Chapitre 7

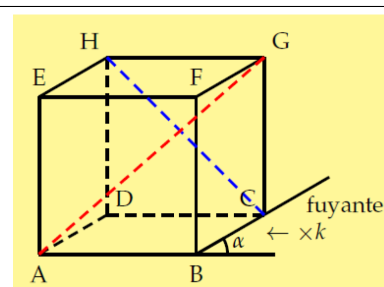
Géométrie dans l'Espace (sans coordonnées)

L'histoire de deux résolveurs de problèmes (Ombres cubiques moyennes)
Moiré effect/illusion - live Geogebra build
Charme fractal : courbes remplissant l'espace

7.1 Perspective Cavalière

Rappel Perspective Cavalière :

- permet de la représentation d'objet 3D en 2D
- angle de fuite : $30° \leqslant \alpha \leqslant 60°$ (par rapport à l'horizontale) ; il donne une impression de perspective
- coefficient de réduction : $0.5 \leqslant k \leqslant 0.7$ qui multiplie les longueurs (en profondeur)



Contrairement au dessin, il n'y a donc pas de point de fuite mis bien un angle de fuite ...

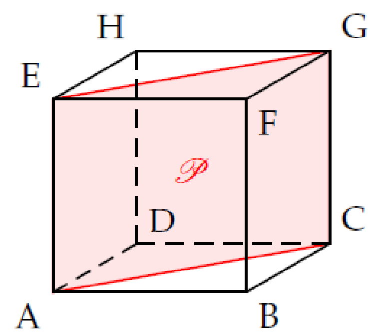
7.2 Droite et Plan

Définition (dans l'espace) :

- ***droite*** : c'est la donnée de 2 points distincts
  ces 2 points permettent alors de définir 1 repère (sur une droite)
- ***plan*** : c'est la donnée de 3 points non alignés
  ces 3 points permettent alors de définir 1 repère (sur ce plan)
- ***repère*** : c'est donc la donnée de 4 points non coplanaires

Remarque, exemple :

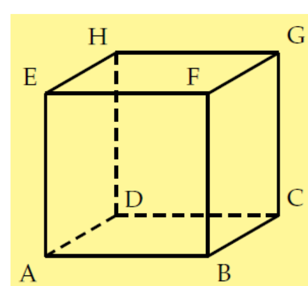
- 1 plan peut aussi être défini par la donnée de 2 droites sécantes ou strictement parallèles
- ***exemple :*** dans le cube $ABCDEFGH$, le plan $\mathcal{P} = (AEC)$ peut être défini par :
  - les points A, E, C
  - les droites (EC) et (AG)
  - les droites (AE) et (CG)



2 droites (dans l'espace) sont :

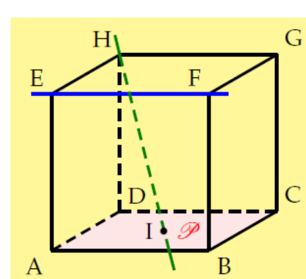
- ***coplanaires*** : pour le plan (AEG)
  - sécantes : $(AE) \cap (AG) = \{A\}$
  - parallèles : $(AE)\ //\ (GC)$
- ***non coplanaires*** : (AE) et (HC)

2 droites sont donc parallèles, sécantes ou non coplanaires



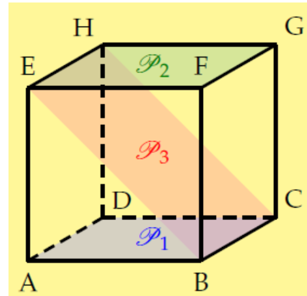
1 droite et 1 plan (dans l'espace) sont :

- ***sécants*** :
  - sécants en 1 point : $(HI) \cap \mathcal{P} = \{I\}$
  - inclus : $(AB) \subset \mathcal{P}$
- ***parallèles*** : $(EF)\ //\ \mathcal{P} = (ABC)$



2 plans (dans l'espace) sont :

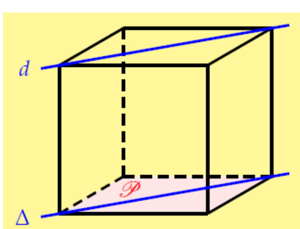
- ***sécants*** : $\mathcal{P}_3 \cap \mathcal{P}_1 = (BC)$
- ***parallèles*** : $\mathcal{P}_1 \ // \ \mathcal{P}_2$



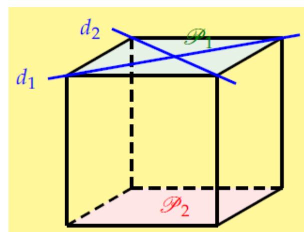
7.3 Parallélisme

Proriété :

