

Chapitre 7 - Variation - Extremum



minimum sudoku clues needed

1 variation - extremum

1.1 définition - propriété

fonction croissante ou décroissante

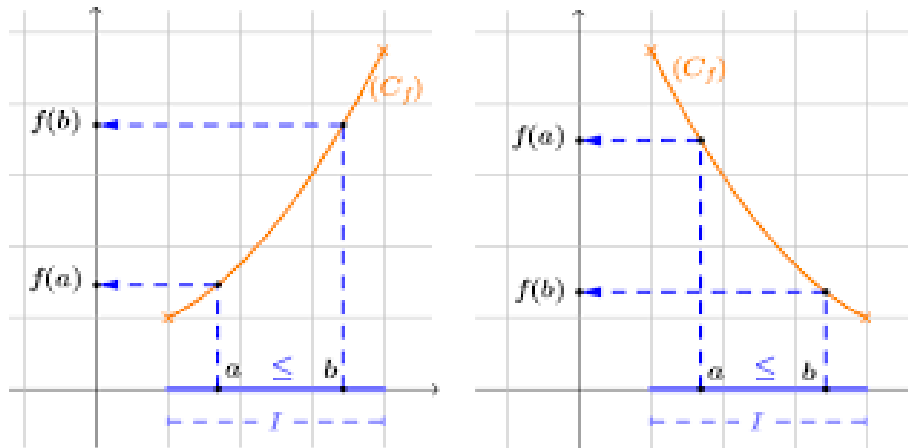
- soit 1 fonction $f : \begin{cases} [a, b] \mapsto \mathbf{R} \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$ notée plus simplement $y = f(x)$ ou $f : x \mapsto f(x)$
- f est **croissante** sur $[a, b]$ si $\forall x < y \in [a, b] : f(x) \leq f(y)$
(l'idée est qu'1 fonction croissante "monte")
- f est **strictement croissante** sur $[a, b]$ si $\forall x < y \in [a, b] : f(x) < f(y)$
- f est **décroissante** sur $[a, b]$ si $\forall x < y \in [a, b] : f(x) \geq f(y)$
(l'idée est qu'1 fonction décroissante "descend")
- f est **strictement décroissante** sur $[a, b]$ si $\forall x < y \in [a, b] : f(x) > f(y)$
- 1 fonction croissante ou décroissante (attention pas les 2) est appelée fonction **monotone**
- M est un maximum de f sur $[a, b]$ si :

$$\begin{cases} \exists a \in [a, b] & f(a) = M \\ \forall x \in [a, b] & f(x) \leq M \end{cases}$$

- m est un minimum de f sur $[a, b]$ si :

$$\begin{cases} \exists a \in [a, b] & f(a) = m \\ \forall x \in [a, b] & f(x) \geq m \end{cases}$$

visualisation graphique



remarque

- 1 fonction croissante conserve le sens de l'inéquation entre abscisse et ordonnée
- 1 fonction décroissante l'inverse

1.2 tableau de variation de f

définition

- le tableau de variation de f regroupe les informations concernant les variations de f

