

# Chapitre 6 - Variation - Extremum



minimum sudoku clues needed

## 1 variation - extremum

### 1.1 définition - propriété

fonction croissante ou décroissante

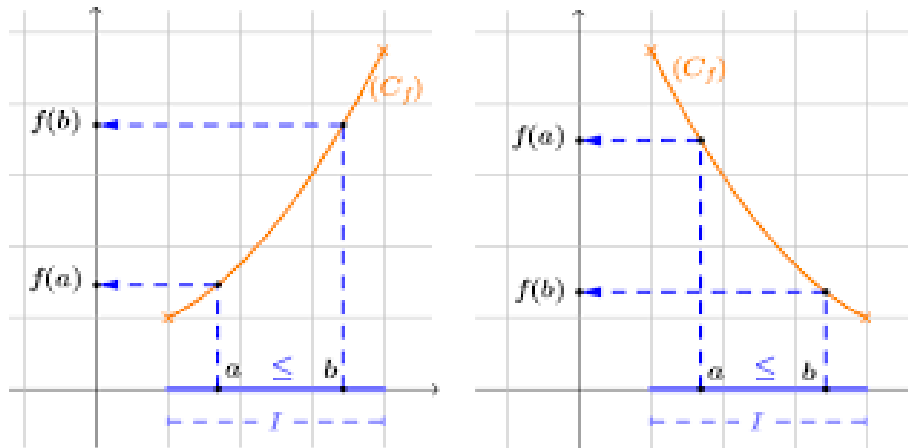
- soit 1 fonction  $f : \begin{cases} [a, b] \mapsto \mathbf{R} \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$  notée plus simplement  $y = f(x)$  ou  $f : x \mapsto f(x)$
- $f$  est **croissante** sur  $[a, b]$  si  $\forall x < y \in [a, b] : f(x) \leq f(y)$   
(l'idée est qu'1 fonction croissante "monte")
- $f$  est **strictement croissante** sur  $[a, b]$  si  $\forall x < y \in [a, b] : f(x) < f(y)$
- $f$  est **décroissante** sur  $[a, b]$  si  $\forall x < y \in [a, b] : f(x) \geq f(y)$   
(l'idée est qu'1 fonction décroissante "descend")
- $f$  est **strictement décroissante** sur  $[a, b]$  si  $\forall x < y \in [a, b] : f(x) > f(y)$
- 1 fonction croissante ou décroissante (attention pas les 2) est appelée fonction **monotone**
- $M$  est un maximum de  $f$  sur  $[a, b]$  si :

$$\begin{cases} \exists a \in [a, b] & f(a) = M \\ \forall x \in [a, b] & f(x) \leq M \end{cases}$$

- $m$  est un minimum de  $f$  sur  $[a, b]$  si :

$$\begin{cases} \exists a \in [a, b] & f(a) = m \\ \forall x \in [a, b] & f(x) \geq m \end{cases}$$

## visualisation graphique



## remarque

- 1 fonction croissante conserve le sens de l'inéquation entre abscisse et ordonnée
- 1 fonction décroissante l'inverse

1.2 tableau de variation de  $f$ 

## définition

- le tableau de variation de  $f$  regroupe les informations concernant les variations de  $f$

