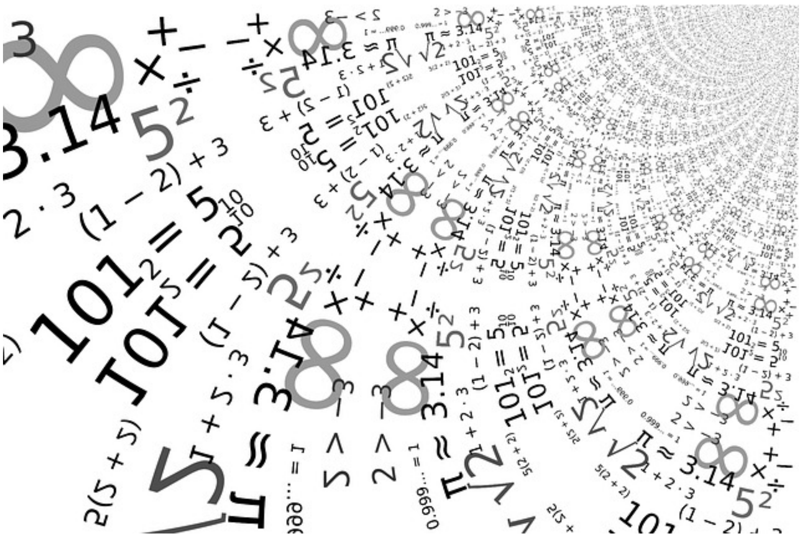
Chapitre 1 - Nombres réels



1 différents types de nombres

1.1 entier naturel et entier relatif

Définitions

- un nombre **entier naturel** est un nombre entier positif ou nul
- les nombres entiers naturels sont donc les nombres $0\,;\ 1\,;\ 2\,;\ 3\,;\ \ldots$
- cet ensemble est noté $\mathbb{N}$

- un nombre **entier relatif** est un nombre entier positif ou négatif ou nul
- les nombres entiers relatifs sont donc les nombres $\ldots\,;\ -3\,;\ -2\,;\ -1\,;\ 0\,;\ 1\,;\ 2\,;\ 3\,;\ \ldots$
- cet ensemble est noté $\mathbb{Z}$

Remarque et Exemples

- un entier naturel est un nombre relatif (son signe est $+$) : $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$, noté $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- $12 \in \mathbb{N}$ et $12 \in \mathbb{Z}$; $0 \in \mathbb{N}$ et $0 \in \mathbb{Z}$; $-4 \notin \mathbb{N}$ et $-4 \in \mathbb{Z}$; $6,9 \notin \mathbb{N}$ et $6,9 \notin \mathbb{Z}$

1.2 décimaux et rationnels

Définitions

- un **nombre décimal** est à virgule qui s'arrête
- il peut s'écrire sous la forme $\dfrac{a}{10^k}$, où a est un nombre entier relatif et k est un entier naturel
- l'ensemble des nombres décimaux est noté $\mathbb{D}$

- un **nombre rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\dfrac{p}{q}$, où $p, q \in \mathbb{Z}$ et $q \neq 0$
- l'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$

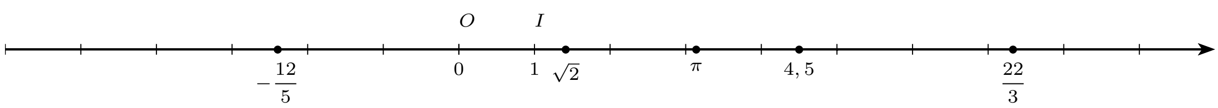
Remarque et Exemples

- $6,35 \in \mathbb{D}$ car $6,35 = \dfrac{635}{10^2}$; $-0,089 \in \mathbb{D}$ car $-0,089 = \dfrac{-89}{10^3}$; $\dfrac{3}{4} \in \mathbb{Q}$; $\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- tout nombre entier (naturel ou relatif) est un nombre décimal donc $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ et tout nombre décimal est un nombre rationnel donc $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$. On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
- on peut montrer qu'un rationnel est un nombre à virgule, dont les virgules ne s'arrêtent pas forcément mais se répètent

1.3 Nombres réels

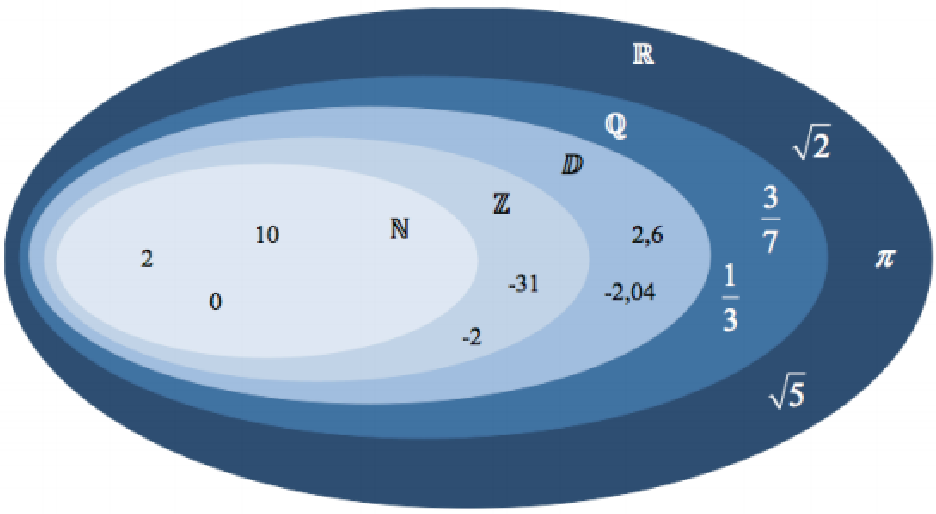
Définition

- on considère une droite munie d'un repère $(O\,;\ I)$
- à chaque point de cette droite, on peut associer un nombre : son abscisse
- pour la droite, on parle de **droite numérique**
- pour le nombre, on parle de **nombre réel**
- cet ensemble de nombres est noté $\mathbb{R}$



Exemples et Remarques

- $\sqrt{2}$; $-\sqrt{5}$; π sont des nombres réels qui ne sont pas des nombres rationnels.
- tout nombre rationnel est un nombre réel. On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

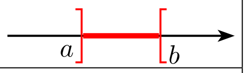


2 Intervalles - Valeur absolue d'un nombre réel

2.1 Intervalles

Sur la droite numérique, les **intervalles** sont des parties de $\mathbb{R}$ représentées par un segment, une demi-droite ou la droite toute entière.

a et b sont deux réels tels que $a < b$.

Ensemble des réels x tels que	Signification	Notation	Représentation
$a \leqslant x \leqslant b$	x est compris entre a inclus et b inclus	$x \in [a\,;b]$	
$a < x < b$	x est compris entre a exclu et b exclu	$x \in]a\,;b[$	
$a < x \leqslant b$	x est compris entre a exclu et b inclus	$x \in]a\,;b]$	
$a \leqslant x < b$	x est compris entre a inclus et b exclu	$x \in [a\,;b[$	
$x \geqslant a$ (ou $a \leqslant x$)	x est supérieur ou égal à a	$x \in [a\,;+\infty[$	
$x > a$ (ou $a < x$)	x est strictement supérieur à a	$x \in]a\,;+\infty[$	
$x \leqslant a$ (ou $a \geqslant x$)	x est inférieur ou égal à a	$x \in]-\infty\,;a]$	
$x < a$ (ou $a > x$)	x est strictement inférieur à a	$x \in]-\infty\,;a[$	

Remarques et Exemples

- $-\infty$ et $+\infty$ se lisent respectivement « moins l'infini » et « plus l'infini »
- le crochet d'un intervalle est toujours vers l'extérieur en $-\infty$ et en $+\infty$
- $\mathbb{R} =]-\infty\,;+\infty[$
- l'**amplitude ou longueur** de l'intervalle ou $[a\,;b]$ est $b - a$
- le **centre ou milieu** de l'intervalle $[a\,;b]$ est $\dfrac{a+b}{2}$
- L'ensemble des nombres réels compris entre -2 inclus et $3,4$ exclu se note $[-2\,;3,4[$
- L'ensemble des nombres réels inférieurs ou égaux à -3 se note $]-\infty\,;-3]$
- $0,8 \in [-2\,;3,4[$ $\quad -1,25 \in [-2\,;3,4[$ $\quad -2 \in [-2\,;3,4[$ $\quad 3,4 \notin [-2\,;3,4[$

2.2 Valeur absolue d'un réel - Distance de deux réels

Définition

- x un nombre réel ; la **valeur absolue de x**, et on note $|x|$, le nombre réel égal à $\begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

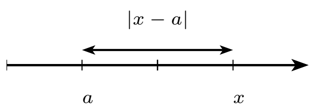
Exemples

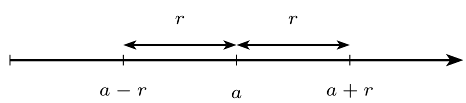
- $|3,6| = 3,6 \qquad |-15| = 15 \qquad |0| = 0$

Définition et Propriété

a, x et r des nombres réels avec $r \geqslant 0$

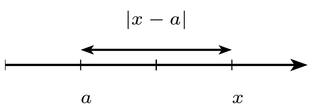
- on appelle **distance entre les nombres a et x** le nombre $|x - a|$
- cette distance est aussi égale à $|a - x|$
- $x \in [a - r\,; a + r]$ si et seulement si $|x - a| \leqslant r$





Exemples

- la distance entre les nombres -3 et $4,5$ est égale à $|-3 - 4,5| = |-7,5| = 7,5$ (ou à $|4,5 - (-3)| = |7,5| = 7,5$).
- $x \in [1,5\,; 2,5]$ si et seulement si $|x - 2| \leqslant 0,5$



3 Écriture scientifique d'un nombre

Définition

- x un nombre décimal non nul
- son **écriture scientifique** est $a \times 10^n$ où n est un nombre entier relatif et a est un nombre décimal tel que $1 \leqslant |a| < 10$

Exemples

- l'écriture scientifique de $0,00361$ est $3,61 \times 10^{-3}$
- l'écriture scientifique de $-159,2$ est $-1,592 \times 10^2$

4 Un peu de python

4.1 les nombres dans python

```python
# entiers et floats
print(type(1))
print(type(-1))
print(type(1.0))

print(0.1+0.2)
print(0.3)
```

```
<class 'int'>
<class 'int'>
<class 'float'>
0.30000000000000004
0.3
```

4.2 le problème du radar

```python
# différences entre vitesse mesurée et vitesse retenue
def radarfixe(Vmes):
if Vmes < 100:
  return(Vmes-5)
else:
  return(Vmes*0.95)
```