

Math101

Benjamin Buus Støttrup
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag
Aalborg universitet
Danmark



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Introduktion



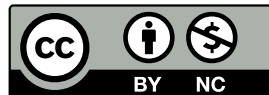
Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

Benjamin Buus Støttrup

til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

Seneste opdateret 25. marts 2021

This work is licensed under a Creative Commons “Attribution-NonCommercial 4.0 International” license.



Differentialregning

Repetition af regneregler



- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Samt $(cf)'(x) = cf'(x)$ og $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$.

Differentialregning

Repetition af regneregler



- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Samt $(cf)'(x) = cf'(x)$ og $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$.

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = \quad ,$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \text{_____},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x}{x^2},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, \quad h'(x) =$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, \quad h'(x) = -\sin(x) \sin(x).$$

Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, \quad h'(x) = -\sin(x) \sin(x) - \cos(x) \cos(x).$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = \quad ,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2) \quad ,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

$$g'(x) = ,$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos(x^2), \\ f'(x) &= -\sin(x^2)2x, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= e^{x^3+3x}, \\ g'(x) &= e^{x^3+3x} \cdot (3x^2+3), \end{aligned}$$

Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

$$g'(x) = e^{x^3+3x}(3x^2 + 3),$$



Kædereglen

► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

► Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$



Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) =$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\ &= e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\ &= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$h'(x) =$$

Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$h'(x) = 2 \sin(x^2 - 2x + 1)$$

Kædereglen

- Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$h'(x) = 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \left(\frac{d}{dx} \sin(x^2 - 2x + 1) \right)$$

Kædereglen

- Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{aligned}h'(x) &= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \left(\frac{d}{dx} \sin(x^2 - 2x + 1) \right) \\&= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \cos(x^2 - 2x + 1)\end{aligned}$$

Kædereglen

- Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{aligned}h'(x) &= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \left(\frac{d}{dx} \sin(x^2 - 2x + 1) \right) \\&= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \cos(x^2 - 2x + 1) \left(\frac{d}{dx} (x^2 - 2x + 1) \right)\end{aligned}$$

Kædereglen

- Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- Eksempel: Differentier funktionen $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{aligned}h'(x) &= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \left(\frac{d}{dx} \sin(x^2 - 2x + 1) \right) \\&= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \cos(x^2 - 2x + 1) \left(\frac{d}{dx} (x^2 - 2x + 1) \right) \\&= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \cos(x^2 - 2x + 1) (2x - 2)\end{aligned}$$

Opgaveregning!



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK