

Correction des exercices sur les intervalles de confiance

Rappel. On rappelle la formule donnant l'intervalle de confiance au seuil de 95 % :

$$I = \left[f - 1,96 \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1,96 \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]$$

Ex 2. Calcul d'intervalles de confiance

Ici $f = 0,4$ donc $1 - f = 0,6$ et $n = 250$ donc $1,96 \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,4 \times 0,6}{250}} \approx 0,06$.

L'intervalle de confiance est $I \approx [0,4 - 0,06; 0,4 + 0,06] = [0,34; 0,46] = [34\%; 46\%]$

Ex 3. Comparaison d'intervalles

Plus l'échantillon est grand, plus n est grand, donc plus $\frac{1}{\sqrt{n}}$ est petit. Ainsi, l'intervalle est réduit, ce qui rend l'approximation plus précise. Conclusion : l'estimation de la proportion est plus précise pour un échantillon de 1000 individus qu'un échantillon de 100 individus.

Ex 4. Des maths en musique

Ici $f = 11\% = 0,11$ donc $1 - f = 0,89$ et $n = 1600$ donc $1,96 \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,11 \times 0,89}{1600}} \approx 0,015$.

L'intervalle de confiance est $I \approx [0,11 - 0,015; 0,11 + 0,015] = [0,095; 0,125] = [9,5\%; 12,5\%]$

Ex 5. Des vacances écourtées

Ici $f = 55\% = 0,55$ donc $1 - f = 0,45$.

a) Si $n = 1030$ alors $1,96 \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,55 \times 0,45}{1030}} \approx 0,03$.

L'intervalle de confiance est $I \approx [0,55 - 0,03; 0,55 + 0,03] = [0,52; 0,58] = [52\%; 58\%]$ donc entièrement au-delà de 50%. On peut alors affirmer que plus de la moitié des personnes partent en vacances au moins deux semaines.

b) Si $n = 590$ alors $1,96 \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,55 \times 0,45}{590}} \approx 0,04$.

L'intervalle de confiance est $I \approx [0,55 - 0,04; 0,55 + 0,04] = [0,51; 0,59] = [51\%; 59\%]$ donc là aussi entièrement au-delà de 50%. On peut de nouveau affirmer que plus de la moitié des personnes partent en vacances au moins deux semaines.

c) **Question supplémentaire que j'avais rajouté avec $n = 300$ personnes.**

Si $n = 300$ alors $1,96 \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,55 \times 0,45}{300}} \approx 0,056$.

L'intervalle de confiance est $I \approx [0,55 - 0,056; 0,55 + 0,056] = [0,494; 0,606] = [49,4\%; 60,6\%]$ donc cette fois, il se peut que la proportion soit inférieure à 50% donc on ne peut pas affirmer que plus de la moitié des personnes partent en vacances au moins deux semaines.