Plan

1. Co to jest grawitacja
2. Ujęcie klasyczne
3. Ujęcie Relatywistyczne
4. W jaki sposób opisujemy grawitację bezwładności
5. Parametry określające pole grawitacyjne
6. Siła
7. Stała grawitacyjna – metody wyznaczania
8. Natężenie
9. Energia, praca
10. Potencjał – dokładnie
11. Siła ciężkości
12. Przyśpieszenie grawitacyjne

Wstęp

Co to jest grawitacja?

Jest to jedno z czterech podstawowych oddziaływań. Polega na tym, że wszystkie obiekty posiadające masę oddziałują na siebie, wzajemnie się przyciągając.

Historia

Już w czasach prehistorycznych ludzie zaobserwowali, że przedmioty puszczone spadają. Codzienne obserwacje wskazują, że obiekty cięższe znajdą się na ziemi wcześniej niż lżejsze. Jeżeli zrzucimy z pewnej wysokości kulkę kamienną lub metalową oraz piórko, to piórko spadnie później. Co więcej istnieją obiekty takie jak np. mgła, dym czy balony, które pozornie bez udziału siły zewnętrznej unoszą się do góry. Podobne obserwacje, pomijające opór i siłę wyporu powietrza, przekonały greckiego filozofa Arystotelesa, że proces spadania jest zależny od "natury" przedmiotu. Starożytni w żaden sposób nie kojarzyli opadania ciał na Ziemi z ruchami planet w niebiosach. Zachowanie ciał niebieskich opisywał model geocentryczny, który nie pozwalał na dostrzeżenie jakichkolwiek analogii pomiędzy ruchem spadającego ciała a ich torami. Istniało powszechne przekonanie, że ziemia i niebo rządzą się całkowicie odmiennymi prawami.

W roku 1515 Kopernik zaproponował, heliocentryczny model Układu Słonecznego. Słońce znajdowało się w środku, a planety poruszały się po kołowych orbitach. W roku 1584 Giordano Bruno zaproponował zasadę, według której zarówno Ziemią jak i niebem rządzą te same powszechne prawa.

W roku 1604 Galileusz podważył wywodzące się ze starożytności idee dotyczące spadania ciał. Jego zdaniem pozorne różnice między ciążeniem działającym na różne obiekty są skutkiem zjawisk takich jak opór, albo wypieranie. W podręcznikach podaje się, że Galileusz wykonał szereg eksperymentów z kulami o różnych masach zrzucanymi z wieży lub staczającymi się po równi pochyłej. Wielu współczesnych historyków nauki sądzi, że ten wielki uczony dowiódł niezależności przyspieszenia ziemskiego od natury ciała w sposób czysto spekulatywny. Galileusz działał zgodnie z powszechnie uznawaną w jego czasach scholastyczną metodą analizy zjawisk.

Badacz ten wyobraził sobie dwie spadające cegły. Gdyby ich przyspieszenie zależało od masy, wówczas każda z cegieł oddzielnie spadałaby inaczej, niż gdyby połączyć je luźnym sznurkiem. Galileusz doszedł do wniosku, że założenie zależności przyspieszenia od masy ciała prowadzi do logicznej sprzeczności. Połączenie ciał sznurkiem nie zmienia ich fizycznych własności.

Ujęcie klasyczne grawitacji

5 lipca 1687 Izaak Newton wydał dzieło, w którym przedstawił spójną teorię grawitacji opisującą zarówno spadanie obiektów na ziemi, jak i ruch ciał niebieskich. Nazywamy ją prawem powszechnego ciążenia

Między dowolną parą ciał posiadających masy pojawia się siła przyciągająca, która działa na linii łączącej ich środki mas, a jej wartość rośnie z iloczynem ich mas i maleje z kwadratem odległości.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Gdzie:
F – siła przyciągania;
m_1, m_2 - masy przyciąganych ciał;
G- stała grawitacyjna;
r- odległość pomiędzy środkami ciał.

Newton oparł się na zaproponowanych przez siebie zasadach dynamiki oraz prawach Keplera dotyczących odległości planety od Słońca. Założył, że planety krążą po orbitach kołowych a utrzymanie się na danej orbicie zapewnia równoważenie się siły grawitacji oraz sił odśrodkowej.

Korzystając z definicji siły odśrodkowej:

$$F_d = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = F_g$$

Stosunek sił przyciągania dla planet w tym samym układzie:

$$\frac{F_{g1}}{F_{g2}} = \frac{m_1 R_1 T_1^2}{m_2 R_2 T_2^2}$$

Po uwzględnieniu III prawa Keplera $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$, badany stosunek przyjmuje postać:

$$\frac{F_{g1}}{F_{g2}} = \frac{m_1 R_2^2}{m_2 R_1^2}$$

Gdzie:
R – promień orbity;
T – okres obiegu orbity.

Otrzymana zależność oznacza tyle, że stosunek sił grawitacyjnych jest proporcjonalny do odwrotności stosunku kwadratów odległości. Jeżeli planeta jest dwa razy dalej od Słońca, to siła grawitacji jest cztery razy mniejsza. Kiedy ciało ma dwa razy mniejszą masę, wtedy siła jest dwa razy mniejsza.

Newton uznał, że ta sama siła powoduje ruch planet po orbitach oraz spadanie jabłka z drzewa. W ten sposób ten wielki fizyk położył podwaliny pod mechanikę klasyczną. W tym ujęciu grawitacja jest siłą, z jaką oddziałują na siebie wszelkie ciała obdarzone masą.

Ujęcie relatywistyczne

Newtonowska (klasyczna) teoria grawitacji jest pod wieloma względami bardzo prosta, po prostu każdą masę otacza niewidzialne pole grawitacyjne. Tłumaczy to wzajemne oddziaływanie mas, jest jednak wielkim uproszczeniem, ponieważ bez odpowiedzi pozostaje najważniejsze pytanie skąd właściwie bierze się siła, z jaką masy grawitacyjnie oddziałują. Skąd masy czerpią energię Odpowiedzią przez wiele wieków pozostawał ogólnie przyjmowany za słuszny i akceptowany fakt, że energia ta zgromadzona jest w owym niewidzialnym polu grawitacyjnym. Dziś także dla prostoty obliczeń używamy Newtonowskiej teorii grawitacji, jednak znamy poza nią prawdziwą jej naturę a więc pochodzenie sił działających na masy, zwanych siłami grawitacyjnymi.

Albert Einstein zauważył powszechnie pomijany dotąd fakt a mianowicie równość masy grawitacyjnej i bezwładnej. Masą bezwładną nazywamy masę, która ulega wpływom działania sił, nadających ciału przyspieszenie. Od posiadanej przez ciało masy bezwładnej zależy jak duże będzie przyspieszenie po przyłożeniu doń odpowiedniej siły. Związek siły i masy bezwładnej opisuje II zasada dynamiki Newtona:

$F = m_{bezwł} * a$. Masa grawitacyjna to masa mająca możliwość oddziaływania grawitacyjnego czyli ta, która przyciąga się wraz z inna grawitacyjną masą siłą grawitacji równą wg. Prawa powszechnego ciążenia.

Dowód na to, że tak naprawdę ten podział jest sztuczny można otrzymać przeprowadzając prosty eksperyment myślowy.

Załóżmy, że statek kosmiczny uruchamia silniki i zaczyna przyśpieszać. Ciąg silników wyregulowany jest tak, by przyśpieszać z $a = 9.8\frac{m}{s^2}$. Załóżmy, że statek znajduje się daleko od źródeł pola grawitacyjnego a astronauta znajdujący się wewnątrz puszcza piłkę z pewnej wysokości. Przyglądając się temu zdarzeniu ze zewnątrz zauważymy, że nieważka piłka zostaje uderzona przez podłogę kabiny. W kolejny etapie doświadczenia załóżmy, że astronauta dostaje amnezji. Wkrótce po włączeniu silników zapomina, że znajduje się w kosmosie. Brak okien nie pozwala na określenie swojego położenia. Taki obserwator stwierdzi, że piłka upadła na podłogę pod wpływem siły grawitacji, utwierdza go w tym fakt, że odczuwa również swój własny ciężar. Einstein wysnuł wniosek: siła grawitacji jest nieodróżnialna od siły bezwładności. Tę zależność nazwał zasadą równoważności. To stwierdzie implikuje kolejne grawitacja jest siłą fikcyjną. Wyjaśnieniem tego dziwnego faktu jest to, iż jak odkrył Einstein, masa i energia zakrzywiają wokół siebie czasoprzestrzeń, a dokładnie mówiąc, zmieniają bieg czasu. Tak jak krzywizna toru ruchu powoduje powstanie siły odśrodkowej(bezwładności), tak krzywizna czasoprzestrzeni powoduje powstanie siły grawitacji.

