

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA**

Q1: 5,0  
Q2:5,0  
Nota: 10,0

**1º Exercício Computacional de Algoritmos Numéricos II  
Relatório**

**Matheus Gomes Arante de Souza  
Vinícius Lucas dos Reis**

**Vitória  
Março de 2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA**

**Matheus Gomes Arante de Souza  
Vinícius Lucas dos Reis**

**1º Exercício Computacional de Algoritmos Numéricos II  
Relatório**

Neste relatório analisaremos o comportamento de matrizes mediante diferentes métodos de resolução de sistemas lineares, utilizando o ambiente de programação Octave.

**Vitória  
Março de 2019**

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Matriz plat362</b>	<b>2</b>
2.1	Resultados do Exercício 1 . . . . .	2
2.2	Resultados do Exercício 2 . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Matriz fs1831</b>	<b>3</b>
3.1	Resultados do Exercício 1 . . . . .	3
3.2	Resultados do Exercício 2 . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Matriz hor131</b>	<b>4</b>
4.1	Resultados do Exercício 1 . . . . .	4
4.2	Resultados do Exercício 2 . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Matriz orsirr1</b>	<b>5</b>
5.1	Resultados do Exercício 1 . . . . .	5
5.2	Resultados do Exercício 2 . . . . .	5
<b>6</b>	<b>Matriz nrail5177</b>	<b>6</b>
6.1	Resultados do Exercício 1 . . . . .	6
6.2	Resultados do Exercício 2 . . . . .	6
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>7</b>
<b>8</b>	<b>Referências</b>	<b>8</b>

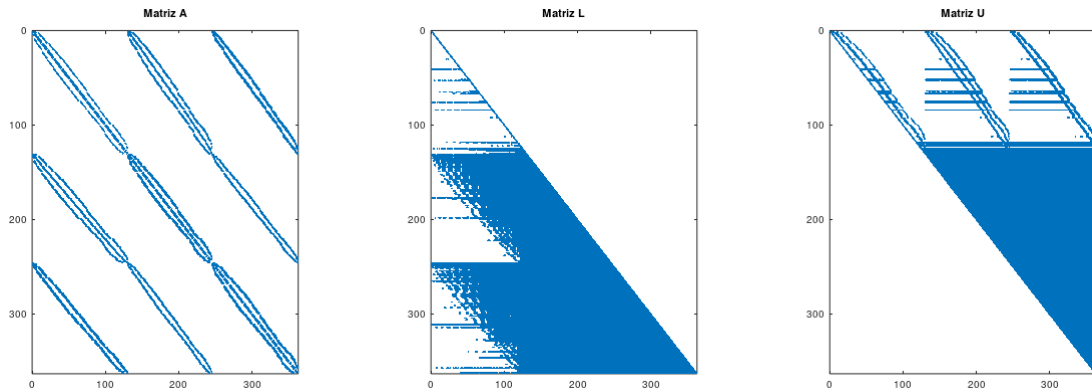
# 1 Introdução

A finalidade deste relatório é observar o comportamento dos métodos diretos e métodos iterativos para o conjunto de matrizes fs1831.mtx, hor131.mtx, nrail5177.mtx, orsirr1.mtx, plat362.mtx e realizar uma breve comparação entre eles com relação ao custo computacional e qualidade dos resultados.

Primeiramente serão dispostos os resultados obtidos pelos scripts dos exercícios e, posteriormente, será feito um balanceamento dos mesmos com o objetivo de um esclarecimento sobre a eficiência de cada método na resolução dos sistemas lineares.

