Source : None

DM 4 : Exponentielle dans R et C

Lycée Pré de Cordy - C.Vassilian 2019-2020

A faire pour le mardi 07 janvier 2020 par groupe de 4 personnes

1 Définition de l'Exponentielle Réelle - Rappel de Cours

- il ***existe*** 1 ***unique*** fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ solution de : $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f' = f \end{cases}$
- c'est la fonction exponentielle et notée $\boxed{x \mapsto e^x}$

2 Une construction approchée de e^x

1. Vidéo de la Méthode d'Euler :
   (a) on construit exp point par point, comme pour le principe de récurrence
   (b) le premier point est $(0;1)$
   (c) on choisit une petite valeur h et on approxime $f(0+h)$ grâce à sa tangente en 0
   (d) en avançant de h en h, on construit l'ordonnée (approximative) associée à x grâce à l'abscisse $x-h$ et son ordonnée approximative
2. Compléter et justifier chaque ligne, sachant que f est donc la fonction exponentielle :
   (a) on découpe [0;x] en n parties et on pose $h = \dfrac{x}{n}$
   (b) $f(x) \approx f'(x-h)(x-(x-h)) + f(x-h)$ car
   (c) $f(x) \approx f(x-h)(x-(x-h)) + f(x-h)$ car
   (d) $f(x) \approx f(x-h)(......................)$
   (e) $f(x) \approx (.......)^{\cdots}$
   (f) $f(x) \approx (1 + \dfrac{\cdots}{\cdots})^{\cdots}$ ce qui permet de trouver 1 approx de f en tout point
3. Faire quelques essais :
   (a) l'animation GeoGebra contiendra un curseur n (variant de 1 à 100), un intervalle sur [0;5], la vraie fonction et la construction
   (b) imprimer les réalisations $0 < x < 1$ et $n = 1$ puis 10 puis 100
   (c) imprimer les réalisations $0 < x < 5$ et $n = 50$ puis 100
   (d) on pourra aussi construire un tableau de valeurs sous Python ou Excel avec calcul des écarts puis représentation graphique
   (e) que constate-t-on si n devient très grand ?

3 Une des plus belle équation mathématique !

1. Regardez cette vidéo

2. Réalisons une construction sous Geogebra pour comprendre :

   (a) construire le cercle trigonométrique, les axes xx et yy, ainsi que la droite de la tangente

   (b) placer le point A d'affixe $z_A = 1 + i\frac{\pi}{n}$

   (c) placer le point B d'affixe $z_B = \cos\frac{\pi}{n} + i\sin\frac{\pi}{n}$

   (d) justifier que $z_A \approx z_B$ si n est grand

   (e) en déduire que $z_A^n \approx z_B^n$ si n est grand

   (f) en déduire que $z_A^n \approx -1$ si n est grand (soyez précis)

   (g) construire les 2 suites de points et imprimer 3 simulations (n = 5, 10 et 20)

   (h) est-ce que ça marche ?