

**习题 1** 设函数 $f$ 在 $[a, b]$ 上Riemann可积, 证明存在一个 $\theta \in [a, b]$ 使得

$$\int_a^\theta f(t)dt = \int_\theta^b f(t)dt.$$

**习题 2** 设函数 $f$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $\int_a^b f(x)dx = 0$ , 证明存在一个 $\theta \in (a, b)$ 使得

$$\int_a^\theta f(t)dt = f(\theta).$$

**习题 3** 设函数 $f$ 在 $[a, b]$ 上连续,  $a > 0$ 且 $\int_a^b f(x)dx = 0$ , 证明存在一个 $\theta \in (a, b)$ 使得

$$\int_a^\theta f(t)dt = \theta f(\theta).$$

**习题 4** 设函数 $f, g$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明存在一个 $\theta \in (a, b)$ 使得

$$g(\theta) \int_a^b f(t)dt = f(\theta) \int_a^b g(x)dx.$$

**习题 5** 设函数 $f, g$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明存在一个 $\theta \in (a, b)$ 使得

$$g(\theta) \int_a^\theta f(t)dt = f(\theta) \int_\theta^b g(x)dx.$$

**习题 6\*** 设正函数 $f, g$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明存在一个 $\theta \in (a, b)$ 使得

$$\frac{f(\theta)}{\int_a^\theta f(t)dt} - \frac{g(\theta)}{\int_\theta^b g(x)dx} = 1.$$

**习题 7\*** 设函数 $f$ 在 $[0, 1]$ 上一阶连续可微, 证明存在一个 $\theta \in (0, 1)$ 使得

$$\int_0^1 f(x)dx = f(0) + \frac{1}{2}f'(\theta).$$

**习题 8\*** 设函数 $f$ 在 $[0, 1]$ 上二阶连续可微, 证明存在一个 $\theta \in (0, 1)$ 使得

$$\int_0^1 f(x)dx = f(0) + \frac{1}{2}f'(0) + \frac{1}{6}f''(\theta).$$

姓名: 学号: 专业: 高等数学 定积分与微分中值定理

---