### Math101

# Benjamin Buus Støttrup benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag Aalborg universitet Danmark



### Introduktion



### Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

Benjamin Buus Støttrup

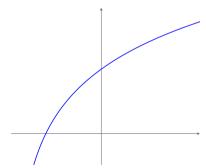
til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

This work is licensed under a Creative Commons "Attribution-NonCommercial 4.0 International" license.



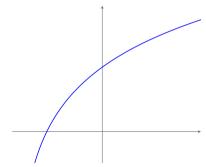


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



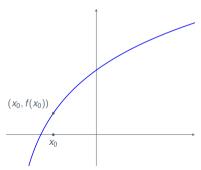


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



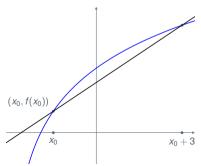


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



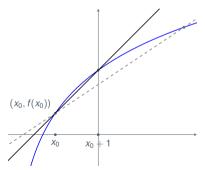


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



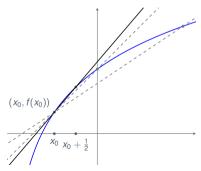


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



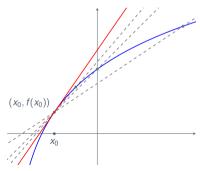


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.





- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.





▶ En funktion f er differentiabel i  $x_0$  hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- ightharpoonup Bemærk at f'(x) betegner hældningen af f i x
- ▶ Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$



 $\blacktriangleright$  En funktion f er differentiabel i  $x_0$  hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- ▶ Bemærk at f'(x) betegner hældningen af f i x.
- ▶ Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$



▶ En funktion f er differentiabel i  $x_0$  hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- ▶ Bemærk at f'(x) betegner hældningen af f i x.
- ▶ Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
x <sup>n</sup>	nx <sup>n-1</sup>
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
Χ	1
X <sup>n</sup>	nx <sup>n-1</sup>
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)	f'(x)
a <sup>x</sup>	a <sup>x</sup> In a
n <i>X</i>	$\frac{1}{x}$
cos X	— sin <i>X</i>
sin X	cos X
tan X	$1 + \tan^2(x)$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
X	1
X <sup>n</sup>	nx <sup>n-1</sup>
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
X	1
x <sup>n</sup>	nx <sup>n-1</sup>
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
X	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
e <sup>x</sup>	$e^{x}$
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)	f'(x)
a <sup>x</sup>	a <sup>x</sup> In a
ln X	$\frac{1}{x}$
cos X	— sin <i>X</i>
sin <i>X</i>	cos X
tan <i>X</i>	$1 + \tan^2(x)$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
Χ	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
Χ	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	cecx

f(x)f'(x) $a^{x} \ln a$ 

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
Χ	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
e <sup>x</sup>	$e^{x}$
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)f'(x) $a^{x} \ln a$ ln X

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad ,$$

$$g(x) = -$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
Χ	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
e <sup>x</sup>	$e^{x}$
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

$$f(x) \qquad f'(x)$$

$$a^{x} \qquad a^{x} \ln a$$

$$\ln x \qquad \frac{1}{x}$$

$$\cos x \qquad -\sin x$$

$$\sin x \qquad \cos x$$

$$\tan x \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)	
С	0	
X	1	
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$	
$e^{x}$	e <sup>x</sup>	
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>	

$$f(x) \qquad f'(x)$$

$$a^{x} \qquad a^{x} \ln a$$

$$\ln x \qquad \frac{1}{x}$$

$$\cos x \qquad -\sin x$$

$$\sin x \qquad \cos x$$

$$\tan x \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
Χ	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

$$\frac{f(x)}{a^{x}} \qquad \frac{f'(x)}{a^{x} \ln a}$$

$$\frac{\ln x}{\cos x} \qquad \frac{\frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$\frac{\cos x}{\tan x} \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad ,$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
X	1
x <sup>n</sup>	nx <sup>n-1</sup>
$e^{x}$	$e^{x}$
ecx	ce <sup>cx</sup>

$$f(x) = \sqrt{x}$$
 ,  $g(x) = \frac{1}{x}$ 

$$g(x) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{f(x)}{a^{x}} \qquad \frac{f'(x)}{a^{x} \ln a}$$

$$\frac{\ln x}{\cos x} \qquad \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} \qquad \frac{\cos x}{\tan x}$$

$$\tan x \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
X	1
X <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
e <sup>x</sup>	e <sup>x</sup>
ecx	cecx

f(x)	f'(x)
a <sup>x</sup>	a <sup>x</sup> In a
ln <i>X</i>	$\frac{1}{x}$
cos X	— sin <i>X</i>
sin <i>X</i>	cos X
tan X	$1 + \tan^2(x)$

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x)$$

$$y(x) = -$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
X	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
$e^{x}$	$e^{x}$
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

f(x)f'(x) $a^{x} \ln a$ ln X  $-\sin x$  $\cos X$ sin X  $\cos X$  $1 + \tan^2(x)$ tan X

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x) = \frac{1}{x}$$

$$y(x) = \frac{1}{x} \qquad ,$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)	f(x)	f'(x)
С	0	$a^{x}$	a <sup>x</sup> In a
X	1	ln X	$\frac{1}{x}$
x <sup>n</sup>	nx <sup>n-1</sup>	cos X	— sin <i>X</i>
$e^{x}$	e <sup>x</sup>	sin X	cos X
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>	tan <i>X</i>	$1 + \tan^2(x)$

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$
  $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$   $h(x) = \ln(x^3)$ 

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)	f(x)	f'(x)
С	0	a <sup>x</sup>	a <sup>x</sup> In a
X	1	ln X	$\frac{1}{x}$
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$	cos X	— sin <i>X</i>
$e^{x}$	e <sup>x</sup>	sin X	cos X
$e^{cx}$	cecx	tan <i>X</i>	$1 + \tan^2(x)$

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$
  $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$ 

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)
С	0
X	1
x <sup>n</sup>	$nx^{n-1}$
$e^{x}$	e <sup>x</sup>
e <sup>cx</sup>	ce <sup>cx</sup>

► Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$
  $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$ 

$$a(x) = \frac{1}{-} = x^{-1}$$
.

$$\frac{a^{x}}{\ln x} \qquad \frac{a^{x} \ln a}{\frac{1}{x}}$$

$$\frac{\cos x}{\sin x} \qquad \frac{1}{\cos x}$$

$$\frac{\sin x}{\tan x} \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

f(x)

$$h(x) = \ln(x^3) = 3\ln(x).$$

f'(x)



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
  $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$ 



► Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
  $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$ 



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
  $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$ 



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
  $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$   
 $f'(x) = 2 + x^{-2},$ 



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
  $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$   
 $f'(x) = 2 + x^{-2},$ 



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
  
 $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$ 

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
  $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$   
 $f'(x) = 2 + x^{-2},$   $g'(x) = -6x^{-3} + 2e^{-x} - \sin(x)$ 

## Opgaveregning!

