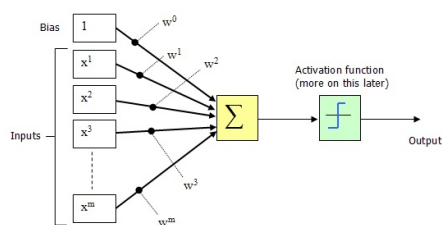


# Lekcja 2: Architektura sieci neuronowych

S. Hoa Nguyen

## 1 Model neuronu

### a) Najważniejsze elementy:



Rysunek 1: Model neuronu

- Wejścia + element przetwarzający + wyjście
- Wagi
- Odchylenie  $b$  (bias, offset)
- Funkcja aktywacji  $f$

### b) Wyznaczanie sygnału wyjściowego

- Łączny sygnał pobudzenia  $net = x_1w_1 + \dots + x_nw_n + b$
- Sygnał wyjściowy  $y = f(net)$

### c) Funkcje aktywacji

Własności: Funkcje aktywacji są funkcjami niemalejącymi.

- Funkcje dyskretne:

- Funkcja binarna unipolarna:  $f(n) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } n \geq 0 \\ 0 & \text{wpp.} \end{cases}$
- Funkcja binarna bipolarna:  $f(n) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } n \geq 0 \\ -1 & \text{wpp.} \end{cases}$

- Funkcje ciągłe
  - a) Funkcja sigmoidalna unipolarna

$$f(n) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda n}}$$

- b) Funkcja sigmoidalna bipolarna

$$f(n) = \frac{2}{1 + e^{-\lambda n}} - 1$$

## 2 Zadania podstawowe

### Zadanie 1.

- Wyznaczyć sygnał wyjściowy z dwu-wejściowego neuronu zakładając, że wektor sygnałów wejściowych  $X = [-2, 3]^T$ , wektor wag  $W = [2, -1]$ , odchylenie  $b = 5$ , funkcja aktywacji jest dyskretna bipolarna.
- Prosta o równaniu  $x_1w_1 + x_2w_2 + \dots x_nw_n + b = 0(*)$  nazywa się *prostą decyzyjną*, a równanie  $(*)$  *równaniem perceptronowym*. Narysować prostą decyzyjną zdefiniowaną przez podany model neuronu.
- Zakładając, że sygnały wejściowe reprezentuje współrzędne punktów na płaszczyźnie, wyznaczyć zbiór punktów, które dają sygnały wyjściowe równe -1

**Zadanie 2** Zaprojektować perceptron, który oblicza następującą funkcję logiczną:

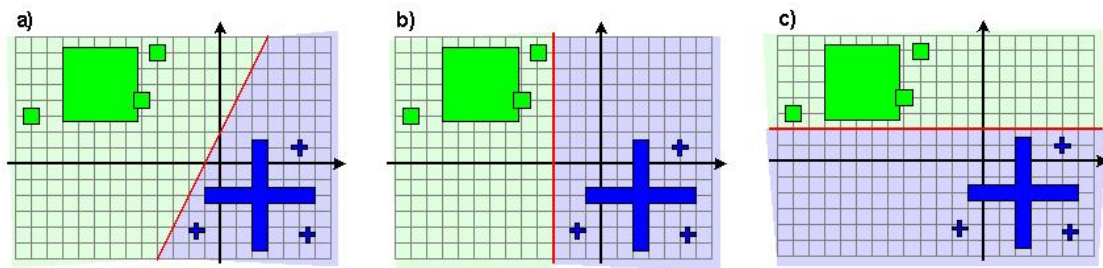
- $f(x, y) = \neg(x \wedge y)$
- $f(x, y) = x \rightarrow y$
- $f(x, y) = (x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)$ .

Czy perceptron może obliczyć każdą dwuargumentową funkcję logiczną?

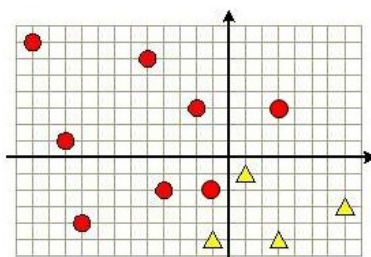
**Zadanie 3** Zbuduj trzy niezależne *dychotomizatory* (klasyfikatory dzielące zbiór danych na dwie klasy), które umożliwiają poprawną klasyfikację wszystkich punktów na płaszczyźnie zgodnie z przedstawionymi na Rysunku 2 szkicami. Wymagane jest to, że dla "zielonego obszaru" perceptron zwraca wartość 1.

**Zadanie 4.** Zbuduj sieć neuronową o dyskretniej unipolarnej funkcji aktywacji, która umożliwi poprawną klasyfikację wszystkich przedstawionych punktów podanych na Rysunku 3. Dodatkowo uwzględnij założenie, że dla punktów oznaczonych trójkątami na wyjściu oczekujemy wartości 0.

**Zadanie 5.** Rozpatrzmy dwu-wejściowy neuron z wektorem wejściowym  $X = [-5, 7]^T$  i wektorem wag  $W = [3, 2]$ . Chcemy otrzymać sygnał wyjściowy równy 0.5.



Rysunek 2: Zbiór punktów do zadania 3



Rysunek 3: Zbiór punktów do zadania 4

- Czy istnieje funkcja aktywacji, która daje wymaganą wartość przy odchyleniu  $b = 0$ ?
- Czy istnieje odchylenie  $b$  przy którym *funkcja dyskretna* daje wartość 0.5 na wyjście?
- Czy istnieje odchylenie  $b$  przy którym *funkcja sigmoidalna unipolarna* daje wartość 0.5 na wyjście?
- Czy istnieje odchylenie  $b$  przy którym *funkcja sigmoidalna bipolarna (tangenoidalna)* daje wartość 0.5 na wyjście?

**Zadanie 6.** Zbadać każdą z podanych niżej funkcji

a)  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-\lambda x}}$

b)  $f(x) = \frac{2}{1+e^{-\lambda x}} - 1$

dla  $\lambda = 1$ :

- Podać dziedzinę i zbiór wartości funkcji.
- Zbadać jej monotoniczność.

W jednym układzie współrzędnych sporządzić wykres funkcji dla  $\lambda = 1, 2, 3$ . Jaka jest obserwacja?

**Praca domowa (3 punktów).**

**Zadanie 7. Analiza zdolności neuronu do podziału płaszczyzny**

Napisz program obliczający sygnał wyjściowy z neuronu o dwóch wejściach. Implementować dwie funkcje aktywacji:

- *progowa bipolarna* i
- *sigmoidalna bipolarna* ( $\lambda = 1$ ).

**Plan eksperymentu:**

- Wylosuj dwie wartości będące *wagami synaptycznymi* neuronu  $w_1, w_2$  i jedną *wartość progową*  $b$ .
- Wylosuj 100 punktów z kwadratu  $[-5, 5] \times [-5, 5]$ .
- Dla każdego punktu wyznaczyć sygnał wyjściowy.
- W przypadku funkcji *progowej bipolarnej*:
  - jeśli sygnał wyjściowy  $y = -1$  to pomaluj wybrany punkt na *żółto*, wpp. *czerwony*.
- A w przypadku funkcji *sigmoidalnej bipolarnej*:
  - Jeśli sygnał wyjściowy  $y \in (-1.0, -0.5)$ , pomaluj punkt na *żółto*.
  - Jeśli sygnał wyjściowy  $y \in [-0.5, 0.0)$ , pomaluj punkt na *zielono*.
  - Jeśli sygnał wyjściowy  $y \in [0.0, 0.5)$ , pomaluj punkt na *niebiesko*.
  - Jeśli sygnał wyjściowy  $y \in [0.5, 1.0)$ , pomaluj punkt na *czerwono*.

Jaka jest obserwacja?