

Lekcja 1: Wstęp do NAI. Przestrzeń euklidesowa

S. Hoa Nguyen

1 Funkcje i wykresy

Zadanie 1 Zapisać następujące równania prostej w *postaci ogólnej*:

a) $y = 2x - 5$

b) $y = \frac{1}{3}x + 4$

c) $y = -5$

d) $x = \frac{1}{2}$

e) $3x - 2y = 7$

Zadanie 2 Zapisać następujące równania prostej w *postaci kierunkowej*:

a) $4x - 2y + 8 = 0$

b) $2x + \frac{1}{3}y - 4 = 0$

c) $3x + 6y = 0$

d) $-y + 5 = 0$

Zadanie 3. Dla każdej z funkcji podanych w Zadaniu 2

a) Zbadać monotoniczność.

b) Wyznaczyć miejsce zerowe i punkt przecięcia z osią Oy.

c) Sporządzić wykres.

Zadanie 4. Wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez podane punkty. Zapisać je w *postaci ogólnej* i *kierunkowej*.

a) $(0,0)$, $(2, 4)$

b) $(0,3)$, $(2, 2)$

c) $(-5,3)$, $(5, 3)$

d) $(2,3)$, $(5, -6)$

Zadanie 5. Do każdej z prostych podanych w Zadaniu 4

- a) Wyznaczyć wektory prostopadłe.
- b) Niech $L(x, y)$ będzie równaniem prostej w postaci ogólnej. Wyznaczyć zbiór punktów na płaszczyźnie, które spełniają warunek:

- $L(x, y) \geq 0$.
- $L(x, y) = 0$.
- $L(x, y) \leq 0$.

- c) Jaka jest obserwacja?

Zadanie 6. Jaki zbiór punktów wyznacza następujący układ nierówności?

- $-2x + 5y - 10 \leq 0$
- $4x - 16 \leq 0$
- $-3x - 6y + 18 \geq 0$
- $-4y - 8 \leq 0$

Zadanie 7. Wyznaczyć dziedzinę, zbiór wartości, monotoniczność i asymptoty następujących funkcji.

Sporządzić ich wykresy (WolframAlpha: <http://www.wolframalpha.com/>).

- Funkcja sigmoidalna:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-\lambda x}} \quad (\lambda = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2)$$
- Funkcja tangensoidalna (tangens hiperboliczny):

$$f(x) = \frac{2}{1+e^{-\lambda x}} - 1 \quad (\lambda = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2)$$

Jaki wpływ ma parametr λ na szybkość zmiany funkcji?

2 Działanie na wektorach

Zadanie 8. Dane są dwa wektory $u = [2, 1, -2]$ i $v = [3, -2, -1]$. Wyznaczyć

- a) $u + v$
- b) $u - v$
- c) $3u - 2v$
- d) $|u|, |v|$
- e) wektor jednostkowy równoległy do u (wektor unormowany).

Zadanie 9. Dla wektorów $u = [2, 1, -2]$ i $v = [3, -2, -1]$.

- a) iloczyn skalarny $u \cdot v$

b) kąt między u i v

Zadanie 10. Nie dane będą $A(-1, 5)$, $B(-4, 9)$. Wyznaczyć

a) wektor \overrightarrow{AB}

b) wektor unormowany (jednostkowy) $\overrightarrow{AB_u}$

c) wektor prostopadły do \overrightarrow{AB}

d) wektor jednostkowy prostopadły do \overrightarrow{AB}

Zadanie 11. Sprawdzić, wzajemne położenie następujących wektorów.

a) $u = [4, -3, 1]$ i $v = [15, 20, 0]$.

b) $u = [-2, -4, 1]$ i $v = [-3, -6, 1.5]$.

c) $u = [-2, 1, 4]$ i $v = [3, 4, -1]$.

3 Działania na macierzach

Zadanie 12. Wykonać następujące działania:

a)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & -5 & 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

b)

$$(-2) \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & -5 & 20 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & -5 & 20 \end{bmatrix}^T$$

d)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & -5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

e)

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

Zadanie 13.

a) Sprawdzić prawo przemienności sumy dwóch macierzy:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

b) Sprawdzić prawo przemienności iloczynu dwóch macierzy:

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$