

# Math101

Benjamin Buus Støttrup  
benjamin@math.aau.dk

Institut for matematiske fag  
Aalborg universitet  
Danmark



AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

# Introduktion

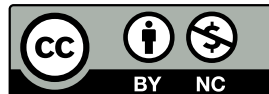


Disse slides er oprindeligt udarbejdet af

Benjamin Buus Støttrup

til Math101 kurset på Aalborg Universitet i efteråret 2018.

This work is licensed under a Creative Commons “Attribution-NonCommercial 4.0 International” license.



# Differentialregning

## Repetition af regneregler

- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
$c$	$0$
$x$	$1$
$x^n$	$nx^{n-1}$
$e^x$	$e^x$
$e^{cx}$	$ce^{cx}$

$f(x)$	$f'(x)$
$a^x$	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Samt  $(cf)'(x) = cf'(x)$  og  $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$ .

# Differentialregning

## Repetition af regneregler



- Vi har følgende regneregler:

$f(x)$	$f'(x)$
$c$	$0$
$x$	$1$
$x^n$	$nx^{n-1}$
$e^x$	$e^x$
$e^{cx}$	$ce^{cx}$

$f(x)$	$f'(x)$
$a^x$	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1 + \tan^2(x)$

- Samt  $(cf)'(x) = cf'(x)$  og  $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$ .

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = \quad ,$$



# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x},$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x},$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \text{_____},$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x}{x^2},$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2},$$



# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, \quad h'(x) =$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, \quad h'(x) = -\sin(x) \sin(x).$$

# Produkt-og kvotientientreglen

- For produkter og kvotienter af funktioner har vi følgende regneregler

$$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = xe^{2x},$$

$$g(x) = \frac{\cos(x)}{x},$$

$$h(x) = \cos(x) \sin(x).$$

$$f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x}, \quad g'(x) = \frac{-\sin(x)x - \cos(x)}{x^2}, \quad h'(x) = -\sin(x) \sin(x) - \cos(x) \cos(x).$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = \quad ,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2) \quad ,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$



# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

$$g'(x) = \quad ,$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos(x^2), \\ f'(x) &= -\sin(x^2)2x, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= e^{x^3+3x}, \\ g'(x) &= e^{x^3+3x}, \end{aligned}$$

# Kædereglen

- ▶ Husk at sammensatte funktioner er på formen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

- ▶ Sammensatte funktioner differentieres med kædereglen:

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

- ▶ Eksempler: Differentier funktionerne

$$f(x) = \cos(x^2),$$

$$f'(x) = -\sin(x^2)2x,$$

$$g(x) = e^{x^3+3x},$$

$$g'(x) = e^{x^3+3x}(3x^2 + 3),$$



# Kædereglen

► Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

► Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$



# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$f'(x) =$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$



# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right)$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\ &= e^{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right)\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left( \frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left( \frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left( \frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$h'(x) =$$



# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left( \frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$h'(x) = 2 \sin(x^2 - 2x + 1)$$

# Kædereglen

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left( \frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- ▶ Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$h'(x) = 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \left( \frac{d}{dx} \sin(x^2 - 2x + 1) \right)$$

# Kædereglen

- Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left( \frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{aligned}h'(x) &= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \left( \frac{d}{dx} \sin(x^2 - 2x + 1) \right) \\&= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \cos(x^2 - 2x + 1)\end{aligned}$$

# Kædereglen

- Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x \left( \frac{d}{dx} e^{\sqrt{x}} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}} \left( \frac{d}{dx} \sqrt{x} \right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} xe^{\sqrt{x}} x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{aligned}h'(x) &= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \left( \frac{d}{dx} \sin(x^2 - 2x + 1) \right) \\&= 2 \sin(x^2 - 2x + 1) \cos(x^2 - 2x + 1) \left( \frac{d}{dx} (x^2 - 2x + 1) \right)\end{aligned}$$

# Kædereglen

- Eksempel: Differentier funktionen  $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ .

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^{\sqrt{x}} + x\left(\frac{d}{dx}e^{\sqrt{x}}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + xe^{\sqrt{x}}\left(\frac{d}{dx}\sqrt{x}\right) \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}xe^{\sqrt{x}}x^{-\frac{1}{2}} \\&= e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

- Eksempel: Differentier funktionen  $h(x) = \sin^2(x^2 - 2x + 1)$

$$\begin{aligned}h'(x) &= 2\sin(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}\sin(x^2 - 2x + 1)\right) \\&= 2\sin(x^2 - 2x + 1)\cos(x^2 - 2x + 1)\left(\frac{d}{dx}(x^2 - 2x + 1)\right) \\&= 2\sin(x^2 - 2x + 1)\cos(x^2 - 2x + 1)(2x - 2)\end{aligned}$$

Opgaveregning!



AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK