

# Math101

Benjamin Buus Støttrup  
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag  
Aalborg universitet  
Danmark



AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

# Introduktion



Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

Benjamin Buus Støttrup

til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

Seneste opdateret 25. marts 2021

This work is licensed under a Creative Commons “Attribution-NonCommercial 4.0 International” license.



# Funktioner

- ▶ En funktion  $f$  tildeler ethvert element  $x$  i en mængde  $X$  præcis ét element  $f(x)$  i en mængde  $Y$ .
- ▶ Mængden  $X$  kaldes *domænet* eller *definitionsområdet* for  $f$  og mængden  $Y$  kaldes *codomænet* for  $f$ .
- ▶ Vi anvender notationen:

$$f: X \rightarrow Y.$$

- ▶ Et eksempel på funktioner er  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$  givet ved  $f(x) = x^2$  og  $g: ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  givet ved  $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$ .

# Funktioner

- ▶ En funktion  $f$  tildeler ethvert element  $x$  i en mængde  $X$  præcis ét element  $f(x)$  i en mængde  $Y$ .
- ▶ Mængden  $X$  kaldes *domænet* eller *definitionsområdet* for  $f$  og mængden  $Y$  kaldes *codomænet* for  $f$ .
- ▶ Vi anvender notationen:

$$f: X \rightarrow Y.$$

- ▶ Et eksempel på funktioner er  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$  givet ved  $f(x) = x^2$  og  $g: ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  givet ved  $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$ .

# Funktioner

- ▶ En funktion  $f$  tildeler ethvert element  $x$  i en mængde  $X$  præcis ét element  $f(x)$  i en mængde  $Y$ .
- ▶ Mængden  $X$  kaldes *domænet* eller *definitionsområdet* for  $f$  og mængden  $Y$  kaldes *codomænet* for  $f$ .
- ▶ Vi anvender notationen:

$$f: X \rightarrow Y.$$

- ▶ Et eksempel på funktioner er  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$  givet ved  $f(x) = x^2$  og  $g: ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  givet ved  $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$ .

# Funktioner

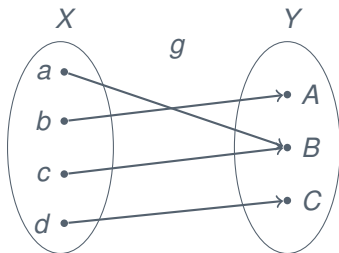
- ▶ En funktion  $f$  tildeler ethvert element  $x$  i en mængde  $X$  præcis ét element  $f(x)$  i en mængde  $Y$ .
- ▶ Mængden  $X$  kaldes *domænet* eller *definitionsområdet* for  $f$  og mængden  $Y$  kaldes *codomænet* for  $f$ .
- ▶ Vi anvender notationen:

$$f: X \rightarrow Y.$$

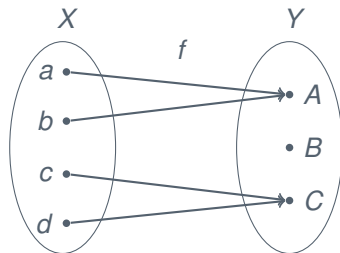
- ▶ Et eksempel på funktioner er  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$  givet ved  $f(x) = x^2$  og  $g: ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  givet ved  $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$ .

# Funktioner

- Figur 1 og Figur 2 viser også eksempler på funktioner.



Figur: En funktion  $g$ .



Figur: En funktion  $f$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

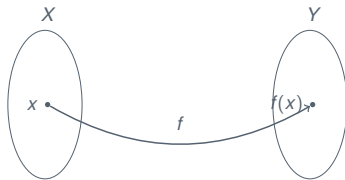
- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

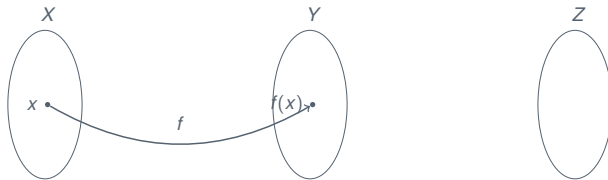
- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

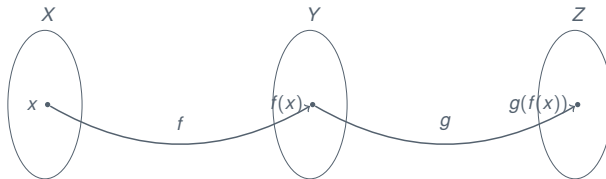
- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

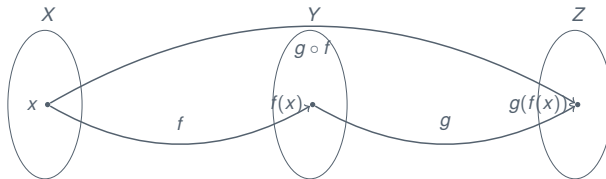
- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

