

## Correction des exercices sur les probabilités

1. La proportion de femmes est :  
 b. 50 % des personnes (125 sur 250).  
 2. La proportion de malades est :  
 a. 10 % des personnes (25 sur 250).  
 3. Parmi les malades, la proportion de femmes est :  
 c. 60 % des personnes malades (15 sur 25).  
 4. Parmi les hommes, la proportion de non malades est :  
 c. 92 % des hommes (115 sur 125)

2 1.

	Conforme	Non conforme	Total
Pièce de type A	441	9	450
Pièce de type B	1029	21	1050
Total	1470	30	1500

2. a. Pièces de type A parmi les pièces conformes  
 441 sur 1470 soit 30 % des pièces conformes.  
 b. Pièces de type B parmi les pièces non conformes  
 21 sur 30 soit 70 % des pièces non conformes.

3 1.

	O	A	B	AB	Total
Rhésus +	36	38	8	3	85
Rhésus -	6	7	1	1	15
Total	42	45	9	4	100

2. 85 % des personnes sont porteuses du rhésus positif et 45 % des personnes sont du groupe A.  
 3. Proportion de personnes porteuses du rhésus positif parmi les personnes de groupe O : 36 sur 42 soit environ 86 % des personnes de groupe O.  
 Proportion de personnes porteuses du rhésus positif parmi les personnes de groupe B : 8 sur 9 soit environ 89 % des personnes de groupe B.  
 4. 0,25 : un sur 4 soit 25 % des personnes de groupe AB ont un rhésus négatif.

- 4 1. 15 % des 1 000 fichiers donc 150 fichiers infectés.  
 2. 98 % des 150 fichiers infectés donc 147 fichiers infectés mis en quarantaine.  
 3. 4 % des 850 fichiers non infectés donc 34 fichiers non infectés mis en quarantaine.

	Infecté	Non infecté	Total
Quarantaine	147	34	181
Non quarantaine	3	816	819
Total	150	850	1 000

- 7 1. La prévalence du virus est 8 sur 300 soit environ 2,7 %.  
 2. Les « faux positifs » : personnes qui ne sont pas infectées et leur test est positif ;  
 Les « faux négatifs » : personnes qui sont infectées et leur test est négatif.  
 On peut représenter la situation à l'aide d'un tableau :

	Testé positif	Testé négatif	Total
Malade	7	1	8
Pas malade	3	289	292
Total	10	290	300

Le nombre de « faux positifs » vaut : 3. Le nombre de « faux négatifs » vaut : 1.

3. 7 sur 8 soit 87,5 % des personnes infectées. La sensibilité vaut ainsi environ 0,875.  
 289 sur 292 soit environ 99,31 % des personnes non infectées. La spécificité vaut ainsi environ 0,9897.

4) Question importante rajoutée : une personne passe le test et, est positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit infectée ? Réponse :  $\frac{7}{10} = 0,7$

6 Voici le tableau représentant la situation décrite dans l'énoncé :

	Machine A	Machine B	Total
Un défaut	1 % de 14 000 : 140	0,5 % de 20 000 : 100	240
Aucun défaut	13 860	19 900	33 760
Total	14 000	20 000	34 000

140 sur 240 soit environ 58 % des pièces présentant un défaut sont issues de la machine A.  
 100 sur 240 soit environ 42 % des pièces présentant un défaut sont issues de la machine B.  
 En associant les fréquences aux probabilités, les réponses en découlent.

Exercice 8. On construit un tableau à double entrée dans lequel, on place dans le total du total, disons 100 000 (afin d'obtenir que des nombres entiers dans le tableau).

	Testé positif	Testé négatif	Total
Malade	90	10	100
Pas malade	2997	96 903	99 900
Total	3087	96 913	100 000

La probabilité demandée est  $\frac{90}{3087} \approx 0,029$  soit environ 2,9 % de chances d'être malade si on a été testé positif.

Exercice 9. Pour éviter de faire plusieurs tableaux dans les cas où la probabilité d'être malade est 0,1%, 1%, 5%, 10% puis 30%, traitons le cas général en notant  $p$  la probabilité d'être malade. On obtient :

	Testé positif	Testé négatif	Total
Malade	$297p$	$3p$	$300p$
Pas malade	$6(1-p)$	$294(1-p)$	$300(1-p)$
Total	$6 + 291p$	$294 - 291p$	300

Sachant que le test est positif, la probabilité d'être malade est :

$$P_{T+}(M) = \frac{297p}{6 + 291p}$$

Sachant que le test est négatif, la probabilité d'être malade est :

$$P_{T-}(M) = \frac{3p}{294 - 291p}$$

Il ne reste plus qu'à remplacer  $p$  par respectivement : 0,1%, 1%, 5%, 10% puis 30% ce qui donne :

$P(M)$	$P_{T+}(M)$	$P_{T-}(M)$
0,1 %	$\approx 4,7\%$	$\approx 0,001\%$
1 %	$\approx 33\%$	$\approx 0,01\%$
5 %	$\approx 72\%$	$\approx 0,05\%$
10 %	$\approx 85\%$	$\approx 0,1\%$
30 %	$\approx 95\%$	$\approx 0,4\%$