Math101

Benjamin Støttrup benjamin@math.aau.dk

> Institut for matematiske fag Aalborg universitet Danmark



Agenda



Repetition af regneregler

Produkt-og kvotientientreglen

Kædereglen

Differentialregning Repetition af regneregler



► Vi har følgende regneregler:

f(x)	f'(x)	
С	0	
X	1	
x ⁿ	nx^{n-1}	
e ^x	e ^x	
ecx	cecx	

f(x)	<i>f</i> ′(<i>x</i>)	
a ^x	a ^x In a	
ln X	$\frac{1}{x}$	
cos X	— sin <i>X</i>	
sin X	cos X	
tan X	$1 + \tan^2(x)$	

► Samt (cf)'(x) = cf'(x) og $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$.

Differentialregning Repetition af regneregler



► Vi har følgende regneregler:

f(x) f'(x)

<i>'</i> (X)	, (X)
С	0
Χ	1
x ⁿ	nx ⁿ⁻¹
e ^x	e ^x
e ^{cx}	ce ^{cx}

f(x)	f'(x)	
a ^x	a ^x In a	
ln X	$\frac{1}{x}$	
cos X	— sin <i>X</i>	
sin X	cos X	
tan X	$1 + \tan^2(x)$	

► Samt (cf)'(x) = cf'(x) og $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$.



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

 $(\frac{f}{g})'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x}$$
, $g(x) = \frac{\cos(x)}{x}$, $h(x) = \cos(x)\sin(x)$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$

$$f'(x) =$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$

$$f'(x)=e^{2x}$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$ $g'(x) = -----,$

$$h(x) = \cos(x)\sin(x).$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$ $g'(x) = \frac{-\sin(x)x}{x},$

$$h(x) = \cos(x)\sin(x).$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

► Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$ $g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x},$

 $h(x) = \cos(x)\sin(x).$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x}, g(x) = \frac{\cos(x)}{x}, h(x) = \cos(x)\sin(x)$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$ $f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$ $g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x},$$
 $g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$ $h(x) = \cos(x)\sin(x).$ $f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$ $g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$ $h'(x) =$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x}, g(x) = \frac{\cos(x)}{x}, h(x) = \cos(x)\sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, h'(x) = -\sin(x)\sin(x).$$



► For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f(x) = xe^{2x}, g(x) = \frac{\cos(x)}{x}, h(x) = \cos(x)\sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, h'(x) = -\sin(x)\sin(x) - \cos(x)\cos(x).$$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2), g(x) = e^{x^3 + 3x}$$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f\circ g)'(x)=f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2), g(x) = e^{x^3 + 3x}$$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2),$$
 $g(x) = e^{x^3 + 3x}.$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2), g(x) = e^{x^3 + 3x}$$

$$f'(x) = ,$$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2),$$
 $g(x) = e^{x^3 + 3x}$
 $f'(x) = -\sin(x^2)$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2),$$
 $g(x) = e^{x^3 + 3x}$
 $f'(x) = -\sin(x^2)2x,$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2),$$
 $g(x) = e^{x^3 + 3x},$ $f'(x) = -\sin(x^2)2x,$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2),$$
 $g(x) = e^{x^3 + 3x},$ $f'(x) = -\sin(x^2)2x,$ $g'(x) =$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2),$$
 $g(x) = e^{x^3 + 3x},$ $f'(x) = -\sin(x^2)2x,$ $g'(x) = e^{x^3 + 3x}$



► Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f\circ g)(x)=f(g(x)).$$

► Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

$$f(x) = \cos(x^2),$$
 $g(x) = e^{x^3 + 3x},$ $f'(x) = -\sin(x^2)2x,$ $g'(x) = e^{x^3 + 3x}(3x^2 + 3),$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) =$$



▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}}$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}}\right)$$



▶ Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$
$$= e^{\sqrt{x}}$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}}\right)$$
$$= e^{\sqrt{x}} + x e^{\sqrt{x}}$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}}\right)$$
$$= e^{\sqrt{x}} + x e^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx} \sqrt{x}\right)$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$
$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$
$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$
$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$
$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$
$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$

$$h'(x) =$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$

$$h'(x) = 2\sin(x^2 - 2x + 1)$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$

$$h'(x) = 2\sin(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}\sin(x^2 - 2x + 1)\right)$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$

$$h'(x) = 2\sin(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}\sin(x^2 - 2x + 1)\right)$$
$$= 2\sin(x^2 - 2x + 1)\cos(x^2 - 2x + 1)$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$

$$h'(x) = 2\sin(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}\sin(x^2 - 2x + 1)\right)$$
$$= 2\sin(x^2 - 2x + 1)\cos(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}(x^2 - 2x + 1)\right)$$



► Eksempel: Differentier funktionen $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x \left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$$

$$h'(x) = 2\sin(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}\sin(x^2 - 2x + 1)\right)$$

$$= 2\sin(x^2 - 2x + 1)\cos(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}(x^2 - 2x + 1)\right)$$

$$= 2\sin(x^2 - 2x + 1)\cos(x^2 - 2x + 1)(2x - 2)$$

Opgaveregning!

