

Math101

Benjamin Støttrup
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag
Aalborg universitet
Danmark



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Agenda



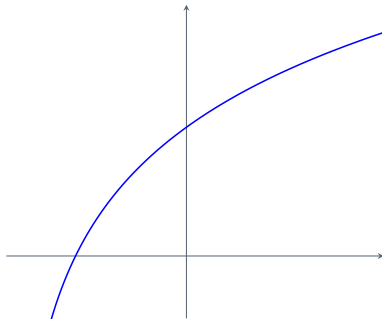
Differentialregning

Regneregler for kendte funktioner

Generelle regneregler

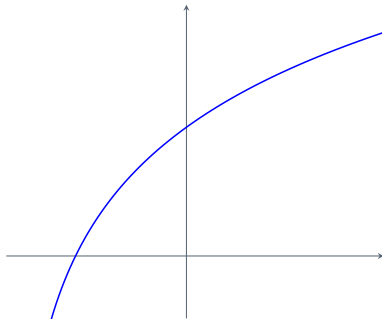
Differentialregning

- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



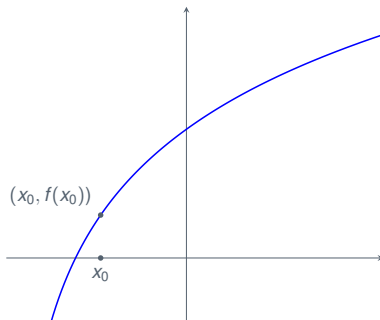
Differentialregning

- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



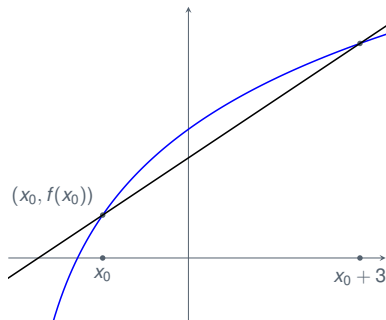
Differentialregning

- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekant.



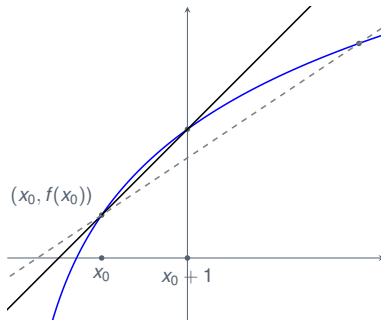
Differentialregning

- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekant.



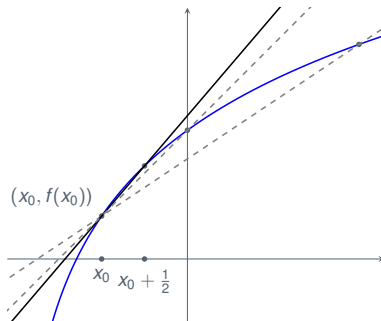
Differentialregning

- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekanten.



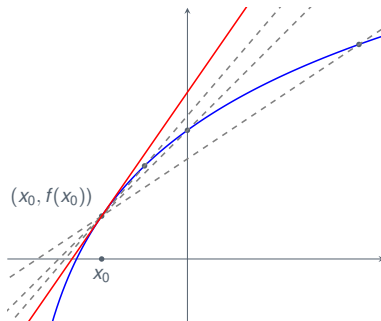
Differentialregning

- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekant.



Differentialregning

- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekantter.



Differentialregning

- En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- Bemærk at $f'(x)$ betegner hældningen af f i x .
- Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$

Differentialregning

- En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- Bemærk at $f'(x)$ betegner hældningen af f i x .
- Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$

Differentialregning

- ▶ En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- ▶ Bemærk at $f'(x)$ betegner hældningen af f i x .
- ▶ Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

c	0
-----	-----

x	1
-----	-----

x^n	nx^{n-1}
-------	------------

e^x	e^x
-------	-------

e^{cx}	ce^{cx}
----------	-----------

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

a^x	$a^x \ln a$
-------	-------------

$\ln x$	$\frac{1}{x}$
---------	---------------

$\cos x$	$-\sin x$
----------	-----------

$\sin x$	$\cos x$
----------	----------

$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$
----------	-----------------

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

c	0
-----	-----

x	1
-----	-----

x^n	nx^{n-1}
-------	------------

e^x	e^x
-------	-------

e^{cx}	ce^{cx}
----------	-----------

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

a^x	$a^x \ln a$
-------	-------------

$\ln x$	$\frac{1}{x}$
---------	---------------

$\cos x$	$-\sin x$
----------	-----------

$\sin x$	$\cos x$
----------	----------

$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$
----------	-----------------

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

c	0
-----	-----

x	1
-----	-----

x^n	nx^{n-1}
-------	------------

e^x	e^x
-------	-------

e^{cx}	ce^{cx}
----------	-----------

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

a^x	$a^x \ln a$
-------	-------------

$\ln x$	$\frac{1}{x}$
---------	---------------

$\cos x$	$-\sin x$
----------	-----------

$\sin x$	$\cos x$
----------	----------

$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$
----------	-----------------

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

c	0
-----	-----

x	1
-----	-----

x^n	nx^{n-1}
-------	------------

e^x	e^x
-------	-------

e^{cx}	ce^{cx}
----------	-----------

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

a^x	$a^x \ln a$
-------	-------------

$\ln x$	$\frac{1}{x}$
---------	---------------

$\cos x$	$-\sin x$
----------	-----------

$\sin x$	$\cos x$
----------	----------

$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$
----------	-----------------

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x}$$

,

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

,

$$h(x) = \ln(x^3)$$

.

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

c	0
-----	-----

x	1
-----	-----

x^n	nx^{n-1}
-------	------------

e^x	e^x
-------	-------

e^{cx}	ce^{cx}
----------	-----------

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

a^x	$a^x \ln a$
-------	-------------

$\ln x$	$\frac{1}{x}$
---------	---------------

$\cos x$	$-\sin x$
----------	-----------

$\sin x$	$\cos x$
----------	----------

$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$
----------	-----------------

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$

$$g(x) = \frac{1}{x},$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$

$$g(x) = \frac{1}{x},$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$

$$g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$

$$g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$

$$g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$$

$$h(x) = \ln(x^3) = 3 \ln(x).$$

Differentialregning

Regneregler

- ▶ Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$

$$g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$

Differentialregning

Regneregler

- ▶ Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$

$$g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$

Differentialregning

Regneregler

- ▶ Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$

$$g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$

Differentialregning

Regneregler

- ▶ Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
$$f'(x) = 2 + x^{-2},$$

$$g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$

Differentialregning

Regneregler

- ▶ Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
$$f'(x) = 2 + x^{-2},$$

$$g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$

Differentialregning

Regneregler

- ▶ Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
$$f'(x) = 2 + x^{-2},$$

$$g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$
$$g'(x) = -6x^{-3} + 2e^{-x} - \sin(x)$$

Opgaveregning!



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK