# Math101

Benjamin Buus Støttrup
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag
Aalborg universitet
Danmark

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

# Introduktion



Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

Benjamin Buus Støttrup

til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

Seneste opdateret 25. marts 2021

# Førstegradsligninger



- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x + 2).$$

# Førstegradsligninger



- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x + 2).$$

# Førstegradsligninger



- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x+2).$$

# Førstegradsligninger



- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x+2).$$

# Førstegradsligninger



- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x+2).$$

# Førstegradsligninger



- En ligning består af to udtryk adskilt af et lighedstegn, hvor mindst et af udtrykkene indeholder en ubekendt variabel.
- En ligning løses ved at bestemme alle tal der kan indsættes på variablens plads så ligningen er sand.
- Eksempler:

$$x + 2 = 7, \qquad 2(x-1) = 2x + 3,$$

$$x^2 = 9, \qquad x + 1 = \frac{1}{2}(2x+2).$$

# Førstegradsligninger



- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x + 1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x + 1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x + 1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Ligninger kan reduceres med følgende regler:
  - Man må lægge til og trække fra med det samme tal på begge sider af et lighedstegn.
  - Man må gange og dividere med det samme tal (undtagen 0) på begge sider af et lighedstegn.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x + 1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$4x + 7 = 3(x + 8), \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

$$4x + 7 = 3x + 24,$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} 4x + 7 &= 3(x+8), \\ 4x + 7 &= 3x + 24, \\ x &= 17, \end{aligned} \qquad \frac{2x+1}{4x} = 3, \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} 4x + 7 &= 3(x+8), \\ 4x + 7 &= 3x + 24, \\ x &= 17, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{2x+1}{4x} &= 3, \\ 2x + 1 &= 12x, \end{aligned} \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} 4x + 7 &= 3(x+8), \\ 4x + 7 &= 3x + 24, \\ x &= 17, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{2x+1}{4x} &= 3, \\ 2x + 1 &= 12x, \\ 1 &= 10x, \end{aligned} \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} 4x + 7 &= 3(x+8), \\ 4x + 7 &= 3x + 24, \\ x &= 17, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{2x+1}{4x} &= 3, \\ 2x + 1 &= 12x, \\ 1 &= 10x, \\ x &= \frac{1}{10}, \end{aligned} \qquad \pi x = 3 - 2x.$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} 4x + 7 &= 3(x+8), \\ 4x + 7 &= 3x + 24, \\ x &= 17, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{4x} &= 3, \\ 2x + 1 &= 12x, \\ 1 &= 10x, \\ x &= \frac{1}{10}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi x &= 3 - 2x. \\ \pi x + 2x &= 3. \end{aligned}$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} 4x+7 &= 3(x+8), \\ 4x+7 &= 3x+24, \\ x &= 17, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{2x+1}{4x} &= 3, \\ 2x+1 &= 12x, \\ 1 &= 10x, \\ x &= \frac{1}{10}, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \pi x &= 3-2x. \\ \pi x + 2x &= 3. \\ x(\pi+2) &= 3 \end{aligned}$$

# Førstegradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} 4x+7 &= 3(x+8), \\ 4x+7 &= 3x+24, \\ x &= 17, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{4x} &= 3, \\ 2x+1 &= 12x, \\ 1 &= 10x, \\ x &= \frac{1}{10}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi x &= 3-2x. \\ \pi x + 2x &= 3. \\ x(\pi+2) &= 3 \\ x &= \frac{3}{(\pi+2)} \end{aligned}$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen
$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$
- Løsningerne til (1) er
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen
$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$
- Løsningerne til (1) er
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen
$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$
- Løsningerne til (1) er
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen
$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$
- Løsningerne til (1) er
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

- Løsningerne til (1) er

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Vi betragter andengradsligninger på formen
$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$
- Løsningerne til (1) er
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Vi har nu tre tilfælde
  - Hvis $b^2 - 4ac > 0$ har (1) to reelle løsninger.
  - Hvis $b^2 - 4ac = 0$ har (1) én reel løsning.
  - Hvis $b^2 - 4ac < 0$ har (1) to komplekst konjugerede rødder.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$x^2 + 5x + 4 = 0, \qquad x^2 - 3x + 10 = 8.$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1},$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$
\begin{aligned}
x^2 + 5x + 4 &= 0, \\
x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}, \\
x &= \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2},
\end{aligned}
$$

$$x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$
\begin{aligned}
x^2 + 5x + 4 &= 0, \\
x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}, \\
x &= \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2}, \\
x &= \frac{-5 \pm 3}{2},
\end{aligned}
$$

$$x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$x^2 + 5x + 4 = 0,$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1},$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2},$$
$$x = \frac{-5 \pm 3}{2},$$
$$x = -1,\ x = -4,$$

$$x^2 - 3x + 10 = 8.$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 4 &= 0, \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}, \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2}, \\ x &= \frac{-5 \pm 3}{2}, \\ x = -1,\ x &= -4, \end{aligned}$$

$$x^2 - 3x + 10 = 8.$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0.$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} x^2+5x+4&=0, \\ x&=\frac{-5\pm\sqrt{25-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}, \\ x&=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2}, \\ x&=\frac{-5\pm 3}{2}, \\ x=-1,\ x&=-4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2-3x+10&=8. \\ x^2-3x+2&=0. \\ x&=\frac{-(-3)\pm\sqrt{9-4\cdot 1\cdot 2}}{2\cdot 1}. \end{aligned}$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 4 &= 0, \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}, \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2}, \\ x &= \frac{-5 \pm 3}{2}, \\ x = -1,\ x &= -4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 10 &= 8. \\ x^2 - 3x + 2 &= 0. \\ x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}. \\ x &= \frac{3 \pm 1}{2}. \end{aligned}$$

# Andengradsligninger



- Svar:

$$\begin{aligned} x^2+5x+4&=0, \\ x&=\frac{-5\pm\sqrt{25-4\cdot1\cdot4}}{2\cdot1}, \\ x&=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2}, \\ x&=\frac{-5\pm3}{2}, \\ x=-1,\ x&=-4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2-3x+10&=8. \\ x^2-3x+2&=0. \\ x&=\frac{-(-3)\pm\sqrt{9-4\cdot1\cdot2}}{2\cdot1}. \\ x&=\frac{3\pm1}{2}. \\ x=1,\ x&=2. \end{aligned}$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde

- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + c = 0.$$

  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.

- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til

$$ax^2 + bx = 0.$$

  - Sætter vi $x$ udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.

- Eksempler: Løs ligningerne

$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi $x$ udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
    - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
    - Sætter vi $x$ udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
    - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi $x$ udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi $x$ udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger

## Særtilfælde



- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi $x$ udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Hvis $b = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + c = 0.$$
  - Vi har dermed løsningen $x = \pm\sqrt{-c/a}$.
- Hvis $c = 0$ reducerer (1) til
$$ax^2 + bx = 0.$$
  - Sætter vi $x$ udenfor en parentes får vi, at $x(ax + b) = 0$.
  - Nulreglen giver så at løsningerne er $x = 0$ og $x = -b/a$.
- Eksempler: Løs ligningerne
$$2x^2 - 72 = 0, \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Svar:

$$2x^2 - 72 = 0,$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Svar:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 72 &= 0, \\ 2x^2 &= 72, \end{aligned}$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Svar:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 72 &= 0, \\ 2x^2 &= 72, \\ x^2 &= 36, \end{aligned}$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Svar:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 72 &= 0, \\ 2x^2 &= 72, \\ x^2 &= 36, \\ x &= \pm 6, \end{aligned}$$

# Andengradsligninger

## Særtilfælde



- Svar:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 72 &= 0, \\ 2x^2 &= 72, \\ x^2 &= 36, \\ x &= \pm 6, \end{aligned} \qquad -x^2 + 2x = 0.$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Svar:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 72 &= 0, \\ 2x^2 &= 72, \\ x^2 &= 36, \\ x &= \pm 6, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} -x^2 + 2x &= 0. \\ x(-x+2) &= 0. \end{aligned}$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Svar:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 72 &= 0, \\ 2x^2 &= 72, \\ x^2 &= 36, \\ x &= \pm 6, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} -x^2 + 2x &= 0. \\ x(-x+2) &= 0. \\ x = 0,\ -x + 2 &= 0. \end{aligned}$$

# Andengradsligninger
## Særtilfælde



- Svar:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 72 &= 0, \\ 2x^2 &= 72, \\ x^2 &= 36, \\ x &= \pm 6, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} -x^2 + 2x &= 0. \\ x(-x+2) &= 0. \\ x = 0,\ -x+2 &= 0. \\ x = 0,\ x &= 2. \end{aligned}$$

# Andengradsligninger
## Faktorisering



- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har to reelle løsninger $r_1$ og $r_2$ så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2).$$

# Andengradsligninger
## Faktorisering



- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har to reelle løsninger $r_1$ og $r_2$ så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2).$$

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har én reel løsning $r$ så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r)^2.$$

# Andengradsligninger

## Faktorisering



- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har to reelle løsninger $r_1$ og $r_2$ så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2).$$

- Hvis $ax^2 + bx + c = 0$ har én reel løsning $r$ så gælder

$$ax^2 + bx + c = a(x - r)^2.$$

- Eksempler: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}.$$

# Andengradsligninger
## Faktorisering



- Svar: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}.$$

# Andengradsligninger
## Faktorisering



- Svar: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2+2x-4}{x-1}.$$

  - Først løser vi andengradsligningen

$$2x^2+2x-4=0:$$

# Andengradsligninger

## Faktorisering



- Svar: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2+2x-4}{x-1}.$$

  - Først løser vi andengradsligningen

$$2x^2+2x-4=0:$$

  - 

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 2\cdot(-4)}}{2\cdot 2}$$

# Andengradsligninger
## Faktorisering



- Svar: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}.$$

  - Først løser vi andengradsligningen

$$2x^2 + 2x - 4 = 0 :$$

  - 

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm 6}{4}$$

# Andengradsligninger
## Faktorisering



- Svar: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1}.$$

  - Først løser vi andengradsligningen

$$2x^2 + 2x - 4 = 0 :$$

  -

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm 6}{4} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

# Andengradsligninger

## Faktorisering



- Svar: Reducer udtrykket

$$\frac{2x^2+2x-4}{x-1}.$$

  - Først løser vi andengradsligningen

$$2x^2+2x-4=0:$$

  - $$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 2\cdot(-4)}}{2\cdot 2}=\frac{-2\pm 6}{4}=\begin{cases}1\\-2\end{cases}$$
  - Ved at faktorisere får vi

$$\frac{2x^2+2x-4}{x-1}=\frac{2(x-1)(x-(-2))}{x-1}$$

# Andengradsligninger
## Faktorisering



- Svar: Reducer udtrykket
$$\frac{2x^2+2x-4}{x-1}.$$
    - Først løser vi andengradsligningen
    $$2x^2+2x-4=0:$$
    - $$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 2\cdot(-4)}}{2\cdot 2}=\frac{-2\pm 6}{4}=\begin{cases}1\\-2\end{cases}$$
    - Ved at faktorisere får vi
    $$\frac{2x^2+2x-4}{x-1}=\frac{2(x-1)(x-(-2))}{x-1}=2x+4$$

# Opgaveregning!

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK