

## 1 Brøker

Brøker er tal på formen

$$\frac{a}{b},$$

hvor  $a, b$  er tal samt  $b \neq 0$ .  $a$  er tælleren og  $b$  er nævneren.

### 1.1 Regneregler

Der gælder

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc},$$

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ab}{c}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}, \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}.$$

### 1.2 Forkorte/Forlænge Brøker

Fælles faktorer kan forkortes:

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$$

## 2 Potenser

Potenser er tal på formen

$$x^a.$$

$x$  er grundtallet og  $a$  er eksponenten.

### 2.1 Regneregler

Der gælder

$$x^a x^b = x^{a+b}, \quad \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}, \quad (xy)^a = x^a y^a,$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}, \quad (x^a)^b = x^{ab}, \quad x^{-a} = \frac{1}{x^a}.$$

## 3 Rødder

Hvis  $x \geq 0$  og  $n \in \mathbb{Z}_+$  så findes et tal  $\sqrt[n]{x} > 0$  så

$$(\sqrt[n]{x})^n = x.$$

Bemærk at  $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ .

### 3.1 Regneregler

Der gælder

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}, \quad \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{x})^m, \\ \sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x} \sqrt[n]{y}, \quad \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}.$$

## 4 Kvadratsætninger

Der gælder

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

## 5 Ligninger

Ligninger kan reduceres med følgende regler:

- Man må lægge til/trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
- Man må gange/dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.

### 5.1 Andengradsligninger

Andengradsligninger er på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad (1)$$

Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

### 5.2 Faktorisering

Hvis  $ax^2 + bx + c = 0$  har rødder  $r_1$  og  $r_2$  så gælder.

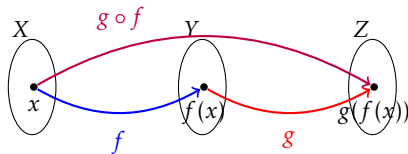
$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2).$$

## 6 Funktioner

En funktion  $f: X \rightarrow Y$  tildeler alle  $x \in X$  præcis ét element  $f(x) \in Y$ .

### 6.1 Sammensatte funktioner

Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  defineres sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .  $f$  er den indre funktion,  $g$  er den ydre funktion

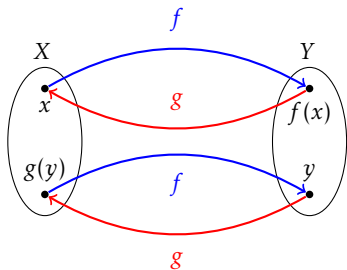


### 6.2 Inverse funktioner

To funktioner  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow X$  er hinandens inverse hvis

$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$

for alle  $x$  i  $X$  og  $y$  i  $Y$ .



## 6.3 Logaritmer

Et førstegradspolynomium har forskrift:

$$f(x) = ax + b.$$

Et andengradspolynomium har forskrift:

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

### 6.4 Logaritmer og eksponentialfunktioner

Logaritmen med grundtal  $a$ ,  $\log_a: ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  er invers til eksponentialfunktionen  $f_a(x) = a^x$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ). Der gælder at

$$\log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y$$

og vi har

$$\ln x = \log_e x, \quad \log x = \log_{10} x$$

### 6.5 Regneregler

Der gælder

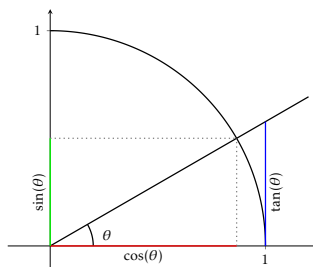
$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$

$$\log_a(x^r) = r \log_a(x).$$

## 7 Trigonometriske funktioner

De trigonometriske funktioner er defineret ud fra enhedscirklen:



Der gælder at

$\theta$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-

samt  $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$ .

## 8 Differentialregning

Den afledede  $f'$  af  $f$  betegnes  $\frac{d}{dx}f = \frac{df}{dx}$ .

## 8.1 Regneregler

Der gælder at

$f(x)$	$f'(x)$
$c$	0
$x$	1
$x^n$	$nx^{n-1}$
$e^x$	$e^x$
$e^{cx}$	$ce^{cx}$
$a^x$	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

### 8.2 Generelle regneregler

Der gælder at

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x).$$

Den sidste regneregler kaldes kæderglen.

### 9 Ubestemte integraler

En funktion  $f$  har stamfunktion  $F$  hvis

$$F'(x) = f(x).$$

Det ubestemte integral af  $f$  defineres til

$$\int f(x) dx = F(x) + k,$$

hvor  $F$  er en stamfunktion til  $f$  og  $k \in \mathbb{R}$ .

### 9.1 Generelle regneregler

$$\int cf(x) dx = c \int f(x) dx$$

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx.$$

$$\int f(x)g(x) dx = f(x)G(x) - \int f'(x)G(x) dx$$

$$\int f(g(x))g'(x) dx = F(g(x)) + k.$$

Den 3. regel kaldes *delvis integration* og den sidste kaldes *integration ved substitution*.

## 9.2 Regneregler

Der gælder at

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$c$	$cx + k$
$x$	$\frac{1}{2}x^2 + k$
$x^n$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + k$
$e^x$	$e^x + k$
$e^{cx}$	$\frac{1}{c}e^{cx} + k$
$\frac{1}{x}$	$\ln( x ) + k$
$\ln x$	$x \ln(x) - x + k$
$\cos x$	$\sin x + k$
$\sin x$	$-\cos x + k$
$\tan x$	$-\ln( \cos(x) ) + k$

### 9.3 Integration ved substitution

Givet et integral på formen  $\int f(g(x))g'(x) dx$  anvendes metoden:

- Lad  $u = g(x)$ .
- Udregn  $\frac{du}{dx}$  og isoler  $dx$ .
- Substituer  $g(x)$  og  $dx$ .
- Udregn integralet mht.  $u$ .
- Substituer tilbage.

## 10 Besemte integraler

Det bestemte integral af  $f$  i intervallet  $[a, b]$  til

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a),$$

hvor  $F$  er en stamfunktion til  $f$ .

### 10.1 Generelle regneregler

$$\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) \pm g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = [f(x)G(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)G(x) dx$$

$$\int_a^b f(g(x))g'(x) dx = [F(x)]_a^b \Big|_{g(a)}^{g(b)}.$$

### 10.2 Integration ved substitution

Givet et integral på formen  $\int_a^b f(g(x))g'(x) dx$  anvendes metoden

- Lad  $u = g(x)$ .
- Udregn  $\frac{du}{dx}$  og isoler  $dx$ .
- Substituer  $g(x)$ ,  $dx$  samt grænser.
- Udregn integralet mht.  $u$ .