

姓名:

学号:

专业:

高等数学 常数项级数

习题 1 请判断下列常数项级数是否收敛并说明理由:

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^3 + 1}.$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^4 - 1}.$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}.$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2\sqrt{n}}.$

(5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin^2 n}{n^3 + 1}.$

(6) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right).$

(7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^{1.05}}.$

(8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^3 + 4n + 3}}.$

(9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+4^n}{1+3^n}.$

(10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4^n}{n+6^n}.$

(11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+1/n}}.$

(12) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 e^{-n}.$

习题 2 请判断下列常数项级数是否收敛并说明理由:

- $$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{n^{2n}}. \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{n!}. \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n}{1+2^n}. \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+\sin n}.$$
- $$(5) \sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n}\right). \quad (6) \sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right). \quad (7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}. \quad (8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+n \cos^2 n}.$$
- $$(9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln n}{(n+1)^3}. \quad (10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}. \quad (11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}. \quad (12) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2}-1)^n.$$

姓名:

学号:

专业:

高等数学 常数项级数

习题 3 判断以下交错级数是否收敛并说明理由:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n+1}. \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(1.1)^n}{n!}. \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n+1)!}. \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}.$$
$$(5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^n}. \quad (6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{\sqrt{n}}. \quad (7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-2n}{n+1}\right)^{5n}.$$

习题 4 判断以下级数绝对收敛或条件收敛并说明理由:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}. \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\cosh n!}. \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2} - 1). \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{1}{n^2}\right).$$