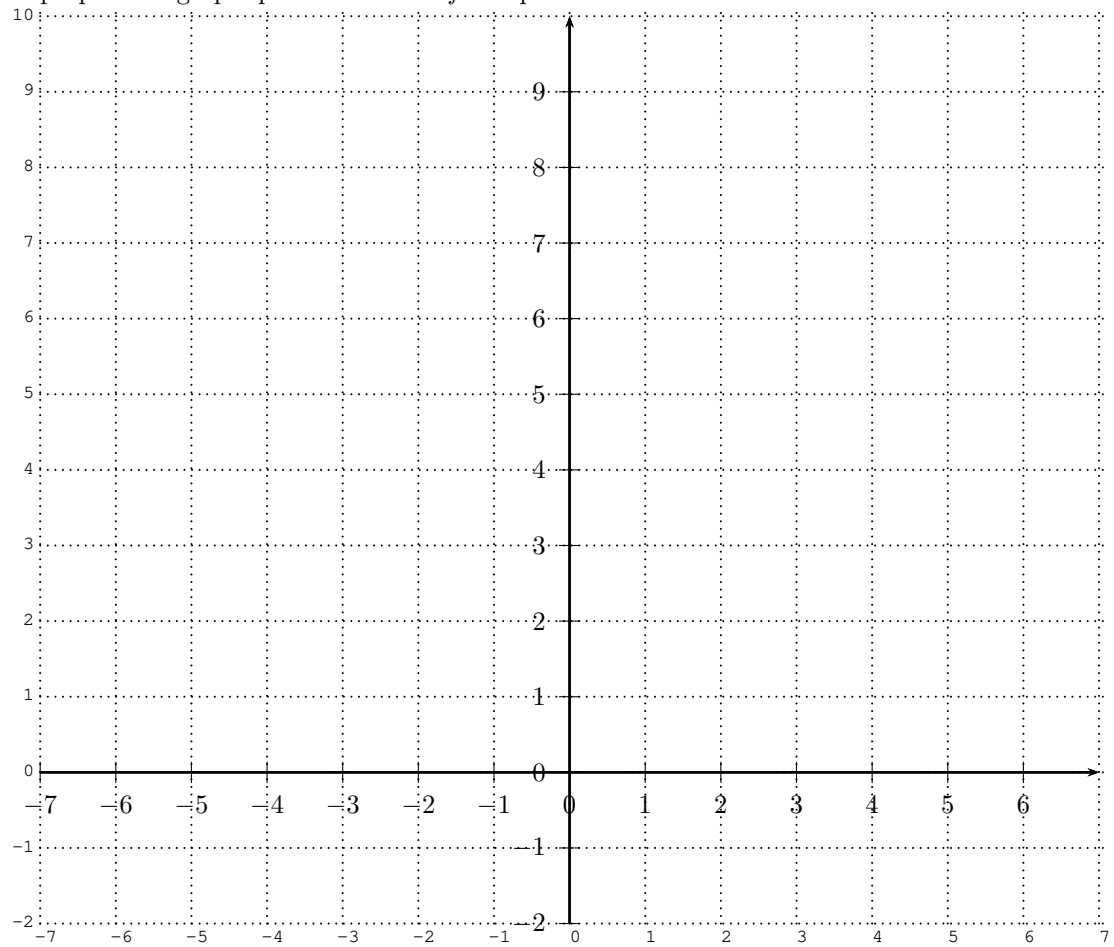
ex : TdV d'1 fonction f

x	-5	0	3	$+\infty$
variation de $f(x)$	3		5	$-\infty$

Diagram illustrating the variation of $f(x)$ between the values 3, 2, 5, and $-\infty$ corresponding to the intervals defined by the critical points -5, 0, 3, and $+\infty$. Arrows indicate the direction of variation: from 3 to 2 (decreasing), from 2 to 5 (increasing), and from 5 to $-\infty$ (decreasing).

- en particulier, on peut voir sur le TdV les informations suivantes :
 - $D_f = [-5; +\infty[$
 - f est croissante sur $]0; 3]$ (par exemple)
 - f possède un maximum de 5 atteint en 3
 - f n'admet pas de minimum
 - HP : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

- proposer le graphique d'une fonction f compatible avec ce tableau de variation :



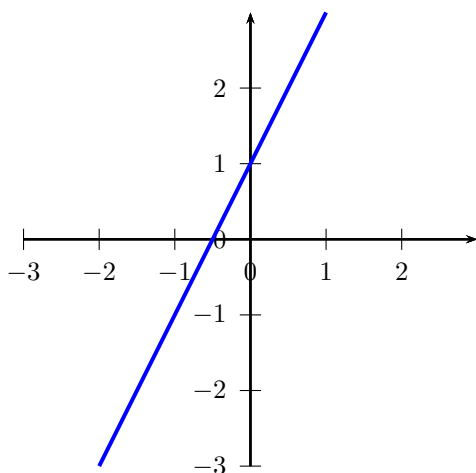
2 application aux fonctions de référence

2.1 droite : $y = ax + b$

propriété

- soit 1 fonction $f : \begin{cases} \mathbf{R} & \mapsto \mathbf{R} \\ x & \mapsto ax + b \end{cases}$
- $a > 0 \implies f$ croissante
- $a < 0 \implies f$ est décroissante
- $a = 0 \implies f$ est constante

ex : $y = 2x + 1$

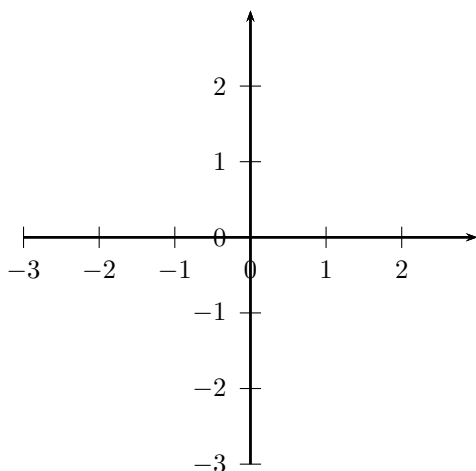


- TdV de $y = 2x + 1$:

x	$-\infty$	$+\infty$
variation de $f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- $a = 2$ (positif) : la droite monte

ex à faire : $y = -2x + 1$



- TdV de $y = -2x + 1$:

x	
variation de $f(x)$	

- $a = -2$ (négatif) : la droite descend

2.2 fonction carrée : $x \longrightarrow x^2$

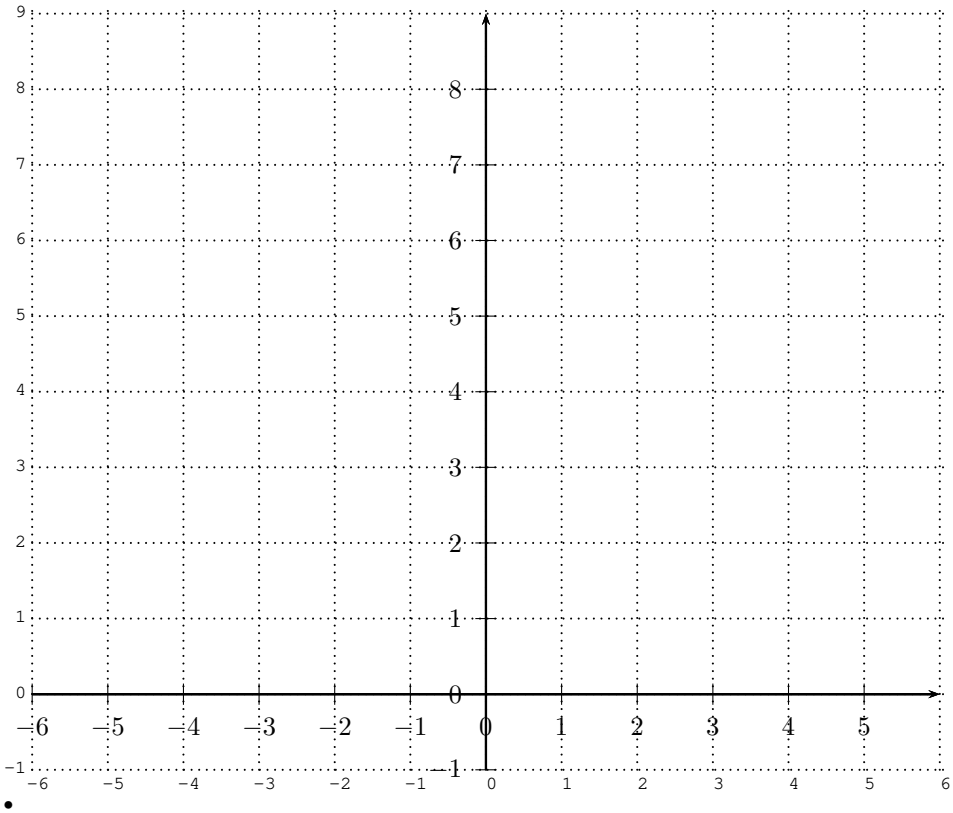
forme algébrique et tableau de valeurs

- $f : \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow \mathbf{R} \\ x & \longrightarrow x^2 \end{cases}$
- c'est une fonction paire

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variation de $f(x)$			

graphique



2.3 fonction inverse : $x \longrightarrow \frac{1}{x}$

forme algébrique et tableau de valeurs

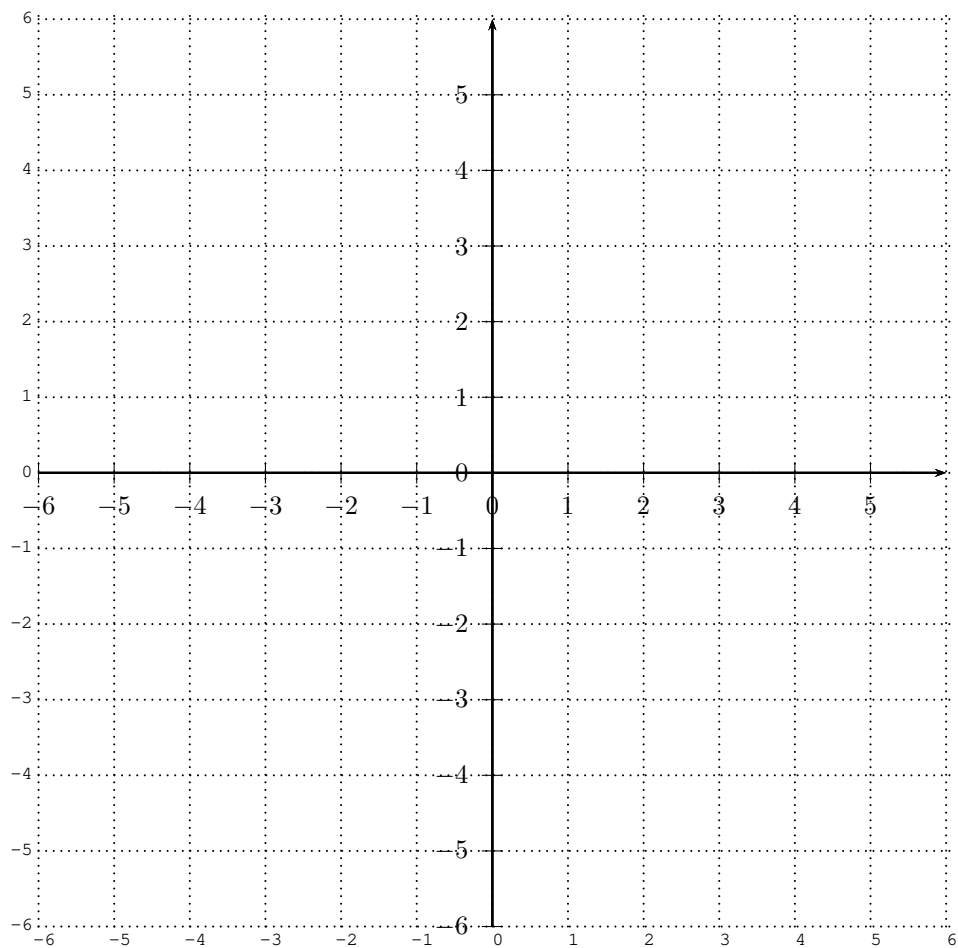
$$\bullet \quad f : \begin{cases} \mathbf{R}^* & \longrightarrow \mathbf{R}^* \\ x & \longrightarrow \frac{1}{x} \end{cases}$$

- c'est une fonction impaire

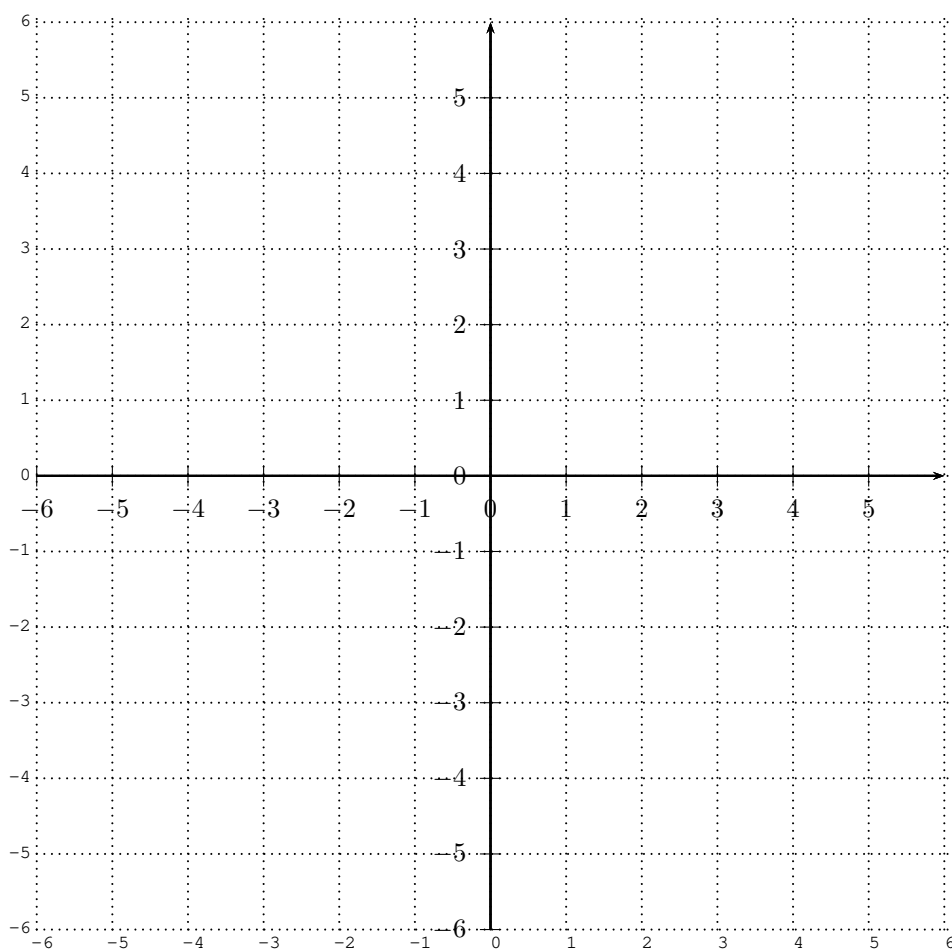
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variation de $f(x)$			

graphique



2.4 fonction racine : $x \longrightarrow \sqrt{x}$



2.5 fonction cube : $x \longrightarrow x^3$