Stała grawitacyjna

Stała fizyczna służąca do opisu pola grawitacyjnego. Jako pierwszy wyznaczył ją Henry Cavendish. Obecnie używana wartość została opublikowana w 2014 roku przez Komitet Danych dla Nauki i Techniki (CODATA) i wynosi:

$$G = 6.67408(11) \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2}$$

Metody wyznaczania:

Eksperyment Jollego

Uczony badał oddziaływanie miedzy dwiema kulami: napełnioną rtęcią kolbą o setnicy ok. 5 cm i masie ok. 5 kg i ołowianą kulą o średnicy około 50 cm i masie 5800 kg. Uczepił kolbę do szali wagi laboratoryjnej za pomocą linki o długości 25m. Ołowiana kula znajdowało się wówczas daleko o kulistej kolby z rtęcią. Równowagę uzyskał kładąc odpowiednią liczbę odważników na prawej szalce. Pod kolbę z rtęcią podsunął ołowianą kile. Waga wychyliła się na skutek oddziaływania grawitacyjnego miedzy kulami. Aby powróciła do równowagi, na prawą szalę dołożył odważniki o masie około 0.59mg! Odległość miedzy środkami kul w nowym stanie równowagi wynosiła 56.9 cm. Stało G policzono z przekształconego prawa ciążenia:

$$G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$$

$$G = 6.46 \cdot 10^{-11} \frac{m^2}{kg\, s^2}$$

Eksperyment Cavendisha

Urządzeniem skonstruowanym przez Cavendisha była waga skręceń. Był to drewniany pręt o długości sześciu stóp (1,8 m) zawieszony na drucie, na którego końcach umieszczone były ołowiane kule o średnicy dwóch cali (51 mm) i masie 1,61 funta (0,78 kg). Dwie dwunastocalowe (300 mm) ołowiane kule o masach 348 funtów (158 kg), podtrzymywane niezależnie od układu podtrzymującego mniejsze kule, zostały umieszczone w ich pobliżu w odległości około 9 cali (230 mm). W doświadczeniu mierzona była siła oddziaływania między małą a dużą kulą.

Dwie większe kule były umieszczone po przeciwnych stronach poziomego drewnianego ramienia wagi. Siła przyciągania między nimi a mniejszymi kulami powodowała obrót ramienia, skręcając drut na którym było ono podwieszone. Ramię wychylało się o kąt, w którym siła skręcania drutu była zrównoważona przez grawitacyjną siłę przyciągania między kulami. Znając kąt wychylenia i moment siły skręcającej w zależności od kąta skręcenia, Cavendish był w stanie określić siłę z jaką oddziaływały na siebie pary mas.

W celu wyznaczenia momentu kierującego, czyli wartości momentu siły wywieranego na drut dla danego kąta skrętu, Cavendish zmierzył naturalny okres drgań ramienia wychylonego z układu równowagi. Okres drgań wynosił około 20 minut. Znając wymiary i masy ramienia można obliczyć moment kierujący. W rzeczywistości ramię nigdy nie było w stanie spoczynku. Cavendish musiał zmierzyć kąt odchylenia ramienia, mimo jego oscylacji.

Wzór z którego obliczono stałą grawitacyjną:

$$G = \frac{2\pi^2 L r^2}{M T^2}\theta$$

$$G = 6.74 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^2}{kg\,s^2}$$

Było to pierwsze doświadczenia wyznaczającą stałą G na takim poziomie dokładności (błąd ok. 1 %)

Pole grawitacyjne

Pole wytwarzane przez obiekty posiadające masę. Właściwości pola grawitacyjnego pozwalają określić wielkość i kierunek siły grawitacyjnej działającej na znajdujące się w polu ciała posiadające masę. Pole grawitacyjne (pole sił) jest polem potencjalnym (rotacja równa 0), wiec jest zachowawcze.

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{F_g}(r, \rho, \theta) = \boldsymbol{\nabla} \times \left[G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}; 0; 0\right] = \boldsymbol{0}$$

Pole opisuje się poprzez określenie:

- wektora natężenia pola grawitacyjnego γ
- potencjału grawitacyjnego V.

Ponad to dla każdej masy umieszczonej w tym polu można określić siłę przyciągania oraz energię potencjalną.

Graficznie pole grawitacyjne można przedstawić za pomocą linii pola lub powierzchni ekwipotencjalnych (grawitacja według Newtona) lub krzywizna przestrzeni (grawitacja według Einsteina). Zwrot linii pola jest zgodny ze zwrotem sił działających na masę punktową.

Pole grawitacyjne punktu lub jednorodnej kuli jest polem centralnym. Złożone pole można rozpatrywać przy zastosowaniu zasady superpozycji. Mówi ona, że pole wektorowe pochodzące od kilku źródeł jest sumą wektorową pól wytwarzanych przez każde z tych źródeł z osobna. Tę samą zasadę można zastosować do pól skalarnych.

W małym fragmencie przestrzeni, w porównaniu do odległości od centrum grawitacji, pole może być uznane za jednorodne (np. pole przy powierzchni Ziemi). Czyli takie, w którego wszystkich punktach, natężenie jest takie samo. W tym przypadku linie pola są równoległe.

Najbardziej rozwiniętą teorią opisującą pole grawitacyjne i jego związek z cechami przestrzeni jest ogólna teoria względności (OTW), stworzona przez Alberta Einsteina

Energia potencjalna

Ze względu na to, że pole grawitacyjne jest pole zachowawczym to praca wykonana równa się ubytkowi energii. Zmianę energii potencjalnej można sformułować w następujący sposób:

$$dE_p \equiv -dW \qquad (lub\ \Delta E_p = -\Delta W)$$

Korzystając z definicji pracy możemy wyznaczyć wzór na energię potencjalną pola grawitacyjnego.

Jako położeni , dla którego energia ma wartość 0, najwygodniej jest przyjąć nieskończoność (tam siła grawitacji wynosi 0).

$$E_p(r) = \int_{\infty}^{r} F_g(r)dr = -\int_{r}^{\infty} G\frac{Mm}{r^2}\,dr = GMm\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r}\right) = -\frac{GMm}{r}$$

Powyższy wzór jest słuszny dla ***r*** > 0, oraz przy założeniu, że źródłem pola grawitacyjnego jest masa punktowa. Jeżeli źródłem pola grawitacyjnego jest kula o promieniu *R*, to powyżej przeprowadzone całkowanie jest słuszne na zewnątrz kuli.

Wartość pracy w polu grawitacyjnym nie zależy od drogi, po której wykonywana jest praca, lecz od końcowego i początkowego położenia ciała. Jest to cecha wszystkich pól zachowawczych. W takich polach praca wykonana przez siłę zewnętrzną jest zachowana w postaci energii potencjalnej ciała.

Dla niezbyt dużych wysokości i niezbyt dużych odległości (znacznie mniejszych od promienia Ziemi) można przyjąć, że pole grawitacyjne Ziemi w rozpatrywanym obszarze jest jednorodnym polem o kierunku pionowym i zwrocie w dół. Za poziom odniesienia można przyjąć dowolny punkt. Wtedy wszystkie punkty na poziomie odniesienia mają zerową energię potencjalną.

Energia potencjalna ciała o masie m umieszczonego na wysokość h nad poziomem odniesienia jest równa pracy wykonanej przy podnoszeniu ciała z poziomu odniesienia na tę wysokość

$$E_p(h) = \int_0^h F(x)dx = mgh$$

Prędkość ucieczki

(zwana też drugą prędkością kosmiczną) ciała niebieskiego – minimalna prędkość początkowa (startowa), jaką musi mieć obiekt, aby mógł opuścić pole grawitacyjne danego ciała niebieskiego, tj. aby trajektoria jego ruchu była krzywą otwartą (hiperbolą lub parabolą).

Po wystartowaniu obiektu z prędkością równą prędkości ucieczki nie trzeba w dalszym ciągu dostarczać energii w celu podtrzymania ruchu (z wyjątkiem energii na pokonanie oporów ruchu, np. oporu atmosfery czy materii międzygwiezdnej), gdyż w miarę oddalania się obiektu od ciała niebieskiego wartość prędkości ucieczki maleje dążąc do 0. Obiekt o początkowej prędkości równej prędkości ucieczki pomimo ciągłego zmniejszania swojej prędkości wynikającego z poruszania się ruchem opóźnionym w każdej chwili będzie miał prędkość równą prędkości ucieczki dla aktualnej odległości od ciała niebieskiego

Prędkość ucieczki wynika z zasady zachowania energii mechanicznej. Ciało oddali się dowolnie daleko od ciała niebieskiego, gdy ma odpowiednio dużą prędkość, tak by jego prędkość w nieskończoności była równa 0. Energia kinetyczna ciała poruszającego się w polu grawitacyjnym równoważy co do modułu energię potencjalną

$$E_{kin} = \Delta E_p$$

$$\frac{mv_{II}^2}{2} = \frac{GMm}{R} \quad \rightarrow \quad v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Dla Ziemi prędkość ucieczki wynosi $v_{II} = \ 11.2\frac{km}{s}$

Natężenie pola grawitacyjnego

Wektorowa wielkość fizyczna charakteryzująca pole grawitacyjne. Równa jest sile, z jaką dane pole grawitacyjne działa na jednostkową masę. Inaczej mówiąc natężenie pola grawitacyjnego można obliczyć, dzieląc siłę grawitacyjną działającą na pewne ciało przez masę tego ciała.

$$\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})}{m}$$

Natężenie pola grawitacyjnego wytwarzane przez punkt materialny opisuje wzór:

$$\gamma(r) = G\frac{M}{r^2}$$

Wzór ten obowiązuje również, gdy ciało wytwarzające pole grawitacyjne jest jednorodną kulą lub sferą albo ma radialnie symetryczny rozkład gęstości – Ziemia i wszystkie większe ciała niebieskie w przybliżeniu spełniają ten warunek. Wówczas r we wzorze jest odległością od środka kuli. Wzór ten pozostaje prawdziwy na zewnątrz kuli, tzn. dla r > R, gdzie R jest promieniem kuli. Jednostką natężenia grawitacyjnego jest $\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2}$, a wiec jest to wymiar przyśpieszenia.

Przy pominięciu ruchu obrotowego Ziemi i założeniu $r = R_Z$ natężenie pola grawitacyjnego na powierzchni Ziemi:

$$\gamma(R_z) = g = \frac{GM_Z}{R_Z^2} = 9.81\frac{m}{s^2}$$

Natężenie pola grawitacyjnego w dowolnym punkcie tego jest zbliżone do przyspieszenia grawitacyjnego, ale na ogół nie jest mu dokładnie równe. Jest to spowodowane tym, że na przyspieszenie grawitacyjne ma wpływ również siła odśrodkowa związana z ruchem obrotowym ciała niebieskiego wokół własnej osi. Równość ta zachodzi tylko w przypadku nieobracającego się ciała, albo na biegunie geograficznym tego ciała (wówczas siła odśrodkowa zeruje się). Ponieważ dla większości planet i księżyców prędkość obrotów względem własnej osi nie jest duża, przy uproszczonych rachunkach pomija się wpływ siły odśrodkowej na przyspieszenie grawitacyjne. Na Ziemi przyspieszenie grawitacyjne nazywamy przyspieszeniem ziemskim. W warunkach ziemskich, jeżeli pominie się efekt związany z siłą odśrodkową, natężenie pola grawitacyjnego równe jest w przybliżeniu przyspieszeniu ziemskiemu

Zasada superpozycji dla natężenia pola:

$$\boldsymbol{\gamma} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\gamma}_i$$

Potencjał pola grawitacyjnego

Potencjał pola grawitacyjnego – wielkość skalarna równa stosunkowi energii potencjalnej punktu materialnego umieszczonego w rozpatrywanym punkcie pola do masy tego punktu materialnego:

$$\Phi(\mathrm{r}) = \frac{E_p(r)}{m}$$

Potencjał pola grawitacyjnego jest również definiowany jako pole skalarne wektora natężenia grawitacyjnego:

$$\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{r}) = grad\Phi(r)$$

Praca potrzebna do przesunięcia ciała próbnego o masie z punktu 1 do punktu 2 przeciwko sile ciążenia jest równa iloczynowi masy tego ciała i różnicy potencjałów między tymi punktami

$$W_{12} = m\Delta\Phi = m(\Phi_2 - \Phi_1)$$

Jednostką potencjału jest $\frac{J}{kg} = \frac{m^2}{s^2}$.

Zasada superpozycji dla potencjału:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \Phi_i$$