

4 Math101 opgaver til 4. gang

4.1 Udregn følgende tal

$$3^3, \quad 2^{-1}, \quad \left(\frac{1}{-1}\right)^3, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}, \quad 123^0.$$

4.2 Udregn følgende tal

$$\log_2(128), \quad \log_{10}(100), \quad \log_5\left(\frac{1}{25}\right), \quad \ln(e^3), \quad \log_{123}(1).$$

4.3 Udregn følgende tal

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \quad \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right), \quad \frac{\sin(\frac{\pi}{6}) + \cos(\frac{\pi}{3})}{\sin(\frac{2\pi}{3})}.$$

4.4 Udregn følgende tal

$$\log_{10}(4) + \log_{10}(250), \quad \log_{10}(25) - \log_{10}(5) + \log_{10}(2), \quad \log_3(54) + \log_3\left(\frac{1}{2}\right)$$

4.5 Udregn følgende

$$\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right), \quad \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right), \quad \tan\left(-\frac{5\pi}{4}\right), \quad \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right).$$

4.6 Reducer følgende

$$\ln(\sqrt{2}) + \ln(2), \quad \log_{10}(5^{3/2}) + \frac{1}{2}\log_{10}(5) + \log_{10}(4), \quad \frac{1}{4}\log_5(4^2 + 3^2).$$

4.7 Udregn følgende tal

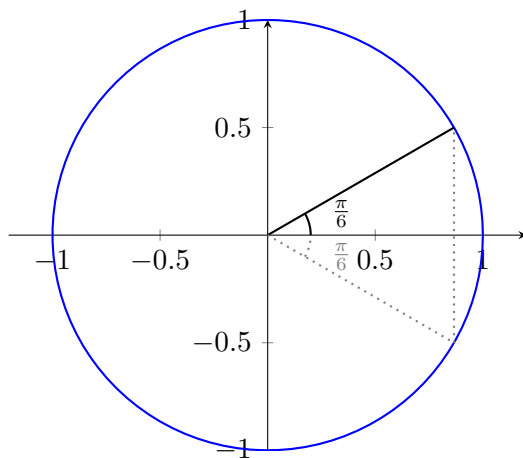
$$3^{\log_3(1)}, \quad e^{1+\ln(3)}, \quad 10^{-\log_{10}(7)}, \quad 7^{1-\log_7(9)}, \quad 4^{-\log_2(3)}.$$

4.8 Udregn

$$\cos\left(\frac{13\pi}{3}\right), \quad \tan\left(\frac{12\pi}{6}\right), \quad \sin\left(-\frac{10\pi}{4}\right), \quad \tan\left(\frac{15\pi}{5}\right).$$

4.9 Løs ligningerne

$$e^x = 3, \quad \ln(x) = 4, \quad \ln(2x - 4) = \ln(8) + \ln(4), \quad 3\log_{10}(x) = \log_{10}(27).$$



Figur 3: Opgave 4.11

4.10 Bestem to forskellige løsninger til ligningerne

$$\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos(x - \pi) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad 2\cos^2(x) + 5\cos(x) + 2 = 0.$$

4.11 I denne opgave beviser vi nogle af de eksakte værdier for sinus og cosinus til vinklerne $\frac{\pi}{6}$ og $\frac{\pi}{3}$.

4.11(a) Vis at $\sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ ved at regne på trekanten i Figur 3. (Hint: Hvad kan man sige om sidelængderne i trekanten?)

4.11(b) Brug idiotformlen ($\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$) til at vise at $\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

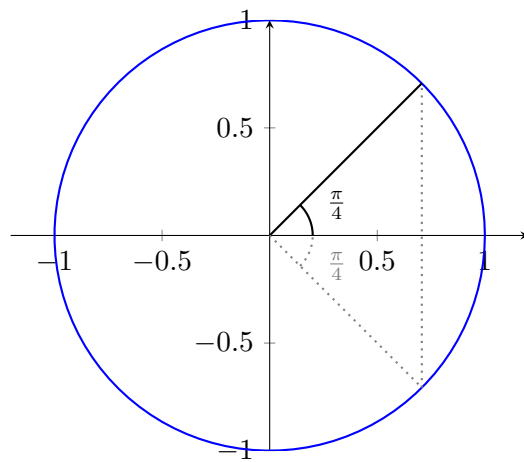
4.11(c) Vis at $\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (Hint: $\sin(\frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}) = 2\sin(\frac{\pi}{6})\cos(\frac{\pi}{6})$)

4.11(d) Brug idiotformlen til at vise at $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$.

4.12 I denne opgave beviser vi nogle af de eksakte værdier for sinus og cosinus til vinklerne $\frac{\pi}{4}$.

4.12(a) Vis at $\sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ved at regne på trekanten i Figur 4. (Hint: Pythagoras)

4.12(b) Brug idiotformlen til at vise at $\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Figur 4: Opgave [4.12](#)