Nom (en lettres majuscules) : ....
Prénom (en lettres majuscules) : ....
Numéro de la Seconde : ....

Lycée Jean Monnet

mardi 23 avril 2024

Contrôle commun de Mathématiques

Durée: 2 heures

Matériels autorisés : calculatrice, copie blanche, brouillon, stylos, instruments de géométrie.
Téléphones éteints et trousses doivent être dans vos sacs. Vos sacs doivent être rangés sous le tableau.

La qualité de la rédaction et le soin seront pris en compte dans l'évaluation de votre copie.
Le sujet comporte 5 exercices. Vous pouvez les traiter dans l'ordre de votre choix. Indiquer très clairement sur votre copie le numéro de l'exercice traité.
Le sujet est noté sur 50.

Avant de commencer à composer, écrivez votre nom, prénom, classe en haut à gauche de cette page.

Exercice 1: Calculs - Ensembles de nombres - 10 points
Exercice 2: Calcul littéral - 10 points
Exercice 3: Fonctions - 10 points
Exercice 4: Probabilités - 10 points
Exercice 5: Géométrie - 10 points

Exercice 1 (10 points).

I- Les questions suivantes sont indépendantes et ne nécessitent aucune justification.

1. Compléter par $\in$ (appartient) ou $\notin$ (n'appartient pas):

$$-3 \cdots \mathbb{N} \qquad 0{,}5 \cdots \mathbb{D} \qquad \frac{1}{3} \cdots \mathbb{Q} \qquad \sqrt{2} \cdots \mathbb{Q}$$

2. Pour chacun des nombres suivants, indiquer le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$) et préciser sa nature (entier naturel, entier relatif, nombre décimal, nombre rationnel ou nombre réel) :

Nombre	-2	π	$\sqrt{36}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$
Plus petit ensemble auquel il appartient					
Nature					

II- Les questions suivantes sont indépendantes et **nécessitent une justification**.

1. Exprimer chacun des nombres suivants sous la forme a^n où a est un nombre réel et n un entier relatif:

$$A = \frac{1}{3^5} \qquad B = 7^3 \times (7^2)^6 \qquad C = \frac{4^5 \times 4^{10}}{(4^4)^2}$$

2. Démontrer que $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ puis que $\sqrt{20} + \sqrt{5} = \sqrt{45}$.

3. Résoudre les équations suivantes.

   a) $5x - 7 = 1 + 2x$ b) $3(x-1) = 15 + 2(6x-2)$

4. Résoudre les équations suivantes.

   a) $(3x+2)(1-2x) = 0$ b) $x^2 = 5$ c) $2x^2 = -1$

5. Résoudre les inéquations suivantes.

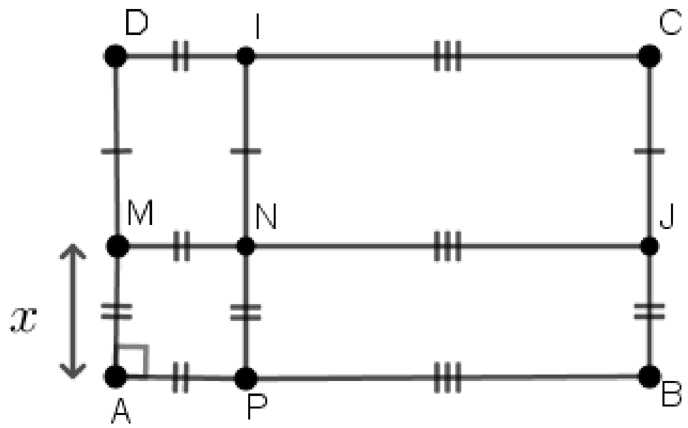
   a) $5x - 7 < 1 + 2x$ b) $2x + 4 \geqslant 6x - 3$

Exercice 2 (10 points).

I- Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, il n'y a qu'une seule bonne réponse.
Entourer la réponse choisie parmi les trois proposées.
Une erreur ou une absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève de point.
Aucune justification n'est demandée ici.

