UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

1º Exercício Computacional de Algoritmos Numéricos II
Relatório

Matheus Gomes Arante de Souza
Vinícius Lucas dos Reis

Vitória
Março de 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

Matheus Gomes Arante de Souza
Vinícius Lucas dos Reis

1º Exercício Computacional de Algoritmos Numéricos II
Relatório

Neste relatório analisaremos o comportamento de matrizes mediante diferentes métodos de resolução de sistemas lineares, utilizando o ambiente de programação Octave.

Vitória
Março de 2019

Sumário

1 Introdução

A finalidade deste relatório é observar o comportamento dos métodos diretos e métodos iterativos para o conjunto de matrizes fs1831.mtx, hor131.mtx, nrail5177.mtx, orsirr1.mtx, plat362.mtx e realizar uma breve comparação entre eles com relação ao custo computacional e qualidade dos resultados.

Primeiramente serão dispostos os resultados obtidos pelos scripts dos exercícios e, posteriormente, será feito um balanceamento dos mesmos com o objetivo de um esclarecimento sobre a eficiência de cada método na resolução dos sistemas lineares.

2 Matriz plat362

2.1 Resultados do Exercício 1

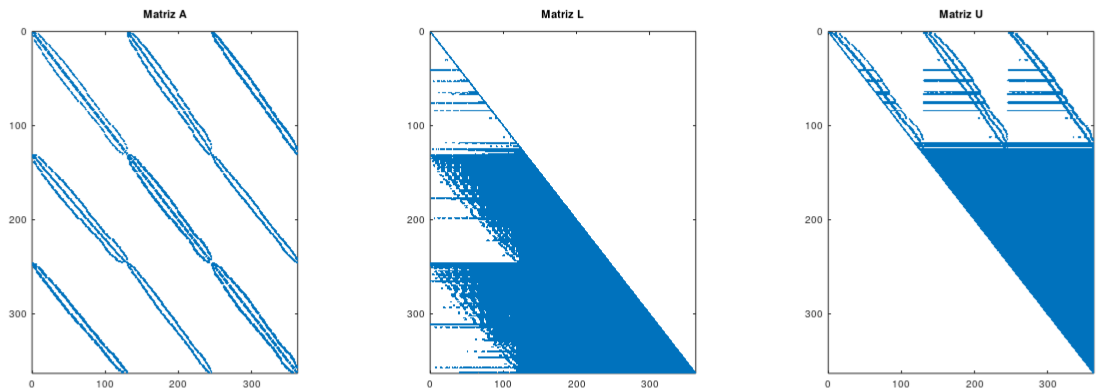

Figura 1: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.

Norma do resíduo: 2.4460e-16
Número de condicionamento: 2.8002e+8

2.2 Resultados do Exercício 2

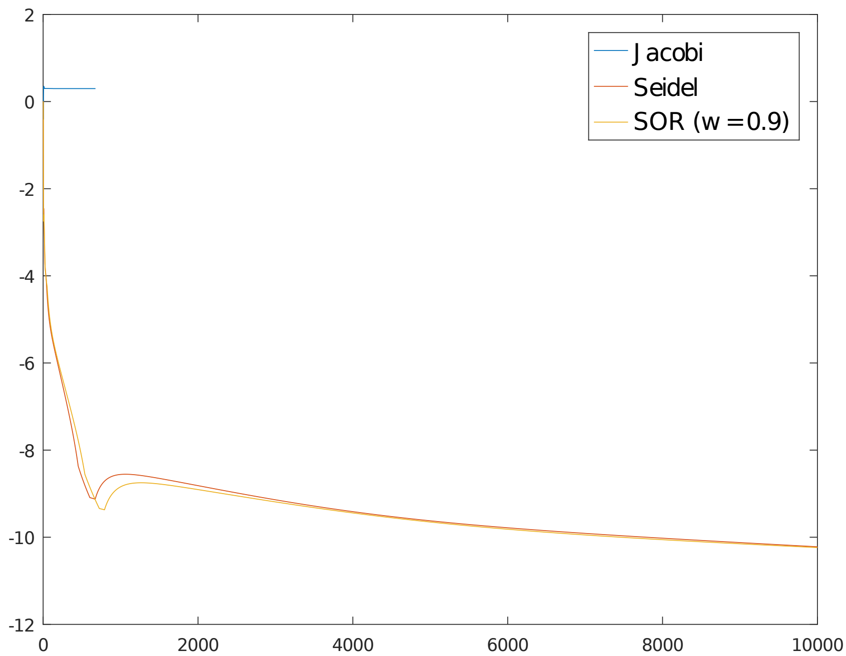

Figura 2: Iterações x log(Erro Relativo)

Raio espectral = 2.884039 - Não converge no método de Jacobi
Raio espectral = 1.000003 - Não converge no método de Seidel
Raio espectral = 1.000002 - Não converge no método de SOR

3 Matriz fs1831

3.1 Resultados do Exercício 1

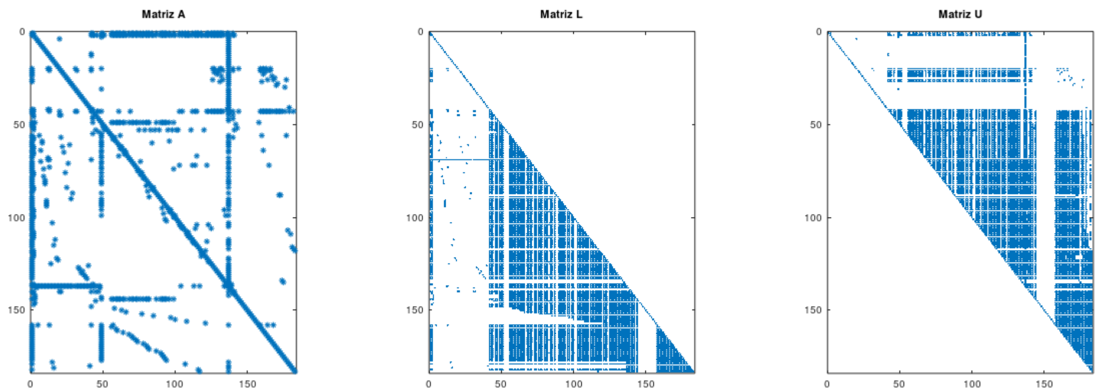

Figura 3: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.

Norma do resíduo: 1.1921e-7
Número de condicionamento: 2.1937e+13

3.2 Resultados do Exercício 2

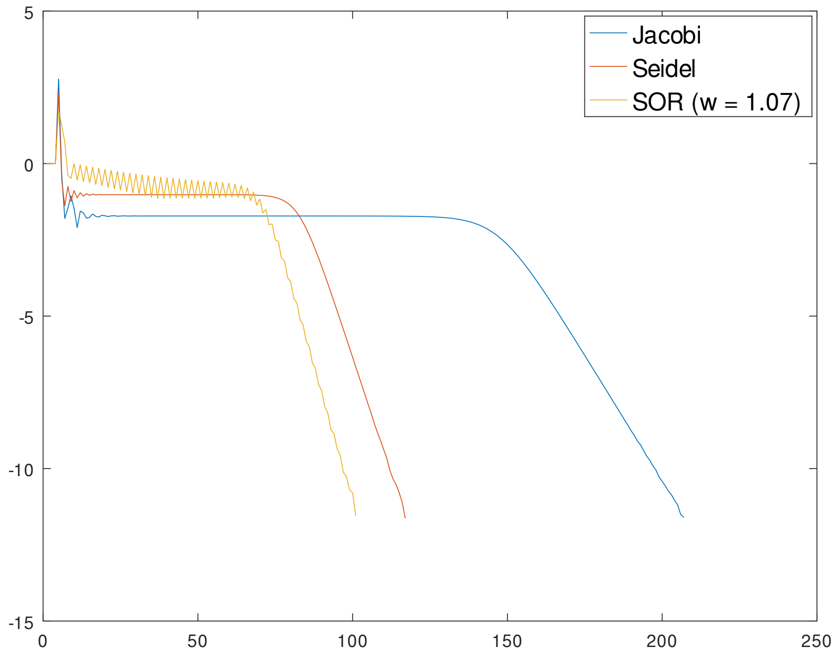

Figura 4: Iterações x log(Erro Relativo)

Raio espectral = 0.8479712 - Converge no método de Jacobi
Raio espectral = 0.7349952 - Converge no método de Seidel
Raio espectral = 0.6980826 - Converge no método de SOR

4 Matriz hor131

4.1 Resultados do Exercício 1

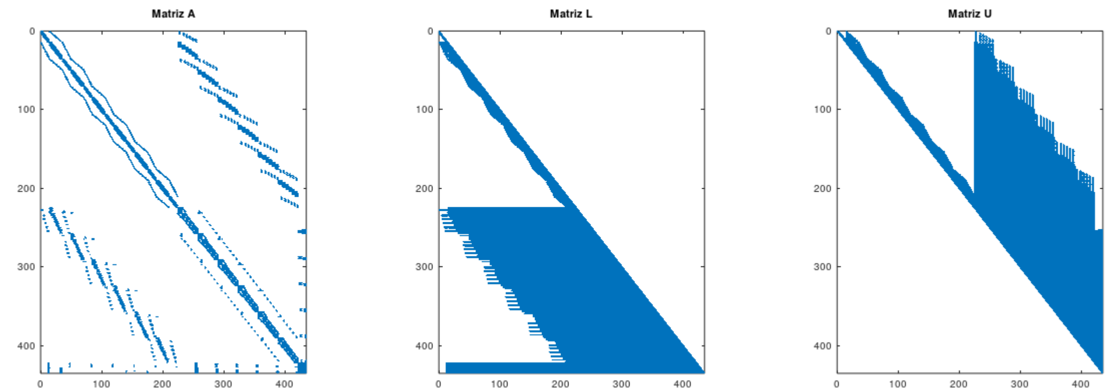

Figura 5: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.

Norma do resíduo: 2.2204e-16
Número de condicionamento: 43079.78354

4.2 Resultados do Exercício 2

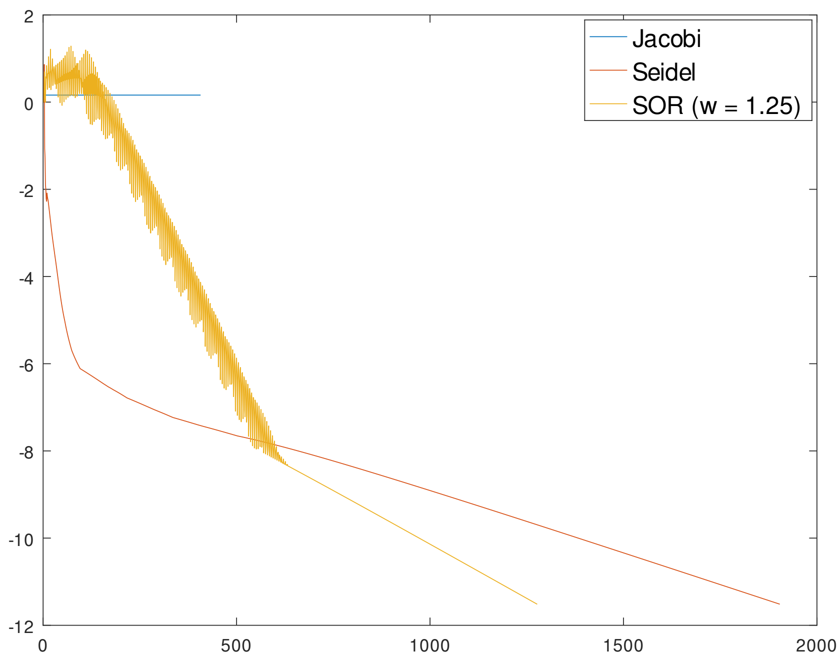

Figura 6: Iterações x log(Erro Relativo)

Raio espectral = 5.734203 - Não converge no método de Jacobi
Raio espectral = 0.9970722 - Converge no método de Seidel
Raio espectral = 0.9950186 - Converge no método de SOR

5 Matriz orsirr1

5.1 Resultados do Exercício 1

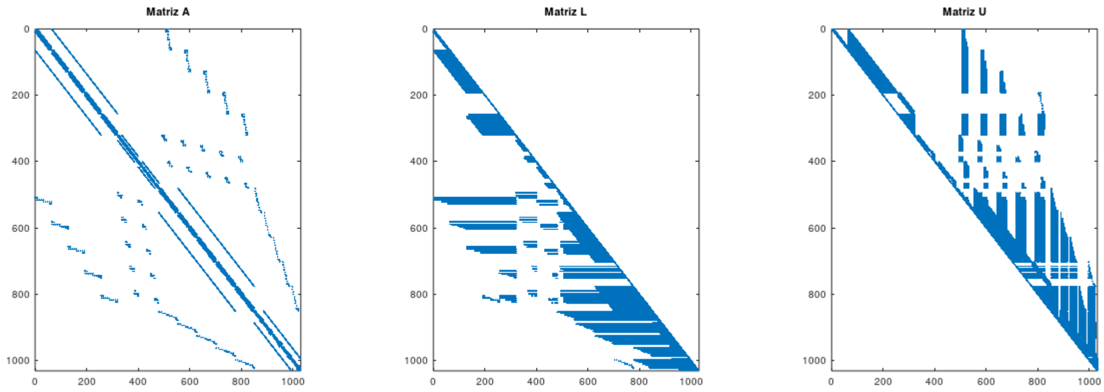

Figura 7: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.

Norma do resíduo: 1.1642e-10
Número de condicionamento: 77348.63147

5.2 Resultados do Exercício 2

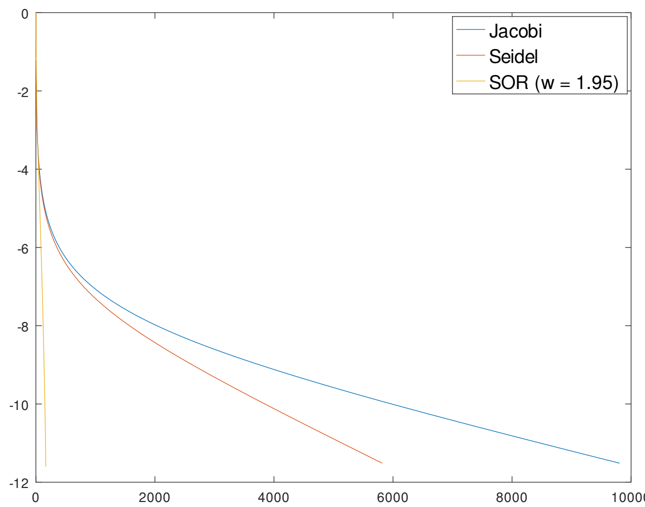

Figura 8: Iterações x log(Erro Relativo)

Raio espectral = 0.9996264 - Converge no método de Jacobi
Raio espectral = 0.9992529 - Converge no método de Seidel
Raio espectral = 0.9501072 - Converge no método de SOR

6 Matriz nrail5177

6.1 Resultados do Exercício 1

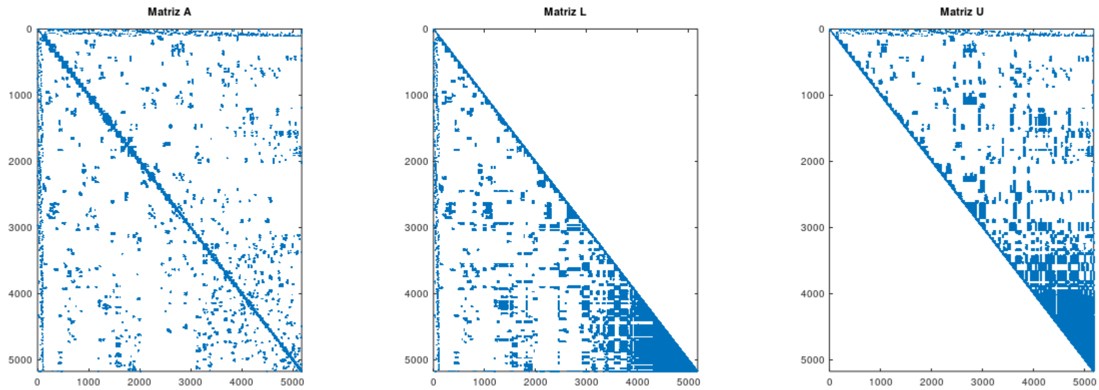

Figura 9: Configuração de esparsidade das matrizes A, L e U, respectivamente.

Norma do resíduo: 4.9128e-20
Número de condicionamento: 36505.57941

6.2 Resultados do Exercício 2

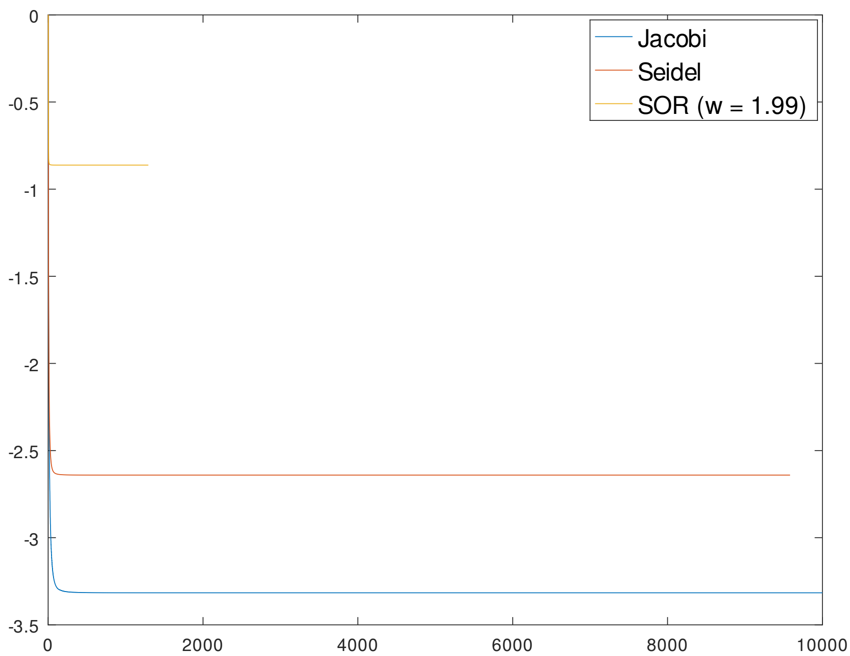

Figura 10: Iterações x log(Erro Relativo)

Raio espectral = 1.037657 - Não converge no método de Jacobi
Raio espectral = 1.076792 - Não converge no método de Seidel
Raio espectral = 1.73105 - Não converge no método de SOR

7 Conclusão

Através dos gráficos de esparcidade das matrizes no exercício 1, pode-se observar que o processo de fatoração LU realiza uma série de operações que acabam reduzindo a esparcidade das mesmas. Tal fato demonstra que este método não aproveita a propriedade das matrizes para ganho de desempenho.

Matriz	Norma do Máximo do Resíduo	Condicionamento
plat362	2.4460e-16	2.8002e+8
fs1831	1.1921e-7	2.1937e+13
hor131	2.2204e-16	43079.78354
orsirr1	1.1642e-10	77348.63147
nrail5177	3.3881e-20	36505.57941

Tabela 1: Letras D e E - Exercício 1

Pela tabela apresentada acima, é possível observar que todos os resíduos gerados foram inferiores à ordem de 10e-6, o que demonstra que as aproximações encontradas nos sistemas foram bem próximas as soluções exatas.

Além disso, analisando o valor do condicionamento de cada matriz, percebemos que fs1831 é uma matriz mal-condicionada, pois seu valor de condicionamento tende ao infinito. Em contrapartida, apesar da plat362, hor131, orsirr1 e nrail5177 parecerem ter condicionamentos elevados, elas são bem condicionadas, ainda mais quando comparadas à fs1831.

De acordo com os gráficos referentes ao exercício 2, apresentados anteriormente, podemos verificar o método que convergiu mais rapidamente para todos os casos, exceto a matriz nrail5177, foi o método de SOR.

Através da análise do Teorema do Raio Espectral, nota-se que nos métodos em que a matriz não satisfez a condição de convergência ($|\rho| < 1$), o gráfico apresentou uma curva horizontal a partir de uma determinada iteração que persistiu até o final. Isto indica que a partir de um certo ponto não houve mais reduções no valor do erro relativo.

Ao avaliar o comportamento de cada matriz para métodos diretos e iterativos, pudemos observar que os métodos iterativos apresentaram melhor desempenho computacional, devido a característica de esparsidade das matrizes de entrada. Parte disto é porque a cada iteração, a estrutura da matriz dos coeficientes não é alterada e estes têm menos erros de arredondamento, caso haja convergência. Em contrapartida, a utilização de métodos diretos acaba provocando o preenchimento da matriz, alterando coeficientes que antes eram nulos, além de que, para sistemas robustos, apresentam problemas de arredondamento.

8 Referências

EATON, John W. Octave Documentation, 1996.
Disponível em: <https://octave.org/doc/v4.2.2/>.

COMMUNITY, Octave Forge. Octave Forge, 2002.
Disponível em: <https://octave.sourceforge.io/docs.php>.

CATABRIGA, Lucia. Sistemas Lineares Métodos Diretos e Métodos Iterativos Estacionários, 2019. Disponível em:
<https://inf.ufes.br/~luciac/mn1/191-SL_MD_MIE_AlgoII.pdf>.