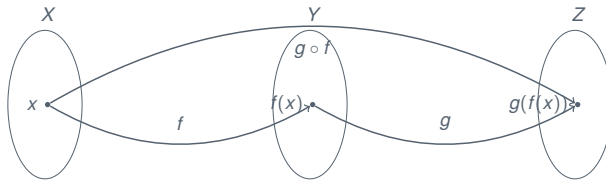
- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

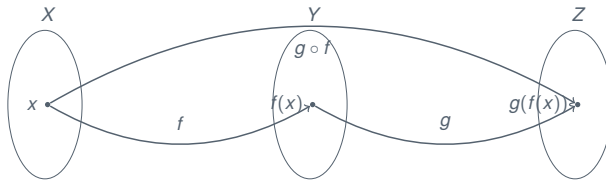
- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ .

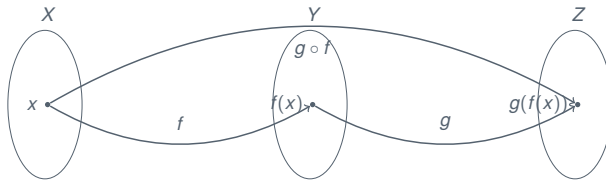




# Funktioner

## Sammensatte funktioner

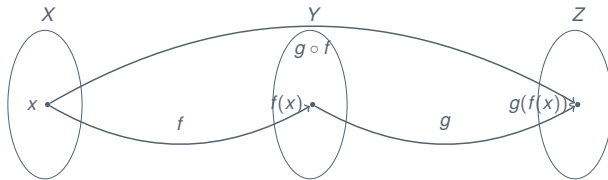
- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ . Svar:  $(f \circ g)(x) = \sqrt{e^{2x}} = e^x$ ,



# Funktioner

## Sammensatte funktioner

- ▶ Hvis  $f: X \rightarrow Y$  og  $g: Y \rightarrow Z$  så kan vi definere sammensætningen  $g \circ f: X \rightarrow Z$  ved  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ .
- ▶ Funktionen  $f$  kaldes den *indre funktion* og  $g$  kaldes den *ydre funktion*.
- ▶ Eksempel: Sammensæt  $f(x) = \sqrt{x}$  med  $g(x) = e^{2x}$ . Svar:  $(f \circ g)(x) = \sqrt{e^{2x}} = e^x$ ,  
 $(g \circ f)(x) = e^{2\sqrt{x}}$



# Funktioner

## Første-og andengradspolynomier

- ▶ Et førstegradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

$$f(x) = ax + b.$$

- ▶ Grafen for et førstegradspolynomium er en ret linje med hældning  $a$  som skærer  $y$ -aksen i  $b$ .
- ▶ Et andengradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

- ▶ Grafen for et andengradspolynomium er en parabel som skærer  $y$ -aksen i  $c$ .

# Funktioner

## Første-og andengradspolynomier

- ▶ Et førstegradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

$$f(x) = ax + b.$$

- ▶ Grafen for et førstegradspolynomium er en ret linje med hældning  $a$  som skærer  $y$ -aksen i  $b$ .

- ▶ Et andengradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

- ▶ Grafen for et andengradspolynomium er en parabel som skærer  $y$ -aksen i  $c$ .

# Funktioner

## Første-og andengradspolynomier

- ▶ Et førstegradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

$$f(x) = ax + b.$$

- ▶ Grafen for et førstegradspolynomium er en ret linje med hældning  $a$  som skærer  $y$ -aksen i  $b$ .
- ▶ Et andengradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

- ▶ Grafen for et andengradspolynomium er en parabel som skærer  $y$ -aksen i  $c$ .

# Funktioner

## Første-og andengradspolynomier

- ▶ Et førstegradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

$$f(x) = ax + b.$$

- ▶ Grafen for et førstegradspolynomium er en ret linje med hældning  $a$  som skærer  $y$ -aksen i  $b$ .
- ▶ Et andengradspolynomium er en funktion med forskrift på formen

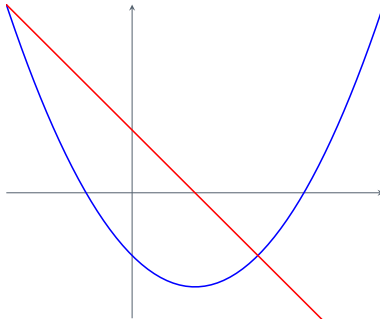
$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

- ▶ Grafen for et andengradspolynomium er en parabel som skærer  $y$ -aksen i  $c$ .

# Funktioner

## Første-og andengradspolynomier

- Figur 3 Viser eksempler på første-og andengradspolynomier.



Figur: Grafer for første-og andengradspolynomier.

Opgaveregning!



AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK