Universidade Federal de Juiz de Fora
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional
Algoritmos e Estuturas de Dados
prof. Marcelo Lobosco

Lista de Exercícios

1- Vamos supor que estamos comparando implementações de ordenação por inserção e ordenação por intercalação na mesma máquina. Para entradas de tamanho n, a ordenação por inserção é executada em $8n^2$ etapas, enquanto a ordenação por intercalação é executada em $64n \lg n$ etapas. Para que valores de n a ordenação por inserção supera a ordenação por intercalação?

2 - Qual é o menor valor de n tal que um algoritmo cujo tempo de execução é $100n^2$ funciona mais rápido que um algoritmo cujo tempo de execução é 2^n na mesma máquina?

3 - Considere o problema de pesquisa:

Entrada: Uma sequência de n números $A = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ e um valor v.
Saída: Um índice i tal que $v = A[i]$ ou o valor especial NIL, se v não aparecer em A.

a) Escreva o pseudocódigo para pesquisa linear, que faça a varredura da sequência, procurando por v.
b) Usando um *loop invariante*, prove que seu algoritmo é correto. Certifique-se de que seu *loop* invariante satisfaz às três propriedades necessárias.
c) Quantos elementos da sequência de entrada precisam ser verificados em média, supondo-se que o elemento que está sendo procurado tenha a mesma probabilidade de ser qualquer elemento no arranjo? E no pior caso? Quais são os tempos de execução do caso médio e do pior caso da pesquisa linear em notação Θ? Justifique suas respostas.

4 - Considere a ordenação de n números armazenados no arranjo A, localizando primeiro o menor elemento de A e permutando esse elemento com o elemento contido em $A[1]$. Em seguida, encontre o segundo menor elemento de A e troque-o pelo elemento $A[2]$. Continue dessa maneira para os primeiros $(n - 1)$ elementos de A.

a) Escreva o pseudocódigo para esse algoritmo, conhecido como ordenação por seleção.
b) Que *loop* invariante esse algoritmo mantém?
c) Por que ele só precisa ser executado para os primeiros $n - 1$ elementos, e não para todos os n elementos?
d) Forneça os tempos de execução do melhor caso e do pior caso da ordenação por seleção em notação Θ.

5 – Observe que, se a sequência A do problema da pesquisa da questão 3 estiver ordenada, poderemos comparar o ponto médio da sequência com v e eliminar metade da sequência de ser considerada posteriormente na busca. A pesquisa binária é um algoritmo que repete esse procedimento, dividindo ao meio o tamanho da porção restante da seqeência a cada vez.

a) Escreva o pseudocódigo, sendo ele iterativo ou recursivo, para pesquisa binária.

b) Demonstre que o tempo de execução do pior caso da pesquisa binária é $\Theta(\lg n)$.

6 – Mostre que, para quaisquer constantes reais a e b, onde $b > 0$, $(n + a)^b = \Theta(n^b)$

7 – Pode-se dizer que $2^{n+1} = O(2^n)$? E pode-se dizer que $2^{2n} = O(2^n)$?

8 – Demonstre que a solução para a recorrência $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + cn$, onde c é uma constante, é $\Omega(n \lg n)$, apelando para uma árvore de recursão.

9- Forneça limites assintóticos para $T(n)$ em cada uma das recorrências a seguir. Suponha que $T(n)$ seja constante para n suficientemente pequeno. Torne seus limites tão restritos quanto possível e justifique suas respostas.

a) $T(n) = 2.T(n/2) + n$
b) $T(n) = T(2n/3) + T(n/3) + n$
c) $T(n) = 4.T(n/2) + n^2\sqrt{n}$