

# Chapitre 1 - Nombres réels



les nombres : voir la vidéo à position 20 min 56 s - arte : les nombres

## 1 différents types de nombres

### 1.1 entier naturel et entier relatif

#### Définitions

- un nombre **entier naturel** est un nombre entier positif ou nul
- les nombres entiers naturels sont donc les nombres  $0; 1; 2; 3; \dots$
- cet ensemble est noté  $\mathbb{N}$
- un nombre **entier relatif** est un nombre entier positif ou négatif ou nul
- les nombres entiers relatifs sont donc les nombres  $\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots$
- cet ensemble est noté  $\mathbb{Z}$

#### Remarque et Exemples

- un entier naturel est un nombre relatif (son signe est  $+$ ) :  $\mathbb{N}$  est inclus dans  $\mathbb{Z}$ , noté  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- $12 \in \mathbb{N}$  et  $12 \in \mathbb{Z}$ ;  $0 \in \mathbb{N}$  et  $0 \in \mathbb{Z}$ ;  $-4 \notin \mathbb{N}$  et  $-4 \in \mathbb{Z}$ ;  $6,9 \notin \mathbb{N}$  et  $6,9 \notin \mathbb{Z}$

### 1.2 décimaux et rationnels

#### Définitions

- un **nombre décimal** est à virgule qui s'arrête
- il peut s'écrire sous la forme  $\frac{a}{10^k}$ , où  $a$  est un nombre entier relatif et  $k$  est un entier naturel
- l'ensemble des nombres décimaux est noté  $\mathbb{D}$
- un **nombre rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme  $\frac{p}{q}$ , où  $p, q \in \mathbb{Z}$  et  $q \neq 0$
- l'ensemble des nombres rationnels est noté  $\mathbb{Q}$

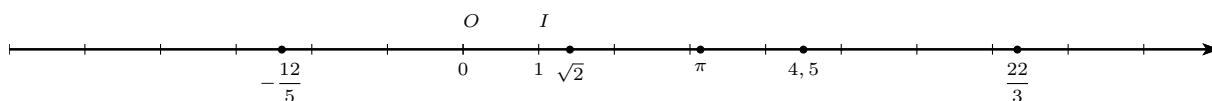
### Remarque et Exemples

- $6,35 \in \mathbb{D}$  car  $6,35 = \frac{635}{10^2}$  ;  $-0,089 \in \mathbb{D}$  car  $-0,089 = \frac{-89}{10^3}$  ;  $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$  ;  $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$  ;  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- tout nombre entier (naturel ou relatif) est un nombre décimal donc  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$  et tout nombre décimal est un nombre rationnel donc  $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ . On a donc  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
- on peut montrer qu'un rationnel est un nombre à virgule, dont les virgules ne s'arrêtent pas forcément mais se répètent

## 1.3 Nombres réels

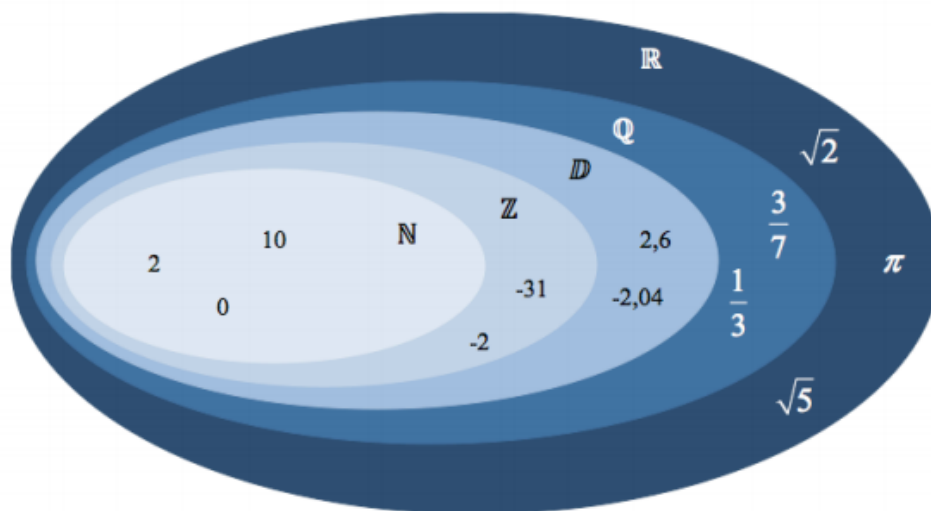
### Définition

- on considère une droite munie d'un repère  $(O; I)$
- à chaque point de cette droite, on peut associer un nombre : son abscisse
- pour la droite, on parle de **droite numérique**
- pour le nombre, on parle de **nombre réel**
- cet ensemble de nombres est noté  $\mathbb{R}$



### Exemples et Remarques

- $\sqrt{2}$  ;  $-\sqrt{5}$  ;  $\pi$  sont des nombres réels qui ne sont pas des nombres rationnels.
- tout nombre rationnel est un nombre réel. On a donc  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



## 2 Intervalles - Valeur absolue d'un nombre réel

### 2.1 Intervalles

Sur la droite numérique, les **intervalles** sont des parties de  $\mathbb{R}$  représentées par un segment, une demi-droite ou la droite toute entière.

$a$  et  $b$  sont deux réels tels que  $a < b$ .

Ensemble des réels $x$ tels que	Signification	Notation	Représentation
$a \leq x \leq b$	$x$ est compris entre $a$ inclus et $b$ inclus	$x \in [a; b]$	
$a < x < b$	$x$ est compris entre $a$ exclu et $b$ exclu	$x \in ]a; b[$	
$a < x \leq b$	$x$ est compris entre $a$ exclu et $b$ inclus	$x \in ]a; b]$	
$a \leq x < b$	$x$ est compris entre $a$ inclus et $b$ exclu	$x \in [a; b[$	
$x \geq a$ (ou $a \leq x$ )	$x$ est supérieur ou égal à $a$	$x \in [a; +\infty[$	
$x > a$ (ou $a < x$ )	$x$ est strictement supérieur à $a$	$x \in ]a; +\infty[$	
$x \leq a$ (ou $a \geq x$ )	$x$ est inférieur ou égal à $a$	$x \in ]-\infty; a]$	
$x < a$ (ou $a > x$ )	$x$ est strictement inférieur à $a$	$x \in ]-\infty; a[$	

### Remarques et Exemples

- $-\infty$  et  $+\infty$  se lisent respectivement « moins l'infini » et « plus l'infini »
- le crochet d'un intervalle est toujours vers l'extérieur en  $-\infty$  et en  $+\infty$
- $\mathbb{R} = ]-\infty; +\infty[$
- l'**amplitude ou longueur** de l'intervalle ou  $[a; b]$  est  $b - a$
- le **centre ou milieu** de l'intervalle  $[a; b]$  est  $\frac{a+b}{2}$
- L'ensemble des nombres réels compris entre  $-2$  inclus et  $3,4$  exclu se note  $[-2; 3,4[$
- L'ensemble des nombres réels inférieurs ou égaux à  $-3$  se note  $] -\infty; -3]$
- $0,8 \in [-2; 3,4[$        $-1,25 \in [-2; 3,4[$        $-2 \in [-2; 3,4[$        $3,4 \notin [-2; 3,4[$

## 2.2 Valeur absolue d'un réel - Distance de deux réels

### Définition

- $x$  un nombre réel ; la **valeur absolue de  $x$** , et on note  $|x|$ , le nombre réel égal à  $\begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

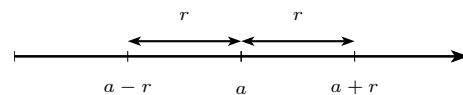
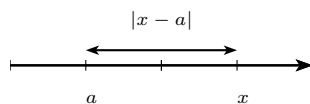
### Exemples

- $|3,6| = 3,6 \quad |-15| = 15 \quad |0| = 0$

### Définition et Propriété

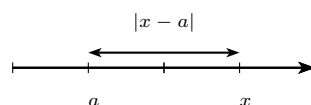
$a, x$  et  $r$  des nombres réels avec  $r \geq 0$

- on appelle **distance entre les nombres  $a$  et  $x$**  le nombre  $|x - a|$
- cette distance est aussi égale à  $|a - x|$
- $x \in [a - r ; a + r]$  si et seulement si  $|x - a| \leq r$



### Exemples

- la distance entre les nombres  $-3$  et  $4,5$  est égale à  $|-3 - 4,5| = |-7,5| = 7,5$  (ou à  $|4,5 - (-3)| = |7,5| = 7,5$ ).
- $x \in [1,5 ; 2,5]$  si et seulement si  $|x - 2| \leq 0,5$



## 3 Écriture scientifique d'un nombre

### Définition

- $x$  un nombre décimal non nul
- son **écriture scientifique** est  $a \times 10^n$  où  $n$  est un nombre entier relatif et  $a$  est un nombre décimal tel que  $1 \leq |a| < 10$

### Exemples

- l'écriture scientifique de  $0,00361$  est  $3,61 \times 10^{-3}$
- l'écriture scientifique de  $-159,2$  est  $-1,592 \times 10^2$

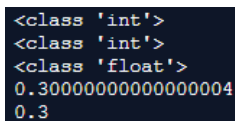
## 4 Un peu de python

### 4.1 les nombres dans python

---

```
1 # entiers et floats
2 print(type(1))
3 print(type(-1))
4 print(type(1.0))
5
6 print(0.1+0.2)
7 print(0.3)
```

---



```
<class 'int'>
<class 'int'>
<class 'float'>
0.30000000000000004
0.3
```

### 4.2 le problème du radar

---

```
1 # différences entre vitesse mesurée et vitesse retenue
2 def radarfixe(Vmes):
3     if Vmes < 100:
4         return(Vmes-5)
5     else:
6         return(Vmes*0.95)
```

---

### 4.3 deeplearning : reconnaissance automatique des nombres

- MNIST : lecture de chiffre de 0 à 9 : par Réseaux de Neurones
- MNIST : lecture de chiffre de 0 à 9 par CNN