

# DS n° 2 - 07/11/2022 - 1 h

## Exercice 1 - suite

15 points

On s'intéresse au recyclage des emballages ménagers en plastique issus de la collecte sélective (EMPCS).

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016. Cette masse est exprimée en millier de tonnes et arrondie au millier de tonnes.

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Masse d'EMPCS recyclés	229	243	250	256	266	282

Source : <http://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr>, consulté le 21/01/2019

- Justifier que le taux d'évolution global de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016, exprimé en pourcentage et arrondi à l'unité, est de 23 %.
- En déduire le taux d'évolution annuel moyen de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016.

On fait l'hypothèse qu'à partir de 2016, le taux d'évolution annuel de la masse d'EMPCS recyclés est constant et égal à 4,2 %.

La masse d'EMPCS recyclés au cours de l'année  $(2016 + n)$ , exprimée en millier de tonnes, est modélisée par le terme de rang  $n$  d'une suite  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 282$ .

- Justifier que la suite  $(u_n)$  est géométrique. Préciser sa raison.
- Exprimer  $u_n$  en fonction de l'entier  $n$ .
- En déduire une estimation de la masse d'EMPCS recyclés en 2019.
- On souhaite calculer le rang de l'année à partir de laquelle la masse d'EMPCS recyclés aura doublé par rapport à l'année 2016.

Compléter l'algorithme **donné en annexe, à rendre avec la copie**, afin qu'après exécution, la variable  $N$  contienne la valeur recherchée.

## Exercice 2 - exponentielle

15 points

**130** Si  $u_n = 2^n$ , calculer  $u_3$ .

**131** Si  $f(x) = 4^x$ , calculer  $f(0,5)$ .

**132** Simplifier :  $1,5^{-2,3} \times 1,5^{5,3}$ .

**133** Simplifier :  $\frac{0,8^{2,5} \times 0,8^{-1}}{(0,8^{(1,5)^2})}$

**134** Donner le sens de variation de  $f(x) = -6(0,54)^x$  sur  $\mathbb{R}$ .

**135** Si le coefficient multiplicateur global est de 1,21 sur 2 évolutions, alors le taux moyen  $t$  est de :

# Corrigé - 1 h

## Exercice 3 - exponentielle

15 points

- Solution :** La masse d'EMPCS recyclés est passé de 229 à 282 entre 2011 et 2016 soit une évolution de :  

$$\frac{282 - 229}{229} \times 100 = \frac{5300}{229} \approx 23,1$$
ce qui correspond à peu près à une augmentation de 23 %.
- Solution :** Le coefficient multiplicateur global associé à la hausse de 23 % entre 2011 et 2016 est  $C = 1,23$ .  
 Soit  $c$  le coefficient multiplicateur moyen durant ces 5 années alors on a  $c^5 = C$ .  
 $c^5 = C \iff c = C^{\frac{1}{5}} \approx 1,0423$ .  
 Le taux d'évolution annuel moyen sur cette période est donc une hausse d'environ 4,23 %.
- Solution :** La masse d'EMPCS augmente de 4,2% par an, elle est donc multipliée par le coefficient multiplicateur associé à cette hausse soit 1,042.  
 On en déduit que  $(u_n)$  est géométrique de raison  $q = 1,042$  et de 1<sup>er</sup> terme  $u_0 = 282$ .
- Solution :**  $u_n = u_0 \times q^n = 282 \times 1,042^n$
- Solution :** 2019 = 2016 + 3 donc l'année 2019 est de rang  $n = 3$ .  
 On a  $u_3 = 282 \times 1,042^3 \approx 319$  et on peut donc en déduire une masse d'EMPCS recyclés d'environ 319 000 de tonnes en 2019.
- Solution :** En 2016, 282 000 tonnes d'EMPCS avaient été recyclées donc le double est de 564 milliers de tonnes.

```

N ← 0
U ← 282
Tant que U < 564
    N ← N + 1
    U ← 1,042U
Fin Tant que
  
```

## Exercice 4 - suite

15 points

$u_3 = 2^3$	8
$a^{0,5} = \sqrt{a}$	$f(0,5) = 4^{0,5} = 2$
$a^p \times a^q = a^{p+q}$	$1,5^3$
$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	$0,8^{-1,5}$
Étudier le signe de $k$ et comparer la base à 1.	$f$ croissante
On applique la formule $= 100 \left( CM^{\frac{1}{2}} - 1 \right)$	$t = 10 \%$