	L'expression factorisée de ...	**A**	**B**	**C**
1.	$10x^2-4x$ est	$(5x-2)(5x+2)$	$(5x-2)^2$	$2x(5x-2)$
2.	$x^2+14x+49$ est	$(x+7)^2$	$(x+7)(x-7)$	$(x+14)^2$
3.	x^2-16 est	$(x+8)(x-8)$	$(x-4)(x+4)$	$(x-4)^2$
4.	$4x^2-20x+25$ est	$(2x+5)(2x-5)$	$(2x-5)^2$	$2(x-5)^2$
5.	$81-16x^2$ est	$(9-4x)^2$	$(3-2x)^2$	$(9+4x)(9-4x)$

II- ABCD est un rectangle tel que AB=5 et AD=3.
M est un point du segment [AD]. On place les points P sur [AB] et N tels que AMNP soit un carré.
Le point I est l'intersection des droites (PN) et (CD) et J celle de (BC) et (MN).
On pose $x = AM$.

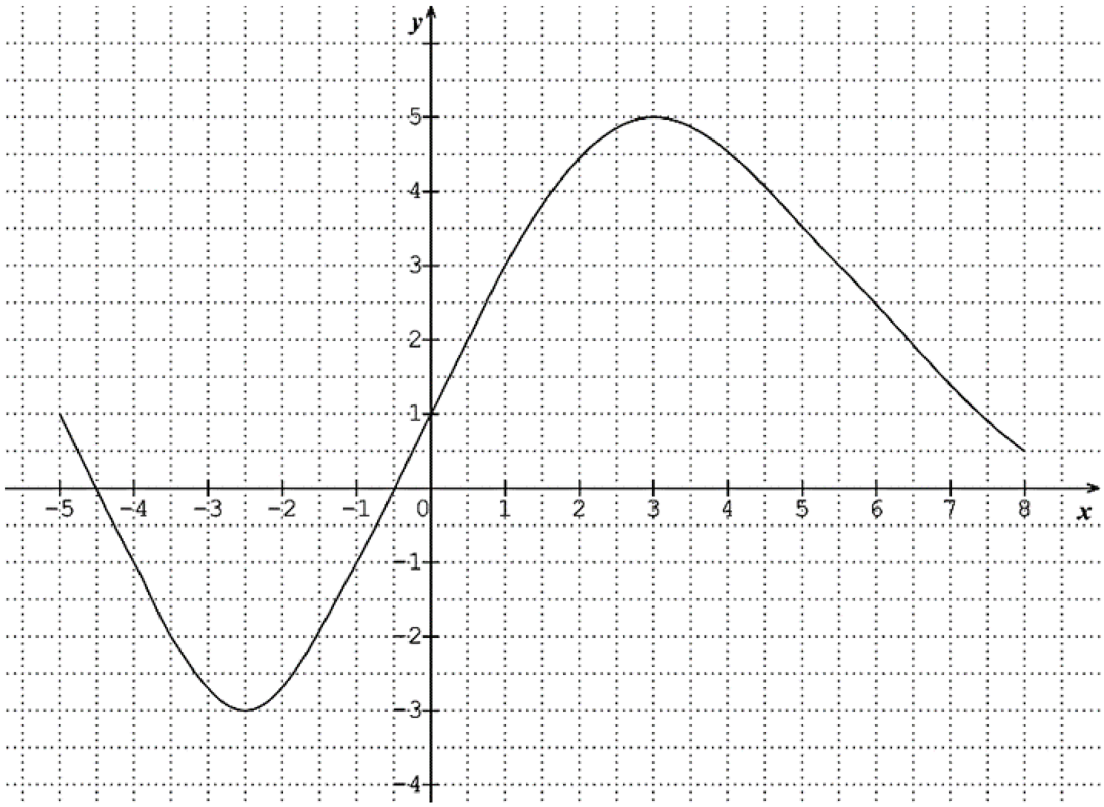


1. Sur quel intervalle varie x ? Expliquer en quelques mots.
2. Montrer que l'aire du rectangle CJNI est égale à $x^2-8x+15$.
3. À quelle distance du point A faut-il placer M pour que l'aire du carré AMNP soit égale à celle du rectangle CJNI ?
4. Démontrer que pour tout réel x, $\quad x^2-8x+15=(x-4)^2-1$.
5. En résolvant une équation, en déduire les valeurs de x pour lesquelles l'aire du rectangle CJNI est égale à 8.

Exercice 3 (10 points).
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. **1.** La fonction f, représentée ci-dessous, est définie sur $[-5;8]$ Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique. (Aucune justification n'est demandée)

   a) Donner l'image de 6.
   b) Donner le ou les antécédents de -1.
   c) Déterminer $f(2)$.
   d) Résoudre l'équation $f(x) = -2$.
   e) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 3$.
   f) Dresser le tableau de variation de la fonction f.



2. On a représenté ci-dessous le tableau de variation d'une fonction g.

x	-7		-3		2		6
$g(x)$	-4	↗	5	↘	1	↗	3

Comparer si cela est possible les nombres suivants. (Justifier lorsque la comparaison est possible)

a) $g(-5)$ et $g(-4)$.
b) $g(1)$ et $g(5)$.
c) $g(-3)$ et $g(4)$.

Exercice 4 (10 points).
Un laboratoire réalise une expérience sur 100 rats, les uns dressés, les autres sauvages. Dans cette expérience, chaque rat peut soit ouvrir une trappe, soit allumer une lumière, soit attraper du fromage.

- 40 % des rats sont sauvages ;
- 35 % des rats peuvent allumer la lumière ;
- 60 % des rats dressés attrapent le fromage ;
- 10 % des rats sauvages peuvent ouvrir une trappe ;
- le nombre de rats sauvages capables d'allumer une lumière est égal à la moitié du nombre de rats dressés qui peuvent attraper un morceau de fromage.

1. Compléter le tableau résumant la situation.
Vous justifierez sur votre copie que 36 rats dressés attrapent le fromage et que 4 rats sauvages peuvent ouvrir une trappe.

Rat	**Attrape le fromage**	**Ouvre une trappe**	**Allume une lumière**	**Total**
Dressé				
Sauvage				
Total				100

2. On choisit au hasard un rat parmi les 100. On considère les évènements suivants :

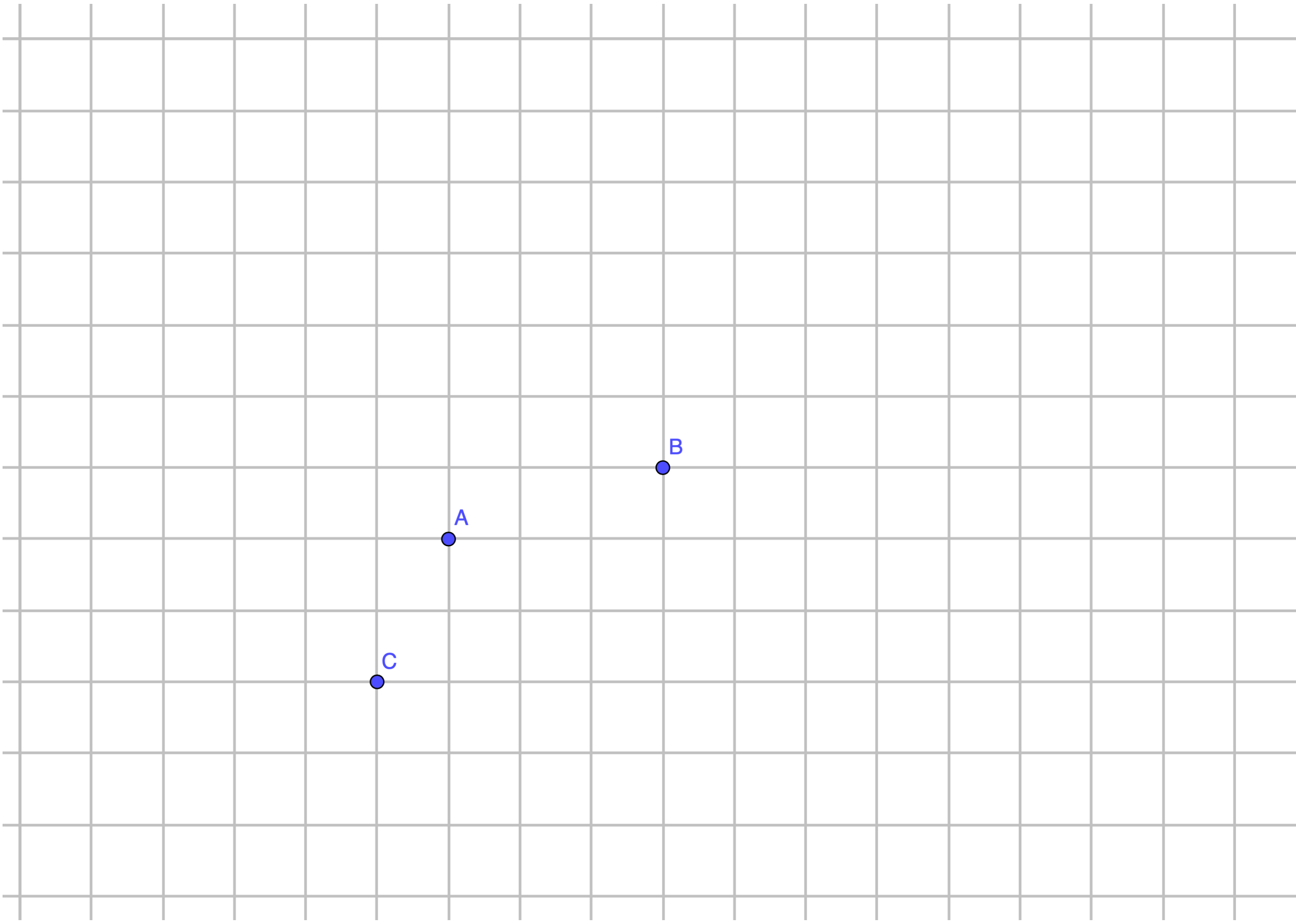
A : « Le rat est capable d'attraper le fromage »;