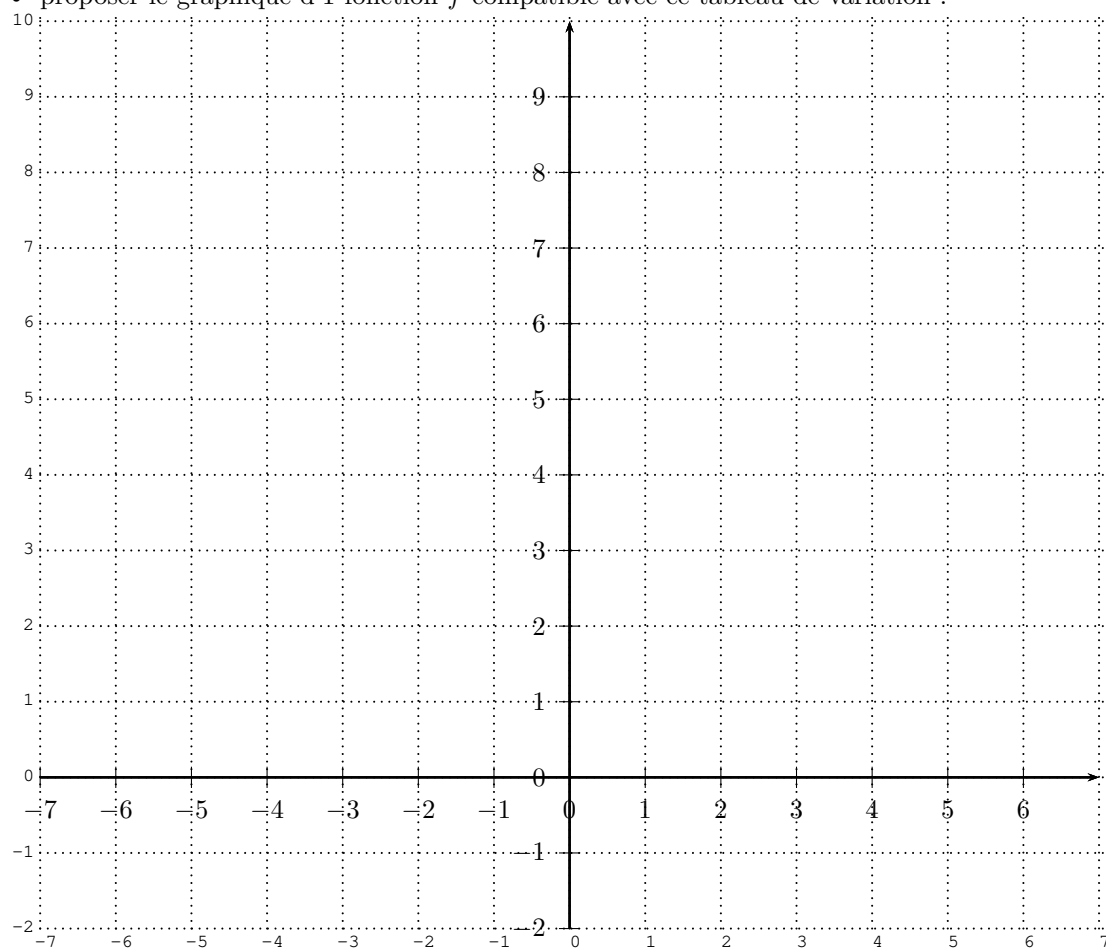
ex : TdV d'1 fonction  $f$ 

$x$	-5	0	3	$+\infty$
variation de $f(x)$	3		5	$-\infty$

Diagram illustrating the variation of  $f(x)$  between the values 3, 2, 5, and  $-\infty$  corresponding to the intervals defined by the critical points -5, 0, 3, and  $+\infty$ . Arrows indicate the direction of variation: from 3 down to 2, from 2 up to 5, and from 5 down to  $-\infty$ .

- en particulier, on peut voir sur le TdV les informations suivantes :
  - $D_f = [-5; +\infty[$
  - $f$  est croissante sur  $] -5; 0 ]$  (par exemple)
  - $f$  possède un maximum de 5 atteint en 3
  - $f$  n'admet pas de minimum
  - HP :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

- proposer le graphique d'une fonction  $f$  compatible avec ce tableau de variation :



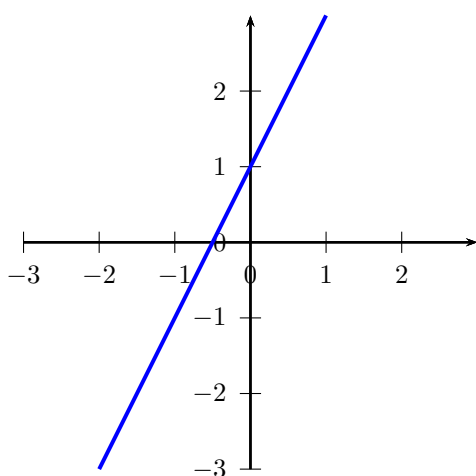
## 2 application aux fonctions de référence

### 2.1 droite : $y = ax + b$

#### propriété

- soit 1 fonction  $f : \begin{cases} \mathbf{R} & \mapsto \mathbf{R} \\ x & \mapsto ax + b \end{cases}$
- $a > 0 \implies f$  croissante
- $a < 0 \implies f$  est décroissante
- $a = 0 \implies f$  est constante

ex :  $y = 2x + 1$

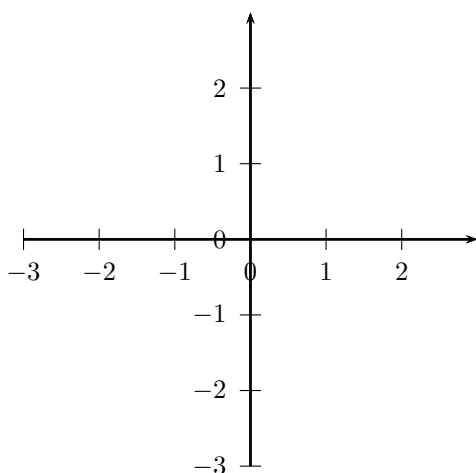


- TdV de  $y = 2x + 1$  :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
variation de $f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- $a = 2$  (positif) : la droite monte

ex à faire :  $y = -2x + 1$



- TdV de  $y = -2x + 1$  :