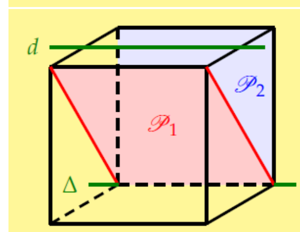
- ***Si*** $\left.\begin{array}{l} \mathrm{d} \ // \ \Delta \\ \Delta \subset \mathcal{P} \end{array}\right\}$ ***Alors*** $d \ // \ \mathcal{P}$



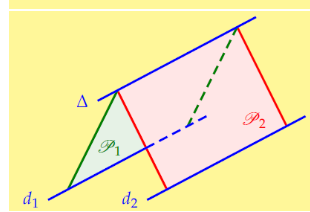
- ***Si*** $\left.\begin{array}{l} d_1 \ , \ d_2 \subset \mathcal{P}_1 \\ d_1 \ , \ d_2 \text{ sécantes} \\ d_1 \ , \ d_2 \ // \ \mathcal{P}_2 \end{array}\right\}$ ***Alors*** $\mathcal{P}_1 \ // \ \mathcal{P}_2$



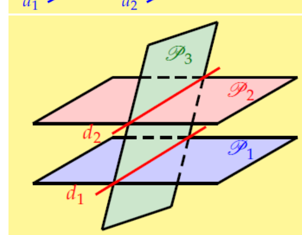
- ***Si*** $\left.\begin{array}{l} \mathrm{d} \ // \ \mathcal{P}_1 \ , \ \mathcal{P}_2 \\ \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \Delta \end{array}\right\}$ ***Alors*** $d \ // \ \Delta$



- ***Si*** $\left.\begin{array}{l} d_1 \ // \ d_2 \\ d_1 \subset \mathcal{P}_1 \ , \ d_2 \subset \mathcal{P}_2 \\ \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \Delta \end{array}\right\}$ ***Alors*** $\Delta // d_1 // d_2$



- ***Si*** $\left.\begin{array}{l} \mathcal{P}_1 \ // \ \mathcal{P}_2 \\ \mathcal{P}_3 \cap \mathcal{P}_1 = d_1 \end{array}\right\}$ ***Alors*** $\left\{\begin{array}{l} \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_1 = d_2 \\ d_1 \ // \ d_2 \end{array}\right.$



7.4 Exemples de Section - Solide Classique

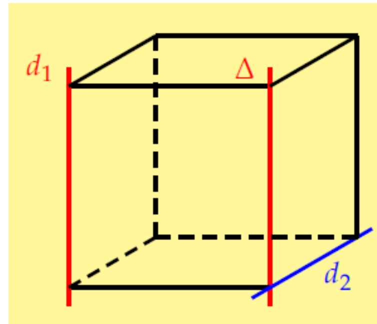
On pourra visualiser les sections Solide Classique / Plan !! Allez voir !!

Pour vous entrainer, faire les sujets type BAC suivants :
Cube : Faire Pondichéry 2016 Ex 3
Octaèdre : Faire Liban 2016 Ex 1

7.5 Orthogonalité

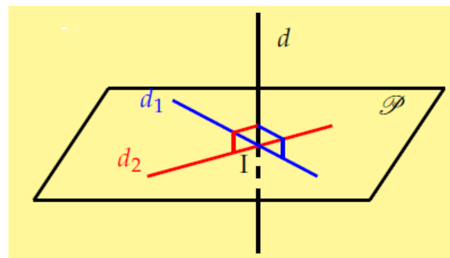
Définition : 2 droites d_1 , d_2 de l'espace

- ***perpendiculaire*** : d_1 et d_2 se coupent perpendiculairement
- ***orthogonale*** : $\exists \Delta \; // \; d_1$ tq Δ et d_2 se coupent perpendiculairement (voir figure)
- dans les 2 cas, on note : $d_1 \perp d_2$
  la confusion entre les 2 mots sera pardonnée !



Proriété :

- ***Si*** $\left.\begin{array}{l} d_1 \; // \; d_2 \\ d_3 \perp d_1 \end{array}\right\}$ ***Alors*** $d_3 \perp d_2$
- $d \perp \mathcal{P} \quad \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \exists\, d_1 \text{ , } d_2 \text{ sécantes } \subset \mathcal{P} \text{ tq :} \\ d \perp d_1 \text{ et } d \perp d_2 \end{array}\right.$
- ***Si*** $\left.\begin{array}{l} d \perp \mathcal{P} \\ d \cap \mathcal{P} = I \\ I \in d_1 \subset \mathcal{P} \end{array}\right\}$ ***Alors*** $d_1 \perp d$ (voir figure)



Application :

On considère le cube ABCDEFGH ci contre de côté 4 cm. I, J, K et L sont les milieux respectifs de [GH], [AB], [EF] et [CD].

1) Le point F appartient-il au segment [IC] ?
2) Justifier que EG = GB = BD = DE.
   Peut-on en déduire que EGBD est un losange ?
3) Démontrer que le quadrilatères EIGK, GKJC et EICJ sont des parallélogrammes.
4) Démontrer que EICJ est un losange.
5) Le quadrilatère EICJ est-il un carré ?