## 2 Matriz plat362

### 2.1 Resultados do Exercício 1

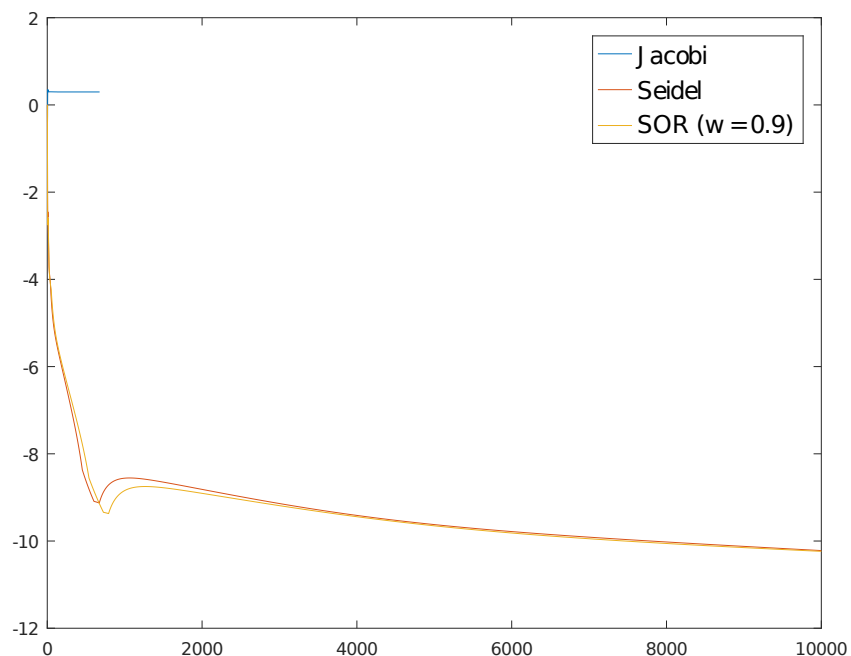


**Figura 1: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.**

Norma do resíduo:  $2.4460e-16$

Número de condicionamento:  $2.8002e+8$

### 2.2 Resultados do Exercício 2



**Figura 2: Iterações x log(Erro Relativo)**

Raio espectral = 2.884039 - Não converge no método de Jacobi

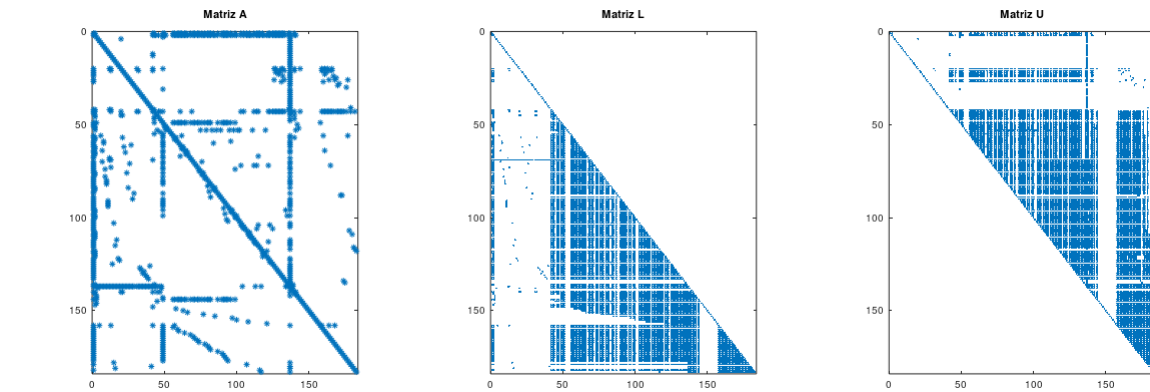
Raio espectral = 1.000003 - Não converge no método de Seidel

Raio espectral = 1.000002 - Não converge no método de SOR

Está no limite, pois o resíduo está pequeno, mas não o suficiente!

