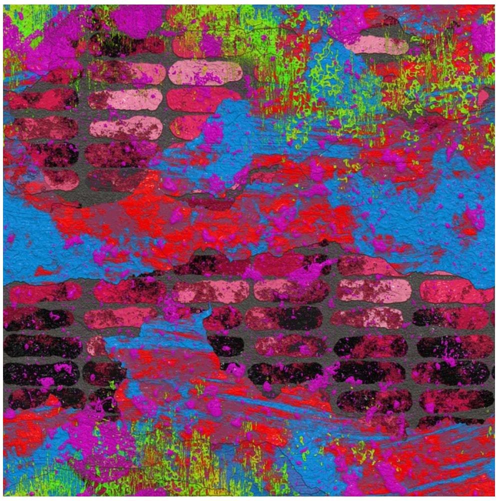
petit challenge entre amis



more on Numberphile

look and say

remarque :

- j'avais prévu de parler de plusieurs suites mais un peu long
- je me suis donc concentré sur la suite look and say
- si vous aimez les suites de nombres, regardez cette petite merveille ...

suite 1 : look and say

dis-moi ce que tu vois ...

1	1	1	1
	1 1	1 1	1 1
		2 1	2 1
			1 2 1 1

- avez-vous trouver la prochaine ligne ? conway ne l'as pas trouvé mais un de mes élèves en stmg l'a fait (bon il connaissait la combine ...)
- une ligne de plus :

  1
  1 1
  2 1
  1 2 1 1
  1 1 1 2 2 1
- je vous laisse réfléchir, la solution est sur la page suivante ...

analyse de la suite : look and say

définition du look-and-say

- solution de la construction
  - ici par vidéo ou dans le texte supra
  - on démarre avec le chiffre 1
  - je vois un 1 $\Longrightarrow$ j'écris 1 1
  - je vois deux 1 $\Longrightarrow$ j'écris 2 1
  - je vois un 2 et un 1 $\Longrightarrow$ j'écris 1 2 1 1
  - ...
- formalisation de la suite
  - depuis conway s'est bien rattrapé, et a analysé cette suite (C_n) en profondeur
  - $C_0 = 1$: le premier terme de la suite
  - L_n : le nombre de chiffre qui constitue C_n (1, 2, 2, 4, 6, ...)
- quelques résultats sont étonnants et très accessibles

propriété ponctuelle

- résultat 1 : chaque C_n est constitué des seuls chiffres : 1, 2 et 3
- résultat 2 : chaque C_n est constitué de 92 briques élémentaires (fabriquées donc de 1,2 ou 3) dont voici la liste de ces éléments)
- résultat 3 : tous les termes de la suite possèdent un nombre pair de chiffres, sauf le terme initial
- résultat 4 : à partir du quatrième terme, les termes de rang pair se terminent par 211 et les termes de rang impair par 221
- résultat 5 : à partir du 8ème terme, les termes commencent cycliquement par "1113", "3113" et "1321"
- résultat 6 : $\forall\, n \geq 0$, (C_n) strict.$\nearrow$ et $\forall\, n \geq 5$, (L_n) strict.$\nearrow$
- résultat 7 : en moyenne, les termes de la suite possèdent :
  50 % de chiffres 1
  31 % de chiffres 2
  19 % de chiffres 3
- preuve : (sauf 6 et 7) observation / récurrence simple : voir wiki fr ; 7 ne semble pas encore être prouvé

propriété générale

- résultat 1 : la suite tend vers l'infini ; sauf pour une, laquelle ?
- résultat 2 : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{L_{n+1}}{L_n} = \lambda \sim 1.303577269034...$ est appelée la constante de conway
- résultat 3 : λ est solution d'un polynôme de degré 71
- résultat 4 : λ est la seule racine réelle positive du polynôme (2 autres négatives et 68 complexes)
- résultat 5 : étonnamment, $\forall\, C_0 \in [\,0\,..\,9\,]\backslash\{2\}$, λ reste la limite généralisée de $\dfrac{L_{n+1}}{L_n}$
- vous trouverez ces idées sur wiki uk et sur wolfram
- enfin, lorsqu'un génie rencontre une médaille de fiels, cela peut donner des choses étonnantes

let's investigate with python

génération la suite

- on analyse ici la rapidité de différentes méthodes pour générer la suite
- ces recherches étant personnelles, elles ne sont très certainement pas optimales
- notebook jupyter 1

propriété ponctuelle

- notebook jupyter 2

propriété générale

- notebook jupyter 3

tentative de recherche autour de la propriété non prouvée 7

- notebook jupyter 4