Math101

Benjamin Buus Støttrup
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag
Aalborg universitet
Danmark

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Introduktion

Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

Benjamin Buus Støttrup

til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.

Inverse funktioner

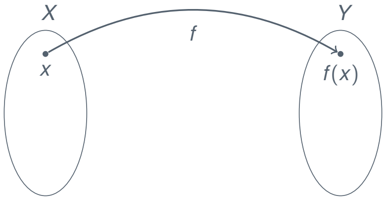
- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.

Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.

Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.



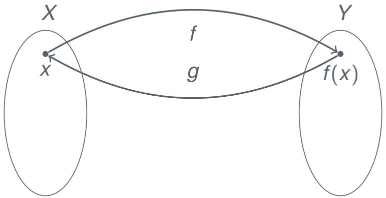
Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis

$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$

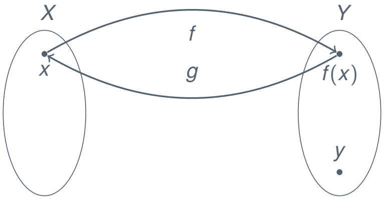
  for alle x i X og y i Y.

- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.



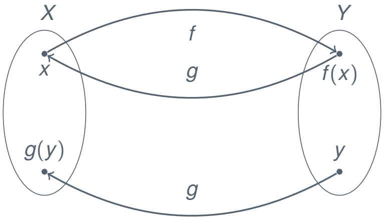
Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.



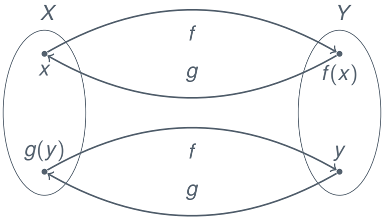
Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.



Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.



Inverse funktioner

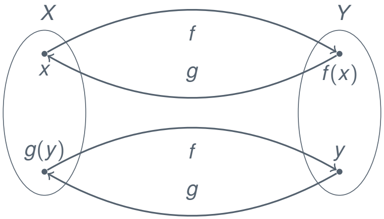
- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis

$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$

  for alle x i X og y i Y.

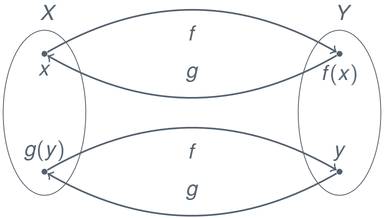
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.

- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.



Inverse funktioner

- To funktioner $f\colon X \to Y$ og $g\colon Y \to X$ er hinandens *inverse* hvis
$$f(g(y)) = y, \quad \text{og} \quad g(f(x)) = x$$
for alle x i X og y i Y.
- Eksempel: $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sqrt{x}$ begge defineret på $[0, \infty[$ er inverse funktioner.
- Eksempel: $f(x) = \frac{1}{x}$ defineret på $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ er sin egen invers.



Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a : \mathbb{R} \to]0, \infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a :]0, \infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0, \infty[$.

- Eksempler: Udregn

$\log_2(8)$, $\log_{10}(10000)$, $\log_a(1)$.

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0, \infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0, \infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi ln i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi log i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0, \infty[$.

- Eksempler: Udregn

$\log_2(8)$, $\log_{10}(10000)$, $\log_a(1)$.

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0,\infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0,\infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0,\infty[$.

- Eksempler: Udregn

$\log_2(8)$, $\log_{10}(10000)$, $\log_a(1)$.

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0,\infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0,\infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at
$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$
for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0,\infty[$.
- Eksempler: Udregn

$\log_2(8)$, $\log_{10}(10000)$, $\log_a(1)$.

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0, \infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0, \infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at
$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$
for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0, \infty[$.
- Eksempler: Udregn

$\log_2(8)$, $\log_{10}(10000)$, $\log_a(1)$.

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a\colon \mathbb{R} \to]0, \infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a\colon]0, \infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

  $$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

  for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0, \infty[$.
- Eksempler: Udregn

$\log_2(8) = \log_2(2^3)$, $\log_{10}(10000)$, $\log_a(1)$.

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a\colon \mathbb{R} \to]0,\infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a\colon]0,\infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

  for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0,\infty[$.
- Eksempler: Udregn

$$\log_2(8) = \log_2(2^3) = 3, \qquad \log_{10}(10000) \qquad , \qquad \log_a(1) \qquad .$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0, \infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0, \infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0, \infty[$.

- Eksempler: Udregn

$$\log_2(8) = \log_2(2^3) = 3, \qquad \log_{10}(10000) \qquad , \qquad \log_a(1) \qquad .$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a\colon \mathbb{R} \to]0,\infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a\colon]0,\infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

  for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0,\infty[$.
- Eksempler: Udregn

$$\log_2(8) = \log_2(2^3) = 3, \qquad \log_{10}(10000) = \log_{10}(10^4) \qquad , \qquad \log_a(1) \qquad .$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0,\infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0,\infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0,\infty[$.

- Eksempler: Udregn

$$\log_2(8) = \log_2(2^3) = 3, \qquad \log_{10}(10000) = \log_{10}(10^4) = 4, \qquad \log_a(1) \qquad .$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0, \infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0, \infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

  for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0, \infty[$.
- Eksempler: Udregn

$$\log_2(8) = \log_2(2^3) = 3, \qquad \log_{10}(10000) = \log_{10}(10^4) = 4, \qquad \log_a(1) \qquad .$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a\colon \mathbb{R} \to]0,\infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a\colon]0,\infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

$$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

  for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0,\infty[$.
- Eksempler: Udregn

$$\log_2(8) = \log_2(2^3) = 3, \qquad \log_{10}(10000) = \log_{10}(10^4) = 4, \qquad \log_a(1) = \log_a(a^0) \qquad .$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

- For ethvert positivt $a \neq 1$ kalder vi funktionen $f_a \colon \mathbb{R} \to]0,\infty[$ givet ved $f_a(x) = a^x$ for *eksponentialfunktionen med grundtal a*.
- Funktionen $f_a(x) = a^x$ har en invers funktion $\log_a \colon]0,\infty[\to \mathbb{R}$ som kaldes *logaritmen med grundtal a*.
- Hvis $a = e$ så skriver vi $\ln$ i stedet for $\log_e$ og hvis $a = 10$ skriver vi $\log$ i stedet for $\log_{10}$.
- Der gælder at

  $$log_a(a^x) = x \quad \text{og} \quad a^{\log_a(y)} = y,$$

  for alle $x \in \mathbb{R}$ og $y \in]0,\infty[$.
- Eksempler: Udregn

$$\log_2(8) = \log_2(2^3) = 3, \qquad \log_{10}(10000) = \log_{10}(10^4) = 4, \qquad \log_a(1) = \log_a(a^0) = 0.$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner
Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20)$$
$$2^{2+\log_2(5)}$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$

$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20)$$

$$2^{2+\log_2(5)}$$

$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20)$$
$$2^{2+\log_2(5)}$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$
\begin{aligned}
\log_a(xy) &= \log_a(x) + \log_a(y),\\
\log_a\left(\frac{x}{y}\right) &= \log_a(x) - \log_a(y),\\
\log_a(x^r) &= r\log_a(x).
\end{aligned}
$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20)$$

$$2^{2+\log_2(5)}$$

$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20)$$
$$2^{2+\log_2(5)}$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20)$$

$$2^{2+\log_2(5)}$$

$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000)$$

$$2^{2+\log_2(5)}$$

$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)}$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\begin{aligned} \log_a(xy) &= \log_a(x) + \log_a(y), \\ \log_a\left(\frac{x}{y}\right) &= \log_a(x) - \log_a(y), \\ \log_a(x^r) &= r \log_a(x). \end{aligned}$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$

$$2^{2+\log_2(5)}$$

$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)}$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)} = 4 \cdot 5$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)} = 4 \cdot 5 = 20,$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner
Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)} = 4 \cdot 5 = 20,$$
$$9^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)} = 4 \cdot 5 = 20,$$
$$9^{\log_3(2)} = (3^2)^{\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)} = 4 \cdot 5 = 20,$$
$$9^{\log_3(2)} = (3^2)^{\log_3(2)} = 3^{2\log_3(2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)} = 4 \cdot 5 = 20,$$
$$9^{\log_3(2)} = (3^2)^{\log_3(2)} = 3^{2\log_3(2)} = 3^{\log_3(2^2)}$$

Logaritmer og eksponentialfunktioner

Regneregler

- Når vi arbejder med eksponentialfunktioner kan vi anvende potensregneregler.
- For logaritmer har vi følgende regneregler

