

姓名:

学号:

专业:

高等数学 常数项级数

---

**习题 1** 请判断下列常数项级数是否收敛并说明理由:

- (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^3+1}$ .      (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^4-1}$ .      (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$ .      (4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2\sqrt{n}}$ .
- (5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sin^2 n}{n^3+1}$ .      (6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ .      (7)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^{1.05}}$ .      (8)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^3+4n+3}}$ .
- (9)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+4^n}{1+3^n}$ .      (10)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4^n}{n+6^n}$ .      (11)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+1/n}}$ .      (12)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^2 e^{-n}$ .

姓名:

学号:

专业:

高等数学 常数项级数

---

**习题 2** 请判断下列常数项级数是否收敛并说明理由:

- (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{n^{2n}}$ .      (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{n!}$ .      (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n}{1+2^n}$ .      (4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+\sin n}$ .
- (5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n}\right)$ .      (6)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ .      (7)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ .      (8)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+n\cos^2 n}$ .
- (9)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln n}{(n+1)^3}$ .      (10)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}$ .      (11)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$ .      (12)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2}-1)^n$ .

**习题 3** 判断以下交错级数是否收敛并说明理由:

$$\begin{aligned} (1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n+1}, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(1.1)^n}{n!}, \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(2n+1)!}, \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}. \\ (5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^n}, \quad (6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{\sqrt{n}}, \quad (7) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-2n}{n+1} \right)^{5n}. \end{aligned}$$

**习题 4** 判断以下级数绝对收敛或条件收敛并说明理由:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\cosh n!}, \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2} - 1), \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \left( \frac{1}{n^2} \right).$$