B : « Le rat est dressé »

a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
b) Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer $P(A \cap B)$.
c) Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$ et calculer $P(A \cup B)$.
d) Définir par une phrase l'évènement $\bar{A}$ et calculer $P(\bar{A})$.

3. On choisit un rat parmi les rats sauvages.
Quelle est la probabilité qu'il soit capable d'allumer la lumière ?

Exercice 5 (10 points).
Les constructions seront réalisées sur le quadrillage ci-dessous.



1. a) Placer le point D tel que D soit l'image de B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC? Justifier.

2. Construire les points J, K, L et M tels que :

   a) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BC}$.
   b) $\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
   c) $\overrightarrow{BL} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.
   d) $\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{BA}$.

3. a) Compléter la relation de Chasles : $\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{M...} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{...B} + \overrightarrow{...L}$.
   b) À l'aide de cette relation et du 2. montrer que les vecteurs $\overrightarrow{ML}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont égaux.

Nom (en lettres majuscules) : ....
Prénom (en lettres majuscules) : ....
Numéro de la Seconde : ....

Lycée Jean Monnet

mardi 23 avril 2024

Contrôle commun de Mathématiques

Durée: 2 heures

Matériels autorisés : calculatrice, copie blanche, brouillon, stylos, instruments de géométrie.
Téléphones éteints et trousses doivent être dans vos sacs. Vos sacs doivent être rangés sous le tableau.

La qualité de la rédaction et le soin seront pris en compte dans l'évaluation de votre copie.
Le sujet comporte 5 exercices. Vous pouvez les traiter dans l'ordre de votre choix. Indiquer très clairement sur votre copie le numéro de l'exercice traité.
Le sujet est noté sur 50.

Avant de commencer à composer, écrivez votre nom, prénom, classe en haut à gauche de cette page.

Exercice 1: Calculs - Ensembles de nombres - 10 points
Exercice 2: Calcul littéral - 10 points
Exercice 3: Fonctions - 10 points
Exercice 4: Probabilités - 10 points
Exercice 5: Géométrie - 10 points

Exercice 1 (10 points).

I- Les questions suivantes sont indépendantes et ne nécessitent aucune justification.

1. Compléter par $\in$ (appartient) ou $\notin$ (n'appartient pas):

$$0{,}5 \cdots \mathbb{D} \qquad -3 \cdots \mathbb{N} \qquad \sqrt{2} \cdots \mathbb{Q} \qquad \frac{1}{3} \cdots \mathbb{Q}$$

2. Pour chacun des nombres suivants, indiquer le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$) et préciser sa nature (entier naturel, entier relatif, nombre décimal, nombre rationnel ou nombre réel) :

Nombre	$\sqrt{36}$	π	-2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$
Plus petit ensemble auquel il appartient					
Nature					

II- Les questions suivantes sont indépendantes et **nécessitent une justification**.

1. Exprimer chacun des nombres suivants sous la forme a^n où a est un nombre réel et n un entier relatif:

$$A = \frac{1}{3^5} \qquad B = 7^3 \times (7^2)^6 \qquad C = \frac{4^5 \times 4^{10}}{(4^4)^2}$$

2. Démontrer que $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ puis que $\sqrt{20} + \sqrt{5} = \sqrt{45}$.

3. Résoudre les équations suivantes

a) $5x - 7 = 1 + 2x$ b) $3(x-1) = 15 + 2(6x-2)$

4. Résoudre les équations suivantes

a) $(3x+2)(1-2x) = 0$ b) $x^2 = 5$ c) $2x^2 = -1$

5. Résoudre les inéquations suivantes

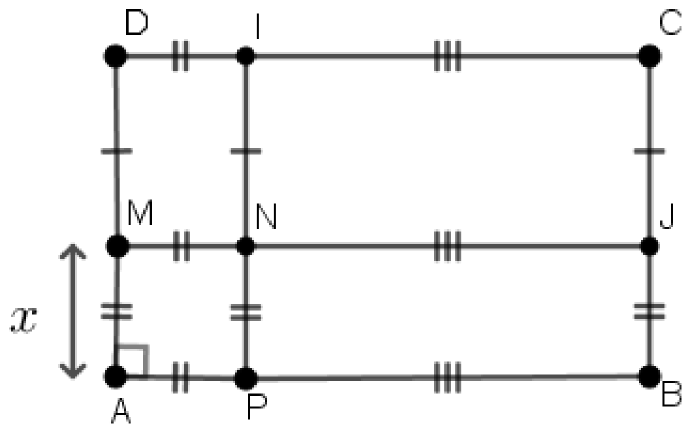
a) $5x - 7 < 1 + 2x$ b) $2x + 4 \geqslant 6x - 3$

Exercice 2 (10 points).

I- Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, il n'y a qu'une seule bonne réponse.
Entourer la réponse choisie parmi les trois proposées.
Une erreur ou une absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève de point.
Aucune justification n'est demandée ici.

	L'expression factorisée de …	**A**	**B**	**C**
1.	$4x^2-20x+25$ est	$2(x-5)^2$	$(2x-5)^2$	$(2x+5)(2x-5)$
2.	$10x^2-4x$ est	$2x(5x-2)$	$(5x-2)^2$	$(5x-2)(5x+2)$
3.	$81-16x^2$ est	$(3-2x)^2$	$(9+4x)(9-4x)$	$(9-4x)^2$
4.	x^2-16 est	$(x-4)^2$	$(x-4)(x+4)$	$(x+8)(x-8)$
5.	$x^2+14x+49$ est	$(x+7)^2$	$(x+14)^2$	$(x+7)(x-7)$

II- ABCD est un rectangle tel que AB=5 et AD=3.
M est un point du segment [AD]. On place les points P sur [AB] et N tels que AMNP soit un carré.
Le point I est l'intersection des droites (PN) et (CD) et J celle de (BC) et (MN).
On pose $x = AM$.



1. Sur quel intervalle varie x ? Expliquer en quelques mots.
2. Montrer que l'aire du rectangle CJNI est égale à $x^2-8x+15$.
3. À quelle distance du point A faut-il placer M pour que l'aire du carré AMNP soit égale à celle du rectangle CJNI ?
4. Démontrer que pour tout réel x, $\quad x^2-8x+15=(x-4)^2-1$.
5. En résolvant une équation, en déduire les valeurs de x pour lesquelles l'aire du rectangle CJNI est égale à 8.

Exercice 3 (10 points).
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. La fonction f, représentée ci-dessous, est définie sur $[-5; 8]$ Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique. (Aucune justification n'est demandée)

a) Donner l'image de 6.

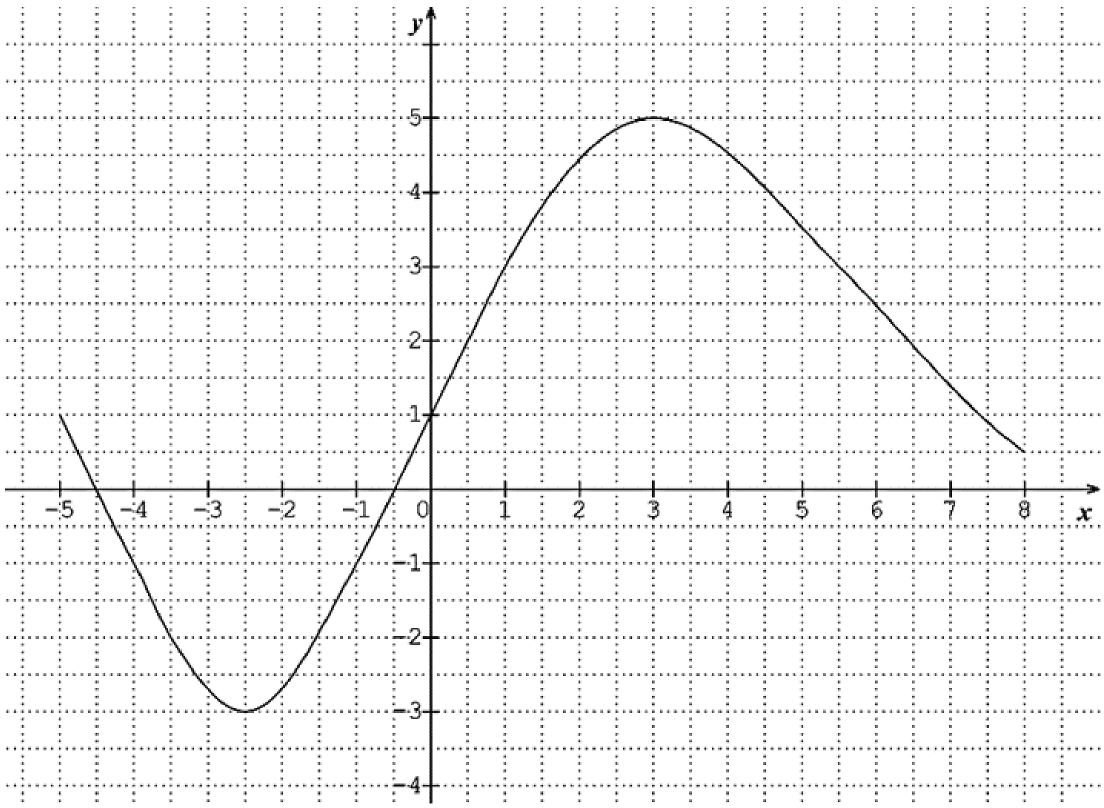
b) Donner le ou les antécédents de -1.

c) Déterminer $f(2)$.

d) Résoudre l'équation $f(x) = -2$.

e) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 3$.

f) Dresser le tableau de variation de la fonction f.



2. On a représenté ci-dessous le tableau de variation d'une fonction g.

x	-7	-3	2	6
$g(x)$		5		3
	-4		1	

Comparer si cela est possible les nombres suivants. (Justifier lorsque la comparaison est possible)

a) $g(-5)$ et $g(-4)$.

b) $g(1)$ et $g(5)$.

c) $g(-3)$ et $g(4)$.

Exercice 4 (10 points).
Un laboratoire réalise une expérience sur 100 rats, les uns dressés, les autres sauvages. Dans cette expérience, chaque rat peut soit ouvrir une trappe, soit allumer une lumière, soit attraper du fromage.

- 40 % des rats sont sauvages ;
- 35 % des rats peuvent allumer la lumière ;
- 60 % des rats dressés attrapent le fromage ;
- 10 % des rats sauvages peuvent ouvrir une trappe ;
- le nombre de rats sauvages capables d'allumer une lumière est égal à la moitié du nombre de rats dressés qui peuvent attraper un morceau de fromage.

1. Compléter le tableau résumant la situation.
Vous justifierez sur votre copie que 36 rats dressés attrapent le fromage et que 4 rats sauvages peuvent ouvrir une trappe.

Rat	**Attrape le fromage**	**Ouvre une trappe**	**Allume une lumière**	**Total**
Dressé				
Sauvage				
Total				100

2. On choisit au hasard un rat parmi les 100. On considère les évènements suivants :

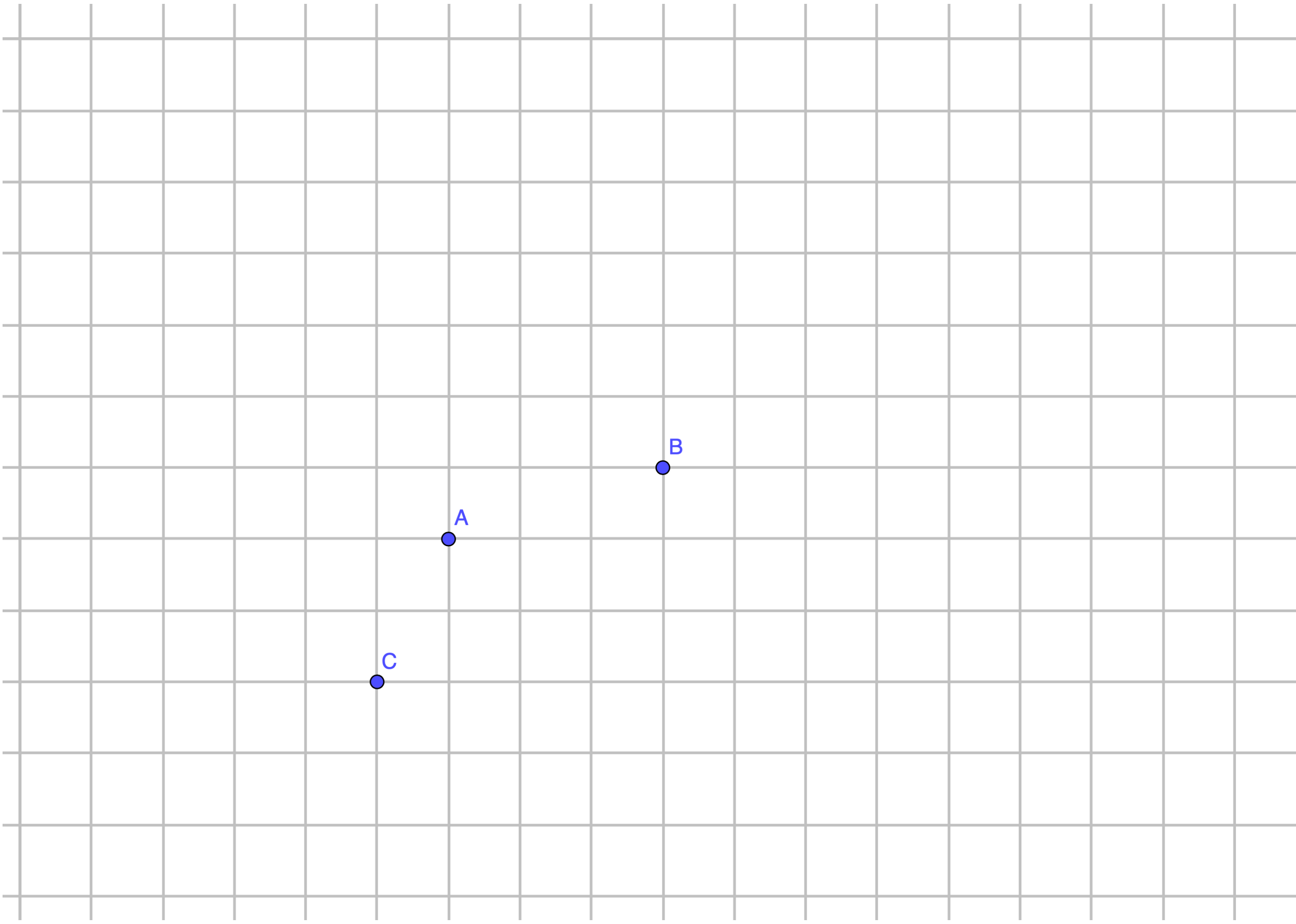
A : « Le rat est capable d'attraper le fromage »;

B : « Le rat est dressé »

a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
b) Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer $P(A \cap B)$.
c) Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$ et calculer $P(A \cup B)$.
d) Définir par une phrase l'évènement $\bar{A}$ et calculer $P(\bar{A})$.

3. On choisit un rat parmi les rats sauvages.
Quelle est la probabilité qu'il soit capable d'allumer la lumière ?

Exercice 5 (10 points).
Les constructions seront réalisées sur le quadrillage ci-dessous.



1. a) Placer le point D tel que D soit l'image de B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

   b) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC? Justifier.

2. Construire les points J, K, L et M tels que :

   a) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BC}$.

   b) $\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

   c) $\overrightarrow{BL} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.

   d) $\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{BA}$.

3. a) Compléter la relation de Chasles : $\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{M...} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{...B} + \overrightarrow{...L}$.

   b) À l'aide de cette relation et du 2. montrer que les vecteurs $\overrightarrow{ML}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont égaux.