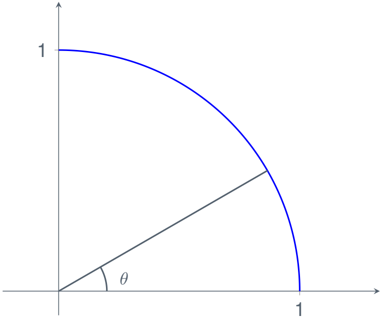
$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$
$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y),$$
$$\log_a(x^r) = r\log_a(x).$$

- Eksempler: Udregn

$$\log(50) + \log(20) = \log(50 \cdot 20) = \log(1000) = 3,$$
$$2^{2+\log_2(5)} = 2^2 2^{\log_2(5)} = 4 \cdot 5 = 20,$$
$$9^{\log_3(2)} = (3^2)^{\log_3(2)} = 3^{2\log_3(2)} = 3^{\log_3(2^2)} = 4.$$

Trigonometriske funktioner

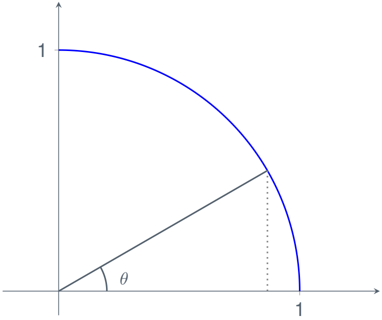
- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.



- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

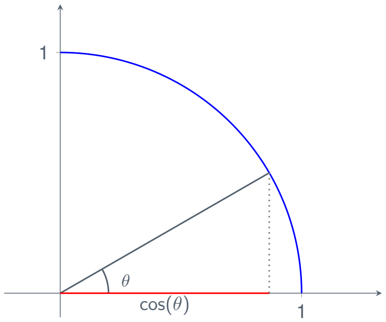
- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.



- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

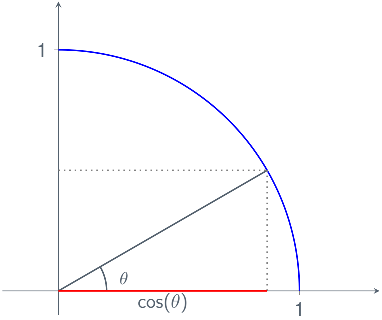
- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.



- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

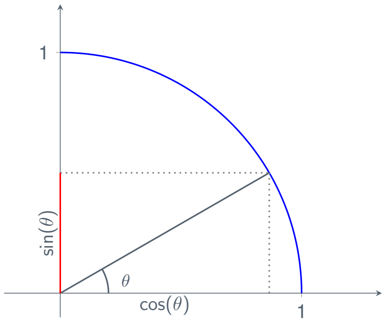
- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.



- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

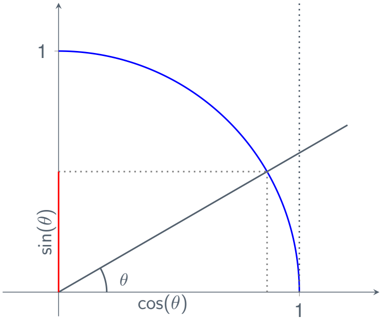
- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.



- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

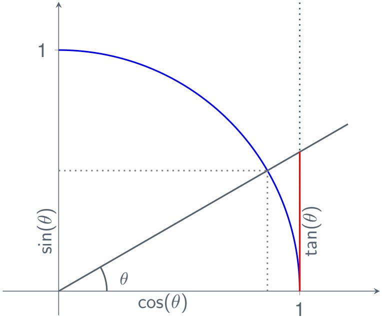
- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.



- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

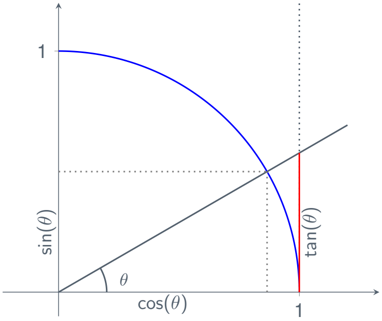
- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.



- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

- Vi definerer de trigonometriske funktioner ud fra enhedscirklen.

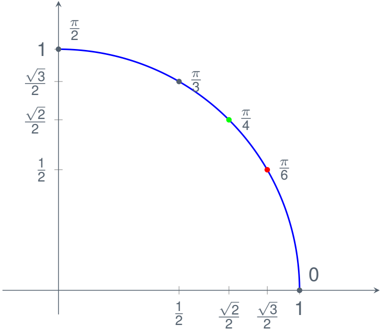


- Bemærk at $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.

Trigonometriske funktioner

Eksakte værdier

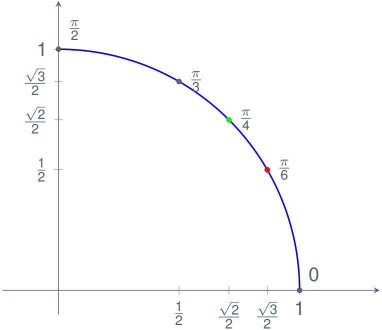
- For særlige vinkler kan vi bestemme eksakte værdier af de trigonometriske funktioner.



θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	

Trigonometriske funktioner
Eksakte værdier

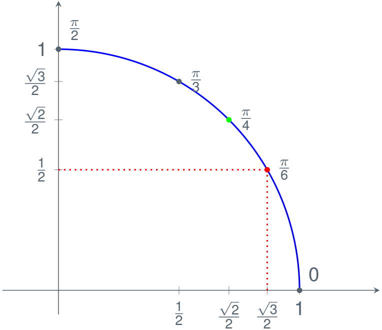
- For særlige vinkler kan vi bestemme eksakte værdier af de trigonometriske funktioner.



θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	

Trigonometriske funktioner
Eksakte værdier

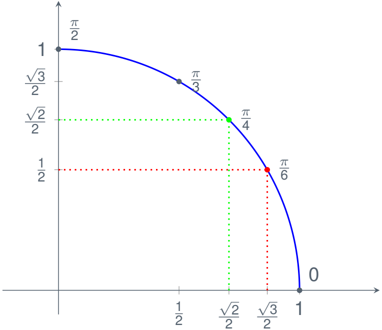
- For særlige vinkler kan vi bestemme eksakte værdier af de trigonometriske funktioner.



θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	

Trigonometriske funktioner
Eksakte værdier

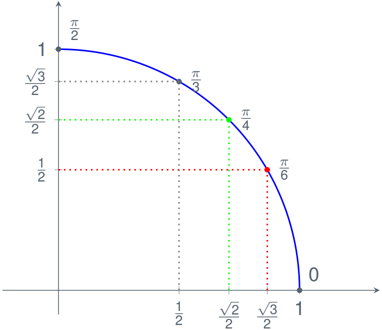
- For særlige vinkler kan vi bestemme eksakte værdier af de trigonometriske funktioner.



θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	

Trigonometriske funktioner
Eksakte værdier

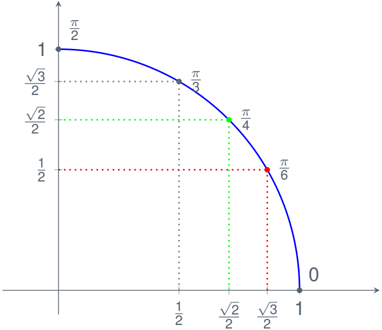
- For særlige vinkler kan vi bestemme eksakte værdier af de trigonometriske funktioner.



θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	

Trigonometriske funktioner
Eksakte værdier

- For særlige vinkler kan vi bestemme eksakte værdier af de trigonometriske funktioner.



θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	

Trigonometriske funktioner
Eksempler

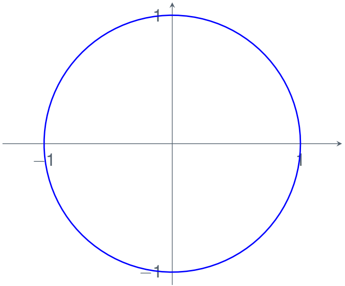
- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right), \quad \sin(9\pi), \quad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right).$$

Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad , \quad \sin(9\pi) \quad , \quad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \quad .$$

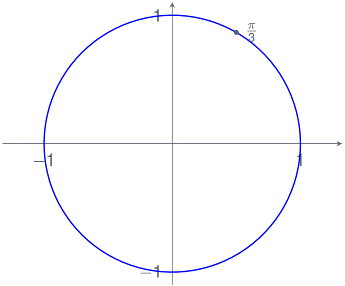


Trigonometriske funktioner

Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

$$\cos(\frac{2\pi}{3}) \qquad , \qquad \sin(9\pi) \qquad , \qquad \sin(-\frac{5\pi}{4}) \qquad .$$

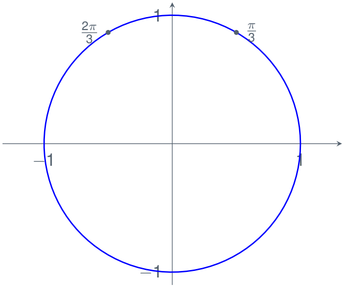


Trigonometriske funktioner

Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

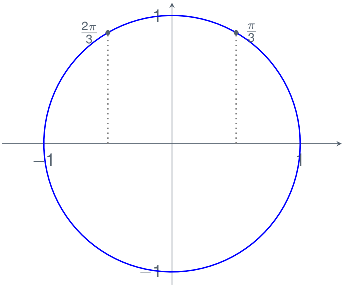
$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \qquad , \qquad \sin(9\pi) \qquad , \qquad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \qquad .$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

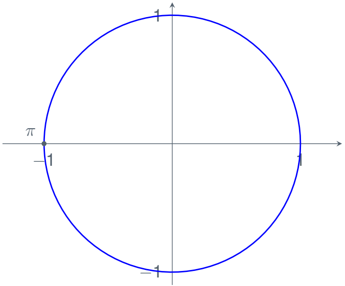
$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right), \qquad \sin(9\pi), \qquad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right).$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

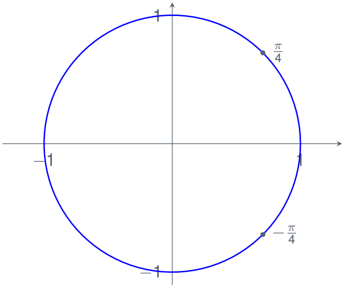
$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \qquad \sin(9\pi) \qquad\qquad , \qquad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \qquad\qquad .$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

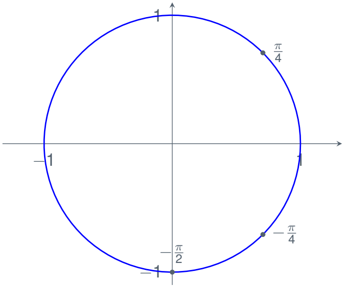
$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \qquad \sin(9\pi) = \sin(\pi) = 0, \qquad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \qquad .$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

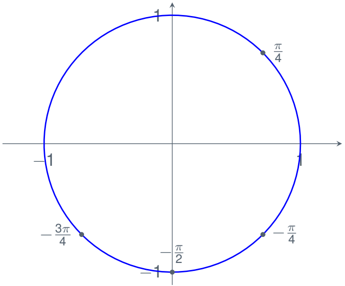
$$\cos(\frac{2\pi}{3}) = -\cos(\frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}, \qquad \sin(9\pi) = \sin(\pi) = 0, \qquad \sin(-\frac{5\pi}{4}) \qquad .$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

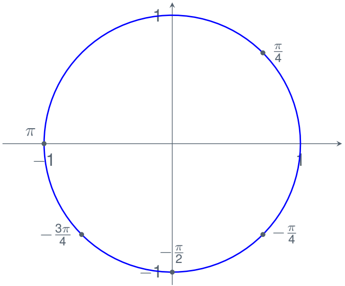
$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \qquad \sin(9\pi) = \sin(\pi) = 0, \qquad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \qquad .$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

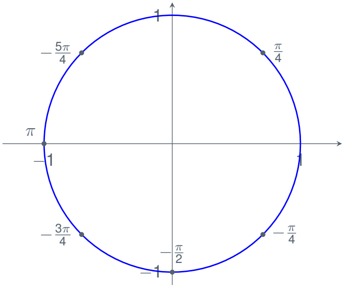
$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \qquad \sin(9\pi) = \sin(\pi) = 0, \qquad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \qquad .$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

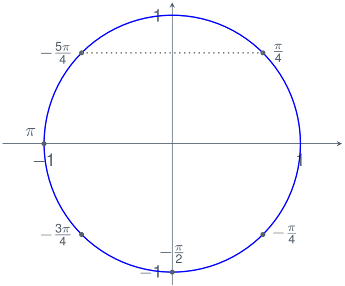
$$\cos(\frac{2\pi}{3}) = -\cos(\frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}, \qquad \sin(9\pi) = \sin(\pi) = 0, \qquad \sin(-\frac{5\pi}{4}) \qquad .$$



Trigonometriske funktioner
Eksempler

- Når I skal løse opgaver så tegn altid enhedscirklen og udnyt symmetri.
- Eksempler: Udregn

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \qquad \sin(9\pi) = \sin(\pi) = 0, \qquad \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Opgaveregning!

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK