UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Programação Competitiva

Aula 2 – A Tartaruga e a Lebre

Giovanni Comarela

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Motivação

A aula de hoje será sobre o problema discutido no seguinte vídeo:
https://www.youtube.com/watch?v=pKO9UjSeLew

O vídeo em questão é referente ao seguinte problema:
https://leetcode.com/problems/find-the-duplicate-number/

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

O Problema

Entrada:

- Um vetor ***v*** de tamanho ***n+1***. Apenas números de ***1*** a ***n*** no vetor.
- Há um (único) número em ***v*** que aparece mais de uma vez

Saída:

- Encontrar o número repetido em ***v***

Restrições:

- $0 < n < 10^5 + 1$
- O Vetor ***v*** não pode ser modificado
- Usa apenas uma quantidade constante de espaço

Exemplo:

- ***v*** = [1, 3, 4, **2**, **2**]
- ***v*** = [**3**, 1, **3**, 4, 2]

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Solução 1

1) Ordene o vetor
2) Faça uma busca linear por elementos consecutivos iguais

- Resolve o problema?
- Qual a complexidade?
- Satisfaz os requisitos?
- Código [ver notebook]

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Solução 1

1) Ordene o vetor
2) Faça uma busca linear por elementos consecutivos iguais

- Resolve o problema? Sim
- Qual a complexidade? *O(n log(n))*
- Satisfaz os requisitos? Não, pois modifica o vetor
- Código [ver notebook]

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Solução 2

Percorra o vetor e use uma Tabela de Símbolos ou Conjunto para "lembrar" quais elementos já apareceram.

- Resolve o problema?
- Qual a complexidade?
- Satisfaz os requisitos?
- Código [ver notebook]

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Solução 2

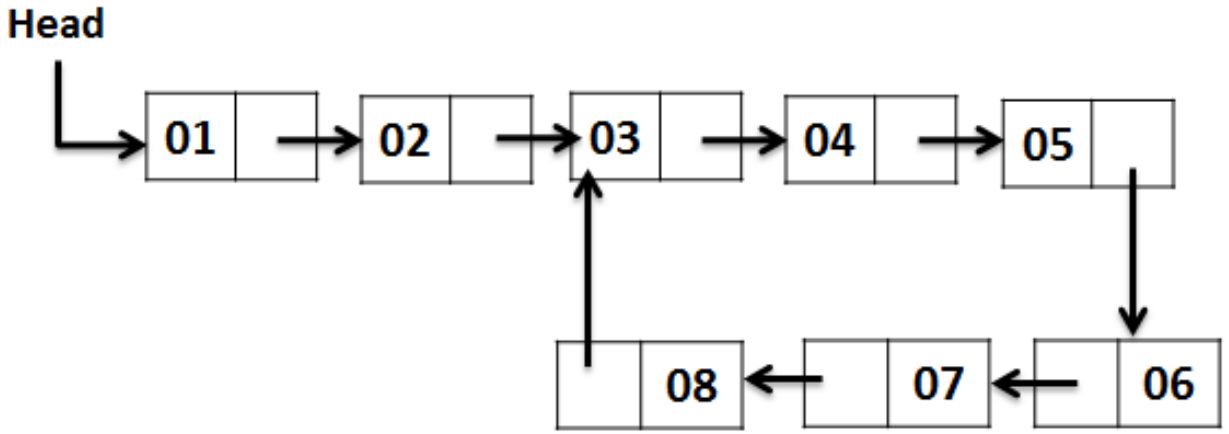
Percorra o vetor e use uma Tabela de Símbolos ou Conjunto para "lembrar" quais elementos já apareceram.

- Resolve o problema? Sim
- Qual a complexidade? Depende da implementação... *O(n log(n))*
- Satisfaz os requisitos? Não, pois usa espaço extra
- Código [ver notebook]

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Como detectar ciclos em uma lista encadeada?

Considere uma lista encadeada degenerada, como a da figura abaixo



Perguntas de interesse:

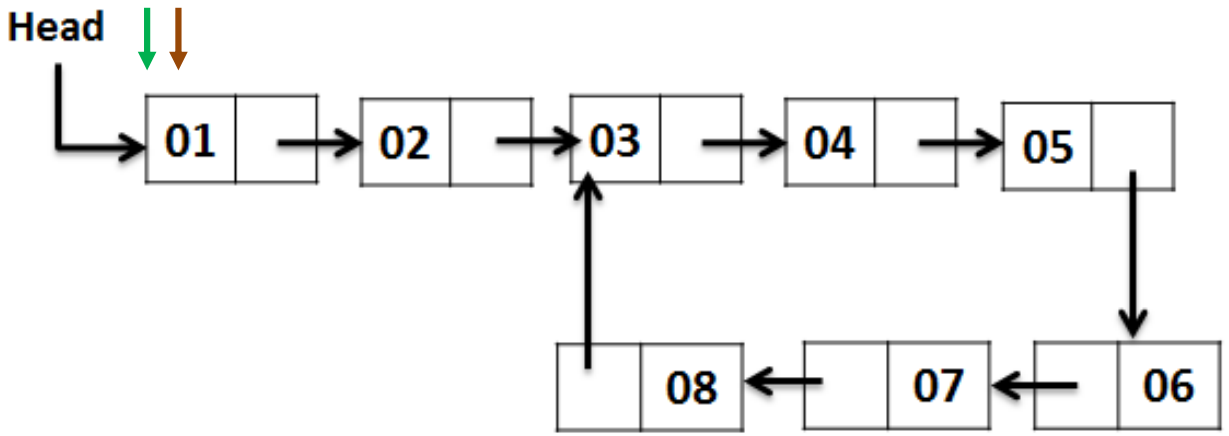
- Como descobrir onde o ciclo começa?
- Qual o tamanho do ciclo?

Figura: https://www.dineshonjava.com/how-to-detect-loop-in-a-linked-list/

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 1

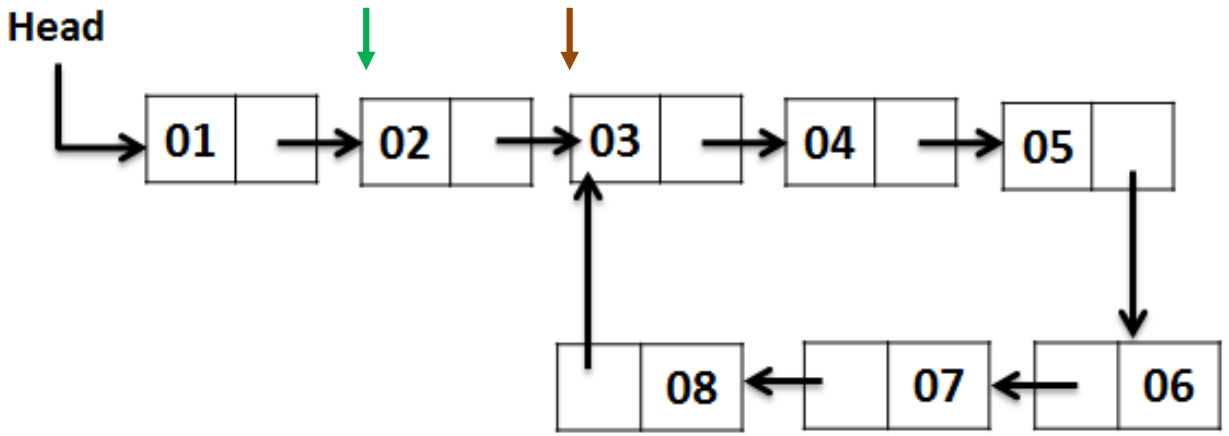
1) Comece com dois ponteiros apontando para o início da lista: ***T*** e ***L***
2) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em duas posições*
    3) *Se **T** e **L** forem iguais, quebre o laço*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 1

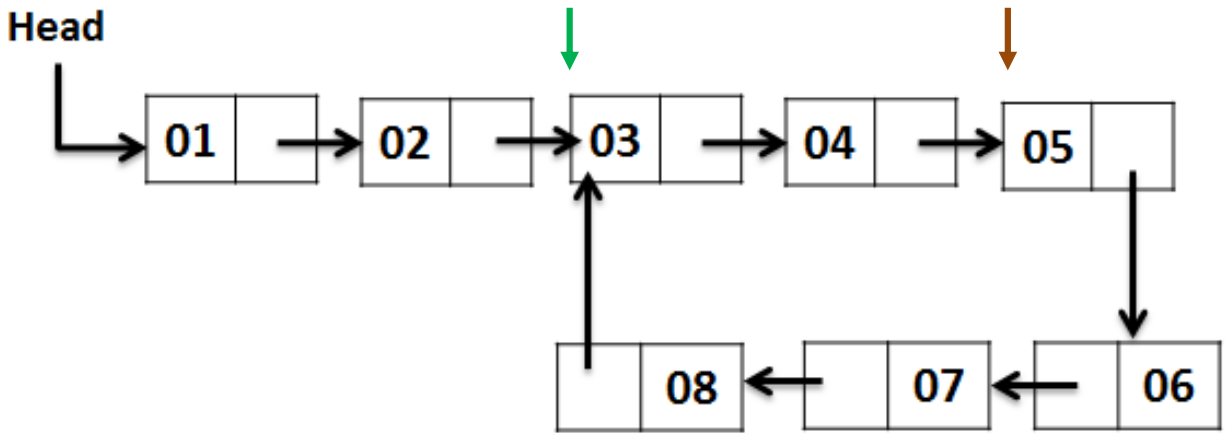
1) Comece com dois ponteiros apontando para o início da lista: ***T*** e ***L***
2) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em duas posições*
    3) *Se **T** e **L** forem iguais, quebre o laço*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 1

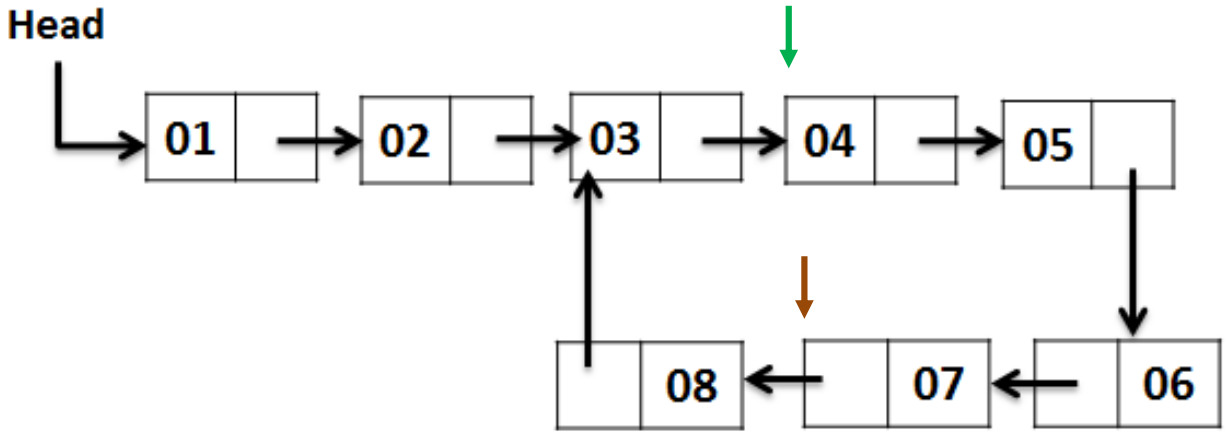
1) Comece com dois ponteiros apontando para o início da lista: ***T*** e ***L***
2) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em duas posições*
    3) *Se **T** e **L** forem iguais, quebre o laço*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 1

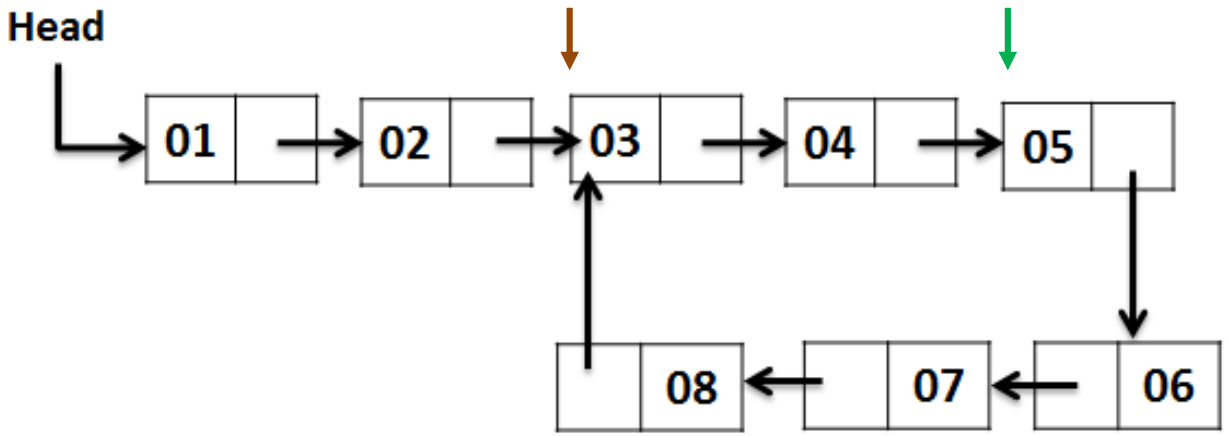
1) Comece com dois ponteiros apontando para o início da lista: ***T*** e ***L***
2) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em duas posições*
    3) *Se **T** e **L** forem iguais, quebre o laço*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 1

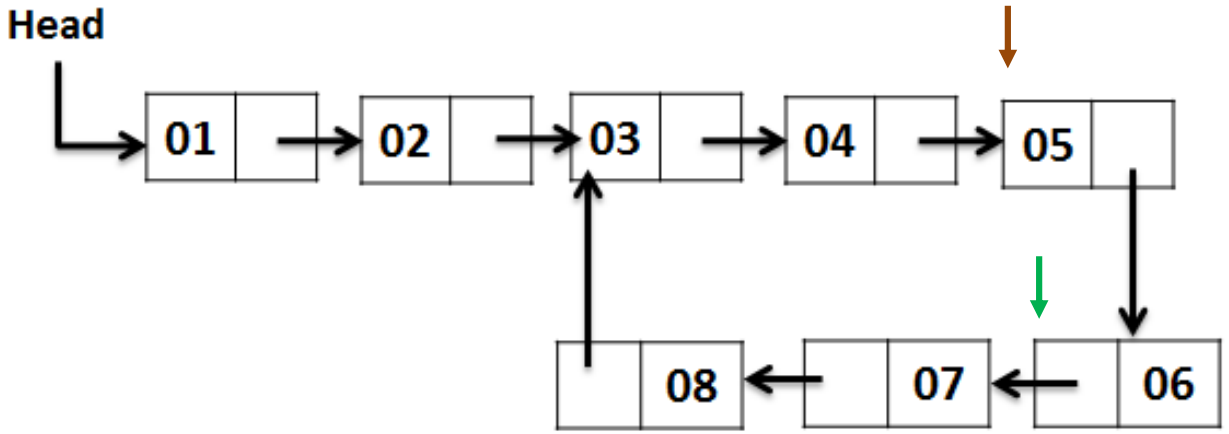
1) Comece com dois ponteiros apontando para o início da lista: ***T*** e ***L***
2) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em duas posições*
    3) *Se **T** e **L** forem iguais, quebre o laço*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 1

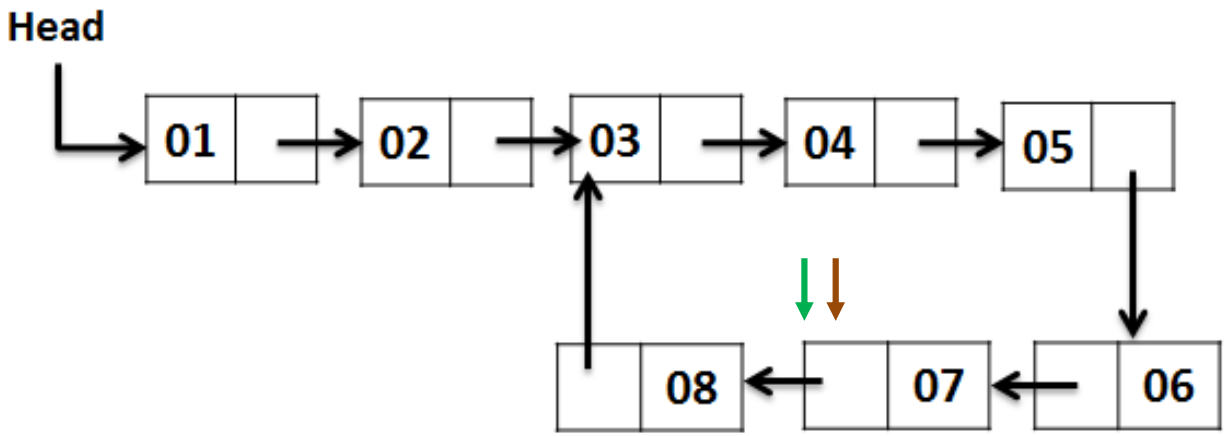
1) Comece com dois ponteiros apontando para o início da lista: ***T*** e ***L***
2) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em duas posições*
    3) *Se **T** e **L** forem iguais, quebre o laço*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 1

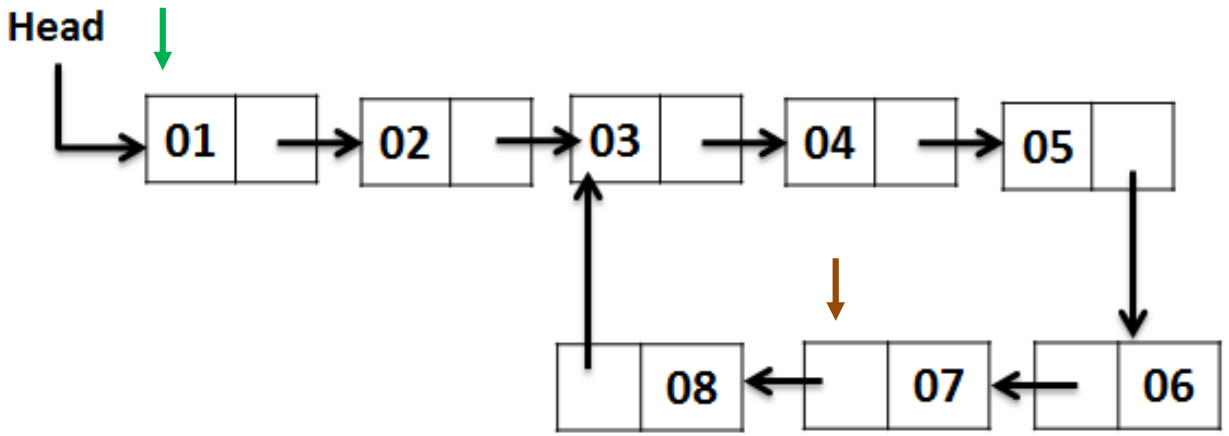
1) Comece com dois ponteiros apontando para o início da lista: ***T*** e ***L***
2) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em duas posições*
    3) *Se **T** e **L** forem iguais, quebre o laço*



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 2

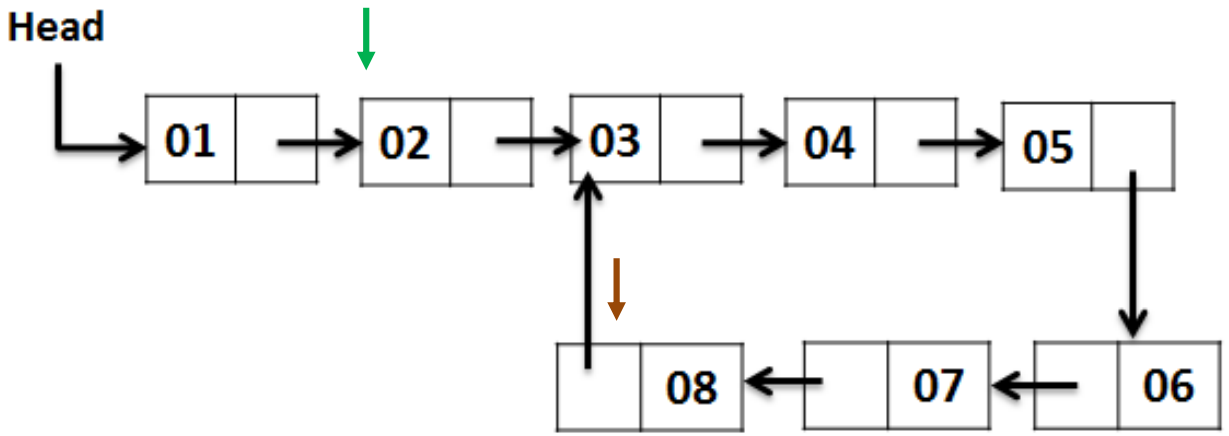
3) Volte ***T*** para o início da lista e mantenha ***L*** onde estava
4) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em uma posição*
    3) *Se **T** for igual a **L**, quebre o laço e guarde a posição*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 2

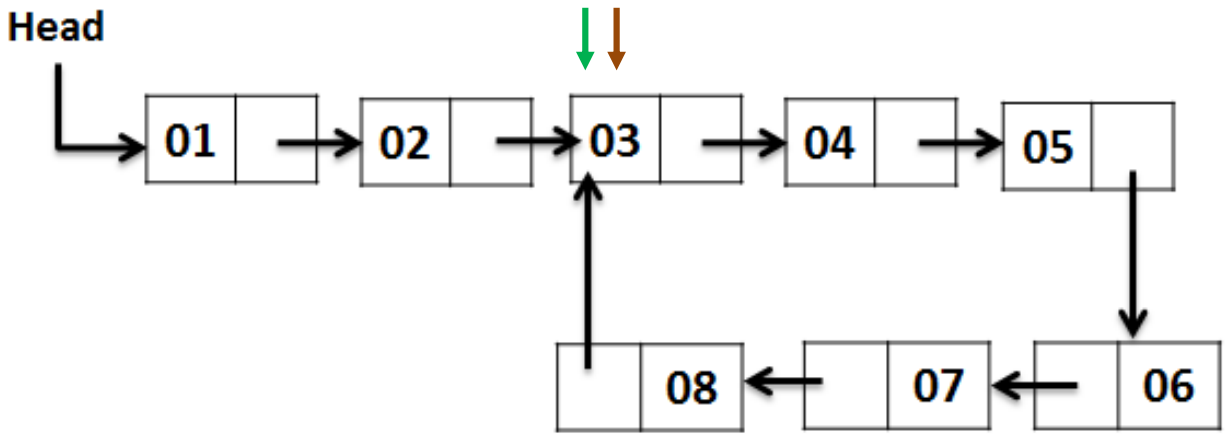
3) Volte ***T*** para o início da lista e mantenha ***L*** onde estava
4) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em uma posição*
    3) *Se **T** for igual a **L**, quebre o laço e guarde a posição*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 2

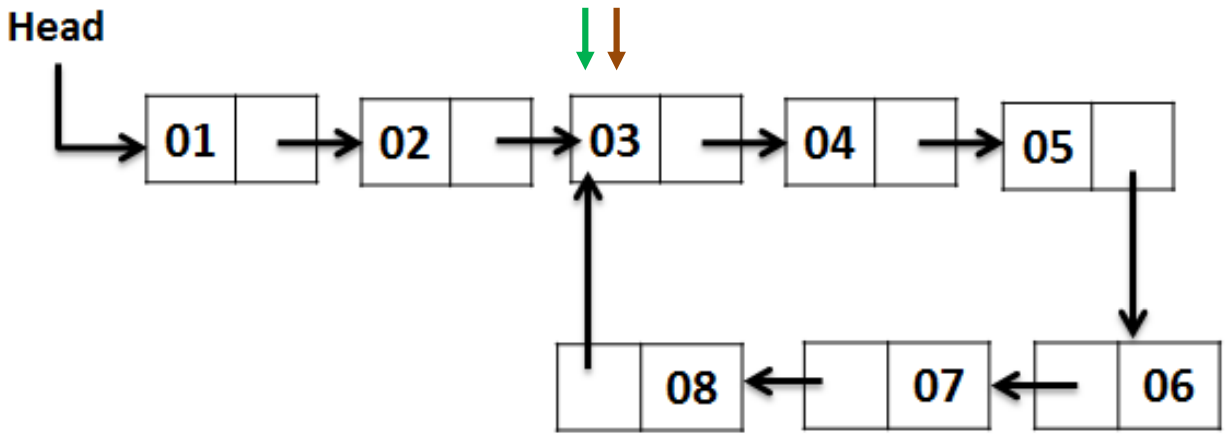
3) Volte ***T*** para o início da lista e mantenha ***L*** onde estava
4) Em um laço:
    1) *Incremente **T** em uma posição*
    2) *Incremente **L** em uma posição*
    3) *Se **T** for igual a **L**, quebre o laço e guarde a posição*



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 3

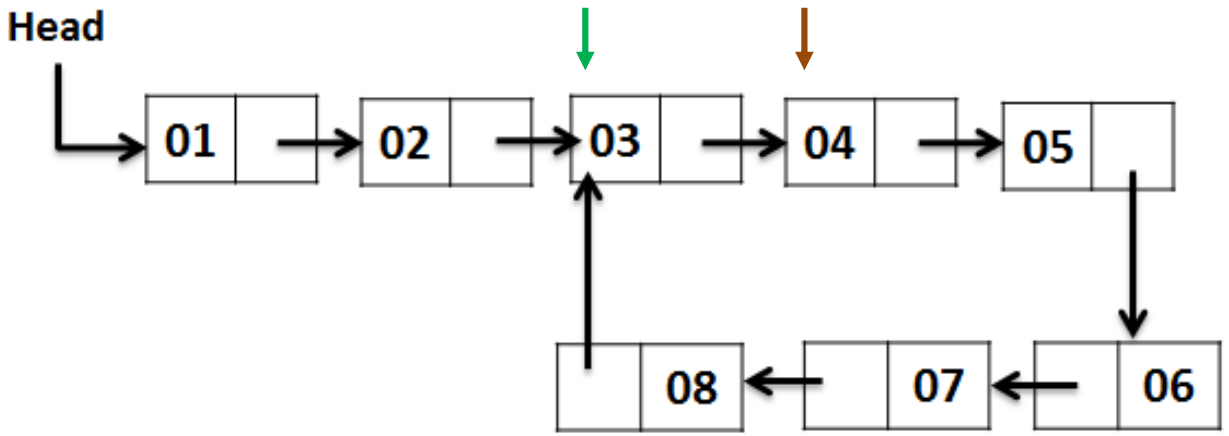
5) Inicialize um contador ***i*** com valor zero
6) Em um laço:
   1) *Incremente **L** em uma posição*
   2) *Incremente o valor de **i***
   3) *Se **L** for igual a **T**, guarde o valor de **i** e quebre o laço*



***i* = 0**

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 3

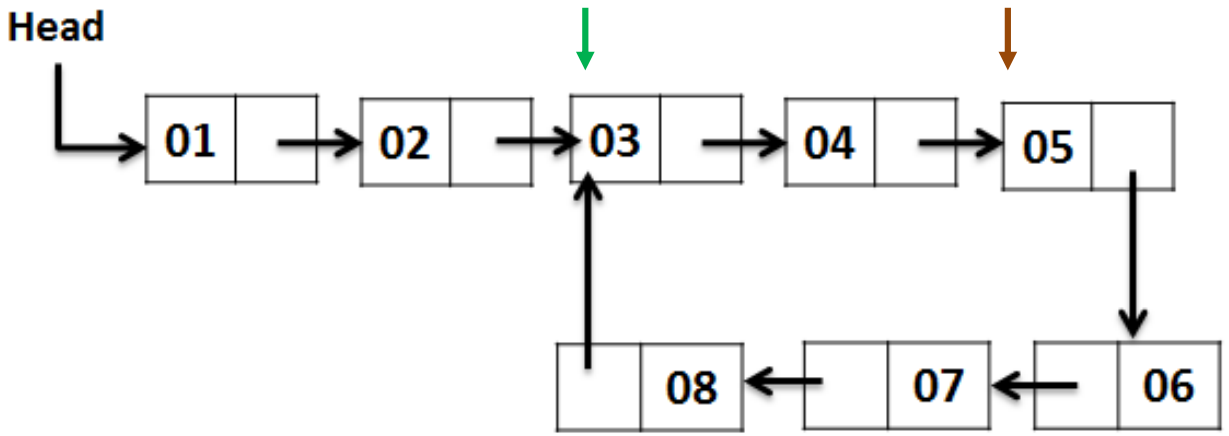
5) Inicialize um contador ***i*** com valor zero
6) Em um laço:
    1) *Incremente **L** em uma posição*
    2) *Incremente o valor de **i***
    3) *Se **L** for igual a **T**, guarde o valor de **i** e quebre o laço*



***i* = 1**

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 3

5) Inicialize um contador ***i*** com valor zero
6) Em um laço:
    1) *Incremente **L** em uma posição*
    2) *Incremente o valor de **i***
    3) *Se **L** for igual a **T**, guarde o valor de **i** e quebre o laço*

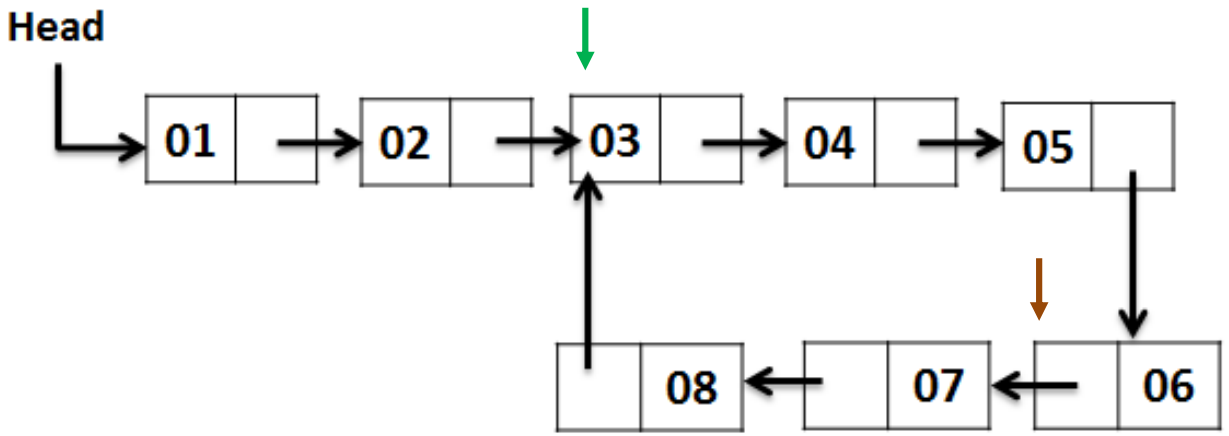


***i* = 2**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 3

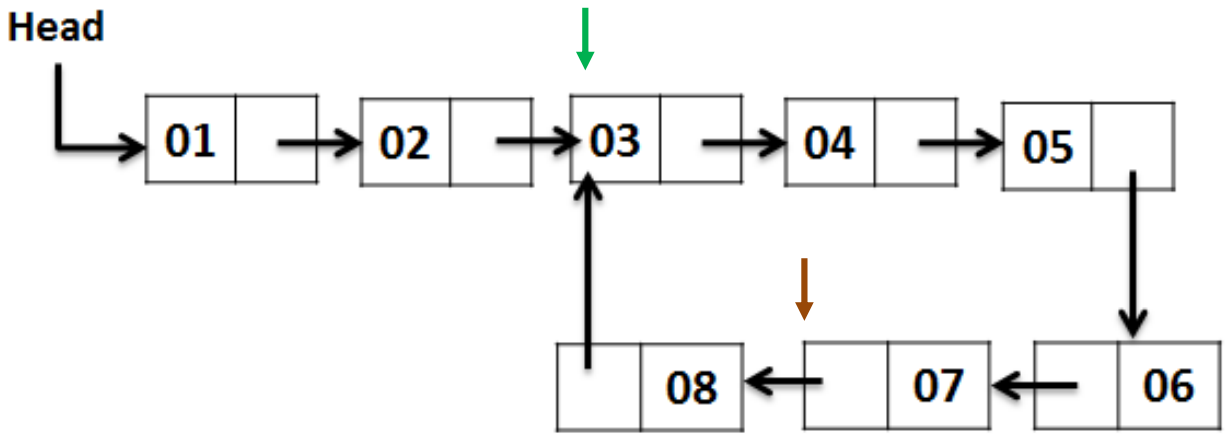
5) Inicialize um contador ***i*** com valor zero
6) Em um laço:
   1) *Incremente **L** em uma posição*
   2) *Incremente o valor de **i***
   3) *Se **L** for igual a **T**, guarde o valor de **i** e quebre o laço*



***i* = 3**

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 3

5) Inicialize um contador ***i*** com valor zero
6) Em um laço:
    1) *Incremente **L** em uma posição*
    2) *Incremente o valor de **i***
    3) *Se **L** for igual a **T**, guarde o valor de **i** e quebre o laço*

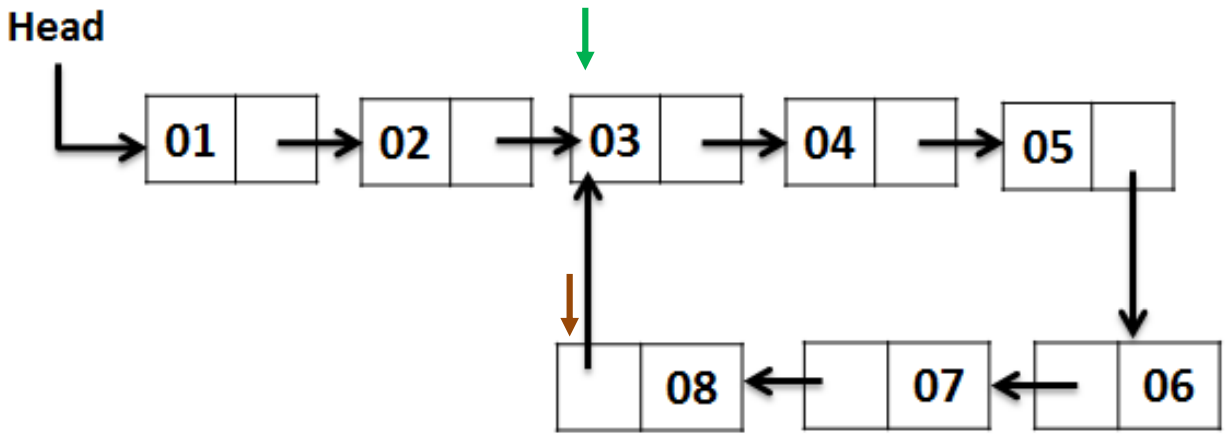


***i* = 4**

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 3

5) Inicialize um contador ***i*** com valor zero
6) Em um laço:
   1) *Incremente **L** em uma posição*
   2) *Incremente o valor de **i***
   3) *Se **L** for igual a **T**, guarde o valor de **i** e quebre o laço*

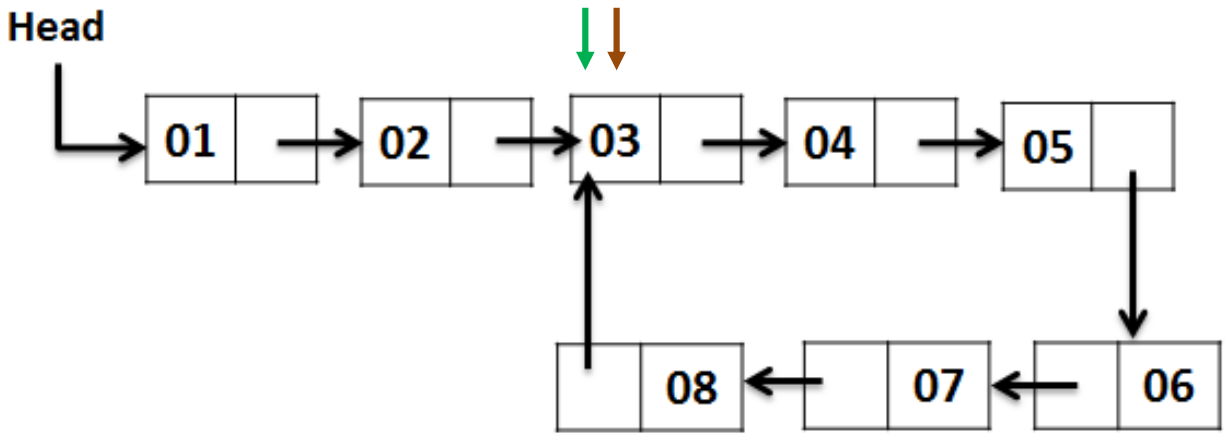


i **= 5**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Parte 3

5) Inicialize um contador ***i*** com valor zero
6) Em um laço:
   1) *Incremente **L** em uma posição*
   2) *Incremente o valor de **i***
   3) *Se **L** for igual a **T**, guarde o valor de **i** e quebre o laço*



i **= 6**

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

A Tartaruga e a Lebre (Algoritmo de Floyd) – Resumo

Parte 1:

- ***T*** e ***L*** sempre vão se encontrar dentro do ciclo

Parte 2:

- A posição que ***T*** e ***L*** se encontrarem, será o início do ciclo

Parte 3:

- O valor de ***i*** será o tamanho do ciclo

Observação: não veremos a prova da **Parte 2**

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Solução 3

Como os elementos do vetor são inteiros de ***1*** a ***n***, podemos pensar nesse vetor como uma *lista* encadeada! E nos elementos do vetor como *ponteiros*

0	1	2	3	4
1	3	4	2	2

0	1	2	3	4
3	1	3	4	2

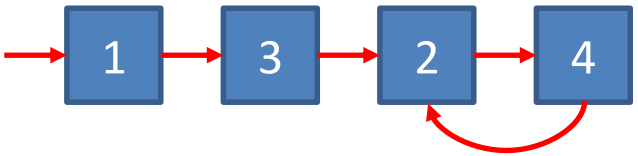
UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

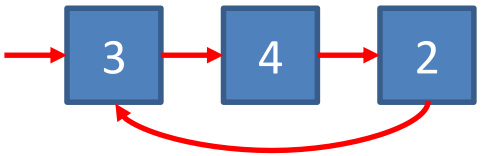
Solução 3

Como os elementos do vetor são inteiros de ***1*** a ***n***, podemos pensar nesse vetor como uma *lista* encadeada! E nos elementos do vetor como *ponteiros*

0	1	2	3	4
1	3	4	2	2

0	1	2	3	4
3	1	3	4	2





Veja que o ciclo inicia no elemento repetido!

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Caso geral

O problema de detecção de ciclos em uma lista encadeada é um caso específico de um problema mais geral

A página da Wikipedia sobre o assunto dá uma excelente introdução
https://en.wikipedia.org/wiki/Cycle_detection

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO ESPÍRITO SANTO

Problemas relacionados

Há vários problemas relacionados que podem ser resolvidos de forma similar (haverá exercícios)