UFJF / Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional
Algoritmos e Estruturas de Dados / Prof. Marcelo Lobosco

Prova 2
Escolher questões de modo que o somatório seja igual a 10 pts

1) O Morro do Corcovado recebe turistas para visitas ao Cristo Redentor. Existem várias formas de acesso ao Cristo, representadas esquematicamente pela Figura 1. Nesta figura, a entrada do Morro é representada pelo letra s; a letra t representa o Cristo Redentor; enquanto os outros números representam mirantes e outros pontos de interesse dos turistas.

(2pts) a) Na alta estação, o IBAMA, que administra os meios de transporte do Morro, enfrenta um problema: o grande número de visitantes que gostaria de visitar o Cristo Redentor. Contudo, o grande número de visitantes pode perturbar a fauna da região. Por esse motivo, foi imposto um limite no número de viagens que as vans podem fazer em cada uma das estradas por dia. Os limites são apresentados nos números associados às arestas da Figura 1. Portanto, durante a alta temporada, vários caminhos diferentes podem ser seguidos, independentemente da distância da viagem, mas desde que respeitem os limites de viagens apresentados na Figura 1. Qual é o número máximo de viagens por dia que podem ser feitas desde a entrada do parque até o Cristo Redentor, sem violar os limites impostos em cada umas das estradas individuais?

(2pts) b) Na baixa estação, um pequeno número de vans é usado para transportar os turistas a partir da entrada do parque (s) para o Cristo(t). Para poupar recursos, o IBAMA adota a rota com caminho mínimo entre s e t. Considerando que a Figura 2 apresenta a distância entre os pontos turísticos, qual é a rota utilizada?

(2pts) c) Câmaras de vigilância devem ser instaladas para aumentar a segurança em todos os pontos turísticos de interesse no Corcovado. Como a instalação é cara e potencialmente prejudicial para o meio ambiente, as linhas de transmissão das imagens das câmaras serão instaladas apenas nas estradas necessárias para estabelecer a comunicação entre todos os pontos turísticos. Onde as linhas devem ser instaladas, de modo a minimizar o número total de quilômetros de linhas de transmissão utilizados?

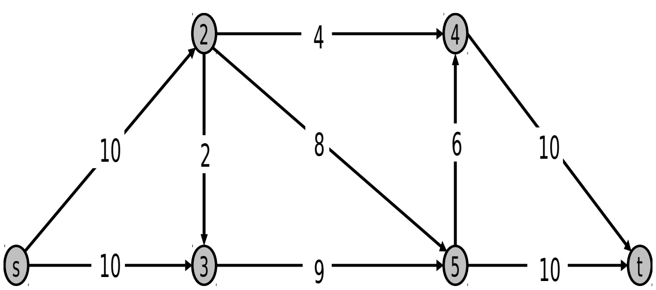


Figura 1

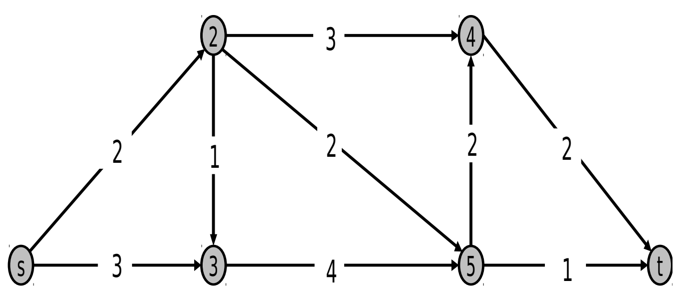


Figura 2

(2 pts) 2) Suponha que em seu trabalho de pós-graduação você se depare com um problema de otimização que seja classificado como NP-Completo.

a) Qual seria a melhor estratégia a ser adotada em termos de implementação?

b) Suponha que algum pesquisador conseguiu provar que P=NP. Quais seriam as implicações para a sua implementação?

(2 pts) 3 – Considere o problema de pesquisa:

Entrada: Uma sequência de n números A = ($a_1$, $a_2$, ... , $a_n$) e um valor v
Saída: Um índice i tal que v = A[i] ou o valor especial NIL, se v não estiver presente em A.

a) Escreva um pseudocódigo para pesquisa linear, que faça a varredura da sequência, procurando por v.
b) Usando um *loop* invariante, prove que seu algoritmo é correto.
c) Calcule a complexidade computacional de seu algoritmo.

(2 pts) 4) Forneça limites assintóticos para T(n) em cada uma das recorrências a seguir. Suponha que T(n) seja constante para n suficientemente pequeno. Torne seus limites tão restritos quanto possível e justifique suas respostas.

a) $T(n) = 9.T(n/3) + n$
b) $T(n) = T(2n/3) + 1$
c) $T(n) = T(n-1) + 1$

(2pts) 5) Demonstre a inserção das chaves 5, 28, 19, 15, 20, 33, 12, 17 e 10 em uma tabela de espalhamento com colisões resolvidas por encadeamento. Suponha que a tabela tenha 7 posições, e que a função de espelhamento seja h(k) = k mod 7, onde mod é o operador de resto da divisão.

**Algoritmo de Kruskal**

```
Seja T = { conjunto de arestas na solução parcial}
Ordenar arestar em ordem crescente de pesos
Enquanto |T| < n-1 e |A| ≠ ∅ faça
  Inicio
        Tomar aresta e de menor peso em A
        Se T ∪ {e} não formar ciclos então
              T = T ∪ {e}, A = A – {e}
  Fim
Se |T| < n-1 então “G é desconexo”
```

***Coloração Aproximada***

Iniciação do algoritmo: ordenar os nós de G numa ordem não crescente em relação ao seu grau

```
C1 = C2 = ... = Cn = ∅
Colorir v1 com a cor 1; incluir vi em C1
Para j = 2, ..., n efetuar
      r = min {i | A(vj) ∩ Ci = ∅}
      Colorir vj com a cor r; incluir vj em Cr
```

**Algoritmo de Dijkstra**

*Iniciação*

```
  Para todo i ≠ s faça
        dist (i) = ∞
        final (i) = false
        pred (i) = -1
        Dist (s) = 0
        Final (s) = true
        Recente = s
Iterações
  Enquanto final (t) = false faça
        Para todo nó i adjacente ao nó recente com final(i) false faça
              NewLabel = dist (Recente) + Precente, i
              Se NewLabel < dist (i)
                    dist (i) = NewLabel
                    pred(i) = recente
        Seja y o vértice com menor rótulo temporário, tal que dist (y) ≠ ∞
              final(y) = true
              recente = y
```

**Algoritmo de Ford-Fulkerson**

*Iniciação*

```
        pred (j) ← ∅ ∀ j ∈ N
        L = {s}
```

*Iterações*

```
  Enquanto L ≠ ∅ e t não estiver rotulado faça
        Selecionar um nó i ∈ L
        Examinar (i)
        Remover nó i de L
  Se t estiver rotulado então use os pred(j) para recuperar o caminho P' de s até t
  Senão não existe caminho entre s e t em G'
```

*Examinar (i)*

```
        Para todo j não rotulado: xij < uij, faça
              Pred (j) = +i
              rotular j = Δj, Δj = min { Δi ,  uij - xij }
              incluir j em L
        Para todo j não rotulado: xij > 0, faça
              Pred (j) = -i
              rotular j = Δj , Δj = min { Δi ,  xij }
              incluir j em L
```

**Teorema Mestre**

Dadas as constantes a >= 1 e b >= 1 e uma recorrência da forma $T(n)=a\,T(n/b) + n^k$, então:
Caso 1: se $a > b^k$ então $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$
Caso 2: se $a = b^k$ então $T(n) = \Theta(n^k \log n)$
Caso 3: se $a < b^k$ então $T(n) = \Theta(n^k)$