Нова метода за решавање алгебарске једначине 4. Реда

Директно решење алгебарске једначине четвртог реда је задатак који обилује могућностима и који, иако већ решен - и даље изазива занимање математичара. Проблем је, сам по себи, веома компликован[[1]](#footnote-1) а ствари отежава чињеница да се, у разним фазама решавања, не могу избећи кореновања - што због неједнозначности, доводи до гранања, специјалних случајева и неугодних дискусија о дискриминантама. Ваља напоменути и то да је ово највиши степен алгебарске једначине код којег је могуће доћи до затвореног решења. Конкретније, математичари *Нилс Абел* и *Еварист Галоа*, независно су доказалиi,ii да директни поступак, код једначина петог (и вишег) степена, уопште није могућ.

По свему судећи, у пракси се најчешће референцира и примењује поступак *Ферарија*,iii настао решавањем једначине коју је оригинално поставио његов ментор, ренесансни математичар и филозоф - *Ђироламо Кардано*. Овај поступак подразумева, непостојање кубног члана полинома (*depressed quartic*), што не представља проблем, с обзиром да се елементарним алгебарским трансформацијама он увек може елиминисати. Такође, овим поступком се једначина четвртог степена своди на трећи степен (*cubic resolvent*), што је чест мотив и у методама које су се касније појављивале.

***Предлог решења алгебарске једначине 4. степена***

Овде ће бити понуђен други начин за решавање једначине четвртог степена, у најопштијем облику. Он би требало да је једноставнији, интуитивнији и једнозначнији[[2]](#footnote-2). Још важније, тај начин је сигурно ефикаснији из програмерске перспективе! Наиме, у њему је остварена уштеда у употреби процесорски *скупих* функција и ( тј. )[[3]](#footnote-3), што га чини и бржим и (на извесном нивоу) нумерички стабилнијим.

Сваки полином четвртог степена може се представити као производ два квадратна тринома, тј:

(3)

Основна идеја, састоји се у томе да се најпре пронађу коефицијенти *p1,q1,p2,q2*, а потом да се, засебним решавањем квадратних једначина (са десне стране), практично одреде корени полазне једначине четвртог степена! Сами коефицијенти се могу одредити решавањем система једначина који следи из (3):

(4)

Увођењем смене *y=q1+q2* и применом *Вијетових* образацаv,vi, долазимо до система квадратних једначина:

(5)

Решавањем *p,q* (у симболичком облику) и уврштавањем *p1,2* и *q1,2* у трећу једначину система (4), добија се коначни облик кубне једначине (cubic resolvent), по *у*:

(6)

Решавање једначине трећег степена је већ много једноставније[[4]](#footnote-4) и оно се обавља на стандардни начин. Са тако одређеном вредношћу - *у*, квадратне једначине (5) постају независне и оне се непосредно решавају. Са израчунатим *p1,2* и *q1,2*, на тривијалан начин се решавају и квадратне једначине из (3). Тиме је у потпуности решен полазни проблем, задат у форми алгебарске једначине четвртог степена!

*Дискусија*: Генерално, кубна једначина може имати три реална корена или, један реални и два коњуговано комплексна. У другом случају, избор реалног *у*, гарантује решавање једначина (3) и (5), без икаквих проблема. Што се тиче првог случаја – то је једина ситуацију у којој је потребан опрез и неопходна дискусија. Три различита реална решења (*у1, у2, у3*) одговарају различитим комбинацијама коефицијената квадратних тринома – a) p1q1\_p2q2; б) p2q2\_p1q1; в) p1q2\_p2q1. Прва два случаја су практично иста и доводе до аналогних решења. Потребно је међутим, избећи случај '*укрштених коефицијената*' тј. варијанту (в). Ово се постиже крајње једноставно - избором решења са максималном апсолутном вредношћу тј. . На тај начин, могућност '*укрштених коефицијената*' бива искључена! Чињенице које су наведене у овој дискусији представљају новост и управо оне чине ову методу простом и ефикасном.

Из програмерског гледишта, додатна (и ни у ком случају безначајна) временска уштеда, постиже се једним додатним малим триком. Наиме, за добијање се *p1* и *p2* , није неопходно решавати класичну квадратну једначину. С обзиром на последњу једначину система (4) и претпоставку да је *y=q1+q2*, једноставно се добијају *q1* и *q2*:

Коначно, с обзиром на прву и трећу једначину система (4), простом применом Крамеровог правила, добијају се *p1* и *p2*.

Са познатим *p1,q1,p2,q2* решења полазне једначине четвртог степена се налазе тривијално посредством решавања одговарајућих квадратних једначина

Референце:

i Beweis der Unmöglichkeit, algebraische Gleichungen von höheren Graden als dem vierten allgemein aufzulösen - *H.N.Abel*, (*J. reine angew. Math. 1, 65*, 1826)

ii OEuvres mathématiques d'Évariste Galois - (*Journal des mathématiques pures et appliquées XI*, 1846)

iii ru.wikipedia.org/wiki/Метод\_Феррари

iv A Universial Method of Solving Quartic Equations - *Sergei L. Shmakov* (*International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2011)

v Opera mathematica - *F. Viète*. (1579; *Reprinted Leiden, Netherlands*, 1646).

vi ru.wikipedia.org/wiki/Формулы\_Виета

vii en.wikipedia.org/wiki/Cubic\_function

viii ru.wikipedia.org/wiki/Тригонометрическая\_формула\_Виета

ix Ars magna or The Rules of Algebra *- Cardano, Gerolamo* (1545)

Copyright© 2016 by Саша Миленковић

sasa.milenkovic.xyz@gmail.com

GNU General Public License - http://www.gnu.org/licenses/gpl-3.0.en.html

1. Наводноxxiv, шпански математичар Валмес је спаљен на ломачи због тврдњи да има решење овог проблема. Врховни инквизитор Торквемада му је саопштио да је, Божјоm вољом, такав проблем недоступан људском поимању! [↑](#footnote-ref-1)
2. тј. са мање гранања и дискусија. [↑](#footnote-ref-2)
3. На овај начин је кубни корен имплементиран у многим софтверским решењима [↑](#footnote-ref-3)
4. Постоји неколико популарних метода од којих аутори издвајају ону која се заснива на *Вијетовој* смениxxxi (због једноставности математичког извођења) и ону која се заснива на *Вијетовим* тригонометријским формуламаxxxii (због готових и ефикасних програма у којима је она имплементирана). [↑](#footnote-ref-4)