Math101

Benjamin Buus Støttrup
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag
Aalborg universitet
Danmark

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Introduktion

Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

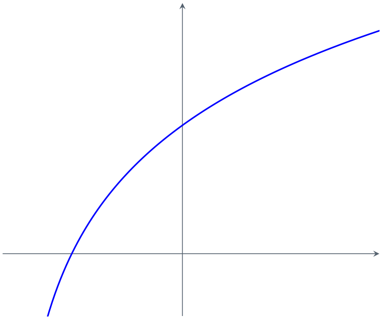
Benjamin Buus Støttrup

til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

Seneste opdateret 25. marts 2021

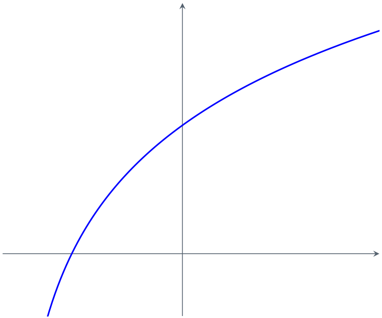
Differentialregning

- Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



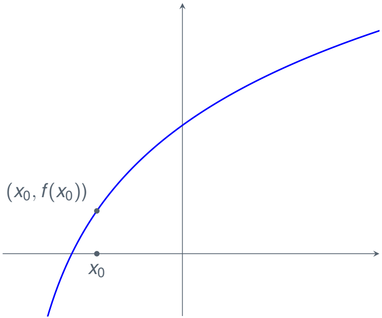
Differentialregning

- Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



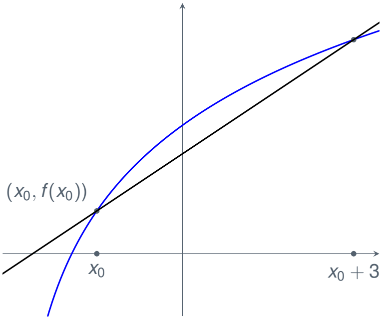
Differentialregning

- Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



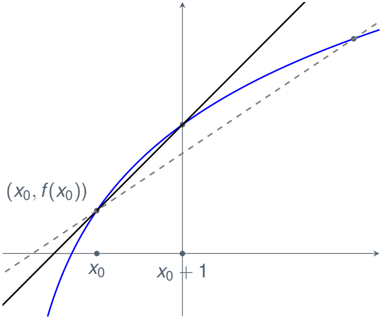
Differentialregning

- Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



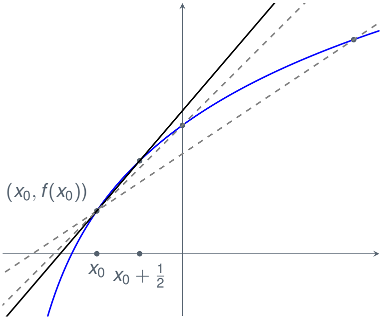
Differentialregning

- Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



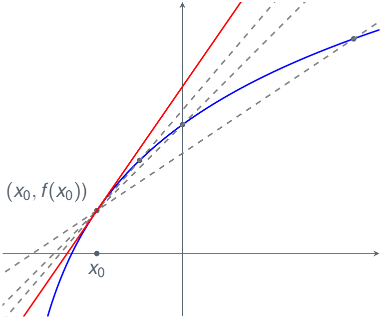
Differentialregning

- Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



Differentialregning

- Differentialregning omhandler bestemmelse af hældninger af funktioner.
- Vi definerer en funktions hældning vha. sekanter.



Differentialregning

- En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

  eksisterer.
- Bemærk at $f'(x)$ betegner hældningen af f i x.
- Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$

Differentialregning

- En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

  eksisterer.

- Bemærk at $f'(x)$ betegner hældningen af f i x.
- Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$

Differentialregning

- En funktion f er differentiabel i x_0 hvis grænsen

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

  eksisterer.

- Bemærk at $f'(x)$ betegner hældningen af f i x.
- Vi anvender ofte notationen

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df}{dx}(x).$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x)=\sqrt{x} \quad , \quad g(x)=\frac{1}{x} \quad , \quad h(x)=\ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x)=\sqrt{x} \quad , \quad g(x)=\frac{1}{x} \quad , \quad h(x)=\ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad , \quad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x) = \frac{1}{x} \qquad , \qquad h(x) = \ln(x^3) \qquad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x) = \frac{1}{x} \qquad , \qquad h(x) = \ln(x^3) \qquad .$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}, \qquad h(x) = \ln(x^3) \quad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}, \qquad h(x) = \ln(x^3) \qquad .$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
e^{cx}	ce^{cx}

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2(x)$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}, \qquad g(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}, \qquad h(x)=\ln(x^3)=3\ln(x).$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}, \qquad g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende generelle regneregler

$$
\begin{aligned}
(cf)'(x) &= cf'(x) \\
(f \pm g)'(x) &= f'(x) \pm g'(x).
\end{aligned}
$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$
f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}, \qquad g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)
$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}, \qquad g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende generelle regneregler

$$
\begin{aligned}
(cf)'(x) &= cf'(x) \\
(f \pm g)'(x) &= f'(x) \pm g'(x).
\end{aligned}
$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 2x + 1 - \frac{1}{x}, \\
f'(x) &= 2 + x^{-2},
\end{aligned}
\qquad
g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)
$$

Differentialregning
Regneregler

- Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}, \qquad g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$
$$f'(x) = 2 + x^{-2},$$

Differentialregning

Regneregler

- Vi har følgende generelle regneregler

$$(cf)'(x) = cf'(x)$$
$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x).$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}, \qquad g(x) = 3x^{-2} - 2e^{-x} + \cos(x)$$
$$f'(x) = 2 + x^{-2}, \qquad g'(x) = -6x^{-3} + 2e^{-x} - \sin(x)$$

Opgaveregning!