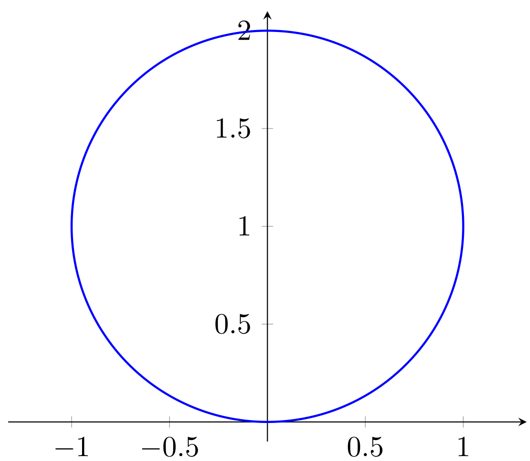


Figur 1: Opgave 3.2.

3 Math101 opgaver til 3. gang

3.1 Lad $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$. Bestem $f(-1)$ og $f(2)$.

3.2 Cirklen med ligning $x^2 + (y-1)^2 = 1$ er tegnet i Figur 1.

- Findes en funktion $f: [-1,1] \to [0,2]$ så grafen for f svarer til cirklen i Figur 1?
- Bestem en funktion $f_+: [-1,1] \to [1,2]$ så grafen for f_+ svarer til den øvre halvcirkel i Figur 1. (Hint: isoler y i cirklens ligning.)
- Bestem en funktion $f_-: [-1,1] \to [0,1]$ så grafen for f_- svarer til den nedre halvcirkel i Figur 1.

3.3 Lad $f(x) = 3x - 2$ og $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$. Bestem forskriften for $f \circ g$.

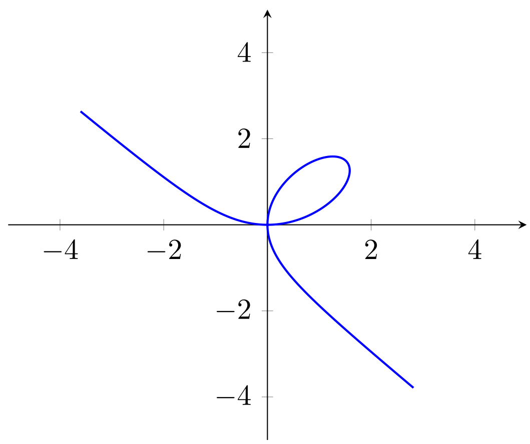
3.4 Bestem den størst mulige definitionsmængde for funktionerne:

$$f(x) = \frac{1}{1-x}, \qquad g(x) = \frac{1}{1-x^2}, \qquad h(x) = \sqrt{2x-3}.$$

3.5 Lad f, g være givet ved $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = 1/(1+x)$ på domænet $(0, \infty)$. Udregn $(f \circ g)(1)$ og $(g \circ f)(1)$. Er $f \circ g = g \circ f$?

3.6 Bestem skæringspunktet mellem $f(x) = 3x + 1$ og $g(x) = -x + 2$.

3.7 Lad $f(x) = 1$ og $g(x) = 2x + 3$. Bestem $f \circ g$ og $g \circ f$.



Figur 2: Opgave 3.13.

3.8 Bestem den størst mulige definitionsmængde for funktionerne

$$f(x) = \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad g(x) = \frac{2}{x^2-4x+3}, \quad h(x) = \sqrt{-x^2+2x}.$$

3.9 Bestem funktioner f og g så $(f \circ g)(x) = e^{2x^2-1}$.

3.10 Bestem alle skæringspunkter mellem $f(x) = x^2 + 4x + 4$ og $g(x) = 2x + 3$.

3.11 Bestem funktioner f, g og h så at $(f \circ g \circ h)(x) = \sin^2(3x)$. (Hint: $\sin^2(x) = (\sin(x))^2$.)

3.12 Lad $f(x) = 3(\frac{1}{x-2})^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$ og $h(x) = \sqrt{x} + 2$ være funktioner på domænet $]2, \infty[$. Bestem

$$f(g(x)), \qquad f(h(x)), \qquad h(g(x)), \qquad h(f(x)), \qquad g(f(h(x))).$$

3.13 Er kurven i Figur 2 grafen for en funktion?

3.14 Skitser grafen for en funktion som opfylder alle nedenstående puntker:

3.14(a) har domæne $[-1, 1]$,

3.14(b) går gennem punkterne $(-1, 0)$ og $(1, 1)$,

3.14(c) skærer y-aksen i -1,