习题 1 请使用数列极限的定义证明$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2}\sin n!}{n+1}=0$.

习题 2 请计算极限$\lim_{n\to\infty}\frac{(-2)^n+3^n}{(-2)^{n+1}+3^{n+1}}$.

习题 3 请使用子列的工具去计算极限$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{1}{n}-\frac{2}{n}+\frac{3}{n}-\cdots+\frac{(-1)^{n-1}\cdot n}{n}\right|$.

习题 4 请使用裂项相消的方式计算和式$\sin x+\sin 2x+\cdots+\sin nx\,(x\neq 2k\pi)$(提示:你可以对和式先乘以$2\sin\frac{x}{2}$再使用三角函数的积化和差公式).

习题 5 请你使用均值不等式证明**伯努利不等式**$(1+x)^n\geq 1+nx\,(x\geq -1)$.

习题 6 请你使用均值不等式证明: $\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{3n+1}>1.$

习题 7 设$a_k>0,\ k=1,\ldots,n$且$a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_n=1$, 证明$(1+a_1)(1+a_2)\cdot\ldots\cdot(1+a_n)\geq 2^n$.

习题 8* 请你使用Cauchy不等式证明: $\left(\left(\sum\limits_{k=1}^{n}a_k\right)^2+\left(\sum\limits_{k=1}^{n}b_k\right)^2\right)^{1/2}\leq\sum\limits_{k=1}^{n}(a_k^2+b_k^2)^{1/2}.$

习题 9* 设$\alpha\in(0,1)$, 请计算$\lim\limits_{n\to\infty}((n+1)^\alpha-n^\alpha)$.

习题 10** 证明极限$\lim\limits_{n\to\infty}\sin n$不存在.