Math101

Benjamin Buus Støttrup benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag Aalborg universitet Danmark



Introduktion



Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

Benjamin Buus Støttrup

til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

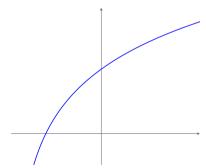
Seneste opdateret 25. marts 2021

This work is licensed under a Creative Commons "Attribution-NonCommercial 4.0 International" license.



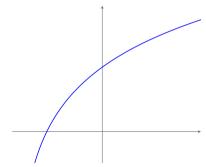


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ▶ Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



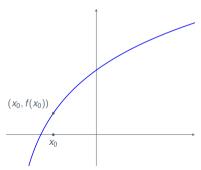


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



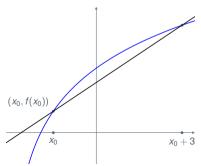


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



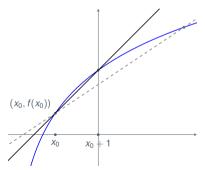


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



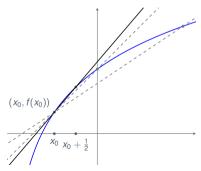


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



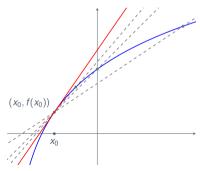


- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.





- ▶ Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- ► Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.





▶ En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- ightharpoonup Bemærk at f'(x) betegner hældningen af f i x
- ▶ Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$



 \blacktriangleright En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- ▶ Bemærk at f'(x) betegner hældningen af f i x.
- ▶ Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$



▶ En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

eksisterer.

- ▶ Bemærk at f'(x) betegner hældningen af f i x.
- ▶ Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|-------------------|
| | |
| | |
| x ⁿ | nx ⁿ⁻¹ |
| e ^x | e ^x |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|-------------------|
| С | 0 |
| Χ | 1 |
| X ⁿ | nx ⁿ⁻¹ |
| e ^x | e ^x |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

| f(x) | f'(x) |
|----------------|---------------------|
| a ^x | a ^x In a |
| n <i>X</i> | $\frac{1}{x}$ |
| cos X | — sin <i>X</i> |
| sin X | cos X |
| tan X | $1 + \tan^2(x)$ |

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|-------------------|
| С | 0 |
| X | 1 |
| X ⁿ | nx ⁿ⁻¹ |
| e ^x | e ^x |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|-------------------|
| С | 0 |
| X | 1 |
| x ⁿ | nx ⁿ⁻¹ |
| e ^x | e ^x |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|------------------|
| С | 0 |
| X | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e ^x | e^{x} |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

| f(x) | f'(x) |
|----------------|---------------------|
| a ^x | a ^x In a |
| ln X | $\frac{1}{x}$ |
| cos X | — sin <i>X</i> |
| sin <i>X</i> | cos X |
| tan <i>X</i> | $1 + \tan^2(x)$ |

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|------------------|
| С | 0 |
| Χ | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e ^x | e ^x |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

f(x)f'(x)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|----------------|
| С | 0 |
| Χ | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e ^x | e ^x |
| e ^{cx} | cecx |

f(x)f'(x) $a^{x} \ln a$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|------------------|
| С | 0 |
| Χ | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e ^x | e^{x} |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

f(x)f'(x) $a^{x} \ln a$ ln X

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad ,$$

$$g(x) = -$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|------------------|
| С | 0 |
| Χ | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e ^x | e^{x} |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

$$f(x) \qquad f'(x)$$

$$a^{x} \qquad a^{x} \ln a$$

$$\ln x \qquad \frac{1}{x}$$

$$\cos x \qquad -\sin x$$

$$\sin x \qquad \cos x$$

$$\tan x \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) | |
|-----------------|------------------|--|
| С | 0 | |
| X | 1 | |
| x ⁿ | nx^{n-1} | |
| e^{x} | e ^x | |
| e ^{cx} | ce ^{cx} | |

$$f(x) \qquad f'(x)$$

$$a^{x} \qquad a^{x} \ln a$$

$$\ln x \qquad \frac{1}{x}$$

$$\cos x \qquad -\sin x$$

$$\sin x \qquad \cos x$$

$$\tan x \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|------------------|
| С | 0 |
| Χ | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e ^x | e ^x |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

$$\frac{f(x)}{a^{x}} \qquad \frac{f'(x)}{a^{x} \ln a}$$

$$\frac{\ln x}{\cos x} \qquad \frac{\frac{1}{x}}{\sin x}$$

$$\frac{\cos x}{\tan x} \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad ,$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|----------------|-------------------|
| С | 0 |
| X | 1 |
| x ⁿ | nx ⁿ⁻¹ |
| e^{x} | e^{x} |
| ecx | ce ^{cx} |

$$f(x) = \sqrt{x}$$
 , $g(x) = \frac{1}{x}$

$$g(x) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{f(x)}{a^{x}} \qquad \frac{f'(x)}{a^{x} \ln a}$$

$$\frac{\ln x}{\cos x} \qquad \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} \qquad \frac{\cos x}{\tan x}$$

$$\tan x \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|----------------|----------------|
| С | 0 |
| X | 1 |
| X ⁿ | nx^{n-1} |
| e ^x | e ^x |
| ecx | cecx |

| f(x) | f'(x) |
|----------------|---------------------|
| a ^x | a ^x In a |
| ln <i>X</i> | $\frac{1}{x}$ |
| cos X | — sin <i>X</i> |
| sin <i>X</i> | cos X |
| tan X | $1 + \tan^2(x)$ |

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x)$$

$$y(x) = -$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|------------------|
| С | 0 |
| X | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e^{x} | e^{x} |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

f(x)f'(x) $a^{x} \ln a$ ln X $-\sin x$ $\cos X$ sin X $\cos X$ $1 + \tan^2(x)$ tan X

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x) = \frac{1}{x}$$

$$y(x) = \frac{1}{x} \qquad ,$$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) | f(x) | f'(x) |
|-----------------|-------------------|--------------|---------------------|
| С | 0 | a^{x} | a ^x In a |
| X | 1 | ln X | $\frac{1}{x}$ |
| x ⁿ | nx ⁿ⁻¹ | cos X | — sin <i>X</i> |
| e^{x} | e ^x | sin X | cos X |
| e ^{cx} | ce ^{cx} | tan <i>X</i> | $1 + \tan^2(x)$ |

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$
 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$ $h(x) = \ln(x^3)$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) | f(x) | f'(x) |
|----------------|----------------|----------------|---------------------|
| С | 0 | a ^x | a ^x In a |
| X | 1 | ln X | $\frac{1}{x}$ |
| x ⁿ | nx^{n-1} | cos X | — sin <i>X</i> |
| e^{x} | e ^x | sin X | cos X |
| e^{cx} | cecx | tan <i>X</i> | $1 + \tan^2(x)$ |

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$
 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$

$$h(x) = \ln(x^3)$$



► Vi har følgende regneregler:

| f(x) | f'(x) |
|-----------------|------------------|
| С | 0 |
| X | 1 |
| x ⁿ | nx^{n-1} |
| e^{x} | e ^x |
| e ^{cx} | ce ^{cx} |

► Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}},$$
 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1},$

$$a(x) = \frac{1}{-} = x^{-1}$$
.

$$\frac{a^{x}}{\ln x} \qquad \frac{a^{x} \ln a}{\frac{1}{x}}$$

$$\frac{\cos x}{\sin x} \qquad \frac{1}{\cos x}$$

$$\frac{\sin x}{\tan x} \qquad 1 + \tan^{2}(x)$$

f(x)

$$h(x) = \ln(x^3) = 3\ln(x).$$

f'(x)



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
 $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$



► Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
 $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
 $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
 $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$
 $f'(x) = 2 + x^{-2},$



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
 $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$
 $f'(x) = 2 + x^{-2},$



$$(cf)'(x) = cf'(x)$$

 $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x},$$
 $g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$
 $f'(x) = 2 + x^{-2},$ $g'(x) = -6x^{-3} + 2e^{-x} - \sin(x)$

Opgaveregning!

