

习题 1 请对下列不定式极限进行计算(你的计算方法不局限于洛必达法则):

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}; \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cot x - 1}{x^2};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\tan x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}; \quad (4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\ln x - x + 1}.$$

习题 2 请对下列不定式极限进行计算(你的计算方法不局限于洛必达法则):

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}; \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsinh}(\sinh x) - \operatorname{arcsinh}(\sin x)}{\sinh x - \sin x}.$$

习题 3 请对下列不定式极限进行计算(你的计算方法不局限于洛必达法则):

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\varepsilon} \quad (\varepsilon > 0); \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}.$$

习题 4 请对下列不定式极限进行计算(你的计算方法不局限于洛必达法则):

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1^-} [\ln x \cdot \ln(1-x)]; \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^\varepsilon \ln x \quad (\varepsilon > 0);$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x; \quad (4) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{x^x-1};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\tan \frac{\pi x}{2}}; \quad (6) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - x \ln a}{b^x - x \ln b} \right)^{\frac{1}{x^2}};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

习题 5* 请判断下列极限能否使用洛必达法则进行计算:

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{2x + \sin x}; \quad (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sin 2x + 1}{(2x + \sin 2x)(\sin x + 3)^2};$$

$$(3)^* \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(2 \sin \sqrt{x} + \sqrt{x} \sin \frac{1}{x} \right)^x; \quad (4)^* \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + xe^{-\frac{1}{x^2}} \sin \frac{1}{x^4} \right)^{e^{\frac{1}{x^2}}}.$$

姓名: 学号: 专业: 高等数学 不定式极限的计算