### 3 Matriz fs1831

#### 3.1 Resultados do Exercício 1

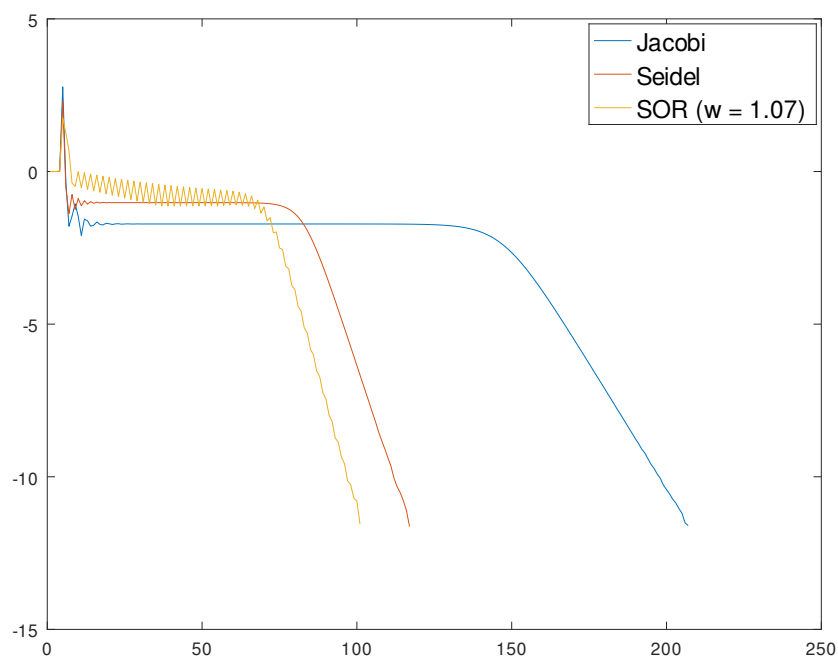


**Figura 3: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.**

Norma do resíduo:  $1.1921e-7$

Número de condicionamento:  $2.1937e+13$

#### 3.2 Resultados do Exercício 2



**Figura 4: Iterações x log(Erro Relativo)**

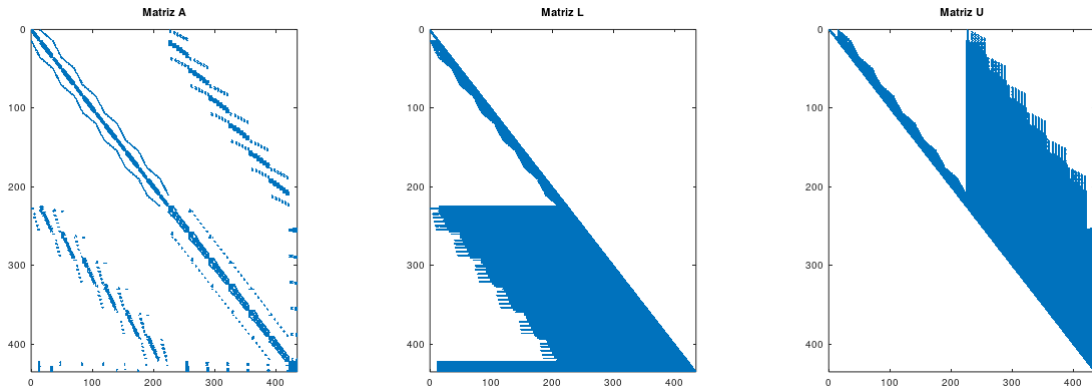
Raio espectral = 0.8479712 - Converge no método de Jacobi

Raio espectral = 0.7349952 - Converge no método de Seidel

Raio espectral = 0.6980826 - Converge no método de SOR

## 4 Matriz hor131

### 4.1 Resultados do Exercício 1

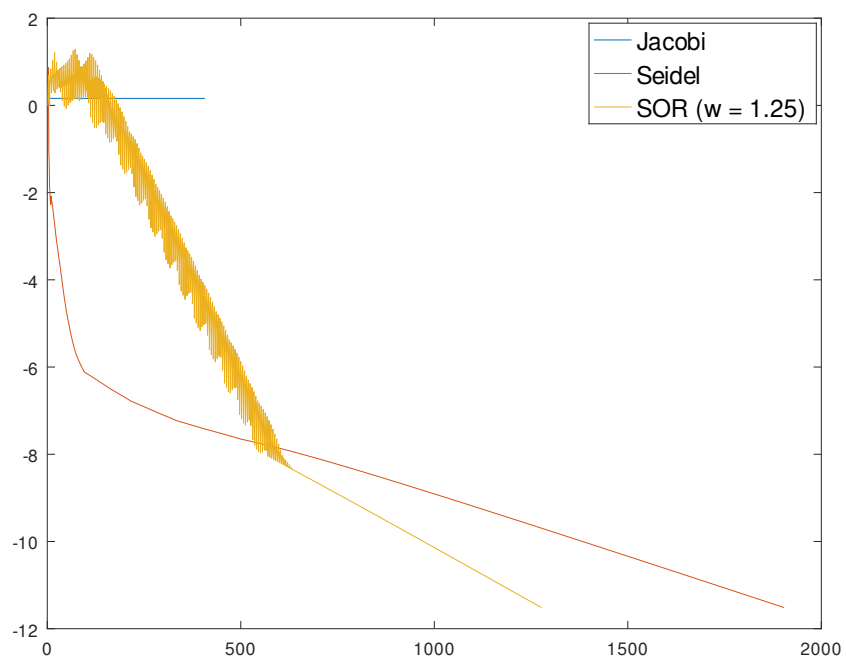


**Figura 5: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.**

Norma do resíduo:  $2.2204e-16$

Número de condicionamento: 43079.78354

### 4.2 Resultados do Exercício 2



**Figura 6: Iterações x log(Erro Relativo)**

Raio espectral = 5.734203 - Não converge no método de Jacobi

Raio espectral = 0.9970722 - Converte no método de Seidel

Raio espectral = 0.9950186 - Converte no método de SOR

## 5 Matriz orsirr1

### 5.1 Resultados do Exercício 1

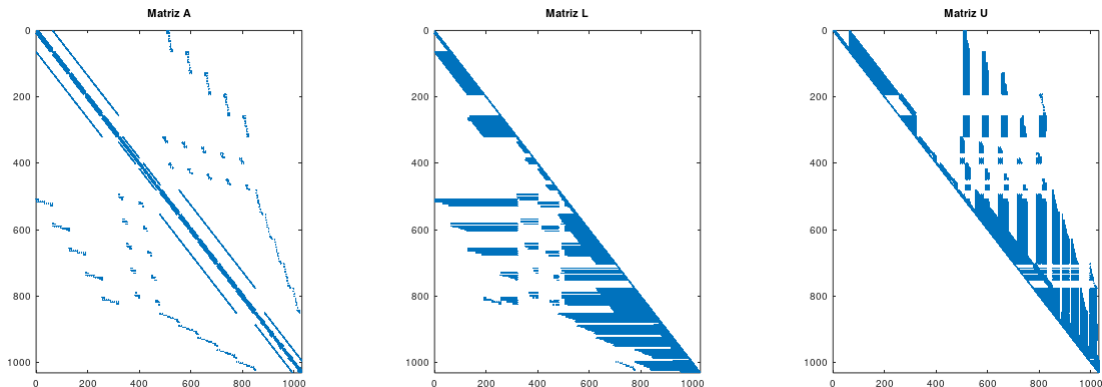


Figura 7: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.

