



Trabalho 1:

Detection of Skin Injury

Matéria: Introdução aos Métodos Discretos

Autores: Matheus Muniz Damasco e Raíla Andrade

Professores: Ruy Freitas Reis e Joventino de Oliveira Campos





Introdução

Os métodos térmicos de medição de temperatura na superfície da pele têm se destacado como uma alternativa mais atraente em comparação com outras formas de termometria não invasiva, como a ressonância magnética, micro-ondas e ultrassom. Essa preferência se deve principalmente por serem métodos mais econômicos e seguros.

Para aplicar esses métodos, precisamos resolver algumas equações complexas, conhecidas como equações bio-térmicas, que consideram as condições internas do corpo e as condições de contorno específicas. A equação de Pennes, proposta em 1948, é uma ferramenta para prever como o calor se comporta nos tecidos vivos.



Motivação

O estudo do comportamento da temperatura em tecidos biológicos é muito importante em áreas como a medicina e a engenharia biomédica, especialmente no contexto do diagnóstico e tratamento de condições como queimaduras, tumores e outras lesões cutâneas. Métodos para prever a distribuição de temperatura em tecidos vivos são úteis para aprimorar técnicas de diagnóstico não invasivo, permitindo intervenções mais rápidas e eficazes.

No nosso trabalho, vamos focar na aplicação do Método de Diferenças Finitas (FDM) para diagnósticos térmicos de tumores. Sabemos que a presença de um tumor pode alterar a forma como o sangue flui e como o calor é gerado no corpo. Isso faz com que a distribuição de temperatura na pele seja diferente do normal. Essa diferença pode ser valiosa para diagnósticos não invasivos dos tumores.



Desafio

Este trabalho se concentra na resolução da Equação de Pennes no estado estacionário, focando especificamente na detecção de lesões térmicas na pele, como tumores. O artigo base utilizado neste desafio pode ser acessado no link abaixo:

[An RBF-MFS Model for Analysing Thermal Behaviour of Skin Tissues](#)

- Objetivos:
 - Resolver a Equação de Pennes sem a derivada em relação ao tempo.
 - ~~Utilizando o Q_r conforme a seção Tumor hyperthermia.~~
 - Reproduzir a Fig. 8. Steady State Temperature Distributions of Healthy and Tumor Tissue



Formulação da Equação de Pennes no Estado Estacionário

- Equação de Pennes Originalmente:

$$\rho c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \nabla \cdot [k \nabla u(x,t)] + \omega_b \rho_b c_b [u_a - u(x,t)] + Q_m + Q_r(x,t)$$

- Equação de Pennes no Estado Estacionário (Sem a derivada Temporal e sem Qr):

$$0 = \nabla \cdot [k \nabla u(x)] + \omega_b \rho_b c_b [u_a - u(x)] + Q_m$$

- Na equação acima:
 - ρ , c e k representam, respectivamente, a densidade, o calor específico e a condutividade térmica do tecido.
 - ω_b , ρ_b e c_b referem-se à perfusão sanguínea, à densidade e ao calor específico do sangue.
 - u_a é a temperatura arterial, considerada constante, $u(x)$ é a temperatura do tecido no estado estacionário.
 - Q_m é a geração de calor metabólico e Q_r representa a fonte de calor decorrente do aquecimento espacial, considerado sem a variável temporal devido ao estado estacionário.
 - **Q_r não será considerado em nosso trabalho.**



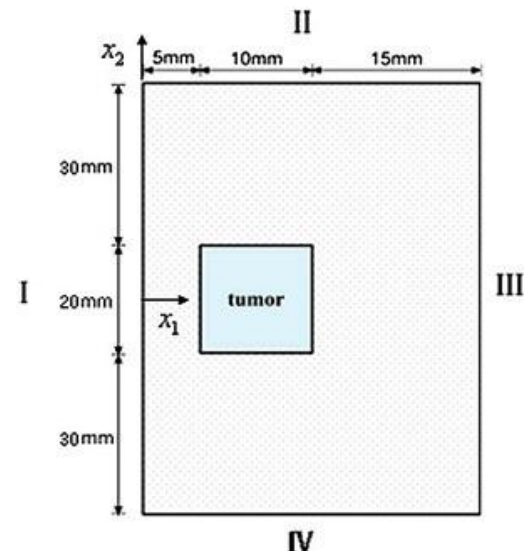
Discretização da Equação

- Forma Final da Equação Discretizada:

$$u_{i,j} = \frac{\left(\frac{k \cdot (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1})}{h^2} + (w_b \cdot p_b \cdot c_b \cdot u_a + Q_m) \right)}{4 \cdot \frac{k}{h^2} + w_b \cdot p_b \cdot c_b}$$

