Math101

15. oktober 2018

Benjamin Støttrup
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag
Aalborg universitet
Danmark

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Agenda

Førstegradsligninger

- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x + 2).$$

Førstegradsligninger

- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x + 2).$$

Førstegradslignigner

- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x+3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x+2).$$

Førstegradsligninger

- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x + 2).$$

Førstegradsligninger

- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x+2).$$

Førstegradsligninger

- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x - 1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x + 2).$$

Førstegradsligninger

- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

Førstegradsligninger

- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

Førstegradsligninger

- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

Førstegradsligninger

- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

Førstegradsligninger

- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x + 1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

Førstegradsligninger

- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen
$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$
- Løsningerne til (1) er
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger

- Vi betragter andengradsligninger på formen
$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$
- Løsningerne til (1) er
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

Andengradsligninger
Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + c = 0.$$

  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.

- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + bx = 0.$$

  - Sætter vi x udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.

- Eksempler: Løs ligningerne

$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

Andengradsligninger
Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi x udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

Andengradsligninger
Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi x udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

Andengradsligninger
Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + c = 0.$$

  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.

- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + bx = 0.$$

  - Sætter vi x udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.

- Eksempler: Løs ligningerne

$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

Andengradsligninger
Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi x udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

Andengradsligninger
Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + c = 0.$$

  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.

- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + bx = 0.$$

  - Sætter vi x udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.

- Eksempler: Løs ligningerne

$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

Andengradsligninger
Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi x udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

Andengradsligninger
Faktorisering

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har to reelle løsninger r_1 og r_2 så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2).$$

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har én reel løsning r så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r)^2.$$

- Eksempler: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}.$$

Andengradsligninger
Faktorisering

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har to reelle løsninger r_1 og r_2 så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2).$$

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har én reel løsning r så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r)^2.$$

- Eksempler: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}.$$

Andengradsligninger

Faktorisering

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har to reelle løsninger r_1 og r_2 så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2).$$

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har én reel løsning r så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r)^2.$$

- Eksempler: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}.$$

Opgaveregning!