Zadanie 3

n	parz	nparz
1 -	1	1
2 -	2	2
3 -	4	4
4 -	8	8

Parzystych podzbiorów jest tyle samo, co nieparzystych - 2^{n-1}

Zadanie 5

Na ile sposobów można posadzić w rzędzie 3 kobiety i 3 mężczyzn?
A jeśli mężczyźni i kobiety muszą siedzieć na przemian?

1) na $6! = 720$ sposobów
2)
Pierwsza obserwacja – są tylko 2 możliwe kombinacje pod względem płci:
M K M K M K,
K M K M K M,
Stąd wynik będzie postaci $2 * X$, bo w obu przypadkach ilość kombinacji jest taka sama. Teraz wyliczmy X:
1 i 2 miejsce można wybrać na 3 sposoby, 3 i 4 na 2 sposoby (bo już po 1 osobie wybraliśmy), a na 2 ostatnich miejscach mamy tylko 1 opcję.
Stąd $X = 3 * 3 * 2 * 2 * 1 * 1 = 36$, zatem wynikiem jest $2 * X = 72$.

Zadanie 6

Chcemy wybrać parę liczb naturalnych (a, b), taką że
(i) liczby a, b są z przedziału [1, n] oraz
(ii) suma a + b jest parzysta.
Na ile sposobów możemy to zrobić?

n	ilość sposobów
1,	1
2,	4
3,	5
4,	8
5,	13
6,	18

Zadanie 7

Ile jest możliwych rejestracji samochodowych złożonych z 3 liter, po których następują 4 cyfry?

Zakładając, że alfabet zawiera 26 liter (bez znaków polskich i x,q,v itp.)
to takich rejestracji jest $26 * 26 * 26 * 10 * 10 * 10 * 10 = 175\ 760\ 000$

Zadanie 8.

Pokaż, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x i dowolnej liczby całkowitej n zachodzi $\lceil x+n \rceil = \lceil x \rceil + n$.

$$L = \lceil x \rceil + n = \lceil x \rceil + \lceil n \rceil \stackrel{?}{=} \lceil x+n \rceil$$

zadanie 4

1 - 2

2 - 4

3 - 8

Zadanie 11

Ile jest n-elementowych permutacji, które w rozkładzie na cykle mają tylko jeden cykl?

Szukamy tu liczby Stirlinga postaci $\left[{n \atop 1}\right]$
Wszystkich permutacji jest n!, jednak wiele z nich różni się tylko przesunięciem, stąd każdy n-elementowy cykl może być zapisany na n sposobów.
Zatem rozwiązaniem jest $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

Zadanie 12

Dwoje dzieci zebrało 10 rumianków, 16 bławatków i 14 niezapominajek.
Na ile sposobów mogą się podzielić kwiatkami?

Skorzystamy tu ze wzoru na kombinacje z powtórzeniami:
$\left\langle {r \atop n} \right\rangle = \binom{n+r-1}{n}$, gdzie r to ilość elementów nierozróżnialnych (tu kwiaty), natomiast n to ilość elementów rozróżnialnych (tu dzieci).

$$\binom{10+2-1}{10} * \binom{16+2-1}{16} * \binom{14+2-1}{14} = \binom{11}{10} * \binom{17}{16} * \binom{15}{14}$$
$$= 11 * 17 * 15 = 2805$$