Variáveis e Condições de Contorno

- A malha do nosso modelo ficou com o comprimento ao longo do eixo x de 0.08 m e o comprimento ao longo do eixo y de 0.03 m.
- Para um tecido com tumor, podemos definir $L \subseteq \{|x_2| \leq 0.01 \text{ m}, 0.005 \text{ m} \leq x_1 \leq 0.015 \text{ m}\}$.
- k é a condutividade térmica do tecido, com valor de $0.5 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$.
- ω_b é a perfusão sanguínea, mencionada como $0.0005 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}^3$ para tecido saudável e $0.002 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}^3$ para tecido tumoral.
- $\rho = \rho_b$ é a densidade do sangue, onde usamos $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$.
- $c = c_b$ é o calor específico do sangue, sendo $4000 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})$.
- $u_a = u_c = u_0$ são referentes à temperatura arterial, temperatura do ambiente e temperatura inicial, respectivamente, e são consideradas constantes em 37°C .
- Q_m é referente à geração de calor metabólica, e os valores usados foram $420 \text{ W}/\text{m}^3$ para tecido saudável e $4200 \text{ W}/\text{m}^3$ para tecido tumoral.



- **Neumann:**

- $q(x_1, x_2; 0) = 0, \quad x_1, x_2 \in I, II, IV$

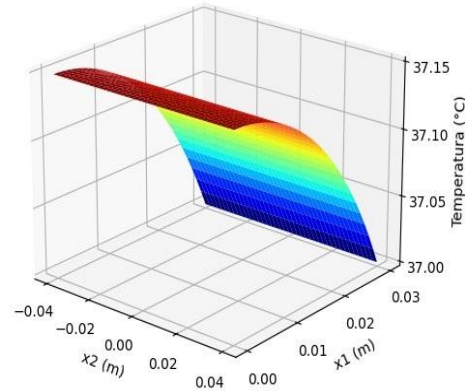
- **Dirichlet:**

- $u(x_1, x_2; 0) = 37^\circ\text{C}, \quad x_1, x_2 \in III$

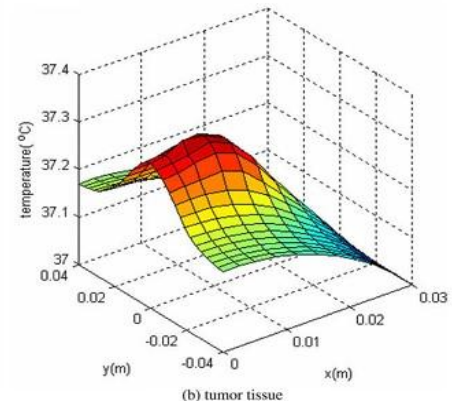
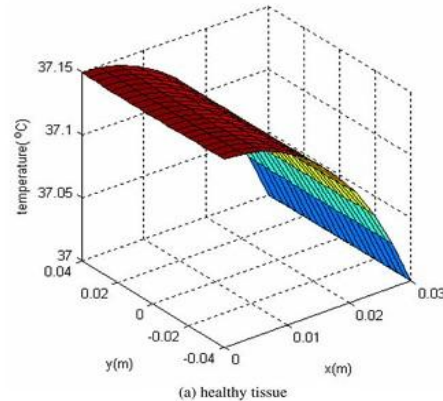
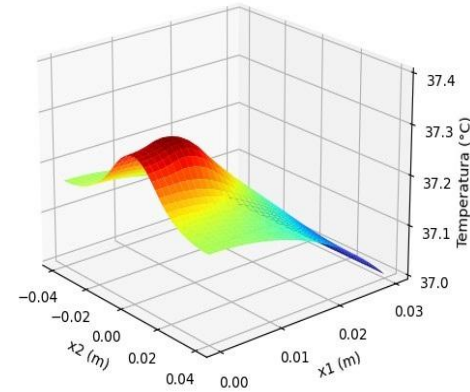
Comparações

Após fazermos uma análise comparativa entre os gráficos apresentados no nosso trabalho e os gráficos do artigo base podemos ver que conseguimos atingir os resultados propostos no nosso desafio, confirmando a eficácia da nossa implementação. Visualmente podemos observar que as distribuições das nossas temperaturas ao longo do gráfico estão seguindo conforme nosso artigo base.

(a) Tecido Saudável



(b) Tecido Tumoral





Conclusões

O nosso trabalho foca especificamente na aplicação do método de diferenças finitas (FDM) para diagnósticos térmicos em lesões como tumores. Embora o Método de Diferenças Finitas (FDM) ofereça simplicidade e eficiência em muitos contextos, sua principal limitação reside na dificuldade de lidar com geometrias complexas e arbitrárias. Isso ocorre devido aos desafios de interpolação entre os contornos e os pontos interiores, especialmente ao desenvolver expressões de diferenças finitas para os nós próximos às bordas do domínio.

O nosso método de diferenças finitas (FDM) que nós escolhemos, quando aplicado para resolver a equação de Pennes no estado estacionário permitiu uma simulação eficiente da distribuição de temperatura em tecidos biológicos, tanto em condições saudáveis quanto em condições de tecidos tumorais. Os resultados obtidos são consistentes com os apresentados no nosso artigo que usamos como base, demonstrando que o método de diferenças finitas (FDM) que escolhemos foi capaz de capturar com precisão os efeitos térmicos relevantes nos dois tipos diferentes de tecidos.



Referências

[An RBF-MFS Model for Analysing Thermal Behaviour of Skin Tissues](#)