Norma do resíduo:  $1.1642e-10$

Número de condicionamento: 77348.63147

### 5.2 Resultados do Exercício 2

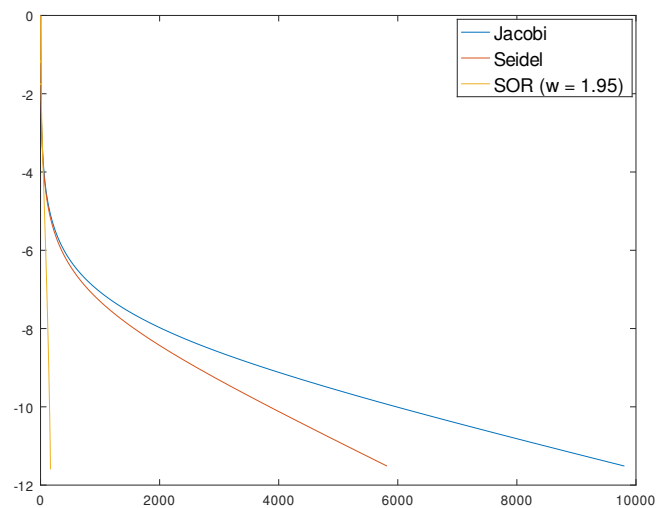


Figura 8: Iterações x log(Erro Relativo)

Raio espectral = 0.9996264 - Converge no método de Jacobi

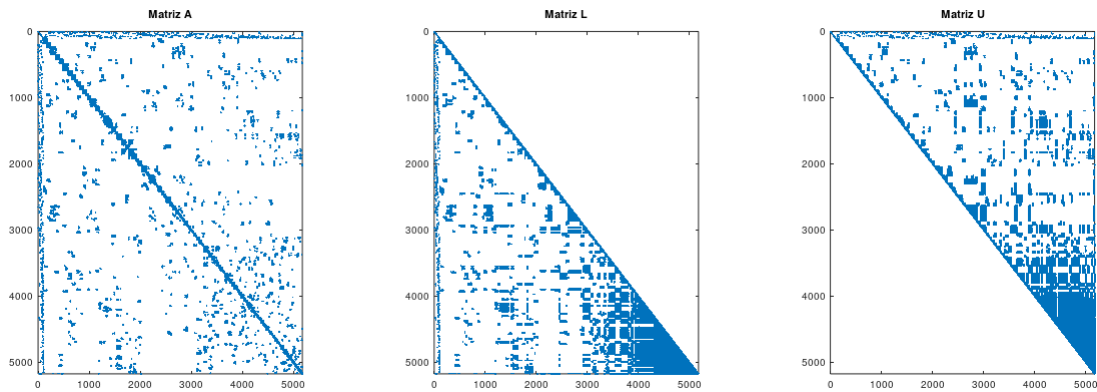
Raio espectral = 0.9992529 - Converge no método de Seidel

Raio espectral = 0.9501072 - Converge no método de SOR



## 6 Matriz nrail5177

### 6.1 Resultados do Exercício 1

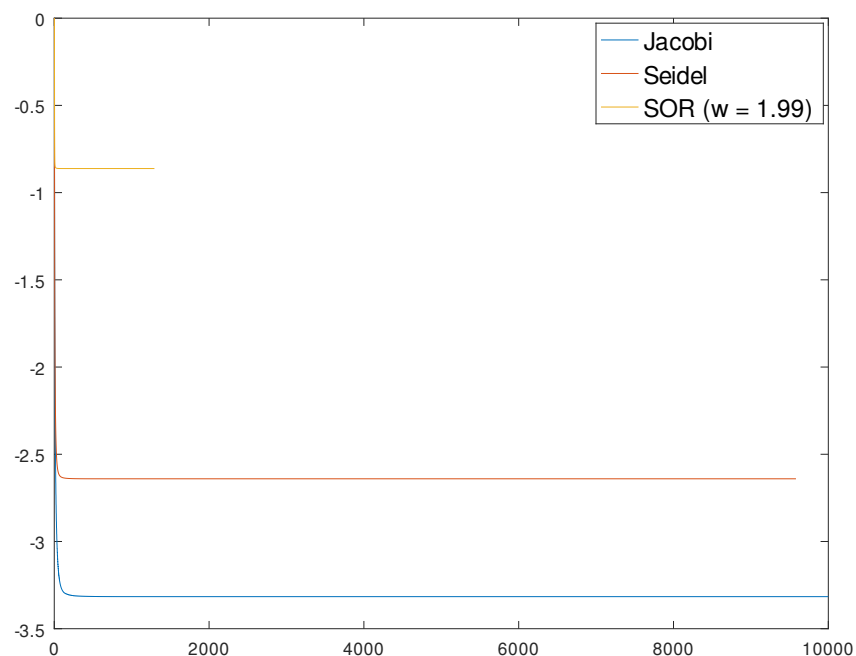


**Figura 9: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.**

Norma do resíduo:  $4.9128e-20$

Número de condicionamento: 36505.57941

### 6.2 Resultados do Exercício 2



**Figura 10: Iterações x log(Erro Relativo)**

Raio espectral = 1.037657 - Não converge no método de Jacobi

Raio espectral = 1.076792 - Não converge no método de Seidel

Raio espectral = 1.73105 - Não converge no método de SOR

## 7 Conclusão

Através dos gráficos de esparsidade das matrizes no exercício 1, pode-se observar que o processo de fatoração LU realiza uma série de operações que acabam reduzindo a esparsidade das mesmas. Tal fato demonstra que este método não aproveita a propriedade das matrizes para ganho de desempenho.

Matriz	Norma do Máximo do Resíduo	Condicionamento
plat362	2.4460e-16	2.8002e+8
fs1831	1.1921e-7	2.1937e+13
hor131	2.2204e-16	43079.78354
orsirr1	1.1642e-10	77348.63147
nrail5177	3.3881e-20	36505.57941

**Tabela 1: Letras D e E - Exercício 1**

Pela tabela apresentada acima, é possível observar que todos os resíduos gerados foram inferiores à ordem de  $10e-6$ , o que demonstra que as aproximações encontradas nos sistemas foram bem próximas as soluções exatas.

Além disso, analisando o valor do condicionamento de cada matriz, percebemos que fs1831 é uma matriz mal-condicionada, pois seu valor de condicionamento tende ao infinito. Em contrapartida, apesar da plat362, hor131, orsirr1 e nrail5177 parecerem ter condicionamentos elevados, elas são bem condicionadas, ainda mais quando comparadas à fs1831.

De acordo com os gráficos referentes ao exercício 2, apresentados anteriormente, podemos verificar o método que convergiu mais rapidamente para todos os casos, exceto a matriz nrail5177, foi o método de SOR.

Através da análise do Teorema do Raio Espectral, nota-se que nos métodos em que a matriz não satisfaz a condição de convergência ( $|\rho| < 1$ ), o gráfico apresentou uma curva horizontal a partir de uma determinada iteração que persistiu até o final. Isto indica que a partir de um certo ponto não houve mais reduções no valor do erro relativo.

Ao avaliar o comportamento de cada matriz para métodos diretos e iterativos, pudemos observar que os métodos iterativos apresentaram melhor desempenho computacional, devido a característica de esparsidade das matrizes de entrada. Parte disto é porque a cada iteração, a estrutura da matriz dos coeficientes não é alterada e estes têm menos erros de arredondamento, caso haja convergência. Em contrapartida, a utilização de métodos diretos acaba provocando o preenchimento da matriz, alterando coeficientes que antes eram nulos, além de que, para sistemas robustos, apresentam problemas de arredondamento.

## 8 Referências

EATON, John W. Octave Documentation, 1996.  
Disponível em: <<https://octave.org/doc/v4.2.2/>>.

COMMUNITY, Octave Forge. Octave Forge, 2002.  
Disponível em: <<https://octave.sourceforge.io/docs.php>>.

CATABRIGA, Lucia. Sistemas Lineares Métodos Diretos e Métodos Iterativos Estacionários, 2019. Disponível em:  
<[https://inf.ufes.br/~luciac/mn1/191-SL\\_MD\\_MIE\\_AlgoII.pdf](https://inf.ufes.br/~luciac/mn1/191-SL_MD_MIE_AlgoII.pdf)>.