$x$	
variation de $f(x)$	

- $a = -2$  (négatif) : la droite descend

2.2 fonction carrée :  $x \longrightarrow x^2$

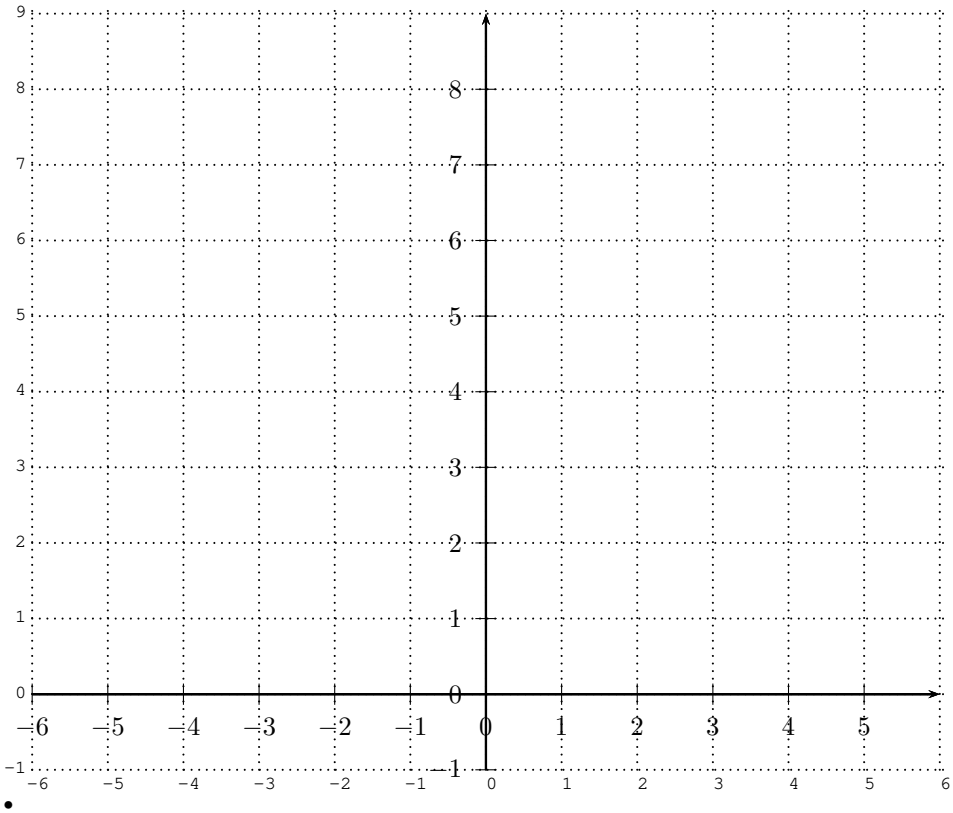
forme algébrique et tableau de valeurs

- $f : \begin{cases} \mathbf{R} & \longrightarrow \mathbf{R} \\ x & \longrightarrow x^2 \end{cases}$
- c'est une fonction paire

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
variation de $f(x)$			

graphique



## 2.3 fonction inverse : $x \longrightarrow \frac{1}{x}$

forme algébrique et tableau de valeurs

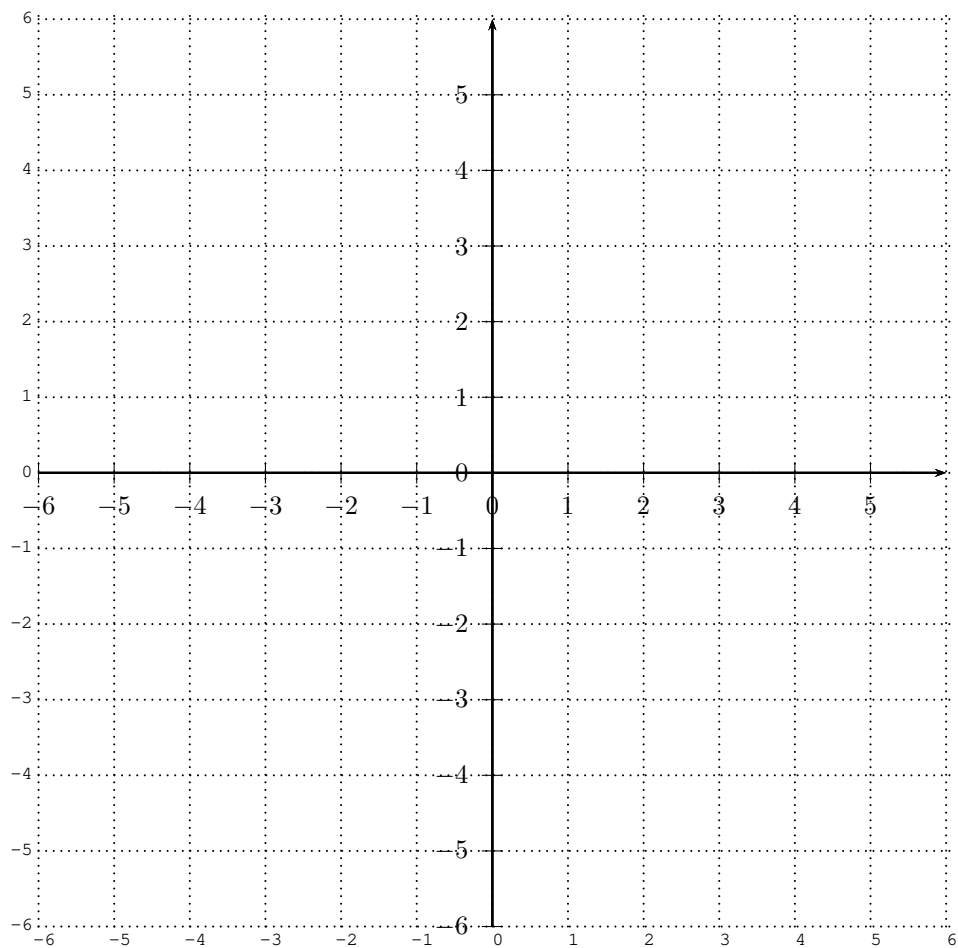
$$\bullet \quad f : \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R}^* \longrightarrow \mathbf{R}^* \\ x \longrightarrow \frac{1}{x} \end{array} \right.$$

- c'est une fonction impaire

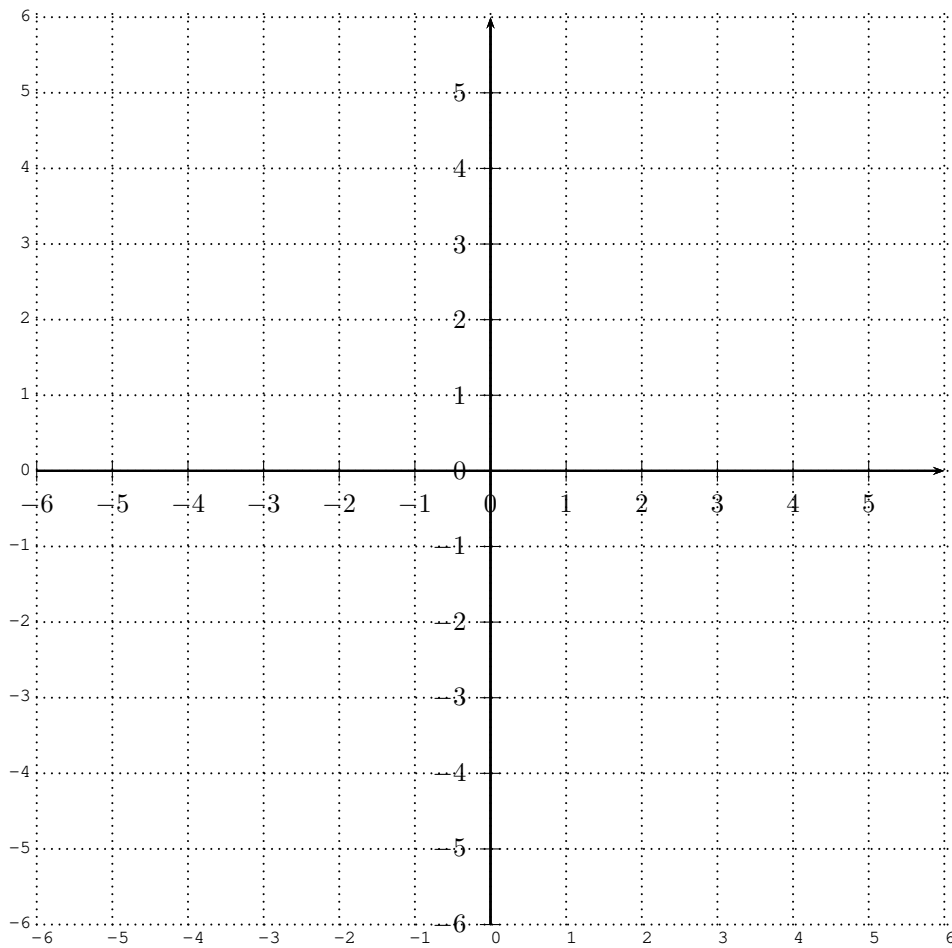
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
variation de $f(x)$			

graphique



## 2.4 fonction racine : $x \longrightarrow \sqrt{x}$



## 2.5 fonction cube : $x \longrightarrow x^3$

