

4 Math101 facit til 4. gang

4.1 Svarene er:

$$27, \quad \frac{1}{2}, \quad -1, \quad 8, \quad 1.$$

4.2 Svarene er:

$$7, \quad 2, \quad -2, \quad 3, \quad 0.$$

4.3 Svarene er:

$$\sqrt{2}, \quad \frac{3\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

4.4 Svarene er:

$$3, \quad 1, \quad 3$$

4.5 Svarene er:

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad -1, \quad -\frac{1}{2}.$$

4.6 Svarene er:

$$\frac{3}{2}\ln(2), \quad 2, \quad \frac{1}{2}.$$

4.7 Svarene er:

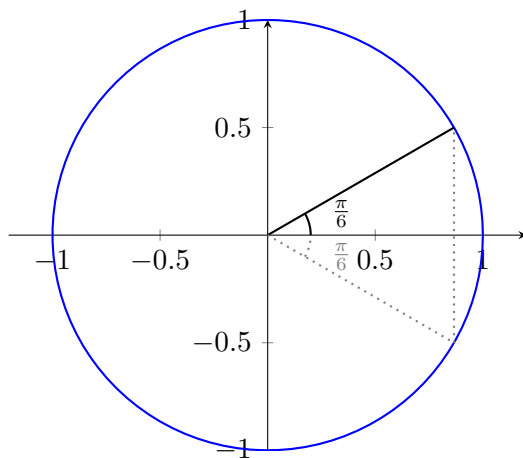
$$1, \quad 3e, \quad \frac{1}{7}, \quad \frac{7}{9}, \quad \frac{1}{9}.$$

4.8 Svarene er:

$$\frac{1}{2}, \quad 0, \quad -1, \quad 0.$$

4.9 Svarene er:

$$x = \ln(3), \quad x = e^4, \quad x = 18, \quad x = 3.$$



Figur 2: Opgave 4.11

4.10 Svarene kan være:

$$x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}, \quad x = \frac{\pi}{6}, x = -\frac{\pi}{6}, \quad x = \frac{2\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{3}.$$

Bemærk at der findes uendeligt mange korrekte svar.

4.11 Svarene kan være er:

4.11(a) Trekanten i Figur 2 har en vinkel på 60 grader og to af siderne har længde 1. Dermed må det være en ligesidet trekant hvor alle sidelængderne nødvendigvis er 1. Dette medfører at $\sin(\frac{\pi}{6})$, som er halvdelen af den lodrette stiplede linje, må være $\frac{1}{2}$.

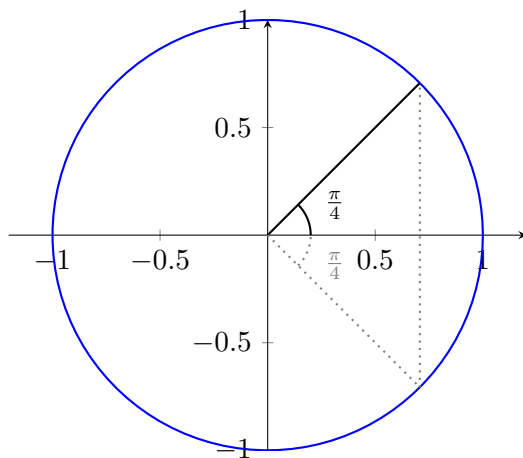
4.11(b) Idiotformlen giver, at $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6} = 1$ og ved at løse ligningen for $\cos(\frac{\pi}{6})$ får vi at $\cos(\frac{\pi}{6}) = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4.11(c) Ved at bruge hintet får vi

$$\sin(\frac{\pi}{3}) = \sin(2\frac{\pi}{6}) = 2\sin(\frac{\pi}{6})\cos(\frac{\pi}{6}) = 2\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

4.11(d) Vi har at

$$\sin^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \cos^2 \frac{\pi}{3} = 1 - \frac{3}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \cos \frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$



Figur 3: Opgave 4.12

4.12 Svarene kan være:

4.12(a) Da trekanten i Figur 3 er retvinklet og begge kateter har længde 1 kan vi anvende Pythagoras og få at hypotenusen har længde $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$. Da $\sin \frac{\pi}{4}$ er halvdelen af hypotenusen fås at $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4.12(b) Vi har at

$$\cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$